

А. И. ЗАБОРОВСКИЙ

ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКА

*Допущено Министерством высшего
и среднего специального образования СССР
в качестве учебника для геологоразведочных
вузов и факультетов*



ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
НЕФТЯНОЙ И ГОРНО-ТОПЛИВНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Москва 1963

А Н Н О Т А Ц И Я

Книга является учебником для студентов геологоразведочных факультетов университетов, нефтяных и геологоразведочных вузов. Она также представляет большой интерес для инженерно-технических работников геофизической службы.

Учебник содержит изложение основных предпосылок применения электрических методов для решения геологических задач поискового, картировочного и разведочного характера. В нем изложены элементы теории методов, описание аппаратуры, методика полевых работ и способы геологического истолкования результатов измерений. Рассмотрены вопросы, связанные с определением электромагнитных свойств горных пород и с методами их измерения. Книга делится на две части: одна часть посвящена описанию методов разведки постоянным током, другая — методам, использующим ток, изменяющийся во времени.

Рецензенты:

Кафедра разведочной геофизики Московского геологоразведочного института им. Орджоникидзе.

Зав. кафедрой геофизических методов разведки Свердловского горного института профессор Саковцев Г. П.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В последние годы отечественная учебная литература по курсу электроразведки обогатилась рядом весьма хороших пособий, как, например, курс В. Н. Дахнова, учебник Л. Л. Ляхова и Ю. В. Якубовского, учебник В. Н. Головцына. Такие учебники, как курс электроразведки Л. Я. Нестерова, Н. С. Бибикова и А. Ш. Усманова и автора настоящей книги, устарели и не отражают современного состояния этой дисциплины. В новых, упомянутых выше работах либо освещается одна определенная сторона электроразведки — обстоятельно написанный учебник В. Н. Дахнова освещает лишь электроразведку в области изучения нефтяных и газовых месторождений, — либо излагается материал чрезмерно сыто, как, например, в учебниках Л. Л. Ляхова и Ю. В. Якубовского, а также и В. Н. Головцына. В предлагаемой вниманию читателя книге сделана попытка изложить курс электроразведки применительно к изучению месторождений различных полезных ископаемых и несколько более подробно остановиться на физико-математических обоснованиях различных модификаций электроразведки. При написании курса использован материал из учебника автора, изданного в 1943 г., но в него внесены существенные изменения и переработки. Совершенно выпущен из учебника раздел, посвященный каротажу скважин, ибо по этому разделу прикладной электроразведки имеются обстоятельно составленные учебники В. Н. Дахнова и С. Г. Комарова. Опущено описание таких модификаций электроразведки, которые не нашли себе применение в последние два десятилетия и, по-видимому, будут заменены другими формами исследований. В то же время в учебник включено описание новых способов электроразведочных исследований, появившихся в последние годы. По отношению к этим новым методам сделана попытка дать некоторые элементы теории их и принципы рабочей аппаратуры без детального ее описания.

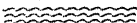
Относительно характера изложения материала учебника я позволю себе остановиться на некоторых общих положениях. Мне представляется, что учебник не должен быть энциклопедией теоретических знаний и практических навыков по освещаемой им дисциплине. Учебник должен быть построен так, чтобы он не загружал

изучающего большим количеством практически может быть очень полезных сведений, а стимулировал самостоятельную работу учащегося. С аппаратурой и приемами работы изучающий ознакомится во время своих учебных и особенно производственных практик, которым в последнее время уделяется большое внимание. Поэтому на этих материалах много останавливаться оснований нет.

В то же время обстоятельно и достаточно полно следует изложить принципы, основные положения различных, в настоящее время весьма многочисленных модификаций электроразведки, отметить специфические особенности решаемых той или иной модификацией задач, подчеркнуть то своеобразие геологической обстановки, в которой та или иная модификация окажется наиболее эффективной. При этом нет необходимости излагать решение всех тех задач, которые разрешены в рассматриваемой области, а следует дать общие принципы решения с анализом какого-либо одного, возможно, более простого варианта, чтобы детали теоретических исследований не заслонили существа дела. На решении задач, заинтересовавших учащегося, он может остановиться самостоятельно, воспользовавшись приведенным в учебнике списком литературы, далеко не полным, но все же отражающим все основные работы по различным разделам электроразведки.

Таковы общие установки, которых я старался придерживаться. Насколько мне это удалось — судить трудно.

Считаю своим приятным долгом принести благодарность за помощь при оформлении рукописи учебника сотрудникам кафедры физико-географических методов исследования земной коры геологического факультета МГУ В. К. Хмелевскому, А. В. Корякиной, Р. П. Григорьевой и Г. Н. Волковой.



ВВЕДЕНИЕ

Первая половина текущего столетия явилась временем интенсивного развития таких методов геологических исследований, в основе которых положено изучение физических явлений, обязанных своим существованием особенностям строения земной коры. К числу таких методов относятся и методы электроразведки. Эти методы имеют дело с комплексом явлений, связанных с возникновением и распространением в земной коре электромагнитного поля, постоянного во времени или изменяющегося по определенному закону. Так как особенности рассматриваемых явлений обязаны особенностям строения земной коры, распределению в ней горных пород с различными электромагнитными характеристиками (главным образом удельным электрическим сопротивлением и в меньшей степени диэлектрической и магнитной проницаемостями) то, естественно, что изучение этих явлений и может быть положено в основу изучения строения земной коры.

В порядке разъяснения этого положения рассмотрим несколько абстрактный пример. Пусть под плоской земной поверхностью находится совершенно электрически однородная среда, т. е. такая среда, которая всюду имеет одно и то же удельное электрическое сопротивление. Если каким-либо образом создать в этой среде постоянный электрический ток, то характер его распределения может быть изображен определенной системой токовых линий или поверхностей равного потенциала. Представим себе теперь, что внутри нашей однородной среды внесено тело с иным удельным сопротивлением. Распределение тока во внешней части среды по отношению к внесенной неоднородности сейчас же изменится и изменится тем заметнее, чем больше размеры внесенного тела и чем больше разница между его удельным сопротивлением и сопротивлением среды. Токовые линии и эквипотенциальные поверхности деформируются по сравнению с прежним их видом, и эти деформации мы сможем заметить на достаточно большом расстоянии от области нарушения однородности. Изучение деформаций поверхностей равного потенциала, сравнение наблюдаемого, искаженного присутствием неоднородности, распределения этих поверхностей с их распределением в случае однородной среды и дает материал для суждений о местонахождении неоднородности. Это изучение, естественно, может быть сделано

в очень ограниченной части среды, например на земной поверхности. В качестве эталона для сравнений наблюдаемого распределения линий пересечения с земной поверхностью поверхностей равного потенциала мы выбираем распределение этих линий над однородной средой. Последнее же можно найти теоретически, не прибегая к помощи эксперимента, который практически не может быть поставлен, так как мы никогда не будем уверены в том, что условие однородности среды выполнено.

Из рассмотрения этого абстрактного примера мы можем сделать, однако, некоторые практически интересные заключения. Так, можно считать очевидным, что при небольших глубинах залегания неоднородности ее влияние заметнее, чем при глубинах больших; при прочих равных условиях влияние неоднородности тем заметнее, чем больший объем занимает неоднородность и чем больше разнится удельное сопротивление неоднородности от удельного сопротивления вмещающей среды.

Первые опыты, которые можно было бы назвать электроразведочными, относятся к 1830 г., когда Фостер установил наличие связи между двумя месторождениями путем пропускания тока в медных копиях Корнуэльса. После этих первых опытов прошло более 70 лет, прежде чем начали проводить новые исследования с электрическим током. Начало этих новых работ связано с именами С. Schlumberger во Франции, Н. Lundberg и К. Sundberg в Швеции и О. Gish и W. Rooney в Америке, Е. И. Рагозина в России. Работа Е. И. Рагозина «О применении электричества к исследованию рудных залежей», изданная в 1903 г. в С.-Петербурге, содержит основные элементы современной теории электроразведки.

В СССР электроразведка начала развиваться с 1924 г., сначала методы переменного электрического тока (шведский вариант), а затем мощное развитие получили методы постоянного электрического тока. Объектом применения методов переменного тока явились рудные месторождения, областью же применения методов постоянного тока в основном оказались структуры в осадочных образованиях, интересующие нефтяную промышленность. Развитие теории электроразведки тесно связано с именами А. А. Петровского, В. Р. Бурсиана и других.

Основным параметром горных пород при электроразведке, как уже было сказано, является их удельное электрическое сопротивление. Можно сказать, что самое существование электроразведки определяется различиями в удельных сопротивлениях горных пород; если бы земная кора состояла из пород с одним и тем же удельным сопротивлением, то электроразведка ничего бы не могла сказать о строении земной коры.

В действительности удельные сопротивления различных горных пород различаются весьма существенно — на много порядков. Более того, одна и та же горная порода, в особенности порода оса-

дочного происхождения, может иметь различное удельное сопротивление в зависимости от ее состояния и условий залегания, внутренней структуры, температуры, давления.

Удельное сопротивление горных пород определяется:

- 1) минеральным составом;
- 2) внутренней структурой, расположением минеральных зерен и природой вещества цементирующего зерна;
- 3) пористостью;
- 4) влагонасыщенностью и минерализацией растворов в порах пород;
- 5) температурой;
- 6) давлением.

Минералы различной породы имеют различное удельное сопротивление и могут быть или хорошими проводниками для электрического тока, или изоляторами. К минералам первой группы следует отнести сульфиды металлов и минералы, содержащие некоторые металлические окислы. Высоким сопротивлением обладают кварц, слюда, каменная соль и многие другие минералы, не содержащие в себе металлов — «электронных проводников». В связи с этим удельное сопротивление горной породы будет зависеть от природы минералов, из которых порода сложена. Так, руды или некоторые горные породы, минерализованные сульфидами, характеризуются весьма небольшими значениями удельных сопротивлений порядка долей или единиц ом-сантиметров. Породы кварцсодержащие, полевошпатовые, сланцы и другие, т. е. породы изверженные и метаморфические, как правило, характеризуются высокими значениями удельного сопротивления, достигающими до величин порядка 10^{18} ом · см. Сопротивление этих пород, взятых из различных мест, может быть неодинаковым, но, как правило, эти различия не очень велики.

Удельное сопротивление рыхлых пород осадочного происхождения изменяется в широких пределах и определяется в основном не минеральным скелетом породы, а пористостью, степенью насыщения пор породы растворами, минерализацией растворов и т. п. Поэтому по электропроводности горные породы осадочного комплекса можно рассматривать как проводники ионной природы.

Представляется интересным установить хотя бы в самых общих чертах некоторые закономерности, связывающие удельные сопротивления растворов, находящихся в порах породы, и удельные сопротивления твердых зерен с величиной удельного сопротивления породы в целом.

Горную породу представим себе как электролит с удельной проводимостью γ , в который внесено большое количество плохо проводящих электрический ток зерен. Удельную электропроводимость зерен обозначим через γ_0 . Буквой α обозначим долю объема породы, занятого электролитом; тогда на долю объема, занимаемого твер-

дыми зернами, приходится $(1-\alpha)$ всего объема. Твердые зерна будем, конечно, считать распределенными в породе равномерно. Для установления интересующих нас соотношений предположим, что порода заполняет объем шара очень большого радиуса, находящийся в электролите проводимости γ . Это предположение не вносит никаких ограничений в конечные выводы. Пусть весь шар, заполненный породой, внесен в поле постоянного тока плотности j_0 . Если обозначить искомую проводимость породы через $\bar{\gamma}$, то плотность тока \bar{j} внутри шара, как мы в дальнейшем увидим, определяется выражением

$$\bar{j} = j_0 \left(1 - \frac{\bar{\gamma} - \gamma}{\bar{\gamma} + 2\gamma} \right).$$

Величина этой плотности тока зависит от степени заполнения объема большого шара зернами породы. Если бы, с одной стороны, в объеме шара совершенно отсутствовали зерна породы, т. е. $\bar{\gamma}$ было бы равно γ , то плотность тока внутри сферической области была бы равна j_0 . Если бы, с другой стороны, весь объем шара был заполнен материалом зерен, т. е. веществом с проводимостью γ_0 , то

$$\bar{j} = j_0 \left(1 - \frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0 + 2\gamma} \right).$$

Таким образом, величина $\frac{\bar{\gamma} - \gamma}{\bar{\gamma} + 2\gamma}$, определяющая изменение плотности тока внутри шара, изменяется от нуля (в породе, для которой $\alpha = 1$ или $1 - \alpha = 0$) до значения $\frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0 + 2\gamma}$ (в породе, для которой $\alpha = 0$ или $1 - \alpha = 1$). Считая изменение рассматриваемой величины пропорциональным $(1 - \alpha)$, т. е. доли объема, занятого зернами, мы можем написать

$$\frac{\bar{\gamma} - \gamma}{\bar{\gamma} + 2\gamma} = (1 - \alpha) \frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0 + 2\gamma}.$$

Это уравнение и позволит нам определить $\bar{\gamma}$ в функции γ , γ_0 и α . Решая его, получим

$$\bar{\gamma} = \gamma \frac{\gamma_0 (3 - 2\alpha) + 2\alpha\gamma}{\gamma_0\alpha + \gamma(3 - \alpha)}.$$

Величина α может изменяться, как мы видели, от нуля до единицы. Эта величина определяется объемом пор породы и зависит от формы зерен и характера их расположения. При одинаковых по размерам сферических зернах и таком их расположении, чтобы их центры находились в вершинах кубов, ребра которых равняются диаметру зерен, коэффициент α имеет величину $\left(1 - \frac{1}{6}\pi\right) \approx 0,476$.

При наиболее плотной упаковке сферических зерен (гексагональное расположение) $\alpha = 1 - \frac{\sqrt{2}}{6} \pi \approx 0,260$. Таким образом, для породы со сферическими зернами величина удельной электропроводности может изменяться от значения, близкого к удельной электропроводности раствора, заполняющего поры породы (при $\alpha = 1$), до величины

$$\gamma = \frac{2,48 \gamma_0 + 0,52 \gamma}{0,26 \gamma_0 + 2,74 \gamma}.$$

В том случае, когда $\gamma_0 \ll \gamma$, последняя величина принимает значение $0,19 \gamma$. Если, наоборот, $\gamma_0 \gg \gamma$, т. е. зерна породы имеют очень высокую электропроводность, то электропроводность такой породы будет равна $9,54 \gamma$. Следовательно, порода, построенная из идеально проводящих зерен сферической формы, будет иметь проводимость, лишь в 10 раз превышающую проводимость раствора, заполняющего поры, даже при наиболее плотной упаковке зерен.

Для породы, построенной из зерен в форме вытянутых эллипсоидов вращения и расположенных своими осями по направлению течения электрического тока, мы можем аналогичным способом получить формулу

$$\bar{\gamma} = \gamma \frac{4\pi\gamma_0 + (\gamma_0 - \gamma) \alpha (L - 4\pi)}{4\pi\gamma + (\gamma_0 - \gamma) \alpha L},$$

где L — величина, определяемая отношением полуосей эллипсоида. Если обозначить буквой a большую полуось эллипсоида, а буквой b малую, то значения L , соответствующие ряду значений отношения $\frac{b}{a}$, можно свести в таблицу.

$\frac{b}{a}$	L
1 (шар)	$4,19 \left(= \frac{4}{3} \right)$
$\frac{1}{2}$	2,19
$\frac{1}{3}$	1,37
$\frac{1}{5}$	0,70

Если проводимость зерен весьма мала по сравнению с проводимостью раствора ($\gamma_0 \ll \gamma$), то формулу для электропроводности среды можно переписать в виде

$$\bar{\gamma} = \gamma \frac{\alpha (4\pi - L)}{4\pi - \alpha L}.$$

Нетрудно найти, что для кубического расположения зерен независимо от размеров осей эллипсоидов наименьшее значение коэффициента α определяется числом 0,476. В связи с этим значением α получим следующие величины.

$\frac{b}{a}$	$\frac{\bar{\gamma}}{\gamma}$
1	0,38
0,5	0,43
0,33	0,45
0,2	0,47

Результаты вычислений указывают на чрезвычайно большую роль электролита, находящегося в порах породы, если зерна ее являются плохими проводниками электрического тока. Последнее предположение почти всегда подтверждается, как об этом можно заключить из рассмотрения табл. 1, содержащей значения удельных проводимостей главнейших парообразующих минералов.

Таблица 1

Минерал	$\gamma,$ $ом^{-1} \cdot см^{-1}$	$\alpha,$ $ом \cdot см$
Кварц	$10^{-14} - 10^{-17}$	$10^{14} - 10^{17}$
Полевой шпат	$10^{-13} - 10^{-14}$	$10^{13} - 10^{14}$
Кальцит	$10^{-10} - 10^{-14}$	$10^{10} - 10^{14}$
Слюда	$10^{-15} - 10^{-16}$	$10^{15} - 10^{16}$
Каменная соль	$10^{-9} - 10^{-14}$	$10^{-9} - 10^{14}$
Ангидрит	$10^{-10} - 10^{-12}$	$10^{-10} - 10^{12}$

Что касается проводимости растворов, заполняющих поры породы, то для нее мы можем привести числа от единиц $ом^{-1} \cdot см^{-1}$ до $10^{-3} ом^{-1} \cdot см^{-1}$ в зависимости от содержания и природы солей, растворенных в воде. Наиболее высокой электропроводностью характеризуются обычно глубинные сильно минерализованные воды, но даже весьма пресные естественные воды, содержащие очень небольшие количества растворенных солей, имеют удельную электропроводность порядка $10^{-3} - 10^{-4} ом^{-1} \cdot см^{-1}$ и лишь для только что выпавшей метеорной воды можно привести число 10^{-5} . Увеличение проводимости воды в зависимости от содержания в ней растворенных солей особенно ярко выражено в области низких концентраций, из-

меряемых тысячными и сотыми долями процента. О таком характере изменения удельной электропроводности можно судить по табл. 2, в которой приведены значения электропроводности для растворов различной концентрации наиболее часто встречающихся солей. Концентрация выражена в грамм-эквивалентах на 1 л раствора. Значения грамм-эквивалентов солей даны в скобках под химической формулой соли.

Таблица 2

С (концентрация)	KCl (74,56)	NaCl (58,46)	$\frac{1}{2}$ CaCl ₂ (55,50)	$\frac{1}{2}$ MgSO ₄ (60,19)	$\frac{1}{2}$ Na ₂ SO ₄ (82,52)
3,0	0,0881	0,0564	0,0497	0,0161	—
2,0	923	0,0647	0,0580	0,0214	0,0396
1,0	981	0,0742	0,0674	0,0290	0,0503
$1 \cdot 10^{-1}$	0,01118	0,00918	0,00881	0,00496	0,00776
$1 \cdot 10^{-2}$	0,001222	0,001017	0,001032	0,000761	0,000961
$1 \cdot 10^{-3}$	0,0001271	0,0001063	0,0001118	0,0000999	0,0001058
$1 \cdot 10^{-4}$	0,00001288	0,00001079	0,00001150	0,00001096	0,00001097

Поскольку проводимость рыхлых горных пород определяется в основном проводимостью растворов, находящихся в порах породы, и существенно зависит от физических условий (температуры, давления), при которых находится раствор, то названные факторы влияют и на проводимость горных пород. Качественные выражения связи между изменениями проводимости и температуры точно установлены лишь для чистых растворов. Что же касается горных пород, то изучение этих связей лишь начинается. Можно во всяком случае считать, что изменение проводимости пород в зависимости от сравнительно небольших изменений температуры происходит линейно с достаточно высокой степенью точности. Тогда формуле, определяющей связь проводимости горных пород и температуры, можно придать вид:

$$\gamma_t = \gamma_{18} [1 + \alpha (t - 18)].$$

В этой формуле γ_t — проводимость породы при температуре $t^\circ \text{C}$; γ_{18} — проводимость при температуре 18°C (обычная температура, к которой относят измеренные значения удельных проводимостей); α — температурный коэффициент. Сколько-нибудь точными сведениями о числовых значениях этого коэффициента мы не располагаем. Можно лишь утверждать, что влияние температуры на удельное сопротивление горных пород отличается от ее влияния на сопротивление чистого электролита в силу различной структуры раствора и горной породы. Сказанное в еще большей степени можно отнести к влиянию давления. Надлежит подчеркнуть, что формула для γ_t становится неприменимой в области температур, близких к нулю

или отрицательных. В этом случае переход раствора из жидкого состояния в состояние твердое может происходить своеобразно с частичным выпадением твердых, выкристаллизовавшихся солей, с частичным переходом воды в твердое состояние и повышением концентрации раствора в оставшейся жидкой части. Все это чрезвычайно усложняет характер температурных влияний в области низких температур.

Все сказанное относится к проводимости горных пород для постоянного тока. При переменном токе проводимость определяется не только проводимостью омической, но и эффектами индуктивности и емкости. Кроме того, в отношении омического сопротивления нет единого мнения: является ли эта величина постоянной при всех частотах, в основном применяемых в электроразведке, или она начинает изменяться в области относительно невысоких частот.

Согласно существующим представлениям о механизме течения тока в электролите, развитым на базе теории Дебая — Гюккеля, последнее связано с движением ионов вместе с так называемой ионной оболочкой, имеющей заряд, противоположный по знаку заряду рассматриваемого иона. Заряд этой оболочки обуславливает наличие электрических сил взаимодействия между нею и ионом, который она окружает. В спокойном состоянии структура ионной оболочки обладает шаровой симметрией, и потому равнодействующая всех электростатических сил со стороны этой оболочки на центральный ион равна нулю. Если же в растворе течет ток, то рассматриваемый ион перемещается в одну сторону, а его оболочка в противоположную, причем перемещение последней сопровождается перемещением жидкости, увлекаемой этой оболочкой при ее движении. В результате возникает асимметрия в расположении иона и оболочки, что вызывает появление тормозящей движения иона электростатической силы — так называемой силы релаксации. Кроме того, иону приходится преодолевать сопротивление движущейся ему навстречу жидкости, увлекаемой оболочкой. Эта вторая тормозящая сила называется электрофоретической силой.

Возникновение ионной оболочки или ее исчезновение происходит не мгновенно, а в течение некоторого промежутка времени — времени релаксации. Величина этого интервала времени в чистом электролите определяется формулой

$$\theta = \frac{a}{C} 10^{-10} \text{ сек.},$$

где C — концентрация в грамм-ионах на 1 л; a — некоторая постоянная, зависящая от природы иона. Значение этой величины для одновалентных ионов заключено между нулем и 2, и потому время релаксации для растворов однонормальной концентрации оценивается величиной порядка 10^{-10} сек. Для более разведенных растворов оно увеличивается и при $C = 0,001$ н доходит до 10^{-7} сек.

В связи с этими представлениями течение переменного тока в электролите сопровождается особенностями, выражающимися в том, что, когда период изменения тока приближается к времени релаксации, проводимость электролита увеличивается. Из приведенной формулы для θ это увеличение проводимости можно наблюдать в области частот порядка 10 *мац*. Результаты многих экспериментов позволяют, однако, подметить изменение сопротивления рыхлых горных пород в области более низких частот. Следует здесь еще раз отметить, что правильность этих заключений некоторыми исследователями оспаривается. Во всяком случае механизм изменений проводимости горных пород, в порых которых находятся растворы, может существенно отличаться от механизма изменений проводимости чистых растворов.

Другим электрическим параметром, характеризующим среду, является ее диэлектрическая проницаемость. Значение этого параметра становится заметным при работах с переменным током и лишь при достаточно высоких частотах. Поэтому практическое значение этого параметра для электроразведочных измерений пока невелико.

Диапазон изменений диэлектрической проницаемости для горных пород значительно уже, чем для удельного сопротивления. Этот параметр изменяется в пределах от 1—2 до 80 в единицах СГСЕ. В табл. 3 дается представление о величине диэлектрической проницаемости ϵ для различных пород.

Таблица 3

Порода	ϵ	Порода	ϵ
Гранит	7—19	Песок (сухой)	2,5
Сиенит	7—13	Глина (сухая)	3,5
Порфир	14—17	Известняк	15,0
Базальт	12	Трат	19—40
Кварцит	6,6	Почва (сухая)	2
Песчаник (сухой)	9—11	Почвы (49%-ной влажности)	8
Песчаник (15%-ной вла- жности)	От 9 до 41		

Влияние различного рода факторов на диэлектрическую проницаемость горных пород изучено весьма мало. Есть основания, однако, думать, что на этот параметр влияет влажность породы. С увеличением влажности диэлектрическая проницаемость увеличивается и наоборот, что связано с большой величиной этого параметра для воды, достигающей значения 81. Кроме того, так как диэлектрическая проницаемость воды с температурой изменяется в довольно больших пределах: при 100° С для воды $\epsilon = 55$, то температура существенно изменяет диэлектрическую проницаемость пористых

влажносатщенных пород. Еще более резкое изменение диэлектрической проницаемости будет на тех глубинах, где жидкая вода переходит в газообразное состояние.

О третьей величине, определяющей структуру электромагнитного поля в среде, — магнитной проницаемости — мы скажем весьма немного. Этот параметр подобно диэлектрической проницаемости может играть заметную роль лишь при работах с токами высокой частоты. Однако так как величина его почти для всех горных пород (за исключением пород, содержащих заметные количества элементов группы железа) ничтожно мало отличается от единицы, то с этой величиной в современной электроразведочной практике считаться не приходится.

Общая характеристика электрических параметров горных пород, которую мы дали на предыдущих страницах, позволяет оценить значение каждого из них для электроразведки. Мы установили, что основное значение имеет удельная электропроводность или обратная величина — удельное сопротивление — и для работ с токами высокой частоты, кроме удельного сопротивления, и диэлектрическая проницаемость. Рассмотрим методы измерения этих двух величин.

Измерение удельной электропроводности горных пород

Чрезвычайно большое значение влажности в определении удельной проводимости горных пород заставляет весьма осторожно подходить к оценке результатов измерений этой величины, произведенных на образцах пород в лабораторных условиях. Весьма часто между результатами измерений удельной электропроводности в естественной обстановке и в лаборатории наблюдаются чрезвычайно большие различия, обязанные, с одной стороны, некоторым изменениям внутренней структуры образца, особенно для рыхлых пород, и, с другой стороны, — что, по-видимому, является более существенным — образец, попадающий в лабораторию, даже при достаточно обстоятельном парафинировании имеет иную влажность, чем в естественных условиях в толще земной коры. Это обстоятельство заставляет относиться с большим доверием к числам, полученным в результате полевых измерений, чем к величинам, найденным в лаборатории.

Однако далеко не всегда можно поставить эксперимент в полевой обстановке; в ряде случаев проведение его сопряжено с чрезвычайно большими осложнениями, среди которых не последнее место занимают и соображения экономического порядка. Кроме того, при проведении лабораторного эксперимента имеется возможность в какой-то мере управлять условиями опыта, изучать влияние того или иного фактора на измеряемую величину и тем самым с большим удобством и простотой определять закономерности, существующие между этими факторами и изучаемой удельной электропроводностью.

В связи с этим разработка надлежащей методики лабораторных измерений имеет весьма актуальное значение.

Оставляя пока в стороне указанные преимущества лабораторного эксперимента и рассматривая его лишь как средство, позволяющее получить сведения об интересующем нас значении удельного сопротивления горной породы, необходимо наметить те условия, при которых результаты, полученные в лаборатории, должны ближе всего подходить к результатам полевых измерений. Таких условий в свете того, что было сказано, можно указать два: сохранение в изучаемом образце той степени влажности, которую порода имеет в естественном состоянии, и сохранение в образце такой же структуры, как и в природных условиях. Выполнение этих условий частично обеспечивается тщательным парафинированием свежеотобранных образцов, аккуратным их извлечением и защитой от механических воздействий.

После этих общих замечаний перейдем к описанию отдельных методов измерения удельного электрического сопротивления образцов горных пород.

Метод охранного кольца. Образец породы берется в виде плоскопараллельной пластинки и на каждую ее сторону плотно накладывают станиоловые обкладки обычно прямоугольной или квадратной формы. Эти обкладки служат электродами при включении образца в цепь электрического тока. На рис. 1 приведена схема такой установки. Здесь *A* и *B* — электроды обкладки; *E* — источник тока, разность потенциалов которого измеряется вольтметром *V*; милли- или микроамперметр *G* служит для измерения силы тока, текущего через образец от одного электрода к другому. Один из электродов (рис. 1, верхний) окружен станиоловым же кольцом, тоже плотно прижатым к поверхности образца. Это кольцо включено в цепь тока, минуя измерительный прибор *G*; назначение кольца — отведение из измерительной цепи токов, могущих течь по поверхности образца.

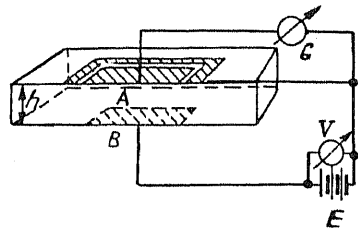


Рис. 1. Схема установки для измерения удельного сопротивления горных пород методом охранного кольца.

При протекании тока в месте контакта образца — порода с металлом электродов — последние поляризуются. Это происходит на контакте электронного и ионного проводников. Появившаяся электродвижущая сила поляризации направлена противоположно электродвижущей силе батареи, и потому ток, протекающий через образец, будет таким, каким он был бы при неполяризующихся электродах и при электродвижущей силе батареи, уменьшенной на величину электродвижущей силы поляризации. Так как недоучет этого уменьшения может привести к грубым ошибкам при измерении

удельного сопротивления породы, то надлежит измерить величину электродвижущей силы поляризации. Для этого после замера тока измерителем G батарею E отключают и наблюдают ток, обязанный влиянию поляризации. Измерение поляризационного тока надлежит делать возможно скорее после включения батареи, так как поляризационный эффект с течением времени уменьшается иногда довольно быстро. Величину тока поляризации надлежит прибавить к току, измеренному при включенной батарее, и тогда, когда можно пренебречь сопротивлением подводящих проводов, находят сопротивление R_0 образца по формуле

$$R_0 = \frac{E}{I},$$

где E — электродвижущая сила батареи, измеренная вольтметром V ; I — суммарный ток. По величине R_0 удельное сопротивление ρ материала образца можно вычислить по формуле

$$\rho = \frac{R_0 S}{h},$$

где S — площадь электродов; h — толщина образца. Недостатки

Рис. 2. Измерение удельного сопротивления методом четырех электродов.

рассмотренного метода: неизбежные ошибки в оценке роли поляризационных эффектов, особенно тогда, когда они резко изменяются с течением времени, и недоучет роли переходных сопротивлений электродов, могущих иметь большие значения при измерении влажных образцов.

Метод четырех электродов. Принципиальная схема установки для работ по этому методу изображена на рис. 2. Испытуемый образец берется возможно больших размеров с одной плоской поверхностью, на которой располагаются вдоль одной прямой четыре электрода обычно на равных расстояниях друг от друга. Внешние электроды A и B служат для введения в образец постоянного тока от батареи B_2 , сила которого измеряется гальванометром G . Между внутренними электродами M и N измеряется разность потенциалов. Определение последней ведется электрометрическим способом: измеряются порознь потенциалы U_M и U_N каждого из измерительных электродов относительно земли и затем составляется разность $U_M - U_N$. Для измерений потенциалов нить электрометра E приключают поочередно к каждому из электродов M и N и наблюдают ее отклонение. Ножи электрометра приключаются к полюсам батареи B_1 с заземленной средней точкой.

Вычисление удельного сопротивления ведется по формуле

$$\rho = K \frac{U_M - U_N}{I},$$

где I — сила тока в цепи питающих электродов; K — множитель, зависящий от геометрических характеристик установки. В случае равных расстояний между электродами, т. е. при $AM = MN = NB = a$ и достаточно больших по сравнению с $AB = 3a$ размерах образца, множитель $K = 2\pi a$.

Отметим здесь некоторые детали установки. Чтобы контакты между электродами и образцы были достаточно надежными, их осуществляют не путем простого соприкосновения, а несколько более сложным способом. В нужных местах на поверхности образца помещают капельки студня, приготовленного из желатина или агар-агара, сваренного на насыщенном растворе медного купороса. Размеры капелек при расстоянии между электродами около 1 см не должны превышать 0,6—0,8 мм в поперечнике. В качестве электродов, которые вводятся в эти капельки, следует применять медную проволоку диаметром 0,3—0,4 мм.

Напряжение батареи B_1 берется около 200—300 в (изменением ее напряжения можно регулировать чувствительность электрометра). Для предохранения ее от случайных коротких замыканий в провода, идущие от полюсов батареи к ножам электрометра, включают балластные сопротивления величины около 1 Мом каждое.

Батарея B_2 в зависимости от сопротивления образца должна иметь напряжение от 10 до 250 в. Гальванометр вводится в цепь таким образом, чтобы его можно было шунтировать и тем самым изменять его шкалу.

Градуировка электрометра производится путем наблюдения отклонения нити при заданных на нее напряжениях, снимаемых с сопротивления R , которым замыкается специальная батарея B_3 . Схема соединений для градуировки показана на рис. 2 пунктиром. Градуировка осуществляется при выключенной батарее B_2 .

Размеры образца рекомендуется выбирать не меньшими $6 \times 6 \times 6$ см³ при $a = 1$.

Четырехэлектродную схему можно видоизменять различным образом в зависимости от формы образца. Так, если образец имеет вид цилиндра (керна из буровой скважины), то, сделав торцы цилиндра плоскими и по возможности параллельными друг другу, можно питающие электроды прижать к торцам, как это показано на рис. 3, а измерительные — устроить в виде станиолевых колец, расположенных на средней части цилиндра. Тогда, измерив разность потенциалов ΔU между измерительными электродами и силу тока I

в цепи питающих электродов, можно вычислить удельное сопротивление образца по формуле

$$\rho = \frac{\pi d^2}{4l} \frac{\Delta U}{I},$$

где d — диаметр цилиндрического образца; l — расстояние между измерительными электродами-кольцами.

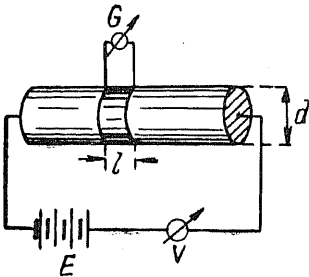


Рис. 3. Измерение удельного сопротивления кернов методом четырех электродов.

Измерение разности потенциалов можно вести при помощи электрометра (первый вариант четырехэлектродной схемы) или воспользоваться потенциометрическим методом, принцип и аппаратура которого будут описаны в дальнейшем при изложении основ метода сопротивлений.

Недостатки метода — трудность учета боковых влияний при ограниченных размерах образца и наличие не поддающихся учету действий поверхностных токов, имеющих особенно большое значение при измерении образ-

цов пород, способных адсорбировать влагу из воздуха.

Эталонный метод. Сущность этого метода заключается в сравнении удельного сопротивления испытуемого образца с сопротивлением некоторого эталона, который лучше всего изготовить из породы, сходной с изучаемой. Таким образом, этот метод является относительным и получение абсолютных значений удельного сопротивления будет возможно лишь при знании величины удельного сопротивления эталона в принятой системе единиц. Эталон в целях сохранности заключается в эвакуированную стеклянную гильзу. Питающие и измерительные электроды эталона установлены раз навсегда, и отводы от них выведены через гильзу наружу. Схема соединений названного методом изображена на рис. 4. Здесь A — эталон, B — испытуемый образец. При помощи электродов a_1b_1 и a_2b_2 , прижатых к торцам эталона и образца, и тот и другой включаются в цепь постоянного тока, доставляемого батареей E . С измерительных электродов m_1n_1 и m_2n_2 напряжение подается к клеммам переключателя. Ток, протекающий между измерительными электродами, заряжает конденсатор C , который затем разряжается через баллистический гальванометр G . Отброс последнего пропорционален протекшему

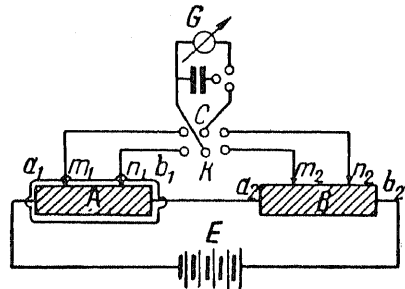


Рис. 4. Эталонное сопротивление.

Здесь A — эталон, B — испытуемый образец. При помощи электродов a_1b_1 и a_2b_2 , прижатых к торцам эталона и образца, и тот и другой включаются в цепь постоянного тока, доставляемого батареей E . С измерительных электродов m_1n_1 и m_2n_2 напряжение подается к клеммам переключателя. Ток, протекающий между измерительными электродами, заряжает конденсатор C , который затем разряжается через баллистический гальванометр G . Отброс последнего пропорционален протекшему

через него электрическому заряду, который в свою очередь пропорционален разности потенциалов между измерительными электродами. Таким образом, отношение значений отбросов стрелки гальванометра при подключении конденсатора к парам электродов $m_1 n_1$ и $m_2 n_2$ будет равно отношению разностей потенциалов между электродами, т. е. отношению величин, обратных удельным сопротивлениям эталона и испытуемого образца.

Недостатками метода является, с одной стороны, необходимость придания образцам определенной формы и, с другой стороны, невозможность учета влияния поверхностной проводимости образца.

Все рассмотренные методы измерения удельных сопротивлений основывались на использовании постоянного тока. Можно, однако, построить методы измерения той же величины с использованием переменного тока. Такие измерения имеют ряд преимуществ по сравнению с первой группой методов: меньше сказывается влияние поляризации электродов, возможно применение усилительных схем. При использовании переменного тока можно измерить не только удельное сопротивление,

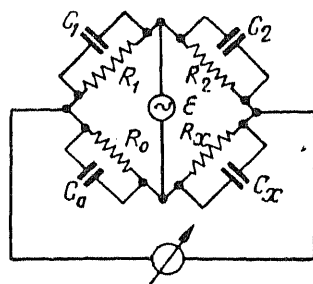


Рис. 5. Измерение R_x и C_x мостиковой схемой.

но также и диэлектрическую проницаемость образца и т. д.

Мостиковый метод измерения удельного сопротивления и диэлектрической проницаемости. Схема установки изображена на рис. 5. Два плеча мостика построены из равных сопротивлений R_1 и R_2 , параллельно которым включены емкости C_1 и C_2 , назначение которых является уравниванием собственных распределенных емкостей сопротивлений R_1 и R_2 . В два других плеча мостика включено эталонное сопротивление R_0 , эталонный конденсатор C_0 и образец, зажатый между двумя параллельными пластинами, образующий конденсатор с емкостью C_x и сопротивлением уточки R_x . В одну диагональ мостика включен источник переменного тока E , в другую — измерительный прибор, состоящий из усилителя, детектора и стрелочного измерительного прибора. При балансе мостика будет $R_x = R_0$, $C_x = C_0$. Измерение можно проводить на разных частотах, что позволит изучить влияние частоты тока на измеряемые величины.

Величины R_1 и R_2 целесообразно выбирать одного порядка с измеряемой величиной R_x .

Определив R_x и C_x , можно найти удельное сопротивление ρ и диэлектрическую проницаемость ϵ образца по формулам

$$\rho = R_x \frac{S}{l}, \quad \epsilon = \frac{4\pi l}{S} C_x,$$

где l — толщина образца — расстояние между зажимными пластинами; S — площадь поперечного сечения образца.

Измерение удельного сопротивления и диэлектрической проницаемости на высокой частоте. Для измерения названных характеристик горных пород проф. А. А. Петровским в 1937 г. была предложена схема, изображенная на рис. 6. Колебательный контур лампового генератора состоит из катушки самоиндукции L величиной

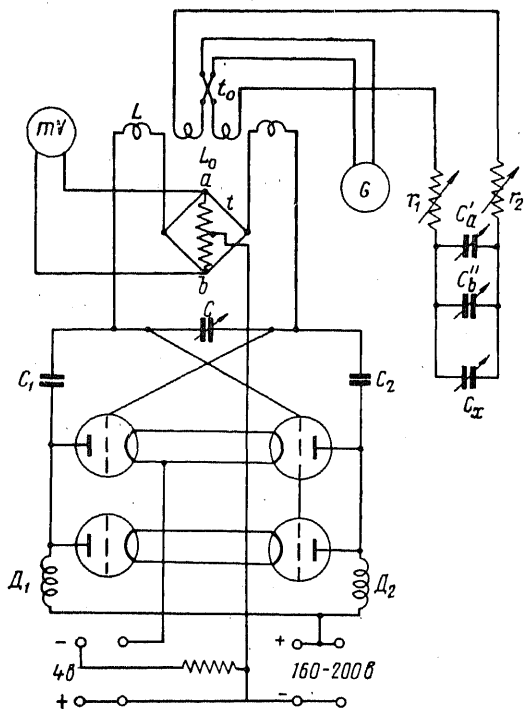


Рис. 6. Измерение R и C_x на высокой частоте.

в 18 $\mu\text{кн}$ и переменного конденсатора C с максимальной емкостью 1000 $\mu\text{ккф}$. Катушка L разделена на две секции, между которыми включен термоэлектрический мостик t , позволяющий измерять силу тока в контуре посредством милливольтметра mV , приключаемого к точкам a и b мостика. Между этими же точками включено сопротивление в 24 000 ом , каждая половина которого играет роль утечки сеток лампы генератора. Последний собран по двухтактной схеме с параллельным питанием. Конденсаторы C_1 и C_2 имеют величину порядка 1000 $\mu\text{ккф}$, дроссели D_1 и D_2 имеют по 50 витков. Работает генератор на четырех лампах УБ-110, включенных параллельно по две в каждое плечо.

При измерениях настраивают сначала вторичный контур в резонанс с колебательным при выключенных сопротивлениях r_1 и r_2 и емкости C_x . Настройка производится конденсаторами C_a и C_b . Пусть полная величина введенной емкости есть C_1 .

Включают конденсатор C_x без породы и снова настраивают теми же конденсаторами C_a и C_b вторичный контур. Пусть новая емкость пустого конденсатора C_x может быть найдена как разность $C_0 = C_1 - C_2$.

В конденсатор C_x вносится испытуемый образец породы и снова вторичный контур настраивается в резонанс с первичным. Пусть новая емкость конденсаторов C_a и C_b будет C_3 . Определяем по показанию гальванометра G ток I во вторичном контуре.

Переменными сопротивлениями r_1 и r_2 вводим во вторичный контур некоторое безындукционное сопротивление R_1 и снова настраиваем контур в резонанс. При этом получим новую силу тока I_1 .

Полученных данных достаточно для нахождения интересующих нас удельного сопротивления и диэлектрической проницаемости породы. Для вывода конечных формул проведем следующие рассуждения. Образец породы, вносимый в конденсатор C_x , занимает часть объема между пластинами этого конденсатора. Если придать образцу вид параллелепипеда с сечением $S = ab$ и толщиной h , то емкость C_x можно представить себе состоящей из трех емкостей: C' — емкости, приходящейся на долю образца; C'' — емкости незаполненной части конденсатора с сечением S ; C''' — емкости тех частей конденсатора, в которых поток электростатической индукции не пронизывает испытуемую породу. На рис. 7, а дана схема конденсатора C_x с внесенным в него образцом, на которой различной штриховкой обозначены области, учитываемые при определении емкостей C' , C'' и C''' . На рис. 7, б изображена эквивалентная схема этого конденсатора с образцом. Так как последний не является идеальным изолятором, то на схеме емкость C' показана зашунтированной сопротивлением R . Пунктиром изображена емкость контура C_3 , по отношению к которой конденсатор C_x включен параллельно.

Если обозначить через U напряжение, приложенное к этой системе емкостей, и через I' , I'' , I''' и I^{IV} — соответственно токи, текущие в ветвях емкостей C' , C'' , C''' и C^{IV} , то, так как суммарный ток, проходящий через разветвление, есть I_1 , мы можем написать следующую систему равенств:

$$I_1 = I' + I'' + I''' + I^{IV}, \quad I''' = i\omega C'''U, \quad I^{IV} = i\omega C_3U,$$

$$I' = \left(\frac{1}{R} + i\omega C'\right)U' = i\omega C''U'', \quad U' + U'' = U,$$

где через U' и U'' обозначены напряжения, действующие на обклад-

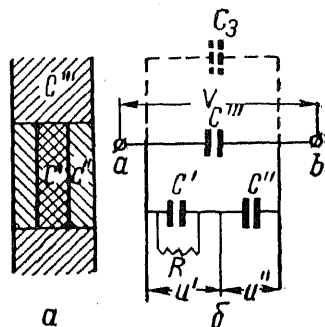


Рис. 7. Схематическое изображение распределений емкостей в конденсаторе с образцом породы.

ках конденсаторов C' и C'' , ω — круговая частота переменного тока. Из последних двух равенств определяем U' и U'' :

$$U' = \frac{i \omega C''}{\frac{1}{R} + i \omega (C' + C'')} U,$$

$$U'' = \frac{\frac{1}{R} + i \omega C''}{\frac{1}{R} + i \omega (C' + C'')} U.$$

Таким образом, для полной силы тока получим

$$I = \left[i \omega (C'' + C_3) + \frac{i \omega C'' \left(\frac{1}{R} + i \omega C' \right)}{\frac{1}{R} + i \omega (C' + C'')} \right] U.$$

Из этой формулы явствует, что для комплексного сопротивления Z во вторичном контуре можно написать

$$Z = \frac{1}{i \omega (C'' + C_3) + \frac{i \omega C'' \left(\frac{1}{R} + i \omega C' \right)}{\frac{1}{R} + i \omega (C' + C'')}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{R} + i \omega (C' + C'')}{i \omega \frac{1}{R} (C_3 + C'' + C''') + \omega^2 [C' C'' + (C' + C'') (C'' + C_3)]}.$$

Выделяя вещественную и мнимую части комплексного сопротивления, получим для омического сопротивления R_l емкости C_l формулы

$$R_l = \frac{RC''^2}{(C_3 + C'' + C''')^2 + \omega^2 R^2 [C' C'' + (C' + C'') (C'' + C''')]},$$

$$C_l = \frac{(C_3 + C'' + C''')^2 + \omega^2 R^2 [C' C'' + (C' + C'') (C'' + C''')]}{(C_3 + C'' + C''')^2 + \omega^2 R^2 (C' + C'') [C' C'' + (C' + C'') (C'' + C''')]}$$

или если ввести обозначение

$$C_3 + C'' + C''' = m,$$

то

$$R_l = \frac{RC''^2}{m^2 + \omega^2 R^2 [C' m + C'' (C_3 + C''')]},$$

$$C_l = \frac{m^2 + \omega^2 R^2 [C' m + C'' (C_3 + C''')]^2}{m^2 + \omega^2 R^2 (C' + C'') [C' m + C'' (C_3 + C''')]}$$

Путем принципиально несложных, но достаточно громоздких преобразований из написанных формул можно найти R и C' — омическое сопротивление образца породы и его емкость. Для этих величин можно написать выражения

$$R = \frac{R_l}{C''^2} \left[m^2 + \frac{(m - C_l)^2}{\omega^2 R_l^2 C_l^2} \right],$$

$$C' = \frac{C''(C'' - m)}{m} + \frac{1}{m} \frac{C'' C_l (m - C_l)}{m^2 \omega^2 R_l^2 C_l^2 + (m - C_l)^2}.$$

Так как образец имеет поперечное сечение $S = ab$ и толщину h , а в конденсаторе C_x расстояние между пластинами имеет определенную величину d , то можно принять

$$C'' = \frac{ab}{4\pi(d-h)}, \quad C''' = C_0 - \frac{ab}{4\pi d}$$

и, следовательно,

$$m = C_3 + C_0 + \frac{ab}{4\pi d} \frac{h}{d-h}.$$

Так как при отключенном C_x и при включенном C_x с образцом породы мы настраиваем контур на одну и ту же частоту путем изменения лишь емкости градуировочных конденсаторов C_a и C_b , то,

$$C_1 = C_l.$$

Вводя в колебательный контур безындукционное сопротивление R_1 , мы не изменяем его настройки, и потому действующее напряжение в контуре остается неизменным. Поэтому можно было бы написать

$$IR_l = I_1(R_l + R_1),$$

если индикатором тока являлся бы прибор, не поглощающий энергии. Однако поскольку в описываемой установке применен гальванометр с термоэлементом, то последнее равенство должно быть заменено таким:

$$I^2 R_l = I_1^2 (R_l + R_1).$$

Отсюда находим

$$R_l = \frac{I_1^2 R_1}{I^2 - I_1^2}.$$

Таким образом, все величины, входящие в формулы, для R и C' оказываются определенными и нахождение этих величин является

теперь простой вычислительной операцией. Определив их, можно вычислить ρ и ε для образца породы по формулам

$$\rho = R \frac{ab}{h}, \quad \varepsilon = C' \frac{4\pi h}{ab}.$$

В 1955 г. А. В. Вешев опубликовал результаты определения удельного сопротивления и диэлектрической проницаемости горных пород, основанные на использовании прибора Q -метра, предназначенного для измерения добротности контуров. В этом приборе имеются генератор переменного тока и колебательный контур, содержащий эталонное сопротивление и емкость. Сила тока измеряется тепловым амперметром, а напряжение — ламповым вольтметром.

Измерение состоит из двух операций: настройки в резонанс колебательного контура эталонным конденсатором без образца в контуре и такой же настройки с образцом. При первой операции определяются емкость C_1 и добротность Q_1 , при второй — C_2 и Q_2 . Вычисление удельного сопротивления и диэлектрической проницаемости ведется по формулам

$$\rho = \frac{2Q_1Q_2S}{C_1(Q_1 - Q_2)4\pi hb},$$

$$\varepsilon = \frac{4\pi(C_1 - C_2)h}{S},$$

где S — площадь поперечного сечения образца; h — его толщина.

Количество модификаций электрических методов разведки весьма велико. Обусловлено это, с одной стороны, многообразием наших возможностей управления электромагнитным полем и, с другой стороны, многогранностью самого поля, допускающей его изучение путем измерения различных элементов поля. К этому необходимо добавить еще и различие влияний среды на характер поля в связи с существованием трех электромагнитных параметров: удельной проводимости, диэлектрической и магнитной проницаемостей. В порядке пояснения этой мысли укажем, что мы имеем возможность создавать в изучаемой части земной коры электромагнитные поля различных видов: поля постоянные и переменные, причем последние могут быть неперiodическими (импульсы или дуги) и периодическими. В отношении периодических колебаний мы располагаем весьма большим диапазоном частот. Характер зависимости поля от времени определяет различия в методах изучения влияния среды на это поле. В основу изучения можно положить различные характеристики поля: пространственное распределение различных величин поля и особенности временных изменений этих величин. Методика исследований может быть построена на изучении электрических или магнитных элементов поля, и здесь характер зависимости поля от времени накладывает свой отпечаток на методику наблюдений. В то время как для стационарных полей изучение электрических

и магнитных его компонент может быть поставлено в принципе совершенно оторванно друг от друга, при изменяющихся полях на работу наших измерительных устройств начинают влиять оба эти элемента и притом тем больше, чем резче изменяется поле во времени. Как мы только что отметили, характер зависимости поля от времени является причиной преобладающих влияний либо одного, либо другого свойства среды, в которой поле существует: в области медленных изменений при низких частотах в случае периодически изменяющегося поля структура поля в основном определяется распределением проводимости среды, при высоких частотах все более и более начинают сказываться ее диэлектрические свойства.

Характер зависимости поля от времени определяет и технику возбуждения поля: от источников постоянного тока, требующих заземлений при создании поля постоянного тока в земле, мы переходим к генераторам переменного электромагнитного поля, которые при достаточно высоких частотах могут обходиться без устройства заземлений.

Таким образом, основным фактором, определяющим существование различных модификаций электроразведки, является зависимость изучаемого электромагнитного поля от времени. Располагая по этому признаку существующие варианты методов электроразведки, можно построить следующую схему.

Методы постоянного тока

- Метод естественных электрических токов.
- Метод сопротивлений (электропрофилирование, электротондирование).
- Метод заряженного тела.
- Метод эквипотенциальных линий.

Низкочастотные методы переменного тока

- Метод теллурических токов.
- Магнитотеллурическое зондирование и профилирование.
- Метод интенсивности.
- Амплитудно-фазовый метод.
- Метод индукционных зондирований.
- Дипольное электромагнитное зондирование (частотное и дистанционное).
- Метод эквипотенциальных линий.
- Метод заряженного тела.

Среднечастотные методы переменного тока

- Метод индукции.
- Методы аэроэлектроразведки (бесконечно длинного кабеля, индукции, вращающегося поля).

Высокочастотные методы переменного тока

Метод просвечивания.

Метод компарирования и пеленгации (радиокип).

Радиоволновые методы.

Нестационарные поля

Метод вызванных потенциалов.

Метод становления постоянного тока.

Области применения названных методов электроразведки различны. При изучении значительных глубин порядка 1—3 км применяются метод постоянного (метод сопротивлений) тока или переменного тока весьма низких частот (магнитотеллурический метод, дипольное электромагнитное зондирование). При изучении глубин порядка немногих сотен метров применяются методы как постоянного, так и переменного тока низких и средних частот. Увеличение частоты возможно в тех случаях, когда глубина исследований невелика. Высокочастотные методы применяются при исследовании весьма малых глубин или при изучении толщ весьма высокого удельного сопротивления. В этих случаях глубинность исследований может быть оценена немногими десятками метров.

Цикл вопросов, решаемых электроразведкой, весьма обширен. Кроме задач, связанных с изучением глубоких структур, глубинного геологического картирования или с поисками и разведкой полезных ископаемых, электроразведка не без успеха применяется при решении ряда проблем инженерно-геологического характера: изучение оснований под капитальные сооружения (промышленные сооружения, дамбы, плотины), решение вопросов, связанных с водоснабжением населенных пунктов, поиски и разведка минеральных вод и т. п. Имеются возможности использования электроразведки в дорожном деле; изучение трасс проектируемых железных дорог и автострад, наблюдение за состоянием дорожного полотна. Последняя группа вопросов представляет особенный интерес для районов, пораженных мерзлотой, занимающих большую долю пространств СССР. Можно назвать еще ряд задач, в решении которых используется электроразведка, как, например, борьба с коррозией трубопроводов, обводнением горных выработок, наблюдение за состоянием горных пород, при проходке туннелей и т. п. Надо, наконец, отметить еще одну область применения электроразведочных исследований — это различные формы изучения буровых скважин. Это направление привело к построению уже обособившегося раздела прикладных знаний, получившего название каротажа скважин. Теории и практике каротажа посвящены специальные работы, и поэтому на этих вопросах в дальнейшем мы останавливаться не будем.

В заключение этой вводной части курса остановимся на краткой характеристике принципиальных особенностей геологического истолкования результатов электроразведочных измерений. Эффективность электроразведки в каждом отдельном случае определяется не только рациональным выбором метода исследований, но также и правильностью интерпретации результатов работ, правильностью тех геологических выводов, которые сделаны на основе анализа результатов исследований. Последнее положение имеет принципиальное значение в связи с тем, что так называемая обратная задача геофизики — определение элементов возмущающих масс на основании изучения возмущения физического поля в ограниченной части пространства — теоретически допускает бесконечно большое число решений. Другими словами, каждому наблюдаемому пространственному распределению величин, характеризующих изучаемое физическое поле или явление, можно найти бесконечно большое количество объяснений, одинаково теоретически правильных, бесконечно большое количество возможных распределений причин, создающих наблюдаемый эффект. Задача интерпретатора — выбрать из этого многообразия решений такое, которое окажется наиболее подходящим к условиям эксперимента, измерений. Для такого выбора необходимо хорошо разбираться в этих условиях, учитывать обстановку работ, правильно применить те гипотезы, которые следует положить в основу выбора наиболее подходящего решения. В этом отношении большую помощь интерпретатору принесет знание геологии изучаемого участка и умение разбираться в геологической обстановке исследования. Даже общие геологические указания весьма часто позволяют значительно сократить многозначность решения и тем самым сделать более вероятными те заключения, которые являются конечной целью электроразведочных работ.



ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

**МЕТОДЫ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ
С ПОСТОЯННЫМ ТОКОМ**

Г л а в а I

**ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ
С ПОСТОЯННЫМ ТОКОМ**

**§ 1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПОЛЯ
ПОСТОЯННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В ЗЕМЛЕ**

При электроразведке, как это было отмечено в введении к курсу, изучают электромагнитные поля токов, текущих в земле, и поэтому установление закономерностей, определяющих эти поля, установление связей, существующих между отдельными их элементами, является основной задачей теории электроразведки. Решение этой задачи необходимо как для правильного понимания наблюдаемых электроразведчиком явлений, а следовательно, и для рациональной постановки наблюдений, так и для правильного геологического истолкования результатов проведенных исследований. Исходя из этого положения, мы попытаемся установить основные законы, управляющие распределением величин, характеризующих поле электрического тока, текущего в земле, причем в первую очередь остановимся на изучении закономерностей, определяющих поле постоянного тока. Последнее обусловлено тем, что, с одной стороны, методы электроразведки, основанные на использовании постоянного тока, имеют в настоящее время большое производственное значение и, с другой стороны, теория поля постоянного электрического тока достаточно проста.

Когда в земле, которую мы будем рассматривать как проводящую среду, характеризующуюся в каждой ее точке значением удельной проводимости γ , течет постоянный электрический ток, то для любого объема, взятого внутри этой среды, кроме точек приложения электродвижущих сил, обуславливающих течение тока, будет справедливо положение, которое может быть сформулировано следующим образом:

количество электричества, поступающее при протекании тока внутрь рассматривае-

мого объема, равно количеству электричества, вытекающему из него.

Обозначив плотность тока символом j , мы можем записать это положение в виде

$$\int_S j_n dS = 0, \quad (1)$$

где S — поверхность, ограничивающая выделенный объем, n — направление нормали к этой поверхности в каждой ее точке; j_n — проекция плотности тока на нормаль к поверхности. Интеграл, стоящий в левой части равенства, распространен на всю поверхность.

Пользуясь теоремой Гаусса для преобразования поверхностного интеграла в объемный, мы можем представить написанное равенство в виде

$$\int_T \operatorname{div} j d\tau = 0,$$

где T — объем, ограниченный поверхностью S ; интегрирование распространено на весь объем, заключенный внутри этой поверхности.

Равенство (1) будет справедливо для любого объема среды, не включающего внутрь себя областей приложения электродвижущих сил, создающих ток. Лишь для поверхности, ограничивающей электрод, через который в среду вводится электрический ток, значение интеграла (1) будет равно не нулю, а полной величине силы тока, стекающего с электрода. Последнее положение, практически справедливое при определении элементов поля тока в среде, строго говоря, не точно, так как всякий электрод присоединен проводом к источнику тока и по этому проводу к электроду течет такой же по величине ток, что и растекающийся от электрода в среде. Поэтому и для поверхности, ограничивающей объем, занятый электродом, равенство (1), строго говоря, остается в силе. Следует, однако, иметь в виду, что на распределение поля постоянного тока в среде наличие изолированного от этой среды подводящего провода практически влияния не оказывает и поле тока, введенного через электрод, можно рассматривать как поле тока, создаваемого источником, совпадающим с электродом. При таком представлении равенство (1) для поверхности, окружающей электрод, должно быть заменено равенством, содержащим в правой части полную величину стекающего с электрода тока. Исключая здесь из рассмотрения эти поверхности, мы можем утверждать, что равенство (1) будет справедливо безотносительно к размерам объема T и мы можем выбрать ее сколь угодно малой. Если мы осуществим такой переход к дифференциально малому объему $d\tau$, то из всех элементов интеграла, стоящего в левой части равенства (1), у нас останется лишь один и мы из этого равенства получим

$$\operatorname{div} j d\tau = 0.$$

Сокращая последнее равенство на $d\tau$, мы приходим к фундаментальной формуле теории электроразведки с постоянным током, имеющей вид:

$$\operatorname{div} j = 0. \quad (2)$$

Это равенство может быть названо законом Кирхгофа в дифференциальной форме.

Другим исходным положением теории поля постоянного тока, текущего в среде с удельной проводимостью γ , является утверждение, именуемое законом Ома в дифференциальной форме, гласящее, что плотность тока в каждой точке среды пропорциональна электрическому напряжению E , действующему в этой точке, и удельной проводимости среды, т. е.

$$j = \gamma E. \quad (3)$$

Вектор напряжения поля E можно выразить через некоторую скалярную функцию U , называемую потенциальной функцией, соотношением

$$E = -\operatorname{grad} U. \quad (4)$$

Подставляя значение E , даваемое формулой (4), в правую часть формулы (3) и затем внося выраженную таким образом через U плотность тока в формулу (2), получим

$$\operatorname{div} (\gamma \operatorname{grad} U) = 0$$

или

$$\operatorname{grad} \gamma \operatorname{grad} U - \gamma \Delta U = 0, \quad (5)$$

где знак Δ , согласно существующим правилам, является обозначением дифференциальной операции над скаляром U , выражающейся в декартовых координатах формулой

$$\Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}.$$

Если принять γ не зависящей от координат, т. е. рассматривать среду, удельная проводимость которой во всех ее точках одна и та же, то

$$\operatorname{grad} \gamma = 0;$$

тогда из равенства (5) следует, что

$$\Delta U = 0.$$

Это уравнение, носящее название уравнения Лапласа, является основным дифференциальным уравнением поля постоянного тока. Определение U как функции координат точек среды равносильно определению всех элементов поля постоянного тока, поэтому с ин-

тегрированием написанного уравнения в теории электроразведки приходится встречаться весьма часто.

Имея в виду это исключительно большое значение уравнения Лапласа, дадим его выражение в наиболее часто встречающихся системах координат.

В декартовых координатах x , y , z рассматриваемое уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0;$$

в цилиндрических координатах r , φ , z

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0;$$

в сферических координатах r , θ , φ

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} = 0.$$

Поле электрического тока в проводящей среде может быть определено не только заданием для каждой точки этой среды скаляра U или векторов E и j , но также и заданием вектора магнитного поля этого тока. Возможность такого способа определения поля тока связана с существованием первого уравнения Максвелла, которое для стационарного электромагнитного поля имеет вид:

$$\operatorname{rot} H = \frac{4\pi}{c} j.$$

Из этого уравнения непосредственно вытекает, что задание вектора магнитного поля H в функции координат точки вполне однозначно определяет и вектор плотности тока j .

Мы уже отметили, что потенциальная функция U , определяющая поле постоянного тока, должна быть интегралом уравнения Лапласа, однако не всякий интеграл этого уравнения определит поле для данного конкретного случая: необходимо из бесконечного многообразия таких интегралов выбрать один, отвечающий условиям задачи. Математически эта операция сводится к надлежащему подбору произвольных постоянных, входящих в общий интеграл решаемого дифференциального уравнения. Этот подбор должен быть сделан на основе учета распределения источников поля и так называемых граничных условий.

Создание токового поля в проводящей среде осуществляется, как мы увидим в дальнейшем, путем введения в эту среду металлических тел (электродов), соединяемых проводом с зажимами источника тока. Наличие отличной от нуля проводимости среды и контакта между нею и электродами обуславливает течение тока от одного из этих электродов, приключенного к положительному полюсу

источника электрической энергии, к другому электроду, соединенному с отрицательным полюсом.

По основным положениям теории поля подводка тока от генератора к электроду не играет существенной роли, и мы можем рассматривать каждый из электродов либо как положительный, либо как отрицательный источник тока, или, другими словами, как области, в которых в единицу времени появляется или исчезает количество электричества, измеряемое силой питающего электрода тока I .

Возвращаясь к рассмотрению теории поля тока в проводящей среде, представим себе электрод, через который в эту среду входит ток силы I , окруженный замкнутой поверхностью S' . Обозначив значения нормальной составляющей плотности тока в точках этой поверхности через j_n , для интеграла

$$\int_{S'} j_n dS'$$

теперь получим значение, отличное от нуля, так как через всю поверхность S' должен протечь в среду весь ток силы I , поступающий извне к электроду, находящемуся внутри этой поверхности. Поэтому мы должны написать

$$\int_{S'} j_n dS' = I.$$

Поверхность S' можно стягивать до тех пор, пока она не сольется с поверхностью электрода, и по отношению к каждой из форм, принимаемых этой поверхностью, написанное равенство остается в силе. Предельный ее вид, совпадающий с видом поверхности электрода, определит одну группу условий, которым должна удовлетворять искомая функция U . Необходимо заметить, что в большинстве задач теории электроразведки расстояния от электродов тех точек, для которых определяется поле, бывают настолько велики, что вполне можно пренебречь формой этих предельных поверхностей и считать электроды точечными. Это обстоятельство весьма облегчает определение потенциальной функции U , так как вместо областей, ограниченных сложными поверхностями электродов, оказывается возможным рассматривать лишь отдельные точки, в которых уравнение Лапласа не удовлетворяется.

Наконец, другая группа условий, определяющих характер выбора постоянных в общем интеграле дифференциального уравнения для потенциальной функции, заключается в учете поведения элементов поля на границах изменения однородности среды, т. е. на поверхностях, ограничивающих область, занятую материалом с одним значением удельной проводимости, от области, заполненной веществом с другим значением этого параметра. Эти граничные условия сводятся к требованию непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного векторов стационарного

электромагнитного поля на этих граничных поверхностях. Математически это требование может быть записано в следующем виде: на границе раздела должны выполняться равенства

$$E_{x1} = E_{x2}, E_{y1} = E_{y2}, H_{x1} = H_{x2}, H_{y1} = H_{y2},$$

где E_{x1} , E_{y1} , H_{x1} , H_{y1} — значения компонент электрического и магнитного векторов по осям координат x и y , лежащих в касательной к границе раздела плоскости первой среды, бесконечно близко к этой границе; E_{x2} , E_{y2} , H_{x2} , H_{y2} — аналогичные компоненты для точек второй среды.

Нетрудно показать, что эта группа условий эквивалентна условиям: 1) непрерывности потенциала U при переходе через такую границу раздела; 2) непрерывности нормальной составляющей плотности тока на ней. Эта форма условий может быть представлена соотношениями

$$U_1 = U_2, \gamma_1 \frac{\partial U_1}{\partial n} = \gamma_2 \frac{\partial U_2}{\partial n},$$

где U_1 и U_2 — значения потенциальной функции в точках первой и второй сред, расположенных бесконечно близко к поверхности раздела, $\frac{\partial U_1}{\partial n}$ и $\frac{\partial U_2}{\partial n}$ — значения производных по нормали к этой границе в тех же точках; γ_1 и γ_2 — значения удельных проводимостей контактирующих сред.

Первое из написанных здесь равенств выполняется лишь тогда, когда на границе раздела отсутствуют контактные электродвижущие силы. При наличии последних при переходе через эту границу будет наблюдаться скачок потенциала, равный по величине этой контактной э. д. с. В дальнейшем, за исключением особо оговоренных случаев, мы будем рассматривать главным образом такие задачи, в которых контактные электродвижущие силы будут отсутствовать.

§ 2. ГРАНИЦА РАЗДЕЛА ЗЕМЛЯ — ВОЗДУХ

При электроразведке рассматриваются токи, распределенные в проводящей среде, какой является земля, ограниченной дневной поверхностью. Рассматривая лишь небольшие части земли по сравнению с размерами земного шара и отвлекаясь в первом приближении от учета рельефа земной поверхности, мы можем считать границу раздела земля — воздух плоской. Так как воздух по сравнению с землей является практически непроводником для электрического тока, то мы должны считать, что на поверхности земли $j_{n2} = 0$, т. е. нормальная составляющая плотности тока в воздухе отсутствует. В таком случае должна быть равна нулю и нормальная составляющая плотности тока в земле у ее поверхности. Физический смысл этого положения совершенно очевиден: не из воздуха в землю и не из

земли в воздух электрический ток не течет; если в земле существует электрический ток, то у поверхности земли его течение параллельно этой поверхности. Если представить себе, что все верхнее полупространство занято не воздухом, а такой же проводящей средой, какая находится в нижнем полупространстве, причем распределение проводящего материала, границ неоднородностей, распределение питающих электродов и т. д. в верхнем полупространстве симметрично (рис. 8) по отношению к земной поверхности, то и распределение тока в обоих полупространствах будет симметричным. Иными словами, распределение тока в полном пространстве с симметричным строением будет таково, что нормальные составляющие плотности тока у плоскости симметрии будут равны нулю, а потому картина распределения тока в нижнем полупространстве будет такой же, какой она была до заполнения верхнего полупространства проводящим материалом.

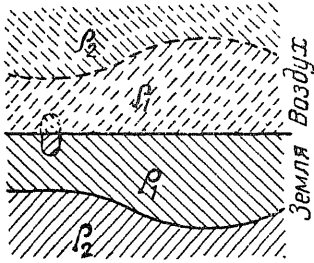


Рис. 8. Поле тока у границы раздела земля — воздух.

Необходимо лишь учесть то обстоятельство, что отраженные от земной поверхности электроды следует питать током удвоенной силы по сравнению с той силой тока, которая вводится через них в землю в действительном случае. Такая трансформация задачи значительно облегчает ее решение, так как при этой операции мы освобождаемся от учета граничных условий на поверхности земля — воздух. Эти условия при указанном способе решения выполняются автоматически.

§ 3. АНАЛОГИИ МЕЖДУ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИМ ПОЛЕМ И ПОЛЕМ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Между задачами о распределении постоянного тока в проводящей среде и электростатическими задачами для диэлектриков, лишенных объемно распределенных электрических зарядов, имеется настолько тесная аналогия, что в ряде случаев можно переносить почти без изменений приемы решения задач из одной области учения об электрических явлениях в другую. Чтобы найти эти элементы аналогии, установим связи между величинами, определяющими электростатическое поле заряженных проводников в незаряженном диэлектрике, и связи между элементами поля постоянного тока от эквипотенциальных электродов.

И в электростатике и в электродинамике стационарных процессов для напряжения поля существует одно и то же равенство

$$E = - \text{grad } U,$$

причем и в той и другой области

$$\Delta U = 0.$$

Между электростатической индукцией D , плотностью тока j и вектором E существуют связи:

$$D = \varepsilon E, \quad j = \gamma E,$$

позволяющие установить аналогии между D и j и между ε и γ . Эти аналогии подтверждаются, кроме того, равенствами

$$\operatorname{div} D = 0, \quad \operatorname{div} j = 0.$$

Первое из написанных здесь равенств обусловлено тем, что в незаряженном диэлектрике плотность объемно распределенных зарядов равна нулю.

На границе раздела двух диэлектриков в электростатическом поле и на границе двух проводников в поле постоянного тока выполняются граничные условия:

для незаряженных диэлектриков

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}, \quad D_{n 1} = D_{n 2};$$

для проводников без контактных электродвижущих сил

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}, \quad j_{n 1} = j_{n 2}.$$

Наконец, сравнивая интеграл, распространенный по поверхности заряженного проводника,

$$\int_S D_n dS = 4\pi q$$

с интегралом, распространенным на поверхность эквипотенциального электрода,

$$\int_S j_n dS = I,$$

можно установить аналогию между силой тока I , вытекающего из эквипотенциального электрода, с постоянным током и зарядом q проводника в задаче электростатики.

Установление этих аналогий позволяет, воспользовавшись известным решением задачи электростатики, написать решение для аналогичной задачи электродинамики. При этом необходимо заменить вектор D вектором j , скаляр ε скаляром γ и заряд q , умноженный на 4π , силой тока I .

Большой интерес представляет связь между электроемкостью проводника в электростатической задаче и сопротивлением такого же по форме и размерам заземления в задаче электродинамической.

Эту связь мы можем легко установить путем следующих рассуждений. Электрический заряд q проводника A связан с его емкостью в пустоте C , потенциалом U и диэлектрической постоянной среды ϵ соотношением

$$q = \epsilon CU,$$

следовательно,

$$C = \frac{q}{\epsilon U} = \frac{4\pi q}{4\pi\epsilon U} = \frac{1}{4\pi\epsilon U} \int_S D_n dS,$$

где интеграл распространен по поверхности проводника. Заменяя ϵ через γ и под знаком интеграла величину D вектором j , получим

$$C = \frac{1}{4\pi\gamma U} I = \frac{1}{4\pi\gamma} \frac{1}{U} \cdot \frac{1}{I}.$$

Отношение потенциала электрода U к величине стекающего через этот электрод в проводящую среду тока I называется сопротивлением электрода. О физической сущности этой величины будет сказано в дальнейшем, а сейчас лишь отметим установленную этой формулой аналогию между C и $R = \frac{U}{I}$. Согласно полученному соотношению величину сопротивления электрода можно вычислить по формуле

$$R = \frac{1}{4\pi\gamma C} = \frac{\rho}{4\pi C},$$

где $\rho = \frac{1}{\gamma}$ — удельное сопротивление среды. Выведенная формула справедлива для уединенного тела, находящегося в безграничной проводящей среде.

§ 4. ЗАЗЕМЛЕНИЯ. СФЕРИЧЕСКИЙ ЭЛЕКТРОД

Одним из существеннейших элементов установки, предназначенной для электроразведочных измерений, является электрод, посредством которого осуществляется контакт между землей и питающей или измерительной цепью. Чаще всего такие электроды оформляются в виде забиваемых в землю металлических стержней. Такой стержень или система их, присоединенная к источнику тока или измерительному прибору, носит название заземления. Знание закономерностей, определяющих поле такого заземления, позволит оценить значение этой существенной детали электроразведочной установки и правильно решить вопрос о наиболее рациональной конструкции заземления.

Наше изучение заземлений начнем с наиболее простого случая, имеющего, несмотря на его несколько абстрактный характер, как

увидим в дальнейшем, большой практический интерес, а именно со случая сферического электрода, помещенного в однородную безграничную среду. Абстрактность этого случая обусловливается тем обстоятельством, что на практике нам почти никогда не приходится применять сферические электроды, а практическая его значимость определяется тем, что единичный заземлитель или система их на достаточно больших расстояниях создают такое же поле, как и сферический электрод весьма малого радиуса.

Итак, предположим, что: 1) в безграничной однородной среде с удельным сопротивлением ρ находится сферический электрод A (рис. 9) радиуса a , через который в среду подается ток силы I ; 2) удельное сопротивление материала этого сферического электрода настолько мало по сравнению с удельным сопротивлением окружающей среды, что падением напряжения внутри электрода при протекании в нем тока можно пренебречь. При этих условиях потенциал всех точек электрода будет одинаков, и можно его назвать эквипотенциальным электродом. Вследствие шаровой симметрии во внешней среде токовые линии будут направлены радиально от центра шара, причем величина плотности тока на равных расстояниях от этого центра будет одинаковой. Можно найти эту величину на расстоянии r от центра шара по формуле

$$j = \frac{I}{4\pi r^2},$$

так как весь ток I , входящий через электрод в среду, протечет через поверхность сферы радиуса r . В силу существования условия $j = -\frac{1}{\rho} E = -\frac{1}{\rho} \text{grad } U$ и в силу того, что в рассматриваемой нами задаче с шаровой симметрией $\text{grad } U = \frac{\partial U}{\partial r}$, где U — потенциальная функция, определяющая поле электрического тока от электрода, написанное равенство можно представить в виде

$$dU = -\frac{\rho I}{4\pi} \frac{dr}{r^2}. \quad (6)$$

Интегрируя это равенство по r от $r = a$ до ∞ , т. е. от поверхности электрода до бесконечности, мы слова будем иметь разность потенциалов между точками поверхности электрода и бесконечностью, или, так как потенциал бесконечно удаленных точек равен нулю, потенциал электрода. Учитывая это замечание, после интегрирования получим

$$U_A = \frac{\rho I}{4\pi} \left(\frac{1}{r} \right)_a^\infty = \frac{\rho I}{4\pi a}. \quad (7)$$

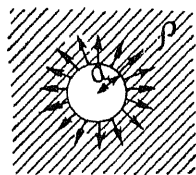


Рис. 9. Сферический электрод в безграничной среде.

Аналогичным образом, интегрируя равенство (6) от $r = x$ ($x > a$) до $r = \infty$, найдем потенциал точки, отстоящий на расстоянии x от центра шара, в виде

$$U_x = \frac{I \rho}{4\pi x}. \quad (8)$$

Существенный вывод, который можно сделать из последней формулы, состоит в том, что потенциал точек, отстоящих от центра шара на расстоянии x , не зависит от радиуса шара и определяется лишь расстоянием x , удельным сопротивлением среды ρ и силой вводимого через электрод тока I . Беспредельно уменьшая радиус электрода и сохраняя неизменным x и I , пользуясь последней формулой, можно вычислить потенциал, развиваемый в среде точечным электродом — математической абстракцией, имеющей, однако, большое практическое значение.

Обращаясь снова к формуле (7), прежде всего перепишем ее следующим образом:

$$\frac{U_A}{I} = \frac{\rho}{4\pi a},$$

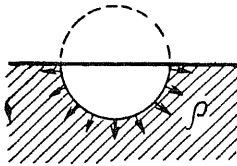


Рис. 10. Сферический электрод у границы раздела земля — воздух.

и установим физический смысл этого равенства. В левой части его находится отношение разности потенциалов между точками поверхности электрода и бесконечно удаленными точками к силе тока, текущего от электрода в бесконечность. Таким образом, эту величину можно рассматривать как сопротивление, оказываемое средой от поверхности электрода до бесконечности, радиально растекающемуся с электрода току. Обозначая это сопротивление буквой R , можно написать

$$R = \frac{\rho}{4\pi a}. \quad (9)$$

Сопротивление R носит название сопротивления сферического заземления или иногда переходного сопротивления электрода. Как видим, эти термины нельзя считать достаточно удачными, так как они не отображают физической сущности R . Поскольку, однако, эти термины вошли в обиход, будем ими пользоваться, не упуская при этом из вида их настоящего физического смысла.

Рассмотрим задачу, несколько отличную от предыдущей. Предположим, что полусферический электрод находится у поверхности земли, погруженный в нее до своей диаметральной плоскости (рис. 10). Землю предположим однородной и заполняющей все полупространство под плоскостью раздела. Верхнее полупространство будем считать заполненным воздухом, т. е. непроводником для

электрического тока. Поставим себе целью определить сопротивление такого полусферического электрода, находящегося у границы раздела. Пользуясь указанным уже методом решения такой задачи, мы отразим от поверхности раздела вверх все нижнее полупространство. При этом отражении полусферический электрод дополнится своим отражением до полной сферы, и мы получим задачу определения сопротивления полного сферического электрода в безграничной проводящей среде. Необходимо лишь питать этот сферический электрод током, в 2 раза большим тока, питающего полусферическое заземление. Таким образом, для решения интересующей нас задачи можно воспользоваться выведенной нами формулой (7), подставив в нее вместо I величину $2I$. Это дает

$$U_A = \frac{I \varrho}{2\pi a} \quad (7')$$

или сопротивление R полусферического заземления у границы раздела земля — воздух:

$$R = \frac{\varrho}{2\pi a}. \quad (9')$$

Аналогично формуле (8) для потенциала точки, находящейся в нижнем полупространстве на расстоянии от центра полусферического электрода, найдем формулу

$$U_x = \frac{I \varrho}{2\pi x} \quad (8')$$

Результаты, полученные путем решения электродинамической задачи, можно найти и иначе, используя те замечания, которые сделаны выше по поводу аналогий между задачами электростатическими и электродинамическими. В частности, для сопротивления сферического заземления на основе формулы, связывающей сопротивление электрода R с его электроемкостью C , $R = \frac{\varrho}{4\pi C}$; подставляя для емкости шара ее значение, равное a — радиусу шара, имеем

$$R = \frac{\varrho}{4\pi a}.$$

В случае полусферического электрода, пользуясь методом отражения, точно так же получим формулу (9).

Стержневой электрод

Электрод в виде круглого стержня толщиной $2b$, погруженный в землю на глубину a (рис. 11) и питаемый током силы I , создает в земле поле, тождественное с полем, создаваемым электродом длиной $2a$ и такой же толщиной, питаемым током силы $2I$, но находя-

щимся в безграничной среде. Поле такого электрода можно вычислить с достаточной для практики точностью как поле весьма вытянутого эллипсоида вращения с полуосями, равными a и b .

В настоящем разделе будем рассматривать лишь сопротивления различной формы электродов и поэтому перейдем непосредственно к вычислению этого сопротивления. Из курса электростатики известно, что емкость C трехосного эллипсоида с полуосями a , b , c выражается формулой

$$C = \frac{2}{\int_0^{\infty} \frac{dt}{\sqrt{(a^2+t)(b^2+t)(c^2+t)}}}.$$

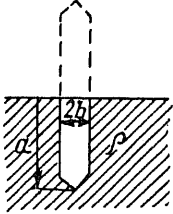


Рис. 11. Стержневой электрод.

В частном случае для вытянутого эллипсоида вращения $a \gg b = c$ будем иметь

$$C = \frac{2}{\int_0^{\infty} \frac{dt}{(b^2+t)\sqrt{a^2+t}}}.$$

Решая входящий в эту формулу интеграл подстановкой $a^2 + t = u^2$, находим

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \frac{dt}{(b^2+t)\sqrt{a^2+t}} &= 2 \int_0^{\infty} \frac{du}{u^2 - (a^2 - b^2)} = \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}} \left(\ln \frac{u - \sqrt{a^2 - b^2}}{u + \sqrt{a^2 - b^2}} \right) \Big|_a^{\infty} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}} \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a - \sqrt{a^2 - b^2}}. \end{aligned}$$

Таким образом, для емкости эллипсоида имеем формулу

$$C = \frac{2\sqrt{a^2 - b^2}}{\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a - \sqrt{a^2 - b^2}}}.$$

Воспользовавшись аналогиями в задачах электростатики и электродинамики, для сопротивления такого электрода получим

$$R = \frac{\rho}{2\pi \cdot 2\sqrt{a^2 - b^2}} \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a - \sqrt{a^2 - b^2}} = \frac{\rho}{4\pi \sqrt{a^2 - b^2}} \ln \frac{1}{b^2} \left(2a^2 - b^2 + 2a\sqrt{a^2 - b^2} \right).$$

Пренебрегая величиной b в числителе подлогарифмического выражения и в знаменателе коэффициента, найдем приближенную формулу

$$R \approx \frac{\rho}{2\pi a} \ln \frac{2a}{b}.$$

Дисковый электрод

В некоторых случаях при электроразведке устройство заземлений в виде металлических колец является затруднительным, особенно в условиях каменистого или мерзлого грунта. В этих случаях рекомендуется применять электроды особой конструкции в виде металлических сосудов, заполненных паклей или каким-либо другим подобным же материалом, пропитанным раствором соли (чаще CuSO_4) для лучшей его проводимости. Опрокинутый сосуд, заполненный хорошо проводящим материалом, позволяет осуществить контакт с твердым грунтом. Такое заземление можно рассматривать как дисковый электрод. Его сопротивление можно определить, исходя из той же формулы для электроемкости эллипсоида, которой пользовались при вычислении сопротивления стержневого электрода, так как диск можно рассматривать как весьма сжатый эллипсоид вращения. Учитывая, что в этом случае в интеграле формулы для C необходимо считать $a \ll b = c$, получим, делая такую же подстановку, как в предыдущем разделе:

$$\int_0^{\infty} \frac{dt}{(b^2+t)\sqrt{a^2+t}} = 2 \int_a^{\infty} \frac{du}{u^2+(b^2-a^2)} = \frac{2}{\sqrt{b^2-a^2}} \left(\text{arc tg } \frac{u}{\sqrt{b^2-a^2}} \right)_a^{\infty} = \\ = \frac{2}{\sqrt{b^2-a^2}} \text{arc tg } \frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a} = \frac{2}{\sqrt{b^2-a^2}} \text{arc sin } \frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a} .$$

Пользуясь методом аналогий, находим выражения для сопротивления:

сжатого эллипсоида вращения

$$R = \frac{\rho}{2\pi} \frac{\text{arc sin } \frac{1}{b} \sqrt{b^2-a^2}}{\sqrt{b^2-a^2}} ;$$

диска ($a \rightarrow 0$)

$$R = \frac{\rho}{2\pi b} \frac{\pi}{2} .$$

Линейный электрод

В некоторых электроразведочных методах применяются линейные электроды чаще всего в виде длинного, лишнего изоляции провода, заземляемого через определенные интервалы металлическими шпильками. При такой конструкции электрод уже нельзя считать эквипотенциальным, так как при достаточной длине проводника приходится учитывать омическое падение напряжения вдоль него. Сопротивление такого линейного заземления может быть с достаточной для практики точностью найдено при следующих допущениях:

1) стекание тока в землю происходит со всех точек линейного электрода; 2) сопротивление стеканию по всей длине электрода имеет одно и то же значение. Оба допущения не отвечают тому, что наблюдается в действительности, так как стекание тока происходит главным образом со шпилек, заземляющих линейный проводник. Кроме того, отдельные шпильки могут оказаться в различных по своему удельному сопротивлению грунтах, в силу чего сопротивление заземления таких шпилек не сохраняет постоянной величины. Однако при достаточной длине заземления и при достаточно частой установке шпилек можно говорить и о непрерывном стекании тока и о постоянстве среднего значения сопротивления заземления отдельных частей провода. Разумеется, и на больших участках систематические отклонения от таких средних значений сопротивлений могут вызвать заметные расхождения по сравнению с тем, что получается при отсутствии таких отклонений, и это обстоятельство следует иметь в виду при оценке наших выводов. Переходя к непосредственному решению задачи, обозначим длину провода буквой L , сопротивление единицы длины его буквой r , сопротивление стеканию тока на единицу длины провода g . Питание провода осуществляется с одного его конца; сила питающего тока — I_0 .

Рассмотрим элемент длины провода dx , имеющий потенциал U , меньший потенциала того конца провода, который приключен к источнику тока. Силу тока, текущего в этом элементе, обозначим через I . Эта величина меньше I_0 на сумму токов, которые стекли с электрода до точки, где находится выбранный нами элемент длины. При протекании тока на элементе dx происходит падение потенциала dU , определяемое формулой

$$dU = -Ir dx.$$

Знак минус указывает на падение потенциала. На этом же участке ток стекает в землю. Величина этого тока стекания, соответствующая уменьшению тока, текущего в проводе, пропорциональна потенциалу этого участка провода и длине выбранного участка и обратно пропорциональна сопротивлению утечки на единицу длины, т. е.

$$-dI = U \frac{dx}{g}.$$

Дифференцируя первое равенство по x и подставляя вместо $\frac{dI}{dx}$ значение этой производной, определенное из второго равенства, получим дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{r}{g} U.$$

Общий интеграл этого уравнения можно написать в виде

$$U = C_1 e^{\sqrt{\frac{r}{g}} x} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{r}{g}} x}$$

или, так как $I = -\frac{1}{r} \frac{dU}{dx}$,

$$I = -\frac{1}{\sqrt{rg}} (C_1 e^{\sqrt{\frac{r}{g}}x} - C_2 e^{-\sqrt{\frac{r}{g}}x}).$$

Постоянные C_1 и C_2 определим следующим образом. На конце линейного проводника учитываем лишь ток утечки, и так как сопротивление утечки несравненно больше сопротивления провода, то можно принять без большой погрешности, что при $x = L$ ток $I = 0$. Тогда

$$C_1 e^{\sqrt{\frac{r}{g}}L} - C_2 e^{-\sqrt{\frac{r}{g}}L} = 0.$$

В начале провода при $x = 0$ ток $I = I_0$, т. е.

$$I_0 = -\frac{1}{\sqrt{rg}} (C_1 - C_2).$$

Решая эти уравнения относительно C_1 и C_2 , имеем

$$C_1 = I_0 \sqrt{rg} \frac{e^{-\sqrt{\frac{r}{g}}L}}{e^{\sqrt{\frac{r}{g}}L} - e^{-\sqrt{\frac{r}{g}}L}},$$

$$C_2 = I_0 \sqrt{rg} \frac{e^{\sqrt{\frac{r}{g}}L}}{e^{\sqrt{\frac{r}{g}}L} - e^{-\sqrt{\frac{r}{g}}L}}.$$

Подставляя найденные выражения для C_1 и C_2 в формулу для U , получим

$$U = \frac{I_0 \sqrt{rg}}{e^{\sqrt{\frac{r}{g}}L} - e^{-\sqrt{\frac{r}{g}}L}} [e^{\sqrt{\frac{r}{g}}(L-x)} + e^{-\sqrt{\frac{r}{g}}(L-x)}].$$

Полагая здесь $x = 0$, определим потенциал начальной точки линейного электрода U_0 :

$$U_0 = I_0 \sqrt{rg} \frac{e^{\sqrt{\frac{r}{g}}L} + e^{-\sqrt{\frac{r}{g}}L}}{e^{\sqrt{\frac{r}{g}}L} - e^{-\sqrt{\frac{r}{g}}L}} = I_0 \sqrt{rg} \operatorname{cth} \sqrt{\frac{r}{g}}L.$$

Из этой формулы сразу же находим и сопротивление заземления:

$$R = \frac{U_0}{I_0} = \sqrt{rg} \operatorname{cth} \sqrt{\frac{r}{g}} L.$$

Представляется интересным рассчитать падение потенциала вдоль всего линейного электрода. Эту величину можно получить как разность между U_0 и значением U при $x = L$. Так как

$$U_L = \frac{2I_0 \sqrt{rg}}{e^{\sqrt{\frac{r}{g}} L} - e^{-\sqrt{\frac{r}{g}} L}},$$

то искомое падение напряжения

$$\begin{aligned} U_0 - U_L &= \frac{I_0 \sqrt{rg}}{e^{\sqrt{\frac{r}{g}} L} - e^{-\sqrt{\frac{r}{g}} L}} (e^{\sqrt{\frac{r}{g}} L} + e^{-\sqrt{\frac{r}{g}} L} - 2) = \\ &= I_0 \sqrt{rg} \frac{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{r}{g}} L - 1}{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{r}{g}} L} \end{aligned}$$

или

$$\frac{U_0 - U_L}{U_0} = \frac{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{r}{g}} L - 1}{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{r}{g}} L}.$$

Для оценки роли этого падения напряжения произведем небольшой числовой расчет. Положим, что $r = 1,72 \cdot 10^{-3}$ (медный провод с сечением $10,2 \text{ мм}^2$), $g = 1500$ (шпильки через 5 м при сопротивлении стекания шпильки, равном 300 ом) и $L = 1000$. В таком случае

$$\frac{U_0 - U_L}{U_0} = \frac{\operatorname{ch} 1,0708 - 1}{\operatorname{ch} 1,0708} = \frac{0,6302}{1,6302} = 0,386,$$

или $38,6\%$ от начального потенциала. Такое изменение потенциала вдоль провода существенно нарушает поле линейных электродов. В качестве мер борьбы с этим нарушением целесообразно увеличивать сечение электрода и питание подводить к нескольким точкам провода.

Системы заземлений

Сопротивление одного заземлителя при практически удобных размерах его имеет обычно довольно высокое значение, в силу чего для создания в земле токов достаточной силы приходится пользоваться

источниками тока с большой электродвижущей силой. Последнее весьма невыгодно на практике, так как при очень больших э. д. с. всегда существует для работников опасность поражения током. Поэтому для уменьшения сопротивления заземления его составляют из нескольких заземлителей, соединяемых в группу. Сопротивление такого сложного заземления ниже сопротивления единичного заземлителя, как это наблюдается при параллельном включении сопротивлений. Если сопротивление i -го заземлителя обозначить через R_i , то при бесконечно больших расстояниях между отдельными заземлителями общее сопротивление группы из n заземлителей R будет

$$R = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}} .$$

В том случае, когда R_i одинаковы, написанная формула имеет вид:

$$R = \frac{R_i}{n} .$$

В действительности же сопротивление отдельного заземлителя в группе отличается от сопротивления удвоенного заземлителя и тем больше, чем меньше расстояние между элементами группы. Причиной такого отличия является действие токовых линий одного заземлителя на токовые линии другого. Это влияние всегда выражается увеличением сопротивления.

Переходя к вычислению сопротивления реального сложного заземления, мы предположим, что размеры отдельных заземлителей в системе, образующей единое заземление, малы по сравнению с расстояниями между ними. В таком случае можно считать, что в месте, где находится заземлитель k , заземлитель m , отстоящий от первого на расстоянии d_{km} , создает потенциал

$$U_{km} = \frac{I_m \varrho}{2\pi d_{km}} .$$

Если заземление состоит из N заземлителей, то суммарный потенциал в месте k -го заземлителя от всех других заземлителей системы будет

$$U_k'' = \sum_{m=1}^N * \frac{I_m \varrho}{2\pi d_{km}} .$$

Знак * указывает, что суммирование производится по всем элементам, за исключением k -го. Собственный потенциал k -го заземлителя находим по формуле

$$U_k' = I_k R_k ,$$

где I_k — стекающий с этого заземлителя ток; R_k — сопротивление стеканию. Суммарный потенциал будет

$$U_k = I_k R_k + \sum_{m=1}^n \frac{I_m \varrho}{2\pi d_{km}}.$$

Рассмотрим два частных случая применения написанной формулы: расположение отдельных заземлителей по кругу и по прямой.

Допустим, что n заземлителей распределены на равном расстоянии по кругу радиуса a (рис. 12). В таком случае

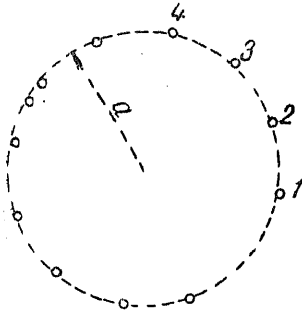


Рис. 12. Круговое заземление.

$$d_{km} = 2a \sin \frac{\pi}{n} (k - m).$$

Предположим еще, что каждый из заземлителей имеет одно и то же сопротивление и, следовательно, проводит одинаковую часть общего тока, т. е.

$$I_k = I_m = \dots = \frac{I}{n}.$$

в таком случае

$$U_k = \frac{I}{n} \left(R + \frac{\varrho}{2\pi \cdot 2a} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\sin \frac{\pi}{n} k} \right)$$

и сопротивление R_c всего заземления

$$R_c = \frac{R}{n} + \frac{1}{n} \frac{\varrho}{2\pi \cdot 2a} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\sin \frac{\pi}{n} k} = \frac{R}{n} \left(1 + \frac{\varrho}{4\pi a R} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\sin \frac{\pi}{n} k} \right).$$

Из последней формулы можно заключить, что сопротивление рассматриваемого заземления больше, чем $\frac{R}{n}$, если через R обозначить сопротивление каждого из параллельно включенных заземлителей при бесконечно большом расстоянии между ними. Если обозначить, как делает Оллендорф, коэффициент использования заземлителя, равный $\frac{R_c}{R}$, через η , то для него мы находим

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{\varrho}{4\pi a R} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\sin \frac{\pi}{n} k}}.$$

Для $f(n) = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\sin \frac{\pi}{n} k}$ Оллендорф дает таблицу.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
$f(n)$	0,50	0,77	0,96	1,10	1,22	1,32	1,41	1,48	1,55	1,81	1,98

Отклонение R_c от $\frac{R}{n}$ тем больше, чем меньше радиус a и число n . Это значит, что при тесном расположении отдельных заземлителей они используются не полностью.

В качестве второго примера рассмотрим случай линейного расположения заземлителей. Решение этой задачи позволит нам оценить качество наиболее распространенного в практике электроразведки с постоянным током заземления. Для определенности остановимся на четырехэлементном заземлении; этот метод решения нетрудно распространить на иное количество заземлителей.

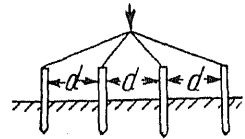


Рис. 13. Линейное заземление.

Предположим, что четыре одинаковых по качеству заземлителя расположены вдоль прямой на равных расстояниях один от другого (рис. 13). Находясь в системе, эти заземлители окажутся уже неравноценными; через внешние электроды в землю будет стекать больший ток, чем через внутренние. В этом можно убедиться путем следующих рассуждений. Обозначим токи, текущие через внутренние электроды, буквой I с индексом 1, а через внешние — такой же буквой, но с индексом 2. Тогда, обозначая через R_0 сопротивление отдельного заземлителя и через U потенциал зажима источника тока, присоединенного к заземлению, будем иметь

$$U = I_1 R_0 + I_1 \frac{\rho}{2\pi d} + I_2 \frac{\rho}{2\pi d} + I_2 \frac{\rho}{2\pi \cdot 2d},$$

$$U = I_2 R_0 + I_2 \frac{\rho}{2\pi \cdot 3d} + I_1 \frac{\rho}{2\pi d} + I_1 \frac{\rho}{2\pi \cdot 2d}$$

или

$$I_1 = U \frac{R_0 - \frac{7}{6} \frac{\rho}{2\pi d}}{\left(R_0 + \frac{\rho}{2\pi d}\right) \left(R_0 + \frac{\rho}{2\pi \cdot 3d}\right) - \frac{9}{4} \frac{\rho^2}{4\pi^2 d^2}},$$

$$I_2 = U \frac{R_0 - \frac{1}{2} \frac{\rho}{2\pi d}}{\left(R_0 + \frac{\rho}{2\pi d}\right) \left(R_0 + \frac{\rho}{2\pi \cdot 3d}\right) - \frac{9}{4} \frac{\rho^2}{4\pi^2 d^2}}.$$

Сравнение этих двух формул позволяет сразу же установить, что $I_2 > I_1$. Полный ток заземления

$$I = 2(I_1 + I_2) = 4U \frac{R_0 - \frac{5}{6} \frac{Q}{2\pi d}}{\left(R_0 + \frac{Q}{2\pi d}\right) \left(R_0 + \frac{Q}{2\pi \cdot 3d}\right) - \frac{9}{4} \frac{Q^2}{4\pi^2 d^2}},$$

так что результирующее сопротивление

$$\begin{aligned} R = \frac{U}{I} &= \frac{\left(R_0 + \frac{Q}{2\pi d}\right) \left(R_0 + \frac{Q}{2\pi \cdot 3d}\right) - \frac{9}{4} \frac{Q^2}{4\pi^2 d^2}}{4R_0 - \frac{10}{3} \frac{Q}{2\pi d}} = \\ &= \frac{R_0}{4} \frac{\left(1 + \frac{Q}{2\pi d R_0}\right) \left(1 + \frac{Q}{2\pi \cdot 3d R_0}\right) - \frac{9}{4} \frac{Q^2}{4\pi^2 d^2 R_0^2}}{1 - \frac{5}{6} \frac{Q}{2\pi d R_0}}. \end{aligned}$$

Для иллюстрации полученных общих формул подсчитаем сопротивление заземления, состоящего из четырех шпилек с $R_0 = 250$ ом, отстоящих друг от друга на расстоянии 50 и 100 см при $Q = 100$ ом·м. При этих данных найдем

$$\begin{aligned} R_{50} &= 62,5 \left[\frac{\left(1 + \frac{10^4}{6,28 \times 50 \times 250}\right) \left(1 + \frac{10^4}{6,28 \times 150 \times 250}\right) - \frac{9}{4} \frac{10^8}{(6,28)^2 \cdot 2500 \times 62500}}{1 - \frac{5}{6} \frac{10^4}{6,28 \times 50 \times 250}} \right] = 77,9, \\ R_{100} &= 62,5 \left[\frac{\left(1 + \frac{10^4}{2 \times 6,28 \times 100 \times 250}\right) \left(1 + \frac{10^4}{6,28 \times 300 \times 250}\right) - \frac{9}{4} \frac{10^8}{(6,28)^2 \times 10^4 \times 62500}}{1 - \frac{5}{6} \frac{10^4}{6,28 \times 100 \times 250}} \right] = 71,1. \end{aligned}$$

Мы видим, что удвоение расстояния между отдельными заземлителями в нашем случае уменьшает общее сопротивление заземления почти на 10%. Таким образом, чтобы обеспечить максимальное использование заземлителей, выгодно располагать их возможно дальше друг от друга.

§ 5. ПОЛЕ ЗАЗЕМЛЕНИЙ В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Расчет поля, создаваемого заземлителями в однородной среде, является одной из основных задач теории электроразведки, так как на сравнении наблюдаемых полей с полями в однородной среде, по существу говоря, строится вся теория геологической интерпретации результатов электроразведочных наблюдений. В дальнейшем изложении мы будем называть поля в однородной среде нормальными полями. При вычислении нормальных полей будем исходить по крайней мере в основных случаях из отмеченных уже аналогий между электростатикой и электродинамикой. Первым случаем, на котором мы остановимся, будет случай сферического электрода в безграничной однородной среде или, что одно и то же, полусферического электрода, расположенного на границе раздела земля — воздух.

Переводя эту задачу на язык электростатики, можно ее сформулировать следующим образом: требуется найти значение электростатического потенциала U , создаваемого в произвольно выбранной точке сферическим проводником, несущим заряд q , если среда, окружающая этот проводник, имеет диэлектрическую проницаемость ϵ . Как известно, эта задача имеет решение, даваемое формулой

$$U = \frac{q}{\epsilon r},$$

где r — расстояние точки, для которой ищется потенциал от центра сферического проводника. Единственным условием применимости этой формулы является требование, чтобы r было больше радиуса электрода.

Заменяя в этой формуле q через $\frac{I}{4\pi}$ и ϵ через $\gamma = \frac{1}{\rho}$, где γ — электропроводность, а ρ — удельное сопротивление среды, получим формулу

$$U = \frac{I \rho}{4\pi r},$$

дающую в силу установленных уже аналогий между электростатическими и электродинамическими задачами решение вопроса об определении потенциала, создаваемого сферическим электродом, находящимся в безграничной однородной среде с удельным сопротивлением ρ , питаемым током силы I . Формула для определения потенциала от полусферического электрода, находящегося у поверхности земли, может быть написана в виде

$$U = \frac{I \rho}{2\pi r}.$$

Потенциал сферического электрода, как можно заключить из приведенных здесь формул, в тех точках, где эти формулы применимы,

не зависит от радиуса электрода. Распределение потенциала будет таким, как будто бы мы имели точечный электрод, совпадающий с центром сферы, питаемый током силы I . Можно показать, что поле заземлений иной формы, чем сфера, и даже сложных заземлений, состоящих из нескольких заземлителей на достаточно больших расстояниях от них, практически не отличается от поля точечных электродов, почему вопросу о поле последних в теории электроразведки уделяется большое внимание.

Действительно, рассмотрим наиболее распространенный в электроразведке заземлитель — металлический колышек или пикет. Уподобляя его вытянутому эллипсоиду вращения, воспользуемся известной из электростатики формулой для потенциала U от заряженного количеством электричества q эллипсоида, имеющей вид:

$$U = \frac{q}{2\varepsilon} \int_{\lambda}^{\infty} \frac{dt}{\sqrt{(a^2+t)(b^2+t)(c^2+t)}},$$

где a , b и c — полуоси заданного эллипсоида; ε — диэлектрическая проницаемость внешней среды; λ — положительный корень уравнения

$$\frac{x^2}{a^2+\lambda} + \frac{y^2}{b^2+\lambda} + \frac{z^2}{c^2+\lambda} = 1,$$

если через x , y , z обозначить координаты точек, для которой определяется потенциал. Переходя от электростатической задачи к электродинамической и рассматривая случай вытянутого эллипсоида вращения, расположенного у поверхности земли, имеем

$$U = \frac{I \rho}{2 \cdot 2\pi} \int_{\lambda}^{\infty} \frac{dt}{(b^2+t)\sqrt{a^2+t}} = \frac{I \rho}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{a^2-b^2}} \ln \frac{\sqrt{a^2+\lambda} + \sqrt{a^2-b^2}}{\sqrt{a^2+\lambda} - \sqrt{a^2-b^2}},$$

причем λ — положительный корень уравнения

$$\frac{x^2}{a^2+\lambda} + \frac{y^2+z^2}{b^2+\lambda} = 1.$$

Рассматривая последнее уравнение, можно заключить, что λ — параметр софокусности эллипсоида, проходящего через точку с координатами x , y , z , и софокусного с эллипсоидом, поверхность которого есть поверхность нашего электрода. Поэтому, выбирая точку на поверхности достаточно большого софокусного эллипсоида, всегда можно найти такой эллипсоид, для которого $\lambda > a^2$. При этом условии можно переписать уравнение для λ следующим образом:

$$\frac{x^2}{\lambda \left(1 + \frac{a^2}{\lambda}\right)} + \frac{y^2+z^2}{\lambda \left(1 + \frac{b^2}{\lambda}\right)} = 1$$

или, пренебрегая степенями отношения $\frac{a^2}{\lambda}$ выше первой,

$$x^2 \left(1 - \frac{a^2}{\lambda}\right) + (y^2 + z^2) \left(1 - \frac{b^2}{\lambda}\right) = \lambda.$$

Раскрывая скобки, находим для вычисления λ формулу

$$\lambda = x^2 + y^2 + z^2 - x^2 \frac{a^2}{\lambda} - (y^2 + z^2) \frac{b^2}{\lambda}.$$

Обозначая $x^2 + y^2 + z^2$ через r^2 , где r — расстояние точки от центра электрода, можно последнюю формулу представить в виде

$$\lambda = r^2 \left(1 - \frac{x^2}{r^2} \frac{a^2}{\lambda} - \frac{y^2 + z^2}{r^2} \frac{b^2}{\lambda}\right).$$

Если $\lambda > a^2$, то последние два члена меньше единицы, поэтому в первом приближении получим $\lambda = r^2$. Подставляя это значение λ в знаменатели второго и третьего членов в скобках, приходим к формуле

$$\lambda = r^2 \left(1 - \frac{x^2}{r^2} \frac{a^2}{r^2} - \frac{y^2 + z^2}{r^2} \frac{b^2}{r^2}\right).$$

Составляя $\frac{1}{\sqrt{a^2 + \lambda}}$, находим

$$\frac{1}{\sqrt{a^2 + \lambda}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \left(1 + \frac{a^2}{\lambda}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{a^2}{\lambda}\right)$$

или, подставляя найденное значение λ и отбрасывая члены, содержащие отношение $\frac{a^2}{\lambda}$ в степени выше первой, получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{a^2 + \lambda}} &= \frac{1}{r} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{x^2}{r^2} \frac{a^2}{r^2} + \frac{1}{2} \frac{y^2 + z^2}{r^2} \frac{b^2}{r^2}\right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{a^2}{r^2}\right) = \\ &= \frac{1}{r} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{a^2}{r^2} \left(\frac{x^2}{a^2} - 1\right) + \frac{1}{2} \frac{y^2 + z^2}{r^2} \frac{b^2}{r^2}\right]. \end{aligned}$$

Обращаясь теперь к формуле для потенциала эллипсоидального электрода и учитывая, что $\lambda > a^2$, ее можно представить в виде

$$\begin{aligned} U &= \frac{q}{2\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}} \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + \lambda}}}{1 - \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + \lambda}}} \approx \\ &\approx \frac{q}{2\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}} \ln \left(1 + 2 \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + \lambda}}\right) = \frac{q}{\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{a^2 + \lambda}}. \end{aligned}$$

Подставляя в последнее выражение найденное выше представление для $\frac{1}{\sqrt{a^2 + \lambda}}$, получим

$$U = \frac{q}{\varepsilon} \frac{1}{r} \left[1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x^2}{r^2} \right) \frac{a^2}{r^2} + \frac{1}{2} \frac{y^2 + z^2}{r^2} \frac{b^2}{r^2} \right]. \quad (10)$$

Таким образом, в первом приближении

$$U \approx \frac{q}{\varepsilon r}$$

такой же, как и при действии точечного электрода. Для оценки погрешности, получаемой при применении формулы точечного электрода к электроду в виде стержня, произведем несложный числовой расчет и найдем значения поправочных членов формулы (10). Допустим, что электродом является стержень диаметром 3 см, забитый на глубину 30 см. Потенциал, развиваемый электродом, будем вычислять для точек, отстоящих от его центра на расстоянии 3 м. В таком случае $a = 30$, $b = 3$, $r = 300$ и находим для точки, лежащей на поверхности земли, т. е. при $x = 0$ и $\sqrt{y^2 + z^2} = r = 300$ см:

$$-\frac{1}{2} \left(1 - \frac{x^2}{r^2} \right) \frac{a^2}{r^2} + \frac{y^2 + z^2}{r^2} \frac{b^2}{r^2} = -\frac{1}{2} 0,01 + 0,0001 \approx -0,5\%.$$

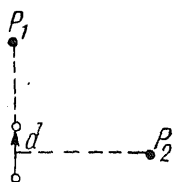


Рис. 14. Поле сложного заземления.

Итак, видим, что в этом наиболее интересном для электроразведочной практики случае погрешность от применения к стержню формулы для точечного электрода при расстояниях, в 10 раз превышающих глубину забивания пикета, составляет лишь 0,5%, т. е. практически уже не имеет значения.

Даже на расстояниях, лишь в 5 раз превышающих глубину забивания электрода, эта погрешность не превышает 2%, как в этом легко убедиться путем столь же элементарных расчетов.

Аналогичным образом можно доказать, что и для дискового электрода при расстояниях, превышающих величину десятикратного радиуса электрода, можно пользоваться формулой точечного заземления.

Остановимся еще на выводе формул, позволяющих вычислять потенциал сложных заземлений, состоящих из нескольких заземлителей. Рассмотрим здесь наиболее простой случай двух одинаковых заземлителей, образующих единое заземление. Допустим, что расстояние между ними равно d (рис. 14). Вычислим потенциалы в точках P_1 и P_2 , отстоящих на расстоянии r от средней точки заземления, причем точка P_1 находится на линии электродов, а точка P_2 на перпендикуляре к ней, делящем пополам расстояние между электродами. Применяя для вычислений формулы, справедливые для точеч-

ных электродов, т. е. предполагая, что d больше десятикратной глубины погружения пикетов, найдем

$$\begin{aligned} U_{P_1} &= \frac{1}{2} \frac{I_0}{2\pi} \frac{1}{r - \frac{d}{2}} + \frac{1}{2} \frac{I_0}{2\pi} \frac{1}{r + \frac{d}{2}} = \frac{I_0}{4\pi} \frac{2r}{r^2 - \frac{d^2}{4}} = \\ &= \frac{I_0}{2\pi r} \frac{1}{1 - \frac{1}{4} \frac{d^2}{r^2}} \approx \frac{I_0}{2\pi r} \left(1 + \frac{1}{4} \frac{d^2}{r^2} \right). \end{aligned}$$

При составлении этой формулы мы предположили, что через каждый из заземлителей в землю стекает половина общего тока. Как видим, написанная формула отличается от формулы для потенциала точечного электрода лишь наличием множителя $1 + \frac{1}{4} \frac{d^2}{r^2}$. Отличие этого множителя от единицы определяется значением второго слагаемого. Нетрудно убедиться в том, что при $r > 5d$ величина этого слагаемого не превысит 0,01. Аналогичным образом для потенциала точки P_2 находим

$$\begin{aligned} U_{P_2} &= \frac{1}{2} \frac{I_0}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{r^2 + \frac{d^2}{4}}} + \frac{1}{2} \frac{I_0}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{r^2 + \frac{d^2}{4}}} = \\ &= \frac{I_0}{2\pi r} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4} \frac{d^2}{r^2}}} \approx \frac{I_0}{2\pi r} \left(1 - \frac{1}{8} \frac{d^2}{r^2} \right). \end{aligned}$$

И в данном случае формула для потенциала, создаваемого сложным заземлением, отличается от формулы точечного электрода лишь наличием множителя $\left(1 - \frac{1}{8} \frac{d^2}{r^2} \right)$. Этот последний в свою очередь отличается от единицы при $r > 5d$ лишь на величину, меньшую 0,005.

Таким образом, и для рассматриваемого сложного заземления поле можно вычислить по формуле для точечного электрода, помещенного в центре системы заземлителей и питаемого полным током заземления, если расстояние точек, для которых ищется потенциал, от центра системы превышает пятикратное расстояние между заземлителями. Вычисления приведут к результату, отличному от точного значения потенциала на величину, меньшую 1%.

Этот вывод можно обобщить и на более сложные системы заземлений, следует лишь вместо расстояния между заземлителями предыдущей задачи ввести наибольший поперечный размер сложного заземления. Следовательно, можем заключить, что во всех случаях электро-разведочной практики при достаточно больших расстояниях точки от электрода ее потенциал можно вычислить по формуле для потенциала точечного заземления.

§ 6. ПОЛЕ ЦЕПИ ДВУХ ЗАЗЕМЛЕНИЙ. ТОЧЕЧНЫЕ ЭЛЕКТРОДЫ

Вопросы, до сих пор рассматриваемые нами, носили несколько абстрактный характер, так как в действительности для создания токового поля в земле необходимы два электрода, приключенные к различным полюсам источника электрической энергии. Таким образом, в действительности мы всегда должны считаться с действием двух электродов с зарядами различных знаков, выражаясь языком электростатики. Решение задачи о поле двух электродов, однако, не представляет каких-либо принципиальных трудностей после анализа поля одного электрода. Действительно, так как потенциальная функция обладает свойством аддитивности, то нахождение поля двух электродов сводится к алгебраическому суммированию потенциалов, развиваемых в одной и той же точке каждым из них.

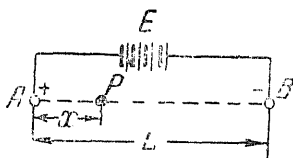


Рис. 15. Поле заземлений, присоединенных к полюсам источника тока.

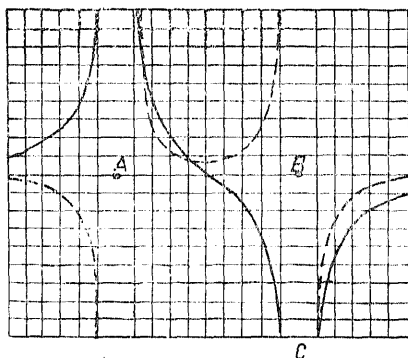


Рис. 16. Распределение потенциала в цепи двух заземлений.

В качестве первого примера рассмотрим не лишенный практического значения случай вычисления потенциала в точке, находящейся между электродами на прямой, проходящей через заземления.

Удельное сопротивление земли обозначим через ρ . Предположим, что один из электродов A (рис. 15) присоединен к положительному полюсу источника тока (через него входит ток $+I$), другой к отрицательному (через него входит ток $-I$), расстояние между электродами L и точка P , для которой ищется потенциал, отстоит от положительного электрода на расстоянии x . В таком случае потенциал, создаваемый в этой точке одним первым электродом, будет

$$U_A = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{x},$$

а потенциал, создаваемый только вторым электродом,

$$U_B = -\frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{L-x}.$$

При составлении этих формул предполагалось, что электроды расположены у поверхности земли достаточно далеко друг от друга. Складывая по частям оба эти равенства, приходим к формуле для суммарного потенциала, обязанного своим существованием совокупному действию обоих электродов. Эта формула имеет вид:

$$U = \frac{I \varrho}{2\pi} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{L-x} \right).$$

Будем менять x в написанной формуле, т. е. предположим, что точка P перемещается по прямой AB . В таком случае результат вычислений потенциала для разных положений точки P даст нам возможность построить график изменения потенциала вдоль линии электродов. Не будем забывать, однако, при этих вычислениях, что написанная формула применима лишь в тех случаях, когда точка P не подходит к электродам на расстояние, меньше десяти- или пятикратного поперечного размера заземления. На рис. 16 сплошной линией изображено изменение потенциала по линии электродов, вычисленное по приведенной формуле, в которой положено

$$\frac{I \varrho}{2\pi} = 1 \text{ и } L = 1.$$

Практически при измерениях определяется не величина потенциала в точке, а разность потенциалов между двумя точками. Поэтому целесообразно найти общее выражение для этой разности потенциалов в предположении, что обе точки находятся на прямой, проходящей через электроды A и B . Обозначив расстояние одной из точек от электрода A через x_1 , а другой через x_2 , согласно выведенной формуле, можно написать

$$U_1 = \frac{I \varrho}{2\pi} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{L-x_1} \right),$$

$$U_2 = \frac{I \varrho}{2\pi} \left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{L-x_2} \right).$$

Откуда для разности потенциалов получим

$$\Delta U = U_1 - U_2 = \frac{I \varrho}{2\pi} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} - \frac{1}{L-x_1} + \frac{1}{L-x_2} \right).$$

Особенный интерес для дальнейшего представляет случай симметричного расположения точек, определяемого равенствами

$$x_1 = L - x_2. \quad x_2 = L - x_1.$$

Тогда

$$\Delta U = \frac{I \varrho}{\pi} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)$$

или, если обозначить расстояние между точками измерений через l ,

$$\Delta U = \frac{I \varrho}{\pi} \frac{4l}{L^2 - l^2} = \frac{I \varrho}{\pi} \frac{4l}{L^2 \left(1 - \frac{l^2}{L^2}\right)}. \quad (11)$$

Этой формулой можно воспользоваться для определения удельного сопротивления среды, над которой проводятся измерения. Действительно, определяя ϱ , находим

$$\varrho = \frac{\Delta U}{l} \frac{\pi}{4I} L^2 \left(1 - \frac{l^2}{L^2}\right) = K \frac{\Delta U}{I},$$

где через K обозначен множитель $\frac{\pi}{4l} L^2 \left(1 - \frac{l^2}{L^2}\right)$, зависящий лишь от размеров установки. Измерение ΔU и I и знание множителя K позволяют по написанной формуле вычислить удельное сопротивление среды. Такое измерение является одной из основных операций электроразведки.

Возвращаясь опять к четырехточечной несимметричной схеме, предположим, что точки, между которыми измеряется разность потенциалов, находятся на весьма малом расстоянии одна от другой. Обозначая для этого случая x_2 через $x + \Delta x$ и опуская индекс у x_1 , для разности потенциалов найдем

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{I \varrho}{2\pi} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x + \Delta x} - \frac{1}{L - x} + \frac{1}{L - x - \Delta x} \right) \approx \\ &\approx \frac{I \varrho}{2\pi} \left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(L - x)^2} \right] \Delta x. \end{aligned}$$

При составлении последнего выражения опущены малые дроби $\frac{\Delta x}{x}$ и $\frac{\Delta x}{L - x}$. Из написанной формулы получим

$$\frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{I \varrho}{2\pi} \left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(L - x)^2} \right].$$

При уменьшении Δx до нуля для отношения $\frac{\Delta U}{\Delta x}$ запишем точное равенство

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{I \varrho}{2\pi} \left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(L - x)^2} \right].$$

Математически левую часть последнего равенства можно записать как $-\frac{\partial U}{\partial x}$, где знак минус указывает на отличие в составлении выражений $\frac{\partial U}{\partial x}$ и $\frac{\Delta U}{\Delta x}$, заключающееся в том, что при составлении производной ищется предел отношения $\frac{U(x + \Delta x) - U(x)}{(x + \Delta x) - x}$,

в то время как в рассматриваемом нами случае мы исходили из отношения $\frac{U(x) - U(x + \Delta x)}{(x + \Delta x) - x}$. Величина $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta x}$ носит название градиента потенциала по направлению x , которая в силу сделанного замечания может быть определена как $-\frac{\partial U}{\partial x} = E$. Выполняя измерения разности потенциалов между точками, отстоящими друг от друга на расстоянии l (малом по сравнению с L), составляя отношение $\Delta U/l$, можно считать, что его математическое выражение с известным приближением определяется формулой $\frac{\Delta U}{l} = E$. Целесообразность этого сопоставления определяется удобством нахождения правой части написанного равенства как производной от потенциала по направлению x , взятой со знаком минус.

Представляется интересным найти общую формулу для вычисления потенциала в точке земной поверхности, не лежащей на линии питающих электродов. Обозначим по-прежнему расстояние между электродами через L , расстояние точки от электрода A через r и угол, заключенный между r и L , через θ (рис. 17). В таком случае можно представить: расстояние точки от электрода B в виде

$$r' = \sqrt{r^2 + L^2 - 2rL \cos \theta},$$

потенциал точки в виде

$$U = \frac{I_0}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + L^2 - 2rL \cos \theta}} \right) = \\ = \frac{I_0}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{L \sqrt{1 + \frac{r^2}{L^2} - 2 \frac{r}{L} \cos \theta}} \right).$$

Развертывая второе слагаемое, стоящее в скобках, по полиномам Лежандра (в предположении, что $r < L$), можно переписать формулу для потенциала

$$U = \frac{I_0}{2\pi} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{L} \right)^n P_n(\cos \theta) \right] = \\ = \frac{I_0}{2\pi} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{L} \left(1 + \frac{r}{L} \cos \theta + \frac{r^2}{L^2} \frac{3 \cos^2 \theta - 1}{2} + \dots \right) \right] = \\ = \frac{I_0}{2\pi r} \left[1 - \frac{r}{L} - \frac{r^2}{L^2} \cos \theta - \frac{r^3}{L^3} \frac{3 \cos \theta - 1}{2} - \dots \right]. \quad (12)$$

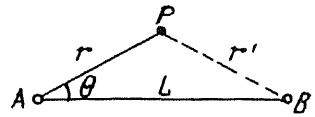


Рис. 17. Потенциал двух заземлений в произвольно расположенной точке.

Формула для потенциала дает возможность найти его значение в любой точке поверхности, на которой расположены электроды. Соединяя точки с одинаковыми значениями потенциала, получим систему линий, получивших название эквипотенциальных, отображающих структуру потенциального поля на поверхности (рис. 18). Аналогичные же построения для пространственно распределенных точек дадут систему эквипотенциальных поверхностей, расположение которых характеризует пространственное распределение потенциала. На базе изучения распределения эквипотенциальных линий на поверхности земли построена специальная методика электроразведки, на которой остановимся более детально в одной из следующих глав.

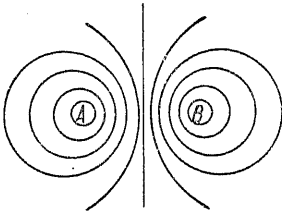


Рис. 18. Эквипотенциальные линии поля двух электродов.

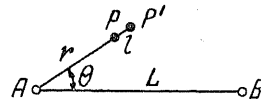


Рис. 19. Разность потенциалов между двумя электродами — зондами, находящимися у одного точечного электрода.

Переходя к практически осуществляемым измерениям, и в данном случае следует остановиться на анализе выражений для разности потенциалов, измеряемой между какой-либо парой точек в поле точечных электродов. Здесь мы ограничимся лишь случаями определенного расположения измерительных электродов, имеющего наибольшее практическое значение. Остановимся прежде всего на выражении для разности потенциалов точек, находящихся на одной прямой с одним из электродов, например А (рис. 19). Если обозначить через l расстояние между ними и через r по-прежнему расстояние от А до ближайшего измерительного электрода, то в согласии с выведенной формулой (12) для потенциала второй точки можно написать

$$U' = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{r+l} \left[1 - \frac{r+l}{L} - \frac{(r+l)^2}{L^2} \cos \theta - \frac{(r+l)^3}{L^3} \frac{3 \cos^2 \theta - 1}{2} - \dots \right].$$

Таким образом, для разности потенциалов находим

$$\begin{aligned} \Delta U = U - U' &= \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r+l} - \left(\frac{1}{L} - \frac{1}{L} \right) - \left(\frac{r}{L^2} - \frac{r+l}{L^2} \right) \cos \theta + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{r^2}{L^3} - \frac{(r+l)^2}{L^3} \right) \frac{3 \cos^2 \theta - 1}{2} + \dots \right] = \\ &= \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{l}{r(r+l)} - \frac{l}{L^2} \cos \theta + \frac{2rl + l^2}{L^3} \frac{3 \cos^2 \theta - 1}{2} + \dots \right] = \\ &= \frac{I\rho l}{2\pi R^2} \left[1 + \frac{l^2}{4R^2} + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \cos \theta + 2 \left(\frac{R}{L} \right)^3 \frac{3 \cos^2 \theta - 1}{2} + \dots \right]. \end{aligned}$$

В последнем выражении введено расстояние $R = r + \frac{l}{2}$ от электрода A до середины измерительной установки.

Члены, зависящие от L , в формуле для ΔU определяют действие электрода B на измерения, производимые вблизи электрода. Если положить $\theta = \frac{\pi}{2}$, то первый из таких членов, содержащий $\left(\frac{R}{L}\right)^2$, обратится в нуль. Тогда

$$\Delta U = \frac{I \varrho l}{2\pi R^2} \left[1 + \frac{l^2}{4R^2} - \left(\frac{R}{L}\right)^2 + \dots \right].$$

Из этой формулы вытекает, что даже при $\frac{R}{L} = \frac{1}{5}$ влияние второго электрода изменит значение измеряемой разности потенциалов на величину, меньшую 1%, т. е. практически будет неощутимо. Таким образом, для подобной установки при L , равном, допустим, 1500 м, в пределах 300 м от электрода A поле можно вычислять по формуле, выведенной нами для единичного точечного электрода. Такие установки, в которых влияние одного из питающих электродов практически неощутимо, получили название установок с одним электродом, отнесенным в бесконечность.

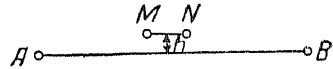


Рис. 20. Разность потенциалов между электродами — зондами, находящимися на прямой, параллельной питающей линии.

