# МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

# ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ НЕФТИ И ГАЗА ИМЕНИ И. М. ГУБКИНА»

На правах рукописи УДК 532.546

Кузьмичев Алексей Николаевич

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СВОЙСТВ АНИЗОТРОПНЫХ КОЛЛЕКТОРОВ УГЛЕВОДОРОДНОГО СЫРЬЯ

Специальность

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель:

д.т. н., профессор Н.М. Дмитриев

Москва 2015

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 4
Глава 1. Основные методы кристаллофизического описания анизотропных
свойств 12
1.1. Определение геометрической симметрии 12
1.2. Кристаллографические классы симметрии 16
1.3. Пространственные решетки Бравэ 21
1.4. Основной постулат кристаллофизики 23
1.5. Классификация типов анизотропии 24
1.6. Обобщенный закон Дарси для анизотропных сред 26
1.7. Собственные векторы и собственные значения, нормальные и тангенциальные составляющие симметричного тензора второго ранга
1.8. Понятия направленной проницаемости и направленного фильтрационного сопротивления
1.9. Геометрическое представление симметричных тензоров второго ранга.
Характеристические и указательные поверхности 35
Выводы по первой главе
Глава 2. Теоретические основы методики лабораторного определения тензорных характеристик коллекторов углеводородного сырья на керновом
материале
2.1. Методика проведения комплексных исследований керна для определения
анизотропных фильтрационно-емкостных свойств коллекторов
2.2. О необходимости изготовления контрольных кернов малых размеров 41
2.3. Подготовка керна к исследованиям. Разметка торцов и боковой поверхности керна
2.4. Установление латеральной анизотропии фильтрационно-емкостных свойств пористых сред ультразвуковым методом
2.5. Определение абсолютной проницаемости кернового материала по газу 52
2.6. Установление анизотропии функции плотности распределения пор по радиусам методом рентгеновской компьютерной томографии
2.7. Определение зависимостей капиллярного давления от водонасыщенности в анизотропных пористых средах
2.7.1. Методы определения зависимости капиллярного давления от водонасыщенности

### введение

Приоритетами в современной стратегии разработки практически во всех нефтегазодобывающих интенсификация компаниях являются добычи И Увеличение объемов добычи увеличение конечной углеводородоотдачи. углеводородного сырья должно обеспечиваться не только разведкой и освоением новой ресурсной базы, но и созданием и внедрением новых эффективных методов и технологий разработки уже существующих эксплуатационных объектов. Трудность разработки новых месторождений и внедрение новых эффективных интенсификации добычи обуславливают использование более методов продвинутых компьютерных моделей, учитывающих сложные физические и химические процессы в пласте. Достижение более полного и адекватного математического описание физических явлений в пласте невозможно без углубленного и качественного изучения фильтрационно-емкостных свойств коллекторов углеводородного сырья. Одной из основных проблем изучения свойств фильтрационно-емкостных определение является анизотропных характеристик пористых сред.

### Актуальность диссертационной работы

Проблема определения фильтрационно-емкостных свойств анизотропных сред относится к числу важнейших, так как, практически все реальные коллекторы углеводородного сырья, особенно с трудноизвлекаемыми запасами, фильтрационно-емкостных свойств. Выявление, проявляют анизотропию анизотропии фильтрационных свойств требует определение и учет как привлечения более сложных математических моделей описания фильтрационных течений, так и необходимости разработки и применения новых методик по лабораторному определению анизотропных характеристик пласта, коллектора углеводородного сырья.

Учет анизотропии фильтрационных свойств горных пород и применение новых методик лабораторного определения анизотропных фильтрационноемкостных свойств позволит более адекватно описывать физические процессы, протекающие в пласте, и получить экспериментально тензорные характеристики коллекторов углеводородов.

Определение тензоров абсолютной, относительной и относительной фазовой проницаемости значительно повысит информативность и достоверность моделирования, применения различных методов повышения углеводородотдачи пластов и разработки месторождения в целом, а определение таких тензорных характеристик, как просветность, тензор характерных линейных размеров, функция распределения пор по радиусам, позволят определить структуру порового пространства коллектора. Что в свою очередь позволит улучшить разработки, увеличить коэффициент показатели например, извлечения углеводородов, выбрать оптимальное (по дебиту) направление проводки горизонтальных скважин, расстановку скважин и т.д.

Поэтому разработка и применение методик экспериментального определения анизотропных фильтрационно-емкостных свойств пластов является актуальной проблемой.

#### Цель работы

Создание теоретических основ комплексной методики лабораторного определения фильтрационно-емкостных свойств анизотропных пластов, позволяющей определять тензорные фильтрационно-емкостные характеристики коллекторов углеводородного сырья с анизотропными фильтрационными свойствами.

Проведение по разработанной методике комплексных лабораторных исследований фильтрационно-емкостных свойств на керновом материале Самарского месторождения.

Получение экспериментального подтверждения тензорного характера фильтрационно-емкостных свойств реальных пластов-коллекторов углеводородного сырья.

### Объекты исследований

Объектом исследования является керновый материал терригенных отложений Самарского месторождения с простой структурой порового пространства и высокими значениями абсолютной проницаемости и пористости.

### Основные задачи исследования

- 1. Разработка теоретических основ методики ПО комплексному (лабораторному) экспериментальному определению фильтрационнохарактеристик анизотропных которая емкостных пластов, позволит тензорные характеристики, описывающие определять фильтрационные течения в анизотропных средах.
- Проведение комплексных лабораторных исследований на образце керна Самарского месторождения и получение экспериментальных значений фильтрационно-емкостных (тензорных) свойств.
- Экспериментальное подтверждение тензорного характера фильтрационноемкостных свойств реальных пластов-коллекторов углеводородного сырья с привлечением экспериментальных данных, полученных на контрольном образце.
- 4. Получение нового обобщенного (двухстепенного) представления функций относительных фазовых проницаемостей и функций Леверетта для непрерывной аппроксимации на всем интервале подвижности обоих фаз результатов лабораторных исследований двухфазной фильтрации и капилляриметрии на керне.

### Научная новизна

 Разработана методика по комплексному лабораторному определению фильтрационно-емкостных свойств анизотропных коллекторов углеводородного сырья, которая позволила провести исследования по определению функций плотности распределения пор по радиусам, тензоров просветности и характерных линейных размеров, капиллярных давлений,

остаточных водонасыщенностей, относительных фазовых проницаемостей и функций Леверетта.

- Получено экспериментальное подтверждение тензорного характера функций плотности распределения пор по радиусам, просветности, эффективного диаметра пор, функции Леверетта, капиллярного давления и относительных фазовых проницаемостей.
- Предложено новое обобщенное представление функций относительных фазовых проницаемостей и Леверетта, которое позволяет непрерывно аппроксимировать сложное поведение кривых вблизи предельных значений водонасыщенности в пористой среде.

### В диссертационной работе защищаются следующие положения:

- Методика комплексных лабораторных исследований фильтрационноемкостных свойств на керне, которая позволяет установить наличие латеральной анизотропии и определить тензорные характеристики фильтрационно-емкостных свойств коллекторов углеводородного сырья.
- 2. Экспериментальное подтверждение тензорного характера:
  - а) характерных линейных размеров (эффективных диаметров капилляров), просветности, функций плотности распределения пор по радиусам, определенных в результате проведения исследований керна методом рентгеновской компьютерной томографии;
  - б) капиллярного давления при проведении эксперимента по определению зависимостей капиллярного давления от водонасыщенности пористой среды;
  - в) фазовых и относительных фазовых проницаемостей для пористой среды с ортотропной симметрией фильтрационно-емкостных свойств по результатам эксперимента совместной стационарной фильтрации нефти и воды.
- 3. Новое обобщенное представление функций относительных фазовых проницаемостей и Леверетта, позволяющее непрерывно аппроксимировать

экспериментальные данные вблизи предельных значений водонасыщенности.

### Личный вклад

Личный вклад автора состоит в проведении комплексных лабораторных исследований и обработке результатов экспериментов. Остальные результаты были получены при равном участии соавторов.

### Достоверность результатов и выводов

Полученные в работе результаты основаны на общих законах и принципах механики сплошных сред, подземной гидромеханики, физики пласта, кристаллофизики и теории нелинейных тензорных функций от нескольких тензорных аргументов.

Все предположения о тензорном характере фильтрационно-емкостных свойств анизотропных коллекторов подтверждены лабораторными исследованиями.

Экспериментальное подтверждение теоретических основ позволяет сделать вывод о достоверности и обоснованности результатов и выводов диссертационной работы.

### Практическая значимость работы

- Применение предложенной в работе методики определения анизотропных фильтрационно-емкостных свойств коллекторов углеводородного сырья позволяет получить тензоры абсолютных, фазовых и относительных фазовых проницаемостей, тензоров просветности и характерных линейных размеров, капиллярного скачка давления и функции Леверетта.
- Экспериментально определенные тензорные характеристики позволят учитывать анизотропию как в гидродинамических расчетах и оценках эффективности методов интенсификации добычи углеводородного сырья, так и при моделировании разработки месторождения в целом для увеличения углеводородоотдачи пластов.

- Тензорное представление функции распределения пор по радиусам, эффективного диаметра и просветности позволят описывать и моделировать структуру порового пространства.
- Подтверждение тензорного характера функций Леверетта приводит к отказу от универсальности представления функции от насыщенности и необходимости учета анизотропии фильтрационных свойств коллекторов углеводородного сырья.
- Новое двухстепенное представление функций относительных фазовых проницаемостей и Леверетта позволяет непрерывно аппроксимировать экспериментальные данные на всем интервале подвижности обеих фаз. Предложенное представление обобщает обычно используемое одностепенное.

### Апробация работы

Основные положения диссертационной работы были доложены и обсуждались на:

- 1. «Нефть и Газ 2008. 62-ая международная молодежная научная конференция», Москва, РГУ, 17-20 апреля 2008 г.;
- «Нефть и Газ 2010. 64-ая международная молодежная научная конференция», Москва, РГУ, 12-15 апреля 2010 г.;
- 3. «Нефть и Газ 2011. 65-ая международная молодежная научная конференция», Москва, РГУ, 11-14 апреля 2011 г.;
- 4. «9-ая Всероссийская конференция молодых ученых, специалистов и студентов», Москва, РГУ, 4-7 октября 2011 г.;
- 5. «Фундаментальные проблемы разработки месторождений нефти и газа», Москва, ИПНГ, 15-18 октября 2011 г.;
- «Актуальные проблемы развития нефтегазового комплекса России. 9-ая Всероссийская научно-техническая конференция», Москва, РГУ, 30 января – 1 февраля 2012 г.;

- «Науки о Земле: новые горизонты в освоении недр. 5-ая международная конференция и выставка EAGE в Санкт-Петербурге», Санкт-Петербург, Международный Деловой Центр, 2-5 апреля 2012 г.;
- «Нефть и Газ 2012. 66-ая международная молодежная научная конференция», Москва, РГУ, 17-20 апреля 2012 г.;
- 9. Российская техническая нефтегазовая конференция и выставка SPE по разведке и добыче, Москва, ВВЦ, павильон 75, 16-18 октября 2012г.;
- Всероссийская молодежная конференция «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук», Москва, ИПНГ, 19-25 ноября 2012 г.;
- «Нефть и Газ 2013. 67-ая международная молодежная научная конференция», Москва, РГУ, 9-12 апреля 2013 г.;
- 12. «EAGE. 17-й Европейский симпозиум IOR От фундаментальных исследований к разработке», Санкт-Петербург, 16 апреля 2013 г.;
- «Актуальные проблемы развития нефтегазового комплекса России. 10-ая Всероссийская научно-техническая конференция», Москва, РГУ, 10 – 12 февраля 2014 г;
- «Наноявления при разработке месторождений углеводородного сырья: от наноминералогии и нанохимии к нанотехнологиям», Москва, РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина, 10 – 12 ноября 2014 г;
- Научный семинар кафедры газовой и волновой динамики механикоматематического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова (сентябрь 2014 г.);
- Совещании по технологиям разработки ООО "ЛУКОЙЛ-Инжиниринг", 14 августа, 2015 г.;
- XI Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике, Казань, 20-24 августа, 2015 г.

В полном объеме диссертация докладывалась и обсуждалась на семинаре кафедры Нефтегазовой и подземной гидромеханики Российского государственного университета нефти и газа имени И.М. Губкина.

### Публикации

По теме диссертации опубликовано 12 работ. В том числе 3 статьи в изданиях, включенных в «Перечень российских рецензируемых научных журналов» ВАК Минобрнауки РФ, 9 тезисов и материалов Международных и Всероссийских конференций.

### Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы, содержащего 137 наименований. Работа изложена на 118 страницах машинописного текста, содержит 50 рисунков и 7 таблиц.

Автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю д.т.н. профессору Дмитриеву Н.М. за неоценимую помощь в работе, важные замечания по методике проведения исследований и подготовке диссертационной работы, коллективу кафедры нефтегазовой и подземной гидромеханики РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, возглавляемому д.т.н. профессором В.В. Кадетом, за внимание и поддержку.

Автор выражает свою благодарность руководителю научного центра аналитических и специальных исследований керна (ОАО ВНИИнефть им. академика А.П. Крылова) к.т.н. А.Б. Баишеву и его коллективу за предоставление возможности проведения лабораторных исследований по анализу керна, а также за полезные советы и рекомендации по их проведению.

Автор выражает признательность коллективу ООО «МИП ГУ «Петрофизика», в частности, к.г.-м.н. Ю.Г. Пименову и к.т.н. А.Э. Шумейко за помощь в проведении структурного моделирования образцов керна методом компьютерной томографии.

# ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ КРИСТАЛЛОФИЗИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ АНИЗОТРОПНЫХ СВОЙСТВ

В последнее время значительно увеличилась необходимость учета анизотропии физических свойств в различных областях науки и техники. Например, нельзя представить современную металлургию или создание высокотехнологичных композитных материалов без применения технологий, учитывающих анизотропию, где даже небольшое содержание примесей может привести к существенным изменениям технических характеристик материалов в любом из направлений. Развитие таких технологий невозможно без изучения основных методов описания анизотропных свойств. Также это относится и к задачам подземной гидромеханики, механики сплошных сред, физики пласта [2, 4, 55, 10, 11, 42, 71, 73, 77, 78].

Вопросами изучения анизотропных свойств занимается кристаллофизика, которая является разделом кристаллографии. Анизотропия физических свойств в кристаллофизике привязана к особенностям внутреннего строения (геометрии) и симметрии кристаллов. Это приводит к необходимости применения методов описания анизотропных свойств на основе теории симметрии и групп [68,74].

### 1.1. Определение геометрической симметрии

Определение такого понятия как геометрическая симметрия пространства или фигуры связано с другим основным понятием в кристаллографии преобразованием симметрии. Под преобразованием симметрии понимается некоторое произведение основных типов преобразования, позволяющее

совместить фигуру или кристаллическое пространство саму с собой [92]. Можно выделить 3 основных типа преобразования, а именно:

- 1) преобразование вращения (поворот вокруг оси на какой-либо угол);
- преобразование отражения (зеркальное отражение относительно выбранной плоскости);

преобразование трансляции (перенос на некоторое расстояние).
 Кроме того, преобразования симметрии делятся на 2 типа:

- 1) конечные преобразования;
- 2) бесконечные преобразования.

Конечные преобразования (или точечные) характеризуются тем, что в таких преобразованиях хотя бы одна точка кристаллического пространства или фигуры неподвижна. Обычно, для удобства измерений и расчетов, такой точкой выбирают начало координат.

Бесконечные преобразования (или пространственные) характеризуются, в свою очередь, подвижностью всего пространства или всей фигуры, т.е. каждая точка меняет свое положение.

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод, что к конечным преобразованиям симметрии относятся преобразования вращения и отражения, а к бесконечным - трансляции. Считается, что расстояния между точками кристаллического пространства или фигуры неизменны, а значит преобразования симметрии изометричны.

Так как в данной работе рассматриваются микроскопические физические свойства сплошных сред, которые определяются конечными преобразованиями, то остановимся на рассмотрении и описании именно конечных преобразований.

Переходя к рассмотрению конечных преобразований, необходимо помнить, что некоторые из них могут изменять ориентацию системы координат, например, левая система координат станет правой при операции отражения. Операция вращения же сохраняет ориентацию системы координат. Преобразования симметрии, сохраняющие ориентацию системы координат, относятся к преобразованиям симметрии 1 рода. Преобразования симметрии, которые

приводят к замене ориентации системы координат, относятся к преобразованиям симметрии 2 рода.

В кристаллографии вводятся элементы симметрии (точки, прямые и плоскости) для описания геометрической симметрии фигур [57, 58, 95]. Плоскость, делящая фигуру или кристалл на две зеркально равные части (как предмет и его зеркальное отображение), называется плоскостью симметрии. Если при вращении вокруг прямой линии фигура или кристалл совмещается сама с собой, то такая линия называется осью симметрии. Для оси симметрии вводится понятие порядка, т.е. количество совмещений фигуры или кристалла с собой при полном обороте вокруг оси симметрии. Осью симметрии бесконечного порядка называется ось симметрии, при вращении вокруг которой на любой бесконечно малый угол фигура совмещается сама с собой. Отметим, что из всего вышесказанного следует простое следствие: любая фигура или кристалл имеет ось симметрии первого порядка.

Любая прямая, проведенная через лежащую на фигуре или кристалле точку называемую центром симметрии (инверсии), пересекает на равных расстояниях по обе стороны от нее одинаковые точки фигуры или кристалла.

Фигура или кристалл могут обладать несколькими элементами симметрии. Поэтому осуществляется последовательное применение операций симметрии. Так как каждая из операций симметрии совмещает фигуру или кристалл саму с собой, то итогом осуществления такой последовательности операций симметрии будет совмещение фигуры с собой. Такую последовательность операций симметрии определяют как произведение или композицию. Например, произведение вращение вокруг центра симметрии (инверсии) и оси симметрии называют инверсионным поворотом вокруг инверсионной оси симметрии.

В кристаллографии принято обозначать плоскость симметрии символом m, ось симметрии - n, центр симметрии -  $\overline{1}$ , инверсионная ось симметрии -  $\overline{n}$ .

Для дальнейшего описания и определения геометрической симметрии кристаллических фигур необходимо ввести кристаллографическую систему координат и элементарную ячейку с общепринятыми параметрами кристалла.

Элементарной ячейкой называется параллелепипед со сторонами, заданными тремя некомпланарными основными трансляциями кристаллической решетки. Некомпланарность трех трансляций означает, что три вектора (ковариантный базис), приведенные к общему начало координат, не будут лежать на одной плоскости. Кристаллографическая система координат выбирается в одном из узлов пространственной решетки элементарного параллелепипеда, причем три некомпланарные элементарные трансляции образуют ее базис. Элементарная ячейка называется примитивной, если внутри нее или на гранях нет узлов. Обычно выбирается прямолинейная, правая кристаллографическая система координат, хотя, в общем случае, она может быть косоугольной с различными параметрами кристалла ПО различным ОСЯМ. Кристаллографическим направлением называется такое направление, при котором прямая проходит через два узла кристаллической решетки.



Рис. 1.1. Элементарный параллелепипед с выбранной кристаллографической системой координат и принятыми стандартными обозначениями

На Рис.1.1 величины a, b, c, α, β, γ представляют собой материальные константы кристаллической среды и называются метрикой или параметрами кристалла. По сути пространственная решетка представляет собой схему периодичного распределения частиц в структуре кристалла, т.е. определяет

размер и форму повторяющейся структуры [57]. Причем, узлы решетки могут соответствовать как атомам в структуре, так и промежуткам между атомами. Если узлы соответствуют промежуткам, то такая решетка характеризует симметрично повторяющиеся в пространстве промежутки, окруженные атомами. Структурой кристалла называется точное расположение материальных частиц в пространстве, Отсюда симметрия И законы. можно сделать вывод ИХ 0 TOM, ЧТО пространственная решетка представляет собой периодическое повторение в пространстве отдельных частиц, группы частиц или пустых промежутков между этими частицами. Однако, пространственная решетка не определяет точное расположение или распределение вещества внутри выделенной элементарной ячейки.

### 1.2. Кристаллографические классы симметрии

В кристаллографии из-за требования непрерывности заполнения пространства кристалла возможно всего 32 группы или класса точечной симметрии. Классы симметрии кристаллов разделяются на категории, системы и сингонии в зависимости от их геометрической симметрии, формы элементарной ячейки, элементов симметрии. Основные элементы симметрии кристалла обозначаются в каждом классе симметрии вместе с названием.

