

## A THEORY OF FLOW THROUGH POROUS MEDIA

V. M. ENTOV

*This is an elementary introduction into the theory of fluids flow through porous media, such as soil, rocks and numerous natural and artificial porous bodies. Environmental engineering, irrigation and petroleum reservoir engineering are main applications of the theory. Flows of homogeneous fluids are discussed. Flows of inhomogeneous fluids are mentioned briefly.*

**Статья содержит элементарное введение в теорию движения жидкостей через пористые тела, примерами которых являются почвы, горные породы и разнообразные природные и искусственные пористые материалы. Главными приложениями теории являются проблемы разработки месторождений нефти и газа, ирригации, управления подземными водами и охраны окружающей среды. Рассматриваются течения однородных жидкостей, кратко обсуждаются течения неоднородных жидкостей.**

© Ентов В.М., 1998

## ТЕОРИЯ ФИЛЬТРАЦИИ

В. М. ЕНТОВ

Государственная академия нефти и газа  
им. И.М. Губкина, Москва

Теория фильтрации — раздел гидродинамики, посвященный исследованию движения жидкостей через пористые среды, то есть тела, пронизанные системой сообщающихся между собой пустот (пор). Пористыми являются многие природные тела: грунты, горные породы, древесина, кожа, кость, мягкие ткани животных, а также искусственные материалы: строительные (бетон, кирпич), пищевые (хлеб), искусственная кожа, керамика, металлические детали, полученные методом порошковой металлургии, и т.д. Пористой является почва, верхний слой грунта, служащий основой земледелия. Уже это простое перечисление показывает ту огромную роль, которую играют пористые среды в жизни людей. Характерная особенность всех этих материалов — способность накапливать в себе жидкость и позволять ей двигаться под действием внешних сил.

По крайней мере три важнейших аспекта нашей жизни напрямую зависят от движения жидкостей через пористые среды. Прежде всего это движение жидкостей через пористые биоматериалы в живых организмах — обмен жидкостью в клетках и тканях, движение соков в деревьях и злаках и другие незаметные внешне движения управляют процессами транспорта питательных веществ к клеткам и вывода вредных продуктов жизнедеятельности из организмов. Хотя эти процессы идут под контролем и при участии ферментов и других белков, сам транспорт жидкостей играет огромную роль в жизни всех клеток и всех существ.

Ту же роль играет движение влаги в почве. В конечном счете именно фильтрующаяся или просачивающаяся в почве вода приносит растениям питательные вещества и служит основой питания всего живого. Движение почвенной влаги, правильная организация орошения и ирригации — одна из важнейших задач теории фильтрации. В последнее время к этой вечной задаче человечества добавилась новая и часто не менее трудная проблема охраны грунтовых вод от загрязнения отходами производства, удобрениями и прочими продуктами жизнедеятельности человечества.

Наконец, основные источники энергии XX века — нефть и газ добываются из глубоко залегающих подземных пластов. Накопление нефти и газа в этих пористых пластах-коллекторах и основные технологии извлечения (добычи) управляются законами теории фильтрации и служат одним из главных источников ее задач.

Важнейшей количественной характеристикой пористых тел является их *пористость*  $m$ , определяемая как доля объема тела, приходящаяся на поры, или объем пор в единице объема материала. Обычно при этом игнорируются замкнутые изолированные поры и учитываются только соединенные между собой проточные поры. Они образуют поровое пространство – сложную разветвленную и нерегулярную сеть пор. Некоторое представление о структуре порового пространства дает рис. 1, где схематически показан срез пористой среды (зеленым цветом закрашены срезы зерен, белым – внутривпорового пространства). Пористость большинства материалов находится в пределах 0,1–0,4. Взяв для оценки типичное для многих горных пород значение  $m = 0,25$ , находим, что в  $1 \text{ м}^3$  породы объем пор  $\sim 0,25 \text{ м}^3 = 250 \text{ л}$ . Когда речь идет о породах – коллекторах нефти и газа или пластах, насыщенных пресной водой в пустынных районах, пористость является главным параметром, поскольку она определяет запасы месторождения, то есть количество жидкости в данном пласте.

Пористость – безразмерная величина, она не зависит от размера частиц, составляющих пористую среду. Более точно, если представить себе два пористых тела, которые геометрически подобны друг другу на микроуровне и отличаются только размером частиц, то их пористость будет одинаковой. (Пористость слоя песчинок, слоя горошин и слоя пушечных ядер одинакова!) Суть в том, что в крупнозернистом материале поры крупнее, однако их число в единице объема среды меньше и эти эффекты как раз компенсируют друг друга.

