

**ФГБОУ ВО «УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

На правах рукописи



Ильясов Булат Тагирович

**ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИКИ ДЕФОРМАЦИЙ МАССИВА
ГОРНЫХ ПОРОД С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
МЕТОДА КОНЕЧНО-ДИСКРЕТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Специальность 25.00.16 – Горнопромышленная и нефтегазопромысловая
геология, геофизика, маркшейдерское дело и геометрия недр

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор
Гордеев Виктор Александрович

Екатеринбург – 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 ОБЗОР СПОСОБОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЕФОРМАЦИЙ МАССИВОВ ГОРНЫХ ПОРОД.....	8
1.1 Существующие способы определения предельных параметров деформаций массивов горных пород.....	8
1.2 Обзор численных методов механики дискретных сред	15
1.3 Применение метода конечно-дискретных элементов в геомеханике....	20
1.4 Математический аппарат метода конечно-дискретных элементов.....	24
1.4.1 Обнаружение контактов, взаимодействие на контактах.....	25
1.4.2 Трещинообразование.....	29
Выводы.....	34
2 РАЗРАБОТКА СХЕМЫ СНИЖЕНИЯ ПРОЧНОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ СО ВРЕМЕНЕМ.....	36
2.1 Закономерности длительного деформирования горных пород.....	36
2.1.1 Долговременное деформирование горных пород.....	38
2.1.2 Долговременное деформирование по трещинам.....	46
2.2 Разработка схемы снижения прочностных параметров.....	50
Выводы.....	59
3 РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ С ДЛИТЕЛЬНЫМ СНИЖЕНИЕМ ПРОЧНОСТИ.....	62
3.1 Алгоритм нахождения момента наступления состояния покоя динамической системы.....	62
3.2 Запредельное деформирование трещинных элементов.....	67
3.3 Принудительная стабилизация системы.....	74
3.4 Нахождение интервала времени для снижения прочности.....	78
3.5 Прочие разработанные алгоритмы и решения.....	81
Выводы.....	87

4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫЧИСЛЕНИЙ.....	89
4.1 Определение параметров моделей.....	90
4.1.1 Моделирование натурных испытаний участков породного массива для определения механических характеристик.....	95
4.1.2 Моделирование длительных натурных испытаний участков породного массива.....	105
4.2 Результаты вычислений	108
4.3 Определение предельных параметров деформаций участка борта.....	115
Выводы.....	120
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	122
СПИСОК ТЕРМИНОВ.....	125
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	127

ВВЕДЕНИЕ

Существующие способы определения предельных, или критических, параметров деформаций массивов горных пород зачастую не позволяют выполнять прогнозирование на основе маркшейдерских наблюдений разрушений на ранних стадиях деформационного процесса. Более раннее и точное прогнозирование разрушений позволит снизить стоимость и улучшить безопасность проведения противодеформационных мероприятий, поэтому разработка новых способов определения предельных параметров деформаций представляет большой практический и научный интерес.

С развитием вычислительной техники стало возможным широкое применение численных методов механики дискретной среды для решения прикладных задач геомеханики. Сегодня продолжается развитие методов механики дискретной среды, предлагаются новые методы и совершенствуются существующие. Например, разработка метода конечно-дискретных элементов приходится на начало 2000-х годов, а его активное развитие продолжается по сегодняшний день. Метод конечно-дискретных элементов обладает определенными преимуществами по сравнению с различными численными методами механики дискретных сред.

Для моделирования длительного деформирования массива горных пород должно учитываться изменение свойств пород во времени. Разработка моделей со снижением прочности горных пород со временем для методов дискретных и отдельных элементов в середине 2000-х годов показала применимость численных методов механики дискретной среды для моделирования процессов длительного деформирования массивов горных пород.

Перечисленное выше определяет **актуальность** разработки способа расчета предельных кинетических параметров длительных деформационных процессов с использованием метода конечно-дискретных элементов.

Объектом исследований являются деформации массивов горных пород.

Предмет исследований – кинетические параметры и механизм длительного деформирования массивов горных пород.

Целью работы является исследование кинетики деформаций массива горных пород с использованием метода конечно-дискретных элементов для повышения эффективности маркшейдерских наблюдений.

Идея работы заключается в использовании закономерностей длительного разрушения горных пород и современных численных методов механики.

Основные задачи исследований:

1. Изучить способы определения предельных параметров деформаций, применяемые при анализе результатов маркшейдерских наблюдений.

2. Изучить численные методы механики и закономерности длительного разрушения горных пород.

3. Разработать компьютерную программу для расчетов длительного деформирования массивов горных пород.

4. Разработать программу для графического отображения и анализа результатов расчетов.

5. Разработать алгоритм подбора физико-механических параметров для расчетов крупномасштабных геомеханических процессов методом конечно-дискретных элементов.

6. Выполнить расчеты и проанализировать результаты моделирования для определения предельных параметров деформаций участка борта карьера, изучить их зависимости от формы участка борта и расположения систем трещин, исследовать механизм развития зоны разрушений.

Положения, вынесенные на защиту:

1. Для повышения точности определения предельных параметров деформаций скальных трещиноватых массивов необходимо применять конечно-дискретно-элементные модели.

2. При разрушении участка борта карьера формирование зоны разрушений начинается в районе подошвы нижнего откоса, после чего происходит ее распространение в направлении вглубь массива и вверх.

3. Величины предельных смещений уменьшаются при выполаживании участка борта карьера и, соответственно, увеличении запаса устойчивости.

Научная **новизна результатов** исследований заключается в:

1. Разработке конечно-дискретно-элементной модели массива горных пород с прочностью, зависящей от времени и напряженного состояния.

2. Применении метода конечно-дискретных элементов для изучения механизма развития зоны разрушений при разрушении бортов карьеров, а также для определения влияния расположения систем трещин и угла наклона участка борта на кинетические параметры деформационного процесса.

Практическая значимость состоит в разработке модели для расчетов длительных квазиползучих деформаций, которая в перспективе может позволить увеличить эффективность и безопасность горных работ.

В работе использованы **методы исследований**: анализ и обобщение научной информации по изучаемому вопросу, методы статистики и вычислительной геометрии, численное моделирование геомеханических процессов с применением разработанных самостоятельно на языках С и С++ с использованием архитектуры CUDA компьютерных программ.

Личный вклад автора состоит в постановке и выполнении всех задач исследования, численной реализации модели методом конечно-дискретных элементов, обработке и описании результатов вычислений.

Достоверность научных положений и результатов работы подтверждается результатами верификации отдельных алгоритмов, сравнением с общепринятыми способами расчета.

Публикации. Основное содержание работы отражено в 3 публикациях в журналах, включённых в перечень ведущих рецензируемых научных изданий, определяемый ВАК Минобрнауки России.

Апробация работы. Основные положения и результаты работы докладывались на Международной научно-практической конференции молодых ученых и студентов «Уральская горная школа – регионам» в г. Екатеринбурге в

2014 и 2015 гг., и конференции «Инновационные геотехнологии при разработке рудных и нерудных месторождений» в 2015 и 2016 гг.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех разделов и заключения, изложенных на 138 страницах машинописного текста, содержит 45 рисунков, 13 таблиц и список использованной литературы из 108 наименований.

1 ОБЗОР СПОСОБОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЕФОРМАЦИЙ МАССИВОВ ГОРНЫХ ПОРОД

1.1 Существующие способы определения предельных параметров деформаций массивов горных пород

Исследованиями на моделях установлены три периода процесса развития деформаций и разрушения карьерных откосов [5]:

- начальный, с неустановившейся затухающей скоростью смещений (в общем времени деформирования занимает 35 %);
- промежуточный, с постоянной (установившейся) скоростью деформирования (занимает 40 %);
- конечный, с прогрессирующей скоростью деформирования.

Графики скоростей смещений прибортовых массивов подобны графикам деформаций горных пород, получаемым при исследовании ползучести [5] (рисунок 1.1).

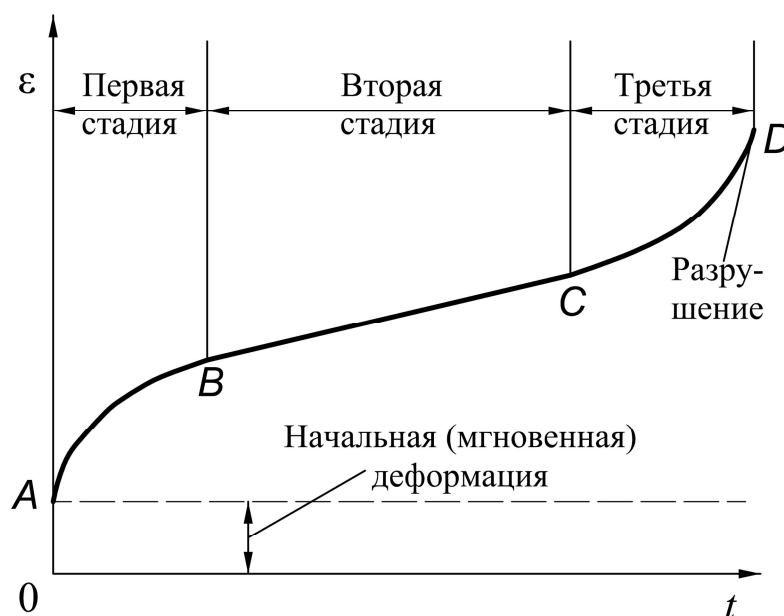


Рисунок 1.1 – Кривая ползучести с тремя стадиями, согласно [6]

Процесс деформирования описывается совокупностью параметров (характеристик). Различают временные, кинематические, геометрические и другие характеристики процесса деформации. Под кинематическими параметрами понимают смещение, скорость и ускорение характерных точек деформирующихся объектов. В качестве геометрических параметров можно привести степень раскрытия трещин, смещения по трещинам и пр. Нас будут интересовать предельные значения характеристик деформационного процесса (предельные, или критические параметры) – предельные смещения, предельная скорость деформации – превышение которых приведет к разрушению массива.

Существующие сегодня способы определения предельных параметров деформаций можно разделить на четыре группы.

В первую группу можно отнести эмпирические закономерности, полученные при анализе результатов наблюдений за деформациями реальных горнотехнических объектов [6-10]. Этот подход является, пожалуй, наиболее простым в практическом применении и широко распространенным на практике.

Установлено, что предельные смещения бортов глубоких карьеров перед разрушением могут достигать 0,5 – 2 м [9], а при крутой слоистости до 10 м [6, 7]. По данным Ю.И. Туринцева [9] о неизбежности обрушения борта карьера может свидетельствовать величина горизонтальных деформаций растяжения в прибортовой полосе $\varepsilon = 5$ мм/м. По другим данным перед разрушением бортов карьеров до начала третьей стадии ползучего разрушения наблюдаются деформации $\varepsilon = 10 - 30$ мм/м [6].

Согласно исследованиям В.Т. Сапожникова [8] в качестве критических, свидетельствующих о дальнейшем разрушении, следует считать скорости смещения $v = 10 - 15$ мм/сут. (данные получены для бортов уральских разрезов). Непосредственно перед срывом тела обрушения фиксировались скорости смещения $v = 50 - 100$ мм/сут.

Также В.Т. Сапожников предложил следующую эмпирическую формулу для определения скорости смещения бортов разрезов в «период равномерного деформирования» [8]:

$$v = 0,6 + \frac{12\alpha}{PH},$$

где α – угол наклона борта, градус; P – объем призмы оползания, млн. м³; H – высота борта, м.

Несмотря на простоту и удобство этого подхода, при его использовании время до разрушения может оказаться недостаточным для проведения противодеформационных мероприятий, кроме того, безопасность и экономичность мероприятий может быть выше при более раннем фиксировании критических значений.

Главным недостатком подходов первой группы является сложность определения предельных значений параметров в различных горнотехнических и геологических условиях, иначе говоря, оценить влияние большинства факторов на сегодняшний день не представляется возможным. Для нахождения подобных зависимостей требуется накопление большого объема эмпирических данных. Накопление эмпирических данных затрудняется тем, что в реальных условиях контролируемое длительное крупномасштабное саморазрушение массивов горных пород стоит очень дорого. Кроме того, недостатком эмпирических методов в горном деле является многообразие условий разработки.

Вторая группа базируется на результатах физического моделирования деформационных процессов при помощи эквивалентных материалов [6, 7, 11-13]. В нормативных документах [5] по маркшейдерским наблюдениям данный метод рекомендуется как наиболее точный применительно к конкретным горно-геологическим условиям. В эту группу можно отнести способы интерпретации данных мониторинга, базирующиеся на анализе результатов опытов физического моделирования [26, 11, 13].

А.М. Мочаловым предложена следующая зависимость для расчета установившейся скорости смещения призмы обрушения [10]:

$$v_0 = a \left(\frac{\Delta F}{\Delta F_0} \right)^b \quad \text{при} \quad \frac{\Delta F}{\Delta F_0} > \frac{f_{s\infty}}{f_{s0}},$$

где a и b – определяемые моделированием коэффициенты, зависящие от среды, в которой оформлен откос; $f_{s\infty}$ – предел длительной прочности; f_{s0} – кратковременная прочность горной породы.

$$\frac{\Delta F}{\Delta F_0} = \frac{F_{сдв} - F_{дл}}{F_{см} - F_{дл}},$$

$F_{сдв}$ – рассчитанная сумма сдвигающих сил по поверхности скольжения, $F_{дл}$ – сумма удерживающих сил, рассчитанная по длительной прочности, $F_{см}$ – сумма удерживающих сил, рассчитанная по кратковременной прочности.

Превышение наблюдаемой скоростью смещения величины v_0 сигнализирует о разрушении откоса в дальнейшем.

Недостатком методов данной группы является трудоемкость проведения лабораторных испытаний, сложность одновременного соблюдения критериев подобия для деформационных, прочностных и физических характеристик, учет влияния времени. Существующие зависимости, выявленные экспериментально на моделях из эквивалентных материалов, не позволяют учесть влияние большинства горнотехнических и геологических условий на предельные параметры деформаций массивов горных пород.

Методики третьей группы можно назвать аналитическими, так как они основаны на прямых расчетах определенных параметров деформационных процессов. К данной группе можно отнести, например, способ определения текущего коэффициента запаса устойчивости, приведенный в п. 6.3.5 методических указаний по наблюдениям [6, 14].

Лабораторными сдвиговыми испытаниями определяются прочностные и деформационные характеристики горных пород, после чего находится функциональная зависимость

$$\varepsilon = F\left(\frac{\tau}{\tau_{np}}\right),$$

где: ε – деформация сдвига; τ – частное значение сдвигающего напряжения; τ_{np} – предельное значение сдвигающего напряжения.

Далее по смещениям реперов находятся фактические деформации уступа или борта в прибортовой зоне ε_{ϕ} .

Коэффициент запаса устойчивости определяется как $n = \frac{\tau_{np}}{\tau}$, где отношение

$\frac{\tau}{\tau_{np}}$ принимается с графика деформации сдвига при фактическом значении ε_{ϕ} .

Данный критерий оценки опасности наблюдаемых деформаций основан на предположении о прямой корреляции величин смещений с размерами объекта при его разрушении.

Большинство рассмотренных выше способов определения предельных параметров деформаций прогнозируют неизбежность разрушения только в конце второй или третьей стадии ползучести.

К четвертой группе нами отнесены методики, основанные на численном моделировании деформационных процессов. Следует отметить, что применение численных моделей не всегда связано с необходимостью определения именно предельных параметров деформаций, поэтому в качестве способов данной группы рассматриваются способы численного расчета длительных деформаций породных массивов с применением методов механики. Иначе говоря, рассматриваются численные методы и модели, позволяющие рассчитать предельные параметры.

Применимые для определения предельных параметров деформаций способы, основанные на численном моделировании, можно разделить на две подгруппы. В первую отнесем способы расчета деформаций с использованием эмпирических, реологических и комплексных законов ползучести [15-18].

Вторая подгруппа представлена способами, в которых используется долговременное снижение модуля деформации [19] и прочности [20-22]

Способы подгруппы 4.1 чаще всего базируются на методах механики сплошной среды, однако есть примеры создания подобных моделей для методов механики дискретных сред [18]. Основным недостатком данного подхода является сложность определения параметров принимаемых эмпирических и реологических законов ползучести, причем количество этих параметров растет с усложнением модели, описывающей ползучесть.

