

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФАЗОВЫЕ ПРОНИЦАЕМОСТИ
ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ВОДОНЕФТЯНЫХ
СМЕСЕЙ

Учебное пособие

Тюмень
ТюмГУ-Press
2023

УДК 532.5(075.8)
ББК В253.3я73
Ф166

Авторы:

А. Б. Шабаров (гл. 1–4), *Б. В. Григорьев* (гл. 2), *О. А. Кузина* (гл. 3, § 3.4; гл. 4),
И. Н. Жижимонтов (гл. 1; гл. 3, § 3.1–3.3), *И. Р. Поточняк* (гл. 2)

Рецензенты:

А. А. Вакулин — доктор технических наук, профессор, профессор кафедры прикладной и технической физики Физико-технического института Тюменского государственного университета

М. А. Александров — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры транспорта углеводородных ресурсов Института транспорта Тюменского индустриального университета

Фазовые проницаемости при фильтрации водонефтяных смесей : учебное пособие / А. Б. Шабаров, Б. В. Григорьев, О. А. Кузина [и др.] ; под ред. А. Б. Шабарова ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Тюменский государственный университет, Физико-технический институт. — Тюмень : ТюмГУ-Press, 2023. — 204 с. — Текст : непосредственный.

ISBN 978-5-400-01709-4

В учебном пособии даны основные положения теории фильтрации многофазных сред, а также современные подходы к расчету и экспериментальному определению относительных фазовых проницаемостей (ОФП) при течении водонефтяных и водонефтегазовых смесей в пластах. Приведен вывод уравнений гидрогазодинамики многофазных сред. Представлены экспериментальные методы определения ОФП при двух- и трехфазной фильтрации. Особое внимание уделено описанию расчетно-экспериментальных методов — основных подходов к установлению параметров фильтрации на микроуровне. Рассмотрено численное стохастическое порово-сетевое микро моделирование, а также гидродинамическое моделирование водонефтяных и водонефтегазовых смесей на базе кластерных моделей порового пространства. Физико-математическая модель тепломассопереноса в макромасштабе изучена применительно к системе горизонтальных скважин. Показаны приближенные аналитические выражения для ОФП по нефти, воде и газу при их совместном движении в поровых каналах при струйном и четочном режимах. Изложены особенности фильтрации смесей «нефть – водный раствор поверхностно-активных веществ». Результаты расчетного определения ОФП сопоставляются с результатами экспериментов при разных температурах и различных поверхностно-активных веществах.

Предназначено студентам бакалавриата, магистратуры и аспирантам по направлениям «Теплофизика и теоретическая теплотехника», «Теоретическая и прикладная теплотехника», «Механика сплошных сред», «Механика и математическое моделирование», «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» и «Нефтегазовое дело», специалистам, занимающимся совершенствованием и исследованием гидродинамических моделей, а также математическим моделированием при разработке нефтяных и газовых месторождений.

УДК 532.5(075.8)
ББК В253.3я73

ISBN 978-5-400-01709-4

© Тюменский государственный университет, 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ФИЛЬТРАЦИИ	
ВОДОНЕФТЯНОЙ СМЕСИ НА МАКРОУРОВНЕ	6
1.1. Предмет курса, основные понятия.....	6
1.2 Уравнение неразрывности.....	17
1.3. Тензор напряжений.....	21
1.4. Уравнение движения сплошной среды	26
1.5. Уравнение баланса кинетической, полной и внутренней энергии.....	39
Контрольные вопросы	49
Список литературы.....	50
2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ	
ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СВОЙСТВ КЕРНА.....	51
2.1. Подготовка образца к исследованиям. Экстракция	51
2.2. Определение коэффициента открытой пористости керна.....	55
2.3 Определение абсолютной проницаемости.....	58
2.4. Определение фазовой проницаемости методом стационарной фильтрации	61
2.5. Построение кривых относительной фазовой проницаемости при двухфазной фильтрации (нефть, вода)	67
2.6. Особенности определения кривых относительной фазовой проницаемости при трехфазной фильтрации (нефть, газ, вода)	74
Контрольные вопросы	80
Список литературы.....	80
3. ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ФАЗОВЫЕ ПРОНИЦАЕМОСТИ:	
РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ	82
3.1. Подходы к описанию фильтрации на микроуровне	83
3.2. Численное стохастическое порово-сетевое микромоделирование.....	89

3.3. Физико-математическая модель процессов теплопереноса на примере системы горизонтальных скважин.....	98
3.4. Гидродинамическая кластерная модель расчета относительных фазовых проницаемостей.....	132
3.4.1. Геометрическая и кластерная сетевая четочная модель течения смеси «нефть–вода»	132
3.4.2 Потери давления при течении флюидов в «больших» и «малых» каналах.....	135
3.4.3. Потери трения и местные сопротивления в поровых каналах	137
3.4.4. Потери давления из-за межфазного взаимодействия нефти и воды	141
3.4.5. Относительные фазовые проницаемости	142
3.5. Массоперенос фаз при течении нефтеводогазовой смеси в масштабе керна	144
3.5.1. Расчет движущихся объемов флюидов в кластере	145
3.5.2. Сетевая гидродинамическая модель течения нефтеводогазовой смеси	149
3.5.3. Потери давления из-за межфазного взаимодействия нефти, воды и газа в каналах кластера	151
3.5.4. Расходы нефти, газа и воды в каналах кластера	154
Контрольные вопросы	159
Список литературы.....	159
4. ОСОБЕННОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ СМЕСЕЙ	
«НЕФТЬ – ВОДНЫЙ РАСТВОР ПАВ».....	161
4.1. Физико-химические свойства поверхностно-активных веществ	162
4.2. Основные требования, предъявляемые к ПАВ (растворимость ПАВ в пресной и пластовой воде, температура помутнения, адсорбция ПАВ)	164
4.3. Факторы, влияющие на остаточную нефтенасыщенность	174

4.3.1. Капиллярное число.....	174
4.3.2. Работа адгезии.....	176
4.4. Результаты исследований двухфазной фильтрации смеси «нефть – водный раствор ПАВ»	178
4.4.1. Исследование влияния вида ПАВ и температуры на кривые ОФП	178
4.4.2. Исследования влияния капиллярного числа и относительной работы адгезии нефти на коэффициент вытеснения.....	182
4.4.3. Обобщенная трехпараметрическая зависимость коэффициента вытеснения от капиллярного числа, относительной работы адгезии нефти и температуры	185
4.5. Разработка и обоснование расчетно-экспериментального метода определения ОФП при фильтрации смеси «нефть – водный раствор ПАВ»	190
4.5.1. Потери давления из-за межфазного взаимодействия нефти и водного раствора ПАВ	190
4.5.2. Расчетно-экспериментальный метод определения ОФП при фильтрации смеси «нефть – водные растворы ПАВ»	192
4.5.3. Сопоставление результатов расчетного и экспериментального исследования по влиянию ПАВ и температуры на ОФП при различных насыщенностях.....	198
Контрольные вопросы	200
Список литературы.....	201
СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ.....	203

1. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ФИЛЬТРАЦИИ ВОДОНЕФТЯНОЙ СМЕСИ НА МАКРОУРОВНЕ

1.1. ПРЕДМЕТ КУРСА, ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

К настоящему времени научно-практический комплекс накопил огромную экспериментальную и расчетно-теоретическую базу о движении жидкостей, газов и плазмы. Установлены общие законы движения, выявлены существующие связи между параметрами, разработан целый ряд физико-математических моделей, созданы приближенные инженерные методы расчета, интенсивно развиваются экспериментальные и компьютерные методы исследования. Физико-математическое моделирование является основой при проектировании и сопровождении разработки месторождений углеводородов. Большинство технических решений, связанных с планированием геолого-технологических мероприятий, локализацией остаточных запасов нефти, базируются на рекомендациях, следующих из применения результатов численного гидродинамического моделирования.

С учетом роста производительности вычислительной техники и достижениями в области прикладной математики современное представление о моделировании разработки месторождения сводится к детальной трехмерной задаче с описанием происходящих в пласте сложных гидродинамических, тепловых и физико-химических процессов, с использованием систем дифференциальных уравнений.

Прежде чем перейти к рассмотрению предмета курса необходимо дать ряд основных определений.

Горная порода в терминах физико-математического моделирования представляет гетерогенную термодинамическую

многокомпонентную многофазную систему. Дисциплина, изучающая движение жидкостей, газов и плазмы и их взаимодействие с твердыми телами и физическими полями, называется гидрогазодинамика.

Гидрогазодинамика является частью механики сплошной среды — науки, которая рассматривает движение не только жидкостей, газов и плазмы, но и движение твердых деформируемых тел. Необходимо отметить, что гидродинамика является более прикладной инженерной дисциплиной и в большей мере ориентирована на доведение результатов исследований до конкретных методик расчета, применимых на практике. Таким образом, основным предметом гидрогазодинамики является изучение движения жидкостей (и газов) в продуктивных коллекторах, скважинах, межпромысловых и магистральных трубопроводах, теплообменных аппаратах, энергетических установках и многое другое.

С учетом того, что в данном пособии рассматривается фильтрация водонефтяной смеси, здесь и далее для краткости изложения будем говорить о течении жидкости, имея в виду, что рассматриваемые подходы применимы как для жидкостей, так и газов.

Методики, изучаемые в разделе гидродинамики, основаны на фундаментальных физических законах сохранения, таких как закон сохранения массы, количества движения, энергии и на значительном количестве обобщенных эмпирических данных.

К основным параметрам рассматриваемым в рамках гидродинамики относятся вектор скорости $\vec{v}(x_1, x_2, x_3, t)$, плотность $\rho(x_1, x_2, x_3, t)$, давление $P(x_1, x_2, x_3, t)$ и температура $T(x_1, x_2, x_3, t)$. К существующим теплофизическим свойствам относятся коэффициенты динамической вязкости μ , теплопроводность λ , электропроводность σ , теплоемкости c_p и c_v и др.

Задачи, решаемые в гидродинамике, могут быть подразделены на прямые и обратные. Постановка прямых задач сводится к проверочному расчету, в результате которого находятся поля скорости $\bar{u}$, давления P , температуры T и плотности ρ как функции координат x_1, x_2, x_3 и времени t , а также суммарные характеристики сил и моментов, действующих в потоке. Далее в книге будут рассмотрены в основном внутренние прямые задачи, которые заключаются в расчете параметров при течении в каналах. К внешним прямым задачам относятся задачи расчета внешнего обтекания лопастей турбин и лопаток компрессоров и насосов, фюзеляжей самолетов и корпусов автомобилей и т. д.

Обратные задачи гидродинамики заключаются в определении оптимальных форм обтекаемых тел и каналов. Это задачи автоматизированного проектирования. Обратные задачи также подразделяются на внешние и внутренние.

Гипотеза сплошной среды.

Явления, рассматриваемые в гидродинамике, имеют макроскопический характер, жидкость рассматривается в рамках концепции сплошной среды. Жидкости и газы состоят из атомов и молекул, которые находятся в постоянном хаотическом и направленном движении. При стандартных условиях по ISO ($T = 288 \text{ К}$, $P = 0,1013 \text{ МПа}$) в объеме воздуха $V = 10^{-6} \text{ м}^3$ содержится примерно $2,687 \cdot 10^{19}$ молекул. Характерный радиус ядра атома водорода $r \approx 10^{-15} \text{ м}$, длина свободного пробега молекулы водорода $l \approx 11,2 \cdot 10^{-8} \text{ м}$. Жидкости и газы при стандартных условиях представляют собой систему огромного числа движущихся и сталкивающихся молекул, среднее расстояние между которыми значительно больше, чем характерный размер отдельных атомов и молекул. Изучение индивидуального движения всех отдельных молекул, атомов, ионов и т. д. с учетом

взаимодействий практически нереализуемо даже при использовании современных суперкомпьютеров. Поэтому в гидрогазодинамических расчетах широкое распространение получила гипотеза сплошности среды. Гипотеза сплошности заключается в том, что реальную среду для описания ее локально осредненных свойств и интегральных параметров можно заменить сплошной средой (континуумом), непрерывно заполняющим некоторую часть пространства. Масса частиц $M = \sum_{i=1}^N M_i$, где N — число частиц в реальной и модельной среде $M = \rho V$ равны. Осредненные по объему V реальной среды, плотность ρ , давление P , температура T , скорость v в реальной среде и в гипотетической сплошной среде полагаются одинаковыми.

Такая идеализация позволяет использовать аппарат непрерывных функций, дифференциальное и интегральное исчисление, в частности, операции теории поля.

Плотность, давление, температура, модуль вектора скорости и другие величины, не зависящие от выбора системы координат, называют физически объективными величинами.

Полем физической величины (плотность ρ , давление P , температура T , вектор скорости v и др.) называют совокупность значений этой величины, однозначно определенной в каждой точке некоторой части пространства (рис. 1.1).

Многоскоростной континуум.

В отличие от гомогенных смесей и однофазных сред гетерогенные многофазные смеси содержат макроскопические, по отношению к молекулярным масштабам, неоднородности, включения. Гетерогенные среды делятся на газовзвеси, суспензии, аэрозоли, эмульсии, пузырьковые жидкости, композиционные материалы, насыщенные газом или жидкостью породы (грунты). Из многофазных смесей наиболее изучены дисперсные смеси (смеси жидкости с твердыми частицами — суспензии,

смеси двух жидкостей — эмульсии, смеси газа с твердыми частицами или каплями жидкости — газозвесы, смеси жидкости с пузырьками газа или пара — пузырьковые среды). Интенсивно изучаются трехфазные смеси, например — нефть, газ, вода.

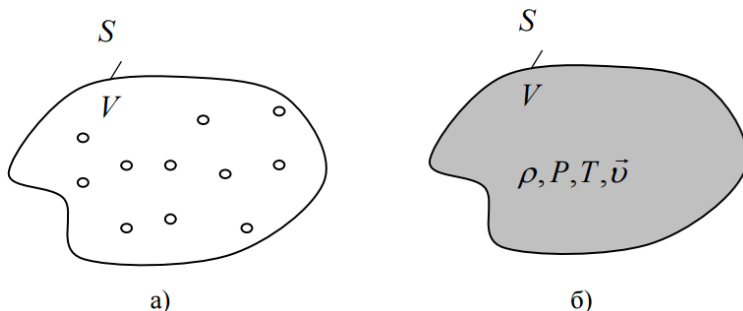


Рис. 1.1. Моделирование сплошной среды: а) реальная среда, содержащая множество отдельных частиц; б) модельная среда — континуум, имеющий осредненные по объему параметры

Твердые частицы, капли в дисперсной смеси называются дисперсной фазой, а несущая фаза — дисперсионной.

В теории дисперсных сред принимаются следующие допущения:

1. Размеры частиц дисперсной фазы много больше молекулярно-кинетических размеров. Для описания физических свойств фаз используются параметры (коэффициенты вязкости, теплопроводности и т. д.), полученные обобщением экспериментальных исследований однофазных сред.

2. Размеры частиц дисперсной фазы во много раз меньше размеров, на которых макроскопические (осредненные) параметры фаз меняются существенно.

При этом первое допущение позволяет использовать классические подходы однофазной механики сплошных сред, а второе предположение определяет размеры дисперсионной фазы

много меньше размеров рассматриваемых течений, а значит, течения могут быть описаны уравнениями сплошных сред для осредненных параметров.

Для описания процессов в гетерогенных средах (рис. 1.2) вводится модельное представление многоскоростного континуума — совокупности N сплошных сред (континуумов), каждая из которых заполняет весь объем V , занятый смесью. Схема объемной структуры N -фазной среды $V_i (i = 1, 2, \dots, N)$ — объем i -й фазы в объеме смеси $V (V = V_1 + V_2 + \dots + V_N)$.

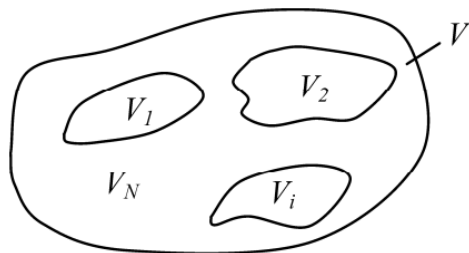


Рис. 1.2. Схема объемной структуры N -фазной среды

Для каждой i -й фазы (или компоненты) смеси ($i = 1, 2, \dots, N$) вводится понятие «приведенной плотности»:

$$\rho_i = \frac{m_i}{V}, \quad (1.1)$$

где m_i — масса i -й фазы в единице объема смеси.

Отношение массы i -й фазы m_i к объему V_i , занятому этой фазой, называется истинной плотностью:

$$\rho_i^{(0)} = \frac{m_i}{V_i}. \quad (1.2)$$

Отношение объема V_i , занимаемого i -й фазой, к объему смеси V называется объемной долей i -й фазы:

$$\alpha_i = \frac{V_i}{V_0}. \quad (1.3)$$

Очевидно, что тогда выполняется соотношение:

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1. \quad (1.4)$$

Из формул (1.1)–(1.3) следует:

$$\rho_i = \frac{m_i V_i}{V} = \rho_i^{(0)} \cdot \alpha_i. \quad (1.5)$$

В каждой точке объема, занятого смесью, определяют также скорость фаз $\vec{v}_i$, давление P_i и температуру T_i . Среднемассовая скорость смеси определяется как:

$$\bar{v}_i = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^N \rho_i \vec{v}_i. \quad (1.6)$$

Диффузионной скоростью движения фаз, относительно центра масс смеси, называется:

$$\vec{w}_i = \vec{v}_i - \bar{v}. \quad (1.7)$$

При этом $\sum_{i=1}^N \rho_i \vec{w}_i = 0$.

В многоскоростной, многотемпературной среде T_i с давлением P_i ($i = 1, 2, \dots, N$) вводят среднемассовые производные, связанные с движением i -й фазы и с движением смеси в целом.

$$\frac{d_i}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_i \nabla = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_{ik} \frac{\partial}{\partial x_k}, \quad (1.8)$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \nabla = \frac{\partial}{\partial t} + v_k \frac{\partial}{\partial x_k}, \quad (1.9)$$

где по повторяющимся индексам k производится суммирование.

Так, например, полная производная ускорения однофазной среды:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v_k \frac{\partial \vec{v}}{\partial x_k}, \quad (1.10)$$

где $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ — локальное ускорение, $v_k \frac{\partial \vec{v}}{\partial x_k}$ — конвективное ускорение.

В настоящее время для математического описания течения дисперсных сред применяются три основных подхода:

- континуальный (или эйлеров);
- траекторный (или лагранжев);
- кинетический (или статистический).

Более подробно подходы к описанию течения рассмотрены в параграфе о кинематике сплошной среды учебного пособия.

Течение в пористой среде.

Природа и внутреннее строение породы-коллектора, содержащей углеводороды, определяют количество флюидов, которое может вместить пустотное пространство, способность флюидов двигаться сквозь эту породы, а также ряд других связанных с этим физических свойств. Пустотное пространство горной породы называется пористостью, способность породы пропускать через себя флюиды — проницаемостью. Процесс течения жидкостей или газов через пористую среду под действием разницы давления называют фильтрацией.

Поровое пространство (поры, микроканалы) в природных пластах, грунтах, строительных материалах имеет сложную нерегулярную структуру. Поэтому свойствам пористых сред принято давать некоторые средние характеристики. Основной геометрической характеристикой является пористость $m = \frac{V_n}{V}$, где V_n — объем связанных пор в выделенном малом, но конечном контрольном объеме V пористой среды. Приведенной плотностью фаз (жидкости, газа, сухого материала) называется отношение массы фазы M_i , содержащейся в контрольном объеме V к этому объему: $\rho_i = \frac{M_i}{V}$. Истинная плотность $\rho_i^{(0)} = \frac{M_i}{V_i}$, где V_i — это объем, занятый i -й фазой. В пределах выделенного контрольного объема обычно принимают, что для любого сечения S , проходящего через этот объем,

просветность n , т. е. отношение площади пор S_{Π} к площади S , равна пористости $n = m$.

Если обозначить массовый расход i -й фазы через площадь поперечного сечения ϖ через G_i , то величина скорости:

$$\varpi_{ni} = \frac{G_i}{\rho_i^{(0)} \varpi} \quad (1.11)$$

называется скоростью фильтрации i -й фазы через данное поперечное сечение, здесь $\rho_i^{(0)}$ — истинная плотность i -й фазы $\rho_i^{(0)} = \frac{M_i}{V_i}$.

Отношение объема V_i , занятого i -й фазой к объему пор V называется насыщенностью $S_i = \frac{V_i}{V_n}$. Приведенная плотность ρ_i выражается через истинную плотность $\rho_i^{(0)}$, пористость m и насыщенность S_i :

$$\rho_i = \frac{\rho_i^{(0)} \cdot V_i \cdot V_n}{V \cdot V_n} = \rho_i^{(0)} \cdot m \cdot S_i. \quad (1.12)$$

Для однофазной среды скорость фильтрации $\omega_n = \frac{G}{\rho \omega}$. Скорость фильтрации в пространстве — векторная величина, зависящая в общем случае от координат и времени $\vec{\omega}(x_1, x_2, x_3, t)$.

Величина действительной скорости i -й фазы в сечении ω определяется расходом G_i , плотностью $\rho_i^{(0)}$ и площадью живого сечения ω_{Π} :

$$v_{\Pi} = \frac{G_i}{\rho_i^{(0)} \omega_{\Pi}}. \quad (1.13)$$

Для однофазной среды $v_{\Pi} = \frac{G}{\rho \omega_{\Pi}}$. Из сопоставления выражений (1.11) и (1.13) получаем:

$$\frac{\varpi_{ni}}{v_{ni}} = \frac{\varpi_{II}}{\varpi} = n = m.$$

Таким образом, скорость фильтрации равна произведению пористости на действительную скорость фазы

$$\varpi = m v_i. \quad (1.14)$$

В пористой среде $0 < m < 1$, следовательно, скорость фильтрации в любом сечении $\varpi_n = m v_n$ меньше, чем действительная скорость v_n .

Для оценки максимально возможного (предельного) значения коэффициента пористости были проведены расчёты для различных упаковок одинаковых шариков, в результате чего было показано, что при кубической упаковке (идеальная сортировка) максимальная пористость модельной среды достигает 46,7%. При этом необходимо отметить, что если добавить в систему шарики меньшего диаметра, то соотношение порового пространства к объёму скелета (твёрдой фазы) станет еще меньше, соответственно уменьшиться и коэффициент пористости.

Коэффициент пористости реальных горных пород варьируется в диапазоне от 5 до 40%, при этом чаще всего встречаются интервалы коллекторов с пористостью от 10 до 30%. Факторы, определяющие величину пористости пород, следующие:

- однородность зерен по размеру (сортировка), которая, в свою очередь, определяется процессами осадконакопления;
- степень цементации или консолидации горных пород — наличие цемента, образующегося в процессе литификации осадков. Тип порового цемента также определяет величину пористости;
- степень уплотнения во время и после отложения осадков;

— способы упаковки — с ростом давления вышележащих отложений плохо отсортированные зерна песка испытывают прогрессирующие изменения упаковки от хаотической до более тесной;

— вторичные преобразования, протекающие в пласте после отложения осадков (например, выщелачивание, доломитизация, трещиноватость и т. д.).

Коэффициент пористости пород-коллекторов является очень важным параметром, так как по нему определяются емкостные свойства (способность породы вмещать флюиды). Степень заполнения пор тем или иным флюидом называется флюидонасыщенностью S_i , которая определяется как доля общего объема пор, заполненных нефтью, газом или водой.

Из-за разности плотностей пластовых флюидов залежь углеводородов формируется таким образом, что в песчаном пласте последовательно залегают сверху вниз — сначала газ, потом нефть, а затем вода. При этом необходимо отметить, что с учетом процессов формирования залежи остаточная (реликтовая) вода находится во всем объеме пласта. Помимо плотности, на распределение флюидов в пределах залежи влияет смачиваемость и межфазное поверхностное натяжение. Количество воды в залежи определяется от 100% на уровне зеркала чистой воды (уровень нулевого капиллярного давления) до минимального значения (остаточная водонасыщенность) в кровельной части залежи значительно выше водонефтяного контакта.

Чтобы горная порода могла называться коллектором, она должна обладать не только емкостными свойствами (пористостью), но еще и позволять флюидам двигаться по сообщающимся порам. Свойство горной породы пропускать флюиды называется проницаемостью. Далеко не все породы, обладающие пористостью, являются проницаемыми. Проницаемость породы зависит от ее эффективной пористости, т. е. на нее влияют

размер зерен породы, их форма, распределение зерен по размерам и их упаковка, а также степень консолидации и цементации, тип глинистого или другого цементирующего материала.

Коэффициент проницаемости измеряется в дарси (Д). Один дарси — это относительно высокая проницаемость, соответствующая 0.986923 мкм^2 . Поэтому на практике в нефтяной отрасли чаще используют более мелкую единицу измерения проницаемости — милидарси (мД). В системе СИ вместо милидарси необходимо использовать квадратный метр. Далее коэффициент проницаемости будет подробнее рассмотрен в параграфе 1.4.

1.2 УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ

Выделим в пространстве фиксированный контрольный объем V , ограниченный поверхностью S (рис. 1.3). Уравнение баланса массы записывается для каждой i -й фазы многофазной среды в объеме V ($i = 1, 2, \dots, N$):

$$\int_V \frac{\partial \rho_i}{\partial t} dV + \int_S \rho_i v_{ni} dS = \int_V \sum_{j \neq i}^N J_{ji} dV, \quad (1.15)$$

где первое слагаемое представляет собой массу i -й фазы $\Delta M_i = (\Delta \rho_i)V$, накапливающуюся в объеме V за единицу времени $\frac{\Delta M_i}{\Delta t}$; второе слагаемое — расход i -й фазы через поверхность S , ограничивающую объем V ; в правой части уравнения (1.15) — масса i -й фазы, образующейся в объеме V за единицу времени вследствие перехода массы из всех j -х фаз ($j = 1, 2, \dots, N$) при $j \neq i$ в i -ю фазу вследствие фазовых переходов и химических реакций; $J_{ji} \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3 \cdot \text{с}} \right)$ — интенсивность перехода массы из j -й фазы в i -ю составляющую $J_{ji} = -J_{ij}$.

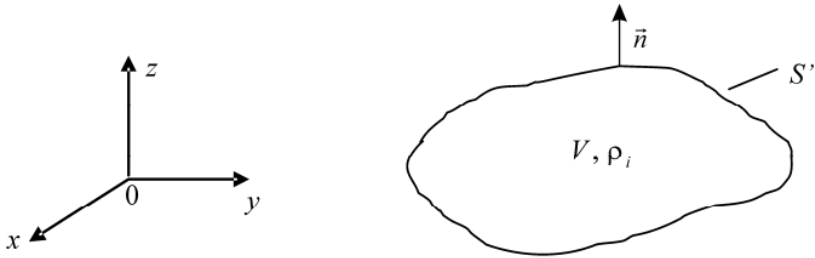


Рис. 1.3. К уравнению баланса массы i -й фазы в контрольном объеме V , ограниченном поверхностью S

Для записи (1.15) в алгебраической форме область течения разбиваем на малые контрольные объемы V . Производная от плотности ρ_i по времени для каждого малого объема записывается через конечные разности:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = \frac{\rho_i^{(n+1)} - \rho_i^{(n)}}{\Delta t}, \quad (1.16)$$

где верхние индексы (n) и $(n+1)$ соответствуют параметрам в моменты времени $t = t^{(n)}$ и $t^{(n+1)} = t^{(n)} + \Delta t$. Интегралы в уравнении (1.15) заменяются их приближенными выражениями по «теореме о среднем». Тогда получаем уравнение неразрывности для i -й фазы в алгебраической форме:

$$\frac{\rho_i^{(n+1)} - \rho_i^n}{\Delta t} \cdot V + \sum_{k=1}^{6(4)} \rho_{ik} v_{nik} \Delta S_k = \sum_{j \neq i}^N J_{ik} \cdot V, \quad (1.17)$$

где верхний параметр 6 соответствует шести граням в 3D-пространстве, 4 — четырем граням контрольного объема на плоскости.

Для записи (1.17) в дифференциальной форме используется формула Гаусса–Остроградского:

$$\int_S \rho v_n dS = \int_V \text{div}(\rho \vec{v}) dV. \quad (1.18)$$

Тогда для объема V в области непрерывного движения имеем:

$$\int_V \left(\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_i \vec{v}_i) - \sum_{j=1}^N J_{ji} \right) \cdot dV = 0, \quad (1.19)$$

откуда, вследствие произвольности объема V , получаем уравнение неразрывности в дифференциальной форме:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_i \vec{v}_i) = \sum_{j=1}^N J_{ji}. \quad (1.20)$$

Если просуммировать равенство (1.20) по i с учетом $\sum_{i=1}^N \rho_i = \rho$ (где $\rho_i = \frac{m_i}{V}$ — приведенная плотность фаз, ρ — плотность смеси) и $J_{ji} = -J_{ij}$, получим уравнение неразрывности смеси в целом или для однофазной среды:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (1.21)$$

или в интегральной форме

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dt + \int_S \rho \vec{v}_n dS = 0. \quad (1.22)$$

Для установившегося движения $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ уравнение неразрывности для сжимаемой жидкости в декартовой системе координат принимает вид:

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0. \quad (1.23)$$

Для установившегося движения сжимаемой среды в струйке тока или в канале (рис. 1.4) из (1.15) при $v_n = 0$ на поверхности $S_{\text{бок}}$ следует

$$-\rho_1 v_1 S_1 + \rho_2 v_2 S_2 = 0, \quad (1.24)$$

откуда

$$G = \rho v S = \text{const}, \quad (1.25)$$

вдоль струйки тока или в канале, где $G \left(\frac{\text{кг}}{\text{с}} \right)$ — массовый расход.

Уравнение расхода при нестационарном течении и обмене массой через стенку ($v_n \neq 0$) из (1.19) может быть записано в виде:

$$G_2 = G_1 + G' - \tilde{G}, \quad (1.26)$$

где $G' = -\rho'v'S'$ — расход среды через стенку; $\tilde{G} = \rho \frac{\rho^{n+1} - \rho^n}{\Delta t} V$.

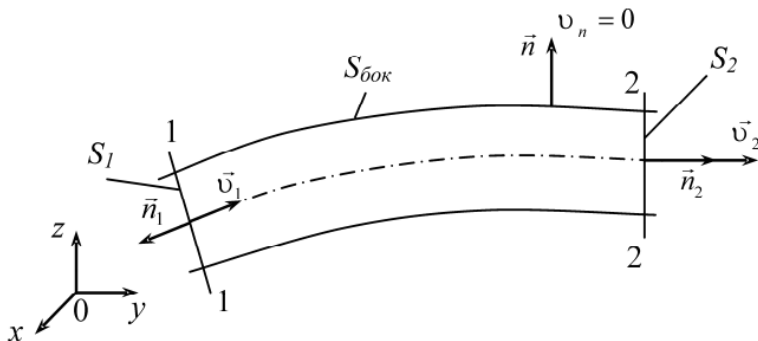


Рис. 1.4. К выводу уравнения расхода

Интегральная формулировка закона сохранения массы в пористой среде записывается в виде дифференциального уравнения, выражающего материальный баланс веществ в пласте произвольного объема V внутри пористой среды за счет притока жидкости через границу объема S :

$$\int_V \frac{\partial m \rho}{\partial t} dt + \int_S \rho \vec{v}_n dS = 0, \quad (1.27)$$

где $m = \frac{V_{\text{пор}}}{V_{\text{породы}}}$ — пористость рассматриваемого произвольного объема.

Применяя теорему Остроградского–Гаусса для второго слагаемого, и ввиду произвольности объема V , преобразуем (1.27) к виду:

$$\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\vec{v}) = 0. \quad (1.28)$$

Для частично насыщенной пористости среды i -й фазой и возможным наличием источников или стоков в объеме уравнение (1.28) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial(m\rho_i S_i)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_i \vec{v}_i) = -\rho_i q_i, \quad (1.29)$$

где i — индекс фазы; m — пористость, ρ_i — плотность i -й фазы; $S_i = \frac{V_i}{V_{\text{пор}}}$ — насыщенность i -й фазы; v_i — скорость i -й фазы; q_i — удельная мощность объемных источников или стоков, отнесенные к единице объема i -й фазы.

Для случая несжимаемой жидкости в условиях недеформируемой пористой среды (пористость является функцией только от координат) первое слагаемое обращается в ноль и уравнение (1.28) преобразуется к:

$$\operatorname{div}(\vec{v}) = 0. \quad (1.30)$$

1.3. ТЕНЗОР НАПРЯЖЕНИЙ

В динамике сплошных сред рассматривают объемные $\vec{F}_v$ и поверхностные $\vec{F}_{\text{пов}}$ силы. В области течения V выделим малые контрольные объемы ΔV . На частицы, имеющие массу $\Delta m = \rho \Delta V$, находящиеся в объеме ΔV , действует сила $\vec{F}_v$. Вектором плотности объемной силы называют выражение:

$$\vec{f}_v = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}_v}{\Delta V}, \quad (1.31)$$

а вектором плотности массовой силы:

$$\vec{f}_m = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}_v}{\Delta m} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}_v}{\Delta \rho \Delta V}. \quad (1.32)$$

Таким образом, из сопоставления (1.31) и (1.32) следует связь плотности объемной силы, отнесенной к единице объема f_v , и плотности массовой силы, отнесенной к единице массы f_m :

$$\vec{f}_v = \rho \vec{f}_m. \quad (1.33)$$

К силам, распределенным по объему, относятся силы тяжести, электромагнитные силы, действующие на заряженные частицы, движущиеся в электромагнитном поле, и др.

Поверхностными силами называют силы, которые приложены к частицам поверхности S , ограничивающей объем V . Вектором напряжений, т. е. вектором плотности поверхностной силы, приложенной к малой площадке ΔS , имеющей внешнюю нормаль $\vec{n}$, называют:

$$\vec{P}_n = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}_{\text{пов}}}{\Delta S}, \quad (1.34)$$

где $\Delta \vec{F}_{\text{пов}}$ — поверхностная сила, действующая на элементарную площадку ΔS .

Вектор $\vec{P}_n$ зависит не только от координат и времени, но и от расположения площадки, которое определяется направлением нормали $\vec{n}$.

В области течения жидкости выделим малый контрольный объем (КО) ΔV в виде элементарного тетраэдра с высотой ON и площадью основания в виде треугольника ABC , имеющего объем $\Delta V = \frac{1}{2} \Delta S_{ABC} \cdot ON$ (рис. 1.5). Введем декартову систему координат (x_1, x_2, x_3) с координатами $x = x_1, y = x_2, z = x_3$.

Согласно принципу Даламбера, сумма всех внешних активных сил, действующих на тело, и сил инерции $-\frac{d\vec{v}}{dt} \rho \Delta V$ равна нулю в любой момент времени:

$$\vec{f}_m \rho \Delta V + \vec{P}_n \Delta S_{ABC} - \vec{P}_1 \Delta S_{BOC} - \vec{P}_2 \Delta S_{AOC} - \vec{P}_3 \Delta S_{AOB} - \frac{d\vec{v}}{dt} \rho \Delta V = 0, \quad (1.35)$$

где $\vec{P}_n, -\vec{P}_1 = \vec{P}_{i1}, -\vec{P}_2 = \vec{P}_{i2}, -\vec{P}_3 = \vec{P}_{i3}$ — векторы поверхностных сил, отнесенных к единице поверхности, действующие в площадках с нормальными $\vec{n}, -\vec{n}_1, -\vec{n}_2, -\vec{n}_3, \Delta V = \frac{1}{2} \Delta S_{ABC} \cdot ON$.

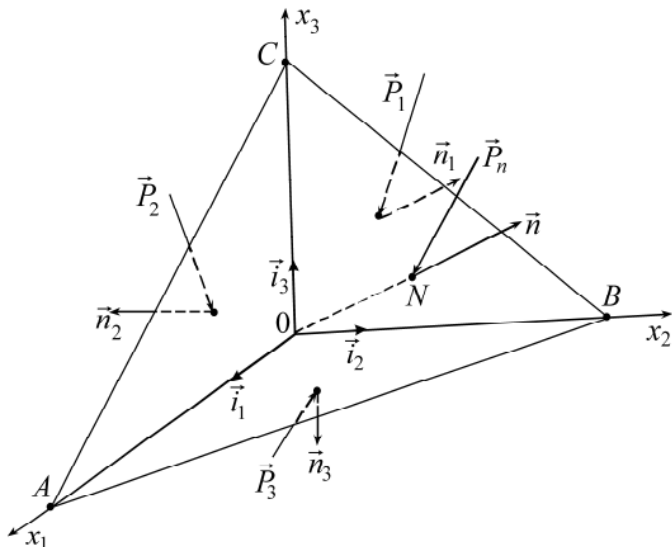


Рис. 1.5. Напряжения в гранях элементарного тетраэдра

Устремим ΔV к нулю, так что высота $ON \rightarrow 0$. В уравнении динамического равновесия (1.35) первое и последнее слагаемое имеют третий порядок малости, так как они пропорциональны ΔV и $\Delta S_{ABC} \cdot ON$, а остальные слагаемые имеют второй порядок малости, так как они пропорциональны площади грани ΔS_{ABC} . Оставляя в уравнении (1.35) только слагаемые второго порядка малости, получим:

$$\vec{P}_n \Delta S_{ABC} = \vec{P}_1 \Delta S_{BOC} + \vec{P}_2 \Delta S_{AOC} + \vec{P}_3 \Delta S_{AOB}. \quad (1.36)$$

Проектируя грань ABC на координатные плоскости, можем записать:

$$\begin{aligned}
\Delta S_{BOC} &= \Delta S_{ABC} \cdot \cos(\vec{n}, x_1), \\
\Delta S_{AOC} &= \Delta S_{ABC} \cdot \cos(\vec{n}, x_2), \\
\Delta S_{AOB} &= \Delta S_{ABC} \cdot \cos(\vec{n}, x_3).
\end{aligned} \tag{1.37}$$

Обозначив косинусы углов $\cos(\vec{n}, x_1) = n_1$, $\cos(\vec{n}, x_2) = n_2$, $\cos(\vec{n}, x_3) = n_3$, из (1.36) и (1.37) получим равенство Коши:

$$\vec{P}_n = \vec{P}_1 \cdot n_1 + \vec{P}_2 \cdot n_2 + \vec{P}_3 \cdot n_3. \tag{1.38}$$

Соотношение (1.38) определяет напряжение в площадке с нормалью $\vec{n}$ через напряжение в площадках с нормальями $\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3$.

Уравнение (1.38) можно записать в проекциях на оси декартовой системы координат x_1, x_2, x_3 :

$$\begin{aligned}
P_{n1} &= n_1 P_{11} + n_2 P_{21} + n_3 P_{31}, \\
P_{n2} &= n_1 P_{12} + n_2 P_{22} + n_3 P_{32}, \\
P_{n3} &= n_1 P_{13} + n_2 P_{23} + n_3 P_{33}.
\end{aligned} \tag{1.39}$$

В двойных подстрочных индексах равенства (1.39) первый индекс обозначает координатную ось, к которой перпендикулярна рассматриваемая площадка, а второй индекс — ось, в направлении которой действует данное напряжение (рис. 1.6). Таким образом, $\sigma_x = P_{11}$, $\sigma_y = P_{22}$, $\sigma_z = P_{33}$ — нормальные напряжения в площадках с нормальями, направленными по осям x, y и z . Например, $\tau_{yx} = P_{21}$ — касательное напряжение в площадке с нормалью y , действующее в направлении оси x (рис. 1.6).

Наличие линейной связи (1.39) между проекциями двух физических векторов $\vec{P}_n$ и $\vec{n}$ позволяет ввести тензор второго ранга — тензор напряжений, компоненты которого представляют соответствующие нормальные и касательные напряжения P_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$):

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix}.$$

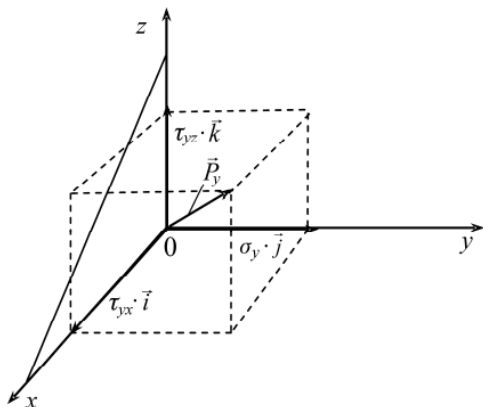


Рис. 1.6. Нормальные σ_y и касательные τ_{yx} и τ_{yz} напряжения в площадке с нормалью по оси y

Равенству (1.39) соответствует умножение вектора $\vec{n}$ на тензор $\vec{P}$:

$$\vec{P}_n = \vec{n} \vec{P}.$$

За величину давления P в произвольной точке движущейся жидкости принимают среднее значение с обратным знаком нормальных напряжений, приложенных к трем взаимно перпендикулярным площадкам, проходящим через данную точку:

$$P = -\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}. \quad (1.40)$$

Касательные напряжения в линейной вязкой жидкости, следуя И. Ньютону, полагают пропорциональными произведению коэффициента динамической вязкости на скорость деформации сдвига соответствующего угла. Так, например,

$$\tau_{yx} = \mu 2\theta_{xy} = \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right), \quad (1.41)$$

где θ_{xy} — скорость деформации сжатия прямого жидкого угла в проекциях на плоскость xOy .

Из выражения (1.41) в виду закона парности касательных напряжений:

$$\tau_{yx} = \tau_{xy}.$$

Аналогично доказывается условие парности касательных напряжений в плоскостях xOz , yOz :

$$\tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}.$$

и, следовательно, тензор напряжений — симметричный тензор вида:

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}. \quad (1.42)$$

1.4. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

В механике сплошных сред теорема об изменении главного вектора количества движения однофазной среды формулируется следующим образом: индивидуальная производная от главного вектора количества движения «жидкого объема» равна сумме главных векторов внешних объемных и поверхностных сил, приложенных к частицам, расположенным соответственно в объеме и на поверхности:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{v} dV = \int_V \rho \vec{f}_m dV + \int_S \vec{P}_n dS. \quad (1.43)$$

Для многофазного континуума, состоящего из N фаз, уравнение движения записывается для каждой из $i = 1, 2, \dots, N$ фаз.

В правой части уравнения (1.43) добавляется главный вектор сил, связанных с межфазным взаимодействием:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho_i \vec{v}_i dV = \int_V \rho_i \vec{f}_{mi} dV + \int_S \vec{P}_{ni} dS + \sum_{j \neq i} \int_V \vec{P}_{ji} dV, \quad (1.44)$$

где $\vec{P}_{ij} = \vec{P}_{ji}$ — интенсивность обмена импульсом между j -й и i -й составляющими (фазами).

Уравнения (1.43) и (1.44) выражают закон об изменении количества движения в интегральной форме. Они относятся к основным законам природы для сплошных сред и подтверждены огромным количеством опытных данных.

Далее, рассмотрим вывод уравнения движения в алгебраической форме. Область течения жидкости или газа разбиваем на фиксированные малые, но конечные контрольные объемы V . В уравнениях (1.43) и (1.44) интегралы заменяются приближенными выражениями по теореме «о среднем». Используем известную формулу о производной по времени от интеграла по движущемуся объему V' :

$$\frac{d}{dt} \int_{V'} \rho \vec{v} dV = \int_V \frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} dV + \int_S \rho v_n \vec{v} dS.$$

Для однофазной среды из (1.43) получим:

$$\frac{(\rho \vec{v})^{n+1} - (\rho \vec{v})^n}{\Delta t} \cdot V + \sum_{k=1}^{6(4)} \rho_k v_{nk} \vec{v}_k \Delta S_k = \rho \vec{f}_m V + \sum_{k=1}^{6(4)} \vec{P}_{nk} \Delta S_k, \quad (1.45)$$

где суммирование по граням до $k = 6$ производится для шестигранного объема в 3D области и до $k = 4$ для четырехугольника в 2D области; верхними индексами (n) и $(n+1)$ обозначены параметры в моменты времени $t^{(n)}$ и $t^{(n+1)} = t^{(n)} + \Delta t$. Все слагаемые, кроме первого, в уравнении (1.45) вычисляются в момент времени $t = t^{(n)} + \varepsilon \Delta t$, где $0 \leq \varepsilon \leq 1$.

Для i -й фазы в j -й фазной среде уравнение (1.44) может быть аппроксимировано соотношениями для каждого выделенного контрольного объема V :

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho_i v_i)^{n+1} - (\rho_i v_i)^n}{\Delta t} \cdot V + \sum_{k=1}^{6(4)} \rho_{ik} v_{ink} \vec{v}_{ik} \Delta S_k = \\ & = \rho_i \vec{f}_{mi} V + \sum_{k=1}^{6(4)} \vec{P}_{ink} \Delta S_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \vec{P}_{ji} V. \end{aligned} \quad (1.46)$$

Далее рассмотрим вывод уравнения движения в дифференциальной форме. Преобразуем интегралы по поверхности S в (1.43) в интегралы по объему V , воспользовавшись формулами Гаусса–Остроградского:

$$\int_S \vec{P}_n dS = \int_V \operatorname{div} \vec{P} dV = \int_V \left(\frac{\partial \vec{P}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \vec{P}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \vec{P}_3}{\partial x_3} \right) dV, \quad (1.47)$$

$$\int_S \rho v_n \vec{v} dS = \int_V \operatorname{div} \vec{D} dV = \int_V \left(\frac{\partial(\rho v_1 \vec{v})}{\partial x_1} + \frac{\partial(\rho v_2 \vec{v})}{\partial x_2} + \frac{\partial(\rho v_3 \vec{v})}{\partial x_3} \right) dV. \quad (1.48)$$

Тогда для однофазной среды в декартовой системе координат (x, y, z) :

$$\begin{aligned} \int_V \left(\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x \vec{v})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y \vec{v})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z \vec{v})}{\partial z} - \rho \vec{f}_m - \frac{\partial \vec{P}_x}{\partial x} - \frac{\partial \vec{P}_y}{\partial y} - \frac{\partial \vec{P}_z}{\partial z} \right) dV = \\ = 0. \end{aligned} \quad (1.49)$$

Ввиду произвольности объема V подынтегральная функция в (1.49) равна нулю. Тогда с учетом уравнения неразрывности (1.16) получим уравнение движения в дифференциальной форме:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{f}_m + \frac{\partial \vec{P}_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{P}_y}{\partial y} + \frac{\partial \vec{P}_z}{\partial z}. \quad (1.50)$$

Для каждой i -й фазы $i = 1, 2, \dots, N$ из уравнения (1.44) получим уравнение движения, проводя аналогичные преобразования, и тогда с учетом уравнения неразрывности i -й фазы (1.20):

$$\rho \frac{d_i \vec{v}_i}{dt} = \rho_i \vec{f}_{mi} + \frac{\partial \vec{P}_{ix}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{P}_{iy}}{\partial y} + \frac{\partial \vec{P}_{iz}}{\partial z} + \sum_{j \neq i}^N P_{ji} - J_{ji} \vec{v}_i, \quad (1.51)$$

где $\frac{d_i \vec{v}_i}{dt}$ — производная, связанная с движением i -й фазы.

