

**Бузинов С. Н., Умрихин И. Д.** Исследование нефтяных и газовых скважин и пластов. М.: Недра, 1984, 269 с.

Изложены теоретические основы гидродинамических и газодинамических методов исследования скважин и пластов; описаны методы исследования пластов при фильтрации однородной жидкости и газа, при совместной фильтрации воды, нефти и газонефтяных смесей; описаны методы исследования скважин, вскрывших трещиновато-пористые пласти, а также пласти с разными пласто-вымы давлениями, обоснована периодичность исследований, даны примеры решения практических задач.

Для специалистов нефтяной и газовой промышленности, занятых добывкой нефти и газа, исследованием скважин, а также подземным хранением газа.

Табл. 34, ил. 97, список лит.—50 нан.

Рецензент: инж. Ю. А. Мясников (ПО «Союзбургаз»).

## ГЛАВА I

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ

#### ЗАКОНЫ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

В теории фильтрации пористое тело рассматривается как сплошная среда, для каждой точки которой известны скорость, гидравлический напор, пористость, проницаемость. Соотношение между изменением гидравлического напора и скоростью движения жидкости или газа в пористой среде определяет закон фильтрации.

Гидравлический напор  $H$  при движении капельной жидкости равен сумме пьезометрического  $p/(pg)$ , нивелировочного  $z$  и скопростного  $w^2/(2g)$  напоров

$$H = \frac{p}{pg} + z + \frac{w^2}{2g}. \quad (1.1)$$

Здесь  $p$ —давление;  $\rho$ —плотность жидкости;  $z$ —превышение рассматриваемой точки над некоторой горизонтальной плоскостью;  $w$ —скорость движения жидкости;  $g$ —ускорение свободного падения.

При разработке нефтяных и газовых месторождений скоростной напор, как правило, имеет небольшое значение и не учитывается.

Возьмем цилиндрический образец пористой среды длиной  $\Delta l$  и площадью поперечного сечения  $S$ . Боковые стенки (цилиндрическая поверхность) изолированы от внешней среды. Обозначим через  $\Delta H$  разницу напоров на торцевых стенах образца. Под скоростью фильтрации  $v$  в данном случае понимается отношение расхода жидкости к площади поперечного сечения  $S$ . Если с изменением  $\Delta H$  пропорционально изменяется скорость фильтрации  $v$ , то происходящая в образце фильтрация соответствует линейному закону—закону Дарси. При больших скоростях, как показывают экспериментальные исследования, происходит нарушение линейного закона, и фильтрация описывается квадратичным законом движения.

В общем же случае фильтрация происходит в соответствии с двучленным законом

$$\Delta H = \alpha v + \beta v^2.$$

В некоторых пористых средах при малых перепадах давления на фильтрацию оказывают существенное влияние несьютоновские свойства жидкости и при градиентах давления ниже критических (начальных) движение жидкости не наблюдается.

В разработке нефтяных и газовых месторождений, как правило, используют понятие приведенного давления

$$p_{\text{пр}} = p + pgz. \quad (1.2)$$

Если жидкость фильтруется в горизонтальной плоскости, то понятия «давление» и «приведенное давление» совпадают.

В дальнейшем рассматривается в основном движение жидкости и газа в горизонтальной плоскости, поэтому нивелировочный напор будем опускать.

По закону Дарси связь между скоростью фильтрации и перепадом давления линейная, и при однодimensionalном течении жидкости или газа эта связь выражается уравнением

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta L}, \quad (1.3)$$

где  $\mu$ —вязкость жидкости или газа;  $k$ —проницаемость.

Знак минус в (1.3) означает, что скорость фильтрации направлена в сторону, обратную росту давления.

Скорость фильтрации—векторная величина, причем проекции вектора скорости на оси координат  $x, y, z$  соответственно равны:

$$v_x = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad v_y = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y}; \quad v_z = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (1.4)$$

Выражение (1.4) в векторной форме записывается в виде

$$\vec{v} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p. \quad (1.5)$$

Определим вектор массовой скорости  $\vec{pv}$ . В соответствии с (1.5) имеем

$$\vec{pv} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} P, \quad (1.6)$$

где  $P$ —функция Л. С. Лейбензона.

$$dP = \rho dp. \quad (1.7)$$

Если однодimensionalная фильтрация жидкости или газа происходит при постоянной температуре в горизонтальной плоскости, то плотность  $\rho$ —однозначная функция давления (приведенного), а следовательно и функция  $P$  также однозначно определяется давлением. Поэтому (1.6) можно представить в виде

$$\vec{pv} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} P(p). \quad (1.8)$$

В некоторых случаях, когда проницаемость и вязкость являются функциями давления, функцию Л. С. Лейбензона целесообразно определять выражением

$$dP_1 = \frac{k(p)}{\mu(p)} \rho(p) dp. \quad (1.9)$$

Тогда закон Дарси можно представить в форме

$$\vec{pv} = -\operatorname{grad} P_1. \quad (1.10)$$

При двухфазной фильтрации жидкостей и газов вводят понятие фазовой проницаемости—функции насыщенности пористой среды. Так, при фильтрации двух фаз ( $i=2$ ) закон Дарси может быть представлен в виде

$$\vec{p}_i v_i = -\frac{k_i(\sigma)}{\mu_i} p_i \operatorname{grad} p_i, \quad i = 1, 2. \quad (1.11)$$

Здесь  $\sigma_i$ —насыщенность пористой среды  $i$ -й фазой.

Если пренебречь капиллярными силами, то давление в фазах считается одинаковым. Фазовые проницаемости  $k_i(\sigma_i)$  находятся из экспериментальных или промысловых исследований.

Если в пласте фильтруются жидкости и газ, то массовые скорости жидкости и газа определяются соответственно выражениями

$$\vec{\rho}_m v_m = -\frac{k_m(\sigma)}{\mu_m} \rho_m \operatorname{grad} p; \quad \vec{\rho}_r v_r = -\frac{k_r(\sigma)}{\mu_r} \rho_r \operatorname{grad} p. \quad (1.12)$$

Здесь  $\rho_m, \rho_r, \mu_m, \mu_r$ —соответственно плотности и вязкости жидкости и газа.

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Рассмотрим некоторую элементарную площадку  $\Delta S$ , нормаль  $\vec{n}$  которой совпадает с направлением скорости фильтрации (рис. 1).

Массовый расход жидкости через эту площадку равен

$$\Delta q_m = \rho v \Delta S. \quad (1.13)$$

Рассмотрим некоторый объем  $V$ , который ограничен замкнутой поверхностью  $S$ . Расход жидкости через эту поверхность равен

$$q_m = \oint_S \vec{pv} d\vec{S}. \quad (1.14)$$

Очевидно, при установившейся фильтрации в каждый момент времени количество жидкости, вошедшее в объем  $V$ , равноется количеству жидкости, вышедшему из этого объема. В таком случае  $q_m = 0$ .

При неустановившемся процессе в объеме  $V$  может происходить накопление или уменьшение жидкости.

Пусть в некоторый момент времени  $t$  средняя пористость в объеме  $V$  равна  $m$ , а плотность жидкости  $\rho$ . Тогда масса жидкости в этом объеме равна  $M = \rho V$ . В момент времени  $t + \Delta t$  средняя пористость в фиксированном объеме  $V$  стала равна  $m + \Delta m$ , а плотность жидкости  $\rho + \Delta \rho$ . Тогда масса жидкости, которая за время  $\Delta t$  накопится в объеме  $V$ , будет равна

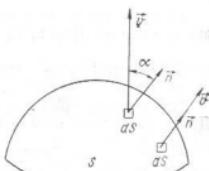


Рис. 1. Поток жидкости через криволинейную поверхность

$$q_m \Delta t = -V [(m + \Delta m)(\rho + \Delta \rho) - m\rho] = -V(m\Delta\rho + \rho\Delta m) = -V\Delta(m\rho). \quad (1.15)$$

Следовательно,

$$\int_S \rho d\vec{S}/V = -\frac{\Delta(m\rho)}{\Delta t}. \quad (1.16)$$

При  $V \rightarrow 0$  поверхность  $S \rightarrow 0$ . В таком случае уравнение материального баланса при фильтрации жидкости в пласте примет вид

$$\operatorname{div} \vec{v}\rho = -\frac{\partial}{\partial t}(m\rho). \quad (1.17)$$

Уравнение (1.17)—наиболее общий вид уравнения неразрывности при фильтрации жидкости или газа при неизменном геометрическом объеме пласта. Если при фильтрации деформируется кровля или подошва пласта (т. е. изменяется объем  $V$ ), то уравнение неразрывности (1.17) существенно усложняется. Очевидно, уравнение (1.17) справедливо для любого закона фильтрации, а также при любых произвольных зависимостях изменения пористости и плотности фильтрующейся фазы от давления.

При плоскопараллельной фильтрации выражение (1.17) примет вид

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial t}(m\rho). \quad (1.18)$$

Здесь  $v$ —скорость фильтрации.

В общем случае выражение (1.17) в декартовой системе координат имеет вид

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho v_z}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial t}(m\rho). \quad (1.19)$$

При плоскорадиальной фильтрации выражение (1.17) примет вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) = -\frac{\partial}{\partial t}(m\rho). \quad (1.20)$$

Если фильтрация жидкости или газа происходит в соответствии с законом Дарси, то (1.17) можно представить в виде

$$\operatorname{div} \frac{k}{\mu} \operatorname{grad} P = \frac{\partial}{\partial t}(m\rho). \quad (1.21)$$

При плоскопараллельной фильтрации в соответствии с законом Дарси уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial t}(m\rho), \quad (1.22)$$

а при плоскорадиальной—

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial t}(m\rho). \quad (1.23)$$

При изотермической однородной фильтрации жидкости или газа в горизонтальной плоскости выражение (1.21) можно представить в виде

$$\operatorname{div} \frac{k}{\mu} \operatorname{grad} P = \frac{d(m\rho)}{dP} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (1.24)$$

Выражение (1.24) является наименее общим дифференциальным уравнением движения жидкости или газа при линейном законе фильтрации.

Величину  $d(m\rho)/dP$  А. Л. Хейн называет флюидомкостью пласта и обозначает через  $\xi(P)$ . Тогда в общем случае дифференциальное уравнение фильтрации при законе Дарси имеет вид

$$\operatorname{div} \frac{k}{\mu} \operatorname{grad} P = +\xi(P) \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (1.25)$$

Если  $\xi(P)$  постоянная, то уравнение (1.25) — линейное дифференциальное уравнение типа теплопроводности, хорошо исследованное в математической физике. В общем случае флюидомкость пласта  $\xi$  определяется функцией Л. С. Лейбензона, и уравнение фильтрации является нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка. Нелинейность вызвана тем, что перед производной  $\partial P / \partial t$  стоит коэффициент, зависящий от  $P$ . Нелинейность такого рода является неестественной. Для решения таких уравнений разработаны специальные приближенные методы. При линейном законе фильтрации дифференциальное уравнение движения жидкости или газа в пористой среде будет существенно нелинейным.

Рассмотрим несколько частных случаев.

**Фильтрация капельно-сжимаемой жидкости в неёдеформируемой пористой среде.** Пусть проницаемость, вязкость и пористость постоянны и не зависят от давления. Тогда дифференциальное уравнение фильтрации примет вид

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} P = -\frac{m\rho}{k} \frac{dP}{dP} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (1.26)$$

Как известно, уравнение состояния для капельно-сжимаемой жидкости в соответствии с законом Гука имеет вид

$$\frac{dp}{\rho} = \frac{dp}{K_{\infty}}, \quad (1.27)$$

где  $K_{\infty}$  — модуль объемного сжатия жидкости, МПа. Он зависит от свойства жидкости, пластовой температуры, от минерализации жидкости и степени ее насыщения газами и имеет порядок нескольких сотен или тысяч МПа.

Из (1.27) следует

$$\frac{dp}{\rho dP} = \frac{d\rho}{dP} = \frac{1}{K_{\infty}}. \quad (1.28)$$

Следовательно, дифференциальное уравнение упругой фильтрации капельно-сжимаемой жидкости запишется в виде

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} P = +\frac{1}{\kappa} \frac{\partial P}{\partial t}; \quad \kappa = \frac{K_{\infty}}{m\rho}, \quad (1.29)$$

где  $\kappa$  — коэффициент пьезопроводности.

Из уравнений (1.28) и (1.29), очевидно, получим

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} p = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (1.30)$$

Поскольку для капельно-сжимаемой жидкости при большом диапазоне изменения пластового давления плотность  $\rho$  остается практически неизменной, то (1.27) приближенно представим в виде

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{\rho_0}{K_{\text{ж}}}, \quad (1.31)$$

где  $\rho_0$  — некоторая средняя плотность жидкости. Тогда выражение (1.30) записывается

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} p = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (1.32)$$

В соответствии с изложенным выражение (1.32) для плоскопараллельной и плоскорадиальной фильтрации соответственно примет вид:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (1.33)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (1.34)$$

Рассмотрим теперь случай, когда пористость зависит от пластового давления. Пусть деформация пористой среды также подчиняется закону Гука. Тогда по аналогии с (1.27) записем

$$\frac{dm}{m} = \frac{dp}{\rho_0}, \quad (1.35)$$

где  $1/K_{\text{ж}} = \beta_{\text{в}}$  — коэффициент сжимаемости пор, связанный с коэффициентом сжимаемости среды  $\beta_{\text{в}}$  выражением

$$\beta_{\text{в}} = \beta_{\text{в}} m_0, \quad (1.36)$$

$m_0$  — некоторая средняя пористость.

Для деформируемой пористой среды и капельно-сжимаемой жидкости  $\xi = d(m\rho)/dP$  равна

$$\frac{d(m\rho)}{dP} = m \left( \frac{1}{K_{\text{ж}}} + \frac{\beta_{\text{в}}}{m} \right), \quad (1.37)$$

где

$$\frac{1}{K_{\text{ж}}} + \frac{\beta_{\text{в}}}{m} = \frac{1}{K_{\text{ж, пр}}}, \quad (1.38)$$

$K_{\text{ж, пр}}$  — модуль объемного сжатия жидкости с учетом деформации пористой среды.

Таким образом, уравнения (1.37) и (1.38) показывают, что для учета сжимаемости пористой среды необходимо вместо модуля объемного сжатия жидкости воспользоваться приведенным модулем. Остальные расчетные формулы имеют тот же вид, что и для фильтрации упругой жидкости в недеформируемой пористой среде.

Изотермическая фильтрация идеального газа в недеформируемой пористой среде.

В этом случае в соответствии с уравнением Бойля — Марнотта имеем:

$$\frac{d(m\rho)}{dP} = m \frac{dp}{dP} = m \frac{dp}{\rho dp} = m \frac{p_0}{\rho p_0} = \frac{m}{p};$$

$$dp = \rho dp = \frac{1}{2} \frac{p_0}{p_0} - dp^2.$$

Тогда (1.36) примет вид

$$\operatorname{div} \frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p^2 = \frac{m}{p} \frac{\partial p^2}{\partial t}. \quad (1.39)$$

Для однородной и пористой среды при  $k=\text{const}$  выражение (1.39) записывается так:

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} p^2 = \frac{1}{\kappa(p)} \frac{\partial p^2}{\partial t}, \quad \kappa(p) = \frac{kp}{m\mu}. \quad (1.40)$$

## МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

### Автомодельные решения уравнения фильтрации упругой жидкости

Сложность решения уравнений фильтрации заключается в том, что они являются уравнениями в частных производных. Даже в наиболее простых одномерных задачах фильтрация зависит от двух переменных — координаты положения точки, в которой необходимо определить параметры процесса, и времени. Существует большой класс задач, когда давление в пласте определяется одним комплексом, в который входят обе эти переменные. Как правило, такой комплексной переменной в задачах теории фильтрации является величина  $\xi = x/V\sqrt{kt}$  для плоскопараллельной фильтрации.

и величина  $\xi = r/V\sqrt{kt}$  — для плоскорадиальной фильтрации.

Замена двух переменных одной существенно упрощает решение задач, поскольку позволяет перейти от уравнения в частных производных к обыкновенному дифференциальному уравнению. Решения обыкновенных дифференциальных уравнений фильтрации носят название автомодельных. Кроме того, они имеют и научное значение, так как являются эталоном для сравнения приближенных решений. Особое значение имеют автомодельные решения нелинейных задач теории фильтрации, поскольку, если исключить численные методы, только автомодельные решения позволяют получить точные решения. Они также применяются для табулирования полученных решений. Определить, является ли решение автомодельным, позволяет, как правило, анализ теории размерностей.

Рассмотрим автомодельные решения некоторых задач теории фильтрации.

Плоскопараллельная фильтрация в полуограниченном пласте при постоянном перепаде давления на границе пласта. Пусть требуется найти решение уравнения упругого режима фильтрации для плоскопараллельного течения

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (1.41)$$

при следующих условиях:

$$p(x, 0) = p_{\text{ нач}}; \quad p(\infty, t) = p_{\text{ нач}}; \quad p(0, t) = p_0. \quad (1.42)$$

Введем функцию

$$p_1 = p - p_{\text{ нач}}. \quad (1.43)$$

Очевидно, для функции  $p_1$  имеет место следующее дифференциальное уравнение, аналогичное (I.41):

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} = \frac{1}{x} \frac{\partial p_1}{\partial t}, \quad (1.44)$$

и следующие начальные и граничные условия:

$$p_1(x, 0) = 0; \quad p_1(\infty, t) = 0; \quad p_1(0, t) = \Delta p_0 - p_{\text{ини}}. \quad (1.45)$$

Из (I.44) и (I.45) следует, что  $p_1 = p(x, t) - p_{\text{ини}}$  будет определяться параметрами  $\Delta p_0$ ,  $x$ ,  $x$  и  $t$ , т. е.

$$p_1 = (\Delta p_0, x, x, t). \quad (1.46)$$

Запишем (1.46) в виде

$$\frac{p_1}{\Delta p_0} = f_1(\Delta p_0, x, x, t), \quad (1.47)$$

$p_1/\Delta p_0$  — величина безразмерная. Следовательно, и в правой части (1.47) должны быть только безразмерные комплексы. Из  $\Delta p_0$ ,  $x$ ,  $x$  и  $t$  можно образовать только один безразмерный комплекс. Для удобства этот комплекс обозначим  $\xi = x/2\sqrt{xt}$ . (1.48)

Следовательно, безразмерное давление в пласте  $p_1/\Delta p_0$  будет определяться только одной переменной  $\xi$ .

Если пласт ограничен и второе условие (I.42) реализуется на внешней границе пласта

$$p = p_{\text{ини}} \text{ при } x = l, \quad (1.49)$$

то давление в пласте будет определяться, кроме того, величиною  $l$ , и условие (1.47) тогда необходимо представить в виде

$$p_1/\Delta p_0 = f_1(\Delta p_0, x, l, \xi, t).$$

Из пяти параметров  $\Delta p_0$ ,  $x$ ,  $x$ ,  $x$  и  $t$  можно образовать две безразмерные независимые переменные, например  $x/l$  и  $x/2\sqrt{xt}$ , т. е. давление будет зависеть от двух аргументов и в этом случае задача уже не будет автомодельной.

Итак, рассмотрим автомодельную фильтрацию. Учитывая, что давление однозначно определяется аргументом  $\xi$ , запишем

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{dp}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{xt}} \frac{dp}{d\xi}; \\ \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} &= \frac{1}{4xt} \frac{d^2 p}{d\xi^2}; \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= \frac{dp}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} = -\frac{\xi}{2t} \frac{dp}{d\xi}. \end{aligned} \quad (1.50)$$

Подставляя (1.50) в (1.41), получим

$$\frac{d^2 p}{d\xi^2} + 2\xi \frac{dp}{d\xi} = 0. \quad (1.51)$$

Таким образом, уравнение в частных производных преобразовано в обыкновенное дифференциальное уравнение.

Введем переменную  $u = dp/d\xi$ , и выражение (1.51) представим в виде

$$\frac{du}{d\xi} + 2\xi u = 0. \quad (1.52)$$

Интеграл этого выражения равен

$$u = \frac{dp}{d\xi} = C_1 e^{-\xi^2}. \quad (1.53)$$

Из

Интегрируя выражение (I.53), получим

$$p = C_2 + C_1 \int_0^\xi e^{-z^2} dz = C_2 + C_1 \operatorname{erf} \xi. \quad (1.54)$$

Известно [20], что интеграл в (1.54) называется интегралом вероятности

$$\operatorname{erf} z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-x^2} dx. \quad (1.55)$$

Распределение давления с учетом (I.42) найдем в виде

$$p = p_0 - (p_0 - p_{\text{ини}}) \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{xt}} \right). \quad (1.56)$$

Выражение (I.56) можно представить в виде:

$$p - p_{\text{ини}} = (p_0 - p_{\text{ини}}) \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{xt}} \right); \quad (1.57)$$

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z).$$

Рассмотрим теперь случай, когда на одной границе пологуограниченного пласта задан постоянный во времени расход  $q_0$ . Пусть ширина пласта равна  $b$ , толщина  $h$ . Тогда граничное условие можно представить в виде

$$\frac{k b h}{\mu} \frac{dp}{dx} \text{ при } x = 0. \quad (1.58)$$

Кроме того, примем во внимание начальное условие и условие при  $x \rightarrow \infty$ , которым представим в виде:

$$p(x, 0) = p_{\text{ини}}; \quad \frac{\partial p(x, 0)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0; \quad \frac{\partial p(x, 0)}{\partial x} \Big|_{x \rightarrow \infty} = 0. \quad (1.59)$$

Введем функцию

$$u = dp/dx. \quad (1.60)$$

Дифференцируя по  $x$  уравнение (I.41), заметим, что  $u$  также удовлетворяет этому уравнению:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{1}{x} \frac{du}{dt}. \quad (1.61)$$

Условия (1.58) и (1.59) при подстановке (I.60) примут вид

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=0} = -\frac{q_0 b}{k b h}; \quad u(x, 0) = 0; \quad u(\infty, t) = 0. \quad (1.62)$$

Было получено решение уравнения типа (1.61) при начальных и граничных условиях, аналогичных (1.62). Используя решение (1.56), находим

$$u = \frac{dp}{dx} = \frac{q_0 b}{k b h} \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{xt}} \right). \quad (1.63)$$

Из (1.63) нетрудно найти выражение для изменения давления. Имеем:

$$p(x, t) - p_{\text{ини}} = \frac{2 q_0 b}{k b h} \sqrt{xt} \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{xt}} \right); \quad (1.64)$$

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{1}{2} \operatorname{erf}(z) = \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-t^2} dt. \quad (1.65)$$

Выражение (1.64) также можно представить в виде:

$$p(x, t) - p_{\text{вак}} = \frac{2q_0\mu}{kbh} V \sqrt{xt} \left[ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-z^2) - z \operatorname{erfc}(z) \right]; z = \dot{x}/(2V\sqrt{xt}),$$

из которого следует, что при  $x=0$

$$\Delta p(0, t) = p(0, t) - p_{\text{вак}} = \frac{2}{V\pi} \frac{q_0\mu}{kbh} V \sqrt{t}. \quad (1.66)$$

**Плоскорадиальная фильтрация упругой жидкости.** Получим решение уравнения упругого режима плоскорадиальной фильтрации упругой жидкости в неограниченном пласте при заданном постоянном во времени дебите скважины. Начальное давление  $p_{\text{вак}}$  в пласте также считаем постоянным.

Задача формулируется следующим образом. Найти решение уравнения

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{1}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (1.67)$$

при

$$\frac{-2\pi kh}{\mu} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_c} = q_0; p(r, 0) = p_{\text{вак}}; p(r, t \rightarrow \infty) = p_{\text{вак}}; \quad (1.68)$$

Из (1.67) и (1.68) видим, что  $\Delta p(r, t) = p - p_{\text{вак}}$  определяется следующими величинами:

$$\Delta p(r, t) = f_1 \left( \frac{q_0\mu}{2\pi kh}, r, t, r_c \right); \quad (1.69)$$

$q_0/2\pi kh$  имеет размерность давления. В связи с этим выражение (1.69) можно представить в виде

$$\Delta p(r, t) = \frac{q_0\mu}{2\pi kh} f_1 \left( \frac{q_0\mu}{2\pi kh}, r, t, r_c \right). \quad (1.70)$$

При этом выражение  $f_1 \left( \frac{q_0\mu}{2\pi kh}, r, t, r_c \right)$  должно быть безразмерно и, следовательно, должны определяться безразмерными комплексами. Из  $q_0\mu/(2\pi kh)$ ,  $r, t, r_c$ , определяющих безразмерную функцию  $f_1$ , можно образовать только два независимых безразмерных параметра  $r/V\sqrt{xt}$  и  $t/r_c$ .

Следовательно, (1.70) можно представить в виде

$$\Delta p(r, t) = \frac{q_0\mu}{2\pi kh} f_1 \left( \frac{r}{V\sqrt{xt}}, \frac{t}{r_c} \right). \quad (1.71)$$

Рассмотрим случай исчезающего малого радиуса. Примем  $r_c=0$ , т. е. первое условие (1.68) представим в виде

$$-\frac{2\pi kh}{\mu} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=0} = q_0. \quad (1.72)$$

В этом случае функция  $f_1$  будет определяться только одной переменной величиной  $\xi = r/V\sqrt{xt}$ .

Будем искать решение в виде

$$p = p_{\text{вак}} + \frac{q_0\mu}{2\pi kh} f(\xi). \quad (1.73)$$

Предварительно заметим, что:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{dp}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial r} = \frac{q_0\mu}{2\pi kh} \frac{1}{V\sqrt{xt}} f'(\xi); \\ \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} &= \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right) \frac{\partial \xi}{\partial r} = \frac{q_0\mu}{2\pi kh} \frac{1}{V\sqrt{xt}} f''(\xi); \end{aligned} \quad (1.74)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{dp}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} = -\frac{1}{2} \frac{q_0\mu}{2\pi kh} \frac{\xi}{t} f'(\xi).$$

Подставляя (1.74) в (1.67), получим

$$f''(\xi) + \frac{1}{\xi} f'(\xi) + \frac{\xi}{2} f'(\xi) = 0. \quad (1.75)$$

Таким образом, благодаря автомодельной постановке  $\xi = rV\sqrt{xt}$  от дифференциального уравнения в частных производных (1.67) перешли к обыкновенному дифференциальному уравнению.

Обозначая  $f'(\xi) = u(\xi)$ , выражение (1.75) представим

$$\frac{du}{u} = -\left(\frac{1}{\xi} + \frac{\xi}{2}\right) d\xi. \quad (1.76)$$

Интегрирование (1.76) дает

$$u = C_1 \frac{1}{\xi} e^{-\xi^2/4}. \quad (1.77)$$

Из граничного условия (1.72) определим постоянную интегрирования  $C_1$ :

$$f'(\xi) = u(\xi) = -\frac{1}{\xi} e^{\xi^2/4}. \quad (1.78)$$

Выражение (1.78) в соответствии с (1.74) позволяет определить производные по давлению по координате и по времени  $t$ .

В частности, из (1.78) легко определить дебит жидкости и в произвольном сечении радиуса  $r$ . Действительно,

$$q(r, t) = -\frac{2\pi kh}{\mu} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_r = -\frac{2\pi kh}{\mu} \xi \frac{dp}{d\xi} = q_0 e^{-\xi^2/4} = q_0 e^{-r^2/4xt}. \quad (1.79)$$

Определим теперь  $dp/dt$  из (1.74). Имеем

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{q_0\mu}{4\pi kh} \frac{e^{-\xi^2/4}}{t} = \frac{q_0\mu}{4\pi kh} \frac{1}{t} e^{-r^2/4xt}. \quad (1.80)$$

Интегрируя по  $t$ , получим

$$\frac{p - p_{\text{вак}}}{q_0\mu / (4\pi kh)} = \frac{1}{4\pi kh} \int_0^t \frac{1}{z} e^{-r^2/4xt} dz = -\operatorname{Ei}\left(-\frac{r^2}{4xt}\right). \quad (1.81)$$

Разложим интегральную экспоненциальную функцию [20] в ряд

$$\operatorname{Ei}(-x) = -y + \ln x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n n!}, \quad (1.82)$$

где  $y = 0.57721\dots$  — постоянная Эйлеря.

Для  $x \ll 1$

$$\operatorname{Ei}(-x) = \ln x/c \approx 0.56146. \quad (1.83)$$

Для больших  $x$  воспользуемся асимптотическим разложением

$$\text{Ei}(-x) = -\frac{e^{-x}}{x} \left[ 1 - \frac{1}{x} + \frac{1.2}{x^2} - \dots \right]. \quad (1.84)$$

Таким образом, при притоке упругой жидкости в скважину нулевого радиуса давление в неограниченном однородном пласте определяется по формуле

$$p - p_{\text{нач}} = -\frac{q_0 s}{4\pi k h} \text{Ei}\left(-\frac{r^2}{4\pi k t}\right). \quad (1.85)$$

Для больших  $t$  и малых  $r(r^2/4\pi k t \ll 1)$

$$p - p_{\text{нач}} = \frac{q_0 s}{4\pi k h} \ln \frac{2.2458kt}{r^2} = \frac{q_0 s}{4\pi k h} [1: (4\pi k t/r^2) - 1]. \quad (1.86)$$

Пользуясь (1.79), можно определить расход упругой жидкости через произвольную цилиндрическую поверхность, в том числе через боковую поверхность реальной скважины  $r=r_c$ :

$$q(r_c, t) = q_{sc} e^{-r_c^2/4\pi k t}. \quad (1.87)$$

Если бы на стенке реальной скважины граничное условие задавалось в виде выражения (1.87), то тогда можно было бы воспользоваться вышеизведенными решениями. Для реальной скважины условие (1.87) означает по существу условие  $q(r_c, t) = q_{sc} = \text{const}$  и поэтому приведенные решения справедливы и когда задан постоянный во времени дебит реальной скважины. Действительно, если  $s=1 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{с}$ , то уже для  $t=1$  с можно положить  $q(r_c, t) = q_{sc}$ . Если же дебит задан на стенке укрупненной скважины, для которой  $r_c^2/4\pi k t \gg 0$ , то применение приведенных формул может привести к значительным погрешностям в расчетах.

## Метод разделения переменных

Одним из наиболее развитых классических методов решения уравнений типа (1.75) является метод разделения переменных. Сущность этого метода заключается в том, что находится частное решение уравнения упругого режима фильтрации. Общее решение определяется как бесконечная сумма частных решений. Стого говоря, предварительно требуется доказать, что бесконечная сумма частных решений является общим решением.

Как правило, частное решение имеется в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от времени, другая — только от координат.

### Плоская параллельная фильтрация.

Пронилюстрируем применение метода разделения переменных на примере решения уравнения (1.33) для ограниченного пласта. Распределение давления в начальный момент времени ( $t=0$ ) считается заданным:

$$p(x, 0) = f(x). \quad (1.88)$$

Найдем частное решение (1.33) в виде

$$u = \varphi(t)\psi(x). \quad (1.89)$$

Подставляя (1.89) в (1.33), получим

$$\psi''(x)\varphi(t) = \frac{1}{x} \psi(x)\varphi'(t). \quad (1.90)$$

Откуда

$$\frac{\psi''(x)}{\psi(x)} = \frac{1}{x} \frac{\varphi'(t)}{\varphi(t)}. \quad (1.91)$$

По условию  $\psi(x)$  не зависит от  $t$ . Следовательно, и  $\psi''(x)/\psi(x)$  также не должно зависеть от  $t$ . По аналогии можем заключить, что  $\varphi'(t)/\varphi(t)$  также не зависит от  $x$ . Поэтому (1.91) можно представить в виде

$$\frac{\psi''(x)}{\psi(x)} = \frac{1}{x} \frac{\varphi'(t)}{\varphi(t)} = D, \quad (1.92)$$

где  $D$  — некоторая постоянная, не зависящая от  $x$  и  $t$ .

Положим пока, что  $D$  — отрицательная величина. Тогда что она не может быть положительной, будет установлено ниже. Итак, положим  $D=-s^2$ .

Выражение (1.92) распадается на два дифференциальных уравнения:

$$\psi''(x) = -s^2\psi(x); \quad (1.93)$$

$$\varphi'(t) = -s^2\varphi(t). \quad (1.94)$$

Уравнения (1.93) и (1.94) — обыкновенные дифференциальные уравнения, решения которых имеют вид:

$$\varphi(t) = Ce^{-s^2 t}; \quad (1.95)$$

$$\psi(x) = A_1 \sin sx + B_1 \cos sx, \quad (1.96)$$

где  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C$  — постоянные интегрирования.

Подставляя (1.95) в (1.89), получим выражение для частного решения уравнения (1.33)

$$u_1 = (A_1 \sin sx + B_1 \cos sx) e^{-s^2 t}. \quad (1.96)$$

Другими частными решениями уравнения (1.33) являются

$$u_2 = A_2 x + B_2; \quad u_3 = A_3 (x^2 - 2xt). \quad (1.97)$$

Имеется еще одно частное решение уравнения (1.33), которое имеет вид

$$U_4 = A_4 \frac{1}{t^{1/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\pi k t}\right). \quad (1.98)$$

Это выражение имеет особенность при  $t=0$ , и поэтому  $A_4=0$ . Будем искать общее решение уравнения (1.33) в виде суммы частных решений

$$p = \sum (A_1 \sin sx + B_1 \cos sx) e^{-s^2 t} + A_2 + B_2 x + A_3 (x^2 - 2xt). \quad (1.99)$$

Для определения постоянных  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $A_3$  и  $s$  необходимо воспользоваться начальными условиями (1.88), а также граничными условиями. Рассмотрим три случая граничных условий.

I. Граничное условие I рода — на границах пласта заданы давления

$$p(0, t) = p_0; \quad p(l, t) = p_1. \quad (1.100)$$

Чтобы удовлетворить этим граничным условиям, необходимо

$$B_1 = A_3 = 0, \quad A_2 + B_2 l = p_1 \quad \text{и} \quad \sin sl = 0. \quad (1.101)$$

Из (1.101) следует

$$B_2 = (p_1 - p_0)/l; \quad s = \pi n/l, \quad n=1, 2, \dots \quad (1.102)$$

Подставляя (I.101) и (I.102) в (I.99), получим выражение для изменения давления

$$p = \sum_n A_1(n) \sin \frac{\pi n x}{l} e^{-\frac{\pi^2 n^2 k t}{l^2}} + p_0 + \frac{p_1 - p_0}{l} x. \quad (I.103)$$

Это выражение должно удовлетворять также начальному условию (I.88). Подставляя (I.103) в (I.88), получим

$$\sum_n A_1(n) \sin \frac{\pi n x}{l} + p_0 + \frac{p_1 - p_0}{l} x = f(x). \quad (I.104)$$

Обозначим

$$\varphi_1(x) = f(x) - p_0 - \frac{p_1 - p_0}{l} x. \quad (I.105)$$

Функция  $\varphi_1(x)$  определена в диапазоне  $0 \leq x \leq l$ .

В теории рядов Фурье доказывается, что функция  $\varphi_1(x)$  в диапазоне  $0 \leq x \leq l$  может быть разложена в ряд по синусам

$$\varphi_1(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{\pi n x}{l}, \quad (I.106)$$

где

$$b_n = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi_1(x) \sin \frac{\pi n x}{l} dx. \quad (I.107)$$

Таким образом, сопоставляя (I.104) и (I.106), видим, что  $A_1(n) = b_n$ , при чем  $b_n$  определяется (I.107), а  $n$  — представляет собой натуральный ряд чисел от 1 до  $\infty$ .

Следовательно, получим выражение для изменения давления в ограниченном линейном пласте в виде

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{\pi n x}{l} \exp \left( -\frac{\pi^2 n^2 k t}{l^2} \right) + p_0 + \frac{p_1 - p_0}{l} x. \quad (I.108)$$

Рассмотрим частный случай, когда в начальный момент времени ( $t=0$ ) изменение давления в пласте было равно нулю  $f(x)=0$ .

В этом случае из (I.107) с учетом (I.104) имеем

$$b_n = \frac{2}{l} \int_0^l \left( p_0 + \frac{p_1 - p_0}{l} x \right) \sin \frac{\pi n x}{l} dx = -\frac{2}{\pi n} [p_0 - (-1)^n p_1]. \quad (I.109)$$

Подставляя (I.109) в (I.108), получим

$$(I.109) \rightarrow -\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} [p_0 - (-1)^n p_1] \sin \frac{\pi n x}{l} \exp \left( -\frac{\pi^2 n^2 k t}{l^2} \right) + p_0 + \frac{p_1 - p_0}{l} x. \quad (I.110)$$

Из выражения (I.110) видно, что при  $t \rightarrow \infty$  распределение давления в пласте следующее:

$$p = p_0 + \frac{p_1 - p_0}{l} x. \quad (I.111)$$

Выражение (I.111) — уравнение установившегося распределения давления в пласте.

Из уравнения (I.110) становится ясным, почему постоянная  $D$  в (I.92) не может быть положительной: в противном случае при  $t \rightarrow \infty$  давление в пласте было бы бесконечно большое, что противоречит физическому смыслу.

II. Границное условие II рода — на границах пласта заданы производные давления по координате:

$$\left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} = a_0; \quad \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=l} = a_1. \quad (I.112)$$

Пусть  $a_0$  и  $a_1$  — постоянные во времени величины. Из (I.99) следует

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \sum_s (sA_1 \cos sx - sB_1 \sin sx) e^{-sx^2 t} + B_2 + 2A_3 x. \quad (I.113)$$

Чтобы удовлетворить условию (I.112), необходимо

$$A_1 = 0; \quad B_2 = a_0; \quad B_2 + 2A_3 l = a_1; \quad \sin sl = 0. \quad (I.114)$$

Откуда

$$A_3 = \frac{a_1 - a_0}{2l}; \quad s = \frac{\pi n}{l}; \quad n = 1, 2, \dots \quad (I.115)$$

Подставляя (I.114) и (I.115) в (I.99), получим

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} B_1 \cos \frac{\pi n}{l} x \exp \left[ -\frac{\pi^2 n^2 k t}{l^2} \right] + A_2 + a_0 x + \frac{a_1 - a_0}{2l} (x^2 - kt). \quad (I.116)$$

По-прежнему для определения постоянных  $B_1$  и  $A_2$  воспользуемся начальным условием (I.88)

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} B_1 \cos \frac{\pi n}{l} x + A_2 + a_0 x + \frac{a_1 - a_0}{2l} x^2. \quad (I.117)$$

По аналогии с предыдущим

$$\varphi_1(x) = f(x) - a_0 x - \frac{a_1 - a_0}{2l} x^2. \quad (I.118)$$

Функция  $\varphi_1(x)$  в интервале  $0 \leq x \leq l$  может быть разложена в ряд по косинусам

$$\varphi_1(x) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{\pi n x}{l}, \quad (I.119)$$

где

$$a_0 = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi_1(x) dx; \quad a_n = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi_1(x) \cos \frac{\pi n x}{l} dx.$$

Сопоставляя (I.117) с (I.119), замечаем, что  $B_1 = a_n$  и  $A_2 = 0,5a_0$ , причем  $n$  — натуральное число, изменяющееся от 1 до  $\infty$ .

В итоге выражение (I.116) примет вид

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{l} \exp \left( -\frac{n^2 \pi^2 k t}{l^2} \right) + \frac{a_0}{2} + c_0 x + \frac{a_1 - a_0}{2l} (x^2 - 2xt). \quad (I.120)$$

Рассмотрим случай, когда начальное давление в пласте равно нулю  $f(x)=0$ :

$$\begin{aligned} a_0 &= -\frac{2}{l} \int_0^l \left( x_0 x + \frac{a_1 - a_0}{2l} x^2 \right) dx = -\frac{l}{3} (2a_0 + a_1); \\ a_n &= -\frac{2}{l} \int_0^l \left( x_0 x + \frac{a_1 - a_0}{2l} x^2 \right) \cos \frac{n\pi x}{l} dx = -\frac{l^2}{n^2 \cdot 4} [x_0 - (-1)^n a_1]. \end{aligned} \quad (I.121)$$

Подставляя (I.121) в (I.120), получим

$$p = -\frac{l^2}{n^2} \sum_{n=1}^{\infty} [x_0 - (-1)^n a_1] \cos \frac{n\pi x}{l} \exp \left( -\frac{n^2 \pi^2 k t}{l^2} \right) - \frac{l}{6} (2a_0 + a_1) + a_0 x + \frac{a_1 - a_0}{2l} (x^2 - 2xt). \quad (I.122)$$

III. На границе  $x=0$  задано изменение давления:  $p(0, t)=p_0(t)$ , на границе  $x=l$  задано условие отсутствия приотока:  $\frac{\partial p(l, t)}{\partial x}=0$ . Начальное давление в пласте равно нулю.

Рассмотрим пласт длиною  $l=2l_1$ , на границе которого заданы условия I рода  $p(0, t)=p(l, t)=p_0(t)$ .

Для определения поля давления в этом пласте можно воспользоваться выражением (I.110).

Получим

$$p(x, t) = -\frac{4p_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin \frac{\pi(2n-1)}{2l_1} x \exp \left[ -\frac{\pi^2(2n-1)^2 k t}{4l_1^2} \right].$$

Поскольку давление на внешних границах пласта (при  $x=0$  и  $x=l$ ) меняется однakoво, то из условия симметрии следует, что в середине пласта (при  $x=l/2=2l_1$ ) приотока жидкости не будет, т. е. соблюдается условие  $\partial p(l_1, t)/\partial x=0$ . Следовательно, полученное выражение является решением поставленной задачи.

Определим расход жидкости на границе пласта ( $x=0$ ), имеющего площадь киперического сечения  $f$ :

$$q = -\frac{kf}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{2p_0 k f}{\mu} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[ -\frac{\pi^2(2n-1)^2 k t}{4l_1^2} \right]. \quad (I.123)$$

**Плоскорадиальная фильтрация.** При разработке нефтяных и газовых месторождений наиболее часто встречаются плоскорадиальные течения. Математический аппарат, который используется для описания этого вида фильтрации, несколько сложнее используемого при анализе плоскопараллельных течений в пористой среде. Однако последовательности решения во многом совпадают, поэтому остановимся на некоторых узловых моментах.

По-прежнему будем искать частное решение этого уравнения в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от  $r$ , а другая — только от времени  $t$ :

$$p_1 = v(r)\varphi(t). \quad (I.124)$$

Подставляя (I.124) в (I.34), получим

$$\frac{v''(r)}{v(r)} + \frac{1}{r} \frac{v'(r)}{v(r)} - \frac{1}{x} \frac{\varphi'(t)}{\varphi(t)} = -z^2. \quad (I.125)$$

Аналогично предыдущему левая часть уравнения (I.125) не зависит от  $t$ , а правая — от  $r$ . Поэтому правая и левая части должны быть равны некоторой постоянной величине, которая не может быть положительной:

$$\frac{v''(r)}{v(r)} + \frac{1}{r} \frac{v'(r)}{v(r)} = -z^2; \quad \frac{1}{x} \frac{\varphi'(t)}{\varphi(t)} = -z^2. \quad (I.126)$$

Второе уравнение (I.126) совпадает с уравнением (I.94), а его решение имеет вид

$$\varphi(t) = C e^{-z^2 t}. \quad (I.127)$$

Первое уравнение, которое можно представить в виде

$$v''(r) + \frac{1}{r} v'(r) + z^2 v(r) = 0, \quad (I.128)$$

— обыкновенное линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка, называемое уравнением Бесселя. Оно имеет следующее решение:

$$v(r) = A I_0(sr) + B Y_0(sr), \quad (I.129)$$

где  $I_0(x)$  — функция Бесселя I рода,

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2/4}{(1!)^2} + \frac{(x^2/4)^2}{(2!)^2} - \frac{(x^2/4)^3}{(3!)^2} + \dots, \quad (I.130)$$

$Y_0(x)$  — функция Бесселя II рода.

$$\begin{aligned} Y_0(x) &= \frac{2}{\pi} \left( \ln \frac{x}{2} + \gamma \right) J_0(x) + \frac{2}{\pi} \left[ \frac{x^2/4}{(1!)^2} - \frac{\left(1 + \frac{1}{2}\right)(x^2/4)^2}{(2!)^2} + \right. \\ &\quad \left. + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \frac{(x^2/4)^3}{(3!)^2} - \dots \right], \quad \gamma = 0.57721 \end{aligned} \quad (I.131)$$

Подставляя (I.127) и (I.129) в (I.124), получим частное решение дифференциального уравнения (I.34):

$$p_1 = [A_1 I_0(sr) + B_1 Y_0(sr)] e^{-z^2 t}. \quad (I.132)$$

Имеются следующие выражения, являющиеся частными решениями уравнения (I.34). Эти выражения имеют следующий вид:

$$p_2 = A_2 + B_2 \ln r, \quad p_3 = A_3 (r^2 - 4xt). \quad (I.133)$$

Рассмотрим частный случай исчезающе малого радиуса скважины. Дебит  $q_0$  такой скважины будем считать постоянным во времени. Очевидно,

$$q_0 = -\frac{2\pi k h}{\mu} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r \rightarrow 0}. \quad (I.134)$$

Будем искать решение в виде, аналогичном выражению (I.99):

$$p = \sum_k [A_k I_0(sr) + B_k Y_0(sr)] e^{-z^2 t} + A_2 + B_2 \ln r + A_3 (r^2 - 4xt). \quad (I.135)$$

Подставляя (I.135) в (I.134), получим

$$q_\theta = -\frac{2\pi kh}{\mu} \{r\Sigma[sA_1J_1(r)-sB_1Y_1(sr)]e^{-xs^2t}+B_2+2A_3r^2\}_{r \rightarrow 0}, \quad (I.136)$$

где

$$J_1(x) = \frac{d}{dx} J_0(x), \quad (I.137)$$

$$Y_1(x) = -\frac{d}{dx} Y_0(x).$$

Из условия ограниченности решения в (I.136)

$$B_1 = 0; \quad B_2 = -\frac{q_0\mu}{2\pi kh}. \quad (I.138)$$

Получим

$$p = \sum_k A_1 J_0(sr) e^{-xs^2t} + A_2 - \frac{q_0\mu}{2\pi kh} \ln r + A_3(r^2 - 4xt). \quad (I.139)$$

Для нахождения остальных постоянных интегрирования необходимо использовать условия на внешней границе пласта, а также начальное условие.

Рассмотрим два вида условий на внешней границе пласта.

I. (Условие I-го рода). На внешней границе пласта задано постоянное во времени пластовое давление

$$d_{r=r_1} = p_1. \quad (I.140)$$

Очевидно, (I.139) будет удовлетворять условию (I.140), если

$$J_0(sr_1) = 0, \quad A_3 = 0, \quad A_2 = p_1 + \frac{q_0\mu}{2\pi kh} \ln r_1. \quad (I.141)$$

Таким образом, для определения коэффициента  $s$  служит следующее выражение:

$$J_0(sr_1) = J_0(\lambda) = 0. \quad (I.142)$$

Уравнение (I.142) имеет бесконечное множество корней. Первые пять корней этого уравнения приведены ниже.

$k$	$\lambda_k$	$s_k$	$J_1(\lambda_k)$	$J_0(s_k)$
1	2,405	3,832	+0,5191	-0,4028
2	5,520	7,016	-0,3403	+0,3001
3	8,654	10,173	+0,2715	-0,2497
4	11,792	13,324	-0,2325	+0,2184
5	14,931	16,471	+0,2055	-0,1965

Тогда (I.139) примет вид

$$p = \sum_k A_1 J_0\left(\lambda_k \frac{r}{r_1}\right) e^{-\lambda_k^2 t} + p_1 - \frac{q_0\mu}{2\pi kh} \ln \frac{r}{r_1}, \quad (I.143)$$

Выражение (I.143) должно удовлетворять начальному условию

$$p(0, r) = f(r). \quad (I.144)$$

Полагая  $t=0$  и приравнивая (I.143) к (I.144), получим

$$f(r) = \sum_k A_1 J_0\left(\lambda_k \frac{r}{r_1}\right) + p_1 - \frac{q_0\mu}{2\pi kh} \ln \frac{r}{r_1}. \quad (I.145)$$

В теории рядов Фурье — Бесселя доказывается, что для всякой функции  $\varphi(r/r_1)$ , абсолютно интегрируемой на интервале  $0 \leq r/r_1 \leq 1$ , можно составить ряд Фурье — Бесселя:

$$\varphi_1\left(\frac{r}{r_1}\right) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i J_0\left(\lambda_i \frac{r}{r_1}\right), \quad (I.146)$$

где постоянные  $C_i$ , называемые коэффициентами Фурье — Бесселя, определяются из выражения

$$C_i = \frac{2}{P_1(\lambda_i)} \int_0^1 \frac{r}{r_1} \varphi_1\left(\frac{r}{r_1}\right) J_0\left(\lambda_i \frac{r}{r_1}\right) d\frac{r}{r_1}, \quad (I.147)$$

а  $\lambda_i$  являются корнями уравнения (I.142).

Сопоставляя (I.145) и (I.146), заменяем, что постоянные интегрирования  $A_1 = C_i$  должны определяться выражением (I.147). Таким образом, получим окончательное выражение для нахождения распределения давления

$$p - p_1 = \sum_{i=1}^{\infty} C_i J_0\left(\lambda_i \frac{r}{r_1}\right) \exp\left(-\lambda_i^2 t \frac{r}{r_1^2}\right) - \frac{q_0\mu}{2\pi kh} \ln \frac{r}{r_1}. \quad (I.148)$$

Рассмотрим частный случай, когда начальное распределение давления  $f(r) = 0$ . В этом случае, используя известные в теории бесселевых функций соотношения

$$\int_0^1 x J_0(x) dx = 0; \quad \int_0^1 x \ln x J_0(\lambda x) dx = -\frac{1}{\lambda^2}, \quad (I.149)$$

получим

$$p - p_1 = -\frac{q_0\mu}{2\pi kh} \left[ 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{J_0(\lambda_i r/r_1)}{\lambda_i^2 J_1^2(\lambda_i)} - \exp\left(-\lambda_i^2 t \frac{r}{r_1^2}\right) + \ln \frac{r}{r_1} \right]. \quad (I.150)$$

Из (I.150) получим выражение для давления в пласте при  $t \rightarrow \infty$

$$p = p_1 - \frac{q_0\mu}{2\pi kh} \ln \frac{r}{r_1}, \quad (I.151)$$

которое представляет собою установившееся распределение давления в пласте.

II. (Условие II рода). На внешней границе пласта задан постоянный во времени расход жидкости

$$q_V = -\frac{2\pi kh}{\mu} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_1}, \quad (I.152)$$

Для нахождения постоянных  $A_1$ ,  $s$ ,  $A_2$  и  $A_3$  воспользуемся граничным условием (I.152), а также начальным условием. Из (I.139) и (I.152) имеем

$$q_1 = -\frac{2\pi kh}{\mu} \sum_s \varepsilon r A_1 J_1(sr_1) e^{-s^2 T} + q_0 - \frac{4\pi kh}{\mu} A_3 r^2. \quad (I.153)$$

Чтобы соблюдалось уравнение (I.153), необходимо положить

$$A_3 = \frac{q_0 - q_1}{4\pi kh r^2} \mu; \quad J_1(sr_1) = J_1(s) = 0. \quad (I.154)$$

Уравнение  $J_1(s)=0$ , так же как и уравнение (I.142), имеет бесконечное множество корней  $v_i$ ; пять первых корней приведены выше.

Тогда уравнение (I.139) представим в виде

$$\begin{aligned} p = & \sum_l A_l J_0 \left( v_l \frac{r}{r_1} \right) \exp \left( -v_l^2 \frac{r}{r^2} \right) + A_2 - \frac{q_0 \mu}{2\pi kh} \ln r + \\ & + \frac{q_0 - q_1}{4\pi kh} \left( \frac{r^2}{r_1^2} + \frac{4\pi l}{r_1^2} \right) \mu. \end{aligned} \quad (I.155)$$

Для определения постоянных  $A_1$  и  $A_2$  по-прежнему воспользуемся начальными условиями

$$p(r=0) = f(r), \quad (I.156)$$

из которого следует

$$\begin{aligned} \sum_i A_1(v_i) J_0 \left( v_i \frac{r}{r_1} \right) + A_2 = & v_1 \left( \frac{r}{r_1} \right) = f(r) + \frac{q_0 \mu}{2\pi kh} \ln r - \\ & - \frac{q_0 - q_1}{4\pi kh} \mu \frac{r^2}{r_1^2}. \end{aligned} \quad (I.157)$$

В теории рядов Фурье—Бесселя доказывается, что при незначительных ограничениях на функцию  $f(r/r_1)$ , заданную на интервале  $0 \leq \frac{r}{r_1} \leq 1$ , последняя может быть задана в виде ряда

$$f \left( \frac{r}{r_1} \right) = \sum_{l=1}^{\infty} A_l J_0 \left( v_l \frac{r}{r_1} \right) + A_2, \quad (I.158)$$

где  $v_l$  определяется из уравнения (I.154), а коэффициент  $A_1$  и  $A_2$  находятся из выражения

$$A_1 = \frac{2}{J_0''(\lambda_1)} \int_0^1 \frac{r}{r_1} v_1 \left( \frac{r}{r_1} \right) J_0 \left( v_1 \frac{r}{r_1} \right) d \frac{r}{r_1}; \quad (I.159)$$

$$A_2 = 2 \int_0^1 \frac{r}{r_1} v_1 \left( \frac{r}{r_1} \right) d \frac{r}{r_1}, \quad (I.159)$$

Зная начальное распределение  $f(r)$ , а следовательно и функцию  $f(r)$ , из выражения (I.159) определяют  $A_1$  и  $A_2$  и тем самым решение постоянной задачи.

Для частного случая, когда  $f(r)=0$ , используя свойство (I.149), а также известные в теории бесселевых функций свойства,

$$\int_0^1 v_i^2 J_0(v_i x) dx = -\frac{2}{\pi^2} J_2(v_i) - \frac{1}{\pi} J_1(v_i); \quad J_2(v_i) + J_0(v_i) = \frac{2}{\pi} J_1(v_i), \quad (I.160)$$

получим

$$\begin{aligned} p = & -\frac{q_0 \mu}{2\pi kh} \left[ 2 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_0(v_i \sqrt{r})}{v_i^2 J_0(v_i)} \exp(-v_i^2 T) + \right. \\ & + 2 \frac{q_1}{q_0} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_0(v_i \sqrt{r})}{v_i^2 J_0(v_i)} \exp(-v_i^2 T) + \ln \bar{r} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} (\bar{r}^2 + 4T) - \\ & \left. - \frac{1}{4} \frac{q_1}{q_0} (\bar{r}^2 + 4T) \right]; \quad T = \frac{\pi l}{r_1^2}. \end{aligned} \quad (I.161)$$

Рассмотрим случай замкнутого пласта, когда на внешней границе (при  $r=r_1$ ) отсутствует приток жидкости. Это может реализовываться, когда на окружности радиуса  $r=r_1$  рассматриваемый пласт контактирует с неизоницаемыми породами, т. е. происходит замещение проницаемого коллектора непроницаемыми отложениями. Беспарно, такое представление довольно схематично, поскольку, как правило, наблюдается монотонное замещение одних пород другими на значительной площади, при этом обычно постепенно увеличивается продуктивность толщины пласта до нуля.

С использованием указанной схемы можно анализировать неустановившиеся процессы в залежи, когда на внешней границе разреза увеличивается вязкость жидкости и в течение некоторого периода времени можно пренебречь сообщающей способностью внешней зоны с внутренней. Например, по такой схеме можно рассматривать процессы в начале разработки газового месторождения, расположенного в водонесущем пласте, поскольку вязкость воды на один-два порядка выше вязкости газа.

Если имеется система равномерно расположенных скважин, дренирующих пласт с постоянным дебитом, то вокруг каждой эксплуатационной скважины образуется своя зона дренирования. На границе зон дренирования также отсутствует приток жидкости.

Итак, пусть

$$-\frac{2\pi kh}{\mu} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_1} = q_1 = 0. \quad (I.162)$$

В этом случае (I.161) примет вид

$$\begin{aligned} p = & p_{\text{нар}} - \frac{q_0 \mu}{2\pi kh} \left[ 2 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_0(v_i \sqrt{r})}{v_i^2 J_0(v_i)} \exp(-v_i^2 T) + \ln \bar{r} + \frac{3}{4} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} (\bar{r}^2 + 4T) \right]; \quad \bar{r} = r/r_1. \end{aligned} \quad (I.163)$$

При больших  $T$  выражением  $\sum_l \frac{J_0(v_i \sqrt{r})}{v_i^2 J_0(v_i)} \exp(-v_i^2 T)$  можно пренебречь, и

(I.163) примет вид:

$$p = p_{\text{инв}} - \frac{q_0 \mu}{2\pi k h} \left[ \ln \bar{r} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} (\bar{r}^2 + 4T) \right]. \quad (I.164)$$

Определим теперь из (I.164) средневзвешенное давление в момент времени  $T$

$$p_{\text{ср}}(T) = \frac{1}{\pi m h} \int_0^{\bar{r}} p \bar{r} d\bar{r} = p_{\text{инв}} + \frac{q_0 \mu}{2\pi k h} 2T. \quad (I.165)$$

Подставляя (I.165) в (I.164), выразим распределение давления в пласте через средневзвешенное давление для больших моментов времени

$$p(\bar{r}, T) = p_{\text{ср}}(T) - \frac{q_0 \mu}{2\pi k h} \left( \ln \bar{r} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \bar{r}^2 \right). \quad (I.166)$$

Рассмотрим случай, типичный при исследовании скважин. Пусть скважина работала продолжительное время в замкнутом пласте с дебитом  $q_0$ . В пласте для безразмерного момента времени  $T_1$  распределение давления описывается формулой (I.166). Пусть в этот момент времени скважину, до этого работавшую с постоянным дебитом, перекрыли:

$$q_0 = -\frac{2\pi k h}{\mu} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=0} = 0. \quad (I.167)$$

Требуется рассчитать поле давления в пласте. Данную задачу обычно рассматривают, применяя метод суперпозиции.

Получим решение поставленной задачи, используя решение (I.161). Для поставленной задачи начальное распределение давления в пласте выражается формулой

$$f(\bar{r}) = p(\bar{r}_1, T_1) = p_{\text{ср}}(T_1) - \frac{q_0 \mu}{2\pi k h} \left( \ln \bar{r} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \bar{r}^2 \right). \quad (I.168)$$

Очевидно, также соблюдается условие (I.162).

Нетрудно видеть, что в этом случае распределение давления в пласте будет описываться формулой (I.161), в которой  $q_0 = q_1 = 0$ , а за начало отсчета времени  $t$  следует принять начало остановки скважины.

$$p = D_0 + \sum_{i=1}^{\infty} D_i J_0(v_i \bar{r}) \exp \left( -v_i^2 \frac{x t}{r_{i1}^2} \right). \quad (I.169)$$

После преобразований, используя при этом (I.149), (I.154), (I.160), получим

$$p = p_{\text{ср}}(T_1) - \frac{q_0 \mu}{\pi k h} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{D_i J_0(v_i \bar{r})}{v_i^2 D_i J_0^2(v_i)} \exp \left( -v_i^2 \frac{x t}{r_{i1}^2} \right). \quad (I.170)$$

Используя (I.166) и (I.170), определим изменение давления в каждой точке пласти после остановки скважины:

$$\Delta p(r, t) = p(r, T) - p(r, T_1) = -\frac{q_0 \mu}{2\pi k h} \left[ 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{D_i J_0(v_i \bar{r})}{v_i^2 D_i J_0^2(v_i)} \exp \left( -v_i^2 \frac{x t}{r_{i1}^2} \right) - \ln \bar{r} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \bar{r}^2 \right]. \quad (I.171)$$

При малых  $t$  ( $\frac{x t}{r_{i1}^2} \ll 1$ ) ряд (I.171) плохо сходится и его применение при практических расчетах затруднено.

Как и следовало ожидать, из (I.170) следует, что после остановки скважины давление в произвольной точке пласти стремится к средневзвешенному давлению в залежи, причем восстановление давления при больших моментах времени будет описываться выражением

$$p = p_{\text{ср}}(T_1) - \frac{q_0 \mu}{\pi k h} \frac{J_0(v_i \bar{r})}{v_i^2 J_0^2(v_i)} \exp \left( -v_i^2 \frac{x t}{r_{i1}^2} \right). \quad (I.172)$$

Как нетрудно заметить, при больших  $x t / r_{i1}^2$  можно пренебречь вторым и последующими членами ряда в (I.170).

Выражение для изменения давления на скважине (для значений  $\bar{r} \ll 1$ ) получим в виде

$$p = p_{\text{ср}}(T_1) - 0,8395 \frac{q_0 \mu}{2\pi k h} e^{-14,682 \frac{x t}{r_{i1}^2}}. \quad (I.173)$$

Рассмотрим случай, когда в пласт с внешней границы поступает упругая жидкость с постоянным дебитом  $q_1$ , причем внутри пласти не производится ни отбор жидкости, ни ее закачка. Положим, что начальное давление в пласте постоянное  $f(\bar{r}) = p_{\text{нач}}$ .

Положив в ((I.170))  $q_0 = 0$ , получим

$$p = p_{\text{инв}} - \frac{q_1 \mu}{2\pi k h} \left[ 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{J_0(v_i \bar{r})}{v_i^2 J_0^2(v_i)} \exp(-v_i^2 T) - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \left( \bar{r}^2 + \frac{4x t}{r_{i1}^2} \right) \right]. \quad (I.175)$$

## КВАЗИУСТАНОВИВШАЯСЯ ФИЛЬРАЦИЯ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Рассмотрим случай гармонического возбуждения пласти.

Пусть дебит скважины изменяется по закону

$$q(t) = -\frac{2\pi k h}{\mu} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_c} = q_e \cos \frac{2\pi t}{T_k}, \quad (I.176)$$

где  $T_k$  — период колебания.

В этом случае в пласте также возникнут гармонические колебания давления.

Представим выражение (I.176) в комплексной форме

$$q(t) = -\frac{2\pi k h}{\mu} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_c} = q_e e^{i \frac{2\pi}{T_k} t}, \quad (I.177)$$

где  $q(t)$  — некоторая комплексная величина, действительная часть которой удовлетворяет выражению (I.176). Из теории комплексных переменных известно

$$e^{i \frac{2\pi}{T_k} t} = \cos \frac{2\pi t}{T_k} + i \sin \frac{2\pi t}{T_k}. \quad (I.178)$$

Используя метод разделения переменных, будем искать частное решение уравнения упругого режима фильтрации в виде (1.124),

причем, используя условие, что давление в пласте со временем также будет представлять собою гармоническую функцию времени, положим  $\varphi(t) = e^{-\frac{i}{T_k} t}$  и частное решение представим в виде

$$p_i = v(r) e^{-\frac{i}{T_k} t}. \quad (1.179)$$

Подставим (1.179) в (1.34), получим

$$v''(r) + \frac{1}{r} v'(r) = \frac{i}{\kappa T_k} v(r). \quad (1.180)$$

Введем новую переменную  $z = r \sqrt{2\pi i / \kappa T_k}$ . В этом случае несложно показать, что (1.180) преобразуется к виду

$$v''(z) + \frac{1}{z} v'(z) - v(z) = 0. \quad (1.181)$$

Уравнение (1.181) часто встречается в математической физике. Оно отличается от уравнения Бесселя (1.128) знаком перед последним членом.

Доказывается, что общий интеграл этого уравнения может быть представлен в виде

$$v(z) = A I_0(z) + B K_0(z), \quad (1.182)$$

где  $I_0(z)$  и  $K_0(z)$  — функции Бесселя нулевого порядка 1-го и 2-го рода от мнимого аргумента.

Эти функции представляются в виде бесконечных рядов

$$I_0(z) = 1 + \frac{z^2/4}{(1!)^2} + \frac{(z^2/4)^3}{(2!)^2} + \frac{(z^2/4)^5}{(3!)^2} + \dots \quad (1.183)$$

$$\begin{aligned} K_0(z) = & - \left( \ln \frac{z}{2} + \gamma \right) I_0(z) + \frac{z^2/4}{(1!)^2} + \left( 1 + \frac{1}{2} \right) \frac{(z^2/4)^3}{(2!)^2} + \\ & + \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \frac{(z^2/4)^5}{(3!)^2} + \dots \quad \gamma = 0.57721 \end{aligned}$$

При больших  $z$  имеет место следующее асимптотическое представление функций  $I_0(z)$  и  $K_0(z)$ :

$$I_0(z) \approx \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \left[ 1 + \frac{1 \cdot 1}{1! 8z} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3}{2! (8z)^2} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5}{3! (8z)^3} + \dots \right]. \quad (1.184)$$

$$K_0(z) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \left[ 1 - \frac{(1)^2}{1! 8z} + \frac{(1 \cdot 3)^2}{2! (8z)^2} - \frac{(1 \cdot 3 \cdot 5)^2}{3! (8z)^3} + \dots \right].$$

Укажем еще на одно свойство функции  $I_0(z)$  и  $K_0(z)$  для аргументов  $z = x \sqrt{i}$ , где  $x$  — некоторое действительное число:

$$\begin{aligned} I_0(x \sqrt{i}) &= \operatorname{ber} x + i \operatorname{bei} x; \\ K_0(x \sqrt{i}) &= \operatorname{ker} x + i \operatorname{kei} x, \end{aligned} \quad (1.185)$$

где  $\operatorname{ber} x$ ,  $\operatorname{bei} x$ ,  $\operatorname{ker} x$  и  $\operatorname{kei} x$  — цилиндрические функции Кельвина.

Функции Кельвина представляются в виде следующих рядов:

$$\begin{aligned} \operatorname{ber} x &= 1 - \frac{(x^2/4)^2}{(2!)^2} + \frac{(x^2/4)^4}{(4!)^2} - \dots; \quad \operatorname{bei} x = \frac{x^2}{4} - \\ & - \frac{(x^2/4)^2}{(3!)^2} + \frac{(x^2/4)^5}{(5!)^2} - \dots \end{aligned}$$

$$\operatorname{ker} x = -\ln \frac{x}{2} \operatorname{ber} x + \frac{1}{4} \pi \operatorname{bei} x + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\psi(2k+1)}{[(2k)!]^2} \left( \frac{x^2}{4} \right)^{2k+1} \quad (1.186)$$

$$\operatorname{kei} x = -\ln \frac{x}{2} \operatorname{bei} x - \frac{\pi}{4} \operatorname{ber} x + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\psi(2k+2)}{[(2k+1)!]^2} \left( \frac{x^2}{4} \right)^{2k+1} \quad (1.186)$$

$$\psi(n) = -\gamma + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k}$$

Для больших аргументов  $x$  функции  $\operatorname{ker} x$  и  $\operatorname{kei} x$  имеют следующие асимптотические выражения:

$$\operatorname{ker} x = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x/\sqrt{2}} \cos \left( \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right); \quad (1.187)$$

$$\operatorname{kei} x = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x/\sqrt{2}} \sin \left( \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right).$$

Возвращаясь к частному решению (1.179). Подставляя (1.182) в (1.179), получим

$$p_i = \left[ A I_0 \left( r \sqrt{\frac{2\pi i}{\kappa T_k}} \right) + B K_0 \left( r \sqrt{\frac{2\pi i}{\kappa T_k}} \right) \right] e^{i \frac{2\pi}{T_k} t}. \quad (1.188)$$

Используя (1.185), выражение (1.188) представим в виде

$$\begin{aligned} p_i = & \left[ A \operatorname{ber} \frac{r \sqrt{2\pi}}{\sqrt{\kappa T_k}} + B \operatorname{ker} \frac{r \sqrt{2\pi}}{\sqrt{\kappa T_k}} + i \left( A \operatorname{bei} \frac{r \sqrt{2\pi}}{\sqrt{\kappa T_k}} + \right. \right. \\ & \left. \left. + B \operatorname{kei} \frac{r \sqrt{2\pi}}{\sqrt{\kappa T_k}} \right) \right] e^{i \frac{2\pi}{T_k} t}. \end{aligned} \quad (1.189)$$

Рассмотрим случай, когда скважина работает в неограниченном пласте. Поскольку при больших значениях  $r/\sqrt{xT_k}$ , как это видно из (1.187), выражения  $\ker \frac{r\sqrt{2\pi}}{\sqrt{xT_k}}$  и  $\text{kei} \frac{r\sqrt{2\pi}}{\sqrt{xT_k}}$  стремятся к бесконечности, то требование ограниченности решения приводит к условию  $A=0$ .

Тогда (1.189) примет вид

$$p_1 = B \left( \ker \frac{r\sqrt{2\pi}}{\sqrt{xT_k}} + i \text{kei} \frac{r\sqrt{2\pi}}{\sqrt{xT_k}} \right) e^{i \frac{2\pi}{T_k} t}. \quad (1.190)$$

Для нахождения  $B$  воспользуемся граничным условием (1.177):

$$B = -\frac{q_0 \mu}{2\pi k h} \frac{\sqrt{xT_k}}{r_c \sqrt{2\pi}} \frac{1}{\ker \frac{r_c \sqrt{2\pi}}{\sqrt{xT_k}} + i \text{kei} \frac{r_c \sqrt{2\pi}}{\sqrt{xT_k}}}. \quad (1.191)$$

Подставляя (1.191) в (1.190) и выделяя действительную часть функции  $p_1$ , получим следующее выражение для изменения давления:

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{q_0 \mu}{2\pi k h} \left[ F(x, x_i) \cos \frac{2\pi n}{T_k} t - G(x, x_i) \sin \frac{2\pi n}{T_k} t \right], \\ F(x, x_i) &= -\frac{\ker' x_i \ker x + \text{kei}' x_i \text{kei} x}{x_i (\ker'^2 x_i + \text{kei}'^2 x_i)}, \\ G(x, x_i) &= -\frac{\text{kei}' x_i \ker x - \ker' x_i \text{kei} x}{x_i (\ker'^2 x_i + \text{kei}'^2 x_i)}, \\ x &= \frac{r \sqrt{2\pi}}{\sqrt{xT_k}}, \quad x_i = \frac{r_c \sqrt{2\pi}}{\sqrt{xT_k}}. \end{aligned} \quad (1.192)$$

Данное решение удовлетворяет дифференциальному уравнению, а также граничным условиям при больших значениях времени, когда на распределение давления в пласте начальные условия не оказывают заметного влияния.

В заключение рассмотрим случай, когда скважина имеет относительно небольшой радиус  $\frac{r_c \sqrt{2\pi}}{\sqrt{xT_k}} = x_i \ll 1$ . Используя (1.186), замечаем, что для этого случая  $\text{kei}' x_i \approx 0$ ;  $\ker' x_i \approx -1/x$  и выражение (1.192) принимает вид

$$p_1 = \frac{q_0 \mu}{2\pi k h} \left( \ker \frac{r \sqrt{2\pi}}{\sqrt{xT_k}} \cos \frac{2\pi t}{T_k} - \text{kei} \frac{r \sqrt{2\pi}}{\sqrt{xT_k}} \sin \frac{2\pi t}{T_k} \right), \quad (1.193)$$

в том числе для малых значений  $r$  будем иметь

$$p_1 = \frac{q_0 \mu}{4\pi k h} \left( \ln \frac{1.26 \sqrt{T_k}}{r^2 \cdot 2\pi} \cos \frac{2\pi t}{T_k} + \frac{\pi}{2} \sin \frac{2\pi t}{T_k} \right). \quad (1.194)$$

Выражения (1.193) и (1.194) служат для нахождения распределения давления в пласте при его гармоническом возбуждении.

## ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ УПРУГОГО РЕЖИМА ФИЛЬТРАЦИИ

Как известно, при неуставновившемся течении упругой жидкости в пористой среде давление в пласте является в общем случае функцией координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и времени  $t$ . Для плоскорадиальной фильтрации, например, давление определяется величинами  $r$  и  $t$ .

Основу метода преобразования Лапласа составляет прием, состоящий в соответствии некоторой функции от переменной  $t$  — функции  $f(t)$  некотормого интеграл, определяемый выражением

$$L(f) = F(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt, \quad (1.195)$$

где  $s$  — некоторая комплексная величина, действительная часть которой должна быть некоторой положительной, с тем чтобы обеспечить сходимость интеграла (1.195).

Применимально к задачам теории фильтрации преобразование Лапласа переводит функцию давления в некоторую величину  $P(r, s)$ , определяемую выражением

$$P(r, s) = \int_0^\infty p(r, t) e^{-st} dt, \quad (1.196)$$

а дебит  $q(t)$  преобразует в изображение расхода по Лапласу

$$L[q(t)] = \int_0^\infty q(t) e^{-st} dt. \quad (1.197)$$

Рассмотрим частный случай, когда  $s$  — действительная положительная величина с размерностью, обратной времени.

В связи с этим целесообразно сделать следующую замену  $s = -1/t_0$  и выражения (1.196) и (1.197) представить в виде:

$$P(r, t_0) = \int_0^\infty p(r, t) e^{-t/t_0} dt, \quad (1.198)$$

$$L[q(t)] = \int_0^\infty q(t) e^{-t/t_0} dt.$$

Для численного определения  $P(r, t_0)$  и  $L[q(t)]$  необходимо знание функции  $p(r, t)$  и  $q(t)$  в диапазоне изменения времени  $t$  от 0 до  $\infty$ . Этого, очевидно, невозможно достичь в практических условиях.

Однако при достаточно больших  $t/t_0$  благодаря множителю  $e^{-t/t_0}$  подынтегральные выражения в (1.198) становятся малой величиной, и (1.198) можно представить в виде:

$$P(r, t_0) = \int_0^{t_0} p(r, t) e^{-t/t_0} dt; \quad (1.199)$$

$$L[q(t)] = \int_0^{t_0} q(t) e^{-t/t_0} dt.$$

Значения  $t \geq T_1$ , для которых подынтегральным выражением можно пренебречь, зависят от вида функций  $p(r, t)$  и  $q(t)$ . Но, как правило, при  $T_1/t_0 \geq 5$  выражения (1.199) практически по своей величине не отличаются от выражений (1.193). Заметим, что при  $t/t_0 = 5$  нормирующий множитель в (1.199)  $e^{-t/t_0}$  равен 0,00674.

Используя известные свойства преобразований Лапласа, получим некоторые решения уравнения упругого режима фильтрации.

#### Неустановившаяся фильтрация упругой жидкости в полуограниченном линейном пласте при граничных условиях I-го рода

Рассмотрим вначале наиболее простую задачу об упругом режиме фильтрации жидкости в полуограниченном линейном пласте со следующими начальными и граничными условиями:

$$p(0, t) = p_0 = \text{const}; \quad p(x, 0) = p(\infty, t) = p_{\text{нач}}. \quad (1.200)$$

Введем обозначения

$$L(p - p_{\text{нач}}) = P(x, s) = \int_0^{\infty} [p(x, t) - p_{\text{нач}}] e^{-st} dt. \quad (1.201)$$

Используя отмеченное свойство преобразования Лапласа, дифференциальное уравнение плоскопараллельной фильтрации упругой жидкости (1.33) представим в виде

$$\frac{d^2 P}{dx^2} - \frac{s}{x} P = 0. \quad (1.202)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$P(x, s) = A e^{s \sqrt{s/x}} + B e^{-s \sqrt{s/x}}. \quad (1.203)$$

Используя условия (1.200), получим

$$A=0; \quad B=(p_0 - p_{\text{нач}})/s. \quad (1.204)$$

В итоге получим следующее выражение для изображения давления по Лапласу в линейном полуограниченном пласте, на границе которого поддерживается во времени постоянное давление:

$$P(x, s) = \frac{p_0 + p_{\text{нач}}}{s} \exp\left(-x \sqrt{\frac{s}{x}}\right). \quad (1.205)$$

Для того чтобы найти по изображению функции ее оригинал, обычно используются следующие два метода.

По первому методу, используя табличные данные для изображений функций по Лапласу, находят соответствующий оригинал функции.

По второму методу, когда соответствующие таблицы не содержат изображения функции, пользуются теоремой обращения преобразования Лапласа. В соответствии с этой теоремой оригинал функции по ее изображению определяется с помощью так называемой формулы Римана—Меллина

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{\lambda t} F(\lambda) d\lambda, \quad (1.206)$$

где  $\gamma$  должна быть настолько большой величиной, чтобы все особые точки функции  $F(\lambda)$  лежали слева от линии ( $\gamma-i\infty, \gamma+i\infty$ ). Этот способ требует применения теории функций комплексного переменного.

Итак, возвращаемся к уравнению (1.205). Для нахождения оригинала  $p(x, t)$  воспользуемся таблицей изображения функций, из которой следует, что

$$L^{-1}\left[\frac{1}{s} \exp\left(-x \sqrt{\frac{s}{x}}\right)\right] = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{xt}}\right). \quad (1.207)$$

Здесь  $L^{-1}(s)$  обозначает операцию нахождения оригинала по изображению;  $\operatorname{erf} z$  — интеграл вероятности (1.55).

Таким образом, получим следующее выражение для изменения давления:

$$p(x, t) - p_{\text{нач}} = (p_0 - p_{\text{нач}}) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{xt}}\right). \quad (1.208)$$

Как и следовало ожидать, формула (1.208) полностью совпадает с (1.57), полученной другим путем.

Определим дебит жидкости на границе этого пласта (при  $x=0$ ). Принимая ширину линейного пласта  $b$ , а толщину  $h$ , находим

$$q(0, t) = -\frac{k h}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{x=0}. \quad (1.209)$$

Подставляя (1.208) в (1.209) с учетом (1.55), получим

$$q = \frac{k b h}{\mu} \frac{p_0 - p_{\text{нач}}}{\sqrt{\pi \mu t}}. \quad (1.210)$$

Формула (1.210) позволяет определить дебит жидкости крупненой скважины радиуса  $r_c$  в начальный момент времени ( $\text{для } t \ll \frac{r_c^2}{k}$ ). Действительно, в начальный момент времени движение к скважине можно рассматривать как движение в линейном пласте, ширину которого  $2\pi r_c$ . Тогда (1.210) принимает вид

$$q = \frac{2\pi k h}{\mu} \frac{r_c - p_{\text{нач}}}{\sqrt{\pi \mu T}}, \quad T = \pi r_c^2/k. \quad (1.211)$$

## Неустановившаяся плоскорадиальная фильтрация упругой жидкости

Применяя преобразование Лапласа, преобразуем уравнение упругого режима фильтрации в радиальном пласте (1.34) в уравнение вида

$$P''(r, s) + \frac{1}{r} P'(r, s) - \frac{s}{x} P(r, s) + \frac{p_0(r)}{x} = 0. \quad (1.212)$$

Это уравнение—уравнение Бесселя, и для  $p_0(r)=0$  оно уже встречалось (1.181). Решение этого уравнения для случая  $p_0(r)=0$  имеет вид

$$P(r, s) = AI_s\left(r\sqrt{\frac{s}{x}}\right) + BK_s\left(r\sqrt{\frac{s}{x}}\right). \quad (1.213)$$

Функция  $I_0(x)$  при больших значениях  $x$  неограниченно растет. В связи с этим в (1.213) необходимо положить  $A=0$ , и оно примет вид:

$$P(r, s) = BK_s\left(r\sqrt{\frac{s}{x}}\right). \quad (1.214)$$

Рассмотрим случай, когда задан дебит скважины

$$q(t) = -\frac{2\pi kh}{\mu} \left(r \frac{\partial P}{\partial r}\right)_{r=r_c}. \quad (1.215)$$

Применяя преобразование Лапласа к (1.215), получим

$$L(q) = -\frac{2\pi kh}{\mu} \left(r \frac{\partial P}{\partial r}\right)_{r=r_c}. \quad (1.216)$$

Подставляя (1.214) в (1.216), найдем условие для нахождения коэффициента  $B$ :

$$L(q) = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{r_c \sqrt{s}}{\sqrt{x}} BK_s\left(r_c \sqrt{\frac{s}{x}}\right), \quad (1.217)$$

где  $K_1(x)$ —функция Бесселя, которая связана с функцией Бесселя  $K_0(x)$  соотношением

$$K_1(x) = -\frac{dK_0(x)}{dx}. \quad (1.218)$$

Для малых  $x$ , как это видно из выражений (1.183) и (1.218),

$$K_1(x) \approx \frac{1}{x}. \quad (1.219)$$

Определяя коэффициент  $B$  из (1.217) и подставляя его в (1.214), получим выражение для изображения давления в однородном

пласте при заданном дебите скважины:

$$P(r, s) = \frac{L(q)\mu}{2\pi kh} \frac{K_0\left(r\sqrt{\frac{s}{x}}\right)}{K_0\left(r_c\sqrt{\frac{s}{x}}\right)}. \quad (1.220)$$

Рассмотрим несколько частных случаев.

Рассмотрим выражение, когда  $s$ —некоторая действительная положительная величина  $s=1/l_0$ . Для малых  $r_c$  величина  $r_c/\sqrt{xl_0}$  имеет, как правило, значение много меньше единицы. Так, например, для реальных скважин, для которых  $r_c=0,1$  м, уже при  $s=1$  для  $r_c/\sqrt{xl_0}$  меньше 0,1, если  $x$  более, чем  $m^2/c$ . В связи с этим (1.220) для действительных положительных  $s$  в случае, если пласт дrenируется реальной скважиной, используя свойства (1.219), можно представить в виде

$$P(r, t_0) = \frac{L(q)\mu}{2\pi kh} K_0\left(\frac{r}{\sqrt{xl_0}}\right). \quad (1.221)$$

Выражение для  $P(r, t_0)$ , соответствующее малым  $r$ , например выражение для изображения давления на стенке скважины, учитывая (1.183), можно представить в виде

$$P(r, t_0) = -\frac{L(q)\mu}{2\pi kh} \left(\ln \frac{r}{2\sqrt{xl_0}} + \gamma\right) = \frac{L(q)\mu}{4\pi kh} \ln \frac{1,261xl_0}{r_c^2}. \quad (1.222)$$

Здесь  $\gamma=0,57721\dots$  — постоянная Эйлера.

Рассмотрим случай постоянного во времени дебита скважины  $q(t)=q_0=\text{const}$ .

Тогда, учитывая свойства преобразования Лапласа, получим  $L(q)=q_0/s=q_0t_0$ ,

и выражение для изображения давления по Лапласу (1.222) примет вид

$$P(r_c, s) = \frac{q_0 t_0}{2\pi kh} \ln 1,261 \frac{xl_0}{r_c^2}. \quad (1.225)$$

Рассмотрим работу скважины в неограниченном однородном пласте при заданном во времени давлении на стенке скважины:

$$p(r_c, t) - p_{\text{нац}} = \Delta p_c(t). \quad (1.226)$$

Изображение давления в пласте будет определяться формулой

$$P(r, s) = P(r_c, s) \frac{K_0(r\sqrt{\frac{s}{x}})}{K_0(r_c\sqrt{\frac{s}{x}})}. \quad (1.227)$$

Если  $\Delta p_c(t)=\Delta p_0=\text{const}$ , выражение (1.227) примет вид

$$P(r, s) = \frac{\Delta p_0}{s} \frac{K_0(r\sqrt{\frac{s}{x}})}{K_0(r_c\sqrt{\frac{s}{x}})}. \quad (1.228)$$

Если фильтрация происходит в замкнутом пласте, на внешней границе которого (при  $r=r_i$ ) отсутствует приток жидкости, связь

между изображением давления и дебитом жидкости определяется формулой

$$P(r, s) = \frac{L(q)\mu}{2\pi kh} \left[ K_0 \left( r \sqrt{\frac{s}{k}} \right) + I_0 \left( r \sqrt{\frac{s}{k}} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{K_1(r_1 \sqrt{s/k})}{I_1(r_1 \sqrt{s/k})} \int \frac{D(r_c \sqrt{s/k}, r_1 \sqrt{s/k})}{r_c \sqrt{s/k} K_1(r_c \sqrt{s/k})} \right], \quad (1.229)$$

где

$$D \left( r_c \sqrt{\frac{s}{k}}, r_1 \sqrt{\frac{s}{k}} \right) = \frac{1}{1 - \frac{J_1(r_c \sqrt{s/k}) K_1(r_1 \sqrt{s/k})}{K_1(r_c \sqrt{s/k}) I_1(r_1 \sqrt{s/k})}}. \quad (1.230)$$

Рассмотрим случай, когда  $s=1/t_0$  — есть некоторая действительная положительная величина, причем  $t_0$  имеет порядок от нескольких минут до нескольких суток. Тогда для реальных скважин с радиусом  $r_c$ , равным нескольким сантиметрам, выражение  $\frac{r_c}{\sqrt{kt_0}} K_0 \left( \frac{r_c}{\sqrt{kt_0}} \right)$  будет равно 1 [см. (1.219)].

Можно показать, что для реальных пластов в этом случае, как правило,  $\frac{r_1}{\sqrt{kt_0}} \gg 1$ . Поэтому, учитывая, что  $\frac{r_c}{\sqrt{kt_0}} \ll 1$  и имея в виду значения функции  $I_1(x) = dI_0(x)/dx$  и  $K_1(x) = -dK_0(x)/dx$  при малых и больших значениях аргумента [см. (1.183) и (1.184)], можно показать, что в соответствии с (1.230)

$$D(r_c \sqrt{s/k}, r_1 \sqrt{s/k}) \approx 1.$$

В итоге из формулы (1.229) получим

$$P(r, t_0) = \frac{L(q)\mu}{2\pi kh} \left[ K_0 \left( \frac{r}{\sqrt{kt_0}} \right) + I_0 \left( \frac{r}{\sqrt{kt_0}} \right) \frac{K_1(r_1 \sqrt{s/k})}{I_1(r_1 \sqrt{s/k})} \right]. \quad (1.231)$$

Для малых  $r$ , когда  $I_0(r_c \sqrt{s/k}) \approx 1$ , выражение (1.231) можно записать в виде

$$P(r, t_0) = \frac{L(q)\mu}{2\pi kh} K_0 \left( \frac{r_c}{\sqrt{kt_0}} \right) + \frac{L(q)\mu}{2\pi kh} \frac{K_1(r_1 \sqrt{s/k})}{I_1(r_1 \sqrt{s/k})}. \quad (1.232)$$

Как видно из (1.232), изображение давления в реагирующей скважине для закрытого пласта, дренируемого единичной скважиной, определяется суммой двух функций. Первое слагаемое совпадает с выражением для изменения давления в реагирующей скважине, расположенной в неограниченном пласте, второе — поправка на ограниченность пласта.

Как уже указывалось выше, для значений  $t_0$ , изменяющихся в диапазоне от нескольких минут до нескольких суток и характер-

ных для процесса исследования пластов и скважин, величины  $\sqrt{kt_0}$ , как правило, намного больше единицы. В связи с этим для определения  $K_1(x)$  и  $I_1(x)$  можно воспользоваться асимптотическими разложениями (1.184). В результате (1.232) примет вид

$$\frac{P(r_c, t_0)}{L(q)} = \frac{\mu}{4\pi kh} \left( \ln \frac{1.261\pi}{r^2 c} + \ln t_0 - \pi e^{-2r_1/\sqrt{s/k}t_0} \right). \quad (1.233)$$

Аналогично можно показать, что, если рассматривать ограниченный пласт, на внешней границе которого поддерживается постоянное давление, равное начальному, выражение для изображения давления на скважине для положительных действительных  $s=1/t_0$  примет вид

$$\frac{P(r_c, t_0)}{L(q)} = \frac{\mu}{4\pi kh} \left( \ln \frac{1.261\pi}{r^2 c} + \ln t_0 + \pi e^{-2r_1/\sqrt{s/k}t_0} \right). \quad (1.234)$$

Используя формулы обращения Римана—Меллина, на основании (1.232) получено выражение для изменения давления в неограниченном пласте при постоянном давлении на стенке скважины. Это выражение имеет вид

$$\Delta p(r, t) = \Delta p_0 + \frac{2\pi p_0}{\pi} \int_0^\infty e^{-rz} \frac{\frac{xz}{r^2 c} I_0(zr/r_c) Y_0(z) - Y_0(zr/r_c) I_0(z)}{J^2_0(z) + Y^2_0(z)} \frac{dz}{z}. \quad (1.235)$$

Определим дебит жидкости на стенке скважины

$$q = -\frac{2\pi kh}{\mu} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_c}. \text{ Используя выражение (1.235), находим}$$

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} \Delta p_0 \varphi(T); \quad \varphi(T) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{e^{-zT} dz}{z[J^2_0(z) + Y^2_0(z)]}; \quad T = \frac{xz}{r^2 c}. \quad (1.236)$$

Интеграл, определяющий функцию  $\varphi(t)$ , находится численным путем.

