

С. А. Заборовскій,

Проф. Екатеринославскаго Высшаго Горнаго Училища.

Динамическій расчетъ

двухъэтажной рудничной клѣти.

Краткое извлеченіе изъ статьи
того-же наименованія, защищенной
авторомъ въ качествѣ диссертациі
въ Горномъ Институтѣ Императрицы
Екатерины II. 2 мая 1910 г.

ЕКАТЕРИНОСЛАВЪ
Типографы Исидръ Коганъ.
1910.

ВВЕДЕНИЕ.

Канатъ, служащій для подъема ископаемыхъ на дневную поверхность,—какъ наиболѣе отвѣтственная часть всего подъемнаго устройства, всегда привлекалъ особенное вниманіе специалистовъ горнаго дѣла, и потому литература этой технической отрасли изобилуетъ многочисленными трудами, посвященными расчету прочности рудничнаго каната.

Что-же касается расчета клѣти, то этотъ вопросъ, какъ второстепенный, до послѣдняго времени почти вовсе не былъ затроутъ въ литературѣ. Насколько мнѣ извѣстно, первая обстоятельная статья, посвященная этому дѣлу, принадлежитъ бельгійскому инженеру Н. Дессару и опубликована въ январской книжкѣ 1909 года журнала *Revue universelle des Mines. de la Metallurgie ect.* Изъ примѣчанія къ заголовку статьи видно, что вопросъ этотъ послужилъ даже предметомъ особаго доклада, который былъ сдѣланъ авторомъ ^{19 Февраля}_{1 Марта} 1908 года въ собраніи инженеровъ, окончившихъ *Ecole de Liège*.

Статью свою (*Calcul et constriction des cages d'extraction*) Dessard начинаетъ указаніемъ того значенія, которое можетъ имѣть для техники горнаго дѣла затрогиваемый имъ вопросъ; а именно: рациональный расчетъ клѣти, могущій обезпечить *minimum* вѣса,

1) ведетъ прежде всего къ экономіи въ работѣ подъема, которая тѣмъ значительнѣе, чѣмъ больше глубина шахты.

2) Для существующихъ устройствъ, замѣна старой тяжелой клѣти новою можетъ позволить поднимать на томъ-же канатѣ и тою-же машиною въ полтора раза большее число рабочихъ, при чемъ общій вѣсъ поднимаемыхъ грузовъ всетаки можетъ быть сдѣланъ меньше первоначальнаго. Аналогично этому, можетъ быть соотвѣтственно увеличенъ также и вѣсъ содержимаго поднимаемыхъ клѣтью ваго-нетокъ.

3) Въ нѣкоторыхъ случаяхъ можетъ быть увеличена глубина шахты, съ цѣлью разработки ниже-лежащаго пласта, безъ замѣны старой подъемной машины новою. Это послѣднее указаніе авторъ подтверждаетъ примѣрными подсчетами.

Далѣе слѣдуетъ изложеніе предлагаемой авторомъ методы расчета клѣти. При этомъ онъ отдѣльно рассматриваетъ два случая: 1) нагруженная клѣть подвѣшена на канатъ, и 2) клѣть покоится на кулакахъ. Въ обоихъ этихъ предположеніяхъ авторъ производитъ сначала расчетъ прочности горизонтальныхъ рамъ, служащихъ основаніемъ этажей клѣти. Части этихъ рамъ онъ рассматриваетъ [какъ прямолинейные брусья, изгибающіеся дѣйствіемъ непосредственной нагрузки и силъ, передаваемыхъ вертикальными крѣпленіями клѣти. Въ первомъ-же случаѣ верхняя рама клѣти испытываетъ кромѣ того и дѣйствіе наклонныхъ силъ, вызываемыхъ подвѣсными цѣпями или другими, замѣняющими ихъ частями. Эти наклонныя силы, кромѣ изгиба рамы, производятъ также и продольное сжатіе ея частей.

При этомъ авторъ *всегда* предполагалъ лишь статическое дѣйствіе грузовъ (безъ толчковъ и ударовъ), и въ частности, приступая къ изслѣдованію второго изъ вышеназванныхъ случаевъ, онъ прямо указываетъ: „Dans l'étude de ce cas, nous faisons abstraction de l'effet du choc et considérons les choses au seul point de vue statique“.

Для того-же, однако, чтобы обезпечить прочность клѣти также и на случай динамическаго дѣйствія нагрузки, онъ предлагаетъ установить весьма осторожныя нормы расчета, допуская въ частяхъ клѣти напряженія не превосходящія $\frac{1}{10}$ доли разрывающей нагрузки (иногда до $\frac{1}{6}$), и только въ исключительныхъ случаяхъ (когда, вслѣдствіе обрыва подвѣсныхъ цѣпей, начинаютъ работать вспомогательныя подвѣски) признаетъ возможнымъ допустить напряженіе достигающее 0,45 разрывающаго. Для мягкой прокатной стали съ временнымъ сопротивленіемъ разрыву въ 4400 кил. на см.² эти нормы доставляютъ:

обычно	отъ 400 до 600 кил. на см. ² .
въ исключ. случаяхъ	„ 2000 „ „ „

Авторитетъ этого опытнаго инженера практика—какъ одного изъ директоровъ крупнаго предпріятія въ Бельгіи, даетъ намъ поводъ думать, что указываемыя имъ нормы расчета въ большинствѣ случаевъ, встрѣчающихся на дѣлѣ, будутъ доставлять легкія и достаточно прочныя клѣти, но онѣ имѣютъ тотъ недостатокъ, что даны внѣ всякой зависимости отъ силы толчковъ или ударовъ, которыми *обычно* можетъ подвергаться клѣть за время своей службы. Подъ *обычными толчками* мы будемъ понимать удары, испытываемые клѣтью при посадкѣ ея на кулаки со скоростью отличающейся отъ нуля. Всякіе другіе удары, которыми могутъ сопровождаться несчастные случаи въ шахтахъ, по интенсивности своей могутъ измѣняться въ весьма широкихъ границахъ и достигать такихъ величинъ, которые не могутъ быть—ни учтены съ точностью, ни приняты въ расчетъ при конструированіи подъемнаго устройства.

Такъ какъ скорость v_0 посадки клѣти на кулаки измѣняетъ собою величину ошибки машиниста, управляющаго подъемомъ или неточность работы приспособленій, регулирующихъ движеніе клѣти, то трудно было-бы теоретически указать опредѣленныя границы колебанія этой скорости (v_0). Поэтому, очевидно, что для окончательнаго рѣшенія вопроса о рациональномъ расчетѣ клѣтей, желательно было-бы предпринять рядъ наблюденій надъ величиной обычной ошибки машиниста при различныхъ глубинахъ шахты и различныхъ системахъ подъемнаго устройства и такимъ путемъ опредѣлить ту скорость v_0 , на которой и долженъ быть построенъ рациональный расчетъ. Не подлежитъ сомнѣнію, что, если вопросъ, затронутый Дессаромъ въ его статьѣ, является жизненнымъ вопросомъ, то онъ не замедлитъ привлечь къ себѣ вниманіе инженеровъ-практиковъ, и нужныя для этого данныя будутъ добыты изъ непосредственныхъ наблюденій. Не имѣя возможности лично пополнить этотъ пробѣлъ, при выводѣ теоретическихъ формулъ мы будемъ обозначать эту скорость символомъ v_0 , а въ приводимыхъ ниже численныхъ подсчетахъ—задаваться ею примѣрно—въ границахъ отъ 30 до 50 см. въ сек., каковыя приблизительно установлены нами на основаніи ряда пробныхъ вычисленій произведенныхъ выпускными студентами Ек. В. Горн. Уч. въ 190 $\frac{9}{7}$ ак. году.

Повѣрка на живое сопротивленіе одноэтажной рудничной клѣти, при посадкѣ ея на кулаки съ заданной скоростью, не представляетъ особыхъ затрудненій, если упростить вопросъ, допустивъ, что массы всѣхъ падающихъ тѣлъ находятся на одинаковой высотѣ надъ горизонтомъ кулаковъ и сосредоточены *поровну* въ нѣсколькихъ точкахъ, совершающихъ *равные* пути на протяженіи деформации, а потому встрѣчающихъ со стороны конструкціи одинаковое упругое сопротивленіе. Такое допущеніе, хотя и уклоняется отъ истиннаго распредѣленія массъ, но происходящая отъ этого погрѣшность въ конечномъ результатѣ оказывается практически незначительной.

Въ случаѣ многоэтажной клѣти, массы различныхъ этажей расположены въ нѣсколькихъ горизонтальныхъ плоскостяхъ, на различныхъ высотахъ отъ уровня кулаковъ. Пути, проходимые различными этажами на протяженіи деформации, неодинаковы; этажи, болѣе удаленные отъ кулаковъ, совершаютъ большія перемѣщенія. Вслѣдствіе этого динамическій расчетъ многоэтажной клѣти представляетъ болѣе сложную задачу, требующую утомительныхъ вычисленій.

Настоящая работа посвящена вопросу о приближенномъ расчетѣ двухъэтажныхъ клѣтей. Предлагаемое изслѣдованіе имѣетъ цѣлью показать, что динамическій расчетъ такой конструкціи *можетъ быть сведенъ къ расчету одноэтажной клѣти, которая получится, если допустить, что оба этажа совмѣщены въ одной горизонтальной плоскости, расположенной на высотѣ центра главныхъ массъ.* Такое предположеніе сильно облегчаетъ задачу и, какъ видно изъ дальнѣйшаго, сопровождается ошибкой, не выходящей изъ границъ допускаемыхъ на практикѣ.

Въ концѣ статьи приводятся указанія объ опредѣленіи дополнительныхъ напряженій, которыя зависятъ отъ вѣса уравновѣшивающаго каната въ системѣ Коре, подвѣшеннаго къ клѣти и падающаго на кулаки вмѣстѣ съ нею.

Основанія потенціального метода въ примѣненіи къ расчету одноэтажной клѣти.

Имѣя въ виду дать практическое рѣшеніе этой задачи, мы не будемъ разсматривать истиннаго распредѣленія массъ ударяющаго и ударяемаго тѣлъ, а упростимъ рѣшеніе, предположивъ, какъ это обыкновенно дѣлается въ курсахъ Сопротивленія Матерьяловъ, что обѣ вышеназванныя массы сосредоточены въ одной точкѣ,—именно—въ точкѣ приложенія нагрузки. Такое предположеніе сильно облегчитъ рѣшеніе и позволитъ намъ обойтись наиболѣе простыми математическими приѣмами.

Основаніемъ потенціального метода въ Строительной Механикѣ является положеніе, что *потенціальная энергія, накопленная упругой системой въ моментъ наибольшей деформации* (если при этомъ скорости всѣхъ точекъ системы одновременно обратились въ ноль), *численно равна кинетической энергіи ударяющихся массъ, сложенной съ работой всѣхъ дѣйствующихъ силъ на протяжении деформации*. Въ случаѣ одноэтажной клѣти предположеніе обѣ одновременной остановкѣ всѣхъ частей такъ незначительно уклоняется отъ истины, что его можно принять безъ опасенія, благодаря чему динамическій расчетъ одноэтажной клѣти не представитъ особыхъ затрудненій.

Сущность этого приѣма, такъ же какъ и вліяніе дѣйствующихъ силъ, уяснимъ себѣ предварительно на простѣйшей схемѣ.

Допустимъ, что все устройство клѣти сводится къ прямому вертикальному стержню AB , верхній конецъ котораго прикрѣпленъ къ подъемному канату, а нижній конецъ нагруженъ массою $\frac{P}{g}$. Положимъ далѣе, что въ послѣдній моментъ спуска *верхній* конецъ этого стержня ударяется о кулакъ, опора котораго также обладаетъ нѣкоторой степенью эластичности. Можемъ представить себѣ, напримѣръ, что

кулакъ подвѣшенъ къ абсолютно неподвижной точкѣ C при помощи другого вертикальнаго стержня BG (фиг. 1).



Фиг. 1.

F — поперечное сѣченіе стержня AB ,
 l — его длина,
 G — вѣсъ.

Стержню BC мы также припишемъ поперечное сѣченіе F' и подберемъ длину его n такъ, чтобы степень эластичности опоры была желаемая. Обозначимъ кромѣ того черезъ v_0 и w скорость и ускореніе, съ которыми клѣтъ ударяется о кулакъ. *)

Согласно вышеназванному допущенію всю массу клѣты и нагрузки, т. е. массу $(P+G) : g$, мы будемъ предполагать сосредоточенною въ точкѣ A .