Вторая система расположения электродов, на рассмотрении которой мы остановимся, характеризуется тем, что измерительные электроды M и N (рис. 20) находятся на линии, параллельной прямой, проходящей через питающие электроды A и B . Расстояние между обеими прямыми обозначим через h . Расстояние между A и B по-прежнему назовем L , а расстояние между M и N через l . Ограничимся случаем симметричного расположения электродов относительно плоскости, проходящей через середины AB и MN . Имеем:

для расстояний

$$AM = NB = \sqrt{\frac{1}{4}(L-l)^2 + h^2}, \quad AN = MB = \sqrt{\frac{1}{4}(L+l)^2 + h^2};$$

для потенциалов

$$U_M = \frac{I \varrho}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}(L-l)^2 + h^2}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}(L+l)^2 + h^2}} \right],$$

$$U_N = \frac{I \varrho}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}(L+l)^2 + h^2}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}(L-l)^2 + h^2}} \right];$$

для разности потенциалов

$$\Delta U = \frac{I Q}{\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} (L-l)^2 + h^2}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} (L+l)^2 + h^2}} \right].$$

Рассматривая случай малых l и h по сравнению с L , можем последнюю формулу переписать в виде

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{I Q}{\pi} \left[\frac{2}{(L-l) \sqrt{1 + \frac{4h^2}{(L-l)^2}}} - \frac{2}{(L+l) \sqrt{1 + \frac{4h^2}{(L+l)^2}}} \right] = \\ &= \frac{2I Q}{\pi} \left\{ \frac{1}{L-l} \left[1 - \frac{2h^2}{(L-l)^2} + \frac{3}{8} \frac{16h^4}{(L-l)^4} - \dots \right] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{L+l} \left[1 - \frac{2h^2}{(L+l)^2} + \frac{3}{8} \frac{16h^4}{(L+l)^4} - \dots \right] \right\} = \\ &= \frac{2I Q}{\pi} \left\{ \frac{1}{L-l} - \frac{1}{L+l} - 2h^2 \left[\frac{1}{(L-l)^3} - \frac{1}{(L+l)^3} \right] + \right. \\ &\quad \left. + 6h^4 \left[\frac{1}{(L-l)^5} - \frac{1}{(L+l)^5} \right] - \dots \right\} = \frac{2I Q}{\pi} \left(\frac{1}{L-l} - \frac{1}{L+l} \right) \times \\ &\quad \times \left\{ 1 - 2h^2 \left[\frac{1}{(L-l)^2} + \frac{1}{(L-l)(L+l)} + \frac{1}{(L+l)^2} \right] + \right. \\ &\quad \left. + 6h^4 \left[\frac{1}{(L-l)^4} + \frac{1}{(L-l)^3(L+l)} + \frac{1}{(L-l)^2(L+l)^2} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{(L-l)(L+l)^3} + \frac{1}{(L+l)^4} \right] - \dots \right\}. \end{aligned}$$

При достаточно малом l по сравнению с L можно без большой погрешности в фигурных скобках заменить члены, содержащие

$\frac{1}{L-l}$ и $\frac{1}{L+l}$, через $\frac{1}{L}$. Произведя такую замену, приходим к формуле

$$\Delta U = \frac{2I Q}{\pi} \frac{2l}{L^2 - l^2} \left\{ 1 - \frac{6h^2}{L^2} + \frac{30h^4}{L^4} \right\}.$$

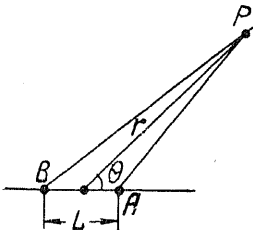


Рис. 21. Поле дипольной системы электродов.

Сравнивая полученное выражение с формулой (11), можно заключить, что первый множитель тождественен с выражением ΔU для измерительной установки, находящейся на линии электродов AB, а множитель, стоящий в квадратных скобках, определяет влияние бокового смещения измерительной цепи с линии питающих электродов. Нетрудно убедиться в том, что если это смещение составляет 0,05 от L , то его влияние лишь немного превышает 1%, т. е. практически почти неощутимо.

Представляется интересным остановиться на выводе формулы для потенциала в поле двух электродов A и B , расположенных в среде с удельным сопротивлением ρ близко друг к другу (рис. 21) по сравнению с расстоянием от электродов до точки, в которой ищется потенциал.

Обозначим длину AB через L , расстояние от середины AB до точки P через r и угол, заключенный между L и r , через θ . В таком случае для потенциала в точке P найдем

$$U = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 + \frac{L^2}{4} - Lr \cos \theta}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + \frac{L^2}{4} + Lr \cos \theta}} \right).$$

Учитывая то обстоятельство, что $r \gg L$, можно написать достаточно точную формулу

$$\approx U = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{2L \cos \theta}{r^2}.$$

Эта формула определяет потенциал, создаваемый диполем в точке P .

Поле линейных электродов

В упомянутом уже методе эквипотенциальных линий для создания токового поля применяются рассмотренные нами линейные электроды. Обычно эти электроды располагаются вдоль противоположных сторон прямоугольника, распределение потенциала на площади которого является объектом исследования. В случае расположения таких электродов над однородной средой можно найти потенциальное поле на основании чисто теоретических соображений и, таким образом, получить материал для сравнения наблюдаемого распределения этой функции.

Приступая к решению поставленной задачи, предположим, что питающие электроды, имеющие длину l каждый (рис. 22), находятся на параллельных прямых, отстоящих друг от друга на расстоянии L и притом так, что середины этих линейных электродов лежат на общем перпендикуляре к каждому из них. Через один из этих электродов в землю вводится ток $+I$, через другой $-I$, причем мы также предположим, что способ подключения электродов к источнику энергии таков, что можно пренебречь падениями потенциала вдоль них. Для этого надлежит хотя бы приключить источник тока не к одному

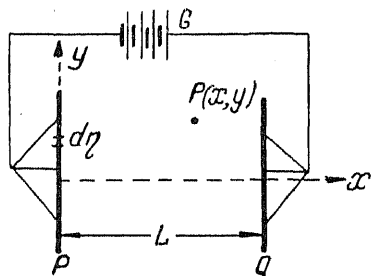


Рис. 22. Поле линейных электродов.

из концов электрода, а к нескольким точкам, как показано на рис. 22. Поместим начало координат в середину того электрода, который подключен к положительному полюсу источника тока, ось x направим по перпендикуляру к электроду, а ось y — по электроду. Координаты точки, для которой мы будем определять потенциал, обозначим через x и y .

Предполагая одинаковым сопротивление стеканию тока каждого из электродов по всей их длине, мы можем принять, что элемент длины $d\eta$ электрода эквивалентен точечному электроду, питаемому током силы $\frac{I}{l} d\eta$. Обозначив координату этого элемента через η , можно написать для потенциала, создаваемого им в точке x, y , выражение

$$dU = \frac{\frac{Iq}{l} d\eta}{2\pi \sqrt{x^2 + (y - \eta)^2}}.$$

Интегрируя это равенство по всей длине электрода, т. е. от $-\frac{1}{2}l$ до $+\frac{1}{2}l$, получим значение потенциала от всего электрода, присоединенного к положительному полюсу генератора тока. Эта формула, как нетрудно убедиться, имеет вид:

$$U_+ = \frac{Iq}{2\pi l} \ln \frac{\sqrt{x^2 + \left(y - \frac{l}{2}\right)^2} - \left(y - \frac{l}{2}\right)}{\sqrt{x^2 + \left(y + \frac{l}{2}\right)^2} - \left(y + \frac{l}{2}\right)}.$$

Аналогичным образом можно написать выражение для потенциала, создаваемого и вторым электродом. Это выражение можно вывести из написанной формулы, заменив в ней $+I$ на $-I$ и x на $(L - x)$; произведя такую замену, находим

$$U_- = -\frac{Iq}{2\pi l} \ln \frac{\sqrt{(L-x)^2 + \left(y - \frac{l}{2}\right)^2} - \left(y - \frac{l}{2}\right)}{\sqrt{(L-x)^2 + \left(y + \frac{l}{2}\right)^2} - \left(y + \frac{l}{2}\right)}.$$

Результирующий потенциал, равный сумме U_+ и U_- , может быть, таким образом, представлен как

$$U = \frac{Iq}{2\pi l} \times \left[\frac{\left[\sqrt{x^2 + \left(y - \frac{l}{2}\right)^2} - \left(y - \frac{l}{2}\right) \right] \left[\sqrt{(L-x)^2 + \left(y + \frac{l}{2}\right)^2} - \left(y + \frac{l}{2}\right) \right]}{\left[\sqrt{x^2 + \left(y + \frac{l}{2}\right)^2} - \left(y + \frac{l}{2}\right) \right] \left[\sqrt{(L-x)^2 + \left(y - \frac{l}{2}\right)^2} - \left(y - \frac{l}{2}\right) \right]} \right]. \quad (13)$$

Графическое изображение результатов вычисления потенциала по приведенной формуле дано на рис. 23. Из этого графика можно видеть, что между электродами эквипотенциальные линии представляют собой систему параллельных прямых. Выгода такой картины поля заключается в том, что всякого рода нарушения в распределении потенциала, обусловленные неоднородностью строения земли, выделяются особенно четко.

Рассмотренная нами конструкция электродов предполагает, что ток стекает в землю по всей длине электрода равномерно. В действительности же на практике никогда не приходится встречаться с такой равномерностью растекания, так как те формы линейных электродов, которые применяются в электроразведке, представляют собой лишенный изоляции провод, заземленный через определенные интервалы металлическими шпильками. Ясно, что стекание тока в землю будет происходить главным образом со шпилек, т. е. будем иметь дело фактически не с линейным электродом, а с системой точечных электродов, расположенных вдоль некоторой прямой. Если расстояние между шпильками мало и падением потенциала вдоль электрода можно пренебречь, то формула (13) даст результат достаточно точный. Однако при не очень малых расстояниях между шпильками выведенная формула окажется уже неудовлетворительной и ее придется заменить иной, более точной формулой, учитывающей эту особенность конструкции электрода. При выводе такой формулы предположим, что рассмотренные нами линейные электроды заменены некоторым количеством точечных заземлений одинакового качества, т. е. с одинаковым сопротивлением стеканию тока. Количество таких точечных электродов, распределенных по всей длине одной из линий, пусть будет N_1 , по другой — N_2 . Первые N_1 электродов, допустим, присоединены к положительному полюсу генератора тока, вторые N_2 — к отрицательному. Допустим еще, что присоединение электродов осуществлено таким образом, что потенциалы всех электродов одной группы одинаковы. В таком случае, если I — полный ток, стекающий со всех N_1 электродов, то на каждый из них приходится ток $\frac{I}{N_1}$ и потенциал, создаваемый в какой-либо точке поверхности земли всеми N_1 электродами, можно представить как

$$U_+ = \frac{I \rho}{2\pi N_1} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{1}{r_i},$$

где r_i — расстояние точки от i -го электрода первой группы.

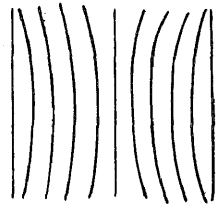


Рис. 23. Эквипотенциальные линии поля линейных электродов.

Точно так же для потенциала этой же точки, обязанного действию N_2 электродов второй группы, можно написать

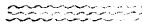
$$U_- = \frac{I_0}{2\pi N_2} \sum_{k=1}^{N_2} \frac{1}{r_k},$$

где r_k — расстояние точки от k -го электрода этой группы.

Для результирующего потенциала от обоих электродов находим

$$U = \frac{I_0}{2\pi} \left[\frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{1}{r_i} - \frac{1}{N_2} \sum_{k=1}^{N_2} \frac{1}{r_k} \right].$$

Этой формулой приходится пользоваться при вычислении потенциалов в поле электродов рассматриваемого типа.



Глава II

МЕТОД СОПРОТИВЛЕНИЙ

§ 7. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДА

При изучении поля точечных электродов была изложена методика измерения удельного сопротивления безграничной среды, в которой течет электрический ток. Сущность этого метода, как мы уже видели, заключается в измерении силы тока I , посланного через питающие электроды, и разности потенциалов ΔU , появившейся на измерительных электродах. Удельное сопротивление ρ вычисляется по формуле

$$\rho = K \frac{\Delta U}{I}, \quad (14)$$

где K — коэффициент, определяемый геометрическими характеристиками установки. Величина его и выражение через параметры установки вполне определяются формой и размерами последней. Единственное условие, которое предполагается выполненным для того, чтобы написанная формула давала истинный результат, — это однородность среды или, иначе говоря, присутствие неоднородностей лишь на бесконечно больших расстояниях от установки. Практически последнее условие можно сформулировать следующим образом: формула (14) дает истинное удельное сопротивление среды, если области с иными удельными сопротивлениями находятся настолько далеко от измерительной установки, что их влияние на результаты измерений практически неощутимо. Величина этого удаления определяется отличием удельного сопротивления неоднородности от сопротивления вмещающей среды: она может быть относительно небольшой, если разность между удельными сопротивлениями мала, и должна быть большой при больших значениях этой разности. С более точными количественными определениями этого положения мы встретимся в дальнейшем.

Однако расчеты по этой же формуле можно производить и в тех случаях, когда это условие не выполнено или нам неизвестно о его невыполнении. С последним положением постоянно приходится сталкиваться в электроразведке. В таком случае вычисление по фор-

муле (14) даст величину, имеющую размерность удельного сопротивления, являющаяся сложной функцией от истинных удельных сопротивлений компонент проводящей ток среды. Условились называть результат обработки электроразведочных измерений по формуле (14) кажущимся удельным сопротивлением. Исходя из этого способа вычисления кажущегося удельного сопротивления, последнее можно определить следующим образом: кажущееся удельное сопротивление измеряется истинным удельным сопротивлением однородной среды, в которой при заданном расположении питающих и измерительных электродов и при заданной силе питающего тока между измерительными электродами возникает такая же разность потенциалов, что и при измерениях в неоднородной среде. В то время как величина удельного сопротивления, найденная по формуле (14), при измерениях в однородной среде остается одной и той же при любой форме и размерах измерительной установки, величина кажущегося удельного сопротивления, полученная в неоднородной среде, существенно зависит от этих геометрических характеристик установки измерений. Изучение изменений кажущегося удельного сопротивления при изменении положения или размеров измерительной установки дает материал для суждений о характере строения той среды, над которой проводятся измерения. В этом заключается сущность электроразведочного метода, получившего название метода сопротивлений.

§ 8. УСТАНОВКИ МЕТОДА СОПРОТИВЛЕНИЙ

В методе сопротивлений получили распространение установки различного типа, применение которых определяется, с одной стороны, условиями задачи и, с другой стороны, соображениями технического характера — удобством перемещения.

Некоторые из этих установок в настоящее время имеют исторический интерес и применяются сравнительно редко, другие пользуются широким распространением и являются основными установками современной электроразведки. Здесь остановимся на установках, имеющих наибольшее значение в электроразведке.

Д в у х п о л ю с н а я у с т а н о в к а. Питающая цепь состоит из электрода A , около которого на расстоянии r находится один измерительный электрод M , другой измерительный электрод N и второй питающий находятся настолько далеко от A и M и друг от друга, что можно считать, что потенциал электрода N практически равен нулю и на потенциал электрода M влияние B тоже практически отсутствует. В таком случае измеряемая между M и N разность потенциалов будет не отличима от потенциала точки M , создаваемого электродом A . Так как в этом случае, как уже известно,

$$U = \frac{I \rho}{2\pi r},$$

то

$$\varrho = \frac{U}{I} 2\pi r,$$

где U — измеренная разность потенциалов между M и N ; I — сила тока в цепи AB . Множитель K для этой установки, как видно из формулы, определяется равенством

$$K = 2\pi r.$$

Трехполюсная установка Гуммеля. Питающая установка такая же, как и в предыдущем случае, что же касается измерительных электродов M и N , то они расположены на прямой, проходящей через A , причем расстояние AM равно расстоянию MN . Обозначая через l расстояние от A до M и от M до N , для разности потенциалов ΔU точек M и N можно написать

$$\Delta U = \frac{I\varrho}{2\pi} \frac{1}{2l},$$

откуда

$$\varrho = \frac{\Delta U}{I} 4\pi l,$$

т. е.

$$K = 4\pi l.$$

Трехполюсная установка Шлюмберже. Отличается от установки Гуммеля тем, что $AM > MN$. Обозначая через r расстояние от A до середины MN и через l длину отрезка MN , ΔU можно выразить как

$$\Delta U = \frac{I\varrho}{2\pi} \frac{l}{r^2 - \frac{l^2}{4}} = \frac{I\varrho}{2\pi r^2} \frac{l}{1 - \frac{l^2}{4r^2}}.$$

Отсюда находим ϱ :

$$\varrho = \frac{\Delta U}{I} \frac{2\pi r^2 \left(1 - \frac{l^2}{4r^2}\right)}{l}$$

Таким образом, множитель K для этой установки имеет вид:

$$K = \frac{2\pi r^2}{l} \left(1 - \frac{l^2}{4r^2}\right).$$

Если l весьма мало по сравнению с r , то с достаточной степенью точности можно написать

$$\varrho = \frac{\Delta U}{lI} 2\pi r^2.$$

или, обозначая градиент потенциала по направлению r (одинаковом с направлением l) через E ,

$$\varrho = \frac{E}{I} 2\pi r^2.$$

Четырехполюсная установка. Питающие и измерительные электроды находятся на одной прямой на конечном расстоянии друг от друга: обозначив AM через r_1 , AN через r_2 и AB через L , можно написать в соответствии со сказанным выше для ΔU формулу

$$\Delta U = \frac{I\varrho}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{L-r_1} + \frac{1}{L-r_2} \right),$$

откуда

$$\varrho = \frac{\Delta U}{I} \frac{2\pi}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{L-r_1} + \frac{1}{L-r_2}},$$

т. е.

$$K = \frac{2\pi}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{L-r_1} + \frac{1}{L-r_2}}.$$

Четырехполюсная установка Веннера. Эта установка является частным случаем предыдущей, когда все электроды расположены на одинаковом расстоянии друг от друга: $AM = MN = NB = \frac{1}{3}L$. В этом случае получим:

для ΔU

$$\Delta U = \frac{I\varrho}{2\pi} \frac{3}{L};$$

для ϱ

$$\varrho = \frac{\Delta U}{I} 2\pi \frac{L}{3},$$

т. е.

$$K = \frac{2}{3} \pi L.$$

Четырехполюсная установка Шлюмберже. Отличается от общего вида четырехполюсной установки лишь тем, что расстояние между электродами M и N мало по сравнению с AB и расстояниями измерительных электродов от питающих. Обозначив расстояние от A до середины отрезка MN через r и длину отрезка MN через l , получим в согласии с общей формулой

$$\Delta U = \frac{I\varrho l}{2\pi} \left[\frac{1}{r^2 \left(1 - \frac{l^2}{4r^2}\right)} + \frac{1}{(L-r)^2 \left(1 - \frac{l^2}{4(L-r)^2}\right)} \right].$$

Отсюда

$$Q = \frac{\Delta U}{II} \frac{2\pi}{\frac{1}{r^2 \left(1 - \frac{l^2}{4r^2}\right)} + \frac{1}{(L-r)^2 \left(1 - \frac{l^2}{4(L-r)^2}\right)}},$$

т. е.

$$K = \frac{2\pi}{\frac{1}{r^2 \left(1 - \frac{l^2}{4r^2}\right)} + \frac{1}{(L-r)^2 \left(1 - \frac{l^2}{4(L-r)^2}\right)}}.$$

При весьма малом l формулу для Q можно переписать в виде

$$Q = \frac{E}{I} \frac{2\pi}{\frac{1}{r^2} + \frac{1}{(L-r)^2}}.$$

Симметричная четырехполюсная установка Шлюмберже. Эта установка является частным случаем предыдущей. Ее особенность состоит в том, что все электроды расположены симметрично относительно середины AB . В этом случае все формулы значительно упрощаются, так как $r = \frac{1}{2}L$, и можно написать

$$\Delta U = \frac{Ip}{\pi} \frac{4l}{L^2 \left(1 - \frac{l^2}{L^2}\right)},$$

$$Q = \frac{\Delta U}{II} \frac{\pi}{4} L^2 \left(1 - \frac{l^2}{L^2}\right), \quad K = \frac{\pi}{4} \frac{L^2}{l} \left(1 - \frac{l^2}{L^2}\right).$$

Если и здесь положить l очень малым по сравнению с L , то для Q получим еще более простую формулу:

$$Q = \frac{E}{I} \frac{\pi}{4} L^2.$$

Наибольшее практическое значение имеет последняя установка. Дипольные установки. Для дипольной установки $AB = L$ в точке P , находящейся на расстоянии r от середины AB и лежащей на прямой, составляющей угол θ с AB . Как нам уже известно, формула для потенциала U имеет вид:

$$U = \frac{IQ}{2\pi} 2 \frac{L \cos \theta}{r^2}.$$

Если расположить измерительные электроды M и N по направлению r или перпендикулярно ему, то при малом расстоянии $MN = l$ можно найти для напряженностей поля E_r и E_θ формулы:

$$E_r = - \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{I \varrho}{2\pi} \frac{4L \cos \theta}{r^3},$$

$$E_\theta = - \frac{\partial U}{r \partial \theta} = \frac{I \varrho}{2\pi} \frac{2L \sin \theta}{r^3}.$$

Формулы для вычисления ϱ будут иметь вид:

$$\varrho = \frac{E_r}{I} \frac{2\pi r^3}{4L \cos \theta}, \quad \varrho = \frac{E_\theta}{I} \frac{2\pi r^3}{2L \sin \theta}.$$

Остановимся еще на единице, которой измеряется кажущееся удельное сопротивление. В согласии со всеми формулами множитель K имеет размерность длины. Так как на практике все расстояния принято выражать в метрах, то K измеряется в метрах. Поэтому, исходя из формулы для ϱ , можно сделать заключение, что единицей измерения этой величины в электроразведке является $ом \cdot м$. С принятой в физике единицей для измерения удельного сопротивления $ом \cdot см$ введенная нами единица находится в таком же отношении, как сантиметр к метру, т. е. числа для удельных сопротивлений, принятые в электроразведке, в 100 раз меньше чисел удельных сопротивлений в практической системе единиц.

§ 9. ПРИНЦИП ВЗАИМНОСТИ

Представим себе в безграничной проводящей среде систему электродов A, B, M и N , из которых первые два являются электродами питающей цепи, а вторые, т. е. M и N — электродами измерительной линии. Под действием тока, текущего от A и B , между электродами M и N возникает разность потенциалов ΔU_1 . В случае однородной среды с удельным сопротивлением ϱ эта разность потенциалов выражается как

$$\Delta U_1 = \frac{I \varrho}{4\pi} \left(\frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{BM}} - \frac{1}{r_{AN}} + \frac{1}{r_{BN}} \right),$$

где через r обозначены расстояния между электродами, стоящими в индексах у этой буквы. Если переменить роли электродов, т. е. сделать электроды M и N питающими, а A и B измерительными, то при той же силе тока I , что и в первом случае, разность потенциалов ΔU_2 , появившаяся между электродами A и B , будет определяться формулой

$$\Delta U_2 = \frac{I \varrho}{4\pi} \left(\frac{1}{r_{MA}} - \frac{1}{r_{NA}} - \frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_{NB}} \right).$$

Так как $r_{MA} = r_{AM}$, $r_{NA} = r_{AN}$, $r_{MB} = r_{BM}$ и $r_{NB} = r_{BN}$, то непосредственно заключаем, что $\Delta U_1 = \Delta U_2$, т. е. перемена ролей электродов на результаты измерения разности потенциалов влияния не оказывает. Это положение, очевидно, остается справедливым и в том случае, когда все электроды расположены на плоской поверхности раздела земля — воздух.

Что касается случая неоднородной среды, то доказательство независимости результатов измерений от функций электродов становится несколько более сложным. Для доказательства справедливости этого положения будем исходить из установленных ранее аналогий между электростатическими и электродинамическими явлениями. Рассмотрим два проводника A и M , помещенных в неоднородный диэлектрик. Сообщим телу A электрический заряд Q_A ; при этом тело M приобретает потенциал U_M , связанный с Q_A соотношением

$$U_M = \alpha_{AM} Q_A,$$

где α_{AM} — некоторый коэффициент, зависящий от формы тел A и M , их расположения друг относительно друга и относительно границ раздела неоднородностей в диэлектрике. Если произвести обратную операцию, т. е. сообщить телу M заряд Q_M , то на проводнике A появится потенциал U_A , причем

$$U_A = \alpha_{MA} Q_M.$$

В учении об электростатических явлениях доказывается что $\alpha_{AM} = \alpha_{MA}$. Если последнее равенство существует, то в том случае, когда $Q_M = Q_A$, мы найдем, что $U_M = U_A$. Переводя этот результат на язык электродинамики, можно утверждать, что потенциал электрода M , обусловленный действием питающего электрода A , будет равен потенциалу электрода A , если ток в среду будет вводиться через электрод M при условии равенства произведения I на q в том и другом случае. Если оба электрода находятся в среде с одним и тем же удельным сопротивлением, то последнее условие сводится к требованию равенства сил токов, посылаемых в среду через электроды A или M . Такое же положение будет справедливо и по отношению к парам электродов AN , BM или BN ; поэтому если ток силы I вводится в среду через электроды A и B (считая A и B источниками разных знаков), то измеряемую между электродами M и N разность потенциалов ΔU_1 можно представить в виде

$$\Delta U_1 = (U_{MA} - U_{MB}) - (U_{NA} - U_{NB}),$$

где U_{MA} — потенциал электрода M в результате действия электрода A ; U_{MB} — потенциал электрода M под действием электрода B

и т. д. Если переменить роли электродов, то разность потенциалов ΔU_2 , измеренную между электродами A и B , можно представить аналогичным же образом как

$$\Delta U_2 = (U_{AM} - U_{AN}) - (U_{BM} - U_{BN}).$$

Так как в силу установленного выше положения $U_{AM} = U_{MA}$, $U_{AN} = U_{NA}$, для ΔU_2 получим

$$\begin{aligned} \Delta U_2 &= (U_{MA} - U_{NA}) - (U_{MB} - U_{NB}) = \\ &= (U_{MA} - U_{MB}) - (U_{NA} - U_{NB}) = \Delta U_1. \end{aligned}$$

Таким образом, установленный ранее для однородной среды принцип взаимной заменяемости электродов может быть обобщен и на случай неоднородной среды.

§ 10. АППАРАТУРА МЕТОДА СОПРОТИВЛЕНИЙ

Из общего описания принципов, лежащих в основании метода сопротивлений, можно составить себе представление об отдельных деталях установки для работ по этому методу. Эта установка в основном состоит из заземлений питающей и измерительной цепей, источников энергии, измерителей тока и напряжения, а также проводов, соединяющих отдельные элементы схемы. Здесь остановимся на более подробном изучении этих элементов, причем начнем ознакомление с наиболее существенной детали — измерительного прибора.

Потенциометр. Специфичность условий работы электро-разведчика выдвигает ряд требований к оснащению электроразведочной партии, из которых далеко не последними являются требования легкости и портативности оборудования и простоты обслуживания его. Поэтому, в частности, источниками электрического тока в такой партии, за редкими исключениями, являются обычные батареи сухих элементов небольшой емкости, позволяющие пользоваться во время работы токами относительно небольшой силы. Обычно эти токи измеряются десятками или в лучшем случае сотнями миллиампер. При таких токах в земле между электродами измерительной цепи, расстояние между которыми по ряду причин берется сравнительно небольшим, не может возникнуть большая разность потенциалов, поэтому прибор, предназначенный для ее измерения, должен обладать сравнительно высокой чувствительностью. Обычно эти разности потенциалов измеряются величинами порядка единиц или десятков милливольт и в сравнительно редких случаях десятими долями милливольт или сотнями милливольт. Поэтому прибор, предназначенный для электроразведочных измерений, должен давать возможность вести измерение разностей потенциалов в указанных пределах.

На первый взгляд казалось бы, что этим требованиям может удовлетворить любой прецизионный милливольтметр с балластными сопротивлениями, расширяющими пределы измерений. Однако при ближайшем рассмотрении мы должны отказаться от применения такого прибора в основном по следующей причине. Сопротивление электродов измерительной цепи (внешнее сопротивление) иногда бывает достаточно большим и может оказаться сравнимым с внутренним сопротивлением измерительного прибора, что повлечет за собой искажение разности потенциалов на электродах и, с другой стороны, изменит то распределение тока в земле, по которому мы хотим делать заключения о строении изучаемого участка земной коры. Обусловлено это тем обстоятельством, что рассматриваемый прибор является прибором, потребляющим ток.

Чтобы измерения давали нам сведения о разности потенциалов, обязанной течению тока только в земле, необходима такая установка, которая в момент измерения не отбирала бы из земли тока. Наиболее удобным решением этой задачи является применение так называемого потенциометрического метода. Хотя сущность этого метода может считаться известной читателю из курса электричества, однако, учитывая весьма большое значение его в электроразведке, отведем несколько строк напоминанию основных его принципов.

Допустим, что на участке $M'N'$ цепи AB (рис. 24), по которой течет электрический ток, необходимо измерить омическое падение напряжения. Если собрать схему, указанную на рис. 24, состоящую из источника энергии E с известной электродвижущей силой, градуированного сопротивления PQ , по которому могут перемещаться контакты M и N , гальванометра G , включенного, допустим, между точками M и M' , а точки N и N' соединены накоротко, то стрелка гальванометра в общем случае окажется отклоненной от своего нулевого положения. Последнее будет обусловлено тем, что часть тока, текущего от M к N , ответвится в цепь $M'MNN'$, в равной мере часть тока от элемента E протечет по цепи $MM'N'N$. Включим элемент E так, чтобы ответвившийся от него на участке MM' ток был направлен противоположно тому, ответвляющемуся от линии AB .

Таким образом, в цепи гальванометра будет протекать разностный ток. Величина этого тока будет определяться разностью потенциалов точек M и M' . Меняя положение контакта M , эту разность потенциалов можно сделать равной нулю, т. е. сделать равным нулю ток в цепи гальванометра. В этом случае будет, конечно, отсутствовать ток и на участке NN' , так как в противном случае нарушался

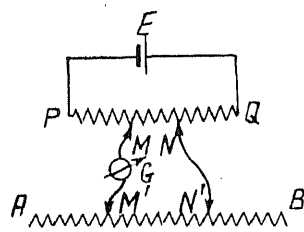


Рис. 24. Принцип потенциометрических измерений.

бы закон сохранения электричества. Отсутствие же тока на участке MN' свидетельствует о равенстве потенциалов точек N и N' .

Следовательно, в момент отсутствия тока в гальванометре разность потенциалов между точками M' и N' , обязанная току в AB , будет равна разности потенциалов между точками M и N сопротивления PQ , по которому течет ток от элемента E . Зная электродвижущую силу этого элемента, величину всего сопротивления PQ и сопротивление участка MN , сможем определить падение потенциала между точками M и N , а следовательно, и между M' и N' . Существенным здесь является то, что в момент измерения (т. е. при компенсации) измерительная установка из линии AB не берет тока.

Наибольшая разность потенциалов, которую можно измерить при помощи разобранный схемы, равна электродвижущей силе элемента E . В этом крайнем случае контакты M и N располагаются на концах сопротивления PQ . Так как обычно применяемые в потенциометре элементы дают электродвижущую силу больше 1 в, т. е. превышающую величины, измеряемые в электроразведочной практике, то последовательно с PQ в цепь элемента включается балластное сопротивление определенной величины. Сопротивление PQ удобно составить из двух частей, набранных из девяти сопротивлений по 10 ом и по 1 ом. По группе десятиомных сопротивлений перемещается один из контактов, причем так, что при его перемещении включается или выключается сопротивление, кратное 10 ом. Аналогично и для второго контакта, перемещающегося по группе одноомных сопротивлений и включающим или выключающим сопротивления, кратные 1 ом.

Если величина балластного сопротивления подобрана такой, что по PQ течет ток, допустим, в 1 ма, то между контактами M и N будет существовать разность потенциалов, определяемая произведением из силы тока в 1 ма на сумму $(m \cdot 10 + n \cdot 1)$ ом, т. е. $(m \cdot 10 + n \cdot 1)$ мв, где m — количество десятиомных и n — количество одноомных сопротивлений, находящихся между контактами M и N .

Таким образом, при помощи такого устройства при токе в 1 ма можно измерить разности потенциалов от 1 до 99 мв.

Чтобы расширить диапазон измерений, необходимо иметь возможность менять силу тока в PQ ; так, при токе в 0,1 ма диапазон измеряемых величин будет 0,1—9,9 мв, при токе в 5 ма — от 5 до 495 мв. Эти изменения можно осуществлять двумя способами: либо при помощи балластного сопротивления, либо по схеме рис. 26, где измерительное сопротивление PQ приключается параллельно определенной части полного сопротивления в цепи элемента. Если сопротивление $P'S'$ мало по сравнению с PQ , то ответвляющийся в PQ ток можно сделать настолько малым, насколько это желательно. Выгода этого второго способа устройства заключается в том, что оно не требует введения сравнительно громоздких многоомных балластных сопротивлений, что пришлось бы делать в первом случае. Подклю-

чение различных балластных сопротивлений и переход от одной схемы к другой можно осуществить при помощи простых переключателей.

После общих замечаний относительно принципа потенциометрических измерений можно перейти к изучению схемы одного из наиболее распространенных у нас в Союзе типов потенциометров. На рис. 25 дан общий вид этого прибора, имеющего марку ЭП-1, изготовляемого заводом «Геологоразведка». На рис. 26 представлена схема внутренних соединений в приборе. Основной его частью является измерительное потенциометрическое устройство, заключенное в алюминиевой коробке $I-I$. Градуированные сопротивления состоят из одноомных катушек и десятиомных катушек, концы которых при-

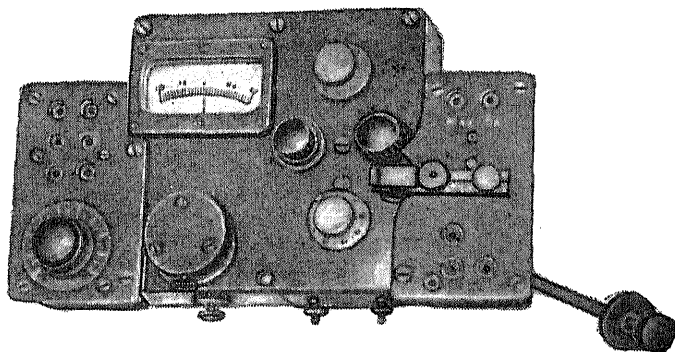


Рис. 25. Потенциометр ЭП-1.

ключены к контактам, отмеченным на рис. 26 цифрами 0, 1, 2... и 0, 10, 20... По этим контактам перемещаются движки a и b потенциометрической схемы. Падение потенциала на градуированных сопротивлениях создается током, посылаемым элементом E_1 . Включение этого элемента в схему можно изменять посредством ключей K_1 и K_2 . Различное включение влечет за собой изменение силы тока на основных сопротивлениях потенциометра и, таким образом, изменяет диапазон его измерений.

На рис. 27 даны схемы цепей для четырех комбинаций расположения подвижных контактов ключей K_1 и K_2 . Цифры, стоящие в кружках около каждой из схем, указывают на величину силы тока, текущего по градуированным сопротивлениям, и в то же время дают значения падения потенциала в милливольтгах на каждом оме этих сопротивлений.

Таким образом, количество омов, указываемое положениями движков a и b , умноженное на отмеченную величину силы тока, дает падение потенциала между движками a и b . Так как сопротивление, может быть включено между этими движками, равно 99 ом (максимальное значение), то диапазоны измерений, соответствующие четырем

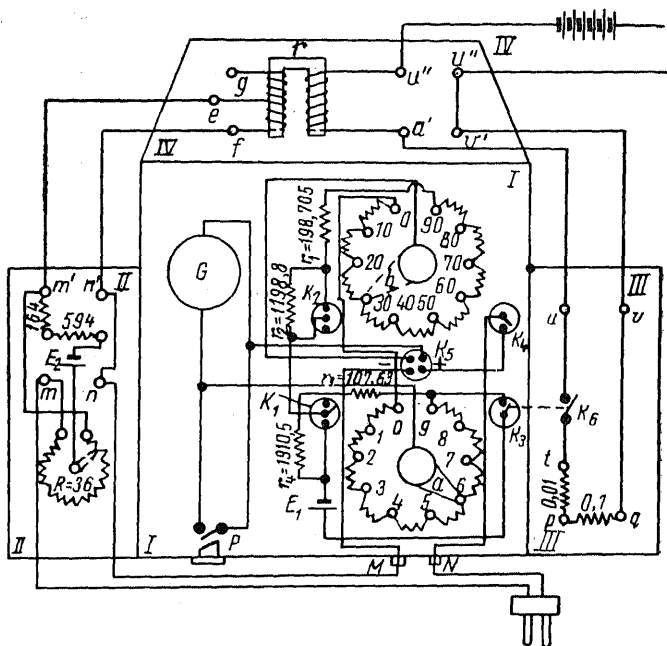


Рис. 26. Принципиальная схема соединений потенциметра ЭП-1.

схемам рис. 27, будут соответственно равны 495, 99, 19,8 и 4,95 мв. Значения постоянных добавочных сопротивлений r_1 , r_2 , r_3

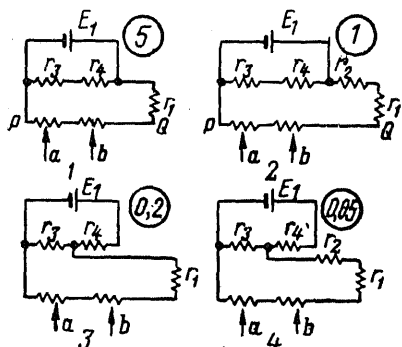


Рис. 27. Схема изменений диапазонов измерений потенциметра.

и r_4 , выраженные в омах, даны на рис. 26. Индикатором компенсации является гальванометр. Ключ K_3 служит для включения элемента E_1 в цепь. Этот элемент в целях возможного сохранения постоянства его электродвижущей силы включается ключом K_3 лишь на весьма короткие интервалы времени, чтобы иметь возможность констатировать наличие или отсутствие компенсации. Ключ K_4 включает или размыкает цепь гальванометра. Приспособление, отмеченное на рис. 26 буквой P , является арретиром гальванометра, устроенным таким образом, что в арретированном состоянии рамка гальванометра оказывается зашунтированной накоротко.

Деталь, находящаяся в коробке *II—II*, называется компенсатором поляризации. Эта часть прибора предназначена для устранения влияния на результаты измерений разности потенциалов между измерительными электродами тех электродвижущих сил, которые возникают на них в силу взаимодействия материала электродов с растворами, находящимися в почве. Компенсатор поляризации служит, по существу говоря, дополнительным потенциометром, включаемым последовательно с основным. Так как этот компенсатор не предназначен для каких-либо измерительных целей, то устройство его значительно проще. Элемент E_2 замыкается на два последовательно включенных сопротивления в 594 и 174 ом и реостат R с полным сопротивлением в 36 ом. Меняя положение движка реостата R , можно включать в цепь элемента E_2 различные части полного сопротивления реостата. Холостому положению движка соответствует размыкание цепи элемента. В один из проводов, идущих от электродов измерительной цепи, посредством гнезд m и n включается все сопротивление реостата. Различное положение движка этого реостата будет определять различные величины дополнительной разности потенциалов, обязанной своим существованием действию элемента E_2 . Величина последнего может доходить до 60—70 мв. Надлежащий способ включения позволяет пользоваться этой разностью потенциалов для компенсации электродвижущих сил, связанных поляризации измерительных электродов. Если необходимо компенсировать разности потенциалов, большие приведенных величин, то приходится закорачивать сопротивление в 594 ом. В этом случае предельное значение компенсируемой электродвижущей силы увеличивается до 230—260 мв.

В коробке *III—III* заключен выключатель тока, посылаемого в питающие электроды. В цепь ключа K_6 последовательно введены два сопротивления в 0,01 и 0,10 ом. На этих сопротивлениях при протекании тока возникает падение потенциала, которое можно измерить тем же потенциометром-измерителем. Для этой цели вилку S стоит лишь отключить от измерительных электродов и ввести в гнезда pq или pt . Измерив это падение потенциала ΔU_2 потенциометром и зная величину сопротивления r , на котором это падение потенциала наблюдается, нетрудно вычислить и силу питающего тока по формуле

$$I = \frac{\Delta U_1}{r}.$$

Ключи K_6 и K_3 замыкаются и размыкаются одновременно посредством гибкой пружинной тяги Бодена, видной на рис. 25. Регулировка одновременности замыкания производится посредством изменения высоты колонки, нажимающей на ключ K_6 . Так как в питающей цепи могут протекать токи значительной силы, то для возможного уменьшения обгорания контактов ключа K_6 применяется

магнитный искрогаситель, представляющий собой намагниченное разрезанное кольцо, в разрезе которого располагаются контакты ключа.

Четвертой деталью прибора, применяемой при измерениях с длинными линиями, является так называемый компенсатор индукции, заключенный в коробке *IV—IV*. Эта деталь, как показывает ее название, предназначена для устранения влияний электродвижущих сил индукции, возникающих в измерительной цепи при включении или выключении питающей цепи. При больших разностях установки эти электродвижущие силы могут достигать сравнительно больших величин, что выражается броском стрелки гальванометра, весьма мешающим наблюдению. Компенсация этих электродвижущих сил индукции достигается путем включения особого трансформаторного устройства *r* (рис. 26), одна из обмоток которого включена в цепь питающего тока, а другая — в измерительную линию. Надлежащим включением обмоток можно добиться того, что электродвижущая сила индукции между цепями питания и измерительной, возникающая в трансформаторе, будет направлена противоположно электродвижущей силе индукции между проводами, лежащими на земле. Величину первой можно менять, с одной стороны, путем введения в измерительную цепь различных частей соответствующей обмотки трансформатора и, с другой стороны, путем плавного перемещения якоря, замыкающего сердечник этого трансформатора, что изменяет магнитное сопротивление его магнитопровода. При помощи такого устройства можно достаточно удовлетворительно устранить влияние названного индукционного эффекта и тем самым значительно упростить наблюдения.

Подготовка прибора к измерениям заключается в осуществлении внешних соединений между отдельными частями потенциометра и подведении к нему цепей питания и измерительной. К зажимным винтам *M* и *N* потенциометра приключается колодка, от которой идут два двойных провода, оканчивающиеся штепсельными вилками (одна из них показана на рис. 26). Одна вилка, отмеченная буквой *S*, на рис. 26, служит для включения потенциометра в цепь измерительных электродов или для измерения силы тока, как это указано в описании выключателя. Другая вилка колодки вводится в гнезда *m* и *n* компенсатора поляризации. Гнезда *m'n'* этого же компенсатора соединяются либо накоротко, либо при помощи гибкого двойного провода с вилками на концах с гнездами *ef* или *eg* компенсатора индукции. Закорачивание гнезд *m'n'* делается тогда, когда нет необходимости работать с компенсатором индукции. Гнезда *u'* и *u''* этой части прибора служат для включения вилки, одна из ножек которой присоединена к проводу, идущему к одному из питающих электродов, а другая к полюсу источника тока. Гнезда *u'v'* соединяются с гнездами *u* и *v* выключателя тока посредством гибкого двойного провода с вилками на концах. Если компенсатор индукции не

принимает участия в работе, то это соединение отсутствует, а вилка, введенная в гнезда $u''v''$, переносится в гнезда u и v .

Общая схема включения всей измерительной установки по методу сопротивлений приведена на рис. 28.

Чувствительность потенциометра и степень надежности измерений с этим прибором во многом определяются индикатором тока, являющимся необходимой частью потенциометра. В приборе описываемого типа применен стрелочный гальванометр марки МПГ-3, изготавливаемый заводом «Электроприбор». Основные характеристики этого гальванометра таковы: чувствительность к току $1,8-3,0 \cdot 10^{-7}$ а на деление шкалы, внутреннее сопротивление $250-300$ ом, чувстви-

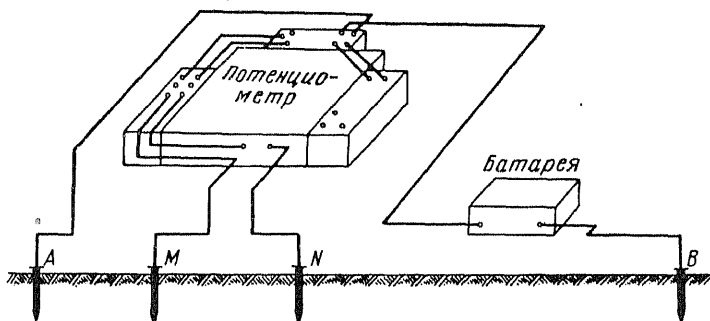


Рис. 28. Схема измерений в методе сопротивлений.

ность к напряжению $10-20$ делений на 1 мв, критическое сопротивление $800-1200$ ом, период затухания при разомкнутой цепи $4-5$ сек. Эти данные приводятся на шкале гальванометра. На рис. 29 приведена такая шкала. Буквенные обозначения в верхней ее части имеют следующий смысл: P — номер потенциометра; C — номер гальванометра; R^{Ω} — сопротивление гальванометра; A^{Ω} — критическое сопротивление; T^s — период колебания; $S^{\delta}/\mu a$ — чувствительность к току; 1 мV — чувствительность к напряжению.

Второй деталью потенциометра, на которой нам следует здесь остановить внимание, является компенсирующий элемент E_1 или E_2 . Эти элементы принадлежат к числу сухих элементов типа Лекланше и развивают электродвижущую силу около $1,45$ в при внутреннем сопротивлении около 1 ом. По мере расходования элемента его электродвижущая сила убывает сначала быстро, затем медленно и в конце срока его службы снова начинает резко падать. Наиболее выгодной является работа с элементом в том интервале его жизни, когда развиваемая им электродвижущая сила находится в пределах $1,45-1,2$ в. Для того чтобы убедиться в годности элемента, набирают на градуированных сопротивлениях потенциометра 1 ом, устанавливают

чувствительность единицу, закорачивают клеммы M и N прибора и нажимают ключ K_3 . Отброс стрелки гальванометра должен быть порядка 10—12 делений. Небольшие изменения в электродвижущей силе элемента потенциометра сравнительно мало отражаются на результатах измерения кажущегося удельного сопротивления. Последнее обязано тому, что и разность потенциалов и сила тока измеряются одним и тем же прибором и при вычислении кажущегося сопротивления входит отношение этих двух величин. Если измерения ΔU и I ведутся на одной чувствительности, то ошибка вычисления теоретически должна быть равна нулю. При разных чувствительностях ошибка будет тем больше, чем более разнятся друг от друга чувствительности, при которых ведется измерение ΔU и I .

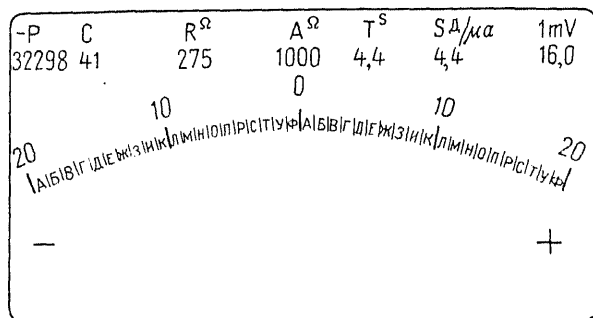


Рис. 29. Шкала гальванометра в потенциометре.

Описанный потенциометр, несмотря на ряд его положительных качеств, имеет и некоторые недостатки. К числу последних следует в первую очередь отнести небольшую величину его входного сопротивления, что затрудняет работу в условиях высоких сопротивлений заземлений. Подбор сопротивлений в компенсирующей цепи требует некоторого времени, что при наличии помех со стороны естественных или промышленных токов может явиться причиной погрешностей в измерениях.

Эти недостатки устранены в выпускаемых нашей промышленностью электронных автоматических компенсаторах. Наиболее распространенный из них электронный стрелочный компенсатор (ЭСК-1) предназначен для измерения силы тока от 0,001 до 3 а и напряжения от 0,1 до 1000 мв. Измеряемая величина снимается непосредственно на шкале стрелочного гальванометра прибора. Другой электронный прибор, менее распространенный в производственных партиях, счетно-решающий компенсатор (КСР-1 или КСРА-1) позволяет, кроме силы тока и разности потенциалов, снимать по шкале гальванометра непосредственно значение кажущегося удельного сопротивления. Идея, лежащая в основе конструкции электронного авто-

компенсатора, можно пояснить следующим образом. Допустим, что нам надлежит измерить разность потенциалов $e = \Delta U$ между точками M и N (рис. 30), причем сопротивление участка цепи MN равно r_i . К зажимам M и N приключим вход усилителя и последовательно с ним сопротивление R , включенное одновременно в выходную цепь этого же усилителя. Эту цепь включим так, чтобы напряжение U_K на сопротивлении R частично компенсировало напряжение ΔU . В таком случае, если обозначить через $r_{вх}$ и $r_{вых}$ соответственно сопротивление входа и выхода усилителя, буквой K коэффициент усиления усилителя и r_2 сопротивление гальванометра, включенного в выходную цепь, то можно написать:

для тока i_1 во входной цепи

$$i_1 = \frac{e - U_K}{r_i + r_{вх} + R};$$

для напряжения $U_{вх}$ на входе усилителя

$$U_{вх} = \frac{r_{вх}(e - U_K)}{r_i + r_{вх} + R}. \quad (15)$$

Напряжение U_2 на выходе усилителя при коэффициенте усиления K будет

$$U_2 = KU_{вх}. \quad (16)$$

Ток i_2 в цепи на выходе усилителя и, в частности, в гальванометре G будет

$$i_2 = \frac{U_2}{r_{вых} + r_2 + R}.$$

Компенсирующее напряжение, развивающееся на сопротивлении R , будет

$$U_K = \frac{RU_2}{r_{вых} + r_2 + R}. \quad (17)$$

Обозначив

$$\frac{r_{вх}}{r_i + r_{вх} + R} \quad \text{и} \quad \frac{R}{r_{вых} + r_2 + R}$$

соответственно через p и q , можно переписать равенства (15) и (17) в виде

$$U_{вх} = p(e - U_K),$$

$$U_K = qU_2.$$

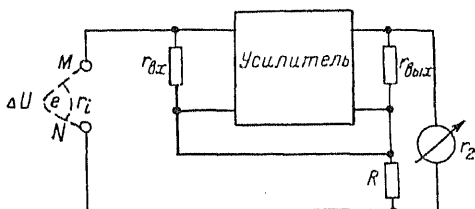


Рис. 30. Принцип работы электродинамического автокомпенсатора.

Так как в силу равенства (16) $U_{\text{вх}} = \frac{U_2}{K}$, то первое из написанных выражений дает

$$\frac{U_2}{K} = p(e - qU_2)$$

или

$$U_2 = \frac{pKe}{1 + pqK}$$

В связи с этим найдем выражение для тока i_2 , текущего через гальванометр:

$$i_2 = \frac{pqKe}{R(1 + pqK)} = \frac{e}{R\left(1 + \frac{1}{pqK}\right)}$$

Если коэффициент K достаточно велик, то дробь $\frac{1}{pqK}$ мала по сравнению с единицей и с достаточной точностью $i_2 = \frac{e}{R}$, т. е. показания измерителя тока будут пропорциональны электродвижущей силе, приложенной к электродам M и N .

Поскольку подлежащие измерению величины: сила посланного в землю электрического тока и напряжение, возникающее на электродах M и N , являются постоянными, усилитель автокомпенсатора должен быть усилителем постоянного тока. В выпускаемом промышленностью приборе усиление постоянного тока осуществляется следующим образом. Поданное на вход постоянное напряжение специальным реле преобразовывается в переменное. Преобразованное напряжение усиливается четырехкаскадным усилителем переменного тока. Усиленное напряжение снова преобразовывается тем же реле в постоянное. Преобразование на входе и выходе производится синхронно. Принципиальная схема прибора изображена на рис. 31.

Расширение области применения электроразведки, привлечение этого метода к решению структурных задач при относительно больших глубинах исследования заставили разрабатывать и новую более удобную аппаратуру для измерений и новую методику работы. Как увидим в дальнейшем, увеличение глубины исследований гребует применения больших токов в питающей цепи, больших расстояний между питающей и измерительной установками, что в свою очередь обуславливает появление мешающих влияний, которые не ощущаются при работе с установками небольших размеров.

Использование больших токов, порядка 20—30 а, не позволяет применять для их измерений потенциометр, так как максимальный ток, который можно измерить этим прибором, не превышает 1—1,5 а. Применение потенциометра исключается и потому еще, что при больших расстояниях между измерительной и питающей цепями

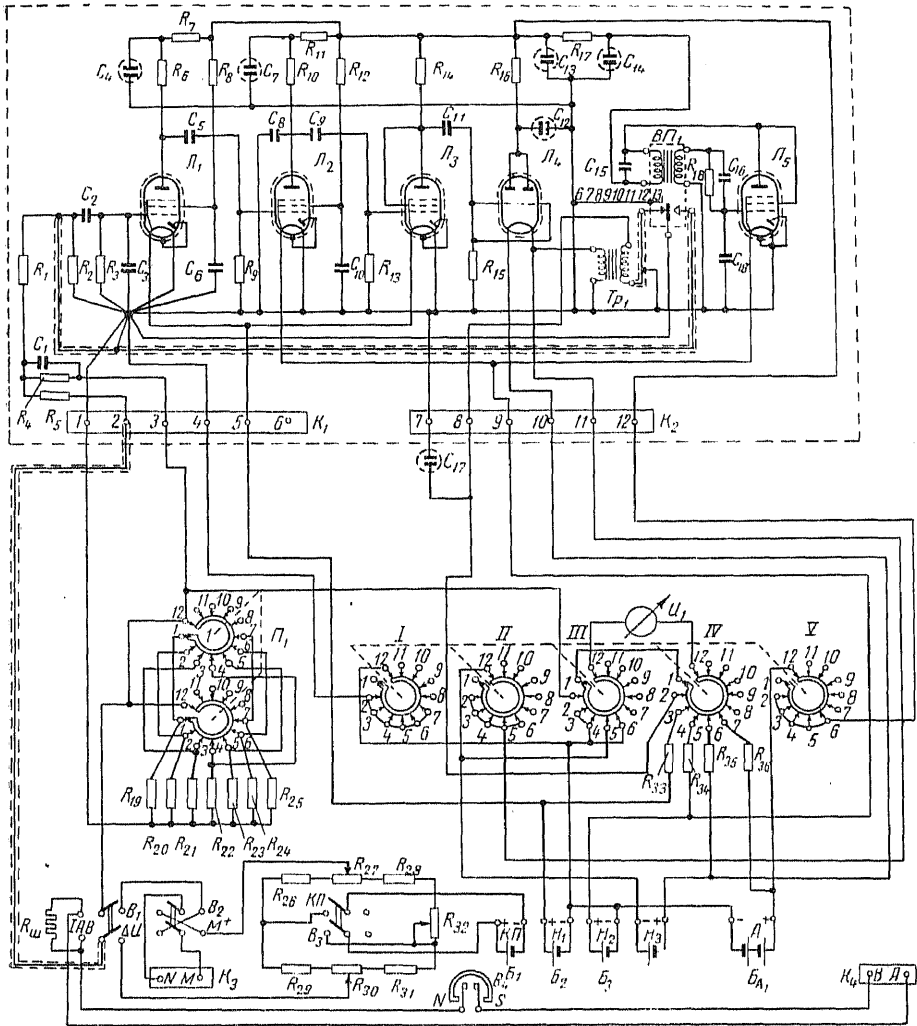


Рис. 31. Принципиальная схема автокомпенсатора ЭСК-1.

I — усилитель; *П*₁ — переключатель пределов измерения; *R*₁₉...*R*₂₅ — сопротивления обратной связи для изменения пределов измерения; *П*₂ — переключатель «питание — контроль»; *R*₂₃, *R*₂₄, *R*₂₅ — дополнительные сопротивления по 30 ком для контроля напряжения накала; *R*₂₆ — дополнительное сопротивление 1,8 Мом для контроля напряжения анода; *И*₁ — стрелочный измерительный прибор; *Б*₁, *Б*₂, *Б*₃, *Б*₄, *Б*_А — источники питания компенсатора поляризации, накала и анода ламп; *В*₄ — выключатель тока; *К*₄ — клеммы АВ; *R*₂₀...*R*₃₂ — постоянные и переменные сопротивления схемы компенсатора поляризации; *В*₁ — переключатель рода работ; *В*₂ — переключатель полярности; *В*₃ — выключатель компенсатора поляризации; *К*₃ — клеммы MN; *I*_{AB} и ΔU — положений *В*₁ соответственно для измерения силы тока и разности потенциалов. *R*_{III} — эталонное сопротивление для измерения силы тока.

пришлось бы применять длинные провода, находящиеся под весьма высоким напряжением, что далеко небезопасно.

В связи с необходимостью вести отдельно измерение в питающей и приемной линиях в современной электроразведке разработаны отдельные установки для измерений напряжений малой величины и создания и измерения токов большой силы. Измерительная станция оснащается записывающим устройством — пленочным осциллографом, снабженным чувствительными гальванометрами. Запись напряжения ведется в течение достаточно большого интервала времени,

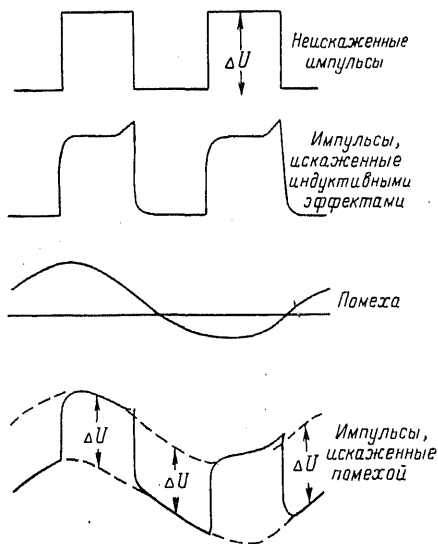


Рис. 32. Осциллограмма, осложненная помехами.

что позволяет оценить и качество измерений: степень влияния неизбежно существующих теллурических токов или помех индустриальной природы. Если эти влияния носят регулярный характер, то путем надлежащей обработки записей их можно исключить. Если же на осциллограмме явно заметна иррегулярность, то лучше провести повторные измерения в более спокойное в смысле влияния помех время.

На рис. 32 приведен примерный вид осциллограммы, осложненной влиянием длиннопериодных изменений, и показан способ обработки записи, позволяющий получить достаточно точное значение разности потенциалов между измерительными электродами.

Уже было сказано, что при электроразведочных работах по методу сопротивлений приходится почти всегда сталкиваться с влияниями различных мешающих наблюдением факторов. Природа таких факторов различна. Они могут быть промышленного происхождения, могут быть обусловлены поляризацией электродов, метеорологическим причинам и т. п. В качестве мер борьбы с этими снижающими качество измерений помехами применяются либо специальные надстройки к измерительному прибору — компенсатор поляризации, компенсатор индукции, либо такая организация измерений, при которой нужная величина получается как среднее из результатов нескольких наблюдений. При невысоких требованиях к точности измерений эти мероприятия не снижают заметным образом производительности работ, но если потребовать высокоточных измерений, то длительность отдельных замеров суще-

ственным образом увеличится за счет изменений во времени, вариаций, мешающих факторов. Эта временная изменчивость помех может вызвать необходимость или проведения дополнительных регулировок, как, например, при изменении поляризуемости электродов измерительной линии, или большого ряда измерений для обеспечения надежной величины среднего значения. Поэтому весьма желательна разработка такой аппаратуры и таких методов измерений, при которых влияние мешающих факторов было бы устранено или сведено к минимуму.

Работа в этом направлении основывалась на том, что при небольших питающих линиях, не длиннее 1—2 км, применение переменного тока низких частот (около 15—20 гц) дает результаты, не отличающиеся от результатов измерений на постоянном токе. Теоретическое обоснование этого положения будет дано в разделе, посвященном использованию переменного тока для целей разведки. Поэтому электроразведочные работы методом сопротивлений можно вести с генератором переменного тока в качестве источника поля и измерителем переменной разности потенциалов в измерительной линии. Последний можно построить так, чтобы он измерял лишь разности потенциалов, изменяющиеся с частотой генератора тока, и заметно не реагировал на вариации других частот. При этом чувствительность измерительного прибора можно сделать более высокой, чем чувствительность гальванометра, обычно применяемого при электроразведке методом сопротивлений. Повышение точности измерений позволяет применять ток меньшей силы, а следовательно, снизить требования к мощности генератора. При работе с такой установкой устраняется влияние поляризации электродов, которые можно сделать более прочными, снижается влияние промышленных помех и естественных электрических токов и в связи с этим существенно упрощается методика измерений. Следует, однако, отметить, что дальнейшее повышение чувствительности измерительного прибора и понижение мощности генератора не дают ожидаемых результатов, так как при этом появляются новые источники помех в виде неизбежных аппаратных шумов и неустойчивости работы приборов с большим коэффициентом усиления.

Описанные положения нашли свою реализацию в приборах АНЧ-1 и АНЧ-2. Генераторные устройства того и другого прибора принципиально не отличаются один от другого. В приборе АНЧ-2: генератор лишь большей мощности, способный обеспечить в питающей линии ток до 3 а, в то время как в приборе АНЧ-1 максимальная сила тока, посылаемого в питающую цепь, не превышает 1 а. Генератор является преобразователем постоянного тока в переменный и состоит из задающего каскада I, собранного по схеме мульти-вibratorа, из предварительного усилителя II, усилителя мощности III и устройств для регулирования, контроля и измерения силы

тока в питающих линиях (линии *AB*). Все устройство собрано на полупроводниковых приборах и имеет на выходе стрелочный измерительный прибор, позволяющий измерять силу тока в питающей линии (рис. 33а и 33б).

§ 11. ОСНАЩЕНИЕ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДОЧНОЙ ПАРТИИ

Источники тока. В качестве источников тока в электроразведке методом сопротивлений пользуются по преимуществу батареи, собранными из сухих элементов типа Лекланше. Положительным электродом такого элемента служит уголь, отрицательным — цинк. В качестве электролита применяется раствор NH_4Cl ; деполяризатором является перекись марганца. Установившаяся конструкция элементов в общих чертах такова: в цинковый сосуд цилиндрической формы или в такой же сосуд квадратного сечения (рис. 34), являющийся отрицательным полюсом, помещается угольный стержень *C*, заключенный внутри мешочка из ткани со смесью порошков угля и перекиси марганца; свободное пространство между цинком и оболочкой угольного стержня заполняется студнеобразной массой, приготовленной из раствора электролита и какой-либо вязкой среды (мучной клейстер или агар-агар). Собранный элемент помещается в коробку из парафинированного картона и сверху заливается смолой; в заливке оставляется небольшое отверстие, служащее для выхода газов, которые могут образоваться внутри элемента.

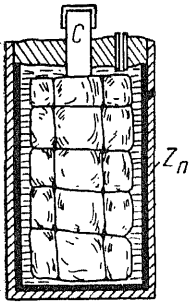


Рис. 34. Элемент гальванический.

Электродвижущая сила свежеприготовленного элемента около 1,5—1,6 в; она постепенно уменьшается по мере его расходования. Внутреннее сопротивление элемента около 1 ом. По габаритам и емкости различают несколько типов элементов, применяемых в электроразведке.

Круглые элементы: диаметр цинкового сосуда 32 мм; высота 60 мм; емкость при разряде на сопротивление в 50 ом до 1,2 в около 1 а.ч.

Элементы марки 2С: размеры цинковой коробки 40 × 40 × 85 мм; емкость при разряде на сопротивление в 20 ом до напряжения 0,7 в около 4 а.ч.

Элементы марки КС: размеры 70 × 70 × 155 мм; емкость при разряде на сопротивление в 10 ом до напряжения 0,7 в около 40 а.ч.

Круглые элементы используются обычно в качестве компенсирующих в потенциометрах; к ним предъявляются более высокие требования в отношении качества, чем к элементам последних двух марок, применяемым в питающих цепях.

Для того чтобы иметь возможность обеспечить токи нужной силы, элементы собираются в батареи последовательно по несколько штук. Наиболее употребительным в электроразведке типом таких

батареи являются батареи марки Б-72. Последние состоят из 48 элементов, разделенных на две группы по 24 последовательно включенных элемента каждая. Полюсы каждой секции подведены к распределительной планке, укрепленной на стенке ящика, в который заключена батарея. Распределение гнезд этой планки изображено на рис. 35. Пользуясь штепсельными вилками, можно включить обе секции элементов либо последовательно, либо параллельно. Так как напряжение каждой из этих секций около 36 в, то при последовательном включении батарея обладает электродвижущей силой около 72 в. При надобности можно включать несколько батарей последовательно.

Батарея монтируется в деревянном ящике и тщательно заливается парафином. Вес собранной батареи около 15 кг.

Генераторная электроразведочная станция. В практику электроразведки больших глубин в последние годы все больше и больше входит применение специальной генераторной станции, позволяющей посылать в питающую линию токи до 35—40 а. Особенно эффективно применение генераторных электроразведочных станций при дипольных измерениях. При работе с дипольными схемами можно одновременно применять несколько измерительных установок и тем самым более полно изучить электрический разрез толщи горных пород в месте исследований.

Такая генераторная станция монтируется на автомашине, двигатель которой используется для вращения роторов двух динамомашин. Каждая из них может развить напряжение в 450 в при мощности 5 или 1,5 *квт*. Во внешнюю цепь динамомашин можно включать параллельно и последовательно. В первом случае к питающим электродам подается 450 в, во втором 900 в за вычетом падения напряжения в линии, идущей от зажимов генератора к электродам.

Регулирование напряжения динамомашин, а следовательно, и силы тока в цепи питающих электродов можно осуществлять путем изменения числа оборотов генераторов и реостатами в цепи их возбуждения. Число оборотов можно изменять путем использования коробки передач и изменения подачи горючего в двигатель.

Ток во внешнюю цепь посылается импульсами. При включении цепи генераторная группа замыкается на регулируемое балластное сопротивление, величина которого подбирается равной сопротивлению внешней цепи. Поскольку длительность переключения весьма мала, генераторы работают устойчиво, без разгонов.

В электроразведочной станции ЭРС-23 генераторы можно переключать таким образом, что импульсы тока будут менять свое направление, т. е. полярность электродов может меняться. Это удваивает

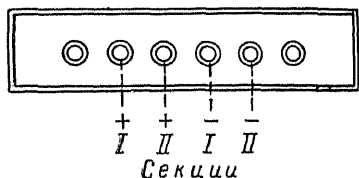


Рис. 35. Планка с гнездами включений.

измеряемые разности потенциалов и тем самым повышает точность измерений.

Внешний вид и схема такой станции приведены на рис. 36 и 37.

Электроды. Применяемые в электроразведке заземлители чаще всего имеют вид железных или медных колец длиной около 30—50 см. Медные пикеты изготавливаются из трубки диаметром 2—3 см, нижняя часть которой закрыта медным же конической формы наконечником. Верхняя часть трубки часто имеет утолщение, увеличивающее прочность пикета, который иногда приходится забивать в довольно твердый грунт. С этой же целью внутрь трубки

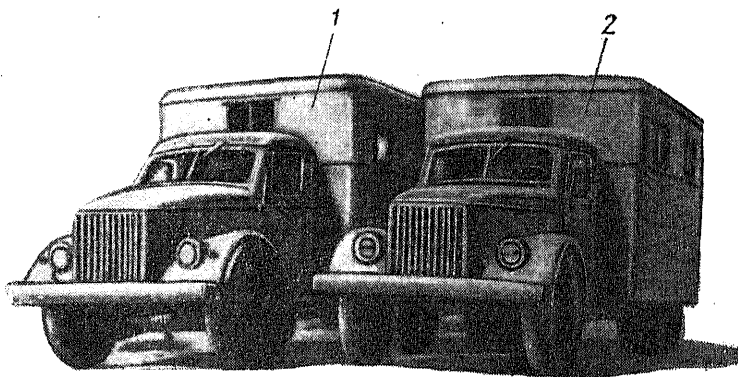


Рис. 36. Внешний вид электроразведочной станции.

1 — энергетическая установка; 2 — полевая лаборатория.

плотно вгоняется стержень из какой-либо твердой породы дерева. Обычно пикеты применяются группами от 2 до 5 шт. и более для каждого заземления, причем верхние части пикетов соединяются друг с другом проводом.

В зависимости от условий, в которых приходится вести работу, форма заземлителей может существенно меняться. Мы уже упоминали в главе, посвященной сопротивлению заземлений, о дисковых электродах особой конструкции, применяемых в тех случаях, когда забивание пикетов становится невозможным из-за твердости грунта. Укажем здесь еще на электроды, изготавливаемые из кусков угольного и Т-образного железа большой длины — порядка 1—1,5 м, которыми приходится пользоваться при работах в районах с весьма сухим или замёрзшим верхним слоем. При помощи таких длинных электродов этот плохо проводящий слой пробивается, и таким образом осуществляется контакт между цепями установки и проводящими увлажненными слоями земли.

Провода. В электроразведке применяются гибкие провода различных типов в зависимости от их назначения. Основными требо-

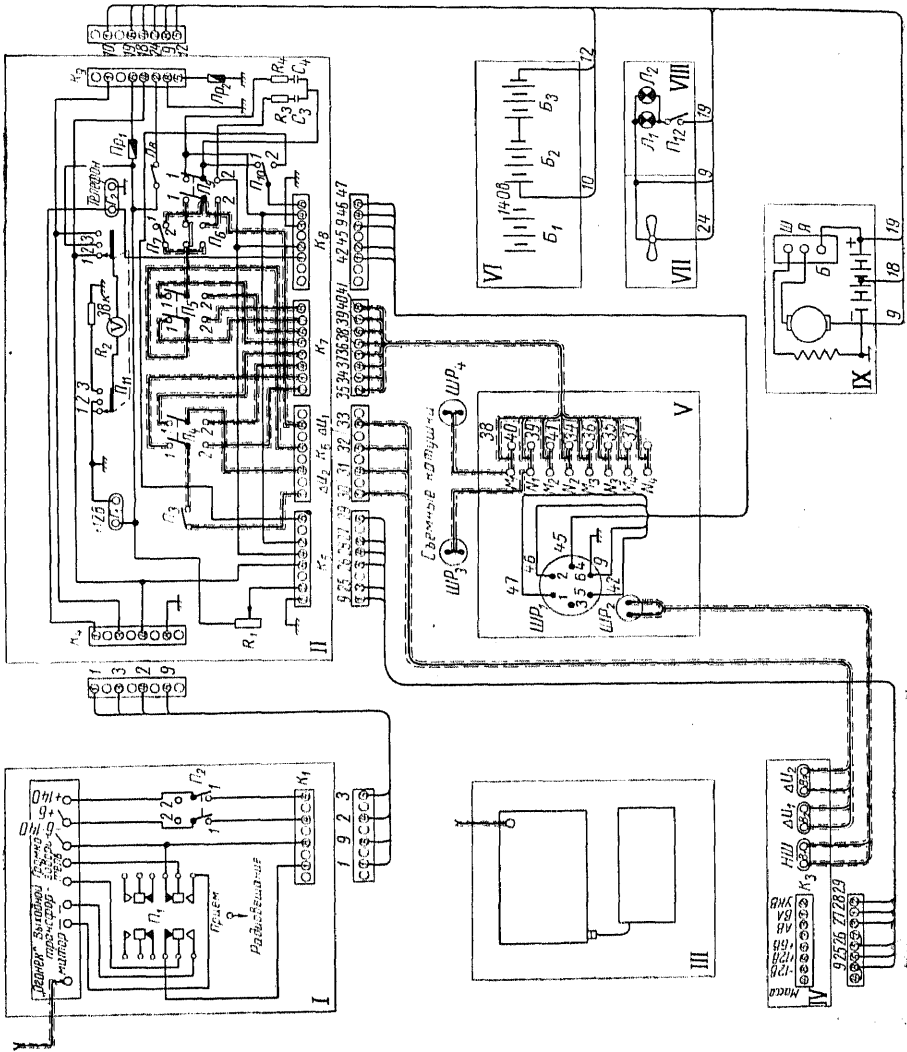


Рис. 37. Электрическая схема латорации ЭРС-23-58.

I — переговорное устройство; II — панель управления; III — радиостанция РШМС с блоком питания; IV — осциллограф ЭПО-5; V — входная панель; VI — батареи 60-ГРМЦ-6; VII — вентилятор; VIII — устройство для проявления осциллограмм; IX — генератор и аккумулятор автомобиля.

ваниями, предъявляемыми к ним, являются их механическая прочность и высокие качества изоляции. Изоляция провода должна быть стойка в отношении воздействия метеорологических факторов и механически надежна, так как при полевой работе провода приходится много раз перетягивать с места на место, волоча их по земле. Специально для электроразведочных целей применяются провода марки ПУМ с медной и ПСМ со стали-медной жилой.

Основные характеристики проводов

Специальный провод с медной жилой (ПУМ)

Диаметр провода	7,6 мм
Вес 1 км провода	125 кг
Сопротивление разрыву	150 кг/мм ²
Электрическое сопротивление на 1 км провода	3 ом
Сопротивление изоляции	600 Мом на 1 км провода

Провод состоит из семи медных проволок диаметром 0,5 мм, оплетенных хлопчатобумажной пряжей и запрессованных вместе с последней в два слоя резины. Поверх резиновой оболочки намотана прорезиненная лента, закрытая двумя слоями неньковой или джутовой пряжи, пропитанной угольной смолой с парафином.

Специальный провод со стали-медной жилой (ПСМ)

Диаметр провода	6 мм
Вес 1 км провода	70 кг
Сопротивление разрыву	200 кг/мм ²
Электрическое сопротивление	10 ом на 1 км провода
Сопротивление изоляции	600 Мом на 1 км провода

Провод состоит из семи стальных луженых проволок диаметром 0,4 мм, обвитых 10 проволоками из луженой меди. Структура изолирующей оболочки такая же, как и для провода с медной жилой.

При отсутствии специальных проводов, особенно при небольших линиях, можно пользоваться проводами следующих марок

Телефонный провод

Диаметр провода	4 мм
Вес 1 км провода	18 кг
Сопротивление разрыву	50 кг/мм ²
Электрическое сопротивление	60 ом на 1 км провода
Сопротивление изоляции	600 Мом на 1 км провода

Провод состоит из трех медных луженых и четырех стальных проволок диаметром около 0,3 мм, запрессованных в слой резины. Сверху провод покрыт прорезиненной лентой и хлопчатобумажной пряжей, пропитанной смолой.

Сепарный провод

Диаметр провода	6 мм
Вес 1 км провода	50 кг
Сопротивление разрыву	50 кг/мм ²
Электрическое сопротивление	10 ом на 1 км провода
Сопротивление изоляции	800 Мом на 1 км провода

Провод состоит из семи медных жил, запрессованных в три слоя резины, покрытых двойным слоем бумажной оплетки.

Для соединений полевых проводов с приборами и для осуществления соединений между отдельными элементами установки применяется чаще всего двухжильный провод, имеющий особое строение. Каждая из жил, состоящая из 24 луженых медных проволок диаметром 0,2 мм, оплетена хлопчатобумажной пряжей и запрессована в резину, окрашенную одна в черный, другая в белый цвет. Обе таким образом изолированные жилы скручены и в свою

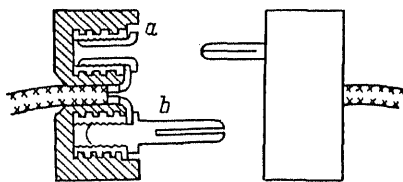


Рис. 38. Соединительная фишка.

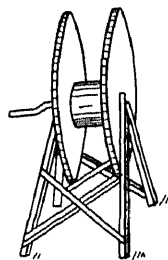


Рис. 39. Катушка полевая.

очередь запрессованы в общую резиновую оболочку. Сопротивление каждой жилы около 20 ом на 1 км провода. Вес 1 км провода 65 кг.

Соединительные фишки. Быстрые соединения проводов друг с другом, с приборами и с батареями удобнее всего осуществлять при помощи штепселей, вводимых в гнезда. В электроразведочной практике вошли в обиход фишки, изображенные на рис. 38. В основании из пластмассы запрессованы два гнезда с винтовой нарезкой, в одно из которых ввинчивается штепсельное гнездо *a*, в другое штепсельная ножка *b*. Способ пользования таким соединением не нуждается в пояснении. Следует лишь указать, что в тех случаях, когда к такому соединению будет прилагаться растягивающее усилие, надо концы проводов, соединенных фишками, связывать друг с другом. В таком случае растяжение будет приложено к месту связывания и соединение не будет нарушаться.

Катушки. В целях большей сохранности и удобства в работе провода в электроразведочных партиях наматываются на специальные катушки, устанавливаемые на раскладной подставке (рис. 39).

Проходящая через середину катушки железная ось, на одном конце изогнутая в виде ручки ворота, ложится при сборке в железные подшипники в верхней части подставки. Эта ось снабжена со стороны изогнутого конца плотно надетым железным диском с шпёнком, обращенным в сторону свободного конца оси. Шпёнок входит в соответствующее отверстие на щеке катушки, чем осуществляется скрепление ее с осью. На одной из щек катушки врезана эбонитовая пластинка с гнездами для включения штепсельной вилки. Внутренний конец провода, намотанного на катушку, поджат под гайки гнезд. Следовательно, приключение провода, намотанного на катушку к какой-либо части электроразведочной установки, осуществляется путем втыкания штепселя, которым оканчивается провод, идущий от этой части установки в гнезда катушки.

При работе на длинных линиях и при наличии автотранспорта целесообразно намотку и размотку катушек механизировать, используя для вращения катушек движущую силу автомашины. Кон-

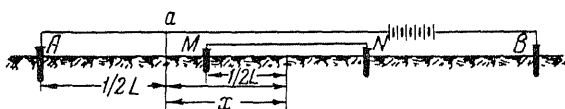


Рис. 40. Утечки из питающей линии.

струкции таких механизированных проводов могут быть весьма различны. Здесь не останавливаемся на описании таких намоточных станков, так как они сравнительно редко применяются в электроразведочных партиях и их разработанные конструкции еще нельзя считать вполне удовлетворительными.

Реле сопротивлений (утечки и борьба с ними). Результаты электроразведочных наблюдений можно считать надежными лишь тогда, когда есть уверенность в том, что ни в линии питания, ни в измерительной линии нет иных контактов с землей, кроме электродов. Нарушение этого условия может служить причиной весьма больших ошибок, которые совершенно искажают результаты съемки. Чтобы составить себе представление о влиянии утечек, рассмотрим частный случай цепи с утечкой. Предположим (рис. 40), что при измерении посредством четырехэлектродной установки в линии питания вследствие повреждения изоляции провода в точке a появилась утечка, эквивалентная заземлению с сопротивлением r , если через r обозначить сопротивление этого участка цепи стеканию тока в землю. Если принять, что сопротивление стеканию тока для заземления A есть R , то между электродом A и местом утечки a полный ток I распределится таким образом, что через A в землю потечет ток силы $I_0 = I \frac{r}{R+r}$, а через точку a — ток силы

$I_1 = I \frac{R}{R+r}$. В таком случае при измерении над однородной средой потенциалы электродов измерительной цепи будут

$$U_M = \frac{I_0 \varrho}{2\pi} \frac{1}{\frac{L}{2} - \frac{l}{2}} + \frac{I_1 \varrho}{2\pi} \frac{1}{x - \frac{l}{2}} - \frac{I \varrho}{2\pi} \frac{1}{\frac{L}{2} + \frac{l}{2}},$$

$$U_N = \frac{I_0 \varrho}{2\pi} \frac{1}{\frac{L}{2} + \frac{l}{2}} + \frac{I_1 \varrho}{2\pi} \frac{1}{x + \frac{l}{2}} - \frac{I \varrho}{2\pi} \frac{1}{\frac{L}{2} - \frac{l}{2}},$$

где L и l — длины питающей и измерительной линии; x — расстояние от точки a до середины установки; ϱ — удельное сопротивление среды. Следовательно, разность потенциалов

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{I_0 \varrho}{2\pi} \frac{4l}{L^2 - l^2} + \frac{I_1 \varrho}{2\pi} \frac{4l}{4x^2 - l^2} + \frac{I \varrho}{2\pi} \frac{4l}{L^2 - l^2} = \\ &= \frac{2I \varrho l}{\pi} \left(\frac{r}{R+r} \frac{1}{L^2 - l^2} + \frac{R}{R+r} \frac{1}{4x^2 - l^2} + \frac{1}{L^2 - l^2} \right) = \\ &= \frac{4I \varrho}{\pi} \frac{l}{L^2 - l^2} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{R}{R+r} \left(\frac{L^2 - l^2}{4x^2 - l^2} - 1 \right) \right]. \end{aligned}$$

Вычисляя удельное сопротивление, находим

$$\varrho = \frac{\Delta U}{I} \frac{\pi}{4} \frac{L^2 - l^2}{l} \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{R}{R+r} \left(\frac{L^2 - l^2}{4x^2 - l^2} - 1 \right)}.$$

Если не подозреваем о существовании утечки, то удельное сопротивление вычисляем по формуле для установки без утечки, что дает нам не истинное значение ϱ , а величину ϱ' , определяемую формулой

$$\varrho' = \frac{\Delta U}{I} \frac{\pi}{4} \frac{L^2 - l^2}{l}.$$

Отсюда можно заключить, что вычисленное значение удельного сопротивления связано с точным его значением соотношением

$$\varrho' = \varrho \left[1 + \frac{1}{2} \frac{R}{R+r} \left(\frac{L^2 - l^2}{4x^2 - l^2} - 1 \right) \right].$$

Эта формула показывает, что утечки оказывают тем большее влияние, чем ближе место утечки к одному из измерительных электродов ($x = \frac{l}{2}$). И обратно — влияние утечки стремится к нулю, если ее место приближается к питающему электроду ($x = \frac{L}{2}$).

В существовании или отсутствии утечки можно убедиться весьма простым способом. Включим около электрода (одного или обоих) какое-либо сопротивление. Сила питающего тока соответственно

уменьшится и в такой же степени уменьшится разность потенциалов между электродами измерительной цепи, если утечка отсутствует. Поэтому вычисленное удельное сопротивление останется таким же, каким мы его нашли до включения сопротивления. Иначе будет обстоять дело при наличии утечки. Как показывает последняя формула, для ρ' изменение R (сопротивление электрода) влечет за собой изменение второго множителя правой части формулы, т. е. результаты вычисления удельного сопротивления ρ' для измерений с различными сопротивлениями электродов будут различны. Поэтому измерения всегда рекомендуется вести с различными сопротивлениями питающих электродов. Последнее можно делать либо изменением глубины забивания пикетов или их числа, либо путем включения последовательно с электродами сопротивлений, по величине сравнимых с сопротивлением этих электродов. Первый прием удобен при небольших линиях, когда передача распоряжений от аппарата на концы линии не сопряжена с какими-либо затруднениями. Применение этого способа при больших линиях связано с соответствующей сигнализацией, что даже при таких совершенных способах связи, как телефон, требует затраты относительно большого количества времени.

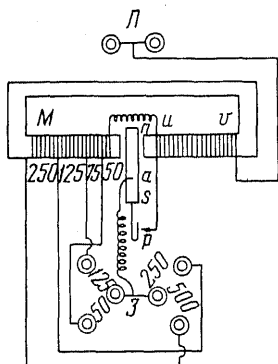


Рис. 41. Реле сопротивлений.

Более удобным является применение так называемых реле сопротивлений. При помощи этого реле наблюдатель сам имеет возможность произвести включение и выключение добавочных сопротивлений на электродах. Устройство такого реле весьма несложно. В зазор между полюсами электромагнита M (рис. 41) свободно входит один из концов намагниченной пластинки ns , которая может вращаться около оси a . В зависимости от направления тока в обмотке электромагнита намагниченная пластинка притягивается к одному или к другому его полюсу. Притягивание влечет за собой поворачивание пластинки около оси a и включение или разрыв контакта p . Обмотка электромагнита состоит из нескольких последовательно включенных частей: обмотки возбуждения uv и обмоток из проволоки высокого сопротивления с сопротивлениями в 50, 76, 125 и 250 ом. Начало обмотки возбуждения подведено к гнездам, отмеченным буквой L , в которые вводится штепсельная вилка линии питания. Конец ее подводится к контакту p . Концы секций высокого сопротивления подводятся к четырем гнездам, расположенным около гнезд, отмеченных буквой $З$, приключенных к поляризованному якорю реле. Расположение гнезд таково, что полюсную вилку на конце провода, идущего от заземления, можно вставить между одним из гнезд $З$

и каким-либо гнездом отвода обмотки высокого напряжения. Если, например, эту вилку вставить в гнезда, между которыми стоит цифра 250, то при одном направлении тока в электромагните контакт будет разомкнут и ток, идущий из линии в электрод 3, должен будет пройти через сопротивление $50 + 75 + 125 = 250 \text{ ом}$. При противоположном направлении тока в линии, а следовательно, и в электромагните контакт окажется запунтированным накоротко. Таким образом, чтобы включить или выключить сопротивление у электрода, наблюдателю достаточно переменить направление тока питания, что делается просто поворотом вилки, включающей в линию источник тока.

Для приведения реле в действие достаточно весьма небольшой ток (около 50—100 *ма*). Регулировка реле заключается в такой установке упорных винтов, ограничивающих колебания якоря (эти винты на схеме не показаны), при которой получается достаточно надежный контакт и в то же время не происходит прилипания якоря к полюсам электромагнита. Максимальная допустимая нагрузка реле 2—3 *а*.

Реле изготавливаются парными (реле *A* и реле *B*) для установки на каждом из питающих электродов. Парность реле обусловлена тем обстоятельством, что направление тока у электродов различно и поэтому полярность якоря должна быть различной, чтобы оба реле давали одинаковый эффект при изменении направления тока.

В случае обнаружения утечки в линии, что чаще всего обуславливается порчей изоляции провода, необходимо найти место утечки и исправить изоляцию при помощи изоляционной ленты. Приемов отыскания мест утечки, если они не могут быть обнаружены глазом, существует много; мы опишем здесь один из наиболее простых; Подозрительный в отношении утечек провод перематывается с одной катушки на другую, будучи включенным в испытательную цепь, схематически изображенную на рис. 42. Здесь *B* — батарея, приключенная одним полюсом к электроду *A*, а другим к жиле испытуемого провода. Потенциометр *P* включается в цепь, состоящую из электрода *A*, балластного сопротивления *R* и контакта *K*, представляющего собой просто смоченную тряпку, которую можно перемещать по изоляции провода. Очевидно, что в том случае, когда контакт *K* окажется на месте, где повреждена изоляция, стрелка гальванометра потенциометра отклонится.

Случается, особенно в сырую погоду, наблюдать утечки непосредственно из батарей, питающих установку. Значение этих утечек особенно велико, так как батареи обычно располагаются вблизи измерительного прибора, и поэтому, как показывает формула для ρ' , член, зависящий от x , становится весьма большим. В целях борьбы

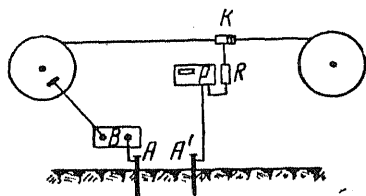


Рис. 42. Способ определения мест утечек.

с утечкой этого рода рекомендуется устанавливать батареи на специальный резиновый коврик или какую-либо иную изоляционную прокладку.

С и г н а л и з а ц и я. Производительность работ при исследованиях с длинными линиями в большей степени определяется характером организации связи между наблюдателем, находящимся у аппарата, и обслуживающим персоналом около электродов. Эту связь можно осуществить различными способами: звуковыми сигналами, флажками, посредством специальных сигнализирующих приспособлений или, наконец, телефона.

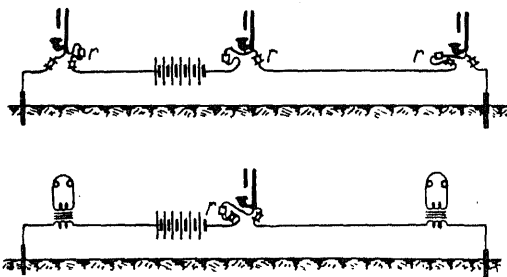


Рис. 43. Включение телефонов в питающую линию.

Способы включения телефонов зависят от типа применяемых аппаратов. Микрофонно-телефонные трубки удобно включать в линию питающей батареи сопротивлением r около 1000 ом , как показано на рис. 43. Для питания трубок может служить старая батарея; назначение сопротивлений — защита разговаривающих от высокого напряжения, что предохраняет от неприятных физиологических действий тока. Второй способ включения может быть применен при использовании радиотелефонных наушников у электродов. В таком случае в линию включаются первичные обмотки трансформаторов с малым числом витков и малым сопротивлением, а телефонные трубки — во вторичную обмотку их. У наблюдателя, как и в первом случае, устанавливается микрофон с телефоном. Недостатком этого способа является то, что можно лишь слушать, но не отвечать. Для вызова можно использовать реле сопротивлений, в котором при перемене направления тока будут слышны удары поляризованного якоря об упорные винты.

Весьма удобным средством связи, особенно при проведении дипольных измерений, является радиосвязь, организация которой в настоящее время не вызывает особенных затруднений благодаря существованию легких переносных приемно-передающих радиостанций.

§ 12. ТЕХНИКА ПОЛЕВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Следует различать два основных типа электроразведочных операций по методу сопротивлений: вертикальное электрическое зондирование и электропрофилеиро-

в а и е. Применение каждой из этих операций определяется условиями задачи и геологическими особенностями местности. Остановимся на изучении каждой из них отдельно.

Вертикальное электрическое зондирование

При вертикальном электрическом зондировании (сокращенно ВЭЗ) получают представление о вертикальном геологическом разрезе того комплекса слоев, над которыми проводится исследование в результате проведения электрических измерений на поверхности. Способом решения этой задачи является измерение кажущегося удельного сопротивления при различной величине разности питающих электродов. Можно составить себе представление о принципиальной возможности решения подобной задачи названным способом путем следующих рассуждений. Если производить измерения удельного сопротивления посредством, допустим, четырехполюсной симметричной установки над безграничным однородным полупространством, то в результате измерений всегда будем получать истинное сопротивление вещества, заполняющего это полупространство, каков бы ни был разнос питающих электродов. Иная картина будет наблюдаться при неоднородности изучаемого полупространства. Допустим для простоты, что эта неоднородность представлена слоем весьма большой мощности с горизонтальной верхней границей, лежащей на какой-то глубине под поверхностью, на которой ведутся измерения. Можно считать очевидным, что если расстояние между питающими электродами будет весьма мало по сравнению с глубиной залегания верхней границы неоднородности, то влияние последней на результаты измерений будет ничтожно малым. Другими словами, кажущееся удельное сопротивление при малых питающих линиях будет мало отличаться от истинного удельного сопротивления верхнего слоя. Увеличивая разнос электродов, мы встретимся с увеличением влияния неоднородности и притом тем большим, чем больше этот разнос и чем больше мощность подстилающего слоя. Кажущееся удельное сопротивление будет увеличиваться или уменьшаться в зависимости от соотношения истинных удельных сопротивлений рассматриваемых слоев. Закон этого изменения при определенном характере изменения расстояния между питающими электродами зависит от глубины залегания границы раздела и от удельных сопротивлений соприкасающихся слоев.

Исходя из этих общих соображений, мы можем составить себе представление о технике проведения операции вертикального электрического зондирования. Измерительная установка собирается по схеме, изображенной на рис. 44. Здесь Π — потенциометр; C — батарея; a и b — катушки с проводом токовой линии; A и B — питающие электроды; m и n — катушки с проводом линии измерительных электродов M и N . Первое измерение производится обычно

при минимальном из намеченных разносе электродов A и B . При переходе ко второму замеру отключаются провода, идущие от прибора и батареи к катушкам a и b , чтобы дать им возможность вращаться, и затем переносятся электроды A и B в следующее положение. При этом провода токовой линии сматываются с катушек a и b на нужную длину. После установки электродов катушки снова включаются в цепь прибора и производится второе измерение. Переход от второго замера к третьему и т. д. осуществляется таким же способом. Расстояние между измерительными электродами M и N выбирается возможно меньшим, лишь бы разность потенциалов между этими электродами измерялась достаточно надежно. Если при выбранном расстоянии MN в результате измерений получается слишком малое ΔU , т. е. условие относительно точности замеров оказывается не выполненным, можно или увеличить напряжение питающей

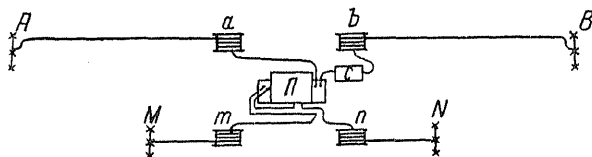


Рис. 44. Схема соединений при проведении вертикального электрического зондирования.

батареи путем последовательного включения нескольких таких батарей, или увеличить расстояние между электродами M и N . В последнем случае необходимо иметь, однако, в виду, что расстояние MN не рекомендуется брать больше одной трети расстояния AB . Увеличивая последнее при проведении вертикального электрического зондирования, мы время от времени будем встречаться с необходимостью увеличения MN . Эта операция проводится так же, как и изменение расстояния AB , так как провода линии MN тоже намотаны на катушки. Следует иметь в виду, что при переходе от одного расстояния между M и N к другому целесообразно измерения с различными MN выполнить при двух расстояниях AB , чтобы обеспечить надежное перекрытие наблюдений, сделанных при разных длинах измерительной цепи.

Результаты измерений ΔU и I обрабатываются по формуле

$$\rho = K \frac{\Delta U}{I},$$

где K , как нам известно, зависит от размеров установки. Лучшее всего при проведении ряда зондирований в каком-либо районе установить одинаковую последовательность величин AB и MN для всех этих зондирований и вычислить значение коэффициента K заранее или взять его из существующих таблиц. Одна из таких таблиц (табл. 4)

охватывает большое количество комбинаций длин питающей и измерительной линий.

Результаты вычислений по приведенной выше формуле изображаются графически на логарифмической бумаге, причем по оси абсцисс откладываются логарифмы $\frac{1}{2} AB$, а по оси ординат — логарифмы вычисленных ρ . Соединяя полученные на графике точки отрезками прямых или плавной линией, получим график вертикального электрического зондирования (график ВЭЗ), являющийся основным материалом для геологической интерпретации этого рода электрозвездочных измерений. На рис. 45 приведен примерный вид подобного графика над средой, состоящей из трех слоев с горизонтальными границами раздела, причем удельные сопротивления этих слоев относятся как 2 : 19 : 4, а мощности как 1 : 7 : ∞ .

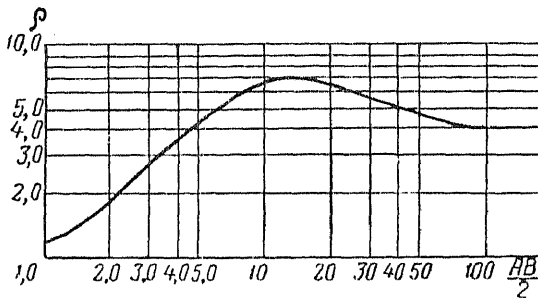


Рис. 45. График ВЭЗ.

При электрических зондированиях с большим разномом питающих электродов перестановка электродов занимает сравнительно большое количество времени, которое для наблюдателя, находящегося у аппарата, протекает непроизводительно. В целях рационализации процесса можно рекомендовать в таких случаях пользоваться двумя линиями AB и несколькими MN , причем одну из питающих линий использовать для малых AB , другую для больших и измерения производить по очереди. При такой организации работ за время переносов электродов одной линии наблюдатель будет иметь возможность произвести измерения на другой, что значительно сократит время, затрачиваемое на выполнение зондирования. Примерная схема расположения цепей при таких измерениях показана на рис. 46. Провода при длинных линиях удобнее всего разматывать в таком порядке, чтобы во время измерений при каком-либо достаточно большом разноме AB подготавливался следующий разном питающей линии. С этой целью на автомашинах или подводах, находящихся на концах питающей линии, устанавливаются станки для сматывания катушек с проводом. Оставляя один конец провода около электрода

Таблица 4

l	L	K	l	L	K	l	L	K	l	L	K	l	L	K	l	L	K	
1	3	6,28	5	40	247	10	240	4516	40	120	251	60	500	3 230	100	1 200	11 200	
	4	14,78		50	389		270	5 718		160	471		600	4 660		1 500	17 600	
	5	18,85		60	562		300	7 060		200	754		800	8 330		2 000	31 300	
	6	27,5	20	70	766		60	126		240	1 100		1000	13 040		3 000	70 600	
	18	49,5		80	1001		80	236		300	1 736		1200	18 800	200	600	1 260	
	10	77,8		100	1567		100	377		360	2 510		1500	29 400		1 000	3 770	
	12	112,0								440	2 770		2000	5 230		1 500	8 680	
	2	6	12,6	10	30	628		120	550		500	4 900	80	240	503		2 000	15 550
		8	23,6		40	118		140	754		600	7 040		400	1 510		2 500	24 400
		10	37,7		50	188		160	990		800	12 540		500	2 390		3 000	35 200
		12	55,0		60	275		180	1 257		1000	19 600		600	3 480	500	1 500	3 140
		16	99,0		70	377		200	1 555		1200	28 200		800	6 220		2 500	9 430
18		126		80	495		240	2 246		1400	38 400		1000	9 760		3 500	18 860	
20		156		90	628		260	2 639		1600	50 200		1200	17 900		5 000	38 900	
24		225		100	778		300	3 519		2000	78 500		2000	39 200		6 000	56 200	
30		352		120	1123		340	4 524		180	377		300	628	1000	3 000	6 280	
40		627		140	1532		400	6 268	60	240	707	100	500	1 885		4 000	11 780	
5		20	58,9		160	2003		440	7 590		300	1 130		600	2 750		5 000	18 800
		30	137		180	2537		500	9 800		360	1 650		800	4 950		7 000	37 700
	30			200	3134		600	14 100		420	2 260		1000	7 777		40 000	77 800	

A (или B), который в данный момент включен в цепь тока питания, машина направляется вдоль линии и сматывает пужный отрезок провода до места следующего положения питающего электрода. Забив в этом месте пикеты, рабочий приключает их к концу размотанного провода. Таким образом переход к увеличенному разносу питающих электродов оказывается подготовленным. После окончания измерений при данной длине линии AB рабочие, находящиеся у электродов A и B , выключают их из питающей линии и соединяют вместе концы проводов, идущих от измерительного прибора и от подготовленного следующего заземления, давая знать либо по телефону, либо путем иной сигнализации наблюдателю, находящемуся у измерительного прибора, о готовности линии AB . Во время измерений при этом новом разносо таким же порядком, как только что описанный, ведется подготовка следующего расстояния.

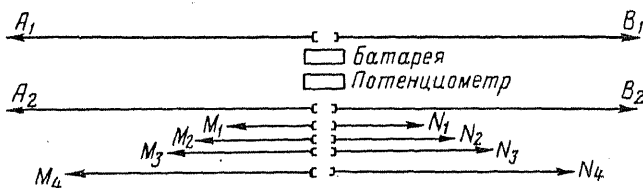


Рис. 46. Схема цепей при проведении длинных ВЭЗ.

Темпы проведения вертикальных электрических зондирований во многом зависят от четкости работы коллектива, проводящего зондирование. Начальнику группы следует с полной ясностью определить участок работы каждого отдельного члена коллектива и не допускать во время работ каких-либо отступлений от намеченного порядка и распределения функций. Весьма сильно сказывается на быстроте исследования и степень обеспеченности партии транспортными средствами. Более того, проведение зондирований при больших разносах, когда приходится перебрасывать большие отрезки провода без хороших транспортных средств, становится практически невозможным. Наконец, следует иметь в виду и условия местности: проведение зондирований на равнине займет много меньше времени, чем работа в гористом или сильно залесенном районе.

Дипольное электрическое зондирование

Хотя идеи дипольных электрических зондирований для геологических целей возникли еще в первые годы существования электроразведки, но обстоятельная разработка метода дипольного зондирования и его внедрение в практику решения структурных задач принадлежат Л. М. Альпину, который в 1939 г. впервые серьезно поставил вопрос об использовании таких измерений.

Задачи, которые может решать дипольное электрическое зондирование, одинаковы с задачами, решаемыми обычными электрическими зондированиями. При рассмотрении схем дипольных установок было отмечено, что измеряемое удельное сопротивление в случае однородной среды вычисляется по формулам, в которые входят расстояние r между центрами диполей и углы, составленные направлениями осей диполей и направлением r . Поэтому в случае неоднородной среды при разных расстояниях r будем получать различные значения ρ , что и дает нам материал для суждений о геологическом разрезе в области измерений.

Измерения обычно проводятся с экваториальной установкой, при которой оси питающего и измерительного диполей параллельны и направлены перпендикулярно к линии r , проходящей через их центры. Переменной величиной при измерениях является расстояние r . Длины диполей при изменении r приходится изменять, так как поле, создаваемое диполем, убывает пропорционально кубу расстояния. Измеряемая величина разности потенциалов, вообще говоря, растет с длиной диполей, так что измерения становятся более простыми и более точными, но при большой их длине нарушается условие дипольности и применение формул для диполей становится незаконным. Чтобы оценить, при каких длинах питающей и измерительной цепей можно считать их диполями, найдем разность потенциалов, создаваемую питающей линией длиной L на параллельной измерительной линии длины l со средней точкой, находящейся на расстоянии r на перпендикуляре к обеим линиям, проходящим через их середины. Если ток в питающей линии I , то искомая разность потенциалов будет

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{Iq}{\pi r} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{L-l}{2}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{L+l}{2}\right)^2}} \right] = \\ &= \frac{Iq}{\pi r} \left\{ \left[1 + \left(\frac{L-l}{2r}\right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} - \left[1 + \left(\frac{L+l}{2r}\right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \right\}. \end{aligned}$$

Развертывая по формуле бинома Ньютона двучлены, стоящие в скобках, получим

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{Iq}{\pi r} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{(L-l)^2}{4r^2} + \frac{3}{8} \frac{(L-l)^4}{(4r^2)^2} - \dots - 1 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(L+l)^2}{2 \cdot 4r^2} - \frac{3}{8} \frac{(L+l)^4}{(4r^2)^2} + \dots \right] \end{aligned}$$

или после некоторых преобразований

$$\Delta U = \frac{Iq Ll}{2\pi r^3} \left[1 - \frac{3}{8} \frac{L^2 + l^2}{r^2} \right].$$

Так как множитель, стоящий перед скобкой, определяет разность потенциалов, создаваемую диполем на отрезке l при экваториальном его положении по отношению к питающему диполю, то условие дипольности заключается в том, чтобы дробь $\frac{3}{8} \frac{L^2 + l^2}{r^2}$ была меньше допустимой относительной погрешности измерения ΔU . Если, например, принять относительную погрешность равной 5% и положить $L = l$, то это условие примет вид:

$$\frac{3}{4} \frac{L^2}{r^2} \leq 0,05, \quad \text{или} \quad \frac{L}{r} \leq 0,258,$$

т. е. длины диполей должны быть приблизительно в 4 раза меньше расстояния r , их отделяющего. Обычно длину питающего диполя выбирают несколько большей, а длину измерительного меньшей. При таком выборе длин в меньшей степени сказывается влияние разного рода помех.

Методика проведения экваториальных дипольных зондирований заключается в измерении разности потенциалов ΔU в измерительном диполе при различных значениях r и при токе в питающем диполе, равном I . Знание величин I , ΔU и r позволяет вычислить величину кажущегося удельного сопротивления ρ_n . Измерения целесообразно проводить двумя измерительными установками по обе стороны питающего диполя, что дает дополнительный материал для заключений об угле падения границы раздела слоев с различными значениями истинного удельного сопротивления. Экваториальные зондирования удобны потому, что для их интерпретации используется тот же материал, что и для интерпретации результатов обычных симметричных четырехполюсных зондирований.

Применительно к дипольным измерениям можно проводить зондирования и при иных расположениях питающего и измерительного диполей. Так, при осевом зондировании оба диполя располагаются на одной прямой, при радиальном зондировании измерительный диполь находится на прямой, проходящей под некоторым углом через середину питающего диполя, при азимутальном зондировании ось измерительного диполя ориентирована перпендикулярно прямой, соединяющей центры обоих диполей. Во всех случаях задаваемой переменной величиной является расстояние между серединами диполей.

Электропрофилирование

Изучение изменения кажущегося удельного сопротивления по какому-либо горизонтальному направлению ведется посредством электропрофилирования — операции измерения кажущегося удельного сопротивления ρ_n с фиксированным расположением питающих и приемных электродов, перемещаемых через определенный интервал — шаг электропрофилирования — вдоль заданного направле-

ния. Существующих схем электропрофилеирования довольно много; они отличаются друг от друга либо расположением электродов, либо способом их перемещения. Каждую схему электропрофилеирования условно обозначают комбинацией букв A , M , N , B и O , приписывая им иногда индексы. Буквы A и B служат для обозначения питающих электродов, M и N — измерительных, буква O — для обозначения середины расстояния между питающими электродами и иногда для обозначения вспомогательного измерительного электрода. После этих общих замечаний перейдем к характеристике отдельных систем электропрофилеирования.

Н о р м а л ь н ы й э л е к т р о п р о ф и л ь $AMNB$. Все электроды располагаются вдоль профиля симметрично около середины O . Передним электродом является электрод B . Расстояния AB и MN остаются теми же при всех измерениях на профиле. Величина отношения $\frac{MN}{AB}$ определяется, с одной стороны, требуемой степенью детализации исследования (чем меньше MN , тем обычно меньше и шаг профилеирования и, кроме того, при малых MN измерительные электроды находятся дальше от питающих, поэтому на них меньше сказываются особенности той обстановки, в которой могут оказаться питающие электроды) и, с другой стороны, простотой работы (измерения ведутся легче при большем MN , так как в этом случае измеряемая разность потенциалов больше). Шаг профилеирования берется чаще всего равным MN и иногда $\frac{1}{2} MN$ или $2MN$.

Техника проведения такого электропрофилеирования несложна. На питающем проводе наносятся метки, определяющие расположение электродов; провод растягивается по профилю в обе стороны от точки стояния прибора, и против этих меток забиваются пикеты (если приходится пользоваться несколькими пикетами для каждого заземления, то их забивают по прямому, перпендикулярному к профилю). Так же растягивается и провод измерительной цепи. Для уменьшения влияния утечек и во избежание больших индукционных эффектов при включении тока линия MN протягивается на некотором расстоянии от AB (порядка $0,01AB$). Проложив линии, включают источники питания и потенциометр, а затем производят измерения. Целесообразно такие измерения проделать дважды с различным количеством пикетов на заземлениях A и B или с различной глубиной их погружения в землю. И в том и в другом случае сопротивление заземлений будет при этих двух измерениях различным, и если при вычислении ρ_k мы получим близкие числа, то это будет свидетельствовать, во-первых, о доброкачественности замеров и, во-вторых, об отсутствии заметных утечек из линии AB . По окончании замеров потенциометр и батареи переносят на следующую точку, провода перетягивают на величину шага, перебивают пикеты и после восстановления всех соединений производят следующий замер.

Результаты измерений обрабатываются по такой же формуле, по какой производится обработка наблюдений при вертикальных электрических зондированиях, с той лишь разницей, что величина коэффициента K в связи с постоянством AB и MN при профилировании остается неизменной.

Вычисленные значения ρ_k наносят на график, по оси абсцисс которого распределяют в соответствующем масштабе точки O (положения середин установок), а по оси ординат откладывают измеренные значения кажущегося удельного сопротивления, приписываемые положению середины той установки, с которой это значение получено. Построенные точки соединяют затем прямолинейными отрезками.

Профилирование $AMNB$ применяется при исследовании крутопадающих отложений или при изучении скрытых от непосредственного наблюдения структурных форм. Надежность тех выводов, которые можно получить из анализа материалов электропрофилирования, зависит от степени постоянства удельного сопротивления каждой определенной породы в пределах участка работ. Так как в таком постоянстве можно говорить, лишь имея в виду небольшие глубины залегания, то профилирование $AMNB$ целесообразно ставить для изучения сравнительно небольших глубин.

Профилирование $AA'MNB'B$. Профилирование этого вида отличается от предыдущего тем, что измерение кажущегося удельного сопротивления ведется в каждом пункте при двух разносах питающих электродов AB и $A'B'$. Все электроды при этих измерениях располагаются, как в предыдущем случае, симметрично относительно середины установки. Проведение измерений при двух разносах питающих электродов позволяет судить не только об изменении ρ_k по горизонтальному направлению, но дает некоторый материал, характеризующий изменение этого сопротивления по вертикали. О целесообразности такого способа измерений можно заключить из анализа одного схематического примера. Предположим, что в результате профилирования установкой $AMNB$ получено изменение ρ_k вдоль профиля, изображенное кривой ab (рис. 47). Располагая лишь этой кривой, мы не можем уверенно интерпретировать максимум ρ_k на этой кривой как результат приближения к поверхности земли пород высокого сопротивления, так как такую же кривую можно получить и в случае увеличения мощности верхней толщи в зоне этого максимума, если она имеет более высокое удельное сопротивление, чем подстилающая ее среда. Профилирование же с установкой $AA'MNB'B$ дает возможность построить две кривые:

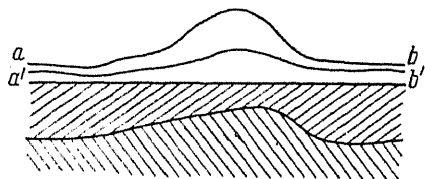


Рис. 47. Электропрофилирование с двумя разносами.

кривую ab и кривую $a'b'$, соответствующую разности $A'B'$, меньшему AB , а потому отражающему влияние пород, лежащих на меньшей глубине. То обстоятельство, что на кривой $a'b'$ максимум сопротивления выражен менее резко, чем на кривой ab , позволяет нам с полной определенностью утверждать, что в рассматриваемом случае имеется поднятие пород высокого сопротивления.

Методика профилирования $AA'MNB'В$ немного сложнее, чем методика съемки с установкой $AMNB$. Несмотря на наличие двух пар питающих электродов, применяется лишь одна питающая линия, разрезанная на расстояниях OA' и OB' от средней точки. В местах разреза установлены штепсельные вилки, позволяющие приключать к отрезкам проводов, подходящих от измерительного пункта, либо непосредственно электроды A' и B' , либо концы проводов, идущих к электродам A и B . Переключение делается рабочими, находящимися у электродов A' и B' , по сигналу наблюдателя, ведущего замеры с потенциометром.

Профилирование $AMONB$ и $AA'MONB'В$. Эти системы профилирования отличаются от рассмотренных тем, что в средней точке O установки имеется дополнительный измерительный электрод и определение выполняется путем измерения разности потенциалов между парами заземлений MO и ON . При переходе к следующему измерению всю установку перемещают на половину расстояния между электродами M и N , т. е. на расстояние OM . Таким образом, при этой системе профилирования для каждого интервала получается два измерения с несколько смещенными питающими электродами. Поэтому профилирование рассматриваемого типа называется профилированием с повторением.

Эта система профилирования весьма ценна при исследовании крутопадающих пластов. Ее значение для правильного истолкования результатов профилирования можно выявить путем следующих рассуждений. Если мы ведем профилирование над вертикальным контактом пород с различными удельными сопротивлениями, то в результате измерений можем получить кривую, имеющую ряд максимумов и минимумов, которые могут навести на мысль о наличии пачки слоев с различными удельными сопротивлениями. Появление таких побочных экстремов связано, как увидим в дальнейшем, с переходом через контакт питающих электродов A и B . Возможность неправильной интерпретации, однако, исключится, если мы проведем профилирование с установкой $AMONB$. При работе с этой установкой для каждого интервала измерений будет два значения q_k , соответствующие различным положениям измерительных электродов, и поэтому в тех местах, где на величину кажущегося удельного сопротивления сильно влияет положение питающего электрода, мы получим весьма разнящиеся значения q_k . Это различие позволит нам дать правильную оценку всем наблюдаемым экстремумам.

Недостатком этой системы профилирования является несколько замедленный темп работ, что особенно сказывается при профилировании с двумя разносами питающих электродов. В силу последнего обстоятельства профилирование $AA'MONB'V$ применяется редко.

Заметим, что вопрос о правильности интерпретации кривой профилирования, получающейся при переходе через вертикальный контакт, решается не только путем применения профилирования $AMONB$, но и путем сопоставления кривых, снятых с установок $AA'MNB'V$. В самом деле, как мы уже говорили, побочные экстремумы появляются на кривой профилирования в тех местах, которые соответствуют переходам через контакт питающих электродов. Поэтому на кривой для большого разноса эти побочные экстремумы окажутся более удаленными от основной области изменений, т. е. там, где на кривой q_R , полученной при меньшей длине питающей цепи, резких изменений в ее ходе не наблюдается. Справедливо и обратное положение: побочные экстремумы на кривой, соответствующей малому разносу, на кривой для большего разноса своего отражения не находят. Руководствуясь этим замечанием, будем иметь возможность правильно интерпретировать профилирование в рассматриваемом случае, если это профилирование сделано с двумя разносами питающих электродов. В случае нескольких границ раздела, с чем нам приходится встречаться при профилировании над пачкой крутопадающих слоев, количество побочных экстремумов, естественно, увеличивается, но тем не менее результаты профилирования $AMONB$ или $AA'MONB'V$ всегда будут таковы, что при внимательном изучении обеих кривых q_R можно будет дать им правильное геологическое истолкование.

Профилирование AMN ($B \rightarrow \infty$). Электрод B отнесен на столь большое расстояние от области перемещений измерительных электродов, что практически его действием можно пренебречь. Если электрод B отнесен в направлении профиля, то при перемещении всей системы электродов по профилю получается кривая изменений q_R , аналогичная кривой, получающейся при профилировании $AMNB$, но с тем меньшей глубиной исследования, чем ближе к электроду A находятся электроды MN . Если электрод B отнесен в сторону от профиля (чаще всего по перпендикуляру к нему), то измерения ведутся обычно с неподвижными A и B и перемещающимися M и N . В этом случае кривая будет отражать влияние изменения сопротивления не только по горизонтальному направлению, но с глубиной. Эти способы профилирования применяются при исследовании крутопадающих контактов или пластов небольшой мощности и при незначительной толще наносов.

Комбинированное электропрофилирование. При решении задач рудной геофизики и геологического картирования широко применяется форма трехэлектродного профилирования, в которой ближний питающий электрод располагается

то по одну, то по другую сторону измерительной цепи (рис. 48). Таким образом, на каждой стоянке по профилю делаются два определения величины кажущегося удельного сопротивления при питающем электроде A_1 , идущем впереди по профилю, и при питающем электроде A_2 , идущем на таком же расстоянии сзади. Легко понять, что среднее из таких двух измерений будет равно результату измерений с симметричной четырехполюсной установкой.

Установка, как мы в дальнейшем увидим, очень чувствительна к вертикальным неоднородностям, почему и нашла применение при решении названных выше задач.

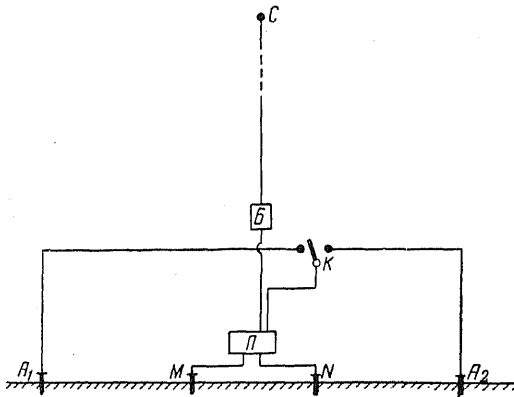


Рис. 48. Комбинированное электропрофиллирование.

Π — потенциометр; B — батарея; K — переключатель; C — электрод в «бесконечности».

Профиллирование $AM (NB - \infty)$. Электроды N и B отнесены достаточно далеко от электродов A и M и в то же время находятся на значительном расстоянии друг от друга. Если перемещать A и M , оставляя расстояние между ними постоянным, то в результате измерений будем получать значения ρ_{11} , характеризующие, грубо говоря, полусферическую область с центром в A и радиусом, равным AM . Применяется этот способ

профиллирования при решении задач, аналогичных тем, о которых мы говорили в описании профиллирования $AMN (B - \infty)$.

Профиллирование AB . Электроды A и B устанавливаются на определенном расстоянии друг от друга, зависящем от желаемой глубины исследования. Измерительные электроды M и N перемещаются по линии AB на средней трети этого расстояния. Кажущееся удельное сопротивление вычисляется для каждого положения измерительных электродов. Расстояние MN выбирается возможно малым (предел его уменьшению ставится лишь чувствительностью потенциометра). Шаг измерений берется равным MN .

При работе потенциометр устанавливается обычно около середины AB и остается на одном месте при всех положениях MN . При не очень больших линиях неудобство, заключающееся в необходимости применять длинные провода для соединения измерительного прибора с электродами M и N , не является очень большим и окупается возможностью проведения большого количества измерений без перестановки потенциометра.

В случае необходимости профилирования на большем расстоянии, чем средняя треть разнеса питающих электродов, последние по окончании замеров на одном профиле AB перемещают на расстояние, равное этой средней трети, так что теперь электрод B окажется в начале интервала прежних измерений, а конец этого интервала будет началом следующего. Профилирование AB применяется при исследовании сбросов и прослеживании даек, жил и контактов. В последних случаях особенно важно работать с возможно меньшим MN . Для того чтобы получить необходимые малые размеры расстояния между электродами измерительной цепи, можно рекомендовать увеличение напряжения питающих батарей, соединяя их последовательно по нескольку штук.

Дипольное профилирование. Питающие и измерительные электроды устанавливаются вдоль прямой — профиля измерений, но так, что линия AB и MN находятся на таком расстоянии

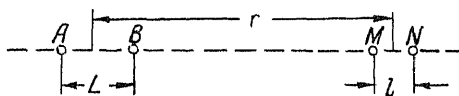


Рис. 49. Дипольное электропрофилирование.

друг от друга (рис. 49), чтобы их можно было считать с соответствующей степенью точности диполями. Если пренебречь различиями, меньшими 1%, то последнее будет существовать, как в этом нетрудно убедиться, при $\frac{L^2 + l^2}{r^2} < \frac{1}{25}$ или, если принять $L = l$, при $\frac{L}{r} < \frac{1}{7}$. Естественно, можно вести профилирование по такой схеме и при значениях L и l , не удовлетворяющих написанным неравенствам, но тогда термин «дипольное профилирование» следует понимать лишь условно.

Дипольное профилирование применяется при трассировании сбросов, крутопадающих контактов, слоев небольшой мощности. Чувствительность такой системы измерений приблизительно одинакова с симметричным электропрофилированием, но экономическая эффективность его несколько выше.

Выбор профилирования, направление профилей, частота их, величина шага определяются теми задачами, которые стоят перед исследованием. Если необходимо выявить и проследить какие-либо крупные геологические образования, то естественно, что расстояние между профилями можно принять достаточно большим. Направление профилей во всех случаях целесообразно выбирать вкрест простирания того объекта, который является целью исследования. Величина шага профилирования определяется и величиной объекта и размерами установки, с которой ведется съемка. Профилирование приходится вести с разнесом питающих электродов, равным четырех- или пятикратной ожидаемой глубине залегания искомого объекта при покрывающей толще средней проводимости. Если проводимость

этой толщии велика, то разнос приходится брать значительно большим, иногда превышающим десятикратную глубину залегания объекта. Выбор наиболее подходящего разноса электродов целесообразнее всего делать путем использования вертикальных электрических зондирований, проведение которых, хотя бы в очень небольшом количестве (иногда два-три), дает, кроме того, дополнительный материал, помогающий провести правильную интерпретацию результатов электропрофилирования.

Со способом выбора оптимального разноса для электропрофилирования по материалам вертикальных электрических зондирований удобнее всего будет познакомиться на примере. Допустим, что в районе, намеченном для исследования, проведены два вертикальных

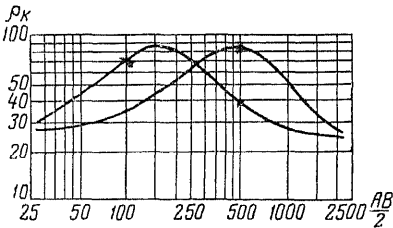


Рис. 50. Роль ВЭЗ при электропрофилировании.

электрических зондирования, давших кривые, изображенные на рис. 50. По ходу этих кривых мы можем заключить, что наибольшие расхождения между значениями в пунктах зондирования имеют место при разносах питающих электродов, равных 200 м ($\frac{AB}{2} = 100$)

и 1000 м ($\frac{AB}{2} = 500$).

Из этих данных можно заключить, что наиболее выгодными разносами для профилирования являются разносы в 200 м и 1000 м . При этих разносах можно ожидать наиболее резких изменений Q_k , обязанных изменению глубины залегания слоя повышенного сопротивления. Выбор разносов меньших 200 м и больших 1000 м нецелесообразен по тем причинам, что в первом случае глубина разведки слишком мала для того, чтобы вариации положения изучаемого слоя сказались на результатах наблюдений, а во втором — она слишком велика, так как величина кажущегося удельного сопротивления в данном случае определяется почти полностью подстилающей средой. Однако окончательные значения AB и $A'B'$ приходится устанавливать, учитывая еще и соображения практического удобства проведения профилирования. Дело в том, что целесообразно организовать работу таким образом, чтобы раз установленные электроды можно было использовать при нескольких измерениях. Эта возможность определяется, с одной стороны, величиной отношения $\frac{AB}{A'B'}$. Можно рекомендовать выбирать это отношение равным небольшому нечетному числу (следует отметить, что существуют и другие более сложные системы выбора). Поэтому разносы 1000 м и 200 м являются достаточно подходящими, так как отношение $\frac{AB}{A'B'}$ в этом

случае принимает значение, равное пяти. Можно было бы выбрать это отношение равным трем и принять для AB 900 м, а для $A'B'$ 300 м.

Проводя ряд профилей с установленными таким образом разпосоми, полезно поставить новые зондирования в области максимальных и минимальных значений Q_n , чтобы уточнить сделанный выбор.

Что касается MN , то ее размеры определяются числом, не превышающим $1/3 A'B'$. Таким образом, при сделанном нами выборе величины $A'B'$ расстояние следует брать не большим 57 м при $A'B' = 200$ м и не больше 100 м при $A'B' = 300$ м. Первое число является мало удобным, так как потребует частой перестановки питающих электродов. Однако если его округлять до 50 м, то при шаге, кратном 50, использование установленных электродов получается удовлетворительным. Порядок кратности в свою очередь определяется размерами изучаемого объекта; если эти размеры велики, то имеет смысл выбирать шаг возможно больший, однако при выборе этого шага большим 200 м в первом случае или большим 300 м во втором случае коэффициент использования установленных питающих электродов снижается.

Описанная здесь система выбора густоты пунктов наблюдений на профиле и размеров установок для профилирования удобна при решении задач структурно-геологического порядка. При изучении рудных или угольных месторождений с крутыми углами падения, где требуется более высокая степень детализации, принципы, лежащие в основе выбора рассматриваемых элементов съемки, должны быть иными.

Задачей профилирования в этих случаях является расчленение толщи слоев, скрытых под наносами. Возможность решения этой задачи определяется, с одной стороны, мощностью этих наносов и, с другой стороны, мощностью тех пластов, которые необходимо расчленить. При тонких пластах и большом слое наносов такое расчленение становится вообще невозможным и постановка электропрофилирования не имеет смысла. В тех же случаях, когда мощность наносов невелика, при проектировании электропрофилирования следует руководствоваться следующими соображениями.

Разнос питающих электродов должен быть таким, чтобы влияние наносов сказывалось возможно меньше и в то же время по возможности мало сказывались бы те особенности строения месторождения, которые свойственны большим глубинам. И в этом случае постановка вертикальных электрических зондирований может быть полезной. Правда, при крутых углах падения лежащей под наносами пачки слоев результаты зондирований для больших разпосов не могут быть интерпретированы, но мощность наносов при помощи таких зондирований может быть определена и может быть определен тот разнос питающих электродов, при котором влияние верхних частей изучаемой толщи сказывается наиболее отчетливо.

Установив размеры AB , определяют и вид профилирования, т. е. решают вопрос относительно той установки, с которой профилирование с данным разнесом целесообразнее всего будет проводить. Если, например, для AB найдено небольшое значение, то проведение профилирования AB будет несколько затруднено и, может быть, будет иметь смысл заменить его профилированием $AMNB$, $AA'MNB'B$ или $AMONB$ или использовать другие формы профильной съемки с меньшей глубиной исследования, как-то: установку типа AMN ($B - \infty$) и т. п. Но, кроме этих соображений, в данном случае приходится руководствоваться и соображениями другого порядка, связанными со степенью детализации съемки.