Запишем уравнение (1.51) для однофазной несжимаемой жидкости ($div \vec{v} = 0$) в проекции на оси декартовой системы координат $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$:

$$\begin{cases} \frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + w_2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + w_3 \frac{\partial v_1}{\partial x_3} = f_{m1} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_1} + \nu \nabla^2 v_1, \\ \frac{\partial v_2}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + w_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + w_3 \frac{\partial v_2}{\partial x_3} = f_{m2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_2} + \nu \nabla^2 v_2, \\ \frac{\partial v_3}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_3}{\partial x_1} + w_2 \frac{\partial v_3}{\partial x_2} + w_3 \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = f_{m3} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_3} + \nu \nabla^2 v_3. \end{cases} \quad (1.52)$$

Система уравнений (1.52) соответствует векторной записи уравнения движения в форме Навье–Стокса:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f}_m - \frac{1}{\rho} \text{grad} P + \nu \nabla^2 \vec{v}, \quad (1.53)$$

где $\nabla^2 \vec{v}$ — оператор Лапласа, соответствующий вектору с проекциями $\nabla^2 v_1, \nabla^2 v_2, \nabla^2 v_3$.

Для сжимаемой среды тензор напряжений имеет вид:

$$\vec{P} = 2\mu \vec{S} - \left(P + \frac{2}{3} \mu div \vec{v} \right) \vec{E}, \quad (1.54)$$

или в компонентной форме:

$$P_{ij} = \begin{cases} \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \text{ при } i \neq j \\ \left(-p - \frac{2}{3} \mu div \vec{v} \right) + 2\mu \frac{\partial v_i}{\partial x_i}, \text{ при } i = j \\ \text{нет суммирования по } i \end{cases}$$

где μ — динамический коэффициент вязкости, $\vec{S}$ — тензор скорости деформации, $P, \frac{H}{M^2}$ — статическое давление, $\vec{E}$ — единичный тензор.

Преобразовав (1.53) с учетом (1.54), получим векторную форму записи уравнения Навье–Стокса для вязкой сжимаемой среды:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} + \nu \Delta \vec{v} - \frac{1}{\rho} \text{grad}P + \vec{f}_m. \quad (1.55)$$

Силу сопротивления по аналогии с гидравликой представим в виде:

$$\vec{f}_m = \frac{c_1}{\text{Re}} \cdot \frac{\rho w^2}{2} = \frac{\mu}{c_2} \vec{w}.$$

Уравнение движения i -й фазы при квазиодномерном течении в струйке тока в пористой среде для контрольного объема V со средним поперечным сечением S и длиной dx запишем в виде, аналогичном (1.55):

$$\rho_i \frac{\partial v_i}{\partial t} \cdot mV + \rho_i v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} \cdot mV = -dP_i mS - F_{\text{тп}i} + F_g + F_{\text{ф}i}, \quad (1.56)$$

$$\text{где } F_{\text{тп}i} = \frac{l_{\text{тп}i} \cdot m_{\text{ж}i}}{dx} = \lambda_i \frac{dx}{d_{\text{эф}}} \cdot \frac{v_i^2}{2} \cdot p_i mV \frac{1}{dx} = \frac{64 \cdot v_i}{v_i \cdot d_{\text{эф}}} \cdot \frac{v_i^2}{2} \cdot p_i mV = \frac{32 \cdot v_i}{d_{\text{эф}}^2} \cdot$$

$\rho_i \cdot V \cdot \varpi_i$ — сила вязкого трения, действующая на i -ю фазу со стороны твердой фазы при ламинарном течении; $d_{\text{эф}} = \sqrt{\frac{4S}{\pi}}$ —

эквивалентный диаметр поровых каналов; $F_g = (z_2 - z_1) \frac{g}{dx} \cdot$

$\rho_{\text{ш}} mV$ — проекция силы тяжести на ось x ; $F_{\text{ф}i}$ — межфазная сила, действующая на i -ю фазу.

Ввиду незначительности изменения количества движения (а именно скорости) во времени первое слагаемое в левой части уравнения (1.56) равняется нулю. В силу малости числа Рейнольдса и незначительного изменения скорости по направлению течения пренебрежем вторым слагаемым в левой части уравнения. Таким образом, запишем уравнение (1.56) в виде:

$$-\frac{dP_i}{dx} = \rho_i g \frac{(z_2 - z_1)}{dx} + c_i \rho_i \varpi_i + \frac{F_{\phi_i}}{mV}, \quad (1.57)$$

где $c_i = \frac{32\nu}{d_{\text{эф}}^2 m}, \frac{1}{c}$ — размерный параметр.

Соотношения, аналогичные (1.56), (1.57), могут быть записаны для осей y и z и в векторном виде:

$$-gradP_i = c_i \rho_i \vec{\varpi}_i + \frac{\vec{F}_g + \vec{F}_{\phi_i}}{mV}, \quad (1.58)$$

Полагая $\vec{F}_{\phi_i} = 0$, из (1.58) получаем:

$$\vec{\varpi}_i = -\frac{k_i^*}{\mu_i} (gradP_i - \rho_i^{(0)} \vec{g}), \quad (1.59)$$

где $k_i^* = \frac{d_{\text{эф}}^2 m}{32}$ — коэффициент проницаемости i -й фазы, $w_i = v_i m$ — скорость фильтрации.

Для однофазной фильтрации из (1.59) получаем:

$$\varpi = -\frac{1}{c\rho} \cdot \frac{dP}{dx} - \frac{1}{c} \frac{g(z_1 - z_2)}{L}.$$

Если положить $c = \mu / \rho k$, где $k = \frac{d_{\text{эф}}^2 m}{32}$ — коэффициент проницаемости и заменить $\frac{dP}{dx} = -\frac{\Delta P}{L}$, то получим:

$$\varpi = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\Delta P^*}{L}, \quad (1.60)$$

где $P^* = p + \rho g z$ — приведенное давление; $L = x_2 - x_1$.

Уравнение (1.60) представляет собой закон фильтрации для прямолинейного движения жидкости в пористой среде. Все

известные законы фильтрации базируются на этом основном законе.

Изначально формула, аналогичная (1.60), была установлена экспериментально французским инженером Анри Дарси и нашла широкое применение в теории фильтрации. Схема установки для измерения фильтрации представлена на рис. 1.7. Результаты опытов А. Дарси обрабатывались в виде:

$$Q = k_{\phi} \frac{|\Delta H|}{L} S, \quad (1.61)$$

где $Q \left(\frac{\text{м}^3}{\text{с}} \right)$ — объемный расход фильтрующей жидкости через площадку $S = \frac{\pi d^2}{4}$; $|\Delta H| = \frac{|\Delta P^*|}{\rho g}$ — разность напоров в сечениях; $k_{\phi} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right) = \frac{k}{\mu} \rho g$ — коэффициент фильтрации, зависящий от пористой среды и свойств жидкости.

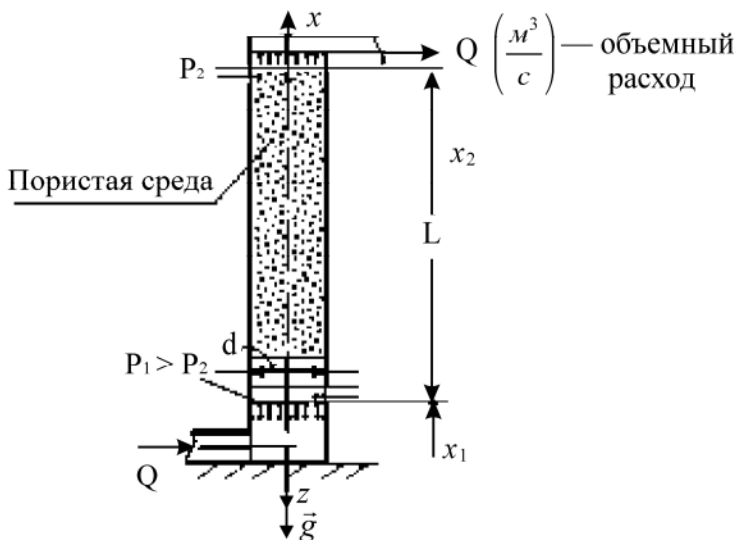


Рис. 1.7. Схема прибора для измерения фильтрации (пермеаметра)

Уравнение Дарси (1.61) характеризуется линейной зависимостью между потерями напора ΔH и объемным расходом фильтрующей жидкости. В векторном виде закон линейной однофазной фильтрации примет вид:

$$\vec{w} = -\frac{k}{\mu} \text{grad} P^*. \quad (1.62)$$

Для случая многофазной фильтрации с учетом возможного различия гидравлических давлений закон Дарси записывается в виде:

$$\vec{w}_i = -\frac{k k_i}{\mu_i} (\text{grad} P_i - \vec{f}_{V\phi i} - \rho_i \vec{g} h), \quad (1.63)$$

где k — абсолютная проницаемость (в общем случае этот параметр является симметричным тензором второго ранга); k_i — относительная фазовая проницаемость i -й фазы; μ_i — вязкость i -й фазы; P_i — давление i -й фазы; $\vec{f}_{V\phi i}$ — удельная отнесенная к 1 м³ сила межфазного взаимодействия; $\rho_i \vec{g} h$ — гидростатическое давление.

Система основных уравнений фильтрационного движения для i -й фазы ($i = 1, 2, \dots, N$) в многофазной среде записывается в виде:

- уравнения неразрывности i -й фазы:

$$\frac{\partial(\rho_i m)}{\partial t} + \text{div}(\rho_i \vec{w}_i) = m \sum_{j=1}^N J_{ji} dV; \quad (1.64)$$

- уравнения фильтрации для i -й фазы:

$$\vec{w}_i = -\frac{k_i}{\mu_i} (\text{grad} P_i^* + \vec{f}_{V\phi i}), \quad (1.65)$$

где $(\vec{f}_{V\phi i}) = \frac{\vec{F}_{\phi i}}{mV}$ — удельная, отнесенная к 1 м³ сила межфазного взаимодействия; k_i , μ_i — коэффициент абсолютной фазовой проницаемости и вязкости i -й фазы.

Система уравнений (1.64)–(1.65) замыкается заданием эмпирических соотношений — связей между давлениями P_i , а также параметрами m, k, k_i, μ_i, J_{ji} и условиями совместного формирования фаз.

Для однофазной среды система основных уравнений имеет вид:

$$\frac{\partial(\rho m)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{\omega}) = 0,$$

$$\vec{\omega} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} P^*. \quad (1.66)$$

Актуальной проблемой подземной гидродинамики является получение и обобщение экспериментальных зависимостей для величин $J_{ji}, f_{V\phi i}, k_i$.

Система уравнений фильтрации (1.66) содержит параметры, характеризующие свойства флюида и пористой среды: коэффициент динамической вязкости μ , коэффициент проницаемости k , коэффициент пористости m , плотность флюида ρ_0 . С учетом опытных данных, часто принимают зависимости параметров капельных жидкостей и пористых сред от давления линейными:

- плотность жидкости

$$\rho = \rho_0[1 + \beta_{\text{ж}}(P - P_0)], \quad (1.67)$$

где $\beta_{\text{ж}} = \frac{d\rho}{\rho dP}$ — коэффициент объемного сжатия;

- вязкость жидкостей

$$\mu = \mu_0[1 + q_{\mu}(P - P_0)]; \quad (1.68)$$

- пористость среды

$$m = m_0[1 + \beta_c(P - P_0)], \quad (1.69)$$

где $\beta_c = \frac{dV_{\text{п}}}{V dP}$ — коэффициент упругости пласта; $P = P_{\text{горн}} - \sigma_{\text{эф}}$, P — поровое давление, $P_{\text{горн}} = \rho_{\text{горн}} \cdot gH$ — горное давление;

H — глубина залегания; $\sigma_{\text{эф}} = (1 - m) \cdot (\sigma - P)$, σ — истинное напряжение в скелете пористой среды;
 — коэффициент проницаемости

$$k = k_0[1 + \alpha_k(P - P_0)]. \quad (1.70)$$

При значительном изменении $P > P_0$ вместо линейных применяют экспоненциальные аппроксимации изменения параметров от давления. Для газа коэффициент сжимаемости $z = \frac{P}{\rho RT}$ аппроксимируется степенными зависимостями от P и T . Таким образом, система восьми скалярных уравнений (1.66)–(1.70) содержит 8 скалярных величин $\rho, \varpi_x, \varpi_y, \varpi_z, P, \mu, m, k$, и, следовательно, является замкнутой.

Нелинейные законы фильтрации. Обобщенный закон Дарси

Закон Дарси (1.62), устанавливающий линейную связь между скоростью фильтрации ϖ и перепадом давления ΔP , нарушается при значительных скоростях фильтрации, когда $\frac{\varpi_{\text{эф}}}{(0.75m+0.25)v} > \text{Re}_{\text{кр}}$. Нелинейность этой зависимости может быть учтена при $\Delta z = 0$, в частности, формулой Ф. Форхгеймера:

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu}{k} \varpi + \beta \frac{\rho}{\sqrt{k}} \varpi^2. \quad (1.71)$$

Второе слагаемое в правой части этого равенства $\beta \frac{\rho}{\sqrt{k}} \varpi^2$ учитывает влияние сил инерции в криволинейных извилистых поровых каналах.

При весьма малых скоростях фильтрации закон Дарси также нарушается. В этих условиях становится существенным силовое взаимодействие между твердым скелетом породы и фильтрующейся жидкостью. Например, при фильтрации нефти, в присутствии поверхностно-активных веществ в пористых структурах

образуются коллоидные растворы, препятствующие фильтрации. Имеется начальный градиент давления γ , при достижении которого начинается движение флюидов. Простейшей моделью неньютоновских свойств жидкости при малых скоростях фильтрации является следующая:

$$w = 0 \text{ при } \frac{\Delta P}{L} \leq \gamma, \text{ иначе } w = \frac{\Delta P}{L} \frac{\kappa}{\mu}. \quad (1.72)$$

Трещиноватость, слоистость и другие особенности реальных пластов приводят к анизотропии проницаемости, т. е. к зависимости коэффициентов проницаемости от направления фильтрации. В общем случае можно рассматривать симметричный тензор коэффициентов проницаемости:

$$\vec{k} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix}, \quad (1.73)$$

и закон Дарси для анизотропной фильтрации в ортогональной системе координат (x_1, x_2, x_3) запишется в виде:

$$w_i = -\frac{1}{\mu} \left(k_{ij} \frac{\partial P}{\partial x_j} \right); i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3. \quad (1.74)$$

Для трансверсально-изотропной среды два из трех главных значения тензора проницаемости совпадают и уравнение Дарси в проекциях на оси координат имеет вид $(k_x = k_y = k, k_z = k_z, k_{ij} = 0, \text{ при } i \neq j)$:

$$w_x = \frac{k_e}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x}, w_y = \frac{k_e}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial y}, w_z = \frac{k_e}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (1.75)$$

При фильтрации двух несмешивающихся жидкостей (например, нефти и воды), уравнение движения (1.66) при отсутствии массовых и межфазных сил $\vec{F}_g = 0, \vec{F}_{\phi i} = 0$ примет вид:

$$w_1 = -\frac{k_1^*}{\mu_1} \cdot \frac{\Delta P_1}{L}, w_2 = -\frac{k_2^*}{\mu_2} \cdot \frac{\Delta P_2}{L}, \quad (1.76)$$

где k_1^* и k_2^* — коэффициенты фазовой проницаемости.

Для i -й фазы многофазной среды, закон Дарси (1.63) обобщается в виде:

$$\vec{w}_i = -\frac{k_i^*}{\mu_i} \text{grad} P \quad (i = 1, 2, \dots N). \quad (1.77)$$

Коэффициенты фазовой проницаемости k_i^* зависят от свойств пористой среды и объемной доли $S_i = V_i/V_n$ (насыщенности) среды каждой фазой и записывается в виде:

$$k_i^* = k \cdot k_i, \quad (1.78)$$

где k — абсолютная проницаемость, определяющая по данным о фильтрации однофазной среды; k_i — относительные проницаемости фаз ($k_i = k_i^*/k$).

Величины k_i каждой фазы зависят от насыщенности S_i , отношения вязкости фаз μ_i/μ_j и типа породы, определяющего структуру пустотного пространства:

$$k_i = k_i(S_i, \mu_i/\mu_j, \text{тип породы}). \quad (1.79)$$

Для двухфазной жидкости (нефть, вода) обозначим $i = 1$ — вода (смачивающая фаза для случая гидрофильного коллектора), $i = 2$ — нефть (несмачивающая фаза для случая гидрофильного коллектора). Скорости фильтрации такого флюида определяются уравнением (1.76), где давление в фазах не совпадают из-за действия сил поверхностного натяжения

$$P_2 - P_1 = P_k(S) = \alpha_n \cos \theta \sqrt{\frac{m}{k}} J(S), \quad (1.80)$$

где $P_k(S)$ — капиллярное давление, θ — краевой угол смачивания между жидкостями и породой, $J(S)$ — безразмерная функция Леверетта.

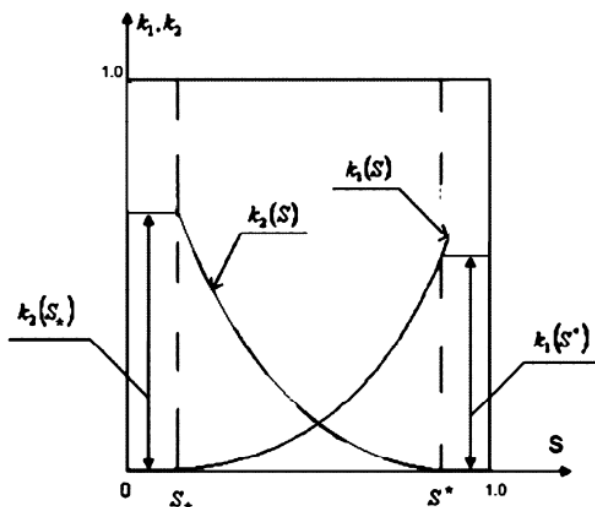


Рис. 1.8. Характерные зависимости относительных фазовых проницаемостей для воды k_1 и для нефти k_2 от водонасыщенности

Для определенной породы при известном отношении вязкостей типичные зависимости фазовой проницаемости для воды $k_1(S)$ и нефти $k_2(S)$, где $S = S_1$, $S_2 = 1 - S$, определяются экспериментально и имеют вид (рис. 1.8). Для оценочных расчетов относительных фазовых проницаемостей могут применяться эмпирические формулы Чень Чжун-Сяня:

— для воды:

$$k_1(S) = 0 \text{ при } 0 \leq S \leq 0,2;$$

$$k_1(S) = [(S - 0,2)/0,8]^{3,5} \text{ при } 0,2 < S \leq 1;$$

— для нефти:

$$k_2(S) = [(0,85 - S)/0,85]^{2,8}(1 + 2,4S) \text{ при } 0 \leq S \leq 0,85;$$

$$k_2(S) = 0 \text{ при } 0,85 < S \leq 1. \quad (1.81)$$

Наиболее достоверным способом определения функций относительных фазовых проницаемостей (ОФП) считается проведение лабораторных исследований методами стационарной фильтрации на колонке керна (см. главу 2). В последнее время наиболее активно развивается направление цифрового моделирования горных пород, в рамках которого совершенствуются различные подходы к численному моделированию потока флюида в масштабах пор (см. главу 3).

Следует отметить, что накопление и обобщение данных об относительной фазовой проницаемости нефти, воды, газа для различных групп пород, образующих продуктивные пласты, является актуальной задачей подземной гидродинамики.

1.5. УРАВНЕНИЕ БАЛАНСА КИНЕТИЧЕСКОЙ, ПОЛНОЙ И ВНУТРЕННЕЙ ЭНЕРГИИ

Уравнение баланса кинетической энергии

Известная из курса теоретической механики теорема об изменении кинетической энергии системы материальных точек устанавливает, что производная по времени от кинетической энергии системы материальных точек равна сумме мощностей внешних $N_{\text{внеш}}$ и внутренних $N_{\text{внут}}$ сил.

Для сплошной среды эта теорема обобщается в следующем виде: индивидуальная производная по времени от кинетической энергии движущегося объема V' среды равна сумме мощностей внешних и внутренних сил, действующих на выделенную массу.

$$\frac{d}{dt} \int_{V'} \rho \frac{v^2}{2} dV = \int_V \rho \vec{f}_m \vec{v} dV + \int_S \vec{P} \vec{v} dS + \int_V N_{in} dV, \quad (1.82)$$

где первый интеграл в правой части представляет собой мощность внешних объемных сил, второй интеграл — мощность внешних поверхностных сил, сумма этих интегралов равна $N_{\text{внеш}}$, третий интеграл — мощность внутренних сил $N_{\text{внут}}$ (N_{in} — плотность распределения мощности внутренних сил). Уравнение (1.82) является уравнением баланса кинетической энергии в интегральной форме.

Для получения дифференциальной формы записи уравнение (1.82) преобразуется следующим образом: используя тождество

$$\left(\vec{n} \vec{\vec{P}} \right) \vec{v} = \vec{n} \left(\vec{P} \vec{v} \right)$$

и формулу Остроградского–Гаусса

$$\int_S \vec{P}_n \vec{v} dS = \int_V \text{div} \left(\vec{P} \vec{v} \right) dV,$$

из (1.82) получаем:

$$\int_V \left[\rho \frac{d\vec{v}}{dt} \vec{v} - \rho \vec{f}_m \vec{v} - \text{div} \left(\vec{P} \vec{v} \right) - N_{in} \right] dV = 0.$$

Ввиду произвольности объема V приравняем к нулю подынтегральную функцию. Тогда получим уравнение баланса кинетической энергии в дифференциальной форме.

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{2} \right) = \rho \vec{f}_m \vec{v} + \text{div} \left(\vec{P} \vec{v} \right) + N_{in}. \quad (1.83)$$

Умножим скалярно уравнение движения в напряжениях на вектор скорости $\vec{v}$:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} \vec{v} = \rho \vec{f}_m \vec{v} + \vec{v} \text{Div} \vec{P}. \quad (1.84)$$

Почленно вычтем (1.84) из (1.83) и получим:

$$N_{in} = \vec{v} \operatorname{div} \vec{P} - \operatorname{div}(\vec{P} \vec{v}). \quad (1.85)$$

Воспользуемся тождествами

$$\operatorname{div}(\vec{P} \vec{v}) = \nabla(\vec{P} \vec{v}) = (\nabla \vec{P}) \vec{v} + \vec{P}(\nabla \vec{v}) = \vec{v} \operatorname{Div} \vec{P} + \vec{P}(\nabla \vec{v}),$$

где $(\nabla \vec{v}) = \vec{D} \begin{pmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} & \frac{\partial v_2}{\partial x_1} & \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial v_1}{\partial x_2} & \frac{\partial v_2}{\partial x_2} & \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial v_1}{\partial x_3} & \frac{\partial v_2}{\partial x_3} & \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \end{pmatrix}$ — тензор вектора скорости

с компонентами:

$$D_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j}, \quad (i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3).$$

Тогда из (1.85) получим:

$$N_{in} = -P(\cdot \nabla \vec{v}). \quad (1.86)$$

Разложим $\vec{D}$ на симметричную часть $\vec{S}$ — тензор скоростей деформаций с компонентами:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right)$$

и антисимметричную часть $\vec{A}$ — тензор ротации поля скорости с компонентами:

$$A_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right).$$

При этом:

$$\vec{D} = \frac{1}{2}(\vec{D} + \vec{D}^\bullet) + \frac{1}{2}(\vec{D} - \vec{D}^\bullet) = \vec{S} + \vec{A}.$$

Тензор напряжений $\vec{P}$ — симметричный тензор. Произведение симметричного тензора $\vec{P}$ на антисимметричный тензор $\vec{A}$ равно нулю: $\vec{P} \cdot \vec{A} = 0$, и из (1.86) получаем выражения плотности распределения внутренних сил N_{in} как свертку, то есть произведение тензора напряжений на тензор скоростей деформаций.

$$N_{in} = -\vec{P} \cdot \vec{S} = -\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 P_{ij} \cdot \dot{S}_{ij}. \quad (1.87)$$

Уравнение баланса кинетической энергии (1.83) с учетом (1.87) запишется в виде:

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{2} \right) = \rho \vec{f}_m \vec{v} + \text{div}(\vec{P} \vec{v}) - \vec{P} \vec{S}. \quad (1.88)$$

Уравнение баланса полной энергии

Удельная полная энергия E равна сумме удельных внутренних и кинетической энергии $E = u + \frac{v^2}{2}$. Закон сохранения полной энергии является обобщением первого начала термодинамики для движения сплошных сред и формулируется следующим образом: индивидуальная производная по времени от полной энергии массы среды, содержащейся в движущемся объеме V' , равна сумме мощностей, приложенных к выделенному объему и его поверхности, внешних массовых и поверхностных сил и отнесенного к единице времени количества тепловой и немеханических видов энергии, подведенной извне к данной массе. Этот закон выражается в следующей интегральной форме:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \left(u + \frac{v^2}{2} \right) dV = \int_V \rho \vec{f}_m \vec{v} dV + \int_S \vec{P}_n \vec{v} dS + \int_V \rho q dV, \quad (1.89)$$

где $\rho \vec{f}_m \vec{v}$, $\left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^3} \right]$ — удельная мощность объемных сил; $\vec{P}$ и $\vec{v}$, $\left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right]$ — удельная мощность поверхностных сил; q , $\left[\frac{\text{Вт}}{\text{кг}} \right]$ — удельная, отнесенная к единице массы тепловая и иные немеханические виды мощности подведенные извне.

Третий интеграл в правой части уравнения (1.89) выражается суммой:

$$\int_V \rho q dV = - \int_S q^n dS + \int_V q_V dV, \quad (1.90)$$

где q^n , $\left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right]$ — удельная, отнесенная к единице площади поверхности, тепловая мощность; q_V , $\left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^3} \right]$ — удельная мощность объемных немеханических источников энергии.

Для многих случаев течения сплошных сред можно полагать $q_V = 0$ и уравнение (1.89) записывают в виде:

$$\begin{aligned} \int_V \frac{\partial}{\partial t} \rho \left(u + \frac{v^2}{2} \right) dV + \int_S \rho v_n \left(u + \frac{v^2}{2} \right) ds = \\ = \int_V \rho \vec{f}_m \vec{v} dV + \int_S \vec{P}_n \vec{v} dS - \int_S q^n dS. \end{aligned} \quad (1.91)$$

Интегральная форма записи уравнения баланса энергии может быть преобразована к алгебраической. Для этого область течения разбивается на конечное число фиксированных в пространстве малых, но конечных контрольных объемов (КО) — V . Полагают, что в пределах КО параметры изменяются линейно или экспоненциально по пространственным координатам и времени. Производные заменяются отношением приращения функций к приращениям аргументов, например,

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{f^{(n+1)} - f^{(n)}}{\Delta t}, \quad \frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f_{i+1}^{(n+\varepsilon)} - f_i^{(n+\varepsilon \Delta t)}}{\Delta t}, \quad (1.92)$$

где индексы (n) , $(n + \varepsilon)$, $(n + 1)$ соответствуют моментам времени $t^{(n)}$, $t + \varepsilon \Delta t$, $t + \Delta t$ соответственно, $0 \leq \varepsilon \leq 1$, значениям соответствуют неявные схемы, $\varepsilon = 0$ — явная схема. Интегралы заменяются произведениями средних значений по площади ΔS или объему V на эти площади и объемы:

$$\int_V f_1 dV \approx f_{1\text{cp}} V, \quad \int_S f_2 dS \approx f_{2\text{cp}} \Delta S. \quad (1.93)$$

Тогда уравнения баланса полной энергии (1.91) для каждого контрольного объема V записывается в виде:

$$\rho \left(u + \frac{v^2}{2} \right)^{(n+1)} = \rho \left(u + \frac{v^2}{2} \right)^{(n)} + \left[\rho \vec{f}_m \vec{v} - \sum_{K=1}^{nK} \left(\rho_K v_{nK} \left(u + \frac{v^2}{2} \right)_K + \vec{P}_{nK} \vec{v}_K - q_K^n \right) \frac{\Delta S_K}{V} \right]^{(n+\varepsilon)} \Delta t, \quad (1.94)$$

где nK — число граней контрольного объема, K — номер грани.

Таким образом, (1.93) представляет собой уравнение баланса полной энергии в алгебраической форме. Это уравнение может быть использовано при построении ряда вычислительных алгоритмов для расчета течений.

Для получения дифференциального уравнения баланса полной энергии преобразуем левую часть (1.82), используя закон сохранения массы:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V'} \rho \left(u + \frac{v^2}{2} \right) dV &= \int_V \rho \frac{d}{dt} \left(u + \frac{v^2}{2} \right) dV + \int_V \left(u + \frac{v^2}{2} \right) \frac{d}{dt} (\rho dV) = \\ &= \int_V \rho \frac{d}{dt} \left(u + \frac{v^2}{2} \right) dV. \end{aligned}$$

Поверхностный интеграл в правой части (1.82) преобразуем в объемный по формуле Остроградского–Гаусса.

$$\int_S \vec{P}_n \vec{v} dS = \int_V \operatorname{div}(\vec{P} \vec{v}) dV.$$

Тогда из (1.82) получим:

$$\int_V \left[\rho \frac{d}{dt} \left(u + \frac{v^2}{2} \right) - \rho \vec{f}_m \vec{v} - \operatorname{div}(\vec{P} \vec{v}) - \rho q \right] dV = 0. \quad (1.95)$$

Ввиду произвольности V можно приравнять подынтегральную функцию в (1.95):

$$\rho \frac{d}{dt} E = \rho \vec{f}_m \vec{v} + \operatorname{div}(\vec{P} \vec{v}) + \rho q. \quad (1.96)$$

Уравнение (1.96) представляет собой уравнение баланса полной энергии $E = u + \frac{v^2}{2}$ в дифференциальной форме.

Уравнение баланса полной энергии $E_i = u_i + \frac{v_i^2}{2}$, ($i = 1, 2, \dots, N$) (где N — число фаз в интегральной форме) для i -й фазы аналогично (1.91), однако включает в себя слагаемое $\int_V \sum_{j \neq i}^N E_{ji} dV$,

которое характеризуется интенсивностью обмена энергией между j -ми и i -й фазами.

$$\int_V \frac{\partial(\rho_i E_i)}{\partial t} dV = - \int_S \rho_i E_i v_i^n dS + \int_V \rho_i \vec{f}_{mi} \vec{v}_i dV + \int_S \vec{P}_i^n \vec{v}_i dS - \int_S q^n dS + \int_V \sum_{j=1}^N E_{ji} dV.$$

Аналогично (1.96) получается дифференциальное уравнение баланса полной энергии для i -й фазы ($i = 1, 2, \dots, N$).

$$\rho_i \frac{d_i E_i}{dt} = \rho_i \vec{f}_{mi} \vec{g}_i + \operatorname{div}(\vec{P}_i \vec{g}_i) + \rho_i q_i + \sum_{j=1}^N \left[E_{ji} - J_{ji} \left(u_i + \frac{g_i^2}{2} \right) \right].$$

Модели энергетического взаимодействия фаз E_{ji} рассматриваются в специальной литературе.

Уравнение баланса внутренней энергии

Удельная внутренняя энергия u $\left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}\right)$ определяется с точностью до постоянной u_0 и линейно зависит от температуры T . Для капельных жидкостей $u = cT + u_0$, для калорически совершенных газов $u = c_v T + u_0$, где c $\left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{K}}\right)$ — удельная теплоемкость жидкости, c_v $\left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{K}}\right)$ — удельная изохорная теплоемкость газа.

Уравнение баланса внутренней энергии в интегральной форме может быть получено вычитанием уравнения (1.82) из (1.89).

$$\frac{d}{dt} \int_{V'} \rho u dV = \int_V \rho q dV - \int_V N_{in} dV \quad (1.97)$$

или, если полагать, что $q_V = 0$, с учетом (1.90) и (1.87)

$$\frac{d}{dt} \int_{V'} \rho u dV = - \int_S q^n dS + \int_V \vec{P} \vec{S} dV. \quad (1.98)$$

Для преобразования уравнения (1.98) в алгебраическую форму для контрольных объемов V , запишем левую часть (1.98) в виде:

$$\frac{d}{dt} \int_{V'} \rho u dV = \int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho u) dV + \int_S \rho u v_n dS.$$

Тогда из (1.97) и (1.98) получим:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho u) dV = - \int_S (q^n + \rho u v_n) dS + \int_V \vec{P} \vec{S} dV. \quad (1.99)$$

Область течения разбиваем на конечное число малых, но конечных контрольных объемов (КО) — V . В пределах каждого КО полагаем линейным или экспоненциальным изменение параметров по пространственным координатам и времени.

Тогда из (1.99) получим уравнение баланса внутренней энергии в алгебраической форме.

$$(\rho u)^{(n+1)} = (\rho u)^{(n)} + \left[\vec{P}\vec{S} - \sum_{K=1}^{nK} (\rho_K u_K v_{nK} + q_K^n) \frac{\Delta S_K}{V} \right]^{(n+\varepsilon)} \Delta t, \quad (1.100)$$

где nK — число граней контрольного объема, K — номер грани.

Для получения дифференциального уравнения баланса внутренней энергии преобразуем левую часть (1.96), с использованием закона сохранения массы.

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho u dV = \int_V \rho \frac{du}{dt} dV + \int_V u \frac{d}{dt} (\rho dV) = \int_V \rho \frac{du}{dt} dV. \quad (1.101)$$

Поверхностный интеграл в (1.97) преобразуем в объемный по формуле Остроградского–Гаусса:

$$\int_S q^n dS = \int_V \operatorname{div} \vec{q} dV.$$

Тогда из (1.96) и (1.90) получим:

$$\int_V \left(\rho \frac{du}{dt} - \vec{P}\vec{S} - q_V - \operatorname{div} \vec{q} \right) dV = 0. \quad (1.102)$$

Ввиду произвольности V подынтегральная функция в (1.102) равна нулю:

$$\rho \frac{du}{dt} = \vec{P}\vec{S} + \operatorname{div} \vec{q} + q_V. \quad (1.103)$$

Используя закон Фурье для теплового потока из-за теплопроводности $\vec{q} = -\lambda \operatorname{grad} T$, где $\lambda, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$ — коэффициент теплопроводности, получим уравнение:

$$\rho \frac{du}{dt} = \operatorname{div}(-\lambda \operatorname{grad} T) + \vec{P} \vec{S} + q_V. \quad (1.104)$$

Учитывая выражения для тензора напряжений линейно-вязких сред, получаем:

$$\vec{P} = 2\mu \vec{S}^2 + \left(-P - \frac{2}{3} \mu \operatorname{div} \vec{v} \right); \quad \vec{P} \vec{S} = N_{\text{дис}} - P \operatorname{div} \vec{v},$$

где $N_{\text{дис}} = 2\mu \vec{S}^2 - \frac{2}{3} \mu (\operatorname{div} \vec{v})^2$ — диссипируемая мощность, т. е. необратимая часть мощности внутренних сил с противоположным знаком.

Тогда уравнение баланса внутренней энергии запишется в виде:

$$\rho \frac{du}{dt} = \operatorname{div}(-\lambda \operatorname{grad} T) + N_{\text{дис}} - \rho \operatorname{div} \vec{v} + q_V, \quad (1.105)$$

откуда следует, что изменение внутренней энергии происходит за счет подвода тепла вследствие теплопроводности, работы сил трения при деформации частиц, работы при деформации за счет сил давления и выделения теплоты за счет источников в потоке.

Уравнение баланса внутренней энергии i -й фазы аналогично (1.96), но включает в себя слагаемое, определяемое энергетическим взаимодействием между j -ми и i -й фазами $J_{ji} u_{ji}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$.

Аналогично (1.103) выводится уравнение баланса внутренней энергии i -й фазы в дифференциальной форме ($i = 1, 2, \dots, N$):

$$\rho_i \frac{du_i}{dt} = \rho_i A_i + \rho_i Q_i + \sum_{j=1}^N J_{ji} (u_{ji} - u_i),$$

где A_i и Q_i представляют собой работу внутренних сил и притока тепла в единицу времени, отнесенные к единице массы i -й фазы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем заключается предмет курса гидрогазодинамики? Что изучается в этом курсе?
2. В чем заключается гипотеза сплошной среды?
3. Что такое многоскоростной континуум?
4. Что такое приведенная и истинная плотность фазы в многофазной среде?
5. Что такое горная порода, и какие параметры используются для описания ее свойств?
6. Сформулируйте уравнение неразрывности в интегральной форме.
7. Выведите уравнения неразрывности однофазной среды и i -й фазы многофазной среды в алгебраической форме.
8. Выведите уравнения неразрывности однофазной среды и i -й фазы многофазной среды в дифференциальной форме.
9. Какие компоненты составляют тензор напряжений?
10. Запишите уравнение движения в напряжениях в интегральной форме.
11. Запишите уравнение движения в напряжениях в дифференциальной форме.
12. Запишите уравнение баланса кинетической энергии в интегральной форме.
13. Запишите уравнение баланса кинетической энергии в дифференциальной форме.
14. Запишите уравнение баланса полной энергии в интегральной форме для однофазной среды.
15. Выведите уравнение баланса полной энергии в алгебраической форме.
16. Выведите уравнение баланса полной энергии в дифференциальной форме.

17. Выведите уравнение баланса внутренней энергии в алгебраической форме.

18. Выведите уравнение баланса внутренней энергии в дифференциальной форме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шабаров, А. Б. Газодинамика : учебное пособие / А. Б. Шабаров. — Тюмень : Издательство Тюменского государственного университета, 2011. — 404 с. — Текст : непосредственный.
2. Седов, Л. И. Механика сплошной среды / Л. И. Седов. — Т. I. — Москва : Наука, 1970. — 492 с. — Текст : непосредственный.
3. Нигматулин, Р. И. Динамика многофазных сред / Р. И. Нигматулин. Ч. I. — Москва : Наука, 1969. — 744 с. — Текст : непосредственный.
4. Басниев, К. С. Подземная гидромеханика / К. С. Басниев, И. Н. Кочина, В. М. Максимов. — Москва : Наука, 1993. — 416 с. — Текст : непосредственный.
5. Ландау, Л. Г. Гидродинамика / Л. Г. Ландау, Е. М. Лившиц. Т. VI. — Москва : Наука, 1982. — 650 с. — Текст : непосредственный.
6. Бекнев, В. С. Газовая динамика. Механика жидкости и газа : учебник для вузов / В. С. Бекнев, А. И. Леонтьев, А. Б. Шабаров [и др.]. — Москва : Изд-во МГТУ, 1997. — 671 с. — Текст : непосредственный.
7. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа : учебник для вузов / Л. Г. Лойцянский. — Москва : Наука, 1987. — 840 с. — Текст : непосредственный.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СВОЙСТВ КЕРНА

Данные по проницаемости образцов горной породы, а также кривые относительной фазовой проницаемости, полученные экспериментальным способом в петрофизических лабораториях, играют важнейшую роль в нефтедобывающей отрасли. Анализируя зависимости фазовых проницаемостей от флюидонасыщенности, можно прогнозировать интенсивность добычи нефти, газа, газового конденсата, совершенствовать методы расчета фильтрации, а также, исходя из лабораторных испытаний, делать выбор о применении того или иного способа повышения нефтеотдачи пласта на месторождении.

В данной главе приведены экспериментальные методы определения фильтрационных свойств горной породы. Приведено описание методики полного цикла исследования фильтрационно-емкостных свойств керна — начиная от подготовки образцов горной породы к предстоящим исследованиям его петрофизических свойств и заканчивая построением зависимости фазовой проницаемости от водонасыщенности.

2.1. ПОДГОТОВКА ОБРАЗЦА К ИССЛЕДОВАНИЯМ. ЭКСТРАКЦИЯ

Экспериментальное определение проницаемости горной породы проводится в петрофизических лабораториях. В качестве объектов исследования выступает керна — образец нефтенасыщенной горной породы, который извлечен из нефтеносного пласта. Керна имеет цилиндрическую форму с диаметром более 100 мм и длиной до 1 м. Такой образец называется полноразмерным.

Для большинства петрофизических установок в качестве образца используют так называемый стандартный образец керна — он также имеет цилиндрическую форму, обычно с размерами 30×30 мм. Стандартные образцы с помощью специальных станков выпиливаются из полноразмерных образцов керна параллельно напластованию. Таким образом получается, что при фильтрации флюида через торец стандартного керна соблюдается естественная ориентация течения жидкости.

Прежде чем приступить к любому экспериментальному исследованию свойств горной породы, проводят подготовку образца к предстоящим испытаниям. Проводится очистка порового пространства керна от содержащейся в них нефти, солей и т. д. Для этой цели применяются экстракция — метод извлечения растворителями из смеси каких-либо веществ того или другого компонента. В основе метода лежат особенности распределения вещества между двумя несмешивающимися жидкостями (если экстрагируют вещество из раствора в какой-нибудь жидкости) и различная растворимость отдельных веществ в данном растворителе (если вещество извлекают из смеси с другими веществами). Большинство веществ (как жидких, так и твердых) растворяется в нескольких растворителях. Если данное вещество растворено в каком-либо растворителе и к этому раствору прибавить другой растворитель, не смешивающийся с первым, то часть вещества перейдет в этот растворитель, образуя два слоя несмешивающихся жидкостей, в которых содержится данное вещество. Одним из важнейших растворителей является вода, в которой растворяются многие неорганические и органические вещества.

Экстракция органическими растворителями применяется не только для извлечения органических веществ. Очень многие неорганические соли также растворяются в органических растворителях и при определенных условиях могут быть извлечены из водных растворов.

В зависимости от того, в каком виде находится экстрагируемое вещество, приемы экстракции и конструкция применяемых для этой цели приборов различны.

Экстрагирование твердых веществ является распространенной операцией. В зависимости от характера вещества, которое должно быть извлечено, применяют или холодный растворитель (холодное экстрагирование), или горячий растворитель (горячее экстрагирование). Последнее бывает необходимым в случае экстрагирования веществ, набухающих перед растворением или плохо растворимых в холодном растворителе.

В случае холодного экстрагирования системы «твердое–жидкость» применяют аппарат Сокслета (рис. 2.1). Аппарат состоит из трех частей: колбы (1), экстрактора (2) и холодильника (3).

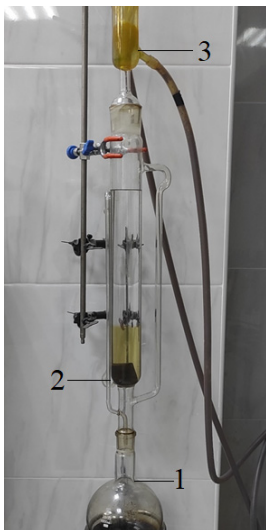


Рис. 2.1. Аппарат Сокслета: 1 — колба с экстрагентом (растворителем); 2 — экстрактор; 3 — холодильник

Основной частью аппарата является экстрактор, верхняя часть которого соединяется с колбой двумя трубками: одной

более широкой, через которую пары жидкости поступают в экстрактор, и сифоном, служащим для стока сконденсированной жидкости. В аппарате Сокслета пары какой-либо жидкости, поступая через боковую трубку в экстрактор, конденсируются в холодильнике, и образовавшаяся жидкость поступает в широкую часть экстрактора, где помещается объект, из которого нужно что-либо экстрагировать.

Когда уровень жидкости достигнет уровня колена отводной трубки, жидкость по трубке стекает в колбу. При этом происходит постепенное растворение вещества, и оно вместе с растворителем поступает в колбу, где оно накапливается все больше и больше, причем количество жидкости практически не изменяется. Это позволяет ограниченным объемом растворителя извлечь экстрагируемое вещество, так как оно все время обрабатывается чистым растворителем.

При проведении экстракции плотно соединяют колбу и экстрактор, потом в экстрактор вводят образцы зерна. Затем в экстрактор наливают растворитель до тех пор, пока он не начнет стекать через отводную трубку в колбу; добавляют еще половину объема налитого растворителя, присоединяют к экстрактору холодильник и пускают в него воду; проверяют плотность соединения отдельных частей аппарата, прочность их прикрепления к штативу и после этого начинают нагревание.

Если извлекаемое вещество окрашено, то и раствор его окрашен. Экстрагирование заканчивается, когда жидкость в экстракторе станет бесцветной. После того как жидкость стечет еще два-три раза, операцию заканчивают, обогрев прекращают и аппарату дают остыть. В тех случаях, когда экстрагируемое вещество бесцветно, операцию проводят с учетом растворимости экстрагируемого вещества в растворителе.

Окончание экстрагирования бесцветных веществ можно определять путем измерения коэффициента преломления

(рефракции) вначале чистого растворителя (перед началом перегонки), а затем экстракта. В конце экстрагирования коэффициент рефракции растворителя должен быть близок или равен коэффициенту рефракции чистого растворителя.

2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ОТКРЫТОЙ ПОРИСТОСТИ КЕРНА

Нефть и природные газы заключены в недрах Земли. Скопления их теснейшим образом связаны с вмещающими горными породами, а также со структурными и другими особенностями пластов. Горные породы, которые могут служить вместилищем нефти и газа и в то же время отдавать их при разработке, называются *породами-коллекторами*.

Горные породы состоят из минерального скелета, или твердой фазы, и порового пространства, обычно заполненного природными жидкостями (нефтью, газом, подземными водами). Их движение происходит либо вследствие естественных процессов (миграция углеводородов), либо в результате деятельности человека, связанной с извлечением полезных ископаемых и эксплуатацией гидротехнических сооружений.