Для большинства приложений важна пропускная способность пористой среды, то есть характеристика того, насколько легко может двигаться в ней жидкость. При одной и той же пористости пропускная способность различных сред может оказаться совершенно разной. Всем известно, как быстро исчезают лужи после дождя в местах с песчаной почвой и как долго стоят они на глинистых грунтах.



Рис. 1. Срез пористой среды (восстановленное изображение)

Способность пористой среды пропускать жидкость характеризуется проницаемостью. Ее определение тесно связано с основным законом движения жидкости в пористой среде, называемом законом Дарси в честь французского инженера Анри Дарси, экспериментально установившего этот закон в 1856 году. Схема опыта Дарси показана на рис. 2.

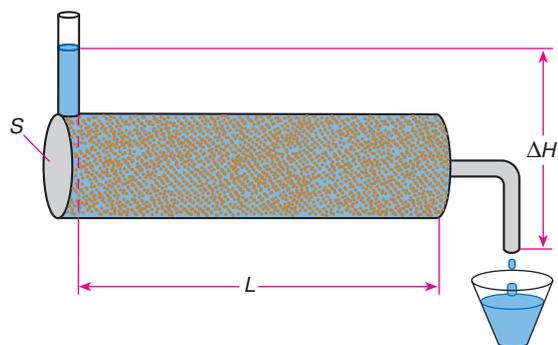


Рис. 2. Схема опыта Дарси

Дарси пропускал воду через набитые песком трубки под действием разности уровней и измерял расход жидкости  $Q$ , то есть ее количество, протекающее через трубку в единицу времени. Оказывается, что расход пропорционален разности уровней  $\Delta H$  и площади сечения трубки  $S$  и обратно пропорционален ее длине  $L$ :

$$Q \sim \frac{S \Delta H}{L}. \quad (1)$$

Если повторить опыт Дарси с жидкостями различной плотности  $\rho$  и вязкости  $\mu$ , то можно убедиться, что расход пропорционален плотности жидкости и обратно пропорционален ее вязкости. Поэтому перепишем формулу (1) в виде

$$Q = \frac{k \rho g \Delta H S}{L \mu}. \quad (2)$$

Здесь  $g$  – ускорение силы тяжести,  $k$  – коэффициент пропорциональности, являющийся характеристикой пористой среды и не зависящий от размеров образца и свойств жидкости. Это характеристика и называется *проницаемостью* пористой среды, а формула (2) представляет собой современную запись закона Дарси в простейшей форме. Сравнивая размерности обеих частей уравнения (2), находим, что проницаемость  $k$  имеет размерность площади, то есть измеряется в  $\text{м}^2$ . В таких единицах проницаемость большинства природных пористых сред весьма мала. Так, проницаемость “хорошо” проницаемого песчаника порядка  $10^{-12} \text{ м}^2$ .

Размерность проницаемости показывает, что это чисто геометрическое свойство среды, косвенно

определяющее размер ее структуры. Для сред геометрически подобной структуры проницаемость пропорциональна квадрату характерного размера структуры (например, размера зерна). Поэтому в отличие от пористости проницаемость является переменной характеристикой: проницаемости различных сред могут различаться в тысячи и более раз. Именно от проницаемости зависит производительность нефтяных и газовых скважин.

Соотношение (2) показывает, что интенсивность течения в пористой среде характеризуется отношением  $u = Q/S$ , то есть расходом на единицу площади сечения образца или *скоростью фильтрации*. Эта величина с размерностью скорости представляет собой плотность потока, рассчитанного на всю площадь сечения образца (а не только на площадь пор). Истинная скорость в среднем в  $1/m$  раз больше.

В опыте, показанном на рис. 2, величина  $\rho g \Delta H$  представляет собой перепад давления  $\Delta p$  на длине образца, поэтому закон Дарси можно переписать в виде

$$u = \frac{k \Delta p}{\mu L}. \quad (3)$$

*Скорость фильтрации направлена в сторону убывания давления, пропорциональна градиенту давления, обратно пропорциональна вязкости жидкости и прямо пропорциональна проницаемости среды.* Соотношение (3) используется для определения употребительной внесистемной единицы проницаемости 1 Дарси (1 Д): эта такая проницаемость, при которой градиент давления в 1 физическую атмосферу (760 мм ртутного столба) создает скорость фильтрации 1 см/с при вязкости жидкости 1 мПа · с. Легко подсчитать, что 1 Д =  $1,02 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$ .