Если необходимо выделить пласты или жилы небольшой мощности, то разнос измерительных электродов не должен заметно превосходить мощность выделяемого объекта. Делать его меньшим мощности покрывающей толщи наносов тоже едва ли будет иметь смысл. Таким образом, определяются верхняя и нижняя границы расстояния MN . Исследование в таком случае целесообразно вести профилированием AB , выбрав расстояние между питающими электродами возможно большим. Что касается шага профилирования, то при решении рассматриваемой группы задач можно рекомендовать принять его равным MN .

Способы прокладки профилей тоже могут быть разделены на две группы в зависимости от задач исследования. При изучении структур, скрытых от непосредственного наблюдения, направление профилей, как правило, следует выбирать перпендикулярно к направлению простирания этих структур. Однако строгое соблюдение этого правила не является абсолютно необходимым. Из соображений удобства можно несколько изменить направление профиля, определяя его хотя бы посредством буссоли на каждом участке профиля. Чтобы иметь возможность нанести в дальнейшем этот профиль на план, следует как можно тщательнее наносить пункты наблюдения на карту непосредственно на месте работы. Некоторые точки профиля целесообразно отметить знаками, привязав их к существующей триангуляционной сети.

При детальных исследованиях, в частности при разведке крутопадающих образований, направление профилей следует выдерживать по возможности прямолинейным, задав их направление теодолитом и отметив вешками. В этом случае нанесение на план таких правильно проведенных профилей особых затруднений не представляет и может быть сделано топографом даже без участия электроразведчика.

Результаты профильной съемки изображаются, как мы уже говорили, либо в виде кривых, рисующих характер изменений Q_k вдоль профиля, либо в виде так называемых карт сопротивлений, дающих представление о распределении этой величины на всей площади съемки. Техника построения этих карт в принципе несложна. Все

пункты профильной съемки (точки O середины установки, с которой велось профилирование) наносятся на план, и каждой такой точке приписывается число, равное измеренному в пункте Q_k . Затем в поле этих чисел проводятся линии равных значений Q_k — изоомы. Густота проведения изоом зависит от характера изменения Q_k на исследованной площади. И слишком малое и слишком большое количество линий лишает карту наглядности. Установить какие-либо общие правила здесь затруднительно. Карта изоом позволяет отчетливо представить себе все особенности в распределении кажущегося удельного сопротивления на площади исследования и наметить основные особенности той геологической структуры, изучение которой преследовалось электроразведкой.

При электропрофилеировании, которое применяется с целью прослеживания узко локализованных объектов, более удобно детальное изучение профильных кривых. На каждой из таких кривых в случае наличия влияния этих объектов можно найти некоторые общие элементы (отдельные пики, или приметные группы пик, или области особенно спокойного хода кривой). Все такие места отмечаются на линии профилей, переносятся на план и затем точки с одинаковыми признаками соединяются плавными линиями, которые и будут отображать поведение объектов, вызвавших особенности в ходе кривых Q_k .

Количество измерений, выполняемых в течение восьмичасового рабочего дня при проведении профилирования, зависит от типа профилирования, величины разносов электродов, шага профилирования, условий местности и метеорологических факторов, а также от степени обеспеченности транспортными средствами группы, ведущей исследование.



Г л а в а III

ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

§ 13. ЗНАЧЕНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ ПОЛЯ ТОКА В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Однородная в отношении проводимости среда, которую мы рассматривали при анализе полей электродов различной формы, является математической абстракцией, не существующей в реальной обстановке. Различие пород по их составу и строению, по количеству содержащейся в них воды, природы и концентрации растворенного в последней вещества определяет различное отношение этих пород к протекающему через них электрическому току, выражающееся в различии их удельных сопротивлений. Диапазон их значений для горных пород чрезвычайно велик. Наблюдаются удельные сопротивления от десятых долей омметра до величин порядка 10^{15} — 10^{16} этих единиц. Чередование пород, различное их положение одной относительно другой и ряд других факторов определяют неоднородность той среды, с которой имеет дело электроразведчик. Более того, существование электроразведки полностью определяется неоднородностью земной коры.

Электрические измерения электроразведчика направлены в конечном итоге на то, чтобы изучить эту неоднородность, не прибегая к дорогостоящим и медленным способам вскрытия недр, используя для этой цели результаты своих измерений на поверхности земли. Задача эта чрезвычайно сложна, разрешима лишь в некоторых частных случаях и притом в достаточной мере идеализированных. Между тем без решения этой задачи невозможна интерпретация результатов электроразведочных наблюдений, геологическое истолкование их. Поэтому решение таких идеализированных задач весьма важно, так как оно дает нам возможность с какой-то степенью приближения истолковывать материалы электроразведки. Из весьма небольшого количества решенных задач мы здесь остановимся на некоторых, лежащих в основе всей интерпретации электроразведочных измерений.

§ 14. ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ЭЛЕКТРОДА ПРИ НАЛИЧИИ ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА

Наиболее простой задачей этого типа, задачей, имеющей, как увидим в дальнейшем, определенный практический смысл, является отыскание распределения потенциала от точечного электрода, питаемого током силы I в пространстве, построенном из двух сред, разделенных плоской границей раздела. Пусть A (рис. 51) — рассматриваемый электрод и линия CC' — пересечение границы раздела с плоскостью чертежа. Удельное сопротивление среды, в которой находится электрод, обозначим символом ρ_1 , удельное сопротивление среды, с ней соприкасающейся, обозначим через ρ_2 . Предположим, что каждая из сред заполняет все полупространство по одну сторону плоскости раздела. Найдем выражения для потенциалов в произвольно выбранных точках P_1 и P_2 той и другой среды. Потенциальные функции в обеих средах должны иметь конечные значения всюду, кроме точки A , удовлетворять уравнению Лапласа и иметь такой вид, чтобы выполнялись условия на границе раздела, требующие непрерывности потенциала и нормальной составляющей плотности тока. В силу единственности решения, удовлетворяющего этим условиям, мы имеем право воспользоваться несколько искусственным приемом отыскания решения, ценность которого заключается в его простоте. Строим зеркальное отражение электрода A от границы раздела, т. е. определяем точку A' , лежащую на перпендикуляре, опущенном из электрода A на граничную плоскость и находящуюся от этой плоскости на таком же расстоянии d справа, на каком находится электрод A слева. Если поместить начало декартовых координат в точке A , ось x направить по перпендикуляру к граничной плоскости, ось y перпендикулярно к ней в плоскости чертежа и ось z перпендикулярно этой плоскости, то координаты точки A' будут $2d; 0, 0$. При отыскании потенциала в точке P_1 с координатами x, y, z , находящейся в среде с удельным сопротивлением ρ_1 , предположим, что потенциал в этой точке создается действительным электродом A , питаемым током силы I , и фиктивным электродом A' , через который в среду вводится ток пока неизвестной силы I' . При этом будем считать, что все пространство занято средой с удельным сопротивлением ρ_1 . При сделанном предположении для потенциала

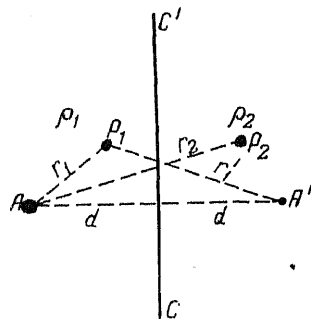


Рис. 51. Точечный электрод вблизи вертикальной границы раздела.

U_1 точки P_1 можно написать формулу

$$U_1 = \frac{I Q_1}{4\pi} \frac{1}{r_1} + \frac{I' Q_1}{4\pi} \frac{1}{r'_1},$$

где $r_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $r'_1 = \sqrt{(2d - x)^2 + y^2 + z^2}$.

Составляя выражение для потенциала точки P_2 с координатами ξ, η, ζ , находящейся в среде с удельным сопротивлением ρ_2 , предположим, что этот потенциал создается электродом A , питаемым током тоже пока еще неопределенной силы I'' , но находящимся в среде с удельным сопротивлением ρ_2 . Введение в данном случае вспомогательного источника в точке A' недопустимо, так как при совмещении точки P_2 с A' потенциал этой точки обращался бы в бесконечность. Это нарушает требование конечности потенциала в пространстве вне электрода. Поэтому для потенциала U_2 точки P_2 можем написать

$$U_2 = \frac{I'' Q_2}{4\pi} \frac{1}{r_2},$$

где $r_2 = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$.

Постараемся теперь подобрать I' и I'' таким образом, чтобы выполнялись граничные условия, т. е. чтобы при совмещении точек P_1 и P_2 на границе раздела при $x = \xi = d$, $y = \eta$, $z = \zeta$ было

$$U_1 = U_2, \quad \frac{1}{Q_1} \frac{\partial U_1}{\partial x} = \frac{1}{Q_2} \frac{\partial U_2}{\partial x}.$$

Составляя равенства, требуемые этими условиями, получим

$$\begin{aligned} \frac{I Q_1}{4\pi} \frac{1}{r} + \frac{I' Q_1}{4\pi} \frac{1}{r} &= \frac{I'' Q_2}{4\pi} \frac{1}{r}, \\ \frac{1}{Q_1} \frac{I Q_1}{4\pi} \frac{d}{r^3} - \frac{1}{Q_1} \frac{I' Q_1}{4\pi} \frac{d}{r^3} &= \frac{1}{Q_2} \frac{I'' Q_2}{4\pi} \frac{d}{r^3}, \end{aligned}$$

так как при совпадении точек P_1 и P_2 на границе раздела $r_1 = r'_1 = r_2 = \sqrt{d^2 + y^2 + z^2} = r$. Эти равенства упрощаются и переходят в $I Q_1 + I' Q_1 = I'' Q_2$, $I - I' = I''$.

Рассматривая последние равенства как уравнения относительно неизвестных I' и I'' и решая их, находим

$$I' = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2 + Q_1} I, \quad I'' = \left(1 - \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2 + Q_1}\right) I.$$

Отношение $\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2 + Q_1}$ принято обозначать буквой k , причем иногда этой букве приписывается индекс (1,2), указывающий на соприкасающиеся среды. Нетрудно убедиться в том, что k при всех возможных значениях Q_1 и Q_2 не превышает единицы по абсолютной величине. В табл. 5 приведены значения k для различных величин отношения $\frac{Q_2}{Q_1}$.

Таблица 5

$\frac{Q_2}{Q_1}$	k	$\frac{Q_2}{Q_1}$	k	$\frac{Q_2}{Q_1}$	k
∞	1,0	1,500	0,2	0,250	-0,6
19,0	0,9	1,222	0,1	0,333	-0,5
9,0	0,8	1,107	0,05	0,429	-0,4
5,67	0,7	1,000	0,00	0,538	-0,3
4,0	0,6	0	-1,0	0,667	-0,2
3,00	0,5	0,053	-0,9	0,818	-0,1
2,333	0,4	0,111	-0,8	0,905	-0,05
1,857	0,3	0,177	-0,7	1,000	0,00

Из определения k можно без труда получить для отношения $\frac{Q_2}{Q_1}$ формулу

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1+k}{1-k}.$$

Возвращаясь к решаемой задаче можно теперь переписать выражения для потенциалов точек, лежащих по обе стороны границы раздела, в виде

$$U_1 = \frac{I Q_1}{4\pi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{k}{r_1'} \right),$$

$$U_2 = \frac{I Q_2}{4\pi} \frac{1-k}{r_2} = \frac{I Q_1}{4\pi} \frac{1+k}{r_2}.$$

Решенная нами задача предполагает, что проводящие среды заполняют все пространство. Однако этим решением сразу же можно воспользоваться и для задачи с границей раздела земля — воздух. Если мы имеем плоскую горизонтальную земную поверхность, а под ней две среды, соприкасающиеся друг с другом по вертикальной плоской же границе раздела, и питающий электрод находится у поверхности земли, то, как мы уже знаем, для учета земной поверхности необходимо отразить все нижнее полупространство вверх и принять удвоенное значение для силы тока, стекающего с электрода в среду. Произведя такую операцию, мы сведем нашу задачу с границей раздела земля — воздух к только что решенной, поэтому можно написать в качестве ее решения выражения для потенциалов в следующем виде:

$$U_1 = \frac{I Q_1}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{k}{r_1'} \right),$$

$$U_2 = \frac{I Q_2}{2\pi} \frac{1-k}{r_2} = \frac{I Q_1}{2\pi} \frac{1+k}{r_2}.$$

В том случае, когда точки, для которых ищется потенциал, тоже расположены на земной поверхности, как это бывает при

полевой электроразведке, формулы для потенциалов переписутся следующим образом:

$$U_1 = \frac{I \varrho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{x} + \frac{k}{2d-x} \right),$$

$$U_2 = \frac{I \varrho_2}{2\pi} \frac{1-k}{x} = \frac{I \varrho_1}{2\pi} \frac{1+k}{x},$$

где x — расстояние точки, для которой ищется потенциал от питающего электрода.

Этими формулами можно воспользоваться для решения практически интересной задачи отыскания вертикального контакта, скрытого от непосредственного наблюдения

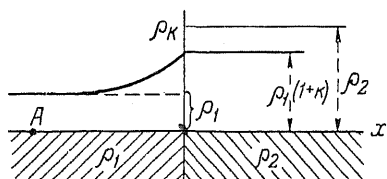


Рис. 52. Профилирование через контакт двухэлектродной установкой.

паносами, мощность которых мы предположим настолько малой по сравнению с x , что влиянием их можно практически пренебречь. Расположив один питающий электрод на некотором расстоянии d от предполагаемого контакта, а второй отнеся достаточно далеко, чтобы можно было пренебречь его влиянием, произведем измерения потенциала в различных точках прямой, проходящей через A перпендикулярно контакту. Относительно смысла этой операции было сказано при описании так называемой двухполюсной установки. Вычисляя кажущееся удельное сопротивление по формуле

$$\varrho_k = \frac{U}{I} 2\pi x$$

в рассматриваемом случае, получим:

для точек, находящихся в той же среде, что и электрод A ,

$$\varrho_k = \frac{U_1}{I} 2\pi x = \varrho_1 \left(1 + k \frac{x}{2d-x} \right);$$

для точек, расположенных по другую сторону плоскости раздела,

$$\varrho_k = \frac{U_2}{I} 2\pi x = \varrho_1 (1 + k).$$

Если построить график изменения ϱ_k в зависимости от изменения x , то получим кривую, схематически изображенную на рис. 52. Из рис. 52 видно, что ϱ_k будет изменяться до того положения измерительного электрода, при котором он оказывается находящимся в плоскости контакта. При дальнейшем его перемещении ϱ_k перестает меняться, оставаясь все время равным $\varrho_1 (1 + k)$.

Когда измерения ведутся посредством трехполюсной установки Шлюмберже, кажущееся сопротивление следует, как мы уже знаем, рассчитывать по формуле:

$$\rho_k = \frac{E}{I} 2\pi x^2,$$

где $E = -\frac{\partial U}{\partial x}$.

Принимая во внимание вид функций U_1 и U_2 , найдем

$$E_1 = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{x^2} - \frac{k}{(2d-x)^2} \right],$$

$$E_2 = \frac{I \rho_2}{2\pi} \frac{1-k}{x^2} = \frac{I \rho_1}{2\pi} \frac{1+k}{x^2}.$$

Причем первое из напряжений поля мы будем измерять тогда, когда измерительная установка находится в среде с удельным сопротивлением ρ_1 , т. е. там же, где помещен питающий электрод A , второе — когда электрод и измерительная установка расположены по разные стороны границы раздела. Учитывая это, получим кажущиеся сопротивления:

$$\rho_k = \rho_1 \left[1 - k \frac{x^2}{(2d-x)^2} \right], \text{ если } x < d,$$

$$\rho_k = \rho_2 (1 - k) = \rho_1 (1 + k), \text{ если } x > d.$$

Изображая результаты нашего исследования графически, получим одну из кривых, изображенных на рис. 53. Эти кривые характерны тем, что над контактом наблюдается ярко выраженное, резкое изменение кажущегося удельного сопротивления, причем при приближении к нему со стороны питающего электрода кажущееся удельное сопротивление изменяется в сторону уменьшения, если $\rho_1 < \rho_2$, или увеличения, если $\rho_1 > \rho_2$, т. е. противоположно тому, что мы имели в первом случае. Эта особенность кривой делает только что описанную методику поисков контакта весьма эффективной. Можно предвидеть, что влияние наносов, закрывающих контактирующие породы, выразится в сглаживании хода кривой ρ_k , но основные ее характерные особенности останутся неизменными.

Представляется целесообразным исследовать случай обычного профилирования через контакт посредством симметричной четырехполюсной установки. Эта задача несколько сложнее предыдущей,

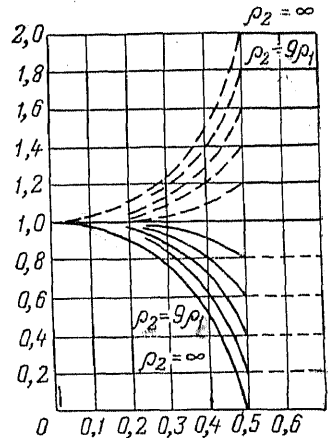


Рис. 53. Профилирование через контакт градиент-установкой.

однако и в данном случае можно воспользоваться полученным решением.

Предположим, что измерения ведутся с названной установкой, в которой расстояние между питающими электродами A и B есть L , а между приемными M и N — l . Определим положение установки относительно контакта расстоянием x от последнего до середины установки и предположим, что прямая $AMNB$ перпендикулярна к плоскости контакта. При определении потенциалов электродов M и N следует рассматривать пять случаев.

1. Все электроды находятся по одну сторону контакта в среде с удельным сопротивлением ϱ_1 .

2. Электрод B находится в среде с удельным сопротивлением ϱ_2 , а электроды A , M и N — в среде с удельным сопротивлением ϱ_1 .

3. Электроды A и M находятся в первой среде, электроды N и B — во второй.

4. Электрод A находится в первой среде, электроды M , N и B — во второй.

5. Все электроды находятся во второй среде с удельным сопротивлением ϱ_2 .

В первом случае выражения для потенциалов точек M и N будут

$$U_M = \frac{I \varrho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{\frac{L}{2} - \frac{l}{2}} + \frac{k}{2x + \frac{L}{2} + \frac{l}{2}} \right) - \frac{I \varrho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{\frac{L}{2} + \frac{l}{2}} - \frac{k}{2x - \frac{L}{2} + \frac{l}{2}} \right),$$

$$U_N = \frac{I \varrho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{\frac{L}{2} + \frac{l}{2}} + \frac{k}{2x + \frac{L}{2} - \frac{l}{2}} \right) - \frac{I \varrho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{\frac{L}{2} - \frac{l}{2}} - \frac{k}{2x - \frac{L}{2} - \frac{l}{2}} \right).$$

В каждой из написанных формул вторые слагаемые определяются действием электрода B . Измеряемая разность потенциалов $\Delta U = U_M - U_N$ определится формулой

$$\Delta U = \frac{4I \varrho_1}{\pi} \frac{l}{L^2 - l^2} \left\{ 1 + \frac{k}{2} (L^2 - l^2) \left[\frac{1}{(4x - L)^2 - l^2} - \frac{1}{(4x + L)^2 - l^2} \right] \right\}.$$

Так как вычисление кажущегося удельного сопротивления ведется по формуле

$$\varrho_k = \frac{\Delta U}{I} \frac{\pi}{4} \frac{L^2 - l^2}{l}, \quad (18)$$

то в рассматриваемом случае

$$\varrho_{k1} = \varrho_1 \left\{ 1 + \frac{k}{2} (L^2 - l^2) \left[\frac{1}{(4x - L)^2 - l^2} - \frac{1}{(4x + L)^2 - l^2} \right] \right\}.$$

При $x = -\infty$ получим $\varrho_{k1} = \varrho_1$, с уменьшением x по абсолютной величине будем иметь $\varrho_k > \varrho_1$ при $k > 0$ или $\varrho_k < \varrho_1$ при $k < 0$.

Изменение будет происходить согласно написанной формуле до $x = \frac{L}{2}$. При этом значении x мы будем иметь дело с переходом через контакт электрода B , что вызовет необходимость вывода формул для случая, отмеченного нами раньше в п. 2.

Для этого второго случая можно написать формулы для U_M и U_N в виде

$$U_M = \frac{I Q_1}{2\pi} \left(\frac{1}{\frac{L}{2} - \frac{l}{2}} + \frac{k}{2x + \frac{L}{2} + \frac{l}{2}} \right) - \frac{I Q_1}{2\pi} \frac{1+k}{\frac{L}{2} + \frac{l}{2}},$$

$$U_N = \frac{I Q_1}{2\pi} \left(\frac{1}{\frac{L}{2} + \frac{l}{2}} + \frac{k}{2x + \frac{L}{2} - \frac{l}{2}} \right) - \frac{I Q_1}{2\pi} \frac{1+k}{\frac{L}{2} - \frac{l}{2}}.$$

При учете действия второго электрода следует иметь в виду, что по сравнению с задачей, решенной нами в начале этого раздела, мы имеем перемену ролей q_1 и q_2 . Действительно, в задаче, решенной нами раньше, электрод находился в среде с удельным сопротивлением q_1 , а точка P_2 , лежащая по другую сторону границы раздела, помещалась в среду с удельным сопротивлением q_2 . Здесь же мы имеем электрод B , находящийся во второй среде (q_2), а точки M и N лежат в среде с удельным сопротивлением q_1 .

В силу этого

$$k = \frac{q_2 - q_1}{q_2 + q_1}$$

следует заменить

$$k' = \frac{q_1 - q_2}{q_1 + q_2}.$$

Нетрудно заключить, что $k' = -k$. Поэтому, если в ранее решенной задаче мы писали для потенциала точки P_2 выражение

$$U_2 = \frac{I Q_2}{2\pi} \frac{1-k}{r_2},$$

то теперь должны писать его в виде

$$U_2 = \frac{I Q_1}{2\pi} \frac{1-k'}{r^2} = \frac{I Q_1}{2\pi} \frac{1+k}{r_2}.$$

Для разности потенциалов $\Delta U = U_M - U_N$ находим

$$\Delta U = \frac{4I Q_1}{\pi} \left\{ 1 + \frac{k}{2} \left[1 - \frac{L^2 - l^2}{(4x + L)^2 - l^2} \right] \right\} \frac{l}{L^2 - l^2},$$

а, следовательно, для кажущегося удельного сопротивления получим формулу

$$q_{к2} = q_1 \left\{ 1 + \frac{k}{2} \left[1 - \frac{L^2 - l^2}{(4x + L)^2 - l^2} \right] \right\}. \quad (19)$$

Этой формулой можно пользоваться при вычислении Q_{K2} при x , лежащем в промежутке $\left(\frac{L}{2}, \frac{l}{2}\right)$. Нетрудно убедиться в том, что обе формулы и (18) и (19) дают одно и то же значение Q_K при $x = \frac{L}{2}$. Это значение Q_K согласно каждой из упомянутых формул равно

$$Q_K = Q_1 \left(1 + k \frac{4L^2}{9L^2 - l^2}\right).$$

При $x = \frac{l}{2}$

$$Q_K = Q_1 \left(1 + \frac{2l}{L + 3l}\right).$$

В третьем из перечисленных случаев будем иметь

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{2I Q_1}{2\pi} \left\{ \frac{l}{L^2 - l^2} - \frac{k}{2} \left(\frac{1}{L+l} - \frac{1}{4x+L+l} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1+k}{1-k} \left[\frac{l}{L^2 - l^2} + \frac{k}{2} \left(\frac{1}{L+l} + \frac{1}{4x-L-l} \right) \right] \right\}, \\ Q_{K3} &= Q_1 \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{k}{l} \frac{2x(L-l)}{4x+L+l} + \frac{1+k}{1-k} \left[1 + \frac{k}{l} \frac{2x(L-l)}{4x-L-l} \right] \right\}. \quad (20) \end{aligned}$$

Этой формулой можно пользоваться при x , лежащем между нулем и $\frac{l}{2}$. При $x = -\frac{l}{2}$

$$Q_K = Q_1 \left(1 + k \frac{2l}{3l + L}\right),$$

т. е. результат, одинаковый с полученным при таком же значении x по формуле (19). При $x = 0$

$$Q_K = \frac{Q_1}{1-k}.$$

Формулу (20) можно продолжить и на те положения границы раздела, которые будут симметричны только что изученным. Для этой цели достаточно вместо x написать $-x'$ и давать введенному x' значения, лежащие между нулем и $\frac{1}{2}$.

В таком случае для $x' = \frac{l}{2}$ получим

$$Q_K = Q_1 \frac{1+k}{1-k} \left(1 - k \frac{2l}{L+3l}\right) = Q_2 \left(1 - k \frac{2l}{L+3l}\right).$$

В четвертом случае имеем

$$\Delta U = \frac{4I Q_1}{\pi} \frac{1+k}{1-k} \frac{l}{L^2-l^2} \left\{ 1 - \frac{k}{2} \left[1 - \frac{L^2-l^2}{(4x'+L)^2-l^2} \right] \right\}, \quad (21)$$

$$Q_{K4} = Q_1 \frac{1+k}{1-k} \left\{ 1 - \frac{k}{2} \left[1 - \frac{L^2-l^2}{(4x'+L)^2-l^2} \right] \right\}.$$

Эта формула применима при x' , заключенном между $\frac{l}{2}$ и $\frac{L}{2}$.

При $x' = \frac{l}{2}$ находим

$$Q_K = Q_1 \frac{1+k}{1-k} \left(1 - k \frac{2l}{L+3l} \right),$$

т. е. результат, тождественный с полученным из предыдущей формулы при том же значении x' . При $x = \frac{L}{2}$ для Q_K будем иметь

$$Q_K = Q_1 \frac{1+k}{1-k} \left(1 - k \frac{4L^2}{9L^2-l^2} \right).$$

Наконец, в последнем, пятом случае для ΔU и Q_{K5} получаем выражения

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{4I Q_1}{\pi} \frac{1+k}{1-k} \frac{l}{L^2-l^2} \left\{ 1 - \frac{k}{2} (L^2-l^2) \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[\frac{1}{(4x'-L)^2-l^2} - \frac{1}{(4x'+L)^2-l^2} \right] \right\}, \\ Q_{K5} &= Q_1 \frac{1+k}{1-k} \left\{ 1 - \frac{k}{2} (L^2-l^2) \left[\frac{1}{(4x'-L)^2-l^2} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{(4x'+L)^2-l^2} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (22)$$

Последней формулой можно пользоваться при x , меняющемся между $\frac{L}{2}$ и ∞ . При $x' = \frac{L}{2}$ находим уже знакомое нам выражение

$$Q_K = Q_1 \frac{1+k}{1-k} \left(1 - k \frac{4L^2}{9L^2-l^2} \right).$$

На рис. 54 результаты наших исследований изображены графически, причем кривая дана для $\frac{Q_2}{Q_1} = 10,0$.

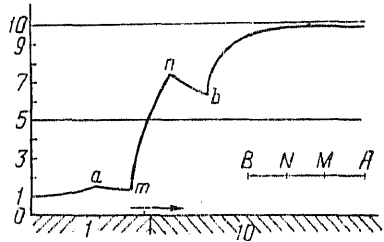


Рис. 54. Профилирование через контакт трехэлектродной установки.

§ 15. ПРОФИЛИРОВАНИЕ НАД ЖИЛОЙ

К задачам, аналогичным только что рассмотренной, можно отнести задачу о профилировании над жилой. Последнюю мы весьма упростим, предположив, что жила ограничена от вмещающих пород плоскими вертикальными границами раздела, параллельными друг другу. Кроме того, допустим, что жила доходит до дневной поверхности, т. е. будем предполагать отсутствие влияния покрывающих наносов. Целью работ является задача выяснения характера изменения кажущегося удельного сопротивления ρ_k при перемещении приемных электродов перпендикулярно простиранию жилы, причем

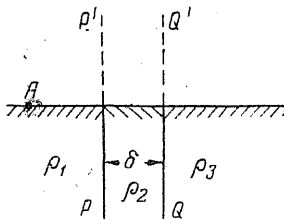


Рис. 55. Профилирование над жилой.

линия перемещения проходит через питающий электрод. Последний предположим находящимся в стороне от жилы, на расстоянии d от ближайшего ее края. Среда, в которой расположен электрод, имеет удельное сопротивление ρ_1 , удельное сопротивление материала жилы обозначим через ρ_2 и удельное сопротивление среды, лежащей по другую сторону жилы, возьмем для общности задачи отличным от ρ_1 и обозначим его через ρ_3 . Жилу предположим уходящей вниз бесконечно далеко и дополним все нижнее полупространство его зеркальным изображением от земной поверхности, чтобы учесть влияние границы раздела земля — воздух. После этого отражения получим распределение удельных сопротивлений в пространстве в таком виде: со стороны питающего электрода находится среда с сопротивлением ρ_1 , ограниченная лишь с одной стороны плоскостью PP' (рис. 55); между этой плоскостью и плоскостью QQ' , параллельно первой, лежит среда с удельным сопротивлением ρ_2 . Обозначим расстояние между плоскостями PP' и QQ' через δ и будем искать сначала значение потенциала, создаваемого электродом A в точках каждой из трех сред. Эти поиски можно вести либо методом отражений, которым мы пользовались при решении предыдущей задачи, либо непосредственно путем интегрирования уравнения Лапласа. Выберем второй путь, чтобы ознакомиться с этим весьма важным приемом решения задач теории электроразведки.

Потенциальные функции в каждой из трех сред, слагающих пространство, в нашей задаче обозначим соответственно через U_1 , U_2 и U_3 . Все они должны удовлетворять уравнению Лапласа, которое напомним в системе цилиндрических координат с началом в электроде A и осью, направленной по перпендикулярно к плоскостям PP' и QQ' :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} = 0,$$

где r — расстояние точки от координатной оси; z — ее расстояние от плоскости, проходящей перпендикулярно оси через электрод; φ — азимутальный угол. Ввиду очевидной осевой симметрии в распределении потенциала последний член в написанном уравнении выпадает и мы можем переписать его в более простом виде:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0. \quad (23)$$

Потенциальные функции U_1 , U_2 и U_3 , кроме того, чтобы быть интегралами написанного уравнения, должны удовлетворять ряду условий, налагаемых на них задачей. Прежде чем приступить к интегрированию уравнения (23), перечислим эти добавочные условия.

1. Функция U_1 может быть представлена состоящей из двух частей: потенциала точечного электрода в безграничной однородной среде и слагаемого, определяющего искажающее действие границ раздела, фигурирующих в нашей задаче. Если обозначить силу питающего электрод тока через I , то, учитывая сказанное, можно для функции U_1 , написать

$$U_1 = \frac{I Q_1}{2\pi} \frac{1}{R} + U'_1(r, z),$$

где $R = \sqrt{r^2 + z^2}$. Для краткости письма в дальнейшем множитель $\frac{I Q_1}{2\pi}$ будем обозначать одной буквой q . Таким образом, для U_1 напишем

$$U_1 = \frac{q}{R} + U'_1(r, z).$$

Функция $U'_1(r, z)$ должна быть всюду конечной, так как, кроме начала координат, никаких других источников тока нет, и обращаться в нуль при $z = -\infty$ и при $r = \infty$. Кроме того, конечно, функция U'_1 должна быть интегралом уравнения Лапласа, так как она стоит слагаемым в сумме со вторым слагаемым, удовлетворяющим этому уравнению.

2. Функция $U_2(r, z)$ должна быть всюду конечной и обращаться в нуль при $r \rightarrow \infty$.

3. Функция $U_3(r, z)$ должна быть тоже конечной и обращаться в нуль при $r \rightarrow \infty$ и $z \rightarrow 0$.

4. Функции U_1 и U_2 должны удовлетворять граничным условиям (на плоскости PP'), выражающимся в непрерывности потенциала и нормальной составляющей плотности тока. Математически эти условия могут быть записаны следующим образом:

$$(U_1)_{z=d} = (U_2)_{z=d},$$

$$\left(\frac{1}{Q_1} \frac{\partial U_1}{\partial z} \right)_{z=d} = \left(\frac{1}{Q_2} \frac{\partial U_2}{\partial z} \right)_{z=d}$$

5. Аналогичные же условия должны быть для функций U_2 и U_3 на границе QQ' , т. е.

$$(U_2)_{z=d+\delta} = (U_3)_{z=d+\delta},$$

$$\left(\frac{1}{Q_2} \frac{\partial U_2}{\partial z} \right)_{z=d+\delta} = \left(\frac{1}{Q_3} \frac{\partial U_3}{\partial z} \right)_{z=d+\delta}.$$

Интегрирование уравнения (23) проведем в предположении, что функцию w можно представить в виде произведения двух функций u и v , каждая из которых зависит только от одной переменной r или z , т. е. предположим, что

$$w(r, z) = u(r)v(z).$$

Вводя это представление функции в уравнение (23), получим

$$v \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{v}{r} \frac{du}{dr} + u \frac{d^2 v}{dz^2} = 0$$

или после деления на произведение uv

$$\frac{1}{u} \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{ru} \frac{du}{dr} + \frac{1}{v} \frac{d^2 v}{dz^2} = 0.$$

В полученном уравнении два первых слагаемых зависят только от r , а последнее — только от z . Это возможно лишь в том случае, когда каждая из групп таких членов равна одной и той же не зависящей ни от r , ни от z величине с разными знаками.

Примем, что

$$\frac{1}{u} \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{ru} \frac{du}{dr} = -m^2,$$

$$\frac{1}{v} \frac{d^2 v}{dz^2} = +m^2.$$

Первое уравнение из написанных умножим на u и перенесем все члены в левую часть, тогда приведем его к обычной форме уравнения Бесселя

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} + m^2 u = 0.$$

Это уравнение имеет своими интегралами функции Бесселя нулевого порядка $J_0(mr)$ и $Y_0(mr)$. Второе уравнение, переписанное в виде

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = m^2 v,$$

решается в показательных функциях. Его частные интегралы будут e^{mz} и e^{-mz} . Таким образом, функция w , являющаяся произведением функций u и v , может содержать произведения

$$J_0(mr) e^{-mz}, \quad J_0(mr) e^{mz},$$

$$Y_0(mr) e^{-mz}, \quad Y_0(mr) e^{mz}.$$

Однако так как функция $Y_0(mr)$ при $r = 0$ имеет логарифмическую бесконечность, то при составлении выражения для $w(r, z) = U(r, z)$, чтобы выполнялось требование о конечности функции, мы должны отбросить произведения, содержащие эту функцию. Таким образом, частным интегралом уравнения (23) может быть лишь сумма

$$AJ_0(mr)e^{-mz} + BJ_0(mr)e^{mz},$$

где A и B не зависят от r и z зависят только от $d, d + \delta, k$ и m . Согласно методу, разработанному Фурье, в качестве общего интеграла уравнения (23) мы можем взять выражение

$$U(r, z) = \int_0^{\infty} A e^{-mz} J_0(mr) dm + \int_0^{\infty} B e^{mz} J_0(mr) dm.$$

Этой общей формулой мы и воспользуемся для составления выражений $U'_1(r, z), U_2(r, z)$ и $U_3(r, z)$.

Так как функция $U'_1(r, z)$ должна обращаться в нуль при $z \rightarrow -\infty$, то в выражении этой функции должен отсутствовать член, содержащий e^{-mz} , т. е. для $U'_1(r, z)$ коэффициент A должен быть тождественно равен нулю. Это дает

$$U'_1(r, z) = \int_0^{\infty} B_1 e^{mz} J_0(mr) dm,$$

а, следовательно,

$$U_1(r, z) = \frac{q}{R} + \int_0^{\infty} B_1 e^{mz} J_0(mr) dm.$$

Так как согласно формуле Вебера — Линнича

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} = \int_0^{\infty} e^{\mp mz} J_0(mr) dm,$$

то выражение для U_1 можно переписать в виде

$$U_1(r, z) = \int_0^{\infty} (q e^{\mp mz} + B_1 e^{mz}) J_0(mr) dm,$$

где в первом слагаемом показатель степени берется со знаком минус, если z положительно, и со знаком плюс, если z отрицательно.

Функцию $U_2(r, z)$ можно взять в наиболее общем виде (так как между плоскостями PP' и QQ' z не может обращаться в бесконечность):

$$U_2(r, z) = \int_0^{\infty} (A_2 e^{-mz} + B_2 e^{mz}) J_0(mr) dm.$$

Так как в среде с удельным сопротивлением ϱz координата z может обращаться в плюс бесконечность, то для соблюдения условия конечности функции $U_3(r, z)$ по соображениям, аналогичным тем, которыми мы пользовались при выводе выражения $U_1'(r, z)$, для этой функции напомним

$$U_3(r, z) = \int_0^{\infty} A_3 e^{-mz} J_0(mr) dm.$$

Коэффициенты A и B обозначены различными индексами, так как в каждой из функций эти коэффициенты могут быть неодинаковыми.

Таким образом, для окончательного определения искомых функций нам нужно найти четыре коэффициента B_1, A_2, B_2 и A_3 . Для их определения воспользуемся четырьмя граничными условиями. Поскольку в этих условиях присутствуют производные из функций U_1, U_2 и U_3 по переменной z , их предварительно выпишем

$$\frac{\partial U_1}{\partial z} = \int_0^{\infty} (-mq e^{-mz} + mB_1 e^{mz}) J_0(mr) dm,$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial z} = \int_0^{\infty} (-mA_2 e^{-mz} + mB_2 e^{mz}) J_0(mr) dm,$$

$$\frac{\partial U_3}{\partial z} = \int_0^{\infty} (-mA_3 e^{-mz}) J_0(mr) dm.$$

Составляя равенства, определяемые названными условиями, получим:

для первой границы ($z = d$)

$$\int_0^{\infty} (g e^{-md} + B_1 e^{md}) J_0(mr) dm = \int_0^{\infty} (A_2 e^{-md} + B_2 e^{md}) J_0(mr) dm,$$

$$\frac{1}{\varrho_1} \int_0^{\infty} m (-g e^{-md} + B_1 e^{md}) J_0(mr) dm =$$

$$= \frac{1}{\varrho_2} \int_0^{\infty} m (-A_2 e^{-md} + B_2 e^{md}) J_0(mr) dm,$$

для второй границы ($z = d + \delta$)

$$\int_0^{\infty} (A_2 e^{-m(d+\delta)} + B_2 e^{m(d+\delta)}) J_0(mr) dm = \int_0^{\infty} A_3 e^{-m(d+\delta)} J_0(mr) dm,$$

$$\frac{1}{\varrho_2} \int_0^{\infty} m (-A_2 e^{-m(d+\delta)} + B_2 e^{m(d+\delta)}) J_0(mr) dm =$$

$$= \frac{1}{\varrho_3} \int_0^{\infty} -mA_3 e^{-m(d+\delta)} J_0(mr) dm.$$

Так как все эти равенства должны выполняться при всех значениях r , то можно переписать их в виде

$$\begin{aligned} q e^{-md} + B_1 e^{md} &= A_2 e^{-md} + B_2 e^{md}, \\ -\frac{q}{Q_1} e^{-md} + \frac{B_1}{Q_1} e^{md} &= -\frac{A_2}{Q_2} e^{-md} + \frac{B_2}{Q_2} e^{md}, \\ A_2 e^{-m(d+\delta)} + B_2 e^{m(d+\delta)} &= A_3 e^{-m(d+\delta)}, \\ -\frac{A_2}{Q_2} e^{-m(d+\delta)} + \frac{B_2}{Q_2} e^{m(d+\delta)} &= -\frac{A_3}{Q_3} e^{-m(d+\delta)}. \end{aligned}$$

Решая эту систему уравнений относительно неизвестных B_1 , A_2 , B_2 и A_3 , получим после некоторых преобразований

$$\begin{aligned} B_1 &= q \frac{e^{-2md} (k_{12} + k_{23} e^{-2m\delta})}{1 + k_{12}k_{23} e^{-2m\delta}}, & A_2 &= q \frac{1 + k_{12}}{1 + k_{12}k_{23} e^{-2m\delta}}, \\ B_2 &= q \frac{(1 + k_{12}) k_{23} e^{-2m(d+\delta)}}{1 + k_{12}k_{23} e^{-2m\delta}}, & A_3 &= q \frac{(1 + k_{12})(1 + k_{23})}{1 + k_{12}k_{23} e^{-2m\delta}}, \end{aligned}$$

где

$$k_{12} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2 + Q_1},$$

$$k_{23} = \frac{Q_3 - Q_2}{Q_3 + Q_2}.$$

Для удобства вычислений развернем отношение

$$\frac{1}{1 + k_{12}k_{23} e^{-2m\delta}} = (1 + k_{12}k_{23} e^{-2m\delta})^{-1}$$

в бесконечный ряд, пользуясь формулой бинома Ньютона. Это нам дает

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + k_{12}k_{23} e^{-2m\delta}} &= 1 - k_{12}k_{23} e^{-2m\delta} + k_{12}^2 k_{23}^2 e^{-4m\delta} - k_{12}^3 k_{23}^3 e^{-6m\delta} + \dots = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n e^{-2mn\delta}. \end{aligned}$$

Пользуясь этим разложением, коэффициенты B_1 , A_2 , B_2 и A_3 представим в виде рядов

$$\begin{aligned} B_1 &= q e^{-2md} (k_{12} + k_{23} e^{-2m\delta}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n e^{-2mn\delta} = \\ &= q \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^{n+1} k_{23}^n e^{-2m(d+n\delta)} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^{n+1} e^{-2m[d+(n+1)\delta]} \right\}, \end{aligned}$$

$$A_2 = q(1 + k_{12}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n e^{-2mn\delta},$$

$$B_2 = q(1 + k_{12}) k_{23} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n e^{-2m[d+(n+1)\delta]},$$

$$A_3 = q(1 + k_{12})(1 + k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n e^{-2mn\delta}.$$

Подставляя найденные значения коэффициентов в выражения для потенциалов U_1 , U_2 и U_3 , найдем

$$U_1 = q \int_0^{\infty} e^{\mp mz} J_0(mr) dm + qk_{12} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n \int_0^{\infty} e^{-2m(d+n\delta)+mz} \times$$

$$\times J_0(mr) dm + qk_{23} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n \int_0^{\infty} e^{-2m[d+(n+1)\delta]+mz} J_0(mr) dm,$$

$$U_2 = q(1 + k_{12}) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12} k_{23} \int_0^{\infty} e^{-2mn\delta - mz} J_0(mr) dm + k_{23} \times \right.$$

$$\left. \times \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n \int_0^{\infty} e^{-2m[d+(n+1)\delta]+mz} J_0(nr) dm \right\},$$

$$U_3 = q(1 + k_{12})(1 + k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n \int_0^{\infty} e^{-2mn\delta - mz} J_0(mr) dm.$$

Применяя к стоящим здесь интегралам формулу Вебера — Липшица, мы сможем переписать найденные выражения в виде

$$U_1 = q \left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{k_{12}^{n+1} k_{23}^n}{\sqrt{r^2 + [2(d+n\delta) - z]^2}} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{k_{12}^n k_{23}^{n+1}}{\sqrt{r^2 + [2d + 2(n+1)\delta - z]^2}} \right\},$$

$$U_2 = q \left\{ (1 + k_{12}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{k_{12}^n k_{23}^n}{\sqrt{r^2 + (2n\delta + z)^2}} + \right.$$

$$\left. + (1 + k_{12}) k_{23} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{k_{12}^n k_{23}^n}{\sqrt{r^2 + [2d + 2(n+1)\delta + z]^2}} \right\}, \quad (24)$$

$$U_3 = q(1 + k_{12})(1 + k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{k_{12}^n k_{23}^n}{\sqrt{r^2 + (2n\delta + z)^2}}.$$

Так как нас интересует значение потенциалов на перпендикуляре, опущенном из питающего электрода на плоскости раздела, то $r = 0$. Вводя это значение r и заменяя q его выражением через силу тока, получим

$$U_1 = \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{z} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{k_{12}^{n+1} k_{23}^n}{2d + 2n \delta - z} + \right. \\ \left. + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{k_{12}^n k_{23}^{n+1}}{2d + 2(n+1) \delta - z} \right], \\ U_2 = \frac{I Q_1}{2\pi l} (1 + k_{12}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\frac{k_{12}^n k_{23}^n}{2n \delta + z} + \frac{k_{12}^n k_{23}^{n+1}}{2d + 2(n+1) \delta - z} \right], \\ U_3 = \frac{I Q_1}{2\pi} (1 + k_{12}) (1 + k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{k_{12}^n k_{23}^n}{2n \delta + z}.$$

Предположим, что электропрофилеирование мы ведем с весьма малым MN , т. е. с установкой, для которой $\frac{\Delta U}{l}$ (где l — расстояние между измерительными электродами) практически не отличается от E — напряжения поля. В таком случае кажущееся удельное сопротивление следует вычислять по формуле

$$\rho_k = \frac{E}{I} 2\pi r^2.$$

Зная выражения для потенциалов, можно найти и те выражения для полей, которые будут существовать на каждом участке рассматриваемой среды. Найдя эти выражения и подставив их в формулу для ρ_k , получим формулу, дающую кажущееся удельное сопротивление в функции элементов, определяющих положение установки и структуру среды.

Чтобы отыскать E_1 , E_2 и E_3 , продифференцируем по z выражения для U_1 , U_2 и U_3 и результат дифференцирования возьмем по общему правилу со знаком минус. Это нам дает

$$E_1 = \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{z^2} - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n \left\{ \frac{k_{12}}{(2d + 2n \delta - z)^2} + \frac{k_{23}}{(2d + 2(n+1) \delta - z)^2} \right\} \right], \\ E_2 = \frac{I Q_1}{2\pi} (1 + k_{12}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\frac{k_{12}^n k_{23}^n}{(2n \delta + z)^2} - \frac{k_{12}^n k_{23}^{n+1}}{(2d + 2(n+1) \delta - z)^2} \right], \quad (25) \\ E_3 = \frac{I Q_1}{2\pi} (1 + k_{12}) (1 + k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{k_{12}^n k_{23}^n}{(2n \delta + z)^2}.$$

Подставляя найденные выражения в формулу для Q_k , имеем

$$\begin{aligned}
 Q_{k1} &= Q_1 \left(1 - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n \left[\frac{k_{12} z^2}{(2d + 2n \delta - z)^2} + \frac{k_{23} z^2}{(2d + 2(n+1) \delta - z)^2} \right] \right), \\
 Q_{k2} &= Q_1 (1 + k_{12}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n \times \\
 &\times \left[\frac{z^2}{(2n \delta + z)^2} - \frac{k_{23} z^2}{(2d + 2(n+1) \delta - z)^2} \right], \\
 Q_{k3} &= Q_1 (1 + k_{12}) (1 + k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n \frac{z^2}{(2n \delta + z)^2}.
 \end{aligned} \tag{26}$$

Первая из написанных формул применима при z , меняющемся от $-\infty$ до d , вторая — при z , лежащем между d и $d + \delta$, третья — при z , меняющемся от $d + \delta$ до $+\infty$.

Эти формулы и дают нам решение поставленной задачи. Для того частного случая, когда $Q_3 = Q_1$, можно получить соответствующие выражения для кажущегося удельного сопротивления из приведенных здесь общих формул путем замены параметра k_{23} через минус k_{12} .

Отметим, что в тех частных случаях, когда жильный минерал является изолятором или идеальным проводником, он оказывает одинаковое экранирующее действие, т. е. в среде, лежащей по противоположную сторону от жилы по сравнению с питающим электродом, Q_{k3} будет равно нулю. Действительно, если $Q_2 = \infty$, то при конечных Q_1 и Q_2 будем иметь $k_{12} = 1$ и $k_{23} = -1$, а при $Q_2 = 0$ и при конечных же Q_1 и Q_2 — $k_{12} = -1$ и $k_{23} = 1$. И в том и в другом случае один из множителей, стоящих перед знаком суммы в формуле для Q_{k3} , обращается в нуль.

Описанная методика профилирования может оказаться весьма эффективной при прослеживании жил, так как кривая имеет весьма резко выраженные особенности.

Пользуясь правилом аддитивности, нетрудно составить выражения для потенциалов, напряжения поля и кажущихся сопротивлений при учете действия второго питающего электрода. В частности, если оба таких электрода находятся по разные стороны жилы и остаются неподвижными при перемещении измерительных электродов, то напряжения поля, обязанные действию второго электрода, будут выражаться формулами

$$\begin{aligned}
 E'_1 &= \frac{I Q_1}{2\pi} (1 + k_{12}) (1 + k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{k_{12}^n k_{23}^n}{(L + 2n \delta - z)^2}, \\
 E'_2 &= \frac{I Q_1}{2\pi} \frac{1 + k_{12}}{1 - k_{12}} (1 + k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n \times
 \end{aligned}$$

$$\times \left[\frac{1}{(L+2n\delta-z)^2} + \frac{k_{12}}{[L-2(d-n\delta)+z]^2} \right],$$

$$E'_3 = \frac{I Q_1}{2\pi} \frac{1+k_{12}}{1-k_{12}} \frac{1+k_{23}}{1-k_{23}} \left\{ \frac{1}{z^2} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n \times \right.$$

$$\left. \times \left[\frac{k_{23}}{(L-2[d-(n-1)\delta]+z^2} + \frac{k_{12}}{[L-2(d+n\delta)+z]^2} \right] \right\},$$

где L — расстояние между питающими электродами. Эти формулы можно вывести из формул (25) путем замены z на $L-z$, d на $L-(d+\delta)$, k_{12} на минус k_{23} , k_{23} на минус k_{12} и подстановкой вместо Q_1 в первом множителе

$$Q_3 = Q_1 \frac{1+k_{12}}{1-k_{12}} \frac{1+k_{23}}{1-k_{23}}.$$

Полное поле, учитывающее действие обоих электродов, получится путем суммирования E_1 и E'_1 , E_2 и E'_2 , E_3 и E'_3 . При выводе формул для кажущегося удельного сопротивления следует иметь в виду, что эти формулы получатся после подстановки найденных сумм вместо E в выражение

$$Q_n = \frac{E}{I} \frac{\pi}{4} L^2.$$

Формулы для Q_n , измеряемого установкой, в которой перемещаются все электроды одновременно (кроме электрода B , который, как предполагается, находится в бесконечности), притом так, что расстояние между A и MN не меняется (так называемая каротажная установка), имеют тот же вид, что и формулы (26), пока электрод A находится в среде с удельным сопротивлением ρ_1 ; необходимо лишь считать переменной величиной не z , а d . Для иных положений электрода A требуется особый вывод формул. Мы здесь дадим без вывода формулу для того случая, когда вся установка, включая и электрод A , уже перешла жилу и находится в среде с удельным сопротивлением ρ_3 . Обозначая теперь через d расстояние от A до ближайшей границы QQ' (рис. 56), будем иметь для E_1 выражение

$$E_1 = \frac{I Q_1}{2\pi} \frac{1+k_{12}}{1-k_{12}} \frac{1+k_{23}}{1-k_{23}} \left[\frac{1}{z^2} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n \times \right.$$

$$\left. \times \left\{ \frac{k_{12}}{(2d+2n\delta+z)^2} + \frac{k_{23}}{(2d+2(n+1)\delta+z)^2} \right\} \right],$$

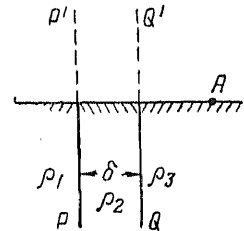


Рис. 56. Поле электрода, перешедшего жилу.

а, следовательно,

$$\begin{aligned} Q_n = Q_1 \frac{1+k_{12}}{1-k_{12}} \frac{1+k_{23}}{1-k_{23}} \left\{ 1 + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n k_{12}^n k_{23}^n z^2 \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{k_{12}}{(2d+2n\delta+z)^2} + \frac{k_{23}}{(2d+2(n+1)\delta+z)^2} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Случай, когда электрод A находится между границами PP' и QQ' , при малой мощности жилы не имеет практически существенного значения.

§ 16. ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА

При решении задач теории электроразведки остановимся еще на одной задаче, имеющей весьма большое значение в теории интерпретации вертикальных электрических зондирований. До сих пор мы изучали поле электрического тока в неоднородной среде с вертикальными границами раздела. Здесь будем рассматривать среду с горизонтальными границами раздела.

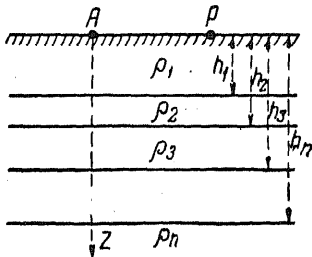


Рис. 57. Электрод на границе многослойной среды.

Производя измерения разности потенциалов между измерительными электродами при различных разностях питающих электродов, можно заметить различную степень влияния неоднородностей с горизонтальными границами раздела, выражающуюся в особом характере изменения кажущегося удельного сопротивления. Изучение зависимости между значениями Q_n и расстоянием между питающими электродами дает материал для суждений о глубине

залегания границ раздела, и, таким образом, электрические измерения, произведенные на поверхности земли, позволяют построить схематический разрез некоторой толщи земной коры, в ряде случаев хорошо совпадающий с геологическим разрезом.

Для уяснения принципов этой методики электроразведочных наблюдений проведем решение и исследование задачи определения поля, создаваемого электродом A (рис. 57), находящимся у поверхности земли и питаемым током силы I при наличии нескольких горизонтальных границ раздела между средами с различными удельными сопротивлениями. Обозначим удельные сопротивления горизонтальных пластов сверху вниз соответственно через $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$. Глубину залегания границы раздела между слоями с удельными сопротивлениями ρ_1 и ρ_2 обозначим через h_1 , глубину залегания следующей границы, отделяющей пласты с удельными сопротивлениями ρ_2 и ρ_3 , обозначим через h_2 и т. д.

Необходимо определить значение потенциала в точке, лежащей на поверхности земли на расстоянии r от электрода A . При поисках этого значения должны ввести в рассмотрение потенциальные функции для каждого из n слоев, которые мы обозначим символами U_1, U_2, \dots, U_n . Относительно этих функций знаем, что они являются интегралами уравнения Лапласа, с одной стороны, и, с другой стороны, подчинены некоторым условиям, которые перечислим ниже. Распределение потенциала, создаваемого электродом A , будет, очевидно, обладать осевой симметрией с осью симметрии, проходящей через точку A вертикально. Поэтому, применяя цилиндрическую систему координат с началом в электроде и осью, направленной вниз по оси симметрии, для потенциальных функций напомним уравнение Лапласа в виде

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0,$$

опустив слагаемое, зависящее от азимутального угла, как равное нулю.

Искомые потенциальные функции должны удовлетворять написанному уравнению и, кроме того, должны быть составлены так, чтобы выполнялись еще и следующие условия.

1. Функция $U_1(r, z)$ для первого слоя должна иметь вид:

$$U_1 = \frac{I \varrho_1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + U'_1(r, z),$$

причем функция $U'_1(r, z)$ должна быть всюду конечной и обращаться в нуль для бесконечно удаленных точек слоя.

2. На границе раздела земля — воздух нормальная составляющая плотности тока равна нулю, т. е.

$$\left[\frac{\partial U_1(r, z)}{\partial z} \right] = 0.$$

3. Все функции U_2, U_3, \dots, U_n конечны и обращаются в нуль в бесконечно удаленных точках.

4. На каждой границе раздела должны соблюдаться равенства

$$(U_i)_{z=hi} = (U_{i+1})_{z=hi},$$

$$\left(\frac{1}{\varrho_i} \frac{\partial U_i}{\partial z} \right)_{z=hi} = \left(\frac{1}{\varrho_{i+1}} \frac{\partial U_{i+1}}{\partial z} \right)_{z=hi}$$

После этих предварительных замечаний можно перейти непосредственно к составлению искомых функций. Из решения предыдущей задачи мы уже знаем, что общим интегралом написанного дифференциального уравнения, удовлетворяющим условию

конечности для точек, расположенных на конечном расстоянии от начала координат, является выражение

$$U(r, z) = \int_0^{\infty} A e^{-mz} J_0(mr) dm + \int_0^{\infty} B e^{mz} J_0(mr) dm.$$

Составляя выражение $U_1(r, z)$ для потенциальной функции в слое, расположенном между плоскостями $z = 0$ и $z = h_1$, следует учесть необходимость обращения в нуль производной по z от функции U_1 при $z = 0$. Приняв для U_1 выражение

$$U_1(r, z) = \frac{I Q_1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \int_0^{\infty} (A_1 e^{-mz} + B_1 e^{mz}) J_0(mr) dm$$

и составляя нужную нам производную, получим

$$\frac{\partial U_1}{\partial z} = -\frac{I Q_1}{2\pi} \frac{z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} + \int_0^{\infty} m (-A_1 e^{-mz} + B_1 e^{mz}) J_0(mr) dm.$$

Положив здесь $z = 0$ и приравняв результат этой подстановки нулю, находим

$$0 \approx \int_0^{\infty} m (-A_1 + B_1) J_0(mr) dm.$$

Чтобы это равенство выполнялось при всех значениях r , необходимо принять $A_1 = B_1$. В силу этого обстоятельства формула для $U_1(r, z)$ примет вид:

$$U_1(r, z) = \frac{I Q_1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \int_0^{\infty} B_1 (e^{-mz} + e^{mz}) J_0(mr) dm,$$

или, применяя к $\frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}}$ формулу Вебера — Лишшица и обозначая для краткости $\frac{I Q_1}{2\pi}$ через q ,

$$U_1(r, z) = \int_0^{\infty} [q e^{-mz} + B_1 (e^{-mz} + e^{mz})] J_0(mr) dm.$$

Функции $U_2(\bar{r}, z)$, $U_3(\bar{r}, z), \dots, U_{n-1}(\bar{r}, z)$ возьмем в виде

$$U_i(\bar{r}, z) = \int_0^{\infty} (A_i e^{-mz} + B_i e^{mz}) J_0(mr) dm.$$

Переходя к составлению выражения для U_n , должны учесть возможность бесконечно больших значений z в этом последнем слое.

Чтобы U_n оставалось конечным и для этих удаленных точек, мы обязаны положить $B_n = 0$, и поэтому

$$U_n(r, z) = \int_0^{\infty} A_n e^{-mz} J_0(mr) dm.$$

Для окончательного определения функций U_1, U_2, \dots, U_n необходимо найти $1 + 2(n - 2) + 1 = 2(n - 1)$ неизвестных коэффициентов A_i и B_i . Для этой цели воспользуемся граничными условиями, число которых равно числу неизвестных. Пользуясь рассуждениями, аналогичными тем, которые применяли при решении задачи о профилировании над жилой, можно написать систему уравнений для определения искомых коэффициентов в виде

$$\begin{aligned} B_1(e^{-2mh_1} + 1) - A_2 e^{-2mh_1} - B_2 &= -q e^{-2mh_1}, \\ \frac{1}{q_1} B_1(e^{-2mh_1} - 1) - \frac{1}{q_2} A_2 e^{-2mh_1} + \frac{1}{q_2} B_2 &= -\frac{q}{q_1} e^{-2mh_1}, \\ A_2 e^{-2mh_2} + B_2 - A_3 e^{-2mh_2} - B_3 &= 0, \\ \frac{1}{q_2} A_2 e^{-2mh_2} - \frac{1}{q_2} B_2 - \frac{1}{q_3} A_3 e^{-2mh_2} + \frac{1}{q_3} B_3 &= 0, \\ \dots & \dots \\ A_{n-1} e^{-2mh_{n-1}} + B_{n-1} - A_n e^{-2mh_{n-1}} &= 0, \\ \frac{1}{q_{n-1}} A_{n-1} e^{-2mh_{n-1}} - \frac{1}{q_{n-1}} B_{n-1} - \frac{1}{q_n} A_n e^{-2mh_{n-1}} &= 0. \end{aligned} \quad (27)$$

Решение этой системы уравнений позволит определить интересующие нас коэффициенты, а следовательно, и написать окончательные выражения для потенциальных функций. Так как в данном случае нас интересуют лишь значения потенциала в первой среде, то основной задачей явится определение лишь коэффициента B_1 . В общем виде для этого коэффициента можно написать

$$\text{где} \quad B_1 = \frac{M}{\Delta},$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} (e^{-2mh_1} + 1), & e^{-2mh_1}, & 1, & 0, \dots, & 0 \\ \frac{1}{q_1}(e^{-2mh_1} - 1), & \frac{1}{q_2} e^{-2mh_1}, & \frac{1}{q_2}, & 0, \dots, & 0 \\ 0, & e^{-2mh_2}, & 1, & e^{-2mh_2}, \dots, & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0, & 0, & 0, & 0, \dots, & \frac{1}{q_{n-1}} e^{-2mh_{n-1}} \end{vmatrix}$$

Этот определитель составлен из коэффициентов системы уравнений (27); M — тоже определитель, получающийся из Δ путем замены чисел первого столбца членами, стоящими в правых частях соответствующих уравнений.

Наиболее простой случай получим, если положим $n = 2$, т. е. случай пласта мощности h_1 , лежащего на другом пласте бесконечно большой, практически достаточно большой мощности. Ввиду большого и теоретического и практического значения этого случая мы остановимся на нем подробнее и доведем решение до конца. При $n = 2$ система (27) сведется к двум уравнениям:

$$\begin{aligned} B_1 (e^{-2mh_1} + 1) - A_2 e^{-2mh_1} &= -q e^{-2mh_1}, \\ \frac{B_1}{Q_1} (e^{-2mh_1} - 1) - \frac{A_2}{Q_2} e^{-2mh_1} &= -\frac{q}{Q_1} e^{-2mh_1}. \end{aligned} \quad (27')$$

Определяя из этих двух уравнений B_1 , получим

$$B_1 = q \frac{k_{12} e^{-2mh_1}}{1 - k_{12} e^{-2mh_1}}.$$

Подставляя это значение B_1 в формулу для $U_1(r, z)$ и заменяя q его выражением через силу тока, приходим к формуле

$$\begin{aligned} U_1(r, z) &= \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\int_0^{\infty} e^{-mz} J_0(mr) dm + \right. \\ &\left. + \int_0^{\infty} \frac{k_{12} e^{-2mh_1}}{1 - k_{12} e^{-2mh_1}} (e^{-mz} + e^{mz}) J_0(mr) dm. \right] \end{aligned}$$

Развертываем дробь $\frac{1}{1 - k_{12} e^{-2mh_1}}$ в ряд по формуле

$$\frac{1}{1 - k_{12} e^{-2mh_1}} = 1 + k_{12} e^{-2mh_1} + k_{12}^2 e^{-2m \cdot 2h_1} + k_{12}^3 e^{-2m \cdot 3h_1} + \dots,$$

в связи с чем выражение для B_1 принимает вид:

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{I Q_1}{2\pi} [k_{12} e^{-2mh_1} + k_{12}^2 e^{-2m \cdot 2h_1} + k_{12}^3 e^{-2m \cdot 3h_1} + \dots] = \\ &= \frac{I Q_1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} k_{12}^n e^{-2mnh_1}. \end{aligned}$$

Подставляя последнее выражение во второй интеграл выражения для $U_1(r, z)$, находим

$$\begin{aligned} U_1(r, z) &= \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\int_0^{\infty} e^{-mz} J_0(mr) dm + \int_0^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} k_{12}^n e^{m \cdot 2nh_1} \times \right. \\ &\left. \times (e^{-mz} + e^{mz}) J_0(mr) dm \right] = \end{aligned}$$

$$= \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\int_0^\infty e^{-mz} J_0(mr) dm + \sum_{n=1}^{\infty} k_{12}^n \left(\int_0^\infty e^{-m(2nh_1+z)} J_0(mr) dm + \int_0^\infty e^{-m(2nh_1-z)} J_0(mr) dm \right) \right].$$

Применяя к каждому из написанных интегралов формулу Вебера — Липшица, можно переписать приведенное выражение в виде

$$U_1(r, z) = \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{12}^n}{\sqrt{r^2+(2nh_1+z)^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{12}^n}{\sqrt{r^2+(2nh_1-z)^2}} \right].$$

Наконец, полагая $z = 0$, поскольку нас интересует распределение потенциала на поверхности земли, получим

$$U_1(r, 0) = \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{12}^n}{\sqrt{r^2+(2nh_1)^2}} \right]. \quad (28)$$

Дифференцированием по r из выражения для потенциала получим формулу для напряжения поля в точках земной поверхности:

$$E_1 = \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{12}^n}{[r^2+(2nh_1)^2]^{3/2}} \right].$$

При измерениях трехполюсной установкой при весьма малом расстоянии l между измерительными электродами кажущееся удельное сопротивление вычисляем по формуле

$$\rho_k = \frac{E}{I} 2\pi r^2,$$

причем E практически определяется отношением $\frac{\Delta U_1}{l}$. Подставляя в эту формулу вместо E найденное нами выражение, получим

$$\begin{aligned} \rho_k &= Q_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{12}^n r^3}{[r^2+(2nh_1)^2]^{3/2}} \right\} = \\ &= Q_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{12}^n \left(\frac{r}{h_1}\right)^3}{\left[\left(\frac{r}{h_1}\right)^2 + 4n^2\right]^{3/2}} \right\}. \end{aligned} \quad (29)$$

Рассматривая формулу (29), можно заключить, что кажущееся удельное сопротивление будет зависеть от расстояния измерительных электродов от питающего. При r весьма малых ρ_k будет весьма мало

отличаться от q_1 , т. е. $\lim_{r \rightarrow \infty} q_n = q_1$. При весьма больших значениях r будем иметь

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} q_n &= q_1 \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} k_{12}^n \right) = q_n [1 + 2(k_{12} + k_{12}^2 + k_{12}^3 + \dots)] = \\ &= q_1 \left(1 + 2 \frac{k_{12}}{1 - k_{12}} \right) = q_1 \frac{1 + k_{12}}{1 - k_{12}} = q_2, \end{aligned}$$

т. е. q_n стремится к значению, равному удельному сопротивлению нижнего слоя. Далее из формулы для q_n видно, кроме того, что изменение кажущегося удельного сопротивления будет различным при различных значениях h_1 : чем оно меньше, тем скорее q_n достигнет значений, близких к q_2 , и наоборот. Это обстоятельство дает возможность определить h_1 по характеру изменения кривой, изображающей зависимость между q_n и r .

§ 17. ПРИНЦИПЫ ТЕОРИИ ПАЛЕТОК ВЕРТИКАЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Остановимся на несколько более детальном исследовании кривой, изображаемой уравнением (29). Правая часть этого уравнения состоит из двух множителей, одним из которых является q_1 , другой зависит лишь от отношения $\frac{r}{h_1}$ при постоянном k_{12} . Схематически это уравнение можно переписать в виде

$$q_n = q_1 f \left(\frac{r}{h_1} \right).$$

Логарифмированием написанного равенства можно освободиться от произведения двух неизвестных функций, заменив это произведение суммой

$$\lg q_n = \lg q_1 + \lg f \left(\frac{r}{h_1} \right).$$

Практически эта операция заключается в том, что ординаты q_n откладывают на логарифмической бумаге. Целесообразность этого определяется тем, что при одном и том же характере изменения отношения $\frac{r}{h_1}$ будем получать одну и ту же кривую, лежащую лишь на разной высоте на логарифмической бумаге, т. е. ординаты этой кривой для одних и тех же значений $\frac{r}{h_1}$ будут на одну и ту же величину превышать ординату ее асимптоты, получающуюся при $r \rightarrow 0$. В этом случае форма кривой не будет зависеть от q_1 , что не имеет места, если исходить непосредственно из уравнения (29). Если мы, кроме того, $\lg q_n$ будем откладывать не в функции $\frac{r}{h}$, а в функции $\lg \frac{r}{h}$, то освобо-

димся от влияния этого отношения на форму кривой, которая останется лишь зависящей от величины k_{12} . Действительно, рассмотрим функцию

$$y = f\left(\frac{r}{h_1}\right).$$

Прологарифмировав ее аргумент, получим новую функцию

$$Y = f(\lg r - \lg h_1).$$

При такой структуре аргумента кривая, соответствующая этому уравнению, будет одной и той же независимо от величины h_1 . Последняя лишь определит смещение кривой вправо или влево на логарифмической бумаге. Таким образом, при построении кривой кажущегося сопротивления на билогарифмической бумаге, на которой по оси абсцисс откладывают $\lg r$, а по оси ординат — $\lg \varrho_k$, получим одну и ту же кривую при различных ϱ_1 и h_1 , если только k_{12} остается одним и тем же, т. е. остается одним и тем же отношение $\frac{\varrho_2}{\varrho_1}$. Эта кривая в зависимости от значений ϱ_1 и h_1 будет располагаться различно относительно координатных осей. Уравнение такой кривой будет

$$\lg \varrho_k = \lg \varrho_1 + \lg f(\lg r - \lg h).$$

Определяя из наблюдений ϱ_k при различных r и строя эмпирическую кривую в функции $\lg r$, фактически будем строить кривую, уравнение которой

$$\lg \varrho_k = \lg \varrho_1 + \lg f(\lg r).$$

Сравнивая оба уравнения, можем заключить, что эмпирическая кривая смещена по отношению к той теоретической кривой, которая соответствует данным значениям h_1 и k_{12} на $\lg h_1$ вправо. Если построить теоретическую кривую в том же масштабе на прозрачной бумаге, то, наложив этот чертеж на эмпирически полученную кривую, мы должны будем сдвинуть теоретическую кривую вправо на величину $\lg h$, чтобы обе кривые совпали. При этом ось ординат (на графике с теоретической кривой) засечет ось абсцисс графика с эмпирической кривой в точке, где $\lg r = \lg h_1$.

Таким образом, видно, что, имея теоретическую кривую, из данных электроразведочных измерений, можно определить h_1 — мощность верхнего слоя. Удобно построить такие теоретические кривые для различных значений k_{12} на одном чертеже и пользоваться этим чертежом для определения не только h_1 , но и величины k_{12} , а следовательно, и ϱ_2 . На практике такой чертеж-палетку принято выполнять на плотной бумаге, а кривые, получаемые из наблюдений, строить на восковке.

Нетрудно убедиться в том, что эта же палетка может быть использована для обработки наблюдений, полученных симметричной четырехполюсной установкой. Действительно, в этом случае напряженные поля в середине установки удваиваются, т. е. мы будем иметь

$$E = \frac{I q_1}{\pi} \left\{ \frac{1}{r^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{12}^n r}{[r^2 (2nh)^2]^{3/2}} \right\},$$

где $r = \frac{L}{2}$.

Вычисление кажущегося удельного сопротивления для такой установки ведется по формуле

$$Q_k = \frac{E}{I} \frac{\pi}{4} L^2.$$

Подставляя в последнюю формулу E , даваемое предыдущим выражением, и заменяя там r через $\frac{L}{2}$, получим

$$Q_k = Q_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{12}^n \left(\frac{L}{2}\right)^3}{\left[\left(\frac{L}{2}\right)^2 + (2nh)^2\right]^{3/2}} \right\}. \quad (30)$$

Эта формула отличается от формулы (29) лишь тем, что в ней вместо r стоит $\frac{L}{2}$. Поэтому, если по оси абсцисс откладывать $\lg \frac{L}{2}$, то все заключения, сделанные нами в отношении формулы (29), будут справедливы и к формуле (30) без каких бы то ни было изменений.

То обстоятельство, что измерения на практике проводятся с конечным расстоянием между измерительными электродами, а не с бесконечно малым, незначительно изменяет форму кривой Q_k , и если MN меньше AB в 5—10 раз, то эти изменения практически неощутимы. На доказательстве этого положения здесь не останавливаемся.

На рис. 58 изображена двухслойная палетка. Индексы, стоящие на кривых, указывают, в каком отношении находится Q_2 к Q_1 . Способ пользования такой палеткой весьма прост. Бланк прозрачной бумаги с изображенной на нем наблюдаемой при вертикальном электрическом зондировании кривой Q_k накладывают на палетку и перемещают его до тех пор, пока какая-либо палеточная кривая не совпадет с наблюдаемой в возможно большем числе точек. Необходимо следить за тем, чтобы оси координат эмпирической кривой и палетки оставались параллельными. Добившись совмещения, отсчитывают ординату, отсекаемую на оси ординат эмпирической кривой осью абсцисс палетки, что даст нам значение Q_1 . Наконец, ось ординат теоретической палетки отсечет на оси абсцисс эмпирической кривой отрезок, определяющий глубину залегания границы раздела.

В основном таков же принцип построения и многослойных палеток, т. е. таких, которые предназначены для интерпретации электро-разведочных наблюдений над разрезом, состоящим более чем из

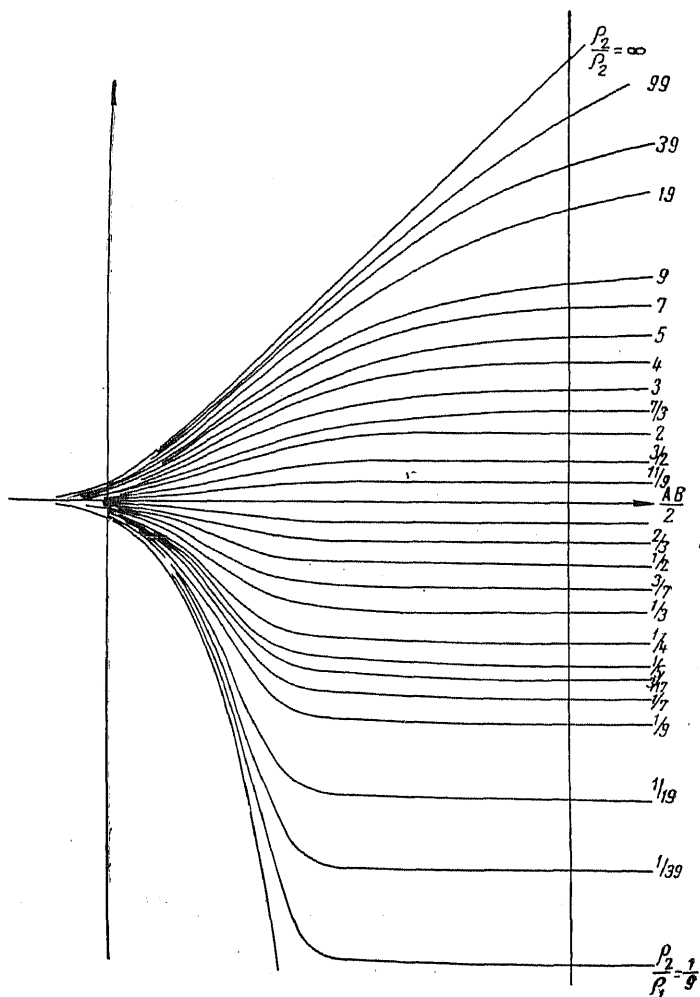


Рис. 58. Двухслойная палетка.

двух слоев. Необходимо только отметить, что в то время как двух-слойная палетка может быть построена на одном чертеже, количество чертежей, охватывающих необходимый комплекс случаев для нескольких слоев, весьма быстро растет с числом слоев. В этом убедимся при рассмотрении теории трехслойных палеток, имеющих

весьма большое значение в практике интерпретации вертикальных электрических зондирований.

Предположим, что мы проводим зондирование над средой, состоящей из двух горизонтальных слоев, подошвы которых лежат на глубинах h_1 и h_2 и которые подстилаются слоем бесконечно большой мощности. Удельные сопротивления слоев сверху вниз обозначим так же, как мы обозначали их при решении общей задачи, через ρ_1 , ρ_2 и ρ_3 . Предположим, что h_1 и h_2 имеют общую меру, которую мы обозначим через h так, что $h_1 = p_1 h$ и $h_2 = p_2 h$. Принципиально возможный случай несоизмеримости h_1 и h_2 практического значения не имеет, так как всегда при расчете можно незначительно изменить h_1 и h_2 и сделать их соизмеримыми.

Уравнения системы (27) в этом случае примут вид:

$$\begin{aligned} B_1(e^{-2mh p_1} + 1) - A_2 e^{-2mh p_1} - B_2 &= -q e^{-2mh p_1}, \\ \frac{1}{\rho_1} B_1(e^{-2mh p_1} - 1) - \frac{1}{\rho_2} A_2 e^{-2mh p_1} + \frac{1}{\rho_2} B_2 &= -\frac{1}{\rho_1} q e^{-2mh p_1}, \\ A_2 e^{-2mh p_2} + B_2 - A_3 e^{-2mh p_2} &= 0, \\ \frac{1}{\rho_2} A_2 e^{-2mh p_2} - \frac{1}{\rho_2} B_2 - \frac{1}{\rho_3} A_3 e^{-2mh p_2} &= 0. \end{aligned} \quad (27'')$$

Обозначая степень e^{-2mh} через a , перепишем эту систему более просто:

$$\begin{aligned} B_1(a^{p_1} + 1) - A_2 a^{p_1} - B_2 &= -q a^{p_1}, \\ \frac{1}{\rho_1} B_1(a^{p_1} - 1) - \frac{1}{\rho_2} A_2 a^{p_1} + \frac{1}{\rho_2} B_2 &= -\frac{1}{\rho_1} q a^{p_1}, \\ A_2 a^{p_2} + B_2 - A_3 a^{p_2} &= 0, \\ \frac{1}{\rho_2} A_2 a^{p_2} - \frac{1}{\rho_2} B_2 - \frac{1}{\rho_3} A_3 a^{p_2} &= 0. \end{aligned}$$

Решая систему (27'') относительно неизвестных B_1 , A_2 , B_2 и A_3 , находим для B_1 :

$$B_1 = q \frac{k_{12} a^{p_1} + k_{23} a^{p_2}}{1 - k_{12} a^{p_1} - k_{23} a^{p_2} + k_{12} k_{23} a^{p_2 - p_1}}.$$

В целях большего удобства в дальнейших вычислениях попытаемся представить коэффициент B_1 в виде ряда, расположенного по возрастающим степеням a , т. е. найти коэффициенты q_n разложения

$$B_1 = q \sum_{n=1}^{\infty} q_n a^n. \quad (31)$$

Чтобы это разложение существовало, очевидно, необходимо выполнение тождества

$$\begin{aligned} k_{12} a^{p_1} + k_{23} a^{p_2} &= (1 - k_{12} a^{p_1} - k_{23} a^{p_2} + \\ &+ k_{12} k_{23} a^{p_2 - p_1}) \sum_{n=1}^{\infty} q_n a^n, \end{aligned}$$

что влечет за собой требование равенства коэффициентов у одинаковых степеней a в правой и левой частях написанного выражения. Поэтому, выполняя умножение в правой части равенства, собираем вместе все члены, содержащие одинаковые степени a , и коэффициенты у различных степеней a правой части приравниваем к коэффициентам таких же степеней в левой части равенства. Полученные равенства образуют систему уравнений, позволяющую найти коэффициенты q_n . Отыскивать q_n указанным способом целесообразно лишь до коэффициента q_{p_2} . В дальнейшем же их определяют по рекуррентной формуле, которую можно получить путем следующих рассуждений. Наивысшая степень a в левой части исходного равенства есть a^{p_2} , следовательно, коэффициенты у всех степеней a в правой части равенства с показателем, большим p_2 , должны быть равны нулю. Таким образом, например, коэффициент у a^{p_2+m} , где m — положительное целое число, должен быть равен нулю. Найдем этот коэффициент, собирая все члены, содержащие названную степень:

$$q_{p_2+m} - k_{12}q_{p_2-p_1+m} - k_{23}q_m + k_{12}k_{23}q_{p_1+m}.$$

Приравнявая его нулю, получим выражение, непосредственно преобразующееся в рекуррентную формулу:

$$q_{p_2+m} = k_{12}q_{p_2-p_1+m} + k_{23}q_m - k_{12}k_{23}q_{p_1+m}.$$

Пользуясь этой формулой, можно по определенным уже из первых уравнений коэффициентам $q_{p_2-p_1+m}$, q_m и q_{p_1+m} отыскать q_{p_2+m} . Таким образом, последовательно определяются q_{p_2+1} , q_{p_2+2} , ...

Найдя коэффициенты q_n , выражающиеся через параметры k_{12} и k_{23} , можно переписать формулу (31) в виде

$$B_1 = \frac{I Q_1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} q_n e^{-2mnh},$$

где вместо q , стоящего перед знаком суммы, мы написали равное ему выражение $\frac{I Q_1}{2\pi}$ и вместо a^n степень e^{-2mnh} , так как мы раньше обозначили e^{-2mh} через a . Подставляем это выражение B_1 в формулу для потенциала $U_1(r, z)$, тогда

$$\begin{aligned} U_1(r, z) &= \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} q_n \int_0^{\infty} e^{-2mnh} (e^{-mz} + e^{mz}) J_0(mr) dm \right] = \\ &= \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} q_n \int_0^{\infty} e^{-m(2nh+z)} J_0(mr) dm + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} q_n \int_0^{\infty} e^{-m(2nh-z)} J_0(mr) dz \right]. \end{aligned}$$

Применяя к последним двум интегралам формулу Вебера — Липшица, можно переписать выражение для потенциала в виде

$$U_1(r, z) = \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_n}{\sqrt{r^2 + (2nh + z)^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_n}{\sqrt{r^2 + (2nh - z)^2}} \right].$$

Полагая здесь $z = 0$, так как нас интересует распределение потенциала на поверхности земли, получим

$$U_1(r, z) = \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_n}{\sqrt{r^2 + (2nh)^2}} \right].$$

Сравнивая эту формулу с аналогичной формулой (28) для двухслойной среды, можно отметить общность структуры обеих формул и различия, заключающиеся в неравенстве числителей дробей, стоящих под знаком суммы. В знаменателе на месте удвоенной мощности слоя стоит удвоенная величина общей меры мощностей двух слоев.

Из формулы для потенциала дифференцированием находим выражение для напряжения поля

$$E = \frac{I Q_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{r^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_n r}{[r^2 + (2nh)^2]^{3/2}} \right\},$$

а затем формулу для Q_K :

$$\begin{aligned} Q_K &= Q_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_n r^3}{[r^2 + (nh)^2]^{3/2}} \right\} = \\ &= Q_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_n \left(\frac{r}{h}\right)^3}{\left[\left(\frac{r}{h}\right)^2 + h^2\right]^{3/2}} \right\}. \end{aligned} \quad (32)$$

Аналогичную формулу получим и для симметричной четырехполюсной установки Шлюмберже с той лишь разницей, что в ней вместо r будет стоять $\frac{1}{2} L$, где L — расстояние между питающими электродами.

Существенной особенностью формулы для Q_K в случае трехслойной среды является более сложный характер зависимости выражения, стоящего в фигурных скобках, по сравнению с тем, что мы видели при анализе задачи о двух слоях. В самом деле, второй множитель

правой части формулы зависит от k_{12} и k_{23} и соотношения мощностей пластов. В силу этого нельзя построить единую палетку для трехслойной задачи. В настоящее время имеется комплект трехслойных кривых, построенных для различных соотношений мощностей, собранных в палетки¹, построенные для следующих частных случаев:

$$\begin{aligned} \varrho_3 = 0, \quad \varrho_3 = \left(\frac{\varrho_2}{\varrho_1}\right)^{1/2}, \quad \varrho_3 = \left(\frac{\varrho_2}{\varrho_1}\right)^{3/2}, \quad \varrho_3 = \left(\frac{\varrho_2}{\varrho_1}\right)^2, \quad \varrho_3 = \varrho_1, \quad \varrho_3 = \infty; \\ \mu = \left(\frac{\varrho_2}{\varrho_1}\right) = 39, 19, 9, 4, \frac{7}{3}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{7}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \\ \frac{1}{19}, \frac{1}{39}, \frac{1}{100}, \frac{1}{300}. \end{aligned}$$

Каждому значению отношения $\frac{\varrho_2}{\varrho_1}$ соответствуют шесть палеток для указанных значений ϱ_3 . На каждой из таких палеток построены кривые для отношений мощностей слоев, равных $\frac{1}{9}, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 5, 9, 24$.

Этого комплекта кривых достаточно для интерпретации почти всех встречающихся в практике трехслойных кривых вертикального электрического зондирования.

Более сложные случаи многослойных структур решаются способами, аналогичными только что описанным. Конечно, выражение коэффициента $B_1(a)$ получается в более сложном виде. Не останавливаясь здесь на подробностях определения этого коэффициента, дадим его выражение для четырех- и пятислойных разрезов: для четырех слоев

$$B_1(a) = q \frac{N}{D},$$

где

$$\begin{aligned} N &= k_{12}a^{p_1} + k_{23}a^{p_2} + k_{34}a^{p_3} + k_{12}k_{23}k_{34}a^{p_3-p_2+p_1}; \\ D &= 1 - k_{12}a^{p_1} - k_{23}a^{p_2} - k_{34}a^{p_3} + k_{12}k_{23}a^{p_2-p_1} + \\ &+ k_{12}k_{34}a^{p_3-p_1} + k_{23}k_{34}a^{p_3-p_2} - k_{12}k_{23}k_{34}a^{p_3-p_2+p_1}; \end{aligned}$$

для пяти слоев

$$B_1(a) = q \frac{N}{D},$$

где

$$\begin{aligned} N &= k_{12}a^{p_1} + k_{23}a^{p_2} + k_{34}a^{p_3} + k_{45}a^{p_4} + k_{12}k_{34}k_{45}a^{p_3-p_2+p_1} + \\ &+ k_{12}k_{23}k_{45}a^{p_4-p_2+p_1} + k_{12}k_{34}k_{45}a^{p_4-p_3+p_1} + k_{23}k_{34}k_{45}a^{p_4-p_3+p_2}; \end{aligned}$$

¹ Существуют альбомы палеток Шлюмберже, А. М. Пылаева, ВНИИГеофизики.

$$\begin{aligned}
 D &= 1 - k_{12}a^{p_1} - k_{23}a^{p_2} - k_{34}a^{p_3} - k_{45}a^{p_4} + \sum k_m k_n a^{p_n - p_m} - \\
 &\quad - \sum k_m k_n k_s a^{p_s - p_n + p_m} + k_{12}k_{23}k_{34}k_{45}a^{p_4 - p_3 + p_2 - p_1}, \\
 \sum k_m k_n a^{p_n - p_m} &= k_{12}k_{23}a^{p_2 - p_1} + k_{12}k_{34}a^{p_3 - p_1} + k_{12}k_{45}a^{p_4 - p_1} + \\
 &\quad + k_{23}k_{34}a^{p_3 - p_2} + k_{23}k_{45}a^{p_4 - p_2} + k_{34}k_{45}a^{p_4 - p_3}, \\
 \sum k_m k_n k_s a^{p_s - p_n + p_m} &= k_{12}k_{23}k_{34}a^{p_3 - p_2 + p_1} + k_{12}k_{23}k_{45}a^{p_4 - p_2 + p_1} + \\
 &\quad + k_{12}k_{34}k_{45}a^{p_4 - p_3 + p_1} + k_{23}k_{34}k_{45}a^{p_4 - p_3 + p_2}.
 \end{aligned}$$

Здесь коэффициенты k_{12} , k_{23} , k_{34} и k_{45} имеют по-прежнему свои выражениями

$$k_{12} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2 + Q_1}, \quad k_{23} = \frac{Q_3 - Q_2}{Q_3 + Q_2}, \quad k_{34} = \frac{Q_4 - Q_3}{Q_4 + Q_3}, \quad k_{45} = \frac{Q_5 - Q_4}{Q_5 + Q_4},$$

а числа p_1 , p_2 , p_3 и p_4 — частные от деления соответствующих глубин залегания границ раздела h_1 , h_2 , h_3 , h_4 на их общую наибольшую меру.

Способом, указанным при исследовании трехслойного случая, можно каждое из написанных выражений для $B_1(a)$ развернуть в ряд, имеющий вид:

$$B_1(a) = \frac{I Q_1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} q_n a^n,$$

что после подстановки в интегральное представление для потенциала $U_1(r, z)$ и применения формулы Вебера — Лишица дает возможность написать

$$\begin{aligned}
 U_1(r, z) &= \frac{I Q_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_n}{\sqrt{r^2 + (2nh + z)^2}} + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_n}{\sqrt{r^2 + (2nh - z)^2}} \right\},
 \end{aligned}$$

т. е. выражение, формально сходное с тем, которое мы получили при решении задачи о трех слоях. Необходимо лишь иметь в виду, что закон составления коэффициентов q_n для каждого из рассмотренных случаев (задачи о трех, четырех или пяти слоях) будет различным. В силу этого формального сходства между формулами для потенциала $U_1(r, z)$ в различных задачах получим формально одинаковые же формулы для кажущегося удельного сопротивления, измеряемого с симметричной четырехполюсной установкой при бесконечном малом MN . Эти формулы будут иметь такой же вид, что и формула (32).

§ 18. АСИМПТОТЫ ПАЛЕТОЧНЫХ КРИВЫХ

Формула для кажущегося удельного сопротивления позволит решить имеющую большое значение для интерпретации задачу о положении асимптот к кривой q_n , рассматриваемой как функция расстояния между питающими электродами. Так как палетки и эмпирически получаемые кривые строят на билогарифмической бумаге, то исследование вопроса об асимптотах проведем с учетом этого обстоятельства.

Логарифмирование формулы (31) дает

$$\lg q_n = \lg q_1 + \lg \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{\left(\frac{r}{h}\right)^3}{\left[\left(\frac{r}{h}\right)^2 + (2n)^2\right]^{3/2}} \right\}$$

или, переходя к симметричной четырехполюсной установке,

$$\lg q_n = \lg q_1 + \lg \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{\left(\frac{1}{2} \frac{L}{h}\right)^3}{\left[\left(\frac{1}{2} \frac{L}{h}\right)^2 + (2n)^2\right]^{3/2}} \right\}.$$

Задача об асимптоте к начальной ветви кривой решается без каких бы то ни было затруднений. Чем меньше L , тем меньше сумма, стоящая вторым слагаемым в фигурной скобке, и при $L \rightarrow 0$ эта сумма становится равной нулю; вся фигурная скобка принимает значение, равное единице, и поэтому все второе слагаемое выражения для $\lg q_n$ обращается в нуль. Таким образом,

$$\lim_{L \rightarrow 0} \lg q_n = \lg q_1.$$

Это значит, что начальная ветвь кривой пересекает ось ординат на высоте $\lg q_1$. То обстоятельство, что по оси абсцисс откладывают не L , а $\lg \frac{1}{2} L$ обуславливает такое поведение кривой, при котором такая ордината достигается при абсциссе, равной $-\infty$ (так как $\lg 0 = -\infty$), т. е. кривая $\lg q_n$ асимптотически приближается к прямой, проходящей на высоте $\lg q_1$ над осью абсцисс.

При $L = \infty$ мы получили значения $\lg q_n$ сколь угодно мало отличающимся от его предельного значения, т. е. кривая $\lg q_n$ будет приближаться к своей асимптоте. В отношении двухслойной кривой нами было показано, что предельным значением $\lg q_n$ при $L = \infty$ является величина $\lg q_2$, т. е. асимптотой двухслойной кривой служит прямая, проходящая параллельно оси абсцисс и имеющая ординату $\lg q_2$. Для трехслойной или многослойной кривой асимптотой конечной ее ветви будет прямая, параллельная оси абсцисс и имеющая ординату, равную $\lg q_n$, где q_n — истинное удельное

сопротивление подстилающей среды. Доказать это положение математически можно было бы лишь для какого-либо частного случая построения коэффициентов q_n , поэтому укажем лишь физическую его необходимость. Дело в том, что при достаточно больших значениях L по сравнению с мощностью той пачки слоев, которая лежит на подстилающей среде, эти слои несут весьма малую долю посылаемого в землю электрического тока, так что практически можно считать его текущим лишь в подстилающей среде. В таком случае распределение потенциала будет определяться лишь свойствами этой среды, и потому при измерении разности потенциалов будет сказываться лишь удельное сопротивление этого подстилающего основания.

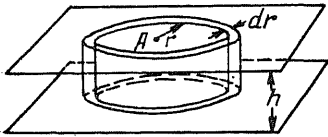


Рис. 59. К выводу уравнения асимптоты при $r = \infty$.

Из сказанного вытекает, что, чем выше удельное сопротивление последнего слоя, тем выше располагается асимптота к конечной ветви кривой $\lg Q_K$ в зависимости от $\lg \frac{1}{2} L$.
Поставим себе задачу установить вид конечной ветви этой кривой в том частном случае, когда подстилающая среда является изолятором. Тогда при достаточно больших расстояниях от электрода эквипотенциальные поверхности будут представлять собой цилиндры вращения с осью, проходящей через электрод (рис. 59), в предположении, что второй электрод находится в бесконечности. Разность потенциалов dU между двумя бесконечно близкими эквипотенциальными поверхностями можно определить как произведение из силы тока, текущего от одной эквипотенциальной поверхности к другой, на сопротивление цилиндрического кольца толщины dr , высоты h , внутреннего радиуса r , построенного из материала с каким-то средним удельным сопротивлением Q_{cp} . Записывая сказанное математически, получим

$$dU = -Q_{cp} I \frac{dr}{2\pi r h}.$$

Знак минус указывает на то, что ток течет от мест с высоким потенциалом к местам с низким потенциалом.

Отсюда непосредственно следует

$$E = -\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{I Q_{cp}}{2\pi r h}.$$

Делая измерения разности потенциалов с установкой, для которой MN мало по сравнению с r , при вычислении кажущегося сопротивления должны пользоваться формулой

$$Q_K = \frac{E}{I} 2\pi r^2.$$

Подставляя в написанное выражение найденное выше значение E , получим

$$Q_k = Q_{\text{ср}} \frac{r}{h}.$$

Логарифмируя последнее равенство, найдем

$$\lg Q_k = \lg r + \lg \frac{Q_{\text{ср}}}{h},$$

т. е. в системе координат, в которой по оси абсцисс откладывают $\lg r$, а по оси ординат $\lg Q_k$, кривая, изображающая изменение $\lg Q_k$ в функции $\lg r$, вырождается в прямую с угловым коэффициентом, равным единице, т. е. идущую под углом в 45° к осям координат. Интересно отметить, что пересечение этой прямой с асимптотой к начальной ветви, имеющей, как мы уже знаем, своим уравнением

$$\lg Q_k = \lg Q_{\text{ср}1},$$

произойдет в точке с абсциссой $\lg r = \lg h$. Этот прием часто используется при определении глубины залегания кровли изолирующей или подстилающей среды с весьма высоким удельным сопротивлением.

Вывод относительно вида предельной кривой $\lg Q_k$, полученный для измерений в поле одного электрода, остается в силе вследствие аддитивности потенциалов и для симметричной четырехполюсной установки с бесконечно малым MN . Практический интерес имеет то обстоятельство, что кривые $\lg Q_k$ при $\rho_2 > 40 \rho_1$ в своей конечной части почти сливаются с предельной кривой. Благодаря этому тот прием интерпретации, который указан для предельной кривой, оказывается применимым и при определении глубины залегания слоя с высоким удельным сопротивлением сравнительно с удельным сопротивлением покрывающего пласта.

Несколько сложнее выводится уравнение для предельной кривой, соответствующей другому крайнему случаю — подстилающая среда бесконечно высокой проводимости. Мы можем получить это уравнение, если в общей формуле для $U_1(r, 0)$ или $E(r, 0)$ двухслойного разреза положим $\rho_2 = 0$, что соответствует значению k_{12} , равному минус единице. Выполняя такую подстановку, получим

$$U_1(r, 0) = \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{r^2 + (2nh)^2}} \right],$$

$$E(r, 0) = \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n r}{[r^2 + (2nh)^2]^{3/2}} \right].$$

Для установки с бесконечно малым MN находим

$$Q_n = Q_1 \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{[r^2 + (2nh)^2]^{3/2}} \right].$$

Эта формула остается справедливой и для четырехполюсной симметричной установки. Для больших значений r эта формула дает величины Q_n , близкие к нулю, следовательно, $\lg Q_n$ стремится к $-\infty$. Таким образом, в этом предельном случае кривая $\lg Q_n$ в функции $\lg r$ уходит своей конечной ветвью в бесконечность с отрицательной стороны, однако вид этой кривой отличен от вида кривой, соответствующей $Q_2 = \infty$. Кривая в этом случае изображает изменение Q_n , близкое к изменению, совершающемуся по показательному закону.

§ 19. ДИПОЛЬНЫЕ ЗОНДИРОВАНИЯ

В последнее время широко применяются особые схемы вертикального электрического зондирования, несколько отличающиеся по своему виду от обычных схем проведения этой электроразведочной операции. Существенной особенностью этой новой формы исследований является работа с измерительной цепью, вынесенной из интервала, заключенного между питающими электродами, и притом настолько далеко, что токовое поле этих электродов в месте расположения измерительной цепи можно в первом приближении считать эквивалентным полю диполя. Если установка расположена на поверхности раздела земля — воздух и под этой поверхностью находится однородная среда с удельным сопротивлением ϱ , то, обозначив буквой I силу тока в питающей линии, как известно, можно определить потенциал U_0 , создаваемый электродом, через который ток входит в землю, по формуле

$$U_0 = \frac{I \varrho}{2\pi} \frac{1}{r},$$

где r — расстояние точки, для которой ищется потенциал от электрода. Потенциал диполя согласно общим правилам определяется как производная от U_0 по направлению оси диполя, считая последнюю направленной от отрицательного электрода к положительному, умноженная на расстояние между обоими источниками диполя. Обозначая поэтому потенциал, создаваемый диполем, через U , получим

$$U = + \frac{I \varrho}{2\pi} \frac{1}{r^2} \frac{\partial r}{\partial L} \quad L = \frac{IL}{2\pi} \varrho \frac{\cos \theta}{r^2},$$

где L — длина оси диполя; $\cos \theta$ — косинус угла между направлениями r и осей диполя.

Напряженность поля диполя можно определить компонентами, направленными по r и по перпендикуляру к r в сторону возрастающих углов θ . Обозначив эти компоненты соответственно через E_r и E_θ , простым дифференцированием найдем

$$E_r = - \frac{\partial U}{\partial r} = 2 \frac{IL}{2\pi} \varrho \frac{\cos \theta}{r^3},$$

$$E_\theta = - \frac{\partial U}{r \partial \theta} = \frac{IL}{2\pi} \varrho \frac{\sin \theta}{r^3}.$$

Если измерить E_r или E_θ , то можно вычислить удельное сопротивление среды, над которой проведены измерения, по формулам

$$\varrho = \frac{E_r 2\pi r^3}{2IL \cos \theta}, \quad \varrho = \frac{E_\theta 2\pi r^3}{IL \sin \theta}.$$

Полагая в формулах для E_r и E_θ угол $\theta = 0$ и обозначая $\frac{IL}{2\pi}$ через M , получим для компонент поля в точках, лежащих на продолжении оси диполя,

$$E_r = E_{ос} = 2 \frac{M \varrho}{r^3}, \quad E_\theta = 0.$$

Если положить $\theta = \frac{\pi}{2}$, то для точек экваториальной плоскости, т. е. плоскости, проходящей через центр диполя перпендикулярно его оси, точно так же найдем

$$E_r = 0, \quad E_\theta = E_{экр} = \frac{M \varrho}{r^3}.$$

Таким образом, измерив $E_{ос}$ или $E_{экр}$ и зная силу тока в диполе, мы имеем возможность вычислить удельное сопротивление среды по формулам

$$\varrho = \frac{E_{ос}}{2M} r^3, \quad \varrho = \frac{E_{экр}}{M} r^3.$$

Практически величины $E_{ос}$ и $E_{экр}$ можно получить из измерений разностей потенциалов между измерительными электродами, расположенными на небольшом расстоянии l друг от друга и находящимися на прямых, параллельных оси диполя, причем середины расстояния l находятся либо на продолжении оси диполя, либо в экваториальной его плоскости. Вычисление $E_{ос}$ или $E_{экр}$ проводится по формулам

$$E_{ос} = \frac{\Delta U_{ос}}{l}, \quad E_{экр} = \frac{\Delta U_{экр}}{l}.$$

Точность, обеспечиваемая этими формулами, будет тем больше, чем меньше l .

В том случае, когда среда, на поверхности которой находится диполь, представлена пачкой горизонтально лежащих пластов с различными удельными сопротивлениями, потенциал диполя определится более сложной формулой. Ее найдем таким же образом, как мы нашли формулу для потенциала диполя над однородной средой. Потенциал от точечного электрода над рассматриваемой слоистой средой характеризуется, как мы знаем, формулой

$$U_0 = \frac{I \varrho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{1}{\sqrt{r^2 + (2nh)^2}} \right],$$

где ϱ_1 — удельное сопротивление верхнего слоя; h — общая мера мощностей слоев, заполняющих нижнее полупространство; q_n — коэффициент эмиссии, зависящий лишь от удельных сопротивлений и мощностей слоев, но не зависящий от r . Исходя из этой формулы, имеем:

для потенциала диполя

$$U = - \frac{\partial U_0}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial L} L = \frac{IL \varrho_1}{2\pi} \cos \theta \left\{ \frac{1}{r^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{r}{[r^2 + (2nh)^2]^{3/2}} \right\};$$

для компонент поля

$$E_r = 2M \varrho_1 \cos \theta \left\{ \frac{1}{r^3} + \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{2r^2 - (2nh)^2}{[r^2 + (2nh)^2]^{5/2}} \right\},$$

$$E_\theta = M \varrho_1 \sin \theta \left\{ \frac{1}{r^3} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{1}{[r^2 + (2nh)^2]^{3/2}} \right\}.$$

На основании полученных формул найдем выражения для точек, находящихся на продолжении оси и в экваториальной плоскости

$$E_{\text{ос}} = \frac{2M \varrho_1}{r^3} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{r^3 [2r^2 - (2nh)^2]}{[r^2 + (2nh)^2]^{5/2}} \right\},$$

$$E_{\text{экив}} = \frac{M \varrho_1}{r^3} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{r^3}{[r^2 + (2nh)^2]^{3/2}} \right\}.$$

Ведя вычисления по формуле (18) для кажущегося удельного сопротивления, имеем

$$\varrho_{\text{к. ос}} = \varrho_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{r^3 [r^2 - 2(nh)^2]}{[r^2 + (2nh)^2]^{5/2}} \right\},$$

$$\varrho_{\text{к. экв}} = \varrho_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{r^3}{[r^2 + (2nh)^2]^{3/2}} \right\}.$$

Удобнее придать этим формулам вид, в котором расстояние r выражены в той же общей мере, что и мощность пластов. Поэтому, разделив под знаком суммы числителя и знаменателя в первой из написанных формул на h^5 , во второй на h^3 и обозначив отношение $\frac{r}{h}$ через x , получим

$$\begin{aligned} Q_{\text{н. ос}} &= Q_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{x^3 [x^2 - 2n^2]}{[x^2 + (2n)^2]^{5/2}} \right\}. \\ Q_{\text{н. экв}} &= Q_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{x^3}{[x^2 + (2n)^2]^{3/2}} \right\}. \end{aligned}$$

Сравнивая эти формулы с формулой для кажущегося удельного сопротивления, получаемого при обычном электрическом зондировании с симметричной установкой, можно констатировать полную тождественность последней с формулой для $Q_{\text{н. экв}}$. Отсюда можно сделать заключение, что, выполняя измерения с измерительной установкой, перемещающейся в экваториальной плоскости диполя, по поверхности земли будем иметь кривую изменения кажущегося удельного сопротивления, интерпретируемую таким же образом, как и обычную кривую вертикального электрического зондирования.

Что же касается измерений, сделанных при изменяющемся расстоянии на продолжении оси диполя, то кривая изменения кажущегося удельного сопротивления, найденная при этих измерениях, будет вести себя заметно иначе. Составить представление о характере этой кривой можно путем изучения выражения, стоящего под знаком суммы в формуле для $Q_{\text{н. ос}}$. Это выражение перепишем в виде

$$q_n \frac{x^3}{[x^2 + (2n)^2]^{3/2}} \frac{x^2 - 2n^2}{x^2 + 4n^2}.$$

Рассматривая эту форму членов суммы, стоящей в формуле для $Q_{\text{н. ос}}$, можно заключить, что ее слагаемые отличаются от соответствующих слагаемых суммы для кажущегося удельного сопротивления, полученного при обычной системе зондирования, или от слагаемых суммы для $Q_{\text{н. экв}}$ присутствием множителя $\frac{x^2 - 2n^2}{x^2 + 4n^2}$, непрерывно изменяющегося с ростом x от нуля до бесконечности от значения $-0,5$ до значения $+1$, т. е. множителя, по абсолютной величине меньшего единицы. Характер изменения этого множителя зависит от величины числа n ; если n мало, то эта дробь уже при не очень больших значениях x приближается достаточно близко к своему предельному значению $+1$; если же n велико, то дробь $\frac{x^2 - 2n^2}{x^2 + 4n^2}$ достаточно долго остается близкой к $-0,5$ и приближается к единице лишь при весьма

больших значениях x . Таким образом, наличие этого множителя в слагаемых суммы для $Q_{K, OC}$ уменьшает влияние далеких членов этой суммы и позволяет заметить их влияние лишь при весьма больших расстояниях. При малых расстояниях, т. е. при малых значениях x , влияние всех слагаемых оказывается заметно сниженным и, даже более того, оказывается измененным их знак. Последнее обстоятельство является причиной, с одной стороны, более резкого изменения кривой зондирования при малых x и, с другой стороны, появления фиктивного экстремума при этих малых значениях расстояния. В правильности этих заключений можно убедиться, если рассмотреть теоретически построенные кривые для каких-либо заданных распределений удельных сопротивлений с глубиной.

Так, например, в случае двухслойного разреза кривая такого зондирования, называемого осевым градиентным зондированием при $\rho_2 > \rho_1$ сначала опускается вниз, достигает некоторого минимума и затем начинает расти, приближаясь к значению ρ_2 при заметно больших x , чем кривая, соответствующая обычной форме зондирования.

Кривая осевого зондирования для более сложного разреза может быть найдена по кривой, построенной для обычного зондирования. Способ построения кривых мы можем установить путем следующих рассуждений. Уравнение кривой зондирования, соответствующего обычной форме этой операции, имеет вид:

$$Q_K = Q_1 \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{x^3}{[x^2 + 4n^2]^{3/2}} \right].$$

Составим производную по x от обеих частей этого уравнения и умножим результат на $\frac{x}{2}$. Тогда

$$\frac{x}{2} \frac{\partial Q_K}{\partial x} = 2Q_1 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{6n^2 x^3}{(x^2 + 4n^2)^{5/2}}.$$

Вычитая по частям это равенство из предыдущего, имеем

$$\begin{aligned} Q_K - \frac{x}{2} \frac{\partial Q_K}{\partial x} &= Q_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \left[\frac{x^3}{(x^2 + 4n^2)^{3/2}} - \frac{6n^2 x^3}{(x^2 + 4n^2)^{5/2}} \right] \right\} = \\ &= Q_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{x^3 (x^2 - 2n^2)}{(x^2 + 4n^2)^{5/2}} \right\}. \end{aligned}$$

Отсюда получаем правило построения точек кривой $Q_{K, OC}$. Для интересующего нас значения x с кривой вертикального электриче-

ского зондирования снимаем Q_K и $\frac{\partial Q_K}{\partial x}$, умножаем последнюю величину на $\frac{x}{2}$ и составляем разность, стоящую в левой части последнего равенства. Эта разность и будет искомой ординатой кривой осевого градиентного зондирования.

На основании полученного правила построена кривая b на рис. 60, соответствующая разрезу $Q_1 = 1$, $Q_2 = 19$; $Q_3 = 1$, $h_1 = 1$ и $h_2 = 1$. Для сравнения на рис. 60 изображена кривая a , полученная при обычном зондировании.

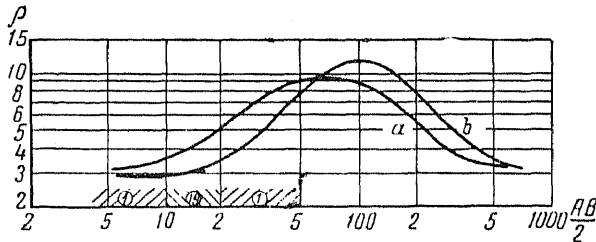


Рис. 60. Сравнения кривых зондирования дипольного и обычного.

Сравнение этих кривых подтверждает правильность сделанных заключений относительно общего характера кривой осевого зондирования и позволяет установить наличие несколько большей величины экстремума этой кривой по сравнению с обычной кривой вертикального электрического зондирования. Практически значимость дипольных зондирований определяется возможностью проведения измерений с большой глубиной исследования и со значительно меньшей затратой проводов. Однако при такой операции уже невозможно применение одного потенциометра для измерения разности потенциалов и силы тока; необходимо располагать отдельными измерительными приборами, хорошо сверенными друг с другом.

При дипольных зондированиях возникает еще одно осложнение, связанное с небольшой величиной разности потенциалов, которую приходится измерять, и резким ее уменьшением (обратно пропорционально кубу расстояния) при увеличении расстояния между питающим и измерительным диполями. В связи с этим приходится увеличивать ток в питающей линии путем использования генераторных стаций и увеличивать длины питающего и измерительного диполей. Чтобы выполнялось условие дипольности, размеры диполей должны быть меньше расстояния между их центрами по крайней мере в 5 раз.

Дипольные зондирования при наличии нескольких измерительных станций можно проводить одновременно в различных направлениях, что дает дополнительный материал для геологических заключений.

§ 20. ПРИНЦИП ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ

Анализ трехслойных кривых вертикального электрического зондирования позволяет сделать некоторые выводы относительно степени надежности интерпретации результатов вертикальных зондирований. Даже при беглом просмотре альбома трехслойных кривых можно заметить то обстоятельство, что некоторые вариации в удельном сопротивлении и мощности промежуточного слоя не вызывают практически ощутимых изменений в форме кривой вертикального электрического зондирования, т. е. на основании электроразведочных измерений в ряде случаев нельзя отличить один промежуточный пласт от другого. На практике это повлечет за собой ошибки в опре-

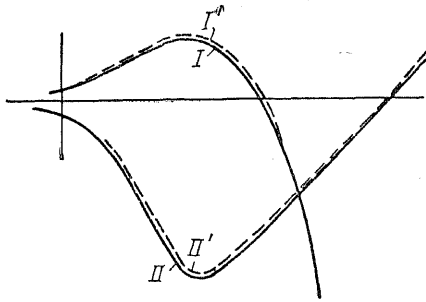


Рис. 61. Эквивалентные кривые.

деления глубин, достигающие иногда больших абсолютных значений. Иллюстрацией сказанного могут служить кривые, приведенные на рис. 61: кривые *I*

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 9, \quad \frac{h_2}{h_1} = 1,$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 19, \quad \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2};$$

кривые *II*

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{19}, \quad \frac{h_2}{h_1} = 2, \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{39}, \quad \frac{h_2}{h_1} = 1.$$

Различия в ходе кривых каждой группы настолько невелики, что практически они неощутимы. Поэтому при интерпретации результатов вертикальных электрических зондирований в условиях, близких к тем, для которых построены приведенные на рис. 61 кривые, можно определить ρ_2 и h_2 с погрешностью порядка разностей этих элементов для обеих кривых.

Это положение, определяющее некоторую многозначность интерпретации кривых вертикального электрического зондирования, носит название принципа эквивалентности. Точная формулировка и доказательства его справедливости могут быть сделаны для двух случаев распределения удельных сопротивлений в трехслойной структуре и мощности слоя, его покрывающего. В первом из упомянутых случаев удельное сопротивление ρ_2 много меньше удельных сопротивлений ρ_1 и ρ_3 , во втором случае наблюдается обратное соотношение, т. е. ρ_2 много больше ρ_1 и ρ_3 . При соблюдении первого условия ($\rho_2 \ll \rho_1$ и $\rho_2 \ll \rho_3$) из кривых вертикальных электрических зондирований определяется величина $S = \frac{\Delta h}{\rho_2}$, где через Δh обозначена

мощность промежуточного слоя. При выполнении второго условия ($Q_2 \gg Q_1$ и $Q_2 \gg Q_3$) из названных кривых определяется величина $T = Q_2 \Delta h$. В обоих случаях Q_2 и Δh порознь не определяются; поэтому для точного нахождения Δh (или Q_2) необходимо знать значение Q_2 (или Δh). В справедливости высказанных положений можно убедиться путем следующих рассуждений.

При решении задачи о трех слоях мы нашли выражение для коэффициента B_1 , входящего в формулу для потенциала в точках первого слоя, имеющего вид:

$$B_1 = q \frac{k_{12} a^{p_1} + k_{23} a^{p_2}}{1 - k_{12} a^{p_1} - k_{23} a^{p_2} + k_{12} k_{23} a^{p_2 - p_1}},$$

где

$$q = \frac{I Q_1}{2\pi}; \quad k_{12} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2 + Q_1}; \quad k_{23} = \frac{Q_3 - Q_2}{Q_3 + Q_2};$$

$$a = e^{-2mh}; \quad Q_1 = \frac{h_1}{h}; \quad Q_2 = \frac{h_2}{h},$$

причем h является общей мерой глубин h_1 и h_2 . В том случае, когда Q_2 много меньше Q_1 и Q_3 , коэффициенты k_{12} и k_{23} можно представить в несколько отличном виде, а именно,

$$k_{12} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1 + Q_2} = -\frac{Q_1 + Q_2 - 2Q_2}{Q_1 + Q_2} = -1 + \frac{2Q_2}{Q_1 + Q_2} \approx -1 + \frac{2Q_2}{Q_1},$$

$$k_{23} = \frac{Q_3 - Q_2}{Q_3 + Q_2} = \frac{Q_3 + Q_2 - 2Q_2}{Q_3 + Q_2} = 1 - \frac{2Q_2}{Q_3 + Q_2} \approx 1 - \frac{2Q_2}{Q_3}.$$

Вводя вместо a степень e^{-2mh} , можно написать

$$a^{p_1} = e^{-2mh_1}, \quad a^{p_2} = e^{-2mh_2}.$$

Если h_2 лишь немного превышает h_1 (а это определяется условиями задачи), второе из написанных здесь выражений перепишем в виде

$$a^{p_2} = e^{-2m(h_1 + \Delta h)} = e^{-2mh_1} e^{-2m\Delta h},$$

где $\Delta h = h_2 - h_1$ — мощность промежуточного слоя. Развертывая степень $e^{-2m\Delta h}$ в ряд и отбрасывая члены, содержащие Δh в степени выше первой, получим с вполне достаточной степенью точности

$$a^{p_2} = e^{-2mh_1} (1 - 2m\Delta h).$$

Подставляя преобразованные значения k_{12} , k_{23} , a^{p_1} и a^{p_2} в формулу для B_1 , найдем

$$B_1 = q \frac{\left(-1 + \frac{2Q_2}{Q_1}\right) e^{-2mh_1} + \left(1 - \frac{2Q_2}{Q_3}\right) e^{-2mh_1} (1 - 2m\Delta h)}{1 - \left(-1 + \frac{2Q_2}{Q_1}\right) e^{-2mh_1} - \left(1 - \frac{2Q_2}{Q_3}\right) e^{-2mh_1} (1 - 2m\Delta h) + \left(-1 + \frac{2Q_2}{Q_1}\right) \left(1 + \frac{2Q_2}{Q_3}\right) (1 - 2m\Delta h)}.$$

Раскрывая скобки и отбрасывая члены второго порядка малости, после очевидных преобразований получим

$$B_1 = q \frac{\left(\frac{2Q_2}{Q_1} - \frac{2Q_2}{Q_3} - 2m \Delta h \right) e^{-2mh_1}}{-\left(\frac{2Q_2}{Q_1} - \frac{2Q_2}{Q_3} - 2m \Delta h \right) e^{-2mh_1} + \frac{2Q_2}{Q_1} + \frac{2Q_2}{Q_3} + 2m \Delta h}$$

или

$$B_1 = q \frac{\left(\frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_3} - m \frac{\Delta h}{Q_2} \right) e^{-2mh_1}}{-\left(\frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_3} - m \frac{\Delta h}{Q_2} \right) e^{-2mh_1} + \left(\frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_3} + 2m \frac{\Delta h}{Q_2} \right)}$$

Таким образом, выражение B_1 в этом случае зависит от отношения $\frac{\Delta h}{Q_2}$. Изменение Δh и Q_2 при неизменности отношения $\frac{\Delta h}{Q_2}$ не повлечет за собой изменения B_1 . В силу этого обстоятельства при таком изменении Δh и Q_2 остается без изменения и формула для потенциала $U_1(r, z)$, а следовательно, и все построения, сделанные на основе этой формулы, останутся неизменными. В частности, кривая, выражающая зависимость между $\lg Q_n$ и $\lg \frac{L}{2}$, будет одной и той же для различных пластов, с различными Q_2 и Δh , лишь бы отношение $\frac{\Delta h}{Q_2}$ оставалось неизменным. Необходимо заметить, однако, что при всех изменениях Δh и Q_2 условия $Q_2 \ll Q_1$, $Q_2 \ll Q_3$ и $\Delta h \ll h_1$ должны выполняться. Другими словами, при нарушении хотя бы одного из приведенных здесь неравенств выводы о неизменности B_1 и вытекающих из этой неизменности следствиях теряют смысл.

Точно таким же образом можно убедиться в том, что если $Q_2 \gg Q_1$ и $Q_2 \gg Q_3$, то выражение для B_1 принимает вид:

$$B_1 = q \frac{-\frac{2Q_1}{Q_2} e^{-2mh_1} + \frac{2Q_3}{Q_2} e^{-2mh_1} (1 - 2m \Delta h)}{\frac{2Q_1}{Q_2} e^{-2mh_1} - \frac{2Q_3}{Q_2} e^{-2mh_1} (1 - 2m \Delta h) + \left(\frac{2Q_1}{Q_2} + \frac{2Q_3}{Q_2} + 2m \Delta h \right)}$$

или

$$B_1 = q \frac{-(Q_1 - Q_3 + 2m Q_2 \Delta h) e^{-2mh_1}}{(Q_1 - Q_3 + 2m Q_2 \Delta h) e^{-2mh_1} + Q_1 + Q_3 + 2m Q_2 \Delta h},$$

т. е. в этом случае неизменность B_1 определяется неизменностью произведения $Q_2 \Delta h$. При всех изменениях Q_2 и Δh (лишь бы выполнялись условия $Q_2 \gg Q_1$, $Q_2 \gg Q_3$, $\Delta h \ll h$) таких, что произведение $Q_2 \Delta h$ остается постоянным, кривая, выражающая зависимость $\lg Q_n$ от $\lg \frac{L}{2}$, будет одной и той же.

Подчеркнем еще раз, что в силу существования принципа эквивалентности интерпретация кривых зондирования даже при промежуточном слое относительно большой мощности требует знания либо удельного сопротивления этого промежуточного слоя, либо его мощности. В первом случае, имеющем, кстати сказать, большее практическое значение, можно однозначно определить мощность промежуточного слоя, во втором случае — его удельное сопротивление.

§ 21. ГРАФИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ КРИВЫХ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Количество трехслойных кривых вертикального электрического зондирования, рассчитанных теоретически, далеко не охватывает всех тех случаев распределения истинных удельных сопротивлений, с которыми приходится сталкиваться на практике. Это еще более справедливо в отношении четырехслойных кривых или кривых для большего количества слоев. Между тем интерпретационная практика выдвигает требования построения кривых вертикальных электрических зондирований для случаев самых разнообразных распределений сопротивления. Вычисление отдельных ординат таких кривых, как мы видели, достаточно сложно и требует большой затраты времени, так что построение кривой по точкам является весьма трудоемкой операцией. Последнее обстоятельство вызвало к жизни мысль о разработке таких методов построения кривых зондирования, которые может быть не были бы так точны, как методы вычислительные, но давали бы конечный результат скорее и с меньшей затратой сил.

В настоящее время такие методы можно считать достаточно разработанными для трехслойных и четырехслойных кривых и знакомство с ними необходимо всем электроразведчикам, которым предстоит вести интерпретационную работу. Такие методы получили название графических методов построения кривых ВЭЗ.

При графическом построении кривой вертикального электрического зондирования приходится оперировать с понятиями, с которыми мы впервые встретились при изучении принципа эквивалентности, на выяснении смысла которых здесь следует остановиться более подробно. Представим себе столбик (рис. 62) с основанием, равным 1 см^2 , и высотой h , вырезанный из среды, состоящей из слоев мощности h_i с удельным сопротивлением ρ_i , где i — номер слоя, так что $h = \sum h_i$. Если такой столбик включить в цепь тока так, чтобы этот ток протекал вдоль одной из сторон основания, то все слои, составляющие этот столбик, образуют систему параллельно включенных

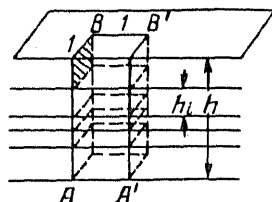


Рис. 62. К выводу выражений для продольной проводимости и поперечного сопротивления.

проводников. Проводимость такой системы — величину, обратную сопротивлению, — можно вычислить по формуле

$$S = \frac{h_1 \cdot l}{Q_1 \cdot l} + \frac{h_2 \cdot l}{Q_2 \cdot l} + \dots + \frac{h_m \cdot l}{Q_m \cdot l} = \sum_{i=1}^m \frac{h_i}{Q_i} = \sum_{i=1}^m S_i,$$

если m — число слоев, входящих в рассматриваемый столбик; S_i — проводимость i -го слоя. Можно ввести понятие о среднем продольном удельном сопротивлении Q_l такой пачки пластов, определив его как удельное сопротивление однородного проводника, построенного в виде столбика таких же размеров, как и рассмотренный нами выше, и имеющего такую же проводимость для тока, текущего параллельно основанию столбика, т. е.

$$\frac{h}{Q_l} = S.$$

Таким образом, для Q_l находим

$$Q_l = \frac{h}{S} = \frac{\sum_{i=1}^m h_i}{\sum_{i=1}^m S_i}.$$

Если представить себе ток текущим от одного основания столбика, состоящего из m слоев, к другому, то сопротивление T , оказываемое таким столбиком току, можно рассчитать как сопротивление системы последовательно включенных проводников с поперечным сечением, равным единице, длиной h_i и удельным сопротивлением Q_i , поэтому

$$T = h_1 Q_1 + h_2 Q_2 + \dots + h_m Q_m = \sum_{i=1}^m h_i Q_i = \sum_{i=1}^m T_i,$$

где знаком T_i обозначено сопротивление слоя i току, текущему от верхнего основания к нижнему. Аналогично понятию о Q_l вводим понятие о Q_n как удельном сопротивлении столбика при течении тока перпендикулярно к слоям. Математически Q_n определится из равенства

$$Q_n \sum_{i=1}^{\infty} h_i = \sum_{i=1}^{\infty} T_i$$

или

$$Q_n = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} T_i}{\sum_{i=1}^{\infty} h_i}.$$

Можно показать, что Q_n всегда будет больше, чем Q_l , т. е. сопротивление слоистой среды больше тогда, когда ток течет перпендикулярно слоям, чем когда направление тока совпадает с плоскостью напластований. В самом деле, составляя отношение Q_n и Q_l , находим

$$\frac{Q_n}{Q_l} = \frac{\sum T_i \sum S_i}{(\sum h_i)^2} = \frac{1}{h^2} (h_1 Q_1 + h_2 Q_2 + \dots + h_m Q_m) \times \\ \times \left(\frac{h_1}{Q_1} + \frac{h_2}{Q_2} + \dots + \frac{h_m}{Q_m} \right).$$

Перемножая многочлены, стоящие в скобках в правой части равенства, получим

$$\frac{Q_n}{Q_l} = \frac{1}{h^2} \left(h_1^2 + h_1 h_2 \frac{Q_2}{Q_1} + h_1 h_3 \frac{Q_3}{Q_1} + \dots + h_1 h_m \frac{Q_m}{Q_1} + h_1 h_2 \frac{Q_1}{Q_2} + \right. \\ \left. + h_2^2 + h_2 h_3 \frac{Q_3}{Q_2} + \dots + h_2 h_m \frac{Q_m}{Q_2} + \dots + h_1 h_m \frac{Q_1}{Q_m} + h_2 h_m \frac{Q_2}{Q_m} + \right. \\ \left. + \dots + h_m^2 \right) = \frac{1}{h^2} \left[h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_n^2 + h_1 h_2 \left(\frac{Q_2}{Q_1} + \frac{Q_1}{Q_2} \right) + \right. \\ \left. + h_1 h_3 \left(\frac{Q_3}{Q_1} + \frac{Q_1}{Q_3} \right) + \dots + h_i h_h \left(\frac{Q_h}{Q_i} + \frac{Q_i}{Q_h} \right) + \dots + \right. \\ \left. + h_{m-1} h_m \left(\frac{Q_m}{Q_{m-1}} + \frac{Q_{m-1}}{Q_m} \right) \right].$$

Так как

$$\frac{Q_h}{Q_i} + \frac{Q_i}{Q_h} = \frac{Q_h^2 + Q_i^2}{Q_i Q_h} = \frac{2Q_i Q_h + Q_h^2 + Q_i^2 - 2Q_i Q_h}{Q_i Q_h} = 2 + \frac{(Q_h - Q_i)^2}{Q_h Q_i},$$

то, следовательно, все множители, стоящие у произведений типа $h_i h_h$, больше 2, а потому выражение, стоящее в прямых скобках, больше $(h_1 + h_2 + \dots + h_n)^2$, т. е. больше h^2 , откуда и следует, что $\frac{Q_n}{Q_l} > 1$.

