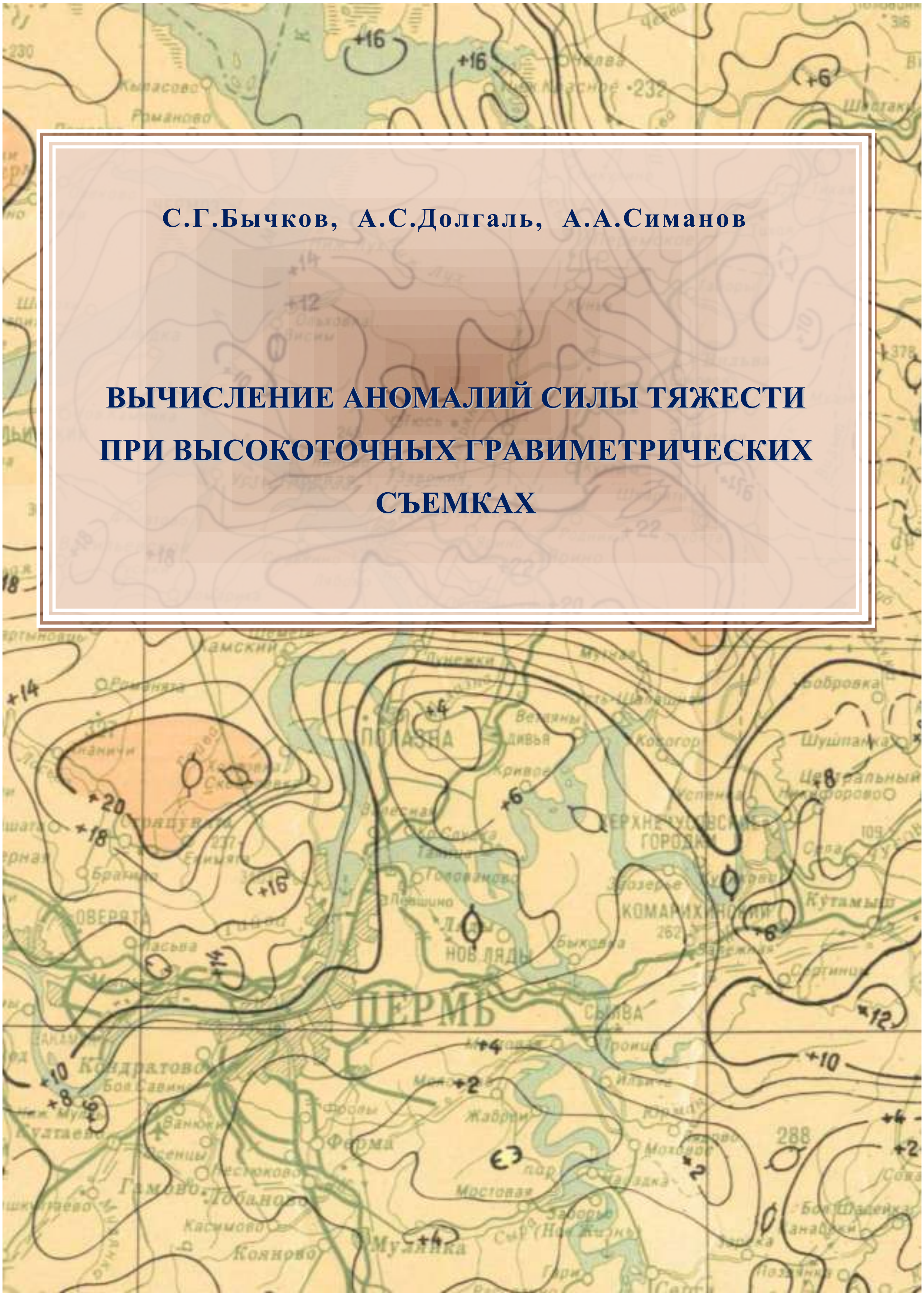
С.Г.Бычков, А.С.Долгаль, А.А.Симанов

ВЫЧИСЛЕНИЕ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ПРИ ВЫСОКОТОЧНЫХ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ СЪЕМКАХ



Российская академия наук
Уральское отделение
Горный институт

С.Г. Бычков, А.С.Долгаль, А.А.Симанов

ВЫЧИСЛЕНИЕ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ПРИ ВЫСОКОТОЧНЫХ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ СЪЕМКАХ

Пермь, 2015

УДК 550.831.016

ББК 26.21
Б95

Бычков С.Г., Долгаль А.С., Симанов А.А. **Вычисление аномалий силы тяжести при высокоточных гравиметрических съемках**. Пермь, УрО РАН, 2015 – 142 с.

В работе выполнен критический анализ существующих стандартов редуцирования полевых гравиметрических данных. Показано, что повышение точности современных гравиметрических съемок требует пересмотра стандартных процедур редуцирования наблюденных значений силы тяжести. Предложены новые формулы для вычисления нормального гравитационного поля и его вертикального градиента, которые базируются на современных данных о фигуре Земли. Показаны ошибки, обусловленные заменой реального сферического промежуточного слоя плоскопараллельным. Обосновано использование эллипсоидальных высот при обработке гравиметрических данных. Для определения поправок за влияние рельефа местности разработана технология, базирующаяся на прогрессивных методах подготовки первичной картографической информации и на современном математическом аппарате, которая позволяет получать результат с априорно заданной точностью. На практических примерах обработки полевых гравиметрических данных в различных геоморфологических условиях показаны ошибки устаревших процедур редуцирования, которые многократно превосходят точность полевых данных и соизмеримы с гравитационными эффектами искомых геологических объектов.

Издание предназначено для геофизиков и геологов производственных и научно-исследовательских организаций, преподавателей, аспирантов и студентов старших курсов геофизической и геологической специальностей.

Ил. 58. Табл. 18. Библиогр. 228 назв.

Ответственный редактор
доктор технических наук, профессор **В.И.Костицын**
(Пермский государственный национальный исследовательский университет)

Рецензенты:
доктор технических наук **Д.Ф. Калинин** (ФГУНПП Геологоразведка),
доктор технических наук **В.Н. Конешов** (Институт Физики Земли РАН)

ISBN 978-5-7691-2414-3

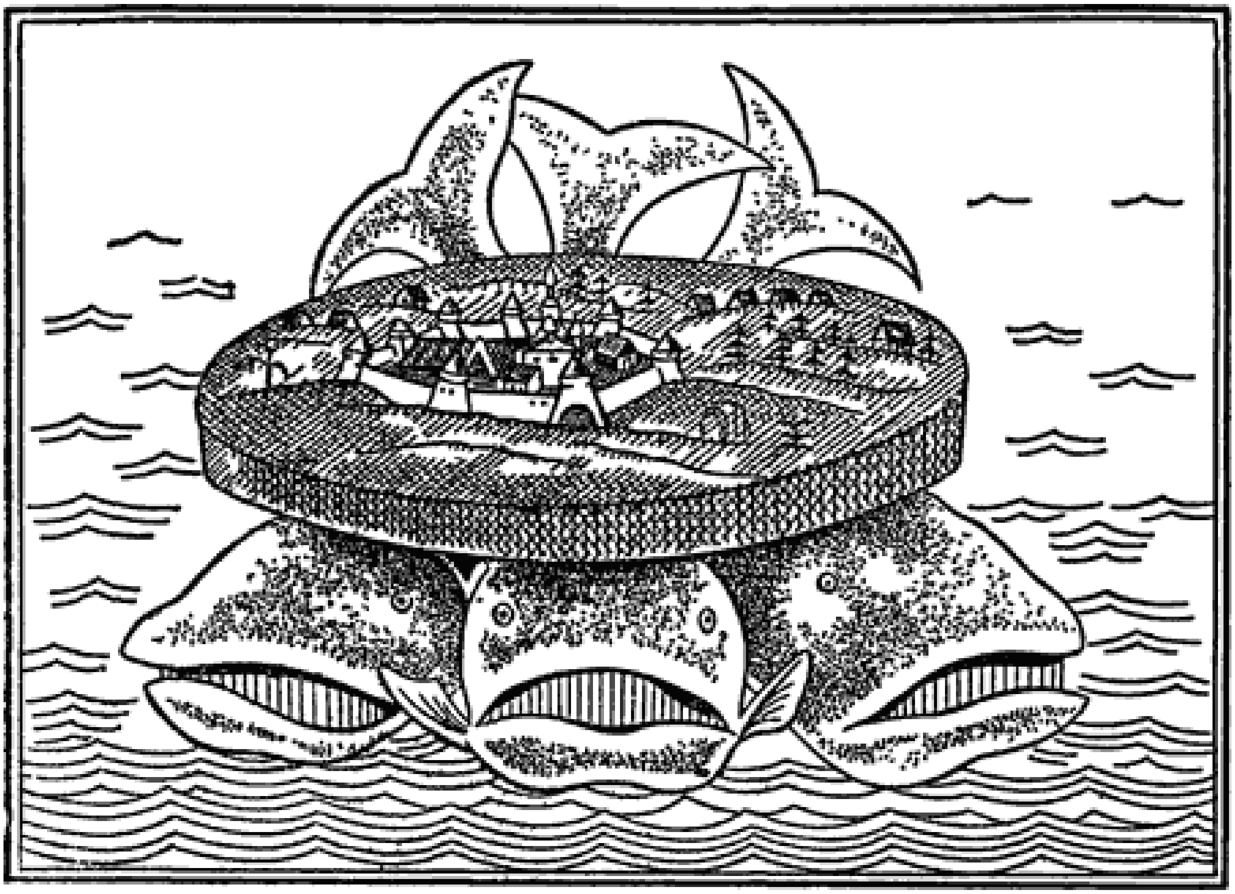
Светлой памяти
Валерия Михайловича Гордина
посвящается

ВВЕДЕНИЕ

В гравиразведке основными исходными данными для получения информации о геологическом строении территорий являются аномалии силы тяжести в редукции Буге. Очевидно, что они должны быть свободны от всех искажений (помех) негеологического характера. Карты изоаномал или графики гравитационного поля в редукции Буге представляют собой первичные материалы для последующей геологической интерпретации. Применение самых совершенных интерпретационных компьютерных технологий не позволяет компенсировать недостатки и ошибки, допущенные при первичной обработке гравиметрических данных, поэтому достоверность всех окончательных геолого-геофизических схем (разрезов) и прогнозно-поисковых результатов интерпретации тесно связана с качеством обработки данных наблюдений.

Изначально измерения силы тяжести использовались только для геодезических целей. Пьер Буге (Pierre Bouguer), вероятно, впервые выполнил гравиметрические наблюдения, в экспедиции, организованной французской Академией наук в Перу в 1735–1743 гг. (*Li, Götze*, 2001; *Гравиметрия и геодезия*, 2010). Геофизическое использование наблюдений силы тяжести началось намного позже. Возможно первым применением гравиметрических данных для изучения геологического строения можно считать исследование Б.Я. Швейцером «Местной аттракции, существующей около Москвы» в 1863 г. (*Михайлов*, 1939; *Маловичко*, 1940; *Закатов*, 1953; *Сорокин*, 1953). Массовое применение гравиметрии в геологии началось с использования крутильных весов (вариометра) Этвеша на месторождении нефти в Словакии в 1915-1916 гг. (*Li, Götze*, 2001) и с 1919 г. при исследовании Курской магнитной аномалии (*Андреев, Клушин*, 1962; *Федынский*, 1964 и др.). Основные понятия о поправках, вводимых в наблюденные значения силы тяжести, и способах вычисления гравитационных аномалий геофизика традиционно заимствовала из геодезии. Поэтому не случайно в гравиразведке остался термин «редукция» (от латинского reductio), означающий «возвращение, уменьшение, приведение обратно».

Принятые процедуры обработки гравиметрических данных и вычисления аномалий Буге формализовались в 1920-1930-х гг., когда происходило становление гравиразведки как одного из геофизических методов исследования недр Земли. Съемки имели локальный характер, при обработке полевых данных допускались многочисленные упрощения, соответствующие точности измерительной аппаратуры. Формулы вычисления поправок (редукций) в наблюденные значения силы тяжести опирались на существующие в то время сведения о форме Земли, абсолютном значении силы тяжести и максимально облегчали вычислительные процедуры, выполнявшиеся вручную. Несмотря на допущения и упрощения, эти правила вычисления аномалий силы тяжести с минимальным изменением продолжают использоваться и в настоящее время для решения большого круга геолого-геофизических задач и включены практически во все отечественные учебники по гравиразведке, инструкции и ГОСТы (*Инструкция ...*, 1980; *Гравиразведка*, 1990; *ГОСТ Р 52334-2005*).



Раньше все было проще
(рисунок из книги К.Ф. Огородникова «На чем Земля держится», 1953 г.)

Например, редукция «в свободном воздухе», которая в различных источниках называется также редукцией Фая, за высоту или за нормальный вертикальный градиент, понимается геодезистами как «опускание» значения силы тяжести с поверхности Земли (пункта наблюдения) к уровню моря (геоиду). Полученные аномалии силы тяжести в редукции Фая характеризуют отклонения геоида от эллипсоида и используются для определения фигуры Земли (*Закатов*, 1953).

Такая трактовка поправки Фая совершенно не соответствует задачам гравиразведки. В работах В.А. Магницкого (1948), Л.В. Сорокина (1953), В.В. Федынского (1964), А.К. Маловичко (1966), Н.П. Грушинского (1976) и некоторых других публикациях (например, *Варламов, Филатов,* 1983; *Ладынин,* 2008) приводятся примеры смещения аномальных масс в Земле в соответствии с рельефом поверхности наблюдения при приведении наблюденных значений поля на уровень моря, что делает невозможным их геологическую интерпретацию. Совершенно непонятно, почему при введении поправки «в свободном воздухе», начиная с Инструкции по гравиразведке всех изданий (1961, 1969, 1975 и 1980 гг.) и Справочника геофизика (1981; 1990) не учитывается эллипсообразность Земли (в более ранних учебниках, например (*Федынский,* 1964; *Маловичко,* 1966), были приведены точные формулы с широтным и квадратичным коэффициентами поправки).

Эти и некоторые другие заблуждения и стереотипы вычисления аномалий силы тяжести, основанные на информации о параметрах фигуры Земли почти вековой давности, вносят определенную путаницу и нуждаются в усовершенствовании (*Бычков,* 2014). Упрощения и допуски поправок были известны и отмечались в ранних учебниках по геофизике и геодезии (*Vyskočil*, 1960; *Грушинский,* 1961; *Андреев, Клушин,* 1962; *Федынский,* 1964; *Маловичко,* 1966; *Гладкий,* 1967; *Грушинский, Сажина,* 1981 и др.), однако относительно низкая точность используемой в то время гравиметрической аппаратуры и невозможность автоматизации расчетов делала нецелесообразным усложнять процедуры вычисления поправок. О необходимости разрушения стереотипа, заключающегося «в непонимании того, что используемая в настоящее время совокупность различного рода поправок в наблюденные значения $\Delta g(x)$ не адекватна природным соотношениям и потребностям геофизической практики», писал В.Н. Страхов (2000, с. 5).

В настоящее время произошли принципиальные изменения в аппаратурном оснащении гравиметрических исследований. Если ранее при работе с отечественными гравиметрами ГНУ-КВ и оптическими нивелирами минимальная среднеквадратическая погрешность определения аномалий Буге составляла ±0.06-0.10 мГал, то с современными гравиметрами, системой GPS и электронными тахеометрами эта погрешность составляет ±0.02-0.04 мГал при точности определения наблюденных значений силы тяжести ±0.005-0.015 мГал (*Бычков,* 2010). Существенным образом возросли наши знания о форме Земли, создана мировая опорная гравиметрическая сеть (*Гравиметрия и геодезия*, 2010), в открытом доступе имеются детальные базы данных о фигуре геоида и рельефе поверхности Земли и, учитывая современные вычислительные мощности, нет никаких причин для применения упрощенных формул при вычислении поправок в гравиметрические наблюдения.

Поскольку термин «редукция» не отвечает геологическим требованиям гравиразведки, далее мы используем термин «поправка», оставив только термин «редуцирование» подразумевая под этим процесс вычисления аномалий силы тяжести в редукции Буге.

В данной монографии предложены новые формулы вычисления аномалий силы тяжести, которые используют установленную в России систему координат ПЗ-90.11 и современные данные о фигуре Земли. Предлагаемые изменения в процедурах редуцирования минимизируют погрешности, связанные с рельефом местности, кривизной Земли, вертикальным градиентом силы тяжести, эффектом атмосферных масс и разностями в датумах нормальной силы тяжести и высоты пункта. Нельзя не отметить, что за рубежом погрешности существующих поправок при вычислении аномалий силы тяжести активно обсуждаются в литературе, разрабатываются новые стандарты редуцирования гравиметрических данных (*New standards ...*, 2005), которые вошли в современную учебную литературу (*LaFehr, Nabighian,* 2012).

Большое внимание в монографии уделено вычислению поправок за влияние рельефа, поскольку это самая трудоемкая операция при вычислении аномалий силы тяжести (*Гордин,* 1974). Трудности связаны, прежде всего, с необходимостью создания детальной цифровой модели рельефа (ЦМР) для решения прямой задачи гравиразведки. Очевидно, что широко использующееся ранее ручное снятие высот с топографических карт в узлах тех или иных палеток, применяемых для вычисления аномальных эффектов, не может обеспечить необходимую детальность построения ЦМР.

В данной монографии представлена технология вычисления поправок за рельеф местности при гравиметрических наблюдениях, которая базируется на автоматизированных методах подготовки первичной картографической информации и на современном математическом аппарате. Таким аппаратом являются линейные аналитические аппроксимации дискретно заданных функций, описывающих аномальное гравитационное поле и рельеф поверхности Земли. Предлагаемая технология характеризуется полной автоматизацией вычислений для всей области учитываемого влияния рельефа, включая центральную зону, высокой точностью определения поправок, быстротой вычислений и объективной стохастической оценкой точности результатов.

Вопросы редуцирования аномалий силы тяжести, рассмотренные в данной работе, касаются прежде всего наземных гравиметрических съемок, решающих конкретные геологические задачи на ограниченной площади исследований. В представленной монографии не рассматриваются особенности обработки аэрогравиметрических, морских и подземных (в шахтах и скважинах) съемок, высокоточных мониторинговых наблюдений, вопросы изостазии, учет лунно-солнечных притяжений и т.д.

Исследования по совершенствованию процедур редуцирования поддерживались РФФИ (гранты № 11-05-96013 «Разработка современных методов обработки высокоточных гравиметрических наблюдений», руководитель С.Г.Бычков и № 07-05-96011 «Аналитические аппроксимации геопотенциальных полей и геологических объектов при поисках и разведке полезных ископаемых», руководитель А.С.Долгаль), а также Уральским отделением РАН в рамках конкурса молодых ученых и аспирантов УрО РАН «Разработка и создание информационно-аналитической системы хранения, обработки и анализа геолого-геофизической информации на базе геоинформационной системы ARCGIS», руководитель А.А.Симанов. Основные положения работы рассмотрены на Научно-методическом совете по геолого-геофизическим технологиям поисков и разведки месторождений полезных ископаемых Минприроды России, рекомендованы к производственному внедрению и опубликованию в виде монографии (Заключение НМС ГГТ №88 от 21-22 октября 2014 г.).

Авторы благодарны коллективу лаборатории геопотенциальных полей Горного института УрО РАН и прежде всего В.В. Хохловой за создание программного обеспечения для обработки данных и выполнение ряда расчетов, а также сотрудникам Научно-производственной геофизической экспедиции под руководством В.Ю. Верхоланцева, С.Ф. Меркушева, Г.М. Барановского и А.И. Клеуса, которыми получены полевые гравиметрические материалы, послужившие фактическим материалом исследований.

На появление данной монографии значительное влияние оказали труды В.М. Гордина (1942 – 2006 гг.) и личные контакты авторов с этим выдающимся геофизиком, который поддержал наши исследования на самом начальном их этапе. Наша работа является данью памяти этого талантливого ученого.

1. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ПРОЦЕДУР ОБРАБОТКИ ВЫСОКОТОЧНЫХ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

1.1. Существующие процедуры обработки гравиметрических наблюдений

1.1.1. Вычисление аномалий Буге

Как известно, аномалией силы тяжести (Δg) является разность между измеренным значением силы тяжести в гравиметрическом пункте ($g_{\text{набл}}$) и нормальным значением (γ_0), которое вычисляется на общеземном эллипсоиде и обусловлено массой всей Земли и центробежным ускорением:

$$\Delta g = g_{\text{набл}} - \gamma_0.$$

Величина γ_0 вычисляется в России по формуле Ф. Гельмерта (1843 – 1917), т.к. она рассчитана для эллипсоида, параметры которого наиболее близки к эллипсоиду Красовского, принятому в России за эллипсоид относимости.

Поскольку измеренное и нормальное значения силы тяжести относятся к разным уровням, вводится поправка за высоту H:

$$\Delta g = g_{\text{набл}} - \gamma_0 + \partial\gamma/\partial H \times H,$$

где $\partial\gamma/\partial H$ – нормальный вертикальный градиент силы тяжести. Предполагая, что Земля является однородным шаром, величина $\partial\gamma/\partial H$ равна 0.3086 мГал/м. Эта поправка обычно называется «поправкой в свободном воздухе». Полученная аномалия (вместе с поправкой за влияние рельефа) носит имя французского астронома Э. Фая (1814 – 1902), который первым обосновал ее применение.

Вторая поправка, которая вводится в наблюденные значения силы тяжести, – поправка за промежуточный слой ($\delta g_{\text{пр.сл.}}$), т.е. слой горных пород, расположенный между уровнями измеренного и нормального значений силы тяжести. Предполагая, что промежуточный слой является плоскопараллельным, бесконечным и однородным, поправка $\delta g_{\text{пр.сл.}}$ вычисляется по формуле

$$\delta g_{\text{пр.сл.}} = 2\pi f\sigma H = 0.0419\sigma H,$$

где f – гравитационная постоянная, которая согласно Справочнику по геофизике, равна 6.67×10^{-11} м^{3}кг$^{-1}$с$^{-2}$ (*Гравиразведка*, 1990), σ – плотность слоя в г/см^3, толщина слоя H в метрах. Поправка за влияние рельефа ($\delta g_{\text{рф}}$) «выравнивает» реальный промежуточный слой до идеализированной плоскопараллельной пластины. Полученная аномалия силы тяжести носит имя П. Буге (1698 – 1758).

Таким образом, основная формула вычисления аномалий силы тяжести в редукции Буге имеет следующий вид (*Инструкция ...*, 1980; *Гравиразведка*, 1990):

$$\Delta g_{\text{Б}} = g_{\text{набл}} - \gamma_0 + 0.3086H - 0.0419\sigma H + \delta g_{\text{рф}}. \qquad (1.1)$$

В соответствии с требованиями Инструкции по гравиразведке поправки за влияние рельефа местности вводятся в наблюденные значения силы тяжести в тех пунктах, где величина поправки превышает 50% величины проектной точности съемки. Для съемок масштаба 1:50 000 и мельче радиус учитываемой области влияния рельефа местности при вычислении поправок $\delta g_{\text{рф}}$ должен быть равен 200 км; для съемок масштаба 1:25 000 и крупнее в равнинных районах радиус вычисления поправки должен быть таким, чтобы влияние неучтенных масс рельефа не превышало 0.5 проектной точности гравиметрической съемки.

Поправка в свободном воздухе или Фая учитывает изменение силы тяжести с высотой, и призвана привести наблюденное и нормальное значения силы тяжести на один уровень. В геодезии этим уровнем является поверхность геоида, и полученные аномалии Фая служат для определения фигуры Земли, поскольку эти аномалии удовлетворяют теореме Стокса: аномалии заданы на геоиде, вне которого нет притягивающих масс, и редукция не изменяет массу Земли (*Закатов*, 1953; *Шимбирев*, 1975; *Грушинский*, 1976).

В гравиразведке аномалии силы тяжести служат для исследования недр Земли, поэтому нормальное значение силы тяжести необходимо привести к уровню пункта наблюдения. Аномальное гравитационное поле мы должны иметь не на уровне геоида или эллипсоида, а на реальной земной поверхности, где проведены гравиметрические измерения (*Андреев, Клушин*, 1962). Здесь важны не «геодезические» требования к аномалиям силы тяжести, а необходимость удаления из измеренных значений силы тяжести всех помех негеологического характера. «Геологические» требования к аномалиям силы тяжести кратко сформулированы А.В. Ладыниным (2008):

1. Неважно, есть ли массы над геоидом; исключить нужно эффект тех геологических отложений, которые не являются объектами изучения, если о них есть достаточно полная и точная информация, в частности, масс, образованных рельефом земной поверхности.

2. Требуется сохранение не массы Земли, а расположение интересующих нас аномальных объектов относительно точки наблюдения. Отсюда следует неприемлемость приведения аномалий к геоиду или к любому другому уровню, в какой бы форме это ни выражалось.

1.1.2. Недостатки существующих стандартов редуцирования

Анализ опубликованных источников, где затрагиваются вопросы редуцирования гравиметрических данных и, прежде всего, вычисления поправок за высоту (в свободном воздухе или Фая), а также учебников и учебных пособий по гравиразведке, изданных в последние годы, показывает, что существуют определенные разногласия в понимании аномалий силы тяжести в прикладной геофизике (*Бычков*, 2014). Например, в ряде учебников (*Орленок*, 2000; *Конценебин, Шигаев*, 2001; *Утемов*, 2009; *Хмелевской, Костицын*, 2010) утверждается, что наблюденное значение силы тяжести поправкой за высоту переводят на уровень моря (геоида). В других учебниках (*Бондаренко, Демура, Савенко*, 1998; *Серкеров*, 2006; *Толстой и др*., 2006; *Ладынин*, 2008; *Гусев*, 2012) теоретическое значение нормального поля силы тяжести приводят к уровню пункта наблюдения, в третьих (*Хмелевской и др*., 2004; *Молчанов*, 2013) «дипломатично» сказано, что поправка приводит наблюденные и теоретические значения к одной поверхности. Эти разногласия в понимании поправок существуют и за рубежом: так, T.R. LaFehr отмечает, что девять из 15 англоязычных учебников содержат ошибочные формулировки этого вопроса, и считает основной причиной этих разногласий использование термина «редукция» («gravity reduced») – понижение или приведение силы тяжести (*LaFehr*, 1991 b). Этот термин подразумевает, что величина силы тяжести так или иначе перемещена или «приведена» к уровню, который отличается от уровня измерений.

Косвенный эффект. При вычислении аномалий силы тяжести практически нигде не говорится о том, что аппликаты точек с измеренными и нормальными значениями силы тяжести определяются относительно разных поверхностей: высоты гравиметрических пунктов измерены относительно геоида, нормальные значения силы тяжести γ_0 вычисляются на эллипсоиде. Вычисленные аномалии называют смешанными (*Грушинский*, 1961; *Маловичко*, 1966; *Ладынин*, 2008 и др.), и необходим учет косвенного эффекта, т.е. поправки за отклонения геоида от эллипсоида. Как видно из формулы (1.1), практически все составляющие поправок в аномалии силы тяжести зависят от высоты гравиметрического пункта. До появления и широкого использования систем спутникового позиционирования (GPS, ГЛОНАСС), высота относительно геоида была единственным измерением вертикальной координаты пункта, которое можно было сделать достаточно точно (т.е., инструментально – нивелировкой). Поэтому практически во всех учебниках используется система высот, характеризующая местоположение гравиметрических пунктов относительно геоида.

Игнорирование косвенного эффекта объяснялось тем, что, во-первых, точно неизвестны превышения геоида над эллипсоидом, во-вторых, их распределение имеет региональный характер (*Маловичко*, 1966; *Веселов*, 1986). Однако при сопоставлении аномалий в пределах больших регионов рекомендовалось поправку за высоту вычислять по формуле $\delta g_{\text{св.в.}} = 0{,}3086(H + N)$, где N - превышения геоида над эллипсоидом (*Грушинский*, 1961). Современные системы спутниковой навигации осуществляют измерение высоты земной поверхности относительно эллипсоида, поэтому их использование автоматически снимает вопрос о необходимости учета косвенного эффекта (*Торге*, 1999). За рубежом предлагается аномалии силы тяжести, вычисленные с высотами относительно эллипсоида, называть «эллипсоидальными» («ellipsoidal»), чтобы отличать их от аномалий, вычисленных с превышениями относительно геоида (*New standards* ..., 2005).

Поправка за промежуточный слой. Идея введения поправки за промежуточный слой в геодезии состоит в том, чтобы представить гравитационное поле «регуляризованной Земли», которое достигается исключением масс, выступающих за поверхность геоида (*Шимбирев*, 1975; *Грушинский*, 1983; *Гравиметрия и геодезия*, 2010). Однако, поскольку при этом нарушается требование теоремы Стокса о неизменности общей массы Земли, эта поправка применяется преимущественно для интерполяции значений силы тяжести с последующим пересчетом результативных значений в аномалии в свободном воздухе (*Шимбирев,* 1975). В геодезии поправка за влияние притягивающих масс, заключенных между уровнем моря и физической поверхностью Земли, называется «топографической редукцией», которая может быть «полной», когда учитывается промежуточный слой всей Земли, и «неполной», ограниченной определенным радиусом (*Грушинский*, 1961; *Шимбирев*, 1975; *Каленицкий*, 2005; *Дементьев*; 2012).

В гравиразведке, если принять трактовку поправки Фая как пересчет наблюденных значений силы тяжести на уровень моря, то назначением поправки за промежуточный слой является необходимость исключения эффекта аномальных масс, которые перемещаются вместе с пунктом наблюдения и накладываются на нижележащие массы, создавая как бы двойной плотностной эффект (*Федынский*, 1964; *Маловичко*, 1966; *Хмелевской и др.*, 2004). Влиянием этих фиктивных масс объяснялась зависимость аномалий в свободном воздухе от рельефа поверхности Земли и непригодность их использования для решения геологических задач.

Если же считать, что пункты гравиметрических наблюдений остаются на своем месте, и не происходит смещения аномалиеобразующих масс, то введение этой поправки становится вроде бы ненужным, поскольку после удаления эффекта масс промежуточного слоя пункт наблюдения «повисает» в воздухе. Появляются работы, где говорится об искажениях гравитационного поля поправками за промежуточный слой и рельеф (*Тарунина*, 2006; *Михайлов*, 2011). Такой подход к данной поправке восходит еще к трудам академика А.Д. Архангельского (1933), который писал, что, во-первых, введением поправки за промежуточный слой отбрасываются поверхностные массы земной коры, которые представляют интерес для геологов, во-вторых, в аномалии Буге вносится некоторый элемент произвола, т.к. вычисления ведутся с постоянной плотностью, в-третьих, учитывается влияние не реально существующих горных пород, а слоя бесконечной протяженности.

Учитывая плотностную неоднородность верхней части разреза, введение этой поправки можно рассматривать как первый этап интерпретации аномалий силы тяжести: исключение влияния первой наиболее контрастной плотностной границы – рельефа поверхности Земли. Этот подход к интерпретации, известный как геологическое редуцирование (*Гравиразведка*, 1990), заключается в построении детальной плотностной модели геологических объектов, решении прямой задачи гравиразведки и вычитании полученного эффекта из аномалии силы тяжести. Морфология границы раздела сред «земля – воздух» нам хорошо известна, и, после вычитания эффекта слоя переменной мощности с постоянной (средней для изучаемого района) плотностью, дальнейшая интерпретация производится с аномальными (эффективными) плотностями, вычисляемыми относительно средней плотности геологического разреза. При этом отпадает необходимость отдельного вычисления поправки за влияние рельефа, а нижней границей промежуточного слоя может быть не обязательно уровень приведения поля, а, например – первая геоплотностная граница изучаемого района или минимальная высотная отметка рельефа.

Неучет сферичности Земли при вычислении поправок за промежуточный слой и влияние рельефа ранее объяснялся упрощением вычислительных процедур и незначительностью данной погрешности (*Андреев, Клушин*, 1962), поэтому поправка за промежуточный слой вычисляется как притяжение плоского однородного слоя, несмотря на то, что еще в 1970-1990 гг. разными исследователями (*Гордин*, 1974; *Ремпель*, 1980; *Каленицкий, Смирнов*, 1981; *LaFehr*, 1991 а) были предложены формулы вычисления притяжения сферического слоя. Согласно Инструкции по гравиразведке (1980), радиус вычисления поправки за влияние рельефа, которая призвана учесть отклонения промежуточного слоя от плоскости, отвечающей высоте гравиметрического пункта, должен быть равен 200 км. Однако строгое теоретическое обоснование выбора радиуса отсутствует. Можно предположить, что радиус 200 км является округлением величины 166.7 км – радиуса последней плоской зоны O_2 Хейфорда (*Шимбирев*, 1975).

А.И. Каленицкий (1981, 2005) установил, что различие размеров учитываемой области в аномалиях Буге, когда плоскопараллельный промежуточный слой является бесконечным, а учет рельефа осуществляется в ограниченной области, создает ложный эффект «боковых масс». В работе (*Каленицкий*, 2005) приведены примеры вычисления «смешанной» аномалии Буге при различных соотношениях параметров промежуточного слоя (плоский и сферический) и поправки за влияние рельефа (для «плоской» и «сферической» Земли с различным радиусом учета). Показано, что величины ложных аномалий в «смешанной» редукции весьма существенны и коррелируют с высотой пункта, т.е. не могут быть устранены при последующей интерпретации как региональный фон.

Влияние атмосферы. В отечественной литературе, посвященной обработке гравиметрических данных, совершенно не говорится о необходимости учета влияния атмосферных масс, которые включены вместе с массой твердой Земли в нормальное значение силы тяжести γ_0. Гравитационный эффект атмосферы, зависящий от высоты пункта наблюдения, необходимо вычесть из нормального значения силы тяжести.

Обобщая вышеизложенное, необходимо отметить, что поправки в аномалии силы тяжести, входящие в формулу (1.1), не учитывают сферичность Земли, косвенный эффект, обусловленный разностью высот между эллипсоидом, на котором дается теоретическое значение силы тяжести, и геоидом, относительно которого измерена высота пункта, влияние атмосферы и некоторые другие факторы. Вычислять аномалии силы тяжести по формуле (1.1) предписывала Инструкция по гравиразведке (1980), которая была обязательна для всех ведомств и учреждений, выполнявших гравиметрические работы. Именно эта формула является основой алгоритмов для созданных в 1970-1980 гг. автоматизированных систем обработки гравиметрических измерений (*Аронов и др.*, 1972; *Бакланов, Ахметшин, Гуреев*, 1972; *Старостенко и др.*, 1972; *Литвиненко и др.*, 1973; *Ломтадзе, Помытов, Михалев*, 1973; *Болдырева, Кантер, Чернов*, 1976; *Любимов, Любимов*, 1988; *Ломтадзе*, 1993 и др.), которые широко применялись для обработки данных в различных организациях.

Если в отечественной геофизической практике, как уже упомянуто, все допущения и упрощения закреплены Инструкцией по гравиразведке (1980) и Государственным стандартом (2005), то за рубежом погрешности поправок Буге активно обсуждаются в литературе (*Karl*, 1971; *Ervin*, 1977; *Aiken*, 1982; *LaFehr*, 1991 a; 1991 b; 1998; *Chapin*, 1996; *Featherstone, Dentith*, 1997; *Talwani*, 1998; *Li, Gotze*, 2001; *Arafin*, 2004; *LaFehr, Nabighian*, 2012 и др.). Более того, в Северной Америке рабочая группа, состоящая из геофизиков и геодезистов США, Канады и Мексики, представляющих правительственные агентства, научные и производственные организации, разработала новые стандарты для редуцирования гравиметрических данных и вычисления аномалий Буге (*New standards...*, 2005) на основе параметров эллипсоида World Geodetic System (WGS84). С использованием новых стандартов создается единая североамериканская база данных с открытым доступом на сайте University of Texas в El Paso. Аналогичная база данных создается в настоящее время и в Европе.

Таким образом, можно констатировать, что необходима коренная корректировка не только технологии, но и методологии вычисления аномалий силы тяжести, которые должны опираться прежде всего на современные данные о фигуре Земли (*Бычков*, 2005; 2006; *Каленицкий*, 2005; *Бычков, Симанов, Хохлова*, 2013 б; 2014; *Бычков, Симанов*, 2012 б; 2014). О неадекватности классической редукции Буге и превращении ее в шаблон писал В.М. Гордин (2003).

1.2. Современные данные о фигуре Земли

Коэффициенты формул для поправок, входящих в (1.1), зависят от параметров Земли, которые принимаются на геодезических конгрессах и утверждаются постановлениями правительства. В настоящее время в России Распоряжением Правительства РФ от 28.12.2012 г. №1463 установлены единые государственные системы координат:

– геодезическая система координат 2011 г. (ГСК-2011), которая обязательна при геодезических и картографических работах;

– общеземная геоцентрическая система координат "Параметры Земли 1990 года" (ПЗ-90.11), предназначенная для геодезического обеспечения орбитальных полетов и решения навигационных задач.

Параметры Земли включают фундаментальные астрономические и геодезические постоянные, единую геоцентрическую систему координат, модели гравитационного поля Земли, каталоги высот квазигеоида над общеземным эллипсоидом (ОЗЭ), параметры связи с национальной системой координат. Выборка из ПЗ-90.11, касающаяся вычисления аномалий силы тяжести, приведена в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Фундаментальные геодезические постоянные и параметры общего земного эллипсоида, применяемые в единых государственных системах координат России

Постоянная	**Обозначение**	**Единица измерения**	**Значение**	**Среднеквадратическая погрешность**
Геоцентрическая гравитационная постоянная (с учетом атмосферы)	fM	км^3/с^2	398600.4418	8×10^{-4}
Угловая скорость вращения Земли	ω	рад/с	7.292115×10^{-5}	-
Размер большой полуоси ОЗЭ	a	м	6378136.5	0.5
Сжатие ОЗЭ (выравнивание)	α		1/298.25784	3.4×10^{-9}
Ускорение нормальной силы тяжести на экваторе ОЗЭ	γ_e	мГал	978032.84	0.10
Ускорение нормальной силы тяжести на полюсе ОЗЭ	γ_p	мГал	983218.80	0.10
Поправка в ускорение нормальной силы тяжести за притяжение атмосферы на уровне моря	$\delta\gamma_a$	мГал	0.87	0.10
Коэффициенты в формуле ускорения нормальной силы тяжести	β		0.0053024	-
	β_1		0.0000058	-

Официальное значение гравитационной постоянной f определено международной комиссией по константам и составляет $(6.67259\pm0.00085)\times10^{-11}$ м^{3}кг$^{-1}$с$^{-1}$ (*Гравиметрия и геодезия*, 2010).

1.3. Система высот

Высоты гравиметрических пунктов определяются в России в Балтийской системе высот (*Инструкция* ..., 1980), т.е. как превышение относительно поверхности геоида или уровня моря (H), в то время как нормальное гравитационное поле вычисляется на уровенном эллипсоиде на высоте (h) (*Грушинский*, 1961, *Шимбирев*, 1975) (рис.1.1). Поскольку пункты с измеренными и нормальными значениями силы тяжести относятся к разным поверхностям, то вычисленные аномалии называются смешанными. Поправку за высоту $N = h - H$ называют косвенным эффектом. Если в ранних работах (*Андреев, Клушин*, 1962; *Федынский*, 1964; *Маловичко*, 1966; *Веселов, Сагитов*, 1968) это положение отмечалось, то в настоящее время (*Миронов*, 1972; *Гравиразведка*, 1990; *Инструкция* ..., 1980 и др.) различием систем высот пренебрегают. Исторически это связано с отсутствием детальных карт геоида на территорию суши, а методологически обосновывается представлением, что ундуляции высот геоида, т.е. его отклонения от эллипсоида, имеют низкочастотный характер, создающий фоновый эффект, легко устраняемый при геологической интерпретации аномалий силы тяжести.

Пренебрежение указанными особенностями системы высот и связанные с ними погрешности в определении аномалий силы тяжести превышают необходимую для решения поисковых задач точность их определения (*Левин, Тихоцкий*, 2003; *Бычков*, 2005).

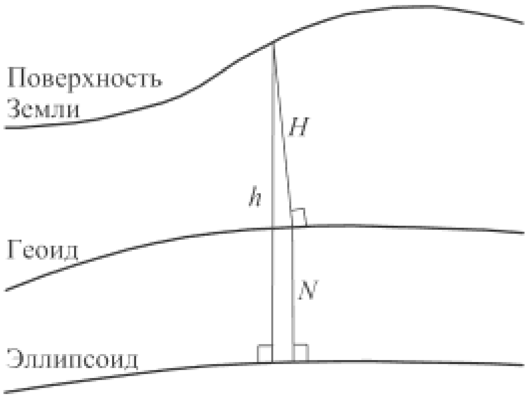
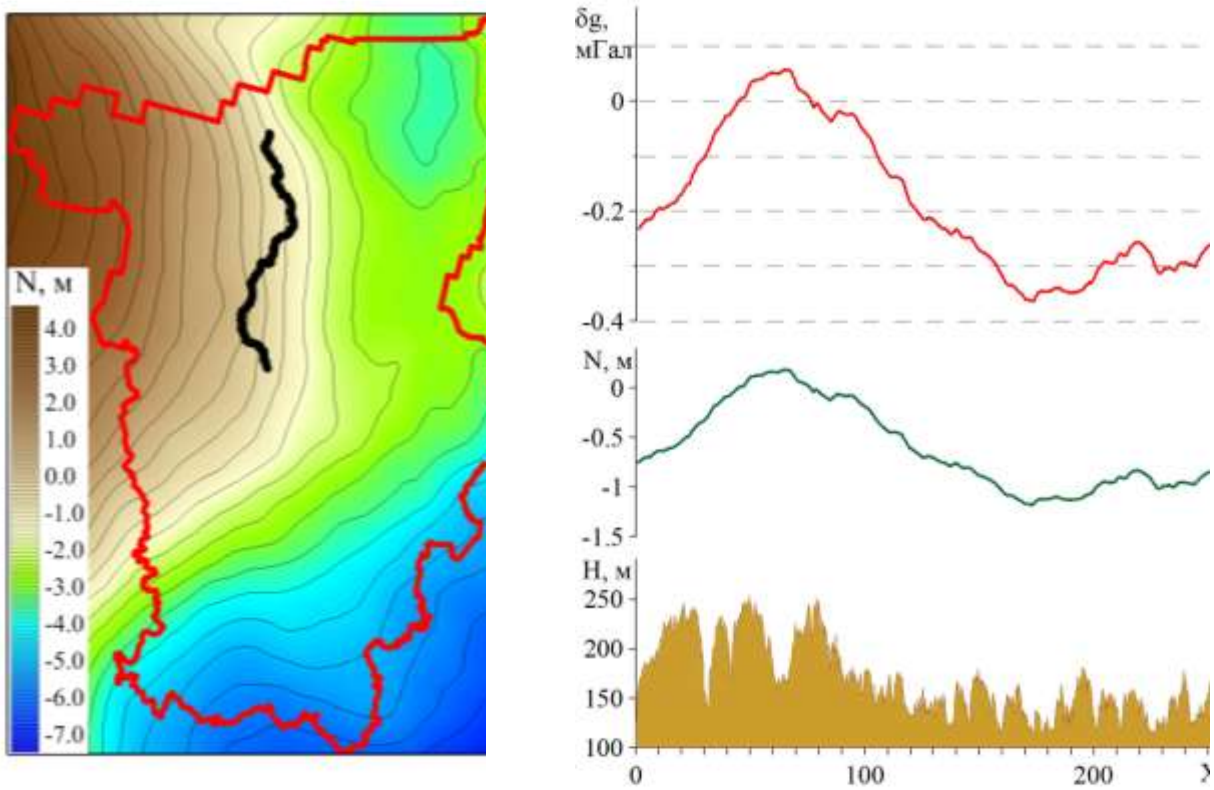


Рис. 1.1. Схема соотношения между системами высот

В настоящее время топографо-геодезическое обеспечение гравиметрических съемок осуществляется с использованием дифференциальных систем спутниковой навигации GPS и ГЛОНАСС, которые позволяют определять превышения пунктов наблюдений в геодезической системе высот, т.е. относительно референц-эллипсоида, с точностью до первых миллиметров. При обработке результатов для вычисления высот в Балтийской системе мы вводим поправку за ундуляции геоида, заложенные в программном обеспечении аппаратуры, тем самым внося ошибку в аномалии силы тяжести. Благодаря специальным спутниковым наблюдениям и обобщению наземных, морских и аэрогравиметрических съемок аномалии геоида определены с достаточно высокой точностью (*Fairhead, Green, Blizkow*, 2003). Использование эллипсоидальных высот автоматически снимает вопрос о необходимости учета косвенного эффекта. Поэтому необходимы методические рекомендации и инструкции по применению систем спутниковой навигации при высокоточной гравиметрической съемке (*Левин, Тихоцкий*, 2003).

Учет косвенного эффекта особенно актуален при региональных гравиметрических работах (рис. 1.2). Как видно из рисунка, косвенный эффект, представленный в верхней части рис. 1.2 б, по региональному профилю составляет более 0.40 мГал и включает в себя высокочастотную составляющую прежде всего из-за криволинейности профиля. В целом график повторяет ундуляции геоида *N*, показанные в средней части рис. 1.2 б. В нижней части рис. 1.2 б показан рельеф местности.

Учет косвенного эффекта, как показано нами ранее (*Бычков*, 2010), необходим и при гравиметрических съемках на относительно небольших территориях. Локальная аномалия, обусловленная ундуляциями геоида, может достигать 0.05-0.06 мГал при размерах площади более 100 км^2.



а) б)

Рис. 1.2. Ундуляции геоида относительно эллипсоида для территории Пермского края (а) и косвенный эффект по региональному профилю (б). (Расположение профиля показано черной линией)

1.4. Нормальное значение силы тяжести

Нормальное значение силы тяжести на поверхности уровенного эллипсоида вычисляется по формуле А.К. Клеро (Alexis Claude Clairaut), которая с членами второго порядка записывается следующим образом (*Шимбирев*, 1975):

$$\gamma_0 = \gamma_e (1 + \beta \sin^2\varphi - \beta_1 \sin^2 2\varphi), \tag{1.2}$$

где $\beta = (\gamma_p - \gamma_e)/\gamma_e$, $\beta_1 = \alpha^2/8 + \alpha\beta/4$, $\alpha = (a - b)/a$, γ_p и γ_e – нормальные значения силы тяжести на полюсе и экваторе эллипсоида, a и b – соответственно большая и малая полуоси эллипсоида, φ – широта. В 1929 г. К. Сомильяна (Carlo Somigliana) получил точную формулу, показывающую распределение силы тяжести на уровенной поверхности эллипсоида вращения (*Шимбирев*, 1975):

$$\gamma_0 = \frac{\gamma_e a \cos\varphi + \gamma_p b \sin\varphi}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi}}, \tag{1.3}$$

которая после некоторых упрощений может быть сведена к формуле (1.2).

Инструкция по гравиразведке предписывает вычислять нормальное значение силы тяжести по формуле Гельмерта, которая выведена им в 1909 г. по 1 603 наблюдениям силы тяжести:

$$\gamma_0 = 978030 (1 + 0.005302 \sin^2\varphi - 0.000007 \sin^2 2\varphi). \tag{1.4}$$

После Ф. Гельмерта определением коэффициентов формулы (1.2) занимались многие ученые (Кассинис, 1930; И.Д. Жонголович, 1952; W.A. Heiskanen, 1957; Н.П. Грушинский, 1960; H. Moritz, 1980; Т Цубои, 1982 и др.). Более 15 формул вычисления нормального значения силы тяжести приведены в Справочнике геофизика (*Гравиразведка*, 1990). Некоторые из этих формул носили статус международных. Поскольку формула Гельмерта рассчитана для эллипсоида, наиболее близкого к эллипсоиду Красовского, принятого в России за эллипсоид относимости, именно она принята для обработки гравиметрических данных в нашей стране.

Подставляя в (1.2) значения ПЗ90.11, получим

$$\gamma_0 = 978032.84 (1 + 0.0053024 \sin^2\varphi - 0.0000058 \sin^2 2\varphi). \tag{1.5}$$

Сравнение значений нормального поля, вычисленных по формулам (1.4) и (1.5), показывает, что для крупномасштабных гравиметрических съемок нет принципиальной разницы, какую из формул использовать при вычислении аномалий силы тяжести (рис. 1.3).

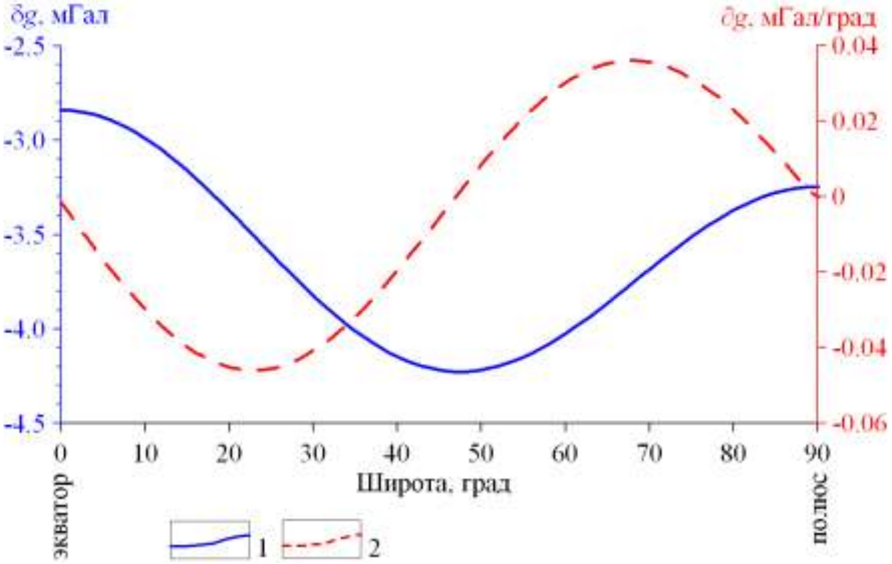


Рис. 1.3. Разница значений нормального поля, вычисленных по формуле Гельмерта и с параметрами ПЗ-90.11: 1 – разность значений, 2 – градиент разности

Для средних широт градиент разности значений нормального поля, вычисленный по различным формулам, составляет около 0.05 мГал на 1 градус (т.е. примерно на 100 км) и легко может быть исключен из гравитационного поля как компонента регионального фона. Однако при региональных гравиметрических съемках и при составлении сводных гравиметрических карт больших территорий использование формулы Гельмерта приведет к искажениям аномалий Буге.

1.5. Поправка за влияние атмосферы

График притяжения однородного сферического слоя (*Ga*) в зависимости от расстояния *r* приводится во многих учебниках по гравиразведке (рис. 1.4). Величина силы тяжести внутри однородного сферического слоя равна нулю, что геометрически было доказано еще И. Ньютоном (*Маловичко*, 1966; *Серкеров*, 2006). При перемещении точки наблюдения внутри слоя сила притяжения будет увеличиваться в соответствии с увеличением толщины масс атмосферы, лежащих ниже точки, достигая максимума на границе слоя и убывая далее пропорционально квадрату расстояния от центра.

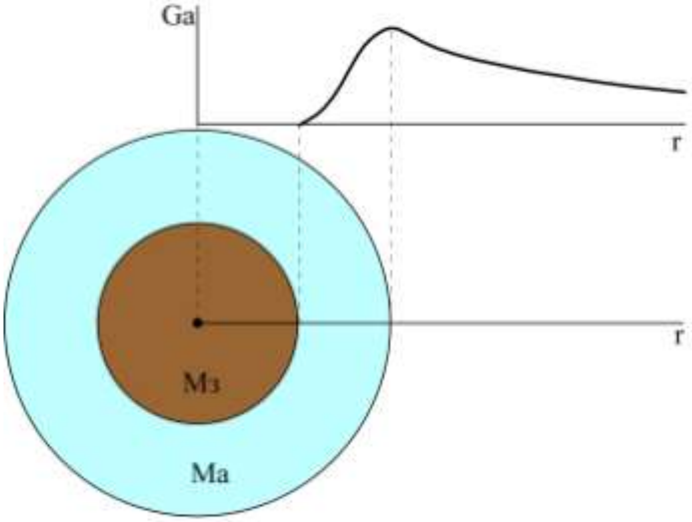


Рис. 1.4. График притяжения однородного сферического слоя (по А.К. Маловичко, 1966)

Масса атмосферы Земли (*Ma*) включена вместе с массой твердой Земли (*Mз*) в значение силы тяжести на поверхности уровенного эллипсоида (табл.1.1). Поэтому, предполагая однородный состав атмосферы сферических оболочек, влияние атмосферных масс, которое зависит от высоты пункта, необходимо вычесть из нормального значения силы тяжести.

Согласно ПЗ 90.11 поправка в значение нормальной силы тяжести за притяжение атмосферы на уровне моря равна 0.87 мГал. На высоте *H* ее предлагается вычислять по формуле

$$\delta\gamma_a = 0.87e^{-0.116H^{1.047}}. \tag{1.6}$$

В зарубежной литературе (*New standards*…, 2005) предлагается использовать следующее эмпирическое выражение:

$$\delta\gamma_a = 0.874 - 9.9\times10^{-5}H + 3.56\times10^{-9}H^2. \tag{1.7}$$

Сравнение формул (1.6) и (1.7) показывает, что до высоты 8 км, разность значений поправок не превышает 0.006 мГал (рис. 1.5), поэтому нет принципиальной разницы, какую из этих формул использовать.