В некоторых случаях, воспользовавшись разложением изображения давления по некоторым элементарным функциям, можно определить частичное решение. Для этого воспользуемся следующим свойством: изображение давления для больших  $s$  соответствует оригиналу давления для малых значений времени  $t$ , и наоборот, изображение давления для малых  $s$  соответствует оригиналу давления для больших моментов времени.

Пример. Воспользовавшись выражением (1.228), заметим, что изображение дебита на стенке скважины (при  $r=r_c$ ) будет равно

$$L(q) = \frac{2\pi kh}{\mu} \int_0^{\infty} r \frac{\partial p}{\partial r} e^{-st} dt = -\frac{2\pi kh}{\mu} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_c} = \frac{K_1(r_c) \sqrt{\frac{s}{\kappa}}}{K_0(r_c) \sqrt{\frac{s}{\kappa}}}, \quad (1.237)$$

Используя выражение для функций Бесселя для больших значений аргумента (1.184), находим, что при больших  $s$  выражение для  $L(q)$  примет вид

$$L(q) = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta p}{V \sqrt{\kappa}} r_c \frac{1 + \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\kappa}{r_c^2 s}} - \frac{15\kappa}{128 r_c^2 s} + \dots}{1 - \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\kappa}{r_c^2 s}} + \frac{9\kappa}{128 r_c^2 s} - \dots} = \\ = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta p}{V \sqrt{\kappa}} r_c \left( \frac{1}{V s} + \frac{1}{2} \frac{V \sqrt{\kappa}}{r_c} - \frac{\kappa^{1/2}}{128 s V r_c^2} + \dots \right). \quad (1.238)$$

Воспользовавшись таблицей преобразований Лапласа, находим

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} \Delta p \left( \frac{1}{V s T} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{T}{\pi}} + \dots \right), \quad T = \frac{\kappa l}{r_c^2}. \quad (1.239)$$

Аналогично для больших  $T$  можно получить

$$q \approx \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta p}{\ln V \sqrt{4T}}. \quad (1.240)$$

Аналогично получим выражение для изменения давления в пласте, когда на стенке скважины задан постоянный во времени дебит жидкости. Изменение давления в пласте в этом случае

$$\rho(r, t) - p_{\text{изл}} = -\frac{q\mu}{2\pi kh} \varphi_1 \left( T, \frac{r}{r_c} \right), \quad (1.241)$$

где

$$\varphi_1 \left( T, \frac{r}{r_c} \right) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} (1 - e^{-Tz^2}) \frac{J_0 \left( \frac{r}{r_c} z \right) Y_1(z) - J_0 \left( \frac{r}{r_c} z \right) Y_1(z)}{z^2 [J_0^2(z) + Y_0^2(z)]} dz.$$

$$(1.242)$$

Давление на стенке скважины будет изменяться по закону

$$\rho(r_c, t) - p_{\text{изл}} = \frac{q\mu}{2\pi kh} \varphi(T), \\ \varphi(T) = \frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} (1 - e^{-Tz^2}) \frac{dz}{z^3 [J_0^2(z) + Y_0^2(z)]}. \quad (1.243)$$

Функцию (7) можно найти по таблицам [50].

Аналогично формуле (1.239) можно определить выражение для изменения давления на стенке скважины для малых  $t$ :

$$\Delta p = \frac{q\mu}{2\pi kh} \frac{2\sqrt{\kappa l}}{V \sqrt{\kappa} r_c} \left( 1 - \frac{V \pi}{4} \frac{\sqrt{\kappa l}}{r_c} + \dots \right). \quad (1.244)$$

## ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

На практике приходится иметь дело со сложными задачами, связанными с фильтрацией жидкости и газа в неоднородной пористой среде при нарушении линейного закона фильтрации. По-видимому, здесь в ближайшее время будут перспективными три направления при определении соответствующих решений:

1. Применение численных методов решения дифференциальных уравнений с использованием электронно-вычислительной техники.

2. Линеаризация нелинейных уравнений фильтрации.

3. Применение приближенных методов решения.

Невозможно перечислить все приближенные методы решения задач неустановившейся фильтрации жидкости и газа. Тем более трудно предсказать возможные пути разработки новых приближенных методов. Поэтому настоящей работе целесообразно остановиться на наиболее широко распространенных приближенных методах, используемых в теории неустановившейся фильтрации жидкости и газа.

## Метод последовательной смены стационарных состояний

Метод основан на том, что истинное распределение давления в пласте (которое является неизвестной функцией) заменяется стационарным распределением, т. е. таким, которое характерно для установившейся фильтрации. Затем вычисляют количество жидкости (или газа) в пласте, соответствующее заданному распределению давления, которое характеризуется некоторым параметром, например давлением на границе. Задавая другое значение этого параметра, находят другое распределение давления в пласте и соответствующее ему количество жидкости (или газа). Связывая изменения количества жидкости (или газа) в пласте с дебитом, определяют время, необходимое для перехода от одного состояния к другому.

Высокая эффективность метода последовательной смены стационарных состояний определяется тем, что в призабойной зоне скважины, где происходят основные потери давления при переходных (неустановившихся) процессах, расход жидкости (или газа) быстро стабилизируется, и распределение давления здесь близко к установившемуся.

Проиллюстрируем этот метод при решении задачи о работе газовой скважины с постоянным дебитом в однородном пласте.

Задача формулируется следующим образом.

Найти формуление уравнения для неустановившегося движения идеального газа в пористой среде:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p^2}{\partial r} = \frac{m_p}{kp} \frac{\partial p^2}{\partial t}. \quad (1.245)$$

при начальном постоянном давлении в пласте

$$p(r_0, 0) = p_{\text{нач}} = \text{const} \quad (1.246)$$

и условия на стенке скважины

$$-\frac{\pi kh}{\mu} \left( r \frac{\partial p^*}{\partial r} \right) = q_0 p_{\text{ат}}. \quad (1.247)$$

Другое граничное условие оговорим позже.

Примем распределение давления в пласте таким, как при установившемся состоянии,

$$p^*(r_c, t) = p^*(r_0, t) - \frac{q_0 \Delta p_{\text{ат}}}{\pi k h} \ln \frac{r}{r_0}. \quad (1.248)$$

При некотором значении  $r=r_1(t)$  давление, определяемое (1.248), равно начальному пластовому давлению. Если  $r=r_1(t)$  меньше радиуса внешней границы пласта  $R$ , будем считать, что в пласте существует так называемая первая фаза упругого режима фильтрации — порог изменения давления не достигла внешних границ пласта.

Заметим, что для заданного дебита  $q_0$ , значение  $r_1(t)/r_0$  однозначно определяется величинами  $\bar{p}^*(r_0, t)$ ,  $q_0 \Delta p_{\text{ат}} / (\pi k h p_{\text{нач}}^*)$

$$1 - \bar{p}^*(r_0, t) = \frac{q_0 \Delta p_{\text{ат}}}{\pi k h p_{\text{нач}}} \ln \frac{r_1(t)}{r_0}, \quad \bar{p}(r_0, t) = \frac{p(r_0, t)}{p_{\text{нач}}}. \quad (1.249)$$

Рассмотрим условия первой фазы упругого режима фильтрации.

Определим для фиксированного момента времени средневзвешенное давление  $\bar{p}$  в зоне  $r \leq r \leq r_1(t)$ . Имеем

$$\bar{p} = \frac{\int_{r_0}^{r_1(t)} 2\pi k m r \sqrt{p^*(r_0, t) - \frac{q_0 \Delta p_{\text{ат}}}{2\pi k h} \ln \frac{r^2}{r_0^2}} dr}{2\pi m h r_0^2}. \quad (1.250)$$

Учитывая, что при  $r=r_1(t)$  величина  $p(r, t)=p_{\text{нач}}$ , из (1.248) найдем

$$\frac{r_1^2(t)}{r_0^2} = \exp \{ [(\bar{p}_c - 1) p_{\text{нач}}^*], \quad (1.251)$$

где

$$p_{\text{нач}}^* = \frac{2\pi k h p_{\text{нач}}^*}{q_0 \Delta p_{\text{ат}}}, \quad \bar{p}_c = \frac{p_c}{p_{\text{нач}}}. \quad (1.252)$$

Начальное средневзвешенное давление в зоне  $r_0 \leq r \leq r_1(t)$ , очевидно, равно  $\bar{p}_{\text{нач}}$ . Увеличение средневзвешенного давления в этой зоне связано с тем, что через скважину за время  $t$  в пласт было закачано  $q_0 t$  газа. Учитывая это, запишем уравнение материального баланса

$$\pi m h [r_1^2(t) - r_0^2] (\bar{p} - p_{\text{нач}}) = q_0 p_{\text{ат}} t. \quad (1.253)$$

Если дебит жидкости переменный, то вместо (1.253) будем иметь

$$\pi m h [r_1^2(t) - r_0^2] (\bar{p} - p_{\text{нач}}) = \int_0^t q(\tau) p_{\text{ат}} d\tau. \quad (1.254)$$

Формула (1.254) более общая формула. Она справедлива, когда на стенке скважины задаются любые условия, в том числе и когда на стенке скважины задается изменение давления.

Для нахождения интеграла вида  $\int \sqrt{a - b \ln x^2} dx$  в (1.250) введем постановку

$$u = \frac{1}{\sqrt{b}} \sqrt{a - b \ln x^2}. \quad \text{Тогда от } \int \sqrt{a - b \ln x^2} dx \text{ перейдем к интегралу вида}$$

$\int u e^{-u^2} du$ , интегрирование которого по частям дает

$$\int u^2 \exp(-u^2) du = -\frac{u}{2} \exp(-u^2) + \frac{1}{2} \operatorname{erf} u. \quad (1.255)$$

Данное преобразование справедливо для  $b \geq 0$ , в нашем случае этим приемом можно воспользоваться, когда  $q_0 \geq 0$ , что соответствует заказке газа в пласт.

В результате подобных преобразований из (1.254) получим

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{\sqrt{p_{\text{нач}}^*}} e^{-\bar{p}_c^* \frac{m}{n}} (\operatorname{erfc} \sqrt{\bar{p}_c^* p_{\text{нач}}^*} - p_c) = \frac{q_0 t p_{\text{ат}}}{\pi m h r_0^2 \bar{p}_c^* p_{\text{нач}}^*}. \quad (1.256)$$

Из этого уравнения легко определить изменение давления на стенке скважины.

Для реальных скважин величины  $\bar{p}_c^*$  и  $\bar{p}_c$  имеют значения, намного превышающие единицу. Поэтому для приближенного вычисления по (1.256) пользуемся асимптотическим разложением функции  $\operatorname{erfc} x \approx \exp(-x^2)/(V\pi^x)$ .

Получим

$$\frac{1}{2} \frac{1}{\exp[(\bar{p}_c^* - 1) p_{\text{нач}}^*]} - \frac{1}{p_{\text{нач}}^* \bar{p}_c} - \bar{p}_c = \frac{\int_0^t q(\tau) p_{\text{ат}} d\tau}{\pi m h r_0^2 p_{\text{нач}}^*}. \quad (1.257)$$

Учитывая (1.251), замечаем, что первый член в левой части (1.257) намного превосходит второй и третий и в связи с  $q(t) = q_0 = \text{const}$  запишем

$$\frac{q_0 \Delta p_{\text{ат}}}{4\pi k h p_{\text{нач}}} \frac{r_1^2(t)}{r_0^2} = \frac{q_0 p_{\text{ат}} t}{\pi m h r_0^2}. \quad (1.258)$$

Из этого выражения получим формулу для распространения радиуса воронки давления

$$r_1^2(t) = 4\pi t, \quad t = \frac{k p_{\text{нач}}}{m \mu}. \quad (1.259)$$

Полученные формулы соответствовали заказке газа в пласт ( $q_0 \geq 0$ ). При отборе газа ( $q_0 \leq 0$ ) на аналогии с выражением (1.256) получим

$$\frac{1}{\sqrt{p_{\text{нач}}^*}} \{ \exp \{ [(\bar{p}_c^* - 1) p_{\text{нач}}^*] F(\sqrt{p_{\text{нач}}^*}) - F(\bar{p}_c \sqrt{p_{\text{нач}}^*}) \} - \bar{p}_c \} = \frac{\int_0^t q(\tau) p_{\text{ат}} d\tau}{\pi m h r_0^2 \bar{p}_c^* p_{\text{нач}}^*}. \quad (1.260)$$

В этом случае при определении  $\bar{p}_c^*$  и  $\bar{p}_c$  по (1.256) необходимо принять абсолютное значение дебита  $q_0$ .

Под  $F(z)$  понимается часто встречающаяся в задачах математической фи-

зики табличная функция  $F(z) = e^{-z^2/2} \int_0^z e^{u^2} du$  [43], которая имеет следующее

асимптотическое разложение  $F(z) \approx 1/2z$ ,  $z \rightarrow \infty$ . Нетрудно видеть, что и в этом случае при больших моментах времени для реальных скважин распространение воронки депрессии также выражается формулой (1.259).

Аналогично можно решить задачу и для второй фазы неуставновившегося режима фильтрации, когда воронка давления достигает внешних границ пласта.

**Метод усреднения правой части дифференциального уравнения**  
Уравнение неуставновившейся однофазной фильтрации жидкости или газа в пласте имеет вид

$$\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (1.261)$$

где  $\frac{\partial P}{\partial r}$  — производная давления по радиусу,  $\frac{\partial P}{\partial t}$  — производная давления по времени,  $P(r, t)$  — функция Лейбензона.

Сущность метода заключается в том, что стоящая в правой части уравнения величина  $\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial t}$ , в общем случае зависящая от  $r$  и  $t$ , усредняется и считается не зависящей от координаты.

Обозначим

$$\frac{\partial P_1}{\partial t} = \varphi(t), \quad dP_1 = \frac{dP}{\chi_1(p)}. \quad (1.262)$$

При усреднении правой части удается проинтегрировать уравнение (1.261) и получить решение, зависящее от двух постоянных интегрирования, определяемых из граничных условий. Если в пласте реализуется первая фаза упругого режима, на внешней границе  $r=r_1(t)$  зоны распространения воронки давления принимается условие

$$p=p_{\text{нив}} \text{ при } r=r_1(t). \quad (1.263)$$

Таким образом, в зависимости от  $\varphi(t)$  находится распределение функции  $P$  в пласте, и возникает возможность: нахождения распределения давления и любой функции давления в пласте для данной  $\varphi(t)$ , которую можно рассматривать как параметр. В том числе можно найти распределение в пласте функции  $P_1$ , определенной уравнением (1.262).

Зная распределение функции  $P_1(p)$  в пласте, можно определить ее средневзвешенное значение в пласте

$$\bar{P}_1[\varphi(t)] = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi h r P_1[\varphi(t)] dr / \pi r h (r_2 - r_1). \quad (1.264)$$

Будем считать, что производная по времени от функции  $P_1$ , которая в соответствии с (1.262) принимается не зависящей от координаты  $r$ , равна производной по времени от функции  $\bar{P}_1$ , т. е.

$$\frac{dP_1}{dt} = \frac{d\bar{P}_1[\varphi(t)]}{dt} = \bar{P}'_1[\varphi(t)] \varphi'(t) = \varphi(t). \quad (1.265)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (1.265) или же решая уравнение

$$\bar{P}_1[\varphi(t)] - \bar{P}_1[\varphi(t_1)] = \int_{t_1}^t \varphi(\tau) d\tau, \quad (1.266)$$

найдем функцию  $\varphi(t)$ , а значит и решение поставленной задачи.

Используя метод усреднения правой части, можно получить выражение для распространения воронки депрессии в пласте во время первой фазы упругого режима

$$r^2 = 8xt. \quad (1.267)$$

В заключение обратим внимание на следующее. Усреднение правой части уравнения (1.261) позволяет проинтегрировать его и получить следующее выражение:

$$r \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{2} \varphi(t) r^2 + C.$$

Поскольку  $r \frac{\partial P}{\partial r}$  прямо пропорциональна массовому дебиту  $q$ , то

$$q(z, t) = a(t) + b(t)z, \quad z=r^2. \quad (1.268)$$

Таким образом, использование метода усреднения предполагает допущение о линейной зависимости дебита от  $z=r^2$ . Применение же метода последовательной смены стационарного состояния исходит из допущения, что дебит не зависит от координаты, т. е. в (1.268) следует принять  $b(t)=0$ . Поэтому надо ожидать, что метод усреднения будет давать решения более точные по сравнению с решением, полученным методом последовательной смены стационарных состояний.

Отметим также, что при плоскопараллельной фильтрации изменение дебита от координаты  $z$  также выражается уравнением (1.268) с той лишь разницей, что под  $z$  понимается координата линейного пласта  $x$ .

### Метод интегральных соотношений

Анализируя изложенные приближенные методы, заметим одну общую особенность. В обоих методах задано распределение по пласту расхода жидкости или газа. В методе последовательной смены стационарных состояний расход постоянный во всей рассматриваемой области фильтрации. В методе усреднения правой части расход принят некоторой линейной функцией:  $q(t) = a(t) + b(t)z$ , где  $z=x$  — при плоскопараллельной фильтрации и  $z=r^2$  — при плоскорадиальной. Очевидно, наиболее общий случай будет, когда  $q(t)$  можно представить в виде бесконечного степенного ряда

$$q(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t) z^n. \quad (1.269)$$

Из дифференциального уравнения (1.261) следует, что функция Лейбензона является четной функцией по отношению к  $r$ . Из условия, что дебит пропорционален  $\frac{\partial P}{\partial r}$ , можно заключить, что и де-

бит является четной функцией по отношению к  $r$ . В связи с этим и следует ожидать, что представление дебита в форме (1.269) будет обеспечивать надежные результаты.

В дальнейшем рассматриваем плоскорадиальную фильтрацию ( $z=2$ ) упругой жидкости.

Если функцию дебита представить приближенно в виде ограниченного степенного ряда, то

$$q(t) = -\frac{4\pi k h}{\mu} z \frac{\partial p}{\partial z} = \sum_{n=0}^s a_n(t) z^n \quad (1.270)$$

и

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{2\pi m h} \frac{1}{r} \frac{\partial q}{\partial r} = -\frac{1}{\pi m h} \frac{\partial q}{\partial z} = -\frac{1}{\pi m h} \sum_{n=1}^s n a_n(t) z^{n-1}. \quad (1.271)$$

При использовании метода последовательной смены и усреднения вся область фильтрации разбивается на две зоны: на невозмущенную зону и зону, в которой давление изменилось по сравнению с первоначальным. Граница между этими зонами изменяется во времени.

В методе последовательной смены предполагается, что давление на подвижной границе зоны возмущения равно начальному (невозмущенному). При методе усреднения правой части кроме этого допущения вводится еще одно ограничение: производная от давления по координате на подвижной границе также равна начальному (невозмущенному) значению. Естественно обобщить эти допущения, приняв, что на подвижной границе производные от давления второго, третьего и более высоких порядков равны начальному (невозмущенному) состоянию, т. е. нулю.

Это допущение можно выразить посредством следующего уравнения:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \dots = \frac{\partial^s p}{\partial z^s} = 0 \quad \text{при } z = r^s = z_1, \quad (1.272)$$

где  $r_1$ —радиус подвижной границы между возмущенной зоной и зоной первоначального пластового давления.

С учетом (1.272) выражение (1.270) примет вид

$$q(t) = -\frac{2\pi k h}{\mu} r \frac{\partial p}{\partial r} = a_0(t) (r^s - r_1^s) - \frac{1}{r_1^{2s}}. \quad (1.273)$$

Рассмотрим приток жидкости к скважине нулевого радиуса с постоянным дебитом  $q_0$ . Тогда (1.273) примет вид

$$q(t) = -\frac{2\pi k h}{\mu} r \frac{\partial p}{\partial r} = q_0 (1 - x^s); \quad x = \frac{z}{z_1}. \quad (1.274)$$

Нетрудно видеть, что  $s=0$  соответствует методу последовательной смены стационарных состояний,  $s=1$ —методу усреднения правой части.

Учитывая, что

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} q(t) = 2 \frac{\partial q}{\partial x} = -2\pi m h z_1 \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (1.275)$$

из (1.274) получим

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{s q_0}{\pi m h r_1} (1 - x)^{s-1}. \quad (1.276)$$

Из уравнения (1.274)

$$-\frac{4\pi k h}{q_0 \mu} x \frac{\partial p}{\partial x} = (1 - x)^s \quad (1.277)$$

находим

$$\begin{aligned} \frac{4\pi k h}{q_0 \mu} (p_0 - p) &= \int_0^1 \frac{(1-x_1)^s}{x_1} dx_1 = -\ln x_1 - s + sx + \frac{s(s-1)}{2 \cdot 2!} - \\ &- \frac{s(s-1)}{2 \cdot 2!} x^2 - \frac{s(s-1)(s-2)}{3 \cdot 3!} + \frac{s(s-1)(s-2)}{3 \cdot 3!} x^3 + \dots \\ &+ \frac{s(s-1)(s-2)(s-3)}{4 \cdot 4!} - \frac{s(s-1)(s-2)(s-3)}{4 \cdot 4!} x^4 + \dots \end{aligned} \quad (1.278)$$

Для определения  $r_1$  поступаем так же, как и при использовании усреднения правой части: приравняем между собой средневзвешенные по области фильтрации производные от давления по времени, определенные по (1.276) и (1.278).

Из (1.276) находим

$$\int_0^1 r \frac{\partial p}{\partial t} dr = \frac{r_1^2}{2} \int_0^1 \frac{\partial p}{\partial t} dx = \frac{q_0}{2\pi m h}. \quad (1.279)$$

Из (1.278) находим

$$\begin{aligned} \int_0^1 r \frac{\partial p}{\partial t} dr &= \frac{q_0 \mu}{8\pi k h} \left[ 1 - \frac{s}{2!} + \frac{s(s-1)}{3!} - \frac{s(s-1)(s-2)}{4!} + \right. \\ &\left. + \frac{s(s-1)(s-2)(s-3)}{5!} - \dots \right] \frac{dr^2}{dt} = \frac{q_0 \mu}{8\pi k h} \frac{1}{s+1} \frac{dr^2}{dt}. \end{aligned} \quad (1.280)$$

Приравнивая между собой правые части (1.279) и (1.280), получим

$$r^2 = 4(s+1)x^s. \quad (1.281)$$

Для метода последовательной смены стационарных состояний ( $s=0$ ) получим  $r^2 = 4x$ , для метода усреднения правой части ( $s=-1$ ) аналогично  $r^2 = 8xt$ , что подтверждает результаты, приведенные выше.

Определив  $r^2$  из (1.281), найдем из формулы (1.278) давление в произвольной точке пласта, в частности, на стенке скважины, т. е.

для малых  $x$  будем иметь следующее выражение:

$$p - p_1 = \frac{q_0 \mu}{4\pi k h} \left[ \ln \frac{(s+1)xt}{r_c^2} - s + \frac{(s-1)}{2 \cdot 2!} - \frac{s(s-1)(s-2)}{3 \cdot 3!} + \right. \\ \left. + \frac{s(s-1)(s-2)(s-3)}{4 \cdot 4!} - \dots \right] = \frac{q_0 \mu}{4\pi k h} \ln \frac{xt}{r_c^2}. \quad (1.282)$$

Значение  $C_s$  приведем ниже.

	0	1	2	3	4	10
$C_s$	4,000	2,943	2,678	2,558	2,490	2,352

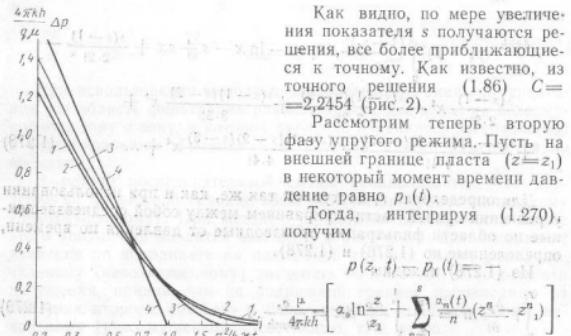


Рис. 2. График зависимости  $4\pi kh(\Delta p)/(q_0 \mu)$  от  $r_c/4xt$  (1.283)

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p_1(t)}{\partial t} - \frac{\mu}{4\pi k h} \left[ a'_s(t) \ln \frac{z}{z_1} + \sum_{n=1}^s \frac{a'_n(t)}{n} (z^n - z_1^n) \right]. \quad (1.284)$$

Сопоставляя (1.284) с (1.271), заметим, что они по разному определяют зависимость  $dp/dt$  от координаты  $z$ . В связи с этим разложим в ряд по косинусам выражения (1.271) и (1.284) и сравним между собой коэффициенты, стоящие при одинаковых степенях cos ( $nl/z_1 z$ ). В итоге получим систему из  $s+1$  уравнений:

$$\int_0^{z_1} \frac{\partial p}{\partial t} dz = z_1 \left\{ \frac{\partial p_1}{\partial t} - \frac{\mu}{4\pi k h} \left[ a'_s(t) \ln \frac{z}{z_1} + \sum_{n=1}^{s+1} \frac{a'_n(t)}{n+1} a'_n(z) \right] \right\} = 0. \quad (1.285)$$

$$= \frac{1}{nmh} \sum_{n=1}^s a'_n(t) z^{n+1} \text{ (здесь } n \text{ — целое число, } m \text{ — коэффициент в выражении (1.284))} \quad (1.285)$$

$$\int_0^{z_1} \frac{\partial p}{\partial t} \cos \frac{\pi l z}{z_1} dz = - \frac{\mu z_1}{4\pi k h} \left[ a'_s(t) \frac{s_l(\pi l) + \frac{\pi}{2}}{2} + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^s \frac{1}{n} z^n a'_n(t) \psi(n, l) \right] = \\ = - \frac{1}{4\pi m h} \sum_{n=1}^s n z_n(t) z^n \psi(n-1, l); \quad l = 1, 2, \dots, s+1. \quad (1.286)$$

где  $S_l(x) = \int_0^x \frac{1}{u} \sin u du$  — интегральный синус.

$$\psi(n, l) = \int_0^{z_1} u^n \cos \pi l u du. \quad (1.287)$$

Воспользуемся граничными условиями. На стенке скважины задан дебит  $q_0(t)$ . Для рассматриваемого случая (скважина нулевого радиуса), очевидно

$$a_0(t) = q_0(t). \quad (1.288)$$

На внешней границе пласта нет притока упругой жидкости, значит  $q(t)$  равен нулю и из (1.270) и (1.288) имеем

$$\sum_{n=1}^s a_n(t) z^n = -q_0(t). \quad (1.289)$$

Таким образом, для нахождения  $s+1$  неизвестных функций  $a_1(t), a_2(t), \dots, a_s(t), p_1(t)$  служит система  $s+1$  линейных дифференциальных неоднородных уравнений первого порядка, определяемая выражениями (1.286) и (1.289). Для решения этой системы уравнений необходимо иметь  $a_1(t), a_2(t), \dots, a_{s-1}(t)$  и  $p_1(t)$  для некоторого  $t_1$ , т. е. иметь начальные условия. В качестве таковых примем значения этих функций в момент наступления второй фазы упругого режима, т. е. в момент окончания первой фазы упругого режима.

Из (1.274) находим, что в момент окончания первой фазы упругого режима  $t_1$  распределение дебита в пласте представлено в виде степенного ряда

$$q(t) = q_0(t) \frac{s}{11} \frac{z}{z_1} + q_0(t) \frac{s(s-1)}{2!} \left( \frac{z}{z_1} \right)^2 - \\ - q_0(t) \frac{(s-1)(s-2)}{3!} \left( \frac{z}{z_1} \right)^3 + \dots \quad (1.290)$$

Сопоставляя между собой (1.270) и (1.290), находим  $a_n(t)$  в момент времени  $t=t_1$ :

$$a_1(t_1) = \frac{q_0(t_1)s}{11z_1}, \quad a_s(t) = \frac{q_0(t_1)s(s-1)}{2!z_1^2};$$

$$\alpha_s(t) = \frac{-q_0(t_1)(s-t)(s-2)}{3iz_1^2} \quad (1.291)$$

Давление  $p_1(t_1)$  в момент окончания первой фазы упругого режима фильтрации по условию равно  $p_{\text{ин}}$ , т. е.

$$p_1(t_1) = p_{\text{ин}} \quad (1.292)$$

Таким образом, решая систему  $s+1$  линейных дифференциальных уравнений (1.286) и (1.289) при начальных условиях (1.291) и (1.292), найдем решение поставленной задачи.

В случае  $q_0(t) = q_0 = \text{const}$  и  $s=2$  распределение давления в пласте определяется формулой

$$p(r, t) = p_{\text{ин}} + \frac{q_0 t}{4\pi k h} \left\{ 4 \frac{x t}{r_1^2} - \ln \frac{r^2}{r_1^2} - \frac{1}{2} e^{4/3} \frac{t^4}{r_1^4} \exp \left( -\frac{16xt}{r_1^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{r^2}{r_1^2} \left[ 1 + e^{4/3} \exp \left( -\frac{16xt}{r_1^2} \right) \right] - \frac{3}{2} - \frac{1}{3} e^{4/3} \exp \left( -\frac{16xt}{r_1^2} \right) \right\}. \quad (1.293)$$

Точное решение уравнения упругого режима фильтрации для данного случая согласно (1.163) имеет вид

$$p(r, t) = p_{\text{ин}} + \frac{q_0 t}{4\pi k h} \left[ 4 \frac{x t}{r_1^2} - \ln \frac{r^2}{r_1^2} + \frac{r^2}{r_1^2} - \frac{3}{2} - \right. \\ \left. - 4 \sum I_0 \left( x_n \frac{r}{r_1} \right) \frac{-x^2 n^2 t^2}{r_1^2} e^{-x_n^2 n^2 t^2 / r_1^2} \right]. \quad (1.294)$$

Сравнивая (1.293) и (1.294), видим их хорошую сопоставимость.

Для малых  $r(r/t \ll 1)$  изменение давления на стенке скважины можно представить в виде

$$p(r, t) = p_{\text{ин}} + \frac{q_0 t}{4\pi k h} \left[ \ln \frac{2.25xt}{r_c^2} + f \left( \frac{xt}{r_1^2} \right) \right]. \quad (1.295)$$

На рис. 3 приведены графики зависимости  $f(xt/r_1^2)$  для точного решения (кривая 1), а также для приближенных решений при  $s$ , равных 2, 1 (метод усреднения правой части)

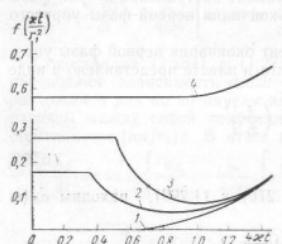


Рис. 3. График зависимости  $f \left( \frac{xt}{r_1^2} \right)$  от  $\frac{xt}{r_1^2}$ .  
— точное решение; 2, 3, 4 — приближенные решения ( $2-s=2$ ;  $3-s=1$ ;  $4-s=0$ )

сти) и 0 (метод последовательной смены стационарных состояний). Как видно из графика, по мере увеличения  $s$  отклонение приближенных решений от точного уменьшается.

### Метод линеаризации нелинейных уравнений фильтрации

Многие нелинейные дифференциальные уравнения фильтрации при некоторых допущениях можно привести к линейным дифференциальным, т. е. линеаризовать нелинейные уравнения. Особенно эти методы эффективны при линеаризации уравнений с несущественной нелинейностью, обусловленной, как правило, уравнением состояния жидкости или газа.

Наиболее распространение получил метод линеаризации, основанный на вводе фиктивного времени.

Проиллюстрируем применение этого метода на примере решения задачи о фильтрации идеального газа в замкнутом пласте скважине с постоянным дебитом.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p^2}{\partial r} = \frac{m_{\text{д}}}{kp} \frac{\partial p^2}{\partial t} \quad (1.296)$$

будем полагать, что давление в  $kp/\text{м}^3$  для любого момента времени постоянно во всем пласте и зависит только от  $t$ . Введем переменную

$$dt = \frac{k p(t)}{m_{\text{д}}} \frac{dt}{r^2} \quad (1.297)$$

и уравнение (1.296) примет вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p^2}{\partial r} = \frac{\partial p^2}{\partial t}; \quad \bar{r} = r/r_1, \quad (1.298)$$

которое будем решать при следующих начальных и граничных условиях:

$$p^2(\bar{r}, 0) = p_{\text{ин}}^2 - \frac{\pi kh}{\mu P_{\text{ст}}} \left( \frac{\partial p^2}{\partial r} \right)_{\bar{r}=\bar{r}_c} = q_0; \quad \left( \bar{r} \frac{\partial p^2}{\partial r} \right)_{\bar{r}=\bar{r}_1} = 0. \quad (1.299)$$

Уравнение (1.298) является линейным дифференциальным уравнением, решение его при граничных и начальных условиях (1.299) было получено выше (1.163). Эта формула для больших моментов времени  $t$  ( $t > 1$ ) имеет вид

$$p^2(\bar{r}, T) = p_{\text{ин}}^2 \frac{q_0 \mu P_{\text{ст}}}{2\pi kh} \left[ 4t - 1 \cdot \bar{r}^2 + \bar{r}^2 - \frac{3}{2} \right]. \quad (1.300)$$

Величина  $t$  определяется выражением (1.297). Для вычисления  $t$  из (1.297) необходимо знать закон изменения  $p(t)$  от  $t$ . При решении поставленной задачи можно положить, что  $p(t)$  является средневзвешенным давлением на данный момент времени  $t$ . Тогда эту величину легко определить из уравнения материального баланса

$$\bar{f}(t) = p_{\text{ин}} + \frac{p_{\text{ин}} q_0 t}{\pi m h (r_1^2 - r^2)}. \quad (1.301)$$

Подставляя (1.301) в (1.297) и интегрируя, получим

$$t = p_{\text{ин}} q_0 t + \frac{p_{\text{ин}} q_0 r^2}{2\pi m h (r_1^2 - r^2)}. \quad (1.302)$$

С учетом (1.302) выражение (1.300) примет вид

$$P^2(r, t) = \left[ p_{\text{изв}} + \frac{p_{\text{вн}}(r_1 t)}{\pi m h (r_1^2 - r^2)} \right]^2 + \frac{q_0 z}{2 \pi k h} \left( -\ln \frac{r^2}{r_1^2} + \frac{3}{2} \right). \quad (1.303)$$

Дифференциальным уравнением фильтрации реального газа является

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{m \mu}{k} \frac{\partial}{\partial r} \frac{P}{z}; \quad dP = \frac{P}{z} dr, \quad (1.304)$$

где  $z$  — коэффициент сверхжидкости газа.

Уравнение (1.304) приведем к виду

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{m \mu}{k} \frac{dp/z}{dP} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (1.305)$$

Преподлагаем по-прежнему, что входящее в правую часть (1.305) выражение  $\frac{dp/z}{dP}$  изменяется только во времени и постоянно во всем пласте для произвольного момента времени. Нетрудно показать что

$$\frac{dp}{dz} = \frac{p}{1 - p \cdot dz/dp}. \quad (1.306)$$

Введем новую переменную

$$= \frac{kp}{m \mu \left( 1 - \frac{p}{z} \frac{dz}{dp} \right)} \frac{dt}{r^2}, \quad (1.307)$$

и тем самым нелинейное уравнение (1.305) приводим к линейному уравнению (1.298).

Помимо приведенного выше способа линеаризации имеется и ряд других способов. Так, например, при расчете процессов фильтрации, связанных с несущественным изменением пластового давления, что и характерно для исследования пластов и скважин, величину  $\frac{dp/z}{dP}$  в (1.305) принимают постоянной в течение всего

рассматриваемого периода времени. Такое допущение, очевидно, равносильно некоторому изменению состояния газа. Этот прием, насколько нам известно, впервые использовался И. А. Чарным и называется способом И. А. Чарного. После определения линеаризованного по И. А. Чарному решения можно определить изменение  $\frac{dp/z}{dP}$  и найти решение уравнения (1.315) во втором приближении. Идея такого способа линеаризации принадлежит Л. С. Лейбензону.

Очевидно, изложенные выше способы линеаризации применимы и к другим нелинейным уравнениям фильтрации, нелинейность которых связана с уравнением состояния жидкости или газа и изменением вязкости и проницаемости от давления.

### Метод малого параметра

В общем случае дифференциальное уравнение однофазной фильтрации жидкости или газа при законе Дарси при плоскорадиальном течении выражается в виде

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\partial P_1}{\partial t}, \quad (1.308)$$

где  $P$  — функция Л. С. Лейбензона, определяемая выражением

$$dP = \frac{k(p)}{\mu(p)} \varphi(p) dp. \quad (1.309)$$

Величиною  $P_1$  обозначено —

$$P_1 = m(p) \varphi(p). \quad (1.310)$$

Здесь  $\rho(p)$  — плотность жидкости или газа.

Рассмотрим случай притока жидкости или газа к скважине с постоянным массовым дебитом  $q_0$  в круговом замкнутом пласте. Начальное давление в пласте считаем постоянным.

Условие на стенке скважины запишем в виде

$$q_0 = -2 \pi h \left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r=r_c}. \quad (1.311)$$

Будем искать функции  $P$  и  $P_1$  в виде следующих степенных рядов:

$$P = P_{\text{изв}} + q_0 p_1(r, t) + q^2_0 p_2(r, t) + q^3_0 p_3(r, t) + \dots$$

$$P_1 = P_{\text{изв}} + q_0 f_1(r, t) + q^2_0 f_2(r, t) + q^3_0 f_3(r, t) + \dots \quad (1.312)$$

Функции  $P$  и  $P_1$  — однозначные функции давления. Поэтому возможно построить зависимость  $y = (P - P_{\text{изв}})/P_{\text{изв}}$  от  $x = (P - P_{\text{изв}})/P$ . Зависимость  $y$  от  $x$  можно представить в виде некоторого степенного ряда, например

$$\frac{P - P_{\text{изв}}}{P_{\text{изв}}} = a \frac{P - P_{\text{изв}}}{P_{\text{изв}}} + b \left( \frac{P - P_{\text{изв}}}{P_{\text{изв}}} \right)^2 + c \left( \frac{P - P_{\text{изв}}}{P_{\text{изв}}} \right)^3. \quad (1.313)$$

Постоянные  $a$ ,  $b$  и  $c$  можно определить из графика зависимости  $(P - P_{\text{изв}})/P_{\text{изв}}$  от  $(P - P_{\text{изв}})/P_{\text{изв}}$ , взяв например, три точки на этом графике и составив систему из трех уравнений типа (1.313).

Подставляя в (1.313) значение  $P - P_{\text{изв}}$  из (1.312), получим

$$\frac{P_1 - P_{\text{изв}}}{P_{\text{изв}}} = \frac{ap_1}{P_{\text{изв}}} q_0 + \left[ \frac{bp_2}{P_{\text{изв}}} + \frac{bp}{P_{\text{изв}}} \right] q^2_0 +$$

$$+ \left[ \frac{ap_3}{P_{\text{изв}}} - \frac{2b p_1 p_2}{P_{\text{изв}}} - \frac{c p_1^3}{P_{\text{изв}}} \right] q^3_0 + \dots \quad (1.314)$$

Используя (1.312) и (1.314), подставляя в (1.308) и группируя члены, содержащиеся при одинаковых показателях  $q_0$ , получим

следующую систему линейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p_1}{\partial r} &= \frac{1}{x} \frac{\partial p_1}{\partial t}, \quad x = \frac{k}{m_h} \frac{P_{\text{газ}}}{a P_{\text{газ}}}; \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p_2}{\partial r} &= \frac{1}{x} \frac{\partial p_2}{\partial t} + \frac{P_{\text{газ}}}{F^2_{\text{газ}}} \frac{\partial p_1}{\partial t}, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p_3}{\partial r} &= \frac{1}{x} \frac{\partial p_3}{\partial t} + 2b \frac{P_{\text{газ}}}{F^2_{\text{газ}}} \frac{\partial p_1 p_2}{\partial t} + c \frac{P_{\text{газ}}}{F^3_{\text{газ}}} \frac{\partial T^2}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1.315)$$

В соответствии с (1.315) положим

$$-2\pi \left( r \frac{\partial p_1}{\partial r} \right)_{r=r_c} = 1; \quad \left( \frac{\partial p_2}{\partial r} \right)_{r=r_c} = \left( \frac{\partial p_3}{\partial r} \right)_{r=r_c} = \dots = 0. \quad (1.316)$$

На внешней границе пласта (при  $r=r_1$ ) следует положить

$$\left( \frac{\partial p_1}{\partial r} \right)_{r=r_1} = \left( \frac{\partial p_2}{\partial r} \right)_{r=r_1} = \left( \frac{\partial p_3}{\partial r} \right)_{r=r_1} = \dots = 0. \quad (1.317)$$

Начальные условия для функций  $p_1(r, t), p_2(r, t) \dots$  будут следующие:

$$p_1(r, 0) = p_2(r, 0) = p_3(r, 0) = \dots = 0. \quad (1.318)$$

Задача состоит в последовательном решении системы уравнений (1.315) при условиях (1.317)–(1.318). Первое уравнение является линейным дифференциальным уравнением фильтрации, решение которого было получено выше (см. метод разделения переменных). Последующие представляют собой линейные дифференциальные уравнения в частных производных параболического типа с правой частью. Методы их решения хорошо разработаны. В работе [4] приведены решения этих уравнений при различных гравитационных условиях применительно к фильтрации жидкости и газа.

Опуская промежуточные выкладки, приведем выражения для функций, полученные в [4] для больших  $xt$  ( $xt \gg 1$ ):

$$\begin{aligned} p_1(r, t) &= \frac{1}{\pi h} \left( T + \frac{1}{4} \bar{r}^2 - \frac{1}{4} \ln \bar{r}^2 - \frac{3}{8} \right), \quad T = \frac{xt}{r^2}, \quad \bar{r} = \frac{r}{r_1}; \\ p_2(r, t) &= -\frac{1}{\pi^2 h^2} \frac{b}{a P_{\text{газ}}} \left( T^2 - \frac{1}{32} \bar{r}^4 - \frac{1}{16} \bar{r}^2 + \frac{1}{8} \bar{r}^2 \ln \bar{r}^2 - \frac{7}{64} \right); \\ F_1(r, t) &= \frac{1}{\pi^3 h^3} \frac{c}{a P_{\text{газ}}} \left( -T^2 - \frac{21}{64} T - \frac{3}{8} T \bar{r}^2 \ln \bar{r}^2 + \frac{3}{16} T \bar{r}^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{32} T \bar{r}^4 \right) + \frac{2}{\pi^3 h^3} \frac{b^2}{a^2 P_{\text{газ}}^2} \left( T^2 + \frac{7}{64} T + \frac{1}{8} T \bar{r}^2 \ln \bar{r}^2 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{16} T \bar{r}^2 - \frac{1}{32} T \bar{r}^4 \right). \end{aligned} \quad (1.319)$$

При фильтрации идеального газа в недеформируемой пористой среде, как известно, функция  $P$  и  $P_1$  имеют вид

$$P = \frac{1}{2} \frac{k}{\mu} p^2 \text{ и } P_1 = p. \quad (1.320)$$

Обозначив

$$y = \frac{p}{P_{\text{газ}}}, \quad x = \frac{p^2}{P_{\text{газ}}^2} - 1, \quad (1.321)$$

представим зависимость  $y$  от  $x$  в виде следующего степенного ряда:

$$y = ax + bx^2 + cx^3. \quad (1.322)$$

Коэффициенты разложения  $a, b$  и  $c$  определим в соответствии с выражением для ряда Тейлора по формуле

$$\begin{aligned} a &= \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = \frac{1}{2}; \quad b = \frac{1}{2!} \left( \frac{d^2y}{dx^2} \right)_{x=0} = -\frac{1}{8}; \\ C &= \frac{1}{3!} \left( \frac{d^3y}{dx^3} \right)_{x=0} = \frac{1}{16}. \end{aligned} \quad (1.323)$$

Используя (1.321) и (1.319) для малых  $\bar{r}$ , получим формулу для давления на стенке скважины:

$$\begin{aligned} p^2 &= \left( P_{\text{газ}} + \frac{\mu a_0 P_{\text{газ}} T}{\pi k h P_{\text{газ}}} \right)^2 - \frac{a_0 a P_{\text{газ}}}{2 \pi k h} \left( \ln \bar{r}_c + \frac{3}{2} \right) + \frac{7}{64} \left( \frac{a_0^2 a P_{\text{газ}}}{\pi k h P_{\text{газ}}} \right)^2 - \\ &- \frac{7}{32} T \left( \frac{a_0 a P_{\text{газ}}}{\pi k h P_{\text{газ}}} \right)^2. \end{aligned} \quad (1.324)$$

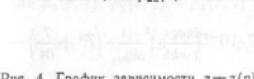


Рис. 4. График зависимости  $z = z(p)$

Проиллюстрируем применение метода малого параметра для расчета неустановившейся фильтрации реального газа. Зная зависимость  $z$  от  $p$  (рис. 4), по формуле  $dP/dp = dP/dz$  определим функцию Л. С. Лейбензона (табл. 1). Принято, что значение функции

Таблица 1

$p$ , МПа	$z$	$p/z$ , МПа	$\left( \frac{p}{z} \right)_{\text{ср}} = \frac{(p/z)_{\text{ср}} \Delta p}{\Delta p}$	$P$ , МПа	$\frac{x}{P_{\text{газ}}}$	$y = \frac{p^2}{P_{\text{газ}}^2} - 1$
0	1,000	0	1,05	2,10	0	-1,0000
2	0,953	2,1	3,24	6,48	2,10	-0,9931
4	0,914	4,3	5,59	11,18	8,58	-0,9749
6	0,883	6,8	8,10	16,20	19,76	-0,0428
8	0,853	9,4	10,75	21,50	35,96	-0,8960
10	0,828	12,1	13,40	26,80	57,46	-0,8338
12	0,814	14,7	16,05	32,10	84,26	-0,7564
14	0,806	17,4	18,6	37,20	116,31	-0,6636
16	0,808	19,8	20,95	41,90	153,56	-0,5561
18	0,815	22,1	23,15	46,30	195,46	-0,4350
20	0,828	24,2	25,15	50,30	241,76	-0,3012
22	0,844	26,1	26,95	53,90	292,06	-0,1558
24	0,862	27,8			345,93	0,0

Л. С. Лейбензона равно нулю при  $p=0$ . Функция  $P_1$  для реального газа равна  $p/z$ . Пусть начальное давление в пласте равно 24 МПа.

Из таблицы находим, что  $P_{\text{нач}}=345,96$  и  $P_{\text{ нач}}/z_{\text{ нач}}=27,8$ . Определяем зависимость  $x=\frac{P}{P_{\text{ нач}}}-1$  от  $y=\frac{p/z}{P_{\text{ нач}}/z_{\text{ нач}}}-1$ . Полученную зависимость  $y=y(x)$  попытаемся интерпретировать в виде параболы третьей степени

$$y=ax+bx^2+cx^3. \quad (1.325)$$

Вблизи  $x=0$ , т. е. при давлениях, близких к начальному пластовому, зависимость  $p/z$  от функции Л. С. Лейбензона близка к линейной, что позволяет воспользоваться методом линеаризации И. А. Чарного при расчетах падения давления в небольшом диапазоне. Находим, что в диапазоне изменения давления от 10 до 24 МПа коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  соответственно равны 0,3937; 0,0005 и 0,4011. Обратим внимание, что полученные коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  существенно отличаются от аналогичных коэффициентов для идеального газа.

После этого воспользуемся уравнениями (1.312) и (1.319) для малых  $t$  и определим изменение функции Л. С. Лейбензона на стенке скважины:

$$\Delta P = \frac{q_0 \lambda}{\pi k h} \left( T - \frac{1}{4} \ln r^2 - \frac{3}{8} \right) - 1.27 \cdot 10^{-1} \left( \frac{q_0 \lambda}{\pi k h} \right)^2 \frac{1}{P_{\text{ нач}}} \left( T^2 + \frac{7}{64} \right) - 1,019 \left( \frac{q_0 \lambda}{\pi k h} \right)^3 \frac{1}{P_{\text{ нач}}^2} \left( T^3 + \frac{21}{64} T \right). \quad (1.326)$$

Обратим внимание, что в рассматриваемом случае коэффициент пьезопроводности  $\lambda$  в соответствии с (1.315) определяется по формуле  $\lambda=kP_{\text{ нач}}/(mp_0 P_{\text{ нач}})$  и равен  $\lambda=1,317kP_{\text{ нач}}/mp_0$ .

При расчетах по формуле (1.326) необходимо иметь в виду, что при отборе газа величина  $q_0$  отрицательная. Определив изменение во времени функции Л. С. Лейбензона и зная зависимости этой функции от давления (см. табл. 1), найдем изменение давления на стенке скважины.

Таблица 2

$z^2$	$E_1(z)$	$D_1(z)$	$D_2(z)$	$z^3$	$E_1(z)$	$D_1(z)$	$D_2(z)$
0,015	0,66313	-1,2592	0,2668	0,2	0,40947	-0,5935	0,1982
0,01	0,65174	-1,2128	0,3	0,3	0,3339	-0,4524	
0,02	0,64023	-1,1737	0,4	0,2759	-0,3568		
0,03	0,62010	-1,1064	0,5	0,23026	-0,2871		
0,04	0,60175	-1,0500	0,2553	0,6	0,19343	-0,2349	0,1050
0,05	0,58480	-1,0010	0,7	0,16347	-0,1942		
0,06	0,56893	-9,9572	0,8	0,13877	-0,1621		
0,07	0,55398	-9,9180	0,9	0,11827	-0,1362		
0,08	0,53984	-8,8823	1,0	0,10114	-0,1153	0,0580	
0,09	0,52337	-8,8506	1,5	0,04812	-0,0522		
0,10	0,51353	-8,8186	2,0	0,02398	-0,0255	0,0142	
0,15	0,45680	-6,6898	3,0	0,00349	-0,0068		

Очевидно, аналогично можно рассчитать показатели фильтрации и когда проницаемость и вязкость газа или жидкости существенно зависят от давления.

В заключение укажем, что аналогично рассчитывается изменение давления и при малых значениях времени  $T$  ( $T < 1$ ), т. е. для первой фазы упругого режима фильтрации. Разница заключается только в том, что функции  $p_1(r, t)$ ,  $p_2(r, t)$  и  $p_3(r, t)$  определяются по другим формулам. Для случая постоянного расхода скважины малого радиуса в качестве функции  $p_1(r, t)$ ,  $p_2(r, t)$  и  $p_3(r, t)$  необходимо принять [6]:

$$p_1(r, t) = \frac{1}{4\pi h} Ei(-z^2), \quad z = \frac{r}{2\sqrt{\pi t}}; \quad (1.327)$$

$$p_2(r, t) = -\frac{1}{4\pi^{1/2} a P_{\text{ нач}}^2} \frac{b}{D_1(z)} E_1(z);$$

$$p_3(r, t) = \frac{1}{\pi^{3/2} b^2} D_1(z) + \frac{2}{\pi^{3/2} a^2 P_{\text{ нач}}^2} \frac{b^2}{D_2(z)} D_2(z).$$

Значения функций  $E_1(z)$ ,  $D_1(z)$  и  $D_2(z)$  приведено в табл. 2. Для малых  $z$ , соответствующих радиусу скважины, выражения для  $p_1(r, t)$ ,  $p_2(r, t)$  и  $p_3(r, t)$  имеют вид

$$p_1(r_c, t) = \frac{1}{4\pi h} \ln \frac{2,25\pi t}{r_c^2}, \quad p_2(r_c, t) = -\frac{1}{4\pi^{1/2} a P_{\text{ нач}}^2} \frac{b}{\ln 2} \quad (1.328)$$

$$p_3(r_c, t) = \frac{1}{\pi^{3/2} b^2} \frac{1}{P_{\text{ нач}}^2} \left( -1,491 \frac{c}{a} + 0,6 \frac{b^2}{a^2} \right).$$

### Эвристические методы решения уравнения упругого режима фильтрации

Укажем еще два приближенных метода решения уравнения упругого режима фильтрации для наиболее часто встречающегося случая.

Приток упругой жидкости к скважине, расположенной в неограниченном однородном пласте при постоянной во времени депрессии на стенке скважины.

Задачу сформулируем следующим образом. Необходимо решить уравнение (1.34) при начальном постоянном давлении в пласте и граничных условиях

$$p(r, 0) = p(\infty, t) = p_{\text{ нач}} = \text{const}, \quad p(r_c, t) = p_0 = \text{const}. \quad (1.329)$$

Необходимо определить изменение дебита на стенке скважины, т. е.

$$q(t) = -\frac{2\pi k h}{\mu} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_c}. \quad (1.330)$$

Выше приведено решение поставленной задачи операционным методом в виде несобственного интеграла, значение которого определяется численным методом. Представляет интерес определить ана-

литическое выражение для функции  $q(t)$ , справедливое хотя бы с некоторой допустимой погрешностью, для всех моментов времени  $t$ .

Указывалось, что для малых значений времени  $t \left( \frac{xt}{r_c^2} \ll 1 \right)$  выражение для  $q(t)$  можно определить по формуле (1.239)

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} (p_0 - p_i) \left( \frac{1}{V\pi T} + \frac{1}{2} \right). \quad (1.331)$$

Э. Б. Чекалюк [47] предложил для всего диапазона рассчитывать дебит по формуле

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_0 - p_i}{\ln(1 + V\pi T)}. \quad (1.332)$$

исходя из того, что при малых  $T$  ввиду того, что  $\ln(1 + V\pi T) \approx V\pi T$  формула (1.332) превращается в (1.331), а при больших  $T$  изменение дебита во времени имеет вид

$$q \approx \frac{4\pi kh}{\mu} \frac{p_0 - p_i}{\ln T}, \quad (1.333)$$

что также не приводят к большим погрешностям.

При больших моментах времени  $T$  дебит определяется по формуле (1.240)

$$q \approx \frac{2\pi kh}{\mu} (p_0 - p_i) \frac{1}{\ln V\pi T - \gamma}. \quad (1.334)$$

где  $\gamma = 0,57722 \dots$  — постоянная Эйлера.

Представим зависимость дебита  $q$  от времени в виде следующего выражения:

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} (p_0 - p_i) \frac{1}{\ln(1 + V\pi T) + \beta V\pi T / (1 + \lambda V\pi T)}, \quad (1.335)$$

причем  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\lambda$  будем придавать такие значения, чтобы при малых  $T$  формула (1.335) вырождалась в формулу (1.331), а при больших — в (1.334).

Для малых  $T$  формулу (1.335) можно представить в виде

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} (p_0 - p_i) \left[ \frac{1}{\sqrt{\alpha + \beta}} \cdot \frac{1}{V\pi T} + \frac{\alpha + 2\beta\lambda}{2\pi} + \dots \right]. \quad (1.336)$$

При больших  $T$  в соответствии с (1.335) запишем

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} (p_0 - p_i) \frac{1}{\ln V\pi T + \beta/\lambda}. \quad (1.337)$$

Сравнивая (1.336) с (1.331), а (1.337) с (1.334), потребуем, чтобы

$$\sqrt{\alpha + \beta} = V\pi; \frac{\alpha + 2\beta\lambda}{2\pi} = \frac{1}{2}; \ln V\pi + \frac{\beta}{\lambda} = \ln 2 - \gamma. \quad (1.338)$$

Решая систему этих уравнений, определим  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  и окончательно получим выражение для определения  $q(t)$

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_0 - p_i}{\ln(1 + V\pi T) + \frac{1,523908V\pi T}{1 + 1,0105V\pi T}}. \quad (1.339)$$

Приток упругой жидкости скважине, расположенной в неограниченном однородном пласте при постоянном в времени дебите.

Задача заключается в следующем. Необходимо найти решение уравнения (1.34) при начальном постоянном давлении в неограниченном пласте и при постоянном дебите скважины:

$$q_0 = -\frac{2\pi kh}{\mu} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_c}. \quad (1.340)$$

Требуется определить изменение давления на стенке скважины.

По-прежнему замечаем, что для больших моментов времени для определения давления на стенке скважины можно воспользоваться выражением (1.86) и записать

$$\Delta p = \frac{q_0 \mu}{2\pi kh} \left( \ln \sqrt{\frac{4\pi l}{r_c^2}} - \frac{\gamma}{2} \right). \quad (1.341)$$

Для малых моментов времени  $t$  можно воспользоваться выражением (1.244) и представить изменение давления в виде

$$\Delta p = \frac{q_0 \mu}{2\pi kh} \frac{2 \sqrt{V\pi t}}{\sqrt{\pi} r_c} \left( 1 - \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{\sqrt{V\pi t}}{r_c} \right). \quad (1.342)$$

Представим выражение для изменения давления в виде

$$\Delta p = \frac{q_0 \mu}{2\pi kh} \left[ \ln(1 + V\pi T) + \frac{\beta_1 V\pi T}{1 + \beta_2 V\pi T} \right]. \quad (1.343)$$

Чтобы формула (1.343) при малых  $t$  превращалась в (1.342), а при больших  $t$  — в (1.341), необходимо положить

$$\sqrt{\alpha + \beta_1} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}; \frac{\alpha}{2} + \beta_1 \beta_2 = \frac{1}{2}; \frac{1}{2} \ln \alpha + \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{1}{2} (\ln 2 - \gamma). \quad (1.344)$$

Решая систему уравнений (1.344), получим  $\alpha = 0,744812$ ,  $\beta_1 = -0,265354$ ,  $\beta_2 = 0,480844$ .

В этом случае выражение для изменения давления на стенке скважины примет вид

$$\Delta p = \frac{q_0 \mu}{2\pi kh} \varphi(T), \quad (1.345)$$

где

$$\varphi(T) = \ln(1 + V\sqrt{0,744812T}) + \frac{0,265354V\pi T}{1 + 0,480844V\pi T}. \quad (1.346)$$

Сопоставление значений функции  $\phi(T)$ , определенной по формуле (1.346) и по точной формуле Ван-Эвердингена и Херста, показало очень хорошее совпадение. Максимальное расхождение составляет 0,03 %. Такое расхождение допустимо не только для практических расчетов, но и при теоретических расчетах. В связи с этим можно принять, что формула (1.345) точно описывает изменение давления на стенке скважины, расположенной в однородном неограниченном пласте и работающей с постоянным дебитом.

Нетрудно видеть, что эта формула будет давать хорошие результаты при расчете давления на стекле укрупненной скважины. Поэтому ее применение должно найти место при расчетах вторжения контурных вод нефтяные и газовые залежи.

Сопоставление решения (1.339) с имеющимися численными решениями уравнения упругого режима фильтрации при соответствующих граничных условиях также показывает хорошее совпадение, что указывает на высокую точность формулы (1.339).

#### ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПА СУПЕРПОЗИЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРУГОГО РЕЖИМА ФИЛЬТРАЦИИ

Когда процесс фильтрации отображается линейными дифференциальными уравнениями, часто применяется принцип суперпозиции (принцип наложения), согласно которому результирующий эффект от сложного процесса возмущения пласта равен сумме эффектов, вызываемых каждым воздействием в отдельности. Наиболее часто принцип суперпозиции используют при расчетах фильтрации, вызванной переменными во времени возбуждениями, при работе в едином резервуаре системы скважин, при расчетах фильтрации в пластах с непроницаемыми экранами и т. д.

Пусть при работе скважины в произвольном пласте изменение давления во времени выражается формулой

$$\Delta p(r, t) = q_0 f(r, t), \quad (1.347)$$

где  $q_0$ —постоянный во времени дебит возмущающей скважины;  $r$ —координата положения возмущающей скважины по отношению к реагирующей, причем в качестве реагирующей скважины может быть и сама возмущающая скважина (самопрослушивание);  $t$ —время с момента начала работы возмущающей скважины;  $f(r, t)$ — некоторая функция, которую в последнее время принято называть функцией влияния. Вид этой функции зависит от конкретных условий, в частности, для однородного неограниченного по размерам пласта функция  $f(r, t)$  имеет вид [см. (1.85)].

$$f(r, t) = -\frac{\mu}{4\pi k h} Ei\left(-\frac{r^2}{4x t}\right). \quad (1.348)$$

Дебит скважины  $q_0$  можно рассматривать как некоторое пристое возмущение. Пусть теперь в момент времени  $t=t_1$  дебит скважине изменился на  $\Delta q=\dot{q}_1-q_0$ . Если дифференциальное уравнение фильтрации линейно, то возмущение при  $t>t_1$  можно рассматривать как сложное возмущение, состоящее из возмущений  $q_0$  и  $q_1$ .

Тогда, следуя принципу суперпозиции, изменение давления в реагирующей скважине при  $t>t_1$  можно выразить формулой

$$\Delta p(r, t) = q_0 f(r, t) + \Delta q f(r, t-t_1). \quad (1.349)$$

Здесь  $t-t_1$  можно интерпретировать как время действия возмущения  $\Delta q$ .

Пусть в моменты времени  $t=t_1$  дебит возмущающей скважины скачком изменяется на  $\Delta q_1$ . Тогда по аналогии с (1.349) запишем

$$\Delta p(r, t) = q_0 f(r, t) + \sum_i \Delta q_i f(r, t-t_i). \quad (1.350)$$

Если же дебит непрерывно изменяется, то  $\Delta q_i = (dq/dt)\Delta t$  и выражение (1.350) можно представить в виде следующей интегральной суммы

$$\Delta p(r, t) = q_0 f(r, t) + \sum \frac{dq(\tau)}{dt} f(r, t-\tau) \Delta \tau$$

или же, переходя к пределу,

$$\Delta p(r, t) = q_0 f(r, t) + \int_0^t \frac{dq(\tau)}{d\tau} f(r, t-\tau) d\tau. \quad (1.351)$$

Если ввести подстановку  $\tau_1=t-\tau$ , то (1.351) можно представить в виде

$$\Delta p(r, t) = q_0 f(r, t) + \int_0^t \frac{dq(t-\tau_1)}{d\tau_1} f(r, \tau_1) d\tau_1. \quad (1.352)$$

Индекс 1 при  $\tau_1$  в переменной интегрирования в выражении (1.352), очевидно, можно опустить.

По аналогии можно показать, что если на стенке возмущающей скважины устанавливается постоянный скачок давления  $\Delta p_0$ , а на реагирующей скважине вследствие этого давление изменяется по закону  $\Delta p(r, t) = \Delta p_0 f_1(r, t)$ , то при переменном во времени давлении на возмущающей скважине  $\Delta p_1(t)$  выражение для  $\Delta p(r, t)$  на наблюдательной скважине примет вид

$$\Delta p(r, t) = \Delta p_0 f_1(r, t) + \int_0^t \frac{\partial \Delta p_1(\tau)}{\partial \tau} f_1(r, t-\tau) d\tau.$$

Интегрируя по частям последнее выражение, изменение давления на реагирующей скважине удобнее представить в форме

$$\Delta p(r, t) = \int_0^t \Delta p_1(\tau) f'_1(r, t-\tau) d\tau = \int_0^t \Delta p_1(t-\tau) f'_1(r, \tau) d\tau, \quad (1.353)$$

где

$$f'_1(r, t) = \frac{d}{dt} f_1(r, t). \quad (1.354)$$

Если при постоянном скачке давления на стенке скважины дебит ее изменяется в соответствии с  $q(t) = \Delta p_0 g(t)$ , то при заданном переменном во времени давлении на ее стенке дебит будет изменяться следующим образом:

$$q(t) = \int_0^t \Delta p_1(\tau) g'(t-\tau) d\tau = \int_0^t \Delta p_1(t-\tau) g'(\tau) d\tau = \\ = \Delta p_0 g(t) + \int_0^t \frac{d}{d\tau} \Delta p_1(t-\tau) g(\tau) d\tau. \quad (1.355)$$

Определим приток жидкости на границе замкнутого прямоугольного пласта при упругом режиме фильтрации, когда давление на границе со временем изменяется равномерно

$$\Delta p_1(t) = at. \quad (1.356)$$

При постоянном во времени давлении на границе замкнутого пласта  $\Delta p_0$ , расход жидкости определяется по следующей формуле:

$$q(t) = \Delta p_0 g(t), \quad q(t) = 2 \frac{k_f}{\mu L} \sum_{n=0}^{\infty} \exp \left[ -\frac{\pi^2(2n+1)^2 xt}{4L^2} \right]. \quad (1.357)$$

Используя (1.355), находим, что если закон изменения давления определяется (1.356), то расход жидкости равен

$$q(t) = \int_0^t \frac{d}{d\tau} \Delta p_1(t-\tau) g(\tau) d\tau = -\frac{2a^2 f}{\mu L} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[ -\frac{\pi^2(2n-1)^2 xt}{4L^2} \right] dt = \\ = -\frac{8a}{\pi^2} \frac{m_f L}{K} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \left\{ \exp \left[ -\frac{\pi^2(2n-1)^2 xt}{4L^2} \right] - 1 \right\}. \quad (1.358)$$

Для больших моментов времени ( $xt/L^2 \gg 1$ )

$$q(t) = -\frac{8a}{\pi^2} \frac{m_f L}{K} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = -a \frac{m_f L}{K} = -a \frac{V_{\text{обр}}}{K}, \quad (1.359)$$

где  $V_{\text{обр}}$  — объем порового пространства.

Можно показать, что при плоскорадиальной фильтрации упругой жидкости в замкнутом пласте, когда давление на стенке скважины изменяется по закону (1.356), изменение дебита при больших моментах времени будет происходить также по формуле (1.359).

## ГЛАВА II МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СКВАЖИН ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ ПРИТОКЕ

В настоящее время цель исследования скважин методами установленной фильтрации свелась в основном к определению коэффициентов продуктивности скважин. Однако методы установленной фильтрации (метод пробных откачек) позволяют не только определить продуктивность скважин, но и установить свойства жидкости, газа и горных пород, оценить пропускание нелинейной фильтрации, неионитоновские свойства жидкости и деформации коллектора. Оценка неионитоновских свойств жидкости и среды имеет важное практическое значение при выборе агентов воздействия, а исследования до и после воздействия позволят оценить эффективность физико-химических и других методов воздействия на пласт.

Достоверность расшифровки индикаторных диаграмм во многом зависит от технологии исследования скважин и соответствия режимов исследований установленному состоянию.

Исследование скважин при установленныхся режимах фильтрации основано на предположении, что дебит и забойное давление на каждом режиме практически постоянны или их изменениями практически можно пренебречь. Очевидно, понятие установленвшегося состояния является условным.

Продолжительность работы скважины на установленном режиме зависит от целей и задач, поставленных перед исследованием. В одном случае за установленное состояние можно принять режим, который наступает через 1—2 сут или раньше после пуска скважины, в другом случае за установленное состояние нельзя принимать время работы скважины не только в течение нескольких часов или суток, но и месяцев.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЛАСТА ПО ДАННЫМ ИССЛЕДОВАНИЯ СКВАЖИН МЕТОДОМ УСТАНОВИВШИХСЯ ОТБОРОВ (МЕТОДОМ ПРОБНЫХ ОТКАЧЕК)

Метод пробных откачек предполагает существование установленного состояния на каждом режиме работы скважины. Этот метод в настоящее время получил наибольшее распространение на промыслах. Он отличается простотой как в технологии проведения исследования, так и в методике обработки полученных результатов.

При установленном режиме работы скважины дебит жидкости в однородном пласте при линейном законе определяется формулой Дюпон

$$q = \frac{2\pi k h}{\mu} \frac{p_a - p_{c0}}{\ln R_k / r_c}. \quad (II.1)$$

Переписывая уравнение (II.1), найдем коэффициент продуктивности скважины

$$\frac{q}{p_k - p_{c0}} = \frac{2\pi kh}{\mu \ln R_k/r_c} = K. \quad (\text{II.2})$$

Коэффициент продуктивности скважины  $K$  определяется по данным исследования скважин методом пробных откачек. Сущность его заключается в том, что на различных режимах работы скважины замеряют дебит и забойное давление, а затем строят график зависимости  $q=f(\Delta p)$ . При линейном законе фильтрации однородной несжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде эта зависимость будет прямой, а угол наклона этой прямой к оси дебитов определяет коэффициент продуктивности. Зная коэффициент продуктивности, находят гидропроводность пласта  $kh/\mu$  или проницаемость пласта  $k$ , если известна толщина пласта и вязкость жидкости:

$$\frac{kh}{\mu} = K \frac{\ln R_k/r_c}{2\pi}. \quad (\text{II.3})$$

Для нахождения  $kh/\mu$  по (II.3) необходимо знать  $R_k$  и  $r_c$ .

Радиус скважины  $r_c$  находят по диаметру долота с учетом коэффициента уширения. За радиус контура питания рекомендуется принимать половину расстояния между скважинами или эквивалентный радиус дренирования

$$R_c = \sqrt{\frac{2\sigma l}{\pi}}, \quad (\text{II.4})$$

где  $\sigma$ —половина расстояния между скважинами;  $l$ —расстояние между рядами.

### НЕСОВЕРШЕНСТВО СКВАЖИН

Описанный выше метод [формулы (II.2) и (II.3)] определения параметров пласта применен к совершенным скважинам, т. е. скважинам, вскрытым пласт на всю его толщину открытым забоем. Неполное по толщине пласта вскрытие приводит к искривлению линий тока, а следовательно к дополнительным фильтрационным сопротивлениям в призабойной зоне (рис. 5). Это искусственно созданное несовершенство скважин рекомендуется учитывать введением в формулу Дюпон дополнительного фильтрационного со-

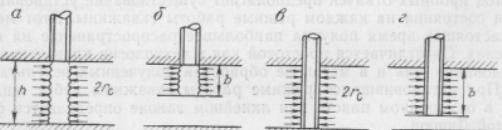


Рис. 5. Виды несовершенства скважин

$a$ —скважина совершенная;  $b$ —несовершенная по степени вскрытия;  $c$ —несовершенная по степени и характеру вскрытия

противления, обусловленного несовершенством скважины по степени вскрытия  $C_1$ .

Приток жидкости или газа в скважину происходит не по всей вскрытой толщине пласта. Как правило, продуктивный пласт перекрывается обсадной колонной, которая затем герметизируется. Это обуславливает дополнительное фильтрационное гидравлическое сопротивление  $C_2$ —сопротивление, вызванное характером вскрытия пласта. Оно зависит от плотности перфорации, диаметра отверстий в породе и глубины проникновения перфорационных отверстий в породу. Поэтому в ряде случаев коэффициент  $C_2$  может быть равным нулю и даже отрицательным. Несовершенство по степени вскрытия проявляется не только в скважинах, не полностью вскрывших пласт на всю его толщину, но и в совершенных по вскрытию скважинах. Как правило, в скважинах, вскрывших пласт на всю его толщину, приток происходит не по всей толщине.

В некоторых случаях суммарная толщина пласта, по которой осуществляется приток жидкости или газа в ствол скважины, составляет всего несколько десятков процентов от общей. Аналогичное явление наблюдается и в нагнетательных скважинах. Чем больше неоднородность пласта, тем большее несоответствие наблюдается между общей толщиной пласта и толщиной, по которой происходит приток жидкости в скважину.

Заметим, что неучет этого естественного несовершенства приводит к снижению гидропроводности, определенной по коэффициенту продуктивности. С учетом несовершенства скважин формулу (II.1) запишем в виде

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{(p_k - p_{c0})}{(\ln R_k/r_c + C_1 + C_2)}. \quad (\text{II.5})$$

Коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$  можно определять по графикам В. И. Шурова или вычислить аналитически.

В табл. 3 приведена зависимость коэффициента  $C_1$  от степени вскрытия  $\bar{h}=h/b$  и  $r_c/b$ , определенная по формуле А. Л. Хейна (см. рис. 5).

Таблица 3

$r_c/b, 10^{-4}$	$\bar{h}=b/h$				
	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4
0,1	118,17	63,774	31,432	18,799	12,345
0,5	88,911	46,433	22,202	13,27	8,603
1	77,889	41,572	20,408	12,444	8,163
2	65,393	35,749	17,604	10,919	7,185
3	58,500	32,424	16,376	10,049	6,622
4	53,280	29,886	15,197	9,368	6,183
5	49,415	28,012	14,348	8,853	5,869
6	46,171	21,376	13,569	8,435	5,621
7	42,919	24,452	12,832	8,102	5,358
8	41,627	24,139	12,555	7,820	5,189
9	39,883	23,351	12,257	7,570	5,098
10	38,059	22,335	11,727	7,383	4,894

$r_c/h \cdot 10^{-4}$	$h-b/h$				
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,1	9,291	5,435	3,455	1,957	0,788
0,5	5,747	3,824	2,438	1,389	0,573
1	5,477	3,628	2,283	1,276	0,513
2	4,823	3,193	2,006	1,100	0,441
3	4,450	2,943	1,849	1,023	0,400
4	4,155	2,748	1,721	0,950	0,369
5	3,944	2,609	1,628	0,897	0,346
6	3,788	2,498	1,549	0,848	0,326
7	3,674	2,382	1,488	0,802	0,302
8	3,492	2,306	1,437	0,785	0,298
9	3,432	2,266	1,409	0,766	0,288
10	3,294	2,162	1,356	0,773	0,276

Коэффициент  $C_1$  для  $R_k > h$  определяют также по формуле

$$C_1 = \frac{h}{b} \ln \frac{b}{h} - \frac{h-b}{b} \ln \frac{r_c}{h-b}, \quad (II.6)$$

полученной нами методом дифференциального фрагментирования.

Для анизотропного пласта с проницаемостью в вертикальном направлении  $k_z$ , отличной от проницаемости в горизонтальном направлении  $k_x$ ,

$$C_1 = -\frac{b}{h} \ln \frac{h-b}{k_x(h+b)} + \frac{h}{b} \ln \frac{2b}{2h+\frac{h-b}{k_z/b}}. \quad (II.7)$$

Эта формула справедлива, если  $R_k > h$ . Если  $h > R_k$ , то

$$C_1 = \frac{h-b}{b} \ln \frac{R_k}{r_c} + \frac{h}{b} \ln \frac{b}{b+R_k \sqrt{2k_z/k_x}}. \quad (II.8)$$

Приток к несовершенным скважинам изучался на электролитических моделях В. И. Шурова. Им были построены кривые, характеризующие приток к несовершенным как по степени, так и по характеру вскрытия скважинам. Эти графики нашли широкое применение в практике и вошли в инструкции по исследованию скважин. Определение дополнительных фильтрационных сопротивлений и особенно  $C_1$  по графикам В. И. Шурова, так же как и при вычислении их по формулам, в значительной степени условно, так как достоверно не известно фактическое число перфорационных отверстий в колонне и глубина проникновения этих отверстий в породу.

### ИНДИКАТОРНЫЕ ДИАГРАММЫ

При линейном законе фильтрации однородной жидкости в пористом пласте, когда свойства жидкости и коллекторские свойства пласти не зависят от давления, индикаторная диаграмма, постро-

енная в координатах дебит — депрессия, как видно из (II.2), будет прямой линией.

По коэффициенту продуктивности определяют параметры пласта, проводят оценку призабойной зоны скважины и оздоровительных мероприятий в скважине, а при вскрытии скважиной водонефтяного контакта — положение последнего. Изменение коэффициента продуктивности, связанное с обводнением скважины, может быть использовано для построения методов контроля и регулирования. Все эти методы базируются на предположении, что индикаторные диаграммы дебит — депрессия (давление) являются прямыми линиями (рис. 6, прямая линия 1). Однако в практике индикаторные диаграммы не всегда прямые. Можно встретить индикаторные диаграммы самой различной формы (рис. 6, кривые 2—4). По форме такие индикаторные диаграммы можно разделить на четыре типа: прямые линии, выпуклые к оси дебитов, выпуклые к оси депрессий (давлений), S-образной формы: вначале (на малых режимах) индикаторная диаграмма выпуклая к оси дебитов, затем (на больших режимах) приобретает форму, выпуклую к оси давлений.

Разные формы индикаторных диаграмм определяются различными факторами. При водонапорном режиме, как правило, индикаторные диаграммы имеют прямолинейную форму. При безнапорном режиме, а также режиме растворенного газа индикаторные диаграммы обычно вогнуты к оси давлений.

Рассмотрим факторы, влияющие на характер индикаторных диаграмм.

К числу этих факторов следует в первую очередь отнести: нарушение линейного закона фильтрации жидкости; уменьшение фазовой проницаемости в призабойной зоне пласта при снижении забойного давления ниже давления насыщения; уменьшение проницаемости пласта вследствие снижения давления; изменение физических свойств жидкости — вязкости жидкости от давления; изменение рабочей толщины пласта — подключение слабопроницаемых пропластков при увеличении перепада давления на забое; и, наконец, некачественное исследование скважина исследовалась при явно неуставновившемся состоянии.

Рассмотрим в отдельности каждый из перечисленных факторов.

#### Нарушение линейного закона фильтрации

Нарушение линейного закона притока жидкости или газа в скважину может определяться несовершенством скважин по характеру

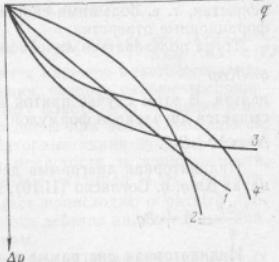


Рис. 6. Типичные формы индикаторных диаграмм

вскрытия, т. е. большими скоростями течения жидкости через перфорационные отверстия.

Тогда пользоваться линейной зависимостью

$$q = K \Delta p \quad (\text{II.9})$$

нельзя. В этом случае приток жидкости в скважину хорошо описывается двучленной формулой

$$\Delta p = Aq + Bq^2. \quad (\text{II.10})$$

Индикаторная диаграмма дебит—депрессия строится в координатах  $\Delta p/q, q$ . Согласно (II.10), получим

$$\frac{\Delta p}{q} = A + Bq. \quad (\text{II.11})$$

Индикаторная диаграмма в координатах  $\Delta p/q, q$  будет прямой линией. По углу наклона найдем коэффициент  $B$ , а по отрезку, отсекаемому на  $\Delta p/q$ ,—коэффициент  $A$ :

$$A = \frac{\mu}{2\pi k h} \ln \frac{R_s}{r_{e,pr}}, \quad (\text{II.12})$$

где  $r_{e,pr}$ —приведенный радиус скважины.

$$r_{e,pr} = r_e - (C_1 + C_2), \quad (\text{II.13})$$

где  $C_1, C_2$ —фильтрационные сопротивления, обусловленные несовершенством скважины по степени и характеру вскрытия.

Коэффициент  $B$  зависит от конструкции забоя скважины [42]. Для совершившейся скважины

$$B = \frac{120}{m} \left( \frac{d_{\phi}}{V k} \right)^2 \frac{f_c}{V k} \frac{pg}{f^2}, \quad (\text{II.14})$$

где  $d_{\phi}$ —эффективный диаметр песчаника;  $k$ —проницаемость;  $f$ —площадь вскрытия забоя;  $p$ —плотность флюида;  $g$ —ускорение свободного падения.

Для скважин, несовершившихся по характеру вскрытия,

$$B = \frac{40\epsilon}{m} \left( \frac{d_{\phi}}{V k} \right)^2 \frac{D}{V k} \frac{pg}{f^2}, \quad (\text{II.15})$$

где  $f$ —суммарная площадь отверстий;  $D$ —диаметр перфорационных отверстий;  $\epsilon$ —зависит от глубины проникновения перфорационных отверстий в породу и изменяется в пределах  $0,15 < \epsilon < 0,4$ . Значение  $\epsilon = 0,4$  соответствует нулевой глубине проникновения перфорационных отверстий в породу.

Для скважин с щелевым фильтром

$$B = \frac{120\epsilon}{m} \left( \frac{d_{\phi}}{V k} \right)^2 \frac{t}{V k} \frac{pg}{f^2}, \quad (\text{II.16})$$

где  $f$ —суммарная площадь щелей;  $t$ —ширина щели,  $0,25 < t < 0,5$ .

Изменение коллекторских свойств пласта, вязкости и плотности жидкости от давления

Честолюбко, сколько от градиентов давления фильтрации, где нет гидроударов с тем

Отбор жидкости из пласта приводит к падению пластового давления. При этом часть горного давления, которое раньше воспринималось жидкостью, передается скелету пласта. Это приводит к его деформации, поровые каналы и трещины при этом уменьшаются, снижается проницаемость, а индикаторные линии будут выпуклыми, косы дебитов. На уменьшение пористости и проницаемости, связанное с отбором жидкости, впервые указывал И. Н. Стрижов.

При нагнетании жидкости в пласт происходит обратный процесс. Этим объясняются выпуклости к оси дебитов индикаторные диаграммы по нагнетательным скважинам.

Кроме коллекторских свойств пласта на форму индикаторных диаграмм оказывают влияние также и изменения плотности и вязкости жидкости. Снижение коллекторских свойств при падении давления наиболее существенно оказывается в сцепментированных и особенно в трещиноватых породах.

Здесь мы не будем детально рассматривать влияние изменения проницаемости от давления на форму диаграмм. На этом остановимся более подробно при рассмотрении исследования трещиноватых коллекторов.

Рассмотренные три фактора приводят при увеличении депрессии на пласт к искривлению индикаторных диаграмм (см. рис. 6, кривая 2), т. е. к снижению коэффициента продуктивности  $K$ .

При линейном законе фильтрации зависимость дебита жидкости от функции Л. С. Лейбензона на скважине  $P_e$  будет по-прежнему линейной. Зависимость же дебита от давления на стенке скважины уже линейной не будет.

Нетрудно заметить, что остальные факторы приводят к искривлению индикаторных диаграмм к оси перепадов давления (см. рис. 6, кривая 3).

Существовало мнение, что вогнутые к оси дебитов индикаторные диаграммы в эксплуатационных скважинах обычно указывают на неустановившийся характер фильтрации. Однако в дальнейшем было установлено, что вогнутые к оси дебитов индикаторные диаграммы могут быть получены также и при установившихся состояниях. Преобладающим здесь, безусловно, следует считать фактор подключения в работу дополнительных пропластков.

Исследование этого фактора способствовало широкому внедрению глубинных дебитометров и расходомеров. Особенно перспективными являются дистанционные приборы, которые позволяют определять коэффициенты продуктивности дифференцированно по пластам при эксплуатации одной скважины нескольких пластов.

Рассмотренные нами факторы, влияющие на искривление индикаторных диаграмм, не исчерпывают всех причин, которые оказывают влияние на характер индикаторных диаграмм.

Следует отметить, что искривления индикаторных диаграмм иногда являются следствием некачественных замеров давлений, а также недостатками технологии исследования скважин методом пробных откачек.

#### РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ТЕХНОЛОГИИ ЗАМЕРА ЗАБОЙНЫХ ДАВЛЕНИЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ СКВАЖИН МЕТОДОМ ПРОБНЫХ ОТКАЧЕК

Погрешности при измерении глубинными манометрами забойных давлений за счет погрешности манометров неизбежны. Поэтому при исследовании скважин забойное давление замеряется на каждом режиме с погрешностью, определяемой точностью манометров. При единичных исследованиях погрешность в измерении в одном случае может быть положительной, в другом отрицательной. При определении депрессии  $p_{\text{дл}} - p_{\text{ф}}$  на каждом режиме  $\Delta p$  необходимо учитывать, что и пластовое давление также может быть замерено с определенной погрешностью. При этом погрешность в вычислении будет тем больше, чем меньше перепад давления. Чтобы исключить ошибки, усугубляющиеся погрешностями замеров пластовых давлений, целесообразно индикаторные диаграммы строить не в координатах  $\Delta p, q$ , а в координатах  $p_{\text{ф}}, q$ .

Однако данный способ построения индикаторных диаграмм не исключает разнозначности погрешностей при замере забойных давлений манометрами на каждом режиме. Поэтому забойное давление целесообразно замерять не отдельными замерами на каждом режиме, а непрерывно. При этом погрешности, связанные с точностью манометров, будут иметь, как правило, один знак, а ошибки при построении индикаторной диаграммы будут уменьшены.

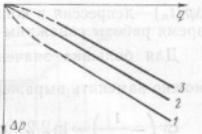
К погрешностям в определении коэффициентов продуктивности, а точнее, в построении индикаторных диаграмм, следует отнести и погрешности в замерах дебита, а также нарушения режима при спуске манометров для замеров давлений на каждом режиме в отдельности. Чтобы спустить манометр, необходимо уменьшить дебит, а иногда даже и останавливать скважину, что отражается на режиме ее работы и вносит погрешности в измерения, тем более что спущенный глубинный манометр является дополнительным штучером.

Метод построения индикаторных диаграмм в координатах дебит—забойное давление позволяет графически найти пластовое давление. В этом также преимущество метода построения индикаторных диаграмм в координатах  $p_{\text{ф}}—q$  по сравнению с методом  $\Delta p—q$ , когда депрессия вычисляется как разность замеренных манометром пластового и забойного давлений.

Правда, ошибка в определении пластового давления может быть обнаружена также и при построении индикаторных диаграмм в координатах  $p_{\text{ф}}—q$ . Очевидно, если замеренное пластовое давление окажется выше фактического, то построенная индикаторная диаграмма (рис. 7, кривая 1) будет располагаться ниже фактической. При этом фактические точки будут располагаться параллель-

Рис. 7. Индикаторная диаграмма

1, 3—замеренное пластовое давление соответственно завышено и занижено против фактического; 2—замеренное пластовое давление соответствует фактическому



но прямой 2. Экстраполяция в начало координат создает видимость искривления индикаторной кривой к оси депрессии.

Если замеренное пластовое давление окажется ниже фактического, то индикаторная диаграмма в своем начальном участке при экстраполяции его в начало координат может стать выпуклой к оси дебитов (рис. 7, кривая 3). Это может привести исследователя к выводу, что вся кривая имеет выпуклый к оси дебитов вид.

В практике часто приходится встречаться с кривыми вида 1, 3 (рис. 7), перестроение которых в координатах  $p_{\text{ф}}—q$  дает прямые линии.

Целесообразность построения индикаторных диаграмм в координатах  $p_{\text{ф}}—q$  особенно очевидна при исследовании скважин, эксплуатирующих два и более пластов или пропластков одним фильтром.

Дифференцированное исследование пластов позволяет определить продуктивность пропластков, оценить продуктивность каждого пласта в отдельности.

#### ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ РАБОТЫ СКВАЖИНЫ НА КОЭФФИЦИЕНТ ПРОДУКТИВНОСТИ

Очень важно определить время работы скважины на каждом последующем режиме при исследовании ее методом пробных откачек. Инструкциями по исследованию скважин рекомендуется одинаковая продолжительность работы скважины на каждом последующем режиме.

Нетрудно показать, что одинаковое время работы скважины на режимах приводит к погрешностям в определении коэффициента продуктивности и искажению формы индикаторной диаграммы.

Рассмотрим гипотетический пример исследования скважины при «прямом ходе», когда дебит от режима к режиму увеличивается на величину первоначального дебита, а время работы скважины на каждом режиме постоянно и равно  $\Delta t$ . Тогда, применяя принцип суперпозиции, найдем безразмерное давление в скважине

$$\Delta p' = \frac{\Delta p(t_0) 4 \pi k h}{q_{\text{ф}}^2} = \sum_{i=1}^n E_i \left( -\frac{1}{i \cdot 4 t_0} \right), \quad (\text{II.17})$$

где

$$E_i = \frac{x \Delta t}{r_c^2}; \quad (\text{II.18})$$

5\*

$\Delta p(t_n)$  — депрессия в конце  $n$ -го режима;  $f_0$  — параметр Фурье;  $\Delta t$  — время работы скважины на режиме.

Для больших значений параметра  $f_0$  функцию  $Ei\left(-\frac{1}{4f_0}\right)$  можно заменить выражением

$$Ei\left(-\frac{1}{4f_0}\right) \approx \ln 2,25 f_0, \quad (II.19)$$

а формулу (II.19) представить в виде

$$\Delta p' = \frac{\Delta p(t_n) 4\pi k h}{q_{\mu}} = \sum_{i=1}^n \ln(2,25 f_0 \cdot i). \quad (II.20)$$

Если скважину исследовать при «обратном ходе», т. е. от максимального режима к минимальному, то при одинаковой продолжительности работы скважины на каждом режиме с дебитом  $q_1 = -3$ ,  $q_2 = 2$  и  $q_3 = q$  безразмерная депрессия будет

$$\Delta p'_3 = \frac{\Delta p(t_3) 4\pi k h}{q_{\mu}} = 3Ei\left(-\frac{1}{12f_0}\right) - \sum_{i=1}^2 Ei\left(-\frac{1}{i \cdot 4f_0}\right). \quad (II.21)$$

Или для больших значений  $f_0$

$$\Delta p'_{-n} = 3 \ln 2,25 \cdot 3f_0 - \sum_{i=1}^2 \ln 2,25 i f_0. \quad (II.22)$$

По (II.20) и (II.22) были рассчитаны кривые изменения забойного давления для различных условий работы скважин (табл. 4).

