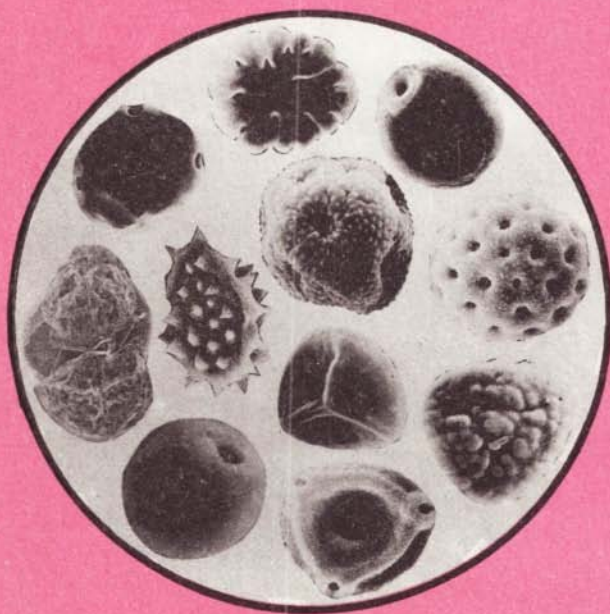




МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПАЛИНОЛОГИИ



АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПАЛИНОЛОГИИ

Выпуск 3

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРИОДИЧНОСТИ
ПРОЦЕССОВ ИЗМЕНЕНИЯ
ПАЛЕОКЛИМАТА И ПАЛЕОРАСТИТЕЛЬНОСТИ
МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНТРОПИИ
ПО ПАЛИНОЛОГИЧЕСКИМ ДАННЫМ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ

НОВОСИБИРСК 1989

Математические методы в палинологии. Вып.3. Исследования периодичности процессов изменения палеоклимата и палеорастительности методом максимальной энтропии (по палинологическим данным): Метод. разраб. / Г.Ф.Букреева. Новосибирск: Изд. ИГиГ, 1989. 103 с.

Предложена методика количественной оценки периодичности изменения палеоклимата и палеорастительности по их реализациям с использованием метода максимальной энтропии. Она позволяет устанавливать присутствие периодических составляющих в исследуемом ряду наблюдений, число доминирующих периодов, параметры соответствующих гармоник, приуроченность местоположения циклов периода T по вертикали геологического разреза. Совместный многомерный спектральный анализ компонентов спорово-пыльцевых спектров и элементов палеоклимата выявляет структуру колебаний, вскрывает их общие и специфические особенности.

Методика выявления и анализа скрытых периодичностей процесса может использоваться не только при анализе палинологических данных, но и в других отраслях геологии.

Для палинологов и специалистов, интересующихся применением математических методов и ЭВМ для обработки временных рядов наблюдений.

СОСТАВИТЕЛЬ

канд.геол.-мин.наук Г.Ф.Букреева

Ответственный редактор

д-р геол.-мин.наук А.Н.Дмитриев

Р е ц е н з е н т ы

канд.геол.-мин.наук В.В.Зуенко (Новосибирский ун-т),

канд.физ.-мат.наук В.О.Красавчиков (ИГиГ СО АН СССР)

Материал рассмотрен и рекомендован к публикации как методические разработки секцией стратиграфии, тектоники, литологии и осадочных полезных ископаемых Ученого совета Института геологии и геофизики СО АН СССР

О Т Р Е Д А К Т О Р А

Работа Г.Ф.Букреевой вызвала у редактора ряд соображений, которыми хочется поделиться с читателями. Ведь содержание исследования в своем прикладном аспекте тесно сопряжено с раскаленной проблемой современности – шоковое потепление в общепланетарном масштабе. Применяя специальные термины, выдвинутые академиком К.Я.Кондратьевым*, можно утверждать, что мы вступили в первую фазу климатической катастрофы. Если интенсивность климатических видоизменений останется в темпах 80-х годов, то неизбежно наступит и вторая фаза этой катастрофы – возникновение глобального климатического хаоса. Что, в свою очередь, будет означать дальнейший рост пространственно-временной изменчивости климатических параметров. Возраст, глубина и скорость нарушения закономерных переходов между смежными экологическими системами и, как следствие этого, массовое появление нестационарных процессов.

В связи с угрозой климатического хаоса возникает настоятельная необходимость в изучении палеоклимата ближайших к нам эпох. Причем, в строящихся палеоклиматических реконструкциях особую роль должны играть задачи по выявлению количественных характеристик климатических периодов. Конечной целью таких реконструкций и создания геолого-математических моделей колебаний климатических параметров должно быть указание на то, в каком состоянии находится современный климат по отношению к его естественным природным колебаниям и циклам. Не является ли нарастающий разбаланс климатических показателей следствием геологической периодизации климата, или регистрируемые неурядицы имеют единственную причину – антропогенную деятельность. Ведь действительно, критическое давление техногенеза на природную среду

* Кондратьев К.Я. Ключевые аспекты биосферных и экологических исследований. Изв. Всесоюз. географ. об-ва, 1988. Вып.6. С.481-489.

адресуется не только верхним оболочкам Земли, но и литосфере. Как энергопроизводство, так и преобразование вещества (10 тыс. км² в год) уже достигло общепланетарных масштабов и может разрушительным образом влиять на климат. Поэтому малейшая подсказка о природной характеристике климата на текущий момент может сильно модифицировать антропогенную активность.

Предлагаемый Г.Ф.Букреевой подход к количественной оценке периодичности процессов палеоклимата прямо нацелен на решение острой экологической проблемы. Мы не будем характеризовать содержание работы, читатель сам оценит сильные ее стороны и вскрыет недостатки. Но отметить экологическое значение этого подхода считаем уместным.

А.Н.Дмитриев

ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных свойств климата является колебательный характер его изменений то в сторону похолодания, то потепления, имевший место в прошедшие геологические эпохи и продолжающийся в настоящее время. Так, климаты плейстоцена и голоцена характеризовались чередованием ледниковых и межледниковых эпох, на что указывают палеоклиматические и современные данные. Причем изменения климата Земли носили разнопериодический и разномасштабный характер. Геологические материалы подтверждают существование короткопериодической цикличности, поддающейся непосредственному наблюдению в настоящее время, и длиннопериодической цикличности с периодами в тысячи, миллионы и даже десятки миллионов лет. Твердо установлено существование большого числа циклов климатических колебаний с периодами в 11, 22, 30-35, 60, 80, 100, 170-200, 350-400, 1000, 1700-2200 лет и т.д. /Личков, 1960, 1965; Лунгерсгаузен, 1957, 1963/, связанных с изменением солнечной активности. Палеогеографические исследования убедительно доказывают существование 1850-летней периодичности в увлажненности материков, которая объясняется приливообразующими силами, обусловленными лунно-земными связями /Шнитников, 1957/. Выделены геологические циклы с периодами 3500, 20 000 лет и более /Зубаков, 1962/.

Данные о длительности циклических процессов в плейстоцене и голоцене, обусловленных космическим влиянием Луны и Солнца на Землю, рассчитанные по методике, предложенной С.Л.Афанасьевым /1984/: 9, 31, 84, 118, 168, 310, 390, 1754, 2904, 6075 лет, — являются еще одним подтверждением наличия установленных периодичностей.

Климат и растительность тесно связаны между собой. Именно климатическими колебаниями объясняется динамика изменения характера растительности. Многократная смена климатических условий и перемещение природных зон фиксируются составом микрофоссилий в виде пыльцевых зерен, принадлежащих растительности геологического прошлого. Эти изменения свидетельствуют о четкой периодичности. Геохронологическая приуроченность их используется в климато-стратиграфии. Изучение периодичности в изменении растительности прошлого, а следовательно и климата, необходимо для палеогеографических реконструкций и прогнозирования климата будущего.

Традиционно эти исследования с привлечением палинологического материала ведутся на уровне качественных оценок.

Цель данной разработки – изложить методику количественной оценки периодичности в изменении палеорастительности и палеоклимата на материале палинологического анализа голоценовых и плейстоценовых отложений, а также проиллюстрировать ее возможности на конкретном палинологическом материале с помощью разработанного программного математического обеспечения.

Средством изучения периодичности выбран математический аппарат спектрального анализа. Применение его к исследованию структуры кривых элементов палеоклимата и содержания компонентов ископаемых спорово-пыльцевых спектров позволяет выявить присутствующие в них периодичности и определить их параметры.

Так можно выявить периодичность содержания по вертикали разреза любых видов пыльцевых зерен: пихты, ели, сосны, березы, осоковых, полыней, сфагновых мхов и т.д. А совмещение данных по колебаниям палеорастительности и палеоклимата, полученных на материале одного и того же разреза, представляет собой наглядную картину взаимосвязи между компонентами спорово-пыльцевых спектров, а также между ними и элементами климата.

Учет определений абсолютного возраста, которые обычно имеют место при изучении голоценовых отложений, в совокупности с предлагаемой методикой дает возможность установить приуроченность циклов изменений растительности и климата к определенным хронозонам. Если такие определения отсутствуют, то выявление периодичности осуществляется в масштабе мощности. Одноименные фазы выявленных циклов могут быть полезны для корреляции разрезов.

При использовании данной методики для решения задач климатостратиграфии, во-первых, исключается элемент субъективизма в установлении факта периодичности и его приуроченности к тому или иному геологическому отрезку времени, во-вторых, обеспечивается более глубокий и полный анализ фактических данных. Дело в том, что исследователь, изучая динамику того или иного параметра, по существу имеет дело с суммарным результатом наложенных друг на друга колебательных движений разного порядка. Разложить исследуемый ряд на простые составляющие, не прибегая к математическим методам, он не мож.т. Такую возможность предоставляют методы спектрального анализа, один из которых использован в данной разработке.

Г.Ф.Букреевой /1987/ в числе палинологических задач, решаемых математическими методами, называлась и задача выявления периодичности в изменениях характера растительности и климата геологического прошлого, а реализовать ее рекомендовано методом максимальной энтропии и гармонического анализа. Эта рекомендация явилась следствием того, что автор опробовала данную методику на материалах палинологических исследований голоценовых и плейстоценовых отложений нескольких регионов. В прежних работах методика представлена либо в описательном виде и применительно к другим данным /Букреева и др., 1987/, либо в виде конечных результатов, полученных на палинологическом материале /Букреева, 1987; 1988/.

Структуру предлагаемой работы обусловило отсутствие методических разработок количественной оценки периодичности процесса на палинологическом материале. В ней приводится перечень и раскрывается содержание основных математических понятий, употребляемых в тексте, последовательно излагаются методика и требования к исходным данным, описывается способ формирования временных рядов наблюдений на основе ископаемых спорово-пыльцевых спектров. Поскольку работа ориентирована на палинологов, в ней дается обоснование выбора применяемых математических методов и описание процесса математической обработки материала; проводится опробование методики на конкретном геологическом материале с интерпретацией полученных результатов.

Математическое обеспечение представляет собой пакет, состоящий из пяти программ, составленных на языке ПЛ/I и ориентированных на ЭВМ серии ЕС.

Общее представление о задачах, решаемых при помощи предлагаемой методики, методах и средствах реализации на примере палинологических и палеоклиматических данных, дает информация, помещенная в табл. I.

Предлагаемая методика пригодна для исследования не только изменений палеоклимата и палеорастительности, но и ряда других периодически протекающих процессов (например, седиментационной и геохимической цикличности, изменений геомагнитного поля, выявлению скрытой периодичности землетрясений и т.д.). В каждом случае исследуется реализация того процесса, который изучается. Она должна быть представлена в виде дискретного ряда наблюдений за

Таблица I

Общая характеристика методики исследования периодичности изменения палеоклимата
и палеорастительности по палинологическим данным

№ п/п	Типовая задача	Форма представления исходного материала	Модель процесса	Математический метод	Программа
1	Исследование периодичности изменения одного какого-либо элемента палеоклимата или содержания компонента спорово-пыльцевого спектра	Временной ряд, палеоклиматическая или палинологическая кривая по изучаемому геологическому разрезу	Ряд Фурье	Спектральный анализ временного ряда (метод максимальной энтропии), гармонический анализ (определение параметров гармоник по формулам Бесселя)	1. MEM ("Оценка спектра методом максимальной энтропии и определение параметров гармонических составляющих исходного ряда"); 2. TRED ("Расчет, суммирование и вывод на графопостроитель гармоник доминирующих периодов").
2	Выделение закономерной составляющей (тренда) в поведении элемента климата или содержании компонента спорово-пыльцевого спектра	" "	" "	" "	" "
3	Исследование изменений палеоклимата и палеорастительности одновременно по нескольким характеристикам	Несколько временных рядов или кривых (палеоклиматических, палинологических) по изучаемому геологическому разрезу	" "	Спектральный анализ временных рядов (метод максимальной энтропии), гармонический анализ (определение параметров гармоник по формулам Бесселя), многомерный статистический анализ (метод главных компонент)	1. MEMMGK ("Многомерный спектральный анализ"); 2. TREUS ("Расчет и вывод на графопостроитель заданной гармонической составляющей по всем исходным рядам одновременно")

изменением во времени одного какого-либо параметра (или нескольких). Так, в первом случае реализацией может быть изменение зернистости пород по разрезу, во втором - содержания того или иного химического элемента, в третьем - среднегодовое значение геомагнитного поля, в четвертом - характеристика силы землетрясений во времени. Периодичность изменения палеоклимата и палеорастительности мы предлагаем изучать по палеоклиматическим и палинологическим временным рядам.

Глава I

ОСНОВНЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Средством изучения периодичности колебательного характера климата и растительности нами выбраны методы корреляционного и спектрального анализ – основного математического аппарата теории случайных стационарных процессов, исходя из предположения, что процессы изменения климата и растительности, как и большинство природных процессов, относятся к классу случайных стационарных процессов (тем более, что аргументов против этого утверждения нет).

В качестве отправных положений методики принималось, что:

- процессы изменения климата и растительности могут быть описаны динамической моделью, представляющей собой сумму нескольких доминирующих гармонических составляющих;

- ископаемые спорово-пыльцевые спектры объективно отражают характер изменения климата и растительности, поэтому могут быть использованы для его изучения;

- количественная оценка периодичности указанных процессов может быть сведена к анализу структуры кривых, описывающих поведение во времени (снизу вверх по разрезу) компонентов ископаемых спорово-пыльцевых спектров и элементов палеоклимата.

В методике использован ряд математических терминов и соотношений. Напомним содержание основных из них, пользуясь формулировками, приведенными в классических работах /Дженкинс, Ваттс, 1972; Коняев, 1973; Г.Корн, Т.Корн, 1984/.

I.1. Применяемые математические понятия

Из теории случайных процессов использованы следующие понятия.

Случайный процесс есть случайная функция $x(t)$ от независимой переменной t . Каждое испытание дает определенный набор значений величины $x(t)$, где $t = 0, 1, 2, \dots, T$, которая называется реализацией случайного процесса. Случайный процесс дискретен или непрерывен, если дискретно или непрерывно распределение величин $x(t_1), x(t_2), \dots$ для каждого конечного множества.

Процесс называется случайной последовательностью (процессом с дискретным временем), если независимая переменная может принимать только счетное множество значений. При этом случайный процесс рассматривается как совокупность случайных величин, зависящих от параметра t : $x_0 = x(t_0), x_1 = x(t_1), \dots$. Последовательность действительных чисел $x_0, x_1, x_2, \dots$ представляет функцию $x_t = x(t)$, определенную на конечном множестве значений целых чисел t .

Временной ряд — это отображение процесса в виде ряда наблюдений переменной $x(t)$, зависящих от дискретно или непрерывно меняющегося аргумента t (обычно времени наблюдений). Различают непрерывные и дискретные временные ряды. В данной разработке рассматриваются дискретные временные ряды, поэтому приводимые ниже соотношения касаются только их.

Дискретные временные ряды — это такие ряды, значения которых заданы только в определенные моменты времени. Один из способов, с помощью которых может быть получен дискретный временной ряд, состоит в отсчете значений непрерывного временного ряда через равные промежутки времени Δt .

Дискретный случайный процесс может быть описан его средним значением M и автоковариационной функцией C_τ или (что эквивалентно) его средним значением M , дисперсией D и автокорреляционной функцией r_τ .

Среднее значение (математическое ожидание) для дискретных значений функции $x(t)$, т.е. случайной последовательности x_t , характеризует центр ее распределения и определяется выражением

$$M(x_t) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} x_t = \bar{x}. \quad (I.1)$$

Дисперсия характеризует рассеяние дискретных значений функции $x(t)$ относительно среднего значения (центра распределения) и оценивается формулой

$$D(x_t) = \sigma_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=0}^{N-1} (x_t - \bar{x})^2. \quad (I.2)$$

Авторегрессия — регрессионная зависимость значений x_t некоторой случайной последовательности $\{x_t, t=0, \pm 1, \dots\}$ от предшествующих значений $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-m}$. Линейная авторегрессия m -го порядка определяется уравнением линейной регрессии x_t по x_{t-k} ; $k = 1, 2, \dots, m$, то есть

$$x_t = a_1 x_{t-1} + \dots + a_m x_{t-m} + \varepsilon_t, \quad (I.3)$$

где $a_1, \dots, a_m$ - коэффициенты уравнения; ε_t - случайная величина.

Порядок авторегрессии - это число m предшествующих значений, учитываемых в регрессионной зависимости.

Авторегрессионная модель - это описание некоторых временных рядов (реализаций случайных процессов) в виде уравнения авторегрессии (I.3).

Ковариационная функция (автоковариация) служит для описания взаимосвязи между значениями одной и той же случайной последовательности x_t , сдвинутыми относительно друг друга на величину расстояния τ . Аналитически функция выражена равенством

$$C_\tau = C_{xx}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-\tau} (x_t - \bar{x})(x_{t+\tau} - \bar{x}), \quad \tau = 0, 1, 2, \dots, T$$

При $\tau = 0$ она принимает значение дисперсии σ_x^2 .

Автокорреляционная функция (автокорреляция) случайной последовательности x_t - это нормированная на σ_x автоковариационная функция

$$r_\tau = C_\tau / \sigma_x. \quad (I.4)$$

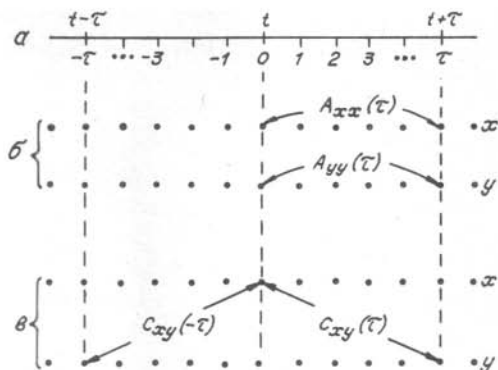
Она представляет собой выразительную оценку меры связи между исходной случайной последовательностью и той же последовательностью, но сдвинутой относительно самой себя на величину интервала (запаздывания) τ . Иными словами, это корреляция последовательностей x_t и $x_{t+\tau}$ (рис. I). Следовательно, автокорреляция показывает, как изменяется корреляция между значениями одной и той же случайной последовательности по мере увеличения расстояния между ними. Она, как и коэффициент корреляции, принимает значения в пределах $-1 \leq r \leq 1$.

Коррелограмма - это графическое изображение автокорреляционной функции (см. рис. 7).

Для описания двумерного случайного процесса используются взаимные ковариационная и корреляционная функции.

Взаимная ковариационная функция служит для описания взаимосвязи между значениями двух случайных последовательностей x_t и y_t , сдвинутыми относительно друг друга на величину расстояния τ (см. рис. I). Она оценивается выражением

Рис. I. Автоковариации (б) и взаимные ковариации (в) двумерного случайного процесса, представленного рядами x и y ; а - ось времени t .



$$C_{xy}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-\tau} (y_t - \bar{y})(x_{t+\tau} - \bar{x}), \quad \tau = 0, 1, 2, \dots, T. \quad (I.5)$$

Взаимная корреляционная функция - это безразмерная величина, определяемая нормированием взаимной ковариационной функции на произведение дисперсий рядов x_t и y_t . Она служит мерой корреляционной связи между двумя случайными последовательностями x_t и y_t , сдвинутыми относительно друг друга на величину τ ,

$$r_{xy}(\tau) = C_{xy}(\tau) / \sigma_x \sigma_y. \quad (I.6)$$

Математический аппарат корреляционного и спектрального анализа разработан применительно к модели стационарного эргодического случайного процесса. Эта модель с теми или иными оговорками пригодна для многих практически наблюдаемых процессов и позволяет существенно упростить его измерение.

Стационарным называют такой случайный процесс, вероятностные характеристики которого не меняются с течением времени. Стационарность есть следствие неизменности условий протекания процесса.

У стационарного, в широком смысле, процесса среднее значение и дисперсия не зависят от времени - они постоянны, а функция корреляции $r(t_1, t_2)$ зависит только от разности моментов времени $\tau = t_1 - t_2$:

$$M(t) = \text{const}; \quad \sigma^2(t) = \text{const}; \quad r(t_1, t_2) = r(t_1 - t_2) = r(\tau). \quad (I.7)$$

Эргодичность - это свойство процесса, для которого усред-

нение по времени эквивалентно усреднению по множеству реализаций. Согласно теории, основные числовые характеристики случайного процесса должны определяться по множеству реализаций. Это трудоемкая работа, а иногда и просто невыполнимая, так как процесс часто бывает представлен одной или небольшим числом реализаций. Выход из этого положения дала теорема Биркхофа-Хинчина (эргодическая теорема). Из нее следует, что если случайная функция стационарна, имеет конечную дисперсию и корреляционную функцию, стремящуюся к нулю при увеличении τ (что соответствует ослаблению связи между разнесенными во времени значениями процесса и свойственно многим реальным случайным процессам), то для оценки математического ожидания и автоковариационной функции можно ограничиться единственной реализацией функции $x(t)$. Поэтому, если стационарный процесс обладает свойством эргодичности, то это позволяет проводить изучение процесса по одной его реализации. Эргодическая теорема справедлива для стационарных процессов, удовлетворяющих весьма широким условиям, поэтому обычно свойства стационарности и эргодичности сопутствуют друг другу.

Спектральный анализ — это математический аппарат, разработанный для исследования свойств временных рядов. Чтобы перейти к описанию терминов, применяемых при спектральном анализе, приведем некоторые сведения о периодических функциях.

Периодическая функция — это функция $f(t)$, значения которой не изменяются при прибавлении к аргументу некоторого (отличного от нуля) числа, так называемого периода функции T :

$$f(t) = f(t+T).$$

Периодом T колебаний называются одинаковые промежутки времени, через которые повторяется любое значение функции $x(t)$, т.е. $x(t+T) = x(t)$. Периодическая функция широко применяется в математике, физике и технике, особенно в описаниях различных колебательных процессов.

Гармоническим колебанием называют такое периодическое изменение исследуемой величины, которое может быть описано синусоидальным законом

$$f(t) = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (I.8)$$

где A — амплитуда колебаний, $(\omega t + \varphi)$ — фаза колебаний, φ — начальная фаза колебаний, ω — циклическая (или круговая) частота колебаний.

Амплитуда A – это наибольшее отклонение от нулевого значения величины, колеблющейся по гармоническому закону.

Фаза $(\omega t + \varphi)$ гармонического колебания определяет значение изменяющейся величины в момент времени t .

Циклическая (или круговая) частота ω – это величина, обратная периоду T и равная числу колебаний, совершаемых за 2π единиц времени:

$$\omega = 2 / T \quad \text{или} \quad \omega = 360^\circ / T. \quad (I.9)$$

Каждое гармоническое колебание характеризуется своей амплитудой A и периодом T (частотой ω) (рис.2).

Гармоника – это простейшая периодическая функция вида (I.8).

Спектр (от лат. spectrum – представление, образ) – это совокупность всех значений какой-либо величины, характеризующей систему или процесс. В данной работе используется понятие частотного спектра колебаний.

Спектр колебаний – это совокупность гармонических колебаний, на которые может быть разложено данное сложное гармоническое колебание. В общем случае спектр колебаний содержит бесконечный ряд гармоник, амплитуды которых быстро убывают с увеличением их номера.

Интерпретация спектра позволяет судить о числе доминирующих гармонических компонент в исследуемом временном ряду, о значениях их периодов и амплитуд. Обычно оценки спектра для наглядности представляют в виде графика (рис.3).

Французским математиком Ж.Б.Фурье было установлено, что при достаточно общих условиях, так называемых условиях Дирихле /Г.Горн, Т.Корн, 1984/, функция $y(t)$ может быть представлена суммой гармонических составляющих, т.е. в виде гармонического ряда.

