

Упругие волны в гиротропных и анизотропных средах



«НАУКА»
НОВОСИБИРСК

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИИ, ГЕОФИЗИКИ И МИНЕРАЛОГИИ

УПРУГИЕ ВОЛНЫ В ГИРОТРОПНЫХ И АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

Ответственный редактор
кандидат геолого-минералогических наук
И.Р. Оболенцева



ВО "НАУКА"
НОВОСИБИРСК
1993

Упругие волны в гиротропных и анизотропных средах: Сб. науч. тр. — Новосибирск: ВО "Наука". Сибирская издательская фирма, 1993. — 216 с.

ISBN 5—02—030486—7.

В сборнике представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований гиротропных и анизотропных сред, особенностей распространения в них сейсмических волн. Наибольшее внимание уделяется проблемам изучения гиротропии: рассматриваются некоторые теоретические вопросы, касающиеся свойств тензора гирации и процесса отражения — преломления; анализируются экспериментальные данные, касающиеся поляризации поперечных и продольных волн, наблюдаемых в скважинах, а также рефрагированных поперечных волн; описывается алгоритм поляризационной обработки с учетом гиротропии. Ряд статей посвящен изучению анизотропии.

Сборник рассчитан на специалистов в области сейсморазведки и ГСЗ, особенно тех, кто проводит многоволновые сейсмические исследования или интересуется ими.

Рецензенты

доктор геолого-минералогических наук *А.В. Тригубов*

доктор физико-математических наук *Б.Г. Михайленко*

Утверждено к печати

Объединенным институтом геологии, геофизики
и минералогии СО РАН

У $\frac{1804050000-132}{042(02)-93}$ 284—93 II полугодие

ISBN 5—02—030486—7

© Объединенный институт геологии, геофизики и минералогии СО РАН, 1993

© Российская Академия наук, 1993

ПРЕДИСЛОВИЕ

В течение 80-х годов наблюдалось повышение интереса сейсмо-разведчиков и исследователей, изучающих земную кору и верхнюю мантию, к проблемам сейсмической анизотропии. Было введено понятие “сейсмическая гиротропия” и начато изучение гиротропных свойств реальных сред. Исследования по сейсмической гиротропии и анизотропии в значительной степени стимулируются развитием многоволновых сейсмических исследований, при которых для решения поставленной геологической задачи используются не только продольные, но и поперечные волны. Использование же поперечных волн, если иметь в виду корректные и эффективные способы обработки и интерпретации, невозможно без привлечения гиротропных и анизотропных моделей сред.

Проблемам анизотропии земной коры и верхней мантии посвящена обширная литература. В последние годы главным направлением в изучении анизотропных сред стало изучение азимутальной анизотропии. Было показано, что даже небольшая (порядка 1—2 %) азимутальная анизотропия ведет к значительным изменениям сейсмических записей, и если это не учитывать, то возможны большие ошибки при интерпретации. Кроме того, появилась реальная возможность извлекать новую информацию из данных по анизотропии изучаемых сред. В этом отношении наибольший интерес представляет определение направлений ориентации вертикальных и наклонных трещин, так как с трещинами связаны залежи углеводородов в карбонатных породах, а также возможности перемещения углеводородов, подземных вод и т.п.

Однако не все аномальные явления, относящиеся к временам пробега и особенно поляризации поперечных волн, обязаны своим происхождением вертикальной или субвертикальной трещиноватости. Очень часто и даже как правило аномальная поляризация поперечных волн наблюдается в тех случаях, когда в среде вертикальная или субвертикальная трещиноватость невозможна или маловероятна. Для объяснения аномальной поляризации в таких случаях была предложена новая сейсмическая модель — модель гиротропной среды. Гиротропная среда является эффективной моделью микронеоднородной среды диссимметричного строения. Введение гиротропной модели основано на применении закона Гука в более общей по сравнению с обычной формулировке: добавляются члены, зависящие от производных деформаций. Иначе говоря, учитывается пространственная дисперсия упругих свойств, т.е. гиротропия. До этого при

изучении распространения сейсмических волн в реальных средах учитывалась только частотная дисперсия.

В предлагаемом сборнике изложены результаты исследований гиротропных и анизотропных сред, а также особенностей распространения в них сейсмических волн. Все представленные статьи являются либо непосредственным продолжением работ тех же авторов, опубликованных в сборнике "Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах" (Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992), либо связаны с ними логикой исследовательского процесса. В названии настоящего сборника, в отличие от предыдущего, термин "гиротропная среда" присутствует, ибо за истекшее между созданием того и этого сборника время наши убеждения относительно возможности и полезности введения гиротропных моделей приобрели большую уверенность и обоснованность. К сожалению, в данном сборнике не удалось осветить многие вопросы, в частности перейти от феноменологического описания к построению моделей на микроуровне; это будет сделано в последующих публикациях.

Первая половина сборника содержит статьи, посвященные гиротропии. В работах теоретического характера рассматриваются некоторые вопросы математического описания гиротропных упругих сред и решается задача об отражении — преломлении. Экспериментальному изучению гиротропии посвящены две статьи. В них приводятся данные о гиротропных свойствах ЗМС (по наблюдениям в неглубоких скважинах) и верхней части разреза до глубины порядка 300 м (по наблюдениям рефрагированных поперечных волн). Из этих работ следует, что гиротропные свойства реальных сред, так же как и другие их физические свойства, характеризуются значительной пространственной изменчивостью. Кроме того, не всегда гиротропия, связанная с микронеоднородностью среды, проявляется достаточно четко на фоне эффектов, отражающих влияние среднemasштабной неоднородности и азимутальной анизотропии. Для корректной обработки поперечных волн в модели анизотропной гиротропной среды предложен специальный алгоритм.

Во второй половине сборника помещены статьи, в которых представлены результаты изучения анизотропии. Наряду с традиционной моделью трансверсально-изотропной среды с вертикальной осью симметрии рассматриваются и азимутально-анизотропные среды. Решаются отдельные задачи, представляющие интерес как в теоретическом, так и в практическом отношении.

И.Р. Оболенцева

О СВОЙСТВАХ СИММЕТРИИ ТЕНЗОРА ГИРАЦИИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩЕГО ПРОСТРАНСТВЕННУЮ ДИСПЕРСИЮ УПРУГИХ СВОЙСТВ

ВВЕДЕНИЕ

Работы по сейсмической гиротропии [6—8, 11—14] были выполнены на основе сведений, почерпнутых из § 83 учебника “Основы кристаллофизики” [9], посвященного акустической активности кристаллов. (Заметим, что данный параграф начинается со ссылки на работу А.А. Андропова [1], которую, по-видимому, и следует считать непосредственным первоисточником. А.А. Андронов же, в свою очередь, отмечает, что на эффект естественного вращения плоскости поляризации звука ему указал его научный руководитель В.Л. Гинзбург.) Для характеристики гиротропии в работах [1, 9] введен материальный тензор пятого ранга внутренней симметрии $\{[V^2]^2\}V$. Его свойства симметрии считаются аналогичными свойствам симметрии тензора модулей упругости, являющегося тензором четвертого ранга и имеющего внутреннюю симметрию $\{[V^2]^2\}$. Различие состоит в том, что тензор акустической гирации антисимметричен по перестановке первой и второй пар индексов, а тензор модулей упругости симметричен. Свойства симметрии этих тензоров установлены из физических соображений. Однако введенный таким образом тензор акустической гирации далее авторами работ [1, 9] не используется, а заменяется симметризованным тензором внутренней симметрии $\{V^2\}[V^3]$, а затем в силу соотношения дуальности $\{V^2\} \sim \sim \epsilon V$ псевдотензором четвертого ранга внутренней симметрии $\epsilon V [V^3]$. Сделано это, очевидно, с целью привести тензор акустической гирации к более простому виду, чтобы можно было воспользоваться готовыми таблицами из работ [9], а также [2, 3], в которых указано, какой вид имеют тензоры и псевдотензоры четвертого ранга для различных точечных и предельных групп симметрии.

Сейсмические среды и их физические свойства чаще всего принадлежат предельным группам симметрии, так как они имеют либо ось симметрии ∞ (вертикальную при горизонтально-слоистом разрезе), либо изотропны ($\infty \infty m$) или гиротропны ($\infty \infty$). Материальные тензоры, описывающие физические свойства этих сред, — тензоры модулей упругости и гирации — имеют, согласно принципу Неймана, симметрию не ниже, чем сами среды. Иногда сейсмические среды (а следовательно, и тензоры модулей упругости и гирации) имеют или могут иметь более низкую симметрию, чем $\infty \infty$, $\infty \infty m$, ∞ , ∞m , т.е. симметрию не предельных, а точечных групп, принадлежащих системам симметрии кубической, тетрагональной, ромбической, моноклинной (см., например, [5, 10, 15]); из названных систем

симметрии чаще других встречается ромбическая, используемая для описания ориентированной трещиноватости пород.

В работах [7, 8, 11—14] при решении различного рода задач и исследовании распространения сейсмических волн в гиротропных средах использовались псевдотензоры гирации $\epsilon V [V^3]$ для предельных групп симметрии ∞ , $\infty 2$, ∞m , $\infty \infty$. Для групп ∞ , $\infty 2$, $\infty \infty$ они были взяты из таблицы Д17 “Основ кристаллофизики” [9], а для группы ∞m получены методом прямой проверки Фуми [7]. Относительно того, к чему ведет замена тензора $\{[V^2]^2\}V$ тензором $\{V^2\} [V^3] \sim \epsilon V [V^3]$, в [9] имеется высказывание, что тензор $\epsilon V [V^3]$ в основном и определяет акустическую активность кристаллов, а тензор $\{[V^2]^2\}V$ ее исчерпывающе описывает.

В настоящей работе ставится задача найти вид тензора гирации $\{[V^2]^2\}V$ в общем случае, т.е. для точечной группы симметрии 1 (без элементов симметрии), а затем получить этот тензор для групп симметрии, используемых при описании распространения сейсмических волн: предельных групп ∞ , $\infty 2$, ∞m , $\infty \infty$ и некоторых точечных групп, например, принадлежащих ромбической системе. (Напомним, что тензор гирации как тензор нечетного ранга отличен от нуля только для ацентрических групп: это 21 точечная группа из общего числа 32 и 4 предельные группы (они перечислены выше) из 7 предельных групп.)

Знание точного тензора гирации важно по двум причинам. Во-первых, можно будет оценить погрешности, возникающие при использовании тензора $\epsilon V [V^3]$ вместо $\{[V^2]^2\}V$. Во-вторых, и это в данный момент представляется главным, переход от тензора $\epsilon V [V^3]$ к тензору $\{[V^2]^2\}V$ будет означать возврат от несимметричной теории упругости к симметричной, ибо при тензоре $\epsilon V [V^3]$ тензор напряжений несимметричен: $\sigma_{ji} \neq \sigma_{ij}$. В случае симметричности тензора напряжений значительно облегчается физическая интерпретация нового для сейсмологии понятия гиротропия, хотя, вообще говоря, использование тензора $\epsilon V [V^3]$ представляет самостоятельный интерес и может быть вполне оправданным также с точки зрения физики изучаемых явлений. Этот вопрос в данной статье обсуждаться не будет.

ВНУТРЕННЯЯ СИММЕТРИЯ ТЕНЗОРА ГИРАЦИИ

Учет пространственной дисперсии в первом приближении, т.е. гиротропии, приводит к следующей формулировке закона Гука [9]:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \epsilon_{kl} + b_{ijkln} \partial \epsilon_{kl} / \partial x_n. \quad (1)$$

Введение дополнительных слагаемых $b_{ijkln} \partial \epsilon_{kl} / \partial x_n$ означает, что в напряжения σ_{ij} в данной точке вносят вклад и другие точки, находящиеся в ее окрестности. Их влияние является результатом микро-неоднородности реальной среды, описываемой в рамках модели сплошной упругой среды (более подробно см. [7]). Зависимость (1) называют нелокальной связью (см. [1]).

Гиротропные свойства среды описываются тензором $\mathbf{b}$. В работе [9] он назван тензором акустической гирации, поскольку речь шла об акустической активности кристаллов. Характеризуя гиротропные свойства сейсмических сред, будем называть его просто тензором гирации. Рассмотрим несколько более детально, чем это сделано в [9], свойства *внутренней симметрии* тензора $\mathbf{b}$.

Напомним, что внутренней симметрией тензора называется свойство тензора быть симметричным или антисимметричным по некоторым индексам или группам индексов. Как уже было отмечено, тензор гирации $\mathbf{b}$ имеет внутреннюю симметрию $\{[V^2]^2\}V$, а тензор модулей упругости $\mathbf{c}$ — внутреннюю симметрию $[[V^2]^2]$. Это означает, что оба тензора симметричны по первой и второй парам индексов, а относительно перестановки первой и второй пар тензор $\mathbf{c}$ симметричен, а тензор $\mathbf{b}$ антисимметричен, т.е.

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{jilk} = c_{klij} = c_{klji} = c_{likj} = c_{lkji}, \quad (2)$$

$$b_{ijkln} = b_{jikln} = b_{ijlkn} = b_{jilkn} = -b_{kljin} = -b_{kljin} = -b_{lkinj} = -b_{lkjin}. \quad (3)$$

Симметричность тензоров $\mathbf{c}$ и $\mathbf{b}$ по первой паре индексов связана с симметричностью тензора напряжений σ : $\sigma_{ji} = \sigma_{ij}$. Вернее сказать, мы полагаем, что тензор напряжений симметричен. Вообще говоря, как это показано в [16] путем рассмотрения кристаллов на микроуровне, тензор σ является несимметричным: $\sigma_{ji} \neq \sigma_{ij}$. Несимметричен он и в случае неравновесных упругих процессов, например при распространении упругих волн в среде, находящейся в постоянном однородном поляризующем магнитном поле или обладающей постоянной однородной намагнитченностью поляризации [4]. Это физические причины несимметричности. Несимметричность, возникающая при замене тензора гирации $\{[V^2]^2\}V$ симметризованным тензором гирации $\{V^2\} [V^3]$, носит математический характер, хотя, рассуждая абстрактно, нельзя исключать возможность существования сред, гиротропные свойства которых описываются тензором $\{V^2\} [V^3]$.

Если симметричность тензоров $\mathbf{c}$ и $\mathbf{b}$ по первой паре индексов связана с симметричностью тензора напряжений, то симметричность этих тензоров по второй паре индексов вытекает из симметричности тензора деформаций. Тензор деформаций ϵ симметричен по определению. В случае малых деформаций (т.е. в рамках линейной теории упругости)

$$\epsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right), \quad (4)$$

где $\mathbf{u}$ — вектор смещения: $\mathbf{u} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$, или $u_i = x_i - x_i^0$ ($i = 1, 2, 3$); в результате деформации частица перемещается из точки $\mathbf{r}_0$ с координатами x_i^0 в точку $\mathbf{r}$ с координатами x_i . Перестановка индексов k и l эквивалентна перестановке слагаемых в правой части (4), что, как известно, сумму не меняет, и $\epsilon_{lk} = \epsilon_{kl}$.

Симметричность тензора c и антисимметричность тензора b по перестановке первой и второй пар индексов покажем следующим образом. Оба тензора — материальные: тензор c — изотропный, так как он описывает упругие свойства негиротропных сред, а тензор b — гиротропный, поскольку он описывает гиротропные свойства сред. По определению, изотропные тензоры инвариантны относительно группы ∞m , а гиротропные — относительно группы $\infty \infty$.

Применяя теорию алгебраических инвариантов, тензор c — изотропный тензор четвертого ранга — представляют в виде линейной комбинации трех изомеров тензора $\delta_{ij}\delta_{kl}$ (δ — единичный тензор Кронекера):

$$c_{ijkl} = a \delta_{ij} \delta_{kl} + b \delta_{ik} \delta_{jl} + c \delta_{il} \delta_{jk}.$$

Инвариантность тензора c относительно перестановки индексов в первой и второй парах приводит к представлению

$$c_{ijkl} = a \delta_{ij} \delta_{kl} + b(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}),$$

из которого видно, что перестановка первой и второй пар в тензоре c не меняет правой части представления вследствие симметричности тензора δ .

Тензор b — гиротропный тензор пятого ранга — может быть представлен в виде линейной комбинации изомеров тензора $e_{ijk}\delta_{ln}$.

Тензор e есть антисимметричный по всем индексам гиротропный тензор внутренней симметрии $\{V^3\}$:

$$e_{ijk} = e_{jki} = e_{kij} = -e_{ikj} = -e_{jik} = -e_{kji}.$$

Этот тензор имеет всего одну независимую компоненту:

$$e_{ijk} = \begin{cases} a & \text{при } ijk = 123, 231, 312; \\ -a & \text{при } ijk = 132, 213, 321; \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

При преобразованиях координат

$$e_{i'j'k'} = C_{i'l} C_{j'm} C_{k'n} e_{lmn};$$

$$e_{i'j'k'} = \begin{cases} \Delta \cdot a & \text{при } i'j'k' = 123, 231, 312; \\ -\Delta \cdot a & \text{при } i'j'k' = 132, 213, 321; \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

$\Delta = \det(C_{pq})$ — определитель матрицы преобразования. Таким образом, тензор e инвариантен относительно всевозможных собственных поворотов, т.е. относительно группы вращений его симметрия $\infty \infty$.

Представляя тензор b в виде линейной комбинации изомеров тензоров e и δ , можем записать

$$b_{ijkln} = e_{ijk} \delta_{ln} \quad b_{klijn} = e_{kli} \delta_{jn}.$$

Если $b_{ijkln} \neq 0$ и $b_{klijn} \neq 0$, то $\delta_{ln} = 1 \rightarrow l = n$, $\delta_{jn} = 1 \rightarrow j = n$; это означает, что $l = j = n$. Тогда можем записать

$$b_{ijkln} = e_{ink} \delta_{nn}, \quad b_{klijn} = e_{kni} \delta_{nn},$$

но $e_{ink} = -e_{kni}$ и, следовательно,

$$b_{ijkln} = -b_{klijn}.$$

ВИД ТЕНЗОРА ГИРАЦИИ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ГРУПП СИММЕТРИИ

Тензор гирации b , будучи тензором пятого ранга, имеет в общем случае $3^5 = 243$ компоненты. Из свойств его внутренней симметрии $\{[V^2]^2\}V$ можно определить, какие компоненты равны нулю и какие равны друг другу.

Из антисимметричности тензора (b_{ijkln}) по перестановке первой и второй пар индексов следует, что ввиду невозможности выполнения равенства $b_{ijijn} = -b_{ijijn}$ компоненты тензора с одинаковыми парами индексов равны нулю. Таким образом, нулевыми являются компоненты вида b_{iiin}, b_{ijjn} , т.е.

$$\begin{aligned} b_{1111n} &= b_{2222n} = b_{3333n} = 0, \\ b_{1212n} &= b_{2112n} = b_{1221n} = b_{2121n} = 0, \\ b_{1313n} &= b_{3113n} = b_{1331n} = b_{3131n} = 0, \\ b_{2323n} &= b_{3223n} = b_{2332n} = b_{3232n} = 0, \quad n = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (5)$$

всего 45 компонент. Оставшиеся 198 компонент, исходя из антисимметричности тензора b по перестановке пар индексов и симметричности по перестановкам индексов в парах, образуют следующие группы:

$$1) \quad b_{1122n} = -b_{2211n}, \quad b_{1133n} = -b_{3311n}, \quad b_{2233n} = -b_{3322n}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} 2) \quad b_{1112n} &= b_{1121n} = -b_{1211n} = -b_{2111n}, \\ b_{1113n} &= b_{1131n} = -b_{1311n} = -b_{3111n}, \\ b_{1123n} &= b_{1132n} = -b_{2311n} = -b_{3211n}, \\ b_{2212n} &= b_{2221n} = -b_{1222n} = -b_{2122n}, \\ b_{2213n} &= b_{2231n} = -b_{1322n} = -b_{3122n}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} b_{2223n} &= b_{2232n} = -b_{2322n} = -b_{3222n}, \\ b_{3312n} &= b_{3321n} = -b_{1233n} = -b_{2133n}, \\ b_{3313n} &= b_{3331n} = -b_{1333n} = -b_{3133n}, \\ b_{3323n} &= b_{3332n} = -b_{2333n} = -b_{3233n}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad b_{1213n} &= b_{1231n} = b_{2113n} = b_{2131n} = -b_{1312n} = -b_{3112n} = -b_{1321n} = \\ &= -b_{3121n}, \end{aligned}$$

$$b_{1223n} = b_{1232n} = b_{2123n} = b_{2132n} = -b_{2312n} = -b_{3212n} = -b_{2321n} = -b_{3221n},$$

$$b_{1323n} = b_{1332n} = b_{3123n} = b_{3132n} = -b_{2313n} = -b_{3213n} = -b_{2331n} = -b_{3231n}.$$

(8)

Видно, что независимых компонент $15 \cdot 3 = 45$.

Теперь найдем, какими свойствами *внешней симметрии* обладает тензор гирации $\mathbf{b}$. Внешней симметрией материального тензора называется его принадлежность точечным и предельным группам симметрии. Найдем, какой вид имеет тензор гирации $\mathbf{b}$ для тех групп симметрии, которым могут принадлежать реальные геологические среды, изучаемые сейсмическими методами. Будем рассматривать только ацентрические группы, поскольку тензор $\mathbf{b}$ как тензор нечетного ранга для центросимметричных групп равен нулю.

Согласно принципам Кюри и Неймана, материальный тензор может иметь те (и только те) элементы симметрии — в случае тензора $\mathbf{b}$ оси и плоскости, — которые есть в среде, свойства которой он описывает. Однако часть элементов симметрии среды в данном свойстве может не проявляться, и симметрия свойства оказывается более высокой, чем симметрия среды. Этим объясняется, что физические свойства кристаллов различных систем симметрии (от триклинной до гексагональной и кубической), как правило, описываются материальными тензорами предельных групп симметрии. Для сейсмических сред, в отличие от кристаллов, непосредственное знание или определение элементов симметрии не всегда возможно; поэтому свойства симметрии рассматриваемого нами материального тензора — тензора гирации — в случае, если свойства симметрии среды неизвестны, будем постулировать. При этом логично считать, что у тензоров модулей упругости и гирации основные элементы симметрии (поворотные оси, характеризующие принадлежность к той или иной системе симметрии или предельной группе) одни и те же. Важно только, чтобы симметрия обоих материальных тензоров в соответствии с принципом Неймана была бы не ниже симметрии самой среды.

Ацентрические предельные группы симметрии

Группа $\infty\infty$. Среда гиротропна, тензор $\mathbf{b}$ гиротропен. Гиротропными называются тензоры, инвариантные относительно группы вращений, но не инвариантные относительно ортогональной группы. Группа вращений обозначается $\infty\infty$. Группа $\infty\infty$ — подгруппа ортогональной группы $\infty\infty m$. Поэтому все тензоры и псевдотензоры, инвариантные относительно ортогональной группы, т.е. изотропные, инвариантны также и относительно группы вращений. (Но не наоборот.)

Гиротропные тензоры имеют нечетный ранг.

Любой гиротропный тензор ранга r может быть представлен в виде линейной комбинации изомеров тензора

$$e_{i_1 i_2 i_3} \delta_{i_4 i_5} \dots \delta_{i_{r-1} i_r}, \quad (9)$$

где e, δ — единичные тензоры Леви — Чивита и Кронекера. В разложение тензора пятого ранга входят слагаемые вида $e_{ijk} \delta_{lm}$.

Для представления тензора b в виде (9) используем методику, описанную в учебнике [9, § 48]. Сначала разложим тензор b на симметричные и антисимметричные слагаемые

$$b_{ijklm}$$

Далее представим каждое из слагаемых в виде линейной комбинации изомеров $e_{ijk} \delta_{lm}$

$$b_{(ij)(kl)n} = a(e_{ikn} \delta_{jl} + e_{iln} \delta_{jk} + e_{jkn} \delta_{il} + e_{jln} \delta_{ik}) +$$

$$b_{[ij](kl)}$$

$$b_{(ij)[kl]n}$$

$$b_{[ij][kl]}$$

Теперь, суммируя все слагаемые вида $e_{ijk} \delta_{lm}$ жение

$$\begin{aligned} b_{ijkln} = & a(e_{ikn} \delta_{jl} + e_{iln} \delta_{jk} + e_{jkn} \delta_{il} + e_{jln} \delta_{ik}) + \\ & + b e_{ijn} \delta_{kl} + c(e_{ijk} \delta_{nl} + e_{ijl} \delta_{nk}) + \\ & + d e_{kln} \delta_{ij} + e(e_{kli} \delta_{nj} + e_{klj} \delta_{ni}) + f(e_{ijk} \delta_{nl} - e_{ijl} \delta_{nk}). \end{aligned} \quad (10)$$

Очевидно, что в представлении (9) для каждой из компонент b_{ijklm} тензора b ненулевыми могут быть только те слагаемые, в которых три индекса тензора Леви — Чивита разные и два индекса тензора Кронекера одинаковые. Отсюда сразу следует, что компоненты (6) тензора b , имеющие вид b_{iijjn} , равны нулю; таких компонент 18. Проверив остальные компоненты (7), (8), а их 180, на соответствие указанному выше условию для индексов тензоров e и δ , получим, что ненулевыми могут быть 60 компонент тензора b . Запишем их в виде следующих 12 групп изомеров, расположив группы в той же последовательности, что и ранее (см. (7), (8)):

1. $b_{11123}, b_{11213}, b_{12113}, b_{21113},$
2. $b_{11132}, b_{11312}, b_{13112}, b_{31112},$
3. $b_{11231}, b_{11321}, b_{23111}, b_{32111},$
4. $b_{22123}, b_{22213}, b_{12223}, b_{21223},$
5. $b_{22132}, b_{22312}, b_{13222}, b_{31222},$
6. $b_{22231}, b_{22321}, b_{23221}, b_{32221},$
7. $b_{33123}, b_{33213}, b_{12333}, b_{21333},$
8. $b_{33132}, b_{33312}, b_{13332}, b_{31332},$
9. $b_{33231}, b_{33321}, b_{23331}, b_{32331},$
10. $b_{12131}, b_{12311}, b_{21131}, b_{21311}, b_{31121}, b_{13121}, b_{31211}, b_{13211},$
11. $b_{12232}, b_{12322}, b_{21232}, b_{21322}, b_{32122}, b_{23122}, b_{32212}, b_{23212},$
12. $b_{13233}, b_{13323}, b_{31233}, b_{31323}, b_{32133}, b_{23133}, b_{32313}, b_{23313}.$

Каждая из 60 компонент (11) в соответствии с (10) записывается в виде суммы трех слагаемых

$$b_{ijkln} = p + q + s, \quad (12)$$

где в роли p, q, s выступают коэффициенты $a, b, d, e, c - f, c + f$ разложения (10) со знаками $+$ или $-$. Таким образом, получаем 60 равенств, из которых надо выбрать те, которые отвечают ненулевым компонентам b_{ijkln} и не нарушают свойств внутренней симметрии тензора b , определяемых равенствами (3).

Из равенств

$$b_{11123} = 2a + d, b_{11213} = 2a - d, b_{12113} = -2a + b, b_{21113} = -2a - b \quad (13)$$

для группы 1 в (11) получаем $d = 0, b = 0$, ибо при $b \neq 0, d \neq 0$ не выполняется свойство перестановочности индексов в первой и второй парах индексов тензора b . Обращение в нуль коэффициентов b, d следует по той же причине из равенств вида (13) для компонент b_{ijkln} групп 2, 4, 6, 8, 9 в (11).

Далее, используя то, что $b = 0, d = 0$ и снова свойство симметрии тензора b по перестановке индексов в первой и второй парах, из равенств вида (12) для компонент b_{ijkln} групп 3, 5, 7 (см. (11)) находим, что $e = 0, c = 0$. Наконец, из равенств вида (12) для компонент b_{ijkln} последних трех групп 10, 11, 12, используя то же свойство симметрии тензора b , находим $f = 0$.

В итоге получили, что гиротропный тензор b определяется одной константой a в разложении (10). Ненулевыми являются компоненты b_{ijkln} всех групп (11), кроме 3, 5, 7. Всего ненулевых компонент девять:

$$b_{12131} = b_{23212} = b_{31323} = a, \quad (14)$$

$$b_{11123} = b_{22231} = b_{33312} = 2a, \quad (15)$$

$$b_{11132} = b_{22213} = b_{33321} = -2a, \quad (16)$$

точнее $3 \cdot 8 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 48$ с учетом симметрии тензора b (см. (3)). Заметим, что в каждой из строк (14), (15), (16) вторые и третьи компоненты получаются из предыдущих путем круговой перестановки индексов.

Группа ∞ . Для нахождения тензора b группы ∞ используем метод прямой проверки в циклических координатах, описанный в [9]. Метод состоит в следующем.

Наряду с декартовыми координатами x, y, z с декартовым базисом e_1, e_2, e_3 вводятся циклические координаты $\xi, \bar{\xi}, z$ с циклическим базисом

$$j = (e_1 + ie_2)/2, \bar{j} = (e_1 - ie_2)/2, e = e_3.$$

Циклические координаты связаны с декартовыми следующим образом:

$$\xi = x - iy, \bar{\xi} = x + iy, z = z. \quad (17)$$

Компоненте ξ приписывают индекс 1, компоненте $\bar{\xi}$ — индекс -1 , а компоненте z — индекс 0. Тогда условие инвариантности тензоров относительно оси ∞ очень простое: отличны от нуля только те циклические компоненты тензора, сумма индексов которых равна нулю. После нахождения ненулевых компонент по этому правилу их переводят в декартову систему координат.

Тензор пятого ранга b , инвариантный относительно группы ∞ , имеет отличные от нуля следующие компоненты (в циклических координатах): $b_{1\bar{1}10}$, $b_{1\bar{1}00}$ и все, получающиеся из них путем перестановки индексов, b_{00000} .

Компонента $b_{00000} = 0$ для тензора гирации b (см. (5)). Компоненты вида $b_{1\bar{1}00}$ и $b_{1\bar{1}10}$ переведем в декартовы координаты и отберем из них те, которые отвечают свойствам симметрии тензора b (равенствам (3)).

Сначала займемся компонентами вида $b_{1\bar{1}00}$. Запишем их в следующих обозначениях:

$$a\{\xi\bar{\xi}zzz\}, \quad (18)$$

где a — значение компоненты, $\xi\bar{\xi}zzz$ — ее индексы.

Возможно всего 10 пар перестановок индексов $\xi\bar{\xi}zzz$ и, следовательно, 10 пар компонент вида $b_{1\bar{1}00}$. Выпишем их, одновременно переводя в декартовы координаты в соответствии с формулами перехода (17) и правилами умножения индексов.

Предварительно выполним умножение индексов ξ и $\bar{\xi}$:

$$\{\xi\bar{\xi}\} = \{x - iy\}\{x + iy\} = \{xx\} + \{yy\} + i\{xy\} - i\{yx\},$$

$$\{\bar{\xi}\xi\} = \{x + iy\}\{x - iy\} = \{xx\} + \{yy\} - i\{xy\} + i\{yx\}.$$

Произведения $\{\xi\bar{\xi}\}$ и $\{\bar{\xi}\xi\}$ — комплексно-сопряженные, т.е.

$$\text{Re}\{\xi\bar{\xi}\} = \text{Re}\{\bar{\xi}\xi\}, \quad \text{Im}\{\xi\bar{\xi}\} = -\text{Im}\{\bar{\xi}\xi\}.$$

Комплексно-сопряженными будут и произведения пяти индексов, включающих три индекса z .

Итак, выпишем 10 пар компонент вида $b_{1\bar{1}00}$:

$$1) \quad a_1\{\xi\bar{\xi}zzz\} = a_1[\{xxzzz\} + \{yyzzz\} + i(\{xyzzz\} - \{yxzzz\})],$$

$$\bar{a}_1\{\bar{\xi}\xi zzz\} = \bar{a}_1[\{xxzzz\} + \{yyzzz\} - i(\{xyzzz\} - \{yxzzz\})];$$

$$2) \quad a_2\{\xi z\bar{\xi}zz\} = a_2[\{xzxzz\} + \{zyzzz\} + i(\{xzyzz\} - \{yzxzz\})],$$

$$\bar{a}_2\{\bar{\xi} z\xi zz\} = \bar{a}_2[\{xzxzz\} + \{zyzzz\} - i(\{xzyzz\} - \{yzxzz\})];$$

$$3) \quad a_3\{z\xi\bar{\xi}zz\} = a_3[\{zxxzz\} + \{zyyzz\} + i(\{zxyzz\} - \{zyxzz\})],$$

$$\bar{a}_3\{z\bar{\xi}\xi zz\} = \bar{a}_3[\{zxxzz\} + \{zyyzz\} - i(\{zxyzz\} - \{zyxzz\})];$$

$$4) \quad a_4\{\xi z z\bar{\xi}z\} = a_4[\{xzzxz\} + \{yzzyz\} + i(\{xzzyz\} - \{yzzxz\})],$$

$$\bar{a}_4\{\bar{\xi} z z\xi z\} = \bar{a}_4[\{xzzxz\} + \{yzzyz\} - i(\{xzzyz\} - \{yzzxz\})];$$

$$5) \quad a_5\{z\xi z\bar{\xi}z\} = a_5[\{zxzxz\} + \{zyzyz\} + i(\{zxzyz\} - \{zyzxx\})],$$

$$\bar{a}_5\{z\bar{\xi} z\xi z\} = \bar{a}_5[\{zxzxz\} + \{zyzyz\} - i(\{zxzyz\} - \{zyzxx\})];$$

- 6) $a_6\{zz\xi\bar{\xi}z\} = a_6[\{zzxxz\} + \{zzyyz\} + i(\{zzxyz\} - \{zzyxz\})]$,
 $\bar{a}_6\{zz\xi\bar{\xi}z\} = \bar{a}_6[\{zzxxz\} + \{zzyyz\} - i(\{zzxyz\} - \{zzyxz\})]$;
- 7) $a_7\{\xi zzz\bar{\xi}\} = a_7[\{xzzzx\} + \{yzzzy\} + i(\{xzzzy\} - \{yzzzx\})]$,
 $\bar{a}_7\{\xi zzz\bar{\xi}\} = \bar{a}_7[\{xzzzx\} + \{yzzzy\} - i(\{xzzzy\} - \{yzzzx\})]$;
- 8) $a_8\{z\xi z\bar{\xi}\} = a_8[\{zxzzx\} + \{zyzzy\} + i(\{zxzzy\} - \{zyzzx\})]$,
 $\bar{a}_8\{z\xi z\bar{\xi}\} = \bar{a}_8[\{zxzzx\} + \{zyzzy\} - i(\{zxzzy\} - \{zyzzx\})]$;
- 9) $a_9\{zz\xi z\bar{\xi}\} = a_9[\{zzxzx\} + \{zzyzy\} + i(\{zzxzy\} - \{zzyzx\})]$,
 $\bar{a}_9\{zz\xi z\bar{\xi}\} = \bar{a}_9[\{zzxzx\} + \{zzyzy\} - i(\{zzxzy\} - \{zzyzx\})]$;
- 10) $a_{10}\{zzz\xi\bar{\xi}\} = a_{10}[\{zzzxx\} + \{zzzyy\} + i(\{zzzxy\} - \{zzzyx\})]$,
 $\bar{a}_{10}\{zzz\xi\bar{\xi}\} = \bar{a}_{10}[\{zzzxx\} + \{zzzyy\} - i(\{zzzxy\} - \{zzzyx\})]$.

Перейдя от обозначений (18) к обычным обозначениям b_{ijkln} , получим следующие равенства:

- 1) $b_{11333} = b_{22333}, \quad b_{12333} = -b_{21333},$
2) $b_{13133} = b_{23233}, \quad b_{13233} = -b_{23133},$
3) $b_{31133} = b_{32233}, \quad b_{31233} = -b_{32133},$
4) $b_{13313} = b_{23323}, \quad b_{13323} = -b_{23313},$
5) $b_{31313} = b_{32323}, \quad b_{31323} = -b_{32313},$
6) $b_{33113} = b_{33223}, \quad b_{33123} = -b_{33213},$
7) $b_{13331} = b_{23332}, \quad b_{13332} = -b_{23331},$
8) $b_{31331} = b_{32332}, \quad b_{31332} = -b_{32331},$
9) $b_{33131} = b_{33232}, \quad b_{33132} = -b_{33231},$
10) $b_{33311} = b_{33322}, \quad b_{33312} = -b_{33321}.$

Анализируя эти равенства с точки зрения соответствия условиям симметрии тензора b (см. выражения (3)), найдем, что нулевыми должны быть компоненты, входящие в первые равенства из строк 2 — 5 и во вторые равенства строк 1, 6. Остальные равенства справедливы и определяют 28 ненулевых компонент. Разными являются 7 компонент, определяемые четырьмя константами:

$$\begin{aligned} b_{11333} &= b_{22333} = \alpha, \\ b_{13331} &= b_{23332} = \beta, \\ b_{13332} &= -b_{23331} = \gamma, \\ b_{13233} &= \delta; \end{aligned} \tag{19}$$

при перестановках индексов, допускаемых симметрией тензора b , получаем все 28 отличные от нуля компоненты (они входят в написанные выше 10 строк равенств).

Теперь надо рассмотреть компоненты вида $b_{1\bar{1}\bar{1}10}$. Будем действовать так же, как в случае компонент $b_{1\bar{1}000}$.

Выпишем все возможные компоненты вида $b_{1\bar{1}\bar{1}10}$:

$$\begin{aligned} &A_1\{\xi\xi\xi z\}, \bar{A}_1\{\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}z\}, B_1\{\xi,\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}z\}, \bar{B}_1\{\bar{\xi}\xi\xi\xi z\}, C_1\{\xi\xi\xi\xi z\}, \bar{C}_1\{\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}z\}, \\ &A_2\{\xi\xi\xi z\bar{z}\}, \bar{A}_2\{\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}z\bar{z}\}, B_2\{\xi\xi\xi z\bar{z}\}, \bar{B}_2\{\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}z\bar{z}\}, C_2\{\xi\xi\xi z\bar{z}\}, \bar{C}_2\{\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}z\bar{z}\}, \\ &A_3\{\xi\xi z\xi\bar{z}\}, \bar{A}_3\{\bar{\xi}\bar{\xi}z\xi\bar{z}\}, B_3\{\xi\xi z\xi\bar{z}\}, \bar{B}_3\{\bar{\xi}\bar{\xi}z\xi\bar{z}\}, C_3\{\xi\xi z\xi\bar{z}\}, \bar{C}_3\{\bar{\xi}\bar{\xi}z\xi\bar{z}\}, \\ &A_4\{\xi z\xi\xi\bar{z}\}, \bar{A}_4\{\bar{\xi}z\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{z}\}, B_4\{\xi z\xi\xi\bar{z}\}, \bar{B}_4\{\bar{\xi}z\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{z}\}, C_4\{\xi z\xi\xi\bar{z}\}, \bar{C}_4\{\bar{\xi}z\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{z}\}, \\ &A_5\{z\xi\xi\xi\bar{z}\}, \bar{A}_5\{z\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{z}\}, B_5\{z\xi\xi\xi\bar{z}\}, \bar{B}_5\{z\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{z}\}, C_5\{z\xi\xi\xi\bar{z}\}, \bar{C}_5\{z\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{z}\}. \end{aligned} \quad (20)$$

Компоненты $A_i\{\dots\}$ и $\bar{A}_i\{\dots\}$ являются комплексно-сопряженными, так же как и компоненты $B_i\{\dots\}$ и $\bar{B}_i\{\dots\}$, $C_i\{\dots\}$ и $\bar{C}_i\{\dots\}$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$.

Перейдем от циклических координат к декартовым и затем перемножим индексы в фигурных скобках. Не будем приводить все результаты, это заняло бы слишком много места. Покажем, что получается, на примере компонент $A_1\{\xi\xi\xi\xi z\}$ и $\bar{A}_1\{\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}z\}$:

$$\begin{aligned} A_1\{\xi\xi\xi\xi z\} &= A_1[\{xxxxz\} + \{yyyyz\} - \{xxyyz\} - \{yxxxz\} + \\ &\quad + \{xyxyz\} + \{xyyxz\} + \{yxxyz\} + \{yxxyz\} + \\ &\quad + i(\{xxyxz\} + \{xxxyx\} - \{yxyxz\} - \{yuyxz\} + \\ &\quad + \{xyuyz\} + \{yxuyz\} - \{xyxxz\} - \{yxxxz\})], \\ \bar{A}_1\{\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}z\} &= \bar{A}_1[\{xxxxz\} + \{yyyyz\} - \{xxyyz\} - \{yxxxz\} + \\ &\quad + \{xyxyz\} + \{xyyxz\} + \{yxxyz\} + \{yxxyz\} - \\ &\quad - i(\{xxyxz\} + \{xxxyx\} - \{yxyxz\} - \{yuyxz\} + \\ &\quad + \{xyuyz\} + \{yxuyz\} - \{xyxxz\} - \{yxxxz\})], \end{aligned}$$

что эквивалентно равенствам

$$\begin{aligned} b_{11113} &= b_{22223} = -b_{11223} = -b_{22113} = b_{12123} = b_{12213} = b_{21213} = b_{21123}, \\ b_{11213} &= b_{11123} = -b_{22123} = -b_{22213} = b_{12223} = b_{21223} = -b_{12113} = -b_{21113}. \end{aligned}$$

Что следует из этих равенств? Первая строка равенств содержит 6 компонент с одинаковыми парами индексов, которые, в силу антисимметричности тензора b по перестановке первой и второй пар индексов, равны нулю. По той же причине не выполняется равенство компонент b_{11223} и b_{22113} . Таким образом, все 8 компонент в первой строке — нулевые. Вторая же строка равенств не противоречит симметрии тензора b .

Подобным образом были проанализированы другие цепочки равенств (их еще 28), получаемые из рассмотрения других компонент (20). Оказалось, что в каждой цепочке есть нулевые компоненты, стоящие в ней по причине невозможности выполнения каких-либо равенств в данной цепочке либо в других цепочках, в которые они также входят.

Таким образом, тензор b группы симметрии ∞ имеет ненулевые компоненты (19).

Группы $\infty 2, \infty m$. Для нахождения тензора b этих групп симметрии используем метод прямой проверки Фуми, изложенный в [9].

Найдем сначала ненулевые компоненты тензора b группы $\infty 2$. Оси симметрии порядка 2 направлены перпендикулярно оси ∞ . Ось ∞ совпадает с осью X_3 (осью z), оси 2 находятся в горизонтальной плоскости, перпендикулярной X_3 ; т.е. генераторами группы $\infty 2$ являются операции $\infty_z, 2_x$. Компоненты тензора b , инвариантные относительно преобразования ∞_z , нами уже найдены. Проверим их на инвариантность относительно преобразования 2_x . При повороте вокруг оси x на 180° компоненты вектора подвергаются преобразованию

$$x' = x, y' = -y, z' = -z.$$

Компоненты тензоров при поворотах преобразуются как произведения компонент векторов. Применяя это правило к тензору b с компонентами (19), при повороте 2_x получим

$$\begin{aligned}\alpha [xxzz]' &= -\alpha [xxzz] = 0, \\ \alpha [yyzz]' &= -\alpha [yyzz] = 0, \\ \beta [xzzzx]' &= -\beta [xzzzx] = 0, \\ \beta [yzzzy]' &= -\beta [yzzzy] = 0, \\ \gamma [xzzzy]' &= \gamma [xzzzy], \\ \gamma [yzzzx]' &= \gamma [yzzzx], \\ \delta [xzyzz]' &= \delta [xzyzz].\end{aligned}$$

Следовательно, для группы $\infty 2$ ненулевые

$$\begin{aligned}b_{1332} &= -b_{2331} = \gamma, \\ b_{1323} &= \delta.\end{aligned}\tag{21}$$

Ненулевые компоненты тензора b группы ∞m находятся так же. Элементами симметрии этой группы являются ось $X_3(z)$ бесконечно-го порядка и бесконечное множество плоскостей (m), проходящих через эту ось. Генераторы группы ∞m — операции ∞_z, m_x . Операция m_x состоит в отражении в плоскости m , перпендикулярной оси x , и приводит к следующему преобразованию индексов, т.е. компонент вектора x, y, z :

$$x' = -x, y' = y, z' = z.$$

Компоненты тензора b группы ∞ после преобразования m_x будут следующими:

$$\begin{aligned}\alpha [xxzz]' &= \alpha [xxzz], \\ \alpha [yyzz]' &= \alpha [yyzz], \\ \beta [xzzzx]' &= \beta [xzzzx], \\ \beta [yzzzy]' &= \beta [yzzzy], \\ \gamma [xzzzy]' &= -\gamma [xzzzy] = 0, \\ \gamma [yzzzx]' &= -\gamma [yzzzx] = 0, \\ \delta [xzyzz]' &= -\delta [xzyzz] = 0.\end{aligned}$$

Для группы ∞m ненулевыми компонентами являются

$$\begin{aligned} b_{1133} &= b_{2233} = \alpha, \\ b_{1331} &= b_{2332} = \beta. \end{aligned} \quad (22)$$

Некоторые ацентрические точечные группы симметрии

Если среда (или тензор модулей упругости) принадлежит ромбической системе симметрии, то и тензор гирации может быть той же системы симметрии, ее аксиальной 222 или планальной mm ($2mm$) групп.

Группа 222 содержит операции поворота вокруг трех осей второго порядка: 2_z , 2_x , 2_y . Происходит следующее преобразование индексов:

$$2_z: x' = -x, y' = -y, z' = z;$$

$$2_x: x' = x, y' = -y, z' = -z;$$

$$2_y: x' = -x, y' = y, z' = -z.$$

Применяя к тензору b общего вида выписанные операции, найдем, что тензор b группы 222 содержит 12 ненулевых компонент:

$$\begin{aligned} b_{11123}, b_{11132}, b_{11231}, b_{22123}, b_{22132}, b_{22231}, \\ b_{33123}, b_{33132}, b_{33231}, b_{12131}, b_{12232}, b_{13233}. \end{aligned} \quad (23)$$

Группа $2mm$, кроме операции 2_z , содержит также операции отражения в плоскостях m_x , m_y , проходящих через ось z перпендикулярно осям x и y . Для проверки тензора b на инвариантность относительно группы $2mm$ достаточно после операции 2_z выполнить операцию m_x : $x = -x, y = y, z = z$. Ненулевыми компонентами тензора b группы $2mm$ оказываются следующие 11 компонент:

$$\begin{aligned} b_{11223}, b_{11333}, b_{11131}, b_{11232}, b_{22333}, b_{22131}, \\ b_{22232}, b_{33131}, b_{33232}, b_{12132}, b_{12231}. \end{aligned} \quad (24)$$

Среди этих компонент нет b_{13233} , так же, как нет ее и в группе ∞m . В этих группах нет вращения плоскости поляризации.

Точно таким же способом (прямой проверки) можно проверить на инвариантность относительно поворотов вокруг осей второго и четвертого порядка и отражения в плоскости симметрии тензор b моноклинной и тетрагональной систем, а также вокруг осей третьего порядка в средах кубической системы ацентрических групп.

Матричное представление тензора b . Ненулевые компоненты тензора (b_{ijkln}) удобно задавать в виде матриц размером $15 \cdot 3$. Матрицы гирации для общего случая (группа 1) и ряда предельных и точечных групп — тех, для которых выше мы нашли ненулевые компоненты, приведены в табл. 1; в табл. 2 для тех же групп представлены графически ненулевые элементы матриц $c = (c_{pq})$, $b = (b_{pq})$, причем матрица b изображена в виде трех матриц $(b_{pq})_n$ для $n = 1, 2, 3$. Переход от индексов $ijkl$ к индексам pq осуществля-

Группы	Компоненты						
1	b_{11221} b_{11222} b_{11223}	b_{11331} b_{11332} b_{11333}	b_{11231} b_{11232} b_{11233}	b_{11131} b_{11132} b_{11133}	b_{11121} b_{11122} b_{11123}	b_{22331} b_{22332} b_{22333}	b_{22231} b_{22232} b_{22233}
222	0 0 0	0 0 0	η_1 0 0	0 η_2 0	0 0 η_3	0 0 0	η_4 0 0
2m	0 0 ε_1	0 0 ε_2	0 ε_3 0	ε_4 0 0	0 0 0	0 0 ε_5	0 ε_6 0
∞	0 0 0	0 0 α	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 α	0 0 0
$\infty 2$	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0
∞m	0 0 0	0 0 α	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 α	0 0 0
$\infty \infty$	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 $-2a$ 0	0 0 $2a$	0 0 0	$2a$ 0 0

ется для обоих тензоров (c_{ijkl}) и (b_{ijkln}) по той же схеме, которая используется для тензора с:

$$11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 23 \rightarrow 4, 13 \rightarrow 5, 12 \rightarrow 6.$$

Элементы матриц (c_{pq}) и (b_{pqn}) располагаются следующим образом:

$$\begin{array}{cccccc}
 c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\
 & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} & & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \\
 & & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} & & & b_{34} & b_{35} & b_{36} \\
 & & & c_{44} & c_{45} & c_{46} & & & & b_{45} & b_{46} \\
 & & & & c_{55} & c_{56} & & & & & b_{56} \\
 & & & & & c_{66} & & & & & &
 \end{array}$$

Строки из 15 элементов в матрицах табл. 1 соответствуют вытянутым в одну строку элементам матрицы (b_{pqn}), $n = 1, 2, 3$. Диагональные элементы b_{ii} ($i = 1, \dots, 6$) в матрицах b отсутствуют, так как в тензоре b , вследствие его антисимметричности по перестановке первой и второй пар индексов, компоненты с одинаковыми парами индексов — нулевые (см. (5)). Из табл. 2 видно, что матрицы с

гирации b

тензора							
b_{22131} b_{22132} b_{22133}	b_{22121} b_{22122} b_{22123}	b_{33231} b_{33232} b_{33233}	b_{33131} b_{33132} b_{33133}	b_{33121} b_{33122} b_{33123}	b_{23131} b_{23132} b_{23133}	b_{23121} b_{23122} b_{23123}	b_{13121} b_{13122} b_{13123}
0	0	η_7	0	0	0	0	η_{12}
η_5	0	0	η_8	0	0	η_{11}	0
0	η_6	0	0	η_9	η_{10}	0	0
ε_7	0	0	ε_9	0	0	ε_{10}	0
0	0	ε_8	0	0	0	0	ε_{11}
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$-\gamma$	β	0	0	0	0
0	0	β	γ	0	0	0	0
0	0	0	0	0	δ	0	0
0	0	$-\gamma$	0	0	0	0	0
0	0	0	γ	0	0	0	0
0	0	0	0	0	δ	0	0
0	0	0	β	0	0	0	0
0	0	β	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$-2a$	0	0	0	0	a
0	0	0	$2a$	0	0	a	0
0	$-2a$	0	0	0	a	0	0

симметричны по перестановке индексов ($c_{qp} = c_{pq}$), а матрицы b антисимметричны ($b_{qp} = -b_{pq}$).

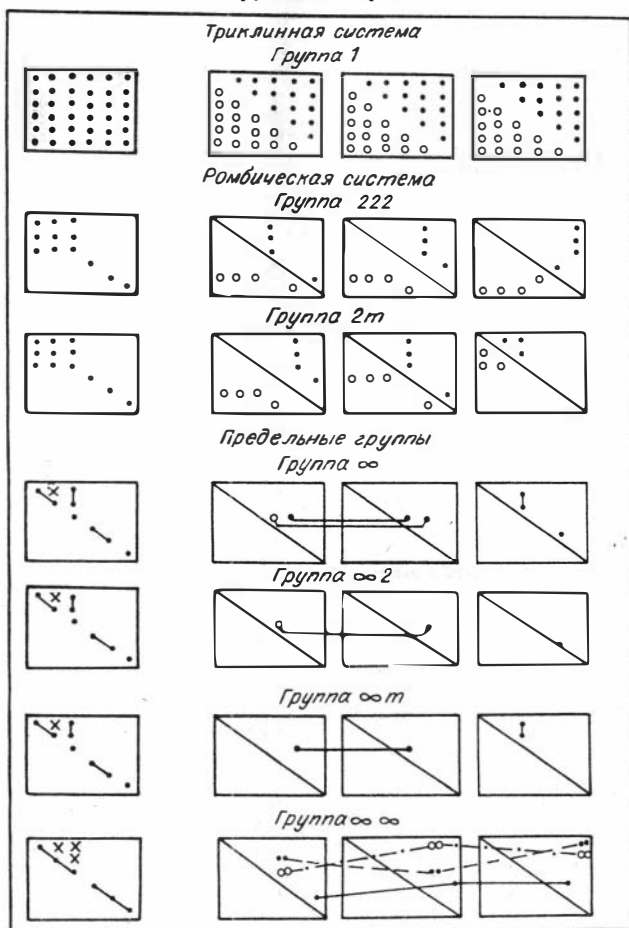
Число констант, характеризующих матрицы c, b , убывает с возрастанием симметрии среды для матриц b быстрее, чем для матриц c (табл.3). В средах предельных групп число констант, характеризующих гирацию, меньше числа констант, характеризующих модули упругости.

Тензоры b различны для различных групп, в то время как тензоры c различны для различных систем симметрии (см. табл. 2). В предельных группах тензор c для групп с осью ∞ такой же, как для гексагональной системы (по теореме Германа), а для групп $\infty\infty$ (гиротропная среда) имеет такой же вид, как для группы ∞m , т.е. изотропной среды. Последнее связано с тем, что группа вращений $\infty\infty$ является подгруппой ортогональной группы ∞m .

О терминологии. Здесь, по-видимому, надо обсудить вопрос о терминологии, которую уместно использовать при описании распространения упругих волн в гиротропных средах различной симметрии. Для сред точечных групп симметрии (21 ацентрическая группа), входящих в 7 систем симметрии (триклинную, моноклинную, ромбическую, гексагональную, тригональную, тетрагональную, кубическую), этот вопрос решается просто. Среда называется анизо-

Таблица 2

Матрицы модулей упругости c и гирации b для некоторых групп симметрии



Обозначения: • — ненулевая компонента; ◦ — противоположная по знаку ненулевая компонента; •• — удвоенная компонента; ◦◦ — удвоенная компонента противоположного знака; —•—, ••—••, ◦◦—◦◦ — равные компоненты; x — зависимые компоненты.

Примечание. Для триклинной и ромбической систем матрицы c , b_n ($n = 1, 2, 3$) изображены полностью. Для предельных групп не приведены, чтобы не усложнять таблицу, симметричные части матриц c и антисимметричные части матриц b_n .

Число констант матриц c, b

Группа симметрии	Матрица		Группа симметрии	Матрица	
	c	b		c	b
1	21	45	∞	5	4
222	9	12	$\infty 2$	5	2
$2m$	9	11	∞m	5	2
6	5	4	$\infty \infty$	2	1

тропной гиротропной; для характеристики анизотропии — задания тензора модулей упругости c — достаточно указать систему симметрии, а для характеристики гиротропии — задания тензора гирации b — нужно указать группу симметрии (одну из ацентрических групп, принадлежащих системе симметрии, определяющей анизотропию). В случае сред предельных групп симметрии, имеющих ось симметрии ∞ (ацентрические группы ∞ , $\infty 2$, ∞m), целесообразно применение такой же терминологии. Эти среды также являются анизотропными (трансверсально-изотропными) гиротропными. Анизотропия описывается тензором c для гексагональной системы, гиротропия — тензором b для одной из предельных групп: ∞ , $\infty 2$, ∞m .

Вопрос о правильном употреблении терминов более сложен, если среда, относящаяся к предельным группам, имеет симметрию $\infty \infty$ и ее упругие свойства описываются тензором c группы $\infty \infty m$ (как в случае изотропной негиротропной среды), а свойства гиротропии — тензором b группы $\infty \infty$. Употребление названия изотропная гиротропная среда хотя и понятно, но является алогичным, потому что в определенном смысле понятия изотропии и гиротропии противоположны: изотропия отрицает гиротропию, а гиротропия — изотропию. Поэтому более корректно говорить гиротропная среда, ибо тензор c , инвариантный относительно группы $\infty \infty m$, инвариантен и относительно группы $\infty \infty$, являющейся подгруппой группы $\infty \infty m$, т.е. оба тензора c и b инвариантны относительно гиротропной группы $\infty \infty$.

ЗАКОН ГУКА ДЛЯ СРЕД ПРЕДЕЛЬНЫХ ГРУПП СИММЕТРИИ

Выпишем гиротропные добавки $\Delta \sigma_{ij} = b_{ijkln} \partial \epsilon_{kl} / \partial x_n$, входящие в закон Гука (1), для сред предельных групп симметрии. Для этого используем найденные нами константы для этих групп (см. (14) —

* В некоторых работах, например монографии Ф.И. Федорова "Теория упругих волн в кристаллах", вместо понятия "система симметрии" употребляется эквивалентное ему понятие "сингония". В других же работах (см. [9]) сингоний шесть, так как тригональная и гексагональная системы объединены в одну — гексагональную — сингонию.

(16), (19), (21), (22)) и свойства симметрии тензора b , выражаемые равенствами (3).

Группа ∞ . Диагональные элементы тензора $\Delta\sigma$ имеют вид

$$\Delta\sigma_{ii} = 2a \left(\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_k} - \frac{\partial \varepsilon_{ik}}{\partial x_j} \right),$$

а недиагональные —

$$\Delta\sigma_{ij} = a \left[\left(\frac{\partial \varepsilon_{ik}}{\partial x_i} - \frac{\partial \varepsilon_{jk}}{\partial x_j} \right) + 2 \frac{\partial (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ii})}{\partial x_k} \right];$$

$\Delta\sigma_{ji} = \Delta\sigma_{ij}$, т.е. тензор $\Delta\sigma$, а следовательно, и σ симметричен.

Группа ∞ . При наличии оси симметрии x_3

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{11} &= \Delta\sigma_{22} = \alpha \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial x_3}, \\ \Delta\sigma_{33} &= -\alpha \left(\frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial x_3} + \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x_3} \right) - 2\beta \left(\frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial x_2} \right) + 2\gamma \left(\frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial x_1} - \frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial x_2} \right), \\ \Delta\sigma_{13} &= \Delta\sigma_{31} = \beta \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial x_1} + \gamma \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial x_2} + 2\delta \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial x_3}, \\ \Delta\sigma_{23} &= \Delta\sigma_{32} = -\gamma \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial x_1} + \beta \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial x_2} - 2\delta \frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial x_3}. \end{aligned}$$

Группа $\infty 2$. Положив в выражениях для $\Delta\sigma_{ij}$ группы ∞ $\alpha = \beta = 0$, получим

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{11} &= \Delta\sigma_{22} = 0, \\ \Delta\sigma_{33} &= 2\gamma \left(\frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial x_1} - \frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial x_2} \right), \\ \Delta\sigma_{13} &= \Delta\sigma_{31} = \gamma \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial x_2} + 2\delta \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial x_3}, \\ \Delta\sigma_{23} &= \Delta\sigma_{32} = -\gamma \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial x_1} - 2\delta \frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial x_3}. \end{aligned}$$

Группа ∞m . Аналогично при $\gamma = \delta = 0$ найдем

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{11} &= \Delta\sigma_{22} = \alpha \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial x_3}, \\ \Delta\sigma_{33} &= -\alpha \left(\frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial x_3} + \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x_3} \right) - 2\beta \left(\frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial x_2} \right), \\ \Delta\sigma_{13} &= \Delta\sigma_{31} = \beta \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial x_1}, \\ \Delta\sigma_{23} &= \Delta\sigma_{32} = \beta \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial x_2}. \end{aligned}$$

Таким образом, в данной работе найден вид тензора гирации в внутренней симметрии $\{[V^2]^2\}V$ для сред, относящихся к группам внешней симметрии, наиболее важным в сейсмических приложениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андронов А.А. О естественном вращении плоскости поляризации звука // Изв. вузов. Радиофизика. — 1960. — Т. III, № 4. — С.645—649.
2. Барковский Л.М. О псевдотензорах четвертого ранга в кристаллах // Вестн. БГУ. — Сер. I. — 1970. — № 2. — С. 42—44.
3. Барковский Л.М., Федоров Ф.И. Ковариантная форма тензоров четвертого ранга в кристаллах // Журнал прикладной спектроскопии. — 1970. — Т. XII, вып. 4. — С. 726—734.
4. Власов К.Б., Ишмухаметов Б.Х. О вращении плоскости поляризации упругих волн в магнитно-поляризованной среде // ЖЭТФ. — 1959. — Т. 36. — С. 1301—1303.
5. Лапин С.И. Сейсмическая разведка анизотропных сред. — Пермь, 1980. Деп. в ВИНТИ, № 848—80. — 240 с.
6. Оболенцева И.Р. О возможной связи аномальной поляризации поперечных волн с акустической активностью среды // Теория и практика вибросейсмического зондирования земной коры. — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1988. — С. 139—149.
7. Оболенцева И.Р. Сейсмическая гиротропия // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 6—45.
8. Оболенцева И.Р., Гречка В.Ю. Лучевой метод в анизотропной среде (алгоритмы, программы). — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1989. — 225 с.
9. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. — М.: Наука, 1979. — 639 с.
10. Тригубов А.В., Горшкалев С.Б. Экспериментальное исследование анизотропии осадочных пород с использованием скважинных наблюдений // Математические проблемы интерпретации данных сейсморазведки. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1988. — С. 206—217.
11. Чичинин И.С. Физический взгляд на волновое уравнение, описывающее гирацию поперечной волны. — Настоящий сборник.
12. Чичинин И.С., Немирович-Данченко М.М. Решение задачи об излучении упругих волн источником, действующим на поверхности гиротропного трансверсально-изотропного полупространства // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 81—95.
13. Чичинина Т.И. Коэффициенты отражения—преломления плоских упругих волн на границе двух анизотропных гиротропных сред. — Настоящий сборник.
14. Чичинина Т.И. Отражение — преломление в гиротропных средах // Материалы XXVIII Всесоюзной научной студенческой конференции. Сер. геол. — Новосибирск: НГУ, 1990. — С. 14—19.
15. Crampin S., Kirkwood S.C. Velocity variations in systems of anisotropic symmetry // J. Geophys. — 1981. — V. 49. — P. 35—42.
16. Viswanathan K.S. The theory of the elasticity of crystals // Proc. Ind. Acad. Sci. — 1955. — V. 41A, N 98.

ФИЗИЧЕСКИЙ ВЗГЛЯД НА ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ, ОПИСЫВАЮЩЕЕ ГИРАЦИЮ ПОПЕРЕЧНОЙ ВОЛНЫ

О ВРАЩЕНИИ ВЕКТОРА СМЕЩЕНИЙ ПОПЕРЕЧНОЙ ВОЛНЫ

То, что вектор смещения S -волны крутится по пути движения волны, это факт. При действии, например, Y -источника поперечные волны, как правило, регистрируются не только на y -, но и на x -приемниках.

Вначале, когда использовались импульсные источники горизонтальной силы, появление “незаконных” компонент (записей на x -приемниках при Y -воздействии) объясняли тем, что источник — “грязный”, т.е. он генерирует в грунте силы, действующие не только по y , но и по другим направлениям. Когда появился вибратор с горизонтальной ориентацией силы (системы “Вибролокатор”), по инициативе автора данной статьи в 1972 г. были поставлены эксперименты следующего характера [1].

Излучающая “зубчатая” платформа вибратора устанавливалась строго горизонтально. Датчики, поставленные в различные точки виброплатформы, свидетельствовали, что платформа ($2 \times 4 \text{ м}^2$) колеблется в y -направлении. Кроме того, по центру виброплатформы в скважине на глубинах 1; 2; 3 и 83 м были установлены трехкомпонентные сейсмоприемники, по записям которых было выявлено, что грунт на глубинах 1; 2 и 3 м тоже колеблется в y -направлении. (Записи на x - и z -компонентах были меньше, чем на y -компонентах, в 10 раз и более.) Однако на сейсмограммах, полученных на глубине 83 м и на поверхности земли (по профилю x на удалении от источника), записи S -волн на x -приборах имели интенсивность такого же порядка, как и на y -приборах.

Это явление объяснялось тогда специфическими особенностями геологического строения среды на месте проведения экспериментов. Другого объяснения не было, хотя автор обращался с вопросом о возможных причинах этого явления почти ко всем ведущим ученым в области распространения упругих волн. В последующие годы работы с вибратором с горизонтальной ориентацией силы выполнялись во многих районах, и автор не видел сейсмограмм, на которых отсутствовали бы “незаконные” компоненты S -волн. Понятно, что это нельзя объяснить специфическими особенностями геологического строения. Значительный сдвиг в объяснении природы возникновения “незаконных” компонент осуществлен И.Р. Оболенцевой, которая начала исследования [2—4] по применению уравнений кристаллофизики для гиротропных кристаллов к сейсмическим задачам.

* Экспериментальному изучению гиротропных свойств терригенных пород посвящен ряд работ в данном сборнике.

В данной статье мы подойдем к указанной выше задаче с другого конца: мы считаем, что вектор смещения поперечной волны вращается по пути движения этой волны. Спрашивается, каково должно быть волновое уравнение, описывающее эту "вращающуюся" волну?

Исходя из указанного выше экспериментального факта, мы считаем, что гармоническая составляющая поперечной волны, соответствующая частоте ω , на каком-то участке среды, достаточно удаленном от источника, описывается формулой

$$U_s(\omega, z, t) = a(\cos\beta z e_x + \sin\beta z e_y)\cos\omega(t - \frac{z}{V_s}), \quad (1)$$

т.е. волна бежит по оси z со скоростью V_s . Ось z выбрана по направлению распространения волны (эта ось не обязательно направлена вертикально вниз). В начале координат ($z = 0$) вектор U_s направлен по оси x , в точке $\beta z = \pi/2$ вектор U_s направлен по оси y . Таким образом, с ростом z вектор U_s крутится против часовой стрелки.

В однородной упругой среде без гирации (без вращения вектора U) волна удовлетворяет классическому волновому уравнению

$$c_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_i \partial x_l} = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2}. \quad (2)$$

Заметим, что это уравнение обычно записывают с использованием знаков типа grad, div и rot и коэффициентов Ламе. Но в анизотропных средах использование указанных знаков и коэффициентов только усложняет вид формул. Поэтому целесообразно пользоваться волновым уравнением, записанным в форме (2).

В кристаллофизике при описании распространения упругих волн в гиротропных кристаллах по аналогии с волновой оптикой (где вращение плоскости поляризации световой волны известно еще с прошлого века) в уравнение (2) добавляют члены, содержащие третью производную смещения по пространственным координатам [5]. Но кто сказал, что надо ограничиваться только третьей производной? Поэтому запишем волновое уравнение с использованием как третьих, так и четвертых производных смещения по координатам

$$c_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_i \partial x_l} + b_{ijklm} \frac{\partial^3 U_k}{\partial x_i \partial x_l \partial x_m} + w_{ijklmn} \frac{\partial^4 U_k}{\partial x_i \partial x_l \partial x_n \partial x_m} = \rho \ddot{U}_j. \quad (3)$$

Тензор b построен по аналогии с тензором c , пятый индекс n поставили в конце. Точно так же записан тензор w , шестой индекс m вписан за индексом n . В правой части уравнения (3) стоит сила, действующая на центр элементарного объема dV и направленная по оси j . В левой части — тоже сила, которая действует в направлении j . Все остальные индексы в левой части (3) "съедаются" при суммировании по повторяющимся индексам. Компоненты тензоров c, b и w — просто какие-то числа, на которые мы не накладывали никаких предварительных ограничений. Дифференцировать смеще-

ние U_k мы можем в любой последовательности, например, сначала мы можем пройти по x_m ($m = 1, 2, 3$), а потом по x_i ($i = 1, 2, 3$), или же наоборот, от этого общий результат не может измениться.

Таким же образом мы могли бы вписать в (3) члены, содержащие пятую, шестую и последующие производные. Но делать этого мы здесь не будем, потому что уравнение (3) тогда станет очень длинным. Смысл дальнейших выкладок будет состоять в том, что мы хотим установить, как связаны компоненты тензоров c , b , и w с параметрами β , ω и V_s волны (1).

Уравнение (3), как известно, представляет собой равенство сил, действующих на элементарный объем dV . Справа, как указывалось, стоит сила инерции $f_j = m\ddot{U} = \rho dV\ddot{U}_j$, действующая на массу m как на некоторое недеформируемое тело. Сила f_j может появиться только в том случае, если сила (напряжение), действующая на левую сторону объема dV , не равна силе, действующей на правую сторону этого объема, т.е. сила f_j пропорциональна разности напряжений или, что то же самое, f_j пропорциональна производной поля напряжений. Эта зависимость математически записывается обычно следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \tau_{ji} = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} U_j, \quad (4)$$

где $\tau_{ji} dS_i$ — сила, действующая на площадку dS_i объема dV в направлении единичного вектора e_i .

Приведенные рассуждения наглядны только для нормальных сил. (Например, $e_j = e_i$. Сила f_x появится только в том случае, если $\tau_{xx}(x + \Delta x) - \tau_{xx}(x) \neq 0$.) Для касательных сил формулу (4) физически лучше представить следующим образом. На “потолок” недеформируемого кубика $dV = dx dy dz$ действует сила $F_x(z) = \tau_{zx}(z) dS_z$. Силу, действующую на “пол” кубика, запишем в виде $F_x(z + \Delta z) = \tau_{zx}(z + \Delta z) dS_z$. Силы $F_x(z)$ и $F_x(z + \Delta z)$ будут равны друг другу только тогда, когда кубик неподвижен (точнее, когда $\dot{U}_x(x) = 0$), или же тогда, когда “бестелесен”, т.е. когда $m = 0$. Когда же $m \neq 0$, силы $F_x(z)$ и $F_x(z + \Delta z)$ не могут быть равны друг другу, так как часть силы $F_x(z)$, действующей на “потолок”, будет затрачена на преодоление инерции этого кубика, и только оставшаяся часть этой силы будет передаваться на его “пол”. Таким образом, сила, затрачиваемая на преодоление инерции кубика, будет

$$f_x = F_x(z + \Delta z) - F_x(z) = \frac{d}{dz} \tau_{zx} \Delta z dS_z = \rho \ddot{U}_x dV.$$

Из уравнения (3) видно, что поле напряжения должно описываться формулой

$$\tau_{ij} = c_{ijkl} \frac{\partial U_k}{\partial x_l} + b_{ijklm} \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_l \partial x_n} + w_{ijklmn} \frac{\partial^3 U_k}{\partial x_l \partial x_n \partial x_m}, \quad (5)$$

Вспомогательные формулы

Формулу (1) для удобства предлагается записать в виде

$$U = \frac{1}{a} U_s = (\cos \beta x_3 e_1 + \sin \beta x_3 e_2) \operatorname{Re} \{e^{q x_3 - j \omega t}\}, \quad (6)$$

где $q \equiv j\omega/V_s$, $e_1 = e_x$, $e_2 = e_y$, $x_3 \equiv z$.

Сначала все преобразования будем делать в общем виде и лишь в конце выделим вещественную компоненту рассматриваемых функций. Таким образом, вначале вектор смещения мы будем описывать формулой

$$U = (U_1 e_1 + U_2 e_2) e^{-j \omega t}, \quad (7)$$

$$U_1 = U_0 e^{q x_3} \cos \beta x_3, \quad U_2 = U_0 e^{q x_3} \sin \beta x_3.$$

Обратим внимание на то, что $U_3 = 0$, а компоненты U_1 и U_2 зависят только от x_3 . При подстановке выражений (7) в волновое уравнение (3) там останутся производные только по x_3 , т.е. $i = l = n = m = 3$. При этом волновое уравнение (3) будет выглядеть следующим образом:

при $j = 1$

$$\begin{aligned} c_{3113} \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_3^2} + c_{3123} \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_3^2} + b_{31133} \frac{\partial^3 U_1}{\partial x_3^3} + b_{31233} \frac{\partial^3 U_2}{\partial x_3^3} + \\ + w_{311333} \frac{\partial^4 U_1}{\partial x_3^4} + w_{312333} \frac{\partial^4 U_2}{\partial x_3^4} = -\rho \omega^2 U_1; \end{aligned} \quad (8)$$

при $j = 2$

$$\begin{aligned} c_{3213} \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_3^2} + c_{3223} \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_3^2} + b_{32133} \frac{\partial^3 U_1}{\partial x_3^3} + b_{32233} \frac{\partial^3 U_2}{\partial x_3^3} + \\ + w_{321333} \frac{\partial^4 U_1}{\partial x_3^4} + w_{322333} \frac{\partial^4 U_2}{\partial x_3^4} = -\rho \omega^2 U_2. \end{aligned} \quad (9)$$

Производные U_1 и U_2 по x_3 для удобства обозначения приведены в табличной форме.

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ НЕНУЛЕВЫХ КОМПОНЕНТ ТЕНЗОРОВ МОДУЛЕЙ УПРУГОСТИ И ГИРАЦИИ

Подставим формулы, приведенные в таблице, в уравнения (8) и (9). Далее сгруппируем слагаемые в этих уравнениях так, чтобы видны были действительные и мнимые части и члены с $\cos \beta z$, $\sin \beta z$. (Очевидно, что в мнимые слагаемые входят множители $q \equiv j\omega/V_s$ в нечетных степенях, а в действительные — в четных.) Получим уравнения

$$\begin{aligned} [(q^2 - \beta^2)c_{3113} + (3q^2\beta - \beta^3)b_{31233} + (q^4 - 6q^2\beta^2 + \beta^4)w_{311333} + \rho\omega^2] \times \\ \times \cos \beta z + [(q^2 - \beta^2)c_{3123} - (3q^2\beta - \beta^3)b_{31133} + (q^4 - 6q^2\beta^2 + \end{aligned}$$

Производные компонент вектора смещений

1	$\frac{\partial U_1}{\partial x_3} = \frac{\partial}{\partial x_3} (\cos \beta z e^{qz}) = (q \cos \beta z - \beta \sin \beta z) e^{qz}$
2	$\frac{\partial^2 U_1}{\partial x_3^2} = [(q^2 - \beta^2) \cos \beta z - 2q\beta \sin \beta z] e^{qz}$
3	$\frac{\partial^3 U_1}{\partial x_3^3} = [(q^3 - 3q\beta^2) \cos \beta z + (-3q^2\beta + \beta^3) \sin \beta z] e^{qz}$
4	$\frac{\partial^4 U_1}{\partial x_3^4} = [(q^4 - 6q^2\beta^2 + \beta^4) \cos \beta z + (4q\beta^3 - 4q^3\beta) \sin \beta z] e^{qz}$
5	$\frac{\partial U_2}{\partial x_3} = \frac{\partial}{\partial x_3} (\sin \beta z e^{qz}) = (q \sin \beta z + \beta \cos \beta z) e^{qz}$
6	$\frac{\partial^2 U_2}{\partial x_3^2} = [(q^2 - \beta^2) \sin \beta z + 2q\beta \cos \beta z] e^{qz}$
7	$\frac{\partial^3 U_2}{\partial x_3^3} = [(q^3 - 3q\beta^2) \sin \beta z + (3q^2\beta - \beta^3) \cos \beta z] e^{qz}$
8	$\frac{\partial^4 U_2}{\partial x_3^4} = [(q^4 - 6q^2\beta^2 + \beta^4) \sin \beta z + (4q^3\beta - 4q\beta^3) \cos \beta z] e^{qz}$

$$\begin{aligned}
 & + \beta^4) w_{312333}] \cdot \sin \beta z + q \{ - [2\beta \cdot c_{3113} + (3\beta^2 - q^2) b_{31233} + \\
 & + (4q^2\beta - 4\beta^3) w_{311333}] \cdot \sin \beta z + [2\beta \cdot c_{3123} - (3\beta^2 - q^2) b_{31133} + (4q^2\beta - \\
 & - 4\beta^3) w_{312333}] \cdot \cos \beta z \} = 0, \\
 & [(q^2 - \beta^2) c_{3223} - (3q^2\beta - \beta^3) b_{32133} + (q^4 - 6q^2\beta^2 + \beta^4) w_{322333} + \rho \omega^2] \times \\
 & \times \sin \beta z + [(q^2 - \beta^2) c_{3213} + (3q^2\beta - \beta^3) b_{32233} + (q^4 - 6q^2\beta^2 + \\
 & + \beta^4) w_{321333}] \cdot \cos \beta z + q \{ [2\beta \cdot c_{3223} - (3\beta^2 - q^2) b_{32133} + (4q^2\beta - \\
 & - 4\beta^3) w_{322333}] \cdot \cos \beta z - [2\beta \cdot c_{3213} + (3\beta^2 - q^2) b_{32233} + (4q^2\beta - \\
 & - 4\beta^3) w_{321333}] \cdot \sin \beta z \} = 0. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Они имеют вид

$$A_k \cos \beta z + j B_k \sin \beta z = 0, \quad k = 1, 2, 3, 4. \quad (11)$$

Равенства (11) должны выполняться при любых значениях z , что возможно только в случае равенства нулю коэффициентов при $\cos \beta z$, $\sin \beta z$. Таким образом получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned}
(q^2 - \beta^2)c_{3113} + (3q^2\beta - \beta^3)b_{31233} + (q^4 - 6q^2\beta^2 + \beta^4)w_{311333} &= -\rho\omega^2, \\
(q^2 - \beta^2)c_{3123} - (3q^2\beta - \beta^3)b_{31133} + (q^4 - 6q^2\beta^2 + \beta^4)w_{312333} &= 0, \\
(q^2 - \beta^2)c_{3223} - (3q^2\beta - \beta^3)b_{32133} + (q^4 - 6q^2\beta^2 + \beta^4)w_{322333} &= -\rho\omega^2, \\
(q^2 - \beta^2)c_{3213} + (3q^2\beta - \beta^3)b_{32233} + (q^4 - 6q^2\beta^2 + \beta^4)w_{321333} &= 0, \\
2\beta \cdot c_{3113} + (3\beta^2 - q^2)b_{31233} + 4\beta(q^2 - \beta^2)w_{311333} &= 0, \\
2\beta \cdot c_{3123} - (3\beta^2 - q^2)b_{31133} + 4\beta(q^2 - \beta^2)w_{312333} &= 0, \\
2\beta \cdot c_{3223} - (3\beta^2 - q^2)b_{32133} + 4\beta(q^2 - \beta^2)w_{322333} &= 0, \\
2\beta \cdot c_{3213} + (3\beta^2 - q^2)b_{32233} + 4\beta(q^2 - \beta^2)w_{321333} &= 0.
\end{aligned} \tag{12}$$

Теперь поставим задачу выразить модули упругости и гирации через константу β , описывающую вращение вектора смещений волны (1), и волновое число $|q|$. Поскольку из восьми уравнений нельзя найти двенадцать неизвестных компонент тензоров c, b, w , надо сделать какие-то допущения. Будем полагать, что

$$\begin{aligned}
c_{3213} &= c_{3123}, \quad w_{321333} = w_{312333}, \\
b_{31233} &= -b_{32133}, \quad b_{31133} = b_{32233} = 0,
\end{aligned} \tag{13}$$

т.е. мы учитываем известные свойства симметрии тензоров c и b (см. [5]), а относительно тензора w полагаем, что его симметрия по первым четырем индексам такая же, как у тензора c .