Для разделения на категории необходимо определить понятие особенных направлений в кристалле. Таким направлением в кристалле считается единственное, не повторяющееся направление, которое нельзя повторить другими имеющимися в кристалле элементами симметрии, и называется особенным или единичным. Например, ось четвертого порядка в четырехгранной призме является особенным направлением. Если направление в кристалле можно повторить другими элементами симметрии кристалла, то такие направления называются симметрически эквивалентными. Разделение классов симметрии на категории

производится в зависимости от числа особенных направлений [95]. Выделяют три категории кристаллов:

- Высшая категория. Относятся кристаллы, которые не имеют особенных направлений, но в которых есть оси симметрии выше второго порядка. Такие кристаллы называют высокосимметричными. Для кристалла высшей категории любому направлению соответствуют другие симметрически эквивалентными направлениями. Так как в симметрически эквивалентных направлениях свойства кристаллов одинаковы, то в таких кристаллах анизотропия свойств выражена меньше всего. Например, такие свойства как электропроводность и теплопроводность в кристаллах высшей категории изотропны.
- Средняя категория. К этой категории относятся кристаллы, имеющие одно особенное направление, которое совпадает с единственной осью симметрии третьего, четвертого или шестого порядка (простой или инверсионной). Анизотропия свойств кристаллов средней категории выражена значительно сильнее, чем для кристаллов высшей категории.
- Низшая категория. Кристаллы низшей категории имеют несколько особенных направлений, но не имеют осей симметрии выше второго порядка. То есть кристаллы низшей категории наименее симметричны и имеют наиболее сильное проявление анизотропии свойств.

Три перечисленные выше категории разделяются на 7 систем в зависимости от характерной симметрии и сочетании осей симметрии [58].

В высшей категории выделяют только кубическую систему. Для нее характерно наличие четырех осей симметрии третьего порядка.

В средней категории выделяют три системы:

- тригональная одна основная ось симметрии третьего порядка (простая или инверсионная);
- тетрагональная одна основная ось симметрии четвертого порядка (простая или инверсионная);

 гексагональная - одна основная ось симметрии шестого порядка (простая или инверсионная).

В низшей категории также выделяют три системы:

- триклинная кристалл не имеет осей и плоскостей симметрии;
- моноклинная у кристалла есть либо одна ось или плоскость симметрии второго порядка, либо ось и плоскость симметрии второго порядка;
- ромбическая в кристалле есть больше одной оси или плоскости симметрии второго порядка.

Помимо категорий кристаллы можно разделять на сингонии. Выделяют всего 6 сингоний, причем понятия сингоний и систем совпадают, кроме случаев тригональной и гексагональной. Сингония, по сути, определяет выбор кристаллографической системы координат и метрики, характеризующей ее.

Как отмечалось ранее, кристаллографическая система координат имеет косоугольный базис, что приводит к трудностям описания кристаллографической симметрии, задания и установления плоскостей симметрии. Существует также и проблема однозначного выбора кристаллографической системы координат. Поэтому используются стандартные правила установления кристаллофизического базиса (Таблица 1.1). Однако, описание физических свойств значительно упрощается с использованием декартовых систем координат, которые ориентированы по отношению к осям X, Y, Z. Такая система координат названа кристаллофизической системой координат и обозначается X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, X<sub>3</sub>.

Основные правила установления кристаллофизических осей X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, X<sub>3</sub> можно описать следующим образом:

- Прямоугольная кристаллографическая система координат X, Y, Z. Оси X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, X<sub>3</sub> совпадают с осями X, Y, Z.
- Кристаллографическая система координат X, Y, Z представлена гексагональной сингонией. Оси X<sub>1</sub> и X<sub>3</sub> совпадают, соответственно, с осями X и Z.

- Кристаллографическая система координат X, Y, Z представлена моноклинной сингонией. Оси X<sub>2</sub> и X<sub>3</sub> совпадают, соответственно, с осями Z и X.
- 4. Кристаллографическая система координат X, Y, Z представлена триклинной сингонией. Ось X<sub>3</sub> совпадает с осью Z, а ось X<sub>1</sub> лежит в плоскости XZ.

Кристаллофизические оси	Сингония и параметры кристалла		
Z/	Триклинная		
β Δα Υ	$a \neq b \neq c$		
X	$\alpha \neq \beta \neq \gamma = 90^{\circ}$		
Z	Моноклинная		
$\beta \alpha Y$	$a \neq b \neq c$		
	$\alpha = \gamma = 90^{\circ} \ \beta \neq 90^{\circ}$		
$Z$ $\beta \qquad Y$ $X \qquad \gamma$	Ромбическая		
	$a \neq b \neq c$		
	$\alpha = \beta = \gamma = 90^{\circ}$		
Z	Тригональная и гексагональная		
$\beta \land Y$	$a = b \neq c$		
X	$\alpha = \beta = 90^{\circ}$ , $\gamma = 120^{\circ}$		
Z	Тетрагональная		
$\alpha \uparrow \alpha Y$	$a = b \neq c$		
$X$ $\gamma$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^{\circ}$		
$Z \downarrow$	Кубическая		
$\alpha \qquad \gamma \qquad \gamma$	a = b = c		
$X$ $\gamma$ $\gamma$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^{\circ}$		

Таблица 1.1. Правила установления кристаллофизических осей

# Таблица 1.2. Обозначение классов симметрии по А.В. Шубникову

Сингония	Обозначения	Название класса			
	по Шубникову				
Триклинная	1	Моноэдрический			
$a \neq b \neq c$	$\overline{2}$	Пинакоидальный			
$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^{\circ}$					
Моноклинная	2	Диэдрический осевой			
$a \neq b \neq c$	т	Диэдрический безосный			
$\alpha \neq \beta = 90^{\circ}$	2 : <i>m</i>	Призматический			
$\gamma \neq 90^{\circ}$					
Ромбическая	2:2	Ромбо-тетраэдрический			
$a = b \neq c$	2 · <i>m</i>	Ромбо-пирамидальный			
$\alpha = \beta = \gamma = 90^{\circ}$	$m \cdot 2 : m$	Ромбо-дипирамидальный			
Тетрагональная	4	Тетрагонально-пирамидальный			
$a = b \neq c$	4:2	Тетрагонально-трапецоэдрический			
$\alpha - \beta - \gamma - 90^{\circ}$	4 : <i>m</i>	Тетрагонально-дипирамидальный			
	4 · <i>m</i>	Дитетрагонально-пирамидальный			
	<i>m</i> · 4 : <i>m</i>	Дитетрагонально-дипирамидальный			
	4	Тетрагонально-тетраэдрический			
	$\overline{4} \cdot m$	Тетрагонально-скаленоэдрический			
Тригональная	3	Тригонально-пирамидальный			
$a = b \neq c$	3:2	Тригонально-трапецоэдрический			
$\alpha - \beta - 90^{\circ}$	3 · <i>m</i>	Дитригонально-пирамидальный			
$\alpha = \beta = 50$ $\alpha = 120^{\circ}$	$\overline{6}$	Ромбоэдрический			
$\gamma = 120$	$\overline{6} \cdot m$	Дитригонально-скаленоэдрический			
Гексагональная	3 : <i>m</i>	Тригонально-дипирамидальный			
$a = b \neq c$	$m \cdot 3:m$	Дитригонально-пирамидальный			
$\alpha = \beta = 90^{\circ}$	6	Гексагонально-пирамидальный			
<b>u</b> = <b>p</b> = 30	6:2	Гексагонально-трапецоэдрический			
$\gamma = 120^{\circ}$	6 : <i>m</i>	Гексагонально-дипирамидальный			
	6 <i>·m</i>	Дигексагонально-пирамидальный			
	$m \cdot 6: m$	Дигексагонально-дипирамидальный			
Кубическая	3/2	Тритетраэдрический			
a=b=c	6/2	Дидодекаэдрический			
$\alpha = \beta = \gamma = 90^{\circ}$	3/4	Гексатетраэдрический			
	3/4	Триоктаэдрический			
	6/4	Гексоктаэдрический			

А.В. Шубников обозначил все 32 класса симметрии кристаллов с указанием их сингонии, названия и параметров элементарной ячейки для каждой из сингоний [109]. Эти обозначения представлены в таблице 1.2.

### 1.3. Пространственные решетки Бравэ

Бесконечное преобразование является главным преобразованием симметрии для кристаллических структур, когда каждая точка меняет свое положение и бесконечно повторяется с помощью трансляции. Так как кристаллическая структура может содержать в себе различные преобразования симметрии, то при сочетании каждого элемента симметрии с операцией трансляции образуется бесконечно повторяющиеся новые элементы симметрии. Поэтому каждая бесконечная структура характеризуется своей собственной трансляционной группой (набор элементарных трансляций), которая задает пространственную решетку.

Величина отношения и взаимная ориентация основных трансляций *a, b, c* характеризуют свою пространственную решетку. В зависимости от отношения и ориентации можно получить разные пространственные решетки с разной симметрией. Для описание кристаллических решеток вводится понятие решетки Бравэ, которая представляется в виде бесконечной системы точек, образованной за счет трансляции одной точки. Причем решетка Бравэ инвариантна ко всем преобразованиям системы кристаллического пространства. Все кристаллические структуры можно описать с помощью 14 таких решеток Бравэ, которые разделены на 6 сингоний. Отличие решеток Бравэ между собой заключается в форме элементарных ячеек и в симметрии (Табл.1.3) [95]. Решетки Бравэ могут быть использованы совместно друг с другом в структуре кристалла, а их узлы представлены разными атомами.

# Таблица 1.3. 14 решеток Бравэ

Синго-	Решетка					
ния	Примитириза	Базоцентри-	Объемно-	Гранецентри-	Ромбоэдри-	
пил	примитивная	рованная	центрированная	рованная	ческая	
Трикли- нная						
Монокли- нная						
Ромби- ческая						
Тетраго- нальная						
Гексаго- нальная						
Куби- ческая						

o

Выбор элементарных ячеек в решетках Бравэ осуществляется по следующим принципам:

- 1. Симметрия элементарной ячейки должна соответствовать симметрии класса системы, к которой относится кристалл.
- 2. Число равных сторон и прямых углов в элементарной ячейки должно быть максимальным.

### 3. Объем ячейки должен быть минимален.

### 1.4. Основной постулат кристаллофизики

Основным постулатом кристаллофизики является принцип Неймана, между геометрической и физической симметрией который задает связь материального тензора. Вообще, в кристаллофизике, выделяют полевые и материальные тензоры. К полевым тензорам относятся тензоры, которые задают поля физических величин. Такие тензоры для изотропных и анизотропных сред определяются одинаково. К материальным тензорам относятся тензоры, задающие физические величины. Это означает, что материальные тензоры поразному определяются для изотропных и анизотропных сред, характеризуя тем самым свойства сплошной среды. К материальным тензорам, например, можно отнести тензоры электропроводности, теплопроводности, проницаемости, упругой податливости и другие [96].

Рассмотрим трехмерное евклидовое пространство, в котором заданы декартов тензор второго ранга  $O_{ij}$ . Известно, что при переходе из одной системы координат в другую компоненты тензоров преобразуются по тензорному закону с помощью матрицы преобразования. В нашем случае, тензор является тензором второго ранга, поэтому переход к новой системе координат запишется в виде [106]:

$$O_{ij} = \alpha_{ik} \alpha_{jl} O_{kl}, \tag{1.1}$$

где *а*<sub>*ik*</sub> - компоненты матрицы преобразования.

Учитывая то, что всегда можно выбрать такое преобразование  $\alpha_{ik}$ , которое не изменяет компоненты тензора, например, используя единичную матрицу Кронекера  $\alpha_{ik} = \delta_{ik}$ . Тогда

$$O_{ij} = \alpha_{ik} \alpha_{jl} O_{kl} = O_{ij}. \tag{1.2}$$

Данная запись тензора  $O_{ij}$  означает инвариантность компонент тензора относительно преобразования  $\alpha_{ik}$ . Все преобразования, удовлетворяющие формуле (1.2), составляют группу симметрии тензора  $O_{ij}$ . Такой же подход может быть использован и для определения групп симметрии тензоров более высокого ранга.

Все вышесказанное позволяет сформулировать принцип Неймана следующим образом. Группа симметрии физического свойства  $G_{cs}$  должна включать в себя все элементы геометрической симметрии материального тензора K, определяющего физические свойства кристалла.

$$K \subseteq G_{ce}, \tag{1.3}$$

Принцип Неймана, стоит заметить, не запрещает физическому свойству иметь более высокую симметрию, чем точечная группа симметрии кристалла. Применение основного постулата кристаллофизики позволяет классифицировать физические свойства, разделить их на изотропные и анизотропные, а также выделить основные типы анизотропных свойств.

Также, согласно соотношению (1.3), при рассмотрении некоторого количества различных свойств кристалла, окажется, что общими для всех свойств будут элементы симметрии точечной группы кристалла. Т.е. можно сказать, что точечная группа кристалла является пересечением групп симметрии всех возможных свойств этого кристалла. В [58, 95] указывается минимальный набор свойств и их симметрии, необходимых для однозначного определения точечной группы симметрии кристалла.

### 1.5. Классификация типов анизотропии

Как уже отмечалось выше, для описания физических свойств среды или кристалла чаще пользуются кристаллофизической системой координат, которая всегда прямолинейная. Правила установления кристаллофизических систем координат для различных сингоний были приведены в таблице 1.1. Однако, так же, как и в случае с кристаллографической системой координат, названия кристаллографических классов симметрии редко применяются в инженерных и технических задачах. Для таких задач более распространена следующая классификация типов анизотропии (сингонии):

- изотропный (включает в себя не только изотропные, но и анизотропные группы симметрии кубической сингонии);
- трансверсально-изотропный (тетрагональная, тригональная и гексагональная сингония);
- 3) ортотропный (ромбическая сингония);
- 4) моноклинный (моноклинная сингония);
- 5) триклинный (триклинная сингония).

Последние два типа анизотропии имеют такое же название в технических задачах, что и сингония, которой они соответствуют и представляют наиболее общий и сложный случай. Решение задач, учитывающих моноклинный и триклинный типы анизотропии обусловлены значительными трудностями. Например, большинство задач в теории упругости еще не разрешены для таких сложных случаев. Все это приводит к необходимости упрощения и решения задач с использованием более легких для расчетов типов анизотропий (трансверсально-изотропный или ортотропный) [70].

Достаточно показательным для этого является пример анизотропии проницаемости и использование ее в современных гидродинамических моделях. Тензор проницаемости представляется для каждого из типов анизотропии в виде [10]:

#### 1) изотропный

$$k_{ij} = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0\\ 0 & k_1 & 0\\ 0 & 0 & k_1 \end{pmatrix};$$
(1.4)

2) трансверсально-изотропный

$$k_{ij} = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0\\ 0 & k_1 & 0\\ 0 & 0 & k_2 \end{pmatrix};$$
(1.5)

3) ортотропный

$$k_{ij} = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0\\ 0 & k_2 & 0\\ 0 & 0 & k_3 \end{pmatrix};$$
(1.6)

4) моноклинный

$$k_{ij} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & 0 \\ k_{21} & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{pmatrix};$$
(1.7)

5) триклинный

$$k_{ij} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix}.$$
 (1.8)

Расчет моделирования разработки месторождения с использованием полного тензора проницаемости для триклинного типа анизотропии, формула (1.8), в настоящее время практически невозможен из-за огромных затрат по времени и мощности, а также из-за трудностей, связанных с практическим определения всех компонент тензора проницаемости. Поэтому в моделировании часто прибегают к известному правилу в тензорном исчислении, что любой тензор можно привести к главным осям [41]. Это позволяет представить тензор (1.8) в виде (1.6). Однако, такой подход не решает проблему определения всех компонент тензора проницаемости (1.8), ведь для приведения тензора к главным осям необходимо знать все изначальные компоненты тензора проницаемости.

### 1.6. Обобщенный закон Дарси для анизотропных сред

Закон Дарси представляет собой некоторую линейную зависимость между векторным полем скоростей фильтрации и векторным полем градиентов

фильтрационного давления [11]. Такая формулировка наиболее распространена [108, 112-114] и имеет в приложении к анизотропным средам следующий вид:

$$w_i = -\frac{k_{ij}}{\mu} \nabla_j p, \qquad (1.9)$$

где  $k_{ij}$  - тензор коэффициентов проницаемости,  $\mu$  - динамический коэффициент вязкости. Такая форма записи закона Дарси (1.9) наиболее распространена, так как в ней легко перейти от скорости фильтрации к дебиту, который является главным показателем при разработки месторождений углеводородного сырья. Однако, существует и обратная форма записи:

$$\nabla_i p = -\mu r_{ij} w_j, \tag{1.10}$$

где *r*<sub>*ii*</sub> - тензор коэффициентов фильтрационного сопротивления.

Исходя из принципа Неймана, симметрия тензоров проницаемости и фильтрационного сопротивления ( $k_{ij}$  и  $r_{ij}$ ) должна включать в себя геометрическую симметрию пустотного пространства пористой среды. Л.И. Седов и В.В. Лохин предложили и доказали метод представления симметрии материальных тензоров, который заключался в представлении симметрии материального тензора как группа симметрии одного тензора, либо как пересечение нескольких групп симметрии. Этот метод позволяет выражать симметрию физических свойств через сумму нескольких скалярных величин и независимых тензоров разного ранга. В [32] выписаны представления тензоров проницаемости и фильтрационного сопротивления для различных групп симметрии как функции более простых тензоров. С учетом классификации типов анизотропии, будем иметь:

1) Изотропный тип:

• группы симметрии  $\infty/\infty \cdot m, \ \infty/\infty, \ \overline{6}/4, \ 3/\overline{4}, \ 3/4, \ 3/2, \ \overline{6}/2$   $k_{ii} = kg_{iii} \qquad (1.11)$ 

2) Трансверсально-изотропный тип:

• группы симметрии  $m \cdot \infty : m$ ,  $\infty : 2$ ,  $\infty : m$ ,  $m \cdot 4 : m$ ,  $\overline{4} \cdot m$ , 4:2, 4:m,  $\overline{4}$ ,  $m \cdot 6:m$ ,  $m \cdot 3:m$ , 6:2, 6:m, 3:m,  $6 \cdot m$ , 3:2,  $\overline{6}$ 

$$k_{ij} = k_1 g_{ij} + k_2 B_{ij}, \tag{1.12}$$

• группы симметрии  $\infty \cdot m$ ,  $\infty$ ,  $4 \cdot m$ , 4,  $6 \cdot m$ , 6,  $3 \cdot m$ , 3

$$k_{ij} = k_1 g_{ij} + k_2 b_i b_j, \tag{1.13}$$

3) Ортотропный тип:

• группы симметрии *m* · 2 : *m*, 2 : 2

$$k_{ij} = k_1 g_{ij} + k_2 D_{ij}^{2n} + k_3 D_{i\alpha}^{2n} D_j^{2n\alpha}, \qquad (1.14)$$

• группы симметрии 2 · m

$$k_{ij} = k_1 g_{ij} + k_2 b_i b_j + k_3 D_{ij}^{2n}, aga{1.15}$$

- 4) Моноклинный тип:
  - группы симметрии 2:*m*, 2

$$k_{ij} = k_1 g_{ij} + k_2 b_i b_j + k_3 D_{ij}^{2n} + k_4 \left( \Omega_{i\alpha} D_j^{2n-\alpha} + \Omega_{j\alpha} D_i^{2n-\alpha} \right), \quad (1.16)$$

• группы симметрии *m* 

$$k_{ij} = k_1 g_{ij} + k_2 a_i a_j + k_3 c_i c_j + k_4 (a_i c_j + a_j c_i),$$
(1.17)

- 5) Триклинный тип:
  - группы симметрии  $\overline{2}$ , 1

$$k_{ij} = k_1 a_i a_j + k_2 b_i b_j + k_3 c_i c_j + k_4 (a_i c_j + a_j c_i) + k_5 (a_i b_j + a_j b_i) + k_6 (b_i c_j + b_j c_i),$$
(1.18)

где  $a_i, b_i, c_i$  - базисные векторы в кристаллофизической системе координат,  $k_{\alpha}$  - инвариантные компоненты тензора коэффициентов проницаемости,  $B_{ij}, D_{ij}$  - простые базисные тензоры, описывающие геометрическую симметрию пустотного пространства [70]. Похожие представления будут и для тензора фильтрационного сопротивления, необходимо произвести замену  $k_{ij}$  на  $r_{ij}$ , а  $k_{\alpha}$  на  $r_{\alpha}$ .

### 1.7. Собственные векторы и собственные значения, нормальные и тангенциальные составляющие симметричного тензора второго ранга.

Собственными векторами симметричного тензора второго ранга *S<sub>ij</sub>* называются вектора, которые при скалярном произведении не изменяют направление этого вектора, а только его длину:

$$S_{ik}u_k = Su_i, \tag{1.19}$$

где S - собственное значение тензора  $S_{ij}$ , соответствующее данному собственному вектору  $\vec{u}$ .

Все векторы, коллинеарные собственному вектору  $\vec{u}$ , также являются собственными векторами, причем собственные векторы, которые соответствуют разным собственным значениям тензора, взаимно ортогональны. В случае, когда все собственные значения тензора  $S_{ij}$  различны, собственные векторы тензора  $S_{ij}$  могут быть использованы как ортонормированный базис. В этом случае тензор принимает очень удобный и простой вид [95]:

$$S_{ij} = \begin{pmatrix} S_1 & 0 & 0\\ 0 & S_2 & 0\\ 0 & 0 & S_3 \end{pmatrix}, \tag{1.20}$$

Если совпадают два собственных значения, то им соответствует плоскость собственных векторов, а тензор записывается в виде:

$$S_{ij} = \begin{pmatrix} S_1 & 0 & 0\\ 0 & S_1 & 0\\ 0 & 0 & S_3 \end{pmatrix},$$
 (1.21)

Для трех совпадающих собственных значений, тензор имеет вид:

$$S_{ij} = S\delta_{ij},\tag{1.22}$$

где  $\delta_{ii}$  - дельта Кронекера.