Таблица 4

Номера кривых и точек (рис. 8, 9)	Безразмерное время работы скважины $10^{-4} f_0$	Безразмерное время работы скважины $10^{-4} f_0$	Безразмерная депрессия $\Delta p'_n$	Дебит, $q_n$	Последовательность исследования	Коэффициент продуктивности $K = q_n / \Delta p'_n$
I—I	10,8	10,8	19,3	—		0,052
II—I	0,18	0,18	15,21	—		0,066
	0,18	0,36	31,01	2	Прямой ход	0,035
	0,18	0,54	47,32	3		0,004
III—I	3,6	3,6	18,2	—		0,055
	3,6	7,2	37,1	2	Прямой ход	0,054
	3,6	10,8	56,4	3		0,053
IV—I	3,6	3,6	54,6	3	Обратный ход	0,055
	3,6	7,2	38,5	2		0,052
	3,6	10,8	20,8	—		0,048
V—I	0,36	0,36	47,4	3	Обратный ход	0,063
	0,36	0,72	34,0	2		0,059
	0,36	1,08	18,61	—		0,0537

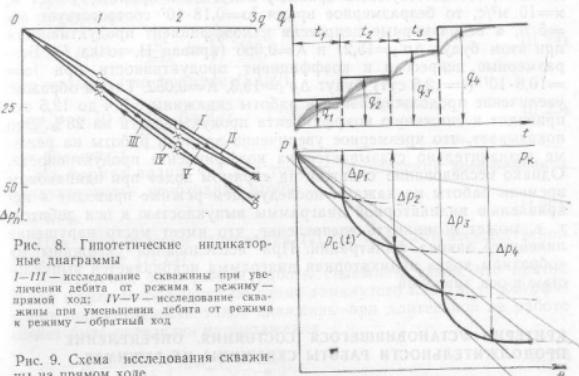


Рис. 8. Гипотетические индикаторные диаграммы

I—III — исследование скважины при увеличении дебита от режима к режиму — прямой ход; IV—V — исследование скважины при уменьшении дебита от режима к режиму — обратный ход

Рис. 9. Схема исследования скважины на прямом ходе

Из таблицы видно, что если уменьшить время работы скважины на режиме, то определяемая безразмерная депрессия уменьшится, а коэффициент продуктивности увеличится. Так, для  $f_0=10,8 \times 10^4$   $\Delta p'_1=19,3$ ,  $K=0,052$  (кривая I, точка I); для  $f_0=0,18 \cdot 10^4$ ,  $\Delta p'_1=18,2$ ,  $K=0,055$  (кривая III, точка I); для  $f_0=0,18 \cdot 10^4$ ,  $\Delta p'_1=-15,2$ ,  $K=0,066$  (кривая II, точка I). Это соответствует схеме исследования скважины при увеличении дебита скважины. При «обратном ходе» исследования скважины безразмерная депрессия уменьшается, а коэффициент продуктивности растет. Так, при  $f_0=3,6 \cdot 10^4$   $\Delta p'_1=54,6$ ,  $K=0,055$  (кривая IV, точка I); при  $f_0=0,36 \times 10^4$   $\Delta p'_1=47,4$ ,  $K=0,063$  (кривая V, точка I).

На рис. 8 построены индикаторные диаграммы при прямом и обратном ходе исследования. Как видно, кривые IV и III имеют выпуклую к оси дебитов форму. Кривая V — вогнутая к оси дебитов — форма индикаторных диаграмм сильно зависит от технологических подключения дополнительных пластов, пропластков. Рассмотрим совместно кривые II и V, полученные во время прямого и обратного хода исследований при одном и том же времени работы скважины на каждом режиме  $f_0=3,6 \cdot 10^4$ . Как правило, такая схема исследования скважин обуславливает наличие гистерезисной петли. Рассмотренные гипотетические примеры показывают, что форма индикаторных диаграмм сильно зависит от технологической схемы исследования скважин, а следовательно и параметры пласта, определенные на основании построенных индикаторных диаграмм, будут существенно отличаться от фактических.

Рассмотрим продуктивность, определенную по II схеме иссле-

дования, соответствующей прямому ходу. Если принять  $r_c=0,1$  м,  $\kappa=10$  м<sup>2</sup>/с, то безразмерное время  $t_0=0,18 \cdot 10^7$  соответствует  $t=5$  ч, а безразмерные депрессия и коэффициент продуктивности при этом будут  $\Delta t'_1=15,21$  и  $K=0,066$  (кривая II, точка I). Безразмерные депрессия и коэффициент продуктивности при  $t_0=10,8 \cdot 10^7$  ( $t=12,5$  сут) будут  $\Delta t'_1=19,3$ ,  $K=0,052$ . Таким образом, увеличение продолжительности работы скважины с 5 до 12,5 сут приводит к снижению коэффициента продуктивности на 28%. Это показывает, что чрезмерное увеличение времени работы на режиме незначительно сказывается на коэффициенте продуктивности. Однако исследование скважин на «прямом ходе» при одинаковом времени работы на каждом последующем режиме приводит к искривлению индикаторной диаграммы выпуклостью к оси дебитов, т. е. может возникнуть впечатление, что имеет место нарушение линейного закона фильтрации. При исследовании скважины на «обратном ходе» индикаторная диаграмма искривляется выпуклостью к оси давлений.

### КРИТЕРИИ УСТАНОВИВШЕГОСЯ СОСТОЯНИЯ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ РАБОТЫ СКВАЖИНЫ НА РЕЖИМАХ

Продолжительность исследования скважины зависит от целей, которые поставлены перед исследованием. Если необходимо определить эффективность работ по интенсификации притока жидкости (или газа) в скважину, то продолжительность может составлять несколько десятков минут. Если необходимо остановить скважину и затем снять кривую восстановления давления для определения параметров пласта в призабойной зоне, то время исследования скважины на установленном режиме также может быть небольшим. Параметры пласта существенно зависят от времени исследования. Ориентировочно можно считать, что продолжительность времени исследования скважины обратно пропорциональна пьезопроводности пласта.

Наиболее распространенной целью исследования пласта является определение продуктивной характеристики скважины. Ставится при этом следующая задача—определить ту индикаторную диаграмму скважины, которая будет соответствовать дальнейшей длительной эксплуатации. В этом случае период исследования скважины должен быть более продолжительным. Укажем на некоторые рекомендации по определению времени исследования скважины для этого случая.

Если режим работы скважины таков, что на границе дренирования скважины поддерживается постоянное давление (что, например, обеспечивается при разработке месторождения с поддержанием давления), то коэффициент продуктивности скважины может быть определен из выражения

$$p_k - p_c = \frac{q_k}{2\pi kh} \ln R_k/r_c \quad (II.23)$$

При пуске такой скважины в работу депрессия будет изменяться по формуле

$$p_k - p_c(t) = \frac{q_k}{2\pi kh} \ln \sqrt{\frac{2,25t}{r_c}} \quad (II.24)$$

при малых  $t$  и по формуле (1.150)

$$p_k - p_c(t) = \frac{q_k}{2\pi kh} (\ln R_k/r_c - 1,283e^{-5,78kt/R_k^2}) \quad (II.25)$$

для больших  $t$ .

Из формул видно, что для точного определения коэффициента продуктивности, необходимо чтобы

$$kt \geq 4R_k^2. \quad (II.26)$$

При этом условия выражения (II.24) и (II.25) несущественно отличаются от (II.23).

Аналогично, если режим работы скважины таков, что приток к ней может быть описан по схеме замкнутого пласта, то коэффициент продуктивности такой скважины при длительной ее работе может быть определен из выражения

$$p_k - p_c = \frac{q_k}{2\pi kh} \left( \ln R_k/r_c - \frac{1}{2} \right). \quad (II.27)$$

При пуске такой скважины в работу забойное давление будет изменяться в соответствии с (II.26) при малых значениях времени и в соответствии с (1.171):

$$p_k - p_c = \frac{q_k}{2\pi kh} \left( \ln R_k/r_c - \frac{1}{2} - 0,839e^{-14,982kt/R_k^2} \right) \quad (II.28)$$

для больших моментов времени.

Если продолжительность исследования скважины будет меньше величины, определяемой (II.26), то коэффициент продуктивности будет определен с некоторым завышением. Приведенные выше формулы позволяют оценить возникающую при этом погрешность.

Дадим рекомендации по выбору времени исследования скважин в случае, когда фильтрация, происходящая в пласте, не соответствует установленвшейся фильтрации.

Рассмотрим схему исследования скважины при увеличении депрессии от режима к режиму на  $q$  по закону арифметической прогрессии, т. е. на первом режиме, продолжительность которого равна  $t_1$ , дебит равен  $q$ , на втором режиме продолжительность  $t_2$  дебит  $2q$ ; на третьем режиме продолжительность  $t_3$  дебит  $3q$  и т. д.

Рассмотрим, какова должна быть продолжительность исследования скважины на каждом режиме, чтобы коэффициент продуктивности  $K=\Delta p/\Delta t$  оставался постоянным. Это условие можно представить в виде

$$\Delta p(t_n)/nq = \Delta p(t_1)/q = \text{const}, \quad (II.29)$$

здесь под  $\Delta p(t_n)$  понимается депрессия в конце  $n$ -го режима работы скважины.

На рис. 9 приведена схема работы скважины при прямом ходе исследования.

Очевидно,

$$\Delta p_c(t_1) = p_k - p_c(t_1) = \frac{q_1}{4\pi kh} \ln \frac{2.25\pi t_1}{r_c^2}, \quad (II.30)$$

а величина, обратная коэффициенту продуктивности, равна

$$\frac{\Delta p_c(t_1)}{q} = \frac{\mu}{4\pi kh} \ln \frac{2.25\pi t_1}{r_c^2}. \quad (II.31)$$

Найдем депрессию, которая должна быть в конце работы скважины на втором режиме:

$$\Delta p_c(t_2) = p_k - p_c(t_2) = \frac{q_1}{4\pi kh} \ln \frac{2.25\pi(t_1 + t_2)}{r_c^2} + \frac{q_2}{4\pi kh} \ln \frac{2.25\pi t_2}{r_c^2}, \quad (II.32)$$

а величина, обратная коэффициенту продуктивности, будет равна

$$\frac{\Delta p_c(t_2)}{2q} = \frac{\mu}{8\pi kh} \ln \frac{2.25\pi(t_1 + t_2)}{r_c^2} + \frac{\mu}{8\pi kh} \ln \frac{2.25\pi t_2}{r_c^2}. \quad (II.33)$$

Используя условие (II.29), получим

$$2 \ln \frac{2.25\pi t_1}{r_c^2} = \ln \frac{2.25\pi(t_1 + t_2)}{r_c^2} + \ln \frac{2.25\pi t_2}{r_c^2}. \quad (II.34)$$

Равенство (II.34) соответствует условию, когда продуктивность индикаторная диаграмма, построенная по значениям  $q_1 - \Delta p(t_1)$  и индикаторная диаграмма, построенная по значениям  $q_1 - \Delta p(t_1)$  и  $q_2 - \Delta p(t_2)$ , должна быть прямой.

Из (II.34) найдем

$$t_2(t_1 + t_2) = t_1^2. \quad (II.35)$$

Решая (II.35), получим

$$t_2 = 0.62t_1. \quad (II.36)$$

Если  $t_2 = t_1$ , то получим завышенную депрессию на втором режиме, а индикаторная диаграмма будет выпуклой в сторону оси дебитов.

Найдем депрессию, соответствующую концу работы скважины на третьем режиме. Имея в виду, что  $q_3 = 3q_1$ , т. е. дебит от режима к режиму увеличивается на величину  $q_1$ , получим выражение для депрессии в конце третьего режима:

$$\Delta p_c(t_3) = p_k - p_c(t_3) = \frac{q_1}{4\pi k} \ln \frac{2.25\pi(t_1 + t_2 + t_3)}{r_c^2} + \frac{q_2}{4\pi kh} \ln \frac{2.25\pi(t_2 + t_3)}{r_c^2} + \frac{q_3}{4\pi kh} \ln \frac{2.25\pi t_3}{r_c^2}. \quad (II.37)$$

С учетом (II.31) получим

$$(t_1 + t_2 + t_3)(t_2 + t_3)t_3 = t_3^3. \quad (II.38)$$

При  $t_2 = 0.62t_1$  получим  
 $t_3 = 0.451t_1$ . (II.39)

Таким образом, чтобы получить прямолинейную индикаторную диаграмму, нужно исследовать скважину при  $t_2 = 0.62t_1$ ,  $t_3 = 0.451t_1$ .

Аналогично можно найти время исследования скважины на всех последующих режимах. Рекуррентное выражение для определения продолжительности  $n$ -го режима работы скважины будет иметь вид

$$t_n = t_n(t_n + t_{n-1}) \times \dots \times (t_n + t_{n-1} + \dots + t_1). \quad (II.40)$$

Схема справедлива при последовательном увеличении дебита от режима к режиму только по закону арифметической прогрессии, т. е.  $q_2 = 2q_1$ ,  $q_3 = 3q_1$  и т. д.

Если между режимами есть остановки  $\Delta t$ , то, применяя метод суперпозиции, аналогично можно найти время работы скважины на каждом последующем режиме. Остановки могут быть связаны с закрытием фонтанных скважин для смены штуцера и с остановкой насосных скважин для смены режима работы насоса. При изохронном методе исследования, когда время работы на режимах  $t_n$  и время остановки скважины  $\Delta t$  равны, т. е.  $t_1 = t_2 = \dots = t_n = \Delta t$ , а дебит увеличивается по арифметической прогрессии, т. е.  $q_2 = 2q_1$ ;  $q_3 = 3q_1$ ;  $q_4 = 4q_1$  и т. д., забойное давление нужно замерять не в конце каждого режима, а раньше (табл. 5).

Таблица 5

Номер режима работы скважины	$\Delta t = 0$		$\Delta t = 0,1$		$t_1 = t_2 = \dots = t_n = \Delta t$	
	Время работы на режиме	Время с нача- ла исследо- вания	Время работы на режиме	Время с нача- ла исследо- вания	Время замера забойного давления на режиме	Время замера забойного давления с нача- ла исследований
1	1	1	1	1	1	1
2	0,618	1,618	0,655	1,755	0,8	2,8
3	0,451	2,071	0,52	2,375	0,675	4,675
4	0,357	2,428	0,425	2,9	0,588	6,588
5	0,296	2,724	0,384	3,384	0,525	8,525
6	0,251	2,975	0,345	3,829	0,477	10,477
7	0,221	3,196	0,311	4,24	0,437	12,437

Из табл. 5 видно, что рассмотренная схема исследования скважин значительно сокращает время. Так, например, чтобы исследовать скважину на трех режимах, когда время работы скважины на каждом режиме одно и то же, нужно затратить трое суток (если на каждом режиме отрабатывать 1 сут.), а по предлагаемой схеме требуется только 2,07 сут. А при исследовании скважины на шести режимах время сокращается вдвое. Затруднения при этом связаны с регулированием дебита на режимах. Практически не всегда возможно точно задать изменение дебита в соответствии с арифметической прогрессией.

При планировании времени исследования скважины, когда будет измечаться произвольно, можно воспользоваться следующим рекуррентным соотношением:

$$s_2 \ln t_1 = (s_2 - 1) \ln t_2 + \ln(t_2 + t_1) \quad (II.41)$$

$$\begin{aligned} s_n \ln t_1 &= (s_n - s_{n-1}) \ln(t_n + (s_{n-1} - s_{n-2}) \ln(t_n + t_{n-1}) + \\ &+ \dots + (s_2 - 1) \ln(t_n + t_{n-1} + \dots + t_2) + \ln(t_n + t_{n-1} + \dots + t_1), \end{aligned}$$

где  $s_n = q_n/q_1$ .

Если дебит изменяется по закону арифметической прогрессии  $(q_n - q_1)/q_1 = (n-1)d$ ,  $s_n = 1 + (n-1)d$ , то (II.41) можно представить в виде

$$\begin{aligned} t_1^{1+d} &= t_2(t_2 + t_1)^{1/d}; \quad t_1^{n-1+d} = t_n(t_n + t_{n-1}) \times \dots \\ &\dots \times (t_n + t_{n-3} + \dots + t_2)(t_n + t_{n-1} + \dots + t_1)^{1/d}. \quad (II.42) \end{aligned}$$

Как видно, формула (II.40)—частный случай формулы (II.42), когда в последней можно положить  $d=1$ .

Значения  $t_n/t_1$  для некоторых значений  $d$  приведены ниже.

	0.2	0.5	1	2
$t_2/t_1$	0.285	0.466	0.618	0.755
$t_3/t_1$	0.236	0.362	0.451	0.520
$t_4/t_1$	0.205	0.298	0.357	0.398
$t_5/t_1$	0.177	0.254	0.296	0.323
$t_6/t_1$	0.165	0.221	0.251	0.272

Аналогично можно рассчитать любую схему исследования. Более того, применив предложенную схему, можно, если имеются кривые изменения забойного давления, дебиты, времена работы на режимах и остановки между ними, найти время и соответствующие им забойные давления, по которым нужно строить индикаторную диаграмму.

В этом случае задача заключается в следующем. Необходимо на каждом интервале определить депрессию в моменты времени  $t_i$ , для которых расчетная (а не фактическая) продуктивность скважин (если принять схему однородного неограниченного пласта) должна быть одна и та же и соответствовать коэффициенту продуктивности для момента времени  $t_1$  на первом режиме.

В этом случае моменты времени  $t_n$  необходимо определять по (II.41), имея в виду, что  $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}$ —фактическое (произвольное) время работы скважины на соответствующих режимах:

$$\begin{aligned} s_n \ln t_1 &= (s_n - s_{n-1}) \ln(t_n + (s_{n-1} - s_{n-2}) \ln(t_n + t_{n-1}) + \\ &+ \dots + (s_2 - 1) \ln(t_n + t_{n-1} + \dots + t_2) \ln(t_n + t_{n-1} + \dots + t_1). \quad (II.43) \end{aligned}$$

Может оказаться при этом, что расчетное время  $t_n$ , для которого необходимо определить депрессию, может быть больше, чем  $t_n$ . Это означает, что для данного режима не наступило состояние, соответствующее рассматриваемому расчетному коэффициенту про-

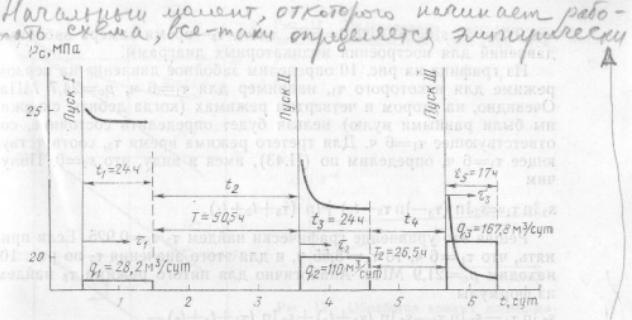


Рис. 10. Кривые изменения забойного давления

дуктивности. Не следует принимать в расчет и случай, когда режим работы скважины не успел стабилизироваться и на забойное давление существенно оказывают влияние посторонние факторы (немгновенное изменение дебита, скрин-эффект и пр.). Уравнение (II.43) по отношению к  $t_n$  решается графическим методом. Целесообразно провести несколько расчетов для различных значений  $t_1$  ( $t_1 \leq t_i$ ).

Если на первом режиме не окажется представительной точки для определения продуктивности скважины (например, отсутствует замер забойного давления), то тогда следует определять соответствующие депрессии на втором, третьем и т. д. интервалах исследования скважины.

В этом случае для определения продолжительности времени необходимо воспользоваться формулой

$$\begin{aligned} \frac{s_n}{s_1} \ln(t_1 + t_2) + \left( s_n - \frac{s_n}{s_1} \right) \ln t_2 &= (s_n - s_{n-1}) \ln t_n + \\ &+ (s_{n-1} - s_{n-2}) \ln(t_n + t_{n-1}) + \dots + (s_2 - 1) \ln(t_n + t_{n-1} + \dots + t_2) + \\ &+ \ln(t_n + t_{n-1} + \dots + t_1), \quad (II.44) \end{aligned}$$

где  $t_2$ —интервал на втором режиме, для которого определяется коэффициент продуктивности.

Очевидно, остановку скважины целесообразно рассматривать как режим с нулевым дебитом ( $s=0$ ).

На рис. 10 приведены кривые изменения забойного давления скв. 27 Салымского нефтяного месторождения и дебиты на трех режимах, отличные от нуля. Остановку скважины после первого режима считаем вторым режимом с нулевым дебитом. Аналогично вторую остановку принимаем за четвертый режим. При этом  $q_1 = 28.2$   $m^3/\text{сут}$ ;  $q_2 = 0$ ;  $q_3 = 110$   $m^3/\text{сут}$ ;  $q_4 = 0$ ;  $q_5 = 167.8$   $m^3/\text{сут}$ ;  $t_1 = 24$  ч,  $t_2 = 50.54$  ч,  $t_3 = 24$  ч,  $t_4 = 26.5$  ч,  $t_5 = 17$  ч,  $s_2 = 0$ ,  $s_3 = 110/28.2 =$

$s_3 = 3.9$ ;  $s_4 = 0$ ,  $s_5 = 167.8/28.2 = 5.95$ .  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$  — время замера забойных давлений для построения индикаторных диаграмм.

Из графика на рис. 10 определим забойное давление на первом режиме для некоторого  $\tau_1$ , например для  $\tau_1 = 6$  ч,  $p_c = 24.7$  МПа. Очевидно, на втором и четвертом режимах (когда дебиты скважины были равными нулю) нельзя будет определить состояние, соответствующее  $\tau_1 = 6$  ч. Для третьего режима время  $\tau_3$ , соответствующее  $\tau_1 = 6$  ч, определим по (II.43), имея в виду, что  $s_2 = 0$ . Получим

$$s_3 \ln \tau_1 = s_5 \ln (\tau_3 - \ln \tau_3 - t_2) + \ln (\tau_3 + t_2 + t_1).$$

Решая это уравнение графически найдем  $\tau_3/\tau_1 = 0.925$ . Если приять, что  $\tau_1 = 6$  ч, то  $\tau_3 = 5.55$  ч, и для этого значения  $\tau_3$  по рис. 10. находим  $p_c = 21.9$  МПа. Аналогично для пятого режима  $\tau_5$  найдем из формулы

$$s_5 \ln \tau_1 = s_5 \ln \tau_5 - s_3 \ln (\tau_5 + t_4) + s_3 \ln (\tau_5 + t_4 + t_3) - \ln (\tau_5 + t_4 + t_3 + t_2) + \ln (\tau_5 + t_4 + t_3 + t_2 + t_1).$$

Результаты расчета для нескольких  $\tau_1$  приведены в табл. 6.

Таблица 6

Показатель	$\tau_1, ч$				Показатели	$\tau_1, ч$			
	1	6	12	4		1	6	12	24
$\tau_3/\tau_1$	0.925	0.925	0.925	0.925	$p_c(\tau_1)$ , МПа	25,21	24,69	24,04	24,62
$\tau_5/\tau_1$	0.73	0.73	0.73	0.73	$p_c(\tau_5)$ , МПа	23,46	21,88	21,7	21,7
$\tau_3, ч$	0.925	5.55	11.1	2.2	$p_c(\tau_3)$ , МПа	23,1	20,05	19,56	19,41
$\tau_5, ч$	0.73	4.38	8.76	17.52	$K, м^3/(сут \cdot МПа)$	47,6	28,99	27,40	27,03

Зависимость  $p_c$  от дебита скважины для различных значений  $\tau_1$  приведена на рис. 11.

Из рисунка видно, что для каждого значения  $\tau_1$  наблюдается прямолинейная зависимость забойного давления от дебита скважины. Очевидно, котангенс угла наклона получившихся прямых к оси абсцисс, взятый с обратным знаком, представляет собой коэффициент продуктивности скважины, соответствующий определенному значению  $\tau_1$ .

Очевидно, если принять схему однородного пласта неограниченного по протяженности, то величина, обратная коэффициенту продуктивности, прямо пропорциональна  $\ln \tau_1$ . Зависимость  $1/K$  от  $\ln \tau_1$  (кривая I) (рис. 12) должна иметь линейный характер. Тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс равен

$$\operatorname{tg} a = \mu / (4\pi kh).$$

Кроме этого на рис. 12 приведена первая кривая падения давления (см. рис. 10). Как видно, зависимость  $\frac{1}{K}$  от  $\ln \tau_1$  более представительна, что указывает на достоверность предлагаемого метода.

Рис. 11. Индикаторные диаграммы по данным исследования скважины (см. рис. 10)

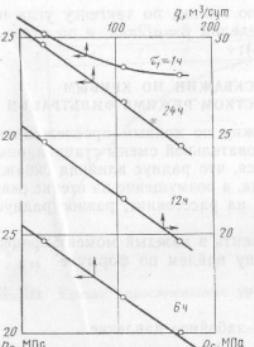


Рис. 12. Обработка кривых исследования на режимах (см. рис. 10)

1 — обработка индикаторных диаграмм методом нестационарной фильтрации; 2 — обработка кривой падения давления

Если пластовое давление определено с достаточной степенью надежности, то для фиксированных  $\tau$  целесообразно строить график зависимости  $\Delta p = p_{\text{пл}} - p_c$  от дебита  $q$ . При фильтрации, не соответствующей линейному закону, рекомендуется строить график зависимости  $\Delta p/q$  от  $q$ . В соответствии с изложенным выше [см. формулы (II.12) — (II.14)] определим параметр квадратичного сопротивления  $b$  и параметр  $a$ , соответствующий времени  $\tau$ .

Все изложенное, очевидно, полностью относится к исследованию и газовых скважин. В этом случае только вместо  $p_c$  определяют  $p^2_{\text{пл}}$ . Результаты исследований целесообразно обрабатывать в координатах  $\Delta p^2/q$  от  $q$ , где  $\Delta p^2 = p_{\text{пл}}^2 - p^2$ .

Рекомендуется также экспресс-метод, заключающийся в том, что продолжительности всех режимов и остановки после каждого режима одни и те же. Результаты исследования обрабатываются по формуле (применительно для газовых скважин)

$$p_{\text{пл}}^2 - p^2 = p^2_c(n) - \beta C_n/q = a(t_p) + bq.$$

Здесь  $p_c(n)$  — давление в конце  $n$ -го режима работы скважин;  $\beta = \eta/2\pi kh$  — величина, которую необходимо определять по кривой восстановления давления.

$$C_n = \sum_{i=1}^{n-1} a_i q_{n-i}, \quad C_1 = 0,$$

Значение  $a_i$  приведено ниже.

$a_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$a_i$	0,176	0,047	0,067	0,051	0,041	0,034	0,030	0,026	0,024	0,0201

Если фильтрация соответствует линейному закону, результаты исследования можно обрабатывать в координатах (для нефтяных или водяных скважин)  $(p_{\text{пл}} - p_c)/q$  от  $C_n/q$ . При такой обработке

график представляет собой прямую линию, по тангенсу угла на-  
клона которой к оси ординат определим  $\beta = \mu/2\pi kh$ , а по отрезку,  
отсекаемому на оси ординат,  $-a(t_p)$ .

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДУКТИВНОСТИ СКВАЖИН ПО КРИВЫМ ПРОСЛЕЖИВАНИЯ УРОВНЯ ПРИ ЖЕСТКОМ РЕЖИМЕ ФИЛЬРАЦИИ

Определение продуктивности скважин по кривым прослеживания уровня основано на методе последовательной смены стационарных состояний. При этом предполагается, что радиус влияния скважины постоянен, жидкость несжимаема, а возмущение на стволе скважины мгновенно распространяется на расстояние, равное радиусу влияния скважины.

Тогда, очевидно, если предположить в каждый момент процесс установившимся, приток в скважину найдем по формуле

$$q(t) = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{[p_k - p_c(t)]}{\ln R_k/r_c}, \quad (II.45)$$

где  $p_k$ —пластовое давление;  $p_c(t)$ —забойное давление.

Если скважина непереливающая,

$$q(t) = -F \frac{dH}{dt}. \quad (II.46)$$

Применяя (II.46) и (II.45) и заменяя  $r$  в (II.45) через уровень, получим

$$\frac{dH}{H_k - H_c(t)} = \frac{2\pi kh\rho g}{F_p \ln R_k/r_c} dt, \quad (II.47)$$

где  $H_k$ ,  $H_c(t)$ —соответственно статический и динамический уровни жидкости в скважине;  $\rho$ —плотность жидкости в пластовых условиях.

Интегрируя (II.47), найдем

$$\ln \frac{H_k - H_c(t)}{H_k - H_{c0}} = \frac{2\pi kh\gamma}{F_p \ln R_k/r_c} t. \quad (II.48)$$

Уравнение (II.48)—есть уравнение прямой в координатах  $\frac{H_k - H_c(t)}{H_k - H_{c0}}$   $t$ . Тангенс угла наклона этой прямой к оси абсцисс

равен

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\pi kh\gamma}{F_p \ln R_k/r_c}. \quad (II.49)$$

Сопоставляя (II.49) с (II.2), найдем коэффициент продуктивности

$$K = \frac{2\pi kh}{\mu \ln R_k/r_c} = \frac{F_p \operatorname{tg} \alpha}{\gamma}. \quad (II.50)$$

Этот метод обработки был предложен Маскетом [24]. Как видно из (II.48), для обработки кривой прослеживания уровня необходимо знать статический уровень  $H_k$ , который не всегда можно достаточно точно определить.

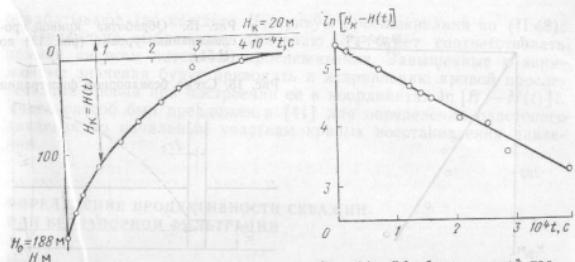


Рис. 13. Кривая прослеживания уровня

Если статический уровень неизвестен, обработку кривой прослеживания можно проводить ее дифференцированием. По изменению динамического уровня находим средний дебит скважины в каждый момент времени

$$q_{cp}(t) = F \Delta H / \Delta t \quad (II.51)$$

и строят индикаторную диаграмму в координатах  $q_{cp}$ — $H_{cp}$ , где  $H_{cp}$ —динамический уровень в каждый момент времени. По наклону прямолинейного участка по формуле (II.50) находим коэффициент продуктивности. Отмечая простоту метода прослеживания уровня, следует помнить о его приближенности, так как он основан на разновидности метода последовательной смены стационарных состояний [42]. На неточность метода прослеживания уровня указывает и М. Маскет, хотя оценки точности этого метода не приводят. Очевидно, этот метод дает результаты с точностью, близкой к точности определения дебита по методу последовательной смены стационарных состояний.

Таблица 7

$t, \text{ с}$	$H, \text{ м}$	$\Delta H = H + H_{c,t}$ $\text{м}$	$\ln \Delta H$	$t, \text{ с}$	$H, \text{ м}$	$\Delta H = H + H_{c,t}$ $\text{м}$	$\ln \Delta H$
0	188	208	5,337	16 200	67	87	4,466
1800	182	5,204	21 600	46	66	4,190	3,951
3600	142	5,088	25 200	32	52	3,496	3,496
7200	114	4,898	28 800	13	33	3,219	3,219
12 600	88	4,682	39 600	6	25		
14 400	77	4,575					

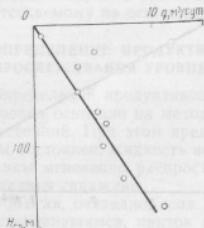
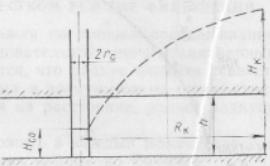


Рис. 15. Обработка кривой прослеживания уровня (рис. 13) по (II.51)

Рис. 16. Схема безнапорной фильтрации



В качестве примера приведены результаты исследований разведочной скважины методом прослеживания уровня. В скважине после перфорации неоднократным сбрасыванием был понижен уровень до 188 м от устья. Затем в скважине периодически замерялся уровень жидкости (рис. 13).

После полного восстановления давления на устье было зафиксировано избыточное давление  $p_g = 0.2$  МПа. Очевидно, в этом случае

$$H_k = H_{c0} + H_{ct}. \quad (II.52)$$

Результаты обработки кривой прослеживания уровня (II.48) приведены на рис. 14, а последовательность вычислений в табл. 7.

Как видно из графика, расчетные точки хорошо аппроксимируются прямой, тангенс угла наклона которой равен  $\operatorname{tg} \alpha = 0.553 \times 10^{-4}$  л/с. Тогда по (II.49) коэффициент продуктивности  $K = 5.25 \text{ м}^3/\text{сут. МПа}$ .

На рис. 15 приведены результаты обработки той же кривой методом прослеживания уровня по (II.51) (см. табл. 7). Расчетные точки, как видно из графика, плохо аппроксимируются прямой. Коэффициент продуктивности, определенный по прямой, составляет  $6.9 \text{ м}^3/\text{сут. МПа}$ .

Полученный коэффициент продуктивности на 33% завышен по сравнению с коэффициентом продуктивности, определенным при переливе скважины.

Рассмотренный здесь пример показывает преимущество методики определения коэффициента продуктивности по (II.48) по сравнению со способом обработки данных прослеживания уровня по (II.51).

Правда, метод обработки результатов прослеживания уровня в полулогарифмических координатах по (II.48) требует знания  $H_k$ . Иногда, чтобы определить  $H_k$ , нужно выдерживать скважину очень долгое время. В этом случае истинное значение  $H_k$  можно определить подбором [41]. Например, задавая несколько значений,

обрабатывают для каждого  $H_k$  кривую прослеживания по (II.48).

Правильно выбранному значению  $H_k$  будет соответствовать прямая на всем интервале прослеживания. Завышенные и заниженные значения будут приводить к искривлению кривой прослеживания уровня при построении ее в координатах  $\ln [H_k - H(t)]t$ . Такой способ был предложен в [41] для определения пластового давления по начальным участкам кривых восстановления давления.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДУКТИВНОСТИ СКВАЖИН ПРИ БЕЗНАПОРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

При исследовании скважин, вскрывших рифовые месторождения, на поздней стадии разработки или при испытании низкопродуктивных скважин, вскрывших пласти большой толщины, уровень иногда снижают значительно ниже кровли пласта. В этом случае методы исследования скважин, разработанные для напорной фильтрации, неприменимы и предпочтение следует отдать методам, полученным на основе теории безнапорной фильтрации.

На рис. 16 приведена схема безнапорной фильтрации, когда пьезометрический напор на контуре питания на подошве пласта большие толщины пласта  $h$ , а динамический уровень в скважине — напор  $H_{c0}$  — меньше толщины продуктивного пласта. В этом случае [46] приток жидкости в скважину определяется формулой

$$q = \frac{\pi k \gamma}{\mu \ln R_k / r_c} [2hH_k - h^2 - H_{c0}^2]. \quad (II.53)$$

Очевидно, индикаторная диаграмма при этом для определения продуктивности должна строиться в координатах  $q - [2hH_k - h^2 - H_{c0}^2]$ .

Практически метод установившихся отборов, особенно при испытании разведочных скважин, в этих условиях трудно использовать. При испытании разведочных да и эксплуатационных скважин с низким динамическим уровнем часто ограничиваются снятием кривых прослеживания уровня и построением индикаторных диаграмм  $q_{cp} - H_{cp}$  или  $q_{cp} - p_{cp}$ .

Обработку кривых прослеживания уровня можно проводить, применяя теорию безнапорной фильтрации.

Предполагая, что уровень в скважине после его понижения возрастает, а приток падает в соответствии со схемой последовательной смены стационарных состояний безнапорной фильтрации, запишем

$$q(t) = \frac{\pi k \gamma}{\mu \ln R_k / r_c} [2hH_k - h^2 - H_{c0}^2(t)]. \quad (II.54)$$

$$q(t) = -F \frac{dH}{dt},$$

где  $F$ —площадь поперечного сечения скважины;  $H$ —текущий уровень жидкости в скважине, отсчитываемый от уровня в момент времени  $t=0$ .

Приравнивая (III.53) и (II.54) и интегрируя, найдем

$$\ln \frac{V\sqrt{2hH_K - h^2} + H(t)}{V\sqrt{2hH_K - h^2} - H(t)} = -\frac{2\pi k\gamma t}{F_p \ln R_K/r_c} - \ln \frac{V\sqrt{2hH_K - h^2} + H_{c0}}{V\sqrt{2hH_K + h^2} - H_{c0}}. \quad (II.56)$$

По наклону кривой прослеживания уровня в скважине, преобразованной в координатах

$$\ln \frac{\sqrt{2\hbar f_{\text{h}} - \hbar^2} + H(t)}{\sqrt{2\hbar f_{\text{h}} - \hbar^2} - H(t)}, \quad t$$

найдем коэффициент производительности

$$K = \frac{2\pi kh}{\ln R_+/r_-} = \sqrt{\frac{hF \tan \alpha}{2hH_k - h^2}}. \quad (II.57)$$

По отрезку, отсекаемому на оси ординат, определим динамический уровень в скважине, если она работала до остановки на уставившемся режиме, а уровень при этом был неизвестен.

Заметим, что если напор на контуре равен напору на кровле пласта  $H_k = h$ , то (II.53) примет вид

$$q = \frac{\pi k_1 [H^2_{\kappa} - H^2_{\text{col}}]}{u \ln R_{\kappa}/r_c}, \quad (\text{II.58})$$

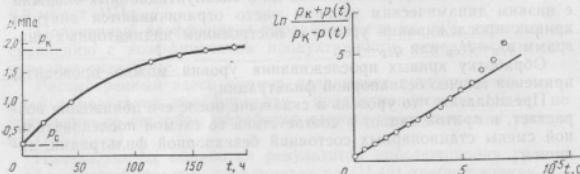


Рис. 17. Кривая прослеживания уровня Рис. 18. Обработка кривой прослежива-  
ния уровня (рис. 17)

а (II.56) будет

$$\ln \frac{H_{\text{K}} + H(t)}{H_{\text{K}} - H(t)} = - \frac{2\pi k T H_{\text{K}}}{F_{\text{p}} \ln R_{\text{K}} / r_{\text{e}}} t - \ln \frac{H_{\text{K}} + H_{\text{c0}}}{H_{\text{K}} - H_{\text{c0}}}. \quad (\text{II.59})$$

Формула (П.59) была получена Н. И. Днепровской и Н. Г. Кубагашевым. На рис. 17 приведена кривая прослеживания уровня в скважине. Скважина до установки работала на установившемся режиме с дебитом  $q=2,8$  т/сут, толщина продуктивного пласта  $h=315$  м, пластовое давление на глубине замера 1248 м  $p_{\text{пл}}=1,92$  МПа, глубина забоя 1246 м. Как видно, режим беспазорный. Причем  $H_k = p/\gamma = \frac{1,92 \cdot 10^4 \text{Н}/\text{м}^2}{0,85 \cdot 10^4 \text{Н}/\text{м}^3} = 225,9$  м меньше толщины пла-  
ста  $h$ . Очевидно, в этом случае нужно пользоваться формулой (П.59). На рис. 18 приведена кривая прослеживания (рис. 17) уровня в координатах  $\ln \frac{p_0 + p_c(t)}{p_0 - p_c(t)}$ . Наклон преобразованной кривой  $\lg a = -0,598 \cdot 10^{-3}$  1/c, а коэффициент продуктивности в этом случае  $(K_h = h)$  согласно (П.57) равен  $K = 4,06 \text{ м}^3/\text{сут. МПа}$ .

# ГЛАВА III

## ИССЛЕДОВАНИЕ СКВАЖИН ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ПРОЦЕССОВ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

В общем комплексе гидродинамических исследований скважин методы исследования по наблюдениям нестационарных процессов — метод восстановления (падения) давления, гидропрослушивание, экспресс-методы нашли широкое применение. Эти методы в отличие от метода пробных откачек имеют большую разрешающую способность. Они позволяют раздельно оценить параметры призабойной и удаленной зоны пласта, неоднородность и выявить литологические экраны. Кроме задач, связанных с изучением коллекторских свойств пласта и его строения, методы исследования скважин при нестационарной фильтрации в последнее время широко используются в решении задач контроля процессов разработки. Наиболее важным параметром контроля является определение текущей нефтенасыщенности пласта.

Немалое значение приобретают методы нестационарной фильтрации при зондировании и оценке эффективности воздействия на призабойную зону скважин и на весь продуктивный пласт.

При исследовании скважин часто встречаются кривые восстановления давления, по форме сильно отличающиеся от идеальных теоретических кривых. Важным является объяснение и оценка факторов, определяющих форму кривых восстановления давления. К ним относят технологические факторы и факторы, связанные с неоднородностью коллектора.

Из технологических факторов наибольшее значение имеет приток жидкости в скважину после ее остановки. В практике широкое применение нашли методы обработки кривых восстановления давления с учетом притока жидкости в скважину. Одним из условий, определяющих достоверность кривых восстановления давления, является достаточно стабильный режим работы скважины перед ее остановкой. Иногда по целому ряду причин эти условия не удается реализовать. В этом случае исследование скважин осуществляется экспресс-методом.

### ИССЛЕДОВАНИЕ СКВАЖИН МЕТОДОМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ (ПАДЕНИЯ) ДАВЛЕНИЯ

Мгновенное прекращение притока жидкости в скважину после ее остановки аналитически можно представить как наложение отрицательного дебита, равного по величине предыдущему (рис. 19). Если скважина, дренирующая бесконечный пласт с дебитом  $q$  в течение времени  $T$ , будет остановлена, давление на стенке этой сква-

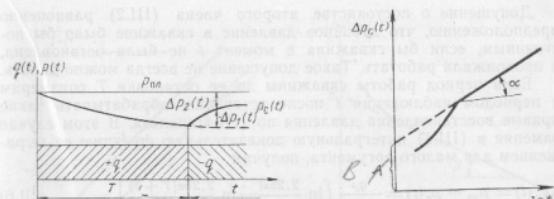


Рис. 19. Схема изменения давления в скважине, вызванного остановкой скважины после работы в течение времени  $T+t$ ;  $T$  — время работы скважины до остановки

жине будет

$$p_{\text{на}} - p_e(t) = \Delta p_e(t) = \frac{q\mu}{4\pi kh} \left\{ \text{Ei} \left[ -\frac{r_c^2}{4\pi t} \right] - \text{Ei} \left[ -\frac{r_c^2}{4\pi(T+t)} \right] \right\}. \quad (\text{III.1})$$

При достаточно большом периоде работы  $T$  скважины до остановки, по сравнению с периодом восстановления давления, т. е. при  $T \gg t$ , второй член в (III.1) можно принять постоянным.

Тогда, очевидно, должно быть сохранено равенство

$$\text{Ei} \left[ -\frac{r_c^2}{4\pi(T+t)} \right] \approx \text{Ei} \left( -\frac{r_c^2}{4\pi T} \right), \quad (\text{III.2})$$

найдем перепад давления в момент времени  $T$

$$\Delta p_e(t) = p_{\text{на}} - p(T) = -\frac{q\mu}{4\pi kh} \text{Ei} \left( -\frac{r_c^2}{4\pi T} \right). \quad (\text{III.3})$$

Вычитая (III.3) из (III.1), имея в виду (III.2), и заменяя интегральную показательную функцию ее выражением для малого аргумента, найдем депрессию в момент времени  $T$ , отсчитывающую от забойного давления,

$$\Delta p_1(t) = p_e(t) - p(T) = -\frac{q\mu}{4\pi kh} \text{Ei} \left( -\frac{r_c^2}{4\pi t} \right) = \frac{q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{2.25\pi t}{r_c^2}. \quad (\text{III.4})$$

Уравнение (III.4) — уравнение прямой в координатах  $\Delta p_1(r_c, t)$ ,  $\ln t$ . Таким образом, переставив кривую восстановления давления в координатах  $\Delta p_1(r_c, t)$ ,  $\ln t$ , получим прямую (рис. 20). По наклону этой прямой к оси абсцисс и отрезку, отсекаемому на оси ординат  $B$ , найдем параметры пласта:

$$\operatorname{tg} \alpha = q\mu / (4\pi kh); kh/\mu = q/(4\pi \operatorname{tg} \alpha); \quad (\text{III.5})$$

$$B = \frac{q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{2.25\pi}{r_c^2}; \frac{x}{r_c^2} = \frac{1}{2.25} e^{B/\operatorname{tg} \alpha}. \quad [\frac{1}{c}]$$

Допущение о постоянстве второго члена (III.2) равнозначно предположению, что забойное давление в скважине было бы постоянным, если бы скважина в момент  $t$  не была остановлена, а продолжала работать. Такое допущение не всегда можно делать.

Если период работы скважины до ее остановки  $T$  сопоставим с периодом наблюдения  $t$  после остановки, обрабатывать такие кривые восстановления давления по (III.4) нельзя. В этом случае заменяя в (III.1) интегральную показательную функцию ее выражением для малого аргумента, получим

$$\Delta p_z(t) = p_{\text{из}} - p_c(t) = \frac{q_s}{4\pi kh} \left( \ln \frac{2,25\alpha t}{r^2_c} - \ln \frac{2,25\alpha(T+t)}{r^2_0} \right) \quad (\text{III.6})$$

или

$$p_c(t) = p_{\text{из}} - \frac{q_s}{4\pi kh} \ln \frac{t}{T+t}. \quad \text{Формула Хорнера} \quad (\text{III.7})$$

Формула (III.7) позволяет, так же как и (III.4), определять параметр гидропроводности  $kh/\mu$  по кривой восстановления давления, преобразованной в координатах  $p_c(t)$ ,  $\ln \frac{t}{T+t}$ . Этот метод получил название — метод Хорнера. Он не позволяет определить параметр  $\alpha/r^2_c$ , но дает возможность определить пластовое давление.

При бесконечно длительном наблюдении, когда  $t \gg T$ , выражение  $t/(T+t) \rightarrow 1$ ,

$$\ln \frac{t}{T+t} = 0. \quad (\text{III.8})$$

Тогда, если экстраполировать прямолинейные участки кривой восстановления давления до пересечения с осью ординат (рис. 21), найдем пластовое давление.

Пример. Пусть скважина, проработавшая до остановки в течение 48 ч, остановлена на восстановление давления. На рис. 22 приведена обработка гипотетической кривой восстановления безразмерного давления по методу касательной — формула (III.4) (кривая 2) и методу Хорнера — формула (III.7) (прямая 1). Кривая восстановления давления в координатах  $p_c(t)$ ,  $\ln \frac{t}{T+t}$  представлена прямой линией только на начальном участке. Спустя примерно  $t=2.5$  ч ( $\ln t=0.05$ ) после остановки скважины, что составит  $t=0.05 T$ , кривая восстановления давления начинает отклоняться от прямой. Кривая восстановления давления, обработанная по методу Хорнера, на всем участке представлена прямой линией. Этот пример указывает на то, что обработку кривых восстановления давления без учета времени работы скважины до ее остановки можно проводить до момента  $t < 0.05 T$ . Участки кривых восстановления давления, соответствующие  $t > 0.05 T$ , нужно обрабатывать методом Хорнера.

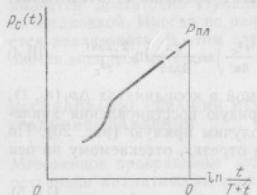


Рис. 21. Обработка кривой восстановления давления методом Хорнера [формула (III.7)]

Рассмотренные два метода обработки кривых восстановления давления разработаны для беско-

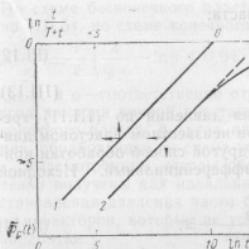


Рис. 22. Обработка кривой восстановления давления

1 — с учетом времени работы скважины до остановки [формула (III.7)]; 2 — без учета времени работы скважины до остановки [формула (III.4)]

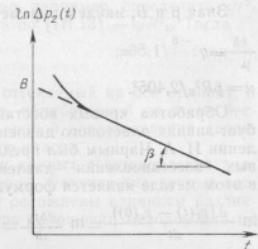


Рис. 23. Обработка кривой восстановления давления по (III.11)

нечного пласта или для таких периодов исследования, когда влияние границ пласта практически не оказывается на кривых восстановления давления.

И. А. Чарным [42] был предложен метод обработки кривых восстановления давления в ограниченных пластах. Исходным уравнением этого метода является

$$\Delta p_z(t) = p_{\text{из}} - p_c(t) = \frac{q_s}{1,56\pi kh} e^{-\beta t}. \quad (\text{III.9})$$

$$\beta = 2,405^2 \times 2R^2 \alpha. \quad (\text{III.10})$$

Формула (III.10) следует из решения Маскета, полученного для случая дренирования ограниченного пласта с постоянным давлением на контуре, единичной скважиной с постоянным дебитом  $q_s$ . Решение представляет бесконечный ряд функций Бесселя. Ограничение этого ряда первым членом сводит решение к (III.10). Это указывает на то, что (III.10) справедлива для больших моментов времени.

Логарифмируя (III.10), получим

$$\ln \Delta p_z = \ln [p_{\text{из}} - p_c(t)] = \ln \frac{q_s}{1,56\pi kh} - \beta t. \quad (\text{III.11})$$

Если перестроить кривую восстановления давления в координатах  $\ln \Delta p_z$ ,  $t$ , получим прямую (рис. 23), по наклону которой к оси абсцисс найдем  $\beta$ , а по отрезку, отсекаемому на оси ординат,  $-B = \ln q_s / (1,56\pi kh)$ .

Зная  $\beta$  и  $B$ , найдем параметры пласта:

$$\frac{kh}{\mu} = q \beta^{-B} / 1,56\pi; \quad (\text{III.12})$$

$$z = \beta R_k^2 / 2,405^2. \quad (\text{III.13})$$

Обработка кривых восстановления давления по (III.11) требует знания пластового давления. При неизвестном пластовом давлении И. А. Чарным был предложен другой способ обработки кривых восстановления давления—дифференциальный. Исходной в этом методе является формула

$$\ln \frac{d[p_c(t) - p_c(0)]}{dt} = \ln \frac{d\Delta p_1}{dt} = \ln \frac{q \beta \delta}{1,56 \pi k h} - \beta t, \quad (\text{III.14})$$

где  $p_c(0)$ —забойное давление в скважине до ее остановки.

Переставляя кривую восстановления давления в координатах  $\ln d\Delta p_1/dt$ ,  $t$ , получим прямую; по углу наклона  $\beta$  найдем гидропроводность по (III.13) (если известен радиус контура питания), а по отрезку, отсекаемому на оси ординат  $B_1$  и  $\beta$ , найдем гидропроводность пласта

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{q \beta \delta^{-B}}{1,56 \pi}, \quad (\text{III.15})$$

Расчетная схема для конечного пласта пока не получила широкого применения при гидродинамических исследованиях скважин. Ограничение этого метода вызвано тем, что в практике нет малых по размеру пластов с постоянным давлением на контуре. Однако эта схема столь же жизненна, как и схема бесконечного пласта. Прежде всего в пласте, разрабатываемом множеством скважин, существует для каждой скважины зона дренирования с давлением, которое можно принять как среднее давление на контуре дренирования. В этом смысле правомерность применения схемы ограниченного пласта, пожалуй, такая же, как и допущения существования в пласте установившегося состояния, правомерность применения решения для бесконечного пласта к отдельным скважинам в системе скважин.

Кроме того, этот метод может найти широкое применение при исследовании очаговых скважин и особенно при разработке залежей высоковязких нефей. В этом случае при закачке воды, а тем более пара, соотношение вязкостей может достигать сотен и тысяч единиц, а следовательно подвижность  $(k/\mu)$  в зоне закачки будет также резко отличаться от подвижности за фронтом вытеснения.

В этом случае за контур питания  $R_k$  можно принять контур вытеснения, а за давление  $p_k$ —давление на этом контуре. Тогда применение расчетной схемы ограниченного пласта приобретает первостепенное значение с точки зрения контроля за разработкой и вытеснением нефти. Применение схемы ограниченного пласта совместно со схемой бесконечного пласта перспективно при оценке состояния призабойной зоны—позволяет определить параметр  $R_k/r_c$ .

По схеме бесконечного пласта можно, например, определить  $x/r^2$  по (III.5), по схеме конечного пласта по (III.13) — $x/R_k^2$ . Тогда

$$\ln \frac{R_k}{r_c} = \frac{1}{2} \left( \frac{A}{\tan \alpha} - \ln \beta + 0,945 \right). \quad (\text{III.16})$$

где  $A$  и  $\alpha$ —соответственно отрезок, отсекаемый на оси ординат, и угол наклона кривой восстановления, обработанной по схеме бесконечного пласта;  $\beta$ —угол наклона кривой восстановления давления, обработанной по схеме конечного пласта.

Рассмотренные методы обработки кривых восстановления давления получены для идеальных условий. Фактические кривые восстановления давления часто бывают осложнены влиянием различных факторов, которые не учтены при изложении методов для их обработки.

#### ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ФОРМУ КРИВЫХ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ

На форму кривых восстановления давления особое влияние оказывают границы пласта, нарушение геометрии потока в призабойной зоне скважины, приток жидкости в скважину после ее остановки и нарушение режима работы скважины перед ее остановкой. К их числу можно отнести и неизотермическое восстановление давления.

Перечисленные факторы искажают кривые восстановления давления и затрудняют их интерпретацию. В то же время при соответствующей интерпретации таких кривых появляется возможность оценки неоднородности пласта и типа коллектора, характера фильтрации и неильтоновских свойств флюида, емкостных характеристик и выявление участия матрицы трещиновато-пористого пласта в процессе разработки и т. д.

#### Границы пласта

Предположение о бесконечности пласта не соответствует действительности. Реальные пласти имеют конечные размеры.

Продолжительность обычных гидродинамических исследований невелика. За время таких исследований границы пласта или совсем не оказывают влияния на форму кривых восстановления давления, или, если и оказываются, они практически неощущимо. Поэтому применение схемы бесконечного пласта при обычных (в смысле времени) гидродинамических исследованиях скважин вполне допустимо.

Влияние границ пласта на характер кривых восстановления давления подробно изложено в главе V.

#### Несовершенство скважин, неоднородность коллектора. Оценка скви-эффекта

Неоднородность пласта может определяться по изменениям коллекторских свойств пласта и физических свойств насыщающей его жидкости, причем, если коллекторские свойства в каждой точке

пласта во времени могут оставаться постоянными, физические свойства жидкости могут меняться вследствие вытеснения нефти водой или другим агентом. В периоды гидродинамических исследований можно считать гидродинамические параметры пласта (гидропроводность  $k/h$  и пьезопроводность  $\kappa$ ) в каждой точке неизменными. Это допущение позволяет путем сопоставления кривых восстановления давления, снятых в разные промежутки времени, судить о характере вытеснения.

Кривые восстановления давления дают существенную информацию о состоянии призабойной зоны, позволяя численно определить скв-эффект.

Многочисленными теоретическими и экспериментальными исследованиями о влиянии гидродинамического несовершенства скважин на характер кривых восстановления давления показано, что несовершенство скважин, а также изменение проницаемости в призабойной зоне скважин сказываются на начальных участках кривых восстановления давления.

Как известно, при устанавлившемся режиме работы скважины дополнительное гидравлическое сопротивление, вызванное несовершенством вскрытия скважины по характеру и степени, а также колматацией призабойной зоны, учитывается вводом приведенного радиуса скважины

$$r_{\text{пр}} = r_c e^{-C}$$

где  $C$  — коэффициент гидравлического несовершенства.

В призабойной зоне при изменении режима работы скважины довольно быстро устанавливается стационарное распределение давления. В связи с этим и кривую восстановления давления в гидродинамически несовершенной скважине также можно выразить посредством уравнения, в которое входит приведенный радиус скважины:

$$\Delta p(r_c, t) = \frac{q_\mu}{4\pi k h} \ln \frac{2.25\pi t}{r_{\text{пр}}^2} = \frac{q_\mu}{4\pi k h} \left( \ln \frac{2.25\pi t}{r_c^2} + C \right). \quad (\text{III.17})$$

По этой же причине квадратичное сопротивление притоку жидкости и газа, обусловленное повышенными скоростями в призабойной зоне, где можно не учитывать сжимаемость жидкости и породы, также имеет «жесткую» природу. В связи с этим восстановление давления в газовой скважине при нарушении линейного закона фильтрации можно представить в виде

$$p^*(r_c, t) - p^*(r_c, 0) = \frac{\delta p_0 z}{2\pi k h} \left( \ln \frac{2.25\pi t}{r_c^2} + C \right) + b q^*. \quad (\text{III.18})$$

Здесь  $b$  — квадратичный коэффициент гидродинамического сопротивления.

Как видно из (III.17) и (III.18), гидродинамическое несовершенство, а также квадратичное сопротивление обуславливают параллельное смещение кривой восстановления давления, обработанной в координатах  $\Delta p - \ln t$  (или  $\Delta p^* - \ln t$  в случае газовой скважины), не изменяя ее форму. Это утверждение не распространяется

на начальные участки кривых восстановления (падения) давления.

Существенными факторами, влияющими на кривую восстановления давления, следует считать нарушение стационарного режима перед исследованием и наличие притока-оттока жидкости в скважину после ее остановки.

#### Нарушение режима работы скважины перед исследованием

Рассматриваемые ниже причины искажения кривых восстановления давления можно назвать технологическими факторами. Они могут быть исключены изменением технологии исследований. Так, если снимать кривые восстановления давления при закрытии скважины на забое, отпадает необходимость учета притока жидкости в скважину.

Нарушение режима работы скважин до ее остановки, как правило, связаны с технологией исследования. Например, при исследовании высокодебитных фонтанных скважин, чтобы опустить манометр, скважину на время спуска обычно прикрывают, а иногда и совсем останавливают.

Спускаемые через фонтанные трубы приборы оказываются встречному потоку сопротивление, что приводит к снижению дебита скважин. Если приборы спускают ниже конца фонтанных труб, то дополнительное сопротивление уменьшается, и в скважине практически устанавливается режим, существовавший до спуска. Если приборы не выходят из труб, а остаются в них, то нарушение режима сохранится на весь период работы скважины до ее остановки.

Схема кратковременного нарушения режима в скважине с последующим восстановлением этого режима приведена на рис. 24.

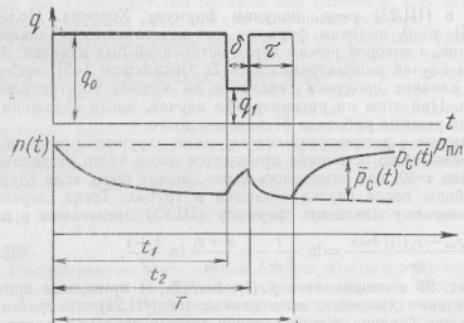


Рис. 24. Схема кратковременного нарушения режима работы скважины перед остановкой на восстановление давления

Следуя этой схеме и применяя принцип суперпозиции, найдем давление в скважине

$$p_c(t) = p_{\text{из}} - \frac{q\mu}{4\pi kh} \left[ \text{Ei} \left( -\frac{r^2 c}{4\pi(T+t)} \right) - \frac{q-q_1}{q_1} \text{Ei} \left( -\frac{r^2 c}{4\pi(T-t_1+t)} \right) + \frac{q-q_1}{q_1} \text{Ei} \left( -\frac{r^2 c}{4\pi(T-t_2+t)} \right) - \text{Ei} \left( \frac{r^2 c}{4\pi t} \right) \right], \quad (\text{III.19})$$

или после несложных преобразований

$$p_c(t) = p_{\text{из}} - \frac{q\mu}{4\pi kh} \left[ \ln \frac{t}{T+t} + \frac{q-q_1}{q_1} \ln \frac{T-t_1+t}{T-t_2+t} \right]. \quad (\text{III.20})$$

В (III.19) и (III.20)  $T$  — общий период работы скважины с начала ее пуска до остановки на исследование;  $t_1$  — время работы скважины до первого изменения режима;  $t_2$  — время с момента первого пуска до выхода скважины на первоначальный режим после кратковременной остановки или кратковременного изменения режима в скважине;  $t$  — время восстановления давления после остановки скважины;  $q$  — дебит скважины до остановки;  $q_1$  — дебит скважины в момент кратковременного нарушения режима.

Обозначим время кратковременной остановки скважины через  $\delta=t_2-t_1$ ,  $(\text{III.21})$

время работы скважины после кратковременной остановки на прежнем режиме  $q$  обозначим

$$\tau=T-t_2. \quad (\text{III.22})$$

Тогда (III.20) с учетом (III.21) и (III.22) примет вид

$$p_c(t) = p_{\text{из}} - \frac{q\mu}{4\pi kh} \left[ \ln \frac{t}{T+\tau} + \frac{q-q_1}{q_1} \ln \frac{\tau+\delta+t}{\tau+t} \right]. \quad (\text{III.23})$$

Полагая в (III.23)  $q=q_1$ , получим формулу Хорнера. Полагая в (III.23)  $\tau=0$ , получим формулу для восстановления давления в скважине, в которой режим перед остановкой был изменен. Аналогичный случай рассматривался Э. Б. Чекалюком [43], исследовавшим влияние продувки скважины на кривые восстановления давления. При этом он рассматривал случай, когда скважина до изменения режима работала бесконечно долго.

В практике с рассмотренными случаями нарушения режима работы скважины до остановки приходится очень часто встречаться.

Условие  $\tau=0$ , как отмечалось выше, может быть, если глубинные приборы после спуска остаются в трубах. Тогда, переходя к безразмерному давлению, формулу (III.23) представим в виде

$$\bar{p}_c(t) = \frac{[p_{\text{из}} - p_c(t)] 4\pi kh}{q\mu} = \ln \frac{t}{T+t} + \frac{q-q_1}{q_1} \ln \frac{\delta+t}{t}. \quad (\text{III.24})$$

На рис. 25 в координатах  $\bar{p}_c(t)$ ,  $\ln t/(T+t)$  приведены кривые восстановления давления, вычисленные по (III.24) и обработанные методом Хорнера. Сопоставление кривых показывает, что нарушение режима работы скважины перед остановкой приводит к искажению начальных участков кривых восстановления давле-

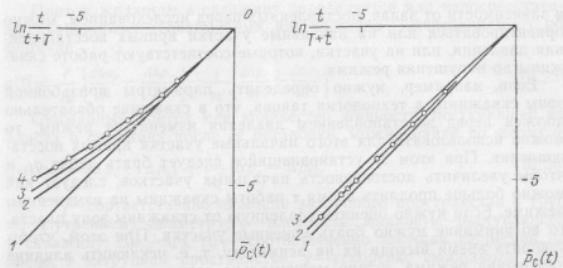


Рис. 25. Влияние кратковременной остановки скважины на характер кривой восстановления давления при  $T=48$  ч;  $q_1=0,5q$  и  $\delta$ , мин: 1 —  $\delta=0,2$ ; 2 —  $\delta=30$ ; 3 —  $\delta=60$ ; 4 —  $\delta=120$

ния, которые соответствуют дебиту скважины  $q_1$ , т. е. дебиту, который был в скважине перед ее остановкой. Затем кривые восстановления давления асимптотически приближаются к прямой — кривой восстановления давления при  $q_1=q$ , т. е. для условия, когда нарушения режима в скважине не было. Начальные участки кривых восстановления давления, соответствующие режиму скважины  $q_1$  тем меньше, чем меньше  $\delta$ . Выход на асимптоту этих кривых (рис. 25) происходит тем быстрее, чем меньше  $\delta$ , т. е. чем меньше времени скважина работала при нарушении режима.

Рассмотренный пример показывает, что нарушение режима работы скважины перед ее исследованием приводит к искажению формы начальных участков кривых восстановления давления.

Далее рассмотрим случай, когда в скважине перед остановкой было кратковременное нарушение режима, т. е. скважина некоторое время работала с дебитом  $q_1$ , а затем вновь вышла на свой первоначальный режим  $q$  (рис. 26). Кривые восстановления давления показывают, что нарушения режима перед остановкой не отражаются на наклоне преобразованных в координатах

$\bar{p}_c(t)$ ,  $\ln t / (T+t)$  начальных участков кривых восстановления давления.

Рассмотренные здесь случаи следуют иметь в виду при определении технологии исследования скважин методом восстановления давления и при обработке полученных результатов. Например, если при пуске манометров нельзя избежать полной или частичной остановки скважины, то нужно иметь в виду, что начальные участки будут соответствовать измененному режиму. В связи с этим

в зависимости от задач, поставленных перед исследованием, можно ориентироваться или на начальные участки кривых восстановления давления, или на участки, которые соответствуют работе скважины до нарушения режима.

Если, например, нужно определить параметры призабойной зоны скважины, а технология такова, что в скважине обязательно должен перед восстановлением давления измениться режим, то можно использовать для этого начальные участки кривых восстановления. При этом за установленный следует брать дебит  $q_1$ , и чтобы увеличить достоверность начальных участков, следует как можно больше продлить время  $t$  работы скважины на измененном режиме. Если нужно оценить удаленную от скважины зону пласта, то во внимание нужно брать конечные участки. При этом, чтобы ускорить время выхода их на асимптоту, т. е. исключить влияние нарушения режима, нужно максимально сократить время работы скважины на измененном режиме  $t$ .

При исследовании и расшифровке кривых восстановления давления, когда перед остановкой скважины нельзя избежать кратковременного изменения режима, нужно иметь в виду, что КВД будут искажены, как показано на рис. 26. Поэтому, если нужно найти гидропроводность призабойной зоны, можно использовать начальные участки. Чтобы увеличить их достоверность, необходимо максимально продлить время работы скважины после нарушения режима. При этом по начальным участкам таких кривых можно определять только гидропроводность и нельзя определять параметр  $\mu/r_c^2$ .

Для оценки удаленной зоны, как и при нарушении режима работы скважины до исследования (см. рис. 25), нужно максимально сократить время работы скважины на измененном режиме и расхождение между основным режимом  $q$  и кратковременным режимом  $q_1$ .

Рассмотренные здесь случаи не исчерпывают всего разнообразия нарушений режимов работы скважины. Сделанные выводы справедливы при отсутствии других факторов, искажающих кривые восстановления давления. Например, нельзя руководствоваться рекомендациями, данными выше, при расшифровке начальных участков кривых восстановления давления, при снятии которых существенное влияние на их характер оказывает приток жидкости в скважину после ее остановки.

#### Приток жидкости в скважину после ее остановки

Проведенные экспериментальные и промысловые исследования показали, что немгновенное прекращение притока существенно искажает кривые восстановления давления, особенно их начальные участки. При длительном наблюдении КВД асимптотически стремятся к кривой, соответствующей мгновенному закрытию скважины на забое. Искажение начальных участков за счет притока приводит к тому, что начальные участки, несущие информацию о призабойной зоне, оказываются дефектными.

Приток жидкости в скважину определяется или непосредственно скважинными дебитометрами, или косвенно—вычислением его по формуле

$$q(t) = \frac{F}{\rho g} \left[ \frac{d\Delta p_c}{dt} - \frac{d\Delta p_s}{dt} \right] + \frac{f}{\rho g} \left[ \frac{d\Delta p_c}{dt} - \frac{d\Delta p_b}{dt} \right]. \quad (\text{III.25})$$

Суммарный приток или количество жидкости, поступившей из пласта в скважину после ее остановки, можно найти по формуле:

$$Q(t) = \frac{F}{\rho g} [\Delta p_c - \Delta p_s] + \frac{f}{\rho g} [\Delta p_c - \Delta p_b]. \quad (\text{III.26})$$

где  $F$ ,  $f$ —соответственно площадь затрубного пространства и труб по внутреннему диаметру;  $\rho$ —плотность жидкости, поступающей в скважину;  $\Delta p_c$ ,  $\Delta p_s$ ,  $\Delta p_b$ —соответственно текущая депрессия на забое, в затрубном пространстве;  $g$ —ускорение свободного падения.

При остановке газовой скважины приток определяется по формуле

$$q(t) = \frac{1}{\rho_{\text{ат}}} V \frac{d}{dt} \left( \frac{p}{z} \right). \quad (\text{III.27})$$

где  $V$ —объем скважины.

Формулы (III.25) и (III.26) получены в предположении, что заполнение НКТ и затрубного пространства скважины после ее остановки происходит за счет притока жидкости, продолжающей поступать из пласта в скважину. Формулы справедливы для мгновенной сепарации газа в насосно-компрессорных трубках в предположении, что процесс в стволе скважины после ее остановки изотермический. Сепарация газа в фонтанных трубах, а также перераспределение температуры в стволе скважины приводят к тому, что приток жидкости определяется не только ростом давления на забое за счет его восстановления в пласте после остановки скважины. Близость этих факторов иногда приводит к тому, что приток жидкости из пласта в скважину переходит в отток, который в основном в дальнейшем определяет рост давления на забое. Характер притока, кроме сепарации газа, зависит и от перераспределения температуры в стволе. Например, при работе скважины средняя температура в ней выше, чем в остановленной. Это объясняется прогревом скважины потоком жидкости, выходящей из пласта.

Несовершенство методики учета притока еще усиливается погрешностями в определении площади затрубного пространства  $F$  и площади внутреннего сечения труб  $f$ . Эта погрешность особенно увеличивается, когда темп роста давления на фурбере и в затрубье разный. В этом случае может оказаться, что притоки в трубах и в затрубье будут иметь в какой-то момент разные знаки.

Применение скважинных дебитометров-расходомеров позволит исключить погрешности в определении притока-оттока в скважину после ее остановки. Если имеется достоверная кривая притока в скважину после ее остановки, то нет затруднений при обработке кривых восстановления давления.

В настоящее время из множества методов обработки КВД с учетом притока наиболее широкое распространение в практике получили дифференциальные методы Ю. П. Борисова, И. А. Чарного, интегральные методы Э. Б. Чекалюка, И. А. Чарного, а также операторный метод Г. И. Барепблата, Ю. П. Борисова, С. Г. Каменецкого, А. П. Крылова. Перечисленные методы теоретически достаточно обоснованы. Все эти методы, а также их разновидности — приближенные методы — сводятся к преобразованию и построению кривых восстановления давления в полулогарифмических координатах. Их можно отнести к графоаналитическим методам обработки кривых восстановления давления с учетом притока.

### ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ КРИВЫХ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ С УЧЕМОМ ПРИТОКА

Все известные методы можно подразделить по способам обработки исходных данных — кривых восстановления давления на забое, в затрубном пространстве и на устье — на дифференциальные и интегральные методы.

#### Интегральный метод

Расчетной формулой при обработке кривых восстановления давления с учетом притока интегральным методом является следующая:

$$\frac{J(t)}{qt - Q(t)} = \frac{\mu}{4\pi kh} \left[ \ln \frac{2.25x}{r_c^2} + \phi(t) \right]; \quad (III.28)$$

$$J(t) = \int_0^t \Delta p_c(t) dt; \quad (III.29)$$

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \frac{q[t(\ln t - 1) + 1]}{qt - Q(t)} - \frac{1}{qt - Q(t)} \int_0^{t-1} \frac{Q(t)}{t-\tau} d\tau \approx \frac{qt(\ln t - 1)}{qt - Q(t)} - \\ &- \frac{1}{qt - Q(t)} \int_0^{t-1} \frac{Q(t)}{t-\tau} d\tau, \end{aligned} \quad (III.30)$$

где  $q$  — дебит скважины до остановки;  $Q(t)$  — суммарный приток жидкости в скважину после остановки [см. (III.26)];  $J(t)$  — импульс депрессии, численно равный площади, ограниченной кривой восстановления давления и осью абсцисс, которая может быть направлена планиметрированием или аналитически любым методом численного интегрирования, например по формуле трапеций. Разбивая промежуток интегрирования  $0-t$  на  $n$  частей, получим

$$J(t) = \int_0^t \Delta p_c(t) dt = \frac{t}{2n} [\Delta p_0 + 2\Delta p_1 + 2\Delta p_2 + \dots + 2\Delta p_{n-1} + \Delta p_n(t)]. \quad (III.31)$$

Обычно при обработке кривых восстановления давления  $\Delta p_0 = 0$ . При обработке кривых мгновенного подлива или кривых из-

менения давления в скважине при испытании пласта испытателем  $\Delta p_0 \neq 0$ .

В (III.31)  $\Delta p_0, \Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_{n-1}, \Delta p_n = \Delta p_c(t)$  — приrostы забойного давления в моменты  $t=0; t_1=t/n; t_2=2t/n; \dots; t_n=t$ , определяемые из графика КВД. Кривая восстановления давления в системе координат  $J(t)/(qt - Q(t))$ ,  $\psi(t)$  согласно (III.28), — прямая линия. По наклону этой прямой к оси абсцисс и отрезку, отсекаемому на оси ординат  $A$ , найдем параметры:

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{1}{4\pi \lg a}; \quad \frac{x}{r_c^2} = \frac{1}{2.25} e^{\lambda/\lg a}. \quad (III.32)$$

Если график преобразований кривой построен так, что нельзя замерить отрезок  $A$ , то  $x/r_c^2$  можно вычислить:

$$\frac{x}{r_c^2} = \frac{1}{2.25\psi(t)} e^{A(t)/\lg a}, \quad (III.33)$$

где  $A(t)$  и  $\psi(t)$  — координаты любой точки прямой.

Наибольшую сложность в вычислениях при обработке кривых восстановления давления представляет вычисление интеграла  $S(t)$ :

$$S(t) = \int_0^{t-1} \frac{Q(\tau)}{t-\tau} d\tau. \quad (III.34)$$

Интеграл  $S(t)$  можно вычислить по формуле

$$S(t) = \sum_{i=1}^{n-1} Q_i c_p B_i + Q_n B_n, \quad (III.35)$$

$$B_i = (n-i+1) \ln \frac{n-i+1}{n-i} - (n-i-1) \ln \frac{n-i}{n-i-1}, \quad (III.36)$$

$$B_n = \ln \frac{t}{n} - 1 = \ln \Delta t - 1. \quad (III.37)$$

Коэффициенты  $B_j$  для  $j=1, 2, \dots, 40$  приведены в табл. 8, где  $j=n-i+1$ .

Таблица 8

$i$	$B_j$	$i$	$B_j$	$i$	$B_j$	$i$	$B_j$
1	1,386	11	0,0910	21	0,0476	31	0,0322
2	0,523	12	0,0834	22	0,0455	32	0,0313
3	0,334	13	0,0770	23	0,0435	33	0,0303
4	0,252	14	0,0715	24	0,0417	34	0,0294
5	0,201	15	0,0667	25	0,0400	35	0,0286
6	0,167	16	0,0626	26	0,0385	36	0,0278
7	0,143	17	0,0588	27	0,0371	37	0,0271
8	0,125	18	0,0556	28	0,0357	38	0,0263
9	0,111	19	0,0527	29	0,0345	39	0,0257
10	0,100	20	0,0500	30	0,0333	40	0,0250

## Дифференциальный метод

Формула для обработки кривых восстановления давления с учетом притока в скважину после ее остановки имеет вид

$$\frac{\Delta p(r_c, t)}{q - q(t)} = \frac{\mu}{4\pi kh} \left[ \ln \frac{2,25\pi}{r_c^2} + \varphi(t) \right], \quad (\text{III.38})$$

где

$$\varphi(t) = \frac{q \ln t - \sigma(t)}{q - q(t)}. \quad (\text{III.39})$$

$$\sigma(t) = \int_0^{t-1} \frac{q(z)}{t-z} dz. \quad (\text{III.40})$$

Полагая в (III.38)  $q(t) = 0$ , формула переходит в формулу для мгновенного закрытия скважины на забое.

Уравнение (III.38)—уравнение прямой в координатах  $\frac{\Delta p(r_c, t)}{q - q(t)}$   $\varphi(t)$ , по наклону которой к оси абсцисс и отрезку, отсекаемому на оси ординат, найдем параметры  $\frac{kh}{\mu}$  и  $\frac{\pi}{r_c^2}$ .

Как видно из (III.39) и (III.40), сложность заключается в вычислении интеграла. Здесь в подынтегральное выражение входит переменный дебит скважины  $q(t)$ , который может быть или замерен, или вычислен по формуле (III.25) с помощью графического дифференцирования экспериментальных кривых.

Интеграл  $\sigma(t)$  в (III.40) можно вычислить аналогично вычислению  $S(t)$  в интегральном методе:

$$\sigma(t) = \sum_{j=1}^{n-1} q_j B_j + q_n B_n. \quad (\text{III.41})$$

Объем вычислений при обработке дифференциальным методом несколько меньше, чем при обработке интегральным методом. Однако присущие дифференциальным методам погрешности, связанные с графическим дифференцированием опытных кривых, налагают существенные ограничения на эти методы вообще.

## Операционный метод

Впервые операционный метод обработки кривых восстановления давления был предложен Г. И. Баренблаттом, Ю. П. Борисовым, С. Г. Каменецким, А. П. Крыловым. Обработка КВД операционным методом требует не меньше вычислений, чем интегральные и дифференциальные методы. Однако операционные методы имеют преимущества перед другими при изучении различного вида неоднородности по наблюдениям нестационарных процессов в скважинах и пластах—по кривым восстановления давления и гидропрослушивания (см. гл. I).

Формула обработки кривых восстановления давления с учетом притока имеет вид

$$\psi(t) = \frac{P(r_c, t_0)}{F(t_0)} = \frac{\mu h}{4\pi k} \ln \frac{1,26\pi}{r_c^2} + \frac{\mu}{4\pi kh} \ln t_0. \quad (\text{III.42})$$

Формула (III.42)—есть уравнение прямой в координатах  $\psi(t_0)$ ,  $\ln t_0$ , по наклону которой к оси абсцисс и отрезку, отсекаемому этой прямой на оси ординат  $B$ , найдем параметры пласта:

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{1}{2\pi \operatorname{tg} \alpha}, \quad \frac{\pi}{r_c^2} = \frac{1}{1,26} e^{B/t_0}. \quad (\text{III.43})$$

В формуле (III.42)  $P(r_c, t_0)$  и  $F(t_0)$ —изображения по Лапласу функций давления и дебита, которые вычисляются по следующим приближенным соотношениям:

$$P(r_c, t_0) \approx \int_0^\infty \Delta p(r_c, t) e^{-t/t_0} dt \approx \int_0^T \Delta p(r_c, t) e^{-t/t_0} dt; \quad (\text{III.44})$$

$$F(t_0) \approx \int_0^T Q(t) e^{-t/t_0} dt \approx \int_0^T [q_0 - q(t)] e^{-t/t_0} dt = \\ = q_0 t_0 - \int_0^T q(t) e^{-t/t_0} dt, \quad (\text{III.45})$$

где  $T$ —время исследования скважины,  $t_0$ —параметр с размерностью времени. Рекомендуется  $t_0$  выбирать в пределах

$$t_0 = \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{15} \right) \times T.$$

Метод можно применять для обработки не только кривых изменения давления и дебита, но и их интегралов, т. е. импульса давления  $J(t)$  и накопленного отбора  $Q(t)$ .

В этом случае изображения давления  $P(r_c, t_0)$  и дебита  $F(t_0)$  будут определяться выражениями:

$$P(r_c, t_0) = \int_0^\infty \left[ \int_0^t \Delta p(r_c, t') dt' \right] e^{-t/t_0} dt = \int_0^\infty J(t) e^{-t/t_0} dt; \quad (\text{III.46})$$

$$F(t_0) = \int_0^\infty \left[ \int_0^t q(t') dt' \right] e^{-t/t_0} dt = q t_0 - \int_0^\infty Q(t) e^{-t/t_0} dt. \quad (\text{III.47})$$

$Q(t)$ ,  $J(t)$ —можно вычислить по (III.26) и (III.31). Функция  $\Psi(t_0)$  в (III.42) в этом случае будет иметь вид

$$\psi(t_0) = \frac{\int_0^T J(t) e^{-t/t_0} dt}{q t_0 - \int_0^T Q(t) e^{-t/t_0} dt}. \quad (\text{III.48})$$

Интегралы  $P(t_0, t_0)$  и  $F(t_0)$  можно вычислять любым из способов численного интегрирования. При гидродинамических исследованиях эти интегралы вычисляют методом А. Земаньиана и методом механической квадратуры [16]. Изображения по Лапласу методом А. Земаньиана вычисляют по формуле

$$f(t_0) = t_0 f(0) + t_0^2 \sum_{k=1}^n \frac{[f(t_{k+1}) - f(t_k)] [e^{-t_k/t_0} - e^{-t_{k+1}/t_0}]}{t_{k+1} - t_k}, \quad (\text{III.49})$$

где  $f$  — вычисляемая функция. При вычислении изображения давления вместо  $f$  будет  $\Delta p(r_c, t_0)$ .

Далее остановимся на вычислении изображений по Лапласу функций дебита или давления методом механической квадратуры [16]. Тогда изображение функции можно представить в виде

$$f(t_0) = t_0 \left[ A_0 f(0) + \sum_{k=1}^n A_k(t_k) \right], \quad (\text{III.50})$$

В работе [16] приведены таблицы значений  $x_h = t_h/t_0$  и  $A_k$  для  $n$  от 1 до 15.

Более подробно на этом способе вычисления изображений остановимся при рассмотрении примера обработки кривых гидропротивления.

#### АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ КРИВЫХ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ

Рассмотрим два метода обработки кривых восстановления давления без учета притока и с учетом притока.

##### Метод обработки кривых восстановления давления без учета притока

Восстановление давления в скважине при мгновенном изменении дебита на величину  $q$  для условий  $t \geq t_0 = 1$  с описывается (III.4).

Проинтегрируем (III.4) от  $t_1$  до  $t$ :

$$\int_{t_1}^t \Delta p_c(t) dt = t \left( \ln \frac{2,25\pi t}{r_c^2} - 1 \right) - t_1 \left( \ln \frac{2,25\pi t_1}{r_c^2} - 1 \right). \quad (\text{III.51})$$

Последним слагаемым в правой части (III.51) можно пренебречь ввиду того, что  $t_1 \ll t$ . Тогда формула (III.51) примет вид

$$\int_{t_1}^t \Delta p(r_c, z) dz = t \left( \ln \frac{2,25\pi t}{r_c^2} - 1 \right). \quad (\text{III.52})$$

Выражение (III.52) представляет площадь, ограниченную кривой  $\Delta p_c(t)$  и осью абсцисс.

Разделим (III.52) на  $\Delta p_c(t_0) t$ .

$$\int_{t_1}^t \frac{\Delta p_c(z) dz}{\Delta p_c(t) t} = 1 - \frac{1}{\ln \frac{2,25\pi t}{r_c^2}}, \quad (\text{III.53})$$

где  $f(z)$  — отношение площади, ограниченной кривой восстановления давления и осью абсцисс, к площади прямоугольника, образованного координатами  $t$  и  $\Delta p_c(t)$ .

Зная  $f(z)$ , из (III.53) найдем

$$\frac{x}{r_c^2} = \frac{1}{2,25t} e^{\frac{1}{1-f(z)}}. \quad (\text{III.54})$$

Зная  $\frac{x}{r_c^2}$  и депрессию  $\Delta p_c(t)$  на момент времени  $t$ , из (III.4)

найдем гидропроводность

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{q}{4\pi \Delta p(t)} \ln \frac{2,25\pi t}{r_c^2}. \quad (\text{III.55})$$

Метод обработки кривых восстановления давления без учета притока путем интегрирования их был предложен А. Т. Горбуновым и В. И. Николаевским.

##### Метод обработки кривых восстановления давления с учетом притока

Формулу для обработки кривых восстановления давления с учетом притока операционным методом (III.42) представим в виде

$$\psi(t) = \frac{\mu}{4\pi kh} \ln \frac{1,26\pi t_0}{r_c^2}. \quad (\text{III.56})$$

Выполнив преобразования, аналогичные приведенным выше, получим:

$$\frac{x}{r_c^2} = \frac{1}{1,267t_0} e^{\frac{1}{1-f(z)}}, \quad (\text{III.57})$$

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{1}{4\pi \psi(t_0)} \ln \frac{1,267t_0}{r_c^2}. \quad (\text{III.58})$$

Для определения параметров пласта по (III.57), (III.58) необходимо предварительно построить график зависимости  $\psi(t_0)$  от  $t_0$ . Вычислив для какого-нибудь фиксированного значения  $t_0 = T_0$  площадь, ограниченную кривой  $\psi(t_0)$  и осью абсцисс  $t_0$ , и поделив ее на площадь прямоугольника  $\psi(T_0)T_0$ , найдем  $f(z_1)$ . Зная  $f(z_1)$ , по (III.57) и (III.58) найдем параметры пласта.

#### ПРИМЕРЫ ОБРАБОТКИ КРИВЫХ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ

Последовательность расчетов при обработке кривых восстановления давления различными методами, рассмотренными выше, покажем на примере кривой восстановления давления, полученной при исследовании фонтанной скважины.

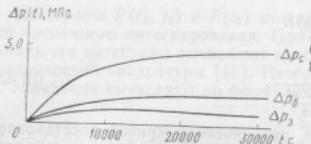


Рис. 27. Кривые восстановления давления в фонтанной скважине на забое, на буфере и в затрубном пространстве

На рис. 27 приведены кривые восстановления давления на забое, на буфере и в затрубье. Скважина до остановки работала с дебитом, приведенным к пластовым условиям  $q=72,86 \text{ м}^3/\text{сут}$ . Площадь кольцевого пространства  $F=109 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ , площадь насосно-компрессорных труб по внутреннему диаметру  $f=30,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ . Плотность жидкости в пластовых условиях  $\rho=0,83 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

Ниже рассмотрим примеры обработки этой кривой восстановления различными методами.

### Интегральный метод

Последовательность расчетов показана на табл. 9 и 10. Шаг интегрирования  $\Delta t$  выбирается таким, чтобы на любом промежутке времени  $\Delta t$  кривые изменения давления можно было аппроксимировать прямолинейной зависимостью с достаточной степенью точности. Рекомендуется выбирать  $\Delta t$  таким, чтобы  $p = T_n / \Delta t$ , где  $T_n$  — время исследования скважины (время восстановления давления) было бы не менее 10–12, снимать  $\Delta t$  так, чтобы  $p$  было больше 40, также неделеобразно. Для рассматриваемого случая примем  $\Delta t=2000 \text{ с}$ .

Вычисление  $I(t) = \int_0^t \Delta P_c(\tau) d\tau$  — импульса изменения забойного давления —

приведено в табл. 9 (графы 6, 7 и 8). Объем  $Q(t)$  — приток жидкости в ствол скважины после остановки скважины — вычислен по (III.26). Результаты расчета  $Q(t)$  приведены в табл. 9 (графа 9).

Вычисление  $S(t)$  проводится по (III.34) для нескольких (пяти — шести) значений  $t$ , примерно равномерно расположенных в диапазоне от 0 до  $T$ . В рассматриваемом примере выбраны следующие значения  $t$ : 6000 с, 12 000 с, 18 000 с, 24 000 с и 30 000 с. В табл. 9 приведено вычисление  $S(t)$  для  $t$ , равны 30 000 с и 24 000 с. При вычислении  $S(t)$  определяется  $n$ , равное  $t/T$ . Очевидно, для  $t$ , равных 30 000 с и 24 000 с, величина  $n$  соответственно равна 15 и 12. Затем определяется величина  $B_{n-i+1}$  (графы 10 и 13 соответственно). Затем, пользуясь табл. 8, находим  $B_{n-i+1}$  и записываем эти значения соответственно в графы 11 и 14. После чего определяем произведение  $Q_i B_{n-i+1}$  (графы 12 и 15),

а затем и величину  $S = \sum Q_i B_{n-i+1}$ . Результаты расчета помещаем в

табл. 10 (графа 7). Аналогично вычисляют  $S(t)$  и для других значений  $t$ . Результаты вычисления  $I(t)/q_0 - Q(t)$  и  $\Psi(t)$  приведены в табл. 10.

После этого строят график зависимости  $y(t)=I(t)/q_0 - Q(t)$  от  $x(t)=\Psi(t)$  (рис. 28, кривая 3).