Выполнение равенств (13) ведет к уменьшению числа неизвестных до семи, но число уравнений также уменьшается до шести ввиду совпадения в системе (12) четвертого уравнения со вторым и восьмого с шестым. Получается следующая система уравнений:

$$\begin{aligned}
(q^2 - \beta^2)c_{3113} + \beta(3q^2 - \beta^2)b_{31233} + (q^4 - 6q^2\beta^2 + \beta^4)w_{311333} &= -\rho\omega^2, \\
2\beta \cdot c_{3113} + (3\beta^2 - q^2)b_{31233} + 4\beta(q^2 - \beta^2)w_{311333} &= 0, \\
(q^2 - \beta^2)c_{3223} + \beta(3q^2 - \beta^2)b_{31233} + (q^4 - 6q^2\beta^2 + \beta^4)w_{322333} &= -\rho\omega^2, \\
2\beta \cdot c_{3223} + (3\beta^2 - q^2)b_{31233} + 4\beta(q^2 - \beta^2)w_{322333} &= 0, \\
(q^2 - \beta^2)c_{3123} + (q^4 - 6q^2\beta^2 + \beta^4)w_{312333} &= 0, \\
2\beta \cdot c_{3123} + 4\beta(q^2 - \beta^2)w_{312333} &= 0.
\end{aligned} \tag{14}$$

Из двух последних уравнений системы (14) получаем связь между константами w_{312333} и c_{3123}

$$w_{312333} = \frac{1}{2(\beta^2 - q^2)} c_{3123} \tag{15}$$

и равенство

$$c_{3123} \{ q^2 - \beta^2 + (q^4 - 6q^2\beta^2 + \beta^4) / [2(\beta^2 - q^2)] \} = 0,$$

которое справедливо либо при $c_{3123} = 0$, либо при обращении в нуль выражения в фигурных скобках.

Первое и третье уравнения системы (14), а также второе и четвертое имеют одинаковый вид, из чего можно заключить, что

$$c_{3113} = c_{3223}, w_{311333} = w_{322333}. \quad (16)$$

Таким образом, мы получили всего лишь два уравнения для определения трех неизвестных. Запишем их в следующем виде:

$$\begin{aligned} (q^2 - \beta^2)c - (3q^2\beta - \beta^3)b + (q^4 - 6q^2\beta^2 + \beta^4)w &= -\rho\omega^2, \\ 2\beta \cdot c - (3\beta^2 - q^2)b + 4\beta(q^2 - \beta^2)w &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

где $c \equiv c_{3113} = c_{3223}$, $b \equiv +b_{32133} = -b_{31233}$, $w \equiv w_{311333} = w_{322333}$ — искомые величины.

Если бы мы в уравнении равновесия сил (3) ограничились третьими производными смещений, то для определения двух неизвестных c и b ($w = 0$) имели бы два уравнения (17), и эти неизвестные определялись бы по формулам

$$c^{(3)} = \frac{q^2 - 3\beta^2}{D_0^{(3)}} \cdot \rho\omega^2, \quad b^{(3)} = \frac{-2\beta}{D_0^{(3)}} \cdot \rho\omega^2, \quad (18)$$

$$D_0^{(3)} \equiv (q^2 - \beta^2)(3\beta^2 - q^2) - (3q^2 - \beta^2) \cdot 2\beta^2. \quad (19)$$

Если же среда такова, что в уравнении (3) присутствуют также и четвертые производные смещений, то для определения трех неизвестных (которые обозначим $c^{(4)}$, $b^{(4)}$ и $w^{(4)}$) третьего уравнения в системе (17) не хватает. Поэтому мы должны считать, что величина $c^{(4)}$ задана из каких-то других соображений. Тогда, решая систему (17), получим:

$$\begin{aligned} b^{(4)} &= 4\beta(\beta^2 - q^2)[\rho\omega^2 - c^{(4)}(\beta^2 - q^2)](D_0^{(4)})^{-1}, \\ w^{(4)} &= (3\beta^2 - q^2)[\rho\omega^2 - c^{(4)}(\beta^2 - q^2)](D_0^{(4)})^{-1}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$D_0^{(4)} = 4\beta^2(3q^2 - \beta^2)(q^2 - \beta^2) - (q^4 - 6q^2\beta^2 + \beta^4)(3\beta^2 - q^2). \quad (21)$$

Приглядимся к формулам (18)–(21). В среде без вращения вектора смещений S -волны поперечная волна у нас описывается выражением (1) при $\beta = 0$. Из формул (18)–(21) видно, что в такой среде величина $b = 0$, и

$$c^{(3)} = -\rho\omega^2 q^{-2} = \rho V_S^2, \quad w^{(4)} = -(\rho\omega^2 + c^{(4)}q^2)q^{-4}. \quad (22)$$

Напомним, что $q \equiv j\omega/V_S$. Если предположить, что $c^{(4)} = c^{(3)}$, то $\rho\omega^2 + c^{(4)}q^2 = 0$. В этом случае $w^{(4)} = 0$.

Любопытно, может ли вектор смещений поперечной волны (1) вращаться ($\beta \neq 0$), а в уравнении равновесия сил третьи производные отсутствуют ($b = 0$), а $w \neq 0$? Из формул (20), (21) видно, что это может быть только при условии

$$\beta^2 - q^2 = 0, \text{ или } \beta = \pm j\omega/V_S, \quad (23)$$

то есть величина β получается мнимой, и указанной ситуации быть не может.

ОТКУДА БЕРЕТСЯ СИЛА, ЗАСТАВЛЯЮЩАЯ S-ВОЛНУ "ЗАКРУЧИВАТЬСЯ"?

Чтобы ответить на этот вопрос, сначала вспомним о силах, действующих в среде без гирации при распространении плоской поперечной волны

$$U = U_0 \cos \omega(t - z/V_s) e_r = U_1(\omega, t, z) e_r. \quad (24)$$

Волновое уравнение (2) в данном случае ($l = 3, l = 3, k = 1, j = 1$) выглядит следующим образом:

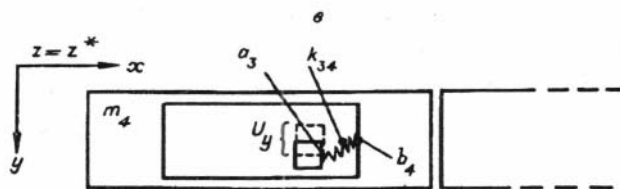
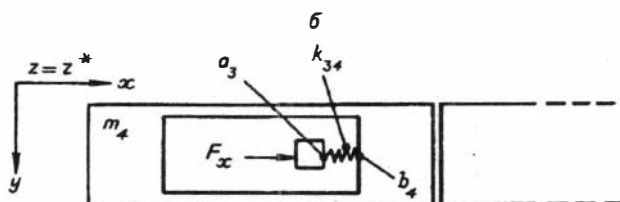
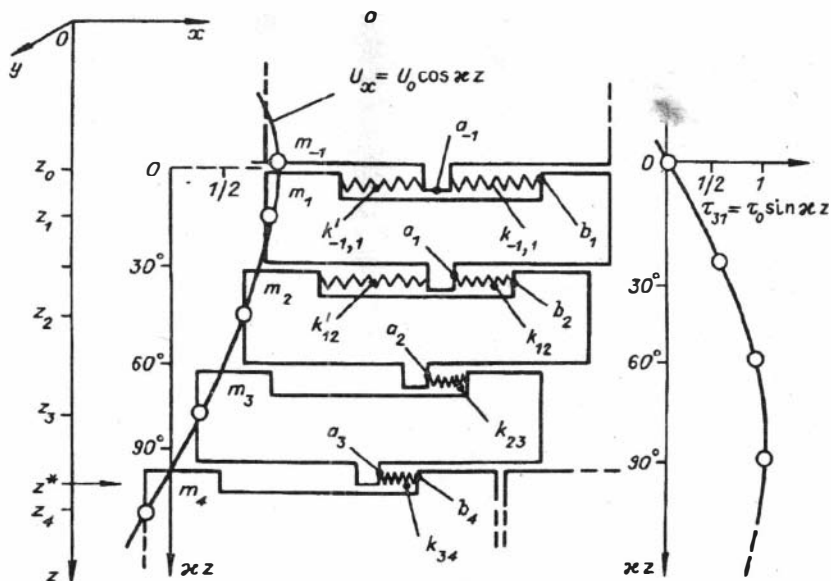
$$c_{3113} \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_3^2} = \rho \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2}, \quad (25)$$

а плотность силы (напряжение) такова:

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= c_{ijkl} \frac{\partial U_k}{\partial x_l}, \quad \tau_{31} = c_{3113} \frac{\partial U_1}{\partial x_3} = \\ &= c_{3113} \frac{\omega}{V_s} U_0 \sin \omega(t - \frac{z}{V_s}). \end{aligned} \quad (26)$$

Представим себе, что в некоторый момент времени $t = t_0$, при котором $\omega(t - z_0 V_s^{-1}) = 0$, нам удалось "сфотографировать" величины смещения $U_x = U_0 \cos \kappa z$, напряжения $\tau_{31} = \tau_0 \sin \kappa z$ на глубинах $z = z_0 - z_4$ (см. рисунок, а), где $\kappa \equiv \omega V_s^{-1}$, $\tau_0 = c_{3113} \omega V_s^{-1} U_0$. Вспомним, что сжатие и растяжение линейной пружины описываются формулой $F_n = k_n U$, где F_n — сила, приложенная к пружине, k_n — жесткость пружины, U — изменение длины пружины (или смещение точки, куда приложена сила F_n). Формула $\tau_0 = c_{3113} \omega V_s^{-1} U_0$ представляет собой равенство $F_n = k_n U_0$, поделенное на площадь S , т.е. $\tau_0 = F_n S^{-1}$ — плотность силы, $c_{3113} \omega V_s^{-1} = k_n S^{-1}$ — удельная жесткость. Из этих соображений взаимодействие массы $m_n = \rho S \Delta Z_n$ и жесткости k_n среды при распространении плоской поперечной волны (т.е. уравнение (4)) предлагается рассматривать при помощи следующей модели. Масса m_n осциллирует в горизонтальном направлении как одно целое (как недеформируемое тело). Внизу каждой массы m_n имеется выступ a_n . Этот выступ ходит по желобу b_{n+1} массы m_{n+1} . Между выступом a_n и правым и левым краями желоба b_{n+1} вмонтированы "пружины" $k_{n,n+1}$ и $k'_{n,n+1}$. В точке $z = z_0$ массы m_{-1} и m_1 сместились вправо на одинаковую величину $U_x = U_0 = \max$. Следовательно, выступ a_{-1} находится на одинаковом расстоянии от правого и левого краев желоба b_1 , и поэтому "пружины" $k_{-1,1}$ и $k'_{-1,1}$ находятся в ненапряженном состоянии (или компенсируют друг друга) и сила, действующая со стороны массы m_{-1} на массу m_1 , равна нулю, т.е. $\tau_{31} = 0$.

Масса m_2 отстала, она сместилась вправо всего лишь на $0,7 U_0$. Поэтому правая "пружина" k_{12} сжалась, а левая — k'_{12} растянулась.



Модель взаимодействия масс m_n и упругостей k_{mn} в плоской поперечной волне $U_x = U_0 \cos \omega(t - z/V_S) e_x$ (а), вид на элемент m_4 сверху (на плоскость $z = z^*$) в среде без гирации (б) и то же, но только в гиротропной среде (в). Из-за сильного сжатия “пружина” k_{34} накренилась, в результате появилась компонента U_y .

Из-за этого со стороны массы m_1 на массу m_2 действует сила $F_x \sim \tau_0/2$. Когда эта сила дотолкает массу m_2 влево до величины $U_x = U_0 = \max$, то это будет означать, что экстремум волны переместился из точки $z = z_0$ в точку $z = z_2$, т.е. волна бежит вниз.

В последующих блоках растянутые “пружины” $k_{n,n+1}$ изображать не будем, так как в слабосцементированных осадочных отложениях

основные силы упругости рождаются при сближении частиц среды друг с другом. Поэтому силой растяжения “пружин” мы можем пренебрегать. Такое предположение не противоречит условиям распространения продольных волн (волн сжатия—растяжения), так как при рассмотрении P — волн массы m_n в нашей модели мы можем развернуть на 90° . При этом выступы a будут выполнять роль поршня, а желобы b — роль цилиндра. “Пружины” $k'_{n,n+1}$ будут сжиматься в фазе сжатия волны, а пружины $k_{n,n+1}$ будут сжиматься в фазе разрежения продольной волны.

Перейдем к рассмотрению пары m_3 и m_4 , в которой m_3 и m_4 максимально разошлись друг от друга ($\delta U = U_0/2$), поэтому “пружина” k_{34} оказывается сжатой в максимальной степени. Взглянем на эту “пружину” сверху (см. рисунок, б), на плоскость $z = z^*$. На этом рисунке хорошо видно, что такая система не может быть устойчивой: при малейшей асимметрии действующей на пружину силы F_x или же при каком-либо асимметричном изъеме пружины k_{34} она обязательно накренился вправо или влево. На рисунке в изображен случай, когда эта “пружина” накренилась вправо (если стоять лицом по направлению e_x). В результате появилось смещение U_y .

Заметим, что если на глубине $z = z^*$ из-за асимметричного изъема “пружины” k_{34} блок m_3 накренился вправо, то “пружины” k_{23} и k_{13} (а также не изображенные на рисунке “пружины” k_{45} и k_{56}) тоже будут крениться вправо из-за указанной выше неустойчивости рассматриваемой системы. (Точно так же, как если сильно опереться на трость, то она будет изгибаться только в одну сторону. А в какую сторону? Это будет зависеть от каких-то неоднородностей материала, из которого сделана трость.)

Появление смещения U_2 означает, что на поверхности $z = z_i$ начала действовать какая-то “внешняя” сила G_2 . Кроме того, на этой поверхности автоматически должна появиться сила упругости, связанная только со смещением, то есть $\tau_{32}^0 = c_{3223} \partial U_2 / \partial x_3$.

Поэтому

$$\tau_{32} = \tau_{32}^0 + G_2 = c_{3223} \partial U_2 / \partial x_3 + G_2. \quad (27)$$

“Внешняя”, или новая, сила G_2 должна быть пропорциональной силе $\rho \ddot{U}_1$, т.е.

$$G_2 = b_1 c_{3113} \partial^2 U_1 / \partial x_3^2,$$

где b_1 — некоторый коэффициент.

Следовательно, равенство сил, направленных по e_2 , будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial \tau_{32}}{\partial x_3} = \rho \ddot{U}_2, \quad c_{3223} \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_3^2} + b_2 \frac{\partial^3 U_1}{\partial x_3^3} = \rho \ddot{U}_2, \quad (28)$$

где $b_2 = b_1 c_{3113}$ — новый коэффициент.

А что дает формально записанное теоретическое уравнение (3) (или (9))? Его с учетом равенства нулю части компонент тензоров c и b , а также предполагая, что четвертые производные пренебрежимо малы ($w = 0$), для $j = 2$ можем записать в виде

$$c_{2323} \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_3^2} + b_{32133} \frac{\partial^3 U_1}{\partial x_3^3} = \rho \ddot{U}_2. \quad (29)$$

Как видим, формула (28), полученная из эвристических соображений, не противоречит теоретической формуле (3).

В заключение формулы (20) приведем к более удобному виду. Из (20) видно, что величины $q \equiv j\omega/V_s$ и β должны иметь одинаковую размерность. Поэтому обозначим $\beta = \delta\omega/V_s$, где δ — некоторая безразмерная постоянная. Тогда формулы (20) будут выглядеть следующим образом:

$$c^{(3)} \equiv c = \rho V_s^2 \frac{1 + 3\delta}{D}, \quad b = -\rho V_s^2 \frac{V_s}{\omega} \cdot \frac{2\delta}{D}, \quad (30)$$

$$D = (1 + \delta^2)(1 + 3\delta^2) - 2\delta^2(3 + \delta^2) = (1 - \delta^2)^2.$$

Введение обозначения $\beta = \delta\omega/V_s$ вовсе не означает, что в статике ($\omega \rightarrow 0$) признаки гиротропности среды должны отсутствовать. Они каким-то образом должны, по-видимому, проявляться и в статике. Но для исследования этого вопроса мы должны иметь сведения (или выражение типа (1)) также и для продольной волны. Тогда переход к статике можно осуществить, рассматривая сумму $U_s + U_p$ при $\omega \rightarrow 0$, поскольку в статике смещения U_s и U_p по отдельности существовать не могут. Рассмотрение признаков гиротропности среды в статике является предметом самостоятельного исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васильев В.И., Евчатов Г.П., Окунева В.Ф. и др. Экспериментальные исследования возбуждения сейсмических волн вибрационным источником // Вопросы возбуждения сейсмических волн вибрационным источником. — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1976. — С. 65—86.
2. Оболенцева И.Р. О возможной связи аномальной поляризации поперечных волн с акустической активностью среды // Теория и практика вибросейсмического зондирования земной коры. — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1988. — С. 139—149.
3. Оболенцева И.Р. Сейсмическая гиротропия // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 6—45.
4. Оболенцева И.Р., Гречка Ю.В. Лучевой метод в анизотропной среде (алгоритмы, программы). — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1989. — 225 с.
5. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. — М.: Наука, 1979. — 639 с.

КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ—ПРЕЛОМЛЕНИЯ ПЛОСКИХ УПРУГИХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ ДВУХ АНИЗОТРОПНЫХ ГИРОТРОПНЫХ СРЕД

ВВЕДЕНИЕ

В работе [10] было дано решение задачи об отражении — преломлении упругих волн на границе двух сред, находящихся в жестком контакте и являющихся анизотропными гиротропными. Рассматривалось падение на границу плоской волны заданного типа и ставилась задача нахождения всех возникающих при этом волн — отраженных и преломленных, и вычисления их амплитуд, т.е. коэффициентов отражения и преломления. Было показано, что в гиротропной среде могут распространяться волны четырех типов: одна волна — qP , три волны — qS . Получены граничные условия жесткого контакта двух анизотропных гиротропных сред. Записана система уравнений для нахождения коэффициентов отражения и преломления четырех типов волн и построен алгоритм нахождения входящих в нее величин (векторов поляризации и рефракции).

В данной статье выполнено путем численного моделирования исследование коэффициентов отражения и преломления в функции угла падения для различных моделей анизотропных гиротропных сред. Цель исследования состоит в том, чтобы ответить на вопрос, могут ли возникнуть побочные компоненты смещений поперечных и обменных волн, наблюдаемые при многоволновых сейсмических исследованиях [6,7], непосредственно в акте отражения—преломления?

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ И СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ — ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Закон Гука и система уравнений Кристоффеля. Для гиротропных сред связь между напряжениями τ и деформациями ϵ имеет вид [8]

$$\tau_{ij} = c_{ijkl} \epsilon_{kl} + b_{ijkln} \frac{\partial \epsilon_{kl}}{\partial x_n} \quad (1)$$

или

$$\tau_{ij} = c_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + b_{ijkln} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_l \partial x_n},$$

где u — вектор смещений; c — тензор модулей упругости; b — тензор гирации.

После подстановки закона Гука (1) в уравнение движения $\text{Div} \tau = \rho \partial^2 u / \partial t^2$ оно приобретает вид

$$c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_l} + b_{ijkln} \frac{\partial^3 u_k}{\partial x_i \partial x_l \partial x_n} = \rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (2)$$

Для плоских волн

$$u = A \exp[(2\pi i/\lambda)(n \cdot r - Vt)]. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получаем уравнения Кристоффеля для гиротропной среды

$$[c_{ijkl} n_i n_l + i(2\pi/\lambda) b_{ijkln} n_i n_l n_n] A_k = \rho V^2 A_j, \quad j = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Уравнения (4) представляют собой систему трех однородных линейных уравнений относительно компонент A_j вектора поляризации A . Система решается при дополнительном условии нормировки $\sum |A_j|^2 = 1$. Из условия равенства нулю определителя системы

$$\det [c_{ijkl} \rho^{-1} n_i n_l + i\omega V^{-1} b_{ijkln} \rho^{-1} n_i n_l n_n - V^2 \delta_{kj}] = 0, \quad (5)$$

являющегося алгебраическим уравнением четвертой степени относительно V^2 , находятся скорости четырех типов волн [2, 8, 9]. Подстановка каждого из четырех значений скорости V в систему уравнений (4) позволяет найти векторы поляризации волн четырех типов. Анализ скоростей и векторов поляризации показал, что четвертая волна по сравнению с другими волнами низкоскоростная (на частоте $\omega = \text{const}$) и поперечная.

Постановка задачи об отражении — преломлении на границе двух гиротропных сред. Уравнение (2) описывает распространение плоских упругих волн в однородных гиротропных средах. На границе двух гиротропных сред с различными параметрами происходит преобразование падающей волны в преломленные и отраженные волны четырех типов. Преломленные и отраженные волны, как известно (см., например, [4]), находят из равенства потоков энергии по обе стороны от границы раздела, так как по закону сохранения энергии поток энергии должен быть непрерывным

$$(t_n \dot{u})_N^1 = (t_n \dot{u})_N^2, \quad (6)$$

т.е. в точке N границы с нормалью n равны по обе стороны (1 и 2) от границы скалярные произведения нормальных к границе векторов напряжений

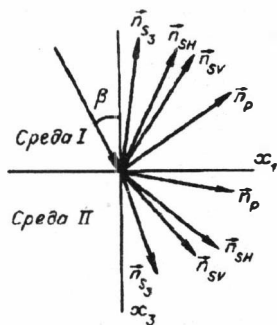
$$t_n = \sum_{k=1}^3 (t_k n) i_k, \quad t_k = \sum_{i=1}^3 \tau_{kij} i_j$$

и производных по времени векторов смещений u . Нелинейные условия (6) в линейных задачах теории упругости заменяют линейными, такими, что из них с необходимостью следуют условия (6). В качестве условий жесткого контакта обычно используют условия равенства по обе стороны от границы векторов смещений и векторов нормальных к границе напряжений

$$u^1 = u^2, \quad t_n^1 = t_n^2. \quad (7)$$

В данной работе также использованы граничные условия (7).

Задача решалась в следующей постановке. Заданы две анизотропные гиротропные среды, упругие свойства которых описываются тензорами c_i , а гирации — b_i , $i = 1, 2$. Среда находится в жестком контакте по плоскости x_1x_2 ; ось x_3 , нормальная к плоскости контакта, направлена из среды I в среду II. Плоская волна (3) падает из среды I (рис. 1). Представим ее в виде



$$u^0 = A \exp i\omega(\kappa r - t), \quad (8)$$

где $\kappa = n/V$ — вектор рефракции. На границе раздела двух сред $x_3 = 0$ образуются отраженные волны

$$u^{(\mu)} = a_\mu A^{(\mu)} \exp i\omega(\kappa^{(\mu)} r - t) \quad (9)$$

и преломленные волны

$$\tilde{u}^{(\mu)} = b_\mu \tilde{A}^{(\mu)} \exp i\omega(\tilde{\kappa}^{(\mu)} r - t); \quad (10)$$

здесь μ — тип волны (qP , qS_1 , qS_2 , qS_3); $A^{(\mu)}, \tilde{A}^{(\mu)}$ — векторы поляризации отраженных и преломленных волн.

Требуется найти коэффициенты отражения a_μ и коэффициенты преломления b_μ ($\mu = 1, 2, 3, 4$).

Граничные условия. Используя граничные условия жесткого контакта (7), запишем

$$u_i^0 + \sum_{\mu=1}^4 u_{i,\text{отр}}^{(\mu)} = \sum_{\mu=1}^4 u_{i,\text{прел}}^{(\mu)}, \quad (11)$$

$$\tau_{i3}^{(1)}(u^0 + \sum_{\mu=1}^4 u_{\text{отр}}^{(\mu)}) = \tau_{i3}^{(2)}(\sum_{\mu=1}^4 \tilde{u}_{\text{прел}}^{(\mu)}), \quad i = 1, 2, 3. \quad (12)$$

Шести граничных условий вида (11), (12) было достаточно для решения задачи о коэффициентах отражения и преломления в анизотропной негиротропной среде (см. [5]), так как в такой среде распространяются упругие волны трех типов ($\mu = 1, 2, 3$). Для среды с гирацией нужны еще два условия.

В качестве таких условий были взяты равенства

$$\begin{aligned} \tau_{31}^{(1)} &= \tau_{31}^{(2)}, \\ \tau_{32}^{(1)} &= \tau_{32}^{(2)}. \end{aligned} \quad (13)$$

В среде без гирации условия (13) эквивалентны условиям (12) при $i = 1, 2$ вследствие симметричности тензора напряжений: $\tau_{ij} = \tau_{ji}$. В гиротропной среде тензор напряжений может быть как

симметричным, так и несимметричным^{*}. Невозможность решения задачи об отражении — преломлении в гиротропной среде без привлечения условий (13) служит доводом в пользу того, что в общем случае тензор напряжений должен быть несимметричным. К этому же выводу приводит рассмотрение задачи об источнике на поверхности упругого гиротропного полупространства, решенной в [9]. Хотя четвертой, дополнительной волной (S_3) в случаях, когда она не является падающей волной, можно пренебречь. Это можно будет показать после того, как из условий (11) — (13) будет получена система уравнений для нахождения коэффициентов отражения и преломления.

Таким образом, будем считать, что на границе двух гиротропных сред выполняются следующие условия жесткого контакта:

$$\begin{aligned} u^0 + \sum_{\mu=1}^4 u_{\text{отр}}^{(\mu)} &= \sum_{\mu=1}^4 \tilde{u}_{\text{прел}}^{(\mu)}, \\ \tau_{i3}(u^0 + \sum_{\mu=1}^4 u_{\text{отр}}^{(\mu)}) &= \tau_{i3}(\sum_{\mu=1}^4 \tilde{u}_{\text{прел}}^{(\mu)}), \quad i = 1, 2, 3; \\ \tau_{3j}(u^0 + \sum_{\mu=1}^4 u_{\text{отр}}^{(\mu)}) &= \tau_{3j}(\sum_{\mu=1}^4 \tilde{u}_{\text{прел}}^{(\mu)}), \quad j = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (14)$$

Преобразуем их к виду, необходимому для нахождения коэффициентов отражения и преломления. Для этого сначала подставим в закон Гука (1) смещения в виде (8)

$$\tau_{ij} = c_{ijkl} A_k \chi_l \exp i\omega(\chi r - t) + i\omega b_{ijkln} A_k \chi_l \chi_n \exp i\omega(\chi r - t), \quad (15)$$

а затем выражения (8) — (10) для смещений и (15) для напряжений подставим в граничные условия (14). Получим следующую систему уравнений относительно коэффициентов отражения a_μ и преломления b_μ четырех типов волн:

$$\begin{aligned} \sum_{\mu=1}^4 (b_\mu \tilde{A}_i^{(\mu)} - a_\mu A_i^{(\mu)}) &= A_i^0, \quad i = 1, 2, 3; \\ \sum_{\mu=1}^4 [b_\mu (c_{ijkl}^{(2)} \tilde{A}_k^{(\mu)} \tilde{\chi}_l^{(\mu)} + i\omega b_{ijkln}^{(2)} \tilde{A}_k^{(\mu)} \tilde{\chi}_l^{(\mu)} \tilde{\chi}_n^{(\mu)}) - \\ - a_\mu (c_{ijkl}^{(1)} A_k^{(\mu)} \chi_l^{(\mu)} + i\omega b_{ijkln}^{(1)} A_k^{(\mu)} \chi_l^{(\mu)} \chi_n^{(\mu)})] &= c_{ijkl}^{(1)} A_k^0 \chi_l^0 + i\omega b_{ijkln}^{(1)} A_k^0 \chi_l^0 \chi_n^0, \\ \text{при } i = 3 \quad j = 1, 2; \text{ при } j = 3 \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (16)$$

В уравнениях (16) опущены экспоненциальные множители, входящие в выражения (8) — (10), (15). Равенство показателей экспонент является дополнительным к (16) условием для нахождения коэффициентов отражения — преломления.

^{*} Вопросы симметрии тензоров в законе Гука для гиротропной среды рассматриваются в статье И.Р. Оболенцевой "О свойствах симметрии тензора гириации..." (см. наст. сб.).

Нахождение расширенной матрицы системы уравнений (16). Для вычисления элементов матрицы системы (16) и столбца свободных членов надо знать векторы поляризации $A^{(\mu)}$ и векторы рефракции $\kappa^{(\mu)}$ падающей волны и всех волн, образующихся в процессе отражения—преломления. Задача их нахождения решается в принципе так же, как в случае анизотропной негиротропной среды [5].

Прежде всего определяем для падающей волны с нормалью n фазовую скорость V , решая уравнение (5) и выбирая из его четырех положительных корней $V_1 > V_2 > V_3 > V_4$ тот, который отвечает волне заданного типа μ ($\mu = 1, 2, 3, 4$). Таким образом, для падающей волны вектор рефракции $\kappa^0 = n/V$ найден. Вектор поляризации A^0 находится путем решения системы уравнений (4) для заданного значения V_μ .

Для отраженных и преломленных волн в силу равенства показателей экспонент

$$\begin{aligned}\kappa_1^0 &= \kappa_1^{(\mu)} = \tilde{\kappa}_1^{(\mu)}, \\ \kappa_2^0 &= \kappa_2^{(\mu)} = \tilde{\kappa}_2^{(\mu)} \quad (\mu = 1, \dots, 4),\end{aligned}\quad (17)$$

что представляет собой закон Снеллиуса, а компоненты $\kappa_3^{(\mu)}$, $\tilde{\kappa}_3^{(\mu)}$ векторов рефракции отраженных и преломленных волн четырех типов найдем, решая для каждой из сред I, II уравнение (5), преобразованное к виду

$$\det(c_{ijkl} \rho^{-1} \kappa_i \kappa_j + i \omega b_{ijkl} \rho^{-1} \kappa_i \kappa_j \kappa_n - \delta_{kj}) = 0. \quad (18)$$

Полином в левой части (18) имеет четвертую степень относительно κ_3^2 :

$$B_1 \kappa_3^8 + B_2 \kappa_3^6 + B_3 \kappa_3^4 + B_4 \kappa_3^2 + B_5 = 0, \quad B_i = B_i(c, b, \kappa_i). \quad (19)$$

Из его восьми корней $\pm \kappa_3^{(\mu)}$ ($\mu = 1, \dots, 4$) в среде I, т.е. для отраженных волн, отбираются те, которым соответствуют значения $v_3 < 0$, а в среде II для преломленных волн те корни, для которых при проверке окажется, что $v_3 > 0$; здесь v_3 — нормальная к границе компонента лучевой скорости v соответственно в средах I и II (см. рис. 1). Выражение для лучевой скорости в гиротропной среде имеет вид [3]

$$v_j = c_{ijkn} \kappa_k A_n A_i^* \rho^{-1} + i b_{jmnk} \kappa_k A_n A_i^* n_l \rho^{-1}, \quad j = 1, 2, 3; \quad (20)$$

при этом знак $*$ — комплексное сопряжение.

Для применения формулы (20) надо предварительно вычислить векторы поляризации A отраженных и преломленных волн. Они находятся из системы уравнений (4), представляемой в виде

$$(c_{ijkl} \kappa_i \kappa_j + i \omega b_{ijkl} \kappa_i \kappa_j \kappa_n) \rho^{-1} A_k - A_j = 0, \quad j = 1, 2, 3. \quad (21)$$

В случае трансверсально-изотропной гиротропной среды, принадлежащей предельной группе симметрии ∞ , т.е. имеющей ось сим-

метрии бесконечного порядка, коэффициенты B_i полинома (19) имеют вид

$$\begin{aligned}
 B_1 &= -9g_{1122}^2 \lambda_{11} \kappa_1^8 - 9g_{1211}^2 \lambda_{66} \kappa_1^8 + \lambda_{11} \lambda_{44} \lambda_{66} \kappa_1^6 + (9g_{1122}^2 + 9g_{1211}^2) \kappa_1^6 - \\
 &- \lambda_{11} \lambda_{66} \kappa_1^4 - \lambda_{11} \lambda_{44} \kappa_1^4 - \lambda_{44} \lambda_{66} \kappa_1^4 + (\lambda_{11} + \lambda_{44} + \lambda_{66}) \kappa_1^2 - 1; \\
 B_2 &= -9g_{1122}^2 \lambda_{44} \kappa_1^6 - 18g_{1122} g_{2233} \lambda_{11} \kappa_1^6 - 9g_{1211}^2 \lambda_{44} \kappa_1^6 - 18g_{1211} g_{1333} \lambda_{66} \kappa_1^6 - \\
 &- 9g_{3311}^2 \lambda_{44} \kappa_1^6 - 18(\lambda_{13} + \lambda_{44}) g_{1122} g_{3311} \kappa_1^6 + (\lambda_{44}^2 \lambda_{66} + \lambda_{11} \lambda_{44}^2 + \lambda_{11} \lambda_{33} \lambda_{66}) \kappa_1^4 - \\
 &- (\lambda_{13} + \lambda_{44})^2 \lambda_{66} \kappa_1^4 + (18g_{1122} g_{2233} + 18g_{1211} g_{1233} + 9g_{3311}^2) \kappa_1^4 + \\
 &+ (\lambda_{13} + \lambda_{44})^2 \kappa_1^2 - (\lambda_{44} \lambda_{66} + \lambda_{11} \lambda_{44}) \kappa_1^2 - (\lambda_{11} \lambda_{33} + \lambda_{44}^2) \kappa_1^2 - (\lambda_{33} \lambda_{66} + \\
 &+ \lambda_{44}^2) \kappa_1^2 + 2\lambda_{44} + \lambda_{33}; \\
 B_3 &= (\lambda_{44}^3 + \lambda_{33} \lambda_{44} \lambda_{66} + \lambda_{11} \lambda_{33} \lambda_{44}) \kappa_1^2 - (\lambda_{13} + \lambda_{44})^2 \lambda_{44} \kappa_1^2 - 9g_{2233}^2 \lambda_{11} \kappa_1^4 - \\
 &- 18g_{1122} g_{2233} \lambda_{44} \kappa_1^4 - 9g_{1233}^2 \lambda_{66} \kappa_1^4 - 18g_{1211} g_{1233} \lambda_{44} \kappa_1^4 - \lambda_{44}^2 - \\
 &- 2\lambda_{33} \lambda_{44} + (9g_{2233}^2 + 9g_{1233}^2 + 6g_{3311} g_{3333}) \kappa_1^2; \\
 B_4 &= \lambda_{33} \lambda_{44}^2 - 9g_{2233}^2 \lambda_{44} \kappa_1^2 - 9g_{1233}^2 \lambda_{44} \kappa_1^2 - 6g_{3311} g_{3333} \lambda_{33} \kappa_1^2 - \\
 &- g_{3333}^2 \lambda_{44} \kappa_1^2 - 6(\lambda_{13} + \lambda_{44}) g_{2233} g_{3333} \kappa_1^2 + g_{3333}^2; \\
 B_5 &= -g_{3333}^2 \lambda_{33},
 \end{aligned} \tag{22}$$

где κ_1 — компонента вектора рефракции κ ; $\lambda_{ij} = c_{ij} \rho^{-1}$ — приведенные модули упругости; g_{silm} — компоненты псевдотензора гирации g , связанного с тензором гирации b преобразованием [8]

$$b_{ijkln} = \delta_{jks} g_{silm}, \tag{23}$$

а точнее,

$$(2\pi/\lambda) b_{ijkln} = \delta_{iks} g_{silm}, \tag{24}$$

$2\pi/\lambda = \omega/V$; δ_{jks} — символ Леви—Чивита. Обратное преобразование имеет вид

$$g_{silm} = (\pi/\lambda) \delta_{sjk} b_{ijkln}. \tag{25}$$

Псевдотензор g имеет 30 независимых компонент (у тензора b их 45)*.

* О тензорах b и g см. [2, 3, 8], а также статью И.Р. Оболенцевой "О свойствах симметрии тензора..." в наст. сб.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ГИРОТРОПНЫХ МОДЕЛЕЙ

Гиротропные модели, их параметры

Особенности процесса отражения—преломления в гиротропных средах изучались на восьми моделях (табл. 1), отличающихся друг от друга модулями упругости и гирации в средах I и II (см. рис. 1). Обе среды имеют ось симметрии ∞ , совпадающую с нормалью к плоскости контакта сред — осью x_3 . Упругие свойства таких сред характеризуются матрицами упругих постоянных

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix},$$

$$c_{12} = c_{11} - 2c_{66},$$

т.е. среды трансверсально-изотропные, а их гиротропные свойства описываются матрицами гирации

$$G = \begin{pmatrix} g_{1111} & g_{1222} & g_{1333} & g_{1122} & g_{1233} & g_{1311} & g_{1133} & g_{1211} & g_{1322} & g_{1123} \\ g_{2111} & g_{2222} & g_{2333} & g_{2122} & g_{2233} & g_{2311} & g_{2133} & g_{2211} & g_{2322} & g_{2123} \\ g_{3111} & g_{3222} & g_{3333} & g_{3122} & g_{3233} & g_{3311} & g_{3133} & g_{3211} & g_{3222} & g_{3123} \end{pmatrix},$$

имеющими вид

$$G = \begin{pmatrix} 3g_{1122} & 3g_{1211} & 0 & g_{1122} & g_{1233} & 0 & g_{2233} & g_{1211} & 0 & 0 \\ -3g_{1211} & 3g_{1122} & 0 & -g_{1211} & g_{2233} & 0 & -g_{1233} & g_{1122} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{3333} & 0 & 0 & g_{3311} & 0 & 0 & g_{3311} & 0 \end{pmatrix}.$$

Для построения моделей, указанных в табл. 1, использовались матрицы модулей упругости и гирации C_1, G_1 и C_2, G_2 со значениями констант, приведенными в табл. 2. В качестве элементов матрицы C_1 взяты модули упругости кварца; матрица C_2 получена путем умножения всех элементов матрицы C_1 на 0,6. Элементы матрицы G_1 заданы, исходя из известного, приведенного в [8] значения константы g_{3333} для кварца. То, что $g_{3333} \neq 0$, очень существенно, так как только в этом случае среды активные в том смысле, что на оси симметрии происходит вращение плоскости поляризации. Матрица G_2 описывает, по сравнению с матрицей G_1 , слабогиротропную среду: ее элементы на два порядка меньше элементов матрицы G_1 ; по виду она принадлежит группе симметрии $\infty\infty$. В табл. 2 значения $c_{ij}\rho^{-1}$ и $g_{ijkl}\rho^{-1}$ приведены в $\text{км}^2 \cdot \text{с}^{-2}$, размерности c_{ij} и g_{ijkl} одинаковы, что видно из сопоставления (4) и (24).

Т а б л и ц а 1

Модели контактирующих анизотропных гиротропных сред I, II

		C ₁ и C ₂ (матрицы упругих постоянных в верхней I и нижней II средах)			
		$\frac{I}{II}$	$\frac{C_1}{C_2}$	$\frac{C_2}{C_1}$	$\frac{C_1}{C_1}$
C ₁ и G ₂ (матрицы гирации в сре- дах I и II)	$\frac{G_1}{G_1}$	МОДЕЛЬ 1 $\frac{C_1, G_1}{C_2, G_1}$	МОДЕЛЬ 2 $\frac{C_2, G_1}{C_1, G_1}$	—	
	$\frac{G_1}{G_2}$	МОДЕЛЬ 3 $\frac{C_1, G_1}{C_2, G_2}$	МОДЕЛЬ 4 $\frac{C_2, G_1}{C_1, G_2}$	МОДЕЛЬ 7 $\frac{C_1, G_1}{C_1, G_2}$	
	$\frac{G_2}{G_1}$	МОДЕЛЬ 5 $\frac{C_1, G_2}{C_2, G_1}$	МОДЕЛЬ 6 $\frac{C_2, G_2}{C_1, G_1}$	МОДЕЛЬ 8 $\frac{C_1, G_2}{C_1, G_1}$	

Т а б л и ц а 2

Матрицы упругих постоянных и гирации

<i>Матрица упругих постоянных C_1</i>									
32,5040	2,6540	4,4660	0,0	0,0	0,0				
2,6540	32,5040	4,4660	0,0	0,0	0,0				
4,4660	4,4660	39,6570	0,0	0,0	0,0				
0,0	0,0	0,0	21,8090	0,0	0,0				
0,0	0,0	0,0	0,0	21,8090	0,0				
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	14,9250				
<i>Матрица упругих постоянных C_2</i>									
19,5024	1,5924	2,6796	0,0	0,0	0,0				
1,5924	19,5024	2,6796	0,0	0,0	0,0				
2,6796	2,6796	23,7942	0,0	0,0	0,0				
0,0	0,0	0,0	13,0854	0,0	0,0				
0,0	0,0	0,0	0,0	13,0854	0,0				
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	8,9550				
<i>Матрица гирации G_1</i>									
0,240	0,180	0,0	0,080	0,120	0,0	0,110	0,060	0,0	0,0
-0,180	0,240	0,0	-0,060	0,110	0,0	-0,120	0,080	0,0	0,0
0,0	0,0	0,209	0,0	0,0	0,140	0,0	0,0	0,140	0,0
<i>Матрица гирации G_2</i>									
0,003	0,0	0,0	0,001	0,0	0,0	0,001	0,0	0,0	0,0
0,0	0,003	0,0	0,0	0,001	0,0	0,0	0,001	0,0	0,0
0,0	0,0	0,003	0,0	0,0	0,001	0,0	0,0	0,001	0,0

Фазовые скорости и поляризация волн

Фазовые скорости. Рассмотрим, как ведут себя фазовые скорости четырех типов волн (P , SV , SH , S_3) в гиротропной среде. Для распространения по оси симметрии возможно аналитическое представление скоростей, для остальных направлений скорости находятся как корни полинома в левой части уравнения (5).

В случае распространения по оси x_3 уравнение (5) принимает вид

$$V^8 - (2\lambda_{44} + \lambda_{33})V^6 + (\lambda_{44}^2 + 2\lambda_{33}\lambda_{44})V^4 - (\lambda_{33}^2 + \tilde{g}_{3333}^2)V^2 + \lambda_{33}\tilde{g}_{3333}^2 = 0, \quad (26)$$

где $\tilde{g}_{3333} = \omega g_{3333}$.

Полином имеет четвертую степень относительно V^2 . По теории Декарта число его положительных корней равно числу перемен знака в ряду коэффициентов. Видно, что положительных корней V^2 — четыре, т.е. по оси x_3 распространяются четыре (!) волны. Представив (26) в виде

$$(V^2 - \lambda_{33})(V^6 - 2\lambda_{44}V^4 + \lambda_{44}^2V^2 - \tilde{g}_{3333}^2) = 0$$

и решая приближенно кубическое уравнение, найдем (см. [9])

$$V_1 = V_P = \lambda_{33}^{1/2}, \quad V_{2,3} = V_{S_{1,2}} \approx (\lambda_{44} \pm \gamma_\epsilon \lambda_{44})^{1/2}, \quad V_4 = V_{S_3} \approx \gamma_\epsilon \lambda_{44}^{1/2}, \quad (27)$$

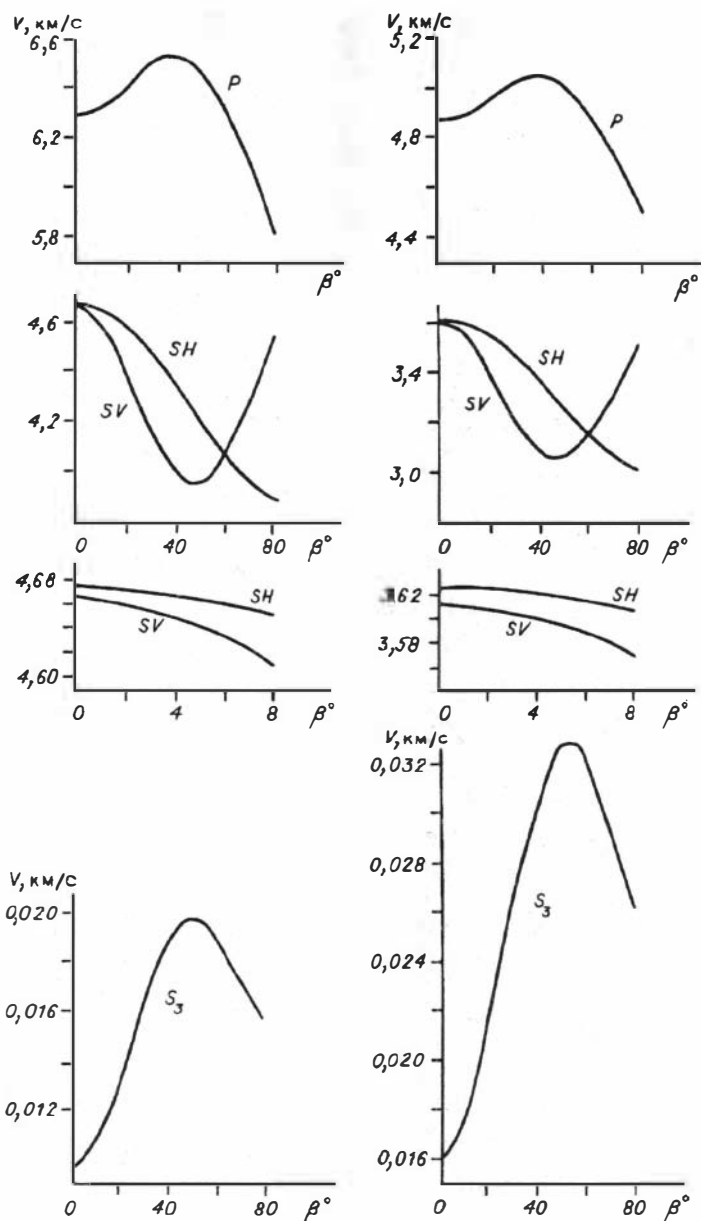
где γ_ϵ — малая величина.

Таким образом, по оси симметрии среды распространяются одна продольная волна — с такой же скоростью, как в трансверсально-изотропной среде без гирации, и три поперечные: две поперечные со скоростями, отличающимися от скорости $\lambda_{44}^{1/2}$ в трансверсально-изотропной негиротропной среде на малые добавки (с плюсом и минусом), и одна поперечная со скоростью, значительно меньшей скорости $\lambda_{44}^{1/2}$. Если $V_4 \ll V_{2,3}$, то третья поперечная волна в качестве однородной существует только вблизи оси симметрии.

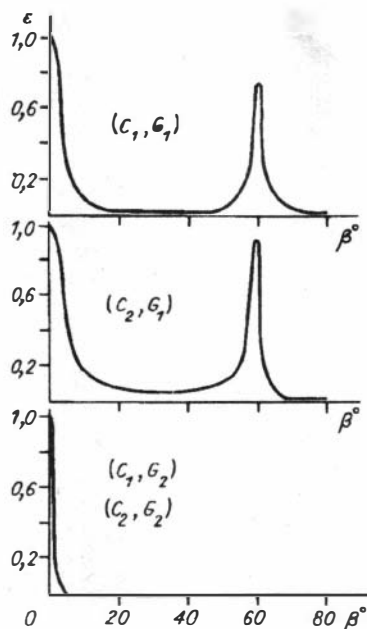
Для каждой из четырех волн были найдены векторы поляризации путем подстановки соответствующего значения скорости (27) в систему уравнений Кристоффеля (4). По векторам поляризации видно, что одна волна — со скоростью V_1 , действительно, продольная, а три волны — поперечные, с круговой поляризацией, причем у волн со скоростями $V_{2,3}$ направления вращения противоположны.

Зависимости фазовых скоростей четырех типов волн от угла, образуемого волновой нормалью с осью симметрии среды x_3 , изображены на рис. 2. Левые графики построены для среды с матрицами (C_1, G_1) , а правые — для среды с матрицами (C_2, G_1) (см. табл. 2), т.е. константы гирации для обеих моделей одинаковы, а упругие константы различные.

Для волн SV и SH (S_1 , S_2) дополнительно вблизи вертикали (от 0 до 8°) построены графики скоростей в увеличенном масштабе. На них хорошо видно, что скорости поперечных волн SV и SH в гиротропной среде на вертикали действительно различаются. Раз-



Р и с. 2. Фазовые скорости четырех типов волн (P , SV , SH , S_3) в зависимости от угла β между волновой нормалью и осью симметрии среды.



Р и с. 3. Эллиптичность поляризации $\varepsilon(\beta)$ поперечных волн SV и SH для сред (C_i, G_i) , где C_i — матрица модулей упругости; G_i — матрица гирации; $i = 1, 2$.

ница скоростей SV и SH для двух рассматриваемых сред приблизительно одинакова, как и должно быть, так как добавка к скорости зависит в основном от компоненты g_{3333} тензора гирации G_1 , заданного одинаковым для этих двух сред.

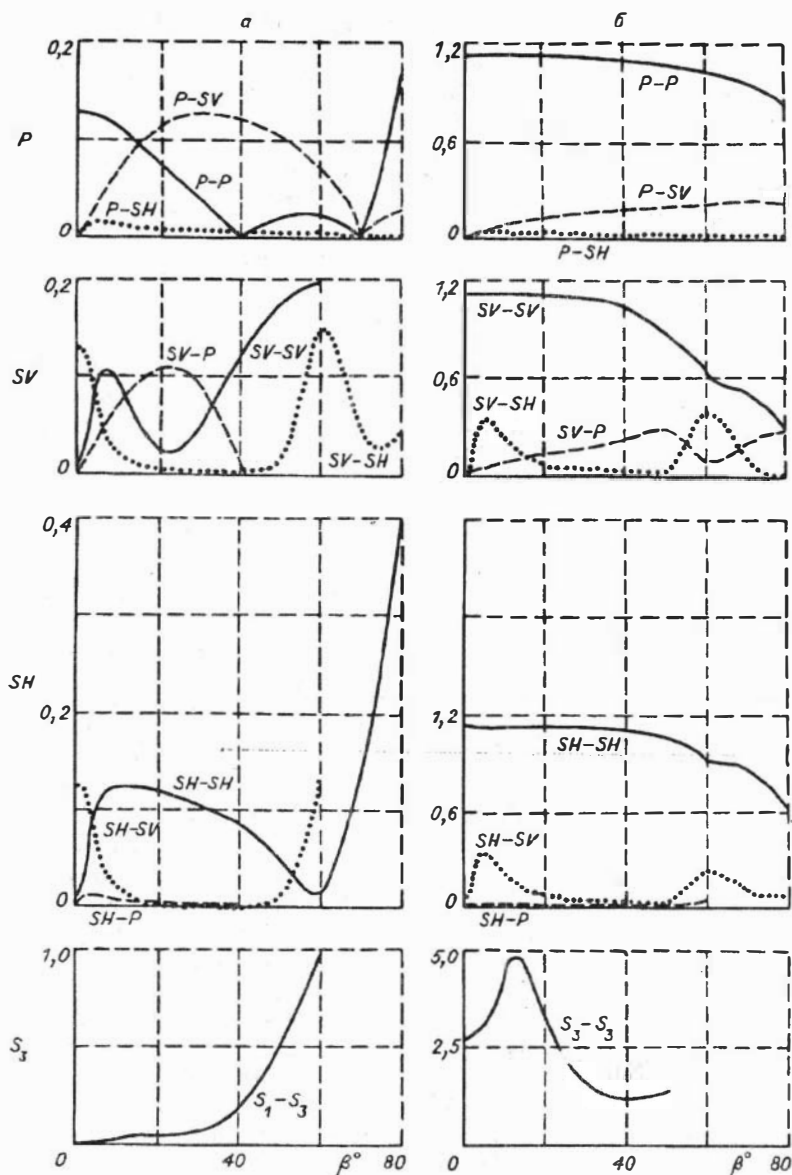
Скорость третьей поперечной волны V_{S_3} во второй среде больше, чем в первой (см. рис. 2, левый и правый графики для волны S_3). Это объясняется тем, что скорость V_{S_3} обратно пропорциональна упругой константе c_{44} . Поэтому, если упругие константы первой среды больше соответствующих констант второй среды, то скорость V_{S_3} в

первой среде должна быть меньше скорости V_{S_3} во второй, что и подтверждается выполненными расчетами, представленными на рис. 2.

Поляризация волн. Как известно [8], в гиротропной среде поляризация волн в общем случае эллиптическая, причем при распространении поперечных волн вдоль акустических осей она становится круговой (или почти круговой). Ниже приводятся результаты расчетов характеристик поляризации для трансверсально-изотропной среды (кварца), где существуют две акустические оси: первая совпадает с осью симметрии (у нас — с направлением $\beta = 0$), вторая является направлением равенства фазовых скоростей $V_{SV}(\beta) = V_{SH}(\beta)$, а у нас $\beta = 60^\circ$ (см. рис. 2).

Графики эллиптичности поляризации $\varepsilon = a/b$, где a — малая полуось эллипса, b — большая, приведены на рис. 3. Для двух поперечных волн — SV и SH — параметры эллипсов практически совпадают, а большие оси ортогональны. Волны названы SV и SH по направлениям больших осей. В предельном случае, при $a \rightarrow 0$, поляризация становится линейной, а поперечные волны — чистыми волнами SV и SH в традиционном смысле. На оси симметрии поляризация двух волн круговая ($\varepsilon = 1$) с противоположными направлениями обхода окружностей.

Графики на рис. 3 построены для четырех моделей сред: первые два — для сред с большой гирацией, а третий — для среды практически без гирации ($G_1 \gg G_2$); модули упругости заданы матрицами либо C_1 , либо C_2 , $C_1 > C_2$ (см. табл. 2).



Р и с. 4. Модули коэффициентов отражения (а) и преломления (б) в функции угла падения β для модели 1. Тип падающей волны указан слева от графиков.

Сравнивая графики эллиптичности для сред (C_1, G_1) и (C_2, G_1) , видим, что для среды с меньшими значениями модулей упругости эллиптичность несколько больше. Так, при $\beta = 5^\circ$ $\epsilon = 0,5$ для мо-

дели (C_2, G_1), а для модели (C_1, G_1) $\epsilon = 0,26$. Начиная со значений β порядка 10° поляризация становится практически линейной, при этом для модели (C_2, G_1) убывание эллиптичности происходит медленнее, чем для модели (C_1, G_1): при $\beta = 20^\circ$ $\epsilon = 0,08$ для модели (C_2, G_1), в то время как для модели (C_1, G_1) $\epsilon = 0,02$. В области второй акустической оси ($\beta = 60^\circ$) для модели (C_2, G_1) эллиптичность также выражена больше, чем для модели (C_1, G_1) (см. рис. 3). Это связано с тем, что в модели (C_2, G_1) отношения констант g_{ijkl} / c_{ijkl} больше, чем в модели (C_1, G_1).

В средах (C_1, G_2), (C_2, G_2) — с малой гирацией — направления, вдоль которых поляризация близка к круговой, занимают очень узкие интервалы углов (см. рис. 3). При счете с шагом $\Delta\beta = 10^\circ$ направление $\beta = 60^\circ$ оказалось пропущенным.

Коэффициенты отражения и преломления и компоненты смещений в точке отражения

Коэффициенты отражения и преломления находились из системы уравнений (16) для различных направлений волновой нормали четырех типов падающих волн (P, SV, SH, S_3); расчеты выполнены для восьми моделей граничащих сред (см. табл. 1); построены графики модулей коэффициентов в зависимости от угла падения волны на границу. Кривые модулей коэффициентов отражения и преломления для модели 1 приведены на рис. 4. В интервале углов падения от 0 до 10° коэффициенты рассчитывались через 1° , далее от 10 до 80° — с шагом в 10° .

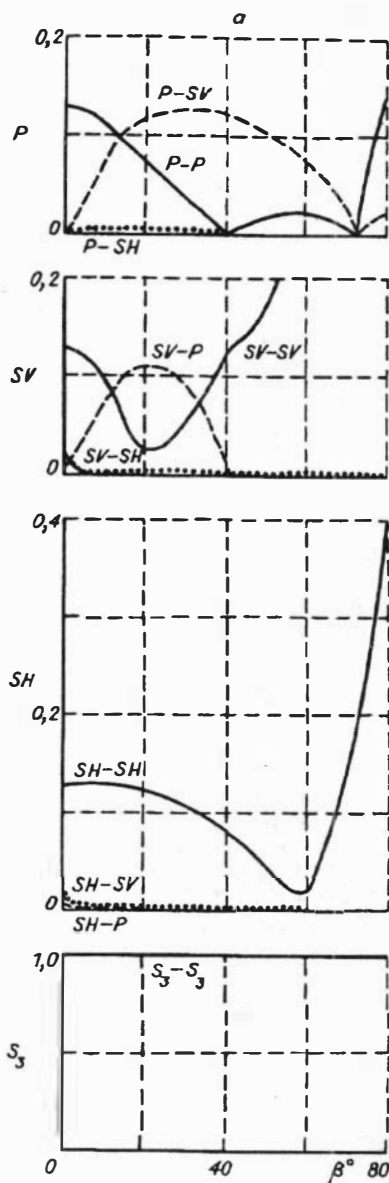
Падение волн SV и SH . Рассматривая графики на рис. 4,5, можно видеть, что в гиротропных средах, кроме обычных волн типа $SV-SV$, $SV-P$, $SH-SH$, образуются волны с обментами $SV-SH$, $SH-SV$, $SH-P$. При обментах типа $SV-S_3$, $SH-S_3$ амплитуды образующихся волн настолько малы, что ими можно пренебречь.

Следует заметить, что обменные отраженные волны с обментами типа $SV-SH$, $SH-SV$, $SH-P$ могут возникать на границе двух трансверсально-изотропных сред без гирации. Но в этом случае оси симметрии в граничащих средах (или в одной из них) не должны лежать в плоскости падения волны на границу. В рассматриваемой же задаче ось симметрии гиротропной среды (точнее, обеих контактирующих сред) совпадает с нормалью к границе и, следовательно, находится в плоскости падения. Образование волн типа $SV-SH$, $SH-SV$, $SH-P$ обусловлено наличием в гиротропной среде двух S -волн с эллиптической поляризацией.

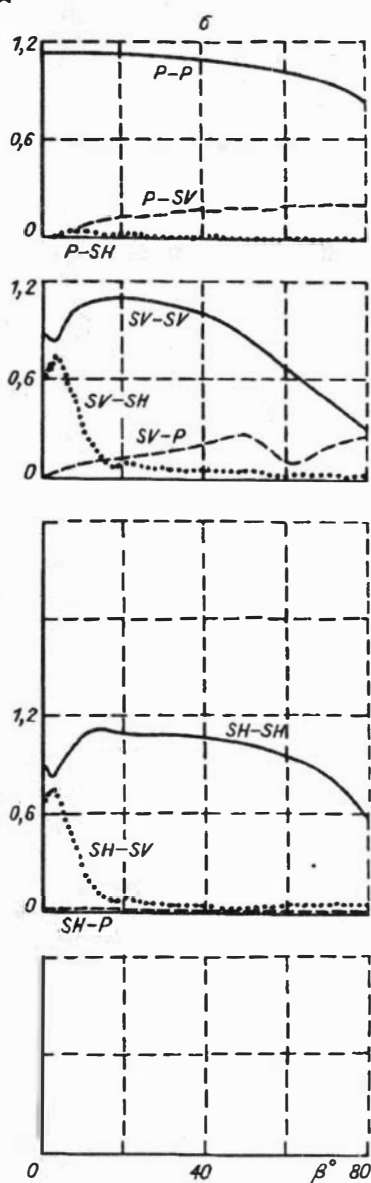
Оценим влияние гирации в верхней и нижней средах на коэффициенты отражения поперечных SS -волн и на смещения в отраженных волнах на x - и y -компонентах в точке отражения.

Влияние гирации в верхней среде видно из сравнения коэффициентов для моделей 1 и 5;

A

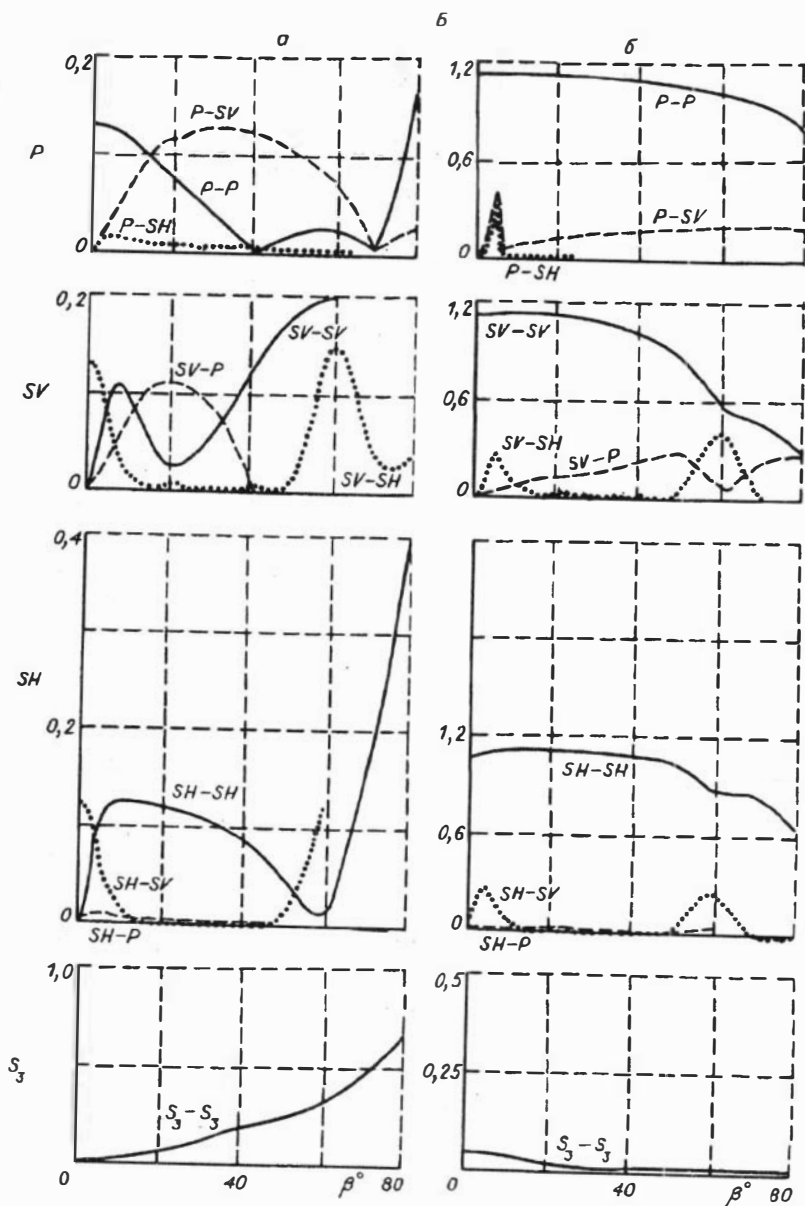


модель 1: $\frac{C_1, G_1}{C_2, G_1}$;



модель 5: $\frac{C_1, G_2}{C_2, G_1}$

(см. табл. 1, 2). Эти модели отличаются лишь тем, что в модели 1 верхняя среда гиротропная, а в модели 5 верхняя среда, можно



Р и с. 5. Модули коэффициентов отражения (а) и преломления (б) в функции угла падения β для моделей 5 (А) и 3 (Б).

считать, без гирации, так как $G_2 \ll G_1$. Сравнивая кривые коэффициентов на рис. 4 (модель 1) и 5 (модель 5), можно сделать вывод, что гирация в верхней среде влияет на коэффициенты отражения поперечных волн вблизи акустических осей (0° , 60°). Вблизи

вертикали (для углов от 0 до 10°) коэффициенты отражения мо-
нотипных волн $SV-SV$, $SH-SH$ не убывают, а возрастают, а ко-
эффициенты отражения обменных волн $SV-SH$, $SH-SV$ убывают.

Влияние гирации в нижней среде становится ясным при срав-
нении коэффициентов отражения для моделей 1 и 3

$$\text{модель 1: } \frac{C_1, G_1}{C_2, G_1}; \quad \text{модель 3: } \frac{C_1, G_1}{C_2, G_2}.$$

В модели 1 нижняя среда гиротропная, а в модели 3 она без гирации.

Сравнивая соответствующие графики на рис. 4 и 5,Б, видим, что
они на глаз не различаются, т.е. наличие или отсутствие гирации в
среде ниже отражающей границы на коэффициенты отражения
практически не влияют.

Смещения u_x , u_y в точке отражения. Такие
смещения могут, например, регистрироваться при ВСП. Рассмотрим
случай падения волны SV . На x -приемнике в точке отражения
запишется сумма x -компонент смещений отраженных $SV-SV$ и
 $SV-SH$ волн

$$u_x = u_x^{SV-SV} + u_x^{SV-SH},$$

аналогично на y -приемнике имеем

$$u_y = u_y^{SV-SV} + u_y^{SV-SH}.$$

Компоненты смещений отраженной $SV-SV$ или $SV-SH$ волны
равны произведению компонент вектора поляризации A на ко-
эффициенты отражения a :

$$\begin{aligned} u_x^{SV-SV} &= A_x^{SV-SV} \cdot a^{SV}; & u_y^{SV-SV} &= A_y^{SV-SV} \cdot a^{SV}; \\ u_x^{SV-SH} &= A_x^{SV-SH} \cdot a^{SH}; & u_y^{SV-SH} &= A_y^{SV-SH} \cdot a^{SH}. \end{aligned} \quad (28)$$

Коэффициенты отражения a^{SV} и a^{SH} , а также компоненты векто-
ров поляризации A^{SV-SV} и A^{SV-SH} являются комплексными вели-
чинами, так что выражение (28) представляет собой x - и y -компо-
ненты комплексных амплитуд смещений. Регистрируемые суммар-
ные x - и y -смещения отраженной S -волны ($SV + SH$) также комп-
лексные.

Приведем следующий пример. Возьмем модель 1. Падает SV -вол-
на, угол падения 3°. Смещение в падающей волне (единичной
амплитуды)

$$u^{SV} = -0,8905e_1 - 0,4499ie_2 - 0,0684e_3.$$

На границе образуются отраженные волны, имеющие векторы по-
ляризации

$$A^{SV-SV} = -0,890e_1 + 0,450ie_2 - 0,068e_3,$$

$$A^{SV-SH} = 0,447ie_1 - 0,890e_2 + 0,034ie_3$$

и коэффициенты отражения

$$a^{SV} = 0,073, \quad a^{SH} = 0,101i.$$

Тогда x - и y -компоненты смещений этих волн (см. формулы (28)) имеют значения

$$\begin{aligned} u_x^{SV-SV'} &= -0,065; & u_y^{SV-SV'} &= 0,033i; \\ u_x^{SV-SH} &= -0,045; & u_y^{SV-SH} &= -0,090i. \end{aligned}$$

Суммарное колебание на x - и y -компонентах получается следующим:

$$u_x = -0,110; \quad u_y = -0,057i.$$

Итак, при падении SV -волны с эллиптической поляризацией отражается волна $SV + SH$ с такой же эллиптической поляризацией.

При удалении от вертикали поляризация волн $SV + SH$ близка к линейной по x ; так, уже на 10° $u_y/u_x = 0,12$.

В модели 5, где верхняя среда без гирации, отраженная SV -волна имеет практически линейную поляризацию уже вблизи вертикали. Так, при угле падения 1° $u_y/u_x = 0,11$, а на 10° $u_y/u_x = 0,01$.

Падение P -волны. При падении P -волны на границу коэффициенты отражения и преломления монотипных PP -волн не зависят от наличия гирации в среде — как в верхней, так и в нижней, что видно из сравнения моделей 1 с 5 и 1 с 3 (см. рис. 4, 5). Поляризация P -волн линейная: показатели эллиптичности по величине близки к погрешностям вычислений.

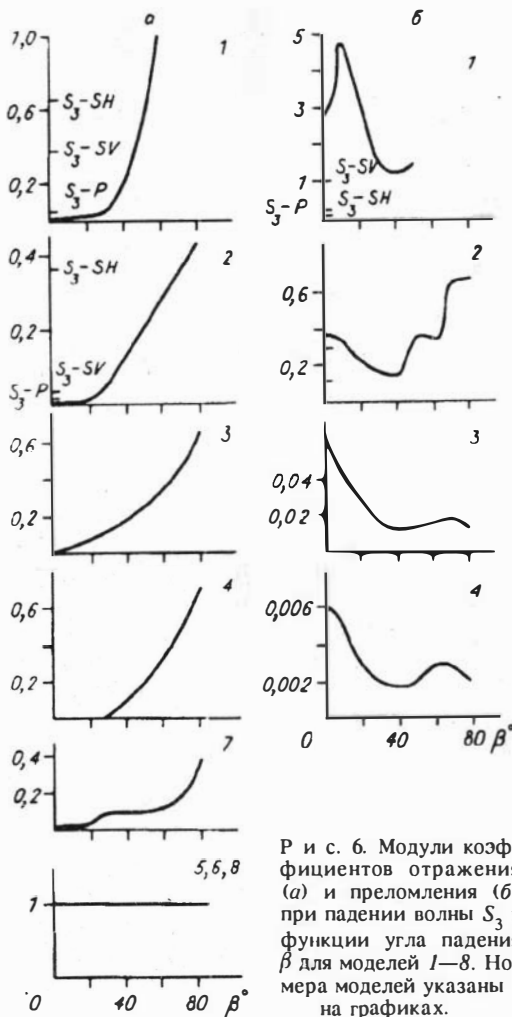
Что касается влияния гирации в верхней среде на коэффициенты отражения обменных $P-SV$ - и $P-SH$ -волн, то оно незначительно (сравниваем модели 1 и 5 на рис. 4 и 5). Коэффициенты отражения $P-SH$ малы по сравнению с коэффициентами $P-SV$, и суммарная волна $PSV + PSH$ является в основном волной $P-SV$. Таким образом, получается, что для обменных PS -волн влияние гирации в точке отражения на амплитуды смещений u_x, u_y значительно меньше (при одних и тех же параметрах гирации), чем для волн SS .

Падение волны S_3 . Коэффициенты отражения и преломления волны S_3 отличны от нуля только в случае падения на границу самой волны S_3 . На рис. 6 приведены графики модулей коэффициентов отражения и преломления для восьми выбранных моделей.

Влияние гирации в верхней среде на коэффициенты отражения и преломления S_3 -волны можно увидеть, сравнивая кривые модулей коэффициентов для моделей 1 и 5 (или 2 и 6). Эти модели отличаются лишь матрицами гирации в верхней среде ($G_1 \gg G_2, G_2 \approx 0$):

$$\begin{aligned} \text{модель 1: } & \frac{C_1, G_1}{C_2, G_1}; & \text{модель 5: } & \frac{C_1, G_2}{C_2, G_1} \\ (\text{модель 2: } & \frac{C_2, G_1}{C_1, G_1}; & \text{модель 6: } & \frac{C_2, G_2}{C_1, G_1}). \end{aligned}$$

В моделях 5, 6 коэффициенты отражения волны S_3-S_3 равны единице для всех углов падения волны S_3 ; преломленные волны неоднородны (их коэффициенты преломления на рис. 6 не нанесены). Если же верхняя среда гиротропна (модели 1, 2), то возникают и отраженные, и преломленные волны S_3, S_3 . Кроме того, на верти-



Р и с. 6. Модули коэффициентов отражения (а) и преломления (б) при падении волны S_3 в функции угла падения β для моделей 1—8. Номера моделей указаны на графиках.

каки возникают обменные отраженные волны; например, коэффициенты отражения для первой модели

$$\alpha^{S_3-SH} = 0,66; \alpha^{S_3-SV} = 0,38; \alpha^{S_3-P} = 0,06.$$

Влияние гирации в нижней среде на коэффициенты отражения и преломления S_3 -волны рассмотрим, сравнивая модели 2 и 4 (или 1 и 3):

$$\text{модель 2: } \frac{C_2, G_1}{C_1, G_1};$$

$$\text{модель 4: } \frac{C_2, G_1}{C_1, G_2}$$

$$\left(\text{модель 1: } \frac{C_1, G_1}{C_2, G_1}; \quad \text{модель 3: } \frac{C_1, G_1}{C_2, G_2} \right).$$

Как следует из рис. 6, кривые коэффициентов отражения для моделей 2 и 4 (а также 1 и 3) несколько отличаются друг от друга, но гораздо меньше, чем в случае моделей 1 и 5, 2 и 6, которые мы сравнивали, оценивая влияние на коэффициенты отражения гирации в верхней среде. На коэффициенты преломления гирация в нижней среде влияет значительно больше, чем на коэффициенты отражения. Изменяется не только форма кривых, но и величина коэффициентов. В моделях 1 и 2 коэффициенты преломления оказываются на два порядка больше коэффициентов преломления в моделях 3 и 4 соответственно. Параметры гирации находятся в таких же соотношениях (см. матрицы G_1, G_2 в табл. 2).

Таким образом, можно сделать вывод, что при падении S_3 -волны наличие гирации в верхней среде в основном влияет на коэффициенты отражения, а гирация в нижней среде оказывает в основном влияние на коэффициенты преломления.

В моделях 7 и 8 среды I и II одинаковы по модулям упругости (т.е. в среде без гирации нет отражения, и все волны проходят через границу без преломления), но различаются матрицами гирации:

$$\text{модель 7: } \frac{C_1, G_1}{C_1, G_2}; \quad \text{модель 8: } \frac{C_1, G_2}{C_1, G_1}.$$

Наличие гирации в верхней среде (модель 7) приводит к появлению отраженных и преломленных волн типа S_3-P , S_3-SV , S_3-SH вблизи вертикали; коэффициенты отражения $\alpha^{S_3-SH} = 0,43$; $\alpha^{S_3-SV} = 0,24$; $\alpha^{S_3-P} = 0,024$. Далее все отраженные и преломленные волны указанного типа становятся неоднородными. Монотипные волны S_3-S_3 — отраженные и преломленные — существуют во всем диапазоне углов; графики коэффициентов отражения изображены на рис. 6, а графики коэффициентов преломления не приводятся ввиду малости значений этих коэффициентов (от 0,014 при $\beta = 10^\circ$ до 0,006 при $\beta = 80^\circ$).

При гирации в нижней среде (модель 8) коэффициенты отражения S_3-S_3 равны единице (см. рис. 6), а преломленные волны — неоднородные.

ВЫВОДЫ

1. Показано, что решениями уравнения Кристоффеля для гиротропной среды являются четыре волны: одна продольная и три поперечных. (В анизотропной среде без гирации, как известно, существуют три волны.) У третьей поперечной волны фазовая скорость значительно меньше, чем у двух других поперечных волн, а поляризация эллиптическая, близкая к круговой.

2. Найдены граничные условия жесткого контакта двух анизотропных сред. К известным условиям, используемым для сред без гирации, добавлены уравнения, учитывающие несимметричность тензора напряжений в гиротропных средах.

3. Записана система уравнений для нахождения коэффициентов отражения и преломления четырех типов волн, представляющая собой граничные условия, в которых напряжения выражены через векторы поляризации и векторы рефракции. Построен алгоритм нахождения векторов рефракции четырех отраженных и четырех преломленных волн.

4. Рассчитаны коэффициенты отражения и преломления четырех типов волн для случая контакта двух трансверсально-изотропных гиротропных сред. Исследовано поведение кривых модулей коэффициентов отражения и преломления для восьми моделей, различающихся матрицами упругих постоянных и гирации.

5. Показано, что в акте отражения—преломления возникают побочные компоненты смещений поперечных волн. Они являются результатом эллиптичности поляризации отраженных и преломленных волн, которая сохраняется при отражении—преломлении; при этом, как для падающей волны, побочные компоненты равны основным на оси симметрии среды (нормали к границе), когда поляризация является круговой.

Коэффициенты отражения обменных волн типа PS вблизи оси симметрии малы, поэтому для обменных волн побочные компоненты смещений в точке отражения тоже малы.

Окончательный вывод о величине побочных компонент отраженных волн можно сделать, рассматривая распространение поперечных волн типа SV и SH , их интерференцию на пути от отражающей границы до дневной поверхности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Оболенцева И.Р. О возможной связи аномальной поляризации поперечных волн с акустической активностью среды // Теория и практика вибросейсмического зондирования земной коры. — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1988. — С. 139—149.
2. Оболенцева И.Р. Сейсмическая гиротропия // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 6—45.
3. Оболенцева И.Р., Гречка В.Ю. Лучевой метод в анизотропной среде (алгоритмы, программы). — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1989. — 225 с.
4. Петрашень Г.И. Основы математической теории распространения упругих волн // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. — Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1978. — Вып. 18. — 247 с.
5. Петрашень Г.И. Распространение волн в анизотропных упругих средах. — Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1980. — 280 с.
6. Пузырев Н.Н., Оболенцева И.Р., Тригубов А.В., Горшкалев С.Б. Экспериментальные исследования анизотропии скоростей в осадочных отложениях по наблюдениям на поперечных волнах // Геология и геофизика. — 1983. — № 11. — С. 8—19.
7. Сейсмическая разведка методом поперечных и обменных волн / Н.Н. Пузырев, А.В. Тригубов, Л.Ю. Борозов и др. — М.: Недра, 1985. — 277 с.

8. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. — М.: Наука, 1979. — 639 с.
9. Чичинин И.С., Немирович-Данченко М.М. Решение задачи об излучении упругих волн источником, действующим на поверхности гиротропного трансверсально-изотропного полупространства // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 81—95.
10. Чичинина Т.И. Отражение — преломление в гиротропных средах // Материалы XXVIII Всесоюзной научной студенческой конференции: Геология. — Новосибирск, 1987. — С. 14—19.