Поры — это небольшие пространства, не занятые минеральным скелетом, замкнутые либо сообщающиеся между собой и атмосферой. Связанные между собой поры принято называть *открытыми*, а несвязанные — *закрытыми*. Суммарный объем закрытых $V_{\text{пор.з.}}$ и открытых $V_{\text{пор.о.}}$ пор горной породы дает объем всех пор или характеризует ее общую пористость $V_{\text{пор.}}$:

$$V_{\text{пор}} = V_{\text{пор.з.}} + V_{\text{пор.о.}} \quad (2.1)$$

Существует классификация, в соответствии с которой все породы подразделяются на пять групп в зависимости от значений коэффициента общей пористости: $> 20\%$ — высокопористые;

15–20% — повышенно-пористые; 10–15% — среднепористые; 5–10% — пониженно-пористые; < 5% — низкопористые.

Самый распространенный способ измерения открытой пористости горной породы — метод насыщения. Он основан на измерении масс керна до его насыщения под высоким давлением и после.

В качестве примера рассмотрим установку для насыщения образцов керна УНК-11 (рис. 2.2), схема которой представлена на рисунке 2.3.



Рис. 2.2. Установка для насыщения образцов керна УНК-11

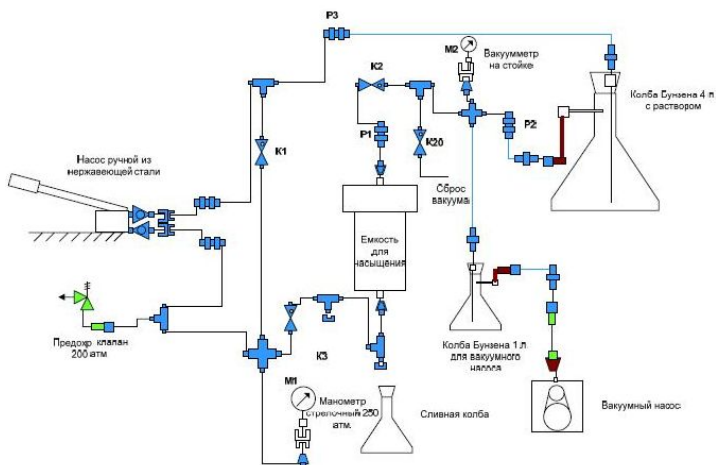


Рис. 2.3. Схема гидравлической системы установки УНК-11

Насыщение как правило проводят моделью пластовой воды (раствором соли NaCl в дистиллированной воде).

Методика определения коэффициента открытой пористости:

1. Взвешивают предварительно проэкстрагированный и высушенный образец керна на весах, после чего помещают его в емкость для насыщения, закрывают крышкой.

2. Вакуумирование системы. Необходимо открыть все краны (K1, K2, K3), за исключением крана, сообщающегося с атмосферой (K20) и включить вакуумный насос. Вакуумирование проводится в течение 2 часов.

3. Заполнение емкости насыщающей жидкостью. По завершению вакуумирования закрывают кран K2 и открывают K20. Вода из колбы Бунзена под перепадом давления начнет поступать в систему и заполнять емкость для насыщения. Процесс насыщения проводится не менее 30 минут.

4. Подъем давления в емкости для насыщения. Закрывают K1 и с помощью ручного насоса поднимают давление до значения $P = 200$ атм. Керн в таких условиях оставляют на 2 часа. В течение этого времени насыщающая жидкость заполняет открытые поры образца.

5. Сброс давления, разборка, повторное взвешивание керна. По истечению времени насыщения открывают K1 для сброса давления в системе, открывают крышку емкости для насыщения, достают образец и снова взвешивают.

Коэффициент пористости рассчитывают по формуле:

$$m = \frac{V_{\text{пор}}}{V_{\text{обр}}}, \quad (2.2)$$

где $V_{\text{пор}}$ — объем пор, занятый насыщающей жидкостью, м³; $V_{\text{обр}}$ — объем образца керна, м³. Объемы пор и образца находятся по следующим формулам:

$$V_{\text{пор}} = \frac{M_{\text{нас}} - M_{\text{сух}}}{\rho}; \quad (2.3)$$

$$V_{\text{обр}} = \pi \frac{d^2}{4} l, \quad (2.4)$$

где $M_{\text{нас}}$ — масса образца после насыщения, кг; $M_{\text{сух}}$ — масса сухого образца, кг; ρ — плотность насыщающей жидкости, кг/м³; d — диаметр образца, м; l — длина образца, м.

2.3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ АБСОЛЮТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Абсолютную проницаемость (проницаемость по газу) горных пород определяют, как правило, при невысоких давлениях, близких к атмосферному. Получаемые при этом значения абсолютной проницаемости будут завышенными из-за проскальзывания газа, причем завышение будет тем больше, чем ниже проницаемость образца. Явление проскальзывания газа выражается в том, что при малых давлениях длина свободного пробега молекул газа становится соизмеримой с размерами поровых каналов в низкопроницаемых коллекторах. В результате гидравлические сопротивления течению газа уменьшаются. Для получения достоверных значений абсолютной проницаемости породы измерения проводят при нескольких значениях среднего давления и вводят поправку Клинкенберга, то есть экстраполируют полученные результаты в область реальных высоких пластовых давлений (рис. 2.4).

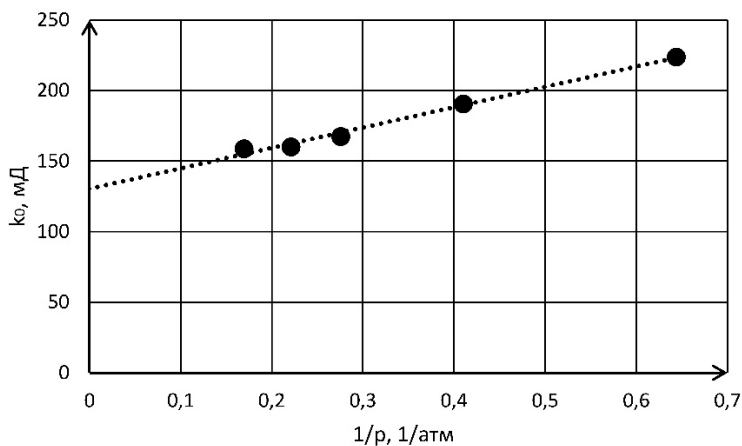


Рис. 2.4. Зависимость проницаемости образца от величины, обратной среднему давлению

Для определения абсолютной проницаемости по газу горных пород служит прибор, схема которого показана на рисунке 2.5.

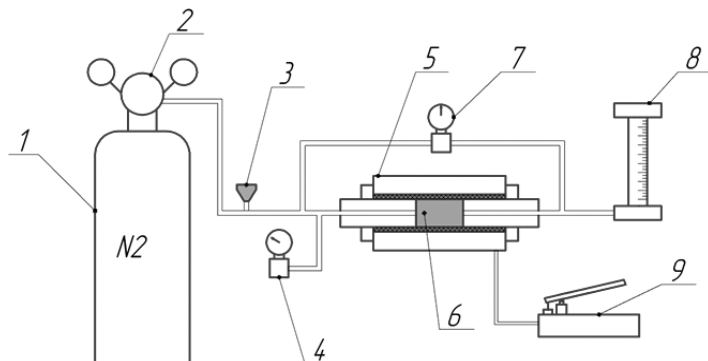


Рис. 2.5. Схема установки по определению абсолютной проницаемости: 1 — баллон с азотом; 2 — редуктор; 3 — регулятор давления; 4 — датчик давления на входе в кернодержатель; 5 — кернодержатель; 6 — исследуемый образец; 7 — датчик перепада давления; 8 — ротаметр; 9 — ручной насос

Газ (обычно сжатый воздух или азот) из баллона 1 проходя через редуктор 2 и регулятор давления 3, которые нужны для выставления определенного давления, поступает в кернодержатель 5 с находящимся внутри образцом 6, обжимаемым резиновой манжетой. Показания перепада давления на образце снимают с дифференциального манометра 7, а давления на входе с манометра 4. На выходе из кернодержателя установлен сообщающийся с атмосферой ротаметр поплавкового типа 8 для измерения расхода газа.

Методика измерения абсолютной проницаемости по газу заключается в следующем:

1. Образец керна (6) помещают в кернодержатель (5). Затем с помощью ручного насоса (9) создается давление обжима — не более 10–15 атм., чтобы не разрушить образец.

2. Открывают баллон с газом (1), и с помощью регулятора давления (3) задается входное давление на входе в кернодержатель.

3. После выхода на стационарный режим фильтрацию при том же давлении проводят еще 5 минут, затем снимают показания давления с соответствующих датчиков (4, 7) и расхода с помощью ротаметра (8).

4. С помощью регулятора давления задают новое давление на входе, и повторяют пункт 3. После проведения необходимого количества режимов фильтрацию прекращают, сбрасывают давление в системе, извлекают керн.

5. Рассчитывают проницаемость керна по газу на каждом из режимов. Уравнение для определения коэффициента абсолютной проницаемости по теореме импульсов принимает вид:

$$K_0 = \frac{2Q_0 P_0 \mu L}{(P_1^2 - P_2^2) F}, \quad (2.5)$$

где Q_0 — объемный расход газа при атмосферном давлении, $\text{м}^3/\text{с}$; P_0 — атмосферное давление, Па; μ — динамическая вязкость газа, $\text{мПа}\cdot\text{с}$; P_1 — абсолютное давление на входе, Па; $P_2 = P_1 - \Delta P$ — абсолютное давление на выходе, Па; F — площадь поперечного сечения образца керна, м^2 .

6. Строят зависимость проницаемости от величины, обратной давлению в кернодержателе. По линии линейного тренда находят точку ее пересечения с осью K_0 .

2.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФАЗОВОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ МЕТОДОМ СТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

В качестве примера автоматизированного программно-измерительного комплекса рассмотрим установку ПИК-ОФП/ЭП, которая предназначена для изучения параметров двухфазного потока при фильтрации через образцы керна в условиях повышенных давления и температуры. Образцы керна могут быть исследованы при поровом давлении до 350 атм. и всестороннем давлении до 600 атм. Комплекс позволяет в пластовых условиях выполнять на образце электрорезистивные измерения насыщенности с одновременным измерением перепада давлений. Гидравлическая система комплекса позволяет создавать поток одновременно двух фаз через образцы керна. Расход и давление могут контролироваться и управляться компьютером.

Комплекс ПИК-ОФП/ЭП состоит из следующих основных функциональных блоков и систем: кернодержатель, измеритель иммитанса, гидравлическая система, система регулирования температуры, система автоматического управления комплексом. Принципиальная схема установка приведена на рисунке 2.6.

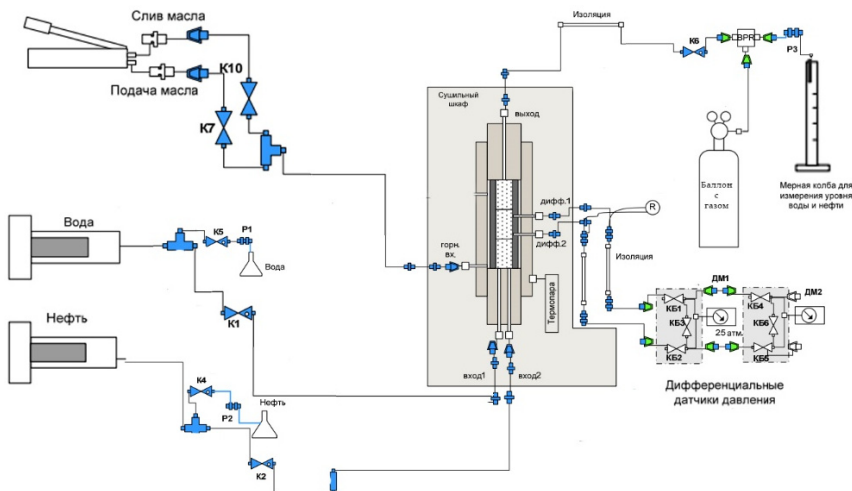


Рис. 2.6. Гидравлическая схема установки ПИК-ОФП/ЭП-3

Кернодержатель (рис. 2.7) представляет собой совокупность следующих компонентов: стальной корпус, резиновая манжета для образца, трубки: входная, выходная, идущая к дифференциальному манометру, трубки для создания горного давления, червячные зажимы-хомуты.



Рис. 2.7. Кернодержатель

Для создания горного давления в кернодержателе в область между корпусом кернодержателя и резиновой манжетой закачивается масло, создающее давление обжима.

Образцы керна помещаются в резиновую манжету. При движении флюида на образце керна создается разность давлений, которая определяется датчиками перепада давлений (допустимая максимальная величина измеряемого перепада давления 2,5 атм. и 25 атм., максимальное избыточное давление — 100 атм. и 250 атм. соответственно). Оцифрованный сигнал с контроллера датчика поступает в компьютер.

Для определения насыщенности образца водой используется измерение его электропроводимости. Для того чтобы исключить ошибки, связанные с поляризацией электродов и разрушением электродов электролизом (с последующим изменением свойств образца), для измерений используется переменный ток с частотой ~ 1 кГц. Использование очень высоких частот может привести к возрастанию ошибок за счет скин-эффекта и реактивной составляющей измерительных цепей, использование низких частот — к искажениям показаний, связанным с динамикой поляризационных эффектов на электродах. Для измерения электропроводимости применяется измеритель иммитанса (рис. 2.8).



Рис. 2.8. Измеритель иммитанса AM-3002

Создание и поддержание давления потоков жидкостей в системе обеспечивают плунжерные насосы. Движущей частью плунжерного насоса является шаговый двигатель (ШД) и червячный редуктор. Импульсы, управляющие работой шагового двигателя, формируются программируемым устройством управления — контроллером.

Вращение редуктора передается в поступательное движение плунжера насоса через шаровую винтовую передачу (ШВП). Количество шагов двигателя в единицу времени (скорость, ускорение) и, соответственно, расход прокачиваемой насосом жидкости задаются программным обеспечением.

Всестороннее сжатие образца керна обеспечивается системой горного давления. Основным элементом системы является ручной насос, нагнетающий масло в промежуток между корпусом и манжетой кернодержателя. Масло забирается и сливается после работы обратно в емкость насоса.

Процесс заполнения кернодержателя контролируется по манометру. В случае, если давление в кернодержателе превысит предельную величину, сработает предохранительный клапан с разрывной мембраной на 1000 атм.

Давление гидрообжима контролируют с помощью цифрового датчика, данные о давлении фиксируются программным обеспечением установки.

Система регулирования давления предназначена для контроля и регулирования избыточных давлений в поровом объеме и в системе обжата образца, а также всех перепадов давления, которые возникают при работе комплекса ПИК-ОФП/ЭП. Система состоит из регулятора противодействия, установленного после кернодержателя, и подсоединена к баллону со сжатым воздухом (рис. 2.9).

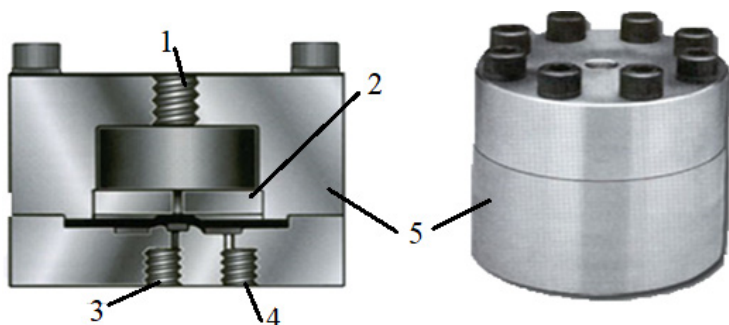


Рис. 2.9. Регулятор противодавления: 1 — патрубок для подачи газа высокого давления; 2 — мембрана; 3 — трубка входа жидкости в регулятор противодавления; 4 — трубка выхода жидкости из регулятора противодавления; 5 — корпус регулятора

Путем подачи газа в полость над мембраной создается давление, из-за которого мембрана перекрывает переток флюида нижних трубок. Перекрывание происходит до тех пор, пока давление флюида, который проходит через образец горной породы в кернодержателе не станет равным давлению газа, после чего мембрана сдвинется вверх, что освободит канал, по которому проходит жидкость.

Датчик давления предназначен для измерения давления поступающих на вход образца керна смесей. Датчики перепада давления служат для контроля величины перепада давления внутри образца керна.

Поддержание требуемой температуры — необходимое условие корректной работы автоматизированного программно-измерительного комплекса ПИК-ОФП/ЭП. Это связано, прежде всего, с заметным влиянием температуры на физические характеристики исследуемых объектов (например, вязкость рабочих жидкостей).

Система регулирования температуры включает в себя: термощаф, термопару, устройство контроля температуры «ТРМ200».

Термошкаф расположен на стойке оборудования и состоит из электронагревательных элементов, металлических листов, между которыми закреплены ТЭНы, вентилятора и датчиков температуры.

С помощью программного обеспечения пользователь может управлять двумя насосами, задавая расход и время работы.

Программное обеспечение позволяет собирать данные с дифференциальных и абсолютных датчиков давления в специальные лог-файлы для последующего анализа.

Методика проведения эксперимента включает в себя следующие этапы:

1. Подготовка системы. Перед началом любого исследования необходимо очистить всю систему от жидкости, промыть и высушить части установки, насыщенные жидкостью; повторно собрать систему с новым керном и новыми уплотнениями.

2. Предварительно подготовленный образец керна загрузить в резиновую манжету кернодержателя таким образом, чтобы выводы обоих электродов находились на его торцах — для корректировки этого расстояния нужно использовать металлические вставки (рис. 2.10). Для снижения влияния концевых явлений с торцов исследуемого керна поместить слой фильтровальной бумаги.

3. Закрепить соединительные трубки согласно гидравлической схеме.

4. Заполнить насос исследуемой жидкостью.

5. Создать горное давление обжима и пластовую температуру. Для этого полость кернодержателя необходимо заполнить трансформаторным маслом с помощью ручного насоса.

6. Выставить пластовое давление путем нагнетания газа в регулятор противодавления.

7. Запустить процесс фильтрации. Для этого необходимо в программном обеспечении выставить необходимый расход, который будет поддерживаться в течение всего эксперимента.

8. Определить значение фазовой проницаемости образца горной породы по фазе по соотношению:

$$\bar{f}_i = \frac{Q_i \mu_i L}{K_0 \cdot \Delta p \cdot F}, \quad (2.6)$$

где Q — расход жидкости в условиях эксперимента ($i = 1$ — нефть, $i = 2$ — вода, $\text{см}^3/\text{с}$; μ — динамическая вязкость жидкости в условиях эксперимента, $\text{мПа}\cdot\text{с}$; l — длина образца, см ; Δp — перепад давления на образце, Па ; F — площадь поперечного сечения образца, см^2 .

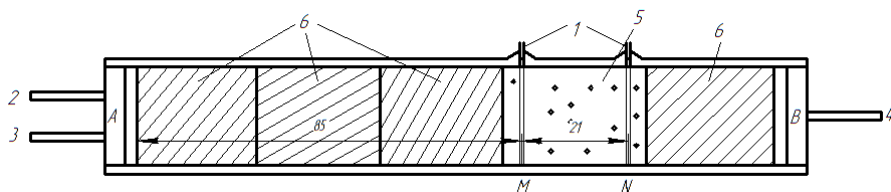


Рис. 2.10. Схема компоновки образца в кернодержателе:

- 1 — трубки дифманометра; 2, 3 — трубки подвода воды и нефти;
- 4 — трубка выхода смеси; 5 — исследуемый образец;
- 6 — металлические вставки; A, B — питающие электроды;
- M, N — измерительные электроды

2.5. ПОСТРОЕНИЕ КРИВЫХ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ФАЗОВОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПРИ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ (НЕФТЬ, ВОДА)

В условиях реальных пластов возникают различные виды многофазных потоков — движение смеси нефти и воды, фильтрация газированной жидкости или трехфазный поток нефти, воды и газа одновременно. Каждый из этих потоков изучается экспериментально. Результаты исследований обычно изображают в виде графиков зависимости относительных проницаемостей от степени насыщенности порового пространства

различными фазами (как основного фактора, определяющего значение относительной проницаемости). Эти зависимости широко используются в теории и практике разработки и эксплуатации нефтяных месторождений. Простейший их анализ позволяет сделать важные выводы о закономерностях притока нефти, воды и газа в скважины. Они используются при определении дебитов скважин, прогнозировании поведения пласта и режима работы скважин по мере эксплуатации залежи, при проектировании процесса разработки месторождений и решении многих технологических задач эксплуатации нефтяных, газовых и газоконденсатных месторождений.

Если в несцементированном песке содержится 20% воды и менее, относительная проницаемость для нее все еще остается равной нулю (т. е. вода является неподвижной фазой). Это связано с тем, что при небольшой водонасыщенности вода удерживается в мелких и тупиковых порах, в узких местах контактов зерен, не участвующих в фильтрации жидкостей, а также в виде неподвижных местных пленок и микрокапель располагается на поверхности породы. Она все же содержится в некоторой части пор, и поэтому фазовая проницаемость по нефти вскоре после начала увеличения водонасыщенности быстро уменьшается, и в присутствии 30% связанной воды относительная проницаемость для нефти может снижаться в два раза (рис. 2.11).

Функции относительных фазовых проницаемостей (ОФП) в зависимости от насыщенности используются при решении большого числа геологопромысловых задач.

На основе результатов первых экспериментов по определению ОФП, проводимых, как правило, на насыпных моделях пористой среды, был сделан вывод о том, что ОФП являются однозначными функциями насыщенности (Левретт, 1939; Маскет, 1953). Однако позднее более тщательно проведенные эксперименты (Березин, 1969) показали, что на характер ОФП

оказывают влияние различные факторы, такие как свойства коллектора, жидкостей и системы порода–жидкость.

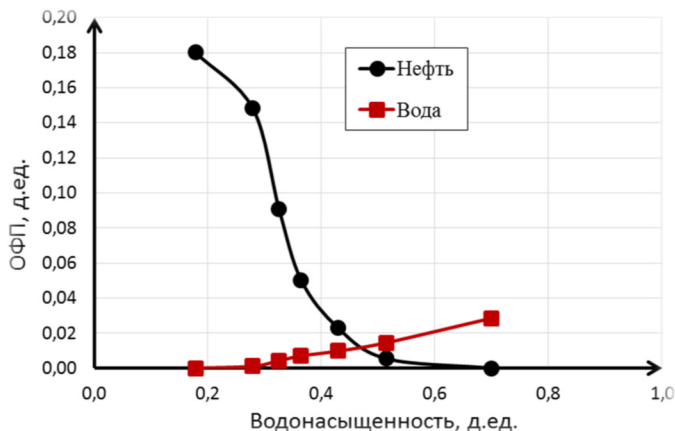


Рис. 2.11. Характерные кривые относительной фазовой проницаемости нефти и воды

В качестве объектов исследования рекомендуется использовать составную колонку кернов из как минимум трех образцов, составленных таким образом, чтобы проницаемости отличались не более чем на 30% от среднего образца.

Методика проведения эксперимента включает следующее:

1. Очистить от жидкости, промыть и высушить части установки, насыщенные жидкостью; собрать систему с новым керном и новыми уплотнениями.

2. Предварительно подготовленные (водонасыщенные с определенным коэффициентом остаточной водонасыщенности) образцы керна в виде составной колонки из трех образцов загрузить в кернадержатель. в таком порядке, чтобы проницаемость образцов по ходу флюида уменьшалась — образец с большей проницаемостью должен располагаться у входной части

кернодержателя, затем центральный образец со средней проницаемостью, и, наконец, последний образец у выходной части должен обладать наименьшей проницаемостью (рис. 2.12).

3. Закрепить соединительные трубки согласно гидравлической схеме.

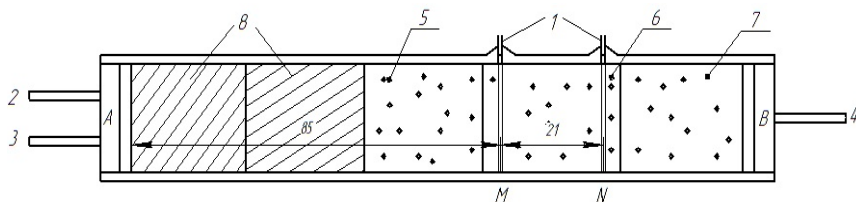


Рис. 2.12. Схема компоновки образца в кернодержателе:

- 1 — трубки дифманометра; 2, 3 — трубки подвода воды и нефти;
4 — трубка выхода смеси; 5, 6, 7 — исследуемые образцы
(причем $k_5 > k_6 > k_7$); 8 — металлические вставки; A, B — питающие электроды; M, N — измерительные электроды

4. Заполнить насосы соответствующими жидкостями.

5. Создать горное давление обжима и пластовую температуру. Для этого полость кернодержателя необходимо заполнить трансформаторным маслом с помощью ручного насоса.

6. Выставить пластовое давление путем нагнетания газа в регулятор противодавления.

7. Запустить процесс фильтрации. Для этого необходимо в программном обеспечении выставить необходимый расход для соответствующего флюида.

Общий расход нефти и воды при этом в течение всего эксперимента остается постоянным. Количество режимов выбирается исходя из поставленной задачи, но оно не должно быть менее 5.

8. Провести прокачку флюидов и зафиксировать параметры на режимах:

- фильтрация 100% воды и 0% нефти;

- фильтрация 95% воды и 5% нефти;
- фильтрация 75% воды и 25% нефти;
- фильтрация 50% воды и 50% нефти;
- фильтрация 25% воды и 75% нефти;
- фильтрация 5% воды и 95% нефти;
- фильтрация 0% воды и 100% нефти.

Фильтрация каждого из режимов осуществляется до стабилизации режима по сопротивлению и по перепаду давления.

9. Разобрать кернодержатель. Промыть систему.

10. Методом выпаривания определить конечную водонасыщенность.

Обработка результатов эксперимента проводится в следующей последовательности:

1. Определить значение фазовой проницаемости образца горной породы по воде по соотношению:

$$f_w = \frac{Q_w \cdot \mu_w \cdot l}{\Delta p \cdot F}, \quad (2.7)$$

где Q_w — расход воды в условиях эксперимента, м³/с; μ_w — вязкость воды в условиях эксперимента, Па·с; Δ — перепад давления, Па; F — площадь поперечного сечения образца, м²; l — длина образца, м.

2. Определить значение фазовой проницаемости образца горной породы по нефти по соотношению:

$$f_o = \frac{Q_o \cdot \mu_o \cdot l}{\Delta p \cdot F}, \quad (2.8)$$

где Q_o — расход воды в условиях эксперимента, м³/с; μ_o — вязкость воды в условиях эксперимента, Па·с.

3. Определить текущую величину водонасыщенности. Текущая величина водонасыщенности определяется путем построения калибровочной зависимости параметра насыщения P_H от водонасыщенности S в логарифмических координатах.

Параметр насыщения определяется по формуле:

$$P_{Hi} = \frac{R_i}{R_{100}}, \quad (2.9)$$

где R_i — электрическое сопротивление образца при i -м режиме, Ом; R_{100} — электрическое сопротивление при 100%-й водонасыщенности (истинное сопротивление образца), Ом.

4. Определить начальную водонасыщенность образца методом центрифугирования. Для этого предварительно насыщенный моделью пластовой воды образец помещается в центрифугу, где в течение часа на больших оборотах (11 000 об./мин) из образца извлекается свободная вода. Затем по формуле рассчитывается начальная водонасыщенность:

$$S_* = \frac{m_{ц} - m}{m_{100} - m}, \quad (2.10)$$

где $m_{ц}$ — масса образца после центрифугирования, г; m — масса сухого образца, г; m_{100} — масса образца при 100% насыщении водой, г.

5. Определить конечную водонасыщенность (остаточную нефтенасыщенность) методом выпаривания. Для этого образец после фильтрации воды и нефти поместить в аппарат АДЖ-2 (рис. 2.13), включить нагрев, и по измеренному объему выпарившейся воды рассчитать ее по формуле:

$$S^* = \frac{V_B}{V_{пор}}, \quad (2.11)$$

где V_B — объем выпаренной из керна воды, м³; $V_{пор}$ — объем порового пространства образца, м³.

6. Построить калибровочную кривую с помощью значений начальной и конечной водонасыщенности и параметров насыщения. Параметр насыщения связан с водонасыщенностью эмпирическим соотношением:

$$S_{*i} = a \cdot P_{Hi}^{-n}, \quad (2.12)$$

где a и n — эмпирические коэффициенты, определяемые по калибровочной кривой.

По данному соотношению с учетом определенных коэффициентов a и n рассчитать значения водонасыщенности образца при различных режимах.



Рис. 2.13. Общий вид аппарата для определения остаточной водонасыщенности керна АДЖ-2

7. Определить значения относительных фазовых проницаемостей нефти и воды как отношение соответствующих фазовых проницаемостей к абсолютной:

$$\bar{f}_w = \frac{f_w}{K_0}, \quad \bar{f}_o = \frac{f_o}{K_0}. \quad (2.13) \quad (2.14)$$

8. Построить график зависимости ОФП нефти и воды от водонасыщенности образца.

2.6. ОСОБЕННОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КРИВЫХ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ФАЗОВОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПРИ ТРЕХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ (НЕФТЬ, ГАЗ, ВОДА)

Экспериментальное исследование процессов, происходящих при трехфазной фильтрации, имеет большое значение на всех этапах разработки месторождения. Несмотря на более сложный и трудоемкий процесс, определение тройного ОФП аналогично построению ОФП при фильтрации двух фаз — нефти и воды.

Методика определения ОФП при совместном течении нефти, газа и воды основывается на тех же положениях, что и методика для случая двухфазной фильтрации. Поэтому ниже рассматриваются лишь характерные особенности методики при трехфазной фильтрации.

Как и в случае двухфазной фильтрации, определение ОФП при совместной установившейся фильтрации нефти, газа и воды проводится с использованием составных образцов из кернов изучаемого месторождения, причем подготовка образца к эксперименту аналогична. Важной особенностью подготовки рабочих флюидов является предварительное насыщение нефти и воды пластовым газом (или его моделью).

В качестве модели газа могут использоваться индивидуальные углеводородные газы и азот.

Поскольку нефть и вода насыщены газом, возникают определенные трудности с определением их вязкости в пластовых условиях. Для этой цели необходимо использовать вискозиметры высокого давления либо применять расчетные методы.

При подготовке эксперимента определяется растворимость газа в нефти и воде, которая учитывается в последующем при определении объемов вышедших флюидов.

Более сложную, по сравнению с двухфазной, конструкцию имеет лабораторная установка, принципиальная схема которой показана на рис. 2.14.

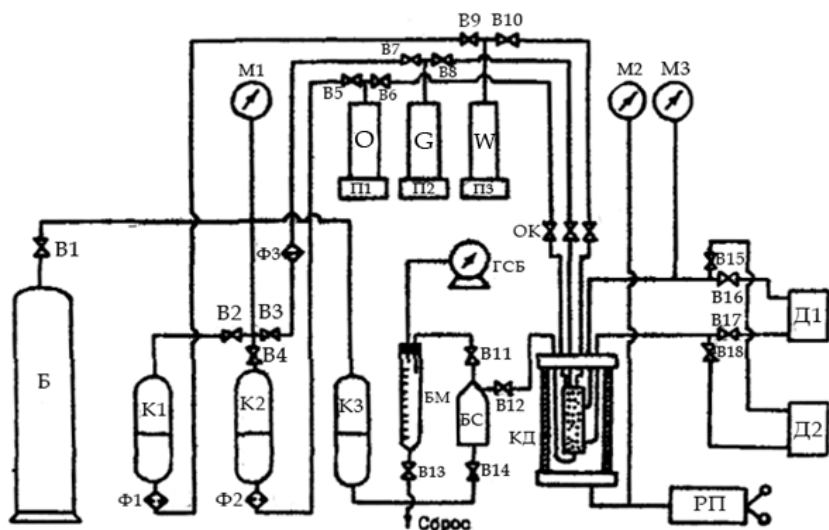


Рис. 2.14. Принципиальная схема соединения узлов установки для определения фазовых проницаемостей для нефти, газа и воды П1-П3 — прессы измерительные; К1-К3 — контейнеры; КД — кернодержатель; Б — баллон с рабочим газом; БМ — бюретка мерная; БС — бюретка сборная; ГСБ — газосчетчик барабанный; ОК — обратные клапаны; РП — ручной пресс; Д1-Д2 — дифманометры; М1-М3 — манометры образцовые; В1-В18 — вентили; Ф1-Ф3 — фильтры

В состав механической системы, обеспечивающей подачу флюидов в образец, входит еще один пресс (дозировочный насос), который служит для закачки в образец газа. На выходе из кернодержателя имеется система сепарации и замера объема нефти, воды и вышедшего газа (в том числе выделившегося из жидкостей).

На гидравлических линиях, по которым нефть, газ и вода подаются из прессов непосредственно в образец, устанавливаются обратные клапаны для предотвращения возможных перетоков фаз по линиям.

Поскольку при трехфазной фильтрации необходимо определять насыщенность как минимум двух фаз, то компоновка образца предусматривает замер не только перепада давления и электрического сопротивления, но и скорости продольных ультразвуковых волн, которая тесно связана с насыщенностью газом исследуемого участка. При этом акустические датчики располагаются в выбранном сечении образца на том же участке, где измеряются другие параметры.

Газонасыщенность можно также определить снятием PV-диаграмм, повышая или снижая давление в образце, когда он изолирован от других систем. В ряде случаев хорошие результаты дает метод определения насыщенности по балансу закачанных и вышедших жидкостей. Предпочтительнее в экспериментах использовать оба метода контроля газонасыщенности в комплексе, поскольку они дополняют друг друга и тем самым повышается точность определения.

Особенностью методики определения ОФП для трехфазной системы нефть-газ-вода является проведение эксперимента при давлении не ниже 5,0 МПа, что позволяет не учитывать изменение объема газа при течении через образец, поскольку перепад давления не превышает 10% от рабочего давления.

Линейная скорость течения фаз в эксперименте для трехфазного течения рассчитывается по формуле:

$$v_{\text{лин}} = \frac{864 \cdot Q}{F \cdot m \cdot (1 - S_w - S_o - S_g)}, \quad (2.15)$$

где Q — расход; F — площадь поперечного сечения образца; m — пористость; S_w — остаточная водонасыщенность; S_o —

остаточная нефтенасыщенность; S_g — остаточная газонасыщенность.

При проведении эксперимента по определению ОФП для системы нефть–газ–вода число опытов (режимов) существенно возрастает и может быть различным в зависимости от задач исследований.

Значения фазовых и относительных проницаемостей определяются из обобщенного уравнения Дарси, как и для случая двухфазной фильтрации, причем расчеты значительно упрощаются, если расходы фаз измеряются при рабочем давлении по показаниям прессов.

Для качественной оценки полученных результатов строят тройные диаграммы (рис. 2.15), а для дальнейшего использования данных об ОФП в технологических расчетах результаты представляются в виде двухпараметрических таблиц.

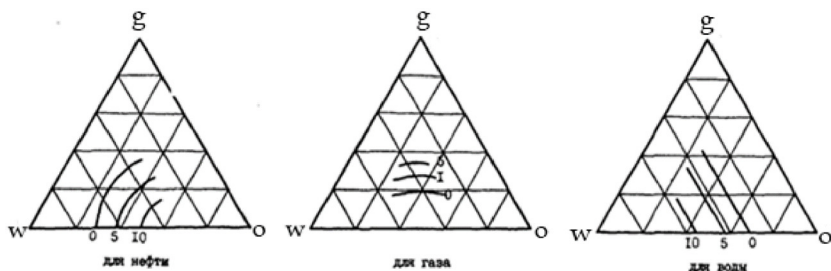


Рис. 2.15. Тройные диаграммы фазовых проницаемостей с линиями равной проницаемости

При определении коэффициентов проницаемости при одновременной фильтрации воды, нефти и газа через образец керна при малых пластовых давлениях (до 2,5 МПа) можно воспользоваться схемой петрофизического комплекса, обладающей только двумя плунжерными насосами. В качестве элемента,

обеспечивающего подачу газа в кернодержатель, можно использовать промежуточную емкость, сообщающуюся с кернодержателем через регулятор давления с находящимся внутри газом под давлением около 3 МПа (рис. 2.16). Для регулирования расхода газа в магистраль между промежуточной емкостью и кернодержателем устанавливается регулятор давления. Во избежание перетока газа в жидкостную линию и дальнейшего растворения, перед кернодержателем устанавливается обратный клапан.

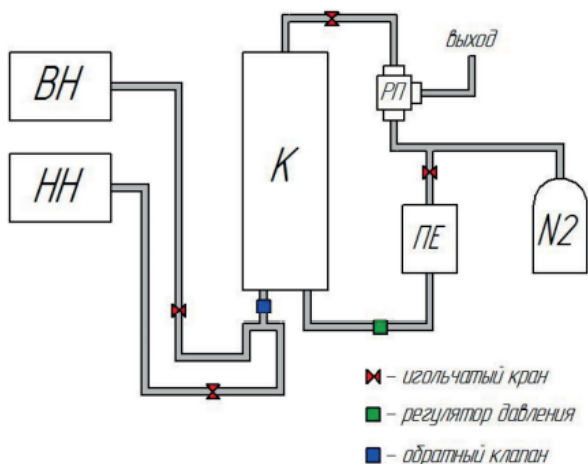


Рис. 2.16. Принципиальная схема модернизированной установки, позволяющей производить одновременную фильтрацию нефти, газа и воды: *ВН* — водяной насос; *НН* — нефтяной насос; *К* — кернодержатель; *ПЕ* — промежуточная емкость; *РП* — регулятор противодавления; *N2* — баллон с азотом

Объемные расходы по воде и нефти определяются регулированием скорости плунжерного насоса, подающего флюид, а объемный расход газа вычисляется по формуле:

$$Q_g = G \frac{1}{\rho_{g \text{ ср}}}, \quad (2.16)$$

где G — массовый расход газа; $\rho_{g \text{ ср}}$ — средняя плотность газа на режиме.

Массовый расход определяется как отношение массы вышедшего из промежуточной емкости газа ко времени, за которое произошло истечение газа:

$$G = \frac{m_{g1} - m_{g2}}{t_1 - t_2}, \quad (2.17)$$

где m_{g1}, m_{g2} — массы газа в соответствующие моменты t_1 и t_2 .

Масса газа в свою очередь находится как:

$$m_{gi} = \rho_{gi} V, \quad (2.18)$$

где V — объем промежуточной емкости.

Средняя плотность газа определяется по формуле:

$$\rho_{g \text{ ср}} = \frac{2\rho_{g1}\rho_{g2}}{\rho_{g1} + \rho_{g2}}, \quad (2.19)$$

где ρ_{g1}, ρ_{g2} — плотности газа в моменты времени t_1 и t_2 , определяемые из уравнения состояния реального газа.

$$\frac{P}{\rho_g} = Z_g(P, T) \frac{R}{M} T, \quad (2.19)$$

где P — давление в системе; $Z_g(P, T)$ — коэффициент сжимаемости газа; R — универсальная газовая постоянная; M — молярная масса газа; T — температура системы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. С какой целью перед исследованиями фильтрационно-емкостных свойств керна проводят экстракцию? Опишите принцип работы аппарата Сокслета.
2. Что такое пористость? Назовите виды пористости. Опишите способ экспериментального определения коэффициента открытой пористости.
3. Что такое абсолютная проницаемость? Опишите способ экспериментального определения абсолютной проницаемости образца керна. Что учитывает поправка Клинкенберга?
4. Что такое фазовая проницаемость? Опишите принципиальную схему установки, позволяющей определять фазовую проницаемость.
5. Опишите методику расчета относительной фазовой проницаемости при фильтрации нефти и воды.
6. Объясните сущность метода определения ОФП при трехфазной фильтрации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андриященко, А. И. Основы технической термодинамики реальных процессов / А. И. Андриященко. — Москва : Высшая школа, 1967. — 268 с. — Текст : непосредственный.
2. Воскресенский, П. И. Техника лабораторных работ / П. И. Воскресенский. — 9-е изд., перераб. и доп. — Москва : Химия, 1969. — 717 с. — Текст : непосредственный.
3. Гиматулинов, Ш. К. Физика нефтяного и газового пласта: учебник / Ш. К. Гиматулинов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Недра, 1971. — 312 с. — Текст : непосредственный.
4. Инструкция по эксплуатации автоматизированного программно-измерительного комплекса для петрофизического исследования

- кернов ПИК-ОФП/ЭП-3. ЗАО «Геологика». — Новосибирск, 2009. — 43 с. — Текст : непосредственный.
5. Инструкция по эксплуатации установки для определения проницаемости по жидкости и газу ПИК-АП-3000. ЗАО «Геологика». — Новосибирск, 2008. — 29 с. — Текст : непосредственный.
 6. Инструкция по эксплуатации устройства для насыщения образцов керна углеводородами и водными растворами УНК-11. ЗАО «Геологика». — Новосибирск, 2008. — 14 с. — Текст : непосредственный.
 7. Кузина, О. А. Особенности модернизации петрофизического исследовательского комплекса для осуществления возможности фильтрации газа совместно с водонефтяными флюидами / О. А. Кузина, И. Р. Поточняк, Л. А. Пульдас. — Текст : непосредственный // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. — 2022. — Том 8, № 1 (29). — С. 75–87.
 8. ОСТ 39-235-89. Нефть. Метод определения фазовых проницаемостей в лабораторных условиях при совместной стационарной фильтрации. — Текст : непосредственный.
 9. Шабаров, А. Б. Гидрогазодинамика : учебное пособие. — 2-е изд., перераб. — Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2013. — 460 с. — Текст : непосредственный.

3. ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ФАЗОВЫЕ ПРОНИЦАЕМОСТИ: РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ

Под численными расчетно-экспериментальными методами микромоделирования обычно понимают технологию «Цифровой керн». Суть технологии «Цифровой керн» заключается в том, что по имеющимся представлениям о строении горной породы и данным о физических свойствах флюидов, насыщающих породу, рассчитываются макроскопические свойства пород и пластовых систем. Представление о внутреннем строении горных пород можно получать различным способом. Следующим этапом является математическое моделирование одно-, двухфазных (или в общем случае многофазных потоков) фильтрационных процессов в генерируемом образце горной породы. Последним этапом является получение наиболее общих подходов для ремасштабирования, т. е. переноса свойств пород от микроуровня до мезо- и макроуровня в масштаб ячеек гидродинамических моделей.

На сегодняшний день не существует единого общепринятого подхода для численного микромоделирования, однозначно зарекомендовавшего себя в качестве эталонного метода. Как было показано в кандидатской диссертации автора (Жижимонтов), все существующие подходы как к процессу создания виртуального образца горной породы, так и моделированию течения в сгенерированной модели имеют свои преимущества и недостатки. Достоверность их применения зачастую обуславливается поставленными в исследовании задачами и типом отложений.

3.1. Подходы к описанию фильтрации на микроуровне

Для понимания физики потока флюида в поровом пространстве и с целью прогнозирования макроскопических свойств среды могут использоваться различные численные методы расчета относительных фазовых проницаемостей. Существует несколько подходов к моделированию течения на уровне порового пространства. В данной главе рассмотрены наиболее распространенные из них.

Система уравнений Навье–Стокса

В рамках данного подхода для решения фильтрационной задачи на микроуровне используется классическая система уравнений Навье–Стокса, состоящая из уравнения сохранения импульса и уравнения неразрывности. За счет применения континуального подхода возможен двухфазный расчет. При данном подходе обе фазы представляются в качестве континуумов, движущихся и взаимодействующих между собой. А уравнения записываются отдельно для каждой фазы в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_i \vec{U}_i) = 0, \\ \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_i \vec{U}_i \vec{U}_i) + \nabla \cdot (\alpha_i \tau_i^{eff}) = -\frac{\alpha_i}{\rho_i} \nabla p + \alpha_i \vec{g} + \frac{\vec{M}_i}{\rho_i}, \end{cases} \quad (3.1)$$

где i — индекс, указывающий на фазу; α_i — «индикаторная» функция (объемная доля фазы i); $\vec{U}_i$ — вектор скорости; τ_i^{eff} — сумма тензора вязких напряжений и тензора Рейнольдса; $\vec{M}_i$ — силы межфазного взаимодействия.

В качестве замыкающих соотношений, для системы (3.1) используются соотношения, определяющие силы межфазного взаимодействия.

Метод решеточных уравнений Больцмана

Подход основан на моделировании среды ансамблем крупных частиц, обладающим конечным числом возможных скоростей. Область течения, в свою очередь, дискретизируется ячейками заранее заданной формы. Таким образом, формируется равномерная решетка, частицы взаимодействуют между собой только в узлах. При перемещении между узлами решетки за время δt частицы не взаимодействуют между собой.

Динамика ансамбля частиц описывается системой решеточных уравнений Больцмана (lattice Boltzmann equations):

$$\begin{aligned} f_i(t_j + \delta t, r_{kl} + V\delta t) - f_i(t_j, r_{kl}) = \\ = -\frac{1}{t} \left(f_i(t_j, r_{kl}) - f_i^{(eq)}(t_j, r_{kl}) \right), \end{aligned} \quad (3.2)$$

где $r_{kl} = (x_k, y_l)$ — радиус-вектор узла решетки; t_j — узел временной равномерной сети, построенной с шагом δt ; f_i — одночастичные функции распределения частиц со скоростями V_i ; τ — безразмерный параметр релаксации; $f_i^{(eq)}$ — функции, аппроксимирующие локальные равновесные функции распределения Максвелла.

Система (3.2) является следствием дискретизации кинетического уравнения Бхатнагара–Гросса–Крука, также систему (3.2) возможно получить с использованием обобщения модели решеточного газа.

Гидравлический расчет в сетевых моделях

В рамках порово-сетевой модели расчет проницаемости осуществляется путем решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для нахождения поровых давлений. Для каждой поры записывается баланс расходов:

$$\sum_{j=1}^z q_{ij} = 0, \quad (3.3)$$

где q_{ij} — объемный расход между i и j порой, z — координационное число.