Ряд Фурье представляет собой бесконечный тригонометрический ряд, описывающий исходную функцию на конечном интервале наблюдений. Вещественная форма записи ряда

$$y(t) = y_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[a_k \cos\left(\frac{2\pi}{N} kt\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi}{N} kt\right) \right], \quad (I.10)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots; \quad t = 0, 2, \dots, N,$$

где y_0 – среднее значение функции $y(t)$; N – число наблюдений; a_k и b_k – амплитуды, которые находятся по формулам

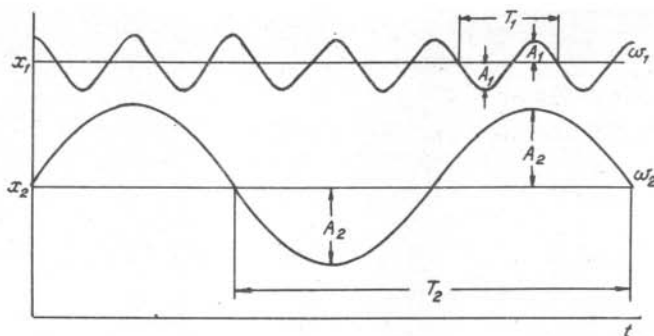


Рис.2. Гармонические колебания с амплитудами A_1 и A_2 , с частотой ω_1 и ω_2 .

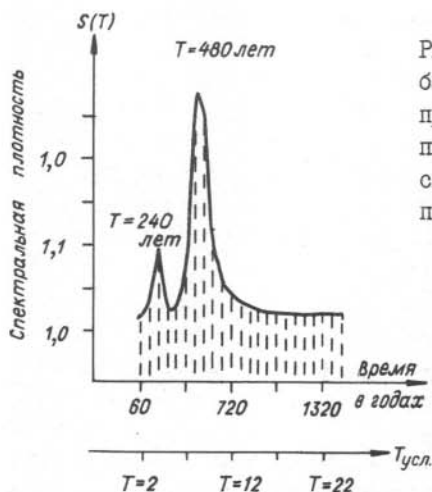


Рис.3. Оценка спектра колебаний, построенного по ряду процентного содержания пылцы ели в ископаемых спорово-пыльцевых спектрах позднеголоценовых отложениях торфяника.

$$a_k = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^N y(t) \cos\left(\frac{2\pi}{N} kt\right),$$

$$b_k = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^N y(t) \sin\left(\frac{2\pi}{N} kt\right), \quad (\text{I.II})$$

$$y_0 = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N y(t). \quad (I.II)$$

Комплексная форма записи ряда Фурье

$$y_t = \sum_{k=0}^{N/2} S_k \exp(i \frac{2\pi}{N} kt), \quad (I.I2)$$

где $S_k \exp(i \frac{2\pi}{N} kt)$ - k -ая гармоническая компонента, S_k - комплексная амплитуда, которая может быть выражена, в свою очередь, через значения временной функции

$$S_k = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} y_t \exp(-i \frac{2\pi}{N} kt). \quad (I.I3)$$

Величина S_k есть спектральная плотность амплитуд, или амплитудный спектр процесса y_t .

Формулы (I.I2) и (I.I3) представляют собой пару дискретных преобразований Фурье: временной функции $y(t)$ и спектральной функции $S(k)$.

Открытие Ж.Б.Фурье, таким образом, дало возможность решать две задачи: прямую - определять исходную функцию как сумму гармонических составляющих (по спектру) и обратную - определять совокупность гармонических составляющих (спектр) по исходной реализации. Первая задача решается при помощи ряда Фурье, вторая - преобразованием Фурье исходной функции.

Тригонометрическая форма представления пары дискретных преобразований Фурье записывается в виде следующих формул:

$$\begin{aligned} y_t &= \sum_k S_k \left[\cos\left(\frac{2\pi}{N} kt\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{N} kt\right) \right]; \\ S_k &= \sum_t y_t \left[\cos\left(\frac{2\pi}{N} kt\right) - i \sin\left(\frac{2\pi}{N} kt\right) \right]. \end{aligned} \quad (I.I4)$$

Если ввести обозначения

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{N} \sum_t y_t \cos\left(\frac{2\pi}{N} kt\right), \\ b_k &= \frac{1}{N} \sum_t y_t \sin\left(\frac{2\pi}{N} kt\right), \end{aligned} \quad (I.I5)$$

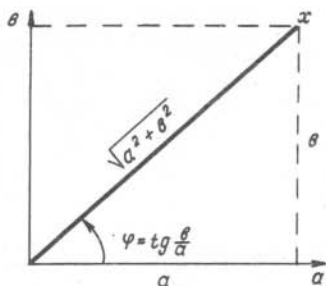


Рис.4. Геометрическая интерпретация модуля и аргумента (фазы) комплексного числа x .

то будет видно, что комплексная амплитуда S_k связана с действительными коэффициентами a_k и b_k :

$$S_k = a_k - ib_k. \quad (I.I6)$$

Выражение $a_k - ib_k$ называется комплексным числом. Действительное число a называется абсциссой, b — ординатой комплексного числа; i — мнимая единица (основное ее свойство состоит в том, что произведение $i \cdot i = -I$, т.е. $i^2 = -I$). Комплексное число имеет модуль и аргумент (фазу). Длина вектора, изображающего комплексное число, называется модулем этого комплексного числа $a+ib$, обозначается $|a+ib|$, а также буквой r . Из рис.4 видно, что

$$r = |a + ib| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Угол ψ между осью абсцисс и радиус-вектором r , изображающим комплексное число $a + ib$, называется аргументом (фазой) комплексного числа

$$\psi = \arctg \frac{b}{a}.$$

Каждая гармоническая компонента имеет амплитуду

$$|S_k| = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$$

и "фазу"

$$\operatorname{tg} \psi_k = -b_k/a_k$$

Распределения амплитуд и фаз по частотам представляют собой соответствующие спектры:

амплитудный	$ S_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2},$	(I.I7)
фазовый	$\operatorname{tg} \psi_k = -b_k/a_k.$	

Кроме того, в спектральном анализе принято оценивать гармонические колебания количественной мерой, называемой энергией. Она определяется величиной амплитуды, возведенной в квадрат. Соответствующий спектр называется энергетическим

$$|s_k|^2 = a_k^2 + b_k^2.$$

Перечисленные спектры заключают в себе всю необходимую информацию о параметрах гармоник, выделенных по исходной функции.

1.2. Динамическая модель периодического процесса.

Постановка задачи и пути ее решения

Способ решения задачи исследования периодичности того или иного процесса определяется выбором модели, описывающей этот процесс.

В работе принимается, что наиболее подходящей и отвечающей реальности динамической моделью, описывающей процесс изменения климата или растительности, может служить гармоническая модель в виде ряда Фурье

$$f(y) = \bar{y} + \sum_{k=1}^N A_k \sin(\omega x_1 + \varphi_k). \quad (I.18)$$

Каждая гармоническая составляющая этой модели характеризует колебательное движение с периодом T , амплитудой A и начальной фазой φ , присущими только ему.

Выбор динамической модели (I.18) обусловлен многочисленными свидетельствами о периодичности процессов, происходящих в природе, обуславливающих формирование облика Земли и развитие на ней органического мира. Как известно, А.Е.Куликович сформулировал периодический закон исторической геологии: "События геологической истории (тектонические движения, смена физико-географической обстановки, явления магнетизма и вулканизма, формирование и преобразование месторождений полезных ископаемых, существенные переломы в развитии органического мира и пр.) протекают на фоне поступательного процесса циклично с правильной периодичностью, обусловленной обращением Солнечной системы вокруг центра Галактики. Специфика этих событий в значительной степени контролируется календарными подразделениями галактического года" /Куликович, 1985, с.35/.

В связи с этим предлагаемая методика базируется на идее фоссилизации в геологических разрезах колебательных изменений

климата и растительности. Ископаемые спорово-пыльцевые спектры можно рассматривать как их овестьствленные следствия. Эти изменения происходили одновременно в соответствии с несколькими синусоидальными законами. Ископаемые спорово-пыльцевые спектры представляют собой суммарный результат взаимодействия колебательных движений разных порядков, которые проявляются одновременно и накладываются друг на друга (циклы коротких периодов на длиннопериодные). Поэтому когда устанавливают явную цикличность по составу ископаемых спорово-пыльцевых спектров, то опираются на конечный суммарный результат природного механизма изменения климата, обусловившего состав ископаемых спорово-пыльцевых спектров осадочной толщи.

В случае выявления скрытой периодичности решается как бы обратная задача: суммарный результат этого сложного процесса раскладывается на простые составляющие, каждая из которых представляет собой доминирующее колебательное движение со своими параметрами — периодом, амплитудой и начальной фазой. Колебательные движения можно ранжировать и количественно оценить по периодам и амплитудам, если для этой цели использовать существующие математические методы. Установив для выделенных периодов амплитуды и начальные фазы соответствующих гармоник, можно определить местоположение по разрезу скрытых циклов соответствующих периодов.

Задача исследования периодичности процесса может быть сформулирована следующим образом.

Имеется временной ряд наблюдений, представляющий собой реализацию стационарного случайного процесса. Требуется по нему установить наличие периодичности, выявить ее структуру и определить местонахождение во времени или пространстве циклов доминирующих периодов.

Поставленная задача решается методами анализа временных рядов, которые разработаны применительно к стационарным случайным процессам и являются удобной моделью широкого класса реальных наблюдений /Хеннан, 1964; Бокс, Дженкинс, 1974; Дженкинс, Ваттс, 1972; и др./. Центральной задачей статистического анализа временных рядов является определение спектра по одной его реализации. Полученная спектральная оценка выявляет доминирующие периоды в исследуемом ряду наблюдений.

Таким образом, решение задачи сводится к оценке параметров динамической модели процесса (I.18).

Интерпретация положения той или иной гармоник относительно вертикали геологического разреза, т.е. определения начала и конца циклов периода T , ближе всего отвечает динамической модели изменения климата и растительности: процесс возникает и развивается довольно быстро, активно, а затем постепенно "затухает". Достигнув фазы "покоя", "равновесия", он начинает развиваться в обратном направлении, вновь активизироваться и, достигнув определенной фазы, прерывается. Рассмотренная модель отвечает полностью законченному циклу процесса. В динамике поведения параметров, характеризующих изменения климата или растительности, также четко прослеживается "волнообразная" смена максимальных и минимальных его значений. Поэтому в качестве модели цикла периода T в данной разработке используется гармоника периода T . Интервалы времени, соответствующие ее положительным значениям, должны совпадать с максимальными фазами в развитии процесса и, наоборот, интервалы времени, соответствующие отрицательным значениям, отвечать протеканию процесса с малой степенью активности.

Для определения местоположения циклов периода T по значениям функции соответствующей гармоник предлагается применять одну из двух моделей. Модель 1 (рис.5,а) состоит из двух полупериодов и отражает двучленное строение цикла: нижняя часть соответствует минимальному развитию процесса, а верхняя — максимуму. Модель 2 (см. рис.5,б) отражает трехчленное строение цикла, выделяя его срединную часть, отвечающую максимуму в развитии процесса, нижнюю, соответствующую началу его зарождения, и верхнюю, соответствующую завершению процесса. Соответственно за начало цикла будут приниматься разные фазы гармоник.

Суммарный результат наложения гармоник разного периода приводит к возникновению асимметричных циклов, поэтому в суммарной кривой, отражающей поведение той или иной характеристики, трудно визуально выделить ритмически повторяющиеся элементы (рис.6).

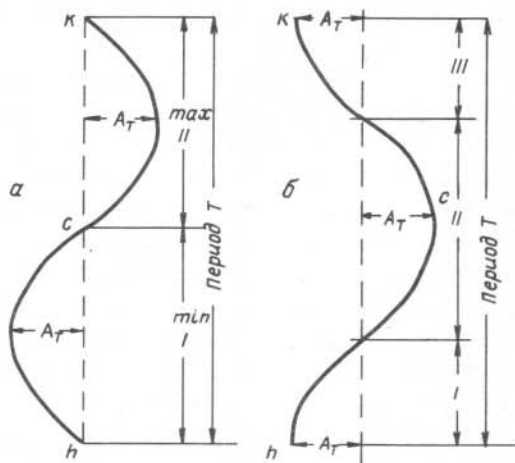


Рис.5. Модели цикла периода T (интерпретация функции синусоиды): а) двухчленное и б) трехчленное строение цикла; н, с, к – начало, середина и конец цикла.

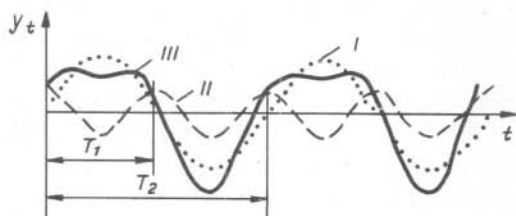


Рис.6. Возникновение асимметричного цикла (кривая III) в результате сложения двух синусоидальных компонент (кривые I и II) /по В.Н.Дечу, Л.Д.Кнорингу, 1985/.

1.3. Требования к исходным данным. Формирование временных рядов

В основе изучения периодичности стационарных случайных процессов лежит анализ временных рядов. При этом требования к исходной информации таковы: 1) ряд должен быть полным, без пропусков в наблюдении; 2) информация представлена с равномерным шагом во времени; 3) ряд обладает свойствами стационарности и эргодичности.

Стационарность функции, как излагалось выше, предполагает приблизительно однородное протекание процесса во времени, а эргодичность – достаточность (представительность) одной реализации функции для его статистического описания. Поэтому прежде всего

осуществляется проверка рядов на соответствие этим условиям.

Процессы изменения климата и растительности можно считать стационарными потому, что за достаточно продолжительные периоды существования Земли зачастую не обнаруживается систематической эволюционирующей компоненты, за исключением некоторых явлений. Тем более что эволюционная составляющая может быть устранена специальными (регрессионными) методами. Кроме того, о стационарности этих процессов приходится судить, располагая данными о них только на малых отрезках времени (например, при изучении палеоклимата голоцена не учитывается его изменчивость в олигоцене). Об их эргодичности свидетельствует ограниченность вариаций в изучаемых процессах.

Исходным фактическим материалом при изучении периодичности процессов изменения палеоклимата и палеорастительности по палинологическим данным служат дискретные временные ряды, составленные по изменению содержания того или иного компонента ископаемого спорово-пыльцевого спектра или по количественным оценкам элемента палеоклимата в изучаемом геологическом разрезе.

Наиболее оптимальным материалом для изучения является тот, который получен по геологическому разрезу без перерывов в осадконакоплении, достаточно полно и равномерно охарактеризованному по всей протяженности спорово-пыльцевыми спектрами и имеющему определения абсолютного возраста пород.

Как известно, периодичность может быть исследована в масштабе времени или мощности. Соответственно формирование исходного ряда наблюдений осуществляется снятием замеров с постоянным шагом по времени или мощности с кривой, характеризующей поведение исследуемого параметра по вертикали разреза. Интервал отсчета Δ определяет максимальную частоту (минимальный период), которую можно различать при спектральном анализе данного ряда.

Подготовка исходного ряда наблюдений для анализа в масштабе мощности (доминирующие периоды оцениваются в сантиметрах, метрах) не требует дополнительного преобразования геологической колонки. В этом случае значения исследуемого параметра фиксируются в виде ряда (снизу вверх по разрезу) с выбранным шагом.

Наиболее информативным можно считать выявление временной периодичности в геологических разрезах. В этом случае доминирующие периоды оцениваются в десятках, сотнях, тысячах и миллионах

лет. Однако такое исследование затруднено тем, что мощности слоев, наблюдаемые в геологическом разрезе, не являются результатом равномерного захоронения осадков. Для решения вопроса о связи мощности слоев с эволюцией геологического времени можно было бы учитывать скорость накопления осадков. Но она варьирует в очень широких пределах. На это прежде всего указывает различная мощность одновозрастных толщ, сформировавшихся за один и тот же отрезок геологического времени. Очевидно, что в такой ситуации наиболее приемлем перевод разрезов из масштаба мощности в масштаб абсолютного возраста, осуществляемый с помощью шкалы абсолютной геохронологии /Одесский, 1972/. Перевод состоит в том, что слои разреза отображаются в своем временном интервале. При этом некоторые слои окажутся "растянутыми", потому что несмотря на небольшую мощность, длительность формирования их была значительной, а другие слои, имеющие большую, но накопленную за короткий промежуток времени мощность, будут "сжатыми" по сравнению с исходным изображением.

Чтобы привести в соответствие с новым представлением разреза его палинологическую характеристику, следует сначала определить на нем местоположение отобранных проб в новой системе отсчета. По ним строятся кривые содержания компонентов спорово-пыльцевых спектров и оценок элементов палеоклимата. Они в соответствующих местах также окажутся "растянутыми" или "сжатыми" по сравнению с первоначальным исходным представлением. Затем с полученных кривых с выбранным равномерным шагом снимаются замеры и записываются в виде рядов наблюдений.

Несколько проще обстоит дело с переводом во временной масштаб разреза голоценового торфяника. Дело в том, что торфяники, как правило, хорошо изучены: зачастую уже известны их абсолютный возраст и скорость образования, т.е. имеются все данные для такого перевода.

Геологический разрез, изученный методом палинологического анализа, представляет собой объект, каждая опробованная точка которого охарактеризована не одним, а целым комплексом признаков — компонентами ископаемых спорово-пыльцевых спектров. Нередко для тех же точек уже вычислены количественные оценки для элементов палеоклимата. Периодичность изменения климата или растительности можно изучать по одному временному ряду, отражающему изменчивость одной выбранной характеристики, или одновременно по нескольким характеристикам. В первом случае для исследования применяется одномерный спектральный анализ, во втором — многомерный.

2.1. Одномерный спектральный анализ

Спектральный анализ временного ряда служит для установления наличия или отсутствия в нем периодичности. Если она существует, то выявляется ее структура, число доминирующих гармонических составляющих, их параметры (период, амплитуда и начальная фаза). Этим методом можно выявить периодичность в динамике одного из компонентов спорово-пыльцевого спектра, например пыльцы ели, или элемента палеоклимата, например среднегодовой суммы осадков, зафиксированного при изучении конкретного геологического разреза.

Исследование периодичности процесса по его единственной реализации, т.е. одному временному ряду, состоит из решения ряда подзадач с помощью того или иного математического метода и соответствующего программного обеспечения (табл.2).

В следующих пяти параграфах раскрывается содержание каждого этапа математической обработки при одномерном спектральном анализе исходного ряда наблюдений.

Подзадачи, решаемые при спектральном анализе
временного ряда

№ п/п	Подзадача	Математический метод	Программа
1	Проверка гипотезы о стационарности и эргодичности исследуемого процесса	Корреляционный анализ	AUTO
2	Выявление доминирующих периодических составляющих в исследуемом ряду, расчет спектра	Метод максимальной энтропии	MEM
3	Определение параметров гармонических составляющих исходного ряда амплитуд и начальных фаз	Гармонический анализ	MEM
4	Выделение тренда	Гармонический анализ	TRED
5	Проверка на правильность выбора тренда	Критерий знаков	TRED
6	Выявление приуроченности к хронозонам скрытых и явных циклов	Расчет гармоник доминирующих периодов и отрисовка их с привязкой к исследуемому геологическому разрезу	TRED

2.1.1. Проверка гипотезы стационарности
и эргодичности случайного процесса

Как уже отмечалось, чтобы анализировать процесс по одной его реализации, необходимо убедиться, что он отвечает ряду требований – постоянству среднего значения и дисперсии, стационарности и эргодичности.

Соответствие требованиям свидетельствует о равновесном состоянии процесса. Так, постоянство математического ожидания означает, что в исходной случайной функции отсутствуют любые эволюционные тенденции, т.е. на всем интервале наблюдений среднее значение функции остается строго постоянным. Постоянство дисперсии показывает, что колебания случайной функции около среднего значения происходят в постоянно выбранном диапазоне, границы которого пропорциональны дисперсии. Стационарность означает отсутствие тренда в исследуемом ряду, а эргодичность — то, что исследуемая последовательность является достаточно представительной реализацией изучаемого процесса.

Постоянство величин среднего значения и дисперсии применительно к исходному ряду наблюдений достигается путем операций центрирования и нормирования

$$\hat{x}(t) = (x(t) - \bar{x}) / \sigma_x. \quad (I.19)$$

Для такого ряда среднее значение равно нулю, а дисперсия — единице. Преобразованный таким образом ряд не теряет общности с исходным.

Существующие способы проверки на стационарность и эргодичность основаны на анализе соответствия статистических характеристик данного ряда закономерностям, установленным для стационарных случайных процессов. Приближенность и допущения в проверке стационарности и эргодичности оправданы тем, что применяемые ниже регрессионный и спектральный анализы пригодны для изучения и некоторых нестационарных процессов. В частности, с их помощью возможно изучение процессов, являющихся функционалами от случайных и детерминированных функций, в качестве которых выступает периодическая или почти периодическая функция [Бунимович, 1951]. Наиболее распространена проверка на стационарность и эргодичность, осуществляемая при помощи анализа автокорреляционной функции исходного ряда наблюдений. Ниже приводится её описание.

Приближенный способ проверки стационарности случайной функции состоит в том, что исходная реализация разбивается на несколько частей, а для каждой части рассчитываются математическое ожидание и корреляционная функция. Если расхождения в сравнительных оценках указанных характеристик для этих частей в целом незначительны, то можно в пределах требуемой точности принять, что используемая последовательность удовлетворяет требованиям

стационарности по отношению к корреляционной функции. Иначе говоря, для стационарного в широком смысле случайного процесса коэффициенты автокорреляции, входящие в одну и ту же группу, должны быть однородными.

Проверку однородности проводят следующим образом. Выносят на график значения автокорреляционной функции для каждого из отрезков, т.е. строят коррелограммы. Если конфигурации полученных коррелограмм сходны между собой, то гипотеза об однородности подтверждена. Если гипотеза об однородности подтвердится для всех групп, то можно принять, что автокорреляционная функция зависит не от начала отсчета, а только от разности $t_i - t_j = \tau$, т.е., что случайная величина представляет собой стационарный в широком смысле случайный процесс.

Аналогичный вывод получаем из чисто геологических рассуждений: колебания величины выбранных характеристик ограничены естественными пределами, что обеспечивает их стационарность в достаточно протяженные отрезки времени. Для анализа изменений климата и растительности достаточно рассматривать такие случайные процессы, которые являются стационарными лишь в течение того промежутка времени, в котором проводится исследование. Так, например, при изучении климата голоцена по данным палинологического анализа не следует принимать во внимание тот период времени, когда растительность только зарождалась.

Если эмпирический ряд не является стационарным, то можно применить различные приемы устранения трендов, после чего оставшийся ряд можно считать стационарным.

Для проверки эргодичности стационарной случайной функции по отношению к корреляционной функции и математическому ожиданию используется следующий критерий: при неограниченном увеличении аргумента корреляционная функция должна убывать по модулю. Проверку эргодичности можно провести следующим образом. На график выносятся значения автокорреляционной функции для всего исходного ряда наблюдений, т.е. строится коррелограмма. Быстрое падение автокорреляционной функции с увеличением сдвига τ свидетельствует о том, что в исходном ряду наблюдений отсутствуют мощные трендовые составляющие и он обладает свойством эргодичности. Этим свойством заведомо обладает класс случайных функций, распределение которых подчиняется нормальному закону.

Для некоторых разрезов требование эргодичности может не выполняться в связи с недостаточной длиной реализации, тем не менее мы предполагаем, что в целом они удовлетворяют и этому условию.

Из вышеизложенного следует, что анализ автокорреляционной функции исходного ряда наблюдений является необходимым и самым первым шагом анализа временных рядов. Поэтому уместно несколько подробнее остановиться на интерпретации вида этой функции.

Интерпретация автокорреляционной функции обычно проводится по ее графическому представлению – коррелограмме, анализ которой позволяет делать вывод о характере изучаемого процесса.

Если автокорреляционная функция затухает очень медленно и представляет собой кривую, осциллирующую вокруг оси абсцисс, то это говорит о том, что исходный ряд формируется под воздействием довольно мощного периодического фактора или суперпозиции ряда таких факторов, которые не ослабевают со временем (рис.7, а).

Если автокорреляционная функция характеризуется постепенно затухающими колебаниями относительно оси абсцисс, то это свидетельствует о том, что исследуемый ряд генерируется процессом авторегрессии (см. рис.7, б, в, г) и тогда по виду коррелограммы можно определить порядок авторегрессионной модели. Это проводится следующим образом. Находится значение сдвига τ , при котором наметилось затухание, тогда максимальный порядок модели определится как $(\tau - 1)$. На рис.7, г приведена коррелограмма, которая свидетельствует, что затухание происходит, начиная с пятого сдвига. На этом основании можно сделать вывод, что для данного примера нецелесообразно строить модель выше 4-го порядка. Поскольку авторегрессионная функция достигает наибольшей величины на третьем и четвертом сдвигах (соответствующие коэффициенты автокорреляции равны $-0,49$ и $-0,51$), то имеет смысл построить авторегрессионные модели 3-го и 4-го порядка.