В.В. БЕЗХОДАРНОВ, Ю.П. СТЕФАНОВ

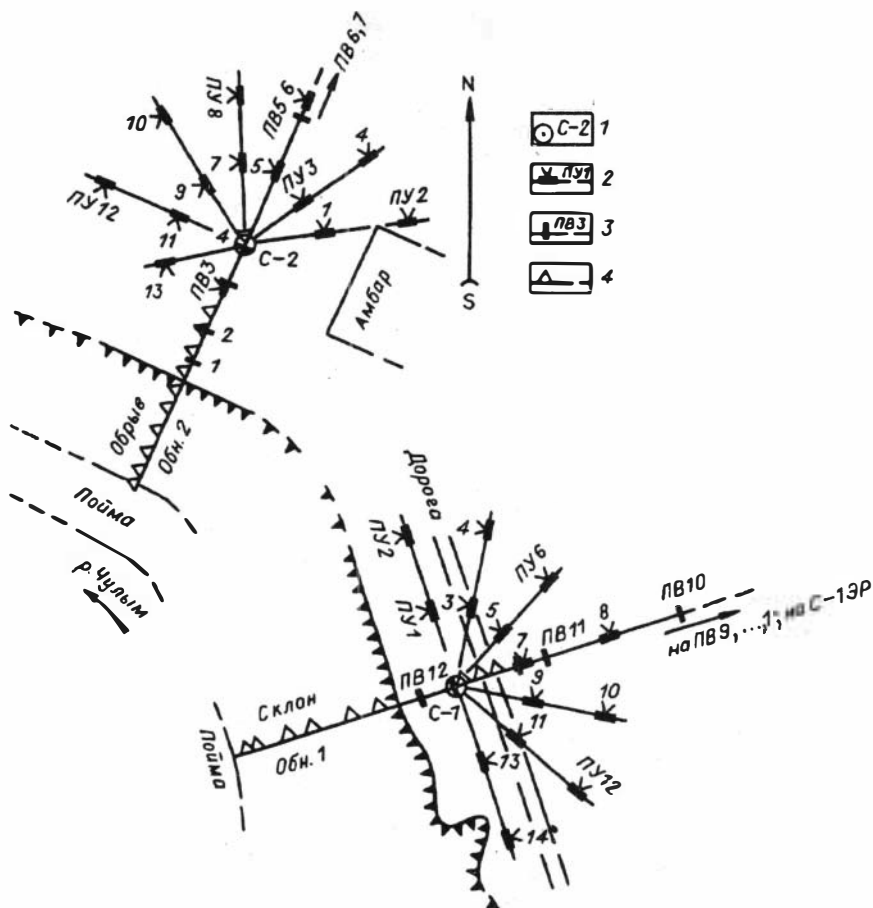
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ ПОПЕРЕЧНЫХ И ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНЫХ ОТЛОЖЕНИЯХ ЗМС

В статье приводятся результаты исследований, выполненных на основе экспериментов, проводившихся на полигоне Томского отделения Института геофизики СО РАН в д. Альмяково Первомайского района Томской области в 1990 г. Цель работ состояла в установлении закономерностей проявления аномальной поляризации поперечных волн в зависимости от строения зоны малых скоростей (ЗМС), т.е. от характера и степени литолого-физической неоднородности слагающих ее пород. В задачу исследований входило также рассмотрение получаемых характеристик поляризации с точки зрения гиротропной модели среды, предложенной И.Р. Оболенцевой в работах [5,6].

ХАРАКТЕРИСТИКА НЕОДНОРОДНОСТИ СТРОЕНИЯ ИССЛЕДУМОЙ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

Геолого-географическая характеристика района и участка полевых экспериментов в основных чертах приведена в работе [1]. На данном этапе детализированы отдельные черты строения ЗМС и расширены пространственные рамки исследований. Так, были детально изучены обнажения правого обрывистого берега р. Чулым у базы полигона в самой д. Альмяково (рис. 1, 2). На коренном берегу вблизи обнажений было пробурено шнековым способом по одной скважине диаметром 146 мм без обсадки, в которые затем были помещены на разные глубины и засыпаны трехкомпонентные группы сейсмоприсмников (см. рис. 2).

Отмечается общее сходство литологического строения разреза на обоих участках до максимальной глубины бурения 17 м. На участке наблюдений в деревне коренной берег имеет большие крутизну, высоту и степень обнаженности. Визуально наблюдаемые здесь с



Р и с. 1. Планы размещения пунктов возбуждения и наблюдения на двух экспериментальных участках.

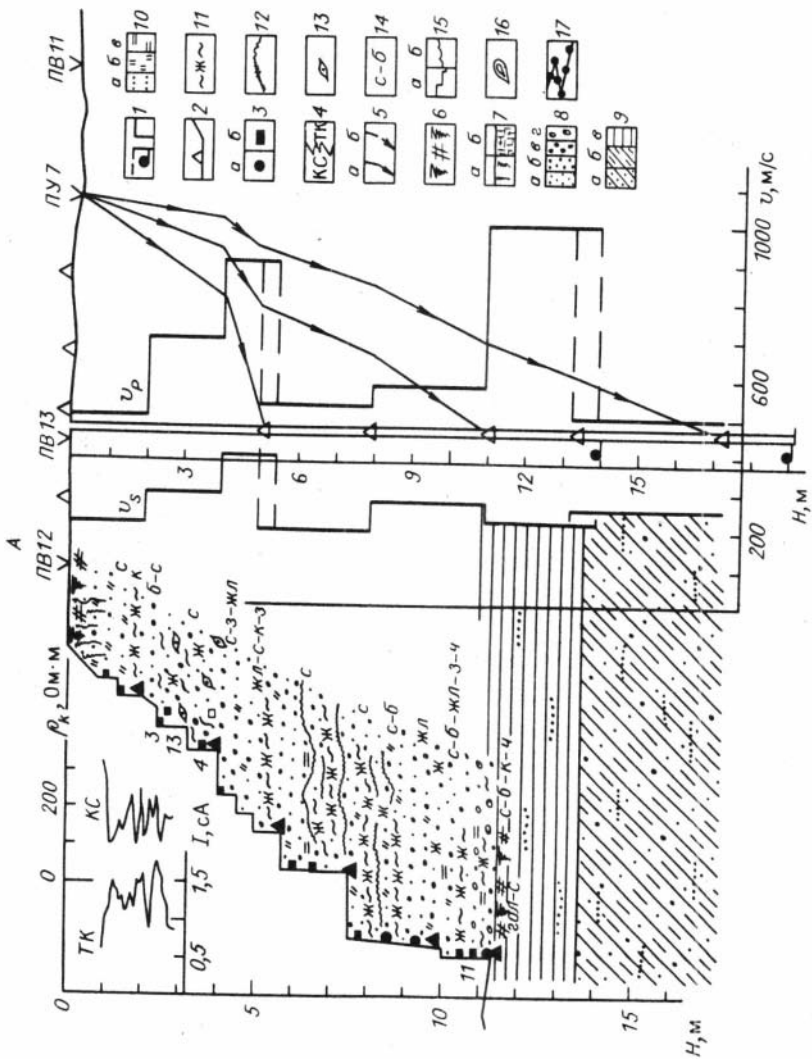
1 — наблюдательная скважина и ее номер; 2, 3 — пункты возбуждения упругих волн при скважинах (2) и наземных (поверхностных) (3) наблюдениях; 4 — пункты наземных наблюдений трехкомпонентными азимутальными датчиками Ц-10Т. Расстояние между С-1 и экспериментальной скважиной 1989 г. С-13Р [7] примерно 95 м. Ориентация север — юг дана по магнитным полюсам.

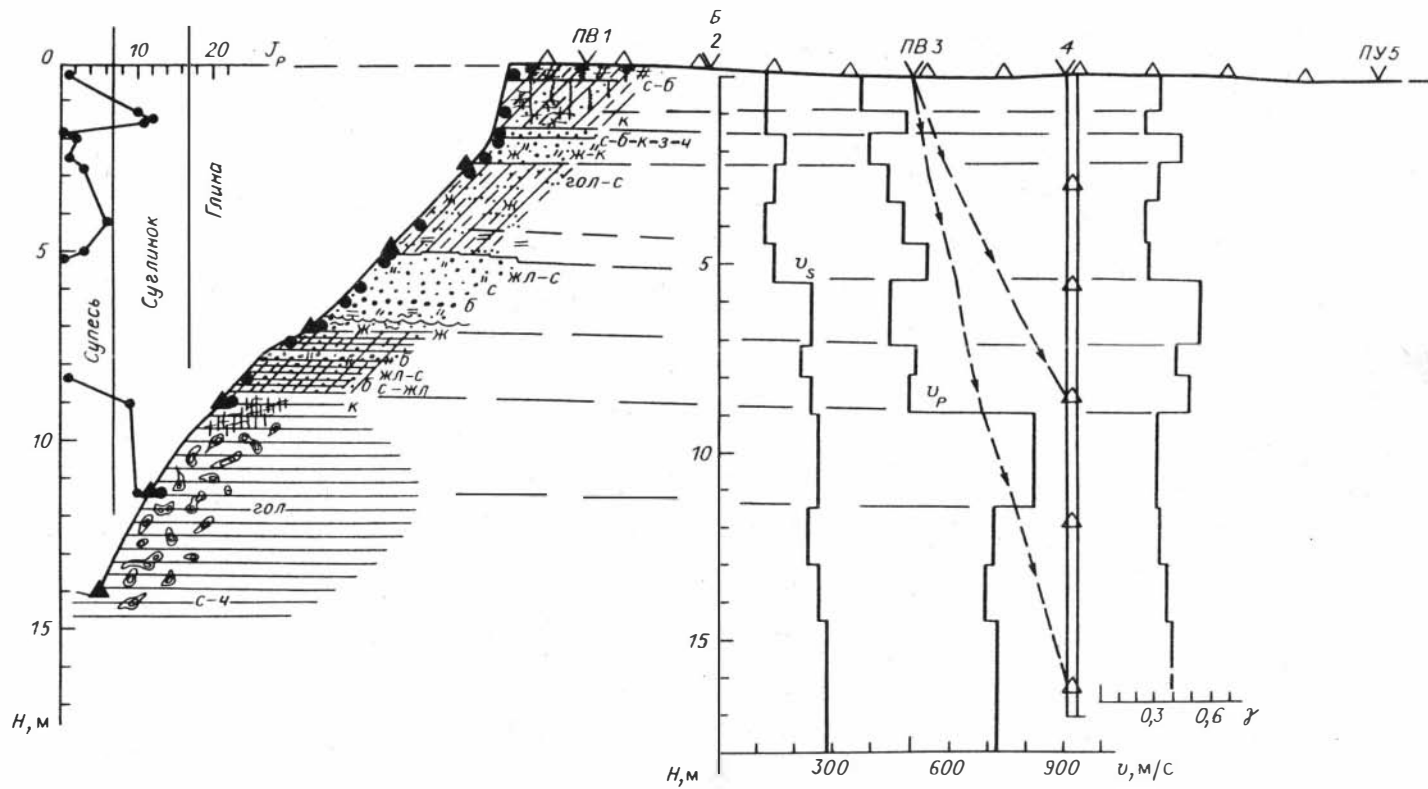
глубины 9 м глинистые образования дают пример очень сильной локальной литологической неоднородности пород ЗМС; Н.А. Макаренко описал их следующим образом (устное сообщение): «...Резкий контакт с “древней” палеогеновой (?) шоколадного цвета глиной с плитчатой отдельностью (почти вертикальной с толщиной “плиток” 5—10 мм). Отмечается интенсивная ожелезненность причудливых форм, часто не только горизонтальной, но и диагональной вплоть до вертикальной направленности; отдельные зоны и зонки лимонитизации линзовидные и концентрические. Эта глинистая масса содержит “ядра” (псевдоконкреции) песков, облекаемых пленками лимонита. Местами такая хаотическая слоистость создает впечат-

ление о “нептунических” дайках, линзах, “втеках”, “воронках” песчано-глинистого материала».

Возможно, эти глины являются переотложенными подпрудно-ледниковыми отложениями. Размеры неоднородностей в них по какому-либо направлению составляют от единиц миллиметров до 1 м и более. Наиболее крупные неоднородности образовались, по-видимому, как перемещенные ледником глыбы, впоследствии оттаявшие на месте переотложения. Закономерностей в пространственном размещении этих неоднородностей не наблюдается.

Столь неоднородная часть разреза в сейсмоакустическом отношении представляет собой мутную среду, насыщенную объектами дифракции и других видов рассеяния энергии упругих волн. Наиболее мелкие из наблюдаемых неоднородностей, вероятно, могут обус-





Р и с. 2. Геолого-геофизические разрезы на участках обнажений 1 (А) и 2 (Б).

1 — скважина с указанием места отбора из нее пробы грунта; 2 — трехкомпонентные датчики; 3 — места отбора образцов грунта (*а* — нарушенной, *б* — ненарушенной структуры (монолитов)) и их номера; 4 — кривые токового каротажа (ТК) и каротажа кажущегося сопротивления (КС); 5 — лучи прямых S - (*а*) и P -волн (*б*); 6 — почвенный слой (в том числе погребенные почвы); 7 — вертикальная трещиноватость (*а*) и плитчатая отдельность (*б*); 8 — песок (*а* — мелкий, *б* — средний, *в* — крупный, *г* — гравелистый); 9 — глинистые грунты (*а* — супесь, *б* — суглинок, *в* — глина); 10 — примеси, главным образом в виде прослоек (*а* — песок, *б* — суглинок, *в* — глина); 11 — ожелезнение (лимонитизация) в виде прослоек, прожилков, пятен; 12 — продукты карбонатизации в виде прожилков, прослоек, вкраплений; 13 — прослой песка с линзовидно-косослоистой текстурой; 14 — цвета и оттенки пород (*с* — серый, *б* — бежевый, *ж* — желтый, *к* — коричневый (бурый, шоколадный), *гол* — голубой, *з* — зеленый, *ч* — черный); 15 — границы неправильных форм между слоями и прослоями (*а* — ступенчатая, *б* — “рябь течения”); 16 — беспорядочные лимонитизированные включения песчано-глинистого материала в виде псевдоконкреций и других причудливых форм; 17 — график числа пластичности (показателя литологического вида рыхлого грунта) по данным анализа образцов грунта из обнажения. Графики скоростей продольных (v_p) и поперечных (v_s) волн даны как осредненные по результатам наблюдений в скважине и на обнажении от различных пунктов возбуждения (см. рис. 1).

ловливать в какой-то мере “пространственную дисперсию” (см. [6]) среды в отношении ее упругих свойств.

Что касается лежащих выше рыхлых четвертичных отложений, то отмечавшаяся ранее [1] значительная неоднородность их строения подтверждается и конкретизируется результатами обследования обнажения 2 (см. рис. 2, Б).

Рисунки, к сожалению, не в состоянии передать все разнообразие визуально наблюдаемых в обнажениях неоднородностей и микронеднородностей, являющихся источниками рассеяния энергии упругих волн в различных частотных диапазонах. Это — границы раздела слоев с различным направлением слоистости и микрослоистости в них, выклинивания слоев и прослоев, неплоские границы, в том числе у которых акустическая “шероховатость” обусловлена гребневидной волнистостью, параметры которой (высота гребней и расстояние между ними) часто изменяются в плане в 2—3 раза на расстояниях, соизмеримых с длинами волн от ударных источников. Некоторые слои и прослои содержат зоны лимонитизации в виде пленок, прослоек, зерен и пятен, насыщенность которыми слоев существенно изменяется без видимых закономерностей.

Литолого-физическая неоднородность самой верхней части ЗМС по вертикали иллюстрируется кривыми электрического “каротажа” (см. рис. 2, А), выполнявшегося прижимным “башмаком” с точечными электродами по стенке обнажения 1 в модификации токового каротажа и каротажа кажущегося сопротивления микрозондом А0,08М0,04N.

Для изучения строения грунтов на микроуровне на обнажении 1 были отобраны образцы ненарушенной структуры (монолиты) в глубине обрыва с 0,3—2 м по нормали к поверхности склона (см. рис. 2, А). Перед отбором на монолиты наносились метки ориентации их в естественном залегании. Для сохранения природного состояния каждый монолит парафинировался сверху в 4—5 слоев. Шесть монолитов со значительным содержанием в них песчаной фракции — главным образом зерен кварца четырех морфологических разновидностей, описанных в [1], — подвергались микроструктурному анализу по шлифам, приготовленным из монолитов после предварительной проварки их в канифоли. Анализ выполнен С.В. Парначевым на кафедре петрографии Томского университета.

Цель анализа состояла в определении преимущественных направлений ориентации зерен кварца (по ориентации их оптических осей, совпадающих практически с геометрической вытянутостью зерен). Зерна кварца, являясь основным микроструктурным элементом изучаемой нами рыхлой дисперсной среды, преимущественно супесчаного состава (см. [1] и рис. 2), по-видимому, могли бы в своей совокупности вносить определенный вклад в формирование таких особенностей упругих свойств основных слоев разреза, как анизотропия и гиротропия. Для этого нужно, чтобы кристаллы кварца были ориентированными.

Микроструктурный анализ показал следующее (рис. 3):

пиковые уровни преобладающих направлений оптических осей кварца (максимумы изолиний на сетке Шмидта) не превышают 5—7 %, что считается все же вполне значимым преобладанием;

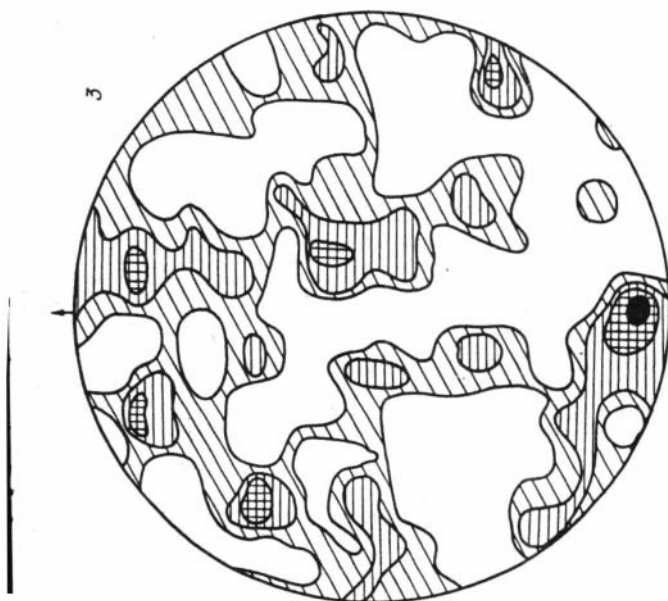
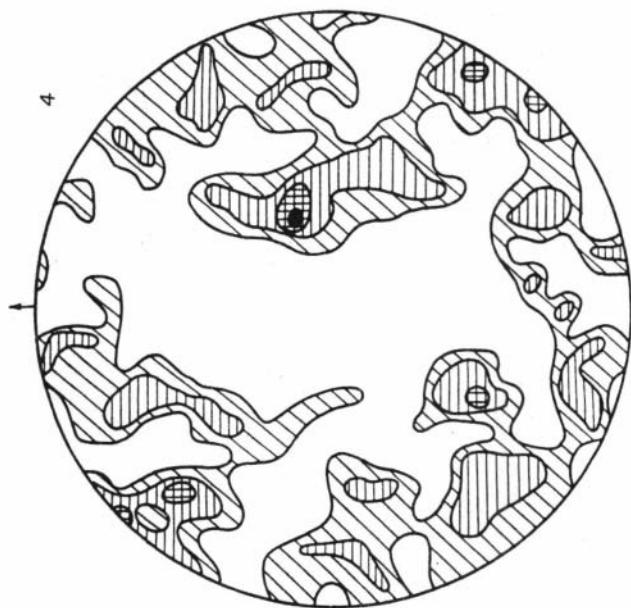
■ ориентация вытянутых зерен кварца близка к горизонтальной;

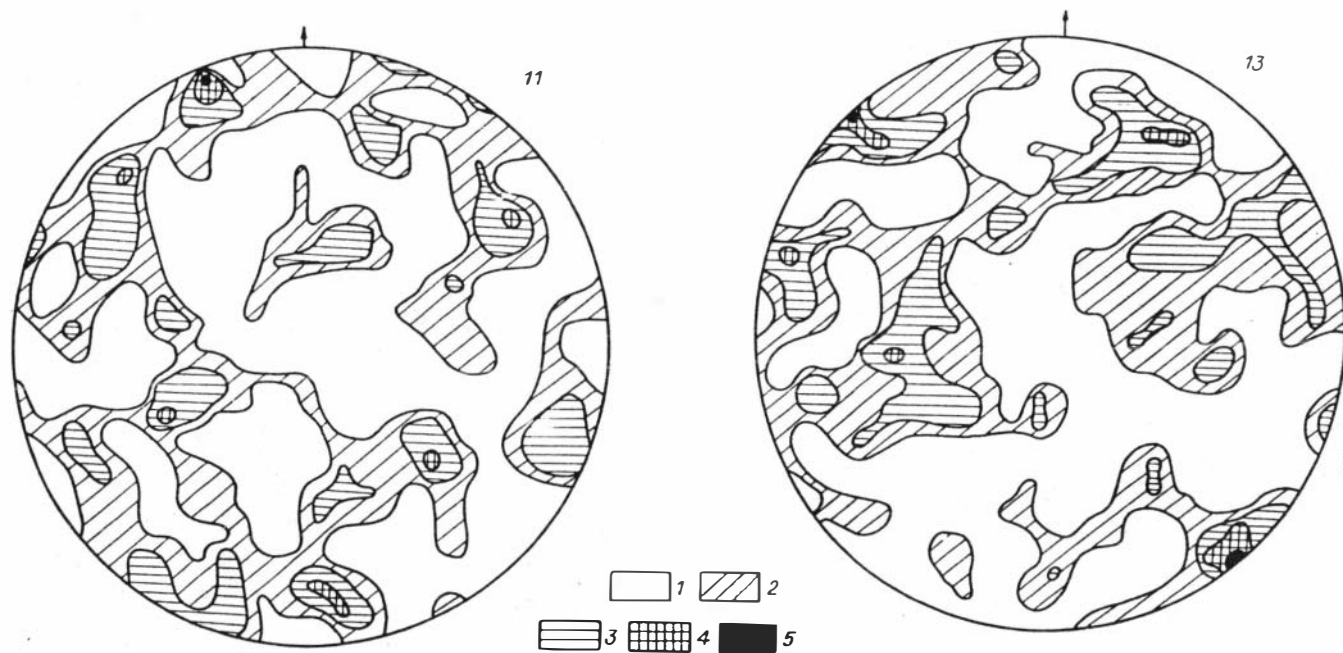
в различных слоях и прослоях, т.е. на глубинах, отличающихся иногда всего на несколько сантиметров, отмечаются различные преобладающие азимуты ориентировок зерен, что связано с частой сменой условий осадконакопления; преимущественного направления ориентации зерен в плане или закономерного ее изменения с глубиной не установлено.

Выполненный анализ — далеко не исчерпывающий, и микроструктурные исследования будут продолжены. Требуется выяснить, какой модификации (левой или правой, или же обеим) принадлежит кварц, основной пороодообразующий минерал изучаемых отложений, и имеет ли место оптическая активность, т.е. вращение плоскости поляризации света. При ее наличии более вероятным может быть появление акустической активности.

Таким образом, совокупность всех имеющихся сведений о разномасштабных литолого-физических неоднородностях пород (грунтов) на участке наших экспериментов позволяет уточнить ранее сделанные оценки средних интервалов пространственной неоднородности [1], т.е. преобладающих расстояний по горизонтали ($l_{нг}$) и по вертикали ($l_{нв}$), на которых существенно (более чем на 30 %) изменяются показатели упругих свойств пород. Эти расстояния могут составлять: в плане $l_{нг} < 10$ м, в разрезе (по глубине) $l_{нв} < 1$ м. Отметим, что оценки эти относятся к среднемасштабным неоднородностям, соизмеримым с длинами наблюдаемых нами волн ($l_{нв} \approx \approx (0,1 - 2)\lambda$). Вообще установление масштаба неоднородностей и характерных значений $l_{нв}$ в соотношении с длинами изучаемых нами волн должно иметь очень важное значение для понимания сложных явлений аномальной поляризации упругих волн. Исследования в этом направлении будут продолжены для различных уровней неоднородности и частотных диапазонов волн.

* О характере анизотропии и гиротропии в кварце см. статью Т.И. Чичиной "Коэффициенты отражения — преломления..." в наст. сб.





Р и с. 3. Примеры распределения ориентаций оптических осей кварца (в координатах сетки Шмидта) по данным микроструктурного анализа песчаных грунтов из обнажения 1.

1–5 – увеличение концентрации направлений оптических осей согласно градации 0 (1), 1 (2), 2 (3), 4 (4), 6 % (5). Стрелка указывает направление на север (магнитный). Номера координатных кругов соответствуют номерам монолитов на рис. 2.

Все сейсмические наблюдения выполнялись при импульсном (ударном) возбуждении упругих волн на дневной поверхности и на склонах обнажений, при регистрации волновых полей трехкомпонентными группами датчиков на поверхности, в скважинах и на обнажениях 1 и 2 (см. рис. 1, 2). Почти все наблюдения проводились в ближней зоне, т.е. при расстояниях источник — датчик не более двух-трех длин волн. Основное значение придавалось наблюдению в скважинах прямых поперечных волн с заданной поляризацией, возбуждаемых с различных сторон и на разных удалениях от скважины горизонтальными ударами по $+x$ - и $-x$ -направлениям (соответственно на скважину и от нее).

Наземные наблюдения, проводившиеся в качестве вспомогательных (главным образом для оценки степени горизонтальной неоднородности грунтов по упругим свойствам), выполнены в небольшом объеме по схеме продольного профилирования с получением встречных годографов продольных и поперечных волн при равномерном шаге наблюдения 2 м, с регистрацией трех компонент смещения от Z - и Y -воздействий (соответственно вертикального и горизонтального поперек профиля).

В качестве источника поперечных волн использовались удары деревянной кувалды (~ 10 кг) по торцам деревянного бруса сечением 18×18 см² и длиной 1—1,5 м, вбиваемого горизонтально в узкую канавку на глубину ~ 20 см. У торцов бруса устраивались приямки для нанесения кувалдой горизонтальных ударов. Брус прижимался сверху грузом массой до 200 кг, максимальная подвижка его от горизонтального удара не превышала 2 см. Отметим, что применение бруса резко улучшает характеристики направленности горизонтального источника S -волн, что доказывается сравнением лент идентичности, записанных от ударов по стенке приямка и по брусу: во втором случае резко повышались синфазность и повторяемость формы импульса на проверяемых каналах.

Возбуждение продольных волн, наблюдаемых для получения более полного представления о скоростном разрезе и его изменчивости, производилось вертикальными ударами кувалды по тем же брусам.

В качестве датчиков использовались серийные сейсмоприемники: горизонтальные СГ-10, вертикальные СВ-20, а также азимутальные трехкомпонентные типа Ц-10Т, у которых оси наибольшей чувствительности всех трех компонент (одиночных сейсмоприемников внутри общего корпуса) наклонены к горизонту на $35^\circ 20'$, а в плане расставлены под углом 120° , составляя между собой прямой угол [3]. Корпус такого сейсмоприемника снабжен круглым уровнем с ценой деления 2° . Несомненное достоинство этих трехкомпонентных датчиков — идентичность конструкции и механических условий работы (гравитационных) всех трех одиночных сейсмоприемников, что обеспечивает равную достоверность оценки вертикальной и горизонтальных компонент смещений — после пересчета в систему ко-

ординат Ox, yz , где Oz — вертикальная ось, а плоскость Ozx включает источник и приемник колебаний в наших экспериментах.

Для скважинных наблюдений составлялись специальные группы датчиков, каждая из которых включала два приемника СГ-10 (x - и y -компоненты) и один СВ-20 (z -компонента), размещаемых через 5—7 см по вертикали на общем основании, замкнутой эпоксидной смолой в единый снаряд обтекаемой формы. Выводы сейсмоприемников подсоединялись внутри снаряда к многожильному кабелю, на котором снаряд и опускался на заданную глубину в скважину, непосредственно перед этим пробуренную и задокументированную. Ориентировка снаряда осуществлялась с помощью освещаемой сверху белой стрелки на верхнем его торце, т.е. с вероятной погрешностью в плане 5—7°. Каждый снаряд устанавливался индивидуально, после чего аккуратно засыпался рыхлым грунтом; во избежание поворотов он фиксировался при установке вертикальным плоским штыком, выходящим снизу из корпуса, в нижележащем рыхлом грунте.

У всех сейсмоприемников проверялись амплитудно-частотные характеристики по наблюдению собственных процессов. Каждый приемник проверялся не менее двух раз: до и после комплектования трехкомпонентных групп, каждая из которых формировалась из наиболее идентичных друг другу датчиков.

В качестве регистрирующей аппаратуры использовалась венгерская 24-канальная цифровая сейсмостанция для малоглубинных исследований ИСН-1 (инженерно-сейсмический накопитель) в режиме записи открытым каналом на магнитную пленку с шагом дискретности 0,5 мс.

Х а р а к т е р и с т и к а т о ч н о с т и н а б л ю д е н и й. Для изучения довольно тонких эффектов аномальной поляризации упругих волн необходимо применять по возможности наиболее точные измерения сейсмоакустических сигналов. Существующая серийная виброизмерительная аппаратура ([10] и др.) практически непригодна для наших целей ввиду несоответствия основных технических и эксплуатационных характеристик требованиям полевого эксперимента. Применявшиеся в наших опытах сейсмоприемники, как известно, являются индикационными, а не измерительными приборами, т.е. о метрологически кондиционных измерениях (особенно амплитуд) в наших экспериментах не может быть и речи, хотя применявшаяся нами сейсмостанция отличается повышенной точностью и идентичностью регистрирующих каналов. В этих обстоятельствах нет смысла в высокоточных определениях геометрических параметров наших схем (систем наблюдения). Глубина и расстояние источник — датчик оценивались в наших экспериментах с относительной погрешностью 2—4 %. Ориентировка датчиков и источников (брусев) производилась на глаз, т.е. с вероятной погрешностью 3—5°. Общая относительная погрешность регистрации (среднее квадратическое отклонение амплитуд на интересующих нас временах повторных сейсмотрасс) при этом не превышала 6 %,

составляя в среднем 3—4 %; она оценивалась по результатам повторных записей после переустановки отдельных групп датчиков на тех же самых пикетах тремя участниками экспериментов. Для датчиков Ц-10Т соответствующие погрешности примерно в 1,4 раза ниже, что объясняется, в частности, более точной установкой этих датчиков в горизонтальной плоскости (по уровню). Ожидаемые эффекты аномальной поляризации в гиротропных средах могут не превышать указанный уровень погрешностей измерений. В этих условиях важное средство достижения приемлемой достоверности результатов — статистический подход к их получению, т.е. большое количество (массовость) основных и повторных наблюдений, к чему мы и стремились по мере возможности.

ОБРАБОТКА НАБЛЮДЕНИЙ, ХАРАКТЕРИСТИКА ВОЛНОВОЙ КАРТИНЫ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Первичные полевые записи без искажений были перезаписаны на стандартную магнитную ленту для ЭВМ. Дальнейшая обработка производилась с помощью специального комплекса программ, обеспечивающих сортировку, отбраковку сейсмозаписей, визуализацию их в различных видах, пересчет записей из одной системы координат в другую, спектральный анализ, кинематические расчеты лучей и прочие вычисления, в том числе характеристик поляризации и гирации по формулам из работ [6,7].

Приведем здесь основные формулы, применявшиеся для вычисления следующих величин:

отношение полуосей эллипса поляризации

$$\frac{B}{A} = \left[\frac{1 + r^2 - [(1 + r^2)^2 - 4r^2 \sin^2 \delta]^{1/2}}{1 + r^2 + [(1 + r^2)^2 - 4r^2 \sin^2 \delta]^{1/2}} \right]^{1/2}, \quad (1)$$

где $r(\omega) = |S_2(\omega)| / |S_1(\omega)|$; $\delta(\omega) = \arg S_2(\omega) - \arg S_1(\omega)$; S_2 и S_1 — спектры побочной и основной компонент соответственно;

угол наклона κ большой оси эллипса к направлению исходной поляризации волны в источнике определялся в пределах от -90° до $+90^\circ$ выражениями

$$\sin 2\kappa = \frac{2r \cos \delta}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + 4r^2 \cos^2 \delta}}, \quad \cos 2\kappa = \frac{1 - r^2}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + 4r^2 \cos^2 \delta}}; \quad (2)$$

скорости двух расходящихся поперечных волн

$$V_{1,2} = V_0 \pm a - ib, \quad (3)$$

где V_0 — скорость в среде без гиротропии, приближенно определяемая как среднее между оценками скорости поперечной волны по записям на x - и y -компонентах; a — чисто гиротропная добавка к

скорости; b — добавка (всегда вычитаемая) за счет затухания волн; i — мнимая единица;

$$\begin{aligned} a &= (V_0^2 - b^2 - Mb)^{1/2}, \\ b &= [(M^2 + 4V_0^2P)^{1/2} - M]/(2P), \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} M &= 4\kappa V_0/L, \quad L = \ln \frac{1+B/A}{1-B/A}, \\ P &= 1 + [(M^2 + 4V_0^2)L/(4\omega h V_0)]^2, \end{aligned}$$

ω — круговая частота (определяемая из спектрального анализа, см. ниже); h — глубина датчика при наблюдениях на вертикали; логарифмические декременты поглощения для двух волн

$$\theta_{1,2} = \omega b_{1,2} \lambda_{1,2} = \omega \lambda_{1,2} \operatorname{Im} V_{1,2} / |V_{1,2}|^2, \quad (5)$$

где $\operatorname{Im} V_1 = \operatorname{Im} V_2 = b$; $|V_1|^2 = (V_0 + a^2) + b^2$, $|V_2|^2 = (V_0 - a^2) + b^2$, $\lambda_{1,2} = 2\pi V_{1,2}/\omega$ — длины двух поперечных волн;

значения материальной константы Q/ρ , где $Q = Q_3$ — компонента вектора акустической гирации; ρ — плотность (отношение $Q/\rho = D = \pm(V_{1,2}^2 - V_0^2)$ есть гиротропная добавка к скорости в негиротропной среде), определялись нами по формуле

$$Q/\rho = 2V_0 + a^2, \quad (6)$$

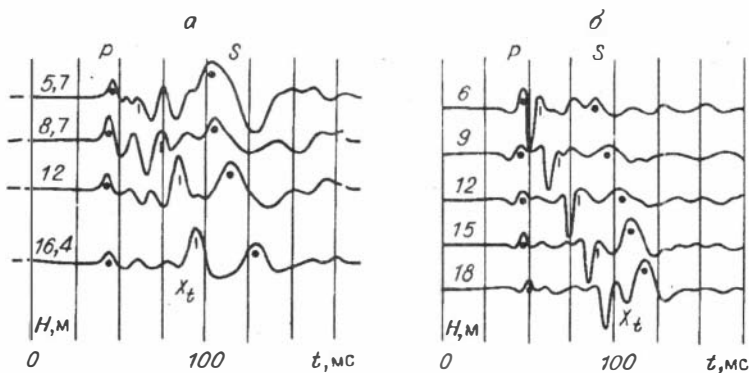
тогда как в работе [7] вторым слагаемым пренебрегалось ввиду малости a ;

удельное вращение плоскости поляризации

$$\alpha = \frac{\pi}{\lambda} \frac{D}{V_0^2} = \frac{\pi(V_1 - V_2)}{\lambda V_0}, \quad (7)$$

где λ — длина S -волны, регистрируемой на основной компоненте.

Отмечавшаяся выше сложность строения ЗМС на экспериментальном участке обусловила и сложный интерференционный характер регистрируемой волновой картины. Наиболее нас интересующей (полезной) волной является прямая поперечная (S) волна, регистрируемая в скважинах и на обнажениях от наземных X -или Y -источников. Прямая продольная (P) волна вступает примерно в 2 раза раньше и имеет в 2—3 раза бóльшую, чем у S -волны, частоту. Практически постоянно регистрировалась и отмечавшаяся в работе [7] волна непонятного происхождения, непосредственно предшествующая полезной поперечной волне (рис. 4, а). Частота этой волны (40—50 Гц) имеет промежуточное значение между частотами P - и S -волн, а время ее вступления приходится на начало прямой S -волны. Была предпринята попытка диагностировать эту волну, для чего было рассчитано полное волновое поле для модели среды со скоростными зависимостями $U_p(z)$ и $U_s(z)$, обобщенными для всего района полигона [1] и уточненными в ходе настоящих исследований. Плотности для соответствующих видов грунтов принимались норматив-



Р и с. 4. Сейсмограмма (x -компонента), зарегистрированная в скв. С-2 при X -ударе на ПУ4 (а), и соответствующая ей теоретическая сейсмограмма, рассчитанная по обобщенной модели среды (б).

ными, регионально обоснованными опытом инженерно-геологических исследований. Расчеты были выполнены В.Ю. Гречкой по составленной им программе, реализующей матричный метод. Теоретическая сейсмограмма (см. рис. 4, б) хорошо согласуется с экспериментальными. Волну, занимающую промежуточное между P - и S -волнами положение, не удастся достаточно хорошо объяснить ни одной лучевой схемой. По-видимому, она представляет собой результат многократного отражения на границах тонких слоев и рассеяния на неоднородностях. Судя по характеристикам этой волны, значительную роль в ее образовании должны играть рассеянные волны типа PS и SP .

Волновая картина, наблюдаемая в наших экспериментах, осложнена также интерференцией прямых S - и P -волн с волнами других кинематических типов. Не менее сложные волновые картины наблюдаются и при регистрации колебаний на дневной поверхности по продольным профилям.

В итоге нет гарантии в том, что мы наблюдаем интересующую нас поперечную волну в чистом виде хотя бы на протяжении полупериода. Особенно неуверенным становится выделение побочной компоненты S -волны. Поэтому для оценки отношения амплитуд и сдвига фаз основной и побочной компонент поперечной волны мы использовали, как правило, не сами сеймотрассы, а их спектральные представления, получаемые с помощью быстрого преобразования Фурье (рис. 5), т.е. применялась методика, апробированная в работе [7], но отличающаяся более тщательным выравниванием трасс, записанных от встречных ударов, перед их вычитанием для получения наиболее очищенной от вертикальных составляющих записи S -волны. Кроме того, концы анализируемых интервалов сеймотрасс сглаживались таким образом, чтобы избежать ложных высокочастотных составляющих [9].

Спектральный анализ явился также основным инструментом для разделения волн в наблюдаемых нами сложных волновых картинах.

В отдельных случаях после вычитания трасс, зарегистрированных от встречных ударов, удавалось получать на разностных трассах как для основной, так и для побочной компонент довольно чистую поперечную волну на протяжении около периода. В этих случаях оценка параметров поляризации поперечной волны производилась не только по спектрам трасс, но и по отношению измеренных амплитуд и по сдвигу фаз основной и побочной компонент S -волны на самих разностных трассах:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= A_{\text{поб}}/A_{\text{осн}}, \Delta t = \\ &= t_{\text{поб}} - t_{\text{осн}}.\end{aligned}\quad (8)$$

Разница при обоих способах оценки в среднем не превышала в абсолютном и относительном выражении: для отношения полуосей эллипсов поляризации $B/A - 0,02$ (19 %), для угла наклона большой оси эллипса $\kappa - 1^\circ$ (10 %). Для каждого из параметров сравнивалось 17 пар определений.

В условиях столь сложной волновой картины следует выяснить кинематику хотя бы основных наблюдаемых волн, в частности, оценить углы наклона лучей прямых волн на подходе их к датчикам, что необходимо для оценки поляризации волн, регистрируемых не на вертикали. Для поперечных волн эту задачу надежно решить не удастся ввиду интерференции их с другими волнами.

Определение направлений лучей. Для изучения поляризации волн и ее зависимости от направления распространения нужно знать ход лучей из источников, расположенных на полуокружностях вблизи скважин. Для обработки пригодны только те наблюдения, кото-

рым соответствуют лучи прямых волн, т.е. приходящих в точки наблюдения сверху. Кроме того, важно знать угол подхода лучей к датчику, чтобы наблюдаемое на x -компоненте смещение пересчитать на перпендикулярное к лучу направление основной компоненты в вертикальной плоскости. Для построения лучей мы использовали скоростные зависимости $v_p(z)$ и $v_s(z)$, определенные по временам вступлений, относящимся заведомо к прямым волнам, наблюдаемым на вертикали или при малых удалениях источника от скважины. Кро-



Р и с. 5. Пример оценки параметров поляризации поперечной волны по спектрам сейсмотрасс, записанных на глубине 16,4 м в скв. С-2 от Х-источника на ПУ4 (см. рис. 1) (а — разностные сейсмотрассы основной (R_x) и побочной (R_y) компонент, б — их спектры, в, г — параметры поляризации $B/A(f)$, $\kappa(f)$, рассчитанные по формулам (1), (2)).

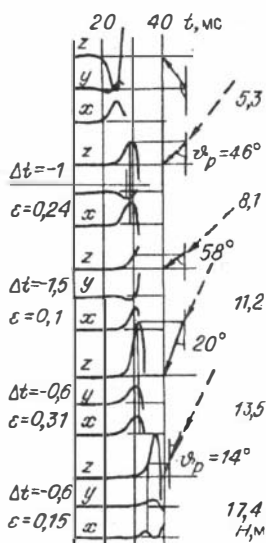
ме того, направления лучей на подходе к датчикам определялись по соотношению амплитуд U_x/U_z продольных волн. Это отношение характеризует угол подхода P -волны в вертикальной плоскости в предположении, что среда изотропна и если пренебречь азимутальными отклонениями лучей от направления источника — датчик, т.е. наблюдаемой y -составляющей смещения. Использование продольных волн связано с тем, что они наблюдаются в первых вступлениях и это обеспечивает хорошую точность определения времен и амплитуд. Для S -волн картина подхода лучей качественно должна быть такой же, так как зависимости $v_s(z)$ и $v_p(z)$ довольно похожи, что подтверждается, в частности, корреляционным анализом (см. разд. “Анализ...”).

Препятствием для оценок углов подхода по соотношениям U_x/U_z служит несоизмеримость наблюдаемых амплитуд вертикальных и горизонтальных колебаний (см. разд. “Методика...”). Однако на основе многочисленных сопоставительных наблюдений некоторыми скважинными группами совместно с азимутальными трехкомпонентными датчиками типа Ц-10Т на обнажениях, а также на устьях скважин, где устанавливалось по одному датчику Ц-10Т и по две тройки x -, y -, z -сейсмоприемников типа СГ-10 и СВ-20, удалось вывести коэффициенты перевода x -, y -, z -компонент, наблюдаемых СВ- и СГ-приемниками, в соответствующие “истинные” амплитуды, в качестве которых принимались рассчитанные по “эталонным” датчикам типа Ц-10Т амплитуды. Всего в сопоставительных наблюдениях участвовало шесть троек обычных (СВ и СГ) и пять сейсмоприемников Ц-10Т.

Технологию графической оценки углов подхода первой волны к скважинным датчикам в вертикальной плоскости (Oxz) поясняет рис. 6. Можно утверждать, что для скважины у обнажения 1 при возбуждении из пунктов удара, расположенных на ближней полуокружности со средним расстоянием от устья скважины $\bar{R}_1 \approx 7,5$ м (см. рис. 1) до глубины 6 м, в первых вступлениях регистрируется подходящая снизу рефрагированная продольная волна, и только ниже ее обгоняет падающая сверху прямая P -волна. Для большого же полукруга пунктов удара ($\bar{R}_2 \approx 15$ м) лишь ниже 10—12 м в скважине первыми приходят прямые P -волны, а выше их обгоняют подходящие снизу рефрагированные и преломленные волны. Такая же в целом картина наблюдается и на скважине у обнажения 2 (см. рис. 2, Б).

Похожая картина изменения углов подхода лучей P -волны в вертикальной плоскости в зависимости от глубины и расстояния от источника имеет место при наблюдениях датчиками Ц-10Т на склонах обнажений 1 и 2. Несмотря на лучшую (в метрологическом отношении) обеспеченность наблюдений на склонах, следует ожидать меньшую, чем при скважинных наблюдениях, достоверность этих оценок ввиду сложности учета явления конверсии для всего диапазона углов выхода луча на поверхность обнажений и из-за сильной неоднородности этой поверхности. Совместное рассмотрение наблюдений в скважинах и на склонах обнажений в сочетании с расчетами лучей по имеющимся скоростным колонкам даст качест-

Р и с. 6. Пример графической оценки углов подхода ($\operatorname{tg} v_p = U_x/U_z$) и параметров поляризации ϵ и Δt прямой продольной волны, наблюдаемой в скв. С-1 от Z-воздействия на ПУЗ (см. рис. 1). Штрихами показаны направления подхода лучей, рассчитанных по обобщенной зависимости $v_p(z)$.



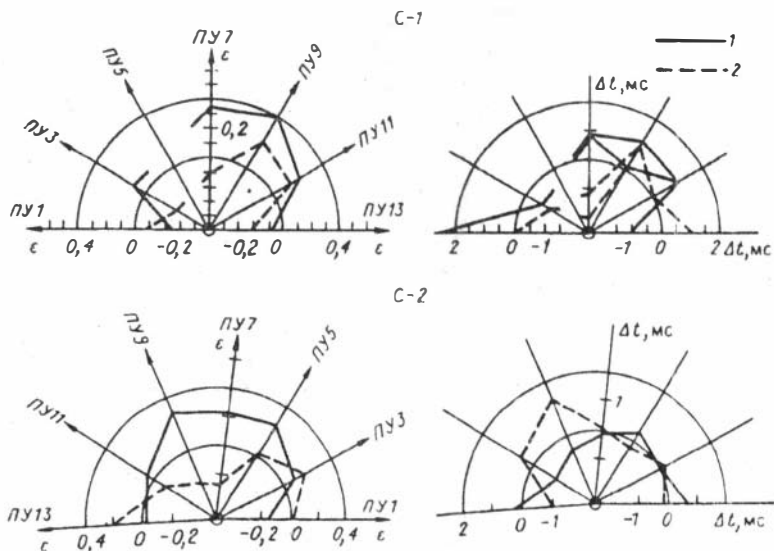
венно цельную картину хода лучей продольных волн. Похожими траекториями лучей должны обладать, как мы уже отмечали, и поперечные волны.

Выделение из всех лучей тех, которые подходят к точкам наблюдения сверху, хотя и дает возможность изучать поляризацию волн для фиксированных направлений, но не спасает от интерференции с волнами, вступающими вслед за прямой волной (рефрагированными, головными, преломленными и рассеянными на неоднородностях), причем интерференция начинается через полпериода — период колебаний прямой волны. Это существенно осложняет анализ полученных материалов и ухудшает результаты оценки параметров поляризации, особенно для поперечных волн.

Достоверность оценок в целом несколько выше для более глубоких пунктов наблюдения ввиду лучшей разделенности волн во времени. От оценок поляризационных показателей волн, зарегистрированных датчиками на глубинах менее 5—6 м на наклонных лучах от источников ближнего полукруга (ПУ 1, 3, ..., 13 (см. рис. 1)), пришлось вообще отказаться ввиду примерно одновременного прихода прямой волны сверху и рефрагированной снизу. По той же причине из окончательного анализа пришлось исключить поляризационные характеристики волн, возбуждаемых на дальней полукружности источников (ПУ 2, 4, ..., 12 (см. рис. 1)) и наблюдаемых в скважинах на глубинах менее 10—12 м.

Характеристика наблюдаемой поляризации Р-и S-волн. Продольные волны. Для продольных волн в качестве параметров, характеризующих их поляризацию, точнее “аномальные” черты поляризации, определялись $\epsilon = U_y/\sqrt{U_z^2 + U_x^2} = U_y/U_r$ и $\Delta t = t_y - t_z$ в локальных системах координат x, y, z , оси x которых горизонтальны и имеют азимуты соответствующих направлений источник — приемник (см. рис. 7). Таким образом, величины ϵ характеризуют выход смещений из вертикальных плоскостей zx , а разность времен компонент Δt — фазовый сдвиг между побочной y и основной z компонентами. Некоторые характерные результаты определения параметров ϵ и Δt изображены на рис. 7.

Значения ϵ минимальны вдоль береговой линии и максимальны (до 0,3—0,4) в перпендикулярных к ней направлениях для наблюдений на наибольшей глубине (см. рис. 7). Для меньшей глубины характерны положительные значения $\epsilon \approx 0,1$ для одного направ-

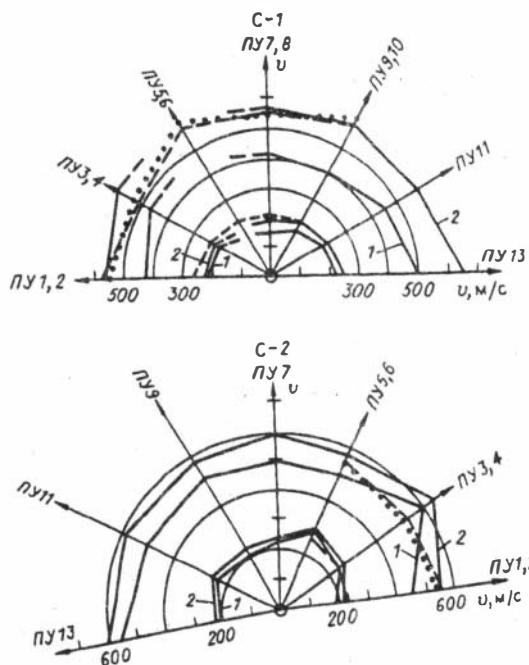


Р и с. 7. Параметры поляризации ϵ и Δt продольных волн, зарегистрированных от Z-источников на их ближней полуокружности ($R_1 = 7,5$ м, см. рис. 1) в скв. С-1 — на глубинах 17,4 (1) и 8,05 м (2), в скв. С-2 — на глубинах 16,4 м (1) и 8,65 м (2).

ления, под углом к линии берега, и отрицательные значения ϵ до $-0,2$ в перпендикулярном ему направлении. Картина изменения ϵ сходна для обеих скважин. Значения Δt в среднем варьируют от $-1,5$ до $+1,5$ мс, т.е. достигают 10—15 % периода P -волн; картина их азимутального изменения неодинакова для скважин 1 и 2.

Попробуем выяснить, не связано ли наличие у-компонент смещений P -волны, т.е. значений $\epsilon \neq 0$, с латеральным изменением скорости v_p , ведущим к отклонению луча, а следовательно, и смещения U_p от плоскости zx . Для этого сопоставим распределение значений ϵ по азимутам (см. рис. 7) с азимутальными изменениями скорости v_p (рис. 8). Значения v_p , как следует из рис. 8, изменяются в функции азимута по-разному для скважин 1 и 2: в среднем эти зависимости обратны. Искомая связь между азимутальными изменениями ϵ и v_p не видна, хотя надо не забывать, что взяты средние скорости v_p , измеренные по лучам, т.е. на базе двух—четырех длин волн. Возможно, что поляризация P -волн, наблюдаемых в скважинах, зависит от латерального изменения скорости v_p в окрестности точек наблюдения. Если же таких, видимых, существенных изменений v_p нет (для ответа на этот вопрос нужны более детальные измерения), то тогда возможно объяснение наличия подобных у-компонент P -волны за счет гиротропии, т.е. микросоднородности среды.

При таких довольно больших значениях ϵ скорость V_p и поляризация $A^{(p)}$ в гиротропной среде должны описываться не приближенными формулами (см. [5,6])



Р и с. 8. Графики азимутальной изменчивости средних скоростей $\bar{v}_P$ и $\bar{v}_S$ прямых P - и S -волн, зарегистрированных от источников на их ближайшей полуокружности ($\bar{R}_1 = 7,5$ м, см. рис. 1) в скв. С-1 — на глубинах 8,05 м (1) и 17,4 м (2), в скв. С-2 — на глубинах 8,65 м (1) и 16,4 м (2). Для дальней полуокружности источников ($\bar{R}_2 = 15,5$ м) показаны графики $\bar{v}_P$ и $\bar{v}_S$ для глубин 17,4 м в скв. С-1 и 16,4 м в скв. С-2 (штриховые линии), $\bar{v}_P$ для глубин 13,5 м в скв. С-1 и 12 м в скв. С-2 (пунктир).

$$V_P^2 \approx V_{OP}^2, A^{(P)} \approx A_0^{(P)}, \quad (9)$$

где V_{OP} — скорость, а $A_0^{(P)}$ — вектор поляризации P -волны в среде без гирации, а подными выражениями

$$V_P^2 \approx V_{OP}^2 + \frac{D_1^2}{V_{OP}^2 - V_{OS2}^2} + \frac{D_2^2}{V_{OP}^2 - V_{OS1}^2},$$

$$A_P \approx A_0^{(P)} + i \frac{D_1}{V_{OP}^2 - V_{OS2}^2} A_0^{(S2)} - i \frac{D_2}{V_{OP}^2 - V_{OS1}^2} A_0^{(S1)}, \quad (10)$$

в которые входят значения V_{OS1} , V_{OS2} скоростей S -волн двух типов, распространяющихся в анизотропных негиротропных средах, и компоненты D_1 , D_2 приведенного аксиального вектора акустической гирации $D = Q\rho^{-1}(\rho$ — плотность); i — мнимая единица.

Разложение вектора смещений A_P выполнено по ортам ортогональной системы векторов поляризации трех типов волн (P , S_1 , S_2) в анизотропной среде, отвечающих заданному направлению волновой нормали (приближенно и луча, так как для осадочных отложений в большинстве случаев анизотропия достаточно мала для того, чтобы считать такое приближение приемлемым). В трансверсально-изотропной среде волны S_1 , S_2 являются волнами с поляризацией SV (в плоскости zx) и SH (по y). Наличие y -компоненты у P -волны говорит о том, что компоненты D_2 (при соответствии $S_2 \rightarrow SH$, $S_1 \rightarrow SV$) либо D_1 (если $S_1 \rightarrow SH$, $S_2 \rightarrow SV$) вектора D не малы.

Они в нашем эксперименте, при объяснении его в рамках гиротропной модели, соизмеримы с компонентой D_3 , определяющей "аномальную" поляризацию волн S_1, S_2 (SV, SH) в гиротропной среде. Для S -волн формулы, по уровню приближения аналогичные формулам (10), имеют вид [5, 6]

$$\begin{aligned} V_{S1}^2 &\approx V_{0S1}^2 - \frac{D_3^2}{V_{0S2}^2 - V_{0S1}^2} - \frac{D_2^2}{V_{0P}^2 - V_{0S1}^2}, \\ V_{S2}^2 &\approx V_{0S2}^2 + \frac{D_3^2}{V_{0S2}^2 - V_{0S1}^2} - \frac{D_1^2}{V_{0P}^2 - V_{0S2}^2}, \\ A^{(S1)} &\approx A_0^{(S1)} + i \frac{D_3}{V_{0S2}^2 - V_{0S1}^2} A_0^{(S2)} - i \frac{D_2}{V_{0P}^2 - V_{0S1}^2} A_0^{(P)}, \\ A^{(S2)} &\approx A_0^{(S2)} + i \frac{D_3}{V_{0S2}^2 - V_{0S1}^2} A_0^{(S1)} + i \frac{D_1}{V_{0P}^2 - V_{0S2}^2} A_0^{(P)}. \end{aligned} \quad (11)$$

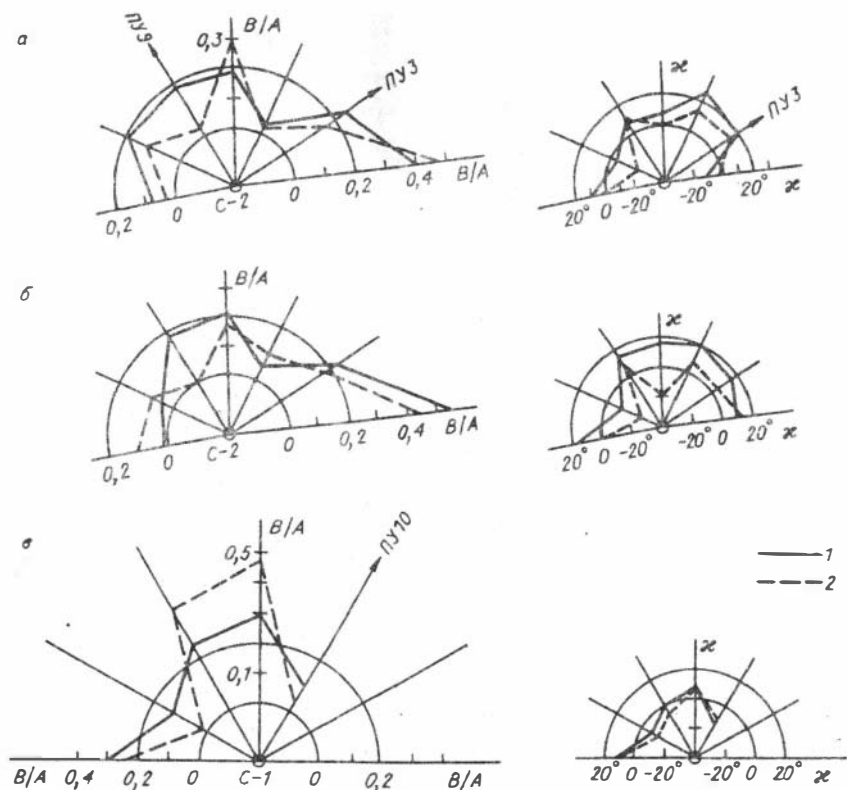
Из формул (11) следует, что если величинами D_1, D_2 нельзя пренебречь, то они будут вносить свой вклад и в поляризацию волн S_1, S_2 . Иными словами, нельзя пользоваться приближением

$$\begin{aligned} V_{S1}^2 &\approx V_{0S1}^2 - \frac{D_3^2}{V_{0S2}^2 - V_{0S1}^2}, \quad A^{(S1)} \approx A_0^{(S1)} + i \frac{D_3}{V_{0S2}^2 - V_{0S1}^2} A_0^{(S2)}, \\ V_{S2}^2 &\approx V_{0S2}^2 + \frac{D_3^2}{V_{0S2}^2 - V_{0S1}^2}, \quad A^{(S2)} \approx A_0^{(S2)} + i \frac{D_3}{V_{0S2}^2 - V_{0S1}^2} A_0^{(S1)}, \end{aligned} \quad (12)$$

аналогичным приближению (9) для P -волн.

П о п е р е ч н ы е в о л н ы. Для характеристики поляризации поперечных волн была использована другая по сравнению с продольными волнами форма представления параметров поляризации. Вычислялись по формулам (1), (2) параметры эллипсов: B/A — отношение полуосей, χ — угол поворота большой оси эллипса. Вычисления выполнялись для частот, соответствующих максимальному значению спектральной плотности основной компоненты, или для двух-трех значений частот в пределах главного максимума спектра. Характерные результаты таких вычислений для двух глубоких наблюдений даны на рис. 9.

Выбранная форма представления параметров поляризации поперечных волн наглядна для изучения поляризации в гиротропной среде (см. [7]). Однако прежде чем обращаться к модели гиротропной среды, посмотрим, не связаны ли наблюдаемая поляризация поперечных волн, ее "аномальные" характеристики, такие как сама эллиптичность траекторий смещений и имеющиеся повороты эллипсов, с азимутальной анизотропией или скоростной неоднородностью среды (по v_s). Для этого надо сопоставить приведенные на рис. 9 данные по поляризации S -волн с азимутальной изменчивостью скоростей v_s , изображенной на рис. 8.



Р и с. 9. Азимутальная изменчивость показателей поляризации S -волн для их основных частот 31 (а) и 39 Гц (б) при наблюдениях в скв. С-2 на глубинах 16,4 м (1) и 12,0 м (2) при возбуждении от X -источников, расположенных на ближней полуокружности ($\bar{R}_1 = 7,5$ м, см. рис. 1); в — то же, для частоты 31 Гц при наблюдениях в скв. С-1 на глубинах 17,4 м (1) и 13,4 м (2) при возбуждении от X -источников, расположенных на дальней полуокружности ($\bar{R}_2 = 15$ м).

Ранее, рассматривая скорости v_p и их изменения в зависимости от азимута, мы видели, что эти изменения не похожи на проявления азимутальной анизотропии (например, видно, что для одного и того же направления — вдоль береговой линии — скорости v_p неодинаковы для среды слева и справа от скважины). По-видимому, то же справедливо и для скоростей v_s , азимутальные изменения которых различны для скв. 1 и 2 (см. рис. 8). В случае поперечных волн наличие азимутальной анизотропии должно проявляться в существовании двух взаимно ортогональных строго фиксированных направлений поляризации волн S_1 , S_2 . В предположении, что азимутальная анизотропия есть, но не видна из-за интерференции волн S_1 , S_2 , наблюдаемых в общем случае не на их направлениях поляризации, проводилась поляризационная обработка записей с целью разде-

ления волн S_1 и S_2^* . Однако волны S_1 и S_2 выявлены не были, из чего был сделан вывод об отсутствии сколько-нибудь заметной азимутальной анизотропии. Таким образом, изменения скоростей v_p, v_s (см. рис. 8) связаны скорее всего с горизонтальной неоднородностью среды по упругим свойствам.

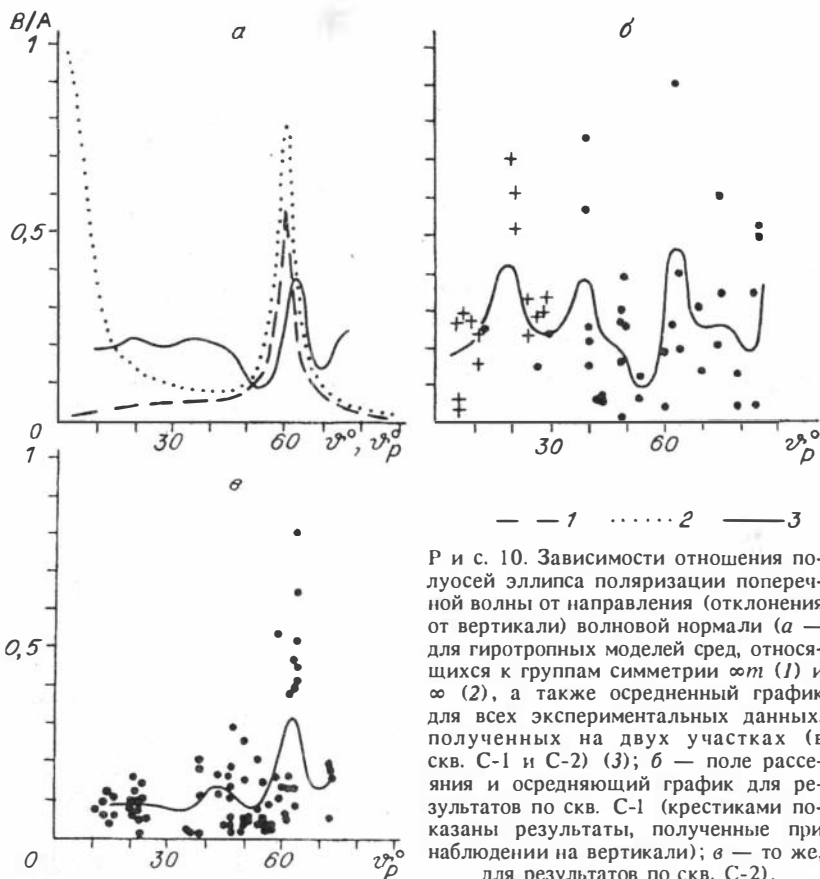
Итак, попробуем сопоставить картины изменения параметров поляризации κ , B/A на рис. 9 и скоростей v_s на рис. 8. Поскольку в негиротропной среде эллиптичности поляризации чистых S -волн (вне зон интерференции) быть не должно, то для выяснения возможности поворотов векторов смещений за счет горизонтальных изменений скорости v_s выберем азимуты, для которых эллиптичность B/A не является большой. Из рис. 9 видно, что $B/A < 0,2$ для всех направлений, кроме направления вдоль берега справа от скважины. Сравнивая рис. 8 и 9 для κ , можно видеть, что области увеличения значений v_s до ~ 300 м/с на азимуте ПУ 5 соответствует область повышения до 20° значений угла κ , особенно на частоте $f = 31$ Гц. Второму возрастанию скорости v_s до ~ 250 м/с на азимуте ПУ 11 соответствуют углы κ порядка $10-20^\circ$ со знаком минус. В обоих случаях можно говорить о повороте "вектора" смещений, поскольку эллиптичность мала ($B/A \leq 0,2$). Однако из плоскостей с повышенными значениями скорости лучи и смещения, им перпендикулярные (или почти перпендикулярные вследствие анизотропии), выходить не должны. Они должны, наоборот, отклоняться в сторону повышения скорости. Вторая несуразность состоит в том, что максимумам скорости соответствуют на одном азимуте $\kappa > 0$, а на другом $\kappa < 0$.

Анализ соответствия между поведением скорости v_s и углами κ (для малых значений B/A для наблюдений в той же скважине С-2, но при возбуждении на большой полуокружности (радиуса R_2)), а также наблюдений в скв. С-1 при возбуждении на обеих полуокружностях (R_1 и R_2) показал, что и там в общем не видно логической связи между картинами изменения скоростей v_s и углов поворота эллипсов κ . Как и в случае продольных волн, можно предполагать, что либо параметры поляризации связаны с локальными искривлениями лучей за счет изменения скоростей v_s в окрестности точек наблюдения, либо все-таки наблюдаемая поляризация обязана своими особенностями наличию микрон неоднородности среды, т.е. гиротропии.

Если среда гиротропна, то из приводимых на рис. 9 картин азимутальной изменчивости параметров поляризации поперечной волны SV следует, что по параметрам гиротропии среда должна быть латерально неоднородной, так же как по упругим константам.

О свойствах симметрии гиротропной модели среды. Как известно [8], распространение поперечных волн двух типов в гиротропных средах по произвольным направлениям характеризуется в общем случае эллиптической поляризацией, причем степень вытянутости эллипсов сильно зависит от типа симметрии среды и от направления

* Сведения о такой обработке можно найти в статье А.А. Никольского в наст. сб.



Р и с. 10. Зависимости отношения полуосей эллипса поляризации поперечной волны от направления (отклонения от вертикали) волновой нормали (а — для гиротропных моделей сред, относящихся к группам симметрии ∞m (1) и ∞ (2), а также осредненный график для всех экспериментальных данных, полученных на двух участках (в скв. С-1 и С-2) (3); б — поле рассеяния и осредняющий график для результатов по скв. С-1 (крестиками показаны результаты, полученные при наблюдении на вертикали); в — то же, для результатов по скв. С-2).

распространения волны, т.е. от угла ϑ между волновой нормалью и осью симметрии среды. Исследуемые нами отложения ЗМС в первом приближении можно отнести к группе симметрии ∞ . Во-первых, это горизонтально-слоистые (тонкослоистые) осадочные отложения, что непосредственно видно на обнажениях. Следовательно, среда должна быть трансверсально-изотропной с вертикальной осью анизотропии. Во-вторых, измерения скоростей волн SV и SH показывают их неравенство: $\bar{v}_{SH} = (0,92—0,98)\bar{v}_{SV}$ при наблюдении на глубинах 7—17 м. Приведенные оценки относятся к средним скоростям $\bar{v}_s$, измеренным в скв. 2 при возбуждении на ПВ 3 (см. рис. 2,Б) и наблюдениях по схемам $Yy(SH\text{-волна})$, $Xx(SV\text{-волна})$. Различие скоростей v_{SV} и v_{SH} и выполнение неравенства $v_{SV} > v_{SH}$ характерно для тонкослоистых терригенных пород при имевших место в нашем опыте углах $\vartheta \approx 7—18^\circ$.

Для гиротропных трансверсально-изотропных сред с вертикальной $\vartheta = 0$ осью симметрии зависимость отношения полуосей эл-

липсов B/A от угла ϑ имеет вид, изображенный на рис. 10, а [6]. Важными особенностями этой зависимости являются круговая поляризация на оси симметрии среды ($B/A = 1$ при $\vartheta = 0$) и близкая к круговой на направлении акустической оси, т.е. том направлении, для которого $V_{SV} = V_{SH}$ (на рис. 10 $B/A \approx 0,8$ при $\vartheta \approx 60^\circ$).

Использованные в наших экспериментах схемы наблюдения (см. рис. 1, 2) обеспечивают возможность регистрации S -волн при углах ϑ , изменяющихся во всем диапазоне от 0 до 90° . Поскольку для изучения гиротропии использовалась модель однородной гиротропной среды (локально однородной), углы ϑ определялись чисто геометрически как углы отклонения от вертикали прямых, соединяющих источники и датчики. При такой оценке во всей массе наблюдений можно заметить, что наибольшие значения B/A встречаются при углах ϑ в диапазоне $40\text{--}70^\circ$. Если в качестве углов ϑ брать углы подхода S -волн к скважинным приемникам, то разброс значений $B/A(\vartheta)$ уменьшается. Углы подхода оценивались, как это было описано выше, по соотношениям амплитуд смещений. При этом вместо смещений S -волн использовались смещения P -волн, регистрируемых в первых вступлениях, что позволяло определять амплитуды компонент с хорошей точностью и угол ϑ_p как $\arctg U_x/U_z$ (см. рис. 6). Возможность такой оценки вытекает из установленной статистическим анализом хорошей корреляции между ϑ_p и ϑ_s (коэффициент парной корреляции в среднем не ниже $0,7\text{--}0,9$).

На рис. 10, б, в приводятся графики зависимости B/A от $\vartheta = \vartheta_p$ (осреднение B/A в интервале $\Delta\vartheta = 5^\circ$) для двух экспериментальных участков, а на рис. 10, а — осредненная для обоих участков зависимость на фоне рассчитанных по теоретическим моделям графиков зависимости B/A от направления волновой нормали ϑ_s для сред, относящихся к группам симметрии ∞ и ∞m . В среде с симметрией ∞ на оси симметрии $\vartheta = 0$ значение $B/A = 1$, т.е. среда акустически активна (есть вращение вектора смещений) (см. рис. 10). В среде симметрии ∞m $B/A = 0$ при $\vartheta = 0$, т.е. поляризация линейна, вращения нет.

Сопоставляя графики $B/A(\vartheta_p)$, полученные из экспериментальных данных, с теоретическими кривыми $B/A(\vartheta_s)$, следует иметь в виду, что последние рассчитывались [6] без учета поглощения, которое в рыхлых грунтах ЗМС весьма существенно. Учет поглощения должен уменьшить различия значений B/A в экстремумах экспериментальных и теоретических кривых на рис. 10.

Попробуем проинтерпретировать экспериментально полученные значения $B/A(\vartheta)$ с точки зрения их соответствия теоретическим зависимостям и моделям.

Сравнение обобщающей (по двум скважинам) кривой с теоретическими для сред $\infty, \infty m$ (см. рис. 10, а) показывает ее большее сходство с кривой для сред ∞m . Однако если определения B/A , полученные в скв. С-1 при возбуждении на ее устье (крестики на рис. 10, б)*, отнести к углу $\vartheta = 0$, поскольку это наблюдения на

* Таких наблюдений в скв. С-2 не было.

вертикали, а не к углам $\vartheta = 6-29^\circ$, найденным по соотношению компонент U_x/U_z волны P , то получим, что обобщающая кривая на рис. 10, а, кроме максимума при $\vartheta = 60^\circ$, будет иметь такой же по величине максимум и при $\vartheta = 0$. Тогда в этом варианте получается, что среда имеет симметрию ∞ .

Какой же из вариантов интерпретации ближе к истине? Экспериментальные данные без дополнительных наблюдений не дают возможности ответить на этот вопрос. Попытаемся прийти к какому-либо выводу, рассуждая по аналогии на основе сведений об оптической гиротропии.

Известно, что гиротропия кристалла может быть обусловлена как оптической активностью входящих в него молекул, так и структурными особенностями его строения. В первом случае кристалл обладает оптической активностью, во втором имеет место только эллиптичность поляризации. Применительно к сейсмической среде это означает для первого случая (вида гиротропии) симметрию ∞ , а для второго — ∞m .

Второй случай, т.е. второй вид гиротропии, может иметь следующую трактовку. Утверждение, что исследуемая среда имеет ось симметрии ∞ , выше нами было принято в основном из тех соображений, что она состоит из тонких (относительно длины волны λ) слоев, залегающих в общем горизонтально. В этом случае причиной гиротропии должны быть нарушения принятой симметрии среды (т.е. ее диссимметрия), существующие на микроуровне, обязанные объектам с линейными размерами $l \ll \lambda$ и связанные со структурными особенностями их взаимного расположения. При "структурной" гиротропии, как известно из оптики, оптической (у нас акустической, или упругой) активности быть не должно. В этом случае верна обобщающая кривая $B/A(\vartheta)$, изображенная на рис. 10, а. Наличие же отдельных максимумов на кривых рис. 10, б, в объясняется в рамках второго вида гиротропии.

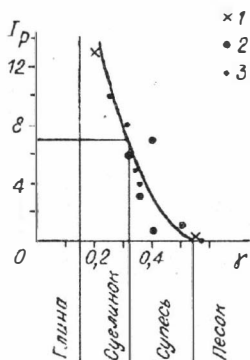
Диссимметричными объектами, "носителями" гиротропии, в первом случае (при первом виде гиротропии) могут быть зерна (кристаллики) кварца, который сам по себе является гиротропным вследствие того, что он энантиоморфен, т.е. существует в виде либо правой, либо левой модификации. Если в изучаемой нами среде кварц только правый или только левый (или преобладает тот или другой), то среда в целом, состоящая более чем на 50 % из кварцевого песка, может быть также энантиоморфной, т.е. акустически (упруго) активной. Выше, при представлении результатов микроструктурного анализа зерен кварца (см. рис. 3), было показано, что в изучаемой среде направления ориентации оптических осей кварца расположены хотя и случайным образом, но преобладают близгоризонтальные, а иногда и промежуточные направления с углом к вертикали $\vartheta = 45-90^\circ$. Таким образом, максимум на обобщающей кривой $B/A(\vartheta)$ (см. рис. 10, а) или максимумы на отдельных кривых (при $\vartheta = 20, 40, 65^\circ$ для скв. С-1 (см. рис. 10, б) и при $\vartheta = 60^\circ$ для скв. С-2 (см. рис. 10, в)) могут быть связаны с локальной ориентацией осей кристалликов кварца.

Обе рассмотренные гипотезы* причин гиротропии кажутся нам заслуживающими внимания и более детальных исследований.

Несколько слов о неоднородном строении изучаемой среды. Все полученные количественные оценки параметров поляризации P - и S -волн в целом не позволяют говорить о наличии в среде каких-либо ярко выраженных пространственных закономерностей проявления аномальной поляризации. Это можно попытаться объяснить присущей исследуемой среде значительной локальной литолого-физической неоднородностью, существующей на фоне однотипного в целом разреза. В разделе "Характеристика..." нами была показана значительная насыщенность исследуемой среды хаотически "разбросанными" в пространстве неоднородностями с размерами в сантиметры и дециметры, с расстояниями в плане между ними в дециметры и первые метры. Эти неоднородности примерно на порядок превышают своими размерами ту дисперсность пород, которая обуславливает, согласно принятой нами гипотезе [6], гиротропность геологической среды (зернистость, микрослоистость, слоеватость и т.п.). Велика насыщенность пород нашего участка и более крупными неоднородностями, например связанными с негоризонтальностью границ, выклиниванием слоев, плавным фациальным изменением состава пород (см. также [1]); размеры этих неоднородностей и интервалы между ними примерно равны длинам наблюдаемых нами волн ($\lambda = 5-10$ м). Возможно, совокупность этих неоднородностей (назовем их среднесмаштабными) и есть главная причина наблюдаемой нами аномальной поляризации. Возможно также, что наиболее мелкие из них, соизмеримые с микрон неоднородностями, вносят свою лепту в создание гиротропии, а более крупные неоднородности, наоборот, затрудняют проявление особенностей поляризации упругих волн в гиротропной среде. Здесь возникает вопрос о правомерности аппроксимации нашей среды однородной гиротропной моделью. Очевидно, изучаемая геологическая среда больше отвечает модели неоднородной гиротропной среды, которую лишь локально можно считать однородной.

Во всяком случае, полезно хотя бы выявление связей между параметрами аномальной поляризации, а также полученными на их основе характеристиками гирации, с одной стороны, параметрами неоднородности строения и свойств среды — с другой. К сожалению, детальность геолого-геофизических исследований околоскважинного пространства в наших экспериментах оказалась недостаточной для однозначной интерпретации сложной картины наблюдаемой поляризации. Однако недостаток характеристик литолого-физической неоднородности грунтов в окрестностях экспериментальных скважин в значительной мере можно компенсировать многочисленными данными сейсмических наблюдений, тем более что наиболее важны для нас те геологические неоднородности, которые определяют изменчивость механических, в том числе сейсмоакустических свойств. Хорошая коррелируемость последних с различными литолого-физическими показателями грунтов в регионе Среднего Приобья дока-

* Они предложены И.Р. Оболенцевой.



Р и с. 11. Эмпирическая взаимосвязь между глинистостью (числом пластичности I_p) и $\gamma = v_s/v_p$ для рыхлых грунтов на участке скв. С-1 (1) и С-2 (2) (3 — точки для интерполяционных оценок между пунктами отбора образцов).

зна опытом инженерно-сейсмических изысканий для строительства ([1, 2] и др.), а также подтверждается для участка наших исследований. Так, отношение $v_s/v_p = \gamma$ можно принять за показатель литологического вида грунта (в диапазоне песок — глина (рис. 11)). В качестве показателя упругой неоднородности среды по вертикали мы использовали, в

частности, приращения скоростей Δv_{p_z} и Δv_{s_z} на расстоянии между соседними датчиками в скважине; это расстояние сохраняло в основном соотношение с длиной волны $\Delta z = (0,4 - 0,6)\lambda$, обеспечивая в первом приближении сопоставимость опытов для различных пар источник — датчик по данному показателю неоднородности. Другие показатели неоднородности грунтов, в частности наиболее важные для нас характеристики латеральной изменчивости упругих свойств грунтов, будут представлены ниже, где речь пойдет о выявлении и анализе связей поляризации волн с неоднородностями среды.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ АНОМАЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ Р- и S-ВОЛН

Сложность литолого-физического строения изучаемых грунтов, которая, по-видимому, обуславливает и сложное, без видимых закономерностей, проявление аномальной поляризации упругих волн, а кроме того, неудовлетворительное метрологическое обеспечение наших экспериментов (как и вообще сейсмических экспериментов), не позволяющее с необходимой достоверностью использовать результаты единичных опытов, так как погрешность их часто превышает интересующие нас эффекты, — все это вынуждает прибегнуть к статистическому анализу расчетных данных. В качестве основного инструмента для этого мы применили множественный линейный корреляционно-регрессионный анализ, на первом этапе которого рассчитывались коэффициенты парной корреляции между всеми включенными в анализ показателями, а затем множественные линейные корреляционные зависимости (регрессии) между показателями, вероятностная связь между которыми оказывалась наиболее значимой. При этом в качестве зависимой переменной назначался обычно интересующий нас (искомый) показатель поляризации или гирации.

В качестве основы (ядра) программного обеспечения статистического анализа мы использовали подпрограмму RESID из пакета для ЕС ЭВМ [4]. Для расчета стандартного набора статистик анализируемых показателей и законов их распределения применялись подпрограммы из того же пакета.

Анализ результатов, полученных при наблюдении волн, распространяющихся по вертикальной оси симметрии среды. В первую очередь статистической обработке подвергались результаты наблюдений на вертикали, т.е. в скважинах при возбуждении волн на устьях. Во входную матрицу исходных данных включались следующие переменные (показатели):

H — глубина наблюдения;

v_s, v_s', v_p, v_p' — соответственно пластовые (для некоторой окрестности датчика) и средние скорости S - и P -волн;

$\gamma = v_s'/v_p$;

Δv_{p_z} — приращение скорости v_p сверху вниз между соседними трехкомпонентными датчиками в скважине;

ϑ_p — угол (в вертикальной плоскости xz) отклонения луча прямой P -волны от вертикального вниз направления, по которому распространялась бы волна в случае однородной в плане среды;

$\Delta \vartheta_{p_z}$ — изменение (приращение) угла ϑ_p на расстоянии $\Delta z = 2,3-4,4$ м между соседними датчиками;

f_s, f_p — частоты поперечных и продольных волн.

Остальные переменные — это показатели поляризации и гирации, вычислявшиеся по формулам (1)–(7). В качестве характеристик поляризации продольных волн в статистический анализ включались показатели ϵ и Δt (см. разд. “Обработка...”).