Таким образом, слоистая среда по отношению к электрическому току является средой анизотропной.

Величину

$$\lambda = \sqrt{\frac{Q_n}{Q_l}}$$

можно рассматривать как параметр, определяющий степень анизотропии, т. е. степень различия свойств среды по различным направлениям. Этот параметр условились называть коэффициентом анизотропии.

В случае среды изотропной знание продольной проводимости S и поперечного сопротивления T столба, вырезанного из этой среды,

может заменить знание ρ удельного сопротивления этой среды и величины h высоты этого столба. Действительно, из формул $S = \frac{h}{\rho}$ и $T = h \rho$ непосредственно следует, что

$$h = \sqrt{ST}, \quad \rho = \sqrt{\frac{T}{S}}.$$

Предположим, что столб, о котором мы говорим, вырезан из изотропного слоя мощности h , тогда каждую из названных здесь величин можно рассматривать как некоторую характеристику слоя в его отношении к протеканию электрического тока. Однозначно материал слоя и его мощность, как мы видели, определяются лишь заданием обеих этих величин. Каждая из них порознь определит совокупность слоев, удельное сопротивление и мощность которых находится в некоторой связи друг с другом. Например, задание S определит совокупность слоев, для которых отношение $\frac{h}{\rho}$ является величиной постоянной, равной этому S . Это положение можно записать в виде равенства

$$\frac{h}{\rho} = S \quad (33)$$

или

$$h = \rho S.$$

Если h и ρ рассматривать как переменные величины, то написанное уравнение является уравнением прямой, проходящей через начало координат.

Аналогично обстоит дело и с заданием T . Одинаковое значение T могут иметь слои любой мощности h и любого сопротивления ρ , лишь бы эти h и ρ были связаны друг с другом соотношением

$$h \rho = T. \quad (34)$$

Рассматривая h и ρ как переменные величины, можно заключить, что написанное уравнение в декартовой системе координат есть уравнение равнобочной гиперболы.

Зависимости, выражаемые уравнением (33) и (34), удобнее изображать в билогарифмической системе координат. В этой системе написанные уравнения переходят в $\lg h - \lg \rho = \lg S$, $\lg h + \lg \rho = \lg T$.

Обозначая $\lg h$ через ξ , а $\lg \rho$ через η , имеем

$$\eta = \xi - \lg S, \quad (35)$$

$$\eta = -\xi + \lg T. \quad (36)$$

Уравнение (35) является уравнением прямой, наклоненной под углом в 45° к оси абсцисс, отсекающей на положительной оси абсцисс

и отрицательной оси ординат отрезок, равный $\lg S$; уравнение (36) — тоже уравнение прямой, но наклоненной к оси абсцисс под углом в 45° и отсекающей на положительных осях отрезки, равные $\lg T$.

Каждую из этих прямых можно рассматривать как геометрическое место точек, координаты которых определяют мощность и удельное сопротивление пласта с одинаковым S или T . Точка их пересечения однозначно определит мощность и удельное сопротивление пласта с заданными S и T .

Для пачки пластов, как мы видели, можно определить S и T равенствами

$$S = \sum S_i = \sum \frac{h_i}{\rho_i}, \quad T = \sum T_i = \sum h_i \rho_i.$$

Построив прямые, соответствующие вычисленным S и T , по точке их пересечения найдем мощность h и сопротивление ρ изотропного пласта, эквивалентного данной пачке, причем его мощность в общем случае оказывается, как и следует ожидать, больше суммарной мощности пачки слоев. Действительно, так как

$$S = \frac{h_0}{\rho_0}, \quad T = h_0 \rho_0,$$

то

$$h_0 = \sqrt{ST} = \sqrt{\left(\frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2} + \dots + \frac{h_m}{\rho_m}\right)(h_1 \rho_1 + h_2 \rho_2 + \dots + h_m \rho_m)}.$$

Произведение, стоящее под знаком радикала, как мы видели, больше, чем $(\sum h_i)^2$, поэтому $h_0 > \sum h_i$. Знак равенства может стоять лишь в том случае, если удельные сопротивления всех слоев пачки равны друг другу, т. е. когда мы фактически имеем один слой мощности $h = \sum h_i$.

В практике графического построения кривых вертикальных электрических зондирований вопрос об определении параметров слоя, эквивалентного некоторому количеству дискретных слоев, имеет чрезвычайно большое значение. Макроанизотропия, влияние которой ощущается при изучении многослойных кривых, в практике этого графического построения кривых зондирования выражается в необходимости различным образом выбирать параметры эквивалентного слоя.

Откладывая до дальнейшего описание способов такого выбора, здесь познакомимся лишь с определением основных точек, координаты которых в отдельных случаях могут являться характеристиками эквивалентного слоя.

1. Точка H . Координаты этой точки определяются формулами

$$x_H = \sum h_i, \quad y_H = \frac{\sum h_i}{\sum S_i}.$$

т. е. x_H и y_H — соответственно мощность и удельное сопротивление некоторого фиктивного слоя, мощность которого равна суммарной мощности слоев пачки, а удельное сопротивление равно ее продольному удельному сопротивлению.

Графически точку H можно найти как пересечение прямых $\xi = \lg h$ и $\eta = \xi - \lg S$. Для построения этих прямых вычисляем суммы $S = \sum S_i$, $h = \sum h_i$ и найденные значения откладываем на оси абсцисс (при логарифмических координатах ось абсцисс есть горизонтальная прямая с отметкой $q = 1$). Полученные точки назовем точками S и h . Через точку S проводим прямую под углом 45° к горизонтальной оси чертежа. Эта прямая носит название прямой S . Вертикальная линия, проходящая через точку h , называется прямой h . Пересечение прямых S и h дает точку H .

2. Т о ч к а A . Координаты этой точки определяются формулами

$$x_A = \sqrt{\sum S_i \sum T_i}, \quad y_A = \sqrt{\frac{\sum T_i}{\sum S_i}}.$$

Из рассмотрения этих формул можно заключить, что x_A и y_A — соответственно мощность и удельное сопротивление такого изотропного слоя, который имеет одинаковые продольную проводимость и поперечное сопротивление с заданной пачкой пластов.

Графически точка A находится как пересечение прямой S с прямой T . Для построения последней вычисляется $T = \sum T_i$ и найденная величина откладывается на оси с отметкой $q = 1$. Через определенную таким образом точку T проводится прямая под углом в 135° к горизонтальной оси.

3. Т о ч к и K и Q . Положение точек, отмеченных этими буквами, нельзя считать установленным окончательно. Общие формулы для координат этих точек имеют вид:

$$x_K = \varepsilon_1 \sqrt{\sum S_i \sum T_i} = \varepsilon_1 \sqrt{ST},$$

$$y_K = \varepsilon_2 \sqrt{\frac{\sum T_i}{\sum S_i}} = \varepsilon_2 \sqrt{\frac{T}{S}},$$

$$x_Q = \eta_1 \sum h_i = \eta_1 h,$$

$$y_Q = \eta_2 \frac{\sum h_i}{\sum S_i} = \eta_2 \frac{h}{S}.$$

Величины ε_1 , ε_2 , η_1 и η_2 , по-видимому, являются функциями отношений удельных сопротивлений и мощностей пластов, образующих данную пачку. Опыт построения кривых ВЭЗ показал, что ε_2

очень немного отличается от единицы, поэтому в дальнейшем примем $\varepsilon_2 = 1$.

С одним из способов определения положения этих точек мы познакомимся при изучении методов графического построения трехслойных кривых.

В качестве общего замечания, относящегося ко всем построениям, о которых будем говорить в этом разделе, укажем, что все графики кривых вертикального электрического зондирования будем предполагать построенными на бланках с двойной логарифмической шкалой (по горизонтальной и вертикальной осям).

Исходя из самых общих представлений о вертикальных электрических зондированиях, можно утверждать, что в случае трехслойного разреза левая ветвь кривой, изображающей зависимость кажущегося удельного сопротивления от расстояния между питающими электродами, стремится тем ближе совпадать с двухслойной кривой, определяемой отношением $\mu_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1}$, где ρ_1 и ρ_2 — соответственно удельные сопротивления первого и второго слоев, чем меньше величина разности AB . Точно так же при больших разностях правая ветвь трехслойной кривой будет стремиться совпасть с одной из кривых двухслойной палетки, однако модуль этой кривой (величину отношения $\frac{\rho_2}{\rho_1}$) мы должны определить путем составления не отношения $\frac{\rho_3}{\rho_2}$, а отношения $\frac{\rho_3}{\rho_0}$, где ρ_0 — удельное сопротивление некоторого слоя, эквивалентного двум первым. Правила определения параметров этого эквивалентного слоя получены исключительно эмпирическим путем: сравнением графически построенных кривых с вычисленными. Для различных случаев соотношения удельных сопротивлений слоев эти правила отличны друг от друга.

Для трехслойного разреза, т. е. двух слоев мощностей h_1 и h_2 с удельными сопротивлениями ρ_1 и ρ_2 , подстилаемыми средней бесконечной мощностью с удельным сопротивлением ρ_3 , можно встретиться с четырьмя случаями соотношения сопротивлений:

- 1) $\rho_1 > \rho_2, \rho_2 < \rho_3$;
- 2) $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$;
- 3) $\rho_1 < \rho_2, \rho_2 > \rho_3$;
- 4) $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$.

Рассмотрим каждый из этих случаев отдельно.

С л у ч а й 1. $\rho_1 > \rho_2, \rho_2 < \rho_3$. По заданным ρ_1 и h_1 выбираем точку, в которую помещается начало (крест) палетки СН-1 (двухслойная палетка), и прочерчиваем кривую с модулем $\mu_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1}$. Затем

вычисляем координаты точки H (точка Гуммеля) по формулам

$$\begin{aligned}x_H &= h_1 + h_2, \\y_H &= \frac{h_1 + h_2}{S_1 + S_2},\end{aligned}\quad (37)$$

где $S_1 = \frac{h_1}{Q_1}$ и $S_2 = \frac{h_2}{Q_2}$. Нанеся на бланк точку с этими координатами, помещаем в нее крест палетки СН-1 и прочерчиваем кривую с модулем $\frac{Q_3}{y_H}$. Эти две кривые, снятые с палетки СН-1, являются кривыми, совпадающими с левой и правой частями кривой для заданного трехслойного разреза.

В рассматриваемом случае параметры слоя, эквивалентного двум первым слоям, определяются координатами точки Гуммеля. Чтобы получить полную кривую вертикального электрического зондирования, нам следует построить еще среднюю ее часть, т. е. участок перехода с левой кривой на правую. Для этой цели воспользуемся существующим альбомом трехслойных кривых, из которого выберем палетки с модулем $\mu = \frac{Q_2}{Q_1}$ и со значениями Q_3 , между которыми заключено заданное нам удельное сопротивление третьего слоя. Поместив крест этих палеток в точку с координатами h_1 и Q_1 , прочерчиваем на нашем бланке с каждой из палеток кривую с модулем $\nu = \frac{h_2}{h_1}$. Соединительная ветвь кривой для заданных значений параметров трехслойного разреза пройдет между этими перенесенными с трехслойных палеток кривыми, и ее построение можно выполнить с достаточной для практических надобностей точностью.

Для того чтобы описанный здесь прием построения сделать более наглядным, рассмотрим числовой пример.

Предположим, что нам следует построить кривую зондирования для $Q_1 = 16$, $Q_2 = 4$, $Q_3 = 41$, $h_1 = 3$, $h_2 = 15$. На бланке отмечаем точку p (рис. 63) с координатами $x = h_1 = 3$ и $y = Q_1 = 16$. Помещаем в эту точку крест двухслойной палетки СН-1 и прочерчиваем кривую a с модулем $\mu_1 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$. Вычисляем $S_1 = \frac{3}{16} = 0,19$ и $S_2 = \frac{15}{4} = 3,75$ и, пользуясь формулами (37), находим

$$x_H = 3 + 15 = 18; \quad y_H = \frac{18}{3,94} = 4,57.$$

Строим точку H с этими координатами и, поместив в нее крест той же палетки СН-1, прочерчиваем кривую b с модулем $\mu_2 = \frac{41}{4,67} = 9$. Выбираем затем из альбома трехслойных кривых с мо-

дулем $\mu_1 = \frac{1}{4}$ палетки с $Q_3 = \infty$ и $Q_3 = Q_1$ и, совместив их кресты с точкой p , чертим кривые SIA и SIO с модулем $\nu = \frac{15}{3} = 5$. Между этими кривыми проводим соединительную ветвь и таким образом получаем кривую mtb вертикального электрического зондирования для заданного разреза.

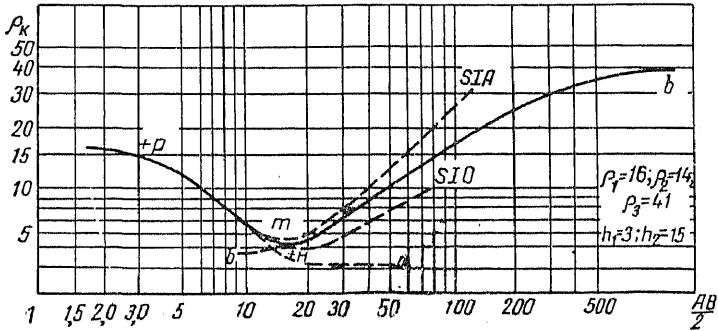


Рис. 63. Графическое построение кривой типа Н.

Случай 2. $Q_1 > Q_2 > Q_3$. Параметры слоя, эквивалентного двум первым слоям, определяются координатами точки A (точка анизотропии), вычисляемыми по формулам

$$x_A = \sqrt{(S_1 + S_2)(T_1 + T_2)},$$

$$y_A = \sqrt{\frac{T_1 + T_2}{S_1 + S_2}},$$

где

$$S_1 = \frac{h_1}{Q_1}; \quad S_2 = \frac{h_2}{Q_2}; \quad T_1 = h_1 Q_1; \quad T_2 = h_2 Q_2.$$

На бланке наносим точки с координатами h_1 и Q_1 . Поместив крест палетки СН-1 в эту точку, строим кривую с модулем $\mu_1 = \frac{Q_2}{Q_1}$. Затем помещаем крест этой же палетки в точку A , снимаем кривую с модулем $\mu_2 = \frac{Q_3}{y_A}$. Получив таким образом левую и правую ветви интересующей нас кривой, плавно их соединяем (в данном случае это соединение выполняется без труда) и получаем кривую для рассматриваемого здесь разреза.

С л у ч а й 3. $q_1 < q_2, q_2 > q_3$. Параметры слоя, эквивалентного двум первым, для данного соотношения сопротивлений определяются координатами точки K , вычисленными по формулам

$$x_K = \varepsilon \sqrt{(S_1 + S_2)(T_1 + T_2)},$$

$$y_K = \sqrt{\frac{T_1 + T_2}{S_1 + S_2}},$$

где ε — множитель, определяемый из отношения

$$\lambda = \frac{\sqrt{(S_1 + S_2)(T_1 + T_2)}}{h_1 + h_2}$$

по табл. 6.

Таблица 6

λ	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,7	2,0	2,5	3,0
ε	1,17	1,24	1,29	1,32	1,33	1,36	1,38	1,40	1,42

Левая ветвь кривой строится путем переноса с двухслойной палетки СН-1 кривой с модулем $\mu_1 = \frac{q_2}{q_1}$ при кресте, помещенном в точке с координатами $x = h_1$ и $y = q_1$. Для построения к правой ветви крест палетки СН-1 помещают в точку с координатами $x = x_K$ и $y = y_K$ и переносят кривую с модулем $\mu_2 = \frac{q_3}{y_K}$. Соединительная часть кривой проводится между кривыми, перенесенными с трехслойных палеток, имеющих модуль μ и q_3 больше и меньше заданного значения q_3 . При перенесении этих кривых крест трехслойных палеток, как и в первом случае, помещается в точку с координатами h_1 и q_1 .

В качестве примера рассмотрим подробно способ графического построения трехслойной кривой для следующих данных: $h_1 = 5$, $h_2 = 20$, $q_1 = 10$, $q_2 = 120$, $q_3 = 30$.

Координаты первого креста будут $x = h_1 = 5$, $y = q_1 = 10$. Для определения координат точки K найдем предварительно S_1 , S_2 , T_1 , T_2 и λ . Имеем

$$S_1 = \frac{h_1}{q_1} = \frac{5}{10} = 0,50,$$

$$S_2 = \frac{h_2}{q_2} = \frac{20}{120} = 0,17,$$

$$T_1 = h_1 \quad q_1 = 50,$$

$$T_2 = h_2 \quad q_2 = 2400, \quad \sqrt{(S_1 + S_2)(T_1 + T_2)} = 0,67 \cdot 2450 = 40,8,$$

$$h_1 + h_2 = 25, \quad \lambda = \frac{40,8}{25} = 1,6.$$

По табл. 6 для $\lambda = 1,6$ находим $\varepsilon = 1,35$ и вычисляем координаты точки K :

$$x_k = 1,35 \sqrt{0,67 \cdot 2450} = 55,0,$$

$$y_k = \sqrt{\frac{2450}{0,67}} = 60,5.$$

Поместив крест палетки СН-1 в точку с координатами $x = h_1 = 5$ и $y = \varrho_1 = 10$ (рис. 64), строим кривую aa с модулем $\mu = \frac{120}{10} = 12$ (так как на палетке кривой с таким модулем нет, то ее приходится провести путем интерполяции между кривыми с мо-

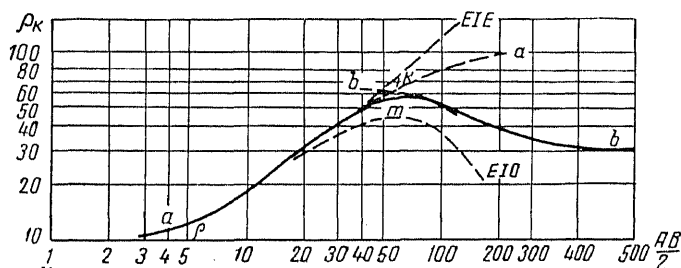


Рис. 64. Построение кривой типа К.

дулями 9 и 19). Поместив затем крест той же палетки СН-1 в точку K , сносим с нее кривую bb с модулем $\mu = \frac{30}{60,5} \approx \frac{1}{2}$.

Для построения соединительного участка искомой трехслойной кривой воспользуемся альбомом трехслойных кривых, из которого выбираем палетки с $\mu' = 9$ и $\varrho_3 = \frac{\varrho_2^2}{\varrho_1}$ и $\varrho_3 = \varrho_1$. На таком значении параметра μ приходится остановиться потому, что палетка с нужным нам модулем $\mu = 12$ в альбоме отсутствует. В связи с этим нам следует вместо кривых с параметром $\nu = \frac{20}{5} = 4$ в силу существования принципа эквивалентности снять кривые, параметр которых равен $\nu' = \frac{T_1}{\mu} = \frac{50}{9} = 5,5$. Наложим бланк, на котором ведется построение трехслойной кривой, на каждую из выбранных палеток, прочерчиваем на нем кривые EIE и EIO . Между ними проводим соединительную ветвь и таким образом получаем нужную нам трехслойную кривую amb .

Заметим, что описанный здесь метод определения точки K , используемой при графическом построении кривых рассматриваемого типа, носит несколько искусственный характер и при дальнейшей

разработке методов графического построения, возможно, подвергнется некоторым изменениям.

С л у ч а й 4. $\varrho_1 < \varrho_2 < \varrho_3$. Параметры слоя, эквивалентного двум первым, определяются координатами точки Q , связанными с координатами точки Гуммеля соотношениями

$$x_Q = \eta x_H, \quad y_Q = \eta y_H,$$

где значение множителя η зависит от ϱ_1 , ϱ_2 , h_1 и h_2 . Практически положение точки S находится следующим образом. Сначала определяется точка Гуммеля и на прямой S , проходящей через эту точку, откладывается влево и вниз от нее отрезок HQ , определяемый для заданных μ и ν из табл. 7.

Таблица 7

Величина смещения точки H для определения пункта Q

μ	ν							
	0,2	0,3	0,5	1	2	3	5	10
1,0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,5	0,8	1,4	2,5	3,7	3,3	2,6	1,8	1,1
0,3	1,0	1,8	3,3	6,8	5,0	3,7	2,6	1,6
0,2	1,1	1,8	3,9	(8,0)	(8,0)	5,0	3,5	1,9

Отрезок HQ в табл. 7 дается непосредственно в миллиметрах, если построение ведется на бланках с принятым масштабом (логарифмическая единица равна 62,5 мм). Отметим в данном случае, что описанный способ нахождения точки нельзя считать установленным окончательно и в порядке дальнейших исследований приемы определения параметров эквивалентного слоя могут подвергнуться некоторым изменениям.

Определив положение точки Q , можно приступить к построению трехслойной кривой. Совмещают крест двухслойной палетки с точкой h_1 , ϱ_1 и переносят на бланк двухслойную кривую с модулем $\mu = \frac{\varrho_2}{\varrho_1}$. Это будет левая ветвь искомой кривой. Затем, помещая крест той же палетки в точку Q , переносят кривую с модулем $\mu = \frac{\varrho_3}{y_Q}$ и получают, таким образом, правую ветвь трехслойной кривой. Построение соединительной части в данном случае осуществляется без помощи альбомных трехслойных кривых.

Сложнее построить четырехслойные кривые. Количество возможных случаев соотношения сопротивлений здесь больше, использование одной лишь палетки СН-1, как показал опыт, уже недостаточно, установление правил графического построения осложняется из-за малого

количества теоретически вычисленных четырехслойных кривых.

Основной идеей, на которой базируется техника графического построения кривых вертикального электрического зондирования для четырехслойных разрезов, является положение, заключающееся в следующем. При построении левой ветви кривой можно пренебречь влиянием подстилающей среды, т. е. положить h_3 — мощность третьего слоя — равной бесконечности; при построении правой ветви влияние двух верхних слоев можно заменить действием эквивалентного им слоя. В таком случае задача построения четырехслойной кривой распадается на две задачи, относящиеся к построению кривых трехслойного типа. При построении этих частных трехслойных кривых рекомендуется пользоваться альбомом палеток кривых, вычисленных для трех слоев.

При построении четырехслойных кривых будем считать данными Q_1, Q_2, Q_3 и Q_4 — удельные сопротивления четырех слоев; h_1, h_2 и h_3 — мощность первого, второго и третьего слоев; четвертый слой — бесконечно простирающийся вниз. Возможные случаи соотношения сопротивления в изучаемой нами задаче:

- 1) $Q_1 < Q_2 < Q_3 < Q_4$;
- 2) $Q_1 < Q_2 < Q_3, Q_3 > Q_4$;
- 3) $Q_1 < Q_2, Q_2 > Q_3 > Q_4$;
- 4) $Q_1 > Q_2 > Q_3 > Q_4$;
- 5) $Q_1 < Q_2, Q_2 > Q_3, Q_3 < Q_4$;
- 6) $Q_1 > Q_2 > Q_3, Q_3 < Q_4$;
- 7) $Q_1 > Q_2, Q_2 < Q_3 < Q_4$;
- 8) $Q_1 > Q_2, Q_2 < Q_3, Q_3 > Q_4$.

Рассмотрим каждый из приведенных случаев отдельно.

С л у ч а й 1. $Q_1 < Q_2 < Q_3 < Q_4$. Можно рекомендовать построение, основанное на последовательном использовании точек A .

С л у ч а й 2. $Q_1 < Q_2 < Q_3, Q_3 > Q_4$. В точку с координатами h_1 и Q_1 помещаем крест двухслойной палетки СН-1 и переносим на чертеж кривую с модулем $\mu_1 = \frac{Q_2}{Q_1}$. Вторую кривую, имеющую параметр $\nu = \frac{h_2}{h_1}$, переносим с трехслойной палетки с тем же модулем и $Q_3 = \infty$ или $Q_3 = \frac{Q_2^2}{Q_1}$. Левая ветвь искомой кривой пройдет между ними. Строим точку A по координатам

$$x_A = \sqrt{(S_1 + S_2)(T_1 + T_2)},$$

$$y_A = \sqrt{\frac{T_1 + T_2}{S_1 + S_2}},$$

где

$$S_1 = \frac{h_1}{Q_1}; \quad S_2 = \frac{h_2}{Q_2}; \quad T_1 = h_1 Q_1; \quad T_2 = h_2 Q_2.$$

В эту точку последовательно помещаем крест трехслойных палеток с модулем $\mu = \frac{\varrho_3}{y_A}$ и сопротивлениями подстилающей среды, между значениями которых находится заданное значение ϱ_3 , и переносим на чертеж кривые с параметрами $\nu = \frac{h_3}{x_A}$. Между ними пройдет правая ветвь искомой четырехслойной кривой. Так как эта правая ветвь должна иметь своей асимптотой прямую, идущую параллельно оси абсцисс на высоте ϱ_4 и притом ход ее должен быть подобен ходу двухслойной кривой, имеющей верхним слоем, эквивалентный первым трем слоям разреза, то для построения этой ветви можно воспользоваться соответствующей кривой палетки СН-1. Параметры эквивалентного слоя определяются по формулам, применяемым при нахождении координат точки A , т. е.

$$x_A = h_A = \sqrt{(S_1 + S_2 + S_3)(T_1 + T_2 + T_3)},$$

$$y_A = \varrho_A = \sqrt{\frac{T_1 + T_2 + T_3}{S_1 + S_2 + S_3}}.$$

Поместив в точку, определяемую этими координатами, крест палетки СН-1, переносим кривую, имеющую асимптоту с ординатой ϱ_4 . Остается плавно соединить разрозненные части кривой и задачу можно считать решенной.

С л у ч а й 3. $\varrho_1 < \varrho_2$, $\varrho_2 > \varrho_3 > \varrho_4$. Для этого соотношения сопротивлений пока еще не существует проверенных приемов построения четырехслойных кривых; можно предполагать, что при построении правой ветви следует пользоваться точкой K , координаты которой определяют параметры слоя, эквивалентного двум первым.

С л у ч а й 4. $\varrho_1 > \varrho_2 > \varrho_3 > \varrho_4$. Последовательное использование точек Q позволяет без труда построить кривую четырехслойного разреза рассматриваемого типа.

С л у ч а й 5. $\varrho_1 < \varrho_2$, $\varrho_2 > \varrho_3$, $\varrho_3 < \varrho_4$. Левую ветвь искомой кривой получим, проведя линию между кривыми с параметром $\nu = \frac{h_2}{h_1}$, перенесенными с трехслойных палеток с модулем $\mu = \frac{\varrho_2}{\varrho_1}$ и такими значениями ϱ_3 , между которыми располагается заданное нам значение удельного сопротивления третьего слоя. Для построения правой ветви найдем предварительно координаты точки K согласно формулам

$$x_K = \varepsilon \sqrt{(S_1 + S_2)(T_1 + T_2)}; \quad y_K = \sqrt{\frac{T_1 + T_2}{S_1 + S_2}}.$$

Нанеся эту точку, помещаем в нее последовательно кресты трехслойных палеток с модулем $\mu = \frac{\varrho_3}{y_K}$ и значением удельного сопроти-

вления подстилающей среды, ббльшим и меньшим заданного q_4 . С этих палеток переносим кривые с параметром $v = \frac{h_3}{x_K}$. Искомая четырехслойная кривая пройдет между ними. Асимптотическую часть правой ветви этой кривой получим, перенеся кривую палетки СН-1, имеющую асимптотой прямую с ординатой q_4 , причем крест этой палетки находится в точке H , определяемой координатами

$$x_H = h_1 + h_2 + h_3; \quad y_H = \frac{h_1 + h_2 + h_3}{S_1 + S_2 + S_3},$$

где

$$S_1 = \frac{h_1}{q_1}; \quad S_2 = \frac{h_2}{q_2}; \quad S_3 = \frac{h_3}{q_3}.$$

Случай б. $q_1 > q_2 > q_3$, $q_3 < q_4$. Поместив крест палетки СН-1 в точку с координатами $x = h_1$ и $y = q_1$, чертим кривую с модулем $\mu = \frac{q_2}{q_1}$. Поместив в эту же точку начало координат трехслойной палетки с модулем μ и значением $q_3 = 0$ или $\frac{q_2^2}{q_1}$, снимаем с нее кривую с параметром $v = \frac{h_2}{h_1}$. Левая ветвь искомой четырехслойной кривой пройдет между нанесенными двумя кривыми. После этого вычисляем координаты точки H по формулам

$$x_H = h_1 + h_2; \quad y_H = \frac{h_1 + h_2}{S_1 + S_2},$$

где $S_1 = \frac{h_1}{q_1}$ и $S_2 = \frac{h_2}{q_2}$. Через эту точку проводим прямую, составляющую угол 45° с осью абсцисс. По параметрам μ и v , пользуясь табл. 7 для определения расстояния точки Q , находим это расстояние и наносим точку Q на построенной прямой. Из альбома трехслойных кривых выбираем палетки с модулем $\mu = \frac{y_Q}{y_Q}$, где y_Q — ордината точки Q с q_3 , равным бесконечности, или q_1 , если $q_4 > q_Q$, или палетки с этим же μ , но $q_3 = q_Q$ или $\frac{q_2^2}{q_Q}$ при $q_4 < q_Q$. Помещаем кресты этих палеток последовательно в точку Q и переносим на наш чертеж кривые с параметром $v = \frac{h_3}{x_Q}$, где x_Q — абсцисса точки Q . Правая ветвь искомой четырехслойной кривой пройдет между этими двумя кривыми. Затруднения встретятся в том случае, когда $q_4 \neq \infty$ и $\neq q_Q$. Тогда можно рекомендовать

для определения правой ветви построить точку H , координаты которой определяются формулами

$$x_H = h_1 + h_2 + h_3; \quad y_H = \frac{h_1 + h_2 + h_3}{S_1 + S_2 + S_3},$$

где $S_3 = \frac{h_3}{\varrho_3}$, и, поместив в эту точку крест палетки СН-1, перенести на чертеж кривую, имеющую правой асимптотой прямую, идущую на высоте ϱ_4 . Соединив от руки разрозненные участки, получим интересующую нас четырехслойную кривую.

Случай 7. $\varrho_1 > \varrho_2$, $\varrho_2 < \varrho_3 < \varrho_4$. Построение левой ветви кривой ведется при помощи трехслойных палеток с модулем $\mu = \frac{\varrho_2}{\varrho_1}$. При построении правой ветви находят координаты точки A , определяющие параметры слоя, эквивалентного первым трем слоям, и, пометив в эту точку крест палетки СН-1, переносят кривую, имеющую своей асимптотой прямую с ординатой ϱ_4 .

Случай 8. $\varrho_1 > \varrho_2$, $\varrho_2 < \varrho_3$, $\varrho_3 > \varrho_4$. В точку с координатами $h_1 \varrho_1$ помещаем последовательно кресты трехслойных палеток с модулем $\mu = \frac{\varrho_2}{\varrho_1}$ для таких значений ϱ_3 , между которыми заключено заданное нам значение удельного сопротивления третьего слоя, и снимаем с этих палеток кривые, имеющие параметр $\nu = \frac{h_2}{h_1}$. Между ними пройдет левая ветвь искомой четырехслойной кривой. Затем вычисляем координаты точки H по формулам

$$x_H = h_1 + h_2; \quad y_H = \frac{h_1 + h_2}{S_1 + S_2},$$

где $S_1 = \frac{h_1}{\varrho_1}$ и $S_2 = \frac{h_2}{\varrho_2}$. В точку с этими координатами последовательно помещаем кресты трехслойных палеток с модулем $\mu = \frac{\varrho_3}{y_H}$ и такими значениями ϱ_3 , между которыми находится заданное нам сопротивление четвертого слоя. С этих палеток переносим кривые, отмеченные параметром ν , равным $\frac{h_3}{x_H}$. Следующей стадией является построение точки A с координатами

$$x_A = \sqrt{(S_1 + S_2 + S_3)(T_1 + T_2 + T_3)},$$

$$y_A = \sqrt{\frac{T_1 + T_2 + T_3}{S_1 + S_2 + S_3}}$$

и перенос с двухслойной палетки, помещенной своим крестом в эту точку, кривой, асимптотически подходящей к ϱ_4 . Остается соединить левую ветвь с правой и задачу можно считать решенной.

В заключение этого описания правил построения четырехслойных кривых укажем, что ожидать большой точности и надежности в ходе полученных кривых нельзя: особенно ненадежными могут оказаться правые ветви их. Обусловлено это тем, что все приемы графического построения не имеют теоретического обоснования и найдены исключительно эмпирическим путем: сравнением графически построенных кривых с вычисленными по точным формулам. Поскольку количество таких вычисленных кривых сравнительно невелико, исчерпывающую проверку описанных выше правил сделать невозможно.

§ 22. ПРИЕМЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ МНОГОСЛОЙНЫХ КРИВЫХ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Задачей интерпретации кривых вертикальных электрических зондирований является определение положения границ раздела между слоями с различными удельными сопротивлениями по форме наблюдаемых кривых. Основным приемом интерпретации служит сопоставление кривой, найденной из измерений, с кривыми, вычисленными теоретически или построенными графически. Полное совпадение наблюдаемой кривой с рассчитанной для определенного соотношения сопротивлений и мощностей свидетельствует о совпадении строения того участка земной коры, на котором проводилось зондирование, с разрезом, положенным в основу расчета теоретической кривой. Однако, поскольку практически невозможно иметь альбом теоретических кривых для всех могущих встретиться на практике случаев распределения сопротивлений и мощностей слоев, приходится поставить на разрешение вопрос о способах интерпретации наблюдаемых кривых вертикальных электрических зондирований при том ограниченном числе теоретически построенных кривых, которыми мы располагаем в настоящее время. Для этого опишем существующие способы интерпретации, причем начнем наше ознакомление с двухслойных кривых.

Можно считать очевидным, что при малых r на графиках, изображающих зависимость $\lg \rho_k$ от $\lg r$, практически не сказывается влияние глубоко залегающих слоев. В лучшем случае начальная ветвь кривой будет отражать влияние верхнего и его подстилающего слоев, т. е. эта начальная ветвь должна быть весьма близкой к двухслойной кривой. Уравнение этой ветви можно поэтому рассматривать как уравнение

$$\lg \rho_k = \lg \rho_1 + \lg \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} k_{12}^n \frac{\left(\frac{r}{h}\right)^3}{\left[\left(\frac{r}{h}\right)^2 + 4h^2\right]^{3/2}} \right\},$$

абсциссы точек этой ветви будут не $\frac{r}{h}$, а $\lg \frac{r}{h}$. Если говорить о теоретической кривой для такого двухслойного разреза, то уравнение такой кривой не будет содержать и $\lg \rho_1$. Одна из таких двухслойных кривых изображена на рис. 65 для случая $k_{12} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} = 4$. Если над двухслойной средой с таким значением k , но с верхним слоем, имеющим удельное сопротивление не единицу, а ρ_1 , будем проводить зондирование и строить график изменения $\lg \rho_k$ в зависимости от изменения $\lg r$, а не $\lg \frac{r}{h}$, то получим такую же кривую, что и теоретическая, но сдвинутую вверх на величину $\lg \rho_1$ и смещенную вправо на величину $\lg h$, так как абсциссы точек теоретической кривой имеют величину $\lg \frac{r}{h} = \lg r - \lg h$.

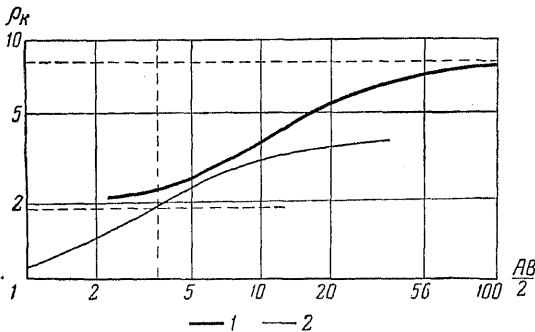


Рис. 65. Интерпретация двухслойной кривой ВЭЗ.

1 — экспериментальная кривая; 2 — теоретическая кривая.

абсцисс графика с практически полученной кривой отрезок, равный $\lg h$, а ось абсцисс теоретической кривой пройдет на высоте, равной $\lg \rho_1$. На рис. 65 положение осей координат теоретического графика изображено пунктиром.

В большинстве случаев на практике приходится интерпретировать трехслойные кривые вертикальных электрических зондирований для разрезов, в которых мощность промежуточного слоя не очень велика по сравнению с мощностью слоя, залегающего в верхней части разреза. Это происходит потому, что при большой мощности второго слоя кривая зондирования в своей левой части совпадает с кривой двухслойной палетки, а при интерпретации правой части — при определении глубины залегания подошвы промежуточного слоя — влиянием верхнего слоя можно пренебречь и тоже пользоваться двухслойной палеткой. Если же мощность этого промежуточного слоя невелика и с влиянием всего комплекса слоев приходится считаться при большинстве измерений, то для интерпретации приходится прибегать к помощи существующего набора трехслойных палеток или, пользуясь методами графического построения кривых зондирования, строить палетки для интересующего нас случая. Для проведения

рентическая, но сдвинутую вверх на величину $\lg \rho_1$ и смещенную вправо на величину $\lg h$, так как абсциссы точек теоретической кривой имеют величину $\lg \frac{r}{h} = \lg r - \lg h$. Поэтому, если будем передвигать теоретическую кривую до ее совмещения с практически полученной, следя за тем, чтобы оси координат оставались параллельными, то ось координат теоретической кривой отсечет на оси

однозначной интерпретации весьма желательно знание параметра Q_2 — удельного сопротивления второго слоя. Такие сведения можно получить или из параметрических, или из каротажных измерений. В дальнейшем будем предполагать Q_2 известным.

С л у ч а й 1. $Q_1 > Q_2$, $Q_2 < Q_3$. Трехслойная кривая этого типа характеризуется минимумом в своей средней части. Интерпретацию кривой начинаем с определения Q_1 и h_1 . Для этой цели накладываем бланк с данной кривой, нанесенной на прозрачной бумаге, на палетку СН-1 и перемещаем его, оставляя координатные оси бланка и палетки параллельными до тех пор, пока не совместим какую-либо из кривых двухслойной палетки с левой ветвью интерпретируемой кривой. Положение креста палетки на бланке позволит найти в первом приближении h_1 и Q_1 . По найденному значению определяем величину $\mu = \frac{Q_2}{Q_1}$ и, пользуясь этим значением μ , выбираем трехслойную палетку для Q_3 , равного Q_1 или бесконечности, смотря по тому, к какому виду кривых ближе подходит интерпретируемая кривая. В том случае, когда среди альбома трехслойных палеток отсутствует палетка с нужным нам модулем, выбираем палетку с модулем μ' , ближайшим к определенному нами. Накладываем бланк с интерпретируемой кривой на выбранную трехслойную палетку и ищем на ней кривую, лучше всего совпадающую с левой ветвью и областью минимума заданной кривой. По достижении наилучшего совпадения мы наносим положение креста палетки на бланке, что даст нам возможность более точно определить h_1 и Q_1 , и снимаем значение параметра v' с палеточной кривой. Знание величин μ' и v' дает возможность определить значение h_2 путем следующих несложных вычислений. По известным величинам Q_1 и h_1 находим $S_1 = \frac{h_1}{Q_1}$. Знание, кроме того, μ' и v' позволяет вычислить S_2 по формуле $S_2 = (v'/\mu') S_1$. Так как $S_2 = \frac{h_2}{Q_3}$, то, следовательно, $h_2 = Q_3 S_2$. Таким образом, при найденном S_2 и известном Q_3 вполне возможно определение h_2 . Законность применения палетки с модулем μ' вместо μ определяется существованием принципа эквивалентности, в силу которого кривые рассматриваемого вида при небольших изменениях μ и v , притом таких, что S_2 остается величиной постоянной, практически не отличимы друг от друга.

Что касается определения величины Q_3 (удельного сопротивления подстилающей среды), то значение этого параметра находится как ордината асимптоты, к которой стремится правая ветвь интерпретируемой кривой.

Еще более надежные результаты получим, если применим для интерпретации палетку, содержащую графически построенные кривые с различными v для нужного нам значения μ и Q_3 .

Расчеты упрощаются, если $q_3 = \infty$, так как в этом случае правая ветвь кривой будет стремиться к асимптоте, поднимающейся под углом в 45° и отсекающей на оси абсцисс, как мы уже знаем из общей теории палеток, отрезок, равный $S_1 + S_2$. Построив эту асимптоту и найдя $S = S_1 + S_2$, путем интерпретации левой ветви кривой описанным выше способом получим q_1 и h_1 , а следовательно, и S_1 и по формуле $h_2 = q_2 (S - S_1)$ вычислим интересующее нас значение h_2 .

С л у ч а й 2. $q_1 < q_2$, $q_2 > q_3$. Для приближенного определения q_1 и h_1 пользуемся двухслойной палеткой. По найденному значению q_1 и известному q_2 рассчитаем $\mu = \frac{q_2}{q_1}$. Из альбома трехслойных кривых выбираем палетку с наиболее близким значением модуля и наиболее подходящим для рассматриваемого случая значением q_3 (т. е. либо $q_3 = 0$, либо $q_3 = q_1$). При помощи этой палетки уточняем положение креста для более точного определения h_1 и q_1 ; находим параметр v' той кривой, которая лучше всего совместится с левой частью и максимумом интерпретируемой кривой. Так как при рассматриваемом распределении сопротивлений в силу принципа эквивалентности вид кривых с одинаковым поперечным сопротивлением, но несколько различающимися значениями μ и v практически одинаков, то определение h_2 проводим следующим образом. По q_1 и h_1 находим $T_1 = h_1 q_1$; по известным μ' и v' находим T_2 , пользуясь формулой $T_2 = \mu' v' T_1$, и затем, зная q_2 , вычисляем h_2 по формуле

$$h_2 = T_2 / q_2,$$

так как $T_2 = h_2 q_2$.

Величина q_3 и в этом случае, как и для всех других трехслойных разрезов, определяется как асимптотическое значение, к которому стремится правая ветвь интерпретируемой кривой.

С л у ч а й 3. $q_1 < q_2 < q_3$. Кривые этого типа имеют поднимающуюся правую ветвь. При небольших мощностях промежуточного слоя такую кривую можно ошибочно принять за двухслойную. Интерпретацию такой кривой удобно вести, применяя палетку СН-1 и специальную палетку LCA, представляющую собой семейство кривых, являющихся геометрическим местом точек A для различных значений μ . Левую ветвь интерпретируем посредством палетки СН-1 и находим в данном случае достаточно точно h_1 и q_1 . По найденному q_1 вычисляем $\mu = \frac{q_2}{q_1}$ и переносим с палетки LCA на бланк с интерпретируемой кривой кривую, отмеченную модулем μ , для чего предварительно совмещаем начало этой палетки с точкой с координатами h_1 и q_1 . Помещаем теперь бланк с заданной кривой на палетку СН-1 так, чтобы крест ее находился на перенесенной с палетки LCA линии, а оси координат были параллельны, и перемещаем его до тех пор, пока не найдем достаточно полного совмещения правой части заданной кривой с какой-либо из кривых двухслойной палетки. От-

метив положение креста, находим точку A , координаты которой, как известно, определяются формулами

$$x_A = \sqrt{(S_1 + S_2)(T_1 + T_2)},$$

$$y_A = \sqrt{\frac{T_1 + T_2}{S_1 + S_2}},$$

где

$$S_1 = \frac{h_1}{\varrho_1}; \quad S_2 = \frac{h_2}{\varrho_2}; \quad T_1 = h_1 \varrho_1; \quad T_2 = h_2 \varrho_2.$$

Так как в правых частях написанных равенств все величины, кроме h_2 , нам известны (h_1 и ϱ_1 в результате интерпретации левой ветви, а ϱ_2 задано), то определить эту величину несложно. Практически удобно поступать следующим образом. Бланк с интерпретируемой кривой накладывают на палетку LCA и, пользуясь кривыми с отметками ν , сносят точку, в которой оказался крест палетки СН-1 при интерпретации правой ветви, на ось, проходящую через точку h_1 , ϱ_1 бланка. Точка снесения определит значение суммы $h_1 + h_2$. Зная сумму и h_1 , вычисляют величину h_2 .

С л у ч а й 4. $\varrho_1 > \varrho_2 > \varrho_3$. Интерпретируем левую ветвь кривой при помощи палетки СН-1, которая позволяет найти величины h_1 и ϱ_1 . Дальнейшую интерпретацию проводим при помощи палеток LCQ и СН-1. Палетка LCQ является семейством кривых, изображающих положение точки Q для различных значений μ . Техника интерпретации состоит в следующем. Бланк с заданной кривой накладывается на палетку LCQ так, чтобы точка h_1 , ϱ_1 совпала с началом этой палетки. Установив оси координат параллельно, чертят на бланке кривую палетки LCQ с модулем $\mu = \frac{\varrho_2}{\varrho_1}$. Затем бланк с кривой помещают на палетку СН-1 так, чтобы ее крест оказался на прочерченной линии, и перемещают его до тех пор, пока какая-либо из кривых палетки СН-1 не совпадет с правой ветвью интерпретируемой кривой. Отметив это местоположение креста палетки, снова перекалывают бланк на палетку LCQ, помещая опять ее начало в точку h_1 , ϱ_1 и, пользуясь кривыми с отметками ν , засекают на горизонтальной оси точку, абсцисса которой будет равна сумме $h_1 + h_2$.

Приведенными здесь четырьмя примерами исчерпываются возможные для трехслойных разрезов случаи соотношения сопротивлений слоев.

Интерпретация четырехслойных кривых, как следует ожидать, носит более сложный характер. Кроме того, количество возможных случаев соотношения удельных сопротивлений слоев разреза здесь будет больше. При ознакомлении с методами графического построения четырехслойных кривых мы отметили восемь возможных типов кривых для четырехслойного разреза. Надежная интерпретация

может быть проведена лишь в шести случаях, на изучении которых мы и остановимся.

С л у ч а й 1. $q_1 > q_2$, $q_2 < q_3 < q_4$. В данном случае, как и во всех дальнейших, будем предполагать известными q_2 и q_3 . Искомыми величинами являются q_1 , q_4 , h_1 , h_2 и h_3 . Сначала при помощи палетки СН-1 по левой ветви заданной кривой определяем приблизительно q_1 и h_1 . По найденному q_1 и известному q_2 находим трехслойную палетку с модулем $\mu = \frac{q_2}{q_1}$ и таким значением q_3 , которое ближе всего подходит к заданному q_3 . Наложив бланк с интерпретируемой кривой на эту палетку, отыскиваем на ней кривую, хорошо совпадающую с левой ветвью и минимумом заданной кривой. Это дает возможность, во-первых, уточнить значения q_1 и h_1 и, во-вторых, найти значение параметра ν . Вычислив $S_1 = \frac{h_1}{q_1}$, находим по известным теперь μ и ν продольную проводимость $S_2 = \frac{\nu}{\mu} S_1$ и по S_2 и известному q_2 находим h_2 по формуле $h_2 = q_2 S_2$.

При интерпретации правой ветви заданной кривой замечаем совокупность первых двух слоев одним слоем, параметры которого определяются как координаты точки H , т. е.

$$\begin{aligned} x_H &= h_H = h_1 + h_2, \\ y_H &= q_H = \frac{h_1 + h_2}{S_1 + S_2}. \end{aligned}$$

Введя в рассмотрение этот эквивалентный слой, сводим нашу задачу к интерпретации трехслойной кривой рассмотренного нами типа: $q_H < q_3 < q_4$. Способ решения этой задачи нам известен и поэтому не будем останавливаться на описании дальнейшего хода интерпретации.

С л у ч а й 2. $q_1 > q_2$, $q_2 < q_3$, $q_3 > q_4$. Посредством палетки СН-1 по левой ветви заданной кривой находим приблизительно h_1 и q_1 , затем по найденному q_1 и известному q_2 вычисляем $\mu = \frac{q_2}{q_1}$. По этому μ выбираем трехслойную палетку для такого q_3 , которое ближе всего подходит к заданному. Пользуясь этой палеткой, уточняем h_1 и q_1 и находим ν как параметр кривой, лучше всего совпадающей с левой частью и минимумом заданной кривой. Так же как и в предыдущем случае, вычисляем

$$S_1 = \frac{h_1}{q_1}, \quad S_2 = \frac{\nu}{\mu} S_1, \quad h_2 = q_2 S_2.$$

Затем опять заменяем совокупность первых двух слоев одним эквивалентным слоем, параметры которого определяются теми же формулами, что и в предыдущей задаче, что позволяет нам свести дальнейшую интерпретацию к обработке трехслойной кривой типа $q_H < q_3$, $q_3 > q_4$.

С л у ч а й 3. $q_1 > q_2 > q_3$, $q_3 < q_4$. Находим при помощи палетки СН-1 значения h_1 и q_1 , которые в этом случае определяются достаточно точно. Помещаем начало координат палетки LCQ в точку с координатами h_1 и q_1 , переносим с нее кривую, отмеченную модулем $\mu = \frac{q_2}{q_1}$. Пользуясь затем снова палеткой СН-1, крест которой перемещаем по этой перенесенной кривой до наилучшего совпадения второго участка нисходящей ветви интерпретируемой кривой с подходящей кривой двухслойной палетки, находим положение точки Q и по ней определяем сумму мощностей $h_1 + h_2$. Применяемый в данном случае способ тождественен с приемом, описанным нами в п. 4 параграфа, посвященного изложению методов интерпретации трехслойных кривых. Координаты точки Q определяют параметры h_Q и q_Q слоя, эквивалентного двум первым слоям разреза, что позволяет интерпретацию правой ветви заданного кривой вести как интерпретацию трехслойной кривой типа $q_Q > q_3$, $q_3 < q_4$.

С л у ч а й 4. $q_1 < q_2$, $q_2 > q_3 > q_4$. При помощи палетки СН-1 находим h_1 и q_1 и вычисляем $\mu = \frac{q_2}{q_1}$. Для этого μ выбираем подходящую трехслойную палетку со значением q_3 , ближайшим к заданному удельному сопротивлению третьего слоя. При помощи этой палетки уточняем значения h_1 и q_1 и находим ν (параметр той кривой палетки, которая лучше всего совместится с левой ветвью и максимумом заданной кривой). По h_1 и q_1 находим

$$T_1 = h_1 q_1, \quad T_2 = \nu \mu T_1, \quad h_2 = \frac{T_2}{q_2}.$$

Определив эти величины, находим точку K , координаты которой, вычисленные по формулам

$$x_K = \varepsilon \sqrt{(S_1 + S_2)(T_1 + T_2)},$$

$$y_K = \sqrt{\frac{T_1 + T_2}{S_1 + S_2}},$$

дадут нам параметры слоя, эквивалентного первым двум слоям разреза. Таким образом, интерпретация правого участка заданной кривой сводится к интерпретации трехслойной кривой типа $q_K = y_K > q_3 > q_4$. Эта операция, как мы уже знаем, проводится при помощи палеток LCQ и СН-1.

С л у ч а й 5. $q_1 < q_2$, $q_2 > q_3$, $q_3 < q_4$. Посредством палетки СН-1 находим приближенно h_1 и q_1 и вычисляем $\mu = \frac{q_2}{q_1}$. По найденному μ выбираем подходящую трехслойную палетку, которая позволит нам уточнить h_1 и q_1 и определить параметр ν кривой, лучше

всего совпадающей с левой ветвью и максимумом заданной кривой. Вычисляя затем

$$T_1 = h_1 \varrho_1, \quad T_2 = \mu \nu T_1, \quad h_2 = \frac{T_2}{\varrho_2}, \quad S_1 = \frac{h_1}{\varrho_1}, \quad S_2 = \frac{h_2}{\varrho_2},$$

находим координаты точки K по формулам, приведенным в предыдущем описании способа интерпретации четырехслойной кривой с ниспадающей правой ветвью. Координаты этой точки x_K и y_K определяют соответственно мощность и удельное сопротивление слоя, эквивалентного двум первым, что даст нам возможность дальнейшую интерпретацию вести как для трехслойной кривой типа $\varrho_K = y_K > \varrho_3, \varrho_3 < \varrho_4$.

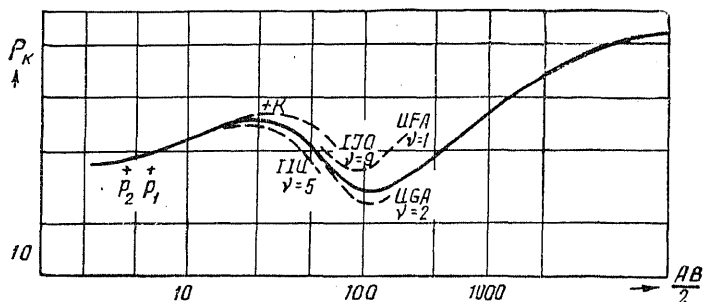


Рис. 66. Интерпретация четырехслойной кривой типа КН.

Случай 6. $\varrho_1 < \varrho_2 < \varrho_3, \varrho_3 > \varrho_4$. Применение палетки СН-1 дает знание h_1 и ϱ_1 (в данном случае достаточно точное). По известному ϱ_2 и найденному ϱ_1 определяем $\mu = \frac{\varrho_2}{\varrho_1}$. Совмещаем начало палетки LCA с точкой $h_1 \varrho_1$ и переносим с этой палетки кривую с модулем μ . Поместив затем на эту кривую крест палетки СН-1, перемещаем ее до тех пор, пока не найдем достаточно хорошего совпадения второго участка поднимающейся ветви заданной кривой с одной из кривых палетки СН-1. Отметив это положение креста буквой A , посредством той же палетки LCA получим сумму мощностей $h_1 + h_2$. В то же время найденная таким образом точка определит своими координатами параметры слоя, заменяющего два первых при интерпретации правой ветви заданной кривой. Задача оказывается сведенной к интерпретации трехслойной кривой типа $\varrho_A < \varrho_3, \varrho_3 > \varrho_4$, где ϱ_A — ордината точки A .

Чтобы сделать изложенное более понятным, проведем интерпретацию двух четырехслойных кривых, изображенных на рис. 66 и 67.

Кривая рис. 66 принадлежит, как нетрудно заключить, к числу четырехслойных кривых типа 5. Удельные сопротивления второго

и третьего слоев примем соответственно равными: $q_2 = 115 \text{ ом} \cdot \text{м}$ и $q_3 = 15 \text{ ом} \cdot \text{м}$. Применяя для интерпретации левой ветви палетку СН-1, находим среди кривых этой палетки кривую с модулем $\mu = \frac{7}{3}$, достаточно хорошо совпадающую с левым участком заданной кривой при положении креста палетки в точке p_1 , с координатами $x = h_1 = 7,8$ и $y = q_1 = 41$. Эти значения h_1 и q_1 примем как приближенные значения параметров, характеризующих первый слой. Вычислив $\mu = \frac{115}{41} = 2,8$, выбираем трехслойные палетки с ближайшим подходящим значением $\mu = \frac{7}{3}$ и $q_3 = 0$. Поместив начало координат в точку p_2 , находим, что данная кривая располагается между кривыми IIV и IJO с параметрами v , соответственно равными 5 и 9. Интерполируя, можем оценить параметр и интерпретируемой кривой числом 6. Тогда

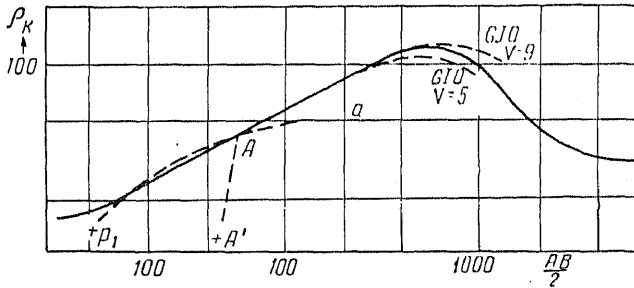


Рис. 67. Интерпретация четырехслойной кривой типа АК.

$$T_1 = 8,1 \times 41,5 = 336 \quad (8,1 \text{ и } 41,5 \text{ — координаты точки } p_2),$$

$$T_2 = \frac{7}{3} \cdot 6 \cdot 336 = 4704 \text{ и } h_2 = \frac{4704}{115} = 41,0.$$

Проделав аналогичную операцию с палеткой, имеющей $\mu = \frac{7}{3}$ и $q_3 = q_1$, получим для v число 3,5, что даст $T_2 = \frac{7}{3} \cdot 3,5 \times 336 = 2766$ и $h_2 = \frac{2766}{115} = 24,0$. Поскольку q_3 в нашем случае располагается между нулем и $q_1 = 41,5$, берем из двух найденных значений среднее, т. е. принимаем $h_2 = 32,5$. Определив h_2 , вычисляем $S_1 = \frac{8,1}{41,5} = 0,19$, $S_2 = \frac{32,5}{115} = 0,28$, $T_2 = 32,5 \times 115 = 3788$,

и так как $T_1 = 336$, то $S_1 + S_2 = 0,47$ и $T_1 + T_2 = 4074$. Исходя из этих данных, находим

$$\sqrt{(S_1 + S_2)(T_1 + T_2)} = 43,8, \quad \sqrt{\frac{T_1 + T_2}{S_1 + S_2}} = 92,9,$$

$$\lambda = \frac{4,8}{8,1 + 32,2} = 1,09,$$

и табл. 6 для найденного λ дает $\varepsilon = 1,17$. Поэтому координаты точки K , определяющей параметры слоя, эквивалентного первым двум слоям, будут $x_K = 1,16 \times 43,8 = 50,8$ и $y_K = 93$.

Для интерпретации правой ветви заданной кривой определяем $\mu = \frac{\varrho_3}{y_K} = \frac{15}{93}$ и выбираем трехслойную палетку с наиболее близким

к требуемому значениям $\mu = \frac{1}{9}$ и $\varrho_3 = \infty$. Поместив крест этой палетки в точку K , находим, что интерпретируемая кривая располагается между кривыми UGA и UFA этой палетки с параметрами ν , соответственно равными 2 и 1. Интерполируя для заданной кривой, находим $\nu = 1,8$. Так как в данном случае играет роль главным образом продольная проводимость, то вычисляем

$$S_K = \frac{51}{93}, \quad S_3 = \frac{1,8}{\frac{1}{9}} \times \frac{51}{93} \approx 9, \quad h_3 = 9 \times 15 = 135.$$

Таким образом, искомые глубины залегания будут $h_1 = 8,1$, $h_1 + h_2 = 40,3$, $h_1 + h_2 + h_3 = 175$ и удельные сопротивления $\varrho_1 = 41,5$ и $\varrho_4 = 300$ (как асимптота правой ветви).

Вторая кривая, изображенная на рис. 67, принадлежит к числу кривых типа 6. Интерпретацию этой кривой по общим правилам начнем с левой ветви. На палетке СН-1 находим кривую, отмеченную модулем $\mu = 4$, лучше всего совпадающую с левой ветвью заданной кривой. При этом крест палетки СН-1 находится в точке p с координатами $x = 5,5$ и $y = 15$. Рассматриваемый тип интерпретируемой кривой требует применения палетки LCA.

Считаем заданными $\varrho_2 = 60$ и $\varrho_3 = 200$ и вычисляем $\mu = \frac{60}{15} = 4$. С палетки LCA, помещенной началом в точку p , переносим кривую pa и, наметив на ней крест палетки СН-1, перемещаем его по этой кривой, пока не найдем хорошего совпадения верхней поднимающейся части левой ветви с одной из кривых палетки. При этом совпадении положение креста отметим буквой A . Поместив опять начало палетки LCA в точку p линией AA' , параллельной кривым с отметками ν , сносим точку A на прямую, проходящую через p параллельно оси абсцисс. Абсцисса точки A' , равная в рассматриваемом случае 24,5, согласно общим правилам равна сумме $h_1 + h_2$, и так как $h_1 = 5,5$, то, следовательно, для h_2 находим значение 19. Далее, по модулю $\mu = \frac{200}{41} \approx$

≈ 5 , где 41 — ордината точки A , т. е. удельное сопротивление слоя, эквивалентного двумя первым, выбираем трехслойную палетку. Ближайшее значение μ , для которого построена трехслойная палетка, есть 4, поэтому берем палетку с этим значением μ и q_3 , равным q_1 , так как в нашем случае удельное сопротивление q_4 , подстилающей среды, играющей роль третьего слоя при интерпретации правой ветви заданной кривой, близко к y_A . Поместив крест этой палетки в точку A , замечаем, что максимум нашей кривой располагается между кривыми GIO и GJO с параметром γ , равным соответственно 5 и 9. Оценивая параметр заданной кривой числом 7, мы, ориентируясь в данном случае согласно принципу эквивалентности на поперечное сопротивление, вычисляем $T_A = 29 \times 41 = 1189$ (число 29 есть абсцисса точки A , определяющая мощность эквивалентного слоя), $T_3 = 7 \times 4 \times 1189 \approx 33300$ и $h_3 = \frac{333000}{200} = 166,5$. Таким образом, мы получили $h_1 = 5,5$, $h_1 + h_2 = 24,5$, $h_1 + h_2 + h_3 = 191$, $q_1 = 15$, $q_4 = 30$ (асимптотическое значение для правой ветви). На этом интерпретация кривой заканчивается.

Интерпретация четырехслойных кривых типа 1, 3 и 5 значительно упрощается, если подстилающая среда имеет очень высокое удельное сопротивление. Тогда правая ветвь кривой имеет своей асимптотой прямую, поднимающуюся под углом в 45° и отсекающую на оси абсцисс ($q = 1$) отрезок, равный $S_1 + S_2 + S_3$, где S_1 , S_2 и S_3 — продольные проводимости первых трех слоев. Построив такую асимптоту, мы находим $S = S_1 + S_2 + S_3$ и, определив описанными способами q_1 , h_1 и h_2 вычисляем S_1 и S_2 , так как q_2 считаем известным. Из значения S вычитаем $S_1 + S_2$ и находим S_3 . Умножив S_3 на известное q_3 , получаем h_3 .

В тех случаях, когда среди альбома трехслойных кривых нельзя подобрать палетку с нужным значением μ , следует выбрать палетку с значением этого параметра, наиболее близким к требуемому. Согласно принципу эквивалентности ошибка, которую мы вследствие неточности выбора этого параметра сделаем, практически будет неощутима.

В некоторых случаях более точной и более удобной окажется интерпретация при помощи палеток, составленных из кривых, найденных графическим методом для заданных значений q_1 , q_2 , q_3 , q_4 и переменных мощностей слоев.

В заключение этого раздела мы остановимся на описании приемов использования каротажных диаграмм q для получения сведений об удельном сопротивлении пластов, определяющих геологический разрез района работ. Каротажная диаграмма q позволяет установить местоположение опорных для электроразведки горизонтов и подсчитать значение удельных сопротивлений q_1 и q_n . Для этой цели каротажная диаграмма разбивается на участки с более или

менее постоянными значениями q_i и затем составляются выражения $\frac{h_i}{q_i}$ и $h_i q_i$, где h_i — длина участка каротажной диаграммы с названным значением удельного сопротивления. Найдя значения этих выражений для всех интервалов, на которые разбита каротажная диаграмма в пределах какого-либо пласта, составляем суммы отношений $\frac{h_i}{q_i}$ и произведений $h_i q_i$, являющиеся, как нетрудно заключить, продольной проводимостью и поперечным сопротивлением пласта. Знание этих сумм позволяет нам вычислить q_l и q_n по формулам

$$q_l = \frac{\sum h_i}{\sum \frac{h_i}{q_i}}, \quad q_n = \frac{\sum h_i q_i}{\sum h_i},$$

причем суммирование распространяется лишь на рассматриваемый пласт. Такие расчеты можно провести для каждого из пластов, которые можно выделить по каротажной диаграмме. Величину q_l принимают равной тому значению удельного сопротивления, знание которого необходимо, как мы видели, при интерпретации кривых вертикальных электрических зондирований. Наличие анизотропии, определяемой коэффициентом $\lambda = \sqrt{\frac{q_n}{q_l}}$, указывает на то обстоятельство, что глубины, определяемые при интерпретации, будем получать отличающимися от истинных. Можно оценить степень этого отличия путем следующих рассуждений. Анизотропный пласт с продольной проводимостью S и поперечным сопротивлением T при интерпретации заменяем изотропным пластом с удельным сопротивлением $q' = \sqrt{\frac{T}{S}}$ и мощностью $h' = \sqrt{TS}$ и, следовательно, в результате интерпретации получим h' вместо h . Так как, однако,

$$h' = \sqrt{TS} = h \cdot \sqrt{\frac{T}{h} \frac{S}{h}} = h \sqrt{q_n \frac{1}{q_l}} = h \sqrt{\frac{q_n}{q_l}} = \lambda h,$$

то между действительной мощностью и величиной h' существует соотношение

$$h = \frac{1}{\lambda} h'.$$

Этой формулой можно было бы пользоваться для приведения найденных значений мощностей к истинным, если бы при интерпретации приняли для удельного сопротивления пласта значение q' . Но так как для этого удельного сопротивления приняли значение q_l , отличное от q' , то и для мощности, определенной при помощи палеток кривых зондирования, найдем отличное от h' значение, равное h'' . Характер связи между h'' и h' для различных соотноше-

ний удельных сопротивлений пластов будет различен. В том случае, когда рассматриваемый пласт обладает меньшим сопротивлением, чем покрывающий и подстилающий его слои, в силу принципа эквивалентности выбор для него удельного сопротивления заниженного значения влечет за собой соответствующее же занижение и его мощности, получаемой в результате интерпретации. Математически это положение можно записать как

$$\frac{Q_l}{Q'} = \frac{h''}{h'}$$

и так как

$$Q' = \sqrt{\frac{T}{S}} = \sqrt{\frac{h}{S} \frac{T}{h}} = \sqrt{Q_l Q_n}$$

то

$$h' = \frac{\sqrt{Q_l Q_n}}{Q_l} h'' = \lambda h''$$

Следовательно, между истинной мощностью пласта и мощностью, полученной в результате интерпретации, при принятом значении удельного сопротивления слоя существует соотношение $h = h''$, т. е. истинная мощность получается без искажений.

Если рассматриваемый пласт заключен между слоями с меньшим удельным сопротивлением и при интерпретации его сопротивление принято равным Q_l , то в силу действия принципа эквивалентности получим для мощности пласта величину h'' , связанную с h' соотношением

$$\frac{Q_l}{Q'} = \frac{h'}{h''}$$

или

$$h' = \frac{Q_l}{Q'} h'' = \frac{1}{\lambda} h''$$

Поэтому между действительной мощностью слоя и мощностью, определенной по палеткам, будет существовать соотношение

$$h = \frac{1}{\lambda^2} h''$$

т. е. истинная мощность окажется преувеличенной в λ^2 раз. Нетрудно показать, что если бы мы в этом случае приняли при интерпретации в качестве удельного сопротивления не Q_l , а Q_n , то и здесь получили бы мощность слоя равной его истинной величине.

При наличии нескольких слоев оценка погрешности, вносимой их совокупностью в результате интерпретации, становится затруднительной. Поэтому можно рекомендовать определение поправочного коэффициента путем сравнения результатов электровзондирования, проведенного вблизи буровой скважины, с данными бурения.

Определенный таким образом коэффициент применим, как показал опыт, для большой площади.

Рассмотренные методы интерпретации кривых вертикальных электрических зондирований построены в предположении, что истинные удельные сопротивления всех слоев разреза, кроме верхнего покрывающего и нижнего подстилающего, нам известны. Однако в ряде случаев практики это условие может оказаться невыполненным, поэтому применение описанной методики обработки материалов электроразведочных наблюдений в обычной форме будет невозможно. Причиной такого положения, как мы уже видели, является существование принципа эквивалентности, утверждающего невозможность различения кривых вертикальных электрических зондирований при некоторых соотношениях мощности и удельных сопротивлений промежуточных слоев. Законность этого принципа эквивалентности, однако, ограничивается областью сравнительно небольших мощностей промежуточных слоев. В тех случаях, когда мощности этих слоев велики по сравнению с мощностью покрывающей толщи, роль принципа эквивалентности становится незначительной и интерпретация кривых зондирований оказывается возможной. Возможность интерпретации определяется тем очевидным положением, что при больших мощностях слоев, лежащих на глубинах, значительно меньших этой мощности, кривая вертикального электрического зондирования подходит достаточно близко к своей асимптоте, что позволяет с достаточной точностью определить истинное удельное сопротивление такого мощного слоя.

О выполнении этого условия можно судить по виду кривой зондирования: можно считать, что кривая подходит достаточно близко к своей асимптоте, если экстремумы кривой размыты, вытянуты вдоль оси расстояний или имеется отчетливо выраженный участок кривой, идущей почти параллельно этой оси. В таких случаях достаточно точное для практических надобностей определение истинных удельных сопротивлений промежуточных слоев становится возможным даже без особых интерпретаторских навыков.

Можно, однако, поставить вопрос об отыскании более объективных приемов определения удельного сопротивления промежуточных слоев, устанавливая тем самым, хотя бы приближенно, границы применимости принципа эквивалентности. Такое исследование для трехслойных разрезов было проведено А. И. Богдановым¹, построившим для случая $\rho_3 = \infty$ практически удобную палетку, позволяющую иногда интерпретировать кривые вертикальных электрических зондирований при неизвестном удельном сопротивлении второго слоя. Когда $\rho_3 = \infty$, т. е. подстилающая среда, является совершенным непроводником, положение правой асимптоты к кривой

¹ Позднее графики, иллюстрирующие границы действия принципа эквивалентности, были разработаны А. М. Пылаевым.

вертикального электрического зондирования определяется, как уже известно, уравнением Гуммеля

$$S = \frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2} = \frac{h_1}{\rho_1} \left(1 + \frac{h_2 \rho_1}{h_1 \rho_2} \right),$$

где h_1 и h_2 — мощности; ρ_1 и ρ_2 — удельные сопротивления первого и второго слоев; S — продольная проводимость их совокупности.

Величина S определяется по заданной кривой зондирования как абсцисса точки пересечения асимптоты к правой части этой кривой с прямой, параллельной оси расстояний, проходящей на высоте ординаты, равной единице (т. е. практически с осью абсцисс на логарифмической бумаге). По левой ветви кривой зондирования определяются величины h_1 и ρ_1 . Таким образом, приведенное равенство можно рассматривать как уравнение относительно неизвестных h_2 и ρ_2 или, лучше, отношений $\frac{h_2}{h_1}$ и $\frac{\rho_2}{\rho_1}$.

Для составления второго уравнения с теми же неизвестными А. И. Богданов предлагает воспользоваться значением отношения ρ_1 к величине наименьшего кажущегося удельного сопротивления, снятого с кривой зондирования. Значение этого отношения, как об этом можно заключить из рассмотрения формул для ρ_{Rr} , является функцией тех же неизвестных $\frac{h_2}{h_1}$ и $\frac{\rho_2}{\rho_1}$. Решение совокупности двух уравнений можно провести графическим способом, для чего строим две кривые:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \left(S \frac{\rho_1}{h_1} - 1 \right), \quad \frac{\rho_1}{(\rho_{Rr})_{\min}} = f \left(\frac{h_2}{h_1}, \frac{\rho_2}{\rho_1} \right),$$

причем вторую из этих кривых определяем графически, используя материал альбома трехслойных кривых. Точка пересечения обеих кривых даст нам значения $\frac{h_2}{h_1}$ и $\frac{\rho_2}{\rho_1}$, по которым уже нетрудно найти h_2 и ρ_2 .

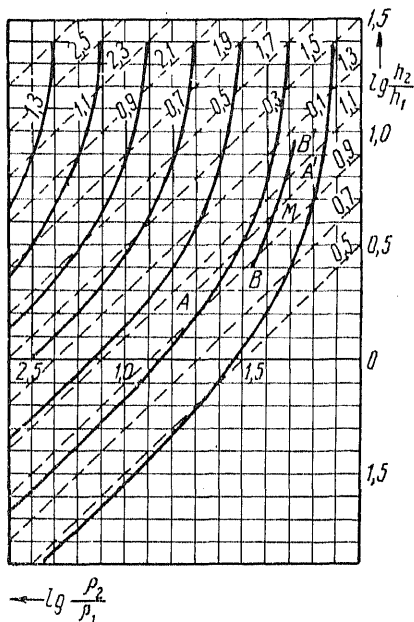


Рис. 68. Палетка А. И. Богданова.

Для практических надобностей удобно выполнить построение двух семейств кривых (рис. 68) на билогарифмической бумаге, задаваясь различными значениями S и $\frac{Q_1}{(Q_K)_{\min}}$, что нам даст график, изображенный на рис. 67. Пользуясь этим графиком, можно путем весьма несложных операций проинтерпретировать кривую зондирования рассматриваемого типа.

В качестве примера, иллюстрирующего применения этого графика для целей интерпретации, рассмотрим следующую задачу. По наблюдаемой кривой зондирования определены $S = 2,76$, $h_1 = 14$, $Q_1 = 56$ и $(Q_K)_{\min} = 32$, требуется найти h_2 и Q_2 . Составляя разность $(S \frac{Q_1}{h_1} - 1)$ и отношение $\frac{Q_1}{(Q_K)_{\min}}$, получаем соответственно 11,04 и 1,75. По логарифму первого числа 1,04 выбираем на графике прямую AA' , по логарифму второго числа 0,24 — кривую BB' . Координаты точки M их пересечения будут $\lg \frac{h_2}{h_1} = 0,65$, $\lg \frac{Q_2}{Q_1} = 1,37$, откуда $\frac{h_2}{h_1} = 4,5$ и $\frac{Q_2}{Q_1} = 0,23$. Так как в заданном случае $h_1 = 14$, $Q_1 = 56$, то, следовательно, $h_2 = 61$ и $Q_2 = 13$.

§ 23. ШАР В ПОЛЕ ОДНОРОДНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

Задача о распределении тока в среде, в которой помещен шар из материала с удельным сопротивлением, отличным от удельного сопротивления среды, принадлежит к числу задач теории электропроводности, решенных еще в самом начале построения этой теории.

Впервые это решение было дано в 1928 г. Гуммелем, использовавшим метод зеркальных изображений, разработанный Максвеллом. Задача, разрешенная Гуммелем, может быть сформулирована следующим образом: в поле однородного электрического тока, текущего в среде с удельным сопротивлением Q_0 помещен шар радиуса a (рис. 69), удельное сопротивление вещества которого Q_1 . Требуется найти формулы,

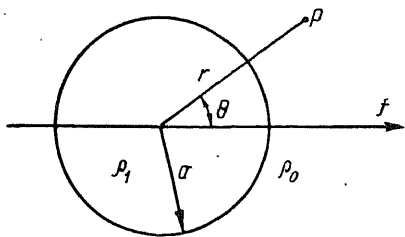


Рис. 69. Шар в однородном поле тока.

характеризующие распределение потенциала как вне, так и внутри шара. Знание этого распределения можно использовать на практике для определения как деформации линий равного потенциала, так и закономерностей в изменениях кажущегося удельного сопротивления при профилировании над сферой посредством установки с перемещающимися измерительными электродами и неподвиж-

ными — питающими. Хотя на практике нам не приходится встречаться с однородным электрическим током, тем не менее эти выводы можно рассматривать как первое приближение при решении той задачи, которую может выдвинуть практика.

Проведем решение сформулированной выше задачи, не прибегая к помощи метода изображений, использовав общий прием решения подобного рода задач: отыскания интеграла уравнения Лапласа, удовлетворяющего определенным граничным условиям. В случае однородного электрического тока в каждой точке однородной безграничной среды вектор плотности тока одинаков по величине и направлению. Выбрав это направление за направление оси x , можно для плотности написать

$$j = \frac{1}{\epsilon_0} E = -\frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial U_0}{\partial x} = \text{const}$$

или после интегрирования

$$U_0 = -j \epsilon_0 x + C.$$

Так как выбор константы C не имеет существенного значения при решении задачи, то мы положим $C = 0$, т. е. примем для потенциала, не возмущенного присутствием шара, поля электрического тока формулу

$$U_0 = -j \epsilon_0 x.$$

В присутствии шара поле тока искажается, и так как характер этих искажений во внешнем пространстве и внутри шара может быть различным, то примем, что потенциальная функция выражается формулами:

во внешнем пространстве

$$U_e = U_0 + U_1;$$

внутри шара

$$U_i = U_0 + U_2,$$

где U_1 и U_2 — те добавочные функции, которые определяют искажающее действие шара. Функции U_0 , U_e и U_i , а следовательно, и U_1 и U_2 должны как потенциальные функции удовлетворять уравнению Лапласа, и потому последние две функции можно искать как интегралы названного уравнения.

Введя сферическую систему координат r, θ, φ с началом в центре шара и полярной осью, выбранной по направлению тока, напишем уравнение Лапласа в виде

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} = 0.$$

Так как можно считать очевидным, что искажающее действие шара характеризуется осевой симметрией, причем осью симметрии является полярная ось выбранной системы координат, то потенциалы U_1 и U_2 не должны зависеть от азимутального угла φ , а следовательно, можно искать эти функции как интегралы уравнения

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) = 0, \quad (38)$$

получающегося из предыдущего, если положить $\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}$ равным нулю. Решение последнего уравнения будем искать в виде произведения

$$U(r, \theta) = u(r)v(\theta),$$

где функция u зависит только от r , а функция v — только от θ . Подставляя это выражение для U в уравнение (38), получим

$$v \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{du}{dr} \right) + \frac{u}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dv}{d\theta} \right) = 0$$

или после деления на uv

$$\frac{1}{u} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{du}{dr} \right) + \frac{1}{v \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dv}{d\theta} \right) = 0.$$

В силу того обстоятельства, что левая часть последнего равенства состоит из двух не зависящих друг от друга функций, мы вправе написать

$$\frac{1}{u} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{du}{dr} \right) = m, \quad \frac{1}{v \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dv}{d\theta} \right) = -m,$$

где m — некоторая произвольная постоянная. Если $m = n(n+1)$, где n — целое число, то первое из написанных уравнений удовлетворяется, как это нетрудно проверить, функциями

$$u(r) = r^n, \quad v(\theta) = r^{-(n+1)}.$$

В этом случае второе уравнение принимает вид:

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dv}{d\theta} \right) + n(n+1)v = 0.$$

Последнее уравнение есть уравнение Лежандра, интегралом которого, как известно, являются

$$v(\theta) = P_n(\cos \theta), \quad v(\theta) = Q_n(\cos \theta),$$

где $P_n(\cos \theta)$ — полином Лежандра n -го порядка первого рода от $\cos \theta$, а $Q_n(\cos \theta)$ — полином Лежандра n -го порядка второго рода. Поскольку, однако, последние при $\theta = 0$ имеют логарифмическую бесконечность, то в выражении потенциала они не могут присут-

ствовать. В противном случае нарушалось бы требование конечности потенциала в точках, где нет источников поля.

Следовательно, частный интеграл уравнения (38) может быть представлен в виде

$$U_n(r, \theta) = [A_n r^n + B_n r^{-(n+1)}] P_n(\cos \theta),$$

причем n может иметь любое целое значение. Беря сумму таких решений при всех возможных целочисленных значениях n , мы тоже получим выражение, удовлетворяющее уравнению (38), и поэтому в качестве общего интеграла названного уравнения можно принять функцию

$$U_n(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n r^n + B_n r^{-(n+1)}] P_n(\cos \theta). \quad (39)$$

Постоянные A_n и B_n , входящие в формулу (39), должны быть выбраны таким образом, чтобы удовлетворялись следующие условия решаемой задачи.

1. Функции U_1 и U_2 должны быть всюду конечны, так как внесение пара в среду не предполагает внесения в нее источников тока.

2. Функция U_1 для бесконечно удаленных от начала координат точек должна обращаться в нуль, другими словами, искажающее действие пара для этих удаленных точек отсутствует.

3. На границе пара с средой, т. е. при $r = a$ независимо от угла θ , должны выполняться требования

$$U_e(a, \theta) = U_i(a, \theta), \quad \left(\frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial U_e}{\partial r} \right)_{r=a} = \left(\frac{1}{\epsilon_1} \frac{\partial U_i}{\partial r} \right)_{r=a},$$

т. е. потенциал и нормальная составляющая плотности тока должны быть непрерывны.

Для выполнения условия 1 в функции U_2 не может присутствовать член, содержащий $r^{-(n+1)}$, так как при $r \rightarrow 0$ он обращается в бесконечность. Поэтому по условию 1 требуется, чтобы коэффициенты B_n в выражении для U_2 были тождественно равны нулю.

Аналогичным образом для выполнения условий 2 необходимо принять тождественно равными нулю коэффициенты A_n в выражении для U_1 , так как в противном случае в нем присутствовали бы члены, обращающиеся в бесконечность при увеличении r до бесконечности.

Следовательно, в силу существования условий 1 и 2 можно написать

$$U_1 = \sum_{n=0}^{\infty} B_n r^{-(n+1)} P_n(\cos \theta),$$

$$U_2 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n r^n P_n(\cos \theta).$$

При выбранной форме выражения для U_1 достаточно больших r значение этой функции становится сколь угодно близким к нулю, и потому $U_e = U_0 + U_1$ сколь угодно близко к U_0 . Так как $U_0 = -j \varrho_0 x = -j \varrho_0 r \cos \theta$ и $\cos \theta = P_1(\cos \theta)$, как это известно из теории полиномов Лежандра, то

$$U_e = -j \varrho_0 r P_1(\cos \theta) + \sum_{n=0}^{\infty} B_n r^{-(n+1)} P_n(\cos \theta),$$

$$U_i = -j \varrho_0 r P_1(\cos \theta) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n r^n P_n(\cos \theta).$$

Для определения коэффициентов A_n и B_n воспользуемся условием 3. Так как второе требование этого условия содержит производные по r , то предварительно найдем эти производные:

$$\frac{\partial U_e}{\partial r} = -j \varrho_0 P_1(\cos \theta) - \sum_{n=0}^{\infty} B_n (n+1) r^{-(n+2)} P_n(\cos \theta),$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial r} = -j \varrho_0 P_1(\cos \theta) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n n r^{n-1} P_n(\cos \theta).$$

Таким образом, для выполнения требований условия 3 необходимо положить

$$\begin{aligned} & -j \varrho_0 a P_1(\cos \theta) + \sum_{n=0}^{\infty} B_n a^{-(n+1)} P_n(\cos \theta) = \\ & = -j \varrho_0 a P_1(\cos \theta) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n a^n P_n(\cos \theta), \\ & -j P_1(\cos \theta) - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1) B_n}{\varrho_0} a^{(n+2)} P_n(\cos \theta) = \\ & = -j \frac{\varrho_0}{\varrho_1} P_1(\cos \theta) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n A_n}{\varrho_1} a^{n-1} P_n(\cos \theta). \end{aligned}$$

Так как эти равенства должны выполняться при всех значениях θ , то коэффициенты у полиномов Лежандра одинакового порядка в правой и левой частях каждого из написанных равенств должны быть равны, т. е.

$$\left. \begin{aligned} B_0 a^{-1} &= A_0, \\ -j \varrho_0 a + B_1 a^{-2} &= -j \varrho_0 a + A_1 a, \\ B_2 a^{-3} &= A_2 a^2, \\ \dots \dots \dots & \dots \dots \dots \\ B_k a^{-(k+1)} &= A_k a^k, \\ \dots \dots \dots & \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{1}{Q_0} B_0 a^{-2} &= 0, \\
 -j - \frac{2}{Q_0} B_1 a^{-3} &= -j \frac{Q_0}{Q_1} + \frac{1}{Q_1} A_1 a^0, \\
 \frac{3}{Q_0} B_2 a^{-4} &= \frac{2}{Q_1} A_2 a, \\
 \dots &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\
 \frac{k+1}{Q_0} B_k a^{-k} &= \frac{k}{Q_1} A_k a^{k-1}.
 \end{aligned} \right\} (41)$$

Из первого уравнения системы (41) сразу же находим $B_0 = 0$ и в согласии с первым уравнением системы (40) получаем $A_0 = 0$. Вторые уравнения обеих систем, которые мы перепишем в виде

$$\begin{aligned}
 B_1 &= A_1 a^3, \\
 \frac{1}{Q_1} A_1 + \frac{2}{Q_0} B_1 a^{-3} &= j \left(\frac{Q_0}{Q_1} - 1 \right),
 \end{aligned}$$

позволяют найти A_1 и B_1 . Подставляя в последнее уравнение вместо B_1 произведение $A_1 a^3$, получим

$$\frac{1}{Q_1} A_1 + \frac{2}{Q_0} A_1 = j \frac{Q_0 - Q_1}{Q_1}$$

или

$$A_1 = j Q_0 \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0 + 2Q_1},$$

поэтому

$$B_1 = j Q_0 \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0 + 2Q_1} a^3.$$

Третьи и все последующие уравнения систем (40) и (41) образуют пары вида

$$B_k = A_k a^{2k+1}, \quad \frac{k+1}{Q_0} B_k = \frac{k}{Q_1} A_k a^{2k+1},$$

которые удовлетворяются лишь значениями $A_k = B_k = 0$. Таким образом, определение коэффициентов можно считать законченным и написать

$$U_e(r, \theta) = -j Q_0 r P_1(\cos \theta) + j Q_0 \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0 + 2Q_1} \frac{a^3}{r^2} P_1(\cos \theta),$$

$$U_i(r, \theta) = -j Q_0 r P_1(\cos \theta) + j Q_0 \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0 + 2Q_1} r P_1(\cos \theta).$$

Мы уже отметили, что $P_1(\cos \theta) = \cos \theta$, поэтому $rP_1(\cos \theta) = r \cos \theta = x$ и выражения для U_e и U_i можно представить в более простом виде:

$$U_e(r, \theta) = -j \varrho_0 \left(1 - \frac{\varrho_0 - \varrho_1}{\varrho_0 + 2\varrho_1} \frac{a^3}{r^3} \right) x,$$

$$U_i(r, \theta) = -j \varrho_0 \left(1 - \frac{\varrho_0 - \varrho_1}{\varrho_0 + 2\varrho_1} \right) x = -j \varrho_0 \frac{3\varrho_1}{\varrho_0 + 2\varrho_1} x.$$

Полученный результат может быть интерпретирован следующим образом: шар из материала с удельным сопротивлением, меньшим удельного сопротивления внешней среды, вносит искажения в распределение потенциала поля однородного тока, эквивалентные действию диполя, помещенного в центре шара с осью, направленной по оси x , и с моментом, равным

$$j \varrho_0 \frac{\varrho_0 - \varrho_1}{\varrho_0 + 2\varrho_1} a^3.$$

Внутри шара поле остается однородным, но изменяется по величине, сохраняя первоначальное направление. В случае противоположного соотношения удельных сопротивлений шара и среды получим аналогичную же интерпретацию с той лишь разницей,

что ориентировка оси эквивалентного диполя будет противоположной.

На рис. 70 представлены результаты расчета распределения эквипотенциальных линий в плоскости, касательной к шару, для случая $\frac{\varrho_1}{\varrho_0} = 0,01$.

Если шар залегает в среде, заполняющей полупространство, пронизанное однородным электрическим током, вычисление искажений, вносимых в распределение потенциала его присутствием, является задачей значительно более сложной, сводящейся, как мы уже знаем, к определению искажающего действия в полном пространстве двух шаров — одного действительного и другого — отражения этого действительного шара от границы раздела. Сложность задачи обуславливается необходимостью учета действия этих шаров друг на друга, так как каждый из них оказывается находящимся не в однородном поле тока, а в поле тока, измененного присутствием другого шара. Лишь с некоторым приближением можно считать,

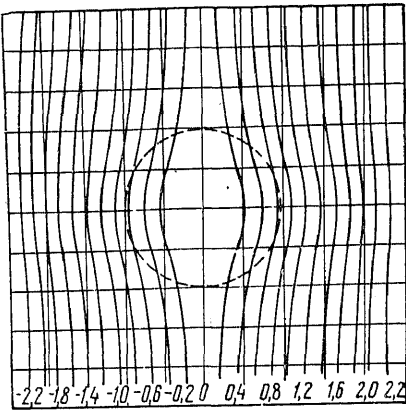


Рис. 70. Эквипотенциальные линии над шаром.

что искажения, вносимые в распределение потенциала в плоскости границы раздела двух полупространств одним шаром, равны удвоенной величине искажений, вносимых этим шаром в той же плоскости, если второе полупространство представить себе заполненным веществом, окружающим шар. Погрешность, вносимая таким допущением, будет тем больше, чем ближе к границе раздела находится шар.

Учитывая некоторую произвольность такого допущения, мы все же попытаемся решить задачу, которая может иметь практическое значение, — задачу определения элементов залегания шара под поверхностью раздела по наблюдаемым искажениям, вносимым им в распределение потенциала, наблюдаемое на поверхности раздела. С условиями, близкими к условиям такой задачи, мы можем встретиться при определении эквипотенциальных линий между линейными электродами. В этом случае поле тока в средних частях планшета можно считать с известным приближением однородным и применить к нему те выводы, которые мы получили при изучении искажающих действий шара на однородное токовое поле. Действие границы раздела земля — воздух в согласии со сказанным учитывается путем удвоения второго слагаемого в формуле для $U_e(r, \theta)$, т. е. примем, что распределение потенциала на поверхности земли будет определяться выражением

$$U_e(r, \theta) = -j \varrho_0 \left(1 - 2 \frac{\varrho_0 - \varrho_1}{\varrho_0 + 2\varrho_1} \frac{a^3}{r^3} \right) x, \quad (42)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}$, если через h обозначить глубину залегания центра шара под поверхностью земли. Так как искажающее действие будет наиболее ярко выражено вдоль линии, проходящей над центром сферической залежки параллельно направлению тока, то при решении поставленной задачи сконцентрируем внимание на распределении потенциала вдоль этого направления.

Эквипотенциальная линия, проходящая на расстоянии x' от начала координат в отсутствии шара, будет смещена действием шара на расстояние x' вдоль рассматриваемого направления. Величину этого смещения $x - x'$, которое практически можно определить как наибольшее расстояние точки эквипотенциальной кривой от ее асимптоты, теоретически можно найти из уравнения

$$x' = \left(1 - 2 \frac{\varrho_0 - \varrho_1}{\varrho_0 + 2\varrho_1} \frac{a^3}{r^3} \right) x, \quad (43)$$

где $r = \sqrt{x^2 + h^2}$, так как вдоль выбранного направления $y = 0$. Уравнение (43) получено путем приравнивания правой части равенства (42) $U_0 = -j \varrho_0 x$, являющегося уравнением эквипотенциальной линии, соответствующей такому же значению потенциала, что

и линия, определенная уравнением (42), но в отсутствии шара. Из формулы (43) получаем

$$x - x' = 2 \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0 + 2Q_1} \frac{a^3 x}{(x^2 + h^2)^{3/2}}.$$

Последнее равенство можно рассматривать как уравнение, связывающее смещение эквипотенциальной кривой в функции от абсциссы точки, в которой это смещение наблюдается. Это смещение будет наибольшим при том значении x , при котором функция $\frac{x}{(x^2 + h^2)^{3/2}}$ имеет максимальное значение. Последнее будет при $x = \pm \frac{h}{\sqrt{2}}$. Таким образом, имеем правило, позволяющее определить глубину залегания центра шара под земной поверхностью, равную половине расстояния между точками с максимальными отклонениями эквипотенциальных линий от прямолинейной формы, умноженного на $\sqrt{2}$. Так как величина этого наибольшего отклонения определяется равенством

$$(x - x')_{\max} = 2 \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0 + 2Q_1} \frac{a^3}{h^3} \frac{2}{3\sqrt{3}},$$

то при известных Q_0 , Q_1 и определенном по указанному правилу h можно вычислить радиус шара a по формуле

$$a = \sqrt[3]{\frac{(x - x')_{\max} h^3 3\sqrt{3}}{4 \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0 + 2Q_1}}}.$$

Решение задачи на этом можно считать окончанным. Заметим лишь, что для однозначного определения размеров сферической залежи необходимо, как мы только что убедились, знание удельных сопротивлений материала шара и вмещающей среды.

§ 24. ШАР В ПОЛЕ ТОЧЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОДОВ

Несколько сложнее задача о распределении потенциала в поле точечных электродов в присутствии шара. Рассмотрим эту задачу. Ее решение позволит установить некоторые интересные особенности, с которыми приходится встречаться в электроразведке. Решение ее начнем с исследования задачи о распределении потенциала от одного источника. Для учета действия второго электрода следует воспользоваться свойством суперпозиции полей.

Предположим (рис. 74), что на расстоянии d от центра шара радиуса a , помещенного в безграничную проводящую среду, находится точечный электрод A , питаемый током силы I . Удельное со-

противление материала шара обозначим через ρ_2 , а удельное сопротивление вмещающей среды через ρ_1 . Требуется найти распределение потенциала вне и внутри шара.

Обозначим искомые потенциальные функции для внешней и внутренней области соответственно через U_e и U_i . Можно считать каждую из них суммой двух функций: потенциальной функции $U_0 = \frac{I \rho_1}{4\pi R}$, определяющей распределение потенциала от точечного источника в однородной среде, и функции, имеющей размерность потенциала и выражающей собой искажающее действие шара. При таком представлении можно написать

$$U_e = U_0 + U_1, \quad U_i = U_0 + U_2.$$

Можно утверждать, что искажающее действие шара будет обладать осевой симметрией с осью, проходящей через центр шара и электрод. Выбрав сферическую систему координат с началом в центре шара и полярной осью, направленной к электроду, в силу отмеченной симметричности искажающих действий шара можно считать функции U_1 и U_2 не зависящими от азимутального угла и поэтому дифференциальное уравнение, интегралами которого они являются, написать в виде

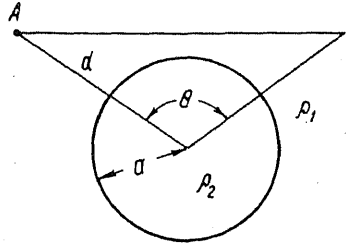


Рис. 71. Шар в поле точечного электрода в безграничной среде.

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) = 0.$$

Общим решением этого уравнения является функция

$$U(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n r^n + B_n r^{-(n+1)}] P_n(\cos \theta),$$

причем коэффициенты A_n и B_n будут различными для U_1 и U_2 . При определении коэффициентов необходимо знать те условия, которым названные функции должны удовлетворять, поэтому следует сформулировать их в сжатой форме.

1. Функции $U_1(r, \theta)$ и $U_2(r, \theta)$ должны быть всюду конечны.
2. Функция $U_1(r, \theta)$ при весьма больших значениях должна обращаться в нуль независимо от угла θ .
3. На границе шара должны выполняться требования

$$U_1(a, \theta) = U_2(a, \theta), \quad \left(\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial U_1}{\partial r} \right)_{r=a} = \left(\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial U_2}{\partial r} \right)_{r=a}.$$

Для выполнения условий 1 и 2 необходимо, чтобы U_1 и U_2 имели вид:

$$U_1 = \sum_{n=0}^{\infty} B_n r^{-(n+1)} P_n(\cos \theta),$$

$$U_2 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n r^n P_n(\cos \theta).$$

Потенциальная функция U_0 для точечного электрода в однородной среде дается выражением

$$U_0 = \frac{I Q_1}{4\pi R},$$

где R — расстояние точки, для которой ищется потенциал от электрода. Определяя точку координатами r, θ , а электрод координатами $r = d$ и $\theta = 0$, как это, очевидно, бывает при сделанном нами выборе направления полярной оси, получим

$$R = \sqrt{d^2 + r^2 - 2rd \cos \theta}.$$

По условию задачи электрод находится вне шара, поэтому для точек, лежащих внутри сферы радиуса, меньшего d , можно написать

$$\frac{1}{R} = \left[d \sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2 - 2 \frac{r}{d} \cos \theta} \right]^{-1} =$$

$$= \frac{1}{d} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{d}\right)^n P_n(\cos \theta),$$

так как $\frac{r}{d} < 1$. Учитывая все сказанное, для функций U_e и U_i запишем формулы

$$U_e(r, \theta) = \frac{I Q_1}{4\pi d} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{d}\right)^n P_n(\cos \theta) + \sum_{n=0}^{\infty} B_n r^{-(n+1)} P_n(\cos \theta),$$

$$U_i(r, \theta) = \frac{I Q_1}{4\pi d} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{d}\right)^n P_n(\cos \theta) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n r^n P_n(\cos \theta)$$

или, обозначая для краткости $\frac{I Q_1}{4\pi}$ через q и делая очевидные преобразования,

$$U_e = \sum_{n=0}^{\infty} \left[q \frac{r^n}{d^{n+1}} + B_n r^{-(n+1)} \right] P_n(\cos \theta),$$

$$U_i = \sum_{n=0}^{\infty} \left[q \frac{r^n}{d^{n+1}} + A_n r^n \right] P_n(\cos \theta).$$

Составляя равенства условия 3 можно найти

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \left[q \frac{a^n}{d^{n+1}} + B_n a^{-(n+1)} \right] P_n(\cos \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[q \frac{a^n}{d^{n+1}} + A_n a^n \right] P_n(\cos \theta), \\ \sum_{n=0}^{\infty} \left[q \frac{na^{n-1}}{Q_1 d^{n+1}} - \frac{(n+1)}{Q_1} B_n a^{-(n+2)} \right] P_n(\cos \theta) &= \\ = \sum_{n=1}^{\infty} \left[q \frac{na^{n-1}}{Q_2 d^{n+1}} + \frac{n}{Q_2} A_n a^{n-1} \right] P_n(\cos \theta). \end{aligned}$$

Так как эти равенства должны удовлетворяться при всех значениях θ , то необходимо, чтобы коэффициенты у полиномов Лежандра одинаковых порядков в каждом из этих равенств были равны. Это дает нам возможность составить две системы равенств, которые в общем виде можно записать так:

$$\begin{aligned} q \frac{a^n}{d^{n+1}} + B_n a^{-(n+1)} &= q \frac{a^n}{d^{n+1}} + A_n a^n, \\ q \frac{n}{Q_1} \frac{a^{n-1}}{d^{n+1}} - \frac{n+1}{Q_1} B_n a^{-(n+2)} &= q \frac{n}{Q_2} \frac{a^{n-1}}{d^{n+1}} + \frac{n}{Q_2} A_n a^{n-1}, \\ n &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

или после очевидных преобразований

$$\begin{aligned} B_n &= A_n a^{2n+1}, \\ \frac{n}{Q_2} A_n a^{2n+1} + \frac{n+1}{Q_1} B_n &= q_n \frac{a^{n-1}}{d^{n+1}} \left(\frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_2} \right), \\ n &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Решая эту систему относительно неизвестных A_n и B_n , получим

$$\begin{aligned} A_n &= q \frac{(Q_2 - Q_1) n}{Q_1 n + Q_2 (n+1)}, \\ B_n &= q \frac{(Q_2 - Q_1) n}{Q_1 n + Q_2 (n+1)} \frac{a^{2n+1}}{d^{n+1}}. \end{aligned}$$

Подставляя найденные значения A_n и B_n в выражения для потенциальных функций U_e и U_i , можно написать

$$\begin{aligned} U_e(r, \theta) &= \frac{q}{d} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{d} \right)^n P_n(\cos \theta) + q \sum_{n=0}^{\infty} Q_n \frac{a^{2n+1}}{d^{n+1}} r^{-(n+1)} P_n(\cos \theta) = \\ &= q \left[\frac{1}{R} + \sum_{n=0}^{\infty} Q_n \frac{a^{2n+1}}{d^{n+1} r^{n+1}} P_n(\cos \theta) \right], \end{aligned}$$

$$U_i(r, \theta) = \frac{q}{d} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{d}\right)^n P_n(\cos \theta) + q \sum_{n=0}^{\infty} Q_n \frac{r^n}{d^{n+1}} P_n(\cos \theta) =$$

$$= q \left[\frac{1}{R} + \sum_{n=0}^{\infty} Q_n \frac{r^n}{d^{n+1}} P_n(\cos \theta) \right],$$

где для краткости дробь $\frac{(Q_2 - Q_1)n}{Q_1 n + Q_2(n+1)}$ обозначена через Q_n . Полученные результаты позволят нам составить себе представление о некоторых особенностях тех явлений, с которыми приходится встречаться в электроразведке.

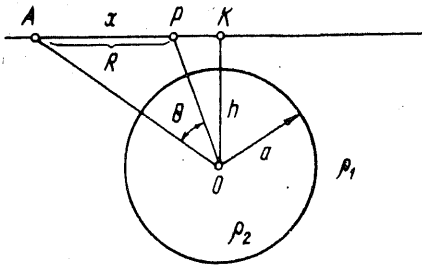


Рис. 72. Шар в поле точечного электрода около границы земля — воздух.

Попытаемся в первую очередь хотя бы с грубым приближением определить характер изменений кажущегося удельного сопротивления, если измерительная установка перемещается по земной поверхности над включением, подходящим по форме к шару. Результаты решения этой задачи помогут нам понять причины своеобразности изменений кажущихся удельных сопротивлений, которая при неправильном понимании явления может привести к ложности в трактовке материалов электроразведочных наблюдений.

Переходя к решению намеченной задачи, прежде всего дадим точную ее формулировку. Предположим, что на глубине h (рис. 72) под поверхностью земли находится центр шара радиуса a , построенного из материала с удельным сопротивлением ρ_2 . Удельное сопротивление вмещающей среды обозначим через ρ_1 . На дневной поверхности на расстоянии x от точки, лежащей над центром шара, находится электрод, через который вводится в землю ток силы I . Измерительная установка, состоящая из электродов MN , расположенных на весьма малом расстоянии друг от друга, перемещается над центром шара вдоль прямой, проходящей через питающий электрод. Выполнив измерения, необходимые для вычисления кажущегося удельного сопротивления, обрабатываем их по известной формуле

$$Q_n = \frac{E}{I} 2\pi R^2,$$

где $E = \frac{\Delta U}{l}$, причем ΔU — разность потенциалов, измеренная между электродами M и N ; l — расстояние между ними; R — расстояние установки от питающего электрода.

В том случае, когда под земной поверхностью залегает шарообразное тело иной проводимости, чем вмещающая среда, закон изменения E в зависимости от R можно получить в приближенной форме путем дифференцирования формулы для потенциала точечного источника в присутствии шара. Полученная таким образом формула для $U_e(r, \theta)$ не может быть в данном случае использована непосредственно, так как она не учитывает наличия границы раздела земля — воздух. В первом приближении влияние этой границы раздела выражается удвоением искажающих действий шара, и поэтому формулу, дифференцирование которой даст нам искомое E , можно принять в виде

$$U_e(r, \theta) = \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{R} + 2 \sum_{n=0}^{\infty} P_n \frac{a^{2n+1}}{d^{n+1} r^{n+1}} P_n(\cos \theta) \right],$$

причем дифференцирование следует провести по переменной R .

Дифференцируя, получим

$$E = \frac{I Q_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{R^2} + 2 \sum_{n=0}^{\infty} P_n \frac{a^{2n+1}}{d^{n+1}} \left[\frac{n+1}{r^{n+2}} \frac{\partial r}{\partial R} P_n(\cos \theta) - \frac{1}{r^{n+1}} \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \cos \theta} \frac{\partial \cos \theta}{\partial R} \right] \right\}.$$

Чтобы иметь возможность воспользоваться полученной формулой, нам следует выразить производные $\frac{\partial r}{\partial R}$ и $\frac{\partial \cos \theta}{\partial R}$ через величины, входящие в условия задачи. Обращаясь к рис. 72, на котором A обозначает электрод, P — пункт наблюдения, O — центр шара и K — его проекцию на линию наблюдений, можно написать

$$r = \sqrt{R^2 + d^2 - 2Rd \cos \alpha},$$

$$\cos \theta = \frac{d - R \cos \alpha}{r},$$

где R — расстояние AP ; d — расстояние AO ; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{x}$.

Из этих выражений получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial R} &= \frac{R - d \cos \alpha}{\sqrt{R^2 + d^2 - 2Rd \cos \alpha}} = \frac{R - d \cos \alpha}{r}, \\ \frac{\partial \cos \theta}{\partial R} &= \frac{1}{r^2} \left[-r \cos \alpha - (d - R \cos \alpha) \frac{\partial r}{\partial R} \right] = \\ &= \frac{1}{r^2} \left[-r \cos \alpha - \frac{(d - R \cos \alpha)(R - d \cos \alpha)}{r} \right] = \\ &= \frac{1}{r^3} [(-r^2 + d^2 + R^2) \cos \alpha - R d \cos^2 \alpha - R d]. \end{aligned}$$

Из формулы для R следует, что выражение, стоящее в круглых скобках, равно $2R d \cos \alpha$, и потому

$$\frac{\partial \cos \alpha}{\partial R} = \frac{1}{r^3} (2R d \cos^2 \alpha - R d \cos^2 \alpha - R d) = -\frac{R d \sin^2 \alpha}{r^3}.$$

Располагая выражениями для производных и учитывая, что

$$\frac{d P_n(\cos \theta)}{d \cos \theta} = -\frac{n+1}{\sin^2 \theta} [P_{n+1}(\cos \theta) - \cos \theta P_n(\cos \theta)],$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \theta} = \frac{r}{R},$$

получим

$$E = \frac{I Q_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{R^2} + 2 \sum_{n=0}^{\infty} P_n \frac{a^{2n+1}}{d^{n+1} r^{n+3}} \frac{n+1}{R} \times \right. \\ \left. \times [(R^2 - R d \cos \alpha + r d \cos \theta) P_n(\cos \theta) - r d P_{n+1}(\cos \theta)] \right\}.$$

Нетрудно показать, что

$$R^2 - R d \cos \alpha + r d \cos \theta = r^2 + d^2 - 2r d \cos \theta - R d \cos \alpha + r d \cos \theta = \\ = r^2 + d^2 - d(r \cos \theta + R \cos \alpha) = r^2 + d^2 - d^2 = r^2,$$

поэтому, подставляя полученное выражение для E в формулу для Q_K , найдем

$$Q_K = Q_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=0}^{\infty} Q_n \frac{a^{2n+1} R}{d^{n+1} r^{n+2}} (n+1) [r P_n(\cos \theta) - d P_{n+1}(\cos \theta)] \right\}.$$

На рис. 73 дана кривая, иллюстрирующая полученную формулу. Расчет кривой выполнен для значений $h = 3$, $x = 4$, $a = 2,5$, $\frac{Q_2}{Q_1} = 100$. Характерной особенностью этой кривой является наличие ярко выраженного максимума Q_K над шаром и двух минимумов по обе стороны от области максимальных значений кажущегося удельного сопротивления. В области минимумов значение Q_K опускается ниже величины удельного сопротивления вмещающей среды.

Со всей точностью влияние границы раздела земля — воздух можно учесть для того случая, когда распределение кажущегося сопротивления ищется вдоль профиля, проходящего через питающий электрод и центр полусферической области, пересекаемой земной поверхностью, заполненной материалом иной проводимости, чем окружающая среда. Дополняя по общему правилу верхнее полупространство нижним, приходим к задаче, решенной нами выше

с некоторыми лишь упрощениями. В этом случае направление R совпадает с направлением d и угол θ принимает значение либо нуль, либо π , т. е. $\cos \theta$ равен $+1$ или -1 . Так как $P_n(1) = 1$ и $P_n(-1) = (-1)^n$, то выражение для q_n упрощается и принимает вид:

$$q_n = q_1 \left[1 - \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) q_n \frac{a^{2n+1} R^2}{d^{n+1} r^{n+2}} \right],$$

где $r = d - R$. Эта формула применима для вычисления кажущегося удельного сопротивления для точек, расположенных между питающим электродом и ближайшим к нему бортом полусферической области.

Вторая формула, применяемая для точек, лежащих по другую сторону сферической области, имеет вид:

$$q_n = q_1 \left[1 + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (n+1) \times \right. \\ \left. \times q_n \frac{a^{2n+1} R^2}{d^{n+1} r^{n+2}} \right],$$

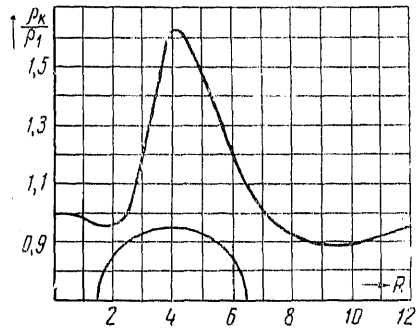


Рис. 73. Кажущееся удельное сопротивление над шаром.

где $r = R - d$.

Формулы для кажущегося сопротивления в точках, находящихся внутри полусферической области, получим дифференцированием по R выражения для $U_i(r, \theta)$, которое для нашего случая можно переписать как

$$U_i = \frac{I q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{R} + \sum_{n=0}^{\infty} q_n \frac{r^n}{a^{n+1}} \right]$$

или

$$U_i = \frac{I q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{R} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n q_n \frac{r^n}{a^{n+1}} \right].$$

Первая из написанных формул применима для вычисления потенциала точек, расположенных по ту же сторону относительно центра полусферической области, что и питающий электрод. В этой формуле $r = d - R$. Вторая формула позволяет вычислить потенциал точек, лежащих со стороны, противоположной электроду; в ней

$r = R - d$. В соответствии с этими двумя формулами для потенциала можно написать две формулы для E :

$$E = \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{R^2} + \sum_{n=0}^{\infty} n Q_n \frac{r^{n-1}}{d^{n+1}} \right],$$

$$E = \frac{I Q_1}{2\pi} \left[\frac{1}{R^2} - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n n Q_n \frac{r^{n-1}}{d^{n+1}} \right].$$

Следовательно, две формулы для кажущегося удельного сопротивления будут иметь вид:

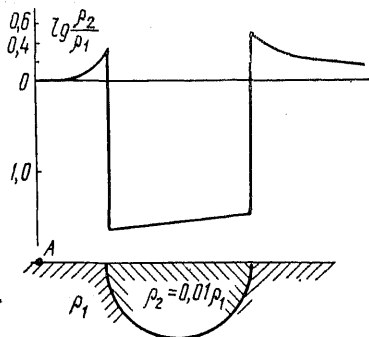


Рис. 74. Кажущееся удельное сопротивление над полусферической областью.

Полученные нами формулы позволяют найти характер изменения кажущегося удельного сопротивления, если перемещаться с измерительной установкой от электрода по прямой, проходящей через центр полусферической области. На рис. 74 представлена кривая, изображающая изменение Q_K для частного случая: $d = 2$, $a = 1$ и $\frac{Q_2}{Q_1} = 0,01$.

$$Q_K = Q_1 \left[1 + \sum_{n=0}^{\infty} n Q_n \frac{r^{n-1} R^2}{d^{n+1}} \right] \\ (r = d - R),$$

$$Q_K = Q_1 \left[1 - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n n Q_n \frac{r^{n-1} R^2}{d^{n+1}} \right] \times \\ \times (r = R - d).$$

Полученные нами формулы позволяют найти характер изменения кажущегося удельного сопротивления, если перемещаться с измерительной установкой от электрода по прямой, проходящей через

§ 25. ЭЛЛИпсоИД В ОДНОРОДНОМ ПОЛЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

В весьма редких случаях приходится проводить электрическую разведку тел, близких по форме к шару. Значительно чаще объекты поисков — включения, рудные линзы, интрузивы — могут быть уподоблены геометрическим телам более сложной формы и, в частности, трехосным эллипсоидам с различными соотношениями между осями. Поэтому решение задачи об искажающих действиях эллипсоидов может дать большее количество выводов, интересных для практики, чем решение аналогичной задачи для шара. Больше того, задача о шаре может быть получена как частный случай более общей задачи об эллипсоидах. Проведенное нами исследование вопроса об искажающих действиях включений шаровой формы имело целью ознако-

мить читателей с основными идеями метода решения задач об искажающих действиях неоднородностей среды, ограниченных кривыми поверхностями, на распределение в ней электрического тока и приемов использования этих решений для целей интерпретации электроразведочных наблюдений.

Остановимся на изучении результатов решения задачи о действии эллипсоида на однородное поле электрического тока. Даже в этом простейшем случае решение поставленной задачи достаточно сложно; для случая же полей, с которыми приходится чаще всего иметь дело в электроразведке, а именно полей, создаваемых точечными электродами, эта задача не решена. Однако и случай однородного поля электрического тока для электроразведочной практики не лишен интереса. При проведении работ методом эквипотенциальных линий стремятся создать токовые поля, по возможности однородные. В таких же приблизительно условиях проводят измерения методом сопротивлений с большими расстояниями между питающими электродами.

На процессе отыскания потенциальных функций во внешнем по отношению к эллипсоиду пространстве и внутри эллипсоида останавливаться не будем, отсылаем интересующихся к специальным работам в этой области. Здесь приведем лишь окончательный результат решения и центр тяжести исследования перенесем в область анализа результатов, имея в виду построение практически интересных выводов.

Если в среде с удельным сопротивлением ρ_0 и пронизанной однородным электрическим током плотности j находится эллипсоид, заданный уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

построенный из материала с удельным сопротивлением ρ_1 , то поле тока деформируется и перестает быть однородным во внешней среде, оставаясь однородным, но отличным от заданного внутри эллипсоида. Если этот эллипсоид ориентирован своей большей осью по направлению тока (этот случай представляет наибольший интерес для электроразведки), то потенциальная функция для внешней среды имеет вид:

$$U_e = -\rho_0 j \left[1 - \frac{\rho_0 - \rho_1}{4\pi\rho_1 + (\rho_0 - \rho_1)L} 2\pi abc \int_u^\infty \frac{du}{(a^2 + u)\sqrt{(a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u)}} \right] x,$$

где

$$L = 2\pi abc \int_0^\infty \frac{dt}{(a^2 + t)\sqrt{(a^2 + t)(b^2 + t)(c^2 + t)}};$$

нижний предел u интеграла, стоящего в выражении для U_e , является положительным корнем уравнения

$$\frac{x^2}{a^2+u} + \frac{y^2}{b^2+u} + \frac{z^2}{c^2+u} = 1,$$

в котором x , y и z рассматриваются как координаты точки, для которой ищется потенциальная функция.

Поле внутри эллипсоида при тех же обозначениях может быть представлено формулой

$$U_i = -\varrho_0 j \left[1 - \frac{(\varrho_0 - \varrho_1) L}{4\pi\varrho_1 + (\varrho_0 - \varrho_1) L} \right].$$

Относительно приведенных выражений для U_e и U_i прежде всего отметим то обстоятельство, что величина L зависит лишь от размеров заданного эллипсоида и остается постоянной для всех подобных эллипсоидов. Убедиться в этом можно путем вычисления аналогичной величины для эллипсоида, подобного данному, т. е. такого, полуоси которого a_1 , b_1 , c_1 связаны с полуосями a , b , c соотношениями $a_1 = na$, $b_1 = nb$, $c_1 = nc$. Обозначив через L_1 выражение

$$2\pi a_1 b_1 c_1 \int_0^\infty \frac{dt}{(a_1^2+t) \sqrt{(a_1^2+t)(b_1^2+t)(c_1^2+t)}},$$

можно написать

$$\begin{aligned} L_1 &= 2\pi n^3 abc \int_0^\infty \frac{dt}{n^2 \left(a^2 + \frac{t}{n^2} \right) n^3 \sqrt{\left(a^2 + \frac{t}{n^2} \right) \left(b^2 + \frac{t}{n^2} \right) \left(c^2 + \frac{t}{n^2} \right)}} = \\ &= 2\pi abc \int_0^\infty \frac{dv}{(a^2+v) \sqrt{(a^2+v)(b^2+v)(c^2+v)}}. \end{aligned}$$

В последнем интеграле буквой v обозначено отношение $\frac{t}{n^2}$. Сравнивая этот интеграл с интегралом для L , видим, что он отличается от последнего лишь обозначением переменной интегрирования. Поэтому сразу же можно утверждать, что $L_1 = L$.

Независимость L от координат точки, для которой вычисляется значение потенциальной функции, и равенство этой величины для всех подобных эллипсоидов позволяют заключить, с одной стороны, о правильности приведенного нами выше утверждения об однородности поля внутри эллипсоида и, с другой стороны, о тождественности этих внутренних полей во всех эллипсоидах, подобных данному.

Второе замечание, которое мы можем сделать в отношении выражения для U_e , относится к интегралу

$$\int_u^{\infty} \frac{du}{(a^2 + u) \sqrt{(a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u)}}.$$

Можно доказать, что для всех софокусных эллипсоидов значение этого интеграла, вычисленное по координатам одной и той же внешней по отношению к ним точки, будет одним и тем же. Действительно, попытаемся найти значение аналогичного интеграла для точки с координатами x_1, y_1, z_1 и для эллипсоида с полуосями a_1, b_1, c_1 , софокусного с эллипсоидом a, b, c . Этот интеграл можно записать как

$$L_1 = \int_v^{\infty} \frac{dv}{(a^2 + v) \sqrt{(a^2 + v)(b^2 + v)(c^2 + v)}};$$

где v — положительный корень уравнения

$$\frac{x^2}{a_1^2 + v} + \frac{y^2}{b_1^2 + v} + \frac{z^2}{c_1^2 + v} = 1. \quad (44)$$

То обстоятельство, что эллипсоид a_1, b_1, c_1 софокусен с эллипсоидом a, b, c , можно изобразить в виде равенств

$$a_1^2 = a^2 + \omega; \quad b_1^2 = b^2 + \omega; \quad c_1^2 = c^2 + \omega,$$

где ω — параметр софокусности. Вводя эти выражения для a_1, b_1, c_1 в интеграл L_1 , получим

$$L_1 = \int_v^{\infty} \frac{dv}{(a^2 + \omega + v) \sqrt{(a^2 + \omega + v)(b^2 + \omega + v)(c^2 + \omega + v)}}$$

или, если вместо переменной v ввести переменную u соотношением $u = v + \omega$,

$$L_1 = \int_{v+\omega}^{\infty} \frac{du}{(a^2 + u) \sqrt{(a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u)}}. \quad (45)$$

Так как v — корень уравнения (44), которое можно переписать в виде

$$\frac{x^2}{a^2 + \omega + v} + \frac{y^2}{b^2 + \omega + v} + \frac{z^2}{c^2 + \omega + v} = 1,$$

то, следовательно, $u = \omega + v$ является корнем уравнения

$$\frac{x^2}{a^2 + u} + \frac{y^2}{b^2 + u} + \frac{z^2}{c^2 + u} = 1.$$

Равенство (45) и последнее замечание относительно уравнения, корнем которого является нижний предел преобразованного интеграла L_1 , позволяют сделать заключение о справедливости утверждения о равенстве интегралов L для всех софокусных эллипсоидов.

На основании этих замечаний можно получить ряд практически интересных заключений относительно способов вычислений полей тока в присутствии эллипсоидов.

1. Распределение потенциала около подобных эллипсоидов, помещенных в поле однородного электрического тока, таково, что значения потенциала в подобно расположенных точках одинаковы. Подобно расположенными точками мы назовем такие, отношение координат которых равно коэффициенту подобия, т. е.

$$x_1 = nx, \quad y_1 = ny, \quad z_1 = nz.$$

Действительно, мы уже видели, что значение интеграла L для всех подобных эллипсоидов одинаково. Докажем теперь, что величина

$$K_1 = 2\pi a_1 b_1 c_1 \int_u^\infty \frac{du}{(a_1^2 + u) \sqrt{(a_1^2 + u)(b_1^2 + u)(c_1^2 + u)}},$$

где u — положительный корень уравнения

$$\frac{x_1^2}{a_1^2 + u} + \frac{y_1^2}{b_1^2 + u} + \frac{z_1^2}{c_1^2 + u} = 1, \quad (46)$$

одинакова с величиной

$$K = 2\pi abc \int_v^\infty \frac{dv}{(a^2 + v) \sqrt{(a^2 + v)(b^2 + v)(c^2 + v)}},$$

в которой v является корнем уравнения

$$\frac{x^2}{a^2 + v} + \frac{y^2}{b^2 + v} + \frac{z^2}{c^2 + v} = 1. \quad (47)$$

Так как эллипсоид a_1, b_1, c_1 по условию подобен эллипсоиду a, b, c , можно написать

$$K_1 = 2\pi n^3 abc \int_u^\infty \frac{du}{n^2 \left(a^2 + \frac{u}{n^2}\right) n^3 \sqrt{\left(a^2 + \frac{u}{n^2}\right) \left(b^2 + \frac{u}{n^2}\right) \left(c^2 + \frac{u}{n^2}\right)}}.$$

Вводя здесь переменную v соотношением $v = \frac{u}{n^2}$, можно переписать приведенное равенство в виде

$$K_1 = 2\pi abc \int_{v=\frac{u}{n^2}}^\infty \frac{dv}{(a^2 + v) \sqrt{(a^2 + v)(b^2 + v)(c^2 + v)}}.$$

Так как координаты x_1, y_1, z_1 пропорциональны координатам x, y, z , то уравнение (46), корнем которого является u , можно переписать так:

$$\frac{n^2 x^2}{a_1^2 + u} + \frac{n^2 y^2}{b_1^2 + u} + \frac{n^2 z^2}{c_1^2 + u} = 1$$

или

$$\frac{x^2}{a^2 + \frac{u}{n^2}} + \frac{y^2}{b^2 + \frac{u}{n^2}} + \frac{z^2}{c^2 + \frac{u}{n^2}} = 1,$$

откуда делаем заключение, что $v = \frac{u}{n^2}$ — корень уравнения (47). Таким образом, справедливость равенства $K_1 = K$ можно считать доказанной; также доказана правильность сформулированного выше положения относительно равенства потенциалов в подобно расположенных точках около подобных эллипсоидов.

2. При вычислении распределения потенциала около софокусных эллипсоидов следует иметь в виду, что отношение значений потенциальных функций, определяющих искажающее действие таких софокусных эллипсоидов в одной и той же точке, — величина постоянная. Значение этой постоянной определяется лишь величинами полуосей действующих эллипсоидов.

В самом деле, потенциальные функции, определяющие искажения, вносимые эллипсоидами с полуосями a_1, b_1, c_1 и a, b, c в распределение потенциала, имеют вид:

$$U' = \frac{(\varrho_0 - \varrho_1) x}{4\pi\varrho_1 + (\varrho_0 - \varrho_1) L} 2\pi abc \int_u^\infty \frac{du}{(a^2 + u) \sqrt{(a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u)}},$$

$$U'_1 = \frac{(\varrho_0 - \varrho_1) x}{4\pi\varrho_1 + (\varrho_0 - \varrho_1) L_1} 2\pi a_1 b_1 c_1 \int_v^\infty \frac{dv}{(a_1^2 + v) \sqrt{(a_1^2 + v)(b_1^2 + v)(c_1^2 + v)}}.$$

Если заданные эллипсоиды софокусны, то, как мы уже видели,

$$\int_u^\infty \frac{du}{(a^2 + u) \sqrt{(a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u)}} = \int_v^\infty \frac{dv}{(a_1^2 + v) \sqrt{(a_1^2 + v)(b_1^2 + v)(c_1^2 + v)}}.$$

Поэтому при составлении отношения $\frac{U'}{U'_1}$ эти интегралы можно сократить и написать

$$\frac{U'}{U'_1} = \frac{abc}{a_1 b_1 c_1} \cdot \frac{4\pi\varrho_1 + (\varrho_0 - \varrho_1) L_1}{4\pi\varrho_1 + (\varrho_0 - \varrho_1) L}.$$

Правая часть этого равенства зависит лишь от размеров эллипсоидов, и, таким образом, высказанное положение можно считать доказанным.

Сделанные нами замечания о полях эллипсоидов позволяют в значительной степени сократить количество сложных вычислений при расчетах полей для эллипсоидов различной формы и размеров.