### Дифференциальный метод

Методика обработки результатов дифференциальным методом во многом аналогична методике обработки результатов интегральным методом. Здесь при графической обработке результатов исследования по оси ординат откладывают  $y(t)=\Delta p_1(t)/q_0 - q(t)$ , по оси абсцисс —  $x(t)=q_0 \ln l - \sigma(t)/q_0 - q(t)$ . Как видно, здесь некоторую сложность может представлять только вычисление  $\sigma(t)$ . Она вычисляется по аналогии с  $S(t)$ . Отличие заключается лишь в том, что вместо

Таблица 9

i	$t, \text{ с}$	$\Delta P_c, \text{ МПа}$	$\Delta P_p, \text{ МПа}$	$Q(t), \text{ м}^3$	$t=24.000 \text{ с}, n=12$			$t=30.000 \text{ с}, n=15$		
					$Q(t), \text{ м}^3$	$I(t), \text{ м}^4$	$B_i$	$Q_i B_i$	$n-i+1$	$B_i$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0,091
1	2000	1,02	0,5	0,3	0,6	1,2	1,44	0,071	11	0,091
2	4000	2,04	0,85	0,53	1,42	3,24	3,44	0,183	10	0,100
3	6000	2,81	1,18	0,75	3,05	4,9	9,34	0,083	11	0,111
4	8000	3,37	1,44	0,9	3,50	6,12	15,46	0,055	12	0,091
5	10 000	3,76	1,56	0,98	7,64	22,46	4,94	0,034	11	0,125
6	12 000	3,94	1,66	1,01	4,045	30,1	4,08	0,111	10	0,143
7	14 000	4,32	1,74	1,02	4,235	8,46	38,2	0,027	9	0,167
8	16 000	4,46	1,01	4,39	8,76	46,66	5,07	0,143	8	0,187
9	18 000	4,46	1,85	1,01	4,50	55,42	5,5	0,167	7	0,192
10	20 000	4,54	1,88	0,97	4,59	64,42	5,67	6	20,1	3
11	22 000	4,64	1,91	0,93	4,69	73,58	5,87	0,253	14	0,523
12	24 000	4,69	1,93	0,89	4,665	9,28	82,86	6,01	4	2,86
13	26 000	4,72	1,96	0,82	4,705	9,40	92,26	6,14	3	1,386
14	28 000	4,80	1,98	0,78	4,82	101,76	6,31	0,523	12	8,19
15	30 000	4,84	2,00	0,74	4,82	9,44	111,41	6,43	1	39,6

Таблица 10

№ ин	$t, \text{ с}$	$\ln t$	$\ln  n-i $	$q_0 t, \text{ м}^3$	$q_0 t / \ln  n-i $	$t=24.000 \text{ с}, n=12$			$t=30.000 \text{ с}, n=15$		
						$S(t), \text{ м}^3$	$I(t), \text{ м}^4$	$Q_i B_i$	$J(t), \text{ м}^4$	$Q_i B_i$	$J(t), \text{ м}^4$
1	12 000	2	4	5	6	7	8	9	12	13	14
2	16 000	3.76	7.7	5,05	25,902	3,6	1,75	12,5	43,63	30,1	5,34
3	18 000	3.94	8.39	10,1	84,6	40,97	4,68	5,42	8,05	5,55	4,68
4	20 000	4.04	8.89	15,05	133,2	50,75	5,5	62,45	55,4	5,74	5,3
5	20 000	4.04	9.09	9,31	234,0	61,07	6,42	18,78	125,98	8,86	5,84

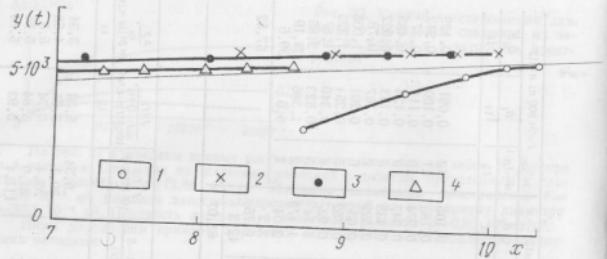


Рис. 28. Кривая восстановления давления, обработанная

1 — методом касательной  $y = \Delta p_0/q_0 \cdot x + q_0 \ln t$ ; 2 — дифференциальным методом  $y = \Delta p_0/q_0 - q(t)$ ,  $x = q(t)$ ; 3 — интегральным методом  $x = J(t)/q_0 - Q(t)$ ,  $y = \Psi(t)$ ; 4 — операционным методом  $y = \Psi(t)$ ,  $x = \ln t_0$

объема жидкости  $Q(t)$ , поступившей в скважину после ее закрытия, в формулу  $\sigma(t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) B_{n-i+1}$  подставляют значение текущего дебита скважины  $q(t)$ .

Результаты расчета  $\Delta p(r_c, t)/q_0 - q(t)$  и  $q_0 \ln t - \sigma(t)/q_0 - q(t)$  представлены в табл. II и на рис. 28. Из этого графика находим тангенс угла наклона полуквадратичной прямой к оси абсцисс и отрезок, отсекаемый на оси ординат  $B$ .

Таблица II

$t, \text{ с}$	$\Delta p_c, \text{ МПа}$	$\ln t$	$q(t), \text{ м}^3/\text{с}$	$q - q(t), \text{ м}^3/\text{с}$
6000	2,81	8,79	357,2	485,805
12 000	3,94	9,39	159,3	683,6
18 000	4,46	9,8	97,3	745,7
24 000	4,69	10,08	65,2	777,81
30 000	4,84	10,3	50,0	793,0

Продолжение табл. II

$z(t), \text{ м}^3/\text{с}$	$q \ln t, \text{ м}^3/\text{с}$	$q \ln t - z(t), \text{ м}^3/\text{с}$	$\varphi(t) = \frac{q \ln t - z(t)}{q - q(t)}$	$\frac{\Delta p_c}{q - q(t)}, \text{ МПа}$
3319,6	7333,76	4014,17	8,26	5,78·10 <sup>3</sup>
1839,8	7917,96	6078,17	8,89	5,76·10 <sup>3</sup>
1256,82	8259,80	7002,98	9,39	5,98·10 <sup>3</sup>
921,8	8502,33	7580,48	9,74	6,03·10 <sup>3</sup>
758,4	8690,40	7931,92	10,00	6,103·10 <sup>3</sup>

Параметры пласта определяем по (III.32).

## Операционный метод

Исходной формулой является формула (III.42). Сложность вычислений при обработке данных исследования скважины при нестационарном режиме фильтрации операционным методом состоит в вычислении изображения по Лапласу забойного давления  $\Delta p(r_c, t)$  по (III.44) или импульса забойного давления по (III.46) и изображения по Лапласу дебита  $q(t)$  по (III.45) или суммарного притока  $Q(t)$  — по (III.47).

В нашем примере в качестве исходных возьмем  $J(t)$  и  $Q(t)$ , которые вычислены при обработке этой кривой интегральным методом (см. табл. 8). Изображения  $P(r_c, t_0)$ ,  $F(t_0)$  будем вычислять по (III.49), которая примет вид:

$$P(r_c, t_0) = \sum_{i=0}^n \frac{J(t_{i+1}) - J(t_i)}{t_{i+1} - t_i} [e^{-t_i/t_0} - e^{-t_{i+1}/t_0}], \quad (\text{III.59})$$

$$F(t_0) = \sum_{i=0}^n \frac{Q(t_{i+1}) - Q(t_i)}{t_{i+1} - t_i} [e^{-t_i/t_0} - e^{-t_{i+1}/t_0}]. \quad (\text{III.60})$$

Подставляя (III.59), (III.60) в (III.48), найдем

$$\dot{\psi}(t_0) = \frac{P(t_0)}{q - F(t_0)} = \frac{\sum_{i=0}^n \frac{J(t_{i+1}) - J(t_i)}{t_{i+1} - t_i} [e^{-t_i/t_0} - e^{-t_{i+1}/t_0}]}{q - \sum_{i=0}^n \frac{Q(t_{i+1}) - Q(t_i)}{t_{i+1} - t_i} [e^{-t_i/t_0} - e^{-t_{i+1}/t_0}]} \quad (\text{III.61})$$

Последовательность расчета следующая. Задаемся некоторыми  $t_0$  из условия  $t_0 \approx T/6 - T/15$ . Имея в виду, что  $T$  — период исследования — в нашем случае составляет 30 000 с, примем следующие значения  $t_0$ : 5000 с, 4000 с, 3000 с, 2000 с, 1500 с и 1000 с.

При вычислении интегралов  $\int_0^T J(t)e^{-t/t_0} dt$  и  $\int_0^T Q(t)e^{-t/t_0} dt$  нет необходимости

столица периода исследования  $T$  разбивать на равные интервалы времени. Целесообразно предел интегрирования разбивать таким образом, чтобы на каждом

Таблица 12

No	im	$t_i, \text{ с}$	$J(t_i), 10^4 \text{ МПа}\cdot\text{с}$	$Q(t_i), \text{ м}^3$	$\Delta t = t_{i+1} - t_i$	$\Delta J(t) = J(t_{i+1}) - J(t_i)$ , $10^4 \text{ МПа}\cdot\text{с}$	$\Delta Q(t) = Q(t_{i+1}) - Q(t_i)$ , $\text{м}^3$
1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0			
1	1000	0,05	0,75	1000	0,05	0,5	0,75
2	2000	0,12	1,438	1000	0,07	0,7	0,688
3	3000	0,444	2,418	2000	0,324	1,62	0,980
4	4000	0,934	3,30	2000	0,490	2,45	0,882
5	10 000	2,246	4,34	4000	1,312	3,28	1,04
6	16 000	4,666	5,27	6000	2,42	4,03	0,93
7	24 000	8,290	6,00	8000	3,62	4,525	0,73
8	30 000	11,14	6,42	6000	2,85	4,758	0,42

Продолжение табл. 12

Мин	$\frac{Q(t_{n+1}) - Q(t_n)}{t_{n+1} - t_n}$ $10^6 \text{ м}^3/\text{с}$	$t_0 = 5000 \text{ с}$					
		$\frac{t}{t_0}$	$\frac{t}{e^{-t/t_0}}$	$\frac{t}{t_0} - \frac{t_{n+1}}{t_0}$	$[7] \times [12]$ $[10^6]$	$[9] \times [12]$ $[10^6]$	
		9	10	11	12	13	14
0							
1	750	0,2	0,8187	0,1813	0,91	135,98	
2	688	0,4	0,6703	0,1484	1,04	102,10	
3	490	0,8	0,4493	0,2210	3,58	108,29	
4	441	1,2	0,3012	0,1481	3,63	65,31	
5	260	2	0,1353	0,1659	5,44	43,14	
6	155	3,2	0,01076	0,1245	5,02	19,30	
7	91,25	4,8	0,00823	0,00253	0,11	0,23	
8	70	6,0	0,002479	0,00575	0,27	0,40	
				$\Sigma = 20,0$	$\Sigma = 475$		

интервале функции  $J(t)$  и  $Q(t)$  можно было достаточно надежно аппроксимировать прямолинейной зависимостью, причем для начальных моментов времени интервал времени  $\Delta t$  должен быть меньшим, чем при больших моментах времени.

В табл. 12 приведен пример расчета интегралов  $\int_0^T J(t) e^{-t/t_0} dt$  и  $\int_0^T Q(t) \times$

$\times e^{-t/t_0} dt$  для  $t_0 = 5000 \text{ с}$ . В графах 3 и 4 приведены значения  $J(t)$  и  $Q(t)$ , вычисленные ранее (см. табл. 9). Результаты расчета  $\psi(t_0)$  по (III.61) приведены в табл. 13 и на рис. 28 (кривая  $f$ ). Нетрудно видеть, что расчетные точки хорошо укладываются на прямую параллельно прямым, полученным при обра-

Таблица 13

$t_0, \text{ с}$	$\ln t_0$	$P(t_0), 10^{-4} \text{ МПа}\cdot\text{с}$	$F(t_0), 10^{-6} \text{ м}^3$	$q - F(t_0), 10^{-6} \text{ м}^3$	$\Psi(t_0) = \frac{P(t_0)}{q - F(t_0)}$
1000	6,91	7,15	699	144	$4,97 \cdot 10^3$
1500	7,32	9,19	659	184	$5,0 \cdot 10^3$
2000	7,60	11,19	623,0	220	$5,09 \cdot 10^3$
3000	8,01	14,76	563,0	280	$5,26 \cdot 10^3$
4000	8,30	17,68	513	330	$5,36 \cdot 10^3$
5000	8,52	20,00	475	368	$5,43 \cdot 10^3$

ботке интегральным и дифференциальным методами. Некоторое смещение вниз расчетных точек при обработке операционным методом объясняется различием формул, определяющих параметр  $\psi/r_e^2$  в интегральном и дифференциальном методах (III.32) и в операционном методе (III.43).

### Графоаналитический метод обработки кривых восстановления давления без учета притока

Как видно из рис. 28, обработка КВД без учета притока не дает возможности выбрать на кривой в координатах  $\Delta p_e(t)/q$ ,  $\ln t$  прямолинейный участок, по которому можно было бы определить параметры пласта. В этом случае можно воспользоваться графоаналитическим методом. Для обработки этим методом нужно вычислить  $f(z)$  по (III.53).

На графике (рис. 29) приведена кривая восстановления забойного давления  $\Delta p_e(t), \text{ МПа}$  в зависимости от времени  $t$ . Чтобы найти  $f(z)$ , нужно вычислить площадь, ограниченную кривой  $\Delta p_e(t)$  и осью абсцисс, планиметрированием или численным интегрированием.

Интеграл в (III.53) — импульс депрессии  $J(t)$ , который был вычислен при обработке этой кривой интегральным методом (см. табл. 9);  $J(f) = 1,1 \cdot 10^6 \text{ МПа}\cdot\text{с}$ ,  $\Delta p(30000) = 4,84 \text{ МПа}$ . Тогда  $f(z)$  будет

$$f(z) = \frac{1,1 \cdot 10^6}{4,84 \cdot 3 \cdot 10^4} = 0,765.$$

Зная  $f(z)$ , по (III.54), находим  $\psi/r_e^2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ . Зная  $\psi/r_e^2$ ,  $\Delta p_e(t)$ , найдем по (III.55)  $kh/\mu = 5,9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{МПа}\cdot\text{с}$ .

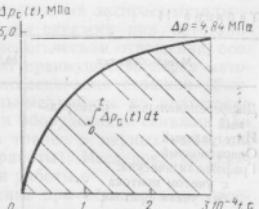


Рис. 29. Кривая восстановления давления, обработанная графоаналитическим методом без учета притока

### Графоаналитический метод обработки кривых восстановления давления с учетом притока

Очевидно, в этом случае  $f(z)$  можно определить по формуле

$$f(z_1) = \frac{\int_0^{z_1} \psi(t_0) dt_0}{\psi(t_0) t_0}, \quad (III.62)$$

Чтобы вычислить  $f(z_1)$ , нужно вычислить площадь, ограниченную кривой  $\Psi(t_0)$  и осью абсцисс  $t_0$ . На рис. 30 приведен график  $\Psi(t_0), t_0$ . Значения  $\Psi(t_0)$

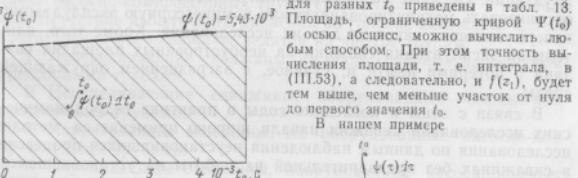


Рис. 30. Кривая восстановления давления, обработанная графоаналитическим методом с учетом притока

Подставляя  $f(z_1)$  в (III.57), найдем  $\psi/r_e^2 = 3,36 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ . Подставляя  $\psi/r_e^2$ ,  $\Psi(t_0)$  в (III.58), найдем гидропроводность пласта  $kh/\mu = 28 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{МПа}\cdot\text{с}$ .

В табл. 14 приведены параметры, полученные при обработке кривой восстановления давления различными методами. Указанные методы можно считать гидродинамически достаточно строго обоснованными, так как обработка КВД этими методами дала сходные результаты.

Графоаналитический метод обработки кривых восстановления давления без учета притока можно применять для определения параметров пласта по кривым, когда практически нет притока, а по преобразованной кривой в координатах  $\Delta p_e(t), \ln t$  трудно выделить прямолинейный участок. Применять этот метод для

Таблица 14

Метод обработки	$bh/\mu_r \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{МПа}$	$x/r^2 \text{ см}^{-2}$	$r_c \text{ м}$
Дифференциальный интегральный	27	$1,78 \cdot 10^4$	$0,67 \cdot 10^{-2}$
Интегральный	27	$2,4 \cdot 10^4$	$0,5 \cdot 10^{-2}$
Операционный	27	$1,73 \cdot 10^4$	$0,67 \cdot 10^{-2}$
Графоаналитический: с учетом притока без учета притока	28 5,4	$3,36 \cdot 10^4$ $1 \cdot 10^{-3}$	$0,487 \cdot 10^{-2}$ $2,8 \cdot 10^{-2}$

обработки кривых восстановления давления, когда притоком пренебречь нельзя, можно только для оценочных расчетов.

## ЭКСПРЕСС-МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СКВАЖИН

Обычные исследования скважин — методы пробных откачек и метод восстановления давления предполагают, что до исследования скважина работала на установившемся или практически установленном режиме.

В практике не всегда удается добиться установившегося режима работы скважины. Например, чтобы исследовать непереливающие скважины методом пробных откачек или методом восстановления давления, нужно оборудовать их для компрессорной эксплуатации. Но даже на обустроенных площадях не всегда удается организовать механизированную или компрессорную эксплуатацию непереливающих скважин для их исследования. Кроме того, длительная эксплуатация скважин на необустроенных площадях связана с потерями нефти и, главное, с загрязнением окружающей среды.

В связи с этим в последние годы в практике гидродинамических исследований скважин начали широко применяться методы исследования по данным наблюдения неустановившихся процессов в скважинах без предварительной их работы на установленном режиме. Различные способы создания в скважине неустановившихся процессов получили название экспресс-методов исследования скважин. В теоретическом отношении все эти методы близки к методам исследования скважин по кривым восстановления давления с учетом притока, которые в своей основе требуют знания дебита скважины до остановки при установленемся режиме  $q$ , кривой изменения давления в скважине после ее остановки и переменного дебита или суммарного притока жидкости в скважину после ее остановки. При исследовании скважин экспресс-методом  $q=0$ . Очевидно, данные исследования скважин экспресс-методами могут обрабатываться методами обработки кривых восстановления давления с учетом притока, положив в расчетные формулы этих методов  $q=0$ .

Таким образом, в теоретическом отношении экспресс-методы — это разновидность методов исследования скважин при неуставновившемся режиме фильтрации. В технологическом отношении, особенно в условиях разведки, они имеют преимущество перед методом восстановления давления. Для исследования скважин обычными методами необходимы специальные работы по подготовке скважин (установка компрессоров или оборудование скважин для механизированной добычи, установка трапов и мерных емкостей, обустройство сбора нефти и другие работы). Исследования скважин экспресс-методами исключают эти работы.

Экспресс-методы находят применение при исследовании непереливающих контрольных и пьезометрических скважин, разведочных и особенно непереливающих эксплуатационных скважин; при исследовании скважин в период разведки структур для подземного хранения газа. К экспресс-методам можно отнести и методы исследования продуктивных горизонтов при испытании их с помощью испытательных пластов как при бурении, так и при освоении эксплуатационных скважин, обсаженных колоннами.

Технологически исследования скважин экспресс-методами можно подразделить по способам вызова притока. При этом они могут быть кратковременными или продолжительными во времени как с отбором, так и без отбора жидкости из скважины.

В настоящее время существует несколько способов вызова притока: подачка газа, мгновенный подлив жидкости, кратковременный пуск скважин в работу и др.

При выборе того или иного способа исследования скважин решающее значение имеют состояние оборудования скважины (наличие насосно-компрессорных труб, герметичного устья) и наличие или отсутствие избыточного давления на головке скважины. С этой точки зрения все скважины делятся на четыре группы:

1. Непереливающие скважины, не оборудованные насосно-компрессорными трубами.
2. Непереливающие скважины, оборудованные насосно-компрессорными трубами.
3. Переливающие скважины, не оборудованные насосно-компрессорными трубами.
4. Переливающие скважины, оборудованные насосно-компрессорными трубами.

Подачка газа для вызова притока применима для скважин всех четырех групп. Способом мгновенного подлива можно исследовать скважины группы 1. Пуском скважин в кратковременную эксплуатацию исследуют только скважины группы 3 и 4.

### Подачка газа.

Этот способ позволяет исследовать скважину в два цикла. Вначале скважину можно исследовать при закачке газа и определить параметры пласта при повышении давления в пласте. Затем, после выпуска газа и стабилизации давления, исследуют при понижении давления в пласте. Сопоставление параметров, определенных при

закачке и выпуске газа, открывает большие возможности, например оценку таких свойств коллектора, как трещиноватость, зависимости проницаемости и гидропроводности от давления, неизвестных свойств среды.

Закачивать газ в скважину и выпускать его можно любым способом. Исходными данными, которые обрабатываются для определения параметров пласта при исследовании скважин экспресс-методами, являются кривые изменения забойного давления и дебита, которые могут быть замерены непосредственно на забое скважины глубинным манометром или вычислены по изменению уровня в скважине, замеренного пьезометром или уровнемером или вычислены по изменению давления или уровня в пьезометрических трубках. Отток жидкости в пласт при закачке газа в скважину или приток жидкости в скважину при его выпуске могут быть замерены с помощью скважинных дебитометров-расходомеров или вычислены аналитически по формуле.

Разновидностью этого способа является выпуск естественного газа из скважины. Сущность технологии этого способа состоит в следующем.

После освоения скважина останавливается на некоторое время. Такие остановки в практике делаются для замера пластового давления. В остановленной скважине в трубках и в затрубном пространстве скапливается газ. Количество свободного газа в скважине будет тем больше, чем ближе давление насыщения к пластовому давлению.

Исследование заключается в регулируемом выпуске накопившегося в скважине газа и регистрации забойного давления и притока в скважину. Темп выпуска газа можно контролировать по давлению на устье. В принципе возможны две схемы исследования: когда трубы и затрубное пространство разобщены и когда они соединены. Вообще чтобы свести к минимуму погрешности в  $q(t)$  или  $Q(t)$  при вычислении их аналитическим путем, скважину нужно исследовать при соединении затрубного пространства с НКТ. Расчет  $Q(t)$  или  $q(t)$  при исследовании скважин методом выпуска газа можно проводить по (III.25), (III.26).

#### Исследование скважин на самоизлив

Параметры пласта можно найти, замеряя после пуска скважины на самоизлив изменения дебита и забойного давления и обрабатывая их любым из методов обработки кривых восстановления давления с учетом притока.

Если при исследовании нефтяных скважин, как правило, замеряют изменение забойного давления, то при исследовании водяных скважин иногда предполагают, что характер изменения давления на забое и на устье одинаков. Такое допущение возможно при постоянной плотности жидкости по стволу скважины и отсутствии потерь на трение. Первое допущение позволило разработать специальные методы исследования водяных скважин на самоизлив. Сущность их заключается в следующем. Водяная скважинапуска-

ется на самоизлив. Замеряется изменение дебита. Предполагается, что забойное давление при пуске скважины на самоизлив мгновенно изменяется на величину избыточного давления и остается постоянным во времени.

Допущение о постоянстве плотности, а следовательно и забойного давления, в практике далеко не всегда можно принимать по следующим причинам:

1. Распределение температуры по стволу работающей и остановленной скважины различно. Оно тем больше, чем больше геотермический градиент, дебит скважины и глубина.

2. Пуск скважины сопровождается снижением давления и выделением растворенного газа, что приводит к уменьшению плотности столба жидкости в стволе скважины.

3. Избыточное давление на устье не равно перепаду на забое за счет потерь на трение.

Перечисленные факторы иногда бывают настолько существенными, что пренебрежение ими, особенно при исследовании высокопродуктивных скважин, может привести к большим погрешностям в определении параметров.

Пуск скважины на самоизлив должен сопровождаться, согласно теории упругого режима, падением дебита. В практике исследований на самоизлив дебит не только не падает, а иногда даже возрастает. После пуска скважины жидкость, двигаясь от забоя к устью, прогревает колонну и окружающие породы, что, в свою очередь, приводит к уменьшению плотности жидкости в стволе скважины и, следовательно, к снижению забойного давления. На несоответствие устьевых и забойных перепадов за счет температуры указывалось раньше В. Н. Щелкачевым и К. М. Донцовым.

В подтверждение сказанному приведен пример исследования на самоизлив водяной скв. 215 Усть-Балыкского месторождения Западной Сибири (рис. 31). Как видно из графика, забойное давление после пуска скважины на самоизлив вначале мгновенно снижается на величину избыточного давления  $\Delta p_c(0) = -0.215$  МПа, а затем не остается постоянным, а падает, что приводит к росту

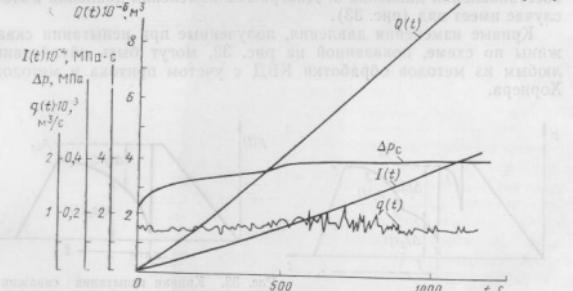


Рис. 31. Результаты исследования скважины на самоизлив

депрессии до  $\Delta p_c(t) = 0,405$  МПа. Дебит скважины вначале возрастает и только через 2 ч стабилизируется. Приведенный пример противоречит предположениям о постоянстве забойного давления в скважинах, работающих на самозлив.

Приведенный пример указывает на ограниченность методов исследования скважин, предполагающих постоянство забойного давления в скважинах, пущенных на самозлив. При остановке скважин вначале происходит довольно резкий рост забойного, а следовательно и устьевого давлений. С течением времени темп роста забойного и устьевого давлений замедляется. Одновременно с этим за счет теплообмена с горными породами уменьшается температура в стволе скважины, что приводит к увеличению ее плотности. В связи с этим давление на устье начинает падать. Характер изменения устьевого давления не соответствует характеру изменения давления на забое скважины. На кривой восстановления давления на устье скважины образуется «горб».

В связи с этим давление при исследовании скважин необходимо замерять не на устье, а на забое.

#### Определение параметров пласта по данным опробования пластов пластоиспытателем

Технология опробования, а следовательно и методы интерпретации полученных данных, определяются системой компоновки испытательных инструментов. Полная компоновка позволяет получить классическую диаграмму изменения давления под пакером (рис. 32). При полной компоновке представляется возможным записать начальную кривую восстановления давления 1 и величину пластового давления, а затем кривую изменения забойного давления и притока 2 и конечную кривую восстановления давления 3. В практике, как правило, исключается вторая сборка, а это означает, что на диаграмме не будет участка 1.

Далеко не всегда удается получить и участок конечной кривой восстановления давления 3. Диаграмма изменения давления в этом случае имеет вид (рис. 33).

Кривые изменения давления, полученные при испытании скважины по схеме, показанной на рис. 32, могут быть обработаны любым из методов обработки КВД с учетом притока и методом Хорнера.

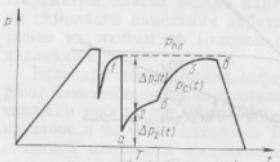


Рис. 32. Кривая испытания скважины пластоиспытателем

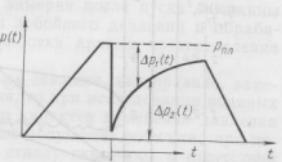


Рис. 33. Кривая испытания скважины пластоиспытателем, собранным по упрощенной схеме

При обработке кривых методом Хорнера расчетная формула имеет вид

$$\Delta p_x(t) = p_{\text{пл}} - \frac{q_{\text{ср}} u}{4\pi k h} \ln \frac{t}{T+t}, \quad (\text{III.63})$$

где  $q_{\text{ср}}$  — средний дебит за время притока жидкости в систему испытательных инструментов.

$$q_{\text{ср}} = Q/T, \quad (\text{III.64})$$

$Q$  — суммарный приток за время  $T$ .

Тогда, перестраняя кривую изменения давления на участке 3 (см. рис. 32) в координатах  $p(t), \ln \frac{t}{T+t}$ , получим прямую, по наклону которой к оси абсцисс найдем параметры гидропроводности, а по отрезку, отсекаемому на оси ординат, — пластовое давление  $p_{\text{пл}}$ .

Если скважину испытывают по упрощенной схеме (см. рис. 33), кривые изменения давления методом Хорнера обрабатывать нельзя. В этом случае необходимо применять методы обработки кривых восстановления давления с учетом притока. Если испытание проводилось пластоиспытателем (см. рис. 33), пластовое давление можно определить непосредственно замером. При испытании по схеме, исключающей замер начальной кривой восстановления давления, пластовое давление можно определить по скорости восстановления давления, например методом прослеживания уровня.

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ВЗАИМОДЕЙСТВИЮ СКВАЖИН (ГИДРОПРОСЛУШИВАНИЕ)

Методы гидропрослушивания обладают большой разрешающей способностью и позволяют кроме гидропроводности определить в явном виде пьезопроводность пласта—параметр, характеризующий упругие свойства пласта и насыщающей его жидкости.

Вначале гидропрослушивание применялось для определения взаимодействия скважин. Разработка и совершенствование гидродинамических методов исследований вообще и методов гидропрослушивания в частности значительно расширили круг задач, решаемых методами гидродинамических исследований. К их числу следует отнести определение непроницаемых границ и положения водогазонефтяных разделов, определение мест локальных и площадных соединений между пластами—мест перетока. Видное место среди геолого-промышленных методов занимают методы гидропрослушивания при решении задач контроля процессов разработки нефтяных и газовых месторождений и подземных хранилищ газа, методом воздействия на пласт.

В настоящее время известно много модификаций метода гидропрослушивания, отличающихся разными способами возбуждения возмущающих скважин и обработкой кривых изменения давления в приставающих реагирующих и эксплуатационных скважинах, выбранных в качестве реагирующих.

### ГИДРОПРОСЛУШИВАНИЕ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ДЕБИТА ВОЗМУЩАЮЩЕЙ СКВАЖИНЫ НА ПОСТОЯННУЮ ВЕЛИЧИНУ

Изменение давления в бесконечном однородном пласте, дренируемом точечным стоком, с постоянным дебитом  $q$  описывается формулой

$$p(R, t) = \frac{q_{\phi}}{4\pi k h} \int_0^t \frac{e^{-R^2/4xt}}{x} dt = -\frac{q_{\phi}}{4\pi k t} Ei\left(-\frac{R^2}{4xt}\right). \quad (IV.1)$$

Здесь  $p(R, t)$  — изменение пластового давления в произвольной точке пласта (в реагирующей скважине), вызванное изменением режима (дебита) на величину  $q$  в возмущающей скважине.

В дальнейшем кривую изменения давления в реагирующей скважине для краткости будем называть кривой реагирования.

В настоящее время известно несколько методов обработки кривых реагирования при мгновенном изменении дебита возмущающей скважины на постоянную величину. Под мгновенным измене-

нием дебита подразумевается пуск (если скважина простоявала долгое время) в работу с постоянным дебитом  $q$  или остановка (если скважина перед этим работала на установившемся режиме), или просто изменение дебита возмущающей скважины на величину  $q$ . Под установленвшимся режимом при гидропрослушивании понимается существование практически установившегося состояния не только в возмущающей скважине, но и в пласте или по крайней мере в районе возмущающей и реагирующей скважин.

Известные способы обработки кривых реагирования можно подразделить на группы: методы эталонных кривых, графоаналитические методы, методы характерных точек, аналитические методы.

### Определение параметров при помощи эталонной кривой

Метод основан на использовании формулы (IV.1), которая показывает, что изменение гидропроводности пласта приводит к смешению кривых в координатах  $\ln \Delta p, \ln t$  по оси ординат, а изменение  $R^2/t$  приводит к смешению по оси абсцисс.

Используя это свойство, Ю. П. Борисов и В. П. Яковлев предложили определять параметры пласта по эталонной кривой.

Эталонная кривая представляет собой график зависимости  $\lg \Delta p(R, t)$  от  $\lg t$  для пласта с единичными параметрами:

$$\frac{R^2}{\mu} = 1; \quad \frac{q_{\phi}}{4\pi k h} = 0.1. \quad (IV.2)$$

Тогда формула для построения эталонной кривой будет

$$\Delta p(R, t) = -Ei\left(-\frac{1}{4t}\right). \quad (IV.3)$$

Задаваясь равными  $t$ , находим из таблиц  $Ei(-1/(4t))$ , откладывая по оси ординат значения  $\lg [-Ei(-1/(4t))]$ , а по оси абсцисс  $\lg t$ , получим эталонную кривую. Совмещая фактическую кривую с эталонной, определяют координаты на фактической кривой  $\Delta p_{\phi}$  и  $t_{\phi}$ , соответствующие координатам  $\Delta p_0 = 0.1$ ,  $t_0 = 1$  на эталонной кривой. Найдя  $\Delta p_{\phi}$  и  $t_{\phi}$ , определяют параметры пласта

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{q}{4\pi \Delta p_{\phi}}, \quad \kappa = \frac{R^2}{t_{\phi}}, \quad (IV.4)$$

Для удобства работы эталонную кривую следует построить на кальце с логарифмической сеткой. Чтобы сократить время на обработку, фактическую кривую реагирования наносят на логарифмическую сетку. Масштаб эталонной и фактической кривых должен быть одинаковым.

Р. Г. Шагинев предложил строить эталонную кривую в координатах  $\lg \Delta p(R, t)$ ,  $\lg f_0$  (где  $f_0$  — параметр Фурье,  $f_0 = xt/R^2$ ).

Методы обработки кривых реагирования с помощью эталонных кривых просты и не требуют много времени. Однако фактические кривые иногда по целому ряду причин имеют немонотонный ха-

рактер. Совмещение таких кривых с эталонными очень затруднительно и может привести к большим ошибкам. В связи с этим были разработаны графоаналитические методы обработки.

### Графоаналитические методы

Сущность графоаналитических методов заключается в аналитической обработке фактических кривых реагирования. По найденным аналитически для нескольких моментов времени зависимостям строятся графики, представляющие прямые линии. По наклону этих прямых к оси абсцисс и отрезку, отсекаемому на оси ординат, определяют параметры пласта.

К числу графоаналитических методов следует отнести дифференциальный, интегральный, а также приближенные методы [4, 6].

**Дифференциальный метод.** Дифференцируя (IV.1) по времени, получим

$$\frac{\partial p(R, t)}{\partial t} = \frac{q_\mu}{4\pi kht} e^{-R^2/(4kt)}. \quad (\text{IV.5})$$

Представим (IV.5) в виде

$$\frac{t \partial p(R, t)}{\partial t} = \frac{q_\mu}{4\pi kh} e^{-R^2/(4kt)}. \quad (\text{IV.6})$$

Обозначая

$$\varphi(t) = \frac{t \partial p(R, t)}{\partial t} \quad (\text{IV.7})$$

и подставляя (IV.7) в (IV.6) и логарифмируя, получим

$$\ln \varphi(t) = \ln \frac{q_\mu}{4\pi kh} - \frac{R^2}{4kt}. \quad (\text{IV.8})$$

Уравнение (IV.8) в координатах  $\ln \varphi(t)$ ,  $1/t$  является прямой, по наклону которой к оси абсцисс найдем преводимость, а по отрезку, отсекаемому на оси ординат, — гидропроводность.

$$k = \frac{R^2}{4 \operatorname{tg} \alpha}; \quad \frac{kh}{\mu} = \frac{q}{4\pi e^{-B}}. \quad (\text{IV.9})$$

Обработка фактических кривых по (IV.8) требует графического дифференцирования, связанного с неизбежными погрешностями, особенно при обработке дефектных кривых. В связи с этим такие кривые целесообразно обрабатывать методом, основанным не на дифференцировании фактической кривой, а на ее интегрировании.

### Интегральный метод. Проинтегрируем (IV.6)

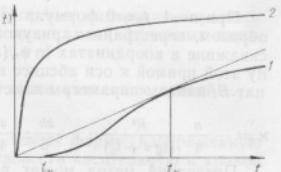
$$\int_0^t \frac{1}{t} \frac{\partial p(R, z)}{\partial z} dz = \int_{p(0)}^{p(t)} \frac{1}{t} dp = \frac{q_\mu}{4\pi kh} \int_0^t \frac{e^{-R^2/(4kt)}}{z^2} dz. \quad (\text{IV.10})$$

Обозначая

$$\frac{R^2}{4\pi k} = u; \quad du = -\frac{R^2}{4x^2} dz \quad (\text{IV.11})$$

Рис. 34. Кривые изменения давления  $p(R, t)$

в реагирующих скважинах  
1, 2 — для малых и больших значений па-  
раметра  $R^2/4kt$  соответственно;  $t_n$  точка  
начала реагирования;  $t_k$  — точка касания



и подставляя (IV.11) в (IV.10), получим

$$\frac{p(t)}{t} = -\frac{q_\mu}{\pi kh R^2} \int_{\infty}^{R^2/4kt} e^{-u} du = \frac{q_\mu}{\pi kh R^2} e^{-R^2/(4kt)}. \quad (\text{IV.12})$$

Обозначая

$$\psi(t) = \int_{p(0)}^{p(t)} \frac{dp}{t} \quad (\text{IV.13})$$

и логарифмируя (IV.13), получим

$$\ln \psi(t) = \ln \frac{q_\mu}{\pi kh R^2} - \frac{R^2}{4kt}. \quad (\text{IV.14})$$

Уравнение (IV.14) является прямой в координатах  $\ln \psi(t)$ ,  $1/t$ ; по наклону этой прямой к оси абсцисс и отрезку, отсекаемому ей на оси ординат  $B$ , найдем параметры пласта

$$k = -\frac{R^2}{4 \operatorname{tg} \alpha}; \quad \frac{kh}{\mu} = \frac{q}{\pi R^2 e^{-B}}. \quad (\text{IV.15})$$

Интеграл (IV.13) можно вычислить любым из способов численного интегрирования. Интегральный метод дает хорошие результаты, когда начало реакции  $t_n > 2M$  ( $M$  — шаг интегрирования). Вычисление интеграла (IV.13) для случая, когда реакция наступает быстро (рис. 34, кривая 2) может быть сопряжено с большими ошибками. В этом случае интегральный метод можно несколько видоизменить, а обработку проводить по формуле

$$\ln \psi_n(t) = n \ln \frac{q_\mu}{4\pi kh} - \ln \left( \frac{n}{4} \frac{R^2}{kt} + t_0 \right) - \frac{1}{t_0} \left( \frac{n}{4} \frac{R^2}{kt} + t_0 \right). \quad (\text{IV.16})$$

$$\psi_n(t) = \int_0^t \left( \frac{dp}{dz} \right)^n z^{n-2} e^{-t_0/z} dz. \quad (\text{IV.17})$$

где  $t_0$  — параметр, имеющий размерность времени,  $n > 0$ .

Благодаря множителю  $e^{-t_0/z}$  в (IV.17) начальный участок, а следовательно и недостаточная достоверность его, на расчетах практически сказываться не будут.

При  $n=1$ ,  $t_0=0$  формула (IV.16) обращается в (IV.14). Таким образом, перестраивая кривую изменения давления в реагирующей скважине в координатах  $\ln \phi_n(t)$ ,  $1/t$ , получим прямую. По наклону этой прямой к оси абсцисс и отрезку, отсекаемому на оси ординат  $B$ , найдем параметры пласта

$$\kappa = -\frac{n}{4} \frac{R^2}{(\tan \alpha + t_0)}, \quad \frac{kh}{\mu} = \frac{q}{4\pi} e^{-\frac{B+\ln(-\lg \alpha)}{n}}. \quad (IV.18)$$

Последний метод может применяться при обработке кривых гидропрослушивания с быстрой реакцией, а также кривых гидропрослушивания, в которых начальный участок деформирован или совсем отсутствует. Сложность вычисления этим методом зависит от выбора  $n$  и  $t_0$ . Значение  $t_0$  выбирается так, чтобы погрешности при определении начального участка за счет множителя  $e^{-t_0/t}$  не влияли на вычисление интеграла  $\phi_n(t)$  в (IV.17).

Приближенный метод определения параметров пласта. Для небольших моментов времени, начиная с начала изменения режима возмущающей скважины, как правило, параметр  $R^2/4\pi t \gg 1$ . Тогда, заменив в (IV.1) интегральную экспоненциальную функцию асимптотическим выражением

$$Ei(-x) = \frac{e^{-x}}{x} \left( 1 - \frac{11}{x} + \frac{21}{x^2} + \dots \right),$$

получим

$$\frac{q_{ph} k t e^{-\frac{R^2}{4\pi t}}}{4\pi R^2} \left( 1 - \frac{114x}{R^2} + \frac{216x^2 t^2}{R^4} + \dots \right). \quad (IV.19)$$

Если ограничить ряд в (IV.19) первым членом и поделить левую и правую части на  $t$ , а затем прологарифмировать, то получим

$$\ln \frac{\Delta p(R, t)}{t} = \ln \frac{q_{ph} k}{4\pi k h R^2} - \frac{R^2}{4\pi t}. \quad (IV.20)$$

Перестраивая кривую гидропрослушивания в координатах  $\ln p(R, t)/t$ ,  $1/t$ , получим прямую, по наклону которой к оси абсцисс по (IV.15) найдем пьезопроводность пласта  $\kappa$ , а по отрезку  $B$ , отсекаемому этой прямой на оси ординат, найдем гидропроводность пласта  $kh/\mu$ .

## МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПЛАСТА ПО ХАРАКТЕРНЫМ ТОЧКАМ КРИВЫХ РЕАГИРОВАНИЯ

Эти методы основаны на выделении на кривых реагирования характерных точек — точки начала реагирования, точки касания, точки максимума кривой реагирования при двукратном изменении режима возмущающей скважины.

Точность определения параметров пласта этими методами обусловлена достоверностью характерных точек, которая зависит от многих факторов, в первую очередь, чувствительности и точности

аппаратуры. Незначительные погрешности в выделении характерных точек сильно сказываются на величинах определяемых параметров.

## Определение параметров пласта по точке касания к кривой гидропрослушивания

Кривые реагирования, как правило, имеют форму, изображенную на рис. 34. Если есть возможность провести касательную к кривой реагирования из начала координат, то можно определить параметры пласта, используя условие

$$\left( \frac{d\Delta p(R, t)}{dt} \right)_{t=t_k} = \frac{\Delta p(R, t_k)}{t_k}, \quad (IV.21)$$

где  $t=t_k$  — время, соответствующее точке касания.

Условие (IV.21) указывает, что производная по  $t$  в точке  $t=t_k$  равна  $\tan \alpha$  (см. рис. 34), т. е.  $d\Delta p(R, t)/dt = \tan \alpha$ .

Найдем производную из (IV.1)

$$\frac{d\Delta p(R, t)}{dt} = \frac{q_{ph} k}{4\pi k h} \frac{e^{-R^2/(4\pi t)}}{t}. \quad (IV.22)$$

Подставляя (IV.22) и (IV.1) в (IV.21), получим

$$e^{-\frac{R^2}{4\pi t_k}} = -Ei\left(-\frac{R^2}{4\pi t_k}\right). \quad (IV.23)$$

Решая уравнение (IV.23) относительно  $r^2/(4\pi t)$ , имеем

$$\frac{R^2}{4\pi t_k} = 0,435; \quad z = 0,575 \frac{R^2}{t_k}. \quad (IV.24)$$

Согласно (IV.1), получим

$$\Delta p(R, t) = -\frac{q_{ph}}{4\pi k h} Ei\left(-\frac{R^2}{4\pi t}\right) = 0,642 \frac{q_{ph}}{4\pi k h}. \quad (IV.25)$$

Откуда найдем гидропроводность

$$\frac{kh}{\mu} = 0,051 \frac{q}{\Delta p(R, t_k)}. \quad (IV.26)$$

## Определение параметров пласта по точке начала реагирования

Расчетной формулой этого метода может служить формула, полученная методом последовательной смены стационарных состояний,

$$R = 2V\sqrt{xt_n}; \quad \kappa = \frac{R^2}{4t_n}, \quad (IV.27)$$

где  $t_n$  — начало реагирования.

Метод, являясь приближенным, рекомендуется для оценки пьезопроводности.

## Определение параметров пласта по экстремуму кривой реагирования

Рассмотренные выше методы определения параметров пласта по характерным точкам кривых реагирования получены для единичного изменения режима возмущающей скважины, т. е. они справедливы для случая, когда режим в возмущающей скважине в момент  $t=0$  изменился на величину  $q$  и затем поддерживался постоянным. В практике этот случай может соответствовать пуску скважины в эксплуатацию с дебитом  $q_0$ , если она простоявала, ее остановка, если она работала на установившемся режиме с дебитом  $q_0$ , или изменению режима на постоянную величину.



Рис. 35. Изменение давления в реагирующей скважине после остановки и пуска возмущающей скважины  
с  $q_0$  — дебит до и после остановки;  $t_1$  — время остановки;  $t_2 = t_1 + t_{\max}$  — время максимального изменения давления в реагирующей скважине

щая скважина работала до исследования, а затем была остановлена и вновь запущена, кривая изменения давления будет иметь максимум.

Используя принцип суперпозиции, найдем изменение давления в реагирующей скважине

$$\Delta p(R, t) = -\frac{q_{0b}}{4\pi k h} \text{Ei}\left(-\frac{R^2}{4\pi t}\right) + \frac{q_{1b}}{4\pi k h} \text{Ei}\left(-\frac{R^2}{4\pi(t-t_1)}\right). \quad (\text{IV.28})$$

Дифференцируя (IV.28) и приравнивая производную  $d\Delta p/dt = 0$  при  $t=t_2$ , получим

$$\kappa = \frac{R^2 t_1}{4t_2(t_2-t_1) \ln \frac{q_1}{q_0} \frac{t_2}{t_2-t_1}}. \quad (\text{IV.29})$$

Если возмущающая скважина после остановки переводится на прежний режим, т. е.  $q_0=q_1$ , формула (IV.29) примет вид

$$\kappa = \frac{R^2 t_1}{4t_2(t_2-t_1) \ln \frac{t_2}{t_2-t_1}}. \quad (\text{IV.30})$$

Зная  $\kappa$ ,  $q_1$ ,  $q_0$ , найдем по (IV.28) гидропроводность пласта.

## АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОБРАБОТКИ КРИВЫХ РЕАГИРОВАНИЯ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ДЕБИТА ВОЗМУЩАЮЩЕЙ СКВАЖИНЫ НА ПОСТОЯННУЮ ВЕЛИЧИНУ

К аналитическим относятся методы, исключающие необходимость построения графиков, по наклону которых к оси абсцисс и отрезку, отсекаемому на оси ординат, определяют параметры пласта. В отличие от методов характерных точек, аналитические позволяют определить параметры пласта не по отдельным точкам, а по характеристикам, вычисленным по всему участку кривой.

Определим площадь, ограниченную осью абсцисс и кривой реагирования. В соответствии с (IV.1) получим

$$\int_0^t \Delta p(R, t) dt = -\frac{q_{0b}}{4\pi k h} \int_0^t \text{Ei}\left(-\frac{R^2}{4\pi t}\right) dt = \\ = -\frac{q_{0b}}{4\pi k h} \frac{R^2}{4\pi} \int_{t_1}^{\infty} \frac{1}{u^2} \text{Ei}(-u) du. \quad (\text{IV.31})$$

Определим отношение этой площади к площади прямоугольника  $\Delta p(t_1) t_1$ . Как видно из (IV.1) и (IV.31), это отношение однозначно определяется параметром  $z_1 = R^2/4\pi t_1$ :

$$\frac{\int_0^t \Delta p(R, u) du}{\int_0^t \Delta p(R, t) t} = \frac{z_1 \int_{z_1}^{\infty} \frac{\text{Ei}(-u)}{u^2} du}{\text{Ei}(-z_1)}. \quad (\text{IV.32})$$

В табл. 15 приведены значения  $f(z_1)$  и  $\text{Ei}(-z_1)$ .

Таблица 15

$f(z_1)$	$z_1$	$-\text{Ei}(-z_1)$	$f(z_1)$	$z_1$	$-\text{Ei}(-z_1)$	$f(z_1)$	$z_1$	$-\text{Ei}(-z_1)$
0,18	3,12	0,0112	0,39	0,61	0,445	0,60	0,10	1
0,19	2,84	0,0150	0,40	0,57	0,483	0,61	0,094	1,82
0,20	2,61	0,0218	0,41	0,52	0,536	0,62	0,085	1,97
0,21	2,41	0,0280	0,42	0,48	0,585	0,63	0,075	2,08
0,22	2,83	0,0357	0,43	0,45	0,625	0,64	0,067	2,19
0,23	2,04	0,0465	0,44	0,42	0,67	0,65	0,059	2,31
0,24	1,85	0,0595	0,45	0,39	0,719	0,66	0,053	2,41
0,25	1,71	0,0736	0,46	0,36	0,774	0,67	0,046	2,54
0,26	1,60	0,0863	0,47	0,33	0,836	0,68	0,041	2,66
0,27	1,49	0,101	0,48	0,30	0,906	0,69	0,035	2,80
0,28	1,39	0,118	0,49	0,27	0,98	0,70	0,031	2,93
0,29	1,29	0,139	0,50	0,25	1,04	0,71	0,026	3,10
0,30	1,20	0,158	0,51	0,23	1,1	0,72	0,023	3,22
0,31	1,11	0,183	0,52	0,21	1,18	0,73	0,019	3,40
0,32	1,03	0,208	0,53	0,20	1,22	0,74	0,016	3,57
0,33	0,95	0,239	0,54	0,18	1,31	0,75	0,013	3,77
0,34	0,89	0,254	0,55	0,16	1,40	0,76	0,011	3,94
0,35	0,82	0,300	0,55	0,15	1,46	0,77	0,0085	4,2
0,36	0,76	0,331	0,57	0,13	1,58	0,78	0,0068	4,42
0,37	0,70	0,374	0,58	0,12	1,65	0,79	0,0053	4,67
0,38	0,66	0,403	0,59	0,11	1,73	0,8	0,0041	4,93

Имея кривую изменения давления в реагирующей скважине, находим площадь, ограниченную этой кривой и осью абсцисс. Поделив эту площадь на площадь прямоугольника  $\Delta p(R, t)t$ , найдем  $f(z_1)$ . По табл. 15 найдем  $z_1$  и  $E_1(-z_1)$ , а затем пьезопроводность  $x=R^2/(4z_1t)$  и гидропроводность пласта  $kh/\mu$  по (IV.1).

К числу аналитических методов можно отнести методы подбора. Сущность одного из них [29] заключается в подборе параметра  $\kappa$  в трансцендентном уравнении

$$\frac{\Delta p(R, t_1)}{\Delta p(R, t_2)} = \frac{-E_1(-R^2/4\kappa t_1)}{-E_1(-R^2/4\kappa t_2)}. \quad (\text{IV.33})$$

Для любых двух точек  $\Delta p(R, t)$  и  $t$  подбирается свое значение  $\kappa$ . Зная  $\kappa$ , из (IV.1) находим

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{q E_1(-R^2/4\kappa t)}{4\pi \Delta p(R, t)}. \quad (\text{IV.34})$$

Методы подбора-совмещения являются перспективными при детальном анализе кривых нестационарной фильтрации и определении по ним характера фильтрации, свойств пласта и жидкости, упругих и емкостных характеристик, границ и неоднородностей пласта.

#### Примеры определения параметров пласта по кривым гидропрослушивания при изменении дебита возмущающей скважины на постоянную величину

На рис. 36 приведена кривая изменения давления в пространствующей реагирующей скважине, полученная после остановки и последующего пуска возмущающей нагнетательной скважины. Скважина до остановки работала на установившемся режиме с дебитом  $q=17950 \text{ см}^3/\text{с}$ . Расстояние между скважинами  $R=1150 \text{ м}$ . Начальный участок кривой реагирования ( $BC$ ) соответствует остановке возмущающей скважины.

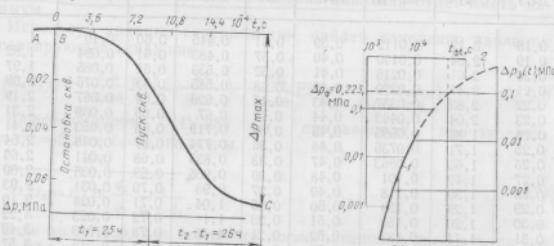


Рис. 36. Кривая изменения давления в реагирующей скважине после остановки и последующего пуска возмущающей скважины. АВ — «фон» изменения давления в реагирующей скважине; BC — кривая реагирования.

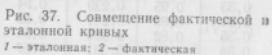


Рис. 37. Совмещение фактической и эталонной кривых  
1 — эталонная; 2 — фактическая

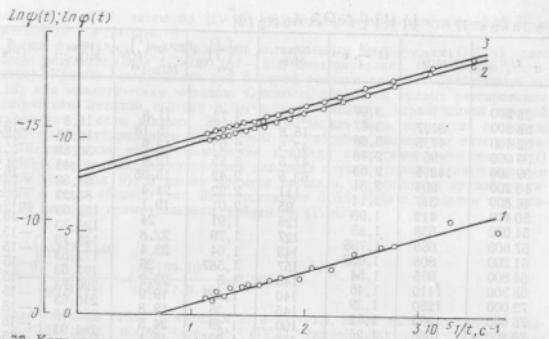


Рис. 38. Кривая реагирования (рис. 36), обработанная  
1 — дифференциальным методом; 2 — интегральным методом;  
3 — приближенным методом

По данным табл. 16 построен график в координатах  $\lg \Delta p(R, t)$ ,  $\lg t$ . Он совмещен с эталонной кривой Ю. П. Борисова, В. П. Яковleva (рис. 37). При построении фактической кривой необходимо, чтобы ее масштаб соответствовал масштабу эталонной кривой. Кривые совмещают таким образом, чтобы оси координат фактической и эталонной кривых были параллельны. Затем определяют координаты на фактической кривой  $\Delta p_f$  и  $t_f$ , которые совпадают с единичными координатами на эталонной кривой  $\Delta p_0=0.1$ ,  $t_0=1$ . В нашем случае  $t_f=57000 \text{ с}$ .

Таблица 16

$t, \text{ с}$	$10^3 \Delta p, \text{ МПа}$	$10^3 \Delta p_{\text{факт}}, \Delta p_{n-1}, \text{ МПа}$	$10^3 \frac{\Delta p'}{\Delta t}, \text{ МПа} \cdot \text{с}^{-1}$	$t_{\text{ср}} \frac{\Delta p'}{\Delta t}, \text{ МПа}$	$\ln \left( \frac{\Delta p'}{\Delta t} \right) t_{\text{ср}}$	$\left( \frac{1}{t} \right)_{\text{ср}} \cdot 10^3$
25 200	0	31,7	0,88	0,0024	-6,03	3,7
28 800	31,7	15,8	0,44	0,0014	-6,6	3,27
32 400	47,5	47,5	1,32	0,0045	-5,39	2,78
36 000	95	47,5	1,32	0,005	-5,29	2,65
39 600	142,5	63,5	1,77	0,0073	-4,97	2,41
43 200	206	111	3,09	0,0139	-4,27	2,22
46 800	317	95	2,64	0,0129	-4,35	2,06
50 400	412	126	3,5	0,0179	-4,02	1,95
54 000	538	127	3,53	0,0205	-3,88	1,70
57 600	665	143	3,88	0,023	-3,77	1,68
61 200	808	157	4,36	0,0274	-3,60	1,59
64 800	965	145	4,03	0,0258	-3,62	1,5
68 300	1110	140	3,89	0,0272	-3,6	1,43
72 000	1250	145	4,03	0,0298	-3,51	1,35
75 600	1395	190	5,27	0,0415	-3,175	1,29
79 200	1585	185	4,3	0,0349	-2,35	1,23
82 800	1740	225	6,25	0,0528	-2,944	1,18
86 400	1965	205	5,7	0,0503	-2,98	1,13
90 030	2170					

Таблица 17 ИНТЕГРАЛЬНЫЙ

$t, \text{ с}$	$10^4 p, \text{ МПа}$	$10^4 \frac{1}{t}, \text{ с}^{-1}$	$10^4 p', \text{ МПа}$	$10^4 \left(\frac{1}{t}\right)_{\text{ср}}$	$10^4 \Delta p \left(\frac{1}{t}\right)_{\text{ср}}$	$10^4 q, \text{ МПа} \cdot \text{с}^{-1}$	$\ln \varphi$
25 200			3,97				
28 800	31,7	3,47	31,7	3,72	11,8	11,8	-18,20
32 400	47,5	3,08	15,8	3,27	5,18	16,98	-17,90
36 000	95	2,78	47,5	2,93	13,9	30,88	-17,25
39 600	142,5	2,53	47,5	2,65	12,6	43,48	-16,90
43 200	206	2,31	63,5	2,42	15,35	58,83	-16,60
46 800	317	2,14	111	2,22	24,4	83,23	-16,30
50 400	412	1,98	95	2,01	19,1	102,33	-16,10
54 000	538	1,85	126	1,91	24	126,33	-15,85
57 600	665	1,735	127	1,79	22,8	149,13	-15,55
61 200	808	1,635	143	1,64	23,4	172,52	-15,20
64 800	965	1,54	157	1,587	25	197,53	-15,00
68 300	1110	1,46	145	1,5	23,2	220,73	-15,40
72 000	1250	1,39	140	1,425	19,9	240,63	-15,30
75 600	1395	1,32	145	1,36	19,8	260,43	-15,20
79 200	1586	1,26	190	1,29	24,5	284,93	-15,15
82 800	1740	1,21	155	1,235	19,1	304,03	-15,05
86 400	1965	1,16	225	1,182	26,6	330,63	-15,00
90 000	2170	1,11	205	1,132	23,3	353,93	-14,90
						14,85	

$\Delta p_f = 0,223 \text{ МПа}$ . Подставляя эти значения в (IV.4), находим параметры пласта  $\kappa=2,32 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $kh/\mu=640 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/(\text{МПа} \cdot \text{с})$ .

Совмещение дефектных кривых с эталонной очень затруднительно и может привести к большим ошибкам. Немонотонный характер кривых реагирования может быть не только из-за погрешностей, связанных с измерением, но и из-за неоднородности пласта. Ниже рассмотрим пример обработки кривой реагирования дифференциальным методом.

Дифф. В табл. 16 показана последовательность расчетов. На рис. 38 приведены результаты обработки кривой реагирования дифференциальным методом. Как видно, расчетные точки несколько разбросаны, что связано с неизбежными погрешностями при графическом дифференцировании экспериментальных кривых. В этом недостаток дифференциальных методов вообще. Параметры прямой при обработке дифференциальным методом:  $\lg a=-1,39 \cdot 10^4$ ,  $B=1,4$ . Подставляя  $\lg a$  и  $B$  в (IV.9), получим  $\kappa=2,38 \text{ м}^2/\text{с}$ , гидропроводность пласта  $kh/\mu=611 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/(\text{МПа} \cdot \text{с})$ .

Более точными в этом отношении являются интегральные методы. В табл. 17 приведены исходные данные и последовательность расчетов при обработке кривых реагирования интегральным методом (рис. 38). В отличие от дифференциального, расчетные точки при обработке интегральным методом гораздо меньше разбросаны. Апроксимируя расчетные точки прямой, найдем тангенс угла наклона этой прямой к оси абсцисс,  $\lg a=-1,42 \cdot 10^4$ , и отрезок, отсекаемый на оси

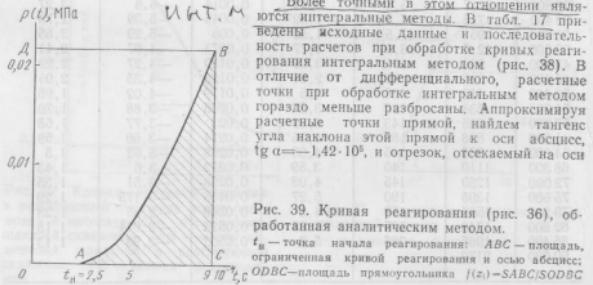


Рис. 39. Кривая реагирования (рис. 36), обработанная аналитическим методом.

$t_0$  — точка начала реагирования;  $ABC$  — площадь, ограниченная кривой реагирования и осью абсцисс;  $ODBC$  — площадь прямоугольника  $j(z_i) = SABC/SODBC$

ординат,  $B=-13,3$ ; затем по (IV.15) найдем параметры пласта  $\kappa=2,33 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $kh/\mu=608 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/(\text{МПа} \cdot \text{с})$ .

Выше отмечалось, что обработка интегральным методом по (IV.14) дает хорошие результаты при  $t_0 \geq 2\Delta t$  ( $\Delta t$  — шаг интегрирования,  $t_0$  — начало реагирования). Кривые реагирования при быстрой реакции следует обрабатывать по (IV.16) или аналитическим методом. Сущность обработки кривых реагирования аналитическим методом состоит в вычислении площади, ограниченной кривой реагирования и осью абсцисс. Эта площадь может быть вычислена непосредственно планиметрированием или любым из способов численного интегрирования. Аналитический способ вычисления площади аналогичен вычислению  $I(t)$  при обработке кривых восстановления давления с учетом притока интегральным методом (см. табл. 9). В нашем примере площадь, ограниченная кривой реагирования и осью абсцисс (рис. 39), составляет  $516,9 \text{ МПа} \cdot \text{с}$ . Поделив эту площадь на площадь прямоугольника, найдем по (IV.42)

$$\int_0^t \Delta p(R, t) dt = 5,169 \cdot 10^4$$

$$j(z_i) = \frac{5,169 \cdot 10^4}{5,0217 \cdot 9 \cdot 10^4} = 0,265.$$

Зная  $j(z_i)$ , по табл. 15 находим  $z_i$  и  $E(-z_i)$ , затем пьезопроводность пласта  $\kappa=2,37 \text{ м}^2/\text{с}$ , после чего по (IV.1) гидропроводность пласта  $kh/\mu=612 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/(\text{МПа} \cdot \text{с})$ .

Результаты обработки приближенным методом показаны на рис. 38. Параметры прямой оказались равными  $\lg a=-1,45 \cdot 10^4$ ,  $B=-13,4$ . Подставляя  $\lg a$  и  $B$  в (IV.15), найдем параметры пласта:  $\kappa=2,26 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $kh/\mu=658 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/(\text{МПа} \cdot \text{с})$ .

Таблица 18

Метод обработки	$\kappa, \text{ м}^2/\text{с}$	$kh/\mu \cdot 10^5, \text{ м}^3/\text{МПа} \cdot \text{с}$
Эталонной кривой	2,32	640
Дифференциальный	2,33	611
Интегральный (IV.14)	2,33	608
Аналитический	2,37	612
Приближенный	2,26	658
Экстремума	2,52	680
По точке начала реагирования	3,87	

Приведенная на рис. 36 кривая реагирования была обработана, кроме рассмотренных выше методов, методами характеристических точек — методом экстремума и по точке начала реагирования. Экстремум кривой реагирования будет при  $t_2=51 \text{ ч}$ . Возмущающая скважина была остановлена, а через  $t_1=25 \text{ ч}$  вновь пустилась в прежнем режиме. Тогда, подставляя  $t_2$  и  $t_1$  в (IV.30), найдем  $\kappa=2,52 \text{ м}^2/\text{с}$ . Зная  $R$ ,  $\kappa$  и  $q$ , по (IV.1) найдем гидропроводность пласта на момент  $t=3,0 \cdot 10^4 \text{ с}$ ,  $kh/\mu=680 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/(\text{МПа} \cdot \text{с})$ . Теперь найдем пьезопроводность по точке начала реагирования. Как видно из графика (рис. 39), за начало реагирования можно принять время  $t_0=2,5 \cdot 10^4 \text{ с}$ . Тогда по (IV.27) пьезопроводность будет  $\kappa=3,87 \text{ м}^2/\text{с}$ . Очевидно, здесь сказывается неопределенность выбора точки начала реагирования. В табл. 18 приведены параметры, полученные при обработке кривой (рис. 36) различными методами, рассмотренными в примере. Из таблицы видно, что наиболее близкие значения параметров получаются при обработке кривой реагирования первыми четырьмя методами. Несколько другие значения параметров пласта получаются при обработке приближенным методом, а также методами характеристических точек. Последние наиболее чувствительны к погрешностям при снятии кривых реагирования. Погрешности в точках реагирования определяют ошибки при определении параметров пласта.

Учитывая это, методы характеристических точек, так же как и приближенные ме-

Таблица 19

$10^{-4} t, \text{ с}$	$p, \text{ МПа}$	$t_0/t$	$e^{-t_0/t}$	$(e^{-t_0/t})_{cp}$	$\Delta p = p_n - p_{n-1}$
1	2	3	4	5	6
1,0	0,1022	3,00	0,0498		
1,5	0,1040	2,0	0,1353	0,0925	0,0018
2,0	0,1056	1,50	0,223	0,179	0,0016
2,5	0,1070	1,25	0,283	0,255	0,0014
3,0	0,1083	1,00	0,368	0,337	0,0013
3,5	0,1094	0,857	0,423	0,395	0,0011
4,0	0,1104	0,75	0,472	0,447	0,0010
4,5	0,1114	0,666	0,512	0,492	0,0010
5,0	0,1122	0,60	0,549	0,53	0,0008
5,5	0,1130	0,545	0,580	0,555	0,0008
6,0	0,1137	0,50	0,603	0,593	0,0007
6,5	0,1143	0,461	0,631	0,619	0,0005
7,0	0,1150	0,428	0,650	0,64	0,0007

Продолжение табл. 19

$10^{-4} t, \text{ с}$	$\Delta p \cdot 10^6, \text{ (МПа)}^2$	$10^{10} \frac{\Delta p}{\Delta t}, \text{ МПа/с}$	$(e^{-t_0/t}) \frac{\Delta p}{\Delta t} \cdot 10^{-10}$	$10^{-10} \cdot \varphi n(t)$	$\ln \varphi_n(t)$	$\frac{1}{t} \cdot 10^6, \text{ с}^{-1}$
1	7	8	9	10	11	12
1,0						
1,5	3,24	6,48	6,0	6,0	-23,53	6,66
2,0	2,56	5,12	9,18	15,18	-22,6	5,0
2,5	1,93	3,92	9,95	25,13	-22,10	4,0
3,0	1,69	3,38	11,35	36,48	-21,73	3,33
3,5	1,21	2,42	9,55	46,03	-21,50	2,85
4,0	1,0	2,0	8,85	54,89	-21,32	2,5
4,5	1,0	2,0	9,85	64,75	-21,15	2,22
5,0	0,64	1,28	6,8	71,55	-21,05	2,0
5,5	0,64	1,28	7,22	78,77	-20,95	1,82
6,0	0,49	0,98	5,8	84,57	-20,89	1,67
6,5	0,36	0,72	4,45	89,02	-20,84	1,54
7,0	0,49	0,98	6,27	95,29	-20,77	1,43

тогда, можно применять только для оценочных определений параметров пласта. Обработка кривых реагирования для определения количественной характеристики параметров пласта, а также для оценки неоднородностей следует проводить графоаналитическими, аналитическими и методами подбора-совмещения. При этом, если обрабатываются качественные кривые для оценки неоднородности пласта, то предпочтение следует отдать дифференциальному методу, при обработке немонотонных кривых — интегральному. Если реакция наступает сравнительно быстро, т. е.  $t_0 < 2,5t$ , такие кривые следует обрабатывать аналитическим и вторым, интегральным методом (IV.16). Этим методом можно обрабатывать также и кривые реагирования, у которых по какой-то причине не записан начальный участок.

Ниже приведен пример обработки вторым интегральным методом гипотетической кривой реагирования (табл. 19). На рис. 40 приведена гипотетическая кривая изменения давления в реагирующей скважине, расположенной от возмущающей на расстоянии  $R=400$  м. Кривая вычислена по (IV.1). При этом было принято  $x=4 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\varphi n/(4\pi kh)=0,1$ . Положим, что начальное давление и начальный участок кривой реагирования до момента  $t=10^4$  с неизвестны. Обработку кривой (рис. 40) проведем вторым, интегральным, методом по (IV.16),

при  $n=2$ ,  $t_0=3 \cdot 10^4$  с. Такое  $t_0$  принято для того, чтобы при вычислении интеграла  $\varphi_n(t)$  в (IV.16), благодаря множителю  $e^{-t_0/t}$ , исключить погрешности, связанные с отсутствием начального участка кривой реагирования. Результаты обработки приведены на графике (рис. 41). Параметры пласта при этом оказались  $x=3,9 \text{ м}^2/\text{с}$  (пьезопроводность занижена на 2,5%);  $\varphi n/(4\pi kh)=0,1$ . Расмотренный пример указывает на достаточную точность второго интегрального метода.

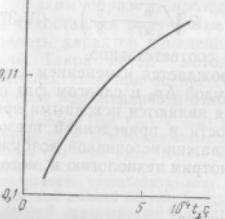
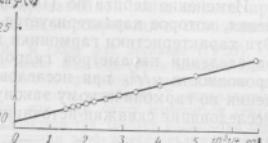
 $\Delta p(R, t)/\text{МПа}$  $\ln \varphi_n(t)$ 

Рис. 40. Гипотетическая кривая реагирования

Рис. 41. Обработка гипотетической кривой реагирования (рис. 40) вторым интегральным методом

Следует отметить, что последний метод может быть использован для обработки кривых восстановления давления, в которых не записан начальный участок кривой.

### ИССЛЕДОВАНИЕ СКВАЖИН И ПЛАСТОВ МЕТОДОМ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН ДАВЛЕНИЯ

Разобранные выше недостатки присущи методам определения параметров пласта по характерным точкам кривых реагирования, полученным при однократном импульсе. Многократные импульсы многократных импульсов следует отнести методы исследования пластов и скважин при гармоническом возбуждении пластов, которые называют также методами фильтрационных гармонических волн давления.

При исследовании фильтрации источников гармонического колебания давления в пласте может быть скважина, в которой дебит или давление изменяются по гармоническому закону (см. гл. I).

Если дебит скважины изменяется по закону (рис. 42)

$$q(t) = q_0 \sin \omega t; \quad \omega = 2\pi/T, \quad (\text{IV.35})$$

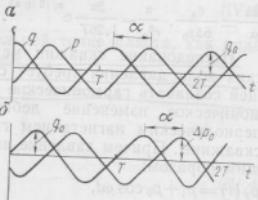


Рис. 42. Гармоническое изменение дебита и давления

а — по закону  $q(t) = q_0 \cos \omega t$ ; б — по закону  $p(t) = p_0 \sin \omega t$

то давление на стенке скважины-источника будет определяться по формуле

$$\frac{4\pi kh}{q_0 u} \Delta p(r_c, t) = \cos \omega t \ln \frac{1.26x}{r_c^2 \omega} + \frac{\pi}{2} \sin \omega t. \quad (\text{IV.36})$$

а в произвольной точке пласта —

$$\Delta p(R, t) = \frac{q_0 u}{4\pi kh} \sqrt{\frac{\pi x T}{8R^2}} e^{-R \sqrt{\frac{\pi}{xT}}} \cos \left( \omega t - R \sqrt{\frac{\pi}{xT}} - \frac{\pi}{8} \right). \quad (\text{IV.37})$$

где  $\omega$ ,  $T$  — частота периода колебания соответственно.

Изменение дебита по (IV.35) сопровождается изменением давления, которое характеризуется амплитудой  $\Delta p_0$  и сдвигом фаз  $\alpha$ . Эти характеристики гармоники давления являются исходными при определении параметров гидропроводности и приведенной пьезопроводности  $x/r_c^2$  при исследовании скважин-источников возбуждения по гармоническому закону. Рассмотрим технологию и метод исследования скважин-источников.

### Исследование скважин по кривым изменения забойного давления

Изменение дебита в скважине по гармоническому закону сопровождается гармоническим изменением давления на стенке скважины-источника по (IV.36), которую представим в виде

$$\Delta p(r_c, t) = \Delta p_0 \cos(\omega t - \alpha), \quad (\text{IV.38})$$

где

$$\Delta p_0 = \frac{q_0 u}{4\pi kh} \frac{1}{\cos \alpha} \ln \frac{1.26x}{r_c^2}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\pi}{2 \ln \frac{1.26x}{r_c^2 \omega}}. \quad (\text{IV.39})$$

Сопоставляя гармоники дебита и давления, найдем сдвиг фаз  $\alpha$  (см. рис. 42) и амплитуду  $\Delta p_0$ , а затем параметры пласта и скважины

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{q_0}{8\Delta p_0}, \quad \frac{x}{r_c} = \frac{2\pi}{1.267} e^{\pi/(2 \operatorname{tg} \alpha)}. \quad (\text{IV.40})$$

Исследование скважин методом фильтрационных гармонических волн давления требует специальной аппаратуры, позволяющей создавать гармонические колебания дебита в скважине. Гармоническое изменение дебита в скважине можно создать периодическим нагнетанием газа в скважину и отбором его из скважины. Причем давление на устье нужно регулировать следующим образом:

$$p_y(t) = p_0 + p_0 \cos \omega t, \quad (\text{IV.41})$$

где  $p_1$  — давление на устье скважины перед исследованием;  $p_0$  — амплитуда давления.

Метод фильтрационных гармонических волн давления позволяет исследовать скважины без отбора жидкости, т. е. без эксплуатации.

Поэтому его можно отнести к экспресс-методам. Другим преимуществом этого метода является возможность исследования скважины при различных периодах колебания, что позволяет осветить различные по радиусу зоны пласта. Зона «освещения» в каждом случае характеризуется длиной волны

$$R = 2 \sqrt{\pi x T}. \quad (\text{IV.42})$$

Таким образом, исследуя скважину при различных периодах и сопоставляя полученные результаты (параметры), можно определить характер изменения параметров в радиальном направлении. Такой метод — метод гидродинамического зондирования — перспективен при оценке состояния призабойной зоны пласта, при оценке эффективности оздоровительных мероприятий в скважинах.

Пример. При  $T=1$  ч,  $x=1$  м<sup>2</sup>/с,  $r_c=0.1$  м сдвиг фаз, согласно (IV.39), составит 25 с. В несвершенных скважинах сдвиг фаз будет еще меньше, длина волны при этом будет  $R=210$  м. Чтобы осветить призабойную зону, нужно создавать малые (минуты или доли минут) периоды колебания  $T$ , позволяющие зондировать призабойную зону. Сдвиг фаз при этом будет изменяться секундами или долями секунды. Снятие таких характеристик требует разработки специальной измерительной аппаратуры и технологии возбуждения скважин по закону гармонического колебания.

### Гидропропускание

Изменение давления в произвольной точке пласта при гармоническом изменении дебита в возмущающей скважине при квазистационарном состоянии определяется формулой (IV.37).

Из (IV.37) видно, что амплитуда колебания давления уменьшается с увеличением расстояния от скважины-источника (возмущающая скважина) по закону  $\sqrt{T}e^{-R\sqrt{\pi/xT}}$ , а длина волны определяется выражением

$$R = 2 \sqrt{\pi x T}. \quad (\text{IV.43})$$

Скорость распространения волны

$$\frac{dr}{dt} = 2 \sqrt{\frac{\pi x}{T}}. \quad (\text{IV.44})$$

Амплитуда давления в произвольной точке пласта, как видно из (IV.37), определяется выражением

$$\Delta p_0(R, t) = \frac{q_0 u}{4\pi kh} \sqrt{\frac{\pi x T}{8R^2}} e^{-R \sqrt{\frac{\pi}{xT}}}, \quad (\text{IV.45})$$

а сдвиг фаз  $\alpha$  равен

$$\alpha = R \sqrt{\frac{\pi}{xT}} + \frac{\pi}{8}. \quad (\text{IV.46})$$

Таким образом, сопоставляя гармонические колебания дебита или давления в возмущающей скважине с колебанием давления в реагирующей скважине, найдем сдвиг фаз  $\alpha$  и амплитуду  $\Delta p_0(R, t)$ .

Зная  $\alpha$ , расстояние между скважинами  $R$  и период колебания  $T$ , из (IV.46) найдем пьезопроводность пласта

$$x = \frac{\pi R^2}{T} \left( \alpha - \frac{\pi}{8} \right)^2, \quad (IV.47)$$

а в формуле (IV.47) в радианах.

Зная  $x$ ,  $q_0$ ,  $R$ ,  $t$ , из (IV.45) найдем гидропроводность пласта

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{\sqrt{\frac{\pi x T}{8R^2}} - R \sqrt{\frac{\pi}{xT}}}{2\pi p_0(R, t)} e^{-R \sqrt{\frac{\pi}{xT}} \sin(\omega t - R \sqrt{\frac{\pi}{xT}} - \frac{\pi}{8})}, \quad (IV.48)$$

#### Периодическое (циклическое) изменение дебита возмущающей скважины на постоянную величину

Практическое изменение дебита или давления в возмущающей скважине строго по законам синуса или косинуса требует создания специальной аппаратуры. В этом отношении заслуживает внимания методика исследования, когда дебит или давление в возмущающей скважине изменяется периодически на заданную величину.

Из теории гармонического анализа известно, что любой периодический процесс в пласте можно рассматривать как сумму гармонических колебаний, отличающихся друг от друга амплитудой и частотой. Тогда для создания гармонических колебаний давления в пласте нет необходимости в изменении дебита или давления в возмущающей скважине строго по закону синуса или косинуса. Для создания гармонических колебаний в пласте достаточно в возмущающей скважине дебит изменять периодически скачком (рис. 43), например, следующим образом. Пусть в скважине, ра-

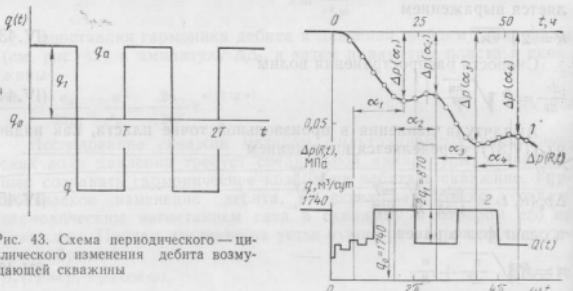


Рис. 43. Схема периодического — циклического изменения дебита возмущающей скважины

Рис. 44. Гидропрослушивание при циклическом изменении дебита возмущающей скважины

1 — кривая реагирования; 2 — кривая изменения дебита; а — сдвиг фаз;  $\omega$  — частота колебаний

ботавшей на установившемся режиме, дебит в момент  $t=0$  скачком изменяется на величину  $q_1$  от  $q_0$  до  $q_1$  и поддерживается в течение  $t=T/2$ . В момент времени  $t=T/2$  дебит скачком изменяется на величину  $2q_1$  и поддерживается до момента времени  $t=T$ . Затем цикл повторяется. В этом случае изменение давления в произвольной точке пласта будет определяться формулой

$$\Delta p = \frac{2q_1 \mu}{\pi^2 kh} \sqrt{\frac{\pi x T}{8R^2}} e^{-R \sqrt{\frac{\pi}{xT}} \sin(\omega t - R \sqrt{\frac{\pi}{xT}} - \frac{\pi}{8})}; \quad (IV.49)$$

амплитуда давления

$$\Delta p(R, t) = \frac{2q_1 \mu}{\pi^2 kh} \sqrt{\frac{\pi x T}{8R^2}} e^{-R \sqrt{\frac{\pi}{xT}} \sin(\omega t - R \sqrt{\frac{\pi}{xT}} - \frac{\pi}{8})}. \quad (IV.50)$$

а сдвиг фаз — (IV.46).

Таким образом, сопоставляя гармонические колебания дебита в возмущающей скважине с колебанием давления в реагирующей скважине, найдем сдвиг фаз  $\alpha$  и амплитуду колебания  $\Delta p_0(R, t)$ , затем по (IV.46) — пьезопроводность пласта  $x$ . Зная  $x$ , амплитуду  $\Delta p_0(R, t)$ ,  $q_1$  и  $T$ , найдем по (IV.50) гидропроводность пласта.

В последнее время методы гармонических колебаний получили распространение при гидродинамических исследованиях неоднородных коллекторов. Ю. М. Молоков и А. С. Шкуро разработали методику определения границ раздела двух сред с разной пьезопроводностью по данным исследования этим методом. Метод гармонических колебаний будет перспективен при изучении трещиноватых коллекторов, о чем будет подробно сказано ниже. И, наконец, этот метод позволяет отдельить интересующие нас колебания от случайных помех, учесть которые не всегда можно в разрабатываемых пластах.

Пример. Рассмотрим кривую, полученную при гидропрослушивании нагнетательной скважины в эксплуатационной (рис. 44). Расстояние между скважинами  $R=435$  м. В нагнетательной скважине, работавшей на режиме закачки с дебитом  $q_0=1740$  м<sup>3</sup>/сут, в момент  $t=0$  был изменен режим на режим  $2q_1=870$  м<sup>3</sup>/сут. В момент  $t=T/2=12$  ч скважина была переведена на прежний режим,  $q_0=1740$  м<sup>3</sup>/сут. Затем цикл повторился. Как видно (рис. 44), сдвиг фаз быстро становится постоянным,  $\alpha=0,96$ .

Изменение давления, вызванное снижением закачки, найдем по (IV.1)

$$\Delta p_1(R, t) = \frac{q_1 \mu}{4\pi kh} Ei\left(-\frac{R^2}{4\pi t}\right). \quad (IV.51)$$

Изменение давления, вызванное циклическим изменением закачки возмущающей скважины, найдем по (IV.49). Суммируя эти импульсы, найдем изменение давления в реагирующей скважине

$$\begin{aligned} \Delta p(R, t) = & -\frac{q_1 \mu}{4\pi kh} Ei\left(-\frac{R^2}{4\pi t}\right) + \frac{2q_1 \mu}{\pi^2 kh} \sqrt{\frac{\pi x T}{8R^2}} \times \\ & \times e^{-R \sqrt{\frac{\pi}{xT}} \sin(\omega t - R \sqrt{\frac{\pi}{xT}} - \frac{\pi}{8})}. \end{aligned} \quad (IV.52)$$

Очевидно, сопоставление гармоник позволяет найти сдвиг фаз  $\alpha$ . Зная  $\alpha$  и  $R$ , по (IV.47) найдем пьезопроводность пласта  $x$ . Зная пьезопроводность  $x$ , пе-

Таблица 20

$\frac{R^2}{4\pi t}$	$\frac{k^2}{4\pi t}$	$\frac{\Delta p(R, t)}{\Delta p_0}$	$\frac{q_0}{M^2/\text{Мпа}}$
1	7,55	1,25π	0,039
2	10,8	0,95π	0,035
3	14,9	0,95π	0,035
4	20,5	0,95π	0,060
			1,0
			0,23
			1,11
			44,6

период колебания  $T$ , дебит  $q_0$ , расстояние  $R$  и  $\Delta p(R, t)$ , по (IV.52) найдем гидропроводность пласта для экстремальных точек (табл. 20)

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{1}{\Delta p(a_1)} \left[ -\frac{q_1}{4\pi} Ei \left( -\frac{R^2}{4\pi t_1} \right) \pm \frac{2q_1}{\pi^2} \sqrt{\frac{\pi x T}{8R^2}} e^{-R} \sqrt{\frac{\pi}{xT}} \right]. \quad (IV.53)$$

Знак плюс в (IV.53) соответствует давлению в моменты  $\Delta p(a_1)$ ,  $\Delta p(a_2)$ . Знак минус соответствует давлению в моменты  $\Delta p(a_2)$ ,  $\Delta p(a_3)$ .

Найденные параметры гидропроводности  $kh/\mu$  и пьезопроводности  $x$  следуют сопоставлять с параметрами, определенными методом подбора:  $kh/\mu = -700 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{МПа}\cdot\text{с}$  и  $x=1,03 \text{ м}^2/\text{с}$ , которые были использованы для расчета теоретической кривой по (IV.1) методом суперпозиции. Хорошее совпадение расчетной и фактической кривых показывает, что эти параметры определены правильно.

Сопоставляя параметры, полученные при обработке методом гармонических колебаний, с параметрами, полученным при обработке этой кривой методом подбора, видно, что значение пьезопроводности (за исключением пьезопроводности при  $a_1$ ) хорошо совпадают. Это совпадение указывает на то, что квазистационарный режим (если принять во внимание сдвиг фаз) практически наступает после первого периода колебания и что начальные условия практически после первого периода колебания не влияют на сдвиг фаз. Несколько заниженное значение гидропроводности, возможно, связано с влиянием начальных условий на гидропроводность, определяемую по формулам гармонического колебания.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЛАСТА ПО КРИВЫМ РЕГУЛИРОВАНИЯ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ИЗМЕНЕНИИ ДЕБИТА ВОЗМУЩАЮЩЕЙ СКВАЖИНЫ

В промысловой практике часто встречаются случаи, когда дебит возмущающей скважины изменяется произвольно. Например, если одна скважина, которую можно рассматривать как возмущающую, исследуется методом установившихся отборов, а в другой, пространствующей, известно изменение давления, вызванное изменением режима работы первой скважины, то этот случай можно рассматривать как гидропрослушивание при произвольном изменении дебита возмущающей скважины. Этот метод применяется при промышленной разведке и пробной эксплуатации, а также при обработке кривых изменения давления в контрольных и пространствующих скважинах при оценке влияния закачки, циклических методах воздействия, сезонных отборах и пластовых изменениях отборов из эксплуатационных скважин.

Теоретическое обоснование метода дано в гл. 1, а здесь остановимся только на его существе и способах обработки результатов исследования.

По способу обработки кривых реагирования — гидропрослушивания при произвольном изменении дебита возмущающей скважины все методы можно подразделить на методы обработки с помощьюetalлонной кривой, графоаналитический и аналитические методы. Если в одной скважине, которую будем рассматривать как возмущающую, дебит изменяется произвольно, то связь между изображением дебита и давления по Лапласу будет выражаться формулой

$$P(R, t_0) = \frac{F(t_0)K_0(x)}{\frac{2\pi kh}{\mu} \frac{r_c}{Vx t_0} K_1 \left( \frac{r_o}{Vx t_0} \right)}, \quad (IV.54)$$

$$P(R, t_0) = \int_0^\infty p(r, t) e^{-rt_0} dt; \quad F(t_0) = \int_0^\infty q(r_c, t) e^{-rt_0} dt, \quad (IV.55)$$

$K_0(x)$ ,  $K_1 \left( \frac{r_c}{Vx t_0} \right)$  — функции Бесселя;  $P(R, t_0)$  и  $F(t_0)$  — соответственно изображения по Лапласу давления и дебита  $x=R/Vx t_0$ . (V.56)

Рассмотрим формулу (IV.54). Пусть радиус скважины  $r_c = 0,1 \text{ м}$ , пьезопроводность пласта  $x = 10 \text{ м}^2/\text{с}$ , то даже для  $t_0 = 10 \text{ с}$  параметр  $\frac{r_c}{Vx t_0} = 0,01$ . Если учесть, что  $t_0$  выбирается из условия

$t_0 = \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{15} \right) T$  ( $T$  — период исследования, имеется в виду время регистрации кривой гидропрослушивания с начала изменения дебита возмущающей скважины), то параметр  $\frac{r_c}{Vx t_0}$  будет значительно меньше и, тем более, если скважина несовершенна. В этом случае функцию Бесселя можно заменить ее асимптотическим выражением для малого аргумента

$$K_1 \left( \frac{r_c}{Vx t_0} \right) \approx \frac{Vx t_0}{r_c}, \quad (IV.57)$$

а формула (IV.54) будет

$$P(R, t_0) = \frac{F(t_0)K_0(x)}{2\pi kh/\mu}. \quad (IV.58)$$

Заметим, что формула (IV.58) применима и для обработки кривых восстановления давления.

Полагая в (IV.58)  $R=r_c$ , функцию Бесселя  $K_0 \left( \frac{r_c}{Vx t_0} \right)$  также можно заменить ее асимптотическим выражением для малого аргумента

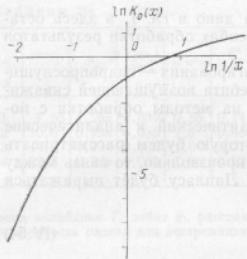


Рис. 45. Эталонная кривая для определения параметров бесконечного пласта по кривым гидропроталкивания при произвольном изменении дебита возмущающей скважины.

мента

$$K_0 \left( \frac{r_c}{\sqrt{xt_0}} \right) \approx \frac{1}{2} \ln \frac{1.26 \times t_0}{r_c^2}. \quad (\text{IV.59})$$

Из (IV.58) получим формулу для обработки кривых восстановления давления, предложенную впервые Г. И. Баренблаттом, Ю. П. Борисовым, С. Г. Каминецким, А. П. Крыловым.

$$\frac{P(r_c, t_0)}{F(t_0)} = \frac{\mu}{4\pi kh} \ln \frac{1.26 \times t_0}{r_c^2}. \quad (\text{IV.60})$$

Ниже изложим методы обработки кривых гидропроталкивания при произвольном изменении дебита возмущающей скважины.