Быстрое падение автокорреляционной функции с увеличением сдвига τ , если при этом коррелограмма представляет собой кривую, осциллирующую относительно оси абсцисс, говорит о том, что в исходном ряду отсутствуют мощные трендовые составляющие (см. рис.7, д).

Наличие четко выраженной направленности коррелограммы при

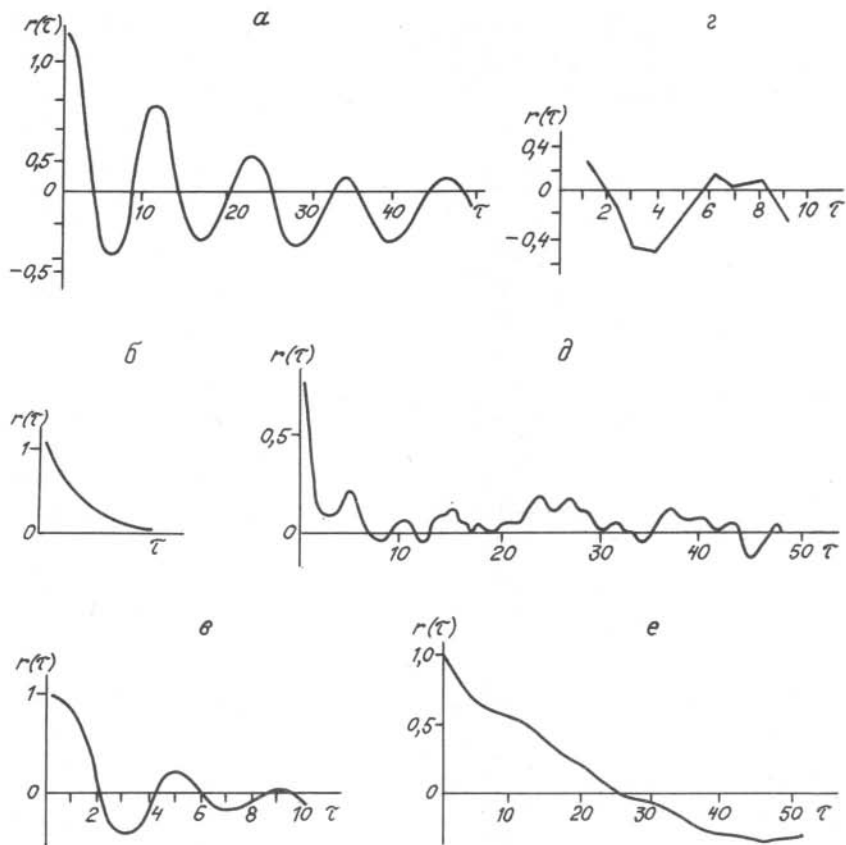


Рис.7. Примеры основных типов коррелограмм: исходный ряд формируется полипериодическим процессом (а), процессом авторегрессии 1-го (б), 2-го (в), 4-го (г) порядка; в исходном ряду отсутствуют мощные трендовые составляющие (д); в исходном ряду присутствует длиннопериодный тренд (е); а, д, е - /по В.Н.Дечу, Л.Д.Кнорингу, 1985, с.III, I23, I25/; б, в, г - /по А.А.Френкелю, 1972, с.68, 81/.

отсутствию осциллирования относительно оси абсцисс говорит о присутствии в исходном ряду трендовой составляющей. Иллюстрация коррелограммы, свидетельствующей о наличии в исходном ряду длиннопериодной составляющей см. на рис.7,е.

Вычисления для рядов наблюдений средних значений, дисперсии, выборочной автоковариационной и автокорреляционной функций осуществляется программой VOAK.

2.1.2. Выявление доминирующих периодов методом максимальной энтропии

Спектральный анализ временных рядов позволяет на количественной основе установить, существует ли периодичность в исследуемом ряду наблюдений и какие периоды при этом являются доминирующими. Достигается это путем спектрального разложения, сущность которого заключается в следующем.

Стационарный случайный процесс $x(t)$ в пределах любого промежутка времени $-T \leq t \leq T$ хорошо аппроксимируется суммой гармонических колебаний с комплексными амплитудами η_n и циклическими частотами f_n , если неограниченно увеличивать число слагаемых N :

$$x(t) = \sum_{-N}^N \eta_n \exp i 2\pi f_n t, \quad \begin{matrix} f_n = -f_{-n}, \\ -T \leq t \leq T. \end{matrix} \quad (I.20)$$

Представление процесса, состоящего из дискретного набора гармонических составляющих, в виде формулы (I.20) называется его спектральным разложением /Коняев, 1973/. Доминирующие периоды определяются по максимальным значениям спектральной плотности процесса.

В настоящее время имеется ряд методов спектрального анализа временных рядов, позволяющих выявлять скрытую периодичность /Серебренников, Первозванский, 1965; Дж. Бокс, Дженкинс, 1974; и др./.

Существует множество различных задач спектрального анализа, отличающихся друг от друга видом априорной информации о наблюдаемом явлении, типом используемых данных, характером мешающих помех (шума), а также преследуемыми целями. Поэтому нельзя судить о достоинствах того или иного предлагаемого метода, пока однозначно не определено для решения какого класса задач предназначен этот метод. Все перечисленные методы в табл.3 не противоречат друг другу, а предназначены для решения разных проблем.

Для оценки спектральной плотности процесса изменения клима-

Методы спектрального анализа и требования,
предъявляемые каждым из них к виду априорной информации,
типу используемых данных и характеру мешающих помех

№ п/п	Метод спектрального анализа	Класс решаемых задач, в которых:
1	Шустера ("ортодоксальной" выборочной теории)	Известна модель (выборочное распределение) свойств шума, но не имеется априорной информации о подлежащих оценке величинах. Не приспособлен к работе с априорными вероятностями.
2	Максимальной энтропии	Имеется априорная информация об оцениваемых величинах, а помехи (шум) отсутствуют.
3	Бейеса	Включает в себя оба класса предыдущих методов как частные случаи и необходим в задачах, в которых имеются и априорная информация, и шум.
4	АР-модели	Являются частным случаем метода максимальной энтропии, но, с другой стороны, они незаменимы во всех задачах спектрального анализа с <u>дискретными</u> временными рядами.
5	Блекмана-Тьюки	Это эмпирические методы. Они не используют функции правдоподобия. Полезны на предварительном, поисковом этапе анализа проблемы, когда знаний достаточно лишь для того, чтобы на интуитивном уровне судить об организации процедуры вычисления (о необходимости сглаживания, взвешивания, отбеливания и т.д.), но их недостаточно для построения количественной модели, которая выполняла бы соответствующие операции автоматически и оптимальным образом.

та и растительности прошлого по данным палинологического анализа нами выбран метод максимальной энтропии.

Энтропия (от греч. *entropia* – поворот, превращение) – это теоретико-информационная мера степени неопределенности случайной величины. Впервые понятием энтропии стали пользоваться в термодинамике. Оно было введено в 1865 году немецким физиком Р.Клаузиусом в качестве однозначной функции состояния термодинамической системы. Статистическая физика рассматривает энтропию как меру вероятности пребывания системы в состоянии равновесия (принцип Больцмана). На принципе Больцмана основано статистическое истолкование второго начала термодинамики: природные процессы стремятся перевести систему из состояний менее вероятных в состояние более вероятные (т.е. привести систему в равновесное состояние, для которого термодинамическая вероятность и энтропия максимальна).

В настоящее время понятием энтропии широко пользуются в физике, биологии и теории информации. Оно определяет такую меру в пространстве распределений вероятностей, что распределение с большей энтропией более вероятно, чем с меньшей. Это утверждение становится более понятным, исходя из содержания предыдущего абзаца: природные процессы всегда стремятся привести систему в равновесное состояние, в котором энтропия максимальна.

В теории случайных процессов энтропия используется в качестве критерия для оценивания частот в случайном эксперименте, о котором имеется неполная информация. "Принцип максимальной энтропии гласит: если мы делаем выводы на основе неполной информации, то должны опираться на такое распределение вероятности, которое имеет максимальную энтропию, допускаемую нашей априорной информацией" /Джейнс, 1982, с.32/. Поэтому предсказания по методу максимальной энтропии являются наиболее надежными из тех, которые могут быть сделаны при данной информации. Максимизация энтропии защищает от предсказания ложных деталей, для которых в данных нет никаких предпосылок.

Общий принцип максимальной энтропии применим к любой вероятностной задаче с однозначно определенным пространством гипотез и неполными результатами наблюдений без помех (шума).

Теорема о концентрации энтропии устанавливает фундаментальную роль энтропии как критерия для проверки на основе частных

данных гипотез о любых систематических воздействиях. При анализе дискретных временных рядов $x_0 \dots x_T$ обычно имеется информация о взаимном влиянии исходов $h(x_i, x_j)$ относящихся к различным моментам времени. В общем случае при этом обязательно проявятся систематические эффекты, приводящие к возникновению статистической связи между последовательными исходами x_i , а распределение с максимальной энтропией, учитывающее эту дополнительную информацию, выявит возникшую корреляцию.

Метод максимальной энтропии (maximum entropy method, MEM) предложен Дж.П.Бургом /Burg, 1967/. Идея метода состоит в том, чтобы выбрать неизвестные автоковариации $\rho(M+1), \rho(M+2)$ и т.д. таким образом, чтобы энтропия H процесса x была максимальной на каждом шаге $k(k > M)$.

Задачу, решаемую с помощью метода максимальной энтропии для временного ряда, можно сформулировать следующим образом: требуется найти плотность вероятности $p(x_0 \dots x_T)$, которая имеет максимальную энтропию и одновременно удовлетворяет ограничениям, в которых заключена вся информация о временном ряде.

Исходя из принципа максимизации энтропии, Дж.П.Бург в 1967г. впервые получил аналитическое выражение оценки спектральной плотности, которое приводится в работе /Джейнс, 1982/:

$$\hat{P}(f) = \frac{1}{\sum_{k \in I} \lambda_k e^{-i2\pi f k}}, \quad |f| \leq \frac{1}{2}, \quad (I.2I)$$

где k — число отрезков для m временных сдвигов (задержек), I — информационное множество, λ_k — множитель Лагранжа, f — частота.

По определению спектральная плотность $P(f)$ есть преобразование Фурье от автоковариационной функции.

Формула (I.2I) дает количественную оценку явлению концентрации энтропии при конечном числе N испытаний в случайном эксперименте. Оценка по методу максимальной энтропии способна обеспечить сколь угодно высокое разрешение, если данные содержат сведения о наличии острых максимумов в структуре вероятности распределения при заранее гарантированной точности значений корреляционной функции R_k .

Таким образом, если автокорреляционные данные о корреляционной функции R_k получены из конечной выборки $x_0 \dots x_T$, а в x_1 присутствует синусоидальная составляющая, которая на интер-

вале дискретизации $0 \leq i \leq T$ не имеет целого числа периодов, то (I.2I) является оптимальной оценкой спектральной плотности циклического процесса, у которого через регулярные интервалы $(T+I)$ происходит скачок фазы. Решение (I.2I) оценивает спектр определенного вещественного ряда $x_0 \dots x_T$, который порождает автокорреляционные данные о корреляционной функции.

Как показал Дж.П.Бург /Burg, 1967/, аналитическая форма спектральной оценки на основе MEM (I.2I) идентична оценкам на основе авторегрессионных моделей. В этом легко убедиться, если воспользуемся выражением оценки спектральной плотности по MEM через коэффициенты авторегрессии. Аналитическое выражение спектра $P(f)$ в MEM посредством коэффициентов a_{mn} авторегрессии M -го порядка приводится в работе /Notes, 1974/:

$$P(f) = \frac{P_m \Delta t}{\left| 1 - \sum_{n=1}^m a_{mn} e^{-2\pi i f_n \Delta t} \right|^2}, \quad -\frac{1}{2\Delta t} \leq f \leq \frac{1}{2\Delta t}, \quad (I.22)$$

где Δt - шаг дискретизации, a_{mn} - коэффициенты авторегрессии m -го порядка, f - частота, ограниченная частотой Найквиста $f_N = (2\Delta t)^{-1}$.

Теперь для получения спектральной оценки по авторегрессионному /АР/ методу воспользуемся рассуждениями, приведенными в работе /Папаташвили, Ротанова, 1979/.

Для каждого исходного значения x_t исследуемого ряда $X = f(t)$ процесс авторегрессии M -го порядка можно представить в виде

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \dots + \alpha_M x_{t-M} + a_t, \quad (I.23)$$

где $t = 1, 2, \dots, N$; a_t - случайная составляющая с дисперсией σ^2 .

Спектральная плотность $S(f)$ процесса авторегрессии определяется Фурье-преобразованием формулы (I.23). Для этого берется Z или Фурье-преобразование от обеих частей уравнения:

$$\begin{aligned} x(Z) &= x(Z)(a_1 Z + a_2 Z^2 + \dots + a_M Z^M) + A(Z), \\ x(Z) [1 - (a_1 Z + a_2 Z^2 + \dots + a_M Z^M)] &= A(Z), \end{aligned}$$

$$x(Z) = \frac{A(Z)}{1 - (a_1 Z + a_2 Z^2 + \dots + a_M Z^M)}, \quad (I.24)$$

где $Z = \exp(-2\pi i f)$; $|A(Z)|^2 = \sigma_M^2$.

Отсюда спектральная плотность авторегрессионного процесса:

$$|x(z)|^2 = \frac{|A(z)|^2}{[1 - a_1 z - a_2 z^2 - \dots - a_M z^M]^2} \quad (I.25)$$

Общепринята аналитическая форма:

$$S(f) = \frac{\sigma_M^2}{\left| 1 - \sum_{n=1}^M a_{Mn} e^{-i2\pi f n} \right|^2} \quad (I.26)$$

где M - порядок авторегрессии, a_{Mn} - коэффициенты авторегрессии M -го порядка, f_n - частота, σ_M^2 - ошибка прогноза для авторегрессии M -го порядка.

Из сравнения выражений (I.22) и (I.26) ясно, что аналитические формы спектральной оценки, полученные при максимальной энтропии и для линейного процесса авторегрессии идентичны.

Метод максимальной энтропии, как и любой другой метод спектрального оценивания, можно интерпретировать как решение задачи АР-оценивания. "Математический аппарат АР-моделей буквально пронизывает всю эту область; спектральная плотность определяет корреляционную функцию, которая в свою очередь задает фильтр предсказания Винера, а его коэффициенты всегда можно интерпретировать как коэффициенты АР-модели". Иными словами, "с точки зрения математики вопрос "Какова спектральная плотность?" эквивалентен вопросу "Каковы АР-коэффициенты процесса?" /Джейнс, 1982, с.45/.

Чтобы вычислить спектральную плотность по (I.22) или (I.26), необходимо задать порядок M авторегрессии и вычислить коэффициенты α_{Mj} . Существуют, как указывается в работе Н.Е.Папаташвили и Н.М.Ротановой /1979/, по крайней мере, два метода оценки указанных коэффициентов: по Клу-Уокеру и Бургу. В том и другом случае для определения α_{Mj} используется рекурсивный алгоритм, имеющий вид:

$$\alpha_{Mj} = \alpha_{(M-1)j} - \alpha_{MM} \alpha_{(M-1)(M-j)}, \quad j=1, \dots, M-1. \quad (I.27)$$

Рекуррентная формула (I.27) позволяет шаг за шагом определить любой член α_{Mj} последовательности, если известны $(M-1)$ первых ее членов $\alpha_{(M-1)1}, \alpha_{(M-1)2}, \dots, \alpha_{(M-1)(M-1)}$, а также α_{MM} - называемый коэффициентом частной корреляции.

По Клу-Уокеру, для определения параметров α_{Mj} в процессе

авторегрессии требуется предварительное вычисление оценок автоковариаций. В данной методической разработке при реализации метода максимальной энтропии использован метод Бурга.

По Бургу, для определения неизвестных параметров α_{mj} в процессе авторегрессии не требуется знать оценки автоковариаций. По этому методу вначале для АР М-го порядка определяется коэффициент частной корреляции α_{MM} , а затем любое значение коэффициентов α_{mj} определяется также из рекуррентного выражения (I.27). Частные коэффициенты корреляции α_{MM} он предложил находить из минимизации $\sum a_t^2$ в выражении (I.23) относительно α_{MM} . Такая процедура эквивалентна минимизации выборочной среднеквадратичной ошибки прогноза процесса x_t относительно α_{MM} .

В качестве начальных значений используются, когда $M = 1$,

$$\begin{aligned} b_{1t} &= x_t, \\ b'_{1t} &= x_{t+1}. \end{aligned} \quad (I.28)$$

По ним определяются начальные значения для коэффициента частной корреляции α_{11} и ошибки прогноза σ_1^2 для самого простого случая, т.е. АР-модели I-го порядка ($M = 1$):

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= 2 \sum_{i=1}^{N-1} x_i x_{i+1} / \sum_{i=1}^{N-1} (x_i^2 + x_{i+1}^2), \\ \sigma_1^2 &= 1 - |\alpha_{11}|^2. \end{aligned} \quad (I.29)$$

Затем используются рекуррентные отношения, которые позволяют шаг за шагом - для второго ($M=2$)-го, третьего ($M=3$)-го и т.д. порядка АР-модели - определять соответствующие коэффициенты частной корреляции α_{MM} . Оценка α_{MM} для произвольного порядка M имеет выражение /Notes, I974/:

$$\alpha_{MM} = 2 \sum_{t=1}^{N-M} b_{Mt} b'_{Mt} / \sum_{t=1}^{N-M} (b_{Mt}^2 + b_{Mt}'^2), \quad (I.30)$$

где

$$\begin{aligned} b_{Mt} &= \sum_{k=0}^M \alpha_{M-1 \ M-k} x_{t+M-k}, \\ b'_{Mt} &= \sum_{k=0}^M \alpha_{M-1 \ M-k} x_{1+k}. \end{aligned}$$

Параметры b_{Mt} и b'_{Mt} находятся из рекуррентных соотношений

$$b_{Mt} = b_{M-1t} - \alpha_{M-1, M-1} b'_{M-1t},$$

$$b'_{Mt} = b'_{M-1, t+1} - \alpha_{M-1, M-1} b_{M-1, t+1}. \quad (I.31)$$

Далее определяются любое значение коэффициентов α_{Mj} по (I.27) и ошибка прогноза σ_M^2 :

$$\sigma_M^2 = \sigma_{M-1}^2 (1 - |\alpha_{MM}|^2). \quad (I.32)$$

Подставив параметры α_{Mj} и σ_M^2 в выражение (I.26), получим оценки спектральной плотности анализируемого процесса x_t .

Следовательно, оценка спектральной плотности процесса по методу максимальной энтропии эквивалентна оцениванию АР-коэффициентов. От порядка АР модели сильно зависит конфигурация спектра. Чем больше порядок (М) авторегрессионной модели, тем более детальным получается спектр, однако тем больше вероятность случайных ошибок в вычисляемых значениях спектра. Если оценить слишком мало АР-коэффициентов, в оценке спектральной плотности пропадут некоторые детали. Поэтому проблема выбора порядка АР-модели становится очень серьезной. Согласно исследованиям Н.Е.Папаташвили и Н.М.Ротановой, оптимальным порядком АР-модели является порядок, равный одной трети исходного ряда ($M = I/3 N$). А в работе Э.Т.Джейнса убедительно показано, что принцип максимальной энтропии "является единственным теоретическим соотношением, которое позволяет определить конечный порядок АР-модели. Оно говорит нам, что при заданных данных оптимальная спектральная оценка соответствует АР-модели, порядок которой равен максимальному корреляционному сдвигу, согласующемуся с нашими данными" /Джейнс, 1982, с.45/. Следовательно, "метод максимальной энтропии обеспечивает "тест" для порядка модели, оптимальный при отсутствии помех наблюдения: нужно перебирать данные до тех пор, пока они не начнут становиться избыточными, и заметить, при каком временном шаге это произошло" /Там же/.

Оценку статистической значимости выделенных максимумов $S(T)$ предлагается /Нечаева и др., 1979/ проводить по уровню

$$\beta = \frac{\bar{S}(T) \cdot \chi_q^2}{q}, \quad (I.33)$$

где $\bar{S}(T)$ - среднее значение спектра, q - число степеней свободы, $q = \frac{2N-M/2}{M}$; χ_q^2 - табличное значение критерия "хи-квадрат" Пирсона для q степеней свободы.

Максимальные значения спектра $S(\tau)$, для которых превышен уровень β , считаются значимыми с вероятностью P .

Итак, метод максимальной энтропии целесообразен при спектральном анализе временных рядов, содержащих информацию о климате и растительности прошлых геологических эпох, по следующим соображениям. Эти ряды, как показано в главе 2, обладают свойствами стационарности и эргодичности. Они хорошо представляются в виде случайного процесса авторегрессии сравнительно низкого порядка, а метод максимальной энтропии особенно удобен при спектральном анализе процессов авторегрессии. При этом предполагается, что ряды содержат в себе периодические составляющие и что спектр должен иметь три-четыре максимума, а мы хотим оценить их расположение. Таким образом, наши ряды отвечают требованиям к исходной информации, предъявляемым данным методом. Кроме того, в нашем случае привлекательна еще одна особенность метода максимальной энтропии: его можно использовать даже при сравнительно коротких записях данных, характерных для палинологических анализов по конкретному геологическому разрезу. Следовательно, метод максимальной энтропии используется здесь для оценки спектральной плотности процесса, о котором известно, что он стационарный в случае, когда мы располагаем данными о нем только на малом отрезке времени.

Спектр, полученный методом максимальной энтропии, характеризуется наибольшей детальностью. Основные преимущества этого метода таковы: а) детальное распределение спектра позволяет точно установить период максимумов; б) спектральная оценка очень выразительна, даже когда период становится сравним с длиной исходной последовательности; в) длиннопериодная составляющая шума полностью устранена; г) можно не проводить предварительное сглаживание ряда наблюдений, так как оно проводится самим методом с помощью авторегрессионной модели. Применение этого метода позволяет не только получать более детальные и достоверные результаты по сравнению с другими методами спектрального анализа, но — что немаловажно — выделять периоды, равные длине исходной реализации (так, по методу Блекмана-Тьюки можно выделять периоды длительностью не более $1/3$ ряда).

Вычисление спектра по методу максимальной энтропии осуществляется программой MEM. Предусмотрен вывод спектра на графопо-

строитель. Доминирующие периоды четко фиксируются на спектральной кривой в виде ее максимумов. Положение значимых максимумов устанавливается относительно уровня β . Максимумы, превышающие этот уровень, указывают на наличие в исследуемой совокупности циклов соответствующих периодов T .

2.1.3. Определение амплитуды и начальной фазы гармонических составляющих исходного ряда

Границы выявленных циклов относительно шкалы геологического времени устанавливаются путем определения соответствующих гармоник относительно точки начала отсчета (за начало отсчета принимается подошва изучаемого интервала в геологическом разрезе). Таким образом, решение этой задачи сводится к нахождению функции этих гармонических составляющих.

Функция гармоники будет определена, если для заданного периода T установить остальные ее два параметра – амплитуду A_T и начальную фазу φ_T . Процедура их определения состоит в том, что ряд наблюдений делится на отрезки по T величин в каждом (остаток отбрасывается). Затем, суммируя первые члены каждого отрезка, вторые члены и т.д. до последнего T -го, получают новый ряд, состоящий из T сумм. Используя значения этого ряда x_T , вычисляют косинусные (a_T) и синусные (b_T) коэффициенты гармоник T -го порядка в разложении Фурье:

$$\begin{aligned} a_T &= \frac{2}{T} \sum_{t=0}^T \left(\frac{x_t}{m} \right) \cos \frac{2\pi t}{T}, \\ b_T &= \frac{2}{T} \sum_{t=0}^T \left(\frac{x_t}{m} \right) \sin \frac{2\pi t}{T}, \end{aligned} \quad (I.34)$$

где m – число полученных отрезков в исходном ряду, T – период, $2 \leq T \leq N/3$, N – число наблюдений в исследуемом ряду.

Амплитуда A_T и начальная фаза φ_T для периода T (элементы разложения по синусам) определяются равенствами:

$$\begin{aligned} A_T &= \sqrt{a_T^2 + b_T^2}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{a_T}{b_T}; \\ \varphi_T &= \operatorname{arctg} \left| \frac{a_T}{b_T} \right|. \end{aligned} \quad (I.35)$$

Вычисление перечисленных параметров производится программой МЕМ.

2.1.4. Графическое отображение гармоник доминирующих периодов

Гармоника каждого доминирующего периода рассчитывается с учетом соответствующих амплитуд A_T и начальных фаз φ_T по выражению

$$f(y) = A_T \sin(\omega x_i + \varphi_T), \quad (I.36)$$

где ω — угловая частота, x_i — номерная последовательность точек исходного ряда ($i = 1, 2, \dots, N$).