Наибольшее затруднение при вычислении распределения поля потенциала около эллипсоида представляет нахождение интегралов, входящих в формулы для U_e и U_i , и связанное с этим нахождением определение значения нижнего предела u . Как мы уже указывали, интегралы, стоящие в изучаемых формулах, принадлежат к числу эллиптических интегралов, для которых построены таблицы, позволяющие находить их числовые значения с достаточной для практики точностью. Поэтому первой нашей задачей при использовании формул для U_e и U_i должно быть преобразование входящих в эти формулы интегралов к табулированному виду. Не разбирая подробно преобразование, дадим лишь конечную формулу:

$$\int_u^{\infty} \frac{du}{(a^2 + u) \sqrt{(a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u)}} =$$

$$= \frac{2}{(a^2 - b^2) \sqrt{a^2 - c^2}} \left[\int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} - \int_0^{\varphi_0} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \right], \quad (48)$$

где

$$k^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2};$$

$$\varphi_0 = \arcsin \sqrt{\frac{a^2 - c^2}{a^2 + u}}.$$

Значение входящих в прямые скобки интегралов можно найти из таблиц, для чего надо лишь знать числовые выражения для k и φ_0 . Приведенные здесь формулы позволяют без труда вычислить их. Для определения φ_0 , как видно из приведенной формулы, необходимо знать u . В интеграле L нижний предел $u = 0$, поэтому для него можно написать

$$L = \frac{2}{(a^2 - b^2) \sqrt{a^2 - c^2}} \left[\int_0^{\arcsin \frac{1}{a} \sqrt{a^2 - c^2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} - \right.$$

$$\left. - \int_0^{\arcsin \frac{1}{a} \sqrt{a^2 - c^2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \right].$$

Что же касается интеграла с нижним пределом, не равным нулю, то основная трудность при отыскании числового значения этого интеграла будет заключаться в определении положительного корня уравнения

$$\frac{x^2}{a^2+u} + \frac{y^2}{b^2+u} + \frac{z^2}{c^2+u} = 1 \quad (49)$$

при заданных x, y, z и a, b, c . Этот корень можно определить различными способами. Среди них следует указать метод решения при помощи тригонометрических функций. Не останавливаясь на деталях промежуточных выкладок, приведем лишь конечные формулы. Вычисляем выражения

$$m^2 = a^2 + b^2 + c^2,$$

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2,$$

$$p = \frac{1}{9} (m^4 + r^4 + m^2 r^2) - \frac{1}{3} (a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2 + a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2),$$

$$q = \frac{1}{27} (m^2 - r^2)^3 - \frac{1}{2} (a^2 b^2 c^2 - x^2 b^2 c^2 - y^2 c^2 a^2 - z^2 a^2 b^2)$$

и находим φ из равенства $\cos \varphi = \frac{q}{p \sqrt{p}}$. По найденному φ ищем u по формуле

$$u = 2 \sqrt{p} \cos \frac{\varphi}{3} - \frac{m^2 - r^2}{3}.$$

Практически более удобен несколько иной способ расчета. Найдя величину k^2 , задаемся рядом значений $\varphi_0 = \arcsin \sqrt{\frac{a^2 - c^2}{a^2 - u}}$ и вычисляем для них разность интегралов, стоящую в прямых скобках выражения (48), и всю правую часть этого равенства. Полученное таким образом значение интеграла формулы для U_c позволит найти значение потенциальной функции для точек с величиной u , определяемой из равенства для φ_0 . Найдя u , подставляем ее в уравнение (48) и для заданных значений z и y или z и x находим недостающую координату (x или y).

Пользуясь формулами для потенциала в точках внешнего пространства по отношению к эллипсоиду, можно составить себе представление о распределении эквипотенциальных линий над таким эллипсоидом. При вычислении этого распределения допустим, что влияние границы раздела земля — воздух можно учесть путем удвоения того члена формулы для потенциала, который определяет искажающее действие эллипсоида.

На рис. 75 дано распределение эквипотенциальных линий над эллипсоидом с полуосями $a = 10, b = 2, c = 1$, расположенными

таким образом, что ось a горизонтальна и направлена по току, ось c горизонтальна и ориентирована перпендикулярно току и ось b вертикальна. Глубина залегания центра эллипсоида под той горизонтальной плоскостью, для которой сделано построение эквипотенциальных кривых, равна трем единицам. Пунктиром очерчен контур эллипсоида в том виде, как он проектируется на плоскость изолиний.

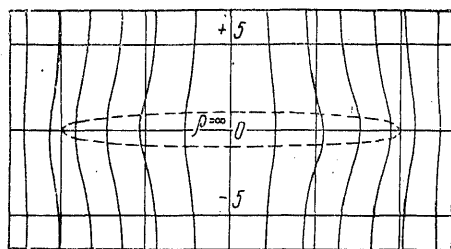


Рис. 75. Эквипотенциальные линии над эллипсоидом.

Сравнивая такие диаграммы с наблюдаемым распределением эквипотенциальных кривых, можно подобрать среди них наиболее сходную с наблюдаемым распределением потенциала и, таким образом, подыскать наиболее подходящие значения элементов эллипсоида, эквивалентного действительному пертурбирующему телу.

Границу раздела земля — воздух можно учесть совершенно точно, если исконое на земной поверхности распределение потенциала обязано искажающему влиянию полости, заполненной материалом иной проводимости, чем вмещающая среда, в виде половины эллипсоида, выходящей своей диаметральной плоскостью на земную поверхность. Дополняя нижнее полупространство его отражением от границы раздела вверх, получим то распределение проводящего материала, для которого выписали решение нашей задачи. Поэтому формулы для потенциалов U_1 и U_2 , вычисляемых для диаметральной плоскости эллипсоида, дадут нам точное решение рассматриваемой задачи.

На рис. 76 приведено распределение потенциала для эллипсоида таких же размеров, как и на рис. 75. Сравнение этих двух распре-

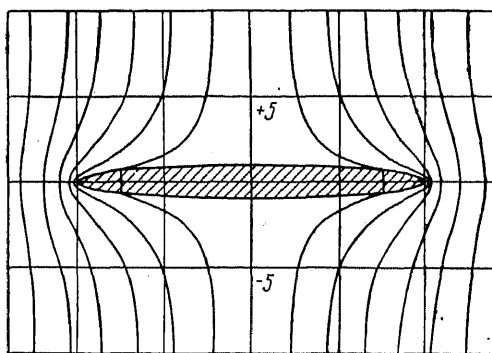


Рис. 76. Эквипотенциальные линии над полуэллипсоидальной проводящей областью.

делений позволяет убедиться в том, насколько больше проявляется искажающее действие в том случае, когда точки наблюдений располагаются близко к пертурбирующему телу.

В том случае, когда трехслойный эллипсоид направлен по току не большей осью, а средней, формулы для вычисления потенциалов во внешнем пространстве и внутри эллипсоида принимают вид:

$$U_1 = -\varrho_0 j \left[1 - \frac{\varrho_0 - \varrho_1}{4\pi\varrho_1 + (\varrho_0 - \varrho_1) M} \times \right. \\ \left. \times 2\pi abc \int_u^\infty \frac{du}{(b^2 + u) \sqrt{(a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u)}} \right] y, \\ U_2 = -\varrho_0 j \left[1 - \frac{(\varrho_0 - \varrho_1) M}{4\pi\varrho_1 + (\varrho_0 - \varrho_1) M} \right] y,$$

где

$$M = 2\pi abc \int_0^\infty \frac{dt}{(b^2 + t) \sqrt{(a^2 + t)(b^2 + t)(c^2 + t)}};$$

u — по-прежнему положительный корень уравнения

$$\frac{x^2}{a^2 + u} + \frac{y^2}{b^2 + u} + \frac{z^2}{c^2 + u} = 1.$$

Входящие в приведенные выражения интегралы удобнее всего вычислить по формуле

$$\int_u^\infty \frac{dt}{(b^2 + t) \sqrt{(a^2 + t)(b^2 + t)(c^2 + t)}} = \\ = \frac{2}{(b^2 - c^2) \sqrt{a^2 - c^2}} \left[\frac{a^2 - c^2}{a^2 - b^2} \int_0^{\varphi_0} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - \right. \\ \left. - \frac{b^2 - c^2}{a^2 - c^2} \int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} - \sqrt{\frac{(a^2 - c^2)(c^2 + u)}{(a^2 + u)(b^2 + u)}} \right],$$

где

$$k^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2};$$

$$\varphi_0 = \arcsin \sqrt{\frac{a^2 - c^2}{a^2 + u}}.$$

Если ось x расположить вертикально, оставляя ось y горизонтальной и направленной по току, и беспрестанно увеличивать полуось

a , то от эллипсоида перейдем к эллиптическому цилиндру с вертикальной осью. В этом случае входящие в выражения для U_c и U_i интегралы можно взять в конечном виде. Действительно, переходя к пределу, находим

$$\lim \int_u^\infty \frac{2\pi abc \, du}{(b^2+u) \sqrt{(a^2+u)(b^2+u)(c^2+u)}} = 2\pi bc \int_u^\infty \frac{du}{(b^2+u)^{3/2} (c^2+u)^{1/2}}.$$

Вводя здесь новую переменную t соотношением $t^2 = c^2 + u^2$ и учитывая, что $b^2 + u^2 = b^2 - c^2 + t^2$ и $du = 2t \, dt$, получим

$$\begin{aligned} 2\pi bc \int_u^\infty \frac{du}{(b^2+u)^{3/2} (c^2+u)^{1/2}} &= 4\pi bc \int_{\sqrt{c^2+u}}^\infty \frac{dt}{(b^2-c^2+t^2)^{3/2}} = \\ &= 4\pi bc \left[\frac{t}{(b^2-c^2) \sqrt{b^2-c^2+t^2}} \right]_{\sqrt{c^2+u}}^\infty = \frac{4\pi bc}{b^2-c^2} \left[1 - \sqrt{\frac{c^2+u}{b^2+u}} \right], \end{aligned}$$

где u — положительный корень квадратного уравнения

$$\frac{y^2}{b^2+u} + \frac{z^2}{c^2+u} = 1.$$

Для интеграла M , пользуясь выведенной формулой, находим

$$M = \frac{4\pi bc}{b^2-c^2} \left(1 - \frac{c}{b} \right) = \frac{4\pi c}{b+c},$$

поэтому формулы для вычисления потенциала точек, расположенных вне и внутри эллиптического цилиндра, примут вид:

$$\begin{aligned} U_c &= -j \varrho_0 \left[1 - \frac{\varrho_0 - \varrho_1}{4\pi \varrho_1 + (\varrho_0 - \varrho_1) \frac{4\pi c}{b+c}} \frac{4\pi bc}{b^2-c^2} \left(1 - \sqrt{\frac{c^2+u}{b^2+u}} \right) \right] y = \\ &= -j \varrho_0 \left[1 - \frac{(\varrho_0 - \varrho_1) bc}{(b-c)(\varrho_1 b + \varrho_0 c)} \left(1 - \sqrt{\frac{c^2+u}{b^2+u}} \right) \right] y, \\ U_2 &= -j \varrho_0 \left[1 - \frac{(\varrho_0 - \varrho_1) c}{\varrho_1 b + \varrho_0 c} \right] y. \end{aligned}$$

Полученными результатами можно воспользоваться для отыскания распределения потенциала на поверхности земли, если под нею находится вертикально расположенный эллиптический цилиндр, уходящий нижним концом в бесконечность и сверху доходящий до земной поверхности. Дополняя верхнее полупространство отраженным нижнего, мы приходим к решенной нами задаче. Практическое

значение этого решения заключается в том, что оно позволяет найти теоретически распределение потенциала над вертикально стоящей жилой, скрытой наносами небольшой мощности.

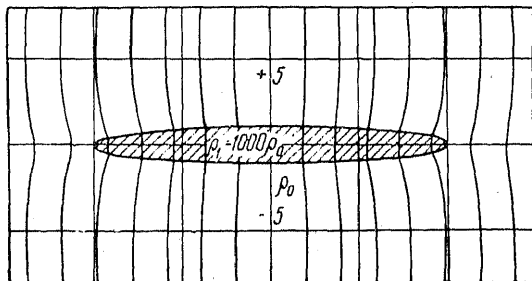
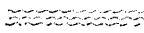


Рис. 77. Эквипотенциальные линии над эллиптическим цилиндром.

На рис. 77 иллюстрируются результаты решения задачи о ходе эквипотенциальных кривых над эллиптическим цилиндром с осями $b = 10$, $c = 1$ и удельным сопротивлением $\rho_1 = 10^3$ при удельном сопротивлении вмещающей среды, равном единице.



Глава IV

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Анизотропные среды, с которыми приходится иметь дело электроразведке, характеризуются тем, что их отношение к электрическому току может быть определено двумя параметрами: удельным сопротивлением q_n по одному фиксированному направлению и удельным сопротивлением q_l по любому направлению, перпендикулярному к первому. Таким свойством обладают породы осадочного происхождения, удельное сопротивление которых по направлению, перпендикулярному напластованию, больше удельного сопротивления вдоль любого направления в плоскости напластования. Связь между этими макроскопическими характеристиками среды с удельными сопротивлениями материала отдельных прослоев пород осадочной толщи мы можем получить путем рассуждений, совершенно аналогичных тем, которыми мы пользовались в предыдущей главе.

В результате применения этих рассуждений мы нашли, что между величинами q_l и q_n и мощностями h_i отдельных пропластков, образующих рассматриваемую анизотропную среду, и их истинными удельными сопротивлениями q_i существуют соотношения

$$q_l = \frac{h}{\sum \frac{h_i}{q_i}}, \quad q_n = \frac{1}{h} \sum q_i h_i,$$

где h — полная мощность анизотропной толщи и суммирование распространено на все слои, входящие в нее.

Обозначая по-прежнему отношение $\frac{h_i}{q_i}$ знаком S_i и произведение $h_i q_i = T_i$, т. е. вводя понятия продольной проводимости и поперечного сопротивления, можно представить написанные равенства в виде

$$q_l = \frac{h}{S}, \quad q_n = \frac{T}{h},$$

где

$$S = \sum \frac{h_i}{q_i}; \quad T = \sum q_i h_i.$$

Выше (стр. 163) было установлено, что $q_n > q_l$ и коэффициент анизотропии

$$\lambda = \sqrt{\frac{q_n}{q_l}}.$$

Анизотропия среды является причиной существования некоторых особенностей в распределении в ней электрического тока, с которыми приходится считаться при электроразведочных измерениях. Чтобы изучить эти особенности, попытаемся решить основную задачу электроразведки, задачу определения поля электрического тока около точечного заземления, расположенного на поверхности анизотропной среды. Для решения этой задачи прежде всего надо установить вид того дифференциального уравнения, которому удовлетворяет потенциальная функция в случае распределения тока в анизотропной среде. В качестве исходного положения возьмем приведенное нами в главе I уравнение

$$\operatorname{div} j = 0, \quad (50)$$

справедливое для любой среды. В случае анизотропной среды

$$j_x = \frac{1}{q_x} E_x, \quad j_y = \frac{1}{q_y} E_y, \quad j_z = \frac{1}{q_z} E_z,$$

где q_x, q_y, q_z — удельные сопротивления вдоль направлений, параллельных координатным осям. Выбирая координатные оси так, чтобы ось z была направлена перпендикулярно напластованиям, а оси x и y лежали в плоскости, параллельной им, и учитывая сказанное относительно характера анизотропии тех сред, с которыми имеет дело электроразведка, можно написать

$$q_x = q_y = q_l, \quad q_z = q_n$$

и поэтому представить уравнение (50) в развернутом виде:

$$\frac{1}{q_l} \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) + \frac{1}{q_n} \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0.$$

Так как, кроме того,

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial U}{\partial z},$$

то уравнению (50) можно придать вид:

$$\frac{1}{q_l} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{q_n} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0.$$

Вводя в это уравнение координаты ξ, η, ζ соотношениями

$$\xi = \sqrt{q_l} x, \quad \eta = \sqrt{q_l} y, \quad \zeta = \sqrt{q_n} z,$$

приведем его к виду

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta^2} = 0,$$

т. е. обычной форме уравнения Лапласа. Поэтому все выводы относительно распределения потенциала в изотропной среде можно перенести на анизотропную среду при соответствующей трансформации масштабов координат. В частности, поле точечного электрода, помещенного в анизотропной среде, определится выражением

$$U = \frac{C}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}} = \frac{C}{\sqrt{Q_l(x^2 + y^2) + Q_n z^2}},$$

где C — некоторая постоянная, значение которой нам предстоит определить. Однако, прежде чем приступить к этому, заметим, что эквипотенциальные поверхности около такого электрода, являющиеся в изотропной среде сферами, в среде анизотропной оказываются поверхностями эллипсоида вращения, определенного уравнением

$$\frac{x^2 + y^2}{Q_n} + \frac{z^2}{Q_l} = \text{const.}$$

Такой эллипсоид имеет малую ось, направленную по перпендикуляру к напластованиям, пропорциональную по длине $\sqrt{Q_l}$. Отношение полуосей эллипсоида — величина постоянная, равная

$$\lambda^2 = \frac{Q_n}{Q_l},$$

т. е. квадрату коэффициента анизотропии.

Величину постоянной C в формуле для потенциала точечного электрода можно найти из условия, выражающегося уравнением

$$I = \int_S j ds, \quad (51)$$

где I — сила тока, входящего в среду через электрод; S — некоторая замкнутая поверхность, окружающая электрод; j — плотность тока в точках этой поверхности. Имея в виду применить указанный способ определения постоянной C , найдем выражения для компонент вектора плотности тока по осям координат. Из соотношений

$$j_x = -\frac{1}{Q_l} \frac{\partial U}{\partial x}, \quad j_y = -\frac{1}{Q_l} \frac{\partial U}{\partial y}, \quad j_z = -\frac{1}{Q_n} \frac{\partial U}{\partial z}$$

находим

$$j_x = \frac{Cx}{[Q_l(x^2 + y^2) + Q_n z^2]^{3/2}}, \quad j_y = \frac{Cy}{[Q_l(x^2 + y^2) + Q_n z^2]^{3/2}},$$

$$j_z = \frac{Cz}{[Q_l(x^2 + y^2) + Q_n z^2]^{3/2}},$$

или $j_x : j_y : j_z = x : y : z$, т. е. вектор плотности тока и в анизотропной среде направлен радиально от электрода. Полное значение этого вектора будет

$$j = C \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{[\varrho_l (x^2 + y^2) + \varrho_n z^2]^{3/2}}.$$

Выберем в качестве поверхности S поверхность сферы с центром в электроде и радиусом, равным $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, и введем вместо декартовых координат сферические. При этом за ось сферических координат возьмем ось z , за начальную плоскость — плоскость xz . В таком случае формулы перехода от декартовых координат к сферическим можно записать как

$$x = r \sin \theta \cos \varphi, \quad y = r \sin \theta \sin \varphi, \quad z = r \cos \theta.$$

Так как в сферической системе координат элемент поверхности $ds = r^2 \sin \theta d\theta d\varphi$, то условие (51) принимает вид:

$$\begin{aligned} I &= \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{C \sin \theta d\varphi d\theta}{(\varrho_l \sin^2 \theta + \varrho_n \cos^2 \theta)^{3/2}} = \\ &= 2\pi C \int_0^{\pi} \frac{\sin \theta d\theta}{(\varrho_l \sin^2 \theta + \varrho_n \cos^2 \theta)^{3/2}} = \\ &= \left(-\frac{2\pi C \cos \theta}{\varrho_l \sqrt{\varrho_l \sin^2 \theta + \varrho_n \cos^2 \theta}} \right)_0^{\pi} = \frac{4\pi C}{\varrho_l \sqrt{\varrho_n}}. \end{aligned}$$

Отсюда находим

$$C = \frac{I}{4\pi} \varrho_l \sqrt{\varrho_n}.$$

Таким образом, выражение для потенциала точечного электрода в безграничной анизотропной среде будет иметь вид:

$$U = \frac{I \varrho_l \sqrt{\varrho_n}}{4\pi \sqrt{\varrho_l (x^2 + y^2) + \varrho_n z^2}}.$$

Способом, аналогичным тому, которым мы пользовались при изучении полей тока в изотропных средах, нетрудно убедиться, что, если электрод расположен на поверхности раздела земля — воздух, причем проводящая среда анизотропна, формулу для потенциала можно написать как

$$U = \frac{I \varrho_l \sqrt{\varrho_n}}{2\pi \sqrt{\varrho_l (x^2 + y^2) + \varrho_n z^2}}.$$

В этой формуле координатные направления связаны лишь с анизотропной средой и не отражают в общем случае ориентировки характерных направлений среды по отношению к земной поверхности. Однако так как выбор направлений x и y совершенно произволен, — необходимо лишь, чтобы они лежали в плоскости, параллельной напластованиям, то можно считать направление x горизонтальным.

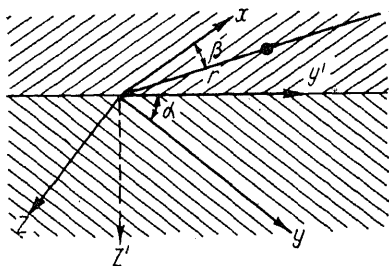


Рис. 78. Потенциал в анизотропной среде при ориентировке координатных осей по горизонтальному и вертикальному направлениям.

В таком случае ось y будет направлена по падению плоскости напластований.

Возьмем вместо системы осей x, y, z систему x', y', z' , оси x' и y' которой горизонтальны, а ось z' вертикальна. Обозначая через α угол падения анизотропной пачки пород и считая направление x' совпадающим с направлением оси x (рис. 78), будем иметь формулы перехода

$$x = x', \quad y = y' \cos \alpha + z' \sin \alpha, \quad z = -y' \sin \alpha + z' \cos \alpha.$$

Вводя эти новые координаты и полагая $z = 0$, получим

$$U = \frac{I q_l \sqrt{q_n}}{2\pi \sqrt{q_l (x'^2 + y'^2 \cos^2 \alpha) + q_n y'^2 \sin^2 \alpha}}. \quad (52)$$

Эта формула позволяет найти значение потенциала от точечного электрода в точках земной поверхности. Определим направление профиля, проходящего через электрод, по которому ведутся измерения, углом β , составляемым этим профилем с осью x' . Если расстояние от электрода точки, для которой определяется потенциал, r , то

$$x' = r \cos \beta,$$

$$y' = r \sin \beta;$$

тогда

$$U = \frac{I q_l \sqrt{q_n}}{2\pi r \sqrt{q_l (\cos^2 \beta + \cos^2 \alpha \sin^2 \beta) + q_n \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}}. \quad (53)$$

Можно вывести уравнение эквипотенциальной линии на поверхности анизотропной среды, если приравнять подкоренное выражение, стоящее в формуле (53), постоянной величине. Это нам дает

$$q_l (x'^2 + y'^2 \cos^2 \alpha) + q_n y'^2 \sin^2 \alpha = A = \text{const.}$$

Производя преобразования, получим

$$\frac{x'^2}{\frac{A}{q_l}} + \frac{y'^2}{\frac{A}{q_l \cos^2 \alpha + q_n \sin^2 \alpha}} = 1.$$

Таким образом, эквипотенциальная линия будет эллипсом, отношение полуосей которого равно

$$\sqrt{\frac{q_l \cos^2 \alpha + q_n \sin^2 \alpha}{q_l}} = \sqrt{\cos^2 \alpha + \lambda^2 \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 + (\lambda^2 - 1) \sin^2 \alpha}.$$

Полученная формула позволяет сделать тот вывод, что при знании q_n и q_l , следовательно, и λ можно найти угол падения анизотропной среды путем определения вида эквипотенциальной линии и отношения ее полуосей.

Наиболее интересным является характер изменения кажущегося удельного сопротивления при измерении в различных азимутах около питающего электрода. Мы знаем, что при измерении с трехполюсной установкой при весьма малом MN , кажущееся сопротивление вычисляется по формуле

$$q_k = \frac{E}{I} 2\pi r^2.$$

Находя из формулы (53) выражение для E и подставляя его в написанное равенство, получим

$$q_k = \frac{q_l \sqrt{q_n}}{\sqrt{q_l (\cos^2 \beta + \cos^2 \alpha \sin^2 \beta) + q_n \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}}. \quad (54)$$

Считая β переменной величиной, нетрудно найти, что экстремальные значения q_k будет иметь при $\beta = 0$ и $\beta = \frac{\pi}{2}$. Определяя эти экстремальные значения, находим

$$q_{k, 0} = \sqrt{q_l q_n} \quad \text{при } \beta = 0,$$

$$q_{k, \frac{\pi}{2}} = \frac{\sqrt{q_l q_n}}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \lambda^2 \sin^2 \alpha}} \quad \text{при } \beta = \frac{\pi}{2}.$$

Так как знаменатель второго выражения больше единицы, потому что $\lambda > 1$, то

$$q_{k, 0} > q_{k, \frac{\pi}{2}}.$$

Следовательно, в направлении простирания анизотропных пород кажущееся сопротивление будет иметь большую величину, чем в

направлении, перпендикулярном к нему. Так как для истинных удельных сопротивлений имеется противоположное соотношение, то полученный результат называется парадоксом анизотропии.

Делая измерение ρ_k в различных азимутах, будем изображать результаты измерений в виде полярной диаграммы, построенной таким образом, что по направлениям, проведенным из одной точки в тех же азимутах, отложены отрезки, равные в определенном масштабе измеренным кажущимся сопротивлениям. Соединяя плавной кривой концевые точки этих отрезков, получим кривую, имеющую

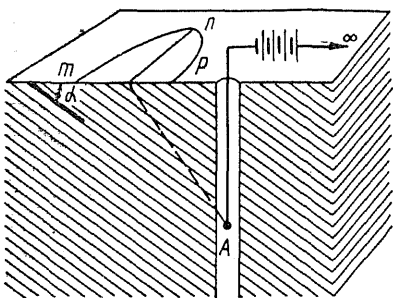


Рис. 79. Потенциалы поля на поверхности анизотропной толщи при питающем электроде в скважине.

скважины, измерения, произведенные на поверхности земли, позволяют определить отдельно λ и α . На доказательстве этого положения мы здесь останавливаться не будем и опишем лишь прием, при помощи которого такие определения можно выполнить. При электроде A (рис. 79), опущенном на глубину h в скважину, определяется эквипотенциальная линия mnp . Она, как показывает теория этого метода, будет эллипсом с большей осью, вытянутой по простиранию анизотропной толщи. Отношение полуосей этого эллипса будет по-прежнему равно

$$\sqrt{1 + (\lambda^2 - 1) \sin^2 \alpha},$$

где α — угол падения напластований. Центр эллипса оказывается смещенным относительно устья скважины на величину d , причем отношение $\frac{d}{h}$ оказывается связанным с α и λ соотношением

$$\frac{d}{h} = \frac{(\lambda^2 - 1) \sin^2 \alpha}{1 + (\lambda^2 - 1) \sin^2 \alpha} \operatorname{ctg} \alpha.$$

своим уравнением в полярных координатах равенство (54). Нетрудно убедиться в том, что эта кривая будет эллипсом с отношением полуосей, равным

$$\sqrt{1 + (\lambda^2 - 1) \sin^2 \alpha},$$

т. е. таким же, как и для эквипотенциальной линии. Определяя эмпирически такую кривую, можно при знании ρ_l и ρ_n найти α .

В том случае, когда имеется скважина, секущая анизотропную толщу, и представляется возможность опустить электрод внутрь

Подставив в это равенство вместо произведения $(\lambda^2 - 1) \sin^2 \alpha$ величину $\left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right)$, где a — бóльшая, а b меньшая полуоси эквипотенциальной линии, имеем

$$\frac{d}{h} = \frac{\frac{a^2}{b^2} - 1}{\frac{a^2}{b^2}} \operatorname{ctg} \alpha = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \operatorname{ctg} \alpha.$$

Из этого равенства находим

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{a^2 d}{h (a^2 - b^2)},$$

т. е. формулу, позволяющую по измеренным a , b , d , и h вычислить α . Знание α позволяет в свою очередь рассчитать λ , так как

$$\lambda = \frac{\sqrt{a^2 - b^2 \cos^2 \alpha}}{b \sin \alpha}.$$

В тех же случаях когда в районе работ отсутствуют скважины, можно воспользоваться измерениями элементов магнитного поля тока, текущего в анизотропной среде. Эти измерения в совокупности с измерениями полуосей эквипотенциальной линии дают достаточное количество уравнений для определения α и λ .



Г л а в а V

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

§ 26. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОКА, ТЕКУЩЕГО В ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Магнитное поле токов, текущих от одного заземления к другому, можно изучать так же, как мы изучали распределение потенциала электрического тока в цепи двух заземлений. Пользуясь правилом суперпозиции полей, можно исследовать сначала магнитное поле тока, растекающегося от единичного заземления, и затем определить суммарный эффект, обязанный действию обоих электродов. Для того чтобы такое решение имело практическую ценность, необходимо к найденному магнитному полю токов, текущих в земле, геометрически добавить магнитное поле токов в проводах, связывающих заземления с источником тока. Разбив таким образом стоящую перед нами задачу на отдельные элементы, перейдем к определению полей, создаваемых отдельными участками цепи, и в первую очередь попытаемся найти магнитное поле, создаваемое токами, растекающимися в земле от единичного точечного электрода.

При решении этой задачи воспользуемся предложенным С. Штефанеску методом, заключающимся в следующем. Провод, по которому подтекает ток к электроду, мысленно отъединим от электрода и направим его в бесконечность по вертикальной прямой. Электрод же будем питать током такой же силы, но подходящим к электроду из бесконечности по вертикали (рис. 80). Эта мысленная операция позволит нам разбить интересующую нас задачу определения магнитного поля на три простые задачи: 1) определение магнитного поля от вертикального провода с током I , заканчивающегося у дневной поверхности электродом, с которого ток стекает в однородную среду; 2) определение магнитного поля от провода с током I , идущего от электрода в бесконечность; 3) определение магнитного поля от тока в подводящем проводе. Чтобы получить магнитное поле от токов, стекающих с электрода в землю, надо, естественно, из магнитного поля, полученного в результате решения первой задачи, вычесть магнитное поле от вертикального провода.

Решение первой задачи получим следующим образом. Через точку, в которой хотим определить поле, проводим окружность с центром на проводе (для точки P_1 , находящейся над земной поверхностью) или на продолжении провода (для точки P_2 , находящейся в земле (рис. 80)). Плоскости этих окружностей пусть будут перпендикулярны проводу, т. е. горизонтальны. В силу осевой симметрии магнитное поле в точках P_1 или P_2 будет направлено по касательной к окружности и ориентировано в соответствии с правилом правого винта. Работа, совершаемая магнитными силами при обходе по названному окружностям, будет определяться полным током, пронизывающим любую поверхность, опирающуюся на окружность, т. е. для верхней окружности

$$2\pi rH_1 = \frac{4\pi}{C} I;$$

для нижней окружности

$$2\pi rH_2 = \frac{4\pi}{C} I (1 - \cos \theta).$$

Здесь буквой θ обозначен угол, под которым из электрода A виден радиус окружности, проходящей через точку P_2 . Введение множителя $(1 - \cos \theta)$ обусловлено тем, что не весь ток I пронизывает поверхность, опирающуюся на окружность, а лишь часть его. Определить эту часть можно как отношение поверхности полусферы с центром в A радиуса R , равного расстоянию от A до P_2 , к поверхности сферического сегмента, ограниченного окружностью, проходящей через P_2 .

Так как поверхность полусферы равна $2\pi R^2$, а сферического сегмента $2\pi R^2 (1 - \cos \theta)$, то ток I' , пронизывающий окружность, будет

$$I' = I (1 - \cos \theta).$$

Таким образом,

$$H_1 = \frac{2I}{Cr}, \quad H_2 = \frac{2I}{Cr} (1 - \cos \theta).$$

Если из полученных выражений вычесть поле, создаваемое током, сосредоточенным в проводе, идущем из бесконечности и доходящем до электрода, то найдем магнитное поле, обязанное лишь током, стекающим с электрода.

Магнитное поле, обязанное току в проводе, сначала вычислим для точки P_2 . Опустим из точки P_2 перпендикуляр на прямую, на которой лежит провод (рис. 80). Основание перпендикуляра примем за

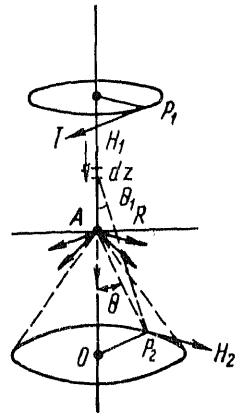


Рис. 80. К задаче о магнитном поле точечного электрода.

начало координат, ось z координатной системы направим вверх вдоль провода. Возьмем на расстоянии z от начала координат элемент dz длины провода. Магнитное поле от тока, сосредоточенного в этом элементе, в соответствии с законом Био-Савара определяется формулой

$$dH'_2 = \frac{Idz}{c} \frac{\sin \theta_1}{R^2},$$

где $\sin \theta_1 = \frac{r}{R}$; R — расстояние от элемента dz до точки P_2 . Чтобы получить величину магнитного поля от всего провода, надо проинтегрировать написанное равенство по переменной z от значений z_0 до ∞ , т. е.

$$H'_2 = \frac{I}{c} \int_{z_0}^{\infty} \frac{\sin \theta_1}{R^2} dz.$$

Удобнее вычислять этот интеграл, введя новую независимую переменную φ — угол между r и R . При этом будет

$$R = \frac{r}{\cos \varphi}, \quad z = r \operatorname{tg} \varphi, \quad dz = \frac{r d\varphi}{\cos^2 \varphi}, \quad \sin \theta_1 = \cos \varphi,$$

$$H'_2 = \frac{I}{c} \int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \varphi}{r} d\varphi = \frac{I}{cr} (1 - \sin \varphi_0) = \frac{I}{cr} \left(1 - \frac{z_0}{\sqrt{r^2 + z_0^2}} \right).$$

Для точки P_1 знак φ_0 изменится на обратный и тогда

$$H'_1 = \frac{I}{cr} (1 + \sin \varphi_0) = \frac{I}{cr} \left(1 + \frac{z_0}{\sqrt{r^2 + z_0^2}} \right).$$

В последней формуле z_0 — по-прежнему расстояние от основания перпендикуляра, опущенного из точки на провод, до нижнего конца последнего, т. е. до точки A .

В соответствии с правилом правого винта магнитное поле от тока, текущего вверх, будет направлено перпендикулярно r и плоскости чертежа, т. е. противоположно полям H_1 и H_2 . В связи с этим магнитное поле от токов, стекающих с электрода A в однородную землю, будет:

для точек, лежащих на высоте z_0 над землей,

$$H = H_1 - H'_1 = \frac{I}{cr} \left(1 + \frac{z_0}{\sqrt{r^2 + z_0^2}} \right);$$

для точек, лежащих на глубине z_0 под поверхностью земли,

$$H_0 = H_2 - H'_2 = \frac{I}{cr} \left(1 - \frac{z_0}{\sqrt{r^2 + z_0^2}} \right).$$

Если z_0 положить равным нулю, т. е. точку, для которой определяется поле, взять на земной поверхности, то обе формулы дают

$$H = \frac{I}{cr}.$$

Подчеркнем, что во всех рассмотренных нами случаях магнитное поле лежит в горизонтальной плоскости, т. е. для токов, стекающих с электрода, магнитное поле не имеет вертикальной составляющей.

Этот результат можно сформулировать еще следующим образом: магнитное поле токов, стекающих в полупространство с точечного электрода, в точке, расположенной на границе этого полупространства, имеет величину, измеряемую отношением силы питающего тока к расстоянию точки от электрода. Направление силы перпендикулярно к этому расстоянию, лежит в плоскости раздела и ориентировано по правилу правого винта.

Если мы хотим найти поле, объясненное действием обоих электродов, то нам следует геометрически сложить поля от каждого из этих электродов, учитывая различные знаки питающих токов. Если, например, нам требуется найти поле в точке с координатами x, y от электродов A и B , расположенных в точках с координатами $(0,0)$ и $(a, 0)$ (рис. 81), то строя векторы H_1 и H_2 , для их абсолютных значений будем иметь

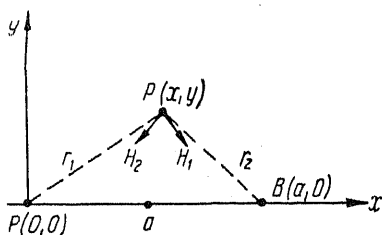


Рис. 81. Магнитное поле токов, текущих в земле с точечного электрода.

$$H_1 = \frac{I}{cr_1} = \frac{I}{c \sqrt{x^2 + y^2}}, \quad H_2 = \frac{I}{cr_2} = \frac{I}{c \sqrt{(a-x)^2 + y^2}},$$

причем H_1 перпендикулярно r_1 , а H_2 перпендикулярно r_2 . Компоненты по осям координат равнодействующей этих двух полей будут

$$X = \frac{I}{cr_1} \frac{y}{r_1} - \frac{I}{cr_2} \frac{y}{r_2} = \frac{Iy}{c} \left(\frac{1}{x^2 + y^2} - \frac{1}{(a-x)^2 + y^2} \right),$$

$$Y = \frac{I}{cr_1} \frac{x}{r_1} + \frac{I}{cr_2} \frac{a-x}{r_2} = \frac{I}{c} \left(\frac{x}{x^2 + y^2} + \frac{a-x}{(a-x)^2 + y^2} \right).$$

Нетрудно убедиться, что в точках оси x магнитное поле от токов, распределенных в земле, будет направлено параллельно оси y (компонента X для этих точек равна нулю). Такая же ориентировка поля будет в точках прямой, параллельной оси y и делящей расстояние AB пополам.

Чтобы закончить определение магнитного поля токов в цепи двух заземлений, необходимо найти еще поле тока, текущего в подводящих проводах. Считая эти провода расположенными на поверхности земли, можно сразу же заключить, что в точке земной поверхности это поле будет иметь вертикальную компоненту, так как оно должно быть перпендикулярно плоскости, в которой расположен провод. Величину этой компоненты можно найти по формуле

$$H_3 = \frac{I}{c} \int \frac{[dlR]}{R^3},$$

где R — расстояние от точки, для которой ищется поле, до элемента dl провода и интеграл берется вдоль провода от одного электрода до другого.

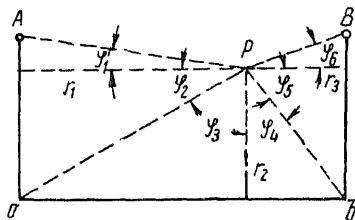


Рис. 82. К выводу формулы для магнитного поля полуквадрата с током.

Обычно провод располагается так, что он образует какую-либо правильную фигуру, что позволяет выполнить интегрирование, указанные общей формулой для H_3 . Так, например, для расположения, указанного на рис. 82, можно для H_3 написать

$$H_3 = \frac{I}{c} \left\{ \int_1 \frac{[dlR]}{R^3} + \int_2 \frac{[dlR]}{R^3} + \int_3 \frac{[dlR]}{R^3} \right\},$$

причем первый из интегралов берется по прямолинейному отрезку Aa , второй по ab и третий по bB .

Для каждого из этих интегралов находим

$$\int_1 \frac{[dlR]}{R^3} = \int_1 \frac{dl \sin(dlR)}{R^3} = \frac{\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2}{r_1},$$

$$\int_2 \frac{[dlR]}{R^3} = \frac{\sin \varphi_3 + \sin \varphi_4}{r_2},$$

$$\int_3 \frac{[dlR]}{R^3} = \frac{\sin \varphi_5 + \sin \varphi_6}{r_3},$$

т. е. поле H_3 определяется в окончательном виде формулой

$$H_3 = \frac{I}{c} \left[\frac{\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2}{r_1} + \frac{\sin \varphi_3 + \sin \varphi_4}{r_2} + \frac{\sin \varphi_5 + \sin \varphi_6}{r_3} \right].$$

Смысл входящих в эту формулу обозначений углов $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_6$ и расстояний r_1, r_2 и r_3 ясен из чертежа.

Результаты проведенного исследования можно иллюстрировать кривыми распределения компонент магнитного поля, изображенного на рис. 83, построенного для расположения питающего провода в виде замкнутого прямоугольника.

Нами решена задача для случая однородного и изотропного полупространства. Если имеются отклонения от этого условия, т. е. под поверхностью раздела залегает неоднородная или анизотропная среда, то распределение элементов магнитного поля будет иным, чем найденное. Характер этих отличий будет определяться особенностями строения среды, в которой течет электрический ток. Поэтому изучение отклонений наблюдаемого распределения элементов магнитного поля от найденного нами может дать материал для суждений относительно строения среды, заполняющей нижнее полупространство.

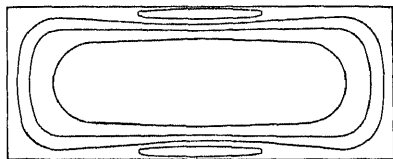


Рис. 83. Изолинии магнитного поля незаземленного прямоугольника.



Г л а в а V I

МЕТОД ЕСТЕСТВЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ТОКОВ

§ 27. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДА

Первые попытки использования электрических измерений в геологической разведке основывались на изучении полей естественных электрических токов, которые можно наблюдать на некоторых рудных месторождениях. Однако, несмотря на относительную давность этих первых экспериментов, методика наблюдений, построенная на использовании этого явления для разведочных целей, развилась лишь в последние 40—45 лет.

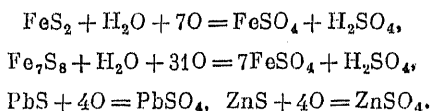
Большое число работ, проведенных в самых различных геологических условиях, показало, что естественные электрические токи наблюдаются весьма часто на месторождениях сульфидных руд и поэтому они были использованы для разведки месторождений такого типа. Более детальное изучение этого явления позволило установить существование некоторых закономерностей, его определяющих, что, с одной стороны, дало материал для построения теории явления и, с другой стороны, рационализировало методику его исследования. В настоящее время установлено, что естественные электрические токи связаны не только с присутствием сульфидных руд; они возникают в зонах развития углистых и графитовых сланцев, на месторождениях некоторых сортов углей, в областях развития торфяников.

Для поля естественных электрических токов характерно то, что направление токов, текущих у поверхности земли, обычно таково, какое получилось бы, если бы наиболее приподнятая часть рудного тела явилась отрицательным полюсом гальванического элемента. Исключение из этого правила хотя и наблюдаются, но весьма редко. Не следует думать, что над всяким сульфидным рудным телом можно констатировать существование заметных электрических токов: наблюдались случаи, когда такие токи над известными рудными телами или отсутствовали, или их интенсивность была настолько незначительной, что использовать их для целей разведки не представлялось возможности.

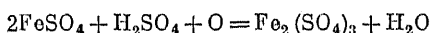
Своеобразие проявлений естественных электрических токов, сложность закономерностей, их определяющих, являются причиной того

обстоятельства, что для построения теории этого явления, удовлетворительно объясняющей все его особенности, требуется учет весьма большого числа факторов, влияющих на характер этого явления. Основной причиной естественных электрических токов, как сейчас можно считать установленным, следует признать тот комплекс физико-химических процессов, в котором участвует рудное тело. Изучение рудных месторождений, их развития, изменений, которые происходят с рудным материалом, позволило установить наличие ряда химических реакций, возникающих при соприкосновении этого рудного материала с растворами, находящимися в земле. Эти реакции подобно реакциям на электродах гальванического элемента и являются причиной возникновения тех электродвижущих сил, которые обуславливают во вмещающей рудное тело среде наблюдаемые нами электрические токи.

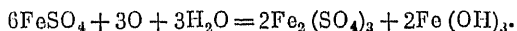
Согласно современным представлениям о химических процессах сульфидных рудных минералов последние под действием воды и воздуха превращаются в сульфаты и серную кислоту. Характер протекающих в данном случае реакций можно иллюстрировать следующими примерами:



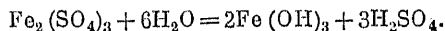
Наиболее заметным источником серной кислоты являются железные минералы. В качестве первой стадии их окисления получают сульфаты закиси железа, которые при дальнейшем действии кислорода переходят в сульфаты окиси



или основные сульфаты окиси



Гидролизация окисных сульфатов железа переводит их в лимонит:

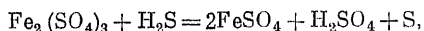


Реакции окисления сопровождаются увеличением положительной валентности атома железа, в силу чего те части рудного тела, где наблюдается такой окислительный процесс, имеют повышенный электрический потенциал. Восстановительные реакции, при которых положительная валентность атомов железа уменьшается, обуславливают понижение потенциала.

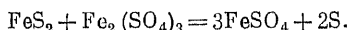
Верхние, ближайшие к земной поверхности части рудного тела, находясь под действием вод, богатых кислородом, окисляются наиболее интенсивно. Окисляющая способность этих вод, содержание

в них серной кислоты, присутствие которой, как мы видели, играет заметную роль при окислении солей железа, по мере увеличения расстояния от земной поверхности уменьшается и в зоне вод, расположенной ниже уровня водозовой циркуляции, можно наблюдать отчетливо выраженные восстановительные реакции, связанные с наличием уже не кислых, а щелочных растворов.

Причины изменения кислотности растворов, находящихся на различных глубинах в районах рудных месторождений, могут быть различны. С одной стороны, при взаимодействии кислых растворов с некоторыми сульфидами может образоваться сероводород. Последний, опускаясь на более значительные глубины, явится причиной возникновения реакций типа



в которых положительная валентность железа уменьшается, т. е. ярко выраженной реакции восстановления. С другой стороны, понижение кислотности растворов наблюдается при их взаимодействии с силикатами и карбонатами. Кислые растворы сульфата окиси могут при взаимодействии их без доступа кислорода с сульфидами вызвать окисление этих сульфидов и тем самым образование менее кислых растворов сульфата закиси. Примером такой реакции может служить реакция, изображаемая формулой



Таким образом, можно считать очевидным, что на больших глубинах, менее доступных окисляющему действию кислорода, поступающего из воздуха, происходит накопление сульфатов закисного железа, цинка, магния, кальция и т. п. Растворы их либо нейтральные, либо слабощелочные. Еще более высокой щелочностью характеризуются карбонаты таких оснований, как калий, натрий или кальций. Такие щелочные карбонаты могут образоваться при действии угольной кислоты.

Из этого весьма беглого обзора тех химических процессов, в которых участвуют минералы, слагающие рудное тело, мы можем составить себе представление и об электрическом состоянии последнего. Те части тела, которые находятся в зоне окисления, имеют положительный электрический потенциал по отношению к тем частям, где могут существовать лишь восстановительные реакции. Поэтому, как правило, наиболее близкие к дневной поверхности и потому более доступные окисляющему действию кислорода воздуха части рудного тела имеют положительный потенциал, глубоко же залегающие части тела характеризуются отрицательным потенциалом. Внутри рудного тела возникает электрический ток, направленный сверху вниз.

Во внешней среде потенциал будет распределяться иначе. Растворы, соприкасающиеся с окисляющимися частями рудного тела,

отдают ему свои положительные заряды и приобретают отрицательный потенциал. В зоне восстановления происходит обратное явление. В результате направление тока во внешней среде будет противоположно направлению тока в рудном теле, т. е. снизу вверх. Схематически картина распределения токов показана на рис. 84. Здесь PQ — земная поверхность, AB — рудное тело, причем область A — область окисления и область B — восстановления. Направление тока показано стрелками на пунктирных линиях.

На основании таких представлений о механизме возникновения естественных электрических токов становятся понятным и то обстоятельство, что наблюдаемое у поверхности земли направление электрического тока ориентировано в сторону наиболее приподнятых частей рудного тела, и те исключения из этого правила, которые наблюдаются в некоторых случаях. Можно представить себе, например, такие условия залегания рудного тела, при которых окислительные процессы протекают весьма слабо; над таким рудным телом проявления естественных электрических токов могут оказаться практически незаметными. Своеобразие условий залегания рудного тела может

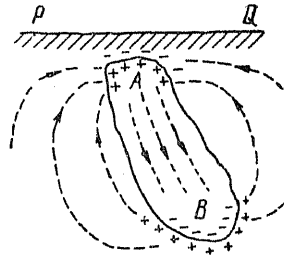


Рис. 84. Распределение тока над рудным телом при процессе окисления.

быть, наконец, таким, что действию кислорода воздуха будут доступны глубже залегающие части рудного тела, которые и окажутся находящимися в стадии более интенсивного окисления. В результате такого своеобразия построения нами схемы будем наблюдать течение естественного тока в сторону от рудного тела, т. е. над последним естественный потенциал будет иметь положительный максимум. Описанную схему возникновения естественных электродвижущих сил можно качественно проверить на рудных телах, доступных непосредственному наблюдению. Такая проверка была поставлена Е. А. Сергеевым, подробно разработавшим эту схему на одном свинцово-цинковом месторождении, и показала вполне удовлетворительное согласие между теоретическими предположениями и действительностью. Верхние наиболее интенсивно окисляющиеся части рудной жилы имели положительный потенциал по отношению к растворам, нижние части, находящиеся в зоне восстановления — отрицательный потенциал.

Несмотря на, казалось бы, удовлетворительное объяснение природы естественных электрических полей на рудных месторождениях, приведенное выше, это явление стало предметом изучения многих исследований. обстоятельный анализ проведенных в этом направлении работ сделал Г. Б. Свешниковым, который приводит перечень возможных причин появления токов на месторождениях сульфидных руд с последующей критической оценкой этих причин. По

Г. Б. Свешникову образование естественного электрического поля объясняется действием следующих факторов:

- 1) концентрацией кислорода и других газов в водах месторождения;
- 2) окислительно-восстановительным потенциалом вод, обусловленным наличием ионов серы и железа различной валентности;
- 3) концентрацией тяжелых металлов в водах месторождения;
- 4) концентрацией ионов HS в водах;
- 5) значением pH вод;
- 6) химическим составом минералов.

Обсуждение ряда работ, посвященных изучению влияния этих факторов, позволило Г. Б. Свешникову прийти к выводу об относительно малой роли содержания газов и ионов тяжелых элементов в водах месторождений. Основное значение в образовании электродных потенциалов сульфидов следует приписать окислительно-восстановительным потенциалам при достаточно высокой концентрации окисленных и восстановленных компонент и величине pH растворов. Для рудных залежей с зональным распределением различных сульфидных минералов возможно возникновение электрического поля за счет различий в электродных потенциалах отдельных минеральных компонент.

Электрохимические процессы рудных месторождений — не единственные источники естественных электродвижущих сил. Известно, что возникновение электродвижущих сил может быть обусловлено фильтрацией растворов в пористой среде; они могут быть вызваны термическими процессами, а также процессами диффузионного характера и т. п.

Однако, имея в виду лишь изложение методики разведки рудных месторождений, построенной на использовании естественных электродвижущих сил, остановимся только на изучении токов электрохимической природы.

Горные породы осадочного происхождения являются большей частью пористой и проницаемой средой. В такой среде возможно движение находящихся в ней естественных растворов. При этом движении в среде возникают электродвижущие силы, которые могут быть использованы для поисков таких движущихся вод (естественных растворов) или для учета создаваемых ими помех при изучении рудных месторождений, особенно в горных районах, где движение подземных вод может быть особенно интенсивным. Теория возникновения электродвижущих сил фильтрации была развита еще Гельмгольцем (1861 г.) и в дальнейшем разработана Штерном и Гуи. Сущность этой теории заключается в том, что на контакте твердой и жидкой фаз (зерен породы и растворов) возникает двойной электрический слой, причем отрицательные ионы оказываются более прочно связанными с твердыми частицами породы. Поэтому при движении растворов в порах породы отрицательные ионы будут

задерживаться, а положительные выносятся в сторону движения жидкости. В силу этого появляется разность потенциалов между областью стока и областью выноса. Такие электродвижущие силы иногда достигают десятков милливольт. В связи с этим над областью стока наблюдается появление отрицательных значений потенциала, а над областью выноса — положительных.

Кроме электродвижущих сил фильтрации, существуют и электродвижущие силы диффузионной природы, возникающие в зоне соприкосновения растворов различной концентрации или различной природы. Особенно больших значений такие электродвижущие силы достигают в тех случаях, когда соприкасающиеся растворы разделяются проницаемой перегородкой с весьма узкими каналами.

§ 28. АППАРАТУРА И ТЕХНИКА РАБОТ В МЕТОДЕ ЕСТЕСТВЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ТОКОВ

Изучение поля естественных электрических токов ведется в настоящее время главным образом путем измерения разностей потенциалов, действующих между определенным образом выбираемыми точками на поверхности земли. Соответственно этому аппаратура метода состоит из приборов, представленных для измерения разностей потенциалов, и электродов, при помощи которых осуществляется контакт между измерительной цепью и землей.

Напряжение в этом методе измеряется также потенциометром, который применяется при электроразведочных измерениях с постоянным током, причем при измерениях естественного тока компенсатор поляризации в работе не участвует, — компенсация разностей потенциалов, появляющихся между измерительными электродами при протекании в земле тока, производится основной частью прибора. В этом случае компенсирующая электродвижущая сила, величина которой определяется по положению головок градуированных сопротивлений с учетом показаний указателей чувствительности, равна измеряемой разности потенциалов. На детальном изложении приемов работы с потенциометром здесь останавливаться не будем, так как это было сделано в разделе, посвященном описанию аппаратуры метода сопротивлений.

Специфической особенностью измерительной цепи метода естественных электрических токов является применение особых электродов. Необходимость применения специальных электродов при измерениях в рассматриваемом методе может быть выяснена путем следующих рассуждений. Когда вводим в землю обычный железный или медный пикет, применяемый при устройстве заземлений в методе сопротивлений, то в месте контакта металла электрода с растворами, находящимися в почве, возникают электродвижущие силы физико-химической природы. Величина этих электродвижущих сил зависит от очень большого числа факторов, трудно поддающихся учету, и главным

образом определяется концентрацией и составом растворов, приходящих в соприкосновение с электродом. В силу этого при измерении естественных электрических токов с такими электродами мы измеряли бы суммарный эффект: разность потенциалов, обязанная протеканию в землю естественного электрического тока, искажалась бы на некоторую не поддающуюся учету величину электродвижущих сил, возникающих между электродами и почвой. При каждой перестановке электродов эта искажающая добавочная разность потенциалов в силу изменения условий заземления будет иметь

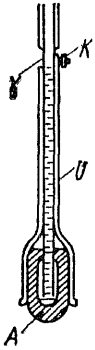


Рис. 85.
Неполяри-
зующийся
электрод.

разную величину, и так как порядок ее сравним с порядком изучаемой разности потенциалов, то измерения с такими электродами совершенно исказили бы наши представления о распределении на исследуемой площади естественных токов, возникающих в земле.

К сказанному следует добавить еще одно замечание. Известно, что когда в цепи, содержащей проводники второго рода, т. е. электролиты, течет электрический ток, то в месте соприкосновения электролитов с металлами цепи возникает противодействующая электродвижущая сила поляризации. При устройстве измерительной цепи, состоящей из металлических частей и электролита, представленного растворами, находящимися в почве, некоторая часть естественных токов, распределенных в земле, ответвляется в измерительную цепь и в результате на электродах появляются электродвижущие силы поляризации. Правда, в момент компенсации при потенциометрических измерениях в цепи электродов ток не течет, но возникшая во время, предшествующее компенсации, электродвижущая сила поляризации исчезает не сразу, и поэтому искажает величину измеряемой разности потенциалов и, кроме того, весьма затрудняет измерения своей изменчивостью. Все эти обстоятельства заставляют искать такую конструкцию электродов, в которой электродные процессы не играли бы заметной роли. Возможность осуществления такого электрода определяется положением, которое гласит, что между металлом и раствором соли этого на металле электродвижущая сила не возникает.

Практическая реализация этого принципа выразилась в устройстве так называемых неполяризующихся электродов, из многих конструкций которых опишем одну, имеющую наибольшее значение для электроразведки. В сосуд из пористой глины *A* (рис. 85) вставляется трубка из красной меди, которая прочно скрепляется с этим сосудом какой-либо химически неактивной замазкой. Чаще всего для этой цели применяется шеллак. Верхняя часть медной трубки снабжена ручкой из изолирующего материала и клеммой для подключения провода. Через трубку внутрь сосуда бросают несколько

кристаллов химически чистого медного купороса и наливают концентрированный раствор этой соли, приготовленный на дистиллированной воде в стеклянной или фарфоровой (не металлической!) посуде. Уровень жидкости в трубке поддерживается на возможно большой высоте, чтобы благодаря давлению столба жидкости затруднить доступ внутрь сосуда раствором, находящимся вне его. Снаружи трубка и верхняя часть пористого сосуда закрыты резиной для защиты от действия внешних жидкостей, если приходится работать в сырую погоду или в заболоченных, или более или менее сильно увлажненных местах.

Собранные и залитые раствором электроды помещаются в стеклянный или глиняный сосуд с водой или раствором медного купороса для испытаний. Между каждой парой таких электродов в сосуде измеряется собственная электродвижущая сила, которая при тщательности изготовления электродов и доброкачественности материалов, примененных для их построения, будет, вообще говоря, весьма невелика (порядка десятых долей или 1—2 *mv*). Эта электродвижущая сила остается постоянной довольно долгое время. Из промеренных пар выбирается для работ такая, которая обладает наименьшей собственной э. д. с.

При работе электроды устанавливаются в свеженеприготовленные в земле ямки и соединяются изолированным проводом с потенциометром; этим ограничивается подготовка установки к измерениям. Измерив разность потенциалов, их обычно меняют местами и делают новый замер. Если бы собственная э. д. с. электродов равнялась нулю, то оба замера дали бы одно и то же число. Поскольку эта э. д. с. может быть отличной от нуля, то на практике измеренные значения разности потенциалов отличаются друг от друга на величину удвоенной электродвижущей силы электрода. Действительная разность потенциалов определяется как полусумма из чисел, полученных в результате этих двух измерений. Электродвижущая сила электродов при работе в поле не остается постоянной главным образом вследствие загрязнения раствора внутри сосуда ионами растворов, находящихся в почве. Поэтому наблюдение за ее величиной позволяет судить о состоянии электродов. Если собственная э. д. с. электродов превысит 5—10 *mv*, следует удалить находящийся в электродах раствор, промыть их и залить свежим раствором.

При измерениях в поле необходимо всегда учитывать, какой из электродов находится при более высоком потенциале, т. е. отмечать направление наблюдаемого падения потенциала.

После этих замечаний общего характера рассмотрим более подробно процесс полевых наблюдений над распределением потенциала естественного электрического поля. Обычно полевые наблюдения ведутся вдоль заранее подготовленных профилей с отмеченными колышками пунктами установки электродов. Собрав измерительную цепь, помещаем первый электрод в начальную точку профиля,

а второй ставим на следующей точке. При установке электродов лопатой или при помощи топора следует вырыть небольшую ямку, в которую и устанавливают электроды, слегка подсыпая к ним землю, чтобы обеспечить лучший контакт их с почвой. Прделав указанные два замера с перестановкой электродов, заносят результаты измерений в журнал, приписывая им знак плюс, если передний электрод, считая по ходу вдоль профиля, имеет больший потенциал, чем задний, и знак минус в обратном случае. После этого электрод, стоящий на начальной точке профиля, переносят на третью точку его и измеряют разность потенциалов между второй и третьей точками. Это измерение, как и всякое следующее, делаем также с перестановкой электродов. Записав результаты измерений с нужным знаком, переносят электрод, находящийся на второй точке профиля, на его четвертую точку и снова делают измерения. В таком порядке проходят до конца весь профиль и переходят на параллельный ему другой, причем этот переход делают таким образом, чтобы можно было определить разность потенциалов между концевыми точками обоих профилей. Для этого, дойдя до конца первого профиля, снимают электрод, стоящий на предпоследней точке, и переносят его на концевую точку соседнего профиля. Если расстояние между профилями превышает длину измерительной линии, то выбирают промежуточный пункт и измеряют разности потенциалов между этим промежуточным пунктом и концевыми точками обоих профилей. Перейдя на этот соседний профиль, его проходят, выполняя измерения в обратном порядке, т. е. от концевой точки к начальной, и таким же образом, как концевые, связывают начальные точки обоих профилей. Такими же парами снимаются и все остальные профили на исследуемой площади.

Подчеркнем, что правило знаков, отмечающих измеряемые разности потенциалов, всегда остается одним и тем же: всегда измеренная величина должна быть отмечена плюсом, если передний электрод по ходу измерения (независимо от того, идем ли мы от начала профиля к его концу, или наоборот) имеет более высокий потенциал, чем задний. При соблюдении этого правила знаков последующая обработка наблюдений будет весьма простой. Закончив съемку всех профилей на исследуемом участке, проходят с измерениями по всем начальным и концевым точкам всех профилей, причем каждый такой ход рекомендуется делать в двух направлениях, т. е. закончить измерение на той точке, с которой эти измерения были начаты.

При обработке наблюдений стремятся получить значение естественного потенциала всех точек стояния электродов, т. е. всех точек, между которыми выполнены измерения разности потенциалов. Для этой цели начальной точке какого-либо профиля, лежащей возможно дальше от области резких изменений разности потенциалов, условно приписывают нулевой потенциал. Идя от этой точки (обозначим ее цифрой 1) по ходу измерений к ближайшей второй точке

профиля, мы можем определить потенциал этой последней как сумму

$$U_2 = 0 + a_1,$$

где a_1 — величина разности потенциалов между этими двумя точками. При составлении этой суммы a_1 берется с тем же знаком, с каким эта величина записана в книжке наблюдателя. Определив потенциал U_2 , составляем сумму

$$U_3 = U_2 + a_2,$$

где a_2 — разность потенциалов, измеренная между второй и третьей точками профиля. Прибавив к U_3 разность потенциалов a_3 , измеренную между третьей и четвертой точками, находим потенциал U_4 этой четвертой точки и т. д. Определив таким образом потенциалы всех точек профиля, пользуясь разностью потенциалов, измеренной между его концевой точкой и концевой точкой парного профиля, получим потенциал концевой точки последнего и затем последовательно потенциалы всех других точек его, включая и начальную. Зная разность потенциалов между начальными точками и прибавляя эту величину к значению потенциала, найденного для начальной точки соседнего профиля, мы должны получить потенциал начальной точки первого профиля, т. е. нуль. Отличный от нуля результат свидетельствует либо о допущенных нами ошибках при измерениях, либо о наличии ошибок в вычислениях. Если это расхождение p не очень велико: не больше 5% от суммы всех разностей потенциалов, измеренных при ходе по замкнутому контуру, считая все слагаемые с положительными знаками, т. е. если

$$|p| \leq \sum_{i=1}^n |a_i|,$$

где n — число замеров, то это расхождение признается допустимым и невязка разбрасывается между отдельными замерами таким образом, что каждый из замеров изменяется на величину $\frac{p}{n}$. Происхождение небольших по величине невязок объясняется неизбежными неточностями измерений разностей потенциалов между отдельными пунктами. Большие невязки свидетельствуют либо о каких-то относительно больших систематических погрешностях либо о грубых ошибках, допущенных при измерениях. В случае обнаружения больших невязок проще всего промерить весь контур заново. Из-за влияния метеорологических факторов на распределение естественного потенциала в земле следует выбирать контуры небольших размеров, чтобы замыкание их можно было провести в течение одного дня.

По наблюдениям хода, проведенного по начальным точкам всех профилей, аналогичным порядком определяются потенциалы всех

начальных точек по отношению к условному нулю. При вычислении потенциалов точек следующих контуров следует считать потенциал начальной точки контура равным не нулю, а этому найденному значению.

В тех случаях, когда собственная э. д. с. электродов невелика (не превышает 1—2 мв) и мало меняется с течением времени, наблюдения по контурам можно вести иначе, чем было сказано. Измерения разности потенциалов между двумя точками делаются без перестановки электродов, в результате чего для измеряемой величины получаются значения, несколько искаженные этой собственной э. д. с. электродов. Если этими искажениями можно пренебречь, то измеренное значение принимается за истинное. Однако, если с этими электродами проделать весь цикл измерений по контуру при одном и том же порядке расположения их, то невязка контура может оказаться слишком большой, так как в нее войдет величина этой небольшой самой по себе электродвижущей силы электродов, умноженной на число всех замеров, которое может быть достаточно большим. Чтобы уменьшить эту невязку, измерения ведут таким образом, чтобы на каждой паре соседних интервалов профиля роли электродов менялись: передний электрод при измерении на одном интервале оказывался задним при измерении на следующем расстоянии и наоборот. Практически это делается так.

Представим себе, что при первом измерении электрод *A* находится в точке 1, а электрод *B* в точке 2 профиля. Измерив разность потенциалов между ними, переносим электрод *A* в точку 3, а *B* оставляем на прежнем месте. Таким образом, при измерении на интервале 1—2 передним электродом был электрод *B*, а при измерении на интервале 2—3 передним окажется электрод *A*. Последующие наблюдения ведем в таком же порядке. При таком способе измерений собственные э. д. с. электродов на каждом интервале действуют в разные стороны и поэтому на конечном результате обработки отражаются незначительно. Подчеркнем, что последнее будет справедливо лишь в том случае, если эта э. д. с. постоянна во времени.

Такой прием измерений выгоднее в отношении скорости съемки, так как каждое измерение выполняется лишь при одной установке электродов.

Следует упомянуть еще об одном варианте съемки по методу естественных электрических токов, позволяющем определять значения потенциалов отдельных точек планшета по отношению к условно выбранному нулю, без проведения описанных выше суммирований, часто являющихся источником заметных погрешностей при обработке материалов съемки. — измерения с одним перемещающимся электродом при неподвижном втором. Сущность этой методики заключается в том, что для ряда точек планшета (обычно одного профиля) один из электродов устанавливается в пункте, находящемся где-либо в средней части профиля, а второй электрод поочередно поме-

щается на всех остальных точках, потенциалы которых желательнее определить. Требующийся для такого способа измерений провод наматывается на катушки, обычно применяемые в электроразведке. Установив две такие катушки с проводом около потенциометра и неподвижного электрода, приключают к концам проводов неполяризующиеся электроды, которые последовательно помещают в намеченные точки профиля по обе стороны от центрального пункта. Потенциометр включают поочередно в ту или другую цепь. При такой системе работы съемка идет непрерывно, так как за время измерений в одной цепи можно успеть перенести второй электрод установки. Длина проводов на каждой катушке, а следовательно, и максимальное удаление подвижного электрода от неподвижного, при относительно небольшой длине профилей (около 1—2 км) берется равной половине этой длины, чтобы с средней точки профиля можно было отнести подвижной электрод на его конец. При профилях большой длины целесообразнее работать при нескольких (двух-трех) положениях неподвижного электрода. Разумеется, что при съемке на нескольких профилях для построения карты распределения естественного потенциала на всей площади планшета необходимо увязать эти профили между собой, делая это по кощевым точкам их, либо по пунктам установки неподвижных электродов. Способ увязки можно применить такой же, как и при работе на профилях.

При описанной форме исследований необходимо особенно внимательно следить за качеством неполяризующихся электродов, так как э. д. с. пары их входит полной своей величиной в измеряемые разности потенциалов вследствие того, что при большой длине профилей практически неудобно вести измерения с переменной электродов на каждом интервале.

Из затруднений, с которыми приходится встречаться при измерении естественных электрических токов, отметим лишь одно, связанное с большими сопротивлениями заземлений при работе с весьма сухим верхним слоем почвы. В этих случаях отброс стрелки гальванометра очень мал, что делает весьма неточным определение величины компенсирующей э. д. с. В качестве меры борьбы с этим явлением рекомендуется предварительная поливка мест стояния электродов водой или слабым раствором медного купороса. Такую поливку следует делать не непосредственно перед установкой электродов, а за 2—3 ч до нее. В противном случае возникающие непосредственно после поливки электродвижущие силы фильтрации могут существенно образом исказить результаты съемки. По этим же соображениям не следует делать измерения во время дождя или сейчас же по его окончании.

Направление профилей и расстояние между ними выбирают, исходя из геологических условий. Лучше всего выбирать направление профилей перпендикулярным к ожидаемому направлению протекания объекта, создающего естественное электрическое поле,

а расстояние между профилями брать таким, чтобы пройти над искомым объектом по меньшей мере тремя-четырьмя профилями. Сказанное, разумеется, относится лишь к случаю разведки над объектами с ярко выраженным простиранием. В противном случае расстояние между профилями берется равным расстоянию между точками профиля.

Густота распределения пунктов на профиле определяется величинами измеряемых разностей потенциалов, с одной стороны, и необходимой степенью детальности съемки — с другой. Если разности потенциалов велики и требуется достаточно высокая степень детализации, то расстояние между точками профиля выбирается небольшим (около 10—20 м). Если эти разности потенциалов незначительны, то расстояние между точками увеличивают, доводя его до 40—50 м.

Подготовка участка для работ по методу естественных электрических токов заключается в построении базисной линии и системы перпендикулярных ей профилей. Первая разбивается при помощи теодолита и мерной ленты, вторые задаются эсккером или каким-либо иным подходящим прибором. Расстояния между точками промеряются лентой. Некоторые точки планшета следует привязать к триангуляционным пунктам или надежным предметам на местности.

Результаты обработки наблюдений, т. е. вычисленные значения потенциалов точек стояния электродов, служат для построения графиков распределения потенциала по профилю или карт его распределения на площади съемки. Построение графиков ведется следующим образом: по оси абсцисс располагаются пункты профиля, а по оси ординат откладываются измеренные значения потенциалов; полученные точки соединяются плавной кривой. При построении карт распределения потенциалов все пункты съемки наносятся на план и каждой точке приписывается найденное для нее значение потенциала в милливольтгах и затем в поле этих чисел проводятся линии, соединяющие точки с одинаковыми значениями потенциала, — эквипотенциальные линии. Такие линии строят обычно для значений потенциалов, кратных 5 или 10 мв.

Карты эквипотенциальных линий, в особенности графики распределения потенциала по профилям, являются основным материалом при последующей интерпретации наблюдений.

§ 29. ПОЛЕ ПОЛЯРИЗОВАННОЙ СФЕРЫ

На основании изучения распределения на поверхности земли естественных электрических токов, обязанных своим существованием физико-химическим процессам в рудном теле, электроразведчик должен сделать заключение о положении тех точек земной поверхности, под которыми находится рудное тело, о глубине его залегания, размерах и форме. Возможность таких заключений определяется тем положением принципиального характера, что все пере-

численные элементы залегания тела в какой-то мере отражаются на наблюдаемом распределении тока. Однако практически степень точности определений этих элементов в огромном большинстве случаев бывает весьма невелика по ряду причин. С одной стороны, сложность тех физико-химических процессов, которые обуславливают естественные электрические токи, и зависимость этих процессов от очень большого числа факторов, трудно поддающихся учету, лишают нас возможности дать им точную количественную оценку, что было бы необходимо для правильного решения задачи. С другой стороны, сложность математического характера, в ряде случаев совершенно непреодолимые, заставляют нас прибегать к построению упрощенных схем, долженствующих заменять то реальное распределение источников электродвижущих сил, которое существует в рудном теле. Разумеется, что в результате такого упрощения мы не можем рассчитывать на получение точных значений элементов залегания реального рудного тела. Кроме того, и в данном случае нам приходится сталкиваться с тем затруднением (о чем мы говорили в самом начале курса), которое связано с многозначностью решения обратной геофизической задачи.

Отдавая себе отчет о степени точности тех заключений, которые можно сделать на основе анализа наблюдений над естественными электрическими токами, мы все же должны познакомиться с основными положениями теории интерпретации, на базе которой можно дать хотя бы грубое решение интересующей нас задачи. С методами такого решения можно познакомиться путем изучения полей токов, обусловленных таким распределением источников, для которого математическое решение задачи возможно и которое в какой-то мере отражает то, что может быть в действительности. Поэтому задачу о сфере, решение которой приведем в первую очередь, можно использовать при интерпретации наблюдений над естественными электрическими токами, обусловленными рудными телами, форма которых приближается к шару.

Предположим, что по поверхности такого шара радиуса a контактные электродвижущие силы E распределены по закону

$$E = E_0 \cos \theta, \quad (55)$$

где θ — угол, составленный направлением на точку поверхности, для которой определяется величина E , с направлением прямой, проведенной через точки максимумов контактных электродвижущих сил. Такой шар будем называть поляризованным по направлению этой прямой, а прямую — осью поляризации.

Так как проводимость рудного тела обычно бывает значительно больше проводимости вмещающей среды, то, приняв это рудное тело в первом приближении за совершенный проводник, можно считать его находящимся при нулевом потенциале. В таком случае, наблюдая при переходе через поверхность шара скачок потенциала,

равный контактной электродвижущей силе, можно понимать это так, как будто бы точки поверхности шара имели потенциал, определяемый формулой

$$U = E_0 \cos \theta.$$

Поместим мысленно в центр шара диполь с моментом p и с осью, направленной по оси поляризации шара. Потенциал, им создаваемый в точках поверхности шара радиуса a , согласно общей формуле потенциала диполя, будет равен

$$U = \frac{p}{a^2} \cos \theta.$$

Сравнивая эти две формулы, можно заключить, что распределение потенциала сферы с заданным формулой (55) распределением контактных напряжений и распределение потенциала от помещенного указанным способом в центре сферы диполя во внешнем пространстве будет одним и тем же, если мы положим $E_0 = \frac{p}{a^2}$. Поэтому изучение поля идеально проводящего поляризованного шара можно заменить изучением поля диполя, находящегося в его центре.

Сделанное замечание позволит нам проще получить интересующее нас решение задачи о поле поляризованного шара с проводимостью, равной конечной величине. При наличии контактных электродвижущих сил, распределенных лишь по поверхности шара, потенциал U_i внутри шара и U_e во внешнем пространстве должен удовлетворять уравнению Лапласа

$$\Delta U = 0.$$

Выбрав сферическую систему координат r, θ, φ с полярной осью, направленной по оси поляризации, это уравнение в развернутом виде можно записать так:

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} = 0.$$

Искомые нами потенциальные функции U_e и U_i должны быть интегралами написанного уравнения. Исходя из формулировки задачи, можно утверждать, что распределение потенциала должно обладать осевой симметрией с осью симметрии, совпадающей с осью поляризации. Это утверждение равносильно утверждению независимости функций U_e и U_i от азимутального угла φ . Поэтому, положив $\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}$ в написанном уравнении равным нулю, должны искать решение более простого уравнения, а именно

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) = 0. \quad (56)$$

Решая задачу о деформации однородного поля тока шаром, мы имели дело с таким же уравнением Лапласа и пришли к заключению, что эти деформации во внешнем пространстве можно определить как влияние диполя, помещенного в центре шара, а внутри шара поле остается однородным. Другими словами, потенциал однородного поля и потенциал диполя являются интегралами уравнения Лапласа.

Попробуем и в данном случае искать решение для потенциала во внешней среде в форме потенциала диполя, находящегося в центре шара, т. е. предположим, что

$$U_e = p \frac{\cos \theta}{r^2}. \quad (57)$$

Аналогично для точек внутри шара предположим, что потенциал является потенциалом однородного поля:

$$U_i = qr \cos \theta. \quad (58)$$

Если можно подобрать p и q так, чтобы удовлетворялись условия на границе шар — вмещающая среда, то в силу единственности решения уравнения Лапласа при заданных граничных условиях решение нашей задачи будет найдено. Граничные условия в нашем случае можно сформулировать следующим образом: на поверхности шара имеет место скачок потенциала, равный величине контактной электродвижущей силы, т. е. $E_0 \cos \theta$. Поскольку эта контактная разность потенциалов предполагается не зависящей от времени, мы должны допустить, что нормальная составляющая плотности тока на обе стороны сферической поверхности имеет одну и ту же величину. Математически это можно записать следующим образом: при $r = a$ (напомним, что буквой a обозначен радиус шара)

$$U_e - U_i = E_0 \cos \theta, \quad \gamma_e \frac{\partial U_e}{\partial r} = \gamma_i \frac{\partial U_i}{\partial r},$$

где γ_e и γ_i — соответственно удельные проводимости материала внешней среды и шара.

Подставляя в эти равенства выражения для U_e и U_i , даваемые формулами (57) и (58), получим

$$\begin{aligned} \frac{p}{a^2} \cos \theta - qa \cos \theta &= E_0 \cos \theta, \\ -\gamma_e \frac{2p}{a^3} \cos \theta &= \gamma_i q \cos \theta. \end{aligned}$$

После очевидных преобразований эти соотношения можно переписать в виде

$$p - qa^3 = E_0 a^2, \quad 2\gamma_e p - \gamma_i q a^3 = 0.$$

Рассматривая последние равенства как уравнения относительно неизвестных p и q и решая их, имеем

$$p = E_0 a^2 \frac{\gamma_i}{\gamma_i + 2\gamma_e}, \quad q = -\frac{E_0}{a} \frac{2\gamma_e}{\gamma_i + 2\gamma_e}.$$

Таким образом, интересующую нас функцию U_e можно записать в виде

$$U_e = \frac{\gamma_i}{\gamma_i + 2\gamma_e} a^2 E \frac{\cos \theta}{r^2}.$$

Эту формулу можно положить в основу наших исследований распределения поля тока, создаваемого заданной сферической залежью.

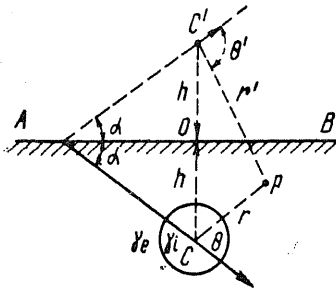


Рис. 86. Поле поляризованной сферы.

Однако, прежде чем перейти к этому исследованию, необходимо учесть влияние земной поверхности. Для задачи, которую мы решили, внешняя среда предполагалась бесконечно простирающейся во всех направлениях. В действительности же мы имеем среду, ограниченную поверхностью, которую в первом приближении можно считать плоской. Как мы уже видели, для учета влияния этой границы раздела следует отразить все нижнее полупространство со всеми особенностями его строения вверх и рассматривать со-

вокупное действие всех источников токов действительных и фиктивных, получающихся в результате отражения. В рассматриваемом случае нам придется считать потенциал для точек, находящихся в земле и на ее поверхности, обязанным действию действительного диполя и его отражения. Таким образом, если нам задан поляризованный шар, центр которого находится в точке C , лежащей на глубине h под поверхностью земли AB (рис. 86), и ось поляризации которого составляет угол α с горизонтом, то для вычисления потенциала в точке P следует считать этот потенциал состоящим из потенциала действительного диполя, находящегося в точке C , и потенциала фиктивного диполя, находящегося в точке C' , являющейся зеркальным изображением точки C от поверхности AB . Обозначив расстояния от C и C' до P соответственно через r и r' и углы, составленные этими расстояниями с осями диполей действительного и отраженного, через θ и θ' , можно написать

$$U_P = E_0 a^2 \frac{\gamma_i}{\gamma_i + 2\gamma_e} \frac{\cos \theta}{r^2} + E_0 a^2 \frac{\gamma_i}{\gamma_i + 2\gamma_e} \frac{\cos \theta'}{r'^2}.$$

Если точка P находится на поверхности земли, то $r = r'$, $\theta = \theta'$ и

$$U_P = 2E_0 a^2 \frac{\gamma_i}{\gamma_i + 2\gamma_e} \frac{\cos \theta}{r^2}. \quad (59)$$

Обозначая для краткости независящий от координат множитель.

$$2E_0 a^2 \frac{\gamma_i}{\gamma_i + 2\gamma_e},$$

буквой M , можно переписать формулу (59) в более простом виде:

$$U_P = M \frac{\cos \theta}{r^2}. \quad (59')$$

Поставим себе задачей найти распределение потенциала вдоль линии AB (рис. 87). Введем для удобства декартову систему координат с началом в точке O , расположенной над центром шара: ось x направим по AB , а ось z — вертикально вниз. Определим положение точки P на прямой AB ее расстоянием x от начала O ; в таком случае $r^2 = x^2 + h^2$.

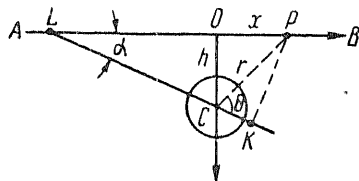


Рис. 87. Поле поляризованной сферы при наличии границы раздела земля — воздух.

Опустив перпендикуляр PK на ось диполя, получим

$$\cos \theta = \frac{CK}{CP}.$$

Так как

$$\begin{aligned} CK &= LK - LC = (LO + OP) \cos \alpha - LC = \\ &= (h \operatorname{ctg} \alpha + x) \cos \alpha - \frac{h}{\sin \alpha} = x \cos \alpha - h \sin \alpha, \end{aligned}$$

то

$$\cos \theta = \frac{x \cos \alpha - h \sin \alpha}{\sqrt{x^2 + h^2}}.$$

В связи со сказанным формула для потенциала точки примет вид:

$$U_P = M \frac{x \cos \alpha - h \sin \alpha}{(x^2 + h^2)^{3/2}}. \quad (60)$$

Рассмотрение этой формулы показывает, что потенциал точек, лежащих в области отрицательных x , отрицателен; он принимает значение, равное нулю, в точке, координата которой определяется равенством

$$x = x_0 = h \operatorname{tg} \alpha, \quad (61)$$

и при значениях x , превышающих эту величину, он становится положительным. Так как при бесконечно больших значениях x независимо от знака U_P обращается в нуль (степень x в знаменателе выше степени x в числителе), то характер изменения потенциала при перемещении точки из области отрицательных x в область положительных

значений этой координаты представляется в следующем виде. При больших отрицательных значениях x U_P мало и имеет отрицательный знак. По мере приближения точки P к началу координат U_P сначала растет по абсолютной величине, оставаясь отрицательным, затем убывает, в точке с координатой $x = h \operatorname{tg} \alpha$ потенциал обращается в нуль. При дальнейшем движении точки будет наблюдаться сначала нарастание положительных значений U_P , затем их убывание с асимптотическим приближением к нулю.

Представляется интересным найти положения тех точек линии AB , в которых функция U_P достигает экстремальных значений. Для этой цели надо решить относительно x уравнение

$$\frac{\partial U_P}{\partial x} = 0.$$

В нашем случае это уравнение принимает вид:

$$\frac{h^2 \cos \alpha + 3hx \sin \alpha - 2x^2 \cos \alpha}{(x^2 + h^2)^{5/2}} = 0.$$

Поскольку нас интересуют лишь конечные значения x , обращающие в нуль написанную дробь, относительно x следует решить уравнение

$$2x^2 \cos \alpha - 3hx \sin \alpha - h^2 \cos \alpha = 0.$$

Решая, получим

$$x = \frac{3}{4} h \left(\operatorname{tg} \alpha \pm \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}} \right).$$

Таким образом, мы находим, как и следовало ожидать, два экстремума для потенциала:

один в области отрицательных x

$$x_1 = \frac{3}{4} h \left(\operatorname{tg} \alpha - \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}} \right),$$

другой в области положительных x

$$x_2 = \frac{3}{4} h \left(\operatorname{tg} \alpha + \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}} \right).$$

Отсюда расстояние d между точками с экстремальными значениями потенциала можно определить в виде

$$d = x_2 - x_1 = \frac{3}{2} h \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}}. \quad (62)$$

Подставляя эти значения x в формулу (60), найдем величины отрицательного и положительного экстремумов:

$$U_{\min} = -\frac{M}{h^2} \frac{\frac{1}{4} \left(3 \cos \alpha \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}} + \sin \alpha \right)}{\left[\frac{9}{16} \left(\operatorname{tg} \alpha - \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}} \right)^2 + 1 \right]^{3/2}},$$

$$U_{\max} = \frac{M}{h^2} \frac{\frac{1}{4} \left(3 \cos \alpha \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}} - \sin \alpha \right)}{\left[\frac{9}{16} \left(\operatorname{tg} \alpha + \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}} \right)^2 + 1 \right]^{3/2}}.$$

Запишем отношение абсолютных величин этих экстремальных значений потенциала:

$$\frac{|U_{\min}|}{U_{\max}} = \frac{3 \cos \alpha \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}} + \sin \alpha}{3 \cos \alpha \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}} - \sin \alpha} \times$$

$$\times \left[\frac{\frac{9}{16} \left(\operatorname{tg} \alpha + \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}} \right)^2 + 1}{\frac{9}{16} \left(\operatorname{tg} \alpha - \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}} \right)^2 + 1} \right]^{3/2} = f(\alpha).$$

Мы видим, что это отношение является функцией одного лишь α . Заранее можно определить численную величину его, задавая α различные значения. Проведав такие расчеты, сводим их в таблицу (табл. 8).

Таблица 8

α , град . .	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\frac{ U_{\min} }{U_{\max}}$. .	1,00	1,76	3,15	5,51	10,0	19,4	38,8	101	306	

Полученных материалов достаточно для решения обратной геофизической задачи: определения элементов залегания поляризованного шара по данным измерений потенциалов поля естественных электрических токов. Приступая к решению этой задачи, предварительно заметим, что выбранная нами для исследования распределения поля линия, проходящая над центром шара через точку выхода его оси поляризации, характеризуется наиболее отчетливыми измерениями потенциала, т. е. амплитуда его изменений вдоль выбранной прямой наибольшая. Правильность этого заключения можно доказать путем

следующих рассуждений: если точка P расположена не на оси x , а находится в стороне от нее, имея, кроме координаты x , еще и координату y , то в формуле (59) для потенциала этой точки мы должны положить

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \cos (r, p) = \cos (p, x) \cos (r, x) + \cos (p, y) \cos (r, y) + \\ &\quad + \cos (p, z) \cos (r, z), \\ r &= \sqrt{x^2 + h^2 + z^2},\end{aligned}$$

где через p обозначено направление оси поляризации шара, лежащей в плоскости xz . Так как, кроме того,

$$\begin{aligned}\cos (p, x) &= \cos \alpha, \quad \cos (p, y) = 0, \quad \cos (p, z) = \sin \alpha, \\ \cos (r, x) &= \frac{x}{r}, \quad \cos (r, y) = \frac{y}{r}, \quad \cos (r, z) = -\frac{h}{r},\end{aligned}$$

то формула (59') приобретает вид:

$$U_P = M \frac{x \cos \alpha - h \sin \alpha}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (60')$$

Сравнивая эту формулу с формулой (60), дающей значения потенциала точек x , можно заключить, что величины потенциала в точках линии, проходящей параллельно оси x , на расстоянии y от нее будут по абсолютной величине меньше величин потенциалов соответствующих точек оси x в силу большей величины знаменателя в формуле (60'). В связи с этим будут меньше по своей величине и экстремальные значения потенциала.

После сделанного заключения можно наметить решение обратной задачи в следующем виде.

1. На карте изолиний потенциала, полученной из наблюдений, отмечаем точки минимального и максимального значений потенциала и соединяем эти точки прямой. Вертикальную плоскость, проведенную через эту прямую, назовем плоскостью поляризации шара, в ней будет лежать ось его поляризации.

2. Сняв с карты значения $|U_{\min}|$ и U_{\max} , находим отношение $\frac{|U_{\min}|}{U_{\max}}$ и по табл. 8 определяем значение угла α , составленного осью поляризации с горизонтом.

3. Измерив расстояние d между точками U_{\min} и U_{\max} , вычислив по найденному α величину $\frac{3}{2} \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}}$ из формулы (62), находим

$$h = \frac{d}{\frac{3}{2} \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}}}.$$

4. По вычисленной глубине залегания центра тяжести шара h и определенному ранее углу α получим значение произведения, стоящего в правой части равенства (61), что дает нам величину смещения от начала координат в сторону положительных x точки, в которой значение потенциала равно нулю. Найдя на прочерченной нами на плане прямой эту точку с нулевым значением потенциала, откладываем от нее в сторону точки U_{\min} расстояние, равное $x_0 = h \operatorname{tg} \alpha$, и, следовательно, получаем положение начала координат, т. е. той точки земной поверхности, под которой находится центр поляризованного шара.

5. По величине U_{\min} и известным h и α определим значение M , пользуясь формулой

$$M = \frac{|U_{\min}| h^2 \left[\frac{9}{16} \left(\operatorname{tg} \alpha - \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}} \right)^2 + 1 \right]^{3/2}}{\frac{1}{4} \left(\sin \alpha + 3 \cos \alpha \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{8}{9}} \right)}.$$

6. Если нам известны E_0 , γ_i и γ_e , то, пользуясь соотношением

$$M = 2E_0 a^2 \frac{\gamma_i}{\gamma_i + 2\gamma_e},$$

можно найти с некоторой степенью точности и радиус шара a . Укажем, что E_0 , как об этом можно заключить из обработки большого количества наблюдений над естественными электрическими точками на рудных месторождениях, для монолитных рудных тел обычно изменяется от 0,5 до 1,0 ϵ .

Таким образом, все интересующие нас элементы залегания определены и задачу можно считать решенной.

В тех случаях, когда ось поляризации шара вертикальна, задача определения его элементов значительно упрощается.

Действительно, при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ формула для U_P

$$U_P = -M \frac{h}{(h^2 + x^2)^{3/2}}, \quad (63)$$

содержит лишь две неизвестные M и h . Определяя положение точек с экстремальными значениями потенциала, т. е. решая относительно x уравнение

$$\frac{\partial U_P}{\partial x} = \frac{3}{2} M h \frac{2x}{(h^2 + x^2)^{5/2}} = 0,$$

находим лишь одно конечное значение x , именно $x = 0$, обращающее левую часть написанного уравнения в нуль. Это указывает на то обстоятельство, что при вертикально поляризованной залежи мы

будем наблюдать лишь один экстремум, именно минимум потенциала в начале координат. Из общей формулы для координаты x_2 точки U_{\max} видно, что с ростом α величина x_2 увеличивается и при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ обращается в бесконечность. Таким образом, отмеченное в рассматриваемом случае отсутствие максимальных значений потенциала не является чем-либо исключительным.

Величину этого экстремального значения потенциала получим, если в формуле (63) положим $x = 0$:

$$U_{\min} = -\frac{M}{h^2}.$$

Определим расстояние от точки с U_{\min} до точки, в которой потенциал численно в k раз меньше U_{\min} (по своей абсолютной величине k является произвольным числом; на практике его удобнее выбирать равным 2 или 3). Для этого решаем относительно x уравнение

$$-\frac{M}{h^2} = -kM \frac{h}{(h^2 + x^2)^{3/2}}$$

или

$$(h^2 + x^2)^{3/2} = kh^3.$$

Возводя в квадрат и извлекая корень кубический из обеих частей последнего уравнения, находим

$$h^2 + x^2 = \sqrt[3]{k} h^2,$$

откуда

$$x = \pm h \sqrt{\sqrt[3]{k} - 1}. \quad (64)$$

Последнее равенство позволяет заключить, что точек со значением потенциала, в k раз меньшим U_{\min} , существует, как и следовало ожидать, две и что они расположены симметрично относительно пункта с минимальным значением потенциала.

Исходя из результатов проведенного исследования, можно наметить решение обратной геофизической задачи в следующем виде.

1. Отсутствие на карте эквипотенциальных линий областей максимальных значений потенциала служит указанием на вертикальность оси поляризации шара. Точка с минимумом потенциала лежит над центром шара.

2. Измерив расстояние d между точкой с U_{\min} и точкой, потенциал которой в 2 или 3 раза меньше по абсолютной величине U_{\min} , пользуясь формулой, где вместо x подставим величину d , находим глубину залегания шара:

$$h = \frac{d}{\sqrt{\sqrt[3]{k} - 1}}.$$

Если $k = 2$, то по этой формуле вычисляем $h = 1,96d$. Если выбранное значение $k = 3$, то $h = 1,50d$.

Все построения, необходимые для проведения расчетов, связанных с определением величины h , удобнее располагать в виде графиков изменения U вдоль направления оси x . Для построения такого графика можно использовать непосредственно материал наблюдений либо карты эквипотенциальных линий.

3. Зная величину h , можно, исходя из формулы для U_{\min} , определить величину M :

$$M = |U_{\min}| h^2,$$

и затем по известному M , пользуясь приемом, указанным при решении задачи с произвольным углом наклона оси поляризации шара, найти приближенное значение его радиуса a .

Описанный здесь способ интерпретации результатов наблюдений над распределением потенциала, создаваемого поляризованным шаром, не является единственным. Детальное исследование рассмотренной задачи, сделанное А. А. Петровским, позволило ему установить несколько отличные приемы интерпретации, описание которых можно найти в работах, приведенных в списке литературы.

§ 30. ПОЛЕ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ЦИЛИНДРА

Область применения методики обработки результатов наблюдений, о которой сообщалось в предыдущем параграфе, ограничивается теми случаями, когда рудное тело по своей форме приближается к шару. Если это тело имеет ярко выраженное простирание, использование описанного метода интерпретации может привести к ошибочным заключениям относительно элементов залегания. Для построения рациональной методики интерпретации, применимой в случае тел с большим горизонтальным протяжением, необходимо провести специальное исследование потенциала над такими телами.

В качестве одного из примеров решения подобного рода задач рассмотрим поле бесконечно длинного, горизонтально лежащего поляризованного цилиндра с круглым сечением, причем, как и в случае шара, предположим распределение контактных электродвижущих сил подчиненным закону косинуса, т. е.

$$E = E_0 \cos \theta,$$

где θ — угол, составленный плоскостью, проходящей через ось цилиндра и точку, для которой определяется величина E , с плоскостью поляризации цилиндра, т. е. диаметральной плоскостью его, проходящей через точки максимальных значений контактных электродвижущих сил. Исследование поля E поляризованного таким образом цилиндра проведем для плоскости, параллельной его оси

и находящейся на расстоянии h от нее (рис. 88). Радиус сечения цилиндра предположим равным a . Нетрудно убедиться в том, что в рассматриваемом случае распределение потенциала вдоль всех прямых, лежащих в выбранной плоскости и перпендикулярных простиранию, будет одним и тем же; поэтому можно ограничиться изучением распределения потенциала вдоль какой-либо одной из этих прямых. Направление такой прямой примем за направление оси x : выберем начало координат на этой прямой в точке O , находящейся над осью цилиндра, ось z направим вертикально вниз, а ось y — параллельно оси цилиндра. Допустим, что плоскость поляризации цилиндра пересекает ось x в точке L и наклонена к плоскости исследования, которую мы будем считать земной поверхностью, под углом α . В силу сделанного замечания об одинаковом распределении потенциала вдоль всех прямых, проведенных на поверхности земли параллельно оси x при произвольном выборе величины h , приходим к заключению о независимости искомой

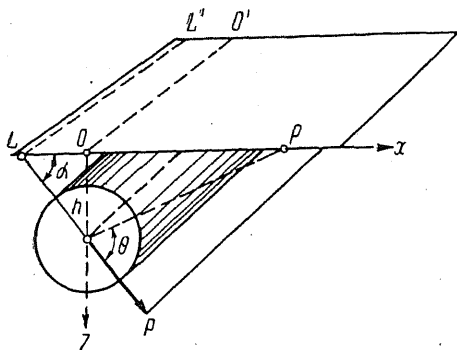


Рис. 88. К задаче о поле поляризованного цилиндра.

потенциальной функции от координаты y . Так как эта функция должна быть интегралом уравнения Лапласа, то, написав его для цилиндрической системы координат с осью, совпадающей с осью цилиндра, и начальной плоскостью, совпадающей с плоскостью поляризации, можно положить в этом уравнении производную от потенциальной функции по y равной нулю и искать интеграл уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} = 0. \quad (65)$$

Этот интеграл найдем в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от r , другая — только от θ , т. е. положим

$$w = u(r) v(\theta).$$

Подставляя это выражение для w в исходное уравнение и умножая на $\frac{r}{u(r)v(\theta)}$, получим

$$\frac{r}{u} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) + \frac{1}{v} \frac{d^2 v}{d\theta^2} = 0.$$

Таким образом, наше дифференциальное уравнение в частных производных распадается на два обыкновенных дифференциальных уравнения:

$$\frac{r}{u} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = m^2, \quad \frac{1}{v} \frac{d^2 v}{d\theta} = -m^2,$$

где m — произвольная постоянная. Нетрудно убедиться, что первое из написанных уравнений удовлетворяется, если мы положим

$$u = r \quad \text{или} \quad u = \frac{1}{r}$$

и примем для m^2 значение, равное единице. При этом значении второе уравнение будет иметь своими частными интегралами

$$v = \sin \theta \quad \text{и} \quad v = \cos \theta.$$

Следовательно, общий интеграл уравнения (65) может содержать произведения вида

$$\frac{1}{r} \cos \theta, \quad \frac{1}{r} \sin \theta, \quad r \cos \theta, \quad r \sin \theta.$$

Составляя из этих произведений выражения для функций, которые должны изображать потенциальные функции внутри цилиндрической области и вне ее, прежде всего следует учесть очевидную симметрию в распределении потенциала относительно плоскости поляризации, т. е. эти функции должны быть составлены так, чтобы при перемене знака θ не изменялся знак потенциальной функции. Таким условиям будут удовлетворять лишь произведения, содержащие $\cos \theta$. Второе требование, которому должны удовлетворять составленные нами функции, заключается в том, чтобы внутри цилиндра и вне его они были конечны и, в частности, обращались в нуль для бесконечно удаленных точек. Исходя из этих двух требований, можно для потенциальной функции U_i внутри цилиндра написать

$$U_i = A r \cos \theta,$$

где A — некоторая постоянная, подлежащая определению. Произведение вида $\frac{1}{r} \cos \theta$ не может входить в выражении для U_i , потому что оно обращается в бесконечность при $r = 0$. Аналогично для потенциала U_e точек, внешних по отношению к цилиндру, т. е. таких, для которых r не может принимать значений, меньших a — радиуса цилиндра, следует написать

$$U_e = B \frac{\cos \theta}{r},$$

где B — тоже постоянная, подлежащая определению. В это выражение не может входить произведение вида $r \cos \theta$, как обращающиеся в бесконечность при $r = \infty$.

Постоянные A и B определяют на основании учета граничных условий. В силу того, что на поверхности цилиндра действует не меняющаяся со временем контактная электродвижущая сила $E = E_0 \cos \theta$, заключаем, что при переходе через эту поверхность, т. е. при $r = a$, потенциал испытывает скачок на величину $E_0 \cos \theta$, а нормальная составляющая плотности тока остается неизменной. Записав эти положения математически, получим два уравнения:

$$U_e - U_i = E_0 \cos \theta = \frac{B \cos \theta}{a} - Aa \cos \theta,$$

$$-\gamma_e \frac{B \cos \theta}{a^2} = \gamma_i A \cos \theta,$$

где γ_e и γ_i — соответственно удельные проводимости внешнего пространства и цилиндра. Переписывая эти соотношения в форме

$$B - Aa^2 = E_0 a, \quad \gamma_e B + \gamma_i Aa^2 = 0,$$

получим два уравнения относительно A и B . Решая эти уравнения, находим

$$B = \frac{\gamma_i}{\gamma_i + \gamma_e} E_0 a, \quad A = -\frac{\gamma_e}{\gamma_i + \gamma_e} \frac{1}{a} E_0.$$

При найденном значении коэффициента B формула для потенциала, создаваемого во внешнем пространстве поляризованным цилиндром, принимает вид:

$$U_e = \frac{\gamma_i}{\gamma_i + \gamma_e} E_0 a \frac{\cos \theta}{r}. \quad (66)$$

Этой формуле можно дать истолкование, подобное тому, какое мы приняли для формулы потенциала однородно поляризованного шара. Представим себе бесконечно длинную прямую, покрытую положительными электрическими зарядами с линейной плотностью, равной λ . В точке, находящейся на расстоянии r от этой линии, электрический потенциал U_0 будет, как известно, определяться формулой

$$U_0 = 2\lambda \ln r.$$

Параллельно выбранной прямой, заряженной положительно, представим себе другую прямую, покрытую отрицательными зарядами с такой же численной линейной плотностью. Расстояние между обеими линиями предположим бесконечно малым и равным dl . В той же точке пространства потенциал, создаваемый этой отрицательно заряженной прямой, будет

$$U'_0 = -2\lambda \left(\ln r - \frac{\partial \ln r}{\partial l} dl \right).$$

Поэтому совокупное действие обеих линий определится потенциальной функцией $U = U_0 + U'_0$. Для нее находим

$$U = 2\lambda \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial l} dl,$$

если принять за положительное направление dl то направление, которое идет от отрицательной полюсной линии к положительной. Заменяя производную косинусом, получим

$$U = 2\lambda dl \frac{\cos \theta}{r}.$$

Сравнивая эту формулу с формулой (66), можно заключить, что потенциал, создаваемый поляризованным цилиндром, эквивалентен потенциалу, происходящему от системы полюсных линий, противоположно заряженных с линейной плотностью такой, что выполняется соотношение

$$2\lambda dl = \frac{\gamma_i}{\gamma_i + \gamma_e} E_0 a,$$

причем положительно заряженная прямая смещена относительно отрицательно заряженной прямой в плоскости поляризации цилиндра и в сторону положительных контактных электродвижущих сил, находящихся на его поверхности. Назовем совокупность таких бесконечно близких заряженных прямых плоским диполем. Чтобы получить действие, обязанное поляризованному цилиндру или эквивалентному ему плоскому диполю, в точках дневной поверхности, следует, как нам известно, определить совокупное влияние действительного линейного диполя и плоского диполя, получающегося в результате отражения действительного диполя от поверхности земли. Рассуждая аналогично тому, как это мы делали при решении задачи о поляризованном шаре, можно для потенциала точек земной поверхности написать формулу

$$U = \frac{2\gamma_e}{\gamma_i + \gamma_e} E_0 a \frac{\cos \theta}{r}$$

или, обозначив для краткости выражение $\frac{2\gamma_i}{\gamma_i + \gamma_e} E_0 a$ буквой M ,

$$U = M \frac{\cos \theta}{r}.$$

Переходя к исследованию распределения потенциала для точек оси x (рис. 88), определим положение точки P на этой оси координатой x , и так как в этом случае

$$\cos \theta = \frac{x \cos \alpha - h \sin \alpha}{r}, \quad r = \sqrt{x^2 + h^2},$$

то для потенциала получим

$$U = M \frac{x \cos \alpha - h \sin \alpha}{\sqrt{x^2 + h^2}}. \quad (67)$$

Формула эта показывает, что потенциал в точках оси x изменяется от нуля для бесконечно удаленных точек до некоторых конечных значений его в области точек, близких к началу координат. При этом в области отрицательных x потенциал отрицателен; в точке с таким значением x , при котором удовлетворяется равенство

$$x \cos \alpha - h \sin \alpha = 0,$$

он обращается в нуль и при $x > h \operatorname{tg} \alpha$, потенциал становится положительным. Для определения положения точек с экстремальными значениями потенциала решим относительно x уравнение

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0$$

или

$$\frac{h^2 \cos \alpha + 2hx \sin \alpha - x^2 \cos \alpha}{(x^2 + h^2)^2} = 0.$$

Отыскивая лишь те значения x , которые обращают в нуль числитель дроби, стоящей в левой части написанного равенства, находим для них

$$x = h \operatorname{tg} \alpha \pm h \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} = h \frac{\sin \alpha \pm 1}{\cos \alpha}.$$

Таким образом, определяются две точки с экстремальными значениями потенциала:

точка с отрицательной координатой

$$x_1 = -h \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha};$$

точка с положительной координатой

$$x_2 = h \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

Нетрудно видеть, что первая точка находится ближе к началу координат. Расстояние d между этими точками вычисляется по формуле

$$d = x_2 - x_1 = \frac{2h}{\cos \alpha}. \quad (68)$$

Расстояние δ между каждой из этих точек и точкой, где потенциал обращается в нуль, т. е. точкой с координатой $x = h \operatorname{tg} \alpha$, одно и то же и равно $\frac{h}{\cos \alpha}$, — оба экстремума потенциала расположены симметрично относительно точки с нулевым значением его.

Для определения экстремальных значений потенциала подставим величины x_1 и x_2 в формулу (67). В результате подстановки имеем

$$U_{\min} = -\frac{M}{2h}(1 + \sin \alpha), \quad U_{\max} = \frac{M}{2h}(1 - \sin \alpha).$$

Таким образом, отношение $\frac{|U_{\min}|}{U_{\max}}$, как и в случае поляризованного шара, зависит только от α и определяется равенством

$$\frac{|U_{\min}|}{U_{\max}} = \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}.$$

Вычисляя по этой формуле величину отношения экстремальных значений потенциалов для различных углов α , получим числа, приведенные в табл. 9.

Таблица 9

α , град	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$\frac{ U_{\min} }{U_{\max}}$	1,00	1,42	2,04	3,00	4,60	7,55	13,9	32,3	132

Проведенное исследование позволит нам построить методику интерпретации наблюдений над распределением потенциала, создаваемого поляризованным цилиндром.

В силу отмеченной уже тождественности в распределении потенциала вдоль всех прямых, проведенных на поверхности земли перпендикулярно к оси поляризованного цилиндра, можно заключить, что карта эквипотенциальных линий представится в виде параллельных прямых, простирающие которых и определит простирающие цилиндра. Сняв с этой карты значения U_{\min} и U_{\max} , вычисляем отношение $\frac{|U_{\min}|}{U_{\max}}$ и, пользуясь табл. 9, находим значение угла α , составленного плоскостью поляризации цилиндра с горизонтом. Измерив затем расстояние d между полосами максимумов и минимумов потенциала, пользуясь (68), находим величину h , связанную с d и α соотношением

$$h = \frac{1}{2} d \cos \alpha.$$

По определенным таким образом h и α и измеренной величине U_{\min} определяем M :

$$M = \frac{|U_{\min}| 2h}{1 + \sin \alpha}.$$

Так как M связано с радиусом сечения цилиндра a соотношением

$$M = \frac{\gamma_i}{\gamma_i + \gamma_e} E_0 a, \quad (69)$$

то при известных γ_i и γ_e , зная, что E_0 изменяется от 0,5 до 1,0 v , можно вычислить приближенное значение величины a .

Наконец, вычислив величину $h \operatorname{tg} \alpha$ и отложив это расстояние от точек с нулевым значением потенциала в сторону отрицательных его значений, найдем расположение точек земной поверхности, лежащих над осью цилиндра.

Укажем еще один несколько отличный путь решения обратной геофизической задачи для случая поляризованного цилиндра. В начале координат, т. е. в точке профиля, лежащей над осью цилиндра, $x = 0$ и, следовательно,

$$U = -\frac{M}{h} \sin \alpha.$$

Легко убедиться в том, что сумма U_{\min} и U_{\max} будет равна такому же числу. В самом деле,

$$U_{\min} + U_{\max} = \frac{M}{2h} (-1 - \sin \alpha + 1 - \sin \alpha) = -\frac{M}{h} \sin \alpha.$$

Таким образом, получается простое правило определения положения точки профиля, приходящейся над осью цилиндра: это точка, в которой потенциал равен алгебраической полусумме его экстремальных значений. Определив положение этой точки, можем найти и положение точки выхода на земную поверхность плоскости поляризации. В самом деле, точка L (рис. 88) имеет координату $x_L = -h \operatorname{ctg} \alpha$. Подставив это значение x_L в формулу (67), записываем выражение для потенциала в этой точке:

$$U = -M \frac{h \operatorname{ctg} \alpha \cos \alpha + h \sin \alpha}{h^2 (\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1)} = -\frac{M}{h} \sin \alpha,$$

т. е. он имеет такую же величину, что и в начале координат. Определив точку L по этому признаку, измеряем расстояние δ_2 этой точки от пункта с потенциалом, равным нулю. Так как от начала координат эта точка находится на расстоянии $h \operatorname{tg} \alpha$ в сторону положительных x , то

$$\delta_2 = h \operatorname{ctg} \alpha + h \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{\sin \alpha \cos \alpha}.$$

Измерив затем расстояние δ_1 от точки с $U = 0$ до точки с $U = U_{\min}$ и зная, что это расстояние связано с h и α соотношением

$$\delta_1 = \frac{h}{\cos \alpha},$$

из последних двух равенств находим

$$\delta_2 = \frac{\delta_1}{\sin \alpha}, \quad \sin \alpha = \frac{\delta_1}{\delta_2},$$

т. е. формулу, позволяющую вычислить α по измеренным δ_1 и δ_2 . Зная α , можно рассчитать и h по одной из формул

$$h = \delta_1 \cos \alpha, \quad h = \delta_2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Так же, как и в случае поляризованного шара, задача значительно упрощается, если $\alpha = \frac{\pi}{2}$, т. е. цилиндр поляризован вертикально. В этом случае формула для потенциала принимает вид:

$$U = -M \frac{h}{x^2 + h^2},$$

и будем наблюдать лишь один экстремум в точке с $x = 0$, т. е. в начале координат. Для определения величины h поступим так же, как и в случае шара: измерим расстояние d от точки с экстремальным значением потенциала до точки, величина потенциала в которой равна k -й доле этого экстремального значения. Это расстояние связано с h соотношением, получающимся из равенства

$$\frac{1}{k} U_{\min} = U,$$

или, так как $U_{\min} = -\frac{M}{h}$,

$$-\frac{1}{k} \frac{M}{h} = -M \frac{h}{d^2 + h^2}.$$

После очевидных преобразований это уравнение приводится к виду

$$d^2 + h^2 = kh^2,$$

откуда находим

$$h = \frac{d}{\sqrt{k-1}}.$$

Для различных k эта формула принимает различный вид:

$$h = d, \quad \text{при } k = 2;$$

$$h = 0,707 d \quad \text{при } k = 3.$$

Определение величины M может быть в данном случае сделано по формуле

$$M = |U_{\min}| h.$$

Что касается определения радиуса сечения цилиндра, то эта величина находится так же, как и в общем случае, т. е. из формулы (69).

§ 31. ПОЛЕ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ТОНКОГО ПЛАСТА

Остановимся на исследовании еще одной весьма несложной задачи, решение которой позволит нам найти приемы интерпретации наблюдений над крутопадающими жилами небольшой мощности. На примере исследования случая поляризованного кругового цилиндра мы видели, что его действие во внешнем пространстве эквивалентно действию двух бесконечно близко расположенных линий, параллельных друг другу и покрытых зарядами разных знаков. Можно показать, что совокупность двух таких же линий, но расположенных друг относительно друга на конечном расстоянии, эквивалентна действию некоторого эллиптического цилиндра при определенном законе распределения контактных электродвижущих сил на его поверхности. Поскольку в выборе этого закона нам предоставлена некоторая произвольность, всегда можно предположить, что, например, весьма тонкий эллиптический цилиндр (небольшую по мощности и достаточно вытянутую жилу можно с достаточной точностью уподобить такому цилиндру) имеет таким образом распределенные контактные электродвижущие силы, что его внешнее действие будет эквивалентно действию двух полюсных линий, расположенных вблизи вершин его сечения. Предположим, что такой сплюснутый эллиптический цилиндр ориентирован вертикально большей осью своего сечения. Заменяв этот цилиндр двумя полюсными линиями, лежащими горизонтально в одной и той же вертикальной плоскости, поставим себе задачей определить поле, создаваемое на поверхности земли такой системой полюсных линий.

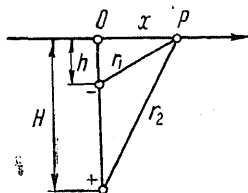


Рис. 89. К задаче о поляризованном пласте.

Положив для определенности глубину залегания одной полюсной линии равной h (рис. 89), а другой H , для потенциала, создаваемого ими, можно написать

$$2\lambda \ln \frac{r_1}{r_2},$$

где λ — линейная плотность распределения зарядов на линиях; r_1 и r_2 — соответственно расстояния до каждой из них от точки, для которой ищется потенциал.

Если выбрать начало координат в точке O , находящейся на линии перемещения точки P над обеими полюсными прямыми, и определить точку P координатой x , то

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{x^2 + h^2}, \\ r_2 &= \sqrt{x^2 + H^2}, \\ U &= 2\lambda \ln \frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{\sqrt{x^2 + H^2}}. \end{aligned} \quad (70)$$

По виду формулы (70) можно установить, что для бесконечно удаленных точек значение U бесконечно мало отличается от нуля и приобретает конечные отрицательные значения в области конечных x . Составляя уравнение $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$ и решая его относительно x убеждаемся в том, что функция U имеет один минимум, приходящийся на начало координат. Полагая в формуле (70) $x = 0$, найдем для этой минимальной величины U значение

$$U_{\min} = 2\lambda \ln \frac{h}{H}.$$

Поставим себе задачей определить элементы h и H , характеризующие залегание полосных линий. Определив по графику распределение потенциала или по карте эквипотенциальных линий расстояния x_1 и x_2 от минимума потенциала до тех точек, в которых потенциал составляет $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$ от U_{\min} , можно написать два равенства:

$$\frac{1}{2} 2\lambda \ln \frac{h}{H} = 2\lambda \ln \sqrt{\frac{x_1^2 + h^2}{x_1^2 + H^2}},$$

$$\frac{1}{4} 2\lambda \ln \frac{h}{H} = 2\lambda \ln \sqrt{\frac{x_2^2 + h^2}{x_2^2 + H^2}}$$

или после очевидных преобразований

$$\ln \frac{h}{H} = \ln \frac{x_1^2 + h^2}{x_1^2 + H^2}, \quad \ln \frac{h}{H} = \ln \frac{(x_2^2 + h^2)^2}{(x_2^2 + H^2)^2}.$$

Эти равенства позволяют нам написать два уравнения относительно неизвестных h и H :

$$\frac{h}{H} = \frac{x_1^2 + h^2}{x_1^2 + H^2}, \quad \frac{h}{H} = \frac{(x_2^2 + h^2)^2}{(x_2^2 + H^2)^2}.$$

Решение этих уравнений будем вести следующим образом. Из первого уравнения получим

$$h(x_1^2 + H^2) = H(x_1^2 + h^2)$$

или

$$x_1^2(H - h) = Hh(H - h),$$

откуда

$$Hh = x_1^2.$$

Из второго уравнения после аналогичных преобразований находим

$$h(x_2^2 + H^2)^2 = H(x_2^2 + h^2)^2$$

или

$$x_2^4(H - h) = Hh(H^3 - h^3) + 2Hhx_2^2(H - h).$$

После сокращения на $(H - h)$ запишем

$$x_2^4 = Hh(H^3 + Hh + h^3) + 2Hhx_2^2$$

или, заменяя произведение Hh через x_1^2 ,

$$x_2^4 = x_1^2(H^2 + h^2 + x_1^2) + 2x_1^2x_2^2.$$

Подставляя в последнем уравнении вместо H величину $\frac{x_1^2}{h}$ и освобождаясь от знаменателя, получим биквадратное уравнение для h :

$$x_1^2h^4 - (x_2^4 - x_1^4 - 2x_1^2x_2^2)h^2 + x_1^6 = 0. \quad (71)$$

Решая уравнение (71), получим

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{\frac{1}{2x_1^2} \left[x_2^4 - x_1^4 - 2x_1^2x_2^2 \pm \sqrt{(x_2^4 - x_1^4 - 2x_1^2x_2^2)^2 - 4x_1^6} \right]} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2x_1^2} \left[x_2^4 - x_1^4 - 2x_1^2x_2^2 \pm (x_2^2 - x_1^2) \sqrt{(x_2^2 - 3x_1^2)(x_2^2 + x_1^2)} \right]}. \end{aligned}$$

Совершенно одинаковое с уравнением (71) находим и уравнение для определения H : следовательно, и формула для H будет тождественна с формулой для h . Отсюда

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{x_1} \sqrt{\frac{1}{2} \left[x_2^4 - x_1^4 - 2x_1^2x_2^2 - (x_2^2 - x_1^2) \sqrt{(x_2^2 - 3x_1^2)(x_2^2 + x_1^2)} \right]}, \\ H &= \frac{1}{x_1} \sqrt{\frac{1}{2} \left[x_2^4 - x_1^4 - 2x_1^2x_2^2 + (x_2^2 - x_1^2) \sqrt{(x_2^2 - 3x_1^2)(x_2^2 + x_1^2)} \right]} \end{aligned}$$

и стоящую перед нами задачу можно считать решенной.

Заметим, что если x_2^2 оказалось равным $3x_1^2$, то оба корня уравнения (71) становятся равными друг другу, т. е. $H = h = x_1$. Сравнивая этот результат с результатом исследования задачи о поляризованном цилиндре, можно заключить, что это допущение эквивалентно сближению полюсных линий до плоского диполя.

Г л а в а VII

СПЕЦИАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ РАЗВЕДКИ С ПОСТОЯННЫМ ТОКОМ

§ 32. МЕТОД ЗАРЯЖЕННОГО ТЕЛА

Среди многообразия задач, которые приходится решать электроразведке, несколько выделяется задача определения приближительной формы контура рудного тела, вскрытого горными выработками, скважинами или эрозионными процессами в одной точке. Возможность решения этой задачи электрическим методом основывается на том, что руды металлов имеют высокие значения удельной электропроводности, так что монолитное рудное тело в толще вмещающих его пород весьма часто можно рассматривать как тело, удельное сопротивление которого бесконечно мало. Этой возможностью определяется и область применения той методики исследования, о которой мы будем говорить ниже.

Если рудное тело сделать одним из электродов питающей цепи, а другой электрод отнести на возможно большее расстояние, то при исследовании распределения эквипотенциальных линий вблизи первого электрода будем наблюдать некоторое сходство между ними и проекцией контура рудного тела на дневную поверхность. Это сходство обусловлено тем, что хорошо проводящее рудное тело будет практически находиться при одном потенциале и линии тока будут направлены вблизи этого тела по нормальям к его поверхности. В силу этого обстоятельства ближайšie к рудному телу эквипотенциальные поверхности будут подобны поверхности этого тела и эквипотенциальные линии на поверхности земли тем более точно отобразят контуры рудного тела, чем меньше глубина его залегания. Таковы идеи, лежащие в основе метода, получившего название метода заряженного тела.

Исходя из этой формулировки основных положений метода, можно себе представить процесс работы по методу заряженного тела как съемку эквипотенциальных линий вблизи электрода, установленного в рудном теле. Существуют два способа такой съемки. По первому способу на участке поверхности земли, расположенном над электродом, разбивается система профилей, вдоль которых

распределяются точки будущих установок электродов измерительной цепи. Съемку удобнее начинать с какой-либо угловой точки намеченного для исследований участка. В качестве электродов следует пользоваться неполяризующимися электродами или в крайнем случае медными пикетами. Установив один из электродов в начальной угловой точке планшета, которую мы будем считать нулевой точкой, помещаем второй электрод последовательно в первую, вторую, третью и т. д. точку профиля и будем измерять при помощи потенциометра разность потенциалов между точками стояния электродов. Если условно принять для потенциала нулевой точки значение нуль, то такие измерения дадут нам значения потенциалов всех остальных точек профиля по отношению к этому условному нулю. Определив таким образом значения потенциалов во всех точках планшета, получим возможность построить карту распределения потенциалов на участке съемки. Для этой цели все пункты установки электродов наносятся на план и каждому из них приписывается число, найденное при измерении разности потенциалов между рассматриваемой точкой и нулевой. В поле этих чисел проводится система линий, соединяющих точки с одинаковым значением потенциалов, т. е. эквипотенциальные линии. Обычно эти линии проводятся через равный интервал значений потенциала (через 5, 10, 20 мв). Области наиболее резких изменений потенциала, т. е. зоны сгущений эквипотенциальных кривых, можно принять приблизительно очерчивающими контур рудного тела.

Из технических деталей таких исследований отметим следующие. При больших размерах участка, когда второй электрод приходится относить достаточно далеко от первого, бывает весьма неудобно работать с длинным проводом, соединяющим эти два электрода. В таком случае следует возможно тщательнее определить значения потенциалов по отношению к условному нулю для ряда точек, распределенных более или менее равномерно на участке работ. Такие точки в дальнейшем могут служить опорными пунктами для определения потенциала всех других точек планшета. Однако при последующей обработке наблюдений и при нанесении результатов съемки на план надо иметь в виду, что потенциалы таких опорных точек не будут равны нулю, и поэтому значения потенциалов точек, измеренных в системе этих опорных пунктов, следует отыскивать путем сложения измеренных разностей потенциалов с величиной потенциала, найденного для соответствующей опорной точки.

При проведении наблюдений описываемым способом следует тщательно следить за постоянством напряжения источника тока, так как изменение его электродвижущей силы может повлечь за собой существенные ошибки при определении потенциалов точек съемки. В целях сохранения этого постоянства целесообразно включать ток в питающей цепи лишь в моменты измерений. Удобно для этого иметь подводку от заземлений к ключу или прерывателю, находящемуся

под рукой у наблюдателя, ведущего измерения разности потенциалов. Можно пользоваться для включений тока и включателем, имеющимся в потенциометре.

Второй способ ведения исследований заключается в непосредственных поисках эквипотенциальных линий. Из двух электродов измерительной цепи, которые в этом случае во всех отношениях выгодно иметь неполяризующимися, один устанавливается в произвольно намеченной точке участка, а для другого ищется такое положение, чтобы в соединительной цепи ток отсутствовал, о чем можно судить по тому, что стрелка гальванометра не отклоняется. При этом второй электрод приходится несколько раз переставлять с одной точки на другую и следить за отклонением стрелки гальванометра. Правильным направлением перемещения будет то, при котором величина отклонения убывает. Найдя одну такую точку, которая, очевидно, будет находиться при том же потенциале, как и точка, в которой находится первый электрод, отмечаем эту точку на местности колышком с соответствующим обозначением и таким же порядком приступаем к поискам следующей точки. В тех случаях, когда расстояние между точками стояния электродов искалательной цепи становится слишком большим, следует перенести первый электрод с начальной точки на ближайшую из найденных точек и вести поиски следующих точек с одинаковым потенциалом так же дальше. Если этот процесс поисков будем продолжать, то в итоге вернемся к исходной точке, но с другой стороны. Возможно, что при ряде перестановок первого электрода вследствие естественных неточностей определения положения точек с равным потенциалом конечная точка хода окажется несколько смещенной по отношению к начальной. Если смещение небольшое, то им можно пренебречь, если же это смещение велико, то лучше всего повторить измерения. Остается перенести найденные точки на план и соединить их плавной кривой, которая и явится изображением эквипотенциальной линии. Закончив поиски точек одной эквипотенциальной линии, сносим с нее первый электрод и устанавливаем его в другой точке участка и при помощи второго электрода описанным же приемом ищем положения точек второй эквипотенциальной линии и т. д.

При этом способе измерений колебания напряжения источника тока не имеют существенного значения, так как при наличии таких колебаний величина потенциалов всех точек эквипотенциальной линии изменяется одинаково, т. е. точки ее остаются эквипотенциальными. Однако работа по этому способу проходит несколько медленнее, чем по первому описанному нами способу, а так как в первом способе, кроме контуров эквипотенциальных линий, сразу же получаем их числовую отметку, что при втором способе работ нельзя получить без дополнительных измерений, то в настоящее время при ведении исследований методом заряженного тела по преимуществу пользуются первым способом наблюдений.

Весьма интересен вариант второй системы исследований, когда работают с применением переменного тока звуковой частоты. В этом случае источником энергии может служить альтернатор небольшой мощности, приводимый в движение от руки, или зуммерное устройство, с описанием которого мы встретимся при изучении так называемого метода эквипотенциальных линий. Электроды, изготовленные в виде стальных стержней с ручками из изолирующего материала

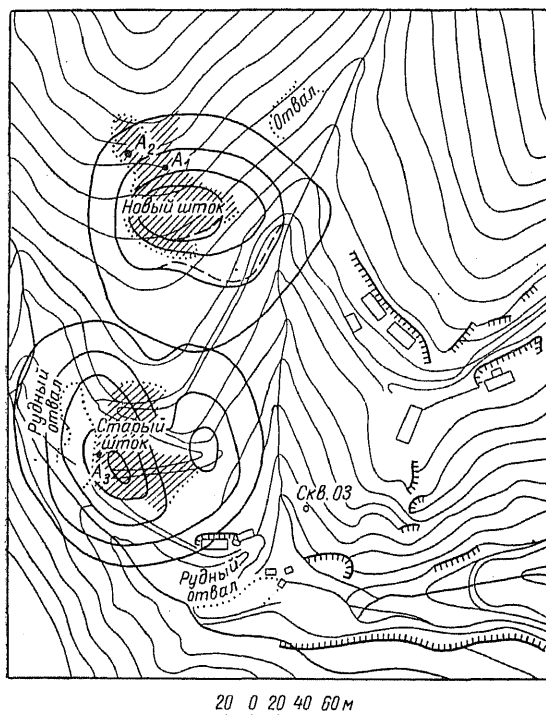


Рис. 90. Результаты съемки методом заряженного тока.

(чаще всего для этой цели употребляется дерево), соединяются друг с другом проводом через телефон. Если эти стержни воткнуть в двух точках на поверхности земли, находящихся на некотором расстоянии одна от другой, то при работе генераторного устройства в телефоне будет слышен звук, соответствующий частоте питающего тока. Сила этого звучания будет меняться при изменении положения электродов и достигнет минимума тогда, когда оба электрода будут находиться в точках одной и той же эквипотенциальной линии. Отсюда

становится ясен и сам процесс поисков точек с равным потенциалом: надев на уши телефон, втыкаем один из электродов в произвольно выбранную точку изучаемого участка, а вторым электродом ищем такую точку, при помещении в которую второго электрода звук в телефоне исчезнет или будет иметь минимальную интенсивность. Отметив эту точку колышком, ищем следующую точку той же эквипотенциальной линии. При этом первый электрод можно перенести из начальной точки в только что найденную, чтобы не иметь дела с длинными соединительными проводами, что при работе с переменным током весьма важно вследствие возможных индукционных эффектов непосредственно в измерительной линии. В остальном система поисков точек эквипотенциальных кривых ничем не отличается от такой же системы работы при постоянном токе.