На верхній конецъ B стержня AB къ моменту удара его о кулакъ будетъ дѣйствовать сила натянутости каната, равная

$$(P+G) \left(1 - \frac{w}{g} \right) = \frac{P+G}{g} (g - w) = Q'.$$

Сила Q' , дѣйствующая въ то-же время со стороны клѣты на нижнюю оконечность каната, по причинѣ большой длины каната вызываетъ и значительное его удлиненіе, измѣряемое нѣсколькими десятками сантиметровъ. Но если силу, приложенную со стороны каната на клѣту, можно разсматривать какъ причину удлиненія каната, то въ той-же мѣрѣ и наоборотъ, — удлиненіе каната можно считать причиной того давленія Q' , которое онъ оказываетъ на клѣту по направленію снизу вверхъ, при чемъ величина этого давленія вполне опредѣляется вытяжкою каната. Для того, чтобы измѣнилось давленіе Q' , испытываемое клѣткою, необходимо должна измѣниться вытяжка каната, а это, въ свою очередь, можетъ случиться только тогда, когда съ барабана успѣетъ свитаться нѣкоторая

*) Ускоренію w будемъ считать положительнымъ, если оно направлено въ сторону движенія, т. е. внизъ, и отрицательнымъ при обратномъ его направленіи. Очевидно, что въ дѣйствительности обыкновенно будетъ имѣть мѣсто послѣдній случай.

длина каната, значущая практически по сравненію съ величиной полнаго удлиненія его.

Чтобы представить себѣ на какую долю можетъ измѣниться удлиненіе каната, а съ нимъ и сила Q' , въ тотъ весьма короткій промежутокъ времени, который протечетъ съ момента удара до момента наибольшей деформаціи, всего лучше обратиться къ частному случаю.—Зададимъ себѣ шахту въ 250 метровъ глубиною и положимъ, что канатъ, изготовленный изъ проволоки съ разрывающимъ усиліемъ $\mu = 6000 \frac{\text{мм}^2}{\text{кв. см.}}$, испытываетъ напряженіе $800 \frac{\text{мм}^2}{\text{кв. см.}}$, которому соотвѣтствуетъ вытяжка $\varepsilon = 800 : 1000000 = 0,0008$ и полное удлиненіе всего каната $\Delta L = 250 \cdot 100 \cdot 0,0008 = 20$ см.

Чтобы вычислить величину интересующаго насъ промежутка времени, по истеченіи котораго наступитъ максимальная деформація клѣтки, предположимъ, что взятая нами схема замѣняетъ собой одноэтажную клѣтку вѣсомъ 800 килогр., предназначенную для подъема двухъ нагруженныхъ вагонокъ вѣсомъ брутто 2200 килогр. Далѣе зададимъ себѣ общую длину стержней $AB + BC = l + n = 400$ см. и наибольшее напряженіе стержней $\sigma =$ тремъ четвертямъ предѣла упругости, т. е. $\sigma = \frac{3}{4} \eta = \frac{3}{4} \cdot 2000 = 1500$ килогр. на кв. см. Этому напряженію соотвѣтствуетъ вытяжка $\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{1500}{2000000} = 0,00075$ и полное удлиненіе стержня AC :

$$\lambda_a = (l + n) \varepsilon = 400 \cdot 0,00075 = 0,30 \text{ см.}$$

Наконецъ придадимъ стержню AC поперечное сѣченіе $F = 21$ кв. см. *)

Уравненіе прямолинейнаго движенія тяжелой колеблющейся точки подѣ дѣйствіемъ центральной упругой силы:

$$m \frac{d^2 \lambda}{dt^2} = -K,$$

гдѣ K есть переменная сила упругости, притягивающая массу m къ центру колебанія въ любой моментъ движенія. Въ примѣненіи къ продольнымъ колебаніямъ стержня, закрѣплен-

*) Тѣ соображенія, которыми необходимо руководствоваться при выборѣ сѣченія F будутъ подробно выяснены въ дальѣйшемъ.

наго въ одной изъ точекъ его оси, а въ другой точкѣ несущаго массу m , будемъ имѣть:

$$m \frac{d^2 \lambda}{dt^2} = -EF = -EF \frac{\lambda_d}{l+n}$$

или

$$\frac{d^2 \lambda}{dt^2} = - \frac{EFg}{(l+n)(P+G)} \lambda_d;$$

полагая $\frac{EFg}{(l+n)Q} = K$, напишемъ короче:

$$\frac{d^2 \lambda}{dt^2} = -K \lambda_d.$$

Уравненіе это по формѣ своей вполне совпадаетъ съ уравненіемъ колебанія маятника

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = -\frac{g}{l} s,$$

для котораго, при малыхъ колебаніяхъ, время одного размаха выражается формулой

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Очевидно потому, что время полного размаха колеблющейся массы опредѣлится выраженіемъ

$$t = \pi \sqrt{\frac{1}{K}},$$

а половина этого размаха, отъ центра колебанія до одного изъ положеній наибольшей деформации потребуетъ половину этого времени, т. е.

$$\frac{1}{2} t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{1}{K}}.$$

Переходя къ нашему частному случаю, найдемъ время

$$\frac{3,14}{2 \sqrt{\frac{2000000 \cdot 21 \cdot 981}{400 \cdot 3000}}} = 0,0085$$

т. е. $\frac{1}{100}$ доли секунды.

За такой короткій промежутокъ времени, при скорости посадки клѣти на кулаки $v_0 = 50$ см., съ барабана не успѣетъ свитъся болѣе 0,5 см. каната, что составляетъ только $1/10$ долю удлиненія $\Delta L = 20$ см., или $2\frac{1}{2}\%$. Поэтому мы можемъ сказать, что въ теченіе разсматриваемаго промежутка времени удлиненіе ΔL и соотвѣтствующая ему сила Q' практически сохраняютъ свои величины неизмѣнными.

Теперь безъ труда напишемъ условіе, по которому кинетическая энергія удара, сложенная съ работой дѣйствующихъ силъ на протяженіи деформаци и съ начальнымъ запасомъ потенціальной энергіи стержня, къ моменту остановки должна уравниваться съ полной величиной потенціальной энергіи системы.

По предположенной нами схемѣ все устройство клѣти сводится къ стержню AC съ постоянною площадью сѣченія F . На протяженіи AB стержень этотъ удлинится такъ, какъ будто-бы онъ былъ растянутъ нѣкоторой силой R , которую мы можемъ положить равной произведенію $\sigma_{max} F$. На протяженіи BC стержень растянутъ меньшей силой, а именно

$$R - Q' = \sigma_{max} F - (P + G) \left(1 - \frac{w}{g} \right).$$

Обозначая черезъ λ_1 удлиненіе первой части

$$\lambda_1 = \frac{Rl}{EF}$$

и черезъ λ_2 окончательное удлиненіе второй части стержня

$$\lambda_2 = \frac{(R - Q')n}{EF}$$

можемъ представить полную величину потенціальной энергіи всего стержня AC двучленомъ:

$$\frac{1}{2} R \lambda_1 + \frac{1}{2} (R - Q') \lambda_2$$

Поэтому наше условіе будетъ имѣть видъ:

$$\frac{m v_0^2}{2} + \frac{Q \lambda_0}{2} + Q (\lambda_1 - \lambda_0 + \lambda_2) - Q' \lambda_2 =$$

$$= \frac{1}{2} R \lambda_1 + \frac{1}{2} (R - Q') \lambda_2; \dots \dots \dots (1)$$

гдѣ λ_0 означаетъ начальное удлиненіе стержня AB подѣ дѣйствиємъ силы Q' а $R = \sigma_{max} F$.

Это уравненіе даетъ:

$$F = \frac{Q}{\sigma_{max}} \left\{ 2 \frac{v_0^2 E}{g \sigma_{max} (l+n)} + 1 + \right. \\ \left. + \sqrt{\left[2 \frac{v_0^2 E}{g \sigma_{max} (l+n)} + 1 \right]^2 - \frac{2 \left(1 - \frac{w}{g} \right) l}{l+n}} \right\} \dots \dots (2)$$

Выводъ значительно упростится, если пренебречь вліяніемъ силы Q' , приложенной въ точкѣ B стержня и направленной вверхъ, т. е. если разсматривать *свободное паденіе* клѣти на кулаки. Тогда, очевидно, мы должны положить начальное удлиненіе $\lambda_0 = 0$, и кромѣ того:

$$\lambda_1 = \frac{R l}{E F} \quad ; \quad \lambda_2 = \frac{R n}{E F}.$$

Уравненіе работъ приметъ болѣе простой видъ:

$$\frac{m v_0^2}{2} + Q (\lambda_1 + \lambda_2) = \frac{1}{2} (\lambda_1 + \lambda_2); \dots \dots \dots (3)$$

и окончательно доставить:

$$F' = \frac{Q}{\sigma_{max}} \left[\frac{v_0^2 E}{g \sigma_{max} (l+n)} + 2 \right] \dots \dots \dots (4)$$

—результатъ незначительно уклоняющійся отъ предыдущаго въ сторону большей благонадежности расчета. Возьмемъ для примѣра:

$$v_0 = 40 \text{ см. въ сек.} \quad ; \quad \sigma_{max} = 2000 \text{ кил. на см.}^2 ;$$

$$l = n = 200 \text{ см.} \quad ; \quad - \frac{w}{g} = 0,1 .$$

Послѣ подстановки этихъ чиселъ въ формулы (2) и (4) получимъ

$$F' - F = 3\%_0 F'$$

Въ виду такой незначительной разницы въ результатахъ, доставляемыхъ обѣими формулами, въ дальнѣйшемъ мы будемъ пользоваться формулой (4), какъ простѣйшей, и по ней будемъ опредѣлять требуемое сѣченіе F стержня. Но на практикѣ при расчетѣ клѣтей болѣе или менѣе сложной конструкции придется поступать обратно. Размѣрами всѣхъ частей необходимо будетъ примѣрно задаться предварительно, а затѣмъ уже, по заданной скорости посадки клѣти на кулаки, опредѣлить напряженія всѣхъ частей клѣти, развивающіяся въ моментъ наибольшей деформации системы. Если при этомъ въ наиболѣе важныхъ частяхъ конструкции вычисленныя напряженія будутъ превосходить предѣлъ упругости матерьяла (для литого желѣза ок. 2000 кил. на кв. см.), или наоборотъ,—получится излишній запасъ прочности, то придется соотвѣтственно измѣнить размѣры основныхъ частей и повторить расчетъ снова. Намѣтимъ въ нѣсколькихъ словахъ схему такого расчета.

Упрощаемъ вопросъ, предположивъ, что массы всѣхъ падающихъ тѣлъ распределены поровну въ нѣсколькихъ (n) точкахъ, совершающихъ равные пути на протяженіи деформации. Представивъ себѣ—далѣе, что вся система освобождена отъ всякой нагрузки и отъ собственного вѣса и лишь въ упомянутыхъ точкахъ нагружена вертикальными силами, изъ которыхъ каждая равна единицѣ (1 килограмму или 1-ой тоннѣ), вычисляемъ тѣ прогибы ρ , которые получаетъ система въ этихъ точкахъ. Если и на этотъ разъ мы обозначимъ символомъ R каждую изъ тѣхъ фиктивныхъ силъ, которыя, будучи приложены во всѣхъ названныхъ точкахъ и *дѣйствуя статически*, были-бы способны вызвать деформацию δ , испытываемую клѣтью въ дѣйствительности, то по основному принципу Строительной Механики, можно написать, что:

$$\delta = R\rho.$$

n — число точекъ приложенія нагрузки (обыкновенно $n = 4$)
 Q —вѣсъ той массы, которая приходится на каждую точку.

Не трудно видѣть, что уравненіе (4) въ этомъ случаѣ приметъ видъ:

$$n \cdot \frac{Qv_0^2}{2g} + nQ \cdot R\rho = n \cdot \frac{1}{2} R^2\rho \dots \dots \dots (5)$$

или

$$\frac{\rho}{2} R^2 - Q \rho R - \frac{Q v_0^2}{2g} = 0$$

Отсюда, по вычисленному предварительно ρ , безъ труда найдется R , послѣ чего можно будетъ вычислить напряжения во всѣхъ частяхъ системы.

Численный примѣръ динамическаго расчета одноэтажной нѣти.

Конструкція нѣти, предназначенной для подъема двухъ нагруженныхъ вагонетокъ, видна на чертежѣ (лист. I, фиг. 1, 2 и 3).

