

А. Ю. Михайлов

ИНЖЕНЕРНАЯ ГЕОДЕЗИЯ

ТЕСТЫ И ЗАДАЧИ



ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие составлено в соответствии с типовой программой курса по дисциплине «Инженерная геодезия» для студентов средних учебных заведений, обучающихся по специальности «Строительство и эксплуатация зданий и сооружений». Также оно может использоваться студентами других направлений обучения, у которых геодезия не является профильным предметом.

Форма проверки знаний в виде самостоятельного решения задач и тестовых заданий может быть продуктивна для качественного освоения учебного материала и при подготовке к промежуточной аттестации (зачетам, экзаменам), а также при выполнении контрольных заданий.

Однозначность ответов на предложенные задания позволяют оценить теоретические знания. Задачи рассчитаны на уровень подготовки студента не ниже среднего. Каждое задание имеет теоретическую основу и может быть выполнено с разными исходными данными, и большая часть — в разных вариантах.

Настоящее учебное пособие может служить методическим материалом для преподавателей при проведении промежуточной проверки знаний по ранее изученным темам.

Данное издание наряду с другими учебными и методическими материалами призвано обеспечить надлежащую подготовку студентов к продуктивной профессиональной деятельности.

ГЛАВА 1. ФОРМА И РАЗМЕРЫ ЗЕМЛИ.

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В ГЕОДЕЗИИ. ОРИЕНТИРОВАНИЕ ЛИНИЙ

1.1. Форма и размеры Земли

Знание размеров и формы Земли необходимо для обеспечения многих хозяйственных задач в навигации, космонавтике, гидрометеорологии и т. д. и для обеспечения обороны страны.

Для представления о форме Земли обычно предлагается вообразить, что вся планета ограничена поверхностью Мирового океана в спокойном состоянии, непрерывно продолженной под материками. Такая замкнутая поверхность, в каждой точке перпендикулярная направлению действия силы тяжести, называется *уровенной поверхностью*.

Уровенная поверхность, совпадающая со средним уровнем воды океанов в спокойном состоянии, образует фигуру, называемую геоидом. Термин «геоид» был введен в 1873 году немецким физиком И. Б. Листингом.



Рис. 1.1. Разрез Земли вертикальной плоскостью

До сравнительно недавнего времени считалось, что эта поверхность имеет выпуклую форму, но на самом деле это не так. По данным космической геодезии, поверхность геоида чрезвычайно сложна, имеет выпуклости и впадины.

Так, например, в Атлантическом океане у берегов Исландии имеется выпуклость до 67 м, в районе Бермудского треугольника — впадина до 64 м. В Индийском океане у острова Шри-Ланка находится впадина до 112 м, а к юго-востоку от Африки — выпуклость до 50 м.

Поверхность геоида нельзя представить каким-либо математическим уравнением, поэтому возникла необходимость его замены на более подходящую фигуру. Такой фигурой является *эллипсоид (сфероид)*. Размеры земного эллипсоида характеризуются длинами его полуосей (a — большая полуось, b — малая полуось), а также полярным сжатием:

$$\alpha = \frac{a-b}{a}.$$

Линии сечения поверхности эллипсоида плоскостями, проходящими через ось вращения, называются *меридианами*.

Линии сечения поверхности эллипсоида плоскостями, перпендикулярными к оси вращения, называются *параллелями*. Параллель, плоскость которой проходит через центр эллипсоида, называется *экватором*.

Параметры эллипсоида могут быть определены посредством измерения дуги меридиана в 1° . Зная величины таких дуг в разных местах меридиана, можно установить форму и размеры Земли.

Размеры земного эллипсоида измерялись неоднократно: Деламбером (1800 г.), Бесселем (1841 г.), Кларком (1880 г.), Ждановым (1893 г.), Хейфордом (1909 г.) и другими. В СССР до 1946 года использовали в расчетах эллипсоид, размеры которого были определены немецким астрономом Ф. В. Бесселем.

Эллипсоид, параметры которого вычислены применительно к территории отдельной страны или нескольких стран, называется *референц-эллипсоидом*.

В России применяется референц-эллипсоид с параметрами, вычисленными профессором А. А. Изотовым под руководством выдающегося советского геодезиста академика Ф. Н. Красовского.

Современная теория фигуры Земли получила свое дальнейшее развитие в трудах отечественных ученых, в первую очередь члена-корреспондента АН СССР М. С. Молоденского.

В настоящее время изучение физической поверхности Земли производится путем определения положения (координат) точек местности относительно поверхности референц-эллипсоида Красовского.

Особенности строения фигуры Земли полностью учитываются при математической обработке высокоточных геодезических измерений и создании государственной геодезической сети.

При выполнении инженерно-геодезических работ в строительной отрасли ввиду малого сжатия ($\alpha \approx 1:300$) в качестве геометрической фигуры Земли чаще всего принимают шар с радиусом 6371,11 км, эквивалентный по объему референц-эллипсоиду.

1.2. Влияние кривизны Земли на точность измерений

В первом приближении уровенная поверхность может быть заменена сферой определенного размера. В практических целях крайне важно знать, при каких размерах участка земной поверхности кривизной Земли можно пренебречь. Величина искажения расстояния между двумя точками при замене сферической поверхности плоскостью определяется по формуле:

$$\Delta s = \frac{s^3}{3R^2},$$

где s — измеренное расстояние;

R — радиус Земли (6371 км).

Т а б л и ц а 1.1

Величина линейных искажений при различных расстояниях

s , км	10	15	20	25	50
Δs , м	0,008	0,028	0,066	0,13	1,02
$\Delta s / s$	1:1 200 000	1:540 000	1:304 000	1:195 000	1:49 000

На основании приведенных данных можно сделать вывод о том, что замена участка земной поверхности радиусом в 10 км плоскостью влечет за собой незначительные искажения расстояний (менее 1 мм на 1 км длины), которые являются допустимыми при точных линейных измерениях. Поэтому участок земной поверхности радиусом 10 км можно принимать за плоскость во всех случаях.

Несколько иная ситуация при определении высотного положения точек на земной поверхности: здесь *поправка на кривизну Земли* будет существеннее и определяется по формуле:

$$p = \frac{s^2}{2R}.$$

Придав s различные численные значения, при $R = 6371$ км можно определить соответствующие величины поправок p .

Т а б л и ц а 1.2

Величина высотных поправок при различных расстояниях

<i>s</i> , км	0,1	0,3	0,5	1,0	2,0
<i>p</i> , м	0,001	0,01	0,02	0,08	0,31

Влияние кривизны Земли на высоты точек становится существенным при расстояниях между ними более 0,3 км.

1.3. Системы координат, применяемые в геодезии

Системы координат, применяемые в геодезии, подразделяются на две группы: пространственные и плоские.

Пространственная система координат состоит из географической и полярной системы координат. Географическая система координат объединяет под общим названием астрономическую и геодезическую системы.

Астрономические координаты могут определяться техническими средствами и методами геодезической астрономии.

Геодезические координаты получают путем вычисления по формулам сфероидической геодезии по параметрам референц-эллипсоида и его ориентации в теле Земли. Геодезическими координатами точки являются широта, долгота и высота.

Геодезической широтой точки называется угол, образованный нормалью к поверхности эллипсоида, проходящей через данную точку, и плоскостью экватора. Широта отсчитывается от экватора к северу и югу от 0° до 90° и называется северной или южной. Северную широту считают положительной, а южную — отрицательной.

Геодезической долготой точки называется двугранный угол, образованный плоскостями начального (гринвичского) геодезического меридиана и геодезического меридиана данной точки. Долготу отсчитывают от начального меридиана в пределах от 0° до 360° на восток, или от 0° до 180° на восток (положительные) и от 0° до 180° на запад (отрицательные). *Геодезической высотой* точки является ее высота над поверхностью земного эллипсоида.

Координаты одних и тех же точек, определенных в рассматриваемых системах, могут существенно отличаться, в отдельных регионах страны разница может достигать нескольких десятков метров.

В инженерной геодезии применяется преимущественно система географических координат и зональная система плоских прямоугольных координат Гаусса — Крюгера.

Плоские системы координат применяются при производстве съемочных работ и отображении участков земной поверхности в виде планов и карт. Кроме зональной системы плоских прямоугольных координат Гаусса — Крюгера достаточно широкое распространение получила плоская условная (местная) система прямоугольных координат.

Плоская условная (местная) система прямоугольных координат применяется тогда, когда размеры участка земной поверхности позволяют не принимать в расчет сферичность Земли.

Элементами данной системы являются:

- ось Ox , направленная параллельно истинному, магнитному или осевому меридиану зоны либо произвольно;
- ось Oy — перпендикулярна оси Ox ;
- точка O — начало координат.

Проекции линии AB на оси Ox и Oy называют приращениями координат и обозначают как Δx и Δy . Знаки приращений зависят от четверти. Если известны координаты точки A и приращения координат между точками A и B , то координаты точки B будут

$$x_B = x_A + \Delta x,$$

$$y_B = y_A + \Delta y.$$

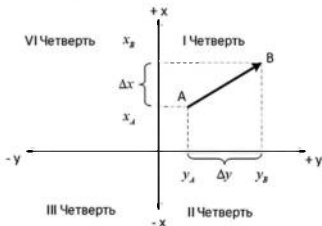


Рис. 1.2. Плоская условная система прямоугольных координат

Зональная система плоских прямоугольных координат применяется для изображения на плоскости значительных территорий земной поверхности и дает возможность переносить точки с поверхности эллипсоида на плоскость по определенным математическим законам. В общем случае такие картографические проекции

вызывают искажения — как углов, так и длин. Поэтому в геодезии целесообразно применять такие проекции эллипсоида на плоскость, которые бы не искажали углов. Подобные проекции называют *равноугольными* или *конформными*.

Сущность зональной системы Гаусса — Крюгера (1825–1830 гг.) заключается в следующем. Земной эллипсоид делится меридианами через 6° по долготе на 60 зон и через 3° по широте на 30 зон к северу и югу. Так как территория России полностью расположена в северном полушарии, абсциссы всегда положительны, а ординаты могут быть как положительными, так и отрицательными. Чтобы избежать отрицательных значений ординат, в каждой зоне ось абсцисс (Ox) условно переносят к западу на 500 км от осевого меридиана. Если $y_A = 102,375$ км; $y_B = -70,188$ км, то тогда

$$y_A = 602,375 \text{ км и } y_B = 429,812 \text{ км.}$$

Для однозначного определения положения точки на земной поверхности перед каждой ординатой ставится номер зоны. Например, точка B находится в 11 зоне: $y_B = 11429,812$ км.

Система плоских полярных координат находит применение при выносе проекта в натуру в горизонтальной плоскости и при теодолитной съемке. Элементами данной системы являются:

- полярная ось Ox , за которую может приниматься любое направление, например, сторона теодолитного хода;
- точка O — начало координат, принимается произвольно, полюсом может быть любая точка, в том числе вершина теодолитного хода.

Положение точки на плоскости в рассматриваемой системе определяется двумя координатами: горизонтальным углом β между полярной осью и направлением на определяемую точку и горизонтальным расстоянием до определяемой точки. Например, точка A имеет координаты (β, d) .

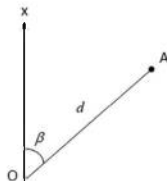


Рис. 1.3. Плоская система полярных координат

1.4. Ориентирование линий

Ориентированием линии называется определение ее направления на местности относительно некоторого направления, принимаемого за начальное направление. За начальное принимают направления истинного, магнитного меридианов или направление, параллельное осевому меридиану оси x зональной системы прямоугольных координат.

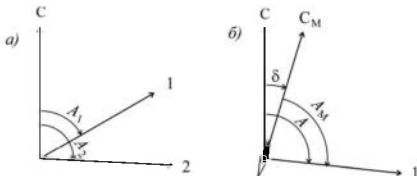


Рис. 1.4. Углы ориентирования:

а — азимуты географические; *б* — магнитный азимут

Азимут — угол, измеряемый по ходу часовой стрелки от северного направления меридиана до заданного направления. Если исходным направлением служит геодезический меридиан, то азимут называется геодезическим. Если исходным направлением служит астрономический меридиан, то азимут называется астрономическим. Обобщением обоих понятий служит термин географический азимут или просто азимут. Значения азимута лежат в пределах от 0° до 360° .

Магнитный азимут — угол, отсчитываемый от северного направления магнитной стрелки до заданного направления. Магнитная стрелка компаса отклоняется от направления истинного меридиана на угол δ , который называется *склонением магнитной стрелки*. Если северный конец магнитной стрелки отклоняется от меридиана к востоку, то склонение называют восточным и считают положительным, а если к западу, то склонение называют западным и считают отрицательным. Азимут и магнитный азимут связывает зависимость:

$$A = A_m + \delta;$$

где A — азимут,

A_m — магнитный азимут,
 δ — склонение магнитной стрелки.

Магнитные азимуты в геодезии измеряют буссолью.

Точность этих измерений невысока (погрешность в несколько минут), так как склонение магнитной стрелки непостоянно. На территории России оно меняется от места к месту в пределах от -15° до $+25^\circ$. В аномальных районах эти изменения так велики, что магнитной стрелкой пользоваться нельзя. Кроме того, склонение изменяется во времени, испытывая суточные, годовые и вековые изменения.

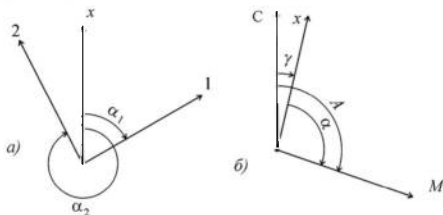


Рис. 1.5. Углы ориентирования:

а — дирекционные углы α_1 , α_2 ; *б* — азимут A и дирекционный угол α

Направление истинного меридиана в данной точке определяется с помощью астрономических наблюдений, магнитного — с помощью магнитной стрелки, которая под действием земного магнетизма устанавливается в направлении магнитного меридиана.

Азимут заданного направления на местности можно определить астрономическим методом. Зная азимут светила, вычисляемый с использованием астрономического ежегодника, и измеренный угол, вычисляют азимут заданного направления.

Углом ориентирования, применяемым при использовании системы плоских прямоугольных координат Гаусса — Крюгера, является дирекционный угол.

Дирекционный угол — угол между северным направлением осевого меридиана или линии, параллельной ему, и заданным направлением. Угол γ между северным направлением меридиана и направлением оси абсцисс x в прямоугольной системе координат

называется *сближением меридианов*. Дирекционный угол от истинного азимута отличается на величину гауссова сближения меридианов γ . При отклонении оси абсцисс от меридиана к востоку сближение меридианов принято считать положительным, а при отклонении к западу — отрицательным. При этом справедлива формула:

$$A = \alpha + \gamma,$$

где α — дирекционный угол,

γ — сближение меридианов.

Приблизленно сближение меридианов равно

$$\gamma = \Delta\lambda \cdot \sin\varphi,$$

где $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$, причем

λ — долгота географического меридиана данной точки;

λ_0 — долгота осевого меридиана;

φ — широта точки.

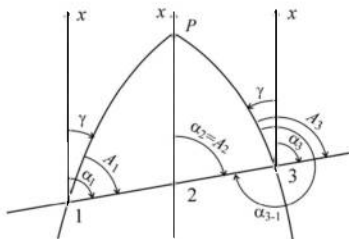


Рис. 1.6. Связь между азимутами и дирекционными углами:

1 — в западной половине зоны; 2 — на осевом меридиане;

3 — в восточной половине зоны; $1P$, $3P$ — меридианы;

$2P$ — осевой меридиан

Легко заметить, что для точек, расположенных к востоку от осевого меридиана зоны, сближение меридианов положительное, а к западу — отрицательное. При этом дирекционные углы в разных точках прямой линии равны: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$. Поэтому обратный дирекционный угол в точке 3 отличается от прямого дирекционного угла в точке 1 ровно на 180° , т. е. $\alpha_{1-3} = \alpha_{3-1} \pm 180^\circ$.

Азимуты в разных точках прямой линии различаются:

$$A_1 \neq A_2 \neq A_3,$$

это обусловлено различием сближения меридианов.

При использовании местной системы прямоугольных координат направление оси абсцисс x не связано с направлением осевого меридиана координатной зоны. В этом случае дирекционные углы отсчитывают от положительного направления оси абсцисс x .

В практике вычислений находят применение также вспомогательные углы ориентирования — *румбы*.

Румб — острый угол, измеряемый от ближайшего направления меридиана (северного или южного).

Румбу приписывают название координатной четверти (СВ, ЮВ, ЮЗ, СЗ), в которой расположено заданное направление. Следовательно, румбы могут принимать значения от 0 до 90° . Румбы, как и азимуты, бывают истинные и магнитные. Зависимость между дирекционными углами и румбами представлена в таблице 1.3.

Т а б л и ц а 1.3

Зависимость между дирекционными углами и румбами

Четверть	Дирекционный угол α°	Румб r°
I — СВ	0–90	α
II — ЮВ	90–180	$180^\circ - \alpha$
III — ЮЗ	180–270	$\alpha - 180^\circ$
IV — СЗ	270–360	$360^\circ - \alpha$

Например, для $\alpha = 240^\circ 36'$ румб равен $r = \text{ЮЗ}: 60^\circ 36'$.

1.5. Задачи к главе 1

Задача 1.1.

Определить величину полярного сжатия эллипсоида Красовского, если полуоси имеют следующие размеры: $a = 6\,378\,245$ м, $b = 6\,356\,863$ м.

Ответ: 1:298,3.

Задача 1.2.

Определить величину поправки на кривизну Земли при определении высотного положения точки, находящейся на расстоянии 100 м.

Ответ: 0,0008 м.

Задача 1.3.

Определить величину поправки на кривизну Земли при определении высотного положения точки, находящейся на расстоянии 300 м.

Ответ: 0,007 м.

Задача 1.4.

В прямоугольной системе координат точка A имеет координаты $x_A = 2456,60$ м; $y_A = 4245,80$ м. Определить координаты точки B , расположенной во II четверти, если приращения координат составляют $\Delta x = 6253,40$ м, $\Delta y = 8165,20$ м.

Ответ: $x_A = -3796,8$ м; $y_A = 12\,411,0$ м.

Задача 1.5.

В прямоугольной системе координат точка A имеет координаты $x_A = 2456,60$ м; $y_A = 4245,80$ м. Определить координаты точки B , расположенной в IV четверти, если приращения координат составляют $\Delta x = 6253,40$ м, $\Delta y = 8165,20$ м.

Ответ: $x_A = 8710,0$ м; $y_A = -3919,4$ м.

Задача 1.6.

В прямоугольной системе координат точка A имеет координаты $x_A = 2456,60$ м; $y_A = 4245,80$ м.

Определить координаты точки B , расположенной в III четверти, если приращения координат составляют $\Delta x = 6253,40$ м, $\Delta y = 8165,20$ м.

Ответ: $x_A = -3796,8$ м; $y_A = -3919,4$ м.

Задача 1.7.

Определить координаты точки B , находящейся в 6 зоне, в зональной системе координат, если точки A и B имеют координаты $y_A = 14\,245,80$ м; $y_B = -142\,045,20$ м;

Ответ: $y_A = 514\,245,80$ м; $y_A = 6\,357\,954,80$ м.

Задача 1.8.

Определить координаты точки B , находящейся в 10 зоне, в зональной системе координат, если точки A и B имеют координаты $y_A = 114\,645,20$ м; $y_B = 26\,045,50$ м;

Ответ: $y_A = 614\,645,20$ м; $y_A = 10\,526\,045,50$ м.

Задача 1.9.

Определить, к востоку или к западу от осевого меридиана расположена точка с координатами $x = 6\ 065\ 262\ \text{м}$, $y = 6\ 345\ 128\ \text{м}$?

Ответ: к востоку.

Задача 1.10.

Магнитный азимут линии равен $42^\circ 45'$, склонение магнитной стрелки западное $\delta = 4^\circ 21'$, определить истинный азимут.

Ответ: $37^\circ 52'$.

Задача 1.11.

Магнитный азимут линии равен $64^\circ 15'$, склонение магнитной стрелки восточное $\delta = 2^\circ 11'$, определить истинный азимут.

Ответ: $66^\circ 26'$.

Задача 1.12.

Истинный азимут линии, расположенной к востоку от осевого меридиана, $60^\circ 30'$, угол сближения меридианов $\gamma = 0^\circ 10'$. Определить дирекционный угол линии.

Ответ: $\alpha = 60^\circ 20'$.

Задача 1.13.

Истинный азимут линии, расположенной к западу от осевого меридиана, $60^\circ 30'$, угол сближения меридианов $\gamma = 0^\circ 10'$. Определить дирекционный угол линии.

Ответ: $\alpha = 60^\circ 40'$.

Задача 1.14.

Истинный азимут линии $301^\circ 17'$, угол сближения меридианов $\gamma = 1^\circ 27'$. Определить дирекционный угол линии.

Ответ: $\alpha = 299^\circ 50'$.

Задача 1.15.

Азимут линии составляет $301^\circ 17'$. Определить румб линии.

Ответ: СЗ : $58^\circ 43'$.

Задача 1.16.

Азимут линии составляет $130^\circ 47'$. Определить румб линии.

Ответ: ЮВ : $49^\circ 13'$.

Задача 1.17.

Азимут линии составляет $230^{\circ}57'$. Определить румб линии.

Ответ: ЮВ : $50^{\circ}57'$.

Задача 1.18.

Румб линии составляет ЮВ : $30^{\circ}57'$. Определить азимут линии.

Ответ: $149^{\circ}03'$.

Задача 1.19.

Румб линии составляет ЮВ : $30^{\circ}57'$. Определить азимут линии.

Ответ: $210^{\circ}57'$.

Задача 1.20.

Румб линии составляет СЗ : $30^{\circ}57'$. Определить азимут линии.

Ответ: $329^{\circ}03'$.

Задача 1.21.

Определить величину горизонтального угла β , если даны дирекционные углы линий $OA = 30^{\circ}57'$ и $OB = 131^{\circ}34'$

Ответ: $329^{\circ}03'$.

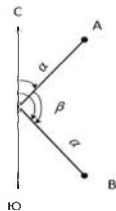


Рис. 1.7. Схема определения горизонтального угла по дирекционным углам к задачам 1.21–1.23

Задача 1.22.

Определить величину горизонтального угла β , если даны дирекционные углы линий $OA = 350^{\circ}10'$ и $OB = 121^{\circ}18'$.

Ответ: $228^{\circ}52'$.

Задача 1.23.

Определить величину горизонтального угла β , если даны дирекционные углы линий $OA = 11^{\circ}11'$ и $OB = 311^{\circ}11'$.

Ответ: $300^{\circ}00'$.

Задача 1.24.

Дан дирекционный угол линии $\alpha_{1-2} = 60^\circ$ и угол $\beta = 140^\circ$, измеренный справа по ходу, образованный линиями 1–2 и 2–3. Вычислить дирекционный угол линии α_{2-3} и ее румб.

Ответ: $\alpha_{2-3} = 100^\circ$; ЮВ : 80° .

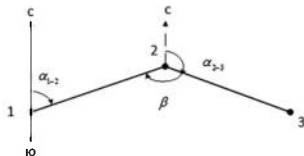


Рис. 1.8. Схема определения горизонтального угла по дирекционным углам к задачам 1.24–1.28

Задача 1.25.

Дан дирекционный угол линии $\alpha_{1-2} = 30^\circ 20'$ и угол $\beta = 80^\circ 12'$, измеренный справа по ходу, образованный линиями 1–2 и 2–3. Вычислить дирекционный угол линии α_{2-3} и ее румб.

Ответ: $\alpha_{2-3} = 130^\circ 08'$; ЮВ : $49^\circ 52'$.

Задача 1.26.

Дан дирекционный угол линии $\alpha_{1-2} = 100^\circ 20'$ и угол $\beta = 80^\circ 12'$, измеренный слева по ходу, образованный линиями 1–2 и 2–3. Вычислить дирекционный угол линии α_{2-3} и ее румб.

Ответ: $\alpha_{2-3} = 0^\circ 32'$; СВ : $0^\circ 32'$.

Задача 1.27.

Дан дирекционный угол линии $\alpha_{1-2} = 210^\circ 20'$ и угол $\beta = 80^\circ 12'$, измеренный слева по ходу, образованный линиями 1–2 и 2–3. Вычислить дирекционный угол линии α_{2-3} и ее румб.

Ответ: $\alpha_{2-3} = 110^\circ 32'$; ЮВ : $69^\circ 28'$.

Задача 1.28.

Дан дирекционный угол линии $\alpha_{1-2} = 100^\circ 20'$ и угол $\beta = 120^\circ 42'$, измеренный слева по ходу, образованный линиями 1–2 и 2–3. Вычислить дирекционный угол линии α_{2-3} и ее румб.

Ответ: $\alpha_{2-3} = 41^\circ 02'$; СВ : $41^\circ 02'$.

Задача 1.29.

В замкнутом полигоне дирекционный угол линии $\alpha_{1-2} = 50^\circ 00'$, внутренние углы $\beta_1 = 60^\circ 00'$, $\beta_2 = 70^\circ 00'$ и $\beta_3 = 50^\circ 00'$. Вычислить дирекционные углы линий 2-3 и 3-1 при направлении движения по часовой стрелке.

Ответ: $\alpha_{2-3} = 160^\circ 00'$;
 $\alpha_{3-1} = 290^\circ 00'$.

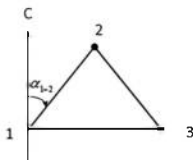


Рис. 1.9. Схема определения дирекционных углов замкнутого полигона к задачам 1.29–1.30

Задача 1.30.

В разомкнутом теодолитном ходе дирекционный угол линии $\alpha_{1-2} = 50^\circ 00'$, угол с последующей стороной измерен по ходу справа $\beta = 243^\circ 00'$. Вычислить дирекционный угол и румб последующей стороны теодолитного хода.

Ответ: $\alpha_{2-3} = 347^\circ 00'$; СЗ : $13^\circ 00'$.

Задача 1.31.

В разомкнутом теодолитном ходе дирекционный угол линии $\alpha_{1-2} = 60^\circ 00'$, угол с последующей стороной измерен по ходу слева $\beta = 210^\circ 00'$. Вычислить дирекционный угол последующей стороны теодолитного хода.

Ответ: $\alpha_{2-3} = 90^\circ 00'$.

Задача 1.32.

Вычислить горизонтальное расстояние $AB = d$, если координаты точек A и B равны соответственно $x_A = 5271,245$ м; $y_A = 3825,148$ м; $x_B = 4728,101$ м; $y_B = 4002,025$ м.

Ответ: $d = 571,219$ м.

Задача 1.33.

Вычислить горизонтальное расстояние $AB = d$, если координаты точек A и B равны соответственно $x_A = 40528,402$; $x_B = 52071,245$ м; $y_B = 3825,148$ м; $y_B = 4002,025$ м.

Ответ: $d = 11\,544,198$ м.

Задача 1.34.

Вычислить дирекционный угол линии α_{AB} , если координаты точек A и B равны соответственно $x_A = 5271,245$ м; $y_A = 3825,148$ м; $x_B = 4728,101$ м; $y_B = 4002,025$ м.

Ответ: $\alpha_{AB} = 161^\circ 58'$.

1.6. Тесты к главе 1

1. Полярное сжатие эллипсоида определяется по формуле...

а) $\alpha = \frac{a+b}{a}$;

б) $\alpha = \frac{a-b}{a}$;

в) $\alpha = \frac{a}{a-b}$;

г) $\alpha = \frac{a}{a+b}$.

2. Широта на северном полюсе равна...

а) 0° ;

б) 90° ;

в) 180° ;

г) 360° .

3. В какой зоне расположена точка, координаты которой в прямоугольной системе равны $x = 6\,065\,251$ м, $y = 25\,314\,114$ м?

а) 6;

б) 60;

в) 25;

г) 625.

4. Какой широты не существует?

а) 0° ;

б) 45° ;

в) 90° ;

г) 180° .

5. Дирекционный угол линии равен $\alpha_{1-2} = 60^{\circ}00'$. Какому значению равен дирекционный угол линии α_{2-1} ?

- а) 60° ;
- б) 180° ;
- в) 240° ;
- г) 360° .

6. В России используется эллипсоид с параметрами, вычисленными...

- а) Делаಂಬером;
- б) Бесселем;
- в) Ждановым;
- г) Изотовым.

7. В России используется эллипсоид, называемый по фамилии...

- а) Делаंबера;
- б) Красовского;
- в) Жданова;
- г) Изотова.

8. Если дирекционный угол линии равен $\alpha = 45^{\circ}25'$, то значение румба будет соответствовать углу, находящемуся в ... четверти.

- а) I;
- б) II;
- в) III;
- г) IV.

9. Для вычисления значения магнитного азимута по известному дирекционному углу необходимо знать...

- а) горизонтальный угол;
- б) магнитное склонение;
- в) угол сближения меридианов;
- г) магнитное склонение и угол сближения меридианов.

10. Магнитный азимут — это:

- а) горизонтальный угол, отсчитываемый от северного направления магнитного меридиана против хода часовой стрелки до заданного направления;

- б) горизонтальный угол, отсчитываемый от северного направления магнитного меридиана по ходу часовой стрелки до заданного направления;
- в) горизонтальный угол, отсчитываемый от северного направления истинного меридиана по ходу часовой стрелки до заданного направления;
- г) горизонтальный угол, отсчитываемый от северного направления осевого меридиана по ходу часовой стрелки до заданного направления.

11. Дирекционный угол — это:

- а) горизонтальный угол, отсчитываемый от северного направления истинного меридиана по ходу часовой стрелки до заданного направления;
- б) горизонтальный угол, отсчитываемый от северного направления магнитного меридиана по ходу часовой стрелки до заданного направления;
- в) горизонтальный угол, отсчитываемый от северного направления осевого меридиана по ходу часовой стрелки до заданного направления;
- г) горизонтальный угол, отсчитываемый от ближайшего меридиана до заданного направления.

12. Если дирекционный угол α линии равен $150^\circ 30'$, то обратный дирекционный угол равен...

- а) $330^\circ 30'$;
- б) $-29^\circ 30'$;
- в) $270^\circ 30'$;
- г) $29^\circ 30'$.

13. Румб — это:

- а) горизонтальный угол, отсчитываемый от северного направления магнитного меридиана против хода часовой стрелки до заданного направления;
- б) горизонтальный угол, отсчитываемый от ближайшего меридиана до заданного направления;
- в) горизонтальный угол, отсчитываемый от северного направления истинного меридиана по ходу часовой стрелки до заданного направления;

- г) горизонтальный угол, отсчитываемый от северного направления осевого меридиана по ходу часовой стрелки до заданного направления.
14. Если румб линии находится в III четверти (ЮЗ), то дирекционный угол определяется по формуле...
- а) $\alpha = r$;
 - б) $\alpha = 180^\circ + r$;
 - в) $\alpha = 180^\circ - r$;
 - г) $\alpha = 270^\circ - r$.
15. Если румб линии находится во II четверти (ЮВ), то дирекционный угол определяется по формуле...
- а) $\alpha = r$;
 - б) $\alpha = 90^\circ + r$;
 - в) $\alpha = 180^\circ + r$;
 - г) $\alpha = 180^\circ - r$.
16. Если дирекционный угол линии равен $\alpha = 154^\circ 40'$, то линия направлена на...
- а) северо-восток;
 - б) юго-восток;
 - в) юго-запад;
 - г) северо-запад.
17. Дирекционный угол линии AB равен $\alpha = 28^\circ 45'$, дирекционный угол линии BA будет равен...
- а) $28^\circ 45'$;
 - б) $118^\circ 45'$;
 - в) $171^\circ 15'$;
 - г) $208^\circ 45'$.
18. Дирекционный угол линии AB равен $\alpha = 128^\circ 50'$, дирекционный угол линии BA будет равен...
- а) $308^\circ 50'$;
 - б) $128^\circ 50'$;
 - в) $71^\circ 10'$;
 - г) $38^\circ 50'$.

19. Румб линии равен ЮВ : $r = 28^\circ 30'$, тогда дирекционный угол будет равен...

- а) $61^\circ 30'$;
- б) $118^\circ 30'$;
- в) $171^\circ 30'$;
- г) $208^\circ 30'$.

20. При прокладке теодолитного хода углы между сторонами измерялись справа по ходу β_n , тогда дирекционные углы последующих сторон вычисляются по формуле...

- а) $\alpha_n = \alpha_{n-1} + 180^\circ + \beta_n$;
- б) $\alpha_n = \alpha_{n-1} + 180^\circ - \beta_n$;
- в) $\alpha_n = \alpha_{n-1} - 180^\circ + \beta_n$;
- г) $\alpha_n = \alpha_{n-1} - 180^\circ - \beta_n$.

21. При прокладке теодолитного хода углы между сторонами измерялись слева по ходу β_n , тогда дирекционные углы последующих сторон вычисляются по формуле...

- а) $\alpha_n = \alpha_{n-1} + 180^\circ + \beta_n$;
- б) $\alpha_n = \alpha_{n-1} + 180^\circ - \beta_n$;
- в) $\alpha_n = \alpha_{n-1} - 180^\circ + \beta_n$;
- г) $\alpha_n = \alpha_{n-1} - 180^\circ - \beta_n$.

22. Прямой дирекционный угол соответствует значению $\alpha = 310^\circ 30'$, соответственно румб равен...

- а) СЗ : $40^\circ 30'$;
- б) СЗ : $49^\circ 30'$;
- в) ЮВ : $40^\circ 30'$;
- г) ЮВ : $49^\circ 30'$.

23. Дирекционный угол линии равен $\alpha_{1-2} = 110^\circ 40'$. Магнитное склонение западное $\delta = 0^\circ 20'$, какому значению равен магнитный азимут?

- а) $\alpha_{1-2} = 111^\circ 00'$;
- б) $\alpha_{1-2} = 110^\circ 20'$;
- в) $\alpha_{1-2} = 110^\circ 00'$;
- г) $\alpha_{1-2} = 111^\circ 20'$.

24. Если румб линии имеет обозначение ЮВ : r , то дирекционный угол определяется по формуле...

- а) $\alpha = r$;
- б) $\alpha = 180^\circ + r$;
- в) $\alpha = 180^\circ - r$;
- г) $\alpha = 90^\circ + r$.

25. Если дирекционный угол линии $\alpha_{1-2} = 110^\circ 40'$, то линия направлена на...

- а) восток;
- б) запад;
- в) юго-восток;
- г) северо-запад.

26. Дирекционный угол линии равен $110^\circ 40'$. Какому значению равен обратный дирекционный угол линии?

- а) $\alpha = 110^\circ 40'$;
- б) $\alpha = 249^\circ 20'$;
- в) $\alpha = 69^\circ 20'$;
- г) $\alpha = 290^\circ 40'$.

27. Полярное сжатие референц-эллипсоида Красовского имеет значение...

- а) 1:300,1;
- б) 1:295,2;
- в) 1:298,3;
- г) 1:301,1.

28. Какой из румбов соответствуют дирекционному углу $\alpha = 110^\circ 40'$?

- а) СЗ : $69^\circ 20'$;
- б) СВ : $69^\circ 20'$;
- в) ЮВ : $69^\circ 20'$;
- г) ЮЗ : $69^\circ 20'$.

29. Какой из румбов соответствуют дирекционному углу $\alpha = 310^\circ 40'$?

- а) СЗ : $49^\circ 20'$;
- б) СЗ : $49^\circ 20'$;
- в) ЮВ : $40^\circ 40'$;
- г) ЮЗ : $40^\circ 40'$.

30. В прямоугольной системе точка имеет координаты $x = 6\,065\,251$ м и $y = 5\,314\,110$ м. В какой зоне находится точка?

- а) 6;
- б) 5;
- в) 65;
- г) 56.

Ответы на тесты

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
б	б	в	г	в	г	б	а	г	б	в	а	б	б	г
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
б	г	а	в	б	а	б	б	в	в	г	в	в	а	б

ГЛАВА 2. ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ ПЛАНЫ И КАРТЫ. МАСШТАБЫ. ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

2.1. Топографические планы и карты

План — уменьшенное и подобное изображение на плоскости горизонтальных проекций небольших участков местности. Планы подразделяются на топографические и контурные. На топографических планах изображают контуры и рельеф местности, а на контурных планах — только ситуацию местности.

Наивысшая точность при измерении расстояний на земной поверхности предполагает относительную погрешность, равную 1:1 000 000. Участки местности с размерами до 20 × 20 км можно считать расположенными не на сфере, а на плоскости.

Карта — уменьшенное и искаженное вследствие сферичности Земли изображение на плоскости всей земной поверхности или отдельных ее частей. Искажение связано с картографической проекцией, применяемой при составлении карты.

Цифровой картой называют модель значительного участка земной поверхности, сформированную с учетом генерализации изображаемых объектов и принятой картографической проекции. Цифровая модель местности содержит информацию о координатах и высотах точек, очертаниях объектов и их свойствах.

Электронной картой называется изображение местности на экране дисплея, полученное на основе цифровой карты.

Стандартными масштабами топографических планов в России являются: 1:200; 1:500; 1:1000; 1:2000; 1:5000, а топографических карт — 1:10 000; 1:25 000; 1:50 000; 1:100 000 и 1:1 000 000.

Номенклатурой называется система обозначения (нумерации) отдельных листов топографических карт и планов. В основу номенклатуры топографических карт различных масштабов положена карта масштаба 1:1 000 000.

Для получения одного листа карты этого масштаба весь земной шар делят делят меридианами и параллелями на колонны и ряды. Меридианы проводят через каждые 6° в восточном и западном направлениях, начиная от Гринвического меридиана. Параллели проводят через каждые 4° к югу и северу от экватора. Номенклатура каждого листа данного масштаба состоит из двух

групп цифр: первая определяет широтный ряд (пояс), а другая — номер колонны.