В отношении линий, определяемых при исследованиях с переменным током, следует иметь в виду некоторые особенности, отличающие их от эквипотенциальных линий, наблюдаемых при работе с постоянным током. Но так как эти отличия в методе заряженного тела ярко не выделяются, то на них здесь останавливаться не будем, а рассмотрим их при изучении метода эквипотенциальных линий на переменном токе.

Для иллюстрации результатов исследований методом заряженного тела приводим материалы съемки этим методом на Чирагидзорском месторождении колчеданных руд (рис. 90). Одно из заземлений питающей цепи помещалось в точках A_1 , A_2 и A_3 (в рудных телах), другое относилось на 1,5 км в сторону. Эквипотенциальные линии достаточно четко намечают контуры рудных тел.

§ 33. МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРАВЛЕНИЯ И СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНОГО ВОДНОГО ПОТОКА

Своеобразной модификацией метода заряженного тела является способ определения направления и скорости движения водного потока, вскрытого одной скважиной. Идея этого способа заключается в следующем. В скважину, вошедшую в водоносный пласт, загружается некоторое количество соли (обычно берется NaCl) и помещается один из электродов питающей линии. Второй электрод, как и в обычном методе заряженного тела, относится на возможно далекое расстояние от скважины. Сразу же после зарядки скважины солью и установки электрода определяются одна или две эквипотенциальные линии, проходящие на некотором расстоянии от устья скважины. Эти первые линии обычно будут близки по форме к кругам, имеющим центр на оси скважины.

Соль, помещенная в скважину, будет растворяться в пластовой воде и, с одной стороны, растворенное вещество будет диффундировать во все стороны от скважины, с другой стороны, раствор будет сноситься с оси скважины в сторону направления движения потока

и при том тем сильнее, чем больше скорость этого движения. Область высокой концентрации раствора, являющаяся весьма хорошим проводником для электрического тока, окажется расположенной уже несимметрично относительно оси скважины. Наблюдая расположение эквипотенциальных линий, через некоторый промежуток времени (от нескольких часов до нескольких десятков часов) можно констатировать, с одной стороны, деформацию этих линий — выпячивание их в направлении движения водного потока — и, с другой стороны, смещение в том же направлении центра эквипотенциальных кривых от устья скважины. Направление и величина этого перемещения могут быть положены в основу определения элементов движения водного потока.

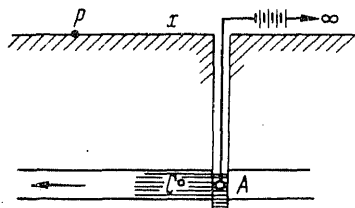


Рис. 91. Определение скорости подземного потока методом заряженного тока.

Самое схематичное представление о способах вычисления скорости движения потока можно получить путем следующих рассуждений. Электрод A (рис. 91), опущенный в скважину, и центр C снесенной водным потоком зоны повышенной концентрации можно рассматривать как точечные электроды с эмиссионными способ-

ностями $\frac{I \varrho}{4\pi} a$ и $\frac{I \varrho}{4\pi} (1 - a)$, где a — число, меньшее единицы, указывающее, какую долю всего посланного в землю тока можно рассматривать стекающей с электрода A . В таком случае разность $(1 - a)$ определит долю тока, стекающего в ту же среду с электрода C . Если обозначить расстояние между точками A и C , которые предположим находящимися на одной и той же глубине, через l и глубину этих точек через h , то для точки P , находящейся на расстоянии x от устья скважины, найдем для потенциала U этих двух источников значение, определяемое формулой

$$U = \frac{Ia \varrho}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{x^2 + h^2}} + \frac{I(1-a) \varrho}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{(l-x)^2 + h^2}},$$

где буквой ϱ обозначено удельное сопротивление внешней среды. Максимальное значение потенциала найдем при таком значении x , которое является корнем уравнения

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0$$

или

$$\frac{ax}{(x^2 + h^2)^{3/2}} - \frac{(1-a)(l-x)}{[(l-x)^2 + h^2]^{3/2}} = 0.$$

Очевидно, этот корень будет зависеть от величины a , т. е. от характера распределения токов между обоими рассматриваемыми

источниками. Нетрудно убедиться, что если, например, a будет равно $\frac{1}{2}$, т. е. ток будет распределен поровну между A и C , то максимальное значение потенциала будет наблюдаться в точке, координата x которой будет равна $\frac{l}{2}$. Таким образом, в этом случае центр эквипотенциальной кривой будет смещаться вдвое медленнее, чем источник C , т. е. скорость перемещения этого центра будет в 4 раза меньше скорости движения потока. Если $a = 0$, т. е. весь ток может считаться выходящим из центра C , то максимум потенциала будет наблюдаться при $x = l$. В этом случае скорость смещения центра эквипотенциальных кривых будет лишь в 2 раза меньше скорости движения водного потока.

Вопрос о роли каждого источника (A и C) может быть в общих чертах решен путем учета удельных сопротивлений внешней среды и раствора, образующегося в движущемся потоке. Легко установить, что при весьма высоком сопротивлении внешней среды эту зону высокой концентрации раствора можно рассматривать с достаточным приближением как эквипотенциальный электрод, а следовательно, весь ток можно считать стекающим в среду с фиктивного электрода C , т. е. считать a достаточно близким к нулю. Если же, наоборот, сопротивление внешней среды близко к сопротивлению раствора, то действие смещения зоны этой высокой концентрации в сторону от оси скважины практически не скажется на наблюдаемом распределении эквипотенциальных линий: они будут оставаться неизменно на одном и том же месте и, таким образом, нельзя определить скорость движения жидкости. С этим вряд ли когда-либо можно встретиться в действительности, так как сопротивление насыщенного раствора NaCl во много раз меньше удельного сопротивления наиболее хорошо проводящих электрический ток горных пород. Заметим, что определение направления и скорости движения потока возможно лишь в тех случаях, когда имеются в виду воды с низкой минерализацией. Движение естественных вод с высокой минерализацией таким способом изучать невозможно, но уже по другим вполне очевидным причинам.

Возвращаясь к оценке величины a в уравнении для смещения центра эквипотенциальных кривых, можно сказать, что при удельном сопротивлении внешней среды, в 100 раз большем удельного сопротивления, получаемого в результате растворения соли раствора, зону высокой концентрации можно считать практически эквипотенциальным электродом, т. е. принять для a значение нуль. Так как насыщенный раствор NaCl имеет удельное сопротивление около $5 \text{ ом} \cdot \text{см}$, то отсюда следует, что при сопротивлениях внешней среды, больших $500 \text{ ом} \cdot \text{см}$ или $5 \text{ ом} \cdot \text{м}$, можно считать скорость движения водного потока равной скорости смещения центров эквипотенциальных кривых. При этих расчетах не учтено изменение концентрации

в сносимой водным потоком зоне раствора, обусловленное действием диффузии. Последнее может несколько повысить удельное сопротивление этой зоны и, таким образом, отодвинуть нижний предел для удельных сопротивлений пород, при котором между скоростями смещения центров эквипотенциальных кривых и скоростью движения водного потока существует столь простое соотношение.

Более полная и более строгая теория рассматриваемого способа определения направления и скорости движения водного потока должна была бы учитывать изменение проводимости раствора по мере его удаления от скважины. Кроме того, следовало бы учесть и влияние обсадных труб.

Такой расчет был сделан Б. К. Матвеевым в 1958 г., и материалы вычислений проверены экспериментом. В результате этой работы оказалось возможным отметить ряд интересных особенностей в ходе изменений эквипотенциальных линий с течением времени. Остановимся на следующих из них.

1. Величина смещения эквипотенциальной линии увеличивается по мере увеличения ее радиуса, достигает некоторого максимума и затем начинает убывать.

2. Максимальная величина смещения отодвигается от скважины с увеличением интервала времени, протекшего от момента введения электролита в скважину до момента наблюдений.

3. Влияние обсадных труб сказывается больше на линиях меньшего радиуса.

§ 34. МЕТОД ВЫЗВАННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Электроразведочную станцию, оснащенную чувствительным прибором для измерений разностей потенциалов, можно использовать и для исследований методом, получившим название метода вызванной поляризации. Явление, лежащее в основе этого способа, заключается в следующем. Если послать в землю постоянный электрический ток и затем его выключить, то в течение некоторого времени после выключения тока между измерительными электродами можно наблюдать разность потенциалов, величина которой убывает по закону, близкому к экспоненциальному. В полевых условиях эта разность потенциалов убывает до величин, не поддающихся измерению в течение нескольких секунд, в лаборатории же с более чувствительной аппаратурой можно наблюдать такую разность потенциалов через много часов после выключения тока. Эта разность потенциалов и получила название вызванной поляризации. Природа этого явления до конца еще не выяснена, но, по-видимому, можно говорить о двух механизмах возникновения вызванной поляризации. В одном случае, когда в горной породе заключены зерна электронных проводников, протекают электрохимические процессы, аналогичные процессам в аккумуляторе; в другом случае, когда среда является проводником лишь ионной природы, вызванная

поляризация возникает в силу наличия электрокинетических процессов.

Отметим некоторые закономерности, управляющие этим явлением.

1. При увеличении времени пропускания поляризующего тока вызванная поляризация растет сначала быстро, а затем более медленно и по истечении некоторого времени (десятки минут) достигает предельного значения.

2. Величина этого предельного значения зависит от силы поляризующего тока. В небольших пределах она пропорциональна току.

3. Спад вызванной поляризации, как уже говорилось выше, происходит по закону, близкому к экспоненциальному; вернее, начальная стадия спада происходит по экспоненте $e^{-\alpha t}$ с большим коэффициентом α , чем в конечной стадии. Не исключена возможность существования нескольких слагающих, определяющих спад вызванной поляризации.

4. Величина вызванной поляризации и характер ее спада зависят от среды, в которой она наблюдается.

Если знаком ΔU_n обозначить разность потенциалов, измеренную между электродами M и N через определенное время после пропускания зарядного тока, а через $\Delta U = \Delta U_0 + \Delta U_n$ — разность потенциалов между теми же электродами при пропускании поляризующего тока, причем ΔU_0 — разность потенциалов первичного поля, то за меру вызванной поляризации принимают величину

$$\eta = \frac{\Delta U_n}{\Delta U}.$$

Теория явления вызванной поляризации разрабатывалась рядом исследователей: В. Бухгеймом, Д. Ф. Блейлем, Г. Сейджелом и другими. Необходимо отметить, что теории, разработанные упомянутыми учеными, носят в основном формальный характер, так как не вскрывают физической сущности явления. Основным положением этих теорий является утверждение о том, что в каждой точке среды, в которую посылается электрический ток, возникает ток поляризации, плотность которого пропорциональна плотности поляризующего тока в данной точке.

Формально можно себе представить поляризованную среду как совокупность диполей, заполняющих весь объем этой среды. Поле, создаваемое таким диполем, пропорционально его моменту P , который в свою очередь пропорционален напряжению поляризующего поля. Поэтому для плотности тока, протекающего через какой-либо дифференциально малый объем dv среды, можно написать

$$j = \gamma (E - \eta E) = \gamma (1 - \eta) E,$$

где η — коэффициент пропорциональности. Знак минус указывает на обратное направление поля, обусловленного действием поляри-

зации. Если обозначить произведение $\gamma(1-\eta)$ через γ^* , то приведенная формула переписется в виде

$$j = \gamma^* E,$$

т. е. получаем соотношение, аналогичное соотношению для неполяризуемой среды с удельной электропроводностью γ^* . Это соотношение позволяет перенести выводы, которые можно сделать о распределении тока в случае неполяризуемой среды, на среду поляризуемую. Так, например, поле точечного электрода на поверхности однородной среды с удельной электропроводностью $\gamma^* = \gamma(1-\eta)$ определяется формулой

$$E = \frac{I}{2\pi\gamma(1-\eta)r^2},$$

$$E_n = E - E_0 = \frac{I}{2\pi\gamma(1-\eta)r^2} - \frac{I}{2\pi\gamma r^2} = \frac{I\eta}{2\pi\gamma(1-\eta)r^2}.$$

Откуда

$$\frac{E_n}{E} = \eta = \frac{\Delta U_n}{\Delta U}.$$

Если электронный проводник поляризован, то под влиянием поляризующего тока можно ожидать поверхностной поляризации. Внешне эта поверхностная поляризация выразится в скачке потенциала при переходе через поверхность электронного проводника. Величину этого скачка можно принять пропорциональной нормальной составляющей плотности тока к поверхности, т. е.

$$U_e - U_i = k j_n,$$

где U_e — значение потенциала близ границы во внешней среде, а U_i — во внутренней. Так как

$$j_n = \frac{1}{\rho_e} E_e = -\frac{1}{\rho_e} \frac{\partial U_e}{\partial n},$$

$$U_e - U_i = -\frac{k}{\rho_e} \frac{\partial U_e}{\partial n} = -\lambda \frac{\partial U_e}{\partial n}.$$

В то же время на границе раздела должно выполняться также условие

$$j_{ne} = j_{ni},$$

выражающее непрерывность нормальной составляющей плотности тока. Последнее равенство можно переписать как

$$\frac{1}{\rho_e} \frac{\partial U_e}{\partial n} = \frac{1}{\rho_i} \frac{\partial U_i}{\partial n}.$$

Этими условиями приходится пользоваться при решении задач о поляризации электронных проводников.

В качестве примера рассмотрим поле поляризации электропроводящего шара радиуса a с удельным сопротивлением ρ_i , помещенного в среду с удельным сопротивлением ρ_e , пронизываемого однородным электрическим током плотности j . Впервые эта задача была решена Ю. П. Булашевичем в 1956 г.

Решая задачу о деформации поля однородного тока шаром, мы нашли в качестве общих выражений для потенциалов во внешней и внутренней областях формулы

$$U_e = -\rho_e jr \cos \theta + A \frac{\cos \theta}{r^2}, \quad U_i = -\rho_e jr \cos \theta + Br \cos \theta,$$

где θ — угол, составленный направлением r и направлением тока.

Учитывая связь j с E — напряженностью поля, можно переписать эти формулы в виде

$$U_e = -Er \cos \theta + A \frac{\cos \theta}{r}, \quad U_i = -Er \cos \theta + Br \cos \theta.$$

При $r = a$ (на поверхности шара)

$$A \frac{\cos \theta}{a^2} - Ba \cos \theta = -\lambda \left(E \cos \theta + 2A \frac{\cos \theta}{a^3} \right),$$

$$\frac{1}{\rho_e} \left(-E \cos \theta - 2A \frac{\cos \theta}{a^3} \right) = \frac{1}{\rho_i} (-E \cos \theta + B \cos \theta).$$

Сокращая оба равенства на $\cos \theta$ и производя преобразование, получим

$$Aa - Ba^4 = -\lambda a^3 E - \frac{2\lambda}{\rho_e},$$

$$-\frac{1}{\rho_e} Ea^2 - \frac{2}{\rho_e} A = -\frac{1}{\rho_i} Ea^2 + \frac{1}{\rho_i} Ba^2.$$

Решая эту систему уравнений относительно A и B , найдем

$$A = \frac{\rho_e - \rho_i - \rho_e \frac{\lambda}{a}}{\rho_e + 2\rho_i + 2\rho_e \frac{\lambda}{a}} a^3 E.$$

Таким образом,

$$U_e = -Er \cos \theta + \frac{\rho_e - \rho_i - \rho_e \frac{\lambda}{a}}{\rho_e + 2\rho_i + 2\rho_e \frac{\lambda}{a}} a^3 E \frac{\cos \theta}{r^2} =$$

$$= - \left(1 - \frac{\rho_e - \rho_i - \rho_e \frac{\lambda}{a}}{\rho_e + 2\rho_i + 2\rho_e \frac{\lambda}{a}} \frac{a^3}{r^3} \right) r \cos \theta E.$$

Если в этой формуле положить $\lambda = 0$, т. е. считать сферу неполяризуемой, то для первичного потенциала найдем

$$U_0 = - \left(1 - \frac{Q_e - Q_i}{Q_e + 2Q_i} \frac{a^3}{r^3} \right) r \cos \theta E.$$

Составляя разность $U_n = U_e - U_0$, запишем для потенциала вызванной поляризации формулу

$$U_n = - \frac{3Q_e^2 \frac{\lambda}{a}}{(Q_e + 2Q_i) \left(Q_e + 2Q_i + 2Q_e \frac{\lambda}{a} \right) \frac{a^3}{r^3}} E r \cos \theta.$$

Если $Q_i \ll Q_e$, что вполне допустимо, когда электронный проводник находится в ионопроводящей среде, будем иметь

$$U_n = - \frac{3d^2 \lambda}{\left(1 + 2 \frac{\lambda}{a} \right) r^2} E \cos \theta.$$

Если среда ионопроводящая и в ней заключены электропроводящие зерна, то такую среду формально можно рассматривать как поляризованную среду с объемным распределением диполей, моменты которых пропорциональны действующему напряжению электрического поля.

§ 35. МЕТОДЫ С ОСОБЫМИ СПОСОБАМИ ВВЕДЕНИЯ ТОКА В ЗЕМЛЮ

В последние годы все более и более остро возникает вопрос о разработке таких методов электроразведки, которые позволили бы выявлять рудные тела, лежащие на большой глубине, малодоступной или вовсе недоступной обычным методам электроразведки. Очевидно, что в данном случае электроразведка должна кооперироваться с иными приемами исследований и в первую очередь использовать те буровые скважины и горные выработки, которые поставлены на перспективных в смысле возможного рудопроявления площадях. Большая работа в этом направлении проведена уральскими геофизиками, больше всех заинтересованными в поисках рудных тел на больших глубинах в связи с истощением запасов руд, залегающих близко к дневной поверхности. Кроме использования обычных методов электроразведки под землей, были предложены и другие формы исследований, сочетающие измерение элементов поля на земной поверхности с введением тока на глубине. Г. П. Саковцевым был предложен метод изучения градиентов поля постоянного тока на поверхности земли с вводом тока через электрод, опущенный в буровую скважину. Если скважина проходит на небольшом расстоянии от

хорошо проводящего электрический ток рудного тела, то его влияние на характер изучаемого поля будет сказываться более отчетливо, чем при введении тока через электрод, находящийся у поверхности земли.

С целью увеличения эффектов, обязанных действию тока, текущего на глубине, И. К. Овчинников предлагает схему введения тока в землю, изображенную на рис. 92. Здесь ток вводится через три линейных электрода: один соединен с одним из полюсов источника тока, а два других — с другим. При помощи реостатов можно изменять силу тока, стекающего с каждого из электродов последней пары. При таком вводе тока измерения, проведенные на участке между электродами, присоединенными к одному полюсу источника тока, отразят особенности геологического строения больших глубин, чем измерения, проведенные с обычной двухэлектродной схемой питания. Необходимо, однако, отметить существенный недостаток рассматриваемой схемы, который заключается в том, что на результаты измерений сильно оказывают влияние неоднородности верхнего слоя пород. Особенно резко скажется влияние пород, лежащих на большой глубине, если первый электрод отнести на очень большое расстояние от пары одноименных электродов. В этом случае токовые линии между последними будут направлены почти вертикально, и на земной поверхности особенно отчетливо должно сказаться влияние глубинных факторов.

Введение тока в среду через электрод, погруженный в псе, может иметь большое практическое значение при электроразведке в море, если исследуются толщи пород под морским дном.

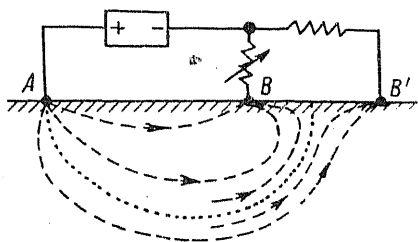


Рис. 92. Трехэлектродный способ введения тока в землю.



ЧАСТЬ ВТОРАЯ

МЕТОДЫ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ С ПЕРЕМЕННЫМ ТОКОМ

ВВЕДЕНИЕ

Как уже было отмечено в введении к курсу, электроразведка в СССР впервые была применена с разведочными целями в 1924 г. в варианте, построенном на использовании переменного электрического тока. Переменный ток, полученный путем преобразования постоянного тока вибропреобразователем, вводился в землю через два электрода, расположенных на расстоянии нескольких десятков метров друг от друга. При помощи двух других электродов, соединенных через телефон, прослушивалось распределение тока в земле. Эти исследования явились прообразом существенно усовершенствованного в более поздние годы метода изолиний или эквипотенциальных линий. Позднее этот метод стал широко применяться на рудных месторождениях. Параллельно с использованием этого способа исследований возникали новые формы электрической разведки с переменным током, совершенствовались аппаратура и методика работ. Однако все это совершенствование носило в основном эмпирический характер и не сопровождалось обстоятельной разработкой теоретических основ методов. Лишь в начале тридцатых годов появились первые серьезные теоретические исследования, выполненные В. Р. Бурсианом и В. Я. Фоком. Сложности теоретических обоснований, трудности математического представления явились причиной того, что разработка теории электроразведки с переменным током отстала от разработки теории электроразведки с постоянным током. Это отставание привело к тому, что методы постоянного тока вытеснили методы переменного тока даже там, где последние должны были занимать ведущую роль.

Практика многолетних работ с методами постоянного тока, однако, показала, что возможности постоянного тока ограничены. Ряд задач нельзя было решить методами постоянного тока. Например, методами постоянного тока нельзя определить характер строения толщи горных пород под непроводящим экранирующим слоем. Методы переменного тока решают эту задачу. Использование переменного тока позволяет всесторонне изучить явление распространения тока в земле. В этом случае можно исследовать распределение не только электрического, но и магнитного поля, можно не только изменять силу посланного тока, но и менять характер его изменения

во времени и т. п. Все это дает больше данных для геологических заключений, делает их более определенными.

Чтобы убедиться в правильности сказанного, надлежит обстоятельнее и глубже изучить закономерности, управляющие явлением распространения переменного электромагнитного поля в среде с заданными электромагнитными характеристиками.

Г л а в а V I I I

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

§ 36. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ

Основные закономерности, управляющие переменными электромагнитными полями в трехмерных проводниках, можно изучать путем анализа системы уравнений Максвелла. Эти уравнения устанавливают связь между отдельными элементами поля. Обозначив через H и E векторы магнитного и электрического напряжения в данной точке, через j — плотность тока проводимости и через D и B векторы диэлектрической и магнитной индукции, уравнения Максвелла можно записать в виде

$$\operatorname{rot} H = \frac{4\pi}{c} j + \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t},$$

$$\operatorname{rot} E = - \frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}.$$

Присоединив к этим уравнениям еще два основных уравнения электродинамики

$$\operatorname{div} B = 0 \quad \text{и} \quad \operatorname{div} D = 4\pi\rho,$$

а также уравнения связи

$$j = \gamma E, \quad D = \varepsilon E, \quad B = \mu H,$$

где ρ , γ , ε и μ — соответственно объемная плотность электрических зарядов в рассматриваемой точке, удельная электропроводность среды, ее диэлектрическая и магнитная проницаемости, систему уравнений Максвелла и уравнения для расхождений поля магнитной и диэлектрической индукции можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} H &= \frac{4\pi\gamma}{c} E + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} E &= - \frac{\mu}{c} \frac{\partial H}{\partial t}, \\ \operatorname{div} H &= 0, \\ \operatorname{div} E &= \frac{4\pi\rho}{\varepsilon}. \end{aligned} \tag{72}$$

Представление последних двух уравнений в такой форме предполагает независимость параметров ε и μ среды от координат.

Решение этой системы с учетом поведения поля на границах раздела сред с различными параметрами и с заданным расположением источников поля и позволит нам построить полную картину электромагнитного поля в среде.

Исследование начнем с некоторых преобразований основной системы уравнений (72).

Возьмем ротор от обеих частей первого уравнения Максвелла системы (72). Это дает

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} H = \frac{4\pi\gamma}{c} \operatorname{rot} E + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} E$$

или, учитывая второе уравнение системы (72) и выражение для $\operatorname{rot} \operatorname{rot} H$,

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} H - \Delta H = -\frac{4\pi\gamma}{c} \frac{\mu}{c} \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}.$$

Так как $\operatorname{div} H = 0$, то

$$\Delta H = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial H}{\partial t}.$$

Решение этого дифференциального уравнения второго порядка дает возможность найти выражение для магнитного поля. Следует лишь иметь в виду, что

$$\Delta H = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}, \quad (73)$$

где под знаком H надлежит понимать любую из трех компонент вектора H .

Аналогичным образом, если взять ротор от второго уравнения Максвелла системы (72) и принять во внимание первое уравнение этой же системы, то можно получить

$$\Delta E = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{dE}{dt} + \frac{4\pi}{\varepsilon} \operatorname{grad} \varrho. \quad (74)$$

Возьмем дивергенцию от первого уравнения Максвелла системы (72), а так как $\operatorname{div} \operatorname{rot} H$ равна нулю, то

$$0 = \frac{4\pi\gamma}{c} \operatorname{div} E + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} E,$$

или, учитывая последнее уравнение системы (72),

$$\frac{4\pi\gamma}{c} \frac{4\pi\varrho}{\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{c} \frac{4\pi}{\varepsilon} \frac{\partial \varrho}{\partial t} = 0,$$

т. е. будем иметь уравнение

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} = - \frac{4\pi\gamma}{\varepsilon} \varrho.$$

Решение этого уравнения можно записать в форме

$$\varrho = \varrho_0 e^{-\frac{4\pi\gamma}{\varepsilon} t},$$

где ϱ_0 — объемная плотность распределения электрических зарядов при $t = 0$. При сколько-нибудь заметном значении электропроводности γ экспонента даже при весьма небольших значениях t будет иметь весьма малое значение, поэтому ϱ будет стремиться к нулю чрезвычайно быстро. Даже для такого плохого проводника, как сухой песок, $\gamma \approx 10^5$, а $\varepsilon \approx 2$, дробь $\frac{4\pi\gamma}{\varepsilon} = 6,28 \cdot 10^5$, т. е. уже через 10^{-5} сек плотность зарядов уменьшится до $e^{-6,28} = 0,0019$ своей первоначальной величины. В связи со сказанным для установившихся процессов без заметной погрешности можно принять $\varrho = 0$ и переписать уравнение (74) в виде

$$\Delta E = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t}.$$

Это уравнение подобно уравнению (73) является, по существу говоря, изображением трех уравнений:

$$\Delta E_x = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} + \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial E_x}{\partial t},$$

$$\Delta E_y = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} + \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t},$$

$$\Delta E_z = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} + \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial E_z}{\partial t}.$$

Так как в системе уравнений (72) имеется равенство $\operatorname{div} H = 0$, то можно положить $H = \operatorname{rot} A$, где A является вектором, получившим название вектора-потенциала.

Подставив во второе уравнение Максвелла системы (72) вместо H выражения $H = \operatorname{rot} A$, будем иметь

$$\operatorname{rot} E = - \frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} A$$

или

$$\operatorname{rot} \left(E + \frac{\mu}{c} \frac{\partial A}{\partial t} \right) = 0.$$

Отсюда следует, что

$$E = - \frac{\mu}{c} \frac{\partial A}{\partial t} - \operatorname{grad} U, \quad (75)$$

где U — некоторая скалярная функция, которая в случае независимости поля от времени переходит в скалярный электростатический потенциал.

Следует подчеркнуть, что функции A и U не определяются однозначно написанными равенствами для H и E . Так, если вектор-функцию A изменить на $\text{grad } \varphi$ (где φ — некоторая скалярная функция), т. е. ввести в рассмотрение новую вектор-функцию $A' = A + \text{grad } \varphi$, то, так как $\text{rot grad } \varphi = 0$, получим

$$H = \text{rot } A' = \text{rot } A.$$

Точно так же скалярная функция U , представленная равенством (75), определяется неоднозначно; функцию U можно изменить на некоторую потенциальную функцию и равенство не нарушится.

Принимая во внимание сделанные замечания, функции A и U можно связать некоторым условием, ограничивающим неоднозначность их определения. Выражения для H и E , представленные через A , подставим в первое уравнение Максвелла системы (72), тогда

$$\text{rot rot } A = \frac{4\pi\gamma}{c} \left(-\frac{\mu}{c} \frac{\partial A}{\partial t} - \text{grad } U \right) + \frac{\varepsilon}{c} \left(-\frac{\mu}{c} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \text{grad } \frac{\partial U}{\partial t} \right)$$

или

$$\begin{aligned} \text{grad div } A - \Delta A = & -\frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial A}{\partial t} - \\ & -\frac{4\pi\gamma}{c} \text{grad } U - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\varepsilon}{c} \text{grad } \frac{\partial U}{\partial t}. \end{aligned} \quad (76)$$

Если связь между функциями A и U установить в форме

$$\text{div } A + \frac{4\pi\gamma}{c} U + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial U}{\partial t} = 0,$$

то равенство (76) можно переписать как

$$\Delta A = \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2}. \quad (77)$$

Таким образом, для определения вектора-функции A получили уравнение того же вида, что и для функций H и E . Можно показать, что аналогичное уравнение можно найти и для скалярной функции U . Действительно, взяв дивергенцию от обеих частей равенства (75), получим

$$\text{div } E = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} \text{div } A - \text{div grad } U$$

или

$$\frac{4\pi}{\varepsilon} \rho = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{4\pi\gamma}{c} U - \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial U}{\partial t} \right) - \Delta U.$$

Из последнего равенства следует

$$\Delta U = \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{\varepsilon} \rho$$

или для установившегося процесса

$$\Delta U = \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}. \quad (78)$$

Различие между уравнениями (77) и (78) заключается в том, что первое из них содержит вектор-функцию A и поэтому является, по существу говоря, изображением уравнений для трех компонент вектора, а уравнение (78) — обычное уравнение для скалярной функции.

Можно найти такую вектор-функцию Z , через которую могут быть определены функции A и U , что освобождает нас от отыскания их каждой в отдельности.

Функцию Z введем равенством

$$\operatorname{div} Z = U.$$

В таком случае равенство (76) дает

$$\operatorname{div} A + \frac{4\pi\gamma}{c} \operatorname{div} Z + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} Z = 0,$$

или

$$A = -\frac{4\pi\gamma}{c} Z - \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial Z}{\partial t}.$$

Уравнение для определения вектора-функции Z можно найти, если подставить последнее равенство в уравнение (77). Это дает

$$\begin{aligned} -\frac{4\pi\gamma}{c} \Delta Z - \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} \Delta Z &= \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{4\pi\gamma}{c} \frac{\partial Z}{\partial t} - \\ -\frac{4\pi\gamma\mu}{c} \frac{\varepsilon \partial^2 Z}{c^2 \partial t^2} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{4\pi\gamma}{c} \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial^3 Z}{\partial t^3} \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \frac{4\pi\gamma}{c} \left(\Delta Z - \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial Z}{\partial t} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} \right) &= \\ = -\frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(\Delta Z - \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial Z}{\partial t} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} \right). \end{aligned}$$

Обозначив знаком ψ выражение

$$\Delta Z - \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial Z}{\partial t} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2},$$

можно переписать приведенное уравнение в виде

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{4\pi\gamma}{\varepsilon} \psi.$$

Решение этого уравнения, как мы уже знаем, будет

$$\psi = c e^{-\frac{4\pi\gamma}{\varepsilon} t},$$

т. е. для установившегося процесса $\psi = 0$.

Таким образом, уравнение для функции Z имеет вид:

$$\Delta Z = \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}. \quad (79)$$

Если рассматривать лишь установившееся переменное электромагнитное поле, то объемную плотность распределения электрических зарядов можно принять равной нулю, тогда

$$\operatorname{div} E = 0,$$

т. е. можно ввести в рассмотрение такую вектор-функцию A^* , которая связана с E равенством

$$E = \operatorname{rot} A^*. \quad (80)$$

Из первого уравнения Максвелла системы (72) найдем

$$\operatorname{rot} H = \frac{4\pi\gamma}{c} \operatorname{rot} A^* + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} A^*$$

или

$$H = \frac{4\pi\gamma}{c} A^* + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial A^*}{\partial t} - \operatorname{grad} U^*,$$

где U^* — некоторая скалярная функция. Из второго уравнения Максвелла системы (72) получим

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} A^* = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{4\pi\gamma}{c} A^* + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial A^*}{\partial t} - \operatorname{grad} U^* \right)$$

или

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} A^* - \Delta A^* = -\frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial A^*}{\partial t} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} + \frac{\mu}{c} \operatorname{grad} \frac{\partial U^*}{\partial t}.$$

Введя условие связи функции A^* и U^* в форме

$$\operatorname{div} A^* - \frac{\mu}{c} \frac{\partial U^*}{\partial t} = 0,$$

для определения вектора-функции A^* , имеем уравнение

$$\Delta A^* = \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial A^*}{\partial t} + \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2}.$$

Следовательно, уравнение для определения A^* принимает знакомый нам вид:

$$\Delta A^* = \frac{4\pi\gamma\mu}{c^2} \frac{\partial A^*}{\partial t} + \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2}. \quad (81)$$

Все величины электромагнитного поля могут быть найдены путем решения дифференциального уравнения одного вида. Результаты решения для различных функций будут отличаться лишь значениями постоянных, определяемых граничными и начальными условиями. Уравнение (81), получившее название телеграфного, можно существенно упростить для процессов, гармонически изменяющихся во времени, т. е. когда любую величину M поля можно записать как $M = M_0 \cos \omega t$ или $M = M_0 \sin \omega t$, где ω — круговая частота изменений поля, равная числу колебаний в 2 л секунд, а M_0 — амплитуда изменяющейся величины поля. Эта амплитуда может быть величиной вещественной или комплексной. Комплексность амплитуды, как мы в дальнейшем увидим, определяет наличие некоторого фазового сдвига.

Вместо тригонометрической формы записи гармонически изменяющихся величин удобнее применять показательную функцию, принимая во внимание, что

$$e^{\mp i\omega t} = \cos \omega t \mp i \sin \omega t.$$

Выражения $M_0 \cos \omega t$ и $M_0 \sin \omega t$ можно переписать в виде

$$M_0 \operatorname{Re} e^{\mp i\omega t} \quad \text{и} \quad M_0 \operatorname{Im} e^{\mp i\omega t},$$

т. е. рассматривать как вещественную или мнимую часть комплексного числа $M_0 e^{\pm i\omega t}$. Целесообразность такого способа изображения гармонически изменяющейся величины зависит от ряда причин и, в частности, от удобства замены операции дифференцирования по времени операцией умножения. Действительно,

$$\frac{\partial M_0 e^{\mp i\omega t}}{\partial t} = \mp i\omega M_0 e^{\mp i\omega t} = \pm i\omega M, \quad \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} = -\omega^2 M.$$

Введение экспоненциальной функции позволит существенно упростить как основную систему уравнений поля, так и все те соотношения между элементами этого поля, которые были получены ранее.

Если имеется поле, гармонически изменяющееся во времени с круговой частотой ω , то все величины его можно изобразить в виде произведения некоторого амплитудного множителя на экспоненту $e^{\pm i\omega t}$, причем амплитудный множитель сам может иметь комплексную форму. Постараемся уяснить себе физический смысл комплексной

амплитуды. Пусть некоторая величина M гармонически изменяющегося поля получена в виде

$$M = m e^{i\omega t},$$

причем

$$m = \alpha + i\beta = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} e^{i \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha}} = M_0 e^{i\delta},$$

где буквой M_0 обозначен $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$, а буквой δ — $\operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha}$. В таком случае для M можно написать

$$M = M_0 e^{i\delta} e^{i\omega t} = M_0 e^{i(\omega t + \delta)}$$

или в тригонометрической форме

$$M = M_0 \cos(\omega t + \delta).$$

Таким образом, комплексность амплитуды служит указанием на наличие некоторой начальной фазы δ рассматриваемой гармонически изменяющейся величины.

В дальнейшем будем рассматривать гармонически изменяющиеся поля и пользоваться для изображения элементов поля выражениями $H e^{-i\omega t}$ и $E e^{-i\omega t}$ для изображения магнитной и электрической величин поля, где H и E представляют собой амплитудные значения этих величин. Подставляя эту форму H и E в первое уравнение Максвелла системы (72), получим

$$e^{-i\omega t} \operatorname{rot} H = \frac{4\pi\gamma}{c} e^{-i\omega t} E - i \frac{\omega\epsilon}{c} E e^{-i\omega t}.$$

где множитель $e^{-i\omega t}$, не зависящий от координат, вынесен за знак ротора. Сокращая уравнение на этот множитель, имеем

$$\operatorname{rot} H = \left(\frac{4\pi\gamma}{c} - i \frac{\omega\epsilon}{c} \right) E = \frac{4\pi}{c} \gamma \left(1 - i \frac{\omega\epsilon}{4\pi\gamma} \right) E$$

или, обозначив знаком γ^* комплексное число $\gamma \left(1 - i \frac{\omega\epsilon}{4\pi\gamma} \right)$,

$$\operatorname{rot} H = \frac{4\pi}{c} \gamma^* E.$$

Второе уравнение Максвелла после аналогичных преобразований примет вид:

$$\operatorname{rot} E = i \frac{\omega\mu}{c} H.$$

Подчеркнем еще раз, что в написанных выражениях H и E — амплитудные значения гармонически изменяющихся величин. Выражения для $\operatorname{div} H$ и $\operatorname{div} E$ останутся в прежнем виде, но и в них под

знаками H и E надо понимать амплитудные значения элементов поля. Если A — амплитудное значение вектора-потенциала, а U — амплитудное значение скалярной потенциальной функции, то можно записать равенства

$$H = \text{rot } A,$$

$$E = i \frac{\omega\mu}{c} A - \text{grad } U.$$

Условие связи примет вид:

$$\text{div } A + \frac{4\pi\gamma}{c} U - i \frac{\omega\varepsilon}{c} U = 0$$

или

$$U = - \frac{c \text{ div } A}{4\pi\gamma^*}.$$

Амплитудное значение A определяется уравнением

$$\Delta A = \left(-i \frac{4\pi\gamma\omega\mu}{c^2} - \frac{\omega^2\varepsilon\mu}{c^2} \right) A = - \frac{\omega^2\varepsilon\mu}{c^2} \left(1 + i \frac{4\pi\gamma}{\omega\varepsilon} \right) A.$$

Величина $\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon\mu \left(1 + i \frac{4\pi\gamma}{\omega\varepsilon} \right)}$ называется волновым числом среды и обозначается буквой k . Подчеркнем, что волновое число является функцией не только параметров ε , μ и γ среды, но зависит и от частоты ω переменного поля.

Итак, уравнение для величины A принимает следующее выражение:

$$\Delta A + k^2 A = 0. \quad (82)$$

Это уравнение называется волновым уравнением. Аналогично можно написать и уравнения для U и Z :

$$\Delta U + k^2 U = 0, \quad \Delta Z + k^2 Z = 0.$$

Остановимся на изучении волнового числа k . Число k , как видим, является числом комплексным, так как

$$k^2 = \frac{\omega^2\varepsilon\mu}{c^2} + i \frac{4\pi\gamma\omega\mu}{c^2}, \quad (83)$$

т. е. квадрат его — тоже комплексное число. Представив поэтому k , как

$$k = a + ib,$$

где a и b — вещественные числа, поставим себе целью найти выражения для них. Представление k возведем в квадрат:

$$k^2 = (a^2 - b^2) + i \cdot 2ab,$$

Это выражение является иной формой представления k^2 по сравнению с формой (82) и потому

$$a^2 - b^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon \mu}{c^2}, \quad 2ab = \frac{4\pi\gamma\omega\mu}{c^2}.$$

Эти два равенства можно рассматривать как уравнения для определения величин a и b . Определив из второго равенства

$$b = \frac{2\pi\gamma\omega\mu}{ac^2},$$

подставим его в первое уравнение. Это дает

$$a^2 - \frac{4\pi^2\gamma^2\omega^2\mu^2}{a^2c^4} = \frac{\omega^2\varepsilon\mu}{c^2}$$

или

$$a^4 - \frac{\omega^2\varepsilon\mu}{c^2} a^2 - \frac{4\pi^2\gamma^2\omega^2\mu^2}{c^4} = 0.$$

Решая это биквадратное уравнение, находим

$$a = \pm \sqrt{\frac{\omega^2\varepsilon\mu}{2c^2}} \pm \sqrt{\frac{\omega^4\varepsilon^2\mu^2}{4c^4} + \frac{4\pi^2\gamma^2\omega^2\mu^2}{c^4}}.$$

Чтобы a было числом вещественным, перед внутренним корнем надо взять знак плюс (+). После некоторых преобразований для a можно написать

$$a = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4\pi\gamma}{\omega\varepsilon}\right)^2} + 1 \right]}. \quad (84)$$

Условимся считать a положительным числом.

Подставляя найденное значение a в формулу для b , получим

$$b = \frac{2\pi\gamma\omega\mu c}{c^2 \omega \sqrt{\varepsilon\mu} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4\pi\gamma}{\omega\varepsilon}\right)^2} + 1 \right]}}$$

или после некоторых преобразований

$$b = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4\pi\gamma}{\omega\varepsilon}\right)^2} - 1 \right]}. \quad 85.$$

Относительно числа b сохраняется такая же обусловленность, что и по отношению к числу a . Число b условимся считать положительным.

Граничные условия для вектора-потенциала

При решении задач, связанных с определением электромагнитного поля в неоднородных средах, необходимо принимать во внимание поведение величин поля на границах раздела неоднородностей.

Поскольку в дальнейшем при решении таких задач будем пользоваться вектором-потенциалом, представляется весьма важным найти условия, которым будет подчиняться эта величина на границах раздела.

Эти условия можно найти из поведения электрического и магнитного полей на границах раздела. Известно, что на границах двух сред с различными электромагнитными параметрами тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей не претерпевают разрыва и равным образом не претерпевают разрыва нормальные к границе составляющие векторов магнитной и электрической индукции. Если выбрать оси x и y декартовой системы координат в плоскости, касательной к границе раздела, а ось z — нормально к ней, то сформулированные условия будут следующими:

$$\begin{aligned} H_{x1} &= H_{x2}, \quad H_{y1} = H_{y2}, \quad B_{z1} = B_{z2}, \\ E_{x1} &= E_{x2}, \quad E_{y1} = E_{y2}, \quad D_{z1} = D_{z2}, \end{aligned}$$

индексы 1 и 2 в этих равенствах указывают на то, что величины определялись в различных средах.

Так как для H и E имеем общие формулы

$$\begin{aligned} H &= \text{rot } A, \\ E &= i \frac{\omega \mu}{c} \left(A + \frac{1}{k^2} \text{grad div } A \right), \end{aligned}$$

то условия непрерывности тангенциальных компонент можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{z1}}{\partial y} - \frac{\partial A_{y1}}{\partial z} &= \frac{\partial A_{z2}}{\partial y} - \frac{\partial A_{y2}}{\partial z}, \\ \frac{\partial A_{x1}}{\partial z} - \frac{\partial A_{z1}}{\partial x} &= \frac{\partial A_{x2}}{\partial z} - \frac{\partial A_{z2}}{\partial x}, \\ \mu_1 A_{x1} + \frac{\mu_1}{k_1^2} \frac{\partial}{\partial x} \text{div } A_1 &= \mu_2 A_{x2} + \frac{\mu_2}{k_2^2} \frac{\partial}{\partial x} \text{div } A_2, \\ \mu_1 A_{y1} + \frac{\mu_1}{k_1^2} \frac{\partial}{\partial y} \text{div } A_1 &= \mu_2 A_{y2} + \frac{\mu_2}{k_2^2} \frac{\partial}{\partial y} \text{div } A_2. \end{aligned}$$

Этим условиям можно удовлетворить, если потребовать выполнения шести равенств:

$$\begin{aligned} \mu_1 A_{x1} &= \mu_2 A_{x2}, \quad \frac{\partial A_{x1}}{\partial z} = \frac{\partial A_{x2}}{\partial z}, \\ \mu_1 A_{y1} &= \mu_2 A_{y2}, \quad \frac{\partial A_{y1}}{\partial z} = \frac{\partial A_{y2}}{\partial z}, \\ A_{z1} &= A_{z2}, \quad \frac{1}{\epsilon_1} \text{div } A_1 = \frac{1}{\epsilon_2} \text{div } A_2. \end{aligned}$$

Последнее условие написано в связи с тем, что

$$\frac{\mu}{k^2} = \frac{\mu c^2}{\omega^2 \varepsilon' \mu} = \frac{c^2}{\omega^2 \varepsilon'}.$$

Аналогичные условия можно получить и для вектора A^* . Так как в этом случае

$$E = \text{rot } A^*,$$

$$H = -i \frac{\omega \varepsilon'}{c} \left(A^* + \frac{1}{k^2} \text{grad div } A^* \right),$$

то из непрерывности тангенциальных компонент непосредственно следует

$$\begin{aligned} A_{z1}^* &= A_{z2}^*, & \frac{\partial A_{x1}^*}{\partial z} &= \frac{\partial A_{x2}^*}{\partial z}, \\ \varepsilon_1' A_{x1}^* &= \varepsilon_2' A_{x2}^*, & \frac{\partial A_{y1}^*}{\partial z} &= \frac{\partial A_{y2}^*}{\partial z}, \\ \varepsilon_1' A_{y1}^* &= \varepsilon_2' A_{y2}^*, & \frac{1}{\mu_1} \text{div } A_1^* &= \frac{1}{\mu_2} \text{div } A_2^*. \end{aligned}$$

Граничные условия приходится принимать во внимание во всех тех случаях, когда решают задачи определения электромагнитного поля в неоднородных средах.

§ 37. ПЛОСКОЕ ГАРМОНИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩЕЕСЯ ПОЛЕ

Рассмотрим поле в среде с волновым числом k . Допустим, что все величины зависят лишь от одной декартовой координаты. Пусть этой координатой является координата x . В таком случае для компонент вектора потенциала можно написать три уравнения:

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + k^2 A_x = 0, \quad \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + k^2 A_y = 0, \quad \frac{\partial A_z}{\partial x^2} + k^2 A_z = 0.$$

Интегралами этой системы будут

$$\begin{aligned} A_x &= C_{1x} e^{ikh} + C_{2x} e^{-ikh}, \\ A_y &= C_{1y} e^{ikh} + C_{2y} e^{-ikh}, \\ A_z &= C_{1z} e^{ikh} + C_{2z} e^{-ikh}. \end{aligned}$$

Коэффициенты C с различными индексами должны быть определены из граничных условий с учетом поведения вектора-потенциала в бесконечности. В частности, если рассматривать положительное направление оси x , то C_2 следует положить тождественно равным нулю, чтобы потенциал не обращался в бесконечность при беско-

нечно большом значении x . В таком случае, учитывая зависимости вектора-потенциала от времени, интегралы системы можно переписать в другом виде:

$$\begin{aligned} A_x &= C_{1x} e^{i(hx - \omega t)} = C_{1x} e^{i(ax - \omega t)} e^{-bx}, \\ A_y &= C_{1y} e^{i(ax - \omega t)} e^{-bx}, \\ A_z &= C_{1z} e^{i(ax - \omega t)} e^{-bx}. \end{aligned} \quad (86)$$

Эти формулы позволяют заключить, что компоненты вектора-потенциала изменяются периодически с амплитудой, убывающей с ростом x . Если, не меняя x , изменить время t , то фаза переменного процесса изменится и будет равной $ax - \omega t_1$; точно так же фаза изменится, если в одно и то же время t рассматривать фазы точек с разными x . Если дать расстоянию x и времени t соответственно приращения Δx и Δt , подобрав их такими, чтобы фаза оказалась неизменной, то можно написать

$$ax - \omega t = a(x + \Delta x) - \omega(t + \Delta t),$$

откуда

$$a \Delta x = \omega \Delta t$$

или

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\omega}{a}.$$

Отношение $\frac{\Delta x}{\Delta t} = v$ является скоростью движения фазы колебательного процесса, скоростью распространения электромагнитных волн в среде с заданными значениями γ , ε , μ и при частоте ω . Учитывая выражение (84) для a , для скорости v запишем следующее:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4\pi\gamma}{\omega\varepsilon} \right)^2} + 1 \right]}}.$$

В зависимости от изменения частоты предельными значениями v , как в этом легко убедиться, будут нуль и $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$. Для ориентировки в табл. 10 приведены значения v некоторых горных пород при различных частотах.

Амплитуды значения составляющих вектора-потенциала, как это вытекает из формул системы (72), будут:

$$\begin{aligned} A_x &= C_{1x} e^{i(a+ib)x} = C_{1x} e^{ihx}, \\ A_y &= C_{1y} e^{i(a+ib)x} = C_{1y} e^{ihx}, \\ A_z &= C_{1z} e^{i(a+ib)x} = C_{1z} e^{ihx}. \end{aligned}$$

Таблица 10

Горная порода	γ , СГСЭ	ϵ	Значение v , км/сек					
			$f=10$	$f=10^2$	$f=10^3$	$f=10^4$	$f=10^6$	$f=10^7$
Песок (сухой) . .	$9 \cdot 10^4$	2,5	3 173	10 000	31 400	93 000	190 000	190 000
Глина (сухая) . .	$4,5 \cdot 10^6$	3,5	447	1 410	4 320	14 020	160 000	160 400
Глина (влажная)	$9 \cdot 10^8$	20,0	32	100	317	1 030	9 950	30 000
Известняк	$9 \cdot 10^5$	8,5	1 031	3 165	9 990	30 900	102 500	103 000
Почва (средней влажности) . . .	$2,2 \cdot 10^8$	10,0	64	202	638	2 020	20 000	65 800
Морская вода . .	$44,4 \cdot 10^8$	81	1,4	4,5	14,2	45	448	1 820

Знание этих выражений позволяет найти формулы для компонент электромагнитного поля. Так, в силу равенства $H = \text{rot } A$ получим

$$H_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} = 0,$$

$$H_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} = -ikC_{1z} e^{ikh}.$$

$$H_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} = ikC_{1y} e^{ikh}.$$

Поскольку составляющая H_x равна нулю, можно утверждать, что магнитное поле находится в плоскости, перпендикулярной направлению распространения электромагнитного поля. Для электрического поля в соответствии с формулой

$$E = i \frac{\omega\mu}{c} \left(A + \frac{1}{k^2} \text{grad div } A \right),$$

и так как

$$\text{div } A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = \frac{\partial A_x}{\partial x} = ikC_{1x} e^{ikh},$$

можно написать

$$E_x = i \frac{\omega\mu}{c} \left(C_{1x} e^{ikh} + \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial x} \text{div } A \right),$$

$$E_y = i \frac{\omega\mu}{c} \left(C_{1y} e^{ikh} + \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial y} \text{div } A \right),$$

$$E_z = i \frac{\omega\mu}{c} \left(C_{1z} e^{ikh} + \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial z} \text{div } A \right).$$

Поскольку $\operatorname{div} A$ зависит лишь от переменной x , производные от $\operatorname{div} A$ по y и z равны нулю и тогда

$$\begin{aligned} E_x &= i \frac{\omega\mu}{c} \left(C_{1x} e^{ihx} - \frac{1}{k^2} k^2 C_{1x} e^{ihx} \right) = 0, \\ E_y &= i \frac{\omega\mu}{c} C_{1y} e^{ihx}, \\ E_z &= i \frac{\omega\mu}{c} C_{1z} e^{ihx}. \end{aligned}$$

Так же как магнитное поле, электрическое поле не имеет составляющей вдоль направления распространения. Составив выражение

$$H_x E_x + H_y E_y + H_z E_z, \quad (87)$$

получим

$$-ikC_{1z} e^{ihx} i \frac{\omega\mu}{c} C_{1y} e^{ihx} + ikC_{1y} e^{ihx} i \frac{\omega\mu}{c} C_{1z} e^{ihx} = 0,$$

т. е. векторы электрического и магнитного полей взаимно перпендикулярны.

В сделанных построениях предполагалось, что постоянные C вещественны. В тех случаях, когда C комплексны, формулы для компонент поля придется несколько преобразовать. Так как составляющие, направленные по оси x , и в этом случае остаются равными нулю, то необходимо рассмотреть лишь коэффициенты C_{1y} и C_{1z} , которые входят в выражения для H_y , H_z и E_y , E_z .

Если коэффициенты выражены комплексными числами, их можно записать в виде $C_{1y} = C_y e^{i\delta_1}$ и $C_{1z} = C_z e^{i\delta_2}$, где C_y и C_z — модули; δ_1 и δ_2 — аргументы рассматриваемых комплексных чисел. В таком случае

$$\begin{aligned} H_y &= -ikC_z e^{ihx+i\delta_2}, \quad H_z = ikC_y e^{ihx+i\delta_1}, \\ E_y &= i \frac{\omega\mu}{c} C_y e^{ihx+i\delta_1}, \quad E_z = i \frac{\omega\mu}{c} C_z e^{ihx+i\delta_2}. \end{aligned}$$

Составляя условия перпендикулярности (73), получим

$$\frac{k \omega\mu}{c} C_z C_y e^{2ihx+\delta_2+\delta_1} - \frac{k \omega H}{c} C_y C_z e^{2ihx+\delta_1+\delta_2} = 0,$$

т. е. и в данном случае векторы электрической и магнитной составляющих поля взаимно перпендикулярны.

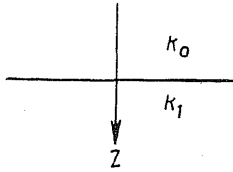
Плоское поле у границы раздела двух полупространств

В случае плоского гармонически изменяющегося электромагнитного поля, распространяющегося вдоль направления оси z , компоненты вектора-потенциала A удовлетворяют уравнениям

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} + k^2 A_x = 0, \quad \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} + k^2 A_y = 0, \quad \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k^2 A_z = 0 \quad (88)$$

и ориентировка векторов E и H — электрической и магнитной частей поля — перпендикулярна направлению распространения.

Если мы имеем два полупространства, разделенные плоской поверхностью, и плоское поле падает на эту поверхность нормально, то, выбрав направление нормали за ось z (рис. 93), можно утверждать, что векторы E и H поля будут лежать в плоскости, параллельной поверхности раздела. Если выбрать направление оси x совпадающим с направлением вектора E , то в верхнем полупространстве



$$E_x = C_0 e^{ik_0 z}, \quad E_y = E_z = 0,$$

в нижнем полупространстве

$$E_x = C_1 e^{-ik_1 z}, \quad E_y = E_z = 0.$$

Рис. 93. Плоская волна на границе двух полупространств.

При составлении этих выражений учтено то обстоятельство, что при бесконечно больших значениях z векторы поля не могут принимать бесконечно большие значения.

В силу второго уравнения Максвелла системы (72) для нижнего полупространства можно написать

$$H_x = \frac{c}{i\omega\mu_1} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) = 0,$$

$$H_y = \frac{c}{i\omega\mu_1} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) = -\frac{c}{i\omega\mu_1} ik_1 E_x = -\sqrt{\frac{\epsilon_1'}{\mu_1}} E_x,$$

$$H_z = \frac{c}{i\omega\mu_1} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = 0,$$

а также аналогичные равенства для верхнего полупространства. Здесь

$$\epsilon_1' = \epsilon_1 \left(1 + i \frac{4\pi\gamma_1}{\omega\epsilon_1} \right), \quad \epsilon_0' = \epsilon_0 \left(1 + i \frac{4\pi\gamma_0}{\omega\epsilon_0} \right).$$

Если пренебречь влиянием токов смещения в нижнем полупространстве и предположить, что оно заполнено проводящей средой, то для него получим

$$E_x = C_1 e^{-ik_1 z},$$

$$H_y = -\frac{ik_1 c}{i\omega\mu_1} E_x = -\sqrt{\frac{4\pi\gamma_1 i}{\omega\mu_1}} E_x$$

или

$$\frac{E_x}{H_y} = -\frac{\sqrt{\omega\mu_1}}{\sqrt{i 4\pi\gamma_1}} = -\sqrt{\frac{\omega\mu_1}{4\pi\gamma_1}} e^{i\frac{\pi}{4}}.$$

Модуль отношения $\frac{E_x}{H_y}$ называется импедансом и обозначается буквой Z ; поэтому если принять $\mu_1 = 1$, то можно написать

$$|Z|^2 = \frac{\omega}{4\pi\gamma_1} = \frac{f}{2\gamma_1} = \frac{\rho_1}{2T}.$$

где f — частота изменений поля в $гц$; T — период изменений в $сек$; ρ_1 — удельное сопротивление нижней среды в $ом \cdot см$. Таким образом, определив Z , ρ_1 можно вычислить по формуле

$$\rho_1 = 2T |Z|^2.$$

Плоское поле над слоистой средой

В качестве примера приложения метода исследования плоского электромагнитного поля при наличии границ раздела рассмотрим задачу о поле в присутствии двух параллельных границ раздела: граница земля — воздух и подошва верхнего слоя мощности h (рис. 94). По-прежнему ось z направим перпендикулярно границам раздела. В таком случае решение основной системы уравнений (88) для электрического поля имеет вид:

$$E_{x1} = C_1 e^{ik_1 z} + C_1' e^{-ik_1 z}, \quad E_{y1} = 0, \quad E_{z1} = 0,$$

$$E_{x2} = C_2' e^{-ik_2 z}, \quad E_{y2} = 0, \quad E_{z2} = 0.$$

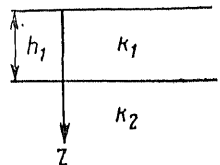


Рис. 94. Плоское поле над слоистой средой.

В выражении для E_x учтено то обстоятельство, что во втором слое Z не может принимать бесконечно больших значений.

Согласно второму уравнению Максвелла системы (72) можно написать

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{i \omega \mu}{c} H_x, \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = i \frac{\omega \mu}{c} H_y,$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = i \frac{\omega \mu}{c} H_z.$$

Так как E_y и E_z равны нулю, а E_x не зависит от координаты y , найдем

$$H_{x1} = 0, \quad H_{y1} = \frac{c}{i \omega \mu_1} (ik_1 C_1 e^{ik_1 z} - ik_1 C_1' e^{-ik_1 z}), \quad H_{z1} = 0,$$

$$H_{x2} = 0, \quad H_{y2} = -\frac{ck_2}{i \omega \mu_2} C_2' e^{-ik_2 z}, \quad H_{z2} = 0.$$

Выражение для k имеет вид:

$$k = \frac{\omega \sqrt{\epsilon' \mu}}{c},$$

где

$$\varepsilon' = \varepsilon \left(1 + i \frac{4\pi\gamma}{\omega\varepsilon} \right),$$

поэтому

$$\frac{cik}{i\omega\mu} = \sqrt{\frac{\varepsilon'}{\mu}}.$$

Таким образом, для отличных от нуля составляющих магнитного поля определим

$$H_{y1} = \sqrt{\frac{\varepsilon'_1}{\mu_1}} (C_1 e^{ih_1 z} - C'_1 e^{-ih_1 z}),$$

$$H_{y2} = -\sqrt{\frac{\varepsilon'_2}{\mu_2}} C'_2 e^{-ih_2 z}.$$

Для упрощения дальнейших выводов введем достаточно законное допущение, что эффекты, обусловленные токами смещения, ничтожно малы по сравнению с эффектами от токов проводимости и что магнитные проницаемости всех трех сред ничтожно мало отличаются от единицы. При этих предположениях

$$\varepsilon' = i \frac{4\pi\gamma}{\omega} = \frac{2\gamma}{f} e^{i\frac{\pi}{2}},$$

где f — частота поля в $гц$. Отсюда

$$H_{y1} = \sqrt{\frac{2\gamma_1}{f}} e^{i\frac{\pi}{4}} (C_1 e^{ih_1 z} - C'_1 e^{-ih_1 z}),$$

$$H_{y3} = -\sqrt{\frac{2\gamma_2}{f}} e^{i\frac{\pi}{4}} C'_2 e^{-ih_2 z}.$$

Знание величин E и H позволит получить выражение и для импеданса, которое имеет вид:

для верхнего слоя

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{E_{x1}}{H_{y1}} = \frac{C_1 e^{ih_1 z} + C'_1 e^{-ih_1 z}}{\sqrt{\frac{2\gamma_1}{f}} (C_1 e^{ih_1 z} - C'_1 e^{-ih_1 z}) e^{i\frac{\pi}{4}}} = \\ &= \sqrt{\frac{f}{2\gamma_1}} \frac{e^{ih_1 z} + \frac{C'_1}{C_1} e^{-ih_1 z}}{e^{ih_1 z} - \frac{C'_1}{C_1} e^{-ih_1 z}} e^{-i\frac{\pi}{4}}; \end{aligned}$$

для подстилающей среды

$$Z_2 = -\frac{E_{x2}}{H_{y2}} = -\sqrt{\frac{f}{2\gamma_2}} e^{-i\frac{\pi}{4}}.$$

Произведем некоторые преобразования в выражении импеданса Z_1 . Так как $\frac{C'_1}{C_1}$ можно представить как $e^{\ln \frac{C'_1}{C_1}}$, то числитель Z_1 преобразуем к следующему виду:

$$\begin{aligned} e^{ih_1z} + \frac{C'_1}{C_1} e^{-ih_1z} &= e^{ih_1z} + e^{-ih_1z} e^{\ln \frac{C'_1}{C_1}} = \\ &= \left[e^{ih_1z - \frac{1}{2} \ln \frac{C'_1}{C_1}} + e^{-ih_1z} e^{\frac{1}{2} \ln \frac{C'_1}{C_1}} \right] e^{\frac{1}{2} \ln \frac{C'_1}{C_1}} = \left[e^{i \left(h_1z + i \ln \sqrt{\frac{C'_1}{C_1}} \right)} + \right. \\ &\quad \left. + e^{-i \left(h_1z + i \ln \sqrt{\frac{C'_1}{C_1}} \right)} \right] e^{\frac{1}{2} \ln \frac{C'_1}{C_1}}. \end{aligned}$$

Аналогично преобразуем знаменатель:

$$e^{ih_1z} - \frac{C'_1}{C_1} e^{-ih_1z} = \left[e^{i \left(h_1z + i \ln \sqrt{\frac{C'_1}{C_1}} \right)} - e^{-i \left(h_1z + i \ln \sqrt{\frac{C'_1}{C_1}} \right)} \right] e^{\frac{1}{2} \ln \frac{C'_1}{C_1}}.$$

Тогда для Z_1 получим

$$Z_1 = \sqrt{\frac{f}{2\gamma_1}} \operatorname{ctg} \left(k_1z + i \ln \sqrt{\frac{C'_1}{C_1}} \right) e^{-i \frac{\pi}{4}}.$$

Если первой границей является граница раздела земля — воздух, то наиболее практически ценными будут материалы исследований в первом слое или на его поверхности. Пользуясь формулой для Z_1 , можно найти значение этой величины на нижней границе, положив в этой формуле $Z = h_1$:

$$Z_1 h_1 = \sqrt{\frac{f}{2\gamma_1}} \operatorname{ctg} \left(k_1 h_1 + i \ln \sqrt{\frac{C'_1}{C_1}} \right) \cdot e^{-i \frac{\pi}{4}},$$

откуда в силу непрерывности импеданса на рассматриваемой границе раздела

$$-\sqrt{\frac{f}{2\gamma_2}} = \sqrt{\frac{f}{2\gamma_1}} \operatorname{ctg} \left(k_1 h_1 + i \ln \sqrt{\frac{C'_1}{C_1}} \right)$$

или

$$i \ln \sqrt{\frac{C'_1}{C_1}} = -k_1 h_1 - \operatorname{arcctg} \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}}.$$

Таким образом, для Z_1 имеем выражение

$$Z_1 = \sqrt{\frac{f}{2\gamma_1}} \operatorname{ctg} \left(k_2 z - k_1 h - \operatorname{arcctg} \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}} \right) \cdot e^{-i \frac{\pi}{4}}.$$

На верхней границе первого слоя (при $z = 0$) это выражение примет следующий вид:

$$Z_1(0) = -\sqrt{\frac{f}{2\gamma_1}} \operatorname{ctg} \left(k_1 h_1 + \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}} \right).$$

В более сложном случае трехслойного разреза с горизонтальными границами раздела Z_3 в подстилающем основании будет равно:

$$Z_3 = -\sqrt{\frac{f}{2\gamma_3}} e^{-i\frac{\pi}{4}};$$

во втором слое, лежащем на этом основании,

$$Z_2 = \sqrt{\frac{f}{2\gamma_2}} \operatorname{ctg} \left(k_2 z + i \ln \sqrt{\frac{C'_2}{C_2}} \right) e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

и, наконец, в верхнем слое

$$Z_1 = \sqrt{\frac{f}{2\gamma_1}} \operatorname{ctg} \left(k_1 z + i \ln \sqrt{\frac{C'_1}{C_1}} \right) e^{-i\frac{\pi}{4}}.$$

В силу непрерывности импедансов на границе $z = h_2$ (подошва второго слоя) получим

$$\sqrt{\frac{f}{2\gamma_2}} \operatorname{ctg} \left(k_2 h_2 + i \ln \sqrt{\frac{C'_2}{C_2}} \right) e^{-i\frac{\pi}{4}} = -\sqrt{\frac{f}{2\gamma_3}} e^{-i\frac{\pi}{4}},$$

откуда

$$k_2 h_2 + i \ln \sqrt{\frac{C'_2}{C_2}} = -\operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\gamma_3}}.$$

Следовательно, для Z_2 будем иметь

$$Z_2 = \sqrt{\frac{f}{2\gamma_2}} \operatorname{ctg} \left(k_2 z - k_2 h_2 - \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\gamma_3}} \right).$$

На границе раздела первого и второго слоев (при $z = h_1$) равенство импедансов принимает вид:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{f}{2\gamma_1}} \operatorname{ctg} \left(k_1 h_1 + i \ln \sqrt{\frac{C'_1}{C_1}} \right) e^{-i\frac{\pi}{4}} &= \sqrt{\frac{f}{2\gamma_2}} \times \\ &\times \operatorname{ctg} \left(k_2 h_1 - k_2 h_2 - \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\gamma_3}} \right) e^{-i\frac{\pi}{4}} \end{aligned}$$

или

$$k_1 h_1 + i \ln \sqrt{\frac{C'_1}{C_1}} = -\operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}} \operatorname{ctg} \left[k_2 (h_2 - h_1) + \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\gamma_3}} \right].$$

Итак, для Z_1 получим

$$Z_1 = \sqrt{\frac{f}{2\gamma_1}} \operatorname{ctg} \left\{ k_1 z - k_1 h_1 - \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}} \operatorname{ctg} \left[k_2 (h_2 - h_1) + \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\gamma_3}} \right] \right\}.$$

или для верхней границы этого слоя (для $z = 0$)

$$Z_1(0) = -\sqrt{\frac{f}{2\gamma_1}} \operatorname{ctg} \left\{ k_1 h_1 + \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}} \operatorname{ctg} \left[k_2 (h_2 - h_1) + \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\gamma_3}} \right] \right\}.$$

Теперь нетрудно найти, что в случае многослойного разреза для импеданса на границе раздела земля — воздух получим

$$Z_1(0) = -\sqrt{\frac{f}{2\gamma_1}} \operatorname{ctg} \left\{ k_1 h_1 + \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}} \operatorname{ctg} \left[k_2 (h_2 - h_1) + \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\gamma_3}} \times \operatorname{ctg} (k_3 (h_3 - h_2) + \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\gamma_3}{\gamma_4}} \operatorname{ctg} \dots) \right] \right\},$$

т. е. импеданс $Z_1(0)$ называют входным импедансом — это функция проводимостей и мощностей компонент разреза, а также частоты электромагнитного поля.

Из предыдущего видно, что в случае измерения импеданса над однородным полупространством, заполненным средой с удельным сопротивлением ϱ , существует равенство

$$\varrho = 2 \frac{|Z|^2}{f},$$

где $|Z|$ — модуль импеданса, измеренного на поверхности среды. Если полупространство имеет сложную структуру: состоит из ряда слоев с различными сопротивлениями или из неоднородностей иного вида, то по измеренному импедансу $Z_1(0)$ можно вычислить по приведенной выше формуле величину ϱ_t , имеющую размерность удельного сопротивления, но являющуюся сложной функцией удельных сопротивлений, объемов и положения областей неоднородностей геологического разреза.

Если имеем двухслойную среду, то

$$\varrho_t = \varrho_1 \operatorname{ctg}^2 \left(k_1 h_1 + \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\varrho_2}{\varrho_1}} \right), \quad (89)$$

если среда состоит из трех слоев, то

$$\varrho_t = \varrho_1 \operatorname{ctg}^2 \left\{ k_1 h_1 + \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\varrho_2}{\varrho_1}} \operatorname{ctg} \left[k_2 (h_2 - h_1) + \operatorname{arccctg} \sqrt{\frac{\varrho_3}{\varrho_2}} \right] \right\}. \quad (90)$$

По формуле (89) можно вычислить значения Q_t в зависимости от величин Q_1 , Q_2 , h_1 и заданной частоты поля, поскольку k_1 , входящее в формулу, равно

$$\sqrt{i \frac{V 4\pi\gamma_1\omega}{c}} = i \frac{2\pi}{c} \sqrt{\frac{2f}{Q_1}}$$

Величины Q_t , вычисленные для разных частот, можно использовать для построения графиков, изображающих характер изменения Q_t в функции частоты для различных геологических разрезов.

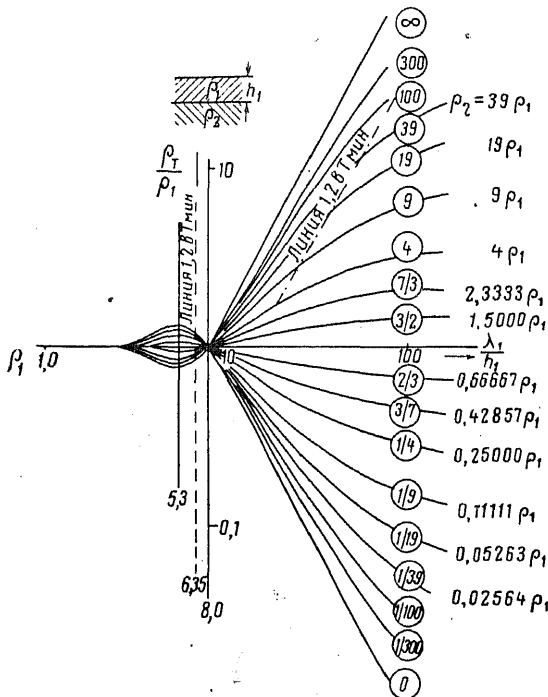


Рис. 95. Палетка магнитотеллурического зондирования.

Для построения таких графиков принято откладывать по оси абсцисс $\lg \frac{\lambda_1}{h_1}$, а по оси ординат $\frac{Q_t}{Q_1}$. Пример такого графика приведен на рис. 95, где изображено семейство кривых для различных значений отношения $\frac{Q_2}{Q_1}$.

Аналогичным образом могут быть построены графики для более сложных разрезов. Следует лишь иметь в виду, что в силу большего

количества параметров изобразить все рассчитанные кривые на одном чертеже не представляется возможным, поэтому приходится строить альбом таких чертежей, группируя их по какому-либо принципу. Необходимость построения графиков определяется тем, что их можно использовать для количественной интерпретации результатов полевых измерений путем сравнения наблюдаемой кривой с кривой рассчитанной.

§ 38. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ, ПОМЕЩЕННОГО В БЕЗГРАНИЧНУЮ СРЕДУ

В электроразведочной практике при использовании искусственно созданных электромагнитных полей применяются генераторы различных типов; для возбуждения поля можно пользоваться заземленным на концах проводом, питаемым переменным током, и посылать переменный ток в катушку или петлю, расположенную вблизи земной поверхности. В первом случае связь источника поля с землей будет гальванической, во втором — индуктивной. Если измерения поля проводить на достаточно большом расстоянии от источника, то установку с заземлениями можно рассматривать как электрический диполь, а установку с катушкой — как диполь магнитный. В связи с этим изучение полей диполей в электроразведке с переменным током имеет большое значение.

Рассмотрим сначала поле вектора-потенциала постоянного тока силы I , текущего вдоль элементарного отрезка провода dz . Если этот элемент длины поместить в начале координат вдоль оси z , то в точке, отстоящей от начала координат на расстоянии r , магнитное поле в соответствии с законом Био-Савара будет иметь величину

$$dH = \frac{I dz}{c} \frac{\sin(r, z)}{r^2}$$

и направлено по перпендикуляру к плоскости, проходящей через ось z и точку. Таким образом, магнитное поле этого элементарного тока не будет иметь составляющей вдоль оси z , т. е. оно будет лежать в плоскости, перпендикулярной к этой оси. Если выбрать оси x и y так, чтобы они образовали вместе с осью правовинтовую систему, то при течении тока по положительному направлению оси z в соответствии с правилом Ампера будем иметь

$$dH_x = -\frac{I dz}{c} \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{y}{\rho} = -\frac{I dz}{c} \frac{y}{r^3},$$

$$dH_y = \frac{I dz}{c} \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{x}{\rho} = \frac{I dz}{c} \frac{x}{r^3},$$

где $\sin \theta = \sin(r, z) = \frac{\rho}{r}$; ρ — расстояние точки от оси z .

Так как $H = \text{rot } A$, то применительно к рассматриваемому источнику поля можно написать

$$\begin{aligned} dH_x &= \frac{\partial dA_x}{\partial y} - \frac{\partial dA_y}{\partial z} = -\frac{I dz}{c} \frac{y}{r^3}, \\ dH_y &= \frac{\partial dA_x}{\partial z} - \frac{\partial dA_z}{\partial x} = \frac{I dz}{c} \frac{x}{r^3}, \\ dH_z &= \frac{\partial dA_y}{\partial x} - \frac{\partial dA_x}{\partial y} = 0. \end{aligned}$$

Эта система уравнений допускает решение

$$dA_x = dA_y = 0, \quad dA_z = -\frac{I dz}{c} \frac{1}{r}. \quad (91)$$

Отметим, что поле вектора-потенциала, обязанного току в элементе dz , характеризуется тем, что ориентировка вектора-потенциала всюду одна и та же, параллельно оси z , а его величина зависит лишь от расстояния точки от начала координат. Поставим себе целью найти источник переменного электромагнитного поля; вектор-потенциал этого поля обладает такими же свойствами, т. е. имеет лишь одну компоненту, величина которой зависит от r . Волновое уравнение для вектора A в этом случае удобнее написать в сферической системе координат, оставив лишь то слагаемое, которое зависит от r . Так как лапласиан в сферической системе координат имеет вид:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2},$$

то уравнение для A можно записать в форме

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial A}{\partial r} \right) + k^2 A = 0$$

или, как нетрудно проверить,

$$\frac{\partial^2 (rA)}{\partial r^2} = -k^2 (rA).$$

Решение этого уравнения будет

$$rA = C_1 e^{ikr} + C_2 e^{-ikr}$$

или

$$A = C_1 \frac{e^{ikr}}{r} + C_2 \frac{e^{-ikr}}{r}.$$

Если в показателе степени e число k подставить в развернутой форме, т. е. записать $e^{ikr} = e^{i(a+ib)r} = e^{iar} e^{-br}$ и $e^{-ikr} = e^{i(a+ib)r} = e^{-iar} e^{br}$, то можно заметить, что с ростом r экспонента e^{ikr} будет убывать, а экспонента e^{-ikr} беспрестанно расти.

Об этом можно судить по поведению второго множителя, потому что первый множитель по модулю равен единице. Однако, так как вектор-потенциал в бесконечности должен быть равен нулю, в формуле для A следует положить C_2 тождественно равным нулю. Таким образом, получим

$$A = C_1 \frac{e^{ikr}}{r}.$$

Уменьшая частоту ω до нуля, приходим к рассмотренному нами случаю поля постоянного тока, текущего на элементе dz . Так как при $\omega \rightarrow 0$ и $k \rightarrow 0$, то формула для A примет вид:

$$A = \frac{C_1}{r}.$$

Сравнивая эту формулу с формулой (91), можно приравнять постоянную C_1 величине $\frac{Idz}{c}$. Тогда окончательное выражение для A будет

$$A = A_z = -\frac{Idz}{c} \frac{e^{ikr}}{r}. \quad (92)$$

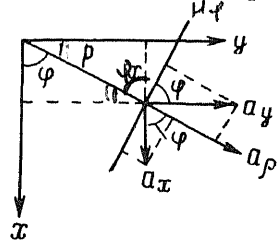


Рис. 96. Магнитное поле электрического диполя в безграничной среде.

Зная A , можно найти компоненты поля. Сначала определим магнитную составляющую. Так как $H = \text{rot } A$, то

$$H_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} = \frac{\partial A_z}{\partial r} \frac{y}{r}, \quad H_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} = -\frac{\partial A_z}{\partial r} \frac{x}{r}, \quad H_z = 0.$$

В дальнейшем удобнее оперировать со сферической системой координат. Формулы перехода от декартовых координат x, y, z к сферическим r, θ, φ следующие:

$$x = r \sin \theta \cos \varphi, \quad y = r \sin \theta \sin \varphi, \quad z = r \cos \theta,$$

поэтому

$$H_x = -\frac{Idz}{c} \frac{ikr-1}{r^2} e^{ikr} \sin \theta \sin \varphi,$$

$$H_y = \frac{Idz}{c} \frac{ikr-1}{r^2} e^{ikr} \sin \theta \cos \varphi.$$

Поскольку магнитное поле лежит в плоскости, перпендикулярной к оси z , найдем две горизонтальные компоненты поля (рис. 96): одну, направленную по перпендикуляру к оси z из точки, для которой определяется поле, и другую — по касательной к окружности, проходящей через эту точку и имеющей центр на оси z . Первую компоненту обозначим H_θ , а вторую — H_φ . В соответствии с общими

формулами для перехода от компонент a_x и a_y к компонентам a_θ и a_φ , имеющим вид:

$$\begin{aligned} a_\theta &= a_x \cos \varphi + a_y \sin \varphi, \\ a_\varphi &= -a_x \sin \varphi + a_y \cos \varphi, \end{aligned} \quad (93)$$

получим

$$\begin{aligned} H_\theta &= -\frac{I dz}{c} \sin \theta \sin \varphi \cos \varphi \frac{ikr-1}{r^2} e^{ikr} + \\ &+ \frac{I dz}{c} \sin \theta \cos \varphi \sin \varphi \frac{ikr-1}{r^2} e^{ikr} = 0, \\ H_\varphi &= \frac{I dz}{c} \sin \theta \sin^2 \varphi \frac{ikr-1}{r^2} e^{ikr} + \\ &+ \frac{I dz}{c} \sin \theta \cos^2 \varphi \frac{ikr-1}{r^2} e^{ikr} = \frac{I dz}{c} \sin \theta \frac{ikr-1}{r^2} e^{ikr}. \end{aligned} \quad (94)$$

Таким образом, магнитное поле имеет одну единственную компоненту H_φ , которая называется азимутальной.

Для определения электрического поля воспользуемся формулой

$$E = i \frac{\omega \mu}{c} \left(A + \frac{1}{k^2} \text{grad div } A \right).$$

Так как $\text{div } A$ в нашем случае равна

$$\frac{\partial A_z}{\partial z} = \frac{I dz}{c} \frac{ikr-1}{r^2} e^{ikr} \frac{z}{r} = \frac{I dz}{c} \cos \theta \frac{ikr-1}{r^2} e^{ikr},$$

то

$$E_x = i \frac{\omega \mu}{ck^2} z \frac{\partial}{\partial x} \frac{I dz}{c} \frac{ikr-1}{r^3} e^{ikr},$$

$$E_y = i \frac{\omega \mu}{ck^2} z \frac{\partial}{\partial y} \frac{I dz}{c} \frac{ikr-1}{r^3} e^{ikr},$$

$$E_z = i \frac{\omega \mu}{c} \left(\frac{I dz}{c} \frac{e^{ikr}}{r} + \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{I dz}{c} \frac{ikr-1}{r^3} z e^{ikr} \right)$$

или

$$E_x = i \frac{\omega \mu}{c} \frac{I dz}{c} xz \frac{3-3ikr-k^2r^2}{k^2r^3} e^{ikr},$$

$$E_y = i \frac{\omega \mu}{c} \frac{I dz}{c} yz \frac{3-3ikr-k^2r^2}{k^2r^3} e^{ikr},$$

$$E_z = i \frac{\omega \mu}{c} \frac{I dz}{c} \left[\frac{1}{r} + \frac{ikr-1}{k^2r^3} + \frac{z^2}{r^2} \frac{3-3ikr-k^2r^2}{k^2r^3} \right] e^{ikr}.$$

Обозначим для краткости в формулах для E_x и E_y дробь $\frac{3 - 3ikr - k^2r^2}{k^2r^3}$ через q и, учитывая формулы перехода от декартовых координат к сферическим, для E_x и E_y получим

$$E_x = i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} q \sin \theta \cos \varphi \cos \theta e^{ikr},$$

$$E_y = i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} q \sin \theta \sin \varphi \cos \theta e^{ikr}.$$

Пользуясь формулами (93), вычислим компоненты E_θ и E_φ электрического поля:

$$\begin{aligned} E_\theta &= E_x \cos \varphi + E_y \sin \varphi = \\ &= i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} q \sin \theta \cos \theta e^{ikr}, \end{aligned}$$

$$E_\varphi = -E_x \sin \varphi + E_y \cos \varphi = 0.$$

Из полученного результата видно, что электрическое поле лежит в плоскости, проходящей через ось z и точку, в которой поле определяется. В этой плоскости имеются две компоненты поля (рис. 97):

$$E_\theta = i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} q \sin \theta \cos \theta e^{ikr},$$

$$E_z = i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} \left[\frac{1}{r} + \frac{ikr - 1}{k^2r^3} + q \cos^2 \theta \right] e^{ikr}.$$

Найдем в этой плоскости две ортогональные компоненты электрического поля — радиальную E_r , направленную вдоль расстояния r точки от начала координат, и меридиональную E_θ , направленную по перпендикуляру к r . Для этих составляющих можно написать

$$E_r = E_\theta \sin \theta + E_z \cos \theta,$$

$$E_\theta = E_r \cos \theta - E_z \sin \theta,$$

или

$$\begin{aligned} E_r &= i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} \left[q \sin^2 \theta \cos \theta + \frac{\cos \theta}{r} + \frac{ikr - 1}{k^2r^3} \cos \theta + q \cos^3 \theta \right] e^{ikr} = \\ &= i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} \cos \theta \left[q + \frac{1}{r} + \frac{ikr - 1}{k^2r^3} \right] e^{ikr}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_\theta &= i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} \left[q \sin \theta \cos^2 \theta - \frac{\sin \theta}{r} - \frac{ikr - 1}{k^2r^3} \sin \theta - q \cos^2 \theta \sin \theta \right] e^{ikr} = \\ &= -i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} \left[\frac{1}{r} + \frac{ikr - 1}{k^2r^3} \right] \sin \theta e^{ikr}. \end{aligned} \quad (95)$$

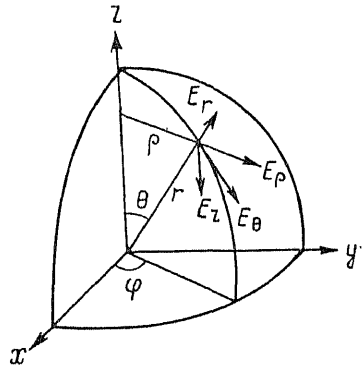


Рис. 97. Электрическое поле электрического диполя в безграничной среде.

После незначительных преобразований формулам (95) можно придать вид:

$$E_r = i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} 2 \cos \theta \frac{1 - ikr}{k^2 r^3} e^{ikr},$$

$$E_\theta = i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} \sin \theta \frac{1 - ikr - k^2 r^2}{k^2 r^3} e^{ikr}.$$

Представляется интересным изучить поведение магнитного и электрического полей рассматриваемых видов вблизи источника и на больших расстояниях от него. Сначала рассмотрим область точек, расстояния r которых определяются неравенством $|kr| \ll 1$. Эта область получила название ближней зоны. В соответствии с формулами (94) и (95) можно написать

$$H_\varphi = \frac{I dz}{c} \frac{\sin \theta}{r^2},$$

$$E_r = i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} \frac{2 \cos \theta}{k^2 r^3},$$

$$E_\theta = i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} \frac{\sin \theta}{k^2 r^3}.$$

Первая из этих формул является не чем иным, как выражением закона Био-Савара, и поэтому можно утверждать, что магнитное поле элемента переменного тока в ближней зоне подчиняется тем же законам, что и поле постоянного тока. Что же касается электрического поля в этой зоне, то в полученных выражениях нетрудно узнать выражения для компонент поля электрического диполя с моментом P , равным

$$P = i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{ck^2} = i \frac{I dz}{\omega \epsilon'}.$$

В этом выражении момента диполя величина I изменяется гармонически. Этот гармонически изменяющийся на отрезке dz ток можно представить себе обязанным перетеканию электрических зарядов с одного конца отрезка dz на другой. При этом следует допустить, что величина зарядов на концах изменяется по гармоническому закону, т. е. $q = q_0 e^{-i\omega t}$, где q_0 — его амплитудное значение. Так как электрический ток определяется количеством электричества, проходящего в единицу времени через сечение проводника, то

$$I = - \frac{dq}{dt} = + i \omega q_0 e^{-i\omega t}.$$

Знак минус определяется тем, что ток считается положительным, когда заряд убывает. Подставляя значение модуля I в формулу для P , получим

$$P = - \frac{q_0 dz}{\epsilon'}.$$

Отрицательное значение момента P связано с тем, что за положительное направление тока принято направление тока от положительного заряда к отрицательному, т. е. противоположно направлению оси диполя, считающемуся положительным, от отрицательного заряда к положительному.

Возвращаясь к анализу электрического поля, можно сказать, что в ближней зоне полная величина E поля, определяющаяся равенством

$$E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = P \frac{\sqrt{4 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta}}{r^3} = P \frac{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}}{r^3},$$

будет изменяться при постоянном r от $\frac{P}{r^3}$ (при $\theta = \frac{\pi}{2}$) до $\frac{2P}{r^3}$ (при $\theta = 0$). Ориентировку полного вектора поля можно определить углом ψ , составляемым полным вектором с осью z . Для этого угла можно написать

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{E_\theta}{E_z}.$$

Так как в ближней зоне

$$E_\theta = 3i \frac{\omega \mu}{c} \frac{I dz}{c} \frac{\sin \theta \cos \theta}{k^2 r^3},$$

$$E_z = i \frac{\omega \mu}{c} \frac{I dz}{c} \frac{-1 + 3 \cos^2 \theta}{k^2 r^3},$$

то

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{3 \sin \theta \cos \theta}{3 \cos^2 \theta - 1}.$$

Таким образом, при $\theta = 0$ угол ψ будет равен нулю, т. е. полный вектор электрического поля будет параллелен оси z . С увеличением угла θ угол ψ растет, при $\theta = 54^\circ 45'$ ($3 \cos^2 54^\circ 45' = 1$) угол ψ достигает значения 90° и с дальнейшим ростом $\operatorname{tg} \psi$ делается отрицательным, т. е. $\psi > \frac{\pi}{2}$. При $\theta = 90^\circ$ $\psi = 180^\circ$, т. е. полный вектор поля будет направлен в сторону, противоположную его направлению при $\theta = 0^\circ$.

Область точек, для которых $|kr| \gg 1$ — дальняя или волновая зона, характеризуется иными особенностями поля. Формулы для дальней зоны можно получить из общих формул, если учесть большую величину произведения kr . Пренебрегая членами с низкой степенью этого произведения, получим

$$H_\varphi = - \frac{I dz}{c} ik \frac{\sin \theta}{r} e^{ihr},$$

$$E_\theta = i \frac{\omega \mu}{c} \frac{I dz}{c} \sin \theta \cos \theta \left(- \frac{1}{r} \right) e^{ihr} =$$

$$\begin{aligned}
 &= -i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} \frac{\sin \theta \cos \theta}{r} e^{ikr}, \\
 E_z &= i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} \frac{\sin^2 \theta}{r} e^{ikr}, \\
 E_r &= + \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} \frac{2 \cos \theta}{kr^2} e^{ikr}, \\
 E_\theta &= -i \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} \frac{\sin \theta}{r} e^{ikr}.
 \end{aligned}$$

Из последних двух формул видно, что в дальней зоне компонента E_r ничтожно мала по сравнению с компонентой E_θ , так как модуль E_r обратно пропорционален квадрату расстояния, в то время как модуль E_θ обратно пропорционален лишь первой степени. Наличие во всех формулах дальней зоны множителя $e^{ikr} = e^{i(a+ib)r} = e^{iar} e^{-br}$ свидетельствует об уменьшении амплитуды составляющих поля за счет поглощающего действия среды. Для амплитудных значений H_φ и E_θ получены комплексные выражения. Проведем их преобразование:

для магнитной составляющей поля H_φ

$$\begin{aligned}
 H_\varphi &= -\frac{I dz}{c} i(a+ib) e^{iar} e^{-br} \frac{\sin \theta}{r} = \\
 &= -\frac{I dz}{c} \frac{\sin \theta}{r} e^{-br} \sqrt{a^2 + b^2} e^{-i \arctg \frac{a}{b}} e^{iar} = \\
 &= -\frac{I dz}{c} \frac{\sin \theta}{r} e^{-br} \sqrt{a^2 + b^2} e^{i \left(ar - \arctg \frac{a}{b} \right)},
 \end{aligned}$$

амплитуда

$$H_\varphi = \frac{I dz}{cr} \sin \theta \sqrt{a^2 + b^2} e^{-br},$$

начальная фаза

$$ar - \arctg \frac{a}{b};$$

для электрической составляющей E_θ (так как $-i = e^{-i \frac{\pi}{2}}$)

$$E_\theta = e^{-i \frac{\pi}{2}} \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{c} \frac{\sin \theta}{r} e^{i(a+ib)r} = \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{cr} \sin \theta e^{-br} e^{i \left(ar - \frac{\pi}{2} \right)},$$

амплитуда

$$E_\theta = \frac{\omega\mu}{c} \frac{I dz}{cr} \sin \theta e^{-br},$$

начальная фаза

$$ar - \frac{\pi}{2}.$$

Если составить отношение модулей H_φ и E_0 , то

$$\left| \frac{E_0}{H_\varphi} \right| = \frac{\omega\mu}{c} \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Зная выражения (84) и (85) для a и b , можно написать

$$(a^2 + b^2) = \frac{\omega^2 \varepsilon \mu}{c^2} \left\{ \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4\pi\gamma}{\omega\varepsilon} \right)^2} + 1 \right] + \frac{1}{2} \times \right. \\ \left. \times \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4\pi\gamma}{\omega\varepsilon} \right)^2} - 1 \right] \right\} = \frac{\omega^2 \varepsilon \mu}{c^2} \sqrt{1 + \left(\frac{4\pi\gamma}{\omega\varepsilon} \right)^2}.$$

В тех же случаях, когда преобладающее значение имеют токи проводимости (γ велико), получим

$$a^2 + b^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon \mu}{c^2} \frac{4\pi\gamma}{\omega\varepsilon} = \frac{4\pi\gamma\omega\mu}{c^2},$$

или

$$\sqrt{a^2 + b^2} = \frac{\sqrt{4\pi\gamma\omega\mu}}{c},$$

$$\left| \frac{E_0}{H_\varphi} \right| = \frac{\omega\mu}{c} \frac{c}{\sqrt{4\pi\gamma\omega\mu}} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{4\pi\gamma}} = \sqrt{\frac{f\mu}{2\gamma}}.$$

Здесь f — частота в $гц$.

Электрический диполь на границе двух полупространств

Если найти выражения для векторов-потенциалов диполя в обоих полупространствах с волновыми числами k_1 и k_2 , то нетрудно написать формулы для составляющих электромагнитного поля. Поэтому решение задачи сводится к отысканию формул для A_1 и A_2 . Вначале отыщем вектор-потенциал диполя с постоянным током, рассматривая его как предельный случай гармонически изменяющегося диполя, для которого частота изменений стремится к нулю.

Определяя магнитное поле тока силы I , стекающего с электрода, находящегося на границе полупространства, мы установили, что это поле H лежит в плоскости, параллельной границе раздела, и имеет следующее выражение:

$$H = \frac{I}{cr} \left(1 - \frac{z}{R} \right),$$

где $R = \sqrt{x^2 + z^2 + y^2}$ — расстояние точки, в которой ищется поле от электрода; z — ее высота над плоскостью раздела; r — про-

екция расстояния R на плоскость раздела. В соответствии с правилом правого винта, замечая, что $r^2 = R^2 - z^2$, выражения для составляющих поля по осям координат можно записать

$$X = \frac{Iy}{cr^2} \left(1 - \frac{z}{R}\right) = \frac{Iy}{cR(R+z)},$$

$$Y = -\frac{Ix}{cr^2} \left(1 - \frac{z}{R}\right) = -\frac{Ix}{cR(R+z)}.$$

Рассматривая диполь как систему двух электродов разных знаков, смещенных друг относительно друга на бесконечно малую величину, для компонент поля второго электрода можно написать аналогичные формулы, но с бесконечно мало отличающимися координатами точки, для которой определяется поле. Для определенности допустим, что отрицательный электрод смещен относительно положительного в сторону отрицательной оси x на величину dx . Тогда компоненты магнитного поля от этого отрицательного электрода будут

$$X' = -\frac{Iy}{cR'(R'+z)},$$

$$Y' = \frac{I(x+dx)}{cR'(R'+z)},$$

где

$$R' = \sqrt{(x+dx)^2 + y^2 + z^2}.$$

Суммарное поле будет

$$X_1 = -\frac{Iy}{c} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{R(R+z)} dx = \frac{Idxxy(2R+z)}{cR^3(R+z)^2},$$

$$Y_1 = -\frac{Idx}{c} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{x}{R(R+z)} \right] = -\frac{IdxR^2(R+z) - x^2(2R+z)}{cR^3(R+z)^2}.$$

В той же точке магнитное поле создается и током, текущим от отрицательного электрода к положительному. Это поле определяется формулой закона Био-Савара

$$H'' = \frac{Idx}{c} \frac{\sin(R, x)}{R^2}.$$

Магнитное поле H'' лежит в плоскости, перпендикулярной току, т. е. оси x , и поэтому имеет лишь составляющие по оси y и по оси z . Обозначив расстояние точки от оси x через ϱ , т. е. положив $\varrho = \sqrt{y^2 + z^2}$, и $\sin(R, \varphi) = \frac{\varrho}{R}$, для этих составляющих найдем

$$Y_2 = -\frac{Idx}{c} \frac{\varrho}{R^3} \cos(\varrho, y),$$

$$Z_2 = \frac{Idx}{c} \frac{\varrho}{R^3} \sin(\varrho, y).$$

Так как $\cos(\varrho, y) = \frac{z}{\varrho}$, а $\sin(\varrho, y) = \frac{y}{\varrho}$, то

$$Y_2 = -\frac{Idx}{c} \frac{z}{R^3},$$

$$Z_2 = \frac{Idx}{c} \frac{y}{R^3}.$$

Таким образом, система из двух электродов разных знаков и соединяющего их провода бесконечно малой длины (электрический диполь) при наличии в ней тока определит существование в точке с координатами x, y, z магнитного поля, имеющего своими составляющими

$$X = X_1 = +\frac{Idx}{c} \frac{xy(2R+z)}{R^3(R+z)^2},$$

$$Y = Y_1 + Y_2 = -\frac{Idx}{c} \left[\frac{R^2(R+z) - x^2(2R+z)}{R^3(R+z)^2} + \frac{z}{R^3} \right],$$

$$Z = Z_2 = \frac{Idx}{c} \frac{y}{R^3}.$$

Магнитное поле, определяемое формулой $H = \text{rot } A$, можно описать компонентами

$$X = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}, \quad Y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}, \quad Z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}.$$

Применительно к рассматриваемому источнику поля можно предполагать лишь существование двух компонент: A_x по направлению оси диполя и A_z по перпендикуляру к границе раздела. В связи с этим запишем следующую систему уравнений в частных производных:

$$\begin{aligned} -\frac{Idx}{c} \frac{xy(2R+z)}{R^3(R+z)^2} &= \frac{\partial A_z}{\partial y}, \\ -\frac{Idx}{c} \left[\frac{R^2(R+z) - x^2(2R+z)}{R^3(R+z)^2} + \frac{z}{R^3} \right] &= \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}, \\ \frac{Idx}{c} \frac{y}{R^3} &= -\frac{\partial A_x}{\partial y}. \end{aligned}$$

Из последнего уравнения находим

$$A_x = \frac{Idx}{c} \frac{1}{R}.$$

Так как при этом выражении A_x будет существовать равенство

$$\frac{\partial A_x}{\partial z} = -\frac{Idx}{c} \frac{z}{R^3},$$

то второе уравнение системы можно переписать в виде

$$\frac{Idx}{c} \frac{R^2(R+z) - x^2(2R+z)}{R^3(R+z)^2} = \frac{\partial A_z}{\partial x}.$$

Нетрудно убедиться, что это уравнение удовлетворяется, если положить

$$A_z = \frac{Idx}{c} \frac{x}{R(R+z)}.$$

Это же выражение для A_z удовлетворяет и первому уравнению системы. Итак, вектор-потенциал диполя, питаемого постоянным током, имеет две составляющие, которые в интегральной форме можно переписать следующим образом:

$$A_x = \frac{Idx}{c} \int_0^{\infty} e^{\mp \lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda,$$

$$A_z = \frac{Idx}{c} \cos \varphi \int_0^{\infty} e^{\mp \lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda.$$

Здесь $J_0(\lambda r)$ и $J_1(\lambda r)$ — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков от аргумента λr . В написанных выше формулах присутствуют лишь функции Бесселя нулевого и первого порядков, следовательно, можно говорить, что компоненты вектора-потенциала зависят от произведения $\cos n \varphi J_n(\lambda r)$, где n принимает значение нуля и единицы. Это замечание понадобится, когда будем искать решение волнового уравнения для вектора-потенциала гармонически изменяющегося поля, к чему и перейдем. Как известно, названное уравнение имеет вид:

$$\Delta A + r^2 A = 0$$

или в цилиндрических координатах (r, φ, z)

$$\frac{d^2 A_i}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_i}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 A_i}{\partial z^2} + k^2 A_i = 0,$$

где A_i — любая цилиндрическая составляющая вектора-потенциала.

Для решения воспользуемся тем же методом, которым пользовались при решении уравнения Лапласа, т. е. положим, что

$$A_i(r, \varphi, z) = u(r) v(\varphi) w(z) = uvw.$$

Подставляя это представление A_i в уравнение, получим

$$\frac{1}{u} \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{ur} \frac{du}{dr} + \frac{1}{vr^2} \frac{d^2 v}{d\varphi^2} + vw \frac{d^2 w}{dz^2} + k^2 uvw = 0,$$

а разделив все члены уравнения на произведение uvw ,

$$\frac{1}{u} \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{ur} \frac{du}{dr} + \frac{1}{vr^2} \frac{d^2 v}{d\varphi^2} + \frac{1}{w} \frac{d^2 w}{dz^2} + k^2 = 0.$$

Первые три слагаемых последнего уравнения зависят от u и v , а четвертое только от w , поэтому это уравнение можно переписать в виде системы двух уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{1}{u} \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{ur} \frac{du}{dr} + \frac{1}{vr^2} \frac{d^2 v}{d\varphi^2} &= -\lambda^2, \\ \frac{1}{w} \frac{d^2 w}{dz^2} + k^2 &= \lambda^2. \end{aligned}$$

Последнее уравнение своими частными интегралами имеет экспоненты

$$w = e^{\sqrt{\lambda^2 - k^2}z} \text{ и } w = e^{-\sqrt{\lambda^2 - k^2}z}.$$

Предшествующее уравнение после умножения на r^2 можно переписать в виде

$$\frac{r^2}{u} \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{r}{u} \frac{du}{dr} + \lambda^2 r^2 + \frac{1}{v} \frac{d^2 v}{d\varphi^2} = 0,$$

т. е. в свою очередь можно разбить на два уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{r^2}{u} \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{r}{u} \frac{du}{dr} + \lambda^2 r^2 &= n^2, \\ \frac{1}{v} \frac{d^2 v}{d\varphi^2} &= -n^2. \end{aligned}$$

Первое из этих двух уравнений после умножения на $\frac{u}{r^2}$ принимает вид уравнения Бесселя

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} + \left(\lambda^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) u = 0,$$

имеющего частными интегралами функции Бесселя $J_n(\lambda r)$ и $Y_n(\lambda r)$. Второе уравнение для функции v имеет частные интегралы $v = \cos n\varphi$ и $v = \sin n\varphi$. Чтобы избавиться от неопределенности при выборе λ и n и учитывая обращение $Y_n(\lambda r)$ в бесконечность на оси z , т. е. при $r = 0$, для вектора-потенциала, знак которого не зависит от знака φ , можно написать

$$\begin{aligned} A_i = \sum_{n=0}^{\infty} \cos n\varphi \left\{ \int_0^{\infty} C_1 e^{+\sqrt{\lambda^2 - k^2}z} J_n(\lambda r) d\lambda + \right. \\ \left. + \int_0^{\infty} C_2 e^{-\sqrt{\lambda^2 - k^2}z} J_n(\lambda r) d\lambda \right\}. \end{aligned}$$

Как уже было отмечено, выражения для компонентов вектора-потенциала диполя с постоянным током, т. е. для случая $k = 0$, равны нулю и единице; поэтому в случае гармонически изменяющегося диполя можно написать

$$A_x = \int_0^{\infty} (C_2 e^{\sqrt{\lambda^2 - k^2} z} + C_1 e^{-\sqrt{\lambda^2 - k^2} z}) J_0(\lambda r) d\lambda,$$

$$A_z = \cos \varphi \int_0^{\infty} (C'_2 e^{\sqrt{\lambda^2 - k^2} z} + C'_1 e^{-\sqrt{\lambda^2 - k^2} z}) J_1(\lambda r) d\lambda.$$

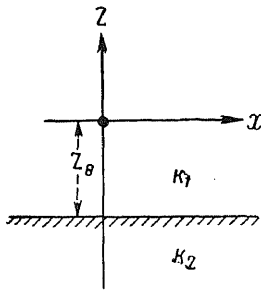


Рис. 98. Электромагнитное поле электрического диполя, находящегося на границе двух полупространств.

Постоянные интегрирования C_1 , C_2 , C'_1 и C'_2 определяются из граничных условий.

Предположим, что гармонически изменяющийся диполь находится на высоте z_0 над плоскостью раздела двух сред с волновыми числами k_1 и k_2 , а ось диполя параллельна границе раздела. Выберем начало декартовых координат в диполе, ось x направим по оси диполя и ось z перпендикулярно плоскости раздела вверх (рис. 98). В точке, расположенной весьма близко к диполю, вектор-потенциал можно вычислить как вектор-потенциал диполя в безграничной среде, т. е. по формуле.

$$A_{x1} = \frac{Idx}{c} \frac{e^{ik_1 \sqrt{r^2 + z^2}}}{\sqrt{r^2 + z^2}} = p \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{\mp \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z} J_0(\lambda r) d\lambda$$

при $z \geq 0$, $A_{z1} = 0$,

где для краткости обозначено

$$p = \frac{Idx}{c}.$$

По мере удаления точки от начала координат все больше и больше будет сказываться влияние границы раздела, поэтому составляющие вектора-потенциала надлежит вычислять по формулам:

для первой среды

$$A_{x1} = \int_0^{\infty} \left(p \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k^2}} e^{-\sqrt{\lambda^2 - k^2} z} + C_1 e^{-\sqrt{\lambda^2 - k^2} z} \right) \times \\ \times J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{при } z > 0,$$

$$A_{x1} = \int_0^{\infty} \left(p \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z} + C_1 e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z} \right) J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{при } z < 0,$$

$$A_{z1} = \cos \varphi \int_0^{\infty} C_1' e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{при } -z_0 < z < +\infty;$$

для второй среды, в которой нет источника поля,

$$A_{x2} = \int_0^{\infty} C_2 e^{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z} J_0(\lambda r) d\lambda,$$

$$A_{z2} = \cos \varphi_0 \int_0^{\infty} C_2' e^{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad \text{при } z < 0.$$

На границе раздела, т. е. при $z = -z_0$, [должны выполняться условия

$$A_{z1} = A_{z2},$$

$$\frac{1}{k_1^2} \operatorname{div} A_1 = \frac{1}{k_2^2} \operatorname{div} A_2,$$

$$\mu_1 A_{x1} = \mu_2 A_{x2},$$

$$\frac{\partial A_{x1}}{\partial z} = \frac{\partial A_{x2}}{\partial z}.$$

Составляя эти условия, получим

$$\int_0^{\infty} C_1' e^{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} J_1(\lambda r) d\lambda = \int_0^{\infty} C_2' e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z_0} J_1(\lambda r) d\lambda,$$

$$\begin{aligned} \mu_1 \int_0^{\infty} \left(p \frac{\lambda e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0}}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} + C_1 e^{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} \right) J_0(\lambda r) d\lambda = \\ = \mu_2 \int_0^{\infty} C_2 e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z_0} J_0(\lambda r) d\lambda, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\cos \varphi}{k_1^2} \int_0^{\infty} \left(-p \frac{\lambda^2}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} - \lambda C_1 e^{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} - \right. \\ \left. - \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} C_1' e^{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} \right) J_1(\lambda r) d\lambda = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\cos \varphi}{k_2^2} \int_0^\infty \left(-\lambda C_2 e^{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z_0} + \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} C_2' e^{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z_0} \right) J_0(\lambda r) d\lambda, \\
 &\int_0^\infty \left(+p\lambda e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} - \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} C_1 e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} \right) J_0(\lambda r) d\lambda = \\
 &= \int_0^\infty \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} C_2' e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z_0} J_0(\lambda r) d\lambda.
 \end{aligned}$$

Поскольку эти условия должны выполняться для всех значений λ , их можно переписать в виде

$$\begin{aligned}
 C_1' e^{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} &= C_2' e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z_0}, \\
 \mu_1 p \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} + \mu_1 C_1 e^{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} &= \mu_2 C_2 e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z_0}, \\
 -\frac{p\lambda^2}{k_1^2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} e^{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} - \frac{\lambda}{k_1^2} C_1 e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} - \\
 -\frac{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}{k_1^2} C_1' e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} &= -\frac{\lambda}{k_2^2} C_2 e^{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z_0} + \\
 + \frac{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{k_2^2} C_2' e^{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z_0}, \\
 p\lambda e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} - \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} C_1 e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z_0} &= \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} C_2 e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z_0}.
 \end{aligned}$$

Решение этой системы уравнений проведем в предположении, что $z_0 = 0$, поскольку нас интересует поле источника, находящегося на границе раздела. Далее предположим, что наибольшее практическое значение имеет тот случай, когда $\mu_1 = \mu_2$. При этих предположениях система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 C_1' &= C_2', \\
 \frac{p\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} + C_1 &= C_2, \\
 -\frac{p\lambda^2}{k_1^2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} - \frac{\lambda}{k_1^2} C_1 - \frac{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}{k_1^2} C_1' &= -\frac{\lambda}{k_2^2} C_2 + \frac{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{k_2^2} C_2', \\
 p\lambda - \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} C_1 &= \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} C_2.
 \end{aligned}$$

Решая ее относительно C_1 , C_2 , C'_1 и C'_2 , найдем

$$C_1 = p \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \frac{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} - \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} + \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}},$$

$$C_2 = 2p \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} + \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}},$$

$$C'_1 = C'_2 = 2p \frac{\lambda^2 (k_1^2 - k_2^2)}{\left(\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} + \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}\right) \left(k_1^2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} + k_2^2 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}\right)}.$$

Для краткости введем обозначения

$$\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} = R_1, \quad \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} = R_2.$$

Пользуясь ими, можно написать выражения для составляющих вектора потенциала:

$$A_{x1} = p \int_0^\infty \left(\frac{\lambda}{R_1} e^{-R_1 z} + \frac{\lambda}{R_1} \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} e^{-R_1 z} \right) J_0(\lambda r) d\lambda =$$

$$= 2p \int_0^\infty \frac{\lambda}{R_1 + R_2} e^{-R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda,$$

$$A_{z1} = 2p \cos \varphi \int_0^\infty \frac{\lambda^2 (k_1^2 - k_2^2)}{(R_1 + R_2)(k_2^2 R_1 + k_1^2 R_2)} e^{R_1 z} J_1(\lambda r) d\lambda,$$

$$A_{x2} = 2p \int_0^\infty \frac{\lambda}{R_1 + R_2} e^{-R_2 z} J_0(\lambda r) d\lambda,$$

$$A_{z2} = 2p \cos \varphi \int_0^\infty \frac{\lambda^2 (k_1^2 - k_2^2)}{(R_1 + R_2)(k_2^2 R_1 + k_1^2 R_2)} e^{R_2 z} J_1(\lambda z) d\lambda.$$

Существенно упростятся формулы для вертикальных составляющих вектора-потенциала, если верхняя среда с волновым числом k_1 будет воздухом, для которого влиянием токов проводимости

и влиянием токов смещения можно пренебречь, т. е. положить $k_1 = 0$. В таком случае

$$R_1 = \lambda,$$

$$A_{z1} = -2p \cos \varphi \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{(\lambda + R_2)} e^{-\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda,$$

$$A_{z2} = -2p \cos \varphi \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\lambda + R_2} e^{R_2 z} J_1(\lambda r) d\lambda,$$

$$A_{x1} = 2p \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\lambda + R_2} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda,$$

$$A_{x2} = 2p \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\lambda + R_2} e^{R_2 z} J_0(\lambda r) d\lambda.$$

Зная выражения для компонент вектора-потенциала, можно найти формулы для вычисления элементов электромагнитного поля. Электрическое поле будем искать для точек поверхности $z = 0$, определяя лишь компоненты E_x и E_y . Поскольку эти компоненты наблюдаются в нижнем полупространстве, можно написать

$$E_x = i \frac{\omega}{c} \left(A_{x2} + \frac{1}{ik^2} \frac{\partial}{\partial x_1} \operatorname{div} A_2 \right),$$

$$E_y = i \frac{\omega}{ck^2} \frac{\partial}{\partial y} \operatorname{div} A_2.$$

Из составляющих магнитного поля практически наибольший интерес представляет вертикальная H_z , которую можно вычислить по формуле

$$H_z = - \frac{\partial A_{x1}}{\partial y}.$$

Найдем сначала выражение для $\operatorname{div} A_2$

$$\operatorname{div} A_2 = \frac{\partial A_{x2}}{\partial x} + \frac{\partial A_{z2}}{\partial z} = -2p \frac{x}{r} \int_0^{\infty} \frac{\lambda^2}{\lambda + R_2} e^{R_2 z} J_1(\lambda r) d\lambda -$$

$$- 2p \frac{x}{r} \int_0^{\infty} \frac{\lambda R_2}{\lambda + R_2} e^{R_2 z} J_1(\lambda r) d\lambda = -2p \frac{x}{r} \int_0^{\infty} \lambda e^{R_2 z} J_1(\lambda r) d\lambda =$$

$$= 2p \frac{x}{r} \frac{\partial}{\partial r} \int_0^{\infty} e^{R_2 z} J_0(\lambda r) d\lambda.$$

Так как E_x и E_y будут наблюдаться на поверхности раздела, то найдем и выражение для $\operatorname{div} A_2$ при $z=0$. Полагая под знаком интеграла $z=0$, получим

$$(\operatorname{div} A_2)_{z=0} = 2p \frac{x}{r} \frac{\partial}{\partial r} \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) d\lambda = 2p \frac{x}{r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} = -2q \frac{x}{r^3}.$$

Далее необходимо отыскать значение интеграла при $z=0$, через который определяется A_{x2} , т. е.

$$L = \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\lambda + R_2} J_0(\lambda r) d\lambda.$$

Умножив числитель и знаменатель на разность $\lambda - R_2$ и учитывая, что $\lambda^2 - R_2^2 = \lambda^2 - \lambda^2 + k_2^2 = k_2^2$, можно написать

$$L = \frac{1}{k_2^2} \left\{ \int_0^{\infty} \lambda^2 J_0(\lambda r) d\lambda - \int_0^{\infty} \lambda R_2 J_0(\lambda r) d\lambda \right\}.$$

Продифференцируем по z два раза формулу Вебера — Липшица. Имеем

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} = \int_0^{\infty} \lambda^2 e^{\mp \lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda$$

или

$$-\frac{r^2 - 2z^2}{(r^2 + z^2)^{5/2}} = \int_0^{\infty} \lambda^2 e^{\mp \lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda.$$

Положив в обеих частях последнего равенства $z=0$, получим

$$-\frac{1}{r^3} = \int_0^{\infty} \lambda^2 J_0(\lambda r) d\lambda.$$

Аналогично составим вторую производную по z от обеих частей формулы Зоммерфельда:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{R_2} e^{\mp R_2 z} J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{e^{ik_2 \sqrt{r^2 + z^2}}}{\sqrt{r^2 + z^2}},$$

тогда

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \lambda R_2 e^{\pm R_2 z} J_0(\lambda r) d\lambda &= \frac{ik_2 \sqrt{r^2 + z^2} - 1}{(r^2 + z^2)^{3/2}} e^{ik_2 \sqrt{r^2 + z^2}} + \\ &+ z^2 \frac{3 - 3ik_2 \sqrt{r^2 + z^2} - k_2^2 (r^2 + z^2)}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \end{aligned}$$

или, положив здесь $z=0$,

$$\int_0^{\infty} \lambda R_2 J_0(\lambda r) dx = \frac{ik_2 r - 1}{r^3} e^{ik_2 r}.$$

Таким образом, для интеграла L находим

$$L = \frac{1}{k_2^2} \left(-\frac{1}{r^3} - \frac{ik_2 r - 1}{r^3} e^{ik_2 r} \right). \quad (97)$$

Подставив это значение L в формулу для E_x и продифференцировав по x выражение для $\operatorname{div} A_2$ при $z=0$, получим

$$E_x = -i \frac{\omega \cdot 2p}{k_2^2 cr^3} [2 - 3 \cos^2 \varphi + (ik_2 r - 1) e^{ik_2 r}],$$

$$E_y = -i \frac{\omega}{ck_2} \frac{\partial}{\partial y} 2p \frac{x}{r^3} = +i \frac{2p \omega}{ck_2^2} \frac{3yx}{r^5} = i \frac{6p \omega}{ck_2^2 r^3} \sin \varphi \cos \varphi.$$

Продифференцировав найденное для $L=[A_{x1}]_{z=0}$ выражение по y , определим

$$\begin{aligned} H_z &= \frac{2p}{k_2^2} \left(-\frac{3y}{r^5} + \frac{y(3 - 3ik_2 y - k_2^2 r^2)}{r^5} e^{ik_2 r} \right) = \\ &= -\frac{2p \sin \varphi}{k_2^2 r^4} [3 - (3 - 3ik_2 y - k_2^2 r^2) e^{ik_2 r}]. \end{aligned}$$

Рассмотрим два частных случая: $|k_2 r| \ll 1$ и $|k_2 r| \gg 1$.

Случай 1: $|k_2 r| \ll 1$. В точках ближней зоны

$$E_x = -i \frac{2p \omega}{ck_2^2 r^3} (1 - 3 \cos^2 \varphi),$$

$$E_y = i \frac{6p \omega}{ck_2^2 r^3} \sin \varphi \cos \varphi,$$

$$\begin{aligned} H_z &= -\frac{2p \sin \varphi}{k_2^2 r^4} \left[3 - (3 - ik_2 r - k_2^2 r^2) \left(1 + ik_2 r - \frac{k_2^2 r^2}{2} - \dots \right) \right] = \\ &= -\frac{2p \sin \varphi}{k_2^2 r^4} \left(-\frac{k_2^2 r^2}{2} - \dots \right) = \frac{p \sin \varphi}{r^2}. \end{aligned}$$

Отсюда можно заключить, что магнитное поле электрического диполя в точках ближней зоны не зависит от свойств среды. Что же касается поля электрического, то его амплитуда зависит от параметров среды и частоты поля через волновое число k_2 . Так как

$$k_2^2 = \omega^2 \frac{\epsilon \mu}{c^2} + i \frac{4\pi \gamma \omega \mu}{c^2},$$

то в тех случаях, когда можно пренебречь токами смещения и μ можно положить равным единице, выражение для E_x примет вид:

$$E_x = -\frac{i \cdot 2p \omega c^2}{cr^3 i \cdot 4\pi\gamma\omega\mu} (1 - 3 \cos^2 \varphi) = -\frac{cp}{2\pi\gamma r^3} (1 - 3 \cos^2 \varphi).$$

Составляя выражение для отношения $\left| \frac{E_x}{H_z} \right| = Z$, получим

$$Z = \frac{c}{2\pi\gamma r} \frac{1 - 3 \cos^2 \varphi}{\sin \varphi},$$

т. е. Z для каждого заданного угла φ будет изменяться обратно пропорционально r с коэффициентом пропорциональности $\frac{c \varrho}{2\pi} \times \frac{(1 - 3 \cos^2 \varphi)}{\sin \varphi}$, где ϱ — удельное сопротивление среды.

Случай 2: $|kr| \gg 1$. В точках дальней зоны

$$E_x = -i \frac{\omega 2p}{k_2^2 cr^3} (2 - 3 \cos^2 \varphi),$$

$$H_z = -\frac{6p \sin \varphi}{k_2^2 r^4},$$

$$Z = \left| \frac{E_x}{H_z} \right| = \frac{\omega (2 - 3 \cos^2 \varphi)}{3c \sin \varphi} r.$$

Интересно отметить, что в точках дальней зоны импеданс зависит от геометрического положения точки наблюдения и не зависит от свойств среды. Таким образом, сведения о свойствах среды можно получить, изучая отдельно электрические и магнитную составляющие поля диполя.

В электроразведочной практике измерения принято проводить в экваториальной зоне, т. е. при $\varphi = \frac{\pi}{2}$. В этом случае формулы для составляющих поля несколько упростятся и примут вид:

$$E_x = -i \frac{\omega \cdot 2p}{ck_2^2 r^3} [2 + (ik_2 r - 1) e^{ik_2 r}],$$

$$E_y = 0,$$

$$H_z = -\frac{2p}{ck_2^2 r^4} [3 - (3 - 3ik_2 r - k_2^2 r^2) e^{ik_2 r}].$$

Если бы мы имели дело с диполем постоянного тока, то для составляющих поля в точках экваториальной плоскости нашли

$$E_{x0} = \frac{p}{2\pi r^3} \varrho_2,$$

$$E_{y0} = 0,$$

$$H_{z0} = \frac{p}{r^2}.$$

Поэтому можно написать

$$E_x = -iE_{x0} \frac{4\pi\omega}{ck_2^2} \gamma_2 [2 + (ik_2r - 1) e^{ik_2r}] = -E_{x0} [2 + (ik_2r - 1) e^{ik_2r}],$$

$$E_y = 0,$$

$$H_z = -H_{z0} \frac{1}{r^2 k_2^2} [3 - (3 - 3ik_2r - k_2^2 r^2) e^{ik_2r}] =$$

$$= i \frac{H_{z0}}{4\pi\omega\gamma_2 r^2} [3 - (3 - 3ik_2r - k_2^2 r^2) e^{ik_2r}]$$

или

$$E_x = -E_{x0} F_1(k_2r),$$

$$H_z = -H_{z0} F_2(k_2r),$$

где

$$F_1(k_2r) = 2 + (ik_2r - 1) e^{ik_2r};$$

$$F_2(k_2r) = \frac{3 - (3 - 3ik_2r - k_2^2 r^2) e^{ik_2r}}{k_2^2 r^2}.$$

Если пренебречь токами смещения, то измерение величин E_x и H_z при заданном r и частоте поля позволит вычислить удельную проводимость γ_2 среды.

Если поставим себе задачу найти все три компоненты магнитного поля в верхнем полупространстве, то понадобится знание A_{x1} при $z \neq 0$. Чтобы получить формулу для этого случая, обратимся к исходному выражению для A_{x1} :

$$= 2p \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{R_1 + R_2} e^{R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda.$$

Умножая числитель и знаменатель дроби, стоящей под знаком интеграла, на разность $(R_1 - R_2)$ и учитывая, что $R_1^2 - R_2^2 = k_2^2 - k_1^2$, можно написать

$$\begin{aligned} A_{x2} &= \frac{2p}{k_2^2 - k_1^2} \int_0^{\infty} \lambda (R_1 - R_2) e^{R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda = \\ &= \frac{2p}{k_2^2 - k_1^2} \left\{ \int_0^{\infty} \lambda R_1 e^{R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda - \int_0^{\infty} \lambda R_2 e^{R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda \right\}. \end{aligned}$$

Дифференцируя дважды по z формулу Зоммерфельда, получим

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{e^{ik_1 R}}{R} = \int_0^{\infty} \lambda R_1 e^{R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda.$$

Таким образом, найден первый интеграл формулы для A_{x1} . Чтобы найти второй интеграл, перейдем от функции Бесселя $J_0(\lambda r)$ к функциям Ганкеля $H_0^{(1)}(\lambda r)$ и $H_0^{(2)}(\lambda r)$, пользуясь формулой

$$J_0(\lambda r) = \frac{1}{2} [H_0^{(1)}(\lambda r) + H_0^{(2)}(\lambda r)].$$

Если подставить это представление функции $J_0(\lambda r)$ в искомый интеграл, который обозначим буквой L , то

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \lambda R_2 e^{R_1 z} [H_0^{(1)}(\lambda r) + H_0^{(2)}(\lambda r)] d\lambda = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \lambda R_2 e^{R_1 z} H_0^{(1)}(\lambda r) d\lambda + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \lambda R_2 e^{R_1 z} H_0^{(2)}(\lambda r) d\lambda. \end{aligned}$$

Во втором из написанных интегралов произведем замену переменной λ на $-\mu$: тогда его можно представить в виде

$$\frac{1}{2} \int_0^{\infty} \lambda R_2 e^{R_1 z} H_0^{(2)}(\lambda r) d\lambda = \frac{1}{2} \int_0^{-\infty} (-\mu) R_2 e^{R_1 z} H_0^{(2)}(-\mu r)(-d\mu).$$

Так как функция Ганкеля обладает свойством $H_0^{(2)}(-x) = -H_0^{(1)}(x)$, то для рассматриваемого интеграла можно написать

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \lambda R_2 e^{R_1 z} H_0^{(2)}(\lambda r) d\lambda &= - \frac{1}{2} \int_0^{-\infty} \mu R_2 e^{R_1 z} H_0^{(1)}(\mu r) d\mu = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 \mu R_2 e^{R_1 z} H_0^{(1)}(\mu r) d\mu, \end{aligned}$$

откуда находим

$$L = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda R_2 e^{R_1 z} H(\lambda r) d\lambda.$$

Здесь опущены индексы у функции Ганкеля и для переменной μ принято такое же обозначение, что и в первом интеграле, взятом между нулем и плюс бесконечностью. Функция Ганкеля, стоящая под знаком интеграла, обладает свойством обращаться в нуль в бесконечно удаленных от начала координат точках положительной комплексной плоскости, и так как результат интегрирования в этой плоскости не зависит от пути интегрирования, то интегрирование по вещественной оси λ можно заменить интегрированием по полукругу

ности бесконечно большого радиуса. При этом следует лишь учесть наличие двух точек ветвления подынтегральной функции $\lambda = k_1$ и $\lambda = k_2$. Для этого надлежит сделать разрезы $k_1 i\infty$ и $k_2 i\infty$ (рис. 99) и при обходе по полуокружности пройти по одному берегу разреза, обойти точку ветвления и по противоположному берегу вернуться на исходную полуокружность. При этом на дуге этой полуокружности интеграл будет равен нулю, а значения интеграла на противоположных берегах разреза будут одинаковы, но с разными знаками, поэтому в сумме дадут нуль. Останутся лишь значения интеграла по бесконечно малым петлям около точек ветвления. Тогда можно написать

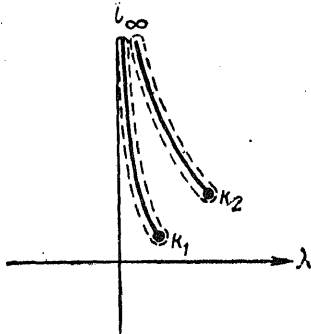


Рис. 99. Нахождение интеграла путем интерполирования в комплексной плоскости.

$$L = \frac{1}{2} \int_{k_1}^{i\infty} \lambda R_2 e^{R_1 z} H(\lambda r) d\lambda + \frac{1}{2} \int_{k_2}^{i\infty} \lambda R_2 e^{R_1 z} H(\lambda r) d\lambda,$$

при этом в первом интеграле значение переменной λ будет бесконечно мало отличаться от k_1 , а во втором от k_2 . В связи со сказанным формулу для L перепишем в виде

$$L = \frac{1}{2} \sqrt{k_1^2 - k_2^2} \int_{k_1}^{i\infty} \lambda e^{R_1 z} H(\lambda r) d\lambda + \frac{1}{2} e^{\sqrt{k_2^2 - k_1^2} z} \times \\ \times \int_{k_2}^{i\infty} \lambda R_2 H(\lambda r) d\lambda.$$

Если в правых частях первой и второй производных по z от формулы Зоммерфельда провести подобный же переход от функции $J_0(\lambda r)$ к функции Ганкеля, то

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{ik_m R}}{R_1} = \int_0^{\infty} \lambda e^{R_m z} J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda e^{m z} H(\lambda r) d\lambda, \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{e^{ik_m R}}{R} = \int_0^{\infty} \lambda^2 R_m e^{R_m z} J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda R_1 e^{m z} H(\lambda r) d\lambda.$$

Здесь $R_m = \sqrt{\lambda^2 - k_m^2}$. Поскольку в данном случае имеется лишь одна точка ветвления $\lambda = k_m$, то можно написать

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{ik_m R}}{R} = \frac{1}{2} \int_{k_m}^{i\infty} \lambda e^{R_m z} H(\lambda r) d\lambda,$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{e^{ik_m R}}{R} = \frac{1}{2} \int_{k_m}^{i\infty} \lambda R_m e^{R_m z} H(\lambda r) d\lambda.$$

В связи с полученными значениями производных от функции $\frac{e^{ik_m R}}{R}$ последнюю формулу для L перепишем как

$$L = \sqrt{k_1^2 - k_2^2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{ik_1 R}}{R} + e^{\sqrt{k_2^2 - k_1^2} z} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{e^{ik_2 R}}{R} \right)_{z=0},$$

или, если положить $k_1 = 0$,

$$L = -ik_2 \frac{z}{R^3} + e^{k_2 z} \frac{ik_2 z - 1}{r^3} e^{ik_2 z}.$$

Таким образом, для функции A_{x1} найдем

$$A_{x1} = \frac{2p}{k_2^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{1}{R} + ik_2 \frac{z}{R^3} - e^{k_2 z} \frac{ik_2 r - 1}{r^3} e^{ik_2 r} \right]$$

или после несложных преобразований

$$A_{x1} = \frac{2I dx}{ck_2^2} \left[+ \frac{ik_2 z - 1}{R^3} + \frac{3z^2}{R^5} - e^{k_2 z} \frac{ik_2 r - 1}{r^3} e^{ik_2 r} \right].$$

Гармонически изменяющийся магнитный диполь в безграничной среде

Рассматривая решение основной системы уравнений электромагнитного поля — уравнений Максвелла, видим, что решение этой системы в силу равенства $\operatorname{div} H = 0$ можно получить путем введения вектора-потенциала A . Знание этой векторной функции, с одной стороны, позволяет найти величины электромагнитного поля по формулам

$$H = \operatorname{rot} A,$$

$$E = i \frac{\omega \mu}{c} \left(A + \frac{1}{k^2} \operatorname{grad} \operatorname{div} A \right).$$

Эта же система уравнений Максвелла, с другой стороны, допускает и другое решение, при котором величины поля определяются иными формулами:

$$E = \text{rot } A^*,$$

$$H = -i \frac{\omega \varepsilon'}{c} \left(A^* + \frac{1}{k^2} \text{grad div } A^* \right),$$

где A^* — тоже вектор-потенциал. Первое решение соответствует случаю вихревого магнитного поля, второе — случаю вихревого электрического поля. Источником вихревого магнитного поля с шаровой симметрией является электрический диполь, помещенный в центре симметрии с осью, параллельной оси вектора A . Можно заключить, что источником вихревого электрического поля будет переменный магнитный диполь, т. е. система двух бесконечно близких друг к другу магнитных полюсов разных знаков, причем мощность таких полюсов меняется гармонически. Гармонически изменяющимся магнитным диполем может служить кольцо или катушка, обтекаемые переменным током. На расстоянии, достаточно большом по сравнению с размерами катушек, такой источник электромагнитного поля можно рассматривать как магнитный диполь, находящийся в центре кольца.