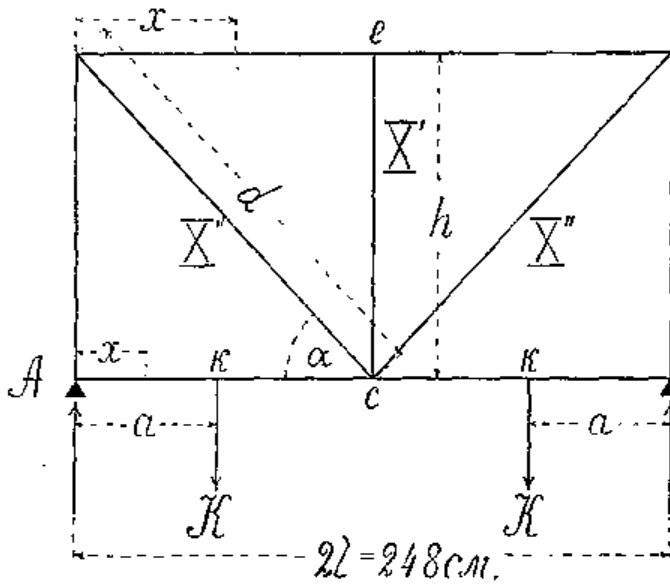
Такъ какъ прогибу рамъ и нѣти подѣ дѣйствиемъ нагрузки сопротивляются не только самыя рамы, но и двѣ фермы, расположенныя въ вертикальныхъ плоскостяхъ и состоящія—каждая—изъ трехъ стоекъ и двухъ діагоналей, то очевидно, что данная система есть статически неопредѣленная. Поэтому ходъ расчета будетъ слѣдующій: предварительно мы зададимся размѣрами всѣхъ частей по соображенію съ существующими устройствами этого рода, а затѣмъ уже произведемъ повѣрку прочности каждой отдѣльной части. Если найденныя нами наибольшія напряжения гдѣ либо превзойдутъ допускаемыя величины, то мы должны будемъ измѣнить первоначальныя размѣры нѣкоторыхъ частей и повторить расчетъ снова.

Размѣры частей и исчисленіе вѣса:

Наименованіе частей	Количество въ метрахъ	Вѣсъ одного метра	Общій вѣсъ
		въ килограммахъ	
Верхняя и нижняя рамы клѣти изъ коробового желѣза 160×65 м/м; всего пог. метровъ $2(2,800 \times 2 + 0,900 \times 2) =$.	15	18,7	285
Пять перекладинъ въ нихъ изъ коробового желѣза 120×55 м/м, пог. метр. $0,900 \times 5$	4,5	13,3	60
Два уголка вмѣсто рельсъ $75 \times 75 \times 12$ м/м длиною $2,800 \times 2 =$	5,6	13,1	74
Шесть стоекъ короб. жел. 65×42 м/м общ. длиною $1,920 \times 6 =$	11,5	7,05	81
Четыре діагонали полосов. желѣза 70×8 м/м, пог. метр. $1,950 \times 4 =$	7,8	4,37	34
Кровля клѣти, дырчатая настилка нижней рамы и такая же обшивка боковыхъ сторонъ клѣти изъ листов. желѣза толщ. 4 м/м; всего кв. метр. $2,800 \times 0,900 \times 2 + 2,800 \times 1,200 \times 2 =$	11,76	25	294
Десять узловыхъ косынокъ толщ. 8 м/м, всего кв. метр.	0,6	63	38
Вспомогательныя части для прикрѣпленія поперечипъ къ рамамъ, стыковыя накладки рамъ и прочія мелочи	"	"	40
Подвѣсная рессора, части парашюта, дверца, ползуны для направляющихъ и проч. примѣрно	"	"	260
Итого вѣсъ клѣти составляетъ приблизительно	"	"	1166

Считая полезную нагрузку клѣти $1600 \times 2 = 3200$ кил. и округляя найденный собственный вѣсъ ея до 1200 кил., получимъ общій вѣсъ падающихъ тѣлъ 4400 кил.

Для вычисленія усилій, которыя развиваются въ стойкахъ и діагоналяхъ, мысленно разрѣжемъ клѣть продольной вертикальной плоскостью на двѣ плоскія системы (см. фиг. 2).



Фиг. 2.

Каждая изъ этихъ фермъ при паденіи своемъ будетъ нести грузъ 2200 кил. Рѣшеніе значительно упрощается, если допустить, что эта нагрузка будетъ сосредоточена въ двухъ точкахъ k, k балки AB , расположенныхъ противъ центровъ

тяжести каждой изъ вагонетокъ. Кромѣ того, изъ чертежей клѣти на листѣ I видно, что верхняя и нижняя рамы имѣютъ длину, нѣсколько большую, чѣмъ разстояніе между угловыми стойками. Чтобы еще болѣе упростить дѣло, мы пренебрежемъ этимъ различіемъ и будемъ предполагать, что кулаки приходятся какъ разъ подъ угловыми стойками.

Легко видѣть, что, по причинѣ симметріи всей системы и нагрузки относительно средней вертикали ce , для раскрытія статической неопредѣленности достаточно найти только два неизвѣстныхъ усилія:

X' — усиліе растягивающее стойку ce и

X'' — усиліе каждой изъ діагоналей.

Примемъ слѣдующія обозначенія:

J — моментъ инерціи сѣченія верхней и нижней рамъ;

F_1 — площадь поперечн. сѣч. стоекъ;

F_2 — площадь поперечн. сѣч. діагоналей;

M_1 — изгибающій моментъ, дѣйствующій въ сѣченіяхъ балки AB на протяженіи отъ A до k ;

M_2 — изгибающій моментъ для той-же балки на протяженіи отъ k до c ;

M_3 — изгибающій моментъ въ любомъ сѣченіи верх. рамы;

N — усиліе сжимающее угловую стойку.

Для рѣшенія нашей задачи примѣнимъ „начало наименьшей работы“, т. е. напишемъ, что частная производная работы деформации всей системы по каждой изъ двухъ искомымъ силъ должна быть равна нулю. Это доставитъ намъ два совокупныхъ уравненія относительно неизвѣстныхъ силъ X' и X'' .

Оба уравненія будутъ написаны по типу:

$$2 \left[\frac{1}{EJ} \int_0^a M_1 \frac{\partial M_1}{\partial X'} dx + \frac{1}{EJ} \int_a^l M_2 \frac{\partial M_2}{\partial X'} dx + \right. \\ \left. + \frac{1}{EJ} \int_0^l M_3 \frac{\partial M_3}{\partial X'} dx \right] + \frac{1}{EF_1} X' \frac{\partial X'}{\partial X} h + \\ + \frac{2}{EF_2} X'' \frac{\partial X''}{\partial X} d + \frac{2}{EF_1} N \frac{\partial N}{\partial X} h = 0$$

гдѣ

$$N = -\frac{1}{2} (X' + 2 X'' \sin \alpha);$$

$$M_1 = \left[K - \frac{1}{2} (X' + 2 X'' \sin \alpha) \right] x = \\ = \left[K - \frac{1}{2} X' - X'' \sin \alpha \right] x;$$

*) Строго говоря, здѣсь слѣдовало-бы еще прибавить работу продольнаго сжатія верхней рамы, но, по примѣру проф. Müllg — Breslau, мы пренебрегаемъ этимъ членомъ, такъ какъ эта часть, сопротивляется изгибу, и потому имѣетъ сравнительно очень большую площадь сѣченія.

$$M_2 = \left[K - \frac{1}{2} X' - X'' \sin \alpha \right] x - K(x-a) =$$

$$= Ka - \left(\frac{1}{2} X' + X'' \sin \alpha \right) x;$$

$$M_3 = \frac{1}{2} X' x.$$

Вводя одинъ разъ:

$$\frac{\partial M_1}{\partial X'} = -\frac{x}{2}; \quad \frac{\partial M_2}{\partial X'} = -\frac{x}{2}; \quad \frac{\partial M_3}{\partial X'} = \frac{x}{2};$$

$$\frac{\partial N}{\partial X'} = -\frac{1}{2}; \quad \frac{\partial X'}{\partial X'} = 1; \quad \frac{\partial X''}{\partial X'} = 0;$$

и другой разъ:

$$\frac{\partial M_1}{\partial X''} = -x \sin \alpha; \quad \frac{\partial M_2}{\partial X''} = -x \sin \alpha; \quad \frac{\partial M_3}{\partial X''} = 0;$$

$$\frac{\partial N}{\partial X''} = -\sin \alpha; \quad \frac{\partial X'}{\partial X''} = 0; \quad \frac{\partial X''}{\partial X''} = 1;$$

послѣ интегрированія и необходимыхъ упрощеній, получаемъ два уравненія:

$$\left(\frac{l^3}{3J} + \frac{3h}{2F_1} \right) X' + \sin \alpha \left(\frac{l^3}{3J} + \frac{h}{F_1} \right) X'' = \frac{(3l^2 - a^2)a}{6J} K;$$

$$\left(\frac{l^3}{6J} + \frac{h}{2F_1} \right) X' + \sin \alpha \left(\frac{l^3}{3J} + \frac{h}{F_1} + \frac{d}{F_2 \sin^2 \alpha} \right) X'' =$$

$$= \frac{(3l^2 - a^2)a}{6J} K;$$

подставляя сюда числа:

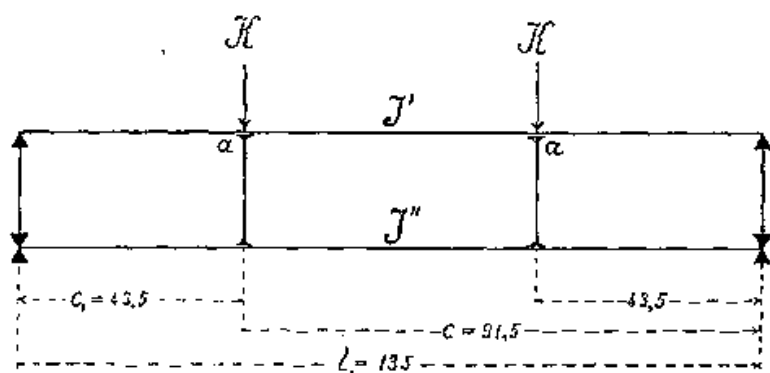
$$l = 124 \text{ см.}, \quad a = 58 \text{ см.}, \quad h = 176 \text{ см.}, \quad d = 215,3 \text{ см.},$$

$$J = 925 \text{ см.}^4, \quad F_1 = 9 \text{ см.}^2, \quad F_2 = 5,6 \text{ см.}^2.$$

находимъ;

$$X' = 0,087 K; \quad X'' = 0,666 K.$$

Перемѣщенія δ , совершаемыя точками k на протяжении деформации, слагаются изъ прогиба δ_1 самой клѣтки въ этихъ точкахъ и изъ деформации δ_2 деревяннаго основанія подъ кулаками, т. е. $\delta = \delta_1 + \delta_2$. Конструктивные чертежи показываютъ, что основаніемъ каждаго двухъ кулаковъ служатъ два деревянные бруса (26×26 см. и 20×20 см.), уложенные одинъ подъ другимъ и въ точкахъ опирающаго кулаковъ неизмѣнно связанные между собою при помощи чугунныхъ лапъ (распорокъ). Расположеніе кулаковъ и опоръ показано схематически на фиг. 3.



Фиг. 3.

$$J' = 38061 \text{ см.}^4,$$

$$J'' = 13333 \text{ см.}^4.$$

Если-бы мы имѣли только одинъ брусъ того-же пролета и расположенія съ моментомъ инерціи поперечнаго сѣченія J , то, какъ извѣстно, точка a бруса получила-бы прогибъ:

$$y = \frac{K c_1^2 c^2}{6 E_0 J l_1} \left(2 + \frac{c_1}{c} - \frac{c_1^3}{c_1^2 c} \right) + \frac{K c^2 c_1^2}{6 E_0 J l_1} \left(2 \frac{c_1}{c} + 1 - \frac{c_1^3}{c^2 c_1} \right) \text{ *)}$$

$$= \frac{K c_1^2 c^2}{6 E_0 J l_1} \left(3 + 2 \frac{c_1}{c} - \frac{c_1^2}{c^2} \right);$$

или короче:

$$y = \frac{m}{J} K, \text{ гдѣ } m = \frac{c_1^2 c^2}{6 E_0 l_1} \left(3 + 2 \frac{c_1}{c} - \frac{c_1^2}{c^2} \right).$$

*) Hütte ч. I, стр. 417 (изд. 1905 г.).