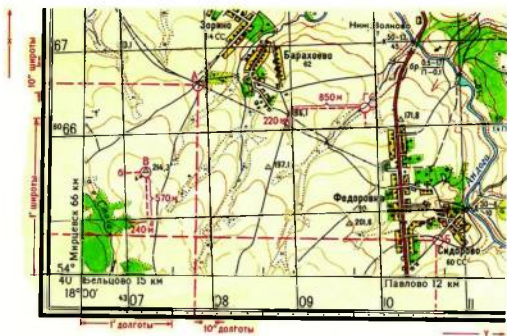


Рис. 2.1. Схема определения географических и прямоугольных координат по топографической карте

Листы топографических карт имеют три рамки: внутреннюю, минутную и внешнюю. Система прямоугольных координат на карте представлена километровой сеткой, образованной проведенными через 1 км координатными линиями x и y . Значения x и y , выраженные в километрах, надписаны на выходах линий за внутреннюю рамку карты. Осевой меридиан принимают за ось абсцисс x , а экватор — за ось ординат y . Их пересечение служит началом координат данной зоны. Например, координаты точки Γ таковы:

$$x_{\Gamma} = 6066220 \text{ м};$$

$$y_{\Gamma} = 4309850 \text{ м}.$$

Значения широт и долгот на линиях внутренней рамки связаны с номенклатурой карты и написаны в каждом ее углу. Между внутренней и внешней рамками помещена минутная рамка, на которой нанесены деления, соответствующие одной минуте широты (слева и справа) и долготы (наверху и внизу). Точками на рамке отмечены десятки секунд. Например, координаты точки A — $54^{\circ}41'14''$ с. ш. и $18^{\circ}01'15''$ в. д.

2.2. Масштабы и условные знаки

Масштабом называется отношение длины отрезка на плане к длине горизонтальной проекции соответствующего отрезка местности. Масштабы бывают: численные, именованные, линейные и поперечные.

Численный масштаб записывают в виде дроби с числителем, равным единице, и знаменателем, показывающим, во сколько раз уменьшены на плане длины линий, например: 1:100 000 означает, что 1 см топографической карты соответствует 100 000 см на местности.

Кроме численной записи масштаба, пользуются *именованным масштабом*, т. е. его словесным описанием, например: «в одном сантиметре 250 метров».

При измерении расстояний на плане или по карте под их нижней рамкой помещают *линейный масштаб*, на котором несколько раз отложено одно и то же расстояние, называемое основанием масштаба и равное обычно 2 см. Крайнее левое основание делят на более мелкие отрезки. Деления линейного масштаба оцифровывают в метрах. Линейный масштаб используют для более точного измерения расстояний с помощью измерителя.

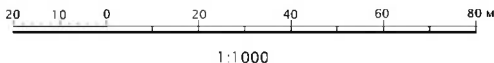


Рис. 2.2. Линейный масштаб

Есть еще один вид масштаба, достаточно широко применявшийся до недавнего времени — *поперечный масштаб*. Но в настоящее время его использование практически прекратилось, а линейки и транспортиры с нанесенным на них поперечным масштабом промышленностью не выпускаются.

При использовании масштаба следует иметь в виду такое понятие, как *точность масштаба*, под которым понимают длину горизонтального отрезка на местности, соответствующего 0,1 мм на плане. Данная величина связана с физиологическими особенностями восприятия предметов с помощью зрения. Так, в масштабе 1:25 000 нельзя изобразить объекты, имеющие в реальности размеры менее 25 м, а в масштабе 1:100 000 — объекты менее 100 м.

Условные знаки подразделяются на контурные (масштабные), внемасштабные и линейные.

Контурными (масштабными) условными знаками изображают объекты, форма и размеры которых могут быть переданы в масштабе плана (карты). К ним относятся земельные угодья (леса, сады, пашни, луга), водоемы, а для более крупных масштабов — здания, сооружения. Очертания объектов (контуры) на плане показывают точечным пунктиром или линиями определенной толщины и цвета. Внутри контура помещают знаки, указывающие на характер объекта.

Внемасштабными условными знаками изображают объекты, которые необходимо нанести на план, но невозможно изобразить в масштабе (колодцы, пункты геодезической сети и др.).

Линейными условными знаками изображают объекты, длина которых выражается в масштабе плана, а ширина не выражается (линии электропередач и связи, трубопроводы, ограды, тропы).

Для отображения характеристик изображаемых объектов многие условные знаки сопровождаются пояснительными подписями. Так, например, при изображении шоссе указывают его ширину и материал покрытия; при изображении линий связи — число проводов и их назначение; при изображении лесов — породу деревьев, среднюю высоту, толщину стволов и расстояние между деревьями.

Рельеф местности — совокупность неровностей земной поверхности. В зависимости от характера рельефа местность подразделяется на горную, холмистую и равнинную. На топографических картах и планах рельеф местности изображают с помощью горизонталей, высотных отметок и условных знаков.

Горизонталь — это замкнутая кривая линия, все точки которой имеют одну и ту же высоту над поверхностью, принятой за начальную. Разность h высот смежных горизонталей называется *высотой сечения рельефа*, а его значение подписывают у нижней рамки плана.

Горизонтальное расстояние между соседними горизонталями называется *заложением*. Минимальным в данном месте является заложение, перпендикулярное горизонталям, — *заложение ската*. Чем меньше заложение ската, тем круче скат. Направление ската указывают *бергштрихами* — короткими штрихами у некоторых горизонталей, направленными в сторону спуска. На отдельных

горизонталей в их разрывах пишут их высоту так, чтобы верх цифр указывал в сторону подъема.

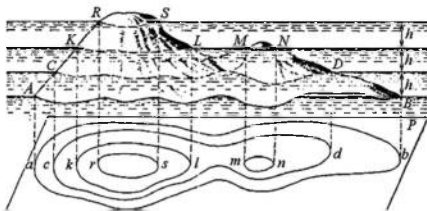


Рис. 2.3. Изображение рельефа с помощью горизонталей

Горизонтали с круглыми значениями высот делают утолщенными, а для отражения деталей рельефа используют *вспомогательные горизонтали* с короткими штрихами, проводимые на произвольной высоте. Изображение рельефа горизонталями дополняется вписыванием на план отметок высот около характерных точек рельефа и специальными условными знаками, изображающими обрывы, скалы, овраги и т. п.

Основными формами рельефа являются гора, котловина, хребет, лощина и седловина.

Гора (возвышенность) изображается замкнутыми горизонталями с бергштрихами, обращенными наружу.

Котловина (впадина) изображается замкнутыми горизонталями с бергштрихами, обращенными внутрь. Характерными точками котловины являются точки на дне и вдоль бровки.

Хребет — вытянутая возвышенность, изображается вытянутыми горизонталями. Бергштрихи обращены наружу. Характерной линией хребта является его *водораздельная линия*.

Лощина (долина, ущелье, овраг, балка) — вытянутое в одном направлении углубление. Изображается вытянутыми горизонталями с бергштрихами, обращенными внутрь. Характерной линией лощины является *водосливная линия* (талweg).

Седловина (перевал) — понижение между двумя возвышенностями. По обе стороны к седловине примыкают лощины. Седловина — это место пересечения водораздельной и водосливной линий.

2.3. Задачи, решаемые на топографических картах и планах

Измерение расстояний на картах и планах производят с помощью циркуль-измерителя. Измеряемый отрезок переносят на помещенный под южной рамкой карты линейный масштаб. Более точные измерения расстояний выполняются с использованием поперечного масштаба.

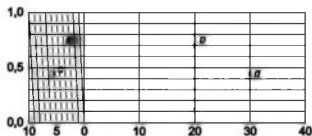


Рис. 2.4. Схема измерения расстояния с помощью поперечного масштаба

На рисунке 2.4 отрезок ab имеет длину $20 + 3 + 0,7 = 23,7$ м. Длина отрезка cd равна $30 + 5 + 0,45 = 35,45$ м (масштаб 1:500).

Для измерения длин извилистых линий применяется специальный прибор — *курвиметр*.

Для определения географических координат точек служит минутная рамка карты. Прямоугольные координаты точек определяют с помощью километровой сетки, линии которой параллельны координатным осям x и y .

Определение углов ориентирования. Дирекционный угол направления отрезка на карте измеряют транспортиром как угол, отсчитываемый по направлению часовой стрелки от северного направления линии километровой сетки до направления отрезка.

Для определения азимута A направления сначала измеряют его дирекционный угол α . Затем вычисляют азимут: $A = \alpha + \gamma$, где γ — сближение меридианов, значение которого подписано под южной рамкой карты и показано на помещенной там же схеме. Азимут можно измерить и непосредственно. Через одноименные значения минут долготы проводят вертикальную линию — меридиан. Угол между северным направлением меридиана и направлением отрезка и есть азимут. Под южной рамкой карты на схеме указано склонение магнитной стрелки δ , позволяющее вычислить магнитный азимут направления по формуле:

$$A_m = A - \delta.$$

Определение высот точек. Высота точки, лежащей на горизонтали, равна высоте горизонтали. Высота точки M , расположенной между двумя горизонталями, определяется по формуле:

$$H_M = H_r + h \cdot b/a,$$

где H_r — высота меньшей горизонтали;

h — высота сечения рельефа;

отрезки a и b — заложение ската и расстояние от точки до горизонтали, измеряемые по карте при помощи циркуль-измерителя.

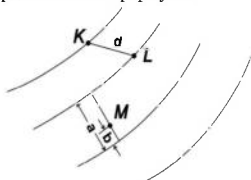


Рис. 2.5. Схема определения высоты точки, расположенной между горизонталями

Построение профиля. Для построения профиля по линии, проведенной на карте, определяют высоты точек в местах ее пересечения с горизонталями, водораздельными и водосливными линиями. Измеряют горизонтальные расстояния до них от начальной точки линии. При построении профиля по горизонтальной оси откладывают расстояния, а по вертикальной — высоты. Для наглядности вертикальный масштаб принимают крупнее горизонтального (в 10, реже — в 50 раз).

Определение уклонов и углов наклона. Уклоном i линии называется отношение превышения h к горизонтальному проложению d :

$$i = h/d.$$

Для определения по карте уклона линии на участке KL между двумя горизонталями (рис. 2.5) измеряют его горизонтальное проложение — заложение d . Поскольку концы отрезка лежат на смежных горизонталях, превышение h между ними равно высоте сечения рельефа, подписанного под южной рамкой карты.

Например, сечение горизонталей $h = 1$ м, $d = 50$ м, тогда уклон линии равен:

$$i = \frac{h}{d} = \frac{1}{50} = 0,02, \text{ или } 2\%, \text{ или } 20\text{‰}.$$

В то же время отношение превышения h к горизонтальному проложению d равно тангенсу угла ν наклона линии:

$$i = \operatorname{tg} \nu.$$

Поэтому, вычислив уклон, можно определить угол наклона. Обычно при пользовании картой углы наклона не вычисляют, а определяют их с помощью графика заложений, расположенного под южной рамкой карты. По горизонтальной оси графика откладывают углы наклона, а по вертикальной — соответствующие этим углам заложения d , выраженные в масштабе карты.

Проведение линии с уклоном, не превышающим заданного предельного уклона. Необходимость решения такой задачи возникает, например, при выборе трассы будущего линейного сооружения. Для этого необходимо вычислить соответствующее заданному предельному уклону i_{np}

заложение, выраженное в масштабе карты:

$$d = \frac{h}{M \cdot i_{np}}.$$

Чтобы уклон линии не превосходил i_{np} , ни одно заложение на ней не должно быть меньше, чем рассчитанное d .

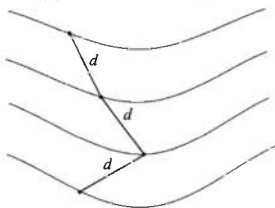


Рис. 2.6. Схема выбора трассы линейного сооружения по карте

Определение границ водосборной площади (бассейна). Водосборной называют площадь, с которой дождевые и талые воды поступают в данное русло. Определение водосборной площади необходимо, например, при проектировании автомобильной или железной дороги для расчета мостов или перепусков воды.

Определение площадей по картам и планам можно выполнить аналитическим способом через приращения координат:

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=n} x_i (y_{i+1} - y_{i-1}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=n} y_i (x_{i-1} - x_{i+1}),$$

где i — номера вершин многоугольника, номеруемые по ходу часовой стрелки графическим способом (разбивкой определяемого контура на простые фигуры) или с помощью планиметра (механического или электронного).

2.4. Прямая и обратная геодезические задачи

При обработке результатов измерений, выполненных на местности, а также при проектировании выноса проекта в натуру (в традиционной геодезии) возникает необходимость решения прямой и обратной геодезических задач. При использовании для этих целей современных геодезических приборов (электронных тахеометров) эти задачи решаются с помощью программного обеспечения.

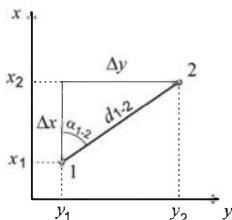


Рис. 2.7. Схема к решению прямой и обратной геодезических задач

Прямая геодезическая задача.

По известным координатам x_1 и y_1 точки 1, дирекционному углу α_{1-2} и расстоянию d_{1-2} до точки 2 требуется вычислить ее координаты x_2 , y_2 . Координаты точки 2 вычисляют по формулам:

$$x_2 = x_1 + \Delta x;$$

$$y_2 = y_1 + \Delta y;$$

где Δx , Δy – приращения координат:

$$\Delta x = d_{1-2} \cdot \cos \alpha_{1-2};$$

$$\Delta y = d_{1-2} \cdot \sin \alpha_{1-2} /$$

Обратная геодезическая задача. По известным координатам x_1 , y_1 точки 1 и x_2 , y_2 точки 2 требуется вычислить расстояние между ними d_{1-2} и дирекционный угол α_{1-2} . Знак приращения координат (таблица 1.3) указывает, в какой четверти находится румб линии и какова его зависимость от дирекционного угла.

$$\operatorname{tg} \alpha_{1-2} = \Delta y / \Delta x = y_2 - y_1 / x_2 - x_1.$$

Искомый дирекционный угол α может иметь любое значение в диапазоне от 0° до 360° .

Расстояние между исходной и определяемой точками вычисляют по формуле:

$$d_{1-2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2} + \sqrt{(y_2 - y_1)^2}$$

$$\text{или } d_{1-2} = \frac{y_2 - y_1}{\sin \alpha_{1-2}} = \frac{x_2 - x_1}{\cos \alpha_{1-2}}.$$

2.5. Задачи к главе 2

Задача 2.1.

Определить географические координаты (широту и долготу) точек теодолитного хода 1, 2, 3, 4 и 5.

Ответ: 1 (54°40'05" с. ш., 18°05'19" в. д.);
2 (54°40'14" с. ш., 18°05'03" в. д.);
3 (54°40'37" с. ш., 18°04'48" в. д.);
4 (54°40'48" с. ш., 18°04'27" в. д.);
5 (54°40'50" с. ш., 18°03'47" в. д.).

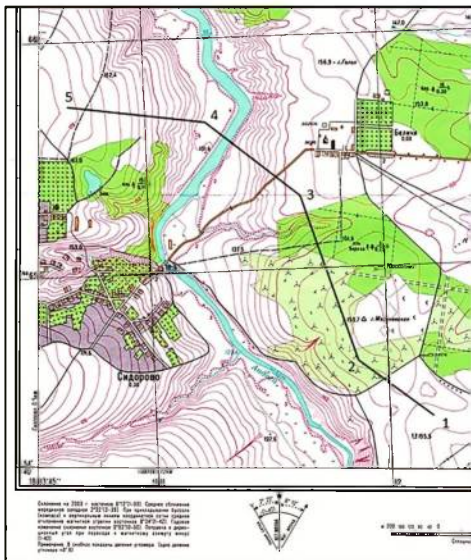


Рис. 2.8. Фрагмент топографической карты М 1:10 000 к задачам 2.1–2.4

Задача 2.2.

Определить координаты (x , y) точек теодолитного хода 1, 2, 3, 4 и 5 в прямоугольной системе координат, вычислить приращения координат указанных точек (рис. 2.8).

Примечание: В связи с искажением масштаба при сканировании ответы к задачам 2.2–2.4 не приводятся.

Задача 2.3.

По приращениям координат точек 1, 2, 3, 4 и 5 определить румбы направлений линий 1–2, 2–3, 3–4, 4–5 (задача 2.2).

Задача 2.4.

По румбам направлений (задача 2.3) определить дирекционные углы указанных направлений и углы между ними справа по ходу движения от точки 1 к точке 5.

Задача 2.5.

Определить графическую точность выноса в натуру проекта, выполненного на топографическом плане М 1:500.

Ответ: 5 см.

Задача 2.6.

Определить графическую точность выноса в натуру проекта, выполненного на топографическом плане М 1:2000.

Ответ: 20 см.

Задача 2.7.

Определить возможность изображения на топографической карте М 1:25 000 объекта с размерами 20 м.

Ответ: нельзя.

Задача 2.8.

Определить возможность изображения на топографической карте М 1:100 000 объекта с размерами 80 м.

Ответ: нельзя.

Задача 2.9.

Определить длину отрезка, измеренного на топографическом плане М 1:1000 и отложенного на линейном масштабе под рамкой топографического плана:

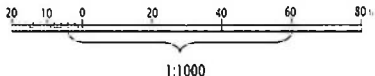


Рис. 2.9. Линейный масштаб к задаче

Ответ: 64,0 м.

Задача 2.10.

Определить расстояние отрезка, измеренного на топографическом плане М 1:1000 и отложенного на линейном масштабе под рамкой топографического плана:



Рис. 2.10. Линейный масштаб к задаче

Ответ: 78,0 м.

Задача 2.11.

Определить средний уклон проселочной дороги на фрагменте топографической карты М 1:10 000, если сечение горизонталей производится через 2,5 м и длина отрезка проселочной дороги равна 64 мм.

Ответ: 0,027.



Рис. 2.11. Фрагмент карты к задаче 2.11

Задача 2.12.

Определить высотное положение точки *A*, если сечение горизонталей равно 2,5 м, утолщенная горизонталь имеет значение 200, масштаб топографической карты М 1:10 000, расстояние между смежными горизонталями 45 мм, а длина отрезка *AB* составляет 21 мм.

Ответ: 203,67 м.

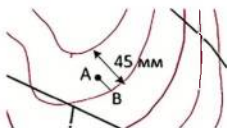


Рис. 2.12. Фрагмент карты к задаче 2.12

Задача 2.13.

Определить уклон на участке между двумя смежными горизонталями (рис. 2.12), если сечение горизонталей равно 2,5 м, расстояние между горизонталями — 45 мм, масштаб топографической карты — М 1:10 000.

Ответ: 0,045.

Задача 2.14.

Определить уклон ската на участке г. Карьерная — основание горы, ограниченном горизонталью 160, если горизонтальное заложение, измеренное на карте М 1:10 000, составляет 64 мм.

Ответ: 0,18.

Рис. 2.13. Фрагмент карты к задаче 2.14



Задача 2.15.

На топографической карте М 1:10 000 или М 1:25 000 определить площадь произвольно выбранного земельного участка аналитическим и графическим способом.

Задача 2.16.

По косвенным признакам фрагмента топографической карты определить ее масштаб.

Ответ: М 1:10 000.

Рис. 2.14. Фрагмент карты к задаче 2.16



Задача 2.17.

Вычислить координаты точки B в прямоугольной системе координат, если координаты точки A составляют $x_A = 4175,243$ м, $y_A = 2181,152$ м. Горизонтальные проложения стороны $S_{AB} = 54,123$ м, дирекционный угол $\alpha_{AB} = 65^\circ 20'$.

Ответ: $x_B = 4197,877$ м; $y_B = 2230,334$ м.

Задача 2.18.

Вычислить горизонтальное расстояние $AB = d$ и дирекционный угол α_{AB} , если координаты точек A и B равны соответственно $x_A = 5271,245$ м, $y_A = 3825,148$ м, $x_B = 4728,101$ м, $y_B = 4002,025$ м.

Ответ: $AB = 489,151$ м; $\alpha_{AB} = 158^\circ 32'$.

Задача 2.19.

Определить размеры листа бумаги, если необходимо построить план в масштабе M 1:1000 с координатной сеткой 10×10 см. Наибольшие и наименьшие координаты равны: $x_I = +840,42$ м; $y_I = +220,15$ м; $x_2 = -240,00$ м; $y_2 = -20,00$ м.

Ответ: 110×30 см.

Задача 2.20.

Определить размеры листа бумаги, если необходимо построить план в масштабе M 1:500 с координатной сеткой 10×10 см. Наибольшие и наименьшие координаты равны: $x_I = 0$; $y_I = +284,99$ м; $x_2 = -342,12$ м; $y_2 = 0$.

Ответ: 68×57 см.

Задача 2.21.

Определить размеры листа бумаги, если необходимо построить план в масштабе M 1:100 с координатной сеткой 10×10 см. Наибольшие и наименьшие координаты равны: $x_I = 0$; $y_I = 0$; $x_2 = -42,71$ м; $y_2 = +38,77$ м.

Ответ: 43×39 см.

Задача 2.22.

Определить координаты (прямая геодезическая задача) точки B , если координаты точки A : $x_A = 100,40$ м, $y_A = 60,30$ м, дирекционный угол $\alpha_{AB} = 135^\circ 00'$ и горизонтальное проложение линии $S_{AB} = 160,60$ м.

Ответ: $x_B = -13,16$ м; $y_B = 173,86$ м.

Задача 2.23.

Определить координаты (прямая геодезическая задача) точки B , если координаты точки A : $x_A = -100,40$ м, $y_A = 100,00$ м, дирекционный угол $\alpha_{AB} = 0^\circ 51'$ и горизонтальное проложение линии $S_{AB} = 123,15$ м.

Ответ: $x_B = -23,14$ м; $y_B = 101,83$ м.

Задача 2.24.

Определить координаты (прямая геодезическая задача) точки B , если координаты точки A : $x_A = 100,00$ м, $y_A = -100,00$ м, дирекционный угол $\alpha_{AB} = 135^\circ 00'$ и горизонтальное проложение линии $S_{AB} = 160,60$ м.

Ответ: $x_B = -13,16$ м; $y_B = 13,56$ м.

Задача 2.25.

Определить дирекционный угол (обратная геодезическая задача) α_{AB} и горизонтальное проложение линии S_{AB} , если даны координаты $x_1 = -19,05$ м; $y_1 = -19,05$ м; $x_2 = -20,19$ м; $y_2 = -19,19$ м.

Ответ: $\alpha_{AB} = 187^\circ 00'$; $S_{AB} = 1,15$ м.

2.6. Тесты к главе 2

1. Графическая точность масштаба 1:500 составляет...

- а) 0,05 м;
- б) 0,5 м;
- в) 5 м;
- г) 10 м.

2. Графическая точность масштаба 1:10 000 составляет...

- а) 0,01 м;
- б) 0,1 м;
- в) 1 м;
- г) 10 м.

3. Двумя линиями можно изобразить дорогу шириной 4 м на карте масштаба...

- а) 1:10 000;
- б) 1:25 000;
- в) 1:50 000;
- г) 1:100 000.

4. На плане масштаба 1:5000 длина линии составляет 200 мм; какому значению соответствует эта линия на местности?

- а) 1 м;
- б) 10 м;
- в) 100 м;
- г) 1000 м.

5. Длина горизонтального проложения линии на местности 150,0 м; на плане в масштабе 1:2000 ее длина составит...

- а) 15 мм;
- б) 30 мм;
- в) 75 мм;
- г) 100 мм.

6. При решении инженерных задач уровенную поверхность можно считать плоскостью для участков местности, начиная с размеров...

- а) 20×20 км;
- б) 30×30 км;
- в) 40×40 км;
- г) 50×50 км.

7. Различие между картой и планом состоит том, что...

- а) на карте показывают рельеф, на плане — ситуацию и рельеф;
- б) на карте показывают ситуацию, на плане — рельеф;
- в) при изображении земной поверхности на карте учитывается кривизна Земли, на плане кривизна Земли не учитывается;
- г) на карте показывают ситуацию и рельеф, на плане — только ситуацию.

8. Легенда карты — это...

- а) координаты, подписанные на километровых линиях сетки;
- б) свод условных обозначений, используемых на карте, с текстовыми пояснениями к ним;
- в) значения широт и долгот на рамках карты;
- г) масштаб карты и система высот.

9. Номенклатура топографических карт и планов — это...

- а) система координат;

- б) масштаб карты;
- в) система разграфки и обозначения листов;
- г) легенда карты или плана.

10. Параллель — это...

- а) линия равных высот;
- б) линия равных расстояний от экватора;
- в) линия равных расстояний от полюса;
- г) координатная линия постоянной широты.

11. Полярное сжатие референц-эллипсоида Красовского определяется по формуле...

а) $e = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$;

б) $\alpha = \frac{a - b}{a}$;

в) $\alpha = \frac{a^2 - b^2}{1 - a^2}$;

г) $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$.

12. Надпись 6067 на горизонтальной линии километровой сетки означает, что...

- а) это 60-я зона, а расстояние от меридиана равно 67 км;
- б) широта этой линии соответствует 60°06'07";
- в) эта линия находится на расстоянии 6067 км к северу от экватора;
- г) эта линия находится на расстоянии 6067 км от северного полюса.

13. Надпись 4309 на вертикальной линии километровой сетки означает, что...

- а) расстояние от Гринвичского меридиана равно 4309 км;
- б) долгота этой линии соответствует 43°09' в. д.;
- в) широта этой линии соответствует 43°09' с. ш.;
- г) вертикальная линия находится в 4-й зоне на расстоянии 309 км от осевого меридиана.

14. Основой разграфки и номенклатуры листов топографических карт является разграфка листов карты масштаба...

- а) 1:1 000 000;
- б) 1: 2 000 000;
- в) 1: 100 000;
- г) 1: 50 000.

15. Территория земной поверхности, изображаемая на одном листе в масштабе 1:1 000 000, в масштабе 1:100 000 изображается на...

- а) 4 листах;
- б) 16 листах;
- в) 36 листах;
- г) 144 листах.

16. Территория земной поверхности, изображаемая на одном листе в масштабе 1:50 000, в масштабе 1:25 000 изображается на...

- а) 2 листах;
- б) 4 листах;
- в) 16 листах;
- г) 36 листах.

17. Масштабу 1:25 000 соответствует номенклатура листов топографической карты...

- а) N-37;
- б) N-37-102;
- в) N-37-121-15;
- г) N-37-121-B-в.

18. Масштабу 1:100 000 соответствует номенклатура листов топографической карты...

- а) N-37-115-Г-а-1;
- б) N-37-121-B-в;
- в) N-37-102;
- г) N-37.

19. Номенклатура листа карты N-37-144-Г-г-4. Масштаб карты равен...

- а) 1:200 000;
- б) 1:100 000;
- в) 1:50 000;
- г) 1:25 000.

20. Номенклатура листа карты N-37-130-Г. Масштаб карты равен...
- а) 1:100 000;
 - б) 1:50 000;
 - в) 1:25 000;
 - г) 1:10 000.
21. Размер рамки карты по широте 4° , по долготе 6° соответствует масштабу...
- а) 1:100 000;
 - б) 1:200 000;
 - в) 1:500 000;
 - г) 1:1 000 000.
22. Размер рамки карты по широте $5'$, по долготе $7,5'$ соответствует масштабу...
- а) 1:100 000;
 - б) 1:50 000;
 - в) 1:25 000;
 - г) 1:10 000.
23. Способ, когда площадь участка определена с помощью палетки, построенной в виде сетки квадратов на прозрачной основе, называется...
- а) аналитическим;
 - б) графическим;
 - в) механическим;
 - г) универсальным.
24. Легенда карты — это...
- а) история создания карты;
 - б) масштаб карты;
 - в) номенклатура карты;
 - г) свод условных обозначений, используемых на карте, с текстовыми пояснениями к ним.
25. На территории России абсолютные отметки точек земной поверхности определяются относительно уровня...
- а) Балтийского моря;
 - б) Белого моря;
 - в) Черного моря;
 - г) Каспийского моря.

26. Водосбор — это...

- а) гидротехническое сооружение;
- б) водоохранная территория;
- в) система гидротехнических сооружений;
- г) территория, с которой в данную реку или озеро стекают поверхностные и подземные воды.

27. Бергштрих — это...

- а) отметка вершины горы;
- б) указатель направления ската;
- в) отметка подножия горы;
- г) указатель направления течения реки.

28. Горизонтالي — это...

- а) линии равных температур;
- б) линии равных атмосферных давлений;
- в) линии равных высот;
- г) линии равных глубин.

29. Заложением называют...

- а) высоту сечения горизонталей;
- б) расстояние между секущими плоскостями по вертикали;
- в) расстояние между соседними горизонталями в плане;
- г) направление ската.

30. Высота сечения рельефа — это...

- а) вертикальное расстояние между смежными уровенными поверхностями;
- б) линия пересечения рельефа горизонтальной плоскостью;
- в) средняя отметка точек участка местности;
- г) условный знак.

Ответы на тесты:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
а	в	а	г	в	а	в	б	в	г	б	в	а	а	г
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
а	г	в	г	б	г	в	б	г	а	г	б	в	в	а

ГЛАВА 3. НИВЕЛИРОВАНИЕ

3.1. Геометрическое нивелирование

Нивелирование — это определение разности высот двух и более точек земной поверхности относительно условного уровня, то есть определение превышения. По измеренным превышениям вычисляют абсолютные (относительно уровенной поверхности Балтийского моря) или относительные (условно принятые) отметки.

Нивелир — это геодезический прибор для определения превышений между точками местности с помощью горизонтального визирного луча. Нивелиры различаются по двум основным признакам: по точности и по способу приведения визирной оси в горизонтальное положение.

Геометрическое нивелирование основано на измерении превышения искомых точек с помощью горизонтального визирного луча и нивелирных реек, вертикально установленных на этих точках. Различают два способа геометрического нивелирования: «вперед» и «из середины».

а) Геометрическое нивелирование способом «из середины»

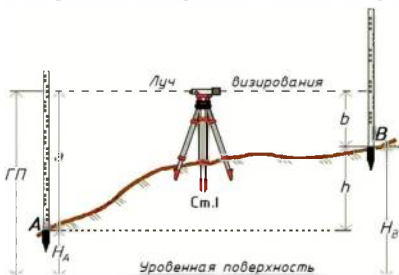


Рис. 3.1. Геометрическое нивелирование способом «из середины»

Для определения превышения одной точки над другой над ними устанавливаются нивелирные рейки. Нивелир по возможности устанавливается посередине. Последовательно визируя рейки средней

горизонтальной нитью зрительной трубы берут отсчеты по задней рейке a и b (передней рейки). Тогда превышение равно отсчету по задней рейке минус отсчет по передней рейке.

Например: $h = a - b = 1380 - 0570 = 810$ мм.

Принято считать, если $a > b$, превышение будет положительным, и наоборот, если $a < b$, то отрицательным. Если отметка точки A известна, то отметка точки B может быть вычислена через горизонт инструмента (ГИ):

$$ГИ = H_a + a; \quad H_b = ГИ - b.$$

Пример: Пусть точка $A = 125\ 000$ мм над уровнем моря, тогда горизонт инструмента будет равен

$$ГИ = 125\ 000 + 1380 = 126\ 380 \text{ мм};$$

$$H_b = 126\ 380 - 0570 = 125\ 810 \text{ мм}.$$

б) Геометрическое нивелирование способом «вперед»

Иногда (достаточно редко) нивелир устанавливают так, чтобы окуляр зрительной трубы находился над задней точкой A , а на передней точке B устанавливают нивелирную рейку. Затем выполняют отсчет по рейке b и измеряют рулеткой или с помощью нивелирной рейки высоту прибора i от точки A до середины окуляра. Тогда искомое превышение будет равно

$$h = i - b,$$

а горизонт инструмента

$$ГИ = H_a + i.$$



Рис. 3.2. Геометрическое нивелирование способом «вперед»

В инженерной геодезии для определения отметок съемочного обоснования, а также при изыскании и строительстве инженерных сооружений значительной протяженностью прокладывают нивелирные ходы. По способу исполнения нивелирные ходы могут быть *замкнутыми, разомкнутыми, висячими и свободными*.

Для составления топографического плана небольших участков местности применяется *нивелирование по квадратам*.

3.2. Погрешности измерений при геометрическом нивелировании

Погрешности при геометрическом нивелировании имеют как случайный, так и системный характер и обусловлены:

- технологией измерений;
- техническими характеристиками применяемых приборов;
- природными факторами;
- квалификацией специалиста, выполняющего измерения.

Так, например, максимальная погрешность установки пузырька в нуль-пункт может составить

$$m = 0,5\lambda'',$$

где λ'' — цена деления цилиндрического уровня в секундах.

Погрешность приведения пузырька в нуль-пункт вызывает отклонение визирной оси от горизонтального положения, и чем дальше находится нивелирная рейка, тем ниже оказывается точность измерения.

Погрешности снятия отсчетов по нивелирной рейке зависят от многих факторов, к которым могут быть отнесены: острота зрения; увеличение зрительной трубы; удаленность рейки от нивелира; прозрачность атмосферы; температура наружного воздуха; погрешности установки нивелира и рейки; квалификация специалиста; точность нанесения делений на рейке.

Значительную погрешность при нивелировании поверхности может давать *невыполнение главного геометрического условия*.

При нивелировании способом «вперед» на точность измерений превышений существенное влияние оказывает *кривизна Земли*. Если Землю считать за шар, то визирный луч является касательной к поверхности, тогда отсчеты по рейке будут содержать погрешности, величину которых можно вычислить как

$$\Delta = \frac{d^2}{2R},$$

где d — расстояние от нивелира до рейки в метрах,
 R — радиус Земли (6400 км).

Для ослабления влияния этой погрешности на точность измерения превышения нивелирование следует производить способом «из середины».

Важным фактором, оказывающим влияние на точность измерения превышений, является *рефракция*.

3.3. Тригонометрическое нивелирование

Если требуется определить превышение h точки B над точкой A , то в точке A устанавливают теодолит, а в точке B — нивелирную рейку или вежу. Измеряют рулеткой высоту инструмента i , а длину линии AB — мерной лентой или дальномером. Зрительную трубу наводят на точку V , равную высоте инструмента (можно наводить и на любую произвольную точку) и определяют угол наклона.

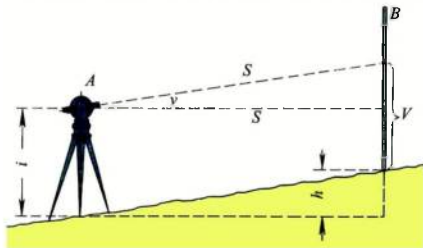


Рис. 3.3. Схема тригонометрического нивелирования

Если $i = v$, то превышение можно определить по формуле:

$$h = s \cdot \operatorname{tg} v.$$

Если визирование осуществляется на произвольную точку нивелирной рейки (условно обозначим ее как p), то превышение между точками A и B вычисляют по формуле:

$$h = s \cdot \operatorname{tg} v + i - p.$$

Если расстояние $AB = S$ и оно измерено мерной лентой или дальномером по наклонной поверхности, то

$$d = S \cos \nu \text{ или } h = S \sin \nu.$$

Если расстояние между точками измерено оптическим дальномером по вертикально установленной нивелирной рейке, то после некоторых преобразований можно получить формулу:

$$h = \frac{1}{2} Kl \sin 2\nu \text{ или } h = \frac{1}{2} S \sin 2\nu.$$

Формулы в таком виде называют тахеометрическими. При определении превышений h пользуются тахеометрическими таблицами или инженерным калькулятором.

3.4. Погрешности измерений при тригонометрическом нивелировании

Среднюю квадратическую погрешность m_h превышения, определяемого методом тригонометрического нивелирования, можно получить по общим правилам теории погрешностей по формуле:

$$m_h^2 = h^2 (m_p / D)^2 + D^2 \cos 2\nu (m_\nu / \rho)^2.$$

Расхождение превышения двух соседних точек, вычисленное при тригонометрическом нивелировании, допускается в пределах 4 см на каждые 100 м. При малых углах наклона ν можно принять

$$\cos 2\nu = \cos^2 \nu - \sin^2 \nu = \cos^2 \nu.$$

Можно также приближенно считать, что

$$d = D \cos^2 \nu;$$

при этих допущениях формула средней квадратической погрешности примет вид:

$$m_h^2 = h^2 (m_p / D)^2 + d^2 (m_\nu / \rho)^2.$$

При углах наклона до $1^\circ 30'$ первое слагаемое правой части этого равенства мало по сравнению со вторым, поэтому можно принять, что

$$m_h = d \cdot m_\nu / \rho.$$

где m_ν — точность измерений угломерным прибором,

ρ — радианная мера угла. Пересчет радианов в градусы, минуты и секунды можно выполнить как:

$$1 \text{ рад} = \frac{360^0}{2\pi} \approx 57^0 17' 45'' \text{ в градусах;}$$

$$1 \text{ рад} = \frac{360^0 \cdot 60'}{2\pi} \approx 3437,747'' \text{ в минутах;}$$

$$1 \text{ рад} = \frac{360^0 \cdot 60' \cdot 60''}{2\pi} \approx 206265'' \text{ в секундах.}$$

При $d = 200$ м и $m_v = 30''$ средняя квадратическая погрешность m_h будет равна

$$m_h = d \cdot m_v / \rho = 200 \cdot 30 / 206\,265 = 2,9 \text{ см.}$$

3.5. Уклон линии на местности

Уклоном линии i называется отношение превышения h к его заложению I . Уклон i является мерой крутизны ската. Линия BC называется скатом и наклонена к горизонту под углом ϕ .