В теории движения грунтовых вод имеют дело только с водой, вязкость которой  $\mu = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$  и плотность  $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Поэтому вместо давления чаще пользуются пропорциональным ему напором  $H = p/\rho g$ , измеряемым в метрах, а проводимость среды для фильтрационного потока характеризуют коэффициентом фильтрации

$$C = \frac{\rho k g}{\mu}, \quad u = C \frac{\Delta H}{L}, \quad (4)$$

имеющим размерность скорости. Это скорость, с которой вода вытекает из вертикального насыщенного водой образца под действием силы тяжести. Коэффициент фильтрации меняется от величин порядка 0,001 м/сут для почти непроницаемых глин до 1–10 м/сут для хорошо проницаемых пород (особенно трещиноватых, то есть содержащих систему трещин).

Закон Дарси и закон сохранения массы (уравнение неразрывности) в общем случае образуют систему уравнений для отыскания распределения дав-

ления и поля скорости фильтрации. Уравнение для давления (или напора) представляет собой уравнение в частных производных, родственное уравнению Лапласа, описывающему распределение потенциала электрического поля. Оно сводится к уравнению Лапласа в случае однородной среды. Это не случайно, так как имеется полная математическая аналогия между распределением электрического тока в проводящем материале и распределением скорости фильтрации в пласте. В этой аналогии ток соответствует скорости фильтрации, электрический потенциал – давлению или напору, проводимость – проницаемости, а закон Ома соответствует закону Дарси. До появления компьютеров электрогидродинамическая аналогия (ЭГДА) широко применялась для решения задач теории фильтрации методом электро моделирования.

Фильтрационный поток можно представить разбитым на множество тонких трубок тока, боковые границы которых образованы линиями тока, направленными вдоль вектора скорости фильтрации. Если поток установившийся, то есть не меняется со временем, то через каждое сечение трубки тока протекает в единицу времени одна и та же масса жидкости (массовый расход)

$$M = \rho u S.$$

Здесь  $\rho$  – плотность жидкости,  $u$  – скорость фильтрации,  $S$  – площадь сечения трубки тока. Для несжимаемой жидкости ( $\rho = \text{const}$ ) расход  $Q = uS$  вдоль трубки постоянен. В простейших случаях это позволяет найти закон изменения скорости фильтрации вдоль трубки тока. Так, одной из основных для теории фильтрации является задача о притоке к скважине – узкому цилиндрическому отверстию, которое пробурено в пласте для откачки воды, нефти или газа. В окрестности скважины в силу симметрии линии тока направлены радиально к скважине, а площадь сечения трубок тока пропорциональна расстоянию от оси скважины

$$u = \frac{Q}{2\pi r h}.$$

Небольшой отрезок трубки тока между сечениями на расстояниях  $r$  и  $r + \Delta r$  представляет собой аналог образца в опыте Дарси, так что для перепада давления на нем имеем

$$\Delta p = \frac{\mu}{k} u \Delta r = \frac{\mu Q}{2\pi k h} \frac{\Delta r}{r}.$$

Таким образом, для распределения давления  $p(r)$  получается простейшее дифференциальное уравнение, решение которого имеет вид

$$p(r) = \frac{\mu Q}{2\pi k h} \ln \frac{r}{r_{\text{скв}}} + p_{\text{скв}}. \quad (5)$$

Здесь  $r_{\text{скв}}$  — радиус скважины,  $p_{\text{скв}}$  — давление в ней. Если известно давление  $p_0$  на расстоянии  $r_0$  от скважины (такую линию равного давления называют контуром питания), то, используя (5), можно найти формулу для расхода (дебита)

$$Q = \frac{2\pi kh(p_0 - p_{\text{скв}})}{\mu \ln(r_0/r_{\text{скв}})}. \quad (6)$$

Эта формула, называемая формулой Дюпюи, является важнейшей в гидрогеологии и нефтяном деле. В частности, по ней подсчитывается, каков будет дебит скважины — ее производительность при данном перепаде давления  $p_0 - p_{\text{скв}}$ . Одно из примечательных свойств этой формулы — то, что размеры контура питания и скважины входят в нее в виде отношения под знаком логарифма. Это значит, что двукратное увеличение радиуса скважины привело бы к такому же увеличению дебита, как и двукратное уменьшение радиуса контура питания. Однако обычно  $r_{\text{скв}} \sim 10$  см,  $r_0 \sim 100-1000$  м. Таким образом, формула Дюпюи указывает, что на производительность скважин основное влияние оказывает малая окрестность скважин. Состояние этой “призабойной зоны” скважин — одна из основных забот инженеров нефтяников и газовиков. К тому же слабая (логарифмическая) зависимость от радиуса контура питания делает ошибку в определении этой достаточной условной величины не столь существенной.