Стационарный однофазный поток выражаем через перепад давления:

$$q_{ij} = C_{ij}(p_i - p_j), \quad (3.4)$$

где C_{ij} — проводимость между порами i и j .

Проводимость C_{ij} рассчитывается как средняя гармоническая проводимость между центрами поры i и j следующим образом:

$$\frac{1}{C_{ij}} = \frac{1}{C_t} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{C_i} + \frac{1}{C_j} \right), \quad (3.5)$$

где C_i — проводимость i поры, C_j — проводимость j поры, C_t — проводимость порового канала между порами.

Коэффициент проводимости поры или канала для однофазного случая (заполнен полностью только одной фазой) выразим из закона Пуазейля:

$$C_i = \frac{\pi \text{Reff}_i^4}{8\mu L_i}. \quad (3.6)$$

Подставив (3.4) и (3.5) в (3.6) с учетом соединения нескольких пор между собой, получаем систему линейных уравнений для неизвестных поровых давлений:

$$\begin{cases} p_1 \sum_{j=1}^z \frac{C_{1j}}{L_{1j}} - \sum_{j=1}^z \frac{C_{1j}}{L_{1j}} p_j = 0, \\ p_n \sum_{j=1}^z \frac{C_{nj}}{L_{nj}} - \sum_{j=1}^z \frac{C_{nj}}{L_{nj}} p_j = 0. \end{cases} \quad (3.7)$$

Количество уравнений в системе равно количеству неизвестных поровых давлений в системе, то есть количеству связанных (участвующих в фильтрации) пор. После расчета поровых давлений из СЛАУ (3.7), используя формулу (3.4), рассчитываем потоки между порами.

Метод функционала плотности

Данный подход был впервые сформулирован применительно к проблемам гидродинамики многофазных многокомпонентных сред А. Ю. Демьяновым, О. Ю. Динариевым и Н. В. Евсеевым. Данный подход описывается системой уравнений, которые имеют вид односкоростных многокомпонентных уравнений сохранения для сплошных сред. В системе также присутствуют члены, создающие капиллярные силы на межфазной границе, а сама граница интерпретируется в качестве области с большими градиентами. Согласно теории классической гидромеханики, в таком случае справедливо приближение локального термодинамического равновесия. Вид свободной энергии Гельмгольца определяется существованием различных состояний среды. А для реальных сред позволяет использовать функции свободной энергии.

Для описания уравнений фильтрации неизотермических процессов используется следующая система уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial a} (n_i v_a + Q_{ia}) = 0, \\ \frac{\partial \rho v_a}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial b} (\rho v_a v_b - p_{ab}) = 0, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial a} (\varepsilon v_a + q_a + p_{ba} v_b) = 0. \end{cases} \quad (3.8)$$

где n_i — мольные плотности компонентов; ρ — массовая плотность смеси; v_a — среднемассовая скорость; $\varepsilon = u + \rho v_a v_b / 2$ — плотность полной энергии; Q_{ia} — диффузионные потоки; p_{ab} — тензор напряжений; q_a — тепловой поток.

Соотношения для диффузионных и тепловых потоков принимаются:

$$Q_{Aa} = \mu_{AB} \frac{\partial \theta_B}{\partial a}, \quad (3.9)$$

где $A, B = 0, 1, \dots, M$; μ_{AB} — несимметричная матрица, имеющая неотрицательные собственные значения с единственным нулевым собственным значением, связанным с вектором: $m_i \mu_{iB} = 0$;

$$\theta_B = -T_u^{-1} k_B - 2^{-1} a_{jk,B} \frac{\partial n_j}{\partial a} \frac{\partial n_k}{\partial a} + \frac{\partial \left(a_{Bj} \frac{\partial n_j}{\partial a} \right)}{\partial a}.$$

В случае необходимости в правые части системы уравнений (3.8) могут быть добавлены объемные источники/стоки.

Элементарный представительный объем

Оценка элементарного представительного объема (ЭПО) не является отдельным подходом к численному моделированию ОФП, при этом этот этап работ является обязательным для моделирования на микроуровне, в отдельных случаях оценка ЭПО должна выполняться и для лабораторных исследований.

В природных условиях структура горных пород в значительной мере определяется размером, формой и окатанностью зерен, коэффициентом сортировки, ориентацией и упаковкой, а также их химическим составом. Однородные породы встречаются достаточно редко, в большинстве случаев мы имеем дело с неоднородными средами. Причем масштабы неоднородности могут отличаться друг от друга на порядки, что в свою очередь значительно влияет на фильтрационно-емкостные свойства образцов.

При использовании подходов к моделированию, основанных на технологии «Цифровой керн», крайне важным остается учет масштабного эффекта. Ведь зачастую численные эксперименты проводятся на образцах горной породы с размерами в несколько миллиметров, что в свою очередь накладывает ряд ограничений на применение полученных результатов численного моделирования к объектам большего масштаба. Для контроля масштабных эффектов в работе исследуется критерий, впервые введенный в статье J. Bear *Dynamics of fluids in porous*

media («Динамика флюидов в пористой среде») в 1972 г., элементарный представительный объем, т. е. такой объем рассмотрения среды, который включает все характерные особенности. В литературе показано, что с одной стороны ЭПО должен быть достаточно мал по сравнению с размерами рассматриваемой среды для обеспечения необходимой точности аппроксимации дифференциального объема. С другой стороны, ЭПО должен быть достаточно большим для формирования с заданным уровнем доверительной вероятности макроскопической характеристики среды в целом.

Варьируя размеры расчетной области виртуального образца на масштабах, сопоставимых с размерами неоднородностей, мы будем наблюдать флуктуации измеряемого свойства. При дальнейшем укрупнении масштаба флуктуации будут минимизироваться. За ЭПО принимается размер, при котором флуктуации становятся минимальными.

На практике оценка элементарного представительного объема возможна проведением серии экспериментов по анализу зависимости измеряемого параметра от размеров расчетной области. Подобные эксперименты на реальных образцах горных пород довольно сложны ввиду технических ограничений на минимальный размер исследуемого керна. В таком случае возможно лишь использование численного моделирования для оценки масштабных эффектов. Измеряемые свойства будут почти постоянными лишь на некотором интервале изменения размеров, при переходе к новому масштабу неоднородностей флуктуации измеряемого свойства снова будут заметны (рис. 3.1).

Для некоторых объектов, например, для месторождений с наличием развитой трещиноватости и разломами, длина которых сопоставима с размерами залежи, ЭПО может и вовсе отсутствовать.

Несмотря на то, что технология «Цифровой керн» в настоящий момент не получила широкого распространения, ее перспективы

и потенциал практического применения представляются весьма многообещающими. Определение ОФП является важным параметром массопереноса, в свою очередь массоперенос — неотъемлемая часть задачи тепломассопереноса в пласте.

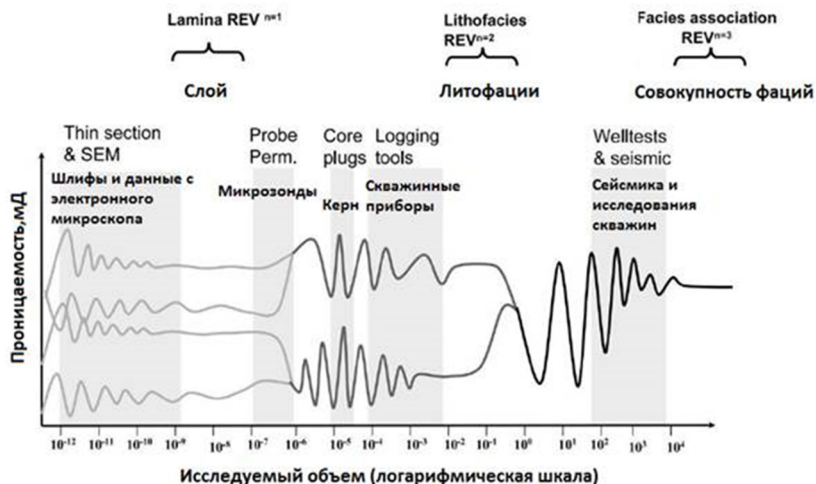


Рис. 3.1. Схема изменения элементарного представительного объема на различных масштабах неоднородности

3.2. ЧИСЛЕННОЕ СТОХАСТИЧЕСКОЕ ПОРОВО-СЕТЕВОЕ МИКРОМОДЕЛИРОВАНИЕ

Создание виртуального образца горной породы

Процесс преобразования данных о пористой среде в численную модель, пригодную впоследствии для расчета фильтрации, называется восстановлением или реконструкцией порового пространства. В преобладающем большинстве случаев именно топология пустотного пространства определяет макроскопические параметры исследуемой среды. Существуют различные

подходы для восстановления топологии реальных пористых сред, например, с использованием данных ККД, анализа шлифов, РЭМ, ЯМР, но наиболее полное представление о геометрии пустотного пространства, конечно, возможно получить лишь с использованием рентгеновского томографа высокого разрешения. Их описанию посвящено большое количество научной литературы, обзор существующих методик реконструкции порового пространства не является предметом данного учебного пособия.

Моделирование течения в пустотном пространстве

В данном пункте будет рассмотрен подход для численного порово-сетевого микромоделирования в рамках гидравлического расчета в порово-сетевых моделях. Подход применим для стационарного расчета фильтрации одно- и двухфазного потока несжимаемой жидкости в масштабе поровых каналов. Физико-математическое описание течения в таком подходе основывается на использовании уравнения баланса массы в порах и уравнения для расходов жидкости в каналах. Для вычисления расходов используется уравнения типа Пуазейля. Для многофазного течения дополнительные потери давления на менисках рассчитываются, например, по параметрической формуле Бланта (Blunt).

В рамках порово-сетевой модели расчет проницаемости осуществляется путем решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для нахождения поровых давлений.

Для каждой поры записывается баланс расходов:

$$\sum_{j=1}^z q_{ij} = 0, \quad (3.10)$$

где q_{ij} — объемный расход между i и j порой, z — координационное число.

Расход для стационарного однофазного потока может быть выражен через перепад давления:

$$q_{ij} = C_{ij}(p_i - p_j), \quad (3.11)$$

где C_{ij} — проводимость между порами i и j .

Проводимость C_{ij} рассчитывается как средняя гармоническая проводимость между центрами поры i и j следующим образом:

$$\frac{1}{C_{ij}} = \frac{1}{C_t} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{C_i} + \frac{1}{C_j} \right), \quad (3.12)$$

где C_i — проводимость i поры, C_j — проводимость j поры, C_t — проводимость порового канала между порами.

Коэффициент проводимости поры или канала для однофазного случая (поровое пространство полностью заполнено только одной фазой) выразим из закона Пуазейля:

$$C_i = \frac{\pi r_{eff}^4 i}{8\mu L_i}, \quad (3.13)$$

где $r_{eff} = \left(\sqrt{\frac{S}{\pi}} + r \right) / 2$ — эффективный радиус, где S — площадь поперечного сечения поры или канала ($S = r^2$ для квадрата), r — наибольший радиус вписанной сферы в пору или капилляр, L — длина порового канала (для поры $L = 2r$), μ — вязкость флюида.

Подставив (3.11) и (3.12) в (3.10), с учетом соединения нескольких пор между собой, получаем систему линейных уравнений для неизвестных поровых давлений:

$$\begin{cases} p_1 \sum_{j=1}^Z \frac{C_{1j}}{L_{1j}} - \sum_{j=1}^Z \frac{C_{1j}}{L_{1j}} p_j = 0, \\ p_n \sum_{j=1}^Z \frac{C_{nj}}{L_{nj}} - \sum_{j=1}^Z \frac{C_{nj}}{L_{nj}} p_j = 0. \end{cases} \quad (3.14)$$

Количество уравнений в системе (3.14) равно количеству неизвестных поровых давлений, то есть количеству связанных

(участвующих в фильтрации) пор. Вид системы (3.14) аналогичен записи уравнений Кирхгофа для электрической цепи. После расчета поровых давлений из СЛАУ (3.14), используя формулу (3.11), рассчитываем потоки между порами.

Алгоритм нахождения фазовой проницаемости аналогичен, но с учетом записи закона сохранения массы для каждой фазы в отдельности. Проводимость по смачивающей фазе аппроксимируется выражением:

$$C^w = \frac{A_w r_w^2}{R_f \mu_w l'}, \quad (3.15)$$

где A_w — площадь поперечного сечения смачивающей фазы, R_f — безразмерный коэффициент сопротивления, описанный подробнее в работе T. Ransohoff *Laminar flow of a wetting liquid along the corners of a predominantly gas-occupied noncircular pore* («Ламинарное течение смачивающей жидкости по углам некруглой поры, преимущественно занятой газом»). Величина R_f зависит от граничного условия на поверхности жидкости и краевого угла смачиваемости. Например, для поверхности без скольжения с квадратным представлением порового канала и нулевым углом смачивания $R_f = 361$.

Проводимость по несмачивающей фазе в центре поры или канала описывается аналогичной формулой (3.15), за исключением эффективного радиуса $r_{eff} = \left(\sqrt{\frac{A_{nw}}{\pi}} + r \right) / 2$, где A_{nw} — площадь поперечного сечения несмачивающего флюида в поре или канале. Эффективный радиус для несмачивающей фазы может быть также задан через толщину смачивающего слоя $r_{eff} = r - l_w$, где r — радиус поры, а l_w — толщина смачивающего слоя, которая может быть задана функциональной зависимостью.

Необходимо отметить, что массоперенос многофазной жидкости на микроуровне характеризуется различными режимами течения, которые во многом определяются типом флюидов, их свойствами, количеством и взаимодействием с горной породой. По мере развития физически содержательных представлений о механизме движения флюидов в пористых средах особое внимание уделялось влиянию сил межфазного взаимодействия на характеристики течения. Например, для многофазной фильтрации наиболее существенные потери давления могут возникать за счет механизма межфазного взаимодействия. Существуют подходы, которые позволяют смоделировать процессы течения в виде чередующихся капель, а не только струйный режим. Применение подобных подходов требуют значительных вычислительных ресурсов.

Очевидно, что классическое представление коэффициента проводимости в рамках порово-сетевых моделей не позволяет учесть описанные ниже процессы, так как при определении проводимости по смачивающей и несмачивающей фазе используются постоянные, зависящие только от геометрии пор и в лучшем случае их смачиваемости (например, безразмерный коэффициент сопротивления — R_f).

В рамках современного представления порово-сетевой модели предлагается подход к расчету коэффициента проводимости в зависимости от насыщенности:

$$C_{ij}^{f*} = C_{ij}^f \cdot (1 - \Delta \bar{P}_{\text{мф}}), \quad (3.16)$$

где C_{ij}^f — проводимость, рассчитанная по формулам (3.15)–(3.12), а $\Delta \bar{P}_{\text{мф}}$ — функция межфазных потерь, нормированная на максимальное значение соотношения $\left(\frac{\bar{p}_{\text{мф}}(S)}{\bar{p}_{\text{мф}}(S)_{\text{max}}} \right)$, введенная

А. Б. Шабаровым и А. В. Шаталовым. Этот метод далее подробно будет описан в параграфе 3.5.

Функция межфазных потерь — это интегральная характеристика, учитывающая такие факторы, как процессы формирования капель, например, влияние скелета как отдельной фазы на разрыв струек на капли, деформации и распад капель, столкновения и соединения отдельных капель, их отрыв от поверхности и т. д. Функция аппроксимируется колоколообразной кривой на основе сопоставления известных экспериментальных данных и численных расчетов в приближение квазиодномерности течения в рамках модели капиллярных кластеров:

$$\Delta \bar{P}_{\text{мф}}(S) = \begin{cases} A \cdot \left[\alpha \left(\frac{S - S_{wr}}{S_m - S_{wr}} \right)^2 - (\alpha - 1) \left(\frac{S - S_{wr}}{S_m - S_{wr}} \right)^3 \right], & \text{при } S < S_m, \\ A \cdot \left[1 - 0.25\alpha \left(\frac{S - S_m}{S^* - S_m} \right)^2 - (0.25\alpha - 1) \left(\frac{S - S_{wr}}{S^* - S_{wr}} \right)^3 \right], & \text{при } S \geq S_m. \end{cases} \quad (3.17)$$

Параметры, описывающие экстремум функции межфазных потерь (3.17), могут быть заданы эмпирическими уравнениями:

$$A = 0.315 + 7.93 \cdot 10^{-8} \frac{1}{Ca} + 8.27 \cdot K_{ss}^2 - 5.58 \cdot 10^{-14} \frac{KSS}{Ca^2}, \quad (3.18)$$

$$\bar{S}_m = 2.85 \cdot 10^{-2} - 1.43 \cdot \ln(KSS) + 1.2 \cdot 10^3 \sqrt{Ca} - 22.3 \frac{\ln(KSS)}{\ln(Ca)}, \quad (3.19)$$

где $\Delta \bar{P}_{\text{мф}}$ — относительные потери от межфазного взаимодействия; $\alpha = 3$ константа для всех образцов; $A = \bar{p}_{\text{мф}}(S)_{\text{max}}$ — максимальное значение отношения межфазных потерь к суммарным потерям в области $S_{wr} < S < S^*$; S — текущая водонасыщенность; S_{wr} — остаточная водонасыщенность; $S^* = 1 - S_{or}$ — водонасыщенность, соответствующая остаточной нефтенасыщенности; $\bar{S} = \frac{S - S_{wr}}{S^* - S_{wr}}$ — относительная водонасыщенность; $\bar{S}_m$ — относительная водонасыщенность, соответствующая максимальному значению A ; $Ca = \frac{\mu_o w_o}{\sigma}$ — капиллярное число; w_o —

скорость фильтрации на входной границе образца; $KSS = \frac{k}{m \cdot D^2}$ — абсолютная проницаемость в безразмерном виде; k — абсолютная проницаемость из однофазного расчета; m — коэффициент пористости сгенерированного образца; D — средний радиус пор рассматриваемой системы.

В отличие от классического представления новый коэффициент проводимости (3.16) позволяет учесть интегральные потери на межфазное взаимодействие в зависимости от текущей водонасыщенности.

При моделировании двухфазного течения в порово-сетевой модели принимается, что условием проникновения несмачивающей фазы в канал является превышение разности давлений в смачивающей и несмачивающей фазах капиллярного давления (P_c). В общем случае работа капиллярных сил может быть записана на основе уравнения Юнга–Лапласа и геометрических параметров пор:

$$P_c = \frac{\sigma_{ow} \cos \theta}{r} \cdot \left(1 + 2\sqrt{\pi G} \cdot F_d(G) \right), \quad (3.20)$$

где σ_{ow} — коэффициент межфазного натяжения на границе нефть–вода; θ — краевой угол смачивания; r — радиус капиллярного канала; G — фактор формы (отношение площади к квадрату периметра сечения пор); $F_d(G)$ — функция из работы. Для круглого сечения ($G = 1/4\pi$, $F_d(G) = 1$) — $P_c = \frac{2\sigma_{ow} \cos \theta}{r}$.

Поры на границе модели, расположенные в плоскости перпендикулярной оси фильтрации, соединяются с источниками с одной стороны и стоками с другой. Метод задания граничных условий обеспечивает стационарность течения.

Например, в работе И. Н. Жижимонтова «Нестационарный тепломассоперенос водонефтяной смеси в системе горизонтальных скважин» (диссертация кандидата физико-математи-

ческих наук, 2021 г.) для формирования начального распределения фаз моделируется процесс первичного дренажа, т. е. стопроцентно насыщенный водой образец подвергается вытеснению нефтью (рис. 3.2), что отражает процесс формирования залежи. Постепенное изменение перепада давления между источником и стоком приводит к изменению насыщенности в модели. Распределенные по объему флюиды на каждом шаге заполняют поры и капилляры в соответствии с пороговым капиллярным давлением. В результате этого формируется нефтенасыщенный образец с пространственным распределением остаточной водонасыщенности. Следующим этапом является моделирование процесса пропитки, т. е. вытеснения несмачивающей фазой (нефтью) смачивающую фазу (воду).

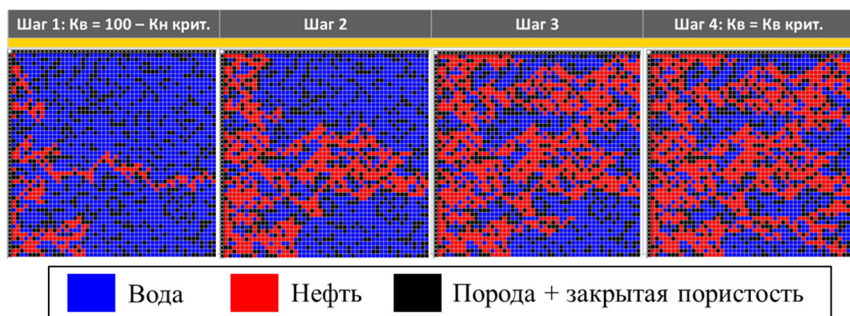


Рис. 3.2. Схема распределения флюидов в пористой среде на разные моменты времени из работы

K_v — коэффициент текущей водонасыщенности; $K_v \text{ крит}$ — коэффициент критической (остаточной) водонасыщенности; $K_n \text{ крит}$ — коэффициент критической (остаточной) нефтенасыщенности

Таким образом, расчет течения в рамках порово-сетевой модели представляет собой решение системы линейных уравнений (3.14) относительно неизвестных поровых давлений с помощью итерационного метода бисопряженных градиентов или

метода Гаусса–Жордана с эвристикой частичного выбора ведущего элемента (partial pivoting). Зная давления в порах, по формуле, аналогичной (3.11), можно рассчитать скорость потока для фаз в/из рассматриваемой области сетевой модели. Изначально проводимость между порами для каждой фазы находится по формулам (3.15) и (3.12), а затем уточняется с учетом (3.16). На основе обобщенного закона Дарси с учетом известных динамических вязкостей жидкостей, заданного размера модели (образца), рассчитанной для однофазного потока абсолютной проницаемости (k), связи между насыщенностью и перепадом давления между гранями модели, определяется фазовая проницаемость ($K_{пр}^f$) и функция ОФП ($f_f = \frac{k^f}{k}$):

$$k^f(S_f) = \frac{\mu_f \cdot l \cdot Q^f}{S \Delta p}, \quad (3.21)$$

где индекс f обозначает фазу (вода, нефть), $Q^f = \sum_{i,j \in S} q_{ij}^f$ — суммирование расходов фаз по ячейкам на выходной границе, l — длина модели (образца), S — площадь грани модели (образца), Δp — перепад давления на входе и выходе из модели, $S_f = \frac{V_f}{V_p}$ — насыщенность фазой (отношение объема фазы к объему пор).

На рис. 3.2 приведена схема распространения флюидов в сгенерированной стохастической модели пористой среды в четырех последовательных моментах времени при имитации процесса формирования нефтяной залежи — вытеснение воды нефтью. Отметим, что на рис. 3.2 каждая из ячеек имеет различный физический объем, согласно стохастической генерации сети с наиболее вероятным распределением пор по размерам, для данного примера пористость образца составляет около 30%.

3.3. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА НА ПРИМЕРЕ СИСТЕМЫ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН

Физико-математическое моделирование процессов изотермической и неізотермической фильтрации прочно вошло в практику решения задач разработки месторождений углеводородов. Большинство технических решений, связанных с планированием геолого-технологических мероприятий, локализацией остаточных запасов нефти, базируются на рекомендациях, следующих из применения результатов численного гидродинамического моделирования.

Далее в этом параграфе будет разобран пример решения одной из наукоемких прикладных задач на примере разработки тепловым воздействием месторождения высоковязкой нефти. Применение системы горизонтальных скважин позволяет значительно улучшить технологические показатели, благоприятным фактором для этого выступает относительно небольшая глубина залегания продуктивных пластов и слабokonсолидированный (рыхлый) тип пород. Соответственно тепловые методы в совокупности с использованием горизонтальных скважин являются наиболее эффективными способами разработки таких объектов, зачастую обеспечивающие повышение нефтеотдачи в разы. Учет данных факторов при моделировании процессов разработки месторождений высоковязкой нефти приводит к большим сложностям, и, соответственно, разработка эффективного метода расчета для решения многопараметрических задач оптимизации, ремасштабирования и адаптации является актуальной.

Необходимо отметить, что для рассматриваемых отложений имеются определенные сложности с проведением лабораторных

исследований керна, особенно высокая степень неопределенности характера для специальных потоковых экспериментов, например, для получения диаграмм относительных фазовых проницаемостей. В терминах теплофизики ОФП является ключевым параметром массопереноса, поэтому для снижения неопределенностей в работе использован подход, описанный в предыдущем параграфе.

Постановка задачи

Рассмотрим физико-математическую модель процессов тепломассопереноса в пласте с системой горизонтальных скважин со следующими допущениями:

1. Расчет квазитрехмерного течения сводится к совокупности расчетов в плоскости $Z = const$, с учетом перетока тепла вдоль оси Z .

2. Течение в плоскости $Z = const$ рассматривается происходящим в струйке тока и является квазиодномерным.

3. Форма трубок тока на первом расчетном шаге известна по аналитическому решению и впоследствии уточняется в процессе расчетов.

4. Мощность внутренних сил пренебрежимо мала.

5. Все фазы (углеводороды, вода и горная порода) имеют равную температуру $T_{ij}^w = T_{ij}^o = T_{ij}^{rock}$.

6. Температура окружающей среды (вмещающих глин) известна и не меняется с течением времени.

7. Происходящие в пласте процессы рассматриваются как равновесные.

Таким образом, математическая постановка задачи сводится к совместному решению уравнений тепломассопереноса на макроуровне и может быть записана в виде системы уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial m \rho_i^{(0)} S_i}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_i^{(0)} \vec{w}_i) = 0, \\ \vec{w}_i = -\frac{k f_i}{\mu_i} \operatorname{grad} P, \\ f_i = f(S_i, T), \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^N \rho_i U_i}{\partial t} + \operatorname{div}(\sum_{i=1}^N \rho_i U_i w_i^n + q^n) = 0, \\ \mu_i, \rho_i, \sigma_i, \lambda_i, c_i = f(P, T), \end{array} \right. \quad (3.22)$$

где $m = \frac{V_n}{V}$ — пористость; k — абсолютная проницаемость; $\rho_i^{(0)} = \frac{M_i}{V_i}$ и $\rho_i = \frac{M_i}{V}$ — истинная и приведенная плотность фазы соответственно; f_i — относительная фазовая проницаемость; $S_i = \frac{V_i}{V_n}$ — насыщенность i -й фазой; $\vec{w}_i$ — скорость фильтрации; $\operatorname{grad} P$ — градиент давления; T — температура пласта; $\sum_{i=1}^N \rho_i U_i = (\rho_w c_w + \rho_o c_o + \rho_{rock} c_{rock}) T$ — удельная, отнесенная к 1 м³ объема, внутренняя энергия многофазной среды; $\rho_i U_i w_i^n$ — удельная, отнесенная к 1 м², внутренняя энергия движущейся среды; q^n — удельная, отнесенная к 1 м² поверхности S , тепловая энергия, передаваемая через S за счет механизма теплопроводности; $\mu_i, \rho_i, \sigma_i, \lambda_i, c_i$ — динамическая вязкость, плотность, поверхностное натяжение, теплопроводность и теплоемкость i -й фазы соответственно; $i = 1, 2, 3$ — номер фазы (нефть, вода, горная порода).

Граничные условия для системы (3.22) определяются из решения системы уравнений для квазиодномерного течения вдоль горизонтального участка скважины (вдоль оси Z):

$$\left\{ \begin{array}{l} v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2} + \frac{G'}{\rho S_2}, \\ P_2 = P_1 + \rho \left[\alpha_k \frac{v_1^2 - (v_1 + \frac{G'}{\rho S})^2}{2} - \left(\lambda_{тр} \frac{\Delta Z}{d} \frac{v_{ср}^2}{2} \right) + \frac{(v_1 - \frac{G'}{\rho S})}{\rho S} G' \right], \\ T_2 = T_1 + \frac{1}{c} \left[\frac{P_1 - P_2}{\rho} + \alpha_k \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} - (i^{*'} - i^*) \frac{G'}{G} + q_{вн} \right], \end{array} \right. \quad (3.23)$$

где v_i, P_i, T_i — соответственно скорость, давление и температура в i -м сечении; S_i — площадь i -го сечения (ΔZ — расстояние между сечениями); α_k — коэффициент Кориолиса; G' — расход или подвод массы через боковую поверхность (может быть найден с учетом приближения об установившемся плоско-радиальном притоке из скважины в пласт); $\lambda_{тр} = \lambda_{тр}(Re, \bar{\Delta}_r)$ — коэффициент трения, определяемый в зависимости от режима течения и, в общем случае, зависящий от числа Рейнольдса (Re) и относительной шероховатости скважины ($\bar{\Delta}_r$); $i^* (i^{*'}) = u + \frac{p}{\rho} + \alpha_k \frac{v^2}{2}$ — полная энтальпия в произвольном сечении;

$$q_{вн} = \frac{\pi(T_1 - T_0)}{\frac{1}{\alpha d_{внут}} + \frac{1}{2\lambda} \ln\left(\frac{d_{вн}}{d_{внут}}\right) + \frac{1}{\alpha_{сред} d_{вн}}} — \text{тепловой поток через цилиндрические}$$

стенки горизонтальной скважины; ρ, c — плотность и теплоемкость флюида в стволе скважины. Оценка для двухфазного потока жидкости (нефть, вода) в стволе добывающей скважины в общем случае может быть уточнена с учетом типа течения. Статическое давление на забое скважины определяется из гидравлической характеристики скважины $Q = Q(P_{заб} - P_{уст})$.

Система уравнений на макроуровне (3.22) включает в себя законы сохранения массы, энергии и уравнение движения в пористой среде, связывающие соотношения.

На нижней границе в силу симметрии (рис. 3.3) рассматриваемой задачи задается условие непротекания $w_i^n = 0$. Аналогично считаем кровлю и подошву пласта непроницаемыми для потока массы, при постановке граничных условий для тепловой задачи задается температура окружающей среды T_0 и коэффициент теплоотдачи α_o , тогда тепловой поток и температура на границе связаны законом Ньютона–Рихмана $q = \alpha_o(T_i - T_0)$.

Начальные условия определяют локализацию геологических запасов в рассматриваемом продуктивном пласте. Таким

образом, в начальный момент времени в каждом контрольном объеме известно распределение подсчетных и теплофизических параметров: $m, k, S_i, \mu_i, \rho_i, \sigma_i, \lambda_i, c_i = f(l, l_1, 0)$.

Формулировка задачи является замкнутой, если заданы следующие данные:

- геометрические параметры задачи: мощность продуктивного пласта, расстояние между скважинами, длина горизонтального участка скважины;
- линии тока l и равного потенциала l' и сформированные на их основе контрольные объемы;
- параметры пластовых флюидов и вытесняющих агентов $(\rho_i, \mu_i, \lambda_i, c_i)$ и их изменения от термобарических условий;
- параметры массопереноса и их изменения от температуры $f_i = f(S_i, T)$.

Система на макроуровне (3.22) является не замкнутой пока не известны закономерности массопереноса водонефтяной смеси и их изменения от температуры: $f_i = f^f = f(S^f, T)$. Моделирование процессов на микроуровне (см. предыдущий параграф) позволяет замкнуть систему уравнений на макроуровне. Система уравнений для описания процессов массопереноса может быть записана в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^Z q_{ij}^f = 0, \\ q_{ij}^f = C_{ij}^{f*} \cdot \Delta p, \\ C_{ij}^{f*} = f(C_{ij}^f, \Delta p_{\text{мф}}), \\ C_{ij}^f = f(C_i^f, C_j^f, C_{i-j}^f) = f(r_{\text{eff}}, \dots, T), \\ \Delta p_{\text{мф}} = f(S_w, A, S_m, T), \\ f^f(S^f) = \frac{\sum_{S \in S_{\text{out}}} (w^f dS) \cdot \rho^f(T) \cdot \mu^f(T) \cdot L}{\sum_{S \in S_{\text{out}}} dS \Delta p}. \end{array} \right. \quad (3.24)$$

Входящие в систему уравнений (3.24) параметры описаны ранее, нижние индексы i и j соответствуют номерам пор, а верхний индекс f — насыщающей фазе (вода, нефть). Замыкающим соотношением для задачи тепломассопереноса (3.22) служит полученная на основе решения системы (3.24) зависимость относительной фазовой проницаемости от насыщенности и температуры $f^f = f(S^f, T)$ вида:

$$\begin{cases} f_o = \frac{(1-S_w)^{L_o}}{(1-S_w)^{L_o} + E_o S_w^{T_o}}, \\ f_w = \frac{S_w^{L_w}}{S_w^{L_w} + E_w S_w^{T_w}}, \end{cases} \quad (3.25)$$

где $L_o, L_w, E_o, E_w, T_o, T_w = f(T)$ — параметры LET-функции для нефти и воды.

Перечисленный выше набор параметров является обязательным для любой фильтрационной модели. С учетом замыкающих соотношений, граничных и начальных условий количество основных неизвестных функций равняется количеству уравнений, входящих в системы (3.22–3.24). Результатами решения задачи в данной постановке будут поля давления, температуры, скорости и насыщенности: $P, T, w_i, S_i = f(l, l_1, t)$, а также производные от них технологические показатели разработки.

Далее, рассмотрим подробнее вывод уравнений систем (3.22, 3.23), подходы к созданию адаптивной сетки и их применение в рамках разработанной физико-математической модели к современной технологии тепловой разработки месторождений высоковязкой нефти с использованием системы горизонтальных скважин.

Рассмотрим продуктивный пласт, разбуренный несколькими добывающими и нагнетательными горизонтальными скважинами, расположенными в плоскости, латерально распространению пласта (рис. 3.3). Данный шаблон расположения ГС

может последовательно повторяться для формирования полноценной сетки скважин на месторождении. Такой подход отличается от уже ставшей традиционной технологией парогравитационного дренажа (SAGD), изначально разработанной для битуминозных песков. Отличия заключаются в том, что бурение ГС в технологии SAGD происходит в плоскости перпендикулярной плоскости пласта, причем верхняя скважина используется для нагнетания пара с целью создания высокотемпературной паровой камеры. Использование предложенной технологии разработки обусловлено спецификой рассматриваемых отложений, в первую очередь, относительно небольшой мощностью продуктивного пласта.

Расчет квазитрехмерного течения сводится к совокупности расчетов течения в плоскостях $Z = const$, с учетом перетоков тепла и возможной фильтрации в результате неравномерного фронта вытеснения в направлении оси Z (рис. 3.3). В общем случае скорость фильтрации для трехмерной задачи, записывается в виде: $w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2}$. Проекция скорости фильтрации по оси Z (w_z) полагается существенно меньшей по сравнению с w_x и w_y , таким образом, справедливо равенство:

$$w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2}. \quad (3.26)$$

Течение водонефтяной смеси в горизонтальных участках добывающих скважин происходит вдоль оси Z ($0 \leq Z < L_z$), а в нагнетательных скважинах горячая вода или иной теплоноситель течет вдоль оси Z , при этом Z изменяется от $Z = L_z$ до $Z = 0$. Фильтрационное течение смеси рассматривается происходящим в струйках тока в плоскостях $Z = const$. Применение в таких задачах прямоугольной или цилиндрической системы координат не эффективно, поэтому при дальнейших расчетах

используется полуфиксированная естественная система координат $(\bar{l}, \bar{l}_1)$, где $l_i = const$ соответствует определенным в процессе расчета линиям равного потенциала $\varphi_i = const$ и линиям тока $\psi_j = const$. Линии равных потенциалов фиксируются, а линии тока уточняются с учетом постоянно меняющихся параметров фильтрационного течения.

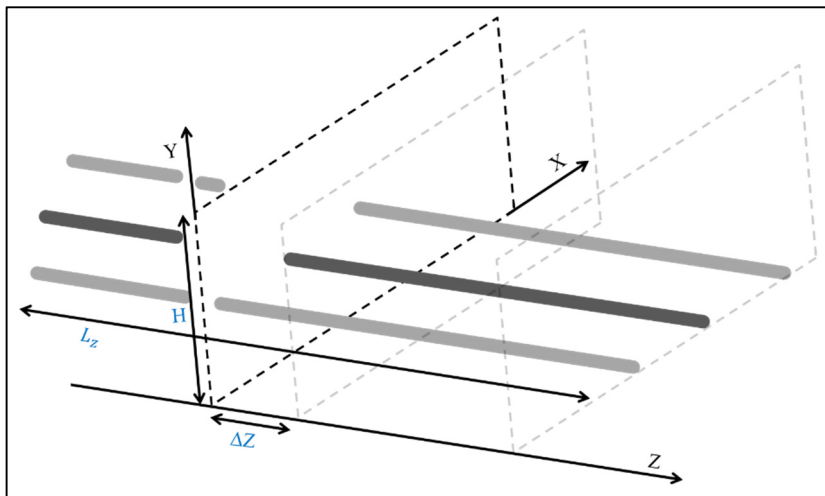


Рис. 3.3. Фиксированная система координат в пласте мощностью H вблизи параллельных добывающих и нагнетательных скважин, где L_z — эффективная длина горизонтального участка скважины

Квазиодномерное течение в горизонтальных участках скважин

Как отмечено в предыдущем пункте, течение водонефтяной смеси в горизонтальных участках добывающих скважин происходит вдоль оси Z ($0 \leq Z < L_z$), а в нагнетательных скважинах горячий теплоноситель течет вдоль оси Z , при этом Z изменяется от $Z = L_z$ до $Z = 0$. В связи со значительной длиной горизонтального участка необходимо учитывать изменение забойного

давления и температуры горячего теплоносителя вдоль профиля скважины.

Для решения поставленной задачи о распределении давления и температуры вдоль ствола скважины воспользуемся основными балансовыми уравнениями квазиодномерного течения. Внутреннее пространство ствола скважины разделено на конечное число контрольных объемов размером ΔV . Выбранные контрольные объемы ограничены внутренней поверхностью скважины с поперечными сечениями $S_1 = S_2 = S$, расположенными на расстоянии ΔZ (рис. 3.3).

Уравнение расхода, баланса импульсов и полной энергии будут аналогично рассмотренным ранее в главе 1.

Построение расчетной сетки с использованием теории функций комплексной переменной.

Классическое применение метода линий тока зачастую ограничивается рассмотрением двухмерного (плоского) течения для задач с продуктивным пластом постоянной мощности, разрабатываемого вертикальными скважинами, вскрывшими всю мощность пласта. Адаптация модели трубок тока для современных систем разработки месторождения с бурением системы горизонтальных скважин показана в текущей работе. Граничные условия вдоль горизонтального ствола скважин определяют начальный вид линий тока и равного потенциала в рассматриваемом срезе модели (в плоскости $Z = \text{const}$).

Одним из способов построения теоретических решеток (расчетных сеток) для течений в сложной области является метод суперпозиции течений (метод источников). Данный метод основан на теории функций комплексной переменной и является достаточно общим для использования во многих прикладных задачах. Например, в своих работах Г. Ю. Степанов использовал подход для описания течения в области гидродинамики решеток турбомашин, его работы продолжил Я. А. Сироткин, применяя

подход при аэродинамическом расчете лопаток осевых турбомашин. В принципе данный метод позволяет построить теоретическую решетку, зависящую от большого числа параметров, если рассматривать потенциал комплексного источника, как наложение однородного потока на поток от решетки вихрей и мультиполей.

Зададим комплексный потенциал источника и/или стока $\pm Q_k$, расположенного в точке z_k с координатами (x_k, y_k) , в виде:

$$W_{\pm Q_k} = \pm \frac{Q_k}{2\pi} \ln(z - z_k) + C = \pm \frac{Q_k}{2\pi} \ln(\bar{z}) + C, \quad (3.27)$$

где $z = z_m$ — точка пространства, в которой вычисляется $W_{\pm Q_k}$ и др. параметры. Далее, приведем выражение (3.27) к виду:

$$W_{\pm Q_k} = \pm \frac{Q_k}{2\pi} \ln(\bar{z}) + C = \pm \frac{Q_k}{2\pi} \ln(r_k) \pm i \frac{Q_k}{2\pi} \ln(\alpha_k) + C, \quad (3.28)$$

где r_k — расстояние от точки z_k до z_m , α_k — угол между осью $\bar{x}$ и радиус-вектором $\bar{z} = z - z_k$.

На рис. 3.4 представлена схема расположения источников и стоков, предложенная в текущей работе, где H — мощность пласта, $Lx(b)$ — расстояние между скважинами. Цветом выделена расчетная область, в остальных областях в силу симметричности моделирование не проводилось.

Комплексный потенциал в точке M (рис. 3.4) от источников и стоков, расположенных во всех точках z_k (где $k = 1..9$, либо $k = 1..15$), запишем в следующем виде:

$$W_M = \sum_{k=1}^{9(15)} \pm \frac{Q_k}{2\pi} \ln(z_M - z_k) + C = \varphi_M + i\psi_M, \quad (3.29)$$

где W_M — комплексный потенциал источника в точке z_M , расположенного в точке с координатами (x_m, y_m) , Q_k — объемный расход источника/стока, C — константа, φ_M — потенциал скорости, ψ_M — функция тока.

Возможно использование нескольких вариантов метода, например, с 9- или 15-точечной схемой. В общем случае, координаты источников и стоков для такой системы сведены в табл. 3.1, обозначения аналогичны рисунку ниже.

Таблица 3.1

Координаты источников и стоков для 9- и 15-точечной схемы

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x_k	0	b	-b	0	b	-b	0	b	-b	0	b	-b	0	b	-b
y_k	0	0	0	$\frac{H}{2}$	$\frac{H}{2}$	$\frac{H}{2}$	$-\frac{H}{2}$	$-\frac{H}{2}$	$-\frac{H}{2}$	H	H	H	-H	-H	-H
Q_k	Q	$-\frac{Q}{2}$	$-\frac{Q}{2}$	Q	$-\frac{Q}{2}$	$-\frac{Q}{2}$	Q	$-\frac{Q}{2}$	$-\frac{Q}{2}$	Q	$-\frac{Q}{2}$	$-\frac{Q}{2}$	Q	$-\frac{Q}{2}$	$-\frac{Q}{2}$

Далее, рассмотрим алгоритм вычисления углов α_k при известных координатах источника или стока $\pm Q_k (x_k, y_k)$ в т. $M (x, y)$ с заданным уровнем допустимой погрешности ε (рис. 3.5):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{если } |\overline{x_k}| \leq 0 \text{ и } \overline{y_k} \geq 0, \text{ то } a_k = \frac{\pi}{2}, \\ \text{если } |\overline{x_k}| < 0 \text{ и } \overline{y_k} < 0, \text{ то } a_k = \frac{3\pi}{2}, \\ \text{если } \overline{x_k} > 0 \text{ и } \overline{y_k} \geq 0, \text{ то } a_k = \arctg \left(\frac{\overline{y_k}}{\overline{x_k}} \right), \\ \text{если } \overline{x_k} > 0 \text{ и } \overline{y_k} < 0, \text{ то } a_k = 2\pi - \arctg \left(\frac{\overline{y_k}}{\overline{x_k}} \right), \\ \text{если } \overline{x_k} < -\varepsilon \text{ и } \overline{y_k} < 0, \text{ то } a_k = \pi + \arctg \left(\frac{\overline{y_k}}{\overline{x_k}} \right), \end{array} \right. \quad (3.32)$$

где $\overline{x_k} = x - x_k$, $\overline{y_k} = y - y_k$, в дальнейших расчетах $\overline{r_k} = \sqrt{\overline{x_k}^2 - \overline{y_k}^2}$.

Таким образом, алгоритм первичного построения расчетной сетки заключается в нахождении решения уравнений (3.30–3.31) $\varphi_{ij} = \text{const}$ и $\psi_{ij} = \text{const}$ с заданным количеством линий

тока и равного потенциала. Так как решение данных уравнений стандартными подходами невозможно, то в работе был реализован алгоритм построения сетки методом изолиний:

1. Построение равномерной прямоугольной сетки с заданным шагом по осям ΔX и ΔY .

2. В узлах сетки вычисляем $\alpha_k(x_i, y_j)$ по (6) и $\psi(x_i, y_j)$ по (3.32) для каждого i и j , входящего в расчетную область.

3. Задаем $\psi = 0, \frac{Q}{20}, \frac{2Q}{20}, \dots M \frac{Q}{2}$, где M — заданное количество линий тока.

4. Задаем $\varphi = 0, \frac{Q}{20}, \frac{2Q}{20}, \dots N \frac{Q}{2}$, где N — заданное количество линий равного потенциала.

5. Интерполяцией находим x_i , соответствующий фиксированному y_j и выбранному $M \frac{Q}{2}$ из всего диапазона значений $\psi = 0, \frac{Q}{20}, \frac{2Q}{20}, \dots M \frac{Q}{2}$.

6. Повторяем п. 5 до нахождения координат всех узлов, сформированной естественной системы координат.

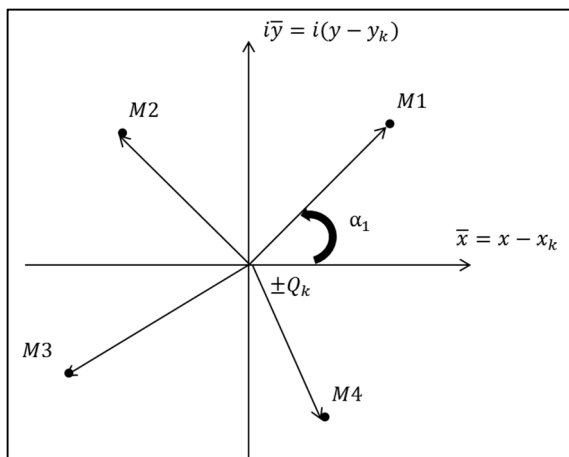


Рис. 3.5. Вычисление углов α_k для источника/стока в т. M

Изменение детальности полученной сетки в естественной системе координат для различного количества линий тока и равного потенциала показано на рис. 3.6.