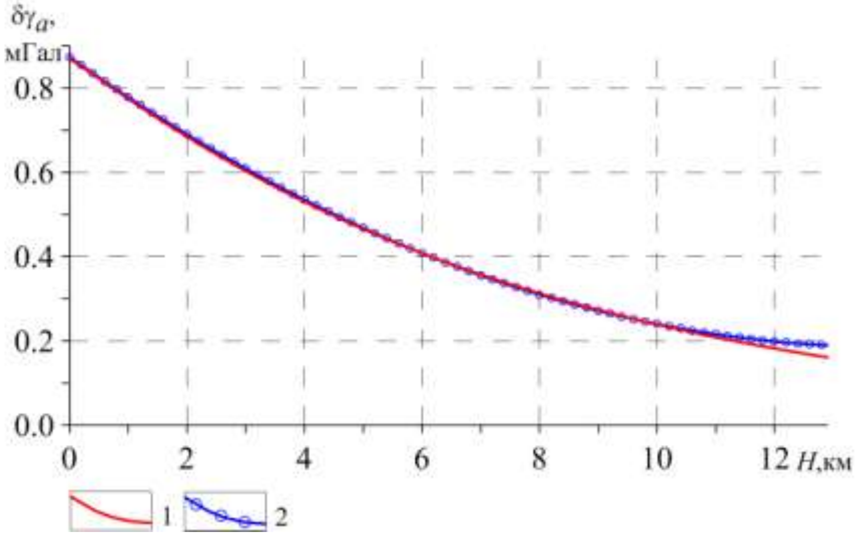


Рис. 1.5. Сравнение формул для вычисления поправки за влияние атмосферы:
1 – формула (1.6), 2 – формула (1.7)

Эта поправка особенно необходима при гравиметрических съемках, проводимых в горных районах с большим перепадом высот, поскольку вертикальный градиент поправки составляет примерно 0.01 мГал на 100 м. Однако и в относительно равнинных территориях перепад высот рельефа в пределах площади гравиметрической съемки может быть весьма существенным. Как будет показано далее (разд. 3), для отдельных площадей на территории Пермского края поправка за влияние атмосферы может составлять более 0.04 мГал.

Следует отметить, что формулы (1.6) и (1.7) не учитывают вариации атмосферного давления, гравитационным эффектом которого, как считается (*Маловичко*, 1966; *Серкеров*, 2006), нельзя пренебрегать. Вычисление этой поправки, выведенной по формуле бесконечного плоскопараллельного слоя, предлагается вычислять по формуле (*Серкеров,* 2006)

$$\delta g_p = 0.426\times10^{-3}\Delta P \qquad (1.8)$$

где ΔP – изменение атмосферного давления в миллибарах. Аналогичные формулы выведены другими исследователями (В.В. Бровар, А.Н. Парийская, Б.П. Перцев и др.), но отличия различных формул, полученных даже с учетом сферичности Земли, не превышают 0.001 мГал (*Серкеров,* 2006).

Для примера на рис.1.6 представлен график изменения атмосферного давления в ноябре 2013 г. в г. Перми и соответствующие ему вариации гравитационного поля, вычисленные по формуле (1.8). Как видно из графика, в целом величина этой поправки весьма существенна (до 0.025 мГал) и превышает предельную точность съемки почти в 5 раз, однако в течение гравиметрического рейса изменения атмосферного давления не столь существенны и, как правило, линейны, поэтому они могут быть учтены вместе со смещением нуль-пункта гравиметра при обработке каждого рейса.

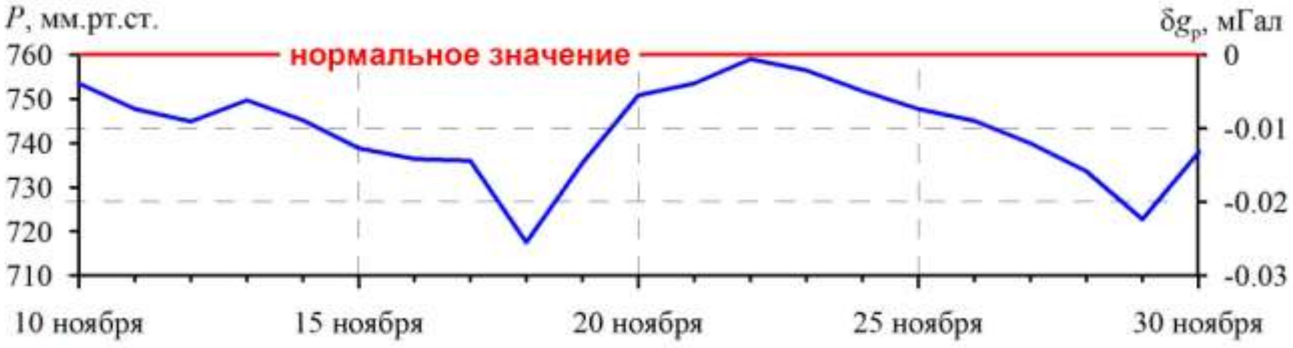


Рис. 1.6. Изменения атмосферного давления и соответствующие ему вариации гравитационного влияния (г. Пермь, ноябрь 2013 г.)

Учет этой поправки совершенно необходим при высокоточных мониторинговых гравиметрических наблюдениях при контроле за разработкой месторождений полезных ископаемых (*Андреев и др*., 2012; *Бычков, Простолупов, Щербинина*, 2013), для изучения неприливных изменений силы тяжести (*Собакарь*, 1982) и т.п.

1.6. Вертикальный градиент силы тяжести

В практике обработки данных гравиразведки (*Инструкция ...*, 1980; *Гравиразведка*, 1990), предполагая, что Земля является шаром с радиусом 6371 км и значением нормального поля 980 Гал (*Миронов*, 1972; *Серкеров*, 2006), для вычисления нормального вертикального градиента силы тяжести (поправки за высоту) используется формула

$$\delta g_h = 0.3086H. \quad (1.9)$$

Аналитическое выражение вертикального градиента силы тяжести для эллипсоида приведено в отечественной и зарубежной литературе (*Шимбирев*, 1975; *Li, Gotze*, 2001). Линейный ($\partial\gamma/\partial n$) и квадратичный ($\partial^2\gamma/\partial^2 n$) коэффициенты вертикального градиента нормального поля силы тяжести по нормали к поверхности эллипсоида n вычисляются по формулам (*Шимбирев*, 1975)

$$\frac{\partial\gamma}{\partial n} = -\frac{2\gamma_e}{a}\left[1+\alpha-q-\left(3\alpha-\frac{5}{2}q\right)sin^2\varphi\right], \quad \frac{\partial^2\gamma}{\partial^2 n} = \frac{3\gamma_e}{a^2}, \tag{1.10}$$

где γ_e – значение силы тяжести на экваторе, a - большая полуось общего земного эллипсоида, α – полярное сжатие эллипсоида, $q = \omega^2 a/\gamma_e$, ω - угловая скорость вращения Земли. Обычно формула поправки за высоту пункта наблюдения приводится к виду

$$\delta g_h = (k_1 + k_2\sin^2\varphi)h + k_3h^2. \tag{1.11}$$

Подставляя в формулы (1.10) и (1.11) значения ПЗ-90.11, получим

$$\delta g_h = (0.3087727654 + 0.0004308698\sin^2\varphi)h - 7.21252\times10^{-8}h^2. \tag{1.12}$$

Следует заметить, что разными авторами в разные годы были приведены различные значения коэффициентов формулы (1.11), отражающие эволюцию наших знаний о фигуре Земли (табл. 1.2).

Таблица 1.2

Параметры формулы вычисления поправки за высоту

Авторы, год	**Коэффициенты**			**Величина поправки**	
	k_1	k_2	k_3	**h = 100 м**	**h = 1000 м**
С.К. Гирин и др., 1935	0.308			30.800	308.000
Б.А. Андреев и др., 1941	0.3086			30.860	308.600
Л.В. Сорокин, 1941	0.3088	-0.0004		30.853	308.525
П.И. Лукавченко, 1956	0.3088	-0.00044	7.24×10^{-8}	30.849	308.425
V.Vyskočil, 1960: эллипсоид Хейфорда (1924) эллипсоид Красовского (1940)	 0.308775 0.308768	 -0.0004391 -0.0004240	 7.2×10^{-8} 7.2×10^{-8}	 30.847 30.847	 308.401 308.405
А.К. Маловичко, 1966	0.3088	-0.0004	7.2×10^{-8}	30.852	308.453
Г.Г. Ремпель, 1980	0.30877	-0.00044	7.25×10^{-8}	30.846	308.395
А.И. Каленицкий и др., 1981	0.30877	-0.00044	7.23×10^{-8}	30.846	308.395
W.J. Hinze at al, 2005 (для эллипсоида GRS80)	0.3087691	-0.0004398	7.2125×10^{-8}	30.846	308.395
С.А. Серкеров, 2006	0.30877	-0.00044	7.2×10^{-8}	30.846	308.396
В.Н. Конешов и др., 2010	0.3087693	-0.0004259472	7.2124×10^{-8}	30.847	308.404
Формула (1.12)	0.3087727654	-0.0004308698	7.21252×10^{-8}	30.847	308.405

Для примера в двух последних столбцах табл. 1.2 приведены значения поправок, вычисленные для широты 56^0 на высотах 100 м и 1000 м. Как видно из табл. 1.2, пренебрежение эллипсоидальностью Земли дает погрешность вычисления поправки порядка 0.05 мГал на высоте 100 м и более 0.5 мГал на высоте 1000 м, что существенно превышает точность современной гравиметрической съемки. В то же время уточнение величины широтного (k_2) и квадратичного (k_3) коэффициентов принципиальной роли не играет: даже на высоте 1000 м разность поправок не превышает 0.01 мГал, т.е. находится в пределах точности современной гравиметрической съемки.

В ряде исследований (*Немцов*, 1967; *Любимов*, 1979; *Методические рекомендации*, 1981; *Серкеров, Коптунов, Ляндерс*, 2006; *Ляндерс*, 2007) говорится о необходимости кроме нормального вертикального градиента силы тяжести по формулам (1.9) или (1.12) учитывать аномальный градиент, который обусловлен разновысотностью пунктов наблюдения по отношению к аномальным массам, залегающим прежде всего в толще ВЧР. На модельных примерах показано, что величина аномального градиента может составлять от 0.05 мГал/м (*Серкеров, Коптунов, Ляндерс*, 2006) до 0.5 мГал/м (*Немцов*, 1967), при этом невозможно разделить доли участия влияний переменной плотности промежуточного слоя и аномального вертикального градиента (*Методические рекомендации*, 1981; *Антонов, Серебряков, Спиридонова*, 2001). Разумеется, такие величины фиктивных аномалий должны учитываться при высокоточных гравиметрических исследованиях. Определить действительную величину аномального вертикального градиента силы тяжести можно лишь путем его непосредственного измерения в шахтных стволах (*Методические рекомендации*, 1981) или в скважинах (*Новоселицкий, Чадаев*, 1981).

Поскольку эти искажения поля обусловлены, во-первых, заменой действительной поверхности наблюдений при интерпретации аномалий горизонтальной плоскостью и, во-вторых, наличием аномалиеобразующих масс в верхней части разреза, то учет аномального вертикального градиента силы тяжести является также задачей интерпретации гравиметрических данных. Поскольку аномалии вертикального градиента силы тяжести несут информацию о строении недр, то, как показал Ю.В. Антонов с соавторами (2004; 2006 и др.), геологическая эффективность гравиразведки существенно возрастает при совместном измерении силы тяжести и ее вертикального градиента.

1.7. Поправки за промежуточный слой и рельеф местности

1.7.1. Учет сферичности Земли

Дискуссия о необходимости введения поправки за промежуточный слой и параметрах этого слоя в гравиметрической литературе имеет длительную историю (*Архангельский*, 1933; *Андреев, Клушин*, 1962). Согласно существующим стандартам редуцирования (*Инструкция* ..., 1980; *Гравиразведка*, 1990), при введении этой поправки предполагается, что промежуточный слой представляет собой плоскопараллельную горизонтальную пластину с постоянной плотностью 2.30 г/см^3, 2.67 г/см^3 или некоторой средней для конкретной площади исследований. Влияние отклонений физической поверхности Земли от плоскости учитывается отдельной процедурой – вычислением поправки за влияние рельефа местности. Радиус учитываемой области при вычислении поправок за влияние рельефа для съемок масштабов 1:50 000 и мельче должен быть равным 200 км (*Инструкция* ..., 1980).

Притяжение плоского однородного слоя $\delta g_{пл.сл}$ толщиной H и плотностью σ вычисляется по формуле (*Гравиразведка*, 1990)

$$\delta g_{пл.сл} = 2\pi f \sigma H \approx 0.0419 \sigma H. \tag{1.13}$$

Формулы вычисления притяжения сферического сегмента $\delta g_{сф.сл}$ приведены в работах В.М. Гордина (1974), Г.Г. Ремпеля (1980), А.И. Каленицкого и В.П. Смирнова (1981) и T.R. LaFehr (1991 a).

Вероятно, первую формулу вычисления притяжения сферического сегмента предложил В.М. Гордин. При ограничениях $H < S < R_0$, где S – радиус сферического сегмента и R_0 – радиус Земли (рис. 1.7), она выглядит следующим образом (*Гордин*, 1974):

$$\delta g_{сф.сл} = 2\pi f \sigma H \left(1 + \frac{1 - \cos\alpha}{\sqrt{2(1 - \cos\alpha)}} \right), \tag{1.14 a}$$

где $\alpha = S/R_0$ – телесный угол сферического сегмента.

Точную формулу притяжения сферического сегмента вывел Г.Г. Ремпель. В обозначениях, представленных на рис. 1.7, для случая, когда гравиметрический пункт находится на поверхности сегмента, она выглядит следующим образом (*Ремпель*, 1980):

$$\delta g_{сф.сл} = 2\pi f \sigma \left(\frac{1}{3R^2}(R^3 - R_o^3 + dL - d_0 L_0) - R \sin^2\alpha \cos\alpha \ln \frac{d + R - R\cos\alpha}{d_0 + R_0 - R\cos\alpha} \right), \tag{1.14 б}$$

где $R = R_0 + H$,

$d = \sqrt{R^2 + R^2 - 2R^2\cos\alpha} = R\sqrt{2(1 - \cos\alpha)}$, $d_0 = \sqrt{R^2 + R_0^2 - 2RR_0\cos\alpha}$,

$L = R^2 + R^2\cos\alpha + 3R^2\cos^2\alpha - 2R^2 = R^2(\cos\alpha + 3\cos^2\alpha - 1)$,

$L_0 = R_0^2 + RR_0\cos\alpha + 3R^2\cos^2\alpha - 2R^2$.

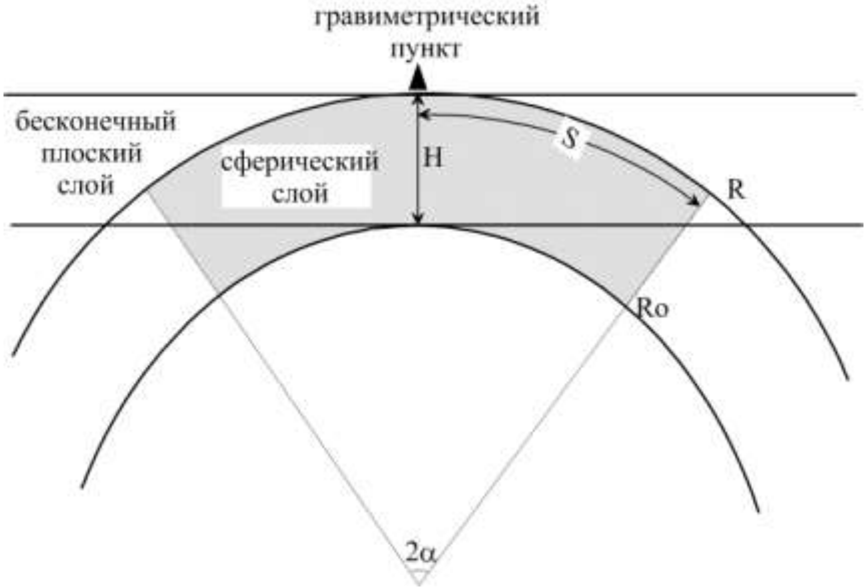


Рис. 1.7. Сферический и плоский промежуточный слой

Аналогичную формулу приводит T.R. LaFehr (1991 а)

$$\delta g_{сф.сл} = 2\pi f\sigma(\mu H - \lambda R), \tag{1.14 в}$$

где $\mu = (1/3\eta^2 - \eta)$, $\lambda = \dfrac{1}{3}\left\{\left(d + f\delta + \delta^2\right)\sqrt{\left(f - \delta\right)^2 + k} + p + m\ln\dfrac{n}{f - \delta + \sqrt{\left(f - \delta\right)^2 + k}}\right\}$,

$\delta = R_0/R$, $\eta = H/R$, $d = 3\cos^2\alpha - 2$, $f = \cos\alpha$, $k = \sin^2\alpha$,
$p = -6\cos^2\alpha\sin(\alpha/2) + 4\sin^3(\alpha/2)$, $m = -3\sin^2\alpha\cos\alpha$, $n = 2[\sin(\alpha/2) - \sin^2(\alpha/2)]$.

Эта формула использована в североамериканском стандарте редуцирования (*New standards* …, 2005). Радиус сегмента *S* принят равным 166,735 км, что соответствует внешнему радиусу последней плоской зоны O_2 Хейфорда (*Шимбирев,* 1975).

Приближенную формулу при *S* < 3000 км предложили А.И. Каленицкий и В.П. Смирнов (1981):

$$\delta g_{сф.сл} = 2\pi f\sigma(S + H - \sqrt{S^2 + H^2})\,(1 + \sin(S/2R_0) - 0.00012H)\,. \tag{1.14 г}$$

Сравнение формул (1.14 а) – (1.14 г) показывает, что точные формулы Г.Г. Ремпеля и T.R. LaFehr дают совершенно идентичные результаты. Приближенная формула А.И. Каленицкого и В.П. Смирнова при радиусе сферического сегмента *S* < 3000 км и толщине слоя H < 2000 м дает погрешность относительно точных формул не более 0.005 мГал. Такую же погрешность имеет формула (1.14г) для *S* = 200 км при толщине слоя менее 6 км. Формула

В.М. Гордина, которая не учитывает нелинейность притяжения сферического слоя от его мощности, может применяться в случае, когда высоты рельефа местности не более 200 м.

Таким образом, можно констатировать, что наиболее приемлемой формулой вычисления поправки за сферический промежуточный слой является формула Г.Г. Ремпеля (1.14 б). Упрощения данной формулы нецелесообразны, учитывая быстродействие современных компьютеров.

Сравнение формул для плоского (1.13) и сферического (1.14 б) промежуточного слоя (σ = 2.67 г/см^3) при различных радиусах S в зависимости от высоты гравиметрического пункта H приведены на рис. 1.8. Как видно из рисунка, расхождение между величинами поправок весьма большое и нелинейно зависит от высоты пункта. Градиент разности поправок для S = 200 км составляет примерно 0.001 мГал/м. Поэтому даже для относительно равнинных территорий с превышениями высот рельефа до 100 – 200 м погрешность, вносимая в аномалии Буге применением модели плоского промежуточного слоя, в десятки раз превосходит точность определения наблюденных значений силы тяжести, т.е. погрешность, вносимая в аномалии Буге неучётом сферичности Земли, будет определяться не только выбором радиуса сегмента, но и изрезанностью рельефа местности на площади исследований и не может быть устранена при интерпретации.

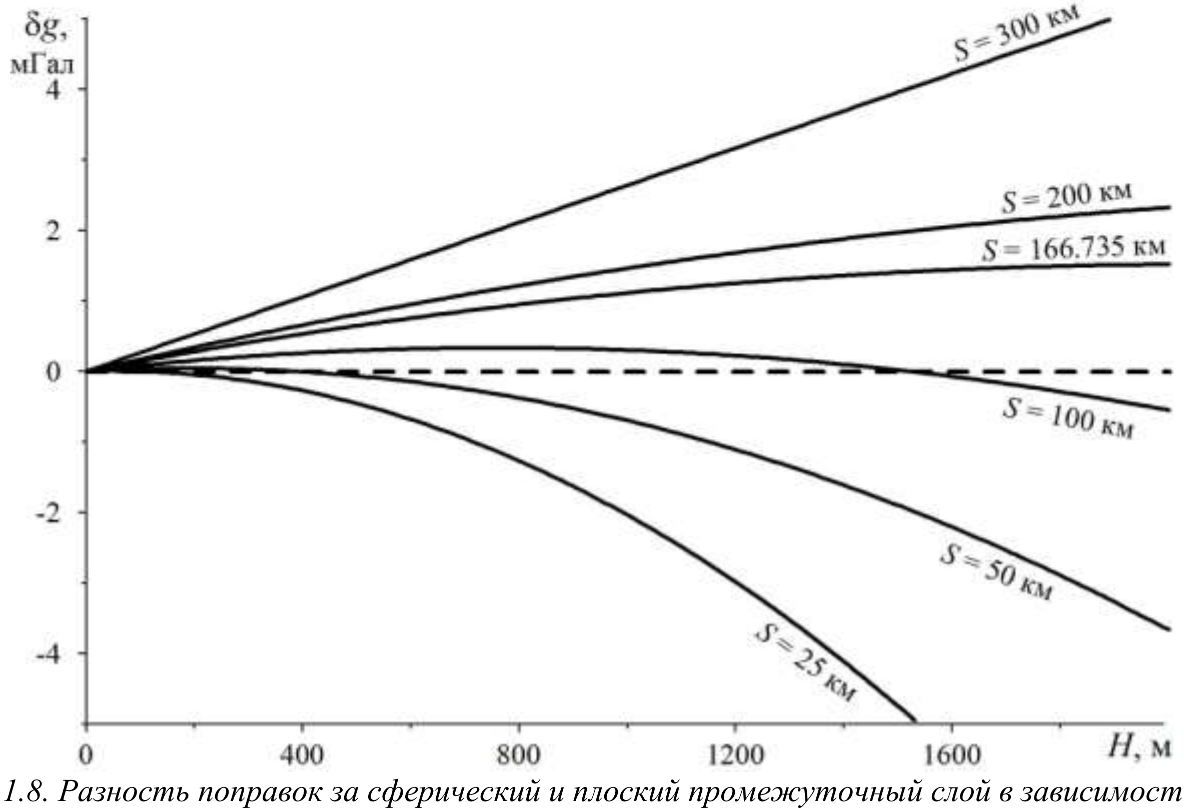


Рис. 1.8. Разность поправок за сферический и плоский промежуточный слой в зависимости от высоты пункта гравиметрических наблюдений

1.7.2. Выбор радиуса сферического сегмента

С поправкой за промежуточный слой тесно связана поправка за влияние рельефа, поэтому, если используется сферический слой, то и рельеф необходимо учитывать для сферической Земли и с тем же размером области учета (*Каленицкий*, 2005). В этой связи важным для практики является вопрос: можно ли уменьшить радиус сферического сегмента при вычислении, чтобы без ущерба для точности вычислений аномалий Буге минимизировать трудоемкие операции по составлению цифровой модели рельефа местности и вычислению поправок за влияние рельефа?

На показания гравиметра в конечном итоге оказывают влияние масса всей Земли, поэтому в идеале необходимо вычислять аномалии силы тяжести в полной топографической редукции. Как показал Ю.В. Дементьев (2012), поправка за гравитационное влияние горных массивов Мексики и западной части США в точке, расположенной в Восточном Казахстане, превышает 2 мГал. Способ вычисления аномалий силы тяжести в полной топографической редукции предложил еще Д.Ф. Хейфорд (J.F. Hayford, 1868 – 1925 гг.). Вся поверхность Земного шара делится концентрическими окружностями, проведенными вокруг точки вычислений, на зоны, которые, в свою очередь, радиальными лучами делятся на секторы, т.е. топографические массы аппроксимируются системой призм. Причем первые 15 зон до радиуса 166.7 км были плоскими, остальные 18 – сферическими. Предложенное Хейфордом деление поверхности Земли на зоны и секторы до сих пор используется для вычисления редукций (*Шимбирев*, 1975). Свой подход к решению этой задачи, основанный на использовании цифровой модели рельефа SRTM (Shuttle Radar Topography Mission), предложил Ю.В. Дементьев (2012).

Однако в практике гравиразведки помехой являются не абсолютные или плавно меняющиеся величины поправок, которые при интерпретации легко могут быть исключены вместе с региональным фоном, а их нерегулярная часть, зависящая как от радиуса сферического сегмента, так и от характера рельефа местности. На этом основаны все существующие способы определения величины радиуса, в пределах которого необходимо учитывать влияние рельефа. П.И. Лукавченко (1951) предложил определять этот радиус эмпирическим путем: на границах площади гравиметрической съемки в характерных точках рельефа местности вычислять поправки с различными радиусами круговой зоны. Та зона, при которой градиент поправки не превышает заданной величины, будет являться граничной. Аналитические выражения для величины этого радиуса, основанные на градиенте поправки или на ее абсолютном значении, приведены в работах Н.И. Дергачева (1962), В.М. Березкина (1967), Л.Д. Немцова (1967), В.М. Гордина (1974), А.К.Маловичко (1989) и др.

Практического применения эти способы не получили, очевидно, потому, что для сопоставления различных съемок и составления сводных гравиметрических карт на большие территории необходима стандартизация радиуса учета поправки за влияние рельефа. В России величина радиуса принята равной 200 км (*Инструкция* ..., 1980), за рубежом – 166.735 км (*New standards* ..., 2005), но как уже указывалось, какого-либо теоретического обоснования выбора радиуса вычисления поправок в опубликованной литературе мы не нашли, за исключением того, что 166.735 км – это радиус последней плоской зоны Хейфорда.

На рис. 1.9 приведены графики изменения поправок за сферический промежуточный слой в зависимости от радиуса сферического сегмента *S*, вычисленные по формуле (1.14 б), для различных высот гравиметрического пункта *H*. Как видно из графика, если высоты гравиметрических пунктов не превышают 1000 м, т.е. для съемок в относительно равнинной местности, зависимость градиента поправки от величины радиуса сферического сегмента практически линейна после $S \approx 150$ км. В горных районах преобладающее значение имеет поправка за влияние рельефа, особенно в ближней зоне, поэтому нелинейностью поправки за промежуточный слой можно, вероятно, пренебречь.

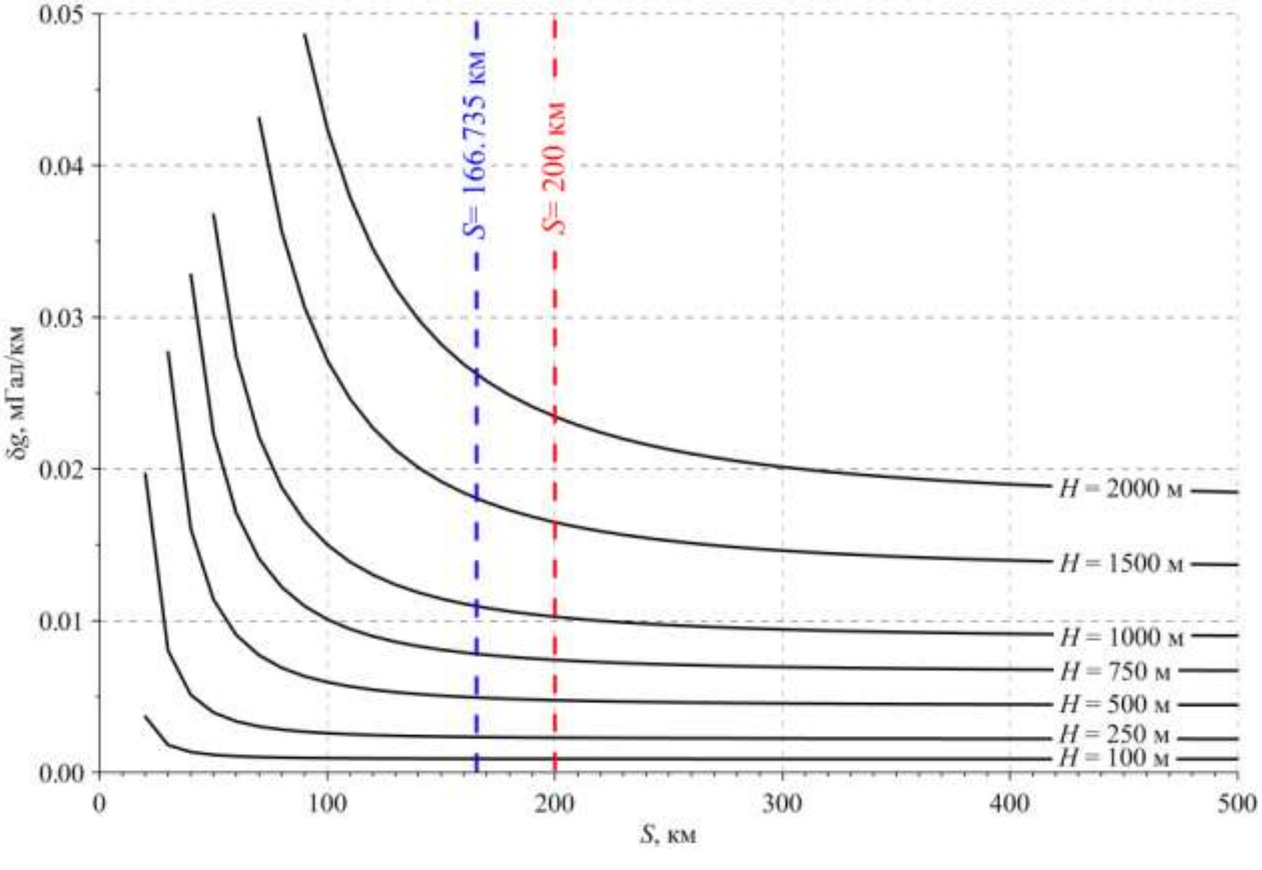


Рис. 1.9. Градиент поправки за промежуточный слой для сферической Земли

Для выбора радиуса учета поправки за влияние рельефа (R) В.М. Гордин (1974), обобщив результаты предшествующих исследователей, приводит следующую формулу:

$$R = \pi f\sigma \frac{dH^2}{\varepsilon_g}, \qquad (1.15)$$

где dH – среднее превышение рельефа за пределами радиуса R, ε_g – допустимая погрешность за конечность области вычисления поправки, σ – плотность, принятая при вычислении поправки за промежуточный слой. По оценке В.М. Гордина, при погрешности $\varepsilon_g = 0.1$ мГал и $dH = 200$ м величина радиуса R не превышает 20 км.

График зависимости R от dH для различных ε_g при $\sigma = 2.67$ г/см^3 приведен на рис. 1.10. Учитывая, что точность современной гравиметрической съемки составляет ±0.02 – 0.03 мГал (*Бычков,* 2010), при величине радиуса $R > 50$ км зависимость R от dH становится практически линейной и не влияет на результаты интерпретации аномалий силы тяжести.

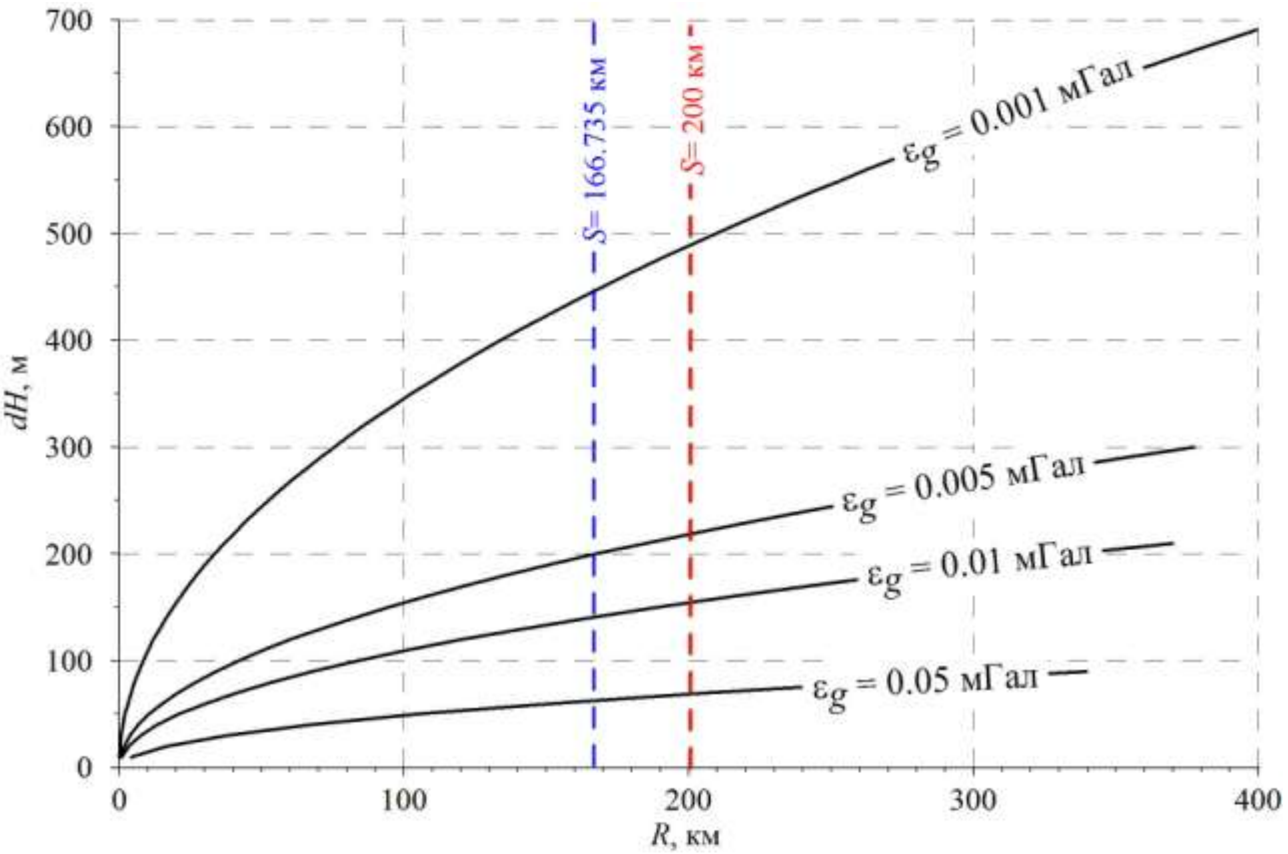


Рис. 1.10. Графики зависимости радиуса учета поправки за влияние рельефа от превышений рельефа для различной погрешности за конечность области вычисления поправки

Для примера на рис. 1.9 и 1.10 пунктирными линиями указаны величины стандартизированных радиусов (*S*), принятых в России и за рубежом. Как видно из графиков, эти величины являются вполне приемлемыми как для выбора радиуса сферического промежуточного слоя, так и для выбора радиуса вычисления поправки за влияние рельефа.

Более детально вопросы вычисления поправки за влияние рельефа будут рассмотрены в разделе 2.

1.7.3. Переменная плотность промежуточного слоя

Важным вопросом является выбор плотности промежуточного слоя (постоянной или переменной). Этот вопрос активно обсуждается в литературе (*Андреев, Клушин*, 1962; *Березкин*, 1967; *Гордин*, 1974; *Слепак*, 1980; 2005; *Каленицкий, Смирнов*, 1981; *Методические рекомендации*, 1981; *Варламов, Филатов*, 1983; *LaFehr, Yarger, Bain*, 1988; *Бычков*, 1994; 2010; *Talwani*, 1998; *Костицын*, 2002 и др.). Только в библиографической базе В.М. Гордина и С.А. Тихоцкого (2004) насчитывается более 100 публикаций на эту тему.

Поскольку поправка за промежуточный слой вместе с поправкой за влияние рельефа по сути представляют собой гравитационное влияние толщи пород, ограниченной сверху рельефом местности, а снизу – уровнем приведения поля, то решение задачи казалось бы очень простое: построить детальную плотностную модель слоя, вычислить величину соответствующего гравитационного эффекта и вычесть его из аномалий в свободном воздухе. При этом нижней границей слоя может быть не обязательно уровень приведения, а, например, первая геоплотностная граница или минимальная высотная отметка рельефа. Однако величина поправки за промежуточный слой может достигать десятков и сотен миллигал. Так, например, ошибка определения плотности горных пород ±0.02 г/см^3 при высоте рельефа 100 м, внесет погрешность определения поправки за промежуточный слой величиной почти ±0.10 мГал.

Как известно (*Березкин*, 1967; *Слепак*, 1980; *Варламов, Филатов*, 1983 и др.), закономерности распределения плотности в горных породах верхней части разреза (ВЧР) могут быть получены путем лабораторных исследований керна и образцов из обнажений, гравиметрическими измерениями на участках с существенным перепадом высот рельефа, а также в скважинах и шахтах, по промыслово-геофизическим данным, путем пересчета данных других геофизических методов, прежде всего сейсмических. Все эти методы позволяют получить весьма приблизительные значения плотностей. С необходимой точностью определение плотности пород, даже денситометрическим способом, практически невозможно (*Варламов, Филатов,* 1983), не говоря уже о других, в основном, косвенных способах.

Таким образом, поскольку аппроксимация промежуточного слоя однородной плоскопараллельной горизонтальной или сферической пластиной не отвечает геологическим условиям, а построение детальной геолого-плотностной модели верхней части разреза с необходимой точностью практически невозможно, нам представляется, что поправку за промежуточный слой следует вычислять с постоянной плотностью, а при интерпретации аномалий процедуру учета влияния переменной плотности ВЧР включать в процесс решения обратной задачи (*Бычков*, 2010). В качестве априорной информации о плотностях пород верхней части разреза необходимо использовать плотности, полученные по геологическим и геофизическим данным, корректируя их в процессе интерпретации. Исходными гравиметрическими данными могут являться значения аномалий Буге, вычисленные при постоянной (средней для изучаемой площади) плотности промежуточного слоя, а переменную плотность вычислять как аномальную относительно средней.

Интерпретацию гравиметрических материалов с целью подавления влияния геоплотностных неоднородностей верхней части разреза предлагается проводить в следующей последовательности (*Бычков*, 2007 а; *Бычков*, 2011).

1. По гравиметрическим данным, используя, например, известный метод Неттлетона (*Nettleton*, 1940) или любые другие, описанные в литературе (*Березкин*, 1967; *Слепак,* 1980; *Варламов, Филатов*, 1983 и др.), определяется средняя плотность промежуточного слоя для изучаемого района. Относительно этой плотности производятся дальнейшие вычисления.

2. Выделяется локальная составляющая гравитационного поля, обусловленная влиянием верхней части разреза. Полученные локальные аномалии сравниваются с сейсмическими или электроразведочными данными, и выбирается та составляющая, которая наилучшим образом согласуется с априорными данными о строении ВЧР. Здесь должны быть использованы и вся имеющаяся информация, и все возможные способы разделения полей, включая геологическое редуцирование, частотную фильтрацию, корреляционные преобразования. Поскольку эта задача неоднозначна, её решение уточняется на всех этапах интерпретации. Полученное поле является исходным для решения обратной задачи гравиметрии относительно плотности промежуточного слоя.

4. Решается линейная обратная задача путем подбора плотности в слое, ограниченном сверху земной поверхностью, снизу – уровнем приведения. Решение обратной задачи осуществлялось в точках $\{x_i, y_j\}$, расположенных на земной поверхности по формуле

$$\sigma_{i\,j}^{n+1} = \sigma_{i\,j}^{n} + (\Delta g_{i\,j}^{нб} - \Delta g_{i\,j}^{мод})\alpha, \qquad (1.16)$$

где n – номер итерации, $\Delta g^{\text{нб}}$ и $\Delta g^{\text{мод}}$ – соответственно исходное и модельное поля, α - параметр регуляризации. Метод решения линейной обратной задачи аналогичен методу локальных поправок И.Л. Пруткина (1986), при котором на каждом шаге итерационного процесса n уменьшается разность между наблюденным и модельным полями в данном узле за счет изменения плотности в этом же узле. При этом параметр регуляризации α подбирается экспериментально. Критерием окончания итерационного процесса является совпадение в пределах заданной точности наблюденного и модельного полей или выполнение заданного количества итераций.

5. Используя вычисленные плотности, решаем прямую задачу гравиразведки для слоя переменной мощности и плотности. Очевидно, что при таком подходе уточняется и поправка за влияние рельефа в ближней зоне (в пределах площади съемки), ранее вычисленная с постоянной плотностью. Полученный эффект исключается из аномалий силы тяжести, вычисленных при постоянной плотности промежуточного слоя.

Некоторые примеры учета влияния неоднородностей ВЧР приведены в работах (*Митюнина, Бычков,* 1995; 2012; *Бычков,* 2007 а, б, в; 2009; *Бычков, Митюнина,* 2001; 2008 а, б; 2009 а, б; 2011; *Новикова, Долгаль, Симанов,* 2013).

1.7.4. Учет разновысотности пунктов наблюдения

Кроме непосредственного гравитационного влияния топографических масс, которое учитывается путем введения поправок за промежуточный слой и рельеф местности, в наблюденном поле силы тяжести проявляется влияние разновысотности точек измерений гравитационного поля (*Методические рекомендации,* 1981; *Аронов,* 1990; *Блох, Смирнова,* 1991; *Антонов, Серебряков, Спиридонова,* 2001 и др.). В силу этого гравитационное поле в редукции Буге для территорий, характеризующихся расчлененным рельефом земной поверхности, несет в себе специфические искажения, не устранимые никакими процедурами редуцирования (т.к. природа этих искажений не связана с массами «однородной Земли»). Физическая суть «эффекта разновысотности» заключается в возникновении специфических искажений гравитационного поля, обусловленных влиянием «геометрического фактора» - варьированием расстояний между возмущающими объектами и точками измерений за счет изменений высот $z = z\ (x,\ y)$ поверхности наблюдений.

Проиллюстрируем «эффект разновысотности» на модельном примере, взятом из работы (*Аронов*, 1990). На рис. 1.11 показано, что в обычной редукции (на поверхности рельефа) левый максимум, обусловленный шаром, значительно интенсивнее правого. На горизонтальной поверхности соотношение между амплитудами экстремумов обратное. Вполне очевидно, что при интерпретации без учета влияния поверхности наблюдения выводы о глубинах залегания и избыточных массах возмущающих объектов могут быть заведомо ошибочными. При наличии обрывистых форм рельефа и неглубоком залегании возмущающих масс могут появиться ложные экстремумы силы тяжести.

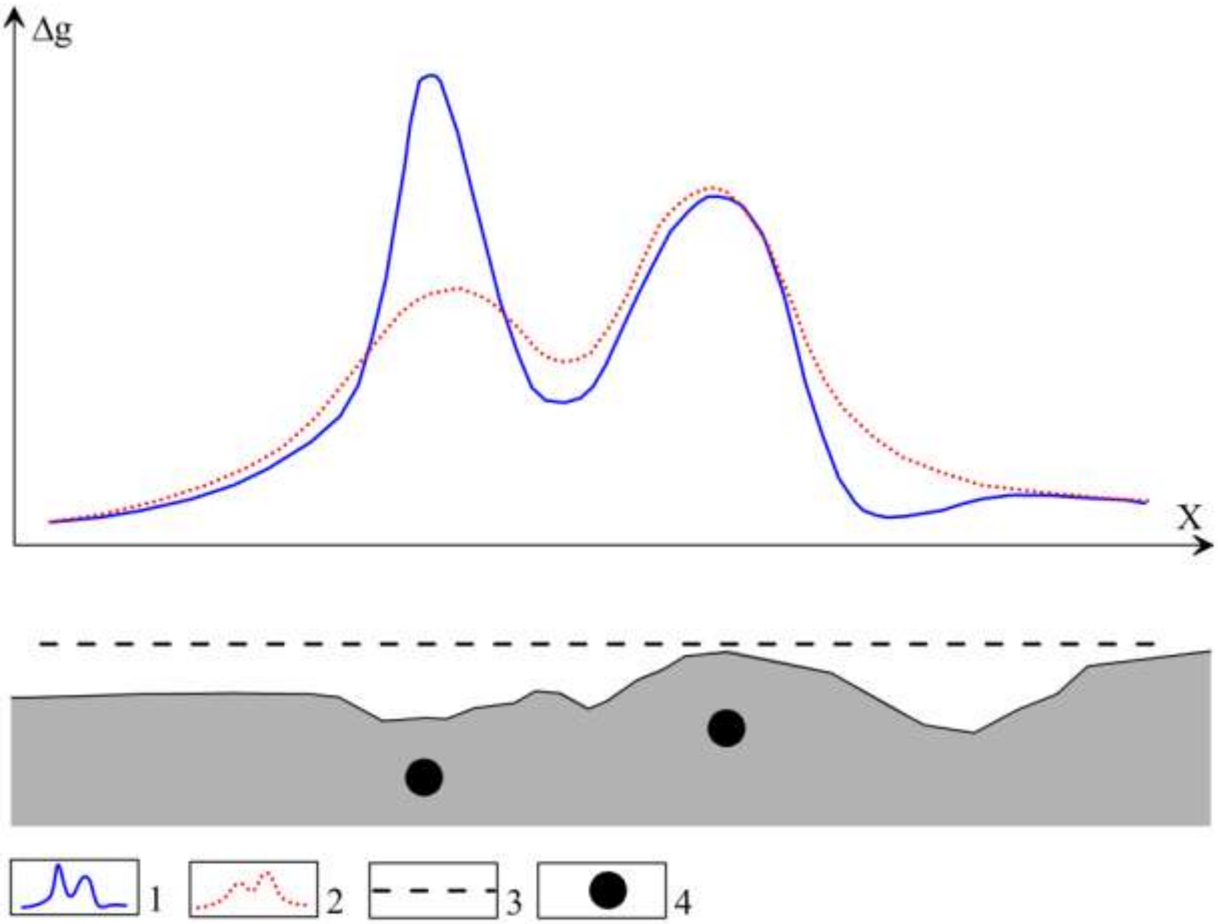


Рис. 1.11. Искажения аномалий Буге за счет «эффекта разновысотности» (по В.И. Аронову, 1990): 1 – гравитационное поле на поверхности наблюдений; 2 – гравитационное поле на горизонтальной плоскости; 3 – плоскость редуцирования; 4 – возмущающие массы

Приведение гравитационного поля, измеренного в условиях расчлененного рельефа местности, к горизонтальной поверхности наблюдений (преобразование $\Delta g[x, y, z(x, y)] \rightarrow \Delta g^{*}[x, y, z = \mathrm{const}]$) является весьма полезным для последующей интерпретации картографических материалов, так как приводит к упрощению морфологии поля и устранению смещений эпицентров аномалий относительно возмущающих объектов. Для этой цели используется аналитическая аппроксимация наблюденных значений поля полем эквивалентных источников (применяется также термин «аппроксимация истокообразными функциями»). Наименьшие трудности, с точки зрения вычислительного процесса, возникают при моделировании поля набором источников с фиксированным пространственным расположением, что позволяет ограничиться только определением физических параметров этих источников, т.е. решением обратной задачи в линейной постановке (*Аронов*, 1976). Рассмотрим простейший алгоритм, реализующий данный подход.

Аппроксимационную конструкцию для гравитационного поля Δg, заданного в k точках квадратной сети, можно построить таким образом, что взаимосвязь масс источников и исходного поля будет выражаться хорошо обусловленной системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Это может быть достигнуто, в частности, расположением шаров (точечных масс) под каждой точкой сети на глубине h, при выполнении условия $l \le h \le 2l$, где l – шаг сети (*Старостенко*, 1978).

Массы m шаров определяются при решении СЛАУ, содержащей k уравнений с k неизвестными **Fm** = **Δg**, где $F = f\ \dfrac{\zeta - z}{R^3}$ - гармонические функции, определяющие гравитационный эффект шара при m = 1; R = $\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}$ - расстояние между центрами шаров (ξ, η, ζ) и точками расчета поля (x, y, z), f - гравитационная постоянная. Итерационный процесс заканчивается после достижения заданной точности решения задачи $F2 = \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{k} (\Delta g_i - \Delta g_i^*)^2 / k} \le \varepsilon^2$, где Δg и Δg^* - значения исходного и модельного гравитационного полей, соответственно; ε - величина, сопоставимая с точностью определения аномалий Буге, k - число точек наблюдений. Для решения СЛАУ используются итерационные методы, например - метод Зейделя.

Восстановление поля в произвольно выбранных точках пространства сводится к решению прямой задачи гравиразведки от созданной аппроксимационной конструкции, при известных ее геометрических и физических параметрах. При вычислении трансформант применяются соответствующие операторы L, заменяющие оператор F при решении прямой задачи - например, при вычислении горизонтального градиента поля силы тяжести V_{xz}: $L = 3\ (\xi - x)\ (\zeta - z)/R^5$.

В настоящее время разработаны эффективные алгоритмы истокообразной аппроксимации, базирующиеся на методе интегральных представлений (*Страхов, Керимов, Степанова*, 2009), использовании взаимосвязи частотного состава поля и глубин расположения эквивалентных источников (*Тихоцкий, Шур*, 2001), принципах фрактальной геометрии (*Долгаль, Пугин*, 2006), оптимизации сети размещения источников с помощью вейвлет-анализа (*Долгаль, Симанов*, 2008); многократном использовании процедур одномерной оптимизации (*Пугин и др*., 2010); стохастическом моделировании (*Пугин, Мичурин, Веселкова*, 2014) и др.

Помимо уже упомянутого пересчета аномалий силы тяжести на горизонтальную плоскость, эти методы позволяют осуществлять высокоточное вычисление трансформант гравитационного поля, проводить подавление аномалий-помех, нарушающих гармонический характер поля, выполнять 3D-интерполяцию данных гравиразведки и подавлять аномальные эффекты от приповерхностных геоплотностных неоднородностей.

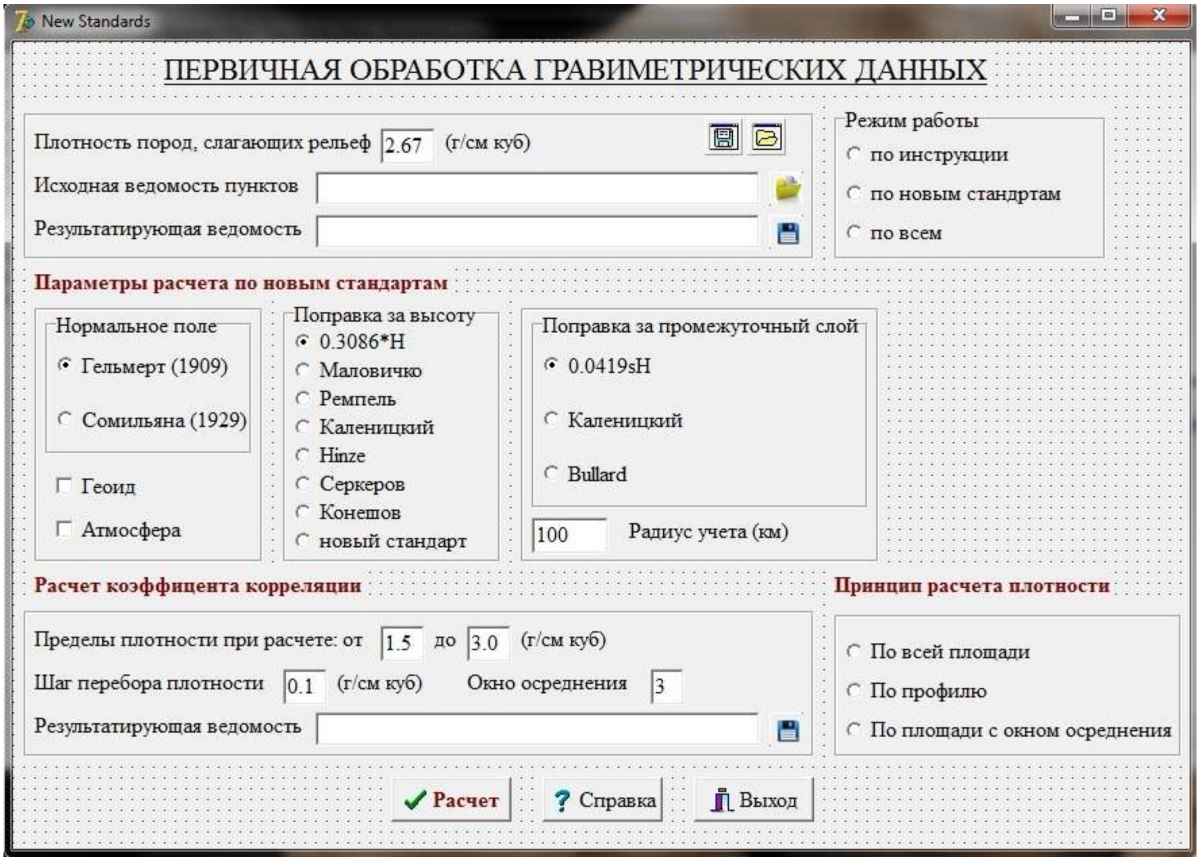
Следует подчеркнуть, что выполнение процедур учета разновысотности пунктов наблюдения ни в коей мере не заменяет вычисление поправок за влияние рельефа и, наоборот, как отмечает В.М. Гордин (1974), редукция поля на внешнюю плоскость без учета влияния рельефа местности в большинстве случаев вообще теряет смысл.

1.8. Программное обеспечение редуцирования гравиметрических данных

Для вычисления аномалий силы тяжести в редукции Буге с использованием различных формул редуцирования разработана программа «New_standards» (*Хохлова, Симанов*, 2013; *Khokhlova*, 2014), интерфейс которой приведен на рис. 1.12. Программа позволяет вычислять аномалии Буге по стандартным формулам, которые определены Инструкцией по гравиразведке и по формулам, выведенным различными исследователями, а также по приведенным выше. В программу заложены параметры принятого в России земного эллипсоида, параметры ПЗ-90.11, современные данных о геоиде и рельефе Земли.

Алгоритм вычисления аномалий силы тяжести включает вычисление географических координат гравиметрических пунктов, значения нормального поля, поправок и собственно аномалий силы тяжести по различным формулам. Исходными данными являются массивы координат пунктов (в СК-42), высот (относительно геоида или эллипсоида) и наблюденных значений силы тяжести.

Для определения средней плотности промежуточного слоя в программу включен блок, который, используя метод Неттлетона (1940), вычисляет коэффициенты корреляции между аномалиями Буге и высотами рельефа в профильном или площадном варианте.



ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Плотность пород, слагающих рельеф 2.67 (г/см куб)
Исходная ведомость пунктов
Результатирующая ведомость

Режим работы
○ по инструкции
○ по новым стандртам
○ по всем

Параметры расчета по новым стандартам

Нормальное поле
● Гельмерт (1909)
○ Сомильяна (1929)
☐ Геоид
☐ Атмосфера

Поправка за высоту
● 0.3086*H
○ Маловичко
○ Ремпель
○ Каленицкий
○ Hinze
○ Серкеров
○ Конешов
○ новый стандарт

Поправка за промежуточный слой
● 0.0419sH
○ Каленицкий
○ Bullard
100 Радиус учета (км)

Расчет коэффицента корреляции

Пределы плотности при расчете: от 1.5 до 3.0 (г/см куб)
Шаг перебора плотности 0.1 (г/см куб) Окно осреднения 3
Результатирующая ведомость

Принцип расчета плотности

○ По всей площади
○ По профилю
○ По площади с окном осреднения

Рис. 1.12. Интерфейс программы вычисления аномалий Буге по различным формулам (Хохлова, 2014)

1.9. Сравнение процедур вычисления гравитационных аномалий

Самое существенное изменение в предлагаемых процедурах редуцирования касается выбора эллипсоида в качестве датума для системы высот, что устраняет необходимость в исправлении косвенного эффекта, обусловленного различием систем высот. Использование высот относительно эллипсоида удобнее на практике, поскольку положение пунктов гравиметрических наблюдений теперь получают с помощью GPS или ГЛОНАСС, которые определяют высоты относительно эллипсоида. Кроме того, предлагается использовать сферический слой при вычислении поправок за промежуточный слой и рельеф местности, учитывать эллипсообразность Земли при вычислении поправки за высоту и др. (табл. 1.3).

Таблица 1.3

Сравнение между компонентами вычисления гравитационных аномалий

Компоненты	Существующие процедуры редуцирования	Предлагаемые процедуры редуцирования
Системы координат (датумы)		
Горизонтальный датум – географическое положение гравиметрических пунктов	Система Пулково-1942 (СК-42)	Система Пулково-1942 (СК-42)
Вертикальный датум – высоты гравиметрических пунктов	Балтийская система высот	Эллипсоид Красовского (ПЗ-90)
Значение силы тяжести – гравиметрический уровень	Международная гравиметрическая сеть (IGSN71)	Международная гравиметрическая сеть (IGSN71)
Вычисление аномалий		
Нормальное значение силы тяжести - сила тяжести на земном эллипсоиде	Формула Гельмерта, 1901-1909 с поправкой -14 мГал	Нормальное значение силы тяжести на общеземном эллипсоиде (ПЗ-90)
Поправка за высоту – изменение силы тяжести с высотой	Вертикальный градиент силы тяжести однородной сферической Земли	Уравнение второго порядка изменения теоретического значения силы тяжести относительно эллипсоида
Поправка Буге – гравитационный эффект массы Земли между вертикальным датумом и высотой пункта наблюдения	Гравитационный эффект однородной горизонтальной плиты	Уравнение гравитационного эффекта сферического сегмента с высотой пункта наблюдения относительно эллипсоида
Поправка за влияние рельефа - эффект топографических отклонений от горизонтальной плиты или сферического сегмента, принятого в вычислении поправки Буге	Разнообразные методы, зависящие от расчлененности рельефа, имеющейся топографической информации	Аналитические аппроксимации рельефа и решение прямых задач на плоскости или сфере (раздел 2)
Косвенный эффект – гравитационный эффект, обусловленный разностью высот между эллипсоидом и геоидом	Не вводится	Не нужен, поскольку высота пункта измерена относительно эллипсоида, на котором дается теоретическое значение силы тяжести
Поправка за кривизну Земли от принятой горизонтальной плиты в поправке Буге	Не вводится	Не нужна, поскольку кривизна Земли включена в уравнение гравитационного эффекта сферического сегмента
Поправка за атмосферу – влияние массы атмосферы	Не вводится	Аналитическая аппроксимация гравитационного эффекта атмосферной массы до высоты 10 км

Существующие процедуры редуцирования главным образом изменяют региональную составляющую гравитационного поля и, кроме того, как будет показано ниже, вносят погрешности и при крупномасштабных съемках, сказывающиеся на результатах интерпретации локальных аномалий силы тяжести.

Внедрение усовершенствованных процедур редуцирования диктуется повышенной точностью современных гравиметрических съемок и необходимостью совместимости отечественных баз гравиметрических данных с европейскими и североамериканскими.

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОПРАВОК ЗА ВЛИЯНИЕ РЕЛЬЕФА

2.1. Физический смысл и способы вычисления поправки за влияние рельефа местности

Одной из составляющих редукции Буге является поправка за влияние окружающего рельефа местности $\delta g_{рф}$, вычисление которой представляет наибольшую сложность при обработке гравиметрических данных. Необходимость повышения точности определения поправок $\delta g_{рф}$ обусловлена современными потребностями в проведении высокоточных гравиметрических съемок, особенно – в условиях расчлененного рельефа местности.

Влияние промежуточного слоя при расчете поправки Буге учитывает влияние масс, расположенных между горизонтальной или сферической поверхностью, проходящей через точку наблюдений и уровнем приведения. Поправка за влияние рельефа $\delta g_{рф}$ учитывает реально существующие отклонения земной поверхности от этого слоя (*Гордин,* 1974; *Гравиразведка,* 1990; *Долгаль, Костицын*, 2010 и др.). Физический смысл ее можно представить следующим образом (рис. 2.1): все прогибы в рельефе земной поверхности (ниже уровня гравиметрического пункта) «засыпаются» породой с плотностью промежуточного слоя σ, а все возвышения «срезаются».

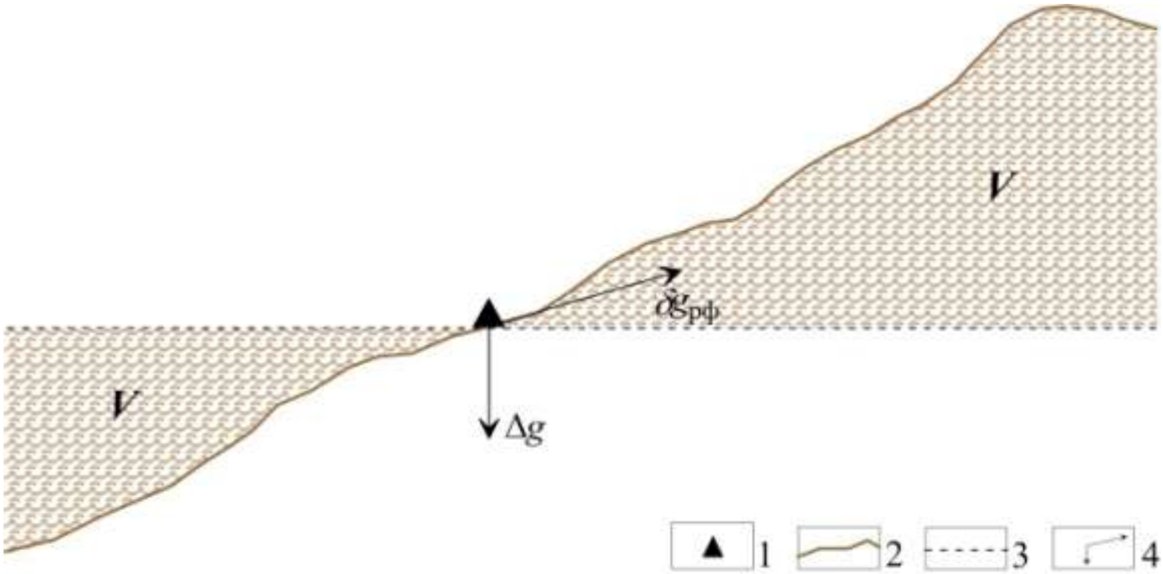


Рис. 2.1. Физический смысл поправки за влияние рельефа: 1 – гравиметрический пункт, 2 – рельеф поверхности Земли, 3 – уровень приведения поля, 4 – векторы силы притяжения: Δg - влияние глубинных масс, $\delta g_{рф}$ – влияние рельефа

В случае плоскопараллельного слоя поправка за влияние рельефа всегда положительна, поскольку как повышения рельефа, так и понижения относительно высоты гравиметрического пункта уменьшают значения аномалий силы тяжести. Если промежуточный слой сферический, то поправки могут быть знакопеременны.

Вычисление поправок $\delta g_{р\phi}$ сводится к интегрированию по объему *V*, заключенному между поверхностью рельефа $\zeta = \zeta(\xi, \eta)$ и некоторой «нормальной» поверхностью (плоскостью, сферой, эллипсоидом), проходящей через гравиметрический пункт. В случае, когда «нормальной» поверхностью является горизонтальная плоскость *z* = *const,* выражение, определяющее величину поправки за влияние рельефа, записывается в виде

$$\delta g_{\text{рф}}(x, y, z) = f\sigma \iiint\limits_V \frac{(\zeta - z) d\xi d\eta d\zeta}{R^3}, \tag{2.1}$$

где *x, y, z* - прямоугольные координаты гравиметрического пункта, *f* - гравитационная постоянная, σ - плотность горных пород промежуточного слоя, ξ, η, ζ - координаты учитываемого элемента массы, $R = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}$ - расстояние между элементом массы и гравиметрическим пунктом, V – полный объем топографических масс. В цилиндрической системе координат с центром в пункте наблюдения величина $\delta g_{р\phi}$ определяется выражением

$$\delta g_{р\phi} = f\sigma \iiint\limits_V \frac{\rho \xi}{(\rho^2 + \xi^2)^{3/2}} d\rho \, d\varphi \, d\xi, \tag{2.2}$$

где ρ, φ, ξ – цилиндрические координаты элемента массы объема *V*, расположенного на сферической Земле.

Таким образом, величина поправки определяется путем решения прямой задачи гравиметрии от различных форм рельефа, являющихся отклонениями от плоского или сферического слоя. Известно, что прямая задача гравиметрии при заданных геометрических параметрах возмущающего объекта и известной плотности имеет единственное решение. Рельеф аппроксимируется набором элементарных тел, влияние которых вычисляется аналитически, а затем суммируется.

Специфика решения прямой задачи гравиразведки (2.1 или 2.2) такова, что требует для высокоточного вычисления поправки $\delta g_{р\phi}$ задания весьма густой сети высотных отметок вблизи точки расчета и допускает разрежение этой сети по мере удаления от нее. В связи с этим, область учитываемого влияния рельефа подразделяется на несколько непересекающихся зон, для которых с различной детальностью проводится описание рельефа местности (*Hammer*, 1939; *Лукавченко*, 1951; *Березкин*, 1967; *Немцов*, 1967*; Хесин*, 1969; *Гордин*, 1974; *Мудрецова и др*., 1979;

Каленицкий, Смирнов, 1981; *Маловичко, Костицын, Тарунина*, 1989; *Костицын*, 1989; 2002; *Гравиразведка*, 1990; Cogbill, 1990; *Ma, Watts*, 1994; *Banerjee*, 1998; *Долгаль*, 1998; *Nowell*, 1999; *New standards...*, 2005; *Schiavone, Capolongo, Loddo*, 2007; 2009; *Долгаль, Костицын*, 2010 и др). Обычно эти зоны называются «центральная», «ближняя», «средняя» и «дальняя» (*Гордин*, 1974; *Методические рекомендации*, 1981). Выбор размеров зон производится в соответствии с применяемой методикой вычислений, характером рельефа местности, необходимой точностью вычислений и т.п.

Разработаны различные способы расчета $\delta g_{рф}$, реализуемые с помощью палеток, номограмм и компьютерных программ (*Аронов, Бородатый, Фильштинский*, 1964; *Граменицкая*, 1967; *Ломтадзе, Михалев*, 1974; *Маловичко, Костицын*, 1974; *Быков*, 1978; *Jackson, van Gulik*, 1983; *Xia, Dewharst*, 1986; *LaFehr, Yarger, Bain*, 1988; *Zhou, Zhong*, 1990; *Tsoulis*, 1998; 2003; *Nowell*, 1999; *Jia, Davis, Groom*, 2009 и др.), обзор которых по состоянию на 1974 г. выполнил В.М.Гордин. Существующие способы отличаются методами численной реализации формул 2.1 или 2.2, т.е. прежде всего - различными подходами к аппроксимации рельефа набором элементарных тел, гравитационный эффект которых выражается в аналитическом виде.

Обычно вычисление поправки $\delta g_{рф}$ сводится к снятию высот с топографической карты с помощью круговых палеток и умножению полученных значений превышений на некоторые коэффициенты, зависящие от геометрии палетки. Классическими примерами такого способа являются палетки З. Хаммера (1939) и П.И. Лукавченко (1951) и их различные модификации. Более производительными при ручных расчетах являются методы, основанные на вычислении поправок по значениям высот в характерных точках, расположенных на лучах, выходящих из пункта наблюдений (*Поносов*, 1964; *Березкин*, 1967; *Шманенко, Роз, Голомб*, 1977; *Мудрецова и др*, 1979). С появлением вычислительной техники были созданы методы вычисления, базирующиеся на квадратных палетках (*Немцов*, 1967; *Пришивалко*, 1967; *Ломтадзе, Михалев*, 1974; *Любимов*, 1978; *Ремпель*, 1980; *Каленицкий, Смирнов*, 1981; *Blais, Ferland*, 1984; *Любимов, Любимов*, 1988; *Leaman*, 1998; *Долгаль*, 2002; *Tsoulis*, 2003 и др.) и позволяющие уменьшить объем информации о высотах, снятых с топографических карт и снизить затраты на решение прямых задач отказавшись от использования различного вида номограмм. В настоящее время аппроксимация рельефа местности набором прямоугольных параллелепипедов является, по сути, наиболее широко использующимся методом представления исходной информации для вычисления поправок за влияние рельефа.

Установлено (*Каленицкий, Смирнов*, 1981; *Любимов, Любимов*, 1988), что влияние рельефа для дальних зон можно рассматривать как сумму двух составляющих $\delta g_{\text{рф}} = \delta g'_{\text{рф}} + \delta g''_{\text{рф}}$, первая из которых ($\delta g'_{\text{рф}}$) зависит от изрезанности рельефа местности, а вторая ($\delta g''_{\text{рф}}$) определяется высотой гравиметрического пункта z. По мере увеличения расстояния от гравиметрического пункта амплитуда составляющей $\delta g'_{\text{рф}}$ уменьшается и начинает преобладать составляющая $\delta g''_{\text{рф}}$ (*Гравиразведка*, 1990). Это позволяет в ряде случаев использовать при вычислении поправки регрессионные зависимости вида $\delta g_{рф} = f(z)$. Функция $f(z)$ в большинстве случаев имеет вид $f(z) = az+b$ или $f(z)=az^2+bz+cz$, где a, b, c – коэффициенты, определяемые методом наименьших квадратов (*Любимов*, 1978; *Методические рекомендации*, 1981; *Любимов, Любимов*, 1988). Разработаны также подходы для учета влияния удаленных областей рельефа (средней и дальней зон) на основе расчета значений $\delta g_{рф}$ по редкой сети точек и последующей интерполяции имеющихся данных в пункты гравиметрической сети, что значительно уменьшает число трудоемких вычислительных операций, связанных с решением прямых задач (*Маловичко, Костицын*, 1974, *Клейнер, Бычков, Микрюков*, 1974; *Зайцев*, 1975; *Костицын*, 1989; 2002).

Широко применяющиеся на практике способы учета влияния рельефа местности созданы в период формирования «парадигмы ранней компьютерной эпохи» (*Страхов*, 1999). Ограниченные вычислительные возможности и высокая стоимость машинного времени использующихся в этот период ЭВМ, а также сложности технического характера, связанные с формированием цифровых моделей рельефа местности на машинных носителях, наложили свой отпечаток на многие технологии определения поправок за влияние рельефа. В частности, при подготовке ЦМР значения высот снимались вручную по сети 1×1 см или 0.5×0.5 см в масштабе используемой топографической карты.

Следует отметить, что для вычисления поправки за рельеф для центральной зоны площадью примерно 0.01÷0.025 км^2, охватывающей пункт гравиметрических наблюдений и его ближайшие окрестности, было признано нецелесообразным использование компьютерной техники (*Маловичко*, 1966; *Артеменко, Чернов*, 1977; *Маловичко, Костицын, Тарунина*, 1989; *Костицын*, 1989; *Cogbill*, 1990; *Leaman*, 1998; *Schiavone, Capolongo, Loddo*, 2007). Ввиду необходимости ввода в компьютер большого массива высотных отметок, обычно эти поправки вычисляются вручную (*Гравиразведка*, 1990; *Каленицкий, Смирнов*, 1981), или с целью их определения выполняется нивелирование вокруг гравиметрических пунктов (метод «звездочек») (*Инструкция* ..., 1980). В современных условиях, особенно при выполнении гравиметрических работ в горно-таежной местности, последний вариант практически не может быть реализован, т.к. затраты труда и времени на выполнение «звездочек» вокруг каждого пункта наблюдений существенно превышают затраты на выполнение самой гравиметрической съемки и обеспечивающих ее топографо-геодезических работ. Стереофотограмметрический способ учета влияния рельефа позволяет обеспечить точность вычислений ±0.05-0.06 мГал только на открытой местности (*Методические рекомендации*, 1981), что практически на порядок ниже точности современных гравиметров (*Chapin, Crawford, Baumeister M.,* 1999).

Заслуживает внимания подход к вычислению поправок за влияние рельефа, принятый в североамериканском стандарте редуцирования (*New standards* ..., 2005). Предлагается трехуровенная процедура вычисления $\delta g_{\text{рф}}$: первая часть поправки, которая является ответственностью исполнителя работ, использует топографическую информацию, полученную инструментально в полевых условиях в радиусе 100 м от пункта; вторая часть использует локальные данные о высотах с высоким разрешением (крупномасштабные топографические карты) до расстояния 895 м от пункта наблюдения; последняя часть использует цифровые модели рельефа для зоны от 895 м до 166.7 км, основанные на 15", 1' или 3' сетках и учитывающие кривизну Земли при расстоянии более 14 км от гравиметрического пункта. Для первых двух уровней (зон) рельеф аппроксимируется сегментированными кольцами (аналог палеток З. Хаммера (1939) и П.И. Лукавченко (1951)), для третьей – вертикальными призмами. Такое унифицированное разделение области вычисления поправок на три зоны позволит пользователям заменить любую часть поправки в процессе переобработки материалов гравиметрических работ или при составлении сводных гравиметрических карт, используя более точные и детальные исходные данные или другие процедуры вычисления.

Несмотря на обилие методов вычисления поправок, точность учета влияния рельефа определяется не способом численного интегрирования (2.1) или (2.2), а детальностью аппроксимации рельефа местности (*Гордин*, 1974; *Методические рекомендации*, 1981). Развитие вычислительной и периферийной техники, а также современное программное обеспечение, создание электронных версий карт и детальных матриц рельефа, распространяемых, в том числе, в сети Internet, позволяют осуществить принципиально новый подход к учету влияния рельефа и подготовке ЦМР с использованием всей имеющейся информации о рельефе местности. Применение современных геоинформационных технологий позволяет создавать большие ЦМР, отвечающие по детальности крупномасштабным топографическим картам.

Об актуальности совершенствования методов вычисления поправок за влияние рельефа можно судить по количеству публикаций на эту тему (рис. 2.2). Если в отечественной научной литературе наибольшее количество публикаций приходится на 1960-1980^{е} гг., когда были разработаны все основные способы определения поправок, применяемые в настоящее время, то в зарубежных источниках отмечается увеличение числа публикаций, начиная с 1980-1990^х гг. В настоящее время за рубежом активно обсуждаются главным образом вопросы подготовки цифровых моделей рельефа, различные способы ускорения вычислительного процесса, учитывая большие размеры современных ЦМР, а также вычисление поправок за влияние рельефа на сферической Земле. Графики, представленные на рис. 2.2, составлены на основании анализа библиографической базы данных «Гравиметрия и Магнитометрия» В.М.Гордина (2004) и аннотаций статей в геофизических журналах Canadian Journal of Earth Sciences, Computers & Geosciences, Exploration Geophysics, First Break, Geophysical Prospecting, Geophysics, Journal of Applied Geophysics. Разумеется, данные результаты анализа литературных источников не претендуют на полноту, но по нашему мнению, отражают повышенное внимание зарубежных геофизиков к точности обработки исходных гравиметрических данных. В России в последние годы публикаций на эту тему практически нет, за исключением работ авторов данной монографии.

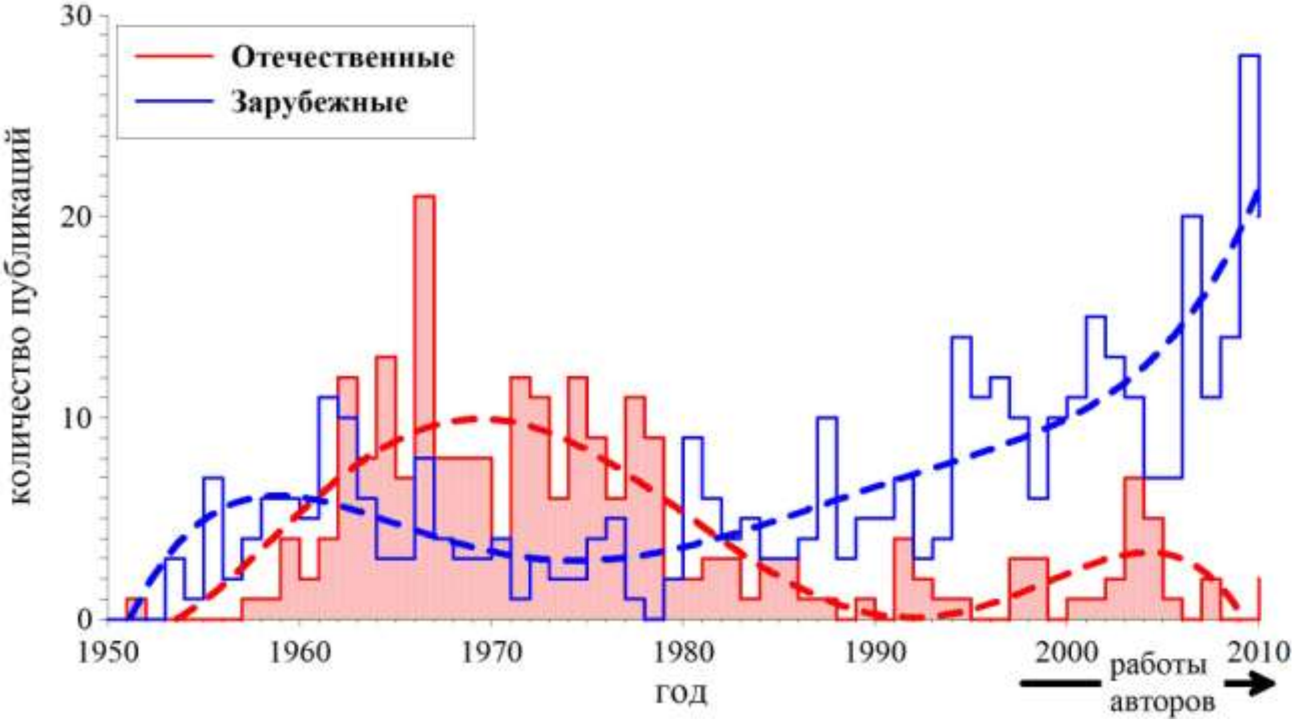


Рис. 2.2. Количество публикаций, посвященных вычислению поправок за влияние рельефа при обработке гравиметрических данных, в отечественных и зарубежных изданиях

2.2. Новый подход к учету влияния рельефа местности

Основным отличием описанного ниже подхода к вычислению поправок от разработанных ранее является использование аппроксимационных алгоритмов (*Долгаль, Бычков, Антипин*, 2003а; 2003б; 2004б; ; 2005г; *Бычков*, 2010). Область учитываемого влияния рельефа D разделим на внутреннюю подобласть D_1 и внешнюю подобласть D_2: $D = D_1 \bigcup D_2$, $D_1 \bigcap D_2 = \varnothing$. Для каждой из подобластей используются различные алгоритмы расчета поправки $\delta g_{\text{рф}}$ и разные исходные данные.

Для внутренней подобласти D_1, охватывающей центральную и ближнюю зоны, поправки $\delta g_{\text{рф}}$ целесообразно вычислять с использованием линейных аналитических аппроксимаций рельефа поверхности Земли $z = \Psi(x, y)$, впервые предложенных В.Н. Страховым (1999). Аналитическая модель рельефа (АМР), являющаяся результатом аппроксимации, описывает все особенности рельефа и используется далее вместо массива высот дискретной (цифровой) модели рельефа (ЦМР).

Цифровые модели “локального” рельефа местности подобласти D_1 формируются путем векторизации скан-образов крупномасштабных топографических карт. При этом повышается точность описания рельефа местности, и, соответственно, точность определения поправок по сравнению с традиционными технологиями, базирующимися на ручном снятии высот с топографической карты в узлах регулярной сети. Площадь подобласти D_1 может составлять от единиц до нескольких сотен квадратных километров в зависимости от требуемой точности вычисления поправок $\delta g_{рф}$. Увеличивая или уменьшая размеры зоны $D_{1,}$ мы в различной степени используем детальную модель рельефа, полученную на основе крупномасштабных топографических карт, поскольку очевидно, что от детальности ЦМР зависит точность вычисления поправок за влияние рельефа.

Использование аналитической аппроксимации рельефа поверхности Земли позволяет, во-первых, повысить точность описания рельефа по сравнению с аппроксимацией его набором прямоугольных параллелепипедов с фиксированными размерами оснований, во-вторых, вычислять поправки непосредственно в гравиметрических пунктах, формируя различные массивы высот рельефа вокруг каждого пункта, в-третьих, существенным образом уменьшить объем исходной информации, при сохранении в памяти компьютера не дискретных значений высот z, а набора параметров функциональной зависимости $z = \Psi(x, y)$, и, в-четвертых, вычислять значения высот в узлах произвольной сети точек, выбирая размеры параллелепипедов и подобласти D_1 в зависимости от требуемой точности вычисления поправок. Кроме того, созданная для региона исследований АМР, может затем многократно использоваться при вычислении поправок за рельеф на соседних площадях гравиметрических работ. Предлагаемый подход позволяет моделировать практически любые особенности рельефа, за исключением горных районов с углами склонов более 50^o, где наземные гравиметрические работы обычно не проводятся.

Для внешней подобласти D_2 представляется рациональным осуществлять истокообразную аппроксимацию значений $\delta g_{\text{рф}}$, предварительно определенных в узлах сравнительно редкой регулярной сети, а затем проводить 3D-интерполяцию поправок за влияние рельефа непосредственно в гравиметрические пункты путем решения прямой задачи гравиразведки. Под истокообразной аппроксимацией здесь подразумевается подбор параметров элементарных источников, в результате которого модельное поле этих источников становится практически тождественным полю поправок $\delta g_{\text{рф}}$. Подобласть D_2 может иметь площадь от десятков тысяч до первых сотен тысяч квадратных километров. Особенности «регионального» рельефа местности с достаточной точностью отражают матрицы высот GTOPO30 и SRTM (*Долгаль Бычков, Антипин*, 2004а; *Hećimović, Bašić*, 2005; *Симанов*, 2007б; 2007в; *Jia, Davis, Groom*, 2009; *Tsoulis, Wziontek, Petrovic*, 2003; *Муравьев*, 2011), охватывающие практически всю поверхность Земли и свободно распространяемые в сети Интернет.

Предлагаемый подход вычисления поправок с разделением области вычислений на две зоны обеспечивает высокую точность определения $\delta g_{рф}$ благодаря использованию аналитической модели рельефа в зоне D_1, где мы имеем более детальную информацию о рельефе, и уменьшает затраты машинного времени за счет применения аналитической модели поправок в зоне D_2, где требования к точности ЦМР существенно ниже.

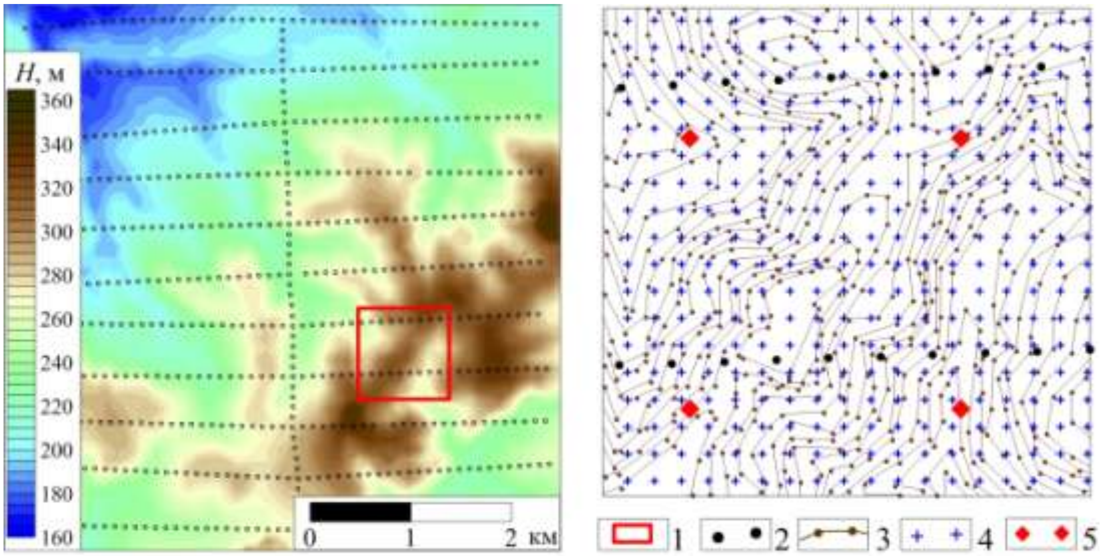
При вычислении поправок необходимо не только совершенствовать алгоритмы и программное обеспечение, но также и методику подготовки исходной информации (*Дергачев, Маловичко*, 1963; *Blais, Ferland*, 1984; *Симанов*, 2005; 2007а; *Hećimović, Bašić*, 2005). На это обращал внимание Д.Г.Успенский, который еще в 1968 г. писал, что «следует идти по пути полной автоматизации не только вычислений, но и снятия превышений с топографических карт и ввода этого материала в ЭВМ» (*Успенский*, 1968, с. 104).

2.3. Исходная информация о рельефе местности

2.3.1. Построение цифровых моделей рельефа

Как известно (*ДеМерс*, 1999; *Кузнецов, Никитин, Черемисина*, 2005), цифровая модель рельефа местности – ЦМР (Digital terain model - DTM; digital elevation model - DEM; Digital Terrain Elevation Data - DTED) - средство цифрового представления рельефа поверхности Земли, как совокупности значений высот в узлах регулярной сети, или значений высот в узлах нерегулярной треугольной сети (TIN) или в виде массива координат горизонталей высот (изогипс). Процесс цифрового моделирования рельефа включает в себя создание ЦМР, их обработку и использование. Для последующего вычисления поправок за влияние рельефа наиболее предпочтительной является ЦМР в виде матрицы высот в узлах равномерной сети, т.е. аппроксимация рельефа местности набором прямоугольных параллелепипедов.

Подготовка ЦМР осуществляется путем сканирования топографических карт и векторизации полученных скан-образов с помощью специализированных программ (*Антипин, Бычков, Путилов*, 2002; *Долгаль*, 2002; *Долгаль, Бычков, Антипин*, 2003б; 2003в; 2004в). Это позволяет сравнительно быстро создавать большие массивы информации, сохраняющие в цифровой форме все основные особенности крупно- и среднемасштабных топографических карт. В результате векторизации карт изогипс рельефа дневной поверхности создаются файлы исходных данных (например: *.shp файлы ГИС ArcView или *.dat файлы в формате ASCII), содержащие порядка $n(10^5 \div 10^6)$, $n = 1,2,\ldots,10$ векторов вида $\vartheta = \{x, y, z\}$, а средняя плотность сети высотных отметок составляет примерно 200÷300 точек/см^2 в масштабе карты (рис. 2.3). Как видно из рис. 2.3, на 1 км^2 площади съемки имеется 19 гравиметрических пунктов, около 600 высотных отметок векторизованной топографической карты, 324 узла матрицы высот SRTM и 4 узла матрицы GTOPO30. Координаты и высоты гравиметрических пунктов определены с помощью спутниковой аппаратуры GPS Trimble 5700 и тахеометров; среднеквадратическая погрешность определения координат и высот составила соответственно ±5 м и ±0.07 м. Совершенно очевидны существенные различия в степени детальности описания особенностей рельефа местности по данным, полученным из различных источников.



а) б)

Рис. 2.3. Исходная информация о рельефе (а – рельеф местности, б – фрагмент карты): 1 – контур фрагмента карты, 2 – пункты гравиметрических наблюдений, 3 – высотные отметки векторизованной топографической карты, 4 – узлы матрицы высот SRTM, 5 – узлы матрицы высот GTOPO30

Программы векторизации топографических карт должны осуществлять прежде всего две основные функции: перевод сканированных растровых изображений в цифровые значения высот требуемой системы пространственных координат и сохранение в этой системе характерных особенностей рельефа (высотных отметок и точек изгибов изогипс рельефа). Существует большое количество программ, позволяющих векторизовать скан-образы растровых графических изображений (*Старостенко и др*., 2004). Из них специализированными программами, предназначенными для векторизации топографических карт, являются EasyTrace, R2V, Didger, Delta и др.

Необходимо сразу отметить, что серьезных технических проблем, связанных с использованием детальных ЦМР больших территорий, при вычислении $\delta g_{рф}$ не возникает; возможности современных компьютеров позволяют хранить в оперативной памяти и обрабатывать массивы данных очень большой размерности. При этом повышается точность описания рельефа местности по сравнению с традиционными технологиями, базирующимися на кодировании топографических карт вручную, а также становится возможной автоматизация расчета $\delta g_{рф}$ в пределах внутренней подобласти D_1.

Результатом векторизации топографических карт является массив (x, y, z) – координаты изолиний и характерных отметок рельефа, который для вычисления поправок $\delta g_{рф}$ необходимо преобразовать в матрицу высот в узлах регулярной сети (grid). Существует множество различных алгоритмов интерполяции пространственных данных: метод ближайшего соседа, метод обратных расстояний, метод радиальных базовых функций, полиномиальная регрессия, кригинг, триангуляция с последующей линейной или нелинейной интерполяцией, диаграммы Вороного, нейронные сети и многие другие (*Деев*, 2003). Весьма большой набор методов интерполяции реализован в программе GS Surfer (Golden Software Inc.). Такое многообразие методов объясняется тем, что для решения различных задач и использования разных типов данных, как по форме, так и по содержанию, требуются разные алгоритмы. Каждый из перечисленных методов имеет свои достоинства и недостатки, поэтому их применение к одним и тем же исходным данным может приводить к различным результатам.

Известно, что значения высот рельефа в различных точках земной поверхности функционально не связаны между собой, следовательно, задача интерполяции произвольного набора данных о высотах земной поверхности в узлы регулярной сети является некорректной, т.е. не имеет однозначного решения и может быть неустойчивой. Поэтому теоретически обосновать применение какого-либо способа интерполяции значений высот в узлы регулярной сети при создании матрицы высот – ЦМР, как наиболее оптимального, не представляется возможным. При решении каждой конкретной задачи необходимо использование имитационного статистического моделирования для оценки целесообразности практического применения различных методов интерполяции (*Веселкова*, 2005; *Масюков и др*., 2005).

С целью оценки возможностей некоторых методов интерполяции была проведена серия вычислительных экспериментов с использованием векторизованных топографических карт. В процессе расчетов оценивались погрешности формирования ЦМР, возникающие за счет интерполяции первичных картографических данных в узлы квадратной сети ($\Delta x = \Delta y$), где Δ - шаг между точками (*Долгаль, Бычков, Антипин*, 2003а; 2003в; 2004г). Под первичными картографическими данными в данном случае подразумевается dat-файл, полученный при векторизации топографических карт масштаба 1:25 000 – 1:50 000, содержащий горизонтальные координаты x, y и значения высот z точек земной поверхности в узлах нерегулярной сети $\{x, y, z\}$. В процессе экспериментов сравнивались между собой варианты регулярных сеток (матриц), построенных различными методами, а также – восстановленные высоты с высотами в исходном dat-файле.

Первый вариант статистического моделирования рассмотрим на примере материаплов одной из площадей крупномасштабной гравиметрической съемки на Западном Урале. Размер площади около 200 км^2; изменения высотных отметок рельефа местности в ее пределах составляют 122 – 260 м, при среднем значении 169.8 м.

Были выбраны четыре широко применяющихся на практике алгоритма интерполяции, реализованные в программе Surfer 8 (Golden Software Inc.): метод взвешенных расстояний (inverse distance to a power); кригинг (kriging); метод триангуляции (triangulation with linear interpolation) и метод локальных полиномов (*local polynomial).* С помощью этих методов были созданы четыре различные ЦМР. Шаг всех ЦМР $\Delta x = \Delta y = 50$ м, размеры матриц высот z составили m=307 строк, n=285 столбцов. В табл. 2.1 приведены числовые характеристики различий Δz между построенными ЦМР в метрике Чебышева

$$\mathrm{F1} = \max \left| z_{ij}^{k} - z_{ij}^{l \neq k} \right|$$

и в квадратичной метрике

$$\mathrm{F2} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sqrt{\left(z_{ij}^{k} - z_{ij}^{l \neq k} \right)^{2} / N},$$

где k и l – метод интерполяции (k = 1, 2, 3, 4; l = 1,2,3,4); i = 1, 2, ..., m; j = 1, 2, ..., n; $N = m \times n$.

Как очевидно, значения высот в узлах ЦМР, полученные различными способами интерполяции, существенно отличаются друг от друга. Наиболее близкие результаты дают методы взвешенных расстояний и триангуляции; сильно различаются между собой – кригинг и метод локальных полиномов. Точные значения высот рельефа z в узлах регулярной сети нам неизвестны, поэтому судить о преимуществах какого-то одного из методов интерполяции перед остальными не представляется возможным. Однако проведенное сопоставление позволяет получить косвенную, приближенную оценку среднеквадратической погрешности $\delta z_{\text{инт}}$ восстановления неизвестных значений высот в узлах равномерной сети путем интерполяции, находящуюся в пределах от ±1 м до ±3 м.

Таблица 2.1

Различия в значениях высотных отметок ЦМР, сформированных с помощью разных методов интерполяции, м

Способ интерполяции высот	**Метод взвешенных расстояний**	**Кригинг**	**Метод триангуляции**	**Метод локальных полиномов**
Метод взвешенных расстояний	-	20.21	9.31	12.51
Кригинг	±2.18	-	12.75	19.38
Метод триангуляции	±1.47	±1.12	-	14.76
Метод локальных полиномов	±2.26	±3.80	±3.24	-

Примечание. В верхней части таблицы на зеленом фоне приведены значения F1, в нижней (голубой фон) – F2.

Второй вариант статистического моделирования заключался в создании разными методами интерполяции регулярных сеток различных размеров и сравнении полученных ЦМР с использованными векторными данными (dat-файлом). При этом также оценивалась возможность уменьшения избыточности количества информации в dat-файле путем исключения произвольно выбранных точек (x, y, z) с помощью генератора случайных чисел. Предполагалось равномерное пространственное распределение исключаемых точек (векторов). Количество точек последовательно уменьшалось до 10% относительно общего количества точек в массиве, полученном при векторизации топографической карты; строились регулярные сетки по усеченным выборкам исходного dat-файла и вычислялись соответствующие разности высот.

При вычислениях использованы результаты векторизации и интерполирования высот топографической карты масштаба 1:25 000 с перепадом высот по площади от 185 до 365 м. Средняя плотность точек векторизации 370 точек/км^2, или около 90 точек/см^2 карты. Строились регулярные сетки размерами 25×25 м (1 мм в масштабе карты), 50×50 м (2 мм в масштабе карты), 100×100 м (4 мм в масштабе карты) и 200×200 м (8 мм в масштабе карты). Расчеты проводились разными методами интерполяции, реализованными в программе Surfer 8 (Golden Software Inc): взвешенных расстояний (*inverse distance to a power),* кригинг (*kriging),* локальных полиномов (*local polynomial),* осреднения в скользящем окне (*moving average),* ближайшего соседа (*nearest neighbor) и* триангуляции (*triangulation with linear interpolation).* На рис. 2.4 приведены графики зависимости среднеквадратической погрешности восстановленных высот z от количества использованных точек при применении разных методов интерполяции и различных параметрах результативной регулярной сети.

Проведенное моделирование, прежде всего, подтверждает очевидные закономерности – с увеличением использующегося объема информации и при сгущении результативной сети точек увеличивается точность интерполяции. Полученные количественные оценки точности интерполяции позволяют сделать следующие основные выводы:

1) средняя плотность отметок высот при векторизации топографических карт для формировании ЦМР должна быть не менее 200-300 точек на 1 км^2 площади карты;

2) шаг результативной регулярной сети ($\Delta x = \Delta y$) должен быть не менее 2-5 мм в масштабе векторизованной карты;

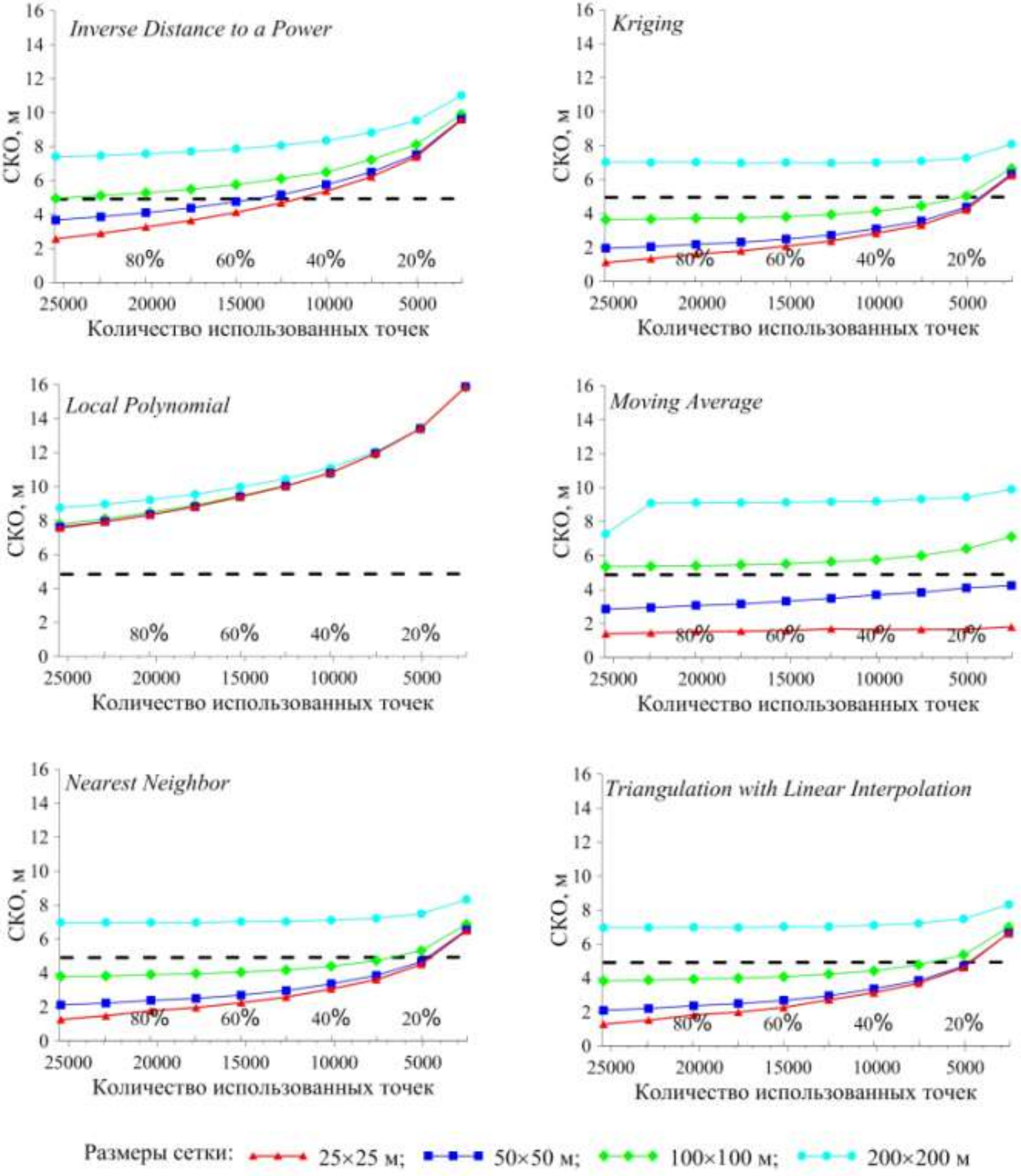


Рис. 2.4. Зависимости среднеквадратического отклонения восстановления высот от количества использованных точек и размеров регулярной сетки при разных методах интерполяции (пунктирной линией показано сечение изолиний векторизованной топографической карты)

3) наилучшие результаты дают кригинг, триангуляция и метод ближайшего соседа, т.е. методы, в которых сглаживание исходных данных в процессе интерполяции является относительно слабым;

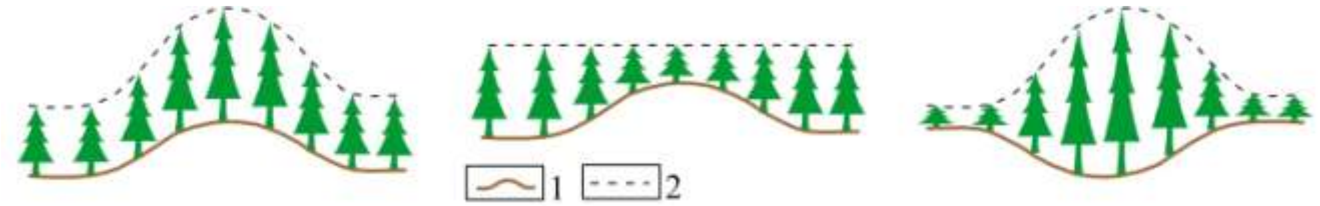
4) при всех размерах результативной сети наихудшие результаты получены методами локальных полиномов и взвешенных расстояний (следует заметить, что при расчетах методом локальных полиномов использовался алгебраический полином второй степени – парабола, которая довольно часто применялась при «ручных» способах вычисления поправок за влияние рельефа (*Костицын*, 1989; *Маловичко, Костицын, Тарунина*, 1989; *Гравиразведка*, 1990));

5) метод интерполяции путем осреднения, при которой вычисляется средняя высота в скользящем окне (т.е. имитируется процесс «ручного» снятия высот с карты), слабо зависит от плотности точек векторизации. Применять этот метод следует с осторожностью, поскольку при малых размерах скользящего окна в результативной сетке могут быть незаполненные узлы, а при большом размере окна резко возрастают погрешности результата интерполяции.

2.3.2. Картографические погрешности построения цифровых моделей рельефа

Цифровые модели рельефа, построенные на основе векторизации топографических карт, несут в себе ошибки в значениях высотных отметок, нанесенных на эти карты (картографические погрешности) (*Дергачев, Маловичко*, 1963). Данные погрешности появляются как в процессе создания топографических карт, так и вследствие их устаревания (*Худяков, Поздняков, Ефимов*, 2004; *Симанов*, 2005). В процессе решения практических задач в различных регионах выявлены значительные расхождения в значениях высот, полученных при производстве гравиметрической съемки (инструментальных z^*), и при векторизации топографических карт (картографических z) (*Долгаль, Бычков, Антипин*, 2003в; 2004г).

Крупномасштабные топографические карты создаются двумя основными методами: стереотопографическим (стереофотограмметрическим) и комбинированным. Оба они основаны на использовании аэрофотоснимков, их последующем дешифрировании и трансформации, сгущении точек опорной сети и нанесении на них горизонталей и отметок высот. Поэтому важное значение приобретают ошибки плановой и высотной привязки различных изображений рельефа. Так, например в залесенных районах, точность и объективность изображения рельефа не всегда имеет надлежащие кондиции (*Методические рекомендации*, 1981). Это объясняется тем, что полог леса при аэрофотосъемке часто образует поверхность, не полностью соответствующую морфологии земной поверхности (рис. 2.5).



а) *б)* *в)*

Рис. 2.5. Примеры влияния колебаний высоты леса на видимую стереоскопическую модель местности: а – большая высота леса усиливает стереоскопический эффект возвышенности; б – разная высота леса на холмах и в понижениях нивелирует поверхность лесного полога; в – большая высота леса в понижениях создает стереоскопический эффект холма: 1 – рельеф местности, 2 – огибающая кромки леса.

Высота деревьев в лесу может значительно изменяться в зависимости от природных условий, особенностей экспозиции склонов, характера почвенно-грунтовых условий, степени увлажнения поверхности, глубины залегания вечной мерзлоты и др. Все эти факторы могут существенно варьироваться на коротких расстояниях, особенно в условиях холмистой местности. Поэтому поверхность, образованная верхним пологом леса, лишь в отдельных случаях конкордантна земной поверхности. На пониженных участках, где близко к дневной поверхности залегают грунтовые воды, развиваются более высокие деревья, чем на прилегающих, сравнительно сухих водоразделах. Вследствие этого при стереоскопическом рассматривании таких участков они будут восприниматься как возвышенности.

Очевидно, что в горно-таежных районах положение горизонтали, проведенной по стереоскопии, не будет отображать рельеф земной поверхности, а будет лишь характеризовать поверхность верхнего полога лесного покрова. Таким образом, точность, подробность и полнота изображения рельефа на топографических картах резко снижается по мере перехода от открытых участков местности к залесенным холмистым участкам с большими перепадами высот.

На рис. 2.6 приведена карта расхождений инструментальных и картографических высот для одной из площадей гравиметрической съемки в Пермском крае. Как видно из рисунка, расхождения высот Δz весьма существенны (составляют десятки метров) и каких-либо закономерностей в их распределении не выявляется. Анализ причин расхождения, статистические оценки и некоторые подходы к решению этой проблемы даны в работах (*Долгаль, Бычков, Антипин*, 2003в; 2004г; *Симанов*, 2004; *Худяков, Поздняков, Ефимов*, 2004).

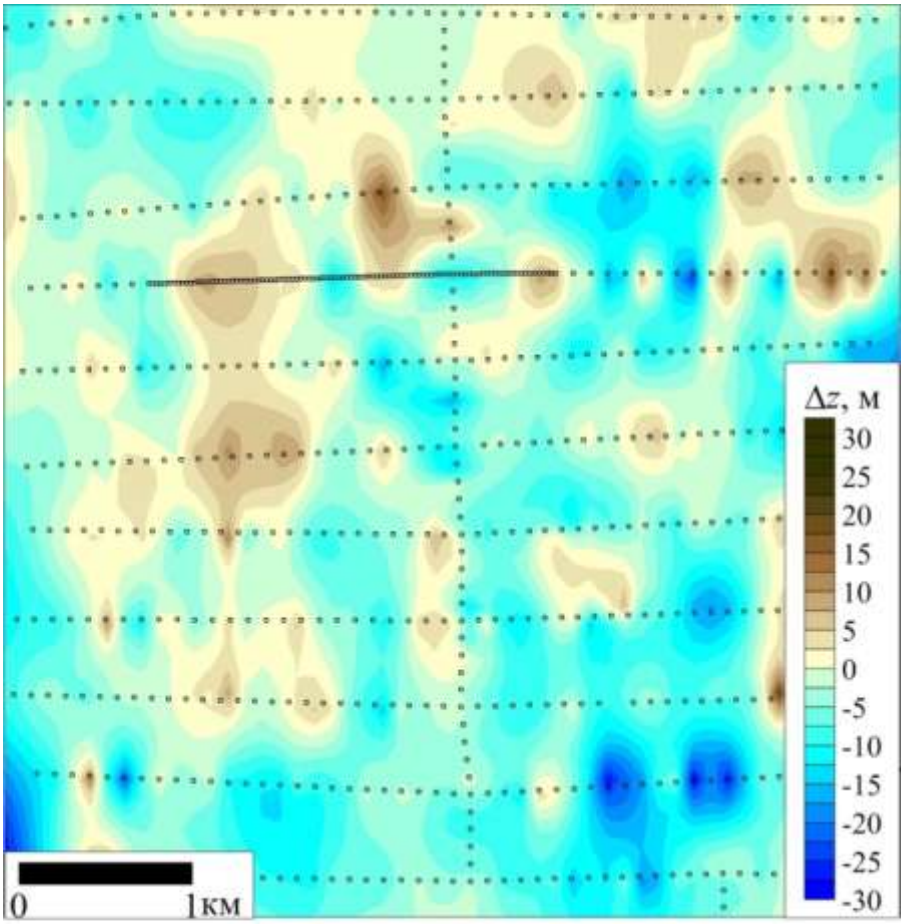


Рис. 2.6. Карта разностей высот для векторизованной карты масштаба 1:25 000 и данных нивелировки на гравиметрических пунктах. Примечание. Черные точки - пункты гравиметрических наблюдений

Анализ расхождений высот, полученных при векторизации топографических карт *z* различного масштаба и измеренных при производстве гравиметрической съемки *z** (*Долгаль, Бычков, Антипин*, 2003а; 2004г), показал, что в целом распределение разностей высот для различных площадей на территории Западного Урала близко к закону Гаусса. Среднеквадратическое отклонение разностей высот для карт масштаба 1:25 000 составляет около ±3 м, для масштаба 1:50 000 – около ±6 м, т.е. примерно 0,5 сечения изогипс рельефа (*Симанов,* 2005).

Для нескольких площадей гравиметрических съемок, выполненных на Западном Урале, сделан анализ расхождений высот, полученных при векторизации топографических карт различного масштаба и измеренных инструментально с помощью нивелиров и спутниковой системы GPS при производстве гравиметрической съемки. Не вызывает сомнений, что результаты сопоставления двух массивов высотных отметок (grd-файлов), сформированных по первичным картографическим данным и по каталогу гравиметрических пунктов, будут нести в себе дополнительную погрешность, обусловленную применением интерполяции, поэтому возникла необходимость в создании специализированных способов сравнения картографических и инструментальных высот и разработки программного обеспечения, требуемого для реализации этих способов. Реализовано два способа сравнения высот.