Нормальной составляющей симметричного тензора второго ранга  $S_{ij}$  в направлении  $n_i$  называется число, которое определяется по формуле:

$$S(n_i) = S_{ij} n_i n_j, \tag{1.23}$$

Если выбрать направление *n<sub>i</sub>* в качестве одного из ортов координатной системы, то нормальной составляющей будет собственное значение тензора:

$$S(n_i) = S_{ij}n_in_j = \lambda_{ij}n_in_i = \lambda, \qquad (1.24)$$

где  $\lambda$  - собственное значение симметричного тензора второго ранга  $S_{ij}$ .

Также из (1.24) следует, что нормальные составляющие соответствуют диагональным значениям тензора.

Тангенциальной составляющей тензора  $S_{ij}$  во взаимно перпендикулярных направлениях  $p_i$  и  $q_i$  называется число:

$$S(p_i) = S_{ij} p_i q_j, \tag{1.25}$$

В отличие от нормальных составляющих, тангенциальные составляющие соответствует недиагональным значениям тензора *S*<sub>*ij*</sub>. Также отметим, что для определения полного тензора достаточно определить шесть нормальных составляющих, в то время как по тангенциальным составляющим возможно определение лишь девиатора (достаточно пяти тангенциальных составляющих).

## 1.8. Понятия направленной проницаемости и направленного фильтрационного сопротивления

Как было показано выше, лишь в изотропном случае тензор проницаемости  $k_{ii}$  (фильтрационного сопротивления  $r_{ii}$ ) определяется одной константой. Для случая триклинного типа анизотропии фильтрационных свойств число инвариантных независимых скалярных коэффициентов составляет шесть. Вообще, само понятие проницаемость (или фильтрационное сопротивление) предполагает, что это величина скалярная. Отсюда возникает необходимость введения некоторого правила, по которому проницаемость (фильтрационное сопротивление) будет определяться в любом из направлений в анизотропной пористой среде. По этому правилу в любом выбранном направлении в пористой среде будет определена некоторая скалярная величина, называемая значением

направленной проницаемости или направленного фильтрационного сопротивления [11, 32]. Это значение должно быть получено с помощью тензора коэффициентов проницаемости (фильтрационного сопротивления) в зафиксированной системе координат.

Выберем направление  $n_i$ , который задан единичным вектором вдоль вектора градиента давления  $\vec{\nabla}p$ . Тогда, направленная проницаемость  $k(n_i)$ определяется как взятое со знаком минус отношение проекции вектора скорости фильтрации на выбранное направление  $w_i n_i$  к модулю вектора градиента давления  $|\nabla_i p|$  и умноженное на динамический коэффициент вязкости (Рис. 1.2):

$$k(n_i) = -\mu \frac{w_i n_i}{|\nabla_i p|}.$$
(1.26)

Направленная проницаемость представляет собой скалярную функцию векторного аргумента. Кроме того, подставляя формулу (1.9) в формулу (1.19), выражение для направленной проницаемости может быть записана в виде:

$$k(n_i) = -\mu \frac{w_i n_i}{|\nabla_i p|} = -\mu \frac{n_i}{|\nabla_i p|} \left( -\frac{k_{ij}}{\mu} \nabla_j p \right) = k_{ij} n_i n_j.$$
(1.27)



Рис 1.2. Геометрическое представление определения направленной проницаемости в выбранной направление *n<sub>i</sub>*.

Формула (1.20) означает, что тензор коэффициентов проницаемости полностью описывает фильтрационные свойства пористой среды в законе Дарси в любом выбранном направлении. Сравнивая (1.23) и (1.27), можно сказать, что определение направленной проницаемости определение есть нормальной составляющей проницаемости направлении Количество тензора В  $n_i$ . необходимых значений направленной проницаемости для определения тензора проницаемости зависит от типа анизотропии пористой среды: для триклинного типа - шесть значений, для моноклинного - четыре значения, для ортотропного типа анизотропии - три значения, для трансверсально-изотропного - два значения, а для изотропного - одно значение.

В отличие от определения направленной проницаемости, для определения направленного фильтрационного сопротивления  $r_{ij}$  направление  $n_i$  выбирается вдоль вектора скорости фильтрации  $\vec{w}$ , а вектор градиента давления  $\vec{\nabla p}$  проецируется на это направление.



$$r(n_i) = -\frac{1}{\mu} \frac{\nabla_i p \cdot n_i}{|w_i|}.$$
(1.28)

Рис 1.3. Геометрическое представление определения направленного фильтрационного сопротивления в выбранном направлении *n<sub>i</sub>* 

Также, подставляя формулу (1.10) в формулу (1.28), можно получить выражение для определения направленного фильтрационного сопротивления через тензор коэффициентов фильтрационного сопротивления в любом выбранном направлении:

$$r(n_i) = -\frac{1}{\mu} \frac{\nabla_i p \cdot n_i}{|w_i|} = \frac{1}{\mu} \frac{n_i}{|w_i|} \left( -\mu r_{ij} w_j \right) = r_{ij} n_i n_j.$$
(1.29)

Между направленной проницаемостью и фильтрационном сопротивлением существует связь. Для направлений  $n_i$ , совпадающих с главными направлениями тензоров проницаемости  $k_{ij}$  и фильтрационного сопротивления  $r_{ij}$  это связь записывается в следующем виде:

$$k(n_i) \cdot r(n_i) = 1, \tag{1.30}$$

или

$$k(n_i) = \frac{1}{r(n_i)}.$$
 (1.31)

Для любых других направлений, не являющихся главными для тензоров проницаемости и фильтрационного сопротивления, связь может значительно отличаться от той, которая представлена формулами (1.30) и (1.31). В общем случае, для тензоров  $k_{ij}$  и  $r_{ij}$ , приведенных к главным осям:

$$k(n_i) \cdot r(n_i) = 1 + A_{ij} n_i^2 n_j^2, \qquad (1.32)$$

где

$$A_{ij} = \frac{(\theta_{ij} - 1)^2}{2\theta_{ij}},\tag{1.33}$$

$$\theta_{ij} = \frac{k_i}{k_j}.\tag{1.34}$$

Подставляя выражение направленной проницаемости (1.27) к обобщенному Дарси, задающие закону можно получить соотношения, направленную проницаемость анизотропии, для каждого типа записанные В кристаллофизической системе координат:

1) Изотропный тип:

• группы симметрии  $\infty/\infty \cdot m$ ,  $\infty/\infty$ ,  $\overline{6}/4$ ,  $3/\overline{4}$ , 3/4, 3/2,  $\overline{6}/2$ 

$$k(n_i) = k, \tag{1.35}$$

- 2) Трансверсально-изотропный тип:
  - группы симметрии  $m \cdot \infty : m, \infty : 2, \infty : m, m \cdot 4 : m, \overline{4} \cdot m, 4 : 2, 4 : m, \overline{4}, m \cdot 6 : m, m \cdot 3 : m,$ 6:2, 6:m, 3:m, 6 · m, 3:2,  $\overline{6}$   $\infty \cdot m, \infty, 4 \cdot m, 4, 6 \cdot m, 6, 3 \cdot m, 3$  $k(n_i) = k_1 + k_2 cos^2 \gamma,$  (1.36)
- 3) Ортотропный тип:
  - группы симметрии *m* · 2 : *m*, 2 : 2

 $k(n_i) = k_1 + \lambda_{11}(k_2 + \lambda_{11}k_3)\cos^2\alpha + \lambda_{22}(k_2 + \lambda_{22}k_3)\cos^2\beta + \lambda_{33}(k_2 + \lambda_{33}k_3)\cos^2\gamma,$ (1.37)

- группы симметрии  $2 \cdot m$  $k(n_i) = k_1 + \lambda_{11} k_3 cos^2 \alpha + \lambda_{22} k_3 cos^2 \beta + (k_2 + \lambda_{33} k_3) cos^2 \gamma,$ (1.38)
- 4) Моноклинный тип:
  - группы симметрии 2:*m*, 2

 $k(n_{i}) = k_{1} + \lambda_{11}(k_{2} + \lambda_{11}k_{3})\cos^{2}\alpha + \lambda_{22}(k_{2} + \lambda_{22}k_{3})\cos^{2}\beta + \lambda_{33}(k_{2} + \lambda_{33}k_{3})\cos^{2}\gamma + 2k_{4}(\lambda_{22} - \gamma_{11})\cos\alpha\cos\beta,$ (1.39)

• группы симметрии *m* 

$$k(n_i) = k_1 + k_2 \cos^2 \alpha + k_3 \cos^2 \beta + 2k_4 \cos \alpha \cos \beta, \quad (1.40)$$

(1.41)

- 5) Триклинный тип
  - группы симметрии  $\overline{2}$ , 1

$$\begin{split} k(n_i) &= k_1 cos^2 \alpha + k_2 cos^2 \beta + k_3 cos^2 \gamma + 2k_4 cos \alpha cos \beta + \\ 2k_5 cos \alpha cos \gamma + 2k_6 cos \beta cos \gamma, \end{split}$$

Анализируя соотношение (1.28), заметим, что в к изотропному типу относятся и анизотропные кристаллические группы симметрии кубической

сингонии. Выражение (1.29) обычно характеризует проницаемость в слоистых осадочных породах, когда значения направленной проницаемости одинаковы в плоскости напластования, а различны лишь значения перпендикулярные напластованию и параллельно напластованию. Определение именно этих значений проницаемости проводится при стандартном анализе керна в научно-исследовательских центрах. В формулах (1.30) - (1.34) направление орта  $n_i$  задается соотношением:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1. \tag{1.42}$$

Каждый представленных анизотропии ИЗ И описанных типов проницаемости можно соотнести с разными моделями трещиноватых и трещиновато-пористых коллекторов. Например, изотропный тип может быть представлен тремя взаимно перпендикулярными системами трещин одинаковой раскрытости. Трансверсально-изотропный тип анизотропии и ортотропный представляется также тремя взаимно перпендикулярными системами трещин, но с трансверсально-изотропного разными раскрытостями трещин (для типа раскрытость одной системы трещин отличается от двух других, для ортотропного - раскрытости всех трех систем трещин различны). Для моноклинного типа анизотропии к разной раскрытости всех трех систем трещин добавляется еще требование неперпендикулярности одной системы трещин к двум другим взаимно перепендикулярным. Самым сложным является случай триклинного типа анизотропии, в котором три неперпендикулярные системы трещин обладают разной раскрытостью [22].

### **1.9.** Геометрическое представление симметричных тензоров второго ранга. Характеристические и указательные поверхности

Рассмотрим геометрическое представление симметричных тензоров второго ранга на примере тензора проницаемости  $k_{ij}$ . Геометрическим представлением симметричного тензора второго ранга является центральная поверхность второго

ранга. Для тензора проницаемости такая центральная поверхность задается уравнением:

$$k_{ij}x_ix_j = 1.$$
 (1.43)

(1.43),Поверхность, соотношением описанная называется характеристической поверхностью. Одним из свойств характеристической проницаемости: поверхности тензора длина любого радиус-вектора  $|\vec{r}|$ численно равна обратному значению характеристической поверхности квадратного корня направленной проницаемости [40]. Это свойство записывается как:

$$|\vec{r}| = \frac{1}{\sqrt{k(\vec{n})}}.$$
 (1.44)



Рис. 1.4.Пример характеристической поверхности тензора коэффициентов проницаемости

Для геометрической интерпретации симметричных тензоров второго ранга наряду с характеристическими поверхностями используются и указательные поверхности. Для тензора проницаемости указательной поверхностью считается:

$$k(\vec{n}) = k_{ij} n_i n_j. \tag{1.45}$$
Анализ формулы (1.45) показывает, что для тензора проницаемости указательная поверхность представляет собой отложенные отрезки в каждом направлении равные значению направленной проницаемости В этих направлениях. Чаще всего при построении указательной поверхности используется сферическая система координат.

#### Выводы по первой главе

В первой главе представлены основные методы кристаллофизического описания анизотропных свойств пористых сред. Приведена классификация типов анизотропии пористых сред, соответствующие им группы симметрии и вид тензоров проницаемости (фильтрационного сопротивления).

Дано определение направленного физического свойства задаваемого тензоров второго ранга. Для каждой группы симметрии и каждого типа анизотропии выписаны в явном виде направленные фильтрационные свойства (проницаемость). Дано геометрическое представление симметричных тензоров второго.

### ГЛАВА 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДИКИ ЛАБОРАТОРНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕНЗОРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛЛЕКТОРОВ УГЛЕВОДОРОДНОГО СЫРЬЯ НА КЕРНОВОМ МАТЕРИАЛЕ

Факт наличия анизотропии свойств горных пород, а в частности, анизотропии проницаемости, был экспериментально установлен достаточно давно. Например, в работах Р. Сэлливана, Е. Преслера, В. Джонсона и Р. Хагеса, были получены экспериментальные результаты, позволяющие увидеть изменение проницаемости в зависимости от направления, что в свою очередь являлось обоснованием перехода к обобщенным законам Дарси на случай анизотропных сред. Описание теоретических основ течения в анизотропных средах было представлено в работах С. Ирмея, Дж. Литвинишина, А.Т. Горбунова, Г.В. Щербакова, Е.Г. Шешукова, Ю.М. Молоковича, Р. Дахлера, Ф. Шаффернака, В.С. Козлова, Г.К. Михайлова, П.Я. Полубариновой-Кочиной, В.М. Максимова, В.В. Кадета, М.Н. Дмитриева, Н.М. Дмитриева и других. Результаты лабораторных исследований в этой области также были получены и приведены в монографиях В.Н. Николаевского, Е.С. Ромма, Р.Коллинза, Г.И. Баренблатта, А.Э. Шейдеггера и других. Однако, в этих работах не было уделено значительного внимания теоретическим основам лабораторного определения тензоров коэффициентов проницаемости. Лишь В последнее время лабораторное определение анизотропных свойств горных пород стало формироваться в теоретически обоснованную методику, позволяющую устанавливать не просто наличие факта анизотропии, но и определять тензоры абсолютной проницаемости. В работах М.Н. Дмитриева, Н.М. Дмитриева, А.А. Семенова, А.А. Мурадова, стала применяться методика по установлению типа анизотропии и определению тензоров абсолютной проницаемости, а также использование данных, полученных таким методом, в линейных и нелинейных законах фильтрации для анизотропных сред. В работах М.Н. Дмитриева, М.Н. Кравченко, Н. Диевой рассмотрен учет

тензоров коэффициентов проницаемости при моделировании разработки месторождения. Все вышесказанное позволяет сделать вывод, что развитие теоретической базы и методики лабораторного определения тензорных характеристик анизотропных горных пород является одним из основных направлений в нефтегазовой промышленности.

В данной работе методика лабораторного определения фильтрационноемкостных свойств анизотропных пористых сред на основе анализа керна, примененная в [90], существенно развита. Предложенная в диссертации методика позволяет получить больший объем информации по сравнению с [90], проводя целый комплекс лабораторных исследований с учетом анизотропии породы в необходимой последовательности. Такой подход позволяет получить не только больше информации о коллекторе, но и повысить доверие к экспериментальным данным, полученным с помощью анализа керна, т.к. каждое лабораторное исследование теоретически обосновано и проведено с учетом типа анизотропии керна.

### 2.1. Методика проведения комплексных исследований керна для определения анизотропных фильтрационно-емкостных свойств коллекторов

Последовательность проведения комплекса лабораторных исследований керна по определения анизотропных фильтрационно-емкостных свойств включает в себя:

- 1. Проведение торцевания керна и обработки боковой поверхности.
- Выполняется разметка керна, по которой потом будет проводиться определение латеральной анизотропии фильтрационно-емкостных свойств породы ультразвуковым методом.
- Определение латеральной анизотропии фильтрационно-емкостных свойств керна ультразвуковым методом в отмеченных точках с помощью экспериментальной установки «Узор-2000».

- 4. По полученным данным строятся сечения волновых поверхностей ультразвуковых волн для каждой выбранной плоскости керна.
- 5. По сечениям волновых поверхностей ультразвуковых волн в керне выделяются главные направления (максимальное и минимальное значения скоростей).
- 6. По главным направлениям (одно направление вертикальное, два других в сечении волновой поверхности ультразвуковых волн), а также по биссектрисе прямого угла (контрольный образец) между главными направлениями в плоскости сечения волновой поверхности, вырезаются небольшие керны диаметром 2,54см для дальнейшего проведения исследований на них.
- По вырезанным 4-м образцам (3 по главным направлениям и один контрольный) проводятся измерения пористости и абсолютной проницаемости по газу.
- Проводится рентгеновская компьютерная томография на заготовленных 4 образцах, по результатам которой определяются функции распределения пор по радиусам, тензоры просветности и эффективного диаметра
- 9. На тех же образцах выполняется капилляриметрия, определяются кривые остаточной водносыщенности.
- Проводится эксперимент двухфазной фильтрации нефти и воды для каждого из 4-х образцов для определения относительных фазовых проницаемостей.
- 11. Выполняется обработка полученных результатов, сравнение экспериментальных и теоретических значений характеристик на контрольном образце, подтверждение тензорного характера определенных фильтрационно-емкостных свойств породы.

Помимо уже предложенных экспериментов [90] по установлению анизотропии фильтрационно-емкостных свойств методом измерения упругих свойств керна, определению тензора абсолютной проницаемости с учетом группы симметрии пористой среды, методика включает в себя более углубленное

исследование фильтрационно-емкостных характеристик пласта и экспериментальное подтверждение тензорной природы этих характеристик. Это позволяет повысить достоверность и доверие к исследованиям, проводимым на керне, так как каждый этап работы учитывает результаты предыдущих измерений и сравнивается с экспериментальными данными.

#### 2.2. О необходимости изготовления контрольных кернов малых размеров

В последние годы проявляется большой интерес к выявлению латеральной анизотропии коллекторов углеводородного сырья. Исследования, как правило, проводятся в лабораторных условиях на керновом материале [93, 59, 44, 53, 47]. При этом используются методики, основанные на измерениях различных физических свойств. Например, в [93, 59] факт наличия латеральной анизотропии коллектора устанавливается с помощью определения упругих деформаций в результате одноосного сжатия керна перпендикулярно напластованию. В [44] для латеральной анизотропии применяется ядерный магнитный установления резонанс, а в [53] используется прибор, измеряющий скорость прохождения ультразвуковых волн через боковую поверхность керна. В работах [47, 21] с помощью анализа литолого-петрофизических исследований керна определяется предпочтительная ориентация удлинений частиц, слагающих коллектор, и определяется его эллиптическая аппроксимация. В [93, 59, 53] выявление латеральной анизотропии производится на крупноразмерных кернах с диаметром 12-20 см.

Во всех перечисленных выше методиках определения латеральной анизотропии считается, что ось симметрии полноразмерного керна совпадает с главным направлением тензора коэффициентов проницаемости и, следовательно, матрица коэффициентов проницаемости имеет вид матриц для трансверсально-

изотропных, ортотропных или моноклинных фильтрационных свойств, соответственно:

$$k_{ij} = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{pmatrix}, \quad k_{ij} = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{pmatrix}, \quad k_{ij} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & 0 \\ k_{12} & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{pmatrix}$$
(2.1)

Далее, после воздействий на полноразмерный керн, определяются главные направления тензора в плоскости напластования, и матрица в главных осях принимает вид:

$$k_{ij} = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{pmatrix}$$
(2.2)

Однако данное допущение является ничем не обоснованным и может привести к значительным ошибкам. В самом деле, если ось симметрии керна не совпадает с главным направлением тензора коэффициентов проницаемости, то и получаемые экспериментально экстремальные значения деформаций или напряжений по методикам [93, 59, 44], или скорости звука [53], так же не являются главными направлениями и матрица должна иметь вид:

$$k_{ij} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{12} & k_{22} & k_{23} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} \end{pmatrix}$$
(2.3)

Поэтому результаты лабораторных измерений могут оказаться неверными. В тоже время, возможна экспериментальная проверка справедливости допущения о том, что ось симметрии керна является главным направлением, а измеренные значения проницаемости определяют главные значения тензора коэффициентов проницаемости. Экспериментальная проверка сводится к изготовлению дополнительных контрольных кернов малых размеров, выпиленных из полноразмерного керна в плоскости напластования (одного или двух).