Основные результаты вероятностно-статистической обработки материалов наблюдений на вертикали представлены в табл. 1 и 2, по которым читатель может составить довольно полное представление о полученных нами результатах. Отметим основные, на наш взгляд, особенности.

1. Все показатели свойств среды (в том числе и гиротропии) характеризуются в основном двух-трехмодальным распределением, большими разбросами значений и высокими коэффициентами вариации, что указывает на невозможность отнесения исследуемой среды к единому физико-геологическому образованию, как, например, инженерно-геологический элемент, показатели которого должны иметь нормальный закон распределения. Указанная особенность вполне отвечает визуально наблюдаемому геологически неоднородному строению разреза.

2. Для продольных волн парная и множественная корреляция показателей поляризации с характеристиками свойств и неоднородности среды заметно выше, чем для поперечных волн, что можно объяснить большей точностью оценок скоростей и амплитуд P -волн, регистрируемых первыми и не искаженных интерференцией.

3. Весьма высокие коэффициенты множественной корреляции при часто невысоких коэффициентах парной корреляции показателей поляризации с другими показателями (см. зависимости № 4, 5, 9, 10 в табл. 1 и № 3 в табл. 2), во-первых, свидетельствуют о сложной, многофакторной обусловленности проявления аномальной поляризации упругих волн; во-вторых, дают основание предполагать

№ корреляционной зависимости	Искомый показатель поляризации или гирации	Кол-во опытов	Множественный коэффициент корреляции	Коэффициенты парной корреляции $r_{\text{пар}}$ с искомым							
				H	σ_P	σ_S	$\gamma \times 10^2$	ϑ_P	$ \Delta \vartheta_{P2} $	f_S	
				м	м/с			град		Гц	
1	B/A	18	—	68	43	1	45	62	10	18	
2			0,917 0,944	1,13 -0,29	— 0,22	— —	0,93 4,06	-1,04 -1,48	— —	— —	
3	κ	18	0,973	19	33	6	30	33	40	6	
4			0,953	—	—	—	0,087	—	-0,12	—	
5			0,918	—	0,298	—	2,54	0,43	-2,2	—	
6	a	18	—	8	24	45	25	33	64	61	
7			0,882	—	0,033	0,186	—	—	-0,74	-0,89	
8			0,879 0,850	— —	— —	0,092 0,051	— —	— —	-0,46 -0,68	-0,92 -0,91	
9	b	18	0,925	16	57	20	54	21	13	10	
10	θ ₁	18	0,968	8	43	1	40	38	32	3	
11	Qρ ⁻¹	18	0,881	4	23	44	23	33	65	59	
12			0,873	—	—	-1,05	—	3,66	-8,0	-6,87	
13			0,875	—	-0,41	-4,56	—	8,62	-10,3	-7,01	
14	α · 6,28	18	0,724	8	31	57	35	45	68	24	
15			0,714	—	0,14	1,08	—	-0,95	-0,74	-0,52	
16			0,711	—	—	-0,18	—	0,80	-1,64	—	
Статистики				$\bar{X}$	12	710	260	0,40	-11	12	44
				$k_V, \%$	37	27	14	34	100	83	20
				$X_{\min}$	5,2	500	200	0,20	-24	2	31
				$X_{\max}$	17,4	999	300	0,55	6	27	55
				k_{mod}	4	3	2	3	3	4	4

Примечание. Здесь и в табл. 2, 3 в статистиках приведены: $\bar{X}$ — среднее, k_V — коэффициент вариации, $X_{\min}$, $X_{\max}$ — минимальный и максимальный элементы, k_{mod} — количество мод. Размерности $\bar{X}$, $X_{\min}$, $X_{\max}$ даны без множителей 10^4 .

определяющую роль среднемасштабных неоднородностей среды в появлении аномальной поляризации. При этом следует иметь в виду, что полученные нами корреляционные зависимости в принципе можно существенно улучшить, если учесть в статистической модели нелинейность многих связей, что вполне естественно и что, в частности, иллюстрирует рис. 12. Если к тому же повысить качество (корректность) оценок показателей свойств пород и их неоднородности (чему может способствовать, например, соотнесение показателей неоднородности с длинами волн), то тесноту корреляции-

Т а б л и ц а 1

показателями свойств и неоднородности среды при наблюдениях на вертикали в скв. С-1

показателем, %) и линейной регрессии для независимых переменных							Свобод- ный член уравнения регрессии
(B/A) · 10 ²	κ · 10,	a	b	θ ₁	(Qρ) · 10 ⁻² ,	α · 10 ³ ,	
	град	м/с			(м/с) ²	град/м	
—	50	2	57	61	2	0	—
—	—	—	—	—	—	—	—34,7
—	—	—	—	—	—	—	—30,2
50	—	36	93	97	37	49	—
—	—	—	—	—1,88	—	—	54,2
—	—	—	—	—	—	—	—262
—	—	—	—	—	—	—	—30,7
2	36	—	12	40	100	88	—
—	—	—	—	—	—	—	5,1
—	—	—	—	—0,33	—	—	57
—	—	—	—	—	—	—	64
57	93	12	—	94	19	50	—
—	—	—	—	—	—	—	5610
61	97	40	94	—	41	46	—
—	—	—	—	—	—	—	49
2	37	100	19	41	—	88	—
—	—	—	—	—	—	—	932
—	—	—	—	1,36	—	—	1132
—	—	—	—	—	—	—	2224
0	49	88	50	46	88	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—302
—	—	—	—	—	—	—	135
—	—	—	—	—	—	—	15,6
0,27	20	29	190	2	22000	0,55	
76	110	46	65	55	49	36	
0,02	1	9	3	0,05	7000	0,18	
0,71	61	50	340	2,9	38800	0,91	
3	3	3	3	2	2	2	

онных связей можно повысить почти до уровня функциональных зависимостей.

4. Параметры поляризации Δt и B/A зависят от глубины, остальные показатели поляризации и гирации в целом от нес не зависят.

5. Зависимость материальной константы $Q/\rho = D$ от частоты, вытекающая из теории (см. [6]), подтверждается статистически нашими результатами (см. регрессии № 11—13 в табл. 1). Характер изменения Q/ρ от f_s соответствует (при средних условиях по другим

Статистики и корреляционные связи параметров поляризации Р-волн с показате

№ корреляционной зависимости	Искомый показатель поляризации	Кол-во опытов	Множественный коэффициент корреляции	Коэффициенты парной корреляции $r_{\text{пар}}$				
				H	v_P	v_S	$\gamma \cdot 10^2$	$\bar{v}_P$
				м	м/с			м/с
1	$\varepsilon \cdot 10^2$	13	—	27	75	68	68	65
2			0,910	—	0,023	0,061	—	—
3	$10\Delta f$	13	—	58	9	13	5	53
4			0,965	—1,50	—	—	—	0,085
5	$\varepsilon \cdot 10^2$	8	—	18	34	1	47	22
6			1	—	—	—	—1,77	—
7	$10\Delta f$	8	0,967	—	—	—	—0,11	—
8			—	89	84	83	9	88
9	$\varepsilon \cdot 10^2$	21	1	—1,17	—	—	—	0,21
10			0,999	—9,3	—	—	—	0,305
11	$\varepsilon \cdot 10^2$	21	—	8	61	38	60	25
12			0,843	—	—0,01	—	—0,27	—
13	$10\Delta f$	21	0,844	—	—	—	—0,18	—
14			—	75	26	48	5	33
15	$10\Delta f$	21	0,842	—2,50	—	—	—	0,25
16			0,815	—2,51	—	—	—	0,24
17	$10\Delta f$	21	0,808	—1,78	—	—0,03	—	—0,02
18			—	—	—	—	—	—
Статистики			$\bar{X}$	11	680	250	0,40	590
			$k_V, \%$	41	25	16	28	13
			$X_{\min}$	3	450	160	0,20	422
			$X_{\max}$	17,4	999	300	0,55	675
			k_{mod}	3	3	3	3	2

показателям) установленному в работе [7] для соответствующего интервала частот (рис. 13). Примерно такого же характера зависимость от частоты отмечается и для чисто гиротропной добавки к скорости a . Зависимость от частоты удельного поворота плоскости поляризации α проявляется очень слабо, что также соответствует данным работ [6, 7]. Численные значения α хорошо согласуются с данными Г.И. Резяпова [7].

6. Полученные нами значения чисто гиротропной добавки к скорости a примерно в 4—5 раз, а значения b в 2—3 раза выше полученных в [7] для соседнего с нашим участка (см. рис. 1) и для соответствующего диапазона частот.

Заметим, что в табл. 1 не включены данные по декременту поглощения θ_2 второй квазипоперечной волны (см. формулу (5)), так как поведение его и соотношения с другими показателями практически такие же, как и для θ_1 ; значения же θ_2 превышают θ_1 в среднем в 1,2—1,4 раза.

лями свойств и неоднородности среды при наблюдениях на вертикали

(с искомым показателем, %) и линейной регрессии для независимых переменных							Свободный член уравнения регрессии	Скважина (участок)
$\bar{v}_S$	θ_P	$ \Delta\theta_{P2} $	Δv_{P2}	f_P	$\varepsilon \cdot 10^2$	$\Delta t \cdot 10$		
	град		м/с	Гц		мс		
8	25	85	7	8	—	41	—	С-1 (у обнажения 1)
—	—	0,403	—	—	—	—	—24,6	
—	—	0,368	—	—	—	—	—1,2	
50	22	32	46	17	41	—	—	С-2 (у обнажения 2)
0,228	—	—	0,064	—	—	—	—127	
27	4	97	88	66	—	54	—	
—	—	4,21	—0,20	1,57	—	—	—102	С-2 (у обнажения 2)
—	—	1,04	—	—0,05	—	—	13,5	
93	46	70	50	58	54	—	—	
—0,62	—	0,86	—0,11	—	—	—	9,2	С-1, С-2
0,48	—	—1,53	—	—	—	—	—149	
9	16	80	21	18	—	71	—	
—	—	0,48	—	—	—	—	24	С-1, С-2
—	—	0,43	—	—	—	—	15	
34	16	4	8	4	6	—	—	
—0,39	—	—0,53	0,029	—	—	—	—35	С-1, С-2
—0,33	—	—0,42	—	—	—	—	—42,5	
—	—0,24	—	—	—	—	—	—	
240	—0,8	12	200	100	0,13	—1	—	С-1, С-2
20	53	78	64	12	46	96	—	
145	—29	1	5	83	0,03	—2	—	
285	20	36	400	142	0,22	0,8	—	
3	2	2	2	2	2	3	—	

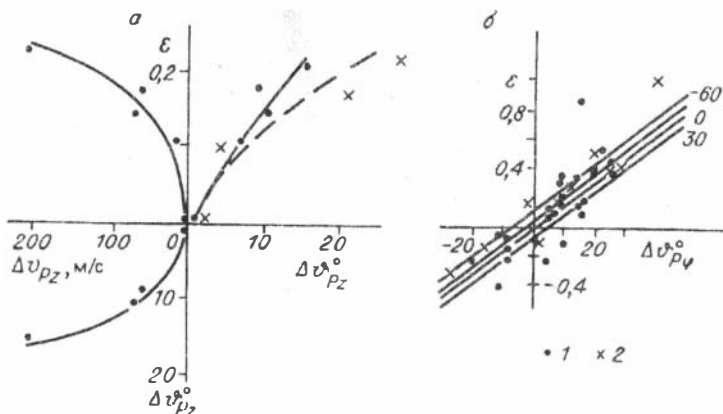
Анализ данных, полученных при наблюдении волн, распространяющихся по наклонным лучам. При статистическом анализе результатов непродольных скважинных наблюдений, выполненных при размещении источников вокруг скважин (см. рис. 1), состав анализируемых показателей был расширен следующими характеристиками пространственной неоднородности свойств среды и характеристиками направлений распространения волн (табл. 3):

$\Delta \bar{v}_{P2}, \Delta \bar{v}_{S2}$ — приращения средних скоростей P - и S -волн, регистрируемых соседними по глубине датчиками в скважине;

$\Delta \bar{v}_{Px}, \Delta \bar{v}_{Sx}$ — отклонения скоростей $\bar{v}_P$ и $\bar{v}_S$ на данном азимуте (направлении источник — датчик) от их средних значений по всем азимутам для данной глубины датчика;

$$\bar{\gamma} = \bar{v}_S / \bar{v}_P;$$

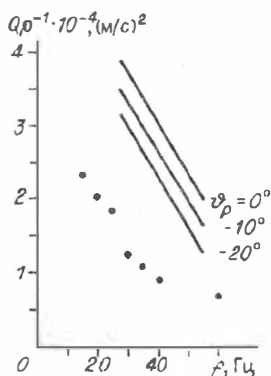
$\Delta \bar{v}_{P\varphi}, \Delta \bar{v}_{S\varphi}, \Delta \bar{\theta}_{P\varphi}$ — изменения средних скоростей и угла $\bar{\theta}_P$ (см. выше) для данного азимута, определяемые как разность значений



Р и с. 12. Поля рассеяния и графики, иллюстрирующие корреляцию между характеристиками неоднородности среды и аномальной поляризацией продольной волны при наблюдениях на вертикали в скв. С-2 и С-1 (а), на наклонных лучах в скв. С-1 для ближнего ($R_1 = 7-8$ м) и дальнего ($R_2 = 14-16$ м) полукругов источников (б). Серия прямых — трехмерная корреляционная зависимость $\varepsilon = -0,22\Delta v_{Pz} + 1,62\Delta v_{Pz}^0 - 2,60$ с множественным коэффициентом корреляции $r_{\text{ми}} = 0,78$ (Δv_{Pz} — параметр прямых). а: 1 — скв. С-2; 2 — скв. С-1. б: 1 — $R_1 = 7-8$ м; 2 — $R_2 = 14-16$ м.

соответствующего показателя на соседних азимутах, т.е., например, $\Delta \partial_{P_{\varphi i}} = \Delta \partial_{P_{\varphi i+2}} - \Delta \partial_{P_{\varphi i-2}}$, где i — номер пункта удара (см. рис. 1), который также был включен в множественный статистический анализ (в табл. 3 представлен обозначением N_1) в качестве показателя азимутального направления; N_2 характеризует отличие (в десятках градусов) данного азимутального направления источник — датчик от направления, перпендикулярного линии берегового обрыва, т.е. при принятой схеме скважинных наблюдений N_2 принимало ориентировочные значения 0; 3; 6 и 9. Выбор указанных двух направлений в качестве характерных (опорных) объясняется тем, что поверхность берегового склона может определять направленность изменений напряженного состояния грунтов берегового склона в связи с релаксацией напряжений, вызываемой постоянным обновлением обрывистой поверхности склона, скорость продвижения которой в глубь коренного берега часто составляет более 1 м за год.

В анализ, естественно, включены характеристики удаленности: H — глубина



Р и с. 13. Графическое изображение многомерной корреляционной зависимости (см. табл. 1, № 11) материальной константы Qp^{-1} от частоты при $\bar{v}_S = 260$ м/с, $|\Delta v_{Pz}| = 10^\circ$, при угле ν_p , взятом в качестве параметра. Точками показаны результаты оценки $Qp^{-1}(f_S)$ из работы [7].

наблюдения; L — расстояние источник — датчик по лучу, оцениваемое приближенно расчетом лучей прямых волн по осредненным для каждой скважины скоростям.

Основные результаты статистического анализа исходных и расчетных данных, полученных при наблюдениях на наклонных лучах, не совпадающих с вертикальной осью симметрии нашей трансверсально-изотропной в целом среды, даны в табл. 3. Кроме статистик всех анализируемых показателей, в ней представлены лишь наиболее представительные корреляционные зависимости (одна из таких зависимостей иллюстрируется рис. 12, б).

Наглядное представление о коррелируемости показателей поляризации P - и S -волн со всеми другими показателями на двух экспериментальных участках дают изображенные на рис. 14 диаграммы, на которых горизонтальными линиями отсечены уровни значений коэффициентов парной корреляции $r_{\text{пар}}$, выше которых корреляция считается существующей, а ниже — отсутствующей (для уровня значимости $q = 0,1$, которому соответствуют разные для двух источников значения $r_{\text{пар}}$ в связи с различным количеством анализируемых опытов для этих участков).

Статистический анализ показывает следующее.

1. Коэффициенты парной и множественной корреляции показателей поляризации с другими показателями заметно ниже, чем для результатов наблюдений на вертикали. Это объясняется, во-первых, более сложной обусловленностью характеристик поляризации многими факторами, в частности зависимостью их от направления волновой нормали (см. [6]); во-вторых, меньшей достоверностью (меньшей корректностью) оценок показателей свойств и неоднородности грунтов ввиду большей степени осредненности этих оценок, большей сложности волновых картин. Относительно высокими значениями множественного коэффициента корреляции $r_{\text{мн}}$ характеризуются в целом вероятностные оценки ϵ , сравнительно низкими — Δt и B/A .

2. Отмеченные в пунктах 1—3 предыдущего подраздела особенности можно в значительной степени отнести и к данным, полученным на наклонных лучах.

3. Отмечается слабая зависимость Δt и κ от глубины и расстояния источник — датчик. Значения ϵ проявляют существенную зависимость (общего характера для обоих участков) от азимутального направления распространения волн, а на участке скв. 1 наблюдается значимая в целом связь κ с азимутальным направлением волн.

4. Параметры поляризации в целом почти не зависят от частоты.

О б щ и е з а м е ч а н и я. Значения $r_{\text{пар}}$ для объединенной выборки по обоим участкам (см. табл. 2, 3 и рис. 14) иногда превышают соответствующие его значения по частным выборкам (отдельно для двух участков); это указывает на устойчивость данной связи, претендующей на закономерность. Иногда же, наоборот, установленная хорошая корреляция параметра поляризации с каким-либо показателем отдельно на двух участках резко ухудшается и даже исчезает при объединении выборок, что указывает на локальность таких связей, на их различный, иногда противоположный, характер

Статистики и корреляционные связи параметров поляризации *P*- и *S*-волн

№ корреляционной зависимости	Искомый показатель поляризации	Кол-во опытов	Множественный коэффициент корреляции	Коэффициенты парной			
				N_1	H	L	$\bar{y} \cdot 10^2$
				M			
1	2	3	4	5	6	7	8
1	$\varepsilon \cdot 100$	31	0,918	—	$\pm 0,68$	—	—
2			0,921	—	$\pm 1,21$	—	$\mp 0,22$
3	$10\Delta t$	31	0,584	—	—	—	$-0,05$
4		31	0,705	$-0,71$	1,56	—	—
5	κ		0,695	$-0,46$	1,51	—	—
6	B/A	31	0,775	—	—	—	—
7		52	0,936	—	—	0,42	—
8	$\varepsilon \cdot 100$		0,911	—	—	0,54	—
9			0,909	—	—	0,58	—
10	$10\Delta t$	52	0,557	—	—	1,03	0,71
11	B/A	52	0,554	—	—	—	—
12		52	0,790	$-0,13$	1,21	—	—
13	κ		0,785	$-0,41$	1,16	—	—
Статистики			$\bar{X}$	7,2	14	19	0,4
			$k_{1\%}, \%$	53	24	24	12
			$X_{\min}$	1	8,05	10,7	0,32
			$X_{\max}$	13	17,4	24,7	0,5
			k_{mod}	—	3	3	2
14		69	0,650	—	—	—	—
15	$\varepsilon \cdot 100$		0,642	—	—	—	—
16	$10\Delta t$	69	0,798	—	—	$\pm 0,094$	$\pm 0,175$
17	B/A	69	0,662	—	—	—	—
18	κ	69	0,790	—	$\pm 0,71$	—	—
19	B/A	28	0,571	—	—	—	—
20	κ	28	0,669	—	—	—	—
21	$\varepsilon \cdot 100$	121	0,844	—	—	0,83	—
22			0,843	—	—	1,03	—
23		121	0,675	—	—	0,46	—
24	$10\Delta t$		0,672	—	—	0,44	—
25		121	0,532	—	—	0,75	—
26	B/A		0,506	—	—	—	—
27		121	0,775	—	—	0,35	—
28	κ		0,768	—	—	—	—
Статистики			$\bar{X}$	7	12	15	0,42
			$k_{1\%}, \%$	55	34	30	15
			$X_{\min}$	1	5,7	9	0,32
			$X_{\max}$	13	17,4	24,7	0,63
			k_{mod}	7	5	6	5

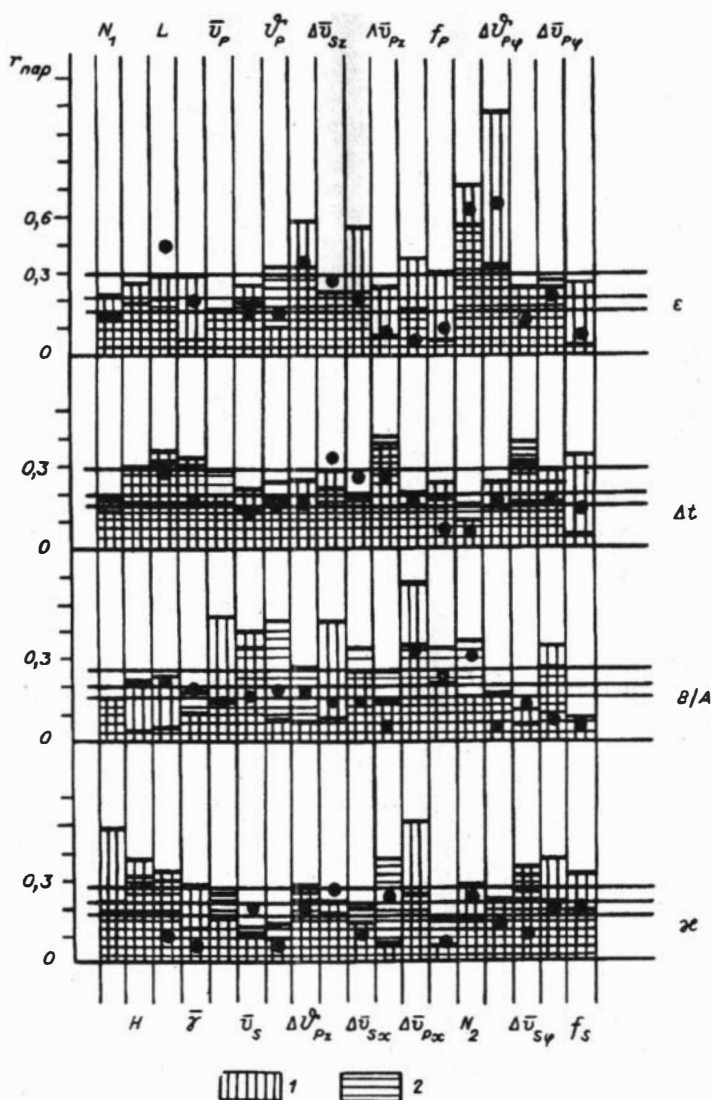
с показателями свойств и неоднородности среды при наблюдениях на наклонных лучах

корреляции $r_{\text{пар}}$ (с искомым показателем, %) и линейной регрессии для независимых переменных							
$\bar{v}_P$	$\bar{v}_S$	φ_P	$\Delta\varphi_{P_2}$	$\Delta\bar{v}_{S_2}$	$\Delta\bar{v}_{S_x}$	$\Delta\bar{v}_{P_2}$	$\Delta\bar{v}_{P_x}$
м/с		град		м/с			
9	10	11	12	13	14	15	16
—	—	—	−0,29	—	—	—	−0,04
—	—	—	−0,25	—	—	—	−0,03
—	—	—	—	0,05	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	−0,20
—	—	—	—	—	—	—	−0,21
0,071	—	—	—	+0,17	—	—	+0,50
—	—	—	−0,10	—	0,93	—	—
—	—	—	−0,03	—	—	—	—
—	—	—	−0,02	—	0,069	—	—
—	—	—	—	—	—	−0,11	—
—	0,179	—	—	+0,41	—	—	0,166
—	—	—	—	—	—	—	−0,07
—	—	—	—	—	—	—	—
530	220	51	−15	−17	−34	37	−5
11	11	45	61	33	41	88	78
418	150	6	−49	−96	−46	−23	−47
665	265	87	30	32	35	102	93
3	2	3	1	2	2	2	1
—	—	−0,44	—	—	—	—	—
—	—	−0,56	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	±0,069	—
—	−1,81	6,55	—	—	±0,41	—	—
—	—	—	—	—	—	±0,002	—
—	—	—	—	+4,88	—	—	—
—	—	—	−0,18	—	—	−0,26	—
—	—	—	−0,11	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	±0,042	—	±0,146	—
—	—	—	—	±0 037	±0,019	±0,145	—
—	—	0,22	—	—	—	—	±0,29
—	—	0,24	—	—	—	—	±0,29
—	—	—	—	0,041	—	—	±0,15
—	—	—	—	0,028	—	—	±0,15
540	230	52	−3	12	−0,51	27	−1,9
12	12	31	43	37	43	56	67
418	150	6	−49	−96	−77	−23	−47
665	299	87	34	88	83	102	93
5	4	4	5	3	4	3	3

№ корреляционной зависимости	Искомый показатель поляризации	Кол-во опытов	Множественный коэффициент корреляции	f_p	$N_2 \cdot 10$	$\Delta \theta_{pp}$	$\epsilon \cdot 10^2$
				Гц	град		
17	18	19	20	21	22	23	24
1	$\epsilon \cdot 100$	31	0,918	—	—	0,72	—
2			0,921	—	—	0,81	—
3	$10\Delta t$	31	0,584	—	—	$\pm 0,51$	—
4	κ	31	0,705	—	—	—	—
5			0,695	—	—	—	—
6	B/A	31	0,775	—	—	—	—
7	$\epsilon \cdot 100$	52	0,936	—	-6,34	0,98	—
8			0,911	—	-1,01	1,06	—
9			0,909	—	—	1,23	—
10	$10\Delta t$	52	0,557	—	—	—	—
11	B/A	52	0,554	—	—	—	—
12	κ	52	0,790	—	$\pm 01,53$	—	—
13			0,785	—	$\pm 01,59$	—	—
Статистики			$\bar{X}$	86	49	7,2	0,14
			$k_v, \%$	14	70	36	56
			$X_{\min}$	65	1	-27	-0,41
			$X_{\max}$	125	90	40	1
			k_{mod}	2	4	2	3
14	$\epsilon \cdot 100$	69	0,650	—	$\pm 1,66$	-0,42	—
15			0,642	—	$\pm 1,76$	-0,37	—
16	$10\Delta t$	69	0,798	—	—	—	ц
17	B/A	69	0,662	3,05	12,3	—	—
18	κ	69	0,790	—	—	—	—
19	B/A	28	0,571	14,5	—	-1,23	—
20	κ	28	0,669	—	-1,78	—	—
21	$\epsilon \cdot 100$	121	0,844	—	$\pm 0,25$	$\pm 1,42$	—
22			0,843	—	$\pm 0,31$	$\pm 1,42$	—
23	$10\Delta t$	121	0,675	—	—	—	—
24			0,672	—	—	—	—
25	B/A	121	0,532	0,5	-1	—	—
26			0,506	0,44	0,95	—	—
27	κ	121	0,775	—	$\pm 1,1$	—	—
28			0,768	—	$\pm 1,09$	—	—
Статистики			$\bar{X}$	86	37	3	0,043
			$k_v, \%$	12	36	47	47
			$X_{\min}$	65	-90	27	-0,55
			$X_{\max}$	125	90	40	1
			k_{mod}	4	6	4	4

$\Delta t \cdot 10$, мс	$\Delta \bar{u}_{Sp}$ м/с	$\Delta \bar{v}_{Pp}$ м/с	$f_{S\cdot}$ Гц	$(B/A) \cdot 10^2$ град	κ	Свобод- ный член уравнения регрессии	Скважина, удаление от устья пунктов возбуждения
25	26	27	28	29	30	31	32
—	0,27	—	—	—	—	-8,9	C-1, R_1
—	0,36	—	—	—	—	-10,2	
—	—	—	—	—	—	-0,2	
—	—	-0,24	—	—	—	-21	
—	-0,1	-0,21	—	—	—	-22	
—	—	-0,08	—	—	—	-33,5	
—	—	—	—	—	—	34,4	C-1 R_1, R_2
—	—	—	—	—	—	12,7	
—	—	—	—	—	—	1,8	
—	—	—	—	—	—	-39,8	
—	—	—	—	—	—	-24	
—	—	-0,12	—	—	—	-20	
—	—	-0,09	—	—	—	-17,4	
0,23	2,9	13	35	0,24	-7,2		
44	50	67	18	79	30		
-3,2	-40	-20	23	0,01	-57		
4	57	80	47	0,88	12		
1	2	2	2	1	2		
—	—	-0,06	—	—	—	21,5	C-2, R_1
—	—	—	—	—	—	27	
—	$\mp 0,051$	—	—	—	—	-0,25	
—	—	—	—	—	—	-86	
—	0,026	-0,001	—	—	—	0,3	
—	—	—	-5,9	—	—	-533	C-2, R_2
—	—	—	—	—	—	15,7	
—	—	—	—	—	—	-13	
—	—	—	—	—	—	-16	
—	$\pm 0,02$	—	—	—	—	-6	
—	$\pm 0,013$	—	—	—	—	-5,7	
—	—	—	—	—	—	-57	C-1, C-2, R_1, R_2
—	—	—	—	—	—	-42	
—	—	—	—	—	—	-8	
—	—	—	—	—	—	-2,5	
0,02	4,1	15	33	0,19	-0,02		
37	48	35	18	95	23		
-3,2	-74	-99	23	0,001	-57		
4	93	99	47	0,88	25		
3	3	3	7	2	3		

П р и м е ч а н и е. Знаки при коэффициентах регрессии означают: + — член уравнения берется только положительным, $\pm$ — со знаком искомого параметра, $\mp$ со знаком, противоположным знаку искомого параметра. В зависимостях № 17 и 19 левые части равны $(B/A) \cdot 10^3$.



Р и с. 14. Диаграммы распределения значений коэффициента парной корреляции $r_{\text{пар}}$ параметров поляризации P - и S -волн с различными показателями свойств и неоднородности среды (а также с показателями пространства H, L, N_1, N_2), при наблюдениях не на вертикали в скв. С-1 (1) и С-2 (2). Точки соответствуют значениям $r_{\text{пар}}$ для объединенных выборок по обоим скважинам, горизонтальные прямые отвечают минимально допустимым для корреляции значениям $r_{\text{пар}}$ (при уровне значимости $q = 0,1$) для участков С-1 (верхняя) и С-2 (средняя), объединенной выборке соответствует нижняя прямая.

на разных участках. К этому можно добавить, что для какого-либо заданного параметра поляризации набор хорошо коррелируемых с ним показателей (набор значимых $r_{\text{пар}}$) часто изменяется при пере-

ходе от одного участка (скважины) к другому или даже при переходе от одного радиуса R_i (наклона лучей и общего расстояния источник — датчик) к другому на одной и той же скважине. Все это говорит о сложной зависимости аномальной поляризации от многих факторов и указывает на возможность зависимости ее не только от среднемасштабных неоднородностей, но и от особенностей среды на микроуровне, т.е. от гиротропии.

Часто проявляется хорошая корреляция между параметрами поляризации и литологическим составом песчано-глинистых грунтов (по показателю γ и $\bar{\gamma}$, см. выше), что нашло отражение во многих корреляционных уравнениях (линейных регрессиях, см. табл. 1—3). Так, можно утверждать, что с увеличением γ , т.е. при переходе к более песчаному грунту, для поперечных волн возрастают B/A , κ , α , а для продольных волн уменьшается ϵ . Однако значимо проявляются эти связи чаще всего при наличии среднемасштабных неоднородностей грунтов по скоростям v_p и v_s , изменчивость которых более значимо определяет характер поляризации P - и S -волн.

Из данных табл. 1—3 и диаграмм на рис. 14 следует, что для параметров поляризации основное значение имеют следующие характеристики неоднородности упругих свойств среды; для ϵ — $\Delta\bar{v}_{p\varphi}$, $\Delta\bar{v}_{p_z}$ и $\Delta\bar{v}_{s_z}$; для Δt — $\Delta\bar{v}_{s_z}$, $\Delta\bar{v}_{p_z}$ и $\Delta\bar{v}_{s\varphi}$; для B/A — $\Delta\bar{v}_{p_x}$ и $\Delta\bar{v}_{p\varphi}$; для κ — $\Delta\bar{v}_{p_x}$, $\Delta\bar{v}_{s_z}$, $\Delta\bar{v}_{p_z}$, $\Delta\bar{v}_{p_z}$ и $\Delta\bar{v}_{p\varphi}$. Следует заметить, что использованный нами в качестве характеристики неоднородности среды угол ϑ_p (см. выше), который, кстати, тоже хорошо коррелирует с показателями поляризации, определялся из соотношения амплитуд x - и z -компонент в P -волне (см. выше). Хотя аномальность поляризации P - и S -волн мы связываем только с y -компонентой, но (в силу сплошности трехмерной грунтовой среды) деформации по одному из координатных направлений должны быть взаимосвязаны с деформациями по всем ортогональным направлениям. Поэтому правомерно предположить, что “поведение” угла ϑ_p — это главным образом не проявление среднемасштабной упругой неоднородности, т.е. не причина, а следствие “аномальной” поляризации, возникающей из не зависящих от поведения угла ϑ_p причин, например из гиротропности среды. Однако следует иметь в виду, что значения ϑ_p , $\Delta\bar{v}_{p_z}$ и $\Delta\bar{v}_{p\varphi}$ хорошо коррелируют с показателями скоростной неоднородности среды ($r_{\text{пар}}$ достигают 0,7) и что последние в своей совокупности часто определяют (в полученных нами линейных регрессиях) значения ϑ_p , $\Delta\bar{v}_{p_z}$ и $\Delta\bar{v}_{p\varphi}$ с множественными коэффициентами корреляции, близкими к 1. Иными словами, и в случае указанного предположения мы приходим к выявлению тесной связи показателей поляризации с характеристиками среднемасштабной неоднородности среды.

Таким образом, ни одна из рассмотренных моделей в чистом виде не в состоянии адекватно отобразить сложные эффекты аномальной поляризации (не только поперечных, но и продольных волн), наблюдаемые в сложно построенных отложениях ЗМС. Случайные совокупности всех разномасштабных, не выдержанных в простран-

ве неоднородностей исследуемых нами сред определяют возможность проявления в них свойств то одной, то другой вероятной модели или возможность сочетания свойств, признаков различных моделей. По-видимому, нашу среду в первом, грубом приближении можно считать неоднородной осесимметричной (с вертикальной осью симметрии). По упругим свойствам, описываемым тензором модулей упругости, она является неоднородной трансверсально-изотропной. По свойствам гирации она также неоднородна и относится к группе симметрии ∞ . Локально, т.е. в пределах более-менее однородных слоев мощностью 1,5—3 м, среду можно описывать как локально однородную трансверсально-изотропную гиротропную.

Случайно неоднородный характер отложений ЗМС нашего участка не представляет собой аномалию, т.е. только его специфическую особенность, а скорее типичен для большинства районов и участков региона Западной Сибири ([1, 2] и др.). Поэтому проблема объяснения “аномальной” поляризации в рамках различных моделей (и подходов к их построению) остается весьма актуальной, а полученные нами материалы требуют углубленного анализа и дальнейших исследований — теоретических и экспериментальных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Безходарнов В.В., Макаренко Н.А. Геолого-геофизическая характеристика верхней части разреза геофизического полигона на юго-востоке Томской области // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 94—104.
2. Безходарнов В.В., Козин Е.С., Резяпов Г.И. Исследования строительных свойств грунтов Среднего Приобья геофизическими методами // Исследования по строительной механике и строительным конструкциям. — Томск: Изд-во Том. ун-та, 1987. — С. 10—14.
3. Гальперин Е.И. Вертикальное сейсмическое профилирование. — М.: Недра, 1971. — 264 с.
4. Математическое обеспечение ЕС ЭВМ, вып. 10: Пакет научных подпрограмм. Руководство для программиста, ч. 6. — Минск: Ин-т математики АН БССР, 1976. — 240 с.
5. Оболенцева И.Р. О возможной связи аномальной поляризации поперечных волн с акустической активностью среды // Теория и практика вибросейсмического зондирования земной коры. — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1988. — С. 139—149.
6. Оболенцева И.Р. Сейсмическая гиротропия // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 6—45.
7. Резяпов Г.И. Экспериментальное изучение причин аномальной поляризации поперечных волн, распространяющихся в ЗМС по вертикали // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 104—111.
8. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. — М.: Наука, 1979. — 639 с.
9. Хемминг Р.В. Цифровые фильтры. — М.: Недра, 1987. — 221 с.
10. Шкаликов В.С., Пеллинец В.С., Исакович Е.Г., Цыган Н.Я. Измерение параметров вибрации и удара. — М.: Стандарты, 1980. — 280 с.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ГИРОТРОПНЫХ СВОЙСТВ ТЕРРИГЕННЫХ ОТЛОЖЕНИЙ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ПОПЕРЕЧНЫХ РЕФРАГИРОВАННЫХ ВОЛН

ВВЕДЕНИЕ

В статье [8] было высказано предположение, что наиболее адекватно экспериментально наблюдаемая поляризация поперечных волн может быть описана путем учета пространственной дисперсии и введения гиротропной модели в качестве эффективной модели реальной микронеоднородной среды. Дальнейшее развитие эта идея получила в работах [9, 10]; некоторые экспериментальные данные о параметрах гирации приведены в [13], они относятся к самой верхней части разреза (ЗМС) и получены в результате поляризационной обработки поперечных волн, распространяющихся по вертикали, в скважине. Более подробные сведения о гиротропных свойствах верхней части разреза содержатся в статье В.В. Безходарнова и Ю.П. Стефанова "Экспериментальное изучение поляризации продольных и поперечных волн в неоднородных отложениях ЗМС"^{*}. Это результат наблюдений на том же участке, что и в работе [13], но выполнен больший объем наблюдений, включая измерения по разным азимутам и глубинам.

В данной работе для изучения гиротропии использованы профильные наблюдения поперечных рефрагированных волн. Рефрагированные волны, как и прямые, наблюдаемые в скважинах, в случае возбуждения их направленными источниками (X -, Y -, Z -вибраторами) регистрируются в первых вступлениях, т.е. их прослеживанию не мешает фон других волн, что обеспечивает относительную "чистоту" записи. Многочисленные экспериментальные данные, имеющиеся как в нашей стране, так и за рубежом, говорят об аномальном характере поляризации рефрагированных волн. Аномальность состоит в том, что волны от Y -источника регистрируются не только на y -, но и на x -компоненте, и соответственно при X - и Z -источниках имеются, кроме x - и z -компонент, y -компоненты записи. Эта особенность может быть следствием эллиптичности поляризации, свойственной гиротропным средам, а также особого свойства, называемого вращением плоскости поляризации и наблюдаемого в некоторых направлениях. Цель данной работы — представить доказательства того, что наблюдаемая поляризация поперечных рефрагированных волн соответствует той, которая должна быть в гиротропной среде.

^{*} См. наст. сб.

КРАТКАЯ СЕЙСМОГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИССЛЕДУЕМОГО УЧАСТКА И МЕТОДИКА ПОЛЕВЫХ РАБОТ

Сейсмогеологическая характеристика. Рассматриваемые ниже работы были выполнены осенью 1989 г. и представляют собой продолжение серии экспериментов, проводимых на полигоне Томского отделения Института геофизики СО РАН с целью изучения поляризации поперечных волн [12, 13, 16]. В полевых работах 1989 г. участвовали В.П. Скавинский, А.Ф. Дурынин, Юн Ен Дин, А.В. Шитов. Перевод вибрационных сейсмограмм в импульсную форму и ввод в ЭВМ выполнил В.П. Скавинский, а поляризационную обработку — А.Ф. Дурынин.

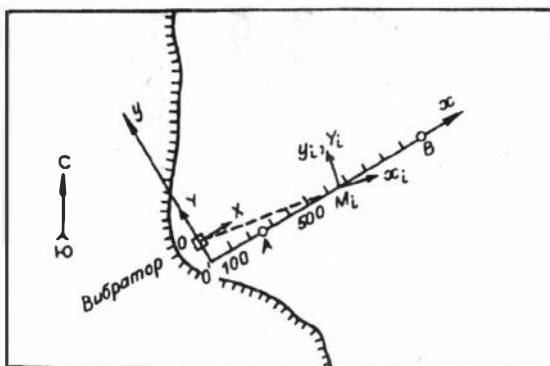
Полигон ТОЭГИ находится вблизи д. Альмяково Первомайского района Томской области. Он расположен на правом крутом берегу р. Чулым; высота обрыва возле полигона 15—20 м. Профиль, отрабатанный в 1989 г., начинается на расстоянии 280 м по прямой от вибратора, стоящего на площадке полигона, и идет в направлении от берега под углом к береговой линии (рис. 1). Рефрагированные поперечные волны, пригодные для изучения поляризации, были получены в интервале расстояний от источника 260—1080 м. Это соответствует глубинам максимального проникания лучей до ~ 300 м.

В указанном интервале глубин среда, аппроксимируемая изотропной моделью, характеризуется зависимостями $v_{P(z)}$, $v_{S(z)}$, изображенными на рис. 2, а. Они получены по годографам рефрагированных P - и S -волн путем обработки первых вступлений на сейсмограммах Zz и Yy (Z , Y — направления воздействий, z , y — компоненты приема). Использовался способ, предложенный Н.Н. Пузыревым и З.Р. Мишенькиной [11], который основан на аппроксимации элементов наблюдаемого годографа рефрагированной волны элементами годографа вида $t(l) = A \operatorname{arsh} B$, $A = 2/(v_0\beta)$, $B = \beta l/2$; элемент годографа включал пять точек.

Для верхней части разреза (ВЧР) А.С. Баянов и др. ранее изучили изменчивость скоростной характеристики среды по горизонтали. На рис. 2, б представлены функции средней скорости $v(x, z)$ для S -волн, характеризующие интервал глубин 0—60 м и полученные путем обработки рефрагированных волн, зарегистрированных ранее при работах ОГТ на изучаемой площади: на продолжении профиля АВ (см. рис. 1) и на параллельном профиле.

Самая верхняя часть разреза (ЗМС) была изучена путем измерений в скважинах глубиной 12—15 м под вибратором, вблизи вибратора и в начальной части профиля АВ. Эти измерения показали, что на исследуемом участке ЗМС имеет сложное строение: кривые $v_p(z)$, $v_s(z)$ не совпадают по форме; характер кривых, особенно $v_s(z)$, меняется при переходе от одной скважины к другой, даже если расстояния между скважинами имеют величину порядка 10 м и

* Материалы об этом содержатся в их отчете за 1984 г.

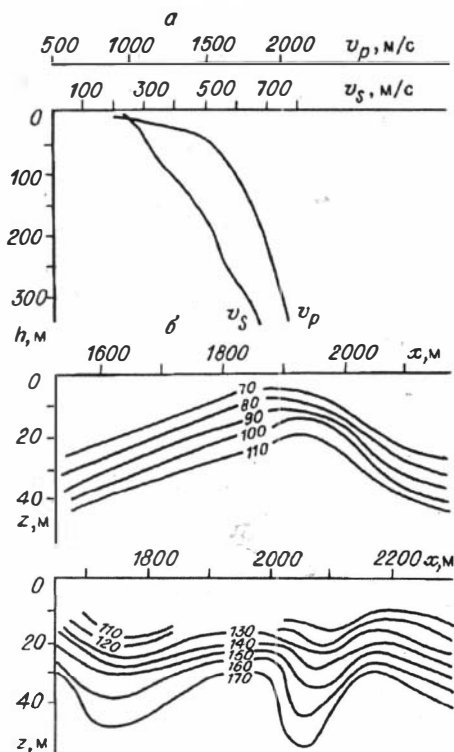


Р и с. 1. Расположение профиля относительно береговой линии и ориентация осей локальных систем координат x_i, y_i относительно осей системы координат x, y .

более. В последнее время В.В. Безходарнов и Ю.П. Стефанов (см. наст. сб.) выполнили более детальное изучение ВЧР, подтверждающее эти выводы.

О геологическом строении ЗМС и ВЧР можно судить и по обнажениям на обрыве берега вдоль д. Альмяково и у площадки полигона, а также по данным скважины глубиной 100 м, находящейся в 30 м от берега около полигона, и неглубоких скважин в разных точках изучаемой площади. Из скважин брался керн (без сохранения структуры); в скважинах кроме сейсмокаротажа проводился гамма-каротаж. В ряде точек полигона выполнены с помощью ВЭЗ измерения удельного электрического сопротивления (до глубин 50—100 м).

Анализ перечисленных данных показывает, что породы, слагающие ЗМС, являются аллювиальными образованиями. Они представлены песчано-глинистыми отложениями, образующими такую последовательность (сверху



Р и с. 2. Скоростная характеристика среды (a — зависимости $v_p(z)$, $v_s(z)$ по данным рефрагированных волн, b — изолинии скорости v_s в плоскости xz , м/с).

вниз): супесь (0—2 м); песок и супесь с прослоями суглинков и глин (от 2 до 10—12 м); ниже — глины тобольской свиты, иногда с прослоями песков (мощностью 8—12 м). Далее ВЧР (до глубины ~ 100 м) состоит из чередования песчаных и глинистых слоев. О составе и строении пород глубже 100 м прямых сведений нет. Если исходить из общих соображений и данных ближайшей Белоярской глубокой скважины, находящейся в 100 км на северо-запад от д. Альмяково, то до глубин порядка 300 м разрез также является терригенным.

Важная характеристика изучаемых отложений — их неоднородность по вертикали. С глубиной степень ее уменьшается. Кроме вертикальной неоднородности имеет место и горизонтальная изменчивость отложений, что следует из сравнения данных по разным скважинам. Еще нужно обратить внимание на микroneоднородность, которая хорошо видна на обнажениях по обрыву и прослеживается по каротажным данным. (Некоторые материалы о микroneоднородности и неоднородности среды приведены в ст. В.В. Безходарнова и Ю.П. Стефанова (см. наст. сб.); они получены как путем изучения обнажений, так и по скважинным наблюдениям в двух скважинах глубиной до 17 м.)

Более подробно геологическое строение изучаемого участка описано в работе [2]. Сведения, приведенные в данной статье и необходимые для понимания результатов поляризационной обработки рефрагированных поперечных волн, почерпнуты из указанных работ.

Методика полевых работ. Наблюдения были выполнены на отрезке АВ профиля 1, источник (вибратор системы “Вибралокатор”) находился в точке О (см. рис. 1). Регистрация колебаний была трехкомпонентной (x , y , z), возбуждение направленным (Y , Z). Горизонтальные сейсмоприемники ориентировались обычным образом: x — по профилю, y — перпендикулярно профилю. Вибратор при горизонтальном Y -воздействии был ориентирован так, чтобы направление силы было перпендикулярно линии профиля.

Ввиду непродольности профиля ($OO' = 100$ м, $OA = 260$ м) воздействие было практически Y -м, начиная с некоторых удалений. Напомним, что x -направление определяется как направление источник — приемник, а y -направление — как ортогональное x -направлению; поэтому для каждой точки приема $M_i (i = 1, \dots, n)$ имеем свои направления X_i , Y_i воздействий, определяемых как сила X и сила Y . Оси x_i , X_i отклоняются от оси x (и соответственно оси y_i , Y_i от оси y) на углы $\alpha_i = \arctg(|OO'| / |OM_i|)$, где отрезок OM_i состоит из двух частей: $|OM_i| = |OA| + |AM_i|$ (см. рис. 1). В начале профиля (точка А) отклонение равно 21° ; в конце участка наблюдений (точка В) оно убывает до 5° . Таким образом, для точек наблюдения в начальной части профиля воздействия фактически были суммами сил X_i , Y_i , а начиная с четверти отрезка АВ профиля преобладающими можно считать силы Y_i .

Горизонтальное Y - и вертикальное Z -воздействия осуществлялись с одинаковой амплитудой силы. Длительность сеанса вибрации

5 мин. Частотный диапазон управляющего сигнала составлял 10—60 Гц. Регистрация выполнялась 48-канальной вибрационной сейсмостанцией системы “Вибролокатор”. При каждом воздействии (Y либо Z) регистрировались одновременно x -, y -, z -компоненты волнового поля в восьми точках профиля. Длина расстановки 70 м, расстояния между сейсмоприемниками 10 м. Использовались одиночные вертикальные сейсмоприемники СВ-10 Ц и горизонтальные СГ-10.

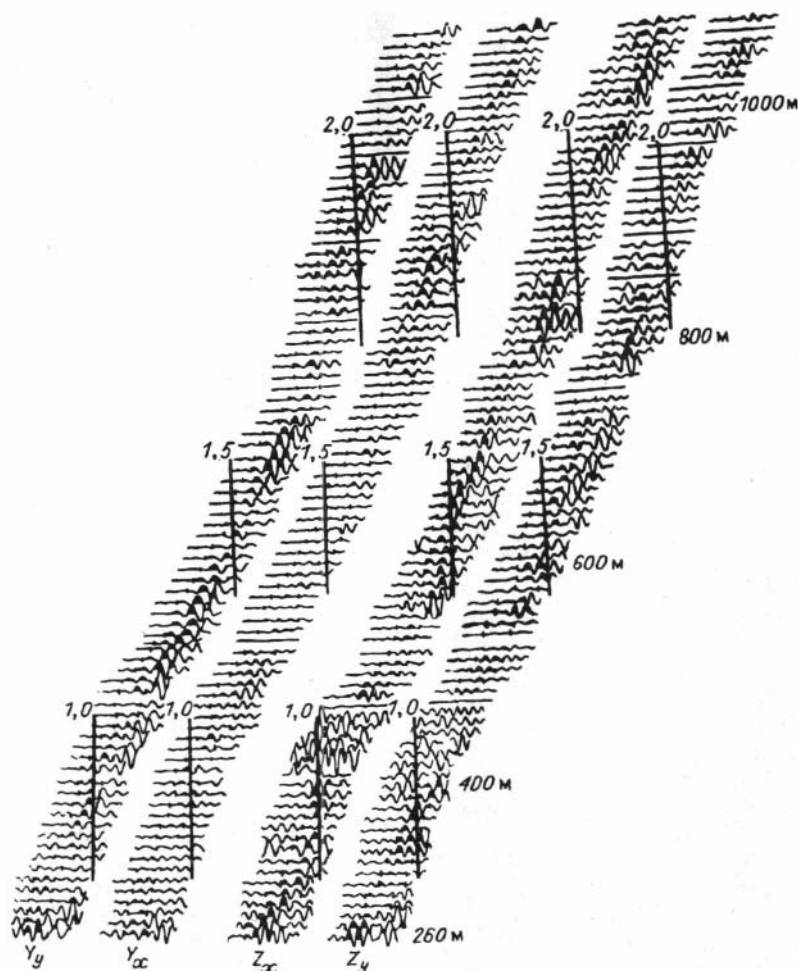
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Общая характеристика. В зарегистрированном волновом поле^{*} объектом изучения были поперечные рефрагированные волны, их поляризация. При вибрационном возбуждении поперечные волны, как известно, регистрируются без фона продольных волн, которые отфильтровываются в процессе записи. Начальные части сейсмограмм x - и y -компонент от X - и Y -воздействий, содержащие рефрагированные поперечные волны, приведены на рис. 3. Видно, что при обоих воздействиях (Y , Z) запись имеет интенсивность примерно одного порядка на компонентах x , y . Кроме того, на всех удалениях записи Yy , Yx , Zx , Zy различны как по временам вступлений, так и по характеру колебаний. На приведенных записях усиление на данном удалении различно для Y - и Z -воздействий, но одинаково для основной и побочной компонент; усиление меняется с удалением от источника.

Волны SH и SV на записях Yy , Zx . Попробуем проанализировать представленные на рис. 3 записи рефрагированных волн более детально, для чего сравним их с ожидаемыми для предполагаемой модели среды. Из приведенной выше сейсмогеологической характеристики участка работ следует, что в первом приближении среду можно считать трансверсально-изотропной с вертикальной осью симметрии и модулями упругости, являющимися функциями глубины z и горизонтальных координат.

Известно, что источник типа сила Y , действующий на поверхности однородного или неоднородного по глубине трансверсально-изотропного полупространства с осью симметрии, нормальной границе полупространства, должен возбуждать SH -волну со смещениями в направлении y , а источник типа сила Z — SV -волну со смещениями в плоскости zx . Функции направленности этих источников в первом приближении имеют такой же вид, как и в случае изотропной среды. (В этом можно убедиться, сравнивая результаты расчетов смещений от Z - и Y -источников в трансверсально-изотропных [3, 7] и изотропных [6, 18] средах.) Относительные интенсивности волн SH и SV , возбуждаемых соответственно Y - и Z -воздействиями, показаны на рис. 4; по оси абсцисс отложены как углы

^{*} Подробное его описание содержится в отчете А.С. Баянова, В.Ф. Кулакова, Г.И. Резяпова, составленном в 1984 г.



Р и с. 3. Записи поперечных рефрагированных волн на x - и y -компонентах при Y - и Z -возбуждениях.

выхода из источника, так и соответствующие им расстояния (260—1080 м). Относительно времен прихода волн SH и SV из опыта экспериментальных исследований [14] и расчетов для трансверсально-изотропных сред, эквивалентных тонкослоистым [5], известно, что в терригенных породах чаще всего SH -волны опережают SV -волны, однако возможно и обратное [5], в частности в случае, когда степень дифференциации разреза по скоростям v_s меньше, чем по скоростям V_p .

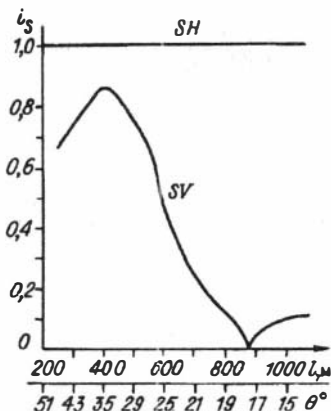
Приведенные соображения помогли выделить SH - и SV -волны соответственно на записях Yy и Zx , что отображено на рис. 3, где отмечена фазовая корреляция этих волн. (Напомним, что компоненту y волны SH и компоненту x волны SV называют основными

Р и с. 4. Функции направленности источников типа Y - (SH -волна) и Z -силы (SV -волна); $\gamma = 0,3$.

компонентами этих волн, а компоненты x у SH -волны и y у волны SV — побочными [14].) Рассматривая записи основных компонент SH - и SV -волн, т.е. Yy и Zx , можем видеть, что на большей части профиля волна SH приходит раньше волны SV и регистрируется практически без фона помех, в отличие от волны SV , вступающей на фоне колебаний побочных компонент волны SH . Особо следует отметить начальную часть профиля (до удалений $r < 500$), где вследствие его непродольности на каждой из записей Yy , Zx присутствуют обе волны: SH и SV , причем SH -волна приходит после волны SV и интерферирует с ней (см. рис. 3).

О записях Yx , Zy . Представление об изучаемой среде как трансверсально-изотропной с вертикальной осью симметрии позволило проинтерпретировать записи Yy , Zx . Наличие же записей Yx и Zy не укладывается в рамки этой модели. Следовательно, требуется ее изменение или уточнение. Посмотрим, что характерно для записей Yx , Zy . Обращаясь к рис. 3, можем видеть, что запись Yx по времени совпадает, с точностью до временного сдвига в пределах полупериода колебаний ($\Delta\varphi = \pm\pi$), с записью Yy . То же самое относится к записи Zy по отношению к записи Zx . Кроме того, видно, что в целом записи Yx менее интенсивны, чем записи Yy , так же как Zy по сравнению с Zx . Отсюда следует, что смещения Yx , Zy являются скорее всего компонентами смещений Yy , Zx . Их появление может быть вызвано либо латеральной неоднородностью среды, либо азимутальной анизотропией, либо суммарным действием вертикальной и горизонтальной микронеоднородности, проявляющимся как гиротропия. (Разумеется, возможно совместное действие названных факторов.)

Обсудим, насколько вероятно каждое из названных явлений в качестве причины возникновения записей Yx , Zy . Действие латеральной неоднородности хорошо изучено для изотропной среды, где оно приводит к появлению боковых компонент смещений в процессе излучения или при распространении волн вследствие кручения лучей и, следовательно, перпендикулярных к ним векторов смещений. Хотя для трансверсально-изотропной среды такие исследования не проводились, но очевидно, что эффекты для нее должны быть аналогичными и того же порядка. Оценим возможную величину боковых компонент, для чего обратимся к рис. 2, б, на котором изображены в плоскости zx изолинии скорости v_s в изучаемой среде в интервале глубин 0—60 м. Поскольку направления x — произвольные направления в горизонтальных плоскостях среды, можно считать, что изолинии v_s в плоскостях zy , перпендикулярных zx ,



имеют наклоны такого же порядка. Принимая во внимание разницу горизонтального и вертикального масштабов разреза, видим, что наклон изолиний составляет несколько градусов, а латеральные изменения скорости v_s на порядок меньше изменения с глубиной. Отсюда вытекает пренебрежимо малая величина боковых компонент смещений при излучении и приеме колебаний. Кручение луча и отношение побочных компонент смещений к основным (например, u_x/u_y при Y -воздействии) должны быть порядка 0,1 и меньше.

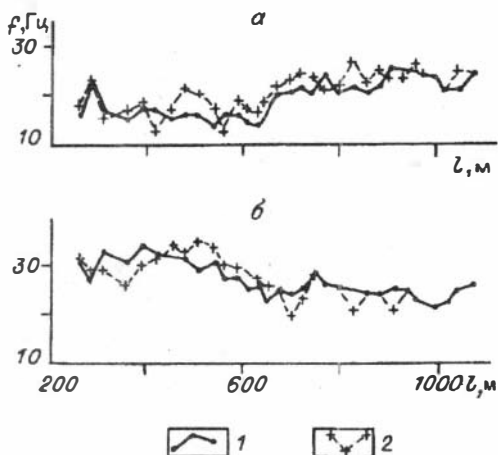
Предположение об азимутальной анизотропии маловероятно вследствие того, что, во-первых, среда является горизонтально-слоистой (тонкослоистой) и, во-вторых, она представляет собой рыхлые в верхней части и слабосцементированные на глубине (лучи проникают до 300 м) песчано-глинистые породы, в которых вертикальная или наклонная трещиноватость практически невозможна. Кроме того, непосредственные измерения v_s по различным азимутам показали, что изменения v_s имеют случайный характер и не есть проявление анизотропии.

Остается предположение о гиротропии, имеющей своей причиной микронеоднородность среды. Сведения о микронеоднородности изучаемой среды приводятся в работе [2], в которой показано, что она очень велика как по вертикали, так и по горизонтали. В работе [9] показано, что гиротропная модель наиболее адекватно описывает поляризацию поперечных волн в реальных средах, подобных изучаемой. Ниже приводятся результаты исследования поляризации рефрагированных волн SH и SV , подтверждающие, что есть возможность объяснить волновую картину, представленную на рис. 3, с помощью гиротропной модели.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЯРИЗАЦИИ SH - И SV -ВОЛН

Характеристика записей во временной и спектральной областях. Принятие решения о том, что волновое поле (см. рис. 3) в начальной части сейсмограмм представляет собой смещения рефрагированных SH - (Y_y , Y_x) и SV -волн (Z_x , Z_y) на основных и побочных компонентах, позволяет ставить задачу определения параметров их поляризации. Некоторая сложность выполнения этой операции связана с тем, что на многих участках профиля SH - и SV -волны интерферируют друг с другом: сначала приходит одна из волн — “быстрая” — и записывается на двух компонентах (основной и побочной), затем приходит вторая — “медленная” — и опять записывается на двух компонентах, попадая в область колебаний первой волны. При этом чаще всего страдает запись побочной компоненты второй волны, когда она накладывается на более интенсивную запись основной компоненты первой волны. Кроме того, записи SH - и SV -волн осложняются интерференцией с другими волнами, вступающими вслед за изучаемыми. Отметим и то, что в некоторых точках наблюдения регулярность записи нарушена мик-

Р и с. 5. Изменение вдоль профиля частот максимумов спектров волн SH (а) и SV (б) на основных (1) и побочных (2) компонентах.



росейсками. Имеются и технические недостатки типа обратных поляриностей, неработающих каналов и т.п.

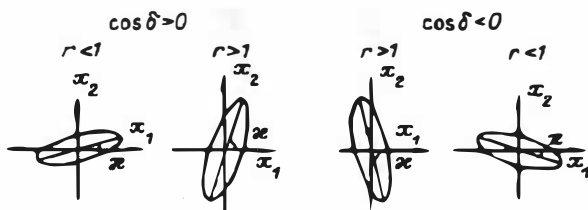
Для определения параметров поляризации SH -и SV -волн на трассах Y_y , Y_x , Z_x , Z_y были выбраны временные интервалы длительностью два периода, отмеченные на рис. 3 вертикальными черточками. Они задавались по основным компонентам волн (Y_y , Z_x), для которых была выполнена фазовая корреляция. Временные интервалы на побочных компонентах задавались такими же, как и на основных, безотносительно к фазовой корреляции на этих компонентах. Поскольку параметры поляризации волн зависят от частоты и на каждой частоте поляризация эллиптическая (в плоскости фронта), они определялись для гармонических составляющих волн SH и SV . Для указанных участков трасс было выполнено фурье-преобразование и далее обрабатывались спектры колебаний.

Изучение спектров показало, что частотный состав волн SH и SV различен: более высокочастотны волны SV (рис. 5), но с удалением от источника это различие убывает, и в конце профиля частоты максимумов спектров этих волн становятся практически одинаковыми. Спектры основных и побочных компонент каждой из волн близки, частоты их максимумов смещены друг относительно друга случайным образом на величины порядка 1—5 Гц.

Определение параметров поляризации волн выполнялось на частотах f_0 максимумов спектров основных компонент. Кроме того, для изучения зависимости параметров поляризации от частоты были выполнены определения параметров и на отдельных, фиксированных частотах ($f_1 = 20$, $f_2 = 25$ Гц). Оказалось, что они отличаются от параметров на частотах f_0 в среднем на 10 % и на столько же — друг от друга. Явные закономерные изменения по профилю не обнаружены.

Формулы для определения параметров поляризации. Гармоническое колебание в плоскости фронта волны, как известно, может быть представлено в виде $r(\omega) \cdot \exp i\delta(\omega)$, где $r(\omega)$ — амплитуда, а $\delta(\omega)$ — фаза колебания, $\omega = 2\pi f$. В нашем случае для каждой из волн SH и SV

$$r(\omega) = |S_{\text{поб}}(\omega)| / |S_{\text{осн}}(\omega)|, \quad \delta(\omega) = \arg S_{\text{поб}}(\omega) - \arg S_{\text{осн}}(\omega), \quad (1)$$



Р и с. 6. Положение эллипсов поляризации относительно осей координат x_1 (основная компонента) и x_2 (побочная компонента).

где $S_{\text{осн}}(\omega) = |S_{\text{осн}}(\omega)| \exp i \arg S_{\text{осн}}(\omega)$, $S_{\text{поб}}(\omega) = |S_{\text{поб}}(\omega)| \times \exp i \arg S_{\text{поб}}(\omega)$ — спектры колебаний на основной и побочной компонентах. Представлению (1) отвечает эллиптическая траектория. Параметры эллипса: отношение полуосей b/a и угол κ , образуемый его большой осью с направлением смещений на основной компоненте, определяются формулами

$$\frac{b}{a} = \left[\frac{1 + r^2 - [(1 + r^2)^{1/2} - 4r^2 \sin^2 \delta]^{1/2}}{1 + r^2 + [(1 + r^2)^{1/2} - 4r^2 \sin^2 \delta]^{1/2}} \right]^{1/2}, \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} 2\kappa = \frac{2r \cos \delta}{1 - r^2}.$$

Для однозначного нахождения угла κ следует учитывать формулы

$$\sin 2\kappa = \frac{2r \cos \delta}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + 4r^2 \cos^2 \delta}}, \quad \cos 2\kappa = \frac{1 - r^2}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + 4r^2 \cos^2 \delta}}. \quad (3)$$

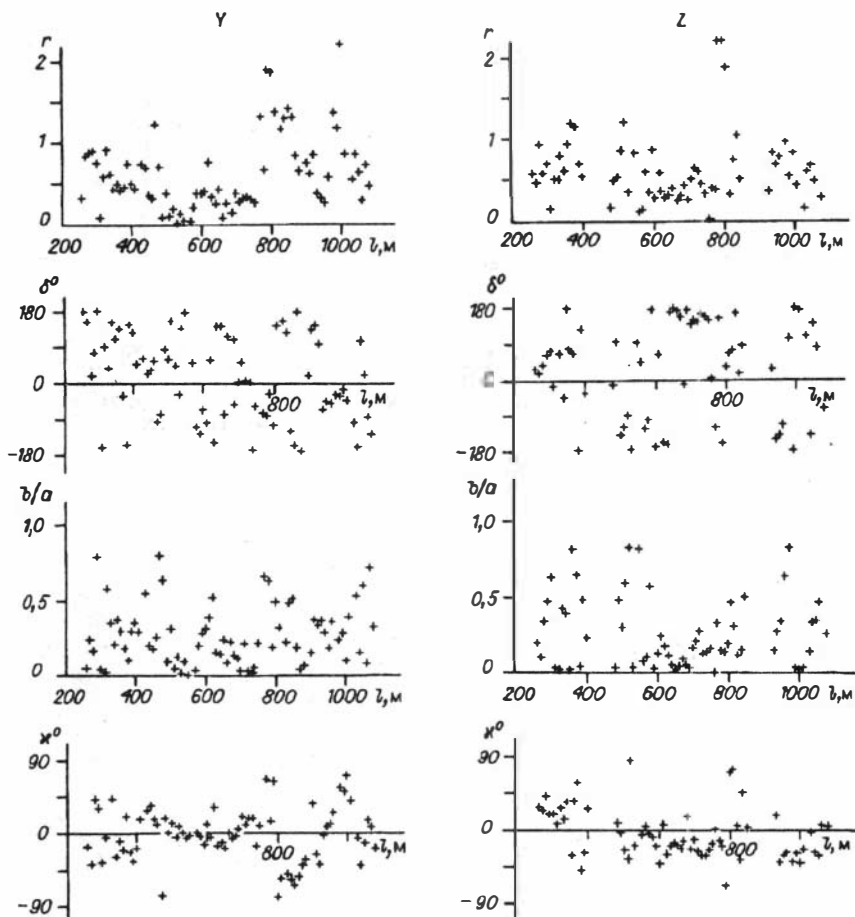
Направление обхода эллипса определяется знаком $\sin \delta$. Нами принято, что при $\sin \delta > 0$ поляризация правая, а при $\sin \delta < 0$ — левая.

Эллипсы поляризации, занимающие различное положение относительно осей координат в зависимости от знака $\cos \delta$ и соотношения для r : $r < 1$ или $r > 1$, даны на рис. 6. Угол κ отсчитывается, как обычно, от положительного направления оси x_1 против часовой стрелки; он изменяется в пределах $0-180^\circ$. Возможен и отсчет от 0 до 90° и от 0 до -90° . В данной работе принят второй вариант отсчета.

Представления (1) и (2) эквивалентны. Более наглядно в случае гиротропных сред представление (2) [9, 13, 17].

Поляризация SH- и SV-волн. Характеристики поляризации волн SH и SV, определенные по формулам (1) — (3), представлены на рис. 7.

Формулы (1) — (3) применимы к колебаниям в плоскости фронта, т.е. содержащим смещение $u = (u_x, u_y, u_z)$. Но компоненты u_z регистрировались вертикальными сейсмоприемниками, характеристики которых отличны от характеристик сейсмоприемников горизонтальных. Поэтому в качестве смещений в плоскости xz брались



Р и с. 7. Изменение вдоль профиля параметров поляризации r , δ° , b/a , χ° волн SH (Y) и $SV(Z)$ на частотах максимумов спектров основных компонент.

значения $u_{xz} = u_x / \cos \alpha$, где α — угол между лучом и вертикалью в точке приема; лучи рассчитывались, исходя из зависимости $v_s(z)$ (см. рис. 2,а). Замена величины $\sqrt{u_x^2 + u_z^2}$ на $u_x / \cos \alpha$, как видим, соответствует модели изотропной среды и, кроме того, делает значения u_{xz} менее точными, чем при непосредственном измерении u_z . (В дальнейшем при изучении поляризации рефрагированных волн надо использовать трехкомпонентные установки, применяемые в поляризационном методе.)

Параметры поляризации SH - и SV -волн претерпевают резкие изменения при переходе от одной точки наблюдения к другой, как следует из рис. 7. Отношения модулей компонент r принимают значения как меньшие единицы (побочные компоненты меньше основных), так и большие; разности фаз компонент изменяются

также во всем диапазоне углов $0-180^\circ$, $0-(-180^\circ)$. Соответственно параметры эллипсов также подвержены сильным изменениям, хотя диапазоны изменения сужены как для отношения полуосей b/a , так и для углов поворота осей эллипсов κ .

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ $\kappa(l)$, $b/a(l)$

О необходимости сглаживания данных, представленных на рис. 7. На первый взгляд кажется, что в поведении всех представленных на рис. 7 функций нет никаких закономерностей, а есть только колоссальный разброс около средних значений, причем для углов δ и κ — разброс относительно нуля. Однако если начать представлять данные зависимости в сглаженном виде, используя статистические методы обработки, то можно увидеть, что закономерности появляются.

Обратимся к сглаженным графикам. Сглаживание выполнялось как путем простого осреднения (по разному числу точек, от 3 до 19), так и с помощью алгоритма восстановления зависимостей из [1]. Второй способ более корректен и информативен.

Из различных алгоритмов восстановления функциональных зависимостей по экспериментальным данным, имеющихся в [1], нами был выбран алгоритм построения кубического сплайн-приближения регрессии с выбором оптимального числа сопряжений приближения на равномерной сетке. Для проведения расчетов была использована программа SPLREG, реализующая этот алгоритм.

Алгоритм сплайн-аппроксимации. Суть алгоритма в следующем.

Сначала минимизируется функционал

$$I_3(\alpha) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - F(\alpha, x_i))^2 / \sigma_i^2, \quad (4)$$

называемый функционалом эмпирического риска. Задача заключается в том, чтобы в классе сплайн-функций

$$F(x) = \sum_{j=1}^{N+4} \alpha_j S_j(x) \quad (5)$$

(где $S_j(x)$ — фундаментальные сплайны с сопряжениями в тех же узлах, что и искомый; N — число сопряжений по выборке объема n $x_1, y_1, \dots, x_n, y_n$; $y_i(x_i)$ — значения искомой функции $y(x)$ в точках x_i , заданные со среднеквадратическими погрешностями σ_i) найти параметры α_j^* сплайн-приближения (5), доставляющие минимум функционалу (4).

Вектор $\alpha^* = (\alpha_1, \dots, \alpha_{N+4})$ находится путем решения нормальной системы линейных алгебраических уравнений

$$PP^T \alpha = P^T y,$$

где $y = (y_1, \dots, y_n)$; $P = \{S_j(x_i)/\sigma_i\}$ — матрица размера $n \cdot (N + 4)$ значений фундаментальных сплайнов в точках x_i .

Минимизация функционала (4) выполняется для различных значений N из заданной последовательности (в программе SPLREG предусмотрено изменение значений N в пределах $-3 \leq N \leq 16$).

Величина функционала $I_3(\alpha^*)$ является оценкой качества приближения функции регрессии, найденной по той же выборке, по которой приближение строилось. Справедливая для любой случайной выборки оценка качества построенного приближения определяется выражением

$$J(N) = \frac{I_3(\alpha^*)}{1 - \sqrt{\frac{(N+4) \left(\ln \frac{n}{N+4} + 1 \right) - \ln \eta}{n}}}, \quad (6)$$

где $1 - \eta$ — вероятность, с которой выполняется эта оценка (в программе SPLREG положено $\eta = 0,05$).

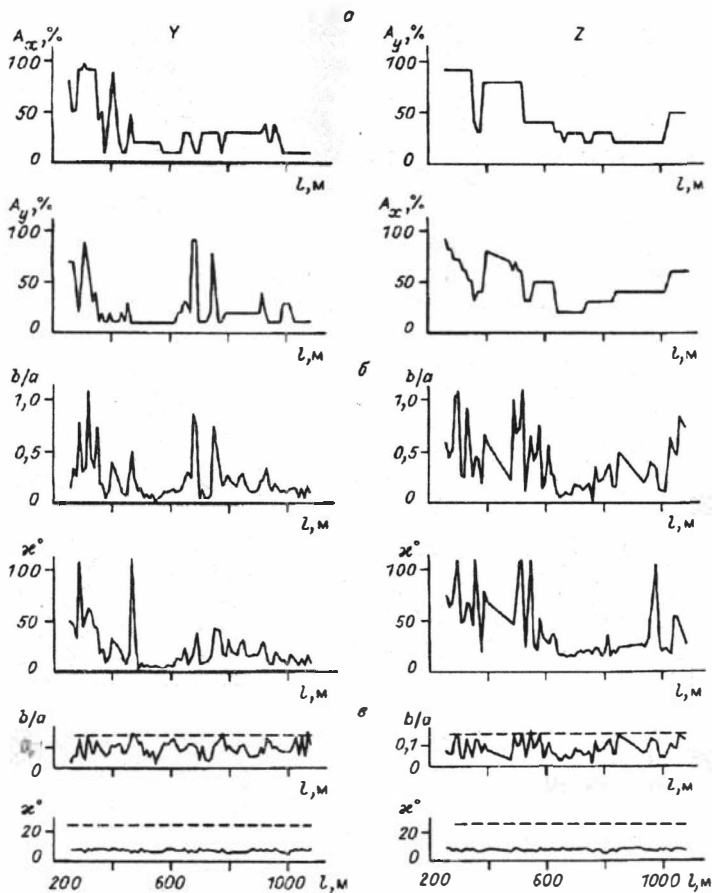
При фиксированных η и n знаменатель выражения (6) зависит от N — числа сопряжений сплайна. Рекомендуется выбирать то значение N , при котором оценка $J(N)$ минимальна.

Описанный алгоритм представляет собой формальное решение задачи восстановления функциональных зависимостей. При его применении возникает ряд вопросов, ответы на которые могут быть получены только при учете специфики конкретной задачи.

Наша задача состоит в восстановлении функциональных зависимостей $\kappa(l)$, $b/a(l)$, представленных своими значениями κ_i , $(b/a)_i$, $i = 1, \dots, 76$ ($n = 76$), изображенными на рис. 7. (Расстояния l отсчитываются вдоль профиля от точки O (см. рис.1).)

Для минимизации функционала (4) надо задать среднеквадратические погрешности σ_i значений κ_i , $(b/a)_i$, $i = 1, \dots, 76$. Нами было рассмотрено три варианта задания (σ_i).

Первый вариант (индивидуальные погрешности γ , δ). Задаются погрешности исходных данных, т.е. амплитуд и фаз колебаний $u(t)$ на основных и побочных компонентах волн SH и SV . Относительной погрешностью амплитуды волны считается величина помеха/сигнал, оцениваемая по фону колебаний перед вступлением волны. Эти оценки для волн SH (Y -воздействие) и SV (Z -воздействие), зарегистрированных x - и y -приборами, приведены на рис. 8, а. Оценки, сделанные во временной области, переносятся на спектры $S(\omega)$ колебаний $u(t)$. Относительные ошибки величин $r(\omega_0)$ — отношений амплитуд на побочных компонентах к амплитудам на основных компонентах на частоте ω_0 (см. (1)) — считались равными суммам относительных ошибок амплитуд на побочной и основной компонентах. Погрешности фаз не поддаются визуальным оценкам, поэтому относительные ошибки величин $\delta(\omega_0)$ — разностей фаз на побочной и основной компонентах — брались такими же, как относительные ошибки $r(\omega_0)$. По относительным погрешностям $\Delta r/r$, $\Delta \delta/\delta$ нахо-



Р и с. 8. Первый вариант задания погрешностей аппроксимируемых данных: относительные погрешности (%) амплитуд на основных и побочных компонентах (а) и соответствующие им абсолютные погрешности параметров эллипсов b/a , κ (б). Второй вариант задания погрешностей: абсолютные погрешности параметров эллипсов b/a , κ , вызванные погрешностями $\Delta r/r = \Delta \delta/\delta = 20\%$ (а — сплошные линии). Третий вариант задания погрешностей: одинаковые абсолютные погрешности параметров эллипсов $\Delta(b/a) = 0,15$; $\Delta\kappa = 25^\circ$ (а — штрих).

Y, Z — направления воздействий (Y — волна SH, Z — волна SV).

дились абсолютные погрешности Δr , $\Delta \delta$. Далее интересующие нас абсолютные погрешности параметров эллипсов κ , b/a рассчитывались по формулам для абсолютных ошибок функций: $\Delta\kappa = |\kappa_r| \Delta r + |\kappa_\delta| \Delta \delta$, $\Delta(b/a) = |(b/a)_r| \Delta r + |(b/a)_\delta| \Delta \delta$, производные κ и b/a находились аналитически — дифференцированием выражений (2). Погрешности $\Delta\kappa_i$ и $\Delta(b/a)_i$, $i = 1, \dots, 76$, изображены на рис. 8, б.

Второй вариант (одинаковые относительные погрешности r , δ). Полагаем, что амплитуды SH- и SV-волн (см. рис. 3) характеризу-

ются одинаковыми для всех точек наблюдения относительными погрешностями $\Delta_{\text{отн}}$ на основных и побочных компонентах. Далее, следуя тем же предположениям, что и в варианте 1, полагаем $\Delta r/r = \Delta \delta/\delta = 2\Delta_{\text{отн}}$, находим Δr , $\Delta \delta$ и вычисляем $\Delta \kappa$, $\Delta(b/a)$. Погрешности $\Delta \kappa_i$, $\Delta(b/a)_i$, $i = 1, \dots, 76$, для $\Delta_{\text{отн}} = 20\%$ изображены на рис. 8, в.