Изучая поле электрического диполя, установили, что силу тока I диполя можно представить формулой $I = -i \omega q_0 e^{-i \omega t}$, где q_0 — амплитудное значение заряда электрического диполя, поэтому выражение для вектора-потенциала можно было представить в виде

$$A_z = - \frac{i \omega q_0 dz}{c} \frac{e^{i h R}}{R},$$

или если обозначить произведение $q_0 dz$, являющееся моментом диполя, буквой P , то полную формулу для A_z можно переписать как

$$A_z = -i \omega \frac{P_0}{c} \frac{e^{i h R}}{R} e^{-i \omega t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P_0}{c} \frac{e^{i h R}}{R} e^{-i \omega t} \right).$$

В связи с этим для амплитуды вектора-потенциала магнитного диполя, помещенного в начале координат с осью, направленной по оси z , можно написать формулу

$$A_z^* = p \frac{e^{i h R}}{R},$$

где буквой p обозначен коэффициент, пропорциональный магнитному моменту диполя (аналог $\frac{P_0}{c}$ для электрического диполя). При этом составляющие A_x^* и A_y^* примем равными нулю. В связи с таким

выражением для вектора-потенциала найдем формулы для электрического поля рассматриваемого источника:

$$E_x = \frac{\partial A_z^*}{\partial y}, \quad E_y = -\frac{\partial A_z^*}{\partial x}, \quad E_z = 0$$

или

$$E_x = p \frac{ikR-1}{R^2} e^{ikR} \frac{y}{R} = p \frac{ikR-1}{R^2} e^{ikR} \sin \varphi,$$

$$E_y = -p \frac{ikR-1}{R^2} e^{ikR} \frac{x}{R} = -p \frac{ikR-1}{R^2} e^{ikR} \cos \varphi.$$

Нетрудно убедиться, что электрическое поле будет иметь лишь одну сферическую составляющую E_φ (аналог H_φ в случае электрического диполя), причем

$$E_\varphi = -p \frac{ikR-1}{R^2} e^{ikR},$$

$$E_r = 0.$$

Найдем компоненты магнитного поля постоянного магнитного диполя. Общая формула для H имеет вид:

$$H = -i \frac{\omega \mathcal{E}'}{c} \left(A^* + \frac{1}{k^2} \text{grad div } A^* \right).$$

Способом, аналогичным примененному при нахождении выражений для сферических составляющих электрического вектора в случае поля, создаваемого электрическим диполем, отыщем формулы для рассматриваемого источника поля:

$$H_\theta = +P \frac{\sin \theta}{R^3} (1 - ikR - k^2 R^2) e^{ikR},$$

$$H_r = -2P \frac{\cos \theta}{R^3} (1 - ikR) e^{ikR},$$

где $P = +i \frac{c}{\omega} p$.

В точках ближней зоны, т. е. при $|kr| \ll 1$, эти формулы имеют такое выражение:

$$H_\theta = P \frac{\sin \theta}{R^3}, \quad H_r = 2P \frac{\cos \theta}{R^3}.$$

Магнитный диполь на плоской границе раздела двух сред

Рассмотрим электромагнитное поле, создаваемое гармонически изменяющимся магнитным диполем, находящимся на границе раздела двух сред с волновыми числами k_1 и k_2 . Ось диполя предположим

направленной перпендикулярно границе раздела по оси z декартовой системы координат с началом в диполе. В каждой из двух сред вектор-потенциал диполя будет ориентирован перпендикулярно границе раздела, т. е. он будет иметь лишь одну составляющую A_z^* . Составляющие A_x^* и A_y^* будут равны нулю.

Вначале допустим, что магнитный диполь находится на некоторой высоте h (рис. 100) над границей раздела. В таком случае для вектора-потенциала можно написать выражения:

в верхней среде

$$A_{z1}^* = p \frac{e^{ikh_1 R}}{R} + \int_0^\infty C_1 e^{-V \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z} J_0(\lambda r) d\lambda;$$

в нижней среде

$$A_{z2}^* = \int_0^\infty C_2 e^{+V \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z} J_0(\lambda r) d\lambda.$$

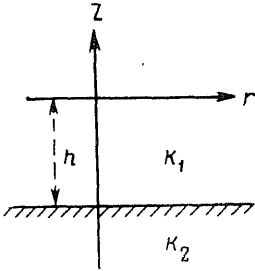


Рис. 100. Магнитный диполь на границе раздела двух полупространств.

Здесь первое слагаемое в выражении для A_{z1}^* есть вектор-потенциал магнитного диполя в безграничной среде с волновым числом k_1 ; второе слагаемое определяет влияние границы раздела $R = \sqrt{r^2 + z}$. Радикалы $\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}$ и $\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}$ обозначим, как и раньше, символами R_1 и R_2 . В соответствии с формулой Зоммерфельда слагаемое $p \frac{e^{ikh_1 R}}{R}$ можно записать в интегральной форме, а именно

$$p \frac{e^{ikh_1 R}}{R} = p \int_0^\infty \frac{\lambda}{R_1} e^{\mp R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda,$$

где знак минус в показателе степени берется при $z > 0$ и знак плюс — при $z < 0$.

Для случая диполя, приподнятого на высоте h над границей раздела, для точек этой границы должны брать экспоненту со знаком минус в показателе степени.

Граничные условия в нашем случае, если принять $\mu_1 = \mu_2 = 1$, можно записать в следующем виде:

$$A_{z1}^* = A_{z2}^*,$$

$$\operatorname{div} A_{z1}^* = \operatorname{div} A_{z2}^* \text{ при } z = -h$$

или

$$\begin{aligned} p \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{R_1} e^{R_1 h} J_0(\lambda r) d\lambda + \int_0^{\infty} C_1 e^{-R_1 h} J_0(\lambda r) d\lambda = \\ = \int_0^{\infty} C_2 e^{R_2 h} J_0(\lambda r) d\lambda, \end{aligned}$$

и так как

$$\operatorname{div} A_z^* = \frac{\partial A_z^*}{\partial z},$$

то

$$\begin{aligned} p \int_0^{\infty} \lambda e^{-R_1 h} J_0(\lambda r) d\lambda + \int_0^{\infty} C_1 (-R_1) e^{-R_1 h} J_0(\lambda r) d\lambda = \\ = \int_0^{\infty} C_2 R_2 e^{R_2 h} J_0(\lambda r) d\lambda \end{aligned}$$

или в связи с необходимостью выполнения этих условий при всех значениях r

$$\begin{aligned} p \frac{\lambda}{R_1} e^{R_1 h} + C_1 e^{-R_1 h} = C_2 e^{R_2 h}, \\ + p \lambda e^{R_1 h} - C_1 R_1 e^{-R_1 h} = C_2 R_2 e^{R_2 h}. \end{aligned}$$

Рассматривая эту систему равенств как систему уравнений с неизвестными C_1 и C_2 и решая ее, найдем

$$\begin{aligned} C_1 = p \frac{\lambda}{R_1} \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} e^{2R_1 h}, \\ C_2 = p \frac{2\lambda}{R_1 + R_2} e^{(R_1 - R_2) h}. \end{aligned}$$

Если положить $h=0$, т. е. перейти к исходной задаче, то

$$C_1 = p \frac{\lambda}{R_1} \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2}, \quad C_2 = p \frac{2\lambda}{R_1 + R_2}$$

и формулы для составляющих вектора-потенциала примут вид:

$$\begin{aligned} A_{z1}^* = p \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{R_1} e^{-R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda + p \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{R_1} \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} e^{-R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda = \\ = p \int_0^{\infty} \frac{2\lambda}{R_1 + R_2} e^{-R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda, \\ A_{z2}^* = p \int_0^{\infty} \frac{2\lambda}{R_1 + R_2} e^{+R_2 z} J_0(\lambda r) d\lambda. \end{aligned}$$

Интеграл выражения для A_z^* возьмем путем перехода к функциям Ганкеля для области комплексного изменения λ . Осуществляя этот переход последовательно, получим

$$\int_0^{\infty} \frac{\lambda}{R_1 + R_2} e^{-R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{1}{k_2^2 - k_1^2} \left[\int_0^{\infty} \lambda R_1 e^{-R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda R_2 e^{-R_1 z} H_0(\lambda r) d\lambda \right].$$

В соответствии с формулой Зоммерфельда первый интеграл в квадратной скобке можно заменить $\frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{e^{ikh_1 R}}{R}$, а второй интеграл, который берется по вещественной оси λ , интегралом по дуге бесконечно большого круга и, если бы не было точек ветвления при $\lambda = k_1$ и $\lambda = k_2$, второй интеграл был бы равен нулю. Наличие этих точек заставляет написать равенство

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda R_2 e^{-R_1 z} H_0(\lambda r) d\lambda = \frac{1}{2} \int_{k_1}^{i\infty} \lambda \sqrt{k_1^2 - k_2^2} e^{-R_1 z} H_0(\lambda r) d\lambda + \\ + \frac{1}{2} \int_{k_2}^{i\infty} \lambda R_2 e^{-\sqrt{k_2^2 - k_1^2} z} H(\lambda r) d\lambda = \frac{1}{2} \sqrt{k_1^2 - k_2^2} \int_{k_1}^{i\infty} e^{-R_1 z} \times \\ \times H_0(\lambda r) \lambda d\lambda + \frac{1}{2} e^{-\sqrt{k_2^2 - k_1^2} z} \int_{k_2}^{i\infty} \lambda R_2 H(\lambda r) d\lambda.$$

Так как при дифференцировании формулы Зоммерфельда по z в области $z > 0$ имеем

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{ikh_n R_n}}{R} = - \int_0^{\infty} \lambda e^{-R_n z} J_0(\lambda, r) d\lambda = - \frac{1}{2} \int_{k_1}^{i\infty} \lambda e^{-R_n z} H_0(\lambda r) d\lambda,$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{e^{ikh_n R}}{\partial R} = \frac{1}{2} \int_{k_n}^{i\infty} \lambda R_n e^{-R_n z} H(\lambda r) d\lambda,$$

то

$$\frac{1}{2} \int_{k_n}^{i\infty} \lambda R_n H(\lambda r) d\lambda = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{e^{ikh_n R}}{R} \right)_{z=0}.$$

Таким образом, можно написать, что

$$\int_0^{\infty} \frac{\lambda}{R_1 + R_2} e^{-R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda = -\frac{1}{k_2^2 - k_1^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{e^{ih_1 R}}{R} \right) + \sqrt{k_1^2 - k_2^2} \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{e^{ih_1 R}}{R} \right) - e^{-\sqrt{k_2^2 - k_1^2} z} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{e^{ih_2 R}}{R} \right)_{z=0} \right].$$

Если верхняя среда является воздухом, то без большой погрешности можно положить $k_1 = 0$ и написать формулу для A_{z1}^* в виде

$$A_{z1}^* = \frac{2p}{k_2^2} \left[-\frac{r^2 - 2z^2}{R^5} + ik_2 \left(-\frac{z}{R^3} \right) - e^{-k_2 z} \frac{ik_2 r - 1}{r^3} e^{ik_2 R} \right].$$

Применяя такой же прием отыскания выражения для A_{z2}^* , найдем

$$A_{z2}^* = \frac{2p}{k_2^2} \left[-e^{-ih_2 z} \frac{1}{r^3} + k_2 z \frac{ik_2 R - 1}{R} e^{ih_2 R} - \right. \\ \left. - \frac{ik_2 R - 1}{R^3} e^{ih_2 R} - z^2 \frac{3 - 3ik_2 R - k_2^2 R^2}{R^5} e^{ih_2 R} \right].$$

Поскольку компоненты электрического поля измеряются в нижней среде, выражения для E_x и E_y можно найти по формулам

$$E_x = \frac{\partial A_{z2}^*}{\partial y}, \quad E_y = -\frac{\partial A_{z2}^*}{\partial x},$$

и так как знание этих составляющих нам необходимо лишь [для плоскости $z=0$], то предварительно запишем

$$(A_{z2}^*)_{z=0} = \frac{2p}{k_2^2} \left[\frac{1}{r^3} + \frac{ik_2 r - 1}{r^3} e^{ih_2 r} \right] = -\frac{2p}{k_2^2 r^3} [1 + (ik_2 r - 1) e^{ih_2 r}]$$

и, таким образом,

$$E_x = + \frac{2p}{k_2^2} \frac{3 + (3 - 3ik_2 r - k_2^2 r^2) e^{ih_2 r}}{r^4} \sin \varphi, \\ E_y = - \frac{2p}{k_2^2} \frac{3 + (3 - 3ik_2 r - k_2^2 r^2) e^{ih_2 r}}{r^4} \cos \varphi.$$

Так как радиальную и азимутальную составляющие электрического поля можно вычислить по формулам

$$E_r = E_x \cos \varphi + E_y \sin \varphi, \\ E_\varphi = -E_x \sin \varphi + E_y \cos \varphi,$$

то

$$E_r = 0,$$

$$E_\varphi = -\frac{2p}{k_2^2 r^4} [3 - (3 - 3ik_2 r - k_2^2 r^2) e^{ik_2 r}],$$

т. е. электрическое поле магнитного диполя имеет лишь одну азимутальную составляющую.

Переходя к вычислению магнитного поля, прежде всего остановимся на горизонтальных составляющих, которые можно найти по формулам

$$H_x = -i \frac{\omega \varepsilon'}{ck_2^2} \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{div} A_{z1}^*, \quad H_y = -i \frac{\omega \varepsilon'}{ck_2^2} \frac{\partial}{\partial y} \operatorname{div} A_{z1}^*.$$

Так как в рассматриваемом случае

$$\operatorname{div} A_{z1}^* = \frac{\partial A_{z1}^*}{\partial z} = \frac{2p}{k_2^2} \left[\frac{3z(3r^2 - 2z^2)}{R^7} - ik_2 \frac{r^2 - 2z^2}{R^5} + k_2 e^{-k_2 z} \frac{ik_2 r - 1}{r^3} e^{ik_2 r} \right],$$

то

$$H_x = -i \frac{\omega \varepsilon'}{ck_2^2} 2p \left[15xz \frac{4z^2 - 3r^2}{R^9} - 3ik_2 x \frac{4z^2 - r^2}{R^7} + \right. \\ \left. + k_2 x e^{+ik_2 r - k_2 z} \frac{3 - 3ik_2 r - k_2^2 r^2}{r^5} \right].$$

Учитывая, что $-i \frac{\omega \varepsilon'}{ck_2^2} = -i \frac{c}{\omega}$, получим при $z = 0$.

$$H_x = -i \frac{c}{\omega} 2p \left(\frac{3ik_2 x}{r^5} + k_2 x \frac{3 - 3ik_2 r - k_2^2 r^2}{r^5} e^{ik_2 r} \right) = \\ = -i \frac{c}{\omega} \frac{2p \cos \varphi}{r^4 k_2^2} [3ik_2 + k_2 (3 - 3ik_2 r - k_2^2 r^2) e^{ik_2 r}],$$

$$H_y = -i \frac{c}{\omega} \frac{2p \sin \varphi}{r^4 k_2^2} [3ik_2 + k_2 (3 - 3ik_2 r - k_2^2 r^2) e^{ik_2 r}].$$

Отсюда

$$H_r = -i \frac{c}{\omega k_2} \frac{2p}{r^4} [3i + (3 - 3ik_2 r - k_2^2 r^2) e^{ik_2 r}], \\ H_\varphi = 0,$$

$$H_z = -i \frac{\omega \varepsilon_1'}{c} \left(A_{z1}^* + \frac{1}{k_1^2} \frac{\partial}{\partial z} \operatorname{div} A_{z1}^* \right) = \\ = -i \frac{\omega}{c} \varepsilon_1 \left(1 + \frac{4\pi \gamma_1}{\omega \varepsilon_1} \right) A_{z1}^* - i \frac{\omega \varepsilon_1'}{c} \frac{c^2}{\omega^2 \varepsilon_1' \mu_1} \frac{\partial^2 A_{z1}^*}{\partial z^2}.$$

Если верхняя среда является воздухом, то $\gamma_1 = 0$. Пренебрегая токами смещения, в первом члене можно положить $\epsilon'_1 = 0$, что позволит для H_z написать

$$H_z = -i \frac{c}{\omega} \frac{\partial^2 A_z^*}{\partial z^2} = -i \frac{c}{\omega} \frac{2p}{k_2^2} \times$$

$$\times \left[\frac{9r^4 - 72r^2z^2 + 24z^4}{R^3} + i \frac{k_2z(9r^2 - 6z^2)}{R^7} - k_2^2 e^{ik_2z} \frac{ik_2r - 1}{r^3} e^{ik_2r} \right].$$

Исходя из этой формулы, можно найти выражение вертикальной составляющей магнитного поля для точек плоскости $z = 0$:

$$H_z = -i \frac{c}{\omega} \frac{2p}{k_2^2} \left[\frac{9}{r^6} - \frac{k_2^2(ik_2r - 1)}{r^3} e^{ik_2r} \right] =$$

$$= -i \frac{c}{\omega} \frac{2p}{k_2^2 r^6} [9 - k_2^2 r^3 (ik_2r - 1) e^{ik_2r}].$$

Исследуем поведение величин электромагнитного поля в точках ближней и дальней зон.

Для точек ближней зоны, где $|k_2 r| \ll 1$, и если еще воспользоваться разложением

$$e^{ik_2r} = 1 + \frac{ik_2r}{1} - \frac{k_2^2 r^2}{2} - \dots,$$

то получим

$$E_\varphi = \frac{\rho}{r^2},$$

$$H_r = \frac{6pk_2c}{\omega r^4} (1 - i) = \frac{6pc}{\omega r^5} (k_2 r) (1 - i) \approx 0,$$

$$H_z = -i \frac{18pc}{\omega r^5}.$$

Таким образом, в этой зоне практически существует лишь электрическая составляющая поля E_φ , убывающая пропорционально квадрату расстояния, и вертикальная составляющая H_z магнитного поля, убывающая значительно быстрее, пропорционально пятой степени расстояния от оси диполя.

Для точек дальней (волновой) зоны, где $|k_2 r| \gg 1$

$$E_\varphi = -\frac{6p}{k_2^2 r^4} - \frac{2p}{r^2} e^{ia_2r} e^{-b_2r}.$$

Так как $e^{-b_2 r}$ убывает с ростом r , то при достаточно больших значениях этой величины второй член правой части формулы для E_φ будет существенно меньше первого. Тогда

$$E_\varphi \approx -\frac{6p}{k_2^2 r^4}.$$

Для составляющих магнитного поля, также учитывая влияние экспоненты $e^{ik_2 r}$, получим

$$H_r = \frac{6p}{r^4} \frac{c}{\omega} \frac{1}{k_2} = \frac{6p}{r^4} \frac{c}{\omega} \frac{c}{\sqrt{i \cdot 4\pi\gamma\omega}} = \frac{6p}{r^3} \frac{c}{\omega} \frac{1}{k_2 r},$$

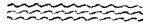
$$H_z = -i \frac{c}{\omega} \frac{18p}{k_2^2 r^5} = -i \frac{18p}{r^3} \frac{c}{\omega} \frac{1}{k_2^2 r^2}.$$

Из последних двух равенств можно заключить, что в точках дальней зоны преобладающее значение имеет радиальная составляющая магнитного поля, вертикальная же составляющая принимает ничтожно малые значения ($|k_2^2 r^2| > |k_2 r_2|$).

Составляя выражение для квадрата импеданса, найдем

$$\frac{|E_\varphi|^2}{|H_r|^2} = \frac{36p^2}{k_2^4 r^8} \frac{k_2^2 r^8 \omega^2}{36p^2 c^2} = \frac{f}{2\gamma_2}.$$

Таким образом, измерение импеданса позволяет найти значение удельной электропроводности среды.



Глава IX

МЕТОДЫ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПОЛЯМИ

§ 39. МЕТОДЫ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ, ОСНОВАННЫЕ НА ИЗУЧЕНИИ ПОЛЕЙ ЕСТЕСТВЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ТОКОВ

Метод теллурических токов

Одной из форм электроразведки, использующей временные вариации естественных электрических токов, является метод теллурических токов. Основная задача, решаемая этим методом, — это определение характера залегания толщ пород с различными удельными сопротивлениями. В основе метода лежит изучение особенностей распределения вариаций естественных токов у поверхности земли. Целесообразнее объектом непосредственных измерений выбрать вариации, имеющие характер изменений во времени, близкий к гармоническому. Вариации теллурических токов сохраняют общие черты на достаточно больших территориях и своеобразие изменений деталей вариационного хода определяется особенностями строения земной коры. Сказанное делает понятной методику измерений способом теллурических токов: одна станция, базисная, регистрирует вариации поля токов в каком-либо одном месте, причем регистрация ведется на двух взаимно перпендикулярных линиях. Другие станции, одна или несколько, расположенные в других пунктах, в те же моменты времени регистрируют вариации тоже на двух взаимно перпендикулярных линиях. Расстояние этих пунктов от базисной определяется величинами, не превышающими немногие десятки километров (в платформенных областях не более 80 км, в геосинклинальных не более 30 км). В течение некоторого интервала времени измеряется разность потенциалов на концах измерительных линий длиной около 500—600 м. В качестве заземлений используются, как правило, неполяризующиеся электроды. Регистрация ведется при помощи электроразведочного осциллографа на фотоленте, перемещаемой пружинным механизмом со скоростью 1—2 мм/сек. Основными деталями этого прибора являются два чувствительных зеркальных гальванометра, на которые и подаются

разности потенциалов, возникающие в обеих измерительных линиях. Для обеспечения синхронности измерений на базисной и рядовой станциях применяются специальные телевыключатели. На базисной станции такой телевыключатель посылает по радио импульсы через каждые 5 сек, а на приемных станциях он эти импульсы принимает и после надлежащих преобразований подает на реле, которое замыкает цепь потенциометрического делителя. С регулируемого сопротивления этого делителя напряжение подается на специальные гальванометры марок времени.

Основным материалом наблюдений над полем теллурических токов являются теллурограммы — кривые, изображающие характер изменения во времени разности потенциалов между электродами обеих измерительных линий. На этих кривых можно найти участки, где форма записей близка к синусоиде. Эти участки и являются основным объектом последующей обработки, дающей данные для геологической интерпретации. Существует несколько способов обработки. Наиболее прост способ, основанный на сравнении амплитуд колебаний на рядовой и базисной точках. Отношение амплитуд принято обозначать буквой μ и называть его параметром поля теллурических токов. Естественно, одним измерением величины μ не довольствуются, а проводят ряд таких измерений, из которых составляется арифметическое среднее. Это среднее значение μ служит характеристикой рядовой точки. Найдя значения μ для группы рядовых точек, можно построить карту распределения параметра μ , дающую возможность сделать некоторые геологические заключения.

Другим, более совершенным, но и более трудоемким способом обработки является способ эллипсов. Сущность этого способа состоит в том, что на основе определений компонент разности потенциалов вдоль двух линий в разные моменты времени строят графики изменений полной величины этой разности потенциалов и измеряются площади, ограниченные кривыми, описанными этой полной величиной. В случае колебаний гармонического характера графики будут иметь форму эллипса. Определяются площади эллипса базисной точки и эллипса — синхронного с первым — полевой точки. Корень квадратный из отношения площади полевого эллипса к площади базисного эллипса дает величину, обозначаемую буквой K , равную отношению средних значений напряженностей электрического поля полевой и базисной точек. В тех случаях, когда характер изменений поля существенно отличается от гармонического, подобный способ определения параметра K не применяется из-за невозможности построения эллипса; тогда приходится прибегать к другому приему, получившему название метода треугольников. Идея этого метода заключается в следующем: по определенным значениям разности потенциалов ΔX_1 и ΔY_1 для какого-либо одного момента строят один суммарный вектор E_1 (рис. 104), затем так же строят суммарный вектор E_2 для другого момента времени и опре-

деляют площадь треугольника, у которого первый и второй найденные векторы являются сторонами. Проредав такие определения для одних и тех же моментов времени по теллу로그램ам полевой (рис. 101, а) и базисной точек (рис. 101, б), находят величину K из отношения площадей обоих треугольников. Естественно, для большей надежности определения параметра K надо взять не два синхронных треугольника, а несколько.

Геологическое истолкование результатов исследования поля теллурических токов в основном носит качественный характер и возможно при наличии опорных электрических зондирований или прокаротированных скважин. В простейшем случае,

когда толщина осадочных пород подстилается слоями весьма высокого удельного сопротивления, карта средних значений напряженности поля является по существу говоря, картой обратных значений продольной проводимости. Исходя из этой зависимости, области повышенных значений E можно определить как области подъема пород высокого сопротивления и наоборот.

Магнитотеллурический метод

Дело существенным образом изменяется, если, кроме электрической составляющей поля теллурических токов, измеряется и магнитная составляющая. Тогда, анализируя материал измерений электромагнитного поля в области различных частот, как мы уже знаем, можно вычислить импеданс Z поля, связанный с кажущимся удельным сопротивлением ρ_1 толщи пород, над которыми проводятся измерения. Эта величина ρ_1 , как можно заключить из формул (89) и (90), зависит от геологического разреза и от частоты поля. Пользуясь названными формулами, можно построить семейство кривых (изображающих характер изменения ρ_1 в зависимости от корня квадратного из частоты или периода изменений поля) для различных значений истинных удельных сопротивлений и мощностей слоев разреза. На таких теоретических графиках по оси абсцисс откладывают не частоты, а величины, связанные с частотой f , а именно

$$\lg \frac{\lambda_1}{h_1} = \lg \frac{c \sqrt{\rho_1}}{h_1 \sqrt{f}} = \lg \frac{c \sqrt{\rho_1}}{h_1} + \lg \sqrt{T},$$

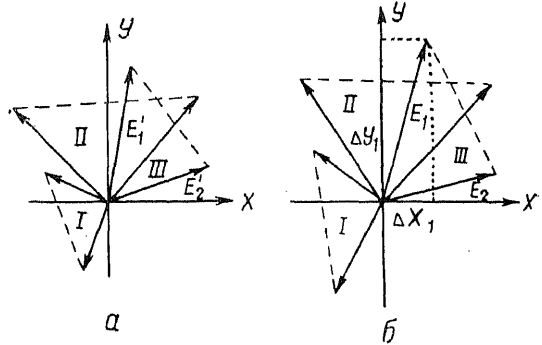


Рис. 101. Метод треугольников при обработке теллу로그램.

а — базисная точка; б — полевая точка.

и по оси ординат $\lg \frac{Q_t}{Q_1}$. По результатам полевых измерений строят график, изображающий зависимость наблюдаемых значений $\lg Q_t$ от $\lg \sqrt{T}$. Сравнивая полученную кривую с кривыми, теоретически рассчитанными и собранными на палетках, определяем Q_1 , $\frac{Q_2}{Q_1}$, h_1 и $\frac{h_2}{h_1}$. Эта методика работ называется магнитотеллурическим зондированием, имеет то преимущество, что она позволяет вести изучение больших глубин, концентрируя внимание на колебаниях весьма больших периодов, поглощаемых меньше, чем колебания высокочастотные, так как величины коэффициента затухания растут с частотой от значения, равного нулю при нулевой частоте, до значения, равного $\frac{2\pi}{c} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \gamma$ при частоте, стремящейся к бесконечности.

Опыт магнитотеллурических исследований позволил установить, что вариации поля определенного периода чаще всего наблюдаются в определенные интервалы суток. Если сосредоточить внимание на колебаниях этого периода и вычислить импеданс для этой одной частоты в ряде пунктов изучаемой территории, то можно получить сведения, по существу говоря, такого же порядка, что и при обычном методе теллурических токов. В связи с тем, что подобные наблюдения принято проводить чаще всего по определенным линиям, — их принято называть магнитотеллурическим профиле́рованием. Поскольку в конечном итоге обработки наблюдений такого профилирования получают Q_t , то геологическое истолкование результатов подобных измерений проводится в основном так же, как и обычное электропрофилирование постоянным током. Однако можно придать этому истолкованию и некоторый количественный характер, если привязать магнитотеллурический профиль к скважинам или электрическим или сейсмическим зондированиям. В таком случае результаты магнитотеллурического профилирования позволят с большей определенностью провести интерпретацию геологического строения территории между пунктами, в которых геологический разрез задан.

§ 40. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЗОНДИРОВАНИЯ

Изучая поле временных вариаций теллурических токов, установили возможность использования этих вариаций для решения задач о глубинном геологическом строении земной коры. Для этого необходимо измерение вариаций электрической и магнитной составляющих электромагнитного поля различных периодов. Использование для этой цели теллурических токов имеет свои преимущества и свои недостатки. Преимущества: отсутствие необходимости располагать установкой для возбуждения поля, с одной стороны, и воз-

возможность изучения вариаций весьма больших периодов с другой. Недостатки: не всегда на теллурограммах можно найти достаточно четкие записи вариаций различных частот, необходимые для построения кривой частотного зондирования. Это обстоятельство и явилось причиной разработки метода частотного электромагнитного зондирования, использующего специальные генераторные станции, могущие посылать в землю токи различных частот. Однако по чисто техническим причинам рабочие частоты генераторных станций не могут быть очень малыми (не меньше сотых долей герца), что ограничивает глубинность исследований 2—3 км. Верхний предел частот таких станций достигает 300—1000 *гц*, что позволяет проводить исследования верхних частей земной коры, обычно недоступных магнитотеллурическому зондированию вследствие большого числа помех на высоких частотах и малой интенсивности высокочастотных колебаний естественного электромагнитного поля.

Отметим здесь еще одну особенность частотных зондирований, отсутствующую в зондированиях магнитотеллурических. При искусственном возбуждении поля его источник чаще всего располагается недостаточно далеко от области измерений. Это связано с тем, что мощность применяемых генераторов поля ограничена величинами, не превышающими 25—30 *квт*. Поэтому изучаемое поле далеко не всегда можно считать, хотя бы приблизительно, плоским полем, как это принимается при магнитотеллурическом зондировании. В связи с этим теория электромагнитных зондирований создается на основе изучения электромагнитных полей диполей электрического или магнитного.

Изучая электромагнитное поле электрического диполя с гармонически изменяющимся током, находящегося на поверхности однородной земли, нашли, что вектор-потенциал этого поля определяется формулами:

в воздухе

$$A_{x0} = 2p \int_0^{\infty} F_0(\lambda z) J_0(\lambda r) d\lambda,$$

$$A_{z0} = 2p \cos \varphi \int_0^{\infty} F_0(\lambda z) J_1(\lambda r) d\lambda,$$

$$A_{x1} = 2p \int_0^{\infty} F_1(\lambda z) J_0(\lambda r) d\lambda;$$

в земле

$$A_{z1} = 2p \cos \varphi \int_0^{\infty} F_1(\lambda z) J_1(\lambda r) d\lambda,$$

где

$$F_0(\lambda z) = \frac{\lambda}{\lambda + R^2} e^{-\lambda z}; \quad F_1(\lambda z) = \frac{\lambda}{\lambda + R_2} e^{+R_2 z}.$$

Такой же вид будут иметь выражения для компонент вектора-потенциала в случае слоистой среды с горизонтальными границами

раздела, но выражения для $F_0(\lambda z)$, $F_1(\lambda z)$ будут более сложными, так как в них войдут зависимости от удельных сопротивлений и мощностей всех слоев разреза. Более того, функции, стоящие множителем у $J_0(\lambda r)$ и $J_1(\lambda z)$, в выражениях для A_{x1} и A_{z1} будут различными для разрезов, содержащих две граничные раздела и более.

Обозначив эти функции через $F_{1x}(\lambda z)$ и $F_{1z}(\lambda z)$ и найдя из граничных условий их вид для многослойной среды, можно для компонент электрического и магнитного полей написать

$$E_x = i \frac{\omega 2p}{ck_2^2 r^3} \left\{ \int_0^\infty (k_2^2 r^3 F_{1x} + x^2 r \lambda F'_{1z} - x^2 r \lambda^2 F_{1x}) J_0(\lambda r) d\lambda + \right. \\ \left. + (y^2 - x^2) \int_0^\infty (F'_{1z} - F_{1z} \lambda) J_1(\lambda r) d\lambda \right\},$$

$$E_y = -i \frac{\omega 2p}{ck_2^2 r^3} xy \left\{ 2 \int_0^\infty (F'_{1z} - \lambda F_{1x}) J_1(\lambda r) d\lambda - \right. \\ \left. - r \int_0^\infty (F'_{1z} - \lambda F_{1x}) \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \right\},$$

$$H_z = -2p \sin \varphi \int_0^\infty F_{1x} \lambda J_1(\lambda r) d\lambda.$$

Для экваториальной установки выражения для составляющих поля упрощаются в силу равенств $x=0$ и $r=y$ и принимают вид:

$$E_x = i \frac{\omega 2p}{ck_2^2 r^3} \left\{ k_2^2 r^3 \int_0^\infty J_0(\lambda r) d\lambda + r^2 \int_0^\infty (F'_{1z} - \lambda F) J_1(\lambda r) d\lambda \right\},$$

$$E_y = 0,$$

$$H_z = -2p \int_0^\infty F_{1x} \lambda J_1(\lambda r) d\lambda.$$

Таким образом, для импеданса Z получим

$$Z = \left| \frac{E_x}{H_z} \right|, \\ Z_2 = \frac{\omega}{ck_2^2 r} \frac{k_2^2 + \int_0^\infty (F'_2 - \lambda F_2) J_1(\lambda r) d\lambda}{\int_0^\infty F_2 \lambda J_1(\lambda r) d\lambda} = \\ = \frac{\omega}{ck_2^2 r} \left[\frac{k_2^2 \int_0^\infty F'_2 J_1(\lambda r) d\lambda}{\int_0^\infty F_2 J_1(\lambda r) \lambda d\lambda} - 1 \right].$$

В этих формулах обозначение F_2' принято для производной по z от функции F_2 .

Поскольку при электромагнитном зондировании используются невысокие частоты, можно пренебречь токами смещения, то

$$k_2^2 = i \frac{4\pi\omega\gamma_2}{c^2}$$

и формуле для E_x можно придать вид:

$$E_x = \frac{2pc}{4\pi\gamma_1 r^3} \left\{ i \frac{4\pi\omega\gamma_1 r^3}{c^2} \int_0^\infty F_{1x} J_0(\lambda r) d\lambda + \right. \\ \left. + r^2 \int_0^\infty (F_{1z}' - \lambda F_{1x}) J_1(\lambda r) d\lambda \right\}.$$

Так как число k комплексное, то функция F_2 , а следовательно, и выражения для E_x и H_z будут комплексными. Составляя выражения для модуля электрической компоненты поля, можно построить графики, изображающие характер изменений амплитуд этой компоненты в зависимости от изменения частоты поля при постоянном значении r и при заданных параметрах разреза (заданных значениях мощности и сопротивлениях слоев) и в дальнейшем использовать эти теоретически рассчитанные графики для сравнения с ними результатов наблюдений.

Естественно, что, кроме H_z , можно измерять горизонтальные составляющие H_x и H_y магнитного поля. Формулы для этих составляющих можно получить, исходя из выражений для компонент вектора потенциала:

$$H_x = \frac{\partial A_1}{\partial y} = 2p \left\{ -\frac{xy}{r^3} \int_0^\infty F_{1z} J_1(\lambda r) d\lambda + \right. \\ \left. + \frac{xy}{r^2} \int_0^\infty F_{1z} \lambda \left[J_0(\lambda r) - \frac{1}{\lambda r} J_1(\lambda r) \right] d\lambda \right\}, \\ H_y = \frac{\partial A_{x1}}{\partial z} - \frac{\partial A_{z1}}{\partial x} = 2p \left\{ \int_0^\infty F_{1x} J_0(\lambda r) d\lambda - \frac{y^2}{r^3} \int_0^\infty F_{1z} J_1(\lambda r) - \right. \\ \left. - \frac{x^2}{r^2} \int_0^\infty F_{1x} \lambda \left[J_0(\lambda r) - \frac{1}{\lambda r} J_1(\lambda r) \right] d\lambda \right\}, \\ H_z = -\frac{\partial A_{x1}}{\partial y} = 2p \sin \varphi \int_0^\infty F_{1x} \lambda J_1(\lambda r) d\lambda$$

или после незначительных преобразований

$$H_x = \frac{2p}{r^3} xy \left\{ r \int_0^{\infty} F_{1z} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda - 2 \int_0^{\infty} F_{1z} J(\lambda r) d\lambda \right\};$$

$$H_y = \frac{2p}{r^3} \left\{ r \int_0^{\infty} (r^2 F'_{1x} - x^2 F_{1z} \lambda) J_0(\lambda r) d\lambda + \right. \\ \left. + (x^2 - y^2) \int_0^{\infty} F_{1z} J_1(\lambda r) d\lambda \right\},$$

$$H_z = 2p \sin \varphi \int_0^{\infty} F_{1x} \lambda J_1(\lambda r) d\lambda.$$

Таким образом, для точек экваториальной плоскости ($x = 0$, $y = r$) найдем

$$H_x = 0,$$

$$H_y = \frac{2p}{r} \left\{ r \int_0^{\infty} F_{1x} J_0(\lambda r) d\lambda - \int_0^{\infty} F_{1z} J_1(\lambda r) d\lambda \right\},$$

$$H_z = 2p \int_0^{\infty} F_{1x} \lambda J_1(\lambda r) d\lambda.$$

Точно так же, как и для электрической компоненты, можно построить графики и для амплитудных значений магнитного поля для разрезов, определяемых различными значениями мощностей и удельных сопротивлений его слоев. Учитывая же комплексность E_x , H_y и H_z , можно определить начальную фазу каждой из компонент, которую вычисляют по формулам

$$\varphi_x = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} E_x}{\operatorname{Re} E_x}, \quad \varphi_y = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} H_y}{\operatorname{Re} H_y},$$

$$\varphi_z = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} H_z}{\operatorname{Re} H_z},$$

где φ_x — начальная фаза компоненты E_x ; φ_y и φ_z — начальные фазы компонент магнитного поля.

Если имеется диполь постоянного тока, то в точке, находящейся на расстоянии r от него в экваториальной плоскости, напряженность электрического поля будет

$$E_{x0} = I dx \frac{Q_k}{2\pi r^3} = pc \frac{Q_k}{2\pi r^3},$$

где Q_k — кажущееся удельное сопротивление для рассматриваемого геологического разреза и расстояния. Из этой формулы получим выражение для кажущегося удельного сопротивления

$$Q_k = \frac{2\pi r^3}{pc} E_{x0}. \quad (98)$$

Подставляя в формулу (98) вместо E_{x0} величину E_x , измеренную при переменном токе, найдем

$$Q_{\kappa} = Q_1 \left\{ i \frac{4\pi\omega\gamma_1 r^3}{c^2} \int_0^{\infty} F_1 J_0(\lambda r) d\lambda + r^2 \int_0^{\infty} (F'_1 - \lambda F_1) J_1(\lambda r) d\lambda \right\}.$$

Таким образом, при переменном электромагнитном поле кажущееся удельное сопротивление, которое вычисляем по формуле (98), будет зависеть не только от параметров разреза и расстояния, но и от частоты поля. Другими словами, если не изменять расстояния r , то при постоянном токе получим для заданного разреза одно определенное значение Q_{κ} ; при переменном поле значение Q_{κ} для разных частот будет получаться различным и притом характер изменения Q_{κ} в функции частоты поля для каждого разреза будет свой. Последнее определяется зависимостью функции F_1 от параметров разреза.

Определение частотных характеристик толщи земной коры лежит в основе метода, названного частотным электромагнитным зондированием. Из приведенных выше элементов теории метода следует, что для проведения таких зондирований необходима, кроме измерительной установки, еще и генераторная станция, могущая подавать в питающую цепь переменный ток различной частоты.

Если проводить электромагнитные зондирования для изучения относительно больших толщ земной коры, порядка нескольких километров, то к генераторной и измерительной установкам приходится предъявлять довольно высокие требования. Для изучения больших глубин измерительную и генераторную станции необходимо располагать на достаточно большом расстоянии одну от другой (несколько километров). Чтобы обеспечить возможность измерения поля на таком расстоянии с достаточной точностью приходится генераторную станцию строить достаточно мощной (три-четыре десятка киловатт), а приемную установку — достаточно чувствительной. Кроме того, приемное устройство должно обладать весьма высокой степенью избирательности, чтобы на фоне различного рода помех, обязанных теллурическим токам, отдаленным грозovým разрядам и самым разнообразным промышленным причинам, с уверенностью принимать те сигналы, которые нас интересуют.

В связи со сказанным в настоящее время установка для возбуждения электромагнитного поля состоит из генератора постоянного тока мощностью около 40 *квт*, преобразователя постоянного тока в ток переменный в диапазоне частот от 0,04 до 250 *гц*, а также устройств для измерений силы тока в питающем диполе и для передачи по радио на измерительную станцию нулевой фазы тока питания. В питающий диполь подается ток до 50 *а* по амплитуде. Генераторная станция смонтирована на автомашине.

Измерительное устройство состоит из усилителей и системы фильтров, срезающих высшие и нижние частоты по отношению к частоте

тока, используемой в данном цикле измерений. Амплитуда принимаемого сигнала измеряется двумя способами: измерителем силы переменного тока и при помощи шлейфового осциллографа. Форму и величину снимаемого сигнала можно наблюдать на катодном осциллографе. Измерительная станция тоже монтируется на автомашине.

И на генераторной, и на измерительной станциях имеются калибровочные устройства, при помощи которых посланный в землю через питающий диполь импульс и принятое приемным диполем напряже-

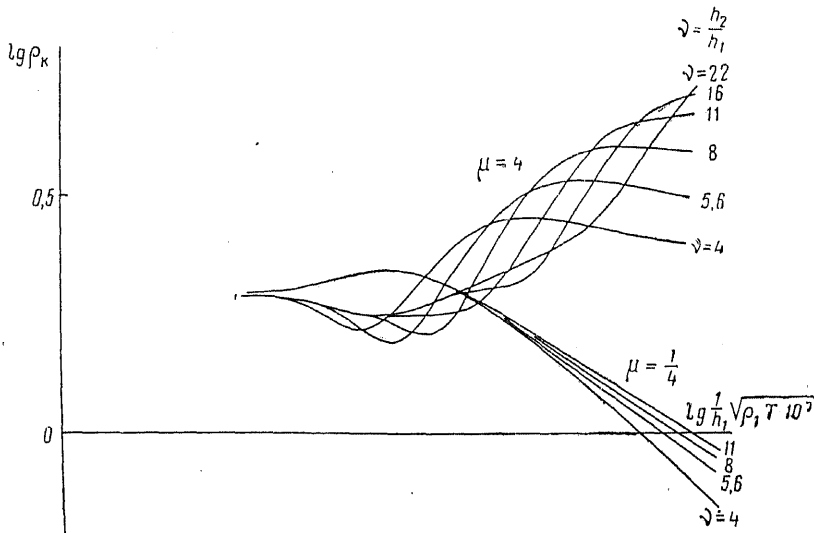


Рис. 102. Графики электромагнитного зондирования.

ние можно выразить в сравнимых величинах. Следует отметить, что работа градуировочного устройства измерительной станции управляется по радио калибратором генераторной станции, чтобы обеспечить одинаковую частоту и форму градуирующих сигналов.

Регистрация фазового сдвига изменений поля, принятого измерительной станцией, осуществляется путем измерения интервала времени, протекшего между марками моментов перехода через нуль поля генераторной и приемной станций. В моменты перехода через нуль тока в питающем диполе по радио посылаются короткие импульсы, передний фронт которых с точностью до $1 \text{ мк} \cdot \text{сек}$ соответствует этому переходу через нуль. На приемной станции регистрируется такой же импульс в моменты перехода тока через нуль в приемном диполе или контуре. В специальном катодном фазометре наблюдается отклонение стрелки измерительного прибора, пропорциональное ин-

тервалу времени между обоими импульсами, т. е. фазовому сдвигу принимаемого сигнала по отношению к посланному.

Кривые изменения элементов поля были рассчитаны для ряда заданных разрезов на электронных счетных машинах в Институте физики Земли АН СССР. На рис. 102 для примера приведены кривые, построенные для трехслойного разреза: $Q_1, Q_2, Q_3, h_1, h_2, h_3$, где h_3 предполагается бесконечно большим. Для геологической интерпретации эти кривые используются в основном так же, как и кривые вертикальных электрических зондирований на постоянном токе.

Методы электромагнитных зондирований и магнитотеллурический применяются в основном при решении структурно-геологических задач, где требуется изучение поведения относительно глубоко залегающих толщ горных пород. Такие задачи приходится решать при поисках нефтяных и газовых месторождений, при распределении глубины залегания кристаллического фундамента и при изучении глубинной тектоники.

§ 41. МЕТОД СТАНОВЛЕНИЯ ПОЛЯ

Изучая теорию частотных электромагнитных зондирований, установили, что для определенного расстояния между питающим и измерительным диполями напряженности электрической и магнитной составляющих в пункте измерения изменяются в зависимости от частоты. Характер этих изменений различен для различных геологических разрезов. Также можно сказать и о величине кажущегося удельного сопротивления $Q_k(\omega)$, которое зависит от частоты тока в задающем диполе. Изучение этих особенностей изменения частотного кажущегося удельного сопротивления и лежит в основе геологического истолкования результатов частотных электромагнитных зондирований. Величины $E(\omega)$, $H(\omega)$ или $Q_k(\omega)$ как функции частоты поля можно назвать частотными характеристиками данного геологического разреза. Подчеркнем, что эти частотные характеристики для различных расположений генераторной и измерительной станций будут различными.

Эти общие замечания позволят нам перейти к изучению вопроса о поведении электрической и магнитной составляющих поля, а также кажущегося удельного сопротивления при измерении названных величин в различные моменты времени после включения или выключения постоянного электрического тока в питающем диполе. Связь между характером становления постоянного тока в земле и особенностями частотных изменений обусловлена тем, что всякий протекающий во времени процесс можно представить суммой гармонически изменяющихся колебаний. Поэтому и процесс становления постоянного тока, который в пункте измерений характеризуется тем, что измеряемая величина, до некоторого момента t_0 равная нулю, начинает приобретать с этого момента отличные от нуля значения,

которые по истечении немногих секунд доходят до своей предельной величины, зависящей от постоянного напряжения, приложенного к электродам питающей линии. Изменение измеряемой величины от момента возникновения поля или начала его убывания до достижения предельной величины можно найти через интеграл Фурье

$$F(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{-i\omega t} d\omega,$$

где F может обозначать любую из величин E , H или Q . Функция $F(\omega)$, стоящая под знаком интеграла, является частотной характеристикой составляющей поля F , которая определяется при частотном электромагнитном зондировании.

Исследования методом становления поля в настоящее время ведутся на основе измерения вертикальной составляющей магнитного поля. Поэтому, введя в рассмотрение вертикальную компоненту вектора магнитной индукции, приведенной выше формуле можно придать более конкретный вид:

$$B(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega) e^{-i\omega t} d\omega.$$

При изучении поля электрического диполя, помещенного на границе раздела земля — воздух, мы нашли, что вертикальную составляющую магнитного поля H_z можно найти через вектор-потенциал по формуле

$$H_z = - \frac{\partial A_{x1}}{\partial y},$$

и, так как при $z = 0$

$$A_{x1} = 2p \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\lambda + R_1} J_0(\lambda r) d\lambda$$

или в случае неоднородного нижнего полупространства

$$A_{x1} = 2p \int_0^{\infty} \varphi(\omega) J_0(\lambda r) d\lambda,$$

поэтому

$$H_z = 2p \sin \varphi \int_0^{\infty} \varphi(\omega) \lambda J_1(\lambda r) d\lambda,$$

где p — момент диполя, равный Il . Отсюда

$$B(\omega) = I(\omega) l \mu \sin \varphi \int_0^{\infty} 2\varphi(\omega) \lambda J_1(\lambda r) d\lambda.$$

Принимая во внимание, что $I(\omega) = \frac{I}{-i\omega}$, получим

$$B(\omega) = Il\mu \sin \varphi \int_0^{\infty} \frac{2\varphi(\omega)}{-i\omega} \lambda J_1(\lambda r) d\lambda.$$

Для случая слоистой среды этот интеграл при определенных условиях можно вычислить. После ряда преобразований получим

$$B(\omega) = \frac{3Il\mu}{2\pi r^4} \sin \varphi \frac{Q(\omega)}{-i\omega k_1^2},$$

где k_1 — волновое число для верхнего слоя; r — расстояние между центрами питающего диполя и измерительной петли; φ — угол между осью диполя и r . В дальнейшем будем предполагать этот угол равным 90° , т. е. будем рассматривать экваториальное положение точки измерений. В этом случае $\sin \varphi = 1$ и

$$B(\omega) = \frac{3Il\mu}{2\pi r^4} \frac{Q(\omega)}{-i\omega k_1^2}.$$

Наконец, для $B(t)$ в соответствии с интегралом Фурье найдем

$$B(t) = \frac{3Il\mu}{2\pi r^4} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{Q(\omega)}{-i\omega k_1^2} \frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega} d\omega,$$

или так как для волновой зоны $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{Q(\omega)}{k_1^2} = \frac{Q_l}{-i\omega\mu}$, то

$$B(t) = \frac{3IlQ_l}{2\pi r^4} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{(-i\omega)^2} d\omega.$$

Интеграл, входящий в правую часть последнего равенства при $t > 0$, равен t , и поэтому

$$B(t) = \frac{3IlQ_l}{2\pi r^4} t$$

и измеряемая в петле э. д. с. будет пропорциональна $\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{3IlQ_l}{2\pi r^4}$.

Если обозначить площадь петли, в которой индуцируется э. д. с. меняющимися при становлении магнитным полем, через Q , а измеряемую электродвижущую силу через $\Delta U(t)$, то в силу закона электромагнитной индукции можно написать

$$\Delta U(t) = \frac{3IlQ_l}{2\pi r^4} Q$$

или

$$Q_t = Q_\tau = \frac{2\pi r^4}{lQ} \frac{\Delta U(t)}{I}.$$

Так как в некоторых интересующих нас случаях можно найти частотную характеристику $\rho(\omega)$ для определенного геологического разреза, как это показано в § 40, то в соответствии с интегралом Фурье можно вычислить и кривые изменения Q_τ в зависимости от времени. На рис. 103 приведены две кривые становления поля и соответствующие им кривые зондирования для трехслойных разрезов.

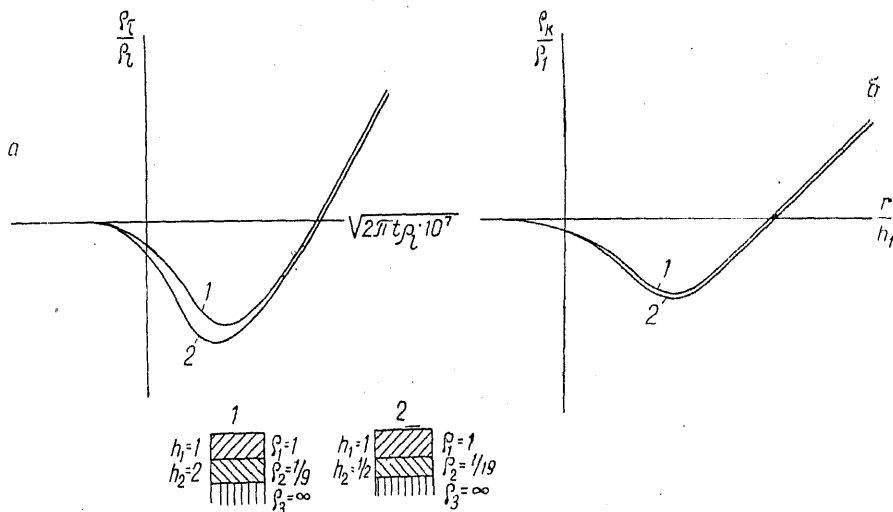


Рис. 103. Кривые становления поля (по Л. Л. Ваньяну).

а — кривые становления поля; б — кривые зондирования.

Из описания общих положений метода становится понятным, что для работ по этой модификации электроразведки необходима генераторная станция, могущая обеспечить в земле ток в несколько десятков ампер и достаточно чувствительное приемное устройство, позволяющее записывать разности потенциалов в несколько единиц или десятков микровольт. Для этой цели приходится применять осциллограф с предварительным усилением поступающих на вход сигналов. Записанная осциллографом кривая становления после надлежащей обработки, вычисления Q_τ по записям ΔU_t сравнивается с теоретически построенной кривой, что и позволяет составить суждение о геологическом разрезе в пункте измерений. При решении структурных задач при достаточно большой глубине исследования приходится расстояние r доводить до 10—20 км. В связи с этим остро возникает вопрос о борьбе с помехами различной природы. Прихо-

дится не ограничиваться единичными измерениями, а неоднократно их повторять и в ряде случаев работать с изменением направления питающего тока, что позволяет удваивать измеряемые эффекты.

В последнее время метод становления находит себе применение при изучении рудных месторождений, однако в несколько иной форме по сравнению с описанной. В этом случае применяют замкнутую незаземленную петлю с током в качестве питающей установки. Если по такой петле течет постоянный электрический ток, то в центральных ее частях магнитное поле будет практически однородно. Пусть такая петля лежит на поверхности толщи горных пород, содержащих рудные включения. Как правило, рудные минералы обладают значительно большей электропроводностью, чем вмещающие породы. Таким образом, рудное тело, хорошо проводящее электрический ток, оказывается в магнитном поле петли. Если этот ток в какой-то момент времени выключить, то поверхностные вихревые токи, возникшие в рудном теле во время убывания магнитного поля, будут препятствовать изменению внутреннего поля и поэтому процесс изменения поля будет замедлен. Можно составить представление о характере замедления из рассмотрения какой-либо теоретической задачи или из измерений на модели. Такие модельные измерения и могут быть использованы как материал для интерпретации результатов полевых исследований.

§ 42. МЕТОДЫ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ С ПЕРЕМЕННЫМ ТОКОМ ЗВУКОВЫХ ЧАСТОТ

В настоящее время существует большое количество модификаций электроразведки с переменным током. Каждая из них имеет значение при решении определенных геологических задач. Последние можно разделить на два больших класса: изучение геологического разреза малых глубин (до 100—200 м); изучение геологического разреза земной коры до глубин, измеряемых тысячами метров. Исследование малых глубин представляется интересным при изучении рудных месторождений, при геологическом картировании, а также при решении задач гидрогеологии и инженерной геологии. К методам электроразведки, направленным на решение названных задач, следует отнести метод эквипотенциальных линий, метод интенсивности, различные формы методов индукции и некоторые варианты метода становления поля.

Метод эквипотенциальных линий

Представим себе установку, состоящую из двух параллельно расположенных линейных электродов P и Q (см. рис. 22), растянутых на поверхности земли и питаемых током генератора G . Такими электродами могут служить два липенных изоляции провода,

прижатые к земле металлическими шпильками, забиваемыми в землю. Длина каждого из электродов может достигать 2000 м, а расстояние между электродами устанавливается порядка длины электродов. Если питающим генератором будет генератор постоянного тока, то от одного электрода к другому в земле потечет постоянный ток, и если землю можно считать однородной, то линии тока вблизи земной поверхности будут параллельными прямыми, перпендикулярными к направлению электродов. Такая простая форма линий тока будет наблюдаться в средней части области между электродами. Вблизи концов эти токовые линии будут искривлены, как это показано на рис. 23. Так как эквипотенциальные поверхности ортогональны по отношению к линиям тока, то на поверхности земли можно наблюдать эквипотенциальные линии, идущие в средней части планшета параллельно питающим электродам. Положение этих эквипотенциальных линий можно определить на основании того, что между любой парой точек одной и той же эквипотенциальной линии ток не течет и если поместить в эти точки электроды измерительной линии, то гальванометр, включенный в измерительную цепь, покажет отсутствие тока. Перемещая один из электродов и оставляя второй все время на одном и том же месте, можно найти другие точки эквипотенциальной линии. Если теперь и второй электрод переместить в другую точку планшета, то можно найти отдельные точки второй эквипотенциальной линии. При наличии однородной земли (среды) или земли, удельное сопротивление которой меняется только с глубиной, все определенные таким образом точки расположатся на прямых, параллельных электродам. Правда, такую картину получим лишь в том случае, когда потенциал всех точек питающих электродов будет один и тот же, т. е. стекающий с электрода в землю электрический ток не будет заметно изменять потенциала его отдельных точек. Этого можно добиться, если подключить электрод к генератору тока не с одного конца, а к нескольким точкам, как, например, показано на рис. 22.

Представим себе в земле неоднородность в виде зоны, вытянутой от одного электрода к другому с большей электропроводностью, чем вмещающая среда. Распределение тока изменится: токовые линии частично втянутся в эту лучше проводящую электрический ток зону, что сейчас же отразится на форме эквипотенциальных линий, которые можно наблюдать на поверхности земли. Естественно, если такая проводящая зона находится на некоторой глубине под дневной поверхностью, то искажения эквипотенциальных линий будут меньше тех, которые можно наблюдать при выходе такой зоны на поверхность земли и тем меньше, чем глубже будет находиться эта зона.

Приблизительно таким же будет распределение тока и в том случае, когда применяют переменный ток. Правда, картина распределения тока будет осложнена наличием в земле, кроме токов прово-

димости, еще и токов индукционной природы. Эти токи могут быть произвольно расположенными по отношению друг к другу, что приводит к появлению особенностей, на анализе которых сейчас останавливаться не будем. Рассмотрим какую-либо точку A дневной поверхности (рис. 104). Пусть вектор плотности тока, стекающего с электродов, AP , а вектор плотности тока индукции AS . Первую величину обозначим через j_1 , вторую через j_2 . Если переменный ток, текущий в земле, есть ток, гармонически изменяющийся, то можно написать

$$j_1 = j_{10} \cos \omega t,$$

$$j_2 = j_{20} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = j_{20} \sin \omega t,$$

где j_{10} и j_{20} — амплитудные значения первичного и вторичного токов. В формуле для j_2 учтено, что ток индукции сдвинут по фазе на 90° по отношению к току, стекающему с электродов. Рассмотрим какое-либо направление Σ и найдем сумму проекций на

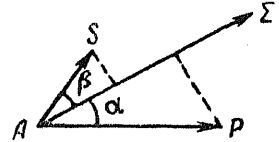


Рис. 104. К выводу выражения суммарной плотности тока.

это направление первичного и вторичного токов. Эта сумма будет той величиной, которую мы измерили бы, если бы умели измерять величину плотности тока в интересующем нас направлении. Обозначив плотность тока в направлении $A \Sigma$ через j_s , можем написать

$$j_s = j_{10} \cos \omega t \cos \alpha + j_{20} \sin \omega t \cos \beta,$$

где α — угол между направлениями AP и $A \Sigma$, а β — угол между направлениями AS и $A \Sigma$. Умножив и разделив правую часть этого равенства на

$$\sqrt{(j_{10} \cos \alpha)^2 + (j_{20} \cos \beta)^2},$$

сможем переписать его в виде

$$j_s = \sqrt{(j_{10} \cos \alpha)^2 + (j_{20} \cos \beta)^2} \left[\cos \omega t \frac{j_{10} \cos \alpha}{\sqrt{(j_{10} \cos \alpha)^2 + (j_{20} \cos \beta)^2}} + \sin \omega t \frac{j_{20} \cos \beta}{\sqrt{(j_{10} \cos \alpha)^2 + (j_{20} \cos \beta)^2}} \right].$$

Так как множители у $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$ в квадратных скобках меньше единицы, а сумма их квадратов равна единице, то, обозначив множитель у $\cos \omega t$ через $\cos \varphi$, должны будем множитель у $\sin \omega t$ считать равным $\sin \varphi$, где

$$\varphi = \arctg \frac{j_{20} \cos \beta}{j_{10} \cos \alpha}.$$

Обозначив еще

$$j_s = \sqrt{(j_{10} \cos \alpha)^2 + (j_{20} \cos \beta)^2}$$

через j_{s0} , последнее равенство можно записать как

$$j_s = j_{s0} (\cos \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \sin \varphi) = j_{s0} \cos(\omega t - \varphi),$$

т. е. проекция плотности тока в направлении A \sum меняется гармонически с той же частотой ω и имеет амплитуду, равную j_{s0} . При этом j_s сдвинута по фазе относительно первичного тока на угол φ .

Исходя из закона электромагнитной индукции $e = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ при гармонически изменяющемся магнитном потоке $\Phi = \Phi_0 \cos \omega t$, с которым синфазен первичный ток, для электродвижущей силы индукции можно написать

$$e_2 = -\omega \Phi_0 \sin \omega t.$$

Если в земле отсутствуют реактивные компоненты сопротивления, что можно считать в обычных условиях справедливым, то для амплитудного значения плотности вторичного тока получим

$$j_{20} = \omega \frac{\Phi_0}{R},$$

т. е. амплитуда вторичного тока пропорциональна частоте изменений поля; с уменьшением ω плотность вторичного тока и его фазовый сдвиг убывает, т. е. поведение поля приближается к поведению поля постоянного тока.

С ростом частоты величина e_2 будет расти пропорционально частоте и в сопротивлении среды, по которой течет ток, начнет сказываться, кроме активной R , реактивная компонента Z . Таким образом.

$$j_{20} = \omega \frac{\Phi_0}{R + iZ} = \omega \frac{\Phi_0}{R^2 + Z^2} (R - iZ) = \frac{\omega \Phi_0}{\sqrt{R^2 + Z^2}} e^{-i \arctg \frac{Z}{R}}.$$

Проекция суммарного поля тока будет выражаться формулой

$$j_s = j_{s0} \cos(\omega t - \varphi).$$

Для различным образом ориентированных направлений, на которые проектируется суммарное поле, найдем различные амплитудные значения и различные начальные фазовые углы. Если взять два взаимно перпендикулярные направления x и y , то можно написать

$$j_x = j_{x0} \cos(\omega t - \varphi_x), \quad j_y = j_{y0} \cos(\omega t - \varphi_y).$$

Поскольку плотность тока с напряженностью E электрического поля связана формулой $j = \gamma E$, где γ — удельная электропроводность среды, то равенства можно переписать как

$$E_x = E_{x0} \cos(\omega t - \varphi_x), \quad E_y = E_{y0} \cos(\omega t - \varphi_y).$$

Величины E_x и E_y можно рассматривать как координаты конца суммарного вектора напряженности. Эти координаты изменяются с течением времени t , поэтому конец суммарного вектора будет описывать за время одного цикла изменений замкнутую кривую. Если исключить время t в написанной системе уравнений, то получим уравнение этой кривой. Для этого перепишем последнюю систему равенств в виде

$$\begin{aligned}\frac{E_x}{E_{x0}} &= \cos \omega t \cos \varphi_x + \sin \omega t \sin \varphi_x, \\ \frac{E_y}{E_{y0}} &= \cos \omega t \cos \varphi_y + \sin \omega t \sin \varphi_y.\end{aligned}$$

Помножим первое равенство на $\cos \varphi_y$, а второе на $\cos \varphi_x$ и вычтем из первого произведение второе, тогда

$$\begin{aligned}\frac{E_x}{E_{x0}} \cos \varphi_y - \frac{E_y}{E_{y0}} \cos \varphi_x &= \sin \omega t (\sin \varphi_x \cos \varphi_y - \sin \varphi_y \cos \varphi_x) = \\ &= \sin \omega t \sin (\varphi_x - \varphi_y).\end{aligned}$$

Умножив теперь первое равенство на $\sin \varphi_y$, а второе на $\sin \varphi_x$ и проделав такие же преобразования, получим

$$\begin{aligned}\frac{E_x}{E_{x0}} \sin \varphi_y - \frac{E_y}{E_{y0}} \sin \varphi_x &= \cos \omega t (\sin \varphi_y \cos \varphi_x - \sin \varphi_x \cos \varphi_y) = \\ &= -\cos \omega t \sin (\varphi_x - \varphi_y).\end{aligned}$$

Возводя последние два равенства в квадрат и складывая их, придем к уравнению

$$\left(\frac{E_x}{E_{x0}} \cos \varphi_y - \frac{E_y}{E_{y0}} \cos \varphi_x\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{x0}} \sin \varphi_y - \frac{E_y}{E_{y0}} \sin \varphi_x\right)^2 = \sin^2 (\varphi_x - \varphi_y)$$

или после очевидных преобразований

$$\left(\frac{E_x}{E_{x0}}\right)^2 - 2 \frac{E_x}{E_{x0}} \frac{E_y}{E_{y0}} \cos (\varphi_x - \varphi_y) + \left(\frac{E_y}{E_{y0}}\right)^2 = \sin^2 (\varphi_x - \varphi_y).$$

Так как дискриминант этого уравнения меньше нуля

$$\frac{\cos^2 (\varphi_x - \varphi_y)}{E_{x0}^2 E_{y0}^2} - \frac{1}{E_{x0}^2 E_{x0}^2} < 0,$$

то кривая, описываемая концом вектора E , есть эллипс. Центр эллипса совпадает с началом координат, а его главные оси повернуты на угол α к координатным осям. Угол поворота определяется уравнением

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2E_{x0}E_{y0}}{E_{x0}^2 - E_{y0}^2} \cos (\varphi_x - \varphi_y). \quad (99)$$

Это равенство легко получить, если перейти от декартовой системы координат $xу$ к декартовой же системе $\xi\eta$, оси которой повернуты на угол α , и потребовать равенства нулю коэффициента у произведения текущих координат $\xi\eta$ в уравнении кривой.

Поле, вектор которого за время одного периода изменений описывает своим концом эллипс, называется эллиптически поляризованным.

Исходя из наличия эллиптической поляризации электрического поля, можно сделать ряд заключений, имеющих большое значение в технике электроразведочных работ с переменным током.

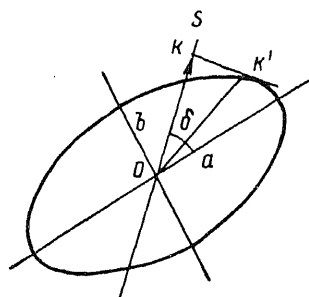


Рис. 105. Фазовый угол напряженности поля для произвольного направления.

Так как вектор суммарного поля описывает своим концом замкнутую кривую, то при гармонически изменяющемся поле тока нельзя найти направление, вдоль которого не протекал бы ток. Можно найти лишь направление минимального значения тока. Глубина этого минимума зависит, с одной стороны, от положения по отношению к области измерений неоднородности в среде, по которой протекает ток, и, с другой стороны, от частоты переменного тока. С уменьшением частоты минимум становится глубже. Наибольшее значение величины напряженности электрического поля получим в том слу-

чае, если направление линии измерений совместим с большей осью поляризации; наименьшую величину поля найдем, если будем вести измерение вдоль малой оси. Для промежуточных направлений линии измерений будем измерять и промежуточные значения поля.

Остановимся на изучении фазовых углов. Из предыдущего видно, что любая проекция суммарного вектора поля характеризуется своим значением начальной фазы. Исходя из формулы (99), можно сказать, что если оси координат совпадают с главными осями эллипса поляризации, т. е. $\alpha = 0$ или $\frac{\pi}{2}$, то левая часть равенства будет равна нулю. Это будет возможно лишь в том случае, когда разность фаз $\varphi_x - \varphi_y$ равна $\frac{\pi}{2}$, т. е. напряженности электрического поля вдоль большой и малой осей эллипса поляризации сдвинуты по фазе на 90° . Таким образом, при повороте линии измерений от направления большой оси эллипса в сторону малой оси фазовый сдвиг измеряемой величины поля будет меняться от нуля до $\frac{\pi}{2}$. Для произвольного напряжения s , составляющего угол δ с большой осью эллипса (рис. 105), найдем величину фазового сдвига из следующих соображений. Значение напряженности поля вдоль направления s получим,

проектируя на это направление радиус-вектор эллипса поляризации. Очевидно, что максимальное значение OK этой проекции получается тогда, когда перпендикуляр, проведенный к направлению s , коснется эллипса. Обозначив точку касания буквой K' , можно сказать, что начальный фазовый угол проекции OK определяется начальным фазовым углом проектируемого вектора OK' . Если обозначить величины большой и малой осей эллипса поляризации соответственно через a и b , то для проекций вектора OK' на координатные оси можно написать

$$E_x = a \cos \omega t,$$

$$E_y = b \sin \omega t.$$

Для проекции E вектора OK^1 на направление s найдем

$$E_s = E_x \cos \delta + E_y \sin \delta = a \cos \omega t \cos \delta + b \sin \omega t \sin \delta$$

или, разделив и помножив [правую часть на $E_{s0} = \sqrt{a^2 \cos^2 \delta + b^2 \sin^2 \delta}$,

$$E_s = E_{s0} \left(\frac{a \cos \delta}{\sqrt{a^2 \cos^2 \delta + b^2 \sin^2 \delta}} \cos \omega t + \frac{b \sin \delta}{\sqrt{a^2 \cos^2 \delta + b^2 \sin^2 \delta}} \sin \omega t \right).$$

Обозначив дробь, стоящую множителем у $\cos \omega t$, через $\cos \psi$, а дробь, стоящую множителем у $\sin \omega t$, через $\sin \psi$, можно записать

$$E_s = E_{s0} \cos(\omega t - \psi),$$

где ψ — фазовый сдвиг E_s по отношению к фазе $E_m = a$, а величина ψ выражается формулой

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{b}{a} \operatorname{tg} \delta.$$

Так как $\frac{b}{a} < 1$, то при $\delta < \frac{\pi}{2}$ угол $\psi < \delta$.

Было установлено, что при небольшой частоте гармонически изменяющегося переменного тока характер его протекания в земле близок к характеру протекания тока постоянного. Поэтому можно построить метод исследований, сходный с методом эквипотенциальных линий, используя переменный электрический ток. При этом точки «эквипотенциальной» линии можно искать как точки, между которыми протекает ток минимальной интенсивности. Удобство работы на переменном токе заключается в том, что при поисках точек можно применить менее прихотливый прибор — телефон — вместо требующего большой аккуратности в обращении чувствительного гальванометра, которым пользуются при работах с постоянным током. Кроме того, для работы на переменном токе не требуются

неполяризующиеся электроды, которые необходимы при исследованиях на постоянном токе.

Из приведенного описания характера распределения линий тока при наличии в земной коре неоднородностей становится понятным применение метода эквипотенциальных линий при поисках рудных месторождений. Руды металлов обладают весьма высокой электропроводностью, поэтому их присутствие в земной коре может отразиться на распределении электрического тока.

Работа методом эквипотенциальных линий на участке съемки проводится, как правило, следующим образом. На заданной для изучения

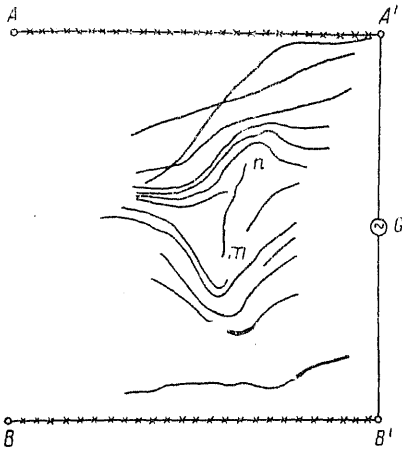


Рис. 106. Эквипотенциальные линии над рудным полем.

площади располагаются линейные электроды приблизительно перпендикулярно простиранию горных пород участка исследований, а следовательно, и перпендикулярно простиранию возможным рудных тел. Вдоль прямой, идущей от одного электрода к другому, более или менее равномерно намечаются точки, которые в последующем будут служить началом эквипотенциальных линий. К электродам приключается генератор, который и посылает в землю электрический ток. Искательная цепь состоит из двух металлических стержней с ручками из изолирующего материала, соединенных друг с другом через телефон проводом. Один из стержней помещается

в начальную точку, а другим отыскивается такое его положение, при котором звук в телефоне оказывается наиболее слабым. Отметив найденную точку колышком, переносят первый электрод в эту точку, а освободившимся вторым электродом отыскивают новую точку той же «эквипотенциальной» линии и т. д. Доведя до конца планшета одну линию, переносят один из электродов в новую начальную точку и таким же порядком прослеживают вторую линию и т. д. Засняв топографически положение всех точек, на участке съемки строят изолинии, по конфигурации которых и делают заключение о характере нарушения однородности. Геологическая интерпретация плана эквипотенциальных линий, полученного на участке съемки, в основном носит качественный характер; более или менее надежные заключения количественного порядка сделать почти невозможно по ряду причин. Так как влияние нарушений однородности чрезвычайно быстро уменьшается с глубиной их залегания, то незначительные изменения удельного сопротивления в покрывающей толще

(изменения, обязанные различиям влажности отдельных участков планшета, особенностям рельефа и т. п.) могут изменить ход эквипотенциальных линий заметнее, чем глубинные факторы.

На рис. 106 изображен ход эквипотенциальных линий над рудной линзой. Здесь AA' и BB' — линейные электроды, G — генератор переменного тока. Рудная линза mn представлена пиритом, халькопиритом и ковеллином. Вмещающими породами на западе являются кварц серицитовые сланцы, постепенно переходящие в альбитофиры, на востоке — авгитовые порфириды. Линии, протянутые на участке съемки, явно стремятся обойти рудное тело, что свидетельствует о его высокой проводимости. Столь четкие аномалии получаются сравнительно редко, в ряде случаев даже качественная интерпретация достаточно сложна; для проведения ее требуются большие навыки и умение. обстоятельное знание геологии района работ существенно упрощает интерпретацию.

Метод измерения элементов магнитного поля переменного тока (метод интенсивности)

Магнитное поле посланного в землю переменного тока при частоте порядка десятков или сотен герц подобно электрическому полю, проявляет себя тоже, как поле, эллиптически поляризованное. Об этом можно заключить из того, что магнитное поле, являясь суммой магнитных полей тока проводимости и тока индукции, сдвинутых по фазе на $\frac{\pi}{2}$, в декартовой системе координат будет иметь компоненты

$$H_x = H_{x0} \cos(\omega t + \psi_x), \quad H_y = H_{y0} \cos(\omega t + \psi_y), \\ H_z = H_{z0} \cos(\omega t + \psi_z).$$

В силу наличия этих равенств в каждой координатной плоскости траектория перемещения конца суммарного вектора поля изображится эллипсом, а следовательно, и вся кривая, описываемая концом этого суммарного вектора, будет в общем случае эллипсом. Поэтому при измерении магнитного поля переменного тока, посланного в землю, измеряется эллиптически поляризованное поле.

Практически измерение магнитного поля сводится к измерению следующих величин.

1. Угла, образованного большей осью эллипса, являющегося проекцией эллипса поляризации на горизонтальную поверхность с направлением профиля измерений. Этот угол называется магнитным азимутом и обозначается буквой ψ .

2. Величины, пропорциональной упомянутой большей оси. Эта величина называется горизонтальной составляющей и обозначается знаком a_p .

3. Величины, пропорциональной вертикальной компоненте магнитного поля. Она называется вертикальной составляющей и обозначается символом a_z .

4. Угла, образованного большой осью эллипса проекции на вертикальную плоскость, проходящую через a_p . Этот угол обозначается буквой η и называется углом наклонения.

5. Величины, пропорциональной длине большой оси этого эллипса проекции. Измерение величин, характеризующих магнитное

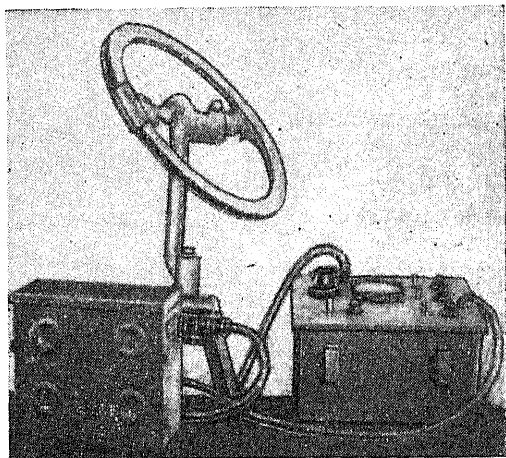


Рис. 107. Рамка метода интенсивности.

поле, основано на явлении индукции электродвижущих сил в витках катушки, пронизываемой переменным магнитным полем. Такая катушка благодаря особенностям своей конструкции, заключающейся в том, что площадь ее витков велика по сравнению с ее длиной, называется рамкой. Эта рамка может поворачиваться около вертикальной и горизонтальной осей и является основной деталью измерительного прибора (рис. 107). Если к виткам

рамки приключить телефон, то последний будет звучать, причем интенсивность звучания будет определяться амплитудным значением той составляющей магнитного поля, которая перпендикулярна плоскости витков рамки. Установив плоскость витков вертикально и поворачивая рамку около вертикальной оси, заметим, что громкость звука в телефоне меняется. Можно найти такое положение рамки, при котором эта громкость минимальна. Очевидно, это будет тогда, когда плоскость витков рамки направлена по направлению горизонтальной составляющей. По горизонтальному кругу можно определить угол ψ — угол поворота рамки по отношению к направлению профиля, вдоль которого расположены точки наблюдений. Повернув рамку на 90° по отношению к найденному ее положению, отметим наибольшую силу звука в телефоне, и если, отключив телефон, приключить вольтметр переменного тока для измерения электродвижущей силы (обычно применяется электронный прибор), то его показание будет пропорционально амплитудному значению a_p . Вращением рамки около горизонтальной оси переводим плоскость

ее витков в горизонтальное положение. Показание вольтметра при таком положении рамки будет пропорционально a_z . Наконец, подключив опять телефон вместо вольтметра и поворачивая рамку около горизонтальной оси до тех пор, пока звук в телефоне не достигнет минимума, по вертикальному кругу можно определить угол η .

Распределение элементов магнитного поля, возникающего при протекании в земле переменного электрического тока, зависит от расположения и характера заземлений, через которые вводится ток, от конфигурации питающего кабеля и от распределения проводящего материала в земле. Исходя из этого положения, можно утверждать, что, например, характер изменения угла ψ и компоненты a_p магнитного поля на участке, расположенном над рудным телом, будет отличаться при прочих равных условиях от изменений этого элемента на безрудном участке. Степень этого отличия будет, как и для эквипотенциальных кривых, зависеть от размеров и формы рудного тела, от глубины его залегания и положения его по отношению к питающей цепи, а также от разности между удельными сопротивлениями рудного тела и вмещающей среды. То же можно сказать по отношению ко всякому другому элементу магнитного поля.

Устройство заземлений и положение кабеля при всех наблюдениях можно сохранить теми же, и если определить для этого выбранного типа питающей цепи распределение элементов поля над однородной средой, то из сравнения наблюдаемого распределения элементов магнитного поля с этим «нормальным» полем всегда можно сделать заключение о степени нарушения однородности на обследованном участке и, в частности, о присутствии или отсутствии на нем рудных тел. Если имеется необходимость вести измерения с питающими цепями различных размеров, то для каждой из них требуется знание такого «нормального» распределения. Без этого выводы о геологическом строении участка работ будут мало надежны. Для построения нормального распределения элементов магнитного поля следовало бы провести измерения на заведомо безрудном участке. Однако выбрать такой участок достаточно сложно и мы никогда не будем уверены в том, что выбранный участок действительно электрически совершенно однороден, что породы, его слагающие, имеют всюду одинаковые физические характеристики, изменчивость которых может явиться причиной искажения в распределении элементов поля.

Более целесообразен и надежен другой путь — путь теоретического определения такого «нормального поля». Однако и этот путь не лишен трудностей, хотя эти трудности иного порядка и связаны со сложностью тех теоретических построений, которые должны быть положены в основу расчетов.

При изучении магнитного поля цепи, состоящей из двух заземлений, питаемых постоянным током, мы убедились, что расчет этого магнитного поля особенных трудностей не составляет, если конфи-

гурация питающих проводов проста и заземления таковы, что их можно принять за точечные. Применение переменного тока с неизбежными в этом случае индукционными эффектами совершенно меняет дело. Вывод расчетных формул и вычисления по ним несравненно сложнее. К этому необходимо добавить еще то, что количество элементов, подлежащих определению в силу наличия эллиптической поляризации поля, увеличивается по меньшей мере в 2 раза.

Чтобы не загромождать эту главу математическими построениями, не связанными непосредственно с разведочными процессами, не будем останавливаться на выводе формул для вычисления нормального поля, а дадим лишь краткую характеристику результатов вычислений нормального поля, знание которого, как видно из предыдущего, необходимо для правильного понимания наблюдаемых явлений.

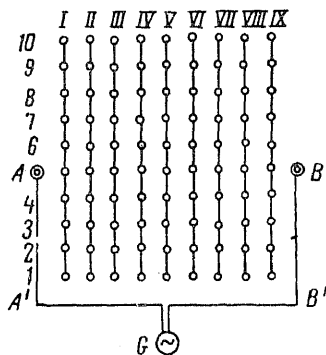


Рис. 108. Питающая цепь метода интенсивности.

Питающая цепь в методе интенсивности принята в виде полуквадрата (рис. 108) $AA'B'B$, где A и B — заземления таких размеров, что их можно принять за точечные. Участки AA' и $B'B$ равны половине расстояния $A'B'$. По этой линии укладывается изолированный провод, соединяющий электроды с источником переменного тока G , устанавливаемым обычно вне полуквадрата $AA'B'B$.

Проводка от стороны полуквадрата к генератору переменного тока ведется бифилярно. Точки наблюдений располагаются на линиях, перпендикулярных $A'B'$, находящихся на равном расстоянии друг от друга. Расстояние между точками берется, равным или меньше расстояния между линиями измерений. Длина этих линий такова, что они заполняют весь квадрат со стороной, равной $A'B$. План расположения пунктов измерений приведен на рис. 108. Линии промера обозначены римскими цифрами, точки на линиях — арабскими; таким образом, точка, отмеченная на рис. 108 буквой a , будет иметь знак $VI/4$. Для указанных точек планшета и произведено вычисление элементов магнитного поля.

Формулы для вычисления этих элементов показывают, что их величина зависит, как и следовало ожидать, от ряда факторов. При тех частотах питающего тока, с которыми ведутся наблюдения (500—1000 периодов в секунду), элементы магнитного поля зависят от величины стороны полуквадрата l , частоты тока f и удельной проводимости среды γ . Зависимость эта такова, что распределение элементов магнитного поля будет одинаковым при

одной и той же силе питающего тока, если одинаковой будет величина

$$p = 4\pi l \sqrt{5f\gamma}.$$

Для иллюстрации результатов вычисления на рис. 109 приведены графики изменения горизонтальной (a_p) и вертикальной (a_z) составляющих магнитного поля для средней линии планшета. Кривые, построенные для значения параметра $p = 0$, иллюстрируют распределение названных компонент при постоянном токе ($f = 0$). Из сравнения кривых с различными значениями p можно установить, в какой мере влияет на характер распределения этих элементов

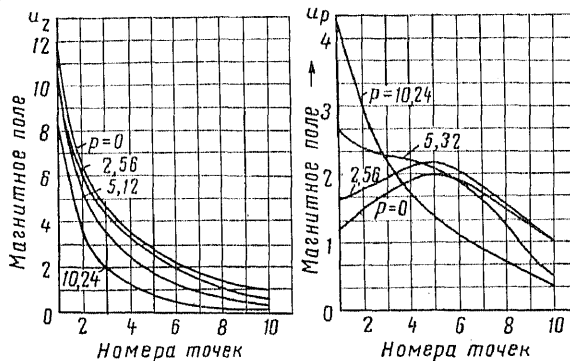


Рис. 109. Расположение точек наблюдений в методе интенсивности.

частота или удельная проводимость среды, над которой проводятся наблюдения. В тех случаях, когда параметр p не превышает значений, равных двум, поле петли с переменным током достаточно сходно с полем петли с постоянным током, и в этих случаях можно при интерпретации результатов пользоваться приемами, в которых не учитывается влияние частоты поля. С этой точки зрения выгоднее пользоваться возможно низкими частотами, а размеры планшета не брать чрезмерно большими. Последнее требование, однако, находится в некотором противоречии с требованиями в отношении глубины разведки, так как для обнаружения влияний глубоко залегающих объектов размеры планшета приходится увеличивать. В тех случаях, когда параметр $p > 2$, целесообразно довольствоваться лишь качественной интерпретацией, так как еще не разработаны методы учета влияний объектов разведки даже простейших форм при использовании переменного тока.

Констатирование наличия аномалий и их истолкование в методе интенсивности значительно сложнее, чем в методе эквипотенциальных линий. Чтобы составить себе представление о характере этих

аномалий, рассмотрим простейший случай залегания на некоторой глубине линейного проводника. Если такой проводник находится в поле введенного в землю электрического тока, то токовые линии в какой-то мере концентрируются в нем за счет разрежения плотности их в соседних областях вмещающей среды. В таком случае можно ожидать эффект, сходный с действием поля линейного проводника с током, налагающегося на несколько искаженное нормальное распределение элементов изучаемого поля. Считая такой линейный проводник для простоты бесконечно длинным, магнитное поле его опишем формулой

$$H = \frac{2I}{cr},$$

где I — сила тока, текущего в проводе; r — расстояние точки, для которой вычисляется поле тока. Направление вектора H перпендикулярно r и определяется правилом правого винта. Если провод

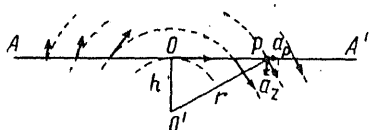


Рис. 110. К определению положения проводника в методе интенсивности.

расположен горизонтально и находится на глубине h (рис. 110), то вдоль горизонтальной прямой AA' на поверхности земли будем наблюдать магнитное поле, схематически изображенное стрелками. Приведенное на рис. 110 направление стрелок соответствует току, идущему за плоскость чертежа. В распределении вертикальной и горизонтальной компонент будут наблюдаться закономерности, представление о которых можно получить путем следующих рассуждений.

Выберем начало координат в точке O линии, расположенной над проводом, а ось x направим вдоль этой линии. В точке P , отстоящей на расстоянии x от начала координат, будет действовать полное магнитное напряжение, определяемое приведенной формулой и имеющее вертикальную и горизонтальную компоненты a_z и a_p , выражающиеся равенствами

$$a_z = H \sin(r, h) = \frac{2I}{c} \frac{x}{x^2 + h^2},$$

$$a_p = H \cos(r, h) = \frac{2I}{c} \frac{h}{x^2 + h^2}.$$

Из рассмотрения первого равенства можно заключить, что вертикальная составляющая имеет по обе стороны от точки O различное направление. В начале координат, над проводом, она равна нулю, а в точках, координаты которых определяются как корни уравнения $\frac{da_z}{dx} = 0$, т. е. при $x = \pm h$, будем наблюдать экстремальные значения вертикальной силы. При достаточно больших x вне зависимости от знака a_z имеет сколь угодно близкое к нулю значение. Изменение вертикальной составляющей изображено на

рис. 111 сплошной линией. Если поле линейного проводника накладывается на поле всей петли, изображенное кривой ab , то суммарный эффект графически представится в виде кривой $a'b'$, заметно отличающейся по своему виду от кривой ab в части, приходящейся над проводником.

Горизонтальная составляющая a_p изобразится кривой, имеющей один максимум в начале координат, симметрично спадающий в обе стороны. На рис. 111 кривая a_p изображена пунктиром. Если линия cd изображает основное поле, то в результате сложения этих двух кривых получится тоже искаженная кривая $c'd'$ над линейным проводником. Такой характер изменений поля можно ожидать на планшете в методе интенсивности, если линейный проводник, концентрирующий токовые линии, расположен параллельно прямой, соединяющей питающие электроды. При построении этих кривых лишь не учтено влияние изменения плотности линий тока вблизи линейного проводника, обуславливающее некоторые добавочные искажения в характере изменения компонент магнитного поля.

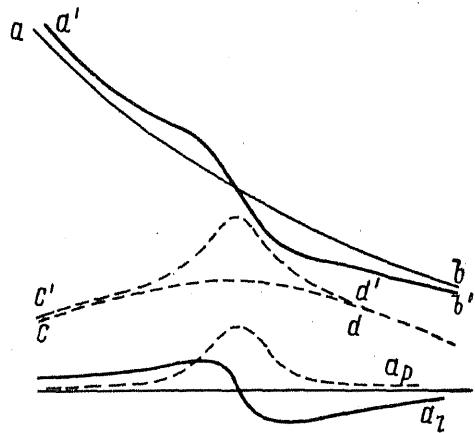


Рис. 111. Графики, изображающие изменение горизонтальной и вертикальной составляющих поля в методе интенсивности.

Исходя из результатов этого исследования, можно наметить и основные черты интерпретации кривых метода интенсивности. На наблюдаемую кривую изменения a_z или a_r накладывается теоретическая кривая, соответствующая тому значению параметра p , которое характерно для условий работ, и затем строится разностная кривая, изображающая действие лишь искомого объекта. Применяя к разностной кривой те заключения, которые можно сделать из приведенного выше исследования поля линейного проводника, в частности, заключение о равенстве глубины его залегания половине расстояния между максимумом и минимумом a_z , можно грубо оценить величину глубины залегания объекта, создавшего искажения в наблюдаемом поле. Степень надежности таких определений зависит, как нам уже известно, от величины параметра p , от правильности выбора нормальной кривой и от степени соответствия действительности предположения о линейности проводника, создающего аномалию. Можно сделать аналогичные построения и для проводников иной формы и иных сечений, чтобы иметь возможность

с большим правом применять расчетные формулы для определения элементов залегания тела, однако неточности выделения из результатов наблюдений эффекта, созданного этим телом, заставляют сомневаться в целесообразности построений такого рода.

Основной вывод, который можно сделать из приведенных рассуждений, заключается в том, что метод интенсивности в современном его виде и при современном состоянии теории интерпретации наблюдений не может быть использован как метод, позволяющий получить количественные характеристики элементов залегания объектов, создающих аномальное распределение элементов магнитного поля. В силу большой сложности явления, изучение которого положено в основу построения этого метода, его возможности в области такой количественной интерпретации пока даже меньше, чем метода эквипотенциальных линий. Вместе с тем нельзя не отметить большую чувствительность этого метода, чем метода эквипотенциальных линий, связанную, с одной стороны, с тем, что некоторые элементы магнитного поля претерпевают под влиянием неоднородностей весьма заметные изменения и, с другой стороны, обязанную большей величине рабочего тока, делающей более заметными относительно небольшие искажения, вносимые этими неоднородностями.

Трудности, связанные с выявлением аномалий, полученных при съемке методом интенсивности, усугубляются еще и тем, что нормальные поля в этом методе не только сложны по своей структуре, но и, кроме того, изменяются с изменением параметра p . А так как последний никогда не известен достаточно точно, то тем самым нельзя уверенно выбрать поле, с которым следует сравнивать наблюдаемое распределение элементов. Поэтому при обработке наблюдений, произведенных по методу интенсивности, нельзя признать достаточно высокой точность выделения аномалий.

Результаты съемки обычно изображаются картами изолиний. Способ построения этих карт не представляет собой ничего принципиально нового. Нанесенным на план точкам приписывают наблюдаемые в этих точках значения изображаемого элемента магнитного поля и затем проводят линии равных значений этого элемента, прибегая в необходимых случаях к интерполяции. Примером таких карт могут служить рис. 112 и 113, на которых даны изолинии a_p и a_z , снятые на одном из участков рудного месторождения (Урал). По этим картам можно наметить существование аномалии в центральной части планшета, выражающейся в резком убывании вертикальной составляющей и появлении максимума горизонтальной.

Измерительная аппаратура метода описана выше. Необходимо лишь добавить, что для увеличения чувствительности на выходе рамки телефон и вольтметр включаются через усилитель. Генераторная установка может быть различной; применяются машинные генераторы с бензиновым двигателем, а также генераторы на полупроводниках, подобные генератору АНЧ-2. Необходимо лишь до-

биться устойчивости в работе генератора; колебания частоты должны быть менее 1—2%. Мощность на выходе должна быть около 0,5 квт. Рабочие частоты изменяются от 300 до 800 *гц*.

Несколько слов следует сказать об устройстве заземлений и питающей цепи. Конструкция заземлений должна быть такой, чтобы обеспечить возможно меньшее его сопротивление, для чего оно обычно устраивается из большого количества железных шпилек, соединенных одна с другой проводом. В местах с плохо проводящим поверхностным слоем количество таких шпилек может быть довольно

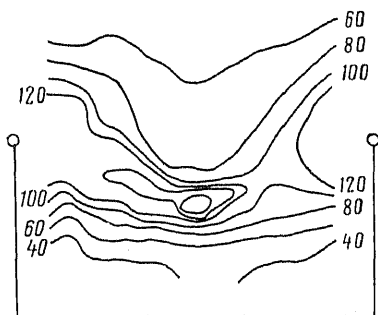


Рис. 112. Изолинии горизонтальной составляющей (a_p) на рудном месторождении.

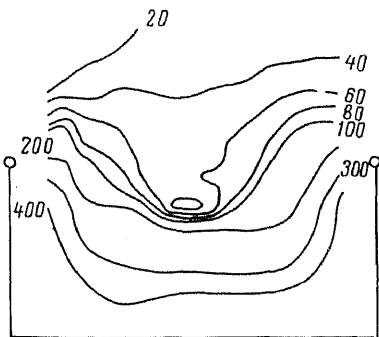


Рис. 113. Изолинии вертикальной составляющей (a_z) на рудном месторождении.

большим (несколько десятков) и их приходится распределять на большой площади. Последняя, однако, не должна выходить за пределы, при которых сложное заземление можно еще считать точечным. Диаметр площади, занятой заземлителями, не должен превышать 30 м при планшете со стороной в 500 и 60 м при петле со стороной в 1 км.

Для присоединения электродов к питающей установке применяется провод ПРГН или ПСМ, тщательно проложенный по заранее намеченным направлениям.

При съемке по методу интенсивности приходится измерять электродвижущие силы, развивающиеся в витках рамки, поэтому необходима предварительная градуировка измерительной установки для последующего перевода наблюдаемых значений отклонений стрелки гальванометра в величины, измеряющие электродвижущие силы. Проще всего такую градуировку произвести путем измерения вполне определенных электродвижущих сил той же частоты, с которой проводятся полевые измерения. Для этой цели собирают каскадный потенциометр, изображенный схематически на рис. 114. Переменное напряжение от генератора G создает в ячейке, состоящей из

сопротивлений r_1 , r_2 и r_3 , ток, величину которого на участке $r_2 - r_3$ можно определить по формуле

$$I_2 = I \frac{r_1}{r_1 + r_2 + r_3},$$

где I — сила тока, поступающего в ячейку. Если r_3 представляет собой набор из n равных сопротивлений, то на каждом из них будет наблюдаться электродвижущая сила E_n , величину которой можно вычислить по формуле

$$E_n = I_2 \frac{r_3}{n} = I \frac{r_1 r_3}{n(r_1 + r_2 + r_3)},$$

подсчитав сопротивления r_1 , r_2 , r_3 и измерив силу тока I амперметром A . Приключая на вход усилителя с катодным вольтметром различное количество частей сопротивления r_3 , будем подавать на него различные, нам известные электродвижущие силы. Сняв показания милливольтметра, получаем данные для построения градуировочной кривой: по оси абсцисс откладываются приложенные электродвижущие силы, а по оси ординат — наблюдаемое показание измерительного прибора катодного вольтметра. Полученные от-

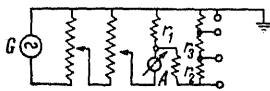


Рис. 114. Схема градуировки измерительной установки в методе интенсивности.

дельные точки соединяют плавной кривой, при помощи которой можно перевести любое показание измерительного прибора в значения э. д. с. в принятых единицах измерения (обычно в милливольттах).

Сопротивление r_3 чаще всего осуществляется в виде струны небольшого сопротивления, поэтому такая градуировка называется струнной.

Если нет необходимости выражать результаты измерений в общепринятой системе единиц и можно довольствоваться их выражением в каких-либо относительных единицах, то вместо струнной градуировки можно прокалибровать прибор, пользуясь так называемой синусоидальной градуировкой. Сущность ее заключается в следующем. Установив всю измерительную установку на какой-либо точке планшета участка работ, пускают ток, включают в усилитель телефон и вращают вертикально поставленную рамку около вертикальной оси до тех пор, пока в телефоне не добьются минимума звука. Найдя это положение, поворачивают рамку опять около вертикальной оси на 90° и затем вращением около горизонтальной оси ищут новое, наклонное положение рамки, при котором звук в телефоне будет минимальной интенсивности. Заметив это положение рамки по вертикальному кругу и повернув ее около горизонтальной оси на 90° , включают телефон. При этом положении рамки на ее витки,

как известно, действует поле a_s . Подбирают переключателем витков рамки такое их количество, чтобы стрелка милливольтметра, включенного на выходе катодного вольтметра, отклонилась по возможности на всю шкалу, и замечают этот отсчет. Затем отклоняют рамку от приданного ей первоначально положения на 5, 10, 15 и т. д. до 90° , пользуясь вертикальным кругом, и для каждого нового ее положения снимают показания катодного вольтметра. Проведав такие измерения при увеличивающемся и убывающем угле отклонения, составляют для одинаковых положений рамки средние отсчеты вольтметра и строят градуировочную кривую, откладывая по оси абсцисс показания измерительного прибора, а по оси ординат — синусы углов отклонения рамки от первоначального ее положения, при котором наблюдаются наибольшие показания катодного вольтметра. Такая градуировочная кривая позволяет выразить результаты всех наблюдений в долях a_s этой контрольной точки.

Обычно градуировки делаются дважды в день: перед началом работ и в конце их. При обработке пользуются средней кривой.

С такой же установкой можно вести измерения при питающей цепи, являющейся замкнутой петлей в форме прямоугольника без заземлений. По отношению к такой петле измерения магнитного поля можно проводить как внутри, так и вне ее, около середины длинной стороны. Измерение элементов магнитного поля также можно выполнять и вблизи средней части весьма длинного провода, заземленного на концах. О способах измерений с такими установками будет изложено дальше.

§ 43. АМПЛИТУДНО-ФАЗОВЫЙ МЕТОД (МЕТОД ОТНОШЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛОВ)

Модификация электроразведки на переменном токе, названная методом отношения потенциалов, рекомендуется при разведке рудных месторождений и особенно месторождений жильного типа. Метод отношения потенциалов можно рассматривать как форму разведки, родственную методу эквипотенциальных линий и отличающуюся от последней наличием количественных характеристик поля напряжений у поверхности земли.

Краткая характеристика сущности этого метода заключается в следующем. В поле переменного тока, текущего между двумя электродами, измеряется посредством трехэлектродной измерительной установки отношение амплитуд электродвижущих сил, действующих между каждой парой измерительных электродов, и сдвиг фаз между этими электродвижущими силами. Конкретно измерительная цепь состоит из трех металлических электродов, помещенных на равном расстоянии один от другого вдоль прямой, обычно проходящей через питающие электроды. Если крайние пикеты измерительной цепи соединить со средним через телефон, то в последнем, вообще

говора, будет слышен звук вследствие различия формы и ориентировки эллипсов поляризации напряжений на участках между средним электродом и каждым из крайних. Путем включения в каждое плечо схемы некоторых активных и реактивных сопротивлений можно добиться исчезновения звука в телефоне, причем величины этих добавочных сопротивлений позволят оценить, с одной стороны, отношение амплитуд, действующих в каждом плече электродвижущих сил, и, с другой стороны, величину угла сдвига фаз между ними. Действительно, пусть точки M , O и N (рис. 115) представляют собой электроды измерительной установки. Когда в земле течет переменный электрический ток между M и O , с одной стороны,

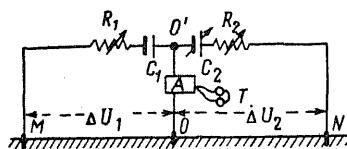


Рис. 115. Установка метода отношения потенциалов.

и между O и N , с другой, будут существовать переменные разности потенциалов ΔU_1 и ΔU_2 , в каждый момент различные, одна от другой и смещенные по фазе. Осуществим между названными электродами соединения, указанные на рис. 115, т. е. в участок цепи между электродом M и точкой разветвления O' включим последовательно переменное сопротивление R_1 и постоянную емкость C_1 , а в участок между электродом N и той же точкой O' — переменные сопротивления R_2 и емкость C_2 . Точку O' соединим с электродом O через усилитель A с телефоном T . Будем менять R_1 , R_2 и C_2 до тех пор, пока звук в телефоне не исчезнет. Отсутствие звука будет свидетельствовать о том, что точки O и O' в любой момент времени находятся при одном и том же потенциале или, иными словами, падение потенциала на комплексном сопротивлении $R_1 - C_1$ равно ΔU_1 — падению потенциала в земле между электродами M и O — и в то же время падение потенциала на комплексном сопротивлении $R_2 - C_2$ равно ΔU_2 . Так как, кроме того, в цепи OO' ток отсутствует, то ток, текущий между M и O' , равен току, текущему от O' к N . Применяя комплексный метод изображения сопротивлений с ваттной и безваттной составляющими, можно записать результат рассуждений в виде

$$\frac{\Delta U_1}{R_1 - i \frac{1}{\omega C_1}} = \frac{\Delta U_2}{R_2 - i \frac{1}{\omega C_2}},$$

где ω — круговая частота тока; $i = \sqrt{-1}$. Таким образом, для отношения потенциалов получим

$$\frac{\Delta U_2}{\Delta U_1} = \frac{R_2 - i \frac{1}{\omega C_2}}{R_1 - i \frac{1}{\omega C_1}} = \frac{1}{R_1^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2}} \left[R_1 R_2 + \frac{1}{\omega^2 C_1 C_2} - i \left(\frac{R_1}{\omega C_2} - \frac{R_2}{\omega C_1} \right) \right]$$

или, выделяя модуль и фазовый множитель,

$$\frac{\Delta U_2}{\Delta U_1} = \frac{\sqrt{R_1^2 R_2^2 + \frac{R_1^2}{\omega^2 C_2^2} + \frac{R_2^2}{\omega^2 C_1^2} + \frac{1}{\omega^4 C_1^2 C_2^2}}}{R_1^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2}} \times e^{i \arctg \left[\frac{-\omega (R_1 C_1 - R_2 C_2)}{\omega^2 R_1 R_2 C_1 C_2 + 1} \right]}$$

Полученная формула позволяет по известным R_1 , C_1 , R_2 и C_2 для заданной частоты тока определить и модуль отношения потенциалов, действующих на сравниваемых участках MO и ON , и разность фаз $\Delta\varphi$ между тем и другим потенциалом:

$$\left| \frac{\Delta U_2}{\Delta U_1} \right| = \sqrt{\frac{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C_2^2}}{R_1^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2}}}, \quad \Delta\varphi = -\frac{\omega (R_1 C_1 - R_2 C_2)}{1 + \omega^2 R_1 R_2 C_1 C_2}.$$

Перемещая измерительную установку от одного питающего электрода к другому и определяя для каждого ее положения отношение $\left| \frac{\Delta U_2}{\Delta U_1} \right|$ и разность фаз $\Delta\varphi$, будем иметь возможность построить кривую изменения этих величин вдоль линии измерений. По виду кривой можно судить о распределении проводящего материала под линией измерений.

Чтобы составить себе представление о характере таких кривых, можно с некоторым основанием использовать материал, относящийся к распределению эквипотенциальных кривых над телами, проводимости которых отличается от проводимости вмещающей среды. В случае, например, рудного тела, вытянутого в направлении тока (рис. 116), эквипотенциальные линии сгущаются около концов тела и разрезаются над ними. Графически изменение потенциала, происходящее по направлению прямой AB , изобразится кривой ab . Если вдоль этой прямой провести измерение отношения разности потенциалов с описанной выше трехэлектродной установкой, то, как нетрудно видеть, изменение этого отношения можно изобразить в виде кривой mn , имеющей два ярко выраженных экстремума. По положению этих экстремумов вблизи концов рудного тела с большей

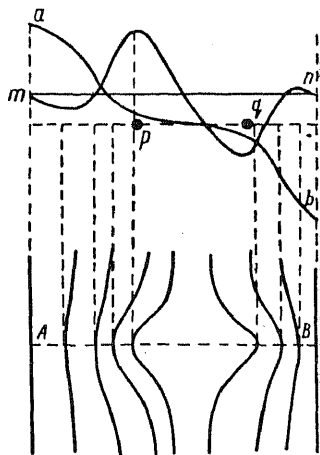


Рис. 116. Поведение поля в методе отношения потенциалов.

определенностью можно судить о размерах искомого объекта, чем по материалам метода эквипотенциальных линий. Теоретическое исследование задачи о распределении величины $\left| \frac{\Delta U_2}{\Delta U_1} \right|$ и $\Delta \varphi$ над рудными телами даже при простейших предположениях относительно их формы в частичной мере сложно. Исследования закономерностей, определяющих распределение этих величин, следует осуществлять путем эксперимента на искусственно построенных моделях или над хорошо изученными природными объектами.

Техническое оснащение этого метода заключается в следующем. Питательной установкой может служить устройство, аналогичное применяемому в методе интенсивности. Необходимость использования такой сложной установки для питания планшета съёмки током определяется требованием сохранения постоянства частоты питающего тока.

Применение переменного тока позволяет сосредоточить внимание не только на разности потенциалов, но и на сравнительном изучении магнитного поля в двух разных точках или различных компонент магнитного поля в одной точке. Для этой цели достаточно измерить электродвижущие силы, возникающие в катушках или рамках, помещенных либо в двух разных точках, либо в одной точке, но различным образом ориентированных. Контур, в котором переменное магнитное поле возбуждает электродвижущие силы, будем называть датчиком. Два датчика замкнем через переменные конденсаторы сопротивлений, по которым могут перемещаться контакты провода, идущего к измерителю переменных электродвижущих сил. Соединим проводником начальные точки этих сопротивлений (рис. 117). Если теперь перемещать движки и изменять емкости в цепях датчиков, можно добиться такого состояния схемы, когда измеритель не обнаружит тока в соединительной цепи. Это будет служить указанием, что электродвижущие силы e_1 и e_2 равны по величине и совпадают по фазе. Положение движков на сопротивлениях позволит определить отношение модулей электродвижущих сил в обоих датчиках, а введенные для компенсации емкости дадут величину фазового сдвига между этими электродвижущими силами.

Расположение датчиков зависит от способа изучения магнитного поля. Если датчики установить в разных точках, расположив плоскость витков горизонтально, то будем измерять отношение модулей вертикальных составляющих магнитного поля $\left| \frac{H_{z1}}{H_{z2}} \right|$ и сдвиг фаз $\Delta \varphi_z$ между ними. Если датчики установлены так, что плоскости витков вертикальны и параллельны одна другой, то получим модуль отношения горизонтальных компонент $\left| \frac{H_{p1}}{H_{p2}} \right|$ и фазовый сдвиг между этими компонентами. Наконец, можно расположить оба датчика в одной точке, но плоскость витков одного поставить горизонтально,

а другого вертикально, тогда определим отношение модулей вертикальной и горизонтальной составляющих и фазовый сдвиг между этими компонентами.

Амплитудно-фазовые измерения с разведочными целями целесообразно проводить при таких способах возбуждения электромагнитного поля, при которых подчеркивается тот или иной эффект, представляющий интерес при разведке. Выбор способа возбуждения поля определяется предварительными опытами или исходя из самых общих соображений. Так, например, увеличение глубинности исследований может быть достигнуто путем увеличения размеров цепей, создающих поле. Это увеличение размеров позволяет сосредоточить измерения в области, где создаваемое поле в большей степени одномерно, где легче обнаружить влияние масс, лежащих на большой глубине. Вторым достаточно мощным средством увеличения глубинности исследований является изменение частоты создаваемого поля. Влияние глубинных факторов выступает более отчетливо при низких частотах возбуждающего поля, в то время как поверхностные причины создают эффекты, особенно хорошо заметные при высоких частотах. Возможность производства наблюдений при нескольких частотах позволяет в ряде случаев наблюдать такие изменения поля, которые не были бы замечены при измерениях на какой-либо одной частоте.

Детальное изучение изменений аномального поля над телами различной формы и различного удельного сопротивления позволило найти некоторые закономерности общего характера, которые можно сформулировать следующим образом. Если ввести в рассмотрение параметр

$$p = \mu \gamma \omega Q,$$

где μ — магнитная проницаемость тела, создающего аномалию, γ — его электропроводность, ω — круговая частота, Q — некоторая величина, зависящая от геометрических размеров тела, то характер изменения относительной величины аномального поля выражается кривой, поднимающейся при малых значениях параметра p и достигающей асимптотической величины при больших значениях параметра p . Фаза с ростом параметра p убывает по закону, близкому к линейному. Важно отметить, что закономерности, о которых только что было сказано, не зависят от размеров тела, создающего аномалию. Влияние же глубины залегания тела выражается смещением кривой, изображающей зависимость, вправо, если эту кривую строят на двойном логарифмическом бланке, откладывая по оси абсцисс глубины, а по оси ординат фазы.

В настоящее время в качестве возбуждающих цепей применяются прямоугольные петли незаземленного провода с длинной стороной от нескольких сотен метров до нескольких километров либо весьма длинный провод, заземленный на концах. В провод посылаются

переменный электрический ток от специального генератора, позволяющего изменять частоту переменного тока. Измерения проводятся по профилям, идущим перпендикулярно длинной стороне петли или заземленного кабеля в их средней части. В случае незаземленной петли измерения можно проводить как внутри ее, так и снаружи.

§ 44. МЕТОД ВРАЩАЮЩЕГОСЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРИ АЭРОЭЛЕКТРОРАЗВЕДКЕ

Разработка методов аэроэлектроразведки в целях геологического картирования и поисков рудных тел привела к созданию метода вращающегося магнитного поля. Этот метод представляется весьма перспективным, так как результаты измерений, с одной стороны, в высшей степени свободны от влияния неизбежных при работах на самолетах помех и, с другой стороны, отражают влияние неоднородностей, находящихся на глубинах больших, чем глубины, которые характерны для метода бесконечно длинного кабеля или ме-

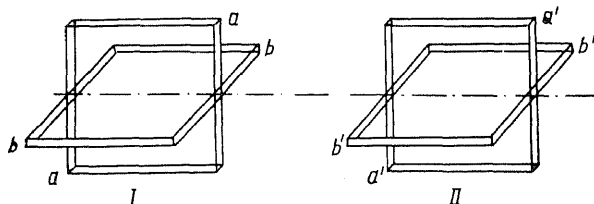


Рис. 118. Схема расположения генераторных (I) и измерительных рамок (II) при аэроэлектроразведке методом вращающегося поля.

тода возбуждения поля рамкой, намотанной на фюзеляж самолета. Принцип работы по методу вращающегося поля относительно прост, но для его осуществления требуются два самолета: один — несущий генераторную установку и другой — несущий в выносной гондole датчики магнитного поля. В генераторной установке существенной частью являются две рамки a и b , плоскости которых перпендикулярны одна другой, а линия их пересечения направлена на датчики приемного устройства (рис. 118). Рамку a целесообразно расположить плоскостью витков вертикально, рамку b горизонтально. Моменты рамок подбираются равными один другому, но токи в них сдвинуты по фазе на 90° . Сдвинутыми по фазе на такой же угол будут и их магнитные поля в месте нахождения приемного устройства, тоже состоящего из двух одинаковых рамок a' и b' , одна из которых стоит вертикально, а другая горизонтально. В этих рамках под действием поля генераторных рамок будут индуцироваться электродвижущие силы, сдвинутые одна по отношению к другой на 90° , и если применять девятиугоградусный фазовращатель, то, включив полученные напряжения навстречу друг другу, получим нулевой

эффект — нуль-индикатор напряжения не покажет отклонения. Так будет, если измерения проводятся в однородной среде. В случае же наличия неоднородности компенсация нарушится и тем резче, чем больше будет объем, занятый неоднородностью, и чем ближе к линии полета будет эта неоднородность. Естественно, характер нарушений компенсации поля в двух приемных рамках будет зависеть от высоты полета и от расстояния между генераторной и измерительной установками.

Экспериментальное и теоретическое рассмотрение метода, проведенное Ю. Б. Шаубом, привело его к выводу о большей помехоустойчивости приемной установки, в которой отсутствует компенсация фаз, а измеряется разность фаз посредством фазометра. Существовало то, что измеряется непосредственно разность амплитудных значений электродвижущих сил в обеих измерительных рамках без предварительной компенсации одной электродвижущей силы другой. Для таких измерений сигнал от одной рамки через интервал времени Δt заменяется сигналом от другой рамки; каждый из сигналов усиливается и на выходе коммутируется устройством, синхронно работающим с входным коммутатором. После этого сигналы поступают на специальный измеритель амплитуды разностного сигнала.

§ 45. МЕТОД БЕСКОНЕЧНО ДЛИННОГО КАБЕЛЯ

Рассматривая поле электрического диполя, находящегося на поверхности однородной земли с гармонически изменяющимся магнитным моментом, установили, что это поле определяется двумя компонентами вектора-потенциала: компонентой A_x , параллельной оси диполя, и компонентой A_z , перпендикулярной поверхности раздела земля — воздух. Для этих компонент существуют формулы

$$A_x = \frac{2I dx}{c} \int_0^\infty \frac{\lambda}{R_1 + R_2} e^{-R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda,$$

$$A_z = \frac{2I dx}{c} \cos \varphi \int_0^\infty \frac{\lambda}{R_1 + R_2} e^{-R_1 z} J_1(\lambda r) d\lambda,$$

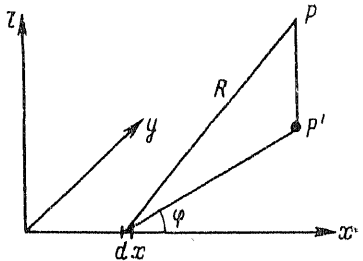


Рис. 119. К задаче о поле бесконечно длинного кабеля.

где $R_1 = \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}$; $R_2 = \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}$; k_1 и k_2 — волновые числа соответственно воздуха и земли; угол φ — угол между положительным направлением оси диполя и направлением проекции на плоскость xy расстояния R точки P , в которой определяется поле (рис. 119). Знак минус в показателе степени поставлен потому, что за положительное направление оси z выбрано направление вверх. Если

имеется кабель, протянутый по оси x , то для вычисления компоненты A_x придется найти интеграл

$$A_x = \frac{2I}{c} \int_a^b dx \int_0^\infty \frac{\lambda}{R_1 + R_2} e^{-R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda$$

Что же касается составляющей A_z , то для достаточно длинного кабеля, если точка P не находится у его конца, она ничтожно мало отличается от нуля. Действительно, предположим, что положение точки P удовлетворяет сформулированному условию. Проведем плоскость yz через эту точку и возьмем два симметрично относительно этой плоскости расположенных элемента кабеля. Так как эти элементы можно считать диполями, то составляющие A_z от этих диполей будут определяться формулами

$$A_{z+} = \frac{2I}{c} dx \cos \varphi_+ \int_0^\infty \frac{\lambda}{R_1 + R_2} e^{-R_1 z} J_1(\lambda r) d\lambda,$$

$$A_{z-} = \frac{2I}{c} dx \cos \varphi_- \int_0^\infty \frac{\lambda}{R_1 + R_2} e^{-R_1 z} J_1(\lambda r) d\lambda.$$

Так как $\varphi_+ = \pi - \varphi_-$, то сумма $A_{z+} + A_{z-}$ будет равна нулю, а так как достаточно длинный кабель можно разбить на большое количество симметрично лежащих элементов, то A_z от всей длины кабеля можно считать равной нулю.

Составляющую A_x от всей длины кабеля можно получить путем интегрирования по переменной x . Это интегрирование можно выполнить относительно просто, если $a = -\infty$, а $b = +\infty$. Для

$$\frac{2I}{c} \int_0^\infty \frac{\lambda}{R_1 + R_2} e^{-R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda$$

при $k_1 = 0$ было получено выражение

$$\begin{aligned} \frac{2I}{c} \int_0^\infty \frac{\lambda}{R_1 + R_2} e^{-R_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda = & \frac{2I}{ck_2^2} \left[+ \frac{ik_2 z - 1}{R^3} + \right. \\ & \left. + \frac{3z^2}{R^5} - e^{h_2 z} \frac{ik_2 r - 1}{r^3} e^{ik_2 r} \right], \end{aligned}$$

где $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $0, y, z$ — координаты точки P .

Поэтому

$$A_x = \frac{4I}{ck_2^2} \int_0^{\infty} \left[\frac{ik_2z + 1}{R^3} + \frac{3z^2}{R^5} - e^{ik_2z} \frac{ik_2r - 1}{r^3} e^{ik_2r} \right] dx.$$

Здесь в силу четности подынтегральной функции по отношению к x интеграл от $-\infty$ до $+\infty$ заменен двумя интегралами от 0 до $+\infty$. Это равенство можно переписать в виде

$$A_x = \frac{4I}{ck_2^2} \left[(ik_2z + 1) \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} + 3z^2 \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} - e^{ik_2z} \int_0^{\infty} \frac{ik_2r - 1}{r^3} e^{ik_2r} dx \right].$$

Первые два интеграла табличные, поэтому для них можно написать

$$(ik_2z + 1) \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{ik_2z + 1}{y^2 + z^2},$$

$$3z^2 \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} = \frac{2z^2}{(y^2 + z^2)^2}.$$

Третий интеграл будем брать следующим образом. Произведем прежде всего замену переменной; введем новую переменную t равенством

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = yt.$$

В таком случае

$$x = y \sqrt{t^2 - 1},$$

$$dx = y \frac{t dt}{\sqrt{t^2 - 1}}.$$

Таким образом, для искомого интеграла будем иметь

$$L = \int_0^{\infty} \frac{ik_2r - 1}{r^3} e^{ik_2r} dx = \int_0^{\infty} \frac{ik_2yt - 1}{y^2 t^2} \frac{e^{ik_2yt}}{\sqrt{t^2 - 1}} dt.$$

Обозначим временно произведение ik_2y буквой a ; это позволит нам переписать последнее равенство в виде

$$L = \frac{1}{y^2} \int_1^{\infty} \frac{(at-1)e^{at}}{t^2 \sqrt{t^2-1}} dt.$$

Прибавим и вычтем в правой части равенства $\frac{1}{y^2} \int_1^{\infty} \frac{e^{at} dt}{\sqrt{t^2-1}}$,

тогда

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{y^2} \left[\int_1^{\infty} \frac{(at-1)e^{at} + t^2 e^{at}}{t^2 \sqrt{t^2-1}} dt - \int_1^{\infty} \frac{e^{at} dt}{\sqrt{t^2-1}} \right] = \\ &= \frac{1}{y^2} \left[a \int_1^{\infty} \frac{e^{at} dt}{t \sqrt{t^2-1}} + \int_1^{\infty} \frac{\sqrt{t^2-1}}{t^2} e^{at} dt - \int_1^{\infty} \frac{e^{at} dt}{\sqrt{t^2-1}} \right]. \end{aligned}$$

Второй интеграл правой части возьмем по частям:

$$\int_1^{\infty} \sqrt{t^2-1} e^{\frac{at}{t^2}} dt = - \left(\frac{\sqrt{t^2-1} e^{at}}{t} \right)_1^{\infty} + \int_1^{\infty} \frac{a e^{at} \sqrt{t^2-1} + e^{at} \frac{t}{\sqrt{t^2-1}}}{t} dt.$$

Так как мнимая часть k_2 положительна, первое слагаемое и при верхнем и при нижнем пределах равно нулю. Поэтому

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{y^2} \left[a \int_1^{\infty} \frac{e^{at} dt}{t \sqrt{t^2-1}} + a \int_1^{\infty} \frac{e^{at} \sqrt{t^2-1}}{t} dt + \int_1^{\infty} \frac{e^{at}}{\sqrt{t^2-1}} dt - \right. \\ &\left. - \int_1^{\infty} \frac{e^{at}}{\sqrt{t^2-1}} dt \right] = \frac{a}{y^2} \int_1^{\infty} \frac{e^{at}(1+t^2-1)}{t \sqrt{t^2-1}} dt = \frac{a}{y^2} \int_1^{\infty} \frac{e^{at} t^2 dt}{\sqrt{t^2-1}}. \end{aligned}$$

Беря по частям последний интеграл придем к

$$L = \frac{a}{y^2} [(e^{at} \sqrt{t^2-1})]_1^{\infty} - a \int_1^{\infty} e^{at} \sqrt{t^2-1} dt.$$

Первое слагаемое в прямых скобках — нуль, а второе в силу формулы $K_1(z) = z \int_1^{\infty} e^{-zt} \sqrt{t^2-1} dt$ равно $K_1(-a)$.