<u>Способ 1.</u> В подавляющем большинстве случаев можно высказать предположение о достаточно слабых изменениях рельефа дневной поверхности исследуемой территории в пределах таксона - отдельной ячейки крупномасштабной ЦМР размером 50×50 м (2×2 мм в масштабе анализируемой карты). Это допускает применение билинейной интерполяции между узлами ЦМР с целью восстановления поверхности рельефа местности $z = z(x, y)$ в любой заданной точке, в том числе – непосредственно в пункте гравиметрических наблюдений. При этом значения инструментальных высот гравиметрических пунктов, заданные в каталоге, никаким преобразованиям не подвергаются. На данном принципе базируется способ оценки различий высот Δz, представленных в каталоге гравиметрических пунктов и в каждой из ЦМР, построенной с использованием разных методов интерполяции (табл. 2.2). Несомненно, что полученные значения Δz являются весьма высокими, превосходящими на порядок и более точность определения высот гравиметрических пунктов при выполнении полевых топографо-геодезических работ. Все четыре ЦМР характеризуются весьма близкими различиями инструментальных и картографических высот, о чем свидетельствуют приведенные статистические параметры, примерно одинаковая величина среднего квадратического отклонения и гистограммы распределения Δz (рис. 2.7).

Таблица 2.2

Различия в значениях инструментальных и картографических высот в пунктах гравиметрических наблюдений (оценка способом 1)

Способ интерполяции высот, использованный при построении ЦМР	**Статистические характеристики Δz, м**			
	Минимум	**Максимум**	**Среднее**	**СКО**
Взвешенные расстояния	-27.74	29.71	1.65	±5.98
Кригинг	-29.21	29.29	1.27	±6.10
Триангуляция	-28.40	28.95	1.35	±6.09
Локальные полиномы	-26.20	25.82	1.84	±6.09

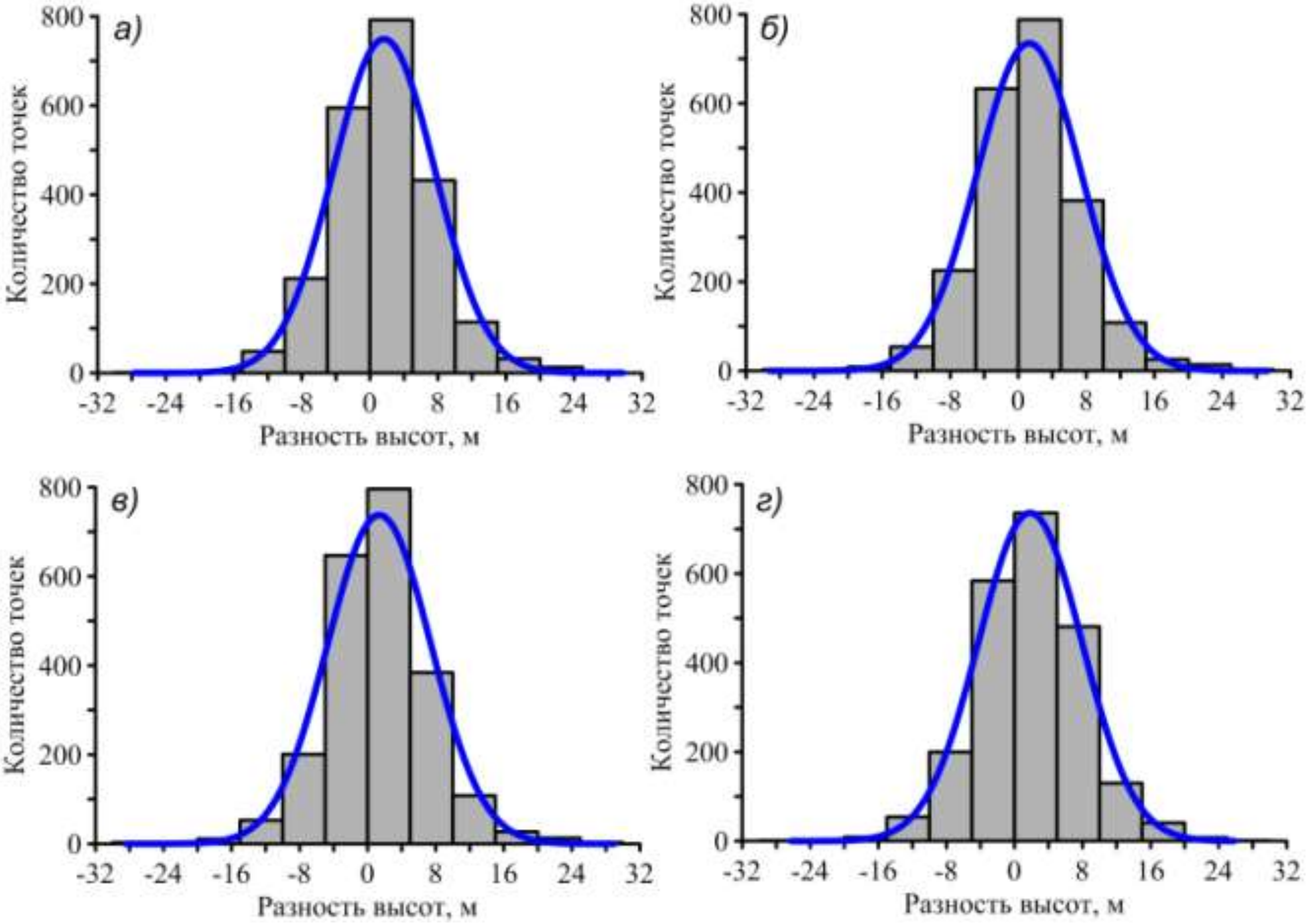


Рис. 2.7. Гистограммы различий Δz инструментальных и картографических высот, полученных способом 1. При интерполяции высот в узлы регулярной сети использовались методы: а) - взвешенных расстояний; б) - кригинга; в) - триангуляции; г) - локальных полиномов

Считая значения инструментальных высот точными, можно говорить о практически одинаковой достоверности описания рельефа местности при использовании различных способов интерполяции первичной картографической информации. Погрешности Δz картографического определения высот пунктов для сетки ЦМР размером 50×50 м (2×2 мм в масштабе карты) во всех случаях подчиняются нормальному закону распределения с весьма малым средним значением. Весьма слабо проявлена зависимость модуля Δz от абсолютных отметок высот гравиметрических пунктов. Можно отметить частичную пространственную корреляцию повышенных значений модуля Δz и областей повышенной дисперсии значений высот z, рассчитанной в скользящем окне, которую можно трактовать как количественную меру расчлененности рельефа (рис. 2.8).

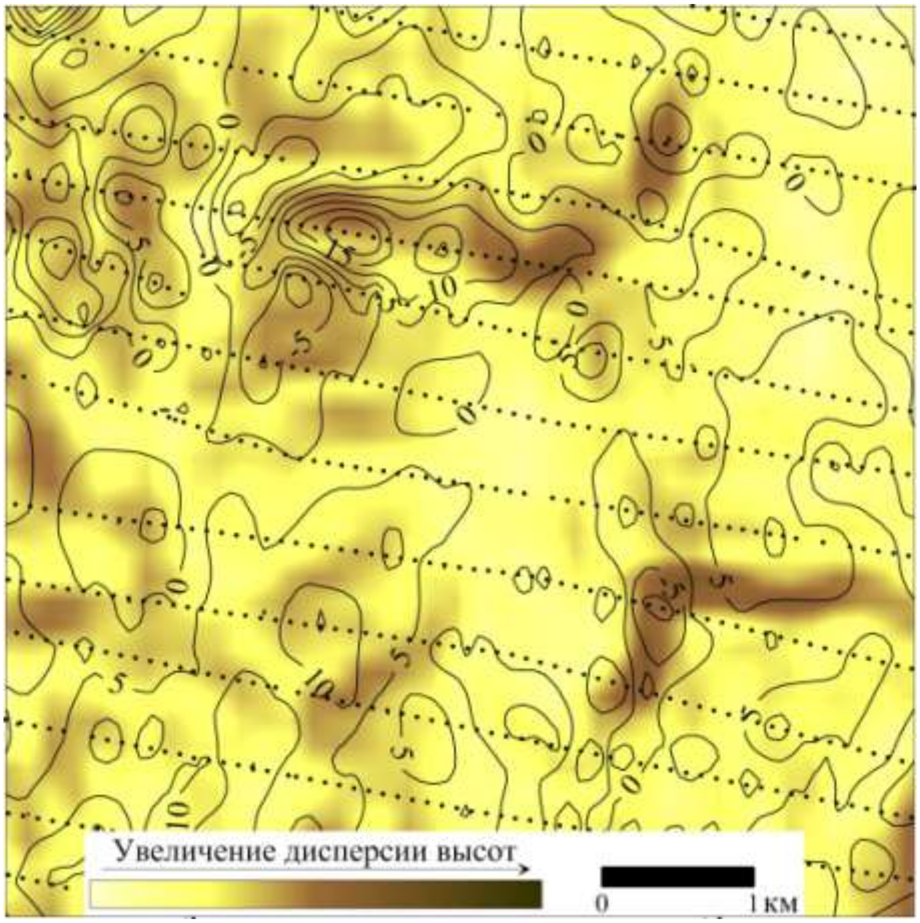


Рис. 2.8. Пространственная корреляция высоких значений модуля $|\Delta z|$ *и участков повышенной дисперсии высотных отметок рельефа. Примечания: черные точки - пункты гравиметрических наблюдений; изолинии - абсолютные значения разности картографических и инструментальных высот, м; цветовой фон - дисперсия высот*

Способ 2. При небольших расстояниях R между гравиметрическими пунктами и изогипсами рельефа, нанесенными на топографической карте, можно непосредственно по известным значениям координат (x, y) этих пунктов определять их картографические высоты (по сути – снимать значения высот z с карты). Алгоритмически процесс «снятия высотных отметок с карты» сводится к поиску в окружности заданного радиуса R (с центром в гравиметрическом пункте), значений высот из файла первичной картографической информации, т.е. к известной в математическом программировании задаче сортировки массива неупорядоченных данных. При наличии в пределах радиуса R точек с известными высотами выбирается высота единственной точки, находящейся на минимальном удалении R_{min} от пункта.

Несомненным преимуществом данного метода является отсутствие влияния погрешностей интерполяции высот на получаемые результаты; однако эти результаты несут в себе ошибки, обусловленные отклонением реального рельефа от горизонтальной плоскости в пределах расстояния R_{min}. При проведении вычислительного эксперимента были выбраны значения R = 10, 20, 50 м, т.е. максимальный радиус поиска картографической высоты не превышал 2 мм в 1:25000 масштабе использованных топографических карт. Полученные результаты приведены в табл. 2.3. Весьма примечательно то, что с ростом величины R_{min} не наблюдается существенного увеличения разности картографических и инструментальных высот Δz (рис. 2.9). Как видно из рис. 2.9, корреляционная связь между R_{min} и Δz отсутствует.

Таблица 2.3

Различия в значениях инструментальных и картографических высот рельефа местности в пунктах гравиметрических наблюдений (оценка способом 2)

Диапазон изменения R_{min}, м	**Среднее значение R_{min} , м**	**Количество пунктов в выборке**	**Статистические параметры разности высот Δz, м**			
			Минимум	**Максимум**	**Среднее**	**СКО**
0.5 - 10.0	6.45	233	-22.29	22.38	0.91	±6.42
0.5 – 20.0	12.34	671	-22.29	24.62	1.28	±6.29
0.5 – 50.0	24.34	1661	-22.29	27.36	1.27	±6.11

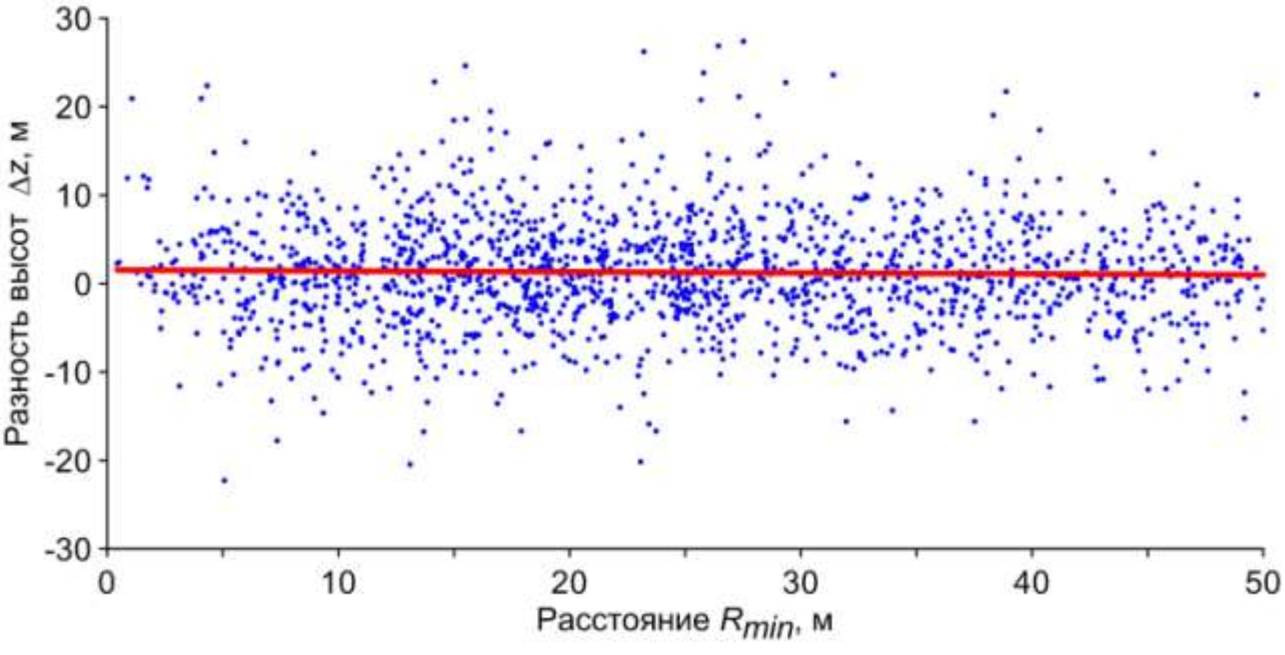


Рис. 2.9. Кросс-плот между значениями Δz и R_{min}

Два разных способа оценки расхождений инструментальных и картографических высот дают очень близкие между собой результаты (табл. 2.2, 2.3): распределение Δz в пределах исследуемой площади близко к закону Гаусса при математическом ожидании $M \approx 1 \div 1.5$ м и среднеквадратическом отклонении $S \approx \pm 6.2$ м.

Можно предположить, что выявленные высокие значения Δz обусловлены двумя факторами: погрешностями плановой привязки гравиметрических пунктов δ_1 и ошибками δ_2, связанными с погрешностями значений высот z, представленных на самих топографических картах. Считая оба вышеуказанных фактора независимыми, для определения численных значений δ_2 можно использовать аппарат дисперсионного анализа: $\mathrm{Var}(\Delta z) = \mathrm{Var}(\delta_1) + \mathrm{Var}(\delta_2)$, где Var – символ, обозначающий дисперсию, обусловленную указанным в скобках факторами.

С целью определения вклада составляющей δ_1 в величину Δz было выполнено имитационное моделирование, позволяющее оценить ее амплитуду. При этом принято то же самое допущение, что и при исследовании Δz способом 1: предполагалось, что при густой сети высотных отметок (50×50 м), билинейная интерполяция позволяет достаточно точно провести восстановление рельефа земной поверхности между узлами ЦМР. Другими словами – земная поверхность в пределах достаточно малого участка размером 50×50 м с удовлетворительной для практики точностью может быть аппроксимирована наклонной плоскостью. По мнению авторов, в геоморфологических условиях изучаемой площади, характеризующейся сравнительно пологим рельефом и небольшими градиентами высот, данное допущение является вполне оправданным. Моделирование пространственного распределения погрешностей δ_1, обусловленных отклонениями планового положения пунктов гравиметрических наблюдений, проводилось при использовании всего одной ЦМР, созданной методом кригинга. Процесс имитационного моделирования заключался в следующем:

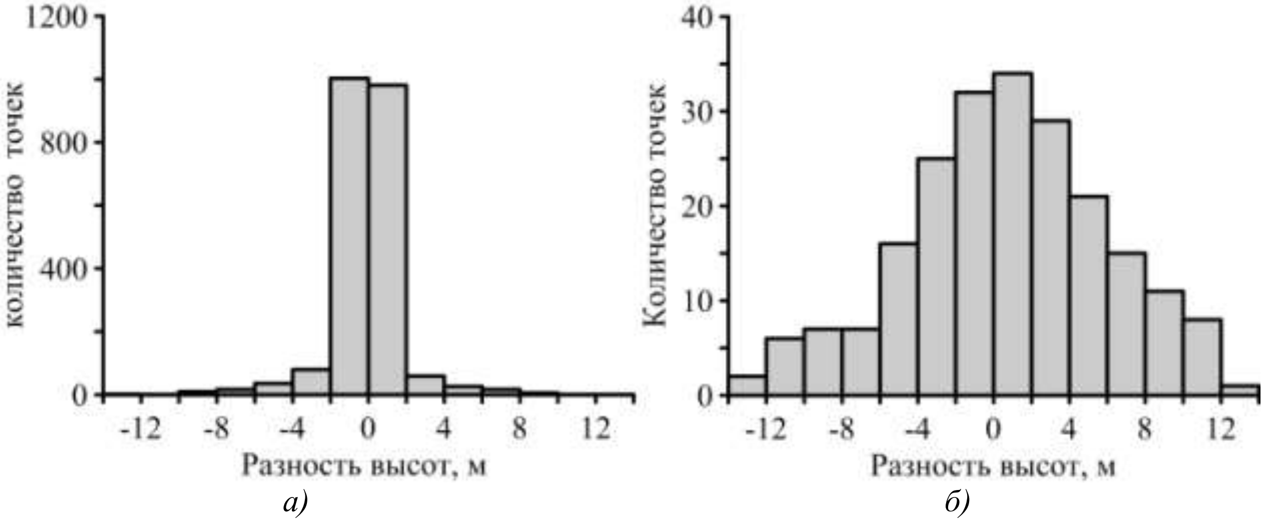
- Картографические высоты $z = z(x, y)$ имеющихся на площади 2247 пунктов гравиметрических наблюдений, полученные при выполнении билинейной интерполяции матрицы $\mathbf{z}$, были приняты за «истинные».
- В значения координат (x, y) каждого гравиметрического пункта путем генерации псевдослучайных чисел вносилась помеха ε_{xy}, равномерно распределенная на интервале [-20 м, 20 м]. Таким образом, каждый пункт мог произвольно перемещаться в плане в пределах квадрата со стороной 40 м, в центре которого находилось его истинное местоположение (т.е. максимальное смещение пункта в плане могло достигать $\sqrt{20^2 + 20^2} \approx \pm 28.3$ м относительно первоначального).

- Методом билинейной интерполяции данных по матрице **z** определялись новые значения высот $z^* = z(x + \varepsilon_{xy}, y + \varepsilon_{xy})$.

- Для каждого гравиметрического пункта вычислялась разность «истинной» высоты и высоты, полученной при наличии помехи в координатах ε_{xy}: $\delta_1 = z\text{-}z^*$.

- Осуществлялось построение гистограммы, и определялись статистические характеристики разности высот $\delta_{1.}$

Установлено, что выборка, включающая в себя 2247 значений погрешностей δ_1, характеризуется следующими параметрами: минимум –25.55 м; максимум +20.69 м; математическое ожидание $M = -0.08$ м; среднеквадратическое отклонение $S = \pm 2.10$ м. Полученные результаты убедительно свидетельствуют о том, что наблюдаемые в пределах данной площади различия инструментальных и картографических высот Δz не могут полностью объясняться погрешностями планового положения (x, y) пунктов гравиметрических измерений. Основной вклад в величину Δz вносит именно картографическая погрешность δ_2 (рис. 2.10). Эта погрешность $\delta_2 > \delta_1$ характеризуется математическим ожиданием $M \approx (1 \div 1.5)$ м и СКО $S \approx \pm 4.1$ м. Следует подчеркнуть, что проведенная оценка характеризует погрешность δ_2 по минимуму (вероятно, на самом деле она несколько выше, т.к. плановая привязка гравиметрических пунктов на рассматриваемой площади проведена более точно).



а) *б)*

Рис. 2.10. Гистограммы разности высот Δz: а) обусловленной отклонениями в плановом положении гравиметрических пунктов; б) обусловленной отклонениями высот, определенных способом 2 при $R = 10$ м

Наличие картографической погрешности δ_2, на порядок превышающей требуемую точность определения высот пунктов гравиметрических наблюдений (а также превышающую погрешности интерполяции первичных картографических данных в узлы регулярной сети), безусловно, увеличивает погрешность определения поправок за влияние рельефа местности при гравиметрической съемке.

Инструментальные значения высот из-за низкой плотности сети их определения и ограниченности информации о рельефе размерами участка гравиметрической съемки не могут быть использованы для создания кондиционных ЦМР. В то же время имеющаяся картографическая информация позволяет получать достаточно достоверные сведения о форме земной поверхности (но не об абсолютных значениях высот, которые, однако, для гравиметрических пунктов известны весьма точно). В качестве примера можно привести сопоставление вычисления $\delta g_{рф}$ в центральной зоне радиусом 150 м по картографических высотам (при использовании аппроксимации рельефа полиномом четвертой степени) (*Долгаль*, 1998) и определения поправок, рассчитанных по данным нивелирования 8-лучевых «звездочек» в 50 пунктах гравиметрических наблюдений, для одного из горных районов Восточной Сибири (*Долгаль*, 2002). Среднеквадратическое расхождение поправок за рельеф, вычисленных разными методами, составило всего ±0.012 мГал. Для условий Западного Урала, где рельеф местности более пологий и характеризуется небольшими градиентами, эти расхождения предположительно будут еще меньше. Следовательно, необходимо отказаться от участия инструментальных высот в процессе вычисления поправок за влияние рельефа, считая при этом достоверными относительные изменения картографических высот в пределах учитываемой области D для каждого пункта гравиметрических наблюдений. В отдельных случаях можно использовать инструментальные высоты после корректировки планового положения гравиметрических пунктов в пределах точности определения их горизонтальных координат (см. разд. 2.3.4).

2.3.3. Глобальные цифровые модели рельефа

Бурное развитие сети Интернет и IT-технологий в последние годы затронуло и науки о Земле. Цифровые картографические материалы представлены в глобальной мировой сети Интернет в различных видах. Для целей геологических и геофизических исследований наибольший интерес представляет формат DEM. Последний предполагает организацию пространственных данных в виде вектора параметров, каждая точка которого характеризуется горизонтальными координатами (широтой и долготой) и высотой. По состоянию на начало 2014 г. наибольший интерес для вычисления поправок за влияние рельефа представляют данные GTOPO30, ETOPO2, SRTM и ASTER GDEM.

GTOPO30 – 30-секундная матрица высот, охватывающая всю поверхность суши. Этот продукт представляет собой завершение глобальной работы в U.S. Geological Survey's EROS Data Center (Центр регистрации и обработки данных Американской геологической службы), начавшейся в 1993 г. и законченной в конце 1996 г. (http://edc.usgs.gov/products/elevation/gtopo30/README.html). Глобальный набор данных охватывает весь Земной шар с интервалом сетки по широте и долготе 30 секунд. Размеры общей матрицы 21 600 строк и 43 200 столбцов. Линейный размер ячейки сетки DEM в прямоугольных координатах зависит от широты и долготы. Например, для территории Пермского края размер сети значений высот составляет около 450-500 м по широте и 900 м по долготе.

ETOPO2 (http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/relief/ETOPO2/) - глобальная цифровая модель рельефа, включающая как наземный, так и подводный рельеф. Модель создана на основе нескольких источников: для топографии суши использовались данные GLOBE - Global Land One-kilometer Base Elevation (разрешение 30 угловых секунд, 1 км), для батиметрии основной части морской поверхности - определенным образом обработанные данные радарной альтиметрической съемки 1978 г., совмещенные с гравиметрическими данными для получения глубин океанов и морей. От GTOPO30 ее отличает только наличие батиметрических данных Мирового океана.

В феврале 2000 г. состоялся 11-суточный полет космического корабля «Шаттл», получивший название SRTM (Shuttle Radar Topography Mission). Полет финансировался национальным картографическим управлением (NIMA) США. В грузовом отсеке корабля был установлен радиолокационный комплекс, позволивший впервые в мировой практике осуществить однопроходовую интерферометрическую съемку 80% поверхности суши. Радарная топографическая съемка проведена на всей территории Земного шара, за исключением самых северных ($>60^o$) и южных ($>54^o$) широт, т.е. приполярных зон Земли. В результате работ создана ЦМР поверхности Земли объемом более 12 терабайт. Все данные доступны в сети Интернет (http://dds.cr.usgs.gov/srtm/version2_1/), их обработка может производиться в Arcinfo Workstation, в модуле Arcview Spatial Analyst, ArcGIS и др. Цифровая модель рельефа, построенная по данным SRTM для территории Пермского края, представляет собой матрицу размером примерно 7000 строк и 5000 столбцов с расстояниями между узлами сети высотных отметок около 50 м по широте и 90 м по долготе.

Кроме вышеперечисленных, создана модель рельефа Земли ASTER GDEM (Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer) на основе данных сенсора дистанционного зондирования, установленного на спутнике Terra, запущенном NASA в 1999 г. Разрешение модели рельефа составляет 1 угловую секунду. Однако существующие в настоящий момент данные обладают рядом недостатков. В частности, не точно выделяются водные объекты (на их месте присутствует интенсивный шум), имеются сдвиги в плане, артефакты, а на некоторые области информация вообще отсутствует. Данные доступны для скачивания по бесплатной системе заказов с сайта NASA WIST (http://reverb.echo.nasa.gov/).

Все перечисленные модели рельефа представлены в географической системе координат на эллипсоиде WGS84, т.е. для использования на территории России необходима их коррекция на эллипсоид Красовского.

Характеристики этих трех цифровых моделей рельефа по данным Л.А.Муравьева (2011) (с дополнениями) приведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Параметры глобальных цифровых моделей рельефа Земли

Модель	**Размер матрицы***	**Разрешение**	**Охват**	**Выходной формат**	**Объем файла**	**Происхождение**
GTOPO30	4800×6000 40°×50°	30 угловых секунд (~1 км)	90° с.ш. - 90° ю.ш.	DEM	55 Мб	Топографические данные
ETOPO2	10800×5400 360°×180°	30 угловых секунд (~1 км)	90° с.ш. - 90° ю.ш.	GeoTIFF	49 Мб	Данные GLOBE и радарная альтиметрическая съемка
SRTM v2	3601×3601 1°×1°	3 угловые секунды (~100 м)	60° с.ш. - 54° ю.ш.	HGT	3 Мб	Радиоинтерферометрия с борта «Шаттла»
SRTM v3, 4	18001×18001 5°×5°	3 угловые секунды (~100 м)	60° с.ш. - 54° ю.ш.	GeoTIFF или ASCII	70 Мб	Обработка SRTM v2
ASTER GDEM	3601×3601 1°×1°	1 угловая секунда (~30 м)	83° с.ш. - 83° ю.ш.	GeoTIFF	26 Мб	Стерео корреляция спутниковых снимков

* Числитель: строка × столбец; знаменатель: широта × долгота

Анализ моделей рельефа, доступных в сети Интернет, показывает, что для вычисления поправок за влияние рельефа в гравиразведке наиболее предпочтительны данные SRTM и GTOPO30 (ETOPO2).

С целью оценки точности значений высот, приведенных в матрицах SRTM и GTOPO30, и возможности их использования для вычисления поправок за влияние рельефа, произведены сравнения данных моделей с высотами, определенными инструментально (методами нивелировки и/или GPS наблюдений) при производстве гравиметрических съемок в различных регионах России. Анализ выполнен более чем по 40 000 гравиметрических пунктов, расположенных в степных районах Оренбургской и Волгоградской областей, в условиях расчлененного рельефа таежной зоны востока и севера Пермского края и Республики Коми, а также в горах Восточного Саяна.

Как показал проведенный анализ, высоты в матрице SRTM являются в 5-10 раз более точными, чем в матрице GTOPO30 (рис. 2.11). Общее среднеквадратическое отклонение высот GTOPO30 от высот гравиметрических пунктов составляет ±34 м, SRTM – ±5 м (*Бычков,* 2010). Кроме того, необходимо отметить, что высоты SRTM обычно больше высот, измеренных инструментально, на 5-10 м, что объясняется, прежде всего, залесенностью большинства рассматриваемых территорий (см. рис. 2.5). Анализ расхождений инструментальных высот и высот, представленных в матрицах GTOPO30 и SRTM (рис. 2.11) , показал, что закон распределения этих расхождений близок к нормальному распределению с отличным от нуля математическим ожиданием и практически не зависит от расположения района работ.

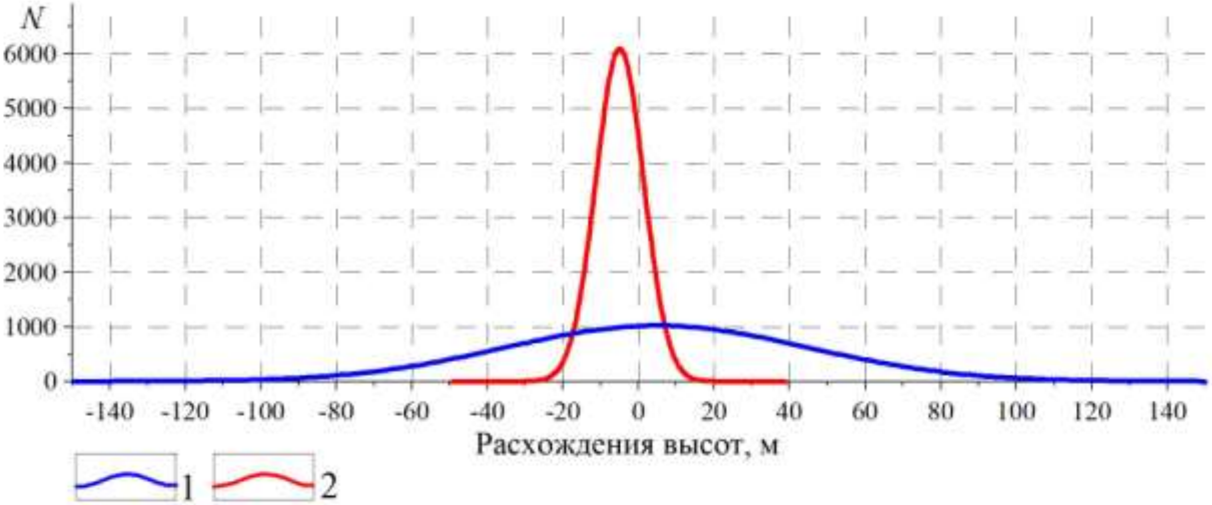


Рис. 2.11. Вариационные кривые расхождений высот гравиметрических пунктов и матриц GTOPO30 (кривая 1) и SRTM (кривая 2)

Аналогичные результаты при сравнении векторизованных карт масштаба 25 000 и матрицы SRTM (среднее расхождение высот 1 м, среднеквадратическое – ±27 м) были получены в Хорватии (*Hećimović, Bašić*, 2005) для горной местности с перепадом высот около 1800 м.

Величина расхождений существенным образом зависит от степени расчлененности рельефа (табл. 2.5), которая в данном случае определена как среднее превышение на конкретной площади съемки между соседними гравиметрическими пунктами. Анализ табл. 2.5 показывает, что среднеквадратическое отклонение высот, измеренных инструментально и представленных в GTOPO30, практически линейно зависят от расчлененности рельефа. Данные SRTM мало зависят от расчлененности рельефа, и точность их примерно в 7 раз больше, чем GTOPO30. Нельзя не отметить, что точность высот SRTM примерна такая же, как и топографических карт масштаба 1:25 000 (см. табл. 2.2 и 2.3), и, как показал опыт практического использования, данные SRTM зачастую точнее, чем топографические карты масштаба 1:50 000.

Таким образом, можно сделать вывод, что ЦМР, представленная в данных SRTM, наиболее предпочтительна для вычисления поправок за влияние рельефа. Данные GTOPO30 могут использоваться для расчета $\delta g_{рф}$ только в подобласти D_2.

Таблица 2.5

Погрешности высот матриц GTOPO30 и SRTM в зависимости от расчлененности рельефа

Расчлененность рельефа, м	**Количество пунктов**	**Расхождения высот, м**			
		SRTM		**GTOPO30**	
		среднее	**СКО**	**среднее**	**СКО**
< 20	8654	-5.90	±4.12	-3.42	±12.48
20 – 30	10119	-3.55	±5.08	8.67	±41.43
30 – 50	19085	-5.21	±5.21	6.56	±35.62
> 50	4177	-5.43	±8.56	12.97	±50.42
Среднее		-4.91	±5.42	5.94	±34.44

Примечание. Расчлененность рельефа определялась как средняя по площади съемки разность высот соседних гравиметрических пунктов, расположенных по профилям с шагом 100-250 м.

2.3.4. Проблема построения модели рельефа в центральной зоне

Особого внимания заслуживает построение цифровых моделей рельефа центральной и ближней зон, влияние которых составляет основную часть поправки $\delta g_{рф}$ (*Аронов, Бородатый, Фильштинский*, 1964; *Граменицкая*, 1967; *Пришивалко*, 1967; *Артеменко, Чернов*, 1977; *Шма-*

ненко, Роз, Голомб, 1977; *Каленицкий, Смирнов*, 1981; *Маловичко, Костицын, Тарунина*, 1989; *Костицын*, 1989; *Cogbill*, 1990; *Nowell*, 1999; *Долгаль, Бычков, Антипин*, 2003в; *Schiavone, Capolongo, Loddo*, 2007; *Симанов*, 2011а; 2011б и др.). Как отмечает В.М.Гордин (1974), на долю ближайших к гравиметрическому пункту зон приходится 40-50% суммарного гравитационного эффекта рельефа. Эффект дальних зон на величине, а главное – на изменчивости поправок за рельеф сказывается существенно слабее, поэтому подготовке ЦМР в центральной зоне необходимо уделять особое внимание.

Приоритетным является использование данных, полученных путем нивелирования вокруг гравиметрических пунктов по лучам (метод «звездочек») (*Гордин*, 1974; *Инструкция ...*, 1980), но, как было сказано выше, данный метод на пересеченной залесённой местности является трудоемким и требует значительных трудозатрат. Причем, в большинстве случаев в горно-таежной местности проводить нивелирование вокруг каждого гравиметрического пункта практически невозможно. Использование данных аэрофотосъемки (*Граменицкая*, 1967; *Методические рекомендации*, 1981) ограничивается отсутствием кондиционных снимков крупного масштаба.

Весьма перспективным методом создания цифровой модели рельефа вблизи гравиметрического пункта является использование лазерного сканирования (*Schiavone, Capolongo, Loddo, 2007*), которое обеспечивает точное описание нерегулярных поверхностей и, по сравнению с другими методами, весьма производительно.

Главной особенностью всех лазерных сканеров является то, что они измеряют с высокой скоростью (от нескольких тысяч до миллиона точек в секунду) расстояния от сканера до поверхности объекта и регистрируют соответствующие направления (вертикальные и горизонтальные углы) с последующим формированием трёхмерного изображения (скана) в виде облака точек. Используя это облако точек, можно в реальном времени получить очень точную трехмерную модель изучаемого объекта. Лазерное сканирование применяется для решения большого круга задач: создание трёхмерных цифровых моделей различных объектов, съемка площадных объектов, городская и дорожная съемки, реконструкция и строительство зданий, реставрация зданий и археологических памятников, архивация трехмерных данных об объектах исторического наследия, съемка тоннелей, горных выработок и т.п.

Для построения цифровой модели рельефа ближней зоны нами был использован импульсный наземный лазерный сканер Trimble GX с дальностью до 350 м и частотой измерений до 5000 точек в секунду. На площади 100×100 м с изрезанным рельефом мы тестировали все режимы съемок и регулировали плотность облака точек. В результате съемки получен неудовлетворительный результат: облако точек находится в радиусе не более 10-15 м, что обусловлено травяной растительностью на всем участке исследований. Необходимость относительно свободной линии визирования до цели – слабость всех измерительных оптических систем, включая наземный лазерный сканер. В работе (*Schiavone, Capolongo, Loddo*, 2007) предлагается частное решение этой задачи – расположение сканера на штанге, поскольку на высоте более 7 м от земли сканер просвечивает сквозь траву. Еще раз отметим, что эффективное использование лазерных сканеров для создания цифровой модели рельефа вблизи гравиметрического пункта возможно только на открытых (с отсутствием древевесно-кустарниковой растительности) участках. Их использование для построения ЦМР центральной зоны мы считаем целесообразным при производстве гравиметрической съемки в горной местности.

С целью определения погрешности, вносимой в поправки за рельеф различными представлениями о рельефе центральной зоны, на одной из площадей детальных гравиметрических работ на территории Пермского края нами проведены специализированные топографические работы (*Симанов*, 2011а) - детальная тахеометрическая (высотная) съемка местности на нескольких участках (рис. 2.12). Участки отличались между собой морфологией и расчлененностью рельефа поверхности Земли, а также степенью залесённости.

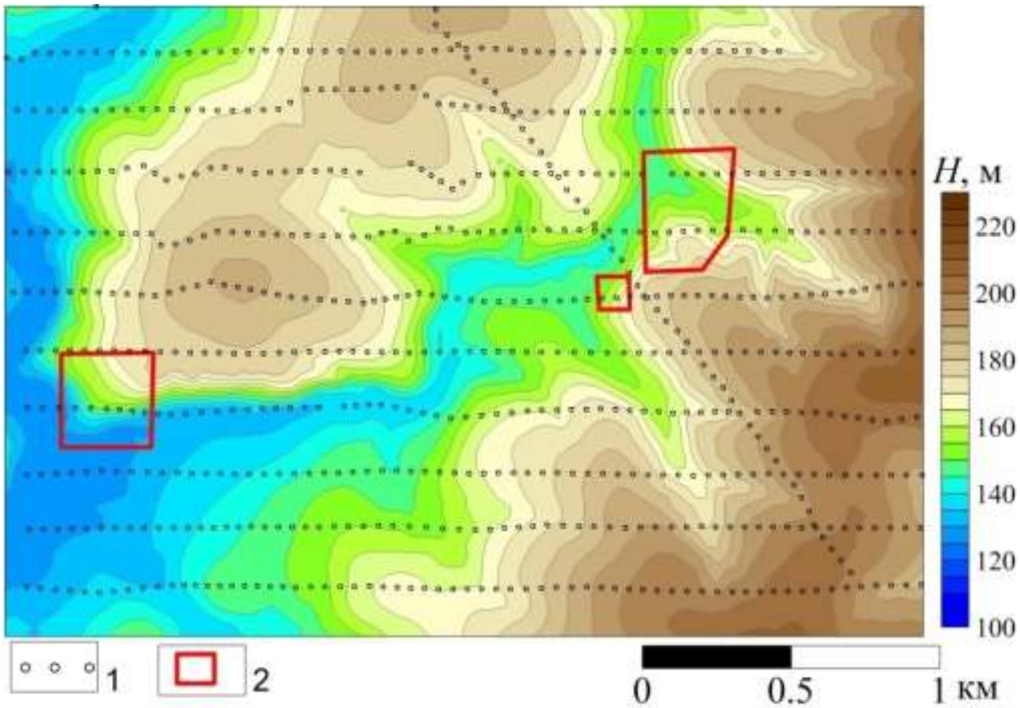


Рис. 2.12. Рельеф площади детальных гравиметрических работ: 1 – пункты гравиметрической съемки, 2 - контуры участков тахеометрической съемки

В процессе исследований созданы различные ЦМР, отличающиеся между собой детальностью и точностью описания рельефа, источниками данных для которых являлись:

- детальная тахеометрическая съемка на исследуемых участках местности;
- результаты векторизации топографических карт масштаба 1:5 000, 1:25 000; 1:50 000;
- цифровая модель рельефа SRTM.

В качестве опорных, т.е. истинных значений взяты координаты и высоты 626 точек тахеометрической съемки, т.к. точность определения координат и высот этих точек не превышает ±(3-5) см.

Оценка различий в значениях высот показала, что высоты, представленные на топографических картах масштабов 1:5 000, 1:25 000 и 1:50 000 относительно данных тахеометрической съемки, характеризуются следующими величинами среднеквадратической погрешности: ±1.0, ±3.5 и ±7.0 м соответственно.

Путем векторизации указанных карт построены ЦМР и вычислены поправки за влияние рельефа центральной зоны, размер которой составляет 100×100 м. Значения поправок $\delta g_{рф}$ в центральной зоне изменяются в диапазоне от 0.009 до 0.224 мГал. В качестве истинных значений использованы поправки, полученные на основе ЦМР, сформированной по данным детальной тахеометрической съемки. Расхождение поправок за влияние рельефа центральной зоны с их истинными значениями представлено в табл. 2.6.

Таблица 2.6

Различия в значениях поправок за рельеф центральной зоны, полученных на основе различных ЦМР

ЦМР, использованная для расчета поправок	**Статистические характеристики различий в значениях поправок, мГал**		
	max	**min**	**СКО**
Топографическая карта масштаба 1:5 000	0.035	-0.032	±0.013
Топографическая карта масштаба 1:25 000	0.079	-0.042	±0.035
Топографическая карта масштаба 1:50 000	0.129	-0.058	±0.047
Глобальная модель SRTM	0.127	-0.066	±0.038

Оценка определения поправок $\delta g_{рф}$ в центральной зоне по различным моделям рельефа показала достаточную для практики точность их расчета по разным исходным данным. Однако для более корректного вычисления поправок необходимо использовать весь спектр источников информации о рельефе: от инструментальных данных, полученных при проведении детальных гравиметрических съемок, до крупномасштабных топографических карт масштабов 1:5 000 – 1:25 000. Основной причиной погрешности определения поправки в центральной зоне является низкая точность ЦМР, полученная на основании картографических материалов.

Как было отмечено выше (разд. 2.3.2), одной из причин возникновения погрешности вычисления поправок за влияние рельефа является различие инструментальных и картографических высот. Если погрешности плановой привязки на величину поправки для подобласти D_2 оказывают небольшое влияние, то на поправку в ближней и, особенно, центральной зонах их воздействие существенно. Например, в условиях сложно-пересеченного рельефа плановая ошибка в 5-10 м может привести к весьма существенному расхождению высот и, как следствие, к погрешностям определения поправок $\delta g_{рф}$ (рис. 2.13).

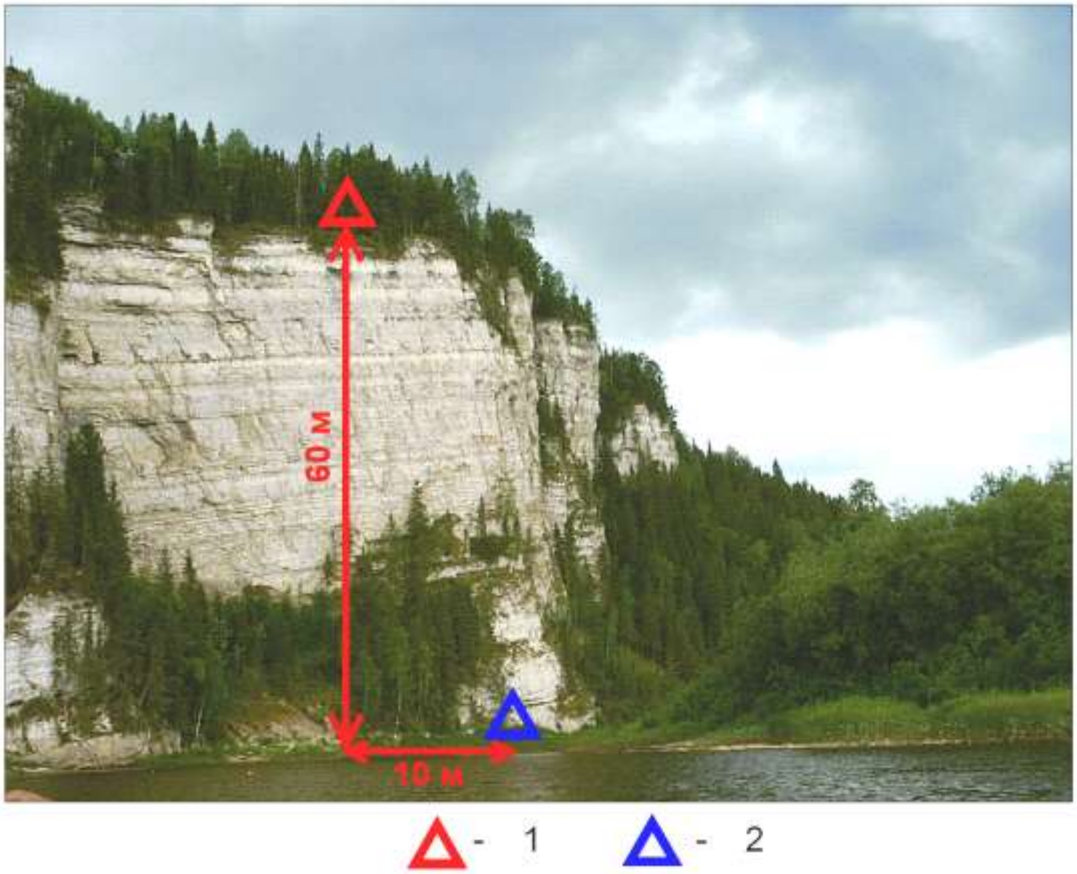


Рис. 2.13. Фрагмент фотографии на одной из площадей гравиметрической съемки на территории Пермского края: 1 – положение гравиметрического пункта на местности; 2 – проекция пункта на местность по плановым координатам

Для уменьшения погрешностей плановой привязки гравиметрических пунктов при вычислении поправки за влияние рельефа местности в центральной зоне можно проводить тировку горизонтальных координат (*x*, *y*) по минимизации картографических и инструных высот, которая реализуется с использованием геоинформационных систем (*Симанов*, 2011б). Гравиметрический пункт «помещается» на цифровую модель рельефа на то место, где предположительно он должен находиться, сводя к минимуму расхождения картографических и инструментальных высот. При этом пространственное положение пункта (координаты *x*, *y*) меняется в плане на расстояние, не превышающее величину среднеквадратической погрешности определения координат пунктов.

На рис 2.14 приведен пример такой корректировки координат пунктов наблюдений на одной из площадей гравиметрических работ масштаба 1:50 000. Среднеквадратическое расхождение картографических и инструментальных высот на данной площади составило ±8.9 м, что было обусловлено не только ошибками ЦМР, построенными по топографическим картам, но и погрешностями определения координат пунктов в плане. Была произведена корректировка координат (рис. 2.14, а) и выполнен расчет поправок за рельеф местности за центральную зону с исправленными координатами гравиметрических пунктов. Как видно из сопоставления аномалий силы тяжести, вычисленных с поправками за влияние рельефа центральной зоны по исходным (рис. 2.14, б) и скорректированным (рис. 2.14, в) координатам *x*, *y* пунктов наблюдения, карты изоаномал существенным образом отличаются друг от друга. Это выражается, прежде всего, в устранении «затяжек» изоаномал на отдельных пунктах, которые отчетливо видны на карте поля при вычислении поправок с исходными координатами.

2.4. Методы аппроксимации рельефа земной поверхности

2.4.1. Аналитические модели рельефа

Для начала заметим, что информация о рельефе поверхности Земли может быть разделена на три типа:

а) локальный рельеф, когда сферичностью Земли можно пренебречь;

б) региональный рельеф, когда информация определена на достаточно большой территории и сферичность Земли следует учитывать;

в) глобальный рельеф, когда информация определена на всей поверхности Земли.

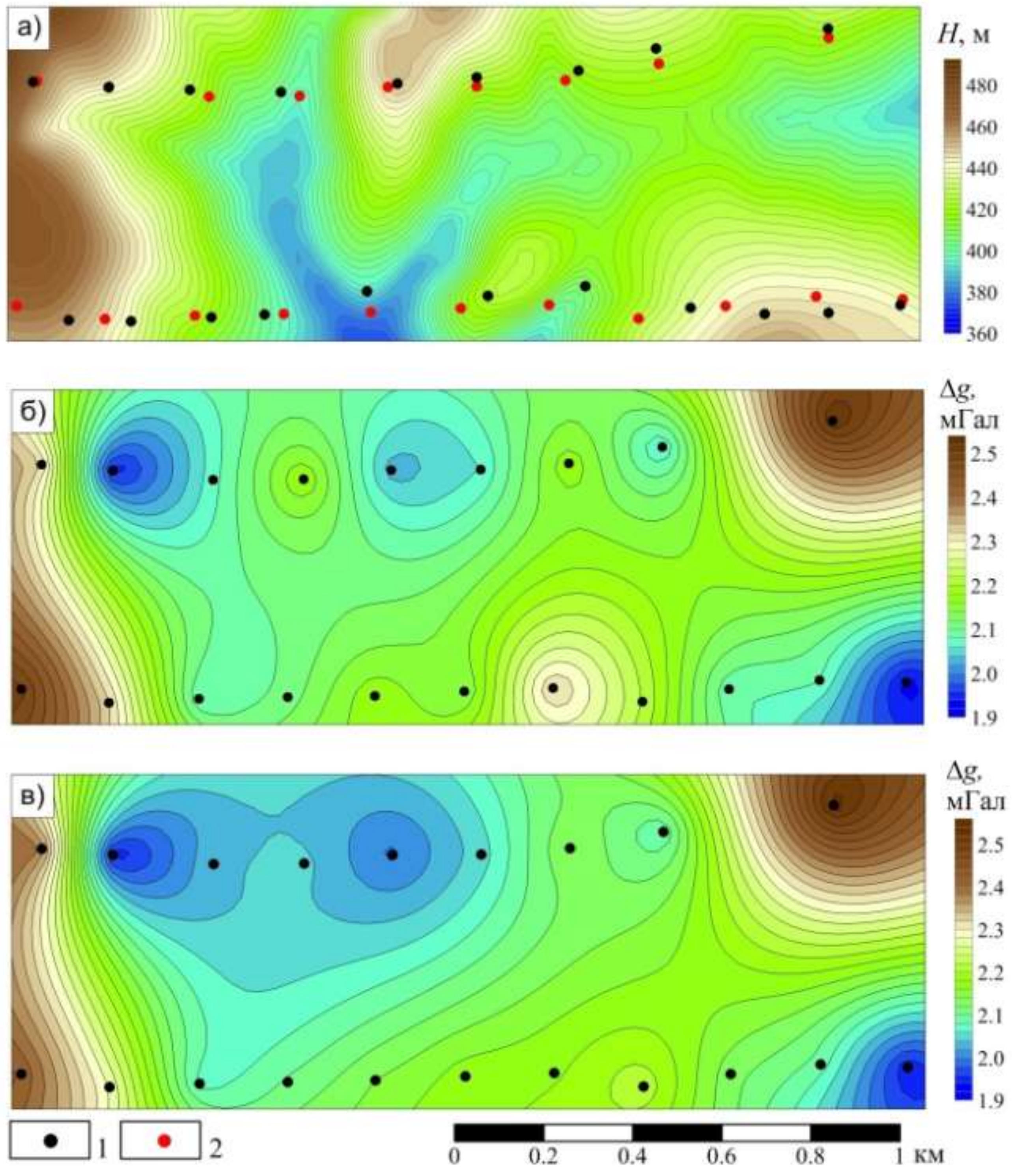


Рис. 2.14. Практический пример корректировки координат x, y по минимизации различий инструментальных и картографических высот: а) – карта рельефа местности; б) – карта аномалий силы тяжести с исходными координатами; в) - карта аномалий силы тяжести с исправленными координатами пунктов (1 – положение пункта по топографическим координатам, 2 – положение пункта по скорректированным координатам)

В данном разделе пойдет речь об аналитических аппроксимациях рельефа, при построении которых не учитывается сферичность Земли (локальные аппроксимации), т.к. эти аппроксимации используются применительно к крупномасштабным гравиметрическим съемкам, в частности – в качестве исходных данных при определении соответствующих поправок в гравиметрические наблюдения. Необходимость аппроксимации рельефа обусловлена объективно существующими различиями высотных отметок на топографических картах и высот пунктов гравиметрических наблюдений, полученных инструментально (разд. 3.2.3).

Аналитическая модель рельефа в общем случае представляет собой не значения высот рельефа, отнесенные к узлам регулярной или нерегулярной сети, а некоторый набор параметров сложной функциональной зависимости, которая с необходимой точностью определяет взаимосвязь высотной отметки z произвольно заданной точки земной поверхности и ее горизонтальных координат x, y.

Использование АМР поверхности Земли имеет ряд несомненных преимуществ перед традиционной ЦМР:

– повышается точность описания рельефа по сравнению с аппроксимацией его набором прямоугольных параллелепипедов или других тел правильной геометрической формы, обладающих фиксированными размерами;

– поправки за влияние рельефа можно вычислять непосредственно в гравиметрических пунктах, формируя отдельные массивы высот рельефа, т.е. создавая своеобразную «палетку» вокруг каждого пункта;

– существенным образом уменьшается объем информации, использующейся при вычислениях, поскольку применяется не массив дискретных значений высот $\{x, y, z\}$, который после векторизации топографических карт имеет очень большую размерность, а набор параметров функциональной зависимости $z = \Psi(x, y)$;

– АМР позволяет вычислять значения высот в узлах произвольной сети точек с выбором размера оснований параллелепипедов для вычисления поправок и размеров подобласти D_1 в зависимости от требуемой точности вычисления $\delta g_{рф}$;

– построение АМР позволяет минимизировать различия инструментальных и картографических высот путем «проецирования» нерегулярной сети точек измерений силы тяжести с инструментально определенными координатами x_p, y_p на поверхность рельефа, представленного на топографической карте;

– созданная для региона исследований АМР может затем многократно использоваться при вычислении поправок за рельеф на соседних площадях гравиметрических работ.