Так как способы данной группы чаще всего базируются на численных методах механики сплошной среды, им также присущи недостатки этих методов, например, невозможность явного учета разрывов сплошности среды. Так как различные признаки критических деформаций массивов горных пород, например, образование заколов, раскрытие трещин и смещение по ним, проявляются при значительных пластических деформациях, а измерение кинематических параметров могут выполняться в непосредственной близости от участков локальных разрушений, применение методов механики дискретных сред представляется более приемлемым.

Способы, использующие снижение прочности без явного учета времени, могут базироваться как на методах сплошной среды [21], так и на методах дискретной среды [23].

Главными недостатками данного подхода является отсутствие явного учета времени и допущение о снижении длительной прочности во времени без принятия в расчет причин ее снижения. То есть при помощи способов данной подгруппы можно определить предельные смещения при разрушении, однако сложно судить о степени соответствия получаемого механизма разрушения реальному.

Существуют способы, основанные на принятии в расчет напряжений и времени как одного из параметров функции длительной прочности [19, 20, 22]. Данный способ, особенно при реализации в методах механики дискретных сред, является, пожалуй, наиболее перспективным для расчетов долговременных деформаций массивов горных пород, так как в этом случае деформации ползучести моделируются явно, как следствие развития микро- или макротрещиноватости, в зависимости от размеров модели.

Более подробное описание способов расчета длительных деформаций, основанных на методах механики дискретных сред, будет выполнено в следующем параграфе.

Так как численную оценку точности того или иного способа определения предельных параметров деформаций породных массивов выполнить достаточно затруднительно, для анализа и сравнения существующих способов сформулируем также дополнительные (косвенные) характеристики, которые позволят установить преимущества, недостатки и перспективы развития способов всех групп. При оценке способов определения предельных параметров деформаций в качестве характеристик можно принять возможность учета зависимости параметров от геологических и горнотехнических условий, возможность получения дополнительных данных, полезных при планировании противодеформационных мероприятий, простоту применения и потенциал развития.

В таблице 1.1 приведены характеристики методов определения предельных параметров деформаций, и выполненная нами балльная оценка этих методов.

Под полнотой выходных данных подразумевается возможность получения дополнительных характеристик деформационного процесса, кроме собственно определения предельных параметров деформаций. Используя методы 2 и 4 групп, мы можем определить механизм пространственного развития трещиноватости, на основе которого можно принимать противодеформационные решения. Также методы этих групп позволяют рассчитать величины смещений на более ранних

этапах прогрессирующего разрушения, что позволяет заранее определить, приведут ли к разрушению наблюдаемые смещения, или допустима ли работа техники на деформирующемся участке при текущих смещениях. Разность в баллах объясняется возможностью явного учета времени только способами группы 4 и возможностью расчета разрывов сплошности в способах подгруппы 4.2.

Таблица 1.1 – Сравнение методик интерпретации данных наблюдений

Группа	Применимость в различных горнотехнических условиях	Применимость в различных геологических условиях	Полнота выходных данных	Простота применения	Потенциал развития	Итого баллов
1	1	1	3	5	2	12
2	4	3	4	1	3	15
3	2	2	1	4	1	10
4.1	5	3	3	3	3	17
4.2	5	5	4	2	4	20

По итогам сравнения способов можно сделать вывод о перспективности применения численных методов механики, в особенности механики дискретных сред, для расчетов предельных параметров деформаций массивов горных пород. Для выбора наиболее подходящего метода требуется изучение существующих численных методов механики дискретных сред.

1.2 Обзор численных методов механики дискретных сред

Существующие на сегодняшний день численные методы механики чаще всего классифицируются по способу представления моделируемой среды, которая может

быть представлена как сплошная либо дискретная. По этому признаку выделяются две группы методов – механики сплошной среды и механики дискретной среды:

- методы механики сплошной среды: метод граничных элементов, метод конечных элементов и метод конечных разностей;
- методы механики дискретной среды: метод дискретных элементов, метод отдельных элементов, деформационный анализ дисконтинуума и метод конечно-дискретных элементов.

Следует отметить, что некоторыми, в особенности ранними, авторами [23, 25] метод конечно-дискретных элементов относится к отдельной группе комбинированных методов, так как данный метод позволяет моделировать деформации как сплошной среды, так и взаимодействие в разрывах сплошности. Однако то же с некоторых пор справедливо для метода отдельных элементов, например, реализованного в программе UDEC [18], поэтому мы не будем использовать подобное разделение.

На сегодняшний день выполнено достаточно много работ – подробных обзоров численных методов, применяемых в геомеханике [23-26], поэтому в данной работе приведены лишь общие сведения, при этом акцент делается на моделировании длительных деформационных процессов.

Известно, что горные породы характеризуются значительной анизотропией свойств, которая объясняется на микроуровне наличием минеральных зерен, микротрещин, пор, гетерогенностью и т.д. В масштабах инженерных задач анизотропия свойств проявляется наличием трещин, слоистости, кливажа и тектонических нарушений. Развитие вычислительной геомеханики в последние три-четыре десятилетия, по сути, свелось к поиску путей расчета поведения подобных сред.

Так, в 1968 году Р. Гудманом было предложено использование контактного элемента в методе конечных элементов [27]. П. Кандэл в 1971 году разработал метод отдельных элементов (distinct element method) [28], в 1979, совместно со О. Стрэком,

метод дискретных элементов [29]. Большое значение для развития численных методов имели также работы Дж.В. Лемоса и Дж.Р. Уильямса [30, 31].

Метод деформационного анализа дисконтинуума, разработанный Дж. Ши [32], является развитием численных методов Р. Гудмана. Д.О. Поттионди в 2004 году представил «модель со связанными частицами» [33], в результате чего стало возможным моделирование сплошных сред методом дискретных элементов. В 2012 году представлена так называемая «модель со связанными частицами и плоскими трещинами» (flat-jointed bonded-particle model) [34], которая так же, как и модель «искусственного породного массива» (synthetic rock mass) [35], решает проблему несоответствия прочности модели на растяжение и сжатие, однако с большей вычислительной эффективностью [24].

В 1995 году А. Муньиза представил метод конечно-дискретных элементов [36], отличающийся явным моделированием как деформаций сплошной среды, так и дисконтинуума. Позже были разработаны более эффективные алгоритм непрямого поиска [37] и комбинированная модель трещинообразования [38], реализованные в коде Y [39].

Метод конечно-дискретных элементов характеризуется определенными преимуществами в сравнении с другими методами.

Так, точность метода отдельных элементов зависит от правильности изначально заданной трещиноватости из-за отсутствия механизма роста трещин внутри дискретного элемента [24]. То же свойственно методу деформационного анализа дисконтинуума Ши. Методу дискретных элементов со связанными частицами не свойственны данные недостатки, однако допущение жесткости элементов, положенное в основу метода, усложняет явное моделирование континуума.

В методе конечно-дискретных элементов дискретные элементы разбиваются сеткой из треугольных конечных элементов, что позволяет рассчитывать деформирование дискретного элемента, а деформационные процессы в разрывах

сплошности рассчитываются при помощи алгоритма взаимодействия дискретных элементов [39]. Отличием метода является расчет распределенных нагрузок при контактном взаимодействии, в отличие от метода дискретных элементов. Также в методе учитывается нелинейное допредельное и запредельное деформирование при трещинообразовании [39].

«Модель коррозии под напряжением» (parallel-bonded stress corrosion, PSC model), разработанная в 2006 году Д.О. Поттионди [2], показала возможность моделирования ползучести горных пород с учетом длительного снижения прочности под напряжением. По итогам расчетов деформаций гранитов Люк-де-Боне получены представленные на рисунке 1.2 кривые ползучего деформирования.

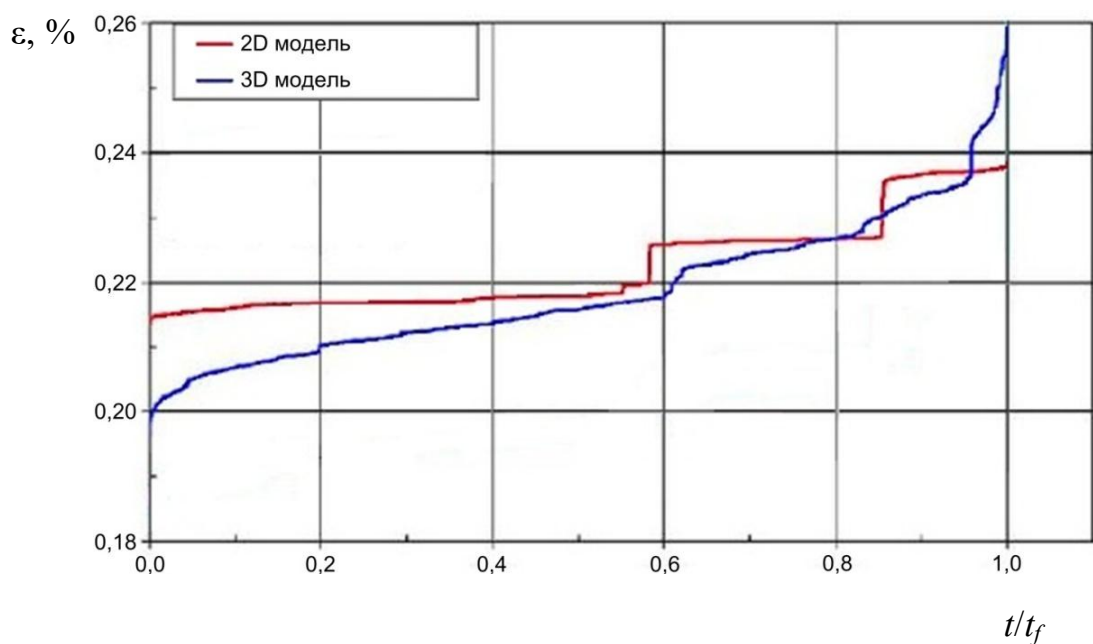


Рисунок 1.2 – Кривые ползучего деформирования по результатам моделирования методом дискретных элементов [2]

Графики отражают зависимость деформации сжатия по оси нагружения цилиндрических образцов от времени, приведенного к времени разрушения. На графиках прослеживаются все три стадии ползучести.

В модели PSC длительное снижение прочности представлено через изменение размера связующего элемента (parallel bond) D между двумя частицами во времени t условием

$$\frac{dD}{dt} = \begin{cases} 0, & \sigma < \sigma_a \\ -\beta_1 e^{\beta_2(\frac{\sigma}{\sigma_c})}, & \sigma_a \leq \sigma \leq \sigma_c, \\ -\infty, & \sigma > \sigma_c \end{cases}$$

в котором: σ – напряжение растяжения; σ_a – пороговое напряжение, ниже которого разупрочнение не происходит; σ_c – кратковременная прочность на разрыв; β_1 , β_2 – константы.

Следует отметить, что при разработке модели PSC приняты допущения, из-за которых, если учесть производительность современных вычислительных устройств, ее применение возможно только для моделирования длительного деформирования небольших участков горной породы. Впрочем, при правильной калибровке модели, ее применение возможно и для решения крупномасштабных задач.

Применимость метода отдельных элементов для расчетов ползучего деформирования массивов горных пород с учетом длительного снижения прочности продемонстрирована исследованиями Дж. Кемени [3], Б. Дамьянаца [4] и консалтинговой группы Итаска [22].

Дж. Кемени предложил модель, в которой снижение прочности обуславливается разрушением участков ненарушенной породы вдоль трещины (шероховатости). Функция снижения сцепления и прочности на растяжение получена на основе теории допредельного роста трещины.

Метод дискретных элементов реализован в коммерческой программе компании Итаска PFC [40], в ней предусмотрена возможность создания собственных моделей на языке C++, и в свободно распространяемой программе с открытым исходным кодом Yade [41], в котором имеются практически те же описанные

возможности, что и в PFC, за исключением модели со снижением прочности. На методе отдельных элементов основан коммерческий код UDEC. Метод конечно-дискретных элементов реализован в свободно распространяемой программе с открытым исходным кодом Y2D профессора А. Муньизы [42], а также в коммерческой программе ELFEN [43].

Изучение методов механики дискретных сред позволило сделать выводы о применимости метода дискретных элементов и метода отдельных элементов для определения предельных параметров длительных деформаций массивов горных пород. Существуют модели, с использованием которых рассчитываются деформации ползучести горных пород.

В результате изучения существующих способов определения предельных параметров деформаций массивов горных пород сделаны следующие выводы.

Необходимо изучить способы расчета изменения прочности со временем, использованные в упомянутых работах. Также следует изучить примеры применения метода конечно-дискретных элементов для моделирования крупномасштабных деформаций массивов горных пород. В случае применимости данного метода следует выполнить его дополнительное изучение для разработки модели с долговременным снижением прочности.

1.3 Применение метода конечно-дискретных элементов в геомеханике

Метод конечно-дискретных элементов сегодня признается авторитетными специалистами одним из наиболее перспективных инструментов для решения задач геомеханики [1, 23, 44]. К сегодняшнему дню данный метод нашел применение при решении самых различных задач горной геомеханики. Ранние работы посвящены, в основном, проверке применимости метода для решения задач механики горных пород путем сравнения результатов моделирования с экспериментальными лабораторными данными [44-46].

Позже метод конечно-дискретных элементов применялся при решении различных задач – для расчета сдвижений породного массива при подземной разработке с обрушением подработанного пространства [46], для расчета породных целиков [27, 47], деформаций подземных выработок [49], обрушений склонов [25, 46], расчета деформаций кирпичных кладок [50], расчета деформаций гетерогенных и трансверсально-изотропных горных пород [49, 51], решения задач механики горных пород в трехмерной постановке [52] и т.д.

Исследования Д. Элмо посвящены оценке прочности породных целиков методом конечно-дискретных элементов. На рисунке 1.3 представлены изображения моделей целиков в процессе разрушения, различающихся заданными системами трещин.