На график выносят все доминирующие гармоники, располагая их по уменьшению периода, и суммарную гармоническую кривую. Гармоника, отражающая максимальный доминирующий период, изображается на фоне исходной кривой, а гармоника каждого последующего (по убыванию) доминирующего периода — на фоне соответствующей остаточной кривой. Выбранный способ графического представления адекватен вычислительной процедуре гармонического анализа, когда из исходного ряда наблюдений последовательно извлекаются все основные зависимости, и отличается наглядностью.

При графическом изображении встречаются две ситуации. Первая, когда требуется рисовать в одном из масштабов: времени или мощности. Сюда же относится случай, когда равномерный шаг в том и другом масштабе совпадает, т.е. исследуемый разрез характеризуется постоянной скоростью накопления. Например, известно, что каждые 5 см ископаемого торфяника накапливались за 60 лет. Тогда одна и та же гармоника используется для выделения циклов в годах и метрах (или сантиметрах).

Сложнее обстоит дело, когда скорость накопления изучаемого разреза различна для составляющих его участков, а исследование проведено во времени. Тогда отрисовка производится в двух масштабах: вначале находится положение гармоники по разрезу в условном (временном) масштабе, а затем для удобства интерпретации — в масштабе мощности. Тем самым колебания гармоники периода T будут привязаны к значениям исследуемого параметра (например, содержания пыльцы ели) в соответствии с положением отсчетов по

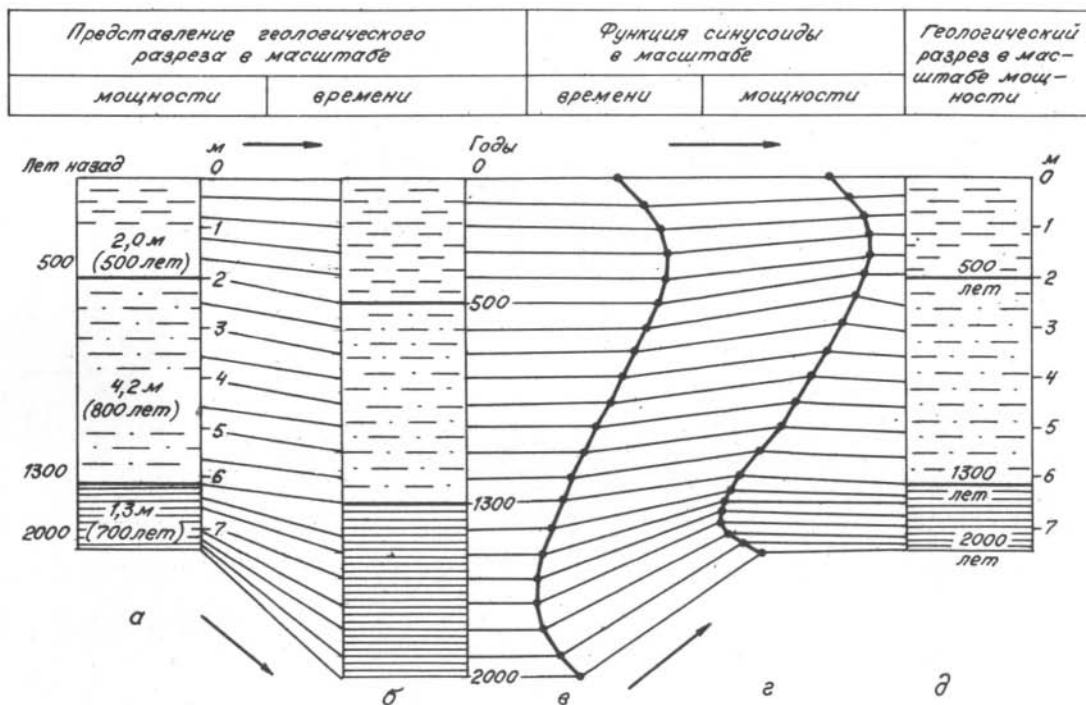


Рис.8. Перевод геологического разреза из масштаба мощности (а) в масштаб времени (б) и обратно (д), а функции синусоиды - из масштаба времени (в) в масштаб мощности (г) с привязкой ее к геологическому разрезу.

разрезу. Для ясности рассмотрим технику перевода из масштаба в масштаб на конкретном примере.

Предположим, что для разреза мощностью в 7,5 м сделаны три определения абсолютного возраста: 500, 1300 и 2000 лет (рис.8,а). Нижний участок разреза мощностью в 1,3 м сформировался за 700 лет, следующий – мощностью в 4,2 м – за 800 лет, а самый верхний – мощностью в 2 м – за 500 лет, т.е. суммарное время формирования исследуемой толщи составляет 2000 лет.

Периодичность исследовалась в масштабе времени, цена равномерного шага Δt была принята равной 100 годам. Следовательно, исходный ряд состоял из $(2000 : 100)$ 20 точек. Он был сформирован путем отсчетов с кривой, представленной, как и геологический разрез (см. рис.8,б), в масштабе времени по правилам, изложенным в разделе 1.3. В то же время из имеющихся данных следует, что за каждые 100 лет мощность накопления пород для нижнего участка разреза составила в среднем $(1,3 \text{ м} : 7)$ 0,18 м, среднего $(4,2 \text{ м} : 8)$ – 0,5 м, верхнего $(2 \text{ м} : 5)$ – 0,4 м. Поэтому 20-ти отсчетам, произведенным с равномерным шагом в 100 лет, соответствуют 20 разных по мощности отрезков (снизу вверх): 0,17; 0,17; 0,17; 0,17; 0,17; 0,17; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 2,0; 2,0; 2,0; 2,0 м.

Так как спектр рассчитывался по временному ряду, то соответствующая гармоника сначала отрисовывается в том же масштабе. Получаемые в этом случае циклы, естественно, будут симметричными (см. рис.8,в). Далее та же гармоника переводится в масштаб мощности. Для этого те же самые значения гармоники отрисовываются не с равномерным шагом, как в первом случае, а в соответствии со значениями отрезков по мощности между соседними отсчетами (этот ряд приведен в предыдущем абзаце). В этом случае циклы по своему строению получаются несимметричными (см. рис.8,д). Эта процедура позволяет временную периодичность рассматривать на фоне реальных мощностей слоев исследуемого разреза. В данном случае получаем циклы разные по своей протяженности (в метрах) в разрезе, но одинаковые по продолжительности во времени. Это отвечает естественному природному взаимоотношению скорости осадконакопления разнотипных породных слоев с процессами изменения климата и растительности, зафиксированному в мощности слоев и в составе присутствующих в них спорово-пыльцевых спектров.

Расчет и вывод на графопостроитель доминирующих гармоник осуществляется программой TREND.

2.1.5. Проверка гипотезы о правильности выбора вида тренда

Изучаемые геологические процессы относятся к тому широкому классу реальных процессов, каждый из которых можно представить в виде

$$y(t) = f(t) + \varepsilon(t), \quad (I.37)$$

где $f(t)$ – неслучайная (или систематическая) функция времени, $\varepsilon(t)$ – случайная составляющая.

Систематическая компонента отражает цикличность изучаемого процесса, а случайная – является следствием воздействия локальных факторов на общий ход процесса. Поскольку для описания исследуемого процесса нами выбрана гармоническая модель (I.18), то в качестве неслучайной составляющей, заданной частными значениями, принимается сумма гармоник доминирующих периодов, присутствующих в исследуемой последовательности.

Таким образом, закономерная составляющая функционально выражена тригонометрическим полиномом, а разность между исходной последовательностью и закономерной составляющей рассматривается в качестве случайной составляющей. Проверка гипотезы правильности выделения тренда проводится после выделения и суммирования гармоник всех доминирующих периодов. Разность между исходной и синтезированной кривыми представляет собой тот новый ряд значений, который необходимо проверить на случайность. Если подтвердится гипотеза о его случайности, то из этого следует, что выявленная периодичность является закономерной для исследуемого ряда наблюдений. Если же в остаточном ряду осталась не выделенной закономерная составляющая, то гипотеза о правильности выбора вида тренда будет отвергнута.

Для проверки на правильность выделения тренда использовался критерий знаков, основанный на медиане выборки /Френкель, 1972/. Сущность его состоит в следующем:

- по рассчитанным отклонениям от тренда определяется медиана этого ряда;

— образуется последовательность из плюсов и минусов по следующему правилу: на i -м месте ($i = 1, 2, \dots, n$) ставится знак плюс, если i -е наблюдение в исходном ряду превосходит медиану, и знак минус, если оно меньше медианы.

Если отклонения от тренда случайны, то чередование плюсов и минусов тоже должно быть случайным. Выборка признается случайной, если выполняются следующие неравенства (для 5 %-го уровня значимости):

$$\begin{aligned} K_{\max}(n) &< 3,3(\lg n + 1), \\ \check{\nu}(n) &> \left[\frac{1}{2} (n+1 - 1,96 \sqrt{n-1}) \right], \end{aligned} \quad (I.38)$$

где $K_{\max}(n)$ — протяженность самой длинной серии, т.е. подряд идущих одинаковых знаков — плюсов или минусов, $\check{\nu}(n)$ — общее число серий.

Если хотя бы одно из неравенств нарушается, то предположение о случайном характере отклонений уровней временного ряда от тренда отвергается. Это может означать, что полученное число гармоник недостаточно для выделения закономерной составляющей. Оба приведенных критерия не налагают ограничений на вид распределения исследуемой величины.

Процедура суммирования гармоник доминирующих периодов обычно завершает изучение структуры периодичности исследуемого ряда наблюдений. Как сказано выше, эта операция позволяет удостовериться в реальности выявленных систематических составляющих. Если суммарная гармоника достаточно хорошо повторяет исходный ряд наблюдений, что оценивается не только визуально, но и численной оценкой процесса синтезирования исходного ряда суммой гармоник доминирующих периодов (I.38), то можно утверждать, что периодичность, возникшую во время формирования исследуемого процесса, обусловило воздействие выявленного количества факторов.

Тригонометрический полином, выдержавший проверку и получивший подтверждение (что представляет собой закономерную составляющую исследуемой величины), может быть использован в качестве систематической компоненты прогнозирующей функции процесса, реализацию которого представляет собой изучаемый исходный ряд.

Проверка гипотезы о правильности выбора тренда осуществляется программой TREND.

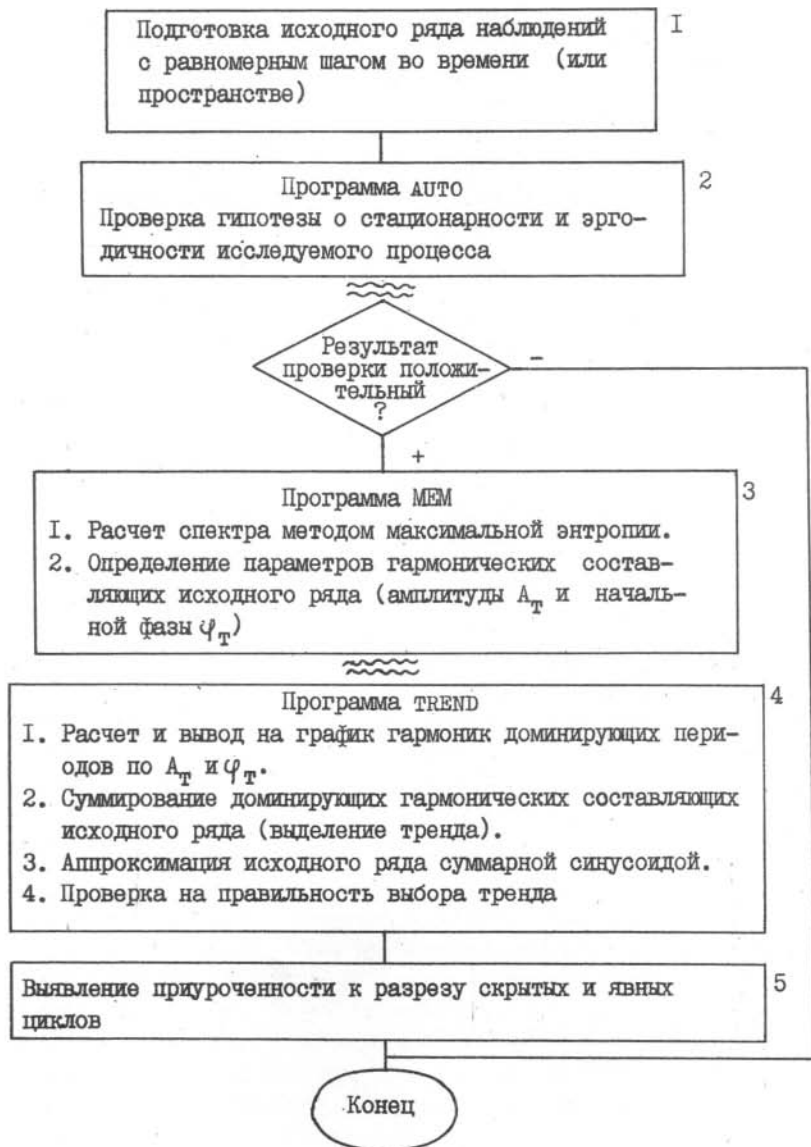


Рис.9. Блок-схема проведения одномерного спектрального анализа.

Последовательность операций проведения одномерного спектрального анализа приведена на рис.9. Имеется объект – геологический разрез – и предмет исследования – характеристика, – статистические замеры которой по данному разрезу составляют исходный ряд наблюдений (см. рис.9, блок 1).

Математическая обработка состоит из следующих процедур.

1. Проверка ряда на стационарность и эргодичность (см.рис.9, блок 2). При положительном результате проверки переходят к следующему этапу обработки.

2. Оценка спектра исходного ряда методом максимальной энтропии (см. рис.9, блок 3). По наличию пиков в конфигурации спектра судят о присутствии в исследуемой совокупности значимых гармонических составляющих, а тем самым фиксируют доминирующие периоды и их число.

3. Определение параметров гармонических составляющих ряда (амплитуд и начальных фаз) на каждой частоте (периоде) (см.рис.9, блок 4).

4. Вычисление и отрисовка гармоник доминирующих периодов в соответствии с их амплитудами и начальными фазами (см. рис.9, блок 5). Этот этап завершается расчетом и отрисовкой суммарной гармоник, которая, по существу, представляет собой закономерную составляющую ряда (тренд) и которую можно рассматривать как гармоническую модель (I.I8) изучаемого процесса.

5. Проверка на правильность выделения тренда. Если полигармоническая функция действительно представляет закономерную составляющую ряда, то остаточный ряд обнаружит свойства случайной составляющей.

6. Определение местоположения скрытых циклов периода T . Производится это визуально путем интерпретации по графикам максимумов и минимумов соответствующих гармоник.

2.2. Многомерный спектральный анализ

Совокупность математических методов, позволяющих производить спектральный анализ и его сравнительную оценку одновременно для нескольких временных рядов, носит название многомерного спектрального анализа. Его содержание подробно описано в работе Г.Дженкинса, Д.Ваттса /1972/. Здесь помимо оценки спектров временного ряда, как это имело место при одномерном спектральном анализе, дополнительно вводятся функции взаимного спектра, когерентности и разности фаз, оценивающие корреляцию одного ряда с другим на каждой частоте.

Взаимный спектр оценивает взаимодействие гармоник различных частот, обуславливающих структуру двух исследуемых временных рядов. Функция взаимного спектра представляет собой преобразование Фурье взаимной ковариации ряда $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Эта функция является комплекснозначной. Ее можно записать в виде произведения взаимного амплитудного и фазового спектров или, выделив вещественную и мнимую части, в виде выражения

$$S_{1,2}(f) = P(f) - iq(f), \quad (I.39)$$

где $P(f)$ - вещественная часть функции, $Q(f)$ - мнимая часть функции.

Вещественная часть функции $P(f)$ состоит из ковариаций между синусоидальными и косинусоидальными компонентами, т.е. между компонентами, сдвинутыми по фазе или квадратурными. Поэтому она называется **к в а д р а т у р н ы м с п е к т р о м**.

Мнимая часть функции $Q(f)$ состоит из ковариаций двух косинусоидальных компонент и ковариаций двух синусоидальных компонент, т.е. измеряет ковариацию синфазных компонент. Поэтому она называется **синфазным спектром** или **к о с п е к т р о м**.

Функция взаимного спектра отражает суммарную информацию о взаимосвязи амплитуд и разности фаз гармоник обоих рядов на каждой частоте: насколько велики в двух рядах амплитуды соответствующих гармоник на определенной частоте и насколько запаздывает или опережает гармоника одного ряда гармонику другого ряда на той же частоте.

Оценка взаимного спектра может быть получена через исходные характеристики x_1 и x_2 по формуле

$$S_{1,2}(f) = [S_1^*(f) \cdot S_2(f)]^{1/2}, \quad (I.40)$$

где $S_1^*(f)$ - величина, комплексносопряженная с $S_1(f)$.

Интерпретация функции взаимного спектра вызывает затруднение из-за входящей в ее состав мнимой части. Поэтому при оценке меры корреляции двух рядов на каждой частоте ограничиваются рассмотрением двух функций — когерентности и разности фаз.

Функция когерентности (от лат. *cohaerens* — находящийся в связи) оценивает согласованное протекание во времени гармоник определенного диапазона частот ряда $x_1(t)$ и $x_2(t)$, т.е. выявляет сходство в конфигурации спектров ряда $x_1(t)$ и $x_2(t)$ на каждой частоте, проявляющееся в их сложении. Колебания называются когерентными, если разность фаз остается постоянной (или закономерно изменяется) во времени и при сложении колебаний определяет амплитуду суммарного колебания.

Функция когерентности является эффективной мерой корреляции на каждой частоте:

$$K_{12}^2(f) = \frac{|S_{12}(f)|^2}{S_1(f) \cdot S_2(f)}, \quad (I.41)$$

где $S_{12}(f)$ — взаимный спектр рядов $x_1(t)$ и $x_2(t)$; $S_1(f)$ и $S_2(f)$ — соответственно спектры ряда $x_1(t)$ и $x_2(t)$.

Функция когерентности фактически представляет собой коэффициент корреляции, определенный на каждой частоте (изменяется от 0 до 1). Значение функции достигает единицы, если в обоих исходных рядах присутствуют гармоники этого диапазона частот, и близко к нулю, если в каком-то из них они отсутствуют.

Функция разности фаз на каждой частоте

$$\Delta \varphi(f) = \operatorname{arctg}[Q(f)/P(f)] \quad (I.42)$$

позволяет определить фазовый сдвиг между гармониками одного и того же периода ряда $x_1(t)$ и $x_2(t)$ и проследить его изменение.

Функции когерентности и разности фаз дают полное описание двумерного случайного процесса, так как первая из них является эффективной мерой корреляции двух процессов на каждой частоте, а вторая характеризует разность фаз двух процессов на каждой частоте.

Проведение многомерного спектрального анализа может быть дополнено процедурой классификации полученных спектров методом главных компонент. Тем самым будут выявлены характеристики, сходные по структуре периодичности. Опыт такой классификации спектров диаграмм ПС, характеризующих терригенные разрезы раннемелового периода, показывает, что наиболее информативными являются спектры в диапазоне частот от 0,1 до 10 Гц.

вого возраста в Енисей-Хатангском прогибе, опубликован /Деч, Кноринг, 1985/.

При исследовании периодичности одновременно по нескольким временным рядам приходится решать ряд подзадач. При этом привлекается тот же математический аппарат, что и при одномерном спектральном анализе и дополнительно метод главных компонент (см. табл.4). Программное обеспечение ориентировано на обработку одновременно нескольких исходных рядов наблюдений.

Для проведения многомерного спектрального анализа выбирается геологический разрез, каждая точка которого охарактеризована сразу несколькими параметрами (в нашем случае ими являются компоненты ископаемых спорово-пыльцевых спектров), и определяется комплекс параметров для одновременного исследования. Для каждого из них составляется исходный ряд наблюдений. Величина шага и число точек должны быть одинаковыми для всех рядов. Этим достигается синхронное отражение изменчивости соответствующих параметров в течение одного и того же отрезка времени, так как каждый фиксированный момент времени охарактеризован изменчивостью сразу всех параметров.

При совместном спектральном анализе нескольких характеристик, зачастую имеющих разную размерность, производятся операции центрирования и нормирования. Этим достигается представление изменчивости каждого ряда (без потери информации) в едином безразмерном виде, что делает сопоставимыми результаты обработки.

Если охарактеризовать в общем виде проведение многомерного спектрального анализа, то оно состоит в том, что сначала по каждому ряду выполняется одномерный спектральный анализ, а затем полученная совокупность спектров исследуется на корреляцию, сходство и различие.

Как и в случае одномерного анализа, исходные ряды прежде всего проверяются на стационарность и эргодичность. При отрицательном исходе проверки ряд исключается из дальнейшего рассмотрения. В итоге остается набор исходных рядов, пригодных для совместного многомерного спектрального анализа.

Затем дается спектральная оценка каждого ряда (методом максимальной энтропии) и определяются параметры гармонических составляющих. Спектр ряда запоминается в виде соответствующего столбца в таблице спектров.

Подзадачи, решаемые при выполнении многомерного
спектрального анализа

№ п/п	Подзадача	Математический метод	Програм- ма
1	Проверка гипотезы о стационарности и эргодичности исследуемого процесса (по всем исходным рядам)	Корреляционный анализ	AUTO
2	Выявление доминирующих периодических составляющих во всех исходных рядах (расчет спектров)	Метод максимальной энтропии	MEMMGK
3	Определение параметров гармонических составляющих для всех исходных рядов	Гармонический анализ	—
4	Группирование сходных спектров с целью выявления характеристик с одной и той же структурой периодичности	Метод главных компонент	—
5	Расчет и построение интегральных спектров для выделенных групп спектров	Метод главных компонент	—
6	Выделение тренда (во всех исходных рядах)	Гармонический анализ	TREUS
7	Проверка на правильность выбора тренда (для всех рядов)	Критерий знаков	—
8	Выявление приуроченности к хронозонам изучаемого геологического разреза гармоник одного какого-либо доминирующего периода одновременно по всем исходным рядам	Расчет и вывод на графопостроитель гармоник соответствующего периода	—
9	Выявление приуроченности закономерной составляющей к хронозонам (по всем исходным рядам)	Расчет и вывод на графопостроитель суммарных гармоник	—

Для всех попарных сочетаний спектров находится оценка взаимной корреляции путем расчета функций когерентности и разности фаз на каждой частоте. При этом выявляется, на каких частотах имеются существенные связи, а в области каких частот эта связь ослабевает. Применительно к нашей задаче это поможет установить, например, какой элемент палеоклимата обуславливает доминирование того или иного вида пыльцевых зерен в спектрах или какие компоненты ископаемых спорово-пыльцевых спектров и элементы палеоклимата имеют одну и ту же периодичность изменений.

При исследовании исходной совокупности спектров методом главных компонент выполняются Q- и R-анализы. В первом случае получают группирование сходных по структуре периодичности спектров (классификацию), а во втором – группирование спектров, сходных по величине корреляции с главными компонентами. Проведя обратную операцию, т.е. восстановив спектр по трем главным компонентам, получают обобщенный (интегральный) спектр для каждой выделенной группы сходных спектров. Выводом на графопостроитель исходных спектров и соответствующего им интегрального спектра обеспечивается наглядность полученного результата.

Логическим продолжением многомерного анализа спектров служит графическое отображение тех или иных гармонических составляющих по всем рядам одновременно. Так, каждый исходный ряд характеризуется локальными, иногда и региональной составляющей и, наконец, их суммой – закономерной составляющей. Параметры этих гармоник вычисляются в процессе многомерного спектрального анализа.

Общая закономерность исходного ряда хорошо описывается основной гармоникой (ее период совпадает с длиной ряда). Если на графике последовательно выстроить в ряд исходные кривые и их основные гармоники (приняв за упорядочивающий признак возрастание начальной фазы от гармоники к гармонике), то будет получена наглядная картина смены доминирования компонент ископаемых спорово-пыльцевых спектров во времени (см. рис.24). А если в этот же ряд поместить аналогичную информацию об элементах палеоклимата, то графики покажут совпадение или запаздывание развития конкретных компонентов пыльцевых спектров относительно изменчивости тех или иных элементов климата (см. рис.25).

Аналогично можно построить график, на котором фиксируется

только закономерная составляющая по каждому исходному ряду или только та или иная локальная или региональная составляющие.

Итак, многомерный спектральный анализ палинологического материала выявляет компоненты ископаемых пыльцевых комплексов и элементы палеоклимата, которые синхронно изменяются во времени (с одной и той же периодичностью). В итоге вывод о связи компонентов палинологических спектров с тем или иным элементом климата будет опираться на количественную основу. И это немаловажно. В повседневной палинологической практике об увлажненности палеоклимата судят по поведению кривых содержания пыльцы ели и пихты, а ксерофитизации — полыней и маревых. Установить, с какими конкретно элементами климата в геологическом прошлом синхронно или в противофазе изменялись перечисленные компоненты спектра, как раз и позволит многомерный спектральный анализ, представляющий собой математический аппарат, который объективно определит периодичность в содержании компонентов ископаемых спорово-пыльцевых спектров и в динамике количественных оценок элементов палеоклимата.