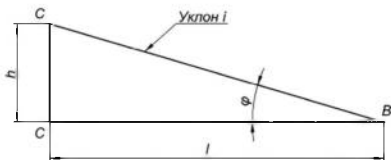


Рис. 3.4. Схема определения уклона линии

Следовательно, уклон линии есть тангенс угла наклона ее к горизонту. Уклоны линии выражают в долях, процентах и промиллях. Зная уклон линии (тангенс угла наклона), легко вычислить угол наклона линии в градусах, воспользовавшись для этого таблицами В. М. Брадиса или инженерным калькулятором:

$$i = \frac{h}{I} = \operatorname{tg} \phi.$$

На топографических планах и картах крутизну ската и уклоны обычно определяют по графикам заложений: по углам наклона и по уклонам. Из вышеприведенной формулы следует, что заложение I можно определить как:

$$I = h \cdot \operatorname{ctg} \varphi.$$

Подставляя в формулу натуральные значения $\operatorname{ctg} \varphi$ для углов, равные 1° , 2° , 3° и т. д. вычисляют соответствующие им заложения при одной и той же высоте сечения и строят график по углам наклона.

График заложений по уклонам строят подобно графику заложений по углам наклона. Подробно процедура построения графиков заложений приводится практически в каждом учебнике.

В строительстве сложилась определенная практика использования единиц измерения уклонов. Так, в архитектуре углы наклона крыши принято отображать в градусах, уклоны инженерных коммуникаций — в долях или процентах, а уклоны дорог — в промилях.

3.6. Задачи к главе 3

Задача 3.1.

Определить превышение h , если отсчет по задней рейке равен 1800, а по передней рейке — 1200.

Ответ: +600 мм.

Задача 3.2.

Определить превышение h , если отсчет по задней рейке равен 1150, а по передней рейке — 1840.

Ответ: –690 мм.

Задача 3.3.

Определить превышение h , если нивелирование одних и тех же точек выполнено дважды. При первом нивелировании отсчет по задней рейке равен 2000, по передней рейке — 1002, при втором нивелировании 2200 и 1200 соответственно.

Ответ: $h_{\text{ср}} = +999$ мм.

Задача 3.4.

Определить превышение h , если нивелирование одних и тех же точек выполнено дважды. При первом нивелировании отсчет по задней рейке равен 1200, по передней рейке — 1802, при втором нивелировании 1420 и 2224 соответственно.

Ответ: $h_{\text{ср}} = -802$ мм.

Задача 3.5.

Определить превышение h между двумя пикетами $ПК\ 4 + 0 = 157,200$ м и $ПК\ 12 + 0 = 160,400$ м.

Ответ: $+3,200$ м.

Задача 3.6.

Определить превышение h между двумя пикетами $ПК\ 5 + 0 = 164,200$ м и $ПК\ 10 + 0 = 128,300$ м.

Ответ: $-35,900$ м.

Задача 3.7.

Определить отметку H_a , если отсчет по рейке, установленный в точке A , равен 1824 , абсолютная отметка $H_a = 156,240$ м, а отсчет по рейке в точке B равен 1260 .

Ответ: $156,804$ м.

Задача 3.8.

Определить отметку H_a , если отсчет по рейке, установленный в точке A , равен 1410 , абсолютная отметка $H_a = 150,140$ м, а отсчет по рейке в точке B равен 2460 .

Ответ: $149,090$ м.

Задача 3.9.

Определить уклон участка земной поверхности, если измеренное расстояние по горизонтали составляет $50,4$ м, отсчет по задней рейке — 2240 , по передней — 1220 .

Ответ: $+0,02$.

Задача 3.10.

Определить уклон участка земной поверхности, если измеренное расстояние по горизонтали составляет $50,0$ м, отсчет по задней рейке — 1400 , по передней — 2400 .

Ответ: $-0,02$.

Задача 3.11.

Определить уклон участка земной поверхности между двумя точками пикетажа, если отметки $ПК\ 0 = 170,000$ м; $ПК\ 1 + 50 = 172,200$ м.

Ответ: $+0,015$.

Задача 3.12.

Определить уклон участка земной поверхности между двумя точками пикетажа, если отметки $ПК\ 0 = 120,000\text{ м}$; $ПК\ 1 + 50 = 118,200\text{ м}$.

Ответ: $-0,012$.

Задача 3.13.

Вычислить проектную отметку промежуточной точки B , находящейся на расстоянии $d = 80,0\text{ м}$ от точки A , измеренном по горизонтали, если отметка точки $A = 124,500\text{ м}$, а уклон линии AC составляет $i = +0,01$.

Ответ: $125,300\text{ м}$.

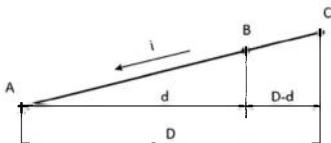


Рис. 3.5. Схема к задачам 3.13–3.14

Задача 3.14.

Вычислить проектную отметку промежуточной точки B , находящейся от точки C на расстоянии $d = 80,0\text{ м}$, измеренном по горизонтали, если отметка точки $C = 150,200\text{ м}$, а уклон линии AC составляет $i = +0,01$.

Ответ: $149,400\text{ м}$.

Задача 3.15.

Определить превышение h , если отсчет по задней рейке равен 1200 , а по передней рейке — 1800 .

Ответ: -600 мм .

Задача 3.16.

Определить рабочую высоту (отметку), если проектная красная отметка $ПК\ 10 + 40 = 178,045\text{ м}$, а черная отметка данной пикетажной точки составляет $179,060\text{ м}$.

Ответ: $-1,015\text{ м}$.

Задача 3.17.

Определить рабочую высоту (отметку), если проектная красная отметка $ПК\ 10 + 40 = 120,055\text{ м}$, а черная отметка данной пикетажной точки составляет $108,060\text{ м}$.

Ответ: $+1,995\text{ м}$.

Задача 3.18.

Определить расстояние до линии нулевых работ от пикетов, если даны: рабочая высота $ПК\ 10 = +1,5\text{ м}$, рабочая высота $ПК\ 11 = -0,50\text{ м}$, расстояние между пикетами — 100 м .

Ответ: $25,0\text{ м}$; $75,0\text{ м}$.

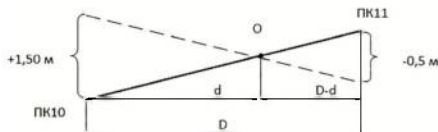


Рис. 3.6. Схема к задачам 3.18–3.19

Задача 3.19.

Определить расстояние до линии нулевых работ от пикетов, если даны: рабочая высота $ПК\ 10 = -0,30\text{ м}$, рабочая высота $ПК\ 11 = +0,60\text{ м}$, расстояние между пикетами — 100 м .

Ответ: $33,3\text{ м}$; $66,7\text{ м}$.

Задача 3.20.

Вычислить превышение, определяемое методом тригонометрического нивелирования, если наклонное расстояние измерено с помощью нитяного дальномера $D = 160,25\text{ м}$, а угол наклона визирной оси $\nu = 3^\circ 00'$.

Ответ: $8,38\text{ м}$.

Задача 3.21.

Вычислить превышение, определяемое методом тригонометрического нивелирования, если наклонное расстояние $D = 100,55\text{ м}$, а угол наклона визирной оси $\nu = 1^\circ 24'$.

Ответ: $2,45\text{ м}$.

Задача 3.22.

Вычислить превышение, определяемое методом тригонометрического нивелирования, если измеренное расстояние $d = 100,55$ м, угол наклона визирной оси $\nu = 5^\circ 24'$, высота прибора — 1450 мм, визирование осуществляется на вешку высотой 2,5 м.

Ответ: 8,45 м.

Задача 3.23.

Вычислить превышение, определяемое методом тригонометрического нивелирования, если измеренное расстояние $d = 60,25$ м, угол наклона визирной оси $\nu = 2^\circ 24'$, высота прибора — 1550 мм, визирование осуществляется на вешку высотой 2,0 м.

Ответ: 2,07 м.

Задача 3.24.

Определить, допустима ли невязка $f_h = -26$ мм в нивелирном ходе IV класса, если длина хода $L = 1,2$ км, число станций — 12.

Ответ: $f_h = -21,9$ мм; невязка недопустима.

Задача 3.25.

Определить, допустима ли невязка $f_h = -26$ мм в нивелирном ходе IV класса, если длина хода $L = 1,2$ км, число станций — 28.

Ответ: $f_h = -26,5$ мм; невязка допустима.

Задача 3.26.

Определить расстояние до нивелирной рейки, если отсчет по верхнему дальномерному штриху равен 7300, по нижнему штриху — 7220.

Ответ: 8,0 м.



Рис. 3.7. Схема к задаче 3.26

Задача 3.27.

Определить величину погрешности на кривизну Земли при нивелировании методом «вперед», если расстояние до нивелирной рейки составляет 150 м.

Ответ: 0,0018 м.

Задача 3.28.

Определить величину погрешности на кривизну Земли при нивелировании методом «вперед», если расстояние до нивелирной рейки составляет 250 м.

Ответ: 0,0049 м.

3.7. Тесты к главе 3

1. Промеры глубин являются одним из видов высотной съемки. Для этой цели применяют...

- а) нивелир;
- б) теодолит;
- в) экер;
- г) эхолот.

2. При нивелировании способом «вперед» высота прибора в точке *A* равна 1345 мм, передний отсчет по рейке в точке *B* равен $b = 0921$. Отметка точки *A* $H_a = 105,421$ м. Тогда отметка точки *B* равна...

- а) 104,076;
- б) 104,500;
- в) 105,845;
- г) 106,342.

3. Если выполняют техническое нивелирование, то расхождение между превышениями, вычисленными по черной и красной сторонам нивелирной рейки, не должны отличаться более чем на...

- а) ± 3 мм;
- б) ± 4 мм;
- в) ± 5 мм;
- г) ± 6 мм.

4. При тригонометрическом нивелировании не определяется...

- а) высота прибора;
- б) горизонт прибора;
- в) горизонтальное проложение;
- г) угол наклона.

5. Влияние кривизны Земли и рефракции на результаты нивелирования учитывается при расстоянии d , превышающем...

- а) 100 м;
- б) 200 м;

- в) 300 м;
- г) 400 м.

6. В нивелире с компенсатором есть устройство, называемое демпфером, которое предназначено для...

- а) максимального перемещения чувствительного элемента;
- б) приведение визирной оси в горизонтальное положение;
- в) приведение оси вращения прибора в отвесное положение;
- г) успокоения свободных колебаний чувствительного элемента.

7. При нивелировании высоты промежуточных точек удобно вычислять...

- а) по высоте задней точки и превышению;
- б) через горизонт прибора;
- в) по высоте передней точки и превышению;
- г) по превышениям, определяемым по черной и красной сторонам нивелирных реек.

8. Тригонометрическое нивелирование выполняют с помощью...

- а) ватерпаса;
- б) нивелира;
- в) теодолита;
- г) экера.

9. При геометрическом нивелировании превышение определяют при помощи...

- а) нивелира;
- б) теодолита;
- в) тахеометра;
- г) кипрегеля.

10. При геометрическом нивелировании связующими называются...

- а) начальная и конечная точка хода;
- б) точки перегиба рельефа местности;
- в) точки стояния прибора;
- г) точки, через которые последовательно передают отметки при нивелирном ходе.

11. Последовательное нивелирование выполняется...

- а) для установления случайных погрешностей;

- б) для установления грубых погрешностей;
 - в) для передачи отметок на значительные расстояния;
 - г) при нивелировании поперечников.
12. В инженерной практике наиболее часто применяется...
- а) геометрическое нивелирование;
 - б) тригонометрическое нивелирование;
 - в) физическое нивелирование;
 - г) стереофотограмметрическое нивелирование.
13. В нивелирах с компенсатором, компенсатор предназначен для...
- а) установления визирной оси в горизонтальное положение;
 - б) предварительного горизонтирования и центрирования;
 - в) увеличения фокуса зрительной трубы;
 - г) приведения цилиндрического уровня при зрительной трубе в горизонтальное положение.
14. Горизонт инструмента (ГИ) или горизонт прибора (ГП) — это...
- а) высота инструмента над точкой;
 - б) высота визирного луча над уровнем Балтийского моря или условной поверхностью;
 - в) точность, которой можно достичь при использовании данного инструмента;
 - г) максимальное значение превышения, которое можно измерить с одной станции.
15. Для нивелира с цилиндрическим уровнем при зрительной трубе выполнена проверка главного условия (ось цилиндрического уровня должна быть параллельна визирной оси). Непараллельность осей можно установить по формуле...

а) $x = \frac{a+b}{2} - \frac{i_1+i_2}{2}$;

б) $x = \frac{a+b}{2} + \frac{i_1+i_2}{2}$;

в) $x = \frac{a+b}{2} + \frac{i_1-i_2}{2}$;

г) $x = \frac{a-b}{2} - \frac{i_1-i_2}{2}$.

16. Нивелирование — вид геодезических измерений, в результате которых определяют...

- а) значение горизонтальных углов и расстояния между точками;
- б) превышение между точками и их высоты над принятой уровенной поверхностью;
- в) углов наклона над принятой уровенной поверхностью;
- г) соотношение горизонтальных углов и расстояния между точками.

17. Геометрическое нивелирование основано на...

- а) определении расстояния между двумя точками и угла наклона;
- б) непосредственном определении превышений между двумя точками с помощью горизонтального луча;
- в) измерении атмосферного давления на поверхности земли в зависимости от высоты точки над уровенной поверхностью;
- г) свойстве свободной поверхности жидкости в сообщающихся сосудах всегда находиться на одном уровне.

18. Тригонометрическое нивелирование основано на...

- а) определении расстояния между двумя точками и угла наклона;
- б) непосредственном определении превышений между двумя точками с помощью горизонтального луча;
- в) измерении атмосферного давления на поверхности земли в зависимости от высоты точки над уровенной поверхностью;
- г) свойстве свободной поверхности жидкости в сообщающихся сосудах всегда находиться на одном уровне.

19. Место установки нивелира называется...

- а) точкой;
- б) станцией;
- в) стоянкой;
- г) базой.

20. Рефракцией при нивелировании называют...

- а) преломление визирного луча в различных по плотности слоях воздуха;

- б) преломление визирного луча при нивелировании в солнечную погоду;
 - в) преломление визирного луча при нивелировании на неровной поверхности;
 - г) преломление визирного луча при неисправности прибора.
21. Нивелиры, линия визирования которых устанавливается автоматически, называются нивелирами...
- а) с цилиндрическим уровнем;
 - б) с компенсатором;
 - в) с круглым уровнем;
 - г) с автоматом.
22. Для точного приведения визирной оси в горизонтальное положение у нивелиров с цилиндрическим уровнем служат (служит)...
- а) подъемные винты;
 - б) закрепительные винты;
 - в) становой винт;
 - г) элевационный винт.
23. Отличие практически полученной суммы средних превышений от теоретического значения называют...
- а) разницей;
 - б) невязкой;
 - в) неточностью измерений;
 - г) ошибкой измерений.
24. Расстояние 100 м при полученной точности 1:300 было измерено...
- а) лазерным дальномером;
 - б) нитяным дальномером;
 - в) светодальномером;
 - г) мерной лентой.
25. При нивелировании способом «из середины» абсолютная отметка точки *A* равна 125,245 м, отсчет по нивелирной рейке, установленной над ней, равен 1345 мм. Отсчет по нивелирной рейке, установленной над точкой *B*, равен 2085 мм. Отметка точки *B* равна...
- а) 124,505 м;

- б) 51,245 м;
- в) 125,995 м;
- г) 123,505 м.

26. При нивелировании методом «вперед» высота инструмента равна 1450 мм, отсчет по передней рейке — 2080 мм. Расстояние определено по нитяному дальномеру, отсчет по верхнему штриху равен 7300, по нижнему штриху — 7020. Уклон линии равен...

- а) 0,23;
- б) 0,23 %;
- в) 2,3‰;
- г) 0,023.

27. При нивелировании методом «вперед» высота инструмента равна 1500 мм, отсчет по передней рейке — 2200 мм. Расстояние определено по нитяному дальномеру, отсчет по верхнему штриху равен 7300, по нижнему штриху — 5600. Уклон линии равен...

- а) 0,004;
- б) 4,1 %;
- в) 41‰;
- г) 4°.

28. При нивелировании участка местности превышение между двумя точками составило 1,2 м. Измеренное расстояние между этими точками равно 100 м. Уклон линии равен...

- а) 12 %;
- б) 0,012;
- в) 1,2‰;
- г) 1,2°.

29. Барометрическое нивелирование основано на...

- а) определении расстояния между двумя точками и угла наклона;
- б) непосредственном определении превышений между двумя точками с помощью горизонтального луча;
- в) измерении атмосферного давления на поверхности земли в зависимости от высоты точки над уровенной поверхностью;
- г) свойстве свободной поверхности жидкости в сообщающихся сосудах всегда находиться на одном уровне.

30. Гидростатическое нивелирование основано на...

- а) определении расстояния между двумя точками и угла наклона;
- б) непосредственном определении превышений между двумя точками с помощью горизонтального луча;
- в) измерении атмосферного давления на поверхности земли в зависимости от высоты точки над уровнем поверхности;
- г) свойстве свободной поверхности жидкости в сообщающихся сосудах всегда находиться на одном уровне.

Ответы на тесты

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
г	в	в	б	в	г	б	в	а	г	в	а	а	б	а
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
б	б	а	б	а	б	г	б	б	а	г	а	б	в	г

ГЛАВА 4. УГЛОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

4.1. Измерение горизонтальных углов

Измерение горизонтальных и вертикальных углов, длин линий, выполнение тригонометрического, а иногда и геометрического нивелирования выполняют с помощью теодолита. Теодолиты могут применяться на всех стадиях строительства, а также при выполнении инженерных изысканий.

Под горизонтальным углом в геодезии понимают двугранный угол, образованный вертикальными плоскостями, проходящими через стороны ab и bc . Если двугранный угол рассечь плоскостью, проходящей по направлению AB и BC , то полученная проекция на горизонтальную плоскость MN и будет являться горизонтальным углом β (рис. 4.1). Он может иметь значения от 0° до 360° .

Измерение горизонтального угла начинается с установки теодолита над точкой (вершиной угла) и приведения его в рабочее состояние. Для этого необходимо выполнить центрирование и горизонтирование прибора.

Процесс измерения горизонтального угла сводится к наведению зрительной трубы на точку, расположенную правее — A , а затем на точку, расположенную левее — C и снятию отсчетов.

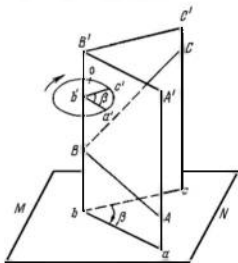


Рис. 4.1. Схема измерения горизонтального круга

Разница отсчетов a и c — это и есть горизонтальный угол β . Данный способ измерения горизонтального угла называется *способом приемов*.

Для исключения влияния коллимационной погрешности теодолита необходимо тот же угол измерить еще один раз, но при другом положении вертикального круга.

Контролем правильности измерений углов является расхождение значений, вычисленных в отдельных полуприемах. Расхождение не должно превышать двойной точности теодолита.

4.2. Измерение вертикальных углов

В вертикальной плоскости теодолитом можно измерять углы наклона или зенитные расстояния. Принято различать положительные и отрицательные углы наклона.

Так, например, при использовании теодолита 4Т-30П при КЛ (круге влево) положительный угол образуется разностью между направлением на точку, расположенную выше горизонтальной оси вращения зрительной трубы, и направлением, соответствующим горизонтальному положению визирной оси. Отрицательный угол образуется между горизонтальным положением визирной оси зрительной трубы и направлением на точку, расположенную ниже горизонтальной оси вращения трубы.

При измерении вертикальных углов при положении КП (круг вправо) значения углов меняются на противоположные.

Для вычисления значений углов наклона необходимо знать место нуля (МО) — отсчет по вертикальному кругу, который соответствует горизонтальному положению зрительной трубы и положению пузырька уровня при алидаде вертикального круга в нуль-пункте или горизонтальности отсчетного индекса у теодолитов с компенсатором при вертикальном круге.

Место нуля вычисляют по формуле:

$$МО = \frac{КЛ + КП}{2}.$$

Измерение вертикальных углов основано на конструктивной особенности теодолита, лимб вертикального круга которого жестко скреплен со зрительной трубой. Разность отсчетов между направлением и горизонтальным отсчетным индексом дает значение вертикального угла или угла от горизонта до измеряемого направления. Несмотря на то, что оцифровка делений на вертикальных кругах теодолитов различна, правила придания знаков вертикальным углам общие. Для теодолита 4Т-30П формула измерения вертикального угла при КЛ будет:

$$\nu = КЛ - МО.$$

При круге вправо (КП), соответственно,

$$\nu = МО - (-КП) \text{ или}$$

$$\nu = МО + КП.$$

4.3. Погрешности угловых измерений

Как и при любых измерениях, основным источником погрешностей угловых измерений являются:

- инструментальные погрешности;
- погрешности, обусловленные человеческим фактором;
- погрешности, обусловленные влиянием окружающей среды;
- погрешности, обусловленные методикой измерений.

Инструментальные погрешности можно подразделить на две группы. К первой группе относятся погрешности, *связанные со сборкой прибора*, которые не могут быть устранены в процессе его эксплуатации, но которые могут быть ослаблены применением соответствующих методик измерений. Это погрешности:

- нанесения штрихов на лимбе;
- отклонения от сферической формы внутренней поверхности ампулы цилиндрического уровня;
- качества изготовления оптики зрительной трубы, в том числе прямолинейности хода фокусирующей линзы;
- несовпадение центров лимба и алидады (эксцентриситет алидады);
- отклонение действительной точности отсчетных приспособлений от точности, заданной конструктивно;
- качество работы крепежных и наводящих винтов;
- наличие люфта подъемных винтов и осевых соединений.

Ко второй группе относят погрешности, *связанные с невыполнением геометрических условий взаимного расположения основных осей* теодолита. Этот вид погрешностей может быть ослаблен тщательной юстировкой расположения осей.

Критериями точности конечных результатов угловых измерений служат требования заказчика и нормативных документов по строительству зданий и сооружений.

Погрешности, обусловленные человеческим фактором, обычно проявляются при невыполнении условия визирования наблюдаемой точки, а также при ошибках, связанных с остротой зрения наблюдателя и ошибках, допускаемых при снятии отсчетов.

Имеется зависимость погрешности визирования от многих факторов, но выразить эту зависимость математически пока не

представляется возможным. Обычно погрешность визирования представляют в виде, зависящем только от одного фактора — увеличения зрительной трубы k :

$$\eta = 60'' / k.$$

Одним из наиболее распространенных видов погрешности является оценка на глаз доли деления шкалы алидады. Она зависит от остроты зрения наблюдателя, освещенности поля зрения шкалы микроскопа, толщины градусных штрихов лимба и других факторов. Так как у теодолитов технической точности шкала алидады имеет цену деления, равную пяти минутам, то при отсчитывании на глаз погрешность составит $\eta = 0,1t$, то есть будет равна $30''$.

Это одна из самых существенных погрешностей, обусловленная человеческим фактором. Она определяет класс точности прибора. На нее ориентируются при определении значимости других погрешностей. Так, считается, что любая другая погрешность не окажет существенного влияния на конечный результат измерений, если ее величина меньше либо равна $0,3\eta$.

Погрешности, обусловленные человеческим фактором, могут носить как случайный, так и систематический характер.

Ослабить влияние погрешностей данного вида можно увеличением числа приемов измерений и повышением уровня квалификации наблюдателя.

Погрешности, обусловленные влиянием окружающей среды, проявляются в изменяющихся внешних условиях: наружной температуре воздуха и атмосферном давлении, прозрачности воздуха и колебании воздушных масс.

Существенное влияние на точность измерений оказывает боковая составляющая рефракции. Она является следствием прохождения визирного луча через воздушные слои с различной плотностью, зависящей от распределения температуры. Поэтому рефракционное поле отождествляется с температурным полем и значением частного угла рефракции, определяемого как

$$\delta'' = 10,9 \frac{P}{T^2} \cdot S \frac{dt}{dy},$$

где P — давление воздуха,

T — абсолютная температура,

S — расстояние между прибором и визирной целью,

dt/dy — горизонтальный градиент температуры.

Для ослабления влияния рефракции измерения необходимо проводить в часы спокойной атмосферы, а стороны угла не располагать близко к стенам зданий или других сооружений, обладающих локальным температурным полем.

4.4. Теодолитный ход

Теодолитный ход — система связанных между собой ломаных линий (сети полигонометрии), в которых измеряют углы поворота и длины сторон для определения планового положения геодезических пунктов. Точки, где сходятся разные ходы, называются узловыми.

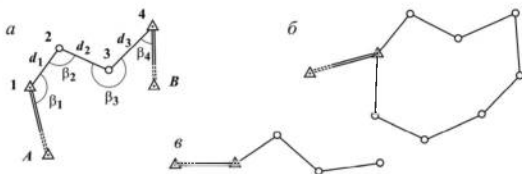


Рис. 4.2. Схемы теодолитных ходов:

а — разомкнутого; б — замкнутого; в — висячего

По форме теодолитный ход может быть разомкнутым — опирающимся на два исходных пункта и два исходных направления (рис. 4.2, а); замкнутым — опирающимся на один исходный пункт и одно направление (рис. 4.2, б); висячим — разомкнутым ходом, опирающимся на один исходный пункт и одно направление (рис. 4.3, в). Проект съемочной сети составляют на топографической карте или плане. Но часто положение ходов выбирают непосредственно на местности в процессе рекогносцировки. Места для точек хода выбирают так, чтобы обеспечить взаимную видимость между ними, благоприятные условия для съемки окружающей местности, удобство установки геодезических приборов и сохранность точек.

Точки ходов закрепляют деревянными кольями, костылями, металлическими трубами и т. п. Часть точек закрепляют знаками долговременной сохранности — столбами, бетонными монолитами.

Углы поворота теодолитного хода измеряют электронным тахеометром или теодолитом. При этом следят, чтобы на всех точках

хода измерялись только правые или только левые по ходу углы. Угол измеряют одним приемом.

Длины сторон измеряют электронным тахеометром или светодальномером, а при их отсутствии — землемерной лентой.

Результаты измерения углов и расстояний записывают в журналы установленной формы. При выполнении измерений тахеометром запись результатов измерений выполняется автоматически в память прибора, откуда в последующем они вводятся для обработки в компьютер.

Исходными данными в разомкнутом теодолитном ходе (рис. 4.2, а) являются координаты начального и конечного пунктов 1 и 4: $x_{нач}, y_{нач}, x_{кон}, y_{кон}$ и дирекционные углы начального $A-1$ и конечного $4-B$ направлений ($\alpha_{нач}, \alpha_{кон}$). При обработке результатов измерений вручную записи ведут в ведомость установленной формы. В соответствующие строки граф вписывают названия или номера точек, начальный и конечный дирекционные углы, координаты начального и конечного пунктов, измеренные углы и горизонтальные проложения сторон хода.

Уравнивание углов. Подсчитывают сумму измеренных углов. Теоретическая сумма углов при этом должна быть равна:

- для правых углов

$$\sum \beta_{теор} = \alpha_{нач} - \alpha_{кон} + n \cdot 180^\circ;$$

- для левых углов

$$\sum \beta_{теор} = \alpha_{кон} - \alpha_{нач} + n \cdot 180^\circ,$$

где n — число измеренных углов.

Разница между фактически измеренной суммой углов и теоретической суммой представляет угловую невязку хода:

$$f_\beta = \sum \beta - \sum \beta_{теор}.$$

Вычисленную угловую невязку сравнивают с допустимой невязкой

$$[f_\beta] = 30'' \sqrt{n}.$$

Если угловая невязка меньше допустимой, что указывает на качество угловых измерений и правильность вычислений, то невязку f_β распределяют поровну во все измеренные углы со знаком, противоположным знаку невязки. Полученные при этом поправки

$$\delta_{\beta} = -\frac{f_{\beta}}{n}$$

вписывают над измеренными углами. Так как невязка редко делится на число углов без остатка, поправки округляют, вводя большие поправки в углы с более короткими сторонами.

4.5. Задачи к главе 4

Задача 4.1.

Вычислить коллимационную погрешность теодолита 4Т-30П и сделать заключение о техническом состоянии прибора, если при выполнении поверки получены следующие отсчеты по лимбу горизонтального круга: $КЛ = 1^{\circ}00'$, $КП = 181^{\circ}17'$.

Ответ: $c = -0^{\circ}8'30''$; прибор требует юстировки или ремонта.

Задача 4.2.

Вычислить коллимационную погрешность теодолита 4Т-30П и сделать заключение о техническом состоянии прибора, если при выполнении поверки получены следующие отсчеты по лимбу горизонтального круга: $КЛ = 131^{\circ}07'$, $КП = 311^{\circ}10'$.

*Ответ: $c = 1'30''$;
прибор требует юстировки или ремонта.*

Задача 4.3.

Вычислить место нуля (МО) для теодолита 4Т-30П, если при визировании на точку сняты отсчеты при $КЛ = 3^{\circ}18'$, $КП = -3^{\circ}19'$.

Ответ: $МО = -0'30''$.

Задача 4.4.

Вычислить место нуля (МО) для теодолита 4Т-30П, если при визировании на точку сняты отсчеты при $КЛ = -4^{\circ}12'$, $КП = 4^{\circ}14'$.

Ответ: $МО = 1'$.

Задача 4.5.

Вычислять угловую невязку замкнутого теодолитного хода и определить ее допустимость, если измеренные углы равны: $\beta_1 = 89^{\circ}52'$; $\beta_2 = 94^{\circ}33'$; $\beta_3 = 104^{\circ}13'$; $\beta_4 = 71^{\circ}18'$.

Ответ: $f_{\beta} = 0^{\circ}2'$ фактическая невязка больше допустимой, измерения углов следует повторить.

Задача 4.6.

Вычислить угловую невязку замкнутого теодолитного хода и определить её допустимость, если измеренные углы равны: $\beta_1 = 89^{\circ}56'$; $\beta_2 = 94^{\circ}34'$; $\beta_3 = 104^{\circ}14'$; $\beta_4 = 71^{\circ}20'$.

Ответ: $f_{\beta} = 0^{\circ}4'$ фактическая невязка больше допустимой, измерения углов следует повторить.

Задача 4.7.

В замкнутом теодолитном ходе число станций (углов) n , а сумма измеренных углов — $\Sigma\beta_{изм.}$. Сделать заключение о качестве угловых измерений по одному из вариантов.

Варианты измеренных углов						
№	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6
1	153°35'	85°36'	124°45'	124°45'	51°42'	—
2	109°13'	76°18'	79°54'	94°33'	—	—
3	93°12'	126°48'	124°32'	150°28'	114°58'	110°03'
4	121°48'	119°58'	124°34'	110°15'	145°08'	98°12'
5	89°52'	97°12'	152°04'	124°32'	76°18'	—
6	120°15'	136°48'	99°54'	78°52'	104°13'	—
7	92°16'	24°14'	152°40'	130°46'	—	—
8	103°22'	22°31'	83°50'	161°15'	—	—
9	61°42'	132°36'	110°02'	121°17'	114°21'	—
10	139°28'	128°14'	108°31'	119°27'	93°24'	130°54'

Задача 4.8.

Определить расстояние через труднодоступное место по одному из вариантов, если выполнены измерения базиса L , и углы при базисе — α и β .

Вариант	L , м	α , град.	β , град.	Вариант	L , м	α , град.	β , град.
1	30	86°25'	44°16'	6	50	69°31'	91°32'
2	20	66°31'	57°19'	7	30	94°15'	66°31'
3	40	72°46'	69°31'	8	70	57°19'	72°46'
4	60	77°04'	59°12'	9	80	86°25'	75°06'
5	100	91°32'	75°06'	10	20	44°16'	77°04'

Задача 4.9.

Определить среднее значение угла, измеренного способом приемов, если отсчеты при *КЛ* составляют $300^{\circ}15'$ и $182^{\circ}35'$ при *КП*, равном $121^{\circ}20'$ и $3^{\circ}39'$ (при визировании справа налево).

Ответ: $117^{\circ}40'30''$.

Задача 4.10.

Определить среднее значение угла, измеренного способом приемов, если отсчеты при *КЛ* составляют $162^{\circ}35'$ и $2^{\circ}45'$ при *КП*, равном $344^{\circ}05'$ и $184^{\circ}15'$ (при визировании справа налево).

Ответ: $159^{\circ}50'$.

Задача 4.11.

Определить угол наклона γ линии к горизонту, если $МО = -0^{\circ}1'30''$, а отсчет при *КЛ* составляет $2^{\circ}45'$.

Ответ: $2^{\circ}46'30''$.

Задача 4.12.

Определить величину угловой невязки и ее знак в полигоне из пяти вершин, если сумма измеренных углов равна $540^{\circ}03'30''$.

Ответ: $+3'30''$.

Задача 4.13.

Определить величину угловой невязки и ее знак в полигоне из шести вершин, если сумма измеренных углов равна $719^{\circ}59'30''$.

Ответ: $-1'30''$.

Задача 4.14.

Определить величину угловой невязки и ее знак в полигоне из восьми вершин, если сумма измеренных углов равна $1080^{\circ}02'30''$.

Ответ: $+2'30''$.

Задача 4.15.

Определить погрешность измерений горизонтальных углов, выполненных методом приемов с помощью теодолита *4Т-30П*.

Отсчет			Варианты				
			1	2	3	4	5
2	КЛ	1	62°53'	87°02'	94°56'	51°20'	32°16'
	КП		42°41'	35°49'	62°19'	134°58'	17°14'
	КЛ	3	38°10'	58°17'	36°15'	13°10'	19°06'
	КП		17°57'	07°04'	03°40'	96°50'	04°05'

4.6. Тесты к главе 4

- В настоящее время в теодолитах применяются зрительные трубы...
 - с внешней фокусировкой;
 - с внутренней фокусировкой;
 - с самоустанавливающейся визирной осью;
 - перископические.
- В теодолите положение фокусирующей линзы меняется...
 - автоматически;
 - при вращении кремальеры;
 - при вращении наводящего винта алидады;
 - при вращении наводящего винта зрительной трубы.
- Угол наклона, измеряемый теодолитом *4Т-30П*, вычисляется как...
 - $\nu = MO - KL$;
 - $\nu = KP - MO$;
 - $\nu = KL + MO$;
 - $\nu = KL - MO$.
- При тригонометрическом нивелировании не определяется...
 - высота прибора;
 - горизонт прибора;
 - горизонтальное проложение;
 - угол наклона.
- Основной осью теодолита является...
 - визирная ось;
 - ось вращения зрительной трубы;
 - ось вращения теодолита;
 - ось цилиндрического уровня.

6. Кремальера — это...

- а) специальное устройство зрительной трубы, служащее для перемещения фокусирующей линзы;
- б) устройство для наведения на цель;
- в) устройство для оптического центрирования;
- г) устройство для определения расстояния по дальномеру.

7. Коллимационная погрешность возникает при невыполнении одного из условий:

- а) визирная ось зрительной трубы не перпендикулярна оси ее вращения;
- б) горизонтальная нить сетки не перпендикулярна оси вращения теодолита;
- в) ось вращения зрительной трубы не перпендикулярна оси вращения теодолита;
- г) ось цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга не перпендикулярна оси вращения теодолита.

8. Тригонометрическое нивелирование выполняют с помощью...

- а) ватерпаса;
- б) теодолита;
- в) нивелира;
- г) экера.

9. Геометрическое нивелирование с помощью теодолита можно выполнить, если...

- а) определен угол наклона;
- б) определено и установлено МО (место нуля);
- в) определен вертикальный угол при визировании на точку;
- г) определен горизонтальный угол при визировании на точку.

10. Горизонтальный угол — это...

- а) проекция двугранного угла, образованного вертикальными плоскостями, проходящими через заданные направления, на горизонтальную плоскость;
- б) угол между заданными направлениями;
- в) проекция двугранного угла, образованного вертикальными плоскостями, проходящими через заданные направления, на вертикальную плоскость;
- г) дирекционный угол.

11. Угол наклона — это...
- а) угол между отвесной линией и направлением на предмет;
 - б) дирекционный угол;
 - в) угол между направлением на заданную точку и проекцией данного направления на горизонтальную плоскость;
 - г) зенитное расстояние.
12. Место нуля (МО) — это...
- а) отсчет по вертикальному кругу, соответствующий горизонтальному положению зрительной трубы;
 - б) отсчет по вертикальному кругу при $KЛ$;
 - в) отсчет по вертикальному кругу при $KП$;
 - г) отсчет по горизонтальному кругу при $KЛ$.
13. При измерении угла наклона теодолитом $4T-30П$ отсчеты по вертикальному кругу составили $KЛ = 3^{\circ}15'$ и $KП = -3^{\circ}16'$; МО равно...
- а) $1'$;
 - б) $-1'$;
 - в) $30''$;
 - г) $-30''$.
14. Ориентир — буссоль теодолита $4T-30П$ — служит для...
- а) точной наводки на цель;
 - б) измерения магнитного азимута;
 - в) центрирования над точкой;
 - г) горизонтирования теодолита.
15. Теодолит $4T-30П$ горизонтируют по...
- а) уровню при алидаде горизонтального круга вращением подъемных винтов;
 - б) уровню при зрительной трубе вращением подъемных винтов;
 - в) уровню при алидаде горизонтального круга и уровню при зрительной трубе вращением подъемных винтов;
 - г) уровню с помощью ножек штатива.
16. Цена деления лимба горизонтального и вертикального кругов теодолита $4T-30П$ равна...
- а) 1° ;

- б) $30'$;
- в) $10'$;
- г) $5'$.

17. Экцентриситет алидады вызван...

- а) дефектом закрепительного винта алидады;
- б) дефектом наводящего винта алидады;
- в) несовпадением центров лимба и алидады;
- г) дефектом изготовления алидады.

18. Визирная ось зрительной трубы — это...

- а) прямая, соединяющая оптический центр объектива и окуляра;
- б) прямая, соединяющая оптический центр объектива с центром сетки нитей;
- в) прямая, соединяющая оптический центр фокусирующей линзы с центром сетки нитей;
- г) прямая, соединяющая оптический центр окуляра с центром сетки нитей.

19. Каково положение теодолита *4Т-30П* относительно снимаемой точки, если отсчет по вертикальному кругу $KЛ = 5^\circ 25'$ и $МО = 0^\circ 00'$?