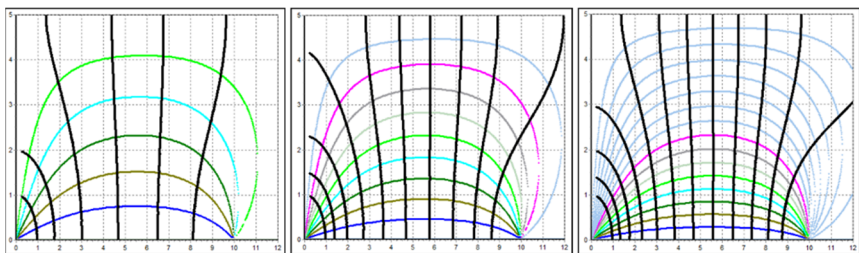


Рис. 3.6. Детальность расчетной сетки для различного количества линий тока и равного потенциала

Поправка на нестационарность и многофазность потока

Так как при построении естественной системы координат применялся метод суперпозиции течений, достоверное решение задачи в генерируемой сетке, в общем, будет возможно лишь при стационарной однофазной фильтрации. Однако, возможно расширить применимость предложенного подхода при переходе к полуфиксированной системе координат. Предположение о неподвижности трубок тока долгое время являлось самым существенным недостатком, препятствующим более широкому распространению подхода. Следующий этап развития подхода заключался в учете изменения линий тока, а ограничение о неподвижности было значительно ослаблено далее. Реализованный подход является точным, поскольку контрольные объемы уточняются на каждом временном шаге, что обеспечивает соответствие положения каждой трубки линиям тока. А именно, использование динамической сетки позволило учесть влияние нестационарности и многофазности потока. Для формирования адаптивных контрольных объемов применяется полуфиксированная естественная система координат,

по аналогии с сеткой, предложенной Г. Ю. Степановым для описания гидродинамики решеток турбомашин и далее примененной в работах Я. А. Сироткина при аэродинамическом расчете лопаток осевых турбомашин. В данном подходе фиксируется одна координата (линии равного потенциала) и корректируется другая (линия тока). Адаптация данного подхода к методу трубок тока применительно к процессам тепломассопереноса в продуктивном пласте с системой горизонтальных скважин является важным для моделирования, так как сохраняется основное преимущество данных типов моделей (решение трехмерной гидродинамической задачи постепенно сводится к решению квазиодномерной), при этом в отличие от фиксированной сетки системы уравнений остаются замкнутыми. Преимущества над полностью нефиксированной сеткой заключаются в незначительном усложнении расчета при минимальной потере точности и существенным быстродействием разработанных алгоритмов. Таким образом, задача тепломассопереноса в трубках тока рассматривается как последовательность устойчивых состояний. Геометрия линий тока меняется с течением времени с учетом того, что их начальное положение получено с предыдущего временного шага.

Уточнение площадей в струйках тока для фиксированного $i = (1..N)$ и для разных $j = (1..M - 1)$, то есть $F \rightarrow F_{ij}$ (рис. 3.7), где i — индекс для линий равного потенциала, а j — счетчик для линий тока.

Исправленные линии могут отличаться от исходных, так как первое приближение рассчитывалось исходя из допущения о потенциальности движения, а скорректированные кривые отражают истинное — фильтрационное — течение жидкости. Очевидно, что в таком случае скорости реального течения будут ниже (относительно однофазного случая), в том числе из-за учета двухфазной фильтрации.

Ниже коротко опишем порядок нахождения следующего приближения при расчете с использованием полуфиксированной естественной системы координат:

1. На первом шаге, задавая число струек тока $(M-1)$, находим координаты точек $\overline{l_{1ij}} = \frac{l_{ij}}{L_i}$ (обезразмеривание переменных) и соответствующие F_{ij} , где $i = (1..N), j = (1..M-1)$ (рис. 3.7), где L_i — длина выбранной (фиксированной) поверхности равного потенциала.

2. При фиксированных $\overline{l_{1ij}}^1$ вычисляем уточненные расходы Q_{ij}^2 , с учетом того, что через каждую струйку тока проходит объемный расход $\Delta Q_{ij} = w_{ij} \Delta l_{1ij}^1 \Delta Z$, где w_{ij} — скорость фильтрации, определенная при решении гидродинамической задачи. Таким образом, $\overline{Q_{ij}}^2 = \overline{Q_{ij}}^2 (\overline{l_{1ij}}^1)$ при тех же $\overline{l_{1ij}}^1$. Аналогично переносу по горизонтали от точки $\overline{l_{1ij}}^1$ к новой точке $\overline{l_{1ij}}^2$, где аппроксимируется по линейной $\overline{l_{1ij}}^2 = a_0 + a_1 \overline{Q_{ij}}$ или квадратичной функции $\overline{l_{1ij}}^2 = a_0 + a_1 \overline{Q_{ij}} + a_2 \overline{Q_{ij}}^2$, где $\overline{Q} = \frac{\Delta \psi}{2\pi}$ и $\overline{Q} \in [0,1]$.

3. При фиксированном равномерном распределении расходов $\Delta Q_j = \frac{Q_j}{M-1} = const$ находим уточненные координаты линии тока $\overline{l_{1ij}}^2$ по уточненной кривой $\overline{Q_{ij}}^2 = \overline{Q_{ij}}^2 (\overline{l_{1ij}}^1)$. Используя линейную интерполяцию:

$$\overline{l_{1ij}}^2 = \overline{l_{1ij}}^1 + \frac{\overline{Q_j} - \overline{Q_j}^2}{\overline{Q_{j+1}}^2 - \overline{Q_j}^2} (\overline{l_{1j+1}}^2 - \overline{l_{1ij}}^2), \quad (3.33)$$

или квадратичная интерполяция по аналогии.

По трем точкам $(Q_{j-1}^2, l_{1ij-1}^1), (Q_j^2, l_{1ij}^2), (Q_{j+1}^2, l_{1j+1}^1)$ аппроксимируем кривую параболой. Для построения выбираем

соседние точки, так как на отрезке от 0 до 1 кривая условно является более сложной фигурой.

При нахождении коэффициентов параболы необходимо решить систему уравнений для нахождения коэффициентов:

$$l^2 = a_0 + a_1 Q^{1 \text{ или } 2} + a_2 (Q^{1 \text{ или } 2})^2, \quad (3.34)$$

При решении СЛАУ полагаем $a_0 = x_1, a_1 = x_2, a_2 = x_3$.

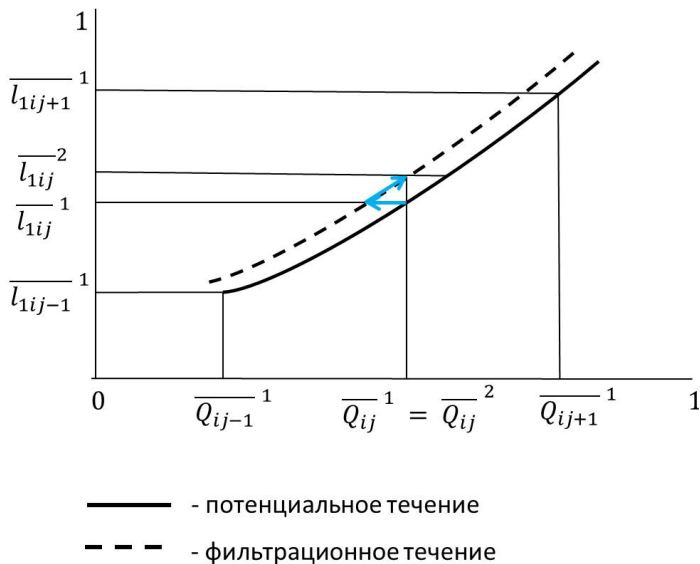


Рис. 3.7. Уточнение ординаты $\overline{l_{1ij}^{-1}}$

Применение метода, основанного на теории линий тока, для решения задач тепломассопереноса описано в некоторых зарубежных работах, где процесс теплопереноса учитывался для конвективных потоков на основе подхода с разделением операторов. Очевидно, что по мере увеличения числа Пекле (Pe) и, соответственно, увеличением вклада кондуктивной составляющей теплопереноса, данный подход значительно теряет в

точности. В предложенной в работе физико-математической модели реализован эффективный способ расчета тепловой задачи с учетом конвективного переноса тепла вдоль линий тока, теплообмена с соседними струйками тока, окружающей средой, а также с учетом соседних срезов модели.

Таким образом, предложен подход к дискретизации расчетной области, на основе модифицированного МТТ для системы параллельных горизонтальных скважин. Аналитическое решение для линий тока и равного потенциала получено с использованием метода источников (суперпозиции течений) на основе теории функций комплексной переменной.

Модель массопереноса в пласте

Определение характера насыщенности по явной схеме:

Уравнение неразрывности в интегральной форме имеет вид:

$$\int \frac{\partial \rho_i'}{\partial t} dV + \int \rho_i' w_{in} dS = 0, \quad (3.35)$$

где $\rho_i' = \frac{M_i}{V}$ — приведенная к объему V плотность i -й фазы.

Для контрольного объема V (рис. 3.8) струйки тока длиной Δl с поперечным сечением Δl_1 уравнение (3.35) запишем в виде:

$$\frac{\rho_{iV}^{k+1} - \rho_{iV}^k}{\tau} * V + (\rho_{i2}^0 w_2 F_2)^k - (\rho_{i1}^0 w_1 F_1)^k = 0, \quad (3.36)$$

где τ — шаг по времени, верхний индекс $(k+1)$ соответствует моменту времени $t^{k+1} = t^k + \tau$, $F = \Delta l_1 * \Delta Z$ — площадь поперечного сечения струйки тока, ΔZ — размер по нормали к плоскостям (X, Y) , $\rho_i^0 = \frac{M_i}{V_i}$ — истинная плотность i -й фазы.

С учетом фильтрации вдоль оси Z уравнение (3.36) и все последующие будут дополняться двумя новыми членами, учитывающими приток и отток массы в перпендикулярном направлении:

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{iV}^{k+1} - \rho_{iV}^k}{\tau} * V + (\rho_{i2}^0 w_2 F_2)^k - (\rho_{i1}^0 w_1 F_1)^k + \\ + (\rho_{i2}^0 w_{z2} F_{z2})^k - (\rho_{i1}^0 w_{z1} F_{z1})^k = 0, \end{aligned} \quad (3.37)$$

где w_{z2}, w_{z1} — скорости фильтрации между поперечными сечениями струйки тока F_{z2} и F_{z1} в плоскости Z .

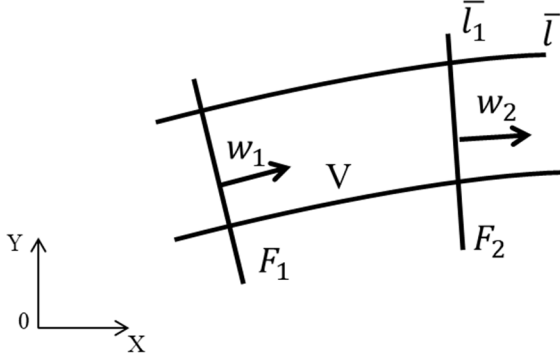


Рис. 3.8. Контрольный объем в полуфиксированной естественной системе координат $(\bar{l}, \bar{l}_1)$

Из (3.36) следует:

$$\rho_{iV}^{k+1} = \rho_{iV}^k + [(\rho_{i1}^0 w_1 F_1) - (\rho_{i2}^0 w_2 F_2)]^k \frac{\Delta t}{V}, \quad (3.38)$$

откуда с учетом $\rho_{iV} = \rho_i \cdot m$, где $\rho_i = \frac{M_i}{V_{\text{пор}}}$ — плотность i -й фазы, приведенная к объему пор; $\rho_i = \rho_i^0 S_i$; m — пористость.

Тогда насыщенность i -й фазой в момент времени t^{k+1} будет равна:

$$S_i^{k+1} = S_i^k + [(\rho_{i1}^0 w_1 F_1) - (\rho_{i2}^0 w_2 F_2)]^k \frac{\Delta t}{V \cdot m \cdot \rho_i^0}. \quad (3.39)$$

Полагая в этом уравнении $\rho_{i1}^0 = \rho_{i2}^0 = \rho_i^0$, получим:

$$S_i^{k+1} = S_i^k + [(w_1 F_1) - (w_2 F_2)]^k \frac{\Delta t}{v \cdot m}. \quad (3.40)$$

Для фильтрации водонефтяной смеси уравнение (3.40) сводится к:

$$\begin{cases} S_w^{k+1} = S_w^k + [(w_{w1} F_1) - (w_{w2} F_2)]^k \frac{\Delta t}{v \cdot m}, \\ S_o^{k+1} = 1 - S_w^{k+1}. \end{cases} \quad (3.41)$$

Расчет повторяется для $i = (2..N)$ для струек тока $j = (1..M - 1)$.

Определение давления в струйке тока по неявной схеме:

Рассмотрим параметры фильтрационного течения водонефтяной смеси в струйке тока в момент времени t^{k+1} . Такие параметры как: $P_1, P_2, F, K_{пр}, f_i, \rho_i^0, \mu_i^0, L$ — задаются или вычисляются отдельным блоком.

Расход смеси в струйке тока из уравнения баланса массы:

$$G = G_o + G_w = (\rho_o^0 w_o + \rho_w^0 w_w) * F. \quad (3.42)$$

Скорость фильтрации определяется обобщенным законом Дарси:

$$\begin{cases} w_o = - \frac{k \cdot f_o}{\mu_o} \frac{dp}{dl}, \\ w_w = - \frac{k \cdot f_w}{\mu_w} \frac{dp}{dl}, \end{cases} \quad (3.43)$$

где w_o, w_w — скорости фильтрации нефти и воды; k — абсолютная проницаемость; f_o, f_w — относительные фазовые проницаемости для нефти и воды; μ_o, μ_w — динамические вязкости нефти и воды; $\frac{dp}{dl}$ — градиент давления.

Относительные фазовые проницаемости являются важным элементом любой гидродинамической модели и описывают фильтрационные параметры пористой среды для многофазной фильтрации в отличие от однофазного случая. В классическом

представлении ОФП (f_o, f_w) зависят от насыщенности, но как будет показано далее они могут являться функциями других параметров. В итоге полученные ОФП аппроксимировались с использованием ЛЕТ-функции, параметры которой задавались как функции от температуры (см. предыдущий пункт — численное моделирование в рамках стохастической порово-сетевой модели). Таким образом, вид кривых ОФП определялся не только насыщенностью, но и степенью прогрева пласта.

Подставив w_o и w_w из (3.43) в (3.42), получим:

$$G = -k \cdot F \cdot \frac{dp}{dl} \left(\frac{\rho_o^0 f_o}{\mu_o} + \frac{\rho_w^0 f_w}{\mu_w} \right), \quad (3.44)$$

или

$$dp = - \frac{G \cdot dl}{k \cdot F \cdot \left(\frac{\rho_o^0 f_o}{\mu_o} + \frac{\rho_w^0 f_w}{\mu_w} \right)}. \quad (3.45)$$

Интегрируя (3.45) в пределах от $l = 0$ до $\hat{l}$ и по давлению от p_1 до p , где p_1 — давление при входе в струйку тока, получим:

$$p = p_1 - G \cdot \int_0^{\hat{l}} \frac{dl}{k \cdot F \cdot \left(\frac{\rho_o^0 f_o}{\mu_o} + \frac{\rho_w^0 f_w}{\mu_w} \right)}. \quad (3.46)$$

Обозначим определенный интеграл:

$$J_1(\hat{l}) = \int_0^{\hat{l}} \frac{dl}{k \cdot F \cdot \left(\frac{\rho_o^0 f_o}{\mu_o} + \frac{\rho_w^0 f_w}{\mu_w} \right)}. \quad (3.47)$$

Тогда распределение давления вдоль струйки тока будет выражаться:

$$p(l) = p_1 - J_1(\hat{l}) \cdot G. \quad (3.48)$$

Определение расхода смеси и фаз, скорости фильтрации:

Расход смеси через струйку тока определяем из (3.48) с учетом того, что при $\hat{l} = L_j$, где L_j — длина струйки тока, $p = p_2$ и $J_1(\hat{l}) = J_1(L)$:

$$G = \frac{p_1 - p_2}{J_1(l)}. \quad (3.49)$$

Проверка (3.49):

$$G_o = w_o \rho_o^0 F(L) = \frac{G * \rho_o^0 * F(L)}{F(L) * \left(\rho_o^0 + \rho_w^0 \frac{f_w \mu_o}{f_o \mu_w} \right)},$$

$$G_w = w_w \rho_w^0 F(L) = \frac{G * \rho_w^0 * F(L)}{F(L) * \left(\rho_w^0 + \rho_o^0 \frac{f_o \mu_w}{f_w \mu_o} \right)},$$

$$\begin{aligned} G &= G_o + G_w = G * \left[\frac{\rho_o^0}{\rho_o^0 + \rho_w^0 \frac{f_w \mu_o}{f_o \mu_w}} + \frac{\rho_w^0}{\rho_w^0 + \rho_o^0 \frac{f_o \mu_w}{f_w \mu_o}} \right] = \\ &= G * \left[\frac{\rho_o^0 * \left(\rho_w^0 + \frac{1}{\alpha} \rho_o^0 \right) + \rho_w^0 * \left(\rho_o^0 + \alpha \rho_w^0 \right)}{\left(\rho_o^0 + \alpha \rho_w^0 \right) * \left(\rho_w^0 + \frac{1}{\alpha} \rho_o^0 \right)} \right] \\ &= \frac{G * \left(\rho_o^0 \rho_w^0 + \frac{1}{\alpha} (\rho_o^0)^2 + \alpha (\rho_w^0)^2 + \rho_w^0 \rho_o^0 \right)}{\rho_o^0 \rho_w^0 + \frac{1}{\alpha} (\rho_o^0)^2 + \alpha (\rho_w^0)^2 + \rho_w^0 \rho_o^0} = G. \end{aligned}$$

Данное тождество подтверждает корректность формулы (3.49).

Распределение скоростей фаз вдоль струйки тока l с учетом (3.43), (3.44) и (3.45):

$$w_o(l) = -\frac{k \cdot f_o}{\mu_o} \left(-\frac{G}{k \cdot F \left(\frac{\rho_o^0 f_o}{\mu_o} + \frac{\rho_w^0 f_w}{\mu_w} \right)} \right) = \frac{G}{F \left(\rho_o^0 + \rho_w^0 \frac{f_w \mu_o}{\mu_w f_o} \right)}, \quad (3.50)$$

$$w_w(l) = -\frac{k \cdot f_w}{\mu_w} \left(-\frac{G}{k \cdot F \left(\frac{\rho_o^0 f_o}{\mu_o} + \frac{\rho_w^0 f_w}{\mu_w} \right)} \right) = \frac{G}{F \left(\rho_w^0 + \rho_o^0 \frac{f_o \mu_w}{\mu_o f_w} \right)}. \quad (3.51)$$

Расходы нефти и воды находятся в сечении $l = L$:

$$\begin{cases} G_o = w_o(L) * (\rho_o^0 * F(L)) = \frac{G}{1 + \frac{\rho_w^0 f_w \mu_o}{\rho_o^0 f_o \mu_w}} \\ G_w = G - G_o. \end{cases} \quad (3.52)$$

Если $f_o = 0$ ($< \varepsilon$), то $G_o = 0$, если $f_w = 0$ ($< \varepsilon$), то $G_w = 0$.

Таким образом, алгоритм решения гидродинамической задачи сводится к последовательному вычислению величины $J_1(l)$ и $J_1(L)$ по формуле (3.47), G по формуле (3.49), $w_o(l)$ и $w_w(l)$ по формуле (3.50) и (3.51), $p(l)$ по формуле (3.48), G_o и G_w по формуле (3.52), где все параметры вычисляются в момент времени $t = t^{k+1}$.

Моделирование явления «вязких пальцев» в рассматриваемой задаче возможно с использованием общепринятого подхода с заданием флуктуаций поля абсолютной проницаемости на границе фронта вытеснения.

Модель тепломассопереноса в пласте

При неизотермической фильтрации уравнения массопереноса записываются совместно в виде системы тепломассопереноса в пласте (3.22). Нестационарное температурное поле в области течения находится из уравнения баланса внутренней энергии многофазной среды в контрольных объемах с учетом скоростей фильтрации $\bar{w}$, найденных в предыдущем пункте на основе решения уравнения фильтрации.

Уравнение баланса внутренней энергии в интегральной форме записывается в виде:

$$\int \frac{\partial}{\partial t} (\rho U) dV = - \int (q^n + \rho U w_n) dS, \quad (3.53)$$

где $\rho U = (\rho_w c_w + \rho_o c_o + \rho_{rock} c_{rock}) T$ — удельная, отнесенная к 1 м³ объема, внутренняя энергия многофазной среды (нефть,

вода, горная порода); $\rho U w_n$ — удельная, отнесенная к 1 м^2 , внутренняя энергия движущейся среды (нефть, вода); τq^n — удельная, отнесенная к 1 м^2 поверхности S , тепловая энергия, передаваемая через S за счет механизма теплопроводности (рис. 3.9).

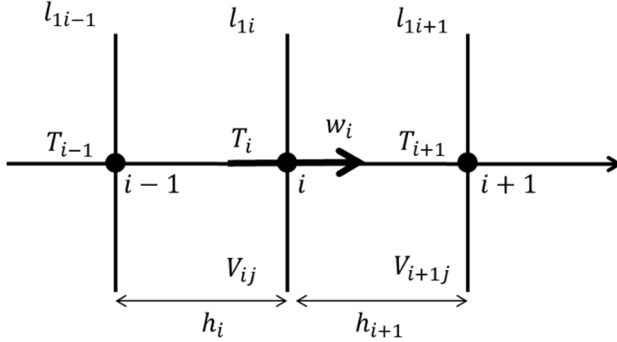


Рис. 3.9. Схема и обозначения контрольных объемов в пределах одной струйки тока ($j = \text{const}$)

Уравнение баланса внутренней энергии в алгебраической форме для контрольного объема V_{ij} при $i = 1..(N-1)$, $j = 1..(M-1)$ (см. рис. 3.10) запишется в виде:

$$\begin{aligned} V_{ij}(\rho_w C_w + \rho_o C_o + \rho_r C_r)_{ij}^{k+1} T_{ij}^{k+1} - (\rho_w C_w + \rho_o C_o + \rho_r C_r)_{ij}^k T_{ij}^k = \\ = \tau(\rho_w^k c_w^k w_w^{k+1} + \rho_o^k c_o^k w_o^{k+1})_{i-1,j} l_{1i-1,j} \Delta Z * T_{i-1,j}^{k+1} - \\ - \tau(\rho_w^k c_w^k w_w^{k+1} + \rho_o^k c_o^k w_o^{k+1})_{ij} l_{1ij} \Delta Z * T_{ij}^{k+1} + \\ + \tau(Q_{ij} + Q_{1ij} + Q_z'), \end{aligned} \quad (3.54)$$

где $Q_{ij} = \lambda_{i+1,j}^k \frac{l_{1ij} \Delta Z}{h_{i+1,j}} (T_{i+1,j}^{k+1} - T_{ij}^{k+1}) - \lambda_{ij}^k \frac{l_{1i-1,j} \Delta Z}{h_{ij}} (T_{ij}^{k+1} - T_{i-1,j}^{k+1})$ — отнесенная к 1 м^3 тепловая энергия, переносимая через грани $l_{1ij} * \Delta Z$ и $l_{1i+1,j} * \Delta Z$ контрольного объема (между соседними

КО при $j = \text{const}$); $Q_{1ij} = \lambda_{i,j+1}^k \frac{h_{ij}\Delta Z}{l_{1i,j+1}} (T_{i,j+1}^{k+1} - T_{ij}^{k+1}) - \lambda_{ij}^k \frac{h_{i-1,j}\Delta Z}{l_{1ij}} (T_{ij}^{k+1} - T_{i,j-1}^{k+1})$ — отнесенная к 1 м^3 тепловая энергия, переносимая через грани $h_{ij} * \Delta Z$ и $h_{i,j+1} * \Delta Z$ контрольного объема (между соседними КО при $i = \text{const}$); Q_z' — расчет аналогичен потоку тепла Q_{1ij} , отнесенная к 1 м^3 тепловая энергия, переносимая через грани соседними контрольными объемами в плоскости, перпендикулярной основному направлению течения Z ($i = \text{const}, j = \text{const}$). В случае фильтрации вдоль оси Z поток тепла Q_z' дополнительно учитывает вклад конвективного переноса тепла с заданными скоростями фильтрации $(w_{w,o}^{k+1})|_z$.

В дальнейшем для простоты изложения в данном пункте пренебрежем потоками тепла в направлении оси Z ($Q_z' = 0$), т. е. основной поток тепла и массы распространяется в направлении параллельно течению в пласте между горизонтальными скважинами.

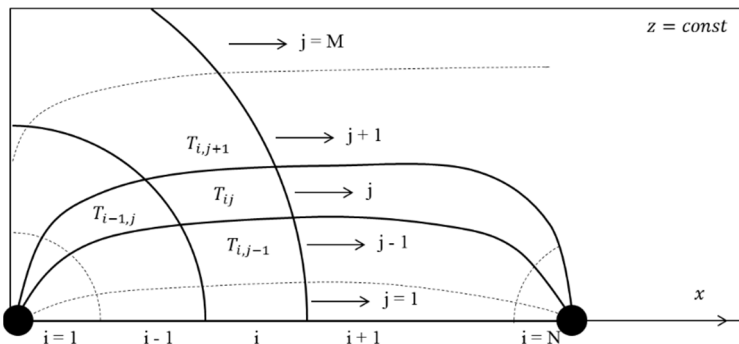


Рис. 3.10. Схема и обозначения контрольных объемов в пределах одной плоскости ($z = \text{const}$)

В итоге полученное рекуррентное уравнение (3.54) решаем методом прогонки по переменным направлениям. В таком случае последовательно представим уравнение (3.54) в виде:

$$A_i T_{i-1}^{k+1/2} - C_i T_i^{k+\frac{1}{2}} + B_i T_{i+1}^{k+\frac{1}{2}} = -F_i^k, \quad (3.55)$$

$$A_j T_{j-1}^{k+1} - C_j T_j^{k+1} + B_j T_{j+1}^{k+1} = -F_j^{k+\frac{1}{2}}. \quad (3.56)$$

Этап 1. Прогонка по $i = 1..(N - 1)$ при $j = \text{const}$ для каждого $j = 1..(M - 1)$. Обозначим следующие выражения:

$$T_{ij}^{k+1/2} = T_i^{k+1/2}, \quad (3.57)$$

$$a_i = V_{ij}(\rho_w C_w + \rho_o C_o + \rho_r C_r)_{ij}^k,$$

$$b_i = (\rho_w C_w w_w + \rho_o C_o w_o)_{ij}^{k+1} l_{1ij} \Delta Z,$$

$$b_{i-1} = (\rho_w C_w w_w + \rho_o C_o w_o)_{i-1,j}^{k+1/2} l_{1i-1,j} \Delta Z,$$

$$c_i = \lambda_{i+1,j} \frac{l_{1ij} \Delta Z}{h_{i+1,j}},$$

$$c_{i-1} = \lambda_{i,j} \frac{l_{1i-1,j} \Delta Z}{h_{i,j}},$$

$$Q_{iy} = \lambda_{i,j+1}^k \frac{h_{ij} \Delta Z}{l_{1i,j+1}} (T_{i,j+1}^k - T_{ij}^k) - \lambda_{ij}^k \frac{h_{i-1,j} \Delta Z}{l_{1ij}} (T_{ij}^k - T_{i,j-1}^k).$$

Для каждого j из диапазона $j = 1..(M - 1)$ соответствуют собственные значения функций $a_i, b_i, b_{i-1}, c_i, c_{i-1}, Q_{iy}$.

Приводя подобные по температуре в уравнении (3.54), найдем коэффициенты в уравнении (3.55) с учетом обозначений, введенных выше:

$$A_i^{k+1/2} = \frac{\tau}{2} (b_{i-1} + c_{i-1}), \quad (3.58)$$

$$B_i^{k+1/2} = \frac{\tau}{2} c_i,$$

$$-C_i^{k+1/2} = -a_i + \frac{\tau}{2} (-b_i - c_i + c_{i-1}),$$

$$-F_i^k = a_i T_i^k + \frac{\tau}{2} Q_{iy}^k.$$

Этап 2. Прогонка по $j = 1..(M - 1)$ при $i = \text{const}$ для каждого $i = 1..(N - 1)$. Обозначим следующие выражения:

$$T_{ij}^{k+1/2} = T_j^{k+1/2}, \quad (3.59)$$

$$a_j = V_{ij}(\rho_w C_w + \rho_o C_o + \rho_r C_r)_{ij}^{k+1/2},$$

$$b_j = (\rho_w C_w w_w + \rho_o C_o w_o)_{ij}^{k+1} h_{ij} \Delta Z,$$

$$b_{j-1} = (\rho_w C_w w_w + \rho_o C_o w_o)_{i,j-1}^{k+1} h_{i,j-1} \Delta Z,$$

$$c_j = \lambda_{i,j+1} \frac{h_{ij} \Delta Z}{l_{1i,j+1}},$$

$$c_{j-1} = \lambda_{i,j} \frac{h_{i,j-1} \Delta Z}{l_{1i,j}},$$

$$Q_{jx} = \lambda_{i+1,j}^{k+1/2} \frac{l_{1ij} \Delta Z}{h_{i+1,j}} \left(T_{i+1,j}^{k+1/2} - T_{ij}^{k+1/2} \right) - \lambda_{ij}^{k+1/2} \frac{l_{1i-1,j} \Delta Z}{h_{ij}} \left(T_{ij}^{k+1/2} - T_{i-1,j}^{k+1/2} \right).$$

Для каждого i из диапазона $i = 1..(N - 1)$ соответствуют собственные значения функций $a_j, b_j, b_{j-1}, c_j c_{j-1}, Q_{jx}$.

Приводя подобные по температуре в уравнении (3.54), найдем коэффициенты в уравнении (3.56) с учетом обозначений, введенных выше:

$$A_j^{k+1} = \frac{\tau}{2} (b_{j-1} + c_{j-1}),$$

$$B_j^{k+1} = \frac{\tau}{2} c_j,$$

$$\begin{aligned}
-c_j^{k+1} &= a_j + \frac{\tau}{2}(b_j + c_j + c_{j-1}), \\
-F_j^{k+1/2} &= a_j T_j^{k+1/2} + \frac{\tau}{2} Q_{jx}^k.
\end{aligned} \tag{3.60}$$

Далее используем стандартную процедуру прогонки для уравнений (3.55) и (3.56) последовательно находим $T_{ij}^{k+1/2}$ и T_{ij}^{k+1} .

Алгоритм расчета с использованием метода прогонки по переменным направлениям:

1. Вычислить $a_i, b_i, b_{i-1}, c_i c_{i-1}, Q_{iy}$ при $i = 1..(N - 1)$.
2. Вычислить $A_i^{k+1/2}, B_i^{k+1/2}, C_i^{k+1/2}, F_i^{k+\frac{1}{2}}$ при $i = 1..(N - 1)$.
3. Вычислить $T_{i+1,j}^{k+1/2}$ $i = 1..N$ прогонкой по теплу с учетом граничных условий при $i = 0$ и при $i = N$.
4. Вычислить $a_j, b_j, b_{j-1}, c_j c_{j-1}, Q_{jx}$ при $j = 1..(M - 1)$.
5. Вычислить $A_j^{k+1}, B_j^{k+1}, C_j^{k+1}, F_j^{k+1}$ при $j = 1..(M - 1)$.
6. Вычислить $T_{i,j+1}^{k+1}$ $i = 2..(N - 1)$ прогонкой по теплу с учетом граничных условий при $j = 0$ и при $j = M$.
7. В случае необходимости, уточняем расчет с использованием $Q_z'^k$ в момент времени k .

Отметим, что для нахождения Q_{1ij} (аналогично $Q_z' = 0$) в процессе расчета можно использовать более простой в реализации метод итераций: принимая на первом шаге $Q_{1ij}^{k+1} = Q_{1ij}^k$, с последующим уточнением при нахождении температуры в контрольных объемах соседних $(j - 1)$ и $(j + 1)$ струйках тока.

Для простоты изложения и во избежание излишних повторений уравнения (3.48) и вычисления далее будут записаны для метода прогонки по $i = 1..(N - 1)$ при $j = \text{const}$ для каждого $j = 1..(M - 1)$. Алгоритм расчета для прогонки по $j = 1..(M - 1)$ при $i = \text{const}$ для каждого $i = 1..(N - 1)$ абсолютно идентичен.

Решение уравнения (3.55 и 3.56) ищем в виде (3.61) с неизвестными пока коэффициентами α и β :

$$T_{i-1} = \alpha_i T_i + \beta_i. \quad (3.61)$$

С учетом (3.60) уравнение (3.55) запишем в виде:

$$(A_i \alpha_i - C_i) T_i + A_i \beta_i + \beta_i T_{i+1} = -F_i. \quad (3.62)$$

Соотношение (3.61) для i -го значения T_i имеет вид:

$$T_i = \alpha_{i+1} T_{i+1} + \beta_{i+1}. \quad (3.63)$$

С учетом (3.63) запишем уравнение (3.62) в виде:

$$[(A_i \alpha_i - C_i) \alpha_{i+1} + \beta_i] * T_{i+1} + A_i \beta_i + (A_i \alpha_i - C_i) \beta_i = -F_i. \quad (3.64)$$

Это уравнение справедливо для любых T_{i+1} если:

$$(A_i \alpha_i - C_i) \alpha_{i+1} + \beta_i = 0, \quad (3.65)$$

$$A_i \beta_i + (A_i \alpha_i - C_i) \beta_i = -F_i. \quad (3.66)$$

Из уравнений (3.65) и (3.66) получим рекуррентные соотношения для коэффициентов α_{i+1} и β_{i+1} :

$$\alpha_{i+1} = \frac{B_i}{C_i - A_i \alpha_i}, \quad (3.67)$$

$$\beta_{i+1} = \frac{A_i \beta_i + F_i}{C_i - A_i \alpha_i}. \quad (3.68)$$

Начальные условия $T_{ij} = T_{ij}^0 = T_{ij}|_{\text{при } \tau=0}$, где T_{ij}^0 — начальная температура пласта.

Из граничного условия (рис. 3.11) при $x = 0$ ($i = 0, j = \overline{1, M}$): тепловой поток через границу $x = 0$ за счет теплопроводности равен тепловому потоку из-за теплоотдачи от воды к стенке скважины:

$$-\lambda_1 \frac{T_1 - T_0}{h_1} = \alpha_w (T_w - T_0), \quad (3.69)$$

где $\alpha_w = \left(\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}} \right)$ — коэффициент теплоотдачи от воды к стенке нагнетательной скважины. Коэффициент теплоотдачи может быть рассчитан аналитически по формуле $\alpha_i = \frac{\text{Nu} * \lambda}{d_{\text{СКВ}}}$, где $d_{\text{СКВ}}$ — диаметр скважины; Nu — число Нуссельта с приближенным вычислением для течения в трубе $\text{Nu} = 0.023 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.4}$ (формула М. А. Михеева для заданного типа течения), где Re — число Рейнольдса; Pr — число Прандтля; либо при малых скоростях допустимо использования постоянного значения $\text{Nu} = \text{const} \approx 2,4$.

Тогда:

$$-\lambda_1 T_1 + \lambda_1 T_0 = \alpha_w * h_1 * T_w - \alpha_w * h_1 * T_0, \quad (3.70)$$

и, следовательно,

$$T_0 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \alpha_w * h_1} T_1 + \frac{\alpha_w * h_1 * T_w}{\lambda_1 + \alpha_w * h_1}. \quad (3.71)$$

Таким образом, из уравнения (3.63) следует, что:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \alpha_w * h_1}, \\ \beta_1 = \frac{\alpha_w * h_1 * T_w}{\lambda_1 + \alpha_w * h_1}. \end{cases} \quad (3.72)$$

Из граничного условия при $x = L$ ($i = N, j = \overline{1, M}$):

$$q_N = -\lambda_N \frac{T_N - T_{N-1}}{h_N} = \alpha_{O+W} (T_N - T_{O+W}), \quad (3.73)$$

где q_N — тепловой поток через 1 м^2 через сечение $x_i = L_i$; T_N — температура на последнем контрольном объеме перед добывающей скважиной; T_{O+W} — температура смеси в стволе добывающей скважины.

Из соотношения (3.73) запишем граничное значение температуры T_N как:

$$-\lambda_N T_N + \lambda_N T_{N-1} = \alpha_{\text{см}} * h_N * T_N - \alpha_{\text{см}} * h_N * T_{\text{см}}, \quad (3.74)$$

и

$$T_N = \frac{\lambda_N}{\lambda_N + \alpha_{CM} * h_N} T_{N-1} + \frac{\alpha_{CM} * h_N * T_{CM}}{\lambda_N + \alpha_{CM} * h_N}, \quad (3.75)$$

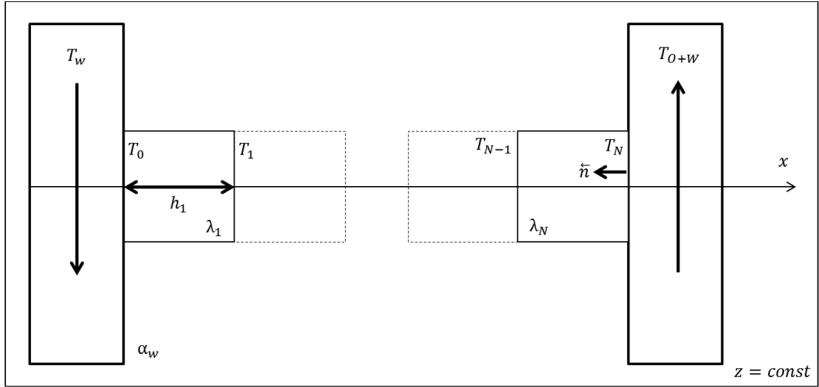


Рис. 3.11. Граничные условия тепловой задачи
в плоскости $z = const$

По формуле (3.61):

$$T_{N-1} = \alpha_N T_N + \beta_N, \quad (3.76)$$

и, следовательно,

$$T_N = \frac{\lambda_N \alpha_N}{\lambda_N + \alpha_{CM} * h_N} T_N + \frac{\lambda_N * \beta_N}{\lambda_N + \alpha_{CM} * h_N} + \frac{\alpha_{CM} * h_N * T_{CM}}{\lambda_N + \alpha_{CM} * h_N}, \quad (3.77)$$

или

$$T_N \left(\frac{\alpha_{CM} * h_N + \lambda_N - \lambda_N \alpha_N}{\lambda_N + \alpha_{CM} * h_N} \right) = \frac{\lambda_N * \beta_N + \alpha_{CM} * h_N * T_{CM}}{\lambda_N + \alpha_{CM} * h_N}. \quad (3.77)$$

Из последнего соотношения находим граничное значение температуры:

$$T_N = \frac{\lambda_N * \beta_N + \alpha_{CM} * h_N * T_{CM}}{\lambda_N * (1 - \alpha_N) + \alpha_{CM} * h_N}. \quad (3.78)$$

Общий алгоритм расчета

Таким образом, последовательность вычисления тепломассопереноса вдоль линии тока с учетом конвективного переноса тепла и теплообмена с соседними струйками тока и слоями модели заключается в следующем:

0. Задаются общие параметры модели: время расчета $t^{final} = t^{ini} + k * \tau$, где t^{ini} — начальный момент времени; k — количество шагов по времени; τ — шаг по времени; количество линий тока ($\psi_j = const$) и равного потенциала ($\varphi_i = const$) — данные параметры контролируют количество и размер контрольных объемов; Z_{kc} — количество сечений в модели; ε — допустимые погрешности для каждого из этапов. Параметры пласта: распределение коэффициента пористости (m), абсолютной (k) и фазовой ($f_{o,w}$) проницаемости, нефтенасыщенности S_o^{ini} , начальное значение пластовой температуры (T_{ini}) и давления (P_{ini}), мощность пласта (H). Параметры пластовых флюидов — плотности (ρ), вязкости (μ) и обобщенные данные о теплофизических свойствах флюидов и слагающих пород — коэффициент теплопроводности (λ), удельные теплоемкости (c) и, в общем случае, их зависимости от изменения термобарических условий. Параметры систем скважин: L_z — эффективная длина горизонтального участка скважины, L_x — расстояние между скважинами, $d_{скв\ н/д}$ — внутренний диаметр горизонтального участка скважин, $\Delta_{н/д}$ — толщины стенок скважин, режимы работ скважин — дебиты (G_w и G_o) или перепад давления (ΔP) между нагнетательной и горизонтальной скважиной.

1. С использованием предложенного аналитического решения формируется расчетная сетка в естественной системе координат. В случае необходимости, расчетная сетка корректи-

руется на динамику и многофазность потока $F = F_{ij}$ (полуфиксированная естественная система координат). Вычисляются геометрические параметры сформированных контрольных объемов.

2. Определяется коэффициент насыщенности на следующем временном шаге S_w^{k+1}, S_o^{k+1} по «явной» схеме для каждого контрольного объема (струйки тока $i = 1..N$ и поверхности равного потенциала $j = 1..M$).

3. Определяется давление в струйке тока по неявной схеме. Последовательно вычисляются величины $J_1(i), J_1(L)$ и $p(l)$ для каждого контрольного объема (при $i = 1..N$ и $j = 1..M$).

4. Рассчитываются расходы и скорости фильтрации каждой фазы: $G_w, G_o, G, w_o(l) = w_{ij}^o$ и $w_w(l) = w_{ij}^w$ для каждого контрольного объема.

5. Предварительно для каждой струйки тока ($i = 1..N$) и фиксированной линии равного потенциала ($j = const$) вычисляются — $\alpha_{o+w,i}^k, \rho_{o+w,i}^k, c_{o+w,i}^k, T_{o+w,i}^k, T_i^k, \alpha_w^k$ и α_{o+w}^k .

6. Вычисляются по формулам (3.72) прогоночные коэффициенты α_1 и β_1 при $i = 1$.

7. По формулам (3.58, 3.60) вычисляем коэффициенты A_i, C_i, B_i, F_i из уравнения (3.55–3.56), для $i = 1..N$ и $j = 1..M$.

8. По формуле (3.67) и (3.68) находим для $i = 1..(N - 1)$ прогоночные коэффициенты α_{i+1} и β_{i+1} .

9. Вычисляем по формуле (3.78) граничное значение температуры T_N^{k+1} .

10. Последовательно находим искомые значения температуры по рекуррентной формуле (3.61) для $i = N..1$.

11. Расчеты по п. 6–9 повторяются в пределах временного шага для всех струек тока $j = 1..M$ и для каждого сечения

$z = \frac{L_z}{Z_{\text{кс}}} = \text{const}$, где L_z — длина горизонтального участка скважин.

12. Вычисляются суммарные расходы нефти и воды в контрольных объемах между сечениями $z = \frac{L_z}{Z_{\text{кс}}} = \text{const}$ и по скважинам в целом G_o^{k+1} и G_w^{k+1} .

13. Уточняются расходы нефти и воды, давления и температуры в скважинах в пределах временного слоя $[t^n, t^{n+1}]$.

14. Расчет по п. 11 повторяется на весь диапазон расчетов по временным интервалам $[t^{n+k}, t^{n+k+1}]$, где $k = \frac{\tau_{\text{сумма}}}{\Delta\tau}$.

15. Финальные результаты моделирования записываются в выходной файл с учетом симметричности решаемых задач.

Эффективность предложенного подхода

Эффективность предложенного метода заключается в значительном ускорении времени расчетов без значимой потери точности. Сокращение времени расчета принципиально важно для многопараметрических задач оптимизации при ремасштабировании и адаптации моделей на фактические данные. Чем больше расчетов можно выполнить за выбранный промежуток времени, тем больше возможностей появляется при адаптации модели. Сокращение времени одного расчета без существенного снижения точности стало возможным за счет: использования динамической полуфиксированной естественной системы координат; разработанной квазитрехмерной нестационарной физико-математической модели тепломассопереноса в системе горизонтальных скважин; эффективного численного метода расчета.

3.4. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ КЛАСТЕРНАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ФАЗОВЫХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ

3.4.1. Геометрическая и кластерная сетевая четочная модель течения смеси «нефть–вода»

Кластерная сетевая четочная модель течения для расчетов ОФП при фильтрации смеси «нефть–вода» впервые была предложена и обоснована в работах А. Б. Шабарова, С. В. Степанова, А. В. Шаталова и др. Методы гидродинамического расчета, применительные к течениям водонефтяных смесей, обеспечивают необходимую достоверность прогнозирования и направлены на повышение достоверности фильтрационных расчетов, однако требуют накопления и обобщения опытных данных для различных типов коллекторов. Эти методы включают в себя геометрическую и цифровую модель порового пространства, систему уравнений гидродинамики четочного течения в сети поровых каналов и эмпирические зависимости для учета потерь из-за межфазного взаимодействия при различной водонасыщенности.

Гидравлическую модель микротечений можно рассматривать в квазиодномерном приближении, базирующемся на двух группах алгебраических уравнений — обобщенном уравнении Бернулли и уравнениях баланса расходов. Вывод соответствующих уравнений содержится в учебном пособии А. Б. Шабарова «Гидрогазодинамика» и основывается на использовании общих уравнений многофазной гидрогазодинамики Р. И. Нигматулина. Первая группа основана на обобщенных уравнениях Бернулли вдоль каждого порового канала:

$$\alpha_k \cdot \frac{v_z^2 - v_1^2}{2} + \frac{P_z - P_1}{\rho} + g \cdot (z_2 - z_1) + l_{TP} + l_M + l_{M\Phi} - l' = 0, \quad (3.79)$$

где $l_{\text{тр}}$ — удельная работа сил трения в поровом канале; $l_{\text{м}}$ — удельная работа вязких сил на местных сопротивлениях (извилистые каналы переменного сечения); $l_{\text{мф}}$ — удельная работа сил межфазного взаимодействия (порода-нефть-вода). $l_{\text{тр}}$, $l_{\text{тр+м}}$, $l_{\text{мф}}$ находятся по обобщенным опытным данным.

Вторая группа уравнений представляет собой уравнения баланса объемных расходов флюидов со своими знаками в узлах (i, j, k):

$$Q_i + Q_{i+1} + Q_j + Q_{j+1} + Q_k + Q_{k+1} = 0, \quad (3.80)$$

где $Q = v \cdot F_k$, F_k — площадь поперечного сечения порового канала; v — средняя скорость в сечении порового канала.