При двухъ брусьяхъ, испытывающихъ на себѣ дѣйствіе тѣхъ-же силъ, верхній брусъ приметъ на себя только нѣкоторую часть всей нагрузки, а остальная часть ея передастся нижнему брусъ. Такимъ образомъ, прогибъ верхняго бруса въ точкахъ a будетъ:

$$y_1 = \frac{m}{J'} \theta K, \quad \text{гдѣ } \theta < 1;$$

прогибъ нижняго бруса въ той-же точкѣ:

$$y_2 = \frac{m}{J''} (1 - \theta) K.$$

Благодаря неизмѣнной связи между брусьями въ этихъ точкахъ, имѣемъ условіе: $y_1 = y_2$, которое даетъ:

$$\theta = \frac{J'}{J' + J''} = \frac{38061}{51394} = 0,74,$$

т. е. двойные брусья подъ кулаками прогнутся настолько, насколько прогнулся-бы одинъ верхній брусъ подъ дѣйствіемъ двухъ равныхъ силъ $0,74 K$ и $0,74 K$, приложенныхъ въ точкахъ a и a . Принимая коэффициентъ упругости соснового дерева $E_D = 100000 \frac{\text{мм}}{\text{см}^2}$, находимъ:

$$\delta_2 = \frac{0,74 K (43,5)^2 (91,5)^2}{6 \cdot 100000 \cdot 38061 \cdot 135} \left[3 + 2 \cdot \frac{43,5}{91,5} - \left(\frac{43,5}{91,5} \right)^2 \right] =$$

$$= 0,0000142 K.$$

Прогибъ δ_1 желѣзной конструкции въ точкахъ k , на основаніи „принципа сложения воздѣйствій“, можно опредѣлять, какъ алгебраическую сумму прогибовъ балки коробового сѣченія 160×65 мм/мм, свободно лежащей на двухъ опорахъ въ разстояніи $2l = 248$ см., —одинъ разъ—подъ дѣйствіемъ двухъ силъ K , приложенныхъ въ точкахъ k , —другой разъ—подъ дѣйствіемъ силы $X' + 2X'' \sin \alpha = 1,08 K$, приложенной посрединѣ и направленной снизу вверхъ. Первый изъ нихъ будетъ:

$$\delta_k = \frac{K a^2 (2l - a)^2}{6 E J 2l} \left[3 + 2 \cdot \frac{a}{2l - a} - \left(\frac{a}{2l - a} \right)^2 \right];$$

полагая: $2l = 248$ см., $a = 58$ см., $J = 925$ см.⁴, $E = 2000000$ $\frac{кг \cdot см}{см^2}$, находимъ:

$$\delta_k = 0,0001429 K.$$

Отрицательный прогибъ балки въ точкѣ k :

$$\delta_x = \frac{(1,08 K) (2l)^3}{16 E J} \left[\frac{a}{2l} - \frac{4}{3} \cdot \frac{a^3}{(2l)^3} \right] = 0,0001206 K.$$

Такимъ образомъ, окончательно находимъ:

$$\delta = \delta_k - \delta_{x1} + \delta_2 = 0,0000365 K \text{ см.}$$

При вычисленіи пути δ , совершаемаго на протяженіи деформаци каждой изъ точекъ k , мы пренебрегли прогибомъ короткихъ сторонъ нижней рамы, а также и прогибомъ поперечинъ, поддерживающихъ уголки—рельсы. Получающаяся отъ этого погрѣшность направлена въ сторону уменьшенія эластичности конструкции, а слѣдовательно и въ сторону большей благонадежности расчета.

Приступая теперь къ составленію уравненія работъ, будемъ и на этотъ разъ имѣть въ виду заключеніе, сдѣланное въ главѣ I этой статьи, т. е. не будемъ принимать во вниманіе начального запаса потенциальной энергіи, накопленной клѣтью къ моменту удара, а для компенсаціи происходящей отъ этого погрѣшности пренебрежемъ также и отрицательной работой на протяженіи деформаци силы натянутости каната. Другими словами, —при составленіи уравненія работъ мы будемъ предполагать свободное паденіе клѣти на кулаки съ заданной скоростью $v_0 = 40 \frac{см.}{сек.}$

Обозначимъ черезъ 4 Q общій вѣсъ всѣхъ тѣлъ, падающихъ на кулаки, а каждую изъ силъ $Q = 1100$ кил. будемъ предполагать сосредоточенной въ одной изъ точекъ k системы. Четыре силы K , которыя оставались до сихъ поръ неопредѣленными, припишемъ значенія четырехъ фиктивныхъ силъ R ; тогда путь δ , совершаемый каждой изъ точекъ k , будетъ $= 0,0000365 R$. Послѣ этого, согласно съ теоремою Клапейрона имѣемъ:

$$\frac{4Q}{2g} v_0^2 + 4Q(0,0000365 R) = 4 \cdot \frac{1}{2} R(0,0000365 R);$$

гдѣ g есть ускореніе силы тяжести $= 981 \frac{\text{с.м.}}{\text{сек.}^2}$.

Подставивъ численныя значенія: $Q = 1100$ кил. и $v_0 = 40 \frac{\text{с.м.}}{\text{сек.}}$, получимъ уравненіе:

$$R^2 - 2200 R - 49153082 = 0;$$

откуда

$$R = \text{ок. } 8200 \text{ кил.};$$

т. е. при заданной скорости паденія, динамическое дѣйствіе нагрузки оказывается приблизительно въ $7 \frac{1}{2}$ разъ болѣе статическаго ($R:Q = \text{ок. } 7,5$).

Повѣрка прочности деревянныхъ брусевъ подъ кулаками.

Изгибающій моментъ дѣйствующій въ сѣченіи a верхняго бруса (фиг. 3), будетъ:

$$M_a = 0,74 R c_1 = 0,74 \cdot 8200 \cdot 43,5 = 263958 \text{ кгр.см.}$$

Моментъ сопротивленія бруса $W_1 = \frac{38061}{13} = 2903 \text{ см.}^3$

$$\sigma_{max} = \frac{M_a}{W_1} = \frac{263958}{2903} = \text{ок. } 91 \frac{\text{кил.}}{\text{см.}^2}$$

тогда какъ могло-бы быть допущено до $200 \frac{\text{кил.}}{\text{см.}^2}$, *) т. е. деревянные брусья имѣютъ значительный избытокъ прочности.

Повѣрка прочности угловыхъ стоекъ и діагоналей. Угловая стойка должна быть повѣрена по формулѣ Эйлера на продольный изгибъ. При коробовомъ сѣченіи ея $65 \times 42 \text{ м/м}$, $J_{min.} = 14,1 \text{ см.}^4$. Сила P_z , раздавливающая стойку, опредѣляется выраженіемъ:

*) Hütte, ч. I, стр. 373: для сосноваго дерева предѣлъ пропорціональности при изгибѣ $= 230$ кил. на кв. см.

$$P_{\varepsilon} = \pi^2 \frac{E J_{\min}}{h^2} = \text{ок. } 37000 \text{ кил.}$$

Безопасная нагрузка принимается $\frac{1}{5} P_{\varepsilon} = 7400$ кил.

Сила, сжимающая стойку въ дѣйствительности $= \frac{1}{2} (X' + 2X'' \sin \alpha) = 0,54 R = 4428$ кил.; на единицу площади сѣченія это даетъ $\frac{4428}{9,03}$, т. е. меньше $500 \frac{\text{мм.}}{\text{см.}^2}$. Итакъ прочность стойки вполне обезпечена.

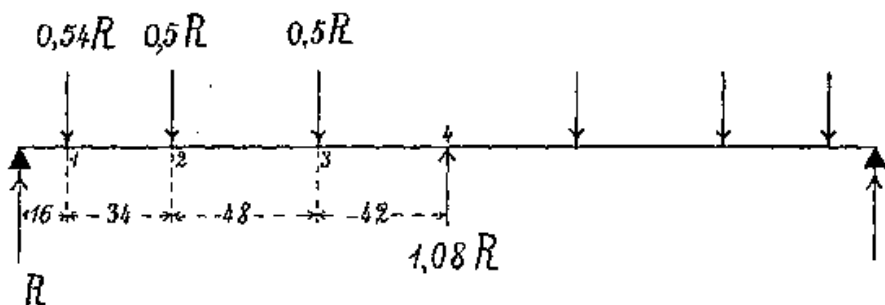
Сѣченіе діагонали, ослабленное заклепочными отверстіями имѣють (7—2) $0,8 = 4$ кв. см. Сила растягивающая $X'' = 0,666 R = 5461$ кил., т. е.

$$\sigma_{\max.} = \frac{5461}{4} = 1365 \text{ кил.}$$

Принимая для литого желѣза предѣлъ пропорціональности до 2400 кил. на см.², *) констатируемъ въ діагоналяхъ избытокъ прочности.

Повѣрка на изгибъ продольной стороны нижней рамы.

Такъ какъ каждая изъ силъ R въ дѣйствительности передается нижней рамѣ не въ одной, а въ двухъ точкахъ,



Фиг. 4.

черезъ посредство двухъ колесъ вагонетки, то полагая приближенно, что давленіе каждаго изъ колесъ равно $\frac{1}{2} R$, имѣемъ слѣдующую схему дѣйствующихъ силъ (фиг. 4):

*) Hütte, ч. 1, стр. 370.

Въ сѣченіяхъ 1, 2, 3, 4 рамы дѣйствуютъ изгибающіе моменты:

$$M_1 = 131200 \text{ кгр.см.}; \quad M_2 = 259448 \text{ кгр.см.};$$

$$M_3 = 243704 \text{ кгр.см.}; \quad M_4 = 57728 \text{ кгр.см.};$$

а потому въ сѣченіи 2-мъ разовьется напряженіе

$$\sigma_{\max} = \frac{M_2}{W} = \frac{259448}{116} = 2237 \frac{\text{мм.}}{\text{см.}^2}.$$

Но ввиду того, что на нижнюю раму непосредственно дѣйствуетъ не полный собственный вѣсъ клѣти, какъ это мы предполагали до сихъ поръ для упрощенія выводовъ, а только часть этого вѣса, можно быть увѣреннымъ, что наибольшее напряженіе въ дѣйствительности не превзойдетъ 2000 кил. на кв. см., т. е. рама будетъ имѣть достаточную прочность также и въ сѣченіяхъ ослабленныхъ заклепочными отверстіями.

Повѣрка прочности заклепочныхъ соединеній. Согласно съ принятымъ основнымъ напряженіемъ = 2400 кил. на кв. см., можно безопасно допустить срѣзывающее напряженіе = $\frac{3}{4} \cdot 2400 = 1800$ кил. на кв. см. и напряженіе сминающее кромку отверстія = $2 \cdot 2400 = 4800$ кил. на кв. см. При діаметрѣ заклепокъ $d = 1,8$ см. и наименьшей толщинѣ соединяемыхъ частей $\delta = 0,55$ см., заклепка можетъ выдержать на срѣзываніе до $2,5 \times 1800 = 4500$ кил., а кромка любого отверстія на смятіе не менѣе $0,99 \cdot 4800 = 4750$ кил. Легко видѣть, что число заклепокъ, которыя показаны крестиками на конструктивномъ чертежѣ клѣти, вездѣ съ избыткомъ отвѣчаетъ величинамъ дѣйствующихъ силъ.

Двухъэтажная клѣтъ.

Прежде чѣмъ примѣнить къ расчету двухъэтажной клѣтки потенциальный методъ, необходимо предварительно обнаружить, что первая послѣ удара остановка для обоихъ этажей наступаетъ почти одновременно и что предположеніе о совершенной одновременности остановки обоихъ этажей ведетъ за собой погрѣшность не имѣющую практическаго значенія, а затѣмъ, съ цѣлью еще большаго упрощенія дѣла, показать, что при вычисленіи напряженій можно замѣнять двухъэтажную конструкцію [эквивалентной одноэтажной, въ которой равныя массы обоихъ этажей предполагаются совмѣщенными на высотѣ ихъ общаго центра.

Для рѣшенія этихъ обоихъ вопросовъ нами была рассмотрѣна простѣйшая схема—вертикальный стержень *ВАС* (фиг. 4), который при паденіи встрѣчаетъ однимъ изъ своихъ концовъ (*С*) кулакъ, укрѣпленный въ средней точки балки *DE*. Въ точкахъ *A* и *B* своей оси стержень несетъ равныя грузы *Q*. Здѣсь предполагается, что эти грузы включаютъ въ себѣ и вѣсъ самого стержня, распредѣленный поровну между точками *A* и *B*. Другими словами, для упрощенія послѣдующихъ выводовъ, мы отрѣшились отъ дѣйствительнаго распредѣленія падающихъ массъ и предполагали ихъ сосредоточенными въ точкахъ *A* и *B*.