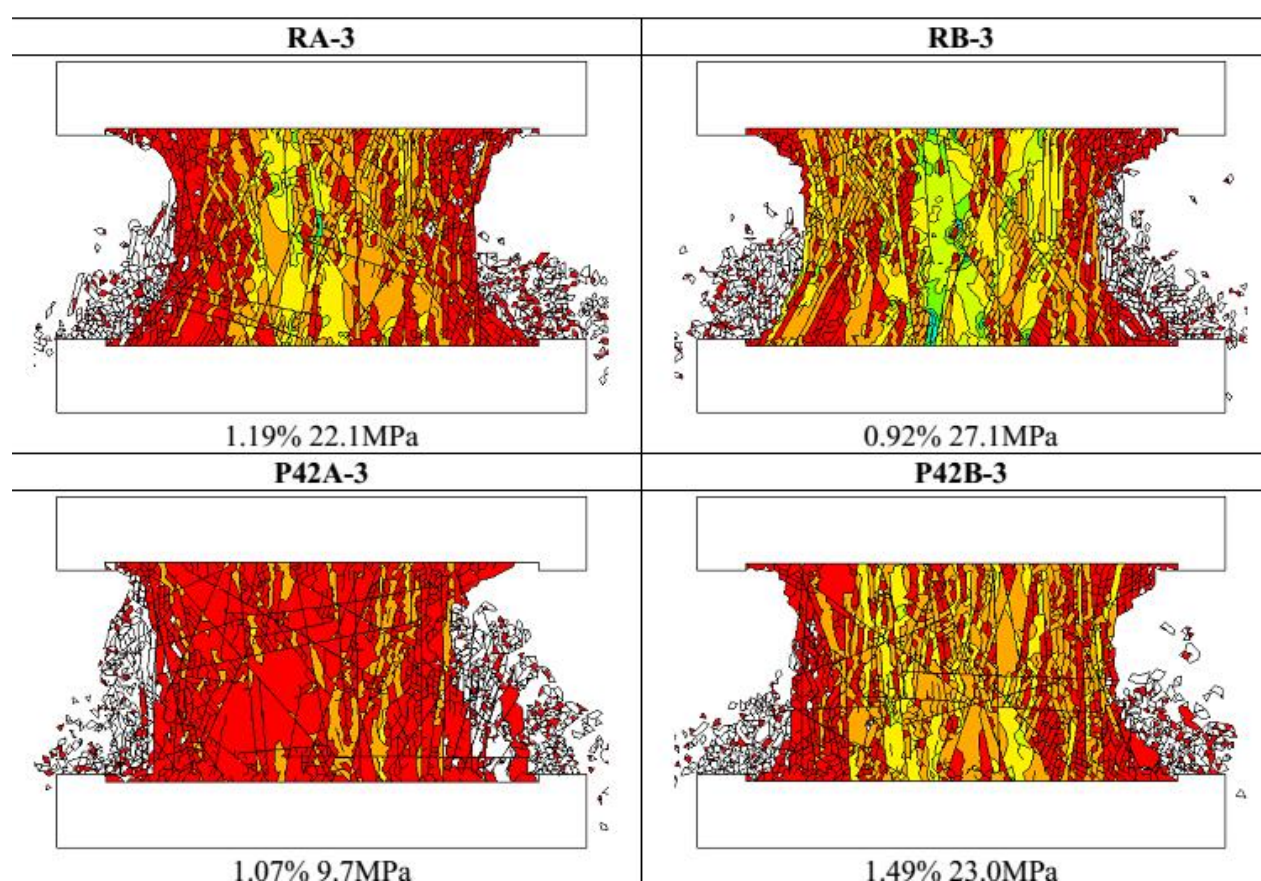


Рисунок 1.3 – Деформирование целика в зависимости от геометрии трещиноватости [29]

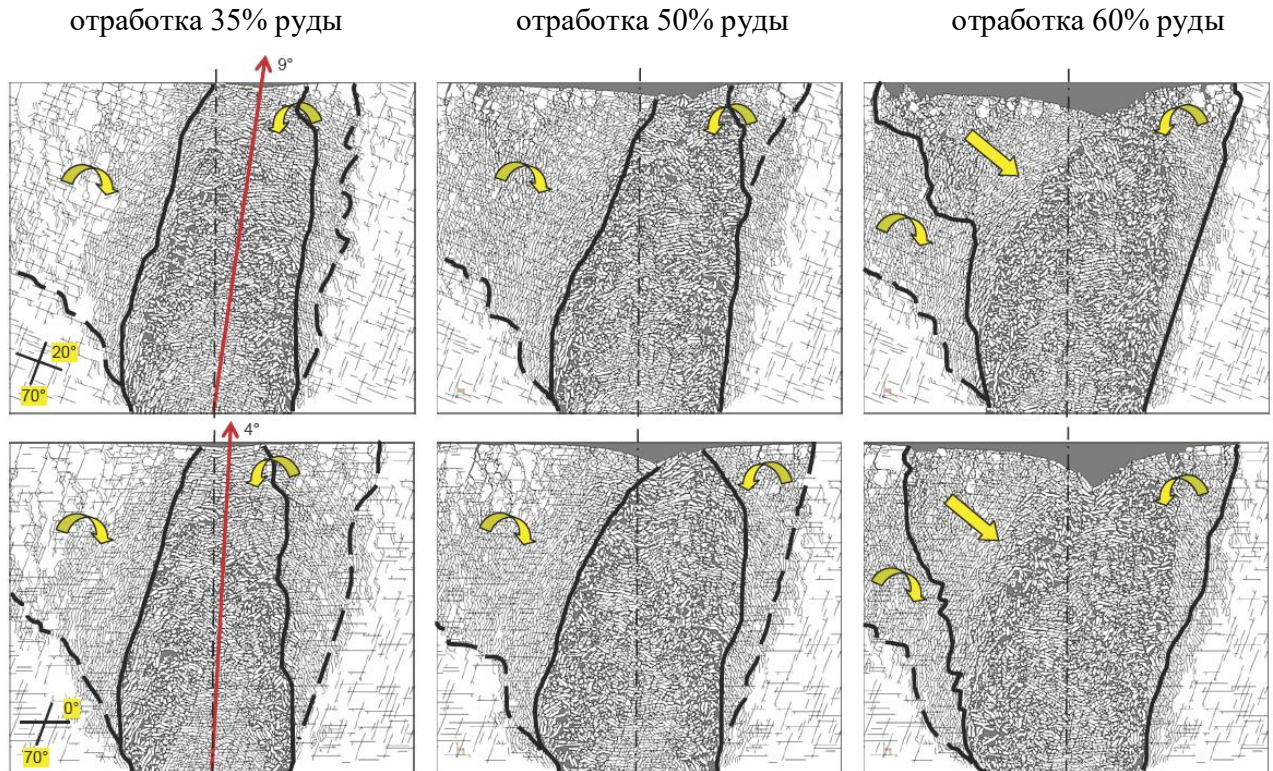


Рисунок 1.4 – Расчет сдвижений массива при различной степени подработанности массива [47]

На рисунке 1.5 приведен результат расчета деформаций породного массива вокруг цилиндрической выработки в трансверсально-изотропном массиве, выполненного А. Лисьяком [49].

В данной модели прогрессирующее разрушение вмещающего массива достигается постепенным уменьшением диаметра жесткого тела круглой формы, вписанного внутрь выработки. Данный подход аналогичен использованному А. Вязменским [47].

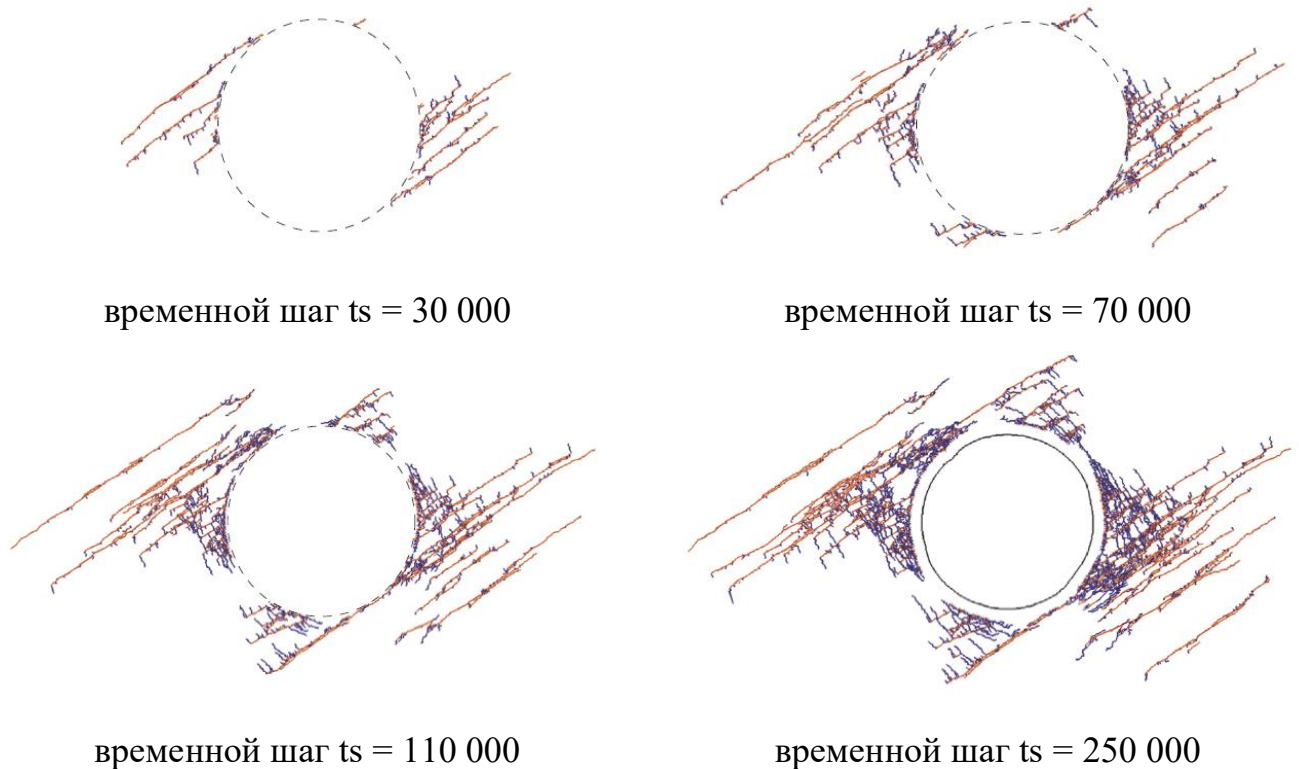


Рисунок 1.5 – Моделирование образования зоны разрушения вокруг
Одиной горной выработки [49]

Серьезным недостатком моделирования длительных деформационных процессов без учета изменения характеристик пород во времени является невозможность определения прочностных характеристик массива, соответствующих моменту затухания деформаций либо разрушения моделируемого объекта. Принятие в качестве механических свойств модели долговременных пределов может привести к их недооценке и, соответственно, переоценке деформаций. Принимая кратковременные характеристики, наоборот, получаем недооценку величин деформаций.

Изучение выполненных ранее примеров применения метода конечно-дискретных элементов для решения задач геомеханики показывает, что метод применим для решения крупномасштабных задач.

В части перечисленных работ выполнены проверки соответствия численных решений данным лабораторных испытаний, показавшие хорошие результаты.

Следовательно, метод конечно-дискретных элементов можно использовать для моделирования длительных деформационных процессов. Для этого необходимо изучить теоретические основы метода и разработать модель со снижением прочности со временем.

1.4 Математический аппарат метода конечно-дискретных элементов

В методе конечно-дискретных элементов учет фактора времени реализован в виде центрально-разностной схемы [36]. В соответствии с этой схемой координаты узлов элементной сетки рассчитываются после каждого шага времени следующим образом [39]:

$$x_c = x_p + v \cdot \Delta t,$$

где: x_c – положение узла в пространстве в текущий момент времени; x_p – положение узла в предыдущий момент времени; v – скорость узла; Δt – временной шаг.

Скорость узла в общем случае определяется в соответствии с выражением [39]

$$v = \frac{F \cdot \Delta t}{m},$$

в котором: F – сила, действующая на данный узел; m – треть массы треугольного элемента.

Расчет действующей силы производится сложением сил [39]:

$$F = mg + F_{int} + F_{ext} + F_c + Cv,$$

где: g – ускорение свободного падения; F_{int} – внутренние силы; F_{ext} – внешние приложенные силы; F_c – сила контактного взаимодействия; C – постоянная вязкостного демпфирования.

Внутренние силы F_{int} находятся сложением сил F_e , вызванных упругой деформацией конечных элементов, и сил связи F_b , возникающих в трещинных элементах.

Силы контактного взаимодействия находятся алгоритмом расчета взаимодействия дискретных элементов.

Алгоритмически обработка взаимодействия на контактах дискретных элементов реализована в виде двух этапов: обнаружение контактов и расчет взаимодействия на контактах.

1.4.1 Обнаружение контактов, взаимодействие на контактах

Алгоритм обнаружения контактов необходим для нахождения всех пар контактирующих элементов и для удаления тех пар, которые ранее находились в контакте, а в данный момент удалены друг от друга. В оригинальном коде МКДЭ применяется алгоритм обнаружения контактов не двоичного поиска (No Binary Search), разработанный А. Муньизой [37, 39]. Алгоритм не двоичного поиска является на сегодняшний день одним из наиболее эффективных алгоритмов обнаружения контактов. Процессорное время и объем памяти, требуемые данным алгоритмом линейно пропорциональны общему количеству дискретных элементов. Это достигается определенным порядком помещения дискретных элементов в очередь для последующей проверки на наличие контакта.

Обобщенно алгоритм обнаружения контактов можно представить в виде четырех этапов.

1. Разбивка области поиска прямоугольной сеткой. Для оптимизации расчетов размер ячейки подбирается несколько больше окружности, описанной вокруг наибольшего элемента.
2. Запись дискретных элементов в столбцы сетки.
3. Запись дискретных элементов в отдельные ячейки сетки.

4. Нахождение потенциально контактирующих элементов внутри текущей ячейки и в соседних четырех ячейках.

После нахождения контактов выполняется обработка взаимодействия на контактах, то есть расчет сил, действующих на контактах отдельных элементов. Алгоритм расчета базируется на методе штрафных функций [39, 53]. Данный метод основан на предположении, что контактирующие тела внедряются друг в друга, в результате чего возникают распределенные нагрузки.

Пусть дискретный элемент t (контактор) с границей Γ_t внедряется в целевой элемент c (с границей Γ_c), образуя область пересечения S , ограниченную линией Γ (рисунок 1.6). Представим область пересечения двух дискретных элементов S как совокупность элементарных объемов dA .

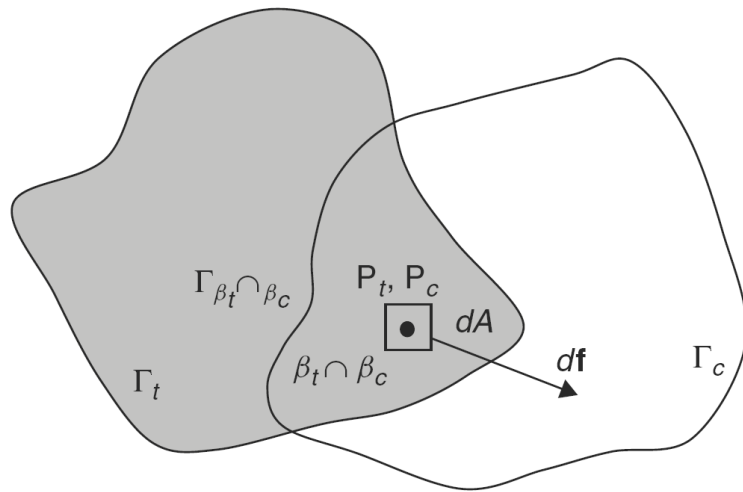


Рисунок 1.6 – Схема контактирующей пары элементов с изображением действия элементарной контактной силы [39]

При пересечении дискретных элементов элементарная область пересечения dA производит бесконечно малую контактную силу dF [39]:

$$dF = [\text{grad } \varphi_c(P_c) - \text{grad } \varphi_t(P_t)], \quad (1.1)$$

где: индексы c и t показывают принадлежность к контактору и целевому элементу; P – точки контактора и целевого элемента, находящиеся внутри области пересечения; φ – потенциальные функции.

Интегрируя (1.1) по площади области пересечения, получаем полную контактную силу [39]:

$$\mathbf{f}_c = \int_{S=\beta_t \cap \beta_c} [\text{grad} \varphi_c - \text{grad} \varphi_t] dA,$$

или

$$\mathbf{f}_c = \oint_{\Gamma_{\beta_t \cap \beta_c}} n_{\Gamma} (\varphi_c - \varphi_t) dA. \quad (1.2)$$

где n_{Γ} – единичный вектор, направленный по нормали наружу от границы области пересечения Γ .

Численный расчет сил контактного взаимодействия методом штрафных функций в методе конечно-дискретных элементов реализован следующим образом.

Потенциал φ в точке P внутри треугольника A (рис. 1.7а) находится как наименьшее утроенное отношение площадей треугольников A_1 , A_2 , A_3 к площади треугольника A [39]:

$$\varphi(P) = \min \left\{ \frac{3A_1}{A}, \frac{3A_2}{A}, \frac{3A_3}{A} \right\}.$$

Потенциал в середине треугольника равен 1 и 0 – на границе треугольника и для точек вне треугольника.

Согласно выражению (1.2) расчет сил контактного взаимодействия между двумя треугольными элементами можно свести к решению задач о взаимодействии границ контактора с целевым элементом и границ целевого элемента с элементом-контактором.