Академиком В.Н.Страховым (1999; 2003) было предложено осуществлять аналитическую аппроксимацию высот рельефа местности относительно «нормальной» поверхности некоторой функцией $z = \Psi(x, y)$ и использовать эту функцию при высокоточном определении поправок $\delta g_{рф}$. Отмечено, что значения $\Psi(x, y)$ могут рассматриваться как предельные значения функции, гармонической во внешности «нормальной» поверхности. Таким образом, для построения $\Psi(x, y)$ могут применяться методы, разработанные для аналитической аппроксимации гравитационного поля, при этом в качестве исходных данных могут использоваться как матрицы высот **Z,** так и неупорядоченный набор векторов $\{x, y, z\}$ (*Долгаль, Бычков, Антипин*, 2003а; 2004б).

Поверхность Земли подчиняется двум основным условиям, необходимым при аналитической аппроксимации: непрерывности и гладкости (*Керимов*, 2011). Высоты земной поверхности не могут быть бесконечно большими или бесконечно малыми, а условие гладкости нарушается в исключительных случаях (отвесные обрывы, вершины горных пиков, ущелья, пещеры и др.), где, как правило, гравиметрические работы выполняют крайне редко.

Для построения аппроксимаций возможны два подхода: коэффициентная аппроксимация («*F*-аппроксимация») и аппроксимация гармоническими (истокообразными) функциями («*S*-аппроксимация») (*Страхов, Степанова*, 2003; *Степанова*, 2005; *Керимов*, 2011). На практическом примере (*Долгаль, Бычков, Антипин*, 2003а) сопоставим эти способы построения аналитической модели рельефа.

S-аппроксимация высот рельефа *z* осуществлялась истокоообразными функциями вида (*Степанова*, 2005)

$$S(x, y, z) = fm\frac{\zeta - z}{\sqrt{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^3}}, \tag{2.3}$$

где x, y, z – координаты точки вычисления, ξ, η, ζ – координаты источника поля, f – гравитационная постоянная, m – масса источника. Множество функций Ψ представляет собой гравитационный эффект разноглубинных точечных масс m, которые обычно располагаются на одной или нескольких различных криволинейных поверхностях (уровнях), расположенных ниже поверхности наблюдений.

Для площади более 4000 км^2 с перепадом высот от 80 до 480 м, содержащей около 250 000 высотных отметок (набор векторов $\{x, y, z\}$), решение практической задачи *S*-аппроксимация (2.3) потребовало более 37 ч. работы компьютера Pentium-III с тактовой частотой процессора 750 мГц. Точность описания высот рельефа гармоническими функциями (2.3) составила ±1.15 м (табл. 2.7).

Таблица 2.7

Протокол работы программы построения *S*- аппроксимации рельефа

Уровень	**Глубина залегания масс, км**	**Среднеквадратическая погрешность аппроксимации, м**	**Максимальная погрешность аппроксимации, м**	**Число масс на данном уровне**
1	16.7725	±3621.03	188.14	16
2	8.3613	±1546.57	172.99	63
3	4.1806	±650.94	121.43	252
4	2.0903	±263.26	124.43	1001
5	1.0451	±95.75	117.86	3923
6	0.5226	±28.99	106.94	14552
7	0.2613	±8.03	78.11	43558
8	0.1306	±3.25	47.14	82682
9	0.0653	±1.64	42.23	97989
10	0.0327	±1.15	34.72	83620

Перед выполнением *F*-аппроксимации тот же набор векторов $\{x, y, z\}$, что и для *S*-аппроксимации, преобразован в матрицу высот $\{z\}$ размером m строк и n столбцов методом минимальной кривизны с помощью программы GS Surfer 8.0. *F*-аппроксимация осуществлялась путем вычисления коэффициентов двойного ряда Фурье:

$$A_{kl} = \frac{1}{(m-1)(n-1)}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} z_{ij}\cos\left(\frac{\pi kj}{n-1}\right)\cos\left(\frac{\pi li}{m-1}\right);$$

$$B_{kl} = \frac{1}{(m-1)(n-1)}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} z_{ij}\cos\left(\frac{\pi kj}{n-1}\right)\sin\left(\frac{\pi li}{m-1}\right);$$

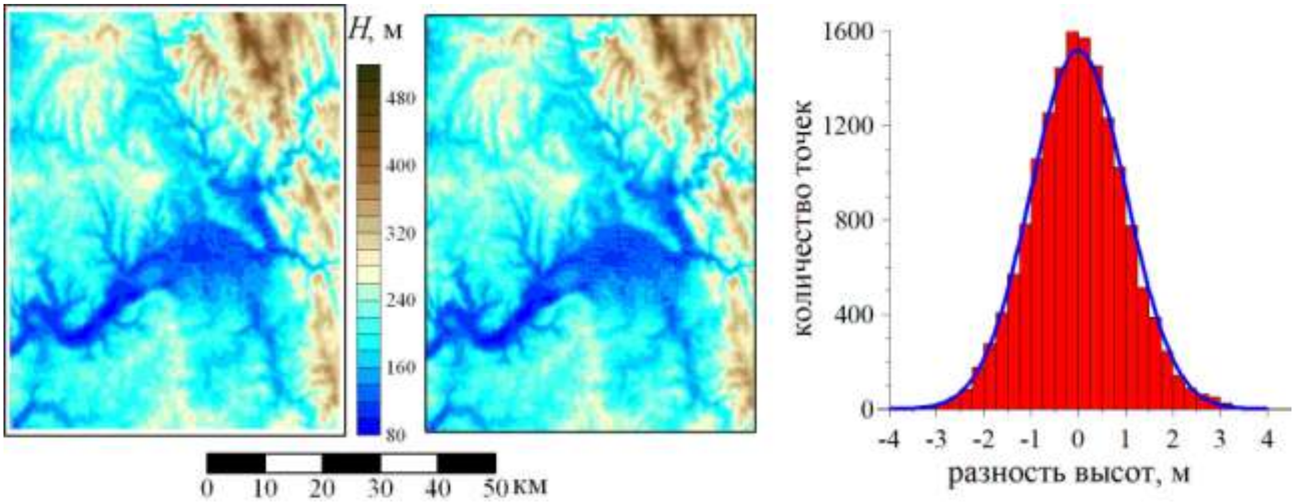
$$C_{kl} = \frac{1}{(m-1)(n-1)}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} z_{ij}\sin\left(\frac{\pi kj}{n-1}\right)\cos\left(\frac{\pi li}{m-1}\right);$$

$$D_{kl} = \frac{1}{(m-1)(n-1)}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} z_{ij}\sin\left(\frac{\pi kj}{n-1}\right)\sin\left(\frac{\pi li}{m-1}\right),$$

где $k = 0, 1, \ldots, K$, $l = 0, 1, \ldots, L$ – номера гармоник. По известным значениям коэффициентов *A, B, C, D* при заданных номерах *K, L* максимальных гармоник спектра Фурье можно восстановить значения функции в произвольных точках (x, y) области *D* (при условиях $0 \le x \le d_x, 0 \le y \le d_y$, где d_x, d_y – соответственно размеры ЦМР по осям *OX* и *OY*):

$$\Psi(x,y)=\sum_{k=0}^{K}\sum_{l=0}^{L}A_{kl}\cos\left(\pi kx/d_x\right)\cos\left(\pi ly/d_y\right)+B_{kl}\cos\left(\pi kx/d_x\right)\sin\left(\pi ly/d_y\right)+ \\ C_{kl}\sin\left(\pi kx/d_x\right)\cos\left(\pi ly/d_y\right)+D_{kl}\cos\left(\pi kx/d_x\right)\cos\left(\pi ly/d_y\right). \qquad (2.4)$$

Для ранее охарактеризованной площади вычислены коэффициенты A_{kl}, B_{kl}, C_{kl}, D_{kl} и составлена матрица $\{z\}$ размерами 500 строк, 500 столбцов; $K = L = 250$. Вычисление спектра Фурье и восстановление функции $z = \Psi(x,y)$ в 250 000 точках проведено за 7 ч. 22 мин. работы компьютера Pentium-III с тактовой частотой процессора 750 мГц. Среднеквадратическая погрешность аппроксимации рельефа двойным рядом Фурье составила ±1.01 м (рис. 2.15).



а) б) в)

Рис. 2.15. Аппроксимация поверхности рельефа земной поверхности двойным рядом Фурье: а) – исходная карта рельефа местности; б) – карта рельефа местности, построенная путем обратного Фурье-преобразования; в) гистограмма разности высот карт рельефа (а) и (б)

Значительный интерес представляет применение дискретного вейвлет-преобразования (*Столниц, ДеРоуз, Салезин*, 2002) для аппроксимации рельефа земной поверхности. При этом исходный сигнал $f(t)$ (в данном случае - высоты рельефа z) не обязательно должен иметь близкий к гармоническому характер (*Пугин*, 2005).

Принцип вейвлет-преобразования заключается в том, что для создания «грубого образа» сигнала служит скейлинг-функция

$$\varphi(t)=\sqrt{2}\sum_{k}h_k\varphi(2t-k), \qquad (2.5)$$

где k – целые числа; а «уточнение» этого образа происходит с помощью вейвлет-функции

$$\psi(t) = \sqrt{2}\sum_{k} g_k \psi(2t-k)\,. \tag{2.6}$$

Рекурсивное использование процедуры вейвлет-преобразования происходит с уменьшением количества отсчетов при переходе от одного уровня (j) к другому ($j+1$). Таким образом, выполняется отображение сигнала из области времен t в семейство замкнутых вложенных подпространств $V_j \subset V_{j+1} \subset V_{j+2} \ldots$, элементами которых являются ортогональные функции $\varphi(t)$ и $\psi(t)$. Обработка ЦМР с помощью блока фильтров $\{h_k\}$ и $\{g_k\}$ позволяет существенно сжать объем информации, отбросить мелкие детали и выделить наиболее значимые особенности рельефа. На этой основе можно создавать весьма технологичные способы вычисления поправок $\delta g_{рф}$.

В качестве примера на рис. 2.16 показаны результаты быстрого вейвлет-преобразования (БВП) для разряжения сети высот ЦМР. Матрица высот рельефа местности имеет размер 256 строк, 256 столбцов; перепад высот составляет 418 м. В качестве базисных функций использовались функции Хаара (Haar)

$$\varphi(x) = \theta(x)\,\theta(1 - x)$$

и

$$\psi(x) = \theta(x)\,\theta(1 - 2x) - \theta(2x - 1)\,\theta(1 - x),$$

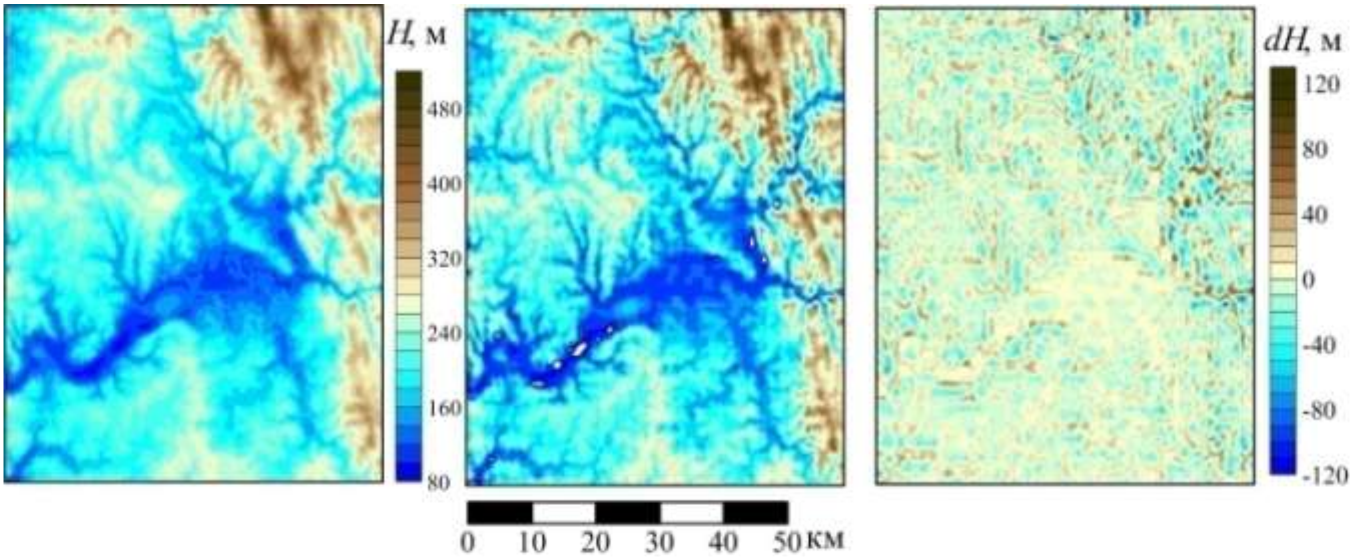
где $\theta(x)$ - функция Хевисайда ($\theta(x) = 0$ при $x < 0$, $\theta(x) = 1$ при $x \geq 0$), а условия на границах имеют вид $\varphi(0) = 1$, $\varphi(1) = 0$ и $\psi(0) = 1$, $\psi(0.5) = -1$, $\psi(1) = 0$. Двумерный базис БВП формируется путем тензорного произведения функций одномерного базиса, в частности для использованного в данном случае нестандартного базиса применяется единственная скейлинг-функция

$$\varphi^{0}_{0,0}(x, y) = \varphi\varphi(x, y)$$

и три вейвлета

$$\begin{aligned}\varphi\psi^{j}_{k,l} &= 2^{j}\varphi\psi(2^{j}x-k, 2^{j}y-l),\\ \psi\varphi^{j}_{k,l} &= 2^{j}\psi\varphi(2^{j}x-k, 2^{j}y-l),\\ \psi\psi^{j}_{k,l} &= 2^{j}\psi(x)\psi(x)(2^{j}x-k, 2^{j}y-l),\end{aligned}$$

где j - уровень разложения; k, l - горизонтальный и вертикальный сдвиги, соответственно. В результате применения БВП установлено, что с использованием всего лишь 8% исходной информации поверхность рельефа может быть восстановлена с погрешностью ±22.7 м (т.е. для ее описания достаточно не 256×256 = 65 536, а всего 5 171 призма). Соответственно, более чем в 10 раз можно повысить скорость решения прямой задачи гравиразведки от упрощенной ЦМР, сохраняющей все основные особенности морфологии земной поверхности (рис. 2.16).



а) *б)* *в)*

Рис. 2.16. Результаты дискретного вейвлет-преобразования ЦМР: а) – исходный рельеф; б) – рельеф при разрежении сети высотных отметок; в) – разница высот рельефа

Проведенный анализ возможных методов аналитической аппроксимации рельефа позволяет рекомендовать двойной ряд Фурье для построения АМР. Основным преимуществом *F*-аппроксимации является достаточная для практики точность восстановления высот рельефа и высокая скорость вычислений, которая может быть существенно увеличена за счет применения алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ) и усечения тригонометрического ряда в зависимости от расчлененности рельефа и требуемой точности вычисления поправок $\delta g_{рф}$. Дискретное вейвлет-преобразование ЦМР, учитывая возможность существенного сжатия информации, целесообразно применять при аппроксимации удаленных форм рельефа в подобласти D_2.

Располагая АМР, можно в любой ее точке определить высотную отметку рельефа земной поверхности, т.е. для каждого гравиметрического пункта сформировать свой массив высот (палетку) и вычислить поправки $\delta g_{рф}$ решением прямой задачи гравиразведки одновременно для всей области D непосредственно в самом гравиметрическом пункте. При таком подходе к вычислению поправок за рельеф исчезают понятия «центральной», «ближней», «средней», «дальней» зон и отпадает необходимость в интерполяции значений поправок $\delta g_{рф}$, т.к. для каждого гравиметрического пункта происходит восстановление высот $z = \Psi(x, y)$ в требуемых точках (например – в центрах оснований прямоугольных призм, аппроксимирующих рельеф) путем тригонометрической интерполяции.

2.4.2. Аппроксимация рельефа с помощью быстрого преобразования Фурье

Выше уже отмечалось, что в качестве непрерывной функции $\psi(x,y)$, с необходимой точностью описывающей «локальный» рельеф, представленный в виде дискретных значений высот – матрицы $\mathbf{Z} = \{\zeta_{nm}\}$, $1 \le m \le M$, $1 \le n \le N$, можно использовать двойной ряд Фурье с ограниченным числом членов:

$$z \approx \Psi(x,y) = \sum_{u=0}^{P}\sum_{v=o}^{Q} C_{uv} \exp\left(-2\pi i\left[\frac{ux}{L_x}+\frac{vy}{L_y}\right]\right), \tag{2.7}$$

где L_x, L_y - линейные размеры исследуемой площади по осям координат OX и OY, соответственно, C_{uv} – коэффициенты Фурье; u = 0, 1, 2, …, P; v = 0, 1, 2, …, Q; P, Q – номера граничных гармоник спектра Фурье (*Долгаль, Бычков, Антипин*, 2003а; 2004г).

При расчете коэффициентов C_{uv} применяется алгоритм быстрого преобразования Фурье, существенно ускоряющий решение задачи на компьютере:

$$C_{uv} = \frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}\left[\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} z_{mn} \exp\left(-\mathrm{i}nv\frac{2\pi}{N}\right)\right]\exp\left(-\mathrm{i}mu\frac{2\pi}{M}\right), \tag{2.8}$$

т.е. двумерное дискретное преобразование Фурье сводится к последовательному вычислению одномерных преобразований сначала для M строк, а затем для N столбцов матрицы высот $\{z\}$ (*Каханер, Моулер, Нэш*, 2001).

Известно, что наибольшая точность аппроксимации будет обеспечиваться при выборе $P_{max} = M/2$, $Q_{max} = N/2$ (*Каханер, Моулер, Нэш*, 2001). Для ускорения процесса аппроксимации можно производить усечение ряда Фурье (т.е. провести выбор необходимых значений $P<P_{max}$ и $Q<Q_{max}$), при этом число $K_{отб}$ отброшенных коэффициентов C_{uv} выбирают в зависимости от характеристики расчлененности рельефа - среднеквадратического отклонения высот σ и требуемой точности δ аппроксимации рельефа (*Симанов*, 2008).

С целью определения статистической зависимости $K_{отб} = \varphi(\sigma, \delta)$ произведена серия вычислительных экспериментов с использованием натурных моделей. Исходными данными лись пять ЦМР Уральского региона, построенных по данным SRTM, с различной дисперсией высот (табл. 2.9).

Экспериментально установлено, что выражение, определяющее обобщенную регрессионную зависимость $K_{отб} = \varphi(\sigma, \delta)$, имеет вид:

$$\mathrm{Ln}(K_{отб}) = a + b\sigma + c\delta^{1.5}, \tag{2.9}$$

где $a = -0.6945$, $b = 0.0083$, $c = 0.00292$ – коэффициенты, которые определяются методом наименьших квадратов. Графическое представление этой зависимости представлено на рис. 2.17, *а*.

Таблица. 2.9

Характеристики цифровых моделей рельефа

Номер ЦМР	**Характеристики рельефа местности, м**			
	Минимум	**Максимум**	**Среднее**	**СКО**
1	77.9	309.5	164.3	±45.1
2	77.1	451.9	207.4	±67.0
3	115.6	677.9	311.2	±100.5
4	231.3	1355.8	622.4	±201.0
5	48.0	1622.1	586.0	±359.9

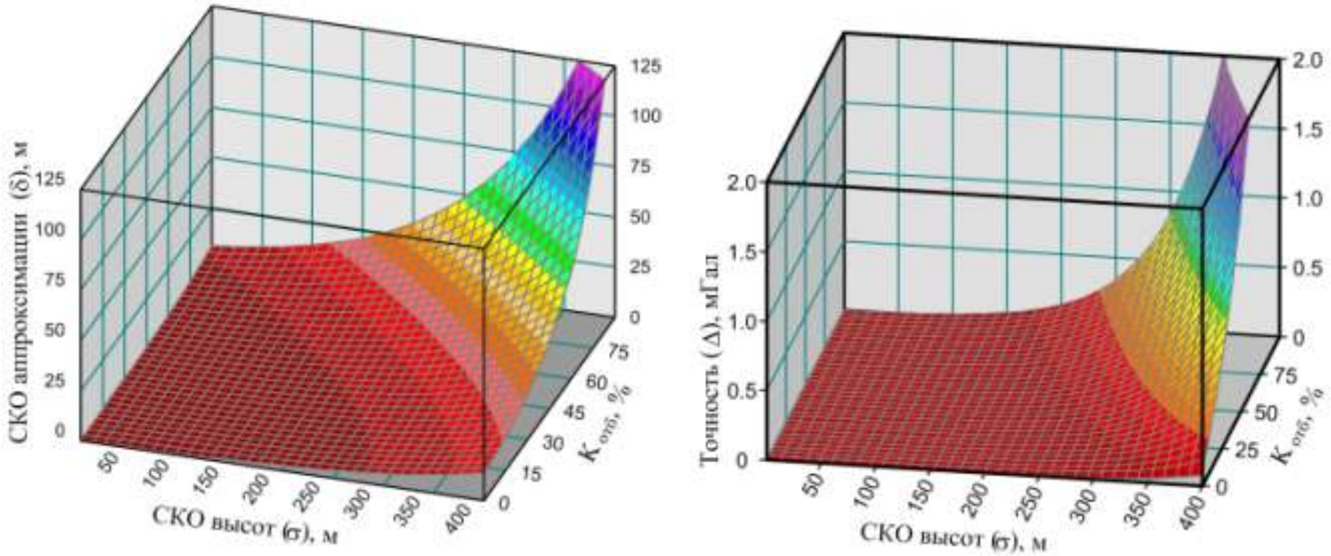
Для оценки зависимости числа $K_{отб}$ отброшенных коэффициентов C_{uv} от требуемой точности Δ вычисления поправок $\delta g_{рф}$ в каждом цикле экспериментов выполнялась аппроксимация ЦМР, представленных в табл. 2.9, двойным тригонометрическим рядом Фурье при различных параметрах P, Q. Расчет поправок $\delta g_{рф}$ осуществлялся в радиусе от 1 до 10 км с использованием каждой построенной АМР. Установлено, что выражение, определяющее обобщенную регрессионную зависимость $K_{отб} = \varphi(\sigma, \Delta)$, имеет вид

$$\mathrm{Ln}(K_{отб}) = a + b\sigma + c\Delta^{0.5}, \tag{2.10}$$

где $a = -9.773$, $b = 0.018$, $c = 0.417$ – коэффициенты, рассчитанные методом наименьших квадратов. Графическое представление этой зависимости представлено на рис. 2.17, *б*.

При восстановлении функции по известным коэффициентам Фурье, заданным приближенно, необходимо использовать устойчивые методы суммирования. Если число членов ряда Фурье необоснованно увеличивать, то погрешности в определении коэффициентов Фурье могут привести к сколь угодно большим погрешностям вычисления функции (*Вычислительная ма-*

тематика ..., 1990). Устойчивость вычислений значительно увеличивается путем умножения коэффициентов Фурье на регуляризующие множители q вида (*Березкин*, 1973):



а) б)

Рис. 2.17. Зависимость погрешности аппроксимации высот рельефа δ (а) и точности определения поправок Δ (б) от показателя расчлененности рельефа σ и количества $K_{отб}$ отброшенных членов двойного ряда Фурье

$$q = \left(\frac{\sin \frac{\pi n}{N}}{\frac{\pi n}{N}} \right)^{\mu}, \qquad (2.11)$$

где n – порядковый номер коэффициента; N – общее число членов ряда; показатель степени $\mu = 1, 2, 3 \ldots$.

Множители q обладают сглаживающим действием, поскольку их величина изменяется от 1 до 0 и уменьшается с ростом N. На рис. 2.18 приведены пять графиков q для соответствующих значений $\mu = 1, 2, 3, 4, 5$ и $N = 30$. Эмпирически установлено, что для решения задачи восстановления значений высот рельефа при определении поправок достаточно принять $\mu = 2$.

Созданная для всего региона исследований АМР может затем многократно использоваться при вычислении поправок за рельеф на других площадях гравиметрических работ. При этом АМР исследуемой площади строится с учетом зависимости (2.10).

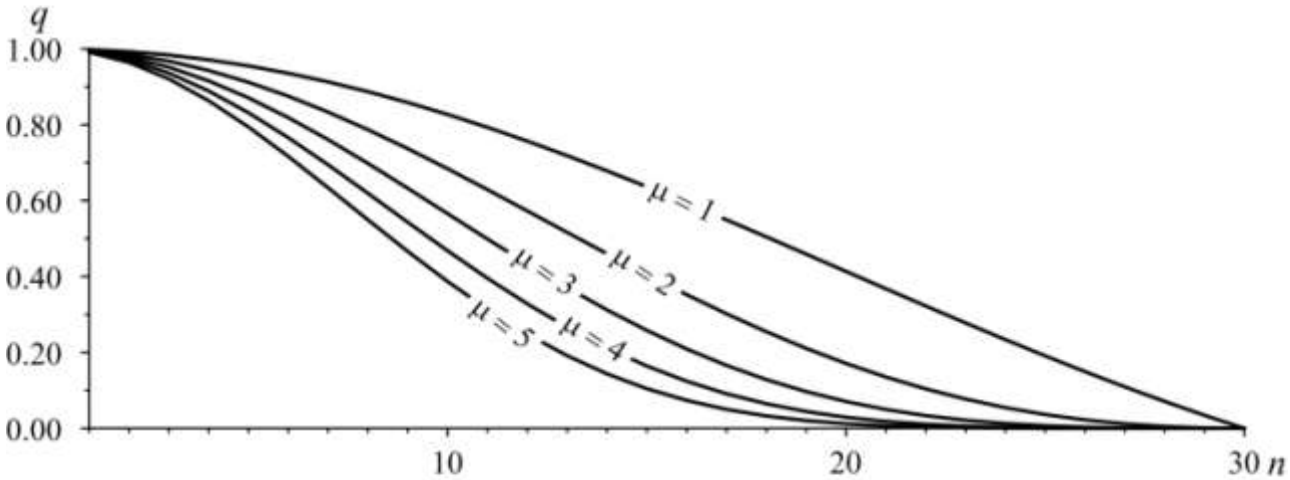


Рис. 2.18. Графики множителей q при N=30 для различных значений μ (1, 2, 3, 4, 5)

2.5. Технология вычисления поправок за влияние рельефа на основе аналитических аппроксимаций

2.5.1. Алгоритм определения поправок за влияние «локального» рельефа местности

При вычислении поправки $\delta g_{рф}$ для области D_1, включающей в себя пункт гравиметрических наблюдений с координатами x_p, y_p, z_p, используется прямоугольная система координат. С учетом (2.10) строится АТМ (2.7), которая позволяет сформировать массив высот вокруг каждого гравиметрического пункта в виде матрицы размерами $K{\times}K$ с шагом $d = \Delta x = \Delta y$, который, как будет показано ниже, оптимизируется в процессе вычислений. Вычисление гравитационного эффекта (2.1) от построенной АТМ осуществляется на основе ее аппроксимации набором вертикальных прямоугольных параллелепипедов с горизонтальными квадратными основаниями. Размер стороны основания параллелепипеда отвечает шагу сети задания высот, центры оснований тел совпадают с ее узлами. Значение поправки в точке P (x_p, y_p, z_p) определяется выражением

$$\delta g_{\text{рф}}(x_{\text{р}}, y_{\text{р}}, z_{\text{р}}) = \sigma \sum_{i=1}^{K} \sum_{j=1}^{K} g_{ij}^{пар}, \qquad (2.12)$$

где σ – плотность промежуточного слоя, принятая при вычислении поправки за влияние фа; $g_{ij}^{пар}$ – гравитационный эффект параллелепипеда при плотности 1 г/см^3. Существенное сокращение времени вычисления $g_{ij}^{пар}$ обеспечивается использованием формулы Г.Г.Ремпеля

(1980), выведенной на основе аппроксимации параллелепипеда сектором цилиндрического кольца:

$$g_{ij}^{пар} = \frac{f\,d}{R_{ij}}\left[\sqrt{(z_{ij}-z_{\mathrm{p}})^2+(R_{ij}+0.5d)^2}-\sqrt{(z_{ij}-z_{\mathrm{p}})^2+(R_{ij}-0.5d)^2}+d\right], \qquad (2.13)$$

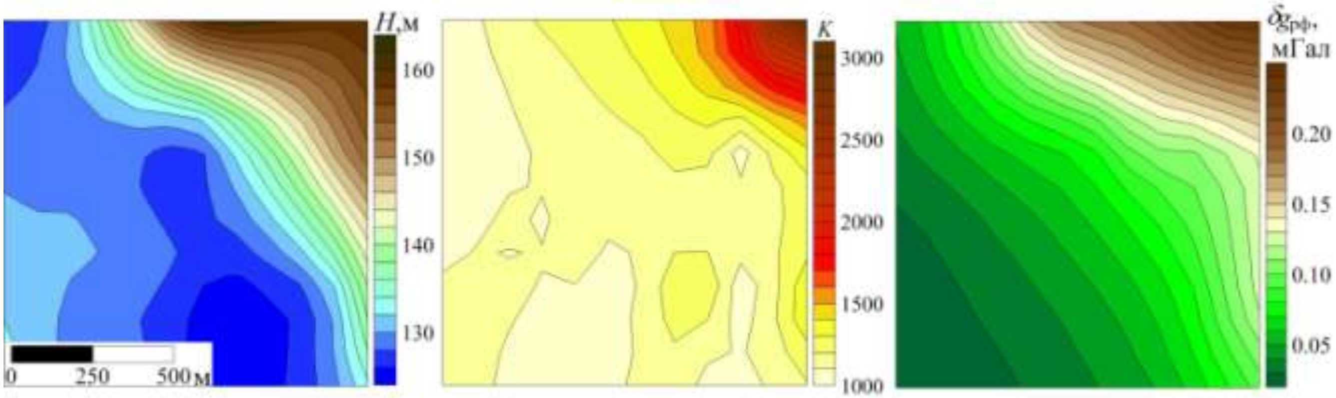
где $R_{ij}=\sqrt{(x_i-x_{\mathrm{p}})^2+(y_j-y_{\mathrm{p}})^2-0.075d^2}$; x_i, y_j, z_{ij} - координаты центра основания параллелепипеда; f - гравитационная постоянная. Формула (2.13) обеспечивает высокую точность вычислений при $R \geq d$ (*Ремпель*, 1980). Заметим, что при $x = x_{\mathrm{p}}$ и $y = y_{\mathrm{p}}$, т.е. для центрального параллелепипеда, где R – комплексная величина, расчеты не проводятся, поскольку при $z = z_{\mathrm{p}}$ величина $g^{пар}$ равна нулю. Время вычисления по формуле (2.13) существенно меньше, чем при других методах, применяемых для ускорения вычислительного процесса (*Jackson, van Gulik*, 1983; *Tsoulis*, 1998; 2003; *Parker*, 1995; 1996; *Hwang, Wang, Hsian*, 2003; *Davis, Kass, Li*, 2010).

Внешний контур подобласти D_1 представляет собой квадрат размером $L \times L$, в центре которого находится гравиметрический пункт с координатами (x_p, y_p, z_p). Для непосредственного расчета $\delta g_{рф}$ применяется адаптивный алгоритм, позволяющий определять значения поправки с априорно заданной точностью, варьируя числом элементарных параллелепипедов K при аппроксимации объема V в формуле (2.1). При этом подобласть D_1 разбивается на ряд вложенных, последовательно уменьшающихся областей $D_1 = D_1^1 \cup D_1^2 \cup D_1^3 \ldots$, внутри которых автоматически выбираются размеры параллелепипедов (рис. 2.19). Для оценки точности вычисления интегралов (2.1) используется метод Рунге. Изменение размеров параллелепипедов d в процессе вычислений не представляет затруднений, т.к. аналитическое описание рельефа земной поверхности (набор коэффициентов Фурье C_{uv}) позволяет восстанавливать высоты рельефа z в произвольно выбранных точках подобласти D_1 путем тригонометрической интерполяции с использованием выражения (2.7).

Вычислительная схема определения поправки $\delta g_{рф}$ за влияние «локального» рельефа выглядит следующим образом (*Долгаль, Бычков, Антипин*, 2004г): внешний цикл вычислений организуется по пунктам гравиметрических наблюдений; внутренние циклы включают в себя:

– формирование локального массива $\{z\}$ («палетки») для D_1^k при заданном шаге Δ^k между точками;

– решение прямой задачи гравиразведки с использованием формул (2.12) и (2.13);



а) *б)* *в)*

Рис. 2.19. Пример вычисления поправок за влияние «локального» рельефа в радиусе 0÷5 км: а) рельеф местности; б) количество аппроксимирующих параллелепипедов; в) карта поправок $\delta g_{рф}$

– оценку точности результативного значения $\delta g_{рф}$, переход к новому шагу $\Delta^{k+1} < \Delta^{k}$ или выход из цикла при достижении требуемой точности вычислений: $\left|\delta g^{k}_{рф} - \delta g^{k+1}_{рф}\right| \le \varepsilon$, где ε – заданная погрешность вычислений.

Таким образом, осуществляется вычисление $\delta g_{рф}$ одновременно для всей области D_1 с априорно заданной точностью, которая достигается за счет динамического выбора числа K элементарных параллелепипедов, аппроксимирующих объем V. На участках с наиболее сложным рельефом число K увеличивается, на сравнительно простом рельефе - число K уменьшается (рис. 2.19, *б*).

2.5.2. Определение поправок за влияние удаленных областей рельефа

Рассмотрим алгоритм вычисления поправки $\delta g_{рф}$ для подобласти D_2, которая может иметь площадь от десятков тысяч до первых сотен тысяч квадратных километров, в зависимости от масштаба гравиметрической съемки. Пространственное положение подобласти D_2 приближенно соответствует средней и дальней зонам в традиционных технологиях вычисления $\delta g_{рф}$.

Как известно, функция $\delta g_{рф}$ (2.1) является гармонической, удовлетворяющей уравнению Лапласа. Гармонические функции обладают свойством единственности: две гармонические функции, совпадающие на замкнутой поверхности, совпадают всюду внутри нее. Гармоническая функция полностью определяется своими значениями на замкнутой поверхности (*Булах,* *Шуман*, 1998). Следовательно, если удастся подобрать вспомогательную гармоническую функцию *U*, удовлетворяющую условию

$$\left\| \delta g_{\text{рф}} - U \right\|_{L^2} \leq \varepsilon \,, \tag{2.14}$$

где $\varepsilon > 0$ –малое положительное число, то данная функция *U* вполне может использоваться вместо $\delta g_{рф}$ при дальнейших вычислениях. Функцию *U* можно представить в виде

$$U = \sum_{i=1}^{N} u_i \,, \tag{2.15}$$

где функция u_i определяет аномальный гравитационный эффект V_z, обусловленный *i*-м элементарным источником. Данное преобразование позволит выполнить истокообразную аппроксимацию исходных значений $\delta g_{рф}$ (*Аронов*, 1976; 1977; *Долгаль*, 1999; 2002).

Рассмотрим случай, когда значения поправок за рельеф $\delta g_{рф}$ заданы в узлах регулярной сети с шагом Δx = Δy = Δ, а совокупность их значений представляет собой прямоугольную матрицу $\mathbf{G} = \left\{ \delta g_{\text{рф}}^{ij} \right\}: \; 1 \leq i \leq m; \, 1 \leq j \leq n$. Поправки за рельеф **G** аппроксимируются гравитационным полем *U* сеточной эквивалентной модели, состоящей из $m{\times}n$ шаров (точечных масс), располагающихся под каждой точкой P^* ($P^* \in S$, где *S* – поверхность наблюдений) с координатами x^*, y^*, z^* на заданной глубине *h* ниже поверхности *S* ($\Delta \leq h \leq 2\Delta$), что обеспечивает устойчивость решения задачи (*Аронов*, 1977).

Аномальный гравитационный эффект данной аппроксимационной конструкции в произвольной точке $P \in S$ с координатами (*x*, *y*, *z*) выражается формулой

$$U(x, y, z) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} u_{ij} \,, \tag{2.16}$$

где $u = f(\zeta^* - z)/R^3$ - гармонические функции, определяющие гравитационное поле V_z единичной сферы при $\mu = 1$; *f* - гравитационная постоянная, $R = \sqrt{(\xi^* - x)^2 + (\eta^* - y)^2 + (\zeta^* - z)^2}$ - расстояние между центрами шаров (ξ^*, η^*, ζ^*) и точками расчета поля (*x*, *y*, *z*); μ - масса источника.

Массы шаров μ определяются при решении системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), содержащей $m{\times}n$ уравнений с $m{\times}n$ неизвестными

$$\mathbf{UM} = \mathbf{G}, \tag{2.17}$$

где $\mathbf{M} = \{\mu_{ij}\}$ $(1 \le i \le m,\ 1 \le j \le n)$, $\mathbf{U} = \{u_{kl}\}$ $(1 \le k \le mn,\ 1 \le l \le mn)$. Система (2.17) может решаться различными методами, обеспечивающими выполнение условия (2.14), в т.ч. методом Зейделя, обладающим сходимостью ввиду сильного диагонального преобладания в матрице **U** коэффициентов СЛАУ (*Долгаль*, 1999). Невырожденная прямоугольная матрица **U** разбивается на две треугольные матрицы $\mathbf{U} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$, последовательные приближения к решению осуществляются по формуле

$$\mathbf{AM}^{k+1} + \mathbf{BM}^{k} = \mathbf{G},\ \ k = 0, 1, 2, ..., \qquad (2.18)$$

где k – номер итерации.

При решении практических задач СЛАУ (2.17) обычно имеет большую (число неизвестных $m \times n \approx 10^4$) или сверхбольшую размерность ($m \times n \ge 10^5$). Характерной особенностью матрицы **U** является резкое уменьшение значений коэффициентов u_{ij} по мере удаления от главной диагонали $i = j$. Так, при плоской поверхности $S = S(x, y, z = 0)$ и $h = 1.5\Delta$ получены следующие соотношения: $u_{i,i+3} / u_{ii} \approx 0.0894$; $u_{i,i+10} / u_{ii} \approx 0.00326$; $u_{i,i+25} / u_{ii} \approx 0.00021$;

Очевидно, можно выделить ленточную $\tilde{\mathbf{U}}$ часть матрицы **U** с достаточно узкой шириной ленты $2r + 1$, т.е. положить u_{ij}=0 при $|i - j| > r$ и провести для нее итерационный процесс (2.18). Вычисления новых коэффициентов u при неизвестных μ проводятся при некотором граничном значении $R_{гр}$, которое зависит от r (при $R > R_{гр}$ принимается $u_{ij} = 0$). Выбор r влияет на скорость вычислений при решении новой СЛАУ, которая увеличивается в десятки раз и более по сравнению с использованием первоначальной матрицы **U**. Восстановление поля U в произвольной точке P сводится к решению прямой задачи гравиразведки от заданного величиной r фрагмента аппроксимационной конструкции $S^* \in S$ при известных геометрических и физических параметрах. Значение r можно подобрать так, чтобы вклад не учитываемых источников, расположенных в области $S \backslash S^*$, не будет превышать 1-2 % от амплитуды $\delta g_{рф}$.

Описанный алгоритм позволяет быстро и с высокой точностью выполнять аналитическую аппроксимацию поправок за влияние рельефа путем итерационного решения СЛАУ вида $\tilde{\mathbf{U}}\mathbf{M} = \mathbf{G}$ и получать матрицы **M** (аппроксимационные конструкции) сверхбольшой размерности для всего региона гравиметрических исследований. Последующее восстановление значений $\delta g_{рф}$ в пунктах гравиметрической сети не представляет затруднений и выполняется с погрешностью, не превышающей величину ε, по формуле (2.15).

Алгоритм вычисления поправок за влияние «регионального» рельефа включает в себя:

построение аналитической аппроксимации матрицы поправок за влияние рельефа и вычисление этих поправок в гравиметрических пунктах методом 3D-интерполяции (значения $\delta g_{рф}$ восстанавливаются с учетом различий координат x, y и высот z гравиметрических пунктов и узлов матрицы **G**). Построение аналитической аппроксимации выполняются итерационно, критерием завершения процесса решения СЛАУ является выполнение заданного числа итераций или достижение заданной степени совпадения ε значений исходного $\delta g_{рф}$ и модельного U полей в евклидовой метрике L^2 (2.14). Расчету поправок предшествует проверка принадлежности координат каждого гравиметрического пункта области S, для которой была построена аналитическая аппроксимация. В случае, когда гравиметрический пункт располагается за ее пределами, результативному значению поправки $\delta g_{рф}$ присваивается код неопределенного значения. Вычисление поправок осуществляется путем решения прямой задачи гравиметрии (2.16).

Вычисление поправок за влияние удаленных областей с использованием детальной ЦМР приводит к дополнительным вычислительным затратам. Учитывая, что величина поправок $\delta g_{рф}$ с удалением от гравиметрического пункта быстро уменьшается, количество аппроксимирующих параллелепипедов в области D_2 должно быть минимальным при соблюдении необходимой точности расчетов. Аппроксимируя исходную ЦМР двойным рядом Фурье, можно разрежать сеть высотных отметок, несколько загрубляя модель рельефа в пределах средней и дальней областей, что приводит к существенной экономии времени вычислений при сохранении требуемой точности определения поправок. В этом случае берется АМР для всего региона и строится модель рельефа площади исследований с учетом зависимостей (2.9 - 2.10).

Рассмотрим практический пример вычислений поправок за влияние рельефа местности для области D_2. На территорию 51 120 км^2, охватывающую центральную часть Пермского края, по данным GTOP030 при плотности $\sigma = 2.67$ г/см^3 вычислены значения $\delta g_{рф}$ в узлах квадратной сети с шагом $\Delta = 1$ км. Внешний радиус области учитываемого влияния рельефа D_2 равнялся 100 км, внутренний – 5 км. Размер матрицы **G** составил 143 строки, 361 столбец. Затем решалась СЛАУ вида $\mathbf{\tilde{U}M = G}$, содержащая 51 623 уравнения с 51 623 неизвестными. Время решения СЛАУ на компьютере с процессором Intel Pentium-III с тактовой частотой 700 мГц составило чуть более 1 ч.; параметры решения СЛАУ приведены в табл. 2.10.

Таблица 2.10

Параметры итерационного процесса

Номер итерации	Точность решения ε, мГал	
	Евклидова метрика L_2	**Метрика Чебышева L_1**
1	0.0190	1.0668
5	0.0061	0.132
10	0.0024	0.0519
15	0.0010	0.0223
20	0.0004	0.0101
25	0.0002	0.0042
29	0.0001	0.0022

Точность решения задачи не является искусственно завышенной, т.к. правая часть СЛАУ задана точно (а не приближенно, как при аналитической аппроксимации наблюденного гравитационного поля) и не включают в себя негармонических помех, а средняя амплитуда поправок $\delta g_{рф}$ для рассматриваемой территории составляет всего около 0.038 мГал.

Поле полученной аппроксимационной конструкции восстанавливалось в 2 485 гравиметрических пунктах площади. Таким образом, для этих пунктов были вычислены значения поправок за влияние рельефа, обусловленные областью D_2, ограниченной радиусами 5 и 100 км (рис. 2.20). Ввиду небольших перепадов высот окружающего рельефа значения $\delta g_{рф}$ колебались в пределах 0.011 ÷ 0.069 мГал при среднем значении 0.02 мГал и среднеквадратическом отклонении ±0.0076 мГал.

2.6. Вычисление поправок за влияние рельефа с учетом кривизны Земли

Как уже отмечалось (разд. 1.7.1), поправка за влияние рельефа тесно связана с поправкой за промежуточный слой, поэтому, если используется сферический промежуточный слой, то и поправки $\delta g_{рф}$ необходимо вычислять с учетом сферичности Земли и с тем же радиусом области D, что и радиус сферического сегмента S. При несоблюдении данного условия аномалии силы тяжести содержат фиктивные составляющие поля, коррелируемые с высотами земной поверхности (*Каленицкий*, 2005), и при сложном рельефе существенно затрудняют интерпретацию высокоточных гравиметрических данных.

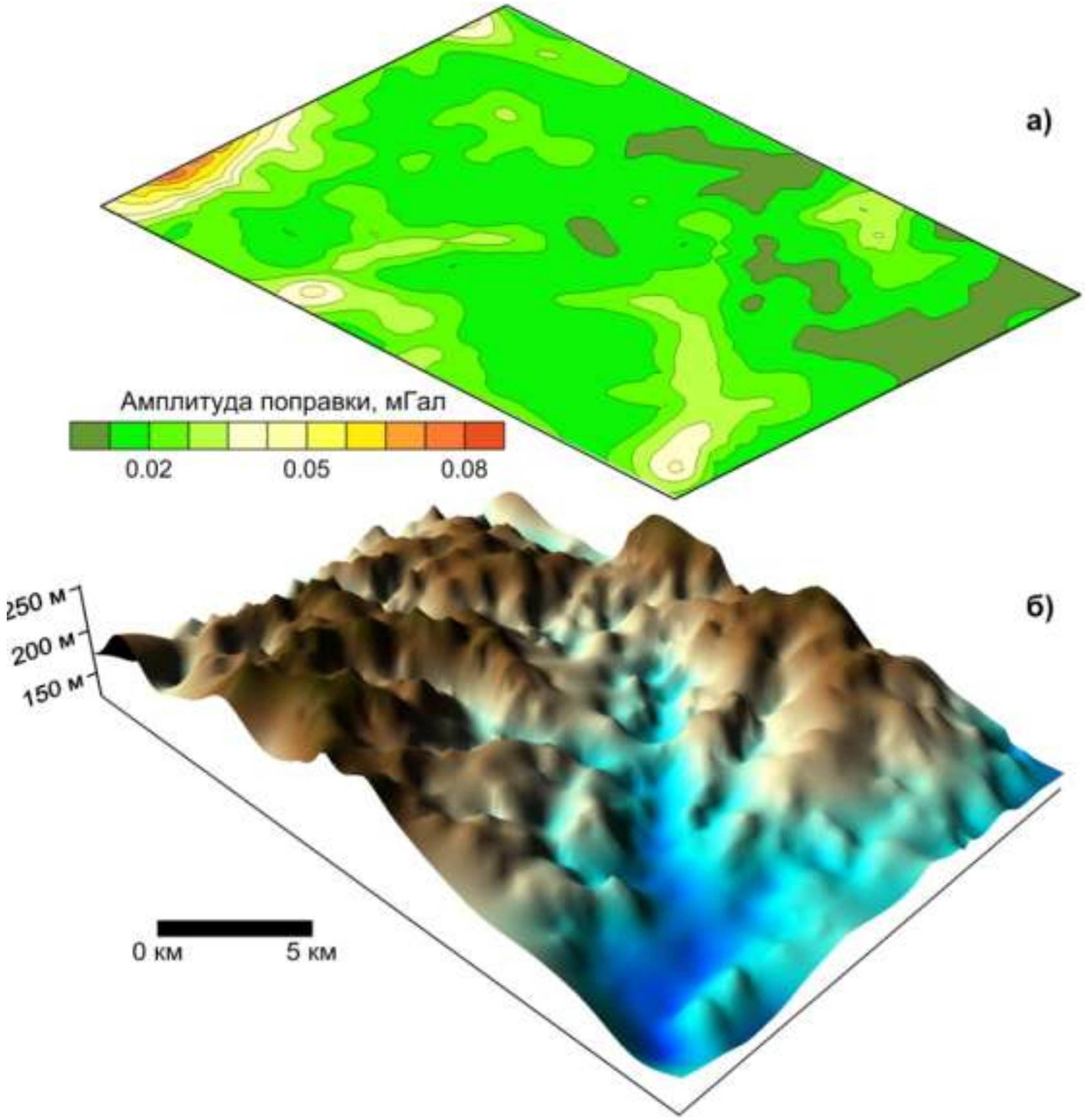


Рис. 2.20. Карты поправок $\delta g_{рф}$*, обусловленных областью* D_2 *(а) и рельеф местности (б)*

Анализ уклонения уровенной поверхности Земли, проходящей на высоте гравиметрического пункта конкордантно земному эллипсоиду, от горизонтальной плоскости (рис. 2.21) показывает, что до расстояний менее 5 - 10 км поправки за влияние рельефа можно вычислять без учета кривизны Земли. В пределах данного радиуса уклонения уровенной поверхности не превышают 5 м, что соответствует погрешности представления высот на крупномасштабных топографических картах (разд. 2.3). На удалениях от пункта более 10 км уклонение поверхности Земли от горизонтальной плоскости существенно увеличивается и заметно влияет на величину поправки $\delta g_{рф}$. Отсюда следует, что внешний радиус подобласти D_1 не должен превышать 5 – 10 км и поправки за влияние рельефа здесь можно вычислять в «плоском» варианте. Для зоны D_2 при вычислении $\delta g_{рф}$ следует учитывать сферичность Земли.

Представленная оценка имеет общий характер и базируется только на геометрических соображениях. Радиус учета поправок, в пределах которого можно не учитывать сферичность Земли, зависит также и от конкретных особенностей рельефа в окрестностях гравиметрического пункта и может быть существенно увеличен, как это будет показано далее.

Если поправки за влияние рельефа местности для «плоской» Земли всегда положительны, то при использовании сферической модели промежуточного слоя топографические массы создают как положительные, так и отрицательные эффекты в зависимости от их расположения относительно не только сферического слоя, но и горизонтальной плоскости, проходящей через точку наблюдения (*Лукавченко*, 1951; *Федынский*, 1964; *Yamamoto*, 2002; *Zhanjun, Yupu*, 2004; *Sampietro, Sona, Venuti*, 2006; *Yurt, Gokalp*, 2006; *Kloch, Kryńsk*i, 2010). Вычитать следует влияние масс горных пород, слагающих рельеф, лежащих ниже горизонтальной плоскости, проходящей через гравиметрический пункт и выше поверхности земного эллипсоида в этом же пункте (рис. 2.21).

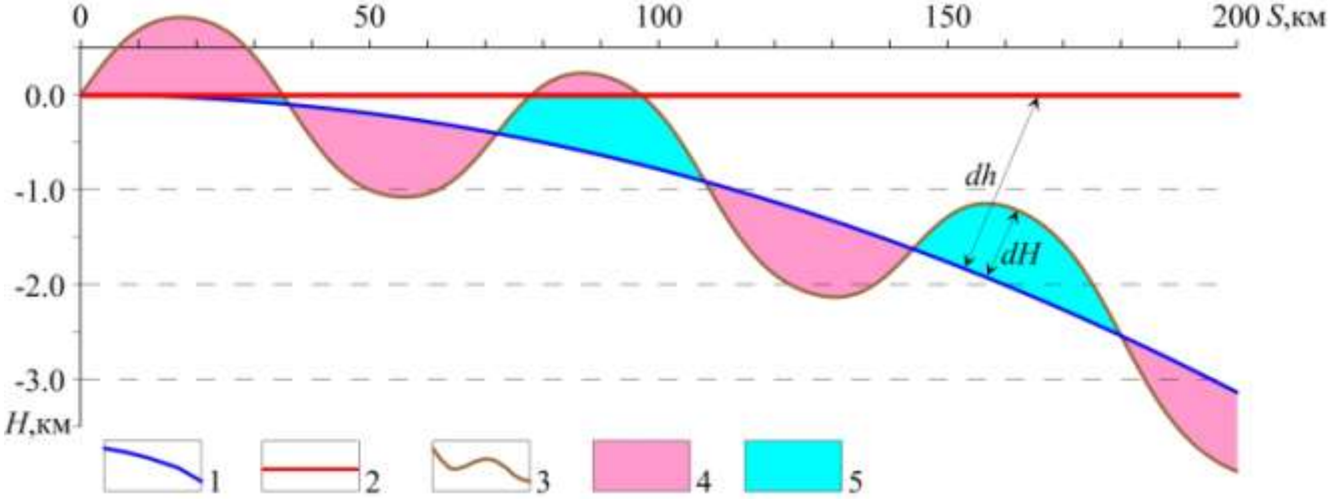


Рис. 2.21. Уклонение поверхности Земли от горизонтальной плоскости: 1 – уровенная поверхность, проходящая через пункт наблюдения; 2 – горизонтальная плоскость; 3 – физическая поверхность Земли; 4 – положительный эффект топографических масс; 5 - отрицательный эффект топографических масс

Вычисление поправок за влияние рельефа с учетом сферичности Земли выполнял еще П.И.Лукавченко (1951). Им предложены простые формулы учета превышений рельефа dH (притяжение прямоугольного параллелепипеда ABCD, аппроксимирующего рельеф с высотой dH) (рис. 2.22) не только относительно высоты гравиметрического пункта, но и относительно горизонтальной плоскости (dh):

$$\delta g_{\text{п}}(dH) = \delta g_{\text{п}}(dh) - \delta g_{\text{п}}(dh - dH) \qquad \text{для } dH < dh, \qquad (2.19\ \text{а})$$

где $\delta g_{\text{п}}(dh)$ – притяжение параллелепипеда AB^1C^1D, $\delta g_n(dh - dH)$ – притяжение параллелепипеда BB^1C^1C;

$$\delta g_{\text{п}}(dH) = \delta g_{\text{п}}(dH - dh) - \delta g_{\text{п}}(dh) \qquad \text{для } dH > dh, \qquad (2.19\ \text{б})$$

где $\delta g_n(dH - dh)$ – притяжение параллелепипеда AB^1C^1D, $\delta g_{\text{п}}(dh)$ – притяжение параллелепипеда BB^1C^1C;

$$\delta g_{\text{п}}(dH) = \delta g_{\text{п}}(dH + dh) - \delta g_{\text{п}}(dh) \qquad \text{для } dH < 0, \qquad (2.19\ \text{г})$$

где $\delta g_n(dH + dh)$ – притяжение параллелепипеда AB^1C^1D, $\delta g_{\text{п}}(dh)$ – притяжение параллелепипеда BB^1C^1C.