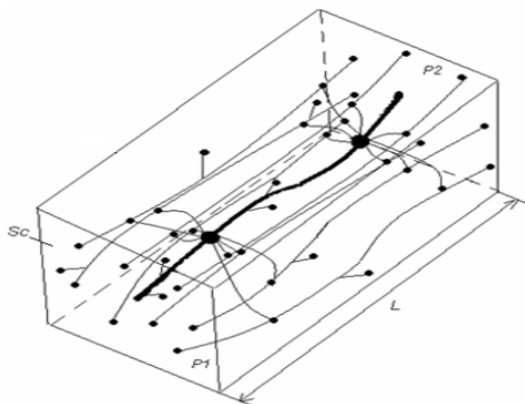


Рис. 3.12. Схема капиллярного кластера: S_c — сечение кластера, P_1, P_2 — давления при входе и выходе из кластера, L — длина кластера

Схема капиллярного кластера (рис. 3.12), представляет собой систему непересекающихся кластеров, состоящих из $\beta = 4-12$ малых извилистых каналов диаметром $d = \left(\frac{1}{N_M} \sum_{j=1}^{N_M} N_j d_j^4 \right)^{0,25}$ и одного крупного извилистого канала диаметром

$D = \left(\frac{1}{N_B} \sum_{N_{M+1}}^N N_j D_j \right)^{0,25}$, соединенного перемычками диаметром d с «малыми» каналами (рис. 3.13), $\sum_{j=1}^{N_M} N_j \leq N_M \leq \beta \cdot \sum_{N_{M+1}}^N N_j$. Число кластеров в образце равно $Z_c = \frac{F_k}{F_c}$, где F_k , F_c — площади поперечного сечения керна и кластера. В пределах кластера влиянием поперечного градиента давления, по сравнению с продольным, пренебрегают. Распределение N_j пор по диаметрам d_j , D_j определяется по гистограммам, построенным по кривым капиллярного давления.

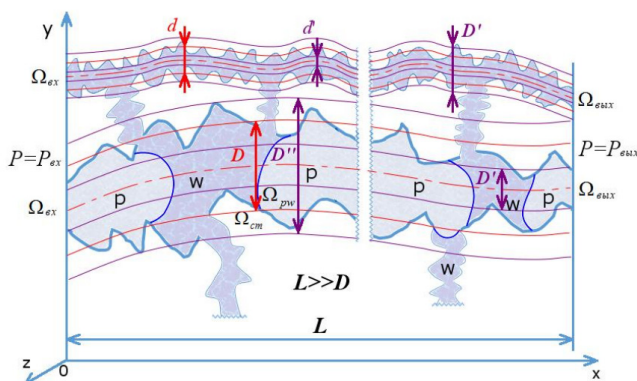


Рис. 3.13. Движение жидкостей по капиллярам кластера (показаны «большой», один «малый» каналы и перемычки). L — длина кластера, d , D — среднерасходные диаметры малых, больших капилляров

На основе этого распределения строится геометрическая модель порового пространства. При этом вычисляются геометрические параметры кластера.

По найденным диаметрам «больших» и «малых» каналов D и d , принятым коэффициентах извилистости $K_{изв}$ и параметрах β , пористости m при длине и диаметре керна L и D_k определяются:

– Характерные объемы в пределах кластера:

$$\begin{aligned}\tilde{V}_B &= \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot K_{\text{извБ}} \cdot L, \\ \tilde{V}_M &= \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot K_{\text{извМ}} \cdot L \cdot \beta \approx \tilde{V}_{PER},\end{aligned}\tag{3.81}$$

где $\tilde{V}_B$, $\tilde{V}_M$, $\tilde{V}_{PER}$ — объемы «больших», «малых» каналов и перемычек, по которым движутся флюиды.

– Остаточные насыщенности водой S_* и нефтью $(1 - S^*)$ определяются по известным обобщенным опытным данным или находятся в специальных модельных, с однофазными флюидами, экспериментах 1 и 2 (см. далее). Тогда:

$$\begin{aligned}V_B &= \tilde{V}_B + V_{POR} \cdot (1 - S^*) + V_B \cdot S_*; V_M = V_{PER} = \tilde{V}_M \cdot (1 + S_*) \\ V_{POR} &= V_B + V_M + V_{PER}; V_c = \frac{V_{POR}}{m}; \tilde{V}_{BW} = V_{POR} \cdot S - V_M - V_{PER} - V_B \cdot S_*,\end{aligned}\tag{3.82}$$

где V_B , V_M , V_{POR} , V_c , $\tilde{V}_{BW}$, м³ — объемы соответственно «больших», «малых» каналов с учетом остаточных флюидов, пор, кластера и движущегося объема воды в кластере.

– Доля воды в движущемся объеме в «большом» канале $\tilde{S} = \frac{q_{BWS}}{q_B}$ определяется отношением найденных по формулам (3.81) и (3.82) величин:

$$\tilde{S} = \frac{\tilde{V}_{BW}}{\tilde{V}_B}.\tag{3.83}$$

Вычисляются площадь сечения кластера и число кластеров в керне:

$$\begin{aligned}F_c &= \frac{V_c}{L}, \\ Z_c &= \frac{F_{\text{керна}}}{F_c}.\end{aligned}\tag{3.84}$$

3.4.2 Потери давления при течении флюидов в «больших» и «малых» каналах

Будем полагать, что в «больших» каналах происходит четочное квазиодномерное стационарное течение нефти и воды,

а в «малых» каналах и перемычках движется только вода. По уравнениям гидродинамики вычисляются потери трения и потери местные в поровых каналах.

При четочном течении нефти и воды в извилистых «больших» каналах переменного сечения, при наличии массообмена через перемычки с «малыми» каналами, потери давления включают в себя следующие виды: $\Delta P_{\text{тро}}$, $\Delta P_{\text{трw}}$ — потери из-за вязкого трения нефти и воды соответственно о стенки поровых каналов; $\Delta P_{\text{мо}}$ и ΔP_{mw} — потери из-за местных сопротивлений (расширения и сужения каналов, резкие повороты, вихревые области) в поровых каналах по нефти и воде соответственно, а также потери из-за межфазного взаимодействия $\Delta P_{\text{мф}}$ вследствие деформации капель, уменьшения проходных сечений из-за образования пленок, диссипации энергии при дроблении и объединении капель, образования и взаимодействия между ганглиями, смешения потоков из перемычек с флюидами в каналах и т. д.:

$$\Delta P = \Delta P_{\text{тро}} + \Delta P_{\text{мо}} + \Delta P_{\text{трw}} + \Delta P_{\text{mw}} + \Delta P_{\text{мф}}. \quad (3.85)$$

При течении воды в «малых» каналах потери давления складываются из потерь трения и местных сопротивлений:

$$\Delta P = \Delta P_{\text{трw}} + \Delta P_{\text{mw}}. \quad (3.86)$$

Следует отметить, что потери давления в пределах керна в «больших» и «малых» каналах, рассчитанные из формул (3.85) и (3.86) совпадают $|\Delta P_{\text{в}}| = |\Delta P_{\text{м}}| = P_1 - P_2$, где P_1 и P_2 давления при входе и выходе из керна.

Далее последовательно рассматриваются расчетные модели определения потерь давления из-за трения местных сопротивлений и межфазного взаимодействия.

3.4.3. Потери трения и местные сопротивления в поровых каналах

Потери трения при ламинарном «четочном» течении определяются по формуле Пуазейля с учетом доли движущегося объема воды в «большом» канале к объему движущихся флюидов в этом канале $\tilde{S} = \frac{\tilde{V}_{BW}}{\tilde{V}_B}$:

– для нефти

$$\Delta P_{\text{тро}} = \frac{128 \cdot \mu_o \cdot L \cdot K_{\text{извВ}}}{\pi \cdot D^4} \cdot (1 - \tilde{S}) \cdot Q_B; \quad (3.87)$$

– для воды

$$\Delta P_{\text{трw}} = \frac{128 \cdot \mu_w \cdot L \cdot K_{\text{извВ}}}{\pi \cdot D^4} \cdot \tilde{S} \cdot Q_B, \quad (3.88)$$

где μ_o, μ_w , Па·с — динамическая вязкость нефти и воды соответственно; L — длина керна; $K_{\text{извВ}} = \frac{\tilde{L}}{L}$, б/р — коэффициент извилистости «больших» каналов; $\tilde{L}$ — средняя длина «большого» порового канала в пределах керна; Q_B , м³/с — объемный суммарный расход нефти $Q_o = Q_B \cdot (1 - \tilde{S})$ и воды $C = Q_B \cdot \tilde{S}$ в «большом» канале.

Потери трения при ламинарном течении воды в «малых» каналах, по формуле Пуазейля:

$$\Delta P_{\text{м}} = \frac{128 \cdot \mu_w \cdot L \cdot K_{\text{извМ}}}{\pi \cdot d^4} \cdot Q_M, \quad (3.89)$$

где $K_{\text{извМ}} = \frac{\tilde{L}_M}{L}$, б/р — коэффициент извилистости «малого» канала, $\tilde{L}_M$ — средняя длина «малого» порового канала; Q_M , м³/с — объемный расход воды в одном «малом» канале.

Учет по расчетной модели потерь давления через пережки обычно приводит к изменению расходов флюидов через керн в пределах 2–5%, чем во многих случаях можно пренебречь.

Для определения потерь давления на местных сопротивлениях воспользуемся следующим суждением.

Потери давления из-за трения на длине керна L при ламинарном течении (формулы (3.87)–(3.89)) линейно зависят от объемных расходов Q_o , Q_{WB} , Q_{WM} . Расход фаз Q_i , определяемый по обобщенной формуле Дарси, и градиент давления ΔP на керне с площадью поперечного сечения F_k также линейно связаны:

$$Q_i = -\frac{f_i K_0 \cdot F_k}{\mu_i} \cdot \frac{dP}{dx} \approx -\frac{f_i K_0 \cdot F_k}{\mu_i} \cdot \frac{\Delta P}{L}, \quad (3.90)$$

где f_i — относительная фазовая проницаемость i -й фазы; K_0 — абсолютная проницаемость по газу; μ_i — вязкость i -й фазы.

При отсутствии межфазного взаимодействия: $\Delta P = C_i \cdot Q_i$; из (3.87)–(3.90) следует, что $\Delta P_{\text{тр}i} = C_{i\text{тр}} \cdot Q_i$, где C_i , $C_{i\text{тр}}$ — постоянные, не зависящие от Q_i . Тогда $\Delta P_{\text{м}i} = \Delta P - \Delta P_{\text{тр}i} = (C_i - C_{i\text{тр}}) \cdot Q_i$.

Следовательно, можно полагать, что в пределах применимости обобщенного закона Дарси потери из-за местных сопротивлений $\Delta P_{\text{мест}i}$ в поровых каналах, имеющих средний диаметр порядка 10 мкм и относительную длину в керне $> 10^3$, линейно зависят от расходов.

Таким образом, в отличие от течения жидкостей и газов в гладких, слабо изогнутых каналах, где местные потери $\Delta P_{\text{мест}}$ пропорциональны $\rho \cdot \frac{v^2}{2}$, в длинных поровых каналах с распределенными по длине многочисленными местными сопротивлениями, имеющих диаметры порядка 10 мкм, в области применимости закона Дарси, местные сопротивления пропорциональны скорости или расходу в первой степени, то есть:

$$\Delta P_{\text{м}i} = C_{\text{мест}i} \cdot Q_i. \quad (3.91)$$

Тогда для течения нефти в «больших» каналах:

$$\Delta P_{MO} = K_{MB} \cdot \Delta P_{тро}; \quad (3.92)$$

– для воды в «больших» каналах:

$$\Delta P_{MW} = K_{MB} \cdot \Delta P_{трw}. \quad (3.93)$$

Суммарные потери трения и местных сопротивлений в «большом» канале без учета межфазного взаимодействия:

– для нефти:

$$\Delta P_{BO} = \Delta P_{тро} + P_{мо} = C_o \cdot K_B \cdot (1 - \tilde{S}) \cdot Q_B, \quad (3.94)$$

где $C_o = \frac{128 \cdot \mu_o \cdot L}{\pi \cdot D^4}$ — коэффициент потерь трения по нефти;

$K_B = K_{извB} \cdot (1 + K_{MB})$;

– для воды:

$$\Delta P_{BW} = \Delta P_{трwB} + P_{местwB} = C_{wB} \cdot K_B \cdot \tilde{S} \cdot Q_B, \quad (3.95)$$

где $C_{wB} = \frac{128 \cdot \mu_w \cdot L}{\pi \cdot D^4}$ — коэффициент потерь трения по воде в «больших» каналах.

Потери давления в «большом» канале:

$$\Delta P_B = \Delta P_{BO} + \Delta P_{BW} = K_B \cdot [C_o \cdot (1 - \tilde{S}) + C_{wB} \cdot \tilde{S}] \cdot Q_B. \quad (3.96)$$

Потери в «малом» канале:

$$\Delta P_M = \Delta P_{трM} + P_{MM} = K_M \cdot C_{wM} \cdot Q_{M1}, \quad (3.97)$$

где $C_{wM} = \frac{128 \cdot \mu_w \cdot L}{\pi \cdot d^4}$; $K_M = K_{извM} \cdot (1 + K_{MM})$ — коэффициент потерь по воде в «малом» канале. И тогда:

$$\Delta P_M = K_M \cdot \frac{128 \cdot \mu_w \cdot L}{\pi \cdot d^4} \cdot Q_{M1}. \quad (3.98)$$

Коэффициенты $K_B(\tilde{S})$ и K_M , учитывающие отличие потерь давления в реальных поровых каналах с учетом изменения

поперечных сечений и извилистости каналов, находятся в двух специальных модельных экспериментах при исследовании фильтрации однофазных сред — нефти и воды, и могут быть обобщены по опытным данным в виде эмпирических формул.

Модельный эксперимент 1 проводится при следующих условиях: рабочее тело — нефть, $S = S_*$, $\bar{S} = \frac{S-S_*}{S^*-S_*}$, $Q_w = 0$, $\Delta P_{\text{мф}} = 0$. Измеряются $\Delta P = \Delta P_*$, $Q_o = Q_{o*}$, где S_* , S^* — остаточная насыщенность воды и нефти.

По результатам этого эксперимента вычисляются:

Расход нефти через один кластер — $Q_{o1*} = \frac{Q_o}{Z_c}$ и коэффициент потерь при течении нефти и остаточной насыщенности воды:

$$K_{B*} = \frac{\Delta P_*}{c_o \cdot Q_{o1*}}. \quad (3.99)$$

Модельный эксперимент 2 проводится при следующих условиях: рабочее тело — вода, $S = S^*$, $\bar{S} = 1$, $Q_o^* = 0$, $\Delta P_{\text{мф}} = 0$. Измеряются $\Delta P = \Delta P^*$, $Q_w = Q_w^*$.

Вычисляются:

Расход воды через один «малый» канал — $Q_{M1}^* = \frac{Q_w^*}{Z_c \cdot \beta}$ и через один кластер — $Q_{w1}^* = \frac{Q_w^*}{Z_c} = Q_{Bw}^* + \beta \cdot Q_{M1}^*$.

А также коэффициент потерь при течении воды и остаточной нефтенасыщенности:

$$K_B^* = \frac{\Delta P^*}{c_{Bw} \cdot Q_{Bw}^*}, \quad (3.100)$$

где $Q_{Bw}^* = Q_w^* \cdot \frac{C^* \cdot D^4}{C^* \cdot D^4 + \beta \cdot d^4}$; $Q_{M1}^* = Q_{w1}^* \cdot \frac{d^4}{C^* \cdot D^4 + \beta \cdot d^4}$. Параметр C^* может уточняться из условия наилучшего среднеквадратичного совпадения расчетных и экспериментальных данных. В первом приближении $C^* = 1,0$.

Коэффициент потерь трения и местных сопротивлений в «малых» каналах:

$$K_M = \frac{\Delta P^*}{C_M \cdot Q_{M1}^*}. \quad (3.101)$$

При различных параметрах насыщенности $\bar{S}$ может изменяться заполнение нефтью сечения «большого» канала. С учетом условий $K_B(0) = K_{B*}$, $K_B(1) = K_B^*$:

$$K_B(\bar{S}) = K_{B*} + \bar{S}^3 \cdot (K_B^* - K_{B*}). \quad (3.102)$$

3.4.4. Потери давления из-за межфазного взаимодействия нефти и воды

На основе обработки известных данных экспериментальных исследований установлено, что при фильтрации водонефтяной смеси возникают потери давления от взаимодействия фаз — воды и нефти, которые описываются в безразмерных переменных $\left(\Delta \bar{P}_{\text{мф}} = \frac{\Delta \bar{P}_{\text{мф}}}{\Delta \bar{P}_{\text{мф max}}}, \bar{S}\right)$ универсальной «колоколообразной» кривой (рис. 3.14), где $\Delta \bar{P}_{\text{мф}} = \frac{\Delta P_{\text{мф}}}{\Delta P}$.

Для вычисления межфазных потерь давления $\Delta P_{\text{мф}}$ используется аппроксимационная зависимость:

$$\Delta \bar{P}_{\text{мф}}(\bar{S}) = \begin{cases} A \cdot \left[1 - \frac{1}{\bar{S}_m^4} \cdot (\bar{S} - \bar{S}_m)^4\right] & \text{при } \bar{S} < \bar{S}_m \\ A \cdot \left[1 - \frac{1}{(1 - \bar{S}_m)^4} \cdot (\bar{S} - \bar{S}_m)^4\right] & \text{при } \bar{S} \geq \bar{S}_m \end{cases}, \quad (3.103)$$

где $\Delta \bar{P}_{\text{мф}}$ — относительные потери от межфазного взаимодействия; ΔP — перепад давления на керне; A — максимальное в области $S_* \leq S < S^*$ для данного керна и параметров флюидов значение относительных потерь давления на межфазное взаимодействие $\Delta \bar{P}_{\text{мф}}$; $\bar{S} = \frac{S - S_*}{S^* - S_*}$ — относительная водонасыщенность; $\bar{S}_m = \frac{S_m - S_*}{S^* - S_*}$ — значение $\bar{S}$, соответствующее максимальному значению $\Delta \bar{P}_{\text{мф}}(\bar{S}_m)$.

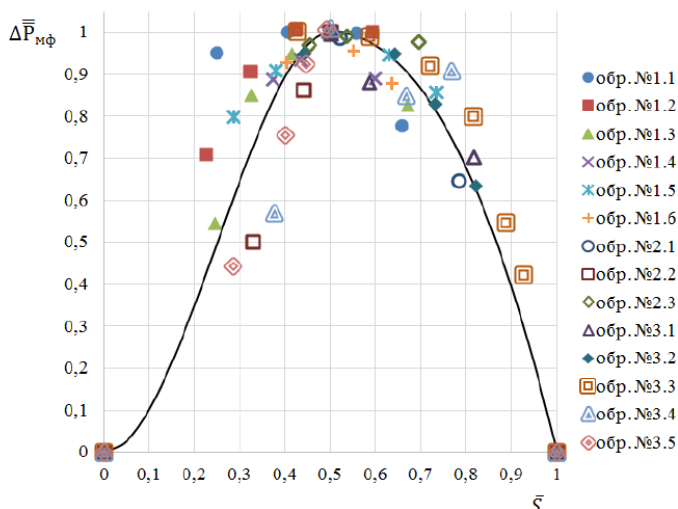


Рис. 3.14. Зависимость относительных межфазных потерь от относительной водонасыщенности $\bar{S}$ (керны Урненского, Русского, Верхнечонского месторождений)

Для смеси «нефть–вода» параметры A и S_m могут выражаться формулами вида:

$$\begin{aligned} A &= 0,315 + 7,93 \cdot \frac{10^{-8}}{N_c} + 8,27 \cdot K_{ss}^2 - 5,58 \cdot 10^{-14} \cdot \frac{K_{ss}}{N_c^2} \\ S_m &= 2,85 \cdot 10^{-2} - 1,43 \cdot \ln(K_{ss}) + 1,20 \cdot 10^3 \sqrt{N_c} - 22,3 \cdot \frac{\ln(K_{ss})}{\ln(N_c)} \end{aligned} \quad (3.104)$$

где параметр $K_{ss} = \frac{K_0}{m \cdot D^2}$ — безразмерная абсолютная проницаемость.

3.4.5. Относительные фазовые проницаемости

Суммарные потери давления в «большом» канале линейно зависят от Q_B (3.96): $\Delta P = C_B \cdot Q_B$. Тогда при произвольной насыщенности $\bar{S}$ можно выписать относительные фазовые проницаемости (3.90) по нефти:

$$\bar{f}_o = \frac{\mu_o \cdot L \cdot Q_o}{K_o \cdot F_c \cdot \Delta P}, \quad (3.105)$$

где F_c , m^2 — площадь сечения кластера, состоящего из одного «большого» и β «малых» каналов и объема породы, учитываемым коэффициентом пористости m ; $Q_o = (1 - \tilde{S}) \cdot Q_B$ — объемный расход нефти в кластере через «большой» канал.

Общие потери давления в «больших» каналах складываются из потерь на межфазное взаимодействие и потерь трения и местных сопротивлений $\Delta P = \Delta P_{\text{мф}} + \Delta P_B$; $\Delta P_{\text{мф}} = \Delta \bar{P}_{\text{мф}} \cdot \Delta P$. С учетом (3.96) расход флюидов через «большой» канал равен:

$$Q_B = \frac{\Delta P \cdot (1 - \Delta \bar{P}_{\text{мф}}) \cdot \pi \cdot D^4}{128 \cdot L \cdot K_B \cdot [\mu_o \cdot (1 - \tilde{S}) + \mu_w \cdot \tilde{S}]}. \quad (3.106)$$

Тогда из (3.105) и (3.106) получим расчетную формулу для вычисления ОФП по нефти при различных водонасыщенностях:

$$\bar{f}_o(\tilde{S}) = \frac{\pi \cdot D^4}{128 \cdot K_o \cdot F_c} \cdot \frac{\mu_o \cdot (1 - \tilde{S}) \cdot (1 - \Delta \bar{P}_{\text{мф}})}{K_B \cdot [\mu_o \cdot (1 - \tilde{S}) + \mu_w \cdot \tilde{S}]}. \quad (3.107)$$

ОФП по воде по определению равен:

$$\bar{f}_w = \frac{\mu_w \cdot L \cdot Q_w}{K_o \cdot F_c \cdot \Delta P}, \quad (3.108)$$

где $Q_w = Q_{wB} + \beta \cdot Q_{M1}$ — расход воды. Q_{wB} — объемный расход воды в кластере через «большой» канал, $Q_{wB} = \tilde{S} \cdot Q_B$. Объемный расход воды в кластере через «малый» канал из (3.98):

$$Q_{M1} = \frac{\Delta P \cdot \pi \cdot d^4}{128 \cdot K_M \cdot \mu_w \cdot L}. \quad (3.109)$$

ОФП по воде из (3.108), (3.106) и (3.109) может быть вычислена по формуле:

$$\bar{f}_w(\tilde{S}) = \frac{\pi}{128 \cdot K_o \cdot F_c} \cdot \left[\frac{(1 - \Delta \bar{P}_{\text{мф}}) \cdot D^4 \cdot \tilde{S}}{K_B \cdot \left(\frac{\mu_o}{\mu_w} \cdot (1 - \tilde{S}) + \tilde{S} \right)} + \frac{\beta \cdot d^4}{K_M} \right]. \quad (3.110)$$

3.5. МАССОПЕРЕНОС ФАЗ ПРИ ТЕЧЕНИИ НЕФТЕВОДОГАЗОВОЙ СМЕСИ В МАСШТАБЕ КЕРНА

Исследование трехфазной фильтрации флюидов в поровом пространстве является одной из актуальных задач в разработке нефтегазовых и газоконденсатных месторождений. При исследовании трехфазных течений на практике используются полуэмпирические методы расчета относительных фазовых проницаемостей, которые не учитывают структуры порового пространства и фундаментальных уравнений гидродинамики.

В данном параграфе рассмотрена физико-математическая модель массопереноса при фильтрационном течении нефтеводогазовой смеси в пористой среде. Модель структуры порового пространства основана на распределении пор по диаметрам, полученном из кривых капиллярного давления. В керне выделены кластеры, состоящие из большого канала, по которому в «четочном» режиме движутся нефть, вода и газ; средних по диаметру каналов, заполненных водой и газом и каналов малого радиуса, в которых движется газ. Приведена и решена система уравнений, определяющая распределение по каналам и фазам движущихся объемов и объемных расходов. При определении потерь давления в системе поровых каналов учтены потери на трение, местные потери, а также потери на межфазное взаимодействие. Впервые на основе гидродинамической модели получены аналитические выражения для определения ОФП для нефти, воды и газа. Расчетно-экспериментальный метод опирается на три модельных эксперимента, по результатам которых определяются свойства каналов кластера по отношению отдельно фильтрующихся фаз. Показано, что разработанная теория и методика расчета, в частном случае нефте-водяной смеси, совпадают с разработанной ранее теорией двухфазной фильтрации в масштабе керна.

3.5.1. Расчет движущихся объемов флюидов в кластере

При расчете ОФП в качестве начальных данных используются [8] диаметры поровых каналов кластера, м: d_B — диаметр больших («big») каналов, d_A — диаметр средних («average»), d_S — диаметр маленьких («small») каналов. Эти параметры каналов вычислены из кривых капиллярного давления: $V_{\text{ККД}} = (V_B + \beta V_A + \beta \beta_1 V_S) N_C$, где N_C — количество кластеров в керне, β и β_1 — координационные числа, безразмерные величины (б/б). С использованием уравнения Лапласа найдены среднеплощадные диаметры d_{j_middle} (по аналогии с двухфазным течением). Далее, вычислены объемы «чистых» каналов в кластере V_B , V_A , V_S , м³.

Объем пор, по которому движутся флюиды вдоль оси кластера: $\tilde{V} = V_{\text{ККД}}(1 - S_r)$, где $S_r = S_{Or} + S_{Wr} + S_{Gr}$ — доля объема пор, занятых остаточными флюидами и застрявшими (сносящимися) потоком каплями, и пленками нефти и воды, *д. ед.* Полагая, что остаточные вода и газ распределяются в порах пропорционально занимаемым ими объемам.

Следовательно, объемы движущихся флюидов в B -, A - и S -каналах кластера определяются, как разность геометрического объема соответствующего канала и объема остаточного флюида в нем:

$$\begin{aligned}\tilde{V}_B &= V_B - V_{\text{POR}} \left(S_{Or} + S_{Wr} \frac{V_B}{V_{\text{POR}} - 2\beta\beta_1 V_S} + S_{Gr} \frac{V_B}{V_{\text{POR}}} \right), \\ \tilde{V}_A &= V_A - V_{\text{POR}} \left(S_{Wr} \frac{V_A}{V_{\text{POR}} - 2\beta\beta_1 V_S} + S_{Gr} \frac{V_A}{V_{\text{POR}}} \right), \quad (3.111) \\ \tilde{V}_S &= V_S(1 - S_{Gr}).\end{aligned}$$

По B -каналу с диаметром в «чистом виде» d_B движутся нефть, вода и газ с объемными расходами Q_{BO} , Q_{BW} , Q_{BG} (рис. 3.15), м³/сут. По A -каналу с диаметром d_A текут вода и газ с расходами

Q_{SW} , Q_{SG} , а по S -каналу с диаметром d_S движется газ с расходом Q_{MG} . Движущиеся фазы занимают в кластере объемы $\tilde{V}_{BO}, \tilde{V}_{BW}, \tilde{V}_{BG}, \tilde{V}_{AW}, \tilde{V}_{AG}, \tilde{V}_{SG}$ соответственно. Суммарный расход флюидов в большом канале находится по формуле $Q_B = Q_{BO} + Q_{BW} + Q_{BG}$, расход движущихся флюидов в среднем канале кластера состоит из расхода воды и газа $Q_A = Q_{AW} + Q_{AG}$, в малом канале движется только газ, поэтому расход газа в нем $Q_S = Q_{SG}$. Выражения для расчета объемов движущихся фаз в большом, среднем и малом канале выглядят следующим образом: $\tilde{V}_B = \tilde{V}_{BO} + \tilde{V}_{BW} + \tilde{V}_{BG}$, $\tilde{V}_A = \tilde{V}_{AW} + \tilde{V}_{AG}$, $\tilde{V}_S = \tilde{V}_{SG}$; объемы движущихся флюидов в перемычках между большим и средним каналами определены как $V_{PERA} \cong V_A$, а между средним и малым каналами: $V_{PER S} \cong V_S$.

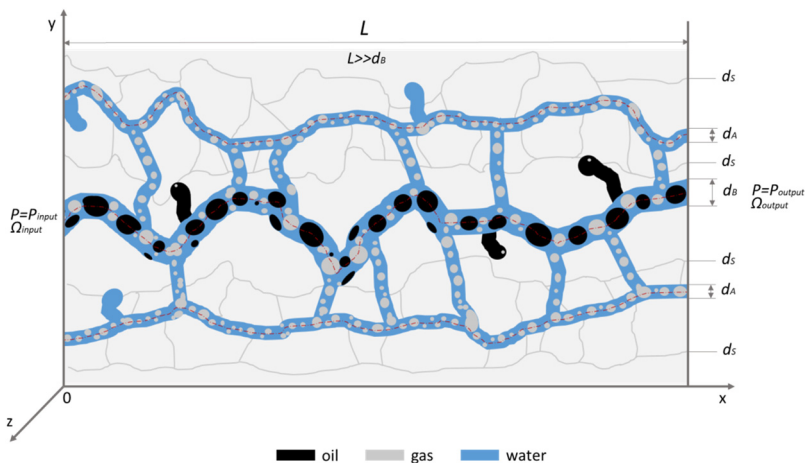


Рис. 3.15. Схема движение нефти (oil), воды (water) и газа (gas) по капиллярным каналам кластера

Из определения насыщенности фазами следует, что:

– нефтенасыщенность (доля порового объема, занятого нефтью):

$$S_O \equiv \frac{V_O}{V_{POR}} = \frac{\tilde{V}_O + V_{POR}S_{Or}}{V_{POR}};$$

– водонасыщенность (доля воды в объеме пор):

$$S_W \equiv \frac{V_W}{V_{POR}} = \frac{\tilde{V}_{BW} + \tilde{V}_{AW} + V_{PER AW} + V_{POR}S_{Wr}}{V_{POR}};$$

– газонасыщенность (доля газа в объеме пор):

$$S_G = 1 - S_O - S_W.$$

Для определения баланса объемов фаз в каналах кластера в первом приближении примем, что скорость движения воды и газа в поперечных перемычках гораздо меньше, чем скорость в каналах. Эти перетоки учитываются далее во втором приближении.

Объем движущейся нефти в *B*-каналах вычислен из первого уравнения (3.111):

$$\tilde{V}_O = V_{POR}(S_O - S_{Or}). \quad (3.112)$$

Объем всей движущейся воды рассчитан как сумма объемов движущейся воды в большом и среднем каналах кластера:

$$\tilde{V}_W = \tilde{V}_{BW} + \tilde{V}_{AW} = V_{POR}(S_W - S_{Wr}) - V_{PER AW}. \quad (3.113)$$

Объем движущегося газа в *B*-, *A*- и *S*-каналах:

$$\tilde{V}_G = \tilde{V}_{BG} + \tilde{V}_{AG} + \tilde{V}_{SG} = V_{POR}(S_G - S_{Gr}) - V_{PER AG} - V_{PER SG}. \quad (3.114)$$

Баланс объемов фаз в *B*-канале рассчитан в виде:

$$V_B = \tilde{V}_O + V_{POR}S_{Or} + \tilde{V}_{BW} + V_BS_{Wr} + \tilde{V}_{BG} + V_BS_{Gr}. \quad (3.115)$$

Баланс объемов фаз в *A*-канале вычислен по формуле:

$$V_A = \tilde{V}_{AW} + V_AS_{Wr} + \tilde{V}_{AG} + V_AS_{Gr}. \quad (3.116)$$

Система уравнений (3.112–3.116) содержит неизвестные $\tilde{V}_{BW}, \tilde{V}_{AW}, \tilde{V}_{BG}, \tilde{V}_{SG}$. Уравнения линейно зависимы, так как основной определитель этой системы равен нулю. Поэтому уравнение (3.116) заменяется соотношением для объемных концентраций газа в B - и A -каналах:

$$\frac{\tilde{V}_{AG}}{V_A} = k_G \frac{\tilde{V}_{BG}}{V_B}. \quad (3.117)$$

Решением данной системы являются следующие выражения:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{BG} &= \frac{V_A(1 - S_{Wr} - S_{Gr})}{1 + 2 \frac{V_A}{V_B}}, \tilde{V}_{AG} = \tilde{V}_{BG} \frac{V_A}{V_B}, \\ \tilde{V}_{AW} &= V_A(1 - S_{Wr} - S_{Gr}) - \tilde{V}_{AG}, \\ \tilde{V}_{BW} &= V_{POR}(S_G - S_{Gr}) - \tilde{V}_{SG} - 2\tilde{V}_{AG}. \end{aligned} \quad (3.118)$$

Лемма

При установившемся движении N жидкостей (фаз) с одинаковыми скоростями отношение объемных расходов каждой фазы к суммарному расходу равно отношению объемов, занимаемых этими фазами, к объему канала.

Доказательство. Схема движения двух жидкостей представлена на рис. 3.16. Пусть длина канала L , m ; площадь сечения F , m^2 ; объем $V = L \cdot F$, m^3 . Время движения в канале $\tau = L/V$, где $V = Q/F$, Q — объемный расход смеси.

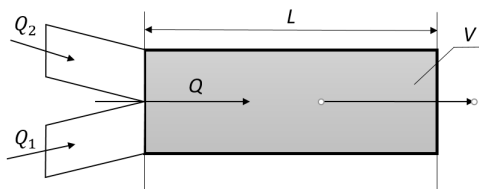


Рис. 3.16. Схема движения двух жидкостей

Расход смеси в канале равен сумме расходов фаз: $Q = \sum_{i=1}^N Q_i$. За время τ в канал поступают объемы фаз $V_i = Q_i \cdot \tau$, тогда объем канала $V = \sum_{i=1}^N V_i = \tau \sum_{i=1}^N Q_i$. Следовательно, отношение объема каждой жидкости к объему канала равно $V_i / \sum_{i=1}^N V_i = Q_i / Q$. Что и требовалось доказать.

Следствие 1. Для нефтеводогазовой среды («o+w+g», большие и средние каналы).

$$\frac{Q_O}{Q} = \frac{V_O}{V}, \frac{Q_W}{Q} = \frac{V_W}{V}, \frac{Q_G}{Q} = \frac{V_G}{V}.$$

3.5.2. Сетевая гидродинамическая модель течения нефтеводогазовой смеси

В модели принимаются следующие упрощающие допущения: течение установившееся, квазиодномерное, режим течения нефти, воды и газа в B -каналах — «четочный», плотность фаз на участках $[i, i + 1]$ постоянная. На рис. 3.17 показана схема блока сети B -, A - и S -каналов.

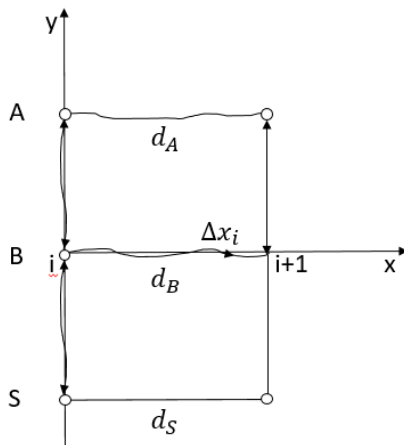


Рис. 3.17. Схема блока сети B -, A - и S -каналов (сечения i и $i + 1$)

Постановка задачи о расчете течения нефтеводогазовой смеси в масштабах керна заключается в следующем: во входном и выходном сечении давления заданы $P_{B1} = P_{A1} = P_{S1} = P_1$, $P_{BN} = P_{AN} = P_{SN} = P_N$, Па; а также температура T , °C, при которых по справочным данным найдены теплофизические параметры фаз: плотность ρ , кг/м³, и вязкость μ , Па·с. Заданы насыщенности керна нефтью S_0 , водой S_W и газом S_G , при этом для них справедливо равенство $S_0 + S_W + S_G = 1$. Используя перечисленные параметры, необходимо рассчитать расходы фаз в каналах и относительные фазовые проницаемости керна по нефти $\bar{f}_O$, воде $\bar{f}_W$ и газу $\bar{f}_G$ при различных насыщенностях, д. ед.

Расчетная система уравнений состоит из уравнений расходов на отдельных участках $[i, i + 1]$ В-, А- и S-каналов с подводом и отводом массы флюидов и уравнений импульсов в форме обобщенного уравнения Бернулли, определяющих давление в узлах с учетом потерь трения, местных сопротивлений и потерь от межфазного взаимодействия на каждом участке. Расчет ведется от входного $i = 1$ до выходного $i = N$ сечения. Общая схема расчета: в первом приближении пренебрегаем расходами через поперечные перемычки, так как перепады давления на единицу длины каналов в направлении оси образца керна $\Delta p / \Delta l$ гораздо больше, чем в поперечных направлениях $\Delta p_{PER} / \Delta l_{PER}$. Рассчитываются потери давления на участках $[i, i + 1]$, давления в сечениях $i = [2, N - 1]$, расходы через В-, А- и S-каналы, данные уточняются итерациями по начальным условиям из постановки задачи. Во втором приближении определяются расходы и давления в сечениях с учетом малых поправок, то есть расходов через перемычки.

При переходе от i -го к $(i + 1)$ -му сечению записываются уравнения сохранения массы в форме балансовых уравнений объемных расходов отдельных фаз при допущении о постоянстве плотности каждой фазы.

Уравнения баланса объемных расходов фаз в B -канале, воды и газа в A -канале, газа в S -канале имеют вид:

$$Q_{BO}^{i+1} = Q_{BO}^i, Q_{BW}^{i+1} = Q_{BW}^i + Q_{ABW}^i, Q_{BG}^{i+1} = Q_{BG}^i + Q_{ABG}^i + Q_{SBG}^i, \\ Q_{AW}^{i+1} = Q_{AW}^i - Q_{ABW}^i, Q_{AG}^{i+1} = Q_{AG}^i - Q_{ABG}^i, Q_{SG}^{i+1} = Q_{SG}^i - Q_{SBG}^i.$$

В первом приближении принимается, что $Q_{ABW}^i = Q_{ABG}^i = Q_{SBG}^i = 0$, во втором приближении после вычисления давлений в сечениях расходы через перемычки с учетом их знаков находятся по уравнениям импульсов в форме уравнений Бернулли с учетом потерь энергии для участков перемычек.

Расходы воды и газа через перемычки между B - и A -каналами найдены по следующим выражениям:

$$Q_{ABW}^i = C_A \tilde{V}_{AW} \Delta p_{AB}^i, Q_{ABG}^i = C_A \tilde{V}_{AG} \Delta p_{AB}^i,$$

$$\text{где } C_A = \frac{\pi d_A^2 \beta}{128 \tilde{L}_{\text{PER BA}} M_{es} (1 + K_{A \text{ local}})}, M_{es} = M_W \tilde{V}_{AW} + M_G \tilde{V}_{AG}.$$

Аналогично записаны формулы для вычисления расхода газа через перемычки между B - и S -каналами: $Q_{BSG}^i = C_S \tilde{V}_{SG} \Delta p_{BS}^i$,

$$\text{где } C_S = \frac{\pi d_S^2 \beta \beta_1}{128 \tilde{L}_{\text{PER BS}} M_G (1 + K_{S \text{ local}})}.$$

3.5.3. Потери давления из-за межфазного взаимодействия нефти, воды и газа в каналах кластера

Потери давления при «четочном» квазиодномерном течении флюида в B -, A -, S -каналах кластера складываются из трех составляющих: потерь трения, местных потерь и потерь из-за межфазного взаимодействия.

Для нефтегазовой смеси в B -канале:

$$p_1 - p_2 = \Delta p_{B \text{ fr}} + \Delta p_{B \text{ local}} + \Delta p_{B \text{ ip}}.$$

Для водогазовой смеси в среднем A -канале:

$$p_1 - p_2 = \Delta p_{A\,fr} + \Delta p_{A\,ip}.$$

Для газа в малом S -канале:

$$p_1 - p_2 = \Delta p_{S\,fr} + \Delta p_{S\,ip}.$$

Здесь индексами обозначаются следующие понятия: « fr » — от слова «*friction*» — «трение», « $local$ » — «местный», « ip » — от слова «*interphase*» — «межфазный».

Ниже представлены отдельные составляющие для уравнений потерь давления в соответствующих каналах кластера. Потери на трение:

$$\begin{aligned}\Delta p_{B\,fr} &= \frac{128\mu_{Be}\tilde{L}_B}{\pi d_B^4} Q_{BC}, \\ \Delta p_{A\,fr} &= \frac{128\mu_{Ae}\tilde{L}_A}{\pi d_A^4} Q_{AC}, \Delta p_{S\,fr} = \frac{128\mu_{Ge}\tilde{L}_S}{\pi d_S^4} Q_{SC}. \quad (3.119)\end{aligned}$$

Местные потери:

$$\begin{aligned}\Delta p_{B\,local} &= K_{B\,local} \cdot \Delta p_{B\,fr}, \Delta p_{A\,local} = K_{A\,local} \Delta p_{A\,fr}, \\ \Delta p_{S\,local} &= K_{S\,local} \Delta p_{S\,fr}. \quad (3.120)\end{aligned}$$

Эффективные вязкости:

$$\begin{aligned}\Delta p_{B\,local} &= K_{B\,local} \cdot \Delta p_{B\,fr}, \Delta p_{A\,local} = \\ &= K_{A\,local} \Delta p_{A\,fr}, \Delta p_{S\,local} = K_{S\,local} \Delta p_{S\,fr}. \quad (3.121)\end{aligned}$$

После элементарных математических преобразований выражения для потерь давления в соответствующих каналах кластера примут вид:

$$p_1 - p_2 = \frac{128\mu_{Be}\tilde{L}_B K_B}{\pi d^4 (1 - \Delta p_{ip})} Q_{BC},$$

$$p_1 - p_2 = \frac{128\mu_{Ae}\tilde{L}_A K_A}{\pi d_A^4} Q_{AC}, \quad (3.122)$$

$$p_1 - p_2 = \frac{128\mu_G\tilde{L}_S K_S}{\pi d_S^4} Q_{SC},$$

где коэффициенты $K_B = 1 + K_{B_{local}}$, $K_A = 1 + K_{A_{local}}$, $K_S = 1 + K_{S_{local}}$ учитывают отличие потерь давления в реальных поровых каналах с учетом извилистости каналов, находятся в трех специальных модельных экспериментах при исследовании фильтрации однофазных сред — нефти, газа и воды. Эти коэффициенты могут быть обобщены по опытным данным в виде эмпирических формул.

Установлено, что при фильтрации флюида возникают потери давления от взаимодействия фаз. Потери от межфазного взаимодействия могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} \Delta p_{ip} &= \overline{\Delta p}_{ip} \cdot \Delta p, \overline{\Delta p}_{ip} = A \left[1 - \frac{1}{g(\bar{S}_W)} |\bar{S}_W - \bar{S}_{Wm}|^n \right], \\ A &= A_0 (1 - \bar{S}_g)^{n_g}, \bar{S}_W = \frac{S_W}{S_W + S_O}, \\ \bar{S}_{Wm} &= 0.4 + 0.157 \cdot \ln \bar{\mu}, \bar{\mu} = \frac{\mu_O}{\mu_W} \end{aligned} \quad (3.123)$$

$$\bar{S}_G = \frac{S_G - S_{Gr}}{1 - S_{Gr}}, g(\bar{S}_W) = \begin{cases} \bar{S}_{Wm} & \text{при } \bar{S}_W < \bar{S}_{Wm}, \\ 1 - \bar{S}_{Wm} & \text{при } \bar{S}_W \geq \bar{S}_{Wm}, \end{cases}$$

где $\overline{\Delta p}_{ip}$ — относительные потери от межфазного взаимодействия; Δp — перепад давления на керне, A_0 — максимальное значение величины относительных потерь давления на межфазное взаимодействие $\overline{\Delta p}_{ip}$ в области $S_* \leq S \leq S^*$ для данного керна и параметров флюидов, $\bar{S}_W$ — доля воды в жидкой фазе. Эмпирические соотношения и значения для величин A , $g(\bar{S}_W)$, $\bar{S}_{Wm}$, и параметров A_0 , n и n_g могут уточняться по мере накопления

данных. Для смеси «нефть–газ» указанные параметры выражаются следующим образом: $A_0 = 442,0 \cdot K_O^m$, $m = -2.54$, $n = 4$, $1 \leq n_g \leq 4$. Максимальное значение функции A для системы «нефть–газ» достигается при $S_G = S_{Gr}$.

3.5.4. Расходы нефти, газа и воды в каналах кластера

Расчет массопереноса флюида в каналах кластера производится по следующему алгоритму: в первую очередь, определяются расходы флюида в большом канале: $Q_{BC} = \frac{Q_{*O*}}{N_C}$, $Q_{BO} = Q_B \tilde{S}_{BO}$, $Q_{BW} = Q_B \tilde{S}_{BW}$, $Q_{BG} = Q_B \tilde{S}_{BG}$.

Далее, из уравнений (3.122) находятся расходы фаз через каналы:

$$Q_{BC} = \frac{\pi d_B^4 (p_1 - p_2)}{128 \mu_{Be} \tilde{L}_B K_B} (1 - \overline{\Delta p}_{ip}), K_B = 1 + K_{B_{local}};$$

$$Q_{AC} = \frac{\pi d_A^4 (p_1 - p_2)}{128 \mu_{Ae} \tilde{L}_A K_A}, K_A = 1 + K_{A_{local}}; \quad (3.124)$$

$$Q_{SGC} = \frac{\pi d_S^4 (p_1 - p_2)}{128 \mu_G \tilde{L}_S K_S}, K_S = 1 + K_{S_{local}}.$$

С учетом следствия из леммы расход нефти, воды и газа через один B -канал в кластере выражается следующими соотношениями:

$$Q_{BOC} = Q_{BC} \tilde{S}_{BO}, Q_{BWC} = Q_{BC} \tilde{S}_{BW}, Q_{BGC} = Q_{BC} \tilde{S}_{BG}, \quad (3.125)$$

где $\tilde{S}_{BO} = \frac{\tilde{V}_{BO}}{\tilde{V}_B}$, $\tilde{S}_{BW} = \frac{\tilde{V}_{BW}}{\tilde{V}_B}$, $\tilde{S}_{BG} = \frac{\tilde{V}_{BG}}{\tilde{V}_B}$.