- а) на уровне станции;
- б) ниже уровня станции;
- в) выше уровня станции;
- г) определить положение невозможно.

20. Каково положение теодолита *4Т-30П* относительно снимаемой точки, если отсчет по вертикальному кругу $KП = -5^\circ 25'$ и $МО = 0^\circ 00'$?

- а) на уровне станции;
- б) выше уровня станции;
- в) ниже уровня станции;
- г) определить положение невозможно.

21. Определите угол наклона, измеренный теодолитом *4Т-30П*, если отсчеты по вертикальному кругу равны $KЛ = 5^\circ 25'$ и $KП = -5^\circ 24'$.

- а) $5^\circ 25'$;
- б) $-5^\circ 24'$;
- в) $5^\circ 24' 30''$;
- г) $-5^\circ 24' 30''$.

22. Определите угол наклона, измеренный теодолитом *4Т-30П*, если отсчет по $KЛ = 5^{\circ}26'$, а место нуля $МО = 1'$.

- а) $5^{\circ}25'$;
- б) $5^{\circ}27'$;
- в) $-5^{\circ}25'$;
- г) $-5^{\circ}27'$.

23. Отсчет по вертикальному кругу теодолита *4Т-30П* равен $KП = -5^{\circ}26'$, $МО = -1'$, чему будет равен угол наклона?

- а) $5^{\circ}25'$;
- б) $5^{\circ}27'$;
- в) $-5^{\circ}25'$;
- г) $-5^{\circ}27'$.

24. Отсчет по горизонтальному кругу равен $KЛ = 28^{\circ}15'$ и $KП = 246^{\circ}39'$. Значение горизонтального угла при измерении одним полуприемом равно...

- а) $218^{\circ}24'$;
- б) $141^{\circ}36'$;
- в) $272^{\circ}54'$;
- г) $38^{\circ}24'$.

25. Ось вращения зрительной трубы теодолита *4Т-30П* должна быть перпендикулярна...

- а) оси вращения теодолита;
- б) оси цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга;
- в) визирной оси;
- г) оси цилиндрического уровня зрительной трубы.

26. Коллимационную погрешность теодолита *4Т-30П* устраняют...

- а) перемещением линз объектива;
- б) юстировкой коллиматора визира;
- в) перемещением сетки нитей горизонтальными юстировочными винтами;
- г) перемещением сетки нитей вертикальными юстировочными винтами.

27. Коллиматорный визир теодолита *4Т-30П* предназначен для...
- а) грубой наводки зрительной трубы на цель;
 - б) точной наводки зрительной трубы на цель;
 - в) подсветки поля зрения;
 - г) устранения коллимационной погрешности теодолита.
28. Ось цилиндрического уровня — это...
- а) отвесная линия;
 - б) касательная к внутренней поверхности ампулы цилиндрического уровня в нуль-пункте;
 - в) линия, перпендикулярная визирной оси зрительной трубы;
 - г) линия параллельная оси вращения алидады горизонтального круга.
29. Величина коллимационной погрешности при отсчетах по горизонтальному кругу теодолита *4Т-30П* при $KI = 0^\circ 31'$ и $KII = 180^\circ 37'$ равна...
- а) $3'$;
 - б) $6'$;
 - в) $-3'$;
 - г) $-6'$.
30. Для того чтобы определить место нуля (МО) вертикального круга теодолита *4Т-30П*, необходимо...
- а) снять отсчеты по вертикальному кругу при двух крайних положениях пузырька уровня;
 - б) визировать на одну и ту же точку при двух положениях вертикального круга, чтобы при этом пузырек уровня находился в нуль-пункте;
 - в) с помощью наводящего винта зрительной трубы установить отсчет, равный нулю;
 - г) определить цену деления лимба вертикального круга.

Ответы на тесты

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
б	б	г	в	б	а	а	б	б	а	в	а	г	б	а
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
г	в	а	в	б	в	а	г	б	а	в	а	б	в	б

ГЛАВА 5. ЛИНЕЙНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

5.1. Непосредственные линейные измерения

Измерение расстояний производят двумя способами: непосредственно или косвенно. При *непосредственном измерении* мерный прибор или инструмент располагается в створе измеряемого отрезка. При *косвенном способе* измеряют вспомогательные параметры (углы, базисы), а необходимые расстояния вычисляют с помощью формул планиметрии.

Приборы и инструменты для линейных измерений подразделяются на:

- механические (рулетки, землемерные ленты, проволоки);
- оптические дальномеры (нитяной дальномер);
- электромагнитные дальномеры (светодальномеры, радиодальномеры, лазерные дальномеры).

Перед измерением отрезка линии *мерной лентой* (рулеткой) на его концах устанавливают вехи; если длина линии превышает 100 м или видимость ограничена, то в створе устанавливают дополнительные вехи (т. н. провешивание линии). Провешивание линии обычно ведут «на себя», установку вех производят в обратном порядке, то есть «от себя». Метод является менее точным, так как ранее выставленные вехи закрывают видимость. В створе линии не должно быть неровностей грунта, растительности и других препятствий.

Измерение выполняют два человека в прямом и обратном направлении; относительная величина расхождения между измерениями не должно превышать при нормальных условиях 1:2000, а при неблагоприятных условиях — 1:1000.

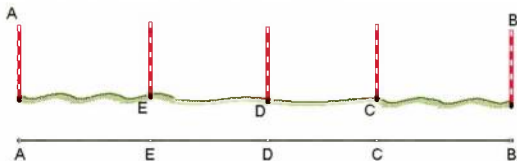


Рис. 5.1. Схема провешивания линии способом «на себя»

Для высокоточных измерений служат рулетки, изготовленные из специального сплава — инвара. Для измерений пониженной точности применяют тесемочные и фиброглассовые рулетки. Поправку за наклон вводят для определения горизонтального проложения (проекции) d , при измерении наклонного расстояния D

$$d = D \cos \beta,$$

где β — угол наклона. Поправка за наклон имеет знак минус.

При измерениях землемерной лентой (ЛЗ) поправку учитывают, когда углы наклона превышают 1° . Углы наклона, необходимые для приведения длин линий к горизонту, измеряют теодолитом. Поправку за наклон линии можно вычислить, используя нивелир

$$\Delta = -\left(\frac{h^2}{2d}\right) - \left(\frac{h^4}{2d^3}\right),$$

где h — превышение между начальной и конечными точками измеряемой линии, определяемое с помощью нивелира.

Относительные погрешности при такой методике измерений расстояний составляют 1:5 000 — 1:10 000.

Измерение расстояний *оптическими дальномерами* (нитяными дальномерами) основано на свойстве постоянства параллактического угла и переменного базиса. Нитяной дальномер имеется во всех современных геодезических приборах. Он представляет собой сетку из трех горизонтальных нитей. В качестве базиса используется нивелирная рейка с сантиметровыми делениями. На практике могут встретиться два случая измерения расстояния нитяным дальномером: визирная ось трубы перпендикулярна или не перпендикулярна вертикальной оси рейки.

а) Визирная ось трубы *перпендикулярна* вертикальной оси рейки. Расстояние определяют по формуле

$$D = Kn + C,$$

где $K = 100$ — коэффициент дальномера,

C — постоянная дальномера, в современных зрительных трубах это величина весьма малая (7–8 см), ею обычно пренебрегают. Разность отсчетов по рейке n в сантиметрах дает расстояние от прибора до рейки в метрах.

Рис. 5.2. Поле зрения окуляра зрительной трубы



б) Визирная ось трубы не перпендикулярна вертикальной оси рейки.

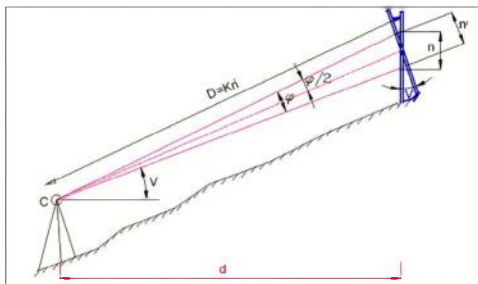


Рис. 5.3. Схема измерения оптическим дальномером с осью трубы, не перпендикулярной оси рейки:

V — угол наклона визирной оси к горизонту;
 n — разность отсчетов по нивелирной рейке

Расстояние определяют как

$$d = D \cos^2 V.$$

Измерение длины светодальномером основано на методе определения времени прохождения излучением расстояния от объекта и обратно. Светодальномеры подразделяются на импульсные и фазовые. В настоящее время светодальномеры практически не применяются.

Измерение длины радиодальномером основано на измерении скорости и времени прохождения радиоволн вдоль измеряемой линии до объекта и обратно после их отражения. Радиодальномеры по виду излучаемых радиосигналов выпускаются с импульсным и непрерывным излучением, с пассивным и активным отражением.

Основными преимуществами радиодальномеров является возможность измерять достаточно большие расстояния и их относительная независимость от метеорологических условий. Недостатками являются достаточно большие погрешности измерений (несколько сантиметров) и необходимость работы одновременно двух станций.

Измерение длины лазерным дальномером. Сегодня лазерным дальномером уже никого не удивишь. Точность измерений обычно колеблется в диапазоне $\pm 1\text{--}2$ мм, а скорость измерения во многом зависит от модели. Кроме того, с помощью лазерного дальномера можно определять площади и объемы, углы наклона, производить вычисления по теореме Пифагора и многое другое. В зависимости от класса и характеристик изделия можно измерять различные длины — от 20 до 5000 метров.

5.2. Косвенные линейные измерения

При измерении расстояний землемерной лентой или рулеткой могут встретиться случаи, когда местные препятствия (река, овраг, здание, дорога и т. п.) делает непосредственное измерение практически невозможным, а другие приборы (светодальномеры, радиодальномеры, лазерные дальномеры или электронные тахеометры) отсутствуют. Тогда на выручку могут прийти косвенные методы определения расстояний. В практике определения недоступных расстояний могут быть три случая:

а) *При взаимной видимости всех точек*, например, при измерении расстояния через озеро, овраг и т. п., разбивают базис b и измеряют горизонтальные углы β_1 и β_2 . Тогда расстояние AB можно определить по теореме синусов:

$$AB = \frac{b \cdot \sin \beta_2}{\sin(\beta_1 + \beta_2)}.$$

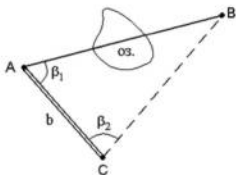


Рис. 5.4. Косвенное измерение расстояния через озеро

б) *При взаимной невидимости точек* выбирают точку C , из которой видны точки A и B , измеряют расстояния S_1 , S_2 и угол между ними. Тогда искомое расстояние AB находят по теореме косинусов:

$$AB^2 = S_1^2 + S_2^2 - 2S_1 \cdot S_2 \cos \beta.$$

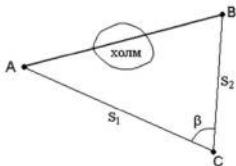


Рис. 5.5. Косвенное измерение расстояния через холм

в) Если обе точки измеряемого расстояния недоступны, то сначала разбивают базис b , а затем из точек C и D измеряют углы $\beta, \delta, \gamma, \tau$.

Затем по теореме синусов вычисляют расстояния S_1, S_2, S_3, S_4 .

$$S_1 = \frac{b \cdot \sin \delta}{\sin(\gamma + \delta)}; \quad S_2 = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin(\gamma + \delta)};$$

$$S_3 = \frac{b \cdot \sin \tau}{\sin(\beta + \tau)}; \quad S_4 = \frac{b \cdot \sin \beta}{\sin(\beta + \tau)}.$$

Тогда искомое расстояние AB можно вычислить как

$$AB^2 = S_1^2 + S_3^2 - 2S_1S_3 \cos(\gamma - \beta) = S_2^2 + S_4^2 - 2S_2S_4 \cos(\tau - \delta)$$

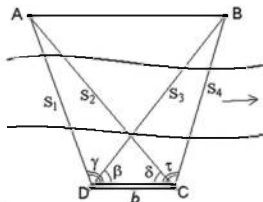


Рис. 5.6. Косвенное измерение расстояния через реку

Параллактический метод измерения расстояний. Параллаксом называется угол, под которым от предмета виден базис наблюдателя. Этот способ основан на решении треугольника ABC , в котором для определения расстояния S измеряют линию L , перпендикулярную измеряемой линии S и называемой базисом, а затем измеряют параллактический угол β .

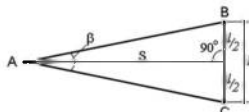


Рис. 5.7. Параллактический метод измерения расстояния

Расстояние S вычисляют по формуле:

$$S = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}.$$

Измеряя расстояние этим способом, сразу получают горизонтальное проложение, поэтому введение поправок за наклон линии не требуется.

5.3. Требования к точности и погрешности линейных измерений

Точность линейных измерений зависит от выбранного способа и может колебаться в диапазоне от 1–2 мм до нескольких сантиметров, в относительных единицах — от 1:200 до 1:1 000 000. Единица измерений, независимо от применяемых приборов и инструментов — метр.

Методы и требования к точности линейных измерений на объектах строительства следует принимать по ГОСТ и по своду правил СП 126.13330.2012 «Геодезические работы в строительстве. Актуализированная редакция СНиП 3.01.03-84».

Производство геодезических работ в процессе строительства, геодезический контроль точности геометрических параметров зданий (сооружений) и исполнительные съемки входят в обязанности подрядчика. При строительстве крупных и сложных объектов, а также зданий выше девяти этажей следует разрабатывать проекты производства геодезических работ в порядке, установленном для разработки проектов производства работ. Геодезические работы следует выполнять средствами измерений необходимой точности. Относительная погрешность линейных измерений в зависимости от типа и характера сооружений не должна превышать:

- для земляных сооружений — 1:5000;
- для зданий высотой до 5 этажей — 1:5000;
- для зданий от 5 до 15 этажей — 1:10 000;
- для конструкций из дерева — 1:10 000;
- для зданий свыше 15 этажей — 1:15 000;
- для металлических и сборных железобетонных конструкций — 1:15 000.

Процесс любых линейных измерений сопровождается погрешностями, которые условно можно разделить на следующие типы.

а) Погрешности при измерении линии *землемерными лентами, рулетками, проволоками*. Несмотря на кажущуюся простоту измерения длин линий, на точность результатов оказывают многие факторы, среди них:

- погрешность компарирования мерного прибора;
- погрешность, вызванная неровностями местности, наличием растительности, что вызывает провисание и изгибы мерного прибора и увеличивает результат измерения;
- погрешности, вызванные приведением длины линии, измеренной на наклонной поверхности, к горизонтальному проложению;
- погрешности, вызванные фиксированием концов мерного прибора;
- погрешности укладывания в створ мерного прибора и различным натяжением мерного прибора;
- погрешности в отсчитывании по шкале мерного прибора остатка измеряемой линии;
- погрешности, вызванные состоянием поверхности измеряемой линии (пашня, заболоченность и т. д.).

б) Погрешности при измерении линии *оптическими (нитяными) дальномерами* преимущественно связаны с инструментальными погрешностями и погрешностями, связанными с центрированием прибора и снятием отсчетов по рейке.

Наибольшее влияние на результат измерения оказывает погрешность снятия отсчета. Экспериментально установлено, что средняя квадратическая погрешность отсчета составляет 2,5 мм, а при том, что коэффициент дальномера $K = 100$, погрешность составит 250 мм. Поэтому оптический (нитяной) дальномер допускается использовать только на стадии подготовительных работ.

в) Погрешности при измерении линии *светодальномерами* обычно обусловлены:

- инструментальными погрешностями;
- внешними условиями;
- технологией измерений;
- человеческим фактором.

К внешним условиям формирования погрешностей относятся влияние температуры наружной среды, атмосферного давления, влажности и прозрачности воздуха.

Погрешности, обусловленные выбранной технологией измерений и человеческим фактором, обычно проявляются в недостаточной точности центрирования прибора и отражателя, наведения

прибора на отражатель, снятия отсчетов по шкалам измерительных приборов параметров атмосферы. Оптические центриры должны своевременно проходить проверку и, при необходимости, юстировку.

5.4. Задачи к главе 5

Задача 5.1.

Линия теодолитного хода измерена дважды, в прямом и обратном направлениях. Результаты измерений: $L_n = 150,65$ м и $L_o = 150,50$ м. Определить относительную погрешность измерений и оценить возможность их дальнейшего использования.

Ответ: $1:083 > 1:2000$,
измерения следует повторить.

Задача 5.2.

Линия теодолитного хода измерена дважды, в прямом и обратном направлениях. Результаты измерений: $L_n = 210,60$ м и $L_o = 210,52$ м. Определить относительную погрешность измерений и оценить возможность их дальнейшего использования.

Ответ: $1:2632 \leq 1:2000$,
измерения выполнены в допуске.

Задача 5.3.

В замкнутом теодолитном ходе протяженностью $P = 750$ м получены невязки в приращении координат $f_x = 0,22$ м и $f_y = -0,10$ м.

Формулы для решения задач данного типа:

$$f = \sqrt{f_{\Delta x}^2 + f_{\Delta y}^2}; f_{от} = \frac{1}{P/f} \leq \frac{1}{2000}.$$

Определить, допустимы ли такие невязки, решив одну или несколько задач по представленным вариантам.

№ хода	Периметр, $P, \text{ м}$	Невязки, м		№ хода	Периметр, $P, \text{ м}$	Невязки, м	
		$f_{\Delta x}$	$f_{\Delta y}$			$f_{\Delta x}$	$f_{\Delta y}$
1	860	+0,22	-0,10	6	870	+0,12	-0,15
2	567	-0,14	-0,05	7	790	-0,18	-0,15
3	458	+0,20	-0,10	8	658	+0,12	+0,10
4	1270	+0,30	-0,20	9	980	+0,20	+0,12
5	940	+0,20	+0,25	10	580	+0,25	-0,20

Задача 5.4.

Длина линии теодолитного хода измерена мерной лентой по наклонной поверхности. Определить горизонтальное проложение и длину линии на плане заданного масштаба, решив задачу по одному из вариантов.

Измеренные параметры	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D, \text{ м}$	150,00	134,25	134,45	68,87	56,45	234,15	216,35	163,56	98,86	114,25
ν°	5	4	-2	-5	-6	-4	3	4	2	5
Масштаб	1:2000	1:500	1:1000	1:500	1:5000	1:1000	1:500	1:2000	1:1000	1:200

Задача 5.5.

Длина линии измерена мерной лентой по наклонной поверхности. Превышения точек измерены с помощью оптического нивелира, а угол наклона — теодолитом. Определить горизонтальное проложение и уклон линии, решив задачу по одному из вариантов.

Измеренные параметры	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D, \text{ м}$	150,00	134,25	134,45	68,87	56,45	234,15	216,35	163,56	98,86	114,25
ν°	5	4	-2	-5	-6	-4	3	4	2	5
$h, \text{ мм}$	526	465	238	98	45	246	358	242	128	254

Задача 5.6.

Определить длину линии, измеренной нитяным дальномером, если коэффициент дальномера $K = 100$, решив задачу по одному из вариантов.

Точка отсчета	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Верхний штрих рейки	2642	1245	1854	2167	2764	1346	1543	2034	2346	1008
Нижний штрих рейки	2010	1030	1246	1342	1478	0925	0845	1234	1568	0658

Задача 5.7.

Определить горизонтальное проложение линии, если ее длина по наклонной составляет 200 м, а отметки начальной и конечной точек соответственно равны 177,000 м и 180,000 м.

Ответ: 199,978 м.

Задача 5.8.

Определить горизонтальное проложение линии, если ее длина по наклонной составляет 133,07 м, а отметки начальной и конечной точек соответственно равны 174,700 м и 192,450 м.

Ответ: 131,89 м.

Задача 5.9.

Определить горизонтальное проложение линии, если ее длина по наклонной составляет 111,11 м, а отметки начальной и конечной точек соответственно равны 177,002 м и 162,009 м.

Ответ: 110,10 м.

Задача 5.10.

Определить горизонтальное проложение линии, если ее измеренное по наклонной значение составляет 512,85 м, угол наклона $\nu = +4^\circ 30'$, длина мерной ленты $l = 19,986$ м, температура, при которой производится измерение, $t_{\text{изм}} = +48^\circ\text{C}$, температура компарирования $t_k = +20^\circ\text{C}$. Вычисления подобных задач производится по формуле:

$$S = D - \Delta D + \Delta l_k + \Delta l_t,$$

где D — измеренное значение линии;

$$\Delta D = 2D \sin^2 \frac{\nu}{2} \text{ — поправка на наклон;}$$

$\Delta l_t = D \cdot l_R (t_{изм} - t_K)$ — поправка за температуру наружного воздуха;

$l_R = 0,000012$ на 1°C — температурный коэффициент расширения стали;

$\Delta l_K = -0,014 \frac{D}{20}$ — поправка на компарирование.

Ответ: 511,09 м.

Задача 5.11.

Определить горизонтальное проложение линии, если ее измеренное по наклонной значение составляет $D = 100$ м, угол наклона $\nu = +5^\circ$, длина мерной ленты $l = 19,980$ м, температура, при которой производится измерение, $t_{изм} = +30^\circ\text{C}$, температура компарирования $t_K = +20^\circ\text{C}$.

Ответ: 99,53 м.

Задача 5.12.

Определить горизонтальное проложение линии, измеренной на местности, если ее измеренные участки по наклонной составляют $D_1 = 40$ м, $D_2 = 30$ м, $D_3 = 30$ м и $D_4 = 50$ м. Углы наклона соответственно равны: $\nu_1 = +5^\circ$, $\nu_2 = -7^\circ$, $\nu_3 = +9^\circ$ и $\nu_4 = 0^\circ$.

Ответ: 149,26 м.

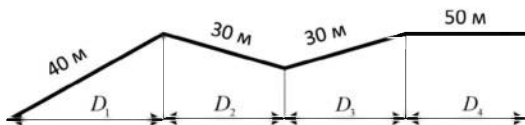


Рис. 5.8. Схема к задачам 5.12–5.13

Задача 5.13.

Определить горизонтальное проложение линии, измеренной на местности, если ее измеренные участки по наклонной составляют $D_1 = 80$ м, $D_2 = 40$ м, $D_3 = 50$ м и $D_4 = 40$ м. Углы наклона соответственно равны: $\nu_1 = +6^\circ$, $\nu_2 = -5^\circ$, $\nu_3 = +6^\circ$ и $\nu_4 = +2^\circ$.

Ответ: 208,80 м.

Задача 5.14.

Определить косвенным способом расстояние через препятствие при взаимной видимости всех точек (рис. 5.4), если величина базиса $b = 120,0$ м; а горизонтальные углы у основания базиса соответственно равны 30° .

Ответ: 69,28 м.

Задача 5.15.

Определить косвенным способом расстояние через препятствие при взаимной видимости всех точек (рис. 5.4), если величина базиса $b = 140,0$ м; а горизонтальные углы у основания базиса соответственно равны 45° .

Ответ: 99,0 м.

Задача 5.16.

Определить косвенным способом расстояние через препятствие при взаимной невидимости всех точек (рис. 5.5), если расстояния $S_1 = 120$ м, $S_2 = 140$ м, а угол между ними равен 60° .

Ответ: 131,15 м.

Задача 5.17.

То же если расстояния $S_1 = 180$ м, $S_2 = 160$ м, а угол между ними равен 45° .

Ответ: 131,14 м.

5.5. Тесты к главе 5

1. Поправки за наклон линии при приведении измеренных расстояний к горизонту могут иметь следующие знаки:

- а) только +;
- б) только -;
- в) и +, и -;
- г) принимается абсолютное значение поправки.

2. Если по нитяному дальномеру с использованием нивелирной реки получены отсчеты 1580 и 1245, то расстояние до рейки равно...

- а) 3,35 м;
- б) 33,5 м;
- в) 335 м;
- г) 15,8 м.

3. Точность измерений линий на поверхности земли землемерными лентами в обычных условиях характеризуется относительной погрешностью...

- а) 1:1000;
- б) 1:2000;
- в) 1:5000;
- г) 1: 10 000.

4. Точность измерений линий на поверхности земли землемерными лентами в благоприятных условиях характеризуется относительной погрешностью...

- а) 1:1000;
- б) 1:2000;
- в) 1:5000;
- г) 1: 10 000.

5. Если по нитяному дальномеру с использованием нивелирной рейки получены отсчеты 2580 и 2245, то расстояние до рейки равно...

- а) 3,35 м;
- б) 33,5 м;
- в) 335 м;
- г) 25,8 м.

6. База дальномера — это...

- а) место хранения геодезических приборов;
- б) расстояние, определяемое до объекта;
- в) основание параллактического треугольника, с помощью которого определяются искомые расстояния по нитяному дальномеру;
- г) расстояние между центрами объектива и окуляра.

7. Вешение линии — это...

- а) выбор точек вдоль измеряемой линии для построения профиля трассы;
- б) обеспечение видимости между начальной и конечной точками линии;
- в) определение горизонта внешних вод;
- г) установка в створе измеряемой линии дополнительных вех.

8. Нитяной дальномер относится к...

- а) дальномерам с переменным параллактическим углом и переменной базой;
- б) дальномерам с постоянной базой;
- в) дальномерам с постоянным параллактическим углом и переменной базой;
- г) к составной части физических дальномеров.

9. Компарирование мерного прибора — это...

- а) определение длины мерного прибора путем сравнения с образцовым мерным прибором или базисом, длина которых известна с высокой точностью;
- б) сравнение длин мерных приборов между собой;
- в) сравнение расстояний, полученных при измерении различными мерными приборами;
- г) сравнение расстояний, полученных разными способами.

10. При определении расстояния до объекта с помощью нитяного дальномера по нивелирной рейке взяты отсчеты по верхнему штриху — 1680, по среднему — 1520, по нижнему — 1360. Расстояние до объекта составит...

- а) 16,8 м;
- б) 15,2 м;
- в) 13,6 м;
- г) 32,0 м.

11. Радиодальномер — это прибор, позволяющий измерить расстояние...

- а) по наблюдению за спутниками;
- б) по регистрации прохождения пучка света через слои атмосферы с различной плотностью;
- в) с использованием электромагнитных волн радиодиапазона;
- г) при приеме сигналов точного времени по радио.

12. Разность между двумя измерениями линии в 100 м с относительной погрешностью 1:2000 не должна превышать...

- а) 2 см;
- б) 4 см;
- в) 5 см;
- г) 10 см.

13. Расстояние 100 м было измерено с точностью 1:300...
- а) светодальномером;
 - б) нитяным дальномером;
 - в) стальной рулеткой;
 - г) стальной мерной лентой.
14. Поправка за наклон линии при вычислении горизонтального проложения линии, длина которой измерена на местности, имеет знак...
- а) только +;
 - б) только –;
 - в) принимается абсолютное значение поправки;
 - г) поправка не учитывается.
15. Если по нитяному дальномеру с использованием нивелирной рейки получены отсчеты 2060 и 1210, то расстояние до рейки равно...
- а) 8,5 м;
 - б) 85,0 м;
 - в) 850 м;
 - г) 16,35 м.

Ответы на тесты:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
б	б	б	в	б	в	г	в	а	г	в	в	б	б	б

ГЛАВА 6. ТЕОРИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

6.1. Факторы, оказывающие влияние на точность измерений

Из практики измерений установлено, что выполняя многократные измерения одной и той же величины, мы практически не получаем одинаковых результатов, как бы тщательно не производились измерения. В таких случаях имеют место погрешности, Δ :

$$\Delta = L_i - X,$$

где L_i — результат измерений;

X — истинное значение измеряемой величины.

Источниками возникновения погрешностей являются все участники процесса измерения: наблюдатель (человеческий фактор), измерительный прибор (инструментальные погрешности), внешняя среда (внешние условия), в которой производятся измерения, и применяемая методика (погрешности, обусловленные несовершенством принятого метода измерения).

В зависимости от условий, в которых происходят измерения какой-либо величины, производят равноточные или неравноточные измерения. Если в процессе измерения все перечисленные выше четыре фактора остаются неизменными, то такие измерения называют равноточными. В случае если изменяется хотя бы одно условие имеет место неравноточное измерение. Каждый из перечисленных факторов в процессе измерения порождает множество элементарных погрешностей (ошибок). Суммарное действие элементарных погрешностей образует погрешность результата измерения, в связи с чем результат измерения никогда не совпадает с истинным значением измеряемой величины. Различают три вида погрешностей: *грубые, систематические и случайные*.

Таким образом, погрешность измерения является суммарной погрешностью, слагаемыми которой являются систематическая погрешность λ и случайная — ε .

$$\Delta = \lambda + \varepsilon.$$

Обычно под случайной погрешностью принято понимать разницу между измеренным результатом L_i и истинным значением измеряемой величины X :

$$\Delta = L_i - X.$$

6.2. Количественные характеристики, применяемые для оценки точности измеренной величины

Для оценки точности результатов измерений используют следующие качественные характеристики:

- средняя арифметическая погрешность (принцип арифметической середины);
- средняя квадратическая погрешность, вычисляемая по формуле Гаусса;
- средняя квадратическая погрешность, вычисляемая по формуле Бесселя;
- вероятная погрешность, которая является случайной погрешностью, большие или меньшие которой по абсолютной величине погрешности равновозможны, т. е. вероятная погрешность находится в середине ряда погрешностей, если их абсолютные значения расположить по степени возрастания.

Из названных четырех параметров наибольшее распространение получили первые два. Средняя квадратическая погрешность обладает целым рядом положительных свойств по сравнению с другими:

- является устойчивым критерием для оценки точности даже при небольшом числе измерений;
- наиболее полно характеризует качество измерений;
- существенное влияние на ее величину оказывают большие по абсолютной величине погрешности, которые и определяют в основном точность измерений;
- имеется возможность определить, с какой степенью достоверности получается сама средняя квадратическая погрешность.

Принцип арифметической середины. Если при равноточных измерениях некоторая величина имеет истинное значение X и измерена n раз и при этом получены некоторые значения $l_1, l_2, l_3 \dots l_n$, то на основании определения погрешности $\Delta = L_i - X$ имеем:

$$\Delta_n = l_n - nX,$$

откуда

$$X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i,$$

или окончательно

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i.$$

Из этого выражения следует, что при бесконечно большом числе измерений средняя арифметическая величина будет равна истинному значению, а при конечном числе измерений она является вероятнейшим значением искомой величины. Таким образом, за вероятное значение измеряемой величины при равноточных измерениях следует принимать среднюю арифметическую величину из ряда результатов измерений — арифметическую середину.

При выборе критерия для оценки результатов измерений важно понимать, что на практике результат считается одинаково ошибочным, будь он больше или меньше истинного значения. Поэтому необходимо установить такой критерий оценки точности наблюдений, который не зависел бы от знаков отдельных погрешностей и отображал бы наибольшие из них.

Таким требованиям в определенной степени удовлетворяет понятие *средней квадратической погрешности*. Формула, по которой определяют среднюю квадратическую погрешность отдельного результата измерений, когда известно истинное значение X измеряемой величины, называют формулой Гаусса:

$$m = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i^2} \quad (i=1, 2, \dots, n).$$

Если истинное значение X измеряемой величины неизвестно, среднюю квадратическую погрешность отдельного результата измерений определяют через отклонения от арифметической середины δ по формуле Бесселя:

$$m = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \delta_i^2}.$$

Для определения средней квадратической погрешности арифметической середины известную формулу:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i.$$

можно представить в виде:

$$\bar{X} = \frac{1}{n}l_1 + \frac{1}{n}l_2 + \dots + \frac{1}{n}l_n.$$

А так как величина погрешности i -го измерения характеризуется средней квадратической погрешностью m_i , то квадрат средней квадратической погрешности арифметической середины будет равен

$$M^2 = \frac{1}{n^2}m_1^2 + \frac{1}{n^2}m_2^2 + \dots + \frac{1}{n^2}m_n^2.$$

Принимая во внимание, что выполненные измерения являются равноточными, можно предположить, что

$$m_1 = m_2 = \dots = m_n = m;$$

тогда

$$M = \frac{m^2}{n} \text{ или } M = \frac{m}{\sqrt{n}}.$$

Следовательно, средняя квадратическая погрешность арифметической середины будет в $\sqrt{n}$ раз меньше средней квадратической погрешности отдельного измерения.

Достаточно часто применительно к конкретным результатам измерений следует указывать критерии по их отбраковке. В качестве такого критерия принимают предельную погрешность $\Delta_{пр}$.

При выполнении ответственных измерений предельную погрешность определяют как

$$\Delta_{пр} = 2m;$$

для менее ответственных измерений такая погрешность будет составлять

$$\Delta_{пр} = 3m.$$

Погрешность, определяемая по формуле:

$$\Delta = L_i - X,$$

является абсолютной погрешностью.

В практике геодезических измерений точность измерений принято характеризовать не только по абсолютному значению (истинному, средней квадратической погрешностью), но по ее относительной величине. В качестве относительной погрешности принимают отношение абсолютной погрешности к значению измеряемой величины:

$$\Delta_{отн} = 1/(l/m).$$

Пример. Дано $t = 0,11$ м, $l = 212,43$ м. Определить предельную и относительную погрешности при выполнении ответственных измерений.

Решение.

Определяем $\Delta_{пр} = 2t$ $\Delta_{пр} = 2t = 2 \cdot 0,11 = 0,22$ м;

$\Delta_{отн} = 0,11/212,43 \approx 1/2000$.

6.3. Примеры и задачи к главе 6

Примечание: ввиду определенной сложности решения задач данного типа некоторые из них будут приведены с подробными разъяснениями.

Пример 6.1.

Определить квадрат отклонения от арифметической середины δ^2 , среднюю квадратическую погрешность, абсолютную и относительные погрешности, если эталонное значение измеряемой длины линии отсутствует. Результаты измерений линии на местности сведены в таблицу.

Измеренное значение длины линии, м	Отклонение от арифметической середины δ , см	Отклонение от арифметической середины в квадрате δ^2 , см
56,25	+1	1
56,23	-1	1
56,24	0	0
56,26	+2	4
56,23	-1	1
56,23	-1	1
$\bar{x} = 56,24$	$\sum x = 0$	$\sum = 8$

Решение:

По результатам измерения длины линии находим значение арифметической середины:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}l_1 + \frac{1}{n}l_2 + \dots + \frac{1}{n}l_n = \frac{\sum l_n}{n} = 56,24 \text{ м.}$$

Определяем отклонение от арифметической середины δ $\delta = l_i - \bar{x}$: например, $\delta = l_1 - \bar{x} = 56,25 - 56,24 = +1$ см.

Определяем квадрат отклонение от арифметической середины δ^2 .

По формуле Бесселя вычисляем среднюю квадратическую погрешность:

$$m = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \delta_i^2} \text{ или } m = \sqrt{\frac{8}{6-1}} = 1,26 \text{ см.}$$

Определяем значение средней квадратической погрешности арифметической середины

$$\bar{M} = \frac{m}{\sqrt{n}} = \frac{1,26}{\sqrt{6}} = 0,52 \text{ см.}$$

Определяем предельную погрешность

$$\Delta_{np} = 3m = 3 \cdot 1,26 = 3,78 \text{ см.}$$

Вычисляем относительную погрешность

$$\Delta_{от} = \frac{m}{l_{cp}} = \frac{1}{\frac{l_{cp}}{m}} = \frac{1}{\frac{56,24}{1,26}} = \frac{1}{4463} \approx \frac{1}{4500}.$$

Пример 6.2.

Определить среднюю квадратическую погрешность результатов измерений длины линии при наличии эталонного значения измеряемой величины. Результаты измерений линии на местности сведены в таблицу.

Измеренное значение длины линии, м	Абсолютная погрешность Δ , мм	Систематическая погрешность λ , мм	Случайная погрешность ε , мм
283,562	-5	-2,6	-2,4
283,568	+1	-2,6	+3,6
283,570	+3	-2,6	+5,6
283,560	-7	-2,6	-4,4
283,555	-12	-2,6	-9,4
283,565	-2	-2,6	+0,6
283,568	+1	-2,6	+3,6
283,572	+5	-2,6	+7,6
283,561	-6	-2,6	-3,4
283,563	-4	-2,6	-1,4
$l_{cp} = 283,564$	$\sum \Delta = -26$	$\lambda = \sum \Delta / n$	$\varepsilon_i = \Delta_i - \lambda$

Решение:

Определяем абсолютную погрешность как разницу между измеренным и истинным значением длины линии по формуле:

$$\Delta = L_i - X$$

и проверяем принадлежность ряда к случайным погрешностям. В данном случае количество погрешностей с положительным знаком равно 4, а количество отрицательных — 6. Следовательно, первое свойство выполняется вполне удовлетворительно, так как количество измерений невелико: $n = 10$.

Второе условие не выполняется, так как сумма погрешностей не равна нулю. Следовательно, ряд содержит систематическую погрешность, которую необходимо исключить. Для этого вычислим ее значение

$$\lambda = \sum \Delta / n$$

и исключаем из всех членов ряда Δ , тем самым получаем ряд случайных погрешностей

$$\varepsilon_i = \Delta_i - \lambda.$$

Вычисляем среднюю квадратическую погрешность по формуле Гаусса, тогда в нашем случае

$$m = \sqrt{\sum \varepsilon^2 / n} = \sqrt{242,4 / 10} = 4,9 \text{ мм.}$$

Вычисляем значение погрешности самой погрешности:

$$m_m = m\sqrt{2n} = 4,9 / \sqrt{2 \cdot 10} = 1,1 \text{ мм.}$$

Определяем предельную погрешность:

$$\Delta_{np} = 3m = 3 \cdot 4,9 = 14,7 \text{ мм.}$$

Определяем относительную погрешность:

$$\Delta_{отн} = 1 / (X/m) = 1 / (283,657 \cdot 1000 / 4,9) = 1/60000.$$

Пример 6.3.

Один и тот же угол измерен теодолитом 4Т-30П с результатом $\beta_1 = 35^\circ 15' 30''$ и точным теодолитом Т5 с результатом $\beta_2 = 35^\circ 15' 10''$. Вычислить значение угла.