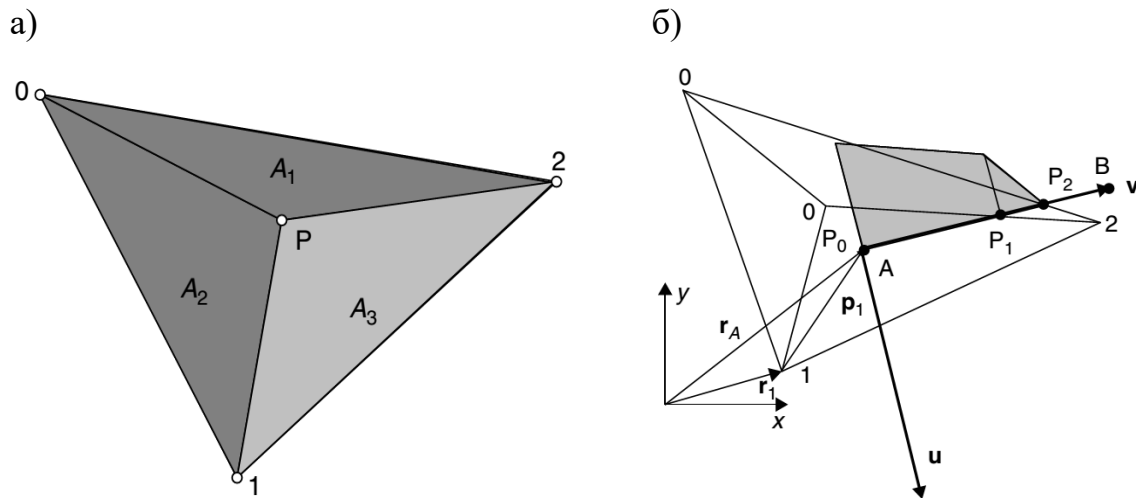


Рисунок 1.7 – Схемы: а) к нахождению потенциала в точке;
б) к расчету сил на контакте [39]

На рисунке 1.7б представлена схема расчета сил, в которой для упрощения расчетов введена локальная система координат с началом в точке А. Для каждой характерной точки (в данном случае это P_0 , P_1 , P_2) определяется потенциал φ , а в точках между характерными точками потенциал находится интерполяцией. После этого в локальных координатах силу, действующую на сторону АВ можно найти по формуле:

$$\mathbf{f}_c = \int_0^L p\varphi(v)dv,$$

где p – параметр штрафа.

1.4.2 Трещинообразование

Образование в материале трещин в методе конечно-дискретных элементов моделируется в явном виде на основе принципов нелинейной упругой механики разрушения [39]. Как показано на рисунке 1.8, специальные четырехугольные

трещинные (связующие) элементы имитируют развитие зоны распространения разрушений, в которой происходят неупругие процессы: образование микротрещин и зацепление неровностей [56].

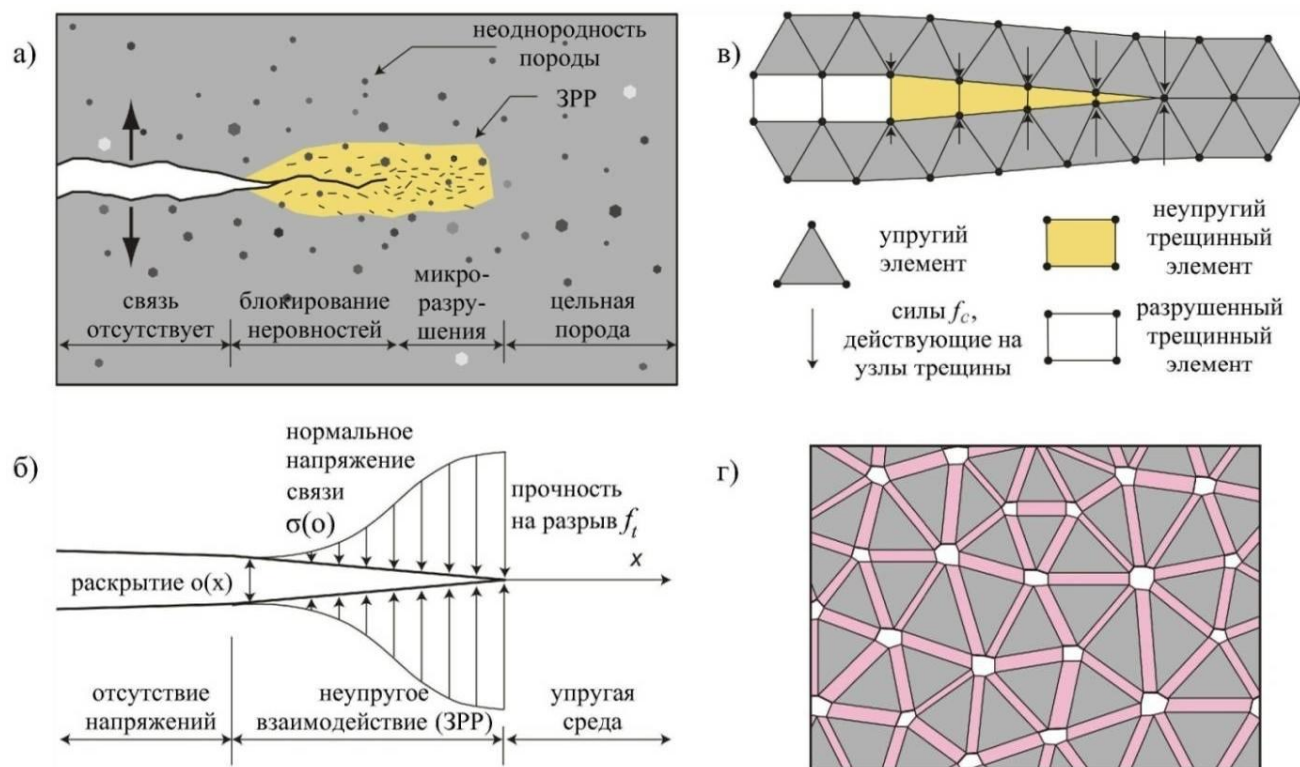


Рисунок 1.8 – Моделирование разрушения материала в МКДЭ [57]:

а) схема развития трещины в горной породе; б) теоретическая модель ЗРР А. Хиллерборга [58]; в) реализация нелинейно упругой модели ЗРР в МКДЭ; г) представление материала в МКДЭ (конечные элементы уменьшены с целью улучшения репрезентативности)

Четырехугольные трещинные элементы имеются на границах всех соединенных пар конечных элементов. Потенциальные траектории трещин не нуждаются в априорном задании и ограничиваются топологией конечно-элементной сети.

Изменение напряжений связи с увеличением смещений до и после достижения

предельного смещения описывается изображенной на рисунках 1.9 кривой [55].

Форма ниспадающей части кривой принята в соответствии с экспериментально полученными кривыми зависимости напряжений от деформаций [33, 55].

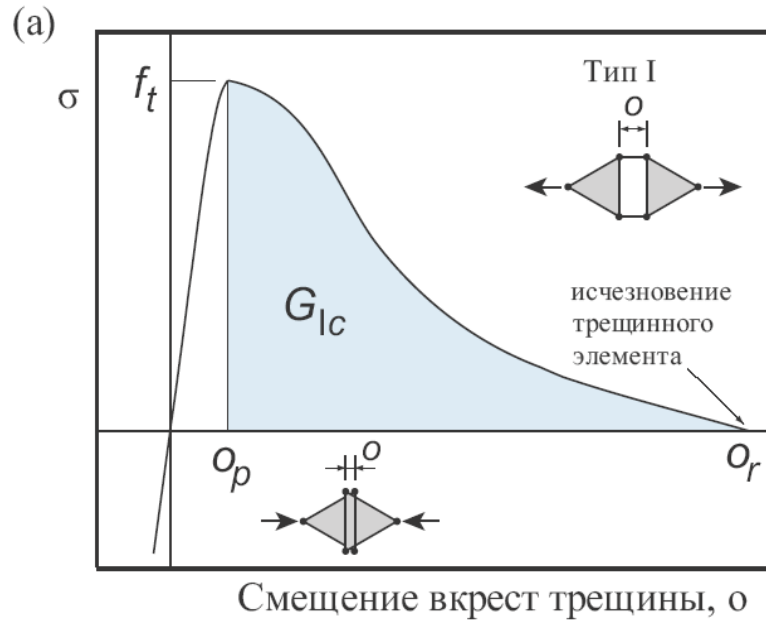


Рисунок 1.9 – Зависимость напряжений связи в трещинных элементах от смещения [57]

В методе конечно-дискретных элементов зависимость напряжений связи от величины смещений реализована следующим путем [39]:

$$\begin{bmatrix} \sigma \\ \tau \end{bmatrix} = f(D) \begin{bmatrix} f_t \\ f_s \end{bmatrix},$$

где $f(D)$ является функцией смещения, предложенной на основе эмпирических данных Р. Эвансом и М. Маратом в 1968 г. [56], а f_t и f_s – прочности на растяжение и сдвиг, соответственно.

Функция степени разрушения выглядит так [39]:

$$f(D) = \left[1 - \frac{A+B-1}{A+B} \exp \left(D \frac{A+C \cdot B}{(A+B)(1-A-B)} \right) \right] \cdot [A(1-D) + B(1-D)^c]. \quad (2.2)$$

При трещинообразовании первого типа показатель степени разрушения D определяется согласно следующему условию [39]:

$$D = \frac{o - o_p}{o_r - o_p},$$

где o – текущее смещение поперек трещины, o_p и o_r – соответственно смещения при достижении прочности и в момент окончательного разрушения.

Константы A , B и C равны соответственно: 0,63; 1,8 и 6,0.

Можно заметить, что при $o = o_p$ показатель степени разрушения $D = 0$ и $f(D) = 1$, а при $o = o_r$ показатель $D = 1$ и $f(D) = 0$.

При трещинообразовании в результате сдвига степень разрушения определяется аналогичным образом [39]:

$$D = \frac{s - s_p}{s_r - s_p}.$$

В случае разрушения сложного типа I-II, когда разрушение происходит при одновременном действии сдвигающих и растягивающих напряжений (то есть при условии $(s_p < s < s_r)$ и $(o_p < o < o_r)$) решение следующее [39]:

$$D = \sqrt{\left(\frac{o - o_p}{o_r - o_p}\right)^2 + \left(\frac{s - s_p}{s_r - s_p}\right)^2}.$$

В методе конечно-дискретных элементов предельные смещения, при которых достигаются наибольшие напряжения связи, определяются по формулам [39]:

$$o_p = \frac{2hf_t}{p};$$

$$s_p = \frac{2hf_s}{p},$$

в которых: p – параметр штрафа; h – размер трещинного элемента.

Напряжения связи при допредельном деформировании (при $o < o_p$ и $s < s_p$) рассчитываются в соответствии с выражениями [39]:

$$\sigma = \left[\frac{2o}{o_p} - \left(\frac{o}{o_p} \right)^2 \right] f_t;$$

$$\tau = \left[\frac{2s}{s_p} - \left(\frac{s}{s_p} \right)^2 \right] f_s.$$

В методе конечно-дискретных элементов смещения в трещинном элементе изменяются от узла к узлу по линейному закону [38], в то время как напряжения связи изменяются нелинейно. С целью снижения ресурсоемкости метода расчет сил, действующих на узлы элемента, выполняется численно. На рисунке 1.10 схематично представлена эпюра распределения напряжений связи вдоль элемента.

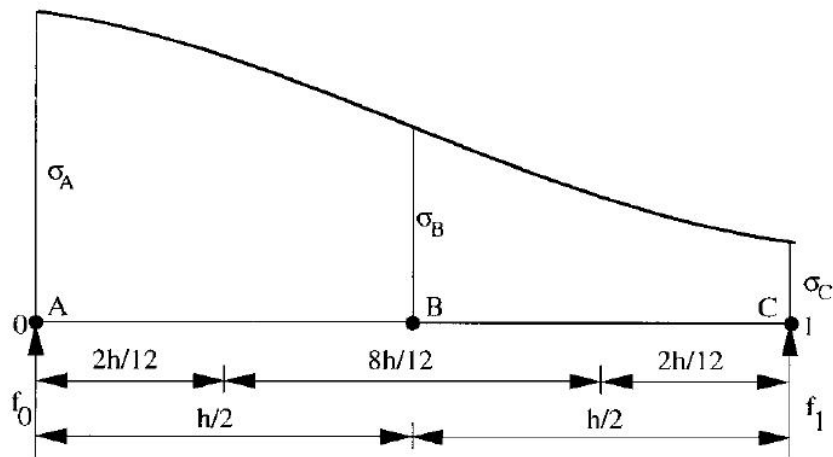


Рисунок 1.10 – Схема численного расчета сил, действующих на узлы элемента [38]

Расчет сил связи, действующих на узлы элемента, производится по средневзвешенным по длине элемента значениям напряжений. Например, сила, действующая на точку A, определяется выражением [38]:

$$F_0 = \sigma_A \frac{2h}{12} + \sigma_B \frac{4h}{12}.$$

В результате изучения математического аппарата метода конечно-дискретных элементов поставлено несколько задач, которые необходимо решить для моделирования длительных геомеханических процессов.

1. Внедрение в машинный код метода критерия сдвиговой прочности с зависимостью от нормальных напряжений, например, критерия прочности Кулона.

2. Разработка и внедрение алгоритма долговременного снижения прочности под действием касательных и растягивающих напряжений. Для разработки критерия длительной прочности требуется изучение выполненных экспериментальных исследований ползучести и длительной прочности.

3. Разработка и внедрение механизма ускоренной стабилизации моделируемой среды. При наличии упругих колебаний напряжения в трещинных элементах будет изменяться в достаточно большом интервале, вследствие чего корректность расчета долговременного снижения прочности будет труднодостижима.

4. Разработка методики определения прочностных характеристик с учетом масштабного фактора.

5. Для недопущения снижения прочности моделируемой среды под воздействием вызванных колебаниями динамических нагрузок необходимо разработать и применить условие разупрочнения и разрушения трещинных элементов только при достижении состояния, близкого к статическому равновесию.

Выводы

По результатам изучения способов определения предельных параметров деформаций массивов горных пород сделан вывод, что большой интерес представляет разработка моделей со снижением прочности с использованием численных методов механики дискретной среды.

Изучение вычислительных методов механики дискретной среды показало, что для достижения цели исследования возможно применение методов дискретных

элементов, отдельных элементов и конечно-дискретных элементов. На сегодняшний день разработаны модели для расчетов длительных деформационных процессов методами дискретных элементов и отдельных элементов. Необходимо провести более глубокое изучение применяющихся в описанных моделях способов учета изменения прочности со временем.

Модель для расчетов длительных деформационных процессов методом конечно-дискретных элементов на сегодняшний день не разработана, при этом метод конечно-дискретных элементов обладает рядом преимуществ в сравнении с другими методами механики дискретной среды.

После изучения примеров применения метода конечно-дискретных элементов в геомеханике сделан вывод о применимости метода для крупномасштабных геомеханических расчетов и целесообразности разработки модели с долговременным снижением прочности.

В результате изучения метода конечно-дискретных элементов в целях использования его для моделирования длительных деформационных процессов сделаны выводы, представленные далее.

1. Необходимо внедрить в машинный код метода зависимости сдвиговой прочности от нормальных напряжений.

2. Представляются возможными разработка и внедрение алгоритма снижения прочности при больших интервалах времени, в котором будет учитываться напряженное состояние горных пород *in situ*.

3. Необходимо разработать и внедрить механизм ускоренной стабилизации моделируемой среды. При наличии упругих колебаний, которые неизбежны при явном моделировании геомеханических процессов методом конечно-дискретных элементов, напряжения в трещинных элементах будут изменяться в достаточно большом интервале, вследствие чего корректность расчета долговременного снижения прочности будет труднодостижима.

4. Разработка и внедрение условия разупрочнения и разрушения трещинных элементов только при достижении состояния, близкого к статическому равновесию, для недопущения снижения прочности моделируемой среды под воздействием вызванных колебаниями динамических нагрузок.

Необходимо изучение современных представлений о ползучести и длительной прочности горных пород для формулирования условий длительного изменения прочностных и, при необходимости, деформационных (упругих) характеристик. Кроме того, требуется изучение зависимости смещений при ползучем разрушении от условий разрушения (например, длительности деформационного процесса и напряженного состояния или степени снижения прочности).

2 РАЗРАБОТКА СХЕМЫ СНИЖЕНИЯ ПРОЧНОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ СО ВРЕМЕНЕМ

2.1 Закономерности длительного деформирования горных пород

Длительное деформирование горных пород под действием постоянных напряжений, меньших, чем мгновенная прочность, называется ползучестью. При снятии нагрузок не происходит полного восстановления размеров и формы, то есть деформации ползучести являются пластическими (необратимыми).