Многомерный спектральный анализ выполняется программой MEMMGK с выводом спектров исходных рядов и интегрального спектра на графопостроитель. Отрисовка тех или иных гармонических составляющих или их суммы для всех рядов одновременно производится программой TREUS.

АНАЛИЗ РЕАЛИЗАЦИЙ ПРОЦЕССОВ ИЗМЕНЕНИЯ КЛИМАТА
И РАСТИТЕЛЬНОСТИ ГОЛОЦЕНА

Прежде чем перейти к анализу реализаций, полученных по фактическому палинологическому материалу, рассмотрим на условном примере содержательную сторону предлагаемой методики на основных ее этапах математической обработки.

Предположим, что по геологическому разрезу, отложения которого по определениям абсолютного возраста сформировались в период с 3400 по 1000 лет назад, отобрано 49 проб на спорово-пыльцевой анализ с равномерным шагом во времени $\Delta t = 50$ лет. Нам интересно установить структуру периодичности в изменении процентного содержания, например, пыльцы березы в ископаемых спорово-пыльцевых спектрах по разрезу.

Чтобы получить ответ на интересующий вопрос, прежде всего формируется исходный ряд процентного содержания пыльцы березы, выбирая эту информацию из всех имеющихся спорово-пыльцевых спектров. Так как в нашем примере их 49, то исходный ряд будет содержать такое же количество наблюдений. Графически он изображен на рис.10,а.

Предположим, что проверка исходного ряда на выполнение гипотезы о стационарности и эргодичности процесса дала положительный результат. Тогда переходим к оценке спектральной плотности процесса по исходному ряду. Как отмечалось ранее, графическое представление этой оценки (спектра) позволяет установить наличие и число доминирующих периодов в исследуемом ряду. В нашем примере полученный график спектра четко фиксирует присутствие в содержании пыльцы березы две доминирующие гармонические составляющие: одна с периодом в 1600 лет, другая с периодом в 400 лет (см. рис.10, б).

Расчет и вывод на графопостроитель доминирующих гармоник. Параметры гармоник доминирующих периодов позволяют рассчитать соответствующие гармоники и вывести их на графопостроитель. Гармоника периода $T = 1600$ лет имеет амплитуду, равную 30 % в изменении от среднего содержания пыльцы березы в спектрах, а гармоника периода $T = 400$ лет имеет амплитуду колебания всего в 10 % (см. рис.10,в,г). Полученные гармоники — это простые составляющие исходной кривой.

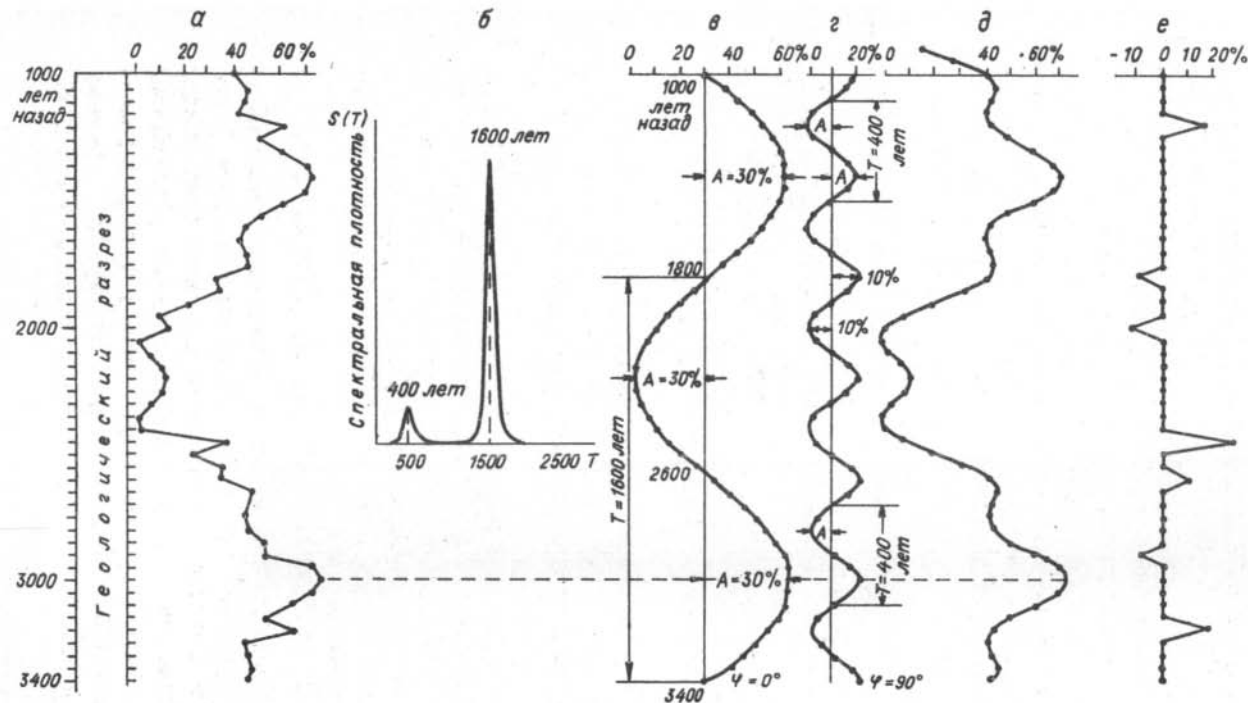


Рис.10. Графики, иллюстрирующие этапы исследования скрытой периодичности процесса по его реализации:

а – исходный временной ряд; б – оценка спектра исходного ряда; в и г – выявленные в исходном ряду доминирующие гармонические колебания; д – результат сложения двух доминирующих гармонических колебаний; е – случайная составляющая исходного ряда.

Выявление приуроченности циклов выявленной периодичности к хронологической шкале. Начальные фазы доминирующих гармоник вычисляются относительно подошвы изучаемого геологического разреза. Это обстоятельство дает возможность отрисовать гармонику снизу вверх по разрезу и тем самым "привязать" ее колебания к хронологической шкале. Так, гармоника периода $T = 1600$ лет показывает, что максимальные содержания пыльцы березы при этой периодичности приходились на время 2600–3400 и 1000–1800 лет назад, а минимальные на время 1800–2600 лет назад (см. рис. 10, в). Полный цикл периода $T = 1600$ лет в данном разрезе представлен только один раз.

Аналогично проводится анализ и по второй гармонической составляющей (см. рис. 10, г).

Получение закономерной составляющей (тренда) исходного ряда. Разложив исходную кривую на простые составляющие (систематически присутствующие) можно получить, суммируя их, закономерную составляющую (см. рис. 10, д). Нетрудно убедиться, что суммарная кривая отражает характерные особенности исходной кривой (см. рис. 10, а, д).

Разность между исходным рядом и суммарной гармонической составляющей (см. рис. 10, е) представляет собой случайную составляющую, что подтверждается соответствующей статистической проверкой.

Определение параметров гармоник (амплитуд и начальных фаз) дает возможность составить вид тренда или уравнение для прогноза, по которому можно рассчитать в количественном выражении оценку исследуемой характеристики в будущем или прошлом. Так, в нашем примере тренд в содержании пыльцы березы в ископаемых спорово-пыльцевых спектрах имеет вид

$$y_t = 38,4 + 30 \sin [(360/32)t + 0^\circ] + 10 \sin [(360/8)t + 90^\circ].$$

Начальные фазы приведены к подошве исследуемого геологического разреза. В уравнении период T , а также текущее время t , выражены в условных единицах – числом точек исходного ряда, исходя из того, что каждая точка отвечает выбранному нами равномерному шагу по времени $\Delta t = 50$ лет. Поэтому период, указанный в условных единицах как $T = 32$ точкам, соответствует периоду, равному $T = 32 \times 50$ лет = 1600 лет, а $T = 8$ точкам – периоду $T = 8 \times 50$ лет = 400 лет.

Степень приближения фактических данных к этому уравнению иллюстрируется рис. 10, д.

Прогнозные (ожидаемые) значения процентного содержания пыльцы березы в породах данного района на каждые следующие 50 лет можно рассчитать, подставив в уравнение соответствующее текущее время (так же в условных единицах). Так, например, чтобы оценить процентное содержание пыльцы березы в ископаемых спектрах того же района, которое могло быть 950 лет назад (в нашем примере последнее сведение приходится на момент времени 1000 лет назад, это 49-я точка исходного ряда) следует в приведенное уравнение подставить значение $t = 50$ и решить его, соответственно для 900 лет назад следует взять текущее время $t = 51$ и т.д.

В соответствии с расчетными прогнозными значениями содержание пыльцы березы в ископаемых спорово-пыльцевых спектрах исследуемого разреза, приходящиеся на время 950 лет назад, составляет - 27 %, 900 лет назад - 15 %.

Таким образом, проведенная математическая обработка показала, что исходный ряд содержания (в %) пыльцы березы в ископаемых спорово-пыльцевых спектрах данного разреза есть результат двух периодических колебаний, которым было подвержено количество захороненных пыльцевых зерен этой древесной породы в отложениях данного геологического разреза.

Увеличение числа пыльцевых зерен той или иной древесной породы в спорово-пыльцевых спектрах принято связывать с увеличением доли участия соответствующей породы в общем составе окружающей растительности. Тогда, применительно к нашему примеру, можно сделать такой вывод: участие в древостое березы в исследуемый отрезок геологического времени изменялось в соответствии с двумя периодическими колебаниями (с периодом в 1600 и 400 лет) и является результатом суммарного действия двух причин, изменяющихся с такой периодичностью; максимальное распространение березы приходится на момент 1400 и 3000 лет назад, т.е. время совпадения максимумов обеих колебаний. Прогнозные расчеты по полученному тренду содержания (в %) пыльцы березы в спорово-пыльцевых спектрах следующих 100 лет за пределами исследуемого временного интервала, т.е. на период приходящийся на 900-1000 лет назад, подтверждают тенденцию к уменьшению доли участия березы в древостое того времени.

При отсутствии датировок абсолютного возраста исследование проводится в масштабе мощности.

В результате аналогичной математической обработки временно-го ряда, отражающего изменение какого-либо элемента климата, была бы получена периодичность его изменения и прогнозное уравнение, позволяющее рассчитать ожидаемое в будущем его количественное значение.

При исследовании колебаний климата и растительности геологического прошлого может возникнуть потребность в анализе структуры периодичности одного или сразу нескольких параметров, а также в переводе исходного ряда наблюдений из масштаба мощности в масштаб времени и наоборот. Поэтому соответствующие примеры с привлечением конкретного фактического материала, изложенные в разделах 3.1 и 3.2, призваны показать, как в таких случаях пользоваться предлагаемым математическим аппаратом, чтобы на количественной основе оценить структуру и общность временных рядов, отражающих колебания климата и растительности прошлого. Примеры сопровождаются иллюстрацией пакетов заданий с указанием последовательности управляющих карт для выполнения программ, составляющих математическое обеспечение предлагаемой методики, и ввода исходной информации. Предполагается, что пользователю, имеющему в своем распоряжении этот комплекс программ, такая форма изложения материала поможет быстрее адаптироваться к предлагаемой методике.

Выявлять закономерности во временных рядах наблюдений за климатом и растительностью позволяют математические модели случайных функций и тот математический аппарат, который лежит в его основе. Поэтому кроме исследования структуры периодичности в данной главе рассматривается способ построения модели количественной оценки поведения исследуемого параметра в будущем.

Применение одномерного спектрального анализа показано на примере исследования одного ряда наблюдений — содержания пылинки пихты в голоценовых спорово-пыльцевых спектрах торфяника, а многомерного — на примере анализа комплекса характеристик реализации изменения растительности (палинологические кривые) и палеоклимата (климатические кривые) в позднем голоцене Минусинской котловины. Отбор проб, палинологический анализ и определения абсолютного возраста пород выполнены Г.Ю.Зубаревой, количественная

оценка элементов палеоклимата по палинологическим данным —
Г.Ф.Букреевой.

3.1. Выявление структуры периодичности в содержании пыльцы пихты по разрезу голоценового торфяника

Нередко динамика количественного соотношения пыльцы пихты и ели в спорово-пыльцевых спектрах четвертичных отложений привлекается в качестве палеоиндикатора изменения увлаженности климата /Савина, Кошкарева, 1981; Озеро Иссык-Куль ..., 1986/. Поэтому в данной методике рассмотрена возможность количественного подхода к анализу кривой пыльцы пихты. Для этой цели воспользуемся данными по одному из разрезов голоценового торфяника, расположенного в южной лесостепной зоне Минусинской котловины.

Общая мощность торфяника, изученная спорово-пыльцевыми методом, составляет 230 см, продолжительность формирования исчисляется в 4000 лет (поздний и средний голоцен). Пробы (их 48) на спорово-пыльцевой анализ отбирались через 5 см.

По скорости торфообразования разрез делится на четыре участка: для двух нижних она составляет 0,1 см/год, для вышележащего — 0,05 см/год и самого верхнего — 0,04 см/год. Наличие информации о скорости торфообразования позволяет исследовать колебания кривой содержания пыльцы пихты во времени. Можно показать в частности, как, зная скорости осадконакопления, представить геологический разрез в масштабе времени; перевести ряд наблюдений из масштаба мощности во временной ряд; выявить периодичность во времени, а затем выполнить обратную процедуру — перевести полученные данные в привычный масштаб мощности.

3.1.1. Подготовка исходного временного ряда наблюдений

Палинологическое изучение разреза, как сказано выше, проводилось с равномерным шагом по мощности. Поэтому исходный ряд, отражающий изменение содержания пыльцы пихты по разрезу, также отвечает этому масштабу. Его следует перевести в масштаб времени. Выполняется это в несколько этапов.

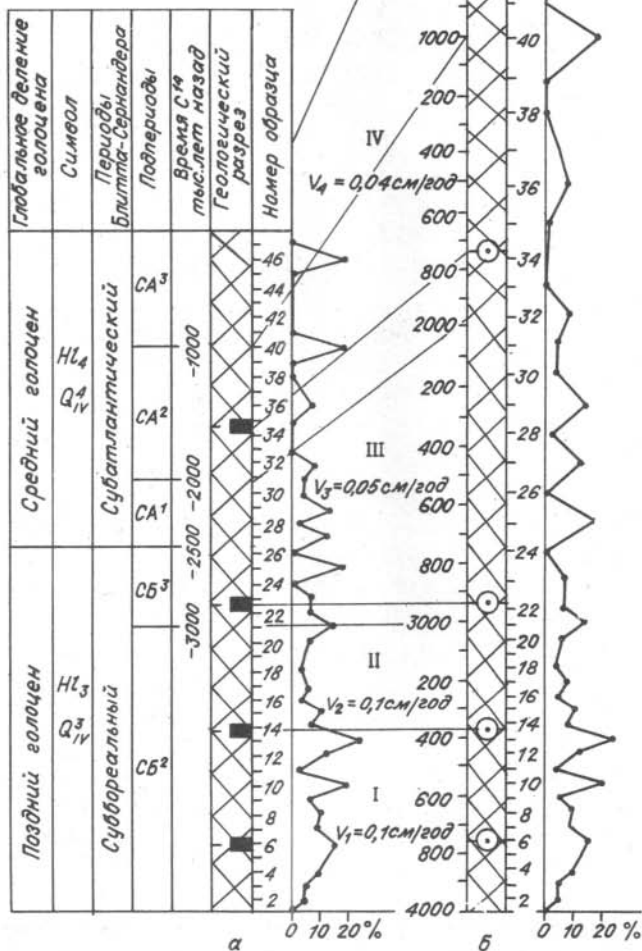
1. Прежде всего, учитывая скорость торфообразования, переводят геологический разрез из масштаба мощности в масштаб времени. Для построения разреза в этом масштабе примем 1 см мощности за 100 лет. Судя по скорости торфообразования, это соотношение имеет место на нижних двух участках. Участок, лежащий выше (третий), имеет мощность в 6 см, продолжительность его накопления — (6:0,05) 12 000 лет, поэтому в масштабе времени эта часть разреза "растянется" до 12 см, а самый верхний (согласно аналогичному расчету) — до 17 см (вместо 6,7 см); так как время его формирования составляет 17 000 лет. В геологическом разрезе по времени неизменной останется нижняя часть, а "растянутой" — верхняя (рис.II).

2. После этого приводят ту же процедуру применительно к кривой содержания пыльцы пихты: сначала кривая рисуется в обычном масштабе (см. рис.II,а), а затем ее следует построить в масштабе времени. Для этого на разрезе, переведенном в масштаб времени, находятся и отмечаются места взятия проб. Для нижних двух участков расположение проб в обоих масштабах совпадает, для третьего — расстояние между соседними пробами вместо 5 см должно быть в два раза больше, чем для нижних двух участков, так как здесь скорость торфообразования в два раза меньше, а для самого верхнего — расстояние между соседними пробами составит не 5, а 13 см.

Каждой пробе на временном разрезе ставится в соответствие содержание пыльцы пихты. Понятно, что таких значений будет 48 (по числу проб). Соединив точки между собой, получим новую кривую — в масштабе времени. Она, как и геологический разрез, для верхних двух участков окажется растянутой, для двух нижних — не изменится (см. рис.II,б).

3. Затем выбираем равномерный шаг во времени. Согласно имеющимся данным, его можно принять равным 50 годам (на графике это 5 мм). Чтобы составить временной ряд наблюдений, остается снять замеры с новой кривой с шагом в 50 лет, т.е. 5 мм. Таких замеров оказалось 80. Полученная последовательность представляет собой исходный ряд наблюдений в масштабе времени, пригодный для проведения спектрального анализа.

Рис. II. Перевод геологического разреза и кривой содержания пылицы пихты в ископаемых спорово-пыльцевых спектрах из масштаба мощности в масштаб времени. Примечание. Исходный график уменьшен в 1,7 раза.



3.1.2. Математическая обработка временного ряда

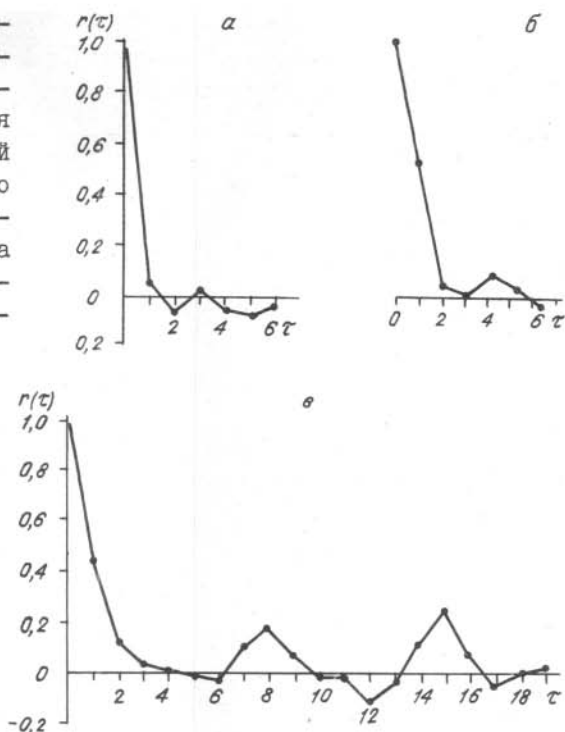
Применим к полученному ряду последовательность вычислительных операций, рекомендованную для проведения одномерного спектрального анализа (см. раздел 2.1).

I. Проверка гипотезы о стационарности и эргодичности процесса. Проверка на стационарность (см. раздел 2.1.1) сводится к тому, чтобы исходный ряд разделить на несколько частей, для каждой из них рассчитать автокорреляционную функцию и сравнить их между собой, а проверка на эргодичность – к тому, чтобы рассчитать автокорреляционную функцию для всего ряда и проанализировать ее поведение. Расчет автокорреляционной функции осуществляется программой AUTO.

Пакет I. Управляющие карты задания
и исходная информация для выполнения программы AUTO
(расчет автокорреляционной функции исходного ряда)

```
//LO31AUT JOB 0310100, 'БУКРЕБА', MSGLEVEL=(2,0),MSGCLASS=P,
// CLASS=C,TIME=1
//S1 EXEC PL1LFC LG,PARM.PL1L='S,NX,NE,NA,NOL',
// REGION.GO=350K
//PL1L.SYSPRINT DD SYSOUT=P
//PL1L.SYSIN DD DSN=LO31.U02.S(AUTO),VOL=SER=S00002,
// UNIT=SYSDA,DISP=SHR
//LKED.SYSLIB DD DSN=SYS1.PL1LIB,DISP=SHR
// DD DSN=SYS1.FORTLIB,DISP=SHR
// DD DSNAME=SYS1.SSPLIB,DISP=SHR
//GO.SYSPRINT DD SYSOUT=P
//GO.SYSIN DD *
  ABIES, N=80
  80
  0 3 4 9 12 15 8 9 5 20 2 11 24 6 10 3 6 3 4 6 13 6 6 6 3 0 9
  17 8 0 7 12 7 2 7 13 8 4 4 4 6 8 4 0 0 0 0 0 3 4 7 6 5 3 2 1
  0 0 5 12 17.6 10 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 10 18 10 3 0 0 0
/*
//
```

Рис.12. Корреляционные функции, полученные по ряду содержания пылицы пихты, для нижней (а), средней (б) части и всего разреза (в) позднеголоценового торфяника южной лесостепной зоны Минусинской котловины.



На выполнение программы AUTO готовится пакет задания. Он составлен с учетом того, что исходный текст программы AUTO считывается из библиотеки исходных модулей с именем L031.U02.S, размещенной на магнитном диске (том S00002), а вывод результатов организован на терминал (класс P)* (см. пакет I).

Данный пакет составлен с учетом расчета автокорреляционной функции по всему ряду, т.е. по 80 значениям. Кроме того, была рассчитана автокорреляционная функция для двух последовательностей, состоящих из 40 первых и 40 последующих точек ряда. Результаты вычисления получаются в виде распечатки, приведенной в табл.5.

* Та же библиотека исходных модулей и тот же класс вывода используются и в остальных пакетах задания.

Значения автокорреляционной функции
по всему ряду наблюдений содержания пылицы пихты

ABIES, N=80						
N= 80	0.00	3.00	4.00	9.00	12.00	15.00
11.00	24.00	6.00	10.00	3.00	6.00	3.00
6.00	3.00	0.00	9.00	17.00	8.00	0.00
13.00	8.00	4.00	4.00	4.00	6.00	8.00
0.00	3.00	4.00	7.00	6.00	5.00	3.00
12.00	17.60	10.00	3.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	4.00	10.00	18.00	10.00	3.00

ВЫБОРОЧНЫЕ ОЦЕНКИ АВТОКОВАРИАЦИИ		ЗНАЧЕНИЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ
1	28.6510	1.0000
2	12.7200	0.4440
3	3.6712	0.1281
4	1.0533	0.0368
5	0.3784	0.0132
6	-0.1493	-0.0052
7	-0.7940	-0.0277
8	3.3725	0.1177
9	4.9663	0.1733
10	1.7792	0.0621
11	-0.0573	-0.0020
12	-0.2795	-0.0098
13	-3.6714	-0.1281
14	-1.2844	-0.0448
15	3.5593	0.1242
16	7.5540	0.2637
17	2.3252	0.0812
18	-1.4036	-0.0490
19	-0.0349	-0.0012
20	0.4034	0.0141

СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ВРЕМЕННОГО РЯДА 5.4700

ДИСПЕРСИЯ ВРЕМЕННОГО РЯДА= 28.6510

Пакет 2. Управляющие карты задания
и исходная информация для выполнения программы MEM
(расчет спектра временного ряда методом максимальной энтропии)

```
//LO31ABI JOB 0310100,'БУКРЕЕВА',MSGLEVEL=(2,0),MSGCLASS=P,
// CLASS=E,TIME=3
//S1 EXEC PL1LPLCLG,PARM.PL1L='S,NX,NE,NA,NOL',
// REGION.GO=350K
//PL1L.SYSPRINT DD SYSOUT=P
//PL1L.SYSIN DD DSN=LO31.U02.S(MEM),VOL=SER=SO0002,
// UNIT=SYSDA,DISP=SHR
//LKED.SYSLIB DD DSN=SYS1.PL1LIB,DISP=SHR
// DD DSN=SYS1.FORTLIB,DISP=SHR
// DD DSN=SYS1.SMOGLM,DISP=SHR
//GO.SYSPRINT DD SYSOUT=P
//GO.GRAFMD DD DSN=ГРАФИК,DISP=SHR
//GO.TAB DD SYSOUT=P
//GO.SYSIN DD *
СОДЕРЖАНИЕ ПЫЛЦЫ ABIES В ПОЗДНЕГОЛОЦЕНОВЫХ СПС
80 50 80
0 3 4 9 12 15 8 9 5 20 2 11 24 6 10 3 6 3 4 6 13 6 6 6 3 0 9
17 8 0 7 12 7 12 7 2 7 13 8 4 4 4 6 8 4 0 0 0 0 0 3 4 7 6 5 3
2 1 0 0 5 12 17.6 10 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 10 18 10 3 0 0 0
/*
//
```

Корреляционные функции (рис.12,а,б) двух участков исследуемого ряда очень сходны между собой, что позволяет принять гипотезу о стационарности исследуемого процесса. Видимое стремление к нулю корреляционной функции, построенной для значительного интервала (см. рис.12,в), указывает на эргодичность процесса, представленного исходным рядом данных.