При этомъ, въ случаѣ свободного (фиг. 5) и въ случаѣ несвободнаго паденія (фиг. 6), для точки *A* стержня уравненіе движенія, написанныя въ конечной формулѣ, имѣетъ видъ :

$$\zeta_1 = a' \sin(Ht + \beta') + a'' \sin(Kt + \beta''); \dots \dots (6)$$

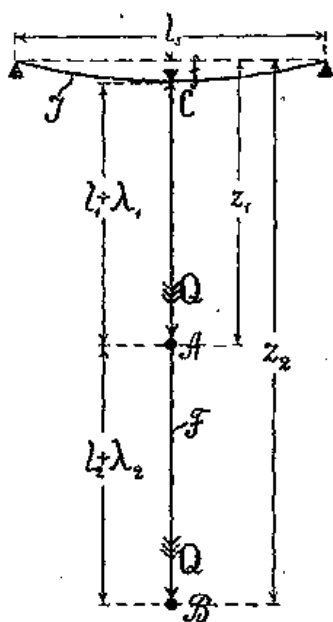
гдѣ для обоихъ упомянутыхъ случаевъ параметры

$$a', a'', \beta', \beta'', H \text{ и } K$$

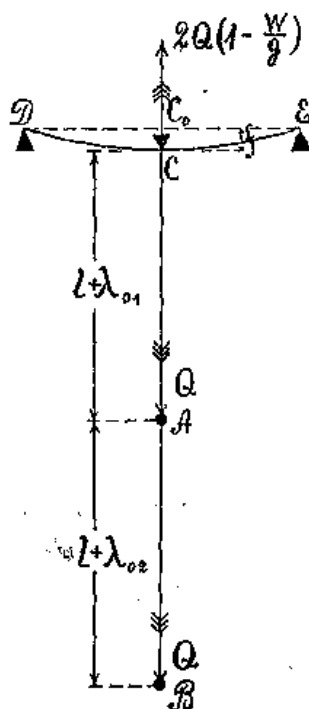
имѣютъ не одинаковыя значенія, а ζ_1 въ обоихъ случаяхъ представляетъ отклоненіе колеблющейся точки *A* отъ ея средняго положенія, отвѣчающаго статическому дѣйствию реальной нагрузки клѣтки.

Для точки *B* такое-же отклоненіе ζ_2 опредѣляется выраженіемъ того-же типа, но уже съ другими коэффициентами.

Такъ какъ уравненіе (6) и ему подобныя по формѣ своей не поддаются изслѣдованію до конца въ общемъ видѣ, то пришлось обратиться къ численнымъ выкладкамъ; измѣняя значенія отдѣльныхъ факторовъ въ тѣхъ границахъ, ко-



Фиг. 5.



Фиг. 6.

торая могутъ встрѣчаться въ практикѣ. Былъ произведенъ цѣлый рядъ вычисленій, при чемъ оказалось, что въ широкихъ границахъ измѣненія основныхъ условій заданія *предположеніе объ одновременности первой остановки обѣихъ точек* (этажной клѣтки) *весьма близко отговѣчаетъ дѣйствительности*, а именно: къ моменту остановки одного изъ этажей система еще обладаетъ кинетической энергіей въ среднемъ составляющей около 1%, всего запаса этой энергіи. Неодновременность остановки этажей, а съ ней вмѣстѣ и величина остатка кинетической энергіи системы, становятся ощутительными только при весьма жесткомъ (не эластичномъ) основаніи, поддерживающемъ кулаки. Такая степень жесткости основанія едва-ли можетъ встрѣчаться въ практикѣ.

Кромѣ того, во всѣхъ взятыхъ случаяхъ опредѣлялась наибольшая вытяжка ε стержня и соответствующее ей напряженіе εE матерьяла на единицу площади поперечнаго сѣченія. Сличеніемъ найденнаго результата съ тѣмъ напряженіемъ которое получается при помощи потенциальнаго метода, примененнаго къ *эквивалентной одноэтажной конструкціи* (см. конецъ введенія), было обнаружено, что предлагаемый практическій пріемъ расчета, доставляющій большую экономію труда и времени, сопровождается ошибкой не свыше 5% истинной величины напряженія, которая при томъ всегда бываетъ направлена въ сторону большей благонадежности расчета. Дѣло еще болѣе упрощается въ томъ отношеніи, что и при расчетѣ двухъэтажной конструкціи оказывается возможнымъ игнорировать дѣйствіе силы натянутости каната и разсматривать, какъ и въ случаѣ одноэтажной конструкціи, *свободное паденіе клѣтки* на кулаки съ заданной скоростью.

Такимъ образомъ, оба вопроса, поставленные въ началѣ этой главы, можно считать рѣшенными въ положительномъ смыслѣ.

Въ заключеніе упомянемъ, что въ случаѣ подъемнаго устройства по системѣ Коре необходимо разсматривать ту изъ двухъ клѣтей, которая поднялась на дневную поверхность и садится на кулаки, имѣя подъ собой вѣтвь уравновѣшивающаго каната длиною во всю глубину шахты. При постановкѣ клѣтки на кулаки со скоростью $v_0, 0=$, эта вѣтвь каната падаетъ вмѣстѣ съ клѣткою и усиливаетъ дѣйствіе удара. Точное рѣшеніе этой задачи представляетъ значительныя затрудненія, поэтому мы сочли болѣе удобнымъ ограничиться приближеннымъ опредѣленіемъ того наибольшаго давленія K , которое производитъ канатъ послѣ удара, причемъ находимъ для него величину завѣдомо нѣсколько большую дѣйствительной. Минуя предложенный нами подробный выводъ, позволимъ себѣ привести здѣсь лишь окончательную формулу:

$$K = pl + \sqrt{(pl)^2 + \frac{3}{g} p v_0^2 E_c F} \dots \dots (7)$$

Давленіе K , будучи приложено къ нижней точкѣ клѣтки, вызоветъ въ частяхъ ея дополнительныя напряженія, которыя будутъ суммироваться съ найденными раньше.

Численный примѣръ динамическаго расчета
двухъэтажной клѣти.

Предполагаемая клѣть входитъ въ составъ подъемнаго устройства системы Кёре и предназначена для четырехъ вагонетокъ въсомъ $\text{brutto } 1600 \times 4 = 6400$ кил., при глубинѣ шахты = 400 метр.

Конструкція клѣти въ главныххъ чертахъ показана на листѣ II (см. фиг. 1, 2 и 3).

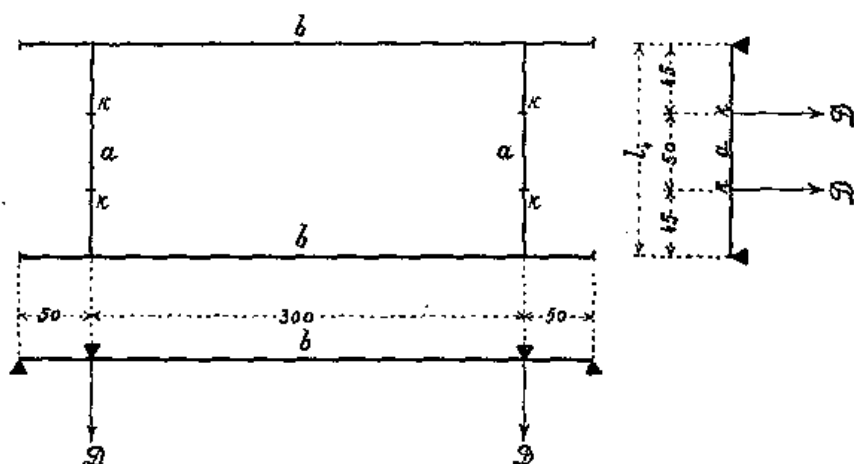
Скорость, съ которою клѣть садится на кулаки, для всѣхъ послѣдующихъ вычисленій принята равной 30 см. въ сек.

Размѣры главныххъ частей и исчисленіе вѣса:

Наименованіе частей	Колличество въ метрахъ	Вѣс. одного метра	Общій вѣсъ въ килограммахъ
Верхняя рама клѣти изъ коробового желѣза 300×100 м/м; всего пог. метр. $(2,9+0,92) 2$. . .	7,64	45,8	350
Двѣ другія рамы изъ того-же желѣза 160×65 м/м, п. м.	15,28	18,7	286
Двѣ поперечины верхней рамы 180×70 м/м	1,84	21,8	40
Четыре поперечины двухъ другихъ рамъ 120×55 м/м.	3,68	13,3	49
Восемь вертикалей коробового желѣза 100×50 м/м, общей длиною $3,7 \times 8$	29,6	10,5	311
Четыре однотавровыя полосы вмѣсто рельсъ 140×70 м/м, длиною $2,9 \times 4$	11,6	17,8	206

Наименованіе частей	Количество въ метрахъ	Вѣсъ одного метра	Общій вѣсъ
		ВЪ КИЛОГРАММАХЪ	
Кровля клѣти, дырчатая настилка двухъ этажей и такая-же обшивка боковыхъ сторонъ клѣти изъ листового желѣза толщ. 4 м/м; всего кв. метр. $2,9 \times 0,92 \times 3 + 2,9 \times 1,2 \times 4 =$.	21,92	25	648
16 узловыхъ косынокъ толщиной 8 м/м; кв. м.	1,25	63	79
8 косынокъ толщиной 10 м/м кв. м.	0,75	78,8	59
Вспомогательныя части для прикрѣпленія поперечинъ къ рамамъ, стыковыя накладки рамъ и прочія мелочи: . . .	"	"	80
Подвѣсная рессора, части парашюта, дверца, ползуны для направляющихъ и проч., примѣрно	"	"	650
Итого вѣсъ клѣти достигаетъ приблизительно	"	"	2660
Вѣсъ 4-хъ груженыхъ ваго-нетокъ	"	"	6400
А всего	"	"	9060
Уравновѣшивающій канатъ изъ патентованной проволоки литой стали, съ временнымъ сопротивленіемъ разрыву 12000 кил. на см. ² . Толщина проволоки 2,2 м/м; число проволокъ $i = 180$; діаметръ каната $d = 45$ м/м; площадь поперечнаго сѣченія металла $F = 0,038 \times 180 = 6,84$ см. ² грузъ разрывающій канатъ = 82100 килогр.; вѣсъ погоннаго метра каната	"	7	"

Кулаки поддерживаютъ клѣтъ за верхнюю раму въ четырехъ точкахъ, расположенныхъ попарно на короткихъ сторонахъ прямоугольника. Каждая пара кулаковъ подвѣшена къ короткой балкѣ a двутаврового сѣченія № 24 ($J_3 = 3900$ см.⁴; $W = 326$ см.³) при помощи подвѣсокъ длиною 150 см. съ площадью поперечнаго сѣченія $F_1 = 4.8 = 32$ см.². Эти короткія балки своими концами лежатъ на двухъ длинныхъ балкахъ b такого-же сѣченія. На фиг. 7 показана схема расположенія этихъ балокъ и всѣ размѣры, необходимые для дальнѣйшихъ вычисленій. Кулаки подвѣшены въ точкахъ k, k_1 . Сила D означаетъ наибольшее давленіе, испытываемое кулакомъ.



Фиг. 7.

Для опредѣленія наибольшихъ усилій во всѣхъ частяхъ конструкціи, мысленно разрѣжемъ клѣтъ вертикальной плоскостью, параллельной длиннымъ сторонамъ прямоугольнаго плана ея, на двѣ плоскія системы и предположимъ, что вся масса клѣты и ея нагрузки сосредоточены въ 8-ми точкахъ по 1133 кил. въ каждой. Каждой изъ рассматриваемыхъ системъ будутъ соответствовать 4 точки,—по двѣ въ этажѣ (проекции центровъ тяжести вагонетокъ на плоскость системы).

Мы будемъ, далѣе, вести расчетъ въ слѣдующемъ порядкѣ.