Деформации незатухающей ползучести можно представить в виде функции [59]:

$$\varepsilon = \varepsilon_1(t) + \nu_2 t + \varepsilon_3 t,$$

где ε – общая деформация, $\varepsilon_1(t)$, $\nu_2(t)$, $\varepsilon_3(t)$ – деформации первой (неустановившейся), второй (установившейся) и третьей стадий ползучести, соответственно.

В общем виде незатухающую ползучесть можно представить в виде кривой, представленной на рис. 2.1 [6, 60, 61]. На рисунке показаны также стадии ползучести.

Большинство существующих формулировок ползучести можно разделить на две группы: эмпирические и реологические (феноменологические) [61].

Среди наиболее распространенных эмпирических зависимостей для первой стадии ползучести можно выделить степенную [59]:

$$\varepsilon_1(t) = B t^n,$$

где $0 < n < 1$, и логарифмическую [59]:

$$\varepsilon_1(t) = A \ln t,$$

в которых A и B – константы.

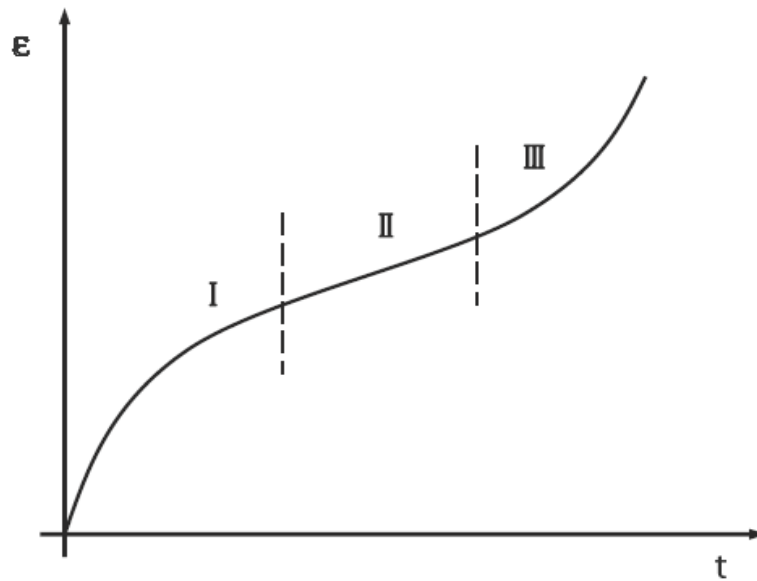


Рисунок 2.1 – Идеализированная кривая ползучести

Наиболее простой реологической моделью ползучести для первой стадии ползучести является модель Кельвина, состоящая из параллельно расположенных упругого и вязкого элементов [59]:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{K} (1 - e^{-tK/\eta}),$$

где: σ – напряжение; t – время; K – константа упругого элемента; η – вязкость поршня. Модель Кельвина не обладает пластическими свойствами, то есть через некоторое время после удаления нагрузок исходная форма моделируемого объекта восстанавливается.

Для моделирования первой и установившейся стадий ползучести часто применяется реологическая модель Бюргерса, отличающаяся от модели Кельвина наличием последовательно расположенных упругого и вязкого элементов [59].

$$\epsilon = \frac{\sigma}{K} (1 - e^{-tK/\eta}) + \frac{\sigma}{\eta_2} t + \frac{\sigma}{K_2}.$$

Для описания реальных процессов ползучего деформирования массивов горных пород требуются более сложные модели, включающие различные

комбинации вязких, упругих и пластических элементов. Еще одной проблемой, не имеющей на сегодня решения, является необходимость большого количества экспериментальных данных для калибровки подобных моделей [62].

Описанные выше методы расчета длительных деформаций базируются на представлении массива горных пород в виде сплошной среды. Общеизвестно, что механическое поведение массивов горных пород определяется наличием разрывов, или нарушений сплошности. Это справедливо и для ползучего деформирования.

Деформации массива горных пород можно представить в виде двух составляющих: ползучести вдоль поверхностей ослабления и ползучести ненарушенных участков породы. В скальных породах при нормальных температурах ползучесть является следствием, в основном, временно-зависимых процессов микроразрушения породы и сопровождается как сдвиговыми, так и объемными деформациями [62-64].

Обычно считается, что величина долговременных деформаций массивов горных пород определяется в первую очередь ползучестью вдоль трещин, и значительно меньше ползучестью цельной породы. Это мнение обосновывается тем, что сдвиговая прочность трещин ниже прочности ненарушенной породы, в особенности при наличии заполнителя трещин [65, 66]. Деформации ползучести ускоряются при наличии систем трещин с неблагоприятным расположением и характеристиками. Некоторыми исследователями отмечается, что при больших значениях девиаторных напряжений и редкой, благоприятно ориентированной системе трещин ползучесть ненарушенных участков породы может преобладать [62].

2.1.1 Долговременное деформирование горных пород

Влияние времени на механические свойства горной породы проявляется в виде двух механизмов:

- движения дефектов кристаллической решетки;
- образования микротрещин.

Какой из двух процессов в большей степени определяет механическое поведение породы на макроуровне зависит от соотношений: величин напряжений и прочности породы; текущей температуры и температуры плавления; величин статического горного давления и давления перехода от хрупкого к вязкому разрушению [67].

При длительном нагружении кристаллические (скальные) породы считаются хрупкими при температурах ниже 100-150°C [68]. Влияние времени в этом случае проявляется, в основном, в виде развития микротрещин. Вязкое разрушение цельных скальных пород возможно также при значениях наименьшего главного напряжения, близких к прочности на одноосное сжатие [68]. Это значит, что в условиях горных работ на сегодняшний день длительные деформационные процессы в скальных породах происходят вследствие микро- и макротрещинообразования. Это подтверждается также исследованиями К. Шольца [69].

Возникновение и распространение микротрещин происходит, в основном, вдоль границ зерен [60]. Рост трещины происходит возле концентраторов напряжений: пор, трещин, границ зерен. С ростом трещин уменьшается количество подобных концентраторов напряжений, итогом чего является релаксация напряжений. Однако, если концентрация трещин достигает некоторой критической отметки, происходит слияние трещин и образование макротрещины, в результате происходит разрушение [70].

Увеличение девиаторного напряжения приводит к увеличению интенсивности ползучести. С увеличением ограничивающего (бокового) давления происходит уменьшение интенсивности ползучести, так как снижаются значения растягивающих напряжений в породе [22].

Большинством исследователей признается существование некоторой конечной величины, до которой снижается прочность горных пород со временем, эта величина

называется пределом длительной (долговременной) прочности. Оценочные значения предела длительной прочности различных горных пород приводятся в работах [22, 59, 68, 72, 73]. Разработано много способов ускоренного определения предела длительной прочности [6, 72]. Например, Д. Мартин и Н. Чендлер считают, что в качестве напряжения, ниже которого не происходит длительного разупрочнения горной породы можно принимать напряжение, при котором начинается образование трещин в образце [74]. Последние исследования показывают, что предел длительной прочности скальных горных пород лежит в интервале 40-60 % от кратковременной прочности [71, 75]. Выполненное А.И. Ильиным и др. обобщение результатов испытаний показало, что сцепление глинистых пород падает на 90 % со временем, а угол внутреннего трения до 20 % [72]. Согласно И.В. Баклашову [76], в результате обобщения выполненных ранее исследований получены интервалы колебаний предела длительной прочности: 0,08-0,35 – для мерзлых грунтов; 0,3-0,7 – для слабых пластичных пород; 0,7-0,95 – для пород средней крепости и крепких.

Длительное разрушение горных пород описывается в общем случае кривой, близкой к представленной на рисунке 2.2 [6, 72]. Данная кривая представляет собой зависимость времени разрушения от напряжений. На рисунке использованы обозначения: f_0 – кратковременная прочность на одноосное сжатие; σ – напряжение; f_∞ – предел длительной прочности на сжатие; t – время и $t_f(\sigma/f_0)$ – функция времени до разрушения от соотношения напряжение/кратковременная прочность.

Время до разрушения горных пород может описываться либо степенной, либо экспоненциальной эмпирическими функциями. Экспоненциальная зависимость времени до разрушения t_f от напряжения σ выглядит следующим образом [77]:

$$t_f = t_0 \exp\left(-b \frac{\sigma}{f_{c0}}\right). \quad (2.1)$$

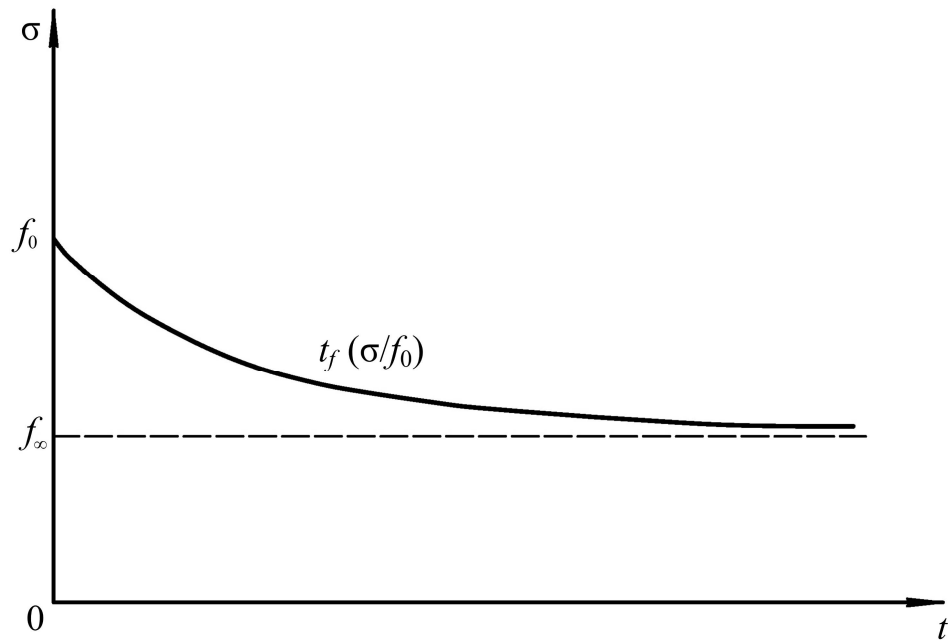


Рисунок 2.2 – Зависимость времени разрушения от напряжений, согласно [72], с изменениями

Степенная функция, описывающая зависимость времени до разрушения t_f от напряжения σ выглядит так [78]:

$$t_f = t'_0 \left(\frac{\sigma}{f_{c0}} \right)^{-b'} . \quad (2.2)$$

В данных выражениях: t_0 , t'_0 , b , b' – константы пород, определяемые лабораторным путем; f_{c0} – кратковременная прочность на одноосное сжатие.

Следует заметить, что в зависимостях 2.1 и 2.2 не учтено существование предела длительной прочности, то есть разрушение будет происходить при любых величинах действующего напряжения.

Часто кривая времени разрушения называется также кривой длительной прочности, например в работах [6, 72]. Для определения длительной прочности на

сжатие $\sigma_{сж}(t)$ с учетом длительности разрушения t предложено следующее аппроксимирующее выражение [76]:

$$\sigma_{сж}(t) = \sigma_{сж\infty} + (\sigma_{сж} - \sigma_{сж\infty}) \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right), \quad (2.3)$$

где $\sigma_{сж}$ – кратковременная прочность на сжатие, $\sigma_{сж\infty}$ – предел длительной прочности, t_0 – константа с размерностью времени.

Еще одна зависимость прочности от длительности разрушения, предложена Ю.К. Зарецким и С.С. Вяловым, для случая сдвигового разрушения глинистых грунтов [79]:

$$\tau = \tau_0 - (\tau_0 - \tau_\infty) \frac{t_f}{T_f + t_f},$$

где T_f – параметр, имеющий размерность времени.

Некоторыми исследователями функция времени разрушения от напряжений $t_f(\sigma)$ интерпретируется как функция снижения прочности во времени $f(t)$, таким образом, считается, что скорость снижения прочности не зависит от действующих напряжений. Например, в работе Т. Ксу и др. [80] снижение прочности рассчитывается по формуле, аналогичной (2.3).

При проведении исследований консалтинговой группы Итаска и Б. Дамьянаца [22, 4] нахождение текущего сцепления и прочности на разрыв выполнялось следующим образом:

$$C(t) = C_0 D(t), \quad (2.4)$$

$$f_t(t) = f_{t0} D(t),$$

где: C_0 и f_{t0} – соответственно, сцепление и прочность на разрыв при кратковременном разрушении; $D(t)$ – коэффициент поврежденности.

Коэффициент поврежденности находился линейной интерполяцией между значением сцепления (прочности на разрыв) в момент длительного разрушения и кратковременным сцеплением (прочностью на разрыв), в соответствии с рисунком

2.3. Длительность разрушения в зависимости от отношения напряжений к прочности найдена по данным длительного испытания гранитов Лак-дю-Боне, выполненной Р. Шмидтке и Э. Лажтаем [81]. Максимальное значение коэффициента поврежденности и скорость снижения прочностных свойств приняты по результатам численного моделирования с использованием модели с коррозией под напряжением Д. Поттионди [2].

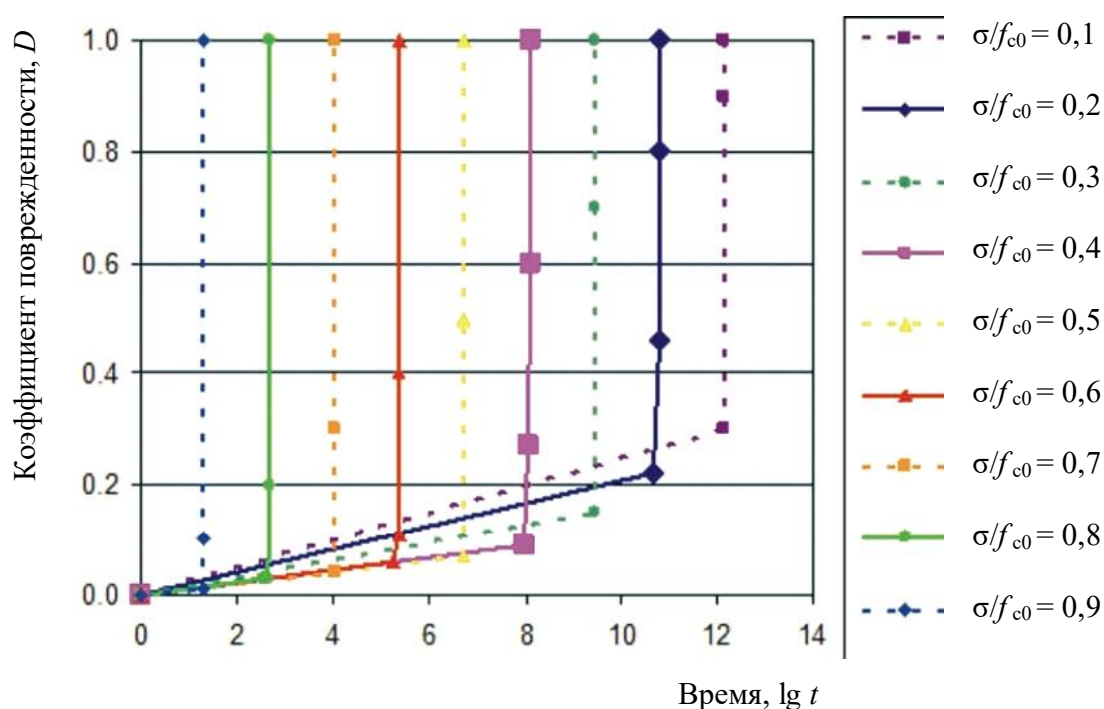


Рисунок 2.3 – Схема к расчету коэффициента поврежденности [22]

Также в работе [22] указывается, что выполненное ранее сравнение результатов прогноза длительного разрушения при различных кривых снижения прочности показало незначительную зависимость от формы кривых. Длительность и механизм разрушения модели определяется в первую очередь временем разрушения отдельного связывающего элемента.