В самом деле, если лабораторная система координат не совпадает с главной [95], то компоненты тензоров коэффициентов проницаемости пересчитываются по тензорному закону:

$$k_{ij} = A_{ik} A_{jl} k_{kl} \tag{2.4}$$

где  $k_{ij}^{'}$  – компоненты тензора в лабораторной (новой) системе координат,  $k_{ij}$  – компоненты тензора в главной системе (старой) координат,  $A_{ij} = \cos \alpha_{ij}$  и  $\alpha_{ij}$  угол между i -ой осью новой и j-ой осью старой (которая подразумевается главной) системой координат, по повторяющимся индексам в правой части равенства, здесь и далее, подразумевается суммирование и i, j принимают значения 1,2,3. Поэтому, после пересчета компонент тензора коэффициентов проницаемости по формуле (2.4), все матрицы будут иметь вид

$$k_{ij}^{'} = \begin{pmatrix} k_{11}^{'} & k_{12}^{'} & k_{13}^{'} \\ k_{12}^{'} & k_{22}^{'} & k_{23}^{'} \\ k_{13}^{'} & k_{23}^{'} & k_{33}^{'} \end{pmatrix} , \qquad (2.5)$$

где

$$k_{ij} = A_{i1}A_{j1}k_{11} + A_{i2}A_{j2}k_{22} + A_{i3}A_{j3}k_{33}.$$

Следовательно, если ось симметрии керна не совпадает с главным направлением тензора коэффициентов проницаемости, в эксперименте измеряются лишь три компоненты тензора вместо шести:

$$k_{ij} = \begin{pmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{pmatrix}$$
 (42.6)

Измерение на четвертом, контрольном образце, позволяет сравнить теоретическое значение проницаемости с экспериментальным значением. Если сравнение дает небольшое расхождение, то ось симметрии керна совпадает с главной осью тензора  $k_{ij}$  и тензор имеет диагональный вид. Если же расхождение велико, то ось симметрии керна не совпадает с главной осью тензора  $k_{ij}$  и тензор не имеет диагональный вид и вместо его представления в виде (2.5) используется его неправильное представление в виде (2.6).

Согласно теории значение направленной проницаемости  $k(\vec{n})$ , то есть проницаемости вдоль любого направления  $\vec{n}$  в пористой среде, определяется по формуле [10]:

$$k(\vec{n}) = k_{ij} n_i n_j \tag{2.7}$$

Поэтому если ось симметрии керна совпадает с главной осью тензора  $k_{ij}$ , то выражение для направленной проницаемости в плоскости напластования согласно формуле (2.7) определяется следующим образом:

$$k(\alpha) = k_1 \sin^2(\alpha) + k_2 \cos^2(\alpha), \qquad (2.8)$$

где  $\alpha$  – определяет угол между направлением оси симметрии контрольного образца и осями Ox и Oy,  $k_1, k_2$  – значения проницаемости определенные вдоль осей Ox и Oy соответственно.

Если же ось симметрии керна не совпадает с главной осью тензора  $k_{ij}$ , то выражение для направленной проницаемости в плоскости напластования согласно формуле (2.7) определится иначе:

$$k(\alpha) = k_{11} \sin^2(\alpha) + k_{22} \cos^2(\alpha) + 2\sin\alpha \cos\alpha k_{12}.$$
 (2.9)

Однако значение  $k_{12}'$  не измерено, и проверка будет происходить по формуле

$$k(\alpha) = k_{11} \sin^2(\alpha) + k_{22} \cos^2(\alpha),$$
 (2.10)

и понятно, что отличие экспериментального значения направленной проницаемости с теоретическим может быть значительным.

Таким образом, изготовление четвертого контрольного образца при проведении лабораторного определения тензора коэффициентов проницаемости на керне необходимо не только для того, чтобы проверить тензорную природу проницаемости, но и для установления факта совпадения направления оси симметрии керна с главным направлением тензора коэффициентов проницаемости  $k_{ii}$ .

Особенно просто формула (2.8) представляется, если  $\alpha = 45^{\circ}$ . В этом случае  $k(\alpha) = 0.5(k_1 + k_2)$ , то есть направленное значение проницаемости равно половине от суммы проницаемостей, определенных вдоль главных направлений.

### 2.3. Подготовка керна к исследованиям. Разметка торцов и боковой поверхности керна

Для проведения комплекса экспериментов по предложенной методике необходим полноразмерный керн диаметром не менее 7 см и высотой 6 см. Керн не должен содержать каких-либо видимых разрушений и трещин, которые свидетельствуют о наличие значительных разрушений и внутри керна, что приводит к получению недостоверных данных. Минимальные высота и диаметр керна обусловлены требованиями некоторых экспериментов, а также количеством и геометрическими размерами необходимых образцов меньшего диаметра для выпиливания. Поверхность торца и боковой поверхности керна должны быть обработаны и иметь форму цилиндра.

Для разметки берется полноразмерный керн с обработанными торцами и боковой поверхностью. Разметка проводится по принципу, показанному на Рис. 2.1. перпендикулярно оси симметрии керна выбираются несколько сечений (плоскостей) с некоторым шагом между собой. Шаг зависит от диаметра коронки, которой потом будут выпиливаться образцы меньшего диаметра. Обычно применяются два размера коронок 2,54 см и 3 см. Первый является стандартным размером для американских коронок (дюймовые), второй - для отечественных. Шаг между выбранными плоскостями для измерений обычно выбирается равным половине диаметра коронки. Количество точек для измерений в каждой выбранной плоскости может варьироваться, в некоторых случаях необходимо увеличение количества точек для измерения, например, наличие неоднородности в керне. Помимо боковой поверхности размечаются и торцы керна. Измерения упругих волн через торцы керна позволяет в некоторых случаях подтвердить, что ось керна является главным направлением, а также при выявить наличие неоднородностей в керне.



Рис. 2.1. Пример выполнения разметки полноразмерного керна (римскими цифрами обозначены выбранные плоскости) на 12 сегментов

## 2.4. Установление латеральной анизотропии фильтрационно-емкостных свойств пористых сред ультразвуковым методом

Существуют различные подходы к определению упругих свойств пористых сред. В [90] показано, что симметрия упругих свойств пористых сред связана с симметрией фильтрационных свойств. Измерение упругих свойств керна позволяет определить симметрию тензоров четвертого ранга. В теории фильтрации тензорами четвертого ранга описываются нелинейные законы фильтрации, а также тензор относительных фазовых проницаемостей, задающий связь между абсолютными и фазовыми проницаемостями в анизотропных пористых средах [33]. Исходя из вышесказанного, методики по определению латеральной анизотропии фильтрационно-емкостных свойств пористых сред имеют достаточно хорошее развитие в настоящее время. Рассмотрим определение анизотропии фильтрационных свойств ультразвуковым методом.

В [88, 100] хорошо описана теория распределения упругих волн в кристаллах. Плоская упругая волна описывается полем вектора смещения:

$$\bar{u}(\bar{r},t) = A\bar{p}e^{(i\bar{k}\cdot\bar{r}-iwt)},\tag{2.11}$$

где А - амплитуда волны,  $\overline{p}$  - вектор поляризации (единичный вектор, совпадающий по направлению с вектором смещения),  $\overline{k} = (2\pi/\lambda)\overline{m}$  - волновой вектор,  $w = (2\pi/\lambda)v$  - циклическая частота,  $\lambda$  - длина волны, v - фазовая скорость,  $\overline{m}$  - единичный вектор волновой нормали.

Поле смещения должно удовлетворять уравнениям эластодинамики:

$$C_{ijkl}\frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2},\tag{2.12}$$

где  $C_{ijkl}$  - адиабатические коэффициенты упругости кристалла (тензор модулей упругости),  $\rho$  - плотность кристалла. Из (2.11) и (2.12) можно вывести закон распределения упругих волн в кристаллах, который называется уравнением Кристоффеля:

$$\left(C_{ijlm}n_jn_i - \rho \nu^2 \delta_{im}\right)u_m = 0, \qquad (2.13)$$

где  $\rho$  - плотность среды,  $C_{ijlm}$  - тензор модулей упругости, v - фазовая скорость волны,  $u_m$  - компоненты вектора смещения среды, вектор смещения  $\vec{u}$  является собственным вектором.

Запишем характеристическое уравнение для (2.3):

$$\left|C_{ijlm}n_{j}n_{i}-\rho\nu^{2}\delta_{im}\right|=0, \qquad (2.14)$$

где  $v^2$  является корнем уравнения.

Как и в случае одноосного сжатия керна, для каждой из групп симметрии можно показать геометрическую интерпретацию закономерностей распределения скоростей упругих волн в кристаллах. Для этого необходимо построить волновые поверхности (поверхности фазовых скоростей). Уравнение поверхности фазовых скоростей задается выражением:

$$\left| C_{ijlm} n_j n_i \nu^2 - \rho \nu^4 \delta_{im} \right| = 0, \qquad (2.15)$$

Можно заметить, что выражение (2.15) является уравнением 12-го порядка и задает три полости. Одна из полостей характеризует векторы фазовых скоростей квазипродольных волн  $\vec{v}_{ql}$ , две другие - векторы фазовых скоростей квазипопереченых волн (быстрые  $\vec{v}_{qfs}$  и медленные  $\vec{v}_{qss}$ ). Сечение поверхности фазовых скоростей представлено на Рис. 2.2.



Рис. 2.2. Сечение поверхности фазовых скоростей упругих волн плоскостью *x*<sub>1</sub>*Ox*<sub>2</sub> Приведем сечения поверхностей фазовых скоростей для каждой из групп симметрии:

1) Изотропный тип:

• группы симметрии кубической сингонии



Рис. 2.3. Сечение поверхности фазовых скоростей упругих волн для изотропной среды (а) и для групп симметрии кубической сингонии (б)

- 2) Трансверсально-изотропный тип:
  - группы симметрии гексагональной, тетрагональной и тригональной сингонии



Рис. 2.4. Сечение поверхности фазовых скоростей упругих волн для групп симметрии гексагональной (а), тетрагональной (б) и тригональной (в) сингонии

- 3) Ортотропный тип:
  - группы симметрии ромбической сингонии



Рис. 2.5. Сечение поверхности фазовых скоростей упругих волн для групп симметрии ромбической сингонии

- 4) Моноклинный тип:
  - группы симметрии моноклинной сингонии



Рис. 2.6. Сечение поверхности фазовых скоростей упругих волн для групп симметрии моноклинной сингонии

- 5) Триклинный тип:
  - группы симметрии триклинной сингонии



Рис. 2.7. Сечение поверхности фазовых скоростей упругих волн для групп симметрии триклинной сингонии

Похожие (Рис. 2.3) - (Рис. 2.7) распределения скоростей можно получить, если проводить эксперименты на установке, измеряющей время прохождения через упругих волн (продольных И поперечных) пористые среды С соответствующими группами симметрии. Однако стоит заметить, что данные интерпретации геометрические отражают лишь качественную оценку закономерностей распределения и не позволяют на практике отличить один тип анизотропии от другого. Такой метод определения анизотропии фильтрационноемкостных свойств в пористых средах позволяет установить наличие латеральной анизотропии и определить главные направления без каких-либо структурных нарушений, искажающих дальнейшие результаты исследований. Выделяют два основных метода определения скорости упругих волн [8, 88, 95, 100]:

1) Резонансные звуковые;

2) Импульсные ультразвуковые.

Импульсные ультразвуковые методы определения скорости упругих волн наиболее распространены и обладают большей точностью. Определение скорости распространения ультразвуковых (УЗ) волн основывается на измерении времени прохождения импульса упругой акустической волны от источника ультразвука к приемнику, установленных с противоположных сторон исследуемого образца. Скорость распространения ультразвуковой волны:

$$v_p = \frac{L}{t},\tag{2.16}$$

где  $v_p$  - скорость распространения продольной волны, L - длина исследуемого образца, t - зарегистрированное время прохождения волны.

Необходимо отметить, что скорость распространения ультразвуковой волны в образце керна будет равна скорости распространения ультразвуковой волны в бесконечной среде только в том случае, если отношение радиуса образца к длине УЗ волны больше единицы.

В качестве примера экспериментальной установки для определения скорости распространения УЗ волн в керне выберем "Узор-2000" (Рис. 2.10)



Рис. 2.8. Экспериментальная установка «Узор - 2000» для измерения скорости прохождения ультразвуковых волн в различных средах

Установка "Узор - 2000" включает в себя генератор ультразвуковых волн, волнового преобразователя, кернодержателя и регистрирующего устройства. Генератор ультразвуковых волну, которая волн создает принимается преобразователем с противоположной стороны боковой поверхности керна в выбранном сечении. При проведении исследований считается, что ось керна является главным направлением тензора проницаемости. Такое для предположение обосновывается тем, что для горизонтально залегающих пластов ОДНО ИЗ главных направлений тензора проницаемости направлено перпендикулярно плоскости напластования. Поэтому, если керн отобран из вертикальной скважины и из горизонтально залегающего пласта, то ось симметрии керна является главным направлением.

#### 2.5. Определение абсолютной проницаемости кернового материала по газу

Выделяют несколько методик по определению проницаемости, но все их можно разделить на методики нестационарной и стационарной фильтрации. Также можно разделить методики на линейные и радиальные. В линейных методиках градиент давления создается на торцах керна, а по боковой поверхности образец обжимается некоторым давлением, создавая, таким образом, давление частично схожее с пластовым и задавая направление фильтрации вдоль оси керна. В радиальных методиках направление фильтрации идет от оси керна к его боковой поверхности. Для определения абсолютной проницаемости обычно применяются азот, гелий или воздух.

Так как для определения компонент тензоров проницаемости необходимо определение именно направленных характеристик, то для лабораторных исследований была выбрана линейная методика стационарной фильтрации газа.

При проведении эксперимента вентилем 10 устанавливается такая скорость истечения жидкости из газомера, чтобы давление на выходе было равно атмосферному. Это проверяется с помощью индикаторного сосуда, в котором находится стеклянная трубка, соединяющая выход газомера и сосуда. Давление в обжиме между образцом и резиновой манжетой должно быть больше, чем В кернодержатель. Это давление газа на входе позволяет избежать проскальзывания газа между манжетой и образцом. Кернодержатель расчитан на керны длиной от 3 до 5 см и диаметром от 2,5 до 3,2 см.

Установка для измерения абсолютной проницаемости состоит из следующих элементов:

- 1. Компрессор;
- 2. Редуктор (позволяет снижать давление в линии перед кернодержателем до значения 0,5 МПа).
- 3. Хлоркальциевая трубка (необходима для удаления влаги из воздуха).
- 4. Механический фильтр.
- 5. Манометр.
- Редуктор с плавным изменением величины давления перед кернодержателем (позволяет изменять давление от 0 до 0,16 МПа).
- 7. Образцовый манометр (измеряет давление на входе в кернодержатель).
- 8. Вентиль, подающий газ в кернодержатель.

- 9. Трехходовой кран (в зависимости от расхода газа включает либо расходомер, либо малый газомер).
- 10. Вентиль, выпускающий газ из газомера.
- 11. Индикаторный сосуд, заполненный жидкостью.
- 12. Кернодержатель (имеет боковой пневматический обжим).
- 13. Вентиль, подающий газ на резиновую манжету для обжима.
- 14. Манометр, измеряющий давление обжима.
- 15. Вентиль для спуска газа из обжимающей манжеты.



Рис. 2.9. Схема установки для измерения абсолютной проницаемости при стационарной фильтрации газа

## 2.6. Установление анизотропии функции плотности распределения пор по радиусам методом рентгеновской компьютерной томографии

Существует различные методы определения распределения пор по радиусам (Рис. 2.10). Наиболее распространенные из них:

- определение функции распределения по кривым зависимости капиллярного давления от насыщенности;
- получением на рентгеновском томографе большого количества срезов, компьютерный расчет по этим срезам функции распределения пор по радиусам и ее осреднение по объему;

3) использования метода ядерно-магнитного резонанса.

Определение функции распределения пор по радиусам по кривым зависимости капиллярного давления от насыщенности предполагает использование известной связи [69]:

$$p_k = \frac{2\sigma \cos\theta}{r_k},\tag{2.17}$$

где  $p_k$  - капиллярное давление,  $\sigma$  - коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела фаз,  $\theta$  - статический краевой угол смачивания,  $r_k$  - радиус капилляра (поры).

Использование ядерно-магнитного резонанса для определения функции распределения пор по радиусам основывается на явление, в котором ядро поглощает электромагнитное излучение определенной частоты, создаваемое сильным магнитом. В результате такого поглощения электромагнитной энергии ядром (например, ядром водорода) происходит выстраивание ядер атомов вещества по силовым линиям внешнего основного магнитного поля. При воздействии на такие ядра другого магнитного поля резонансного к первому приводит ядра атомов в движение, а именно, к их вращению и прецессии. Резонансное магнитное поле изменяется в зависимости от частоты прецессии ядер (резонирует с движением ядер). После возникновения рецессии резонансное магнитное поле отключается, а основной магнит продолжает работать. После этого возникает процесс релаксации, то есть процесс возвращения ядер к равновесному состоянию по силовым линиям основного магнитного поля. Для пористых сред, насыщенных каким-либо флюидом, длительность такого процесса рецессии зависит от диаметров поровых каналов и пор (чем меньше диаметр пор, тем быстрее ядра теряют энергию).



Рис. 2.10. Распределение пор по радиусам

Для определения функции распределения пор по радиусам (ФРПР) в данной работе применялся метод рентгеновской компьютерной томографии (РКТ), так как помимо определения ФРПР он позволяет получить трехмерную модель пустотного пространства (Рис 2.11), определить наличие трещин и механического разрушения образца, которые могут иметь критическое влияние на измеряемые фильтрационно-емкостные свойства (абсолютную проницаемость, капиллярные фазовые кривые, относительные проницаемости, остаточные водо-И нефтенасыщенности). РКТ имеет одно серьезное преимущество перед ЯМР - это возможность создания трехмерной модели, по которой можно установить объем связанных и несвязанных пор, форму и ориентацию пор. По объему связанных пор проводится сравнение со значением пористости, измеренным прямыми методами, а форма И ориентация пор И поровых каналов позволяет охарактеризовать анизотропию фильтрационно-емкостных свойств. В работе [97] рассматриваются вопросы определения связанных пор, ориентации и формы пор. Определение связанности и удаленности объектов порового пространства на отдельных срезах представлены на Рис 2.12.



Рис. 2.11. Объемная картина неоднородного порового пространства реального

керна



Рис. 2.12. Определение связанности и удаленности объектов порового пространства

Таким образом, эксперимент по определению функции распределения пор по радиусам методом рентгеновской компьютерной томографии состоит из следующих этапов:

1. Томографом производиться съемка керна с выбранным разрешением. В результате получается некоторое количество срезов (Рис. 2.13)

- На каждом срезе компьютер определяет количество объектов (пор) и определяет площадь каждого объекта.
- 3. Каждому объекту ставится в соответствие круглая пора диаметром  $d_n$
- 4. Зная площадь каждого объекта может быть посчитана геометрическая просветность *S* :

$$s(n_i) = \frac{S_{\pi}}{S_0},\tag{2.18}$$

где S<sub>П</sub> - площадь всех пустот, S<sub>o</sub> - площадь всего сечения керна.

5. Определив общее количество круглых пор диаметром *d<sub>n</sub>* для всех полученных срезов, можно получить распределение пор по радиусам.



Рис. 2.13. Срез образца керна, на котором проводилось определение количества объектов и их площадь

По формуле (2.18) определяется геометрическая просветность для выбранного сечения. В работе [31] разделяются понятия геометрической и физической просветности. Геометрическая просветность, определяемая выражением (2.18), зависит от ориентации плоскости сечения в пустотном пространстве пористой среды. Физический смысл просветности задается выражением, связывающим векторные поля скорости фильтрации и средней истинной скорости:

$$w_i = S_{ij} v_j, \tag{2.19}$$

где  $W_i$  - вектор скорость фильтрации,  $V_j$  - вектор средней истинной скорости фильтрации,  $S_{ij}$  - тензор физической просветности.

Модули векторов  $W_i$  и  $V_j$  определяются как отношения расхода к площади всего сечения - для вектора скорости фильтрации, и к площади просветов в сечении - для вектора средней истинной скорости.

Для изотропного случая физическая просветность записывается в виде:

$$S_{ij} = s\delta_{ij}, \tag{2.20}$$

где  $\delta_{ij}$  - дельта Кронекера, s - просветность.

Однако, анизотропные пористые среды также могут проявлять изотропные физические свойства, что приводит к неэквивалентности геометрической и физической просветности [70]. Для доказательства этого утверждения в [31] выбирается простейшая плоская периодическая структура, состоящая из двух систем взаимно перпендикулярных плоских каналов шириной b и расстояниями между каналами a (Рис).