Одним из эффективных средств повышения производительности скважин является гидравлический разрыв пласта. В этом методе в пласт под большим давлением нагнетается жидкость. Ее давление выбирается так, чтобы в результате распирающего действия в пласте образовалась трещина, которая затем будет служить каналом для отбора жидкости из пласта. Образовавшуюся трещину закрепляют, закачивая в нее вместе с жидкостью разрыва твердые крупные частицы — закрепитель. Современная технология позволяет создавать трещины гидроразрыва длиной до сотен метров. Используя более сложный математический аппарат, можно получить аналог формулы Дюпюи для скважины с трещиной гидроразрыва и убедиться, что вертикальная трещина длиной  $2L$  эквивалентна по производительности скважине радиуса  $L/2$ . Иными словами, скважину

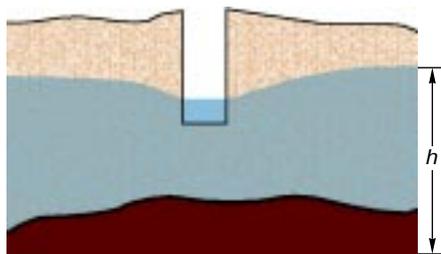


Рис. 3. Безнапорное течение

радиусом в 10 см легко превратить в эквивалентную скважину радиусом 10 м. Таким образом, с помощью даже умеренного гидроразрыва можно поднять производительность скважины в несколько раз.

Формула Дюпюи в виде (6) относится к глубинным пластам, находящимся под большим давлением, когда жидкость стремится подняться выше, но ее не пускают лежащие выше непроницаемые пласты — покрышки. Такой режим, когда жидкость заполняет весь пласт, называется напорным. В верхних слоях грунта часто встречается другая ситуация, когда грунтовые воды заполняют нижнюю часть водоносного слоя, ограниченного снизу непроницаемой границей — водоупором, а в верхней части слоя грунта находится воздух.

На свободной поверхности слоя воды давление равно атмосферному, а движущей силой потока является разность уровней воды в различных точках пласта (рис. 3). Такой режим движения называется безнапорным, он особенно важен для грунтовых вод. В частности, для водяной скважины при безнапорном режиме аналог формулы Дюпюи имеет вид

$$Q = \frac{\pi k \rho g (h_0^2 - h_{\text{скв}}^2)}{\mu \ln(r_0/r_{\text{скв}})}.$$

Здесь  $h_{\text{скв}}$  и  $h_0$  — уровни в скважине и на контуре питания.

До сих пор речь шла лишь о стационарных, не изменяющихся во времени фильтрационных потоках. Однако большинство течений являются в той или иной степени нестационарными. Особенно это относится к техногенным процессам, вызванным хозяйственной деятельностью человека. Нестационарность может проявляться как перемещение границ занятой жидкостью области или как распространение возмущений (волн) давления. Волны давления обусловлены зависимостью запаса жидкости в порах от ее давления. Проще всего понять это на примере газонасыщенной пористой среды. Считая газ идеальным, можно показать, что масса газа в единице объема среды составляет

$$M_g = \rho m = \frac{m \mu_g p}{RT}.$$

Здесь  $\rho$  — плотность газа,  $\mu_g$  — его молекулярная масса,  $p$  — давление,  $T$  — абсолютная температура,  $R$  — универсальная газовая постоянная.

Пусть имеется цепочка образцов пористой среды (рис. 4), насыщенных газом при давлении  $p_0$ . Если начинать отбор газа из крайнего образца, то давление в нем упадет и возникнет разность давлений между вторым и первым образцами в цепочке. Газ начнет перетекать из второго образца в первый, а давление во втором образце падать. Возмущение по цепочке захватит третий образец, и волна давления постепенно распространится вдоль всей цепочки и

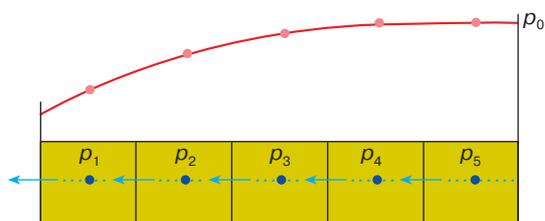


Рис. 4. Цепочка пористых образцов

тем быстрее, чем меньше сжимаемость газа и сопротивление его движению.