На рисунке 2.4 представлены результаты долговременных испытаний Р. Шмидтке и Э. Лажтая, а также кривая длительности разрушения, использованная в работах консалтинговой группы Итаска [22, 4].

Согласно Д. Поттионди [2], результаты данных испытаний можно описать кривой красного цвета, также представленной на рисунке 2.4.

Точками на рисунке 2.4 показаны результаты лабораторных испытаний Р. Шмидтке и Э. Лажтая.

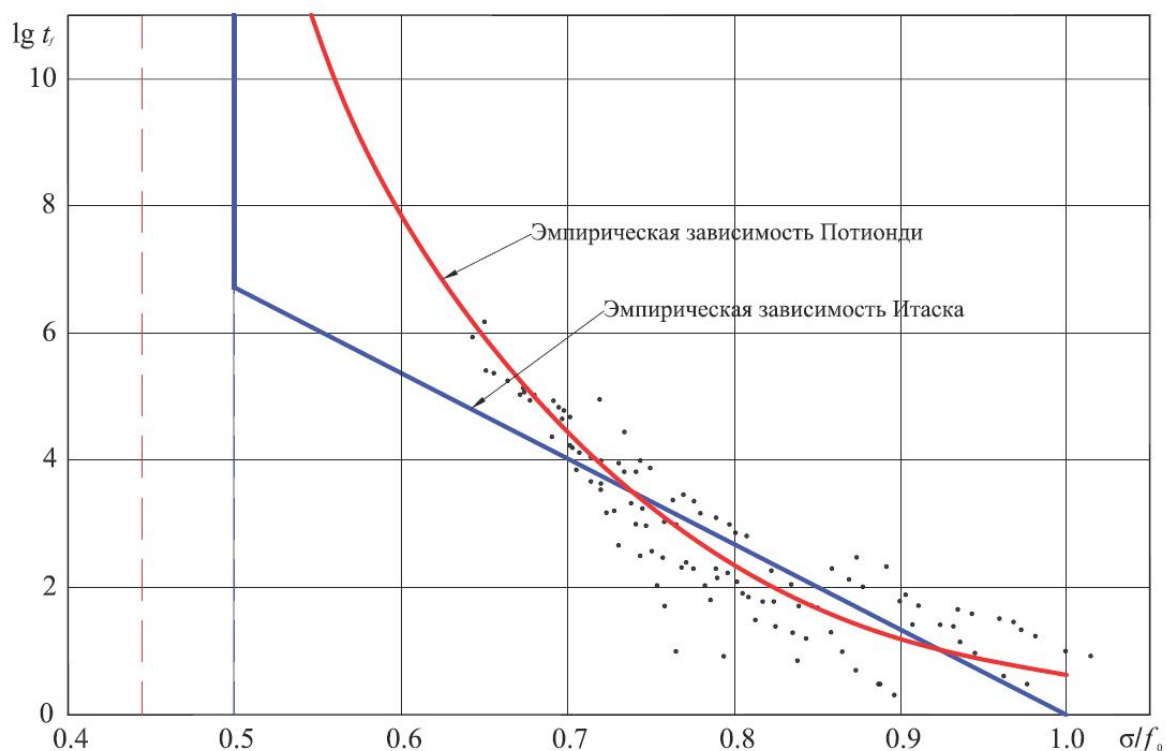


Рисунок 2.4 – Время до разрушения гранита при постоянных напряжениях
[2, 4, 22]

Кемени на основе теории допредельного роста трещин предложил способ расчета зависимости сцепления и прочности на разрыв от времени и напряжений [3]. Данный способ можно представить в виде следующего алгоритма.

Определяется величина a , физический смысл которой – половина ширины участка ненарушенной породы вдоль трещины (rock bridge), соответствующая текущему сцеплению:

$$a(t) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{2Cw}{K_{\text{ПС}}} \right)^2,$$

где: $2w$ – расстояние между соседними участками ненарушенной породы; $K_{\text{ПС}}$ – это жесткость трещины при разрушении типа II; C – текущее сцепление.

Ширина a в следующий момент времени $t + \Delta t$ находится в соответствии с выражением:

$$a(t + \Delta t) = a(t) + \Delta t \cdot a'(t),$$

в котором $a'(t)$ – текущая скорость роста трещины, рассчитываемая как

$$d(t) = -A \left[\frac{2w(\tau - \sigma_n \operatorname{tg} \varphi)}{K_{\text{ПС}} \sqrt{\pi a(t)}} \right]^n,$$

где A и n – константы материала.

Затем определяется новая величина сцепления:

$$C = \frac{K_{\text{ПС}} \sqrt{\pi a}}{2w}. \quad (2.5)$$

Согласно Дж. Кемени [3], аналогично происходит разупрочнение в результате действия растягивающих напряжений.

При действии постоянных касательных и нормальных напряжений расчет сцепления как функции времени можно произвести по формуле [3]:

$$C = \frac{K_{\text{ПС}} \sqrt{\pi} \left[a_0^{1+n/2} - (1 + n/2) A t \left[\frac{2w(\tau - \sigma_n \operatorname{tg} \varphi)}{K_{\text{ПС}} \sqrt{\pi}} \right]^n \right]^{\frac{1}{2+n}}}{2w}, \quad (2.6)$$

где a_0 – половина начальной ширины участка ненарушенной породы.

Стоит отметить выводы, полученные после длительных испытаний песчаников трехосным сжатием, выполненные П. Бодом и П. Мередитом [82]. Данное исследование показало, что суммарное количество акустической эмиссии и величина деформаций при длительном разрушении независимо от напряженного состояния изменяется не более чем на 20 %.

Обширные длительные испытания горных пород Бушвелдского комплекса (ЮАР) выполнены Д. Ниюнгу и Т. Стейси [83]. Одним из итогов работы было нахождение предела длительной прочности на сжатие различных пород, его величина изменялась от 0,44 до 0,72 кратковременной прочности.

Также выполнены испытания на длительное разрушение растяжением при напряжениях, равных от 0,7 до 0,9 кратковременной прочности. При длительном растяжении предельная деформация составила около 70 % от аналогичной величины при кратковременном разрушении.

2.1.2 Долговременное деформирование по трещинам

Характер ползучего деформирования по трещинам различается в зависимости от наличия заполнителя и шероховатости стенок трещины. Процесс длительного деформирования трещин с заполнителем и без заполнителя характеризуется значительными различиями скорости деформирования, предельных деформаций ползучести и предела длительной прочности [20, 62, 84].

Б. Амадеем и Дж. Кюрраном проведена серия испытаний на трехосное сжатие и прямой сдвиг по трещинам горных пород при различных напряженных состояниях и характеристиках трещин [84]. Ползучесть незаполненных трещин проявлялась, в основном, схожим образом с ползучестью ненарушенной породы. Важным итогом исследования было выявление порогового значения отношения касательного напряжения к прочности на сдвиг. Установлено, что ползучесть образцов из мрамора возрастала очень значительно с превышением значения этого отношения 0,5. Также получен вывод, что деформации ползучести в трещинах зависят от нормального и касательного напряжений. Увеличение касательного напряжения при постоянном нормальном напряжении приводит к росту деформаций, а увеличение нормального напряжения – к их снижению.

На рисунке 2.5 представлена упрощенная модель длительного деформирования породы по трещине.

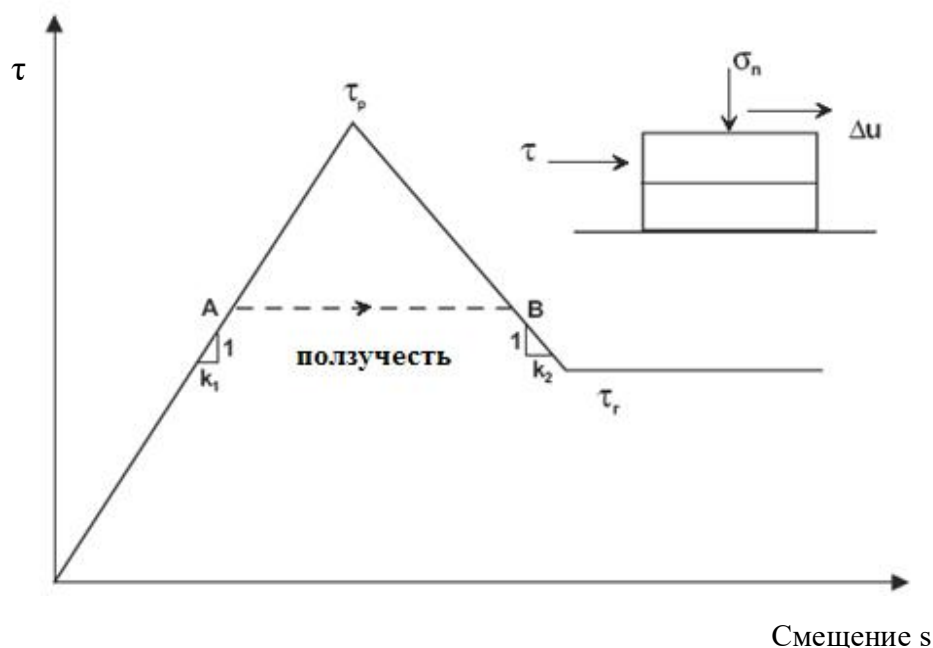


Рисунок 2.5 – Схема деформирования трещины при кратковременном и долговременном деформировании [84]

Согласно данной модели ползучее разрушение происходит, если касательное напряжение лежит в интервале от пиковой до остаточной прочности, то есть остаточная прочность трещины является порговой величиной, ниже которой ползучесть не наблюдается.

Кратковременная деформация и смещение, при котором происходит разрушение, зависят от касательного напряжения. Отрезок АВ описывает деформацию ползучести, приводящую к разрушению при постоянных касательном и нормальном напряжениях [84].

Р. Боуден и Дж. Кюрран изучали ползучесть, проводя прямые тесты на сдвиг по искусственно выполненным трещинам в обломочных сланцах [65]. Предметом изучения являлись поведение трещин до и после сдвига и зависимость смещений ползучести при различных действующих сдвигающих и нормальных напряжениях. В

результате исследования получены кривые, демонстрирующие интенсивность ползучести, которая практически инвариантна относительно изменения напряжений сдвига и быстро затухает, если соотношение напряжение/прочность меньше 0,7. Данное пороговое значение выше полученного Б. Амадеем и Дж. Кюрраном [84].

Ч. Шварц и С. Коллуру исследовали влияние величины касательных напряжений на ползучесть в трещинах со сцеплением и без сцепления [63]. Значения касательных напряжений по трещине превышали значение $0,4\tau_s$. Как и предыдущие исследователи, они подтвердили зависимость ползучести не только от отношения сдвиговых напряжений и прочности, но и от абсолютных значений как нормальных, так и касательных напряжений. Д. Малан и др. позже подтвердили данное утверждение [85].

Результаты показали, что ползучесть по трещине имеет схожий характер с ползучестью цельной породы, однако характеризуется значительно большими величинами смещений.

Известны попытки воспроизведения ползучести по тектоническому разлому, с испытанием образцов гранита с трещиной заполненной глиной [85]. Глина трения была получена искусственно путем измельчения тех же гранитов. Результаты показали, что при соотношении $\tau/\tau_s = 0,85$ за неустановившейся ползучестью следует установившаяся ползучесть, характеризующаяся постоянной скоростью. Кроме того, обнаружено, что при действии нормального напряжения 100 МПа глина трения уплотняется настолько, что прочность на сдвиг приближается к прочности цельной породы при тех же нормальных напряжениях.

Д. Малан и др. [85] осуществили лабораторные исследования ползучести по трещинам скальных пород. Незаполненные трещины растяжения, возникшие в результате ведения горных работ, а также трещины, заполненные глиной трения в кварцитах, были испытаны на прямой сдвиг. Глина трения, использованная в экспериментах, имела как естественное, так и искусственное происхождение. В рамках исследований изучено влияние на характеристики ползучести следующих

факторов: отношения напряжения к прочности на сдвиг τ / τ_s , абсолютных значений касательного и нормального напряжений, мощности заполнителя. Д. Маланом получены значения скорости ползучести, различающиеся более чем в три раза с увеличением нормального напряжения с 0,5 МПа до 1,5 МПа при постоянном значении соотношения напряжение сдвига/прочность 0,93.

Длительное деформирование по шероховатой трещине без заполнителя объясняется поочередным разрушением отдельных шероховатостей [63, 68].

В трещинах с заполнителем ползучесть обуславливается истинной ползучестью заполнителя. Скорость ползучести зависит от мощности заполнителя и амплитуды неровности трещины. При определенной ширине трещины параметры ползучести начинают определяться только свойствами заполнителя [66, 81].

Влияние мощности заполнителя трещины на ползучесть при сдвиге изучалось К. Хевингом и Х. Куттером, Д. Маланом и др. [66, 85]. Их исследования показали, что рост скорости ползучести с увеличением ширины трещины является следствием уменьшения эффектов заклинивания. В таком случае деформационные свойства трещины с увеличением трещины приближаются к свойствам заполнителя [87, 88].

Для описания ползучести трещин при отсутствии и наличии заполнителя требуются различные модели деформирования. Величина общей предельной деформации при наличии глинистого заполнителя трещины может быть в 100 раз больше, чем при его отсутствии [62].

Пороговое значение соотношения напряжение/прочность, ниже которого ползучесть не проявляется, не является постоянной величиной. По итогам испытаний сообщается о значениях от 0,5 до 0,7 – для трещин без заполнителя. Ситуация с трещинами с заполнителем выглядит более сложной, так как заполнитель может иметь различное происхождение и мощность. Соотношение напряжение/прочность, необходимое для моделирования ползучести, для трещин с заполнителем ниже, чем для трещин без заполнителя, а скорости ползучести выше.

2.2 Разработка схемы снижения прочностных параметров

Изучение математического аппарата метода конечно-дискретных элементов и закономерностей долговременного деформирования горных пород позволило сделать вывод, что для применения метода конечно-дискретных элементов в качестве инструмента для моделирования долговременных деформационных процессов, протекающих в массивах горных пород, необходимо разработать, среди прочего, способ принятия в расчет снижения прочности горных пород со временем.

Осуществить это можно, представив длительное деформирование массива горных пород как поступательный процесс, состоящий из следующих этапов:

1. Первоначальное упругое деформирование породного массива, вызванное изменением напряженного состояния (например, отработкой горизонта карьера);
2. Состояние покоя, на протяжении которого воздействие напряжений на прочность породного массива не происходит, и напряженно-деформированное состояние не изменяется;
3. Мгновенное снижение прочностных характеристик породы, слагающей массив, в результате воздействия напряжений в течение предыдущего периода;
4. Кратковременное деформирование массива горных пород.

Далее пункты 2, 3 и 4 повторяются до достижения предельных временных или деформационных значений.

Данная схема аналогична используемой в модели с коррозией под напряжением [2].

Стоит отметить, что в предложенном алгоритме можно удалить пункт 2, таким образом получить модель тела, деформирующегося непрерывно (что ближе к реальности), однако в таком случае моделирование длительных деформационных процессов невозможно.

В предыдущей главе отмечено, что при воздействии напряжений в течение длительного времени прочность горных пород снижается, стремясь к некоторой конечной величине, называемой пределом долговременной (длительной) прочности горных пород. Скорость снижения прочности зависит от отношения напряжения к кратковременной начальной прочности. Кроме этого длительное снижение прочности, по-видимому, является также функцией некоторых других параметров, влияние которых на сегодняшний день изучено недостаточно. Влияние этих параметров должно быть учтено в виде некоторых констант, определяемых эмпирическим путем.

В общем виде подобная функция снижения прочности должна выглядеть так:

$$f = F\left(t, f_{c\infty}, \frac{\sigma}{f_{c0}}, b\right).$$

В данном выражении $f_{c\infty}$ – предел долговременной прочности (на сжатие), b – эмпирические константы, f_{c0} – начальная прочность (на сжатие), σ – напряжение, t – время.

В предыдущей главе представлены теоретические зависимости времени разрушения от напряжений и свойств материалов, результаты длительных испытаний горных пород и эмпирические зависимости для описания их результатов. Результаты испытаний Р. Шмидтке и Э. Лажтая [81] использованы для нахождения оптимальной функции времени разрушения.