Расходы воды и газа через A -каналы выполнен по формуле:

$$Q_{AWC} = Q_{AC} \tilde{S}_{AW}, Q_{AGC} = Q_{AC} \tilde{S}_{AG}, \quad (3.126)$$

где $\tilde{S}_{AW} = \frac{\tilde{V}_{AW}}{\tilde{V}_A}$, $\tilde{S}_{AG} = \frac{\tilde{V}_{AG}}{\tilde{V}_A}$.

Даны выражения для расчета расхода нефти, газа и воды, через керн:

$$\begin{aligned} Q_O &= N_C Q_{BOC}, \\ Q_W &= (Q_{BWC} + \beta Q_{AWC}) N_C, \\ Q_G &= (Q_{BGGC} + \beta Q_{AGC} + \beta \beta_1 Q_{SGC}) N_C. \end{aligned} \quad (3.127)$$

Расход растворенного в нефти газа G_{OG_i} может быть учтен по закону Генри $G_{OG}^i = Q_{BG}^i + Q_{OG}^i$.

Модельные эксперименты

Из трех модельных экспериментов по изучению однофазного фильтрационного течения определены S_{Or} , S_{Wr} , S_{Gr} — остаточные насыщенности и ОФП $\bar{f}_{O^*}(S_{Wr}, S_{Gr})$ — при прокачке нефти, $\bar{f}_w^*(S_{Or}, S_{Gr})$ — при прокачке воды, $\bar{f}_{O^*}(S_{Or}, S_{Wr})$ — при прокачке газа. Целью данных экспериментов является определение коэффициентов K_B , K_A , K_S , входящих в выражения (3.124), для вычисления расходов фаз через каналы кластера. Для однофазной фильтрации $S_G = 0$ выполняется следующее: $f_O(S_{Wr} = S_W)$, $f_W^*(S_{Or} = 1 - S^*)$.

Модельный эксперимент 1

Определяется относительная фазовая проницаемость $\bar{f}_{O^*}$ с остаточными водо- и газонасыщенностями S_{Wr} , S_{Gr} при прокачке нефти. При этом экспериментально определяется расход нефти Q_{Oexp} и перепад давления на керне $(p_1 - p_2)_*$. Из формулы (3.122) следует:

$$(p_1 - p_2)_* = \frac{128 \mu_O L \tau_B Q_{O^*exp} K_{B^*}}{\pi d_B^4 N_C}, \text{ при } \overline{\Delta p}_{ip^*} = 0. \quad (3.128)$$

Из уравнения (3.128) определяется $K_{B^*} = \frac{\pi d_B^4 N_C (p_1 - p_2)_*}{128 \mu_O L \tau_B Q_{O^*exp}}$ — коэффициент потерь при течении воды и газа и остаточной нефтенасыщенности.

Модельный эксперимент 2

Проводится при прокачке воды через керн с остаточными насыщенностями S_{Or}, S_{OG}, S_{Wr} . Измеряются расход воды Q_W^* и перепад давления $(p_1 - p_2)_*$. Из формул (3.122) следует, что расходы воды через B - и A -каналы принимают вид:

$$Q_{BW}^* = \frac{\pi d_B^4 (p_1 - p_2)}{128 \mu_W \bar{L}_B \bar{K}_B^*}, \quad Q_{AW}^* = \frac{\pi d_A^4 (p_1 - p_2)}{128 \mu_W \bar{L}_A \bar{K}_A^*}. \quad (3.129)$$

Измеренный расход воды через керн равен:

$$Q_{Wexp}^* = (Q_{BW}^* + \beta Q_{AW}^*) N_C. \quad (3.130)$$

Согласно соотношениям для объемных концентраций газа в B - и A -каналах, отношение расходов воды через B - и A -каналы равно:

$$\frac{Q_{BW}^*}{\beta Q_{AW}^*} = \frac{d_B^4}{\beta d_A^4} \frac{\tau_A}{\tau_B} \frac{K_A}{K_B}. \quad (3.131)$$

Поскольку $\beta Q_{AW}^* \ll Q_{BW}^*$, то Q_{AW}^* вычисляется приближено с допущением, практически не влияющим на K_B^* и K_A . В первом приближении принято $K_B^* = K_{B*}$, где K_{B*} определяется из (3.128), а Q_{BW}^* — по формуле (3.129). Тогда Q_{AW}^* найдутся по формуле:

$$Q_{AW}^* = \frac{1}{\beta} \left[\frac{Q_{Wexp}^*}{N_C} - \frac{\pi d_B^4 (p_1 - p_2)^*}{128 \mu_W \bar{L}_B \bar{K}_B^*} \right].$$

Тогда из (3.130):

$$Q_{BW}^* = \frac{Q_{Wexp}^*}{N_C} - \beta Q_{AW}^*.$$

Коэффициенты потерь давления K_B^* и K_A при течении воды в большом и средних каналах находятся из (3.129):

$$K_B^* = \frac{\pi d_B^4 (p_1 - p_2)^*}{128 \mu_W \bar{L}_B Q_{BW}^*},$$

$$K_A = \frac{\pi d_B^4 (p_1 - p_2)^*}{128 \mu_W \bar{L}_A Q_{AW}^*}.$$

Модельный эксперимент 3

Третий эксперимент проводится при фильтрации газа через керн с остаточными насыщенностями S_{Or}, S_{Wr}, S_{Gr} . Здесь измеряются расход газа Q_{Gexp}^* и перепад давления на керне $(p_1 - p_2)^*$.

Из выражения (3.123) имеем коэффициент потерь трения в S -каналах кластера:

$$K_S = \frac{\pi d_S^4 (p_1 - p_2)^*}{128 \mu_G \bar{L}_S Q_{SG}^*},$$

где Q_{SG}^* — расход газа через один S -канал в кластере.

$$Q_{SG}^* = \frac{1}{\beta \beta_1} \left[\frac{Q_{Gexp}^*}{N_C} - Q_{BG}^* - \beta Q_{AG}^* \right].$$

Из (3.123) следует:

$$Q_{BG}^* = \frac{\pi d_B^4 (p_1 - p_2)^* \bar{S}_{BG}}{128 \mu_{Be} \bar{L}_S K_B^*},$$

$$Q_{AG}^* = \frac{\pi d_A^4 (p_1 - p_2)^* \bar{S}_{AG}}{128 \mu_{Ae} \bar{L}_A K_A^*}.$$

Аналитические выражения для расчета ОФП $\bar{f}_O, \bar{f}_W, \bar{f}_G$

Результаты гидродинамических расчетов течения трехфазной смеси через керн позволяют определять ОФП фаз. По определению ОФП из обобщенного уравнения Дарси для рассмотренных фаз $w_i = \frac{k_0 \bar{f}_i |p|}{\mu_i L}$, где $(i = o, w, g)$ следует:

$$\bar{f}_i = \frac{\mu_i L Q_i}{K_0 F_{CORE} (p_1 - p_2)}, F_{CORE} = \frac{\pi d_{CORE}^2}{4}.$$

Согласно (3.124), (3.126) и (3.127) выражения для расходов нефти, газа и воды примут вид:

$$Q_O = \frac{d_B^4(1-\bar{\Delta p}_{ip})\tilde{S}_{BO}}{\mu_{B_e}(1+K_{B_{local}})} \frac{\pi(p_1-p_2)N_C}{128\bar{L}_B},$$

$$Q_W = \left[\frac{d_B^4(1-\bar{\Delta p}_{ip})\tilde{S}_{BW}}{\mu_{B_e}\bar{L}_B K_B} + \frac{\beta d_A^4\tilde{S}_{AW}}{\mu_{AW}\bar{L}_A(1+K_{A_{local}})} \right] \frac{\pi(p_1-p_2)N_C}{128\bar{L}_A}, \quad (3.132)$$

$$\text{где } Q_{BW} = \frac{\pi d_B^4(1-\bar{\Delta p}_{ip})\tilde{S}_{BW}N_C}{128\mu_{B_e}\bar{L}_B K_B} (p_1 - p_2);$$

$$Q_{AW} = \frac{\pi \beta d_A^4\tilde{S}_{AW}N_C}{128\mu_{AW}\bar{L}_A(1+K_{A_{local}})} (p_1 - p_2).$$

Значит, выражения ОФП по нефти, газу и воде можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{f}_O &= \frac{\mu_O L}{K_O F_{CORE}} \frac{\pi d_B^4(1-\bar{\Delta p}_{ii})\tilde{S}_{BO}N_C}{128\mu_{B_e}\bar{L}_B K_B} = \frac{\pi d_B^4\tilde{\mu}_O(1-\bar{\Delta p}_{ii})\tilde{S}_{BO}N_C}{128\tau_B K_O F_{CORE} K_B}, \\ \bar{f}_W &= \frac{\pi \mu_W N_C}{128 K_O F_{CORE}} \left[\frac{d_B^4(1-\bar{\Delta p}_{ii})\tilde{S}_{BW}}{\mu_{B_e}\tau_B K_B} + \frac{\beta d_A^4\tilde{S}_{AW}}{\mu_{A_e}\tau_A K_A} \right], \\ \bar{f}_G &= \frac{\pi N_C}{128 K_O F_{CORE}} \left[\frac{d_B^4(1-\bar{\Delta p}_{ii})\tilde{S}_{BG}}{\bar{\mu}_{B_G}\tau_B K_B} + \frac{d_A^4\tilde{S}_{AG}\beta}{\bar{\mu}_{A_G}\tau_A K_A} + \frac{d_S^4\beta\beta_1}{\tau_S K_S} \right], \end{aligned} \quad (3.133)$$

где $\tilde{\mu}_{O_i}(S_i), \tilde{S}_{B_{O_i}} = \frac{\bar{V}_{B_O}}{\bar{V}_B} = \tilde{S}_{B_O}(S_{O_i}), \tilde{\mu}_O = \frac{\mu_O}{\mu_{B_e}}$ — отношение вязкости нефти к эффективной вязкости смеси в B -канале, $1 + K_{B_{local}} = K_A = K_B$. Кроме того, $K_{B_{local}O} = K_{B_{local}W} = K_{B_{local}G} = K_{B_{local}}$ и $K_{A_{local}W} = K_{B_{local}G} = K_{A_{local}}, \bar{\mu}_{B_G} = \frac{\mu_{B_e}}{\mu_G}, \bar{\mu}_{A_G} = \frac{\mu_{B_e}}{\mu_G}$.

Таким образом, впервые из уравнений гидродинамики трехфазной смеси получены аналитические выражения для относительных фазовых проницаемостей нефти, воды и газа при их совместном движении через керн горной породы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем суть технологии «Цифровой керн»?
2. В чем заключаются подходы к описанию фильтрации на микроуровне?
3. Опишите численное стохастическое порово-сетевое микромоделирование.
4. Сформулируйте постановку задачи с применением физико-математической модели процессов тепломассопереноса на примере системы горизонтальных скважин. Какие применяются допущения? Как определяются граничные условия?
5. Опишите геометрическую и кластерную четочную модель течения смеси «нефть–вода».
6. Как определяются потери давления в описанной гидродинамической модели расчета ОФП?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Henry, W. Experiments on the Quantity of Gases Absorbed by Water, at Different Temperatures, and under Different Pressures / W. Henry. — Текст : электронный // Philosophical Transactions of the Royal Society. — London, 1803. — January 1. — Vol. 93. — Pp. 29–274; DOI: 10.1098/rstl.1803.0004
2. Ransohoff, T. Laminar flow of a wetting liquid along the corners of a predominantly gas-occupied noncircular pore / T. Ransohoff, C. J. Radke. — Текст : электронный // Journal of Colloid and Interface Science. — 1988. 121:392–401
3. Жижимонтов, И. Н. Нестационарный тепломассоперенос водонефтяной смеси в системе горизонтальных скважин : дис. канд. физ.-мат. наук / И. Н. Жижимонтов. — Тюмень, 2021. — 197 с. — Текст : непосредственный.
4. Кузина, О. А. Расчетно-экспериментальный метод определения параметров фильтрации смеси «нефть — водный раствор поверхностно-активных веществ» / О. А. Кузина, А. Б. Шабаров. — Текст :

- непосредственный // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. — 2020. — Том 6, № 1 (21). — С. 41–64.
5. Степанов, С. В. Использование данных разработки месторождений нефти для получения кривых фазовых проницаемостей / С. В. Степанов. — Текст : непосредственный // Нефтяное хозяйство. — 2006. — № 4. — С. 112–114.
 6. Степанов, С. В. Исследование динамических фазовых проницаемостей на основе численного моделирования двухфазного течения в поровых каналах / С. В. Степанов, А. Б. Шабаров, Г. С. Бембель, А. В. Шаталов. — Текст : непосредственный // Материалы XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. — Казань, 2015. — С. 3600–3601.
 7. Степанов, С. В. Комплекс вычислительных технологий для повышения качества моделирования разработки нефтяных и газонефтяных месторождений: дис. ... д-ра техн. наук / С. В. Степанов. — Тюмень, 2016. — 264 с. — Текст : непосредственный.
 8. Шабаров, А. Б. Гидрогазодинамика: учебное пособие / А. Б. Шабаров. 2-е изд., перераб. — Тюмень : Издательство Тюменского государственного университета, 2013. — 460 с. — Текст : непосредственный.
 9. Шабаров, А. Б. Потери давления при течении водонефтяной смеси в поровых каналах / А. Б. Шабаров, А. В. Шаталов. — Текст : непосредственный // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, Газ, Энергетика. — 2016. — Том 2, № 2. — С. 50–72.
 10. Шабаров, А. Б. Цифровая кластерная модель порового пространства при течении трехфазного потока в пористой среде / А. Б. Шабаров, Д. Е. Игошин, П. М. Ростенко, А. П. Садыкова. — Текст : непосредственный // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. — 2022. — Том 8, № 1 (29). — С. 88–108.
 11. Шабаров, А. Б. Методы определения функций относительной фазовой проницаемости в задачах многофазной фильтрации / А. Б. Шабаров, А. В. Шаталов, П. В. Марков, Н. В. Шаталова. — Текст : непосредственный // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. — 2018. — Том 4, № 1. — С. 79–109.

4. ОСОБЕННОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ СМЕСЕЙ «НЕФТЬ - ВОДНЫЙ РАСТВОР ПАВ»

Увеличение нефтеотдачи и темпов разработки нефтяных залежей является одной из основных проблем нефтяной промышленности. Опыт разработки нефтяных месторождений показывает, что величина нефтеотдачи, при существующих методах разработки, не превышает 40–50%. Наибольшая нефтеотдача (40–70%) достигается из заводняемых пластов. Однако не всегда удается эффективно осуществлять заводнение пластов из-за их малой проницаемости и неоднородности, высокой вязкости нефти и т. д. Заводнение пластов является основным методом разработки нефтяных залежей. Повышение эффективности заводнения проще всего может быть достигнуто за счет улучшения нефтевытесняющих и нефтеотмывающих свойств закачиваемой воды. Как показывают исследования, одним из наиболее доступных способов повышения эффективности вытеснения нефти водой является добавление в нее поверхностно-активных веществ (ПАВ). Важным преимуществом метода заводнения пластов с водорастворимыми ПАВ, по сравнению с рядом других методов увеличения нефтеотдачи, является возможность внедрения в больших объемах при относительно невысоких дополнительных капвложениях в обустройство промыслов. Данный метод может сочетаться с другими методами повышения нефтеотдачи, а ПАВ — с другими химическими продуктами, применяемыми для этой цели.

Актуальной проблемой является отсутствие обобщенных опытных данных и методики расчета относительных фазовых проницаемостей в зависимости от температуры и параметров водных растворов ПАВ. Неопределенность в нахождении ОФП приводит к потере достоверности прогноза добычи нефти

в условиях эксплуатации нефтяных месторождений. Важной задачей для решения этой проблемы является экспериментальное исследование процессов вытеснения нефти водными растворами ПАВ.

Экспериментальные методы определения ОФП при различных насыщенностях фаз приводят к существенным временным и материальным затратам. Аналитический обзор литературных источников зарубежных и отечественных авторов показал, что работы по моделированию относительных фазовых проницаемостей с учетом одновременного влияния температуры и вида ПАВ практически отсутствуют. В данной главе рассматривается расчетно-экспериментальный метод определения ОФП при различных насыщенностях фазами с учетом влияния температуры пласта и вида ПАВ.

4.1. ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ

Поверхностно-активными являются вещества, способные адсорбироваться из раствора на поверхности раздела фаз жидкость–газ, жидкость – твердое тело, жидкость–жидкость с последующим снижением свободной поверхностной энергии (поверхностного натяжения) на этой поверхности.

К ним относятся спирты и другие полярные органические соединения: карбоновые и сульфокислоты и их соли, соли алкиловых эфиров серной кислоты (алкилсульфаты), амины и их соли и т. д.

Поверхностно-активные свойства таких веществ обусловлены наличием в их молекулах двух различных по природе (полярности) частей, которые сообщают им сродство к различным по полярности фазам.

По химическим свойствам ПАВ делятся на ионогенные и неионогенные, что зависит от их способности диссоциировать или практически не диссоциировать на ионы в водных растворах. Ионогенные ПАВ в свой черед делятся на анионоактивные, катионоактивные и амфотерные. Анионоактивные ПАВ при диссоциации формируют в водных растворах поверхностно-активные анионы, включающие в свой состав углеводородную часть молекулы и катионы, которые представляют собой ионы щелочных металлов, обычно ионы натрия. Катионоактивные ПАВ диссоциируют в водных растворах с формированием поверхностно-активных катионов, включающих в себя углеводородные радикалы и анионы, чаще всего Cl⁻, Br⁻ и др.

В нефтяной промышленности широко используются следующие представители различных классов ПАВ:

Анионоактивные: алкилакрилсульфонаты, алкилсульфонаты, алкилсульфаты.

Катионоактивные: алкилбензилпиридинийхлориды, алифатические амины — солянокислые соли (АНП), производные имидазолинов.

Неионогенные: оксиэтилированные алкилфенолы (ПАВ типа ОП-10), оксиэтилированные жирные спирты, оксиэтилированные жирные кислоты, блоксополимеры окисей этилена и пропилена (дисолваны, проксанолы, сепаролы).

Пластовые воды заключают в себе множество хлоридов щелочноземельных металлов (в основном кальция и магния), поэтому при употреблении их для заводнения рекомендуется использовать неионогенные ПАВ. В отличие от анионоактивных они не взаимодействуют с солями щелочноземельных металлов, обладают большой поверхностной активностью и меньше адсорбируются на поверхности породы.

Зарубежные и отечественные результаты исследований показали, что наиболее эффективными для заводнения пластов

являются неионогенные ПАВ и их смеси с ионогенными ПАВ, а также сульфонаты.

Для получения неионогенных ПАВ в качестве исходных продуктов используют жирные кислоты, алкилфенолы, жирные спирты и др. Наибольшее распространение получили оксиэтилированные неионогенные ПАВ типа ОП-10.

ОП-10 представляет из себя смесь моно- и диалкилфенолов, имеющих в среднем 9–10 углеродных атомов в алкильной цепи и 10–12 групп окиси этилена на моль продукта. С использованием этого ПАВ проведено значительное число лабораторных и промышленных испытаний.

По современным представлениям, эффективность метода может быть значительно увеличена за счет использования ПАВ, понижающих межфазное натяжение воды на границе раздела с нефтью до 10^{-3} – 10^{-5} мН/м.

4.2. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К ПАВ (РАСТВОРИМОСТЬ ПАВ В ПРЕСНОЙ И ПЛАСТОВОЙ ВОДЕ, ТЕМПЕРАТУРА ПОМУТНЕНИЯ, АДсорбция ПАВ)

Правильный подбор ПАВ для условий конкретного месторождения требует проведения трудоемких лабораторных исследований. Наряду с обычным испытанием совместимости ПАВ с пластовыми и закачиваемыми водами, температуры помутнения, адсорбции, также важное значение приобретают исследования поверхностной активности ПАВ.

Очевидно, необходимо применять в первую очередь ПАВ, сильно увеличивающие нефтеотдачу и темпы разработки залежи и вместе с тем уменьшающие количество добываемой с нефтью воды. Расход ПАВ при этом должен быть наименьшим. Величина его определяется, главным образом, адсорбцией ПАВ

породой и возможностью последующей десорбции их водой, закачиваемой вслед за оторочкой раствора ПАВ.

Исходя из механизма вытеснения ПАВ, главными требованиями, которым должны удовлетворять ПАВ, являются высокая поверхностная активность на границе нефть–вода и возможно низкая адсорбция на поверхности породы пласта. Однако этого недостаточно. При подборе ПАВ для заводнения приходится учитывать минералогический состав пород пласта, химический состав пластовой и нагнетаемой вод, пластовую температуру и степень истощения залежей.

В таких условиях возможно применение только неионогенных ПАВ (или иногда их смесей с ионогенными), совместимых с пластовыми водами любой минерализации и химического состава. Применение анионоактивных ПАВ может оказаться возможным лишь на поздней стадии заводнения, когда в пласте за счет нагнетаемой с поверхности воды достаточно снижена минерализация воды в поровом пространстве. Но и в этом случае возможности применения анионоактивных ПАВ будут сильно ограничены в связи с возвратом в нефтяные пласты извлекаемых вместе с нефтью минерализованных вод.

Еще более проблематична возможность применения при заводнении катионоактивных веществ, для которых характерна исключительно высокая адсорбция породами пластов, плохая совместимость с пластовыми водами и высокая токсичность.

На основании опыта исследований при выборе ПАВ для заводнения пластов к ним предъявляются следующие требования:

- полная растворимость при концентрации до 1% в пластовой и закачиваемой в пласты воде;
- высокая поверхностная активность на границе раздела нефть–вода;
- низкая адсорбция на породах пласта;
- высокая нефтевытесняющая способность при низких концентрациях в воде;

- большая скорость и глубина впитывания в нефтенасыщенную породу;
- высокая скорость диффузии;
- ослабление реологических свойств нефти.

К настоящему времени в лабораторных условиях испытаны многие неионогенные ПАВ, некоторые из них опробованы в промысловых условиях. Наряду с поисковыми исследованиями по созданию более эффективных ПАВ ведутся также работы по улучшению их технологических свойств, в частности по получению товарных форм ПАВ с низкой температурой застывания. Температура застывания товарных форм ПАВ не должна превышать минус 20 °С. При этом понизители температуры застывания не должны сильно повышать пожароопасные свойства и токсичность товарных продуктов.

К вновь создаваемым ПАВ предъявляются повышенные требования, главным из которых является более высокая поверхностная активность на границе масло–вода при совместимости с частично опресненными пластовыми водами при пластовых температурах до 80–90 °С. Предполагается, что такие ПАВ будут достаточно эффективными при вытеснении нефти из сильно обводненных пластов.

Растворимость ПАВ в пресной и пластовой воде

Большое влияние на условия применения и результаты при обработке промысловых жидкостей оказывает растворимость ПАВ в пресной и пластовой воде. Если ПАВ имеет небольшое число звеньев углеводородной цепи (1–3 атома С), то такие ПАВ неограниченно растворимы в воде. С увеличением числа атомов углерода до 10, растворимость понижается, а ПАВ, содержащие 11 и более атомов углерода, нерастворимы в воде. Однако повышение числа атомов углерода способствует повышению поверхностной активности вещества. Задача заключается в том,

чтобы подобрать такое количество звеньев, которое обеспечивает, с одной стороны, достаточную растворимость, а с другой — высокую поверхностную активность.

Продукт считается совместимым с испытываемой водой, если после выдержки он не расслаивается, не выпадает в осадок и не всплывает маслянистый слой. Допускается легкая опалесценция раствора.

Температура помутнения

Хорошо известно, что растворы неионогенных ПАВ (НПАВ) при нагревании в определенном температурном интервале начинают сильно рассеивать свет. Они становятся «мутными». Это явление обусловлено определенными особенностями фазовой диаграммы. Область изотропного раствора ограничена со стороны высоких температур нижней кривой растворимости, выше которой система испытывает фазовое разделение с образованием фазы, обогащенной НПАВ, и раствора, обедненного НПАВ. О начале расслоения можно судить по помутнению растворов. Минимум на кривой растворимости является критической точкой. Приближение к этой точке сопровождается сильным светорассеянием вследствие критических флуктуаций.

Таким образом, характерной особенностью НПАВ является так называемая точка помутнения, соответствующая определенной температуре. Пенообразующая способность растворов неионогенных ПАВ при достижении точки помутнения резко падает до определенного значения, которое остается постоянным при дальнейшем повышении температуры. Температура помутнения зависит от химического строения ПАВ, а само явление обусловлено понижением растворимости соединения с увеличением температуры.

Температуру помутнения важно учитывать при расчете совместимости ПАВ с закачиваемой и пластовой минерализованной

водами месторождения. Она не должна превышать температуру пласта, чтобы не происходило выделение его из водного раствора в самостоятельную фазу с ухудшением свойств.

Адсорбция активных компонентов нефти и нефтерастворимых синтетических ПАВ

Нефть, как известно, представляет собой смесь различного типа углеводородов примесью различных кислород-, азот-, серосодержащих соединений, асфальтенов, смол, органических кислот и т. д.

Все эти компоненты поверхностно-активные по отношению к твердой поверхности и воде. Адсорбируясь на твердой поверхности, они сильно меняют ее физическую характеристику и физико-химические свойства нефти. Нефть приобретает в поровом пространстве предельное напряжение сдвига, более высокую вязкость и плотность, особенно резко выраженные вблизи твердой поверхности.

Исследования на различных породах по адсорбции активных компонентов нефти и синтетических нефтерастворимых ПАВ с целью установления различий в поверхностной активности последних по сравнению с активными компонентами нефти показали следующее. На величину адсорбции ПАВ значительное влияние оказывает минералогический состав пород. При прочих равных условиях с увеличением карбонатности и глинистости пород адсорбция возрастает.

Предельная адсорбция для синтетических ПАВ достигается при значительно меньших концентрациях, чем для асфальтенов, смол и нафтенных кислот. Нафтенные кислоты, смолы и смеси нафтенных кислот и смол адсорбируются в значительно большем количестве, чем синтетические ПАВ.

Величина предельной адсорбции в динамических условиях меньше, чем в статических. При адсорбции активных компонентов

нефти происходит гидрофобизация твердой поверхности, а в нефти уменьшаются содержание активных компонентов и ее вязкость. На твердой поверхности происходит образование граничных слоев нефти, обладающих повышенной вязкостью и предельным напряжением сдвига. Образование граничных слоев нефти приводит к замедлению темпов разработки и уменьшению нефтеотдачи пласта.

В начале разработки в первую очередь идет нефть с меньшей вязкостью. По мере разработки в пласте все больше возрастает доля нефти, связанная молекулярными силами с твердой поверхностью, т. е. доля нефти с большим содержанием высокомолекулярных поверхностно-активных компонентов, увеличивающих адгезию нефти к твердой поверхности.

Адсорбция синтетических водорастворимых ПАВ

Неионогенные ПАВ характеризуются меньшей адсорбцией на поверхности нефтевмещающих пород по сравнению с анион- и катионактивными ПАВ благодаря большим размерам гидрофильной части их молекул и относительно слабому взаимодействию с поверхностью породы.

Массоперенос неионогенных ПАВ в пласте при вытеснении нефти протекает по сложному механизму, поскольку ПАВ участвуют в нескольких параллельно идущих процессах: распределение между нефтью и водой, адсорбция из обеих фаз на поверхности породы из воды и нефти и десорбция в обе фазы, образование и распад мицелл в зависимости от локальной концентрации ПАВ и др. Массоперенос осложняется кинетическими факторами, так как молекулы мицеллы неионогенных ПАВ по размерам больше молекул воды и соизмеримы с высокомолекулярными компонентами нефти, и одновременным присутствием в системе полимергомологов с сильно различающимися свойствами.

В жидких растворах поверхностное натяжение σ является функцией от концентрации растворенного вещества. На рис. 4.1а представлен общий вид зависимости поверхностного натяжения от концентрации раствора ПАВ при постоянной температуре (изотерма поверхностного натяжения).

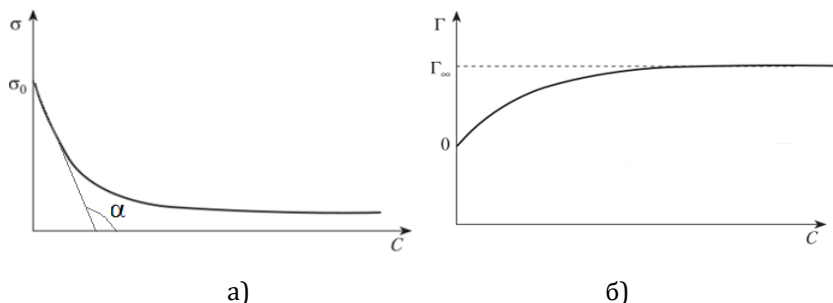


Рис. 4.1. Зависимость поверхностного натяжения от концентрации раствора ПАВ (изотерма поверхностного натяжения) (а) и изотерма адсорбции ПАВ (б)

Как можно видеть на рисунке, при повышении концентрации ПАВ поверхностное натяжение сначала круто падает, а значение адсорбции резко возрастает. Быстрые изменения связаны с тем, что вначале вся поверхность жидкости свободна и небольшие количества ПАВ, попадающие в раствор, почти целиком уходят на поверхность. Затем следует участок, отвечающий средним концентрациям поверхностно-активного вещества. В этих условиях значительная часть поверхности уже занята молекулами ПАВ, что снижает дальнейшую его адсорбцию на границе раздела.

Наконец, большим концентрациям на изотерме отвечает почти горизонтальный участок, показывающий, что поверхностное натяжение практически не зависит от концентрации. Поверхность жидкости полностью закрыта молекулами ПАВ,

образующими сплошной мономолекулярный слой, поверхностное натяжение раствора стремится к поверхностному натяжению ПАВ. Достигается значение предельной адсорбции (рис. 4.1б, линия Γ_∞), которое соответствует образованию на поверхности плотно упакованного монослоя ПАВ.

Количественной мерой адсорбции на границе раствор-газ является поверхностный избыток Γ , равный числу молей растворенного вещества в поверхностном слое. Количественное соотношение между адсорбцией (поверхностным избытком) растворенного вещества и изменением поверхностного натяжения раствора с ростом концентрации раствора определяет изотерма адсорбции Гиббса:

$$\Gamma = -\frac{C}{RT} \cdot \frac{d\sigma}{dC}, \quad (4.1)$$

где Γ — адсорбция Гиббса, моль/м²; C — равновесная концентрация раствора ПАВ, моль/дм³; R — универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К); T — абсолютная температура, К; σ — поверхностное натяжение, Дж/м².

График изотермы адсорбции ПАВ представлен на рис. 4.1б. Из уравнения (4.1) следует, что направление процесса — концентрирование вещества в поверхностном слое или, наоборот, нахождение его в объеме жидкой фазы — определяется знаком производной $\frac{d\sigma}{dC}$. Отрицательная величина данной производной соответствует накоплению вещества в поверхностном слое ($\Gamma > 0$), положительная — меньшей концентрации вещества в поверхностном слое по сравнению с его концентрацией в объеме раствора.

Величину $g = -\frac{d\sigma}{dC}$ (размерность Дж·м/моль), соответствующую бесконечно малой концентрации вещества, взятую с обратным знаком и полученную при постоянных значениях температуры и давления, называют поверхностной активностью

растворенного вещества. Поверхностная активность — это мера способности вещества изменять поверхностное натяжение. Эта величина является важнейшей характеристикой ПАВ, определяющей их свойства и применение. Очевидно, что чем больше величина g , тем сильнее способность вещества понижать поверхностное натяжение. Поверхностную активность вещества обычно определяют, аппроксимируя его концентрацию к нулю; в этом случае найденные значения g для разных ПАВ можно будет корректно сравнивать, так как они будут зависеть только от природы ПАВ и растворителя.

Графически поверхностная активность может быть получена из изотермы поверхностного натяжения (рис. 4.1а). Для этого к участку кривой, отвечающей минимальной концентрации растворенного вещества, проводится касательная до пересечения с осями. При этом поверхностная активность численно равна тангенсу угла наклона касательной к оси концентрации:

$$g = -\frac{d\sigma}{dc} = \tan \alpha. \quad (4.2)$$

Энергия вандерваальсова взаимодействия углеводородного радикала ($R-$) с полярными молекулами воды меньше, чем энергия взаимодействия молекул воды между собой. Поэтому на границе раздела водный раствор – воздух (или углеводород) радикалы R самопроизвольно переходят (выталкиваются) в соседнюю неполярную фазу, что энергетически выгодно и обнаруживается как уменьшение поверхностного натяжения (поверхностной энергии). Полярные группы, напротив, активно взаимодействуют с диполями воды (гидратация) и сообщают молекулам ПАВ гидрофильные свойства (молекулярное сродство к воде), тогда как углеводородные радикалы являются носителями гидрофобных свойств (гидрофобность означает вместе с тем олеофильность — сродство к неполярным фазам —

углеводородам, маслам). Поскольку наличие молекул ПАВ в поверхностном слое энергетически выгодно ($\frac{d\sigma}{dc} < 0$), то происходит самопроизвольное концентрирование растворенного вещества на межфазной границе.

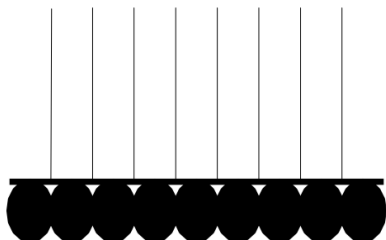


Рис. 4.2. Предельная ориентация молекул ПАВ в поверхностном слое

Молекулы большинства ПАВ обладают дифильным строением, т. е. содержат как полярную группу, так и неполярный углеводородный радикал. Расположение таких молекул в поверхностном слое энергетически наиболее выгодно при условии ориентации молекул полярной группой к полярной фазе (полярной жидкости), а неполярной — к неполярной фазе (газу или неполярной жидкости). В поверхностном слое, например на границе фаз «нефть–вода», молекулы ПАВ ориентированы так, что гидрофобная часть обращена к нефти, а полярная к воде. При малой концентрации раствора тепловое движение нарушает ориентацию молекул ПАВ; при повышении концентрации происходит насыщение адсорбционного слоя и на поверхности раздела фаз образуется слой «вертикально» ориентированных молекул ПАВ (рис. 4.2). Образование такого мономолекулярного слоя соответствует минимальной величине поверхностного натяжения раствора ПАВ и максимальному значению адсорбции Γ (рис. 4.1); при дальнейшем увеличении концентрации

ПАВ в растворе поверхностное натяжение и адсорбция не изменяются.

4.3. ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ОСТАТОЧНУЮ НЕФТЕНАСЫЩЕННОСТЬ

4.3.1. Капиллярное число

В последнее время, в связи с широким применением поверхностно-активных веществ для повышения нефтеотдачи пластов все больше проводятся исследования возможности уменьшения остаточной нефтенасыщенности при вытеснении. При этом если начальная нефтенасыщенность определяется исходными геологическими условиями продуктивного пласта, то величина остаточной нефтенасыщенности зависит от сил поверхностного натяжения, возникающих при взаимодействии нефти с вытесняющим агентом.

В пласт вместо обычной воды нагнетают водные растворы ПАВ. Растворение этих компонентов в воде изменяет ее химические и механические свойства. В частности, водные растворы ПАВ характеризуются меньшими, по сравнению с обычной водой, силами поверхностного натяжения на границе с нефтяной фазой. Соответственно, использование раствора ПАВ вместо воды в качестве вытесняющего агента ведет к снижению остаточной нефтенасыщенности. Согласно результатам опубликованных лабораторных исследований на керновом материале, нагнетание водного раствора ПАВ в пористую среду со всеми соответствующими реакциями ведет к относительному снижению остаточной нефтенасыщенности, которое может составлять до 30 %. Это происходит за счет уменьшения капиллярных сил, которые характеризуются капиллярным числом N_c . Форма этого числа имеет вид:

$$N_c = \frac{v \cdot \mu_B}{\sigma}, \quad (4.3)$$

где v — скорость фильтрации вытесняющей жидкости, м/с; μ_B — вязкость вытесняющей жидкости, Па·с; σ — поверхностное натяжение на границе нефть – вытесняющая жидкость, Н/м.

Капиллярное число характеризует соотношение между капиллярными силами, величину которых определяет поверхностное натяжение на границе вода–нефть, структурой порового пространства и гидродинамическим напором, определяющим скорость фильтрации жидкости. Анализ параметров, входящих в формулу капиллярного числа, показывает, что намного повысить гидродинамические силы в реальном пласте фактически невозможно. Поэтому воздействие осуществляется в основном на капиллярные силы путем введения ПАВ.

Многие авторы исследовали влияние капиллярного числа на остаточную нефтенасыщенность в керновом масштабе. Эту зависимость часто представляют в виде кривой капиллярного вытеснения.

Кривая зависимости остаточной нефтенасыщенности от капиллярного числа по мере возрастания величины капиллярного числа может быть поделена на три части. Первая почти горизонтальная область наблюдается при $N_c = 10^{-6}$ – 10^{-8} , что отвечает критериям общепринятого заводнения. Вместе с тем в зависимости от свойств нефти и коллектора остаточная нефтенасыщенность может быть 20–45%. Во второй области при значительных величинах капиллярного числа наблюдается достаточно быстрое понижение содержания остаточной нефти. Наклонение этой области на кривой зависимости остаточной нефтенасыщенности от капиллярного числа несильно зависит от условий определенного месторождения. Но при этом местоположение кривой на графике определяется свойствами породы коллектора и нефти. В случае гидрофобных коллекторов

кривая зависимости остаточной нефтенасыщенности от капиллярного числа смещается в сторону больших значений N_c . Дальнейшее повышение капиллярного числа не приводит к дополнительному нефтевытеснению, так как оставшаяся в пористом объеме нефть будет находиться в виде слоя высокомолекулярных соединений, адсорбированного на поверхности горной породы и в замкнутых порах (третья область кривой).

Также капиллярные силы, а, следовательно, и остаточная нефтенасыщенность, зависят от размеров и типа мицелл ПАВ, концентрации ПАВ, температуры. Уменьшение остаточной нефтенасыщенности с увеличением температуры можно объяснить ослаблением межмолекулярных взаимодействий асфальтенов в объеме структурированных нефтей. О кинетике массопереноса частиц нефти в зависимости от выбора типа ПАВ свидетельствуют многие работы ученых.

4.3.2. Работа адгезии

Добавление ПАВ в воду уменьшает межфазное взаимодействие на границе нефть–вода. При малом межфазном натяжении капля нефти свободно деформируется, вследствие чего понижается работа, требуемая для проведения их через сужения пор, что повышает скорость их передвижения в пласте.

Также добавление ПАВ увеличивает краевые углы избирательного смачивания, т. е. уменьшает смачиваемость породы нефтью. Однако более строгим критерием смачивающей способности ПАВ является энергия взаимодействия нефти с поверхностью породы, определяемая как работа адгезии нефти. Увеличение краевых углов вместе с уменьшением межфазного натяжения влечет за собой существенное снижение энергии связи нефти и поверхности горной породы. Об энергии связи можно судить по снижению работы адгезии нефти к поверхности из уравнения Дюпре–Юнга:

$$W = \sigma \cdot (1 + \cos\theta), \quad (4.4)$$

где W — работа адгезии; σ — межфазное натяжение; θ — краевой угол избирательного смачивания.

Работа адгезии W — работа, которую нужно совершить, чтобы отделить каплю нефти с единицы поверхности породы в водную фазу, заполняющую поры.

Ниже приведен рисунок, иллюстрирующий состояние капли нефти в системе трех несмешивающихся фаз «нефть – вода – порода» (рис. 4.3).

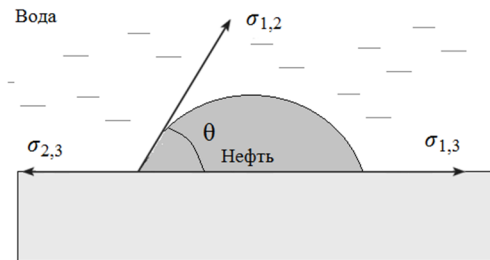


Рис. 4.3. Капля нефти на гладкой поверхности

Чем больше краевой угол избирательной смачиваемости, тем меньше работа адгезии нефти и, следовательно, лучше смачивающая способность ПАВ.

Водные растворы большинства ПАВ проявляют моющее действие в отношении к нефти, которая обволакивает поверхность породы тонкой пленкой, способствуя разрыву пленки нефти.

ПАВ адсорбируются на поверхности раздела фаз нефти и воды и вытесняют активные компоненты нефти, образующие на поверхности раздела адсорбционные слои с большой прочностью. Это повышает глубину и скорость капиллярного впитывания воды в нефтенасыщенную породу. Под влиянием ПАВ диспергирование нефти в воде протекает более интенсивно, притом ПАВ

в определенной мере стабилизируют сформировавшуюся дисперсию. Нефтяные капли уменьшаются в размерах. Вероятность их коалесценции и приклеивания к твердой поверхности понижается. Это приводит к заметному увеличению относительной фазовой проницаемости пористой среды для нефти и воды.

4.4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СМЕСИ «НЕФТЬ – ВОДНЫЙ РАСТВОР ПАВ»

4.4.1. Исследование влияния вида ПАВ и температуры на кривые ОФП

Результаты экспериментов по вытеснению нефти для различных водных растворов ПАВ для температур в диапазоне 40–80 °С по сравнению с пластовой водой приведены на рис. 4.4.

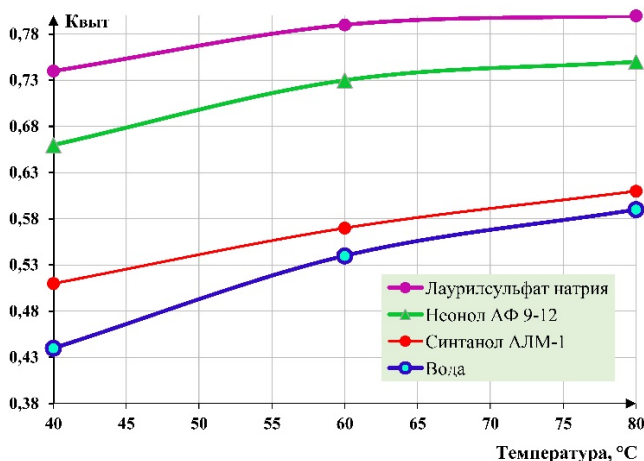


Рис. 4.4. Зависимости коэффициентов вытеснения нефти водой и водными растворами различных ПАВ от температуры

Как видно из рисунка коэффициент вытеснения нефти с ростом температуры увеличивается для трех исследованных ПАВ.

Применение ПАВ наиболее результативно при невысоких температурах, так как в таких случаях ПАВ дают больший эффект. При увеличении температуры моющая способность воды значительно возрастает, поэтому процентное соотношение вытеснения по сравнению с пластовой водой снижается с ростом температуры. Так, например, при температуре 40 °С довытеснение для реагента лаурилсульфат натрия составило 0,68, а при 80 °С — 0,35.

На рисунке 4.5 показан график разницы коэффициентов вытеснения различных ПАВ с водой.

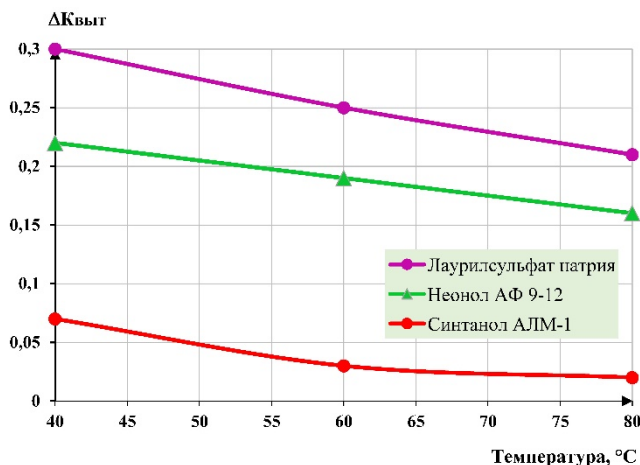


Рис. 4.5. Разница увеличения коэффициента вытеснения нефти водным раствором ПАВ и водой при различных температурах

Как видно, на нем не наблюдается максимума, что объясняет отсутствие эффектов от применения ПАВ на ряде месторождений с высокими пластовыми температурами. Однако это справедливо только для легких нефтей, с высоким КИН водой.

Так, для сравнения, при работе с более тяжелой и вязкой нефтью, коэффициент вытеснения водой без ПАВ составил

всего 0,1–0,2 в отличие от данных экспериментов, где КИН более 0,4. Для такой нефти работает другой механизм извлечения — отмыв, а не гидродинамика, в результате появляется максимум отмыва по температуре. Так что можно сделать вывод, что данная теория имеет ограничение по типу нефтей.

На рисунке 4.6 приведен график зависимости относительных фазовых проницаемостей для нефти при вытеснении водой и тремя исследованными ПАВ при различных температурах.