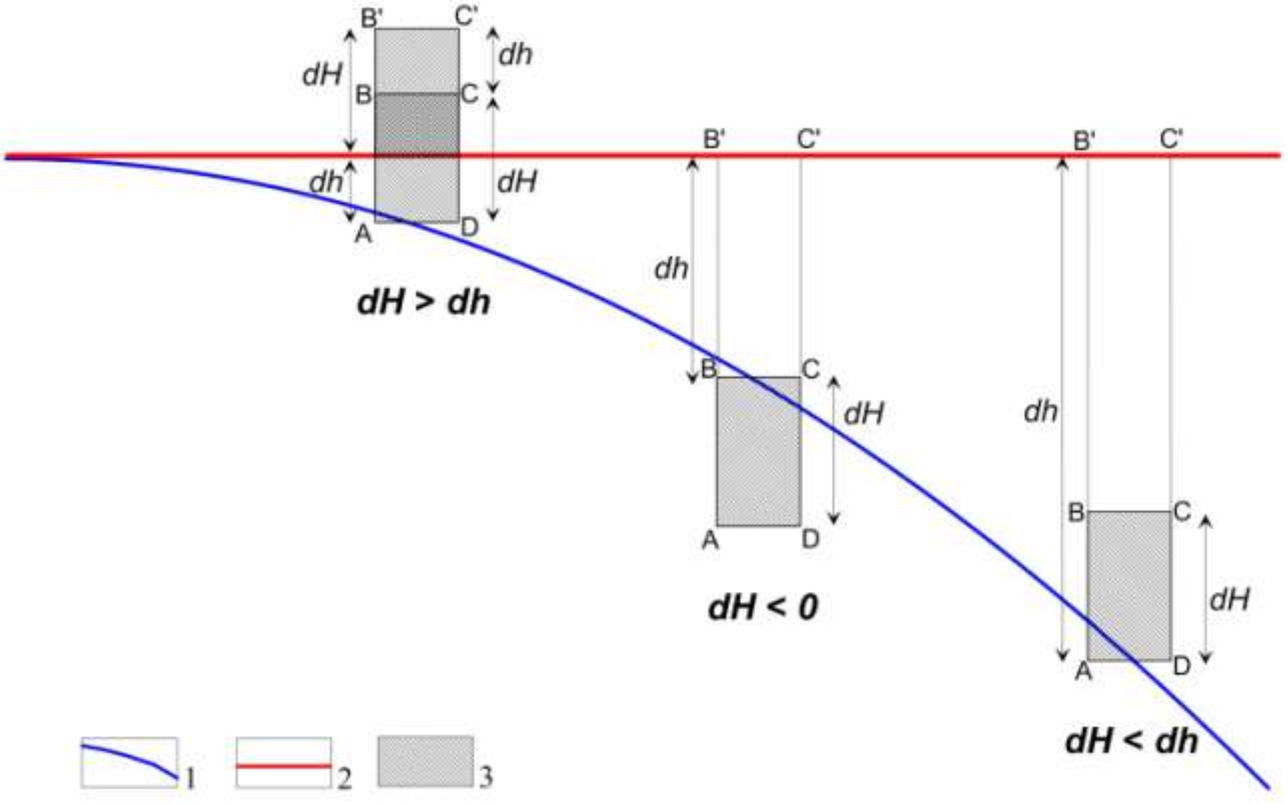
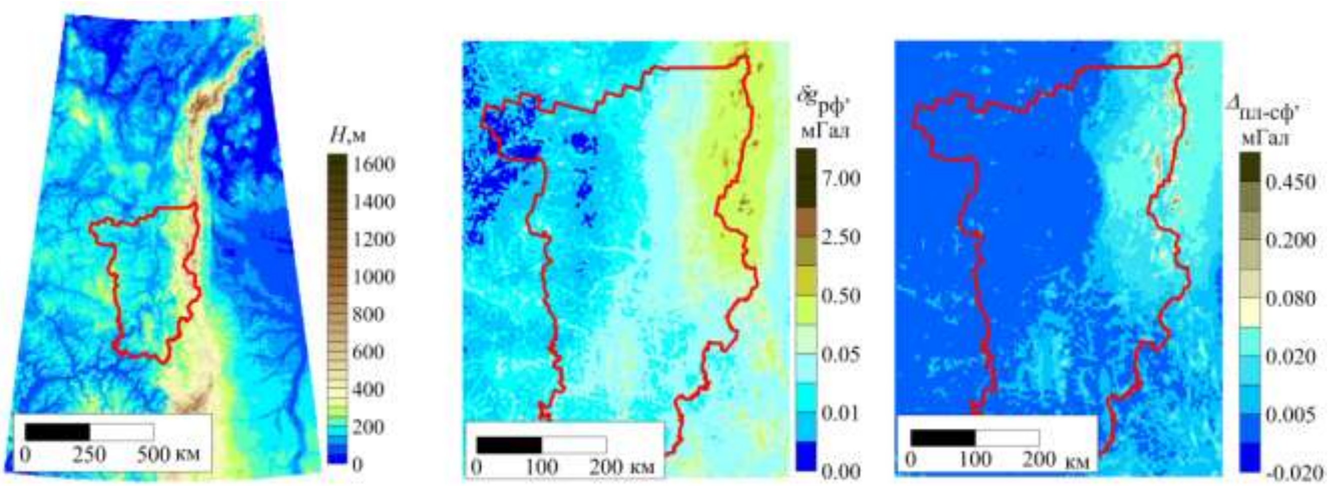


Рис. 2.22. Пояснения к формулам П.И.Лукавченко: 1 – уровенная поверхность, проходящая через пункт наблюдения; 2 – горизонтальная плоскость; 3 – прямоугольный параллелепипед

Использование формул (2.19) позволяет применять для вычисления поправок $\delta g_{рф}$ технологии, разработанные для «плоской» Земли, вычисляя расстояния до параллелепипедов, аппроксимирующих рельеф, в соответствии с углом наклона поверхности Земли. При этом учет сферичности Земли требует двукратного вычисления поправок в каждом гравиметрическом пункте.

С целью выявлений особенностей разницы поправок за влияние рельефа для «плоской» ($\delta g^{\text{пл}}_{рф}$) и «сферической» ($\delta g^{\text{сф}}_{рф}$) Земли был выполнен ряд экспериментов. Для территории Пермского края и прилегающих регионов по данным GTOPO30 создана регулярная сеть высот рельефа с шагом 1 км (рис. 2.23, а). Размер исходной матрицы высот составил 1 812 строк и 1 236 столбцов (более 2.2 млн элементов). В пределах границ Пермского края в 246 715 узлах этой сетки вычислены поправки за влияние рельефа в двух вариантах: для «плоской» Земли и с учетом ее сферичности. Далее вычислялась разность поправок $\Delta_{пл-сф} = \delta g^{\text{пл}}_{рф} - \delta g^{\text{сф}}_{рф}$. Внешний радиус области учитываемого рельефа D_2 составил 200 км, внутренний – 5 км. Максимальные величины полученных поправок за рельеф достигают 6.7 мГал (рис. 2.23, б) на северо-востоке территории, где высотные отметки достигают 1500 м. Разности поправок за рельеф для «плоской» и «сферической» Земли Δпл-сф изменяются от -0.02 для равнинных территорий северо-запада края до 0.44 мГал на северо-востоке Пермского края, где отмечаются наибольшие отметки высот Уральских гор и наибольшая изрезанность рельефа (рис. 2.23, в).



а) б) в)

Рис. 2.23. Матрица рельефа GTOPO30 (а), поправки за влияние рельефа местности в радиусе от 10 до 200 км (б) и разность поправок $\Delta_{пл-сф}$ (в) для территории Пермского края (красной линией показана граница края)

Значения зависимости $\Delta_{\text{пл-сф}}$ от высоты пункта приведены на рис. 2.24. Анализируя данную зависимость, можно видеть, что с увеличением высоты гравиметрического пункта увеличивается и величина разности этих поправок. При высотах гравиметрического пункта $H < 500$ м данная разность не превышает точность современных гравиметрических съемок. При $H > 500$ м разность поправок резко возрастает с увеличением высоты и видна их нелинейная зависимость. Следует отметить, что данная зависимость построена для территории Пермского края; в других регионах она может быть иной.

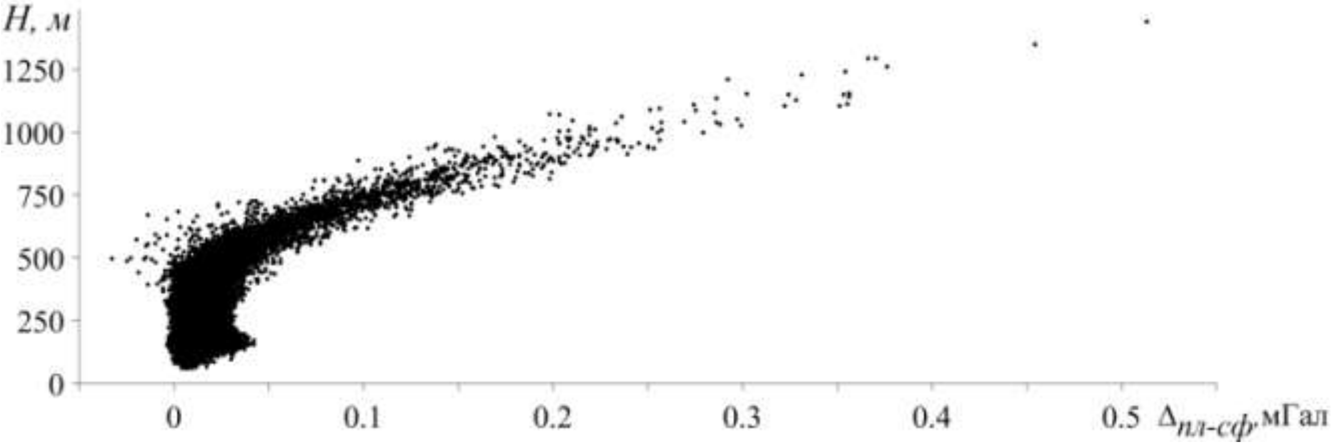


Рис. 2.24. Кросс-плот зависимости высоты пункта (H) и разности поправок за рельеф для "плоской" и "сферической" Земли

Особый интерес представляют не сами величины расхождений поправок за влияние рельефа для "плоской" и "сферической" Земли, а расстояние от пункта наблюдений, на которых этими расхождениями можно пренебречь, т.е. до какого радиуса зоны можно не учитывать сферичность Земли при расчете поправок за рельеф. Для оценки величины этого расстояния поправки $\delta g^{\text{пл}}_{рф}$ и $\delta g^{\text{сф}}_{рф}$ рассчитывались с увеличением радиуса от 5 км до 200 км с шагом 5 км, т.е. размер подобласти D_2 составлял 5 - 10 км, 5 - 15 км, 5 - 25 км и так далее до 5 - 200 км. Для вычислений использовалась модель рельефа Пермского края GTOPO30, представленная на (рис. 2.23, *а*). На рис. 2.25 приведены графики зависимости максимального значения разности поправок $\Delta_{\text{пл-сф}}$ (рис. 2.25, *а*) и дисперсия разностей (рис. 2.25, *б*) от высоты пункта. Как видно из рисунка, если принять, например, погрешность съемки ±0.05 мГал, то на расстояниях менее 50 км от гравиметрического пункта сферичностью Земли при расчетах поправок за влияние рельефа можно пренебречь (рис. 2.25, *а*). При расстояниях более 50 км резко возрастают как сами величины поправок, так и их дисперсия (рис. 2.25, *б*). Можно также отметить, что при размерах внутреннего радиуса подобласти D_2 более 100 км градиент изменения разности и дисперсии $\Delta_{пл-сф}$ резко уменьшается. По величине этого градиента можно определять внешний радиус зоны вычисления поправок. Примерно такие же результаты получены для величины радиуса сферического сегмента (S = 100-150 км), которым может быть ограничен учет сферического промежуточного слоя при высотах рельефа 1000-1500 м (см. рис. 1.9).

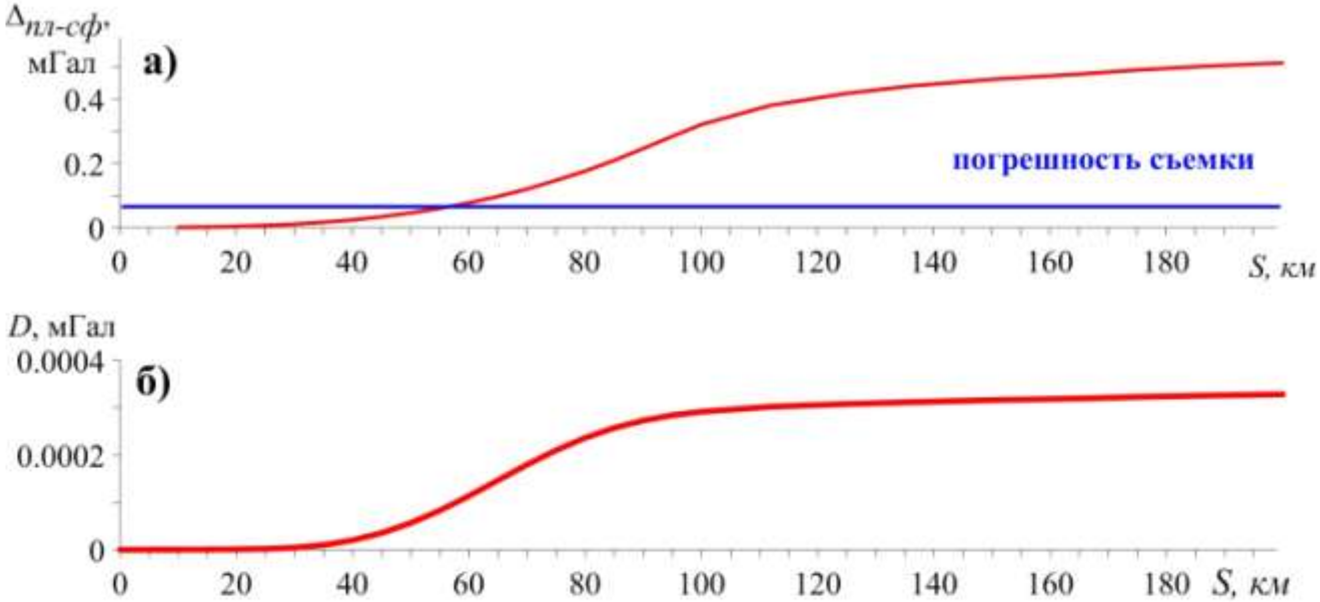


Рис. 2.25. Максимальные расхождения (а) и дисперсия расхождения (б) поправок за влияние рельефа для "плоской" и "сферической" Земли

По результатам проведенного эксперимента можно сделать следующие основные выводы: вычисление поправок за влияние рельефа можно проводить без учета сферичности Земли для всех площадей съемок на территории Пермского края в зоне до 50 км и при высотах рельефа местности в пределах площади съемки менее 500 м. Учитывая, что учет сферичности Земли требует двукратного вычисления поправок с учетом соотношения превышений H и h, это позволит, прежде всего, ускорить обработку данных полевых наблюдений. Разумеется, данные рекомендации относятся только к съемкам, проводимым на территории Пермского края. Для других регионов необходимы отдельные исследования.

2.7. Решение прямой задачи гравиразведки на шарообразной Земле

При вычислении поправок за влияние рельефа для аппроксимации топографических масс целесообразно использовать не прямоугольный, а сферический параллелепипед и, соответственно, оперировать не вертикальной составляющей силы притяжения V_z, а радиальной – V_R. Использование сферического параллелепипеда для аппроксимации рельефа местности удобно также и потому, что значения высот в матрицах GTOPO30 и SRTM даны в географических координатах φ, λ.

В настоящее время при решении методом гравиразведки подавляющего большинства геокартировочных и прогнозно-поисковых геологических задач в силу ограниченных размеров изучаемых площадей пренебрегают шарообразной формой Земли. Традиционные подходы к интерпретации базируются на решении прямых и обратных задач гравиметрии в прямоугольных координатах $\sum XYZ$. Как отмечал В.Н. Страхов, «когда размеры соответствующей территории достаточно велики (поперечники более 100 км)» необходима «разработка теории, методов и численных алгоритмов, основанных на представлениях о Земле как о теле, близком к сфере (либо даже как о теле, близком к сжатому сфероиду вращения)» (*Страхов*, 2000, с. 7). Простейшим примером является «рудный» класс задач, где источниками поля являются изолированные тела, расположенные в однородной по плотности вмещающей среде, ниже плоской границы раздела «Земля-воздух». Неадекватность такой модели реальным геологическим объектам указывал В.М. Гордин (2003).

Попытаемся оценить различия в плоской и сферической моделях Земли на простом теоретическом примере. Допустим, что Земля представляет собой шар с радиусом $R = 6371$ км. Профиль гравиметрических измерений длиной 300 км включает в себя 151 точку измерений. Значениями изменений высот, связанными с рельефом дневной поверхности, пренебрегаем. В нижнем полупространстве располагаются 2 аномалиеобразующих объекта – шары диаметром 8 и 12 км, обладающие избыточной плотностью 0.10 и 0.15 г/см^3, соответственно. Центры шаров в системе $\sum XYZ$ имеют координаты (в км) $x_1 = 100$, $z_1 = 20$; $x_2 = 200$, $z_2 = 30$, профиль проходит непосредственно над ними ($y = 0$). Использование канонической формулы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ для описания дугообразной поверхности наблюдений свидетельствует, что различия в вертикальных координатах точек измерений для плоской и сферической моделей достигают примерно 7 км (рис. 2.26).

Максимальная амплитуда аномалии вертикальной составляющей силы тяжести $V_z^{\max}$ на горизонтальной плоскости $z = 0$ составляет около 67.2 мГал. Теперь представим, что на сферической Земле выполняются измерения радиальной составляющей силы притяжения V_R, при этом отсчет глубин возмущающих тел также проводится от поверхности наблюдений. Для моделирования используем сферическую систему координат $\sum r\varphi\lambda$ и приближенный конечно-разностный метод определения V_R (по изменению гравитационного потенциала V вдоль радиуса Земли R).

На рис. 2.26 представлен график разности значений $\Delta V = V_z - V_R$, изменяющейся в диапазоне от -1.55 до 1.34 мГал, что составляет более 4% от $V_z^{\max}$.

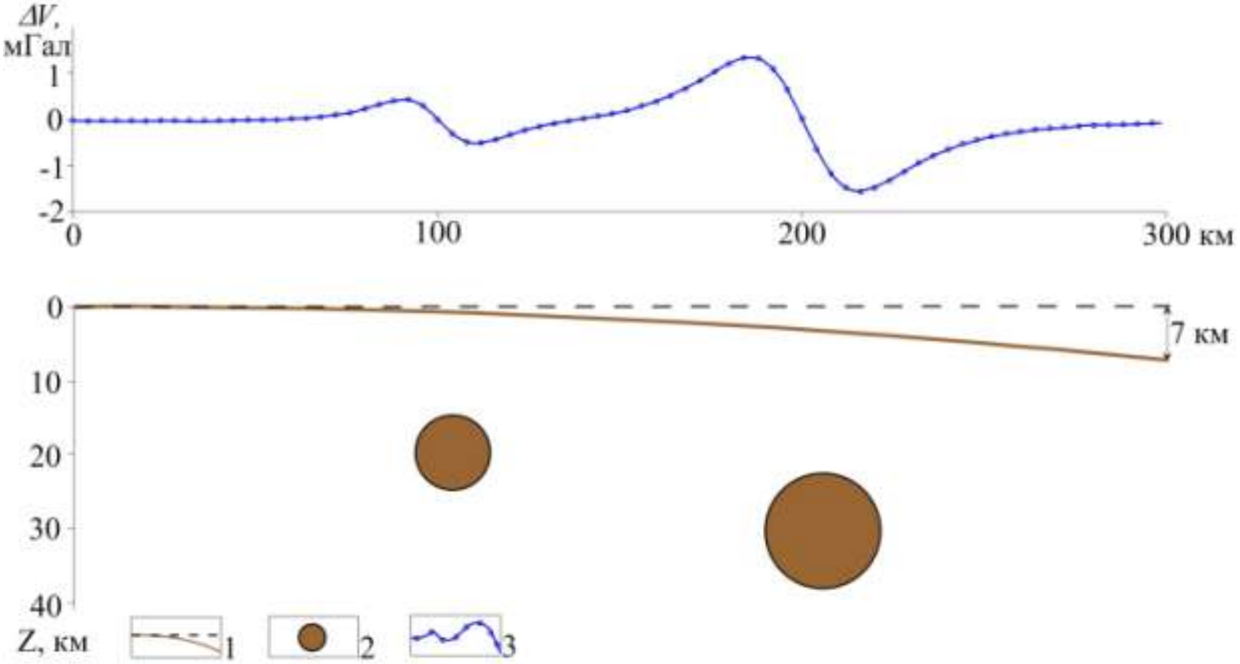


Рис. 2.26. Решение прямой задачи гравиразведки для плоской и сферической моделей Земли: 1 – поверхность Земли и горизонтальный уровень z = 0; 2 – аномалиеобразующие объекты; 3 – разница полей V_z и V_R

Очевидно что, разность гравитационного поля для идеализированной (плоской) и квазиреальной (сферической) интерпретационных моделей является нелинейной и достаточно значительной, поэтому можно поставить вопрос о целесообразности учета сферичности Земли при интерпретации материалов средне- и крупномасштабных гравиметрических съемок. Отметим, что выбранная модель источников (сравнительно глубоко залегающих и характеризующихся положительной избыточной плотностью) является далеко не наихудшим из всех возможных (по геологическим представлениям) пространственных распределений плотностных неоднородностей. Можно предположить, что наличие более мелких приповерхностных источников с пониженной и повышенной плотностью, в сочетании с расчлененным рельефом земной поверхности, только увеличит различия между V_z и V_R.

Инструмент решения прямой задачи гравиметрии в сферической системе координат начал разрабатываться в СССР еще в 1980-х гг. (*Старостенко, Манукян*, 1983); эти разработки постоянно совершенствуются (*Старостенко, Легостаева*, 1998; *Пятаков, Исаев*, 2012 др.). Получены выражения для аномальных эффектов сферических аппроксимирующих тел, простейшим из которых является сферический параллелепипед. Сферический параллелепипед – тело, обладающее хорошими аппроксимационными свойствами, ограниченное в пространстве сферическими координатами r_1, φ_1, λ_1 и r_2, φ_2, λ_2 (рис. 2.27).

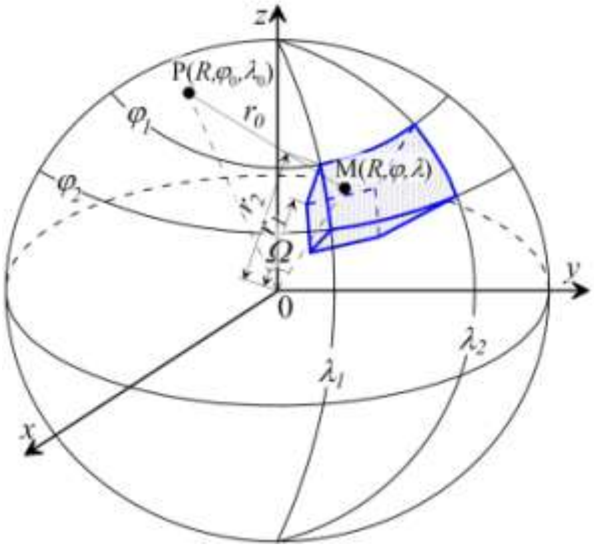


Рис. 2.27. Сферический параллелепипед в системе координат $\sum r\varphi\lambda$

В системе $\sum r\varphi\lambda$ радиальная составляющая V_R его гравитационного потенциала для точки P(R, φ_0, λ_0) на поверхности Земли определяется выражением

$$V_R(R,\varphi_0,\lambda_0)=f\sigma\int_{r_1}^{r_2}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}(R-r\cos\Omega)r_o^{-3}r^2\sin\varphi\,dr\,d\varphi\,d\lambda, \tag{2.20}$$

где $r_0=\sqrt{R^2+r^2-2Rr\cos\Omega}$, σ – плотность тела, r, φ, λ – переменные интегрирования, Ω – угол при центре сферы между точками P и M: $\cos\Omega = \cos\varphi_0 \cos\varphi + \sin\varphi_0 \sin\varphi \cos(\lambda_0 - \lambda)$. В аналитическом виде представить интеграл (2.20) невозможно, поэтому для расчета гравитационного эффекта в данном случае необходимо применение численных методов. Для решения этой задачи предложено использование адаптивного алгоритма, основанного на квадратурных формулах Гаусса-Лежандра (*Старостенко, Манукян*, 1983). Очевидно что, выполнение количественных оценок гравитационных эффектов в сферической системе координат $\sum r\varphi\lambda$ значительно сложнее, чем в прямоугольной $\sum XYZ$. Вероятно этим во многом объясняется то, что результатов решения практических задач регионального характера, проведенных с учетом сферообразной формы Земли, имеется сравнительно немного, например - это модели литосферы Фенноскандии (*Глазнев*, 2003).

Нами выполнена разработка программно-математического обеспечения для расчетов по формуле (2.20), основанного на адаптивных квадратурных алгоритмах, использующих метод Ньютона–Котеса (*Бахвалов, Жидков, Кобельков,* 2000). Применялись составные формулы прямоугольников, трапеций и парабол (Симпсона). Наличие особенностей функции (2.20) требует переменный шаг интегрирования k, который последовательно уменьшается в 2 раза. Число узлов интегрирования N изменялось в зависимости от модуля разности интегралов $\varepsilon = |\mathrm{I}(k)\text{-}\mathrm{I}(k/2)|$ и составляло 2^{12}–2^{24}. Существенно ускорить процесс вычислений позволяет однократное вычисление массива $\{\cos\Omega\}$ для аномалиеобразующего объекта и хранение его в оперативной памяти компьютера.

В табл. 2.11 приведены результаты модельного эксперимента: вычисление V_R для объекта, ограниченного координатами $50° \le \varphi \le 50.5°$, $40° \le \lambda \le 40.2°$ и глубинами оснований 5 км и 25 км, обладающего избыточной плотностью 0.2 г/см^3, на сферической Земле в 625 точках квадратной сети размером 0.1°×0.1°. Отметим, что максимальная амплитуда поля V_R составляет примерно 53.6 мГал.

Таблица 2.11

Параметры точности и скорости вычислений

Формула	**Среднее количество узлов**	**Среднее ε, мГал**	**Средн. относит. погрешность [I(k)-(k/2)]/I(k/2), %**	**Время счета, с**
Прямоугольников	85126	0.00017	0.02	5
Трапеций	128024	0.00024	0.03	9
Парабол	35937	0.000018	0.0003	1

В данном случае наилучшие результаты получены с применением формулы парабол (Симпсона), а наиболее трудоемким во всех случаях является вычисление гравитационного эффекта вблизи возмущающего объекта (рис. 2.28). Нельзя не отметить высокую точность вычислений: относительная погрешность составляет тысячные доли процента.

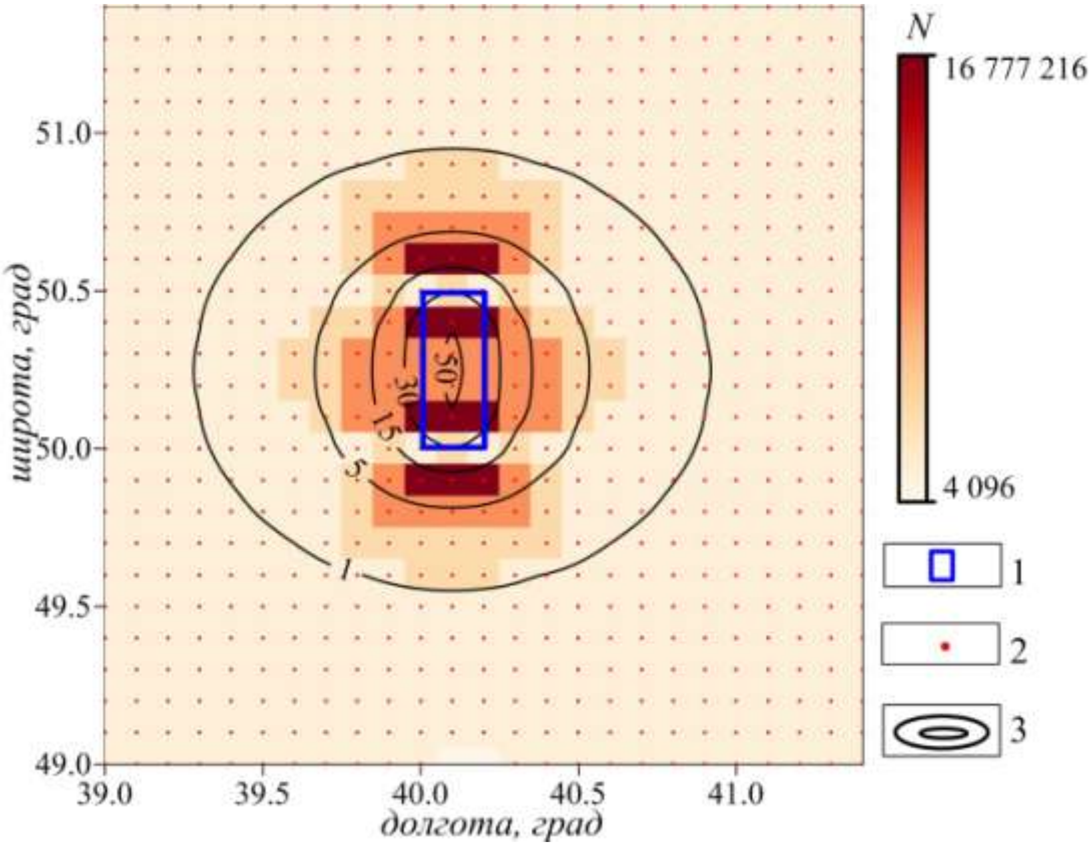


Рис. 2.28. Количество узлов интегрирования (N) при вычислении V_R сферического параллелепипеда: 1 – аномалиеобразующий объект, 2 – точки расчета поля, 3 – изоаномалы V_R, мГал

Созданное программное обеспечение может эффективно использоваться при решении многих практических задач гравиметрии, в том числе и для вычисления поправок за влияние рельефа. Сравним гравитационные эффекты прямоугольного параллелепипеда с размером основания 20×20 км, высотой 5 км, плотностью 2.67 г/см^3 и сферического параллелепипеда с аналогичными параметрами в точке, находящейся на удалении 100 км от центра основания параллелепипеда. Нижнее основание параллелепипеда находится на земной поверхности, т.е. данное тело моделирует крупный горный массив. В первом случае величина V_z составляет 0.090 мГал, во втором – V_R равно 0.064 мГал. Полученное различие порядка 30% характеризует разницу в поправках за влияние рельефа местности, определенных для плоской и сферической моделей Земли и однозначно свидетельствует о необходимости использования сферической модели Земли для расчета поправок $\delta g_{\text{рф}}$.

Дальнейшее повышение точности решения прямой задачи и качества оценки полученных результатов авторы связывают с использованием квадратурного правила Гаусса-Кронрода (*Ка-*

ханер, Моулер, Нэш, 2000) и применением процесса Эйткена (*Калиткин,* 1978) с целью уточнения итогового значения I(k).

2.8. Оценка точности вычисления поправок за влияние рельефа

Одним из важных вопросов является оценка погрешностей определения поправок за влияние рельефа, связанная, в свою очередь, с точностью вычисления аномалий силы тяжести в редукции Буге и, как следствие, с разрешающей способностью гравиразведки при решении геологических задач (*Аронов,* 1964; *Березкин,* 1967; *Гордин,* 1974; *Маловичко, Костицын, Тарунина,* 1989; *Бычков,* 2010). Объективную оценку влияния различных возмущающих факторов можно получить с помощью имитационного моделирования вычисления поправки $\delta g_{рф}$ для реальных условий выполнения гравиметрических съемок (*Долгаль,* 1997; 2002; *Долгаль, Бычков, Антипин,* 2004г).

Рассмотрим процесс имитационного стохастического моделирования на примере вычисления $\delta g_{рф}$ в прямоугольной системе координат. Выражение, определяющее значение поправки $\delta g_{рф}$ для поля силы тяжести, можно представить следующим образом:

$$\delta g_{p}(x,y,z)=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\Omega(\mathbf{u_{ij}}), \tag{2.21}$$

где $\mathbf{u}$ = $\{u_1, u_2, ..., u_m)$ - m-мерный вектор параметров, характеризующий физические и геометрические параметры отдельной аппроксимационной ячейки и ее местоположение относительно точки расчета $\delta g_{рф}$ с координатами (x,y,z); Ω - оператор решения прямой задачи гравиразведки; $k\times k$ - число элементарных ячеек в пределах области учитываемого влияния рельефа D.

Рассмотрим новый вектор $\mathbf{p}$ = $\{p_1, p_2,...p_m\}$ со структурой аналогичной структуре вектора $\mathbf{u}$, одна или несколько компонент которого осложнены случайной составляющей ε, т.е. p_n = u_n + ε, где n = 1, 2, ..., n. Погрешность определения поправки Δg в отдельной точке, обусловленная наличием случайных отклонений в исходных данных, определяется выражением

$$\Delta g(x,y,z)=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\Omega(\mathbf{p_{ij}})-\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\Omega(\mathbf{u_{ij}})\,. \tag{2.22}$$

Оценка погрешностей, выраженных формулой (2.22), осуществляется с помощью метода, близкого к методу Монте-Карло. Моделирование случайной составляющей ε выполняется путем генерации последовательности псевдослучайных чисел $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$, …. . Статистические характеристики данной последовательности можно выбрать, исходя из априорных сведений о геологической среде и технических особенностях гравиметрической съемки. Процесс вычислений реализуется для представленной совокупности точек пространства, при этом определяются статистические параметры для Δg и закон ее распределения. Точность получаемых результатов определяется с помощью неравенства Чебышева.

Рассмотрим пример оценки точности поправок за рельеф методом стохастического моделирования. Определение Δg осуществлялось для нефтеперспективной площади на востоке Пермского края, на которой была проведена высокоточная гравиметрическая съемка 1:25 000 масштаба. Оценка погрешности определения поправок за влияние рельефа местности проводилось в двух вариантах и осуществлялось для всех гравиметрических пунктов, расположенных в ее пределах.

В первом случае с помощью генерации серий случайных чисел моделировали произвольно ориентированные в пространстве отклонения гравиметрических пунктов в плане от их истинного местоположения. Предполагалось, что отклонения по каждой координате X и Y взаимно независимы, амплитуды смещений распределены по нормальному закону с математическим ожиданием $M = 0$ и СКО $S = \pm 14.1$ м (рис. 2.29). Таким образом, максимальная величина суммарного смещения ε_{xy} гравиметрического пункта в плане при вероятности ~68% (на уровне $M \pm S$) не превышала $\varepsilon_{xy} = \sqrt{14.1^2 + 14.1^2} \approx \pm 20\,\text{м}$.

Алгоритмы вычисления поправок для внутренней подобласти D_1 и внешней подобласти D_2 предусматривали использование только картографических высот гравиметрических пунктов. Таким образом, генерация смещения пунктов в плане приводила к появлению соответствующих ошибок высот этих пунктов, т.е. моделировались погрешности вычисления поправок $\delta g_{рф}$, обусловленные отклонениями в планово-высотной привязке пунктов измерений силы тяжести.

Во втором случае с помощью генерации серий случайных чисел моделировали произвольно ориентированные в пространстве отклонения высот ЦМР (Δz) от их истинных значений, т.е. исходная матрица высот рельефа осложнялась помехой ε_h. Амплитуды отклонений высот δh распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием $M = 0$ и среднеквадратическим отклонением ±5 м.

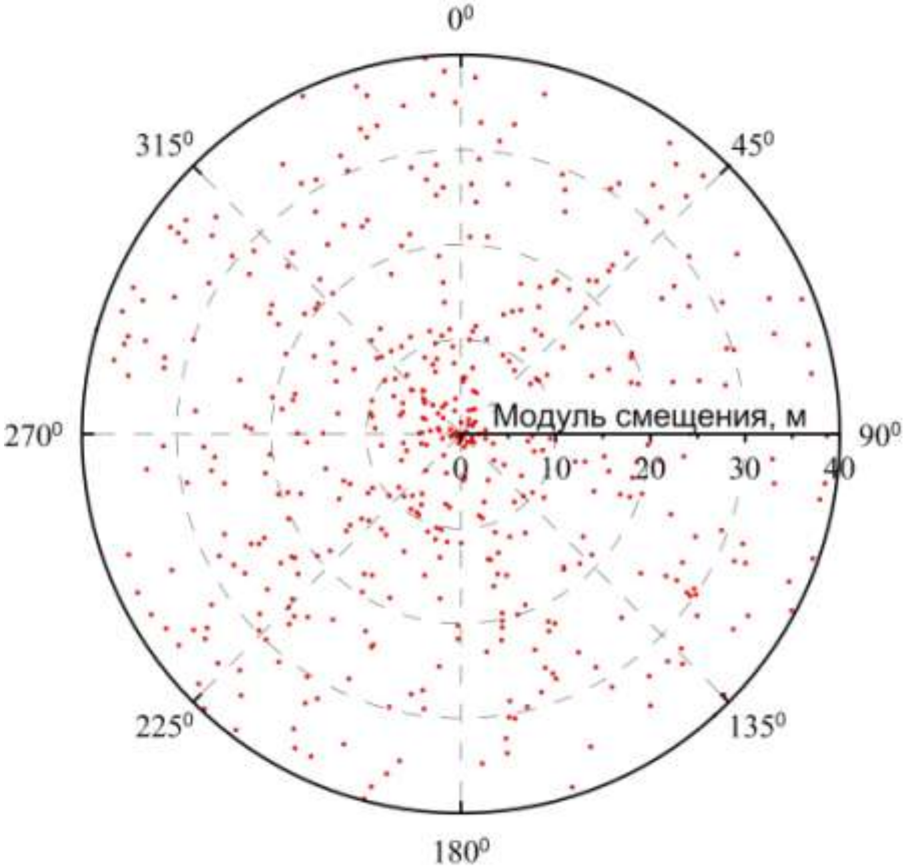


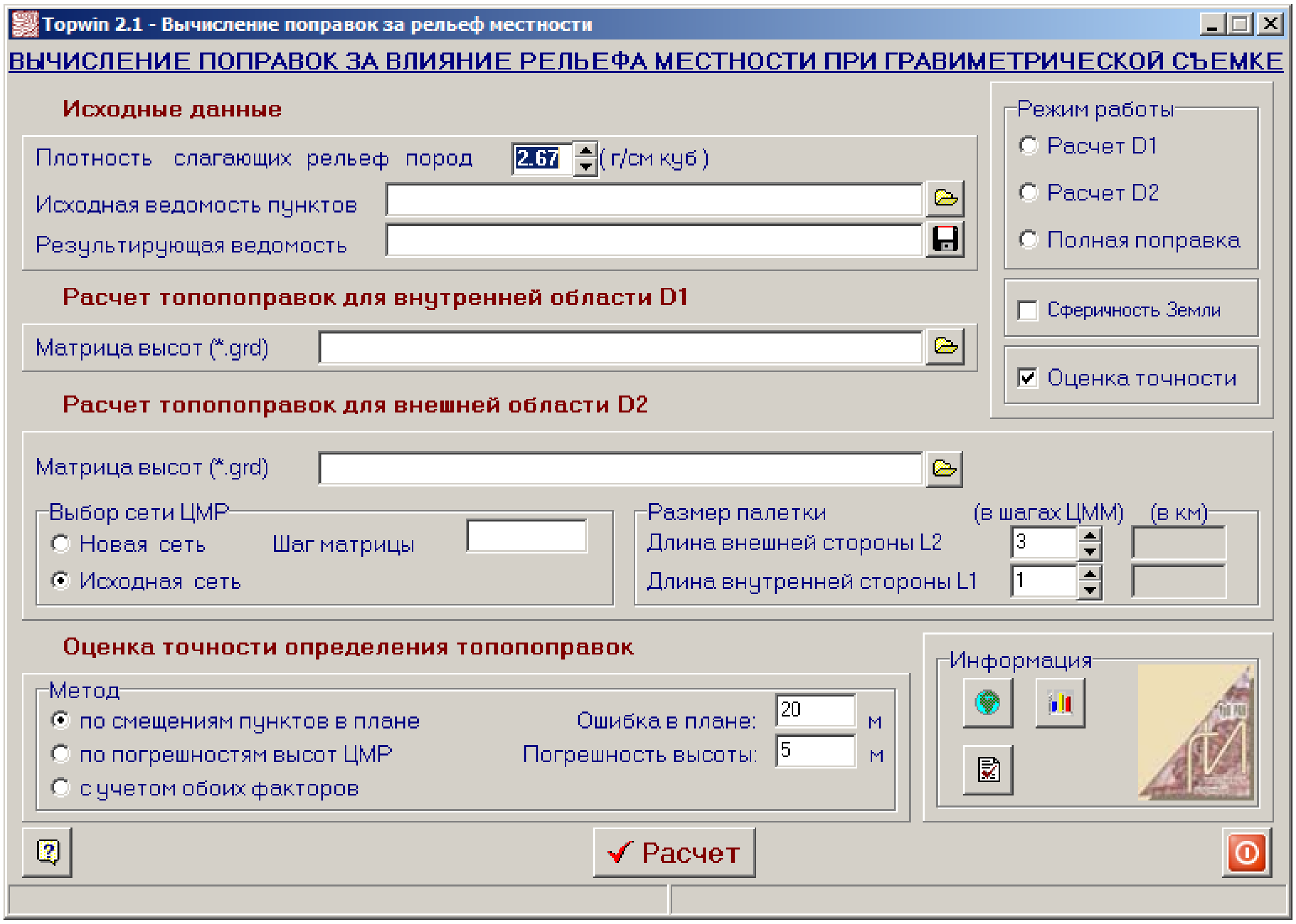
Рис. 2.29. Направления и модули случайных смещений местоположения гравиметрических пунктов

Погрешности расчета $\delta g_{рф}$ определялись по разности поправок, вычисленных при первоначальном положении гравиметрических пунктов с исходной ЦМР и при смещенном положении с ЦМР, осложненной помехой ε_h. Для внутренней подобласти D_1 (квадрата со стороной 300 м) эти погрешности изменяются в диапазоне [-0.055, 0.056] мГал, при среднем значении 0.0001 мГал и СКО ±0.0075 мГал. Для внешней подобласти D_2 (внешний контур которой имеет форму квадрата со стороной 5100 м, внутренний - квадрат со стороной 300 м) эти погрешности изменяются в диапазоне [-0.061, 0.068] мГал, при среднем значении 0.0001 мГал и СКО ±0.009 мГал. Статистическое распределение погрешностей подчиняется закону Гаусса. Таким образом, предельная среднеквадратическая погрешность определения суммарных поправок за рельеф местности в радиусе 0 ÷ 2550 м в данных физико-геологических условиях не будет превышать ±0.017 мГал.

2.9. Программное обеспечение вычисления поправок за влияние рельефа

Для определения поправок $\delta g_{рф}$ за влияние рельефа местности при гравиметрической съемке в Горном институте УрО РАН разработан модуль «Поправки за рельеф» (*Симанов*, 2007, б) информационно-аналитической системы ГРАВИС, созданной на базе ArcGIS 9 (*Симанов*, 2007, а).

Общий интерфейс программного модуля «Поправки за рельеф» представлен на рис. 2.30.



Плотность слагающих рельеф пород 2.67 (г/см куб)

☐ Сферичность Земли

☑ Оценка точности

Выбор сети ЦМР: ○ Новая сеть ● Исходная сеть

Длина внешней стороны L2: 3

Длина внутренней стороны L1: 1

Метод: ● по смещениям пунктов в плане ○ по погрешностям высот ЦМР ○ с учетом обоих факторов

Ошибка в плане: 20 м

Погрешность высоты: 5 м

Рис. 2.30. Общий интерфейс модуля «Поправки за рельеф»

Поправки за влияние рельефа вычисляются в следующей последовательности:

- выбирается плотность промежуточного слоя, открывается исходная ведомость гравиметрических пунктов и определяется выходная (результирующая) ведомость (панель «Исходные данные»);

- определяется режим работы, т.е. для каких областей будет считаться поправка (панель «Режим работы»), т.к. для внешней и внутренней подобластей используются разные алгоритмы расчета;
- отметить, следует ли учитывать сферичности Земли при вычислениях и оценивать ли точность определения поправок;
- выбираются исходные данные о рельефе местности (ЦМР в виде матрицы абсолютных отметок рельефа местности $\{z_{ij}\}$, $i = 1, 2, ..., m$; $j = 1, 2, ..., n$) при расчете поправок для внутренней области (панель «Расчет поправок для внутренней области D_1»);
- выбираются исходные данные при расчете поправок $\delta g_{рф}$ для внешней области (панель «Расчет поправок для внешней области D_2»): исходными данными являются ЦМР (пункт «Исходная сеть») или аналитические модели рельефа, аппроксимированные с использованием быстрого преобразования Фурье (пункт «Новая сеть»);
- задаются размер палетки (область D_2), в пределах которой будет рассчитываться поправка (панель Размер палетки);
- если включен пункт «Оценка точности», то определяется один из методов оценки точности определения поправок (панель «Оценка точности определения поправок»).

По окончанию расчета поправок в программном модуле «Поправки за рельеф» строится гистограмма погрешностей определения поправок (кнопка «Гистограмма» на панели «Информация») и краткий отчет о вычислениях (кнопка «Отчет» на панели «Информация»). Краткий отчет включает исходные параметры расчета, величины вычисленных поправок (минимальное, максимальное и среднее значения), а также среднеквадратическая погрешность их определения.

3. ПРИМЕРЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ В РАЗЛИЧНЫХ ГЕОМОРФОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

Практически все слагаемые формулы вычисления аномалий силы тяжести в редукции Буге (1.1) зависят, прежде всего, от высоты гравиметрического пункта и характера ундуляций геоида на конкретной площади. Для иллюстрации ошибок, обусловленных упрощенными процедурами редуцирования при обработке гравиметрических данных, мы выбрали четыре площади различных размеров, расположенные в разных геоморфологических условиях.

На каждой площади полевые гравиметрические работы выполнялись с использованием высокоточных гравиметров AUTOGRAV CG-5, электронных тахеометров Trimble и спутниковых систем GPS Trimble – 5700, R8. Аномалии силы тяжести вычислялись в двух вариантах: по традиционным формулам, принятым в Инструкции по гравиразведке (формула 1.1), и с использованием описанных выше процедур редуцирования (формулы: 1.5 – нормальное значение силы тяжести, 1.6 – поправка за атмосферу, 1.12 – нормальный вертикальный градиент, 1.14 б – сферический промежуточный слой). При вычислении аномалий силы тяжести по формуле 1.1 использовались значения высот рельефа в Балтийской системе; в новых процедурых - высоты относительно эллипсоида.

Поправки за влияние рельефа для внешней подобласти D_2 размерами от 10 км до 200 км для каждой площади вычислялись в двух вариантах: для "плоской" Земли и с учетом ее сферичности по формуле 2.19. Цифровые модели рельефа при расчете поправок $\delta g_{рф}$ для внутренней подобласти D_1 формировались на основе векторизованных топографических карт масштабов 1:25 000 и 1:50 000; в подобласти D_2 - путем пересчета данных о рельефе Земли, представленных в матрице SRTM.

3.1. Вычисление аномалий силы тяжести на равнинных территориях

Для относительно равнинных территорий требования к методике вычисления аномалий Буге несколько упрощены, например можно не вычислять поправки за влияние рельефа, если величина их не превышает половины проектной погрешности определения аномалий силы тяжести (*Инструкция..., 1980*). При этом считается, что погрешности, вносимые в аномалии за счет упрощенных формул редуцирования, в условиях слабо расчлененного рельефа имеют плавный характер и легко могут быть устранены при интерпретации вместе с региональным фоном.

Погрешности, вносимые в значения аномалий силы тяжести упрощенным подходом к редуцированию гравиметрических данных, рассмотрим на примере гравиметрических исследований на Южно-Ножовской площади, расположенной на юго-западе Пермского края. Площадь, размеры которой составляют примерно 1400 км^2, представляет собой холмисто-увалистую равнину, с абсолютными отметками высот рельефа от 90 м в долинах рек (на западе площади) до 300 м на водоразделах и вершинах холмов (на востоке) (рис. 3.1). Целью работ являлись создание модели геологического строения, оценка перспектив нефтегазоносности и выявление нефтегазоперспективных объектов для последующего лицензирования.

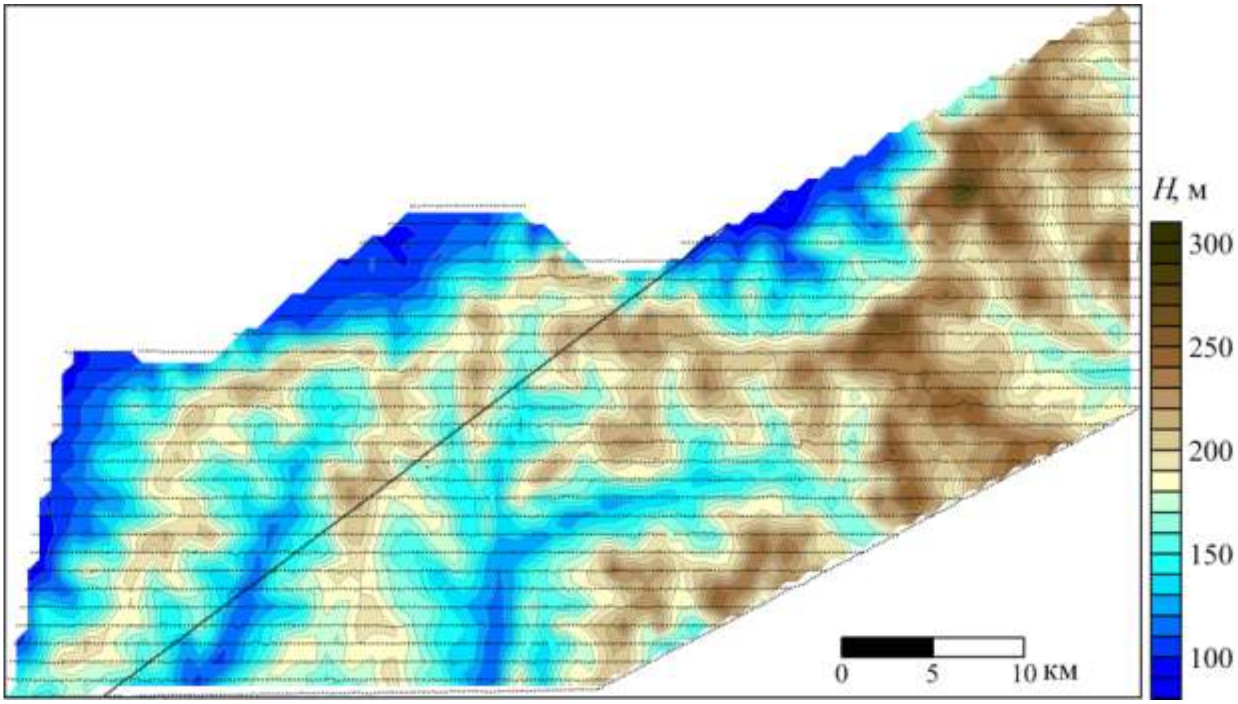


Рис. 3.1. Рельеф Южно-Ножовской площади (черными точками показаны пункты гравиметрических наблюдений)

На площади проведены полевые гравиметрические работы масштаба 1:50 000 по сети 1000×250 м на 7 480 пунктах. Среднеквадратическая погрешность определения наблюденных значений силы тяжести на рядовых гравиметрических пунктах с учетом погрешности опорной сети составила ±0.027 мГал. Плотность промежуточного слоя при вычислении аномалий силы тяжести в редукции Буге принята равной 2.30 г/см^3.

На рис. 3.2 и в табл. 3.1 показаны расхождения значений поправок, вычисленных для данной площади различными способами. Абсолютные величины расхождений аномалий Буге весьма существенны и составляют почти 4.5 мГал. Среднеквадратическое отклонение составляет почти 0.1 мГал, что более чем в 3 раза превышает точность съемки. На практике это означает, что эти ошибки неизбежно скажутся на результатах последующей интерпретации.