Вывод. Ряд наблюдений, состоящий из 80 значений процентного содержания пылцы пихты в ископаемых спорово-пыльцевых спектрах, пригоден для обработки спектральным анализом.

2. Расчет и вывод на графопостроитель спектральной плотнос-

ти исследуемого временного ряда. Выполняется при помощи программы МЕМ, пример составления задания иллюстрирован пакетом 2.

Приведенная последовательность исходных данных пакета 2 передается программе, что:

СОДЕРЖАНИЕ ПЫЛЬЦЫ АВГЕС В ПОЗДНЕГОЛОЦЕНОВЫХ СПС - объект исследования;

80 - число точек в исследуемом ряду;

50 - равномерный шаг по времени;

80 - вывод спектра на график выполнить для всех 80 периодов;

0 3 4 9 и т.д. - значения ряда (всего их 80).

Результаты выполнения программы выводятся на широкую печать и графопостроитель. Полученный спектр по ряду пыльцы пихты содержит четыре максимума, которые свидетельствуют, что в исследуемом ряду присутствуют четыре доминирующие гармонические составляющие с периодами в 250, 400, 600 и 1150 лет (рис.13).

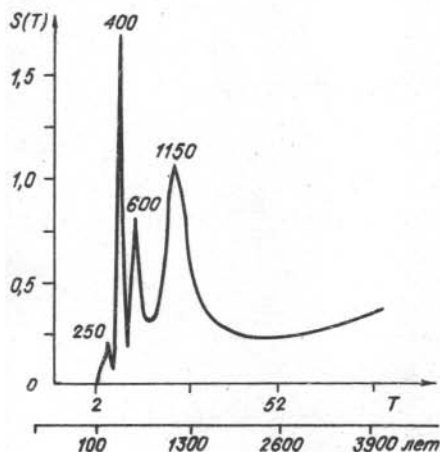


Рис.13. Спектр, полученный методом максимальной энтропии по ряду содержания пыльцы пихты в позднеголоценовых отложениях торфяника южной части лесостепной зоны Минусинской котловины.

Вывод. Исследуемая кривая пыльцы пихты есть суммарный результат четырех колебательных движений с разной периодичностью.

3. Выявление приуроченности циклов разных периодов к геохронологической шкале. Выполняется при помощи программы TRED, при этом используется последовательность управляющих карт, приведенная в пакете 3.

Пакет 3. Управляющие карты задания
и исходная информация для выполнения программы TRED
(вывод на графопостроитель гармоник доминирующих периодов
и суммарной гармоник по ряду содержания пылицы пихты)

```
//LO31ABI JOB 0310100,'БУКРЕЕВА',MSGLEVEL=(2,0),MSGCLASS=P,
// CLASS=C,TIME=1
//S1 EXEC PL1LPLCLC,PARM.PL1L='S,NX,NE,NA,NOL',
// REGION.GO=350K
//PL1L.SYSPRINT DD SYSOUT=P
//PL1L.SYSIN DD DSN=LO31.U02.S(TRED),VOL=SER=S00002,
// UNIT=SYSDA,DISP=SHR
//LKED.SYSLIB DD DSN=SYS1.PL1LIB,DISP=SHR
// DD DSN=SYS1.FORTLIB,DISP=SHR
// DD DSN=SYS1.SMOGLM,DISP=SHR
//GO.SYSPRINT DD SYSOUT=P
//GO.GRAFMD DD DSN=ГРАФИК,DISP=SHR
//GO.TAB DD SYSOUT=P
//GO.SYSIN DD *
    СОДЕРЖАНИЕ ПЫЛИЦЫ ABIES В ПОЗДНЕГОЛОЦЕНОВЫХ СПС
    80 4 1
    0 3 4 9 12 15 8 9 5 20 2 11 24 6 10 3 6 3 4 6 13 6 6 6 3 0
    9 17 8 0 7 12 7 2 7 13 8 4 4 4 6 8 4 0 0 0 0 0 3 4 7 6 5 3
    2 1 0 0 5 12 17.6 10 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 10 18 10 3 0
    0 0
    5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5
    2.5 2.5 2.5 2.5 2.5 2.5 2.5 2.5 2.5 2.5
    2.5 2.5 2.5 2.5 2.5 2.5 2.5 2.5 2.5 2.5
    2.5 2.5 2.5 2.5
    2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
    2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
    2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
    2 2 2
    23 2.7488 297.5076
    12 1.3406 52.897
    8 3.0233 294.5181
    4 1.2657 135.3201
/*
//
```

Передаваемая последовательность исходных данных указывает, что:

СОДЕРЖАНИЕ ПЫЛЬЦЫ АВИБС В ПОЗДНЕГОЛОЦЕНОВЫХ СПС - объект исследования;

80 - число точек в исследуемом ряду;

4 - число гармоник, которое требуется рассчитать и вывести на график;

I - выполнить процедуру суммирования всех заданных гармонических составляющих и проверку на правильность выделения закономерной составляющей;

0 3 4 9 и т.д. - значения исходного ряда в % (80 значений);

5 5 5 5 и т.д. - расстояния (в мм) между соседними пробами в масштабе мощности для временной последовательности;

23 - период (в условных единицах) соответствует (23 x 50 лет) II 50 годам;

2.7488 - амплитуда периода $T = 23$;

297.5076 - начальная фаза периода $T = 23$;

I2 - период (600 лет);

I.3406 - амплитуда гармоники периода $T = I2$;

52.897 - начальная фаза гармоники периода $T = I2$;

8 - период (400 лет);

3.0233 - амплитуда гармоники этого периода;

294.5181 - начальная фаза;

4 - период (200 лет);

I.2657 - амплитуда гармоники этого периода;

I35.3201 - начальная фаза гармоники этого периода.

Результаты выводятся на широкую печать и на графопостроитель. Так как задан массив расстояний между замерами в масштабе мощности, то гармонические составляющие будут отрисованы сначала в масштабе времени, а затем приведены к масштабу мощности (соответственно рис. I4 и I5).

Для выявления общей направленности изменения исследуемого параметра наиболее информативной является основная гармоника, период которой равен длине исследуемого ряда, т.е. 4000 лет в нашем случае. Поведение основной гармоники показано на обоих рисунках в первой позиции.

Анализ приуроченности циклов в масштабе времени показывает, что, судя по основной гармонике, максимальное количество пыльцы

пихты в ископаемых спорово-пыльцевых спектрах приходится на время 4000–2000 лет тому назад, т.е. на суббореальный и начало субатлантического периода.

Максимум периодичности в 1150 лет приходится на средину суббореального, на ранний и границу среднего и позднего субатлантического периодов, т.е. на 3500, 2000 и 1000 лет тому назад.

Также анализируется приуроченность к геохронологической шкале и более мелкая периодичность (600, 400 и 250 лет).

Суммарная гармоника четырех доминирующих периодов показана на последней позиции графика (см. рис. 14, 15). Она достаточно хорошо описывает исходный ряд значений. Обращает на себя внимание (см. заштрихованные области) тот факт, что периоды с максимальным содержанием пыльцы ели в спектре составляют всего 100–150 лет. Они в несколько раз короче периодов с минимальным содержанием, которые составляют 650–700 или 250–300 лет. Видимо, это может свидетельствовать о том, что периоды, для которых было характерно увеличение в древостое пихты, были кратковременны. Таких периодов за 4000 лет насчитывается семь: 3950–3800, 3500–3350, 2650–2500, 2250–2100, 1450–1350, 1100–900, 250–150 лет тому назад. Настоящее время попадает в период, когда площади, занимаемые пихтой, имеют тенденцию к сокращению.

Для обоснованного вывода о связи содержания пыльцы пихты в спектрах с увлажненностью климата необходимо, по меньшей мере, убедиться в наличии связи, оценив парные коэффициенты корреляции на современном фактическом материале. При этом в совокупности рассматриваются содержание пыльцы этой породы в поверхностных пробах и данные по элементам климата, замеренные метеостанциями в исследуемом районе. Так, анализ выборки, состоящей из 31 спорово-пыльцевого спектра поверхностных проб торфяника по южной части лесостепной зоны Минусинской котловины и данных по шести станциям наблюдений, наиболее близко расположенным к местам отбора проб, дал неожиданный результат (рис. 16). Оказалось, что в поверхностных пробах торфяника этой зоны пыльцы пихты больше в тех местах, где выше температура июля и сумма температур за год более 10° , где длительнее безморозный период, меньше выпадает осадков и ниже показатель сухости. Объясняется это, вероятно, не только своеобразием микроклимата этой зоны, но и летучестью пыльцы пихты, степенью ее сохранности в толще торфяников. Судя

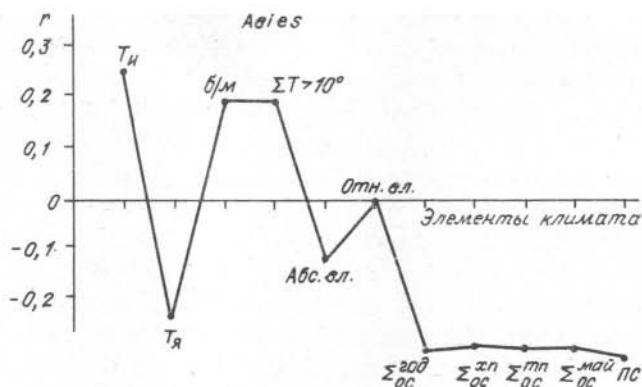


Рис.16. График корреляционной связи между содержанием пыльцы пихты в поверхностных пробах торфяника и элементами климата южной части лесостепной зоны Минусинской котловины.

по коэффициентам парной корреляции, нельзя однозначно увязывать для данной зоны увеличение содержания пыльцы пихты в ископаемых голоценовых спектрах с ростом увлажненности климата, скорее всего это связано с повышением положительных температур и увеличением продолжительности безморозного периода. Хотя, если рассчитать парные коэффициенты корреляции между содержанием в поверхностных пробах торфяника пыльцы пихты по Минусинской котловине в целом и элементами современного климата, то, действительно, содержание пыльцы пихты увеличивается в поверхностных пробах, отобранных на территории с максимальным количеством осадков.

Более показательным является анализ не одного какого-нибудь компонента пыльцевого спектра, а сразу нескольких, причем совместно с данными по элементам палеоклимата. Появившиеся в последнее время методики их количественной оценки на материале палинологического анализа такую возможность представляют.

3.2. Многомерный анализ реализаций процесса изменения палеоклимата и растительности

Для иллюстрации разрешающей способности многомерного анализа спектров воспользуемся опубликованными результатами палинологической обработки верхнеголоценового разреза торфяника, расположенного у пос. Знаменский в южной части лесостепной зоны Минусинской котловины /Зубарева, 1985/. Изученная мощность составила 125 см. На спорово-пыльцевой анализ отобрано 24 пробы с расстоянием между ними в 5 см. Известны два определения абсолютного возраста: 540 ± 60 и 1240 ± 80 лет. Мощность торфяника от кровли разреза до отметки, датированной в 540 лет, составляет 45 см, а между указанными двумя определениями – 55 см; ниже находятся еще 25 см торфяника, не имеющего датировки. Допуская равномерность процесса торфообразования, вычислим скорость для верхнего участка – 45 см: 540 лет = 0,083 см/год (1 см за 12 лет), для второго (среднего) – 55 см: 700 лет = 0,079 см/год (1 см за 12,7 лет). Таким образом, величины этих скоростей очень близки и в среднем составляют 0,081 см/год (1 см за 12,3 лет). Приняв эту скорость для разреза в целом, вычислим время торфонакопления нижней 25-сантиметровой толщи. Она составит 12,3 лет $\times$ 25 см = 307,5 лет. Следовательно, общая длительность формирования изученной толщи будет порядка 1550 лет – это поздний голоцен, по Нейштадту /1983/, а расстояние между соседними пробами, равное 5 см, соответствует в среднем 62 годам.

В качестве характеристик периодичности в изменении растительности рассматривались одновременно 14 компонентов ископаемых спорово-пыльцевых спектров: общее содержание в спектре пылицы древесных и кустарниковых пород (DR), травянистых и кустарничковых растений (TR), спор (SP), а также пихты (Abi), ели (Pic), сибирского кедра (Psib), сосны обыкновенной (Psyn), карликовой березки (Bnana), осоковых (Cyp), маревых (Chen), лютиковых (Ranun), разнотравья (RAZN), спор семейства кочедыжниковых (Polyp).

Периодичность колебаний палеоклимата изучалась по II элементам: среднемесячные температуры июля ($T_{и}$) и января ($T_{я}$), годовая сумма температур более 10° ($T > 10$), продолжительность безморозного периода (δ/m), абсолютная (AWLA) и относительная

(OWLA) влажность воздуха, среднегодовая сумма осадков (OGOD), количество осадков за теплый ($O_{\text{тп}}$) и холодный ($O_{\text{хп}}$) периоды года, сумма осадков за май месяц ($O_{\text{май}}$), показатель сухости (ПС). Количественная оценка перечисленных показателей определялась по ископаемым палинологическим спектрам разреза с помощью расчетных уравнений регрессии, построенных по методикам Букреевой /Букреева и др., 1984, 1986; Букреева, 1988; Математические методы ..., 1989).

По всем 25 характеристикам составлены временные ряды с отсчетом снизу вверх по разрезу. Интервал отсчета между соседними пробами, равный 62 годам, определяет минимальный период, который можно различить при исследовании данного набора временных рядов.

Математическая обработка рядов проводилась в последовательности, описанной в разделе 2.2. Ниже каждый этап обработки рассматривается подробно, включая описание пакетов для выполнения задания по программе, полученных результатов и их анализ.

I. Проверка выполнения гипотезы о стационарности и эргодичности случайного процесса. К сожалению, длина исходного ряда в 24 значения исключает возможность проверки на стационарность. Однако пользуясь тем, что стационарность и эргодичность, как правило, сопутствуют друг другу, выполним проверку на эргодичность изучаемого процесса. Для этого так же, как и при одномерном анализе, воспользуемся программой AUTO для расчета автокорреляционной функции. Структура пакета для выполнения задания приведена выше (см. пакет I). Коррелограммы, построенные для отдельных исследуемых параметров, отражают видимое стремление к нулю корреляционной функции, что указывает на эргодичность процесса, представленного исходным рядом (рис.17). Такой же закономерностью обладают все остальные ряды.

Вывод. Все 25 исходных временных рядов пригодны для проведения спектрального анализа.

2. Группирование параметров со сходной структурой периодичности. Расчет спектральной плотности для каждого из исследуемых рядов с последующей их классификацией выполняется с помощью Q-анализа (группирование сходных объектов) методом главных компонент на матрице спектров по всем исходным рядам программой MEMMGK (см. пакет 4). В результате каждый из классов объединит параметры со сходной структурой периодичности.

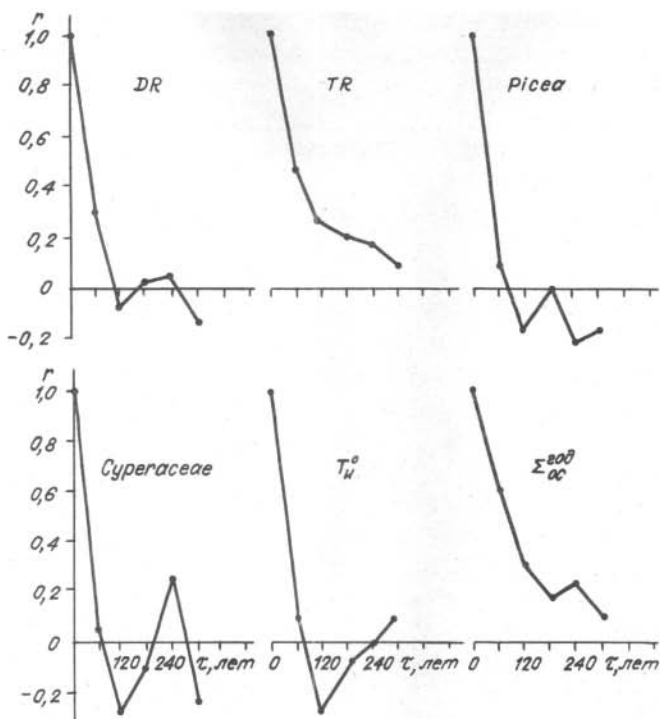


Рис.17. Графики автокорреляционных функций для исходных рядов, отражающих содержание пылицы древесных (DR) и травянистых (TR) пород, ели (Picea), осоковых (Cyperaceae) и изменение температуры июля, суммы осадков за год ($\sum_{ос}^{год}$).

- Введенные пакетом 4 исходные данные передадут программе:
- исследуется МЕСТОРОЖДЕНИЕ ЗНАМЕНСКОЕ 8I-5, I4 КОМПОНЕНТОВ СПС + II ЭК;
 - каждый исходный ряд состоит из $N = 24$ точек;
 - шаг между соседними отсчетами равен $SAG = 5$ см;
 - вывод спектра на график осуществлять для максимально возможного числа периодов, $L = 24$;
 - число исследуемых исходных рядов, $KOL = 25$;
 - информационный вектор имеет вид IOIOOOO, что означает:

Пакет 4. Управляющие карты задания
и исходная информация для выполнения программы MEMMGK
(Q-анализ спектров исходных рядов методом главных компонент)

```
//LO31MGK JOB 0310100, 'ВУКПЕЕВА', MSGLEVEL=(1,1), MSGCLASS=P
// CLASS=E, TIME=3
//S1 EXEC PL1LFLCLG, PARM.PL1L='S,NX,NE,NA,NOL',
    REGION.GO=350K
//PL1L.SYSPRINT DD SYSOUT=P
//PL1L.SYSLIB DD DSN=LO31.U01.P.S,
// VOL=SER=S00001, UNIT=SYSDA, DISP=SHR
//PL1L.SYSIN DD DSN=LO31.U02.S(MEMMGK),
// VOL=SER=S00002, UNIT=SYSDA, DISP=SHR
//LKED.SYSLIB DD DSN=SYS1.PL1LIB, DISP=SHR
// DD DSN=PNPPL.LOAD, DISP=SHR
// DD DSN=SYS1.FORTLIB, DISP=SHR
// DD DSN=SYS1.SSPLIB, DISP=SHR
// DD DSN=SYS1.SMOGIM, DISP=SHR
//LKED, SYSPRINT DD SYSOUT=P
//GO.SYSPRINT DD SYSOUT=P
//GO.GRAFMD DD DSN=ГРАФИК, DISP=SHR
//GO.TAB DD SYSOUT=P
//GO.SYSIN DD *
    МЕСТОРОЖДЕНИЕ ЗНАМЕНСКОЕ 8I-5, I4 КОМПОНЕНТОВ СПС + II ЭК
    24 5 24
    25
    1 0 1 0 0 0
    56.5 81.7 82.2 60.4 65.7 71 85 78.1 80.7 85.4 94 83.8 74.2
    69.5 73.3 68.1 83.6 86.8 82.1 79.8 83.5 91 79.5 74.4 :D:R)
    ... ...
    302 355 352 387 275 287 320 382 433 437 378 421
    407 388 329 348 447 435 392 437 466 461 377 414: ОТП )
/*
//
```

распечатать каждый исходный ряд (PRIX = 1);
не выводить на печать параметры гармоник (PRIG = 0);
выполнить метод главных компонент (PRIG = 1);

не выводить на печать векторы собственных значений $PR1W = 0$);

не рисовать графики спектров исходных рядов ($PRIS = 0$);

не рисовать интегральный спектр ($PRIS1 = 0$);

- 56.5 81.7 и т.д. - исходный ряд, отражающий содержание в спорово-пыльцевых спектрах пыльцы древесных пород (24 значения);

- DR - имя этого ряда;

... ..

- 302 355 352 и т.д. - исходный ряд, отражающий сумму осадков за теплый период года (24 значения);

- OTI - имя этого ряда.

Основной результат выполнения программы в этом варианте со- держится в матрице главных компонент (см. табл.6), вычисленной по таблице спектральных плотностей (спектров) где строка - это спектральная плотность какого-либо параметра, а столбец - вектор спектральной плотности одного какого-либо периода по всем параметрам. Построив распределение спектров в координатах первой и второй главных компонент, получим классификацию их в графическом виде (рис.18,а). Результаты классификации показали, что спектры исследуемых 25 параметров скомпоновались в восемь классов, в пять из них вошли компоненты спорово-пыльцевых спектров и те элементы климата, которые имеют с ними сходную структуру периодичности, один класс (6) состоит исключительно из компонентов пыльцевого спектра и два класса (2 и 4) - из элементов палеоклимата, а пыльца карликовой березки, сибирского кедра и разнотравья не вошла ни в один из классов.

Следующий этап обработки состоит в расчете и выводе на график исходных и интегральных спектров для выделенных классов.

3. Определение интегрального спектра для выделенных классов. Интегральный спектр того или иного класса вычисляется путем суммирования трех (или двух) главных компонент, полученных по таблице спектров тех параметров, которые составляют этот класс. Эта операция также выполняется программой MEMMGK. Управляющие карты в пакете задания остаются теми же, что и в предыдущем случае, изменения коснутся лишь исходных данных. В этом случае следует применить вектор индикации I00011, указать и ввести соответствующее число исходных рядов. Поскольку в процессе классификации спектров выявилось 8 классов, значит столько же раз при-

Результаты выполнения программой МЕММСК
Q-анализа спектров всей совокупности исследуемых рядов
(фрагмент выдачи на широкую печать)

Q-АНАЛИЗ СПЕКТРОВ			
СФОРМИРОВАННАЯ МАТРИЦА ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ, DD (N, KG)			
DR	I)	-5.489	6.779
TR	2)	-6.248	3.872
SP	3)	-4.424	-0.329
Abi	4)	1.079	2.532
Pic	5)	0.633	2.321
P.sib	6)	-11.470	0.568
P.sylv	7)	-4.997	1.919
Bet	8)	-3.297	0.672
Cyp	9)	-1.343	3.219
Chen	10)	0.113	2.943
Ran	11)	-5.446	7.609
RAZN	12)	-3.036	10.507
B.nana	13)	-9.497	7.597
Polyp	14)	-5.500	-0.603
T _и	15)	-1.691	2.573
T _я	16)	-0.524	1.829
σ/М	17)	-0.824	4.160
Σ t > 10°	18)	0.776	1.507
AWLA	19)	-5.962	-0.029
OWLA	20)	-4.701	0.505
Σ год ос	21)	-4.924	3.990
Σ т ос	22)	-6.087	3.114
Σ х ос	23)	-2.651	3.895
Σ май ос	24)	-4.320	3.675
ПС	25)	-4.349	3.778

Примечание. Доля вклада первой компоненты в описание общей дисперсии составляет 0,43, второй главной компоненты - 0,19.