Решение:

Так как приборы имеют различную точность, то необходимо сначала установить веса результатов. Примем c — коэффициент

пропорциональности постоянной $c = 100$. В отдельных случаях в качестве константы целесообразно принимать не обозначенное число, а квадрат средней квадратической погрешности одного из результатов измерений.

Средняя квадратическая погрешность при измерении горизонтальных углов данными приборами составляет $30''$ и $5''$ соответственно. Их веса соответственно будут равны:

$$p_1 = \frac{c}{m_1^2} = \frac{100}{(30'')^2} = 0,11 \text{ и } p_2 = \frac{c}{m_2^2} = \frac{100}{(5'')^2} = 4.$$

Тогда значение средней арифметической середины с учетом веса измерений будет равно

$$\beta_{cp} = 35^\circ 15' 00'' + \frac{(30'') \cdot 0,11 + (5'') \cdot 4}{4 + 0,11} = 35^\circ 15' 6''.$$

Как видно из решения примера, измерение угла теодолитом *4Т-30П* никак не оказало влияние на среднее значение угла $35^\circ 15' 20''$, т. е. по сути, оно было бесполезным. Но в тоже время, если при этом не учитывать веса измеренных углов, то разница оказывается существенной. Веса измерений удобно выражать не через средние квадратические погрешности, которые обычно неизвестны, а через другие числовые характеристики, например, число измерений, число приемов и т. д.

Пример 6.4.

При тригонометрическом нивелировании с помощью теодолита *4Т-30П* длина линии между точками *A* и *B* была измерена рулеткой по наклонной поверхности и составила $D_{AB} = 100$ м. Угол наклона составил $\nu = 10^\circ$. Превышение в данном случае определяется как

$$h = D_{AB} \sin \nu = 100 \cdot 0,1735 = 17,35 \text{ м.}$$

С какой точностью необходимо измерить длину линии, чтобы влияние угловых и линейных измерений на точность превышения было бы одинаковым?

Решение:

В соответствии с принципом оценки точности функции измеренных величин

$$m_h = \sin^2 \nu \cdot m_d^2 + (D^2 \cos^2 \nu) \cdot m_\nu^2 / p^2.$$

Очевидно, что погрешности угловых и линейных измерений окажут одинаковое влияние на точность определения превышения, т. е. если

$$\sin v \cdot m_d = (D \cdot \cos v) \cdot m_v / p,$$

то

$$m_d = (D / \operatorname{tg} v) \cdot m_v / p.$$

Подставив исходные данные, получим $m_d = 82$ мм или, в относительной мере, $m_d / D = 1 \div 1200$. Средняя квадратическая погрешность измеренного превышения при таких параметрах составит $m_h = 20$ мм. В этом случае каждое слагаемое вносит погрешность в определение превышения — 14 мм. Средняя квадратическая погрешность угловых измерений $m_v = 30''$ определяется точностью теодолита.

Пример 6.5.

Длина линии измерена мерной лентой 15 раз. Эта же линия измерена лазерным дальномером электронного тахеометра, и ее значение составило $X = 181,216$ м.

Определить систематическую погрешность и оценить ее значимость, найти среднюю квадратическую погрешность одного измерения m , оценить точность вычисления средней квадратической погрешности m_m , определить предельную и относительную средние квадратические погрешности измерений. Результаты измерения длины линии и ее обработки сведены в таблицу.

Измеренное значение длины l_i линии, м	Абсолютная погрешность Δ , см	Систематич. погрешность λ , см: $\lambda = \sum \Delta / n$	Случайная погрешность ε , см: $\varepsilon_i = \Delta_i - \lambda$	ε^2
181,22	+0,4	+2,93	-2,53	6,4
181,23	+1,4	+2,93	-1,53	2,4
181,28	+6,4	+2,93	+3,43	12,0
181,24	+4,4	+2,93	+1,43	2,2
181,27	+5,4	+2,93	+2,47	6,1
181,28	+6,4	+2,93	+3,43	12,0
181,21	-0,6	+2,93	-3,53	12,5
181,25	+3,4	+2,93	+0,47	0,2
181,28	+6,4	+2,93	+3,47	12,0

181,25	+3,4	+2,93	+0,47	0,2
181,20	-1,6	+2,93	-4,53	20,6
181,27	+5,4	+2,93	+2,47	6,1
181,23	+1,4	+2,93	-1,53	2,4
181,21	-0,6	+2,93	-3,53	12,5
181,24	+2,4	+2,93	-0,53	0,3
$l_{cp} = 181,25$	$\sum = 44,0$	+2,93	$\varepsilon_i = \Delta_i - \lambda$	107,7

Решение:

Определяем среднее значение измеренной длины линии:

$$l_{cp} = 181,25.$$

Определяем абсолютную погрешность: $\Delta = L_i - X$.

Оцениваем систематическую погрешность: $\lambda = \sum \Delta / n$.

Определяем случайные погрешности: $\varepsilon_i = \Delta_i - \lambda$.

Определяем сумму квадрата абсолютной погрешности:

$$\sum \Delta_i^2 = 236,8 \text{ см}.$$

Определяем среднюю квадратическую погрешность отдельного измерения:

$$m = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{107,7}{15}} = 2,68 \text{ см}.$$

или, с учетом совместного влияния ошибок случайного и систематического характера,

$$m = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2}{n}} - \sqrt{\left(\frac{\sum \Delta}{n}\right)^2} = 2,68 \text{ см}.$$

Находим надежность полученной средней квадратической погрешности:

$$m_m = \frac{m}{\sqrt{2n}} = \frac{2,68}{\sqrt{2 \cdot 15}} = 0,49 \text{ см}.$$

Предельную среднюю квадратическую погрешность рассчитывают следующим образом:

$$\Delta_{пред} = 3 \cdot m = 3 \cdot 2,68 = 8,04 \approx 8,0 \text{ см}.$$

Относительная средняя квадратическая погрешность будет равна

$$f_{отн} = \frac{m}{l} = \frac{1}{l/m} = \frac{1}{181,2/0,027} \approx \frac{1}{6700}.$$

Пример 6.6.

Определить весовое среднее значение, среднюю квадратическую погрешность единицы веса и среднюю квадратическую погрешность весового среднего значения по данным угловых измерений, выполненных n раз.

Значение измеренного угла β	Число измерений, n	$p = \frac{n}{3}$	$v = \beta_i - \beta_{cp}$	v^2	pv^2
78°08'10"	3	1	+6	36	36
78°08'06"	9	3	+2	4	12
78°08'08"	6	2	+4	16	32
78°08'00"	15	5	-4	16	80
78°08'04"	12	4	0	0	0
$\beta_{cp} = 78^\circ 08' 04''$		$\Sigma = 15$			$\Sigma = 160$

Решение:

Определяем среднее арифметическое значение угла с учетом веса измерений:

$$\beta_{cp} = 73^\circ 08' 00'' + \frac{10'' \cdot 1 + 6'' \cdot 3 + 8'' \cdot 2 + 0'' \cdot 5 + 4'' \cdot 4}{1 + 3 + 2 + 5 + 4} = 73^\circ 08' 04''.$$

Для удобства вычислений общая часть $73^\circ 08' 00''$ вынесена за знак операций, а веса p получили делением на 3.

Средняя квадратическая погрешность единицы измерения будет равна

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n p_i \cdot v_i^2} \text{ или } \mu = \pm \sqrt{\frac{160}{5-1}} = 6'', 3.$$

Средняя квадратическая погрешность общей арифметической середины будет равна

$$M_o = \mu / \sqrt{p} \text{ или } M_o = \pm \frac{6'', 3}{\sqrt{15}} = \pm 1'', 6.$$

Пример 6.7.

Одну и ту же линию измерили 4 бригады. Первая бригада измерила линию 4 раза, вторая — 10 раз, третья — 6 раз, а четвертая — 2 раза. Найти общую арифметическую середину из

всех измерений. Результаты измерений и вычислений представлены в таблице.

№ бригады	Длина линии l , м	$p = n$	$\delta = l_i - l_{\text{приб}}$ мм	$\nu = l_i - l_{\text{приб}}$ мм
1	118,354	4	4	-4
2	118,362	10	12	+4
3	118,358	6	8	0
4	118,350	2	0	-8
	$l_{\text{приб}} = 118,350$	$\sum p = 22$	—	—

Решение задач подобного типа можно производить по традиционной методике или же, в отдельных случаях, может быть оправдано использование более экономичной схемы вычислений.

Решение:

Пусть $l_{\text{приб}} = 118,350$ — наименьшее число из измеренных.

Определяем уклонение результатов измерений от приближенного значения: $\delta = l_i - l_{\text{приб}}$.

Определяем поправку к приближенному значению:

$$\Delta = \frac{\sum \delta_i p_i}{\sum p} = \frac{4 \cdot 4 + 12 \cdot 10 + 8 \cdot 6 + 0 \cdot 2}{22} = 8,4 \text{ мм}.$$

Определяем арифметическую середину линии:

$$l_{\text{ср}} = l_{\text{приб}} + \Delta = 118,350 + 0,0084 = 118,358 \text{ м}.$$

Определяем уклонение от арифметической середины:

$$\nu = l_i - l_{\text{приб}} \text{ мм}.$$

Оценку точности определяем по формуле Бесселя применительно к неравноточным измерениям:

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n p_i \cdot \nu_i^2} \text{ или } \mu = 10,8 \text{ мм}.$$

Определяем предельную погрешность:

$$M_o = \mu / \sqrt{p} \text{ или } M_o = 10,8 / \sqrt{22} = 2,3 \text{ мм}.$$

А предельная погрешность будет составлять $3M_o = 3 \cdot 2,3 \approx 7,0 \text{ мм}$.

Пример 6.8.

Сумма измеренных внутренних углов треугольника теодолитом 4Т-30П составила $\sum \beta_{\text{изм}} = 180^\circ 00' 20''$. Теоретическая сумма углов треугольника, как известно, равна $180^\circ 00' 00''$. Следовательно, фактическая невязка составила $+0^\circ 00' 20''$. Допустимая невязка определяется по формуле:

$$[f] = 2t \cdot \sqrt{n} = 2 \cdot 30'' \sqrt{3} = 1' 44''.$$

Фактическая невязка меньше допустимой, следовательно, она должна быть распределена равномерно с противоположным знаком. При выполнении различных измерений и вычислении невязок полезно будет пользоваться следующими формулами.

Теоретическая сумма внутренних углов в замкнутом теодолитном ходе равна:

$$\sum \beta_{\text{теор}} = 180^\circ (n - 2),$$

а сумма превышений и приращений координат равна нулю.

Теоретическая сумма в разомкнутых теодолитных ходах, опирающихся на твердые точки, вычисляется как

$$\sum \beta_{\text{теор}} = (\alpha_n - \alpha_k + 180^\circ n);$$

сумма превышений $\sum h_{\text{теор}} = H_k - H_n$ и приращений координат:

$$\sum \Delta X_{\text{теор}} = X_k - X_n;$$

$$\sum \Delta Y_{\text{теор}} = Y_k - Y_n.$$

Пример 6.9.

Сумма измеренных теодолитом 4Т-30П внутренних углов треугольника составила $\sum \beta_{\text{изм}} = 180^\circ 00' 20''$, измерения равноточные $\alpha = 63^\circ 20' 20''$, $\beta = 58^\circ 34' 46''$ и $\gamma = 57^\circ 05' 14''$. Теоретическая сумма углов треугольника, как известно, равна $180^\circ 00' 00''$. Следовательно, фактическая невязка составила $+0^\circ 00' 20''$. Допустимая невязка равна

$$[f] = 2t \cdot \sqrt{n} = 2 \cdot 30'' \sqrt{3} = 1' 44''.$$

т. е. условие $f \leq [f]$ выполнено. Следовательно, невязка должна быть распределена равномерно с противоположным знаком:

$$\delta = -\frac{f}{n} = -\frac{20}{3} = -7, -7, -6''.$$

Вычисляем исправленные углы:

$$\alpha = 63^\circ 20' 20'' - 07'' = 63^\circ 20' 13'';$$

$$\beta = 58^\circ 34' 46'' - 06'' = 58^\circ 34' 40'';$$

$$\gamma = 57^\circ 05' 14'' - 07'' = 57^\circ 05' 07''.$$

Задача 6.1.

Сколько измерений необходимо выполнить с помощью теодолита *4Т-30П*, чтобы получить точность измерения угла, равного $10''$, при отсутствии систематических погрешностей?

Ответ: 9 раз.

Задача 6.2.

Две линии измерены с результатом $l_1 = 317,2$ м и $l_2 = 528,1$ м. Истинные значения длин линий соответствуют $X_1 = 317,8$ м и $X_2 = 528,9$ м. Определить абсолютные и относительные погрешности выполненных измерений. Сделать вывод о том, какая линия измерена точнее.

Задача 6.3.

Выполнить анализ ошибок, если при многократных линейных измерениях получены результаты $+3, +2, +6, -2, -3, -1, +1, -4, +2, -4, -2, +4, -2, +3$ см. Определить среднее арифметическое из ошибок по абсолютным величинам и с учетом знака. Установить свойство случайных ошибок из представленного ряда измерений.

Задача 6.4.

Определить значение арифметической середины из чисел $408,5; 407,9; 408,1; 408,6; 408,4$.

Задача 6.5.

Определить среднюю квадратическую погрешность угловых измерений, выполненных 9 раз, если истинное значение угла известно и составляет $X = 152^\circ 18' 40''$. Вычислить предельно допустимую ошибку по данным, приведенных в таблице.

Результаты измерений	$\Delta = L_i - X$	Δ^2
152°18'46"	+6	36
152°18'37"	-3	9
152°18'24"	-16	256
152°18'41"	+1	1
152°18'52"	+12	144
152°18'27"	-13	169
152°18'36"	-4	16
152°18'52"	+12	144
152°18'27"	-13	169
$X = 152^\circ 18' 40''$	+31 -49	944

Задача 6.6.

При измерении двух линий мерной стальной лентой были получены следующие результаты $l_1 = 312,60$ м и $l_2 = 142,84$ м; точные длины равны 312,7 м и 142,8 м соответственно. Какая из линий измерена более точно?

Задача 6.7.

При измерении угла были получены случайные ошибки: -0,4; +1,0; 0; -0,5; -0,7. Определить предельную ошибку измерения угла.

Задача 6.8.

Линия измерялась 6 раз. Результаты измерений: 91,65; 91,60; 91,74; 91,58; 91,69; 91,62 м. Определить среднюю квадратическую погрешность одного измерения и арифметической середины.

Задача 6.9.

Вычислить предельное значение невязки нивелирного хода длиной 10 км, если средняя квадратическая погрешность нивелирования l км равна $m = \pm 10$ мм.

Задача 6.10.

Определить предельное значение угловой невязки в замкнутом теодолитном ходе с количеством углов $n = 14$, если измерения равноточны и средняя квадратическая погрешность одного угла равна $\pm 20''$.

Задача 6.11.

Вычислить относительную погрешность площади трапеции на местности, если основания равны 60,6 м и 80,4 м, а высота — 26,2 м. Измерения выполнены с относительной погрешностью $\pm 1/2000$.

Задача 6.12.

Средняя квадратическая погрешность измерения одного угла составляет $m_I = \pm 30''$, а другого — $m_{II} = \pm 20''$. Вычислить вес первого угла, если вес второго принять за единицу.

Задача 6.13.

Средняя квадратическая погрешность однократного измерения угла составляет $30''$. Сколько раз необходимо измерить угол, чтобы средняя квадратическая погрешность арифметической середины не превышала $5''$?

Задача 6.14

Получены веса трех углов: $p_1 = 0,12$; $p_2 = 1,00$; $p_3 = 0,25$. Какова средняя квадратическая погрешность первого и второго углов, если при измерении третьего угла погрешность составляет $m_3 = \pm 10''$?

Задача 6.15.

Определить значение арифметической середины из чисел 58,5; 57,9; 58,1; 58,6; 58,4.

6.4. Тесты к главе 6

1. Истинной погрешностью называют...
 - а) погрешность измерительного прибора;
 - б) наибольшую погрешность;
 - в) разность между результатом измерения и истинным значением определяемой величины;
 - г) среднюю погрешность при многократных измерениях.
2. При равноточных измерениях по формуле $M = m/\sqrt{n}$...
 - а) выявляют постоянно действующую погрешность;
 - б) оценивают точность среднего арифметического;

- в) оценивают точность измерительного прибора;
- г) оценивают точность отдельного измерения.

3. Наиболее предпочтительным критерием оценки точности является...

- а) средняя погрешность;
- б) вероятная погрешность;
- в) предельная погрешность;
- г) средняя квадратическая погрешность.

4. Предельная средняя квадратическая погрешность вычисляется как...

- а) $\Delta_{пред} = m$;
- б) $\Delta_{пред} = 2m$;
- в) $\Delta_{пред} = 3m$;
- г) $\Delta_{пред} = 4m$.

5. Вероятная погрешность — это...

- а) значение случайной погрешности, по отношению к которой одинаково возможна погрешность как больше, так и меньше по абсолютному значению;
- б) постоянно действующая погрешность;
- в) предельное значение погрешности;
- г) разница между наибольшим и наименьшим результатами измерений.

6. Вычисления с использованием результатов геодезических измерений ведутся, как правило...

- а) с числами, имеющими то же число знаков, что получено при измерениях;
- б) с числами, на один десятичный знак большими, чем получены измерения;
- в) с числами, на два десятичных знака большими, чем получены измерения;
- г) с числами, на три десятичных знака большими, чем получены измерения.

7. При равноточных измерениях за наилучшее приближение к истинному значению измеряемой величины принимают...

- а) наибольшее значение;
- б) наименьшее значение;
- в) среднее арифметическое;
- г) последний результат.

8. Выражение $m = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \delta_i^2}$ называется формулой...

- а) Красовского;
- б) Гаусса;
- в) Крюгера;
- г) Бесселя.

9. Вес измерения характеризует...

- а) степень надежности результата измерений;
- б) вес приборов, применяемых при измерениях;
- в) вес груза, применяемого для натяжения инварной проволоки;
- г) величину провисания инварной проволоки.

10. По формуле $M_o = \mu_0 / \sqrt{p}$ оценивают...

- а) среднюю квадратическую погрешность единицы веса;
- б) точность весового среднего;
- в) точность измерительного прибора;
- г) точность отдельного измерения.

11. При неравноточных измерениях по формуле $\mu = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n p_i \cdot v_i^2}$

определяют...

- а) точность отдельного измерения;
- б) точность среднего арифметического;
- в) среднюю квадратическую погрешность единицы веса;
- г) точность измерительного прибора.

12. По формуле $m = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \delta_i^2}$ определяют...

- а) точность среднего арифметического;
- б) точность измерительного прибора;
- в) постоянно действующую погрешность;
- г) точность отдельного измерения.

13. Радиус земного шара 6371 км, погрешность определения его радиуса $m_R = 100$ м. С какой средней квадратической погрешностью может быть определена длина экватора?

- а) $m_L = \pi \cdot m_R$;
- б) $m_L = 2\pi \cdot m_R$;
- в) $m_L = \pi^2 \cdot m_R$;
- г) $m_L = 2\pi^2 \cdot m_R$.

14. В девятиугольнике все углы измерены с одинаковой средней квадратической погрешностью, равной $20''$. Суммарная средняя квадратическая погрешность многоугольника равна...

- а) $1'$;
- б) $1,5'$;
- в) $2'$;
- г) $3'$.

15. Из выражения $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i$ при бесконечно большом числе измерений средняя арифметическая величина будет стремиться к значению:

- а) вероятному;
- б) случайному;
- в) истинному;
- г) наибольшему.

Ответы на тесты:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
в	б	г	в	а	б	в	г	а	б	в	г	б	а	в

ГЛАВА 7. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ СЕТИ

7.1. Плановые геодезические сети

Геодезической сетью называют совокупность пунктов на земной поверхности, закрепленных специальными центрами, положение которых определено в общей для них системе координат и высот. Различают плановые, высотные и пространственные сети.

В плановых сетях определяются плановые координаты пунктов: плоские — x, y или геодезические — широта B и долгота L .

В высотных сетях определяют высоты пунктов относительно отсчетной поверхности, например, поверхности геоида.

В пространственных сетях определяют пространственные координаты пунктов, например, прямоугольные геоцентрические X, Y, Z или геодезические B, L, H .

Началом единого отсчета плановых координат в России служит центр круглого зала Пулковской обсерватории в Санкт-Петербурге. Геодезические сети по назначению подразделяются на государственные геодезические сети, геодезические сети сгущения, геодезические сети специального назначения и съемочные сети.

Государственная геодезическая сеть покрывает всю территорию Российской Федерации и служит ее главной геодезической основой. Государственная геодезическая сеть (ГГС) предназначена для решения задач, имеющих хозяйственное, научное и оборонное значение.

Государственные плановые сети подразделяются на четыре класса. Сеть 1-го класса имеет наивысшую точность и охватывает всю территорию страны. Сеть каждого последующего класса строится на основе сетей высших классов.

Положение пунктов ГГС определено сочетанием методов триангуляции, полигонометрии, астрономических и спутниковых измерений. В настоящее время для построения государственных сетей используются спутниковые методы измерений, которые предусматривает построение:

- фундаментальной астрономо-геодезической сети (ФАГС);
- высокоточной астрономо-геодезической сети (ВАГС);
- спутниковой геодезической сети 1-го класса (СГС-1).

Фундаментальная астрономо-геодезическая сеть реализуется в виде системы закрепленных на всей территории России 50–70 пунктов со средними расстояниями между ними 700–800 км. Часть этих пунктов (10–15) должна стать постоянно действующими астрономическими обсерваториями, оснащенных телескопами для наблюдений удаленных источников радиоизлучения и спутниковыми приемниками GPS–ГЛОНАСС. Взаимное положение этих пунктов будет определяться с погрешностью 1–2 см.

Высокоточная геодезическая сеть (ВГС) должна обеспечить распространение на всю территорию страны геоцентрической системы координат и уточнение параметров связи геоцентрической системы с действующей системой координат СК-95. ВГС заменяет звенья триангуляции 1-го класса и представляет собой однородные по точности пространственные построения с расстоянием между смежными пунктами 150–300 км. Количество таких пунктов должно составить 500–700 с относительной погрешностью планового положения 2–3 см.

Спутниковая геодезическая сеть 1 класса (СГС-1) должна заменить триангуляцию 1, 2-го классов со средними расстояниями между пунктами 30–35 км и погрешностью взаимного положения 2–3 см. Работы по построению такой сети предполагается завершить в ближайшие годы.

Сети сгущения строят, опираясь на государственную геодезическую сеть 1 и 2 разряда, там, где требуется их дальнейшее сгущение (в населенных пунктах), чем достигается плотность, составляющая не менее 4 пунктов на 1 км^2 на застроенной территории и 1 пункт на 1 км^2 на незастроенной территории.

Геодезические сети специального назначения создают в тех случаях, когда требуется особенно высокая точность геодезической сети. Геодезическую сеть специального назначения строят в государственной или в местной системе координат. Примерами таких сетей являются создаваемые на железных дорогах реперные системы, которые должны служить основой для всех съемочных и разбивочных геодезических работ, возникающих при проектировании, строительстве и текущем содержании железных дорог, а также для мониторинга пути и сооружений, межевания земель и кадастровой съемки в пределах полосы отвода.

Съемочную сеть создают при выполнении съемки местности. Она развивается от пунктов государственной геодезической сети и сетей сгущения 1 и 2 разрядов.

В съемочных сетях, как правило, одновременно определяют положение пунктов в плане и по высоте.

7.2. Методы построения плановых сетей

Спутниковый метод определения координат геодезических пунктов основан на измерениях по сигналам спутников навигационных систем *ГЛОНАСС* (Россия) и *GPS* (США), выполняемых двумя (и более) наземными приемниками. По результатам измерений с высокой точностью определяют разности ΔX , ΔY и ΔZ геоцентрических координат между пунктами. Если координаты одного из пунктов известны, то, прибавив к ним измеренные разности, находят координаты остальных пунктов. Затем вычисленные координаты преобразуют в геодезические или плоские прямоугольные координаты.

Триангуляция — метод определения планового положения геодезических пунктов путем построения на местности сети треугольников, в которых измеряют углы, а также длины некоторых сторон, называемых базисными сторонами. Допустим, что в треугольнике ABP известны координаты пунктов $A (x_A, y_A)$ и $B (x_B, y_B)$. Решая обратную геодезическую задачу, можно определить длину стороны $AB = b$ и дирекционный угол α_{AB} направления с пункта A на пункт B . Длины двух других сторон треугольника ABP могут быть вычислены по теореме синусов:

$$d_1 = b \cdot \sin \beta_1 / \sin \beta_3 \quad d_2 = b \cdot \sin \beta_2 / \sin \beta_3.$$

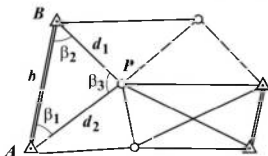


Рис. 7.1. Схема триангуляционной сети

Продолжая подобным образом, вычисляют длины всех сторон геодезической сети. Дирекционные углы сторон вычисляют:

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} + \beta_1;$$

$$\alpha_{BP} = \alpha_{AB} \pm 180^\circ - \beta_2.$$

Координаты пункта P определяются по формулам при решении прямой геодезической задачи:

$$x_P = x_A + d_2 \cos \alpha_{AP};$$

$$y_P = y_A + d_2 \sin \alpha_{AP}.$$

Трилатерация — метод определения планового положения геодезических пунктов путем построения на местности сети треугольников, в которых измеряют длины их сторон. Если в треугольнике ABP (рис. 7.1) известен базис b и измерены стороны $BP = d_1$ и $AP = d_2$, то на основе теоремы косинусов можно вычислить углы треугольника;

$$\cos \beta_1 = (b^2 + d_2^2 - d_1^2) / 2b \cdot d_2;$$

$$\cos \beta_2 = (b^2 + d_1^2 - d_2^2) / 2b \cdot d_1;$$

$$\cos \beta_3 = (d_1^2 + d_2^2 - b^2) / 2d_1 d_2.$$

Аналогичным образом вычисляются углы всех треугольников, а затем, как и в триангуляции, — координаты всех пунктов.

Линейно-угловая сеть строится, как правило, как сеть треугольников, в которых измеряют углы и длины сторон. Такие сети имеют большое число избыточных измерений и поэтому отличаются высокой надежностью.

Полигонометрия — метод определения планового положения геодезических пунктов путем прокладывания теодолитного хода или системы связанных между собой ломаных линий (сети полигонометрии), в которых измеряют углы поворота и длины сторон. Точки полигонометрической сети, где сходятся разные ходы, называются узловыми.

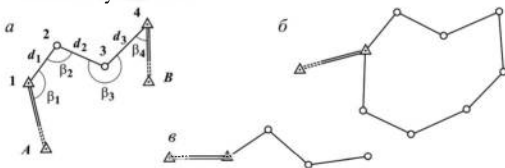


Рис. 7.2. Схемы теодолитных ходов:

а — разомкнутого; б — замкнутого; в — висячего.

По форме теодолитный ход может быть *разомкнутым* — опирающимся на два исходных пункта и два исходных направления; *замкнутым* — опирающимся на один исходный пункт и одно направление; и *висячим* — разомкнутым ходом, опирающимся на один исходный пункт и одно направление (рис. 7.2).

7.3. Высотные геодезические сети

Государственные высотные геодезические сети создают для распространения по всей территории страны единой системы высот. За начало отсчета высот в России и в некоторых других странах принят средний уровень Балтийского моря, определение которого проводилось, начиная с 1825 года.

Государственная высотная геодезическая сеть подразделяется на классы. Главной высотной основой для установления единой системы высот на территории России являются нивелирные сети I и II классов. Нивелирные сети III и IV классов служат для обоснования топографических съемок и решения инженерно-строительных задач. На территориях геодезической съемки в масштабах 1:25 000 средняя плотность пунктов высотной и плановой сети должна составлять 1 пункт на 50 км². Для съемок в масштабе 1:5000 один пункт триангуляции или полигонометрии плановой основы должен приходиться на 25 км², а высотной основы — на 15 км². При более крупных масштабах съемки один пункт плановой триангуляционной основы должен приходиться на 10 км², а высотной — на 5–7 км². На линиях I, II, III и IV классов закладывают вековые, фундаментальные, грунтовые, скальные, стенные и временные реперы.

Точки ходов закрепляют деревянными колыями, костылями, металлическими трубами и т. п. Часть точек закрепляют знаками долговременной сохранности — столбами, бетонными монолитами.

Углы поворота теодолитного хода измеряют электронным тахеометром или теодолитом. При этом следят, чтобы на всех точках хода измерялись только правые или только левые по ходу углы. Для измерения угла в его вершине устанавливают прибор, а в соседних точках — визирные цели. Угол измеряют одним приемом.

Длины сторон измеряют электронным тахеометром или светодальномером, а при их отсутствии — землемерной лентой.

Результаты измерения углов и расстояний записывают в журналы установленной формы. При выполнении измерений тахеометром запись результатов измерений выполняется автоматически в памяти прибора, откуда в последующем они вводятся для обработки в компьютер.

7.4. Спутниковые геодезические измерения

Спутниковые геодезические измерения выполняют с помощью аппаратуры, работающей по сигналам спутников навигационных систем GPS (*Global Positioning System*, США) и ГЛОНАСС (Глобальная навигационная спутниковая система, Россия). Спутниковая навигационная система включает в себя: подсистему космических аппаратов; подсистему контроля и управления; подсистему аппаратуры потребителей. Измерения в геодезии выполняют комплектом, состоящим из двух и более геодезических спутниковых приемников.

Спутниковая геодезическая аппаратура обеспечивает возможность работы в различных режимах.

В режиме «Статика» одновременные измерения на двух или нескольких пунктах выполняются неподвижными приемниками. Один из приемников принимают за базовый. Положение остальных приемников определяется относительно базового.

Режим «Быстрая статика» позволяет сократить продолжительность измерений благодаря возможности применения на линиях до 15 км активных алгоритмов разрешения неоднозначности. Продолжительность наблюдения в этом режиме составляет 5–20 минут.

Режим «Реокупация» используется при отсутствии видимости на необходимое число спутников. Тогда измерения выполняют за несколько сеансов, накапливая нужный объем данных.

Режим «Кинематика» служит для определения координат передвижной станции в ходе ее перемещения. При работе в этом режиме необходимо, чтобы приемники на базовой и передвижной станциях поддерживали непрерывный контакт со спутниками в течение всего времени измерений.

Режим «Стой — иди» — разновидность кинематического режима, когда передвижную станцию перемещают с точки на точку, делая на каждой точке остановку и выполняя для повышения точности несколько эпох измерений в течение 5–30 секунд.

К числу основных источников погрешностей спутниковых измерений относится неточное знание скорости радиосигнала на пути от спутника к приемнику. Наибольшее влияние на эту скорость оказывает состояние ионосферы (верхних слоев атмосферы), тропосферная рефракция и многопутность.

7.5. Примеры и задачи к главе 7

Пример 7.1.

Вычислить координаты точек полигона из шести вершин при относительной погрешности не более $1/2000$. Точность измерения углов $m_\beta = 30''$.

Т а б л и ц а 7.1

Результаты измерений теодолитного хода

№ точки	Измеренные углы (правые), β	Дирекционные углы, α	S, м	Координаты	
				X	Y
1		$87^\circ 52'$	198,44	0	0
2	$89^\circ 10'$				
3	$179^\circ 59'$		100,00		
4	$90^\circ 33'$		118,28		
5	$88^\circ 58'$		201,63		
6	$179^\circ 24'$		86,07		
1	$91^\circ 54'$		131,20		
2					

Решение:

1. Вычисления рекомендуется выполнять в ведомости координат (табл. 7.2). Вначале подсчитывается сумма измеренных углов (графа 2):

$$\Sigma \beta_{\text{из}} = 719^\circ 58'.$$

2. Далее определяют теоретическую сумму углов:

$$\Sigma \beta_{\text{теор}} = 180^\circ(n - 2) = 180^\circ \cdot (6 - 2) = 720^\circ 00'.$$

3. Угловая невязка будет составлять:

$$f_\beta = \Sigma \beta_{\text{из}} - \Sigma \beta_{\text{теор}} = 719^\circ 58' - 720^\circ 00' = -2'.$$

4. Допустимая угловая невязка определяется по формуле

$$[f_\beta] = \pm 2 m_\beta \sqrt{n} = \pm 2 \cdot 30'' \sqrt{6} = \pm 2' 24''$$

Следовательно, в нашем случае полученная невязка меньше допустимой невязки.

5. Угловая невязка распределяется с обратным знаком поровну на все углы. В нашем случае поправки по $+0' 24''$ распределены в углы при точках 4 и 5 ($2' 24'' = 2,4'$).

6. Вписываем в графу 3 таблицы 7.2 исправленные углы.

Таблица 7.2

Ведомость координат

№ точек	Горизонтальные углы, β		Дирек- ционные углы, α	Горизон- тальные протяжения $S, \text{ м}$	Приращения координат, м						Координаты точек, м		№ точек
	изм.ден.	исправл.			вычисленные		исправленные		X	Y			
					ΔX	ΔY	ΔX	ΔY					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
1			87°52'	198,44	+2	+198,30	+7,41	+198,31	0	0	1		
	+0,3 89°10'	89°10,3'											
2									+7,41	+198,31	2		
3			178°41,7'	100,00	+1	+2,27	-99,96	+2,27	-92,55	+200,38	3		
	+0,3 179°59'	179°59'											
4			178°42,4'	118,28	+1	+2,67	-118,24	+2,67	-20,79	+203,25	4		
	+0,3 90°23'	90°23,3'											
5			268°09,1'	201,63	+2	-201,52	-6,48	-201,51	-217,27	+1,74	5		
	+0,4 88°58,0'	88°58,4'											
6			359°10,7'	86,07	+86,06	-1,23	+86,06	-1,23	-131,21	+0,51	6		
	+0,4 179°24,0'	179°24,4'											
1			359°46,3'	131,20	+1	-0,52	+131,21	-0,51	0	0	1		
	+0,3 91°54,0'	91°54,3'											
2			87°52'								2		
				$\Sigma S = 835,62$	$\Sigma \Delta X = -0,07$	$\Sigma \Delta Y = -0,03$	0	0					
				720°00,0'									

7. Вычисляем дирекционные углы сторон полигона (графа 4) по формуле:

$$\alpha_{\text{посл}} = \alpha_{\text{пред}} + 180^\circ - \beta.$$

В нашем случае дирекционный угол линии 2–3 будет равен:

$$\alpha_{2-3} = 87^\circ 52,0' + 180^\circ - 89^\circ 10,3' = 178^\circ 41,7'.$$

Примечание: Вычисленный дирекционный угол линии 1–2 должен быть равен исходному дирекционному углу линии 1–2.

8. Вычисляем приращение ΔX и ΔY по формулам

$$\Delta X = S \cdot \cos \alpha;$$

$$\Delta Y = S \cdot \sin \alpha.$$

В нашем случае

$$\Delta X_{1-2} = S \cdot \cos \alpha = 198,44 \cdot \cos 87^\circ 52,0' = +7,39 \text{ м};$$

$$\Delta Y_{1-2} = S \cdot \sin \alpha = 198,44 \cdot \sin 87^\circ 52,0' = +198,30 \text{ м}.$$

Полученные данные записываем в графы 6 и 7.

9. Подсчитываем сумму приращений ΔX и ΔY (графы 6 и 7). Так как в замкнутом теодолитном полигоне теоретическая сумма приращения координат равна 0, то сумма приращений и есть невязка.

10. Определяем невязку в ходе и проверяем ее допустимость

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{(0,07)^2 + (0,03)^2} = \pm 0,08 \text{ м};$$

$$\frac{f_s}{\sum S} = \frac{0,08}{835,62} = \frac{1}{10450} \leq \frac{1}{2000}.$$

11. Распределяем невязку в приращениях $f_x = -0,07$ м и $f_y = 0,03$ м с обратным знаком пропорционально длинам сторон полигона и исправленные приращения записываем в графы 8 и 9.

12. Подсчитываем сумму исправленных приращений по ΔX и ΔY , которая должна быть равна нулю.

13. вычисляем координаты точек полигона по формулам:

$$X_{\text{посл}} = X_{\text{пред}} + \Delta X;$$

$$Y_{\text{посл}} = Y_{\text{пред}} + \Delta Y.$$

В нашем случае координаты точки 2 составят:

$$X_2 = X_1 + \Delta X = 0 + 7,41 = +7,41 \text{ м};$$

$$Y_2 = Y_1 + \Delta Y = 0 + 198,31 = +198,31 \text{ м.}$$

Данные записываем в графы 10 и 12.

14. Далее по вычисленным исходным данным составляем схему теодолитного хода в заданном масштабе с привязкой к существующим геодезическим сетям.

Задача 7.1.

Вычислить координаты точек полигона из шести вершин при относительной погрешности не более $1/2000$. Точность измерения углов $m_\beta = 30''$. Результаты измерений теодолитного хода приведены в таблице 7.3.

Т а б л и ц а 7.3

Результаты измерений теодолитного хода

№ точки	Измеренные углы (правые), β	Дирекционные углы, α	S , м	Координаты	
				X	Y
1		268°09'	201,63	0	0
2	88°58'				
3	179°24'		86,07		
4	91°54'		131,20		
5	89°10'		198,44		
6	179°59'		100,00		
1	90°33'		118,28		
2					

Пример 7.2.

Определить координаты точки 5 и дирекционный угол линии 5–6, если координаты $X_B = +1000,00$ м; $Y_B = -1000,00$ м; дирекционный угол линии $\alpha_{A-B} = 170^\circ 20'$; углы $\beta_B = 80^\circ 30'$; $\beta_5 = 120^\circ 44'$; длина линии $S_{B-5} = 200,00$ м.