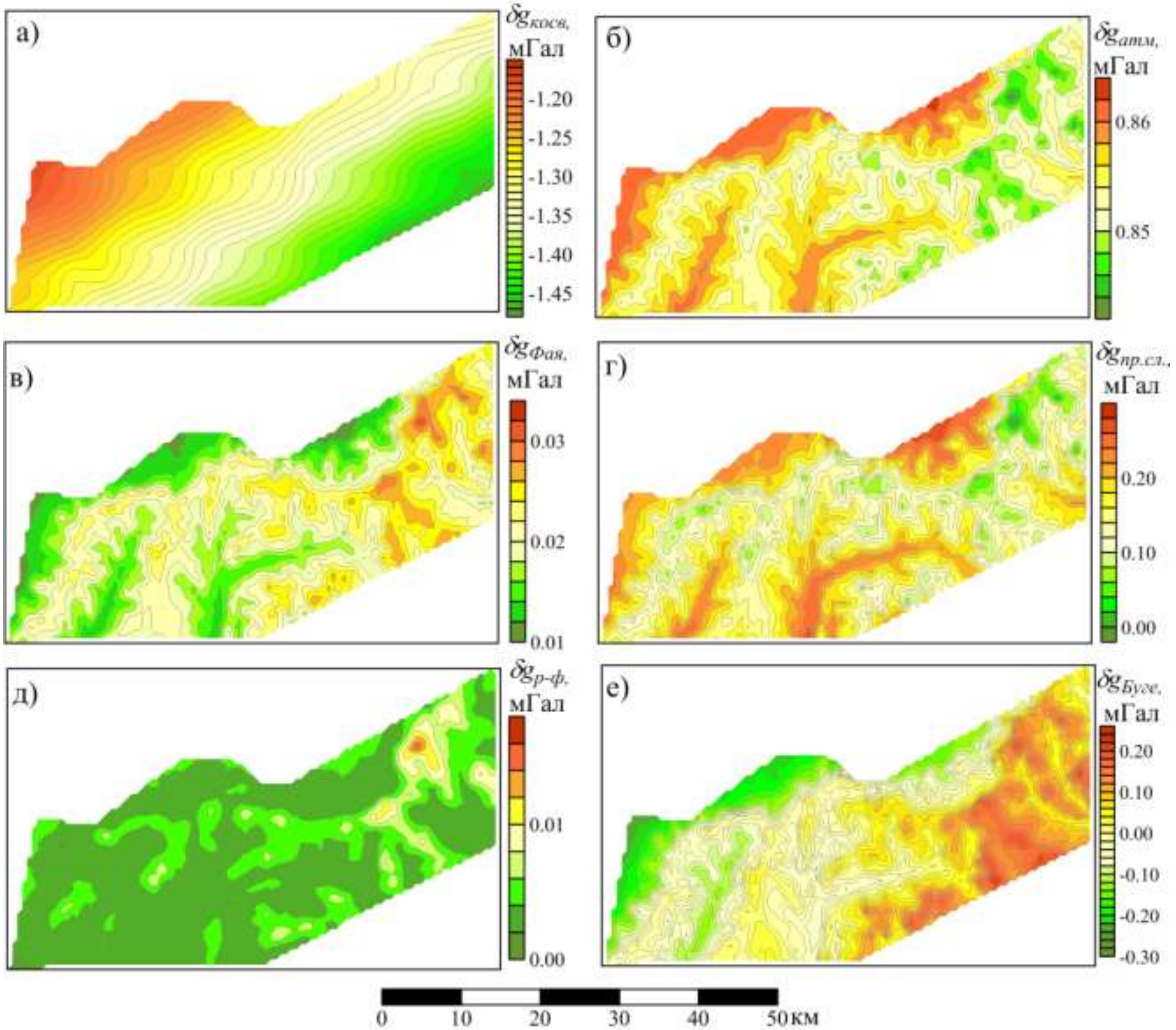


Рис. 3.2. Карты расхождений поправок, вычисленных различными способами: а) косвенный эффект; б) поправка за атмосферу; в) за высоту; г) за промежуточный слой; д) за влияние рельефа; е) разность аномалий Буге

Таблица 3.1

Сравнение процедур редуцирования гравиметрических данных на Южно-Ножовской площади

Поправки и аномалия Буге, мГал	**Расхождение поправок**			
	Среднее	**Минимальное**	**Максимальное**	**Стандартное отклонение**
Косвенный эффект	-1.329	-1.470	-1.165	0.070
Нормальное значение силы тяжести	-4.107	-4.111	-4.101	0.002
Поправка за высоту	0.020	0.011	0.032	0.004
Промежуточный слой	-0.259	-0.434	-0.135	0.057
Поправка за атмосферу	0.854	0.843	0.862	0.004
Поправка за влияние рельефа в зоне D_2	0.004	0.001	0.016	0.002
Аномалии Буге при σ=2.30 г/см^3	4.446	4.194	4.682	0.098

Наибольшие погрешности в величину аномалии вносят нормальное значение силы тяжести, косвенный эффект, поправки за атмосферу и промежуточный слой. Пространственное распределение погрешностей весьма неравномерное: существенно меняются величина стандартного отклонения косвенного эффекта и промежуточного слоя, что сказывается на морфологии локальных аномалий. Стандартные отклонения поправок за нормальное значение, за высоту, атмосферу и рельеф в целом не превышают погрешности определения наблюденных значений силы тяжести, поэтому эти факторы практически не влияют на результативные аномалии.

На рис. 3.4. показаны результаты томографической интерпретации поля разности аномалий Буге, вычисленных по новым процедурам и общепринятым стандартам редуцирования. Интерпретация выполнена в системе VECTOR, которая основана на трансформации векторов полного горизонтального градиента гравитационного поля, их сканировании в скользящем окне и последующем интегрировании различных составляющих. Анализ различных срезов 3D диаграммы гравитационного поля позволяет провести разделение источников аномалий в плане и по глубине (*Новоселицкий, Простолупов, 1999; Простолупов и др., 2006; Бычков, 2010; Долгаль и др., 2012*). Вертикальная ось на 3D диаграммах поля оцифрована в условных единицах (параметрах трансформации, *k*), которые в определенной степени отражают глубину источников гравитационных аномалий (эффективную глубину).

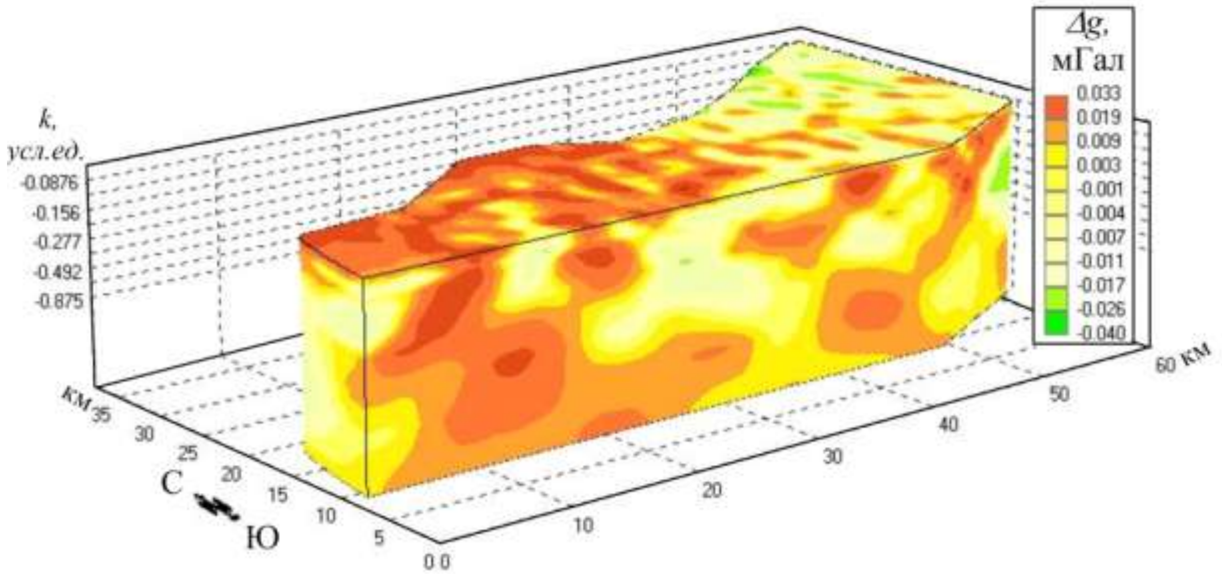


Рис. 3.3. Вертикальные срезы поля разности аномалий Буге в системе VECTOR

Как видно из рис. 3.3, в разностном гравитационном поле источники фиктивных аномалий силы тяжести, полученных разными методами, локализуются на эффективных глубинах, отвечающих различным интервалам геологического разреза. При интерпретации аномалий силы тяжести эти фиктивные аномалии, имеющие большой диапазон изменения линейных размеров и амплитуды, могут существенным образом повлиять на результаты геологических построений.

Южно-Ножовская площадь имеет сравнительно большие размеры. Можно предположить, что для гравиметрических съемок на небольших территориях, погрешности стандартных процедур редуцирования аномалий силы тяжести будут значительно меньше.

Рассмотрим разные методы вычислений аномалий Буге на примере гравиметрической съемки на месторождении нефти им. Архангельского, расположенного в центральной части Пермского края. Гравиметрические исследования на месторождении проведены по профилям сейсморазведки 3D с целью изучения плотностного строения надсоляной и соляной толщ, выделения аномалий, обусловленных наличием пермских рифов, и уточнения плотностного строения палеозойских отложений с выделением зон разуплотнений в осадочной толще. Месторождение расположено в Соликамской депрессии Предуральского краевого прогиба в пределах распространения залежи нижнеперского возраста Верхнекамского месторождения калийных солей и связано с рифогенными массивами позднедевонского возраста, а также со структурами их облекания в бортовой зоне развития Камско-Кинельской системы прогибов.

Полевые работы масштаба 1:10 000 проведены на площади 45 км^2 по сети профилей 250×300 м с шагом 50 м в общем объеме 6 280 пунктов Среднеквадратическая погрешность определения наблюденных значений силы тяжести на пунктах составила ±0.024 мГал. Местность всхолмленная, пересеченная речными долинами, местами заболоченная. Абсолютные отметки высот рельефа изменяются от 108 м до 218 м (рис. 3.4).

На рис. 3.5 и в табл. 3.2 показаны расхождения величин поправок, вычисленных для данной площади различными способами. Плотность промежуточного слоя принята равной 2.30 г/см^3.

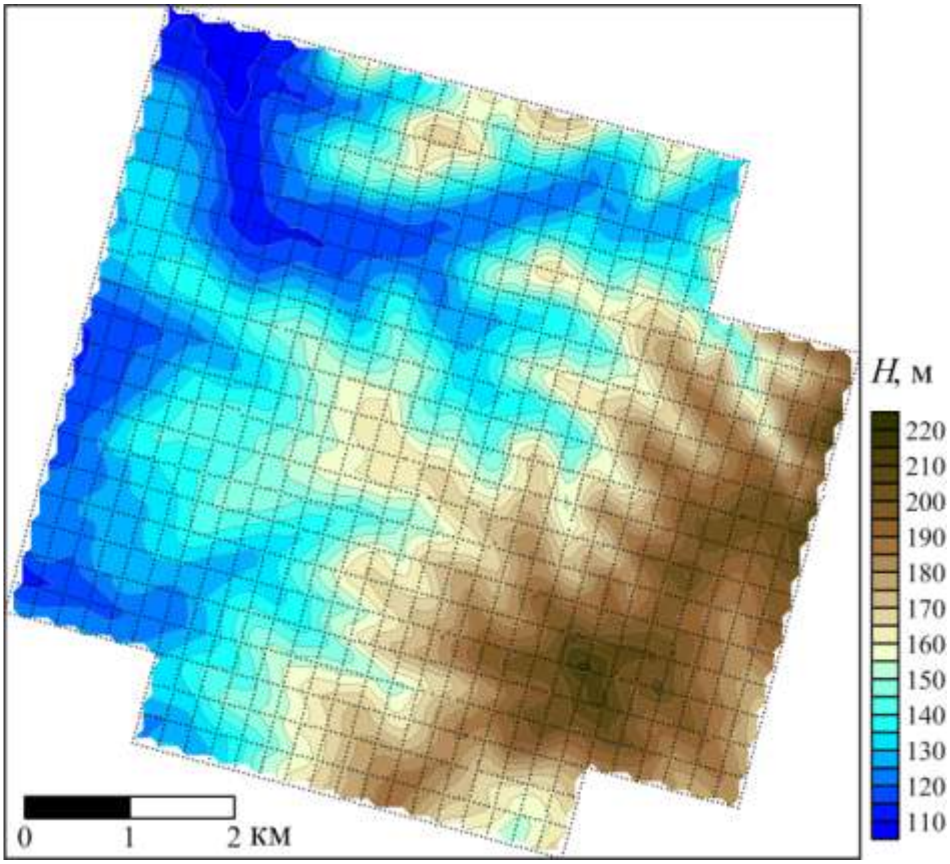


Рис. 3.4. Рельеф Архангельской площади (черными точками показаны пункты гравиметрических наблюдений)

Таблица 3.2

Сравнение процедур редуцирования гравиметрических данных
на Архангельской площади

Поправки и аномалия Буге, мГал	Расхождение поправок			
	Среднее	Минимальное	Максимальное	Стандартное отклонение
Косвенный эффект	-0.713	-0.739	-0.685	0.012
Нормальное значение силы тяжести	-4.047	-4.053	-4.041	0.003
Поправка за высоту	0.020	0.015	0.028	0.003
Промежуточный слой	-0.230	-0.327	-0.162	0.039
Поправка за атмосферу	0.856	0.850	0.861	0.003
Поправка за влияние рельефа в зоне D_2	0.003	0.001	0.006	0.001
Аномалии Буге при σ=2.30 г/см^3	3.931	3.839	4.048	0.051

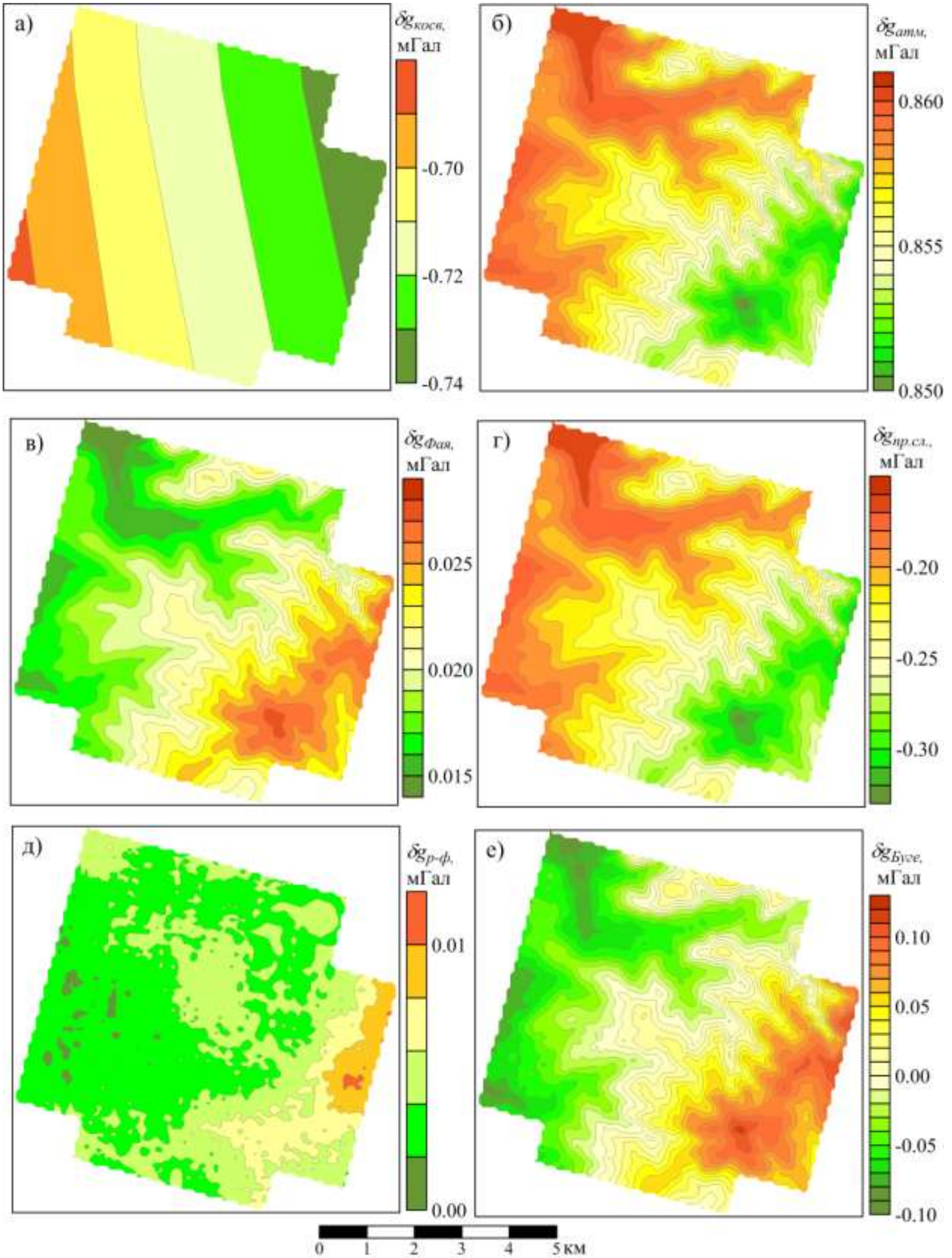
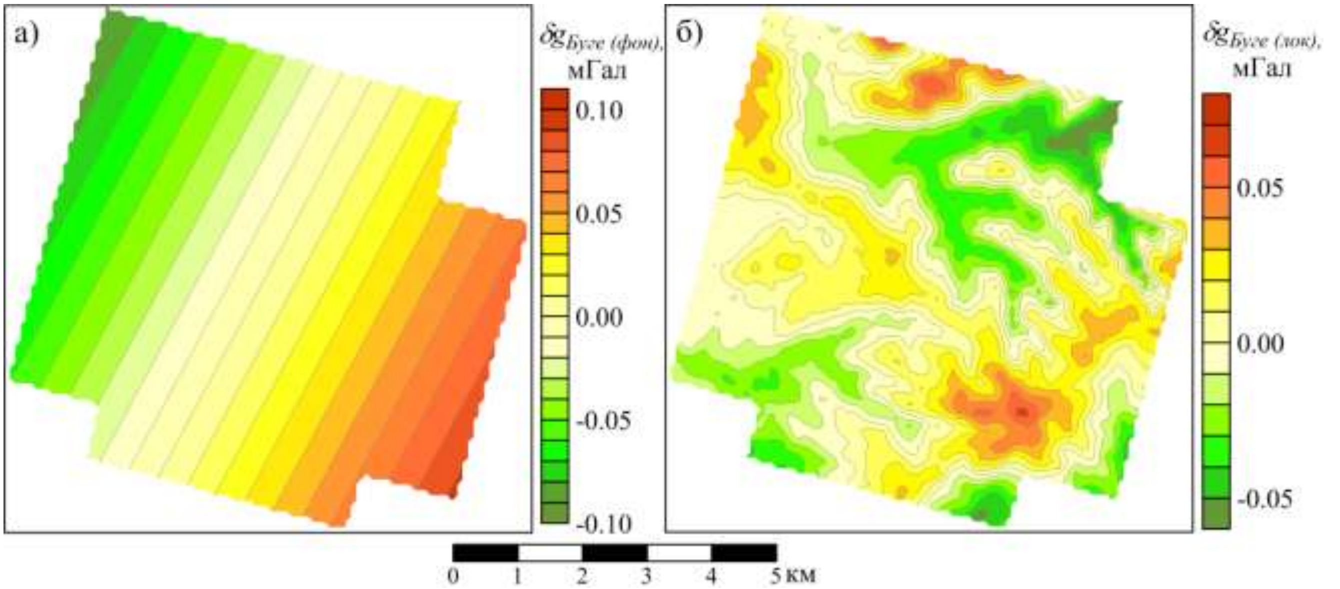


Рис. 3.5. Карты расхождений поправок, вычисленных различными способами: а) косвенный эффект; б) поправка за атмосферу; в) за высоту; г) за промежуточный слой; д) за влияние рельефа; е) разность аномалий Буге

Как видно из табл. 3.2 и рис.3.5, расхождение аномалий по абсолютной величине составляет, как и на Ножовской площади, примерно 4 мГал, что обусловлено, прежде всего, изменением уровня нормального гравитационного поля. Основной вклад в «локальную составляющую» погрешностей редуцирования (рис.3.6) вносит поправка за промежуточный слой; расхождения всех остальных поправок очень незначительны. Тем не менее, стандартное отклонение расхождений аномалий Буге, вычисленных разными методами, составляет около 0.05 мГал, что в два раза превышает точность выполненной съемки. Таким образом, опровергается широко распространенное мнение о том, что на небольших по размеру площадях погрешности применения устаревших формул редуцирования не имеют принципиального значения. После снятия линейного фона, явно присутствующего на карте расхождений аномалий Буге (рис.3.6, *а*), локальная (остаточная) составляющая (рис. 3.6, *б*) имеет амплитуду около 0.14 мГал с размерами аномалий более 1 км.



а) *б)*

Рис. 3.6. Региональная (а) и локальная (б) составляющие расхождений аномалий силы тяжести

Эти фиктивные локальные аномалии при геологической интерпретации могут быть совершенно по разному истолкованы: как зоны изменения плотности в приповерхностных отложениях, как изменение мощности соляной толщи, залегающей на данной площади на глубине порядка 200 м, как влияние нижнепермских рифов амплитудой 60-100 м, залегающих на глубинах около 1 км и т.п.

3.2. Вычисление аномалий силы тяжести в предгорной местности

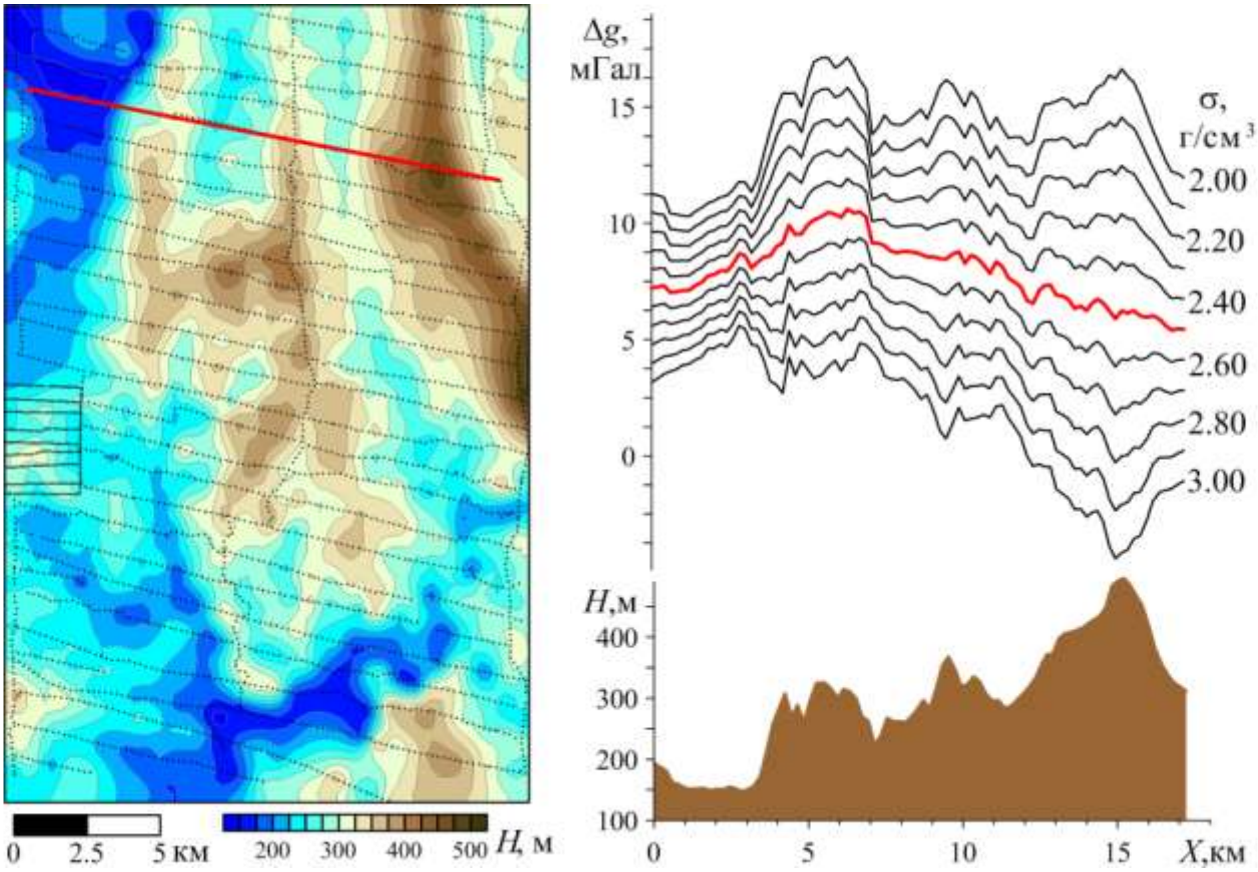
Губахинская площадь гравиметрической съемки расположена в предгорной местности на востоке Пермского края. В тектоническом плане данная площадь находится в зоне сочленения Предуральского прогиба и передовых складок Урала. Основной задачей исследований являлось выявление нефтеперспективных структур с последующими рекомендациями для постановки сейсморазведочных работ. Предполагаемыми ловушками углеводородов на данной площади являются антиклинальные тектонические структуры, создающие положительные гравитационные аномалии, ожидаемая амплитуда которых составляет от 0.5 мГал до 1.5 мГал.

Масштаб гравиметрической съемки 1:50 000; сеть наблюдений 1000×200 м; размеры площади примерно 18×27 км (490 км^2); перепад высот рельефа от 140 м до 500 м; местность полностью залесенная. Съемка выполнена на 2 832 пунктах со среднеквадратической погрешностью определения наблюденных значений силы тяжести ±0.033 мГал.

Характер расчлененности рельефа представлен на рис. 3.7, *а*. Максимальные отметки высот рельефа находятся на востоке площади, здесь же отмечается сильная изрезанность земной поверхности речными долинами. В западной части площади рельеф земной поверхности относительно спокойный.

При интерпретации методом Неттлетона определена средняя плотность промежуточного слоя на данной площади. На рис. 3.7, *б* показаны графики аномалий силы тяжести, вычисленные при различной плотности промежуточного слоя в диапазоне от 2.00 г/см^3 до 3.00 г/см^3, по одному из профилей, пересекающему основные элементы рельефа на данной площади. Наименьшая корреляция с рельефом отмечается для плотности 2.50 г/см^3 (выделена на рис. 3.7, *б* красным цветом). Относительно этой плотности производились все дальнейшие вычисления.

Гравитационное поле в редукции Буге с плотностью промежуточного слоя 2.50 г/см^3 на площади, вычисленное с использованием стандартных процедур редуцирования, имеет диапазон изменения около 10 мГал (рис. 3.8). Значительная изменчивость гравитационного поля обусловлена сложным геологическим строением: выходом разновозрастных пород на земную поверхность, наличием тектонических нарушений (главным образом надвигов), изменяющейся мощностью различных литолого-физических комплексов пород. В центральной части площади расположена интенсивная положительная гравитационная аномалия субмеридионального простирания размерами около 10×18 км, прослеживающаяся фактически через всю площадь с юга на север, с амплитудой до 2.0 мГал. Частично эта аномалия обусловлена антиклинальной нефтеперспективной структурой.



а) б)

Рис. 3.7. Определение плотности промежуточного слоя методом Неттлетона: а) рельеф местности (красной линией показан профиль), б) графики аномалий силы тяжести по профилю, вычисленные при различной плотности промежуточного слоя

На рис. 3.9 и в табл. 3.3 показаны расхождения величин поправок, вычисленных для данной площади различными способами. Абсолютные величины расхождений аномалий Буге весьма существенны. Наибольшие погрешности вносят нормальное значение силы тяжести и косвенный эффект, однако они носят слабо градиентный характер: стандартное отклонение этих величин в пределах площади сравнительно мало. Наибольшие относительные погрешности вносит неучёт сферичности Земли при вычислении поправок в свободном воздухе и за промежуточный слой.

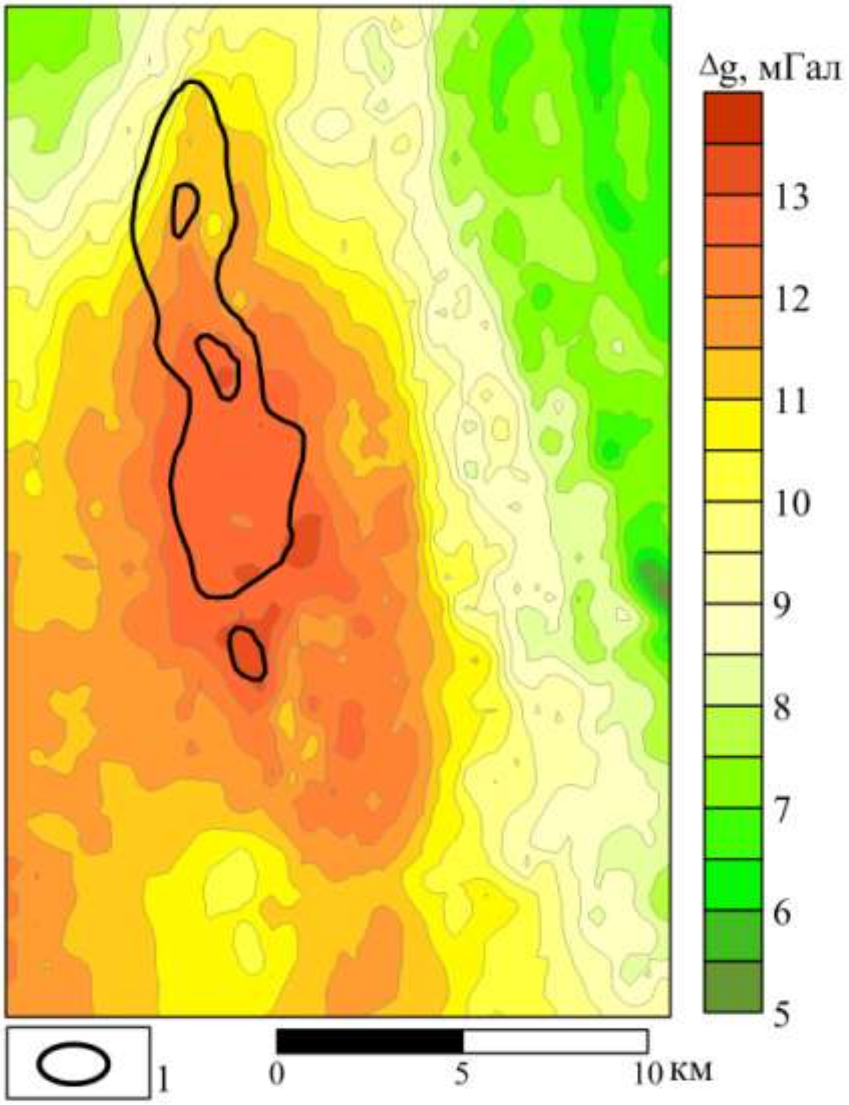


Рис. 3.8. Гравитационное поле в редукции Буге: 1 – контур нефтеперспективной структуры

Таблица 3.3

Сравнение процедур редуцирования гравиметрических данных на Губахинской площади

Поправки и аномалия Буге, мГал	Расхождение поправок			
	Среднее	Минимальное	Максимальное	Стандартное отклонение
Косвенный эффект	-0.768	-0.822	-0.741	0.018
Нормальное значение силы тяжести	-4.060	-4.077	-4.052	0.004
Поправка за высоту	0.034	0.019	0.053	0.007
Промежуточный слой	-0.424	-0.722	-0.214	0.096
Поправка за атмосферу	0.843	0.822	0.857	0.007
Поправка за влияние рельефа в зоне D_2	0.010	0.005	0.040	0.005
Аномалии Буге при σ=2.50 г/см^3	4.204	3.946	4.555	0.111

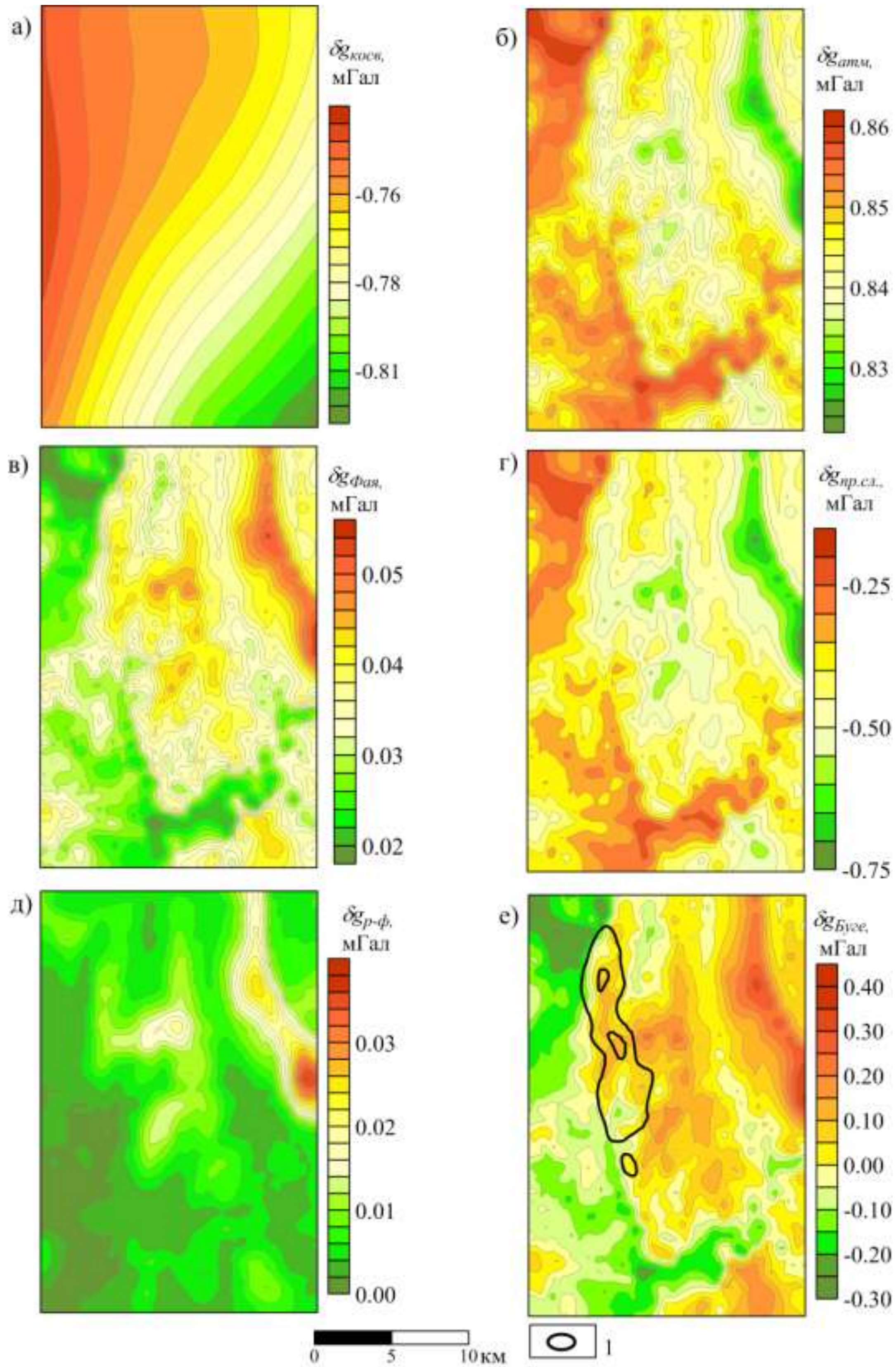


Рис. 3.9. Карты расхождений поправок, вычисленных различными способами: а) косвенный эффект; б) поправка за атмосферу; в) разность поправок за высоту; г) разность поправок за промежуточный слой; д) разность поправок за влияние рельефа; е) разность аномалий Буге: 1 - контур нефтеперспективной структуры

Как видно из рис. 3.9, разность аномалий, вычисленных различными способами, составляет более 0.75 мГал, т.е. почти в 25 раз превосходит точность полевой гравиметрической съемки. Поскольку практически все составляющие формулы вычисления аномалий Буге (1.1) зависят от высоты гравиметрического пункта, карта разности аномалий имеет ярко выраженную прямую корреляцию с высотами рельефа местности (рис. 3.7, *а*). В районе нефтеперспективной структуры – основного объекта исследований на данной площади, амплитуда аномалии увеличилась на 0.15-0.20 мГал, что составляет около 50% ожидаемого гравитационного эффекта структуры.

Томографическая интерпретация поля разности аномалий Буге, выполненная в системе VECTOR, представлена на рис. 3.10. Как видно из рисунка, разности аномалий силы тяжести, вычисленные различными методами и зависящие преимущественно от высот гравиметрических пунктов, локализуются на различных эффективных глубинах. При интерпретации аномалий силы тяжести эти фиктивные аномалии существенным образом могут повлиять на результаты геологических построений.

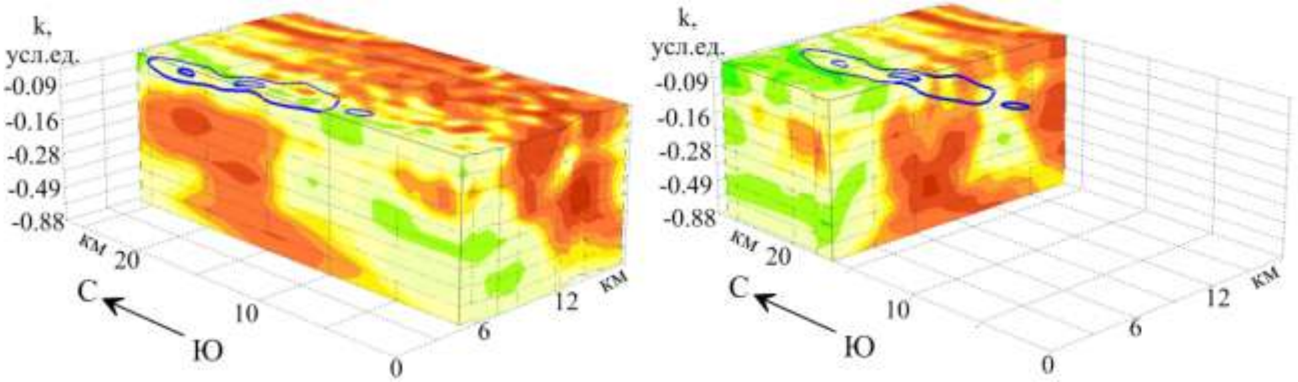


Рис. 3.10. Вертикальные срезы поля разности аномалий Буге в системе VECTOR на Губахинской площади (синей линией показан контур структуры)

3.3. Вычисление аномалий силы тяжести в горных областях

Рассмотрим пример вычисления аномалий силы тяжести на одном из участков гравиметрической съемки, проведенной в Восточном Саяне. Гравиметрическая съемка масштаба 1:25 000 выполнена на площади 30 км^2, сеть наблюдений 200×50 м; включает в себя 2169 пунктов. Среднеквадратическая погрешность определения наблюденных значений силы тяжести составила ±0.018 мГал. Перепад высот рельефа в пределах площади съемки составляет от 1250 м до 2020 м (рис.3.11). На основании анализа графиков аномалий методом Неттлетона определена средняя («истинная») плотность промежуточного слоя для данной территории, равная 2.75 г/см^3.

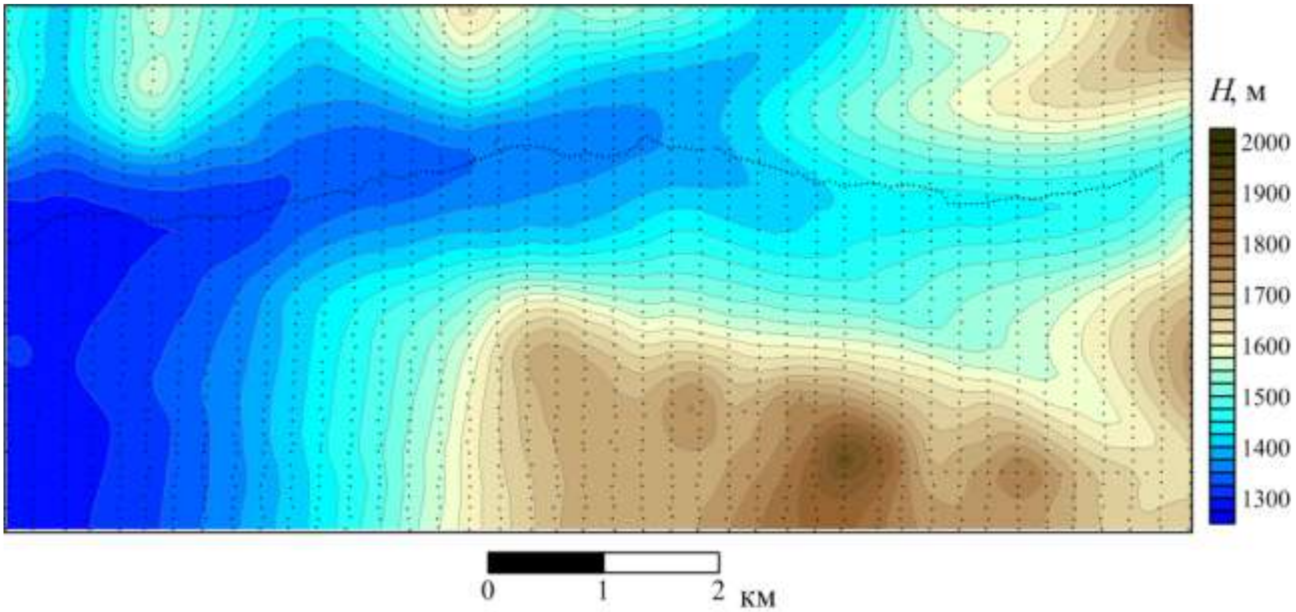


Рис. 3.11. Рельеф местности Восточно-Саянской площади (черными точками показаны пункты гравиметрических наблюдений)

Разность аномалий Буге, вычисленных с использованием новых процедур и общепринятых стандартов редуцирования, представлена в табл. 3.4 и показана на рис. 3.12. Как видно из рисунка, разность аномалий, вычисленных различными способами, по абсолютной величине превышает 12.5 мГал, а среднеквадратическое отклонение более 0.1 мГал, т.е. почти на порядок превосходит точность полевой гравиметрической съемки. Абсолютная величина разности аномалий силы тяжести обусловлена, в основном, косвенным эффектом (величина ундуляций геоида в этом районе превышает 36 м). Разница величин нормального значения силы тяжести, как и на площадях Пермского края, составляет примерно 4 мГал.

Таблица 3.4

Сравнение процедур редуцирования гравиметрических данных на Восточно-Саянской площади

Поправки и аномалия Буге, мГал	Расхождение поправок			
	Среднее	Минимальное	Максимальное	Стандартное отклонение
Косвенный эффект	-11.236	-11.318	-11.193	0.033
Нормальное значение силы тяжести	-4.178	-4.179	-4.022	0.004
Поправка за высоту	0.000	-0.069	0.019	0.014
Промежуточный слой	-2.075	-2.497	-1.860	0.125
Поправка за атмосферу	0.733	0.689	0.752	0.012
Поправка за влияние рельефа в зоне D_2	0.064	0.055	0.198	0.012
Аномалии Буге при σ=2.75 г/см^3	12.560	12.391	12.952	0.111

Относительные величины разности аномалий Буге связаны с использованием модели плоского слоя при вычислениях и нелинейностью ундуляций геоида, создающих косвенный эффект. Величины стандартных отклонений разности поправок за высоту, атмосферу, а также разности поправок за влияние рельефа в зоне D_2 от 11 км до 200 км для «плоской» и «сферической Земли, соизмеримы с точностью определения наблюденных значений силы тяжести и практически не сказываются на морфологии локальных аномалий из-за небольших размеров площади съемки. На рис. 3.12, *е* вынесены контуры основных поисковых объектов пониженной плотности, которые должны создавать отрицательные гравитационные аномалии. Как видно из рисунка, амплитуда отрицательной аномалии силы тяжести в пределах этих объектов увеличивается за счет уточненных формул редуцирования, т.е. при использовании стандартных процедур редуцирования, искомые объекты могут быть не выявлены.

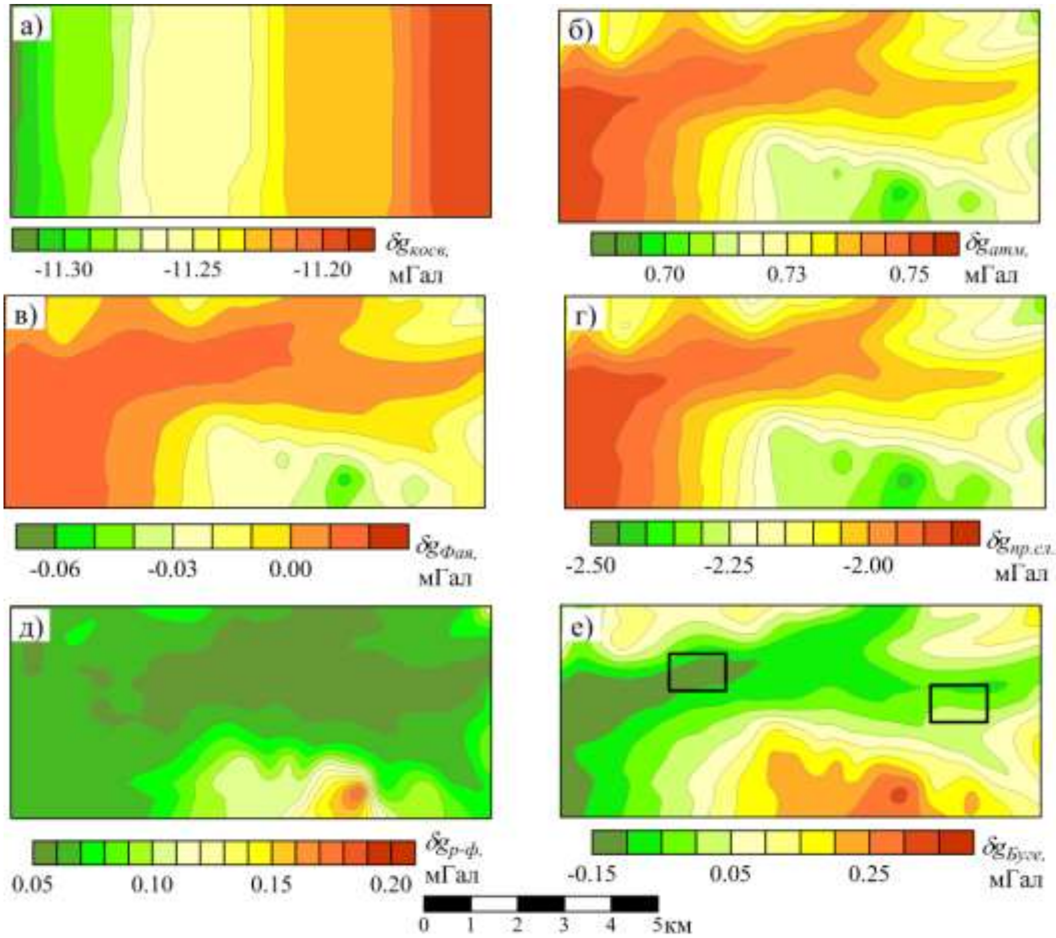


Рис. 3.12. Карты расхождений поправок, вычисленных различными способами: а) косвенный эффект; б) поправка за атмосферу; в) разность поправок за высоту; г) разность поправок за промежуточный слой; д) разность поправок за влияние рельефа; е) разность аномалий Буге (черными прямоугольниками показаны контуры рудоперспективных объектов)

На данной площади весьма существенны величины поправок за влияние рельефа местности, которые изменяются от 3 мГал до 13 мГал, т.е. их диапазон сопоставим с диапазоном изменения гравитационного поля. Наибольший вклад в суммарную поправку $\delta g_{\text{рф}}$ вносит зона D_1, внешний радиус которой составляет 11 км (рис.3.13, *а*). Для дальней зоны D_2 (рис. 3.13, *б*) характер распределения поправок на площади носит сглаженный характер, но, тем не менее, величина их достигает 2.6 мГал.

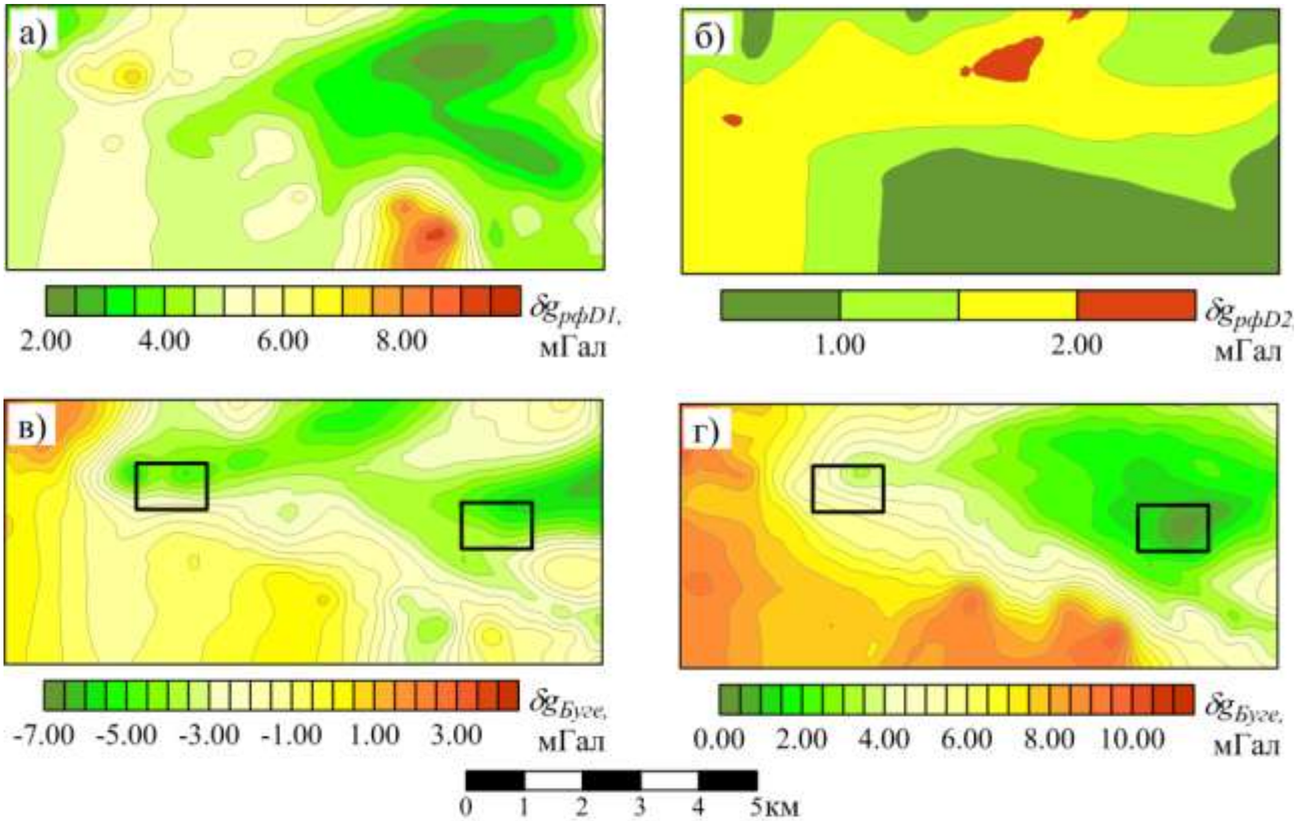


Рис. 3.13. Поправки за влияние рельефа в зоне D_1 (0-11 км) (а), в зоне D_2 (11-200 км) и карты аномалий силы тяжести без поправки за влияние рельефа (в) и с поправкой (г) (черными прямоугольниками показаны контуры рудоперспективных объектов)

На рис. 3.13, *в* и *г* представлены карты аномалий силы тяжести без поправки за влияние рельефа и с учетом этой поправки. Как видно из рисунка, поправка за влияние рельефа существенным образом изменила карту изоаномал. Если на рис. 3.13, *в* карта отражает прежде всего орогидрографию участка, то после введения поправки $\delta g_{рф}$ (рис. 3.13, *г*) в морфологии гравитационного поля отчетливо выделяются аномалии, обусловленные искомыми геологическими объектами.

3.4. Анализ расхождений аномалий Буге, вычисленных различными способами

Анализ информации, представленной в табл. 3.1 - 3.4 и на рис. 3.2, 3.5, 3.9 и 3.12, свидетельствует о том, что расхождения аномалий Буге, вычисленных различными способами, коррелируют, прежде всего, с рельефом местности (высотами гравиметрических пунктов). Графики зависимости расхождений аномалий от высоты для описанных выше площадей приведены на рис. 3.14. Как видно из рисунка, в целом эта зависимость близка к линейной с коэффициентом корреляции (*R*), близком к единице, однако видна и нелинейная составляющая, влияние которой возрастает с увеличением высоты пункта. Гистограммы расхождений аномалий Буге, как видно из рис. 3.15, свидетельствуют о том, что в ряде случаев полученные выборки характеризуются статистическим распределением, существенно отличающимся от нормального.

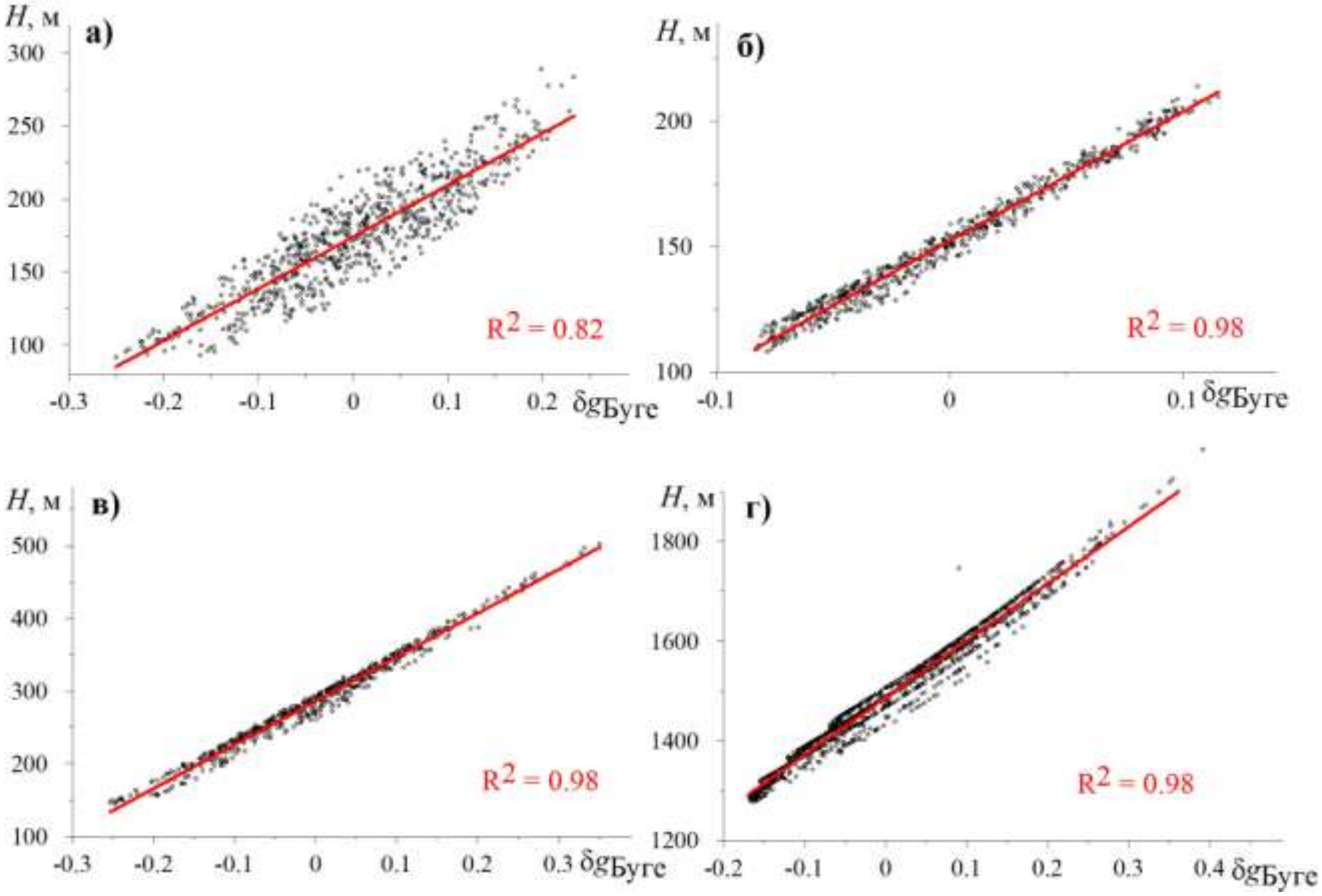


Рис. 3.14. Кросс-плот зависимости расхождений аномалий силы тяжести, вычисленных различным способом, от высоты гравиметрических пунктов: а) Южно-Ножовская, б) Архангельская, в) Губахинская, г) Восточно-Саянская площади

Предлагаемые процедуры редуцирования изменяют, прежде всего, уровень аномалий силы тяжести на величину около 4 мГал за счет изменения параметров формулы вычисления нормального гравитационного поля Земли. Примерно на 1 мГал изменяется уровень поля за счет влияния притяжения атмосферы. Весьма нелинейна величина косвенного эффекта, которая вопреки ожиданиям, слабо зависит от величины площади. Как считалось (*Маловичко, 1968* и др.) ундуляции геоида имеют длину сотни километров и не сказываются при гравиметрических съемках на небольших площадях, однако, даже на участках, размерами до 100 км^2 (Архангельская, Губахинская, Восточно-Саянская), величина и дисперсия косвенного эффекта превышают погрешность съемки.