Математическая теория, в более строгой постановке описывающая этот мысленный эксперимент, показывает, что характерное расстояние  $l$  распространения волны за время  $t$

$$l \sim 2 \sqrt{\frac{k p_0 t}{2 m \mu}}. \quad (7)$$

Подставляя характерные для газового месторождения значения  $k = 10^{-13} \text{ м}^2$ ,  $p_0 = 10 \text{ МПа}$ ,  $m = 0,2$ ,  $\mu = 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ , получим  $l = 60 \text{ м}$  при  $t = 1 \text{ час}$ ,  $l = 300 \text{ м}$  при  $t = 1 \text{ сутки}$ ,  $l = 5 \text{ км}$  при  $t = 1 \text{ год}$ .

На первый взгляд кажется, что в применении к капельной жидкости (вода, нефть) такое рассуждение приводит из-за несжимаемости жидкости, к бесконечно быстрому распространению волн давления. На самом деле это не так. Любая жидкость хоть немного, но сжимается при повышении давления (вода на  $1/2000$  при изменении давления на  $1 \text{ МПа}$ , нефть в несколько раз сильнее). Кроме того, при повышении давления внутри пор в пласте пористость немного увеличивается. Поэтому и в случае жидкости запас ее в пласте увеличивается с повышением давления, а потому и оказывается возможным распространение волны давления. Для нее

$$l \sim 2 \sqrt{\kappa t}, \quad \kappa = \frac{kK}{m\mu}; \quad \frac{1}{K} = \frac{1}{K_m} + \frac{1}{K_p}. \quad (8)$$

Здесь  $K_m$  и  $K_p$  – модули всестороннего сжатия сухой пористой среды и жидкости. Формально распространение волн давления в упругодеформируемом пласте, насыщенном упругосжимаемой жидкостью, описывается классическим уравнением теплопроводности, только вместо температуры в нем стоит давление, а вместо коэффициента температуропроводности – коэффициент  $\kappa$ .

Чтобы подчеркнуть эту аналогию, В.Н. Шелкачев, создатель теории упругого режима фильтрации, назвал уравнение для давления уравнением пьезопроводности, а коэффициент  $\kappa$  – коэффициентом пьезопроводности. Его характерные значения  $(0,1-1) \text{ м}^2/\text{с}$ . Поэтому за  $1 \text{ с}$  волна давления уходит на  $0,3-1 \text{ м}$ , за  $1 \text{ ч}$  на  $18-60 \text{ м}$ , за  $1 \text{ сут}$  – на  $100-300 \text{ м}$ , за  $1 \text{ год}$  – на  $2-6 \text{ км}$ . Иначе говоря, каждый

элемент пористой среды, каждый пласт имеет свое характерное время распространения волны давления  $\tau \sim L^2/\kappa$ . С ростом размера элемента характерное время возрастает пропорционально квадрату линейного размера. Нестационарные процессы, захватывающие большие пластовые системы, имеют характерные времена, измеряемые годами и десятилетиями лет.

Точно так же при понижении уровня в водяной скважине от нее начинает распространяться волна понижения уровня. Можно убедиться, что закон ее распространения также определяется корневой зависимостью от времени (7), в которую вместо  $k p_0/\mu$  нужно подставить произведение коэффициента фильтрации на начальный уровень воды  $Ch_0$ . Наблюдения за распространением волн давления или волн понижения уровня грунтовых вод позволяют оценить фактическое значение проницаемости пласта или коэффициента фильтрации. Такие обратные методы, основанные на сопоставлении данных наблюдений с теоретическими зависимостями, очень важны, поскольку позволяют заглянуть внутрь подземного резервуара сравнительно доступными средствами.

Классическая теория фильтрации, о которой шла речь до сих пор, имеет дело с течением однородной жидкости в пористой среде. В большинстве современных приложений, однако, приходится рассматривать неоднородные системы, многокомпонентные однофазные (растворы) или двух- и трехфазные смеси. Упомянем лишь такие важные области, как загрязнение грунтовых вод, миграция влаги в почвенном слое и вытеснение нефти пластовой или искусственно закачиваемой водой или газом. У каждой из этих систем есть аналог в обычной гидродинамике (скажем, перенос загрязнения потоком воды в реке или течение газонефтяной смеси по трубам). Однако пористая среда в каждом случае вносит свои особенности, так или иначе связанные с малостью размера пор, нерегулярностью и неоднородностью порового пространства и огромной поверхностью контакта жидкости со скелетом. Перечислим наиболее типичные и важные эффекты.