Решение:

1. Дирекционный угол линии B–5 составит

$$\alpha_{B-5} = 170^\circ 20' + 180^\circ - 80^\circ 30' = 269^\circ 50';$$

а дирекционный угол линии 5–6 будет равен

$$\alpha_{5-6} = 269^\circ 50' + 180^\circ - 120^\circ 44' = 329^\circ 06'.$$

2. Определяем координаты точки 5:

$$X_5 = X_B + S_{B-5} \cos \alpha_{B-5} = +1000,00 + 200,00 \cdot \cos 269^\circ 50' = +999,42 \text{ м};$$

$$Y_5 = Y_B + S_{B-5} \sin \alpha_{B-5} = +1000,00 + 200,00 \cdot \sin 269^\circ 50' = -1200,00 \text{ м}.$$

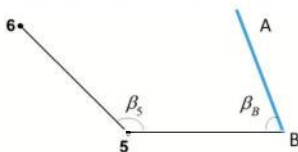


Рис. 7.3. Схема к примеру 7.2.

Задача 7.2.

Определить координаты точки 5 и дирекционный угол линии 5–6, если координаты $X_B = +3000,00$ м; $Y_B = +4000,00$ м; дирекционный угол линии $\alpha_{A-B} = 190^\circ 33'$; углы $\beta_B = 270^\circ 40'$; $\beta_5 = 284^\circ 40'$; длина линии $S_{B-5} = 450,75$ м.

Ответ: $X_5 = +2922,63$ м;

$Y_5 = +4444,06$ м;

$\alpha_{5-6} = 355^\circ 13'$.

Задача 7.3.

Определить координаты точки 5 и дирекционный угол линии 5–6, если координаты $X_B = +400,00$ м; $Y_B = -3455,71$ м; дирекционный угол линии $\alpha_{A-B} = 180^\circ 50'$; углы $\beta_B = 77^\circ 33'$; $\beta_5 = 120^\circ 22'$; длина линии $S_{B-5} = 331,45$ м.

Ответ: $X_5 = +476,62$ м;

$Y_5 = -3778,29$ м;

$\alpha_{5-6} = 342^\circ 55'$.

Задача 7.4.

Определить координаты точки 5 и дирекционный угол линии 5–6, если координаты $X_B = -10110,47$ м; $Y_B = +500,77$ м; дирекционный угол линии $\alpha_{A-B} = 104^\circ 10' 30''$; углы $\beta_B = 310^\circ 27'$; $\beta_5 = 177^\circ 15'$; длина линии $S_{B-5} = 402,33$ м.

Ответ: $X_5 = -9749,70$ м;

$Y_5 = +322,67$ м;

$\alpha_{5-6} = 330^\circ 58'$.

Задача 7.5.

Определить координаты точки 5 и дирекционный угол линии 5–6, если координаты $X_B = +0,11$ м; $Y_B = -0,11$ м; дирекционный угол линии $\alpha_{A-B} = 0^\circ 01' 30''$; углы $\beta_B = 10^\circ 12' 30''$; $\beta_5 = 42^\circ 40'$; длина линии $S_{B-5} = 40,12$ м.

Ответ: $X_5 = -39,40$ м;

$Y_5 = +6,98$ м;

$\alpha_{5-6} = 307^\circ 09'$.

7.6. Тесты к главе 7

1. Полигонометрия представляет собой метод построения геодезических сетей...

- а) в виде треугольников, у которых измерены все стороны;
- б) в виде треугольников, у которых измерены все углы и некоторые стороны;
- в) путем измерения расстояний и углов между пунктами хода;
- г) с помощью засечек, выполняемых с исходных пунктов.

2. Геодезический пункт — это...

- а) закрепленная на местности установленным образом точка геодезической сети;
- б) точка, над которой устанавливается нивелир при выполнении технического нивелирования;
- в) точка, над которой устанавливается нивелир при выполнении нивелирования первого класса;
- г) точка, на которую наводят перекрестие сетки нитей при измерении углов.

3. Критерием точности теодолитного хода служит...

- а) абсолютная невязка теодолитного хода;
- б) относительная невязка теодолитного хода;
- в) полученная невязка по осям X и Y;
- г) точность измерения углов и расстояний хода.

4. Сумма измеренных углов четырехугольного замкнутого теодолитного хода (теодолит 4Т-30) составила $360^\circ 6'$. Это означает, что...

- а) измерения выполнены в пределах допустимой точности;

- б) измерения следует выполнить заново;
 - в) измерения выполнены на пределе допустимой точности;
 - г) такой результат теоретически невозможен.
5. Для определения планового положения точек теодолитного хода...
- а) измеряют горизонтальные углы;
 - б) измеряют длины сторон;
 - в) измеряют горизонтальные углы и длины сторон;
 - г) измеряют длины сторон и вычисляют азимуты направлений.
6. Угловую невязку в теодолитном ходе, не превышающую допустимое значение, распределяют...
- а) в углы, значения которых самые маленькие;
 - б) в углы, значения которых самые большие;
 - в) во все углы с тем же знаком поровну;
 - г) во все углы с противоположным знаком.
7. В прямой геодезической задаче величину ΔY определяют по формуле:
- а) $\Delta Y = d \cdot \cos \alpha$;
 - б) $\Delta Y = d \cdot \sin \alpha$;
 - в) $\Delta Y = d \cdot \operatorname{tg} \alpha$;
 - г) $\Delta Y = d \cdot \operatorname{ctg} \alpha$;
8. В прямой геодезической задаче величину ΔX определяют по формуле:
- а) $\Delta X = d \cdot \cos \alpha$;
 - б) $\Delta X = d \cdot \sin \alpha$;
 - в) $\Delta X = d \cdot \operatorname{tg} \alpha$;
 - г) $\Delta X = d \cdot \operatorname{ctg} \alpha$;
9. Если в теодолитном ходе $f_x = +0,03$ м, а $f_y = -0,04$ м, то вычисленная невязка равна...
- а) 0,01 м;
 - б) 0,05 м;
 - в) 0,06 м;
 - г) 0,08 м.

10. Висячий ход — это...

- а) ход, проложенный через труднодоступные места;
- б) ход, имеющий большую разницу между измеренными сторонами;
- в) ход в виде ломаной линии, опирающийся на исходную точку;
- г) ход в виде ломаной линии, опирающийся на начальную и конечную точки.

11. Для данного фрагмента теодолитного хода дирекционный угол линии $B-C$ составит...

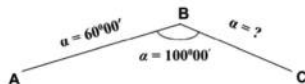


Рис. 7.4. Схема к тестовому заданию 11

- а) $40^{\circ}00'$;
- б) $140^{\circ}00'$;
- в) $280^{\circ}00'$;
- г) $320^{\circ}00'$.

12. Для данного фрагмента теодолитного хода дирекционный угол линии $B-C$ составит...

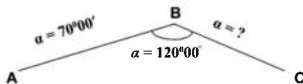


Рис. 7.5. Схема к тестовому заданию 12

- а) $50^{\circ}00'$;
- б) $130^{\circ}00'$;
- в) $190^{\circ}00'$;
- г) $310^{\circ}00'$.

13. Дирекционные углы линий 1-2 и 2-3 составляют $\alpha_{1-2} = 156^{\circ}48'$, $\alpha_{2-3} = 249^{\circ}13'$. Тогда, внутренний угол, измеренный справа по ходу движения, будет составлять...

- а) $46^{\circ}01'$;
- б) $69^{\circ}13'$;

- в) $87^{\circ}35'$;
- г) $92^{\circ}25'$.

14. При решении обратной геодезической задачи, для того чтобы определить дирекционный угол линии $I-2$, необходимо знать...

- а) координаты x и y точки I ;
- б) координаты x и y точки 2 ;
- в) координаты x и y точек I и 2 ;
- г) координаты x и y начальной точки I и расстояние линии $I-2$.

15. Предельная невязка замкнутого хода при техническом нивелировании не должна превышать значения...

- а) $\pm 50 \text{ мм } \sqrt{n}$;
- б) $\pm 20 \text{ мм } \sqrt{n}$;
- в) $\pm 10 \text{ мм } \sqrt{n}$;
- г) $\pm 5 \text{ мм } \sqrt{n}$.

16. Триангуляция — это метод построения плановой геодезической сети...

- а) в виде треугольников, у которых измерены все стороны;
- б) в виде треугольников, у которых измерены все углы и длины некоторых сторон;
- в) в виде треугольников, у которых измерены одна сторона и примыкающие углы;
- г) в виде треугольников, у которых измерены две стороны и угол между ними.

17. Трилатерация — это метод построения плановой геодезической сети...

- а) в виде треугольников, у которых измерены все стороны;
- б) в виде треугольников, у которых измерены все углы и длины некоторых сторон;
- в) в виде треугольников, у которых измерены одна сторона и примыкающие углы;
- г) в виде треугольников, у которых измерены две стороны и угол между ними;

18. Линейно-угловая плановая геодезическая сеть создается...
- а) в виде треугольников, у которых измерены все стороны;
 - б) в виде треугольников, у которых измерены все углы и длины всех сторон;
 - в) в виде треугольников, у которых измерены одна сторона и примыкающие углы;
 - г) в виде треугольников, у которых измерены две стороны и угол между ними.
19. Закрепление пункта геодезической сети зависит...
- а) от природно-климатических условий;
 - б) от продолжительности строительства или изысканий;
 - в) от типа грунтов;
 - г) от всего перечисленного.
20. Долговременный центр пункта геодезической сети располагают...
- а) на 50 см ниже границы промерзания грунта, но не менее 1,5 м от поверхности земли;
 - б) на 80 см ниже границы промерзания грунта, но не менее 1,0 м от поверхности земли;
 - в) не менее 1,5 м от поверхности земли;
 - г) не менее 1,0 м от поверхности земли;
21. Спутниковая система *Глонасс* создана...
- а) США;
 - б) Европейским Союзом;
 - в) Россией;
 - г) Японией.
22. При спутниковых измерениях режим *«Реокупация»* применяется тогда, когда...
- а) необходимо осуществить измерения в режиме реального времени;
 - б) необходимо осуществить измерения в режиме острой нехватки времени;
 - в) нет прямой видимости на необходимое число спутников;
 - г) необходимо осуществить измерения повышенной точности.

23. При спутниковых измерениях в режиме «Быстрая статика» наблюдения осуществляются на расстояниях...

- а) до 15 км;
- б) до 20 км;
- в) до 50 км;
- г) расстояние значение не имеет.

24. При спутниковых измерениях в режиме «Статика» наблюдения могут осуществляться на расстояниях...

- а) до 5 км;
- б) до 10 км;
- в) до 15 км;
- г) свыше 15 км.

25. На точность спутниковых измерений при создании геодезической сети оказывают влияние...

- а) состояние атмосферы;
- б) тропосферная рефракция;
- в) многопутность;
- г) все перечисленное.

26. За начало высот в России принят средний уровень...

- а) Тихого океана;
- б) Каспийского моря;
- в) Балтийского моря;
- г) Черного моря.

27. В зависимости от точности определения планового или высотного положения геодезические сети подразделяются на...

- а) два класса;
- б) три класса;
- в) четыре класса;
- г) пять классов.

28. Специальные геодезические сети создают...

- а) для выноса в натуру основных и главных разбивочных осей зданий и сооружений;
- б) для геодезического обеспечения строительства зданий сооружений;

- в) для перенесения в натуру и закрепления проектных параметров здания и сооружения;
- г) с целью создания геодезической сети, пункты которой закрепляют на местности основные разбивочные оси.

29. Геодезические сети сгущения строят...

- а) для построения всех других видов сети;
- б) для увеличения плотности государственной сети;
- в) для обеспечения строительства специальных сооружений;
- г) для создания разбивочной сети строительства зданий.

30. Государственные геодезические сети служат...

- а) для их изучения;
- б) для построения других видов сетей;
- в) для создания топографических карт;
- г) для съемки ситуации местности.

Ответы на тесты:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
в	а	б	б	в	г	б	а	б	в	б	б	в	в	в
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
б	а	б	г	а	в	в	а	г	г	в	б	б	б	б

ГЛАВА 8. ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ СЪЕМКИ

8.1. Виды топографических съемок

Топографическая съемка — это комплекс геодезических работ, выполняемых на местности для составления топографических карт и планов. Различают съемки для составления топографических планов крупных (1:500, 1:1000, 1:2000, 1:5000) и мелких (1:10 000, 1:25 000) масштабов. В инженерной геодезии выполняют в основном съемки крупных масштабов.

Съемке и отображению на топографических планах подлежат все элементы ситуации местности, существующей застройки, благоустройства, подземных и наземных коммуникаций, а также рельеф местности. Точки, определяющие положение на плане контуров ситуации, условно делят на твердые и нетвердые. К твердым точкам относят четко определяемые контуры сооружений, построенных из долговременных материалов. Контуры, не имеющие четких границ — например, луга, леса, пашни — относят к нетвердым точкам.

Топографическую съемку выполняют с точек местности, положение которых в принятой системе координат известно. При построении съемочного обоснования одновременно определяют положение точек в плане и по высоте. Плановое положение точек съемочного обоснования определяют проложением теодолитных и тахеометрических ходов, построением аналитических сетей. Высоты точек съемочного обоснования определяют чаще всего геометрическим или тригонометрическим нивелированием.

Для составления топографических планов применяют тахеометрическую, аэрофототопографическую, теодолитную, аналитическую, мензульную съемки, а также производят нивелирование поверхности и съемку с помощью спутниковых приемников. Применение того или иного метода зависит от масштаба съемки и имеющегося оборудования, причем некоторые методы съемок, например мензульная, в настоящее время практически не применяются.

В настоящей главе кратко рассмотрим только тахеометрическую, теодолитную и аналитическую съемки, остальные виды съемок — предмет рассмотрения специальных курсов.

8.2. Тахеометрическая съемка

Тахеометрической называют топографическую съемку местности, выполняемую с помощью тахеометров. Съемке подлежат и ситуация, и рельеф. Тахеометрическую съемку применяют при съемке в крупных масштабах небольших участков местности, особенно незастроенных или малозастроенных, а также при съемке трасс существующих и проектируемых линейных сооружений (автомобильных и железных дорог, ЛЭП, трубопроводов и т. п.).

Съемку ситуации и рельефа местности в современных условиях в основном производят электронными тахеометрами преимущественно полярным способом.

Электронным тахеометром называется прибор, объединяющий в себе светодальномер, электронный теодолит и микрокомпьютер. Светодальномер прибора измеряет расстояние до отражателя. Отражатели бывают призмные и пленочные. Полученная в результате измерений и вычислений информация высвечивается на цифровом табло, а также регистрируется во внутренней памяти прибора для последующего ввода в компьютер и дальнейшей обработки с использованием таких пакетов программ, как «CREDO», «Топаз» и др. Современные электронные тахеометры позволяют работать в безотражательном режиме.

При съемке местности электронный тахеометр устанавливают на точке съемочной основы, вводят в память координаты и высоту точки стояния, высоту прибора и отражателя, температуру воздуха и атмосферное давление. Наведя трубу на выбранную точку хода, устанавливают отсчет по горизонтальному кругу, равный $0^{\circ}00'$, и, осуществляя последовательное визирование на другие точки, производят съемку местности, ведя при этом абрис (схему).

Составление плана местности включает:

- вычисление координат x , y и высот H точек хода;
- разбивку на планшете сетки прямоугольных координат;
- нанесение на план точек хода по координатам x , y ;
- нанесение точек и рисовку контуров, используя записи в журнале и абрис;
- рисовку горизонталей с заданной высотой сечения рельефа с использованием вычисленных высот точек и абриса;

- оформление плана в соответствии с указаниями руководства («Условные знаки»).

8.3. Теодолитная съемка

Теодолитная съемка относится к одному из видов наземной съемки местности и включает в себя создание съемочной сети, съемку ситуации, обработку результатов измерений и составление плана. Основой теодолитной съемки служат, как правило, теодолитные ходы (замкнутые и разомкнутые). При необходимости сгущение съемочной сети может быть выполнено путем определения координат дополнительных точек засечками.

Съемочная сеть представляет собой совокупность закрепляемых на местности точек, положение которых в плане и по высоте определяют в принятой для съемки системе координат и высот. В теодолитных ходах длиной до 1,2 км относительные невязки не должны превышать 1:2000, а угловые невязки — $1'\sqrt{n}$, где n — число углов в ходе. Съемочная сеть должна опираться не менее чем на два исходных пункта высшего класса.

Высоты пунктов съемочной сети определяют, как правило, методом геометрического нивелирования. Сеть должна быть привязана не менее чем к двум реперам высшего класса. При этом сумма превышений в замкнутом теодолитном ходе должна равняться нулю, а для разомкнутого хода, вычисляться по формуле:

$$f_h = \sum h - (H_k - H_n).$$

Допустимую невязку в ходах или полигонах нивелирования IV класса определяют по формулам:

$$f_h = 20\sqrt{L} \text{ или } f_h = 5\sqrt{n};$$

для технического нивелирования:

$$f_h = 50\sqrt{L} \text{ или } f_h = 10\sqrt{n},$$

где L — длина хода, км,

n — число станций.

При съемке с сечением рельефа через 2 и 5 м, а также при съемке всхолмленной местности с сечением рельефа через 1 м высотное съемочное обоснование можно создавать методом тригонометрического нивелирования. В этом случае высотные невязки в ходах не должны превышать допуска:

$$0,0004P / \sqrt{n},$$

где P — длина хода,
 n — число линий в ходе.

Если условие $f_h \leq [f_h]$ выполняется, то превышения уравнивают. Полученную невязку распределяют с обратным знаком на все измерения прямо пропорционально по числу станций хода.

8.4. Съёмка аналитическим методом

Съёмку производят с линий и точек теодолитных ходов съёмочного обоснования. Съёмке подлежат фасады зданий и ситуация проездов, а также внутриквартальная застройка и ситуация. Результаты съёмки отображают на схематическом чертеже — абрисе в произвольном масштабе. Съёмка аналитическим методом может быть выполнена различными способами.

Способ перпендикуляров обычно применяют при съёмке объектов с четкими контурами. Так, при съёмке здания из каждой характерной точки его контура на сторону теодолитного хода опускают перпендикуляр и измеряют расстояние по стороне хода до основания перпендикуляра (координата x) и длину перпендикуляра (координата y). Расстояния измеряют рулеткой или лентой. Для контура здания выполняют обмер здания.

Способ перпендикуляров применяют тогда, когда съёмочный ход проходит на расстоянии от фасада не далее 8 м при съёмке масштаба 1:2000; не далее 6 м — в масштабе 1:1000 и не далее 4 м — в масштабе 1:500. Если длины перпендикуляров больше указанных размеров, то применяют угломерные инструменты, например, зеркальный или призмный экер.

Способ линейной засечки. Способ удобен, когда расстояния не превышают длины применяемого мерного прибора. При способе линейных засечек ленту укладывают в створе съёмочной линии. От двух точек на ленте, соответствующих целым метрам и составляющих основание приблизительно равностороннего треугольника, рулеткой измеряют расстояние до определяемой точки контура.

Способ угловой засечки применяют при съёмке удалённых или недоступных объектов. Засечки выполняют не менее чем с трех направлений.

Способ полярных координат применяют для съемки точек ситуации, удаленных от съемочного хода. Наиболее широкое применение данный способ находит при съемке внутриквартальной застройки, а также нетвердых контуров. Для определения положения точки измеряют горизонтальный угол β и расстояние d .

Составление топографического плана обычно выполняют в масштабах 1:2000; 1:1000 или 1:500. Оформляют план в соответствии с руководством «Условные знаки».

8.5. Примеры и задачи к главе 8

Пример 8.1.

В теодолитном ходе известен румб линии 1–2, равный СВ: $78^{\circ}30'$ и измерены горизонтальные углы справа по ходу $\beta_2 = 100^{\circ}02'$ и $\beta_3 = 110^{\circ}50'$. Вычислить румбы линий 2–3 и 3–4.

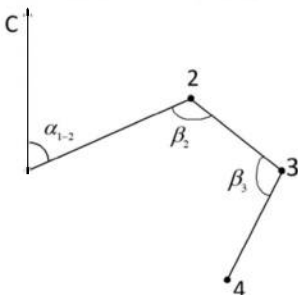


Рис. 8.1. Схема к примеру и задаче 8.1

Решение:

Вычисляем дирекционные углы линий 1–2, 2–3 и 3–4. Так как линия 1–2 находится в первой четверти, то $\alpha_{1-2} = 78^{\circ}30'$.

Дирекционные углы других линий теодолитного хода вычисляются по формуле:

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + 180^{\circ} - \beta_2.$$

Тогда дирекционный угол линии 2–3 будет равен

$$\alpha_{2-3} = 78^{\circ}30' + 180^{\circ} - 100^{\circ}02' = 158^{\circ}28'.$$

Так как линия 2–3 находится во второй четверти, то ее румб вычисляют как:

$$r_{2-3} = 180^{\circ} - \alpha_{2-3} = 180^{\circ} - 158^{\circ}28' = \text{ЮВ} : 21^{\circ}32'.$$

Дирекционный угол линии 3–4 будет равен

$$\alpha_{3-4} = 158^{\circ}28' + 180^{\circ} - 110^{\circ}50' = 227^{\circ}38'.$$

Так как линия 3–4 находится в третьей четверти, то румб равен

$$r_{3-4} = \alpha_{3-4} - 180^{\circ} = \text{ЮЗ} : 47^{\circ}38'.$$

Задача 8.1.

По данным, приведенным в таблице, вычислить румбы линий 2–3 и 3–4, если в теодолитном ходе известен румб линии 1–2 и измеренные горизонтальные углы справа по ходу.

Исходные данные	Варианты				
	1	2	3	4	5
r_{1-2}	СВ : $78^{\circ}30'$	ЮВ : $15^{\circ}15'$	СЗ : $45^{\circ}00'$	ЮЗ : $21^{\circ}25'$	ЮЗ : $34^{\circ}45'$
β_2	$100^{\circ}02'$	$75^{\circ}38'$	$94^{\circ}22'$	$124^{\circ}35'$	$211^{\circ}18'$
β_3	$110^{\circ}50'$	$115^{\circ}23'$	$174^{\circ}37'$	$67^{\circ}13'$	$77^{\circ}33'$

Пример 8.2.

От линии теодолитного хода способом перпендикуляров снят угол дома. Результаты промеров вдоль линии $x = 45,12$ м; перпендикулярно к линии $y = 7,16$ м. Вычислить полярные координаты d и β .

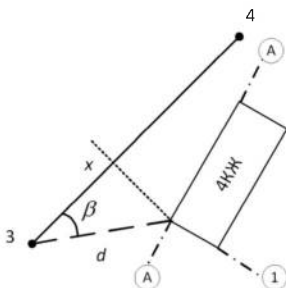


Рис. 8.2. Схема к примеру и задаче 8.2

Решение:

Расстояние d можно вычислить по формуле:

$$\beta = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(45,12)^2 + (7,16)^2} = 45,68 \text{ м.}$$

Угол вычисляется как

$$\beta = \arctg \frac{y}{x} = \frac{7,16}{45,12} = 9^\circ 01'.$$

Примечание: данный тип задачи может быть решен через «обратную геодезическую задачу».

Задача 8.2.

По данным, приведенным в таблице, вычислить полярные координаты d и β .

Примеры	Варианты				
	1	2	3	4	5
X — вдоль линии, м	35,12	35,16	42,56	48,24	25,34
У — перпендикуляр, м	24,18	43,18	18,42	28,45	12,28

Пример 8.3.

На точке A с отметкой $H_A = 50,07$ м и с прямоугольными координатами $x_A = 320,40$ м и $y_A = 280,00$ м полярным способом сняты две точки рельефа. Полярные координаты и углы наклона на данные точки составляют:

$$\beta_1 = 10^\circ 07'; d_1 = 57,2 \text{ м}; \nu_1 = -6^\circ 10';$$

$$\beta_2 = 64^\circ 15'; d_2 = 105,3 \text{ м}; \nu_2 = +4^\circ 08'.$$

За полярную ось на точке A принято направление на север. Высота прибора (вп) $-1,45$ м; высота визирования (вв) $-1,45$ м.

Решение:

1. Полярные углы β измерены от северного направления, следовательно, они являются дирекционными углами.

2. Прямоугольные координаты реечных точек 1 и 2 получают из решения *прямой геодезической задачи*, т. е.:

$$x_1 = x_A + d_1 \cdot \cos \beta_1 = 320,40 + 57,2 \cdot \cos 10^\circ 07' = 377,00 \text{ м};$$

$$y_1 = y_A + d_1 \cdot \sin \beta_1 = 280,00 + 57,2 \cdot \sin 10^\circ 07' = 290,05 \text{ м};$$

$$x_2 = x_A + d_2 \cdot \cos \beta_2 = 320,40 + 105,3 \cdot \cos 64^\circ 15' = 366,15 \text{ м};$$

$$y_2 = y_A + d_2 \cdot \sin \beta_2 = 280,00 + 105,3 \cdot \sin 64^\circ 15' = 374,84 \text{ м}.$$

3. Высотные отметки реечных точек 1 и 2 определяются по формулам тригонометрического нивелирования:

$$H_1 = H_A + d_1 \cdot \operatorname{tg} \nu_1 + \text{вп} - \text{вв} = 50,07 + 57,2 \cdot \operatorname{tg}(-6^\circ 10') = 43,89 \text{ м};$$

$$H_2 = H_A + d_2 \cdot \operatorname{tg} \nu_2 + \text{вп} - \text{вв} = 50,07 + 105,3 \cdot \operatorname{tg}(+4^\circ 08') = 56,13 \text{ м}.$$

Задача 8.3.

На точке A с отметкой $H_A = 50,07$ м и с прямоугольными координатами $x_A = 320,40$ м и $y_A = 280,00$ м методом полных приемов сняты двенадцать точек рельефа. По данным, приведенным в таблице вычислить пространственные координаты снятых реечных точек. За полярную ось принято направление на север. Высота прибора (вп) $-1,45$ м.

№ реечных точек	Горизонтальные расстояния, $d, м$	Отсчеты по горизонтальному кругу, $град; мин.$	Угол наклона, $град; мин.$	Высота визирования на рейку, м
1	57,2	18°30'	+1°30'	1,45
2	105,3	24°10'	+2°10'	3,00
3	42,88	52°20'	-2°20'	1,45
4	35,48	64°10'	+3°10'	3,00
5	56,89	78°30'	-1°10'	1,45
6	84,53	112°20'	-0°40'	1,45
7	53,18	118°20'	+0°40'	1,45
8	46,89	126°40'	+1°20'	1,45
9	100,02	172°10'	-1°40'	3,00
10	94,56	212°20'	+0°50'	3,00
11	38,98	248°20'	-0°20'	1,45
12	46,54	342°10'	+0°30'	1,45
1	57,2	359°58'	+1°30'	1,45

8.6. Тесты к главе 8

1. Теодолитным ходом называют...

- а) систему закрепленных в натуре точек, координаты которых определены из измерения углов;
- б) систему закрепленных в натуре точек, координаты которых определены из измерения углов и расстояний;
- в) систему закрепленных в натуре точек, координаты которых определены из измерения расстояний;
- г) прокладку ходов между точками государственной геодезической сети.

2. Теодолитные ходы прокладывают между...

- а) точками на плане;
- б) характерными точками сооружений;
- в) точками геодезической сети;
- г) реперами.

3. Для замкнутого теодолитного хода теоретическую сумму углов подсчитывают по формуле...

а) $\Sigma f_{теор} = 180^\circ(n - 2)$;

б) $\Sigma f_{теор} = 180^\circ(n + 2)$;

в) $\Sigma f_{теор} = 2 \cdot n \cdot 180^\circ$;

г) $\Sigma f_{теор} = n \cdot 180^\circ / 2$.

4. По значениям дирекционных углов и горизонтальных проложений сторон полигона теодолитной съемки вычисляют...

а) румбы;

б) азимуты;

в) длины сторон;

г) приращения координат.

5. Под погрешностью измерений понимают...

а) среднее арифметическое результатов измерений;

б) разность между результатом измерения и истинным значением измеряемой величины;

в) результаты измерений по определенной геометрической закономерности;

г) технические неисправности прибора или инструмента.

6. Если относительная линейная невязка теодолитного хода не превышает допустимого значения, то:

а) вводится запись дирекционных углов, их значения распределяют на вычисленные приращений координат;

б) невязки в приращениях распределяют, вводя поправки в вычисленные значения приращений координат;

в) невязки в приращениях распределяют, вводя поправки в вычисленные значения координаты точек;

г) невязки в приращениях распределяют, вводя поправки в вычисленные значения дирекционных углов.

7. В прямоугольной системе координат вершины теодолитного хода вычисляют по формулам:

а) $\Delta X = d \cdot \cos \alpha$ и $\Delta Y = d \cdot \sin \alpha$;

б) $\Delta X = d \cdot \sin \alpha$ и $\Delta Y = d \cdot \cos \alpha$;

в) $\Delta X = d \cdot \operatorname{tg} \alpha$ и $\Delta Y = d \cdot \operatorname{ctg} \alpha$;

г) $\Delta X = d \cdot \operatorname{ctg} \alpha$ и $\Delta Y = d \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

8. Тахеометрическая съемка является одним из методов топографической съемки для получения...

- а) географической карты с изображением ситуации местности;
- б) генерального плана для получения ситуации местности;
- в) строительного генерального плана с изображением ситуации;
- г) контурного плана с изображением рельефа местности.

9. Термин «Тахеометрия» означает...

- а) измерение на короткое расстояние;
- б) быстрое измерение;
- в) точное измерение;
- г) измерение на длинные расстояния.

10. При тахеометрической съемке...

- а) одновременно снимают направление, расстояние и высоту;
- б) снимают только расстояние между точками;
- в) снимают только превышения между точками;
- г) снимают только горизонтальные углы направлений.

11. Теодолитическую съемку производят...

- а) с любой точки;
- б) от пунктов любых опорных и съемочных сетей;
- в) от северного направления и далее по часовой стрелке;
- г) с точек, закрепленных на местности установленным образом.

12. В результате выполнения тахеометрической съемки получают...

- а) топографический план местности;
- б) план рельефа местности;
- в) систему закрепленных точек на местности;
- г) закрепление вершин полигонометрического хода.

13. При тахеометрической съемке для определения превышений применяется метод...

- а) геометрического нивелирования;
- б) тригонометрического нивелирования;
- в) гидростатического нивелирования;
- г) автоматизированного нивелирования.

14. При топографической съемке с помощью теодолита превышения вычисляют по формуле:

- а) $h = d \cos \alpha$;
- б) $h = d \sin \alpha$;
- в) $h = d \operatorname{tg} \alpha$;
- г) $d = kn + c$.

15. Для автоматизации полевых измерений при выполнении топографической съемки применяются...

- а) лазерные нивелиры;
- б) высокоточные электронные тахеометры;
- в) высокоточные электронные фототеодолиты;
- г) высокоточные электронные нивелиры.

16. Абрис — это...

- а) система автоматического вычерчивания горизонталей на топографическом плане;
- б) схематический чертеж участка местности, на котором нанесены элементы ситуации местности;
- в) прибор для определения площадей любых фигур;
- г) приспособление для определения горизонтального заложения линии на местности.

17. Съёмочное обоснование — это...

- а) ряд точек, которые закреплены на местности специальными знаками и имеют вычисленные значения координат и высоты;
- б) материалы, подтверждающие, что выполнена топографическая съемка именно данного участка местности;
- в) документы, подтверждающие право заниматься работами в области геодезии;
- г) материалы инженерных изысканий участка местности.

18. Для определения высотных отметок точек съёмочного обоснования при тахеометрической съемке...

- а) определяют высотные отметки по топографической карте;
- б) выполняют геометрическое нивелирование 1 класса;
- в) выполняют техническое нивелирование;
- г) определяют высотные отметки с помощью тахеометра.

19. Тахеометрическую съемку местности проводят для...
- а) составления топографического плана местности;
 - б) определения границ водосборной площади;
 - в) определения местоположения подземных коммуникаций;
 - г) проведения рекогносцировки местности.
20. Рекогносцировка местности — это...
- а) осмотр и обследование местности;
 - б) проведение комплекса инженерно-геологических изысканий;
 - в) проведение комплекса экологических исследований;
 - г) составления топографического плана местности.
21. Плановое положение реечной точки при тахеометрической съемке определяют...
- а) способом угловых засечек;
 - б) полярным способом;
 - в) способом линейных засечек;
 - г) способом перпендикуляров.
22. Основным видом съемки в области картографирования на территории нашей страны является...
- а) тахеометрическая съемка;
 - б) теодолитная съемка;
 - в) фототеодолитная съемка;
 - г) аэрофотосъемка.
23. Тахеометрическая съемка производится...
- а) по намеченным маршрутам;
 - б) последовательно по сетке квадратов;
 - в) с точек съёмочного обоснования;
 - г) по пикетным точкам.
24. Для определения расстояния при тахеометрической съемке электронным тахеометром...
- а) используют стальную землемерную ленту;
 - б) применяют лазерный дальномер;
 - в) применяют нитяной дальномер;

- г) измеряют превышения и вертикальный угол, а затем производят вычисления с помощью формул планиметрии.
25. Перед началом тахеометрической съемки...
- а) выполняют горизонтирование лимба;
 - б) определяют эксцентриситет алидады;
 - в) определяют магнитный азимут одной из сторон;
 - г) устанавливают нулевой отсчет по одному из направлений.
26. Способ угловой засечки применяют...
- а) при съемке удаленных или недоступных объектов;
 - б) при съемке любых точек;
 - в) при съемке точек ситуации, удаленных от съёмочного хода;
 - г) при съемке точек ситуации, когда имеется возможность производить построения углов под 90° .
27. Способ линейной засечки применяют...
- а) при съемке, когда расстояние не превышает длины мерного прибора;
 - б) при съемке удаленных или недоступных объектов;
 - в) при съемке любых точек ситуации;
 - г) при съемке точек ситуации, удаленных от съёмочного хода.
28. Способ полярных координат применяют...
- а) при съемке любых точек ситуации;
 - б) при съемке удаленных или недоступных объектов;
 - в) при съемке точек ситуации, когда имеется возможность производить построения углов под 90° ;
 - г) при съемке точек ситуации, удаленных от съёмочного хода.
29. Положение снимаемой точки с помощью теодолита *4Т-30П* при отсчете по вертикальному кругу при $KЛ = -2^\circ 10'$ и высоте прибора, равной высоте наведения, будет...
- а) выше станции;
 - б) на уровне станции;
 - в) ниже станции;
 - г) такой отсчет невозможен.

30. Положение снимаемой точки с помощью теодолита *4Т-30П* при отсчете по вертикальному кругу при $KП = 2^{\circ}10'$ и высоте прибора, равной высоте наведения, будет...

- а) выше станции;
- б) на уровне станции;
- в) ниже станции;
- г) такой отсчет невозможен.

Ответы на тесты:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
б	в	а	г	б	б	а	г	б	а	б	а	б	в	б
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
б	а	г	а	а	б	г	в	б	г	а	а	г	в	в

ГЛАВА 9. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОЙ ГЕОДЕЗИИ

9.1. Примеры решения задач по подготовке исходных данных к выносу проекта в натуру

Пример 9.1.1.

Выполнить расчет разбивочных элементов для выноса в натуру проектной точки A полярным способом из одной точки.

Дано:

Координаты точки M разбивочной основы составляют $x_M = 5031,25$ м; $y_M = 4814,37$ м; координаты точки A : $x_A = 5072,50$ м; $y_A = 4843,70$ м; дирекционный угол линии MN разбивочной основы $\alpha_{MN} = 114^\circ 45'$.

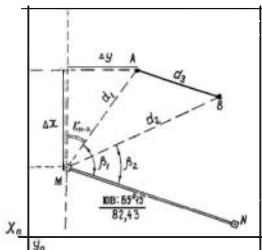


Рис. 9.1.1. Схема разбивочного чертежа к примерам 9.1.1 и 9.1.2

Решение:

1. Определяем приращение координат точек начала и конца линии MA :

$$\Delta x = x_A - x_M = 5072,50 - 5031,25 = 41,25 \text{ м};$$

$$\Delta y = y_A - y_M = 4843,70 - 4814,37 = 29,33 \text{ м}.$$

2. Вычисляем величину тангенса румба линии MA :

$$\operatorname{tg} r_{MA} = \frac{|\Delta y|}{|\Delta x|} = \frac{29,33}{41,25} = 0,71103.$$

Отсюда румб линии MA равен $r_{MA} = \text{CB} : 35^\circ 25'$, которому соответствует дирекционный угол $\alpha_{MA} = 35^\circ 25'$.

3. Определяем величину горизонтального угла:

$$\beta_1 = \alpha_{MN} - \alpha_{MA} = 114^\circ 45' - 35^\circ 25' = 79^\circ 20'.$$

4. Далее вычисляют расстояние d_1 :

$$d_1 = \frac{\Delta x}{\cos r_{MA}} = \frac{41,25}{\cos 35^\circ 25'} = \frac{41,25}{0,81496} = 50,62 \text{ м};$$

$$d_1 = \frac{\Delta y}{\sin r_{MA}} = \frac{29,33}{\cos 35^\circ 25'} = \frac{41,25}{0,57952} = 50,61 \text{ м.}$$

Пример 9.1.2.

Выполнить расчет разбивочных элементов для выноса в натуру проектных точек A и B полярным способом из одной точки M (рис. 9.1.1). Определить длины линий MA , MB и горизонтальные углы β_1 и β_2 . Даны координаты точки M разбивочной основы: $x_M = 120,45$ м; $y_M = 60,85$ м; координаты точки A и B : $x_A = 142,25$ м; $y_A = 56,94$ м; $x_B = 141,66$ м; $y_B = 82,06$ м; дирекционный угол линии MN разбивочной основы: $\alpha_{MN} = 114^\circ 45'$.