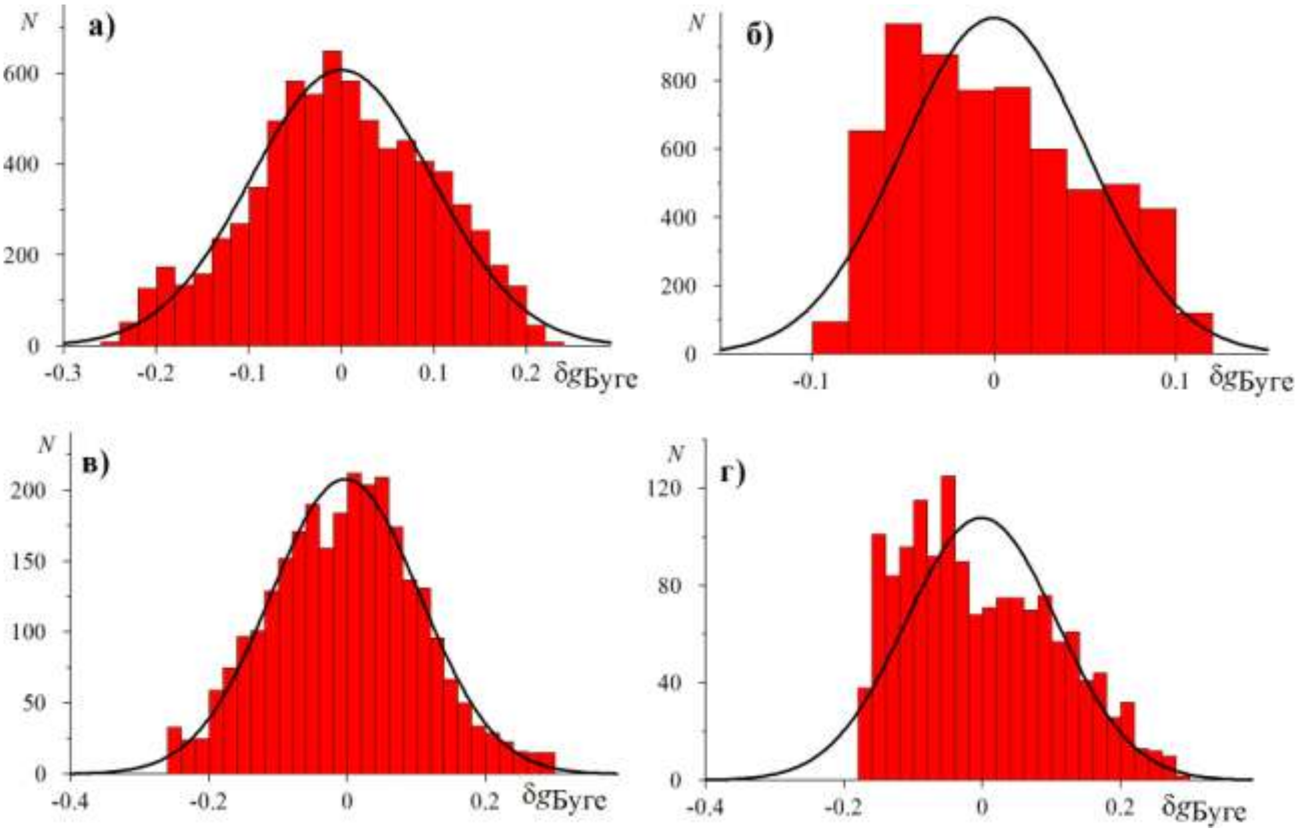


Рис. 3.15. Гистограммы расхождений аномалий силы тяжести, вычисленных различным способом и аппроксимация их вариационной кривой, отвечающей закону Гаусса: а) Южно-Ножовская, б) Архангельская, в) Губахинская, г) Восточно-Саянская площади

Наибольший вклад в локальные аномалии силы тяжести для всех рассмотренных площадей вносит замена сферического промежуточного слоя на плоский. Для этой поправки отмечаются наибольшие для всех площадей амплитуды и стандартное отклонение. Учет сферичности

Земли при вычислении поправки за влияние рельефа необходим, прежде всего, в горных районах, где разница в поправках для «плоской» и «сферической» Земли на порядок превышает точность гравиметрической съемки.

Использование предлагаемых формул редуцирования особенно актуально при исследованиях сравнительно больших площадей (от первых тысяч квадратных километров), поскольку существенным образом изменяется абсолютное значение и региональная составляющая гравитационного поля. При картографических работах, увязке съемок результатов смежных территорий, составлении сводных гравиметрических карт необходимо применение новых приемов редуцирования аномалий. Однако и для съемок на относительно небольших площадях погрешности в аномалии Буге, вносимые устаревшими процедурами редуцирования, весьма значительны (*Бычков, Симанов,* 2011; 2012 а; *Бычков, Симанов, Хохлова*, 2013 а).

Хотя выбор площадей для сравнения процедур редуцирования в некоторой степени случаен и не может претендовать на исчерпывающую характеристику проблемы, тем не менее, проведенный анализ разницы аномалий силы тяжести, вычисленных по стандартным и предлагаемым процедурам редуцирования, на наш взгляд, однозначно свидетельствует о необходимости перехода на новые стандарты вычисления аномалий Буге, поскольку, во-первых, ошибки применяющихся формул многократно превышают погрешности современной гравиметрической съемки, и, во-вторых, фиктивные гравитационные аномалии по амплитуде могут быть соизмеримы с эффектами от искомых геологических объектов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В вопросах вычисления аномалий силы тяжести, редуцирования гравиметрических данных в России сложилась парадоксальная ситуация.

В геофизической литературе, в учебниках по гравиразведке, изданных в 1950 – 1960-е гг. отмечалось, что существует косвенный эффект и что нормальный вертикальный градиент силы тяжести необходимо вычислять с учетом эллипсоидальности Земли. Активно обсуждались вопросы определения плотности промежуточного слоя и учета сферичности Земли, определения радиуса учета поправки за влияние рельефа и т.д. А.И. Каленицкий (2005) констатирует, что еще в 1970-х – 1980-х гг. были разработаны методические рекомендации, утвержденные Министерством Геологии СССР в качестве практического руководства (*Каленицкий, Смирнов,* 1981), по существенному повышению качества редуцирования измеряемого гравитационного поля. Были даны рекомендации по исключению искажений поля, обусловленных упрощенными процедурами редуцирования. В 1979 г. были организованы специальные Всесоюзные курсы по переобучению гравиметристов и обработчиков результатов гравиметрических съемок. В ряде регионов страны стали переходить на новые технологии проведения и обработки результатов гравиметрических съемок с целью повышения геологической и экономической эффективности работ (*Каленицкий*, 2005).

Однако все издания Инструкции по гравиразведке (1961, 1969, 1975 и 1980 гг.), Справочники геофизика (1968, 1981, 1990 гг.) и вслед за ними подавляющее большинство авторов учебников по гравиразведке приводят только формулу (1.1): нормальное значение силы тяжести вычисляется по формуле Гельмерта, поправка в сводном воздухе равна $0.3086H$, поправка за промежуточный слой – $0.0419\sigma H$, поправка за влияние рельефа вычисляется в радиусе 200 км, и никакие отступления от этой формулы не допускаются.

Между тем в настоящее время произошли принципиальные изменения в аппаратурном оснащении гравиметрических исследований, соответственно резко повысилась точность полевых измерений. Существенным образом возросли наши знания о форме Земли, создана мировая опорная гравиметрическая сеть, в открытом доступе имеются детальные базы данных о фигуре геоида и рельефе Земли и, учитывая современные вычислительные мощности, нет никаких причин для применения упрощенных формул при вычислении аномалий силы тяжести.

Возможности гравиразведки на современном этапе вступают в противоречие с существующими инструктивными требованиями к методикам ее проведения и обработки полевых данных. Существующие процедуры редуцирования ни в коей мере не отражают реалии аппаратурных возможностей современной съемки и сдерживают повышение геологической эффективности гравиметрических исследований, которое невозможно на основе прежних методик наблюдений, технологий обработки и интерпретации.

Несомненно, что использование современной формулы вычисления нормального гравитационного поля, а не выведенной Ф.Р.Гельмертом в 1909 г., учет влияния атмосферы и косвенного эффекта, сферичности (эллипсоидальности) Земли при определении вертикального градиента и влияния промежуточного слоя, существенно повышают достоверность гравитационных аномалий. Необходимо переосмысление традиционных методик обработки гравиметрических данных и создание процедур редуцирования, использующих принятый в России земной эллипсоид, современные данные о геоиде и рельефе Земли. Кроме того, учитывая, что в Северной Америке (*New standards...*, 2005) и в Европе вычисление аномалий силы тяжести в редукции Буге осуществляется по новым стандартам, для совместимости баз гравиметрических данных необходимо внедрение усовершенствованных процедур редуцирования.

Самое существенное изменение стандартных процедур редуцирования гравиметрических данных касается использования эллипсоидальных высот и учета сферичности Земли при определении вертикального градиента и эффекта промежуточного слоя. Использование предлагаемых формул редуцирования особенно актуально при исследованиях больших площадей, поскольку существенным образом изменяется абсолютное значение и региональная составляющая гравитационного поля. Однако и для съемок на относительно небольших площадях размерами 100-200 км^2 погрешности в аномалии Буге, вносимые устаревшими процедурами редуцирования, во-первых, многократно превышают точность современной гравиметрической съемки, и, во-вторых, могут быть соизмеримы с гравитационными эффектами искомых геологических объектов.

В настоящее время нет никаких причин применения упрощенных формул вычисления аномалий Буге. Даже при составлении сводных гравиметрических карт с использованием данных ранее проведенных гравиметрических съемок, имея наблюденные значения силы тяжести и высоты пунктов, пересчитать аномалии Буге по предлагаемой методике не составит трудностей.

Вычисление поправок за влияние рельефа является одной из самых трудоемких операций при вычислении аномалий силы тяжести. Нами предложена компьютерная технология определения поправок за влияние рельефа местности при гравиметрических наблюдениях, отличительными особенностями которой являются максимально полное использование цифровых картографических данных о рельефе, построение аналитических аппроксимаций рельефа, 3D интерполяция поправок и стохастическое моделирование для оценки точности получаемых результатов. Представленная технология характеризуется полной автоматизацией вычислений для всей области учитываемого влияния рельефа, высокой точностью определения поправок и быстротой вычислений.

Несомненно, что повышение геологической эффективности гравиметрических исследований невозможно без использования современных методов обработки первичных данных. Предлагаемые усовершенствования методов вычисления аномалий силы тяжести и полученные результаты их применения, изложенные в данной монографии, по мнению авторов, должны существенно повысить результативность гравиразведки при решении геологических задач.

ЛИТЕРАТУРА

Андреев Б.А., Закашанский М.С., Самсонов Н.Н., Фотиади Э.Э. Курс гравитационной разведки. М.; Л.: Госгеолиздат. 1941. 432 с.

Андреев Б.А., Клушин И.Г. Геологическое истолкование гравитационных аномалий. Л.: Гостоптехиздат. 1962. 495 с.

Андреев О.П., Кобылкин Д.Н., Ахмедсафин С.К., Кирсанов С.А., Безматерных Е.Ф., Кривицкий Г.Е. Гравиметрический контроль разработки газовых и газоконденсатных месторождений. Состояние, проблемы, перспективы. М.: ООО Издательский дом Недра. 2012. 374 с.

Антипин В.В., Бычков С.Г., Путилов И.С. Способ учета влияния рельефа местности при высокоточных гравиметрических измерениях // Проблемы комплексного мониторинга на месторождениях полезных ископаемых. Пермь: ГИ УрО РАН. 2002. С. 56-58.

Антонов Ю.В., Серебряков Е.С., Спиридонова Е.Н. Редуцирование наблюденных значений силы тяжести в условиях юго-восточной части Воронежского массива // Вестник Воронежского гос. ун-та, сер. Геология. 2001. № 12. С. 184-189.

Антонов Ю.В., Жаворонкин В.И., Слюсарев С.В. Комплексные измерения силы тяжести и ее вертикального градиента // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. М.: ИФЗ РАН. 2004. С. 5-6.

Антонов Ю. В., Силкин К. Ю., Черников К. С. Изучение геологического строения земной коры на основе комплексных гравиметрических измерений // Вестник Воронежского гос. ун-та, сер. Геология. 2006. № 2. С. 178-181.

Аронов В.И., Бородатый И.И., Фильштинский Л.Е. Опыт вычисления поправок за рельеф местности в горной области при помощи электронных счетных машин // Геофизическая разведка. М.: Недра, 1964. Вып. 15. С. 104-110.

Аронов В.И., Беляйков Н.Е., Ланда Т.И., Ширгинова А.И. Система программ обработки на ЭВМ гравитационных и магнитных аномалий, заданных на плоскости или произвольной поверхности. М.: ООНТИ ВИЭМС. 1972. 95 с.

Аронов В.И. Обработка на ЭВМ значений аномалий силы тяжести при произвольном рельефе поверхности наблюдений. М.: Недра. 1976. 131 с.

Аронов В.И. Методы математической обработки геологических данных на ЭВМ. М.: Недра, 1977. 168 с.

Аронов В.И. Методы построения карт геолого-геофизических признаков и геометризации залежей нефти и газа на ЭВМ. М.: Недра. 1990. 300 с.

Артеменко Л.С., Чернов А.А. Вычисление влияние рельефа в центральной зоне с помощью полиномиальной аппроксимации // Разведочная геофизика. 1977. Вып.77. С. 137-145.

Архангельский А.Д. Геология и гравиметрия. М.; Л.; Новосибирск: ОНТИ НКТП СССР. 1933. 112 с.

Бакланов Н.И., Ахметшин В.А., Гуреев В.И. и др. Опыт автоматизации обработки результатов гравиметрических измерений // Материалы геофизических исследований на Украине. Киев: Наукова думка. 1972. С. 75-85.

Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука. 2000. 622 с.

Березкин В.М. Учет влияния рельефа и промежуточного слоя в гравиразведке. М.: Недра. 1967. 117 с.

Березкин В.М. Применение гравиразведки для поисков месторождений нефти и газа. М.: Недра. 1973. 264 с.

Блох Ю.И., Смирнова И.А. Определение особых точек по гравитационным аномалиям в условиях расчлененного равнинного рельефа // Известия вузов. Геология и разведка. 1991. № 1. С. 143-147.

Болдырева В.А., Кантер Н.Д., Чернов А.А. Автоматизированный комплекс обработки гравиметрических измерений. М.: Недра. 1976. 238 с.

Бондаренко В.М., Демура Г.В., Савенко Е.И. Общий курс разведочной геофизики. М.: Norma. 1998. 304 с.

Булах Е.Г., Шуман В.Н. Основы векторного анализа и теория поля. Киев: Наукова думка. 1998. 359 с.

Быков М.А. О способе учета влияния рельефа местности и промежуточного слоя на результаты гравиметрических измерений // Известия АН СССР. Сер. Физика Земли. 1978. №1. С. 116-119.

Бычков С.Г. Об учете влияния верхней части разреза при подготовке гравитационных аномалий для геологической интерпретации // Геофизические методы поисков и разведки месторождений нефти и газа. Пермь: Пермский гос. ун-т. 1994. С. 55-60.

Бычков С.Г., Митюнина И.Ю. Построение согласованной сейсмогравиметрической модели на основе минимизации соотношения между скоростью и плотностью пород // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. М.: ОИФЗ РАН. 2001. С. 22-24.

Бычков С.Г. Особенности обработки результатов современной гравиметрической съемки // Геофизический вестник. 2005. №12. С. 9-13.

Бычков С.Г. К вопросу о вычислении аномалий силы тяжести в редукции Буге // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Екатеринбург: ИГф УрО РАН:, 2006. С. 73-77.

Бычков С.Г. Определение поправок за влияние верхней части разреза при гравиметрических исследованиях на нефть и газ // Геофизика. 2007а. №1. С. 56-58.

Бычков С.Г. Технология построения плотностной модели промежуточного слоя при высокоточных гравиметрических наблюдениях // Глубинное строение. Геодинамика. Тепловое поле Земли. Интерпретация геофизических полей. Екатеринбург: ИГф УрО РАН. 2007б. С.66-68.

Бычков С.Г. Учет влияния неоднородностей верхней части разреза при высокоточных гравиметрических работах // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. М.: ИФЗ РАН. 2007в. С. 48-50.

Бычков С.Г., Митюнина И.Ю. Исключение влияния неоднородностей верхней части разреза по сейсмическим и гравиметрическим данным // ГЕОМОДЕЛЬ-2008. Геленджик: ЕАГЕ, 2008а. 4 с.

Бычков С.Г., Митюнина И.Ю. Учет влияния верхней части разреза по сейсмическим и гравиметрическим данным // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Ухта: УГТУ, 2008б. С.38-40.

Бычков С.Г. Технология определения статических поправок по гравиметрическим данным // Геофизика. 2009. №3. С. 65-68.

Бычков С.Г., Митюнина И.Ю. Подавление влияния приповерхностных неоднородностей с помощью сейсмогравитационного моделирования // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Казань: Казанский гос. ун-т. 2009а. С. 77-80.

Бычков С.Г., Митюнина И.Ю. Учет влияния неоднородностей верхней части разреза по сейсмическим и гравиметрическим данным // Известия вузов. Нефть и газ. 2009б. №5. С. 22-27.

Бычков С.Г. Методы обработки и интерпретации гравиметрических наблюдений при решении задач нефтегазовой геологии. Екатеринбург: УрО РАН. 2010. 187 с.

Бычков С.Г. Детальная гравиразведка на современном этапе // Геофизика. 2011. № 5. С. 40-45.

Бычков С.Г., Митюнина И.Ю. Определение статических поправок по сейсмическим и гравиметрическим данным // Нефть. Газ. Новации. 2011. №4. С. 27-33.

Бычков С.Г., Симанов А.А. Вычисление аномалий силы тяжести при высокоточных гравиметрических наблюдениях // Геофизические методы при разведке недр. Томск: Томский политехнический университет. 2011. С. 21-25.

Бычков С.Г., Симанов А.А. Пути повышения информативности гравиметрических данных // XIth International Conference on Geoinformatics - Theoretical and Applied Aspects. Kiev: Ukraine. 2012а. 14643.pdf. 5 с.

Бычков С.Г., Симанов А.А. Современные процедуры обработки высокоточных гравиметрических наблюдений // Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей. Воронеж: Воронежский гос. ун-т. 2012б. С. 51-54.

Бычков С.Г., Простолупов Г.В., Щербинина Г.П. Гравиметрический мониторинг территории разработки Верхнекамского месторождения калийных солей // Горный журнал. 2013. №6. С. 22-25.

Бычков С.Г, Симанов А.А., В.Хохлова В.В. Опыт использования современных процедур обработки высокоточных гравиметрических наблюдений // Глубинное строение. Геодинамика. Тепловое поле Земли. Интерпретация геофизических полей. Екатеринбург: ИГф УрО РАН. 2013а. С. 44-46.

Бычков С.Г., Симанов А.А., Хохлова В.В. Современные процедуры вычисления аномалий силы тяжести при высокоточных гравиметрических наблюдениях // Вестник Пермского университета. Сер. Геология. 2013б. Вып. 3(20). С. 61-70.

Бычков С.Г. Стереотипы и заблуждения вычисления аномалий силы тяжести // Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей. Екатеринбург: ИГФ УрО РАН. 2014. С. 63-65.

Бычков С.Г., Симанов А.А., Хохлова В.В. Разработка современных методов обработки высокоточных гравиметрических наблюдений // Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей. Екатеринбург: ИГФ УрО РАН. 2014. С. 66-68.

Бычков С.Г., Симанов А.А. Совершенствование процедур обработки высокоточных гравиметрических наблюдений // Геофизика. 2014. №1. С. 11-17.

Варламов А.С., Филатов В.Г. Определение плотности горных пород и геологических объектов. М.: Недра. 1983. 216 с.

Веселкова Н.В. Анализ погрешностей различных методов интерполяции на основе статистического моделирования // Стратегия и процессы освоения георесурсов. Пермь: ГИ УрО РАН. 2005. С. 84-85.

Веселов В.К., Сагитов М.У. Гравиметрическая разведка М.: Недра. 1968. 512 с.

Веселов К.Е. Гравиметрическая съемка. М.: Недра, 1986. 312 с.

Вычислительные математика и техника в разведочной геофизике: справочник геофизика. М.: Недра. 1990. 498с.

Гирин С.К., Попов А.А., Садовский М.А., Успенский Д.Г. Курс гравитационной разведки. М.;-Л.: ОНТИ НКТП СССР. 1935. 368 с.

Гладкий К.В. Гравиразведка и магниторазведка. М.: Недра. 1967. 319 с.

Глазнев В.Н. Комплексные геофизические модели литосферы Фенноскандии. Апатиты. ЗАО КаэМ. 2003. 252 с.

Гордин В.М. Способы учета влияния рельефа дневной поверхности при высокоточных гравитационных измерениях. М.: ВИЭМС. 1974. Сер. IX. 89 с.

Гордин В.М. Проблема адекватности интерпретационных моделей в магнитометрии и гравиметрии // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. М.: ОИФЗ РАН. 2003. С. 32-34.

Гордин В.М., Тихоцкий С.А. Библиографическая база данных «Гравиметрия и магнитометрия»: история создания, состояние дел и перспективы // Вопросы теории и практкики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. М.: ОИФЗ РАН. 2004. С. 20-21.

ГОСТ Р 52334-2005. Гравиразведка. Термины и определения. М., Стандартинформ, 2005. 22 с.

Гравиметрия и геодезия / под ред. Б.В.Бровара. М.: Научный мир. 2010. 572 с.

Гравиразведка: справочник геофизика / под ред. Е.А. Мудрецовой, К.Е. Веселова. М.: Недра. 1990. 607 с.

Граменицкая Н.М. Способ определения поправок за рельеф ближайших зон в гравиметрические измерения по аэрофотоснимкам // Разведочная геофизика. 1967. Вып. 21. С. 109-113.

Грушинский Н.П. Введение в гравиметрию и гравиметрическую разведку. М.: МГУ. 1961. 206 с.

Грушинский Н.П. Теория фигуры Земли. М.: Наука. 1976. 512 с.

Грушинский Н.П. Основы гравиметрии. М.: Наука. 1983. 352 с.

Грушинский Н.П., Сажина Н.Б. Гравитационная разведка. М.: Недра. 1981. 391 с.

Гусев Е.В. Методы полевой геофизики. Томск: Томский политехн. ун-т. 2012. 216 с.

Деев К.В. Многоуровневая двумерная интерполяция при обработке геолого-геофизической информации // Геоинформатика. 2003. №3. С. 55-59.

Дементьев Ю.В. Развитие теории и разработка технологии определения аномалий силы тяжести в полной топографической редукции // Автореферат дис. ... д. т. н. ФГБОУ ВПО Сибирская государственная геодезическая академия. Новосибирск. 2012. 42 с.

ДеМерс М.Н. Географические информационные системы. Основы. М.: Дата+. 1999. 489 с.

Дергачев Н.И. Определение оптимального радиуса области, учитываемой в поправке за рельеф местности при гравиметрической съемке // Геология и геофизика. 1962. №5. С. 135-137

Дергачев Н.И., Маловичко А.К. О действии картографических погрешностей на точность определения поправки за влияние рельефа при гравиметрических наблюдениях // Прикладная геофизика. 1963. Вып. 37. С. 154-159.

Долгаль А.С. Моделирование погрешностей учета влияния рельефа при гравиметрической съемке // Известия РАН. Сер. Физика Земли. 1997. № 8. С. 88-93.

Долгаль А.С. Усовершенствование технологии учета влияния рельефа местности при гравиметрической съемке // Геофизический журнал. 1998. № 2. С. 51 - 57.

Долгаль А.С. Аппроксимация геопотенциальных полей эквивалентными источниками при решении практических задач // Геофизический журнал. 1999. Т. 21, №4. С. 71-80.

Долгаль А.С. Компьютерные технологии обработки и интерпретации данных гравиметрической и магнитной съемок в горной местности. Абакан: ООО Фирма-МАРТ. 2002. 188 с.

Долгаль А.С., Бычков С.Г., Антипин В.В. Определение топографических поправок при гравиметрических наблюдениях на основе аналитических аппроксимаций рельефа // Геоинформатика. 2003а. №1. Киев: НАНУ. С. 33-42.

Долгаль А.С., Бычков С.Г., Антипин В.В. Основные особенности современной компьютерной технологии определения топопоправок при гравиметрической съемке // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. М.: ОИФЗ РАН. 2003б. С. 38-40.

Долгаль А.С., Бычков С.Г., Антипин В.В. Повышение точности определения поправок за влияние рельефа при гравиметрической съемке // Геофизика. 2003в. №6. С. 44-50

Долгаль А.С., Бычков С.Г., Антипин В.В. Определение поправок за влияние удаленных областей рельефа местности при гравиметрических наблюдениях // Вестник Пермского ун-та. Сер. Геология. 2004а. Вып. 3. С. 95-101.

Долгаль А.С., Бычков С.Г., Антипин В.В. Учет влияния рельефа местности в гравиметрии – новые подходы и их реализация // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. М.: ОИФЗ РАН. 2004б. С. 25-26.

Долгаль А.С., Новоселицкий В.М., Бычков С.Г., Антипин В.В. Компьютерная технология определения поправок за влияние рельефа земной поверхности при гравиметрической съемке // Геофизический вестник. 2004в. №5. С. 10-19.

Долгаль А.С., Новоселицкий В.М., Бычков С.Г., Антипин В.В. Определение поправок за влияние рельефа местности земной поверхности при гравиметрических наблюдениях на основе линейных аналитических аппроксимаций // Вестник отделения наук о земле РАН. 2004г. № 1(22). Режим доступа URL: http://www.scgis.ru/russian/cp1251/h_dgggms/1-2004/screp-1.pdf. 15 с.

Долгаль А.С., Пугин А.В. Построение аналитических аппроксимаций геопотенциальных полей с учетом их фрактальной структуры // ДАН. 2006. Т. 410. С. 1152-1155.

Долгаль А.С., Симанов А.А. Применение кратномасштабного вейвлет-анализа при аналитических аппроксимациях геопотенциальных полей // ДАН. 2008. Т. 418. № 2. С. 256-261.

Долгаль А.С., Костицын В.И. Гравиразведка: способы учета влияния рельефа местности: учебное пособие. Пермь: Пермский гос. ун-т. 2010. 88 р.

Долгаль А.С., Бычков С.Г., Костицын В.И., П.Н.Новикова, Пугин А.В., Рашидов В.А., Шархимуллин А.Ф. О теории и практике томографической интерпретации геопотенциальных полей // Геофизика. 2012. №5. С. 8-17.

Зайцев В.Е. Способ ускоренных вычислений поправок за влияние рельефа местности при детальных гравиметрических съемках // Разведочная геофизика. 1975. Вып. 66. С. 113-118.

Закатов П.С. Курс высшей геодезии. М.: Геодезиздат. 1953. 405 с.

Инструкция по гравиразведке. М.: Недра. 1980. 83 с.

Каленицкий А.И., Смирнов В.П. Методические рекомендации по учету влияния рельефа местности в гравиразведке. Новосибирск: СНИИГиМС. 1981. 174 с.

Каленицкий А.И. Еще раз о редукциях в гравиметрии // Вестник СГГА. 2005, вып. 11. Новосибирск: СГГА. С. 102-114.

Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978. 512 с.

Каханер Д., Моулер К., Нэш С. Численные методы и программное обеспечение. М.: Мир. 2001. 575 с.

Керимов И.А. Метод F-аппроксимаций при решении задач гравиметрии и магнитометрии. М.: Физматлит. 2011. 264 с.

Клейнер М.В., Бычков С.Г., Микрюков Г.Л. Об интерполировании вычисленных на ЭВМ поправок за влияние рельефа // Вопросы обработки и интерпретации геофизических наблюдений. 1974. Пермь: Пермский гос. ун-т. №11. С. 157-158.

Конешов В.Н., Дробышев Н.В., Конешов И.В. Учет вертикального градиента при выполнении аэрогравиметрической съемки // Физика Земли. 2010. №7. С. 75-77.

Конценебин Ю.П., Шигаев Ю.Г. Геофизика. Саратов: Колледж. 2001. 162 с.

Костицын В.И. Методы и задачи детальной гравиразведки. Иркутск: Иркутский гос. ун-т. 1989. 128 с.

Костицын В.И. Методы повышения точности и геологической эффективности детальной гравиразведки. Пермь: Пермский гос. ун-т. 2002. 224 с.

Кузнецов О.Л., Никитин А.А., Черемисина Е.Н. Геоинформационные системы. М.: ВНИИГеосистем. 2005. 346 с.

Ладынин А.В. Потенциальные геофизические поля в задачах геологии. Новосибирск: Новосибирский гос. ун-т. 2008. 264 с.

Левин Г.С., Тихоцкий С.А. О влиянии выбора системы высот на результаты высокоточных гравиметрических съемок // Геофизика. 2003. №5. С. 55-59.

Литвиненко О.К., Русьянов Ю.Г., Рукин М.Д., Сафонова З.Л. Автоматизированная система обработки и интерпретации гравиметрических измерений. М.: Недра. 1973. 352 с.

Ломтадзе В.В., Помытов Г.С., Михалев В.В. Автоматизированная система обработки геофизических данных (АСОГ) для ЭВМ БЭСМ-4 (описание комплекса программ по гравиметрии). Иркутск: Иркутский ЦНТИ. 1973. 47 с.

Ломтадзе В.В. Программное и информационное обеспечение геофизических исследований. М.: Недра. 1993. 268 с.

Ломтадзе В.В., Михалев В.В. Введение поправок на рельеф местности в наблюденные значений силы тяжести с использованием ЭВМ // Прикладная геофизика. 1974. Вып. 74. С. 117-124.

Лукавченко П.И. Таблицы и номограммы для вычисления поправок силы тяжести за рельеф местности при съемке с гравиметрами. М.; Л.: Гостоптехиздат. 1951. 41 с.

Лукавченко П.И. Гравиметрическая разведка на нефть и газ. М.: Гостоптехиздат. 1956. 336 с.

Любимов А.А. Гравиметрические и магнитометрические поисково-картировочные исследования. М.: Недра. 1979. 188 с.

Любимов Г.А. Учет рельефа местности в гравиразведке с использованием малых ЭВМ // Разведочная геофизика. 1978. Вып. 81. С. 88-92.

Любимов Г.А., Любимов А.А. Методика гравимагнитных исследований с использований ЭВМ. М.: Недра. 1988. 303 с.

Ляндерс А.Ю. Применение вертикального градиента гравитационного поля и его спектра Фурье при интерпретации аномалий // Известия вузов. Нефть и газ. 2007. №5. С. 20-23.

Магницкий В.А. О редукциях силы тяжести (в целях изучения геологических структур земной коры) // М.: Труды ЦНИИГАИК. 1948. Вып. 51. С. 46-61; Магницкий В.А. Избранные труды. М.: Наука. 2009. т. 1. С. 103-120.

Маловичко А.К. Об интерпретации Московской гравитационной аномалии // Бюллетень государственного астрономического института. М.: МГУ. 1940. №3. 11 с.

Маловичко А.К. Основной курс гравиразведки. Пермь: Пермский гос. ун-т. 1966. Ч.1. 326 с.

Маловичко А.К., Костицын В.И. Интерполяция поправок за влияние рельефа при детальной гравиметрической съемке // Вопросы обработки и интерпретации геофизических наблюдений. Пермь: Пермский гос. ун-т. 1974. № 11. С. 3-11.

Маловичко А.К., Костицын В.И., Тарунина О.Л. Детальная гравиразведка на нефть и газ. М.: Недра. 1989. 224 с.

Масюков В.В., Шленкин В.И., Федоров В.В., Масюков А.В. Методика объективного сравнения методов интерполяции // Геофизический вестник. 2005. №1. С. 17-21.

Методически рекомендации. Крупномасштабная гравиразведка горных районов с использованием стерефотограммаметрии. Под ред. Ю.И.Никольского. Л.: НПО «Рудгеофизика», 1981. 140 с.

Миронов В.С. Курс гравиразведки. Л.: Недра. 1972. 512 с.

Митюнина И.Ю., Бычков С.Г. Построение физико-геологической модели ВЧР на основе комплексного анализа сейсмических и гравиметрических данных // Геофизические методы поисков и разведки нефти и газа. Пермь: Пермский гос. ун-т. 1995. С. 77-83.

Митюнина И.Ю., Бычков С.Г. Построение модели верхней части разреза по комплексу геофизических методов // Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей. Воронеж: Воронежский гос. ун-т. 2012. С. 184-187.

Михайлов А.А. Курс гравиметрии и теории фигуры Земли. М.: Редбюро ГУГК. 1939. 432 с.

Михайлов И.Н. Гравиразведка с гравиметрами. Что измеряем, что вычисляем и что интерпретируем? // Геофизика. 2011. № 4. С. 79-80.

Молчанов А.А. Разведочная геофизика. С-Пб: Нац. минерально-сырьевой ун-т «Горный». 2013. 299 стр.

Мудрецова Е.А., Варламов А.С., Филатов В.Г., Комарова Г.М. Интерпретация данных высокоточной гравиразведки на неструктурных месторождениях нефти и газа. М.: Недра. 1979. 196 с.

Муравьев Л.А. О применении общеземных баз высотных данных в геофизических исследованиях // Глубинное строение. Геодинамика. Мониторинг. Тепловое поле Земли. Интерпретация геофизических полей. Екатеринбург: ИГф УрО РАН. 2011. С. 262-265.

Немцов Л.Д. Высокоточная гравиразведка. М.: Недра. 1967. 240 с.

Новикова П.Н., Долгаль А.С., Симанов А.А. Трехмерная интерполяция и подавление влияния приповерхностных неоднородностей при обработке гравиметрических данных // Вестник Пермского университета. Сер. Геология. 2013. Вып. 1 (18). С. 50-56.

Новоселицкий В.М., Чадаев М.С. Применение скважиной гравиразведки в нефтяной геологии. Региональная, разведочная и промысловая геофизика: обзор ВИЭМС. 1981. 50 с.

Новоселицкий В.М., Простолупов Г.В. Векторная обработка гравиметрических наблюдений с целью обнаружения и локализации источников аномалий // Геофизика и математика. М.: ИОФЗ РАН. 1999. С. 104-107.

Орленок В.В. Основы геофизики. Калининград. 2000. 446 с.

Поносов В.А. О вычислении поправки за влияние рельефа при помощи использования вертикальных разрезов местности // Вопросы обработки и интерпретации геофизических наблюдений. Пермь: Пермский гос. ун-т. 1964. № 5. С. 76-80.

Пришивалко А.И. Вычисление поправок за влияние рельефа местности при съемках с гравиметрами // Разведочная геофизика. 1967. Вып. 21. С. 80-103.

Простолупов Г.В., Новоселицкий В.М., Конешов В.Н., Щербинина Г.П. Об интерпретации гравитационного и магнитного полей на основе трансформации горизонтальных градиентов в системе ”VECTOR” // Физика Земли. 2006. № 6. С. 90-96.

Пруткин И.Л О решении трехмерной обратной задачи гравиметрии в классе контактных поверхностей методом локальных поправок // Физика Земли. 1986. № 1. С. 67-77.

Пугин А.В. Вейвлеты и вейвлетный подход к решению интерпретационных задач гравиметрии // Междунар. науч.-практ. конф.-конкурс молодых ученых и специалистов. СПб.: СПбГУ, ВВМ. 2005. С. 236-238.

Пугин А.В., Шархимуллин А.Ф., Балк П.И., Долгаль А.С. Адаптивная истокообразная аппроксимация геопотенциальных полей на основе одномерной оптимизации // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. М.: ИФЗ РАН. 2010. С. 330-334.

Пугин А.В., Мичурин А.В., Веселкова Н.В. Стохастический алгоритм истокообразной аппроксимации: проверка гипотезы о «случайном вбрасывании» источника // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Екатеринбург: ИГф УрО РАН. 2014. С. 218-220.

Пятаков Ю.В., Исаев В.И. Методы решения прямых задач гравиметрии // Известия Томского политехнического университета. 2012. Т. 320. №1. С. 105-110.

Ремпель Г.Г. Актуальные вопросы введения поправок, связанных с рельефом местности, в данные гравиразведки и магниторазведки // Физика Земли. 1980. №12. С. 75-89.

Серкеров С.А. Гравиразведка и магниторазведка в нефтегазовом деле. М.: ФГПУ Нефть и газ РГУ нефти и газа им. И.М.Губкина. 2006. 512 с.

Серкеров С.А., Коптунов А.Ю., Ляндерс А.Ю. О необходимости учета поправок за аномальных вертикальный градиент при высокоточных гравиметрических работах // Известия вузов. Нефть и газ. 2006. №6. С. 24-30.

Симанов А.А. Картографические погрешности при обработке геофизических данных: причины возникновения и оценка // Уральская молодежная научная школа по геофизике. Пермь: ГИ УрО РАН. 2005. С. 213-217.

Симанов А.А. Информационно-аналитическая система обеспечения крупномасштабных гравиметрических съемок // Геоинформатика. 2007а. №4. С. 1-11.

Симанов А.А. Использование ГИС-технологий для учета влияния рельефа местности при гравиметрической съемке // Уральская молодежная научная школа по геофизике. Пермь: ГИ УрО РАН. 2007б. С. 234-238.

Симанов А.А. Построение аналитической модели рельефа местности с использованием ГИС-технологий // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. М: ИФЗ РАН. 2007в. С. 223-226.

Симанов А.А. Разработка и создание информационно-аналитической системы хранения, обработки и анализа гравиметрических данных: автореф. дис. … к. т. н. М.: РГГРУ. 2008. 24 с.

Симанов А.А. Определение поправок за влияние рельефа местности центральной зоны при высокоточных гравиметрических исследованиях // Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей. Пермь: ГИ УрО РАН. 2011а. С. 263-266.

Симанов А.А. Проблема «центральной» зоны при определении поправок за влияние рельефа местности // Глубинное строение. Геодинамика. Мониторинг. Тепловое поле Земли. Интерпретация геофизических полей. Екатеринбург: ИГф УрО РАН. 2011б. С. 96-98.

Слепак З.М. Применение гравиразведки при поисках нефтегазоносных структур. М.: Недра. 1980. 152 с.

Слепак З.М. Гравиразведка в нефтяной геологии. Казань: Казанский гос. ун-т. 2005. 224 с.

Собакарь Г.Т. Неприливные изменения силы тяжести. Киев: Наукова думка. 1982. 136 с.

Сорокин Л.В. Гравиметрия и гравиметрическая разведка. М.; Л.: Гостоптехиздат. 1953. 483 с.

Сорокин Л.В. Курс гравиметрии и гравиметрической разведки. М.; Л.: Госгеолиздат. 1941. 568 с.

Старостенко В.И., Бас Р.Г., Бутаков Г.С., Дядюра В.А. Автоматизированная система оперативной обработки данных гравиметрии и магнитометрии. Киев: Наукова думка. 1972. 163 с.

Старостенко В.И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. Киев: Наукова думка. 1978. 227 с.

Старостенко В.И., Манукян А.Г. Решение прямой задачи гравиметрии на шарообразной Земле // Физика Земли. 1983. №12. С. 34-50.

Старостенко В.И., Легостаева О.В. Прямая задача гравиметрии для неоднородной произвольно усеченной вертикальной прямоугольной призмы // Физика Земли. 1998. №12. С. 31-44.

Старостенко В.И., Легостаева О.В., Макаренко И.Б., Павлюк Е.В., Шарыпанов В.М. Об автоматизированном вводе в компьютер изображений геолого-геофизических карт с разрывами первого рода и визуализации в интерактивном режиме трехмерных геофизических моделей и их полей // Геофизический журнал. 2004. Т. 26. №1. С. 3-13.

Степанова И.Э. S-аппроксимация рельефа земной поверхности // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: материалы. Пермь: ГИ УрО РАН. 2005. С. 265-266.

Столниц Э., ДеРоуз Т., Салезин Д. Вейвлеты в компьютерной графике. Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика. 2002. 272 с.

Страхов В.Н. Три парадигмы в теории и практике интерпретации потенциальных полей (анализ прошлого и прогноз будущего). М.: ОИФЗ РАН. 1999. 78 с.

Страхов В.Н., Керимов И.А., Страхов А.В. Линейные аналитические аппроксимации рельефа поверхности Земли // Геофизика и математика. М.: ОИФЗ РАН. 1999. С. 199-212.

Страхов В.Н. Разрушение господствующего стереотипа мышления – главная задача в развитии теории и практики потенциальных полей (гравитационных и магнитных аномалий) в начале XXI века. М.: ОИФЗ РАН. 2000. 44 с.

Страхов В.Н., Степанова И.Э. Новый информационный базис гравиметрии, магнитометрии и геодезии // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. М.: ОИФЗ РАН. 2003. С. 118-123.

Страхов В.Н., Керимов И.А., Степанова И.Э. Разработка теории и компьютерной технологии построения линейных аналитических аппроксимаций гравитационных и магнитных полей. М.: ИФЗ РАН. 2009. 254 с.

Тарунина О.Л. Гравиразведка в комплексе структурно-фациального картирования на нефть, газ и твердые полезные ископаемые. Пермь: Пермский гос. ун-т. 2006. 206 с.

Тихоцкий С.А., Шур Д.Ю. Применение многоуровневых истокообразных аппроксимаций к задачам магнитной картографии и анализа магнитного поля // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. М.: ОИФЗ РАН. 2001. С. 130-131.

Толстой М.І., Гожик А.П., Рева М.В., Степанюк В.П., Сухорада А.В. Основи геофізики. Київ: Київський університет. 2006. 446 с.

Торге В. Гравиметрия. М.: Мир. 1999. 429 с.

Успенский Д.Г. Гравиразведка. Л.: Недра. 1968. 331 с.

Утемов Э.В. Гравиразведка. Казань: Казанский гос. ун-т. 2009. 26 с.

Федынский В.В. Разведочная геофизика. М.: Недра. 1964. 672 с.

Хесин Б.Э. Рудная геофизика в горных областях. М.: Недра. 1969. 200 с.

Хмелевской В.К., Горбачев Ю.И., Калинин М.Г., Попов А.В., Селиверстов Н.И., Шевнин В.А. Геофизические методы исследований. Петропавловск-Камчатский: КГПУ. 2004. 232 с.

Хмелевской В.К., Костицын В.И. Основы геофизических методов. Пермь, Пермский гос. ун-т. 2010. 400 с.

Хохлова В.В., Симанов А.А. Современные методы обработки высокоточных гравиметрических наблюдений // Уральская молодежная научная школа по геофизике. Пермь: ГИ УрО РАН. 2013. С. 261-263.

Худяков С.С., Поздняков В.А., Ефимов А.С. Анализ планово-высотного положения сети сейсмических профилей на основе обработки данных дистанционного зондирования Земли // Технологии сейсморазведки. 2004. №2. С. 35-37.

Цубои Т. Гравитационное поле Земли. М.: Мир. 1982. 288 с.

Шимбирев Б.П. Теория фигуры Земли. М.: Недра. 1975. 432 с.

Шманенко Ю.С., Роз Н.К., Голомб В.Э Вычисление поправки за рельеф по двум лучам // Разведочная геофизика. М.: Недра. 1977. Вып. 74. С. 71-77.

Aiken C.L.V. The Variable Bouguer Reduction Datum, Its Relation to the Prediction of Gravity Anomalies from Topography, and Computation of Residual Bouguer Gravity Anomalies // SEG Expanded Abstracts. 1982. P. 247-250.

Arafin S. Relative Bouguer anomaly // The Leading Edge. 2004. N.9. P. 850-851.

Banerjee P. Gravity measurements and terrain corrections using a digital terrain model in the NW Himalaya // Computers and Geosciences. 1998. N 24. P. 1009-1020.

Blais J.A.R., Ferland R. Optimization in gravimetric terrain corrections // Canadian Journal of Earth Sciences. 1984. N 21. P. 505-515.

Chapin D.A. The theory of the Bouguer gravity anomaly: A tutorial // The Leading Edge. 1996. N.5. P. 361-363.

Chapin D.A., Crawford M.F., Baumeister M. A side-by-side test of four land gravity meters // Geophysics. 1999. Vol. 64. №. 3. P. 765–775.

Cogbill A.H. Gravity terrain corrections calculated using digital elevation models // Geophysics, 1990. Vol. 55. P. 102-106.

Davis K., Kass M.A., Li Y. Rapid gravity and gravity gradiometry terrain corrections via an adaptive quadtree mesh discretization // Exploration Geophysics. 2010. N 42(1). P. 88-97.

Ervin C.P. Short note. Theory of the Bouguer anomaly // Geophysics. 1977. Vol. 42, N 7. P. 1468.

Fairhead J.D., Green C.M., Blizkow D. The use of GPS in gravity surveys // The Leading Edge. 2003. N 10. P. 954-959.

Featherstone W. E., Dentith M.C. A geodetic approach to gravity data reduction for geophysics // Computers & Geosciences. 1997. Vol. 23, N 10. P. 1063-1070.

Hammer S. Terrain corrections for gravimeter stations // Geophysics. 1939. Vol. 4. P. 184-194.

Hećimović Ž., Bašić T. Terrain Effect on Gravity Field Parameters using Different Terrain Models // Newton's bulletin. 2005. N 3. P. 92-102.

Hwang C., Wang C.G., Hsian Y.S. Terrain correction computation using Gaussian quadrature // Computers and Geosciences. 2003. N 29. P. 1259-1268.

Jackson H.A., van Gulik J.W. Terrain Correction Methods and Accuracy for Gravity Data // SEG Expanded Abstracts. 1983. P. 210-211.

Jia R., Davis L., Groom R.W. New approaches to topographic gravity corrections // SAGEEP Annual Symposium. Texas: Fort Worth. 2009. 6 p.

Karl J.H. Short notes. The Bouguer correction for the spherical earth // Geophysics. 1971. Vol. 36, N 4. P. 761-762.

Khokhlova V. Improving the data processing procedures of precision gravity survey // 14th GeoConference on Informatics, geoinformatics and remove sensing. Bulgaria: SGEM, 2014.

P. 635-642.

Kloch G., Kryński J. On the determination of the terrain correction using the spherical approach // International Association of Geodesy Symposia. 2010. Vol. 135. P. 389-395.

LaFehr T.R. An exact solution for the gravity curvature (Bullard B) correction // Geophysics, 1991a, Vol. 56, N 8. P.1179-1184.

LaFehr T.R. On Talwani's "Errors in the total Bouguer reduction" // Geophysics. 1998. Vol. 63, N 4. P. 1131-1136.

LaFehr T.R. Standardization in gravity reduction // Geophysics. 1991b. Vol. 56, N 8. P. 1170-1178.

LaFehr T.R., Nabighian M.N. Fundamentals of gravity exploration. SEG. 2012. 218 p.

LaFehr T.R., Yarger H.L., Bain J.E. Comprehensive Treatment of Terrain Corrections with Examples from Sheep Mountain, Wyoming // SEG Expanded Abstracts. 1988. P. 361-363.

Leaman D.E. The gravity terrain correction -practical considerations // Exploration Geophysics. 1998, N 29. - P. 467-471.

Li X., Götze H.-J. Tutorial Ellipsoid, geoid, gravity, geodesy, and geophysics // Geophysics, 2001. Vol. 66, N 6. P. 1660-1668.

Ma X.Q., Watts D.R. Terrain correction program for regional gravity surveys // Computers and Geosciences. 1994. N 20. P. 961-972.

Nettleton L.L. Geophysical prospecting for oil. New York; London: McGraw-hill Book Company. 1940. 452 p.

New standards for reducing gravity data: The North American gravity database / W.J.Hinze, C.Aiken, J.Brozena, B.Coakley, D.Dater, G.Flanagan, R.Forsberg, T.G.Hildenbrand, R.Keller, J.Kellogg, R.Kucks, X.Li, A.Mainville, R.Morin, M.Pilkington, D.Plouff, D.Ravat, D.Roman, J.Urrutia-Fucugauchi, M.Veronneau, M.Webring, D.Winester // Geophysics. 2005. Vol. 70, N 4. P. J25-J32.

Nowell D. Gravity terrain correction: An overview // Journal of Applied Geophysics. 1999. N 42. P. 117-134.

Parker R.L. Improved Fourier terrain correction, Part I // Geophysics. 1995. Vol. 60. P. 1007-1017.

Parker R.L. Improved Fourier terrain correction, Part II // Geophysics. 1996. Vol. 61. P. 365-372.

Sampietro D., Sona G., Venuti G. Residual terrain correction on the sphere by an FFT algorithm // 1st International Symposium of the International Gravity Field Service (IGFS). Istanbul. 2007. 6 p.

Schiavone D., Capolongo D., Loddo M. High Resolution Dems for Near-Station Terrain Correction in Gravimetry // EGM 2007 International Workshop Innovation in EM, Grav and Mag Methods:a new Perspective for Exploration Capri. Italy. 2007. C_PP_05.pdf. 4 p.

Schiavone D. Capolongo D., Loddo M. Near-station topographic masses correction for high-accuracy gravimetric prospecting // Geophysical Prospecting. 2009. Vol. 57. P. 739-752.

Talwani M. Errors in the total Bouguer reduction // Geophysics. 1998. Vol. 63, N 4. P. 1125-1130.

Tsoulis D. A combination method for computing terrain corrections // Physics and Chemistry of The Earth. 1998. N 23(1). P. 53–58.

Tsoulis D. Terrain modeling in forward gravimetric problems: a case study on local terrain effects // Journal of Applied Geophysics. 2003. N 54. P. 145-160.

Tsoulis D., Wziontek H., Petrovic S. A bilinear approximation of the surface relief in terrain correction computations // Journal of Geodesy. 2003. N 77(5-6). P. 338-344.

Vyskočil V. Anomaly field of gravity in gravimetric prospecting // Geofysikální sborník, N 131, 1960. P. 1975-234.

Xia H., Dewharst W.T. Terrain corrections with variable density distributions // SEG Expanded Abstracts. 1986. P. 142-143.

Yamamoto A. Spherical terrain corrections for gravity anomaly using a digital elevation model gridded with nodes at every 50 m // Journal of the Faculty of Science, Hokkaido University, Ser. VII (Geophysics). 2002. Vol. 11, N 6. P. 845-880.

Yurt K., Gokalp E. Spherical and planar approach in determination of local geoid: case study in Trabzon // XXIII FIG Congress. Turkey. 2006. 13 p.

Zhanjun Y., Yupu C. Spherical external correction technique for gravity prospecting // SEG Int'l Exposition and 74th Annual Meeting. 2004. 4 p.

Zhou X., Zhong B., Li X. Gravimetric terrain corrections by triangular-element method // Geophysics. 1990. N 55. P. 232-238.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Научное издание

БЫЧКОВ Сергей Габриэльевич
ДОЛГАЛЬ Александр Сергеевич
СИМАНОВ Алексей Аркадьевич

ВЫЧИСЛЕНИЕ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ПРИ ВЫСОКОТОЧНЫХ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ СЪЕМКАХ

Рекомендовано к изданию
ученым советом Горного института УрО РАН,
НИСО УрО РАН,
Научно-методическим советом Минприроды РФ

Технический редактор Л.Л.Савенкова
Корректор Л.И.Соболева
Компьютерная верстка С.Г.Бычкова

ISBN 978-5-7691-2414-3

9 785769 124143

Подписано в печать _______________. Формат ____________
и.т.д.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Сергей Габриэльевич Бычков

Заведующий лабораторией геопотенциальных полей Федерального государственного бюджетного учреждения науки Горного института УрО РАН, профессор кафедры геофизики Пермского государственного национального исследовательского университета, доктор геолого-минералогических наук. Окончил геологический факультет Пермского государственного университета в 1975 г.

Александр Сергеевич Долгаль

Ведущий научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Горного института УрО РАН, профессор Пермского государственного национального исследовательского университета, доктор физико-математических наук. В 1980 г. окончил Свердловский горный институт.

Алексей Аркадьевич Симанов

Научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Горного института УрО РАН, кандидат технических наук. Окончил Пермский политехнический университет по специальности «Прикладная геодезия» в 2004 г.