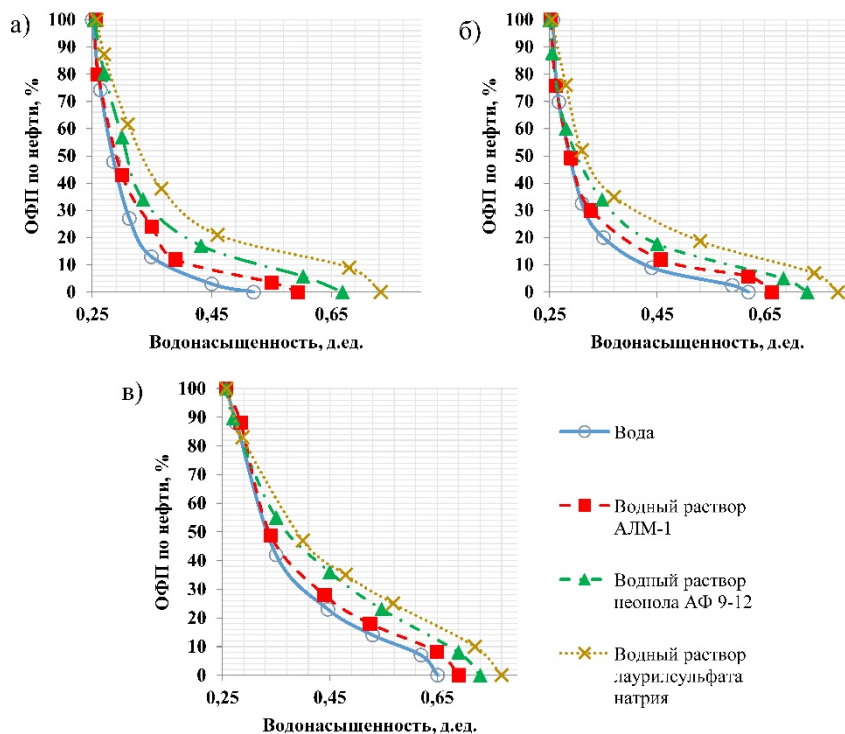


Рис. 4.6. Зависимости фазовых проницаемостей по нефти от водонасыщенности, нормированных на абсолютную проницаемость по нефти, для различных ПАВ при температурах: а) 40 °C; б) 60 °C; в) 80 °C

На рис. 4.6 показано изменение остаточной нефтенасыщенности при применении синтетических добавок. Анализ полученных результатов показывает, что во всех экспериментах возрастает фазовая проницаемость для нефти при вытеснении ее водными растворами поверхностно-активных веществ. Так, при водонасыщенности 0,35 ($t = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$) ОФП по нефти с раствором алкилсульфата выше в 3,5 раза.

Для наглядности приведем график зависимости относительных фазовых проницаемостей от водонасыщенности, соотношенных к абсолютной проницаемости по газу (рис. 4.7). Значение абсолютной проницаемости по гелию для данных образцов керн $K_0 = 0,348\text{ Д}$.

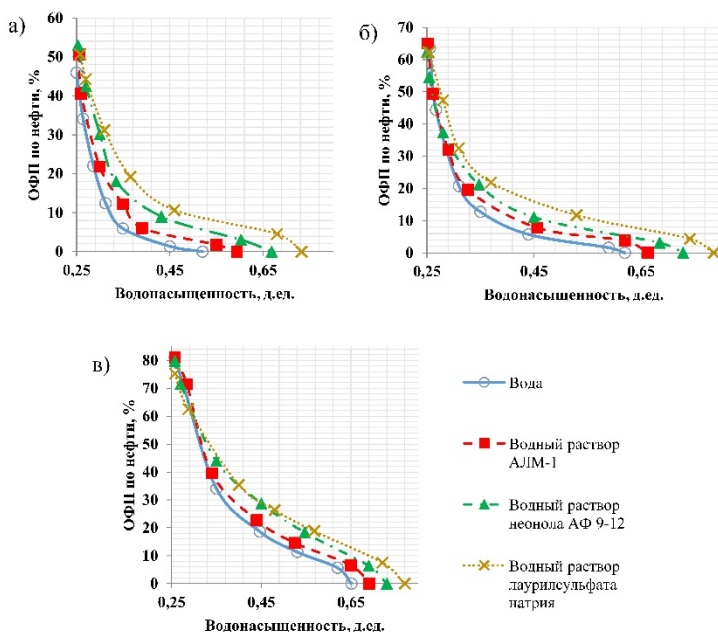


Рис. 4.7. Зависимости фазовых проницаемостей по нефти от водонасыщенности, нормированных на абсолютную проницаемость по газу, для различных ПАВ при температурах: а) 40 °C; б) 60 °C; в) 80 °C

Из графиков видно, что значение абсолютной проницаемости по нефти при одной температуре и при разных экспериментах имеет одно значение в пределах небольшой погрешности (максимальный разброс составил 7%). Также видно, что с увеличением температуры ОФП по нефти возрастает.

При добавлении в воду ПАВ снижается вероятность прилипания капель нефти к поверхности породы, вследствие снижения межфазного натяжения и увеличения краевого угла смачивания. Фазовая проницаемость по нефти повышается, темпы вытеснения увеличиваются.

4.4.2. Исследования влияния капиллярного числа и относительной работы адгезии нефти на коэффициент вытеснения

По формуле (4.3) были рассчитаны значения капиллярного числа вытесняемых агентов при различных условиях (температура, наличие и вид ПАВ).

Также в ходе эксперимента были найдены и исследованы значения работы адгезии нефти W без ПАВ и с их применением. Важным безразмерным критерием является параметр отношения работы адгезии нефти с ПАВ к работе адгезии без него. Помимо поверхностного натяжения в формулу работы адгезии входит краевой угол избирательного смачивания, который показывает смачиваемость породы нефтью. Эти два фактора, а именно межфазное натяжение водного раствора ПАВ на границе с нефтью и смачиваемость породы водой, в совокупности характеризуют энергию связи нефти с горной породой, т. е. влияют на нефтевытеснение.

Для интерпретации полученных значений $K_{\text{выт}}$ по соотношению (4.4) рассчитаны значения работы адгезии нефти W водой

без ПАВ и с их применением. С этой целью были измерены значения межфазного натяжения σ на границе «нефть–вода», а также краевые углы смачивания θ° для трехфазной системы «нефть – водная фаза – горная порода». Фото этой трехфазной системы при различном составе водной фазы приведены на рис. 4.8 при температуре 60 °С. Для температур 40 и 80 °С результаты нахождения краевого угла смачивания представлены в обобщенной таблице (табл. 4.1).

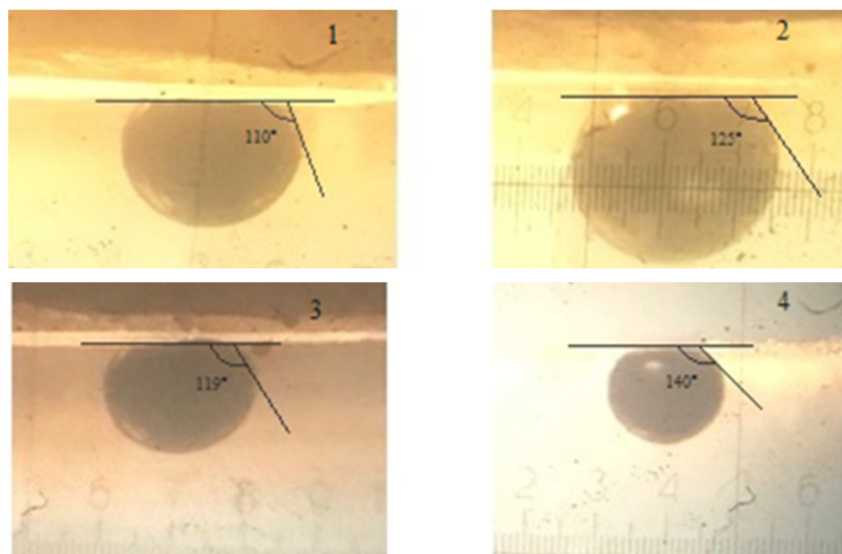


Рис. 4.8. Фото трехфазной системы «нефть – водный раствор ПАВ – твердое тело» при температуре 60 °С и различном составе водной фазы: 1) модель пластовой воды; 2–4) 0,5% растворы ПАВ на этой воде (2) синтанол АЛМ-1; 3) неонол АФ 9-12; 4) лаурилсульфат натрия)

По найденным значениям θ и σ на границе нефть–вода по соотношению (4.4) были рассчитаны значения удельных работ адгезии нефти при вытеснении водой W_w и с применением ПАВ

W , а также безразмерный параметр $\bar{W} = W_w/W$, равный отношению этих энергий.

В табл. 4.1 приведены все найденные параметры для исследуемой системы с минерализованной водой и 0,5% растворами трех исследованных ПАВ на ней при различных температурах, такие как: коэффициент нефтewытеснения $K_{\text{выт}}$, поверхностное натяжение на границе «нефть – водный раствор ПАВ» σ , капиллярное число N_c , краевые углы избирательного смачивания θ , параметры удельной W и относительной работы адгезии нефти $\bar{W}$.

Таблица 4.1

Значения найденных параметров для исследуемой трехфазной системы при различных температурах

T , °C	Вытесняющий агент	$K_{\text{выт}}$, %	σ , мН/м	$N_c \cdot 10^6$	θ , град.	W , мДж/м ²	$\bar{W}$
40	Вода	0,44	36,9	0,41	104	27,9	1
60		0,54	35,8	0,35	110	23,5	
80		0,59	35	0,26	133	11,1	
40	Синтанол АЛМ-1	0,51	20	0,75	113	12,2	2,2
60		0,57	26	0,49	125	11,0	2,1
80		0,61	31	0,30	136	8,7	1,2
40	Неонол АФ 9-12	0,66	4,8	3,1	123	2,2	12,8
60		0,73	4,1	3,1	119	2,1	11,1
80		0,75	4	2,3	137	1,0	10,3
40	Лаурил- сульфат натрия	0,74	2,6	5,8	133	0,8	33,8
60		0,79	2,6	4,9	140	0,6	38,7
80		0,80	2,3	4,1	139	0,5	19,7

Из табл. 4.1 следует, что существует функциональная зависимость коэффициента вытеснения $K_{\text{выт}}$ не только от капиллярного числа N_c , но и от относительной работы адгезии $\bar{W}$. Следовательно, перспективность использования водного раствора данного ПАВ для повышения нефтедобычи следует оценивать по обоим этим параметрам.

Наглядно графики зависимостей коэффициента вытеснения от капиллярного числа и от относительной работы адгезии нефти при температурах 40, 60 и 80 °С приведены на рис. 4.9. Из него видно, что нет явной зависимости коэффициента нефтевытеснения от какого-либо одного параметра. Поэтому необходимо рассматривать эту зависимость в комплексе. Следующим пунктом описывается обобщенная трехпараметрическая зависимость коэффициента вытеснения от капиллярного числа, безразмерной относительной работы адгезии нефти, а также температуры.

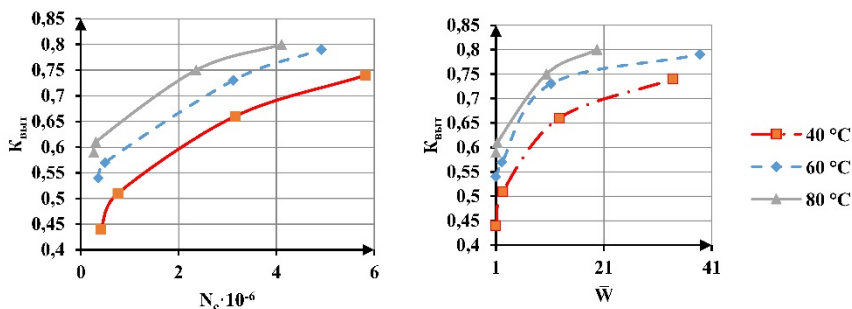


Рис. 4.9. Зависимости коэффициента вытеснения от капиллярного числа и от относительной работы адгезии нефти при разных температурах

4.4.3. Обобщенная трехпараметрическая зависимость коэффициента вытеснения от капиллярного числа, относительной работы адгезии нефти и температуры

На основе проведенных экспериментальных исследований выявлена зависимость коэффициента вытеснения нефти от

двух безразмерных параметров: капиллярного числа N_c и относительной работы адгезии $\bar{W}$:

$$K_{\text{выт}} = f(N_c, \bar{W}). \quad (4.5)$$

Экспериментальные данные представлены в логарифмическом виде, принятом в теории теплообмена:

$$\lg K_{\text{выт}} = m \cdot \lg(N_c \cdot \bar{W}^n) + \lg C, \quad (4.6)$$

где C , m и n — некоторые константы.

При этом критериальное уравнение массопереноса при вытеснении нефти водой имеет вид:

$$K_{\text{выт}} = C \cdot (N_c \cdot \bar{W}^n)^m. \quad (4.7)$$

В частном случае для воды параметр относительной работы адгезии $\bar{W}$ равен 1. Коэффициент вытеснения становится лишь функцией капиллярного числа.

Перспективность представления $K_{\text{выт}}$ в виде (4.6–4.7) демонстрирует рис. 4.10, согласно которому нелинейная зависимость $K_{\text{выт}}$ от N_c в логарифмических координатах уже может аппроксимироваться линейной зависимостью с высокой степенью достоверности $R^2 = 0.998$ (прямая 1, на рис. 4.10). Данный график приведен в качестве примера для одной температуры 60 °С. Достоверность линейной аппроксимации полученных в данной работе экспериментальных данных в логарифмических координатах повышается до $R^2 = 0.9999 \approx 1$, если их представлять в виде зависимости от модифицированного капиллярного числа $N_c^* = N_c \cdot \bar{W}^n$ при $n = 0,25$ (прямая 2 на рис. 4.10). Значение $n = 0,25$ подобрано эмпирически как значение, при котором достоверность R^2 линейной аппроксимации экспериментальных данных в логарифмических координатах максимально и достигает указанного выше значения $R^2 = 0.9999 \approx 1$, характерного для критериальных уравнений массообмена.

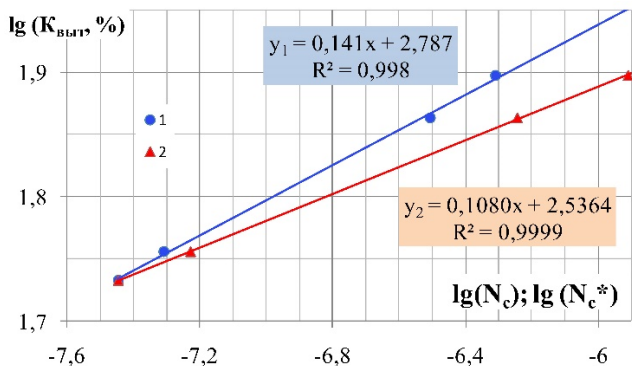


Рис. 4.10. Зависимости коэффициента вытеснения $K_{\text{выт}}$ от капиллярного числа N_c (прямая 1) и модифицированного капиллярного числа $N_c^* = N_c \cdot \bar{W}^n$ при $n = 0,25$ (прямая 2) в логарифмических координатах

На рис. 4.11 представлена экспериментальная зависимость $K_{\text{выт}}$ от $(N_c \cdot \bar{W}^n)$ в логарифмических координатах при разных температурах.

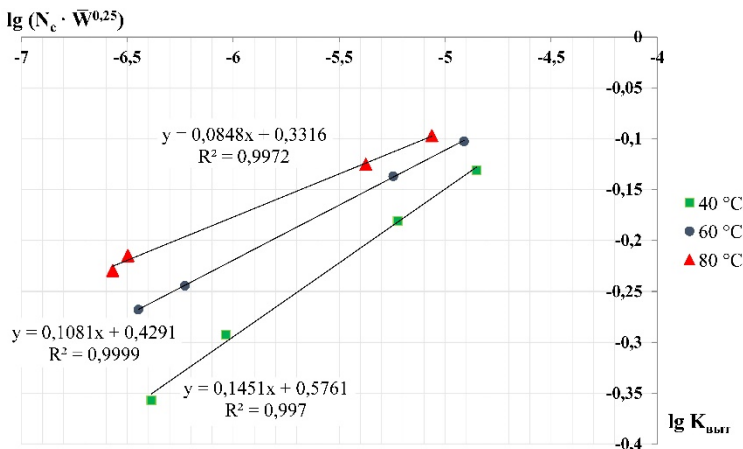


Рис. 4.11. Значение коэффициента вытеснения в зависимости от значения $(N_c \cdot \bar{W}^n)$ в логарифмических координатах для температур 40, 60 и 80 °C

Таким образом, зависимость коэффициента вытеснения нефти от двух параметров N_c и $\bar{W}$ при температуре 40 °С имеет вид:

$$K_{\text{выт}} = 3,767 \cdot N_c^{0,1451} \cdot \bar{W}^{0,0362}. \quad (4.8)$$

Для 60 °С:

$$K_{\text{выт}} = 2,685 \cdot N_c^{0,1081} \cdot \bar{W}^{0,027}. \quad (4.9)$$

Для 80 °С:

$$K_{\text{выт}} = 2,145 \cdot N_c^{0,0848} \cdot \bar{W}^{0,0212}. \quad (4.10)$$

В выражении (4.7) эмпирические коэффициенты C и m как показывают экспериментальные исследования зависят от температуры. Критериальное уравнение будет иметь вид:

$$K_{\text{выт}} = C(\bar{T}) \cdot (N_c \cdot \bar{W}^n)^{m(\bar{T})}, \quad (4.11)$$

где $\bar{T}$ — температурный фактор, равный отношению температуры пласта t к нормальной температуре $t_0 = 20$ °С: $\bar{T} = \frac{t}{t_0}$.

На рис. 4.12 приведены графики зависимости коэффициентов C и m от температурного фактора. Эти зависимости аппроксимированы нами в исследованном диапазоне параметров в виде: $C(\bar{T}) = 6,606 \cdot \bar{T}^{-0,814}$; $m(\bar{T}) = 0,249 \cdot \bar{T}^{-0,772}$.

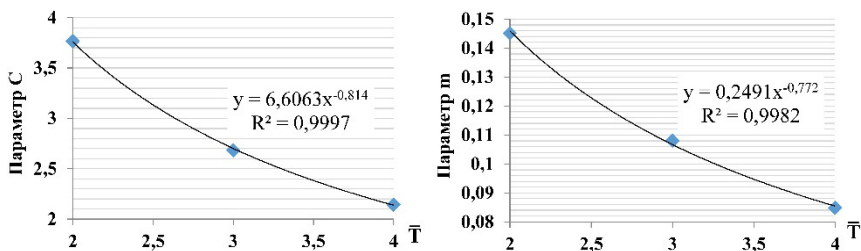


Рис. 4.12. Зависимости эмпирических коэффициентов C и m от температурного фактора $\bar{T}$

Коэффициент вытеснения может быть аппроксимирован зависимостью от трех параметров: капиллярного числа, относительной работы адгезии нефти и температурного фактора:

$$K_{\text{выт}} = 6,60 \cdot \bar{T}^{-0,814} \cdot (N_c \cdot \bar{W}^{0,25})^{0,2491 \cdot \bar{T}^{-0,772}}. \quad (4.12)$$

В табл. 4.2 приведены экспериментальные и расчетные по формуле (4.12) значения коэффициентов вытеснения.

Таблица 4.2

**Сравнение экспериментальных и расчетных значений
коэффициента нефтывытеснения**

Вытесняемый агент	$t = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$		$t = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$		$t = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$	
	$K_{\text{выт. экс.}}$	$K_{\text{выт. расч.}}$	$K_{\text{выт. экс.}}$	$K_{\text{выт. расч.}}$	$K_{\text{выт. экс.}}$	$K_{\text{выт. расч.}}$
Вода	0,44	0,44	0,54	0,55	0,59	0,59
Синтанол АЛМ-1	0,51	0,49	0,57	0,59	0,61	0,60
Неонол АФ 9-12	0,66	0,65	0,73	0,74	0,75	0,74
Лаурлсульфат натрия	0,74	0,74	0,79	0,81	0,80	0,79

Как видно из табл. 4.2, расчетные значения в пределах погрешности измерений совпадают с экспериментальными данными, что подтверждает адекватность полученного критериального уравнения. Таким образом, подбирая нужные ПАВ, с применением изложенной выше методики, можно прогнозировать возможность довытеснения нефти водными растворами поверхностно-активных веществ.

4.5. РАЗРАБОТКА И ОБОСНОВАНИЕ РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОФП ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ СМЕСИ «НЕФТЬ – ВОДНЫЙ РАСТВОР ПАВ»

Для расчетов ОФП при фильтрации смеси «нефть – водный раствор ПАВ» по критериям физической обоснованности и простоты численной реализации выбрана кластерная сетевая четочная модель течения, предложенная и обоснованная в работах А. Б. Шабарова, С. В. Степанова, А. В. Шаталова и др., описанная в предыдущем параграфе 3.4. Существенные отличия от этой модели возникают вследствие расчета потерь давления от межфазного взаимодействия нефти и водного раствора ПАВ. Рассмотрим это подробнее.

4.5.1. Потери давления из-за межфазного взаимодействия нефти и водного раствора ПАВ

Напомним, что для расчетов потерь давления от межфазного взаимодействия использовалась следующая аппроксимационная зависимость, параметры которой будут зависеть от состава и температуры водного раствора ПАВ:

$$\Delta \bar{P}_{\text{мф}}(\bar{S}) = \begin{cases} A \cdot \left[1 - \frac{1}{\bar{S}_m^4} \cdot (\bar{S} - \bar{S}_m)^4 \right] & \text{при } \bar{S} < \bar{S}_m \\ A \cdot \left[1 - \frac{1}{(1 - \bar{S}_m)^4} \cdot (\bar{S} - \bar{S}_m)^4 \right] & \text{при } \bar{S} \geq \bar{S}_m \end{cases} \quad (4.13)$$

Анализ результатов расчетов показал, что при применении водного раствора поверхностно-активных веществ основным фактором различия в расчете межфазных потерь давления, по сравнению с водой, является отличие относительной амплитуды межфазного взаимодействия A и значение водонасыщенности, соответствующее максимуму функции $\Delta \bar{P}_{\text{мф}}(\bar{S}_m)$. На эти параметры влияет вид ПАВ и температура. В соответствии с

этим было исследовано совместное влияние капиллярного числа и относительной работы адгезии $\bar{W}$ на параметры A и S_m (рис. 4.13; 4.14).

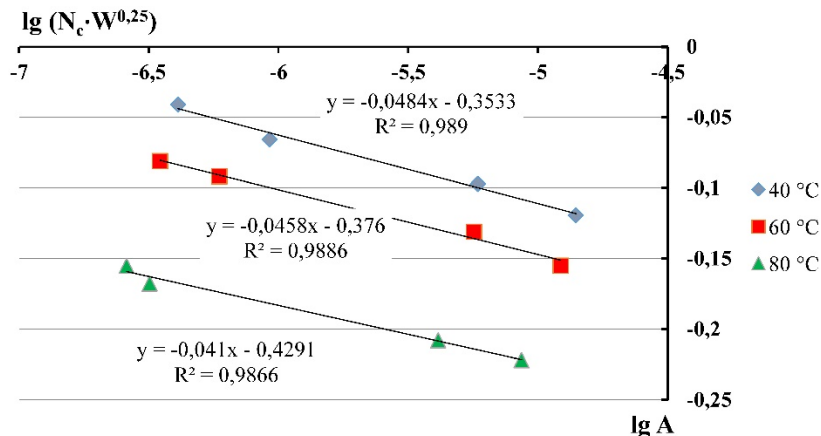


Рис. 4.13. Зависимость амплитуды A от значения $(N_c \cdot \bar{W}^{0,25})$ в логарифмических координатах при температурах 40, 60, 80 °C

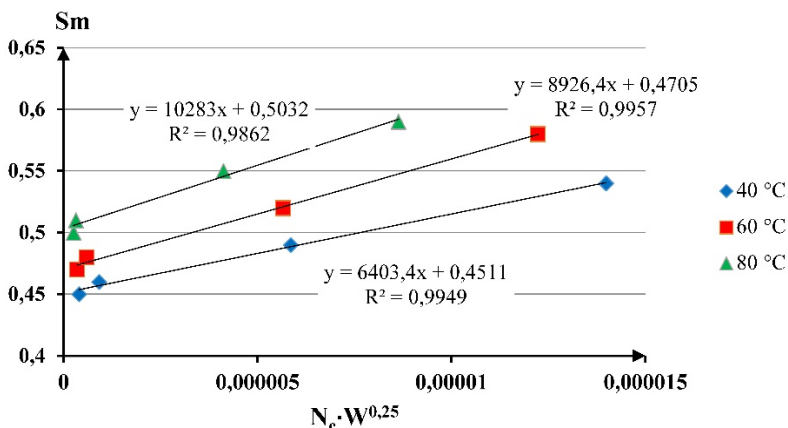


Рис. 4.14. Зависимость положения максимума функции $\Delta \bar{P}_{m\phi}(\bar{S}_m)$ от значения $(N_c \cdot \bar{W}^{0,25})$ при температурах 40, 60, 80 °C

На рис. 4.13–4.14 приведены графики зависимости амплитуды межфазного взаимодействия и положения максимума от произведения параметров капиллярного числа и величины относительной работы адгезии нефти. Как видно из рис. 4.13, существует логарифмическая зависимость амплитуды от совместного влияния капиллярного числа и относительной работы адгезии, и также наблюдается связь с температурой. Чем лучше отмывающие характеристики ПАВ и чем выше температура, тем ниже амплитуда межфазного взаимодействия, а положение максимума колоколообразной кривой смещается вправо. Однако положение максимума слабо зависит от применяемых добавок и изменяется в пределах 0,45–0,60.

Таким образом, из приведенных выше графиков (рис. 4.13, 4.14) получены параметры A и S_m как эмпирические функции, с учетом влияния исследованных ПАВ, описываемые следующими формулами:

$$A = a_0 \cdot (N_c \cdot \bar{W}^{0.25})^m, S_m = k \cdot (N_c \cdot \bar{W}^{0.25}) + b, \quad (4.14)$$

где $a_0 = -0,0355 \cdot \bar{T} + 0,5186$; $m = 0,0037 \cdot \bar{T} - 0,0562$; $k = 1939,8 \cdot \bar{T} + 2718,2$; $b = 0,0261 \cdot \bar{T} + 0,3968$.

Следует отметить, что зависимости для A и S_m могут уточняться по мере накопления опытных данных. В частности, для смеси «нефть – водный раствор ПАВ» могут уточняться параметры A_w , a_0 , m , k , b в выражениях:

$$A = A_w \cdot (a_0(\bar{T}) \cdot \bar{W}^{0.25})^{m(\bar{T})}, S_m = S_{mw} \cdot (k \cdot \bar{W}^{0.25} + b).$$

4.5.2. Расчетно-экспериментальный метод определения ОФП при фильтрации смеси «нефть – водные растворы ПАВ»

Разработанный метод предназначен для расчета относительных фазовых проницаемостей при расчете фильтрации нефти и водных растворов ПАВ. Идея метода заключается

в замене длительных и дорогостоящих экспериментов по двухфазной фильтрации относительно простыми модельными керновыми экспериментами по однофазной фильтрации, кривыми капиллярного давления и стандартными экспериментами по определению теплофизических свойств (вязкость, поверхностное натяжение нефти и водных растворов ПАВ). По мере накопления экспериментальных данных о параметрах однофазной фильтрации, кривых капиллярного давления и теплофизических свойствах флюидов, метод может использоваться как расчетный в существующих и новых симуляторах фильтрационных течений.

Данный расчетно-экспериментальный метод определения ОФП основан на кластерной сетевой четочной модели течения, которая включает в себя геометрическую модель порового пространства, эмпирические зависимости для расчета потерь давления на трение, местные сопротивления и межфазное взаимодействие, а также систему уравнений квазиодномерных течений фаз в поровых каналах горной породы в масштабе зерна, описанные в параграфе 3.4.

Исходными параметрами при расчете являются: геометрические параметры зерна, такие как диаметры «малого» и «большого» канала, число «малых» каналов в кластере; пористость; длина зерна; абсолютная проницаемость; начальная и конечная водонасыщенности; проницаемости по нефти и по водному раствору ПАВ в концевых точках; перепады давления на зерне в концевых точках; динамические вязкости нефти и водных растворов ПАВ.

Основные этапы расчетно-экспериментального метода определения ОФП сводятся к следующему:

1. Экспериментальное определение пористости, вязкости, поверхностного натяжения, абсолютной проницаемости и краевых углов смачивания и кривых капиллярного давления.

2. Построение геометрической модели сетевой структуры поровых каналов с использованием кривых капиллярного давления.

3. Экспериментальное определение параметров проницаемости в граничных точках при однофазной фильтрации с учетом загромождения каналов нефтью и водными растворами ПАВ.

4. Расчет потерь давления на трения и местные сопротивления при течении флюидов в «больших» и «малых» поровых каналах.

5. Расчет потерь от межфазного взаимодействия $\Delta \bar{P}_{\text{мф}}$.

6. Расчет кривых ОФП по нефти и водному раствору ПАВ по предложенным в данной работе зависимостям.

Далее, рассмотрим подробнее каждый этап расчетно-экспериментального метода определения ОФП.

1. Проводятся экспериментальные исследования по определению свойств водных растворов ПАВ и нефти: вязкости, плотности, поверхностного натяжения на границе «нефть – водный раствор ПАВ»; и свойств керна: пористость, абсолютная проницаемость. Для определения работы адгезии находятся краевые углы избирательного смачивания. В данной работе вязкость измерялась на вибрационном вискозиметре; плотность — на вибрационном измерителе плотностей ВИП. Для определения межфазного натяжения используется метод объема капли. Краевой угол смачивания находился методом лежащей капли. Для определения пористости использовалась установка для насыщения кернов флюидами; пористость находилась по ГОСТу. Абсолютная проницаемость по газу определялась на установке по однофазной фильтрации. Как альтернатива, могут применяться обобщенные опытные данные или другие методики.

2. Рассчитываются геометрические параметры кластера.

Диаметры «больших» D и «малых» d каналов находятся из кривых капиллярного давления и распределения пор по диаметрам.

Находится объем «малых» каналов, а также объем связанных с ними пор и тупиковых каналов, в которых находится неподвижный водный раствор:

$$V_M = \tilde{V}_M \cdot (1 + S_*) = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot K_{извМ} \cdot L \cdot \beta.$$

Находится объем перемычек, в которых с малой скоростью движется водный раствор ПАВ, а также объем связанных с ними пор и тупиковых каналов, в которых находится неподвижный водный раствор. Проведенные в Тюменском государственном университете расчетные исследования показали, что расход через «большой» и «малый» каналы при учете перемычек изменяется в пределах 2–5 %. Поэтому $K_{PER} = (1,02 - 1,05)$.

$$V_{PER} = K_{PER} \cdot V_M. \quad (4.15)$$

Объем «большого» канала, по которому движутся нефть и водный раствор ПАВ: $\tilde{V}_B = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot K_{извВ} \cdot L$.

Коэффициенты извилистости «больших» и «малых» каналов принимаются в первом приближении $K_{извВ} = 1,3$; $K_{извМ} = 1,3$.

Объем «большого» канала со связанными порами, в которых находятся неподвижные водный раствор и нефть: $V_B = \tilde{V}_B + V_{POR} \cdot (1 - S^*) + V_B \cdot S_*$. Отсюда:

$$V_B = \frac{\tilde{V}_B + V_{POR} \cdot (1 - S^*)}{1 - S_*}. \quad (4.16)$$

Объем пор в одном кластере: $V_{POR} = V_B + V_M + V_{PER}$. Подставляя (4.16), получим:

$$V_{POR} = \frac{\tilde{V}_B + (V_M + V_{PER}) \cdot (1 - S_*)}{S^* - S_*}. \quad (4.17)$$

Далее, вычисляется объем «большого» канала V_B по формуле (4.16).

Объем кластера: $V_c = \frac{V_{POR}}{m}$, где m — пористость.

Площадь сечения кластера: $F_c = \frac{V_c}{L}$, где L — длина керна.

Число кластеров в керне: $Z_c = \frac{F_{\text{керна}}}{F_c}$, где $F_{\text{керна}}$ — площадь сечения керна.

Связь параметров доли подвижной воды $\tilde{S}$ и общей водонасыщенности S выражается из геометрических соотношений зависимости:

$$\tilde{S} = \frac{V_{POR} \cdot S - V_M - V_{PER} - V_B \cdot S_*}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L \cdot K_{\text{извВ}}}. \quad (4.18)$$

3. Для нахождения начальной и конечной водонасыщенности проводятся два модельных эксперимента по однофазной стационарной фильтрации в лабораторных условиях. Модельный эксперимент 1 проводится в условиях стационарной фильтрации нефти через составную колонку образцов керна. Рабочим телом является нефть. Водонасыщенность соответствует значению начальной водонасыщенности $S = S_*$, доля подвижной воды $\tilde{S} = 0$. Соответственно, расход водного раствора ПАВ равен $Q_{ws} = 0$. Потери от межфазного взаимодействия $\Delta P_{\text{мф}} = 0$. Измеряются перепад давления на керне $\Delta P = \Delta P_*$ и расход нефти $Q_o = Q_{o1*}$.

В модельном эксперименте 2 рабочим телом является водный раствор ПАВ. Водонасыщенность соответствует значению конечной водонасыщенности $S = S^*$, доля подвижного раствора $\tilde{S} = 1$. Расход нефти равен $Q_o^* = 0$. Потери от межфазного взаимодействия $\Delta P_{\text{мф}} = 0$. Измеряются потери давления на керне $\Delta P = \Delta P^*$ и расход водного раствора ПАВ $Q_{ws} = Q_{ws}^*$.

4. Определяются коэффициенты потерь давления в «больших» и «малых» каналах.

Коэффициент местных потерь в «большом» канале:

$$K_{B*} = \frac{\Delta P_*}{C_o \cdot Q_{o1*}}, \text{ где } C_o = \frac{128 \cdot \mu_o \cdot L}{\pi \cdot D^4}.$$

Определяются параметры: $K_B^* = \frac{\Delta P^*}{C_{Bws} \cdot Q_{Bws}^*}$; где $C_{Bws} = \frac{128 \cdot \mu_{ws} \cdot L}{\pi \cdot D^4}$;

$$Q_{Bws}^* = Q_{ws}^* \cdot \frac{C^* \cdot D^4}{C^* \cdot D^4 + \beta \cdot d^4}. C^* \text{ в первом приближении принимаем } 1.$$

Параметры коэффициента потерь давления в «большом» канале при различных насыщенностях $\bar{S}$ аппроксимируем зависимостью: $K_B(\bar{S}) = K_{B*} + \bar{S}^3 \cdot (K_B^* - K_{B*})$; коэффициента потерь в «малом» канале: $K_M = \frac{\Delta P^*}{C_M \cdot Q_{M1}^*}$, где $Q_{M1}^* = Q_{ws}^* \cdot \frac{d^4}{C^* \cdot D^4 + \beta \cdot d^4}$;

$$C_M = \frac{128 \cdot \mu_{ws} \cdot L}{\pi \cdot d^4}.$$

5. Рассчитываются потери межфазного взаимодействия по формуле (4.13):

$$\Delta \bar{P}_{\text{мф}}(\bar{S}) = \begin{cases} A \cdot \left[1 - \frac{1}{\bar{S}_m^4} \cdot (\bar{S} - \bar{S}_m)^4 \right] & \text{при } \bar{S} < \bar{S}_m \\ A \cdot \left[1 - \frac{1}{(1 - \bar{S}_m)^4} \cdot (\bar{S} - \bar{S}_m)^4 \right] & \text{при } \bar{S} \geq \bar{S}_m \end{cases},$$

где по эмпирическим формулам определяются амплитуда межфазного взаимодействия: $A = a_0 \cdot (N_c \cdot \bar{W}^{0.25})^m$, ($a_0 = -0,0355 \cdot \bar{T} + 0,5186$; $m = 0,0037 \cdot \bar{T} - 0,0562$); положение максимума колоколообразной кривой: $S_m = k \cdot (N_c \cdot \bar{W}^{0.25}) + b$, ($k = 1939,8 \cdot \bar{T} + 2718,2$; $b = 0,0261 \cdot \bar{T} + 0,3968$).

$$\bar{S} = \frac{S - S_*}{S^* - S_*}; \bar{S}_m = \frac{S_m - S_*}{S^* - S_*}.$$

6. Производится расчет ОФП по нефти по формуле:

$$\bar{f}_o(\bar{S}) = \frac{\pi \cdot D^4}{128 \cdot K_o \cdot F_c} \cdot \frac{\mu_o \cdot (1 - \bar{S}) \cdot (1 - \Delta \bar{P}_{\text{мф}})}{K_B \cdot [\mu_o \cdot (1 - \bar{S}) + \mu_{ws} \cdot \bar{S}]}, \quad (4.19)$$

ОФП по водному раствору ПАВ:

$$\bar{f}_{ws}(\bar{S}) = \frac{\pi}{128 \cdot K_o \cdot F_c} \cdot \left[\frac{(1 - \Delta \bar{P}_{\text{мф}}) \cdot D^4 \cdot \bar{S}}{K_B \cdot \left(\frac{\mu_o}{\mu_{ws}} \cdot (1 - \bar{S}) + \bar{S} \right)} + \frac{\beta \cdot d^4}{K_M} \right]. \quad (4.20)$$

Для получения кривых ОФП расчеты по этапам 2–6 повторяются для различных значений $0 < \tilde{S} < 1$.

Входящие в формулы (4.19), (4.20) параметры:

D, d — среднерасходные диаметры «больших» и «малых» капилляров соответственно, находятся из распределения пор по диаметрам на основе кривых капиллярного давления;

K_o — абсолютная проницаемость керна по газу, нефти или воде;

F_c — площадь сечения кластера;

μ_o, μ_{ws} — динамические вязкости нефти и водного раствора ПАВ соответственно;

$\Delta \bar{P}_{мф}$ — относительные потери давления на межфазное взаимодействие;

$K_B(\tilde{S})$ — коэффициент местных потерь давления в «большом» канале;

K_M — коэффициент местных потерь давления в «малом» канале;

β — количество «малых» извилистых каналов. Параметр $\beta = 8 - 12$ может уточняться по величине абсолютной проницаемости по газу K_o ;

$\tilde{S}$ — доля водного раствора ПАВ в движущемся объеме в «большом» канале.

4.5.3. Сопоставление результатов расчетного и экспериментального исследования по влиянию ПАВ и температуры на ОФП при различных насыщенностях

Разработанный метод был применен для расчетов ОФП на составном керне песчаного типа с применением ПАВ на примере трех ПАВ отечественного производства: неионогенные синтанол АЛМ-1 и неонол АФ 9-12, а также анионный лаурилсульфат натрия.

На рис. 4.15–4.17 представлены три графика функций ОФП по нефти и водному раствору ПАВ для различных температур, на каждом из которых даны экспериментальные (точки) и расчетные

(линии) зависимости. Видно, что расчетные и экспериментальные данные соответствуют друг другу в пределах погрешности, которая для ОФП составила 6,7%, для водонасыщенности — 5%.

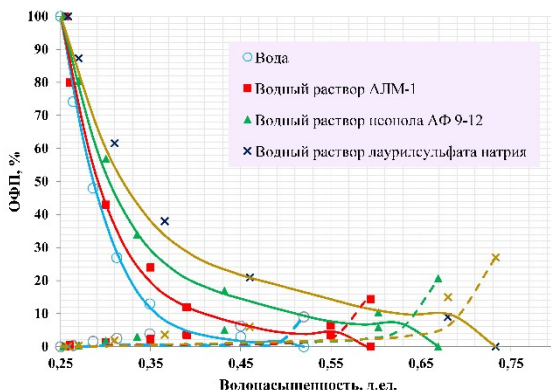


Рис. 4.15. Сравнение экспериментальных (точки) и расчетных (линии) зависимостей фазовых проницаемостей по нефти (—) и водным растворам ПАВ (---) от водонасыщенности, нормированных на абсолютную проницаемость по нефти, при температуре 40 °C

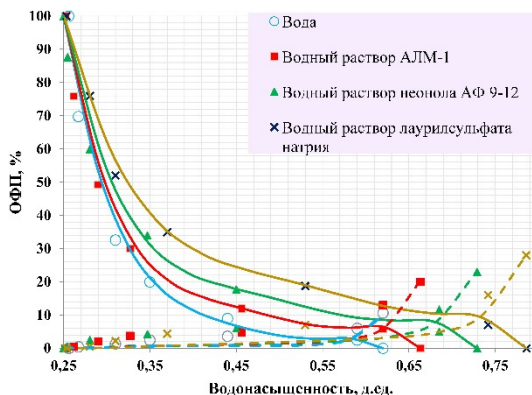


Рис. 4.16. Сравнение экспериментальных (точки) и расчетных (линии) зависимостей фазовых проницаемостей по нефти (—) и водным растворам ПАВ (---) от водонасыщенности, нормированных на абсолютную проницаемость по нефти, при температуре 60 °C

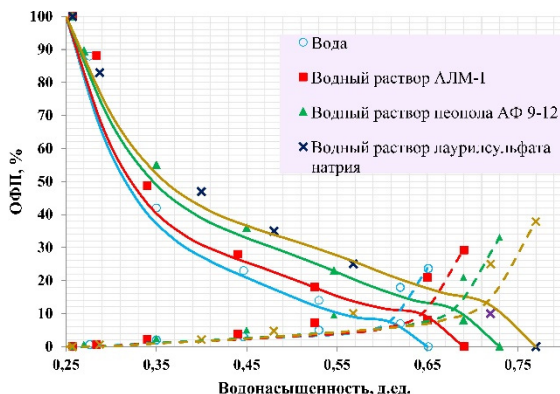


Рис. 4.17. Сравнение экспериментальных (точки) и расчетных (линии) зависимостей фазовых проницаемостей по нефти (—) и водным растворам ПАВ (---) от водонасыщенности, нормированных на абсолютную проницаемость по нефти, при температуре 80 °С

Таким образом, разработанный расчетно-экспериментальный метод обоснован удовлетворительным соответствием расчетных и опытных значений фазовых проницаемостей по нефти и водным растворам ПАВ во всем диапазоне относительных водонасыщенностей $0 \leq \bar{S} \leq 1$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. На какие классы делятся поверхностно-активные вещества?
2. Каков механизм действия ПАВ при вытеснении нефти?
3. Какие основные требования предъявляются к ПАВ для правильного подбора в условиях конкретного месторождения?
4. Какие основные факторы влияют на остаточную нефтенасыщенность? Что характеризует капиллярное число?

5. Что такое работа адгезии? Почему она влияет на остаточную нефтенасыщенность?

6. Опишите расчетно-экспериментальный метод определения ОФП при фильтрации смеси «нефть – водный раствор ПАВ».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Larson, R. G. Percolation theory of two-phase flow in porous media / R. G. Larson, L. E. Scriven, H. T. Davis — Текст : электронный // Chemical Engineering Science — 1981. — Vol. 36, Iss. 1. — Pp. 57–73.
2. Reed, R. Improved Oil Recovery by Surfactant and Polymer Flooding / R. Reed, R. Healy; D. O. Shan and R.S. Schechter (Eds.). — New York : Academic Press, 1977. — Pp. 383-437. — Текст : непосредственный.
3. Zemenkova M. Yu. Oil displacement by aqueous solutions of surfactants at various temperatures / M. Yu. Zemenkova, O. A. Kuzina, A. B. Shabarov. — Текст : электронный // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. — 2019. — Vol. 663, No. 1. Article № 012003.
4. Абрамзон, А. А. Поверхностно-активные вещества. Свойства и применение / А. А. Абрамзон. — Ленинград : Химия, 1981. — 304 с. — Текст : непосредственный.
5. Бабалян, Г. А. Разработка нефтяных месторождений с применением поверхностно-активных веществ / Г. А. Бабалян. — Москва : Недра, 1983. — 216 с. — Текст : непосредственный.
6. Бабалян, Г. А. Физико-химические процессы в добыче нефти / Г. А. Бабалян. — Москва : Недра, 1974. — 200 с. — Текст : непосредственный.
7. Баренблатт, Г. И. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г. И. Баренблатт, В. М. Ентов, В. М. Рыжик. — Москва : Недра, 1984. — 211 с. — Текст : непосредственный.
8. Батулин, Ю. Е. Проектирование и разработка нефтяных и газонефтяных месторождений Западной Сибири / Ю. Е. Батулин. — Сургут : Сургутнефтегаз, Рекламно-издательский информационный центр «Нефть Приобья». — 2016. — Т. 2: Разработка месторождений. — 204 с. — Текст : непосредственный.

9. Григорьев, Б. В. Влияние концентрации ПАВ водных растворов и температуры на коэффициент поверхностного натяжения / Б. В. Григорьев, Д. А. Важенин, О. А. Кузина — Текст : непосредственный // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. — 2016. — Том 2, № 3. — С. 35–48.
10. Исаченко, В. П. Теплопередача / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. — Москва : Энергия, 1975. — 488 с. — Текст : непосредственный.
11. Кравченко, И. И. Адсорбция ПАВ в процессах добычи нефти / И. И. Кравченко, Г. А. Бабалян. — Москва : Недра, 1971. — Текст : непосредственный.
12. Кузина, О. А. Влияние капиллярного числа и работы адгезии на вытеснение нефти водными растворами поверхностно-активных веществ / О. А. Кузина, Л. П. Семихина, А. Б. Шабаров. — Текст : непосредственный // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. — 2019. — Том 5, № 2. — С. 27–42.
13. Луканин, В. Н. Теплотехника / В. Н. Луканин, М. Г. Шатров и др. — Москва : Высшая школа, 2009. — 671 с. — Текст : непосредственный.
14. Нигматулин, Р. И. Динамика многофазных сред / Р. И. Нигматулин. — Часть 2. — Москва : Наука, 1987. — 359 с. — Текст : непосредственный.
15. Шубенкова, Е. Г. Коллоидная химия. Поверхностные явления: практикум / Е. Г. Шубенкова. — Омск : Изд-во ОмГТУ, 2015. — 64 с. — Текст : непосредственный.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Шабаров Александр Борисович — доктор технических наук, профессор, профессор кафедры прикладной и технической физики Физико-технического института Тюменского государственного университета

Григорьев Борис Владимирович — кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой прикладной и технической физики Физико-технического института Тюменского государственного университета

Кузина Ольга Александровна — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной и технической физики Физико-технического института Тюменского государственного университета

Жижимонтов Иван Николаевич — кандидат физико-математических наук, менеджер по петрофизике управления по геологии и разработке месторождений Ямал Тюменского нефтяного научного центра

Поточняк Игорь Романович — старший преподаватель кафедры прикладной и технической физики Физико-технического института Тюменского государственного университета

Учебное издание

ФАЗОВЫЕ ПРОНИЦАЕМОСТИ
ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ВОДОНЕФТЯНЫХ СМЕСЕЙ

Учебное пособие

Редактор
Верстка
Обложка
Печать

А. А. Горбунов
С. Ф. Обрядова
Е. Г. Шмакова
А. В. Башкиров



Подписано в печать 12.05.2023. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 11,86. Тираж 80 экз. Заказ 258.

ТюмГУ-Press
625003, г. Тюмень, ул. Володарского, 6
Тел.: (3452) 59-75-34, 59-74-81
E-mail: izdatelstvo@utmn.ru