1) Предположивъ этажи совмѣщенными на высотѣ центра главныхъ массъ, вмѣсто данной системы, будемъ рассматривать эквивалентную ей одноэтажную систему (фиг. 8), которая въ двухъ сво-

ихъ точкахъ испытываетъ въ два раза большій ударъ. Обозначивъ искомыя фиктивные силы—каждую символомъ $2R$, рѣшимъ сначала статически неопредѣленную задачу о распредѣленіи усилій между вертикалями, при чемъ выразимъ эти усилія при помощи неизвѣстной пока силы R . Послѣ этого нетрудно уже будетъ выразить и деформацию системы въ функціи той-же силы, т. е. опредѣлить путь, проходимыя точками приложенія фиктивныхъ силъ ($2R$) (точнѣе говоря,—путь, проходимый на протяженіи деформациі центрами тяжести вагонетокъ, соотвѣтствующихъ одноэтажной системѣ). Это, наконецъ, дастъ намъ возможность написать уравненіе работъ и найти изъ него фиктивную силу R .

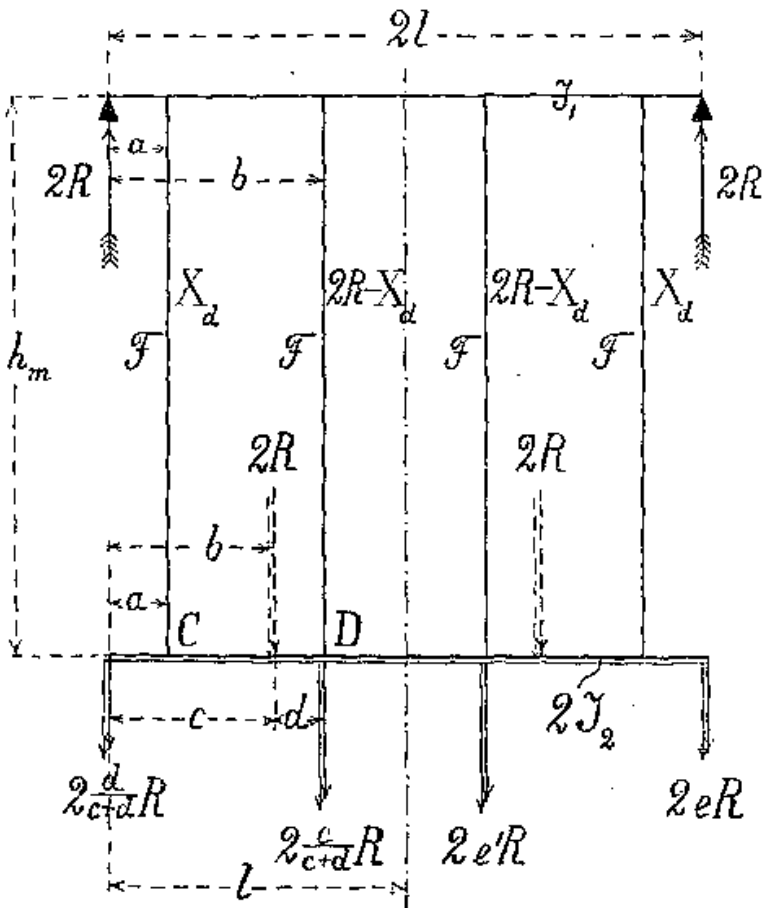
Возвратимся теперь снова къ двухъэтажной плоской системѣ (фиг. 9), и допустивъ, что она нагружена четырьмя уже извѣстными намъ силами R , одинаковыми въ обоихъ этажахъ, рѣшимъ задачу о распредѣленіи въ частяхъ заданной конструкціи тѣхъ наибольшихъ усилій, которыя зависятъ отъ собственныхъ колебаній, совершаемыхъ клѣтью послѣ удара о кулаки.

2) Далѣе, будемъ предполагать, что клѣть освобождена отъ нагрузки и собственнаго вѣса, и найдемъ усилія, развивающіяся во всѣхъ частяхъ конструкціи вслѣдствіе растяженія клѣти силою $p \left(1 - \frac{w}{g} \right) l = p' l$ или одной плоской системы половиною этой силы (фиг. 10). Здѣсь p есть вѣсъ пог. метра уравновѣшивающаго каната, а l глубина шахты въ метрахъ.

3) Наконецъ, рассмотрим невѣсомую клѣть, опирающуюся на кулаки и нагруженную фиктивной силой K , которая дѣйствуетъ въ точкѣ привѣса уравновѣшивающаго каната (фиг. 11).

4) Послѣднимъ этапомъ расчета будетъ суммирование всѣхъ найденныхъ усилій и повѣрка прочности отдѣльныхъ частей конструкціи.

Состояніе ($2R$) эквивалентной одноэтажной конструкции (фиг. 8). По причинѣ симметріи относительно средней вертикальной прямой, двѣ крайнія вертикали напряжены одинаково, и усилія двухъ среднихъ вертикалей также равны между собою; вслѣдствіе этого, дѣло сводится къ опредѣленію только одной лишней силы. Примемъ за такую натяженіе крайней вертикали и обозначимъ его черезъ X_d . Тогда натяженіе средней вертикали будетъ: $2R - X_d$.



Фиг. 8.

Согласно съ конструктивнымъ чертежемъ клѣтки (листъ II) и заданными размѣрами сѣченій имѣемъ:

$$J_1 = 8000 \text{ см.}^4 \text{—мом. инерціи сѣченія верхней рамы;}$$

$$2 J_2 = 2 \cdot 925 \text{ см.}^4 \text{— " " сложнаго сѣченія совмѣщенныхъ рамъ;}$$

$F = 13,5$ см.² — площ. сѣченія вертикалей;

$$2l = 290 \text{ см.}; \quad h_m = 275 \text{ см.}$$

Начало наименьшей работы даетъ для усилій въ вертикаляхъ значенія:

$$X_d = 1,13 R; \quad 2R - X_d = 0,87 R.$$

Деформація эквивалентной одноэтажной клѣти (включая прогибъ основанія подъ кулаками). Подобно тому, какъ это было сдѣлано въ предыдущемъ примѣрѣ, и на этотъ разъ опредѣленъ прогибъ δ всей конструкціи въ точкахъ приложенія фиктивныхъ силъ R ; при этомъ было найдено:

$$\delta = 0,00024 R.$$

Опредѣленіе восьми фиктивныхъ силъ R , замѣняющихъ динамическое дѣйствіе нагрузки $8Q$.

Имѣемъ уравненіе работъ:

$$\frac{8Q}{2g} v_0^2 + 8Q\delta = \frac{1}{2} \cdot 8R\delta,$$

откуда

$$R = \text{ок. } 3510 \text{ кил.}$$

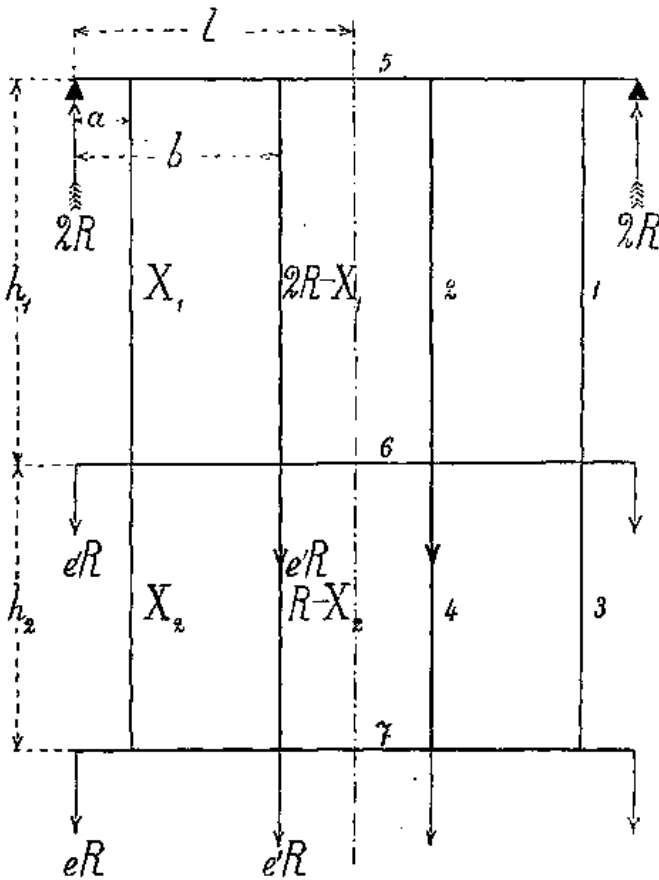
Состояніе (R) данной двухэтажной конструкціи (фиг. 9). Возвращаясь къ двухэтажной плоской системѣ, нагруженной въ четырехъ точкахъ четырьмя равными силами R , будемъ имѣть двѣ лишнія неизвѣстныя. Примемъ за такую—усиліе крайняго стержня въ верхнемъ этажѣ (1) и такого-же стержня въ нижнемъ (3). Силы эти обозначимъ соотвѣтственно черезъ X_1 и X_2 . На этотъ разъ необходимо будетъ составить два уравненія упругости:

Изъ нихъ находимъ:

$$X_1 = 1,13 R; \quad X_2 = 0,57 R.$$

Состояніе ($p'l$) двухэтажной клѣти. Въ качествѣ лишнихъ силъ будемъ разсматривать натяженія крайнихъ

вертикалей верхняго и нижняго этажей, и обозначимъ эти силы соответственно черезъ Y_1 и Y_2 (фиг. 10).

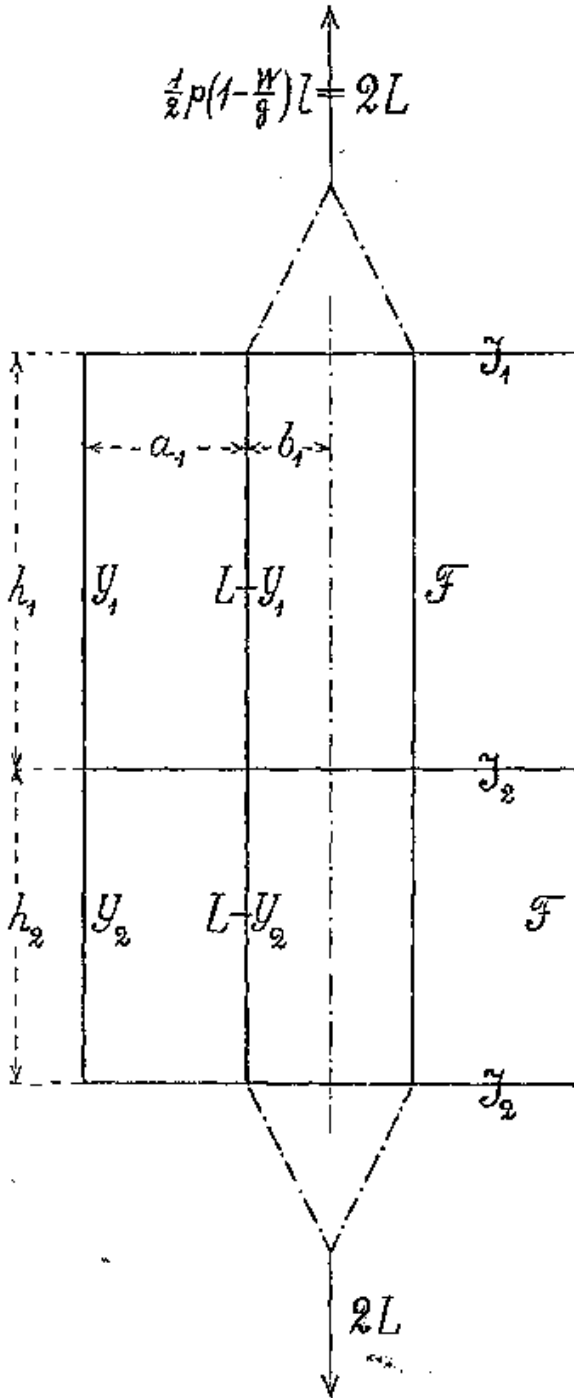


Фиг. 9.

Для нихъ получаются значенія :

$$Y_1 = 0,068 L; \quad Y_2 = 0,046 L.$$

Для вычисления силы L необходимо задаться величиной отрицательного ускорения $w = -130$ см. в сек.



Фиг. 10.