Рассмотрены несколько вариантов функции:

1. $t_f = t_0 \exp\left(-b \frac{\sigma}{f_{c0}}\right), \quad \sigma > f_{c\infty};$
2. $t_f = t'_0 \left(\frac{\sigma}{f_{c0}}\right)^{-b'}, \quad \sigma > f_{c\infty};$

$$3. \quad t_f = t_0 \exp \left(b \frac{f_{c0} - f_{c\infty}}{\sigma - f_{c\infty}} \right);$$

$$4. \quad t_f = t_0 \left(\frac{f_{c0} - f_{c\infty}}{\sigma - f_{c\infty}} \right)^b.$$

Первые две функции предложены С. Вайдерхорном, Л. Болцем [77] и Р. Чарлесом [78]. Последние две функции получены изменением первых двух таким образом, чтобы предел длительной прочности был асимптотой функции в соответствии с закономерностями, описанными в предыдущей главе.

Первая функция ранее использована Б. Дамьянацем и Ч. Фэйрхёрстом, консалтинговой группой Итаска в работах [4, 22]. Похожая на четвертую функцию кривая приводится в исследованиях Д. Поттионди [2].

Измеренные Р. Шмидтке и Э. Лажтаем значения времени разрушения лежат в интервале $2 \dots 1,4 \cdot 10^6$ с. Положим, что расхождения между результатами измерения и расчета – ошибки аппроксимации – линейно зависят от измеряемой величины. Тогда их абсолютные значения следует заменить относительными.

То есть параметры аппроксимирующих кривых должны быть подобраны так, чтобы удовлетворять условию:

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left[\frac{2 \left[t_{\text{фп}} \left(\frac{\sigma_i}{f_{c0}} \right) - t_{\text{фп}} \left(\frac{\sigma_i}{f_{c0}} \right) \right]^2}{t_{\text{фп}} \left(\frac{\sigma_i}{f_{c0}} \right) + t_{\text{фп}} \left(\frac{\sigma_i}{f_{c0}} \right)} \right]}{n}} \rightarrow \min ,$$

где: $t_{\text{фп}} \left(\frac{\sigma_i}{f_{c0}} \right)$ – фактическое время разрушения при данном $\frac{\sigma_i}{f_{c0}}$; $t_{\text{фп}} \left(\frac{\sigma_i}{f_{c0}} \right)$ – соответствующая расчетная длительность разрушения; n – количество фактических данных о времени разрушения.

На рисунке 2.6 представлены полученные зависимости.

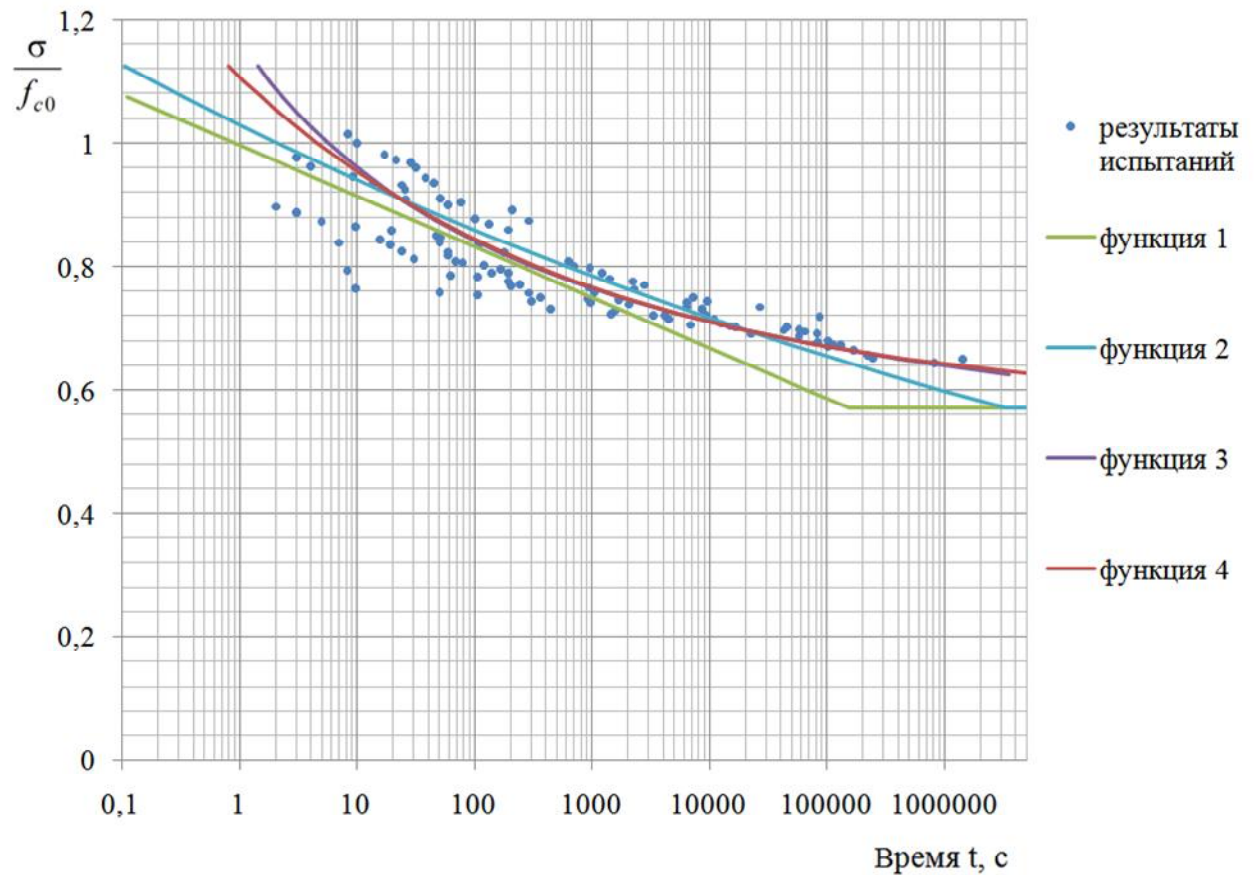


Рисунок 2.6 – Принятая эмпирическая зависимость времени разрушения от соотношения напряжений и кратковременной прочности

В таблице 2.1 представлены параметры функций и рассчитанные ошибки.

Таблица 2.1 – Параметры и ошибки аппроксимирующих функций

№ функции	t_0 , с	b	$\frac{f_{c\infty}}{f_{c0}}$	СКО аппроксимации
1	$1,31 \cdot 10^{12}$	-28,0	-	119,4 %
2	2,1	-25,4	-	114,1 %
3	$1,9 \cdot 10^{-3}$	8,0	0,4	100,5 %
4	4,6	6,85	0,57	101,7 %

Согласно таблице 2.1 функции 3 и 4 обеспечивают несколько более точное приближение по сравнению с первыми двумя, причем третья незначительно точнее. Однако для применения в модели выберем четвертую, так как она дает предел длительной прочности, величина которого лучше согласуется с данными, представленными ранее.

Также ранее отмечалось, что снижение угла внутреннего трения горных пород со временем не происходит, либо оно незначительно, а при расчетах длительной прочности угол внутреннего трения чаще принимается постоянным.

Если считать, что угол внутреннего трения не изменяется, то наклон площадки разрушения ε тоже можно считать постоянным. В таком случае справедливо следующее выражение для расчета времени разрушения:

$$t_f = t_0 \left(\frac{f_{s0} - f_{s\infty}}{\tau - f_{s\infty}} \right)^b, \quad (2.7),$$

в котором f_{s0} , $f_{s\infty}$ и τ – соответственно кратковременная сдвиговая прочность, предел длительной прочности на сдвиг и касательное напряжение на наиболее напряженной площадке при длительном разрушении одноосным сжатием.

Зная зависимость времени разрушения от напряжений, т.е. зная величину прочности в зависимости от напряжений в двух моментах времени, можно рассчитать длительное снижение прочности тремя способами:

1. Линейной интерполяцией, в соответствии с выражением (2.4);
2. Приняв функцию времени разрушения в качестве функции снижения прочности;
3. По схеме Дж. Кемени, используя данные о величине прочностных характеристик в момент разрушения для определения характеристик породы A и n .

Первый способ является наиболее простым и наименее затратным с позиций вычислений, однако предположение о линейном снижении прочностных свойств ничем не обосновано.

Второй способ не является приемлемым по двум причинам.

Во-первых, известно, что длительность разрушения при равных соотношениях напряжений и прочности зависит от размера разрушающегося объекта. Это подтверждается, например, Б.Г. Афанасьевым [89]. Им получены схожие графики смещений при проведении длительных сдвиговых лабораторных испытаний и наблюдении за деформациями откосов, сложенных горными породами, на которых проводились лабораторные испытания. При этом соотношение касательных напряжений и прочности на сдвиг и величина, обратная коэффициенту запаса устойчивости откоса, были равны. Полученные кривые различались масштабом оси времени. Следовательно, применение данного способа может привести к заниженным результатам расчета времени разрушения.

Во-вторых, при подобном допущении сложно объяснить наличие третьей стадии ползучести. Относительная величина смещений в третьей стадии ползучести может достигать нескольких десятых долей, а величина снижения прочности в течение третьей стадии ползучести с увеличением длительности разрушения, наоборот, уменьшается. Если принять во внимание, что ползучесть является следствием развития локальных трещин в породе, непонятно, как значительное увеличение смещений, а значит и увеличение количества трещин, может сопровождаться незначительным снижением прочности.

Третий способ является обоснованным теоретически, однако согласно выражению (2.6) снижение прочности будет происходить при любых касательных напряжениях выше $\sigma_n \operatorname{tg} \varphi$, то есть предел напряжений, ниже которого разупрочнение не происходит, принимается равным фрикционной составляющей прочности. Аналогичный вывод получен в исследованиях Б. Амадея и Дж. Кюррана [84].

Кроме того, при неизменности угла внутреннего трения длительное разрушение невозможно при касательных напряжениях ниже $\sigma_n \operatorname{tg} \varphi$, то есть эта величина является пределом длительной прочности при сдвиге (величиной касательного напряжения, действие напряжений ниже которого не приводит к разрушению). А если учесть, что снижение сцепления обуславливается накоплением разрушений, согласно выводам, сделанным ранее, то предел длительной прочности и пороговое значение напряжений, ниже которого не происходит разупрочнения, должны совпадать.

Выражение (2.6) можно представить в следующем виде:

$$C = K_1 \left[K_2 - K_3 (\tau - \sigma_n \operatorname{tg} \varphi)^n t \right]^{\frac{1}{2+n}},$$

где:

$$K_1 = \frac{K_{\text{ПС}} \sqrt{\pi}}{2w};$$

$$K_2 = a_0^{1+n/2};$$

$$K_3 = (1 + n/2) A \left[\frac{2w}{K_{\text{ПС}} \sqrt{\pi}} \right]^n.$$

Если принимать параметры n близкими к принятой в работе [3] величине $n = 25$, снижение сцепления со временем можно представить в виде кривых, изображенных на рисунке 2.7.

На рисунке 2.7 время разрушения и сцепление в начальный момент времени соответствуют

$$t_f = \frac{K_2}{K_3 (\tau - \sigma_n \operatorname{tg} \varphi)},$$

$$C_0 = K_1 K_2^{\frac{1}{2+n}}.$$

Кривая снижения сцепления при $n = 25$ выделена синим цветом.

Из графиков видно, что при любых значениях K_1 , K_2 и K_3 снижение сцепления не более чем на 15% происходит в течение времени $0,9t_f$, после чего происходит резкое ускорение снижения сцепления, которое завершается разрушением. Для упрощения и ускорения расчетов представим снижение сцепления условием:

$$C = C_0 \left(1 - D \frac{t}{t_f} \right), \quad (2.8)$$

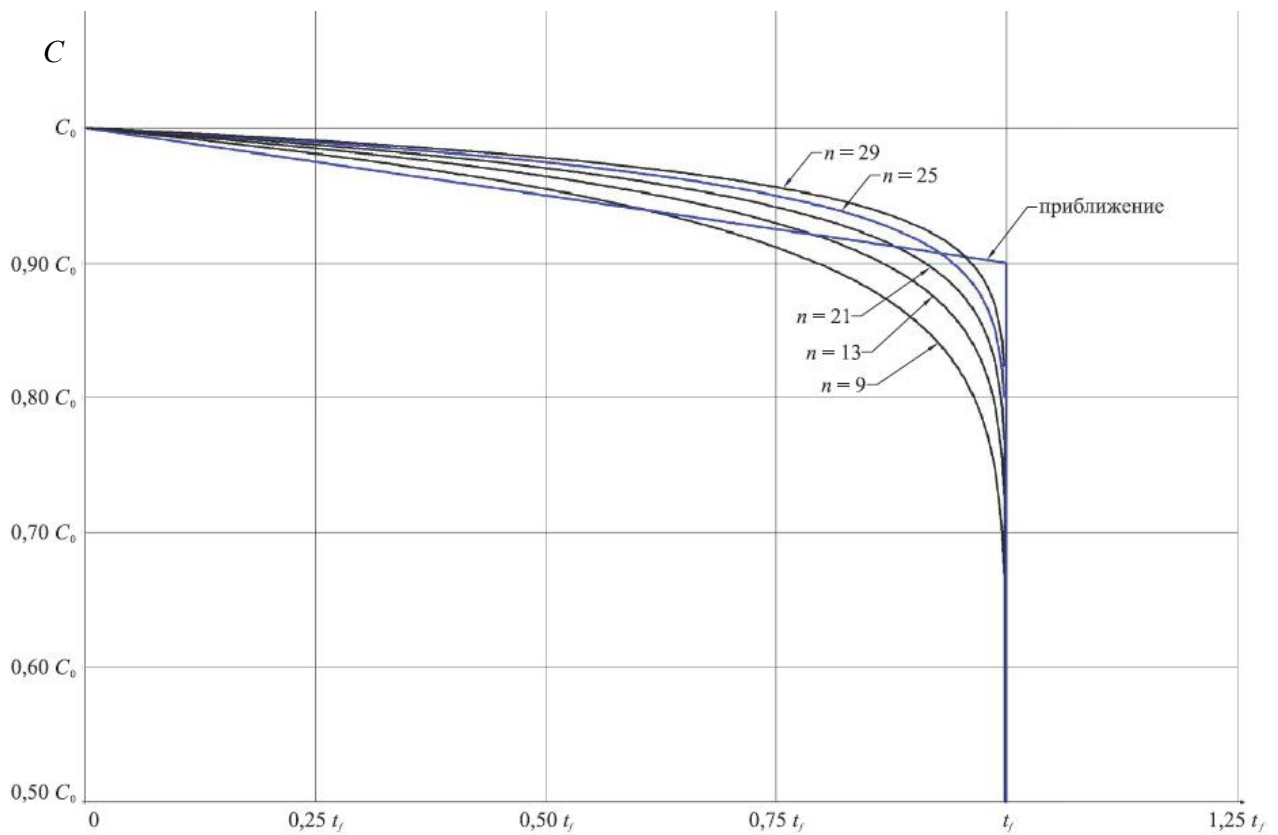


Рисунок 2.7 – Снижение сцепления со временем по Кемени

в котором $D = 0,25 \dots 0,08$ – скорость снижения прочности при $n = 9 \dots 29$. В дальнейшем в расчетах будем принимать $D = 0,1$ при $n = 25$, по аналогии с работой [36], так как данные для выбора параметра n отсутствуют. В предыдущей главе также отмечено, что форма кривой снижения сцепления отдельного элемента в значительно меньшей степени определяет долговременное поведение модели, в

отличие от времени разрушения. На рисунке 2.7 аппроксимирующая функция выделена синим цветом.

После расчета времени разрушения при текущих напряжениях снижение сцепления можно определить согласно выражению (2.8).

Так как данные испытаний характеризуются значительным разбросом, на рисунке 2.8 изображены средние значения длительности разрушения при различных напряжениях по данным исследований Д. Ниунгу и Т. Стейси [83].