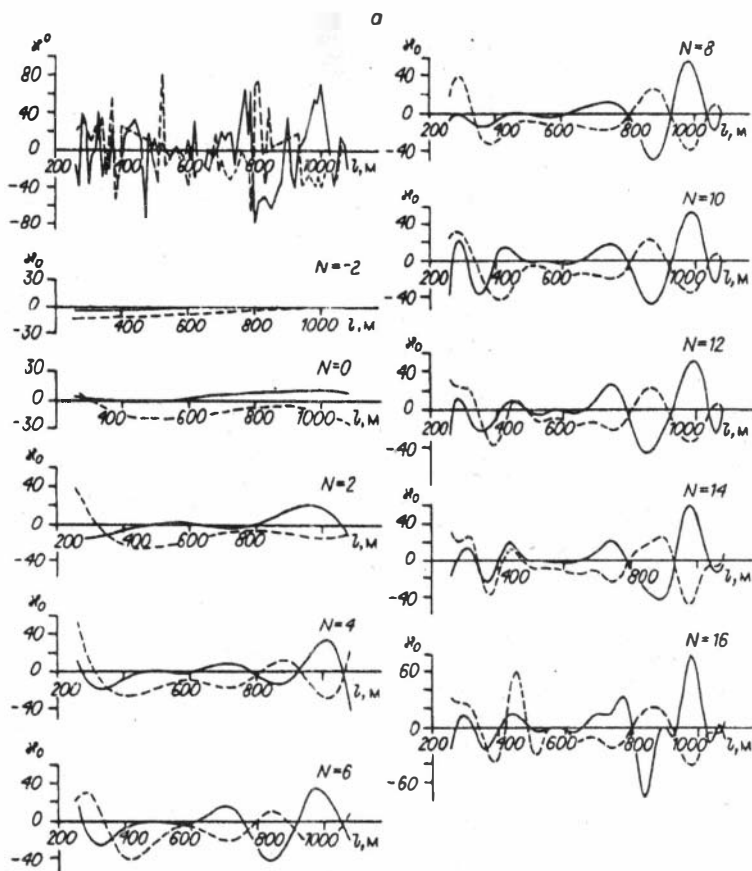
Третий вариант (одинаковые абсолютные погрешности κ , b/a). Среднеквадратические погрешности σ_i значений κ_i и $(b/a)_i$, $i = 1, \dots, 76$, считаются одинаковыми для всех точек наблюдения. Величина погрешности $\sigma_i = \text{const}$ не влияет на вид функционала (4), так как множители $1/\sigma_i^2$ выносятся за знак суммы. Для расчетов были приняты следующие величины погрешностей σ_i : $\Delta \kappa_i = 25^\circ$, $\Delta(b/a)_i = 0,15$; $i = 1, \dots, 76$ (см. рис. 8, в).

Сравнивая три варианта задания погрешностей $\Delta \kappa_i$, $\Delta(b/a)_i$, $i = 1, \dots, 76$, можем видеть, что первый вариант заметно отличается от двух других: для погрешностей как $\Delta \kappa$, так и $\Delta(b/a)$ характерны резкие изменения вдоль профиля и явно завышенные значения в ряде точек наблюдения (имеются значения $b/a > 1$, что выходит за пределы изменения этого параметра ($0 \leq b/a \leq 1$)). Второй и третий варианты сходны по уровню значений: погрешности $\Delta(b/a)$, $\Delta \kappa$ малы в том и другом вариантах, а в варианте три — постоянны.

Зависимость сплайн-приближений параметров эллипсов от погрешностей исходных данных и числа сопряжений сплайна. Проиллюстрируем на примерах суть процесса сплайн-аппроксимации и обсудим устойчивость результатов относительно различных возможных способов расчета.

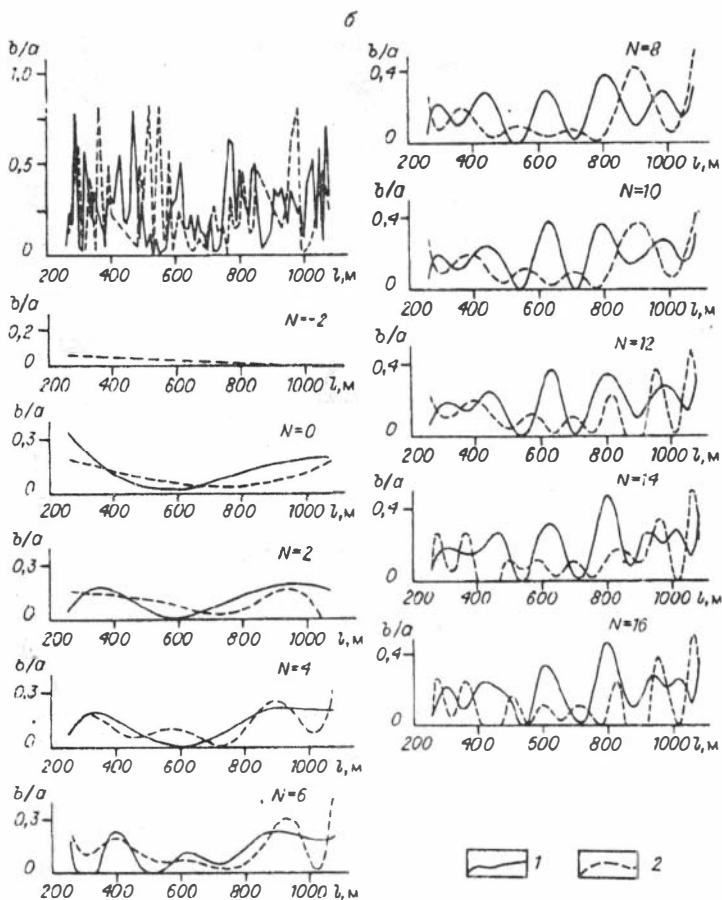
Результаты вычисления сплайн-приближений параметров эллипсов κ_i , $(b/a)_i$, $i = 1, \dots, 76$, показаны на рис. 9. Наблюдаемые значения κ_i , $(b/a)_i$, $i = 1, \dots, 76$, для SH - и SV -волн (соответственно от Y - и Z -воздействий) изображены в верхних частях рис. 9, а, б. Среднеквадратические погрешности $\Delta \kappa_i$, $\Delta(b/a)_i$, $i = 1, \dots, 76$, брались согласно первому варианту (см. рис. 8, а). Рисунки демонстрируют, как зависит вид сплайн-приближений от N — числа сопряжений сплайна. Видно, что с ростом N увеличивается детальность графиков: при $N = -2$ они представляют собой прямые линии, при $N = 0$ — кубические полиномы, при $N = 2$ — сплайны с двумя сопряжениями и т.д. — до $N = 16$. При $N = 16$ получается, что на отрезках между узлами сплайна находится порядка четырех—пяти точек (x_i, y_i) , т.е. минимальное количество точек, через которые можно провести кубическую параболу.

Аналогичные расчеты были выполнены для второго и третьего вариантов задания погрешностей (σ_i). В обоих вариантах абсолютные погрешности $\Delta \kappa_i$, $\Delta(b/a)_i$, $i = 1, \dots, 76$, одинаковы для всех точек профиля: во втором варианте приближенно, а в третьем — точно (см. рис. 8, в). Вследствие этого сплайн-приближения $\kappa(l)$, $b/a(l)$ также практически одинаковы для этих двух вариантов, но отличны от приближений для варианта один. Степень различия



можно видеть, сравнивая рис. 10 и рис. 9 для $N = 8$. Различия в основном приурочены к началу профиля, где абсолютные погрешности $\Delta \kappa_i$, $\Delta(b/a)_i$ в варианте один велики (см. рис. 8, б) из-за фона помех на исходных сейсмограммах (см. рис. 3); в осредняющий сплайн эти точки вошли с меньшими весами согласно выражению (4).

Сравнение сплайн-аппроксимации параметров записи γ , δ и параметров эллипсов b/a , κ . Сплайн-приближения параметров эллипсов $\kappa(l)$, $b/a(l)$, представленные на рис. 9 и 10, были получены путем осреднения значений κ_i , $(b/a)_i$, $i = 1, \dots, 76$, которые считались результатом прямых измерений. Вообще говоря, это не так, вернее, не совсем так. Экспериментальными данными являются записи $u(t)$ на x - и y -компонентах от Y - и Z -воздействий (см. рис. 3). Отсюда возникает вопрос: не правильнее ли осреднять отношения амплитуд побочных и основных компонент и разности их фаз, а потом по этим осредненным параметрам рассчитывать параметры эллипсов. И тут снова возникает проблема выбора: как определять отношения амплитуд и разности фаз — во временной области или в

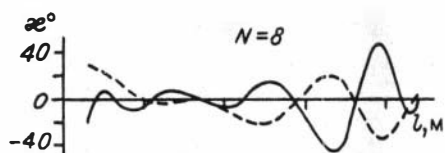


Р и с. 9. Наблюдаемые значения и сплайн-аппроксимация параметров эллипсов при различном числе сопряжений N ; первый вариант задания погрешностей (σ_i): $a - \kappa(l)$, $b - b/a(l)$.

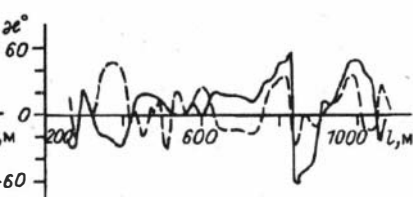
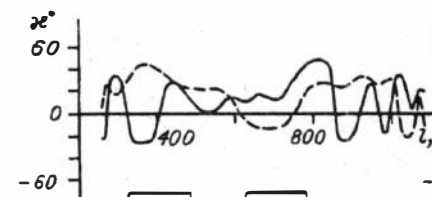
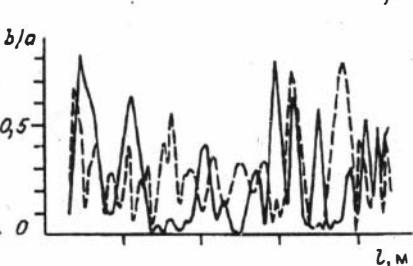
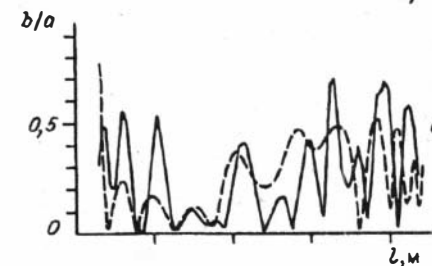
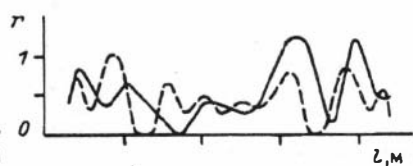
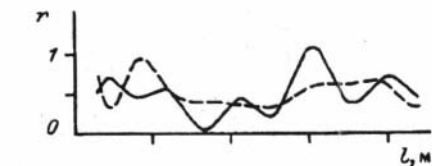
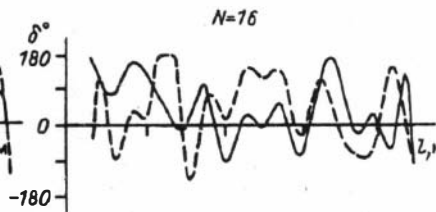
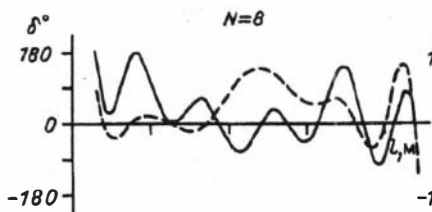
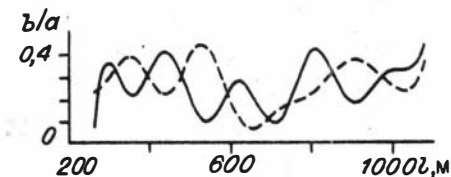
1 — Y-воздействие (волна SH); 2 — Z-воздействие (волна SV).

спектральной? Мы определяли эти параметры по спектрам — на частотах максимумов основных компонент, так как такое определение более помехоустойчиво. Для ответа на вопрос о том, что лучше: построить сплайн-аппроксимации параметров r_i , δ_i , $i = 1, \dots, n$, а потом по ним вычислить параметры эллипсов κ_i , $(b/a)_i$, $i = 1, \dots, n$, или сначала вычислить κ_i , $(b/a)_i$ по r_i , δ_i для всех i , а потом их осреднить — были проведены численные эксперименты.

Путь пересчет $(r_i, \delta_i) \rightarrow (\kappa_i, b/a_i)$, потом аппроксимация $(\kappa_i, b/a_i)$ нами уже пройден. Что получается при аппроксимации (r_i, δ_i) и последующем пересчете $(r_i, \delta_i) \rightarrow (\kappa_i, (b/a)_i)$, показано на рис. 11.



Р и с. 10. Пример сплайн-аппроксимации параметров эллипсов $\kappa(l)$, $b/a(l)$ при втором варианте задания погрешностей (σ_i).
Усл. обозн. см. на рис. 9.



1 — Y-воздействие (волна SH); 2 — Z-воздействие (волна SV).

Р и с. 11. Сплайн-аппроксимация параметров записи $r(l)$, $\delta(l)$ и пересчет $r(l)$, $\delta(l)$ в $\kappa(l)$, $b/a(l)$ по формулам (2), (3); первый вариант задания погрешностей (σ_i).
1 — Y-воздействие (волна SH); 2 — Z-воздействие (волна SV).

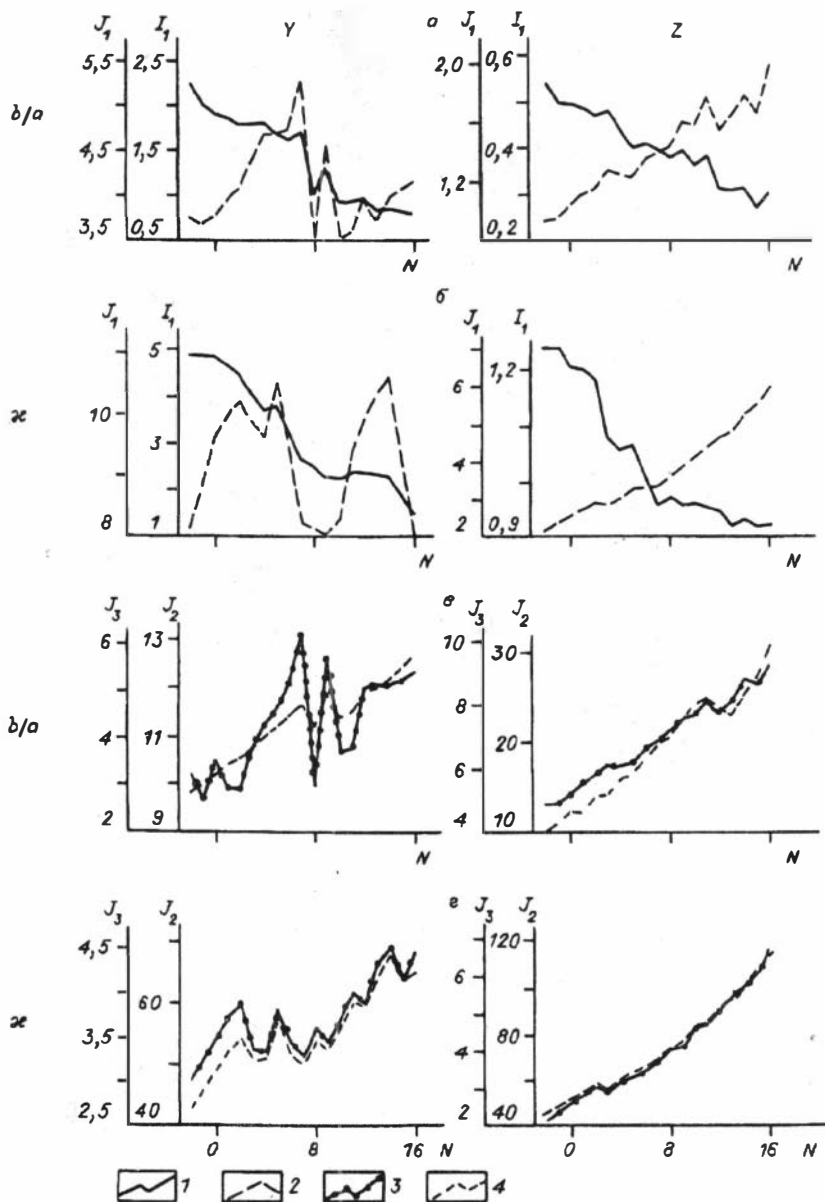
Приведены результаты сплайн-аппроксимации значений $r(l)$, $\delta(l)$ при $N = 8$ и 16. Если сравнивать сосчитанные по ним кривые $b/a(l)$, $\kappa(l)$ с кривыми $b/a(l)$, $\kappa(l)$, полученными из значений $(b/a)_i$, κ_i , $i = 1, \dots, n$, путем их сплайн-аппроксимации при тех же $N = 8$ и 16 (см. рис. 9), то видно, что сходства между ними гораздо меньше, чем можно было ожидать. Кривые на рис. 11 более изрезанные за счет экстремумов на $r(l)$ и $\delta(l)$, приуроченных не к одним и тем же значениям l . При $N = 16$ сходство между соответствующими кривыми $b/a(l)$, $\kappa(l)$ на рис. 9 и 11 несколько больше, чем при $N = 8$. По-видимому, способ сначала аппроксимация $r(l)$, $\delta(l)$, а потом вычисление $b/a(l)$, $\kappa(l)$ дает более искаженные результаты, чем ранее рассмотренный способ: вычисление $b/a(l)$, $\kappa(l)$ по $r(l)$, $\delta(l)$, а затем аппроксимация.

Вопрос о конкретном виде функциональных зависимостей $b/a(l)$, $\kappa(l)$. Теперь предстоит решить наиболее трудную задачу сплайн-аппроксимации: определить, какое число сопряжений N оптимально. Формальный ответ можно получить, применяя описанные выше рекомендации из [1], т.е. надо найти $\min J(N)$. Обратимся к графикам эмпирического риска $I_3(\alpha^*, N)$ и среднего риска $J(\alpha^*, N)$ (рис. 12, а, б). Кривые $I_3(N)$, как и следовало ожидать, являются в общем убывающими функциями, принимающими наименьшие значения при $N = 16$ или вблизи $N = 16$; на кривых имеются локальные максимумы и минимумы. Вид кривых среднего риска $J(N)$ различен для случаев Y - и Z -воздействий. Функции $J(N)$ для Y -воздействия имеют по несколько минимумов: при $N = -1$; 3; 8; 10; 13 у кривой для сплайн-приближения b/a и при $N = 4$; 9; 16 у кривой для сплайн-приближения κ . Наименьшее значение функция $J(N)$ для b/a имеет при $N = 8$, для κ — при $N = 16$. Для обеих функций (b/a и κ) оптимально значение $N = 8$, которому соответствуют области глубоких минимумов. Функции $J(N)$ для Z -воздействия являются в общем возрастающими, при этом на кривой для b/a имеются незначительные локальные минимумы при $N = 5$; 10; 12; 15, а на кривой для κ они менее заметны. Наименьшие значения функция $J(N)$ для b/a и κ принимает при $N = -2$.

Изображенные на рис. 12, а, б графики функций $I_3(N)$, $J(N)$ относятся к первому варианту задания погрешностей (σ_i). Для второго и третьего вариантов поведение функции $I_3(N)$, как показали расчеты, такое же, а функция $J(N)$ ведет себя неодинаково в разных случаях, что можно видеть на рис. 12, в, г.

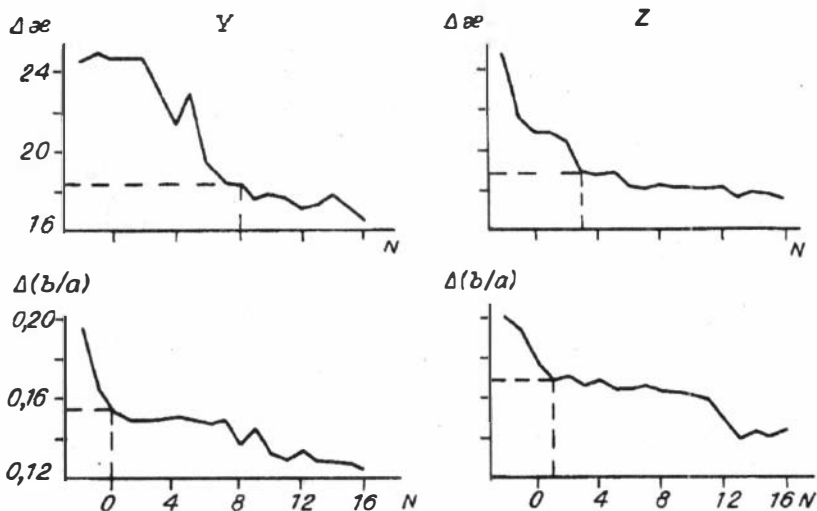
Анализ представленных на рис. 12 кривых среднего риска $J(N)$ склоняет к выводу, что, по-видимому, истинным зависимостям $\kappa(l)$, $b/a(l)$ для волн SH и SV более других соответствует сплайн-аппроксимация с числом сопряжений 8 или около того. В пользу такого выбора можно привести следующие доводы.

Главный довод несколько формального свойства: значение $N = 8$ найдено по кривым среднего риска для наиболее надежных экспериментальных данных: Y -воздействие, индивидуальные погрешности наблюдений (см. рис. 12, а, б, левый столбец). Если бы каче-



Р и с. 12. Кривые эмпирического риска $I_i(N)$ и среднего риска $J_i(N)$, $i = 1, 2, 3$, полученные в процессе сплайн-аппроксимации параметров эллипсов $b/a(l)$, $\kappa(l)$ волн SH (Y -воздействие) и SV (Z -воздействие) в случае различных вариантов задания погрешностей (σ_i) (a, δ — первый вариант ($i = 1$), ϵ, ϵ — второй и третий варианты ($i = 2, 3$)).

1 — $I_1(N)$; 2 — $J_1(N)$; 3 — $J_2(N)$; 4 — $J_3(N)$.



Р и с. 13. Среднеквадратические отклонения сплайн-приближений параметров эллипсов κ , b/a от наблюдаемых значений в функции N -числа сопряжений сплайна; первый вариант задания погрешностей исходных данных Y -воздействие (SH -волна), Z -воздействие Z (SV -волна).

ство записей от воздействия Z было таким же, как от Y , то, наверное, и в случае Z -воздействия мы бы получили, что $N = 8$ или близко к тому. Функции $\kappa(l)$, $b/a(l)$ при Z -воздействии имеют тот же физический смысл, что и при Y -воздействии, следовательно, нет оснований считать, что для них наилучшей является аппроксимация при $N = -2$. То же относится и к кривым на рис. 12, в, г для обоих воздействий (Y , Z).

Графики среднеквадратических отклонений сплайн-приближений $\kappa(l)$, $b/a(l)$ от наблюдаемых значений κ_i , $(b/a)_i$, $i = 1, \dots, 76$, в функции N (для первого варианта задания погрешностей σ_i) приведены на рис. 13. На всех графиках можно выделить точки (или области) перехода от больших значений к малым. Для кривых $\Delta \kappa(N)$ они относятся к значениям $N = 8$ и 3 , при этом $\Delta \kappa \approx 18^\circ$. На кривых $\Delta b/a(N)$ точкам $N = 8$ отвечают значения $\Delta(b/a) \approx 0,14$ (Y -воздействие) и $\Delta(b/a) \approx 0,16$ (Z -воздействие), т.е. $\Delta(b/a) \approx 0,15$. Переход же к малым значениям на кривых $\Delta b/a(N)$ начинается раньше, чем при $N = 8$: с $N = 0$ (Y -воздействие) и $N = 1$ (Z -воздействие). Таким образом, из вида кривых на рис. 13 следует, что значения $N = -2$ и вообще значения $N \leq 2$ не отвечают хорошей аппроксимации наблюдаемых значений.

Самым правильным было бы установить границы класса функций (диапазон N), аппроксимирующих параметры эллипсов, исходя из известных погрешностей этих параметров. Наиболее надежный способ установления погрешностей, как известно, это повторные измерения. Мы надеемся их сделать, и тогда можно будет вернуться

к данному материалу и выбрать наиболее надежные сплайн-приближения параметров эллипсов.

Неравенство Хёфдинга. Некоторые оценки можно получить, используя свойство положительности и ограниченности параметров эллипсов b/a и κ . Отношение полуосей эллипса b/a изменяется в пределах $0 \leq b/a \leq 1$. Интервал изменения углов поворота эллипсов κ также ограничен: $-90^\circ \leq \kappa \leq 90^\circ$, он может быть приведен к интервалу $0-180^\circ$, т.е. $0 \leq \kappa \leq \pi$. Для независимых положительных ограниченных случайных величин

$$\xi_1, \dots, \xi_n; \quad 0 \leq \xi \leq \tau_a \quad (7)$$

справедливо неравенство Хёфдинга, дающее оценку уклонения случайной величины от ее математического ожидания

$$P \left\{ \left| \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i - M\xi \right| > \varepsilon \right\} < 2e^{\frac{-2\varepsilon^2 n}{\tau_a^2}}.$$

Пусть вероятность P не превышает η , т.е.

$$2e^{\frac{-2\varepsilon^2 n}{\tau_a^2}} = \eta.$$

Тогда разрешение этого равенства относительно ε дает оценку

$$\varepsilon = \tau_a \sqrt{\frac{\ln(2/\eta)}{2n}}. \quad (8)$$

Пусть в роли случайных величин (7) выступают значения функций $y_i(x_i)$, т.е. параметры эллипсов $(b/a)_1, \dots, (b/a)_n$, $0 \leq (b/a)_i \leq 1$; $\kappa_1, \dots, \kappa_n$, $0 \leq \kappa_i \leq \pi$, для которых неравенство Хёфдинга принимает вид

$$P \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i(x_i) - F(x_i, \alpha_N^*)| > \varepsilon \right\} < 2e^{\frac{-2\varepsilon^2 n}{\tau_a^2}},$$

где $F(x_i, \alpha_N^*)$ — значения сплайна с N сопряжениями в точках x_i . Пусть $n = 76$, $\eta = 0,05$. Вычислив по формуле (8) значения ε для параметров b/a , κ , можем утверждать, что с вероятностью $1 - \eta$ справедливы оценки

$$\Delta(b/a) < 0,156; \quad \Delta\kappa < 0,156\pi \quad (\Delta\kappa < 28^\circ). \quad (9)$$

Эти оценки, как и любые другие теоретические оценки, рассчитаны на неблагоприятные случаи. Кроме того, мы полагали, что отношение полуосей эллипсов b/a и углы поворота κ изменяются во всем диапазоне возможных значений, на самом деле пределы их изменения уже возможных. Поэтому оценки (9) можно несколько ослабить. Это относится в первую очередь к оценке для $\Delta\kappa$: можно считать $\Delta\kappa \leq 18^\circ$, как на рис. 13 при $N \geq 8$. Для $\Delta(b/a)$ оценка (9) совпадает с оценкой на рис. 13 при $N \geq 8$.

О СООТВЕТСТВИИ ПОЛУЧЕННЫХ ДАННЫХ МОДЕЛИ ГИРОТРОПНОЙ СРЕДЫ

Поляризация поперечных волн в гиротропных средах и проблемы ее изучения. Приведем, следуя [15], некоторые необходимые сведения о гиротропии, которые будут использоваться при обсуждении вопроса о возможности объяснения особенностей поляризации рефрагированных поперечных волн, наблюдаемых экспериментально, с помощью гиротропной модели среды.

Гиротропная среда, по определению, это такая среда, в которой связь между напряжениями σ_{ij} и деформациями ϵ_{kl} имеет вид

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \epsilon_{kl} + b_{ijkl} \partial \epsilon_{kl} / \partial x_n,$$

где (c_{ijkl}) — тензор модулей упругости; (b_{ijkl}) — тензор гирации. Тензор b как тензор нечетного ранга отличен от нуля только в нецентросимметричных средах. В остальном свойства внешней симметрии материального тензора b , так же как тензора c , определяются свойствами симметрии самой среды. Согласно принципу Неймана, группа симметрии свойства должна быть не ниже группы симметрии среды.

Изучаемая нами среда состоит из горизонтально залегающих тонких слоев. Она может иметь симметрию, характеризуемую предельными точечными группами ∞ , $\infty 2$, ∞m (осесимметричные среды) и $\infty \infty$ (среды, в которых все направления равноправны, но различаются левые и правые направления). Среды группы $\infty \infty$ по упругим свойствам, описываемым тензором c , классифицируются как изотропные, а групп ∞ , $\infty 2$, ∞m как трансверсально-изотропные (для групп ∞ , $\infty 2$, ∞m тензор c одинаков). Гиротропные свойства, которые определяются тензором b , разные для групп $\infty \infty$, ∞ , $\infty 2$, ∞m . Группы $\infty \infty$, ∞ , $\infty 2$ энантиоморфны: в средах этих групп возможно вращение плоскости поляризации.

Если среда характеризуется симметрией $\infty \infty$, то тензоры c и b должны быть этой же группы. (Они оба или один из них не могут быть симметрии ∞ , $\infty 2$, ∞m , так как симметрия этих групп ниже, чем $\infty \infty$.) Будем называть такую среду изотропной гиротропной, хотя правильнее называть ее гиротропной средой. Если среда осесимметрична (∞ , $\infty 2$, ∞m), то тензор c должен быть тензором для трансверсально-изотропной среды, а тензор b может быть одной из этих групп либо группы $\infty \infty$, как более симметричной. Такую среду будем называть трансверсально-изотропной гиротропной.

В анизотропных (трансверсально-изотропных) гиротропных средах, как известно, распространяются поперечные волны двух типов S_1 , $S_2(SV, SH)$ с эллиптической поляризацией, направления обхода эллипсов у волн S_1 , $S_2(SV, SH)$ противоположны. В частных случаях поляризация является круговой или близкой к круговой, также с противоположными направлениями вращения у волн S_1 , $S_2(SV, SH)$, называемых право- и левополяризованными.

В изотропных гиротропных средах поляризация круговая при распространении вдоль всех направлений, в трансверсально-изо-

тропных гиротропных средах круговую поляризацию имеют волны $S_1, S_2(SV, SH)$, распространяющиеся вдоль акустической оси, совпадающей с осью симметрии среды (в нашем случае по оси z). Результатом распространения по одному направлению двух волн с круговой поляризацией, левой и правой, и разными скоростями является эффект, называемый вращением плоскости поляризации, или, иначе поворотом вектора смещений.

Поляризацию, близкую к круговой, правой и левой, имеют волны SV и SH , распространяющиеся в трансверсально-изотропной среде по лучу θ_{AO} , отвечающему второй акустической оси, т.е. тому направлению волновой нормали $\mathbf{n}_{AO}$, для которого равны фазовые скорости волн SV и SH : $V_{SV}(\beta_{AO}) = V_{SH}(\beta_{AO})$. Угол β_{AO} определяется простой формулой [4]

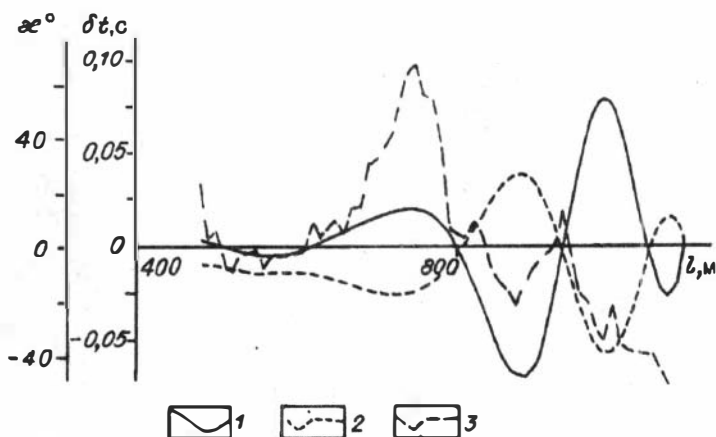
$$\operatorname{tg} \beta_{AO} = \frac{(c_{11} - c_{66})(c_{33} - c_{44}) - (c_{13} + c_{44})^2}{(c_{11} - c_{66})(c_{66} - c_{44})}. \quad (10)$$

Углы β_{AO} и θ_{AO} в трансверсально-изотропных средах, являющихся длинноволновыми эквивалентами тонкослоистых, обычно находятся в интервале углов $(\theta_1, \theta_2) \approx 40^\circ - 60^\circ$. При распространении по одному направлению двух волн с почти круговой поляризацией, левой и правой, и разными скоростями происходит, вследствие их сложения, поворот суммарного эллипса. Явление аналогично наблюдаемому при распространении по акустической оси, совпадающей с осью симметрии среды (осью z).

Изучение упругой гиротропии в сейсмическом диапазоне частот только начато [13]. Для определения направления исследований, построения гиротропных моделей нужны экспериментальные данные относительно гиротропии реальных сред.

В работе [13] была изучена поляризация поперечных волн при распространении их по вертикали, т.е. оси симметрии среды. Было показано, что, согласно теории гиротропии, по мере распространения поперечной волны происходит поворот вектора смещений, только вектор смещений оказался эллипсом вследствие поглощающих свойств реальной среды.

Рефрагированные поперечные волны, рассматриваемые в настоящей работе, представляют собой более сложный объект изучения, так как луч рефрагированной волны непрерывно меняет свое направление в пространстве: от угла выхода $\theta = \theta_0$ в источнике до $\theta = 90^\circ$ на глубине максимального проникания и затем снова до угла $\theta = \theta_0$ в точке приема, если среда неоднородна только по вертикали; если к вертикальным изменениям скорости добавляются горизонтальные, то луч не симметричен. Однако, несмотря на эти сложности, использование рефрагированных волн для изучения поляризации поперечных волн в трансверсально-изотропных средах с вертикальной осью симметрии имеет значительные преимущества по отношению к другим типам волн, в частности отраженным. Лучи рефрагированных волн непременно проходят значительную часть



Р и с. 14. Изменения по профилю углов поворота осей эллипсов α волн SH (1), SV (2) и разности $\delta t = t_{SH} - t_{SV}$ времен прихода волн SH и SV (3).

пути по близгоризонтальным направлениям, для которых различия скоростей волн SV и SH максимальны, вследствие чего всегда есть надежда, что на достаточно больших удалениях от источника волны разделяются, если, конечно, этому будет способствовать характер зависимостей модулей упругости от глубины (см. [5]).

Особенности поляризации наблюдаемых поперечных волн. Изучаемые нами рефрагированные волны SH и SV на различных участках профиля вступают по-разному: иногда практически одновременно, но чаще со значительными временными сдвигами (см. рис 3). Разница времен прихода SH - и SV -волн $\delta t = t_{SH} - t_{SV}$ изображена на рис. 14. Видно, что зависимость $\delta t(l)$ имеет сложный характер: различия времен прихода SH - и SV -волн в центральной части профиля максимальны (более двух периодов), при этом $t_{SH} > t_{SV}$, далее знак $\delta t(l)$ меняется дважды. Таким образом, на большей части профиля волны SH и SV достаточно разделены во времени, что благоприятствует определению параметров их поляризации.

Итак, какова же наблюдаемая поляризация волн SH и SV , какие ее черты соответствуют модели гиротропной среды и какой именно модели?

Прежде всего следует подчеркнуть, что поляризация волн SV и SH не является линейной, какой она должна быть в трансверсально-изотропной среде с вертикальной осью симметрии. Это четко следует как из записей этих волн (см. рис. 3), так и из анализа их гармонических составляющих (на частотах максимумов спектров основных компонент), представленного на рис. 7. На рис. 14 совместно с кривой $\delta t(l)$ — разницы времен прихода волн SH и SV — нанесены кривые $\kappa_{SH}(l)$, $\kappa_{SV}(l)$, характеризующие изменения по профилю угла поворота оси эллипса поляризации, совпадающей с направлением колебаний основной компоненты (y для SH -, x для SV -волны). Выбран один из наиболее вероятных вариантов сплайн-аппроксимации (индивидуальные погрешности исходных данных, число со-

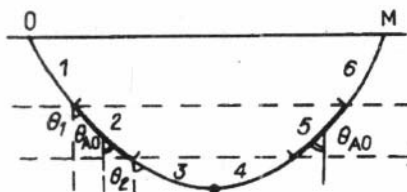
пряжений сплайна $N = 8$). Эти материалы мы уже приводили вместе с данными для других вариантов сплайн-аппроксимации параметров эллипсов (см. рис. 9, а), обсуждая вопрос об их соответствии истинным зависимостям. Отношение полуосей эллипсов $b/a(l)$ волн SH и SV для этого варианта сплайн-аппроксимации можно найти на рис. 9, б для $N = 8$.

Обратимся к рис. 14. Первое, что бросается в глаза при рассмотрении кривых $\kappa_{SH}(l)$, $\kappa_{SV}(l)$, — то, что они представляют собой как бы зеркальное отражение (относительно оси абсцисс) одна другой. (Исключение составляют начальные части кривых, $l < 600$ м.) Интересно, что такое подобие кривых почти не зависит от детальности сплайн-аппроксимации наблюдаемых данных, т.е. от числа сопряжений N сплайна. Оно имеется при всех значениях N (см. рис. 9). Вторая характерная деталь — возрастание экстремальных значений $\kappa_{SH}(l)$, $\kappa_{SV}(l)$ с увеличением расстояния l . Эта тенденция особенно заметна, если смотреть на огибающие кривых модулей углов $|\kappa_{SH}(l)|$, $|\kappa_{SV}(l)|$. Кроме согласованности в ходе кривых $\kappa_{SH}(l)$ и $\kappa_{SV}(l)$ имеется связь с поведением кривой $\delta t(l)$ (см. рис. 14). Эта кривая обнаруживает тот же характер “периодичности”, что и кривые $\kappa_{SH}(l)$, $\kappa_{SV}(l)$: нули и экстремумы всех трех функций совпадают (исключая начальные и конечные части графиков). И наконец, обратим внимание на сам вид кривых: их знакопеременность, напоминающую периодичность.

Попробуем объяснить, чем вызвано появление перечисленных особенностей поляризации рефрагированных SH - и SV -волн. На первый взгляд кажется, что мы должны наблюдать эллипсы, не повернутые относительно осей x , y , т.е. для волн SH эллипс с большой осью по y , малой по x , а для волны SV — наоборот: с большой осью по x и малой по y . У одной волны конец вектора смещений должен перемещаться по эллипсу против, у другой — по часовой стрелке. На первичных записях Yy , Yx и Zx , Zy (см. рис. 3) это соответствовало бы временным сдвигам между основными и побочными компонентами на $\pm\pi/2$. Однако наблюдаемые эллипсы повернуты относительно осей x , y ; углы поворота равны нулю лишь в нескольких точках профиля.

Повороты эллипсов в рамках модели среды с гиротропными свойствами группы симметрии ∞ . Если упругие и гиротропные свойства среды описываются тензором модулей упругости (c_{ijkl}) и гирации (b_{ijkln}) для группы ∞ , то в такой среде повороты эллипсов возможны только при распространении волн по направлениям, соответствующим акустическим осям. По вертикали рефрагированные волны не распространяются, следовательно, повороты должны быть следствием распространения по направлениям, отвечающим второй акустической оси n_{AO} . Такие направления, начиная с некоторого удаления от источника, должны быть на всех лучах. В этом можно убедиться, рассуждая следующим образом. На каждой глубине z по пяти константам $c_{ij}(z)$ можно найти направление $n_{AO}(z)$ (см. (10)), а затем по $\beta_{AO}(z)$ угол $\theta_{AO}(\beta_{AO}(z))$. Величина $\sin \beta_{AO}/V(\beta_{AO})$ есть

Р и с. 15. Луч рефрагированной волны
(1—6 — отрезки луча).



параметр луча: $\sin \beta_{AO} / V(\beta_{AO}) = \sin \beta(z) / V(\beta(z)) = \sin \beta_0 / V_0 = p$. Поскольку множество глубин непрерывно, непрерывно и соответствующее ему множество лучей. Приближенные значения углов выхода лучей из источника $\theta \approx \beta_0$ (расчет для изотропной среды) и соответствующие им расстояния источник — приемник l нанесены на шкалах рис. 4.

Рассмотрим, как образуется поворот эллипса на примере одного луча. Отметим на этом луче участки, на которых касательные к лучу образуют с вертикалью углы (θ_1, θ_2) , попадающие в окрестность угла θ_{AO} . На рис. 15 это дуги 2, 5. На участках пути 1, 6 углы между лучами и вертикалью не превышают θ_1 , а на участках 3, 4 изменяются в пределах $\theta_2 - 90^\circ, 90^\circ - \theta_2$. Ввиду малости горизонтальных изменений скорости (см. рис. 2, б) полагаем, что луч не выходит из вертикальной плоскости xz .

Пусть из источника выходит волна SH . (Точно такие рассуждения можно повторить для волны SV .) На участке пути 1 ее вектор смещений $u(t)$ на каждой частоте ω_0 описывает эллипс, на частоте ω_0 большая ось эллипса a направлена по y , малая b находится в плоскости xz :

$$u(t) = (ibe_1 + ae_2)\cos \omega_0(t - t_0), \quad (11)$$

орты e_1, e_2 направлены по осям эллипса; t_0 — время прихода волны.

При вступлении волны на участок пути 2 характер ее поляризации меняется. Для упрощения объяснения заменим дугу 2 отрезком прямой, что равносильно аппроксимации неоднородной среды однородной в данном интервале глубин. Вместо колебания (11) будем иметь сумму двух колебаний — волн S_1 и S_2 с почти круговой поляризацией, правой и левой, и скоростями, несколько различающимися за счет гирации

$$u(t) = [i(a - \varepsilon)e_1 + ae_2]\cos \omega_0(t - t_{01}) + [-i(a - \varepsilon)e_1 + ae_2]\cos \omega_0(t - t_{02}). \quad (12)$$

После прохождения участка 2 эллипс окажется повернутым относительно его положения на участке 1.

На участке пути 3 волны S_1 и S_2 , образующие сумму (12), разойдутся во времени, так как в диапазоне углов $\theta_2 - 90^\circ$ скорости этих волн различаются наибольшим образом. Поляризация их из-

менится и станет эллиптической, правой у одной волны и левой у другой:

$$\begin{aligned} u(t) \rightarrow u_1(t) + u_2(t), \quad u_1(t) &= (ibe_1 + ae_2)\cos \omega_0(t - t_{01}), \\ u_2(t) &= (ae_1 + ibe_2)\cos \omega_0(t - t_{02}). \end{aligned} \quad (13)$$

В самой низшей точке луча, т.е. на глубине его максимального проникания, поляризация волн S_1 и S_2 должна быть линейной ($b = 0$); получается, что через эту точку волны S_1 и S_2 проходят как волны SH и SV в трансверсально-изотропной среде без гирации. На участке пути 4 продолжается разделение во времени волн S_1 и S_2 ; разница времен пробега, приобретенная на участке 3, удваивается. Поляризация изменяется в обратном порядке: от линейной в низшей точке луча к эллиптической с возрастающим отношением полуосей эллипса.

Далее следует участок пути 5, содержащий направление θ_{AO} . Слой, содержащий дуги 2 и 5, мы заменили, рассматривая распространение волн на участке 2, однородной средой, превратив дуги 2 и 5 в отрезки прямых, образующих с вертикалью углы θ_{AO} . Из двух волн S_1 и S_2 , вступающих на отрезок 5, одной можно пренебречь, как имеющей малую интенсивность и другую поляризацию, и проследить распространение только волн основного типа, в нашем случае SH (из источника выходит волна SH). Эта волна на отрезке 5 распадается на две (S_1 , S_2) с почти круговой поляризацией, правой и левой, и несколько различающимися вследствие гиротропии скоростями (см. (12)). В результате прохождения отрезка 5 эллипс поляризации волны SH окажется повернутым относительно его положения при вступлении на отрезок 5.

Каким должно быть прохождение волн S_1 и S_2 по последнему участку пути 6, чтобы поворот эллипса не только сохранился, но и увеличился до тех величин, которые наблюдаются? Очевидно, что если на участке 6 различия скоростей волн S_1 и S_2 будут не слишком велики (того же порядка, что различия за счет гирации на отрезках пути 2, 5), а у эллипсов возрастет отношение полуосей, то поворот эллипса продолжится. На участке пути 6, действительно, различия скоростей волн S_1 и S_2 (SH и SV) должны быть невелики, так как это интервал углов $\theta < 40^\circ$. Если, например, коэффициенты анизотропии K_{SH} и K_{SV} не превышают значений порядка 1,1, то относительная разница скоростей $(v_{SV} - v_{SH})/v_{SV} \approx 1,01 \div 1,03$, т.е. того же порядка, что за счет гирации. Что касается возрастания отношения полуосей b/a , то это тоже очень вероятно: достаточно, чтобы гиротропность среды на участке 6 была выше, чем на участках 4 и 5. Такое предположение соответствует нашим представлениям о том, что наиболее гиротропной должна быть верхняя часть разреза (ЗМС и ВЧР).

Теперь посмотрим, с чем могут быть связаны особенности изменения углов поворота эллипсов по профилю.

Первая характерная деталь — одинаковая форма кривых $\kappa_{SH}(l)$ и $\kappa_{SV}(l)$ (см. рис. 14) — представляется естественной, так как при-

чина поворотов и механизм их формирования для обеих волн одинаковы. Противоположные знаки $\kappa_{SH}(l)$ и $\kappa_{SV}(l)$ объясняются тем, что параметры эллипсов κ , b/a волн SH и SV определялись по формулам (1)–(3) для каждой из волн в своей системе координат $x'y'z'$ (x' — направление смещений основной компоненты, y' — побочной), а регистрация волн SH и SV производилась одними и теми же сейсмоприемниками: x — по профилю, y — перпендикулярно профилю, т.е. в системе координат xuz (различиями между направлениями x_i , y_i и x , y (см. рис. 1), начиная с удалений $l \approx 500$ м, пренебрегаем). Для волны SV системы координат $x'y'z'$ и xuz тождественны. Для волны SH переход от xuz к $x'y'z'$ есть поворот на 90° против часовой стрелки: x' есть y , а y' есть $-x$. Если в формулах (1) изменить знак у побочной компоненты, т.е. к $\delta(\omega)$ прибавить π , то в формулах (2), (3) будем иметь $-\cos \delta$ вместо $\cos \delta$, что приведет к изменению знака угла κ . Таким образом, в системах координат $x'y'z'$ знаки углов поворота κ для волн SH и SV одинаковы.

Вторая отмеченная нами ранее особенность кривых $\kappa_{SH}(l)$, $\kappa_{SV}(l)$ (см. рис. 14) — возрастание по модулю экстремальных значений. Она легко объясняется тем, что в гиротропных средах углы поворота прямо пропорциональны длине пути, а длина пути — как длины дуг в целом, так и их отдельных частей — с расстоянием l растет.

Далее мы обращали внимание на взаимосогласованное поведение кривых $\kappa_{SH}(l)$, $\kappa_{SV}(l)$ и кривой $\delta t(l)$ (см. рис. 14). В свете предложенного объяснения поворотов эллипсов совпадение нулевых значений становится очевидным: повороты отсутствуют ($\kappa_{SH} = \kappa_{SV} = 0$), так как скорости v_{SV} и v_{SH} на участках пути b не различаются ($\delta t = 0$ означает $v_{SH} \approx v_{SV}$). И далее: чем больше различаются на участках b скорости волн SH и SV (т.е. δt), тем больше углы поворота κ_{SH} , κ_{SV} . Труднее объяснить смену знака кривых $\kappa_{SH}(l)$, $\kappa_{SV}(l)$ в окрестности точек $l = 500; 600; 800; 930; 1040$ м (см. рис. 14). Знак угла поворота в нашем случае зависит от того, у какой из двух интерферирующих на участке пути b волн скорость больше; последнее определяется константами упругости и гирации, зависящими от глубины z , и направлениями подхода той и другой волны к поверхности, т.е. на участке b . Эти факторы с $\delta t(l)$ могут быть, а могут и не быть связаны. Впрочем, то же относится и к предыдущему объяснению нулей и изменений углов κ , когда мы отождествляли изменения v_{SH} и v_{SV} с изменением δt . Как мы помним, $\delta t = t_{SH} - t_{SV}$, а мы рассматриваем одну из волн: SH (либо SV), которая в конце пути (на участке b) распадается на две: SH , SV .

Заметим, что связь между $\kappa_{SH}(l)$, $\kappa_{SV}(l)$, с одной стороны, и δt — с другой, имеющаяся в интервалах профиля 600–800 и 800–930 м, не подтверждается в интервале 930–1030 м (интервал 1030–1080 м не рассматриваем ввиду его малости), хотя это может быть и результатом неправильного отождествления волны SV на сейсмограмме Zx и соответственно Zy (см. рис. 3). Такие же подозрения относительно неправильной корреляции волны SV можно отнести к начальной скорости профиля, где $\kappa_{SH}(l)$ и $\kappa_{SV}(l)$ имеют

один знак, но такое поведение этих кривых может быть связано с большими углами подхода к поверхности и выхода из источника, для которых функция направленности j_{SV} (см. рис. 4) и коэффициент конверсии q_{SV} — комплексные.

Связь между частотами волн SH , SV и гиротропными свойствами среды. Еще одной характерной особенностью наблюдаемых поперечных волн является то, что преобладающие частоты волн SH и SV различны (выше у SV -волны) и закономерно изменяются с увеличением расстояния (сближаются). Эти данные приведены на рис. 5. В рамках гиротропной модели такое поведение частот получает разумное объяснение.

В гиротропной поглощающей среде скорости двух поперечных волн можно представить в следующем виде [9]:

$$V_1 = V_0 + a - ib, \quad V_2 = V_0 - a - ib, \quad (14)$$

где V_0 — скорость в среде без гирации; a , b — параметры гирации. Мнимые части V_1 , V_2 обуславливают поглощение. В среде с поглощением, но без гирации $V_1 = V_2 = V_0 - ib$. Для простоты полагаем, что скорости не зависят от направления, т.е. что среда изотропная гиротропная или рассматривается распространение в анизотропной гиротропной среде в направлении акустической оси. Какие скорости V_1 , V_2 — фазовые или лучевые — не имеет значения, так как такое представление справедливо и для тех, и для других. В анизотропной гиротропной среде с поглощением распространение поперечных волн по произвольным направлениям, как показали расчеты, имеет аналогичные особенности.

Коэффициенты поглощения, определяемые как

$$\beta = \omega \operatorname{Im} V / |V^2|,$$

для волн 1 и 2 будут разными:

$$\beta_1 = \frac{\omega b}{(V_0 + a)^2 + b^2}, \quad \beta_2 = \frac{\omega b}{(V_0 - a)^2 + b^2} \quad (15)$$

за счет различия в скоростях V_1 , V_2 , определяемых формулами (14). На одной и той же частоте ω у волны 1 с большей скоростью ($V_1 > V_2$) коэффициент поглощения β_1 меньше, чем у волны 2 с меньшей скоростью ($\beta_1 < \beta_2$); при $V_1 = V_2$ ($a = 0$) поглощение одинаково. Зависимости (15) можно формулировать и так: если поглощение волн 1 и 2 одинаково ($\beta_1 = \beta_2$), то оно одинаково на разных частотах, и

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{(V_0 + a)^2 + b^2}{(V_0 - a)^2 + b^2}. \quad (16)$$

Попробуем применить утверждение (16) к представленным на рис. 5 экспериментальным данным относительно частот SH - и SV -волн. Коэффициенты поглощения волн SH и SV , определенные по убыванию амплитуд с расстоянием, описываемому экспоненциальными зависимостями $\exp(-\beta L)$, где L — длины лучей (дуг) волн

SH , SV , оказались равными: $\beta_{SV} = 0,0046 \text{ м}^{-1}$; $\beta_{SH} = 0,0048 \text{ м}^{-1}$. Определения выполнялись по графикам логарифмов амплитуд волн SV , SH для всего интервала расстояний 260—1080 м. Предварительно амплитуды исправлялись за геометрическое расхождение, а для SV -волны вводились поправки за функцию направленности источника j_{SV} и коэффициент конверсии q_{SV} . Длины дуг, геометрическое расхождение, функция направленности источника вычислялись для изотропной среды в связи с отсутствием данных о параметрах анизотропии. Следовательно, найденные коэффициенты поглощения кроме случайных погрешностей, содержат и систематические. Тем не менее для обеих волн получились одинаковые результаты, будем считать их пригодными для качественных оценок.

В соответствии с принятой нами моделью формирования поворотов эллипсов волн SV и SH в верхней части разреза гиротропные свойства преобладают над анизотропными. Оценим параметры гирации a , b , используя формулы (15). Пусть $\beta_1 = \beta_2 = \beta = 4,7 \text{ км}^{-1}$, $V_0 = 0,4 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$, $\omega_1 = 2\pi \cdot 25 \text{ Гц}$, $\omega_2 = 2\pi \cdot 23 \text{ Гц}$ (значения V_0 , ω_1 , ω_2 берем для средней части профиля). Из (15) следует, что при этих значениях параметров константы a , b малы, поэтому, опуская их квадраты, получаем систему уравнений

$$\frac{\omega_1(b/V_0)}{V_0 + 2a} = \beta,$$

$$\frac{\omega_2(b/V_0)}{V_0 - 2a} = \beta$$

и из нее

$$a = \frac{V_0(\omega_1 - \omega_2)}{2(\omega_1 + \omega_2)}, \quad b = \frac{2V_0^2\beta}{\omega_1 + \omega_2}. \quad (17)$$

Подставляя выбранные значения β , V_0 , ω_1 , ω_2 , найдем

$$a = 0,0083 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}; \quad b = 0,005 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}; \quad a/V_0 \approx 0,02; \quad b/V_0 \approx 0,01. \quad (18)$$

Это характеристики гиротропии и поглощения в интервале глубин ~ 0 —200 м и расстояний между источником и приемниками порядка 700 м.

Сопоставим полученную оценку параметра гирации $a + ib$ с оценкой для ЗМС [13]

$$a = 0,005 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}; \quad b = 0,06 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}; \quad a/V_0 \approx 0,03; \quad b/V_0 \approx 0,35, \quad (19)$$

характеризующей среду в интервале глубин 0—12 м под вибратором (положение вибратора по отношению к профилю указано на рис. 1). Значения (18) и (19) хорошо согласуются друг с другом и подтверждают априорные представления о характере изменения гиротропии и поглощения с глубиной. На глубине неоднородность среды, а также и микрон неоднородность, как правило, меньше, чем вблизи поверхности, это, как известно, обуславливает уменьшение поглощения и

должно вести к убыванию гиротропных свойств. Отсутствие противоречий между данными (18) и (19) для нас важно и потому, что укрепляет доверие к значениям параметров (18).

Анализ выражения (17) для параметра гирации a показывает, что сближение частот ω_1, ω_2 по мере удаления от источника (см. рис. 5) объясняется ростом с глубиной V_0 и убыванием a :

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1 + \omega_2} = 2 \frac{a}{V_0}.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненная работа не претендует на то, чтобы считаться решением задачи о распространении рефрагированных волн в анизотропных гиротропных средах. Ее целью было привести и обсудить экспериментальные данные по поляризации поперечных рефрагированных волн в реальных средах, показать, что наиболее адекватно эти данные, так же как и данные по поляризации поперечных волн других типов, объясняются путем использования понятия гиротропии и построения гиротропной модели среды. В работе показано, что построение реалистической гиротропной модели неоднородной среды является непростым делом, и пока удалось наметить лишь общие контуры решения этой задачи.

Дальнейшие усилия должны прикладываться в двух направлениях. Первое — экспериментальные работы с целью накопления фактического материала для обоснования и построения гиротропных моделей неоднородных сред. Второе — работы теоретического характера, состоящие в том, чтобы получить уравнения движения для неоднородных анизотропных гиротропных сред, вывести уравнения луча, построить соответствующие алгоритмы расчета лучей и волновых полей лучевым методом и путем решения волнового уравнения и, наконец, выполнив математическое моделирование, изучить особенности распространения рефрагированных волн в гиротропных средах различного вида. Результатом может быть создание методики изучения тонкослоистости и микронеоднородности среды путем трехкомпонентных наблюдений продольных и поперечных SV - и SH -рефрагированных волн.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгоритмы и программы восстановления зависимостей / В.Н. Вапник, Т.Г. Глазкова, В.А. Кошечев и др. — М.: Наука, 1984. — 815 с.
2. Безходарнов В.В., Макаренко Н.А. Геолого-геофизическая характеристика верхней части разреза геофизического полигона на юго-востоке Томской области // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 96—104.
3. Бродов Л.Ю., Ковтун А.А., Тихонов А.А. Некоторые результаты численного моделирования для поперечно-изотропной среды // Физика Земли. — 1986. — N 11. — С. 48—57.

4. Гречка В.Ю., Оболенцева И.Р. Расчет лучей в слоисто-однородных анизотропных средах с неоднозначными волновыми поверхностями. — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1989. — 46 с.
5. Дуринин А.Ф. Лучи и годографы рефрагированных P -, SV -, SH - волн в трансверсально-изотропных средах, эквивалентных тонкослоистым // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 147—166.
6. Материалы количественного изучения динамики сейсмических волн. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1958. — Т. II. — С. 16—63.
7. Немирович-Данченко М.М. Методика расчета P -, SV - и SH -волн в дальней зоне при вертикальном и горизонтальном воздействиях на поверхности трансверсально-изотропного полупространства // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 71—81.
8. Оболенцева И.Р. О возможной связи аномальной поляризации поперечных волн с акустической активностью среды // Теория и практика вибросейсмического зондирования земной коры. — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1988. — С. 139—149.
9. Оболенцева И.Р. Сейсмическая гиротропия // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 6—45.
10. Оболенцева И.Р., Гречка В.Ю. Лучевой метод в анизотропной среде (алгоритмы, программы). — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1989. — 225 с.
11. Пузырев Н.Н., Мишенькина З.Р. Приближенные способы интерпретации годографов рефрагированных волн // Методика сейсмических исследований. — М.: Наука, 1969. — С. 5—26.
12. Резяпов Г.И. Экспериментальное изучение поляризации поперечных волн, возбуждаемых горизонтальным вибратором // Теория и практика вибросейсмического зондирования земной коры. — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1988. — С. 130—139.
13. Резяпов Г.И. Экспериментальное изучение причин аномальной поляризации поперечных волн, распространяющихся в ЗМС по вертикали // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 104—111.
14. Сейсмическая разведка методом поперечных и обменных волн / Н.Н. Пузырев, А.В. Тригунов, Л.Ю. Бродов и др. — М.: Недра, 1985. — 277 с.
15. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. — М.: Наука, 1979. — 639 с.
16. Сквинский В.П., Юн Ен Дин. Об обменных отраженных PS - и SP -волнах при вибрационном X -, Y -, Z -возбуждении и трехкомпонентной (x , y , z) регистрации // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 111—117.
17. Федоров Ф.И. Теория гиротропии. — Минск: Наука и техника, 1976. — 456 с.
18. Чичинин И.С. Вибрационное излучение сейсмических волн. — М.: Недра, 1984. — 224 с.

А.А. НИКОЛЬСКИЙ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЯРИЗАЦИИ PS- И SS-ВОЛН В ГИРОТРОПНО-АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

Впервые вопрос об учете пространственной дисперсии при описании распространения сейсмических волн в реальных средах поставила И.Р. Оболенцева в работе [4], а в статье [5] описала математический аппарат представления сейсмических данных с помощью

гиротропной модели. Суть такой модели состоит в использовании закона Гука с дополнительными слагаемыми, содержащими производные деформаций, что приводит (после решения соответствующих уравнений движения) к превращению колебаний в плоских гармонических волнах из линейных в эллиптические. Это означает, что при падении линейно поляризованной поперечной волны на упругую среду, обладающую эффектом гирации, на выходе этой среды наблюдается эллиптически поляризованная волна. Направление и эллиптичность траектории колебаний частиц полностью определяются свойствами среды.

Изучение гиротропной модели находится в начальной стадии. Первой экспериментальной работой, в которой для объяснения эллиптической поляризации поперечных волн применена гиротропная модель, была работа Г.И. Резяпова [7]. В ней исследуются прямые волны, возбуждаемые направленным источником, расположенным на поверхности у устья скважины, и зарегистрированные ориентированными горизонтальными сейсмоприемниками, равномерно расположенными в скважине от ее устья до глубины 15 м с интервалом 3 м. Исследования с использованием математического аппарата из статьи [5] показали, что гиротропная модель объясняет наблюдаемому поляризацию и ее изменение с глубиной значительно лучше, чем любая другая из известных моделей.

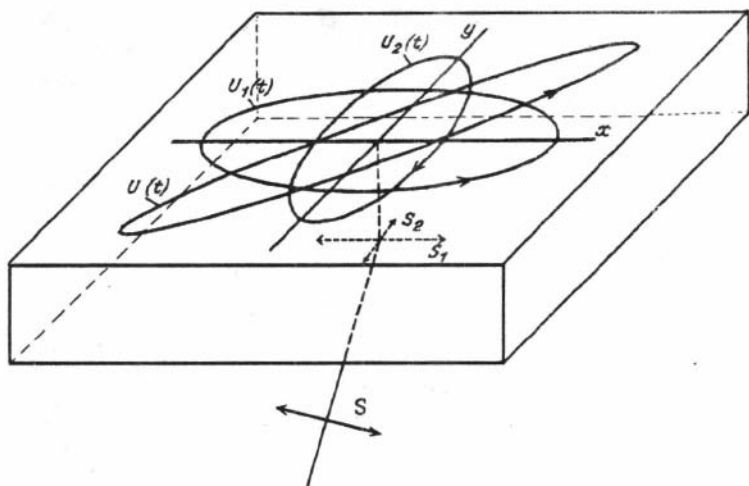
В настоящей статье приводится алгоритм определения параметров поляризации отраженных PS -и SS -волн в гиротропно-анизотропных средах и обсуждаются некоторые проблемы, возникающие при применении его для обработки экспериментальных материалов. Для азимутально анизотропных сред без гирации эта задача решена в работах [1—3, 6, 8, 9].

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Известно, что при переходе в анизотропную среду линейно поляризованной поперечной волны образуются две волны: S_1 и S_2 , поляризованные также линейно и ориентированные для заданного направления луча практически ортогонально друг другу. Если анизотропная среда обладает эффектом гирации, то, как показано в работе [4], образованные S_1 - и S_2 -волны будут иметь для каждой из гармонических составляющих эллиптические траектории движения частиц — с противоположными направлениями обхода эллипсов — и разные (не только вследствие анизотропии, но и за счет гирации) скорости распространения (рис. 1).

Выберем в качестве исходной толстослоистую модель с горизонтальными границами, верхний слой которой анизотропен и обладает

* Экспериментальному изучению поляризации поперечных и продольных волн посвящена статья В.В. Безходарнова и Ю.П. Стефанова "Экспериментальное изучение поляризации поперечных и продольных волн в неоднородных отложениях ЗМС" (см. наст. сб.).



Р и с. 1. Лучевая схема распространения поперечных волн в гиротропно-анизотропной среде.

эффектом гирации. Будем полагать, что на подошву этого слоя снизу падает линейно поляризованная поперечная PS - или SS -волна, а волновое поле наблюдается на кровле гиротропного слоя. Требуется по x -, y -составляющим наблюдаемого волнового поля определить параметры траекторий движения частиц, ориентацию осей эллипсов, в также сами волны, образовавшиеся за счет гиротропности среды.

Пока упростим задачу и будем считать, что в волнах S_1 и S_2 у всех составляющих их гармоник большие оси эллипсов ориентированы по x (для S_1) и по y (для S_2). Исходя из этого расчетные формулы будем получать для монохроматических колебаний с известной частотой.

Исходные формулы. Введем обозначения:

$U_1(t)$ и $U_2(t)$ — эллиптически поляризованные волны, распространяющиеся в гиротропно-анизотропной среде;

U_1 — амплитуда волны $U_1(t)$;

U_2 — амплитуда волны $U_2(t)$;

$U(t)$ — результат интерференции волн $U_1(t)$ и $U_2(t)$, наблюдаемый на поверхности гиротропной среды;

$U_x(t)$ — проекция смещения $U(t)$ на ось x ;

$U_y(t)$ — проекция смещения $U(t)$ на ось y ;

A_x — амплитуда $U_x(t)$;

A_y — амплитуда $U_y(t)$;

a — длина большой полуоси эллипса;

b — длина малой полуоси эллипса (отношения полуосей эллипсов b/a волн S_1 и S_2 близки, поэтому считаем их одинаковыми);

φ_1 и φ_2 — фазы гармонических составляющих колебаний $U_1(t)$ и $U_2(t)$;

φ_x и φ_y — фазы гармонических составляющих колебаний $U_x(t)$ и $U_y(t)$;

ω — круговая частота.

Из перечисленных величин известны лишь наблюдаемые компоненты $U_x(t)$ и $U_y(t)$ и определяемые по их спектрам амплитуды $A_x(\omega)$, $A_y(\omega)$ и начальные фазы $\varphi_x(\omega)$, $\varphi_y(\omega)$. Остальные параметры (длины полуосей эллипсов $a(\omega)$ и $b(\omega)$, фазы $\varphi_1(\omega)$ и $\varphi_2(\omega)$, амплитуды $U_1(\omega)$ и $U_2(\omega)$ и, наконец, сами волны $U_1(t)$ и $U_2(t)$) являются неизвестными и подлежат определению. Зависимости всех параметров от материальных констант среды (модулей упругости и гирации) и направления распространения волн по отношению к оси анизотропии рассмотрены в работе [5]. Здесь мы не будем касаться этих зависимостей, а попытаемся восстановить волновое поле $U_1(t)$, $U_2(t)$ по зарегистрированным x - и y -компонентам, для чего, очевидно, необходимо определить все неизвестные величины.

Представим x - и y -компоненты гармонических составляющих интерференционного волнового поля $U(t)$ на выходе гиротропной анизотропной среды в следующем виде, полагая, что $U_1(t)$ — “правая” волна, т.е. с колебаниями частиц по часовой стрелке, а $U_2(t)$ — “левая”, с колебаниями частиц против часовой стрелки, и что оси x и y совпадают соответственно с большими осями эллиптических траекторий волн $U_1(t)$ и $U_2(t)$:

$$\begin{aligned} U_x(t) &= U_1 a \cos(\omega t + \varphi_1) + U_2 b \sin(\omega t + \varphi_2), \\ U_y(t) &= U_1 b \sin(\omega t + \varphi_1) + U_2 a \cos(\omega t + \varphi_2). \end{aligned} \quad (1)$$

С другой стороны, x - и y -компоненты на каждой из частот ω могут быть записаны как колебания с амплитудами A_x и A_y и фазами φ_x и φ_y

$$\begin{aligned} U_x(t) &= A_x \cos(\omega t - \varphi_x), \\ U_y(t) &= A_y \cos(\omega t - \varphi_y). \end{aligned} \quad (2)$$

Найдем связь между параметрами, входящими в выражения (1) и (2). Полагая $U_1 a = 1$ и обозначив $U_2/U_1 = U$, а $b/a = B$, представим (1) в виде

$$\begin{aligned} U_x(t) &= (\cos \varphi_1 + UB \sin \varphi_2) \cos \omega t + (UB \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1) \sin \omega t, \\ U_y(t) &= (B \sin \varphi_1 + U \cos \varphi_2) \cos \omega t + (B \cos \varphi_1 - U \sin \varphi_2) \sin \omega t, \end{aligned}$$

а (2) в виде

$$\begin{aligned} U_x(t) &= A_x (\cos \varphi_x \cos \omega t + \sin \varphi_x \sin \omega t), \\ U_y(t) &= A_y (\cos \varphi_y \cos \omega t + \sin \varphi_y \sin \omega t). \end{aligned}$$

Тогда

$$\cos \varphi_x = (\cos \varphi_1 + UB \sin \varphi_2) / A_x,$$

$$\begin{aligned}\sin \varphi_x &= (-\sin \varphi_1 + UB \cos \varphi_2)/A_x, \\ \cos \varphi_y &= (B \sin \varphi_1 + U \cos \varphi_2)/A_y, \\ \sin \varphi_y &= (B \cos \varphi_1 - U \sin \varphi_2)/A_y, \\ A_x &= [(\cos \varphi_1 + UB \sin \varphi_2)^2 + (UB \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1)^2]^{1/2}, \\ A_y &= [(B \sin \varphi_1 + U \cos \varphi_2)^2 + (B \cos \varphi_1 - U \sin \varphi_2)^2]^{1/2}.\end{aligned}$$

Косинус и синус разности фаз x - и y -компонент найдем по известным формулам

$$\begin{aligned}\cos(\varphi_y - \varphi_x) &= \cos \varphi_y \cos \varphi_x + \sin \varphi_y \sin \varphi_x, \\ \sin(\varphi_y - \varphi_x) &= \sin \varphi_y \cos \varphi_x - \cos \varphi_y \sin \varphi_x,\end{aligned}$$

подставляя в них найденные выражения для синусов и косинусов углов φ_x и φ_y .

Решение задачи. Как уже отмечалось выше, непосредственно из наблюдаемых x - и y -компонент могут быть определены лишь отношение амплитуд компонент $A_y/A_x = E$ и разность фаз $\varphi_2 - \varphi_1$. Обозначив через $S_x(\omega)$ и $S_y(\omega)$ комплексные спектры соответствующих компонент, можно записать для частоты ω

$$\begin{aligned}E &= [\operatorname{Re}(S_y(\omega)/S_x(\omega))^2 + \operatorname{Im}(S_y(\omega)/S_x(\omega))^2]^{1/2}, \\ \operatorname{tg}(\varphi_y - \varphi_x) &= \operatorname{Im}[S_y(\omega)/S_x(\omega)]/\operatorname{Re}[S_y(\omega)/S_x(\omega)].\end{aligned}\quad (3)$$

Найдем зависимости $\operatorname{tg}(\varphi_y - \varphi_x) = F_1(U_2/U_1, b/a, \varphi_1, \varphi_2)$ и $E = F_2(U_2/U_1, b/a, \varphi_1, \varphi_2)$, учитывая, что значения $U_x(t)$ и $U_y(t)$ не зависят от фаз φ_1, φ_2 , а зависят только от их разности. Полагая $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, получим

$$\begin{aligned}E^2 &= [(U \cos \Delta\varphi)^2 + (B - U \sin \Delta\varphi)^2]/[(1 + UB \sin \Delta\varphi)^2 + \\ &+ (UB \cos \Delta\varphi)^2] = [U^2 - 2UB \sin \Delta\varphi + B^2]/[1 + 2UB \sin \Delta\varphi + U^2 B^2],\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}(\varphi_y - \varphi_x) &= \frac{(B - U \sin \Delta\varphi)(1 + UB \sin \Delta\varphi) - B(U \cos \Delta\varphi)^2}{U \cos \Delta\varphi(1 + UB \sin \Delta\varphi) + UB(B - U \sin \Delta\varphi) \cos \Delta\varphi} = \\ &= [U(B^2 - 1) \sin \Delta\varphi + B(1 - U^2)]/[U(1 + B^2) \cos \Delta\varphi].\end{aligned}\quad (4)$$

Таким образом, мы получили систему двух уравнений с тремя неизвестными ($U, B, \Delta\varphi$), которая имеет бесчисленное множество решений. Однако, как будет видно из дальнейшего, большая часть возможных решений противоречит физическому смыслу поставленной задачи и ее начальным условиям. Очевидно, что нас интересуют лишь решения, находящиеся в области, где $U > 0$ и $0 \leq B \leq 1$ ($B = 0$ — линейная позиция, $B = 1$ — круговая поляризация).

Систему (4) можно решить многими способами, при этом наиболее естественно отыскание пар значений $U, \Delta\varphi$ для ряда фиксированных отношений b/a из интервала $(0,1)$, изменяющихся с некоторым шагом ΔB .

Выразим из первого уравнения системы (4) $\sin \Delta\varphi$ через остальные неизвестные:

$$\sin \Delta\varphi = [U^2 + B^2 - E^2 - (UBE)^2] / [2UB(1 + E^2)], \quad (5)$$

тогда

$$\cos \Delta\varphi = (1 - \sin^2 \Delta\varphi)^{1/2} \text{sign}(\cos(\varphi_y - \varphi_x)).$$

Подставив выражения $\sin \Delta\varphi$ и $\cos \Delta\varphi$ во второе уравнение системы (4) и выполнив преобразования, получим биквадратное уравнение

$$C_1 U^4 + C_2 U^2 + C_3 = 0, \quad (6)$$

где

$$C_1 = [(1 - B^2 E^2)(B^2 - 1) - 2B^2(1 + E^2)]^2 + (1 - B^2 E^2)^2 \text{tg}^2(\varphi_y - \varphi_x)(1 + B^2)^2,$$

$$C_2 = 2\{[(1 - B^2 E^2)(B^2 - 1) - 2B^2(1 + E^2)][(B^2 - E^2)(B^2 - 1) + 2B^2(1 + E^2)] -$$

$$- [B^2(1 + 4E^2 + E^4 + B^2 E^2) + E^2] \text{tg}^2(\varphi_y - \varphi_x)(1 + B^2)^2\},$$

$$C_3 = [(B^2 - E^2)(B^2 - 1) + 2B^2(1 + E^2)]^2 + (B^2 - E^2)^2 \text{tg}^2(\varphi_y - \varphi_x)(1 + B^2)^2.$$

Так как в уравнение (6) разность фаз $\varphi_y - \varphi_x$ входит в виде $\text{tg}^2(\varphi_y - \varphi_x)$, то оно имеет два положительных корня, удовлетворяющих физическому смыслу решаемой задачи, но лишь один из них удовлетворяет системе (4). Выбор этого корня можно произвести путем непосредственной подстановки пар b/a и U_2/U_1 в (5), а затем полученного значения $\sin \Delta\varphi$ — в первое уравнение системы (4) или путем анализа знака

$$\text{sign}[\text{Im}(S_y(\omega)/S_x(\omega))] = \text{sign}[E \sin(\varphi_y - \varphi_x)].$$

Если этот знак положительный, то выбирается меньший из положительных корней уравнения (6), а если отрицательный — то больший.

Решение для “левой” модели. Уравнение (6) получено для случая, когда волна $U_1(t)$, большая ось эллипса поляризации которой совпадает с осью x , имеет колебания по часовой стрелке, а $U_2(t)$ — против часовой стрелки (см. рис. 1). Сейсмогеологическую гиротропно-анизотропную модель, на выходе которой образуется такая пара волн, будем называть “правой”. Модель, на выходе которой наблюдаются “левая” волна $U_1(t)$ и “правая” волна $U_2(t)$, будем называть “левой”.

Для правой гиротропно-анизотропной модели колебания $U_x(t)$ и $U_y(t)$ определяются выражениями (1). Для “левой” модели ($U_1 a = = 1$) имеем

$$\begin{aligned} U_x(t) &= \cos(\omega t + \varphi_1) - UB \sin(\omega t + \varphi_2), \\ U_y(t) &= -B \sin(\omega t + \varphi_1) + U \cos(\omega t + \varphi_2). \end{aligned} \quad (7)$$

Выполнив аналогичные предыдущим преобразования, получим

$$\begin{aligned} E^2 &= (U^2 + 2UB \sin \Delta\varphi + B^2)/(1 - 2UB \sin \Delta\varphi + U^2 B^2), \\ \operatorname{tg}(\varphi_y - \varphi_x) &= [U(1 - B^2) \sin \Delta\varphi + B(1 - U^2)]/[U(1 + B^2) \cos \Delta\varphi], \\ \sin \Delta\varphi &= [-U^2 - B^2 + E^2 + (UBE)^2]/[2UB(1 + E^2)]. \end{aligned} \quad (8)$$

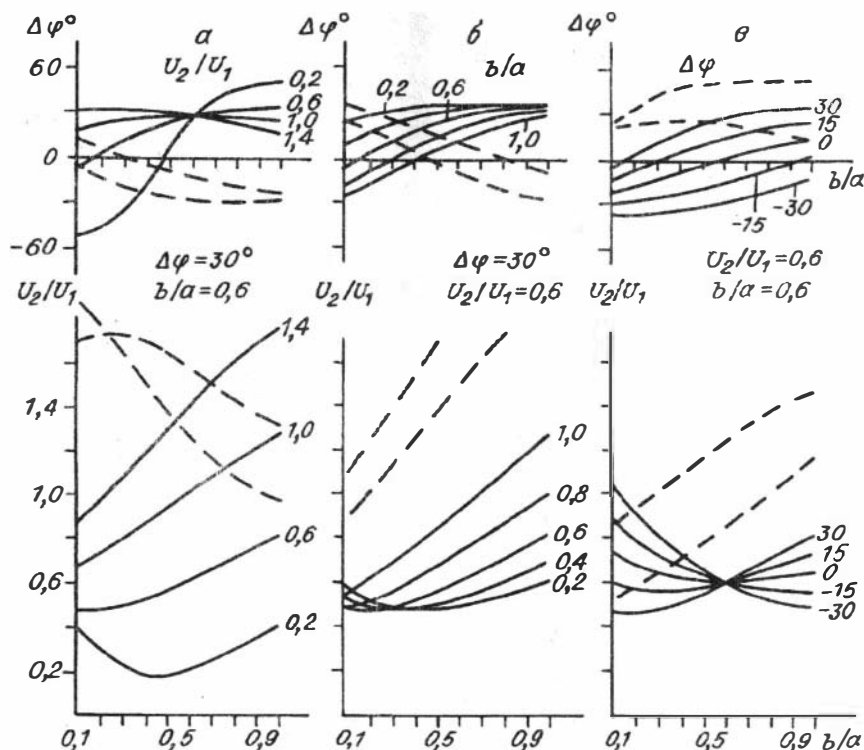
Сравнивая эти выражения с аналогичными выражениями (1), (4) и (5) для “правой” модели, можно видеть, что они отличаются лишь знаками у некоторых членов. Если из выражений (8) получить биквадратное уравнение (6), то окажется, что оно полностью совпадает с уравнением (6), полученным для “правой” модели. Но в связи с тем, что в (7) перед синусами стоит знак минус, правило выбора корней становится обратным по отношению к правилу для “правой” модели, т.е. если знак $\operatorname{sign}[\operatorname{Im}(S_y/S_x)]$ положительный, то выбирается больший из положительных корней уравнения (6), если отрицательный — меньший.

Таким образом, решая уравнение (6) для различных значений отношений полуосей эллипсов b/a , получаем совокупность всех возможных комбинаций U_2/U_1 , $\Delta\varphi$ и b/a , удовлетворяющих как “правой”, так и “левой” гиротропно-анизотропной модели.

Определение параметров поляризации. Решение уравнения (6) позволяет определить лишь допустимую область, в которой находятся значения искомых параметров. Прежде чем показать, как можно получить однозначное решение, исследуем решения уравнения (6) на модельных примерах. Задавая колебания $U_1(t)$ и $U_2(t)$, будем подставлять их параметры U_2/U_1 , b/a и $\Delta\varphi$ в систему уравнений (1) для “правой” модели и в (7) — для “левой” модели. Решения будем изображать в виде графиков $U_2/U_1(b/a)$ и $\Delta\varphi(b/a)$. “Правые” решения для различных “правых” моделей, отличающиеся друг от друга только отношением U_2/U_1 (оно обозначено числом у соответствующей кривой), при этом $b/a = 0,6$, а $\Delta\varphi = 30^\circ$, приведены на рис. 2. При этом на рис. 2,б фиксировались значения $U_2/U_1 = 0,6$ и $\Delta\varphi = 30^\circ$, а изменялось отношение b/a и, наконец, на рис. 2,в — $U_2/U_1 = 0,6$, $b/a = 0,6$, а $\Delta\varphi$ — переменная. Так как по условию задачи тип модели неизвестен, то анализу следует подвергать оба корня уравнения (6).

Из анализа приведенных кривых решений следует важный вывод: по единичному наблюдению x - и y -компонент невозможно однозначно определить не только параметры поляризации, но и тип модели. Действительно, если посмотреть на любую пару решений для фиксированных параметров, то видно, что ни одно из них не противоречит физическому смыслу решаемой задачи.

Для однозначного определения параметров поляризации нам видятся два пути. Первый заключается в привлечении априорной информации об исследуемой гиротропно-анизотропной среде, что



Р и с. 2. Решение биквадратного уравнения (6) для различных "правых" моделей (штрихом показаны "левые" решения).