А потому

$$L = \frac{1}{4} \left[7 \left(1 + \frac{130}{981} \right) 400 \right] = 793 \text{ кил.}$$

Состояніе (K) системы. Фиктивная сила, замѣняющая собой динамическое дѣйствіе на клѣть уравнивающего каната, найдется по формулѣ (7). Вставляя въ нее числа находимъ

$$K = 7.400 + \sqrt{(7.400)^2 + \frac{3}{981} \cdot 7.900 \cdot 1000000 \cdot 6,84} = 15100 \text{ кил.}$$

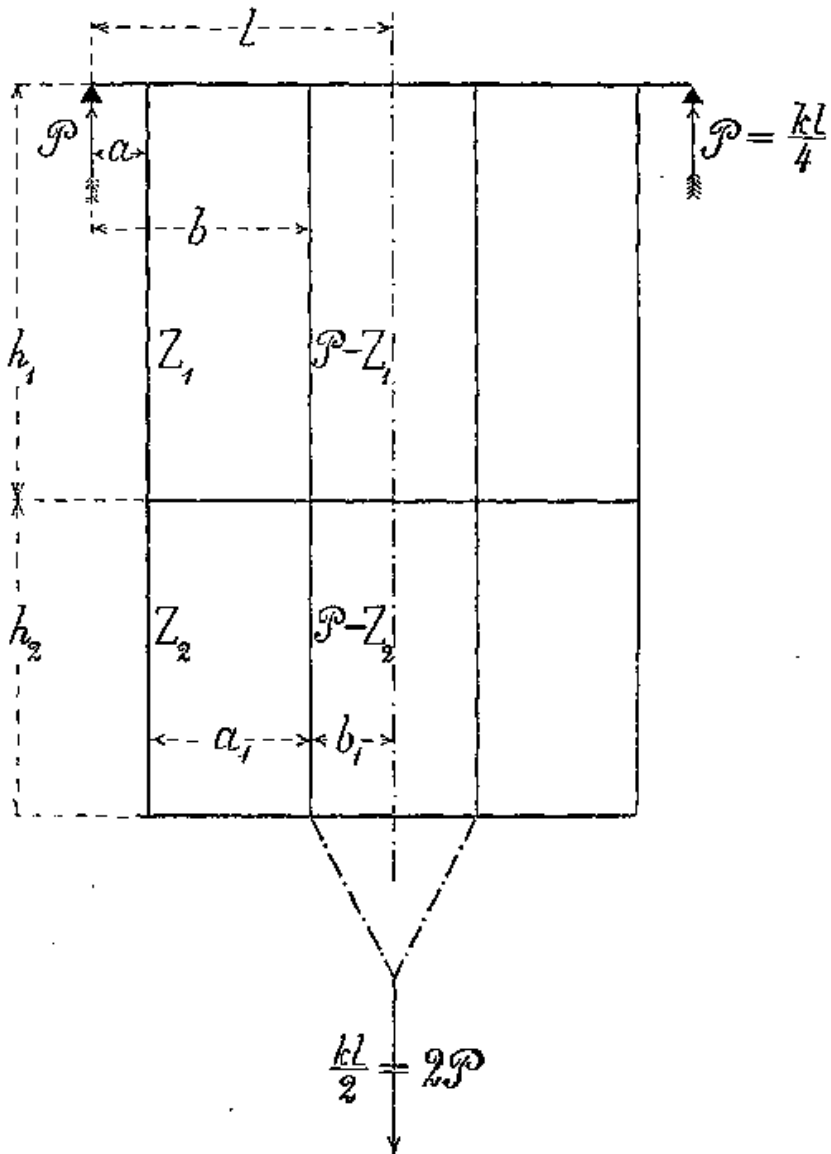
Для опредѣленія усилій, развивающихся во всѣхъ частяхъ конструкціи, не исключая и балокъ подъ кулаками, обратимся къ схемѣ, показанной, со всѣми необходимыми обозначеніями, на фиг. 11. Не трудно убѣдиться, что въ этомъ случаѣ „начало наименьшей работы“ приводитъ къ уравненіямъ которыя доставляютъ:

$$Z_1 = 0,136 K; \quad Z_2 = 0,069 K.$$

Начальныя напряженія въ частяхъ клѣти къ моменту удара. Въ предидущемъ, рассматривая вопросъ въ простѣйшемъ видѣ, мы не предполагали присутствія уравнивающего каната. При этомъ, упрощая полученныя формулы, имѣли основаніе не рассматривать начального запаса потенциальной энергіи клѣти къ моменту посадки ея на кулаки. Зависящая отъ этого погрѣшность результатовъ компенсировалась отрицательной работой натянутости подъемнаго каната на протяженіи прогиба балокъ, поддерживающихъ кулаки (говоря иначе, —натянутость эта смягчала ударъ).

Въ случаѣ-же устройства по системѣ Кёре, такая компенсация имѣть мѣста не будетъ. Нижній канатъ (уравнивающей) въ начальный моментъ удара будетъ натянутъ съ тою-же силой, какъ и верхній, и на протяженіи деформации балокъ подъ кулаками произведетъ точно такую-же работу, но уже положительную. Такимъ образомъ, въ послѣднемъ случаѣ, работы, производимыя давленіями обоихъ канатовъ на клѣть, будутъ компенсироваться взаимно, а слѣдовательно начальный запасъ потенциальной энергіи клѣти не можетъ быть пренебрегаемъ и долженъ подлежать особому учету. Для этого

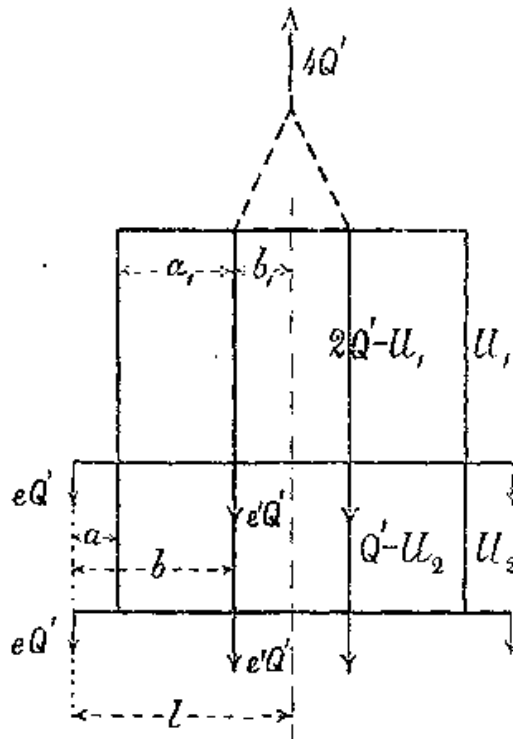
необходимо еще рассмотреть состояніе клѣтки, подвѣшенной къ подъемному канату и нагруженной восемью силами



Фиг. 4.

$$Q' = Q \left(1 - \frac{w}{g} \right) = 1285 \text{ кил. } \left(Q = \frac{1}{8} \cdot 9060 \text{ кил. } \right).$$

Состояние (Q') двухэтажной конструкции (фиг. 12.)



Фиг. 12.

„Начало наименьшей работы“ даетъ:

$$U_1 = 0,67 Q'; \quad U_2 = 0,33 Q'.$$

Наибольшія усилия, развивающіяся въ отдельныхъ частяхъ конструкции.

Въ вертикаляхъ верхняго этажа:

въ крайней

$$\begin{aligned} X_1 + Y_1 + Z_1 + U_1 &= \\ &= 1,13 R + 0,068 L + \\ &+ 0,136 K + 0,67 Q' = \\ &= 3966,3 + 54 + \\ &+ 2053,6 + 861 = \\ &= 6936 \text{ кил.} \end{aligned}$$

въ средней

$$\begin{aligned} 2 R - X_1 + L - Y_1 + \\ + \frac{1}{4} K - Z_1 + 2 Q' - U_1 &= \\ &= 7223 \text{ кил.} \end{aligned}$$

Въ вертикаляхъ нижняго этажа:

въ крайней

$$\begin{aligned} X_2 + Y_2 + Z_2 + U_2 &= \\ &= 0,57 R + 0,046 L + \\ &+ 0,069 K + 0,33 Q' = \\ &= 3503 \text{ кил.} \end{aligned}$$

въ средней

$$\begin{aligned} R - X_2 + L - Y_2 + \\ + \frac{1}{4} K - Z_2 + Q' - U_2 &= \\ &= 5860 \text{ кил.} \end{aligned}$$

Принимая въ расчетъ ослабленіе вертикали однимъ за-
лепчнымъ отверстіемъ, т. е. считая $F_{netto} = 13,5 - 0,6 \cdot 2 =$
 $= 12,3 \text{ см.}^2$, найдемъ для средней вертикали верхняго этажа.

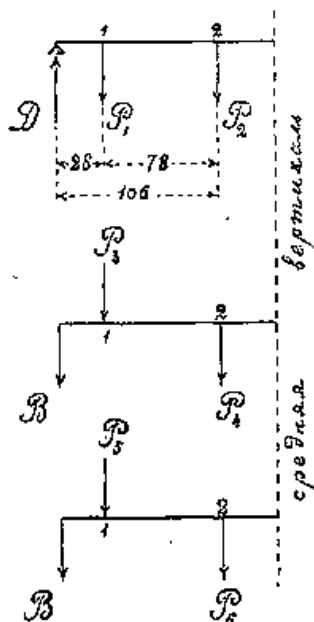
$$\sigma_{max} = \frac{7223}{12,3} = 587 \frac{1}{4} \text{ кил. на см.}^2,$$

т. е. величину, значительно меньшую предѣла упругости.

Въ верхней рамѣ: Наибольшее давленіе клѣти на каж-
дый изъ кулаковъ

$$D = 2 R + \frac{1}{4} K = 10795 \text{ кил.}$$

Силы, дѣйствующія на всѣ три рамы, показаны на фиг. 13.



Фиг. 13.

а) Здѣсь:

$$D = 10795 \text{ кил.};$$

$$B = e (R + Q') = 1266 \text{ кил.};$$

$$P_1 = 6935 \text{ кил.};$$

б) $P_2 = 7223 - L - 2 Q' = 3860 \text{ кил.};$

$$P_3 = 6935 - 3503 = 3432 \text{ кил.};$$

$$P_4 = 5860 + (1 - e) (R + Q) - 7223 =$$

$$= 2166 \text{ кил.};$$

в)

$$P_5 = 3503 \text{ кил.};$$

$$P_6 = (1 - e) (R + Q') + L + \frac{1}{4} K -$$

$$- 5860 = 2237 \text{ кил.}$$

Для верхней рамы наибольший изгибающий момент имѣеть мѣсто въ точкѣ 2 прикрѣпленія средней вертикали:

$$\text{max. } M = 583340 \text{ кил.см.}$$

Моментъ сопротивленія коробового желѣза $300 \times 100 \text{ м/м}$ составляетъ: $W = 535 \text{ см.}^3$. Отбрасывая 10% на ослабленіе заклепочными отверстиями, имѣемъ $W_{\text{netto}} = 491 \text{ см.}^3$, а потому наибольшее напряженіе будетъ:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{\text{max. } M}{W_{\text{netto}}} = 1188 \frac{\text{кил.}}{\text{см.}^2}.$$

Въ остальныхъ двухъ рамахъ. Силы P_3 и P_4 , дѣйствующія на средня раму, весьма мало отличаются отъ силъ P_5 и P_6 нижней рамы, а потому достаточно будетъ сдѣлать повѣрку прочности одной изъ нихъ, напр.—нижней.

Наибольший изгибающий моментъ дѣйствуетъ также въ точкѣ 2 и достигаетъ величины:

$$\text{max. } M = 139038 \text{ кил.см.}$$

Моментъ сопротивленія коробового желѣза $160 \times 65 \text{ м/м}$ равенъ 116 см.^3 . Отбрасывая 10% на ослабленіе, имѣемъ $W_{\text{netto}} = 104 \text{ см.}^3$. и наибольшее напряженіе:

$$\sigma_{\text{max.}} = \frac{\text{max. } M}{W_{\text{netto}}} = 1337 \frac{\text{кил.}}{\text{см.}^2}.$$

Въ балкахъ поддерживающихъ кулаки. Каждая изъ длинныхъ балокъ въ точкѣ подвѣса кулака изгибается моментомъ

$$M = 10795 \cdot 50 = 539750 \frac{\text{кил.}}{\text{см.}^2}.$$

Двуглавое сѣченіе № 24 по русскому метрическому нормальному сортаменту имѣеть $W = 325 \text{ см.}^3$, т. е. наибольшее напряженіе достигнетъ величины:

$$\sigma_{\text{max.}} = \frac{539750}{325} = 1661 \frac{\text{кил.}}{\text{см.}^2}.$$

Повѣрка прочности заклепочныхъ соединеній. При діаметрѣ заклепокъ $d = 2$ см. и наименьшей толщинѣ соединяемыхъ частей $\delta = 0,6$ см., заклепка можетъ безопасно выдерживать на срѣзываніе $3,14 \times 1800 = 5652$ кил., а кромка отверстія — на смятіе $0,6 \cdot 2 \cdot 4800 = 5760$ кил. Зная всѣ дѣйствующія усилія, не трудно повѣрить число заклепокъ въ каждомъ узлѣ конструкціи.