#### Перенос примеси, адсорбция, хроматографическое разделение, диффузия и гидродинамическая дисперсия

Примесь, растворенная в потоке, переносится этим потоком и одновременно диффундирует относительно несущей жидкости. Скорость переноса равна скорости жидкости, ширина области диффузионного размывания пропорциональна  $\sqrt{Dt}$ , где  $t$  – время с момента введения примеси, а  $D$  – коэффициент диффузии. Если представить себе подобный опыт, выполненный с потоком грунтовых вод (а это часто происходит, когда в грунт проникают сточные воды), то обнаруживаются два важных отличия. Во-первых, скорость переноса оказывается меньше,

иногда значительно (в несколько раз), чем средняя скорость потока  $V = u/m$ . Во-вторых, диффузионный размыв происходит значительно быстрее, чем это предсказывает теория диффузии, и с разной скоростью вдоль и поперек потока.

Отставание примеси от несущего ее потока в пористой среде объясняется явлением *адсорбции*. Молекулы растворенной в жидкости примеси могут временно закрепляться (адсорбироваться) на поверхности пор. Между раствором и поверхностью устанавливается динамическое равновесие, и среднее количество адсорбированного вещества зависит от его концентрации в растворе:  $a = a(c)$ . Эта зависимость носит название *изотермы адсорбции*.

Таким образом, в среднем некоторая доля содержащейся в пористой среде примеси не движется вовсе, поэтому средняя скорость примеси меньше скорости жидкости. Более точно: можно показать, что каждое значение концентрации  $c$  переносится с постоянной скоростью  $v(c)$ , причем

$$v(c) = \frac{u}{m + a'(c)},$$

где штрихом обозначена производная функции. В частности, если изотерма адсорбции линейна,  $a = \Gamma c$ , все значения концентрации переносятся с постоянной скоростью

$$v = \frac{u}{m + \Gamma} \quad (9)$$

и эта скорость тем меньше, чем больше постоянная  $\Gamma$ , то есть чем сильнее адсорбция.

Если примесей несколько и их адсорбция различна, то есть различны постоянные  $\Gamma$ , то в потоке через пористую колонку они переносятся с разными скоростями. Это явление, обнаруженное экспериментально русским ботаником М.С. Цветом, носит название *хроматографии*. Оно лежит в основе метода хроматографического анализа химических веществ и хроматографического метода разделения смесей, особо важного при получении чистых веществ. Нетрудно понять, почему хроматографическое разделение отчетливо проявляется в пористой среде и почти незаметно в трубах. Дело здесь в огромной удельной поверхности пористых сред. Чем больше эта поверхность, то есть чем меньше размер зерен, тем больше адсорбция. Поэтому особо тонкопористый активированный уголь используется в качестве адсорбента в противогазах для задержки вредных газов. Хроматографическое разделение существенно влияет на физико-химические процессы повышения нефтеотдачи пластов, основанные на закачке в пласты смесей химических реактивов.

Адсорбция в пористых телах обладает особенностями, прямо связанными с удивительной геометрией порового пространства. Согласно молекулярной теории адсорбции, количество адсорбированного ве-

щества увеличивается с ростом его концентрации вблизи поверхности, пока вся поверхность раздела не окажется покрытой мономолекулярным адсорбционным слоем. Зная площадь  $S^*$ , которая приходится на одну молекулу, и измерив предельную адсорбцию  $a_\infty$ , можно вычислить удельную поверхность пористого тела (полную поверхность пор в единице объема среды)

$$S_0 = \frac{a_\infty S^*}{\mu_g N_A},$$

где  $N_A$  — число Авогадро,  $\mu_g$  — молекулярная масса адсорбирующегося вещества. (Подобным образом можно было бы измерить поверхность пещеры вымостив ее стены изразцовыми плитками, а потом подсчитав, сколько плиток понадобилось.)

Такой метод измерений часто используется в современных лабораториях. Однако результат измерений зависит от размеров используемых в опыте молекул. Чем меньше молекулы, тем больше оказывается измеренная площадь поверхности пор. Это не ошибка, а важнейший научный факт. Объяснение состоит в том, что поверхность реальных пор не гладкая, а сильно и нерегулярно изрезанная, причем изрезанность сохраняется в широком диапазоне масштабов. Выбрав некоторый размер молекулы для измерения, мы исключаем из рассмотрения все неровности малых масштабов и их вклад в поверхность. Подобные поверхности (и геометрические объекты иной размерности) сравнительно недавно стали изучать математики и немедленно обнаружилось в некоторых природных объектах; они получили название *фрактальных поверхностей* или *фракталов* и являются объектами дробной размерности. Поверхность порового пространства многих реальных тел имеет размерность 2,16–2,99. Далеко не все возможные следствия фрактального строения поверхности пор изучены, здесь еще возможны неожиданные открытия.