Рис. 2.14. Периодическая плоская структура, образованная двумя системами плоских взаимно перпендикулярных каналов

Пористость для такой периодической структуры (Рис. 2.14) определяется как:

$$m = \frac{2b(a+b)-b^2}{(a+b)^2},$$
 (2.21)

При *а* >> *b* (например, для трещиноватых пористых сред) соотношение (2.21) приобретает вид:

$$m = \frac{2b}{(a+b)'} \tag{2.22}$$

Для определения геометрической просветности  $s(n_i)$  необходимо выбрать неподвижную точку (полюс), например, в выбранной периодической плоской структуре таким полюсом удобно выбрать центр квадрата, причем просветность вычисляется на трансляции вдоль выбранных сечений, которая определяется как кратчайшее расстояние между двумя гомологичными полюсами (центры квадратов). Произведя вычесления геометрической просветности, можно заметить, что значения функции  $s(n_i)$  заключены на отрезке:

$$b/(a+b) \le s(n_i) \le 2b(a+b),$$
 (2.23)



Рис. 2.15. График геометрической просветности для периодической плоской структуры пористой среды при *a/b=3* 

На Рис. 2.15 показан график функции геометрической просветности  $s(n_i)$  для выбранной периодической плоской структуры при соотношении a/b=3.

Определить физическую просветность можно, используя модель жестких трубок, для которой считается, что потоки в каналах не взаимодействуют (Рис. 2.16). Тогда средняя скорость в канале определяется по формуле Буссинеска:

$$v_i^{(\alpha)} = \frac{b^2}{12\mu} \frac{\Delta p}{L} \eta_i^{(\alpha)} \eta_j^{(\alpha)} n_J, \qquad (2.24)$$

где  $\mu$  - вязкость жидкости,  $\Delta p = (p_1 - p_2)$  - перепад давления между сечениями  $A_1$  и  $A_2$ , L - расстояние между сечениями  $A_1$  и  $A_2$ ,  $\eta_i^{(\alpha)}$  компоненты орта, задающего направление канала,  $n_i$  - компоненты орта, перпендикулярного сечениям. Здесь верхний индекс в скобках обозначает номер системы каналов.



Рис. 2.16. Модель жестких трубок для определения физической просветности

Также как и для геометрической прогрессии, главный вектор скорости определяется на трансляции как:

$$V_{i} = \frac{b^{3}H}{12\mu(a+b)} \frac{\Delta p}{L} (\eta_{i}^{(1)}\eta_{j}^{(1)} + \eta_{i}^{(2)}\eta_{j}^{(2)}) n_{J} = \frac{b^{3}H}{12\mu(a+b)} \frac{\Delta p}{L} n_{i}, \quad (2.25)$$

где *Н* - длина трансляции.

Из (2.25) следует соотношение для вектора скорости фильтрации:

$$w_{i} = \frac{V_{i}}{H} = \frac{b^{3}}{12\mu(a+b)} \frac{\Delta p}{L} n_{i}, \qquad (2.26)$$

Для средней истинной скорости получается выражение, в котором учитывается эффективная площадь просветов при суммировании потоков и равна bH/(a+b):

$$v_{i} = \frac{V_{i}(a+b)}{bH} = \frac{b^{2}}{12\mu} \frac{\Delta p}{L} n_{i}, \qquad (2.27)$$

Выражения (2.26) и (2.27) позволяют получить соотношение для определения тензора физической просветности:

$$S_{ij} = \frac{b}{(a+b)} \delta_{ij}, \qquad (2.28)$$

На примере системы двух взаимно перпендикулярных каналов видно, что даже для сред с изотропными фильтрационными свойствами стоит различать геометрическую и физическую просветности, так как они не являются эквивалентными.

#### 2.7. Определение зависимостей капиллярного давления от водонасыщенности в анизотропных пористых средах

Капиллярное давление  $p_{\kappa}$  в пористой среде определяется как:

$$p_{\rm Hc} - p_{\rm c} = p_{\rm K}(S_c), \qquad (2.29)$$

где  $p_{hc}$  - давление в несмачивающей жидкости,  $p_c$  - давление в смачивающей жидкости,  $S_c$  - насыщенность.

Формула (2.29) означает, что для существования частичной насыщенности несмачивающей жидкости в пористой среде в присутствие смачивающей жидкости необходимо, чтобы давление в несмачивающей жидкости было больше, чем в смачивающей [69, 133].

#### 2.7.1. Методы определения зависимости капиллярного давления от водонасыщенности

Для измерения капиллярного давления применяются следующие методики:

- 1. Гравитационный метод.
- 2. Метод вытеснения.
- 3. Метод центрифугирования.

Гравитационный метод широко используется для определения зависимости капиллярного давления от насыщенности в рыхлых пористых средах, например, грунтах. В этом методе используется вертикальная трубка, в которую помещается рыхлый пористый материал, насыщенный несмачивающей жидкостью. Трубка устанавливается нижним концом в емкость, заполненную смачивающей жидкостью. Тогда капиллярное давление на любой высоте *z* выражается:

$$p_k(z) = (\rho_c - \rho_{\rm Hc})gz, \qquad (2.30)$$

где  $\rho_c$  - плотность смачивающей жидкости,  $\rho_{_{Hc}}$  - плотность несмачивающей жидкости.

После установления равновесия на некоторой высоте определяется капиллярной давление по формуле (2.30) и определяется насыщенность по измерению удельных электрических сопротивлений. Такой метод определения зависимости капиллярного давления от насыщенности не используется для горных пород, так как время установления равновесия для горных пород может быть очень велико.

Метод вытеснения можно также назвать мембранным методом. Суть метода заключается в том, что образец породы, насыщенный смачивающей жидкостью, помещается в емкость, заполненную несмачивающей жидкостью. Дно этой емкости должно пропускать смачивающую жидкость и не пропускать несмачивающую, то есть дно представляет собой полупроницаемую мембрану. Медленное повышение давления несмачивающей жидкости в емкости приводит к проникновению несмачивающей жидкости в образец керна и вытеснению части

смачивающей жидкости из образца через полупроницаемую мембрану в мерную емкость. Так как вытесненный объем смачивающей жидкости легко измеряется мерной емкостью, а давление в несмачивающей жидкости известно, то можно определить капиллярное давление.

Применение метода вытеснения имеет некоторые недостатки:

- на установление равновесия в жидкости уходит большое количество времени (для среднепроницаемых кернов около 2-3 недель, а для низкопроницаемых образцов - несколько месяцев);
- метод неприемлем для образцов горных пород трещинного, кавернового и каверново-трещинного типов.

центрифугирования не Использование метода позволяет напрямую получить зависимость капиллярного давления от насыщенности, а лишь при определенных условиях косвенным методом. В данном методе образец породы смачивающей жидкостью, (керн), насыщенный помещают В емкость С несмачивающей жидкостью. Эта емкость устанавливается в центрифуге, которая вращается при разных угловых скоростях. На каждой из выбранных угловых скоростях проводятся измерения количества вытекшей жидкости, так как при вращении емкости в смачивающей и в несмачивающей жидкостях возникает градиент давления, направленный от оси вращения по радиусам.

Если плотность смачивающей жидкости выше, чем плотность несмачиващей жидкости, то на нее действует большее давление и она вытесняется из образца керна несмачивающей жидкостью. При поддержании постоянной угловой скорости в образце керна устанавливается некоторо равновесное состоянии распределения насыщенностей. Это распределение по сути и задает зависимость капиллярного давления от насыщенности.

На Рис. 2.6. показаны капиллярные кривые для сравнения метода полупроницаемой мембраны (капилляриметрии) и метода центрифугирования на примере кварцевых песчаников Ромашкинского месторождения [61]. Как видно из Рис. 2.17 результаты измерений для метода полупроницаемой мембраны и метода центрифугирования очень близки. Различия связаны с механизмами

вытеснения воды из образца породы и особенностями изменения перепада давления в каждом сечении керна при проведении центрифугирования.

Основной сложностью при использовании центрифуги для определения зависимости капиллярного давления от насыщенности является методика расчета капиллярного давления и текущей насыщенности. Наибольшее распространение получили две методики расчета:

- 1. Способ Б.И. Тульбовича.
- 2. Способ Хасслера Бруннера



Рис. 2.17. Кривые капиллярного давления для методов полупроницаемой мембраны и метода центрифугирования: 1, 2, 3 – проницаемость образцов составляет соответственно 0,24; 0,2 и 0,006 мкм2

Б.И. Тульбовичем была предложена методика, по которой текущая водонасыщенность определяется как средняя величина для всего образца керна по объему вытесненной жидкости [99]. Также им была получена эмпирическая формула для определения капиллярного давления, причем зависимость капиллярного давления от насыщенности приближена к зависимости, получаемой

методом полупроницаемой мембраны. Эмпирическая формула для определения капиллярного давления записывается в виде:

$$p_k = 1,09 \cdot 10^{-9} \Delta \rho n^2 \left(\frac{9rl + 2l^2}{36}\right), \tag{2.31}$$

где  $p_{\kappa}$  - капиллярное давление,  $\Delta \rho$  - разность плотностей смачивающей и несмачивающей жидкостей, n - частота вращения ротора, l - длина образца, r - радиус вращения образца.

Способ Хасслера - Брунера основывается на определении капиллярного давления и соответствующей насыщенности на внешнем торце керна при разных угловых скоростях из закономерностей распределения капиллярного давления и насыщенности в каждом сечении образца. Так как в каждом сечении образца распределение меняется из-за изменения расстояния от центра вращения, то данный способ стал значительно более точным в последнее время. В [61] указывается, что способ Хасслера - Бруннера может быть рекомендован, как основной при определении распределения капиллярного давления от насыщенности для высоко- и среднепроницаемых пород порового типа.



Рис. 2.18. Кривые капиллярного давления, рассчитанные двумя способами: 1, 2, 3 – проницаемость образцов составляет соответственно 0,24; 0,2 и 0,006 мкм2

На Рис. 2.18 показаны капиллярные кривые, рассчитанные способом Б.И. Тульбовича и Хасслера - Бруннера для образцов пород с различной проницаемостью, который подтверждает хорошую точность определения зависимости капиллярного давления OT насыщенности для высоко-И среднепроницаемых коллекторов.

Во всех вышеперечисленных методах определения кривых капиллярного давления образец горной породы перед началом эксперимента насыщался либо смачивающей жидкостью, либо несмачивающей. Некоторые методы позволяют проводить эксперимент как для одного, так и для другого случая. При этом капиллярные кривые для одного и для другого случая будут различны. Этот эффект называется капиллярным гистерезисом (Рис. 2.8).



Рис. 2.19. Пример капиллярного гистерезиса зависимостей капиллярного давления от насыщенности для горной породы

На Рис. 2.19 кривая 1 называется кривой вытеснения, характеризующая начальное насыщение образца керна смачивающей жидкостью и вытеснение ее несмачивающей. Кривая 2 называется кривой пропитки и характеризует начальное насыщение образца несмачивающей жидкостью.

Необходимо отметить, что в большинстве практических задач не требуется определение капиллярного гистерезиса, так как обычно осуществляются режимы течения, требующие определения только одной кривой капиллярного давления. С другой стороны, капиллярный гистерезис крайне важен для задач, связанных с подземным хранением газа, где происходят частые изменения в режимах течения (периоды отбора и закачки газа).

# 2.7.2. Обобщение представления функции Леверетта на случай анизотропных сред

Формула для капиллярного давления (2.29) для модели Раппопорта - Лиса может быть записана в виде [131]:

$$p_k(s) = a_n \cos\theta \sqrt{\frac{m}{k}} J(s), \qquad (2.32)$$

где  $\theta$  - статический краевой угол смачивания между жидкостями и породой, m - пористость, k - коэффициент абсолютной проницаемости,  $a_n$  - коэффициент межфазного натяжения, J(s) - безразмерная функция Леверетта.

В формуле (2.32) корень из отношения проницаемости к пористости  $\sqrt{m/k}$  характеризует величину, обратную характерному линейному размеру пор.

Обобщение представления капиллярного давления на случай анизотропных сред включает в себя введение тензора капиллярных давлений  $p_{ij}^k$  и тензора  $R_{ij}$ , обратного тензору характерных линейных размеров:

$$p_{ij}^k(s) = a_n \cos\theta J(s) R_{ij}.$$
(2.33)

В формуле (2.33) предполагается, что функция Леверетта J(s) является универсальной функций насыщенности. Однако, экспериментальные исследования показали зависимость функции Леверетта от типа пористой среды [45]. Это означает, что она должна представляться тензором четвертого ранга

*J*<sub>*ijkl</sub> и зависит от типа анизотропии пористой среды.* В этом случае формула (2.33) примет вид [26]:</sub>

$$p_{ij}^{k}(s) = J_{ijkl}^{*} R_{ij}, \qquad (2.34)$$

где

$$J_{ijkl}^* = a_n \cos\theta J_{ijkl}.$$
 (2.35)

Тензор  $J_{ijkl}$  четвертого ранга симметричен по первой и второй паре индексов, а также их перестановке.

Вид тензоров  $R_{ij}$  и  $J_{ijkl}^*$  зависит от группы симметрии кристаллической решетки и представлены в [26].

# 2.8. Определение функций относительных фазовых проницаемостей в анизотропных пористых средах

## 2.8.1. Обобщенный закон Дарси для анизотропных сред при двухфазной фильтрации

Обобщенный закон Дарси для двухфазной фильтрации на случай анизотропных сред записывается в виде [27]:

$$w_i^{\alpha} = -\frac{k_{ij}^{\alpha}}{\mu^{\alpha}} \nabla_j p_{\alpha}, \qquad (2.36)$$

где  $\alpha = 1,2$  и задает номер фазы,  $k_{ij}^{\alpha}$  - тензор коэффициентов фазовых проницаемостей для каждой из фаз. Тензор коэффициентов фазовых проницаемостей задает фильтрационные свойства при совместном течении двух однородных несмешивающихся жидкостей.

Между тензорами коэффициентов фазовой проницаемости и абсолютной проницаемости существует связь. Для изотропных сред такая связь выражается:

$$k^{\alpha}\delta_{ij} = f^{\alpha}(s_1, s_2)k\delta_{ij}, \qquad (2.37)$$

где  $\delta_{ij}$  - дельта Кронекера,  $k^{\alpha}$ , k - коэффициенты фазовой и абсолютной проницаемостей,  $f^{\alpha}(s_1, s_2)$  - функция относительных фазовых проницаемостей, зависящая от насыщенности пористой среды фазами, но так как сумма насыщенностей пористой среды фазами равна единице, то выбирают зависимость от водонасыщенности.

При переходе описания связи (2.37) от изотропных сред к анизотропным появляется необходимость представления функции относительных фазовых проницаемостей как тензора четвертого ранга [38]:

$$k_{ij}^{\alpha} = F_{ijkl}^{\alpha} k_{kl}, \qquad (2.38)$$

где  $F_{ijkl}^{\alpha}$  - тензор коэффициентов относительных фазовых проницаемостей симметричный по первой и второй паре индексов и их перестановке.

#### 2.8.2. Лабораторное определение относительных фазовых проницаемостей

Для определения относительных фазовых проницаемостей (ОФП) существует достаточной большой набор методов:

- Численные эксперименты.
- Определение ОФП по данным капилляриметрии.
- Расчет данных нестационарного вытеснения.
- Расчет по данным метода совместной стационарной фильтрации.
- Эмпирические зависимости, полученные в результате многочисленных обработок экспериментальных данных.

В настоящее время известно много эмпирических формул для определения ОФП, таких как формулы А.К. Курбанова и И.Ф. Куранова, Дж. Джонс-Парра и Дж Калхауна [76, 80, 84, 99, 102, 104, 110, 111]. Также достаточно широкое

применение получили расчетные формулы, позволяющие по экспериментальным кривым капиллярного давления получать кривые относительных фазовых проницаемостей. Например, при использовании метода Бурдайна для определения ОФП предлагается следующая последовательность расчета [3]:

- 1. Выбор образцов керна со значениями проницаемости близкими к значениям проницаемости для рассматриваемого месторождения.
- 2. Получение экспериментальных кривых капиллярного давления для каждого образца керна (обычно методом цетрифигурования).
- 3. Осреднение экспериментальных кривых капиллярного давления.
- 4. Определение ОФП методом Бурдайна по формулам:

$$k_{\rm B}^{\rm OTH} = \left[\frac{S_{\rm B} - S_{\rm BO}}{1 - S_{\rm BO}}\right]^2 \frac{\int_{S_{\rm BO}}^{S_{\rm B}} \frac{dS_{\rm B}}{P_k^2}}{\int_{S_{\rm BO}}^1 \frac{dS_{\rm B}}{P_k^2}}$$
(2.39)

$$k_{\rm H}^{\rm oth} = \left[1 - \frac{S_{\rm B} - S_{\rm B0}}{1 - S_{\rm H0} - S_{\rm B0}}\right]^2 \frac{\int_{S_{\rm B}}^{1} \frac{dS_{\rm B}}{P_{k}^2}}{\int_{S_{\rm B0}}^{1} \frac{dS_{\rm B}}{P_{k}^2}}$$
(2.40)

где  $P_k$  - капиллярное давление,  $S_e, S_{eo}$  - водонасыщенность и остаточная водонасыщенность соответственно,  $S_{\mu o}$  - остаточная нефтенасыщенность.

Использование таких расчетных и эмпирических формул обусловлено необходимостью быстрого определения кривых ОФП в больших количествах. Поэтому точность таких расчетов не очень высока.

Для получения надежных и высокоточных результатов по определению ОФП требуется проведение качественных лабораторных исследований с применением жидкостей в условиях, близких к пластовым. Таким требованиям определения ОФП соответствуют метод нестационарного вытеснения нефти водой и метод совместной стационарной фильтрации нефти и воды. Сравнение результатов определения кривых ОФП различными методами [56] показало, что метод определения кривых ОФП при совместной стационарной фильтрации

нефти и воды может быть предложен как основной и является контрольным для других методов.

Согласно OCT 39-235-89 «НЕФТЬ. Метод определения фазовых проницаемостей в лабораторных условиях при совместной стационарной фильтрации» эксперимент ПО определению относительных фазовых проницаемостей включает в себя последовательность опытов [79]. В каждый из опытов (режимов) нефть (или аналог нефтяной фазы) и вода подаются совместно с определенным соотношением, меняющимся от одного опыта к другому, причем суммарный объем обеих фаз остается неизменным.

На каждом режиме фильтрации все показатели определяются только после достижения установившегося режима. Количество режимов выбирается в зависимости от типа коллектора, абсолютной проницаемости пористой среды, плотности и вязкости выбранных жидкостей, создаваемого внешнего давления и других параметров.

Определение нефтенасыщенности при каждом режиме фильтрации проводится по уравнению материального баланса:

$$S_{\rm Hi} = S_{\rm Hi-1} + \frac{V_{\rm HBak} - V_{\rm HBbir} + \Delta f_{\rm Hi} V_{\rm M}}{V_{\rm m}},$$
(2.41)

где  $S_{\mu i}, S_{\mu i-1}$  - нефтенасыщенность i-того и (i-1)-го режимов фильтрации,  $V_{\mu 3a\kappa}, V_{\mu 6bm}$  - объем нефти, закачанной и вытесненной из образца керна,  $V_{M}$  - мертвый объем кернодержателя и подводящих капиллярных трубок,  $\Delta f_{\mu i}$  - доля нефти в потоке в i-ом режиме.

Значения фазовых проницаемостей определяются из уравнения Дарси:

$$k_i^{\alpha} = \frac{Q_i^{\alpha} \mu^{\alpha} l}{\Delta P_i F},\tag{2.42}$$

где  $\alpha = 1,2$  и задает номер фазы,  $k_i^{\alpha}$  – значения фазовых проницаемостей на i-том режиме фильтрации,  $Q_i^{\alpha}$  – расходы на i-том режиме фильтрации,  $\mu^{\alpha}$  - вязкость в условиях эксперимента,  $\Delta P_i$  - перепад давления на i-том режиме фильтрации, F – площадь поперечного сечения керна, l – длина керна.
Значения относительных фазовых проницаемостей определяются по формуле:

$$\varphi_i^{\alpha} = \frac{k_i^{\alpha}}{k^{\alpha}},\tag{2.43}$$

где  $\varphi_i^{\alpha}$  - значение относительной фазовой проницаемости на i-ом режиме фильтрации,  $k^{\alpha}$  - значение абсолютной проницаемости.

На Рис. 2.20 представлена экспериментальная установка по определению кривых относительных фазовых проницаемостей в лаборатории научного центра аналитических и специальных исследований керна ОАО "ВНИИНефть" им. акад. А.П. Крылова, на которой проводились лабораторные исследования в данной работе.



Рис. 2.20. Установка для определения кривых ОФП в ОАО "ВНИИНефть" им. акад. А.П. Крылова

#### Выводы по второй главе

Во второй главе подробно рассмотрена методика комплексных лабораторных исследований, применяемая в данной работе. Описан каждый из

применяемых методов с указанием положительных и отрицательных сторон. В результате проведенного анализа можно сделать выводы:

1. Рассмотрены основные применяемые методы установления анизотропии упругих свойств в лабораторных условиях. Представлены сечения указательных поверхностей, получаемые с помощью ультразвукового метода для всех групп симметрии. Показано, что применение ультразвукового метода установления анизотропии горных пород позволяет получать сечения волновых поверхностей.

2. Дано представление о способах определения функции распределения пор по радиусам в лабораторных условиях, из которого следует, что метод рентгеновской компьютерной томографии дает более полные и точные данные о структуре пористой среды. Показано, что с помощью метода рентгеновской компьютерной томографии возможно измерение распределения пор ПО радиусам, геометрической и физической просветностей и эффективного диаметра. Также отмечена необходимость разделения понятий геометрической и физической просветности, так как они не эквивалентны между собой даже для изотропных пористых сред.