Таким образом,

$$L = \frac{a}{y^2} K_1(-a).$$

Найдя значение интеграла L , можно написать формулу для A_x в виде

$$A_x = \frac{4I}{ck_2^2} \left[\frac{ik_2z-1}{y^2+z^2} + \frac{2z^2}{(y^2+z^2)^2} - e^{k_2z} \frac{ik_2y}{y^2} K_1(-ik_2y) \right].$$

Располагая знанием вектора-потенциала, можно найти и выражения для составляющих магнитного поля. Из формулы $H = \text{rot } A$ получим

$$H_x = 0, \quad H_y = \frac{\partial A_x}{\partial z}, \quad H_z = \frac{\partial A_x}{\partial y}.$$

Производя дифференцирование, получим

$$H_y = \frac{4I}{ck_2^2} \left[\frac{ik_2y^2 - ik_2z^2 + 2z}{(y^2+z^2)^2} + \frac{4z(y^2-z^2)}{(y^2+z^2)^3} - e^{k_2z} \frac{ik_2^2y}{y^2} K_1(-ik_2y) \right],$$

$$H_z = -\frac{4I}{ck_2^2} \left\{ \frac{2y(ik_2z-1)}{(y^2+z^2)^2} + \frac{8yz^2}{(y^2+z^2)^3} - \frac{ik_2 e^{k_2z}}{y^2} \times \right.$$

$$\left. \times [2K_1(-ik_2y) + ik_2yK_0(-ik_2y)] \right\}.$$

При выводе последней формулы принято во внимание соотношение

$$\frac{\partial}{\partial y} K_1(-ik_2y) = \left[-K_0(-ik_2y) - \frac{1}{-ik_2y} K_1(-ik_2y) \right] (-ik_2).$$

Этими формулами можно пользоваться при вычислении поля в точках, расположенных на высоте z , кроме точки, находящейся непосредственно над проводом. Если в этих формулах положить $z = 0$, то для компонент магнитного поля на земной поверхности получим следующие формулы:

$$H_y = \frac{4I}{ck_2^2} \left[\frac{ik_2}{y^2} - \frac{ik_2}{y^2} K_1(-ik_2y) \right] = i \frac{4I}{ck_2y^2} [1 - K_1(-ik_2y)],$$

$$H_z = -\frac{4I}{ck_2^2} \left\{ -\frac{2}{y^3} - \frac{ik_2y}{y^3} [2K_1(-ik_2y) + ik_2yK_0(-ik_2y)] \right\} =$$

$$= \frac{4I}{ck_2^2 y^3} [2 + ik_2y 2K_1(-ik_2y) - k_2^2 y^2 K_0(-ik_2y)].$$

Если ограничиться точками ближней зоны (зона индуктивных методов), т. е. положить $|k_2, y| \ll 1$, то формулы будут более простые. При этом надо учесть, что при значениях аргумента v , близких к нулю, существуют приближенные равенства

$$K_0(v) \approx -\ln v, \quad K_1(v) \approx \frac{1}{v}.$$

Поэтому

$$H_y = \frac{4I}{ck^2_2 y^3} = \frac{Iqc}{\pi\omega\mu y^3} e^{-i\frac{\pi}{2}} = \frac{I}{y^3} \frac{qc}{2\pi^2 f\mu} e^{-i\frac{\pi}{2}},$$

$$H_z = \frac{46I}{ck^2_2 y^3} = \frac{2IcQ}{\pi^2 f\mu y^3} e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

Поскольку при малом y произведение $\sqrt{\omega\mu}y$ весьма мало, выражение для H_z можно записать еще проще:

$$H_z = \frac{2I}{y^2} \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{\pi\omega\mu}} \ln \frac{\pi\omega\mu}{p} e^{i\frac{\pi}{4}}.$$

Пользуясь полученными формулами, можно найти поведение составляющих магнитного поля, когда нижняя среда однородна, т. е. «нормальное поле». Сравнивая результаты измерений с таким нормальным полем, можно сделать заключение о местах, где имеются отклонения от среднего значения электропроводности, т. е. о наличии неоднородностей в нижнем полупространстве. Еще Зундбергом в 1932 г. была предложена методика электрической разведки, использующей переменное электромагнитное поле весьма длинного кабеля. Если такой кабель находится на некотором расстоянии от рудного тела, вытянутого параллельно этому проводу, то, обозначив сопротивление рудного тела через R , его самоиндукцию через L и коэффициент взаимной индукции между рудным телом и проводом через M , можно определить силу тока I_2 в рудном теле в зависимости от силы тока I_1 , текущего в проводе, и его частоты ω по формуле

$$I_2 = \frac{\omega I_1 M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L}}.$$

Магнитное поле вторичного тока будет наблюдаться на поверхности земли совместно с магнитным полем, текущим в индукцирующем проводе. При этом, как нетрудно видеть, первичный ток в первом приближении в точках поверхности земли создаст лишь вертикально направленную компоненту магнитного поля. Что же касается вторичного тока, находящегося на некоторой глубине под поверхностью, то его магнитное поле будет иметь обе составляющие и вертикальную и горизонтальную. Наблюдая лишь последнюю, тем самым будем изучать действие лишь вторичного тока, и потому те заключения, которые можно будет сделать на основании исследования распределения горизонтальной составляющей, будут относиться лишь к этому вторичному току. Если считать ток I_2 подобно первичному току прямолинейным и бесконечно большим, то горизон-

тальная компонента, как уже нам известно из решения аналогичной задачи, рассмотренной при исследовании вопроса о количественной интерпретации в методе интенсивности, определяется формулой

$$a_p = \frac{2I_2 h}{c(x^2 + h^2)},$$

где h — глубина нахождения вторичного тока; x — расстояние пункта наблюдения от точки, где горизонтальная составляющая имеет максимальную величину (эта точка находится над током I_2). Максимальное значение a_p , как нетрудно убедиться, будет

$$(a_p)_{\max} = \frac{2I_2}{ch}.$$

Точка, в которой горизонтальная компонента будет в 2 раза меньше этого максимального значения, находится от точки, в которой горизонтальная составляющая имеет максимальное значение, на расстоянии x , определяемом из уравнения

$$\frac{2I_2}{c} \frac{h}{x^2 + h^2} = \frac{1}{2} \frac{2I_2}{c} \frac{1}{h}$$

или

$$2h^2 = x^2 + h^2,$$

которое дает $x = \pm h$.

Смысл этого решения заключается в том, что таких точек, в которых горизонтальная компонента в 2 раза меньше максимальной ее величины, две и расположены они симметрично относительно максимума. Расстояние между этими точками равно удвоенной глубине тока I_2 . Последнее значение можно использовать для определения h по результатам измерения a_p по линии наблюдений, перпендикулярной направлению тока I_2 . Таким образом решается задача определения элементов залегания рудного тела.

Это же решение можно использовать в тех случаях, когда метод применяется для определения глубины залегания хорошо проводящего слоя небольшой мощности. Так, если на расстоянии h от прямойлинейного провода с током находится параллельно ему горизонтальный слой, проводимость которого принята бесконечно большой, то при отсутствии других источников поля этот слой должен находиться в любой момент времени при нулевом потенциале. Такое распределение потенциала можно получить, если представить себе в месте зеркального изображения первичного тока вторичный ток, смещенный по фазе относительно первого на 180° . Следовательно, присутствие бесконечного хорошо проводящего тонкого слоя эквивалентно току, текущему в месте этого зеркального изображения.

Наблюдая на поверхности земли распределение горизонтальной компоненты магнитного поля, тем самым будем наблюдать эффект, обязанный действию этого фиктивного вторичного тока. Применяя по отношению к нему те рассуждения, которые мы привели выше, можно заключить, что расстояние на профиле, перпендикулярном току, между точками, в которых горизонтальная компонента равна половине ее максимальной величины, составляет удвоенную глубину этого вторичного тока, следовательно, учетверенную глубину залегания слоя.

Эти же рассуждения будут применимы и в том случае, когда слой наклонен к горизонту под углом α . Если первичный ток, находящийся на поверхности земли, параллелен этому слою, то зеркальное изображение первичного тока будет лежать в плоскости, проведенной через провод перпендикулярно слою на расстоянии h от него, считая по перпендикулярю (рис. 120). Поэтому максимум горизонтальной силы окажется смещенным от первичного тока в ту сторону, куда слой поднимается.

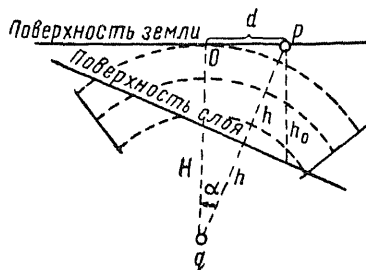


Рис. 120. К задаче определения элементов залегания пласта в методе индукции.

Определив из измерений это расстояние $Op = d$ и найдя по положению точек с $a_p = \frac{1}{2} (a_p)_{\max}$ глу-

бину H вторичного тока, можно определить и угол падения α и глубину залегания слоя под первичным током путем элементарных построений:

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{H^2 + d^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{d}{H},$$

$$h_0 = h \sec \alpha = \frac{2h^2}{H} = \frac{1}{2} \frac{H^2 + d^2}{H}.$$

Установка Зундберга состояла из прямоугольной петли с длинной стороной в 1800 м и короткой стороной в 800 м. В одной из длинных сторон находился генератор переменного тока, а около средней части второй длинной стороны производились наблюдения вдоль линий, перпендикулярных проводу.

Все рассуждения, которые мы провели в отношении метода бесконечно длинного кабеля, грубо приближенные. Для обоснования точной теории интерпретации мы должны учитывать действие границы раздела земля — воздух и влияние частоты рабочего тока. Тем не менее способ расчета, описанный выше, можно использовать на практике, однако на результаты вычислений следует смотреть как на величины, определяющие лишь порядок значений элементов залегания.

§ 46. МЕТОД ИНДУКЦИИ

Различные варианты методов разведки, основанные на наблюдении индукционных эффектов, наталкивают на мысль о возможности более широкого их использования. На основании самых общих соображений относительно интенсивности этих индукционных эффектов можно ожидать увеличения их с частотой того переменного поля, в котором они наблюдаются. В каком-либо витке провода, находящемся в переменном магнитном поле, электродвижущая сила индукции e , как известно, определяется формулой

$$e = \frac{\partial \Phi}{\partial t} \cdot 10^{-8} [\text{в}],$$

где Φ — магнитный поток, пронизывающий рассматриваемый виток; t — время. Величину Φ можно определить как

$$\Phi = H_n S,$$

где H_n — составляющая магнитного поля, перпендикулярная плоскости витка; S — площадь последнего. Если H_n является гармонически меняющейся функцией, т. е. $H_n = H_0 \sin \omega t$, где ω — круговая частота изменений, то

$$e = -\omega H_0 S \cos \omega t \cdot 10^{-8} [\text{в}].$$

Амплитуда этой индуцированной электродвижущей силы, как это вытекает из написанной формулы, зависит от величины ω и увеличивается с ростом ее. В силу этого с ростом ω будут увеличиваться и ток, индуцированный в витке, и те магнитные поля, которые обусловлены этим вторичным током.

Подобное же положение можно встретить и при постановке соответствующих электроразведочных измерений. Токи индукции, возникающие в проводящих областях земли, должны увеличиваться с частотой рабочего тока, а потому должны увеличиться и те магнитные поля, которые являются непосредственным объектом изучения в большинстве методов разведки с переменными электрическими токами. В связи с этим представляется выгодным перейти к исследованиям с возможно более высокими частотами переменного тока. Целесообразность такого перехода диктуется еще одним соображением, имеющим большое значение для расширения области применения методов электроразведки. Рудные минералы, хорошо проводящие электрический ток, часто залегают не в виде сплошных монокристаллических линз или жил, а представляются телами, разбитыми сетью трещин и трещинок, заполненных непроводящим материалом, или, более того, эти рудные минералы оказываются распределенными в породе в виде дискретных зерен, отделенных одно от другого плохим проводником, каким может оказаться вмещающая среда.

В таких случаях рудное месторождение не может проявить себя как хороший проводник электрического тока, и для постоянного тока или низкочастотных переменных токов оно будет вести себя так же, как и имеющая непроводящая или плохо проводящая среда. Однако переменные токи высоких частот вследствие большой распределенной емкости C подобного образования в нем встретят заметно меньшее сопротивление, так как последнее будет определяться главным образом величиной вида $\frac{1}{\omega C}$, уменьшающейся с ростом ω и C . Трещиноватые или рассеянные руды, плохо проводящие или непроводящие низкочастотные переменные токи, могут быть сравнительно хорошими проводниками для токов с большим числом перемен в секунду. Если постоянный и низкочастотный переменный токи при изучении такого месторождения не дадут четких указаний на присутствие рудного тела, то работа с токами высокой частоты может дать ярко выраженный положительный эффект. Это и определило разработку методов разведки с высокочастотными переменными токами.

К изложенному можно добавить следующее: чем выше (до известных пределов) частота изменений величин, характеризующих переменное электромагнитное поле, тем проще становится практическое осуществление усилительных устройств, имеющих большое значение в электроразведке с переменными токами. Что достигается с большим трудом при работе с токами весьма низких частот, то получается со сравнительно простыми средствами при относительно высоких частотах.

Однако беспредельному увеличению рабочих частот ставится предел поглощательной способностью среды, в которой создается переменное электромагнитное поле. Эта поглощательная способность есть функция удельного сопротивления среды, ее диэлектрической проницаемости и частоты поля. С ростом частоты поглощательная способность среды растет и растет весьма быстро. Как мы уже видели, амплитуда величин, характеризующих электромагнитное поле в проводящей среде, зависит от расстояния r рассматриваемой точки от источника довольно сложным образом, причем в формулы, определяющие эти амплитудные значения величин поля, входит множитель e^{-br} , весьма быстро убывающий с ростом r при больших значениях коэффициента b . Этот коэффициент называется коэффициентом поглощения. Как известно, он связан с параметрами среды и поля соотношением

$$b = \frac{\omega \sqrt{\varepsilon \mu}}{c} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4\pi\gamma}{\omega\varepsilon} \right)^2} - 1 \right]},$$

где ε , μ , γ — соответственно диэлектрическая проницаемость, магнитная проницаемость и удельная электропроводность среды; ω —

круговая частота поля, т. е. число перемен в 2π секунд; c — скорость света в пустоте. Так как для большинства сред, с которыми приходится встречаться в электроразведке, магнитная проницаемость мало отличается от единицы, то в написанной формуле можно положить $\mu = 1$. Если выразить еще ω через f — число изменений поля в секунду, то написанная формула примет вид:

$$b = \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon}}{c} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{2\gamma}{\epsilon f}\right)^2} - 1 \right]}.$$

Нетрудно убедиться в том, что при $\gamma = 0$, т. е. в случае абсолютно непроводящей среды, $b = 0$, а, следовательно, множитель e^{-br} , определяющий поглощающее действие среды, принимает значение, равное единице. Однако для тех значений удельной проводимости, которыми характеризуются горные породы, величина γ имеет достаточно большое значение, в связи с чем множитель b отличается от нуля. Так, например, для песка с весьма небольшой естественной влажностью, т. е. плохо проводящей породы, можно принять $\epsilon = 2$ и $\gamma = 10^6$ СГСЭ единиц. Для частот $f = 500, 5000$ и $50\,000$ *гц* коэффициент b будет иметь значения соответственно $4,7 \cdot 10^{-8}, 14,7 \times 10^{-6}$ и $45,6 \cdot 10^{-6}$. В случае такой хорошо проводящей породы, как увлажненная глина, можно положить $\epsilon = 10$ и $\gamma = 10^8$. В таком случае для тех частот b будет иметь значения соответственно $46,74 \cdot 10^{-6}, 149 \cdot 10^{-6}$ и $467 \cdot 10^{-6}$. При этих значениях для расстояний в 10 и 100 м от источника поля величина коэффициента, определяющего поглощающие свойства среды, будет при тех же частотах иметь значения, приведенные в табл. 11.

Таблица 11

Порода	$r,$ <i>м</i>	$f, \text{ гц}$		
		500	5000	50 000
Песок	10	0,9955	0,9851	0,9554
	100	0,9541	0,8633	0,6338
Глина	10	0,9543	0,8693	0,6269
	100	0,6263	0,2254	0,0094

Числа табл. 11 указывают на то, что вследствие поглощения электромагнитной энергии средой на глубине лишь 10 м от поверхности земли при частоте $f = 50\,000$ *гц* будем наблюдать уменьшение амплитуд в наиболее выгодном случае плохо проводящей среды на 4,5% и в случае среды, хорошо проводящей, на 37%. На глубину же 100 м в сухом песке проникает поле, амплитуда которого составит

лишь 63% от амплитуды поля в непоглощающей среде, а во влажной глине на этой глубине поле будет еще в 60 раз меньше. В случае более низких частот соотношения становятся более выгодными, но даже при частоте 500 *гц* в наиболее неблагоприятном случае энергия, приходящаяся на глубину 100 м, будет составлять лишь 40% (считая энергию пропорциональной квадрату амплитуды) от той энергии, которая поступила бы в эту точку при отсутствии поглощения. Точно такие же положения существуют и для энергии, приходящей к земной поверхности с глубины.

Приведенные в табл. 11 числа приходится принимать во внимание при оценке возможностей использования высокочастотных переменных электрических токов в разведке. По поводу этих величин следует заметить, что при вычислении их предполагалась неизменность параметров ϵ и γ при различных частотах. В случае обычных проводников первого и второго рода это допущение закономерно для того диапазона, который рассматривается. Относительно же независимости этих параметров для таких дисперсных сред, как горные породы, это положение пока еще нельзя считать окончательно установленным.

Оставляя в стороне последнее замечание, на основании имеющегося материала можно прийти к заключению, что увеличение частоты переменного электрического тока в методах, основанных на использовании индукционных эффектов, в некоторых случаях может способствовать разрешению задач геологической разведки, недоступных для решения методами, построенными на применении низкочастотного переменного тока. Увеличению рабочей частоты тока препятствует лишь увеличение поглощательной способности горных пород, быстро растущей с частотой. Эмпирически установлено, что оптимальными частотами являются частоты, лежащие в пределах 20 000—75 000 *гц*.

Метод, основанный на использовании индукционных эффектов при столь высоких частотах, несколько выделяется среди рассмотренных нами аналогичных приемов изучения земной коры с переменными токами низких частот. Его своеобразие по сравнению с названными методами определяется главным образом способами возбуждения переменного электромагнитного поля в земле, частично некоторыми особенностями приемной аппаратуры, связанными с высокой частотой исследуемых полей, а также некоторой специфичностью приемов интерпретации. Все эти особенности позволяют выделить этот способ разведки как особый метод, названный методом индукции. Вначале кратко опишем основные положения метода.

Возбуждение в земле переменного электромагнитного поля в методе индукции делается не путем гальванического соединения источника электрического тока высокой частоты с землей, а путем индукции в последней токов переменным магнитным полем генератора.

Этот генератор представляет собой катушку большого диаметра — генераторную рамку, в витках которой текут быстро меняющиеся электрические токи. Переменное магнитное поле этих токов, проникая в землю, создает в последней токи индукции, концентрирующиеся в областях, особенно хорошо проводящих. Таким образом, например, при наличии в плохо проводящей среде, какой являются кристаллические породы, проводника в виде жилы или трещины, заполненной проводящим материалом, можно ожидать повышенных плотностей токов индукции в этих узлолокализованных проводниках. Такие вторичные токи, распределенные в земле с неодинаковой плотностью, являются причиной появления вторичных переменных магнитных полей, налагающихся на первичное магнитное поле, созданное генераторной рамкой.

Если плоскость витков генераторной рамки установить вертикально, то в точке земной поверхности, находящейся в этой плоскости, первичное магнитное поле будет горизонтально ориентированным. Это вытекает хотя бы из тех соображений, что магнитное поле плоского витка с током эквивалентно полю весьма короткого магнита, расположенного своей осью перпендикулярно плоскости этого витка. Так как поле магнита в точках его экваториальной плоскости параллельно оси магнита, то при горизонтальном расположении последней и поле будет горизонтально. Генераторную рамку, состоящую из ряда витков провода, можно рассматривать как магнит с магнитным моментом, равным сумме магнитных моментов отдельных магнитов, эквивалентных каждому витку и ориентированных по одному направлению. Поэтому в точках вертикально установленной плоскости витков генераторной рамки магнитное поле будет параллельно оси эквивалентного рамке магнита, т. е. горизонтально. В этих же точках магнитное поле токов, локализованных в проводниках, находящихся под земной поверхностью, может не быть горизонтальным, если только эти вторичные токи в свою очередь не лежат в той же вертикальной плоскости, что и витки генераторной рамки. Это положение можно иллюстрировать схемой, изображенной на рис. 121. Построение выполнено в предположении, что вторичный ток течет по линейному проводнику, расположенному горизонтально и пересекающему плоскость чертежа в точке O . Пунктиром изображены магнитные силовые линии этого тока. В точках $1, 2, 3, 1', 2'$ и $3'$ профиля MN , проложенного по земной поверхности перпендикулярно простиранию проводника

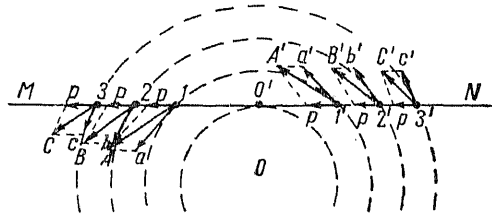


Рис. 121. Схема распределения магнитного поля в методе индукции.

с вторичным током, векторами a , b , c , a' , b' , c' изображено магнитное поле, созданное этим током в некоторый момент времени. Первичное поле в этих же точках предположим в тот же момент равным вектору p , который будем считать одинаковым в каждой точке профиля. Подтверждение того, что такое предположение может соответствовать действительности, найдем при изучении техники наблюдений по методу индукции.

Таким образом, в рассматриваемый момент времени суммарное магнитное поле для перечисленных точек профиля можно изобразить векторами A , B , C , A' , B' , C' . Первичное и вторичное магнитные поля сдвинуты по фазе одно относительно другого, причем величина этого сдвига фаз при тех частотах, которые свойственны рассматриваемому методу, может варьировать в некоторых пределах, так как она является сложной функцией расстояний пункта наблюдения от генераторной рамки и от вторичного тока. Наличие сдвига фаз обуславливает то, что вектор суммарного магнитного поля описывает своим концом в течение одного периода эллипс, т. е. это поле является эллиптически поляризованным.

Для определения ориентировки магнитного поля в методе индукции пользуются приемной рамкой, состоящей из кругового обода диаметром 50—60 см, на котором намотаны витки изолированного провода. Рамка имеет возможность вращаться около двух осей: одной горизонтальной, лежащей в плоскости витков, другой вертикальной. Установим в каком-либо пункте профиля такую приемную рамку и, направив ее горизонтальную ось в сторону генератора, будем менять наклон рамки к горизонту до тех пор, пока электродвижущая сила, индуцируемая переменным магнитным полем в ее витках, не сделается минимальной. В этот момент рамка окажется расположенной плоскостью своих витков по направлению большей оси эллипса поляризации. Очевидно, что в различных точках профиля такой наклон будет различным: в точке O' , находящейся непосредственно над проводником, этот наклон будет равен нулю, и по мере удаления от этой точки сначала будет увеличиваться, а затем по мере ослабления действия вторичного поля вновь начнет уменьшаться. При этом следует иметь в виду, что направление наклона рамки по обе стороны от точки O' будет различным, т. е. знак угла наклона будет изменяться непосредственно над проводником с вторичным током. Этим выводом можно пользоваться для определения тех точек земной поверхности, которые находятся над проводниками, в которых индуцируются вторичные токи.

Способы определения глубины залегания проводника с током в методе индукции построены в предположении, что наблюдаемое магнитное поле поляризовано линейно. При различии в ориентировке слагаемых векторов магнитного поля это предположение равносильно признанию синфазности первичного и вторичного магнитных полей. Поскольку в действительности последнее, вообще го-

вора, не имеет места, существующие способы определения глубин следует рассматривать лишь как приближенные. Порядок приближения, даваемый существующими способами определения глубин, зависит от характера проводимости искомого объекта: если в нем преобладает емкостная проводимость, то приближение получается лучшим, чем в тех случаях, когда основное значение имеет проводимость омическая. Действительно, всякий проводник, перебитый трещинами, заполненными плохо проводящим материалом, можно рассматривать как параллельное включение емкости и сопротивления, и поэтому вторичный ток I_2 , возникающий в нем под влиянием индукции, будет связан с электродвижущей силой индукции E_2 соотношением

$$E_2 = I_2 \frac{R}{1 + i \omega CR} = I_2 \frac{R(1 - i \omega CR)}{1 + \omega^2 C^2 R^2},$$

где R — омическое сопротивление проводников; C — емкость; ω — круговая частота переменного тока; $i = \sqrt{-1}$.

Выделяя в правой части последнего равенства амплитудный и фазовый множители, получим

$$E_2 = I_2 \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} e^{i \arctg \omega CR}.$$

Так как для электродвижущей силы можно написать, что

$$E_2 = i A \omega I_1 = \omega A I_1 e^{i \frac{\pi}{2}},$$

где I_1 — первичный ток, т. е. ток в генераторе; A — коэффициент пропорциональности, близкий по своему значению к коэффициенту взаимной индукции между цепью генератора и проводником, находящимся в земле. Приравнявая правые части двух последних равенств, имеем

$$\begin{aligned} \omega A I_1 e^{i \frac{\pi}{2}} &= I_2 \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} e^{i \arctg \omega CR}, \\ I_2 &= I_1 \frac{\omega A \sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}{R} e^{i \left(\frac{\pi}{2} - \arctg \omega CR \right)}. \end{aligned}$$

Последнее выражение показывает, что сдвиг фаз $\Delta \varphi$ между первичным и вторичным токами, а следовательно, и между первичным и вторичным магнитными полями определяется формулой

$$\Delta \varphi = \frac{\pi}{2} - \arctg \omega CR.$$

Поэтому, если омическое сопротивление R проводника велико, то этот сдвиг приближается к нулю, так как

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \Delta \varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0.$$

В этом случае первичное и вторичное магнитные поля синфазны и разработанные методы интерпретации принципиально должны давать точные результаты при определении элементов залегания проводника. Если же преобладающее значение имеет его омическая проводимость, т. е. R мало, то

$$\lim_{R \rightarrow 0} \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}.$$

В этом случае погрешность определения глубин может достигать больших значений.

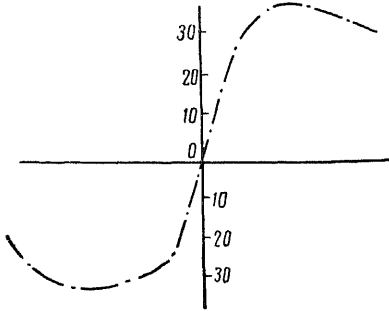


Рис. 122. Кривая обращения углов.

После этих общих замечаний перейдем к изложению методов интерпретации, причем из разработанных двух форм остановимся на одной, предложенной А. А. Петровским. Эта форма удобнее, так как она позволяет оперировать с материалом, непосредственно получаемым из наблюдений без каких бы то ни было дополнительных построений.

Перемещаясь с приемной установкой по профилю, перпендикулярному простиранию проводника, по которому текут токи индукции, и измеряя углы наклона рамки к горизонту, соответствующие минимальным электродвижущим силам, развивающимся в ее витках, можно построить кривую, графически изображающую характер изменения измеряемой величины вдоль профиля. Способ построения такой кривой весьма прост: по оси абсцисс распределяются точки наблюдения при определенном масштабе для расстояний между ними, а по оси ординат тоже в соответствующем масштабе откладываются измеренные значения углов. Полученные точки соединяются плавной кривой, которая называется кривой обращения углов. Как это вытекает из рис. 122, кривая обращения углов будет иметь два экстремума, расположенных по обе стороны от точки профиля, находящейся над проводником. Для бесконечно длинного линейного проводника, залегающего горизонтально на глубине h , можно найти уравнение этой кривой путем несложных рассуждений. Пусть на рис. 123 прямая MN — профиль, по которому расположены точки наблюдений, точка O — точка пересечения линейного проводника со вторичным током с плоскостью чертежа. Выберем начало координат в точке O' , лежащей над проводником, ось x направим по профилю, ось y — вертикально вниз. Расстояние $O'O$ есть заданная глубина залегания проводника. Рассмотрим точку P профиля, определенную ее расстоянием x от начала координат. Первичное магнитное поле, действующее в этой точке, как известно, горизонтально,

и для некоторого момента времени можно изобразить вектором p . Вторичное поле S лежит в плоскости чертежа и направлено по перпендикуляру к прямой, соединяющей рассматриваемую точку профиля с O . Предполагая оба поля меняющимися синфазно, можно построить суммарный вектор H , направление которого и определяется рамкой. Обозначим измеряемый угол наклона H к оси x через α и угол наклона поля S к этой же оси через β . Рассматривая треугольник, у которого сторонами являются векторы p , S и H , с одной стороны, можно написать

$$\frac{S}{\sin \alpha} = \frac{H}{\sin \beta},$$

$$\begin{aligned} H &= p \cos \alpha + S \cos (\beta - \alpha) = \\ &= p \cos \alpha + S \cos \alpha \cos \beta + \\ &\quad + S \sin \alpha \sin \beta. \end{aligned}$$

С другой стороны, из треугольника $O'OP$ находим

$$\sin \beta = \frac{x}{r}, \quad \cos \beta = \frac{h}{r}.$$

Подставляя эти значения тригонометрических функций в предыдущее уравнение, получим

$$\frac{S}{\sin \alpha} = \frac{p \cos \alpha + S \cos \alpha \frac{h}{r} + \sin \alpha \frac{x}{r}}{\frac{x}{r}}$$

или

$$xS = rp \sin \alpha \cos \alpha + hS \sin \alpha \cos \alpha + xS \sin^2 \alpha.$$

Перенеся третий член правой части равенства в левую и разделив его на $\sin \alpha \cos \alpha$, имеем

$$xS \operatorname{ctg} \alpha = rp + hS, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{rp}{xS} + \frac{h}{x}.$$

В случае бесконечно длинного линейного проводника

$$S = \frac{2I_2}{r}.$$

Подставляя это значение в формулу для $\operatorname{ctg} \alpha$, получим

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{r^2 p}{x \cdot 2I_2} + \frac{h}{x}$$

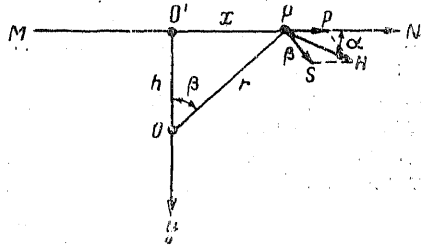


Рис. 123. К интерпретации наблюдений, в методе индукции.

или, обозначив отношение $\frac{p}{2I_2}$ через k и замечая, что $r^2 = x^2 + h^2$, перепишем это равенство в виде

$$\operatorname{ctg} \alpha = kx + \frac{h}{x} (1 + kh). \quad (100)$$

Параметр k , равный отношению величин p и $2I_2$, пропорциональных первичному току, является величиной, с достаточным приближением постоянной для данного профиля, если длина его не очень велика (чтобы p можно было считать величиной, одинаковой для всех точек профиля, т. е. чтобы расстояния точек профиля от генераторной рамки очень немного различались друг от друга). При этом условии написанное уравнение можно рассматривать как уравнение кривой обращения углов.

Согласно этому уравнению кривая будет иметь два экстремума в точках, координаты которых определяются как корни уравнения

$$\frac{\partial \operatorname{ctg} \alpha}{\partial x} = 0,$$

т. е.

$$k - \frac{h}{x^2} (1 + kh) = 0.$$

Решая его, находим

$$x_1 = \pm \sqrt{\frac{h}{k} (1 + kh)} = \pm h \sqrt{1 + \frac{1}{kh}}. \quad (101)$$

Эти экстремальные значения $\operatorname{ctg} \alpha$ можно вычислить, если подставить найденные выражения для координаты x в уравнение (100). Делая эту подстановку, имеем

$$\begin{aligned} (\operatorname{ctg} \alpha)_{\text{экстр}} &= \pm kh \sqrt{1 + \frac{1}{kh}} = \pm \frac{kh}{\sqrt{1 + \frac{1}{kh}}} \left(1 + \frac{1}{kh}\right) = \\ &= \pm 2kh \sqrt{1 + \frac{1}{kh}}. \end{aligned} \quad (102)$$

Величины x и $(\operatorname{ctg} \alpha)_{\text{экстр}}$ можно определить из графика, построенного по материалам наблюдений; поэтому равенства (101) и (102) можно рассматривать как уравнения, в которых x_1 и $(\operatorname{ctg} \alpha)_{\text{экстр}}$ известны, а неизвестными являются величины k и h . Обозначая для краткости $(\operatorname{ctg} \alpha)_{\text{экстр}}$ буквой y , возводим в квадрат уравнения (101) и (102) и записываем результат в виде

$$x_1^2 = h^2 \left(1 + \frac{1}{kh}\right), \quad y^2 = 4k^2 h^2 \left(1 + \frac{1}{kh}\right).$$

Разделив второе уравнение на первое, получим

$$\frac{y^2}{x_1^2} = 4k^2$$

или

$$k = \frac{1}{2} \frac{y}{x_1}.$$

Переписав теперь второе уравнение в виде

$$k^2 h^2 + kh - \frac{y^2}{4} = 0.$$

решая его относительно h , находим

$$h = -\frac{k \pm \sqrt{k^2 + k^2 y^2}}{2k^2}$$

или, беря лишь положительный корень,

$$h = (\sqrt{1 + y^2} - 1) \frac{1}{2k} = \frac{x_1}{y} (\sqrt{1 + y^2} - 1).$$

Таким образом, пользуясь полученной формулой, можно найти глубину залегания линейного проводника с вторичным током по данным измерения углов наклона суммарного магнитного поля к горизонту. Поскольку метод индукции применяется главным образом для разведок жил, трещин, заполненных проводящим материалом, и т. п. и так как для таких объектов можно считать индуцированный ток локализованным в верхних частях их, то для определения глубины залегания этих верхних частей разведываемых объектов можно применить формулы для линейного проводника. Для объектов иной формы пока не проведено аналогичных исследований и острой потребности в них не ощущается, в силу того что метод индукции в основном применяется для разведки крутопадающих проводников малой мощности.

Так как в последнее время в измерениях метода индукции, кроме угловых характеристик, вводятся измерения составляющих магнитного поля, то целесообразно остановиться на анализе тех возможностей, которые обеспечиваются этими измерениями. Мы уже видели, что первичное магнитное поле генераторной установки в месте стоянки измерительного устройства горизонтально, поэтому в горизонтально установленной рамке оно не будет создавать электродвижущих сил. Причиной возникновения последних является действие вертикальной составляющей магнитного поля токов индукции. Предположим, как и в случае анализа кривой обращения углов, что токи индукции можно изобразить линейным током, находящимся на глубине h (рис. 123) под поверхностью земли. Магнитное поле

такого тока направлено по касательной к окружности, проходящей через точку наблюдения и имеющей центр на токе. Если полная величина магнитного поля

$$H = \frac{2I}{cr},$$

где r — радиус упомянутой окружности, то вертикальная компонента магнитного поля будет

$$H_z = \frac{2I}{cr} \sin(h, r) = \frac{2I}{c} \frac{x}{r^2},$$

если буквой x обозначить расстояние точки, для которой определяется поле от основания перпендикуляра, опущенного на профиль наблюдений. Так как при таком обозначении $r^2 = x^2 + h^2$, то написанной формуле можно придать вид:

$$H_z = \frac{2I}{c} \frac{x}{x^2 + h^2}.$$

Исходя из полученного выражения, можно сделать заключение, что H_z в бесконечно удаленных точках профиля равно нулю; она изменяет знак с изменением знака x и равна нулю при $x = 0$. Решая уравнение $\frac{\partial H_z}{\partial x} = 0$, найдем, что H_z будут иметь экстремальные значения при $x = \pm h$. Последнее равенство и дает материал для количественной оценки глубины залегания неоднородности, обуславливающей появление индуцированного поля.

Аппаратура и техника работ в методе индукции

Специфической особенностью метода индукции, как уже было отмечено, является возбуждение переменного электромагнитного поля в земле без гальванической связи цепи генератора с землей. Возможность такого возбуждения определяется интенсивными индукционными эффектами при тех высоких частотах, которые используются в методе индукции.

Источником поля в этом методе является ламповый генератор с рамочной антенной (рис. 124). Внешний вид установки изображен на рис. 125. Выходная мощность генератора около 2 *вт*. Рабочие частоты 18, 75,37,5 и 75 *кГц* устанавливаются специальными переключателями. Питание генератора осуществляется либо от аккумулятора, причем для питания анодов ламп применяется вибропреобразователь с повышающим трансформатором, либо от сухих батарей. Приемное устройство, схема которого изображена на

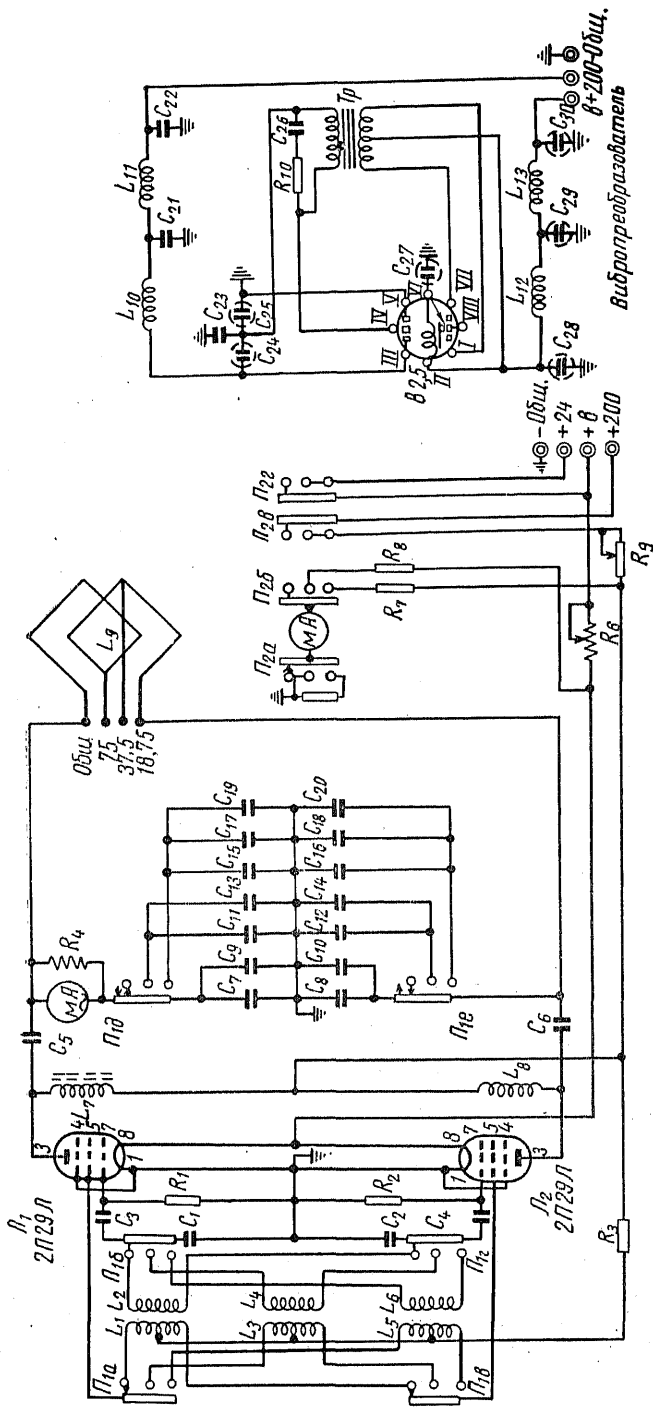


Рис. 124. Схема генератора метода индукции.

Переключатели частот: П_{1а}, П_{1б}, П_{1в}, П_{1г}, П_{1д}, П_{1е}; переключатели прибора: П_{2а}, П_{2б}, П_{2в}, П_{2г}; С₁ — 5100 пф; С₂, С₃, С₄ — 1000 пф; С₅, С₆ — 0,2 мкф; С₇, С₈, С₁₁, С₁₂, С₁₅, С₁₆, С₁₇, С₁₈ — 6800 пф; С₉ — 910 пф; С₁₀ — 1000 пф; С₁₉, С₂₀ — 4700 пф; С₂₁, С₂₂, С₂₃ — 0,1 мкф; С₂₄, С₂₅, С₂₇ — 20 мкф; С₂₈, С₂₉, С₃₀ — 30 мкф; R₁, R₂ — 680 ком; R₃ — 27 ком; R₄ — 0,8 ом; R₅ — 200 ком; R₆ — 3 ом; R₇ — 300 ком; R₈ — 5,1 ком; R₁₀ — 510 ом; R₉ — 10 ком.

рис. 126, состоит из супергетеродинного приемника, имеющего на входе экранированную рамку, а на выходе измерительный прибор. Рамка может устанавливаться в различных положениях, что позволяет измерять угловые характеристики и величины составляющих суммарного магнитного поля. Внешний вид приемного устройства приведен на рис. 127.

Съемка методом индукции проводится следующим образом. Участок, подлежащий съемке, разбивается линиями, направление которых выбирается перпендикулярным простиранию предполагаемых объектов. Расстояние между линиями берется несколько меньшим длины этих объектов. На линиях размечаются точки, расстояние между которыми берется примерно в 2 раза меньшим расстояния между линиями. В тех случаях, когда направление простирания неизвестно, расстояние между точками и линиями берется одинаковым, около 60—100 м, при этом точки выгоднее располагать в шахматном порядке.

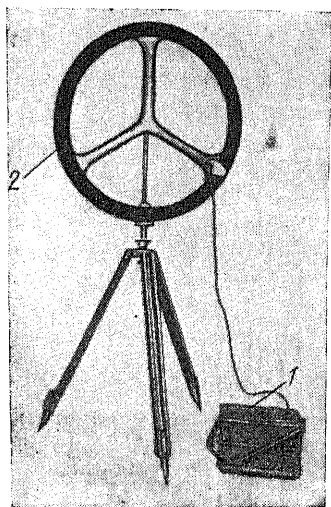


Рис. 125. Внешний вид генератора.

Расположив генератор в какой-либо точке участка, устанавливают его рамку по уровню вертикально. Наметив на местности ряд точек окружности с радиусом 50—70 м и с центром в генераторной установке, помещают в какую-либо точку этой окружности приемную рамку. Вращая генераторную рамку около вертикальной оси, направляют ее плоскость на приемное устройство. Точно так же горизонтальную ось приемной рамки направляют в сторону генератора. Заставив работать генератор и приемник, настраивают по-

следний на частоту генератора и приступают к измерению либо угловых характеристик поля либо амплитудных значений компонент.

Меняя наклон приемной рамки к горизонту, будем наблюдать за изменением интенсивности звука в приемнике и установим приемную рамку в таком положении, которое соответствует минимуму интенсивности звука. Определив угол наклона, переносят приемное устройство в следующую точку окружности, заново ориентируют генератор и приемник и определяют наклон рамки, соответствующий минимальной интенсивности звука в этой второй точке наблюдения. Обойдя вокруг генератора по намеченной окружности и сделав 10—15 установок приемного устройства, отмечают характер изменения углов наклона рамки. Если угол наклона рамки остается неизменным

и близким к нулю, то это свидетельствует об отсутствии каких бы то ни было возмущающих тел в поле действия генератора. В таком случае генераторная установка переносится на следующую точку сети и процесс измерения повторяется около новой точки. Если при обходе вокруг генератора наклон рамки меняется, то это может служить указанием на наличие неравномерного распределения индуцированных токов, концентрации их в какой-то более или менее узкой зоне. Так как такими областями концентрации вторичных токов могут быть искомые рудные тела, то места изменений углов наклона рамки подвергаются более детальному обследованию с более густой сетью точек стояния приемного устройства.

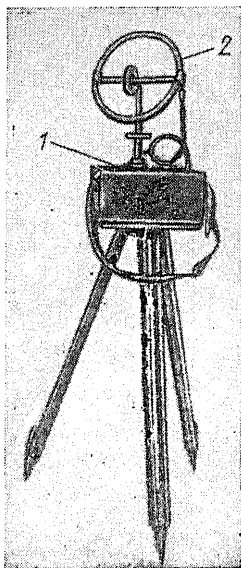


Рис. 127. Внешний вид измерительного устройства.

1 — приемник; 2 — приемная рамка.

При записи измеренных углов необходимо придерживаться определенного правила знаков, которыми отмечаются углы рамки при ее наклонах в различные стороны. Принято считать углы наклона

При записи измеренных углов необходимо придерживаться определенного правила знаков, которыми отмечаются углы рамки при ее наклонах в различные стороны. Принято считать углы наклона

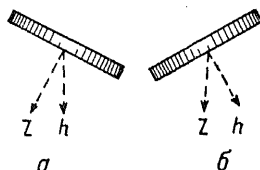


Рис. 128. Правило знаков при нахождении кривой обращения углов.

a — положительный наклон; *б* — отрицательный наклон.

положительными, если, смотря на приемную рамку со стороны, противоположной генератору, виден правый край рамки поднятым, а левый опущенным (рис. 128, *a*), и отрицательным в обратном случае (рис. 128, *б*). При таком правиле знаков переходу от отрицательных углов к положительным при обходе вокруг генератора по часовой стрелке соответствует переход приемного устройства над проводящим телом. Такие точки перехода углов наклона рамки через нуль называются точками электрической оси. Отметив их на местности колышками, переносят на одну из этих точек генератор и с приемником совершают описанным уже способом обход около него. При этом обходе получим возможность наметить еще одну или две точки той же электрической оси. Затем генератор переносят в новую точку этой оси и приемным устройством ищут

следующие ее точки. Таким образом проводится прослеживание электрических осей. Закончив прослеживание одной из них, генератор переносят в одну из следующих точек сети и ищут новые оси.

Следующим этапом съемки является профилирование электрических осей. Эта операция необходима в тех случаях, когда желательно получить материал для проведения количественной интерпретации, т. е. для расчетов глубин залегания искоемых проводящих тел. Определив с максимально возможной точностью положение электрической оси, перпендикулярно ей разбивают профиль, на котором намечают точки стояния приемного устройства. Распределение этих точек принято таким: в обе стороны от оси намечается по четыре точки с расстоянием 2,5 м одна от другой, затем по две точки через 5 м и по две — пять точек через 10 м. На оси на расстоянии в 50—60 м устанавливается генератор, а в намеченных точках профиля определяются углы наклона рамки, являющиеся данными для построения кривой обращения углов.

При работе по методу индукции в местности с хорошо проводящими наносами можно наблюдать аномалии, обусловленные особенностями рельефа, которые иногда могут создать впечатление действия рудных объектов. Необходимо поэтому с большой осторожностью относиться к интерпретации результатов съемки в таких условиях. Из топографических эффектов, наблюдаемых при работе по методу индукции, отметим лишь некоторые.

1. Если наблюдения ведутся на склоне, то часто наблюдаются переходы углов наклона рамки через нуль в точках, расположенных вверх и вниз по склону, считая от генератора. В направлении, перпендикулярном склону, наблюдаются максимальные углы наклона. Такой характер аномалии позволяет легко отличить ее от рудной.

2. Если наблюдения ведутся на хребте, то часто наблюдаются оси, тянущиеся вдоль такого хребта. Отличить аномалию, обусловленную этим топографическим эффектом, можно путем проведения наблюдений при генераторе, несколько смещенном в направлении поперек хребта. В случае топографической природы оси эта ось сместится в том же направлении, что и генератор.

3. При установке генератора в логе наблюдается электрическая ось, направленная перпендикулярно ему. Эта ось исчезает по выходе из лога и смещается вместе с генератором, если перемещать последний, не выходя из него.

Так как не существует разработанных способов учета топографических эффектов, то при интерпретации электрических осей в местностях с ярко выраженным рельефом следует иметь в виду возможность таких топографических влияний и отбрасывать все сколько-нибудь сомнительные аномалии.

Метод индукции можно применять при разведке объектов, лежащих на небольшой глубине, при небольшой мощности наносов, не обладающих высокой проводимостью. Наиболее выгодной формой

объектов для этого метода являются сильно вытянутые образования: жилы, проводящие дайки, трещины, заполненные проводящим материалом, узкие зоны вкрапленных руд и т. п.

Метод индукции, являясь весьма чувствительным к различным поверхностным влияниям, может дать ряд аномалий, не имеющих ничего общего с искомыми объектами, что весьма затрудняет интерпретацию результатов и значительно суживает область применения его. Однако в подходящих условиях метод индукции может дать вполне удовлетворительные результаты.

Пути усовершенствования метода индукции

Методом индукции изучается вторичное поле, т. е. поле, обязанное возникновению в земле и концентрации в особенно хорошо проводящих областях ее индукционных токов. Исследование этого вторичного поля приходится вести на фоне магнитного поля генератора, причем величина этого первичного поля может значительно превышать величину интересующего нас вторичного поля. При этом условии точность измерений последнего значительно снижается, а следовательно, значительно падают и точность и определенность результатов разведки.

Было бы весьма выгодно уменьшить в точке измерений первичное поле: это повлекло бы за собой увеличение углов наклона суммарного вектора и тем самым уменьшило бы относительную погрешность определения этих углов. Такое уменьшение влияния первичного поля может быть осуществлено двумя путями: во-первых, экранированием приемной рамки от действия поля генератора и, во-вторых, таким устройством генератора, при котором первичное магнитное поле распределено вокруг генератора таким образом, что вдоль одних направлений оно убывает по величине значительно быстрее, чем вдоль других. В таком случае, установив генератор по отношению к приемнику таким образом, чтобы последний находился на направлении наибольшего убывания первичного поля, тем самым значительно ослабим его влияние.

Ослабление действия первичного поля на приемную рамку можно осуществить в передатчике, состоящем из рамки и вертикальной антенны. Магнитное поле токов, текущих в рамке и антенне в точках горизонтальной плоскости, будет складываться геометрически. Так как эти поля направлены в каждой точке различно, то равнодействующая их будет различной и по величине и по направлению. Таким образом, если представить себе вертикальную антенну, проектирующуюся на плоскость чертежа в точке O (рис. 129), и вертикально стоящую рамку mn , то в плоскости чертежа магнитные силовые линии токов, текущих в антенне, изобразятся окружностями с центром в O , а магнитные силовые линии рамки — окружностями, пересекающими плоскость витков рамки. В точке A , как

видно из рис. 129, магнитные поля обеих излучающих частей установки складываются, а в точке B вычитаются. Подбирая соответствующим образом силы токов и их фазы в антенне и в рамке, можно добиться почти полного уничтожения полей в точке B . Силовая линия магнитного поля такого сложного излучателя схематически изображена в виде сплошной кривой, которая называется кардиоидой. При установке приемной рамки в точке B влияние на нее первичного поля будет весьма ослаблено, поэтому эффект действия вторичных токов будет выражен особенно четко.

Наконец, ослабить эффекты, обусловленные действием первичного поля, можно путем организации наблюдений на возможно более далеких расстояниях от генератора. Так как при увеличении расстояния измерительной установки вдвое первичное поле убывает в 8 раз (как поле диполя), то, располагая высокочувствительной измерительной установкой, будем иметь возможность определять влияние вытянутых вдоль электрической оси проводящих масс значительно увереннее и точнее. Далее, так как первичное поле имеет компоненту, перпендикулярную плоскости витков рамки генератора, а вторичное поле ориентировано в соответствии с расположением масс, в которых индуцируются токи, то целесообразно вести измерения составляющей, параллельной плоскости витков генераторной рамки. Благодаря наличию в общем случае эллиптической поляризации суммарного поля возможно измерение разности фаз между названными ортогональными составляющими поля. Изучение фазовых углов может дать некоторый дополнительный материал для суждений о внутренней структуре искоемых проводящих масс, так как позволит констатировать особенности в активной и реактивной составляющих индуцированного поля. Действительно, токи, текущие в сплошных массивных проводниках, и токи, протекающие во вкраплениях, в которых электропроводящие зерна разделены диэлектриком или ионопроводящей средой, будут иметь различные фазовые сдвиги по отношению к возбуждающему первичному полю.

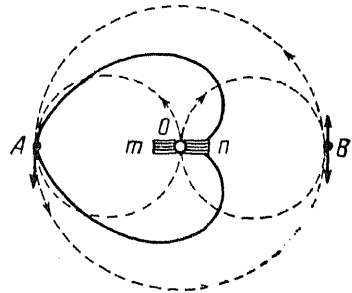


Рис. 129. Схема генератора с кардиоидным излучением.

Далее, так как первичное поле имеет компоненту, перпендикулярную плоскости витков рамки генератора, а вторичное поле ориентировано в соответствии с расположением масс, в которых индуцируются токи, то целесообразно вести измерения составляющей, параллельной плоскости витков генераторной рамки. Благодаря наличию в общем случае эллиптической поляризации суммарного поля возможно измерение разности фаз между названными ортогональными составляющими поля. Изучение фазовых углов может дать некоторый дополнительный материал для суждений о внутренней структуре искоемых проводящих масс, так как позволит констатировать особенности в активной и реактивной составляющих индуцированного поля. Действительно, токи, текущие в сплошных массивных проводниках, и токи, протекающие во вкраплениях, в которых электропроводящие зерна разделены диэлектриком или ионопроводящей средой, будут иметь различные фазовые сдвиги по отношению к возбуждающему первичному полю.

§ 47. МЕТОД РАДИОКИП

В методе индукции используется электромагнитное поле излучателя, обслуживаемого персоналом партии. Этот излучатель имеет небольшую мощность, а следовательно, и небольшой радиус действия. Естественна мысль об использовании для целей геологиче-

ских исследований таких мощных излучателей, как радиовещательные станции. Это значительно упрощает и оснащение партии, которая может обходиться лишь приемными устройствами, достаточно чувствительными, устойчиво работающими и весьма портативными, и позволяет использовать более удобную методику измерений. Идея подобного метода разведки принадлежит А. Г. Тархову.

На небольшом расстоянии r от радиостанции ее электромагнитное поле можно считать плоским, убывающим по экспоненциальному закону. Для электрического и магнитного векторов можно написать

$$E = E_0 e^{-br}, \quad H = H_0 e^{-br},$$

где b , как известно, определяется формулой

$$b = \frac{\omega \sqrt{\epsilon \mu}}{c} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4\eta\gamma}{\omega \epsilon} \right)^2} - 1 \right]}.$$

Ориентировка векторов E и H такова, что они перпендикулярны один другому и перпендикулярны направлению распространения поля. Наличие границы раздела земля — воздух вносит некоторые осложнения в распределение величин поля. Допустим, что на какую-либо часть поверхности земли падает электромагнитная волна, идущая от удаленной станции. Эта волна может быть скользящей вдоль поверхности земли или отразившейся от нижней поверхности ионосферы. Поле по обе стороны границы раздела будет существовать, но величины поля будут различным образом изменяться в зависимости от изменения положения точки наблюдения. На границе раздела будут выполняться условия

$$E_{t1} = E_{t2}, \quad H_{t1} = H_{t2}, \quad D_{n1} = D_{n2}, \quad B_{n1} = B_{n2}.$$

Первые две формулы выражают закон непрерывности тангенциальных компонент поля, а вторые две формулы — закон непрерывности нормальных к границе раздела составляющих электрической и магнитной индукции. Если считать магнитную проницаемость верхней и нижней сред одинаковой, как это почти всегда и наблюдается, то условие непрерывности нормальных составляющих векторов магнитной индукции можно заменить условием непрерывности нормальных компонент магнитного поля. Что касается векторов D_1 и D_2 , то их можно заменить в случае гармонически изменяющегося поля произведениями $\epsilon'_1 E_1$ и $\epsilon'_2 E_2$, где ϵ'_1 и ϵ'_2 — комплексные диэлектрические проницаемости обеих сред. Таким образом, условие $D_{n1} = D_{n2}$ можно переписать в виде $\epsilon'_1 E_1 = \epsilon'_2 E_2$ или

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\epsilon'_2}{\epsilon'_1}.$$

Поскольку $\epsilon'_1 = 1$, так как проводимость воздуха можно без большой погрешности принять равной нулю, а $\epsilon'_2 = i \frac{4\pi\gamma}{\omega}$, так как для земли можно пренебречь токами смещения, если не имеется весьма высоких частот, то последнее равенство можно переписать в виде

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = i \frac{4\pi\gamma_2}{\omega} = \frac{4\pi\gamma_2}{\omega} e^{i \frac{\pi}{2}}.$$

Из этого равенства видно, что у границы земля — воздух нормальная составляющая электрической силы в воздухе будет существенно большей, чем в земле. Между этими составляющими сдвиг по фазе равен 90° . Кроме перпендикулярной к границе раздела составляющей, электрическое поле будет иметь в общем случае и составляющую вдоль границы; то же можно сказать и об ориентировке магнитной компоненты поля.

Рассматривая задачу о плоском поле, распространяющемся вдоль оси x , мы нашли, что две перпендикулярные друг другу компоненты поля H_y и E_z определяются формулами

$$H_y = -ikc_{12} e^{ikhx}, \quad E_z = ikc_{z1} e^{ikhx}.$$

Из этих равенств нетрудно получить

$$H_y = -\frac{kc}{\omega\mu} E_z$$

или, так как $k = \frac{\omega \sqrt{\epsilon'\mu}}{c}$,

$$H_y = -\sqrt{\frac{\epsilon'}{\mu}} E_z$$

Если среда является воздухом, то $\epsilon' = \epsilon = 1$ и $\mu = 1$, поэтому

$$H_y = -E_z.$$

Поскольку у границы раздела в воздухе E_z поле радиостанций достаточно велико, то будет велика и составляющая H_y . Поэтому для изучения поля радиостанций целесообразно изучать его магнитную составляющую, так как измерение магнитного поля можно проводить при помощи компактных рамок-катушек, в то время как датчиком электрического поля служит относительно громоздкая антенна.

Если поле распространяется вдоль границы среды, электромагнитные характеристики которой меняются от места к месту, то это находит свое отражение на величинах и ориентировке составляющих. Если, например, в толще земной коры имеется крутопадающий пласт повышенной проводимости, рудное тело или карстовая

полость, заполненная проводящим электрический ток материалом, то под действием электромагнитного поля, пришедшего от радиостанции, в этой проводящей области появляются токи индукции. Эти токи создают свое магнитное поле, оно, складываясь с магнитной составляющей поля радиостанции, определит негоризонтальность суммарного поля, подобную той, которая отмечается в методе индукции. Чтобы эффект был особенно четким, необходимо лишь изучать поле той радиостанции, направление на которую лучше всего совпадает с простиранием объекта поисков. Аппаратура для таких исследований представляет собой радиоприемник с относительно большим коэффициентом усиления. На входе приемника стоит магнитная антенна, которую можно изготовить весьма компактной, если использовать феррит в качестве сердечника. На выходе можно иметь либо телефон, либо милливольтметр для количественной характеристики изучаемого поля. Одним из измерителей такого вида является прибор, разработанный А. Д. Фроловым, представляющий собой приемник супергетеродинного типа, работающий на транзисторах и потому не требующий источников питания с высоким напряжением. Схема такого приемника приведена на рис. 130. Ферритовая антенна может вращаться на шарнире, поэтому можно измерять как угловые характеристики поля, так и величины, пропорциональные напряженностям различных компонент магнитной составляющей поля.

Интерпретация результатов измерений методом радиокип проводится теми же способами, что и в методе индукции.

§ 48. ОНДОМЕТРИЧЕСКИЕ (ВОЛНОВЫЕ) МЕТОДЫ РАЗВЕДКИ

В свете тех представлений, которые мы могли построить при изучении метода индукции, казалось бы, что переход от частот 10^4 гц к более высоким частотам, измеряемым уже миллионами герц, с точки зрения использования их в геологической разведке обречен на явный неуспех. Однако такое заключение явилось бы слишком поспешным. Правда, поглощательная способность среды по отношению к электромагнитному полю растет с увеличением частоты так, что количества электромагнитной энергии, доходящие до горизонтов, лежащих даже на сравнительно небольших глубинах под поверхностью земли, ничтожны, тем не менее можно построить такую методику измерений, которая позволит и эти ничтожные количества энергии измерять с высокой степенью точности. В этом отношении возможности для использования высоких частот (порядка миллиона герц) несравненно больше, чем для низких. При этих высоких частотах на первое место выступают уже другие явления, которые не имеют значения при работах на низких частотах, и исследование которых проводится принципиально новыми методами. Здесь имеются в виду такие явления, как отражение элек-

ромагнитной волны, диффракция, преломление, группа явлений резонансного характера, влияющие на режим не только приемного, но и излучающего устройств. Наконец, следует учитывать также и то, что в области высоких частот параметры γ и ϵ , играющие главную роль в определении характера распространения электромагнитного поля в проводящей среде, для горных пород, являющихся проводниками совершенно своеобразной структуры, могут в сильной степени зависеть от частоты, что в свою очередь может повлечь за собой существенные изменения в ходе процесса. К сожалению, эта область еще весьма мало изучена, и мы располагаем материалами лишь единичных экспериментов, позволяющих предполагать о существовании таких зависимостей.

Из рассмотрения величины множителя, определяющего характер поглощения электромагнитного поля средой, можно заключить, что эти свойства среды влекут за собой быстрое убывание энергии, приносимой электромагнитным полем на глубину. Однако в благоприятных случаях даже на глубину 100 м может поступить вполне ощутимое количество энергии. Если вычислить множитель b для сухого песка (при $r = 100$ м), то получим достаточно большое значение, равное 0,2592. В силу этого волновые методы в подходящей геологической обстановке могут дать результаты (в смысле глубины исследования), вполне сравнимые с результатами даже методов постоянного тока. Следует при этом заметить, что условия, благоприятствующие постановке волновых методов, являются совершенно не подходящими для работ методами постоянного или низкочастотного переменного тока.

Существует несколько модификаций способов разведки, при которых используются высокочастотные электромагнитные поля. Они отличаются друг от друга либо характером постановки исследований в связи со специфической рентабельной геологоразведочной задачей, либо характером величин, являющихся непосредственным объектом измерений. Применение той или другой формы исследования определяется, с одной стороны, поставленными задачами, с другой стороны, той обстановкой, в которой эти задачи приходится разрешать. Практика исследований радиоволновыми методами показала, что далеко не все возможные формы такого рода работ равноценны и что можно наиболее эффективно использовать лишь немногие. К числу таких модификаций, которые в настоящее время имеют большую практическую ценность, следует отнести метод радиоволнового просвечивания или, как его называли ранее, теневой или абсорбционный метод.

Метод радиоволнового просвечивания

Этот метод исследований построен на изучении явления поглощения электромагнитной энергии той средой, в которой она распространяется. Из общих положений, изложенных нами ранее,

известно, что среды с различными удельными проводимостями неодинаково поглощают энергию электромагнитного поля, распространяющегося в них. Наибольшую поглощательную способность имеют вещества, хорошо проводящие электрический ток, и, наоборот, в средах с большим удельным сопротивлением поглощение энергии электромагнитного поля относительно невелико.

Таким образом, если на пути от источника электромагнитного поля к приемному устройству встречается хорошо проводящее тело, то количество дошедшей до приемника энергии будет заметно меньше того его количества, которое поступает к нему по направлениям,

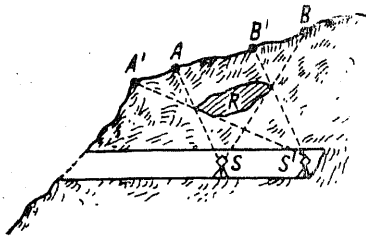


Рис. 131. Метод просвечивания.

не пересекающим области высокой проводимости. Вследствие этого становится понятным способ применения этого метода к поискам проводящих рудных тел, залегающих в толще пород высокого сопротивления.

Поместив, например, генераторную установку внутри штольни и перемещаясь с приемным устройством над последней (рис. 131), по изменению силы приема сигналов, посылаемых генератором, можно

составить себе представление об области, занятой проводящим телом. Если приемник попадает в конус тени ASB , образуемый контуром рудного тела R , то сила приема сигналов передатчика, находящегося в точке S , сравнительно резко падает. Проведя наблюдения над приемом сигналов в ряде точек, расположенных над штольней, можно наметить границы этого конуса тени и тем самым определить то направление, в котором следует искать это рудное тело. Необходимо заметить, что границы контура тени в силу существования явления дифракции очерчиваются не вполне четко. При перемещении передатчика из точки S в точку S' положение конуса тени изменится и вместе изменится и положение границ его на дневной поверхности. При наличии резких изменений в силе приема такие измерения при нескольких положениях генераторного устройства позволяют с некоторым приближением определить положение рудного тела в просвечиваемой толще пород.

Другой формой метода радиоволнового просвечивания изучается характер поглощения энергии электромагнитного поля, излучаемого передатчиком. Это изучение при соответствующей постановке эксперимента может дать материал для суждений об удельном сопротивлении среды, в которой распространяется электромагнитное поле.

Понятие об этой форме использования метода можно получить путем следующих рассуждений. Как известно, электрический диполь с гармонически изменяющимся моментом $I ds$, находящийся в однородной среде, создает на расстоянии r гармонически же из-

меняющееся магнитное поле, направленное по касательной к окружности с центром на оси диполя. Плоскость этой окружности перпендикулярна оси диполя. Для величины амплитуды магнитного поля было определено выражение

$$H = \frac{I dz}{c} \sin \theta \frac{ikr - 1}{r^2} e^{ikr},$$

где θ — угол, составленный направлением на точку с осью диполя. Если выбрать точку, в которой измеряется поле в экваториальной плоскости диполя, то $\theta = \frac{\pi}{2}$ и $\sin \theta = 1$. Волновое число k представим в виде $a + ib$ и тогда для H можно написать

$$H = \frac{I dz}{c} \frac{iar - br - 1}{r^2} e^{iar} e^{-br}$$

или, находя модуль,

$$|H| = \frac{I dz}{c} \frac{\sqrt{a^2 r^2 + (br - 1)^2}}{r^2} e^{-br} = \frac{I dz}{c} \frac{\sqrt{1 + 2br + (a^2 + b^2)r^2}}{r^2} e^{-br}.$$

Как известно,

$$a = \frac{\omega \sqrt{\epsilon \mu}}{c} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4\pi\gamma}{\omega \epsilon}\right)^2} + 1 \right]},$$

$$b = \frac{\omega \sqrt{\epsilon \mu}}{c} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{4\pi\gamma}{\omega \epsilon}\right)^2} - 1 \right]}.$$

Так как $\frac{4\pi\gamma}{\omega \epsilon} = \frac{2\gamma}{f \epsilon}$, где f — частота поля в $гц$, то при относительно хорошей проводимости среды и частотах, не превышающих 1 $мггц$, величина $\frac{2\gamma}{f \epsilon}$ будет заметно больше единицы, поэтому приближенно можно выразить как

$$a = b = \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon \mu}}{c} \sqrt{\frac{\gamma}{f \epsilon}} = \frac{2\pi}{c} \sqrt{f \gamma \mu}.$$

Положив $\mu = 1$, что чаще всего и бывает на практике, можно представить $|H|$ в виде

$$|H| = \frac{I dz}{c} \frac{\sqrt{1 + 2br + 2b^2 r^2}}{r^2} e^{-br}. \tag{103}$$

Величина b , входящая в правую часть написанной формулы, для заданной частоты f зависит лишь от электропроводности среды γ , поэтому последнее равенство можно коротко записать как

$$|H| = \frac{I dz}{c} F(\gamma, r).$$

Поскольку расстояние r всегда можно измерить, а параметр диполя считать известным, то последнее равенство можно рассматривать как уравнение для определения γ . Практически измеряются поля $|H_1|$ и $|H_2|$ на расстояниях r_1 и r_2 и составляется отношение

$$\left| \frac{H_1}{H_2} \right| = \frac{F(\gamma, r_1)}{F(\gamma, r_2)},$$

из которого находят величину γ .

В том случае, когда произведение $br = \frac{2\pi}{c} \sqrt{f\gamma} r$ — малая величина (при $f < 10^6$ гц, $\gamma < 10^8$ СГСЕ и $r < 500$ см), под корнем формулы (103) можно будет пренебречь величинами $2br$ и $2b^2r^2$. Тогда

$$|H| = \frac{I dz}{c} \frac{e^{-br}}{r^2},$$

$$\left| \frac{H_1}{H_2} \right| = \frac{r_2^2}{r_1^2} e^{-b(r_1 - r_2)},$$

$$\ln \frac{r_1^2}{r_2^2} \left| \frac{H_1}{H_2} \right| = -b(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{c} \sqrt{f\gamma} (r_2 - r_1).$$

Таким образом, величина γ определяется формулой

$$\gamma = \frac{c^2}{4\pi^2 f} \frac{\left(\ln \frac{r_1^2}{r_2^2} \left| \frac{H_1}{H_2} \right| \right)^2}{(r_2 - r_1)^2}.$$

Если произведение $br \gg 1$, то под корнем формулы (103) можно пренебречь суммой $1 + 2br$ по сравнению с $2b^2r^2$ и тогда

$$\left| \frac{H_1}{H_2} \right| = \frac{r_2}{r_1} e^{\frac{2\pi}{c} \sqrt{\gamma} j (r_2 - r_1)},$$

$$\gamma = \frac{c^2}{4\pi^2 f} \frac{\left(\ln \frac{r_1}{r_2} \left| \frac{H_1}{H_2} \right| \right)^2}{(r_2 - r_1)^2}.$$

Возвратный метод (метод четверти длины волны)

В непосредственной близости от передающего устройства, имеющего в качестве излучающей системы симметричную антенну AA_1 (рис. 132), электромагнитное поле можно считать распространяющимся по направлениям, перпендикулярным линии AA_1 . Расположив эту излучающую систему горизонтально, посылаем часть энергии электромагнитного поля в землю. Если на пути этого пучка лучей окажется поверхность проводника MN , то электромагнитные волны, отразившись от нее, могут вернуться к передающему устройству и несколько изменить режим его работы. Изменение показания

индикатора тока в цепи излучателя будет свидетельствовать о наличии возвратного эффекта. Сложение колебаний в падающей и отраженной волнах приводит к образованию системы так называемых стоячих волн: чередований неподвижно стоящих областей больших изменений векторов поля (пучностей) с областями, в которых этот вектор изменяется с небольшой амплитудой (узлы). Образование таких пучностей и узлов стоит в тесной связи с фактом изменения сдвига фаз волны на 180° при отражении. В результате этого изменения на отражающей поверхности будет находиться узел электрической силы и на расстоянии, равном $\frac{1}{4} \lambda$, будет наблюдаться первая пучность для этой компоненты электромагнитного поля. Если излучающее устройство будет расположено в этой области, то эффект отражения скажется на силе тока в колебательной цепи излучателя наиболее ярко. На расстоянии, равном еще одной четверти длины волны, т. е. расстоянии, равном $\frac{1}{2} \lambda$, будет находиться следующий узел электрической силы, и дальше узлы и пучности будут чередоваться, сменяя друг друга через каждую четверть волны.

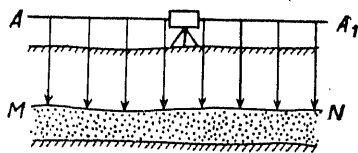


Рис. 132. Схема возвратного метода.

Исходя из этих общих положений относительно идей, лежащих в основе рассматриваемого метода, можно составить себе представление и о технике проведения исследований этим способом. Если задачей разведки является определение глубины залегания горизонтальной верхней границы какого-либо проводящего горизонта, закрытой толщей плохо проводящих пород, то, расположив антенну передатчика горизонтально и меняя длину волны, им изучаемую, мы, следя за показаниями антенного амперметра, можем обнаружить максимальное действие эффекта отражения. Если длину волны передатчика уменьшить, начиная с волны, длина которой заведомо больше учетверенного расстояния от передатчика до отражающей поверхности, то при обнаружении максимального возвратного эффекта на длине волны λ_0 для глубины отражающей границы можно принять значение $\frac{\lambda_0}{4}$. Основным затруднением при обнаружении возвратного эффекта является небольшое изменение в силе анодного тока на фоне вообще больших значений его.

Метод интерференции (метод половины длины волны)

Если в какую-либо точку P (рис. 133) дневной поверхности приходят колебания непосредственно от передатчика S и колебания, отраженные от какой-либо отражающей поверхности mn , то в прием-

нике, находящемся в этой точке, будет наблюдаться совокупное действие волн, пришедших различными путями. В зависимости от разности $(SK + KP) - SP$ и от длины волны можно наблюдать в точке P либо увеличение силы приема, либо его ослабление. Максимум силы приема будет наблюдаться тогда, когда волны, прямая и отраженная, будут находиться в фазе друг с другом, т. е. отношение $\frac{SK + KP - SP}{\lambda}$ — целое число. Минимум силы приема будет наблюдаться в тех случаях, когда это отношение равно нечетному числу полуволн.

Характер применения этого метода для целей геологической разведки вытекает из приведенных рассуждений. Если задачей разведки является определение положения верхней границы прово-

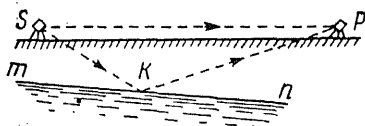


Рис. 133. Схема интерференционного метода.

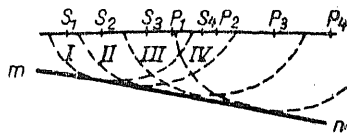


Рис. 134. Метод эллипсов.

дящего пласта, то, установив передатчик в точку S и приемник в точку P , будем вести наблюдение за силой приема при переменной волне передатчика. При этом заставляем передатчик сначала излучать наиболее длинные волны, а затем непрерывно уменьшаем длину посылаемой волны. Наблюдая за показаниями измерительных приборов приемника и передатчика, можно констатировать, при какой длине волны сила приема упала до минимума. В таком случае разность $(SK + KP) - SP$ будет равна половине длины волны, при которой этот минимум наблюдается. На основании этих измерений нельзя определить место и ориентировку отражающей площадки, так как находим лишь сумму расстояний

$$SK + KP = SP + \frac{1}{2} \lambda.$$

Для полного решения задачи необходимо располагать несколькими аналогичными наблюдениями при смещенных передатчике и приемнике. Действительно, на основании последнего равенства можно утверждать, что точка K лежит на эллипсе, построенном на S и P , как на фокусах, и имеющим большую ось, равную $(SP + \frac{1}{2} \lambda)$. Если мы построим такие эллипсы для ряда положений S и P (рис. 134), то отражающую поверхность можно определить

как огибающую этого семейства эллипсов. На рис. 134 различные расположения передатчика и приемника обозначены парами букв S_1P_1 , S_2P_2 , S_3P_3 и S_4P_4 и эллипсы, соответствующие этим положениям передающего и приемного устройств, цифрами *I*, *II*, *III*, *IV*. Кривая *m* является их огибающей.

В 1940 г. А. А. Петровский предложил новый вариант волнового метода в связи с задачами изучения дорожного полотна в районах вечной мерзлоты. Передатчик монтируется на тележке так, что антенна и противовес находятся на некоторой небольшой высоте над землей. Перемещая эту тележку по изучаемому дорожному полотну и наблюдая за состоянием работы передатчика, можно обнаружить различные изменения в состоянии грунта под полотном дороги. В этом варианте метод используется для исследований в горизонтальных направлениях в противоположность той форме, которая была описана выше.

Метод непосредственного возбуждения рудного тела

Этот метод предложен Чильсоном для определения простирания вскрытого хотя бы в одной точке рудного тела путем наблюдений над электромагнитным полем, которое частично создается этим рудным телом. Идея, лежащая в основе этого метода, заключается в следующем. Рудное тело приключается к передатчику как антенна. Меняя настройку передатчика, добиваемся максимального тока в таком антенном контуре и проводим наблюдения над полем, излучаемым передатчиком. Если залежание тела близко к горизонтальному, то в тех точках земной поверхности, которые находятся над ним, сила приема будет наблюдаться большей, чем в соседних точках, не лежащих над этим рудным телом.

Радиолокационный метод

Развитие и широкое использование в авиации и мореплавании способов определения местоположения различных объектов, основанных на наблюдении эффектов отражения от них электромагнитных волн, стимулировало разработку радиолокационного метода для целей геофизической разведки. Хотя этот способ исследований еще не доведен до широкого использования на практике, тем не менее возможности, которые он открывает, настолько многообещающи, что его разработку нельзя не признать весьма перспективной. Основную трудность при использовании этого метода — поглощение высокочастотных электромагнитных волн горными породами — в некоторых случаях можно преодолеть. Поскольку объекты, интересующие геофизика, неподвижны, при радиолокационном методе можно применить способ накопления, позволяющий заметно снизить эффекты, обязанные случайным помехам, и под-

черкнуть полезные сигналы. Использование этого способа будет особенно эффективным, если посылаемые и принимаемые сигналы идут с одинаковой частотой. В этом случае наблюдается особенно четкое сложение полезных сигналов с одновременным осреднением колебаний иного периода. Большим преимуществом радиолокационных установок является возможность создания остронаправленного излучения, что позволяет снизить влияние сторонних объектов на результаты измерений. Однако необходимость иметь импульсы больших мощностей и наблюдать отраженный сигнал через доли микросекунды после отправки его определяет существование очень больших затруднений технического порядка при разработке аппаратуры радиолокационного метода.

Заканчивая этим краткую характеристику волновых методов, перейдем к описанию основных принципов устройства генераторных и измерительных приборов, которые у нас в Советском Союзе находят наибольшее применение. Отметим, что все виды волновых методов в настоящее время могут быть использованы для разведки лишь весьма небольших глубин, ограничивающихся в большинстве случаев единицами метров из-за интенсивного поглощения электромагнитных волн горными породами. Лишь в особо благоприятных условиях (весьма сухие кристаллические породы или районы вечной мерзлоты) можно говорить о глубинах, исчисляемых десятками метров.

Аппаратура волновых методов не является чем-то стабильным; по мере развития теории и совершенствования техники непрерывно изменяются и источники электромагнитного поля и измерительные приборы. Если в годы возникновения волновых методов довольствовались генераторами с выходной мощностью в несколько единиц ватт, то в настоящее время оказалось возможным повысить эту мощность до десятков ватт, что, естественно, расширило возможности методов. Приемные устройства тоже подверглись существенной модернизации — во много раз увеличилась их чувствительность и помехоустойчивость, что также способствует увеличению возможностей радиоволновых методов.

В зависимости от условий, в которых применяется аппаратура, изменяются и требования к ней; так, при исследованиях, проводимых под землей, в рудниках, аппаратура должна быть достаточно портативной, хорошо защищенной от внешних воздействий, не требующей мощных источников питания. Поэтому при работах методом просвечивания (теньевым) в качестве генератора используется полевая радиостанция В-100, имеющая непрерывный диапазон частот от 3 до 7 *Мгц* и, кроме того, фиксированные частоты 3,25, 4,0, 4,78 и 5,4 *Мгц*. В качестве измерительного приемного устройства применяется так называемый измеритель помех ИП-12 или ИП-12М.

Мощность передатчика 10—12 *вт*. Приемник может измерять напряжения от 1 до 100 000 *мкв*.

При измерениях на поверхности земли, где нет таких жестких требований к аппаратуре, которые предъявляются к подземным измерениям, где для решаемых задач требуются большие мощности, эта аппаратура может быть более сложной и более громоздкой. Так, в методах, интерференционном и возвратном в качестве генерирующего устройства пользуются передатчиком марки ПАРК-0,08, питаемым от источника тока мощностью около 1,5 *квт*. В качестве измерительного прибора можно использовать либо упоминавшийся уже измеритель помех ИП-12М либо какой-нибудь достаточно чувствительный и устойчиво работающий приемник с измерительным прибором на выходе.

Работы радиолокационным методом в настоящее время еще находятся в стадии эксперимента и ведутся при помощи существующих радиолокационных устройств.



ЛИТЕРАТУРА

Общая

Бурсиан В. Р. Теория электромагнитных полей, применяемых в электроразведке. Постоянные поля. ГТТИ, 1933. Переменные поля. Изд. ЛГУ, 1936.

Ваньян Л. Л., Борбоников Л. З. Электроразведка по методу становления магнитного поля. Госгеолтехиздат, 1963.

Дахнов В. Н. Электрическая разведка нефтяных и газовых месторождений. Гостоптехиздат, 1953.

Краев А. П. Основы геоэлектрики. ГТТИ, 1951.

Нестеров Л. Я., Бибииков Н. С., Усманов А. Ш. Курс электроразведки. ГОНТИ, 1938.

Петровский А. А., Нестеров Л. Я. Электроразведка постоянным током. Геолгиз, 1932.

Якубовский Ю. В., Ляхов Л. Л. Электроразведка. Госгеолтехиздат, 1956.

Stefanescu S. S. Étude théorique sur la prospection électrique du sous-sol, 1932.

Введение

Астраханцев Г. В. О связи диэлектрической проницаемости и поляризуемости горных пород. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 12, 1962.

Вешев А. В. Лабораторные исследования зависимости диэлектрической проницаемости ϵ и удельной проводимости σ образцов горных пород от частоты электромагнитных колебаний. Сб. ВИРГ «Геофизические методы разведки». Госгеолтехиздат, 1955.

Тархов А. Г. О сопротивлении (ρ) и диэлектрической постоянной (ϵ) горных пород в переменных электрических полях. Материалы ВСЕГЕИ. Геофизика. Сб. 12. Госгеолтехиздат, 1948.

Глава I

Вайнер А. Л. Заземления. Научно-технич. изд-во Украины, 1938.
Оллендорф Ф. Токи в земле. ГНТИ, 1932.

Глава II

Вешев А. В. Электроразведочная аппаратура низкой частоты. Гостоптехиздат, 1962.

Редозубов А. А. Электрическое зондирование с однополярной установкой. Труды Свердловского горного ин-та, вып. 34, 1959.

Семенов А. С. Комбинированное профилирование. Разведка и охрана недр, № 6. Госгеолтехиздат, 1947.

Глава III

Альпин Л. М. Теория дипольных зондирований. Гостоптехиздат, 1950.

Блох И. М. Электропрофилирование методом сопротивлений. Госгеолтехиздат, 1962.

Глюзман А. М., Плохих Н. А. Решение некоторых плоских задач в электроразведке. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 7, 1960.

Григорьева Н. П. Сравнение аномалий Q_K над проводящей сферой для различных установок метода постоянного тока. Сб. «Геофизическая разведка рудных месторождений». Госгеолтехиздат, 1953.

Дьяконов Б. П. Цилиндр в поле точечного источника электрического тока. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 1, 1957.

Каленков Е. Н. Интерпретация кривых вертикального электрического зондирования. Гостоптехиздат, 1957.

Кроленко Н. Г., Цеков Г. Д. Теоретические кривые электрического зондирования над наклонным контактом двух сред. Прикладная геофизика, вып. 24. Гостоптехиздат, 1960.

Липская Н. В. Поле точечного электрода, наблюдаемое на поверхности земли вблизи погребенной проводящей сферы. Изв. АН СССР, сер. географ. и геофиз., вып. 5, 1949.

Майо Р. Математические основания электрической разведки постоянным током. ОНТИ, 1935.

Плохих Н. А. Решение некоторых плоских задач электроразведки постоянным током. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1962.

Пылаев А. М. Руководство по интерпретации вертикальных электрических зондирований. Госгеолтехиздат, 1948.

Сахарников Н. А., Волков Д. М. Способы расчета поля точечного источника в присутствии вертикального пласта. Вопросы геофизики. Изд-во ИГУ, 1962.

Семенов А. С. Теория метода заряженного тела в применении к эквипотенциальным проводникам. Материалы ВСЕГЕИ. Геофизика. Сб. 13. Госгеолтехиздат, 1951.

Скальбская И. П. Поле точечного источника тока, расположенного на поверхности земли над наклонным пластом. Журн. техн. физики, т. XVIII, вып. 10, 1948.

Терехин Е. И. Теоретические основы электрического зондирования с установкой, погруженной в воду. Прикладная геофизика, вып. 18. Гостоптехиздат, 1958.

Фомина В. И. Определение параметров разреза при интерпретации многослойных кривых ВЭЗ типа Н. Прикладная геофизика, вып. 25. Гостоптехиздат, 1960.

Mooney H. M. A qualitative approach to electrical resistivity interpretation. Geofis. pura e applic., Bd. 40, 1958.

Fritsch V. Geoelektrische Tiefsondierungen und ihre Übereinstimmung mit Bohrbefunden. Geofis. pura e applic., Bd. 44, 1959.

Главы IV и V

Редозубов А. А. Метод картирования анизотропных пластов. Разведочная геофизика. Труды СГИ, вып. 41, 1962.

Шейнман С. М. Элементы теории электроразведки анизотропных сред. Материалы ВСЕГЕИ. Геофизика. Сб. 9—10. Госгеолтехиздат, 1941.

Глава VI

Козырин А. К. Зависимость потенциала заряженного тела от его формы и размеров. Разведочная геофизика. Труды СГИ, вып. 41, 1962.

Новожилова М. Е. Определение глубины проводников по методу естественного поля. Сб. «Геофизическая разведка рудных месторождений». Госгеолиздат, 1953.

Семенов А. С., Новожилова М. Е. Интерпретация кривых потенциалов естественного электрического поля. Сб. ВИРГ «Геофизические методы поисков полезных ископаемых». Госгеолиздат, 1951.

Семенов А. С. Электроразведка методом естественного электрического поля. Изд-во ЛГУ, 1955.

Свешников Г. Б. О факторах, определяющих возникновение естественного электрического поля на сульфидных месторождениях. Изд. ЛГУ, 1955.

Уразаев И. М. О природе естественных электрических полей, возникающих над сульфидными месторождениями. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 9, 1956.

Четаев Д. Н. Аналитическая интерпретация данных при электроразведке методом естественного поля в условиях сложного рельефа. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1957.

Глава VII

Комаров В. А. и др. Вопросы теории метода вызванной поляризации. Труды ВИТР. Методика и техника разведки. Сб. 30, 1961.

Seigel H. O. Mathematical formulation and type curves for induced polarization. Geophysics, vol. 24, No. 3, 1959.

Глава VIII

Бердичевский М. Н., Брюнелли Б. Е. Теоретические предпосылки магнитотеллурического профилирования. Изв. АН СССР, № 7, 1959.
Бердичевский М. Н., Ваньян Л. Л. Электромагнитные поля в тонкослоистых средах. Труды Института геологии и геофизики. СО АН СССР, вып. 11, 1961.

Ваньян Л. Л. К теории дипольных электромагнитных зондирований. Прикладная геофизика, вып. 16. Гостехиздат, 1957.

Ваньян Л. Л. Элементы теории становления электромагнитного поля. Прикладная геофизика, вып. 25. Гостехиздат, 1960.

Великин А. Б., Франтов Г. С. Электромагнитные поля, применяемые в индукционных методах электроразведки. Гостехиздат, 1962.

Гасаненко Л. Б. Поле вертикального гармонического магнитного диполя над поверхностью многослойной структуры. Вопросы геофизики. Изд-во ЛГУ, 1959.

Гасаненко Л. Б. Импеданс поля низкочастотного приподнятого магнитного диполя. Вопросы геофизики. Изд-во ЛГУ, 1962.

Гельфанд И. С. Электромагнитное поле горизонтальной рамки в слоистой среде. СГУ. Сб. статей по геофиз. методам разведки. Госгеолтехиздат, 1955.

Гельфанд И. С. Электромагнитное поле кабеля в слоистой среде. СГИ. Сб. статей по геофиз. методам разведки. Госгеолиздат, 1955.

Гельфанд И. С. Электромагнитное поле горизонтального диполя в слоистой среде. Труды Свердловского горного ин-та, № 34, 1959.

Дмитриев В. И. Влияние неоднородностей земли на поле прямолинейного бесконечно длинного кабеля. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 4, 1959.

Дмитриев В. И. Решение основной задачи теории индукционного метода электроразведки. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 8, 1960.

Заборовский А. И. Переменные электромагнитные поля в электроразведке. Изд-во МГУ, 1960.

Козулин Ю. Н. К теории частотного электромагнитного зондирования многослойных структур. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 8, 1960.

Молочнов Г. В. Палетки двухслойных кривых и их анализ в методе гармонического электромагнитного зондирования при помощи вертикального магнитного диполя. Сб. ВИРГ «Геофизические методы разведки». Госгеолтехиздат, 1955.

Молочнов Г. В. Направленное электромагнитное зондирование. Вопросы геофизики. Изд-во ЛГУ, 1962.

Никитина В. Н. Некоторые расчеты электромагнитных полей для метода радиопросвечивания. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 7, 1962.

Тихонов А. Н., Шахсуваров Д. Н. Метод расчета электромагнитных полей, возбуждаемых переменным током в слоистых средах. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5, 1956.

Тихонов А. Н., Скугаревская О. А. Об асимптотическом поведении процесса становления электромагнитного поля в слоистых средах. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 7, 1959.

Тихонов А. Н. и др. О возможностях различения эквивалентных разрезов при использовании переменных электромагнитных полей. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 8, 1959.

Тихонов А. Н. О распространении переменного электромагнитного поля в слоистой анизотропной среде. Докл. АН СССР, т. 126, № 5, 1959.

Фок В. А., Бурснап В. Р. Электромагнитное поле тока в цепи с двумя заземлениями. Журн. Русск. физ.-хим. об-ва, ч. физическая, вып. 2, 1926.

Частав Д. Н. О решении обратной задачи теории электромагнитных зондирований. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 3, 1959.

Шахсуваров Д. Н. Методика интерпретации результатов наблюдений электромагнитного поля при дипольном зондировании. Изв. АН СССР, № 5, 1956.

Шахсуваров Д. Н. и Рыбакова Е. В. О применимости представлений дальней зоны при частотных электромагнитных зондированиях. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 11, 1960.

Шейнман С. М. Об установлении электромагнитных полей в земле. Прикладная геофизика, вып. 3. Гостехиздат, 1947.

Lirpman H. J. Erdmagnetische Induktion in Leitfähigkeitseinlagerungen im Untergrund. Z. Geophys., Bd. 24, H. 3, 1958.

Stefanescu S. S. Über die magnetische Wirkung einiger heterogener Medien in der elektrischen Bodenforschung. Z. Geophys., Bd. 24, H. 4/5, 1958.

Wait J. R. On the electromagnetic response of an imperfectly conducting thin dyke. Geophysics, vol. 24, No. 1, 1959.

Глава IX

Бердичевский М. Н. Электрическая разведка методом теллурических токов. Гостехиздат, 1960.

Вешев А. В. О представлении результатов наблюдений в методах электроразведки переменным током в виде кажущегося удельного электрического сопротивления. Вопросы геофизики. Изд-во ЛГУ, 1962.

Владимиров Н. П., Никифорова Н. Н. К методике интерпретации кривых магнитотеллурического зондирования. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 1, 1961.

Давев Д. С. Анализ некоторых вариантов аэроэлектроразведки. Труды Института геологии и геофизики. СО АН СССР, вып. 11, 1961.

Кауфман А. А. О влиянии вмещающей среды на результаты индуктивной электроразведки рудных месторождений в ближней зоне. Труды Института геологии и геофизики, СО АН СССР, вып. 11, 1961.

Мизюк Л. Я. О методах и аппаратуре аэроэлектроразведки. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1960.

Петровский А. А. Радио в горной разведке. Изв. ИПГ, вып. 1, 1925.

Петровский А. А. Расчет местоположения отражающей поверхности по наблюдениям при помощи возвратного метода. Изв. ИПГ, вып. 5, 1930.

Прис Г. В. Определение параметров рудных включений по кривой переходного процесса в методе становления. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1962.

Светов Б. С. Методика относительных измерений магнитного поля в индуктивном методе разведки. Геофизическая разведка, вып. 7. Гостоптехиздат, 1962.

Тархов А. Г. Геофизическая разведка методом индукции. Госгеолтехиздат, 1954.

Тархов А. Г. Основы геофизической разведки методом радиокип. Госгеолтехиздат, 1961.

Тихонов А. Н., Скугаревская О. А. Об интерпретации процесса становления электрического поля в слоистых средах. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 3, 1958.

Четаев Д. Н. О возвратном методе электроразведки. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 2, 1956.

Эненштейн Б. С., Иванов А. П. Метод непрерывных частотных зондирований. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 11, 1961.

Эненштейн Б. С. Интерпретация двухслойных кривых частотных электромагнитных зондирований типа $Q_2 < Q_1$. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 9, 1962.

Loeb J. Impedances and matrices caractéristiques en prospection électromagnétique. Geophys. Prospect., vol. 7, No. 1, 1959.

Porstendorfer G. Anwendung der Tellurik in Erzbergbaugebieten. Berichte d. geologisch. Gesellsch., H. 1, 1961.

Sarma D. G., Paul P. C. An electromagnetic induction unit for geophysical prospecting. Bull. nation. Inst. Sci. of Indian, No. 11, 1958.

Ward S. N. AFMAG — Airborne and ground Geophysics, vol. XXIV, No. 4, 1959.

Yost S. The interpretation of electromagnetic reflection data in geophysical exploration. Geophysics, vol. XVII, No. 1, 1952.

О Г Л А В Л Е Н И Е

	Стр.
Предисловие	3
Введение	5

Часть первая

МЕТОДЫ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ С ПОСТОЯННЫМ ТОКОМ

Г л а в а I. Основные положения теории электроразведки с постоянным током	28
§ 1. Основные положения теории поля постоянного электрического тока в земле	28
§ 2. Граница раздела земля — воздух	33
§ 3. Аналогии между электростатическим полем и полем постоянного тока	34
§ 4. Заземления. Сферический электрод	36
Стержневой электрод	39
Дисковый электрод	41
Линейный электрод	41
Системы заземлений	44
§ 5. Поле заземлений в однородной среде	49
§ 6. Поле цепи двух заземлений. Точечные электроды	54
Поле линейных электродов	61
Г л а в а II. Метод сопротивлений	65
§ 7. Общие положения метода	65
§ 8. Установки метода сопротивлений	66
§ 9. Принцип взаимности	70
§ 10. Аппаратура метода сопротивлений	72
§ 11. Оснащение электроразведочной партии	86
§ 12. Техника полевых измерений	96
Вертикальное электрическое зондирование	97
Дипольное электрическое зондирование	101
Электропрофилирование	103
Г л а в а III. Поле постоянного тока в неоднородной среде	114
§ 13. Значение исследований поля тока в неоднородной среде	114
§ 14. Поле точечного электрода при наличии плоской границы раздела	115
§ 15. Профилирование над жилой	124
§ 16. Горизонтальные границы раздела	134
§ 17. Принципы теории палеок вертикального электрического зондирования	140

	Стр.
§ 18. Асимптоты палеточных кривых	149
§ 19. Дипольные зондирования	152
§ 20. Принцип эквивалентности	158
§ 21. Графические методы построения кривых вертикального электрического зондирования	161
§ 22. Приемы интерпретации многослойных кривых вертикального электрического зондирования	177
§ 23. Шар в поле однородного электрического тока	192
§ 24. Шар в поле точечных электродов	200
§ 25. Эллипсоид в однородном поле электрического тока	208
Г л а в а IV. Постоянный электрический ток в анизотропной среде . . .	220
Г л а в а V. Магнитное поле постоянного тока	228.
§ 26. Магнитное поле тока, текущего в изотропной среде	228
Г л а в а VI. Метод естественных электрических токов	234
§ 27. Основные положения метода	234
§ 28. Аппаратура и техника работ в методе естественных электрических токов	239
§ 29. Поле поляризованной сферы	246
§ 30. Поле поляризованного цилиндра	257
§ 31. Поле поляризованного тонкого пласта	266
Г л а в а VII. Специальные методы разведки с постоянным током . . .	269
§ 32. Метод заряженного тела	269
§ 33. Методика определения направления и скорости движения подземного водного потока	273
§ 34. Метод вызванной поляризации	276
§ 35. Методы с особыми способами введения тока в землю	280

Часть вторая

МЕТОДЫ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ С ПЕРЕМЕННЫМ ТОКОМ

Введение	282
Г л а в а VIII. Элементы теории переменного электромагнитного поля	
§ 36. Общие положения теории	283
Граничные условия для вектора-потенциала	292
§ 37. Плоское гармонически изменяющееся поле	294
Плоское поле у границы раздела двух полупространств	297
Плоское поле над слоистой средой	299
§ 38. Электромагнитное поле электрического диполя, помещенного в безграничную среду	305
Электрический диполь на границе двух полупространств	313
Гармонически изменяющийся магнитный диполь в безграничной среде	329
Магнитный диполь на плоской границе раздела двух сред	331
Г л а в а IX. Методы электроразведки с переменными полями	339
§ 39. Методы электроразведки, основанные на изучении полей естественных электрических токов	339
Метод теллурических токов	339
Магнитотеллурический метод	341
§ 40. Электромагнитные зондирования	342
§ 41. Метод становления поля	349

	Стр.
§ 42. Методы электроразведки с переменным током звуковых частот	353
Метод эквипотенциальных линий	353
Метод измерения элементов магнитного поля переменного тока (метод интенсивности)	361
§ 43. Амплитудно-фазовый метод (метод отношения потенциалов)	374
§ 44. Метод вращающегося магнитного поля при аэрэлектрораз- ведке	376
§ 45. Метод бесконечно длинного кабеля	377
§ 46. Метод индукции	385
Аппаратура и техника работ в методе индукции	396
Пути усовершенствования метода индукции	402
§ 47. Метод радиокип	403
§ 48. Однометрические (волновые) методы разведки	406
Метод радиоволнового просвечивания	407
Возвратный метод (метод четверти длины волны)	410
Метод интерференции (метод половины длины волны)	411
Метод непосредственного возбуждения рудного тела	413
Радиолокационный метод	413



А в т о р

Заборовский Александр Игнатьевич

Э Л Е К Т Р О Р А З В Е Д К А

Ведущий редактор *Н. Н. Игульмина*

Технический редактор *А. С. Полосина*

Корректоры: *И. М. Алисинова* и *Т. М. Стоярова*

Подписано к набору 12/IX 1963 г.

Подписано к печати 11/XI 1963 г.

Формат 60 × 90^{1/16}. Печ. л. 27,0 с^вкл.

Уч.-изд. л. 26,93 с вкл.

Т-14542. Тираж 6200 экз. Зак. 913/532.

Цена 1 р. 09 к.

Гостоптехиздат. Москва, К-12.

Третьяковский проезд, 1/19.

Типография «Красный Печатник».
Ленинград, Московский проспект, 91.

О П Е Ч А Т К И

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
10	15 сверху	парообразующих	породообразующих
22	15 снизу	В знаменателе	формулы для Z
139	12 снизу	$\frac{k_{12}^n}{[r^2 + (2nh_1)^2]^{3/2}}$	$\frac{k_{12}^n r}{[r^2 + (2nh_1)^2]^{3/2}}$
200	16 сверху	$2 \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0 + 2Q_1} \frac{a^3}{h^3} \frac{2}{3 \sqrt{3}}$	$2 \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0 + 2Q_1} \frac{a^3}{h^3} \frac{\sqrt{2}}{3 \sqrt{3}}$
	19 сверху	$4 \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0 + 2Q_1}$	$2 \sqrt{2} \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0 + 2Q_1}$
205	13, 16 сверху	$+ 2 \sum_{n=0}^{\infty} P_n$	$+ 2 \sum_{n=0}^{\infty} Q_n$
206	8 сверху		
328	1 снизу	$k_2^2 = \frac{\omega^2 \mu}{c^2} + \dots$	$k_2^2 = \frac{\omega^2 \epsilon \mu}{c^2} + \dots$

Заказ 913/532.

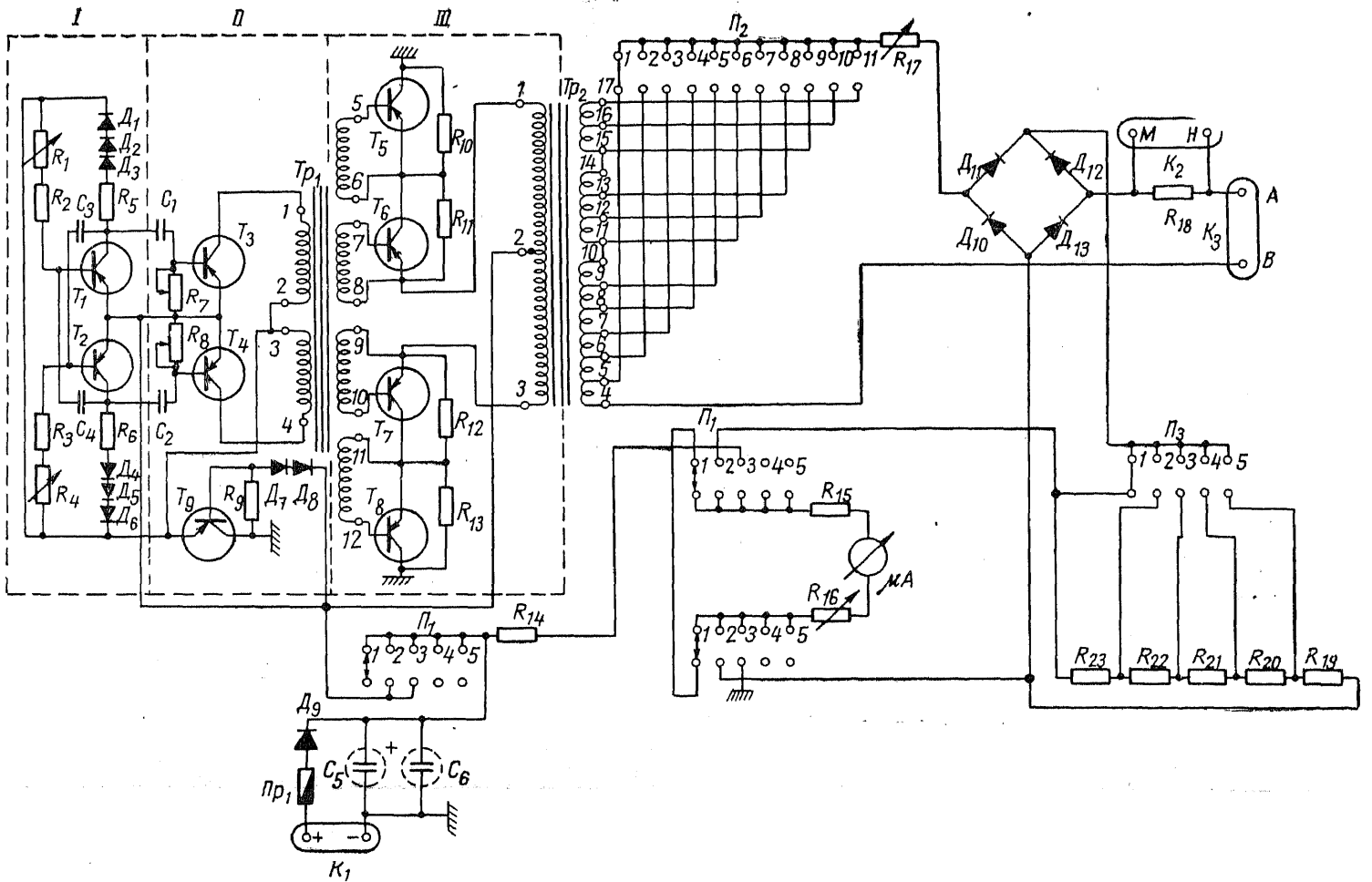


Рис. 33а. Принципиальная электрическая схема генератора.

I — задающий генератор; II — предварительный усилитель мощности; III — усилитель мощности.
 Сопротивления переменные ППЗ-11: $R_1, R_4 = 100 \text{ ом}$, $R_{16} = 560 \text{ ом}$; сопротивления ПТ-0,5: $R_2 - R_3 = 18 \text{ ком}$; сопротивления МЛТ-0,5: $R_5 - R_6 = 1,6 \text{ ком}$, $R_{10} - R_{13} = 3,3 \text{ ком}$; сопротивления СПО-0,5: $R_7 = R_8 = 51 \text{ ком}$, $R_{14} = 2 \text{ Мом}$, сопротивление МЛТ-1 $R_9 = 560 \text{ ом}$; сопротивления медные: $R_{15} = 350 \pm 10 \text{ ом}$, $R_{19} = 0,42 \text{ ом} \pm 1,5 \%$, $R_{20} = 0,85 \text{ ом} \pm 1,5 \%$, $R_{21} = 2,97 \text{ ом} \pm 1,5 \%$, $R_{22} = 8,46 \text{ ом} \pm 1,5 \%$, $R_{23} = 29,67 \pm 1,5 \%$; сопротивление манганиновое: $R_{18} = 1 \pm 0,005 \text{ ом}$; потенциометр $R_{17} = 1,5 \div 2 \text{ ком}$, 25 ст.
 Конденсаторы МВГО-1: $C_1 - C_2 = 4 \text{ мкф}$, 400 в; конденсаторы МВГО-2а: $C_3 - C_4 = 2 \text{ мкф}$, 300 в; конденсаторы ЭГЦ-2Б: $C_5 - C_6 = 10 \text{ мкф}$.
 $D_1 - D_6$ — диоды Д2В; $D_7 - D_8$ — диоды Д810; D_9 — диоды Д303; $D_{10} - D_{13}$ — диоды Д205; $T_1 - T_4$ — транзисторы П25А; $T_5 - T_8$ — транзисторы П4Г; Tr_1 — трансформатор; Tr_2 — трансформатор силовой; Pr_1 — предохранитель ПК-45-2а; Π_1 — переключатель 5П6Н; Π_2 — переключатель 11П2Н; Π_3 — переключатель 5П4Н; μA — микроамперметр М2-65 на 50 мка; K_1, K_2, K_3 — колодки штепсельные.

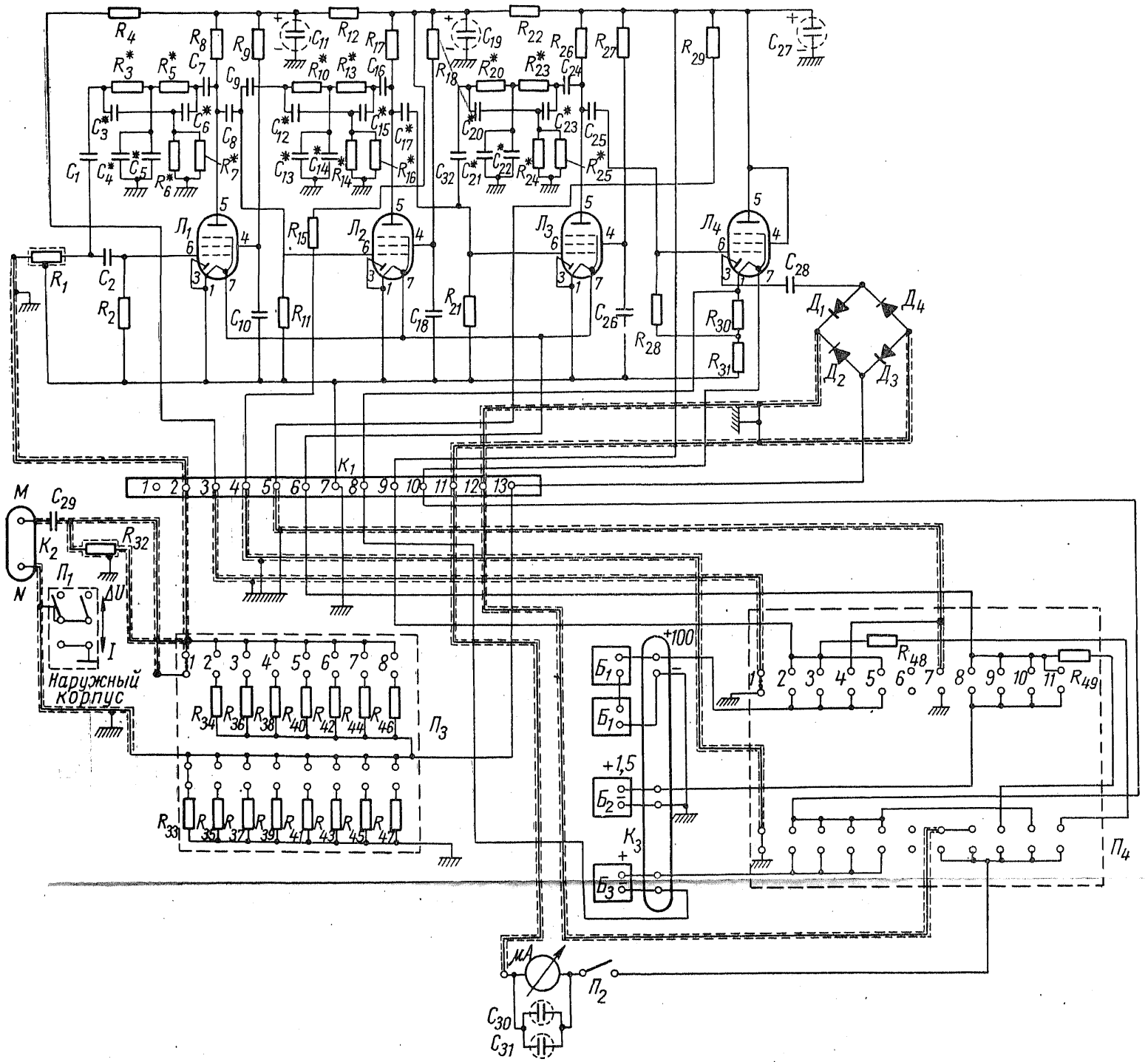


Рис. 336. Принципиальная электрическая схема лампового милливольтметра.

Сопротивления МЛТ-0,5: $R_1, R_8, R_{17}, R_{26} = 1,0 \text{ Мом}$, $R_3^*, R_5^*, R_6^*, R_7^*, R_{10}^*, R_{13}^*, R_{14}^*, R_{16}^*, R_{20}^*, R_{23}^*, R_{24}^*, R_{25}^*, R_{34}^* = 1,6 \text{ Мом}$, $R_{12} = 62 \text{ ком}$, $R_{15} = 2,2 \text{ ком}$, $R_{22} = 51 \text{ ком}$, $R_{30} = 51 \text{ ком}$, $R_{31} = 37 \text{ ком}$, $R_{32} = 3,6 \text{ Мом}$, $R_{36} = 430 \text{ ком}$, $R_{38} = 130 \text{ ком}$, $R_{40} = 39 \text{ ком}$, $R_{42} = 13 \text{ ком}$, $R_{44} = 3,3 \text{ ком}$, $R_{46} = 1,2 \text{ ком}$, $R_{48} = 2,0 \text{ Мом}$, $R_{49} = 43 \text{ ком}$; сопротивления МЛТ-1: $R_9, R_{18}, R_{27}, R_{29} = 7,5 \text{ Мом}$; сопротивления КЛМ-1: $R_2, R_{21} = 15 \text{ Мом}$; сопротивления манганиновые: $R_{33}, R_{35}, R_{37}, R_{39}, R_{41}, R_{43}, R_{45}, R_{47} = 5,5 \text{ ом}$.

Конденсаторы БМ-1: $C_1 = C_9 = 5100 \text{ пф}$, $C_{17}^* = 510, 1000 \text{ или } 2200 \text{ пф}$, $C_{32} = 1500 \text{ пф}$; конденсаторы МВН-160: $C_2, C_{29} = 1 \text{ мкф}$; $C_7, C_8, C_{10}, C_{16}, C_{18}, C_{24}, C_{25}, C_{26} = 0,1 \text{ мкф}$, $C_{28}^* = 0,5 \text{ или } 0,25 \text{ мкф}$; конденсаторы КСО-5: $C_3^*, C_4^*, C_5^*, C_6^*, C_{12}^*, C_{13}^*, C_{14}^*, C_{15}^*, C_{20}^*, C_{21}^*, C_{22}^*, C_{23}^* = 5600 \text{ пф}$, конденсаторы КЭ-2: $C_{11}, C_{19}, C_{27} = 20 \text{ мкф}$; конденсаторы ЭМ-4: $C_{30}, C_{31} = 50 \text{ мкф}$.

Π_1 — переключатель типа ТП1-2; Π_2 — переключатель двухполюсный; Π_3 — переключатель 11П2Н; Π_4 — переключатель МГП-П-2; Λ_1 — Λ_4 — лампы 1Б2П; B_1 — батарея 48ПМЦ-64; B_2 — B_3 — элемент сухой 1,48ПМЦ-9; D_1 — D_4 — диоды Д202; μA — микроамперметр М2-65 на 50 мкА; K_1 — колодка усилителя; K_2 — колодка штепсельная; K_3 — клеммы.

Сопротивления и емкости, отмеченные звездочкой, подбираются при настройке.

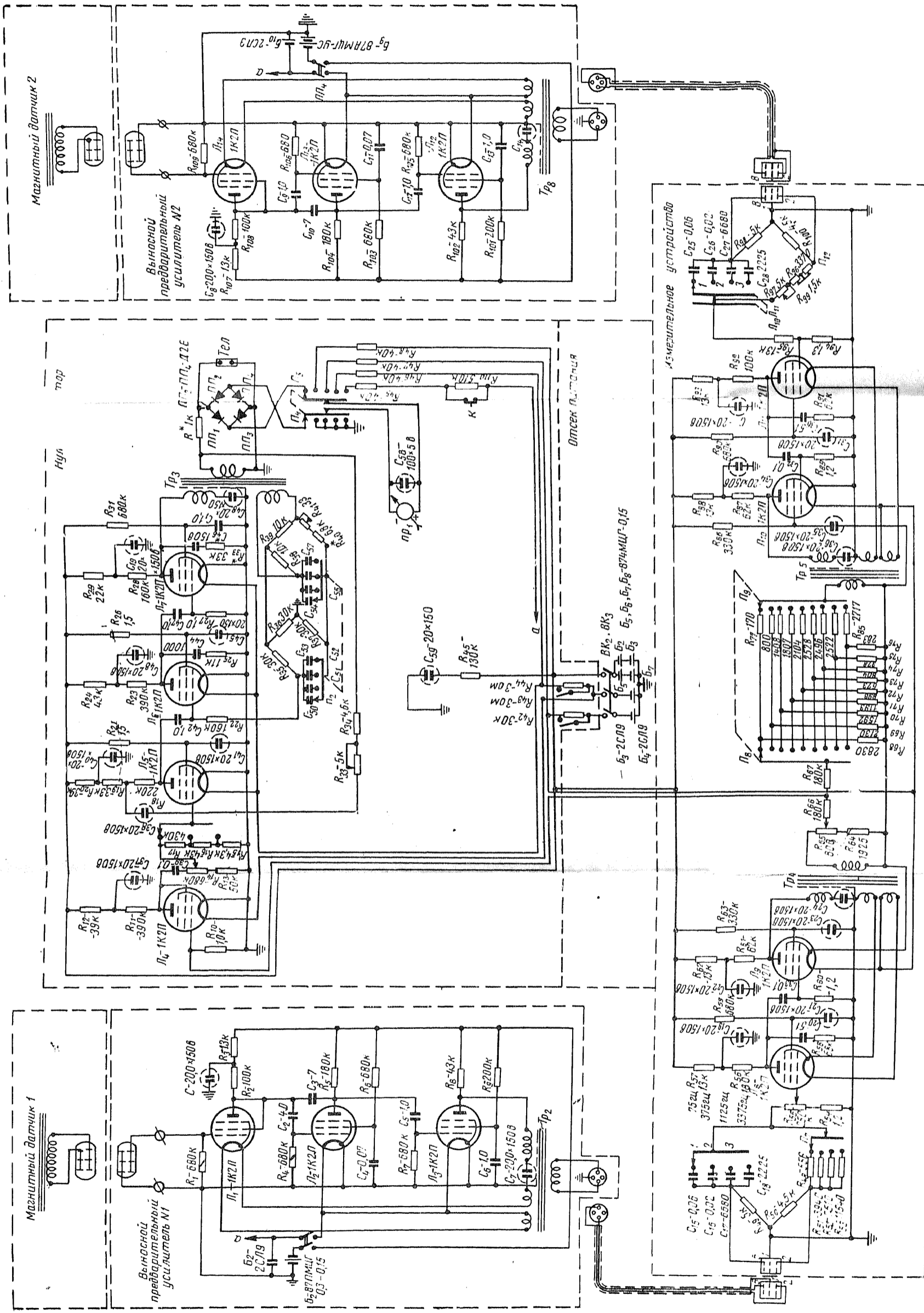


Рис. 117. Схема комплекта измерительной аппаратуры типа АФУ-V (схема афметра).

7

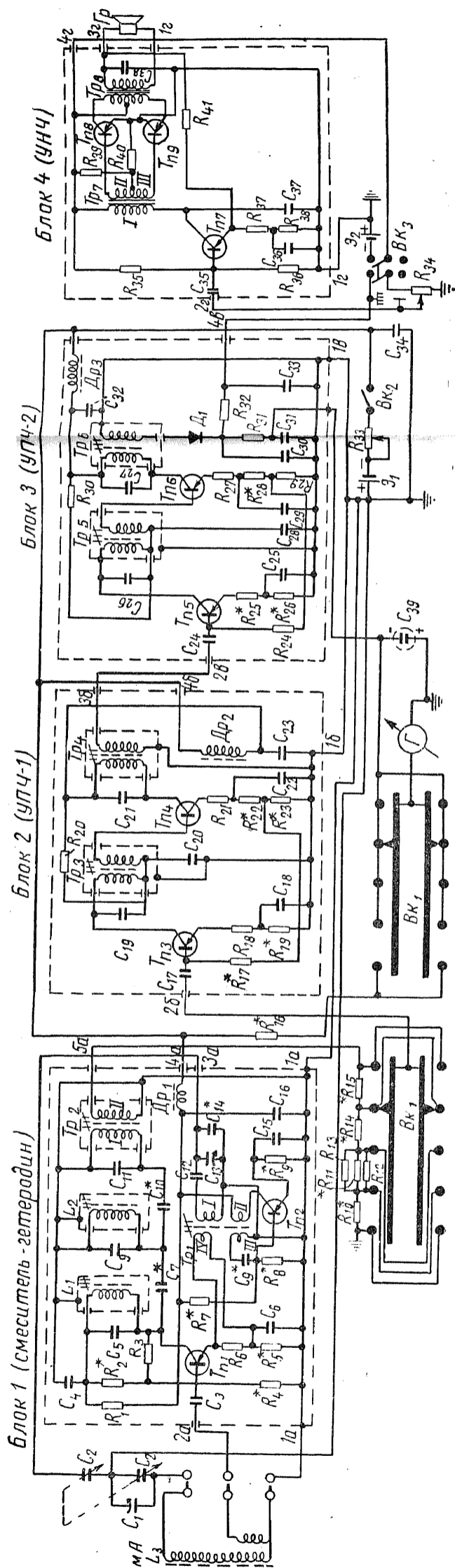


Рис. 130. Схема ПИИП-2.

$C_1 - 4-15 \text{ мкФ}; C_2 - 12-40 \text{ мкФ}; C_3, C_{15}, C_{17}, C_{18}, C_{50}, C_{52}, C_{53}, C_{54}, C_6 - 0,05 \text{ мкФ}; C_4, C_6 - 0,1 \text{ мкФ}; C_5, C_8, C_{11}, C_{19}, C_{21}, C_{28} - 1800 \text{ пФ}; C_7, C_{10} - 18 \text{ пФ}; C_9 - 750 \text{ пФ}; C_{12} - 150 \text{ пФ}; C_{13} - 4-15 \text{ пФ};$
 $C_{14} - 24 \text{ пФ}; C_{16} - 0,5 \text{ мкФ}; C_{23}, C_{24}, C_{25}, C_{26}, C_{27} - 3000 \text{ пФ}; C_{29}, C_{30}, C_{31} - 50 \text{ мкФ}; C_{32} - 10000 \text{ пФ}; C_{33} - 10000 \text{ пФ}; C_{34} - 25 \text{ мкФ}; C_{35} - 25 \text{ мкФ}; C_{36} - 25 \text{ мкФ}; C_{37} - 0,015 \text{ мкФ}; C_{38} - 50 \text{ мкФ}; C_{39} - 910 \text{ Ом};$
 $R_{35} - 5,6 \text{ кОм}; R_5 - 2,2 \text{ кОм}; R_6 - 110 \text{ Ом}; R_7 - 6,8 \text{ кОм}; R_8 - 1,2 \text{ кОм}; R_9 - 3 \text{ кОм}; R_{10} - 4,3 \text{ кОм}; R_{11} - 1 \text{ Ом}; R_{12}, R_{13} - 30 \text{ Ом}; R_{14} - 100 \text{ Ом}; R_{15} - 1000 \text{ Ом}; R_{16} - 62 \text{ кОм}; R_{17}, R_{24} - 5,1 \text{ кОм}; R_{18} - 22 \text{ кОм}; R_{19} - 27 \text{ кОм}; R_{20} - 1,9 \text{ кОм}; R_{21}, R_{27} - 51 \text{ Ом}; R_{22}, R_{23}, R_{29} - 1,2 \text{ кОм}; R_{30} - 3 \text{ кОм}; R_{31}, R_{32} - 3,6 \text{ кОм}; R_{33} - 470 \text{ Ом}; R_{34} - 22 \text{ кОм}; R_{35} - 43 \text{ кОм}; R_{36} - 5,6 \text{ кОм}; R_{38} - 390 \text{ Ом}; R_{39} - 510 \text{ Ом}; R_{41} - 1,6 \text{ кОм}; R_{42} - 1,6 \text{ кОм}; R_{43} - 1,6 \text{ кОм}; R_{44} - 27 \text{ Ом};$
 $R_{45} - 1,6 \text{ кОм}; R_{46} - 1,6 \text{ кОм}; R_{47} - 1,6 \text{ кОм}; R_{48} - 1,6 \text{ кОм}; R_{49} - 1,6 \text{ кОм}; R_{50} - 1,6 \text{ кОм}; R_{51} - 1,6 \text{ кОм}; R_{52} - 1,6 \text{ кОм}; R_{53} - 1,6 \text{ кОм}; R_{54} - 1,6 \text{ кОм}; R_{55} - 1,6 \text{ кОм}; R_{56} - 1,6 \text{ кОм}; R_{57} - 1,6 \text{ кОм}; R_{58} - 1,6 \text{ кОм}; R_{59} - 1,6 \text{ кОм}; R_{60} - 1,6 \text{ кОм}; R_{61} - 1,6 \text{ кОм}; R_{62} - 1,6 \text{ кОм}; R_{63} - 1,6 \text{ кОм}; R_{64} - 1,6 \text{ кОм}; R_{65} - 1,6 \text{ кОм}; R_{66} - 1,6 \text{ кОм}; R_{67} - 1,6 \text{ кОм}; R_{68} - 1,6 \text{ кОм}; R_{69} - 1,6 \text{ кОм}; R_{70} - 1,6 \text{ кОм}; R_{71} - 1,6 \text{ кОм}; R_{72} - 1,6 \text{ кОм}; R_{73} - 1,6 \text{ кОм}; R_{74} - 1,6 \text{ кОм}; R_{75} - 1,6 \text{ кОм}; R_{76} - 1,6 \text{ кОм}; R_{77} - 1,6 \text{ кОм}; R_{78} - 1,6 \text{ кОм}; R_{79} - 1,6 \text{ кОм}; R_{80} - 1,6 \text{ кОм}; R_{81} - 1,6 \text{ кОм}; R_{82} - 1,6 \text{ кОм}; R_{83} - 1,6 \text{ кОм}; R_{84} - 1,6 \text{ кОм}; R_{85} - 1,6 \text{ кОм}; R_{86} - 1,6 \text{ кОм}; R_{87} - 1,6 \text{ кОм}; R_{88} - 1,6 \text{ кОм}; R_{89} - 1,6 \text{ кОм}; R_{90} - 1,6 \text{ кОм}; R_{91} - 1,6 \text{ кОм}; R_{92} - 1,6 \text{ кОм}; R_{93} - 1,6 \text{ кОм}; R_{94} - 1,6 \text{ кОм}; R_{95} - 1,6 \text{ кОм}; R_{96} - 1,6 \text{ кОм}; R_{97} - 1,6 \text{ кОм}; R_{98} - 1,6 \text{ кОм}; R_{99} - 1,6 \text{ кОм}; R_{100} - 1,6 \text{ кОм};$
 $T_{Н1} - \text{транзистор П402}; T_{Н2} - \text{транзистор П15}; T_{Н3} - \text{ТН 7}; T_{Н4} - \text{ТН 8}; T_{Н5} - \text{ТН 9} - \text{транзисторы П13};$
 $D_{П1}, D_{П2}, D_{П3} - \text{диоды};$
 $ВК1, ВК2, ВК3 - \text{батареи};$
 $М А - \text{микроамперметр};$
 $10 \text{ А}, 30 \text{ А}, 50 \text{ А} - \text{токи};$
 $20 \text{ В}, 28 \text{ В}, 46 \text{ В} - \text{напряжения};$
 $12, 16, 18, 32, 42, 46 - \text{номера выводов};$