Вернемся от микроскопического описания к макроскопическому и обратимся к диффузии примеси в фильтрационном потоке. Причиной ускоренной диффузии в пористой среде также оказывается особая геометрия пор, а именно: разброс размеров пор и изменение этих размеров от точки к точке пласта. В результате скорость жидкости испытывает резкие флуктуации от точки к точке пористой среды. Поэтому при одинаковой средней скорости примесь переносится с разной скоростью по различным путям. Возникающий разброс положений частиц примеси внешне выглядит как диффузия, хотя и порожден главным образом гидродинамическими причинами. Он носит название *гидродинамической дисперсии*. Два основных свойства этой квазидиффузии достаточно очевидны уже из качественной картины: коэффициент диффузии возрастает с ростом скорости фильтрации, а величина его различна в направлении потока и поперек него. Ясно также,

что коэффициент диффузии будет тем больше, чем больше характерный масштаб неоднородности потока. В природных пластах, где неоднородность носит случайный характер, вероятность встретить флуктуацию большого масштаба тем больше, чем больший путь проходит жидкая частица. Поэтому наблюдаемое значение эффективного коэффициента гидродинамической дисперсии тем больше, чем больше размер области наблюдения.

Все это делает количественный анализ явления гидродинамической дисперсии в пористых средах одним из наиболее сложных разделов теории фильтрации.

### Многофазные течения

Наиболее важные и интересные явления происходят при движении в пористой среде нескольких фаз, скажем воды и воздуха в почве или нефти, газа и воды в нефтяных месторождениях. Появление межфазных границ требует учета капиллярных сил. Их роль в природных пластах оказывается определяющей. Это связано с малостью размеров пор. Так, относительная роль капиллярных сил по отношению к силе тяжести и силам вязкого сопротивления определяется отношениями, которые носят название капиллярных чисел:

$$Ca_g = \frac{\rho g d^2}{\sigma}, \quad Ca = \frac{\mu u}{\sigma}. \quad (10)$$

Здесь  $\sigma$  – межфазное натяжение, имеющее порядок 10 мН/м. Подставляя сюда характерные значения, легко убедиться в справедливости утверждения о преобладании капиллярных сил.

Поэтому в каждом элементе пористой среды фазы стремятся расположиться так, как им диктуют капиллярные силы. При этом мелкие поры оказываются занятыми более смачивающей жидкостью, а крупные – менее смачивающей. Большинство природных пористых сред гидрофильны, и смачивающей жидкостью для них является вода, а несмачивающей – воздух, нефть или газ. Фактически пленка воды почти всегда существует на поверхности скелета грунта. Для несмачивающей фазы остаются расширения пор. Детальная картина сосуществования двух жидкостей в поровом пространстве будет зависеть от их количества. Его обычно характеризуют фазовыми насыщенностями  $s_i$ ,  $i = 1, 2$ . Насыщенность – это доля порового пространства, занятая данной фазой, так что  $s_1 + s_2 = 1$ . В частности, если насыщенность несмачивающей фазы достаточно мала, меньше некоторого критического значения  $s_*$ , эта фаза должна распасться на отдельные капли, которые заперты капиллярными силами и неспособны двигаться под действием обычных для пласта перепадов давления. Именно этим объясняется неизбежность заземления некоторого количе-

ства остаточной нефти в пласте при вытеснении ее водой.

При насыщенности выше критической поровые каналы, занятые данной фазой, образуют связную сеть каналов и, возможно, течение. При критической насыщенности эта сеть каналов разрывается. Такой переход, происходящий при определенном соотношении между числом заполненных и незаполненных поровых каналов, является общим явлением для процессов проводимости во многих неупорядоченных физических системах. Изучение этих критических явлений породило особую область теоретической физики, получившую название теории перколяции (просачивания). Любопытно, что сама эта теория позаимствовала название из теории движения через пористые среды, а теперь возвращается в нее с новыми подходами и результатами.