#### Определение параметров пласта по эталонной кривой

Эталонная кривая (рис. 45) строится по (IV.58). По кривым изменения давления  $\Delta p(R, t)$  в реагирующей скважине и дебита в возмущающей скважине вычисляются изображения  $P(R, t_0)$  и  $F(t_0)$  для нескольких  $t_0$ , затем строится график зависимости  $\ln \frac{P(R, t_0)}{F(t_0)}$  от  $1/2 \ln t_0$  в том же масштабе, что и эталонная кривая. Полученный график совмещается с эталонной кривой так, чтобы оси координат графика и эталонной кривой были параллельны. Достигнув совмещения кривых, выделяют общую точку.

Пусть общая точка на эталонной кривой имеет координаты  $\ln(1/x) = b_1$  и  $\ln K_0(x) = b_2$ , а на графике  $\ln \frac{P(R, t_0)}{F(t_0)}$ ,  $1/2 \ln t_0$  ко-

ординаты этой точки будут  $\ln \frac{P(R, t_0)}{F(t_0)} = a_2$ ;  $1/2 \ln t_0 = a_1$ . Согласно (VI.56), можно записать

$$\ln \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \ln x + \frac{1}{2} \ln t_0 - \ln R. \quad (\text{IV.61})$$

Подставляя в (IV.61)  $\ln(1/x) = b_1$ ;  $1/2 \ln t_0 = a_1$ , найдем

$$x = R^2 e^{(b_1 - a_1)}. \quad (\text{IV.62})$$

Аналогично в соответствии с (IV.58) найдем гидропроводность

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{1}{2\pi} e^{(b_2 - a_2)}. \quad (\text{IV.63})$$

Заметим, что если общую точку выбирать так, чтобы ее координаты были на эталонной кривой  $b_1=0$  и  $b_2=0$ , вычисления по (IV.62) и  $kh/\mu$  по (IV.63) упрощаются.

#### Определение пьезопроводности пласта при неизвестном дебите возмущающей скважины

Рассматриваемый случай может реализоваться при исследовании акционной области пласта, а также в условиях промышленной разведки и пробной эксплуатации отдельных скважин или группы скважин в течение длительного периода. Например, пусть скважи-

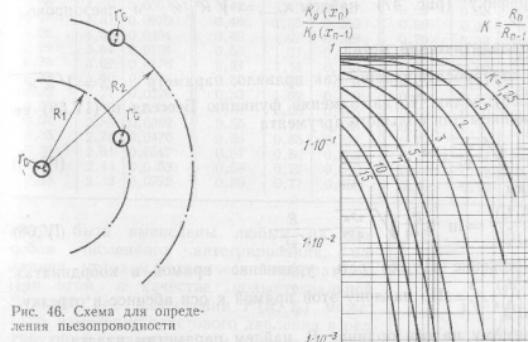
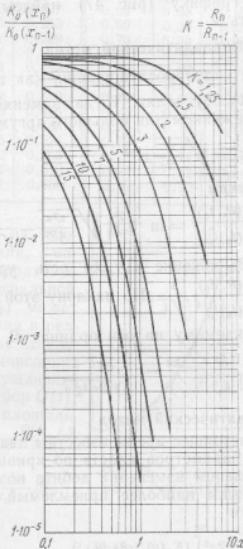


Рис. 46. Схема для определения пьезопроводности

Рис. 47. Зависимость  $K_0(x_n)/K_0(x_{n-1})$  от  $x_{n-1}$  для различных значений  $R_n/R_{n-1}$



на или группа скважин, сведенных в одну условную скважину, дренируют пласт. В простирающихся скважинах, расположенных на окружности радиуса  $R$  относительно источника возбуждения, известно изменение давления (рис. 46). Пусть в реагирующих скважинах, отстоящих от возмущающей на расстояниях  $R_1$ ,  $R_2$ , известно изменение давления  $\Delta p(R_1, t)$ ,  $\Delta p(R_2, t)$ , а соответственно и их изображения  $P(R_1, t_0)$ ,  $P(R_2, t_0)$ .

Используя (IV.54), получим

$$\frac{P(R_1, t_0)}{P(R_2, t_0)} = \frac{K_0(\sqrt{R_1^2/x_{t_0}})}{K_0(\sqrt{R_2^2/x_{t_0}})} = \frac{K_0(x_{n-1})}{K_0(x_n)}. \quad (\text{IV.64})$$

Как видно, правая часть (IV.64) является функцией двух переменных  $\frac{R_2}{\sqrt{x_{t_0}}}$  и  $R_2/R_1$ .

Зная изменение давления в реагирующих скважинах, найдем изображения давлений  $P(R_1, t_0)$  и  $P(R_2, t_0)$  и для какого-нибудь  $t_0$ , согласно (IV.64), отношение  $\frac{K_0(x_n)}{K_0(x_{n-1})}$ . Для известного  $R_2/R_1$

по графику (рис. 47) найдем  $x_{n-1} = \sqrt{R_1^2/x_{t_0}}$  и пьезопроводность  $x$ .

#### Графоаналитический метод

При гидропрослушивании, как правило, параметр  $x = \sqrt{R^2/x_{t_0}}$  в (IV.58) велик. Тогда, заменяя функцию Бесселя в (IV.58) ее выражением для большого аргумента

$$K_0(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x}, \quad (\text{IV.65})$$

получим

$$\ln \frac{P(R, t_0)}{F(t_0)^{1/4}} = \ln \frac{\mu}{2\pi k h} \sqrt{\frac{\pi^2 x}{4R^2}} - \frac{R}{\sqrt{x t_0}}. \quad (\text{IV.66})$$

Выражение (IV.66) есть уравнение прямой в координатах  $\ln \frac{P(R, t_0)}{F(t_0)^{1/4}}, \frac{1}{\sqrt{t}}$ . По наклону этой прямой к оси абсцисс и отрезку, отсекаемому на оси ординат  $B$ , найдем параметры пласта

$$x = \frac{R^2}{[\lg \alpha]^2}; \quad \frac{kh}{\mu} = \frac{e^{-B}}{2\sqrt{2\pi \lg \alpha}}. \quad (\text{IV.67})$$

#### Аналитический метод

В настоящее время известны два аналитических метода определения параметров пласта по кривым гидропрослушивания при произвольном изменении дебита возмущающей скважины [6]. Ниже изложим наиболее приемлемый из них. Используя (IV.54), получим

$$f(z) = \frac{2z^2 \int_z^{\infty} K_0(u)/(u^2) du}{K_0(z)}; \quad z = \frac{R}{\sqrt{x t_0}}. \quad (\text{IV.68})$$

В табл. 21 приведены значения  $f(z)$ ,  $z$  и  $K_0(z)$ . Таким образом, предлагаемая методика заключается в следующем. Строится график  $\frac{P(R, t_0)}{F(t_0)}$  от  $t_0$  (рис. 48). Изображения  $P_0(R, t_0)$  и  $F(H_0)$

Таблица 21

$f(z)$	$z$	$K_0(z)$	$f(z)$	$z$	$K_0(z)$	$f(z)$	$z$	$K_0(z)$
0,18	7,51	0,000247	0,39	2,19	0,0903	0,60	0,57	0,693
0,19	7,10	0,000382	0,40	2,08	0,103	0,61	0,62	0,752
0,20	6,70	0,000585	0,41	1,97	0,118	0,62	0,58	0,804
0,21	6,27	0,000980	0,42	1,86	0,135	0,63	0,54	0,851
0,22	5,86	0,00145	0,43	1,77	0,151	0,64	0,51	0,908
0,23	5,52	0,00209	0,44	1,68	0,169	0,65	0,47	0,975
0,24	5,19	0,00300	0,45	1,59	0,190	0,66	0,44	1,032
0,25	4,88	0,00421	0,46	1,50	0,213	0,67	0,41	1,093
0,26	4,59	0,00579	0,47	1,42	0,237	0,68	0,38	1,159
0,27	4,31	0,00790	0,48	1,35	0,260	0,69	0,35	1,232
0,28	4,06	0,0104	0,49	1,27	0,289	0,70	0,33	1,285
0,29	3,84	0,0134	0,50	1,21	0,314	0,71	0,30	1,372
0,30	3,62	0,0175	0,51	1,14	0,345	0,72	0,27	1,469
0,31	3,40	0,0235	0,52	1,08	0,376	0,73	0,24	1,579
0,32	3,21	0,0270	0,53	1,02	0,409	0,74	0,22	1,66
0,33	3,02	0,0304	0,54	0,96	0,445	0,75	0,20	1,75
0,34	2,88	0,0399	0,55	0,90	0,486	0,76	0,18	1,85
0,35	2,74	0,0470	0,55	0,85	0,524	0,77	0,16	1,96
0,36	2,61	0,0547	0,57	0,80	0,565	0,78	0,14	2,09
0,37	2,43	0,053	0,58	0,75	0,610	0,79	0,12	2,24
0,38	2,32	0,0772	0,59	0,71	0,650	0,80	0,10	2,42

могут быть вычислены любым из способов численного интегрирования, например методом механической квадратуры. При этом в качестве подынтегральной функции при вычислении  $P(R, t_0)$  может быть изменение пластового давления в реагирующей скважине или импульс давления  $J(t)$ . Аналогично при вычислении  $F(t_0)$  — изменение дебита в возмущающей скважине  $q(t)$  или накопленный отбор  $Q(t)$ .

Построив график, находим площадь, ограниченную осью абсцисс кривой  $\frac{P(R, t_0)}{F(t_0)}$

$$\text{и ординатой } T_0, \text{ т. е. находим } \int_0^{T_0} \frac{P(R, t_0)}{F(t_0)} dt_0.$$

Найденный  $\int_0^{T_0} \frac{P(R, t_0)}{F(t_0)} dt_0$  разделим на  $\frac{P(R, t_0)}{F(t_0)} T_0$ , то есть найдем, согласно (IV.68) значение  $t(z)$ . Зная  $f(z)$ , из табл. 21 найдем  $z$ ,  $K_0(z)$  и по формулам (IV.68) и (IV.58) параметры пласта

$$x = \frac{1}{z^2 T_0}; \quad \frac{kh}{\mu} = \frac{F(t_0)}{2\pi P(R, t_0)}. \quad (\text{IV.69})$$

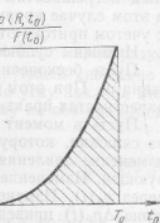


Рис. 48. График зависимости  $P(R, t_0)/F(t_0)$  от  $t_0$

## ГИДРОПРОСЛУШИВАНИЕ В РАБОТАЮЩИХ СКВАЖИНАХ. ОБРАБОТКА КРИВЫХ ИЗМЕНЕНИЯ УРОВНЯ В РЕАГИРУЮЩИХ СКВАЖИНАХ С УЧЕТОМ ПРИТОКА-ОТТОКА

Все вышеизложенные методы обработки кривых гидропрослушивания справедливы для случая, когда в скважине-приемнике (реагирующей скважине) отсутствует приток-отток жидкости, т. е. предполагается, что изменение забойного давления в реагирующей скважине соответствует изменению пластового давления. В практике, как правило, за изменение давления в реагирующей скважине принимается изменение давления на устье или на забое, или в любой точке переливающей скважины, заполненной однородной жидкостью. Если в качестве реагирующих скважин выбраны непереливающие, то за изменение пластового давления принимается изменение уровня или забойного давления. Получаемые при этом характеристики изменения давления не всегда можно принимать за пластовые. Это несоответствие приводит к притоку-оттоку жидкости в реагирующую скважину, т. е.  $q_p(t) \neq 0$ . Если в скважинах (переливающих), заполненных жидкостью, с достаточной степенью точности можно положить  $q_p(t) = 0$ , т. е.  $\Delta p_y(t) = -\Delta p_{pl}(t)$  (где  $\Delta p_y(t)$  — изменение давления на устье скважины,  $\Delta p_{pl}(t)$  — изменение пластового давления), то в непереливающих скважинах такое допущение иногда может привести к существенным погрешностям в определении параметров пласта. Очевидно, в этом случае кривую изменения уровня необходимо обрабатывать с учетом притока-оттока жидкости в скважину [6].

Изложим сущность метода и его практическое применение.

Пусть бесконечный однородный пласт дренируется двумя скважинами. При этом предположим, что режим в скважинах и в их окрестностях практически установившийся.

Пусть в момент времени  $t=0$  начнет изменяться режим одной из скважин, которую будем считать возмущающей, что вызовет изменение давления во второй скважине, которую назовем реагирующей. Изменение режима в возмущающей скважине обозначим через  $q_b(t)$ . Изменение забойного давления в реагирующей скважине  $\Delta p_p(t)$  приведет к изменению ее дебита на величину  $q_p(t)$ . Очевидно, если реагирующая скважина — пространственная непереливающая, то в ней реакция будет сопровождаться притоком-оттоком жидкости в скважину.

В изображениях по Лапласу изменение давления в реагирующей скважине с учетом (IV.58) будет

$$P_p(R, t_0) = \frac{F(q_b) \mu K_0(R/V \sqrt{\pi t_0})}{2\pi kh} + \frac{F(q_p) \mu K_0(r_c/V \sqrt{\pi t_0})'}{2\pi kh}, \quad (IV.70)$$

где  $F(q_b)$  и  $F(q_p)$  — соответственно изображения по Лапласу изменений дебита возмущающей и реагирующей скважин.

Уравнение (IV.70) справедливо для одной пары скважин:

одной реагирующей и одной возмущающей. Для группы эксплуатационных скважин формула (IV.70) при очень больших  $t_0$  имеет ограничения. Для натурных условий [6] влияние интерференции скважин на кривые гидропрослушивания незначительно.

В практике, как правило, параметр  $\frac{r_c}{V \sqrt{\pi t_0}}$  мал, а параметр  $\frac{R}{V \sqrt{\pi t_0}}$  велик. Тогда, представив функции Бесселя в (IV.70)  $K_0\left(\frac{r_c}{V \sqrt{\pi t_0}}\right)$  и  $K_0\left(\frac{R}{V \sqrt{\pi t_0}}\right)$  выражениями для малого и большого аргумента (IV.59), (IV.65), формулу (IV.70) преобразуем к виду

$$P(R, t_0) = \frac{F(q_b) \mu}{2\pi kh} \sqrt{\frac{\pi^2 \pi t_0}{4R^2}} e^{-R/V \sqrt{\pi t_0}} + \beta(t_0), \quad (IV.71)$$

где

$$\beta(t_0) = \frac{F(q_p) \mu \ln \frac{1.26 \pi t_0}{r_c^2}}{4\pi kh}. \quad (IV.72)$$

Формулу (IV.71) можно привести к виду

$$\psi(t_0) = \ln \frac{P(R, t_0) - \beta(t_0)}{F(q_b) t_0^{1/4}} = \ln \frac{\mu}{2\pi kh} \sqrt{\frac{\pi^2 \pi}{4R^2} - \frac{R}{V \sqrt{\pi t_0}}}. \quad (IV.73)$$

Уравнение (IV.73) в координатах  $\psi(t_0)$ ,  $1/V \sqrt{t_0}$  преобразует кривые изменения давления и дебита в реагирующей скважине и дебита в возмущающей скважине в прямую. По углу наклона этой прямой к оси абсцисс и по отрезку, отсекаемому на оси ординат  $B$ , найдем параметры пласта

$$\kappa = \frac{R^2}{(\lg a)^2}; \quad \frac{kh}{\mu} = \frac{e^{-B}}{\sqrt{8\pi \lg a}}, \quad (IV.74)$$

Если  $\beta(t_0) = 0$ , формула (IV.73) обращается в формулу (IV.66) для обработки кривых изменения давления в реагирующих скважинах при произвольном изменении дебита возмущающей скважины без учета притока-оттока.

Таким образом, методика данных гидропрослушивания в работающих скважинах отличается от методики обработки кривых гидропрослушивания скважин без учета притока-оттока вычислением  $\beta(t_0)$ . Значение  $\beta(t_0)$  можно вычислить по (IV.72), если известны изменение дебита в реагирующей скважине  $q_p(t)$  и параметры пласта, характеризующие реагирующую скважину  $kh/\mu$  и  $r_c^2/\mu^2$ . Последние могут быть определены по данным исследования этой реагирующей скважины любым из методов, например методом восстановления давления.

Здесь следует заметить, что при обработке кривых реагирования при гидропрослушивании эксплуатационных или пьезометрических скважин с открытым устьем в качестве функций при вычислении изображений по Лапласу давления и дебита реагирующей и возмущающей скважин можно использовать и интеграл от этих функций. Из всех рассмотренных здесь методов гидропрослушивания при произвольном изменении дебита возмущающей скважины наиболее трудоемким по объему вычислений является метод обработки данных гидропротравления в работающих скважинах.

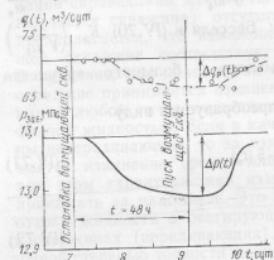


Рис. 49. Гидропрослушивание нагнетательной скважины в эксплуатационной

тательной скважины начало падать забойное давление и дебит в этой скважине начали расти. Приведенные кривые изменения дебита и забойного давления были обработаны по (IV.73). В качестве исходных функций при вычислении изображений  $P_p(R, t_0)$  и  $\beta(t_0)$  бились кривые изменения забойного давления и дебита в реагирующей скважине.

В гл. III показан пример вычисления интегралов — изображений по Лапласу методом А. Земаньи. Здесь приведен пример, иллюстрирующий способ вычисления этих интегралов методом механической квадратуры [8]. Сущность этого способа заключается в следующем. Полиномиальная вычисляемая функция  $z$  зависит многочленом степени  $2n-1$  относительно аргумента  $t$ :

$$\int_0^{\infty} z(t) e^{-\frac{t}{T_0}} dt = t_0 \left[ A_{0f}(0) + \sum_{k=1}^n A_{kf}(t_k) \right], \quad (\text{IV.75})$$

Таблица 22

$k$	$x_k$	$A_k$	$k$	$x_k$	$A_k$
0	0	0,0625	8	11,138	0,000042
1	0,23	0,307	9	14,259	0,(5)216
2	0,772	0,323	10	17,892	0,(7)604
3	1,631	0,200	11	22,123	0,(8)113
4	2,815	0,0809	12	27,079	0,(11)934
5	4,377	0,0222	13	32,975	0,(13)309
6	6,215	0,00412	14	40,217	9,(15)279
7	8,471	0,000514	15	49,845	0,(20)263

Таблица 23

$k$	$t_{0f}=1$	$t_{0g}=2$	$q(t_{0f})=$	$t_{0g}=$	$q(t_{0g})=$	$t_{0f}=10$	$t_{0g}=$	$q(t_{0g})=$	$t_{0f}=10$
$x_k$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$	$t_{0f}$	$t_{0g}$
$t_{0f}$ </									

где  $f(t)$  — вычисляемая функция. В нашем случае это будут кривые изменения забойного давления и дебита в реагирующей скважине (см. рис. 49)  $A_b$ ,  $A_p$  — коэффициенты.

Последовательность вычисления по (IV.75) такая. Выбирается несколько значений параметра  $t_0$ . Выбрав  $t_0$ , находим

$$t_k = x_{k,t_0} \quad (IV.76)$$

В табл. 22 приведены значения  $x$  и  $A_k$  для  $n=15$ . Таким образом, выбрав  $t_0$  по (IV.76), определяем  $t_k$ . Зная  $t_k$ , из графика (рис. 49) находим вычисленные функции  $\Delta p_c(t_k)$  и  $q_p(t_k)$ . В нашем случае, поскольку вычисляемые функции в момент времени  $t=0$  равны нулю, формулы для вычисления изображений дебита и забойного давления будут иметь вид:

$$P(R, t_0) = \int_0^{\infty} \Delta p_c(t) e^{-\frac{t}{t_0}} dt = t_0 \sum_{k=1}^n A_k \Delta p_c(t_k); \quad (IV.77)$$

$$F(q_p) = \int_0^{\infty} q_p(t) e^{-\frac{t}{t_0}} dt = t_0 \sum_{k=1}^n A_k q_p(t_k). \quad (IV.78)$$

Тогда, умножая найденные для каждого  $t_0$  значения  $\Delta p_c(t_k)$  и  $q_p(t_k)$  на  $A_k$  и суммируя произведения, найдем суммы в (IV.77) и (IV.78). Умножая полученные суммы на  $t_0$ , найдем изображения по Лапласу этих функций  $P_p(R, t_0)$  и  $F(q_p)$ . Последовательность вычислений показана в табл. 23, 24.

Изображение дебита возмущающей скважины  $F(q_p)$  при изменении  $q_s(t)$  скачком можно вычислить аналитически:

$$F(q_p) = \int_0^{\infty} q_s(t) e^{-\frac{t}{t_0}} dt = q_s t_0 \left( 1 - e^{-\frac{q_s}{q_s}} \right). \quad (IV.79)$$

Подставляя (IV.77), (IV.78) и (IV.79) в (IV.73), получим

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n A_k \Delta p(t_k) - \left[ \frac{\mu}{2\pi k h} \ln \frac{r_c}{V \cdot 1.26 x t_0} \right] P_p \sum_{k=1}^n A_k q_p(t_k) \\ & \psi(t_0) = \ln \frac{q_s}{q_s} \left[ 1 - \frac{q_s}{q_s} \exp \left( -\frac{t_0}{t_0} \right) \right] t_0^{0.25} = \\ & = \ln \frac{\mu}{2\pi k h} \sqrt{\frac{\pi^2 x}{4R^2}} - \frac{R}{V x t_0}. \end{aligned} \quad (IV.80)$$

Индекс  $p$  у квадратной скобки означает, что параметры относятся к реагирующей скважине. Эти параметры:  $k h / \mu = 545 \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>/МПа·с;  $x / r_c = 4.47 \times 10^{-8}$  с<sup>-1</sup> были определены по данным исследования скважины методом восстановления давления.

На графике (рис. 50) в координатах  $\psi(t_0) / V \sqrt{t_0}$  приведены результаты обработки по (IV.73). Как видно из графика, расчетные точки хорошо укладываются на прямые. Прямая  $\beta(t_0) = 0$  соответствует обработке кривой гидропрослушивания без учета изменения дебита реагирующей скважины, т. е. соответствует обработке по (IV.66), прямая  $\beta(t_0) \neq 0$  соответствует обработке с учетом изменения дебита реагирующей скважины. При  $\beta=0$ :  $x=0.73$  м<sup>2</sup>/с;  $k h / \mu = 758 \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>/МПа·с; при  $\beta=0$ ;  $x=0.93$  м<sup>2</sup>/с;  $k h / \mu = 1020 \times 10^{-5}$  м<sup>3</sup>/МПа·с. Сопоставление параметров показывает, что учет  $q_s(t)$  больше отражается на гидропроводности пласта, чем на фильтроводности.

Рассмотренный пример указывает на практическую целесообразность метода гидропрослушивания в эксплуатационных скважинах без их остановки. Как сказано выше, эта методика вполне может быть применена для обработки кривых гидропрослушивания, полученных по данным изменения уровня в непереливающих скважинах. Целесообразность обработки кривых изменения уровня с учетом притока возрастает в пластах и скважинах с низкими коллекторскими свойствами.

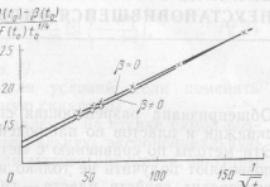


Рис. 50. Обработка кривых гидропрослушивания (рис. 49)

## ГЛАВА V

### ВЛИЯНИЕ ФОРМ ГРАНИЦ ПЛАСТА НА ХАРАКТЕР НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ

Общепризнана разрешающая способность методов исследования скважин и пластов по наблюдениям неустановившихся процессов. Эти методы по сравнению с методом установившейся фильтрации позволяют получить не только интегральную характеристику коллекторских свойств пласта — гидропроводность пласта, но и характеристику неустановившейся фильтрации — газопроводность пласта. Кроме этих достоинств методы нестационарной фильтрации позволяют определить неоднородность в виде различных экранов и изменений физических свойств пластового флюида и коллектора. Ведущее место методы должны занять в комплексе работ по контролю разработки месторождений и различных способов воздействия на пласт и призабойную зону.

Методы распознавания продуктивных пластов — их неоднородности по площади и изменения фильтрационных свойств флюидов построены на анализе процессов нестационарной фильтрации в пластах, осложненных нарушениями, — экранами различной формы.

Практический интерес представляет изучение влияния различных форм границ продуктивных пластов и изменения физических свойств флюидов на кривые восстановления давления и гидропрослушивания.

#### ОСОБЕННОСТИ ПРИТОКА В ПЛАСТАХ, ОГРАНИЧЕННЫХ ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ГРАНИЦЕЙ

Влияние границ может быть учтено введением фиктивных источников и стоков, получаемых методом зеркального отображения.

Пусть от скважины  $I$ , которую примем как возмущающую, на расстоянии  $a$  находится непроницаемая граница  $AB$  (рис. 51).

Найдем давление в точке  $II$  (реагирующая скважина), отстоящей от скв.  $I$  на расстоянии  $R$ . Очевидно, поле давления, вызванное работой скв.  $I$  с дебитом  $q$  в пласте, ограниченном бесконечным экраном, эквивалентно полю давления, вызванного работой скв.  $I$  и зеркально отраженной относительно экрана скв.  $I'$ . Если экран непроницаем, то дебит скв.  $I'$  будет  $+q$ , а если экран заменить контуром питания, то дебит скв.  $I'$  будет  $-q$ .

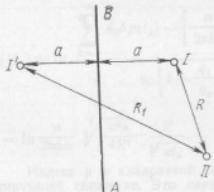


Рис. 51. Схема полубесконечного пласта

Тогда изменение давления в точке  $II$  (реагирующая скважина), применяя принцип суперпозиции для непроницаемой границы, найдем

$$\Delta p(R, t) = \Delta p_{II}(t) = -\frac{q_1}{4\pi kh} Ei\left(-\frac{R^2}{4kt}\right) - \frac{q_{I'}}{4\pi kh} Ei\left(-\frac{R^2}{4kt}\right), \quad (V.1)$$

где  $R$  — расстояние от скв.  $I'$  до скв.  $II$ .

Формула (V.1) справедлива и для условий, если поменять местами реагирующую и возмущающую скважины.

Полагая  $R=r_c$  в (V.1), найдем давление на стенке самой возмущающей скважины. Заменив интегральную экспоненциальную функцию  $Ei(-x)$  ее выражением для малого аргумента, получим

$$\Delta p_I(t) = \Delta p(r_c, t) = \frac{q_1}{4\pi kh} \ln \frac{2.25kt}{r_c^2} - \frac{q_{I'}}{4\pi kh} Ei\left(-\frac{R^2}{4kt}\right). \quad (V.2)$$

Для больших моментов времени, когда на преобразованных кривых восстановления давления или кривых гидропрослушивания начинает отражаться влияние границ, формулу (V.2), учитывая, что  $R_1=2a$ , можно представить в виде

$$\Delta p(r_c, t) = \frac{q_1}{4\pi kh} \ln \frac{2.25kt}{r_c^2} + \frac{q_{I'}}{4\pi kh} \ln \frac{2.25kt}{4a^2}. \quad (V.3)$$

Для моментов времени когда на кривые восстановления давления практически не влияет граница, вторым слагаемым в (V.3) можно пренебречь, а изменение давления определять по формуле

$$\Delta p(r_c, t) = \frac{q_1}{4\pi kh} \ln \frac{2.25kt}{r_c^2}. \quad (V.4)$$

Прямолинейный участок преобразованной в координатах  $\Delta p, \ln t$  кривой восстановления давления характеризуется наклоном к оси абсцисс

$$\operatorname{tg} z = \frac{q_1}{4\pi kh} \quad (V.5)$$

и отрезком, отсекаемым на оси ординат,

$$B = \frac{q_1}{4\pi kh} \ln \frac{2.25k}{r_c^2}. \quad (V.6)$$

По мере увеличения времени наблюдения на кривую восстановления давления начинает влиять граница. Если граница непроницаема, то преобразованные в координатах  $\Delta p, \ln t$  кривые восстановления давления отклоняются вверх, а если граница является контуром питания — вниз (асимптоты).

Формулу (V.3) представим в виде

$$\Delta p(r_c, t) = \frac{q_1}{2\pi kh} \ln t + \frac{q_1}{2\pi kh} \ln \frac{2.25k}{2ar_c}. \quad (V.7)$$

Как видно из (V.7), для больших моментов времени преобразованные в координатах  $\Delta p, \ln t$  кривые восстановления давления  $10-56$

также будут прямыми, а наклон этих прямых к оси абсцисс и отрезок, отсекаемый на оси ординат, будут равны

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2q_p}{\pi k^2 h}, \quad (V.8)$$

$$B = \frac{2q_p}{4\pi k h} \ln \frac{2,25x}{2r_c a}. \quad (V.9)$$

*Касательная  
к кривой*

Сопоставляя (V.5) и (V.8), видим, что наклон вторых прямо-линейных участков, преобразованных в координатах  $\Delta p$ ,  $\ln t$  кри-вой восстановления давления в 2 раза больше наклона первых участков, а гидропроводность в 2 раза меньше гидропроводности, определяемой по первому участку.

Пересечение прямолинейных участков ( $t=t_1$ ) соответствует условиям, когда депрессия, определяемая по (V.4), будет равна депрессии, определяемой по (V.7):

$$\frac{q_p}{4\pi k h} \ln \frac{2,25x t_1}{r_c^2} = \frac{2q_p}{4\pi k h} \ln \frac{2,25x t_1}{2a^2} = \frac{q_p}{4\pi k h} \ln \frac{2,25x^2 t_1^2}{4a^2 r_c^2}. \quad (V.10)$$

Из (V.10) найдем расстояние до границы

$$a = 0,75 \sqrt{x t_1}. \quad (V.11)$$

Иногда на преобразованной кривой восстановления давления трудно обнаружить второй прямолинейный участок. В этом случае расстояние до границы можно определить следующим образом. Для времени  $t$ , большего времени начала отклонения преобразованной кривой от асимптоты, найдем  $\Delta p_2$  — разницу между фактической депрессией и депрессией, соответствующей экстраполированному прямолинейному участку. Очевидно,  $\Delta p_2$  будет равно второму слагаемому в уравнении (V.4):

$$\Delta p_2 = \frac{q_p}{4\pi k h} \ln \frac{2,25x t}{4a^2}. \quad (V.12)$$

Из (V.12), зная  $\Delta p_2$  и  $q_p / 4\pi k h$ , определенному по первому участку, найдем расстояние до границы  $a$ .

→ Рассмотрим, как влияет расстояние до границы на определение гидропроводности и пьезопроводности по кривым гидропрослушивания. Тогда независимо, какая из скважин будет возмущающей, а какая реагирующая,  $\Delta p(R, t)$  для непроницаемой границы будет равно

$$\Delta p(R, t) = -\frac{q_p}{4\pi k h} \operatorname{Ei}\left(-\frac{R^2}{4xt}\right) - \frac{q_p}{4\pi k h} \operatorname{Ei}\left(-\frac{R^2 t_1}{4xt}\right). \quad (V.13)$$

Для больших моментов времени, когда на кривые гидропрослушивания влияет граница, формулу (V.13) можно представить в виде

$$\Delta p(R, t) = \frac{q_p}{4\pi k h} \ln \frac{2,25x t}{R^2} + \frac{q_p}{4\pi k h} \ln \frac{2,25x t}{R^2 t_1}. \quad (V.14)$$

Тогда аналогично (V.7) формулу (V.14) представим в виде

$$\Delta p(R, t) = \frac{2q_p}{4\pi k h} \ln t + \frac{2q_p}{4\pi k h} \ln \frac{2,25x}{R t_1}. \quad (V.15)$$

Формула (V.15) показывает, что непроницаемая граница занижает гидропроводность, определяемую по кривым гидропрослушивания, в 2 раза против фактической. Найдя  $t_1$  из преобразованной кривой реагирования в координатах  $\Delta p(R, t)$ ,  $\ln t$  по пересечению прямолинейных участков, определим  $RR_1$ , а зная расстояние между скважинами  $R$ , найдем  $R_1$ :

$$\ln \frac{2,25x t_1}{R R_1} = 0; \quad R_1 = \frac{2,25x t_1}{R}. \quad (V.16)$$

Изложенное позволяет рекомендовать следующую схему определения расстояния до границы. По начальному участку кривой гидропрослушивания определяют гидропроводность и пьезопроводность. По (V.16) находят  $R_1$ , а по исследованию возмущающей скважины из (V.11)  $a$ . Зная  $R$ ,  $R_1$ ,  $a$ , нетрудно найти положение границы.

Задача определения местоположения границы упрощается, если имеются две реагирующие скважины. Если нет кривой восстановления (падения) давления — неизвестно  $a$ , то, как отмечено в [18], необходимо провести три пары прослушивания.

Заметим, что Ю. П. Борисовым и Б. П. Яковлевым была разработана методика определения положения границы по кривым гидропрослушивания. Для определения  $R_1$  предложена формула

$$R_1 = R \sqrt{t_2/t_1}, \quad (V.17)$$

где  $t_1$  и  $t_2$  — время начала реагирования возмущающей и зеркально отраженной скважины на кривой гидропрослушивания.

Установлено [формулы (V.8), (V.15)], что прямолинейная непроницаемая граница занижает гидропроводность в 2 раза против фактической. Рассмотрим влияние границы при определении пьезопроводности. Иногда бывает трудно выделить на кривой реагирования первый участок, участок, на котором не оказывается влияние границы. Это может быть, когда реагирующая скважина расположена близко к границе.

Тогда давление в реагирующей скважине с учетом влияния границы можно считать по формуле

$$\Delta p(R, t) = \frac{2q_p}{4\pi k h} \ln \frac{2,25x t}{R^2}, \quad (V.18)$$

где  $x_p$  — расчетная пьезопроводность.

Приравнивая (V.18) и (V.15), найдем

$$x_p = x R / R_1, \quad (V.19)$$

где  $R_1$  — всегда больше  $R$ , поэтому расчетная  $x_p$  по кривым гидропрослушивания всегда будет меньше фактической пьезопроводности

сти. Если расположить все скважины на прямой, перпендикулярной к границе, и положить  $R_1 = R + 2a$ ,

$$z_p = \frac{R}{2a+R} = \frac{x}{1+\frac{2a}{R}} = \frac{x}{z_a}. \quad (V.20)$$

Минимальная пьезопроводность, определяемая по кривым гидропрослушивания, будет  $z_p = 1/3x$  при  $R = a$ , т. е. когда реагирующая скважина находится на границе.

Полагая в (V.20)  $R = r_c$ , найдем влияние границ на определяемое значение  $z_p$  по кривым восстановления давления.

Определяемое значение  $x$  или  $x/r^2 c$  по кривым восстановления давления в пласте с одной непроницаемой границей всегда будет меньше фактического значения этих параметров.

Обозначая отношение наклонов преобразованных кривых восстановления давления и гидропрослушивания через  $z_1 = \lg a_2/\lg a_1$ , запишем формулу изменения давления в произвольной точке полуограниченного пласта, дренируемого единичной скважиной с дебитом  $q$ ,

$$\Delta p(R, t) = -z_1 \frac{q_1}{4\pi k h} \text{Ei}\left(-\frac{z_2 R^2}{4\pi t}\right) \approx z_1 \frac{q_1}{4\pi k h} \ln \frac{2.25\pi t}{z_2 R^2}. \quad (V.21)$$

Формула справедлива как для кривых восстановления давления ( $R = r_c$ ), так и для кривых гидропрослушивания. Коэффициенты  $z_1$  и  $z_2$  — поправочные коэффициенты, учитывающие несоответствие между расчетным и фактическим падением давления в залежи при расчетах показателей разработки при упрощенном режиме. Коэффициент  $z_2$  хорошо объясняет разницу в пластовых (условно пластовых) давлениях между скважинами, дрениирующими одну залежь. Из (V.20) видно, что условное пластовое давление будет ниже в скважине, расположенной ближе к границе. Более того, если эта разница больше депрессии на скважинах, и скважины находятся на одной прямой, перпендикулярной к границе, или близко к этой прямой, то кривая восстановления давления в скважине, которая ближе к границе, не покажет ее, а давление в ней спустя некоторое время будет не расти, а падать.

### ВЛИЯНИЕ ДВУХ ВЗАИМНО ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ГРАНИЦ НА КРЫВЫЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ И ГИДРОПРОСЛУШИВАНИЯ

Рассмотрим случай, когда скважина расположена в пласте, нарушенном двумя непроницаемыми взаимно перпендикулярными сбросами  $AB$  и  $MN$  (рис. 52). Пусть возмущающая скважина  $I$  расположена на расстоянии  $a$  от сброса  $AB$  и на расстоянии  $b$  от сброса  $MN$ . В этом случае поле давления в пласте будет таким же, как и при работе скважин  $I$  и отраженных относительно линий сброса скважин  $Ia$ ,  $Ib$  и  $Ic$  в однородном неограниченном пласте. Изменение давления в реагирующей скважине  $II$ , отстоящей от возмущающей

скважин на расстоянии  $r$ , будет определяться формулой

$$\Delta p_{II} = -\frac{q_1}{4\pi k h} \left[ \text{Ei}\left(-\frac{r^2}{4\pi t}\right) + \text{Ei}\left(-\frac{r^2_1}{4\pi t}\right) + \text{Ei}\left(-\frac{r^2_2}{4\pi t}\right) + \text{Ei}\left(-\frac{r^2_3}{4\pi t}\right) \right], \quad (V.22)$$

где  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  — соответственно расстояния от реагирующей скважины до отраженных скважин  $Ia$ ,  $Ib$  и  $Ic$ .

Изменение давления на стенке возмущающей скважины будет равно

$$\Delta p_I = \frac{q_1}{4\pi k h} \left[ \ln \frac{2.25\pi t}{r^2_c} - \text{Ei}\left(-\frac{a^2}{\pi t}\right) - \text{Ei}\left(-\frac{b^2}{\pi t}\right) - \text{Ei}\left(-\frac{a^2+b^2}{\pi t}\right) \right]. \quad (V.23)$$

По аналогии с работой скважины, расположенной в полуограниченном пласте с непроницаемым бесконечным экраном, можно показать, что в рассматриваемом случае на кривой восстановления давления, обработанной в координатах  $\Delta p_I$ ,  $\ln t$ , можно, вообще говоря, выделить четыре прямолинейных участка. Тангенс угла наклона кривой восстановления на втором, третьем и четвертом участках соответственно в 2, 3 и 4 раза больше тангенса угла наклона на первом участке. Пересечение первого прямолинейного участка со вторым по-прежнему будет определяться формулой (V.10). Пересечение же первого прямолинейного участка с четвертым произойдет при времени  $t_2$ , которое определяется формулой

$$0.562\kappa t_2 = \sqrt{a^2 b^2 (a^2 + b^2)}. \quad (V.24)$$

Очевидно, если  $a \ll b$ , то можно выделить только три прямолинейных участка. Если же  $a \approx b$ , то выделяются только два прямолинейных участка, причем тангенс угла наклона второго участка в 4 раза больше тангенса угла наклона первого. Пересечение первого прямолинейного участка со вторым будет определяться выражением  $0.446\kappa t_1 = a^2$ .

Как видно, при наличии двух экранов кривая восстановления может принимать различную форму в зависимости от места расположения скважины относительно сбросов и не является чёткой кривой. Наличие определенных погрешностей при исследованиях и замере пластовых давлений, а также отличие реальной схемы движения жидкости в пласте от расчетной еще более усложняет кривую восстановления. В связи с этим заслуживает внимания предложенный Ю. А. Мясниковым и Л. Г. Кульпинским метод обработки результатов таких исследований, основанных на совмещении расчетных данных с фактически замеренными. Для этого рассматриваются несколько вариантов расположения сбросов  $AB$  и  $MN$  относительно скважин  $I$  и  $II$ , рассчитываются для каждого варианта изменение давления в реагирующей скважине (для гидропрослушивания) и для возмущающей скважины (для самопрослушивания) и сопоставляются расчетное давление с фактическим. Вариант с лучшим совпадением данных принимается за основной.

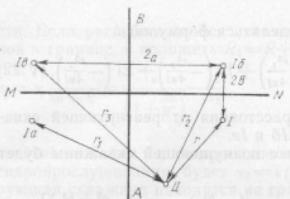


Рис. 52. Схема пласта с двумя взаимно перпендикулярными границами

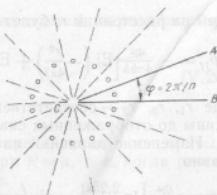


Рис. 53. Схема дренирования клиноподобного пласта

Рассмотрим теперь случай, когда скв.  $I$  расположена между двумя параллельными сбросами  $AB$  и  $CD$ , пересекающимися под некоторым углом  $\varphi$  (рис. 53). Пусть угол  $\varphi = 2\pi/n$ , где  $n$  — натуральное число. Случаи  $n=2$  и  $n=4$  были проанализированы выше. Если  $n$  натуральное число, то поле давления в секторе  $ACB$  будет эквивалентно полю, образованному действием реагирующей скв.  $I$  и  $n-1$  скважин, отраженных относительно прямых  $AC$  и  $BC$ .

Давление на стенке возмущающей скважины для малых значений времени будет по-прежнему определяться (V.4). При больших моментах времени кривая изменения давления на возмущающей скважине превращается в прямую, тангенс угла наклона которой к оси абсцисс будет равен

$$\operatorname{tg} a = q\mu n / (4\pi kh). \quad (\text{V.25})$$

Формула (V.25), очевидно, будет справедлива и при  $n > 1$ , где  $n$  произвольная величина.

Если скважина расположена на равном расстоянии от обеих сбросов и на расстоянии  $r_1$  от точки их пересечения, то изменение давления на стенке скважины будет определяться выражением

$$\Delta p = \frac{q\mu}{4\pi kh} \left[ \ln \frac{2.25\pi t}{r_c^2} - \operatorname{Ei}\left(-\frac{r_c^2}{\pi t}\right) - 2 \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}-1} \operatorname{Ei}\left(-\frac{r_c^2 \sin \frac{i\varphi}{2}}{\pi t}\right) \right], \quad (\text{V.26})$$

если  $n=2s$ ,  $s=1, 2, 3 \dots$ , и выражением

$$\Delta p = \frac{q\mu}{4\pi kh} \left[ \ln \frac{2.25\pi t}{r_c^2} - 2 \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}-1} \operatorname{Ei}\left(-\frac{r_c^2 \sin \frac{i\varphi}{2}}{\pi t}\right) \right], \quad (\text{V.27})$$

если  $n=2s+1$ ,  $s=1, 2, \dots$

Для больших моментов времени  $t$  формулы (V.26), (V.27) можно привести соответственно к виду

$$\Delta p = \frac{q\mu}{4\pi kh} \left[ n \ln \frac{2.25\pi t}{r_c^2} - \ln \frac{4r_c^2}{r_c^2} - 2 \sum_{i=1}^{\lambda} \ln \sin \frac{i\varphi}{2} \right], \quad (\text{V.28})$$

где  $\lambda = \frac{n}{2} - 1$  — для четных  $n$  и  $\lambda = \frac{n-1}{2}$  — для нечетных  $n$ .

Выше рассмотренные случаи работы скважин сводились к нахождению поля давления при работе конечного (ограниченного) числа скважин. В связи с этим расчет полей давления не будет здесь вызывать особых осложнений при расчетах.

### НЕУСТАНОВИВШАЯСЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В ПЛАСТЕ, ОГРАНИЧЕННОМ ДВУМЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ СБРОСАМИ

Пусть возмущающая скв.  $I$  расположена между двумя параллельными сбросами  $AB$  и  $CD$  (рис. 54).

В отличие от предыдущего поля давления между этими сбросами эквивалентно полю давления от работы бесконечного числа скважин, отраженных относительно линий  $AB$  и  $CD$ . Пусть расстояние от скважины до ближайшего сброса  $a$ , до другого сброса  $b$ . Рассмотрим случай, когда  $a=b$ , и определим давление в скважине  $I$ , отстоящей на расстоянии  $d$  и равноудаленной от сбросов  $AB$  и  $CD$ .

В этом случае

$$p_{II} = -\frac{q\mu}{4\pi kh} \left[ \operatorname{Ei}\left(-\frac{d^2}{4\pi t}\right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Ei}\left(-\frac{d^2 + 4\pi^2 n^2}{4\pi t}\right) \right]. \quad (\text{V.29})$$

Рис. 54. Схема пласта, ограниченного двумя параллельными сбросами

При малых моментах времени  $t$ , когда на изменение давления в скважине  $I$  работа отдаленных отраженных скважин не оказывает никакого влияния, для расчета поля давления можно воспользоваться только несколькими первыми членами ряда (V.29).

Для расчета выражения (V.29) при больших моментах времени можно поступить следующим образом.

Известно, что

$$-\operatorname{Ei}\left(-\frac{r^2}{4\pi t}\right) = \int_0^t \frac{1}{\pi} e^{-\frac{r^2}{4\pi(t-s)}} ds. \quad (\text{V.30})$$

Тогда (V.29) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} p_{II} &= \frac{q\mu}{4\pi kh} \int_0^t \frac{1}{\pi} \left[ e^{-\frac{d^2}{4\pi s}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{d^2}{4\pi s}} e^{-\frac{4\pi^2 n^2}{4\pi s}} \right] ds = \\ &= \frac{q\mu}{4\pi kh} \int_0^t \frac{1}{\pi} e^{-\frac{d^2}{4\pi s}} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{4\pi^2 n^2}{4\pi s}} \right] ds. \end{aligned} \quad (\text{V.31})$$

Обозначим  $\exp\left(-\frac{a^2}{xt}\right) = \bar{q}$  и, учитывая, что

$$1 + 2\bar{q} + 2\bar{q}^2 + 2\bar{q}^3 + \dots = \theta_3\left(0, \frac{a^2}{xt}\right), \quad (V.32)$$

где  $\theta_3(0, a^2/xt)$  — тэта-функция, таблицы которой приведены в математических справочниках (см. например [37]). Тогда выражение (V.31) представим в виде

$$\Delta p_{II} = \frac{q_b}{4\pi kh} \int_0^t \frac{1}{\pi} \exp\left(-\frac{a^2}{4xt}\right) \theta_3\left(0, \frac{a^2}{4xt}\right) dt. \quad (V.33)$$

При малых  $t$  вычисление интеграла (V.33), как было указано выше, не вызывает затруднения. Значение этого интеграла определяется первыми членами ряда (V.29). При больших значениях  $t$  воспользуемся следующим свойством тэта-функции:

$$\theta_3\left(0, \frac{a^2}{xt}\right) = \sqrt{\frac{\pi xt}{a^2}} \theta_3\left(0, \frac{xt}{a^2}\right). \quad (V.34)$$

Кроме того,

$$\exp\left(-\frac{d^2}{4xt}\right) \approx 1; \quad \theta_3\left(0, \frac{xt}{a^2}\right) \approx 1 + 2\exp\left(-\frac{t^2 xt}{a^2}\right). \quad (V.35)$$

После этого нетрудно определить интеграл (V.33).

Опуская промежуточные выкладки, приведем выражение [4] для изменения давления при больших моментах времени  $t(xt/a^2 \gg 1)$ :

$$\Delta p_{II}(t) = \frac{q_b}{4\pi kh} \left[ \phi\left(\frac{d}{a}\right) + \sqrt{\frac{4\pi xt}{a^2}} - 2\sqrt{\pi} \exp\left(-\frac{d^2}{4a^2}\right) - \pi \frac{d}{a} \operatorname{erf}\left(\frac{d}{2a}\right) \right]. \quad (V.36)$$

где

$$\phi\left(\frac{d}{a}\right) = \operatorname{Ei}\left(-\frac{d^2}{4a^2}\right) + 2 \sum_{n=1}^3 \operatorname{Ei}\left(-n^2 - \frac{d^2}{4a^2}\right). \quad (V.37)$$

Аналогично могут быть получены выражения и для произвольного расположения скважин.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ В ОГРАНИЧЕННОМ ПЛАСТЕ

Рассмотрим случай, когда скважина расположена в прямоугольном замкнутом пласте. Очевидно, этот случай эквивалентен случаю, когда пласт дренируется системой скважин, расположенных по прямоугольной сетке. Поле давления, вызванное работой

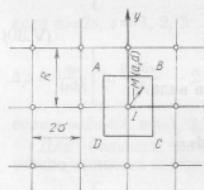


Рис. 55. Схема ограниченного прямоугольного пласта

скв. I, расположенной в центре прямоугольного замкнутого пласта ABCD со сторонами  $2\sigma$  и  $R$ , эквивалентно полю давления, вызванному работой скв. I и бесконечного числа соответствующим образом отраженных скважин (рис. 55).

Давление на стенке возмущающей скв. I, очевидно, определяется из следующего выражения:

$$\Delta p = \frac{q_b}{4\pi kh} \left[ \ln \frac{2,25xt}{r_c^2} - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \operatorname{Ei}\left(-\frac{m^2 R^2}{4xt}\right) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Ei}\left(-\frac{n^2 \sigma^2}{4xt}\right) - 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \operatorname{Ei}\left(-\frac{m^2 R^2 + n^2 \sigma^2}{4xt}\right) \right]. \quad (V.38)$$

Для определения поля давления для малых моментов времени можно учитывать влияние только самой скв. I и ближайших отраженных. Для определения давления при больших моментах времени снова введем тэта-функцию и выражение (V.38) представим в виде

$$\Delta p = \frac{q_b}{4\pi kh} \left[ \ln \frac{2,25xt}{r_c^2} + \int_0^t \frac{1}{\pi} \left\{ \theta_3\left(0, \frac{R^2}{4\pi xt}\right) + \theta_3\left(0, \frac{\sigma^2}{4\pi xt}\right) - 1 \right\} dt. \quad (V.39)$$

При вычислении интеграла (V.39) при малых  $t$  воспользуемся первыми членами ряда (V.38), а при определении подынтегрального выражения (V.39) при больших  $t$  воспользуемся условиями (V.34) и (V.35). Опуская промежуточные выкладки [4], запишем выражение для давления на стенке скважины в квадратном пласте ( $R=2\sigma$ ) для больших моментов времени  $t$ . Имеем

$$\Delta p = \frac{q_b}{2\pi kh} \left[ -1,3402 - \frac{2}{\pi} \exp\left(-\frac{4\pi^2 xt}{R^2}\right) + \frac{2\pi xt}{R^2} + \ln \frac{R}{r_c} \right]. \quad (V.40)$$

Определим, как будет изменяться давление на стенке скважины, дренирующей замкнутый квадратный пласт, площадь которого равновелика площади круга радиуса  $R_k$ . С учетом  $R^2 = \pi R_k^2$ , получим

$$\Delta p = \frac{q_b}{2\pi kh} \left[ -0,7678 - 2 \frac{xt}{R_k^2} + \ln \frac{R_k}{r_c} - 0,6366 \exp\left(-12,566 \frac{xt}{R_k^2}\right) \right]. \quad (V.41)$$

Заметим, что давление на стенке скважины, расположенной в замкнутом круговом пласте, изменяется в соответствии с (1.213), в которой для больших  $t$  можно ограничиться первым членом ряда, будет определяться выражением

$$\Delta p = \frac{q_b}{2\pi kh} \left[ -0,75 + 2 \frac{xt}{R_k^2} + \ln \frac{R_k}{r_c} - 0,8396 \exp\left(-14,682 \frac{xt}{R_k^2}\right) \right] \quad (V.42)$$

Как видим из (V.41) и (V.42), изменение давления в центрах кругового и квадратного пластов описывается аналогичными выражениями. Некоторое различие наблюдается в первом и последнем слагаемых, что и определяет влияние форм границ пласта на характер нестационарной фильтрации.

Аналогично можно показать, что давление на скважине, расположенной в произвольной точке замкнутого прямоугольного пласта, для больших моментов времени для квазистационарного состояния определяется по формуле

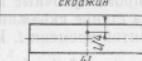
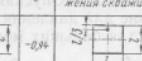
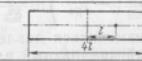
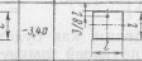
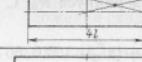
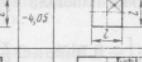
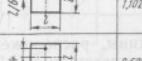
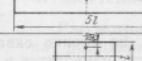
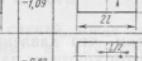
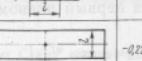
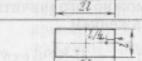
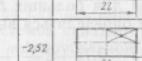
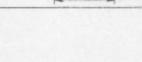
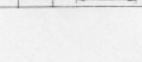
$$\Delta p = \frac{q_k}{2\pi k h} \left[ -c + 2 \frac{\kappa t}{R_k^2} + \ln \frac{R_k}{r_c} \right]. \quad (V.43)$$

Здесь  $R_k$  — радиус круга, равновеликого площади прямоугольного пласта. Для некоторых частных случаев значения коэффициента  $c$  приведены в табл. 25.

Полученные решения показывают, что принципиальных отличий в формулах, описывающих нестационарные процессы в замкнутых пластах различной формы, нет.

Форма границы пласта сказывается только на конечных участках кривых восстановления давления. Выделение характерных точек на конечных участках кривых восстановления давления, по которым можно определить геометрические параметры и форму пласта, в значительной степени условно. В этом случае, пожалуй, следует оказать предпочтение методам совмещения фактических и

Таблица 25. Схемы типа (100, V) выкружки нестационарной фильтрации, имеющие в (100, V) одинаковые импульсы

Схема расположения скважин	$c$	Схема расположения скважин	$c$	Схема расположения скважин	$c$
	1,4762		-0,34		-0,0778
	1,1296		-3,40		-0,4502
	1,2678		-4,05		-0,45
	1,1028		-1,09		0,44
	0,5990		-0,82		-0,44
	-0,22		-2,52		-1,19

теоретических кривых, вычисленных при различных геометрических параметрах [17]. Ниже покажем метод определения параметров и размеров ограниченного кругового или эквивалентного ему по площади замкнутого пласта.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ОБЪЕМОВ ЗАМКНУТОГО ПЛАСТА

Рассмотрим вначале методику определения параметров замкнутого пласта по кривым восстановления давления

В гл. I была приведена формула (1.231), связывающая изображение давления по Лапласу в произвольной точке кругового замкнутого пласта (рис. 56), дренируемого единичной скважиной с произвольным во времени дебитом:

$$P(R, t_s) = \frac{\mu F(t_s)}{2\pi k h} \left[ K_0(x) + \frac{I_0(x) K_0(x, \rho)}{I_1(x, \rho)} \right]. \quad (V.44)$$

Для скважины, т. е. при

$$x = \frac{r_c}{\sqrt{\kappa t_s}} \ll 1, \quad I_0(x) = 1 \quad (V.45)$$

формулу (V.44) представим в виде

$$P(r_c, t_s) = P_1(r_c / \sqrt{\kappa t_s}) + P_2(R_k / \sqrt{\kappa t_s}), \quad (V.46)$$

где

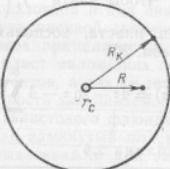


Рис. 56. Схема ограниченного кругового пласта

$$P_1(r_c / \sqrt{\kappa t_s}) = \frac{\mu}{2\pi k h} F(t_s) K_0(r_c / \sqrt{\kappa t_s}). \quad (V.47)$$

$$P_2(R_k / \sqrt{\kappa t_s}) = \frac{\mu}{2\pi k h} F(t_s) \frac{K_1(R_k \sqrt{\kappa t_s})}{I_1(R_k \sqrt{\kappa t_s})}. \quad (V.48)$$

Как видим, выражение для изображения давления представляется в виде суммы двух функций. Первая функция представляет собой изображение снижения давления на стенке скважины в неограниченном пласте, вторая учитывает влияние внешних границ пласта.

Очевидно, аналогично можно представить и изменение давления (оригинала) на стенке скважины. При постоянном расходе жидкости изменение давления на стенке скважины, расположенной в замкнутом пласте, можно представить в виде

$$\Delta p = \Delta p_1(t) + \Delta p_2(t), \quad (V.49)$$

$$\Delta p_1(t) = -\frac{q_k}{4\pi k h} Ei\left(-\frac{r_c^2}{4\kappa t}\right), \quad (V.50)$$

$$\Delta p_2(t) = \frac{q_k}{4\pi k h} I_1\left(\frac{\kappa t}{R_k^2}\right), \quad (V.51)$$

$\int_1(\kappa t / R_k^2)$  — оригинал от изображения

$$K_1(R_k / \sqrt{\kappa t}) / \sqrt{\kappa t},$$

$$I_1(R_k / \sqrt{\kappa t}). \quad (V.52)$$

В (V.49)  $\Delta p_1(t)$  — изменение давления на стенке скважины в неограниченном пласте,  $\Delta p_2(t)$  — изменение давления, вызванное наличием внешних границ пласта.

Из (1.163) определим изменение давления на стенке скважины в центре замкнутого пласта при  $r_e \ll R_K$ . Имеем

$$\frac{\Delta p(r, t) 4\pi kh}{q_\mu} = -\frac{3}{2} + 4\tau - \ln \frac{r^2}{R_K^2} - 4 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\exp(-v_i^2 \tau)}{v_i^2 I_0^2(v_i)}, \quad (V.53)$$

$$\tau = \pi l / R_K^2, \quad (V.54)$$

где  $v_i$  — корни уравнений  $I_1(v_i) = 0$  (гл. I).

Чтобы найти  $f_1\left(\frac{\pi l}{R_K^2}\right)$ , определяющую влияние внешних границ пласта, воспользуемся (V.49) — (V.51) и (V.53). Получим (табл. 26)

$$f_1(\tau) = 4\tau - \ln \tau - 4 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\exp(-v_i^2 \tau)}{v_i^2 I_0^2(v_i)} = -2,3091. \quad (V.55)$$

Таблица 2.6

$\tau$	$f_1(\tau)$	$\tau$	$f_1(\tau)$	$\tau$	$f_1(\tau)$
0,1	0	0,20	0,016	0,45	0,288
0,12	0,0014	0,25	0,034	0,50	0,383
0,14	0,0012	0,3	0,075	0,55	0,488
0,16	0,0037	0,35	0,131	0,60	0,602
0,18	0,0069	0,4	0,202		

Для  $\tau \geq 0,6$  функцию  $f_1(\tau)$  можно рассчитывать по формуле

$$f_1(\tau) = 4\tau - \ln \tau - 2,3091. \quad (V.56)$$

В связи с этим предлагается следующая методика определения параметров замкнутого пласта по кривым восстановления давления.

По начальному участку кривой восстановления давления, построенной в координатах  $\Delta p(r, t)$ ,  $\ln t$ , определяется параметр  $q_\mu / 4\pi kh$ . Кривая восстановления давления должна иметь в общем случае три участка. Первый участок соответствует нестабилизированному потоку, когда на кривую восстановления давления оказывает влияние приток жидкости в стволе скважины, скрин-эффект и другие искажающие факторы. Второй, который будем здесь называть начальным, является прямолиней-

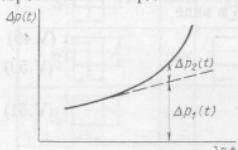


Рис. 57. Кривая восстановления давления в замкнутом пласте

156

ным участком. На нем граница пласта не оказывает влияния на кривую восстановления давления. На третьем участке за счет влияния границ пласта кривая восстановления давления отклоняется вверх от экстраполированного прямолинейного участка (рис. 57). Это отклонение обозначим через  $\Delta p_2(t)$ .

Определив  $kh/\mu$  по начальному участку кривой восстановления давления, зная  $\Delta p_2(t)$ , в соответствии с (V.51) найдем

$$f_1(\tau) = \frac{4\pi kh}{q_\mu} \Delta p_2(t). \quad (V.57)$$

Затем по табл. 26 или по (V.56) определим соответствующее  $\tau$ , после чего по (V.54) найдем  $R_K$ .

Рассмотренная методика может быть использована и для анализа залежей, если последние представить укрупненной скважиной. Изложенный метод может найти широкое применение при оценке и контроле за процессами закачки в пласт маловязких по сравнению с вязкостью пластового флюида агентов, а также тепловых методов воздействия на пласт. Если вязкость закачиваемого в пласт агента значительно меньше вязкости пластового флюида, то зону воздействия можно рассматривать как замкнутый пласт.

Периодическое исследование нагнетательных скважин при замачивании маловязкого агента или воздухонагнетательной скважины при тепловых методах воздействия позволяет наблюдать динамику процесса.

Далее рассмотрим методику определения параметров замкнутого пласта по кривым гидроиспытывания.

В этом случае, как нетрудно заметить из (V.44) по аналогии с (V.54) — (V.51) можем записать

$$\Delta p(r, t) = \Delta p_1(r, t) + \Delta p_2(r, t)$$

$$\Delta p_1(r, t) = -\frac{q_\mu}{4\pi kh} Ei\left(-\frac{r^2}{4\pi t}\right), \quad \Delta p_2(r, t) = \frac{q_\mu}{4\pi kh} f_2\left(\frac{r}{R_K}, \frac{r^2}{4\pi t}\right). \quad (V.58)$$

По аналогии с (V.55) можем получить

$$f_2(\tau) = 4\tau - Ei\left(-\frac{1}{4\tau}\right) - 4 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{I_0(v_i \tau) (\exp - v_i^2 \tau)}{v_i^2 I_0^2(v_i)} + A, \quad (V.59)$$

где

$$p = R_K/r, \quad A = \frac{1}{p^2} + 2 \ln p - 1.5. \quad (V.60)$$

Схема расчета зависит от места расположения реагирующей скважины в пласте. Если она расположена далеко от внешних границ пласта, то вначале кривая изменения давления будет такой же, как и в неограниченном пласте. По этому участку кривой можно

157

определить параметры  $kh/\mu$  и  $\chi$  по методике обработки результатов исследования скважин для неограниченного пласта. Если же скважина находится в непосредственной близости от внешних границ пласта, то не представляется возможным выделить начальный участок изменения давления, на который не влияли бы внешние границы. В этом случае методика обработки результатов исследования будет другой.

В первом случае (скважина расположена далеко от внешних границ пласта) методика расчета будет следующей. Определив по начальному участку кривой реагирования параметры пласта  $kh/\mu$  и  $\chi$  по формуле

$$\Delta p = -\frac{q}{4\pi kh} Ei\left(-\frac{r^2}{4\chi t}\right), \quad (V.61)$$

экстраполируем изменение давления за пределы начального участка. Вычитаем из фактического изменения давления расчетное, находим  $\Delta p_2(t, r)$  — изменение давления, вызванное внешними границами пласта. Затем определяем функцию  $f(z) = \frac{\Delta p_2}{q\chi/4\pi kh}$

\*Строим график зависимости  $f(t)$  от  $\ln t$ , где  $t = \chi/r^2$ .

Обратим внимание, что  $\chi/r^2$  уже определена по начальному участку кривой реагирования. Совмещаем этот график зависимости

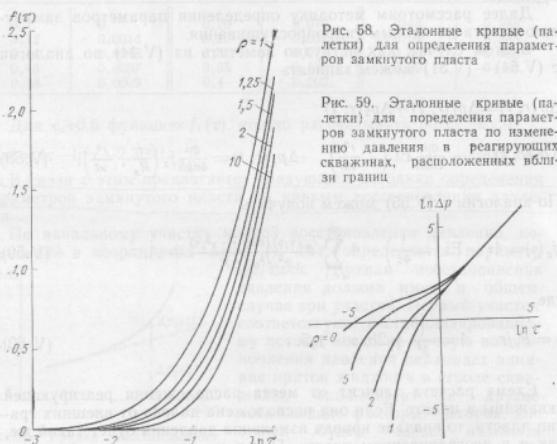


Рис. 58. Эталонные кривые (пакеты) для определения параметров замкнутого пласта

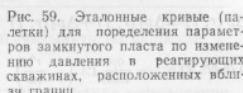


Рис. 59. Эталонные кривые (пакеты) для определения параметров замкнутого пласта по изменению давления в реагирующих скважинах, расположенных вблизи границ

с эталонной кривой (рис. 58). При совмещении направления осей, а также начало координат эталонной кривой и совмещаемой кривой должны совпадать. На эталонном графике выбирается та кривая, с которой наблюдается наилучшее совмещение построенной зависимости  $f(t)$ . Каждой кривой на эталонном графике соответствует определенное значение  $r/R_k$ . Тем самым находится радиус внешней границы пласта  $R_k$ .

Во втором случае, когда не представляется возможным по начальному участку кривой реагирования определить параметры пласта  $kh/\mu$  и  $\chi$ , предлагается следующая схема расчета. Строится кривая реагирования  $\ln \Delta p$  от  $\ln t$ . Эта кривая совмещается с эталонным графиком (рис. 59), на котором в логарифмическом масштабе изображена зависимость изменения давления в ограниченном пласте, определенная по (V.58). Соответствующие оси координат при совмещении должны быть параллельными друг другу. Выбираем ту кривую на эталонном графике, которая наилучшим образом совмещается с кривой реагирования. Обозначим через  $a$  и  $b$  соответственно координаты по осям абсцисс и ординат одной из этих точек на совмещаемых графиках, причем индекс 1 будем придавать координатам на эталонном графике, а индекс 2 — координатам, в которых построена кривая реагирования. Тогда

$$\frac{\chi}{R_k} = e^{(a_1 - a_2)}; \quad \frac{kh}{\mu} = \frac{q}{4\pi} e^{(b_1 - b_2)}. \quad (V.62)$$

Величина  $r/R_k$ , соответствующая совмещаемой кривой на эталонном графике, позволит по известному  $r$  (расстоянию от реагирующей скважины до возмущающей) определить радиус внешней границы пласта. По найденному  $\chi/r^2$  можно определить  $\chi$ .

В принципе вторым методом можно воспользоваться и для определения параметров пласта, когда реагирующая скважина расположена далеко от внешних границ пласта и можно выделить начальный участок кривой реагирования, когда давление изменяется так, как в неограниченном пласте.

Очевидно, для выбора на эталонном графике совпадающей кривой период наблюдения должен быть относительно продолжительным, иначе результаты обработки данных могут быть неоднозначными.

В заключение укажем, что метод гидропрослушивания справедлив, когда расстояние до возмущающей скважины постоянен. В этом отношении предложенный метод несколько уступает операционному методу, в котором расход может быть произвольной функцией времени.

Однако (см. гл. VI) с помощью метода линейного программирования изменения давления как в самой возмущающей скважине, так и в реагирующей, вызванные переменным во времени расходом возбуждающей скважины, всегда можно привести к реагированию, соответствующему постоянному дебиту.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФОРМ И ПАРАМЕТРОВ ПЛАСТА ПО ДАВЛЕНИЯМ В СКВАЖИНАХ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫМ ПРИ РАЗВЕДКЕ И ОПЫТНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ ЗАЛЕЖИ**

Рассмотренные выше методы расчета процессов неустановившейся фильтрации в пластах различной геометрической формы применимы не только для кратковременных процессов исследования скважин, но и для анализа длительных наблюдений. Причем, чем длительнее наблюдения, тем больше зона пласта, охваченная воздействием. В связи с этим представление о геометрии пласта может меняться с ростом продолжительности наблюдения. При малых периодах наблюдения, например при обычных исследованиях, форма кривых изменения давления может не отразить влияния границ, и пласт в этом диапазоне исследования можно трактовать как бесконечный. Если определена только одна граница, то пласт можно представить по этим исследованиям как полубесконечный.

В связи с этим преобретают важное значение методы определения геометрии и параметров продуктивной зоны и пластовой системы по давлениям и отборам в процессе разведки и опытной эксплуатации залежи, когда не осуществляются методы воздействия, и пластовая система работает на упругом режиме. Представления о геометрии пластов и степени их ограничения важны для оценки их упругого запаса и определения системы разработки, методов воздействия и их эффективности при проектировании разработки.

В бесконечном пласте связь между дебитом и забойным давлением при больших  $t$  определяется формулой

$$\Delta p(r_c, t) = \frac{q_h}{4\pi k h} \ln \frac{2.25\pi t}{r_c^2}. \quad (V.63)$$

Связь между дебитом и давлением в скважине, дренирующей пласт, ограниченный одной или несколькими пересекающимися границами, определяется, как показано выше, формулой (5.21)

$$\Delta p(r_c, t) = z_1 \frac{q_h}{4\pi k h} \ln \frac{2.25\pi t}{z_2 r_c^2}. \quad (V.64)$$

Постоянные  $z_1$  и  $z_2$  зависят от формы границ незамкнутого пласта.

Связь между дебитом и забойным давлением в скважине, дренирующей пласт, ограниченный двумя параллельными границами (бесконечная полоса), при больших моментах  $t$ , согласно (V.36), будет определяться выражением

$$\Delta p(r_c, t) = \frac{q_h}{4\pi k h} \left[ 2\psi \left( \frac{d}{a} \right) + 2 \sqrt{\frac{4\pi a t}{a^2} + \ln \frac{a^2}{r_c^2}} \right], \quad (V.65)$$

где  $\psi(d/a)$  — коэффициент, зависящий от положения скважины относительно границ.

Связь между дебитом и забойным давлением в скважине, дре-

нирующей ограниченный замкнутый пласт, определяется зависимостью

$$\Delta p(r_c, t) = \frac{q_h}{4\pi k h} \left[ 2\psi + 4 \frac{\pi t}{R_k^2} + \ln \frac{R_k^2}{r_c^2} \right]. \quad (V.66)$$

где  $\psi$  — постоянная, зависящая от формы пласта.

Для кругового пласта  $\psi = -0.75$ , для квадратного пласта  $\psi = -0.7381$  ( $R_k$  — радиус круга, равного по площади квадратному пласту).

Тогда, очевидно, если известно давление в скважине и изменение дебита во времени, можно распознать форму зоны дренирования. Так, если зона дренирования не достигла границ, преобразованная в координатах  $\Delta p$ ,  $\ln t$  кривая изменения давления будет прямой линией. Если зона дренирования достигла одной или нескольких пересекающихся границ, то преобразованная в координатах  $\Delta p$ ,  $\ln t$  кривая будет иметь два или больше прямолинейных участков. Если зона дренирования достигла двух параллельных границ, то кривая будет прямой в координатах  $\Delta p, \sqrt{t}$ . Если зона достигла всех границ, замыкающих пласт, то изменение давления будет прямой в координатах  $\Delta p, t$ .

Итак, если скважина дренирует прямоугольный пласт, в котором одна сторона в несколько раз больше другой, то кривая изменения давления в скважине, дренирующей этот пласт, вначале покажет пласт как бесконечный, затем — как полубесконечный (если скважина расположена ближе к одной границе), а дальнейшее наблюдение покажут, что пласт замкнут, а площадь его равна площади круга радиусом  $R$ .

Формулы (V.63), (V.64), (V.65), (V.66) справедливы для единичной скважины, дренирующей пласт с постоянным во времени дебитом. При дренировании залежи несколькими произвольно расположеными скважинами понижение давления в каждой из них при больших моментах времени, соответствующих состоянию, близкому к установившемуся, можно описать формулами (V.63) — (V.66), в которых за дебит следует брать суммарный дебит всех скважин. Формулы (V.63) — (V.66) с достаточной степенью точности, как показано в гл. I, могут применяться при обработке кривых пластовых давлений, периодически замеряемых в процессе опытной эксплуатации.

Очевидно, в этом случае разница между первоначальными и текущими пластовыми давлениями для бесконечного пласта будет

$$p_{pl}(0) - p_{pl}(t) = \frac{q_h}{4\pi k h} [-\ln t_1 + \ln t], \quad (V.67)$$

где  $t_1$  — время остановки скважины для восстановления давления;  $t$  — время с начала эксплуатации залежи.

Заметим, что формула (V.67) справедлива для условий  $t \gg t_1$ , т. е. времени остановки скважины для замера пластового давления ничтожно мало по сравнению со временем работы скважины до остановки. Формула (V.67) обладает достаточной точностью для анализа кривых падения пластового давления, когда периоды не-

однократных остановок скважины сопоставимы или отличаются незначительно. Точность формулы будет тем больше, чем больше  $t$  с момента ввода скважины в эксплуатацию, если она одна дренирует залежь, или с момента начала эксплуатации, если залежь дренируется несколькими скважинами, вводимыми в эксплуатацию в разное время. Обработка кривой изменения пластового давления в координатах  $p_{\text{пл}}(0) - p_{\text{пл}}(t)$ ,  $\ln t$  (V.67), так же как и обработка кривой изменения забойного давления в координатах  $p_{\text{пл}}(0) - p_c(t)$ ,  $\ln t$ , даст прямую, по углу наклона которой к оси абсцисс и отрезку, отсекаемому на оси, найдем параметры и геометрию пласта.

Для бесконечной полосы формула для обработки изменения пластового давления будет

$$p_{\text{пл}}(0) - p_{\text{пл}}(t) = \frac{q_h}{4\pi kh} \left[ 2\psi \left( \frac{d}{a} \right) + \ln \frac{2.25\pi t}{r^2_e} + \ln \frac{a^2}{r^2_e} + 2\sqrt{\frac{4\pi x t}{a^2}} \right]. \quad (\text{V.68})$$

Формула (V.68) справедлива до момента  $t_1$ , когда границы полосы еще не оказывают влияния на кривые замера пластового давления. Если границы полосы влияют на кривые замера пластового давления, то формула будет иметь вид

$$p_{\text{пл}}(0) - p_{\text{пл}}(t) = \frac{q_h}{4\pi kh} \left[ \sqrt{\frac{4\pi x t}{a^2}} - \sqrt{\frac{4\pi x t_1}{a^2}} \right]. \quad (\text{V.69})$$

Обработка кривой изменения пластового давления в координатах  $p_{\text{пл}}(0) - p_{\text{пл}}(t)$ ,  $\sqrt{t}$ , так же как и обработка кривой изменения забойного давления, даст прямую, по углу наклона которой к оси абсцисс и отрезку, отсекаемому на оси ординат, найдем параметры и геометрию пласта.

Для замкнутого пласта, когда границы еще не сказываются на перераспределение давления, формула имеет вид

$$p_{\text{пл}}(0) - p_{\text{пл}}(t) = \frac{q_h}{4\pi kh} \left[ 2\psi \left( \frac{d}{a} \right) + \frac{4\pi t}{R^2_K} - \ln \frac{2.25\pi t}{R_K} \right]. \quad (\text{V.70})$$

Для моментов времени, когда на замер пластового давления оказывает влияние граница пласта, формула имеет вид

$$p_{\text{пл}}(0) - p_{\text{пл}}(t) = \frac{q_h}{4\pi kh} \left[ \frac{4\pi t}{R^2_K} - \frac{4\pi t_1}{R^2_K} \right]. \quad (\text{V.71})$$

Обрабатывая кривые изменения пластового или кривые изменения забойных давлений в координатах  $p_{\text{пл}}(0) - p_{\text{пл}}(t)$ ,  $\sqrt{t}$  или  $p_{\text{пл}}(0) - p_c(t)$ , получим прямую, по наклону которой к оси абсцисс и отрезку, отсекаемому на оси ординат, найдем параметры и размеры пласта.

Рассмотренные выше методы аналогичны методам обработки кривых восстановления давления.

Таким образом, имея кривые изменения забойного или пластового давлений в скважинах, можно, применяя рассмотренные ме-

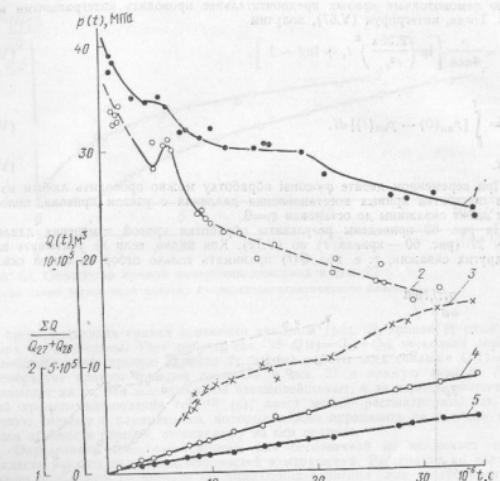


Рис. 60. Кривые изменения давления в скв. 27 и 28 Салымского месторождения (кривые 1, 2), накопленного отбора из скв. 27 (кривая 5), суммарного отбора из скв. 27, 28 (кривая 4), отношение отбора из всех скважин залежи к суммарному отбору из скв. 27, 28 (кривая 3)

тоды обработки этих кривых, получить представление о пластовой системе, определить ее геометрию и параметры, необходимые для проектирования разработки.

Пример. На рис. 60 приведены кривые изменения пластового давления по скв. 27 и 28 Салымского месторождения и накопленный отбор из скв. 27, суммарный отбор из скв. 27 и 28, отношение суммарного отбора из залежи к суммарному отбору из скв. 27 и 28.

Обращает на себя внимание хорошее соответствие между изменением давления по скважинам и отношением отбора по всем скважинам залежи к суммарному отбору по скв. 27 и 28.

Первое перераспределение отбора связано с длительной (на нескользкий месяц) остановкой скв. 28 и меньшей по времени остановкой скв. 27. Это остановки привели к росту пластового давления. Последующее интенсивное падение давления связано с пуском скважин и вводом двух дополнительных скважин, расположенных вблизи скв. 28. Второе перераспределение отбора связано с вводом других скважин в работу, что привело к увеличению суммарного отбора из залежи при практически постоянном дебите скв. 27 и 28 и более интенсивному падению пластовых давлений.

На рис. 61 приведены кривые изменения давления (рис. 60). Приведенные кривые трудно однозначно аппроксимировать прямой. Как известно, интерпра-

тацию немонотонных кривых предпочтительнее проводить интегральными методами. Тогда, интегрируя (V.67), получим

$$\frac{J(t)}{Q(t)} = \frac{\nu k}{4\pi kh} \left[ \ln \left( \frac{2.25x}{r_{c}^2} \right)^2 t_1 + \ln t - 1 \right], \quad (V.72)$$

где

$$J(t) = \int_0^t [p_{\text{пл}}(0) - p_{\text{пл}}(t)] dt, \quad (V.73)$$

$$Q=qt. \quad (V.74)$$

При переменном дебите  $q=\text{const}$  обработку можно проводить любым из методов обработки кривых восстановления давления с учетом притока, положив в них дебит скважины до остановки  $q_{\text{ст}}=0$ .

На рис. 62 приведены результаты обработки кривой изменения давления в скв. 27 (рис. 60—кривая 1) по (V.72). Как видно, если не учитывать влияние других скважин, т. е. под  $Q(t)$  принимать только отбор из самой скв. 27,

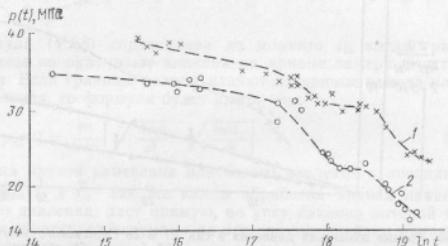


Рис. 61. Кривые изменения давления в скв. 27 и 28 (кривые 1, 2)

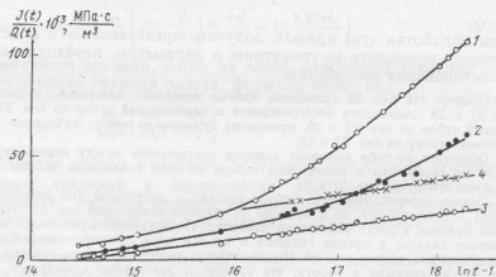


Рис. 62. Обработка кривых изменения давления в скважинах 27 и 28 по (V.67)  
 $1 - J_{\text{пл}}(t)/Q_{\text{пл}}, \ln t-1; 2 - J_{\text{пл}}(t)/(Q_{\text{пл}}+Q_{\text{ст}}), \ln t-1; 3 - J_{\text{пл}}(t)/2Q, \ln t-1; 4 - J_{\text{пл}}(t)/2Q, \ln t-1$

164

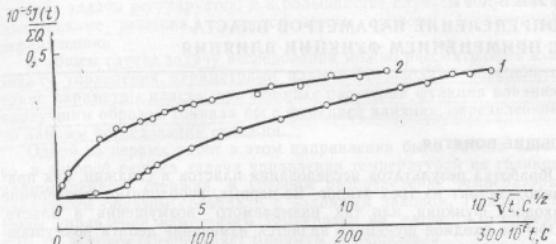


Рис. 63. Обработка кривой изменения давления в скважине 27  
 $1$  — по схеме бесконечной полости;  $2$  — по схеме ограниченного пласта

то преобразованная кривая изменения давления (рис. 62, кривая 1) отклоняется вверх от асимптоты. Учет работы скв. 28  $Q(t)=Q_{28}+Q_{27}$  несколько сглаживает преобразованную кривую (кривая 2), а учет работы всех скважин  $Q(t)=\Sigma Q_i(t)$  преобразует краюю падения давления в скв. 27 в прямую (кривая 3). Это указывает на то, что все скважины взаимодействуют, а за первую, соответствующую времени наблюдения  $t=e^{14.3}$  (с), пласт можно рассматривать как бесконечную систему с параметрами, которые можно определить по наклону прямой к оси абсцисс и отрезку, отсекаемому на оси ординат.

Определение пластовой системы как бесконечной не исключает наличия в пласте разного рода неоднородностей и нарушений. Расстояния до нарушений можно определить по кривым восстановления давления или гидропрослушивания, а также методом детального анализа кривых изменения давления в скважинах в период их эксплуатации.

На бесконечность пластовой системы (в пределах времени работы скважин) указывают и результаты обработки кривой изменения давления в скв. 28 (рис. 62, кривая 4). Если бы пласт в пределах дренирования был однородным, а скважины по степени и характеру вскрытия были бы совершенны или в равной степени несовершенны, то кривые 3 и 4 на рис. 62 совместятся бы. Выход из бесконечности пласта подтверждает рис. 63, на котором приведены результаты обработки кривой изменения пластового давления в скв. 27 по схеме бесконечной полосы (кривая 1) и по схеме замкнутого пласта (кривая 2). Как видно из рис. 63, ни одна из преобразованных кривых нельзя представить прямой. Это указывает на то, что в диапазоне наблюдения пласт нельзя схематизировать ни бесконечной полосой, ни замкнутым пластом.

# ГЛАВА VI.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЛАСТА С ПРИМЕНЕНИЕМ ФУНКЦИИ ВЛИЯНИЯ

### ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ

Обработка результатов исследования пластов и скважин, как правило, состоит из трех этапов. Во-первых, необходимо определение входной функции, или так называемого возмущения в пласте. Обычно входной функцией является изменение дебита возмущающей скважины. Далее необходимо знание выходной функции, или так называемого реагирования, т. е. изменения давления в реагирующей или же в самой возмущающей скважинах. И, наконец, третий, основной, элемент процесса обработки заключается в подборе (или определении) такого распределения фильтрационно-емкостных свойств (ФЕС) пласта, при котором заданной входной функции наилучшим образом соответствовала бы выходная функция.

Для линейных задач теории фильтрации связь между входной и выходной функциями выражается интегралом Диамеля

$$P(x, t) = \int_0^t K(x, t, \tau) Q(s, \tau) d\tau, \quad (VI.1)$$

где  $Q(s, t)$  — входная функция, которая иногда называется просто входом;  $P(x, t)$  — выходная функция или выход;  $s, x$  — обобщенные координаты входа и выхода;  $K(x, t, \tau)$  — импульсная переходная функция, или функция влияния.

Для линейных задач теории фильтрации обработку результатов исследования можно разбить на два этапа. Первый этап заключается в определении функции влияния по известным значениям входа и выхода. На втором этапе определяется такое распределение ФЕС пласта, которое обеспечивало найденную величину функции влияния.

Определение функции влияния (весовой функции) по данным входной и выходной функций с помощью математической модели названо задачей идентификации [34]. В общем случае данная задача является некорректной, так как малому изменению функции влияния соответствует большой диапазон изменения параметров пластина и найденной функции влияния в принципе может соответствовать бесконечный набор различных параметров пласта.

При определении ФЕС пласта по данным функции влияния пласт применяется однородным. Неоднородность пласта можно учесть одним параметром (например, предполагается, что в пласте имеется непроницаемый сброс бесконечной протяженности, контур питания, радиальная неоднородность и т. п.). При таких ограни-

чениях задача регулируется, и в большинстве случаев получаются однозначные решения, соответствующие данному (принятому) ограничению.

В общем случае задачу исследования можно рассматривать как задачу управления параметрами пласта. Необходимо определить такие параметры пласта, при которых расчетная функция влияния наилучшим образом совпадала бы с функцией влияния, определенной по данным исследования скважин.

Одной из первых работ в этом направлении была работа Сакава, в которой решена задача управления температурой на границе прямолинейного стержня, в котором распределение температуры наилучшим образом совпадало с заданным законом. Находилось такое управление изменением температуры на входе в стержень  $\tau^0(0, t)$ , которое обеспечивает минимум функционала

$$I = \int_0^l [\tau^0_s(x) - \tau^0(x, t)]^2 dx, \quad (VI.2)$$

где  $\tau^0_s(x)$  — заданный закон распределения температуры вдоль стержня;  $\tau^0(x, t)$  — температура в точке  $x$  в момент времени  $t$ , соответствующая дифференциальному уравнению;  $l$  — длина стержня.

Как видно, показатель качества представляет собой требование минимума квадратичного отклонения.

Учитывая, что между управлением  $\tau^0_s(x)$  и  $\tau^0(x, t)$  существует линейная связь, показано, что решаемая задача относится к типичной задаче квадратичного управления.

Рассмотрим пласт произвольной формы. В некоторой точке пласта задан закон изменения давления  $p_3(x, y, t)$ . Требуется определить дебит скважины, расположенной в начале координат, чтобы отклонение давления за время  $t$  от заданного было бы минимальным. В общем случае давление в точке  $x, y$  будет определяться в соответствии с интегралом Диамеля:

$$\Delta p(x, y, t) = \frac{\mu}{kh} \int_0^t [K(x, y, z(t-\tau)) q(\tau)] d\tau. \quad (VI.3)$$

Если функция  $K(x, y, zt)$  известна, то из (VI.3) определяют изменение дебита, обеспечивающее минимум выражения

$$J = \int_0^t |p_3(x, y, t) - \Delta p(x, y, t)| dt.$$

На управление  $q(t)$  можно наложить дополнительное ограничение — постоянство во времени  $q$ . Для этого будем искать такую величину  $q_0/kh$ , которая обеспечивала бы минимум функционала  $J$ . Если дебит известен, а под  $p_3(x, y, t)$  понимают изменение давления при работе скважины с этим дебитом, то, очевидно, сформулированная задача оптимального управления является по существу обратной задачей подземной гидрогазодинамики, когда по данным реагирования скважин определяются параметры пласта.

Пусть в некоторые моменты времени известны  $p_a(x, y, t)$ , а также отбор газа (или жидкости) из каждой эксплуатационной скважины. Будем искать такое управление (такие параметры пласта), которое обеспечило бы наилучшее совпадение заданного распределения давления в пласте  $p_a(x, y, t)$  с давлением, соответствующим оптимальному управлению (расчетным давлением  $p_p(x, y, t)$ ). Дебиты отдельных скважин будем считать заданными и строго фиксированными.

При решении данной задачи за функцию цели можно принять одни из следующих выражений.

Первое

$$J = \min \int \int \int |p_p(x, y, t) - p_a(x, y, t)| dx dy dt. \quad (VI.4)$$

Эта функция цели выражает минимум абсолютного отклонения заданного давления от давления, соответствующего оптимальному управлению.

При данной постановке в общем случае не обеспечивается полное совпадение заданного давления  $p_a(x, y, t)$  с расчетным  $p_p(x, y, t)$ . Однако при строго фиксированных расходах жидкости и газа определяется такое управление (параметры пласта), при котором эта разница минимальна.

Сформулируем теперь задачу определения параметров пласта по-другому. Потребуем, чтобы в каждой точке пласта (или в отдельных фиксированных точках) расчетное давление строго совпадало бы с заданным. Будем же варьировать параметрами и отбором газа (жидкости) по пласту. Функцию цели представим в виде

$$J = \min \int \int \int |f(x, y, z) - f_a(x, y, z)| dx dy dz. \quad (VI.5)$$

Здесь  $f_a(x, y, t)$  — заданная во времени функция отбора газа (или жидкости) из пласта;  $f(x, y, t)$  — отбор газа (или жидкости), соответствующий оптимальному управлению.