позволило бы зафиксировать с определенной степенью достоверности хотя бы один из искомых параметров. Очевидно, что этот путь возможен только для достаточно хорошо изученных сред. Однако какой бы параметр мы ни взяли, например отношение полуосей b/a , ни об одном из них нам обычно ничего (или почти ничего) не известно, и даже при хорошей изученности получение такой информации перерастает в самостоятельную проблему. Второй путь заключается в наложении на сейсмогеологическую модель некоторых ограничений и поиске методических возможностей решения задачи.

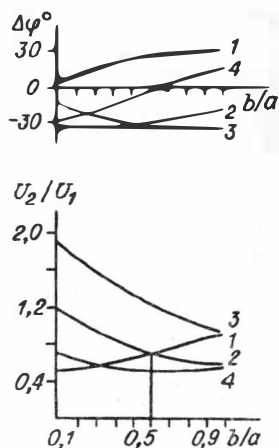
Учитывая бесперспективность (во всяком случае, в настоящее время) первого пути, исследуем некоторые возможности второго подхода. Будем полагать, что эффект гирации полностью принадлежит верхней части разреза (ВЧР), под которой вплоть до исследуемой границы (границы, от которой отразилась изучаемая S -волна) располагается негиротропная среда. Скорость распространения S -волн в ВЧР, как правило, значительно меньше, чем в подстилающей толще. Из последнего предположения вытекает, что лучи S -волн в ВЧР будут практически вертикальны и, следовательно, при фиксированном положении пункта приема (ПП) координата точки вхо-

да отраженной S -волны в ВЧР будет слабо зависеть от координаты пункта возбуждения (ПВ). Колебания частиц в S -волнах (S_1 и S_2) будут происходить во взаимно ортогональных вертикальных плоскостях, проходящих через ось симметрии среды и ортогональное к ней направление (имеются в виду среды с азимутальной анизотропией).

В связи с тем, что направления поляризации волн $U_1(t)$ и $U_2(t)$ при заданном направлении их распространения по отношению к оси симметрии среды зависят только от ее упругих и гиротропных свойств, можно ожидать, что отношения амплитуд U_2/U_1 и полуосей эллипсов b/a , а также разность фаз $\Delta\varphi$, полученные в результате решения уравнения (6), будут оставаться неизменными для любого положения ПВ на продольном профиле.

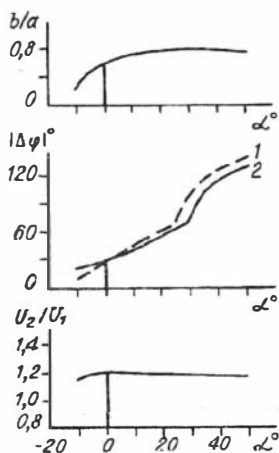
Обратившись к рис. 1, можно видеть, что, изменив названия осей (т.е. совместив ось y с большой осью эллипса волны $U_1(t)$, а ось x — с большой осью эллипса волны $U_2(t)$), мы тем самым совершаем переход от модели одного типа к модели другого, а именно от “правой” модели к “левой”. При этом отношение U_2/U_1 , найденное до переименования осей, будет равно отношению U_1/U_2 , найденному после переименования, отношение b/a останется без изменений, а разность фаз $\Delta\varphi$ поменяет свой знак. Легко видеть, что переименование осей равносильно регистрации волнового поля от двух источников, расположенных в ортогональных направлениях. Наличие двух пар x - и y -компонент, зарегистрированных с различных направлений на источник, позволяет однозначно определить все искомые параметры. Для этого достаточно найти все возможные решения уравнения (6), учитывая, что тип модели при изменении направления на источник на 90° меняется на обратный. “Правое” и “левое” решения для модельных примеров с $U_2/U_1 = 0,8$; $b/a = 0,6$; $\Delta\varphi = 30^\circ$ для “правой” модели и с $U_2/U_1 = 1,25$; $b/a = 0,6$; $\Delta\varphi = -30^\circ$ для “левой” модели показаны на рис. 3. Здесь же приведены решения, не совпадающие по типу с типом модели. Точка пересечения “правого” и “левого” решений дает искомые параметры.

Определение азимутов осей эллипсов. До сих пор мы искали решение поставленной задачи, полагая, что направления ориентации x - и y -сейсмоприемников совпадают с направлениями ориентации осей эллиптических траекторий колебаний частиц в волнах $U_1(t)$ и $U_2(t)$. Но ориентировка осей эллипсов зависит от свойств среды и угла между осью симметрии и направлением распространения соответствующих S_1 - и S_2 -волн, а направления ПП — ПВ (профилей) обычно задаются исходя из структурных и геоморфологических факторов. Трудно ожидать, что эти направления совпадут. Следовательно, к тем трем неизвестным параметрам, способы определения которых мы уже рассмотрели, добавляется четвертый: азимут осей эллипсов поляризации, а точнее, угол α между направлением профиля и одной из осей эллипса. Для определения α будем поворачивать исходную систему координат, в которой определены $U_x(t)$ и $U_y(t)$, используя соотношения



Р и с. 3. Решения биквадратного уравнения модели с $U_2/U_1 = 0,8$; $b/a = 0,6$; $\Delta\varphi = 30^\circ$ (1; 3) и "левой" модели с $U_2/U_1 = 1,25$; $b/a = 0,6$; $\Delta\varphi = 30^\circ$ (2; 4).

1, 4 — "правые", 2, 3 — "левые" решения.



Р и с. 4. Зависимости координат точек пересечения "правого" и "левого" решений от угла поворота системы координат.

$$\begin{aligned} X(\alpha, t) &= U_x(t) \cos \alpha + U_y(t) \sin \alpha, \\ Y(\alpha, t) &= -U_x(t) \sin \alpha + U_y(t) \cos \alpha \end{aligned} \quad (9)$$

и изменяя α в пределах от -90 до 90° (для азимутально анизотропных негиротропных сред алгоритм поиска описан в работах [1, 2]). Для каждого α будем находить точку пересечения "правого" и "левого" решений уравнения (6). Когда α примет значение искомого угла, величина $U_2/U_1(\alpha)$ достигнет своего экстремума (при $U_2/U_1 > 1$ — максимума, при $U_2/U_1 < 1$ — минимума), а $\text{abs}(\Delta\varphi_n) = \text{abs}(\Delta\varphi_n)$. На рис. 4 приведен пример, иллюстрирующий сказанное выше. Параметры, для которых рассчитывались x - и y -компоненты, имеют следующие значения: $U_2/U_1 = 1,2$; $b/a = 0,6$; $\Delta\varphi = 30^\circ$.

Вычисление $U_1(t)$ и $U_2(t)$. Теперь рассмотрим вопрос о том, каким образом, зная параметры поляризации волн S_1 , S_2 , найти колебания $U_1(t)$ и $U_2(t)$. Обратимся к преобразованию Гильберта, которое для гармонических функций осуществляет сдвиг фаз на $\pi/2$ таким образом, что

$$(\sin \omega t)^G = \cos \omega t, \quad (\cos \omega t)^G = -\sin \omega t.$$

Преобразуя по Гильберту выражение для $U_y(t)$ из (1), а выражение для $U_x(t)$ оставляя без изменений и полагая $U_1 A = 1$, $\varphi_1 = 0$, получим записи x - и y -компонент в виде

$$\begin{aligned} U_x(t) &= \cos \omega t + UB \sin(\omega t + \Delta\varphi), \\ U_y^G(t) &= B \cos \omega t - U \sin(\omega t + \Delta\varphi). \end{aligned}$$

Вычтем из первого уравнения второе:

$$U_x(t) - U_y^G(t)/B = U(B + 1/B)\sin(\omega t + \Delta\varphi).$$

Тогда проекции волн $U_1(t)$ и $U_2(t)$ на оси x и y определяются из выражений

$$\begin{aligned} U_2^x(t) &= UB\sin(\omega t + \Delta\varphi) = B[U_x(t) - U_y^G(t)/B]/[B + 1/B], \\ U_1^x(t) &= \cos\omega t = U_x(t) - U_2^x(t), \\ U_2^y(t) &= [U_2^x(t)/B]^G, \\ U_1^y(t) &= U_y(t) - U_2^y(t). \end{aligned} \quad (10)$$

Выражения (10) получены для “правой” модели. Для “левой” модели из (7) имеем

$$\begin{aligned} U_2^x(t) &= -UB\sin(\omega t + \Delta\varphi) = B[U_x(t) + U_y^G(t)/B]/[B + 1/B], \\ U_1^x(t) &= \cos\omega t = U_x(t) - U_2^x(t), \\ U_2^y(t) &= U\cos(\omega t + \Delta\varphi) = [-U_2^x(t)/B]^G, \\ U_1^y(t) &= -B\sin\omega t = U_y(t) - U_2^y(t). \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, поставленная задача решена и алгоритм поляризационной обработки отраженных PS - и SS -волн в гиротропно-анизотропных средах можно представить следующим образом.

1. Фиксация начального угла поворота исходной системы координат $\alpha = -90^\circ$.

2. Поворот исходной системы координат на угол α путем подстановки последнего в соотношения (9).

3. Вычисление комплексных спектров $S_x(\omega)$, $S_y(\omega)$ и определение на фиксированной частоте ω (на частоте максимума спектра основной компоненты), с использованием выражений (3), величин A_y/A_x и $\text{tg}(\varphi_y - \varphi_x)$.

4. Фиксация отношения $b/a = 0,1$.

5. Решение биквадратного уравнения (6) и вычисление путем подстановки найденных значений в соотношения (5) и (8) сдвига фаз $\Delta\varphi$ для “правой” и “левой” моделей.

6. $b/a = b/a + 0,1$ ($b/a \leq 1$) и переход на п. 5.

7. Определение точки пересечения функций $U_2/U_1(b/a)$ для “правой” и “левой” моделей.

8. $\alpha = \alpha + \Delta\alpha$ ($\alpha < 90^\circ$, $\Delta\alpha = 5 - 10^\circ$) и переход на п. 2.

9. Поиск α , при котором функция $U_2/U_1(\alpha)$ имеет экстремум, а $\text{abs}(\Delta\varphi_n) - \text{abs}(\Delta\varphi_n) = 0$, и определение всех параметров.

10. Поворот исходной системы координат на определенный в п. 9 угол α .

11. Вычисление x -, y -составляющих волн $U_1(t)$ и $U_2(t)$ путем подстановки найденного в п. 9 значения отношений полуосей b/a в соотношения (10) и (11).

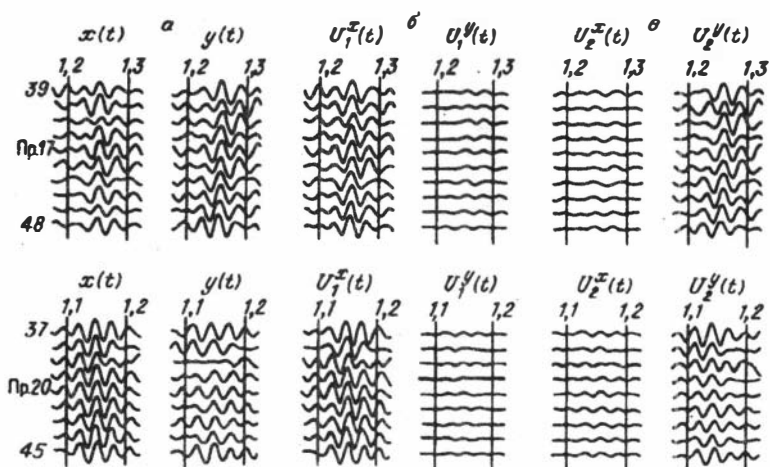
Приведенный граф в достаточно полной мере отражает современное состояние разработки алгоритма обработки PS - и SS -волн для гиротропно-анизотропных моделей.

ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Выше была показана возможность определять параметры поляризации отраженных PS - и SS -волн для сейсмогеологической модели, в верхней части которой находится гиротропный слой, а также что для однозначного определения всех параметров необходимо наличие как минимум двух наблюдений на каждой точке приема с приблизительно ортогональных направлений линий ПП — ПВ. Ниже приводятся некоторые результаты обработки экспериментальных данных по предложенному алгоритму. В качестве исходных взяты материалы, полученные опытно-методической партией ПО "Сибнефтегеофизика" Миннефтепрома в 1982—1984 гг. в районе соляного купола Танатар (Прикаспийская впадина) и использовавшиеся ранее в работах [2,3] для демонстрации возможностей поляризаационного алгоритма, разработанного для анизотропных моделей без учета гиротропии.

Если обратиться к рис. 2 из статьи А.А. Никольского и А.В. Шитова "Определение направлений поляризации...", где нанесены профили, вдоль которых определялись направления векторов поляризаций поперечных волн, то можно видеть, что имеющийся материал позволяет выбрать четыре точки, в которых наблюдения получены с разных направлений линий ПП — ПВ. Тщательный покомпонентный анализ волновой картины на сейсмограммах общего пункта приема (ОПП), относящихся к этим пересечениям, показал, что лишь в одной точке — точке пересечения 17-го и 20-го профилей — на всех четырех сейсмограммах ОПП (x -, y -компоненты для каждого из профилей) отраженная PS -волна коррелируется уверенно. В остальных точках пересечения профилей на одной или нескольких сейсмограммах эта волна находится в области интенсивной поверхностной волны, которую обычными полосовыми фильтрами удовлетворительно подавить не удастся.

Угол между 17-м и 20-м профилями составляет 65° . На каждом из профилей работы проводились по методике ОГТ с шагом между соседними ПВ 25 м. Расстояние между центрами соседних продольных групп x - и y -сейсмоприемников также составляло 25 м. Вынос равнялся 100, а длина расстановки — 1175 м. Достаточно уверенно отраженная от подошвы неокома PS -волна прослеживается лишь начиная с удаления порядка 900 м. На более близких расстояниях эта волна находится в области интенсивной поверхностной волны. Покомпонентные фрагменты сейсмограмм ОПП с предварительно введенными априорными статическими и кинематическими поправками и отфильтрованные полосовым фильтром 25—45 Гц приведены на рис. 5,а. Так как в процессе обработки абсолютные значения амплитуд не используются, каждая пара x -, y -компонент нормирова-



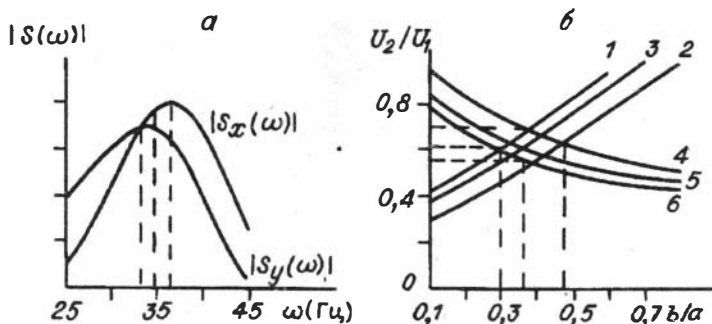
Р и с. 5. Фрагменты сейсмограмм ОПП (а — исходные, б и в — соответственно х- и у-составляющие)

лась со своим нормировочным коэффициентом к постоянному уровню. Таким образом, соотношение амплитуд между х- и у-компонентами на одном удалении соответствует реальному, а между соседними удалениями — нет.

В качестве исходных для обработки были выбраны трассы 39—48 с сейсмограмм ОПП 17-го профиля и трассы 37—45—20-го. Ввиду неортогональности профилей перед началом обработки х- и у-компоненты 20-го профиля были пересчитаны в систему координат, повернутую относительно исходной на угол 25° . Далее обработка велась в строгом соответствии с алгоритмом, приведенным выше, при этом предполагалось, что наблюдения на 17-м профиле соответствуют “левой” модели, а на 20-м — “правой”. Для определения координат точек пересечения “правого” и “левого” решений использовались все возможные комбинации выбранных номеров трасс.

Некоторые особенности реализации алгоритма. В связи с тем, что алгоритм поляризационной обработки поперечных волн для анизотропно-гиротропных сред разработан для гармонических колебаний, применение его для реальных волн порождает ряд проблем.

Основная проблема связана с выбором частоты (или частот) ω для определения спектральных характеристик $S_x(\omega)$, $S_y(\omega)$ и соответственно соотношений амплитуд $A_y(\omega)/A_x(\omega)$ смещений $U_x(t)$, $U_y(t)$, а также разности фаз $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ этих смещений. Если бы амплитудные спектры реальных волн были симметричны относительно преобладающих частот, а последние совпадали бы для всех компонент, выбор в качестве ω преобладающей частоты дал бы точное решение. Но частотный анализ исходных х-, у-компонент, принадлежащих точке пересечения 17-го и 20-го профилей, показал наличие разности преобладающих частот между компонентами до 5 Гц и более. В работе [3] приводятся результаты частотного



Р и с. 6. Амплитудные спектры x - и y -компонент 40-й трассы 20-го профиля решения

1—3 — “правое” решение для 40-й трассы 20-го профиля, 4—6 — “левое” решение для 42-й трассы 17-го профиля. Значения ω даны без множителя 2π .

анализа x - и y -компонент смещений поперечных волн, отраженных от подошвы неокома, зарегистрированных на четырех профилях, в частности 17-м и 20-м, записи в точке пересечения которых здесь исследуются. Показано, что разница преобладающих частот наблюдается повсеместно и достигает 10 Гц и выше. Причем при повороте системы координат, в которой определены x - и y -компоненты, значения преобладающих частот плавно изменяются и при повороте на 90° инвертируют (подробнее см. [1,2]).

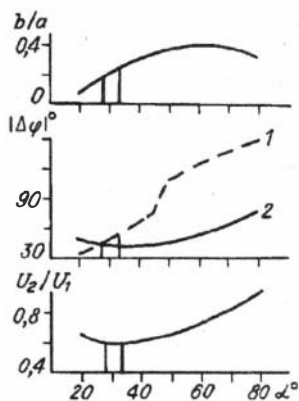
Амплитудные спектры компонент 40-й трассы 20-го профиля изображены на рис. 6,а. Преобладающие частоты x - и y -компонент соответственно равны 36 и 34 Гц. Если при вычислении отношения A_y/A_x принять $\omega = 36$ Гц, то оно составит 0,797, а если $\omega = 34$ Гц, то $A_y/A_x = 0,932$. Можно предположить, что если бы геологическая среда не изменяла частотный состав волн, то преобладающие частоты обеих компонент были бы равны и соотношение A_y/A_x равнялось бы 0,873. Зависимости отношений амплитуд эллиптически поляризованных волн $U_1(t)$, $U_2(t)$ от соотношения полуосей эллипсов b/a , полученные в результате “правого” решения уравнения (6) с использованием указанных частот, а также средней из них (35 Гц), для которой отношение $A_y/A_x = 0,883$ (кривые 1—3), даны на рис. 6,б. Кривые 4—6 этого рисунка соответствуют “левому” решению для 42-й трассы 17-го профиля. Видно, что в зависимости от выбора значения ω определяемые параметры U_2/U_1 и b/a могут изменяться от 0,45 до 0,7 и от 0,3 до 0,48 соответственно, в то время как эти же значения при отсутствии разницы преобладающих частот x - и y -компонент принимают значения $U_2/U_1 = 0,6$ и $b/a = 0,36$. Таким образом, в зависимости от выбранного значения ω изменение значений искомых параметров может достигать 20 % и более. Для корректного решения задачи следует получить решения для всех гармонических колебаний с частотами ω , которые входят в исследуемые колебания, а результирующие колебания $U_1(t)$ и $U_2(t)$ определить как сумму всех полученных в результате решения гармоник.

Расчеты показали, что при использовании в качестве ω средней из преобладающих частот x -, y -компонент результаты близки к точному решению (см. рис. 6,б, точка пересечения кривых 3 и 6).

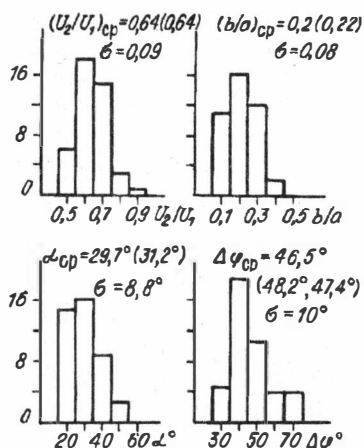
Вторая проблема связана с решающим правилом, согласно которому все параметры считаются определенными в точке экстремума функции $U_2/U_1(\alpha)$, где α — угол поворота исходной системы координат, при равенстве абсолютных значений сдвигов фаз “правого” и “левого” решений $|\Delta\varphi_n| = |\Delta\varphi_d|$. Однако оказалось, что при обработке экспериментального материала эти два условия выполняются одновременно далеко не всегда. Для иллюстрации этого обратимся к рис. 7, на котором представлены координаты точек пересечения “левого” решения для 42-й трассы 17-го профиля и “правого” решения для 45-й трассы 20-го профиля. Хорошо видно, что первому критерию соответствует угол поворота $\alpha = 28^\circ$, а второму — 33° . При этом значение b/a возрастает с 0,18 для первого критерия до 0,26 для второго, а вместо одного общего для обеих компонент значения модуля сдвига фаз $|\Delta\varphi| = 45^\circ$ появились два: для компонент 17-го профиля $|\Delta\varphi| = 42^\circ$ и для 20-го — 54° . Вопрос о правомерности выбора первого или второго критерия не исследовался, а обработка проводилась поочередно с каждым из них с последующим анализом полученных результатов.

Гистограммы распределения параметров поляризации. Как отмечалось выше, обработка проводилась в строгом соответствии с приведенным выше алгоритмом. При этом спектральные характеристики определялись для средних из преобладающих частот x -, y -компонент, а определение параметров производилось по двум решающим правилам: по экстремуму U_2/U_1 и по точке пересечения “левого” и “правого” решений $|\Delta\varphi_n| = |\Delta\varphi_d|$ для всех комбинаций номеров трасс 17-го и 20-го профилей. Гистограммы распределения значений U_2/U_1 , α , b/a , $\Delta\varphi$, полученные при использовании в качестве решающего правила равенства абсолютных значений сдвигов фаз “правого” и “левого” решений, даны на рис. 8. Оценивая среднеквадратические отклонения σ , полученные результаты можно признать вполне удовлетворительными. При использовании в качестве решающего правила экстремумов зависимостей $U_2/U_1(\alpha)$ сам характер распределения значений параметров не изменился, а изменились незначительно лишь их средние значения (на рис. 8 они указаны в скобках). Для выяснения возможных причин разброса значений параметров проследим за результатами обработки поэтапно.

Зависимости $U_2/U_1(b/a)$ и $\Delta\varphi(b/a)$ для 38, 40, 42, 44-й трасс 20-го профиля и для 40, 42, 44, 46-й трасс 17-го профиля, полученные в предположении, что наблюдения на первом из них соответствуют “правой” модели, а на втором — “левой” модели, продемонстрированы на рис. 9. Перед вычислением указанных зависимостей системы координат, в которых определены наблюдаемые x - и y -компоненты, были повернуты на угол $\alpha = 55^\circ$ для 20-го профиля и 30° для 17-го профиля (см. рис. 8). Выше отмечалось, что при наблюдениях на одном ПП с разных ПВ, расположенных на одной



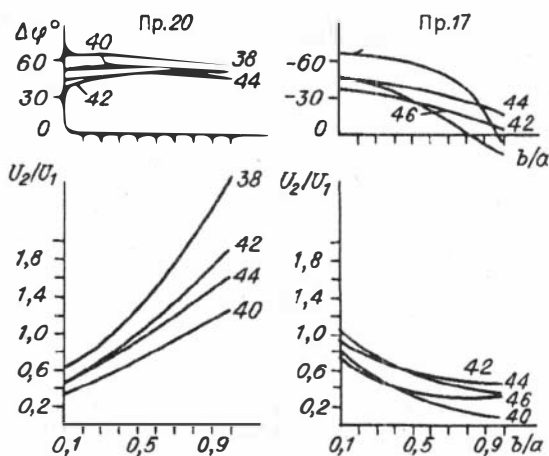
Р и с. 7. Зависимости координат точек пересечения "правого" решения для 45-й трассы 20-го профиля (1) и "левого" решения для 42-й трассы 17-го профиля (2) от угла поворота системы координат.



Р и с. 8. Гистограммы распределения параметров поляризации.

линии с ПП, и при совпадении направлений установки x - и y -сейсмоприемников с осями эллипсов траекторий движения частиц волн $U_1(t)$ и $U_2(t)$ для рассматриваемых нами моделей решения должны совпадать. Однако ни на 17-м, ни на 20-м профилях такого совпадения нет. Если сравнить поведение кривых при изменении различных параметров, приведенных на рис. 2, с полученными кривыми, то можно констатировать, что несовпадение решений связано с вариациями как U_2/U_1 , так и $\Delta\varphi$ и b/a . Рассмотрим некоторые из возможных причин несовпадения кривых $U_2/U_1(b/a)$, $\Delta\varphi(b/a)$, полученных для разных ПВ, а также разброса значений искомых параметров.

В первую очередь, безусловно, следует отметить, что определенная доля погрешностей обусловлена условиями приема при регистрации обрабатываемого материала и интерференцией целевой волны с дру-



ная доля погрешностей обусловлена условиями приема при регистрации обрабатываемого материала и интерференцией целевой волны с дру-

Р и с. 9. Зависимости отношения амплитуд U_2/U_1 и сдвига фаз $\Delta\varphi$ от соотношения полуосей b/a для некоторых трасс 17-го и 20-го профилей, полученные после поворота исходной системы координат на угол $\alpha = 30^\circ$.

гими волнами. Поскольку при проектировании методики и техники работ предполагалось использовать полученный материал в основном для покомпонентной обработки, при полевых работах не накладывались жесткие требования к идентичности групп x - и y -сейсмоприемников и к их ориентации. Понятно, что достаточно малые среднеквадратические отклонения у искомых параметров можно целиком отнести за счет качества полевого материала. Но, учитывая, что даже при специальных экспериментах полностью избежать погрешностей не удастся и любая волна всегда будет в той или иной степени результатом интерференции нескольких волн, будем полагать, что выбранные для обработки трассы несут в себе минимум искажений, а флуктуация параметров поляризации связана со свойствами среды.

До сих пор при описании алгоритма и результатов обработки полагалось, что вся энергия линейно-поляризованной S -волны, падающей на гиротропный слой, распределялась в строгом соответствии с законом Гука, включающим в себя тензор гирации. Но, как известно, при распространении сейсмических волн через реальные геологические среды часть упругой энергии колебаний необратимо переходит в тепловую или другого вида энергию. Для учета этих потерь в работе [5] вводится комплексная "гиротропная добавка" к скорости, с учетом которой выражения для определения скоростей волн $U_1(t)$ и $U_2(t)$ выглядят следующим образом:

$$V_1 = V_0 + a_0 - ib_0, \quad V_2 = V_0 - a_0 - ib_0,$$

где V_0 — скорость в трансверсально-изотропной среде (без гирации); a_0 — действительная и b_0 — мнимая части "гиротропной добавки". В этой же работе показано, что фазы волн $U_1(t)$ и $U_2(t)$ и коэффициенты их поглощения определяются из соотношений

$$\varphi_1 = -\omega h/V_1, \quad \varphi_2 = -\omega h/V_2, \\ b_1 = \omega \operatorname{Im}(V_1)/|V_1|^2, \quad b_2 = \omega \operatorname{Im}(V_2)/|V_2|^2,$$

где h — мощность гиротропного слоя.

Из приведенных выражений следует, что фазы и коэффициенты поглощения являются функцией частоты. В свою очередь, частота есть функция коэффициента затухания и длины пройденного пути. Значит, наблюдаемое различие частот x - и y -компонент (см. рис. 6,а) и, как следствие, разброс параметров поляризации (см. рис. 8) можно связать с дисперсией коэффициента поглощения в гиротропной среде.

В явном виде задача определения a_0 и b_0 решена в работе [5] лишь для циркулярных волн. Тем не менее, варьируя исходные параметры в разумных пределах (10—20 % от значения V_0), можно оценить характер зависимостей отношения коэффициентов затухания b_1/b_2 и разности фаз $\Delta\varphi$ от частоты ω . Расчеты показали, что даже без учета зависимостей a_0 и b_0 от частоты ω градиент изменения сдвига фаз составляет в среднем 2 град/Гц, а отношения

градиентов затухания $b_1/b_2 = 0,01$. Принимая же во внимание результаты, полученные в [7], где показаны зависимости a_0 и b_0 от частоты для циркулярных волн, можно предположить, что полученные градиенты есть лишь минимальные оценки и в реальности они могут быть в несколько раз большими.

Таким образом, несовпадение кривых $U_2/U_1(b/a)$ и $\Delta\varphi(b/a)$ на рис. 9 и разброс параметров на рис. 8 можно частично объяснить зависимостью скоростей распространения волн $U_1(t)$ и $U_2(t)$ и, как следствие, коэффициентов затухания от частоты.

Можно, конечно, перечислить и ряд других факторов, влияющих на величину дисперсии значений искоемых параметров, которые обусловлены преимущественно неадекватностью рассматриваемой нами сейсмогеологической модели реальной среде. Так, неоднородность среды, залегающей ниже гиротропного слоя, влечет за собой различие направлений колебаний частиц в падающих на подошву слоя S -волнах, образовавшихся в результате возбуждения на разных пунктах, а невыполнение условия о резком различии скоростей в гиротропном и подстилающем слоях приводит к несовпадению точек входа этих волн в гиротропную среду и т.п. Для определения вклада каждого из факторов в величину значений искоемых параметров поляризации необходимы детальные исследования с проведением специальных экспериментов.

По-видимому, исследования перечисленных выше зависимостей позволят получить более детальную характеристику изучаемой среды. На данном же этапе флуктуация параметров считается погрешностью обработки и в качестве результативных принимаются их средние значения.

Результаты обработки. После определения средних величин искоемых параметров производим преобразование системы координат, в которой определены исходные x -, y -компоненты. Учитывая, что угол между 17-м и 20-м профилями составляет 65° , координаты 17-го профиля поворачиваем на 30° , а 20-го — на 55° . Затем, используя найденное среднее значение $b/a = 0,21$, преобразуем записи в новых координатах в записи основных и побочных компонент $U_1^x(t)$, $U_1^y(t)$, $U_2^x(t)$ и $U_2^y(t)$, используя выражения (10) и (11). Результат таких преобразований представлен на рис. 5,б,в.

Визуально какое-либо улучшение или ухудшение волновой картины не наблюдается. Но определение сдвигов между исходными x - и y -компонентами и между полученными в результате обработки основными компонентами $U_1^x(t)$ и $U_2^x(t)$ путем вычисления соответствующих функций взаимной корреляции (см. таблицу) позволяет констатировать, что сдвиги между последними более выдержаны, чем у исходных компонент. Причем, учитывая, что средняя разность фаз волн $U_1(t)$ и $U_2(t)$ равна 47° (см. рис. 8), а сдвиг на один дискрет (2 мс) при частоте 35 Гц соответствует разности фаз приблизительно в 26° , можно утверждать, что сдвиг на величину около 1,8 дискрета вызван гиротропностью среды, а остаток, возможно, обус-

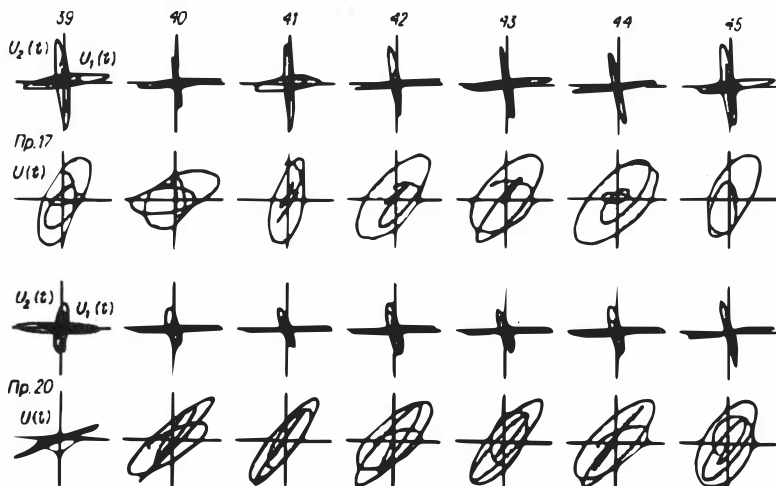
Сдвиги (в дискретах) между исходными x - и y -компонентами (1) и основными составляющими волн $U_1(t)$, $U_2(t)$ (2)

Номер канала	Профиль 20		Профиль 17		Номер канала	Профиль 20		Профиль 17	
	1	2	1	2		1	2	1	2
37	—	—	-2,6	-3,6	43	1,8	3,3	-1,5	-3,6
38	—	—	-7,8	-3,7	44	1,5	2,8	-1,2	-4,0
39	2,0	3,7	-0,2	-2,9	45	3,1	3,2	-1,9	-3,2
40	3,4	3,0	1,9	-0,8	46	1,7	1,5	—	—
41	1,7	3,4	-0,9	-3,4	47	0,6	0,9	—	—
42	2,1	3,1	3,2	-4,0	48	0,5	2,8	—	—

ловлен разностью фаз коэффициентов отражения волн PS_1 и PS_2 при закритических углах.

Траектории движения частиц в наблюдаемых на 39—45-м каналах волнах $U(t)$ и в волнах $U_1(t)$, $U_2(t)$, полученных в результате обработки, приведены на рис. 10. Практически все траектории волн $U_1(t)$ и $U_2(t)$ несколько отличаются от теоретически ожидаемых и имеют отличные от расчетных параметры. Перечислим эти отличия.

Во-первых, обращает на себя внимание тот факт, что оси эллипсов не совпадают с координатными осями. Во-вторых, угол между большими осями эллипсов не всегда равен 90° . Далее, эллиптичность в большинстве случаев несколько ниже, чем расчетная, и, наконец, отношение амплитуд U_2/U_1 варьирует в более широких пределах, чем это имеет место на гистограмме распределения этого параметра (см. рис. 8). Однако, учитывая, что все параметры связаны между собой и, как показано выше, строго индивидуальны для каждой трассы, а мы при вычислении компонент волн $U_1(t)$, $U_2(t)$ использовали средние значения угла поворота α и отношения полу-



Р и с. 10. Траектории движения частиц в исходных x - и y -компонентах и в волнах $U_1(t)$, $U_2(t)$ на трассах 39—45 17-го и 20-го профилей.

осей эллипсов b/a , а также то, что при использовании преобразования Гильберта энергия волны несколько уменьшается (за счет конечности преобразования), что тоже приводит к искажению конечного результата, можно признать, что величины перечисленных несовпадений не выходят за рамки объяснимых.

Сравнивая полученные результаты с результатами обработки для анизотропной модели, приведенными в работе [3], можно видеть, что основные параметры (α , U_2/U_1 , $\Delta\varphi = \omega/\tau$) в обоих случаях практически совпадают. Но в анизотропной модели предполагалось, что наблюдаемая S -волна имеет линейную поляризацию. Однако в действительности даже разделенные SV - и SH -волны, приведенные к одной фазе путем сдвига одной из волн на время запаздывания τ , имеют траектории, близкие к эллипсам, с осевыми отрезками от 0,2 до 0,4. Кроме того, для анизотропной модели не найдено разумного объяснения достаточно большому разбросу значений времен запаздывания одной волны относительно другой при фиксированном приемнике и разных пунктах возбуждения. Согласно лучевой схеме и теоретическим представлениям, эти времена должны быть практически равными. Использование гиротропной модели снимает вопросы как эллиптичности траекторий, так и существенной дисперсии значений фазовых сдвигов.

В заключение следует отметить, что обработка PS - и SS -волн для гиротропных и анизотропных моделей не приводит к заметному улучшению временных разрезов ОГТ, хотя позволяет несколько увеличить точность определения глубин. Увеличение точности возможно за счет учета фазовых сдвигов между волнами $U_1(t)$ и $U_2(t)$, которые при стандартной обработке попадают в корректирующие статические поправки. В целом же эти алгоритмы следует рассматривать как способ получения дополнительной информации, которая может быть использована для уточнения геологического строения среды и в первую очередь для детального изучения верхней части разреза и трансформации волнового поля на кровлю подстилающего слоя, а также для изучения направления трещиноватости и слоистости горных пород.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никольский А.А. К вопросу об обработке PS - и SS -волн в анизотропных средах // Алгоритмические проблемы обработки данных сейсморазведки. — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1987. — С. 66—79.
2. Никольский А.А. Поляризационная обработка обменных отраженных PS -волн в анизотропных средах // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 118—129.
3. Никольский А.А., Шитов А.В. Определение направлений поляризации SV - и SH -волн в анизотропных средах по результатам площадных работ // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 129—133.
4. Оболенцева И.Р. О возможной связи аномальной поляризации поперечных волн с акустической активностью среды // Теория и практика вибросейсмического зондирования земной коры. — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1988. — С. 139—149.

5. Оболенцева И.Р. Сейсмическая гиротропия // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 6—45.
6. Оболенцева И.Р., Горшкалев С.Б. Алгоритм разделения интерферирующих квазиперпендикулярных волн в анизотропных средах // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. — 1986. — № 11. — С. 101—105.
7. Резяпов Г.И. Экспериментальное изучение причин аномальной поляризации поперечных волн, распространяющихся в ЗМС по вертикали // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 104—111.
8. Тригубов А.В., Горшкалев С.Б. Экспериментальное исследование анизотропии осадочных пород с использованием скважинных наблюдений // Математические проблемы интерпретации данных сейсморазведки. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1988. — С. 206—217.
9. Obolentseva I.R., Grechka V.Yu., Nickolsky A.A. Investigation of 3D wavefields of reflected shear-waves and converted waves: mathematical modelling and reflection data processing // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. — 1987. — V. 91. — P. 543—554.

В.Ю. ГРЕЧКА

РАСЧЕТ ИЗЛУЧЕНИЯ ИСТОЧНИКОВ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ПОВЕРХНОСТИ ОДНОРОДНОГО АНИЗОТРОПНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Результаты многочисленных сейсмических экспериментов указывают на широкое распространение анизотропии упругих свойств земной коры и верхней мантии. Возможности учета сейсмической анизотропии естественным образом связаны с нашими представлениями об особенностях волновых полей в анизотропных средах и с умением моделировать процесс распространения упругих волн для различных анизотропных структур.

Для математического моделирования волновых полей в анизотропных средах, как и в средах изотропных, наиболее прост и хорошо разработан лучевой метод. Возможности построения полей объемных сейсмических волн этим методом для анизотропных сред приблизились к соответствующим возможностям для сред изотропных [8, 9, 11, 16—18, 28—30 и др.].

При реализации лучевого метода одним из относительно слабо разработанных вопросов до недавнего времени оставался расчет излучения волн источниками, действующими в анизотропных средах. Этот пробел в значительной степени был восполнен работой Г.И. Петрашеня и др. [19]. (Другие работы, включая более ранние, указаны в списках литературы к работам [10, 19, 25].) В работе [19] изложен метод расчета волн, возбуждаемых точечными источниками, действующими внутри и на поверхности трансверсально-изотропных сред с осями симметрии, нормальными к границам раздела. Используемый в [19] метод базируется на представлении волнового поля интегралами Меллина, которые приближенно вычисляются методом перевала. Решения ряда эталонных задач, где интегралы Меллина находят численно, приведены в работе [10].

Позже появилась статья И.Д. Цванкина и Е.М. Чеснокова [25], где предложен способ моделирования волнового поля, возбуждаемого

источниками, расположенными внутри азимутально-анизотропной среды общего вида. При наличии азимутальной анизотропии основная трудность расчета волнового поля состоит в необходимости вычислять двойной интеграл по волновому числу и азимутальному углу или по двум компонентам волнового вектора. В работе [25] эта трудность преодолевается аппроксимацией азимутально-зависимых членов подынтегральных выражений рядами Фурье, что позволяет свести двукратный интеграл к обычным однократным интегралам Фурье — Бесселя.

И.С. Чичинин для исследования физического смысла понятий, связанных с излучением волн источником, находящимся на поверхности анизотропного полупространства, использовал метод, основанный на спектральных представлениях [27]. Ранее он развивал этот метод для исследования свойств вибрационных источников, действующих на поверхности и внутри однородного изотропного полупространства [26]. Для конкретности и наглядности в истолковании используемых понятий и получаемых величин и зависимостей в работе [27] исследуется задача об излучении волн для трансверсально-изотропной среды с осью симметрии, нормальной к границе полупространства.

В данной работе подход, предложенный в [27], распространяется на анизотропные среды общего вида. В результате применения этого подхода спектр волнового поля получается в виде двойного интеграла по горизонтальным компонентам вектора рефракции. Основное внимание уделяется выводу формул, дающих асимптотическую оценку полученного интеграла вдали от источника, которые применимы при расчетах лучевым методом. Приводятся численные результаты, иллюстрирующие особенности волновых полей в азимутально-анизотропных средах.

Постановка задачи

Пусть на поверхности $x_3 = 0$ однородного полупространства $x_3 \geq 0$, характеризуемого тензором упругих постоянных (c_{ijkl}) и плотностью ρ , действует источник типа направленной силы $f(x_1, x_2, t)$. Требуется определить поле смещений $u(x, t)$ во всем полупространстве $x_3 \geq 0$.

Волновое поле $u(x, t)$ в полупространстве $x_3 \geq 0$ удовлетворяет уравнению Ламе

$$c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} = \rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} \quad (n = 1, 2, 3); \quad (1)$$

граничным условиям на поверхности полупространства $x_3 = 0$

$$\tau_{3j}(x_1, x_2, t) \equiv c_{3jkl} \frac{\partial u_l(x, t)}{\partial x_k} = f_j(x_1, x_2, t) \quad (2)$$

и условиям излучения

$$|u(x_1, x_2, \infty, t)| \leq C < \infty, \quad (3)$$

сводящимся к требованию ограниченности поля u при $x_3 \rightarrow \infty$.

ПОСТРОЕНИЕ ВОЛНОВОГО ПОЛЯ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Будем искать вектор смещений $u(x, t)$ в виде интеграла Фурье

$$u(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} U(k, \omega) e^{i(-\omega t + kx)} dk d\omega, \quad (4)$$

где k — волновой вектор; $dk = dk_1 dk_2 dk_3$; $kx = k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3$; ω — круговая частота; $i = \sqrt{-1}$ — мнимая единица.

Используя соотношение

$$k = \omega n / V \equiv \omega p, \quad (5)$$

где V — фазовая скорость; n — единичный вектор волновой нормали; p — вектор рефракции, сделаем в (4) замену переменных

$$u(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^3 U(p, \omega) e^{i\omega(-t + px)} dp d\omega, \quad (6)$$

где $dp = dp_1 dp_2 dp_3$; $px = p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3$.

Подставив формулу (6) в уравнение Ламе (1), получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} [(\lambda_{mjkl} p_l p_k - \delta_{ml}) U_l] \rho \omega^5 e^{i\omega(-t + px)} dp d\omega = 0 \quad (7)$$

$$(m = 1, 2, 3),$$

где λ_{mj}
 δ_{ml} — символ Кронекера.

В силу произвольности величин x , t из (7) можем записать равенство нулю подынтегрального выражения

$$(\lambda_{mj} - \delta_{ml}) U_l = 0 \quad (m = 1, 2, 3). \quad (8)$$

Из уравнения (8) следуют два вывода.

Первый заключается в том, что компоненты вектора рефракции p не могут быть независимыми, а должны удовлетворять уравнению Кристоффеля

$$G(p) \equiv \det(\Gamma_{ml}(p) - \delta_{ml}) \quad (9)$$

где

$$\Gamma_{ml}(p) = \lambda_{mj} \quad (m, l = 1, 2, 3). \quad (10)$$

Уравнение (9) представляет собой условие существования нетривиального решения U системы (8).

Будем считать, что $p_3^{(\alpha)} \equiv p_3^{(\alpha)}(p_1, p_2)$ ($\alpha = 1, \dots, 6$) являются решениями уравнения (9), левая часть которого есть полином шестой

степени относительно компонент вектора p . Из шести корней $p_3^{(\alpha)}$ выбираются вещественные корни, отвечающие нисходящим волнам, у которых вертикальная компонента вектора v групповой (или лучевой) скорости

$$v_3 > 0, \quad (11)$$

и комплексные корни, удовлетворяющие условию излучения (3), для которых

$$\text{Im} p_3^{(\alpha)} > 0. \quad (12)$$

Всего таких корней, как известно [17], будет три.

Второй вывод, следующий из уравнений (8), состоит в том, что спектр $U(p, \omega)$ должен иметь вид

$$U(p, \omega) = \sum_{\alpha=1}^3 \kappa_{\alpha}(p^{(\alpha)}, \omega) A^{(\alpha)}(p^{(\alpha)}), \quad (13)$$

где $A^{(\alpha)}$ — собственный вектор матрицы (10), отвечающий корню $p_3^{(\alpha)}$ уравнения (9); κ_{α} — скалярный множитель; $p^{(\alpha)}$ — вектор с компонентами $p_1, p_2, p_3^{(\alpha)}(p_1, p_2)$.

Таким образом, интеграл по p_3 в (6) сводится к сумме вкладов в трех полюсах, отвечающих найденным значениям $p_3^{(\alpha)}$, и формула (6) принимает вид

$$u(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^3 [\kappa_{\alpha}(p_1, p_2, \omega) A^{(\alpha)}(p_1, p_2) e^{i\omega p_3^{(\alpha)} x_3}] \times \\ \times e^{i\omega(-t + p_1 x_1 + p_2 x_2)} \omega^2 dp_1 dp_2 d\omega. \quad (14)$$

Волновое поле (14) удовлетворяет уравнению Ламе (1) и условию излучения (3). Следующий шаг состоит в том, чтобы добиться удовлетворения граничных условий (2).

Для этого построим сначала фундаментальные решения $u^{(j)}$ ($j = 1, 2, 3$) уравнения (1), удовлетворяющие условию излучения (3) и отвечающие при $x_3 = 0$ граничным условиям вида [2]

$$\tau_{3m}(x_1, x_2, t) = \frac{\partial u^{(j)}_i(x, t)}{\partial x_k} c_{3mki} = \\ = \delta(x_1) \delta(x_2) \delta(t) E_{mj} \quad (m, j = 1, 2, 3), \quad (15)$$

где δ — функция Дирака; E — единичная матрица.

Из определения фундаментальных решений ясно, что они будут построены, если коэффициенты $\kappa_{\alpha} = \kappa_{\alpha}^{(j)}$ в формулах (13) и (14) выбрать так, чтобы выполнялись условия (15). Для нахождения коэффициентов $\kappa_{\alpha}^{(j)}$ сделаем преобразование Фурье уравнения (15) по переменным x_1, x_2, t и, подставив в него выражения (13) для спектров $U^{(j)}$, получим

$$i\omega \sum_{\alpha=1}^3 c_{3mkI} \kappa_{\alpha}^{(j)} A_l^{(\alpha)} P_k^{(\alpha)} = E_{mj} \quad (m, j = 1, 2, 3). \quad (16)$$

Отсюда

$$\kappa_{\alpha}^{(j)} = M_{j\alpha}^{-1} / (i\omega), \quad (17)$$

где

$$M_{j\alpha} = c_{3jkl} A_l^{(\alpha)} P_k^{(\alpha)} \quad (j, \alpha = 1, 2, 3). \quad (18)$$

Подставляя выражение (17) в формулу (14), находим фундаментальные решения

$$u^{(j)}(x, t) = \frac{-i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^3 I_{\alpha}^{(j)}(x, \omega) \omega e^{-i\omega t} d\omega, \quad (19)$$

где

$$I_{\alpha}^{(j)} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} f_{j\alpha}^{(\alpha)} \quad (20)$$

Интеграл (19) сходится для всех значений t и во всех точках полупространства $x_3 \geq 0$, за исключением точки $x_1 = x_2 = x_3 = 0$, где имеется логарифмическая особенность.

Переход от фундаментальных решений (19), для которых выполняются граничные условия (15), к решению, удовлетворяющему граничным условиям (2), осуществляется, как известно [2], путем умножения спектров фундаментальных решений на спектр реально действующего источника

$$F(p_1, p_2, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, t) e^{i\omega(t - p_1 x_1 - p_2 x_2)} \omega^2 dp_1 dp_2 d\omega. \quad (21)$$

Таким образом, решение задачи (1) — (3) записывается в виде

$$u(x, t) = \frac{-i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^3 I_{\alpha}(x, \omega) \omega e^{-i\omega t} d\omega, \quad (22)$$

$$I_{\alpha}(x, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} M_{j\alpha}^{-1} F_j A_j^{(\alpha)} e^{i\omega(p^{(\alpha)} x)} dp_1 dp_2. \quad (23)$$

Если источник $f(x_1, x_2, t)$ не является точечным, интеграл (22) сходится для любых значений t и во всех точках полупространства $x_3 \geq 0$, в том числе и в точке $x_1 = x_2 = x_3 = 0$.

Обсуждение способов вычисления интеграла (22) не входит в задачи данной работы. Отметим только, что для точного интегрирования может быть использован подход, предложенный в работе [25].

Дальнейшая же наша задача состоит в получении асимптотических оценок интеграла (22) в дальней зоне.

Рассмотрим поле $u(x, t)$ точечного источника

$$f(x_1, x_2, t) = \delta(x_1)\delta(x_2)h(t) \quad (24)$$

в точках

$$x = Rl \quad (25)$$

при

$$\omega R \rightarrow \infty, \quad (26)$$

где l — единичный вектор луча в направлении x .

В этом случае, используя фундаментальные решения (19), имеем

$$u(x, t) = \frac{-i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^3 I_{j\alpha}(x, \omega) \omega H_j(\omega) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (27)$$

где

$$I_{j\alpha} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}_{j\alpha}(p_1, p_2) e^{i\omega R S} = dp_1 dp_2, \quad (28)$$

$$\mathcal{P}_{j\alpha}(p_1, p_2) = M_{j\alpha}^{-1}(p_1, p_2) A^{(\alpha)}(p_1, p_2) \quad (\alpha = 1, 2, 3), \quad (29)$$

$$H_j(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_j(t) e^{i\omega t} dt \quad (j = 1, 2, 3), \quad (30)$$

$$S \equiv p_1 l_1 + p_2 l_2 + p_3^{(\alpha)} l_3 \equiv (p^{(\alpha)} l). \quad (31)$$

Скалярное произведение векторов рефракции и луча (31), как известно из теории плоских волн [17], есть величина, обратная модулю v_α лучевой скорости, поэтому для фазовой функции S имеем

$$S = (p^{(\alpha)} l) = 1/v_\alpha. \quad (32)$$

Для асимптотической оценки интеграла (27) при условии (26) воспользуемся нулевым приближением метода стационарной фазы, которое позволяет получить формулы, соответствующие нулевому приближению лучевого метода. Стационарные точки $p_1^{(\beta)}, p_2^{(\beta)}$ (здесь и далее индексом β обозначается номер стационарной точки для волны типа α) определяются, как известно [23], из уравнений

$$\partial S / \partial p_\nu = 0 \quad (\nu = 1, 2). \quad (33)$$

Предположим, что все стационарные точки для волны типа α уже найдены (см. Приложение А), а также предположим, что все они невырождены, т.е.

$$\det S''_{\beta} \neq 0, \quad (34)$$

где

$$S''_{\beta} = \begin{pmatrix} \partial^2 S / \partial p_1^2, & \partial^2 S / \partial p_1 \partial p_2 \\ \partial^2 S / \partial p_1 \partial p_2, & \partial^2 S / \partial p_2^2 \end{pmatrix} \bigg|_{\substack{p_1 = p_1^{(\beta)} \\ p_2 = p_2^{(\beta)}}} \quad (35)$$

(О вычислении элементов матрицы S''_{β} см. Приложение Б.)

Нулевое приближение метода стационарной фазы для интеграла (28), как известно [23], имеет вид суммы вкладов от всех стационарных точек, определяемых из уравнений (33)

$$I_{j\alpha}(x, \omega) \sim \frac{1}{2\pi\omega R} \sum_{\beta} \mathcal{P}_{j\alpha}(p_1^{(\beta)}, p_2^{(\beta)}) |\sigma_1 \sigma_2|^{-1/2} \times \\ \times \exp(i\omega \frac{R}{v_{\beta}} + i \frac{\pi}{4} (\text{sign } \sigma_1 + \text{sign } \sigma_2)) \quad (j, \alpha = 1, 2, 3), \quad (36)$$

где σ_1, σ_2 — собственные значения матрицы S''_{β} . (Заметим, что возможна ситуация, когда для некоторых направлений l для волны типа α стационарные точки отсутствуют [4,5]. В этом случае $I_{j\alpha}(x, \omega) = 0$.)

Подстановка формулы (36) в интеграл (27) приводит к асимптотическому выражению для поля смещений

$$u(x, t) \sim \frac{1}{2\pi R} \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{\beta} M_{j\alpha}^{-1}(p_1^{(\beta)}, p_2^{(\beta)}) A^{(\alpha)}(p_1^{(\beta)}, p_2^{(\beta)}) \times \\ \times |\sigma_1 \sigma_2|^{-1/2} \exp\left(\frac{i\pi}{4} (\text{sign } \sigma_1 + \text{sign } \sigma_2 - 2)\right) h_j\left(t - \frac{R}{v_{\beta}}\right). \quad (37)$$

Формула (37) описывает волновое поле $u(x, t)$ не во всех точках полупространства $x_3 > 0$. Существуют направления и линии, для которых эта формула не работает. К таким направлениям относятся конические акустические оси [1,22], где уравнение Кристоффеля (9) имеет двукратный корень. В общем случае анизотропных сред конические акустические оси, как известно [1], отвечают изолированным направлениям, число которых не может превышать 36 [24]. В точках конических акустических осей фазовая функция $S(p_1, p_2)$ не дифференцируема (на поверхности $S(p_1, p_2)$ в этих точках имеется острие), поэтому для оценки интеграла (28) метод стационарной фазы вообще неприменим.

Линиями, где формула (37) не работает, являются те, вдоль которых нарушается предположение (34) и выполняется противоположное условие

$$\det S''_{\beta} = 0. \quad (38)$$

Равенство (38) есть уравнение особых точек волновой поверхности и эквивалентно уравнениям, полученным в работе [5]. (Под волновой поверхностью здесь понимается поверхность фронта объемной волны в момент времени $t = 1$.) Особые точки волновой поверхности образуют в пространстве замкнутые линии сложной формы [5], они всегда существуют в анизотропных средах общего вида.

Для описания волнового поля в особых точках в нулевом приближении метода стационарной фазы необходимо учитывать тот факт, что в общем случае анизотропии

$$\operatorname{rang} S''_{\beta} \neq 0 \quad (39)$$

(т.е. оба собственных числа σ_1, σ_2 матрицы S''_{β} не могут одновременно обратиться в нуль), поэтому величина Σ , которая определяется в Приложении В, также удовлетворяет неравенству

$$\Sigma \neq 0. \quad (40)$$

При выполнении условий (38) — (40) нулевое приближение метода стационарной фазы для интеграла (28) будет иметь вид [23]

$$I_{j\alpha}(x, \omega) \sim \frac{\gamma\left(\frac{1}{3}\right) \mathcal{P}_{j\alpha}(p_1^{(\beta)}, p_2^{(\beta)})}{2^{1/6} 3^{2/3} \pi^{3/2} (\omega R)^{5/6} \sigma^{1/2} \Sigma^{1/3}} \times \\ \times \exp(i\omega \frac{R}{v_{\beta}} + \frac{i\pi}{4} \operatorname{sign} \sigma + \frac{i\pi}{6} \operatorname{sign} \Sigma), \quad (41)$$

где $\gamma\left(\frac{1}{3}\right) \approx 2,6789$ — гамма-функция; σ — ненулевое собственное значение матрицы S''_{β} ; $p_1^{(\beta)}, p_2^{(\beta)}$ — координаты стационарной точки, для которой выполнены условия (38) — (40).

Подставляя формулу (41) в интеграл (27), получим выражение для поля смещения в особой точке

$$u(x, t) \sim \frac{\gamma\left(\frac{1}{3}\right) M_{j\alpha}^{-1}(p_1^{(\beta)}, p_2^{(\beta)})}{2^{1/6} 3^{2/3} \pi^{3/2} R^{5/6} \sigma^{1/2} \Sigma^{1/3}} A^{(\alpha)}(p_1^{(\beta)}, p_2^{(\beta)}) \times \\ \times \exp\left(\frac{i\pi}{2} \left(\frac{\operatorname{sign} \sigma}{2} + \frac{\operatorname{sign} \Sigma}{3} - 1\right)\right) \bar{h}_j\left(t - \frac{R}{v_{\beta}}\right), \quad (42)$$

где

$$\bar{h}_j(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^{1/6} H_j(\omega) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (43)$$

Формулы (42), (43) показывают, что волна, распространяющаяся в особом направлении, будет отличаться от волн, распространяющихся в соседних направлениях, более высокой интенсивностью и более высокочастотным спектром.

Подведем некоторые итоги. Асимптотические формулы (37), (42) получены в нулевом приближении метода стационарной фазы и отвечают описанию волнового поля в нулевом приближении лучевого метода. Эти формулы позволяют вычислить волновое поле во всех точках полупространства $x_3 > 0$, за исключением направлений конических акустических осей. Однако ясно, что выведенные асимптотические формулы дают значения волнового поля с некоторой

погрешностью. И, как известно, погрешность подобных формул существенно возрастает в областях быстрого изменения волнового поля, к которым относятся окрестности конических акустических осей и особых точек волновых поверхностей. А поскольку внутри самого метода стационарной фазы оценить получаемые погрешности невозможно, то естественно для расчета волнового поля в этих областях привлекать другие методы, например метод наложения краевых волн [6,7], конечно-разностные методы вычисления полного волнового поля [12, 32] или любые методы, позволяющие точно рассчитывать значение интеграла (27).

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА СМЕЩЕНИЙ ПО АСИМПТОТИЧЕСКИМ ФОРМУЛАМ

Формальный алгоритм нахождения вектора смещений $u(x,t)$ по асимптотическим формулам (37), (42) сводится к следующим процедурам:

для заданного направления луча $l = x/|x|$ определяются все стационарные точки $p^{(\beta)}$ (см. Приложение А и [4]) и по формуле (32) находятся соответствующие лучевые скорости v_β ;

затем по формулам Приложения Б определяются элементы матрицы S''_β и ее собственные значения σ_1, σ_2 ; если среди чисел σ_1, σ_2 есть нуль, то по формулам Приложения В находится величина Σ ;

для каждой найденной пары $p_1^{(\beta)}, p_2^{(\beta)}$ из уравнения (9) определяются величины $p_3^{(\alpha)}(p_1^{(\beta)}, p_2^{(\beta)})$, удовлетворяющие условию (11) или (12), и вычисляются соответствующие им собственные векторы $A^{(\alpha)}$ матрицы $\Gamma(p^{(\alpha)})$;

после этого строятся и обращаются матрицы M_{ja} , определяемые выражением (18);

найденные величины используются для расчета вектора смещений $U(x,t)$ по формуле (37), если $\det S''_\beta \neq 0$, или по формуле (42) в противном случае.

При расчете смещений надо учитывать, что точность асимптотической формулы (37) ухудшается по мере приближения к особым точкам волновой поверхности и к коническим акустическим осям. Поэтому необходимо построить волновые поверхности и рассчитать положение конических акустических осей (для этого можно воспользоваться способами и рекомендациями, указанными в работе [5]), чтобы выявить те области, где точность расчета невысока.

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА ПОЛЕЙ СМЕЩЕНИЙ В ДАЛЬНОЙ ЗОНЕ

Исследование излучения источников — одна из основных задач, которые приходится решать при моделировании волновых полей. Характеристики различных источников, действующих в изотропной

Y- (горизонтальное воздействие, ортогональное плоскости наблюдений) и Z-(вертикальное воздействие) силы.

Волновые поля строились для двух положений горизонтальной оси анизотропии а относительно профиля наблюдений, составляющих с плоскостью профиля xOz углы $\varphi = 0$ и 45° . При $\varphi = 0^\circ$ в системе координат модели (xyz) матрица упругих постоянных рассматриваемой среды имеет вид

$$c = \begin{pmatrix} 12,208 & 3,052 & 3,052 & 0 & 0 & 0 \\ 3,052 & 14,718 & 3,604 & 0 & 0 & 0 \\ 3,052 & 3,604 & 14,718 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5,557 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4,540 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4,540 \end{pmatrix}, \quad (44)$$

а при $\varphi = 45^\circ$

$$c = \begin{pmatrix} 12,798 & 3,718 & 3,328 & 0 & 0 & -0,628 \\ 3,718 & 12,798 & 3,328 & 0 & 0 & -0,628 \\ 3,328 & 3,328 & 14,718 & 0 & 0 & -0,276 \\ 0 & 0 & 0 & 5,049 & -0,509 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,509 & 5,049 & 0 \\ -0,628 & -0,628 & -0,276 & 0 & 0 & 5,206 \end{pmatrix}. \quad (45)$$

Рассчитаны трехкомпонентные сейсмограммы, причем вывод векторов смещений производился в сферических координатах (r, θ, φ):

$$\begin{pmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi, & \sin \theta \sin \varphi, & \cos \theta \\ \cos \theta \cos \varphi, & \cos \theta \sin \varphi, & -\sin \theta \\ -\sin \varphi, & \cos \varphi, & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}. \quad (46)$$

Импульс в источнике задавался функцией

$$h(t) = e^{-\beta t^2} \cos 2\pi f t, \quad (47)$$

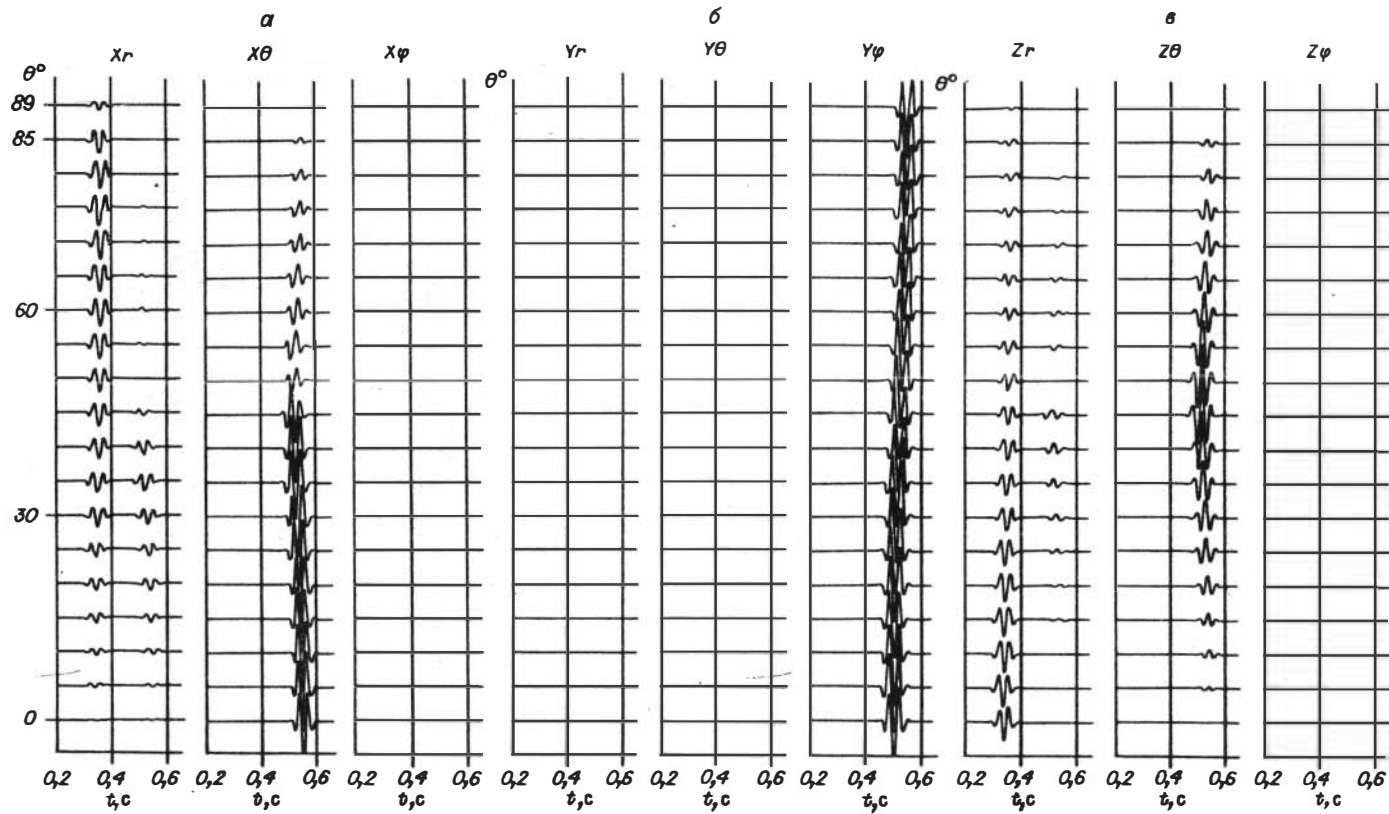
где $\beta = f^2 \ln 5$, $f = 30$ Гц. Вектор смещений, как известно [18], имеет вид

$$u(x, t) = |u(x, t)| (h(t) \cos \arg u + \hat{h}(t) \sin \arg u), \quad (48)$$

где $\hat{h}(t)$ — функция, сопряженная по Гильберту к $h(t)$, определяемой выражением (47).

Рассмотрим теоретические сейсмограммы и сечения волновых поверхностей вертикальной плоскостью наблюдений для двух ориентаций оси анизотропии $\varphi = 0$ и 45° , для которых матрицы упругих постоянных имеют соответственно вид (44) и (45).

Сейсмограммы, полученные для среды с матрицей упругих постоянных (44), изображены на рис. 2. Для этой среды $\varphi = 0^\circ$ и плоскость наблюдений xOz является плоскостью симметрии. Сечения волновых поверхностей плоскостью xOz представлены на рис. 3, а, а положение оси анизотропии а указано на рис. 3, б. Качественно сейсмограммы выглядят так же, как для изотропной среды: X- и



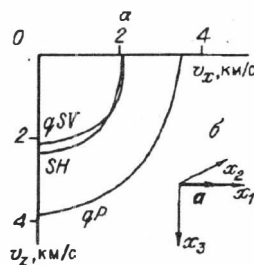
Р и с. 3. Сечения волновых поверхностей qP -, qSV -, SH -волн плоскостью наблюдений xOz (а) и расположение оси анизотропии a в пространстве (б).

Z -источники возбуждают qP - и qSV -волны, Y -источник возбуждает только SH -волну. Однако небольшие отклонения годографов от прямых и особенности в динамике позволяют отличить эти сейсмограммы от аналогичных сейсмограмм, получаемых в случае изотропии среды. Хорошо видна запись поперечной qSV -волны на r -компоненте, где в изотропной среде должны регистрироваться только продольные волны. Причем qSV -волна на r -компоненте наблюдается как от X -, так и от Z -источника, отношение $|u_r|/|u_\theta|$ от типа источника не зависит. Такое строение волнового поля следует из асимптотической формулы (37): амплитуда смещения зависит от матрицы упругих постоянных среды и типа действующего источника, а направление вектора смещений, совпадающее с направлением поляризационного орта волны, определяется только анизотропией среды.

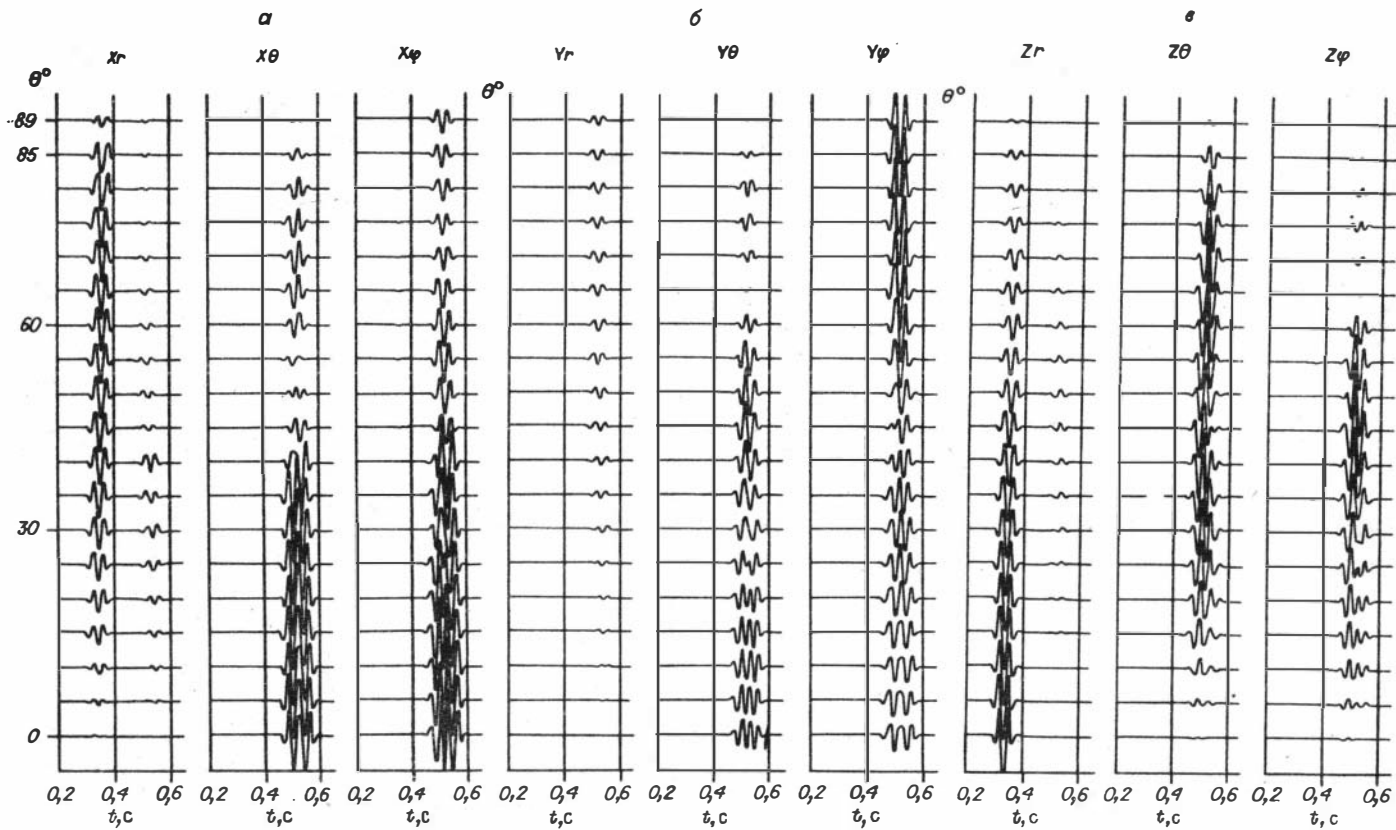
Еще одна особенность поля смещений волны qSV проявляется в том, что точка нулевой амплитуды $u^{(qSV)}$ при воздействии X -источника смещается с угла $\theta = 45^\circ$ на $47,18^\circ$. Подобная особенность уже отмечалась для трансверсально-изотропных сред [3, 14].

Анизотропия рассматриваемой среды проявляется и на сейсмограмме SH -волны, возбужденной Y -силой. Здесь влияние анизотропии на динамику состоит в изменении амплитуды $u^{(SH)}$ при движении по круговому профилю (в изотропной среде, как известно, амплитуда волны SH , излученной Y -силой, не зависит от направления распространения волны). Зависимость $|u^{(SH)}(\theta)|$ эллиптическая, с отношением длин осей, равным k_{SH} , как и в трансверсально-изотропной среде с вертикальной осью анизотропии [3, 14], только теперь значения $|u^{(SH)}|$ при движении от вертикального направления ($\theta = 0^\circ$) к горизонтальному ($\theta = 90^\circ$) не возрастают, а убывают, т.е. оси эллипса поменялись местами.

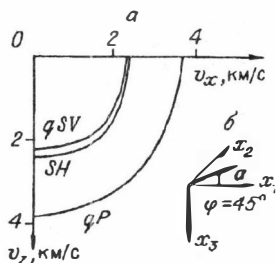
Сейсмограммы для случая, когда угол между осью анизотропии и плоскостью профиля наблюдений $\varphi = 45^\circ$, а матрица упругих постоянных имеет вид (45), представлены на рис. 4. Сечения волновых поверхностей плоскостью xOz изображены на рис. 5,а, а положение оси анизотропии a указано на рис. 5,б. Теперь, в отличие от ситуации, изображенной на рис. 3, плоскость наблюдения не является плоскостью симметрии среды, что сразу приводит к излучению каждым из источников (X -, Y -, Z -) всех трех qP -, qSV -, SH -волн, смещения которых регистрируются на всех r -, θ - и φ -компонентах. Таким образом, здесь анизотропия проявляется в виде побочных



Р и с. 2. Трехкомпонентные (r , θ , φ) теоретические сейсмограммы от источников типа X - (а), Y - (б) и Z -силы (в). Угол между плоскостью наблюдений и осью анизотропии 0° .



Р и с. 5. Сечения волновых поверхностей qP -, qSV - и SH -волн плоскостью наблюдений xOz (а) и расположение оси анизотропии a в пространстве (б).



компонент векторов смещений, т.е. тех компонент, которые не возбуждаются при действии данного источника в изотропной среде и в трансверсально-изотропной среде с вертикальной осью симметрии. Особенностью расчетов для данного случая, когда вертикальная плоскость наблюдений xOz не есть плоскость симметрии, является то, что задача становится существенно трехмерной, поскольку волновые нормали вычисляемых волн (в отличие от лучей) уже не лежат в вертикальной плоскости xOz .

Для рассматриваемой модели среды с осью анизотропии, не лежащей в вертикальной плоскости xOz (см. рис. 5,б), векторы смещений qSV - и SH -волн также не будут находиться соответственно в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Как известно, qSV -волна поляризована в плоскости, проходящей через ось анизотропии и луч, а SH -волна — ортогонально этой плоскости.

Источник типа X -силы возбуждает не только qP -, qSV -волны, но и волну SH (см. рис. 4, а), которая регистрируется на θ - и φ -компонентах вместе с волной qSV . Интерференция поперечных волн хорошо видна по изменению формы записей приемников, расположенных на вертикали ($\theta = 0^\circ$) и вблизи нее. По мере увеличения угла θ от 0 до 90° разность времен вступления $\Delta t = t_{SH} - t_{qSV}$ изменяется от $1,7T$ до $0,2T$ (T — период колебаний $T = 1/f$, равный $0,033$ с), что приводит к изменению вида интерференционной картины. При малых θ (когда разность Δt максимальна и составляет величину порядка $1,7T$ — $1,5T$) волны SH и qSV в значительной степени отделены друг от друга, а при $\theta > 40$ — 50° (когда $\Delta t < 0,7T$) интерференция этих волн почти полная. Причем если на θ -компоненте в интервале $\theta = 40$ — 50° qSV - и SH -волны интерферируют деструктивно и суммарная запись сильно ослабляется, то на φ -компоненте, напротив, в этом интервале углов в результате конструктивной интерференции qSV - и SH -волн происходит усиление суммарной записи.

При действии Y -источника (см. рис. 4,б) также появляются поперечные волны обоих типов, и также при изменении угла θ меняется характер их интерференции. Интересно отметить, что и для X -, и для Y -воздействий при $\theta \geq 80^\circ$ запись на φ -компоненте имеет большую интенсивность, чем запись на θ -компоненте.

В случае Z -источника особенностью рассматриваемых сейсмограмм является то, что этот источник, наряду с qP - и qSV -волнами,

Р и с. 4. Трехкомпонентные (r, θ, φ) теоретические сейсмограммы от источников типа X - (а), Y - (б) и Z -силы (в). Угол между плоскостью наблюдений и осью анизотропии 45° .

порождает и волны типа SH . При этом интенсивность SH -волн, регистрируемых преимущественно на φ -компоненте, для углов $\theta = 30-60^\circ$ сравнима с интенсивностью волн qP и qSV .

Выше были охарактеризованы особенности волновых полей в плоскости симметрии среды $\varphi = 0^\circ$ и для азимута $\varphi = 45^\circ$. Остается отметить, что вторая плоскость симметрии $\varphi = 90^\circ$ (ось анизотропии а перпендикулярна этой плоскости) есть плоскость изотропии и сейсмограммы для этой плоскости имеют такой же вид, как в изотропной среде, с тем только отличием, что существуют две волны: SV и SH с разными скоростями распространения.

Итак, приведенные расчеты показывают, что если наблюдение волнового поля производится вне плоскости симметрии азимутально-анизотропной среды, то на сейсмограммах регистрируются интенсивные побочные компоненты смещений. Такой же вывод позволяют сделать результаты изучения отраженных волн, распространяющихся в трансверсально-изотропных средах с наклонными и горизонтальной осями симметрии [15], и результаты экспериментальных исследований волн в скважинах [20].

Для объяснения причин возникновения побочных компонент смещений рассмотрим механизм формирования волнового поля поверхностным источником. На поверхности $x_3 = 0$ анизотропного полупространства должны выполняться граничные условия (2), где вектор f_j ($j = 1, 2, 3$) имеет вид (24). В общем случае анизотропии матрица M , определяемая выражением (18), является матрицей общего вида; поэтому, чтобы удовлетворить граничным условиям (2), необходима комбинация всех трех волн — типов qP , qSV и SH с ненулевыми коэффициентами $\kappa_j^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, 2, 3$). Этим и объясняется тот факт, что источник любого типа возбуждает в анизотропной среде все три волны. Сформировавшись в источнике, каждая из волн имеет интенсивность, пропорциональную коэффициенту $\kappa_j^{(\alpha)}$, определяемому формулой (17), а направление вектора смещения волны совпадает с ее поляризационным ортом.

Поскольку в трансверсально-изотропной среде поляризация волн определяется относительно плоскости, проходящей через ось анизотропии и луч, то ясно, что SH -волна должна регистрироваться на θ - и φ -компонентах, а qSV -волна — на r -, θ - и φ -компонентах, что и демонстрирует рис. 4. Вектор поляризации продольной волны для рассматриваемой модели почти не отклоняется от направления луча, вследствие чего qP -волна наблюдается только на r -компоненте.

Таким образом, присутствие на сейсмограммах побочных компонент векторов смещений объясняется по сути дела тем, что поляризационные орты волн имеют фиксированное направление относительно элементов симметрии анизотропной среды. Причем из приведенных сейсмограмм следует, что анизотропия оказывает существенное влияние на динамику поперечных волн и практически не влияет на динамику волн продольного типа. Этот вывод хорошо известен и подтвержден многими теоретическими и экспериментальными исследованиями.

ВЫВОДЫ

1. Получен интеграл, описывающий полное волновое поле источника, действующего на поверхности анизотропного полупространства. Дано асимптотическое представление полученного интеграла, отвечающее в дальней зоне описанию объемных волн в нулевом приближении лучевого метода.

2. Найдена асимптотика волнового поля в случае особой точки волновой поверхности.

3. Проведено численное моделирование волновых полей в дальней зоне, показывающее, что источник, расположенный на поверхности азимутально-анизотропного полупространства, в общем случае возбуждает волны всех трех возможных типов. При этом интенсивность колебаний на побочных компонентах смещения не уступает интенсивности колебаний на основных компонентах.