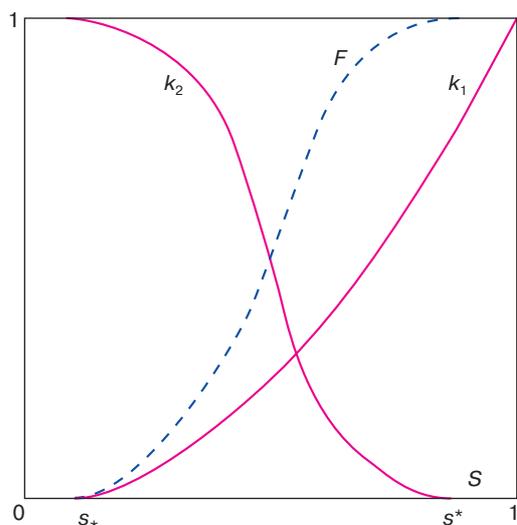
Таким образом, в условиях преобладания поверхностного натяжения две жидкости, смачивающая и несмачивающая, например вода и нефть, занимают при данном соотношении между их насыщенностями строго определенное положение в порах. При этом течение их происходит по “своей” части порового пространства так, как если бы вторая фаза затвердела. Это напоминает течение воды и масла по одной горизонтальной трубе, только в этом случае упорядочивающим фактором является сила тяжести. Поэтому для каждой из фаз справедлив закон Дарси, но проницаемость уменьшается, так как часть порового пространства занята другой фазой. Отношение эффективной проницаемости к абсолютной (однофазной) проницаемости данной среды носит название относительной фазовой проницаемости для данной фазы. В условиях преобладания капиллярных сил относительные фазовые проницаемости – функции насыщенности  $k_{r_i} = k_i/k$  (рис. 5). В основном обе фазы движутся под одним перепадом давления (вспомните аналогию с трубой). Суммарный поток через единицу площади сечения  $U$  делится на потоки первой и второй фаз  $u_1$  и  $u_2$ ,  $u_1 + u_2 = U$ .

Для процессов вытеснения нефти особо важную роль играет функция распределения потоков  $F(s) = u_1/U$ , равная доле воды в совместном потоке воды и нефти. Теория дает для нее выражение

$$F(s) = \frac{k_1}{k_1 + (\mu_1/\mu_2)k_2}. \quad (11)$$

Очевидно,  $0 \leq F \leq 1$ . График функции  $F(s)$  имеет характерную S-образную форму, причем  $F = 0$  при  $0 \leq s \leq s_*$  и  $F = 1$  при  $s^* \leq s \leq 1$  (см. рис. 5). Это непосредственно вытекает из общей картины двухфазного течения под контролем капиллярных сил.

Функция распределения потоков ясно указывает пути совершенствования извлечения нефти. Все, что способствует уменьшению доли воды в потоке при данной насыщенности, повышает эффективность



**Рис. 5.** Относительные фазовые проницаемости и функция распределения потоков

заводнения. Так, можно пытаться понизить вязкость нефти (см. формулу (11)), для этого в пласт закачивают горячую воду. Можно пытаться увеличить вязкость воды, для этого к воде примешивают специальные добавки – высокомолекулярные полимеры, которые способны сильно увеличивать вязкость воды (в несколько раз при концентрации полимера порядка нескольких сотых процента). Наконец, можно повлиять на капиллярные силы, добавляя к воде поверхностно-активные вещества.

Исследование движения многофазных и многокомпонентных систем в пористой среде – физико-химическая подземная гидродинамика представля-

ет собой быстро развивающуюся ветвь теории фильтрации, где методы физики, химии и гидродинамики совместно решают важные практические задачи. Для первичного ознакомления с данной научной областью можно рекомендовать популярную книгу по теории фильтрации [1]. Более строгое, но и более сложное изложение можно найти в учебниках и монографиях [2–5].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кочина Н.Н., Кочина П.Я., Николаевский В.Н. Мир подземных жидкостей. М.: ИФЗ, 1994. 112 с.
2. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. 664 с.
3. Чарный И.А. Основы подземной гидравлики. М.: Гостоптехиздат, 1956. 260 с.
4. Басниев К.С., Власов А.М., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидравлика. М.: Недра, 1986. 303 с.
5. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.

\* \* \*

Владимир Мордухович Ентов, профессор, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, научный руководитель лаборатории прикладной механики сплошных сред Института проблем механики РАН, профессор Государственной академии нефти и газа им. И.М. Губкина, член-корреспондент РАЕН. Автор 12 книг и более 250 статей по механике сплошных сред и ее приложениям, в частности в нефтяной и газовой промышленности.