Следовательно, при таком подходе не обеспечивается равенство заданного отбора газа (жидкости) с расчетным. Однако определяются такие параметры пласта, при которых разница в этих величинах будет минимальной.

При обработке результатов обычно принято обеспечивать минимум квадратичного отклонения. Тогда функции цели (VI.4) и (VI.5) соответственно следует принять в виде:

$$J = \min \int \int \int [p_p(x, y, z) - p_a(x, y, z)]^2 dx dy dz; \quad (VI.6)$$

$$J = \min \int \int \int [f(x, y, z) - f_a(x, y, z)]^2 dx dy dz. \quad (VI.7)$$

В этом случае задача определения параметров пласта существенно усложняется.

Для функций цели, представленных в (VI.4) и (VI.5), задача определения параметров пласта сводится к типичной задаче линейного программирования. Методы решения таких задач в настоящее время хорошо разработаны, и составлены соответствующие универсальные программы для ЭВМ. Учитывая, что для задач исследования скважин не установлено, какие преимущества дают (VI.6) и (VI.7) по сравнению с (VI.4) и (VI.5), в настоящей работе рассматриваются методы идентификации на базе использования линейного программирования.

## ФУНКЦИЯ ВЛИЯНИЯ И ЕЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПО ДАННЫМ ИССЛЕДОВАНИЯ СКВАЖИН

Как указывалось выше, при линейной фильтрации связь между входной и выходной функциями выражается интегралом Диамеля

$$P = \int_0^t K(x, \tau) Q(t - \tau) d\tau. \quad (VI.8)$$

В дальнейшем, если в качестве входной функции служит дебит скважины, выражение (VI.8) будем представлять в виде

$$\Delta P = \int_0^t q(t - \tau) h'(\tau) d\tau, \quad (VI.9)$$

где  $h(t)$  — функция влияния.

Так, для фильтрации упругой жидкости в неорганическом однородном пласте

$$h'(t) = \frac{\mu}{4\pi k h} \frac{1}{t} \exp(-r^2/4kt). \quad (VI.10)$$

Если  $q(t-\tau)=q_0=\text{const}$ , то

$$\Delta P(t) = q_0 h(t). \quad (VI.11)$$

При исследованиях, обеспечивающих  $q(t-\tau)=q_0=\text{const}$ , экспериментальное определение функции влияния не представляет труда.

Рассмотрим способ определения функции влияния по данным реагирования скважин, когда дебит возмущающей скважины является переменным во времени. Разбивая весь период исследования  $T$  на  $n$  равных частей  $\Delta t=T/n$ , внутри которых функция входа можно считать постоянной, для момента времени  $t=i\Delta t$  интеграл (VI.8) можно представить в виде

$$\Delta P(i\Delta t) = q_1 f(i\Delta t) + q_2 f[(i-1)\Delta t] + \dots + q_n f(\Delta t), \quad (VI.12)$$

где  $f(i\Delta t) = h(i\Delta t) - h[(i-1)\Delta t]$ ,  $f(\Delta t) = h(\Delta t)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ .

В принципе, если для моментов времени  $t=i\Delta t$ ,  $i=1, 2, \dots, n$  известны значение выхода и изменение входной функции  $q(t)$ , то из системы  $n$  уравнений (VI.12) можно определить  $n$  неизвестных  $f(i\Delta t)$ , а значит и функцию влияния. Однако в общем случае такой

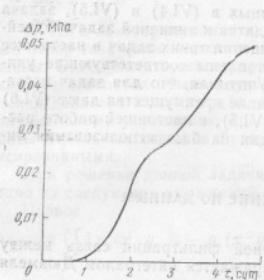
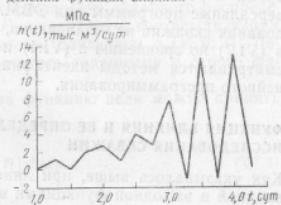


Рис. 64. Изменение давления в реагирующей скважине  
Рис. 65. Пример некорректного определения функции влияния



способ вследствие некорректности обратных задач теории фильтрации не будет давать положительных результатов.

Так, на рис. 64 приведено изменение давления в реагирующей скважине, когда дебит возмущающей скважины изменяется по закону  $q = q_0 \sin^{2\pi t/T}$ ,  $q_0 = 600$  м<sup>3</sup>/сут,  $T = 2$  сут. Непосредственное определение функции влияния из системы уравнений (VI.12) привело к результату, представленному на рис. 65. Как видно, функция влияния дает большой колебательный разброс точек и вряд ли может использоваться для расчетов.

Для регуляризации решения поступим следующим образом. Пусть в моменты времени  $t = i\Delta t$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  расчетное давление отклоняется от замеренного. Представим (VI.12) в виде

$$\Delta p_i(i\Delta t) = q_i f(i\Delta t) + q_{i-1} f[(i-1)\Delta t] + \dots + q_1 f(\Delta t) + u_i - v_i, \quad (VI.13)$$

где  $u_i$  и  $v_i$  — отклонения расчетного давления от фактического.

Пусть величины  $u_i$  и  $v_i$  положительны или равны нулю. Очевидно, если расчетное давление меньше замеренного, то  $u_i > 0$ ,  $v_i = 0$ ;

если расчетное больше замеренного, то

$$u_i = 0, v_i > 0;$$

если же расчетное давление совпадает с замеренным, то

$$u_i = v_i = 0.$$

Пусть также сумма абсолютных отклонений расчетных величин от замеренных будет минимальной

$$F = \min \sum_{i=1}^n |u_i| + v_i. \quad (VI.14)$$

Выражение (VI.14) является существенным условием для нахождения функции влияния.

Однако условий (VI.13) и (VI.14) явно недостаточно для определения функции влияния. Необходимо использовать еще дополнительные сведения о ее свойствах. Так, для рассматриваемого случая функция  $h(t)$  представляет собой изменение давления в реагирующей скважине при постоянном дебите возмущающей, и поэтому  $h(t)$  является монотонно возрастающей функцией, а следовательно не может быть отрицательной.

В соответствии с этим

$$f(i\Delta t) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (VI.15)$$

Таким образом, задача сводится к решению системы уравнений (VI.13), (VI.14) и (VI.15).

Как видно, в этом случае рассматриваемая задача сводится к типичной задаче линейного программирования для определения функции влияния. Функционал  $F$  позволяет оценить погрешность решения.

Определена таким образом функция влияния  $h(t)$  изображена на рис. 66. Она существенно облегчает обработку данных исследования скважины (см. гл. IV) и представляет собой изменение давления в пласте при постоянном единичном дебите возмущающей скважины.

Обработка функции влияния кривой реагирования, (рис. 66) для условий однородного неограниченного пласта с помощью метода нормирующих множителей [6] дала следующие результаты:  $kh/\mu = 467 \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>/МПа·с,  $\kappa = 1,347$  м<sup>2</sup>/с.

Полученные параметры пласта весьма близки к результатам обработки той же кривой изменения давления другими методами.

Изложенный способ определения функции влияния для реагирующей скважины можно обобщить и на случай исследования самой скважины (самопропускание). Предполагая, что в пласте фильтрация соответствует линейному закону, для определения изменения давления на забое скважина можно воспользоваться (VI.9).

Для однородного пласта функция  $h(t)$  будет иметь вид

$$h(t) = \frac{\mu}{4\pi kh} \ln \frac{2,25kt}{r_c^2} \text{ при } \frac{kt}{r_c^2} \geq 1. \quad (VI.16)$$

Для функции самопропускания можно использовать следующие ее свойства:

$$\frac{dh}{dt} \geq 0, \quad \frac{d^2h}{dt^2} \leq 0, \quad \frac{d^3h}{dt^3} \leq 0, \quad \frac{d^4h}{dt^4} \geq 0, \dots \quad (VI.17)$$

Поэтому для определения функции самовлияния, помимо условий (VI.13), (VI.14) и (VI.15), можно воспользоваться следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} f[(i+1)\Delta t] - f(i\Delta t) &\leq 0, \quad i=1, 2, \dots, n-1; \\ f[(i+1)\Delta t] - 2f(i\Delta t) + f[(i-1)\Delta t] &\geq 0, \quad i=2, \dots, n-1; \\ f[(i+1)\Delta t] - 3f(i\Delta t) + 3f[(i-1)\Delta t] - f[(i-2)\Delta t] &\leq 0, \quad i=3, \dots, n-1; \end{aligned} \quad (\text{VI.18})$$

При расчетах вторжения воды в нефтяные или газовые залежи или других аналогичных процессов месторождения иногда рассматривают как укрупненную скважину. Поэтому свойства (VI.16) и (VI.18) справедливы и для функции самовлияния укрупненной скважины.

В ряде случаев функцию самовлияния целесообразно интерпретировать по-другому. Пусть на стенке укрупненной скважины реализуется условие постоянного темпа изменения давления. Тогда некоторую функцию, характеризующую изменение дебита на ее стенке, также можно представить как функцию самовлияния. Например объем поступающей воды в укрупненную скважину можно интерпретировать как функцию влияния при единичном постоянном во времени темпе падения давления на ее стенке. Обозначим

$$\Omega_b(t) = \frac{\partial p}{\partial t} g(t). \quad (\text{VI.19})$$

Здесь:  $\Omega_b(t)$  — объем вторгшейся воды в укрупненную скважину;  $\partial p / \partial t$  — постоянный во времени темп падения давления на ее стенке;  $g(t)$  — функция самовлияния.

Для некоторых простейших схем течения могут быть получены аналитические выражения для функции  $g(t)$ . В общем случае для функции  $g(t)$  справедливы следующие соотношения:

$$g(t) \geq 0, \quad \frac{dg}{dt} \geq 0, \quad \frac{d^2g}{dt^2} \geq 0, \quad \frac{d^3g}{dt^3} \leq 0, \quad \frac{d^4g}{dt^4} \geq 0. \quad (\text{VI.20})$$

$$\frac{d^5g}{dt^5} \leq 0, \dots$$

#### ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ ВЛИЯНИЯ ПРИ ИЗОХРОННЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ НЕФТЯНЫХ И ГАЗОВЫХ СКВАЖИН

В качестве примера использования функции влияния для самопротискивания скважин рассмотрим задачу о многоцикловом исследовании газовых скважин в плотных коллекторах [14].

Исследование газовых скважин в слабопроницаемых коллекторах связано с большой затратой времени для стабилизации потока.

Нарушение линейного закона фильтрации требует снятия индикаторной диаграммы  $p_{\text{заб}}^2 = f(q_t)$  для нескольких стабилизированных режимов. Это еще более усугубляет проблему исследования скважин в сжатые сроки. К тому же, необходимо иметь в виду, что стабилизация потока в слабопроницаемых породах довольно усугублена. Здесь целесообразнее говорить не о стационарном значении коэффициента сопротивления  $a$ , а правильнее установить зависимость коэффициента  $a$  от времени работы скважины.

Будем исходить из того, что связь между давлением на забое скважины и дебитом выражается уравнением

$$p^2(t) = p_{\text{заб}}^2 - b q^2 - \int_0^t q(t-\tau) h'(\tau) d\tau. \quad (\text{VI.21})$$

Физический смысл этой функции влияния означает изменение квадрата давления во времени при постоянном дебите газовой скважины при линейном законе фильтрации. При стабилизации потока функция  $h(t)$  будет равна линейному коэффициенту сопротивления  $a$ .

При однородном пласте функция  $h(t)$  имеет вид

$$h(t) = \frac{\mu z}{4\pi kh} \ln \frac{2.25\pi t}{r_c^2}. \quad (\text{VI.22})$$

*Изокропность — одинаковое продолжительность*

Пусть исследование скважины проходило при различных дебитах с одинаковой продолжительностью на каждом режиме. Тогда (VI.21) можно представить в виде

$$\Delta p^2(i\Delta t) = q^2 x_0 + q_i x_1 + q_{i-1} x_2 + \dots + q_1 x_i + u_i - v_i, \quad (\text{VI.23})$$

$$x_i \geq 0, \quad x_i \leq x_{i-1}, \quad x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1} \geq 0, \dots$$

$$\text{где } x_0 = b, \quad x_i = h(i\Delta t) - h[(i-1)\Delta t].$$

Система уравнений (VI.23) по-прежнему решается при условии минимума функционала (VI.14). Решение данной задачи позволит определить коэффициент квадратичного сопротивления  $b$  и функцию влияния  $h(t)$ , экстраполируя которую, определим коэффициент

Таблица 27

Номер режима	Дебит скважины $q$ , тыс. $m^3/\text{сут}$	Забойное давление $p_{\text{заб}}$ , МПа	$\left( \frac{q^2}{\text{тыс. } m^3/\text{сут}} \right)^2$	$p_{\text{заб}}^2$ , МПа $^2$	$\Delta p^2 = p_{\text{заб}}^2 - p_{\text{заб}}^2$ , МПа $^2$
1	19,8	7,1	392	50,41	9,65
2	27,6	6,6	762	43,56	16,50
3	31,6	5,95	1340	35,40	24,66
4	46,7	5,1	2181	26,01	34,05
5	58,8	4,25	3457	18,06	42,00
6	0	6,6	0	43,56	16,50
7	0	7,08	0	50,13	9,93

Примечание. Пластовое давление до исследования 7,75 МПа; забойное давление 3,85 МПа; рабочий дебит 26 тыс.  $m^3/\text{сут}$ ; продолжительность исследований 40 мин.

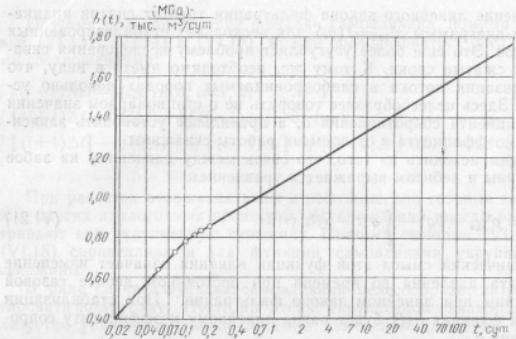


Рис. 67. График зависимости  $h(t)$  для скв. 145

ент сопротивления  $a$ , соответствующий работе скважины в заданный момент времени.

Авторами совместно с В. И. Олексяком были проведены исследования (табл. 27), обработка результатов исследования (табл.

Таблица 28

$i$	$t, \text{ мин}$	$h(t)$	$u_i$	$v_i$	$i$	$t, \text{ мин}$	$h(t)$	$u_i$	$v_i$
1	40	0,481	0	0	5	200	0,810	0	0
2	80	0,634	0	0,043	6	240	0,829	0	0
3	120	0,723	0,645	0	7	280	0,846	0	0
4	160	0,786	1,585	0					

$$b = 0,00021 \frac{\text{МПа}^2}{(\text{тыс. м}^3/\text{сут})^2}$$

28) скв.145 Шебелинского месторождения. Квадратичный коэффициент фильтрационного сопротивления оказался равным  $b = 0,00021 \frac{\text{МПа}^2}{(\text{тыс. м}^3/\text{сут})^2}$ . Эти данные позволяют достоверно прогнозировать режим работы скважины.

График зависимости  $h(t)$  приведен на рис. 67. До исследования данная скважина работала на режиме с дебитом  $q=26$  тыс.  $\text{м}^3/\text{сут}$  примерно в течение 400 сут. Экстраполируя зависимость  $h(t)$  до  $t=400$  сут, находим  $h(t_1)=1,776$ . Принимаем  $a=h(t_1)$ . По формуле  $p_{\text{изл}}^2 - p_{\text{заб}}^2 = aq + bq^2$  находим  $p_{\text{заб}}=3,69$  МПа. Фактическое забой-

ное давление перед исследованиями было  $p_{\text{заб}}=3,65$  МПа. Совпадение фактического и расчетного забойного давления свидетельствует о высокой эффективности предложенного метода обработки результатов.

Применение данного метода обработки материалов позволяет существенно модернизировать и усовершенствовать технологию исследования малодебитных скважин. В настоящее время такая технология широко применяется на Шебелинском месторождении.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ВЛИЯНИЯ ПРИ РАБОТЕ ДВУХ И БОЛЕЕ ВОЗМУЩАЮЩИХ СКВАЖИН. ГИДРОПРОСЛУШИВАНИЕ В РАБОТАЮЩИХ СКВАЖИНАХ

Рассмотрим задачу об определении функции влияния при работе двух и более возмущающих скважин. По-прежнему считаем, что распределение давления в пласте удовлетворяет линейному дифференциальному управлению параболического типа.

Рассмотрим случай, когда возмущающие и наблюдательная скважины расположены в неограниченном однородном пласте. Для определенности рассмотрим две возмущающие скважины. Не вызывает принципиальных изменений рассмотрение большего числа скважин. Пусть по-прежнему дебиты возмущающих скважин изменяются во времени. Тогда изменение давления в некоторый момент времени  $t=i\Delta t$  представим в виде

$$\Delta p(i\Delta t) = q_1^{(1)} f_1(i\Delta t) + q_2^{(1)} f_2(i\Delta t) + [ (i-1)\Delta t ] + \dots + q_1^{(1)} f_1(\Delta t) + q_1^{(2)} f_1(i\Delta t) + q_2^{(2)} f_2(i\Delta t) + [ (i-1)\Delta t ] + \dots + q_1^{(2)} f_1(\Delta t) + u_i - v_i. \quad (\text{VI.24})$$

Здесь  $q^{(1)}(t)$ ,  $q^{(2)}(t)$  — соответственно дебиты первой и второй возмущающих скважин.

Вводим ограничения

$$f_1(i\Delta t) \geqslant 0, f_2(i\Delta t) \geqslant 0, i=1, 2, \dots, n. \quad (\text{VI.25})$$

Систему уравнений (VI.24) и (VI.25) решим, обеспечив минимум функционала (VI.14). Система (VI.24) состоит из  $n$  уравнений, в которой  $2n$  основных неизвестных и  $2n$  неизвестных  $u_i$  и  $v_i$ . Кроме того, имеется  $2n$  ограничений (VI.25).

В общем же случае решение данной задачи, обеспечивая достаточно малое значение функционала (VI.14), приводит к неудовлетворительным результатам из-за слабого ограничения переменных  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$ . В связи с этим необходимо ввести дополнительные соотношения между переменными  $f_1$  и  $f_2$ . Для однородного неограниченного по протяженности пласта существует следующее соотношение:

$$\varphi_1'(t) = \varphi_2 \left( t \frac{r_1^2}{r_2^2} \right), \quad \varphi_j(t) = \int_0^t \varphi_j(\tau) d\tau, \quad j=1, 2, \quad (\text{VI.26})$$

где  $r_i$  — расстояние от возмущающей до  $i$ -й скважины.

Рассмотрим теперь случай, когда реагирующая скважина работает с дебитом  $q^{(p)}(t)$ . Выражение для изменения давления на забое реагирующей скважины примет вид

$$\begin{aligned}\Delta p(i\Delta t) = & q^{(1)} f_1(i\Delta t) + q^{(1)} g_1 [(i-1)\Delta t] + \dots + q^{(1)} f_1(\Delta t) + \\ & + q^{(2)} f_2(i\Delta t) + q^{(2)} g_2 [(i-1)\Delta t] + \dots + q^{(2)} f_2(\Delta t) + q^{(p)} f_3(i\Delta t) + \\ & + q^{(p)} g_3 [(i-1)\Delta t] + \dots + q^{(p)} g_3(\Delta t) + u_i - v_i, \\ f_3(i\Delta t) = & h(i\Delta t) - h(i-1)\Delta t,\end{aligned}\quad (\text{VI.27})$$

где  $h(t)$  — функция влияния.

Ограничения на функции  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$  рассмотрены выше.

Задача, очевидно, упростится, если до гидропрослушивания была исследована реагирующая скважина, в результате чего была определена функция  $h(t)$ . Важно, чтобы при гидропрослушивании продуктивность реагирующей скважины не изменялась во времени. Очевидно, при этих исследованиях теряется смысл в выделении реагирующих и возмущающих скважин. Изменение давления в любой скважине можно рассматривать как изменение давления в реагирующей скважине и для каждой такой скважины можно записать условие (VI.27). При этом можно использовать условие взаимообращаемости функций влияния

$$f_{ij}(t) = f_{ji}(t). \quad (\text{VI.28})$$

## ГЛАВА VII ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕМКОСТНЫХ И ФИЛЬРАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ПЛАСТА ПО КАРТАМ ИЗОБАР

### ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ

При разработке нефтяных и газовых месторождений, при сооружении подземных хранилищ газа строят карты изobar, по которым качественно и количественно оценивают свойства пласта и динамику процесса разработки. По картам изobar определяются места замедленного дренирования пласта и, наоборот, устанавливают участки пониженного пластового давления. Зная эту информацию, можно правильно запрограммировать меры по интенсификации разработки месторождения — произвести дополнительное разбуривание месторождения, увеличить объем закачки пластовой воды, снизить отбор нефти или газа из отдельных участков залежи и т. д.

При эксплуатации газовых месторождений, разрабатываемых при условии, когда можно пренебречь объемом вторгшейся воды в газовую залежь, важной характеристикой является средневзвешенное по залежи пластовое давление. Эта величина позволяет оценить начальные и текущие запасы газа. При хорошо организованном геологическом контроле за разработкой запасы газа, определяемые таким методом, называемым методом материального баланса, находятся с высокой степенью точности.

Основу этого метода составляет соотношение между средневзвешенным давлением в газовой залежи и объемом отобранного газа

$$\left[ \left( \frac{\bar{p}}{z} \right)_0 - \left( \frac{\bar{p}}{z} \right)_t \right] \Omega = Q_{\text{г.отб}} \frac{T_{\text{пл}}}{T_{\text{ст}}} p_{\text{ст}}. \quad (\text{VII.1})$$

Здесь  $\left( \frac{\bar{p}}{z} \right)_0$  и  $\left( \frac{\bar{p}}{z} \right)_t$  — соответственно средневзвешенные по залежи величины  $\frac{\bar{p}}{z}$  в начале разработки и в текущий момент времени;  $z$  — коэффициент сверхжимаемости газа;  $\Omega$  — газонасыщенный объем порового пространства;  $Q_{\text{г.отб}}$  — объем отобранного из пласта газа, приведенный к стандартным давлению  $p_{\text{ст}}$  и температуре  $T_{\text{ст}}$ ;  $T_{\text{пл}}$  — пластовая температура.

Обрабатывая результаты промысловых замеров в координатах  $\left( \frac{\bar{p}}{z} \right)_t$ ,  $Q_{\text{г.отб}}$ , должны получить прямую линию, экстраполируя которую до оси абсцисс, определим начальные запасы газа.

В последнее время предпринимается ряд попыток определять по картам изобар локальные значения фильтрационных и емкостных характеристик пласта. Краткий обзор этих методов будет дан ниже.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛАСТОВЫХ ДАВЛЕНИЯ ПО КРИВЫМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ

Для построения карт изобар необходимо знать пластовые давления в отдельных точках пласта. Наилучшую информацию представляют специальные наблюдательные скважины на месторождении. Однако таких скважин, как правило, недостаточно для построения достоверной карты изобар по залежи. Увеличение числа таких скважин требует дополнительных капитальных вложений. Для получения информации о пластовых давлениях используют про-стационарные эксплуатационные скважины. Однако рациональная разработка месторождения требует сокращения их простоты. Поэтому для определения пластового давления используют эксплуатационные скважины, останавливающие последние на короткий срок для замера давления. Если параметры пласта довольно высокие, замеренное забойное давление в остановленной скважине характеризует пластовое давление в данном участке пласта. При низких параметрах пласта для восстановления забойного давления до пластового требуется большой промежуток времени, иногда несколько десятков дней. Разумеется, остановка скважины на такое время связана с уменьшением добычи нефти и газа и не может быть, как правило, допущена. В связи с этим для пластов с низкими коллекторскими свойствами встает задача определения пластового давления по начальному участку кривой восстановления давления.

Рассмотрим случай работы скважины в изолированном круговом пласте радиуса  $R$ . После остановки скважины, работавшей в центре такого однородного пласта с постоянным дебитом  $q_0$ , изменение давления на забое будет определяться формулой

$$p_{\text{заб}}(T+t) = p_{\text{ср}}(T) - \frac{q_0 \mu}{4 \pi k h} \left( \frac{4 \pi t}{R^2} - \ln \frac{2.25 \pi t}{R^2} - \frac{3}{2} \right), \quad (\text{VII.2})$$

где  $p_{\text{ср}}(T)$  — средневзвешенное давление в залежи на момент остановки скважины;  $t$  — время с начала остановки скважины.

Эта формула справедлива для малых  $t$  после прекращения притока жидкости в скважину.

При больших моментах времени  $t$  будет справедлива следующая формула:

$$p_{\text{заб}}(T+t) = p_{\text{ср}}(T) - \frac{q_0 \mu}{2 \pi k h} e^{-14.85 \frac{\pi t}{R^2}} 0.835e^{-14.85 \frac{\pi t}{R^2}}. \quad (\text{VII.3})$$

Как следует из (VII.2), при малых  $t$  зависимость  $p_{\text{заб}}$  от  $\ln t$  прямолинейна. Поэтому, экстраполируя прямую  $p_{\text{заб}} = f(\ln t)$  до

$t=t_0$ , где  $\ln \frac{2.25 \pi t_0}{R^2} = -\frac{3}{2}$ , получим  $p_{\text{заб}}$ , соответствующее  $p_{\text{ср}}(T)$ . Имеем

$$\frac{\pi t_0}{R^2} = \frac{1}{2.25} e^{-3/2} = 0.0991. \quad (\text{VII.4})$$

Формулу (VII.4) можно представить в ином виде. Учитывая, что  $\kappa = \frac{kK}{m_h} = \frac{kh}{m_h} K$  и  $R^2 = V_{\text{др}}/\pi m_h$ , находим

$$t_0 = \frac{0.0991}{\pi} \frac{V_{\text{др}}}{K k h / \mu}. \quad (\text{VII.5})$$

Здесь  $V_{\text{др}}$  — объем зоны дренирования скважины, который для рассматриваемого случая равен объему замкнутого газоносного пласта.

Гидропроводность  $k h / \mu$ , входящая в (VII.5), легко определяется по прямолинейному участку кривой восстановления давления. Величина  $V_{\text{др}}$  в первом приближении оценивается по имеющимся сведениям о емкостных свойствах пласта. Наименее достоверной величиной, входящей в (VII.5), является модуль объемного сжатия  $K$ . Он может быть оценен приближенно, поскольку существенная ошибка при оценке  $K$ , а следовательно и  $t_0$ , несущественно повлияет на определение средневзвешенного пластового давления. Следует отметить, что для замкнутой залежи будет справедливо соотношение

$$\frac{Q_d}{\Delta p} = \frac{V_{\text{др}}}{K}, \quad (\text{VII.6})$$

где  $\Delta Q$  — отбор жидкости при падении средневзвешенного давления в залежи на  $\Delta p$ . Поэтому в ряде случаев по данным эксплуа-

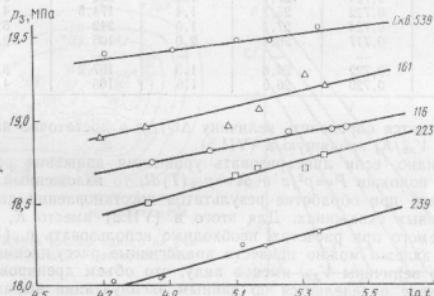


Рис. 68. Кривые восстановления давления в скважинах Оренбургского месторождения

Таблица 29

Номер скважины	$\frac{q}{t \text{мес.} \text{м}^3}$ сут	$t_0 \text{ с}$	$\frac{kh}{\mu} \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{МПа} \cdot \text{с}}$	$t_0 \cdot 10^{-6}, \text{с}$	$P_{\text{ср. изоб.}} \text{ МПа}$	$Q, \text{м}^3/\text{с}$
231	515	3,75	1062	3,71	18,78	195,4
539	730	2,81	2010	1,965	19,76	289,6
223	660	5,18	988	4,00	19,42	291,6
239	430	5,32	625	6,31	19,10	123,5
166	850	2,72	2420	1,620	19,40	311,7
242	490	4,57	830	4,76	19,53	213,8
121	890	3,58	1930	2,05	20,00	316,6
161	850	4,79	1375	2,87	19,74	351,8
116	760	3,50	1680	2,35	19,28	243,9
245	530	7,79	527	7,49	19,59	242,4
244	520	7,03	574	6,87	18,77	211,7
243	495	14,32	268	1,472	20,10	207,4
221	505	2,95	1325	2,98	19,35	138,6
227	610	3,38	1400	2,82	19,09	255,3

Продолжение табл. 29

Номер скважины	$z$	$\frac{P_{\text{ср. изоб.}}}{z}, \text{МПа}$	$\Delta \frac{P}{z}, \text{МПа}$	$\frac{Q}{\Delta \frac{P}{z}}$	$V_{\text{др.}}, \text{м}^3/\text{с}$
231	0,717	26,2	1,9	102,5	2,900
539	0,726	27,2	0,9	321	9,03
223	0,722	26,9	1,2	242	6,81
239	0,720	25,5	1,6	77,3	2,17
166	0,722	26,8	1,3	240	6,73
242	0,723	27,0	1,1	194	5,45
121	0,728	27,5	0,6	529	14,85
161	0,725	27,1	1,0	352	9,89
116	0,722	25,7	1,4	174,5	4,9
245	0,724	27,1	1,0	242	6,81
244	0,717	26,1	2,0	106	2,98
243	—	—	—	—	—
221	0,722	26,8	1,3	107,2	3,02
227	0,720	26,5	1,6	165	4,65

тации удается определить величину  $\Delta Q/\Delta P$  и достаточно надежно оценить  $V_{\text{др.}}/K$ , входящую в (VII.5).

Очевидно, если линеаризовать уравнения движения реального газа, положив  $P=p^2/z$  и  $dt=p_{\text{ср.}}(T)dt$ , то изложенный метод справедлив при обработке результатов восстановления давления и в газовых скважинах. Для этого в (VII.5) вместо  $K$ , трудно оцениваемого при расчетах, необходимо использовать  $p_{\text{ср.}}(T)$ . Для газовой залежи можно привести аналогичные рассуждения относительно величины  $V_{\text{др.}}$  имея в виду, что объем дренирования в этом случае определяется по данным эксплуатации выражением (VII.1).

По предложенной методике были обработаны данные замеров пластового давления при остановке скважин Оренбургского месторождения

рождения для оценки запасов газа по данным падения давления в начальной стадии разработки. Определение запасов, особенно важно произвести в начальный период разработки, когда принимается решение об отборе газа и объеме капитального строительства.

Кривые восстановления давления на скважинах Оренбургского месторождения (рис. 68), несмотря на некоторый разброс точек, довольно удовлетворительно аппроксимируются прямолинейными зависимостями. На рисунке кривые восстановления давления обработаны не в обычно принятых при исследовании газовых скважин координатах  $\Delta p^2 - \lg t$ , а в координатах  $\Delta p - \lg t$ , что при малых перепадах давления не имеет принципиального отличия [4].

Результаты обработки кривых восстановления давления приводятся в табл. 29. Величина  $t_0$  — время, до которого экстраполировался прямолинейный участок, определялся исходя из того, что геометрический объем зоны дренирования каждой скважины был одним и тем же и равнялся  $25 \cdot 10^6 \text{ м}^3$ .

На основании этих расчетов были определены средневзвешенные пластовые давления в зоне некоторых скважин и на основании этих данных предложена карта изобар по одному из наиболее сложных участков дренирования месторождения (рис. 69). Из этого рисунка видно, что, несмотря на некоторые отклонения, в целом карта изобар является плавной, что косвенным образом подтверждает правомерность предложенной методики.

Далее, зная зависимость  $z=z(p)$  и начальное давление, которое было принято 20,6 МПа ( $z=0,734$ ), были определены начальные дренируемые запасы по отдельным скважинам (табл. 29).

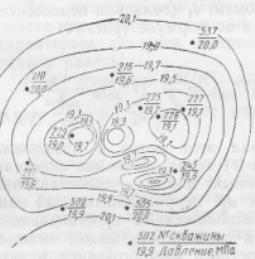


Рис. 69. Карта изобар одного из участков Оренбургского месторождения

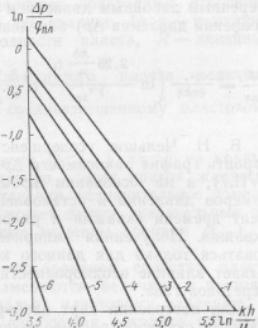


Рис. 70. График для определения пластового давления:  
1 — сут;  $kh/\mu = \text{м}^2/\text{МПа} \cdot \text{с}$ ;  $q = \text{тыс. м}^3/\text{сут}$ ;  $V_{\text{др.}} = \text{млн. м}^3/\text{МПа}$ ; 1.  $t/V_{\text{др.}} = 20$ ; 2.  $t/V_{\text{др.}} = 10$ ; 3.  $t/V_{\text{др.}} = 100$ ; 4.  $t/V_{\text{др.}} = 200$ ; 5.  $t/V_{\text{др.}} = 400$ ; 6.  $t/V_{\text{др.}} = 800$

Из таблицы видно, что по девятым скважинам суммарные дренируемые удельные запасы составляют 43,82 млрд. м<sup>3</sup>. Отбор газа по этим скважинам составил 1963 млн·м<sup>3</sup>. Если положить, что по остальным скважинам остается такое же отношение суммарного отбора к дренируемым запасам, и учесть, что моментом исследования скважин из рассмотренного участка было отобрано 6,9 млрд·м<sup>3</sup> газа, то получится, что дренируемые его запасы составят  $43,82 \cdot 6900 / 1963 = 154$  млрд·м<sup>3</sup>. (По данным расчета 1975 г.).

Из анализа табл. 29 и рис. 68 следует, что, если в качестве средневзвешенного пластового давления в зоне дренирования скважины принять максимальное замеренное в процессе остановки скважин давление, дренируемые запасы рассмотренного участка будут примерно в два раза меньше.

Последующие расчеты показали, что дренируемые запасы газа в этом участке составляют примерно 180 млрд. м<sup>3</sup>. Таким образом, предлагаемый метод определения пластового давления позволяет оценить с достаточной уверенностью запасы газа уже в начальной стадии разработки (для рассматриваемого примера отбор газа составил 4% от предполагаемых начальных запасов газа).

В ряде случаев в процессе остановки скважины для замера пластового давления кривую восстановления не снимают. Если известна гидропроводность пласта, а также можно ориентировочно оценить объем зоны дренирования, то по приведенным выше формулам определяют средневзвешенное давление в зоне дренирования.

Разница между средневзвешенным в зоне дренирования и замеренным забойным давлением в момент  $t_1$  (величина недропоставления давления  $\Delta p$ ) определяется по формуле (рис. 70)

$$\frac{\Delta p}{q_{\text{заб}}} = \frac{\mu}{4\pi kh} \left( \ln \frac{2,25 \frac{kh}{\mu}}{V^*_{\Delta p}} t_1 + \frac{3}{2} \right), \quad (V^*_{\Delta p})_r = \frac{V_{\Delta p}}{p}, \quad (V^*_{\Delta p})_k = \frac{V_{\Delta p}}{K_k}. \quad (\text{VII.7})$$

В. Н. Чельцов усовершенствовал этот метод и предложил строить график зависимости  $\Delta p = \Delta p(t)$  не на основании формулы (VII.7), а на основании промысловых данных — сопоставления замеров давлений в остановленных на непродолжительный момент времени скважин и рядом расположенных пространствующих скважин. Полученная эмпирическая зависимость может использоваться только для данного конкретного месторождения и учитывает влияние неоднородности пласта и наличие межпластовых перетоков газа.

Для построения карт изобар приходится иметь дело со множеством скважин, расположенных по определенной системе. При равномерной расстановке реальное дренирование пласта скважинами можно заменить схемой, когда отдельная скважина вскрывает замкнутый пласт определенной формы, соответствующей схеме

расстановки скважин. На основании выражений (см. гл. V) можно получить следующую формулу для восстановления давления в замкнутых пластах различной формы

$$p_{\text{заб}}(T+t) = p_{\text{cp}}(T) - \frac{q_{\text{заб}}}{4\pi kh} \left( \frac{4\pi t}{R^2} - \ln \frac{2,25 h}{R^2} \right) - C. \quad (\text{VII.8})$$

Здесь  $R$  — радиус круга, эквивалентного по площади дренируемому пласту;  $C$  — коэффициент, определяемый формой пласта и расположением скважин (см. табл. 25). Средневзвешенное давление в таком пласте можно определить по изложенной методике. Однако вместо (VII.5) надо воспользоваться формулой

$$t_0 = C_1 \frac{V_{\Delta p}}{\frac{kh}{\mu} K}, \quad C_1 = \frac{1}{2,25\pi} e^{-C}.$$

Коэффициент  $C$  приведен в этой же табл. 25.

#### Экспресс-метод определения пластового давления по кривым восстановления

Исходя из теории размерностей, можно показать, что для произвольно ограниченного пласта с произвольно меняющимися коллекторскими свойствами при пуске скважины в эксплуатацию, давление на забое изменяется по формуле

$$p_{\text{заб}}(t) = p_{\text{заб}} + \frac{q_{\text{заб}}}{4\pi kh} \varphi \left( \frac{x t}{R^2} \right). \quad (\text{VII.9})$$

Вид функции  $\varphi(xt/R^2)$  определяется конкретным строением пласта-коллектора, условиями, на его границе,  $kh/\mu$  — некоторое характеристическое значение гидропроводности пласта,  $R$  — линейный размер пласта.

При больших  $xt/R^2$  для замкнутого пласта величина  $p_{\text{заб}}$   $= \frac{q_{\text{заб}}}{4\pi kh} \varphi \left( \frac{xt}{R^2} \right)$  будет равна средневзвешенному пластовому давлению.

Для начальных моментов времени ( $t \leq t_{\text{нач}}$ ), когда на кривую восстановления давления существенно влияет приток жидкости или газа в скважину после ее остановки, незначительное изменение состояния призабойной зоны может давать значительные погрешности. Как правило, начальные моменты времени ( $t_{\text{нач}}$ ) не превышают 2–3 ч.

Для нефтяных скважин, если со временем свойства пласта и фильтрующейся жидкости не изменяются, величина  $kh/\mu$  постоянна, для газовых — пропорциональна пластовому давлению.

В связи с этим предлагается следующая методика определения пластового давления. Необходимо на каждой скважине эпизодически снимать кривую восстановления давления в течение продолжительного времени, достаточного для оценки пластового дав-

ления. Такую кривую будем называть эталонной кривой восстановления. Данные исследования обрабатываются в координатах  $\rho_{\text{заб}}^2/q - \ln t$  — для нефтяных скважин и в координатах  $\rho_{\text{заб}}^2/q - \ln p_{\text{заб}}t$  — для газовых скважин. Время остановки скважин для снятия последующих кривых восстановления может незначительно превышать ( $t_{\text{нав}}$ ). Данные восстановления по-прежнему обрабатываются в тех же координатах. После обработки полученную кривую совмещают с эталонной так, чтобы ось абсцисс и участок кривой восстановления давления для  $t \geq t_{\text{нав}}$  совпадали. После совмещения кривую восстановления экстраполируют так, чтобы экстраполированный участок совпал с эталонной кривой восстановления давления. Таким образом, отпадает необходимость в длительных остановках скважины.

Предложенная методика, строго говоря, справедлива для ограниченного пласта с одной эксплуатационной скважиной. Однако эта методика с таким же успехом может применяться для пласта, разрабатываемого системой эксплуатационных скважин. Приме-

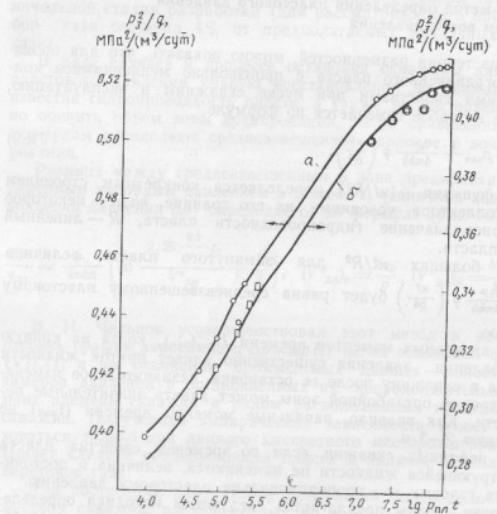


Рис. 71. Кривые восстановления давления скв. 14 Шебелинского месторождения

нение ее будет допустимо, если за период между снятием эталонной кривой восстановления давления и текущим исследованием скважиной характер дренирования пласта в зоне расположения исследуемой скважины не изменился.

Пример. На рис. 71 приведены две кривые восстановления давления на скв. 14 Шебелинского месторождения, снятые соответственно в июле 1966 года (кривая  $\alpha$ ) и в ноябре 1967 г. (кривая  $\beta$ ). Совмещение этих кривых показало, что они практически совпадают друг с другом. Это подтверждает возможность использования экспресс-метода определения пластового давления.

В. И. Олесюком был проведен детальный анализ кривых восстановления давления на Шебелинском месторождении. Им показана возможность применения предложенного метода определения пластового давления для неоднородного пласта и при межпластвовых перетоках газа.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАЧАЛЬНЫХ ЗАПАСОВ ГАЗА И ОБЪЕМА ВТОРГНУЩЕЙСЯ В ГАЗОВУЮ ЗАЛЕЖЬ ПЛАСТОВОЙ ВОДЫ МЕТОДОМ МАТЕРИАЛЬНОГО БАЛАНСА

Определим запасы газа методом материального баланса. Предположим, что изменение во времени средневзвешенного по газонасыщенному объему давления в залежи известно. Если газонасыщенный объем со временем не изменяется, то определение запасов газа не представляет большой сложности. В этом случае воспользуемся формулой (VII.1) и построим график зависимости  $\bar{p} = f(Q_{\text{г.до}})$ , который должен представлять собой прямую линию, отсекающую на оси абсцисс величину, равную начальным запасам газа. Расчет существенно осложняется, когда со временем уменьшается газонасыщенный объем благодаря вторжению пластовой воды в залежь. Именно этот случай и рассмотрим в настоящем разделе. Следует говорить, что сама задача определения средневзвешенного давления в залежи по известным пластовым давлениям в отдельных точках (по картам изобар) не проста. Особые трудности связаны с определением давления в частично обводнившейся газонасыщенной зоне пласта, и могут быть значительные погрешности в его определении при больших перепадах давления в газонасыщенной зоне пласта. Методика определения средневзвешенного давления в газовой залежи здесь не рассматривается.

Итак, положим, что известно изменение во времени средневзвешенного давления в газонасыщенной зоне пласта.

Уравнение материального баланса для газа можно записать в виде

$$B(t) = A(t)x_0 + \Omega_b(t), \quad (\text{VII.10})$$

где

$$B(t) = \frac{P_{\text{ст}}}{p(t)} Q_{\text{г.отб}}^*, \quad A(t) = \frac{\bar{p}_0 - \bar{p}(t)}{\bar{p}(t)}, \quad x_0 = \Omega_0,$$

здесь  $Q_{\text{г.отб}}^*$  — объем отображеного газа, приведенный к пластовой температуре;  $\bar{p}_0$ ,  $\bar{p}(t)$  — соответственно средневзвешенное по газонасыщенному объему приведенное давление в залежи в на-

чальный и текущий момент времени;  $\Omega_0$  — начальный газонасыщенный объем пор;  $\Omega_b(t)$  — объем воды, вторгшейся в газовую залежь.

Если разработка осуществляется при режиме  $\partial p / \partial t = \text{const}$ , то объем вторгшейся воды определяется по формуле (VII.19):

$$\Omega_b(t) = \frac{\partial p_1}{\partial t} g(t), \quad (\text{VII.11})$$

где  $g(t)$  — функция влияния.

Заметим, что в данном случае под  $p_1$  понимается, вообще говоря, давление на границе газ — вода; и оно может примерно совпадать со средневзвешенным давлением в газовой залежи только при малых перепадах давления в последней.

Предположим, что известно изменение во времени давления на контакте газ — вода. Извлекенный ниже метод справедлив, когда при разработке контакт газ — вода изменяется незначительно.

В случае однородного неограниченного пласта с круговой укрупненной скважиной радиуса  $R_0$  функция  $g(t)$  определяется по формуле

$$g(t) = \frac{2\pi k h}{\mu} \frac{R_0^4}{x^2} \bar{Q}\left(\frac{x t}{R_0^2}\right), \quad (\text{VII.12})$$

где функция  $\bar{Q}\left(\frac{x t}{R_0^2}\right)$  определяется из соответствующих решений Ван-Эвердингена и Херста.

Поскольку в общем случае месторождение разрабатывается при произвольном законе изменения  $\partial p / \partial t$ , то для определения объема вторгшейся воды служит выражение

$$\Omega_b(t) = \int_0^t \frac{\partial p(z)}{\partial z} g'(t-z) dz + g(0) \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_{t=0}. \quad (\text{VII.13})$$

По-прежнему, разбивая весь период исследования  $T$  на  $n$  равных частей для произвольного  $i$ -го интервала (для  $t=i\Delta t$ ), выражение (VII.13) представим в виде

$$\Omega_b(t) = a_i x_i + a_{i-1} x_{i-1} + \dots + a_1 x_1, \quad (\text{VII.14})$$

где

$$x_i = g(i\Delta t), \quad a_i = \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_i - \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_{i-1}, \quad a_1 = \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_1. \quad (\text{VII.15})$$

Здесь  $(\partial p / \partial t)_i$  — темп падения давления на  $i$ -м интервале. На каждом интервале темп падения давления считается постоянным.

Подставляя (VII.14) в (VII.10) и используя ранее изложенный метод [см. формулу (VII.13)], получим следующую систему уравнений:

$$B(t) = A(t)x_0 + a_1 x_1 + a_2 x_{i-1} + \dots + a_i x_i + u_i - v_i, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (\text{VII.16})$$

В этом уравнении  $B(t)$ ,  $A(t)$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ , ... — экспериментально определяемые величины. Система уравнений (VII.16) решается при условии обеспечения минимума функционала (VII.14). Необходимо, кроме того, использовать (VII.20) для функции  $g(t)$ .

В конечностно-разностной форме условия (VII.20) можно представить в виде

$$x_i \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, n;$$

$$x_i - x_{i-1} \geq 0, \quad i=2, 3, \dots, n;$$

$$x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1} \geq 0, \quad i=2, 3, \dots, n-1;$$

$$x_{i+1} - 3x_i + 3x_{i-1} - x_{i-2} \leq 0, \quad i=3, 4, \dots, n-1. \quad (\text{VII.17})$$

Как показывают расчеты, использование свойств четвертой и других более высоких производных от  $g(t)$  не имеет смысла.

Таким образом, при известных данных о падении средневзвешенного приведенного давления в залежи об отборах газа из залежи и изменении давления на контакте газ — вода задача определения начального газонасыщенного объема  $\Omega_0$  и функции влияния  $g(t)$  сводится к решению системы  $n$  уравнений (VII.16) при ограничениях (VII.17), и при этом должно соблюдаться условие

$$F = \min \sum_{i=1}^n u_i + v_i. \quad (\text{VII.18})$$

При малых перепадах давления в газоносной части пласта можно положить, что средневзвешенное давление в залежи равно давлению на контакте газ — вода. При больших перепадах давления это допущение приводит к большим погрешностям. Определение же изменения во времени давления на контакте газ — вода в ряде случаев связано с методическими затруднениями.

В этом случае при определении объема вторгшейся воды в залежи по (VII.19) или (VII.14) за  $p$  естественно принимать из-

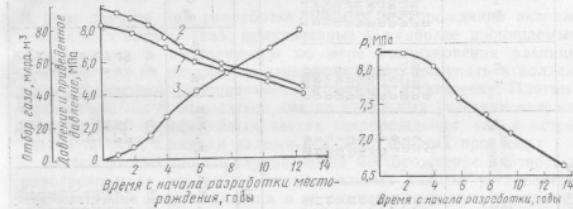


Рис. 72. Изменение основных показателей разработки X горизонта месторождения Газли 1, 2 — соответственно давление в приведенное давление,  $p/z$ , 3 — отбор газа

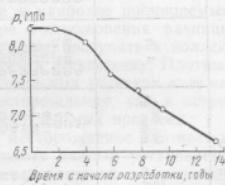


Рис. 73. Изменение давления в пьезометрической скважине X горизонта месторождения Газли

Год	$\frac{P_1}{M_{\text{бар}}}$	$Q_1, \text{м}^3/\text{с}$	A (t)	B (t)	I вариант			II вариант		
					$P_{11}^*, \text{МПа}$	$\bar{P}_1, \text{МПа}$	$\Delta S_n(t), \text{МН} \cdot \text{м}^2$	$\bar{P}_{11}, \text{МПа}$	$\bar{P}_1, \text{МПа}$	$\Delta S_n(t), \text{МН} \cdot \text{м}^2$
0	0	0.05	2.5	0.01857	0.0075	8.225	0	0	8.307	-0.3
1	2	8.71	6.7	0.03547	0.075	8.04	-1.8	0.0	8.34	0.019
2	3	8.18	13.0	0.1261	0.1591	7.32	-1.2	0.002	8.30	0.019
3	4	8.46	25.5	0.3249	0.3431	6.82	-0.8	0.005	8.25	0.019
5	6	8.46	40.8	0.4341	0.4951	6.37	-0.5	0.017	8.21	0.019
7	7	8.76	53.4	0.5082	0.5771	5.81	-0.2	0.021	8.17	0.019
8	8	8.76	53.4	0.6000	0.6774	5.32	-0.4	0.033	8.13	0.019
9	9	8.76	53.4	0.6943	0.7727	5.37	-0.2	0.044	8.09	0.019
10	10	8.76	53.4	0.8689	1.259	5.12	0.2	0.055	8.04	0.019
11	11	4.78	70.6	0.9287	1.478	4.92	0.5	0.0683	7.06	0.12
								$Q_0 = 120,3 \text{ МДж} \cdot \text{м}^{-2}$		

Таблица 31

Год	$P_1, \text{МПа}$	$P_{11}, \text{МПа}$	$\bar{P}_1, \text{МПа}$	I вариант			II вариант			
				$\Delta S_n(t)$	$\bar{P}_1 - P_1$	$\Delta S_n(t)$	$\bar{P}_1, \text{МПа}$	$\bar{P}_1 - P_1$	$\Delta S_n(t)$	
0	8.2	8.22	9.21	0	0	0	9.21	0	0	9.21
1	8.74	8.16	8.71	9.06	4	14.0	8.72	5	2	26.7
2	8.16	8.12	8.12	4	11.5	7.5	8.29	18.8	1.3	9.02
3	8.32	7.94	8.12	10.02	13.4	10.4	7.40	40.1	21.3	8.70
4	7.94	7.73	7.73	11.5	13.5	14.4	6.53	28.1	24.3	8.21
5	6.47	7.17	6.36	45.5	50.8	78.3	6.47	165.2	24.9	7.40
6	6.12	7.54	6.46	45.5	50.8	20.8	6.69	135.3	41.4	6.85
7	6.89	7.40	6.11	108.3	103.2	21.3	6.69	41.4	23.5	6.06
8	6.37	6.76	5.76	143.4	139.1	22.2	7.78	178.2	41.4	5.75
9	5.12	6.34	5.44	183.4	187.0	21.7	5.42	220.7	42.5	5.41
10	5.12	6.34	5.11	202.1	43.7	22.5	5.12	209.7	46.3	5.12
11	4.92	6.17	4.78	205.1						25.3

$Q_0 = 120,3 \text{ МДж} \cdot \text{м}^{-2}$

$\bar{P}_0 = 114.4 \text{ МДж} \cdot \text{м}^{-2}$

менение давления в пьезометрической скважине. За пьезометрическую скважину целесообразно принять скважину, с одной стороны, относительно недалеко расположенную от контакта газ — вода, с тем чтобы пренебречь сжимаемостью воды в зоне между газовой залежью и пьезометрической скважиной, с другой стороны, скважина не должна находиться близко к контакту, с тем чтобы разгазирование пластовой воды и образование зоны двухфазной фильтрации не оказало влияния на расчеты.

Пример. Определим запасы газа и объем вторгшейся воды в X залежь месторождения Газли.

На рис. 72 приведены необходимые основные данные для расчета — изменение во времени величин  $p, p/z, V_{0,16}$  [15]. На рис. 73 приведено изменение давления в пьезометрической скважине.

Результаты расчета приведены в табл. 30. Первому варианту соответствует расчет объема вторгшейся воды, когда за величину давления принималось средневзвешенное давление в газовой зоне. Во втором варианте за  $\Delta p(t)$  принято изменение давления в пьезометрической скважине.

В зоне, расположенной между пьезометрическими скважинами и газовой залежью, сжимаемостью жидкости можно пренебречь. Тогда величину  $\frac{dS_0/dt}{P_2 - P_1}$ , где  $P_2$  и  $P_1$  — приведенные к одной изотермии давления соотвественно в пьезометрической скважине и газовой залежи, можно трактовать как коэффициент продуктивности по воде приокрунной зоны, который, как следует ожидать, во времени изменяется не будет. Данные, приведенные в табл. 31, свидетельствуют именно об этом, что косвенно подтверждает достоверность полученных результатов. Об этом же свидетельствует хорошее совпадение фактических пластовых давлений с расчетными, полученными исходя из определенного решения темпа вторжения воды в газовую залежь.

#### МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАПАСОВ ГАЗА В ПЛОТНЫХ КОЛЛЕКТОРАХ ПО ДАННЫМ РАЗРАБОТКИ МЕСТОРОЖДЕНИЯ

В ряде случаев при разработке газовых месторождений вначале отбираются запасы газа, приуроченные к наиболее проницаемым коллекторам. В последующем по мере возникновения разницы давлений газ из плотных коллекторов будет поступать в коллекторы повышенной проницаемости, а затем и в скважину. Плотные коллекторы могут находиться как на отдельных участках залежи, например на периферийных частях месторождения, так и встречаться по всей площади залежи в виде отдельных прослоев.

Будем рассматривать случай, когда месторождение плотностью разбурено и на основании дополнительных данных установлено, что пластовая вода неактивна и не оказывает влияния на изменение пластового давления в залежи. Разработка плотных коллекторов в залежи начнется с некоторым запозданием. В этом случае график зависимости  $p/z = f(Q_{\text{газ}})$  будет вогнутой к оси абсцисс кривой (см. рис. 74). Рассмотрим возможность оценки запасов

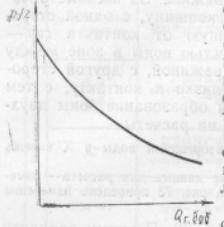


Рис. 74. График зависимости  $p/z = f(Q_{\text{доб}})$  от объема отобранного газа для залежей в плотных коллекторах

пасы газа. Предлагаемый метод позволяет оценить все запасы газа задолго до того, как кривая  $p/z = f(Q_{\text{доб}})$  будет выпадать в прямую линию, на которой надежно можно оценить запасы газа. В ряде же случаев при существенно переменном отборе газа момент времени, когда кривая превратится в прямую линию, может и не наступить.

Может наблюдаваться и такое явление, когда при неравномерной выработке продуктивного разреза кривые  $p/z = f(Q_{\text{доб}})$  будут выпадать в прямую линию, на которой надежно можно оценить запасы газа. В ряде же случаев при существенно переменном отборе газа момент времени, когда кривая превратится в прямую линию, может и не наступить.

отбор газа из хорошо проницаемой части пласта будет меньше, чем поступление газа в эту часть из плотных зон; пластовое давление высокопроницаемых интервалов может постепенно сравняться с забойным в результате уменьшения депрессии на интенсивно дренируемые интервалы.

В данных случаях при формальной обработке конечного участка кривых  $p/z = f(Q_{\text{доб}})$  запасы газа будут завышены.

Условно разобъем пласт на две зоны — высокопроницаемую I, где давление считается везде постоянным, и низкопроницаемую — II, из которой газ поступает в зону I. Будем считать, что давление в зоне I соответствует замеряемому в процессе разработки пластовому давлению.

Предположим, что в зоне II газ движется в соответствии с законом Дарси, и уравнение неустановившейся фильтрации здесь имеет вид

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \frac{k}{\mu} P = m \frac{\partial p/z}{\partial t}; \quad (\text{VII.19})$$

$$dP = \frac{p}{z} dp. \quad (\text{VII.20})$$

Линеаризируем (VII.19), положив в соответствии с (I.304)

$$d\tau = \frac{dp}{dt}, \quad d\frac{p}{z} = dt; \quad (\text{VII.21})$$

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \frac{h}{\mu} P = m \frac{\partial P}{\partial \tau}. \quad (\text{VII.22})$$

Предположим, что месторождение разрабатывается таким образом, что величина  $dP_1/dt$  постоянна во времени  $dP_1/dt = a_0$ , где  $P_1$  — функция Л. С. Лейбензона в зоне I. Тогда переход газа из зоны II в зону I будет осуществляться в соответствии с выражением  $q_t = a_0 \varphi(\tau)$ . (VII.23)

Функция  $\varphi(\tau)$  является аналогом функции  $g(t)$ , входящей в (VII.36) и определяющей приток воды в газовую залежь, когда падение давления на границе газ — вода соответствует закону  $\partial p/\partial t = \text{const}$ . Функция  $\varphi(\tau)$  имеет много общего с функцией  $\bar{g}(t)$ . Она также определяется строением пласта-коллектора и обладает таким свойством:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} \geq 0, \quad \frac{d^2\varphi}{d\tau^2} \leq 0, \quad \frac{d^3\varphi}{d\tau^3} \geq 0, \quad \frac{d^4\varphi}{d\tau^4} \leq 0 \dots \quad (\text{VII.24})$$

Нетрудно показать, что для ограниченного по размерам пласта (зоны II) для больших  $\tau$  функция  $\varphi(\tau)$  будет некоторой постоянной величиной, равной по объему газонасыщенного пространства плотных коллекторов в пласте,

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \varphi(\tau) = p_{\text{cr}} \Omega_{\text{II}}. \quad (\text{VII.25})$$

Если величина  $dP_1/dt$  переменная, то

$$q_r(n\Delta\tau) = \sum_{i=1}^n \alpha_i x_{n-i}, \quad (\text{VII.26})$$

где по аналогии с выражением (VII.15) обозначено

$$x_i = \left( \frac{\partial P_1}{\partial \tau} \right)_i - \left( \frac{\partial P_1}{\partial \tau} \right)_{i-1}, \quad x_i = \varphi(i\Delta\tau).$$

Здесь  $(\partial P_1/d\tau)_i$  — темп падения функции Л. С. Лейбензона на интервале времени  $(i-1)\Delta\tau \leq t \leq i\Delta\tau$ . Обратим внимание, что под «временем» здесь понимается некоторая величина, определяемая (VII.21).

Обозначим через  $q_r^*$  дебит отбиаемого из пласта газа. Тогда уравнение материального баланса примет вид

$$\Omega_1 \left[ \left( \frac{p}{z} \right)_{m-1} - \left( \frac{p}{z} \right)_m \right] \frac{1}{p_{\text{cr}}} = q_r^*(m) - \sum_{i=1}^m \alpha_i x_{m-i} + u_m - v_m, \\ m = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{VII.27})$$

На величины  $x_i$  в соответствии с (VII.24) налагаются следующие ограничения:

$$\begin{aligned} x_i - x_{i-1} &\geq 0, \\ x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1} &\leq 0, \\ x_{i+2} - 3x_{i+1} + 3x_i - x_{i-1} &\geq 0. \end{aligned} \quad (\text{VII.28})$$

Будем решать систему уравнений (VII.27) и (VII.28) при условии

$$F = \min \sum_{i=1}^n u_i + v_i, \quad (\text{VII.29})$$

получим величину  $\Omega_1$ , характеризующую запасы газа в хорошо проницаемой части пласта, а также величины  $x_1, x_2, \dots$ , характеризующие переток газа из плотных коллекторов.

Из (VII.25) замечаем, если  $x_n - x_{n-1} = 0$ , то объем газонасыщенного пространства плотных коллекторов в пласте

$$\Omega_1 = x_n / p_{cr}. \quad (\text{VII.30})$$

Если  $x_n - x_{n-1} > 0$ , то

$$\Omega_1 > x_n / p_{cr}, \quad (\text{VII.31})$$

Когда соблюдается условие  $x_n - x_{n-1} > 0$ , можно оценить только нижнюю границу газонасыщенного объема пор в плотных коллекторах. Для оценки наиболее достоверного значения этой величины рекомендуется построить график зависимости  $x_i = f(i)$ . При достаточно большом числе  $n$  эта зависимость хорошо экстраполируется. Если в результате экстраполяции график зависимости  $x_i = f(x_i)$  превращается в прямую горизонтальную линию, то асимптотическое значение  $x$ , которое обозначим через  $x_\infty$ , будет характеризовать газонасыщенный объем пор в плотных коллекторах:

$$\Omega_1 = x_\infty / p_{cr}. \quad (\text{VII.32})$$

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЛЬРАЦИОННО-ЕМКОСТНЫХ СВОЙСТВ ПЛАСТА ПО КАРТАМ ИЗОБАР

Рассмотрим методику расчета ФЕС для одномерной и двумерной фильтраций на примере определения ФЕС газовой залежи. Аналогично можно определять параметры пласта и нефтяной залежи.

#### Однородная фильтрация

Дифференциальное уравнение фильтрации газа для линейного пласта имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{k(x) h(x)}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} = m(x) h(x) \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} - q(x, t), \quad (\text{VII.33})$$

здесь  $P$  — функция Лейбензона;  $dP = \bar{p} dp$ ;  $p$  — приведенное давление,  $\bar{p} = p/z$ ;  $k(x)$ ,  $h(x)$ ,  $m(x)$  — соответственно проницаемость, толщина и пористость пласта.

Предполагаем, что функции  $P(x, t)$ ,  $\bar{p}(x, t)$  и  $q(x, t)$  известны. Разобъем пласт на  $n$  равных частей по длине,  $\Delta l = l/n$ , где  $l$  — длина пласта. В интервале  $(s-1)\Delta t \leq t \leq s\Delta t$  ( $s = 1, 2, \dots, S$ ) полагаем, что функция  $q(x, t) = q(x, s)$  от времени не зависит. Тогда (VII.33), представленное в конечно-разностной форме, примет вид

$$\begin{aligned} K_{i+1}[P(i+1, s) - P(i, s)] - K_i[P(i, s) - P(i-1, s)] &= \frac{\mu(\Delta l)^2}{\Delta t} \times \\ &\times \frac{M_i + M_{i+1}}{2} [\bar{p}(i, s+1) - \bar{p}(i, s)] - \mu(\Delta l)^2 q(i, s) + u(i, s) - \\ &- v(i, s), \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad s = 1, 2, \dots, S, \\ K_i &= k(i\Delta l)h(i\Delta l), \quad M_i = m(i\Delta l)h(i\Delta l). \end{aligned} \quad (\text{VII.34})$$

По-прежнему  $u(i, s)$  и  $v(i, s)$  служат для регуляризации решения.

Могут быть также заданы граничные условия при  $x=0$  и  $x=l$ . В качестве такиховых могут быть условия выклинивания пласта на границе, условие, характеризующее приток пластовой жидкости на внешней границе пласта, и другие.

Систему (VII.34) будем решать при условии обеспечения минимума функционала

$$F = \min \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^S u(i, s) + v(i, s).$$

Для регуляризации функций  $K(x)$  и  $M(x)$  необходимы дополнительные ограничения. Для каждого сечения необходимо ограничивать эти функции снизу и сверху. Могут быть введены ограничения, связывающие значения этих функций в соседних сечениях. Для этого используются имеющиеся геологические сведения о характере изменения  $K(x)$  и  $M(x)$  по пласту. Так, исходя из геологических представлений, можно довольно четко выделить области пласта, где эти функции уверенно растут или уменьшаются. В области, где не удается определить, в какую сторону изменяются  $K(x)$ ,  $h(x)$  и  $m(x)$ , целесообразно внести предположение о выпуклости или вогнутости этих функций.

#### Двумерная фильтрация

Аналогично решается и задача определения фильтрационно-емкостных свойств пласта и при двумерной фильтрации. В этом случае конечно-разностная аппроксимация дифференциального уравнения фильтрации производится в области переменных  $x, y, t$ . При двумерной фильтрации для определения соответствующих ограничений соотношения между  $M$  и  $K$  должны находиться как из условия зависимости этих функций от аргумента  $x$ , так и от аргумента  $y$ .

Конечно-разностная аппроксимация для этого случая имеет вид

$$\begin{aligned}
 & K_{i+1, j} [P(i+1, j, s) - P(i, j, s)] - K_{i, j} [P(i, j, s) - \\
 & - P(i-1, j, s)] + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 K_{i, j+1} [P(i, j+1, s) - P(i, j, s)] - \\
 & - \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 K_{i, j} [P(i, j, s) - P(i, j-1, s)] + \\
 & + \mu \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} M_{i, j} [\bar{p}(i, j, s+1) - \bar{p}(i, j, s)] - \mu (\Delta x)^2 q(i, j, s) + \\
 & + u(i, j, s) - v(i, j, s). \tag{VII.35}
 \end{aligned}$$

Система уравнений (VII.35) с соответствующими ограничениями решается при условии обеспечения минимума функционала

$$F = \min \sum_i \sum_j u(i, j, s) + v(i, j, s). \tag{VII.36}$$

Если решения прямых задач определяются граничными условиями, то в решаемой здесь задаче граничные условия являются дополнительными ограничениями, которые регуляризуют функции  $K(x, y)$  и  $M(x, y)$ .

Пример. Определим запасы угля одного из месторождений. Исходные данные для расчета — изменение рассредоточенного отбора газа  $q(x)$ , падение приведенного давления за рассматриваемый период времени  $t$ ,  $\Delta p(t)$ , величина

$\int \frac{\partial P}{\partial x} dt$  — приведены на рис. 75 и 76. На рис. 75 и 76 под  $x$  понимается рас-

стояние от заданного поперечного сечения до северной границы месторождения.

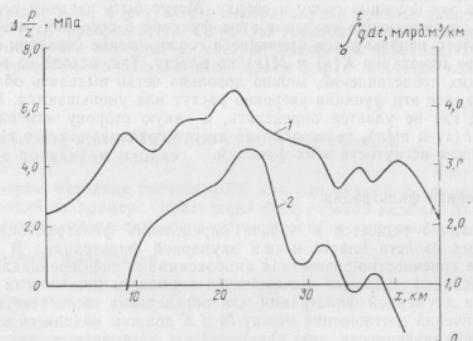


Рис. 75. Зависимость  $\Delta(p/z)$  и удельного отбора газа от расстояния  $x$  от границы месторождения  
1 —  $(\Delta p/z)$ ; 2 — удельный отбор

194

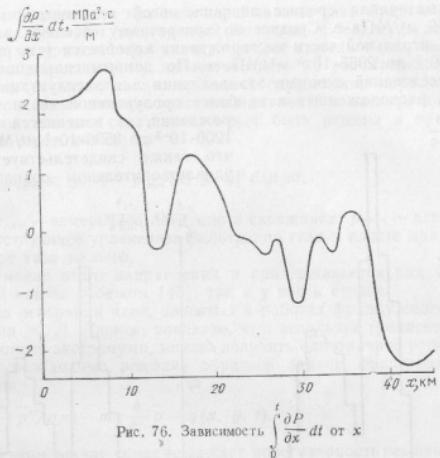


Рис. 76. Зависимость  $\int \frac{\partial P}{\partial x} dt$  от  $x$

Расчеты показали (рис. 77 и 78), что южный купол месторождения практически изолирован от основной части месторождения. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с имеющимися данными о геолого-физических свойствах коллекторов этого месторождения.

Так, в соответствии с рис. 77 начальные запасы газа в основной части Вуктыльского месторождения составляют 386,2 млрд. м<sup>3</sup>. (По данным расчета за период 1969—1975 гг.). В соответствии с данными кернового анализа они равны 414,9 млрд. м<sup>3</sup>. Суммарная гидропроводность (рис. 79) изменяется в центральной части месторождения от 30 до 74 м<sup>3</sup>/МПа·с. В то время как на основании кер-

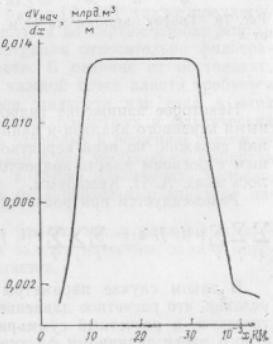


Рис. 77. Изменение удельных запасов газа,  $dV_{\text{нач}}/dx$  вдоль оси месторождения

13\*

195

нового материала среднее значение этой величины оценивается в  $69 \text{ м}^3/\text{МПа}\cdot\text{s}$ . Среднее по поперечному сечению значение  $kh/\mu$  в центральной части месторождения колеблется (см. рис. 78) от  $750 \cdot 10^{-5}$  до  $2065 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{МПа}\cdot\text{s}$ . По данным гидродинамических исследований скважин эта величина для эксплуатационных скважин, расположенных в наиболее продуктивной части месторождения, изменяется от  $1200 \cdot 10^{-5}$  до  $3500 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{МПа}\cdot\text{s}$ , что также свидетельствует об удовлетворительном совпадении.

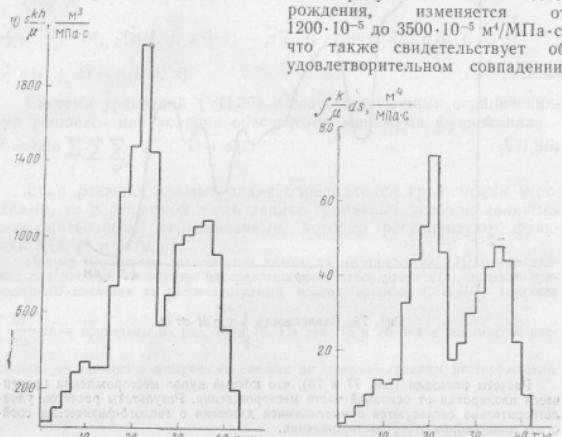


Рис. 78. График зависимости  $kh/\mu$  от  $x$

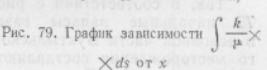


Рис. 79. График зависимости  $\int \frac{k}{\mu} ds$  от  $x$

Некоторое занижение гидропроводности по сравнению с данными кернового анализа и данными гидродинамических исследований скважин, по всей вероятности, объясняется резко неоднородным строением пласта-коллектора, на что неоднократно указывалось акад. А. П. Крыловым.

Рекомендуется при расчетах использовать условие

$$\sum_{i} \sum_{j} \sum_{s} u(i, j, s) = \sum_{i} \sum_{j} \sum_{s} v(i, j, s). \quad (\text{VII.37})$$

В таком случае параметры пласта определяются исходя из условия, что расчетное давление в каждой точке совпадает с фактическим, а расчетный суммарный отбор газа из месторождения строго равен заданному фактическому. Нетрудно видеть, что при

таком подходе, по крайней мере, запасы газа будут определены точнее, чем при существующей методике определения запасов газа по материальному балансу. Вопрос определения запасов газа по средневзвешенному давлению здесь не рассматривается.

Как указывалось выше, задача определения параметров пласта по данным замера пластовых давлений в эксплуатационных и наблюдательных скважинах может быть решена и при условии обеспечения минимума

$$\int \int [p_{\text{зам}}(x, y, t) - p_{\text{расч}}(x, y, t)]^2 dx dy dt,$$

где  $p_{\text{зам}}$  — замеренное давление в скважинах;  $p_{\text{расч}}$  — давление, соответствующее уравнению фильтрации газа в пласте при заданном отборе газа из него.

Именно этого направления и придерживается ряд исследователей как за рубежом [46], так и у нас в стране.

На основании идей, развитых в работах французского исследователя Ж. Л. Лионса, показано, что, используя градиентные методы поиска экстремума, можно получить однозначное решение. При этом необходимо решение обратной задачи фильтрации газа в пласте

$$\nabla \frac{kh}{\mu} \bar{p} \nabla p = -mh \frac{\partial}{\partial t} \bar{p} - q(x, y, t). \quad (\text{VII.38})$$

В этом случае снова возникает иррегулярность решения, связанная с некорректностью обратной задачи типа (VII.38) [48]. Данный подход осложняется еще и большими вычислительными работами для численного решения прямой и обратной задачи фильтрации при различных итерационных значениях параметров пласта.

Следует отметить, что в ряде работ [8, 28] также предлагаются для определения параметров пласта по картам изобар решать дифференциальное уравнение фильтрации относительно фильтрационно-емкостных параметров пласта. В отличие от постановки, изложенной выше, при которой в каждой точке пласта требуется приближенное совпадение расходов жидкости или газа, в этих работах исходят из строгого равенства расчетных и фактических величин расходов и давлений. Это приводит к решению переопределенной системы уравнений, в связи с чем необходимо выбирать определенное число карт изобар, а также исследовать условия, когда решение позволяет получить неограниченные значения параметров пласта.

Для установившегося потока в пласте, когда расходы жидкости и газа на отдельных участках залежи известны, задача определения параметров пласта упрощается.

## ГЛАВА VIII

### ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТЫХ И СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНЫХ КОЛЛЕКТОРОВ

Исследование неоднородных и особенно трещиновато-пористых коллекторов представляет большое практическое значение для оценки неоднородности, соотношения запасов в высокопродуктивных и низкопродуктивных пластах. Особое значение эта оценка приобретает при подсчете запасов нефти и газа в трещиноватопористых коллекторах. Определение запасов в блоках (матрице) можно провести обычными расчетными способами. Как правило, затруднение вызывает определение запасов в трещинах. Применяемые в настоящее время методы оценки трещиноватости, по данным анализа кернового материала, обладают рядом недостатков. Во-первых, как правило керн характеризует строение пласта только в том месте, откуда он отобран, а во-вторых, принципиально по керну невозможно оценить распространение трещин и их гидродинамическую связь по пласту. Аналогичный недостаток существует также и другим методам оценки строения пласта, например геофизическим методам, методом фотографирования и телесъемки.

Практический интерес представляют методы, которые позволяли бы получать в зоне дренирования интегральную характеристику неоднородности пласта, определить параметры для подсчета запасов. Перспективны в этом направлении методы, основанные на наблюдениях процессов фильтрации в пласте и, в первую очередь, нестационарной фильтрации.

Наряду с зернистыми пористыми средами, в которых жидкость сосредоточена и движется по межзерновым каналам, существуют трещиноватые породы, в которых трещины полностью и частично обуславливают фильтрацию жидкости. Как правило, трещиноватость связана с карбонатными породами, с известняками. Однако детальные исследования нефтесодержащих пород месторождений нефти и газа показывают наличие трещиноватости не только в карбонатных породах. Можно утверждать, что преобладающее большинство нефте- и газонасыщенных пород приурочены к различным горным породам, с разной степенью трещиноватости.

Различают чисто трещиноватые и трещиновато-пористые породы. К первым относятся породы, в которых пористость и проницаемость блоков пренебрежимо малы по сравнению с проницаемостью и емкостью трещин. Основные запасы в таких средах приурочены к трещинам. К трещиновато-пористым коллекторам относятся породы, в которых проницаемость блоков мала по сравнению с проницаемостью трещин, а пористость трещин мала по сравнению с пористостью блоков.

Для исследования нестационарной фильтрации жидкости в трещиноватых коллекторах было предложено несколько моделей трещиноватого пласта. В настоящее время при математическом описании фильтрации в трещиновато-пористых коллекторах принимаются две основные схемы. В первой — пласт разбит системой трещин на блоки, а между трещинами и блоками происходит переток жидкости, прямо пропорциональный разности усредненных давлений блоков и трещин. Такой подход к описанию фильтрации в трещиноватопористом коллекторе был использован Г. И. Баренблаттом и Ю. П. Желтовым. При второй схематизации трещиноватый пласт заменяется однородными блоками правильной формы. Распределение давления внутри каждого блока рассматривается как неустановившаяся. Для каждой из этих схем предложено несколько математических моделей: модель Баренблатта — Желтова [2], модель с двойной пористостью, модель равномерных блоков [6], модель чередующихся по напластованию трещин и пористых блоков, модель двухслойного пласта [5], в которой трещины и блоки объединены в пласти с разными коллекторскими свойствами.

Уравнения неустановившейся фильтрации жидкости в трещиноватой среде отличаются от уравнений фильтрации в пористой среде дополнительным членом, учитывающим обмен жидкостью между блоками и трещинами. Это приводит к тому, что нестационарные процессы в трещиноватой среде отличаются от тех же процессов в пористой среде характерным временем запаздывания. Оценка времени запаздывания — параметра, характеризующего трещиноватость, представляет большой практический интерес.

#### БЛОЧНАЯ МОДЕЛЬ ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТОГО ПЛАСТА

Трещиновато-пористый пласт, имеющий разветвленную произвольным образом трещиноватость, заменяется равномерными пористыми блоками, разделенными трещинами (рис. 80).

Предположим, что проницаемость блоков  $k_2$  ( $k_1 \gg k_2$ ). Движение жидкости через блоки будем пренебрегать. Блоки питают трещины, по которым жидкость течет к скважинам.

Дебит жидкости в произвольном сечении с координатою  $r$ , очевидно, будет определяться выражением

$$q = - \frac{2\pi k_1 h_1}{\mu} r \frac{\partial p_1(r, t)}{\partial r}. \quad (\text{VIII.1})$$

Тогда уравнение материального баланса в дифференциальной форме представим в виде

$$-\frac{\partial}{\partial r} q = \frac{2\pi m_1 h_1}{K_1} r \frac{\partial p_1(r, t)}{\partial t} + 2\pi r v, \quad (\text{VIII.2})$$

где  $v$  — интенсивность перетока жидкости из блоков в трещину.

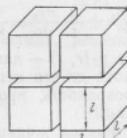


Рис. 80. Блочная модель трещиновато-пористого коллектора

Пусть  $q_0$  — дебит жидкости из одного блока в трещину. Тогда очевидно  
 $v = q_0 N / (2\pi \Delta r)$ , (VIII.3)

где  $N$  — число блоков в элементарном кольце радиуса  $r$  и толщиной  $\Delta r$ . Пусть  $\Delta r = l$ . Тогда, предполагая, что объем трещин много меньше объема блоков, получим

$$N = 2\pi r \Delta r h / l^3, \quad (\text{VIII.4})$$

где  $h$  — общая толщина пласта.

Учитывая (VIII.1), (VIII.3) и (VIII.4), из (VIII.2) получим следующее дифференциальное уравнение для функции  $p_1(r, t_0)$ :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p_1}{\partial r} r \frac{\partial p_1}{\partial r} = \frac{1}{x_1} \frac{\partial p_1}{\partial t} + q_0 \frac{\mu h}{k_1 h_1 l^3}. \quad (\text{VIII.5})$$

Рассмотрим случай, когда блок несравненно меньше области фильтрации. Между блоками находится трещиноватый коллектор с суммарной толщиной  $h_1$ , эффективной проницаемостью  $k_1$ , пористостью  $m_1$  и пьезопроводностью  $x_1 = k_1 K / (m_1 \mu)$ . В этом случае блок не изменяет кинематику течения жидкости к скважине в трещиноватом коллекторе. Давление в нем по его поперечному сечению не изменяется, обозначим его через  $p_1(r, t)$ .

Представим блоки в виде шаров радиусом  $r_0$ . Очевидно, объем одного блока

$$V = l^3 = \frac{4}{3} \pi r_0^3. \quad (\text{VIII.6})$$

Подставляя (VIII.6) в (VIII.5), получим

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_1}{\partial r} = \frac{\partial p_1}{x_1 \partial t} + \frac{3}{4} q_0 \frac{\mu h}{k_1 h_1 \pi r_0^3}. \quad (\text{VIII.7})$$

Поскольку рассматривается случай, когда размер одного блока неизмеримо мал по сравнению с размерами области фильтрации, то на поверхности каждого блока давление постоянно. В связи с этим приток жидкости в трещину из блока происходит в соответствии с уравнением фильтрации упругой жидкости в сферическом пласте

$$\frac{\partial^2 p_2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p_2}{\partial r} = \frac{1}{x_2} \frac{\partial p_2}{\partial t}, \quad (\text{VIII.8})$$

где  $p_2(r, t)$  — давление в блоках;  $r$  — расстояние от данной точки блока до его центра;  $x_2 = k_2 K / m_2 \mu$ ,  $k_2 / m_2$  — соответственно пьезопроводность, проницаемость и пористость блока. Очевидно,  $0 \leq r \leq r_0$ .

Расход жидкости через сферическую поверхность блока будет равен

$$q_2 = -4\pi \frac{k_2}{\mu} \left( r \frac{dp_2}{dr} \right)_{r=r_0}. \quad (\text{VIII.9})$$

200

Для решения (VIII.7) воспользуемся преобразованием Лапласа. Введем функции преобразования Лапласа:

$$P_1(r, t_0) = \int_0^\infty p_1(r, t) e^{-it/t_0} dt; \quad P_2(r, t_0) = \int_0^\infty p_2(r, t) e^{-it/t_0} dt; \quad (\text{VIII.10})$$

$$F(t_0) = \int_0^\infty q_2(t) e^{-it/t_0} dt.$$

Тогда (VIII.7), (VIII.8) и (VIII.9) запишутся в виде

$$\frac{d^2 P_1(r, t_0)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d P_1(r, t_0)}{dr} = \frac{1}{x_1 t_0} P_1(r, t_0) + \frac{3 \mu h}{4 \pi k_1 h_1} F(t_0) \frac{1}{r^2 t_0}, \quad (\text{VIII.11})$$

$$\frac{d^2 P_2(r, t_0)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d P_2(r, t_0)}{dr} = \frac{1}{x_2 t_0} P_2(r, t_0); \quad (\text{VIII.12})$$

$$F(t_0) = -4\pi r_0^5 \frac{k_2}{\mu} \left( \frac{\partial P_2}{\partial r} \right)_{r=r_0}. \quad (\text{VIII.13})$$

Решая (VIII.12) при условии (VIII.13) и учитывая, что величина  $\left( \frac{\partial P_2}{\partial r} \right)_{r \rightarrow 0}$  ограничена, получим

$$P_2(r, t_0) = \frac{F(t_0) \mu}{4\pi k_2 r^2 \delta} \frac{\sin \sqrt{r^2/x_2 t_0}}{(1/\sqrt{x_2 t_0}) \operatorname{ch} \sqrt{x_2 t_0} - \frac{1}{r} \sinh \sqrt{x_2 t_0}}. \quad (\text{VIII.14})$$

Заметим, что при  $r=r_0$  величину  $P_2(r, t_0)$  можно заменить через  $P_1(r, t_0)$ . Тогда (VIII.11) после исключения  $F(t_0)$  примет вид

$$\frac{d^2 P_1(r, t_0)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d P_1(r, t_0)}{dr} = \frac{\lambda_1}{x_1 t_0} P_1(r, t_0), \quad (\text{VIII.15})$$

где

$$\lambda_1 = 1 - 3 \frac{k_2 x_1 t_0 h}{r_0^2 k_1 h_1} \left[ 1 - \frac{r_0}{V \sqrt{x_2 t_0}} \operatorname{ctn} \frac{r_0}{V \sqrt{x_2 t_0}} \right]. \quad (\text{VIII.16})$$

Уравнение (VIII.15) является уравнением Бесселя, решение которого имеет вид

$$P_1(r, t_0) = \frac{F(t_0) \mu}{2\pi k_1 h} \frac{K_0 \left( r \sqrt{\frac{\lambda_1}{x_1 t_0}} \right)}{r_c \sqrt{\frac{\lambda_1}{x_1 t_0}} K_1 \left( r \sqrt{\frac{\lambda_1}{x_1 t_0}} \right)}. \quad (\text{VIII.17})$$

При  $\lambda_1=1$  формула (VIII.17) обращается в формулу, связывающую изображение давления по Лапласу в произвольной точке однородного пласта с изменением дебита скважины, дренирующей бесконечный однородный пласт.

При больших  $t_0$  и малых  $r_0$  аргумент  $z = r_0/V\sqrt{\kappa t_0}$  принимает малые значения. Например, для блоков  $r_0 = 0,10$  м, проницаемость  $k_2 = 1 \cdot 10^{-15}$  м<sup>2</sup>,  $m = 0,15$ ,  $K = 1500$  МПа,  $\mu = 1 \cdot 10^{-9}$  МПа·с при  $t_0 = 100$  с аргумент  $r_0/V\sqrt{\kappa t_0} = 0,1$ . Очевидно, в этом случае выражение в квадратной скобке формулы (VIII.16) можно представить в следующем виде:

$$1 - z \operatorname{cth} z = -\frac{1}{3} z^2; \quad z = r_0/V\sqrt{\kappa t_0}. \quad (\text{VIII.18})$$

Тогда получим следующее выражение для максимального значения  $\lambda_1$ :

$$\max \lambda_1 = 1 + \frac{k_2 \kappa_1 h}{K_1 m_1 h_1} = 1 + \frac{K_1 m_1 h}{K_2 m_1 h_1} = B_1. \quad (\text{VIII.19})$$

Тогда для больших моментов времени изображение давления определяется формулой

$$P_1(r, t_0) = \frac{F(t_0) \mu}{2\pi k_1 h_1} \frac{K_0 \left( r \sqrt{\frac{B_1}{\kappa_1 t_0}} \right)}{r_c \sqrt{\frac{B_1}{\kappa_1 t_1}} K_1 \left( r_c \sqrt{\frac{B_1}{\kappa_1 t_0}} \right)}, \quad (\text{VIII.20})$$

т. е. той же формулой, что и для однородного пористого пласта, пьезопроводностью

$$\kappa_{np} = \kappa_1 / B_1. \quad (\text{VIII.21})$$

Величине  $B_1$ , очевидно, можно придать вполне определенный физический смысл. Для случая, когда модуль объемного сжатия трещин  $K_1$  равен модулю объемного сжатия матрицы  $K_2$ , величина  $B_1$  представляет собою отношение суммарных запасов флюида в матрице и трещинах к запасам флюида в трещинах. Удобно ввести также величину  $B_0$

$$B_0 = B_1 - 1 = \frac{K_1 m_1 h}{K_2 m_1 h_1}, \quad (\text{VIII.22})$$

которая для  $K_1 = K_2$  представляет собою отношение запасов в матрице к запасам в трещинах.

Не останавливаясь пока на методах обработки данных гидродинамических исследований трещиноватых пластов, вытекающих из полученного решения, перейдем к другой модели трещиновато-пористой среды.

#### ДВУХПЛАСТОВАЯ МОДЕЛЬ ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТОГО ПЛАСТА

Представим трещиновато-пористый пласт в виде двухслойного пласта (рис. 81). В одном из пропластков (с индексом 1) смоделируем условия движения жидкости (или газа) в трещинах. В другом (с индексом 2) — движение жидкости в матрицах породы. Очевидно, необходимо смоделировать следующие параметры — суммарные гидропроводность и упругоемкость для трещин и матрицы. Кроме того, необходимо смоделировать линейный размер ма-

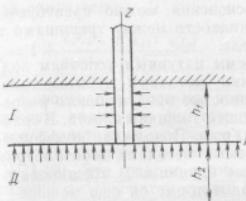


Рис. 81. Модель двухслойного пласта

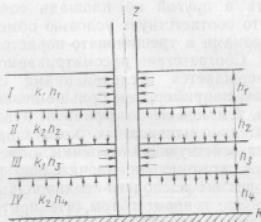


Рис. 82. Модель многослойного пласта

трицы. Будем считать, что двухслойная модель пласта отображает условия движения жидкости (или газа) в трещиновато-пористой среде, если соблюдаются следующие условия. Проницаемости, пористости и коэффициенты упругоемкости второго пласта и блоков равны. Толщина второго пласта соответствует линейным размерам матрицы. Толщина второго пласта соответствует линейным размерам матрицы. В этом случае, чтобы суммарные емкости второго пласта и блоков были равны, необходимо моделировать трещиновато-пористую среду в виде многослойного пласта (рис. 82), состоящего из  $n$  пропластков толщиной  $h_i$ , пористостью  $m_i$  и проницаемостью  $k_i$ , разделенных между собой высокопроницаемыми пропластками. Суммарная гидропроводность высокопроницаемых пропластков  $n k_i h_i / \mu$ , а также величина  $n m_i h_i B_1$  должны быть равны соответственно суммарным гидропроводности и упругоемкости трещин. Очевидно, изложенная модель может отображать только одномерную фильтрацию жидкости (или газа).