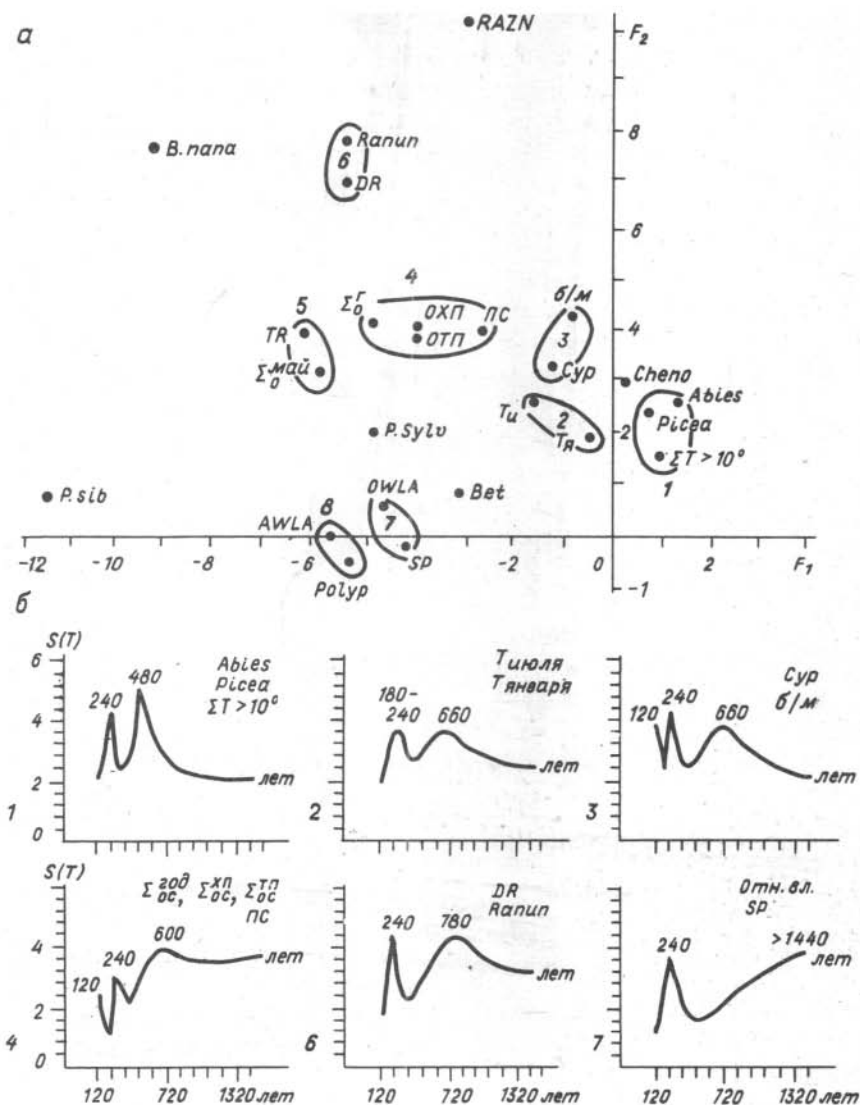


Рис. 18. Группирование в восемь классов исходных спектров палинологических и палеоклиматических кривых по сходству периодичности (а) и их интегральные спектры (б). (Разрез позднеголоценового торфяника Минусинской котловины).

Пакет 5. Управляющие карты задания
и исходная информация для выполнения программой MEMMGK
расчета и вывода на график интегрального спектра

```
//LO31KL2 JOB 0310100, 'ВУКПЕЕВА', MSGLEVEL=(1,1), MSGCLASS=P,
//  CLASS=E, TIME=3
//S1 EXEC PL1LPLG, PARM=PL1L='S,NX,NE,NA,NOL',
//  REGION.GO=350K
//PL1L.SYSPRINT DD SYSOUT=P
//PL1L.SYSLIB DD DSN=LO31.U01.P.S,
//  VOL=SER=S00001, UNIT=SYSDA, DISP=SHR
//PL1L.SYSIN DD DSN=LO31.U02.S(MEMMGK),
//  VOL=SER=S00002, UNIT=SYSDA, DISP=SHR
//LKED.SYSLIB DD DSN=SYS1.PL1LIB, DISP=SHR
//  DD DSN=PNPPL.LOAD, DISP=SHR
//  DD DSN=SYS1.FORTLIB, DISP=SHR
//  DD DSN=SYS1.SSPLIB, DISP=SHR
//  DD DSN=SYS1.SMOGLM, DISP=SHR
//LKED.SYSPRINT DD SYSOUT=P
//GO.SYSPRINT DD SYSOUT=P
//GO.GRAFMD DD DSN=ГРАФИК, DISP=SHR
//GO.TAB DD SYSOUT=P
//GO.SYSIN DD *
    МЕСТОРОЖДЕНИЕ ЗНАМЕНСКОЕ 8I-5, МНОГОМЕРНЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНА-
    ЛИЗ
    24 5 24
    3 0 0 0 0 1 1
    6 3 8 0 0 3.3 5.1 13 13.9 0 3.8 0 7.1 7.3 4.2 11 14.2 2.1 0
    4.5 4.2 0 0 6.3 4.9: ABI X
    15 13 10.6 9.4 4.1 11.5 3.5 19.6 19.6 10.4 4.2 5.6 12.1 4.2
    5.7 23.6 9.8 7.6 12.1 5.6 7.8 3 1.6 9.8: PIC X
    1805 1621 1645 1851 1766 1774 1758 1730 1712 1699 1706 1778
    1712 1895 1721 1642 1728 1706 1694 1690 1729 1749 1754 1771:
    T>10 X
//
```

дется обратиться к программе для вывода на график интегрального спектра для каждого из классов. Пакет для выполнения этого зада-

ния покажем на примере получения интегрального спектра параметров класса I (см. пакет 5).

Исходные данные передадут в программу, что:
исследуется МЕСТОРОЖДЕНИЕ ЗНАМЕНСКОЕ, ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО СПЕКТРА ДЛЯ КЛАССА I;

24 - число точек в исходном ряду;

5 - равномерный шаг отсчета (здесь в см);

24 - максимальное число периодов, которое должно быть отражено на спектре;

3 - число вводимых исходных рядов;

0 - не печатать исходные ряды;

0 - не выводить на печать амплитуды и фазы гармоник;

0 - не выполнять анализ главных компонент;

0 - не выводить на печать значения собственных векторов;

I - вывести на графопостроитель спектры исходных рядов;

I - вывести на графопостроитель график интегрального спектра;

6 3 8 0 0 и т.д. - исходный ряд, содержащий данные о пыльце пихты;

Abi- имя этого ряда;

I5 I3 IO.6 и т.д. - исходный ряд, отражающий содержание пыльцы ели;

Pic- имя этого ряда;

I805 I62I I645 и т.д. - исходный ряд суммы температур более IO °C;

T > IO - имя этого ряда.

Результат выполнения программы в заданном варианте - расчет и вывод на график исходных и интегральных спектров для рядов, отражающих содержание пыльцы пихты, ели и суммы температур более IO °C. Интегральный спектр на широкую печать выдается в виде, приведенном в табл.7. Аналогично составляются пакеты выполнения задания и для остальных классов. Исходные спектры со сходной структурой периодичности, объединенные в класс I, показаны на рис. I9, а интегральный спектр для них см. на рис. I8,6. Каждый из классов характеризуется только ему свойственным набором доминирующих периодов (табл.8).

Из анализа структуры исходных и интегральных спектров можно заключить, что I) как правило, каждый исходный ряд имеет число доминирующих периодов два или три (при общей продолжительности

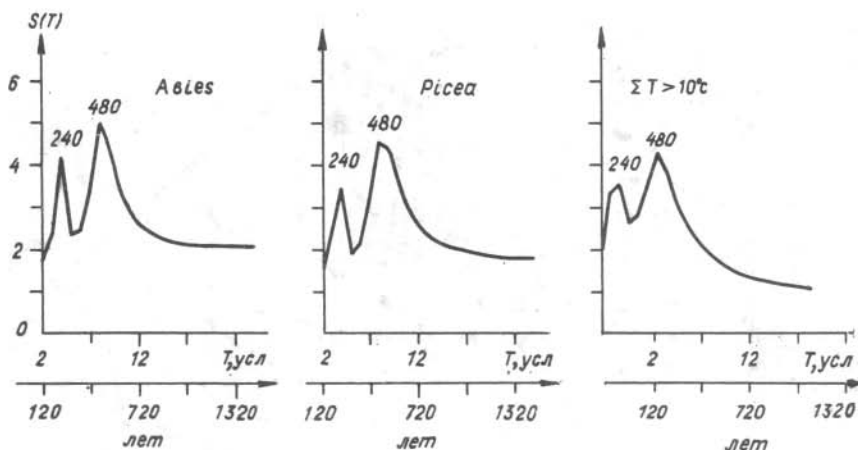


Рис.19. Исходные спектры параметров, полученные методом максимальной энтропии и скомпонованные в класс I по сходству структуры периодичности.

Таблица 7

Характеристика интегрального спектра $S_1(T)$
(результат, полученный после расчетов по программе MEMMGK)

Период T , усл.ед.	Значение интегрального спектра	
	$S_1(T)$	$\lg S_1(T)$
2	0,58	-0,54
3	2,12	0,75
4	2,00	0,69
5	0,95	-0,05
6	1,20	0,18
7	2,61	0,96
8	5,09	1,63
9	4,15	1,42
10	1,99	0,69
11	1,17	0,16
12	0,81	-0,21
13	0,62	-0,47
14	0,51	-0,67

Период Т, усл.ед.	Значение интегрального спектра	
I5	0,44	-0,83
I6	0,39	-0,95
I7	0,35	-I,05
I8	0,32	-I,13
I9	0,30	-I,2I
20	0,28	-I,27
2I	0,27	-I,32
22	0,24	-I,4I
23	0,23	-I,45

Примечание. Цена каждой точки ряда составляет 60 лет. Доля вклада в описание общей дисперсии первой компоненты составила 0,96, второй - 0,03, третьей - 0,01.

Таблица 8

Характеристика выделенных классов спектров
по комплексу параметров и доминирующим периодам

Класс	П а р а м е т р ы		Доминирующие периоды, лет
	Компоненты спорово-пыльцевого спектра	Элементы палеоклимата	
6	Древесные, лютико- вые	Нет	240,780
I	Пихта, ель	Сумма температур более 10 °C	240,480
2	Нет	Температура июля, января	240,660
3	Осоковые	Продолжительность безморозного пе- риода	I20,240,660
4	Нет	Сумма осадков за год, теплый и хо- лодный периоды года, показатель сухости	I20,240,600
5	Травянистые	Сумма осадков за май	I20,240,720- 780
7	Споры	Относительная влажность	I20,240, >I440
8	Кочедыжниковые	Абсолютная влаж- ность	I20,300,>I400

Таблица 9

Классы компонентов спорово-пыльцевых спектров
и элементов климата позднего голоцена,
имеющих сходную структуру периодичности

Класс	Компоненты спорово-пыльцевого спектра	Элемент климата
I	Ель, пихта	Сумма температур более 10 °C
II	Осоковые	Температуры июля, продолжительность безморозного периода
III	Пыльца древесных пород, лютиковых	Нет
IV	Пыльца травянистых растений	Сумма осадков за год, май, теплый и холодный периоды года, показатель сухости
V	Споры, кочедыжниковые	Абсолютная и относительная влажность воздуха

ряда в 1440 лет); 2) выявлена периодичность в 120, 240-300, 480, 600-660, 720-780, 840 и более 1440 лет (периодичность в 240 лет устойчиво присутствует почти во всех рядах); 3) в класс 6, объединивший ряды по общему содержанию в спектре пыльцы древесных пород и лютиковых, не вошел ни один из исследуемых элементов климата, а в классы 2 (температуры июля и января) и 4 (сумма осадков за год, теплый и холодный периоды года, показатель сухости) — ни один из компонентов спорово-пыльцевых спектров; 4) содержания пыльцы ели и пихты имеют сходную структуру периодичности с годовой суммой температур более 10 °C; осоковых — с продолжительностью безморозного периода; травянистых — с суммой осадков за май; общее содержание спор — с относительной влажностью; спор кочедыжниковых — с абсолютной влажностью воздуха.

Распределение спектров на рис.18 показывает, что некоторые классы можно объединить, в частности 3 и 2 (осоковые, безморозный период, температуры января и июля), 5 и 4 (общее содержание пыльцы травянистых, все виды осадков, показатель сухости), 7 и 8 (общее количество спор, споры кочедыжниковых, абсолютная и относительная влажность воздуха, пыльца березы и сосны обыкновенной),

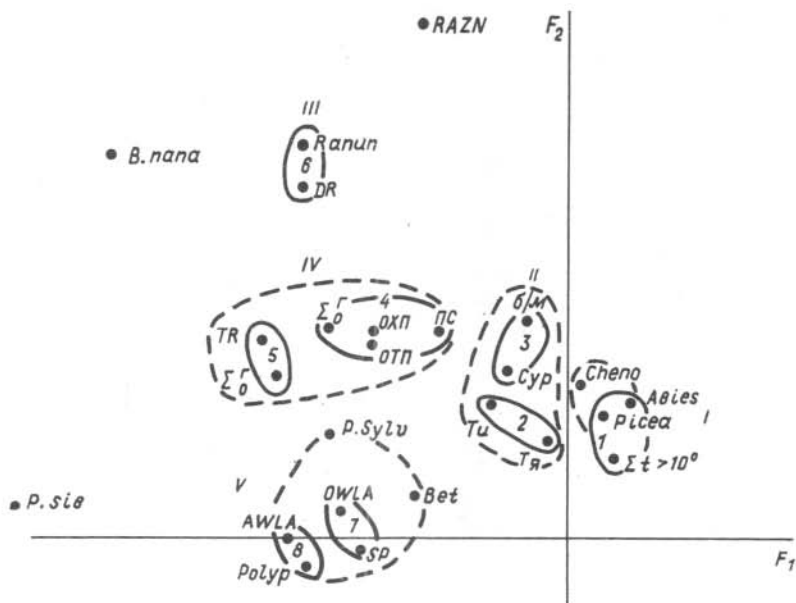


Рис.20. Группирование в пять классов исходных спектров компонентов спорово-пыльцевых комплексов и элементов климата позднего голоцена Минусинской котловины по сходству структуры периодичности (южная часть лесостепной зоны).

а к I классу присоединить спектр по содержанию пыли маревых. Тогда число классов уменьшится до пяти (рис.20 и табл.9). Интегральные спектры для них вынесены на рис.21.

Общее число доминирующих периодов, как это следует из табл. 10, довольно велико. Чтобы исключить из рассмотрения случайную периодичность, построим частотное распределение выявленных доминирующих периодов (рис.22). Гистограмма показывает, что наиболее типичны периоды в 120, 240, 480, 600, 780 и более 1440 лет. По-видимому, именно эта периодичность характерна для изучаемого этапа голоцена.

Рассмотрим выделенную периодичность несколько подробнее. Периодичность в 120 лет выявлена в общем содержании пыли травянистых растений, осоковых и спор папоротника семейства ко-

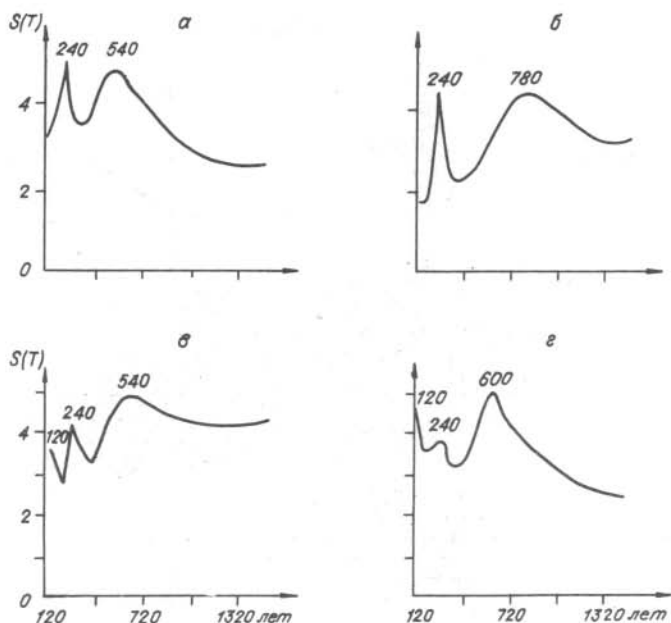


Рис.21. Интегральные спектры для объединенных в пять классов исходных спектров палинологических и палеоклиматических параметров:

а — для характеристик, вошедших в класс I; б — в класс 5; в — в класс 3; г — в класс 4 (состав класса см. на рис.20).

чедыжниковых, а в климатических характеристиках — во всех показателях осадков, относительной влажности воздуха, продолжительности безморозного периода. Иными словами, эта периодичность не была зафиксирована для термических элементов климата и тех компонентов палинологического спектра, которые отражают содержание пыли древесных пород в общем составе и по конкретным породам (кроме сибирского кедра). Очевидно, что периодичность в 120 лет для перечисленных элементов климата слишком непродолжительна для заметного изменения состава древесных пород, ведь чтобы выросло дерево, требуется не один десяток лет, а травянистый покров на

Таблица 10

Доминирующие периоды,
выделенные по 25 исследуемым временным рядам

Параметры	Период, лет											
	I20	I80	240	300	360	480	600	660	720	780	840	>I440
Компоненты СПС	Древесные		+							+		
	Травы		+						+			
	Споры		+									+
	Пихта		+			+						
	Ель		+			+						
	Сибирский кедр	+		+								
	Сосна		+									+
	Береза				+							+
	Осоковые	+	+					+				
	Маревые			+			+					
	Лютиковые		+							+		
	Разнотравье	+			+					+		
Элементы климата	Кочедыжниковые	+		+								+
	Карликовая березка		+								+	
	T ⁰ июля		+						+			
	T ⁰ января		+						+			
	Безморозный период	+	+				+					
	Температура >10 °C		+			+						
	Абсолютная влажность		+	+								+
	Относительная влажность	+	+									+
	Сумма год	+	+					+				
	осад- май	+		+						+		
	ков холодный период	+	+				+					
	теплый период	+	+				+					
	Показатель сухости		+				+					

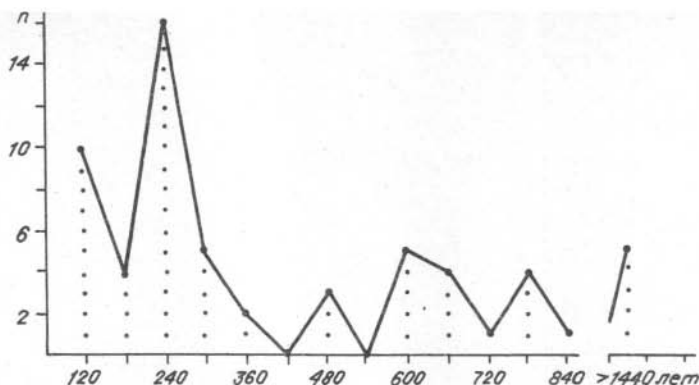


Рис.22. Частотная кривая, характеризующая распределение выявленной периодичности по 25 реализациям процесса изменения климата и растительности в позднем голоцене южной части лесостепной зоны Минусинской котловины.

эти изменения реагируют в течение нескольких месяцев, т.е. практически сразу же.

Чтобы определить, совпадают ли изменения тех или иных параметров во времени, следует проанализировать начальные фазы гармонических составляющих этого периода, полученные по реализациям перечисленных параметров (табл.II). Численное выражение всех начальных фаз (270°) свидетельствует о том, что периодичность в 120 лет, присутствующая в кривых содержания пыли разнотравья, осоковых и спор кочедыжниковых, находится в прямой зависимости от изменения количества осадков, относительной влажности воздуха и продолжительности безморозного периода: их колебания происходят в одной и той же фазе, а вот содержание пыли сибирского кедра находится в противофазе с перечисленными параметрами, т.е. чем больше величина первых, тем меньше пыли сибирского кедра в спектре.

Периодичность в 240 лет характерна для большинства исследованных рядов. Однако, судя по начальным фазам соответствующих гармонических составляющих (табл.I2), здесь нет точных совпадений, как в периоде в 120 лет. Выявляется группирование по на-

Таблица II

Начальные фазы гармонической составляющей
периода продолжительностью в 120 лет

Параметр	Начальная фаза, градусы
Элементы климата	
Сумма осадков за год, теплый и холодный периоды года, май месяц	270
Относительная влажность воздуха	270
Продолжительность безморозного периода	270
Компоненты спорово-пыльцевых спектров	
Разнотравье	270
Осоковые	270
Папоротники семейства кочедыжниковых	270
Сибирский кедр	90

Таблица I2

Начальные фазы гармонической составляющей
периода $T = 240$ лет

Параметр	Начальная фаза, градусы
Лютиковые	2
Температура июля	48
Сумма температур более 10 °C	96
Осадки за холодный период года	97,5
Осадки за теплый период года	98
Сумма осадков за год	104
Общее содержание пыльцы трав в СПС	93
Продолжительность безморозного периода	141
Общее содержание спор в СПС	157
Ель	128
Относительная влажность воздуха	133
Пихта	210

Параметр	Начальная фаза, градусы
Общее содержание пыли древесных в СПС	308
Сосна обыкновенная	332
Показатель сухости	350

чальным фазам. Так, синхронны в колебаниях суммы годовых температур более 10°C , осадки за холодный и теплый периоды года, сумма осадков за год и общее содержание пыли травянистых растений в спектре; содержание пыли ели и относительная влажность воздуха; общее содержание спор в спектре, пыли осоковых и продолжительность безморозного периода; общее содержание пыли древесных пород в спектре, сосны обыкновенной и показателя сухости.

Периодичность в 480 лет выявлена для пихты, ели и суммы годовых температур более 10°C . Однако изменение их не синхронно: примерно через 80 лет после начавшегося понижения этого показателя в спектрах начинается увеличение пыли ели, а через 160 лет — пихты.

Периодичность в 600 лет. Почти синхронно изменяются осоковые и безморозный период (их начальные фазы φ соответственно 349° и 340°), близки к ним по фазе температура июля (3°) и показатель сухости (332°), а в противофазе изменяются осадки за холодный и теплый периоды года, сумма осадков за год (соответственно — 134° , 134° , 172°).

Периодичность в 780 лет показали четыре параметра: сумма осадков за май месяц, содержание пыли древесных пород, разнотравья и лютиковых. Первые три параметра изменяются синхронно (начальные фазы соответственно 183° , 198° , 198°), колебания в содержании пыли лютиковых происходят в противофазе (8°).

Периодичность более 1440 лет. На ее наличие указывает характер спектра: спектральная плотность для этого периода имеет тенденцию к возрастанию. Продолжительность какого периода имеет место, точно установить невозможно. Для этого исходный ряд должен быть более длинным.

Присутствие указанной периодичности выявлено для абсолютной и относительной влажности воздуха, общего содержания спор, папоротников семейства кочедыжниковых, сосны обыкновенной. Для них характерно синхронное изменение с начальной фазой порядка 205-198°; в противофазе с той же периодичностью изменяется содержание пыльцы березы (52°).

Анализ периодичности показал сложную картину взаимосвязи климатических характеристик с содержанием тех или иных компонентов в ископаемых пыльцевых спектрах и позволил на количественной основе сгруппировать параметры и проанализировать скрытую периодичность в исследуемых временных рядах.

После детального анализа структуры периодичности временных рядов переходят к выявлению приуроченности отдельных циклов или их суперпозиции к геохронологической шкале. Для этой цели служит программа TREUS.

4. Выявление приуроченности циклов заданного периода к геохронологической шкале. На предыдущем этапе выявились параметры, имеющие периодичность одного и того же порядка. Графическое отображение соответствующей гармоник и дает возможность определить начало и конец циклов заданного периода, а сопоставление поведения одной и той же гармоник по нескольким параметрам одновременно покажет их совпадение, опережение или запаздывание.

Пусть, например, требуется установить циклы периода $T=480$ лет для пыльцы пихты, ели и суммы температур более 10 °C в позднем голоцене изучаемого района. Составляется пакет для выполнения задания (см. пакет 6).

Исходные данные, приведенные в нем, содержат сведения:

МЕСТОРОЖДЕНИЕ ЗНАМЕНСКОЕ 8I-5. $T = 480$ ЛЕТ. ПИХТА, ЕЛЬ,

СУММА $T > 10$ - объект исследования;

24 - число точек в исходных рядах;

I - признак того, что вводятся ряды с разной размерностью;

0 - суммирование гармонических составляющих не требуется;

0 - не требуется переводить из одного масштаба в другой;

3 - число вводимых рядов;

5 - шаг по мощности между соседними отсчетами, см;

6 3.8 0 0 и т.д. - исходный ряд пыльцы пихты (24 значения);

Abi - имя ряда;

Пакет 6. Управляющие карты задания и исходная информация
 для выполнения программы TREUS
 с целью вывода графиков гармонической составляющей
 периода $T = 480$ лет для временных рядов пыльцы пихты, ели,
 суммы годовой температуры более 10°C

```
//LO31APT JOB 0310100,'БВКРЕЕВА',MSGLEVEL=(1,1),MSGCLASS=P,
// CLASS=E,TIME=3
//S1 EXEC PL1LFCIG,PARM.PL1L='S,NX,NE,NA,NOL',
// REGION.GO=350K
//PL1L.SYSPRINT DD SYSOUT=R
//PL1L.SYSIN DD DSN=LO31.U02.3(TREUS),
// VOL=SER=SO0002,UNIT=SYSDA,DISP=SHR
//LKED.SYSLIB DD DSN=SYS1.PL1LIB,DISP=SHR
// DD DSN=SYS1.FORTLIB,DISP=SHR
// DD DSN=SYS1.SMOGLM,DISP=SHR
//LKED.SYSPRINT DD SYSOUT=P
//GO.SYSPRINT DD SYSOUT=P
//GO.GRAFMD DD DSN=ГРАФИК,DISP=SHR
//GO.TAB DD SYSOUT=P
//GO.SYSIN DD *
ЗНАМЕНЕЧНОЕ 8I-5,T=480 ЛЕТ ABIES,PICEA,T>10
  24 1 0 0
    3 5
  6 3.8 0 0 3.3 5.1 13 13.9 0 3.8 0 7.1 7.3 4.2 11 14.2 2.1 0
  4.5 4.2 0 0 6.3 4.9 :ABI✕
      4.405      1 8 0.8307 164.6277
  15 13 10.6 9.4 4.1 11.5 3.5 19.6 19.6 10.4 4.2 5.6 12.1 4.2
  5.7 23.6 9.8 7.6 12.1 5.6 7.8 3 1.6 9.8:PIC✕
  5.562 1 8 0.7798 87.922
  1805 1621 1645 1851 1766 1774 1758 1730 1712 1699 1706 1778
  1712 1895 1721 1642 1728 1706 1694 1690 1729 1749 1754 1771:
  T>10✕
      60.11      1 8 0.684 226.8623
/*
//
```

4.405 - дисперсия ряда (выбирается по результатам программы MEMMGK);

I - число гармонических составляющих ряда, выводимых на график;

8 - период гармонической составляющей в условных единицах (соответствует 8 x 60 лет = 480 годам);

0.8307 - амплитуда (для нормированного ряда);

I64.6277 - начальная фаза гармоник;

I5 I3 IO.6 и т.д. - исходный ряд пылицы ели (24 значения);

Pic - имя ряда;

5.562 - дисперсия этого ряда;

I - число гармонических составляющих для ряда ели, выводимых на график;

8 - период гармонической составляющей в условных единицах (соответствует 480 годам);

0.7798 - амплитуда гармоник этого периода (для нормированного ряда);

87.922 - начальная фаза этой гармоник;

I805 I62I I645 и т.д. - исходный ряд сумм температур более IO °C (24 значения);

T>IO - имя этого ряда;

60.7II - дисперсия этого ряда;

I - число гармонических составляющих для ряда температур более IO °C, выводимых на график;

8 - период этой гармонической составляющей (480 лет);

0.684 - амплитуда этой гармоник (для нормированного ряда);

226.8623 - начальная фаза гармоник этого периода.