Решение:

Решение данной задачи производится с помощью формул обратной геодезической задачи аналогично предыдущей:

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right|; \quad d = \frac{\Delta x}{\cos \alpha} = \frac{\Delta y}{\sin \alpha}.$$

1. Определяем приращение координат точек начала и конца линии MA :

$$\Delta x = x_A - x_M = 142,25 - 120,45 = 21,80 \text{ м};$$

$$\Delta y = y_A - y_M = 56,94 - 60,85 = -3,91 \text{ м.}$$

2. Определяем приращение координат точек начала и конца линии MB :

$$\Delta x = x_B - x_M = 141,66 - 120,45 = 21,21 \text{ м};$$

$$\Delta y = y_B - y_M = 82,06 - 60,85 = 21,21 \text{ м.}$$

3. Вычисляем величину тангенса румба линии MA :

$$\operatorname{tg} r_{MA} = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right| = \frac{-3,91}{21,80} = -0,17936.$$

Приращения	Название румбов			
	СВ	ЮВ	ЮЗ	СЗ
Δx	+	–	–	+
Δy	+	+	–	–

Следовательно, румб линии MA равен $r_{MA} = \text{СЗ} : 10^\circ 10'$.

Тогда дирекционный угол линии MA равен:

$$\alpha_{MA} = 360^\circ 00' - 10^\circ 10' = 349^\circ 50'.$$

4. Вычисляем величину тангенса румба линии MB :

$$\operatorname{tg} r_{MA} = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right| = \frac{21,21}{21,21} = 1,0.$$

Следовательно, румб линии MB равен $r_{MA} = CB : 45^\circ 00'$.

Дирекционный угол линии MB соответствует:

$$\alpha_{MB} = 45^\circ 00'.$$

5. Определяем величину горизонтальных углов:

$$\beta_1 = \alpha_{MN} - \alpha_{MA} = 360^\circ 00' + 114^\circ 45' - 349^\circ 50' = 124^\circ 55';$$

$$\beta_2 = \alpha_{MN} - \alpha_{MB} = 114^\circ 45' - 45^\circ 00' = 69^\circ 45'.$$

6. Далее вычисляют расстояние d_1 и d_2

$$d_1 = \frac{\Delta x}{\cos r_{MA}} = \frac{21,80}{\cos 10^\circ 10'} = \frac{21,80}{0,9843} = 22,15 \text{ м};$$

$$d_2 = \frac{\Delta x}{\cos r_{MB}} = \frac{21,21}{\cos 45^\circ} = \frac{21,21}{0,7071} = 58,34 \text{ м}.$$

Пример 9.1.3.

Выполнить подготовку геодезических данных для выноса основной оси здания в натуру способом угловых засечек. Даны координаты начальной и конечной точек отрезка оси CD :

$$x_C = 1274,97 \text{ м}; \quad y_C = -839,09 \text{ м};$$

$$x_D = 1276,15 \text{ м}; \quad y_D = -781,50 \text{ м}.$$

Координаты стороны полигонометрического хода AB :

$$x_A = 1240,60 \text{ м}; \quad y_A = -860,70 \text{ м}; \quad x_B = 1240,60 \text{ м}; \quad y_B = -760,70 \text{ м}.$$

Дирекционный угол линии AB $\alpha_{AB} = 90^\circ 00'$.

Решение:

1. Определяем приращение координат точек начала и конца линии AC :

$$\Delta x = x_C - x_A = 1274,97 - 1240,60 = 34,37 \text{ м};$$

$$\Delta y = y_C - y_A = 839,09 - 860,70 = -21,61 \text{ м}.$$

Примечание: Знак приращения координат определяется четвертью, в которой находится точка.

2. Определяем приращение координат точек начала и конца линии BD :

$$\Delta x = x_D - x_B = 1276,15 - 1240,60 = 35,55 \text{ м};$$

$$\Delta y = y_D - y_B = 781,50 - 760,70 = 20,80 \text{ м}.$$

3. Вычисляем величину тангенса румба линии AC :

$$\text{tgr}_{AC} = \frac{|\Delta y|}{|\Delta x|} = \frac{21,61}{34,37} = -0,6287.$$

Следовательно, румб линии AC равен $r_{CA} = CЗ : 32^\circ 10'$.

Тогда дирекционный угол линии AC равен:

$$\alpha_{AC} = 360^\circ 00' - 32^\circ 10' = 327^\circ 50'.$$

Четверть	Значение дирекционного угла, град.	Название румба	Связь между румбами и дирекционными углами	Знаки приращения координат	
				Δx	Δy
1	0–90	СВ	$r = \alpha$	+	+
2	90–180	ЮВ	$r = 180^\circ - \alpha$	–	+
3	180–270	ЮЗ	$r = \alpha - 180^\circ$	–	–
4	270–360	СЗ	$r = 360^\circ - \alpha$	+	–

4. Вычисляем величину тангенса румба линии BD :

$$\text{tgr}_{BD} = \frac{|\Delta y|}{|\Delta x|} = \frac{20,80}{35,55} = 0,5851.$$

Следовательно, румб линии BD равен $r_{BD} = СВ : 30^\circ 20'$.

Тогда дирекционный угол линии BD равен:

$$\alpha_{BD} = 30^\circ 20'.$$

5. Определяем величину горизонтальных углов, примыкающих к стороне полигонометрии:

$$\beta_1 = \alpha_{AB} - \alpha_{AC} = 360^\circ 00' + 90^\circ 00' - 327^\circ 50' = 122^\circ 10';$$

$$\beta_2 = \alpha_{AB} - \alpha_{BD} = 90^\circ 00' - 30^\circ 20' = 59^\circ 40'.$$

6. Далее вычисляют расстояние d_1 и d_2 — расстояние до точек C и D соответственно:

$$d_1 = \frac{\Delta x}{\cos r_{AC}} = \frac{34,37}{\cos 32^\circ 10'} = \frac{34,37}{0,5324} = 64,56 \text{ м};$$

$$d_2 = \frac{\Delta x}{\cos r_{BD}} = \frac{35,55}{\cos 30^{\circ}20'} = \frac{35,55}{0,5050} = 70,40 \text{ м.}$$

Пример 9.1.4.

Подготовить исходные данные к выносу проекта в натуру по следующим исходным данным:

№	x	y	№	x	y
A1	1224,45	1031,83	5	1199,29	1027,33
A5	1238,20	1079,90	7	1182,15	1133,38

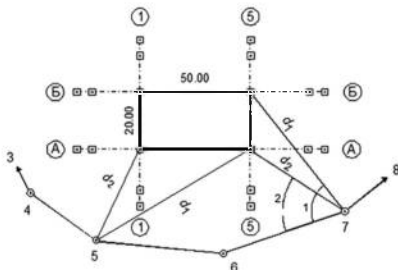


Рис. 9.1.2. Схема к выносу проекта в натуру от полигонометрического хода

Дирекционный угол линии 5–6 разбивочной основы:

$$\alpha_{5,6} = 100^{\circ}45';$$

дирекционный угол линии 6–7 разбивочной основы:

$$\alpha_{6,7} = 70^{\circ}25'.$$

Решение:

1. Определяем приращение координат точек начала и конца линии d_2 :

$$\Delta x = x_{A1} - x_5 = 1224,45 - 1199,29 = 25,16 \text{ м};$$

$$\Delta y = y_{A1} - y_5 = 1031,83 - 1027,33 = 4,50 \text{ м.}$$

и приращение координат точек начала и конца линии d_1 из пункта 5:

$$\Delta x = x_{A5} - x_5 = 1238,20 - 1199,29 = 38,91 \text{ м};$$

$$\Delta y = y_{A5} - y_5 = 1079,90 - 1027,33 = 52,57 \text{ м}.$$

2. Определяем приращение координат точек начала и конца линии d_2 :

$$\Delta x = x_{A5} - x_7 = 1238,20 - 1182,15 = 56,05 \text{ м};$$

$$\Delta y = y_{A5} - y_7 = 1079,90 - 1133,38 = -53,48 \text{ м}.$$

Примечание: Знак приращения координат определяется четвертью, в которой находится точка.

3. Вычисляем величину тангенса румба линии $A1-5(d_2)$:

$$\text{tgr}_{A1-5} = \frac{|\Delta y|}{|\Delta x|} = \frac{4,50}{25,16} = 0,17886.$$

Следовательно, румб линии $A1-5$ равен $r_{A1-5} = CB : 10^\circ 10'$.

Тогда дирекционный угол линии $A1-5(d_2)$ равен:

$$\alpha_{A1-5} = 10^\circ 10'.$$

Следовательно, угол $6-5-A1$ равен:

$$\beta_{6-5-A1} = 100^\circ 45' - 10^\circ 10' = 90^\circ 35'.$$

4. Вычисляем величину тангенса румба линии $A5-5(d_1)$:

$$\text{tgr}_{A5-5} = \frac{|\Delta y|}{|\Delta x|} = \frac{52,57}{38,91} = 1,35107.$$

Следовательно, румб линии $A5-5$ равен $r_{A5-5} = CB : 53^\circ 29'$.

Тогда дирекционный угол линии $A5-5$ равен:

$$\alpha_{5-A5} = 53^\circ 29'.$$

Следовательно, угол $6-5-A5$ равен:

$$\beta_{6-5-A5} = 100^\circ 45' - 53^\circ 29' = 47^\circ 16'.$$

Тогда внутренний угол $A1-5-A5$ будет равен:

$$\beta_{A1-5-A5} = 90^\circ 35' - 47^\circ 16' = 43^\circ 19'.$$

Аналогичным образом следует рассчитать углы с опорной точки 7.

5. Далее вычисляют расстояние d_1 и d_2 до точек $A1$, $A5$ и $B5$ соответственно (например, для точки $A1$ от опорного пункта 5):

$$d_1 = \frac{\Delta x}{\cos r_{AC}} = \frac{38,91}{\cos 53^\circ 29'} = \frac{38,91}{0,5948} = 65,42 \text{ м};$$

$$d_2 = \frac{\Delta x}{\cos r_{5-A1}} = \frac{25,16}{\cos 10^\circ 10'} = \frac{25,16}{0,9840} = 25,57 \text{ м.}$$

Пример 9.1.5.

Прямая геодезическая угловая засечка применяется для определения координат дополнительной точки (P) из двух исходных пунктов с известными координатами. Вычисление координат может быть выполнено по формулам Юнга (формулам котангенсов измеренных углов) или по формулам Гаусса.

Дано:

$$\beta_1 = 76^\circ 30' 44'';$$

$$\beta_2 = 35^\circ 20' 18''.$$

Координаты пункта A :

$$x_A = 9143,89 \text{ м};$$

$$y_A = 4910,01 \text{ м};$$

координаты пункта B :

$$x_B = 9924,48 \text{ м};$$

$$y_B = 5925,77 \text{ м};$$

координаты пункта C :

$$x_C = 9424,98 \text{ м};$$

$$y_C = 3925,27 \text{ м}.$$

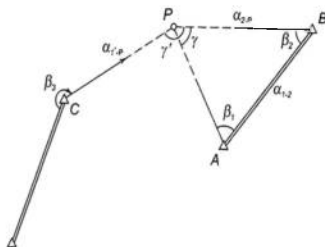


Рис. 9.1.3. Схема к решению прямой геодезической задачи

Решение:

1. Определим теоретическое значение угла γ :

$$\gamma = 180^\circ - 76^\circ 30' 44'' - 35^\circ 20' 18'' = 68^\circ 08' 58''.$$

2. Если между двумя исходными пунктами $A(1)$ и $B(2)$ имеется взаимная видимость и при них измерены горизонтальные углы β_1 и β_2 , то решение задачи выполним по формулам Юнга:

$$x_P = \frac{x_1 \operatorname{ctg} \beta_2 + x_2 \operatorname{ctg} \beta_1 - y_1 + y_2}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2};$$

$$y_P = \frac{y_1 \operatorname{ctg} \beta_2 + y_2 \operatorname{ctg} \beta_1 + x_1 - x_2}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}.$$

Для удобства исходные данные и полученные результаты вычислений сведем в таблицу:

Наименование пунктов	Измеренные углы	Абсциссы пунктов X, м	Ординаты пунктов Y, м	$ctg\beta_i$
A (1)	$\beta_1 = 76^\circ 30' 44''$	9143,89	4910,01	0,239853
B (2)	$\beta_2 = 35^\circ 20' 18''$	9924,48	5925,77	1,410349
P (3)	$\gamma = 68^\circ 08' 58''$	9872,89	4584,62	—

3. Вычисляем величину тангенса румба линии AP :

$$tgr_{AP} = \frac{|\Delta y|}{|\Delta x|} = \frac{4584,62 - 4910,01}{9872,89 - 9143,89} = \frac{-325,39}{729,0} = -0,44635.$$

Четверть	Значение дирекционного угла, град.	Название румба	Связь между румбами и дирекционными углами	Знаки приращения координат	
				Δx	Δy
1	0–90	СВ	$r = \alpha$	+	+
2	90–180	ЮВ	$r = 180^\circ - \alpha$	–	+
3	180–270	ЮЗ	$r = \alpha - 180^\circ$	–	–
4	270–360	СЗ	$r = 360^\circ - \alpha$	+	–

Следовательно, румб линии AP равен $r_{AP} = СЗ : 23^\circ 03'$.

Тогда дирекционный угол линии AP равен:

$$\alpha_{AP} = 360^\circ 00' - 23^\circ 03' = 336^\circ 57'.$$

Пример 9.1.6.

Если между исходными пунктами A и C отсутствует взаимная видимость, то решение такой задачи производится по формулам Гаусса (рис. 9.1.3). На исходных пунктах B и C измеряют соответственно углы β_1 и β_3 . Координаты определяемой точки P могут быть рассчитаны по формулам тангенсов или котангенсов дирекционных углов направлений.

$$x_P = \frac{x_1 tg\alpha_{1'-P} - x_2 tg\alpha_{2-P} - y_1 + y_2}{tg\alpha_{1'-P} - tg\alpha_{2-P}};$$

$$y_P = y_1 + (x_P - x_1)tg\alpha_{1'-P} = y_2 + (x_P - x_2)tg\alpha_{2-P};$$

ИЛИ

$$y_p = \frac{y_1 \operatorname{ctg} \alpha_{1'-p} - y_2 \operatorname{ctg} \alpha_{2-p} - x_1 + x_2}{\operatorname{ctg} \alpha_{1'-p} - \operatorname{ctg} \alpha_{2-p}},$$

$$x_p = x_1 + (y_p - y_1) \operatorname{ctg} \alpha_{1'-p} = x_2 + (y_p - y_2) \operatorname{ctg} \alpha_{2-p}.$$

Примечание: В случае если значение одного из дирекционных углов близко к 90° или 270° , удобнее пользоваться формулами котангенсов.

Для удобства исходные данные и полученные результаты вычислений сведем в таблицу:

Наименование пунктов	Углы		Координаты X/Y, м
С (1')	$\alpha_{2-1} = 232^\circ 27' 31''$	$\alpha_{1'-D} = 181^\circ 12' 30''$	<u>9186,74</u> 3724,31
В (2)	$\beta_2 = 35^\circ 20' 18''$	$\beta_3 = 230^\circ 13' 00''$	<u>9924,48</u> 5925,77
Р (3)	$\alpha_{2-p} = 267^\circ 47' 49''$	$\alpha_{1'-p} = 51^\circ 25' 30''$	<u>9872,89</u> 4584,60

$$\operatorname{ctg} \alpha_{1'-p} = 0,797575; \operatorname{ctg} \alpha_{2-p} = 0,038469; \operatorname{ctg} \alpha_{1'-p} + \operatorname{ctg} \alpha_{2-p} = 0,836044.$$

Дирекционный угол α_{2-1} можно найти из решения обратной геодезической задачи по координатам пунктов В и С.

$$\operatorname{tg} r_{2-1} = \frac{|\Delta y|}{|\Delta x|} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{4910,01 - 5925,77}{9143,89 - 9924,48} = \frac{-1015,76}{-780,59} = 1,301272.$$

Следовательно, румб линии 2-1 равен

$$r_{2-1} = \text{ЮЗ}: 52^\circ 27' 31''.$$

Тогда дирекционный угол

$$\alpha_{2-1} = 180^\circ + 52^\circ 27' 31'' = 232^\circ 27' 31''.$$

Дирекционный угол α_{2-p} будет равен:

$$\alpha_{2-p} = \alpha_{2-1} + \beta_2 = 232^\circ 27' 31'' + 35^\circ 20' 18'' = 267^\circ 47' 49''.$$

А дирекционный угол $\alpha_{1'-p}$ будет равен:

$$\alpha_{1'-p} = \alpha_{1'-D} + \beta_3 = 181^\circ 12' 30'' + 230^\circ 13' 00'' = 51^\circ 25' 30''.$$

Пример 9.1.7.

Выполнить оценку точности решения прямой геодезической засечки (по исходным данным к задаче 9.1.6).

Решение:

Среднюю квадратическую погрешность положения искомого пункта P , определенного по двум исходным пунктам можно определить по формуле:

$$M_P = \frac{m_\beta''}{\rho''} \sin \gamma \sqrt{d_1^2 + d_2^2},$$

где m_β'' — средняя квадратическая погрешность измерения угла

(в рассматриваемом примере $m_\beta'' = 2''$);

γ — угол при определяемой точке P ;

$\rho'' = 206265''$;

d_1 и d_2 — расстояние от исходных пунктов до точки P .

I комбинация (пункты 1–2):

$$M_P' = \frac{m_\beta''}{\rho''} \sin \gamma \sqrt{d_{1-P}^2 + d_{2-P}^2}.$$

Здесь значение $\gamma = 180^\circ - 76^\circ 30' 44'' - 35^\circ 20' 18'' = 68^\circ 08' 58''$;

$$d_{1-P} = \sqrt{(x_P - x_1)^2 + (y_P - y_1)^2} = \sqrt{(9872,89 - 9143,89)^2 + (4584,62 - 4910,01)^2} = 798,32 \text{ м};$$

$$d_{2-P} = \sqrt{(x_P - x_2)^2 + (y_P - y_2)^2} = \sqrt{(9872,89 - 9924,48)^2 + (4584,62 - 5925,77)^2} = 1342,14 \text{ м}.$$

Тогда

$$M_P' = \frac{m_\beta''}{\rho''} \sin \gamma \sqrt{d_{1-P}^2 + d_{2-P}^2} = \frac{2''}{206265} \sin 68^\circ 08' 58'' \sqrt{(798,32)^2 + (1342,14)^2} = 0,014 \text{ м}.$$

II комбинация (пункты 1–2):

$$M_P'' = \frac{m_\beta''}{\rho''} \sin \gamma' \sqrt{d_{1-P}^2 + d_{2-P}^2},$$

где $\gamma' = \alpha_{P-1'} - \alpha_{P-2} = 231^\circ 25' 30'' - 87^\circ 47' 49'' = 143^\circ 37' 41''$;

$$d_{1-P} = \sqrt{(x_P - x_{1'})^2 + (y_P - y_{1'})^2} = \sqrt{(9872,89 - 9186,74)^2 + (4584,62 - 3724,31)^2} = 1100,41 \text{ м};$$

$$d_{2-P} = \sqrt{(x_P - x_2)^2 + (y_P - y_2)^2} = \sqrt{(9872,89 - 9924,48)^2 + (4584,62 - 5925,77)^2} = 1342,14 \text{ м};$$

$$M_P = \frac{m_\beta}{\rho''} \sin \gamma \sqrt{d_{1-P}^2 + d_{2-P}^2} = \frac{2''}{202625''} \sin 143^\circ 37' 41'' \sqrt{(1100,41)^2 + (1342,14)^2} = 0,010 \text{ м}.$$

Тогда общая средняя квадратическая погрешность будет равна:

$$M = \sqrt{M_P^2 + M_P^2} = \sqrt{(0,014)^2 + (0,010)^2} = 0,017 \text{ м}.$$

Расхождения в значениях абсцисс и ординат определяемого пункта P из решения по двум комбинациям должны удовлетворять условию:

$$r \leq 3M;$$

$$\text{где } r = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} = \sqrt{(x_P^* - x_P'')^2 + (y_P^* - y_P'')^2} = \sqrt{0 + (0,02)^2} = 0,02 \text{ м};$$

$0,02 \text{ м} < 3 \cdot 0,017 \text{ м}$, т. е. условие выполняется.

Тогда за окончательные значения координат пункта P принимают средние их значения из двух решений:

$$x_{cp} = 9872,89 \text{ м}; \quad y_{cp} = 4584,61 \text{ м}.$$

Квадратическая погрешность среднего положения пункта P , полученного из двух решений:

$$M_{cp} = 0,5M = 0,5 \cdot 0,017 = 0,01 \text{ м}.$$

Пример 9.1.8.

Суть решения обратной геодезической задачи состоит в определении координат дополнительной точки способом измерения с данной точки углов между направлениями как минимум на три исходных пункта с известными координатами (рис. 9.1.4). Данная задача получила наименование как задача Потенота. Существует несколько способов решения задачи Потенота, в нашем примере будет рассмотрен способ Даламбера.

Примечание: При решении обратной засечки исходные пункты нумеруют по часовой стрелке, считая искомую точку центром.

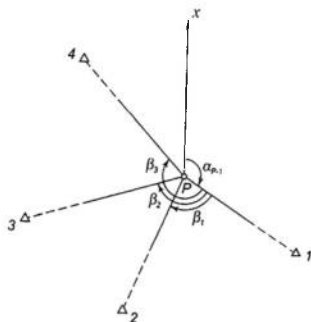


Рис. 9.1.4. Схема обратной засечки по четырем пунктам

1. Вычисляют дирекционный угол направления с исходного пункта I на определяемую точку P по формуле:

$$\operatorname{tg} \alpha_{1-P} = \frac{(y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (y_1 - y_3) \operatorname{ctg} \beta_2 - x_2 + x_3}{(x_2 - x_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (x_1 - x_3) \operatorname{ctg} \beta_2 + y_2 - y_3};$$

2. Определяют дирекционные углы направлений с других исходных пунктов — 2, 3, 4.

$$\alpha_{2-P} = \alpha_{1-P} + \beta_1;$$

$$\alpha_{3-P} = \alpha_{1-P} + \beta_2;$$

$$\alpha_{4-P} = \alpha_{1-P} + \beta_3.$$

3. Используя формулы тангенсов или котангенсов дирекционных углов направлений с исходных пунктов на определяемую точку P , вычисляют координаты точки P в двух комбинациях.

Первое решение получают при использовании дирекционных углов α_{1-P} и α_{2-P} ; во втором решении используют дирекционные углы α_{3-P} и α_{4-P} .

Второе решение является контрольным и независимым от первого.

I комбинация:

$$x_p = \frac{x_1 \operatorname{tg} \alpha_{1-p} - x_2 \operatorname{tg} \alpha_{2-p} - y_1 + y_2}{\operatorname{tg} \alpha_{1-p} - \operatorname{tg} \alpha_{2-p}};$$

$$y_p = y_1 + (x_p - x_1) \operatorname{tg} \alpha_{1-p}; \quad y_p = y_2 + (x_p - x_2) \operatorname{tg} \alpha_{2-p}.$$

II комбинация:

$$x_p = \frac{x_3 \operatorname{tg} \alpha_{3-p} - x_4 \operatorname{tg} \alpha_{4-p} - y_3 + y_4}{\operatorname{tg} \alpha_{3-p} - \operatorname{tg} \alpha_{4-p}};$$

$$y_p = y_3 + (x_p - x_3) \operatorname{tg} \alpha_{3-p}; \quad y_p = y_4 + (x_p - x_4) \operatorname{tg} \alpha_{4-p}.$$

Пример решения задачи представлен в таблице.

Формулы	Значения	Формулы	Значения	Формулы	Значения
(1) y_1	22704,04	(2) x_1	25598,63	Контроль	
(3) y_2	21282,61	(4) x_2	25041,35	α_{1-p}	307°59'57"
(5) y_3	20101,88	(6) x_3	26039,20	β_2	123°13'10"
(7) y_4	20732,44	(8) x_4	27797,19	α_{3-p}	71°13'07"
(9) $y_2 - y_1$	-1421,43	(11) $x_2 - x_1$	-557,28	β_3	200°14'02"
(10) $y_1 - y_3$	2602,16	(12) $x_1 - x_3$	-440,57	α_{4-p}	148°13'59"
(13) β_1	61°11'00"	(14) β_2	123°13'10"	$\operatorname{tg} \alpha_{3-p}$	2,9406114
(15) $\operatorname{ctg} \beta_1$	0,5501335	(16) $\operatorname{ctg} \beta_2$	-0,6548665	$\operatorname{tg} \alpha_{4-p}$	-0,619228
(17) Δy	-1488,19	(18) Δx	1162,67	$\operatorname{tg} \alpha_{3-p} - \operatorname{tg} \alpha_{4-p}$	3,5598392
(19) $\operatorname{tg} \alpha_{1-p}$	-1,279983	(20) α_{1-p}	307°59'57"	x_p''	26522,13
(22) $\operatorname{tg} \alpha_{2-p}$	0,1616512	(21) α_{2-p}	9°10'57"	$x_p - x_3$	482,93
(23) $\operatorname{tg} \alpha_{1-p} - \operatorname{tg} \alpha_{2-p}$	-1,441634	(24) x_p'	26522,12	y_p''	21522,00
(25) $x_p - x_1$	923,49	(26) $x_p - x_2$	1480,77	$x_p - x_4$	-1275,06
(27) y_p'	21521,98	(28) y_p'	21521,98	y_p''	21522,00
Среднее значение координат: $x_{cp} = 26522,12 \text{ м}$; $y_{cp} = 21521,99 \text{ м}$.					

Пример 9.1.9.

Комбинированная засечка представляет собой сочетание прямой и обратной засечек. Данный тип засечки применяется в том случае, когда с определяемой точки P имеется видимость только на три исходных пункта A , B и C (рис. 9.1.5). При этом один или два исходных пункта, например B и C недоступны для установки на них теодолита (тахеометра).

На определяемой точке P измеряют углы β_1 и β_2 между направлениями на исходные пункты, благодаря чему можно определить ее координаты решением обратной засечки. Для контроля на исходном пункте A измеряют угол β_3 .

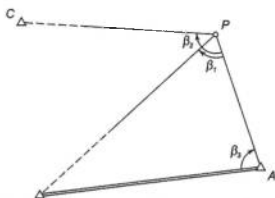


Рис. 9.1.5. Схема комбинированной геодезической засечки

В результате по дирекционному углу исходной стороны AB и измеренному горизонтальному углу может быть найден дирекционный угол направления с исходного пункта на определяемую точку P по формулам прямой геодезической засечки. При выполнении задания предусмотрено решение обратной геодезической засечки по трем исходным пунктам способом Кнейсса и прямой геодезической засечки по дирекционным углам направлений с двух исходных пунктов на определяемую точку с использованием формул Гаусса.

Исходные данные к задаче

Пункты	Координаты пунктов, м		Измеренные углы		
	x	y	β_1	β_2	β_3
A	4964,17	5983,25	—	—	$52^\circ 43' 46''$
B	4103,48	4917,79	—	—	—
C	4170,92	3819,56	—	—	—
P	—	—	$57^\circ 17' 15''$	$106^\circ 33' 43''$	—

Решение:

1. По измеренным углам β_1 и β_2 и координатам исходных пунктов A , B и C решением обратной геодезической засечки способом Кнейсса находят координаты точки P . Ниже приведены рабочие формулы, необходимые для выполнения необходимых вычислений (нумерация точек $A-1$, $B-2$, $C-3$):

$$k_1 = (x_2 - x_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (y_2 - y_1); \quad k_2 = (y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (x_2 - x_1);$$

$$k_3 = (x_3 - x_1) \operatorname{ctg} \beta_2 + (y_3 - y_1); \quad k_4 = (y_3 - y_1) \operatorname{ctg} \beta_2 + (x_3 - x_1);$$

$$c = \operatorname{ctg}_{1-P} = \frac{k_1 - k_3}{k_2 - k_4};$$

$$\Delta y_{1-P} = \frac{k_1 - ck_3}{1 + c^2} = \frac{k_3 - ck_4}{1 + c^2}; \quad \Delta x_{1-P} = c \Delta y_{1-P};$$

$$x_P = x_1 + \Delta x_{1-P}; \quad y_P = y_1 + \Delta y_{1-P}.$$

Для удобства пользования вычисленные значения сведем в таблицу.

Порядок действий	Формулы	Значения	Формулы	Значения
1, 2	$x_2 - x_1$	-860,69	$y_2 - y_1$	-1065,46
3, 4	$x_3 - x_1$	-793,25	$y_3 - y_1$	-2163,69
5, 6	$\operatorname{ctg} \beta_1$	0,642297	$\operatorname{ctg} \beta_2$	-0,297390
7, 8	k_1	-1618,28	k_2	176,35
9, 10	k_3	-1927,79	k_4	1436,71
11, 12	$k_1 - k_3$	309,51	$k_2 - k_4$	-1260,36
13, 14	c	-0,245573	$1 + c^2$	1,060306
15, 16	ck	-43,31	ck_2	-352,82
17, 18	$k_1 - ck_2$	-1574,97	$k_3 - ck_4$	-1574,97
19	Δy_{1-P}		-1485,39	
20	Δx_{1-P}		364,77	
21, 22	x_P	5328,94	y_P	4497,86

4. По координатам исходных пунктов A и B решением обратной геодезической задачи определяют дирекционный угол исходной стороны AB как:

$$\operatorname{tg} r_{AB} = \frac{\Delta y_{B-A}}{\Delta x_{B-A}} = \frac{4917,79 - 5983,25}{4103,48 - 4964,17} = \frac{-1065,46}{-860,69} = 1,237912;$$

$$r_{AB} = \text{ЮЗ}:51^{\circ}04'06''; \alpha_{AB} = 180^{\circ} + 51^{\circ}04'06'' = 231^{\circ}04'06''.$$

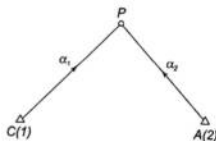
3. По дирекционному углу α_{AB} и измеренным углам $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ последовательно вычисляют дирекционные углы направлений с исходных пунктов на определяемую точку P :

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} + \beta_3 = 231^{\circ}04'06'' + 52^{\circ}43'46'' = 283^{\circ}47'52'';$$

$$\alpha_{BP} = \alpha_{AP} + \beta_1 = 283^{\circ}47'52'' + 57^{\circ}17'15'' = 341^{\circ}05'07'';$$

$$\alpha_{CP} = \alpha_{AP} + \beta_2 = 283^{\circ}47'52'' + 106^{\circ}33'43'' = 390^{\circ}21'35''.$$

4. Решением прямой геодезической засечки с двух пунктов по формулам Гаусса определяют координаты точки P , используя одну из трех возможных комбинаций исходных пунктов.



$$x_P = \frac{x_1 \operatorname{tg} \alpha_1 - x_2 \operatorname{tg} \alpha_2 - y_1 + y_2}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2};$$

$$y_P = y_1 + (x_P - x_1) \operatorname{tg} \alpha_1;$$

$$y_P = y_2 + (x_P - x_2) \operatorname{tg} \alpha_2$$

Вычисленные значения к задаче:

Наименование пунктов	Дирекционные углы направлений с пунктов		Абсциссы пунктов $x, \text{ м}$	Ординаты пунктов $y, \text{ м}$	$\operatorname{tg} \alpha_1$ $\operatorname{tg} \alpha_2$ $\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2$
	α_1	α_2			
$C(1)$	$30^{\circ}21'35''$		4170,92	3819,56	0,585752
$A(2)$		$283^{\circ}47'52''$	4964,17	5983,25	-4,071952
P			5328,95	4497,88	4,657704

Среднее значение координат:

$$x_{cp} = 5328,94 \text{ м}; \quad y_{cp} = 4497,87 \text{ м}.$$

Пример 9.1.10.

Оценка точности комбинированной засечки. Среднюю квадратическую погрешность определения положения точки P находят как:

$$M_P = \sqrt{M_1^2 + M_2^2},$$

где M_1 и M_2 — средние квадратические погрешности положения точки P , определенного по двум решениям: по формулам прямой и обратной геодезических засечек. Расчетные схемы для оценки точности комбинированной засечки приведены на рис. 9.1.6.

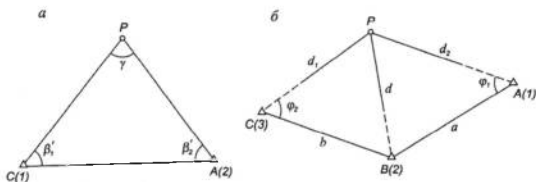


Рис. 9.1.6. Схемы к оценке точности комбинированной засечки при решении: а) прямой засечки; б) обратной засечки.

Для прямой засечки с исходных пунктов A и C :

$$M_1 = \frac{b \cdot m_{\beta}''}{\rho'' \sin \gamma} \sqrt{\sin^2 \beta'_1 + \sin^2 \beta'_2},$$

где b — длина исходной стороны AC , равная:

$$b = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(793,25)^2 + (2163,69)^2} = 2304,50 \text{ м};$$

$\gamma = \beta_2 \cong 106^\circ 34'$ — угол при засекаемой точке P ;

$$m_{\beta}'' = 2'';$$

$$\rho'' = 206265'';$$

β_1 и β_2 — углы между исходной стороной и направлениями на точку P , определяемые как разности дирекционных углов соответствующих направлений.

Дирекционный угол исходной стороны AC определяется как

$$\text{igr}_{AC} = \frac{\Delta y_{C-A}}{\Delta x_{C-A}} = \frac{3819,56 - 5983,25}{4170,92 - 4964,17} = \frac{-2163,60}{-793,25} = 2,72763;$$

$$r_{AC} = \text{ЮЗ}:69^{\circ}52'; \alpha_{AC} = 180^{\circ} + 69^{\circ}52' = 249^{\circ}52'; \alpha_{CA} = 69^{\circ}52'.$$

Тогда

$$\beta_1' = \alpha_{CA} - \alpha_{CP} = 69^{\circ}52' - 30^{\circ}22' = 39^{\circ}30';$$

$$\beta_2' = \alpha_{AP} - \alpha_{AC} = 283^{\circ}48' - 249^{\circ}52' = 33^{\circ}56'.$$

Контроль:

$$\beta_1' + \beta_2' + \beta = 39^{\circ}30' + 33^{\circ}56' + 106^{\circ}34' = 180^{\circ};$$

$$M_1 = \frac{2304,5 \cdot 2''}{206265'' \cdot 0,9589} \sqrt{(0,6361)^2 + (0,5582)^2} = 0,021 \text{ м}.$$

Для обратной засечки на исходные пункты A , B и C :

$$M_2 = \frac{d \cdot m_{\beta}''}{\rho'' \sin(\phi_1 + \phi_2)} \sqrt{\frac{d_1^2}{a^2} + \frac{d_2^2}{b^2}},$$

где d, d_1 и d_2 — расстояния от определяемой точки P до исходных пунктов B , A и C ;

a и b — длины исходных сторон AB и BC ;

ϕ_1 и ϕ_2 — углы в точках A и C между направлениями исходных сторон и направлениями на определяемую точку P .

Длины линий a и b , d , d_1 и d_2 находят по координатам точек линий, в нашем случае:

$$a = 1369,7 \text{ м}; \quad b = 1100,3 \text{ м};$$

$$d = 1295,4 \text{ м}; \quad d_1 = 1529,5 \text{ м}; \quad d_2 = 1342,0 \text{ м}.$$

Углы

$$\phi_1 = \beta_3 = 52^{\circ}44';$$

$$\phi_2 = \alpha_{CB} - \alpha_{CP} = 93^{\circ}31' - 30^{\circ}22' = 63^{\circ}09';$$

Дирекционный угол α_{CB} определяется из решения обратной геодезической задачи как:

$$\text{igr}_{CB} = \frac{\Delta y_{C-B}}{\Delta x_{C-B}} = \frac{4917,79 - 3819,56}{4103,48 - 4170,92} = \frac{1098,23}{-67,44} = -16,28455;$$

$$r_{CB} = IOB : 86^{\circ}29'; \quad \alpha_{CB} = 180^{\circ} - 86^{\circ}29' = 93^{\circ}31'.$$

Тогда

$$M_2 = \frac{1295,4 \cdot 2''}{206265'' \cdot 0,8997} \sqrt{\left(\frac{1529,5}{1369,7}\right)^2 + \left(\frac{1342,0}{1100,3}\right)^2} = 0,018 \text{ м.}$$

Общая средняя квадратическая погрешность по определению положения точки P из двух решений будет равна:

$$M_P = \sqrt{M_1^2 + M_2^2} = \sqrt{(0,021)^2 + (0,018)^2} = 0,028 \text{ м.}$$

Расхождения в значениях абсцисс и ординат определяемого пункта P из решения по двум комбинациям должны удовлетворять условию:

$$r \leq 3M;$$

$$\text{где } r = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(0,01)^2 + (0,02)^2} = 0,02 \text{ м;}$$

$$0,02 \text{ м} < 3 \cdot 0,028 \text{ м},$$

т. е. условие выполняется.

Тогда за окончательные значения координат пункта P принимают средние их значения из двух решений:

$$x_P = 5328,94 \text{ м;}$$

$$y_P = 4497,87 \text{ м.}$$

Квадратическая погрешность среднего положения пункта P , полученного из двух решений:

$$M_{\text{ср}} = 0,5M = 0,5 \cdot 0,028 = 0,014 \text{ м.}$$

Пример 9.1.11.

Определение обратной засечкой двух точек по двум исходным пунктам (задача Ганзена). Данный способ позволяет определить положение двух дополнительных точек P и Q при прямой видимости двух исходных пунктов A и B .

Такая задача обычно возникает при создании городской спутниковой сети сгущения при невозможности установить спутниковый приемник на центрах пунктов, закрепленных стенными знаками и в других случаях.