3. B результате анализа методов определения капиллярных кривых, подтверждено, что для средне- и высокопроницаемых пористых сред хорошие метода центрифугирования, результаты дает использование В котором капиллярное давление и насыщенности рассчитываются способом Хасслера -Брунера. Использование такого подхода позволяет провести лабораторные эксперименты по установлению наличия анизотропии капиллярного давления и функций Леверетта. Также показано, что функцию Леверетта необходимо задавать тензором четвертого ранга. Для всех типов анизотропии выписаны представления тензора, обратного тензору характерных линейных размеров и функции Леверетта.

4. Отмечено, что существует большое количество экспресс-методик по определению ОФП. Однако для получения достоверных результатов рекомендуется проведение методики по ОСТ 39-235-89

## ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ АНИЗОТРОПНЫХ ФИЛЬТРАЦИОННО-ЕМКОСТНЫХ СВОЙСТВ КОЛЛЕКТОРОВ

Комплекс лабораторных исследований проводился по описанный во второй главе методике на образце экстрагированного и высушенного керна Самарского месторождения высотой 10 см и диаметром 10 см. Образец керна - кварцевый мелко-среднезернистый песчаник с размером зерен от 0,1 до 0,3 мм, в среднем 0,2 мм, присутствуют элементы косой слоистости с толщиной слоев 1,5 мм, цемент глинистый кальцитового состава.

Разметка образца полноразмерного керна проводилась с делением на 12 сегментов, т.е. через каждые 30 градусов. По высоте керна было выделено 7 плоскостей для исследования упругих свойств с шагом 1,5 см между плоскостями. На торцевых поверхностях также были выделены 4 окружности для определения наличия неоднородностей в образце керна. На Рис. 3.1. представлена разметка образца керна Самарского месторождения.

По подготовленной разметке (Рис. 3.1.) проводилось установление анизотропии упругих свойств. Необходимо отметить, что в выделенных плоскостях I и VII измерения скоростей распространения УЗ волн не проводились из-за близости к краю керна. По этой же причине не проводились измерения по окружности Г на торцевой поверхности керна. Для каждого направления по боковой поверхности измерение скоростей УЗ волн проводилось дважды.



Рис. 3.1. Разметка боковой поверхности (слева) и торца (справа) керна Самарского месторождения

#### 3.1. Установления анизотропии упругих свойств ультразвуковым методом

## 3.1.1. Результаты лабораторного определения скоростей распространения ультразвуковых волн в полноразмерном керне

В результате проведенного лабораторного исследования вдоль оси керна по точкам окружностей А, Б и В были получены скорости распространения УЗ волн, показавшие отсутствие значительных неоднородностей. Результаты приведены в таблице 3.1. После чего были получены скорости распространения УЗ волн в поверхностях II - VI (по 2 измерения в каждой плоскости). Результаты приведены в таблице 3.2.

Направление,	Скорость УЗ волны, м/с			
градусы	Α	Б	B	
0°	1831,50	1845,02	1838,24	
30° (1)	1858,74	1824,82	1838,24	
60° (2)	1838,24	1824,82	1838,24	
90° (3)	1858,74	1845,02	1845,02	
120° (4)	1858,74	1865,67	1851,85	
150° (5)	1865,67	1865,67	1858,74	
180° (6)	1851,85	1872,66	1838,24	
210° (7)	1879,70	1865,67	1858,74	
240° (8)	1851,85	1886,79	1858,74	
270° (9)	1872,66	1879,70	1858,74	
300° (10)	1886,79	1872,66	1858,74	
330° (11)	1865,67	1886,79	1851,85	

Таблица 3.1. Значения скоростей УЗ волн (А, Б и В)

По скоростям распространения УЗ волн для каждой поверхности строятся сечения волновых поверхностей, представленные на Рис. 3.2.. Рис. 3.3. и Рис. 3.4.

Направление,	Скорость УЗ волны, м/с									
град.	Ι	Ι	Ι	Ι	Γ	V	V	V	V	Υ <b>Ι</b>
	<b>№</b> 1	<u>№</u> 2	<b>№</b> 1	<u>№</u> 2	<b>№</b> 1	<u>№</u> 2	<b>№</b> 1	<u>№</u> 2	<b>№</b> 1	<u>№</u> 2
0°	1804	1797	1871	1871	1663	1660	1693	1696	2089	2089
30° (1)	1866	1881	1931	1932	1741	1748	1752	1759	2188	2198
60° (2)	1824	1859	1879	1894	1729	1723	1715	1718	2159	2149
90° (3)	1730	1744	1786	1789	1668	1674	1669	1669	2081	2081
120° (4)	1651	1651	1708	1708	1575	1581	1603	1591	1993	1993
150° (5)	1689	1645	1729	1722	1575	1581	1607	1609	1957	1948
180° (6)	1811	1815	1871	1871	1675	1669	1699	1693	2081	2080
210° (7)	1888	1888	1939	1939	1748	1735	1765	1740	2188	2198
240° (8)	1845	1859	1894	1879	1734	1767	1718	1711	2168	2168
270° (9)	1677	1810	1792	1792	1664	1674	1665	1665	2082	2080
300° (10)	1645	1664	1708	1702	1592	1598	1591	1567	1975	1993
330° (11)	1701	1691	1722	1722	1604	1598	1615	1617	1977	1976

Таблица 3.2. Значения скоростей УЗ волн, измеренные в поверхностях II - VI.



Рис. 3.2. Сечения волновых поверхностей для плоскостей II (а) и III (б)



Рис. 3.3. Сечения волновых поверхностей для плоскостей IV (а) и V (б)



Рис. 3.4. Сечение волновой поверхности для плоскости VI

## 3.1.2. Аппроксимация сечений волновых поверхностей с учетом типа анизотропии

Сечения, представленные на Рис. 3.2, Рис. 3.3. и Рис. 3.4., могут быть аппроксимированы с учетом ортотропного типа анизотропии. Характер волновых поверхностей для ортотропного типа анизотропии представлен во второй главе. В результате аппроксимации были получены сечения волновых поверхностей, по которым легче выбрать главные направления (Рис. 3.5., Рис. 3.6., Рис. 3.7.).



Рис. 3.5. Аппроксимация сечений волновых поверхностей для плоскостей II (а) и III (б)

По каждому из полученных сечений волновых поверхностей можно определить главные направления, то есть максимальное и минимальное значение скорости распространения УЗ волны. Несложно заметить, что положение главных направлений для каждой из плоскостей II - VI немного отличается. Этот эффект "вращения" возникает из-за неравномерности распределения однородностей в образце керна.



Рис. 3.6. Аппроксимация сечений волновых поверхностей для плоскостей IV (а) и



Рис. 3.7. Аппроксимация сечения волновой поверхности для плоскости VI

Однако максимальное отклонение главных направлений между разными сечениями волновой поверхности по всей высоте керна не превышает 15 градусов. Поэтому могут быть выбраны некоторые средние направления, которые будет считаться главными для интервала пласта, на котором проводится комплексный анализ керна.

## 3.2. Подготовка направленных образцов керна меньшего диаметра для дальнейших исследований ФЕС вдоль главных направлений

Для дальнейших исследований выпиливались керны диаметром 2,54 см. Как было показано в первой главе, минимальное количество выпиливаемых образцов зависит от типа анизотропии, а именно:

- Изотропный тип. Является самым простым случаем, когда необходимо выпилить один образец керна в любом направлении и провести необходимые измерения характеристик.
- Трансверсально-изотропный тип. Для этого типа необходимо получение двух образцов керна, один выпиливается в плоскости изотропии, а другой в перпендикулярном к плоскости изотропии направлении.
- 3. Ортотропный тип. Характеризуется необходимостью получения трех образцов керна по трем главным направлениям.
- Моноклинный тип. Требуется выпилить четыре образца керна, 3 по главным направлениям и один в произвольном направлении в плоскости XOY (для удобства выпиливания керна выбирают направление в 45 градусов)
- 5. Триклинный тип. Самый общий случай, когда требуется выпилить 6 образцов керна: 3 по главным направлениям и 3 в плоскости ХОҮ.

На Рис. 3.8. показано расположение выпиленных образцов керна в плоскости VI. Цифрами 1,2, 3 обозначены керны, выпиленные по главным направлениям. Так как образец песчаника Самарского месторождения обладает ортотропной симметрией свойств, то для определения тензорных характеристик достаточно и трех направленных образцов керна.

Для подтверждения правильности выбора главных направлений И экспериментального подтверждения тензорно природы некоторых свойств выпиливается фильтрационно-емкостных четвертый контрольный образец керна (для удобства выпиливания - по биссектрисе угла между 2-м и 3-м образцами).



Рис. 3.8. Расположение вырезанных образцов в плоскости VI

## 3.3. Определение пористости и тензора коэффициентов абсолютной проницаемости по газу

## 3.3.1. Результаты лабораторного определения абсолютной проницаемости и пористости на направленных кернах меньшего диаметра

На направленных 4-х образцах керна были измерены абсолютные проницаемости по газу и пористости. Измерения проводились с использованием гелия. Результаты измерения приведены в таблице 3.3.

Заметим, что порода обладает несильно выраженной анизотропией (около 16-18%), а экспериментальное значение для вертикального образца близко к максимальному экспериментальному значению в плоскости напластования. Это свидетельствует о небольшой глубине залегания отобранного образца керна. Подтверждением этого являются и величины абсолютной проницаемости 650 - 700 мД и пористости в 18,6%, характеризующие высокопроницаемый коллектор.

Таблица 3.3. Экспериментальные значения пористости и абсолютной

Образец		Экспериментальное значение проницаемости по газу, мД	Пористость, %		
Вертикальный (1)		668			
По направлению Х (2)		689			
По направлению Ү (3)		579	18,6		
Контрольный	Эксп.	644			
образец (4)	Teop.	638			

проницаемости для направленных кернов.

В результате эксперимента был получен тензор коэффициентов абсолютной проницаемости, задающий ортотропную симметрию:

$$k_{ij} = \begin{pmatrix} 0,689 \cdot 10^{-12} & 0 & 0 \\ 0 & 0,579 \cdot 10^{-12} & 0 \\ 0 & 0 & 0,668 \cdot 10^{-12} \end{pmatrix}.$$
 (3.1)

#### 3.3.2. Приближенная формула для определения эффективной проницаемости

Для получения тензора коэффициентов абсолютной проницаемости было достаточно проведения эксперимента по определению абсолютной проницаемости по трем главным направлениям. Однако, в таком случае нельзя было бы проверить правильность выбора главных направлений (особенно проверки выбора вертикальной оси керна как одного из главных направлений). Именно для такого подтверждения и необходим контрольный образец.

По сути, подтверждение заключается в определении значения направленной проницаемости в том направлении, в котором выпилен контрольный образец, через определенный тензор абсолютной проницаемости.

Направленная проницаемость для контрольного образца в плоскости VI с ортотропной симметрией фильтрационно-емкостных свойств задается выражением:

$$k(\vec{n}) = k_{11} \cos^2 \alpha + k_{22} \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} \left( k_x + k_y \right).$$
(3.2)

Формулу (3.2) очень удобно использовать для экспресс сравнения экспериментального и теоретического значений проницаемости на контрольном образце. Но эта формула не учитывает тот факт, что при лабораторном определении абсолютной проницаемости не по главным направлениям измеряется не значение направленной проницаемости, а некоторое эффективное значение, обусловленное неколлинеарностью вектора градиента давления и вектора скорости фильтрации в направлениях, не являющихся главными. Поэтому для неглавных направлений необходимо использовать формулу, полученную в [30]:

$$k_{\mathfrak{P}} = \sqrt{\frac{k_{ij}n_{i}n_{j}}{r_{\alpha\beta}n_{\alpha}n_{\beta}}} * \left[ \frac{1 + \sqrt{k_{ij}n_{i}n_{j}r_{\alpha\beta}n_{\alpha}n_{\beta}} * \left(\frac{D}{L}\right)^{n}}{\sqrt{k_{ij}n_{i}n_{j}r_{\alpha\beta}n_{\alpha}n_{\beta}} + \left(\frac{D}{L}\right)^{n}} \right], \tag{3.3}$$

где  $k_{ij}n_in_j$  - направленная проницаемость,  $r_{\alpha\beta}n_{\alpha}n_{\beta}$  - направленное фильтрационное сопротивление, D - диаметр керна, L - длина керна, n = 1 при  $D/L \le 1$ , n = 2 при  $D/L \ge 1$ .

Легко посчитать, что при использовании формулы (3.2) теоретическое значение составляет 634 мД, а разница между экспериментальным и теоретическим не превышает 1,5%. При использовании формулы (3.3) разница между экспериментальным (644 мД) и теоретическим (638 мД) значениями не превышает 1%. Такие результаты подтверждают правильность выбора главных направлений.

Отметим, что такой подход позволяет также подтвердить тензорную природу характеристик, в данном случае - абсолютной проницаемости. И если в отношении абсолютной проницаемости сейчас не требуется подтверждения тензорной природы, то тензорную природу некоторых фильтрационно-емкостных характеристик необходимо экспериментально подтвердить.

## 3.4. Установление анизотропии функции плотности распределения пор по радиусам, эффективного диаметра и физической просветности

После определения тензора абсолютной проницаемости проводились измерения распределения пор по радиусам для каждого из выбранных направлений по срезам, полученным с помощью рентгеновской компьютерной томографии. Функции плотности распределения пор по радиусам f(r) для каждого направления представлены на Рис. 3.9 - Рис. 3.11. Так как выбор главных направлений был экспериментально подтвержден, то используя такой же подход, можно определить разницу между теоретическими функциями плотности распределения и экспериментальными для контрольного образца. На Рис. 3.12. показаны экспериментальные и теоретические функции плотности распределения пор по радиусам f(r) для контрольного образца.



Рис. 3.9. Гистограмма функции плотности распределения пор по радиусам для образца, направленного вдоль оси X



Рис. 3.10. Гистограмма функции плотности распределения пор по радиусам для образца, направленного вдоль оси Y



Рис. 3.11. Гистограмма функции плотности распределения пор по радиусам для образца, направленного вдоль оси Z



Рис. 3.12. Сравнение гистограмм функции плотности распределения пор по радиусам, полученных экспериментально и теоретически, для контрольного образца

По Рис. 3.9 - Рис. 3.11 видно, что распределение пор по радиусам различно для каждого из направлений, что приводит к необходимости задания функции распределения пор по радиусам (ФРПР) в виде тензора. Сравнение распределений на контрольном образце подтверждает необходимость такой замены, разница между экспериментальными и теоретическими значениями составляет менее 10% для пор с радиусом 15 мкм и менее 5% для пор радиусом более 15 мкм.

Для определения фильтрационно-емкостных свойств часто применяется простая капиллярная модель из пучков прямых параллельных капилляров, радиусы которых распределены согласно некоторой функции распределения F(r) так, что:

$$F(r) = \int_{0}^{r} f(r) dr \qquad (3.4)$$

где f(r) - плотность распределения пор по радиусам, f(r)dr - доля порового пространства с капиллярами, радиусы которых лежат в интервале от r до r + dr[76,87,107]. При таком подходе, зная f(r), можно определить эффективный радиус капилляра и проницаемость. Эффективный радиус капилляра определяется по формуле [87]:

$$r_{g} = \int_{0}^{\infty} rf(r) dr$$
(3.5)

а для определения проницаемости, считается, что справедлива формула:

$$k = \frac{m}{8} \int_{0}^{\infty} r^2 f(r) dr$$
(3.6)

Равенства (3.4)-(3.6) справедливы лишь для предельно анизотропных сред: модели жестких трубок, которые допускают фильтрационное течение только вдоль одного направления. В последнем случае пористость равна просветности [37, 39] и получается для проницаемости равенство  $k = mr_{2}^{2}/8$ . Если рассмотреть трехмерную анизотропную модель, то очевидно, что равенства (3.4)-(3.6) можно написать для каждого главного направления тензора коэффициентов проницаемости  $k_{i}$ :

$$k_{\alpha} = \frac{s_{\alpha}}{8} \int_{0}^{\infty} r^{2} f_{\alpha}(r) dr , r_{i}^{\beta} = \int_{0}^{\infty} r f_{i}(r) dr , F_{i}(r) = \int_{0}^{r} f_{i}(r) dr , i = 1, 2, 3 \quad (3.7)$$

где  $s_{\alpha}$  главные значения тензора коэффициентов физической просветности [29], здесь и далее по повторяющимся греческим индексам суммирование не производится, суммирование производится только по повторяющимся латинским индексам.

Введение вдоль главных направлений значений просветности  $S_i$  и функций плотности распределения радиусов капилляров  $f_i(r)$ , фактически означает

постулирование тензоров коэффициентов физической просветности  $S_{ij}$  и плотности распределения радиусов капилляров  $f_{ij}(r)$ . Такой подход позволяет от скалярной формы записи, типа (3.5) и (3.6), перейти к тензорной и определить тензор коэффициентов эффективных радиусов капилляров в виде:

$$r_{ij}^{3} = \int_{0}^{\infty} r f_{ij}(r) dr$$
(3.8)

а тензор коэффициентов проницаемости в простой капиллярной модели представить в виде:

$$k_{ij} = \frac{1}{8} \int_{0}^{\infty} r^2 s_{ik} f_{kj}(r) dr$$
(3.9)

По повторяющимся латинским индексам в (3.9) и далее подразумевается суммирование.

Значения эффективного диаметра и проницаемости вдоль произвольного направления определяется, как тензорное свойство по формулам:

$$r^{\circ}(\vec{n}) = r_{ij}^{\circ} n_{i} n_{j} = \int_{0}^{\infty} r f_{ij}(r) n_{i} n_{j} dr \qquad (3.10)$$

И

$$k(\vec{n}) = k_{ij}n_in_j = \frac{1}{8}\int_0^\infty r^2 s_{ik}f_{kj}(r)n_in_jdr$$
(3.11)

соответственно. Для главных направлений формулы (3.10) и (3.11) дают равенства (3.7).

Результаты определения тензоров физической просветности и характерных линейных размеров приведены в Таблице 3.4.

Образец		Эффективный диаметр d <sub>эф</sub> ,	Просветность	
		МКМ	s, %	
Вертикальный (1)		9,38	24,3	
По направлению Х (2)		10,0	22,5	
По направлению Ү (3)		9,26	21,6	
Контрольный образец (4)	Эксп.	9,75	21,9	
	Teop.	9,7	21,8	

Таблица 3.4. Значения эффективных диаметров и просветностей для каждого направления.

Для подтверждения тензорной природы вновь использовалось сравнение экспериментального значения (9,75 мкм) с теоретическим (9,7 мкм) для эффективного диаметра, которое составляет около 1%. Теоретическое значение для просветности составило 21,8%, а разница между экспериментальным и теоретическим также не превышает 1%.

Таким образом, экспериментальные результаты подтверждают необходимость введения и использования тензоров распределения пор по радиусам, физической просветности и характерных линейных размеров. Однако, в [31] отмечено, что для выбранной нами модели капилляров первый инвариант от тензора просветности должен быть равен пористости. То есть:

$$s_1 + s_2 + s_3 = m, (3.12)$$

где *s*<sub>1</sub>, *s*<sub>2</sub>, *s*<sub>3</sub> - значения просветностей по главным направлениям, *m* - пористость. В нашем же случае, имеем:

$$\frac{s_1 + s_2 + s_3}{m} \approx 3.7$$
 (3.13)

Такое соотношение означает, что модель пористой системы в виде простых капилляров не описывает в полной мере реальные процессы в пористой среде. Поэтому необходимо более глубокое изучение структуры порового пространства, а также методов его описания, например, введения структурных коэффициентов.

## 3.5. Результаты определения зависимостей капиллярного давления от водонасыщенности на кернах

Определение зависимостей капиллярного давления от водонасыщенности проводилось с помощью метода центрифугирования. Так как образцы керна обладали высокой проницаемостью, то для определения текущих насыщенностей и капиллярного давления использовался способ Хасслера - Брунера. Результаты измерений представлены на Рис. 3.13 - Рис. 3.17.



Рис. 3.13. Зависимость капиллярного давления от водонасыщенности для образца Х

По Рис. 3.17 можно сказать, что капиллярное давление зависит от выбора направления. Чтобы определить более точное поведение кривых необходимо задать функции Леверетта для каждого направления с учетом типа анизотропии.



Рис. 3.14. Зависимость капиллярного давления от водонасыщенности для образца





Рис. 3.15. Зависимость капиллярного давления от водонасыщенности для образца

Ζ



Рис. 3.16. Зависимость капиллярного давления от водонасыщенности для

контрольного образца



Рис. 3.17. Зависимости капиллярного давления от водонасыщенности для всех направлений

В [90] выписаны представления функции Леверетта для ортотропных пористых сред:

$$J_{i}^{*} = \left[a_{i} + \left(\frac{I_{1}(R)}{3R_{i}} - 1\right)\left(s - s_{(i)*}\right)\right] \left(\frac{1 - s}{1 - s_{(i)*}}\right)^{\varepsilon_{i}},$$
(3.14)

где  $a_i, \varepsilon_i$  - параметры, определяемые экспериментально,  $a_i = J_i^* (s_{(i)}^*)$ ,  $I_1(R)$  - первый инвариант от тензора, обратного тензору характерных линейных размеров.