В результате выполнения этого задания получен график, изображенный на рис.23. Из него следует, что повышение среднегодовых температур с периодичностью в 480 лет способствовало сокращению площади, занятой пихтой и елью, происходившему с той же периодичностью.

Аналогичную процедуру можно выполнить для любого периода.

5. Анализ поведения основной гармоник в исследуемых временных рядах. Известно, что большую информацию несет первая, или основная, гармоника. Она характеризует изменчивость в целом исследуемого параметра. Применим этот же вариант программы TREUS для вывода на график основной гармоник по некоторым из исследуемых параметров.

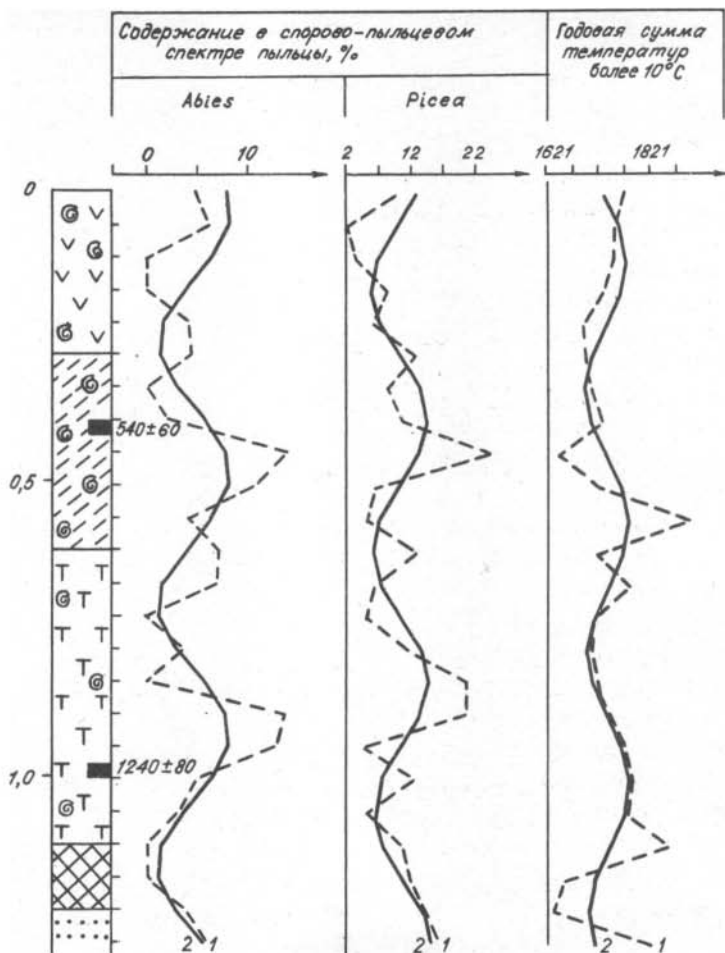


Рис.23. Гармоники периода $T = 480$ лет, выявленные по исходным рядам содержания в ископаемых спорово-пыльцевых спектрах пыльцы пихты, ели и годовой суммы температур более 10 °C:

I - исходный ряд; 2 - гармоника периода $T = 480$ лет.
Условные обозначения для литологической колонки см. на рис.24

Основная гармоника имеет период равный продолжительности исходного ряда. В нашем случае он составляет $T = 1440$ лет, т.е. описывает все 24 точки. Чтобы выполнить построение, прежде всего следует выписать из результатов, полученных программой МЕММК, для каждого из рядов амплитуду соответствующей гармонике и ее начальную фазу, а так как амплитуда выдается для нормированных рядов, то следует запомнить исходную дисперсию ряда, чтобы передать ее впоследствии в программу TREUS.

Начальные фазы основных гармоник следует располагать в убывающем или возрастающем порядке. Компоновать параметры можно по-разному, например, выделить либо компоненты пыльцевого спектра, либо элементы палеоклимата. А поскольку проводится совместный анализ компонентов спектра и элементов палеоклимата, то представляет интерес совместное рассмотрение поведения основной гармонике этих параметров (табл. I3). Из нее следует, что синхронно изменяются основные гармонике у ели и продолжительности безморозного периода; у пихты, разнотравья и температуры января; спор папоротников семейства кочедыжниковых, общего содержания спор; пыльцы сосны, всех видов осадков, абсолютной и относительной влажности воздуха; березы и температуры июля; общего содержания пыльцы травянистых растений и показателя сухости; сибирского кедра и суммы температур более 10°C . С помощью программы TREUS были получены соответствующие графики для выделенных групп по сходству начальных фаз. Та же процедура проведена и для основного состава спектра. Характерной чертой общего состава является преобладание во всех 24 спорово-пыльцевых спектрах пыльцы древесных пород и кустарников (56,5–94,0 %), пыльца травянистых отмечена в пределах 0,5–38,5 %, а спор 0–18,6 %. На фоне общего преобладания пыльцы древесных пород основная гармоника выявила, что в период с 1440 по 1120 лет тому назад спектры содержат наименьшее количество этой пыльцы. Увеличение содержания ее приходится на период с 1100 по 240 лет тому назад, а в последние два столетия вновь отмечается тенденция к уменьшению в спектрах пыльцы древесных пород. Прямо противоположно ведет себя содержание пыльцы травянистых пород, т.е. снизу по разрезу (на общем фоне содержания) отмечается наибольшее участие в спектре этих пыльцевых зерен, затем уменьшение и вновь увеличение. Кривая содержания спор четко отразила (при общем небольшом количестве), что

Параметры основной гармоника исходных рядов наблюдений

Номер группы	Исходный ряд	Период, $T = 1440$ лет		Дисперсия ряда
		Амплитуда для нормированного ряда	Начальная фаза, градусы	
1	Ель	0,2522	326,9	5,562
	Безморозный период	0,2381	328,2	7,115
2	Пихта	0,4306	291,4	4,405
	Разнотравье	0,2965	276,9	26,803
	Температура января	0,2389	280,3	0,378
3	Осоковые	0,3041	248,1	26,612
	Пыльца древесных	0,3736	233,5	9,024
4	Споры кочедыжниковых	0,5703	213,0	43,665
	Сосна обыкновенная	0,6633	199,5	12,047
	Общее число спор	0,9077	198,0	5,131
	Осадки за май	0,6933	213,6	22,064
	Сумма осадков за год	0,7585	207,6	82,299
	Абсолютная влажность	0,9223	205,7	0,078
	Относительная влажность	0,9285	202,0	1,02
	Осадки теплого периода года	0,7229	202,0	63,437
	Осадки холодного периода года	0,7329	202,0	24,513
5	Береза	0,6520	52,1	4,046
	Температура июля	0,4432	41,2	0,334
6	Общее содержание пылицы трав	0,7598	32,7	10,023
	Показатель сухости	0,5911	25,0	0,119
7	Сибирский кедр	0,7048	18,8	3,742
	Сумма температур более 10 °C	0,2313	5,2	60,711

минимум их приходится на спектры из нижней части разреза (1440-900 лет тому назад), а максимум — на спектры из вышележащих от-

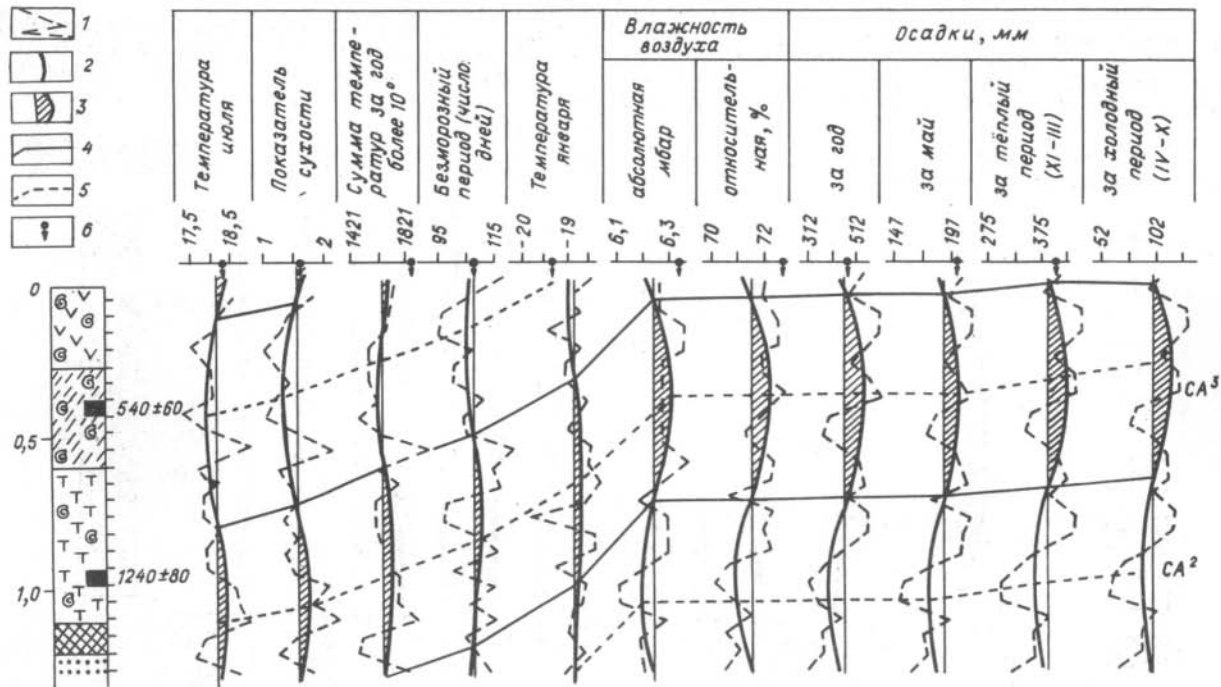


Рис.25. Основная гармоника ($T = 1440$ лет) климатических рядов, реконструированных по разрезу торфяника позднеголоценового возраста (южная часть лесостепной зоны Минусинской котловины): 1 – исходный ряд; 2 – график функции основной гармоники; 3 – период с максимальным значением климатического показателя; 4 – кривая, фиксирующая границы полупериодов; 5 – кривая, соединяющая максимальные и минимальные значения основных гармоник климатических рядов; 6 – современный количественный показатель элементов климата.

ложений. Из поведения основных гармоник общего состава напрашивается вывод, что в настоящее время в южной лесостепной зоне Минусинской котловины имеется тенденция к сокращению площади, занимаемой лесами, т.е. происходит наступление открытых пространств занятых степной растительностью.

Основные гармоник показывают, как ведет себя пыльца отдельных видов древесных пород на фоне доминирования в группе пыльцы сосны обыкновенной. В спектрах нижней части разреза преобладала пыльца березы и сибирского кедра, ей на смену пришла ель, затем пихта, и наконец, сосна, что сопровождалось развитием папоротников семейства кочедыжниковых. В последние 100-200 лет намечается тенденция уменьшения в древостое ели и пихты, возрастание участия березы и сибирского кедра.

В спектрах разреза в группе пыльцы травянистых растений преобладают зерна осоковых и разнотравья. Минимум их содержания приходится на период 1440-1240 лет тому назад, а также на последние 200-250 лет, а максимум на среднюю часть разреза (1100-250 лет тому назад). Диаметрально противоположно ведет себя пыльца маревых и лютиковых (рис.24). Таким образом, в начале формирования разреза, т.е. 1440-1300 лет тому назад, а затем около 100 лет тому назад вновь получили распространение маревые.

Тенденцию к повышению влажности воздуха, увеличению количества выпадающих осадков, а также к похолоданию климата, наступившего в изучаемом районе 700 лет тому назад, подтверждает поведение основных гармоник палеоклиматических кривых. Но около 100 лет тому назад вновь произошло повышение июльских температур и сокращение количества осадков, возрос показатель сухости, холоднее стал январь (рис.25).

Этот небольшой иллюстративный пример показывает, какие большие возможности открывает многомерный спектральный анализ в области изучения на количественной основе процессов изменения климата и растительности голоцена и плейстоцена. Так, без реконструкции климата прошлого невозможен долгосрочный прогноз климата будущего. Известно, что эта проблема в настоящее время стоит очень остро в связи с наступившим ухудшением экологической обстановки окружающей среды. Реконструкция палеоклимата и растительных зон прошлых геологических эпох помогает выявить обстановку, при которой происходило образование тех или иных полезных ископаемых и т.д.

Выяснение закономерностей формирования климата, а также географического распределения определенных типов растительной зональности является фундаментальной проблемой современной климатологии. Ее решение необходимо, с одной стороны, для более объективной реконструкции древних климатов и интерпретации их параметров, а с другой – для выделения (по мере возможности) в геологическом прошлом климатических зон и поясов, аналогичных современным или близких к ним по своим характеристикам.

Исследование на количественной основе процессов изменения климата и растительности по палинологическому материалу практически только начинается. Использование математических моделей существенно расширяет возможности исследования периодичности в колебаниях климата и растительности, позволяет на базе количественных мер вскрыть и описать общие и специфические черты изучаемого процесса.

Предлагаемая работа предоставляет возможность перейти к изучению периодичности на палинологическом материале с использованием математического аппарата метода максимальной энтропии и ЭВМ. В связи с тем, что в палинологической литературе отсутствует аналогичный опыт, материал в отдельных частях работы изложен достаточно подробно. Наличие готовых текстов программ, инструкций к ним и примеров реализации позволит с наименьшими затратами освоить предлагаемую методику. Исследование периодичности может проводиться по геологическому разрезу, представленному как в масштабе времени, так и в масштабе мощности; в качестве исходных данных могут привлекаться любые параметры (не только палинологические и климатические). В этом состоит ее универсальность. Это дает возможность сопоставить между собой периодичность изменения разных процессов, выяснить их сходство и различие.

Без знания закономерностей изменения климата и растительности геологического прошлого невозможно прогнозировать климат будущего. Одним из важных результатов, получаемых по предлагаемой методике, является построение модели прогнозного уравнения в виде тригонометрического полинома, позволяющей учесть характер изменчивости конкретного элемента климата, произошедшей на протяжении довольно длительного отрезка времени (нескольких тысяч

лет). Модель пригодна для оценки тенденции в изменчивости того или иного показателя климата в будущем.

АФАНАСЬЕВ С.Л. Определение геологического возраста по нанопциклитам // Математические методы анализа цикличности в геологии. М., 1984. С.6-26.

БОКС Дж., ДЖЕНКИНС Г. Анализ временных рядов, прогноз и управление. М.: Мир. 1974. 503 с.

БУКРЕЕВА Г.Ф. Применение математических методов в палинологических исследованиях // Изв. ВГО. 1987. Т.II9, вып.5. С.427-433.

БУКРЕЕВА Г.Ф. Решение некоторых задач палинологии математическими методами // Палинология в СССР. Новосибирск: Наука, 1988. С.157-160.

БУКРЕЕВА Г.Ф., ВОТАХ М.Р., БИШАЕВ А.А. Методика определения палеоклимата по информативным системам признаков спорово-пыльцевых спектров // Геология и геофизика. 1984. № 6. С.16-28.

БУКРЕЕВА Г.Ф., ВОТАХ М.Р., БИШАЕВ А.А. Определение палеоклиматов по палинологическим данным методами целевой итерационной классификации и регрессионного анализа. Новосибирск: Изд. ИГиГ. 1986. 190 с.

БУКРЕЕВА Г.Ф., КАРОГОДИН Ю.Н., ЛЕВЧУК М.А. Спектральный анализ в исследовании периодичности и цикличности процесса осадконакопления // Прикладные вопросы седиментационной цикличности и нефтегазоносности. Новосибирск, 1987. С.164-176.

БУКРЕЕВА Г.Ф. Построение расчетных уравнений для количественной оценки элементов палеоклимата по палинологическим данным методом главных компонент и пошаговым регрессионным анализом // Итоги и перспективы физико-географических исследований в Киргизии: Тез. докл. конф., посвящ. 40-летию физ.-геогр. станции (с.Покровка, 23 сент. 1988 г.). - Фрунзе, 1988. С.51-53.

БУНИМОВИЧ В.И. Флюктуационные процессы в радиоприемных устройствах. М.: Сов. радио. 1951. 360 с.

ДЕЧ В.Н., КНОРИНГ Л.Д. Методы изучения периодических явлений в геологии. Л.: Недра, 1985. 255 с.

ДЖЕЙНС Э.Т. О логическом обосновании методов максимальной энтропии // ТИИЭР. 1982. Т.70, № 9. С.33-51.

ДЖЕНКИНС Г., БАТТС Д. Спектральный анализ и его приложение. М.: Мир. 1972. Вып.1. 316 с.; Вып.2. 287 с.

ЗУБАКОВ В.А. Ритмичность геологического развития и стратиграфическая классификация // Геогр. сб., № 15. Астрогеология. М., Л., 1962. С.179-187.

ЗУБАРЕВА Г.Ю. Спорово-пыльцевая характеристика торфяных отложений болот Знаменского и Корниловского (Южно-Минусинская котловина) // Палиностратиграфия мезозоя и кайнозоя Сибири. Новосибирск: Наука, 1985. С.120-126.

КОНЯЕВ К.В. Спектральный анализ случайных процессов и полей. М.: Наука, 1973. 168 с.

КОРН Г., КОРН Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 831 с.

КУЛИНКОВИЧ А.Е. Периодический закон исторической геологии // История и методология геологических наук. Киев: Наук. думка. 1985. С.33-48.

ЛИЧКОВ Б.Л. Природные воды Земли и литосфера // Зап. Геогр. о-ва СССР. М.; Л., 1960. Т.19. 164 с.

ЛИЧКОВ Б.Л. К основам современной теории Земли. Л.: Изд-во ЛГУ. 1965. 119 с.

ЛУНГЕРСТАУЗЕН Г.Ф. Периодические изменения климата и великие оледенения Земли (некоторые проблемы исторической палеогеографии и абсолютной геохронологии) // Сов. геология. 1957. № 59. С.88-115.

ЛУНГЕРСТАУЗЕН Г.Ф. О периодичности геологических явлений и изменении климатов прошлых геологических эпох // Проблемы планетарной геологии. М.: Госгеолтехиздат. 1963. С.7-49.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ в палинологии. Вып.2. Количественная оценка элементов палеоклимата методом главных компонент и пошаговым регрессионным анализом (по палинологическим данным): Метод. разраб. / Г.Ф.Букреева. Новосибирск: Изд. ИГиГ, 1989. 98 с.

НЕЙШТАДТ М.И. К вопросу о некоторых понятиях и разделении голоцена // Изв. АН СССР. Сер. геогр. 1983. № 2. С.103-108.

НЕЧАЕВА Т.Б., РЯБУШКИН П.К., ТРУБИХИН В.М. Изучение длинно-периодных палеовариаций в верхнем плиоцене (Западная Туркмения) // Проблемы изучения палеовековых вариаций магнитного поля Земли. Владивосток, 1979. С.99-107.

ОДЕССКИЙ И.А. Волновые движения земной коры. Л.: Недра. 1972. 207 с.

ОЗЕРО Иссык-Куль и тенденции его природного развития. Л.: Наука. 1986. 256 с.

ЦАПИТАШВИЛИ Н.Е., РОТАНОВА Н.М. Метод максимальной энтропии и его применение к анализу временных рядов геомагнитного поля // Геомагнетизм и аэрономия. 1979. Т. XIX, № 3. С. 543-550.

ПАКЕТ научных подпрограмм на языке ПЛ/I. Математическое обеспечение ЕС ЭВМ. Вып. 2. Статистика. Таллин, 1981. 144 с.

САВИНА Л.Н., КОШКАРЕВА В.Л. Изменение климата и растительности на территории западной части Канско-Ачинского топливно-энергетического комплекса в голоцене // Природные условия Минусинской котловины (западной части территории КАТЭКа). Красноярск. 1981. С. 59-70.

СЕРЕБРЕННИКОВ М.Г., ПЕРВОЗВАНСКИЙ А.А. Выявление скрытых периодичностей. М.: Наука. 1965. 244 с.

СМОГ. Инструкция по программированию. Математическое обеспечение графопостроителей. I - II уровень. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. 1976. Уровень I - II 8 с.; уровень II - 78 с.

ФРЕНКЕЛЬ А.А. Математические методы анализа динамики и прогнозирования производительности труда. М.: Экономика. 1972. 190 с.

ХЕННАН Э. Анализ временных рядов. М.: Наука. 1964. 215 с.

ШНИТНИКОВ А.В. Изменчивость общей увлажненности материков северного полушария // Зап. геогр. о-ва СССР. Нов. сер. 1957. Т. 16. 334 с.

BURG J.P. Maximum entropy spectral analysis // Proc. 37 th Meet. Soc. Exploration Geophysicists. 1967. Stanford Thesis, 1975.

NOTES Short. On the calculation of filter coefficients for maximum entropy spectral analysis // Geophysics. 1974. Vol. 39. N 1. P. 69-72.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОТ РЕДАКТОРА	3
ВВЕДЕНИЕ	5
Глава I. ОСНОВНЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ	10
I.1. Применяемые математические понятия	10
I.2. Динамическая модель периодического процесса. Постановка задачи и пути ее решения	19
I.3. Требования к исходным данным. Формирование вре- менных рядов	22
Глава II. МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИЗУЧЕНИЯ МАТЕРИАЛА	25
2.1. Одномерный спектральный анализ	25
2.1.1. Проверка гипотезы стационарности и эргодичности случайного процесса	26
2.1.2. Выявление доминирующих периодов методом макси- мальной энтропии	31
2.1.3. Определение амплитуды и начальной фазы гармони- ческих составляющих исходного ряда	40
2.1.4. Графическое отображение гармоник доминирующих периодов	41
2.1.5. Проверка гипотезы о правильности выбора вида тренда	44
2.2. Многомерный спектральный анализ	48
Глава III. АНАЛИЗ РЕАЛИЗАЦИЙ ПРОЦЕССОВ ИЗМЕНЕНИЯ КЛИМАТА И РАСТИТЕЛЬНОСТИ ГОЛОЦЕНА	54
3.1. Выявление структуры периодичности в содержании пыльцы пихты по разрезу голоценового торфяника ..	59
3.1.1. Подготовка исходного временного ряда наблюдений..	59
3.1.2. Математическая обработка временного ряда	62
3.2. Многомерный анализ реализаций процесса изменения палеоклимата и растительности	71
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	98
ЛИТЕРАТУРА	100

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПАЛИНОЛОГИИ

Вып. 3

Исследование периодичности
процессов изменения палеоклимата и палеораствительности
методом максимальной энтропии
(по палинологическим данным)

Методические рекомендации

Составитель

Галина Фёдоровна Букреева

Утверждено к печати
Институтом геологии и геофизики СО АН СССР

Редакторы Р.Н.Ильина, О.А.Боброва

Технический редактор Н.Н.Александрова

Подписано к печати 23.06.89. МН 02231.
Бумага 60x84/16. Печ.л.6,5+1 вкл. Уч.-изд.л.6,0.
Тираж 400. Заказ 271. Цена 45 коп.

Институт геологии и геофизики СО АН СССР
Новосибирск, 90. Ротапринт.