4. Главная причина возникновения побочных компонент смещений в волнах, излучаемых источниками, действующими на поверхности азимутально-анизотропной среды, заключается в фиксации векторов поляризации объемных волн относительно направления их распространения и элементов симметрии среды.

5. Показано, что анизотропия среды оказывает значительно большее влияние на формирование источником полей поперечных волн, чем на формирование полей волн продольного типа.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

О сведении задачи нахождения стационарных точек к задаче определения волновых нормалей изолучевых волн

Цель этого приложения состоит в том, чтобы показать, что уравнения (9) и (33), используемые для нахождения вещественных стационарных точек фазовой функции S , определяемой согласно (31), в точности совпадают с уравнениями, применяемыми для решения задачи о вычислении волновых нормалей изолучевых волн (т.е. волн, лучи которых имеют заданное направление l). Поскольку задача определения волновых нормалей изолучевых волн решена в работе [4], то и задачу нахождения стационарных точек можно считать решенной.

Стационарные точки $p = (p_1, p_2, p_3)$ (индексы номера волны α и номера точки β будем опускать, подразумевая при этом, что ищутся все стационарные точки) определяются путем совместного решения уравнений (33), выражающих условия стационарности

$$\frac{\partial S}{\partial p_\nu} \equiv l_\nu + \frac{\partial p_3(p_1, p_2)}{\partial p_\nu} l_3 = 0 \quad (\nu = 1, 2), \quad (A1)$$

и уравнения (9), которое здесь запишем в виде

$$G(p) \equiv -1 + G_2(p) + G_4(p) + G_6(p) = 0, \quad (A2)$$

где

$$\begin{aligned} G_2(p) &= \Gamma_{ii}(p), \\ G_4(p) &= (\Gamma_{ii}(p)\Gamma_{ii}(p) - \Gamma_{ii}(p)\Gamma_{ii}(p))/2, \\ G_6(p) &= \varepsilon_{ijk}\Gamma_{1i}(p)\Gamma_{2j}(p)\Gamma_{3k}(p), \end{aligned} \quad (A3)$$

$\Gamma(p)$ — матрица Кристоффеля, определяемая формулой (10);
 (ε_{ijk}) — символ Леви — Чивита.

С использованием равенства (A2) условия (A1) перепишем в виде

$$\frac{l_v}{l_3} = \frac{\partial G(p)/\partial p_v}{\partial G(p)/\partial p_3} \quad (\nu = 1, 2). \quad (A4)$$

Таким образом, вектор p находится из уравнений (A2), (A4).

Покажем, что из этих уравнений прямо вытекает уравнение для нахождения параметров изолучевых волн. Для этого сделаем замену (5)

$$p = n/V, \quad (A5)$$

в результате которой уравнение (A2) примет вид

$$G(n) = -V^6 + G_2(n)V^4 + G_4(n)V^2 + G_6(n) = 0, \quad (A6)$$

где

$$\begin{aligned} G_2(n) &= \Gamma_{ii}(n) = V^2 G_2(p), \\ G_4(n) &= (\Gamma_{ii}(n)\Gamma_{ii}(n) - \Gamma_{ii}(n)\Gamma_{ii}(n))/2 = V^4 G_4(p), \\ G_6(n) &= \varepsilon_{ijk}\Gamma_{1i}(n)\Gamma_{2j}(n)\Gamma_{3k}(n) = V^6 G_6(p), \\ \Gamma_{ii}(n) &= \lambda_{ijk}n_j n_k = V^2 \Gamma_{ii}(p). \end{aligned} \quad (A7)$$

Непосредственным дифференцированием убеждаемся в том, что

$$\partial G(n)/\partial n_i = V^5 \partial G(p)/\partial p_i \quad (i = 1, 2, 3), \quad (A8)$$

поэтому формулу (A4) можно переписать в виде

$$\frac{l_v}{l_3} = \frac{\partial G(n)/\partial n_v}{\partial G(n)/\partial n_3} \quad (\nu = 1, 2). \quad (A9)$$

Уравнения (A6) и (A9) представляют собой систему уравнений для нахождения параметров изолучевых волн, полученную в работе [4]. Эта система, путем исключения величины фазовой скорости V , сводится к двум алгебраическим уравнениям, решениями которых являются векторы n волновых нормалей изолучевых волн.

Таким образом, задача нахождения стационарных точек сведена к уже решенной задаче определения волновых нормалей изолучевых волн.

**Вычисление элементов матрицы
вторых производных фазовой функции**

Дифференцированием формулы (A1) получаем

$$\frac{\partial^2 S}{\partial p_\nu \partial p_\mu} = l_3 \frac{\partial^2 p_3(p_1, p_2)}{\partial p_\nu \partial p_\mu} \quad (\nu, \mu = 1, 2). \quad (B1)$$

Таким образом, для определения производных $\partial^2 S / \partial p_\nu \partial p_\mu$ нужно вычислить производные $\partial^2 p_3 / \partial p_\nu \partial p_\mu$ ($\nu, \mu = 1, 2$). Найдем их, дифференцируя равенство (A2) как неявную функцию. Имеем

$$\frac{\partial p_3}{\partial p_\nu} = - \frac{\partial G / \partial p_\nu}{\partial G / \partial p_3} \quad (\nu = 1, 2), \quad (B2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p_3}{\partial p_\nu \partial p_\mu} = & - \frac{1}{\partial G / \partial p_3} \left(\frac{\partial^2 G}{\partial p_\nu \partial p_\mu} + \frac{\partial^2 G}{\partial p_3 \partial p_\mu} \frac{\partial p_3}{\partial p_\nu} + \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2 G}{\partial p_3 \partial p_\nu} \frac{\partial p_3}{\partial p_\mu} + \frac{\partial^2 G}{\partial p_3^2} \frac{\partial p_3}{\partial p_\mu} \frac{\partial p_3}{\partial p_\nu} \right) \quad (\nu, \mu = 1, 2). \end{aligned} \quad (B3)$$

Частные производные функции $G(p)$ имеют вид

$$\begin{aligned} \partial G / \partial p_n &= \sum_{s=1}^3 \det D_{iks}, \\ \partial^2 G / \partial p_n \partial p_m &= \sum_{s,q=1}^3 \det E_{iks q} \quad (m, n = 1, 2, 3), \end{aligned} \quad (B4)$$

где

$$\begin{aligned} D_{iks} &= (1 - \delta_{sk})(\Gamma_{ik}(p) - \delta_{ik}) + \delta_{sk} \partial \Gamma_{ik}(p) / \partial p_n, \\ E_{iks q} &= (1 - \delta_{qk}) D_{iks} + \delta_{qk} \partial D_{iks} / \partial p_m, \end{aligned} \quad (B5)$$

причем суммирование по индексу k в формулах (B5) нет.

Первые и вторые частные производные элементов матрицы $\Gamma_{ik}(p)$, определяемых выражением (10), входящие в формулы (B5), имеют вид

$$\begin{aligned} \partial \Gamma_{ik}(p) / \partial p_n &= \lambda_{ijkl} (p_j \delta_{kn} + p_k \delta_{jn}), \\ \partial^2 \Gamma_{ik}(p) / \partial p_m \partial p_n &= \lambda_{ijkl} (\delta_{jm} \delta_{kn} + \delta_{km} \delta_{jn}). \end{aligned} \quad (B6)$$

Формулы (B1) — (B6) дают выражения элементов матрицы S''_β (см. (35)).

Вычисление величины Σ

Величина Σ определяется выражением

$$\Sigma = (S_{11} + S_{22})^{-3/2} (S_{22}^{3/2} S_{111} - 3S_{11}^{1/2} S_{22} S_{112} + 3S_{11} S_{22}^{1/2} S_{122} - S_{11}^{3/2} S_{222}), \quad (B1)$$

где

$$S_{\nu\mu} \equiv \frac{\partial^2 S}{\partial p_\nu \partial p_\mu}, \quad S_{\nu\mu\gamma} \equiv \frac{\partial^3 S}{\partial p_\nu \partial p_\mu \partial p_\gamma} \quad (\nu, \mu, \gamma = 1, 2) \quad (B2)$$

суть производные фазовой функции (31) в стационарной точке. Величины $S_{\nu\mu}$ даются формулой (B1), а для производных $S_{\nu\mu\gamma}$ функций (B1) имеем

$$S_{\nu\mu\gamma} = l_3 \frac{\partial^3 p_3(p_1, p_2)}{\partial p_\nu \partial p_\mu \partial p_\gamma} \quad (\nu, \mu, \gamma = 1, 2), \quad (B3)$$

где, аналогично формулам (B2), (B3), производная $\partial^3 p_3 / (\partial p_\nu \partial p_\mu \partial p_\gamma)$ находится дифференцированием равенства (A2) как неявной функции:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 p_3(p_1, p_2)}{\partial p_\nu \partial p_\mu \partial p_\gamma} = & - \frac{1}{\partial G / \partial p_3} \left(\frac{\partial^3 G}{\partial p_\nu \partial p_\mu \partial p_\gamma} + \right. \\ & + \frac{\partial^3 G}{\partial p_\nu \partial p_\mu \partial p_3} \frac{\partial p_3}{\partial p_\gamma} + \frac{\partial^3 G}{\partial p_\nu \partial p_\gamma \partial p_3} \frac{\partial p_3}{\partial p_\mu} + \frac{\partial^3 G}{\partial p_\mu \partial p_\gamma \partial p_3} \frac{\partial p_3}{\partial p_\nu} + \\ & + \frac{\partial^3 G}{\partial p_\nu \partial p_3^2} \frac{\partial p_3}{\partial p_\mu} \frac{\partial p_3}{\partial p_\gamma} + \frac{\partial^3 G}{\partial p_\mu \partial p_3^2} \frac{\partial p_3}{\partial p_\nu} \frac{\partial p_3}{\partial p_\gamma} + \frac{\partial^3 G}{\partial p_\gamma \partial p_3^2} \frac{\partial p_3}{\partial p_\nu} \frac{\partial p_3}{\partial p_\mu} + \\ & + \frac{\partial^3 G}{\partial p_3^3} \frac{\partial p_3}{\partial p_\nu} \frac{\partial p_3}{\partial p_\mu} \frac{\partial p_3}{\partial p_\gamma} + \frac{\partial^2 G}{\partial p_3^2} \left(\frac{\partial^2 p_3}{\partial p_\nu \partial p_\mu} \frac{\partial p_3}{\partial p_\gamma} + \frac{\partial^2 p_3}{\partial p_\mu \partial p_\gamma} \frac{\partial p_3}{\partial p_\nu} + \right. \\ & + \left. \frac{\partial^2 p_3}{\partial p_\nu \partial p_\gamma} \frac{\partial p_3}{\partial p_\mu} \right) + \frac{\partial^2 G}{\partial p_\nu \partial p_3} \frac{\partial^2 p_3}{\partial p_\mu \partial p_\gamma} + \frac{\partial^2 G}{\partial p_\mu \partial p_3} \frac{\partial^2 p_3}{\partial p_\nu \partial p_\gamma} + \\ & \left. + \frac{\partial^2 G}{\partial p_\gamma \partial p_3} \frac{\partial^2 p_3}{\partial p_\mu \partial p_\nu} \right) \quad (\nu, \mu, \gamma = 1, 2). \end{aligned} \quad (B4)$$

Первые и вторые частные производные функций $G(p)$ и $p_3(p_1, p_2)$ даются формулами (B2) — (B5). Для третьих частных производных функции $G(p)$ имеем

$$\frac{\partial^3 G}{\partial p_m \partial p_n \partial p_l} = \sum_{s,q,r=1}^3 \det C_{iksqr} \quad (m, n, l = 1, 2, 3), \quad (B5)$$

где

$$C_{iksqr} = (1 - \delta_{kr}) E_{iksqr} + \delta_{kr} \partial E_{iksqr} / \partial p_l. \quad (B6)$$

Матрица (E_{iksq}) определяется формулой (Б5). При дифференцировании матрицы E в выражении (Б6) надо учитывать, что

$$\frac{\partial^3 \Gamma(p)}{\partial p_m \partial p_n \partial p_l} = 0 \quad (m, n, l = 1, 2, 3). \quad (B7)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Альшиц В.И., Сарычев А.В., Шувалов А.Л. Классификация вырождений и анализ их устойчивости в теории упругих волн в кристаллах // ЖЭТФ. — 1985. — Т. 89, вып. 3(9). — С. 922—938.
2. Бабешко В.А., Глушков Е.В., Зинченко Ж.Ф. Динамика неоднородных линейно-упругих сред. — М.: Наука, 1989. — 344 с.
3. Бродов Л.Ю., Ковтун А.А., Тихонов А.А. Некоторые результаты численного моделирования для поперечно-изотропной среды // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. — 1986. — № 11. — С. 48—57.
4. Гречка В.Ю. Совершенствование программно-алгоритмического обеспечения математического моделирования распространения упругих волн в слоисто-однородных анизотропных средах: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Новосибирск, 1990. — 17 с.
5. Гречка В.Ю., Оболенцева И.Р. Расчет лучей в слоисто-однородных анизотропных средах с неоднозначными волновыми поверхностями. — Новосибирск, 1989. — 46 с.
6. Дружинин А.Б. Краевые волны в анизотропной среде // Геология и геофизика. — 1990а. — № 3. — С. 118—129.
7. Дружинин А.Б. Вычисление волновых полей методом наложения краевых волн в двумерных неоднородных анизотропных средах // Геология и геофизика. — 1990б. — № 9. — С. 96—105.
8. Каштан Б.М., Ковтун А.А., Петрашень Г.И. Алгоритмы и методики вычисления полей объемных волн в произвольных анизотропных упругих средах // Распространение объемных волн и методы расчета волновых полей в анизотропных упругих средах. — Л.: Наука, Ленингр. отд-ние, 1984. — С. 108—248.
9. Каштан Б.М., Ковтун А.А., Решетников В.В. О вычислении волновых полей в слоисто-однородных анизотропных средах // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. — Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1982. — Вып. 22. — С. 32—48.
10. Каштан Б.М., Ковтун А.А., Решетников В.В. Эталонные задачи для вычисления полей сосредоточенных источников в однородной трансверсально-изотропной упругой среде // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. — Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1987. — Вып. 27. — С. 22—44.
11. Каштан Б.М., Петрашень Г.И. О вычислении геометрического расхождения в неоднородных анизотропных упругих средах // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. — Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1983. — Вып. 23. — С. 31—37.
12. Мартынов В.Н. Волновые поля от сосредоточенных источников в трансверсально-изотропных средах // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. — 1986. — № 11. — С. 19—26.
13. Материалы количественного изучения динамики сейсмических волн. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1957. — Т. II. — 153 с.
14. Немирович-Данченко М.М. Методика расчета P -, SV - и SH -волн в дальней зоне при вертикальном и горизонтальном воздействиях на поверхности трансверсально-изотропного полупространства // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 71—81.
15. Оболенцева И.Р., Гречка В.Ю. Изучение трехмерных волновых полей отраженных PS - и SS -волн в трансверсально-изотропных средах (по результатам математического моделирования) // Геология и геофизика. — 1987. — № 8. — С. 107—116.
16. Оболенцева И.Р., Гречка В.Ю. Лучевой метод в анизотропной среде (алгоритмы, программы). — Новосибирск, 1989. — 225 с.

17. Петрашень Г.И. Распространение волн в анизотропных упругих средах. — Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1980. — 280 с.
18. Петрашень Г.И., Каштан Б.М. Элементарная теория распространения объемных волн в анизотропных упругих средах // Распространение объемных волн и методы расчета волновых полей в анизотропных упругих средах. — Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1984. — С. 15—107.
19. Петрашень Г.И., Каштан Б.М., Ковтун А.А., Мухина И.В. Метод контурных интегралов в случае трансверсально-изотропных упругих сред с осью симметрии, нормальной к границам раздела // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. — Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1984. — Вып. 24. — С. 4—90.
20. Тригубов А.В., Горшкалев С.Б. Экспериментальное исследование анизотропии осадочных пород с использованием скважинных наблюдений // Математические проблемы интерпретации данных сейсморазведки. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1988. — С. 206—217.
21. Уайт Д.Э. Возбуждение и распространение сейсмических волн. — М.: Недра, 1986. — 262 с.
22. Федоров Ф.И. Теория упругих волн в кристаллах. — М.: Наука, 1965. — 386 с.
23. Федорюк М.В. Асимптотика: интегралы и ряды. — М.: Наука, 1987. — 544 с.
24. Хаткевич А.Г. Акустические оси в кристаллах // Кристаллография. — 1962. — Т. 7, вып. 5. — С. 742—747.
25. Цванкин И.Д., Чесноков Е.М. Волновые поля точечных источников в произвольной анизотропных средах // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. — 1989. — № 7. — С. 12—27.
26. Чичинин И.С. Вибрационное излучение сейсмических волн. — М.: Недра, 1984. — 224 с.
27. Чичинин И.С. Использование спектральных представлений для решения задачи об излучении упругих волн источником, распределенным на поверхности трансверсально-изотропного полупространства // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 46—71.
28. Červený V. Seismic rays and ray intensities in inhomogeneous anisotropic media // Geophys. J. Roy. Astr. Soc. — 1972. — V. 29. — P. 1—13.
29. Červený V., Molotkov I.A., Pšenčík I. Ray method in seismology. — Prague: Charles University Press, 1977. — 210 p.
30. Gajevsky D., Pšenčík I. Computation of high frequency seismic wavefields in 3-D laterally inhomogeneous anisotropic media // Geophys. J. Roy. Astr. Soc. — 1987. — V. 91. — P. 383—411.
31. Mandal B., Mitchell B.J. Complete seismogram synthesis for transversely isotropic media // J. Geophys. — 1986. — V. 59. — P. 149—156.
32. Martynov V.N., Mikhailenko B.G. Numerical modelling of elastic waves in anisotropic inhomogeneous media for the halfspace and the sphere // Geophys. J. Roy. Astr. Soc. — 1984. — V. 76. — P. 53—64.

М.М. НЕМИРОВИЧ-ДАНЧЕНКО

ОГРАНИЧЕНИЕ НА УПРУГИЕ КОНСТАНТЫ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ СРЕД, ВЫТЕКАЮЩЕЕ ИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О СТАТИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА ПОВЕРХНОСТЬ ПОЛУПРОСТРАНСТВА

В работе [2] автором были получены формулы, определяющие смещения U_z и U_x , возникающие в трансверсально-изотропных средах при статической нагрузке. При этом статика рассматривалась

как предельный случай динамики ($\omega \rightarrow 0$); стало быть, за исходные брались формулы, описывающие волновые поля смещений в соответствующих средах [5]. Это позволяет утверждать, что если мы из этих формул статики выведем ограничения, накладываемые на упругие константы из физических соображений, то эти ограничения будут справедливы и для динамики ($\omega \neq 0$).

Действительно, удалось получить одно такое ограничение, выводу которого и обсуждению соответствующего критерия и посвящена настоящая работа.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Приведем основные формулы, обозначения и пояснения из работы [2] в той их части, которая относится к предмету настоящей статьи.

Известны формулы, определяющие смещение точек transversально-изотропной среды для волн SH , SV и P через интеграл Фурье — Бесселя [5]:

$$U_{xyz}^{(n)}(r, \varphi, z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \tilde{U}_{xyz}^{(n)} e^{i\alpha_n z} \cdot k dk, \quad (1)$$

где $\tilde{U}_{xyz}^{(n)}$ — пространственные спектры Фурье — Бесселя соответствующих компонент смещения; α_n — корни характеристического уравнения, описывающие α_1 — волну SH , α_2 — волну SV , α_3 — волну P ; $k \equiv k_r = (K_x^2 + K_y^2)^{1/2}$ — пространственная частота. Формулы для $\tilde{U}_{xyz}^{(n)}$ достаточно громоздки и приводить их здесь нет необходимости. Напомним лишь, что их общий вид следующий:

$$\tilde{U}_{xyz}^{(n)} = A(k, \omega) \cdot B(k, \varphi, r) \cdot T(k, r),$$

где A — амплитудный множитель; B — конгломерат из функций Бесселя и тригонометрических функций; T — частотная характеристика источника силы. Существенно также и то, что распределение силы по поверхности $z = 0$ имеет круговую симметрию; именно благодаря этому в [5] от двойного интеграла Фурье удалось перейти к однократному интегралу Фурье — Бесселя. (В работе [4] показано, что такое ограничение на распределение силы позволяет охватить широкий класс поверхностных источников.)

Формула (1) была исходной для работы [2], в которой совершен предельный переход при $\omega \rightarrow 0$. Окончательный результат его для вертикальной силы при $z = 0$, $r = 0$ таков (формула (31) из [2]):

$$U_z = (2\pi c_{44})^{-1} \mathfrak{M}_B \int_0^{\infty} T(\omega, k) dk. \quad (2)$$

При этом под U_z подразумевается сумма $U_z^{(2)} + U_z^{(3)}$. Безразмерный параметр $\mathfrak{M}_B$ определяет статическую осадку в функции упругих констант

$$\mathfrak{M}_B = K_P^2(K_I^2 + \gamma_z^2)I^{1/2} \cdot G \cdot C^{-1}, \quad (3)$$

где

$$G = (1 + O/I)^{1/2} + (1 - O/I)^{1/2}, \quad O = \left(\frac{\kappa^2}{\gamma_z^4} - K_P^2\right)^{1/2},$$

$$I = \frac{\kappa}{\gamma_z^2}, \quad C = K_P \left\{ K_I^2 \left[K_I^2 + 2I + \frac{K_P}{I} \right] + K_P^2 \right\} - K_P^2 K_I^2, \quad (4)$$

$$K_P^2 = c_{11} \cdot c_{33}^{-1}; \quad K_I^2 = c_{13} c_{33}^{-1}; \quad \gamma_z^2 = c_{44} c_{33}^{-1} = V_{Sz}^2 / V_{Pz}^2;$$

c_{ij} — упругие константы трансверсально-изотропной среды.

Параметр κ введен в [2] и является основным по смыслу:

$$\begin{aligned} 2\kappa &= [c_{11}c_{33} - c_{13}(c_{13} + 2c_{44})]c_{33}^{-2}, \\ 2\kappa &= K_P^2 - K_I^2(K_I^2 + 2\gamma_z^2). \end{aligned} \quad (5)$$

Для горизонтальной силы смещение в точке $z = 0$, $r = 0$ выражается формулой, аналогичной формуле (2):

$$U_x = (4\pi c_{44})^{-1} \mathfrak{M}_\Gamma \int_0^\infty T(\omega, k) dk, \quad (6)$$

$$\mathfrak{M}_\Gamma = K_{SH}^{-1} + (K_I^2 + \gamma_z^2) K_P I^{1/2} G C^{-1}, \quad (7)$$

где все параметры те же, что и в (2), а $K_{SH}^2 = c_{66} c_{44}^{-1}$.

От формул (2) и (6) перейти к изотропному случаю можно, используя следующие соотношения:

$$K_{P, \text{изо}} = K_{SH, \text{изо}} = 1, \quad K_{I, \text{изо}}^2 = 1 - 2\gamma_z^2,$$

при этом $\kappa_{\text{изо}} = \gamma_z^2$, $I = 1$, $O = 0$, $G = 2$, $C = 4(1 - \gamma_z^2)^2$.

Таковы вкратце необходимые сведения из работы [2].

ВЫВОД ОГРАНИЧЕНИЯ НА КОНСТАНТЫ

Так как смещение — это понятие вполне физическое, а не абстрактное (хотя получение любых формул сопряжено с тем или иным уровнем абстракции), допустимо формулировать некоторые требования, которым должна удовлетворять эта физическая величина. Рассуждаем следующим образом.

Если в формуле (1) устремить временную частоту ω к нулю, то само понятие “волна” исчезает и эти формулы, рассматриваемые отдельно для $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, теряют, казалось бы, физический смысл. Однако это не так. Зададим упомянутый выше источник силы вектором $(0, 0, T_z(K, r))$; например, это источник вертикальной силы, равномерно распределенной внутри круга, или источник “жесткий штамп” и т.п. [4]. Тогда сумма $U_z^{(2)} + U_z^{(3)} = U_z^{SV} + U_z^P \equiv U_z$ имеет смысл вертикального статического смещения (осадки)

среды для такого “штампа” и мы можем сформулировать основное очевидное утверждение

$$\operatorname{Im} U_z = 0. \quad (8)$$

Покажем, как из этого утверждения получается ограничение на упругие константы c_j . Смысл утверждения (8) следующий: какая бы ни была сила, прилагаемая к поверхности трансверсально-изотропного полупространства, и каковы бы ни были упругие свойства среды, смещение всегда должно быть строго вещественным. Рассмотрим с этих позиций формулы (2), (6). Входящий в них интеграл $\int_0^\infty T(\omega, k) dk$ есть не что иное, как общая сила источника. Сила 0 может быть, вообще говоря, отрицательна, но в любом случае должна быть вещественна. Поэтому очевидно, что свойство (8) для U_z будет определяться значением $\mathfrak{M}_b$, а для U_x — значением $\mathfrak{M}_r$.

Вначале обратимся к выражению (3) для $\mathfrak{M}_b$. Входящий в него множитель C^{-1} , как видно из (4), не содержит радикалов, а сомножители K_p^2 и $K_l^2 + \gamma_z^2$, очевидно, вещественны. Поскольку O — величина, вообще говоря, комплексная, то нужно показать, что G строго вещественна. Это следует из того, что комплексные числа $(1 + O/I)^{1/2}$ и $(1 - O/I)^{1/2}$ лежат симметрично относительно оси OX комплексной плоскости, поэтому $\operatorname{Im}[(1 + O/I)^{1/2} + (1 - O/I)^{1/2}] = 0$. Итак, все сомножители величины $\mathfrak{M}_b$, кроме $I^{1/2}$, вещественны независимо от набора констант c_j . Стало быть, условие $\operatorname{Im} U_z = 0$ запишется так: $I \geq 0$, или (так как $I = \kappa/\gamma_z^2$) $\kappa \geq 0$. Далее, пусть $\kappa = 0$, тогда $U_z \equiv 0$ независимо от прилагаемой силы. Это нонсенс, поэтому окончательно наш критерий существования трансверсально-изотропных сред имеет вид

$$\kappa > 0. \quad (9)$$

Через упругие константы (модули упругости и эффективные упругие параметры) параметр κ выражается формулами (5).

Как хорошо видно из формулы (7) для $\mathfrak{M}_r$, условие $\kappa \geq 0$ следует и из нее (так как в ней есть выражение $I^{1/2}$).

Таким образом, аналитическое решение задачи о статическом смещении точки $z = 0$, $r = 0$ при вертикальном и горизонтальном воздействиях приводит нас к ограничению (9) на упругие константы.

Как вообще возникла мысль о возможности существования такого критерия? Ход рассуждений был связан с расчетом сопротивления излучения вибрационного источника вертикальной силы, действующего на поверхности трансверсально-изотропного полупространства (см. [1]). При этом интеграл (1) вычислялся непосредственным интегрированием одним из численных методов в довольно широком частотном диапазоне $0 < \eta \leq 4$, $\eta \equiv \omega \cdot r_0 / V_s$, где r_0 — радиус источника. Вычислялись отдельно $\operatorname{Re} U_z$ и $\operatorname{Im} U_z$, нормированные к U_0 — статической осадке в точке $z = 0$, $r = 0$ для изотропной среды. Непосредственно для $\omega = 0$ интеграл (1) численно взять не удастся,

для этого и были получены формулы статики [2]. Минимальное значение η при расчетах равно 0,2.

Приведем взятые из работы [1] некоторые результаты расчетов $\text{Re } U_z$, $\text{Im } U_z$ при $\eta = 0,2$ для различных значений эффективных упругих параметров ($\gamma_z = 0,1$):

$$K_p = 1,00; K_l = 0,990 \quad (K_{sv} = 1,0) \rightarrow \text{Re } U_z = 0,991; \text{Im } U_z = 0,094;$$

$$K_p = 1,15; K_l = 1,056 \quad (K_{sv} = 1,5) \rightarrow \text{Re } U_z = 0,926; \text{Im } U_z = 0,072;$$

$$K_p = 1,18; K_l = 1,084 \quad (K_{sv} = 1,0) \rightarrow \text{Re } U_z = 0,061; \text{Im } U_z = 0,370;$$

$$K_p = 1,19; K_l = 1,089 \quad (K_{sv} = 1,0) \rightarrow \text{Re } U_z = 0,078; \text{Im } U_z = 1,112;$$

$$K_p = 1,20; K_l = 1,095 \quad (K_{sv} = 1,0): \text{интеграл (1) расходится.}$$

Таким образом, при некоторых наборах упругих констант $\text{Im } U_z$ стремится не к нулю при $\omega \rightarrow 0$, а к некоторому конечному значению. Это и наводит на мысль о том, что аналитическое выражение для статической осадки может дать ограничение на константы упругости.

ОБСУЖДЕНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ [9]

Приведем некоторые сведения из монографии Ф.И. Федорова [3], которые помогут сопоставить полученный критерий с существующими.

Известно, что упругий потенциал Φ есть однородная квадратичная форма компонент ε_{ij} тензора деформации

$$\Phi = \frac{1}{2} c_{klmn} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn}$$

или

$$\Phi = \frac{1}{2} c_{ij} \varepsilon_i \varepsilon_j.$$

Квадратичная форма Φ должна быть положительно определенной. Отсюда следуют такие ограничения на элементы c_{ij} : все диагональные элементы $c_{ii} > 0$; последовательные главные миноры матрицы (c_{ij}) положительны. Все эти неравенства выписывать не будем, так как мы не рассматриваем общий случай анизотропии.

В случае трансверсально-изотропной среды (гексагональная сингония) независимых констант пять и матрица модулей упругости имеет вид

$$(c_{ij}) = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix},$$

$$c_{12} = c_{11} - 2c_{66}.$$

Полная совокупность необходимых и достаточных условий положительности упругой энергии такова:

$$c_{11} > |c_{12}|, (c_{11} + c_{12})c_{33} > 2c_{13}^2, c_{44} > 0.$$

Нас будет, разумеется, интересовать второе неравенство, которое запишем в виде

$$(c_{11} - c_{66})c_{33} - c_{13}^2 > 0. \quad (10)$$

Вернемся теперь к нашему критерию $\kappa > 0$. Из (5) имеем ($2\kappa > 0$):

$$c_{11}c_{33} - 2c_{13}c_{44} - c_{13}^2 > 0. \quad (11)$$

При расчетах удобнее пользоваться эффективными упругими параметрами K_p , K_l , γ_z , K_{SH} . Поэтому запишем критерии (10) и (11) в этих параметрах. Неравенство (10) примет вид

$$K_p^2 - K_l^4 - \gamma_z^2 K_{SH}^2 > 0, \quad (12)$$

а (11) —

$$K_p^2 - K_l^4 - 2\gamma_z^2 K_l^2 > 0. \quad (13)$$

Теперь их удобно сравнивать.

При $K_{SH} = 1$ неравенство (12) имеет вид $K_p^2 - K_l^4 - \gamma_z^2 > 0$; сравнивая его и (13), можно видеть, что наш критерий (13) не является следствием критерия (12). Более того, существуют такие наборы параметров, которые удовлетворяют классическому критерию (12), но не удовлетворяют нашему критерию (13). Например: $\gamma_z = 0,1$; $K_p = 1,15$; $K_l = 1,068$; $K_{SH} = 1$. При этом $\kappa = -0,0014$, т.е. условие (13) не выполняется. Отметим, что в приведенном примере параметр $K_{SV} = [(1 + K_p^2 - 2K_l^2)/4\gamma_z^2]^{1/2} = 1$ (как в изотропной среде). Здесь удобна еще такая формула: $K_l^2 = \frac{1}{2}(1 + K_p^2) - 2\gamma_z^2 K_{SV}^2$.

Подстановка показывает: при малых γ_z и K_{SV} , близких к 1, параметр K_l незначительно отличается от 1 (в изотропной среде $K_l^2 = 1 - 2\gamma_z^2 \approx \approx 1$). В этом случае сравнение (12) и (13) дает $2\gamma_z^2 K_l^2 > \gamma_z^2$ и позволяет утверждать, что (13) — более "строгий" критерий. Однако можно привести также примеры и выкладки, свидетельствующие, что в других областях множества $\{K_p, K_l, \gamma_z, K_{SH}\}$ критерий (12) "строже" нашего.

Таким образом, полученный критерий (13) является дополнительным к (12). Пересечение (12) и (13) (или соответственно (10) и (11)) и есть множество всех допустимых наборов (c_{ij}) .

Воспользоваться выведенным критерием можно при математическом моделировании. Из определения параметров K_p , γ_z и K_l видно, что K_p и γ_z задавать несложно, а значение K_l сразу трудно выбрать. Здесь и может помочь неравенство (13). Зафиксируем константы K_p

Значения $K_{i,\max}$ для заданных γ_z и K_p

K_p	γ_z					
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
1,0	0,995	0,980	0,956	0,923	0,884	0,838
1,05	1,020	1,005	0,982	0,950	0,911	0,866
1,10	1,044	1,030	1,007	0,975	0,937	0,893
1,15	1,068	1,054	1,031	1,001	0,963	0,919
1,20	1,091	1,077	1,055	1,025	0,988	0,945
1,25	1,114	1,100	1,078	1,049	1,012	0,970
1,30	1,136	1,123	1,101	1,072	1,036	0,994

и γ_z , тогда предельное (максимальное) значение K_i определится формулой

$$K_{i,\max} = \sqrt{\gamma_z^4 + K_p^2 - \gamma_z^2}. \quad (14)$$

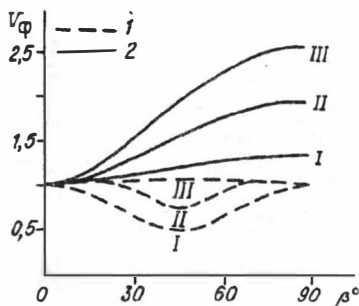
(При малых γ_z эту формулу можно упростить: $K_{i,\max} = (K_p - \gamma_z^2)^{1/2}$.)

Значения $K_{i,\max}$, вычисленные по формуле (14) для ряда значений γ_z , K_p , приводятся в таблице. Подчеркнем, что эти значения K_i недопустимые, так как для них $\kappa = 0$, поэтому при расчетах нужно, ориентируясь на таблицу, выбирать меньшие.

Имея верхнюю границу множества $\{K_i\}$, можно выбрать какое-либо K_i и из условия (12) определить максимальное значение K_{SH} :

$$K_{SH,\max} = \sqrt{(K_p^2 - K_i^4) / \gamma_z^2}. \quad (15)$$

Если в формулу (15) подставить $K_{i,\max}$ по формуле (14), то, очевидно, получим $K_{SH,\min} = \sqrt{2} K_{i,\max}$ (это видно и из сравнения условий (12) и (13)). Это — точная нижняя грань максимальных значений K_{SH} при заданных K_p и γ_z . Если теперь при тех же K_p и γ_z взять иное значение K_i (конечно же, меньшее $K_{i,\max}$), мы получим $K_{SH,\max}$ большее, нежели $K_{SH,\min}$. Взаимосвязь ограничения (13) и критерия (12) иллюстрирует рисунок. На нем приведена индикатриса фазовой скорости квазиSV-волны при $\gamma_z = 0,3$; $K_p = 1,0$; $K_i = K_{i,\max}$ и SH-волны для соответствующего значения $K_{SH,\min}$ (нижние кривые). Графики индикатрис для $K_i = 0,90$, $K_i = 0,80$ и соответствующих им значений $K_{SH,\max}$ лежат выше.



Нормированные индикатрисы фазовых скоростей $V_\phi(\beta)$ волн SV (I) и SH (2) для следующих значений упругих параметров: $\gamma_z = 0,3$; $K_p = 1,0$.

I — $K_{i,\max} = 0,956$ ($K_{SV} = 0,5$), $K_{SH,\min} = 1,352$; II — $K_i = 0,900$ ($K_{SV} = 0,74$), $K_{SH,\max} = 1,950$; III — $K_i = 0,800$ ($K_{SV} = 1,05$), $K_{SH,\max} = 2,560$.

Таким образом, неравенство (13) ограничивает вогнутость индикатрисы фазовой скорости квази SV - волны, а применение затем неравенства (12) позволяет построить индикатрису фазовой скорости SH - волны, соответствующую максимально допустимому значению K_{SH} .

Итак, получено условие, ограничивающее значения упругих констант в трансверсально-изотропных средах. В качестве исходных формул было взято решение соответствующей линейной краевой задачи теории упругости. Конечно, при других постановках может стать, что критерий (13) не имеет места или имеют место более жесткие условия. Но поскольку при расчетах и интерпретации чаще всего стоят на позициях линейной теории упругости, применение условия (13) совместно с (12) вполне уместно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Немирович-Данченко М.М. Сопротивление излучения источника вертикальной силы, распределенного на поверхности трансверсально-изотропного полупространства // Излучение и прием вибросейсмических сигналов. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1990. — С. 54—61.
2. Немирович-Данченко М.М. Статическая осадка источников горизонтальной и вертикальной силы, действующих на поверхности трансверсально-изотропного полупространства // Излучение и прием вибросейсмических сигналов. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1990. — С. 67—76.
3. Федоров Ф.И. Теория упругих волн в кристаллах. — М.: Наука, 1965. — 388 с.
4. Чичинин И.С. Вибрационное излучение сейсмических волн. — М.: Недра, 1984. — 220 с.
5. Чичинин И.С. Использование спектральных представлений для решения задачи об излучении упругих волн источником, распределенным на поверхности трансверсально-изотропного полупространства // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1991. — С. 46—71.

С.И. МАСЛОВА

О ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ АНИЗОТРОПИИ ПО ГОДОГРАФАМ ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН

ВВЕДЕНИЕ

Если при использовании продольных волн в сейсморазведке МОВ эффектом анизотропии можно в большинстве случаев пренебречь ([14] и др.), то при многоволновых исследованиях, с использованием поперечных волн [10], учет анизотропии может привести к ошибкам в определении скоростей и построении глубинных разрезов, так как анизотропия оказывает существенное влияние на годографы отраженных поперечных волн (S_1 , S_2). Поэтому при многоволновых исследованиях МОВ кинематическая интерпретация должна выполняться и, как правило, выполняется с привлечением анизотропных

моделей. Для определения параметров анизотропии используются временные функции волн разной поляризации, при этом система данных должна быть достаточной для определения искомого числа параметров. Изучение анизотропии важно и в том плане, что при наличии достаточно надежной методики определения ее параметров появилась бы реальная возможность получать дополнительные, качественно новые параметры (параметры анизотропии), которые связаны со структурой, вещественным составом, напряженным состоянием среды.

Определению параметров анизотропии по годографам и временам прихода отраженных волн посвящен ряд работ, однако пока они не столь многочисленны, как работы по определению скоростей v_p и v_s в различных моделях изотропных сред. Причина этого, по-видимому, в малых масштабах производственного применения многоволновых наблюдений. Кроме того, сдерживающим фактором может быть сложность анизотропных моделей, их не всегда очевидная адекватность изучаемой реальной среде.

Первой работой, в которой детально рассматривались вопросы интерпретации годографов в анизотропных средах, была статья И.И. Гурвича [4]. В ней было показано, к каким ошибкам ведет неучет анизотропии. Все рассмотрения были выполнены для случая эллиптической анизотропии. В те годы эта работа имела принципиальное значение. Исходя из сегодняшних представлений практическое значение она сохраняет в случае волн SH , для которых индикатрисы лучевых скоростей действительно являются эллипсами (в полярной системе координат). Для продольных волн и поперечных волн типа SV (точнее, квазипродольных, квазипоперечных SV) предположение об эллиптичности индикатрис лучевых скоростей не проходит даже в плане аппроксимации. (Убедительные примеры, основанные на данных полевых наблюдений, приведены в [14, 15].)

В 70-е и 80-е годы, на новом витке интереса к анизотропным средам, решение обратной задачи для отраженных волн дали несколько авторов [2, 3, 7, 11, 13]. Они рассматривали главным образом простейшие анизотропные модели: трансверсально-изотропные среды с вертикальными осями симметрии и горизонтальными границами. Предложены были способы определения как эффективных, так и пластовых параметров, т.е. в первом случае в модели однородной среды, покрывающей отражающую границу, во втором — в модели слоисто-однородной среды. Почти все указанные алгоритмы — инверсные. (Численная оптимизация как дополнение к инверсному алгоритму рассматривается в работе [11], посвященной интерпретации данных, полученных по методике точечных зондирований.) Инверсные алгоритмы определения эффективных упругих параметров основываются на аппроксимации выражений для лучевых скоростей. Аппроксимация, естественно, полезна для ускорения счета и в оптимизационных алгоритмах, являющихся итерационными, однако ввиду накапливания ошибок при большом числе итераций использовать ее нужно осторожно.

В работе [7] принята эллиптическая аппроксимация лучевых скоростей $\alpha(\theta)$ и предложен способ определения параметров горизонтально-слоистой поперечно-изотропной среды по годографам P , SV - и SH -волн по первым двум коэффициентам разложения в ряд по степеням x^2 ; при этом считается, что значения скоростей $v_{P,1}$ и $v_{S,1}$ известны, например, из сейсмокаротажа. Использование эллиптической аппроксимации скоростей для всех типов волн в случае волн P и SV ограничивает область применимости способа углами падения в слоях $\theta < 20-25^\circ$, т.е. в среднем до расстояний от источника $l < H$, где H — глубина отражающей границы.

Аппроксимация лучевых скоростей первыми членами ряда Фурье (три для P -волн, двумя для волн SV и SH) используется в работе [13], где на ее основе предложен способ решения обратной задачи для однородной среды над отражающей границей. Подстановка приближенных выражений $v^2(\theta)$ в уравнение гиперболического годографа позволила авторам работы [13] получить явные представления годографов P -, SV - и SH -волн, которые справедливы как для трансверсально-изотропной среды, так и для сред других систем симметрии, например ромбической, в плоскостях симметрии. Упругие параметры слоя определяются по наклону прямой $t^2(x^2)$ для SH -волны и касательных к кривой $t^2(x^2)$ для P -волны в двух точках: $x_1 = 0$ и $x_2 \geq 2H$. (Годограф SV -волны использовать не рекомендуется из-за, возможно, недостаточно хорошей аппроксимации $v_{SV}^2(0)$.) Некоторые трудности в данном способе, как считают авторы работы [13], представляет определение глубины отражающей границы H .

Принципиально иной способ решения обратной задачи содержится в работе Э.И. Бляса [2]. Он решает задачу определения упругих параметров и мощностей однородных трансверсально-изотропных слоев, образующих слоистую среду. Для определения параметров слоя используются коэффициенты разложений в ряд Тейлора годографов P -, SV - и SH -волн, отраженных от кровли и подошвы слоя. Такое же представление годографов отраженных волн трех типов для модели слоисто-однородной среды дано в работе [14], где, кроме того, выполнен анализ формы годографов P - и SV -волн. Обратная задача для модели слоисто-однородной трансверсально-изотропной среды с использованием отраженных продольных и обменных PS -волн решена в статье [3] по той же схеме, что и в [2]. Особенностью и слабым местом (это будет показано ниже) алгоритмов [2, 3] является то, что для определения параметров слоев используется коэффициент при третьем члене разложения в ряд годографов P -волн.

Из приведенного выше краткого обзора алгоритмов решения обратной кинематической задачи для анизотропных сред следует, что алгоритмы существуют и решают поставленную задачу. Однако это не совсем так, ибо во всех названных работах представлено формальное изложение алгоритмов и нет исследования их помехоустойчивости, как почти нет и примеров практического использования. А это, как известно, главные вопросы, от ответа на которые зависит сама возможность оценки искомых параметров.

Задача же настоящей работы состоит в критическом рассмотрении имеющихся алгоритмов определения параметров анизотропии по годографам отраженных P -, SV - и SH -волн. Основные алгоритмы [2, 13] опробованы на примерах, и высказаны суждения об их применимости для практического использования. Все оценки сделаны на основе расчетов для типичных моделей трансверсально-изотропных сред: однородных и слоисто-однородных.

ОПИСАНИЕ МОДЕЛЕЙ

Для расчетов были выбраны несколько моделей трансверсально-изотропных сред (табл. 1, рис. 1, 2). Пять моделей (1A1, ..., 1A5) представляют собой трансверсально-изотропные однородные слои с различными параметрами анизотропии. Параметры моделей задавались таким образом, чтобы выполнялись условия соответствия тонкослоистой среде и условия отсутствия петель на индикатрисах лучевых скоростей SV -волн. Кроме того, обращалось внимание на то, чтобы сами параметры находились в интервалах, соответствующих реальным возможным значениям, получаемым в результате обработки данных акустического каротажа скважин. Индикатрисы лучевых скоростей P -, SV - и SH -волн для моделей 1A1 — 1A5 изображены на рис. 2,а. Согласно классификации Ф.М. Ляховицкого и М.В. Невского, по виду зависимостей $v_p(\theta)$ модель 1A3 принадлежит к типу I, модели 1A1, 1A4 — типу II, а модели 1A5, 1A2 — типам IIIa, IIIc.

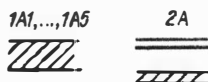
Более сложная горизонтально-слоистая трансверсально-изотропная модель 2A была построена на основании проведенных в Пудинском нефтегазоносном районе Томской области исследований [1, 5, 6]. Наиболее анизотропный в этой модели третий слой с параметрами анизотропии, равными параметрам модели 1A1, в действительности представлен сильно дифференцированными по v_p и v_s тонкими

Т а б л и ц а 1

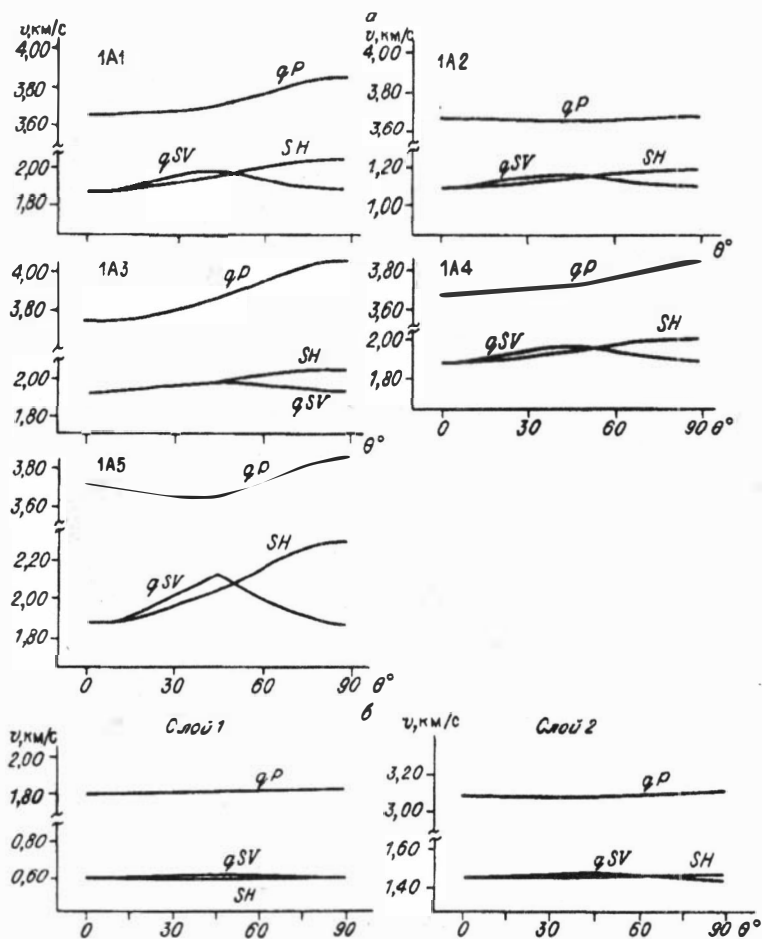
Параметры моделей 1A1 — 1A5, 2A, 2I

Модель	№ слоя	h , км	$v_{p\perp}$, км/с	$\gamma_{\perp}$	K_P	K_{SV}	K_{SH}
1A1	1	2,000	3,665	0,513	1,050	1,050	1,084
1A2	1	2,000	3,665	0,299	1,000	1,055	1,080
1A3	1	2,000	3,665	0,513	1,080	1,030	1,060
1A4	1	2,000	3,665	0,513	1,050	1,040	1,060
1A5	1	2,000	3,706	0,505	1,040	1,134	1,228
2A	1	0,750	1,800	0,327	1,010	1,020	1,015
	2	1,790	3,080	0,468	1,010	1,020	1,015
	3	0,450	3,665	0,513	1,050	1,050	1,084
2I	1	0,750	1,800	0,327	1,000	1,000	1,000
	2	1,790	3,080	0,468	1,000	1,000	1,000
	3	0,450	3,665	0,513	1,000	1,000	1,000

Р и с. 1. Модели однородных трансверсально-изотропных сред (1A1,...,1A5) и горизонтально-слоистой трансверсально-изотропной среды (2A). Заштрихован слой с параметрами модели 1A5.



слоями (1—10 м) и интересен с точки зрения нефтегазоносности. Слои 1 и 2 слабоанизотропны (см. табл. 1). При более детальном анализе эффектов анизотропии и неоднородности рассматривалась также модель 2I — изотропный аналог модели 2A.



Р и с. 2. Индикатрисы лучевых скоростей P-, SV-, SH-волн для моделей 1A1,...,1A5 (а), слоев 1 и 2 модели 2A (б).

Определение параметров слоев слоисто-однородной среды [2]

Поскольку алгоритм [2] основан на разложении годографов волн P , SV и SH в ряд Тейлора, сначала рассмотрим вопросы, связанные с такой аппроксимацией.

Представление годографов отраженных волн в виде трех членов ряда Тейлора [2, 14]. Пусть задана горизонтально-слоистая среда, состоящая из n трансверсально-изотропных слоев с модулями упругости $c_{11}^{(i)}$, $c_{13}^{(i)}$, $c_{33}^{(i)}$, $c_{44}^{(i)}$, $c_{66}^{(i)}$ и плотностью ρ или эффективными параметрами

$$\begin{aligned} V_{P\perp}^{(i)} &= \sqrt{c_{33}^{(i)}/\rho^{(i)}}, \gamma_{\perp}^{(i)} = V_{S\perp}^{(i)}/V_{P\perp}^{(i)} = \sqrt{c_{44}^{(i)}/c_{66}^{(i)}}, \\ K_P^{(i)} &= V_{P\parallel}^{(i)}/V_{P\perp}^{(i)} = \sqrt{c_{11}^{(i)}/c_{33}^{(i)}}, K_{SH}^{(i)} = V_{SH\parallel}^{(i)}/V_{SH\perp}^{(i)} = \sqrt{c_{66}^{(i)}/c_{44}^{(i)}}, \\ K^{(i)} &= \sqrt{c_{13}^{(i)}/c_{33}^{(i)}} \text{ или } K_{SV}^{(i)} = 0,5\sqrt{(c_{11}^{(i)} + c_{33}^{(i)} - 2c_{13}^{(i)})/c_{44}^{(i)}}. \end{aligned} \quad (1)$$

Приближенное представление годографов отраженных P - и SV -волн от k -й границы в окрестности $x=0$ в виде ряда Тейлора согласно [2] имеет вид

$$\begin{aligned} t^2(x) &= C_0^{(k)} + C_1^{(k)}x^2 + C_2^{(k)}x^4, \\ C_0^{(k)} &= 4\left(\sum_{i=1}^k h_i/v_i(0)\right)^2, \\ C_1^{(k)} &= \left(\sum_{i=1}^k h_i/v_i(0)\right) / \left(\sum_{i=1}^k h_i v_i(0) p_i\right), \\ C_2^{(k)} &= \left[\left(\sum_{i=1}^k h_i v_i(0) p_i\right)^2 - \sum_{i=1}^k h_i/v_i(0) \sum_{i=1}^k h_i v_i^3(0) p_i B_i\right] / \left(2 \sum_{i=1}^k h v_i(0) p_i\right)^4. \end{aligned} \quad (2)$$

При $x \rightarrow 0$ для продольных (P) волн

$$\begin{aligned} v_i(0) &= v_{P\perp i}, p_i = r_i/q_i, \\ B_i &= 1 + 4(r_i - \gamma_{\perp i}^2 q_i)(K_{Pi} q_i - r_i)/(r_i^2 q_i); \end{aligned} \quad (4)$$

для поперечных волн

$$v_i(0) = v_{P\perp i} \gamma_{\perp i}, p_i = 1 + (K_{Pi} q_i - r_i)/(\gamma_{\perp i}^2 q_i), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} B_i &= 1 - 4(r_i - \gamma_{\perp i}^2 q_i)(p_i - 1)/(p_i q_i)^2, \\ r_i &= K_i^4 + 2\gamma_{\perp i}^2 K_i^2 + \gamma_{\perp i}^4, q_i = 1 - \gamma_{\perp i}^2 \end{aligned} \quad (6)$$

(для P - и SV -волн).

Обозначим $v_i^2(0)p_i = w_i^2$, $2h/v_i(0) = \Delta t_i$, тогда выражения (3) для коэффициентов ряда можно переписать в виде

$$C_0^{(k)} = \left(\sum_{i=1}^k \Delta t_i \right)^2,$$

$$C_1^{(k)} = \left(\sum_{i=1}^k \Delta t_i \right) / \left(\sum_{i=1}^k w_i^2 \Delta t_i \right),$$

$$C_2^{(k)} = \left(\left(\sum_{i=1}^k w_i^2 \Delta t_i \right)^2 - \sum_{i=1}^k \Delta t_i \sum_{i=1}^k w_i^4 B_i \Delta t_i \right) / 4 \left(\sum_{i=1}^k w_i^2 \Delta t_i \right)^4.$$

Запишем коэффициенты $C_2^{(k)}$, следуя [14], в виде двух слагаемых $C_2^{(k)}(I)$ и $C_2^{(k)}(TI)$, описывающих вклад неоднородности и анизотропии соответственно:

$$C_2^{(k)} = C_2^{(k)}(I) + C_2^{(k)}(TI),$$

$$C_2^{(k)}(I) = \left(\left(\sum_{i=1}^k w_i^2 \Delta t_i \right)^2 - \sum_{i=1}^k \Delta t_i \sum_{i=1}^k w_i^4 \Delta t_i \right) / 4 \left(\sum_{i=1}^k w_i^2 \Delta t_i \right)^4,$$

$$C_2^{(k)}(TI) = \left(- \sum_{i=1}^k \Delta t_i \sum_{i=1}^k A_i \Delta t_i \right) / 4 \left(\sum_{i=1}^k w_i^2 \Delta t_i \right)^4,$$

$$A_i = B_i - 1. \quad (7)$$

Для P -волн

$$w_i^2 = v_{P\perp i}^2 (\gamma_{\perp i} q_i + s_i^2) / q_i,$$

$$A_i = 4 \cdot v_{P\perp i}^4 ((K_{Pi} - \gamma_{\perp i}^2) q_i - s_i^2) s_i^2 / q_i^3,$$

для SV -волн

$$w_i^2 = v_{S\perp i}^2 (K_{Pi}^2 q_i - s_i^2)^2 / \gamma_{\perp i}^2 q_i,$$

$$A_i = -4 v_{P\perp i} \gamma_{\perp i}^2 ((K_{Pi} - \gamma_{\perp i}^2) q_i - s_i^2) s_i^2 / q_i^3,$$

$$s_i = K_i^2 + \gamma_{\perp i}^2. \quad (8)$$

Для SH -волн $w_i^2 = (v_{P\perp i} \gamma_{\perp i} K_{SHi})^2$, $A_i = 0$.

Коэффициент $C_2(I)$ аналогичен коэффициенту при третьем члене ряда для изотропных горизонтально-слоистых сред [12]. Для волн всех типов $C_2(I) \leq 0$, его влияние обуславливает отклонение годографа $t^2(x^2)$ от прямой "выпуклостью вверх" [14]. Для P -волн и $C_2(TI) \leq 0$, следовательно, эффект анизотропии для годографов P -волн проявляется так же, как и неоднородность. Для SV -волн $C_2(TI) \geq 0$, действие анизотропии на годограф противоположно влиянию неоднородности.

О точности аппроксимации годографов тремя членами ряда Тейлора. Оценим точность аппроксимации (2), принимая во внимание, что данное разложение получено в окрестности точки $x = 0$. О качестве аппроксимации будем судить по отклонениям $\Delta t(x) = t^R(x) - t^T(x)$, где $t^R(x)$ — точный годограф; $t^T(x) = \sqrt{C_0 + C_1 x^2 + C_2 x^4}$; C_n — коэффициенты ряда Тейлора.

Отклонения $\Delta t(x/H)$, где H — глубина границы, для годографов P - и SV -волн, распространяющихся в однородных (модели 1A1, ..., 1A5) и горизонтально-слоистой (2A) трансверсально-изотропных средах (см. табл. 1), приведены на рис. 3,а, результаты расчетов для горизонтально-слоистой изотропной модели 2I даны на рис. 3,б.

Для моделей 1A1, ..., 1A5 (однородные трансверсально-изотропные слои) разложение (2) дает хорошее приближение годографов P - и SV -волн — с точностью не менее 0,001 с — до удалений $x \sim H$, за исключением годографов P -волны для модели 1A5 и SV -волны для модели 1A2. Если бы в моделях 1A1 — 1A5 слои были изотропными, то годографы волн, отраженных от их нижних границ, были бы гиперболами, т.е. $t^R(x) = t^I(x) = \sqrt{C_0 + C_1 x^2}$ и $\Delta t = 0$.

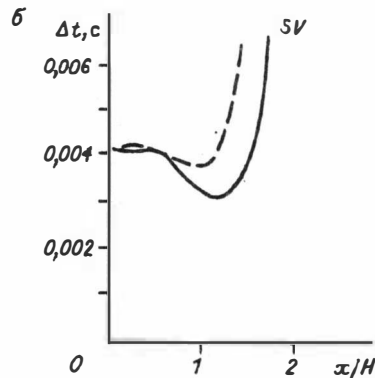
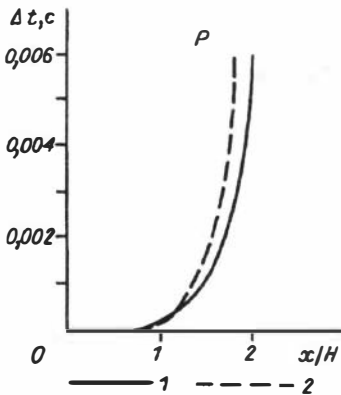
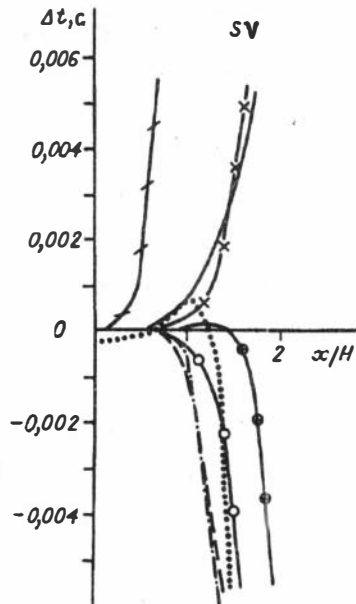
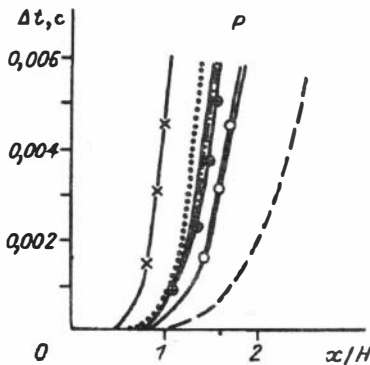
Для модели 2A (слоисто-однородная трансверсально-изотропная среда) аппроксимация в общем несколько хуже, чем для моделей типа 1A. Годограф P -волны, отраженной от первой границы — подошвы слоя 1, хорошо аппроксимируется вплоть до $x \approx 1,75 H$. Остальные годографы P - и SV -волн, отраженных от нижних границ слоев 2 и 3, и годограф SV -волны от первой границы аппроксимируются с точностью до 0,001 с только до удалений $x \approx H$. При $x \approx 1,5 H$ отклонения $\Delta t \approx 0,004 - 0,005$ с; с увеличением удаления отклонения Δt растут.

Графики отклонений Δt для годографов P - и SV -волн, отраженных от второй и третьей границ в изотропной горизонтально-слоистой модели, изображены на рис. 3,б. Напомним, что модель 2I является изотропным аналогом горизонтально-слоистой трансверсально-изотропной модели 2A. Отклонения Δt рассчитывались как разница между точными временами прихода P - и SV -волн и временами по приближенным формулам (2) с коэффициентами при третьем члене $C_2^{(n)} = C_2^{(n)}(I)$. Для годографов P -волн наблюдается хорошая аппроксимация до удалений $x \sim 1,5 H$, в то время как для SV -волн при $x \approx 0$ погрешность составляет 0,004 с, что обусловлено большей неоднородностью среды по скоростям v_s , чем по v_p (см. табл. 1).

Из сопоставления величин отклонений Δt для моделей 2A и 2I можно сделать следующие выводы. Влияние анизотропии на годографы P -волн описывается, как отмечалось выше, коэффициентом $C_2(TI)$, который имеет такой же знак и порядок, как и коэффициент $C_2(I)$. Совместное влияние неоднородности и анизотропии обуславливает большие отклонения годографа $t^2(x^2)$ от прямой для модели 2A по сравнению с 2I и большие отклонения $\Delta t(x)$. В случае SV -волн неоднородность и анизотропия оказывают на годограф противоположное действие и частично компенсируют друг друга, вследствие чего разница Δt между точными и приближенными годографами для горизонтально-слоистой трансверсально-изотропной среды меньше, чем для той же изотропной среды. Отсюда ясно, почему для P -волн в модели 2A аппроксимация хуже, чем в модели 2I, а для SV -волн — лучше.

Определение параметров анизотропии и мощностей слоев по коэффициентам разложений годографов в ряд Тейлора. В работе [2] предложено следующее решение данной задачи. Заданы годогра-

a



Р и с. 3. Отклонения $\Delta t(x/H)$ (где H — глубина отражающей границы) точных годографов от аппроксимаций тремя членами ряда Тейлора для анизотропных моделей (а) и модели изотропной (б).

а: 1–5 — соответственно модели 1А1, ..., 1А5; 6–8 — модель 2А, отражения от нижних границ слоев 1–3.
б: 1, 2 — отражения от нижних границ слоев 2 и 3.

фы P -, SV - и SH -волн, отраженных от верхней и нижней границ k -го слоя. Если известны коэффициенты разложений $C_0^{P(j)}$, $C_1^{P(j)}$, $C_0^{SV(j)}$, $C_1^{SV(j)}$ и $C_2^{P(j)}$ или $C_2^{SV(j)}$ ($j = k - 1, k$), которые мы можем получить путем осреднения годографов $t^2(x^2)$ тремя членами ряда

(2) по методу наименьших квадратов, то имеем достаточную систему данных для определения параметров анизотропии $v_{\perp k}$, $\gamma_{\perp k}$, K_{Pk} , K_{SVk} и мощности h_k k -го слоя. По годографу волны SH , т.е. коэффициентам $C_0^{SH(j)}$ и $C_1^{SH(j)}$ ($j = k - 1, k$), определим пятый параметр анизотропии K_{SHk} . Решение задачи может быть выполнено как для отдельного слоя или слоев, так и для всей совокупности слоев, образующих горизонтально-слоистую среду.

Изложим и прокомментируем алгоритм [2] с целью поиска возможных источников погрешностей определения искомых параметров слоев.

Для определения упругих констант и мощности слоя k по годографам волн P и SV от кровли и подошвы этого слоя вводятся параметры $a_n^{(k)}$, $n = 1, \dots, 5$:

$$\begin{aligned} a_1^{(k)} &= (\sqrt{C_0^{P(k)}} - \sqrt{C_0^{P(k-1)}}) / 2, \\ a_2^{(k)} &= (\sqrt{C_0^{P(k)} / C_1^{P(k)}} - \sqrt{C_0^{P(k-1)} / C_1^{P(k-1)}}) / 2, \\ a_3^{(k)} &= (\sqrt{C_0^{SV(k)}} - \sqrt{C_0^{SV(k-1)}}) / 2, \\ a_4^{(k)} &= (\sqrt{C_0^{SV(k)} / C_1^{SV(k)}} - \sqrt{C_0^{SV(k-1)} / C_1^{SV(k-1)}}) / 2, \\ a_5^{(k)} &= a_1^{(k)}(d^{(k)} - d^{(k-1)}) / (a_2^{(k)})^2, \\ d^{(k)} &= [(C_1^{P(k)})^2 \sqrt{C_0^{P(k)}} / 2 - 2C_2^{P(k)}(C_0^{(k)})^{3/2}] / (C_1^{P(k)})^4, \end{aligned} \quad (9)$$

где $C_0^{(j)}$, $C_1^{(j)}$, $C_2^{(j)}$ — коэффициенты разложения (2) в ряд Тейлора J -й волны ($J = P, SV$) от j -й границы.

При фиксированном k (индекс k опускаем) имеет место следующая система пяти уравнений с пятью неизвестными $v_{\perp}$, $\gamma_{\perp}$, K_p , K , h :

$$\begin{aligned} h / v_{\perp} &= a_1, \\ h / (v_{\perp} \gamma_{\perp}) &= a_3, \\ v_{\perp}^2 s^2 + \gamma_{\perp}^2 q &= a_2 q / a_1, \\ K_p^2 q - s^2 &= a_4 q / a_3, \end{aligned} \quad (10)$$

$$A = a_5 - 1 \text{ или } 4s^2(K_p^2 q - s^2 - \gamma_{\perp}^2 q) = (a_5 - 1)q(s^2 + \gamma_{\perp}^2 q)^2.$$

Входящие в (10) величины s , q , A являются функциями упругих параметров $\gamma_{\perp}$, K и определяются выражениями (8), (6), (7) и (4).

Из первых двух уравнений системы (10) находим

$$\gamma_{\perp} = a_1 / a_3. \quad (11)$$

Далее выражение $K_p^2 q = s^2 + q a_4 / a_3$ из четвертого уравнения подставляем в пятое и получаем квадратное уравнение относительно $r = s^2 = (K^2 + \gamma_{\perp}^2)^2$:

$$\begin{aligned} (1 - a_5)r^2 + 2[(1 - a_5)\gamma_{\perp}^2(1 - \gamma_{\perp}^2) + 2(a_4/a_3 - \gamma_{\perp}^2)]r + \\ + (1 - a_5)\gamma_{\perp}^4(1 - \gamma_{\perp}^2)^2 = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Решив его, найдем

$$K = (s - \gamma_1^2)^{1/2}. \quad (13)$$

Уравнение (12) может и не иметь действительных положительных корней r , может иметь два положительных корня, тогда возникают два решения. Заметим, что для нахождения параметра анизотропии K используются величины a_4/a_3 , a_5 .

Подставляя значение s последовательно в четвертое, третье, второе (или первое) уравнения системы (10), находим параметры K_p , v_{p1} , h :

$$\begin{aligned} K_p &= [a_4/a_3 + s^2/(1 - \gamma_1^2)]^{1/2}, \\ v_{p1} &= [(1 - \gamma_1^2)(a_2/a_1 - \gamma_1^2)]^{1/2}/s, \\ h &= a_1 v_{p1} \quad (\text{либо } h = a_3 \gamma_1 v_{p1}). \end{aligned} \quad (14)$$

Из формул (14) видно, что для нахождения параметров K_p , v_{p1} , h используются все величины: a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 .

Параметр анизотропии K_{SH} находится из уравнения

$$\sqrt{C_0^{SH(k)}/C_1^{SH(k)}} - \sqrt{C_0^{SH(k-1)}/C_1^{SH(k-1)}} = 2h\omega_{s1} K_{SH}^2,$$

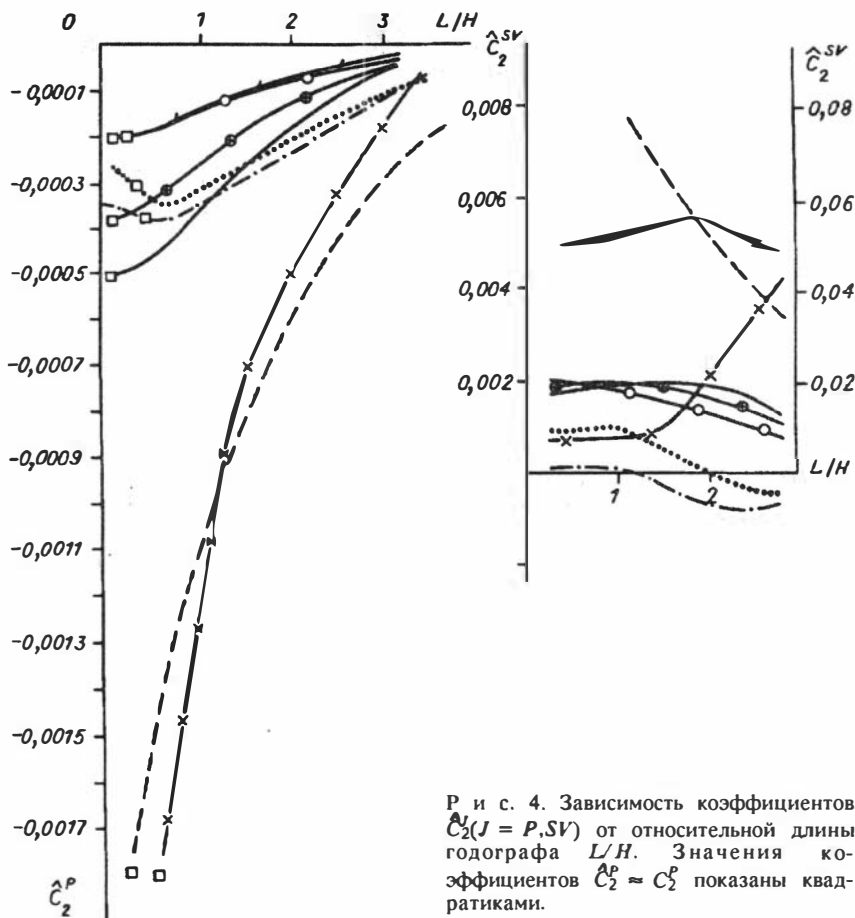
где $C_0^{SH(j)}$, $C_1^{SH(j)}$ ($j = k - 1, k$) — коэффициенты разложения в ряд Тейлора с двумя членами годографов SH -волн; $C_0^{SH(j)} = C_0^{SV(j)}$.

Как следует из (11) и (9), параметр γ_1 зависит от значений коэффициентов $C_0^{J(j)}$, которые, как известно, определяются достаточно хорошо при полевых исследованиях. Остальные параметры (K , K_p , v_{p1} и h) в числе прочих a_n зависят от значения a_5 , которое, в свою очередь, зависит от коэффициентов $C_2^{P(j)}$ при третьем члене ряда $t^2(x^2) = C_0 + C_1 x^2 + C_2 x^4$. В таком случае имеет смысл оценить, насколько устойчиво можно определять значения коэффициентов C_1 и C_2 , особенно C_2 , путем осреднения годографов тремя членами ряда Тейлора.

О точности нахождения коэффициентов C_0 , C_1 , C_2 и параметров слоев по наблюдаемым годографам. Сначала оценим погрешности аппроксимации точных годографов тремя членами ряда Тейлора. Очевидно, они будут зависеть от длины L аппроксимируемого годографа. Годографы, называемые точными, рассчитывались для всех моделей (см. табл. 1) по программе GODOG [8] с точностью 10^{-5} с. Их аппроксимация выполнялась методом наименьших квадратов, т.е. путем поиска

$$\min S = \min \sum_{i=1}^N [t_i^2 - (C_0 + C_1 x_i^2 + C_2 x_i^4)]^2. \quad (15)$$

Точки наблюдения x_i брались с шагом 100 м (либо 20 м) от $x_1 = 0$ до $x_N = L$. Решение (C_0 , C_1 , C_2), доставляющее минимум функционалу S , будем обозначать $(\hat{C}_0^J, \hat{C}_1^J, \hat{C}_2^J)$, где J — тип волны (P , SV).



Р и с. 4. Зависимость коэффициентов $\hat{C}_2^J (J = P, SV)$ от относительной длины годографа L/H . Значения коэффициентов $\hat{C}_2^P \approx C_2^P$ показаны квадратами.

Ранее, оценивая точность аппроксимации годографов тремя членами ряда Тейлора (см. рис. 3), мы выяснили, что максимальные удаления $L_{\max}$, на которых погрешности аппроксимации малы, т.е. $t_{\max} \leq 0,001$ с, колеблются от $0,5 H$ до $1,5 - 2 H$, при этом $L_{\max}^P > L_{\max}^{PS} > L_{\max}^S$. Заметим еще, что если в случае изотропной горизонтально-слоистой среды годограф, осредненный гиперболой, пересекает ее 2 раза, максимально отклоняясь при $x = 0$ [9], то в случае такой же трансверсально-изотропной среды и аппроксимации тремя членами имеются три точки пересечения, а максимальные отклонения могут отмечаться и на максимальном удалении $x = L$. Эти сведения учитывались при оценке зависимостей коэффициентов $\hat{C}_n^J$ от длины годографа L .

Зависимости $\hat{C}_n^J(L)$ изучались путем расчетов для различных значений L : от $0,5 H$ до $6 H$. Из расчетов, проведенных для моделей 1А и 2А, следует, что коэффициенты $\hat{C}_0^J$ до удалений $L \sim 2H$

практически постоянны и равны соответствующим коэффициентам C_0 разложения. Коэффициенты $\hat{C}_1^P$ и $\hat{C}_1^{SV}$ меняются с удалением, хотя общее изменение в интервале $L = 0,3 - 2 \text{ Н}$ незначительно, не более 2 — 3 %. Наибольшие вариации с удалением отмечаются для коэффициентов $\hat{C}_2^J$ (рис. 4). Для модели 1А1 изменение $\hat{C}_2^P$ в интервале $L/H = 0,1 - 0,9$ составляет 80 %, в интервале $0,4 - 0,9$ оно несколько меньше. Большие изменения $\hat{C}_2^P(L)$ имеют место для модели 1А5 и годографа от второй границы, подошвы слоя 2, в модели 2А. Как следует из графиков, все они, за исключением $\hat{C}_2^P$ для годографа от границы 3, подошвы слоя 3 в модели 2А, лежат на удалениях $L/H \leq 0,5$. Коэффициенты $\hat{C}_2^{SV} \approx C_2^{SV}$ расположены на удалениях $L/H = 0,5 - 2,0$.

О том, как отличия параметров $\hat{C}_n^J$ от параметров $\hat{C}_n^P$ влияют на точность определения параметров слоев, можно судить по результатам расчетов, представленных в табл. 2 для моделей группы 1А и модели 2А. Коэффициенты $\hat{C}_2^J$ определялись путем аппроксимации точных годографов длиной $L = 0,9 \text{ км}$. Как видно из табл. 2 и ее сопоставления с табл. 1, где приведены точные значения параметров слоев, погрешности в общем невелики: от нуля для γ_1 , определяемого по коэффициентам $\hat{C}_0^J$, до нескольких процентов для остальных параметров, в определении которых участвуют коэффициенты $\hat{C}_2^P$. Как правило, значения скоростей v_{p1} и мощностей h завышенные, а K_p — заниженные, меньшие единицы (истинные $K_p \geq 1$). Найденные значения K_{SV} и K_{SH} отклоняются от истинных в обе стороны. Рассмотренные погрешности являются погрешностями применяемого способа решения обратной задачи [2] по точным годографам. Они являются следствием аппроксимации точных годографов их разложениями в ряд Тейлора.

Теперь оценим, как влияют погрешности наблюдаемых годографов на результаты решения обратной задачи. Возьмем очень небольшую погрешность наблюдаемых времен: $\Delta t < 0,001 \text{ с}$. Сначала посмотрим, как изменятся в этом случае коэффициенты разложений в ряд. Будем находить их путем минимизации функционала S (см. (15)), взяв в качестве времен t_i точные значения, округленные до третьего знака после запятой. Полученные коэффициенты обозначим $\hat{C}_n^J$. Их значения для модели 1А1, $L = 0,5 \text{ Н}$ приведены в табл. 3. Тут же помещены значения $\hat{C}_n^P$, полученные при аппроксимации точных годографов. Разница в $\hat{C}_2^J$ и $\hat{C}_2^P$ на удалении $L = 0,5 \text{ Н}$ может быть более 100 % (количество приемников $N = 50$, расстояния между ними $\Delta x = 20 \text{ м}$) (см. табл. 3). А именно на этих удалениях могли бы быть получены удовлетворительные результаты для модели 1А1 (см. табл. 2). В правой половине табл. 3 приведены значения $\hat{C}_2^J$ и $\hat{C}_2^P$ для изотропного слоя (модель 1И), откуда следует, что если времена годографа заданы с точностью 0,001 с, то даже в случае изотропного слоя могут наблюдаться значительные коэффициенты $\hat{C}_2^J$ и среда ошибочно может быть проинтерпретирована как анизотропная.

Параметры моделей, полученные в результате решения обратной задачи по алгоритму [2]

Модель	Длина го- дографа, км	№ слоя	h , км	$v_{p\perp}$, км/с	$\gamma_{\perp}$	K_p	K_{SV}	K_{SH}			
$\Delta t = 10^{-5}c$											
1A1	0,9	1	2,035 0,035	3,729 0,064	0,513 0,000	1,028 -0,022	1,072 0,022	1,065 -0,019			
1A2	0,9	1	2,038 0,038	3,735 0,070	0,299 0,000	0,980 -0,020	1,054 -0,001	1,060 -0,020			
1A3	0,9	1	2,025 0,025	3,711 0,046	0,513 0,000	1,064 -0,016	1,026 -0,004	1,047 -0,013			
1A4	0,9	1	2,028 0,028	3,717 0,052	0,513 0,000	1,032 -0,018	1,036 -0,004	1,045 -0,015			
1A5	0,9	1	2,100 0,100	3,891 0,185	0,505 0,000	0,980 -0,060	1,119 -0,015	1,070 -0,158			
2A	0,9	1	0,766 0,016	1,838 0,038	0,328 0,000	0,987 -0,023	1,009 -0,011	0,999 -0,016			
			2	1,822 0,032	3,136 0,056	0,467 0,000	0,988 -0,022	1,010 -0,010	1,002 -0,013		
				3	0,489 0,039	3,896 0,231	0,513 0,000	0,974 -0,076	1,033 -0,017	1,019 0,065	
		$\Delta t = 0,001\ c$									
		1A1	0,9		1	—	—	—	—	—	
		$\Delta t = 0,005\ c$									
1A1	0,9	1	—	—	—	—	—				
$\Delta t_B = 0,001\ c \quad \Delta t_H = 0,005\ c$											
2A	0,9	3	—	—	—	—	—	—			
	1,9	3	—	—	—	—	—	—			
	2,9	3	0,593 0,143	5,240 1,575	0,515 0,002	0,795 -0,255	1,013 -0,037	0,815 -0,269			
			3,9	3	0,670 0,220	4,634 0,969	0,508 -0,005	0,712 -0,338	1,069 0,019	0,870 -0,214	

П р и м е ч а н и е. Во вторых строчках указаны абсолютные погрешности найденных параметров. Тире — решение не получено.