Формула (3.14) учитывает анизотропию пористой среды, причем тензор, обратный тензору характерных линейных размеров, был экспериментально определен при проведении рентгеновской компьютерной томографии. Аппроксимация кривых по формуле (3.14) имеет некоторые ограничения. Степенное представление функции Леверетта не позволяет аппроксимировать капиллярного вблизи сложное поведение кривых давления предельной насыщенности (остаточной водонасыщенности), что приводит к необходимости использовать формулу (3.14) на двух интервалах насыщенности. Для дальнейшего сравнения поведений кривых капиллярного давления на контрольном образце

такое представление (3.14) неудобно. Поэтому было получено обобщенное представление:

$$J_{i}^{*} = \left[a_{i} + \left(\frac{I_{1}(R)}{3R_{i}} - 1\right)\left(s - s_{(i)*}\right)\right] \left(1 - \left(\frac{s - s_{(i)*}}{1 - s_{(i)*}}\right)^{\frac{1}{\gamma_{i}}}\right)^{\beta_{i}}, \quad (3.15)$$

где  $\gamma_i, \beta_i$  - параметры, которые, как и выше, определяются экспериментально.

Так как в формуле (2.24) все необходимые параметры были определены в результате проведенных лабораторных экспериментов, то коэффициенты  $\gamma_i, \beta_i$  также могут быть определены при аппроксимации полученных экспериментальных данных. Для нашего случая получилось, что  $\gamma_i = \beta_i = 4,5$  для всех направлений. Аппроксимации экспериментальных данных для функций Леверетта представлены на Рис. 3.18 и Рис. 3.19.



Рис. 3.18. Функция Леверетта для направления X - слева и Y - справа (прямая линия - аппроксимация, точки - эксперимент)

График для контрольного образца показывает хорошее описание экспериментальных данных функции Леверетта с помощью предложенной формулы (3.15), причем необходимо заметить, что (3.15) учитывает анизотропию исследуемого керна и коэффициенты  $\gamma_i$ ,  $\beta_i$  полагались различными для каждого

из выбранных направлений. Однако, в результате проведенного анализа и аппроксимации  $\gamma_i = \beta_i = 4,5$  для всех направлений.



Рис. 3.19 Функция Леверетта для направления Z - слева и контрольного образца справа (прямая линия - аппроксимация, точки - эксперимент)

Выражение (3.15) позволяет аппроксимировать сложное поведение кривых капиллярного давления вблизи остаточной водонасыщенности. Подобное поведение функций использовалось в [118, 130] для описания функций относительных фазовых проницаемостей.

Также функция (3.15) имеет предельный случай: при  $\gamma_i = 1$  формула (3.15) переходит в формулу (3.14). Капиллярные кривые, построенные по формуле (3.15) представлены на Рис. 3.20 и Рис. 3.21. Теоретическая кривая для контрольного образца получена через функции Леверетта для главных направлений по приближенной формуле, аналогичной формуле (3.2).

Хорошее совпадение теоретической кривой с экспериментальными точками (Рис.3.21) подтверждает правильность представления функции Леверетта в виде тензора четвертого ранга, а не универсальной функции насыщенности.



Рис. 3.20. Зависимости капиллярного давления от водонасыщенности для

образцов Х, Ү, Ζ



Рис. 3.21.Сравнение теоретической кривой капиллярного давления с экспериментальными данными для контрольного образца

# 3.6. Экспериментальное определение относительных фазовых проницаемостей в ортотропной пористой среде

Определение относительных фазовых проницаемостей проводилось на установке в лаборатории научного центра аналитических и специальных исследований керна ОАО "ВНИИНефть" им. акад. А.П. Крылова согласно отраслевому стандарту Миннефтепрома: ОСТ 39-235-89: «Нефть. Метод определения фазовых проницаемостей В лабораторных условиях при стационарной фильтрации» [79]. Непосредственно эксперимент по определению относительных фазовых проницаемостей включал в себя серию опытов, при проведении которых нефть и вода подавались в модель в определенном соотношении нефти и воды, которое от опыта к опыту изменялось так, что доля воды в потоке увеличивалась (моделировался процесс пропитки). При этом суммарный объем фаз оставался постоянным.

Каждый опыт продолжался до достижения стационарного режима фильтрации, который фиксировался по стабилизации показаний расхода при заданном перепаде давления, после чего начинался новый опыт при другом соотношении фаз в потоке. Средние насыщенности пористой среды флюидами измерялись методом материального баланса.

В качестве нефти было выбрано трансформаторное масло, вязкость которого превышала вязкость воды в десять раз. Содержание солей в воде составляло 30 грамм на литр.

Общий вид функций относительных фазовых проницаемостей  $\varphi_i^{\alpha} = k_i^{\alpha} / k_i$ для воды ( $\alpha$ =1) и для нефти ( $\alpha$ =2) задается формулами [27]:

$$\varphi_i^1 = \left[a_i + \left(\frac{l_1(k)}{3k_i} - 1\right) \left(s_{(i)}^* - s\right)\right] \left(\frac{s - s_{(i)*}}{s_{(i)}^* - s_{(i)*}}\right)^{\varepsilon_i},\tag{3.16}$$

$$\varphi_i^2 = \left[ b_i + \left( \frac{l_1(k)}{3k_i} - 1 \right) \left( s - s_{(i)*} \right) \right] \left( \frac{s_{(i)}^* - s}{s_{(i)}^* - s_{(i)*}} \right)^{\beta_i}, \tag{3.17}$$

где  $S_{(i)*}$  и  $S_{(i)}^{*}$  – нижняя и верхняя предельные насыщенности пористой среды водой, значения этих насыщенностей задают интервал, в которым обе фазы подвижны,  $k_i^{\alpha}$  и  $k_i$  – фазовые и абсолютные проницаемости, соответственно,  $a_i, b_i, \varepsilon_i, \beta_i$  – параметры, которые определяются экспериментально, при этом  $a_i = \varphi_i^1(s_{(i)}^*), b_i = \varphi_i^2(s_{(i)*}), i = 1,2,3, I_1(k)$  – первый инвариант тензора абсолютной проницаемости.

Функции (3.16) и (3.17) построены таким образом, чтобы для изотропных пористых сред они превращались в выражения для относительных фазовых проницаемостей, полученных в результате обработки экспериментов в предположении изотропии проницаемости [10].

Как и в случае с капиллярными кривыми, относительные фазовые проницаемости вблизи предельных насыщенностей имеют более резкое возрастание, при описании которого с помощью функций (3.16), (3.17) возникает необходимость разбиения на интервалы, к которым данные функции применяются отдельно.

Поэтому для аппроксимации кривых ОФП для нефти использовалась функция:

$$\varphi_i^2 = \left[ b_i + \left( \frac{I_1(k)}{3k_i} - 1 \right) \left( s - s_{(i)*} \right) \right] \left( 1 - \left( \frac{s_{(i)}^* - s}{s_{(i)}^* - s_{(i)*}} \right)^{\frac{1}{\gamma_i}} \right)^{\beta_i}, \quad (3.18)$$

где  $\gamma_i, \beta_i$  - параметры, которые, как и для функции Леверетта, определяются экспериментально.

При аппроксимации ОФП для воды таких резких возрастаний как для нефти не наблюдалось, вследствие чего, использовалась функция (3.16).

Экспериментальные результаты и их аппроксимация с помощью функций (3.16) и (3.18) для главных направлений представлены на Рис. 3.22.

Контрольный образец, как было отмечено выше, был изготовлен для проверки тензорного характера проницаемости и того, что направление

перпендикулярное плоскости напластования является главным. Для проверки экспериментально полученного результата необходимо учесть то обстоятельство, что направление не является главным и в результате эксперимента получается не направленная проницаемость  $k(n) = k_{ij}n_in_j$ , где  $n_i$ орт, вдоль которого определяется проницаемость, и направленный по оси симметрии керна, а эффективная  $k_2$ , определяемая по формуле (3.3).



Рис. 3.22. Теоретические кривые и экспериментальные точки ОФП для каждого направления

Так как при установившемся процессе модель двухфазной фильтрации аналогична модели однофазной [28], то положим, что приближенное решение (3.3) можно обобщить на случай двухфазной установившейся фильтрации в анизотропных пористых средах.

Для ортотропных фильтрационных свойств соотношение (3.3), обобщенное на случай двухфазной фильтрации, можно представить в виде [32]:

$$\frac{k_{\mathfrak{s}}^{\alpha}}{k_{\mathfrak{s}}} = \sqrt{\frac{A^{\alpha}}{B^{\alpha}}} * \left[ \frac{1 + \sqrt{A^{\alpha}B^{\alpha}} * \left(\frac{D}{L}\right)^{n}}{\sqrt{A^{\alpha}B^{\alpha}} + \left(\frac{D}{L}\right)^{n}} \right], \tag{3.19.}$$

$$A^{\alpha} = \varphi_{13}^{\alpha} \theta_{13} (\cos \alpha)^2 + \varphi_{23}^{\alpha} \theta_{23} (\cos \beta)^2 + (\cos \gamma)^2, \qquad (3.20)$$

$$B^{\alpha} = \varphi_{31}^{\alpha} \theta_{31} (\cos \alpha)^2 + \varphi_{32}^{\alpha} \theta_{32} (\cos \beta)^2 + (\cos \gamma)^2, \qquad (3.21)$$

где  $\varphi_i^{\alpha}$  – функция, задающая относительную фазовую проницаемость вдоль *i* -го главного направления тензора фазовых проницаемостей для  $\alpha$ -ой фазы,  $\varphi_{ij}^{\alpha} = \varphi_i^{\alpha} / \varphi_j^{\alpha}$ ,  $\theta_{ij} = k_i / k_j$ ,  $k_i$  – главные значения тензора абсолютной проницаемости,  $\alpha, \beta, \gamma$ - углы, которые образует орт  $n_i$ , направленный по оси симметрии образца (керна), с главными осями тензора абсолютной проницаемости.

Результаты сравнения теоретических и экспериментальных кривых относительных фазовых проницаемостей для нефти и воды, для контрольного образца вырезанного под углом в 45° в плоскости напластования, представлены на Рис. 3.23.



Рис. 3.23. Сравнение теоретической кривой с экспериментальными данными ОФП для контрольного образца

Видно, что результаты вычислений по приближенному решению (3.19) хорошо согласуются с экспериментальными результатами для измерений относительных фазовых проницаемостей на контрольном образце, что подтверждает тензорный характер ОФП. Заметим, что в эксперименте получилось так, что большим значениям абсолютной проницаемости ( $k_1 > k_2 > k_3$ ) соответствует меньшие значение относительной фазовой проницаемости. Данный экспериментальный результат совпадает с результатом, полученным численным моделированием двухфазной фильтрации в ортотропной и трансверсально-изотропной пористых средах [116], но отличается от экспериментального результата, полученного в [28] для трансверсально-изотропной проницаемости соответствовали большим значениям абсолютной проницаемости соответствовали большие значения относительной фазовой проницаемости.

Отличие может быть связано со смачиваемостью пористой среды. Как показано в [84], относительные фазовые проницаемости при фильтрации углеводородов в гидрофильном и гидрофобном керне отличаются друг от друга, при этом гидрофобным кернам соответствуют меньшие значения остаточной водонасыщенности, что и наблюдается на экспериментальных результатах. Отличие поведения относительных фазовых проницаемостей при фильтрации углеводородов в гидрофильном и гидрофобном керне наблюдается и в поведении функций.

В [28] приведены результаты определения ОФП для эксперимента С.Г. Рассохина (Рис. 3.24, Рис. 3.25), в котором использовались гептан (конденсированная фаза) и метан в качестве газовой фазы. Кривые ОФП аппроксимировались по формулам (3.16), (3.17).

На Рис. 3.25. видно, что для аппроксимации кривых формула (3.17) использовалась дважды: на интервале от нижнего предела насыщенности до насыщенности 0,37, и от 0,37 до верхнего предела насыщенности.

При расчете экспериментальных данных для нефти по новой формуле (3.18) теоретические кривые ОФП значительно лучше согласуются с экспериментом. Теоретические кривые ОФП для газа показаны на Рис. 3.26.

Для воды вид функции не менялся, так как по формуле (3.16) наблюдается хорошее согласование теоретических кривых с экспериментальными данными. Однако, и для воды формула (3.16) может быть приведена к виду (3.18), если

наблюдается более сложное поведение кривых вблизи предельных насыщенностей.



Рис. 3.24. Сравнение экспериментальных относительных фазовых проницаемостей с теоретическими для жидкости: 1 – теория (сплошная линия) и эксперимент (ромбики) для образца, выпиленного по напластованию; 2 - теория линия) (штрихпунктирная И эксперимент (квадратики) для образца, выпиленного перпендикулярно напластованию; 3 - теория (пунктирная линия) и эксперимент (крестики) для 45° углом образца, выпиленного под в К напластованию.



Рис. 3.25. Сравнение экспериментальных относительных фазовых проницаемостей с теоретическими для газа: 1 - теория (сплошная линия) и

эксперимент (квадратики) для образца, выпиленного по напластованию; 2 теория (пунктирная линия) и эксперимент (крестики) для образца, выпиленного перпендикулярно напластованию; 3 - теория (штрихпунктирная линия) и эксперимент (ромбики) для образца, выпиленного под углом в 45° к напластованию



Рис 3.26. Результаты расчета ОФП для эксперимента С.Г. Рассохина по новой формуле для газа

#### Выводы по третьей главе

 Проведение эксперимента по определению анизотропии упругих свойств позволяет установить наличие латеральной анизотропии, однако установить тип анизотропии без проведения дополнительных исследований невозможно.

- Подготовка одного дополнительного образца керна меньшего диаметра (контрольного образца) позволяет проводить экспериментальную проверку правильности выбора главных направлений и подтверждение тензорной природы фильтрационно-емкостных свойств.
- 3. Применение метода рентгеновской компьютерной томографии позволяет определить тензоры функции плотности распределения пор по радиусам, геометрической и физической просветностей, и тензор эффективных диаметров. Также отмечается, что необходимо более глубокое изучение структуры порового пространства, а также методов его описания.
- 4. Капиллярные кривые, функции Леверетта и относительные фазовые проницаемости необходимо определять с учетом их анизотропии. Представления функций Леверетта и ОФП, выраженные как зависимости от насыщенности и тензорных характеристик, определенных в предыдущих опытах, соответствуют экспериментальным данным, проведенным на направленных образцах керна.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате комплекса проведенных лабораторных исследований на реальном керновом материале Самарского месторождения и анализа полученных экспериментальных данных, можно сделать следующие основные выводы:

- Предложена методика комплексного лабораторного исследования кернового материала, позволяющая определять тензорные характеристики на направленных кернах, в том числе:
  - при лабораторном исследовании керна получить больший объем информации о коллекторе за счет проведения комплексных лабораторных измерений, учитывающих анизотропию фильтрационно-емкостных свойств;
  - повысить достоверность получаемых данных за счет подготовки контрольного образца керна для сравнения экспериментальных и теоретических значений определяемых тензорных характеристик.
- Экспериментально подтверждена тензорная природа функций распределения пор по радиусам, физической просветности, эффективного диаметра, капиллярного давления, функций Леверетта и относительных фазовых проницаемостей.
- Получено двухстепенное обобщение аппроксимирующих функций, которое позволяет описывать сложное поведение функции Леверетта и относительных фазовых проницаемостей вблизи предельных значений водонасыщенности пористой среды.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии, М.: Наука, 1968.
   912 с.
- Аметов И.М., Ковалев А.Г., Кузнецов А.М., Кузнецов В.В., Сальников Д.И. Влияние ориентации образцов керна на определение фильтрационных свойств пород-коллекторов. Нефтяное хозяйство. -1997. № 6. С.22-23.
- Амикс Дж., Басс Д., Уайтинг Р. Физика нефтяного пласта. М.: Гостоптехиздат, 1962. 572 с.
- Арье А.Г. Физические основы фильтрации подземных вод. М.: Недра, 1984.
   101 с.
- Ашкенази Е.К., Ганов Э.В. Анизотропия конструкционных материалов: Справочник. 2-е издание., перераб. и доп. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1980. 247 с.
- Алимбеков Р.И., Кузнецов А.М., Сираев А.Х., Дердуга В.С., Гнездов А.В. Совершенствование технологии отбора ориентированное керна. Нефтяное хозяйство. 2006. № 9. С. 16-17.
- 7. Багринцева К. И. Трещиноватость осадочных пород. М.: Недра, 1982. 256 с.
- Баранский К.Н. Физическая акустика кристаллов. М.: Изд-во МГУ, 1991. 143 С.: ил.
- Баренблатт Г.И, Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пласта. М., Недра, 1984. 211 с.
- Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Каневская Р.Д., Максимов В.М Подземная гидромеханика. М.- Ижевск, Институт компьютерных исследований, 2005. 496 с.
- Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д. Нефтегазовая гидромеханика. Москва-Ижевск, Институт компьютерных исследований, 2003. 408 с.

- Белоусов Т. П., Мухамедиев Ш. А., Куртасов С. Ф. Трещиноватость палеозойских осадочных пород Кызылкумов, Узбекистан, Средняя Азия. Российский журнал наук о Земле. 2001. Том 3, № 5, с. 333-351.
- Березин В.М. Фазовые проницаемости продуктивных песчаников для нефти и воды // Разработка и увеличение нефтеотдачи нефтяных месторождений / Науч. тр. УфНИИ. 1967. вып. XVII. С. 30-41.
- 14. Березин В.М., Ярыгина В.С. Распределение воды и нефти в поровом пространстве продуктивных пород // Нефтяное хозяйство. 1980. № 10. С. 41-42.
- 15. Булатова Ж.М., Волкова Е.А., Дубров Е.Ф. Л., «Недра», 1970. 264 стр.
- 16. Василевский А.И., Казанский А.Ю. О возможности определения палеомагнитного полюса по неориентированному керну скважины. –IV Всесоюзный съезд по геомагнетизму. Тезисы докладов, часть 2. Владимир-Суздаль. 1991. С. 30-31.
- Вашуркин А.И., Ревенко В.М. Методика определения фазовых проницаемостей по данным нестационарной фильтрации / НТС «Нефть и газ Тюмени», - Тюмень, 1972, вып. 13. С. 33-36.
- Вашуркин А.И., Цибулько А.М., Ревенко В.М. К методике расчета фазовых проницаемостей при нестационарной фильтрации / НТС «Проблемы нефти и газа Тюмени», - Тюмень, 1976, вып. 31, - с. 23-25.
- Виноградов В.Г., Дахнов А.В., Паневич С.Л. Практикум по петрофизике: учеб. пособие для вузов. - 2-е изд. перераб. и доп. - М.: Недра. 1990. 227 с.: ил. ISBN 5-247-00801-4.
- Вялов С. С. Реологические основы механики грунтов. М.: Высш. Школа. 1978. 447 с.
- Главнова Е.Н., Меркулов В.П., Главнов Н.Г. Сравнительный анализ методик определения анизотропии горизонтальной проницаемости пласта. Изв. Томского политехнического университета. 2010. т. 317, №1, С.128-132.
- 22. Голф-Рахт Т. Д. Основы нефтепромысловой геологии и разработки трещиноватых коллекторов. М.: Недра, 1986. 608 с.