Также очевидно, что нет необходимости рассматривать многослойную модель пласта, достаточно рассмотреть двухслойную, имея при этом в виду, что дебит скважины следует уменьшать по сравнению с реальным дебитом скважины в  $n$  раз.

Пусть

$$\frac{k_2 h_2}{\mu} \ll \frac{k_1 h_1}{\mu}. \quad (\text{VIII.23})$$

Если проницаемость второго пласта во много раз меньше проницаемости первого, то при нестационарном режиме давление в этом пласте по вертикали будет непостоянным. Давление в первом пласте можно принять постоянным по вертикали.

При соблюдении условия (VIII.23), фильтрация будет происходить по первому пропластку. Ввиду того что площадь контакта двух пластов очень значительна, фильтрацией по горизонту во втором пласте по сравнению с перетоком жидкости из одного пла-

ста в другой по площади соприкосновения можно пренебречь. Это соответствует условию обмена жидкости между трещинами и блоками в трещиновато-пористой среде.

Соответствие рассматриваемой схемы натурным условиям подтверждается исследованиями скважин методами дебитометрии. Так, например, чем больше неоднородность продуктивного разреза, тем меньше коэффициент действующей толщины пласта. В сравнительно однородных коллекторах Урало-Поволжья коэффициент действующей толщины, определяемый методами дебитометрии или термометрии, значительно меньше единицы. В трещиновато-пористых и слоисто-неоднородных коллекторах он еще меньше.

Это говорит о том, что приток в скважину происходит не по всему продуктивному разрезу, а по отдельным флюидоподводящим высокопроницаемым пропласткам. Пласти с худшей проницаемостью являются питательной средой. В трещиновато-пористых пластиах питательной — аккумулирующей — средой является матрица.

Заметим, что переток между пластами может происходить также и по отдельным вертикальным трещинам, которые могут существовать и в плотных, практически непроницаемых пластах в пропластках, разделяющих отдельные продуктивные пласти в разрезе продуктивной толщи.

При рассмотренных допущениях задача сводится к решению следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{k_1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial p_1}{\partial r} - \frac{\partial p_1}{K_1} = \frac{m}{\mu} \frac{\partial p_1}{\partial t} - \frac{q_1(r, t)}{h_1}; \quad (\text{VIII.24})$$

$$\frac{\partial^2 p_2}{\partial r^2} = \frac{1}{x_2} \frac{\partial p_2}{\partial t}; \quad x_2 = \frac{k_2 K_2}{m_2 \mu}, \quad (\text{VIII.25})$$

где  $p_1, p_2$  — соответственно давление в первом и втором пропластках;  $q_1(t)$  — дебит жидкости, перетекающей из одного пропластика в другой.

Система уравнений решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$\begin{aligned} t=0; \quad p_1=p_2=0; \\ r=\infty; \quad p_1=p_2=0; \\ -\frac{2\pi k_1 h}{\mu} \left( r \frac{\partial p_1}{\partial r} \right)_{r=r_c} = q(t); \\ z=h_1; \quad -\frac{k_1}{\mu} \frac{\partial p_1}{\partial z} = q_1(r, t); \quad p_1=p_2; \\ z=0; \quad \frac{\partial p_1}{\partial z}=0. \end{aligned} \quad (\text{VIII.26})$$

Решение системы уравнений (VIII.24), (VIII.25) при граничных условиях (VIII.26) было приведено в работе [6]. Решение имеет такой же вид, что и формула (VIII.17), полученная выше для модели равномерных блоков,

$$P_1(r_0, t_0) = \frac{F(t_0) \mu}{2\pi k_1 h} \frac{K_0(r \sqrt{\lambda_2/x_2 t_0})}{r_c \sqrt{\frac{x_2}{x_1 t_0}} K_1(r_c \sqrt{\frac{x_2}{x_1 t_0}})}, \quad (\text{VIII.27})$$

где обозначено

$$\lambda_2 = 1 + \frac{k_2 K_1 t_0}{m_2 \mu h_1} \frac{\operatorname{th}(h_2 / \sqrt{x_2 t_0})}{\sqrt{x_2 t_0}}. \quad (\text{VIII.28})$$

Сопоставляя решения, полученные для двух моделей трещиноватости, видно, что они отличаются только выражением для  $\lambda$  — характеристиками трещиноватости. Выше было показано, что  $\lambda_1$  довольно быстро стремится к своему асимптотическому значению (VIII.19). Это говорит о том, что решение, полученное для первой модели трещиноватой среды (VIII.17), также быстро стремится к выражению для обычного пористого пласта, в котором пьезопроводность заменена приведенным значением (VIII.21).

Причем приведенное значение пьезопроводности не зависит от размеров блоков, а зависит только от соотношения упругоемкостей блоков и краев.

Рассмотрим более подробно выражение для  $\lambda_2$ . Для больших  $t_0$  (вернее для больших значений аргумента  $\sqrt{x_2 t_0}/h_2$ ) в (VIII.28) функция  $\operatorname{th} \frac{h_2}{\sqrt{x_2 t_0}}$  представим в виде

$$\operatorname{th} \frac{h_2}{\sqrt{x_2 t_0}} \approx \frac{h_2}{\sqrt{x_2 t_0}}. \quad (\text{VIII.29})$$

Тогда формулу (VIII.28) запишем в виде

$$\lambda_2 = B_1 = 1 + \frac{h_2 k_1 k_2}{h_1 x_2 k_1} = 1 + \frac{h_2}{h_1} \frac{m_2}{m_1} \frac{K_1}{K_2}. \quad (\text{VIII.30})$$

По аналогии с изложенным (см. VIII.19) введем коэффициент

$$B_0 = \frac{K_1 m_2 h_2}{K_2 x_2 h_1}, \quad = \frac{\beta_2}{\beta_1} \quad (\text{VIII.31})$$

имеющий аналогичный физический смысл.

Замечаем также, что при больших моментах времени изменение давления в рассмотренном двухслойном пласте выражается по тем же самим формулам, что и для однородного пористого пласта с пьезопроводностью,

$$z_{\text{опт}} = \alpha_1 B_1, \quad B_1 = 1 + B_0. \quad (\text{VIII.32})$$

Это указывает на то, что нестационарные процессы в трещиноватой и неоднородной по разрезу среде спустя некоторое время, которое в литературе трактуется как время запаздывания, протекают так же, как и нестационарные процессы в однородной пористой среде.

Это, в свою очередь, позволяет нам использовать полученное решение для построения методов обработки данных гидродинамических исследований пластов и скважин, методов определения упругоемкостей сред и их запасов.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЛАСТА ПО КРИВЫМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ

А. Баном впервые был разработан метод определения параметров трещиновато-пористого пласта по кривым восстановления давления в скважинах [10]. Сущность этого метода заключается в следующем. Найдя параметры  $kh/\mu$  и  $\kappa/r_c^2$  для разных значений параметра запаздывания  $t$ , строятся теоретические кривые восстановления давления. По совмещению фактической кривой с теоретической определяется  $t$ .

В дальнейшем В. С. Кутлягровым была предложена методика определения, кроме  $kh/\mu$  и  $\kappa/r_c^2$ , параметров  $\tau$  и  $\delta=\beta_1/\beta_2$  ( $\delta$  — отношение упругоемкостей трещин и блоков). Заслуживает внимания методика обработки кривых восстановления давления, предложенная А. М. Кулиевым и Е. Х. Азимовым [17]. По начальным участкам определяются параметры трещиноватой среды. А по характеристикам конечных участков с учетом характеристик начальных участков определяются отношения проницаемостей и упругоемкостей блоков и трещин. Р. И. Медведский [25], применяя к решению Г. И. Баренблатта, Ю. П. Желтова, И. Н. Кошиной метод обращения, получил выражение для восстановления давления не в изображениях по Лапласу, а в оригинале. Предложена формула определения времени запаздывания по точке пересечения прямолинейных участков кривых восстановления давления в координатах  $\Delta p$ ,  $\ln t$ .

Существенным недостатком перечисленных методов является то, что параметры определяются по начальным участкам кривых восстановления давления, достоверность которых по целому ряду технологических причин невелика. Кроме того, начальные участки кривых восстановления давления в большей степени несут информацию о призабойной зоне, т. е. о характере вскрытия пласта и состоянии призабойной зоны, чем о коллекторе.

В зависимости от степени вскрытия пласта (гидроразрыв пласта, солянокислотная обработка и др.), скважины, эксплуатирующие трещиновато-пористые коллекторы, имеют большие значения приведенных радиусов скважин, достигающих иногда десятков метров. Вполне очевидно, что известные формулы для обработки кривых восстановления давления, полученные для скважин малого радиуса, в этом случае имеют существенные ограничения.

Из числа методов обработки кривых восстановления давления в скважинах, вскрывших трещиновато-пористые коллекторы, которые используются в промысловой практике, следует отметить метод Полларда. В последующем этот метод был использован для анализа кривых восстановления давления для определения типа коллектора.

Использование метода Полларда для оценки типа коллектора и его свойств по начальным участкам имеет большие ограничения. Во-первых, как отмечалось выше, начальные участки зависят больше от состояния призабойной зоны, чем от типа коллектора. Во-вторых, метод Полларда сильно зависит от достоверности пласто-

вого давления. Незначительные ошибки в  $p_{\text{пл}}$  приводят к сильному искажению начальных участков кривых восстановления давления в координатах  $\ln(p_{\text{пл}} - p_c)/t$ .

Рассмотрим формулу (VIII.17) с точки зрения ее применимости к обработке результатов исследования скважин. Оценим аргумент  $r_c^2/(kh_1)$ . Примем радиус скважины  $r_c=0.1$  м.

Пьеизопроводность трещиноватых коллекторов обычно составляет десятки, а иногда и тысячи. Тогда, если принять  $\lambda=50$ ,  $\kappa=1 \text{ м}^2/\text{s}$ , то при  $t_0=10$  с параметром  $\frac{r_c^2 \lambda_1}{\kappa h_1}=0.05$ .

В этом случае функции Бесселя в (VIII.17) можно заменить выражениями для малого аргумента:

$$K_0 \left( \sqrt{\frac{r_c^2 \lambda_1}{\kappa h_1 t_0}} \right) \approx \sqrt{\frac{\kappa h_1 t_0}{r_c^2 \lambda_1}}; \quad (VIII.33)$$

$$K_1 \sqrt{\frac{r_c^2 \lambda_1}{\kappa h_1 t_0}} \approx \frac{1}{2} \ln \frac{1.26 \kappa h_1}{\lambda_1 r_c^2}. \quad (VIII.34)$$

Подставляя (VIII.33), (VIII.34) в (VIII.17), получим

$$\frac{P_1(r_c, t_0)}{F(t_0)} = \frac{\mu}{4\pi k_1 h_1} \ln \frac{1.26 \lambda_1}{r_c^2} + \frac{\mu}{4\pi k_1 h_1} [\ln t_0 - \ln \lambda_1]. \quad (VIII.35)$$

При исследовании двухслойного пласта  $\lambda$  определяется по (VIII.28), для блочной модели — по (VIII.16).

На графике (рис. 83) приведены теоретические кривые восстановления давления, построенные по (VIII.35). Значения  $\lambda$ -вычислялись по (VIII.16).

По оси ординат отложена величина

$$D(B_0 t_0) = \frac{4\pi k_1 h_1}{\mu} \frac{P_1(r_c, t_0)}{F(t_0)} + \ln B_1 - \ln \frac{1.26 \lambda_1 r_c^2 \delta}{r_c^2 \kappa h_2},$$

которая в соответствии с (VIII.35) равна  $\ln \frac{x_2 t_0}{r_c^2} - \ln \frac{\lambda_1}{B_1}$ . По оси абсцисс отложена величина  $\ln x_2 t_0 / r_c^2$ . Как видно из (VIII.35), при больших значениях  $x_2 t_0 / r_c^2$ , когда  $\lambda_1 \approx B_1$ , график зависимости представляет собою прямую, угол наклона которой к оси абсцисс составляет  $45^\circ$ . При малых значениях  $x_2 t_0 / r_c^2$  график отклоняется вверх от указанной выше прямой.

В связи с этим принципиально возможна следующая схема обработки кривых восстановления давления в пористо-трещиноватых пластах. Строится график зависимости  $P_1(r_c t_0) / F(t_0)$  от  $\ln t_0$  и по конечному участку кривой восстановления давления по методике, изложенной в гл. III, определяется гидропроводность пласта  $k_1 h_1 / \mu$ . По этой же методике, обрабатывая по-прежнему конечный прямолинейный участок кривой восстановления давления, определим также параметр  $x_2 t_0 / r_c^2$ . После этого по известным  $P_1(r_c, t_0) / F(t_0)$  и  $k_1 h_1 / \mu$  строятся графики зависимости  $\frac{4\pi k_1 h_1}{\mu} P_1(r_c, t_0) / F(t_0)$  от  $\ln t_0$ . Этот график совмещается с графиком

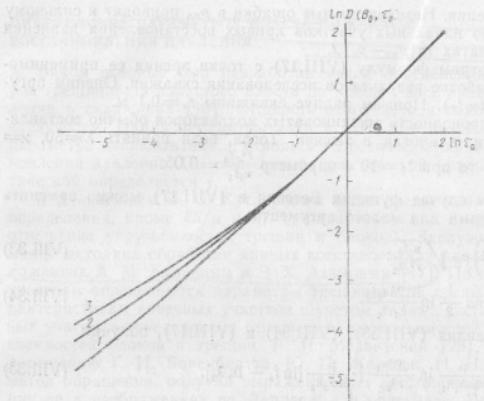


Рис. 83. Гипотетические кривые восстановления давления в трещиновато-пористом пласте (блочная модель)  
1 —  $B_0=2$ ; 2 —  $B_0=10$ ; 3 —  $B_0=200$

ми (рис. 83). Эти графики зависимости  $D(B_0, t_0)$  от  $\ln t_0$  рассматриваются как эталонные кривые. В связи с этим график  $\frac{4\pi k_1 h_1}{\mu} P_1(r_c, t_0)/F(t_0)$  от  $\ln t_0$  строим в том же масштабе, что и графики  $D(B_0, t_0)$  от  $\ln t_0$ . На графиках  $D(B_0, t_0)$  от  $\ln t_0$  выбираем ту кривую, с которой наблюдается наилучшее совпадение с кривой  $\frac{4\pi k_1 h_1}{\mu} P_1(r_c, t_0)/F(t_0)$  от  $\ln t_0$ . Значение  $B_0$  на соответствующей эталонной кривой определяет параметр  $K_1 m_2 h_2 / K_2 m_1 h_1$  пористо-трещинного коллектора. Очевидно, этот параметр, определяющий отношение запасов флюида в матрице и трещинах, является одним из важнейших параметров пласта.

Выделим одну общую точку на эталонной кривой и на кривой зависимости  $\frac{4\pi k_1 h_1}{\mu} P_1(r_c, t_0)/F(t_0)$  от  $\ln t_0$ . Обозначим координаты этой точки на эталонной кривой через  $a_1$  и  $b_1$  соответственно на оси абсцисс и на оси ординат. Координаты этой точки на графике зависимости  $\frac{4\pi k_2 h_2}{\mu} P_2(r_c, t_0)/F(t_0)$  от  $\ln t_0$  соответственно обозначим через  $a_2$  и  $b_2$ . Тогда можем определить дополнительно сле-

дующие параметры пористо-трещиноватой среды:

$$\frac{x_2}{r_{c0}^2} = e^{a_1 - a_2}, \quad \frac{x_{sp}}{r_{c0}^2} = \frac{1}{1,26} e^{a_1 - a_2 + b_2 - b_1}. \quad (\text{VIII.36})$$

Выше было указано, что, обрабатывая прямолинейный конечный участок кривой восстановления давления по методике для однородного пористого неограниченного пласта, также можно определить  $x_{sp}/r_{c0}^2$ . Степень сопоставимости этих двух величин, полученных разными методами, будет характеризовать обоснованность принятой схематизации потока и достоверность полученных результатов.

Таким образом, по кривой восстановления давления возможно определить четыре параметра:

$$\frac{k_1 h_1}{\mu}, \quad B_0 = \frac{K_1 m_2 h_2}{K_2 m_1 h_1}, \quad \frac{x_2}{r_{c0}^2}, \quad \frac{x_{sp}}{r_{c0}^2}.$$

Очевидно, это можно сделать, если кривые восстановления будут сняты с особой тщательностью и при этом влияние таких факторов, как неоднородность пласта по площади, наличие зоны двухфазного течения, должно быть полностью исключено. К сожалению, для определения параметров трещиновато-пористого пласта необходимо достоверно знать изменение забойного давления при малых моментах времени, когда, как правило, кривая восстановления чувствительна к разным технологическим факторам. Это снижает точность определения параметров пористо-трещинового коллектора по кривым восстановления давления. При больших значениях  $t_0$ , когда  $\lambda_1 \approx B_1$ , график зависимости  $P_1(r_c, t_0)/F(t_0)$  от  $\ln t_0$  будет представлять собой прямую линию, тангенс угла наклона которой к оси абсцисс будет равен

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{u}{4\pi k_1 h_1}.$$

Определим теперь характер кривой восстановления давления при малых моментах времени  $t_0$ . Будем по-прежнему считать, что изображение давления определяется по (VIII.35), причем  $\lambda_1$  находится из (VIII.16). Тогда можно положить

$$\operatorname{ctg} \frac{r_0}{x_2 t_0} \approx 1, \quad \frac{r_0}{x_2 t_0} \gg 1.$$

Если  $B_0 \gg 1$ , то из (VIII.16) можем получить

$$x_1 = 3B_0 \sqrt{\frac{x_2 t_0}{r_0^2}}. \quad (\text{VIII.37})$$

Подставляя это выражение в (VIII.35), получим

$$\frac{P_1(r_c, t_0)}{F(t_0)} = \frac{\mu}{4\pi k_1 h_1} \ln \frac{1,26 x_2 t_0}{3r_0^2 B_0 \sqrt{x_2}} + \frac{\mu}{8\pi k_1 h_1} \ln t_0. \quad (\text{VIII.38})$$

Следовательно, при малых значениях  $t_0$  график зависимости  $P_1(r_c, t_0)/F(t_0)$  от  $\ln t_0$  также представляет собой прямую линию, но тангенс угла наклона этой прямой к оси абсцисс в два раза

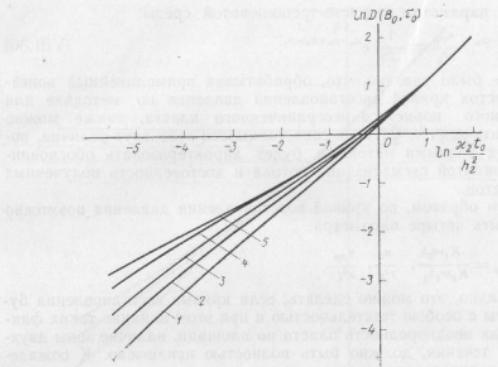


Рис. 84. Гипотетические кривые восстановления давления для двухслойного пласта.  
1 —  $B_0=2$ ; 2 —  $B_0=5$ ; 3 —  $B_0=10$ ; 4 —  $B_0=50$ ; 5 —  $B_0=200$

меньше, чем на конечном участке. Как указывалось (см. гл. V), такое явление наблюдается, когда снимается кривая восстановления давления в скважине, расположенной недалеко от непроницаемого экрана. Это необходимо иметь в виду при интерпретации кривых восстановления давления.

Очевидно, аналогично можно обрабатывать кривые восстановления давления и по схеме двухслойного пласта. На рис. 84 в координатах  $\ln D(B_0, t_0)$ ,  $\ln t_0$ , где

$$D(B_0, t_0) = \frac{4\pi k_1 h}{\mu} \frac{P_1(r_c, t_0)}{F(t_0)} + \ln B_1 - \ln \frac{1.26 \kappa_1 h^2}{r_s^2 \kappa_2}, \quad \tau = \frac{x_1}{h_2^2}$$

по аналогии с рис. 83 построены теоретические кривые восстановления давления в двухслойном пласте. Эти графики также можно рассматривать как эталонные кривые. Заметим, что для одинаковых значений  $B_0$  кривые на рис. 84 хорошо совпадают с кривыми на рис. 83. Это свидетельствует о том, что кривые восстановления давления в пористо-трещиноватом коллекторе можно обрабатывать как по схеме блочного, так и по схеме двухслойного пластов, причем следует ожидать, что в результате обработки должны получаться параметры пласта, удовлетворительно отображающие реальные свойства пласта-коллектора.

В заключение отметим, что по изложенным двум схемам можно обрабатывать кривые восстановления давления в неоднородных пластах. Для этого необходимо условно поделить все коллекторы

на высокопроницаемые и низкопроницаемые. В ряде случаев такая схематизация будет довольно условной, поскольку в разрезе присутствуют и коллекторы с промежуточными значениями проницаемости. В этих случаях, по-видимому, целесообразно использовать схему блочного пласта, когда имеется определенное распределение блоков по параметрам. Эта схема изложена ниже.

Приведенные на рис. 83 и 84 эталонные кривые имеют следующую особенность. Выход их на асимптоту соответствует  $2\ln \frac{r_s^2}{x_2 t_{0K}} = 0.5$ . Используя эту особенность, можно рекомендовать следующую методику обработки фактических данных.

Ни преобразованной кривой восстановления давления в координатах  $P(t_0)/F(t_0)$ ,  $\ln t_0$  находим момент  $t_{0K}$ , соответствующий выходу кривой на асимптоту.

Тогда, имея в виду, что  $2\ln \frac{r_s^2}{x_2 t_{0K}} = 0.5$ , найдем

$$\frac{r_s^2}{x_2} = 1.65 t_{0K}.$$

### МЕТОД ХАРАКТЕРНЫХ ТОЧЕК (VIII.39)

Преимущество метода характерных точек заключается в том, что на него не влияют погрешности при вычислении начальных участков. Недостатком этого метода, так же как и всех вышеупомянутых, является необходимость вычисления изображений  $P(t_0)$  и  $F(t_0)$ . В этой связи представляет интерес создать методику обработки по преобразованной кривой восстановления давления в координатах  $\Delta p$ ,  $\ln t$ .

Преобразованные в координатах  $\Delta p$ ,  $\ln t$  кривые восстановления давления в трещиново-пористых коллекторах, как показали теоретические расчеты и подтвердили промысловые исследования, имеют характерную точку выхода на асимптоту.

Тогда по аналогии с (VIII.39) запишем

$$\ln \frac{r_s^2}{x_2} = \ln t_k - A. \quad (\text{VIII.40})$$

где  $t_k$  — время выхода преобразованной в координатах  $\Delta p$ ,  $\ln t$  кривой восстановления давления на асимптоту.

Очевидно, независимо от метода обработки параметр  $r_s^2/x_2$  должен быть одинаков. Если этот параметр известен при обработке кривой операционным методом (VIII.39), то можно найти и коэффициент  $A$ . Обработка многочисленных фактических кривых восстановления давления показала, что  $A=5.48$ .

Тогда из (VIII.40) найдем

$$\frac{r_s^2}{x_2} = \sqrt{\frac{t_k}{75}}. \quad (\text{VIII.41})$$

## ГИДРОПРОСЛУШИВАНИЕ И МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ НЕОДНОРОДНОСТИ

Выше было показано, что изменение давления в произвольной точке пласта при произвольном изменении дебита возмущающей скважины определяется выражением (VIII.27)

$$\frac{P(R, t_0)}{F(t_0)} = \frac{\mu}{2\pi k_1 h} \frac{K_0 \left( R \sqrt{\frac{\lambda}{x_1 t_0}} \right)}{r_c \sqrt{\frac{\lambda}{x_1}} K_1 \left( r_c \sqrt{\frac{\lambda}{x_1 t_0}} \right)}. \quad (\text{VIII.42})$$

При гидропрослушивании, как правило, расстояние между скважинами  $R$  велико.

Рассмотрим аргумент  $R^2\lambda/(x_1 t_0)$  в (VIII.42). Как правило, величина  $R^2/(x_1 t_0) > 1$ . Тогда, очевидно, аргумент  $R^2\lambda/x_1 t_0$  тем более будет больше единицы.

В этом случае функцию  $k_0$  можно заменить выражением для большого аргумента  $k_0(x) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x}$ .

Тогда (VIII.42) можно привести к виду

$$\ln \frac{P_1(R, t_0)}{F(t_0) t_0^{1/4}} = \ln \frac{\mu}{2\pi k_1 h} \sqrt{\frac{\pi}{2R}} \sqrt{\frac{x}{\lambda}} - \frac{R \sqrt{\lambda}}{\sqrt{x_1 t_0}}, \quad (\text{VIII.43})$$

где  $\lambda$  — характеристика неоднородности. Для модели двухслойного пласта  $\lambda$  определяется по (VIII.28); для пласта, состоящего из блоков и трещин — (VIII.16).

Как было показано в гл. IV, при обработке данных взаимодействия скважин операционным методом, откладывая по оси ординат  $\ln \frac{P_1(R, t_0)}{F(t_0) t_0^{1/4}}$ , а по оси абсцисс  $1/\sqrt{t_0}$ , можно определить пьезопроводность и гидропроводность однородного пласта

$$k_h = R^2 / (\operatorname{tg} \alpha)^2; \quad \frac{k_h}{\mu} = \frac{e^{-B}}{2 \sqrt{2\pi} \operatorname{tg} \alpha}, \quad (\text{VIII.44})$$

где  $\operatorname{tg} \alpha$  и  $B$  — соответственно тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс и отрезок, отсекаемый на оси ординат.

Ввиду того что  $\lambda$  в (VIII.43) изменяется с ростом  $t_0$ , при обработке результатов исследования трещиновато-пористого пласта по методике для однородного пласта прямой зависимости  $\ln \frac{P_1(R, t_0)}{F(t_0) t_0^{1/4}}$  от  $1/\sqrt{t_0}$  не получается. Поэтому только в небольшом диапазоне изменения  $t_0$  можно приближенно представить зависимость  $\ln \frac{P_1(R, t_0)}{F(t_0) t_0^{1/4}}$  от  $1/\sqrt{t_0}$  в виде прямой линии. При этом тангенс угла наклона этой прямой к оси абсцисс, как это видно из (VIII.43), будет определяться формулой

$$\operatorname{tg} \alpha = - \frac{R}{\eta V_{x_1}} \left[ \eta \sqrt{\lambda} + \frac{1}{4} \frac{\lambda'(x)}{\lambda(x)} + \frac{1}{2} \eta \frac{\lambda'(x)}{V \lambda(x)} \right], \quad (\text{VIII.45})$$

где

$$\eta = \frac{R \sqrt{x_2}}{h_2}; \quad x = \frac{h_2}{V_{x_1} t_0}; \quad \lambda(x) = 1 + B_0 \frac{t_0}{x}. \quad (\text{VIII.46})$$

Из (VIII.45) видно, что при малых  $t_0$ , соответствующих больши́м  $x$ , величина  $\operatorname{tg} \alpha$  будет стремиться к  $R / V_{x_1}$ . Следовательно, обрабатывая результаты исследования по методике для однородного пористого пласта и пользуясь первой формулой (VIII.44), получим пьезопроводность  $x_{np}$ , соответствующую пьезопроводности трещин (пьезопроводности высокопроницаемого пласта).

Как уже было сказано выше, при больших  $t_0$  кривая изменения давления будет такая же, как в пористом пласте с пьезопроводностью  $x_{np} = x_1/B_0$ , то можно получить и из анализа формулы (VIII.45). Поэтому в зависимости от того, в каком диапазоне  $t_0$  использовались и обрабатывались графики, определяемая пьезопроводность будет находиться в диапазоне  $x_{np} \leq x_{np} \leq x_1/B_0$ .

На рис. 85 для  $B_0 = 10$  и  $\eta = 1$  приведен график зависимости  $D_0 = x_{np}/x_{np}$  от  $t_0$

Рис. 85. График зависимостей  $D_0$  и  $D_1$  от  $t_0$

Аналогично можно показать, что для малых  $t_0$ , определяемая по второй формуле (VIII.44) гидропроводность будет много выше гидропроводности трещин. По мере увеличения  $t_0$  гидропроводность стремится к гидропроводности трещин. На рис. 85 для тех же  $B_0$  и  $\eta$  приведен график зависимости  $D_1 = (k_h/\mu)_{np} / (k_h/\mu)$  от  $t_0$ . Как видно, для малых  $t_0$  при обработке данных исследования по методике, применяемой для однородного пористого пласта, гидропроводность получается существенно завышенной.

Этим, по-видимому, объясняется тот факт, что в ряде случаев при гидропрослушивании получаются завышенные значения гидропроводности пласта.

Укажем здесь на практическое применение изложенного метода определения параметров для подсчета запасов месторождения. Обрабатывая данные исследования при малых  $t_0$ , определим  $x_1$ ,



Рис. 85. График зависимостей  $D_0$  и  $D_1$  от  $t_0$

при больших  $t_0$  найдем  $x_{\text{пр}}$ . После чего по формуле

$$x_{\text{пр}} = \frac{x_1}{B_1} / B_1 \quad (\text{VIII.47})$$

найдем  $B_1$ . Далее по (VIII.30) найдем, например, запасы в трещинах

$$m_1 h_1 = \frac{m_2 h_2}{B_1 - 1} \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_2 h_2}{B_0} \frac{K_1}{K_2}. \quad (\text{VIII.48})$$

Здесь  $m_2 h_2$  — удельные запасы в матрице;  $K_1$  и  $K_2$  — соответственно модуль упругости матрицы и трещин. Модуль упругости матрицы можно определить по лабораторным исследованиям, а  $K_1$  для трещин можно принять равным  $K_2$  и тоже определить по лабораторным исследованиям. В газовых залежах можно положить  $K_2 = \rho_{\text{пл}}$ .

Укажем другой способ определения запасов в трещинах. Зная  $k_1 h_1$  и  $x_1$ , имея в виду, что  $x_1 = k_1 K_1 / m_1 \mu$ , найдем удельную упругость трещин

$$\frac{k_1 h_1}{\mu x_1} = \frac{m_1 h_1}{K_1}. \quad (\text{VIII.49})$$

Зная модуль упругости трещин  $K_1$ , найдем запасы в трещинах. Подставляя (VIII.49) в (VIII.48), найдем упругость матрицы или, если известно  $K_2$  — удельные запасы в матрице.

Формула (VIII.49) справедлива и для определения упругости (запасов) изотропных — однофазных сред.

Изложенный подход можно применить и к кривым восстановления давления.

Ниже рассмотрим приложение изложенной методики к результатам гидропрослушивания скважин Салымского нефтяного месторождения.

Особенности геологического строения месторождения в последние времена посвящено много работ. Считается, что нефть содержится в битуминозных глинистых породах баженовской свиты. По одним работам порода-коллектор, названная баженитом, представляет собой микролинзовидное неравномерное чередование глинистых слоев с органическим веществом. Отмечаются плотные и рыхлые разности баженита. Предпочтение, как коллектору, отдается рыхлым баженитам. В других работах продуктивный пласт представлен трещиновато-пористой средой.

Не отдавая особого предпочтения ни одной из этих схем, подчеркнем, что с позиций оценок, сделанных ниже, продуктивный пласт баженовской свиты можно охарактеризовать как резко неоднородный по своим фильтрационно-емкостным свойствам коллектор, хорошо согласующийся со схемой слоисто-неоднородной или пористо-трещиноватой среды.

Опыт исследования скважин методом гидропрослушивания показывает, что наибольшую трудность составляет получение достоверного начального участка кривой реагирования. Достоверность получения начального участка кривой реагирования зависит от

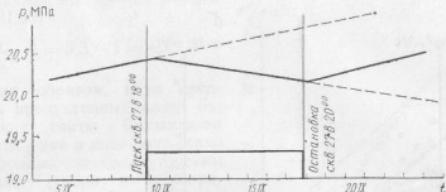


Рис. 86. Кривая реагирования скв. 27 на пуск и остановку скв. 28

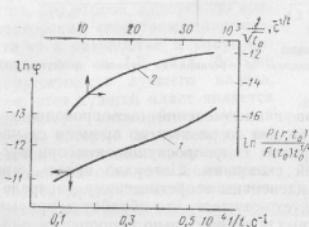


Рис. 87. Обработка кривой реагирования (рис. 86) интегральным (кривая 1) и операционным (кривая 2) методами

технологии исследования и чувствительности применяемой аппаратуры. Иногда из-за различных технических, технологических причин и естественных колебаний давления в пласте трудно выделить начало реагирования и начальный участок кривой изменения давления в реагирующей скважине при исследовании обычным однократным импульсным методом. Перспективным в этом случае будет метод гармонических колебаний при разных во времени периодах колебания — метод высокого- и низкочувствительного зондирования.

На рис. 86 приведена кривая изменения давления в реагирующей скв. 28 при пуске и остановке возмущающей скв. 27. Расстояние между скважинами  $R = 2700$  м. На рис. 87 в координатах  $\ln \varphi$ ,  $1/t$  приведены результаты обработки интегральным методом (см. (IV.14)) реакции скв. 28 на остановку скв. 27 и в координатах

$\ln \frac{P(t_0)}{F(t_0)^{1/4}} \quad 1/Vt_0^{1/2}$  — результаты обработки операционным мето-

дом (см. (IV.66)) реакции скв. 28 на пуск скв. 27. Как видно из графиков, преобразованные кривые нельзя аппроксимировать прямыми во всем диапазоне исследований. Характерно, что при малых временах (когда  $1/t$  и  $1/Vt_0^{1/2}$  велики) преобразованные кривые имеют пологие наклоны к оси абсцисс, с увеличением времени исследования ( $1/t$  и  $1/Vt_0^{1/2}$  — уменьшаются) угол наклона возрастает.

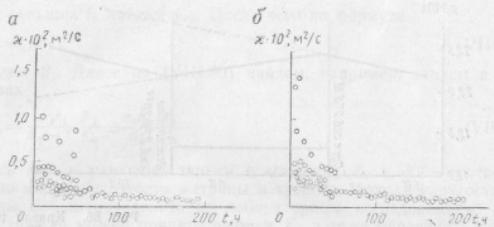


Рис. 88. Распределение  $z(t)$  во времени  
а — реакция на пуск возмущающей скважины; б — реакция на остановку возмущающей скважины

На рис. 88 приведены графики изменений пьезопроводности, вычисленной интегральным методом по разным во времени от начала наблюдения участкам кривых гидропрослушивания при пуске и остановке возмущающей скважины. Нетрудно видеть, что графики (рис. 88) по форме идентичны теоретическому распределению пьезопроводности. Следует заметить, что обработка кривых гидропрослушивания, полученных в сравнительно однородных пластах, дает постоянное значение пьезопроводности. Это позволяет утверждать, что продуктивный пласт баженовской свиты Салымского нефтяного месторождения можно рассматривать как трещиновато-пористый или слоисто-неоднородный пласт. При этом, если принять схему трещиновато-пористого пласта, можно утверждать, что в разработке участвует матрица, если принять схему двухслойного пласта, можно утверждать об участии в разработке пласта с худшими коллекторскими свойствами.

Далее оценим соотношение упругоемкостей по (VIII.30). По графику (рис. 88) довольно трудно достоверно оценить пьезопроводность, соответствующую начальным участкам кривых гидропрослушивания.

Чтобы наиболее достоверно определить  $\chi_1$  и  $\chi_{np}$ , кривые распределения пьезопроводности, приведенные на рис. 88, были проинтегрированы (рис. 89). Эти кривые можно довольно уверенно аппроксимировать двумя прямолинейными участками. Отношение наклона к оси абсцисс первого прямолинейного участка к наклону второго участка есть отношение пьезопроводности  $\chi_1$  к приведенной пьезопроводности  $\chi_{np}$ . По графику, соответствующему реакции на пуск, это отношение составляет  $\chi_1/\chi_{np}=5,3$ , по графику реакции на остановку это отношение составляет 5,15.

Хорошая сходимость показывает, что оценки соотношения упругоемкостей можно проводить как по данным реакции на пуск возмущающей скважины — на падение давления в пласте, так и на остановку возмущающей скважины — на рост давления в пласте.

Принимая  $\chi_1/\chi_{np}=5,3$ , найдем по (VIII.30)

$$B_0 = \frac{\chi_1}{\chi_{np}} - 1 = 5,3 - 1 = 4,3.$$

Таким образом, если представить продуктивный пласт баженовской свиты Салымского месторождения в виде двух резко неоднородных по коллекторским свойствам (гидро- и пьезопроводности) разностей, то получается, что второй, худший по коллекторским свойствам, пласт участвует в разработке, упругоемкость его в 4,3 раза больше упругоемкости лучшего пласта, т. е. этот худший пласт является пластом, пытающим лучший пласт, который по существу является флюидоподводящим к скважинам объемом. Если представить продуктивный пласт как трещиновато-пористый, то можно считать, что матрица участвует в разработке, а упругоемкость ее более чем в 4 раза превышает упругоемкость трещин.

Зная соотношение упругоемкостей  $B_0$ , можно, если известны

запасы в матрице, определить запасы в трещинах для трещиновато-пористого пласта. При этом за коэффициент упругоемкости трещин можно принять упругоемкость жидкости. Для неоднородного пласта, который можно схематизировать двумя пластами, можно определить соотношение запасов по пластам. Проводя подобные исследования, в процессе разработки месторождений можно по характеру изменения соотношения упругоемкостей судить о степени участия матрицы (худшего пласта) в процессе разработки, а соответственно выбирать способ воздействия и темп разработки месторождения.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ КОЛЛЕКТОРОВ МЕТОДОМ ЗОНДИРОВАНИЯ

Сущность метода заключается в создании гармонического возбуждения пласта. При низких частотах колебания (большие периоды) дебиты давление выравнивается по всей продуктивной толщине пласта. При этом определяются характеристики, усредненные по толщине пласта. Высокочастотные изменения дебита не вызывают существенного изменения давления в малопроницаемых блоках.

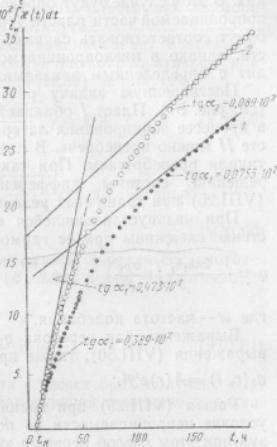


Рис. 89. Определение  $\chi_1$  и  $\chi_{np}$ .  
1 — реакция на пуск  $\chi_1 = 10^2 a_1 / 10^2 a_2 = 1 - 4,35$ ;  
2 — реакция на остановку  $\chi_{np} = 10^2 a_2 / 10^2 a_1 = 1 - 5,15$ .

ках. В этом случае будут определяться в основном параметры высокопроницаемой части пласта (трещин). Среднечастотные колебания будут соответствовать случаю, когда реагирует вся толщина пласта, однако в низкопроницаемой его части эта реакция происходит с определенным запаздыванием и с меньшей амплитудой.

Поставленную задачу рассмотрим на модели двух пластов (см. рис. 81). Пласт I обладает высокой проницаемостью, так что в процессе зондирования латеральным движением флюида в пласте II можно пренебречь. В пласте I изменением давления по вертикали пренебрегаем. При таких допущениях задача сводится к решению системы дифференциальных уравнений (VIII.24), (VIII.25) при граничных условиях (VIII.26).

При квазистабилизированной фильтрации граничное условие на стенке скважины при ее гармоническом возбуждении представим

$$q = -\frac{2\pi k_1 h_1}{\mu} \left( r \frac{\partial p_1}{\partial r} \right)_{r=r_e} = q_0 e^{i\omega t}, \quad (\text{VIII.50})$$

где  $\omega$  — частота колебания.

Выражение для перетока  $q_1(r, t)$ , входящего в правую часть выражения (VIII.50), также представим в виде

$$q_1(r, t) = A(r) e^{i\omega t}. \quad (\text{VIII.51})$$

Решая (VIII.25) при граничном условии (VIII.50), учитывая условия непроницаемости на подошве пласта (VIII.26) и используя при этом способ решения квазистабилизированных задач, т. е. задач без начальных условий, получим выражение для изменения давления для малых значений  $r$ , в том числе для изменения давления на стенке скважины

$$p - p_{\text{наэ}} = \frac{q_0 \omega}{4\pi k h} \left( \ln \frac{1.26 \kappa_{\text{пр}}}{r^2 \omega z} \cos \omega t + \gamma \sin \omega t \right), \quad (\text{VIII.52})$$

$$\kappa_{\text{пр}} = \kappa_1 / (1 + B_0), \quad (\text{VIII.53})$$

где

$$z = \frac{\sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_2^2}}{1 + B_0}; \quad \gamma = \arctg \frac{\varphi_1}{\varphi_2}, \quad (\text{VIII.54})$$

$$\varphi_1 = 1 - \frac{B_0}{f(\alpha_1)} (1 - e^{-2\alpha_1} - 2e^{\alpha_1} \sin \alpha_1); \quad (\text{VIII.55})$$

$$\varphi_2 = -\frac{B_0}{f(\alpha_1)} (1 - e^{-2\alpha_1} + 2e^{\alpha_1} \sin \alpha_1); \quad (\text{VIII.56})$$

$$f(\alpha_1) = \alpha_1 (1 + e^{2\alpha_1} + 2e^{\alpha_1} \cos \alpha_1); \quad (\text{VIII.57})$$

$$\alpha_1 = \alpha \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{\pi} h_2}{\sqrt{\kappa_1 T}}, \quad (\text{VIII.58})$$

Для малых  $\alpha$  (низкочастотное зондирование) выражения (VIII.54)–(VIII.57) будут

$$f(\alpha_1) = 4\alpha; \quad \varphi_1 = 1 + B_0; \quad \varphi_2 \approx 0; \quad z = 1; \quad \gamma = -\pi/2,$$

218

а формула (VIII.52) примет вид формулы (IV.36) — изменение давления на стенке скважины однородного пласта при гармоническом изменении дебита по закону косинуса.

Для больших  $\alpha$  (высокочастотное зондирование) и когда основные запасы флюида сосредоточены в низкопродуктивном пласте ( $B_0 \gg 1$ ), выражения (VIII.54)–(VIII.58) запишутся

$$f(z_1) = z_1 e^{2\alpha_1}; \quad \varphi_1 = -\varphi_2 = \frac{B_0}{z_1}; \quad z = \frac{\sqrt{\frac{2\pi}{\alpha_1}}}{z_1}; \quad \gamma = \pi/4, \quad (\text{VIII.59})$$

тогда (VIII.52) примет вид

$$p - p_{\text{наэ}} = \frac{Q_0 \omega}{4\pi k h} \left( \ln \frac{1.26 \sqrt{\kappa_1 T}}{\sqrt{2\pi} r^2} h_1 \sqrt{\frac{k_1 m_1}{k_2 m_2}} \cos \omega t - \frac{\pi}{2} \sin \omega t \right). \quad (\text{VIII.60})$$

Для больших  $\alpha$  и когда основные запасы флюида сосредоточены в высокопродуктивном пласте ( $B_0 \ll 1$ ), имеем аналогично  $z = 1/(1 + B_0)$  и  $\gamma = \pi/2$ . Тогда

$$p - p_{\text{наэ}} = \frac{Q_0 \omega}{4\pi k h} \left( \ln \frac{1.26 \kappa_1}{r^2 \omega} \cos \omega t - \frac{\pi}{2} \sin \omega t \right). \quad (\text{VIII.61})$$

Для больших значений аргумента  $r$  может быть получена формула для изменения давления в реагирующей скважине при квазистационарном возмущении пласта

$$p - p_{\text{наэ}} = \frac{Q_0 \omega}{2\pi k_1 h_1} \sqrt{\frac{\pi \kappa_{\text{пр}} T}{r^2 \alpha_1^2}} e^{-r \sqrt{\frac{2\pi z}{\kappa_{\text{пр}} T}} \cos \frac{\pi}{2}} \times \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{4} - r \sqrt{\frac{\omega z}{\kappa_{\text{пр}}^2}} \sin \frac{\pi}{2} \right). \quad (\text{VIII.62})$$

Производя исследования в различных диапазонах волн, можно определить  $z$  и  $\gamma$ , а следовательно и параметр  $B_0$ . Параметр  $B_0$  — один из определяющих параметров, поскольку он характеризует отношение запасов в плотных коллекторах к запасам в высокопродуктивных коллекторах.

По данным низкочастотного зондирования определяются параметры  $k_1 h_1 / \mu$  и  $\kappa_{\text{пр}}$ . Их также можно найти при обработке конечных участков обычных кривых.

Согласно формуле (VIII.62), амплитуда давления для высокочастотного зондирования будет

$$A_a = \frac{Q_0 \omega}{2\pi k_1 h} \sqrt{\frac{\pi \kappa_{\text{пр}} T}{8R^2 z}} e^{-R \sqrt{\frac{2\pi z}{\kappa_{\text{пр}} T}} \cos \frac{\pi}{2}}; \quad \gamma = \pi/4; \quad (\text{VIII.63})$$

для низкочастотного зондирования

$$A_a = \frac{Q_0 \omega}{2\pi k_1 h} \sqrt{\frac{\pi \kappa_{\text{пр}} T}{8R^2}} e^{-R \sqrt{\frac{\pi}{\kappa_{\text{пр}} T}}}, \quad (\text{VIII.64})$$

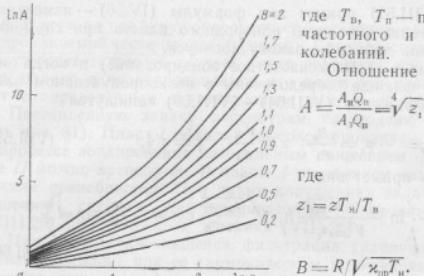


Рис. 90. График зависимости  $\ln A$  от  $\ln z_1$  для различных  $B$

На рис. 90 приведен график зависимости  $A$  от  $z_1$  для разных  $B$ , построенный по формуле (VIII.64). Таким образом, по данным низкочастотного зондирования найдем  $\chi_{\text{нр}}$ ,  $k_1 h_1 / \mu$  и  $B$  по (VIII.67). Зная  $A_n$  и  $A_0$  по графику (рис. 90), найдем  $z_1$  и по формуле (VIII.66)  $z$ . По (VIII.59) найдем  $\omega_1$ , а по (VIII.58), положив  $T_b = -T$  ( $T_b$  — период высокочастотного зондирования), найдем  $\chi_2/h^2$ .

Оценивая по данным кернового анализа проницаемость плотной части коллектора  $k_2$ , определим  $h_2$ .

#### ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ БЛОКОВ ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТОЙ СРЕДЫ НА КРИВЫЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ И ГИДРОПРОСЛУШИВАНИЯ

Схематизация трещиновато-пористой среды равномерной системой однородных блоков некоторой геометрической формы или системой усредненных по размерам и параметрам блоков (хаотическая модель) далеко не всегда полностью соответствует естественным условиям. Подтверждением тому являются кривые восстановления давления и гидропрослушивания, полученные при исследовании трещиновато-пористых и неоднородных по напластованию пластов. Зачастую на преобразованных в полулогарифмических координатах кривых имеется несколько немонотонных участков. Как правило, такие кривые относят к дефектным. В действительности эти кривые несут важную информацию о неоднородности пласта.

Представляет теоретический и практический интерес исследование влияния неоднородности блоков по размерам и параметрам на нестационарную фильтрацию — кривые восстановления давления и гидропрослушивания.

Выше рассмотрены две схемы математического описания фильтрации в трещиновато-пористой среде и в неоднородных по на-

пластованию пластах. Это схема равномерных однородных блоков, разделенных трещинами, и схема двух пластов. Исследования упомянутых схем показали, что преобразованные кривые нестационарной фильтрации могут быть аппроксимированы двумя прямолинейными участками. При этом первый участок соответствует параметрам трещиноватости, второй — приведенным параметрам гидропроводности и пьезопроводности. Время выхода

кривых на асимптоту характеризует размеры и параметры блоков пласта, в которой первый пласт, моделирующий трещиноватость, пористые коллекторы и неоднородные пласти, часто встречаются кривые с сильно деформированными вторыми участками, характеризующими блоки.

Рассмотрим влияние неоднородности на модели двухслойного пласта, в котором первый пласт, моделирующий трещиноватость, однороден, а второй пласт, моделирующий блоки — неоднороден по проницаемости и размерам (рис. 91). Неоднородность коллектора будем определять широко известным в практике исследования неоднородности методом трубок тока [3].

Предположим, что в каждом элементарном участке имеется некоторое количество изолированных друг от друга трубок тока. Каждая трубка тока характеризуется тремя параметрами: проницаемостью  $k$ , пористостью  $m$ , длиной  $l$ . Положим, что все трубы имеют одинаковое поперечное сечение  $F$ , а параметры  $k$ ,  $m$ ,  $l$  являются независимыми случайными величинами.

При рассмотрении принятые следующие допущения: блоки в пласте распределены случайно, и область фильтрации намного больше размеров блоков. Первое допущение позволяет представить схему фильтрации жидкости плоскорадиальной, второе — рассматривать ограниченные блоки как бесконечно малые величины.

Для каждой трубки тока с параметрами  $k$ ,  $m$  и  $l$  можно найти связь между изображением давления на выходе из трубы и изображением скорости фильтрации  $v$ :

$$P_1(r, t_0) = \int_0^\infty p(r, t) e^{-t/t_0} dt = \frac{\mu V \chi_{\text{нр}} F(v)}{k m l} \frac{l}{V \chi_{\text{нр}} F(v)}. \quad (\text{VIII.68})$$

Из (VIII.68) найдем изображение скорости фильтрации для трубки тока

$$F(v) = \frac{k}{\mu V \chi_{\text{нр}} F(v)} \ln \frac{l}{V \chi_{\text{нр}} F(v)} P_1(r, t_0). \quad (\text{VIII.69})$$

$P_1(r, t_0)$ ,  $F(v)$  — соответственно изображения давления по Лапласу на выходе из трубы тока и скорости фильтрации. Для простоты

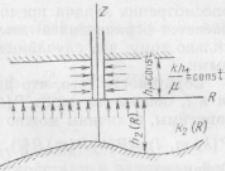


Рис. 91. Двухслойная модель пласта. Второй пласт неоднороден

рассмотрения задачи предположим, что с элементом  $2\pi r \Delta l$  соприкасается ограниченное число трубок тока. Это допущение равносильно тому, что случайные величины  $k$ ,  $m$  и  $l$  являются дискретными.

Вероятность того, что данная трубка тока имеет параметры  $k$ ,  $m$  и  $l$ , обозначим через  $P(k, m, l)$ . Имея в виду, что  $k$ ,  $m$  и  $l$  не зависят, величины можно записать

$$P(k, m, l) = P(k)P(m)P(l). \quad (\text{VIII.70})$$

Очевидно

$$\sum_k P(k) = \sum_m P(m) = \sum_l P(l) = 1. \quad (\text{VIII.71})$$

Тогда изображение по Лапласу среднего арифметического значения скорости перетока будет

$$F(v) = P(r, t_0) \sum_k \sum_m \sum_l \frac{k}{\mu V_{x_2 t_0}} \operatorname{th} \frac{l}{V_{x_2 t_0}} P(k)P(m)P(l). \quad (\text{VIII.72})$$

Связь между изображением давления по Лапласу в произвольной точке первого пласта, когда трещиновато-пористый пласт моделируется схемой двухслойного пласта, имеет вид

$$P_1(r, t_0) = \frac{F(t_0) \mu}{2\pi k_1 h_1} \frac{K_0(r V_{\lambda_2 t_0} / x_1 t_0)}{r_c \sqrt{\frac{\lambda_2}{x_1 t_0}} K_1 \left( r_c \sqrt{\frac{\lambda_2}{x_1 t_0}} \right)}, \quad (\text{VIII.73})$$

где  $\lambda_2$  — характеристика коллекторских свойств второго пласта с учетом (VIII.28) определяется зависимостью

$$\lambda_2 = 1 + \frac{K_1 t_0}{m_2 \mu h_2} \sum_k \sum_m \sum_l \frac{k_2 \operatorname{th} l / V_{x_2 t_0}}{V_{x_2 t_0}} P(k)P(m)P(l). \quad (\text{VIII.74})$$

Здесь и далее  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $K_1$ ,  $K_2$  — соответственно проницаемость, пьезопроводность и упругоемкость трещин и блоков.

Для однородного второго пласта  $\lambda_2$  определяется по (VIII.28). Аналогично можно найти  $\lambda_2$ , когда распределение проницаемости, пористости и длины трубок тока является непрерывной функцией, а также для случая, когда  $k$ ,  $m$  и  $l$  статистически зависимы друг от друга.

Если принять, что пористость трубок  $m$  и их длина постоянны, формула (VIII.74) для  $l = h_2$  примет вид

$$\lambda_2 = 1 + \frac{K_1 t_0}{m_2 \mu h_2} \sum_{k_2} \frac{k_2 \operatorname{th} \frac{h_2}{V_{x_2 t_0}}}{V_{x_2 t_0}} P(k). \quad (\text{VIII.75})$$

Аналогично, если для блочной модели трещиновато-пористой среды, в которой блоки представлены в виде кубов, отличающихся друг от друга размером  $l$ , проницаемостью  $k$  и пористостью  $m$ ,

изображение давления также будет описываться формулой, аналогичной (VIII.74), где вместо  $\lambda_2$  будет  $\lambda_1$ :

$$\lambda_1 = 1 - 3 \sum_{k_1} \frac{x_1 t_0}{k_1} \sum_m \sum_l \frac{k^2}{r^2 g} \left( 1 - \frac{r_6}{V_{x_2 t_0}} \operatorname{ctn} \frac{r_6}{V_{x_2 t_0}} \right) P(k)P(m)P(l), \quad (\text{VIII.76})$$

где  $r_6$  — радиус шара, равного по объему блока.

Для однородных по коллекторским свойствам и размерам блоков формула (VIII.76) обращается в формулу (VIII.16).

Если блоки отличаются только по проницаемости, (VIII.76) примет вид

$$\lambda_1 = 1 - 3 \frac{x_1 t_0}{k_1 r^2 g} \sum_k \left( 1 - \frac{r_6}{V_{x_2 t_0}} \operatorname{ctn} \frac{r_6}{V_{x_2 t_0}} \right) P(k). \quad (\text{VIII.77})$$

Сопоставляя (VIII.28) с (VIII.74) и (VIII.76) с (VIII.16) можно оценить влияние неоднородности матрицы (блоков) на характеристики кривых нестационарной фильтрации в трещиновато-пористом пласте.

Для иллюстрации влияния неоднородности матрицы на характеристики кривых нестационарной фильтрации формулу (VIII.75) представим в виде

$$\lambda_2 = 1 + \sum_{a, B} B \frac{\operatorname{th} az}{az} P(a, B), \quad (\text{VIII.78})$$

где

$$a = \frac{h_2}{r_c} \sqrt{\frac{x_1}{x_2}}, \quad z = \frac{r_c}{V_{x_2 t_0}}, \quad B = \frac{m_2 h_2 K_1}{m_1 h_1 K_2}, \quad (\text{VIII.79})$$

$P(a, B)$  — вероятность того, что данный блок будет иметь заданное значение  $a$  и  $B$ .

Таблица 32

Номер кривых (см. рис. 92)	$a$	$B$	$P(a, B)$	Номер кривых (см. рис. 92)	$a$	$B$	$P(a, B)$
1	1	10	0,1	2	$10^3$	100	0,1
	1	100	0,1		$10^4$	1000	0,1
	1	1000	0,1		$10^5$	10	0,1
	$10^3$	10	0,1		$10^6$	100	0,1
	$10^3$	100	0,1		$10^6$	1000	0,2
	$10^3$	1000	0,1		$10^7$	1	0,1
	$10^4$	100	0,1		1	100	0,1
	$10^4$	1000	0,1		$10^2$	10	0,1
	$10^4$	10000	0,2		$10^3$	100	0,1
	10	10	0,1		$10^3$	1000	0,1
2	10	100	0,1		$10^4$	10	0,1
	10	1000	0,1		$10^4$	100	0,1
	10	10000	0,1		$10^4$	1000	0,1
	$10^3$	10	0,1		$10^4$	10000	0,1

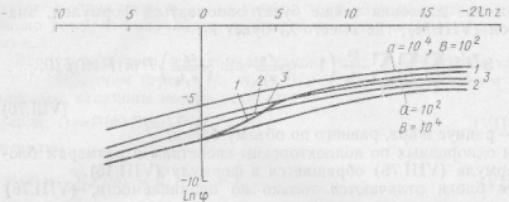


Рис. 92. Кривые нестационарной фильтрации для различных распределений параметров неоднородности второго пласта

На рис. 92 в координатах  $\ln(P_1(t_0)/2\pi k_1 h_1 / F(t_0))$ ,  $2\ln z$  приведены кривые нестационарной фильтрации, построенные по (VIII.27) для различных параметров  $a$  и  $B$  (табл. 32). Там же приведены две кривые, соответствующие случаям, когда второй пласт (матрица) однороден ( $a = 10^6; B = 10^2$  и  $a = 10^2; B = 10^4$ ).

Как видно из рис. 92, для случая, когда матрица неоднородна, кривые нестационарной фильтрации (1, 2, 3) по форме отличаются от соответствующих кривых с однородной матрицей. Построение таких кривых восстановления давления или кривых гидропроницаемости в полулогарифмических координатах не преобразует эти кривые в характеристические по форме кривые для однородного второго пласта (матрицы).

Немонотонность конечных участков кривых восстановления давления указывает на неоднородность блоков в трещиновато-пористом пласте или второго пласта в слоисто-неоднородной среде. Эта немонотонность может быть использована для определения диапазона неоднородности вторых сред в неоднородных коллекторах.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ СКВАЖИН С ИСКУССТВЕННОЙ ТРЕЩИНОВАТОСТЬЮ

К искусственным трещинам относятся трещины, образованные гидроразрывом и солянокислотной обработкой, расслоением коллекторов вследствие повышения давления нагнетания. Расслоение, а также давление, при котором начинается расслоение, можно определить по изменению формы индикаторной диаграммы. Индикаторная диаграмма при расслоении коллектора вследствие фильтрационного сопротивления изгибается в сторону дебита (расхода), рабочая толщина пласта при этом уменьшается. По мере увеличения давления нагнетания размеры трещин (раскрытость и радиус трещин) увеличиваются.

Практически важны методы оценки искусственной трещиноватости, полученной в результате различных способов воздействия на пласт и призабойную зону. Как правило, оценка эффективности мероприятий воздействия проводится по сопоставлению про-

дуктивности скважин. Представляют практический интерес методы определения параметров трещин и, в первую очередь, их размеров.

Вопросу исследования механизма образования трещин и исследование притока к скважинам в пласте с горизонтальными и вертикальными трещинами посвящено довольно много работ. В [4] показано, что средневзвешенное давление по поверхности горизонтальной трещины радиуса  $R_0$  определяется выражением

$$p(t) = \frac{q_a}{4\pi kh} \left[ \psi \left( \frac{h}{R_0} \right) - \text{Ei} \left( -\frac{R_0^2}{2x} \right) \right]; \quad (\text{VIII.80})$$

для трещины в середине пласта

$$p(t) = \frac{q_a}{4\pi kh} \left[ \psi \left( \frac{2h}{R_0} \right) - \text{Ei} \left( -\frac{R_0^2}{2x} \right) \right] \quad (\text{VIII.81})$$

и для трещины у кровли или у подошвы пласта.

В табл. 33 приведены значения  $\psi(h/R_0)$  для различных размеров трещин.

Таблица 33

$R_0/h$	$R_{c, np}/R_0$	$\psi(h/R_0)$	$R_{c, np}/h$	$\ln \frac{R_{c, np}}{R}$	$\ln \frac{R_{c, np}}{h}$
0,2	0,076	0,25	0,0152	-2,58	-4,18
0,5	0,46	0,25	0,23	-0,775	-1,47
1	0,66	1,51	0,66	-0,42	-0,42
2	0,74	1,31	1,48	-0,3	-0,39
10	0,765	1,22	7,65	-0,27	2,03
100	0,785	1,2	78,5	-0,24	2,06

Положение трещины в пласте (рис. 93) оказывается на притоке только при малых относительных размерах трещины  $R_0/h$ . При  $R_0 > 5h$  положение трещины в пласте практически не влияет на приток. В этом случае приток к скважине радиуса  $R_{c,np}=0,785R_0$ , а восстановление давления для больших моментов времени, когда можно положить  $-\text{Ei}\left(-\frac{R_0^2}{2x}\right) \approx \ln \frac{1,125x}{R_0^2}$ , будет определяться формулой

$$p(r_c, t) = \frac{q_a}{4\pi kh} \ln \frac{3.65x}{R_0^2}. \quad (\text{VIII.82})$$

Вполне очевидно, что дебит скважины с горизонтальной трещиной  $R_0 > 5h$  в пласте при условии, что приток происходит только через трещину, будет

$$q = \frac{2\pi kh \Delta p}{\mu \ln \frac{R_0}{0,785R_0}}. \quad (\text{VIII.83})$$

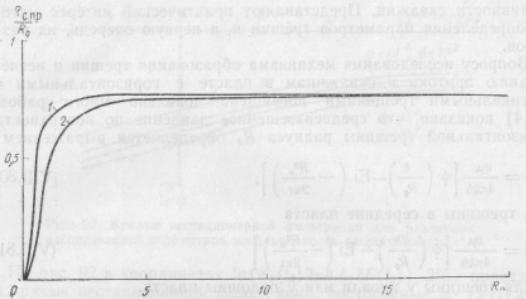


Рис. 93. Зависимость  $R_{c,eq}/R_0$  от  $R_0/h$  для единичной трещины в пласте (1 — трещина в середине пласта; 2 — трещина у кровли или у подошвы пласта)

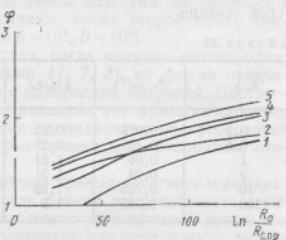


Рис. 94. Относительное увеличение дебита скважин  $\varphi$  от  $R_0/r_c$  ( $R_h=1000$  м,  $r_c=0.1$  м)

Имея в виду, что дебит совершенной скважины

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta p}{\ln \frac{R_0}{r_c}}, \quad (\text{VIII.84})$$

найдем относительное увеличение дебита скважины, дренирующей пласт с горизонтальной трещиной скважин, вскрывшей пласт с горизонтальной трещиной размером  $R_0 > 5h$ , относительное увеличение дебита будет

$$\varphi = \frac{\ln \frac{R_0}{r_c}}{\ln \frac{R_0}{0.785R_0}}. \quad (\text{VIII.85})$$

Кривая  $\varphi$  построена И. А. Чарным и И. В. Кривоносовым (рис. 94, кривая 1) для заниженного значения дебита, т. е. для условий, что приток в скважину происходит только по трещине,

кривая  $\varphi_0$  (кривая 5) — для завышенного дебита, кривая  $\varphi_{sp}$  (кривая 3) получена В. И. Шуровым в электролитической модели для проницаемости трещины  $k_3=\infty$ . Сопоставление кривых  $\varphi$  (рис. 94) показывает, что рассчитанная по (VIII.85) кривая увеличения дебита (кривая 4) скважины находится между кривыми И. А. Чарного и В. И. Кривоносова и при больших  $R_0/r_c$  совпадает с кривой В. И. Шурова. Кривая 2 — относительное увеличение дебита скважин с вертикальной трещиной во всю толщину пласта. Длина трещины  $a=2R_0$ . Вертикальные трещины, так же как горизонтальные, образуются при гидроразрыве пласта и других способах воздействия. Более того, некоторые специалисты уверяют, что наиболее эффективными с точки зрения стабильности воздействия являются вертикальные трещины, которые, например, после гидроразрыва не закрываются. Восстановление давления в скважине с вертикальной трещиной на всю толщину пласта длиной  $a=2R_0$  описывается формулой

$$p(r_c, t) = \frac{q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{2.25 \cdot 19.2\pi t}{a^2}. \quad (\text{VIII.86})$$

Сопоставляя (VIII.86) с формулой для восстановления давления в скважине, найдем радиус эквивалентной скважины

$$r_{c,ep}=0.227a=0.454R_0, \quad (\text{VIII.87})$$

где  $R_0$  — половина длины трещины.

Нетрудно заметить, что приток к вертикальной трещине будет таким же, как и к вертикальной гидродинамически совершенной скважине радиусом  $r_{c,ep}=0.227a$ . И. А. Чарным было получено, что приток в вертикальной трещине эквивалентен притоку к скважине с радиусом  $r_{c,ep}=0.25a$ .

Таким образом, образование только одной горизонтальной трещины размером  $R_0 > 5h$  в пласте равноценно притоку к совершенной скважине радиусом  $r_c=0.785R_0$ . Дополнительные трещины дают меньший эффект по сравнению с первой трещиной. Если предположить, что в зоне трещиноватости будет развита настолько, что фильтрационное сопротивление будет равно нулю, то и в этом случае  $r_c=R_0$ , т. е. радиус эквивалентной скважины возрастет всего на 21,5%.

Следовательно, размер трещиноватости, определяемый по формуле (VIII.82) если в пласте имеется не одна, а несколько трещин, может быть завышен не более чем на 21,5%.

Размер вертикальных трещин, если допустить, что в пласте образованы чисто вертикальные трещины, может быть завышен не более чем в 2 раза.

Приведенные формулы позволяют определить по данным гидродинамических исследований, в частности по кривым восстановления давления, размеры трещин и тем самым количественно оценивать геологотехнические мероприятия (гидроразрыв, солянокислотная обработка и др.).

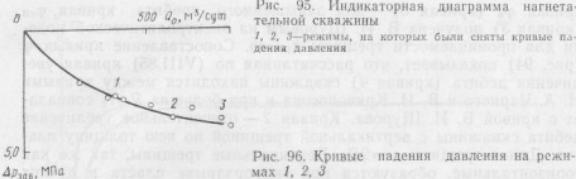
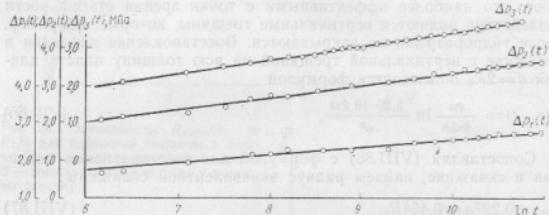


Рис. 96. Кривые падения давления на режимах 1, 2, 3



Предложенный метод может быть использован при оценке состояния призабойной зоны в эксплуатационных и нагнетательных скважинах. Например, в нагнетательных скважинах по мере увеличения давления нагнетания происходит, начиная с некоторого критического давления, расслоение пород — естественный гидроизрыв. Важным для практики является определение глубины ( $R$ ) расслоения. При расслоении коллектора наступает сокращение работающих толщины, так как пропласток, в котором происходит расслоение, принимает воду практически только через трещину.

Пример. Рассмотрим метод определения радиуса трещины (расслоения коллектора при увеличении нагнетания) на примере исследования нагнетательной скважины. Индикаторная диаграмма (рис. 95) является типичной для нагнетательных скважин. Увеличение коэффициента приемистости (отложение индикаторной диаграммы в сторону оси расхода) связано с образованием или раскрытием трещин в призабойной зоне. Как правило, образование трещин сопровождается уменьшением действующей толщины пласта в призабойной зоне. На рис. 96 приведены кривые падения давления, снятые на режимах 1, 2, 3 (рис. 95). В табл. 34 приведены исходные данные и результаты обработки кривых падения давления.

Найдем относительное увеличение приемистости

$$\varphi = \frac{\ln R_{\text{с.пр}}}{\ln R_{\text{б}}/R_{\text{с.пр}}}, \quad (\text{VIII.88})$$

где  $r_{\text{с.пр}}$ ,  $R_{\text{с.пр}}$  — приведенный радиус скважины на режимах 1 и 3.

228

Приемистость на режиме 3, как видно из индикаторной диаграммы (рис. 95), в два ( $\varphi=2$ ) раза больше приемистости на режиме 1. Из (VIII.88) для  $\varphi=2$  имеем  $=2\pi k_1/r_{\text{с.пр}}=2,63$  найдем

$$R_{\text{с.пр}} = \sqrt{R_{\text{с.пр}}^2 \frac{x}{r_{\text{с.пр}}}} = \sqrt{R_{\text{с.пр}}^2 \frac{x}{2,63}}. \quad (\text{VIII.89})$$

Чтобы найти  $R_{\text{с.пр}}$ , нужно задать  $R_{\text{б}}$  — половину расстояния между скважинами или рассчитать его, как радиус влияния скважины по кривой падения давления (гл. III).

Рис. 97. Зависимость  $\ln(R_{\text{с.пр}}/h)$  от  $\ln R_{\text{с.пр}}/R_{\text{б}}$

Таблица 34

$Q$ , м <sup>3</sup> /сут	$B$	$\lg x$	$x/t^2$ , с <sup>-1</sup>	$R_{\text{б}}$ , МПа	$\Delta p_{\text{зап}}$ , МПа
374	4	2,25	2,63	2,1	2,8
620	0,3	3,3	0,4	4,1	3,56
810	-3	3,75	0,2	6,3	3,73

Пьезопроводность  $x$  можно найти по гидрорасщеливанию. Пусть  $R_{\text{б}}=100$  м;  $x=1$  м<sup>2</sup>/с, то  $R_{\text{с.пр}}=7,87$  м. Найдем  $R_{\text{б}}$  по графику (рис. 97). Для этого найдем  $R_{\text{с.пр}}/h=0,28$  (толщина пласта  $h=28$  м). Затем по графику (рис. 97) найдем  $R_{\text{б}}=4,42$  м.

Для  $R_{\text{б}}=300$  м и  $x=1$  м<sup>2</sup>/с,  $R_{\text{б}}=22$  м.

Для  $R_{\text{б}}=100$  м,  $x=0,1$  м<sup>2</sup>/с,  $R_{\text{б}}=14,7$  м.

Как видно,  $R_{\text{с.пр}}$  зависит от параметра  $R^2x$ . В нашем примере  $R^2x$  изменяется от  $10^{11}$  до  $9 \cdot 10^{12}$  м, т. е. в 100 раз, а определяемое значение  $R_{\text{б}}$  изменяется от 14,8 м до 22 м, т. е. только в 1,5 раза. Это указывает на незначительное влияние ошибок в выборе  $R_{\text{б}}$  и определении  $x$  на определяемый радиус трещины  $R_{\text{б}}$ .

#### ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ В СКВАЖИНАХ, ВСКРЫВАЮЩИХ ИЗОЛИРОВАННЫЕ ПРОДУКТИВНЫЕ ПЛАСТИ

Открытие и разработка массивных нефтяных и газовых залежей поставило задачу уточнения расчетных формул, отображающих процесс восстановления давления в скважинах, вскрывающих два и более изолированных между собой пропластка. Представляет также бесспорный интерес расчет межпластовых перетоков в скважине после ее закрытия на устье.

Рассмотрим восстановление давления в скважине, вскрывшей два пропластка с разными коллекторскими свойствами. Гидропроводность и пьезопроводность первого пласта обозначим соответственно через  $k_1/h_1/\mu$ ,  $x_1$ , второго — через  $k_2/h_2/\mu$ ,  $x_2$ . Дебит первого пласта из остановки обозначим через  $q_0$ , второго — через  $q_{02}$ , радиус скважины — через  $r_c$ , коэффициент гидродинамического несовершенства первого пласта — через  $C_1$ , второго — через  $C_2$ .

Рассмотрим приток жидкости к стволу скважины. Приток газа рассматривается аналогично.

Как известно, при остановке скважины изображение давления, на забое по Лапласу выражается формулой

$$P(\Delta p_1) = \frac{F(q_1)\mu}{2\pi k_1 h_1} K_0 \left( \frac{r_{1c}}{\sqrt{\kappa_1 t_0}} \right), \quad (VIII.90)$$

$$r_{1c} = r_c e^{-C_1},$$

где  $F(q_1) = \int_0^\infty q_1(t) e^{-t/t_0} dt$  — изображение дебита по Лапласу. Полагаем, что до остановки скважина работала при установившемся режиме. Тогда под  $q_1$  следует понимать разницу между текущим дебитом скважины и начальным

$$q_1(t) = Q_1(t) - q_{01}, \quad (VIII.91)$$

где  $Q_1(t)$  — текущий дебит скважины. Пусть (VIII.90—VIII.91) отображают восстановление давления в первом пласте. Аналогичные выражения можно записать и для второго пласта

$$P(\Delta p_2) = \frac{F(q_2)\mu}{2\pi k_2 h_2} K_0 \left( \frac{r_{2c}}{\sqrt{\kappa_2 t_0}} \right); \quad r_{2c} = r_c e^{-C_2}, \quad (VIII.92)$$

$$q_2(t) = Q_2(t) - q_{02}. \quad (VIII.93)$$

Предполагая, что после остановки приток жидкости в ствол скважины прекратился (могут осуществляться только межпластовые перетоки), следует положить

$$Q_1(t) = -Q_2(t). \quad (VIII.94)$$

Тогда

$$q_1 = Q_1(t) - q_{02}; \quad q_2 = -Q_1(t) - q_{02}. \quad (VIII.95)$$

Используя (VIII.95), а также условия равенства давлений в стволе скважины против продуктивных пластов

$P(\Delta p_1) = P(\Delta p_2)$ ,  
приходим к следующему выражению для межпластового перетока жидкости

$$F(q_1) = -Q_0 t_0 \lambda \frac{K_0 \left( \frac{r_{1c}}{\sqrt{\kappa_2 t_0}} \right)}{K_0 \left( \frac{r_{1c}}{\sqrt{\kappa_1 t_0}} \right) + \lambda K_0 \left( \frac{r_{2c}}{\sqrt{\kappa_2 t_0}} \right)}, \quad (VIII.96)$$

$$\text{где } \lambda = k_1 h_1 / k_2 h_2. \quad (VIII.97)$$

Подставляя (VIII.96) в (VIII.90), получим выражение для изображения давления по Лапласу

$$P(\Delta p) = -\frac{Q_0 \mu t_0}{2\pi(k_1 h_1 + k_2 h_2)} \psi(t_0),$$

где обозначено

$$\psi(t_0) = \frac{(\lambda + 1) \left[ K_0 \left( \frac{r_{1c}}{\sqrt{\kappa_1 t_0}} \right) K_0 \left( \frac{r_{2c}}{\sqrt{\kappa_2 t_0}} \right) \right]}{K_0 \left( \frac{r_{1c}}{\sqrt{\kappa_1 t_0}} \right) + \lambda K_0 \left( \frac{r_{2c}}{\sqrt{\kappa_2 t_0}} \right)}.$$

Для определения оригинала изменения давления воспользуемся численным обращением преобразования Лапласа [37]. Из этой работы следует

$$\Delta p = \frac{Q_0 \mu}{4\pi(k_1 h_1 + k_2 h_2)} \frac{1}{5} \sum_{n=1}^5 \psi \left( \frac{z_n}{t_0} \right) + \psi \left( \frac{\bar{z}_n}{t_0} \right),$$

где  $z_n$  и  $\bar{z}_n$  — взаимно сопряженные комплексные числа  
 $z_n = p_n e^{i\varphi_n}$ ,  $\bar{z}_n = p_n e^{-i\varphi_n}$ .

Значения чисел  $p_n$  и  $\varphi_n$  приведены ниже.

	$p_n$	$\varphi_n$	$n$	$p_n$	$\varphi_n$
1	1,0769	1,769	4	0,4926	0,565
2	0,7098	1,347	5	0,4630	0,187
3	0,5630	0,949			

Для практических целей представляют интерес изменения давления для аргументов  $t_0/r^2$ , существенно больших единицы.

Для этих значений аргументов  $r_{1c} Vz / V\kappa_1 t$  и  $r_{2c} Vz / V\kappa_2 t$  можно представить выражение в виде

$$K_0 \left( \frac{r_{1c} Vz_n}{V\kappa_1 t} \right) = \frac{1}{2} \ln \frac{1,26\kappa_1 t}{r_{1c}^2 z_n} = \frac{1}{2} \ln \frac{1,26\kappa_1 t}{r_{2c}^2 z_n} - \frac{1}{2} i\varphi_n. \quad (VIII.98)$$

Уравнение (VIII.97) после алгебраических преобразований примет вид

$$\Delta p = \frac{Q_0 \mu}{4\pi(k_1 h_1 + k_2 h_2)} \varphi(t),$$

где

$$\varphi(t) = \frac{\lambda + 1}{5} \sum_{n=1}^5 \frac{a_n m_n (a_n + \lambda m_n) + \varphi_n (m_n + a_n \lambda)}{(a_n + \lambda m_n)^2 + (1 + \lambda)^2 \varphi_n^2},$$

$$a_n = \ln \frac{1,26\kappa_1 t}{r_{1c}^2 z_n}, \quad m_n = \ln \frac{1,26\kappa_2 t}{r_{2c}^2 z_n}.$$

Аналогично может быть получено и выражение для притока.

Имеем

$$q_1 = Q_0 \varPhi(t),$$

где

$$\varPhi(t) = -\frac{\lambda}{10} \sum_{n=1}^5 \frac{m_n (a_n + \lambda m_n) + (1 + \lambda) \varphi_n^2}{(a_n + \lambda m_n)^2 + (1 + \lambda)^2 \varphi_n^2}.$$

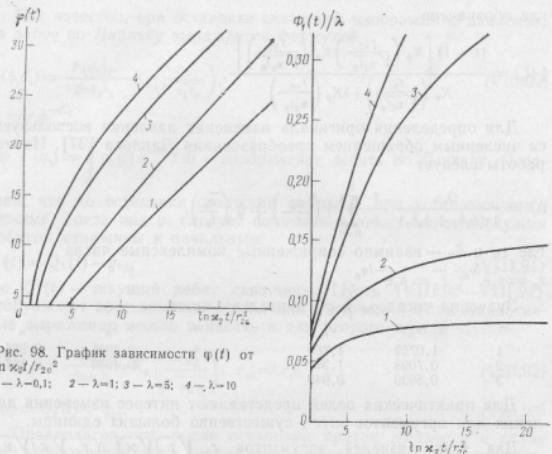


Рис. 98. График зависимости  $\Phi(t)$  от  $\ln x_2 t / r_{2c}^2$ :  
1 —  $\lambda=0.1$ ; 2 —  $\lambda=1$ ; 3 —  $\lambda=5$ ; 4 —  $\lambda=10$

Рис. 99. График зависимости  $\Phi_1(t)$  от  $\ln x_2 t / r_{2c}^2$ :  
1 —  $\lambda=10$ ; 2 —  $\lambda=5$ ; 3 —  $\lambda=1$ ; 4 —  $\lambda=0.1$

На рис. 98 приведен график зависимости  $\Phi(t)$  от  $\ln x_2 t / r_{2c}^2$  для случая, когда первый пропласток по сравнению со вторым обладает дополнительным гидродинамическим несовершенством (например, первый пропласток вскрыт меньшим числом перфорационных отверстий, у первого пропластка существенно загнизована призабойная зона и т. п.). В примере принято

$$\frac{r_{1c}^2}{r_{2c}^2} \cdot \frac{x_2}{x_1} = v = 10^{-8}, \ln v = -18,421.$$

Как видно из рисунка, при больших значениях  $x_2 t / r_{2c}^2$  график представляет прямую линию, наклоненную к оси абсцисс под углом в  $45^\circ$ .

Таким образом, если исследование осуществлялось в диапазоне больших значений  $\ln x_2 t / r_{2c}^2$ , формально обрабатывая кривую восстановления по общепринятой методике, получим гидропроводность пласта, равную сумме гидропроводности пропластков. Наоборот, если исследование проводилось в диапазоне малых  $\ln x_2 t / r_{2c}^2$  можно получить гидропроводность меньшую по сравнению с суммарной гидропроводностью пропластков. Так, например, если кривая восстановления снималась в интервале времени, при изменении аргумента  $\ln x_2 t / r_{2c}^2$  от 2 до 5, то для  $\lambda =$

$k_1 h_1 / (k_3 h_2) = 5$ , обрабатывая кривую восстановления давления по общепринятой методике, получим гидропроводность пласта примерно в два раза заниженную по сравнению с суммарной гидропроводностью пропластков.

Как видно из рисунка, для малых  $\ln x_2 t / r_{2c}^2$  функция  $\Phi(t)$  существенно меньше значений, которые следуют из экстраполяции прямолинейных участков кривых восстановления давления при больших моментах времени. Возможно этим и объясняется отклонение подавляющего большинства кривых восстановления давления в начальный момент времени от прямой.

График зависимости  $\Phi_1(t)$  для расчета изменения дебита перетока  $q_1$  для тех же условий приведен на рис. 99.

Вышеизложенная методика можно пользоваться, очевидно, и для интерпретации восстановления давления в пропластках с различным пластовым давлением. При этом необходимо только иметь в виду, что условия на внешней границе пласта не оказывают влияния на кривую восстановления давления за время исследования.

Попытаемся оценить абсолютную величину перетока жидкости из одного пропластка в другой в процессе восстановления давления.

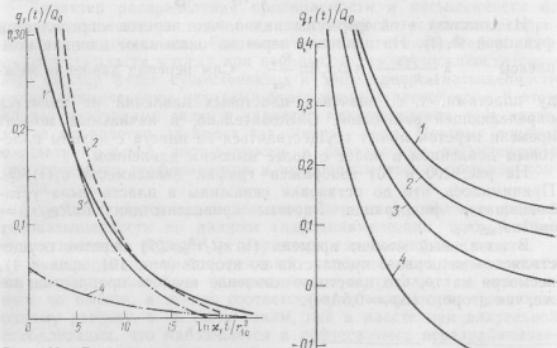


Рис. 100. График перетока между пластами  $q_1(t)/Q_0$  при разных давлениях в пластах:  
1 —  $\lambda=10$ ; 2 —  $\lambda=5$ ; 3 —  $\lambda=1$ ; 4 —  $\lambda=0.1$

Рис. 101. График перетока между пластами  $q_1(t)/Q_0$  при разных давлениях в пластах.  $\lambda=5$ :  
1 —  $\Delta p_1/\Delta p_2=2$ ; 2 —  $\Delta p_1/\Delta p_2=1.5$ ; 3 —  $\Delta p_1/\Delta p_2=1$ ; 4 —  $\Delta p_1/\Delta p_2=0.5$

В соответствии с (VIII.91) и (VIII.93) имеем

$$Q_1(t) = q_1(t) + q_{01} = -Q_0 \Phi_1(t) + q_{01},$$

$$Q_2(t) = q_2(t) + q_{02} = -Q_0 [1 - \Phi_1(t)] + q_{02}.$$

Предположим, что до остановки скважина работала так, что в обеих пропластках существовал установившийся режим фильтрации.

Тогда

$$q_{01} = \frac{2\pi k_1 l_1}{\mu} \frac{\Delta p_1}{\ln \frac{R_{k1}}{r_{c1}}}; \quad q_{02} = \frac{2\pi k_2 l_2}{\mu} \frac{\Delta p_2}{\ln \frac{R_{k2}}{r_{c2}}}.$$

Имея в виду, что

$$q_{01} + q_{02} = Q_0,$$

получим

$$Q_1(t) = -Q_2(t) = -Q_0 \Phi_1(t) + Q_0 = \lambda \frac{\Delta p_1}{\ln \frac{R_{k1}}{r_{c1}}} + \lambda \frac{\Delta p_2}{\ln \frac{R_{k2}}{r_{c2}}}.$$

Из анализа этой формулы видно, что переток определяется функцией  $\Phi_1(t)$ . На величину перетока оказывают влияние комплексы  $\lambda \frac{\Delta p_1}{\ln \frac{R_{k1}}{r_{c1}}}$  и  $\lambda \frac{\Delta p_2}{\ln \frac{R_{k2}}{r_{c2}}}$ . Сам перепад давления между пластами, т. е. значение пластовых давлений не является определяющей величиной. Следовательно, в начальный момент времени переток может осуществляться из пласта с низким пластовым давлением в пласт с более высоким давлением.

На рис. 100 и 101 изображен график зависимости  $q_1(t)/Q_0$ . Принималось, что до остановки скважины в пласте была установившаяся фильтрация. Расчеты приведены для  $\ln \frac{R_{k1}}{r_{c1}} = 2 \ln \frac{R_{k2}}{r_{c2}}$ .

В начальный момент времени ( $\ln \frac{R_{k1}}{r_{c1}} \leq 7$ ) переток осуществляется из первого пропластка во второй (рис. 101, кривая 4), несмотря на то, что пластовое давление первого пропластка ниже, чем второго ( $\Delta p_1 = 0.5 \Delta p_2$ ).

## ГЛАВА IX

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАСЫЩЕННОСТИ ПЛАСТА ПО ДАННЫМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН И ПЛАСТОВ

Сущность гидрогазодинамического метода определения газонасыщенности заключается в том, что при исследовании скважины методом установившегося режима замеряют расход жидкости и газа. При известном среднем давлении в призабойной зоне определяют объемный расход газа в пластовых условиях. По фазовым проницаемостям для жидкости и газа, а также по соотношению расходов жидкости и газа находят газонасыщенность в призабойной зоне. Так как на соотношение расходов жидкости и газа влияет насыщенность в относительно большой зоне пласта, то определяемая таким способом насыщенность будет характеризовать газонасыщенность в этой части пласта.

Характер распределения проницаемости и насыщенности по разрезу существенно влияет на достоверность результатов определения насыщенности. Газ может заполнять наиболее проницаемую часть пласта, и тогда при небольшой газонасыщенности газовый фактор будет существенным и определение насыщенности гидродинамическими методами будет непредставительным. В этом случае необходимо знать и характер газонасыщения, т. е. знать, какие пропластки занимает газ, какие — вода. Поэтому следует ожидать большей достоверности в определении насыщенности при сочетании геофизических и гидродинамических методов контроля.

Если пласт более или менее однороден, то определение средней газонасыщенности по данным гидродинамических исследований существенно не зависит от характера газонасыщения пласта.

В однородном пласте реальное распределение насыщенности по разрезу может быть однородным по вертикали, т. е. неизменным по высоте, а может соответствовать капиллярно-гравитационному режиму, т. е. быть таким, как в пласте при длительной стабилизации, когда в верхней части пласти находится газ, в нижней — нефть, а между ними расположена промежуточная зона, содержащая нефть и газ в соответствии с капиллярным давлением. Для каждого из этих вариантов предлагаются тарировочные кривые определения насыщенности. Если нет никаких данных о характере распределения газонасыщенности, то следует принимать среднюю насыщенность между двумя крайними ее значениями. Разница между крайними значениями насыщенности для двух этих схем, как правило, не более 5—10%.

## ЗАВИСИМОСТЬ ГАЗОВОДЯНОГО ФАКТОРА ОТ СРЕДНЕЙ ГАЗОНАСЫЩЕННОСТИ ПЛАСТА

Определим связь между расходом жидкости и средней насыщенностью. В условиях равномерного распределения насыщенности, при плоскорадиальной фильтрации, эта связь выражается соотношениями:

$$q_r = -2\pi r \frac{kh}{\mu_r} k^*_r(\sigma) \operatorname{grad} p; \quad (IX.1)$$

$$q_w = -2\pi r \frac{kh}{\mu_w} k^*_w(\sigma) \operatorname{grad} p.$$

Здесь  $q_r, q_w$  — соответственно расход газа и воды в пластовых условиях;  $k^*_r(\sigma), k^*_w(\sigma)$  — фазовые проницаемости для газа и воды; остальные обозначения — стандартные. В этом случае насыщенность совпадает со средним ее значением по сечению пласта.

Из выражения (IX.1) определим газоводяной фактор

$$\frac{q_r}{q_w} = \frac{\mu_w}{\mu_r} \frac{k^*_r(\sigma)}{k^*_w(\sigma)}. \quad (IX.2)$$

*Логарифмический Б-леверетта*

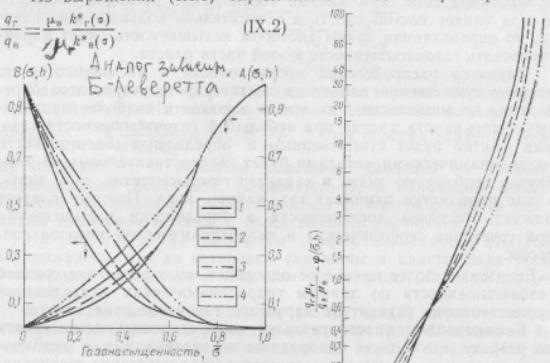


Рис. 102. Зависимость функций  $A(\bar{\sigma}, h)$  и  $B(\bar{\sigma}, h)$  от газонасыщенности  
 $1-h=0; 2-h=5 \text{ м}; 3-h=10 \text{ м}; 4-h=20 \text{ м}$

Рис. 103. Зависимость функции  $\Psi(\bar{\sigma}, h)$  от газонасыщенности  
Обозначения см. рис. 102

Поэтому, зная газоводяной фактор  $q_r/q_w$  и фазовые проницаемости для данного типа коллектора, можно определить среднюю газонасыщенность пласта.