Для оценки влияния погрешностей времен Δt на коэффициенты $S_{\perp}$ и определяемые по ним параметры слоев были выполнены следующие численные эксперименты. Сначала была поставлена задача найти параметры однородного слоя (модель 1A1) при условии, что времена прихода волн содержат случайные погрешности, распределенные по нормальному закону: $\Delta t = 0,001 \text{ с}$ и $\Delta t = 0,005 \text{ с}$. При оптимальной длине годографа $L = 0,9 \text{ км}$, расстоянии между точками приема $\Delta x = 100 \text{ м}$ и количестве точек приема $N = 10$ решение в том и другом случаях получено не было.

Т а б л и ц а 3

Сравнение коэффициентов $\hat{C}_n^J$, полученных при осреднении точных годографов ($\Delta t < 10^{-5}$ с), с коэффициентами $\hat{C}_n^A$, полученными при осреднении годографов со случайными погрешностями ($\Delta t < 10^{-3}$ с)

Коэффициент осреднения	Модель	
	1А1	11
C_0^P	1,191 165	1,191 164
C_0^B	1,191 240	1,191 331
C_1^P	0,074 922	0,074 448
C_1^B	0,074 111	0,072 932
C_2^P	-0,000 460	0,000 000
C_2^B	0,000 165	0,001 242
C_0^{IV}	4,522 610	4,522 664
C_0^{IV}	4,522 689	4,522 612
C_1^{IV}	0,119 868	0,282 664
C_1^{IV}	0,198 706	0,283 510
C_2^{IV}	0,001 846	-0,000 001
C_2^{IV}	0,002 256	-0,001 157

Для модели 2А также была рассмотрена аналогичная задача: по годографам волн от верхней границы третьего слоя при $\Delta t_b = 0,001$ с (погрешности округления точных времен) и от нижней границы при $\Delta t_n = 0,005$ с (случайные погрешности, распределенные по нормальному закону) найти параметры этого слоя. Коэффициенты, полученные в результате осреднения годографов разной длины, приведены в табл. 4 как $\hat{C}_n^A$. Для сравнения рядом помещены коэффициенты $\hat{C}_n^J$, полученные путем осреднения точных годографов ($\Delta t < 10^{-5}$ с). Результаты расчета параметров слоя даны в табл. 2. Видно, что при $L = 0,9$ км ($N = 10$) решения нет. Нет его и при $L = 1,9$ км ($N = 20$). И только при $L = 2,9$ км ($N = 30$) решение становится возможным, причем с большими погрешностями, исключая параметр $\gamma_{\perp}$. При $L = 3,9$ км ($N = 40$) погрешности нахождения параметра $\gamma_{\perp}$, толщины слоя h и коэффициента анизотропии K_p увеличиваются, а скорости $v_{p\perp}$ и коэффициентов анизотропии K_{SV} , K_{SH} несколько уменьшаются. Однако почти все найденные величины не укладываются в рамки возможных значений для данного слоя. Как указывалось при описании моделей, параметры слоя 3 модели 2А были взяты соответствующими реальным значениям, найденным по данным АК 24 скважин (см. [6]). На довольно большой территории они изменяются в следующих пределах: $v_{p\perp} = 3,13 - 3,66$ км · с⁻¹; $\gamma_{\perp} = 0,48 - 0,52$; $K_p = 1,04 - 1,09$; $K_{SV} = 1,06 - 1,22$; $K_{SH} = 1,08 - 1,27$.

Коэффициенты $\hat{C}_j^I$ и $\hat{C}_j^J$, полученные при разной точности годографов P -, SV - и SH -волн, отраженных от кровли и подошвы слоя 3 в модели 2А

Коэффициенты	$L = 0+0,9 \text{ км}$	$L = 0+1,9 \text{ км}$	$L = 0+2,9 \text{ км}$	$L = 0+3,9 \text{ км}$
<i>Отражение от кровли слоя, $\Delta t = 0,001 \text{ с}$</i>				
$\hat{C}_0^P$	3,982 702	3,982 706	3,982 761	3,982 974
$\hat{C}_0^S$	3,983 137	3,982 204	3,983 050	3,983 242
$\hat{C}_1^P$	0,145 891	0,145 875	0,145 720	0,145 402
$\hat{C}_1^S$	0,145 901	0,144 831	0,145 549	0,145 202
$\hat{C}_2^P$	-0,000 375	-0,000 384	-0,000 338	-0,000 293
$\hat{C}_2^S$	-0,001 463	-0,000 036	-0,000 334	-0,000 280
$\hat{C}_0^{SV}$	25,285 617	25,285 598	25,285 289	25,284 004
$\hat{C}_0^{SH}$	25,284 708	25,284 618	25,284 436	25,283 616
$\hat{C}_1^{SV}$	0,742 908	0,742 973	0,743 840	0,745 763
$\hat{C}_1^{SH}$	0,738 425	0,743 909	0,744 352	0,745 567
$\hat{C}_2^{SV}$	0,800 195	0,799 911	0,798 938	0,796 737
$\hat{C}_2^{SH}$	0,789 950	0,796 880	0,798 380	0,796 413
<i>Отражение от подошвы слоя, $\Delta t = 0,005 \text{ с}$</i>				
$\hat{C}_0^P$	5,047 630	5,047 632	5,047 675	5,047 846
$\hat{C}_0^S$	5,035 965	5,039 214	5,038 270	5,036 197
$\hat{C}_1^P$	0,131 851	0,131 863	0,131 742	0,131 485
$\hat{C}_1^S$	0,208 124	0,127 159	0,130 504	0,134 595
$\hat{C}_2^P$	-0,000 323	-0,000 357	-0,000 324	-0,000 288
$\hat{C}_2^S$	-0,142 032	0,001 002	0,000 203	-0,000 484
$\hat{C}_0^{SV}$	30,443 730	30,443 742	30,443 750	30,442 874
$\hat{C}_0^{SH}$	30,451 775	30,418 821	30,427 670	30,429 909
$\hat{C}_1^{SV}$	0,599 081	0,598 999	0,598 947	0,600 205
$\hat{C}_1^{SH}$	0,296 843	0,625 720	0,598 828	0,596 873
$\hat{C}_2^{SV}$	0,663 514	0,663 414	0,663 074	0,662 303
$\hat{C}_2^{SH}$	0,850 839	0,651 882	0,660 135	0,669 910

Решение обратной задачи для однородной среды [13]

В работе [13] на основе аппроксимации фазовых скоростей

$$\begin{aligned}
 V_p^2 &= A + B \cos 2\beta + C \cos 4\beta, \\
 V_{SV}^2 &= D - C \cos 4\beta, \\
 V_{SH}^2 &= F + G \cos 2\beta
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

и замены лучевых скоростей фазовыми

$$v(\theta) = V(\beta)$$

получены явные представления годографов $t = (1/v)\sqrt{x^2 + 4H^2}$ отраженных волн, распространяющихся в однородных трансверсально-изотропных средах и в плоскостях симметрии сред других систем симметрии. Для отраженных волн всех трех типов уравнения годографов представляются в виде [13]

$$t^2 = a_i x^2 + b_i, \quad i = P, SV, SH. \quad (17)$$

При аппроксимации (17) вблизи $x = 0$ имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} A - B - 7C &= 1/a_P, \quad A + B + C = 4H^2/b_P \text{ для } P\text{-волн;} \\ F - G &= 1/a_{SH}, \quad F + G = 4H^2/b_{SH} \text{ для } SH\text{-волн;} \\ D + 7C &= 1/a_{SV}, \quad D - C = 4H^2/b_{SV} \text{ для } SV\text{-волн,} \end{aligned} \quad (18)$$

где A, B, C, D, F, G — коэффициенты разложений (16) в ряд Фурье, они представляют собой линейные комбинации модулей упругости c_{ij} , которые в случае трансверсально-изотропных сред связаны с эффективными параметрами анизотропии формулами (1).

Таким образом, для трансверсально-изотропной среды можно решить систему уравнений (16) и найти все пять параметров анизотропии и мощность слоя H .

Однако, как отмечается в [13], аппроксимация рядом Фурье для SV -волн недостаточно хороша, поэтому два последних уравнения в системе (18) использовать не рекомендуется. Вместо них в [13] предлагается применять такие два уравнения:

$$A - B = 1/a'_P, \quad A + B = 4H^2/b'_P, \quad (19)$$

полученные при аппроксимации (17) годографов P -волн на удалениях $x > 1,5 - 2H$.

По данному алгоритму нами были проделаны расчеты для моделей 1A1, ..., 1A5 трансверсально-изотропных сред (см. табл. 1). Результаты определения параметров анизотропии и мощности слоя представлены в табл. 5. Ошибки колеблются от 0 % для $\gamma_\perp$ практически для всех моделей до 14,5 % для H и $v_{P\perp}$ (для 1A5) (см. табл. 5). Хуже всех определяется параметр K_{SV} . Максимальные ошибки наблюдаются для модели 1A5, которая является самой анизотропной из всех моделей типа 1A. Наилучшие результаты получены при использовании уравнений (19) (в дополнение к первым четырем формулам (18)) для интервалов годографов 2,9—3,9 км, за исключением модели 1A3, для которой результаты точнее в случае интервала 3,9—4,9 км.

Подчеркнем, что в данном численном эксперименте времена прихода волн брались точными, т.е. с погрешностями не более 10^{-5} с. В силу того, что в алгоритме [13] используются коэффициенты осреднения только при x^0 и x^2 , которые определяются

Результаты определения параметров однородных трансверсально-изотропных слоев по алгоритму [13]

Модель	Второй интервал годографа	H	$v_{p\perp}$, км/с	$\gamma_{\perp}$	K_P	K_{SV}	K_{SH}
	км						
1A1	2,9—3,9	1,951	3,574	0,513	1,066	1,152	1,111
		-0,049	-0,091	0,000	0,016	0,102	0,027
	3,9—4,9	1,898	3,478	0,513	1,107	1,189	1,142
		-0,102	-0,187	0,000	0,057	0,139	0,058
1A2	2,9—3,9	1,937	3,550	0,300	1,029	1,787	1,115
		-0,063	-0,115	0,001	0,029	0,732	0,035
	3,9—4,9	1,911	3,503	0,300	1,048	1,817	1,130
		-0,089	-0,162	0,001	0,048	0,762	0,050
1A3	2,9—3,9	2,081	3,814	0,513	1,032	1,123	1,019
		0,081	0,149	0,000	-0,048	0,093	-0,041
	3,9—4,9	2,050	3,757	0,513	1,054	1,142	1,034
		0,050	0,092	0,000	-0,026	0,112	-0,026
1A4	2,9—3,9	1,982	3,631	0,513	1,051	1,140	1,070
		-0,018	-0,035	0,000	0,001	0,100	0,010
	3,9—4,9	1,938	3,551	0,513	1,085	1,169	1,094
		-0,062	-0,114	0,000	0,035	0,129	0,034
1A5	2,9—3,9	1,711	3,170	0,505	1,181	1,271	1,436
		-0,289	-0,536	0,000	0,141	0,137	0,208
	3,9—4,9	1,625	3,011	0,505	1,273	1,355	1,511
		-0,375	-0,695	0,000	0,233	0,221	0,283

П р и м е ч а н и е . Во вторых строчках указаны абсолютные погрешности параметров. Вертикальными линиями отмечены для каждой из моделей результаты с меньшими погрешностями.

достаточно устойчиво, расчеты по годографам со случайными ошибками для данного алгоритма не выполнялись.

Сравнивая алгоритм [13] с алгоритмом [2] для случая однослойной среды, можно видеть, что алгоритм [13] дает в среднем несколько худшие результаты, чем алгоритм [2].

Определение эффективных упругих параметров и мощности земной коры по временам P-, SV- и SH-волн на базах I_1 , I_2 [11]

Своеобразный алгоритм решения обратной задачи предложен и успешно применен к полевому материалу авторами работы [11]. Он представляет собой комбинацию инверсного алгоритма, применяемого для нахождения приближенного решения, с оптимизационным, с помощью которого приближенное решение уточняется. Малая детальность наблюдений — шесть времен для определения шести параметров — компенсируется оптимальным интервалом наблюдений (диапазон углов $\sim 45 - 60^\circ$).

Задача решалась в рамках модели однородной трансверсально-изотропной среды с вертикальной осью симметрии и горизонтальной отражающей границей — поверхностью Мохоровичича. Способ ре-

шения построен в соответствии со спецификой систем наблюдений при глубинных сейсмических исследованиях.

Исходная система уравнений для нахождения пяти параметров анизотропии и глубины границы записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} [t_m^J \sin \theta_m v^J (\theta_m)]^2 &= l_m^2, \\ \text{tg} \theta_2 &= l_2 \text{tg} \theta_1 / l_1; J = P, SV, SH, m = 1, 2, \end{aligned} \quad (20)$$

где t_m^J — время прихода J -й волны в m -ю точку; θ_m — угол между лучом и осью симметрии; v^J — лучевая скорость; l_m — база зондирования.

Поскольку скорость $v_{\text{эф}}$ для волн SH не зависит от базы зондирования, из двух уравнений (20) авторы работы [11] выражают t_0 так:

$$t_0^2 = (2H / v_{s\perp})^2 = [l_m / (\text{tg} \theta_m v_{s\perp})]^2,$$

где H — глубина до отражающей границы, а оставшиеся пять уравнений системы (20) записывают в виде

$$\begin{aligned} (t_0 / t_m^J)^2 &= [v^J (\theta_m) \cos \theta_m / v_{s\perp}]^2, \\ \text{tg} \theta_2 &= l_2 \text{tg} \theta_1 / l_1; J = P, SV, m = 1, 2. \end{aligned} \quad (21)$$

Решение системы (21) ищется методом Нелдера — Мида минимизации многомерной целевой функции, включающей штраф при выходе из заданной области поиска параметров

$$\text{Fun}X(i) = \begin{cases} \sum_{j=1}^2 \sum_{m=1}^2 [(t_0 / t_m^J)^2 - F_m^{J2}]^2, & \text{если } X_i \in A; \\ 100 + |X_i - xx|, & \text{если } X_i \notin A. \end{cases}$$

Здесь xx — начальные приближенные значения искоемых параметров $\gamma_{\perp}$, K , K_p , θ_1 ; $X_i - i - e$ — приближенные значения $\gamma_{\perp}$, K , K_p , θ_1 ; $A - (xx + nxx)$ — область изменения параметров, где ищется решение; $J = P, SV$; $m = 1, 2$. Входными параметрами являются времена t_m^J .

В работе [11] предложены и алгоритмы расчета начального приближения, основанные на использовании приближенных формул (16) для лучевых скоростей, полагаемых равными фазовым скоростям. При этом авторы отмечают, что параметры, полученные по приближенным формулам со средней точностью 1—2 % (максимальные ошибки 3—4 %), уточняются изложенным выше методом оптимизации до 0,1 %. Это было выяснено на большом числе тестовых примеров для сред с коэффициентами анизотропии по P -, SV -волнам до 13 %, а по SH -волнам до 20 %.

Вопросы устойчивости полученных решений в зависимости от погрешностей определения времен вступлений P -, SV - и SH -волн, баз зондирования, а также вследствие неточного равенства глубин для баз l_1 и l_2 в [11] не рассматривались.

Попробуем восполнить этот пробел и исследуем устойчивость оптимизационных способов решения на примерах. Приведем расче-

ты для той же модели, для которой оценивалась устойчивость инверсного алгоритма [2]. Поскольку мы видели, что все параметры, кроме γ_1 , определяются неустойчиво, поставим для начала задачу определения одного из параметров при заданных точных значениях других параметров. Будем определять параметр K_p , либо K_{SV} , либо K_{SH} для третьего слоя модели 2А при известных значениях других параметров этого и вышележащих слоев. Кроме того, будем варьировать интервал наблюдений, так как мы убедились при расчетах по алгоритмам [2, 13], что возможности определения параметров зависят от выбранного интервала годографа. Для решения этой задачи используем простейший из оптимизационных способов — простой перебор. Более эффективные в вычислительном отношении, но более сложные по реализации способы пока использовать не будем, так как нас в первую очередь интересует принципиальная возможность определения параметров. Если окажется, что один параметр можно определять надежно, то в качестве следующего шага логично будет попробовать определить несколько параметров или сразу все.

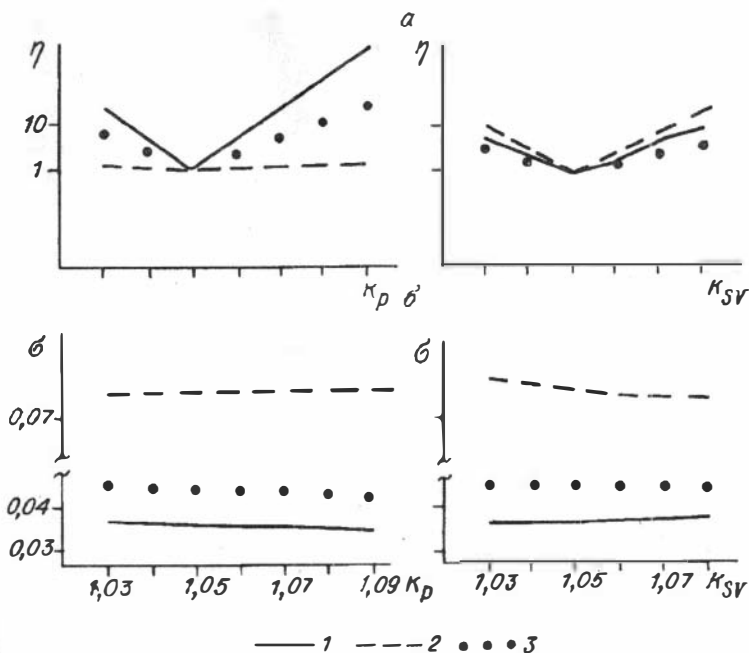
Таким образом, выполнялся поиск минимума функции

$$\sigma(\mathcal{X}) = \left(\sum_{i=1}^N [t'(x_i) - f'(x_i, \mathcal{X})]^2 / N \right)^{1/2},$$

где $t'(x_i)$ — наблюдаемые времена; $f(x_i, \mathcal{X})$ — вычисленные по точным формулам для ряда значений искомого параметра $\mathcal{X}$ из интервала поиска; точки наблюдения $x_i \in [x_1, x_N]$ — заданному интервалу расстояний от источника; J — тип отраженной волны: монотипная P , SV , SH либо обменная PS ; поиск $\min \sigma(\mathcal{X})$ осуществлялся порознь для волны каждого типа; $\mathcal{X} = K_p, K_{SV}, K_{SH}$. Результаты расчетов представлены на рис. 5 и 6.

Нормированные относительно своих минимумов значения функций $\sigma(K_p)$ и $\sigma(K_{SV})$, вычисленные при задании годографов всех типов волн (P , SV , PS) с точностью 10^{-5} в интервале расстояний от источника $L = 0 - 1,7$ Н, изображены на рис. 5,а. При сравнении найденного положения минимумов $K_p = 1,05$ и $K_{SV} = 1,05$ с данными табл. 1 для слоя 3 модели 2А видим, что минимумы найдены правильно. Теперь возьмем наблюдаемые годографы с погрешностями $\Delta t = 0,001$ с. Получаем (см. рис. 5,б), что в тех же интервалах поиска K_p , K_{SV} минимумов нет. Расчеты показали, что изменение величины L не приводит к существенному улучшению результатов.

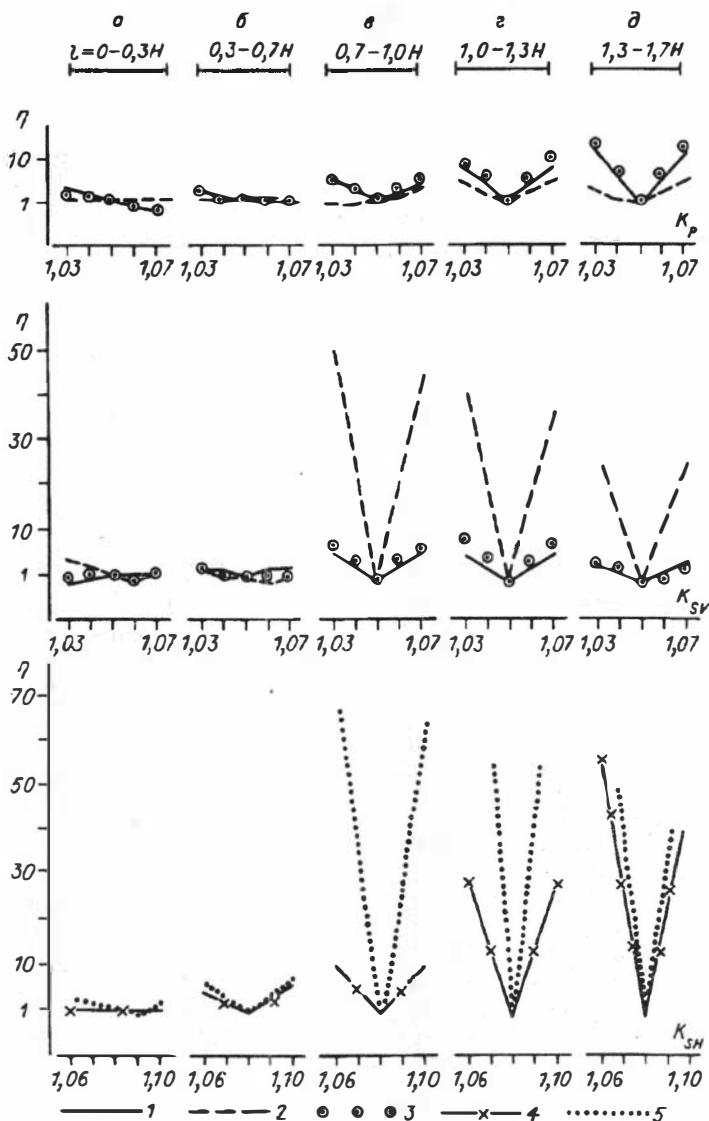
Процесс поиска $\min \sigma(\mathcal{X})$ при задании наблюдаемых годографов с погрешностями 0,001 с на различных коротких интервалах профиля, последовательно удаляющихся от источника: $l = \{0 - 0,3$ Н; $0,3 - 0,7$ Н; $0,7 - 1,0$ Н; $1,0 - 1,3$ Н; $1,3 - 1,7$ Н}, показан на рис. 6. Как можно видеть, для всех искомых параметров K_p , K_{SV} , K_{SH} $\min \sigma(\mathcal{X})$ проявляется лучше с удалением от источника. При этом для коэффициента K_p минимум виден начиная с интервала $1,0 - 1,3$ Н, для коэффициента K_{SV} — начиная с $0,7 - 1,0$ Н, а для K_{SH} — уже при $L = 0,3 - 0,7$ Н ($K_{SH} = 1,084$).



Р и с. 5. Поиск минимума $\sigma(\mathcal{X})$ по полным годографам длиной $L = 1,7$ Н при задании наблюдаемых годографов с точностью 10^{-5} с (а) и 10^{-3} с (б).

1—3 — годографы P -, SV - и PS -волн соответственно; $\eta(\mathcal{X})$ — нормированные значения $\sigma(\mathcal{X})$.

Из расчетов следует, что параметр K_P лучше искать по годографам P - и PS -волн, а K_{SV} — по годографам SV -волн. Более надежно определение данного параметра (K_P либо K_{SV}) по годографам двух или трех типов волн (P , SV , PS). Для волн P , SH , PS поиск оптимален на отрезках годографов, соответствующих углам падения $\theta \geq 25 - 30^\circ$, а для волн SV — углам $25 - 65^\circ$. Главный же результат состоит в том, что минимум целевой функции находится значительно лучше на отдельных, оптимальных для каждого параметра интервалах профиля, чем при использовании длинного годографа, начинающегося от источника. И это при том, что число точек наблюдения на интервалах длиной $0,3 - 0,4$ км было в 3—4 раза меньшим, чем в случае длинного годографа $L = 0 - 5$ км ($L/H = 1,7$). Заметим, что предварительное сглаживание длинного годографа тремя членами ряда Тейлора несколько улучшало результаты минимизации $\sigma(\mathcal{X})$, но тем не менее поиск искомых параметров на оптимальных коротких интервалах профиля был эффективнее. Для повышения помехоустойчивости определения параметров анизотропии на коротких интервалах профиля, удаленных от источника, целесообразно применять сглаживание отрезков годогра-



Р и с. 6. Поиск минимума $\eta(X')$, $X' = K_p, K_{SV}, K_{SH}$, по отрезкам годографов в различных интервалах (а—д) при задании наблюдаемых годографов с точностью 10^{-3} с.

1—5 — соответственно годографы волн P, SV, PS, SH, SH при сглаживании годографа.

фов тремя членами разложения в ряд Тейлора в окрестности середины интервала наблюдения (см. формулы в статье [14]).

Вывод о том, что для определения каждого из параметров анизотропии существуют оптимальные интервалы наблюдения (т.е. направления лучей), не нов и представляет собой непосредственное

следствие различий в характере функциональных зависимостей $v_p(\theta)$, $v_{sv}(\theta)$, $v_{sh}(\theta)$. Эти различия очень выпукло иллюстрируются следующими приближенными формулами Томсена [15], справедливыми для "слабой" анизотропии, т.е. обычной для осадочных отложений:

$$\begin{aligned} V_p(\beta) &= v_{p\perp}(1 + \delta \sin^2 \beta \cos^2 \beta + \epsilon \sin^4 \beta), \\ V_{sv}(\beta) &= v_{s\perp}(1 + [v_{p\perp}^2(\epsilon - \delta) \sin^2 \beta \cos^2 \beta] / v_{s\perp}^2), \\ V_{sh}(\beta) &= v_{s\perp}(1 + \gamma \sin^2 \beta), \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} \epsilon &= (c_{11} - c_{33}) / (2c_{33}) = (K_p - 1) / 2, \\ \gamma &= (c_{66} - c_{44}) / (2c_{44}) = (K_{sh} - 1) / 2, \\ \delta &= [(c_{13} + c_{44})^2 - (c_{33} - c_{44})^2] / [2c_{33}(c_{33} - c_{44})]; \end{aligned}$$

в этом приближении лучевые скорости равны фазовым скоростям. Из выражений (22) видно, что скорости $v_{p\perp}$ и $v_{s\perp}$ должны определяться при $\theta = 0^\circ$, коэффициенты анизотропии K_p и K_{sh} — при $\theta \rightarrow 90^\circ$, а параметр δ , вносящий главный вклад в коэффициент анизотропии K_{sv} , — вблизи $\theta = 45^\circ$.

* * *

В целом можно заключить, что возможности определения всех параметров анизотропии по временам прихода отраженных волн не следует преувеличивать. В любом случае формальный подход к определению параметров анизотропии не приведет к успеху, более того, полученные значения могут быть далеки от реальных. Поэтому при решении различных разведочных задач можно порекомендовать определять небольшое количество параметров, непосредственно связанных с изучаемым объектом. Кроме того, надо максимально использовать априорную информацию и адаптивные методы решения. Полезным может быть и привлечение других методов, так как анизотропия осадочных отложений проявляется не только в упругих свойствах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баянов А.С., Кондрашов В.А., Оболенцева И.Р., Степанова Э.Б. Результаты комплексного использования продольных и обменных волн в Пудинском нефтегазовом районе // Многоволновые сейсмические исследования. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1987. — С. 169—174.
2. Бляс Э.А. Годографы отраженных волн в горизонтально-слоистой среде с поперечно-изотропными слоями и их интерпретация // Геология и геофизика. — 1983. — № 2. — С. 91—95.
3. Бляс Э.А. Годографы отраженных обменных волн в горизонтально-слоистых средах с поперечно-изотропными слоями // Алгоритмические проблемы обработки данных сейсморазведки. — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1987. — С. 79—87.

4. Гурвич И.И. Интерпретация данных сейсморазведки в случае анизотропной среды // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. — 1940. — N 6. — С. 108—116.
5. Маслова С.И. Об анизотропии юрских отложений юго-восточной части Западно-Сибирской плиты // Материалы конференции молодых ученых Института геологии и геофизики. — Новосибирск, 1988. — С. 75—88. — Деп. в ВИНТИ 27.04.1988, № 3309-В 88.
6. Маслова С.И. Об определении упругих параметров анизотропии осадочных отложений по данным акустического каротажа (АК) // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 134—147.
7. Невский М.В. Квазианизотропия скоростей сейсмических волн. — М.: Наука, 1974. — 179 с.
8. Оболенцева И.Р., Гречка В.Ю. // Лучевой метод в анизотропной среде (алгоритмы, программы). — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1989. — 225 с.
9. Пузырев Н.Н. Временные поля отраженных волн и метод эффективных параметров. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1979. — 293 с.
10. Сейсмическая разведка методом поперечных и обменных волн / Н.Н. Пузырев, А.В. Тригубов, Л.Ю. Бродов и др. — М.: Недра, 1985. — 277 с.
11. Соловьев В.М., Селезнев В.С., Никитенко А.Б. Определение параметров сейсмической анизотропии земной коры в Западной Якутии // Геология и геофизика. — 1986. — N 8. — С. 90—98.
12. Al-Chalabi M. Series approximation in velocity and travel time computations // Geophysical prospecting. — 1973. — V. 21. — P. 783—795.
13. Crampin S., Radovich B.J. Interpretation of synthetic common — depth-point gathers for a single anisotropic layer // Geophysics. — 1982. — V. 47, N 3. — P. 323—335.
14. Hake N., Helbig K., Mesdag C.S. Three-term Taylor series for $t^2 - x^2$ curves of P - and S -waves over layered transversely isotropic ground // Geophysical prospecting. — 1984. — V. 32, N 5. — P. 828—850.
15. Thomsen L. Weak elastic anisotropy // Geophysics. — 1986. — V. 51, N 10. — P. 1954—1966.

Л.Д. ГИК, Ю.А. ОРЛОВ, Е.В. БЕЛОВ

ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ТРЕЩИНОВАТОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД НА СЕЙСМИЧЕСКОЕ ВОЛНОВОЕ ПОЛЕ С ПОМОЩЬЮ УПРАВЛЯЕМОЙ ОБЪЕМНОЙ МОДЕЛИ

В настоящее время более половины мировой добычи нефти осуществляется из карбонатно-глинистых и карбонатных пород, в которых развиты преимущественно трещиноватые коллекторы [1, 3]. Из материалов работ, посвященных исследованию видов трещиноватости в горных породах [2, 4, 5], следует, что трещины представляют собой сложное по форме, ориентации и масштабу явление. Считается, однако, что в условиях неравномерного сжатия возникает преобладающее направление раскрытия трещин. В результате весьма часто имеет место ситуация, когда в условиях горизонтально-слоистой среды вертикальная ориентация раскрытых или частично раскрытых трещин преобладает над другими направлениями.

Данный факт служит стимулом к изучению сейсмических эффектов, возникающих в таких объектах, с целью попытаться повысить эффективность нефтяной сейсморазведки. Близкие научные пробле-

мы возникают также в сейсмологии при решении задач прогноза землетрясений по информации о трещинах, возникающих в процессе эволюции очага [6].

При постановке научных исследований надежды на получение прикладных результатов обычно связывают с такими эффектами, как скоростные аномалии, включая анизотропию, увеличение поглощения и ряд других.

Выбор физической модели. В ходе исследований очень важно суметь реализовать управляемую трещиноватость, чтобы можно было оценить возможные пределы проявления данного эффекта. Поэтому была предпринята попытка создать лабораторную модель, обладающую таким свойством.

Была выбрана модель в виде пакета тонких пластин из изотропного однородного материала. Пластины сжимались в направлении, ортогональном плоскости листа. Как показывает практика, большинство технических листовых материалов имеет нестабильность толщины, распределенную сложным образом. При сжатии пакета пластин площадка контактного соприкосновения вследствие деформации листов увеличивается, что эквивалентно частичному закрытию трещин.

При реализации конкретных параметров модели учитывались следующие соображения.

Первое. Толщина пластин должна быть значительно меньше длины волны. Действительно, такое соотношение имеет место в реальных нефтегазовых коллекторах. Поскольку длину волны в соответствии с возможностями имеющегося в нашем распоряжении комплекса ультразвукового сейсмического моделирования целесообразно принимать 1—3 см, то толщина пластин выбрана равной 1 мм.

Второе. В качестве материала пластин выбран плексиглас. Оснований к такому выбору два: данный материал технологичен с точки зрения условий механической обработки; он оптически прозрачен, что дает дополнительные возможности для визуального контроля за моделью.

Важный вопрос — диапазон сжимающих давлений. В качестве верхнего предела представляется логичным выбрать такой, при котором акустические параметры сжатого пакета оказываются близкими к параметрам монолитного блока того материала, из которого изготовлены пластины. Для плексигласовых пластин толщиной в 1 мм, как показал эксперимент, это давление оказалось ~8 МПа. Нижний предел диапазона изменения давления логично взять таким, при котором начинает "рассыпаться" волновое поле. Опыт показал, что это соответствует приблизительно $1/10$ от верхнего предела.

Необходимую величину сжимающего давления можно оценить исходя из следующих соображений. В натурных условиях гидростатическое давление на глубинах $\sim H = 3$ км имеет порядок $P_n = 35$ МПа. Это давление сжимает горные породы, характеризующиеся модулем упругости E_n . При экспериментах с объектом, имеющим модуль упругости E_3 , для получения эквивалентного эффекта

Зависимость пористости модели от сжимающего давления

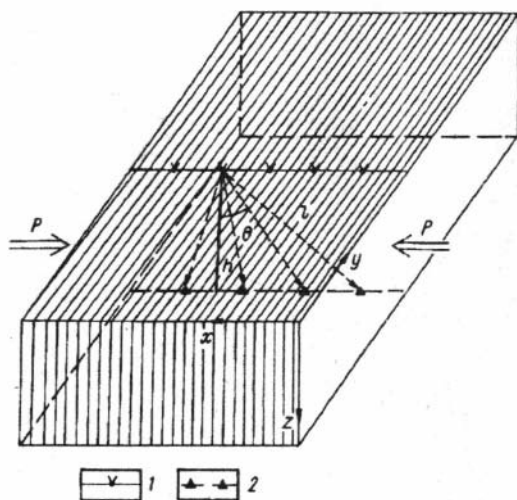
P, МПа	l_x , мм	Приращение	
		абсолютное, Δl_x , мм	относительное, $K = \delta l_x$, %
1	180,35	0,2	0,11
2	180,3	0,15	0,083
4	180,2	0,05	0,028
8	180,15	—	—

сжатия требуется пропорциональное изменение давления: $P_3 = P_n E_3 / E_n$. Выражая модуль упругости через плотность и скорость звука по формуле $E = \rho v^2$, приходим к соотношению $P_3 = P_n \rho_3 v_3^2 / (\rho_n v_n^2)$. В натуральных условиях параметры горной породы имеют порядок $\rho_n \approx 3 \cdot 10^3$ кг/м³ и $v_n \sim 4,5$ км/с. Для используемого в экспериментах плексигласа $\rho_3 = 1,2 \cdot 10^3$ кг/м³ и $v_3 = 2,7$ км/с. Подставляя эти цифры, получаем, что в эксперименте требуется величина давления ≈ 5 МПа.

Следует сказать, что учет соотношений эквивалентности давлений модулям упругости показывает, что сравнительно небольшое увеличение давления приводит к существенному увеличению “эквивалентной” глубины. Так, в задачах сейсмологии представляют интерес параметры натурального объекта $H \sim 20$ км и, следовательно, $P_n \sim 240$ МПа, $\rho \sim 4 \cdot 10^3$ кг/м³ и $v \sim 8$ км/с, чему соответствует эквивалентное давление в эксперименте с плексигласом ~ 8 МПа.

Сжимающее давление P с пористостью модели K можно связать экспериментально, измеряя уменьшение размеров модели l при сжатии. Результаты соответствующих измерений сведены в таблицу.

Технически задача регулирования сжатия пакета пластин решалась следующим образом. Пакет плексигласовых пластин помещался

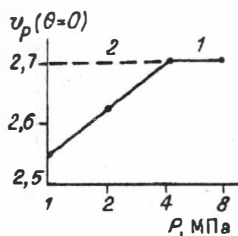


в обойму стальных швеллеров, которые стягивались двумя винтами. Момент на головке винта измерялся динамометром и по соотношениям, определяемым шагом резьбы, пересчитывался на осевое давление. Одновременно контролировалась длина стягиваемого пакета, по изменению которой и определялся объем пор.

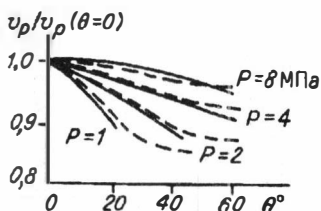
Конфигурация модели выбрана в виде па-

Р и с. 1. Пластинчатая модель из плексигласа.

1, 2 — линии приема и возбуждения.



Р и с. 2. Зависимость скорости продольных волн от сжимающего давления (1 — для сухой, 2 — для флюидонасыщенной модели).



Р и с. 3. Зависимость относительного изменения скорости продольных волн от угла θ между лучом и плоскостью листа. Усл. обозн. см. на рис. 2.

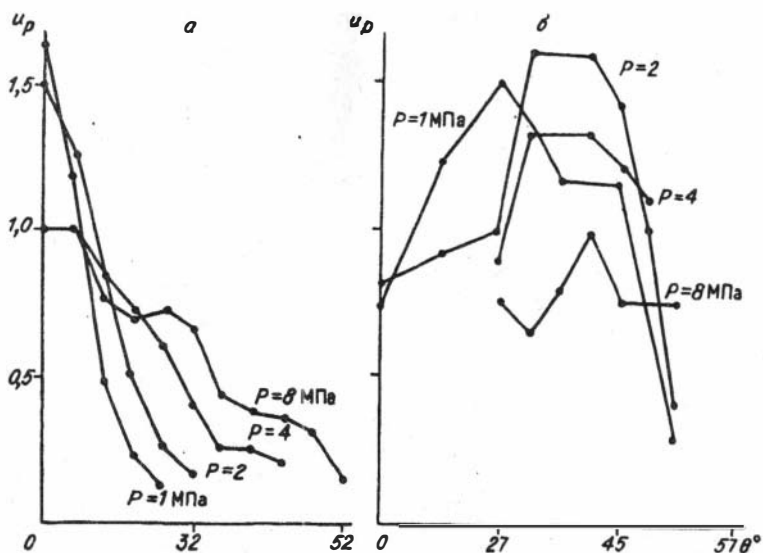
раллелепипеда. Ось x ортогональна, а ось z параллельна плоскости пластин. Плоскость xz соответствует вертикальному разрезу среды. Предполагалось, что для сейсморазведки наибольший интерес представляет вертикальная трещиноватость, поэтому при моделировании исследовалось прохождение волн в зависимости от угла Θ , отсчитываемого от вертикали. Было использовано 180 пластин толщиной от 0,6 до 1,4 мм. Размеры пластин были выбраны равными $79 \times 250 \text{ мм}^2$. В результате слоистый блок имел размеры $250 \times 180 \times 79 \text{ мм}^3$ (рис. 1).

Размеры параллелепипеда в направлениях x и y превышают размеры в направлении оси z . Это связано с необходимостью уменьшать мешающий эффект отражения зондирующего сигнала от боковых стенок в плоскостях xz и yz .

Изучение продольных волн. Описание результатов экспериментов начнем с анализа поведения продольных волн на сухой модели. Основным является изучение сейсмограмм Zz систем наблюдения, зарегистрированных при давлениях соответственно 1; 2; 4 и 8 МПа. Вначале рассмотрим изменение скоростей распространения продольных волн под влиянием изменения давления. Измерения проводились по первым вступлениям волн с учетом геометрических данных модели (см. рис. 1). Изменение скорости продольных волн при распространении в направлении z (вдоль слоев) приведено на рис. 2. При давлении 4 МПа и более скорость достигает своего предельного значения — 2,7 км/с, соответствующего скорости звука в массиве плексигласа. При уменьшении давления до 2 и 1 МПа происходит уменьшение скорости звука до значений соответственно 2,62 и 2,55 км/с, т.е. имеет место относительное изменение на 2,8 и 5,7 %.

Следующая важная характеристика — это анизотропия, которую можно характеризовать относительным изменением скорости звука в зависимости от угла Θ наклона луча к плоскости пластин. Если при $P = 8 \text{ МПа}$ эта величина минимальна и составляет 5,5 % при изменении угла на 45° , то при 1 МПа анизотропия увеличивается в 6 раз (рис. 3).

Таким образом, наличие “сухой” трещиноватости приводит к заметным изменениям скорости только при малых давлениях, соответствующих (в пересчете на модули упругости горных пород) глу-

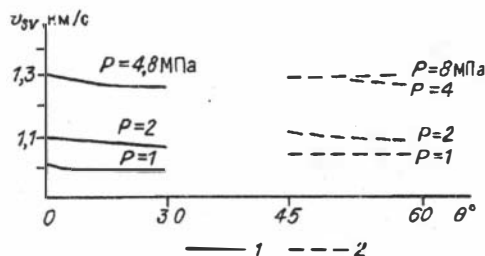


Р и с. 4. Зависимость интенсивности продольных волн от угла θ для сухой модели (а — по наблюдениям Zz , б — по наблюдениям Xx). Амплитуды U_p нормированы относительно $U_{p, \max}$ при $P = 8$ МПа.

бинам погружения менее 1 км. На глубинах, интересующих нефтяную сейсморазведку и тем более сейсмологию, прикладной интерес более вероятно связывать с анизотропией.

Заполнение трещин жидкостью приводит к следующему изменению эффектов распространения продольных волн в модели. Скорость в направлении трещин оказывается практически инвариантной к давлению (см. рис. 2). Анизотропия по порядку величины оказывается близкой к той, которая имеет место у сухой модели (см. рис. 3). Однако характер зависимости скорости от направления луча несколько изменяется. Сначала (до углов $20-40^\circ$) скорость при повороте базы наблюдения почти линейно снижается, как и у сухой модели, затем наступает стабилизация.

К сожалению, эксперименты не дали достаточной информации для определения характеристик поглощения в зависимости от давления и угла базы наблюдения. Дело в том, что зондирование со смежных граней модели не удастся реализовать по техническим



Р и с. 5. Зависимость скорости поперечных SV -волн от угла θ для сухой модели (1 — для Xx -, 2 — для Zz -систем наблюдения).

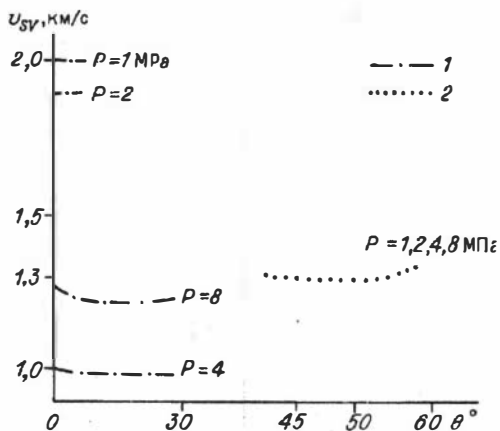
причинам. Все же некоторое представление можно составить, если проследить по сейсмограммам зависимость изменения уровня сигнала от угла и давления, что для “сухой” модели показано на рис. 4. Для этой модели поглощение слабо изменяется, но происходит перераспределение уровня энергии сейсмической волны — увеличение его в направлении поверхности трещин, что, по-видимому, связано с возникновением отражений на границе пластина — трещина (см. рис. 4).

Изучение поперечных волн выполнялось на основе анализа сейсмограмм Xx и Zz . С самого начала следует учесть, что чисто поперечная волна от источника X -силы распространяется только в ракурсе углов $\theta_i = \arcsin v_s/v_p$. Для больших углов $\theta > \theta_i$ вперед выходит коническая волна. Таким образом, скорость SV -волны по сейсмограммам можно определять только до углов θ_i . При больших углах приходится обращаться к Zz -сейсмограммам, на которых коническая волна значительно слабее. Для большинства видов твердых тел $\gamma = v_s/v_p = 0,5$ и, следовательно, $\theta_i = \arcsin 0,5 = 30^\circ$, поэтому в диапазоне углов $\theta \leq 30^\circ (l \leq h \operatorname{tg} \theta_i = 4,6 \text{ см})$ характеристики волны SV определялись по сейсмограммам Xx , при больших углах использовались сейсмограммы Zz . В соответствии с этим на рис. 5 приведены результаты расчета скорости волн SV для “сухой” модели. Обращают на себя внимание существенное уменьшение скорости для сжимающих давлений 2 и 1 МПа и очень слабая зависимость скорости от угла.

Следует обратить внимание на факт появления в трещиноватой среде заметных продольных волн на сейсмограммах Xx в направлении, близком к оси z , что является аномальным эффектом. Это можно четко видеть на сейсмограммах, соответствующих давлению $P = 2$ и в особенности $P = 1$ МПа. На первой относительный уровень сигнала на временах, предшествующих вступлению S -волны, составляет $\sim 25\%$ при давлении 2 МПа и $\sim 40\%$ при 1 МПа. Этот эффект, затрудняющий определение момента вступления поперечных волн, можно рассматривать как один из признаков трещиноватости. Критерием здесь может быть отсутствие четкого направления поляризации при распространении сейсмической волны.

Заполнение трещин жидкостью приводит к резкому изменению волновой картины, что проявляется в наличии двух разных типов волн. Сейсмограммы Xx можно охарактеризовать так. При максимальной величине давления 8 МПа картина несущественно отличается от той, которая имеет место в сухой модели: скорость сейсмической волны близка к своей естественной величине 1,3 км/с и слабо зависит от угла распространения (рис. 6). Для $P = 4$ МПа наступает резкое падение величины скорости — почти на 30 %, до 1,0 км/с. Наличие второй волны пока проявляется слабо, что, видимо, связано с интерференцией между двумя волнами.

При $P = 2$ МПа волновые пакеты разделяются четко. При малых базах (до $l = 1—2$ см) имеет место очень высокоскоростная волна —



Р и с. 6. Зависимость скорости поперечных SV-волн от угла θ для флюидонасыщенной модели (1 — для Хх-системы наблюдения, $\theta < 30^\circ$; 2 — для Zz-системы наблюдения, $\theta > 40^\circ$).

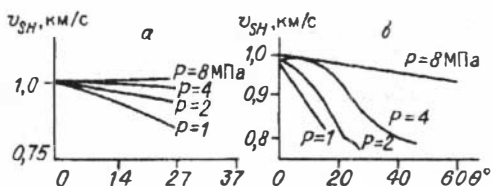
ющаяся на х-компоненте приема. При углах $40\text{--}60^\circ$ имеет место обычная поперечная волна, скоростные параметры которой в силу указанных выше причин определялись по сейсмограмме Zz. Как видим, это обычная скорость S-волн ($v_s = 1,3$ км/с, причем практически не зависящая от угла распространения и, что очень важно, от давления).

При $P = 1$ МПа волновая картина аналогична имеющей место при 2 МПа. Малым углом соответствует аномальная волна, скорость которой оказывается даже выше, чем была при $P = 2$ МПа. При углах $40\text{--}60^\circ$ имеет место обычная S-волна, не зависящая ни от угла, ни от сжимающего давления.

Качественно иными оказываются свойства среды для Yy-ориентации приемоизлучающей пары, что соответствует SH-волнам. Зависимости изменения скорости от давления и угла θ приведены на рис. 7. При вертикальном просвечивании ($\theta = 0$) скорость не зависит от трещиноватости (давления). Это совершенно естественно, так как звуковая волна получает возможность распространяться в одном-единственном листе, вследствие чего здесь проявляется свойство равенства скоростей поперечных сейсмических волн для листа и массива.

Увеличение угла θ ведет к снижению скорости (см. рис. 7, а), что означает анизотропию. Причиной этого служит пониженная упругость контактного стыка между листами, что, естественно, имеет тенденцию к снижению при падении давления.

Флюидонасыщенность еще сильнее уменьшает контактную упругость за счет смазки, что и проиллюстрировано на рис. 7, б.



Р и с. 7. Зависимость скорости поперечных SH-волн от угла θ (а — для сухой, б — для флюидонасыщенной моделей).

1. Модель в виде пакета сравнительно мягких плексигласовых пластин в сочетании с конструктивно простым механическим сжимающим устройством позволяет получить управляемую анизотропию с заполнением жидкостью и без жидкости, что дает возможность имитировать поведение трещиноватой среды на глубинах вплоть до нескольких десятков километров. Опробованная конструкция позволила изучить влияние сухих и флюидонасыщенных трещин для проходящих волн в ракурсе углов от 0 до 50—60° относительно преобладающего направления трещин.

2. Скорость продольных волн в направлении трещиноватости при уменьшении давления начинает изменяться (снижаться) только на сухой модели, и то лишь при давлениях, соответствующих сравнительно малым глубинам. Зато здесь имеет место заметная анизотропия, проявляющаяся как для сухой, так и для флюидонасыщенной модели. При уменьшении давления анизотропия возрастает. Минимум скорости имеет место вблизи угла 45° к направлению трещин.

Трещиноватость приводит к некоторому росту поглощения и концентрации уровня энергии сейсмической волны в направлении трещиноватости.

3. На поперечных волнах свойства среды сложным образом зависят от степени трещиноватости (давления), направления распространения и поляризации. Для "сухой" модели при поляризации колебаний поперек листа (*SV*-волны) при наличии трещиноватости (падении сжимающего давления) имеет место снижение скорости поперечных волн практически при сохранении изотропности. Не приводит к анизотропии и флюидонасыщенность, хотя при этом усложняется зависимость скорости от трещиноватости, включая возникновение аномальных высокоскоростных волн при высокой степени трещиноватости.

При поляризации колебаний в направлении трещин (*SH*-волны) возникает тенденция к скольжению листов относительно друг друга. В этом случае остается неизменной скорость в направлении листа и появляется анизотропия, выражающаяся в уменьшении скорости при увеличении угла просвечивания по отношению к плоскости трещин.

В перспективе желательно увеличить угол зондирования до 90°, решить задачу изменения длины базы и изучить влияние трещиноватой среды на эффект отражения.

Авторы благодарят академика Н.Н. Пузырева за ценные советы и помощь, оказанные в течение всего выполнения работы.

Список литературы

1. Геология нефти и газа Западной Сибири / А.Э. Конторович и др. — М.: Недра, 1975. — 679 с.
2. Дзебань И.П. Акустический метод выделения коллекторов с вторичной пористостью. — М.: Недра, 1981. — 160 с.

3. Дорофеева Т.В. Тектоническая трещиноватость горных пород и условия формирования трещинных коллекторов нефти и газа. — М.: Недра, 1986. — 224 с.
4. Николаевский В.Н. Механика пористых трещиноватых сред. — М.: Недра, 1984.
5. Чернышев С.Н. Трещины горных пород. — М.: Наука, 1983. — 240 с.
6. Шамина О.Г. Модельные исследования физики очага землетрясения. — М.: Наука, 1981. — 192 с.

В.Ю. ГРЕЧКА

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ В ПЛАСТИНЧАТЫХ СРЕДАХ

Цель приводимого ниже исследования заключается в том, чтобы попытаться описать волновые поля, полученные в результате физического моделирования на пластинчатых моделях*. Эти модели представляют собой набор плексигласовых пластин, сжимаемых в направлении, перпендикулярном их плоскостям (см. рис. 1 в работе Л.Д. Гика и др. в наст. сб.). Таким образом, моделируется ситуация наличия в среде системы параллельных трещин.

Предварительные соображения

Кажется, что построенную физическую модель можно в первом приближении считать средой с осью симметрии бесконечного порядка. При этом предположении, конечно, придется пренебречь особенностями волнового поля, вызванными шероховатостью трещин, неравномерностью сжимающего усилия по плоскости пластин и другими эффектами, которые, естественно, приведут к отличию реальной модели от осесимметричной. Далее, поскольку длины волн при физическом моделировании в 10 и более раз превышали среднюю толщину пластины, можно описать наблюдаемые волновые поля в рамках модели упругой трансверсально-изотропной среды.

Таким образом, задача расчетов состоит в том, чтобы определить параметры трансверсально-изотропных сред, аппроксимирующих, по предположению, пластинчатые модели, и для этих параметров построить теоретические волновые поля, которые затем сравнить с наблюдаемыми экспериментально.

Расчет упругих постоянных трансверсально-изотропных сред

Для определения упругих постоянных поступим следующим образом: для каждой из пластинчатых моделей построим по Zz -, Xx -,

* См. статью Л.Д. Гика, Ю.А. Орлова, Е.В. Белова в наст. сб.

У-сейсмограммам соответственно годографы $t_p(x)$, $t_{SV}(x)$, $t_{SH}(x)$ qP -, qSV - и SH -волн. Эти годографы пересчитаем в индикатрисы лучевых скоростей $v_p(l)$, $v_{SV}(l)$, $v_{SH}(l)$, где l — вектор луча с компонентами $(h/r, 0, x/r)$; h — толщина пластинчатой модели; x — расстояние по горизонтали между источником и приемником (см. рис. 1 в ст. Л.Д. Гика и др. в наст. сб.); $r = \sqrt{x^2 + h^2}$.

В качестве теоретических индикатрис скоростей примем приближенные выражения [1]

$$\begin{aligned} V_p^2(l) &= \lambda_{11}l_1^4 + \lambda_{33}l_3^4 + 2(\lambda_{13} + 2\lambda_{44})l_1^2l_3^2, \\ V_{SV}^2(l) &= (\lambda_{11} + \lambda_{33} - 2\lambda_{13})l_1^2l_3^2 + \lambda_{44}(l_3^2 - l_1^2), \\ V_{SH}^2(l) &= \lambda_{66}l_1^2 + \lambda_{44}l_3^2, \end{aligned} \quad (1)$$

верные с точностью порядка ε^2 [1, 3], где $\varepsilon \ll 1$ — мера анизотропии среды для данного диапазона направления лучей. Упругие постоянные λ_{ij} , входящие в формулы (1), определим по методу наименьших квадратов из условия

$$\begin{aligned} S \equiv \sum_{i=1}^I (V_p^2(l_i) - v_p^2(l_i))^2 + \sum_{j=1}^J (V_{SV}^2(l_j) - v_{SV}^2(l_j))^2 + \\ + \sum_{k=1}^K (V_{SH}^2(l_k) - v_{SH}^2(l_k))^2 = \min, \end{aligned} \quad (2)$$

где I, J, K — число экспериментальных точек на годографах $t_p(x)$, $t_{SV}(x)$, $t_{SH}(x)$.

По найденным λ_{ij} вычислим относительные среднеквадратические отклонения

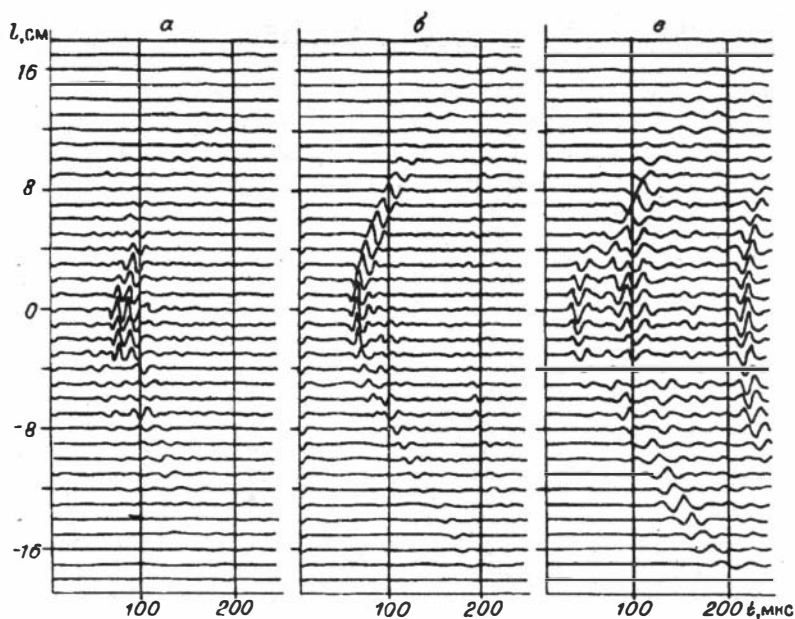
$$\begin{aligned} \delta_p &= \left(\frac{1}{I-1} \sum_{i=1}^I (V_p(l_i) - v_p(l_i))^2 \right)^{1/2} / v_{p\perp}, \\ \delta_{SV} &= \left(\frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J (V_{SV}(l_j) - v_{SV}(l_j))^2 \right)^{1/2} / v_{SV\perp}, \\ \delta_{SH} &= \left(\frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (V_{SH}(l_k) - v_{SH}(l_k))^2 \right)^{1/2} / v_{SH\perp}, \end{aligned} \quad (3)$$

являющиеся мерой близости теоретических и экспериментальных индикатрис. В формулах (3) величины $v_{p\perp} = \sqrt{\lambda_{33}}$, $v_{SV\perp} = \sqrt{\lambda_{44}}$ суть скорости продольных и поперечных волн на оси симметрии среды.

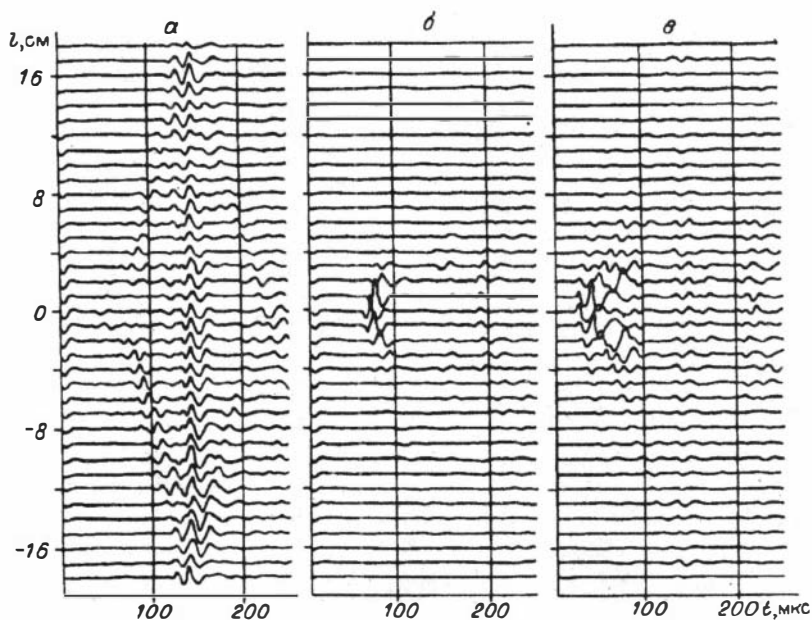
Результаты определения упругих постоянных

По результатам определения упругих постоянных λ_{ij} и их погрешностей δ пластинчатые модели разделились на две группы.

Первую группу составили модели, полученные для $P = 1$ и 2 МПа. Для них величины δ , определяемые формулами (3), превы-



Р и с. 1. Сейсмограммы просвечивания Xx (а), Yy (б), Zz (в) пластинчатой модели без наполнителя при одноосном $P_x = 2$ МПа (при уменьшении давления).



Р и с. 2. Сейсмограммы просвечивания Xx (а), Yy (б), Zz (в) пластинчатой модели с наполнителем при одноосном $P_x = 2$ МПа (при увеличении давления).

шают 10 %, что свидетельствует об очень плохой сходимости теоретических и экспериментальных индикатрис. Такой результат трудно было предвидеть уже исходя из вида экспериментальных сейсмограмм. Они отличаются следующими особенностями.

Записи x - и z -компонент представляют собой длинные монофазные колебания (рис. 1)*, по которым практически невозможно построить годограф волны qSV , не выходящей в первые вступления. Скорее всего, такой вид сейсмограмм обусловлен тем, что пластинчатую модель при $P = 1$ и 2 МПа нельзя аппроксимировать однородной средой и наблюдаемые волны являются отражениями от шероховатых границ пластин внутри модели. Это заключение подтверждает тот факт, что сейсмограммы для $P = 2$ МПа более "чистые", чем для 1 МПа.

На сейсмограммах для пластинчатой модели с наполнителем (рис. 2) годографы SH -волн очень короткие. Такой вид записей, видимо, обусловлен быстрым поглощением энергии волны и ее рассеянием на шероховатостях поверхностей пластин.

Есть и другие особенности волновых полей, которые не позволяют определить λ_y с достаточной точностью. К ним относятся асимметричность волновых полей относительно точки $x = 0$ (см. рис. 1, б) и исчезновение записи SV -волны на Xx -сейсмограмме вблизи точки $x = 0$ (см. рис. 2, а), т.е. такие особенности, которые не могли бы иметь место, если бы среда была однородной с осью симметрии бесконечного порядка.

Таким образом, напрашивается вывод, что при $P = 1$ и 2 МПа пластинчатую среду нельзя считать однородной. Для этих давлений существенный вклад в волновое поле вносят волны, многократно переотраженные от границ пластин внутри модели.

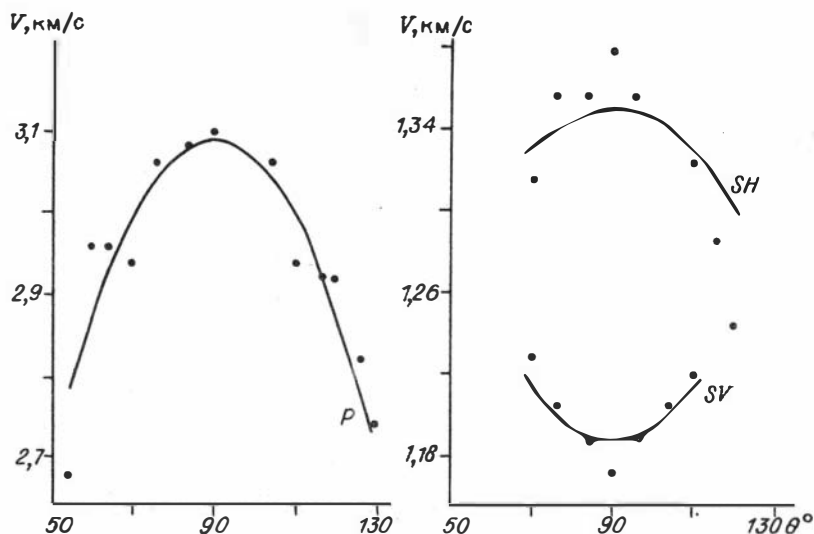
Вторую группу составляют пластинчатые модели, получаемые для $P = 4$ и 8 МПа. Для них, как следует из таблицы, величины $\delta < 3$ %. Индикатрисы скоростей qP -, qSV - и SH -волн для модели $HD4$ даны на рис. 3. Для других моделей индикатрисы имеют аналогичный вид.

Проанализируем данные, представленные в таблице.

1. Хорошо просматривается зависимость v_{p1} от давления. Она отвечает интуитивным представлениям: при сжатии модели вдоль оси симметрии скорость в этом направлении возрастает. Отметим, что для скорости v_{s1} аналогичная зависимость выражена слабее. (Обратим внимание на выпадение значения v_{s1} для модели $HU4$. Возможно, что это связано с явной асимметрией годографа SH -волны.)

2. Явно просматривается зависимость k_p от давления: с увеличением давления k_p падает. И опять же этого нельзя сказать о поведении коэффициента k_{SH} (значение $k_{SH} = 1,37$ для модели $HU4$, вероятно, неверно из-за асимметрии SH -годографа).

* Сейсмограммы физического моделирования, приведенные в данной статье для сравнения с результатами расчетов, публикуются по согласованию с Л.Д. Гиком, Ю.А. Орловым, Е.В. Беловым.



Р и с. 3. Индикатрисы скоростей волн qP , qSV , SH , найденные по годографам этих волн для модели $HD4$.

3. Из данных таблицы следует, что значения упругих постоянных λ_{11} и λ_{66} , определяющие параметры среды в направлениях вдоль пластин, от давления почти не зависят. (Небольшая их зависимость от давления, возможно, объясняется тем, что сам по себе материал пластин — плексиглас — не изотропен; при изменении внешнего давления его свойства изменяются только слегка.)

4. При рассматриваемых $P = 4$ и 8 МПа, в отличие от $P = 2$ и 1 МПа, разница в волновых полях для сухих моделей и моделей с наполнителем не обнаруживается.

Результаты определения упругих постоянных для пластинчатых моделей при $P = 4$ и 8 МПа

Модель	λ_{11}	λ_{13}	λ_{33}	λ_{44}	λ_{66}	$\nu_{P \perp}$	$\nu_{S \perp}$	k_P	k_{SH}	δ_P	δ_{SV}	δ_{SH}
	(км/с) ²					км/с				%		
<i>DU4</i>	9,87	3,88	5,16	1,58	1,77	2,27	1,25	1,38	1,06	1,7	1,9	1,8
<i>D8</i>	9,51	4,33	7,58	1,61	1,86	2,75	1,27	1,12	1,07	1,1	2,8	2,0
<i>DD4</i>	9,70	3,70	7,01	1,61	1,76	2,64	1,27	1,17	1,05	1,3	2,9	1,4
<i>HU4</i>	9,85	4,61	5,29	0,94	1,78	2,30	0,97	1,36	1,37	1,3	2,0	2,7
<i>H8</i>	9,48	4,67	6,98	1,56	1,76	2,64	1,25	1,17	1,06	1,1	0,6	1,3
<i>HD4</i>	9,83	4,20	4,84	1,41	1,79	2,20	1,19	1,42	1,13	2,6	0,7	2,2

Примечание. $DU4$ — сухая модель, $P = 4$ МПа (при увеличении давления); $D8$ — сухая модель, $P = 8$ МПа; $DD4$ — сухая модель, $P = 4$ МПа (при уменьшении давления); $HU4$ — модель с наполнителем, $P = 4$ МПа (при увеличении давления); $H8$ — модель с наполнителем, $P = 8$ МПа; $HD4$ — модель с наполнителем, $P = 4$ МПа (при уменьшении давления); $k_P = \sqrt{\lambda_{11}\lambda_{33}}$, $k_{SH} = \sqrt{\lambda_{66}\lambda_{44}}$.

Приведенные в таблице относительные упругие постоянные позволяют рассчитать теоретические сейсмограммы для пластинчатых моделей, аппроксимируемых однородной упругой трансверсально-изотропной средой с горизонтальной осью симметрии. Для расчета используем лучевой метод [5, 6], в рамках которого амплитуда смещения $u_r(O, x)$ волны типа r , вышедшей из источника O и зарегистрированной в точке x , определяется выражением

$$u_r(O, x) = \frac{I_r(l)Q_r(l)}{L_r(O, x)}, \quad (4)$$

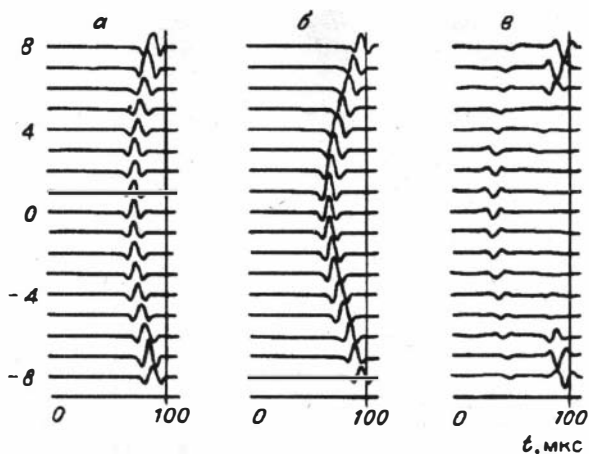
где $I_r(l)$ — функция направленности источника для луча направления l ; $Q_r(l)$ — коэффициент конверсии в точке приема; $L_r(O, x)$ — геометрическое расхождение; индекс r типа волны принимает значения qP , qSV , SH .

Алгоритмы расчета величин Q_r и L_r известны (см. [2, 4]); для расчета функции направленности I_r источника, действующего на поверхности трансверсально-изотропного полупространства с осью симметрии, не ортогональной к его границе, был разработан специальный алгоритм*.

Не ставя здесь цель смоделировать волновые поля для всех пластинчатых сред, получающихся при различном давлении, ограничимся примерами, показывающими, что в благоприятных случаях (ниже будет пояснено, какие именно случаи считаются благоприятными) расчеты лучевым методом воспроизводят основные черты экспериментальных волновых полей. Сравним теоретические сейсмограммы, приведенные на рис. 4, с соответствующими экспериментальными (рис. 5).

Сопоставляя сейсмограмму рис. 4, а с сейсмограммой рис. 5, а, видим, что качественно они похожи: в первом вступлении видна малоамплитудная qP -волна, далее вступает более интенсивная волна qSV . Однако отношение амплитуд продольной и поперечной волн на теоретической сейсмограмме оказывается заниженным по сравнению с экспериментом. Кроме того, не удалось смоделировать убывание интенсивности qSV -волны с ростом расстояния x между источником и приемником. Это убывание, возможно, объясняется интерференцией прямой qSV - и головной qSV — qP -волн. (Высказанную гипотезу подтверждает изменение формы qSV -волны на экспериментальной сейсмограмме (см. рис. 5, а) с ростом x .) Следует также отметить несимметричность относительно расстояния $x = 0$ распределения амплитуды qP -волны на экспериментальной сейсмограмме, которая, вероятно, возникает из-за собственной анизотропии материала пластин. Несимметричность амплитудной функции qP -волны, конечно же, невозможно воспроизвести в рамках приня-

* См. ст. В.Ю. Гречка "Расчет излучения источников..." в наст. сб.



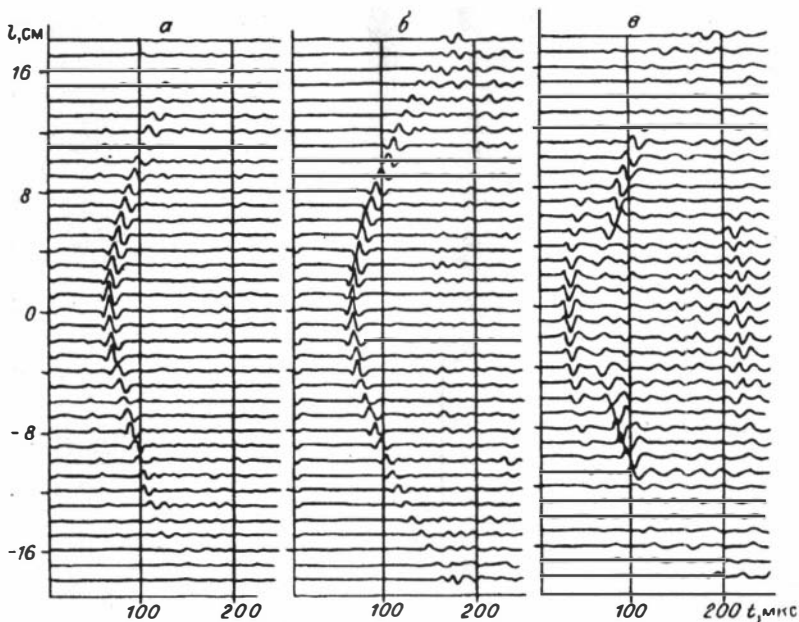
Р и с. 4. Теоретические сейсмограммы Xx , Yy для среды с параметрами модели $D8$ (а, б) и Zz для среды с параметрами модели $H8$ (в).

той модели трансверсально-изотропной среды с горизонтальной осью симметрии.

Сравнивая теоретические и экспериментальные Yy -сейсмограммы (см. рис. 4, б и рис. 5, б), видим практически полное совпадение как кинематики, так и динамики волнового поля. Интенсивность SH -волны на рис. 4, б, так же как и SH -волны на рис. 5, б, плавно убывает в 1,5 раза при изменении расстояния x от 0 до 8. Однако более быстрое убывание интенсивности и изменение формы SH -волны при дальнейшем росте x смоделировать не удастся (теоретические сейсмограммы для этих удалений не приведены). Можно предположить, что эти явления связаны с потерями и перераспределением энергии волны на границах пластин, поэтому они не могут быть описаны в рамках лучевого метода для модели однородной (хотя и анизотропной) среды.

На Zz -сейсмограмме (см. рис. 4, в) моделируется эффект преобладания амплитуды qP -волны над амплитудой qSV -волны для направлений распространения, близких к вертикали (для малых x), и обратное соотношение амплитуд qP - и qSV -волн, когда угол распространения волны qSV превышает критический. Отметим в общем хорошее совпадение теоретических и экспериментальных сейсмограмм. Однако здесь, как и в рассмотренных ранее примерах, эффект изменения формы qSV -волны при достаточно больших x смоделировать не удастся.

Экспериментальные сейсмограммы, полученные при $P = 4$ МПа, отличаются от сейсмограмм, отвечающих $P = 8$ МПа, более высоким фоном волн, имеющих кинематику, отличную от кинематики объемных волн qP , qSV и SH , распространяющихся в однородной трансверсально-изотропной среде. Из-за присутствия этих волн, не существующих в однородной упругой среде,



Р и с. 5. Сейсмограммы просвечивания Xx (а), Yy (б), Zz (в) пластинчатой модели без наполнителя при одноосном $P_x = 8$ МПа.

теоретические сейсмограммы, рассчитанные для моделей DU_4 , DD_4 , HU_4 , HD_4 (см. таблицу), хуже соответствуют экспериментальным сейсмограммам, чем в случаях, рассмотренных выше.

Обсуждение результатов

Выбор той или иной модели для интерпретации результатов сейсмического эксперимента в конечном счете определяется тем, насколько полное и непротиворечивое объяснение получают различные наблюдаемые волновые явления в рамках принятой модели. В данном случае была сделана попытка описать волновые поля, возникающие в несплошной среде с резкими скачками упругих свойств на внутренних шероховатых границах (плексиглас — флюид и плексиглас — воздух) в рамках модели сплошной упругой и однородной среды. И все волновые явления, обусловленные отличием реальной среды от принятой модели, предполагалось объяснить анизотропией. Ясно, что в общем случае принятая модель не адекватна реальной среде. Однако в эксперименте имеется еще один фактор — внешнее давление, благодаря чему, как нам кажется, на первое место по степени влияния на волновое поле должны выйти эффекты, связанные с существованием в среде плоских тонких субпараллельных трещин, которые в условиях просвечивания их длинными волнами должны вести себя эквивалентно некоторой од-

нородной упругой трансверсально-изотропной среде с осью симметрии, ортогональной трещинам. Кажется естественным полагать, что при увеличении внешнего давления влияние факторов, обуславливающих отличие экспериментальных волновых полей от модельных, должно уменьшаться; вопрос состоит в том, чтобы определить, при каком давлении реальную среду с достаточной степенью приближения можно будет считать однородной и упругой.

Ответ на данный вопрос и дают результаты выполненных расчетов. При $P = 1$ и 2 МПа реальная среда далека от однородной (это, кстати, видно и по экспериментальным сейсмограммам). Для $P = 4$ МПа кинематика упругих волн уже достаточно точно описывается в рамках модели однородной трансверсально-изотропной среды, однако динамические особенности экспериментальных волновых полей все еще не удастся смоделировать. И только при внешнем давлении $P = 8$ МПа экспериментальные и теоретические волновые поля становятся близкими. Но и при 8 МПа на экспериментальных сейсмограммах видны волны, существование которых указывает на отличие пластинчатой модели от однородной среды.

Для $P = 4$ и 8 МПа, когда возможно описание кинематики объемных волн в рамках однородной модели, по данным расчетов отмечается некоторое увеличение скоростей $v_{p\perp}$ и $v_{s\perp}$ с ростом внешнего давления и соответственное уменьшение коэффициента анизотропии k_p . Важно подчеркнуть, что для этих давлений не обнаруживаются видимые различия между параметрами трансверсально-изотропных сред, аппроксимирующих сухие и "влажные" пластинчатые модели.

Представляло бы интерес, особенно для оценки возможностей разведки трещиноватых коллекторов, моделирование на пластинчатых моделях при произвольной ориентации приемоизлучающей пары датчиков и наблюдение отраженных волн.

Список литературы

1. Гречка В.Ю. Расчет лучей в слоисто-однородных слабоанизотропных средах // Исследования распространения сейсмических волн в анизотропных средах. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — С. 166—182.
2. Гречка В.Ю., Оболенцева И.Р. Коэффициенты конверсии на границе трансверсально-изотропного полупространства // Геология и геофизика. — 1985. — № 2. — С. 93—105.
3. Дружинин А.Б. К теории возмущений для лучевого трассирования в произвольных упругих средах. — Новосибирск, 1991. — 29 с.
4. Каштан Б.М. О вычислении геометрического расхождения в кусочно-однородных средах // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. — 1982. — Вып. 22. — С. 32—48.
5. Оболенцева И.Р., Гречка В.Ю. Лучевой метод в анизотропной среде (алгоритмы, программы). — Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1989. — 225 с.
6. Петрашень Г.И. Распространение волн в анизотропных упругих средах. — Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1980. — 280 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Оболенцева И.Р. О свойствах симметрии тензора гирации, характеризующего пространственную дисперсию упругих свойств	5
Чичинин И.С. Физический взгляд на волновое уравнение, описывающее гирацию поперечной волны	24
Чичинина Т.И. Коэффициенты отражения — преломления плоских упругих волн на границе двух анизотропных гиротропных сред	35
Безходарнов В.В., Стефанов Ю.П. Экспериментальное изучение поляризации поперечных и продольных волн в неоднородных отложениях ЗМС	55
Оболенцева И.Р., Дурьнин А.Ф. Экспериментальное изучение гиротропных свойств терригенных отложений по наблюдениям поперечных рефрагированных волн	95
Никольский А.А. Определение параметров поляризации PS - и SS -волн в гиротропно-анизотропных средах	127
Гречка В.Ю. Расчет излучения источников, действующих на поверхности однородного анизотропного полупространства	147
Немирович-Данченко М.М. Ограничение на упругие константы трансверсально-изотропных сред, вытекающее из решения задачи о статическом воздействии на поверхность полупространства	168
Маслова С.И. О возможности определения параметров анизотропии по годографам отраженных волн	175
Гик Л.Д., Орлов Ю.А., Белов Е.В. Изучение влияния трещиноватости горных пород на сейсмическое волновое поле с помощью управляемой объемной модели	198
Гречка В.Ю. Математическое моделирование волновых полей в пластинчатых средах	206

Научное издание

**УПРУГИЕ ВОЛНЫ
В ГИРОТРОПНЫХ
И АНИЗОТРОПНЫХ
СРЕДАХ**

Редактор И.С. Цитович
Художественный редактор Л.В. Матвеева
Технический редактор Л.П. Минеева
Корректоры С.М. Погудина, Л.А. Щербакова
Оператор набора И.В. Меретина
Оператор электронной верстки Т.А. Клименкова

ИБ № 51097

Сдано в набор 05.04.93. Подписано в печать 20.07.93. Формат 60х90/16. Офсетная печать. Усл. печ. л. 13,5. Усл. кр.-отт. 13,8. Уч.-изд. л. 13,5. Тираж 280 экз. Заказ № 586. С132.

Ордена Трудового Красного Знамени ВО "Наука", Сибирская издательская фирма. 630099 Новосибирск, ул. Советская, 18.

Оригинал-макет изготовлен на настольной издательской системе.
Новосибирская типография № 4 ВО "Наука". 630077 Новосибирск,
ул. Станиславского, 25.