- Горшкалев С.Б., Карстен В.В., Лебедев К.А., Тригубов А.В. Изучение трещиноватых коллекторов методами многоволновой сейсморазведки. Труды школы-семинара «Физика нефтяного пласта». 2002. С. 63-71.
- 24. Гриценко А.И., Алиев З.С., Ермилов О.М., Ремизов В.В., Зотов Г.А. Руководство по исследованию скважин. М.: Наука, 1995. 523 с.
- 25. Добрынин В.М., Ковалев А.Г., Кузнецов А.М., Черноглазов В.Н. Фазовые проницаемости коллекторов нефти и газа. М.: ВНИИОЭНГ, 1988. 56 с.
- 26. Дмитриев М.Н. Модель двухфазной фильтрации Рапопорта-Лиса в анизотропных средах // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 2. С. 136-144.
- 27. Дмитриев М.Н., Дмитриев Н.М., Кадет В.В. Обобщенный закон Дарси и структура фазовых и относительных фазовых проницаемостей для двухфазной фильтрации в анизотропных пористых средах // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 2. С. 136-145.
- Дмитриев М.Н., Дмитриев Н.М., Кадет В.В., Кравченко М.Н., Рассохин С.Г. Двухфазная фильтрация в трансверсально-изотропной пористой среде: эксперимент и теория // Изв. РАН. МЖГ № 4, 2004, с. 92-97.
- Дмитриев М.Н., Дмитриев Н.М, Максимов В.М., Мамедов М.Т. Тензорные характеристики фильтрационно-емкостных свойств анизотропных пористых сред. Теория и эксперимент // Изв. РАН. МЖГ № 2. 2012. С. 57-63.
- Дмитриев Н.М. К методике определения проницаемости в анизотропных коллекторах углеводородного сырья. - Математические методы и ЭВМ в моделировании объектов газовой промышленности. М.: ВНИИГаз, 1991. С. 30-43.
- 31. Дмитриев Н.М. Просветность и проницаемость пористых сред с периодической микроструктурой // Изв. РАН. МЖГ. 1995. №1. С. 79-85.
- Дмитриев Н. М., Дмитриев М. Н., Мурадов А.А. Модели анизотропных сред. Основные понятия и определения: Учебное пособие. – М.: Изд. центр РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2009. 134 с.
- 33. Дмитриев Н.М., Кадет В.В. Нелинейные законы фильтрации, обобщающие закон Дарси с трансверсально-изотропными фильтрационными свойствами.// Технологии нефти и газа. 2005, № 5-6. С. 87-92.
- 34. Дмитриев Н.М., Кадет В.В., Михайлов Н.Н. Семенов А.А. Эффект асимметрии при фильтрации в анизотропных пористых средах // Научнотехнологический журнал "Технологии нефти и газа", №1(48) 2007, С. 52-55.
- 35. Дмитриев Н.М., Кадет В.В., Семенов А.А. Комплексные лабораторные исследования керна для определения фильтрационно-емкостных свойств анизотропных пористых сред // Научно-практический межотраслевой журнал "Интеграл", №6 (32) ноябрь-декабрь 2006. С. 26-27.
- 36. Дмитриев Н.М., Кравченко М.Н., Кузьмичев А.Н., Диева Н.Н. Экспериментальное и численное изучение анизотропии насыщенных пластов // Спецвыпуск журнала «Газовая промышленность» - Вузовская наука нефтегазовой отрасли. 2013. №692. С. 96-99.
- Дмитриев Н.М., Максимов В.М. Определяющие уравнения двухфазной фильтрации в анизотропных пористых средах // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 2. С. 87-94.
- 38. Дмитриев Н.М., Максимов В.М. О структуре тензоров коэффициентов фазовых и относительных проницаемостей для анизотропных пористых сред // Докл. РАН, 1998, т. 358, № 3, С. 337-339.
- 39. Дмитриев Н.М. Максимов В.М. Об эквивалентности идеальных и фиктивных пористых сред ДАН, том 381, № 4, 2001. С. 492-495.
- Дмитриев. Н.М., Маляревская Е.К., Применение тензорного анализа в курсах механики и гидромеханики. –Выпуск 1. Элементы тензорного анализа (алгебра тензоров). М. РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2001.
- 41. Димитриенко Ю.И. Тензорное исчисление. М.: Высш. Шк., 2001. 575 с.
- 42. Дорфман М.Б., Дьяконов М.А. Фильтрация вязкоупругой жидкости в неоднородной пористой среде // Изв. ВУЗов Нефть и газ, 1985. № 12. С. 47-50.

- 43. Завойский В.Н. и др. Магнитные свойства керна Криворожской сверхглубокой скважины. IV Всесоюзный съезд по геомагнетизму. Тезисы докладов, часть 1, Владимир-Суздаль. 1991. С. 180-181.
- 44. Злобин А.А., Лебедев С.В., Юшков И.Р. Определение главных осей анизотропии пустотного пространства горных пород // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. 2008. № 8. С. 66-70.
- 45. Иванов В.А., Храмова В.Г., Дияров Д.О. Структура порового пространства коллекторов нефти и газа. М., Недра, 1974. 96 с.
- 46. Идин М.А. Анизотропные сплошные среды, энергия и напряжения в которых зависят от градиентов тензора деформаций и других тензорных величин // ПММ. 1966. Т. 30 № 3. С. 531-541.
- 47. Исказиев К.О., Кибиткин П.П., Меркулов В.П. Методика определения анизотропных характеристик коллекторов // Нефтяное хозяйство. №1. 2007. С. 30-31.
- 48. Кадет В.В., Дмитриев Н.М., Дмитриев М.Н., Кузьмичев А.Н. Определение коллекторских свойств анизотропных пластов. Теория и эксперимент. // Тезисы докладов Всероссийской конференции с международным участием «Фундаментальные проблемы разработки месторождений нефти и газа», Москва, ИПНГ, 15-18 октября 2011. С. 62.
- 49. Кадет В.В., Дмитриев Н.М., Кузьмичев А.Н. Тензорные характеристики фильтрационно-емкостных свойств анизотропных коллекторов // EAGE. 17й Европейский симпозиум IOR - «От фундаментальных исследований к разработке», Санкт-Петербург, 16 апреля 2013.
- 50. Кадет В.В., Дмитриев Н.М., Кузьмичев А.Н. Определение латеральной анизотропии горных пород на керне // Науки о Земле: новые горизонты в освоении недр. 5-ая международная конференция и выставка EAGE в Санкт-Петербурге», Санкт-Петербург, Международный Деловой Центр, 2-5 апреля 2012.
- 51. Кадет В.В., Дмитриев Н.М., Кузьмичев А.Н., Цыбульский С.П. Методика и результаты комплексных лабораторных исследований анизотропных

фильтрационно-емкостных свойств на кернах // Российская техническая нефтегазовая конференция и выставка SPE по разведке и добыче, Москва, ВВЦ, павильон 75, 16-18 октября 2012г.

- 52. Кадет В.В., Дмитриев М.Н., Кузьмичев А.Н., Цыбульский С.П. Результаты комплексных лабораторных исследований анизотропных фильтрационно-емкостных свойств на кернах // «Актуальные проблемы развития нефтегазового комплекса России» 9-ая Всероссийская научно-техническая конференция, Москва, РГУ, 30 января 1 февраля 2012 г. С.71.
- 53. Кадет В.В., Дмитриев Н.М., Семенов А.А. Комплексные лабораторные исследования керна для определения фильтрационно-емкостных свойств анизотропных пористых сред // Научно-практический межотраслевой журнал "Интеграл", № 6 (32) ноябрь-декабрь 2006. С. 26-27.
- 54. Коллинз Р. Течение жидкостей через пористые материалы. М.: Мир, 1964. 350 с.
- 55. Кречетова Т.Н., Ромм Е.С. О связи главных компонентов тензора напряжений и проницаемости пористых сред // Изв. РАН. МЖГ. 1983. № 2. С. 173-177.
- 56. Ковалев В.С., Кузнецов А.М., Тульбович Б.И., Кочкин О.В., Петерсилье В.И. Сопоставление значений относительных фазовых проницаемостей, определенных различными методами // Сб. науч. тр. ВНИИ, 1993, вып. 117, ч. II. С. 42-47.
- 57. Копцик В.А. Кристаллография. 1960. Т. 5. 932 с.
- 58. Копцик В.А. Кристаллография. 1967. Т. 12. 826 с.
- 59. Кузнецов А.М. Научно-методические основы исследования влияния свойств пород коллекторов на эффективность извлечения углеводородов из недр. Автореферат дисс. на соискание степени докт. техн. наук. М., 1998. 50 с.
- Кузнецов А.М., Ковалев А.Г., Сальников Д.И., Чепиков Г.М., Дзюбенко Е.М. Влияние анизотропии напряженного состояния на фильтрационные характеристики пород-коллекторов // Нефтяное хозяйство. 1997. № 7. С. 44-45.

- Кузнецов А.М., Баишев А.Б., Кузнецов В.В. Определение начальной водонасыщенности и капиллярной кривой методом центрифугирования // Нефтяное хозяйство. 2010. № 1. С. 49-51.
- Кузьмичев А.Н. Методика и результаты комплексных лабораторных исследований анизотропных фильтрационно-емкостных свойств коллекторов // Сборник трудов РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина, № 3(272), 2013. С. 44-51.
- 63. Кузьмичев А.Н. Изучение анизотропии горных пород на керне // Тезисы докладов 9-ой Всероссийской конференции молодых ученых, специалистов и студентов «Новые технологии в газовой промышленности», Москва, РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина, 4-7 октября 2011г. 431 с.
- 64. Кузьмичев А.Н., Цыбульский С.П. Лабораторные экспериментальные исследования фильтрационно-емкостных свойств анизотропных коллекторов // Труды 55-й научной конференции МФТИ, М.: МФТИ, 2012. 166 с.
- 65. Кузьмичев А.Н., Цыбульский С.П. Лабораторные экспериментальные исследования фильтрационно-емкостных свойств анизотропных коллекторов // Всероссийская молодежная конференция «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук», Москва, ИПНГ, 19-25 ноября 2012. 167 с.
- 66. Кузьмичев А.Н. Результаты экспериментального определения фильтрационно-емкостных свойств ортотропного песчаника // «Актуальные проблемы развития нефтегазового комплекса России» 10-ая Всероссийская научно-техническая конференция, Москва, РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина, 10 – 12 февраля 2014. С. 61.
- 67. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособ.: Для вузов.
  В 10 т. Т. III. Квантовая механика (нерелятивистская теория). 5-е изд., стереотип. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2002. 808 с. ISBN 509221-0057-2 (Т. III).

- 68. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособ.: Для вузов.
  В 10 т. Т. VII. Теория упругости. 4-е изд., испр. и доп. М.: Наука. 1987. 248
  с.
- 69. Лехницкий С.Г. Теория анизотропного упругого тела. М., Наука, 1977. 416с.
- Лохин В.В., Седов Л.И. Нелинейные тензорные функции от нескольких тензорных аргументов // ПММ. 1963. Т.27. Вып.3. С. 393-417.
- 71. Макаров А.Н., Багринцева К.И., Садыбеков А.Т. Особенности строения рифейских карбонатных коллекторов Юрубченского газонефтяного месторождения. Геология нефти и газа. -1998. №4. С. 18-30.
- 72. Максимов В.М., Дмитриев Н.М. Методы нелинейных тензорных функций в моделях двухфазной фильтрации в анизотропных средах // Проблемы современной механики М.: Изд-во МГУ. 1998. С. 76-83.
- 73. Мандель А.М. О связи теплопроводности горных пород со структурой порового пространства // Геология и разведка. 1997. № 1. С. 116.
- 74. Минский Е.М. О турбулентной фильтрации в пористых средах. Докл. АН СССР, 1951. т. 78. №3. С.409-412
- 75. Михайлов Г.К., Николаевский В.Н. Движение жидкостей и газов в пористых средах//Механика в СССР за 50 лет. Т.2, М., Наука, 1970. С. 585-648
- Михайлов Н.Н. Физика нефтяного и газового пласта. М.: МАКС Пресс. 2008. 470 с.
- 77. Най Дж. Физические свойства кристаллов. М.: Мир. 1967. 385 с.
- Нарасимхамурти Т. Фотоупругие и электрооптические свойства кристаллов.
   Пер. с англ. М: Мир. 1984. 624 с.
- 79. ОСТ 39-235-89 «Нефть. Метод определения фазовых проницаемостей в лабораторных условиях при совместной фильтрации»., 1989. 36 с.
- Панфилов М.Б. Влияние характера распределения фаз на относительные проницаемости при фильтрации несмешивающихся жидкостей // Сб. науч. тр. МИНХ и ГП, 1979. вып. 146. С. 102-109.

- Переломова Н.В., Тагиева М.М. Задачник по кристаллофизике. М.: Наука, 1982. 288 с.
- Плешаков В.Ф., Сиротин Ю.И. Анизотропные векторные функции векторного аргумента // ПММ. 1966. Т. 30. № 2. С. 243-251.
- 83. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР/ под ред. Полубариновой-Кочиной П.Я. и др.М.: Наука, 1969. 545 с.
- 84. Рассохин С.Г. Относительные фазовые проницаемости при фильтрации углеводородов в гидрофильном и гидрофобном керне // Актуальные проблемы освоения, разработки и эксплуатации месторождений природного газа. М.: ВНИИГАЗ, 2003. С. 50-64.
- 85. Ржевский Ю.С. К методике палеомагнитного изучения керна скважины. Материалы VIII конференции по постоянному геомагнитному полю и палеомагнетизму. Часть вторая. Киев, Наукова думка, 1970. С. 120-124.
- Ромм Е.С. Структурные модели порового пространства горных пород. М: Недра. 1985. 240 с.
- 87. Ромм Е.С. Фильтрационные свойства трещиноватых пород. Л.: Недра. 1966.
  284 с.
- Рябинкин Л.А. Теория упругих волн. Учебное пособие для вузов. М: Недра. 1987. 182 с.
- 89. Саттаров М.А. Вопросы фильтрации в области малых скоростей течения // Автореферат докторской диссертации. Киев. АН УССР ин-т гидромеханики. 1978. 47 с.
- 90. Семенов А.А. Экспериментальное исследование фильтрационных течений в анизотропных пористых средах // Диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук, 2007. 134 с.
- 91. Семенов А.А., Дмитриев М.Н. К выбору оптимального направления проводки горизонтальных скважин в газовых пластах // Сборник трудов студенческого научного общества за 2001 год. М.: Нефть и газ, 2002.
- 92. Семенов А.А., Дмитриев М.Н. К выбору оптимального направления проводки горизонтальных скважин в газовых пластах, проявляющих в

рамках закона Дарси трансверсально-изотропные фильтрационные свойства // Тезисы докладов четвертой всероссийской конференции молодых ученых, специалистов и студентов по проблемам газовой промышленности России "Новые технологии в газовой промышленности". М.: ООО "Интерконтакт Наука". 2001.

- 93. Семенов В.В., Казанский А.Ю., Банников Е.А. Изучение анизотропии горных пород на керне и ее ориентация в пространстве палеомагнитным методом // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. 2008. № 1. С. 18-23.
- 94. Сиротин Ю.И. Тензорные функции полярного и аксиального вектора, совместимые с симметрией текстур // ПММ. 1964. Т. 28. № 4. с. 653-693.
- 95. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. Учебное пособие. 2-е изд., перераб. М.: Наука. Главная редакция физикоматематической литературы, 1979. 640 с.
- 96. Соболь В.Р., Криворучко Т.А. О переносе тепла в анизотропных металлических средах.
- 97. Стрельченко В.В., Пименов Ю.Г., Соколов Д.И., Шумейко А.Э. Особенности получения и структурирования объектов в горных породах методом рентгенотомографии // Тезисы докладов Первой Всероссийской научной конференции «Практическая микротомография». Казань. 2013. С. 40-44.
- 98. Таиров Н.Д., Саркисов А.А., Джаварли С.З. Влияние гидрофобности пород на фазовые проницаемости // Нефтняное хозяйство. 1974. № 1. С. 48-49.
- 99. Тульбович Б.И. Методы изучения коллекторов нефти и газа. М.: Недра, 1979. 199 с.
- 100. Федоров Ф.И. Теория упругих волн в кристаллах. М., Наука. 1965 г., 388 с.
- 101. Форхгеймер Ф. Гидравлика. М.-Л., ОНТИ ГРЭЛ. 1935. 615 с.
- 102. Фатихов С.З., Сыртланов В.Р. К вопросу вычисления относительных фазовых проницаемостей // Нефтегазовое дело, № 1. 2012. С. 324-332.

- Христианович С.А. Движение грунтовых вод, не следующее закону Дарси. ПММ, 1940, т.4 вып. 1. С. 33-52
- 104. Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. М. Ижевск. НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006. 436 с.
- 105. Черных К.Ф. Введение в анизотропную упругость. М.: Наука. 1988. 192 с.
   ISBN 5-02-013807-X
- 106. Шаскольская М.П. Кристаллография. М.: Высшая школа. 1976. 391 с.
- 107. Шейдеггер А.Э. Физика течения жидкостей через пористые среды. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2008. 254 с.
- 108. Шмонов В.М., Витовтова В.М., Жариков А.В. Флюидная проницаемость пород земной коры. М.: Научный мир. 2002. 216 с.
- 109. Шувалов Л.А. Основы тензорного и симметрийного описания физических свойств кристаллов // В кн.: Современная кристаллография. Т.4.М.: Наука. 1981. 496 с.
- Эфрос Д.А. Определение относительных проницаемостей и функций распределения при вытеснении нефти водой. Докл. АН СССР. 1956. том 10. № 5. С. 746-749.
- 111. Юшков А.С. Кернометрия. М. Недра. 1989. 224 с.
- Auradou. H., Drazer G., Hulin J.P., Koplik J. Permeability anisotropy induced by the shear displacement of rough fracture walls. Water Resources research, vol. 41, W09423, doi:10.1029/2005WR003938, 2005.
- 113. Angeles R., Lee H.J., Alpak F.O., Torres-Verdín C. Efficient and Accurate Estimation of Permeability and Permeability Anisotropy From Straddle-Packer Formation Tester Measurements Using the Physics of Two-Phase Immiscible Flow and Invasion. SPE 95897. 2005.
- 114. Ayan C., Colley N., Cowan G., Ezekwe E., Wannel M., Goode P., Halford F., Joseph J., Mongini A., Obondoko G., Pop Julian. Measuring Permeability Anisotropy: The Latest Approach. Oilfield Review. 1994. №10. p. 24-35.

- Al-Tahini A., Abousleiman Y. Pore-pressure-coefficient anisotropy measurements for intrinsic and induced anisotropy in sandstone // SPE Reservoir & Engineering, April, 2010.
- 116. Bear J., Braester C., Menier P.S. Effective and relative permeabilities of anisotropic porous media // Transp. Porous Media. 1987. V. 2. № 3. p. 301-316.
- 117. Faulkner D.R. A model for the variation in permeability of clay-bearing fault gouge with depth in the brittle crust. Geophysical research letters, vol. 31, L19611, doi:10.1029/2004GL020736, 2004.
- 118. Genuchten van M. Th. A closed-form equation for predicting the hydraulic
- 119. conductivity of unsaturated soils // Soil Science Society of America Journal.
  1980. vol. 44, №5, p. 892-898.
- 120. Greenkorn R.A., Johnson C.R., Schallenberger L.K. Directional permeability of heterogeneous anisotropic porous media. Soc. Petrol. Eng. J., №4, p. 124.
- 121. Hart D.J. Laboratory measurements of poroelastic constants and flow parameters and some associated phenomena. University of Wisconsin. A dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the Ph. D. degree (Geophysics). 2000. p. 122.
- Hawton M, Borradaile G. Dielectric determination of rock fabric anisotropy.Physics of the Earth and Planetary Interiors. 1989 №56 p. 371-376.
- 123. Hutta J.J., Griffits J.C. Directional permeabilities of sandstone, a test of techniques. Bull. Miner. Ind. Exp. Sta., Pa. State Univ., Coll. Min. Industries,1955, № 64, p. 75.
- 124. Johnson W.E., Hughes R.V. Directional permeability measurements and their significance. Bull. Miner. Ind. Exp. Sta., Pa. State Univ., Coll. Min. Industries,1948, № 52, p. 180.
- 125. Liakopoulos A.C. Variation of the permeability tensor ellipsoid in homogeneous anisotropic soils. Water Resour. Res., 1965, 1 (1), p. 135.
- Marcus H. The permeability of sample of anisotropic medium // J. Geophys. Res.
  1962. V.67. № 13. p. 5215-5225.

- Marcus H., Evenson D.E. Directional permeability in anisotropic porous media // Univ. Calif. Berceley. Water Recourses Center contrib. 1961, № 31. oct. p. 105.
- Meyer R. Anisotropy of sandstone permeability. CREWES Research Report.
   2002. № 14. p.1-12.
- 129. Morgan J.T., Gordon D.T. Influence of pore geometry on water-oil relative permeability // J. of Petrol. Techno., 1970, № 10, P.p. 1199-1208.
- Moridis G.J., Kowalsky M.B., Pruess K. Depressurization-induced gas production from class-1 hydrate deposits // Proceedings of the SPE Annual Technical Conference and Exhibition. – Dallas, 2005.
- Rapoport L. A. and Leas W. J.: Properties of Linear Waterfloods, Trans. AIME, 1953, Vol. 198, 139 p.
- 132. Rice P.A., Fontugne D.J., Latini R. G., Barduhn A.J. Anisotropic permeability in porous media, Industrial & Engineering Chemistry, 1970, Vol. 62, № 6, pp. 23-31.
- Scheidegger A.E. The physics of flow though porous media. Toronto: Univ. of Toronto Press. 1974. 3d edition. p. 353.
- 134. Semenov A.A., Kadet V.V., Dmitriev M.N., Dmitriev N.M. Complex laboratory investigation of fluid flow properties for anisotropic porous media 14th European symposium on improved oil recovery – Cairo. Egypt, 22-24 April 2007. B. 09
- Stoll R.D. Stress-induced anisotropy in sediment acoustics. Journal of Acoustical Society of America. 1989, Vol. 85 №2, p. 702 – 708.
- Stuart R. Stock. MicroComputed tomography. Methodology and Applications. // CRC Press, 2009. 366 p.
- 137. Wong R. A model for strain-induced permeability anisotropy in deformable granular media. Can. Geotech. J. Vol. 40, 2003. p. 95-106.