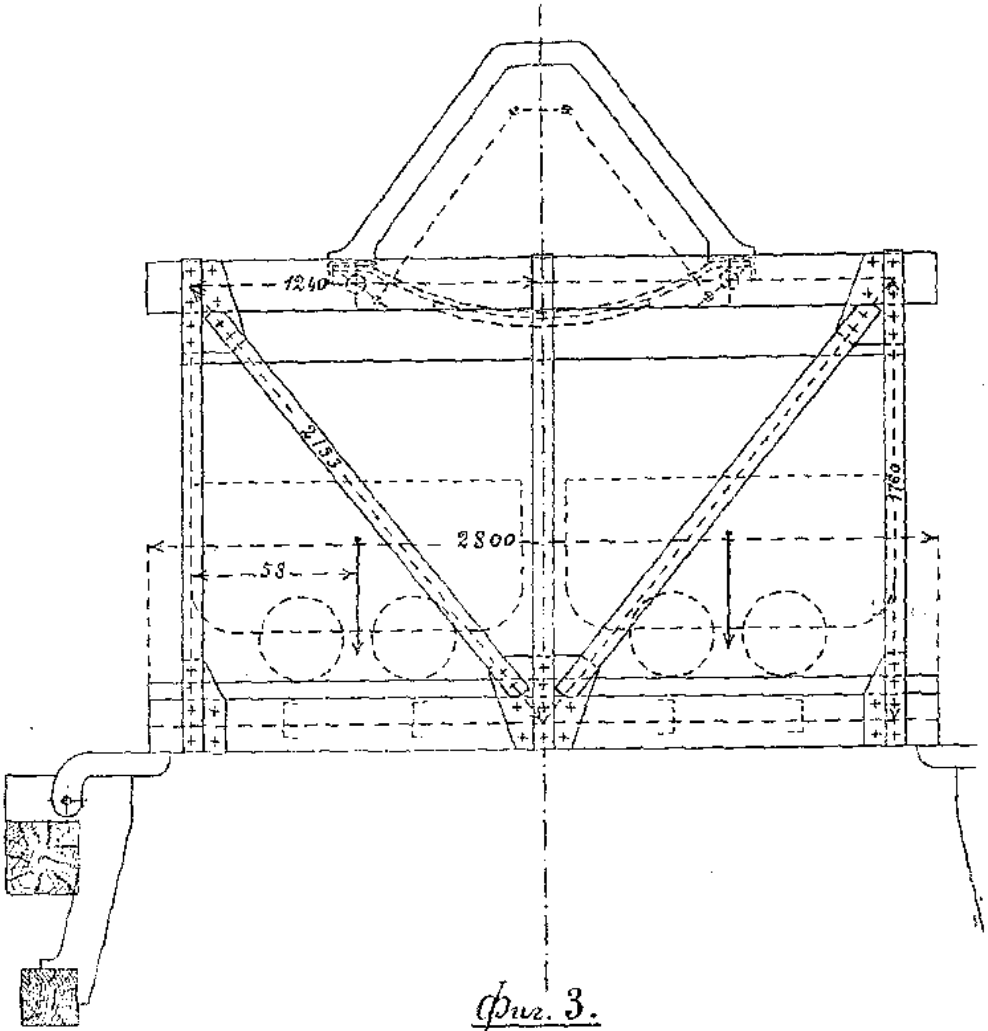
Такъ какъ всѣ найденныя напряженія не достигаютъ предѣла упругости хорошаго литого желѣза (2200 до 2400 кил. на см.²), то изъ этого заключаемъ, что при данныхъ размѣрахъ частей, клѣть могла-бы безопасно выдержать ударъ о кулаки со скоростью, нѣсколько большей 30 см. въ сек.

С. Заборовскій.

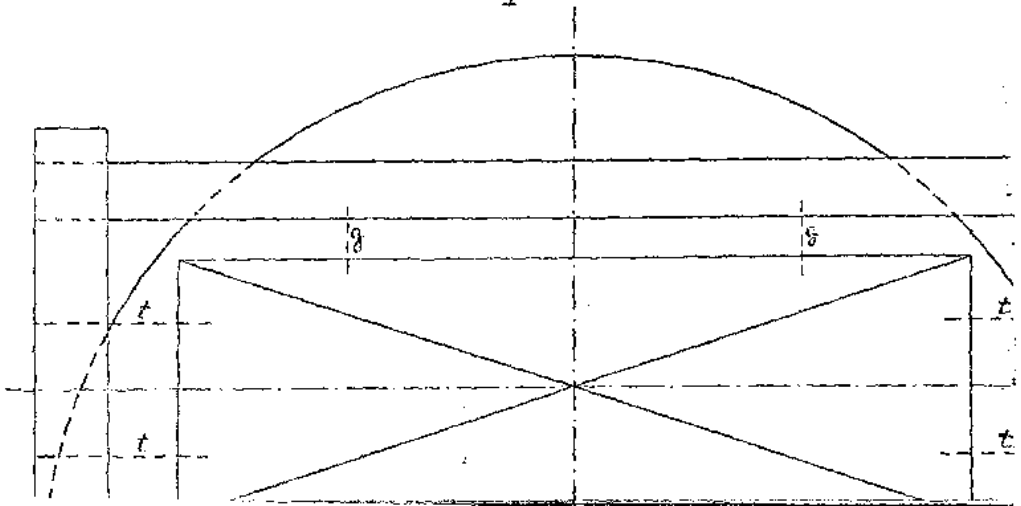
г. Екатеринославъ.

1 Сентября 1910 года.

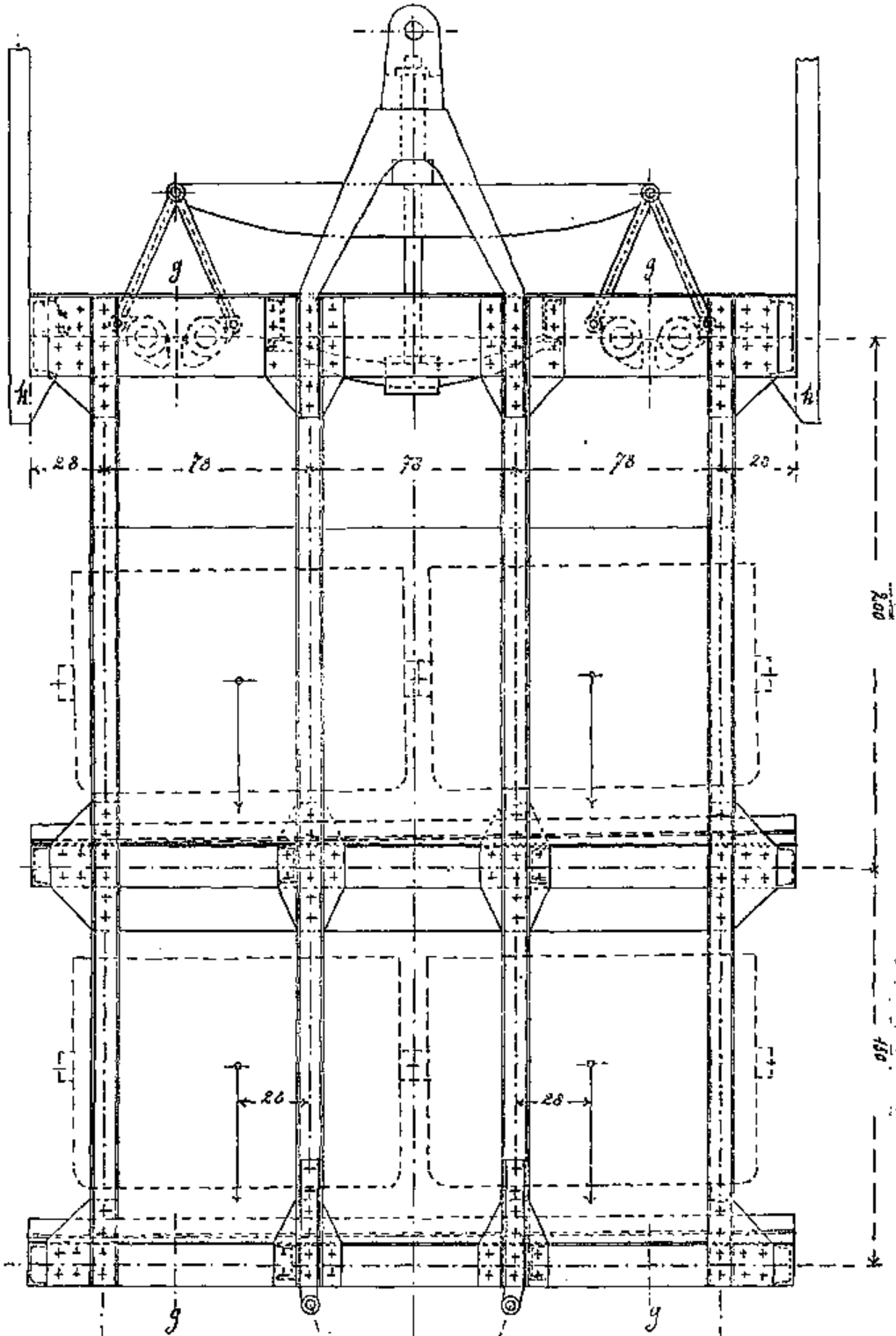
Фиг. 1.



Фиг. 3.

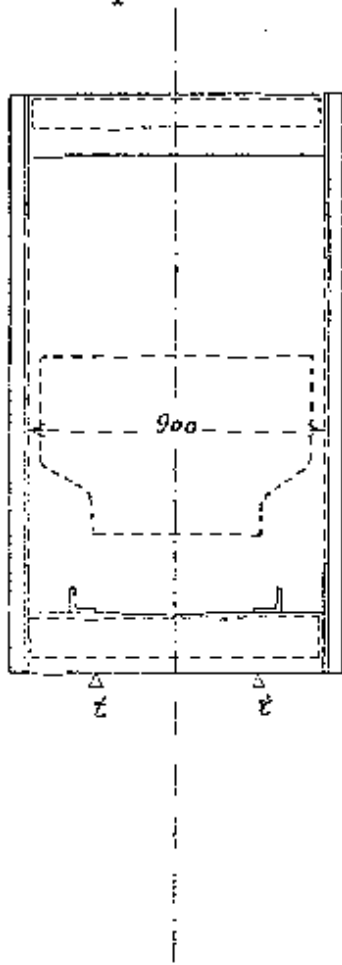


Фиг. 1.



Листъ I.

Фиг. 2.



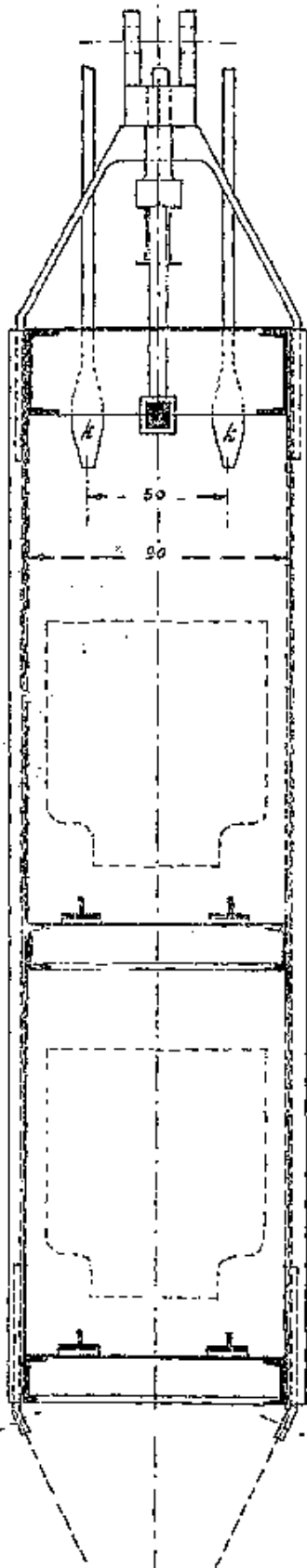
д, д, ... на проваляющія.

ε, ε, ... кулаки.

Всѣхъ листовъ 1200 к.

Lucas II.

Fig. 2



Proc. 3.