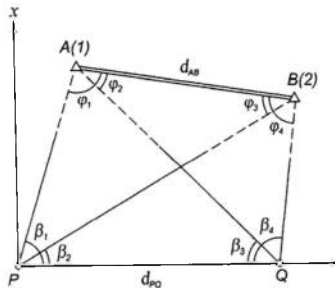


Рис. 9.1.7. Схема обратной засечки двух точек по двум исходным пунктам

На определяемых точках P и Q измеряют углы $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$, образованные направлениями на исходные пункты A и B . Решение задачи сводится к вычислению координат исходных пунктов A и B и дирекционных углов сторон фигуры в условных координатах, а также определению вспомогательных углов $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ и φ_4 и вычислению координат определяемых точек P и Q в истинной системе координат по формулам Юнга для прямой геодезической засечки.

Исходные данные к задаче

Координаты исходных пунктов, x/y , м		Измеренные углы на точках P и Q , град, мин., сек.		Измеренная длина стороны PQ , м
$A(1)$	$B(2)$	β_1 / β_2	β_3 / β_4	
3802,21	3778,42	45°53'19"	42°26'28"	338,84
7310,37	7701,89	70°49'34"	112°49'52"	

Решение:

1. Для определения вспомогательных углов $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ и φ_4 вводят условную систему координат. Точку P принимают за начало условных координат x'_1, y'_1 ; направление PQ — за положительное направление оси ординат; длину стороны PQ условно принимают равной 1000,0 м. Тогда условные координаты точек P и Q будут:

$$x_P' = 0; y_P' = 0; x_Q' = 0; y_Q' = 1000,0 \text{ м.}$$

2. Из треугольников PAQ и PBQ по формулам Юнга (котангенсов измеренных углов) находят условные координаты точек A и B .

$$\Delta PAQ; \operatorname{ctg} \beta_2 = 0,347726; \operatorname{ctg} \beta_3 = 1,093563;$$

$$\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} \beta_3 = 1,441289.$$

$$x_1' = \frac{x_P' \operatorname{ctg} \beta_3 + x_Q' \operatorname{ctg} \beta_2 - y_P' + y_Q'}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2} = \frac{y_Q'}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2} = \frac{1000,0}{1,441289} = 693,83 \text{ м};$$

$$y_1' = \frac{y_P' \operatorname{ctg} \beta_3 + y_Q' \operatorname{ctg} \beta_2 - x_P' - x_Q'}{\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} \beta_3} = \frac{1000,0 \cdot 0,347726}{1,441289} = 241,26 \text{ м.}$$

$$\Delta PBQ; \operatorname{ctg}(\beta_2 - \beta_1) = 2,150629; \operatorname{ctg} \beta_4 = -0,421000;$$

$$\operatorname{ctg}(\beta_2 - \beta_1) + \operatorname{ctg} \beta_4 = 1,729629;$$

$$x_2' = \frac{x_P' \operatorname{ctg} \beta_4 + x_Q' \operatorname{ctg}(\beta_2 - \beta_1) - y_P' + y_Q'}{\operatorname{ctg}(\beta_2 - \beta_1) + \operatorname{ctg} \beta_4} = \frac{1000,0}{1,729629} = 578,16 \text{ м};$$

$$y_2' = \frac{y_P' \operatorname{ctg} \beta_4 + y_Q' \operatorname{ctg}(\beta_2 - \beta_1) + x_P' - x_Q'}{\operatorname{ctg}(\beta_2 - \beta_1) + \operatorname{ctg} \beta_4} = \frac{1000,0 \cdot 2,150629}{1,729629} = 1243,40 \text{ м.}$$

3. Решением обратной геодезической задачи по исходным координатам пунктов A и B определяют условный дирекционный угол стороны AB :

$$\operatorname{tgr}_{AB}' = \frac{\Delta y_{B-A}'}{\Delta x_{B-A}'} = \frac{1243,40 - 241,26}{578,16 - 693,82} = \frac{1002,14}{-115,66} = 8,664534;$$

$$r_{AB}' = \text{ЮВ} : 83^\circ 24' 59''; \alpha_{AB}' = 180^\circ - 83^\circ 24' 59'' = 96^\circ 35' 01''.$$

4. Далее вычисляют дирекционные углы направлений с исходных пунктов на определяемые точки, учитывая, что условный дирекционный угол направления PQ равен 90° .

$$\alpha_{AP}' = \alpha_{PQ}' + 180^\circ - \beta_2 = 90^\circ + 180^\circ - 70^\circ 49' 34'' = 199^\circ 10' 26''.$$

$$\alpha'_{AQ} = \alpha'_{PQ} + \beta_3 = 90^\circ + 42^\circ 26' 28'' = 132^\circ 26' 28''.$$

$$\alpha'_{AQ} = \alpha'_{PQ} + \beta_3 = 90^\circ + 42^\circ 26' 28'' = 132^\circ 26' 28''.$$

$$\alpha'_{BP} = \alpha'_{PQ} - (\beta_2 - \beta_3) + 180^\circ = 90^\circ + 180^\circ - 24^\circ 56' 15'' = 245^\circ 03' 45''.$$

$$\alpha'_{BQ} = \alpha'_{PQ} + \beta_4 = 90^\circ + 112^\circ 49' 52'' = 202^\circ 49' 52''.$$

5. По дирекционным углам вычисляют вспомогательные углы φ_1 , φ_2 , φ_3 и φ_4 , образованные направлениями с исходных пунктов A и B на определяемые точки P и Q .

$$\varphi_1 = \alpha'_{AP} - \alpha'_{AB} = 199^\circ 10' 26'' - 96^\circ 35' 01'' = 102^\circ 35' 25'';$$

$$\varphi_2 = \alpha'_{AQ} - \alpha'_{AB} = 132^\circ 26' 28'' - 96^\circ 35' 01'' = 35^\circ 51' 27'';$$

$$\varphi_3 = \alpha'_{BP} - \alpha'_{BP} = 276^\circ 35' 01'' - 245^\circ 03' 45'' = 31^\circ 31' 16'';$$

$$\varphi_4 = \alpha'_{BA} - \alpha'_{BQ} = 276^\circ 35' 01'' - 202^\circ 49' 52'' = 73^\circ 45' 09''.$$

6. Из треугольников ABP и ABQ , используя вспомогательные углы φ_1 , φ_2 , φ_3 и φ_4 по формулам Юнга вычисляют координаты определяемых точек P и Q .

$$\Delta ABP; \operatorname{ctg} \varphi_1 = -0,223348; \operatorname{ctg} \varphi_3 = 1,630503; \operatorname{ctg} \varphi_1 + \operatorname{ctg} \varphi_3 = 1,407155.$$

$$x_P = \frac{x_1 \operatorname{ctg} \varphi_3 + x_2 \operatorname{ctg} \varphi_1 + y_1 - y_2}{\operatorname{ctg} \varphi_1 + \operatorname{ctg} \varphi_3} = \frac{3802,21 \cdot 1,630503 + 3778,42 \cdot (-0,223348)}{1,407155} +$$

$$+ \frac{7310,37 - 7701,89}{1,407155} = 3527,75 \text{ м}$$

$$y_P = \frac{y_1 \operatorname{ctg} \varphi_3 + y_2 \operatorname{ctg} \varphi_1 - x_1 + x_2}{\operatorname{ctg} \varphi_2 + \operatorname{ctg} \varphi_3} = \frac{7310,37 \cdot 1,630503 + 7701,89 \cdot (-0,223348)}{1,407155} +$$

$$+ \frac{-3802,21 + 3778,42}{1,407155} = 7231,32 \text{ м}.$$

$$\Delta ABQ; \operatorname{ctg} \varphi_2 = 1,383605; \operatorname{ctg} \varphi_4 = 0,291426; \operatorname{ctg} \varphi_2 + \operatorname{ctg} \varphi_4 = 1,675031;$$

$$x_Q = \frac{x_1 \operatorname{ctg} \varphi_4 + x_2 \operatorname{ctg} \varphi_2 + y_1 - y_2}{\operatorname{ctg} \varphi_2 + \operatorname{ctg} \varphi_4} = \frac{3802,21 \cdot 0,291426 + 3778,42 \cdot 1,383605}{1,675031} +$$

$$+ \frac{7310,37 - 7701,89}{1,675031} = 3548,82 \text{ м};$$

$$y_Q = \frac{y_1 \operatorname{ctg} \phi_4 + y_2 \operatorname{ctg} \phi_2 - x_1 + x_2}{\operatorname{ctg} \phi_2 + \operatorname{ctg} \phi_4} = \frac{7310,37 \cdot 0,291426 + 7701,89 \cdot 1,383605}{1,675031} +$$

$$+ \frac{-3802,21 + 3778,42}{1,675031} = 7619,57 \text{ м.}$$

Контролем правильности измерений и вычислений обратной засечки по двум пунктам является сравнение длины стороны PQ с посредственно измеренной длиной. Расхождение не должно превышать допусков, установленных нормативными документами для соответствующего вида работ.

В нашем случае, расчетное значение длины PQ будет:

$$d_{PQ}^{\text{расч}} = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2} = 388,82 \text{ м.}$$

Тогда

$$d_{PQ}^{\text{изм}} - d_{PQ}^{\text{расч}} \approx \frac{1}{1900} d.$$

Допустимая относительная погрешность — 1:10 000.

Пример 9.1.12.

Линейная засечка — определение координат с двух исходных пунктов A и B по двум расстояниям d_1 и d_2 от искомой точки до исходных пунктов. С целью повышения точности определения положения точки P должны быть известны координаты третьего исходного пункта C и измерено расстояние до него d_3 .

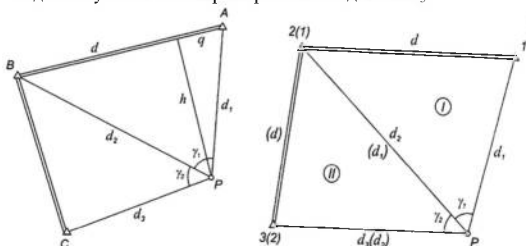


Рис. 9.1.8. Схема к решению задачи

Решение подобных задач обычно производят в следующей последовательности.

1. По координатам исходных пунктов 1 и 2 вычисляют длину исходной стороны 1-2:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

2. По длинам сторон треугольника 1-Р-2 определяют вспомогательные величины:

$$r = \frac{d_1}{d}; \quad e = \frac{d_2}{d}; \quad q' = \frac{q_1}{d} = 0,5(1 + r^2 - e^2); \quad h' = \frac{h}{d} = \pm \sqrt{r^2 - q'^2}.$$

Знак «+» или «-» перед радикалом выбирают в соответствии с направлением следования вершин 1, Р, 2 (по ходу или против хода часовой стрелки).

3. Приращение координат вычисляют как

$$\Delta x = q'(x_2 - x_1) + h'(y_2 - y_1);$$

$$\Delta y = q'(y_2 - y_1) - h'(x_2 - x_1).$$

Координаты пункта Р определяют как

$$x_P = x_1 + \Delta x; \quad y_P = y_1 + \Delta y.$$

Контроль правильности определения положения точки Р можно выполнить двумя способами:

- сравнением длины стороны 3-Р, вычисленной по координатам точек 3 и Р, с измеренной длиной d_3 .
- сравнением значением координат точки Р, полученных из решения двух треугольников (в двух комбинациях).

В рассматриваемом примере решения линейной геодезической засечки предусмотрено определение координат из трех исходных пунктов в двух комбинациях: из треугольников 1-Р-2 и 2-Р-3.

Координаты пунктов, м						Измеренные длины сторон, м		
п. 1		п. 2		п. 2		d_1	d_2	d_3
х	у	х	у	х	у			
7556,8 4	15403,7 8	7604,2 2	14620,7 4	7055,5 0	14462,6 4	487,8 2	799,5 2	777,6 4

Решение линейной геодезической засечки

Формулы	Значения	Формулы	Значения	Формулы	Значения
1-ая комбинация Δ 1-P-2					
d_1	487,82	x_2	7604,42	y_2	14620,74
d_2	799,52	x_1	7556,84	y_1	15403,78
d_3	784,48	$x_2 - x_1$	47,58	$y_2 - y_1$	-783,04
r	0,621839	$q'(x_2 - x_1)$	8,28	$q'(y_2 - y_1)$	-136,24
t	1,019172	$h'(y_2 - y_1)$	-467,48	$h'(x_2 - x_1)$	-28,41
q'	0,173986	Δx	-459,20	Δy	-164,65
h'	0,597002	x_P	7097,64	y_P	15239,13
2-ая комбинация Δ 2-P-3					
d_1	799,52	x_3	7055,50	y_3	14462,64
d_2	777,64	x_2	7604,42	y_2	14620,74
d_3	571,23	$x_3 - x_2$	-548,92	$y_2 - y_1$	-158,10
r	1,399646	$q'(x_3 - x_2)$	-303,49	$q'(y_3 - y_2)$	-87,41
t	1,361343	$h'(y_3 - y_2)$	-203,29	$h'(x_3 - x_2)$	705,81
q'	0,552878	Δx	-506,78	Δy	618,40
h'	1,285821	x_P	7097,64	y_P	15239,14
Среднее значение координат: $x_{cp} = 7097,64$ м; $y_{cp} = 15239,14$ м.					

Пример 9.1.13.

Оценка точности линейной геодезической засечки. Среднюю квадратическую погрешность положения искомого пункта P , определенного по двум исходным пунктам для каждой из комбинаций, определяют по формулам:

$$M_P' = \frac{\sqrt{m_{d_1}^2 + m_{d_2}^2}}{\sin \gamma_1}; \quad M_P'' = \frac{\sqrt{m_{d_2}^2 + m_{d_3}^2}}{\sin \gamma_2}.$$

где $m_{d_1}, m_{d_2}, m_{d_3}$ — средние квадратические погрешности измерения длин сторон (для электронных тахеометров примерно 5+3D км, мм);

γ_1 и γ_2 — углы при определяемой точке P находятся как разности дирекционных углов $\alpha_{P-1}, \alpha_{P-2}, \alpha_{P-3}$.

Для I комбинации (пункты 1 и 2):

$$m_{d_1} = 0,006 \text{ м}; m_{d_2} = 0,007 \text{ м}; \gamma_1 = 70^\circ 24';$$

$$M_P' = \frac{\sqrt{m_{d_1}^2 + m_{d_2}^2}}{\sin \gamma_1} = \frac{\sqrt{(0,006)^2 + (0,007)^2}}{\sin 70^\circ 24'} = 0,01 \text{ м.}$$

Для II комбинации (пункты 2 и 3):

$$m_{d_1} = 0,007 \text{ м}; m_{d_2} = 0,007 \text{ м}; \gamma_1 = 42^\circ 24';$$

$$M_P'' = \frac{\sqrt{m_{d_2}^2 + m_{d_3}^2}}{\sin \gamma_2} = \frac{\sqrt{(0,007)^2 + (0,007)^2}}{\sin 42^\circ 24'} = 0,015 \text{ м.}$$

Общая средняя квадратическая погрешность определения положения пункта P :

$$M = \sqrt{M_P'^2 + M_P''^2} = \sqrt{(0,01)^2 + (0,015)^2} = 0,018 \text{ м.}$$

Расхождения в значениях координат пункта P из решения по двум комбинациям должны удовлетворять условию:

$$r \leq 3M$$

$$\text{где } r = \sqrt{(x_P' - x_P'')^2 + (y_P' - y_P'')^2} = \sqrt{0^2 + (0,01)^2} = 0,01 \text{ м,}$$

$$0,01 \text{ м} < 3 \cdot 0,018 \text{ м,}$$

т. е. условие выполняется.

За окончательные значения координат пункта P принимают средние их значения из двух решений.

Квадратическая погрешность среднего положения пункта P , полученная из двух решений:

$$M_{\text{ср}} = \frac{M}{2} = \frac{0,018}{2} = 0,009 \approx 0,01 \text{ м.}$$

Пример 9.1.14.

Передача координат с вершины знака на землю возникает при необходимости привязки полигонометрического (теодолитного) хода к пункту опорной сети, на котором невозможна установки прибора (шпиль здания, труба, телевизионная вышка и т. д.). Задаaniem предусмотрено решение привязки точки P полигонометрического хода 1-го разряда к пункту A геодезической опорной сети, расположенному на шпилье здания (рис. 9.1.9).

Для этого вблизи пункта A (на расстоянии до 200 м) закрепляют точку P с таким расчетом, чтобы с нее были видны пункт A , удаленный исходный пункт B и точка полигонометрического хода M . Из точки P разбивают два базиса для определения недоступного расстояния $AP = d$ и измеряют базисы b и b' , пять углов: $\beta_1, \beta_1', \beta_2, \beta_2'$ и δ . Точность измерения углов и базисов должна соответствовать точности полигонометрии 1-го разряда:

$$m_{\beta} = 5'', \quad \frac{m_b}{b} = 1:10000.$$

Второй базис b' и углы при нем необходимы для контроля определения расстояния $AP = d$. Задачи данного типа решаются в следующей последовательности.

1. По известным координатам пунктов A и B решением обратной геодезической задачи определяют дирекционный угол стороны AB и ее длину d_1 .

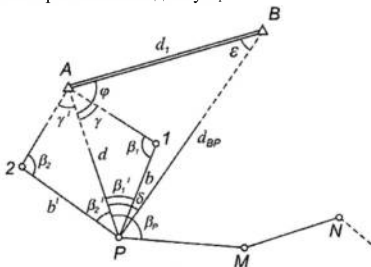


Рис. 9.1.9. Схема снесения координат с вершины знака на землю

2. Решением вспомогательных треугольников с базисами по теореме синусов вычисляют недоступное расстояние

$$AP = d.$$

$$d' = b \frac{\sin \beta_1}{\sin \gamma}; \quad d'' = b' \frac{\sin \beta_2}{\sin \gamma'}.$$

где $\gamma = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_1')$; $\gamma' = 180^\circ - (\beta_2 + \beta_2')$.

Расхождение в значениях недоступного расстояния $d' - d''$ допускается в пределах точности измерения длин линий в полигонометрическом ходе. За окончательное значение расстояния AP принимается среднее арифметическое:

$$d = \frac{d' + d''}{2}.$$

3. Вычисляют дирекционный угол линии AP . Для этого из треугольника ABP по теореме синусов определяют угол ε как

$$\varepsilon = \arcsin \frac{d}{d_1} \sin \delta.$$

Вычисляют вспомогательный угол $\varphi = 180^\circ - (\delta + \varepsilon)$. По дирекционному углу исходной стороны AB и вспомогательному углу φ вычисляют дирекционный угол стороны AP :

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} + \varphi.$$

Измеренный угол β_P при точке P дает возможность определить дирекционный угол стороны PM полигонометрического хода:

$$\alpha_{PM} = \alpha_{AP} \pm 180^\circ + \beta_P.$$

4. По длине стороны $AP = d$ и дирекционному углу α_{AP} вычисляют приращение координат и координаты точки P :

$$x_P = x_A + d \cos \alpha_{AP};$$

$$y_P = y_A + d \sin \alpha_{AP}.$$

Контроль выполненных вычислений выполняют по одному из следующих способов:

- а) Из треугольника ABP вычисляют дирекционный угол стороны BP как

$$\alpha_{BP} = \alpha_{AP} + \delta.$$

а сторону как

$$d_{BP} = d \frac{\sin \varphi}{\sin \varepsilon}.$$

Затем повторно определяют координаты точки P относительно пункта B :

$$x_P = x_B + d_{BP} \cos \alpha_{BP}; \quad y_P = y_B + d_{BP} \sin \alpha_{BP}.$$

- б) По координатам точки P и пункта B решением обратной геодезической задачи определяют дирекционный угол α_{BP} и вычисляют угол δ как разницу дирекционных углов сторон:

$$\delta_{\text{выч}} = \alpha_{PB} - \alpha_{PA}.$$

Допустимое расхождение:

$$\Delta\delta = (\delta_{\text{выч}} - \delta_{\text{изм}}) \leq 2m_{\beta}.$$

Исходные данные:

$$x_A = 3624,31 \text{ м}; \beta_1 = 46^\circ 38' 24''; \delta = 43^\circ 59' 33'';$$

$$y_A = 2884,73 \text{ м}; \beta_1' = 36^\circ 41' 57''; b = 172,75 \text{ м};$$

$$x_B = 3600,89 \text{ м}; \beta_2 = 43^\circ 47' 45''; b' = 172,75 \text{ м};$$

$$y_B = 2985,25 \text{ м}; \beta_2' = 52^\circ 22' 38''; \beta_P = 110^\circ 15' 10''.$$

Решение задачи по снесению координат с вершины знака на землю:

Параметры	Значения	Параметры	Значения	Параметры	Значения
1) $y_B - y_A$	100,52	2) $x_B - x_A$	-23,42	Контроль	
3) r_{AB}	ЮВ : 76°53'05"	4) α_{AB}	103°06'55"	25) $y_B - y_P$	-102,30
5) $\cos \alpha_{AB}$	-0,226911	6) $\sin \alpha_{AB}$	0,973915	26) $x_B - x_P$	-103,02
7) d_1'	103,21	8) d_1''	103,21	27) r_{PB}	ЮЗ : 44°47'57"
9) γ	96°39'39"	10) γ'	83°49'37"	28) α_{PB}	224°47'57"
11) $\sin \beta_1$	0,727054	12) $\sin \beta_2$	0,692091	29) α_{PA}	0°48'23"
13) $\sin \gamma$	0,993250	14) $\sin \gamma_r$	0,994202	32) $\delta_{\text{выч}}$	43°59'34"
15) d'	126,45	16) d''	126,45	33) $\delta_{\text{изм}}$	43°59'33"
17) $d' + d''$	252,90	18) d	126,45	34) $\Delta\delta$	1"
19) $\sin \delta$	0,694564	20) ε	58°18'59"	30) β_P	110°15'10"
21) φ	77°41'28"	22) α_{AP}	180°48'23"	31) α_{PM}	111°03'33"
23) $\cos \alpha_{AP}$	-0,999901	24) $\sin \alpha_{AP}$	-0,014074	Условие: $\Delta\delta \leq 2m_{\beta} (1'' \leq 10'')$ $m_d = 0,0071 \text{ м};$ $M_p = 0,02 \text{ м}$	
25) Δx_{AP}	-126,44	26) Δy_{AP}	-1,78		
27) x_P	3497,87	27) y_P	2882,95		

Среднюю квадратическую погрешность недоступного расстояния определяют из выражения:

$$m_d = \sqrt{\left(\frac{d}{b} \cdot m_b\right)^2 + [(ctg\beta_1 + ctg\gamma)^2 + ctg^2\gamma] \left(d \frac{m_\rho}{\rho}\right)^2} =$$

$$= 0,5 \sqrt{\left(\frac{126,4}{172,8} \cdot 1,73\right)^2 + [(0,946 + 0,109)^2 + 0,109^2] \left(126,4 \frac{5''}{206265''}\right)^2} = 0,007 \text{ м.}$$

Среднюю квадратическую погрешность положения точки P определяют по формуле:

$$M_P = \sqrt{\left[\left(1 + \frac{d \cdot \cos\delta}{d_1 \cdot \cos\varepsilon}\right) \left(d \frac{m_\rho}{\rho}\right)\right]^2 + \left(\frac{m_d}{\cos\varepsilon}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left[\left(1 + \frac{126,4 \cdot 0,719}{103,2 \cdot 0,526}\right) \left(126,4 \frac{5''}{206265''}\right)\right]^2 + \left(\frac{0,007}{0,526}\right)^2} = 0,02 \text{ м.}$$

9.2. Примеры решения задач по выносу проекта в натуру

Пример 9.2.1.

Дан угол поворота $\varphi = 30^\circ 00'$, радиус кривой $R = 30 \text{ м}$, поворотная точка находится на пикете $ПК 10+40$. Требуется определить главные точки и элементы кривой: T — тангенс; K — кривую; D — домер; B — биссектрису; $НК$ — начало кривой; $СК$ — середину кривой; $КК$ — конец кривой.

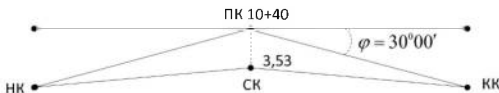


Рис. 9.2.1. Схема определения главных точек кривой

Решение

1. Тангенс кривой определяется по формуле:

$$T = R \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = 100 \cdot 0,267949 = 26,79 \text{ м.}$$

2. Кривая K вычисляется как:

$$K = \frac{\pi R \varphi}{180^\circ} = \frac{3,1416 \cdot 100 \cdot 30^\circ}{180^\circ} = 52,36 \text{ м.}$$

3. Домер D :

$$D = 2T - K = 2 \cdot 26,79 - 52,36 = 1,22 \text{ м.}$$

4. Биссектриса вычисляется по формуле:

$$B = \frac{R}{\cos \frac{\varphi}{2}} = \frac{100}{0,965926} = 103,53 \text{ м.}$$

Расчет пикетажа по кривой

$$\begin{array}{rcl} \text{ПК } 10+40 & \dots\dots\dots & \\ - 26,79 & \dots\dots\dots & T \\ \text{ПК } 10+13,21 & \dots\dots\dots & \text{НК} \\ + 26,18 & \dots\dots\dots & (0,5K) \text{ НК} \\ \text{ПК } 10+39,39 & \dots\dots\dots & \text{СК} \\ + 26,18 & \dots\dots\dots & (0,5K) \text{ СК} \\ \text{ПК } 10+65,57 & \dots\dots\dots & \text{КК} \end{array}$$

Пример 9.2.2.

Построить продольный профиль в масштабе: горизонтальный $1:1000$, вертикальный $1:100$. Запроектировать проектную линию, если красные высоты пикета ПК 0 составляют 177,0 м; ПК 1 — 178,0 м. Вычислить проектные и рабочие отметки промежуточных точек. Вычисленные отметки промежуточных и пикетных точек приведены в таблице.

№ пикета	Расстояние между промежуточными точками, м	Отметки пикетов, м
0	—	177,000
0+25	25	177,600
0+40	15	177,200
0+70	30	178,200
1	30	177,500



Грунт	Супесь					
План	Кустарник			Луг		
Черные отметки	177,00	177,60		177,20	178,00	177,50
Красные отметки	177,00	177,25		177,40	177,70	178,00
Уклоны	-0,01 100					
Расстояния между пикетами	25	15		30	30	
	CЗ: 1°00'		$\varphi = 20^\circ$		CЗ: 21°00'	
	32,37		$T = 17,63$		32,72	
Прямые и кривые			$B = 1,54$			
			$R = 100$			
			$K = 34,91$			
			$D = 0,36$			
№ пикетов	0	0+25	0+40		0+70	1

Рис. 9.2.2. Продольный профиль участка трассы

Решение:

1. Определяем уклон проектной линии:

$$i = \frac{H_{\text{кон}} - H_{\text{нач}}}{100} = \frac{178,00 - 177,00}{100} = +0,01,$$

2. Определяем проектные отметки промежуточных точек: например, отметка точки ПК 0+25 будет равна:

$$H_{0+25} = H_{\text{ПК0}} + (i \cdot d) = 177,00 + 0,01 \cdot 25 = 177,250 \text{ м.}$$

3. Выписываем на продольном профиле проектные отметки.

4. Вычисляем рабочие отметки на промежуточных точках:

$$H_0 = 0;$$

$$H_{0+25} = H_{\text{пр}} - H_{\text{чер}} = 177,250 - 177,600 = -0,350 \text{ м};$$

$$H_{0+40} = H_{\text{пр}} - H_{\text{чер}} = 177,400 - 177,200 = +0,200 \text{ м};$$

$$H_{0+70} = H_{\text{пр}} - H_{\text{чер}} = 177,700 - 178,000 = -0,300 \text{ м};$$

$$H_1 = H_{\text{пр}} - H_{\text{чер}} = 178,000 - 177,500 = +0,500 \text{ м}.$$

Пример 9.2.3.

В результате геометрического нивелирования по сетке квадратов с одной станции получены следующие результаты: отметка репера $H_{РПС} = 40,000$ м. Отсчет по нивелирной рейке репера составляет 2640. Отсчеты по нивелирной рейке (по черной стороне) подписаны по углам сетки квадратов.

2610	2480	2280	2345	2120	2430
1810	2000	2280	2320	2410	2480
1100	1890	1600	1740	1930	2350
0720	0920	1280	1850	2040	2180
1620	1780	1950	2010	2070	2120
1950	1900	2000	2080	2090	2080

Решение:

1. Вычисляется горизонт инструмента:

$$ГИ = H_{РПС} + h_p = 40,000 + 2610 = 42,610.$$

2. Далее вычисляются отметки по углам сетки квадратов:

$$H_i = ГИ - h_i = 42,610 - 2480 = 40,530 \text{ м}$$

и т. д.

Пример 9.2.4.

Между репером $Pn\ 79$ и $Pn\ 1$ проложен двойной нивелирный ход, превышение в прямом направлении составляет +6146 мм, в обратном направлении –6150 мм. Определить отметку репера $Pn\ 1$ по данным полевого журнала нивелирования.

Журнал полевого нивелирования

№ станции	№ пикета	Отсчеты по рейке		Превышения h , мм		Среднее превышение h , мм		Отметка, м
		задней	передней	+	–	+	–	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	Pn 79	1600 1440		433		434		177,777
	x		1167 1005	435				
II	x	0988 0850		711		710		
	x_1		0277 0141	709				
III	x_1	2416 2296		2104		2105		
	x_2		0312 0190	2106				
IV	x_2	1408 1278		204		205		
	x_3		1204 1072	206				
V	x_3	2903 2803		2692		2692		183,923
	Pn 1		0211 0111	2692				
		17982	5690	12292		6146		

Решение:

1. Подсчитываем сумму отсчетов по задней рейке (графа 3), равную 17982.
2. Подсчитываем сумму отсчетов по передней рейке (графа 4), равную 5690.
3. Определяем превышение из первого и второго горизонта инструмента и записываем в графу 5.
4. Определяем среднее значение превышения и записываем в графу 7.
5. Суммируем вычисленные превышения по графам 5 и 7, получаем значения 12292 и 6146.
6. Вычисляем отметку репера Pn 1:

$$H_{\text{РП1}} = H_{\text{Рп79}} + \sum h_i = 177,777 + 6,146 = 183,923 \text{ м.}$$

Контроль:

1. Определяем разность сумм отсчетов граф 3 и 4:

$$17982 - 5690 = +12292,$$

она должна быть равна сумме превышений по графе 5.

2. Сумма вычисленных превышений (графа 5) должна быть вдвое больше суммы средних превышений (графа 7).

В нашем случае данное условие выполняется, в противном случае необходимо определить невязку, сравнить ее с допустимой невязкой и выполнить распределение с противоположным знаком.

Пример 9.2.5.

Вынести проектную отметку равную 126,000 м в натуру, если отметка репера составляет 125,240 м, отсчет по нивелирной рейке равен $a = 1620$. Какому значению должен соответствовать отсчет по нивелирной рейке b ?

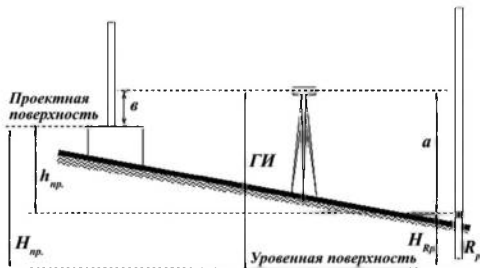


Рис. 9.2.3. Схема выноса проектной точки в натуру

Решение:

1. Определяем горизонт инструмента:

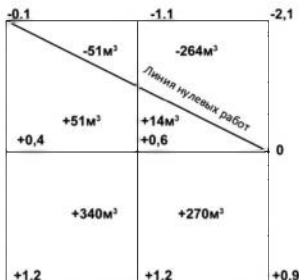
$$ГИ = 125,240 + 1620 = 126,860 \text{ м.}$$

2. Вычисляем необходимый отсчет по нивелирной рейке b :

$$b = ГИ - H_{\text{пр}} = 126,860 - 126,000 = 0860.$$

Пример 9.2.6.

Дана сетка квадратов 20×20 м в масштабе $1:500$, рабочие отметки подписаны в углах квадратов. Провести линию нулевых работ и подсчитать объемы земляных работ для каждой фигуры, определить общий баланс земляных работ.



Решение:

1. Положение линии нулевых работ определяется по интерполяции рабочих отметок.
2. Далее определяют среднюю рабочую отметку по каждой фигуре. Например, для левого нижнего квадрата

$$h_{cp} = \frac{\sum h_p}{4} = \frac{0,4 + 0,6 + 1,2 + 1,2}{4} = 0,85 \text{ м.}$$

3. Подсчитывается объем земляных работ по каждой фигуре, например:

$$V_1 = S_{\text{фиг}} \cdot h_{cp} = 400 \cdot 0,85 = 340 \text{ м}^3.$$

4. Подсчитывается баланс земляных работ

$$V = \sum V_+ + \sum V_- = (51 + 14 + 340 + 270) - (51 + 264) = + 360 \text{ м}^3.$$

Пример 9.2.7.

Дана отметка репера $H_p = 200,400$ м, отсчет по нивелирной рейке, установленной на репере, $a = 1240$, отсчет по рулетке, подвешенной на специальном кронштейне $b = 8400$. Определить отметку дна котлована.

Решение:

1. Определяется горизонт инструмента

$$ГИ = 200,400 + 1240 = 201,640 \text{ м.}$$

2. Определяется отметка дна котлована

$$H_{\text{д}} = ГИ - v = 201,640 - 8400 = 193,240 \text{ м}$$

или

$$H_{\text{д}} = H_p + a - v = 200,400 + 1240 - 8400 = 193,240 \text{ м.}$$

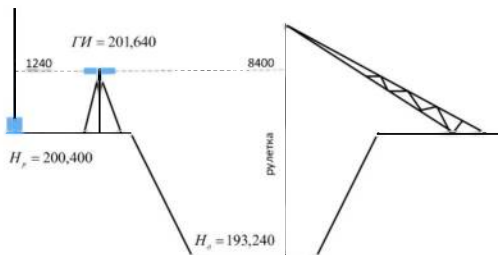


Рис. 9.2.4. Схема определения отметки дна котлована

Пример 9.2.8.

Выполнить передачу отметки на дно котлована, если отметка репера $H_p = 200,400$ м, отсчеты по нивелирной рейке изображены на схеме.

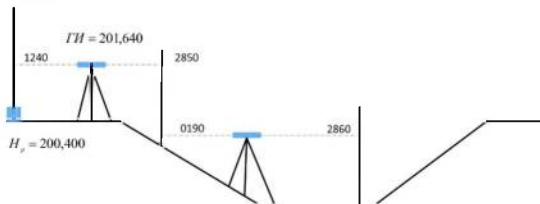


Рис. 9.2.5. Схема определения отметки дна котлована

Решение:

Отметка дна котлована может быть вычислена как

$$ГН = 201,640 - 2850 + 0190 - 2860 = 196,120 \text{ м.}$$

Пример 9.2.9.

Выполнить построение на местности линии заданного уклона через каждые 10 м (по отсчетам по нивелирной рейке), если задан уклон $i = -0,01$. Начальный отсчет по нивелирной рейке составляет 1500.

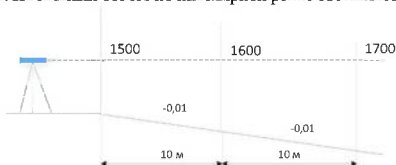


Рис. 9.2.6. Схема построения на местности линии заданного уклона

Пример 9.2.10.

При нивелировании рельсового пути под башенный кран получены отсчеты по нивелирной рейке на стыках рельсов, посередине и в тупиках. Определить размеры подштопки остальных точек головок рельсов.

Решение:

По отсчетам по нивелирной рейке определяют наивысшую точку (минимальный отсчет), а т. к. при нивелировке подкрановых путей допуск ± 15 мм, то подштопке подлежат рельсы в точках $+22$ и $+17$ мм.

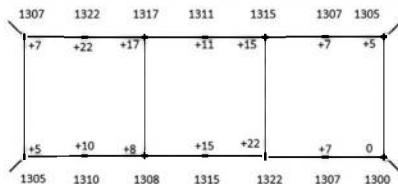


Рис. 9.2.7. Схема нивелирования рельсового пути башенного крана

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СП 126.13330.2012 Свод правил. Геодезические работы в строительстве. Актуализированная редакция СНиП 3.01.03-84.
2. Ларченко М. П., Миловатская Т. Н., Сидельникова И. А. Тесты и задачи по курсу инженерной геодезии. — М.: Изд-во АСВ, 2013.
3. Михайлов А. Ю. Инженерная геодезия в вопросах и ответах. Учебное пособие. — Вологда: Инфра-Инженерия, 2016.
4. Михайлов А. Ю. Геодезическое обеспечение строительства. Учебное пособие. — Москва – Вологда: Изд-во Инфра-Инженерия, 2017.
5. Практикум по геодезии / под ред. Г. Г. Поклада. — М.: Академический проект, 2012.
6. Симонян В. В., Кузнецов О. Ф. Геодезия. Сборник задач и упражнений. Изд. 2-е, испр. — М.: НИМГСУ, 2016.

Книги почтой

Заказ можно сделать на сайте издательства
www.infra-e.ru

№ п/п	Наименование книги
1	Геодезическое обеспечение строительства
2	Геодезия – это очень просто. <i>Введение в специальность</i>
3	Геодезия. Инженерное обеспечение строительства
4	Инженерная геодезия
5	Инженерная геодезия в вопросах и ответах
6	Инженерная геодезия. Тесты и задачи
7	Основы геодезии и топография местности
8	Прикладная геодезия: технологии инженерно-геодезических работ
9	Программное обеспечение геодезии, фотограмметрии, кадастра, инженерных изысканий

Александр Юрьевич Михайлов

ИНЖЕНЕРНАЯ ГЕОДЕЗИЯ

ТЕСТЫ И ЗАДАЧИ

Учебное пособие

ISBN 978-5-9729-0241-5



Подписано в печать 15.05.2018
Формат 60х84/16. Бумага офсетная.
Гарнитура «Таймс».

Издательство «Инфра-Инженерия»
160011, г. Вологда, ул. Козленская, д. 63
Тел.: 8(911)512-48-48
E-mail: infra-e@yandex.ru
www.infra-e.ru

Издательство приглашает
к сотрудничеству авторов
научно-технической литературы