На рис. 102 приведены фазовые проницаемости для газа и воды для несемированного песчаника (сплошная линия). При известных фазовых проницаемостях можно определить функцию  $\Psi(\bar{\sigma}, h) = k^*_r(\sigma)/k^*_w(\sigma)$ . Под  $\sigma$  будем понимать среднюю насыщенность по пласту. При равномерном распределении средняя насыщенность совпадает с локальной. График зависимости  $\Psi$  от  $\sigma$  для данного случая приводится на рис. 103 (сплошная линия). Определив по данным исследований  $\frac{q_r q_w}{q_w q_r}$ , найдем среднюю газонасыщенность в пласте.

При равномерном распределении насыщенности по толщине пласта и равномерном распределении давления по вертикали пласта расход жидкости и газа для плоскорадиальной фильтрации будет определяться выражениями

$$q_r = -2\pi r \frac{k}{\mu_r} \operatorname{grad} p \int_0^h k^*(\sigma) dz, \quad (IX.3)$$

$$q_w = -2\pi r \frac{k}{\mu_w} \operatorname{grad} p \int_0^h k^*(\sigma) dz.$$

Здесь  $h$  — толщина пласта,  $z$  — расстояние от некоторой точки с насыщенностью  $\sigma$  до подошвы пласта.

Предполагается, что градиент капиллярного давления вдоль направления движения жидкости и газа незначителен по сравнению с градиентом давления в газовой фазе.

Средняя насыщенность по разрезу  $\sigma$  будет определяться соотношением

$$\sigma = \frac{1}{h} \int_0^h \alpha dz. \quad (IX.4)$$

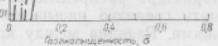
В общем случае в каждом сечении пласта будет существовать две зоны — в нижней части пласта насыщен водой, в верхней происходит двухфазная фильтрация жидкости и газа. Обозначим координату границы раздела зон через  $z_1$ .

Рассмотрим схему предельного гравитационно-капиллярного распределения насыщенности в пласте. В этом случае распределение насыщенности по вертикали выражается условием

$$p_k(\sigma) = p_r - p_w = \Delta \rho g (z - z_1). \quad (IX.5)$$

Здесь  $g$  — ускорение свободного падения,  $\Delta \rho$  — разница плотностей фаз в пластовых условиях.

Укажем, что обычно под капиллярным давлением понимается разница давления в фазах, причем считается, что эта функция



для данной пористой среды однозначно определяется насыщенность. Эта разница при предельном гравитационно-калиллярном распределении будет равна разнице гидростатических давлений в фазах, т. е.  $\Delta p(z-z_1)$ .

Из (IX.5) можно определить характер распределения насыщенности по вертикали

$$\frac{d\sigma}{dz} = \frac{g\Delta p}{p'_K h}. \quad (\text{IX.6})$$

Подставляя (IX.6) в (IX.3) и учитывая, что при  $z \leq z_1$  происходит однофазная фильтрация жидкости, получим

$$q_g = -2\pi r \frac{kh}{\mu_g} A(\bar{\sigma}, h) \operatorname{grad} p, \quad (\text{IX.7})$$

$$q_B = -2\pi r \frac{kh}{\mu_B} B(\bar{\sigma}, h) \operatorname{grad} p,$$

где

$$A(\bar{\sigma}, h) = \frac{1}{g\Delta p h} \int_{z=z_1}^{z=h} k^*_{\text{r}}(\sigma) p'_K(\sigma) d\sigma, \quad (\text{IX.8})$$

$$B(\bar{\sigma}, h) = \frac{1}{g\Delta p h} \int_{z=z_1}^{z=h} k^*_{\text{v}}(\sigma) p'_K(\sigma) d\sigma + \frac{z_1}{h}. \quad (\text{IX.9})$$

Величина  $\bar{\sigma}$  — средневзвешенная газонасыщенность по толщине пласта определяется по (IX.4) и (IX.6)

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{h} \int_0^h \sigma dz = \frac{1}{\Delta p g h} \int_{z=z_1}^{z=h} p'_K(\sigma) dz. \quad (\text{IX.10})$$

Как видно, коэффициенты  $A(\bar{\sigma}, h)$  и  $B(\bar{\sigma}, h)$  являются аналогом коэффициентов фазовых проницаемостей и зависимость их от насыщенности  $\sigma$  имеет примерно такой же вид, как и зависимость фазовых проницаемостей. В отличие от фазовых проницаемостей  $A(\bar{\sigma}, h)$  и  $B(\bar{\sigma}, h)$  зависит от толщины пласта. Для пластов большой толщины

$$A(\bar{\sigma}, h) = \bar{\sigma}, \quad B(\bar{\sigma}, h) = 1 - \bar{\sigma}.$$

На рис. 102 приведены графики зависимости  $A(\bar{\sigma}, h)$  и  $B(\bar{\sigma}, h)$  для кривой капиллярного давления, изображенной на рис. 104.

График зависимости  $\psi(\bar{\sigma}, h) = \frac{A(\bar{\sigma}, h)}{B(\bar{\sigma}, h)} = \frac{q_g p_r}{q_B p_v}$  для нескольки

х значений  $h$  приведен на рис. 103.

В табл. 35 приведен пример определения  $A(\bar{\sigma}, h)$  и  $B(\bar{\sigma}, h)$  для слабосементированного песчаника толщиной  $h=10$  м, фазовые проницаемости которого для газа и воды и кривая капиллярного

$z-z_1$	$p_K(z), \text{ МПа}$	$\sigma$	$k^*_{\text{r}}(\sigma)$	$\frac{1}{h} \int_{z=z_1}^{z=z_1} k^*_{\text{r}}(\sigma) dz$	$\frac{1}{h} \int_{z=z_1}^{z=z_1} k^*_{\text{v}}(\sigma) dz$	$\frac{1}{h} \int_{z=z_1}^{z=z_1} k^*_{\text{v}}(\sigma) dz$	$A(\bar{\sigma}, h)$	$B(\bar{\sigma}, h)$
0	0	0.01	0	0.005	0.81	0	0	0
0.2	0.012	0.11	0.025	0.58	0.005	0.810	0.0011	0.0001
0.4	0.014	0.18	0.040	0.45	0.200	0.030	1.390	0.0040
0.6	0.016	0.23	0.060	0.365	0.405	0.070	1.840	0.0081
0.8	0.018	0.27	0.080	0.310	0.655	0.130	2.205	0.0131
1.0	0.020	0.30	0.095	0.260	0.940	0.210	2.515	0.0188
1.2	0.022	0.34	0.120	0.210	1.260	0.305	2.775	0.0252
1.4	0.024	0.37	0.140	0.185	1.615	0.425	2.985	0.0320
1.6	0.026	0.40	0.165	0.150	2.000	0.565	3.170	0.0400
1.8	0.028	0.42	0.180	0.135	2.410	0.730	3.320	0.0482
2.0	0.030	0.44	0.200	0.125	2.840	0.910	3.455	0.0568
2.2	0.032	0.45	0.215	0.110	3.295	1.110	3.580	0.0657
2.4	0.034	0.47	0.235	0.100	3.745	1.325	3.690	0.0759
2.6	0.036	0.49	0.250	0.090	4.225	1.560	3.790	0.0845
2.8	0.038	0.50	0.270	0.080	4.720	1.810	3.880	0.0944
3.0	0.040	0.52	0.290	0.070	5.230	2.080	3.960	0.1046
3.2	0.042	0.53	0.300	0.065	5.755	2.370	4.030	0.1151
3.4	0.044	0.54	0.315	0.060	6.290	2.670	4.086	0.1258
3.6	0.046	0.55	0.330	0.055	6.835	2.985	4.155	0.1367

Таблица 35

Определение  $A(\bar{\sigma}, h)$  и  $B(\bar{\sigma}, h)$  для пласта толщиной  $h=10$  м

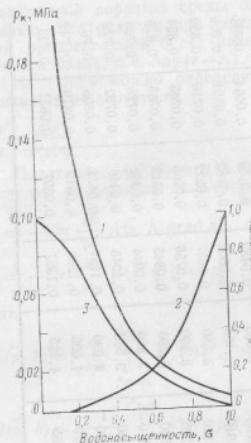


Рис. 104. Зависимость капиллярного давления (кривая 1), фазовой проницаемости жидкости (кривая 2), фазовой проницаемости газа (кривая 3) от водонасыщенности

давления изображены на рис. 104. Принято, что на границе раздела зон фильтрации (при газонасыщенности  $\sigma=0$ ) капиллярное давление равно 0,01 МПа. Для пластов малой толщины ( $h \rightarrow 0$ ), очевидно, функции  $A(\sigma, h)$  и  $B(\sigma, h)$  принимают значения соответствующих фазовых проницаемостей.

Для двухфазной фильтрации нефти и воды  $A(\sigma, h)$  и  $B(\sigma, h)$  определяются аналогично.

#### МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАСЫЩЕННОСТИ ПО ДАННЫМ СТАЦИОНАРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН

##### Определение насыщенности по газоводяному фактору

Дебит газа и воды скважины, расположенной в зоне двухфазной фильтрации, определяется по (IX.7), из которого следует

$$(IX.11)$$

$$\frac{q_r q_w}{\mu_r \mu_w} = \frac{A(\bar{\sigma}, h)}{B(\bar{\sigma}, h)} = \psi(\bar{\sigma}, h).$$

График  $\psi(\bar{\sigma}, h)$  для приведенных выше условий приводится на рис. 103.

Из (IX.11) следует, что для заданной средней насыщенности пласта  $\bar{\sigma}$  газоводянный фактор не зависит от перепада давления или расхода жидкости и газа.

Заметим, что формулы (IX.7) и (IX.11) получены для условия, когда перепад давления в зоне фильтрации намного больше, чем разница давлений, вызванная изменением уровня контакта газ — вода в зоне фильтрации, и разница капиллярных давлений в зоне фильтрации мала. Поэтому при очень малых перепадах давления выражение (IX.7) будет давать существенную погрешность. Действительно, при очень малых перепадах давления в ряде случаев из скважин, расположенных в зоне двухфазной фильтрации, можно отбирать газ без воды. Поэтому, если в процессе исследования скважины на различных режимах установ-

лено, что газоводянной фактор не зависит от расхода жидкости и газа, значит, скважина исследовалась в условиях, когда разница давлений, вызванная изменением уровня контакта газ — вода, и разница капиллярного давления в зоне фильтрации не оказывают существенного влияния на приток жидкости и газа к скважине. Газоводянной фактор в этом случае определяется уравнением (IX.11), поэтому можно определять насыщенность по газоводянному фактору. Для этого скважину испытывают на нескольких установленныхся режимах. При каждом режиме замеряется газоводянной фактор, проверяется независимость газоводянного фактора от расхода жидкости и газа. Затем, зная газоводянной фактор и соотношение вязкостей, по рис. 103 определяют среднюю по сечению пласта насыщенность. Эта методика была апробирована при создании Колпинского подземного хранилища газа. При закачке газа в пласт исследовались наблюдательные скважины, находившиеся в зоне двухфазной фильтрации. Расход газа приводился к пластовым условиям по формуле

$$q_r = q_{r \text{ ат}} \frac{p_{\text{ат}}}{p_{\text{пл}}},$$

где  $q_{r \text{ ат}}$  — расход газа при атмосферных условиях;  $p_{\text{пл}}$  — пластовое давление в зоне фильтрации.

Зная изменение во времени газоводянного фактора по скважинам и вязкости воды  $\mu_w$  и газа  $\mu_r$ , по графику рис. 103 определялось изменение насыщенности по скважинам во времени.

##### Определение газонасыщенности по коэффициенту продуктивности

Если в пласте достаточно высокая газонасыщенность, то скважина будет давать газ с небольшим содержанием капельной влаги. Эксплуатация таких скважин практически не будет отличаться от эксплуатаций газовых скважин. Уравнением движения газа в призабойной зоне таких скважин является условие (IX.7). Если положить, что во всей зоне фильтрации расход газа постоянный, то интегрирование уравнения (IX.7) дает

$$q_{r \text{ ат}} = \frac{\pi \bar{h} h}{\mu_r} A(\bar{\sigma}, h) \frac{\Delta p^2}{\ln \frac{R_k}{r_c}}, \quad (IX.12)$$

где  $\Delta p^2$  — разница квадратов давлений на внешнем контуре пласта и у стенки скважины;  $R_k$  — радиус внешнего контура пласта;  $r_c$  — приведенный радиус скважины.

Исследуя скважину на нескольких режимах и изображая на графике результаты исследования в координатах  $\Delta p^2$  (по оси ординат),  $q_{r \text{ ат}}$  (по оси абсцисс), получим прямую линию, тангенс угла наклона которой к оси абсцисс будет

$$\alpha = \frac{\mu_r}{\mu_w} \frac{\ln \frac{R_k}{r_c}}{A(\bar{\sigma}, h)}. \quad (IX.13)$$

Если в призабойной зоне наблюдается нарушение линейного закона фильтрации, то результаты исследования обрабатываются в координатах  $\frac{\Delta p^2}{q_{\text{г ат}}}$ ,  $q_{\text{г ат}}$ . Отрезок, отсекаемый на оси ординат, в этом случае равен  $a$ , определяемый выражением (IX.13). Если до закачки газа пласт был насыщен водой, приток пластовой воды к скважине определяется выражением

$$q_w = K \Delta p, \quad (\text{IX.14})$$

где  $K$  — коэффициент продуктивности:

$$= \frac{2\pi kh}{\mu_w \ln \frac{R_w}{r_a}}. \quad (\text{IX.15})$$

Предположим, что при закачке газа в пласт приведенный радиус скважины не изменился, т. е. степень гидродинамического совершенства скважины осталась примерно прежней, предположим также, что радиус дренирования остался прежним. Тогда из (IX.13) и (IX.15) следует

$$A(\sigma, h) = \frac{2\sigma_r}{aK\mu_w}. \quad (\text{IX.16})$$

Если скважина была испытана до и после закачки газа, то известны ее параметры  $a$  и  $K$  также соотношение вязкостей. Поэтому по (IX.16) легко определить  $A(\sigma, h)$ , после чего по рис. 102 можно найти средневзвешенную насыщенность в призабойной зоне скважины.

#### МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАСЫЩЕННОСТИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН ПРИ НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ

Система уравнений неустановившейся двухфазной фильтрации при равномерном распределении насыщенности по вертикали имеет вид (см. гл. I)

$$\frac{k}{m\mu_1} \frac{\partial}{\partial \sigma} r \rho_1 k^* (\sigma) \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \sigma_1 \rho_1, \\ \frac{k}{m\mu_2} \frac{\partial}{\partial \sigma} r \rho_2 k^* (\sigma) \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \sigma_2 \rho_2. \quad (\text{IX.17})$$

Из этой системы уравнений можно получить следующее выражение

$$\frac{k}{m} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\sigma_1}{\mu_1} k^* (\sigma) + \frac{\sigma_2}{\mu_2} k^* (\sigma) \right) r \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\sigma_1 \rho_1 + \sigma_2 \rho_2). \quad (\text{IX.18})$$

При резком изменении режима работы скважины массо содержание,  $\sigma_1 \rho_1 + \sigma_2 \rho_2$  будет изменяться в основном за счет плотности и в незначительной части за счет насыщенности. Поэтому

для быстроизменяющихся процессов (например, при остановке или пуске скважины) правую часть выражения (IX.18) можно представить в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} (\sigma_1 \rho_1 + \sigma_2 \rho_2) = \left( \sigma_1 \frac{d\sigma_1}{dp} + \sigma_2 \frac{d\sigma_2}{dp} \right) \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (\text{IX.19})$$

Далее, можно положить, что выражение  $\frac{\sigma_1}{\mu_1} k^* (\sigma) + \frac{\sigma_2}{\mu_2} k^* (\sigma)$

изменяется несущественно по сравнению с изменением  $r \frac{\partial p}{\partial r}$ . Тогда

$$\text{выражение } \frac{\sigma_1}{\mu_1} k^* (\sigma) + \frac{\sigma_2}{\mu_2} k^* (\sigma),$$

входящее в левую часть (IX.8), можно считать постоянным.

Следовательно, выражение (IX.18) можно представить в виде

$$r \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (\text{IX.20})$$

где

$$r = \frac{k}{m} \frac{\frac{\sigma_1}{\mu_1} k^* (\sigma) + \frac{\sigma_2}{\mu_2} k^* (\sigma)}{\frac{\sigma_1}{\mu_1} \frac{d\sigma_1}{dp} + \frac{\sigma_2}{\mu_2} \frac{d\sigma_2}{dp}}. \quad (\text{IX.21})$$

Это означает, что при неустановившемся режиме двухфазной фильтрации для быстроизменяющегося процесса давление изменяется так же как и при однофазной фильтрации. Коэффициент пропорциональности при этом будет определяться формулой (IX.21).

В связи с этим для определения параметров пласта при исследовании скважин при двухфазном режиме фильтрации можно воспользоваться методами исследования скважин при однофазной фильтрации, которые были подробно изложены выше.

Рассмотрим двухфазную фильтрацию жидкости и газа. Пусть уравнение состояния газа имеет вид

$$\rho_t = \rho_{\text{г ат}} \frac{p}{p_{\text{ат}}}, \quad (\text{IX.22})$$

а состояния жидкости

$$\rho_{\text{ж}} = \rho_{\text{ж0}} \left( 1 + \frac{p - p_0}{K_{\text{ж}}} \right). \quad (\text{IX.23})$$

Тогда

$$\sigma_t \frac{d\rho_t}{dp} + \sigma_{\text{ж}} \frac{d\rho_{\text{ж}}}{dp} = \frac{\sigma_t \rho_{\text{г ат}}}{p_{\text{ат}}} + \frac{\sigma_{\text{ж}} \rho_{\text{ж0}}}{K_{\text{ж}}}. \quad (\text{IX.24})$$

Если насыщенность жидкости соизмерима с насыщенностью газа, то последнее выражение можно приближенно представить в виде

$$\sigma_t \frac{d\rho_t}{dp} + \sigma_{\text{ж}} \frac{d\rho_{\text{ж}}}{dp} \approx \frac{\sigma_t \rho_{\text{г ат}}}{p_{\text{ат}}}. \quad (\text{IX.25})$$

Аналогично можно записать

$$\frac{p_r}{\mu_r} k^*_{\text{r}}(\sigma) + \frac{p_a}{\mu_{\text{ж}}} k^*_{\text{ж}}(\sigma) \approx \frac{p_r}{\mu_r} k^*_{\text{r}}(\sigma). \quad (\text{IX.26})$$

В этом случае выражение для  $\kappa$  примет вид

$$\kappa = \frac{k_p}{m \cdot \mu_{\text{ж}} \cdot \sigma_1} k^*_{\text{r}}(\sigma). \quad (\text{IX.27})$$

Можно показать, что в случае неравномерного распределения насыщенности по разрезу коэффициент пьезопроводности  $\kappa$  будет определяться формулой

$$\kappa = \frac{k}{m} \frac{\frac{p_1}{\mu_1} A(\sigma, h) + \frac{p_2}{\mu_2} B(\sigma, h)}{\frac{d p_1}{d p} + (1 - \sigma) \frac{d h_{12}}{d p}}. \quad (\text{IX.28})$$

#### Методика определения насыщенности по кривым восстановления давления

Таким образом, при переходных режимах совместной фильтрации жидкости и газа давление в пласте изменяется по формулам однофазной фильтрации газа. Поэтому, если происходит пуск или остановка скважины с постоянным дебитом  $q_{\text{рат}}$ , то изменение давления в пласте выражается формулой

$$p^2 = p_{\text{наq}}^2 + \frac{q_{\text{рат}} \mu_r}{2 \pi k h A(\sigma, h)} E_l \left( -\frac{r^2}{4 \pi t} \right). \quad (\text{IX.29})$$

Для малых  $r_c$  (т. е. у стенки скважины) выражение (IX.29) принимает вид

$$p^2 = p_{\text{наq}}^2 + \frac{q_{\text{рат}} \mu_r}{2 \pi k h A(\sigma, h)} \ln \frac{2.25 \pi t}{r_c^2}. \quad (\text{IX.30})$$

Тогда, если остановить газовую скважину, в призабойной зоне которой имеется пластовая жидкость и дебит которой  $q_{\text{рат}}$ , то давление на ее забое будет восстанавливаться в соответствии с формулой (IX.30).

Обрабатывая кривую восстановления давления, построенную в координатах  $\Delta p^2$ ,  $\ln t$ , получим прямую, тангенс угла наклона которой к оси абсцисс будет

$$\beta_i = \frac{q_{\text{рат}} \mu_r}{2 \pi k h A(\sigma, h)}. \quad (\text{IX.31})$$

Если данная скважина испытывалась до закачки газа в пласт и по ней снималась кривая восстановления давления (при работе этой скважины как водяной), то графическая обработка кривой восстановления давления в координатах  $\Delta p$ ,  $\ln t$  позволяет получить прямую с тангенсом угла наклона к оси абсцисс, равным

$$\beta = \frac{q_{\text{вж}}}{4 \pi k h}, \quad (\text{IX.32})$$

где  $q_{\text{вж}}$  — дебит водяной скважины до ее остановки.

Из выражений (IX.31) и (IX.32) получаем

$$A(\sigma, h) = \frac{\beta}{2 \beta_i} \frac{q_{\text{рат}}}{\mu_r} \frac{\mu_r}{\mu_a}. \quad (\text{IX.33})$$

Если кривые восстановления давления в скважине снимались до закачки газа в пласт и после того, как скважина оказалась в газонасыщенной зоне, то все величины, входящие в правую часть выражения (IX.33), известны, и по графику рис. 103 можно определить среднюю газонасыщенность в призабойной зоне. Если  $q_{\text{вж}}$  замерять в  $\text{м}^3/\text{сут}$ , а  $q_{\text{рат}}$  — в тыс.  $\text{м}^3/\text{сут}$ , формула (IX.33) примет вид

$$A(\sigma, h) = 500 \frac{\mu_r}{\mu_a} \frac{\beta}{\beta_i} \frac{q_{\text{рат}}}{q_{\text{вж}}}. \quad (\text{IX.34})$$

Формулу (IX.33) можно представить и в другом виде. Обрабатывая результаты исследования газовых скважин в координатах  $\Delta p$ ,  $\ln t$  можно определить гидропроводность пласта  $k h A(\sigma, h)/\mu_r = k h A(\sigma, h)/\mu_r$ . Зная гидропроводность пласта по воде (до закачки в нее газа)  $\frac{k h}{\mu_a}$ , определим

$$A(\sigma, h) = \frac{k h}{\mu_a} \frac{\mu_r}{\mu_a} \frac{q_{\text{рат}}}{q_{\text{вж}}}. \quad (\text{IX.35})$$

#### Методика определения насыщенности по гидропрослушиванию скважин

Как отмечалось выше, при резком изменении режима фильтрации двухфазного течения, вызванном остановкой или пуском в работу скважины с дебитом  $q_{\text{рат}}$ , в пласте произойдет изменение давления согласно (IX.29), которую в случае небольшого диапазона изменения давления можно привести к виду

$$\Delta p = - \frac{q_{\text{рат}} \mu_r}{4 \pi k h A(\sigma, h)} E_l \left( -\frac{r^2}{4 \pi t} \right), \quad (\text{IX.36})$$

где  $\Delta p$  — изменение давления по сравнению с первоначальным;  $q_{\text{рат}}$  — дебит газа в пластовых условиях.

Обрабатывая результаты исследования скважин по любому методу, изложенному в гл. IV, можно получить гидропроводность пласта, которая в нашем случае согласно уравнению (IX.36) будет  $k h A(\sigma, h)/\mu_r$ , а пьезопроводность  $\kappa$  можно получить из (IX.28), положив  $B(\sigma, h) = 0$  и имея в виду (IX.25)

$$\kappa = \frac{k h A(\sigma, h) p_{\text{cp}}}{m^2 \mu_r}, \quad (\text{IX.37})$$

Зная гидропроводность  $k h A(\sigma, h)/\mu_r$ , легко определим газонасыщенность. Действительно,

$$m h \bar{\sigma} = \frac{k h A(\sigma, h)}{\mu_r} \frac{p_{\text{cp}}}{\kappa}. \quad (\text{IX.38})$$

По-видимому, наиболее предпочтительным будет интегральный метод обработки результатов исследования реагирующих скважин. Напомним, что при этом методе по оси ординат откладывается  $\ln \varphi(t)$ , а по оси абсцисс —  $1/t$

где

$$\varphi(t) = \int_{p(0)}^{p(t)} \frac{dp}{t}.$$

Тогда применительно к нашему случаю отрезок, отсекаемый на оси ординат, будет

$$B = -\ln \frac{q_{\text{газ}}}{\pi m h \bar{\sigma} R^2}, \quad (\text{IX.39})$$

а тангенс угла наклона

$$\operatorname{tg} \alpha = R^2/4x. \quad (\text{IX.40})$$

Величина  $\pi m h \bar{\sigma} R^2$  характеризует запасы газа внутри круга радиусом  $R$  ( $R$  — расстояние от возмущающей скважины до реагирующей).

## ГЛАВА X

### ГИДРОГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ГАЗОКОНДЕНСАТНЫХ ЗАЛЕЖЕЙ

Открытие в СССР газоконденсатных месторождений с большим содержанием конденсата поставило перед научно-исследовательскими организациями ряд новых задач по фильтрации многокомпонентных систем. Бесспорно, фильтрация многокомпонентных систем, сопровождающаяся различными фазовыми превращениями, намного сложнее однофазной фильтрации природных газов. Тем не менее до последнего времени при составлении проектов разработки газоконденсатных месторождений основные параметры фильтрации рассчитывались по формулам для газового пласта. По существу здесь учитывается только изменение газоконденсатного фактора по данным моделирования газоконденсатной смеси на бомбе РУТ, но не учитывается влияние пористой среды на фазовые превращения, а также воронки депрессии в пласте на выпадение конденсата.

#### СТАЦИОНАРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ГАЗОКОНДЕНСАТНОЙ СМЕСИ

Вывод дифференциальных уравнений фильтрации газоконденсатных систем приведен в гл. I. Запишем полученную в этой главе систему уравнений для плоскорадиальной фильтрации. Из систем уравнений (I.47), (I.49) и (I.50) имеем

$$\begin{aligned} -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \varphi_i \frac{\partial p}{\partial r} \right) &= \frac{m}{k} \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \left[ \frac{k^*_{\text{ж}}(\sigma)}{\mu_{\text{ж}}} \rho_{\text{ж}} + \frac{k^*_{\text{г}}(\sigma)}{\mu_{\text{г}}} \rho_{\text{г}} \right] \frac{\partial p}{\partial r} \right) &= \frac{m}{k} \frac{\partial}{\partial t} [\sigma \rho_{\text{ж}} + (1-\sigma) \rho_{\text{г}}], \quad (\text{X.1}) \\ \sum_{i=1}^n x_i &= \sum_{i=1}^n x_i K_i = 1, \end{aligned}$$

где

$$\varphi_i = x_i \left[ \frac{k^*_{\text{ж}}(\sigma)}{\mu_{\text{ж}} M_{\text{ж}}} \rho_{\text{ж}} + \frac{k^*_{\text{г}}(\sigma)}{\mu_{\text{г}} M_{\text{г}}} K_i \rho_{\text{г}} \right],$$

$$\Phi_i = x_i \left[ \frac{\sigma \rho_{\text{ж}}}{M_{\text{ж}}} + \frac{(1-\sigma) \rho_{\text{г}}}{M_{\text{г}}} K_i \right]. \quad (\text{X.2})$$

При установившемся состоянии производные по времени от соответствующих функций будут равны нулю, а вдоль каждой

линии тока соблюдается следующее условие

$$\frac{M_i \varphi_i}{\frac{k^*_{jk}(\sigma)}{\mu_{jk}} p_{jk} + \frac{k^*_{fr}(\sigma)}{\mu_r} p_r} = \lambda_i = \text{const}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (\text{X.3})$$

Зависимости (X.3) можно придать следующую очевидную физическую интерпретацию: вдоль линии тока массовый расход любого компонента не изменяется.

Выражение (X.3) удобнее представить в виде

$$\lambda_i = \frac{M_i x_i}{1 + \beta \left( \frac{M_i}{M_r} K_i \right)}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (\text{X.4})$$

где

$$\beta = \frac{p_r}{p_{jk}} \frac{k^*_{fr}(\sigma)}{k^*_{jk}(\sigma)} \frac{\mu_{jk}}{\mu_r} \quad (\text{X.5})$$

Величина  $\lambda_i$  — массовая доля  $i$ -го компонента в фильтрующейся системе — известна. Решая систему (X.4) совместно с условиями

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i x_i = \sum_{i=1}^n K_i x_i = 1, \quad (\text{X.6})$$

учитывая, что  $M_{jk}$ ,  $M_r$  и  $K$  определяются для каждой ступени давления компонентным составом, найдем зависимости  $x_i(p)$  и  $\beta(p)$ . Зная  $\beta(p)$  из (X.5), можно определить зависимость  $\sigma(p)$ , что позволяет впоследствии ввести функцию, аналогичную функции С. А. Христиановича, используемую при исследовании установившейся фильтрации газированной нефти.

Как нетрудно показать, система уравнений (X.4) и (X.6) описывает процесс контактной конденсации углеводородных систем, с той лишь разницей, что в уравнениях контактной конденсации под  $\lambda_i$  понимается не расходная массовая доля  $i$ -го компонента в системе, а истинная массовая доля этого компонента.

В связи с этим представляется возможным для расчета процесса стационарной фильтрации газоконденсатной системы воспользоваться данными контактной конденсации. Взяв газоконденсатную пробу, фильтрующуюся в пласте, и при контактной конденсации, можно на бомбе рВТ с последующим хроматографическим анализом и изучением основных свойств газа и конденсата определить следующие данные: отношение молярного содержания газовой фазы к молярному содержанию жидкой фазы, соответствующее величине  $\beta$  для случая фильтрации; плотность газовой и жидкой фаз; молекулярные массы газовой и жидкой фаз; вязкости газа и жидкости.

Зная эти параметры из (X.5), определим соотношение фазовых проницаемостей  $k^*_{fr}(\sigma)/k^*_{jk}(\sigma)$ . Если экспериментальные исследования не проводят, то величины можно определять из аналитического решения системы уравнений (X.4) и (X.6).

Далее, из уравнения (I.11) получим

$$2\pi k h r \left[ \frac{k^*_{jk}(\sigma)}{\mu_{jk}} p_{jk} + \frac{k^*_{fr}(\sigma)}{\mu_r} p_r \right] \frac{\partial p}{\partial r} = q^*_o, \quad (\text{X.7})$$

где  $q^*_o$  — массовый расход фильтрующейся системы.

Поскольку, как было показано выше, насыщенность  $\sigma$  является функцией давления, введем функцию  $H(p)$

$$\left[ \frac{k^*_{jk}(\sigma)}{\mu_{jk}} p_{jk} + \frac{k^*_{fr}(\sigma)}{\mu_r} p_r \right] dp = dH. \quad (\text{X.8})$$

Тогда, очевидно, для условий плоскорадиальной фильтрации связь между массовым расходом газоконденсатной смеси  $q^*_o$  и перепадом давления будет выражаться уравнением

$$q^*_o = 2\pi k h \frac{H(p_k) - H(p_c)}{\ln \frac{R_k}{R_c}}, \quad (\text{X.9})$$

где  $p_k$  и  $p_c$  соответственно давление на контуре питания у стекки скважины. Зная зависимость функции  $H(p)$  от давления, легко Таблица 36

#### Зависимость фазовых составов от давления

Компоненты	Молярная доля (%) при давлении $p$ (МПа)						
	33,0	30,3	24,6	20,5	16,0	10,5	5,5

#### Газовая фаза

$\text{CH}_4$	74,80	75,68	76,67	78,01	79,01	79,54	79,75
$\text{C}_2\text{H}_6$	8,80	8,79	8,77	8,74	8,71	8,76	8,84
$\text{C}_3\text{H}_8$	3,90	3,87	3,83	3,74	3,62	3,59	3,70
$\text{C}_4\text{H}_{10}$	1,80	1,78	1,72	1,65	1,54	1,42	1,47
$\Phi_1$	2,31	2,26	2,17	1,77	1,50	1,72	1,14
$\Phi_2$	1,84	1,70	1,50	1,01	0,70	0,48	0,37
$\Phi_3$	1,15	0,96	0,66	0,37	0,19	0,09	0,07
$\Phi_4$	0,64	0,43	0,18	0,08	0,04	0,01	0,01
$\Phi_5$	0,46	0,15	0,03	0,01	—	—	—
$N_2$	4,30	4,83	4,47	4,60	4,68	4,67	4,64

#### Жидкая фаза

$\text{CH}_4$	—	48,44	45,81	40,19	34,59	25,25	16,11
$\text{C}_2\text{H}_6$	—	8,97	9,20	9,40	9,67	9,15	8,34
$\text{C}_3\text{H}_8$	—	4,72	5,19	5,66	6,58	7,17	6,36
$\text{C}_4\text{H}_{10}$	—	2,50	3,14	3,43	4,28	5,61	5,67
$\Phi_1$	—	3,89	4,87	8,07	10,01	11,58	16,13
$\Phi_2$	—	6,07	7,97	10,76	12,72	16,07	19,21
$\Phi_3$	—	6,86	8,85	9,53	10,26	12,24	13,93
$\Phi_4$	—	6,79	6,74	6,63	6,36	7,24	8,10
$\Phi_5$	—	9,84	8,23	5,25	4,81	5,26	5,91
$N_2$	—	1,90	1,24	1,07	0,71	0,42	0,23

Примечание:  $\Phi_1$  — 5-фракция, на которую разбивается остаток  $\text{C}_4+\text{выш}$  с согласием методике Степановой Г. С.

определить зависимость между массовыми расходами компонентов газоконденсатной смеси.

Это же уравнение справедливо и в области однофазной фильтрации, т. е. там, где не наступила конденсация.

Таким образом, использование результатов контактной конденсации позволяет свести расчет фильтрации многофазных газоконденсатных систем к расчету двухфазной фильтрации. Это существенно облегчает решение поставленной задачи.

Рассмотрим установленную фильтрацию реальной газоконденсатной смеси Вуктыльского месторождения в начальной стадии разработки.

С помощью ЭВМ был рассчитан процесс контактной конденсации Вуктыльской газоконденсатной смеси (табл. 36).

Знание фазовых составов по методам позволяет определить свойства фаз в зависимости от давления на ступенях контактной конденсации (табл. 37).

Таблица 37

#### Свойства фаз

p, МПа	Газовая фаза				Жидкая фаза		
	$\mu_g^*$ , МПа·с	$\rho_g^*$ , кг/м <sup>3</sup>	z	M	$\mu_{\text{ж}}^*$ , МПа·с	$\rho_{\text{ж}}^*$ , кг/м <sup>3</sup>	M
37,0	0,03494	0,3400	1,000	25,94	—	—	—
35,0	0,03360	0,3339	0,953	25,94	—	—	—
33,0	0,03240	0,3030	0,932	25,94	—	—	—
30,3	0,02940	0,2949	0,895	24,60	0,2866	0,6214	67,8
24,6	0,02450	0,2466	0,823	23,30	0,2750	0,6205	67,2
20,5	0,02098	0,1993	0,805	22,10	0,2651	0,6102	67,5
16,0	0,01790	0,1581	0,795	21,30	0,2825	0,6164	70,4
10,5	0,01480	0,0934	0,830	20,86	0,3726	0,6433	80,50
5,6	0,01240	0,0454	0,900	20,60	0,4502	0,6630	89,3

Фазовые проницаемости для жидкой и газовой фаз рассчитывались по формуле

$$k^*_{\text{ж}}(\sigma) = \left( \frac{\sigma - 0,15}{0,85} \right)^2 (1 + 2,4\sigma), \quad \sigma \geq 0,15;$$

$$k^*_{\text{г}}(\sigma) = 0, \quad \sigma \leq 0,15; \quad k^*_{\text{г}}(\sigma) = e^{-\sigma \sigma}, \quad \sigma \geq 0,15.$$

Примем для расчета: проницаемость  $k=0,0125$  мкм<sup>2</sup>, толщина  $h=50$  м, радиус скважины  $r_c=0,1$  м, внешний контур зоны стационарного течения  $R=100$  м, давление на внешнем контуре зоны стационарного течения примем равным 34,0 МПа (значение функции Христиановича равно 287). График зависимости весового расхода газоконденсатной смеси от давления на устье скважины приведен на рис. 105.

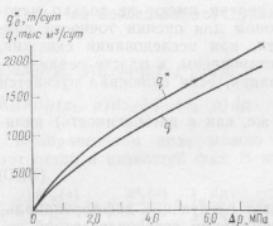


Рис. 105. Зависимость массовых расходов смеси  $q^*$  и газа  $q$  от депрессии на устье скважины

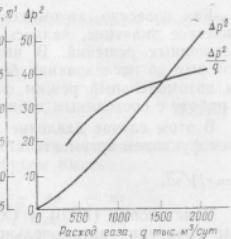


Рис. 106. График зависимости  $\Delta p^2/q$  и  $\Delta p^2/q$  от  $q$

Обычно в газопромысловой практике определяют зависимости объемного расхода сухого газа от давления. Поскольку в данном примере на контуре зоны стационарности принято давление выше давления начала конденсации (33,0 МПа), то состав фильтрующейся смеси известен — он такой же, как и на внешней границе зоны стационарного течения. На внешней границе количество сухого газа в пластовом газе равно 0,716 кг/кг. Далее плотность сухого газа после его обработки будет равна 0,82 кг/м<sup>3</sup>. Поэтому можно будет определить также зависимость расхода газа от перепада давления (рис. 105). Представляет интерес определить зависимость  $\Delta p^2=f(q)$ , поскольку, как правило, в промысловой практике таким способом проводят обработку результатов (рис. 106).

Как видно из этого графика, с увеличением дебита  $q$  наблюдается ухудшение продуктивности скважин. Поэтому при игнорировании существования зоны двухфазной фильтрации в призабойной зоне можно прийти к неправильному мнению о нарушении линейного закона фильтрации (рост значения  $\Delta p^2/q$  с увеличением дебита).

Данный пример показывает, что при выпадении конденсата в пласте существенно возрастает фильтрационное сопротивление. Так из рис. 106 видно, что при дебите 1,5 млн. м<sup>3</sup>/сут коэффициент фильтрационного сопротивления (отношение  $\Delta p^2/q$ ) равен 24. При однофазной фильтрации газа (до начала конденсации) коэффициент фильтрационного сопротивления будет примерно в 2 раза меньше. В газопромысловой практике наблюдаются более резкое увеличения фильтрационных сопротивлений, что, по-видимому, объясняется нарушением линейного закона фильтрации.

#### НЕУСТАНОВИВШАЯСЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ГАЗОКОНДЕНСАТНЫХ СИСТЕМ

##### Автомодельная фильтрация газоконденсатных систем

Рассмотрим автомодельную плоскорадиальную фильтрацию газоконденсатных систем, которая соответствует так называемому первому фазе неустановившегося режима фильтрации в однородном пласте, когда воронка депрессии не достигла внешних границ пласта, а дебит эксплуатационной скважины постоянен во времени.

Как известно, автомодельные задачи имеют не только методическое значение, являясь эталоном для оценки точности приближенных решений. В частности, при исследовании скважин, которые до исследования были остановлены, в пласте реализуется автомодельный режим фильтрации, если скважина пускается в работу с постоянным дебитом.

В этом случае давление (так же, как и насыщенность) является функцией аргумента

$$\eta = r/V\sqrt{d}. \quad (X.10)$$

Подстановка (X.10) в (X.1) дает следующие дифференциальные уравнения автомодельной фильтрации газоконденсатной системы

$$\frac{d}{d\eta} \left( \left[ \frac{k^*_{\text{ж}}(\sigma)}{\mu_{\text{ж}}} p_{\text{ж}} + \frac{k^*_{\text{г}}(\sigma)}{\mu_{\text{г}}} p_{\text{г}} \right] \eta \frac{dp}{d\eta} \right) + \frac{1}{2} \eta^2 \frac{d}{d\eta} [\sigma p_{\text{ж}} + (1-\sigma) p_{\text{г}}] = 0, \quad (X.11)$$

$$\frac{d}{d\eta} \left( \eta \varphi_i \frac{dp}{d\eta} \right) + \frac{n^2}{2} \frac{d}{d\eta} \Phi_i = 0, \quad i = 2, 3, \dots, n,$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n K_i x_i = 1.$$

Следует отметить, что, несмотря на кажущуюся простоту, в общем случае интегрирование системы уравнений (X.11) затруднено. В связи с тем, что такие параметры системы, являются функциями давления системы и компонентного состава, причем сами эти аргументы подлежат определению.

Принципиально систему  $n+2$  уравнений (X.11) можно свести к численному решению системы  $n$  обыкновенных дифференциальных уравнений и двух алгебраических уравнений.

Рассмотрим один из способов решения (X.11) для трехкомпонентной системы ( $n=3$ ). Решение данной системы имеет определенный интерес. Во-первых, в ряде случаев, как показано Г. Р. Гуревичем, реальную многокомпонентную систему можно с достаточной степенью точности свести к трехкомпонентной. Далее, решения уравнений фильтрации трехкомпонентной системы можно рассматривать как модельные, которые позволяют установить ряд закономерностей, а также оценивать степень точности приближенных решений.

В этом случае все параметры системы являются функциями двух аргументов — давления и концентрации одного из компонентов в какой-либо фазе. Условно примем за второй аргумент концентрацию промежуточного компонента в жидкой фазе —  $x_2$ . Принимаем, что для рассматриваемого изотермического случая константы равновесия являются функцией давления и давления схождения.

Тогда из последних двух уравнений (X.11) можно получить выражения

$$dx_i = a_i(x_2, p) dx_2 + \beta_i(x_2, p) dp, \\ dK_i = a_{ii}(x_2, p) dx_2 + \beta_{ii}(x_2, p) dp. \quad (X.12)$$

В аналогичном виде можно представить выражения и для плотностей и вязкостей фаз. В итоге будем иметь

$$\frac{d}{d\eta} \left( \left[ \frac{k^*_{\text{ж}}(\sigma)}{\mu_{\text{ж}}} p_{\text{ж}} + \frac{k^*_{\text{г}}(\sigma)}{\mu_{\text{г}}} p_{\text{г}} \right] \eta \frac{dp}{d\eta} \right) = -\bar{a}_1 \frac{dx_2}{d\eta} + \bar{\beta}_1 \frac{dp}{d\eta} + \bar{\gamma}_1 \frac{d\sigma}{d\eta}, \\ \frac{d}{d\eta} \varphi_2 = \bar{x}_{2,i} \frac{dx_2}{d\eta} + \bar{\beta}_{2,i} \frac{dp}{d\eta} + \bar{\gamma}_{2,i} \frac{d\sigma}{d\eta}, \\ \frac{d}{d\eta} \Phi_i = \bar{x}_{3,i} \frac{dx_2}{d\eta} + \bar{\beta}_{3,i} \frac{dp}{d\eta} + \bar{\gamma}_{3,i} \frac{d\sigma}{d\eta}, \quad (X.13)$$

где  $\bar{a}_1, \bar{\beta}_1, \bar{\gamma}_1$  — некоторые функции, зависящие от состояния системы.

Систему уравнений (X.12) численно интегрируем, полагая, что на шаге интегрирования величины  $a_i, \beta_i, a_{ii}, \beta_{ii}, \dots$  — постоянные. Границные условия для решения системы (X.12) обычные. При  $\eta \rightarrow \infty$  (то есть в начальный момент времени) считается известным давление, насыщенность и компонентный состав жидкой и газовой фаз. При  $\eta \rightarrow 0$  (условие на скважине малого радиуса), как правило, задается постоянный массовый расход газоконденсатной системы.

По вышеизложенной методике нами совместно с В. Н. Ауловой и А. С. Плотицким были проведены многочисленные расчеты автомодельной фильтрации газоконденсатных систем. Установлено, что ряде случаев, особенно при высоких дебитах, состав газа, получаемый на скважине в процессе ее исследования на конденсацию, не соответствует составу пластового газа. В общем случае можно выделить три зоны фильтрации: внешнюю, где жидккая фаза неподвижна, внутреннюю, где стабилизирована

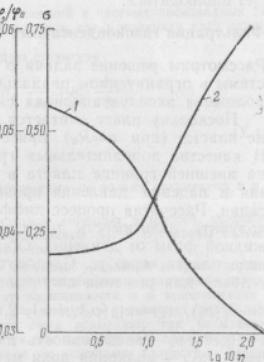


Рис. 107. График зависимости доли тяжелого компонента в смеси  $\varphi_2/\varphi_0$  и насыщенности  $\sigma$  от  $\eta$ .  
1 —  $\sigma = f(\eta)$ ; 2 —  $\varphi_2/\varphi_0 = f(\eta)$ ;  $\varphi_0 = \varphi_0 + \varphi_2 + \varphi_3$

руется поток газоконденсатной смеси, и промежуточную, где жидкую фазу приобретает подвижность, однако стабилизации потока еще не наблюдается.

Здесь рассмотрена автомодельная фильтрация трехкомпонентной системы (метан — пентан — декан) в неограниченном однородном пласте. Начальное давление, равное 26,7 МПа, совпадает с давлением начала конденсации. Пластовая температура принята равной 60 °С. Начальный состав газоконденсатной смеси в пласте (массовая доля) следующий метан — 87%, пентан — 7%, декан — 6%.

Коэффициенты равновесия определялись по общезвестным методам (107).

Как видно из рисунка, по мере приближения к стенке скважины содержание декана в общем потоке уменьшается с 6% во внешней зоне пласта до 3,8% на стенке скважины. При достижении конденсатонасыщенности 30—40% наступает стабилизация потока газоконденсатной смеси.

При исследовании скважин на газоконденсатность до начала разработки в пласте, как правило, происходит автомодельная фильтрация. Поэтому данный пример свидетельствует о том, что при исследовании скважин может произойти занижение содержания конденсата в пластовом газе, если за эту величину принимать содержание конденсата в добываемом газе. Очевидно, чем больше будет депрессия, тем большая погрешность при этом будет наблюдаться.

### Фильтрация газоконденсатных систем в ограниченном пласте

Рассмотрим решение задачи о фильтрации газоконденсатной системы в ограниченном радиальном пласте, в центре которого расположена эксплуатационная скважина радиусом  $r_c$ .

Поскольку пласт считается замкнутым, то на внешней границе пласта (при  $r=R$ ) приток отсутствует, то есть  $\partial p / \partial r = 0$ . В качестве дополнительных граничных условий принимаем, что на внешней границе пласта в процессе разработки месторождения и падения давления происходит дифференциальная конденсация. Рассчитав процесс дифференциальной конденсации, можно получить зависимость насыщенности и компонентного состава жидкой фазы от давления. Обозначим давление на внешней границе пласта через  $p_0$ . Следовательно, в качестве дополнительных условий для решения системы уравнений (X.1) имеем

$$\sigma = \sigma_0(p_0), \quad x_{1,i} = x_{1,i}(p_0), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (X.14)$$

Здесь  $\sigma_0$  — насыщенность на внешней границе пласта (при  $r=R$ );  $x_{1,i}$  — молярная доля метана, этана и других компонентов в жидкой фазе на внешней границе пласта.

Схему решения поставленной задачи снова рассмотрим на примере фильтрации трехкомпонентной смеси ( $n=3$ ). В этом случае, так же как и при анализе автомодельной фильтрации, можно показать, что система уравнений (X.1) своя-

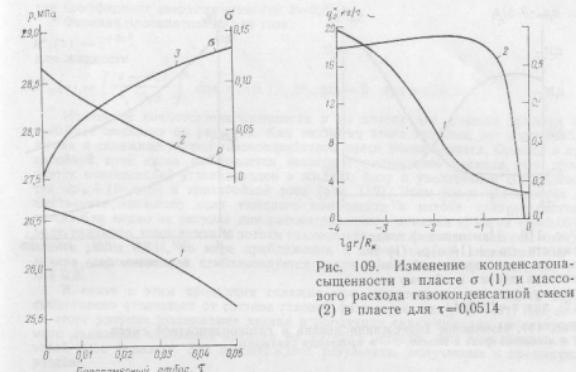


Рис. 108. Изменение давления на выходе из пласта (1), изменение давления (2) и насыщенности (3) на внешней границе пласта

дится к системе трех дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа относительно функций  $p$ ,  $\sigma$  и  $x$ , где  $x$  молярная доля одного из фильтрующихся компонентов.

Эта система уравнений имеет следующую структуру

$$\begin{aligned} A_{11} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + A_{21} \frac{\partial p}{\partial z} + A_{31} \frac{\partial \sigma}{\partial z} + A_{41} \frac{\partial x}{\partial z} - B_{11} \frac{\partial p}{\partial t} + B_{21} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \\ + B_{31} \frac{\partial x}{\partial t}, \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (X.15)$$

Здесь  $z = \ln r/R$ .

Коэффициенты  $A_{ij}$  и  $B_{ij}$  являются функциями не только аргументов  $z$  и  $t$ , но и зависят от  $p$ ,  $\sigma$ ,  $x$  и  $\partial p / \partial z$ .

Решаем систему уравнений (X.15) методом конечных разностей, предполагая, что на каждом временном шаге коэффициенты  $A_{ij}$  и  $B_{ij}$  равны соответствующим значениям на предыдущем временном шаге.

Система уравнений (X.15) является системой уравнений второго порядка по отношению к производной от давления по координате и уравнением первого порядка по отношению к производной от насыщенности  $\sigma$  и концентрации  $x$ . При замене величин  $\partial^2 p / \partial z^2$  конечными разностями в уравнениях параболического типа для обеспечения устойчивости счета применяют так называемую неявную схему, когда производная берется на последующем временном шаге. Величины  $\partial \sigma / \partial z$  и  $\partial x / \partial z$  при интерпретации их конечными разностями брались на последующем временном шаге, т. е. схема решения была неявной, как по отношению к функции  $p$ , так и по отношению к функциям  $\sigma$  и  $x$ . Это привело к необходимости применения метода матричной прогонки к решению линеаризованной системы конечно-разностных уравнений. Вполне возможно, что величины  $\partial \sigma / \partial z$  и  $\partial x / \partial z$  при интерпретации можно было выразить по явной схеме (взять значения производных на временном шаге, где определены функции  $p$ ,

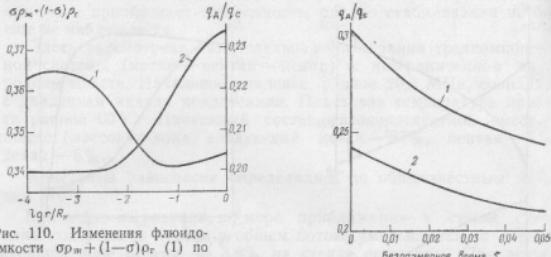


Рис. 110. Изменение флюидоемкости  $\sigma \rho_m + (1-\sigma) \rho_r$  (1) по пласту и отношения массового расхода декана к общему массовому расходу смеси  $q_A/q_C$ , (2) для  $t=0,0514$

Рис. 111. Изменение содержания декана в газоконденсатной смеси.  
1 — в газовой фазе в пласте; 2 — в продукции скважины

$\sigma, \kappa$ ). Это могло значительно упростить систему счета. Возможность применения такой процедуры требует дополнительного исследования.

Решения контролировали проверкой материального баланса. Зная выход каждого компонента из пласта, начальное его содержание, можно рассчитать оставшееся в пласте количество данного компонента и сравнить его с величиной, найденной, исходя из распределения по пласту давления, насыщенности и концентрации компонентов в фазах.

По данной схеме авторами при участии В. Н. Ауловой и А. С. Плотицына решен ряд методических задач фильтрации трехкомпонентных систем (метан — пентан — декан). Проверка решений по методу материального баланса показала удовлетворительные результаты — расхождение не превышает 3—4%.

В частности, рассматривалась задача фильтрации в ограниченном пласте трехкомпонентной смеси того же состава и при тех термодинамических условиях, что и в задаче фильтрации в неограниченном пласте, рассмотренной в предыдущем разделе.

На рис. 108 показано изменение во времени основных параметров процесса: изменение давления и насыщенности на стекне скважины и на внешнем контуре пласта для случая, когда лебит газоконденсатной смеси был равен  $10 \text{ кг/с}$ , начальное пластовое давление  $28,6 \text{ МПа}$ , радиус скважины  $r_s=0,1 \text{ м}$ , радиус внешней границы пласта  $R=1000 \text{ м}$ , начальный состав газовой фазы:  $y_1=0,87$ ,  $y_2=0,07$ ,  $y_3=0,06$ .

Под величиной  $t$  обозначен безразмерный отбор

$$t = \frac{q^* t}{\pi m h R^2 p_{r, \text{изв}}}.$$

Здесь  $q^*$  — массовый расход газоконденсатной смеси на скважину,  $\rho_{r, \text{изв}}$  — начальная плотность газоконденсатной смеси в пласте. Остальные параметры следующие:  $k=0,100 \text{ мкм}^2$ ,  $h=10 \text{ м}$ ,  $p_{\text{изв}}=28,8 \text{ МПа}$ . Вязкости газа и жидкости считаются постоянными и соответственно равными  $\mu_g=0,0030 \text{ дПа}\cdot\text{с}$  и  $\mu_j=-0,0515 \text{ дПа}\cdot\text{с}$ . Плотность жидкости также считается постоянной  $\rho_j=485 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Молекулярная масса жидкости принимается постоянной  $M_j=38$ . Плотность газа рассчитывалась по формуле

$$\rho_r = 0,377 \cdot 10^{-4} M_r \frac{P}{z},$$

где коэффициент сверхжидкимости  $z=0,8$ .

Фазовая проницаемость для газа

$$k^*_{\text{г}}(z) = e^{-8z^2},$$

для жидкости

$$k^*_{\text{ж}}(z) = \left( \frac{\sigma - 0,1}{0,9} \right)^3 \text{ при } \sigma \geq 0,1; \quad k^*_{\text{ж}}(\sigma) = 0 \text{ при } \sigma < 0,1.$$

Изменение конденсатонасыщенности  $\sigma$  по пласту для данного примера при  $t=0,0514$  показано на рис. 109. Как видно из этого графика, по мере приближения к скважине расход газоконденсатной смеси увеличивается. Однако в призабойной зоне снова наблюдается некоторое уменьшение расхода, что объясняется конденсацией углеводородов в жидкой фазе и увеличением флюидосъемко- $\sigma + (1-\sigma)$ , в призабойной зоне (рис. 110). Этим же и объясняется существенное снижение доли тяжелого компонента в потоке газоконденсатной смеси. Как видно из рисунка для рассматриваемого момента времени ( $t=0,0514$ ) доля тяжелого компонента в потоке газоконденсатной смеси на внешнем контуре пласта равна 0,234, по мере приближения к забоям газовой скважины эта величина уменьшается и стабилизируется в призабойной зоне до величины, равной 0,2.

В связи с этим продукция скважин при значительных депрессиях может существенно отличаться от состава газовой фазы в пласте (рис. 111). Как видно из этого рисунка, содержание декана в продукции скважине для рассматриваемого диапазона изменения времени на 15—20% меньше, чем доля декана в газовой фазе в пласте. Это подтверждает результаты, полученные в предыдущем разделе.

Этот пример, а также другие расчеты показывают, что при расчете добычи конденсата из пласта необходимо учитывать выпадение его в пласте. Допущение о том, что состав продукции, добываемой в скважине при разработке газоконденсатных месторождений, такой же как и в пласте, может привести к неоправданному завышению прогнозной добычи конденсата.

По изложенной методике В. Н. Ауловой был рассчитан процесс истощения газоконденсатной смеси одного из месторождений страны. В этом расчете изменение состава газа и конденсата с падением давления принималось в соответствии с данными, приведенными в табл. 35. Предполагалось, что газоконденсатная смесь состоит из трех компонентов — легкого компонента, куда входят метан, этан и пропан, промежуточного компонента, состоящего из бутана, фракций  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  и тяжелого компонента, объединяющего фракции  $\Phi_3$ ,  $\Phi_4$  и  $\Phi_5$ .

Знание компонентного состава жидкой и газовой фаз позволяет принимать фактическое значение констант равновесия для выделенных трех компонентов, если эти константы равновесия принять функциями только одного параметра — давления. В дальнейшем при анализе расчетов данного примера за  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  принимались массовые концентрации соответствия первого, второго и третьего компонентов в жидкой фазе. Аналогично  $y_1$ ,  $y_2$  и  $y_3$  обозначены массовые концентрации соответствующих компонентов в газовой фазе. Начальный состав газовой фазы принимался следующим:  $y_1=0,669$ ;  $y_2=0,186$ ;  $y_3=0,145$ . Этому составу соответствует давление начала конденсации, равное 27,765 МПа, которое и принималось за начальное пластовое давление. Параметры пласта принимались следующими:  $h=50 \text{ м}$ ,  $m=0,1$ ,  $k=0,025 \text{ мкм}^2$ , радиус внешней границы пласта  $R_k=17-50$

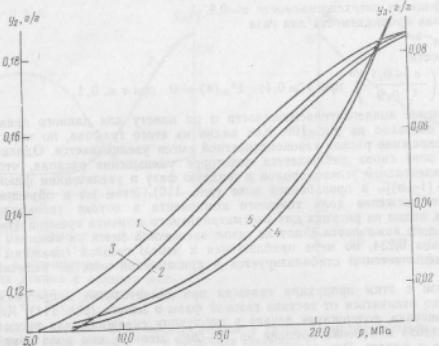


Рис. 112. Содержание промежуточного  $y_2$  и тяжелого  $y_3$  компонентов в газе

$=1580$  м, радиус скважины  $r=0,1$  м. Массовый дебит газоконденсатной смеси принимался постоянным во времени и равным 17,360 кг/с (1500 т/сут). Фазовые проницаемости определялись по тем же формулам, что и в предыдущем примере.

Остановимся на некоторых результатах расчета. На рис. 112 на основании данных расчета приведена зависимость содержания промежуточного компонента в газе  $y_2$ , от давления для трех сечений пласта — на выходе из модели (кривая 1), на внешней границе пласта (кривая 2) и в сечении  $r/R_k=0,38$  (кривая 3). Как видно из этого рисунка, можно считать, что содержание промежуточного компонента в газе является практически однозначной функцией давления. Аналогичный результат следует из анализа зависимости содержания тяжелого компонента в газе от давления для различных сечений пласта на выходе — кривая 4 и на внешней границе пласта кривая 5.

Этот пример указывает на возможность применения бинарной модели для практических расчетов процессов неустановившейся фильтрации газоконденсатных систем. Для этого рекомендуется провести исследования (экспериментальные или аналитические) дифференциальной конденсации конкретной газоконденсатной системы. Получившиеся при этом зависимости удельного содержания конденсата в газовой фазе и газа в жидкой фазе от давления, а также зависимости свойства фаз (плотность и вязкость) от давления приняты однозначными функциями от давления. Это существенно упрощает расчеты неустановившейся фильтрации и позволяет принять приближенные аналитические методы. Такой

подход можно рекомендовать на стадии технологического проектирования.

Расчет неустановившейся фильтрации по системе уравнений (Х.15), более строго отображающей реальные процессы, вряд ли в настоящее время можно рекомендовать для технологических расчетов. Это связано, в частности, с большой подготовительной работой: определением аналитических зависимостей констант равновесия, вязкости и плотностей фаз от давления и состава смеси. Как правило, такие зависимости удается получить для относительно небольшого диапазона изменения давления. Поэтому в ближайшее время расчет фильтрации по системе уравнений (Х.15) может приводиться только для методических целей, при выявлении отдельных факторов на процесс и других исследовательских работах.

#### Приближенный метод расчета неустановившейся фильтрации газоконденсатных систем

Рассмотрим приближенный метод расчета неустановившейся фильтрации бинарной углеводородной смеси. Как видно из (Х.1) для плоскорадиальной фильтрации движение бинарной углеводородной смеси отображается следующей системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left[ \frac{k^*_{\text{ж}}(z)}{\mu_{\text{ж}}} p_{\text{ж}} + \frac{k^*_{\text{г}}(z)}{\mu_{\text{г}}} p_{\text{г}} \right] &= \frac{m}{k} \frac{\partial}{\partial t} [\alpha p_{\text{ж}} + (1-\alpha) p_{\text{г}}], \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left[ \frac{k^*_{\text{ж}}(z)}{\mu_{\text{ж}}} p_{\text{ж}} L(p) + \frac{k^*_{\text{г}}(z)}{\mu_{\text{г}}} p_{\text{г}} R(p) \right] &= \\ = \frac{m}{k} \frac{\partial}{\partial t} [\alpha p_{\text{ж}} L(p) + (1-\alpha) p_{\text{г}} R(p)]. \end{aligned} \quad (\text{Х.16})$$

Когда  $k^*_{\text{ж}}(\sigma)=0$ , последняя система уравнений преобразуется к виду

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p}{\mu_{\text{ж}}} \frac{\partial r}{\partial t} = \frac{m}{k k^*_{\text{г}}(z)} \frac{\partial}{\partial t} [\alpha p_{\text{ж}} + (1-\alpha) p_{\text{г}}], \quad (\text{Х.17})$$

$$\frac{p_{\text{г}}}{\mu_{\text{г}}} R'(p) \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 = \frac{m}{k k^*_{\text{г}}(z)} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} [\alpha p_{\text{ж}} L(p) + (1-\alpha) p_{\text{г}} R(p)] - R(p) \frac{\partial}{\partial t} [\alpha p_{\text{ж}} + (1-\alpha) p_{\text{г}}] \right\}.$$

Здесь рассматривается случай, когда изменением фазовой проницаемости в зоне, где отсутствует фильтрация жидкости, можно будет пренебречь и положить

$$k^*_{\text{г}}(\sigma) = k^*_{\text{ж}}(\sigma) = 0.$$

Рассмотрим дренирование замкнутого пласта. Используем метод усреднения правой части дифференциального уравнения и

положим, что  $\frac{\partial}{\partial t} [\varphi_{\text{пл}} + (1 - \varphi) p_r]$  является функцией только времени  $t$ . Как было показано в гл. I, это допущение разнозначно допущению, что расход газовой фазы в зоне, где отсутствует фильтрация жидкости, определяется по формуле

$$q^* = q^*_{\text{в}} \left( 1 - \frac{r^2}{R_k^2} \right), \quad (\text{X.18})$$

где  $q^*_{\text{в}}$  — массовый расход смеси на выходе из пласта,  $R_k$  — радиус внешней границы пласта.

Далее, введем понятие о среднем фильтрационном сечении, под которым будем понимать такое живое сечение пласта, где в период второй фазы упругого режима фильтрации давление при отборе определенной доли запасов газоконденсатной смеси будет изменяться так же, как давление при дифференциальной конденсации в бомбе рVT при отборе той же части запасов углеводородов.

При радиальной фильтрации упругой жидкости в ограниченном пласте, когда изменение давления определяется формулой

$$p = p_{\text{изл}} - \frac{q_{\text{в}}}{2\pi k h} \left[ \ln \frac{R_k}{r_c} + \frac{1}{2} \frac{r^2}{R_k^2} - \frac{3}{4} + 2 \frac{xt}{R_k^2} \right], \quad (\text{X.19})$$

среднее фильтрационное сечение будет определяться формулой  $r = 0,549 R_k$ . В этом случае

$$p = p_{\text{изл}} - \frac{q_{\text{в}}}{\pi k h} \frac{xz}{R_k^2}.$$

Положим, что и при фильтрации газоконденсатной смеси давление в среднем фильтрационном сечении (при  $r_1 = r = 0,549 R_k$ ) изменяется так же, как средневзвешенное давление в залежи, т. е. так как и при дифференциальной конденсации при отборе одной и той же доли углеводородов.

Интегрируя при таких допущениях первое уравнение системы (Х.17), получим

$$\frac{2\pi k h \bar{k}^* r(z)}{q^*_{\text{в}}} [P(r_1, z) - P(r, z)] = \ln \frac{R}{r} - \frac{1}{2} \frac{R_k^2 - r^2}{R_k^2} - \frac{1}{4}, \quad (\text{X.20})$$

где

$$dP = \frac{\rho_r(p)}{\mu_r(p)} dp, \quad z = \frac{q^*_{\text{в}} t}{\pi k h R_k^2 \rho_{\text{газ}}}, \quad (\text{X.21})$$

$P(r, z)$  — функция Л. С. Лейбензона,  $\rho_{\text{газ}}$  — плотность газа при начальном давлении.

Поскольку функция  $P(r, z)$  определена, то выражение (Х.21) служит для определения распределения давления во внешней зоне пласта при второй фазе упругого решения фильтрации.

Знание характера распределения давления по пласту позволяет из второго уравнения системы (Х.20) определить изменение насыщенности.

Таблица 38  
Зависимость основных параметров жидкой и газовой фаз Вуктыльского месторождения от давления

$p, \text{ Мпа}$	Плотность		$\frac{p_r(p) \mu_r(p)}{\mu_r(p) \rho_r(p)}$	$L(p)$	$R(p)$	$z_1(p)$	$P(p)$	$\frac{R'(p) \mu_r(p)}{\mu_r(p) \bar{k}^*(z)} \cdot 10^4$	
	$\text{г/м}^3$	$\text{кг/м}^3$							
0,33	0,306	0,625	9,70	4,44	0,784	0,283	3,59	0	0,180
0,32	0,303	0,624	9,80	4,52	0,785	0,264	3,14	-97,5	0,160
0,31	0,298	0,622	9,80	4,57	0,785	0,249	2,76	-195	0,143
0,30	0,294	0,620	10,0	4,59	0,785	0,237	2,44	-295,5	0,130
0,29	0,286	0,619	10,11	4,11	0,786	0,225	2,14	-393	0,120
0,28	0,278	0,618	10,15	4,61	0,787	0,214	1,86	-497	0,113
0,27	0,268	0,617	10,20	4,60	0,787	0,202	1,60	-599	0,107
0,26	0,257	0,616	10,20	4,59	0,788	0,191	1,40	-701	0,102
0,25	0,247	0,615	10,15	4,55	0,788	0,181	1,26	-803	0,0985
0,24	0,236	0,614	10,10	4,49	0,789	0,172	1,17	-904	0,0950
0,23	0,225	0,613	10,00	4,41	0,790	0,163	1,13	-1004	0,0915
0,22	0,215	0,612	9,80	4,32	0,791	0,154	1,11	-1103	0,0880
0,21	0,204	0,612	9,55	4,20	0,793	0,146	1,10	-1200	0,0885
0,20	0,194	0,611	9,35	4,07	0,794	0,139	1,09	-1295	0,0875
0,19	0,183	0,611	9,15	3,98	0,795	0,132	1,08	-1387	0,0860

Полагая, что в начальный момент времени насыщенность конденсатом  $\sigma$  была равной нулю, получим

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{жк}} L(p) + (1 - \sigma) p_f R(p) - p_{f,\text{наи}} R(p_{\text{наи}}) &= -p_{f,\text{наи}} \int_0^z R(p) dz + \\ + \frac{R_{\text{жк}}}{r^2} \left( \frac{R_{\text{жк}}^2 - r^2}{R_{\text{жк}}^2} \right) \frac{q^* p_{f,\text{наи}}}{4\pi k h} \int_0^z \frac{R'(p) \mu_r}{r^2 k^2 r(z)} dz. \end{aligned} \quad (\text{X.22})$$

Из этого уравнения можно для любого момента времени  $t$  определить сечение, в котором насыщенность жидкостью достигла такого значения, при котором возникает движение жидкости фазы. После этого строго говоря, применение изложенного метода становится неправомочным. Положим, что в зоне, где  $k_{\text{жк}}(p) > 0$ , наблюдается установившаяся фильтрация, т. е. массовый расход каждой фазы от координаты не изменяется. Метод расчета установившейся фильтрации газоконденсатных систем изложен выше.

Применение методики расчета фильтрации газоконденсатных систем покажем на примере определения фильтрационных характеристик скважин Вуктыльского газоконденсатного месторождения.

Создадим газоконденсатную смесь, состоящую из легкокипящего компонента (метана, этана, пропана, бутана и азота) и конденсата. Примем, что бинарная система будет характеризоваться следующими параметрами — плотностью и вязкостью жидкой и газовой фаз, удельным содержанием легкокипящего компонента в жидкой и газовой фазах, которые однозначно определяются пластовым давлением. Зависимость этих величин от давления представлена в табл. 38.

Были приняты следующие параметры пласта и скважины:  $k = 0,012 \text{ мм}^2$ ,  $h = 50 \text{ м}$ ,  $R_{\text{жк}} = 0,98$ ,  $R_b/r_e = 10^4$ ,  $\phi_{\text{жк}} = 5,500 \text{ кг/с}$ .

Фазовые проницаемости для газа и жидкости рассчитывали по формулам

$$k^*_{\text{ж}}(z) = e^{-8z}$$

$$k^*_{\text{г}}(z) = \left( \frac{z - 0,15}{0,85} \right)^{2,8} (1 + 2,4z), \quad z \geq 0,15$$

$$\text{и } k^*_{\text{ж}}(z) = 0 \text{ при } z \leq 0,15.$$

Процедено сопоставление перепадов давлений при отборе 9,5 и 29,3% газоконденсатной смеси. Результаты приведены ниже.

$\pm 100\%$	$P(r_c)$	$P_{\text{cp}}$	$P_{\text{cp}}^*$	$P_{\text{c}_j}$	$P_j - P(r_c)$	$\Delta p$	$\Delta p^*$	$\Delta p^{\text{жк}}$
МН	МПа	—	—	$= p(r_c) =$	$= 1 - R(r_c) =$	$1 - R(p_1)$	$1 - R(p_c)$	$1 - R(p_j)$
$= \Delta p$	$= \Delta p^*$	$= \Delta p^{\text{жк}}$	$= 0,15$					

$(\text{МПа})^2$

9,5	23,81	25,2	6,68,12	1,39	248,0	0,806	17,2	8410	0,0362
29,3	16,63	18,2	54,68	1,57	178,0	0,875	17,9	6325	0,0377

При расчетах была принята линейная фильтрация газоконденсатной смеси во всем пласте. Следовательно, величина  $\Delta p^2$  характеризует изменение во времени линейного коэффициента фильтрации  $a$ . Как видно, произошло улучшение этого коэффициента на 25%. Учитывая, что в промысловых условиях определяют коэффициент  $a$ , как разницу квадратов давлений, приходящуюся на единицу объема газа (в рассматриваемом случае постоянен во времени массовый расход всей газоконденсатной смеси), представляет интерес сопоставить изменение во времени величины  $\frac{\Delta p^2}{R(p_1)}$ , характеризующих перепад квадратов давлений на единицу массы газа. Как видно эта величина уменьшилась на 25%. Перепад давлений, приходящийся на единицу массы отбираемого газа  $\frac{\Delta p}{q^*(1 - R(p_1))}$ , несмотря на существенное падение давления, практически не изменился (вviron на 4%).

Этот пример указывает на улучшение со временем продуктивных характеристик скважин на газоконденсатных месторождениях. Фактически следует ожидать более резких увеличений продуктивных характеристик скважин, поскольку расчеты по данной методике не учитывали нарушения линейного закона фильтрации.

Продуктивность газовых скважин повышается несмотря на то, что в основной части пласта со временем увеличивается конденсатонасыщенность. Это связано с тем, что со временем по мере падения давления в потоке газа уменьшается содержание конденсата, а следовательно, уменьшается и конденсатонасыщенность в призабойной зоне. Далее по мере падения давления и выпадения конденсата из газа уменьшается его вязкость.

По вышеизложенной методике был рассчитан процесс выпадения конденсата во внешней, не разбуренной зоне пласта. Ставилась задача определения влияния создаваемой в пласте дегрессионной воронки, связанный с центральным расположением скважин, на пластовые потери конденсата.

Расчет проводился на примере фильтрации газоконденсатной смеси Вуктыльского месторождения, основные характеристики которой (зависимость вязкости и плотности фаз от давления, зависимости растворимости от легкокипящих компонентов в жидкой фазе и высококипящих компонентов в газовой фазе) были приведены выше. Так же была приведена выше зависимость фазовых проницаемостей от конденсатонасыщенности.

Было принято, что газоносный пласт представляет круговую цилиндрическую залежь, внешний радиус зоны разбуривания равен  $r_b = 0,7R$ , где  $R$  — внешний радиус границы пласта (то есть

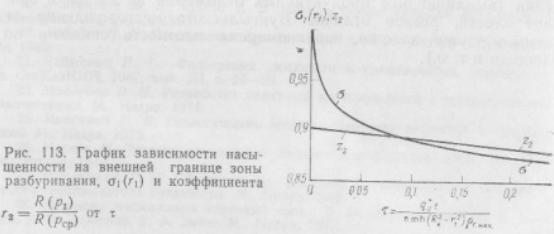


Рис. 113. График зависимости насыщенности на внешней границе зоны разбуривания,  $\sigma_1(r_1)$  и коэффициента

$$\frac{R(p_1)}{R(p_{\text{cp}})} \text{ от } \sigma$$

площадь зоны разбуривания примерно равна 50% площади газоносности). Параметры пласта (толщина, проницаемость), а также отбор газа были подобраны таким образом, чтобы, во-первых, они ближе соответствовали условиям разработки Вуктыльского месторождения, а с другой стороны, чтобы перепад давлений на внешних границах пласта и разбуривания составлял порядка 3,0 МПа. Такой перепад давлений примерно реализуется при разработке Вуктыльского месторождения. Суммарный отбор газо-кденсатной смеси из внешней зоны был принят равным  $a^* = 5,5 \cdot 10^6$  кг/с (47,52 тыс. т/сут), средняя толщина пласта, которая в расчетах принималась постоянной,  $h=50$  м, средняя проницаемость пласта  $k=0,0125$  мкм<sup>2</sup>.

На рис. 113 показана найденная таким путем зависимость насыщенности на внешней границе зоны разбуривания. Как видно из графика, в течение рассматриваемого времени, насыщенность не достигает значения, при которых возникает подвижность конденсата. Следовательно, содержание конденсата в газовом потоке определяется давлением на внешней границе зоны разбуривания, а не средневзвешенным давлением во внешней зоне пласта.

Обозначим через  $z_2$  отношение содержания конденсата в газе на выходе из рассматриваемого пласта к содержанию конденсата в газе при средневзвешенном пластовом давлении в данный момент времени.

Анализируя зависимость, изображенную на рис. 113, делаем вывод, что воронка давления оказывает определенное влияние на пластовые потери конденсата. В данном примере выход конденсата в зону расположения эксплуатационных скважин при центральном их расположении, вызвавшем депрессионную воронку в 3,0 МПа, уменьшается на 10–11% по сравнению с равномерным расположением скважин.

Данный пример носит методический характер, указывает на необходимость дополнительного рассмотрения депрессионной воронки на газоконденсатном месторождении. Пример не позволяет сделать оценку принятого варианта расстановки скважин на Вуктыльском месторождении, поскольку не учитывает многих особенностей строения и условий дренирования этого месторождения (выклинивание продуктивных отложений на внешней границе пласта, резкое отличие Вуктыльского месторождения от схемы круговой залежи, неравномерная плотность скважин по площади и т. п.).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

---

1. Абасов М. Т., Кулиев А. М. Методы гидрогазодинамических расчетов разработки многопластовых месторождений нефти и газа. Баку, ЭЛМ, 1976.
2. Барекблatt Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М., Недра, 1972.
3. Борисов Ю. П., Рыбинина З. К., Воинов В. В. Особенности проектирования разработки нефтяных месторождений с учетом их неоднородности. М., Недра, 1976.
4. Бузиков С. Н., Умрихин И. Д. Исследование пластов и скважин при упругом режиме фильтрации. М., Недра, 1964.
5. Бузиков С. Н., Умрихин И. Д. Влияние неоднородности пласта по на пластованию на определение его параметров по данным наблюдения его нестационарной фильтрации. — Тр. ВНИИ, 1966, с. 307–321.
6. Бузиков С. Н., Умрихин И. Д. Гидродинамические методы исследования скважин и пластов. М., Недра, 1973.
7. Балакирюк Ю. А. Термодинамические исследования фильтрации нефти и газа в залежи. М., Недра, 1971.
8. Булыгин В. Я. Гидромеханика нефтяного пласта. М., Недра, 1974.
9. Вахитов Г. Г. Эффективные способы решения гидродинамических задач методом конечных разностей. М., Гостоптехиздат, 1963.
10. Влияние свойств горных пород на движение в них жидкости. / А. Бан, А. Ф. Богомолова, В. А. Максимов и др. М., Гостоптехиздат, 1962.
11. Гусейн-Заде М. А. Особенности движения жидкости в неоднородном пласте. М., Недра, 1965.
12. Добрый В. М. Деформация и изменения физических свойств коллекционеров нефти и газа. М., Недра, 1970.
13. Ентов В. М. Фильтрация жидкости и газа в анизотропных, трещиноватых и трещиново-пористых породах. В кн.: Развитие исследований по теории фильтрации в СССР. М., Наука, 1969.
14. Зотов Г. А., Тверскоикис С. М. Газогидродинамические методы исследования газовых скважин. М., Недра, 1970.
15. Корогод Ю. П., Закиров С. Н. Теория и проектирование разработки газовых и газоконденсатных месторождений. М., Недра, 1981.
16. Крайлов В. И., Шульман Л. Т. Справочная книга по численному интегрированию. М., Наука, 1965.
17. Кулиев А. М., Азимов Э. Х. Определение параметров трещиноватых коллекторов. — Нефтепромысловое дело, 1975, № 10, с. 5–8.
18. Кулиев Л. Г., Мясников Ю. А. Гидродинамические методы исследования пластов по данным нестационарного притока жидкости к скважинам. — Тр. ВНИИ, 1967, вып. 50, с. 109–117.
19. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М., Наука, 1973.
20. Лебедев Н. Н. Специальные функции и их приложения. М.—Л., Физматгиз, 1963.
21. Лебедицк Н. Т. Фильтрация жидкости в трещиноватых породах. — Тр. СевКавНИИ, 1967, вып. III, с. 25–29.
22. Майдебор В. Н. Разработка нефтяных месторождений с трещиноватыми коллекторами. М., Недра, 1971.
23. Максимов М. И. Геологические основы разработки нефтяных месторождений. М., Недра, 1975.
24. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. М., Гостоптехиздат, 1949.
25. Медведевский Г. И. Об изменении давления в остановленной скважине пористо-трещиноватого коллектора. М., Недра, 1968.
26. Механика насыщенных пористых сред / В. Н. Николаевский, К. С. Басинев, А. Т. Горбунов, Г. А. Зотов. М., Недра, 1970.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

27. Мирзаджанзаде А. Х., Ковалев А. Г., Зайцев Ю. В.	Особенности эксплуатации месторождений аномальных нефтеей. М., Недра, 1972.	3
28. Мирзаджанзаде А. Х., Чилал А. Я.	Построение функции плотности отбора по картам изобар. — Нефть и газ, 1978, № 9, 12 с.	3
29. Надарашвили А. В.	Методы исследований опытных гидродинамических работ и явлений в системе пласт — скважина. М., Недра, 1978, с. 224.	3
30. Об определении параметров нефтяного пласта по данным восстановления давления в остановленных скважинах / Г. И. Баренблatt, Ю. П. Борисов, С. Г. Каменецкий, А. П. Крылов — Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 11, 3—5 с.	3	
31. Полубаранова-Кочина П. Я.	Теория движения грунтовых вод. М., Наука, 1977.	3
32. Применение ЭВМ для уточнения запасов газа и параметров пласта / С. Н. Закирян, Ю. П. Коротаев, Л. Г. Коршунова и др. Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений. М., изд. ВНИИЭгазпром, 1979, вып. 3, с. 15—21.	3	
33. Расследование исследований по теории фильтрации в СССР. (1917—1967 гг.)	3	
М., Наука, 1969.	3	
34. Разработка и эксплуатация нефтегазоконденсатных месторождений / Ю. В. Желтов, В. Н. Мартос, А. Х. Мирзаджанзаде, Г. С. Степанова. М., Недра, 1979.	3	
35. Руководство по гидрогазодинамическим и термометрическим методам исследований разведочных скважин / А. П. Канюга, Т. В. Шелешко, Р. Г. Мельничук и др. Киев. Наукова думка, 1972.	3	
36. Сагтаров М. М.	Применение методов математической статистики при определении коэффициентов проницаемости нефтяного пласта. — Тр. УфНИИ, 1960, вып. 6, с. 24—29.	3
37. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. Под ред. М. Абрамовиц и И. Стигга. М., Наука, 1979.	3	
38. Сургучев М. Л.	Методы контроля и регулирования процесса разработки нефтяных месторождений. М., Недра, 1969.	3
39. Тихонов А. Н., Арапин В. Я.	Методы решения некорректных задач. М., Наука, 1974.	3
40. Фильтрация газированной жидкости и других многокомпонентных смесей в нефтяных пластах / М. Д. Розенберг, С. А. Кундин, А. К. Курбанов и др. М., Недра, 1969.	3	
41. Чарный Н. А., Умрихин И. Д.	Об одном методе определения параметров пластов по наблюдениям неуставновившегося режима притока к скважинам. М., Углехимиздат, 1957.	3
42. Чарный Н. А.	Подземная гидрогазодинамика. М., Гостоптехиздат, 1963.	3
43. Чекалюк Э. Б.	Основы пьезометрии залежей нефти и газа. Киев, Государственное изд-во техн. лит-ры УССР, 1961.	3
44. Шелакачев В. Н.	Проблема разработки нефтяных месторождений. — Изв. ВУЗов. Нефть и газ, 1976, № 3, с. 57—63.	3
45. Brigham W. E.	1970. Planning and analysis of pulse-test. J. Pet Technology, № 5, v. 22, 1970.	3
46. Chabent C., Dupuis M., Lemonnier P.	History Matching by Use of Optimal Theory. Soc. Petr. Eng. J. № 2, 1975, p. 47.	3
47. Chavent C. G.	Sur une methode de resolution du probleme inverse dans les equations aux derivees partielles paraboliques. C. r. Acad. Sci., A 269, 1969, № 24, p. 1135—1138.	3
48. Loeb I. M., Cahen G. M.	More about process identification. J. IEEE Trans. Automatic Control, 1965, AC—10, № 3, p. 359—361.	3
49. Sakawa I.	Solution of an Optimal control problem in a Distributed—Parameter System. IEEE Trans. Automatic Control, AC—9, p. 420—426, 1964.	3
50. Van Everdingen and Hurst W.	The application of the Laplace transformation to Flow Problems in Reservoirs. J. Pet. Technology, December, 1949.	3
Глава I. Теоретические основы гидродинамических методов исследования	3	
Законы фильтрации жидкости и газа . . . . .	3	
Дифференциальные уравнения фильтрации жидкости и газа . . . . .	3	
Методы решения дифференциальных уравнений . . . . .	9	
Квазистационарные фильтрации жидкости и газа . . . . .	25	
Приложение преобразования Лапласа для решения уравнения упругого режима фильтрации . . . . .	29	
Приближенные методы решения уравнений неуставновившейся фильтрации жидкости и газа . . . . .	37	
Приложение принципа суперпозиции для решения задач упругого режима фильтрации . . . . .	56	
Глава II. Методы исследования скважин при установившемся притоке	59	
Определение параметров пласта по данным исследования скважин методом установившихся отборов (методом пробных откачек) . . . . .	59	
Несовершенство скважин . . . . .	60	
Индикаторные диаграммы . . . . .	62	
Рекомендации по технологии замера забойных давлений при исследовании скважин методом пробных откачек . . . . .	66	
Влияние продолжительности работы скважины на коэффициент продуктивности . . . . .	67	
Критерии установившегося состояния . . . . .	67	
Определение продолжительности работы скважины на режимах . . . . .	70	
Определение продуктивности скважин по кривым прослеживания уровня при жестком режиме фильтрации . . . . .	78	
Определение продуктивности скважин при безнапорной фильтрации . . . . .	81	
Глава III. Исследование скважин по наблюдениям процессов нестационарной фильтрации	84	
Исследование скважин методом восстановления (падения) давления . . . . .	84	
Факторы, определяющие форму кривых восстановления давления . . . . .	89	
Графоаналитические методы обработки кривых восстановления давления с учетом притока . . . . .	96	
Аналитические методы обработки кривых восстановления давления . . . . .	100	
Примеры обработки кривых восстановления давления . . . . .	101	
Экспресс-методы исследования скважин . . . . .	108	
Глава IV. Гидродинамические исследования по взаимодействию скважин (гидропрослушивание)	114	
Гидропрослушивание при изменении дебита возмущающей скважины на постоянную величину . . . . .	114	
Методы определения параметров пласта по характерным точкам кривых реагирования . . . . .	118	
Аналитический метод обработки кривых реагирования при изменении дебита возмущающей скважины на постоянную величину . . . . .	121	
Список литературы	267	

Исследование скважин и пластов методом фильтрационных гармонических волн давления . . . . .	127	Глава IX. Определение насыщенности пласта по данным гидродинамических исследований скважин и пластов . . . . .	235
Определение параметров пласта по кривым реагирования при произвольном изменении дебита возмущающей скважины . . . . .	132	Зависимость газоводяного фактора от средней газонасыщенности пласта . . . . .	236
Гидропрослушивание в работающих скважинах. Обработка кривых изменения уровня в реагирующих скважинах с учетом притока-оттока . . . . .	138	Методика определения насыщенности по данным стационарных исследований скважин . . . . .	240
<b>Глава V. Влияние форм границ пласта на характер неустановившейся фильтрации . . . . .</b>	<b>144</b>	Методика определения насыщенности по результатам исследований скважин при неустановившемся режиме . . . . .	242
Особенности притока в пластах, ограниченных прямолинейной границей . . . . .	144		
Влияние двух взаимно пересекающихся раний на кривые восстановления в гидропрослушивания . . . . .	148		
Неустановившаяся фильтрация в пласте, ограниченном двумя параллельными сбросами . . . . .	151	<b>Глава X. Гидрогазодинамические методы исследования газоконденсатных залежей . . . . .</b>	247
Определение давления в ограниченном пласте . . . . .	152	Стационарная фильтрация газоконденсатной смеси . . . . .	247
Определение параметров и объемов замкнутого пласта . . . . .	155	Неустановившаяся фильтрация газоконденсатных систем . . . . .	251
Определение геометрических форм и параметров пласта по давлениям в скважинах, определяемым при разведке и опытной эксплуатации залежи . . . . .	160	Список литературы . . . . .	265
<b>Глава VI. Определение параметров пласта с применением функции влияния . . . . .</b>	<b>166</b>		
Общие понятия . . . . .	166		
Функция влияния и ее определение по данным исследования скважин . . . . .	169		
Применение функции влияния при изохронных исследованиях нефтяных и газовых скважин . . . . .	172		
Определение функции влияния при работе двух и более возмущающих скважин. Гидропрослушивание в работающих скважинах . . . . .	175		
<b>Глава VII. Определение емкостных и фильтрационных параметров пласта по картам изobar . . . . .</b>	<b>177</b>		
Общие понятия . . . . .	177		
Определение пластовых давлений по кривым восстановления давления . . . . .	178		
Определение начальных запасов газа и объема вторгшейся в газовую залежь пластовой воды методом материального баланса . . . . .	185		
Методика определения запасов газа в плотных коллекторах по данным разработки месторождения . . . . .	189		
Определение фильтрационно-емкостных свойств пласта по картам изobar . . . . .	192		
<b>Глава VIII. Исследование трещиновато-пористых и слоисто-неоднородных коллекторов . . . . .</b>	<b>198</b>		
Блочная модель трещиновато-пористого пласта . . . . .	199		
Двухпластовая модель трещиновато-пористого пласта . . . . .	202		
Определение параметров пласта по кривым восстановления давления . . . . .	206		
Гидропрослушивание и методика определения параметров неоднородности . . . . .	212		
Исследование неоднородных коллекторов методом зондирования . . . . .	217		
Влияние неоднородности блоков трещиновато-пористой среды на кривые восстановления давления и гидропрослушивания . . . . .	220		
Исследование скважин с искусственной трещиноватостью . . . . .	224		
Восстановление давления в скважинах, вскрывающих изолированные продуктивные пласти . . . . .	229		