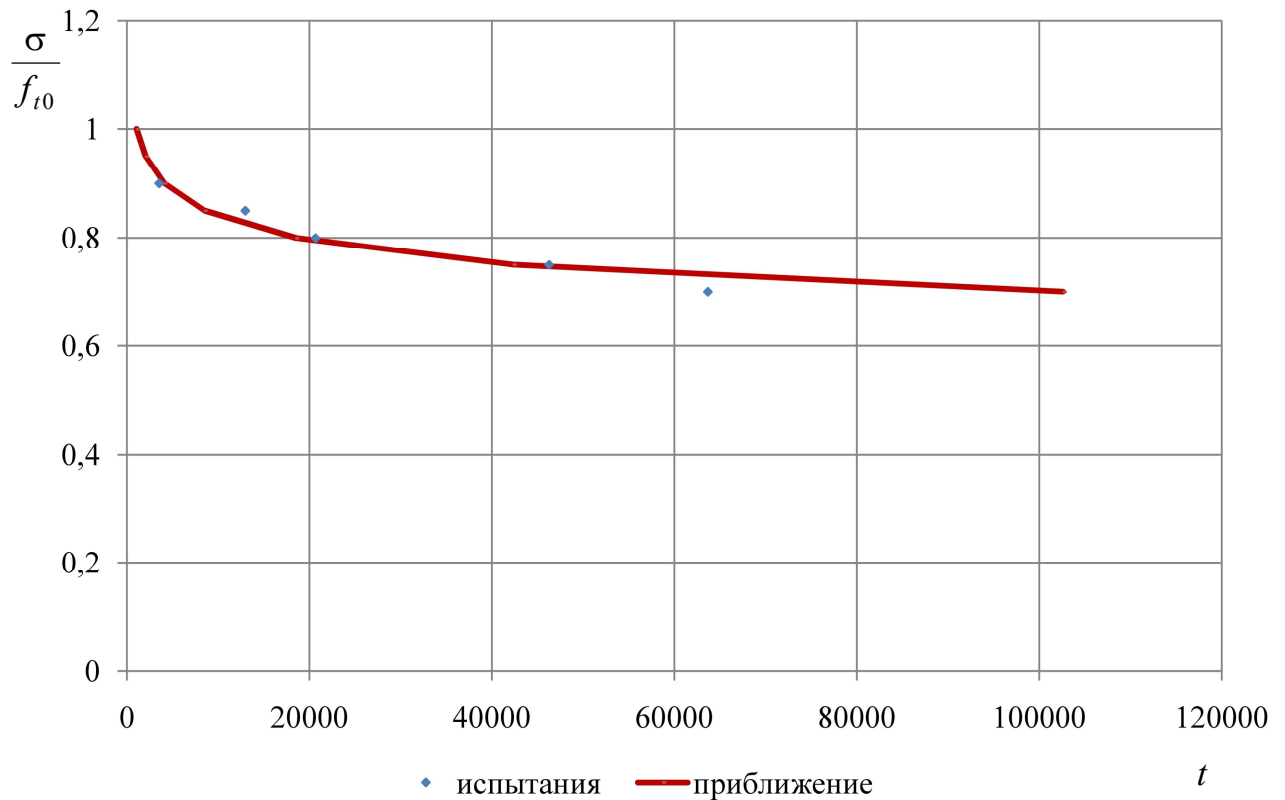


Рисунок 2.8 – Время разрушения на разрыв в соответствии с данными испытаний [83] и формулой (2.9)

Данные испытаний аппроксимированы функцией Чарлеса

$$t_f = t_0 \left(\frac{f_{t0}}{\sigma} \right)^b, \quad (2.9)$$

где: f_{t0} – кратковременная прочность на разрыв; $f_{t\infty}$ – предел длительной прочности на разрыв и σ – растягивающее напряжение при $t_0 = 1060$, $b = 12,82$. СКО аппроксимации при данных параметрах составила 43 %.

Согласно Дж. Кемени [3] механизм длительного разупрочнения при действии растягивающих напряжений аналогичен механизму при сдвиге, и уменьшение прочности на разрыв можно рассчитать таким же образом. Поэтому расчет снижения прочности на разрыв выполним согласно условию:

$$f_t = f_{t0} \left(1 - D \frac{t}{t_f} \right). \quad (2.10)$$

Выводы

Обзор исследований длительного деформирования горных пород позволил сделать следующие выводы.

1. Ползучесть скальных и полускальных пород является следствием возникновения и развития микротрещиноватости породы.

2. Прочность горных пород при воздействии напряжений снижается со временем, причем сцепление снижается на большую относительную величину, чем угол трения (в т.ч. внутренний). Рядом исследователей вообще не признается снижение угла трения со временем.

3. Рассмотрено несколько вариантов зависимости времени разрушения от действующих напряжений. В существующих зависимостях, обоснованных теоретически, не учитывается предел длительной прочности. Для выбора зависимости для применения в модели следует проанализировать их сходимость с результатами испытаний.

4. Отношение предела длительной прочности к кратковременной прочности трещины без заполнителя близко к аналогичной величине для цельной породы.

Пороговое отношение напряжение/прочность для трещин с заполнителем принимает значения, близкие к характерным для породы заполнителя, при условии отсутствия зацепления в трещине при деформировании.

5. Интенсивность ползучести зависит от соотношения напряжение/прочность, времени, абсолютных величин напряжений, прочностных характеристик.

6. Скорость ползучести и предельная деформация ползучести до 100 раз выше по трещине с глинистым заполнителем.

7. Предельная деформация ползучести выше при действии более высоких значений нормальных напряжений. Выполненные ранее исследования не позволяют учесть в модели зависимость предельного смещения от длительности разрушения или, при сдвиге, от нормальных напряжений.

8. При отсутствии данных о длительной прочности трещин в качестве предела длительной прочности можно принять остаточную прочность трещины – в случае трещин без заполнителя. Предел длительной прочности трещин с заполнителем с мощностью, исключаяющей эффекты заклинивания, близок к пределу длительной прочности заполнителя.

9. С уменьшением крепости горных пород наблюдается тенденция снижения предела длительной прочности.

При разработке конечно-дискретно-элементной модели для расчета длительных деформационных процессов, протекающих в массивах горных пород, необходимо принять во внимание следующее.

1. При моделировании длительного деформирования массивов горных пород изменением деформационных (упругих) свойств ненарушенных участков горных пород со временем можно пренебречь.

2. Изученные закономерности ползучего деформирования горных пород можно использовать для апробации разрабатываемого машинного кода.

3. Зависимостью предельных смещений от условий (длительности или отношения напряжений к прочности) ползучего разрушения следует пренебречь.

В главе описана схема расчета прочности как функции мгновенной прочности, предела длительной прочности, времени, и напряжений *in situ*.

Длительность разрушения в соответствии с разработанной схемой снижения прочности со временем зависит от соотношения разрушающего напряжения и кратковременной начальной прочности. Скорость снижения сцепления и прочности на разрыв зависит от длительности разрушения. Предложенная схема длительного снижения прочности оперирует напряжениями с переменными значениями.

3 РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ С ДЛИТЕЛЬНЫМ СНИЖЕНИЕМ ПРОЧНОСТИ

3.1 Алгоритм нахождения момента наступления состояния покоя динамической системы

Для реализации предложенной схемы снижения прочности со временем в методе конечно-дискретных элементов необходима эффективная схема обнаружения момента наступления состояния покоя динамической системы.

В методе конечно-дискретных элементов используется явный учет времени, реализованный в виде центрально-разностной схемы [36] и решение любой проблемы сводится к решению соответствующей динамической задачи. Нахождение состояния покоя, или устойчивого состояния системы, является задачей статики, и для решения ее в методе конечно-дискретных элементов необходимо определить особенности динамической системы, приближающейся к состоянию покоя.

В методе конечно-дискретных элементов любое приложение внешних сил (например, изменение гравитационных потенциалов) и необратимое изменение формы тел приводит к возникновению упругих колебаний, вызываемых энергией упругой деформации и инерцией. В результате диссипации энергии происходит их постепенное затухание. На рисунке 3.1 изображен график, схематично описывающий затухание упругих колебаний со временем. В качестве показателя интенсивности колебаний принята средняя скорость узлов конечно-элементной сетки.

Нами рассмотрены несколько способов нахождения момента наступления состояния покоя.

В соответствии с первым подходом предлагалось находить максимальную скорость в каждом полупериоде, и принимать это значение как соответствующее наступлению состояния покоя, то есть условие наступления состояния покоя системы представляется в виде соотношения

$$V_{MC} < \frac{V_M}{r_v}, \quad (3.1)$$

где: V_{MC} – максимальная средняя скорость узлов в текущем цикле; V_M – максимальная средняя скорость узлов; r_v – коэффициент, отражающий необходимое снижение скорости для данной задачи.

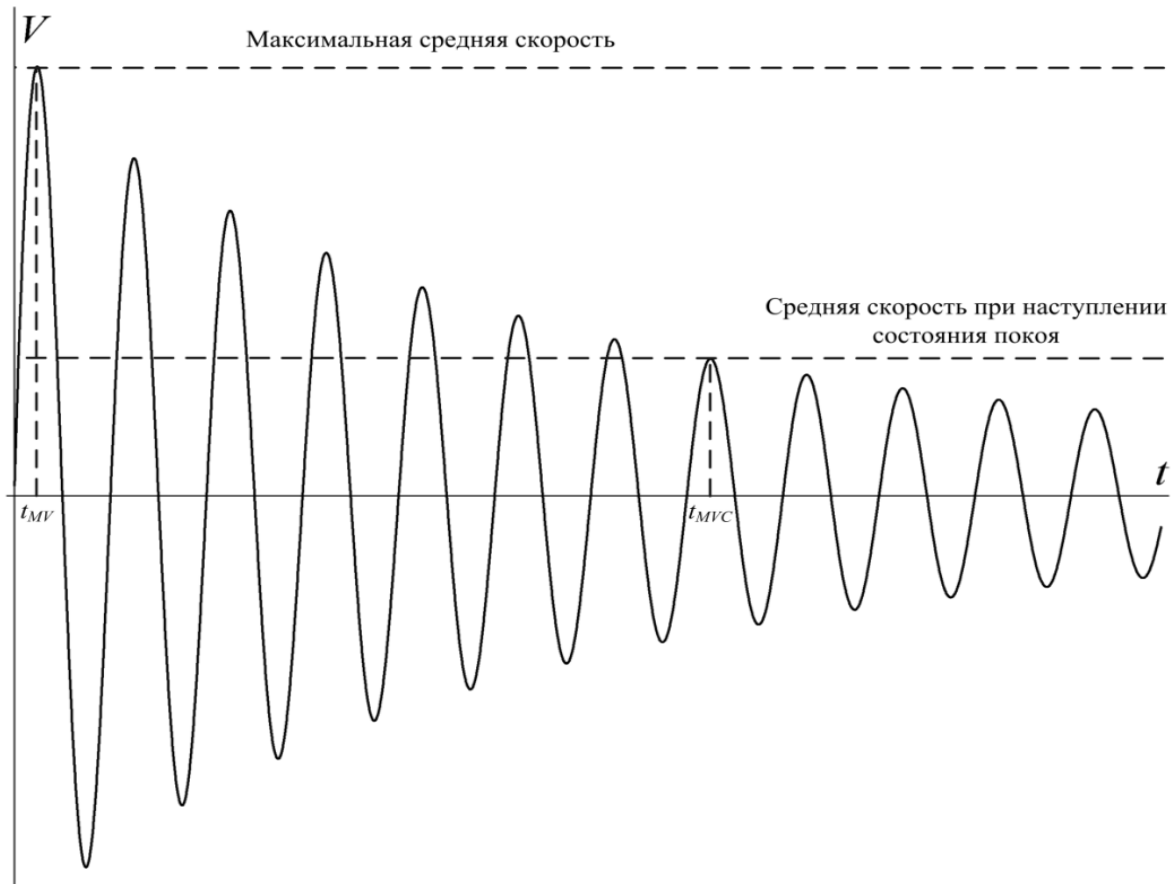


Рисунок 3.1 – Уменьшение средней скорости узлов элементной сетки со временем

Скорость затухания колебаний имеет сложную зависимость от упругих свойств, параметров штрафа и геометрии модели, поэтому для определения коэффициента r_v необходимо проводить пробные расчеты. Нам представляется, что коэффициент r_v следует принимать лежащим в интервале от 1,4 до 2,0 до начала трещинообразования и от 1,2 до 1,5 после возникновения трещин.

Величина V_{MC} после возникновения новых трещин пересчитывается, а коэффициент r_v принимает новые значения, меньшие в сравнении с первоначальными. Связано это с тем, что после образования новых трещин изменяется амплитуда и направление колебаний динамической системы.

На рисунке 3.2 приведена блок-схема, описывающая реализацию в машинном коде описанного условия наступления состояния покоя.

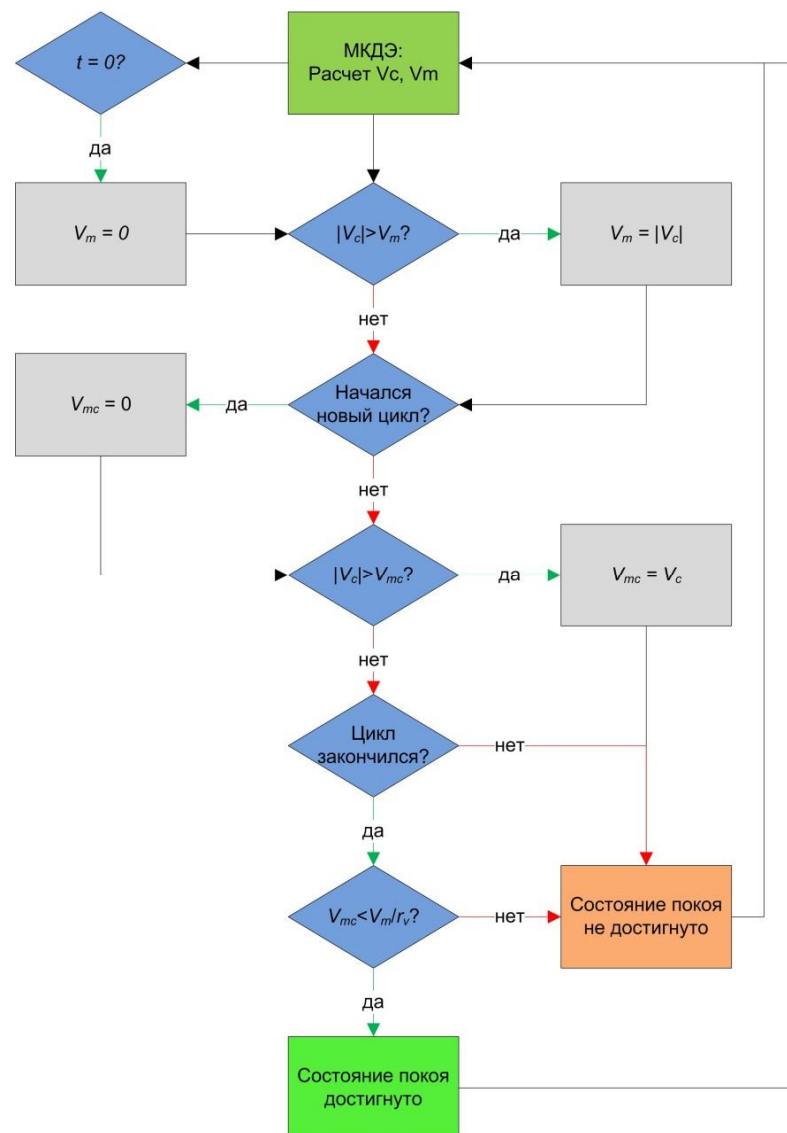


Рисунок 3.2 – Первый алгоритм нахождения момента наступления состояния покоя динамической системы

Верификация и демонстрация работы разработанного алгоритма выполнена на примере испытания образцов горной породы с незначительно отличающимися прочностными свойствами. На рисунках 3.3а и 3.3б изображены образцы, находящиеся под одноосным нагружением.

Образец на рисунке 3.3а имеет прочностные характеристики $C = 800$ кПа, $\operatorname{tg} \varphi = 0,4$ и $f_t = 300$ кПа. Образец на рисунке 3.3б характеризуется следующими параметрами: $C = 800$ кПа; $\operatorname{tg} \varphi = 0,4$ и $f_t = 250$ кПа.

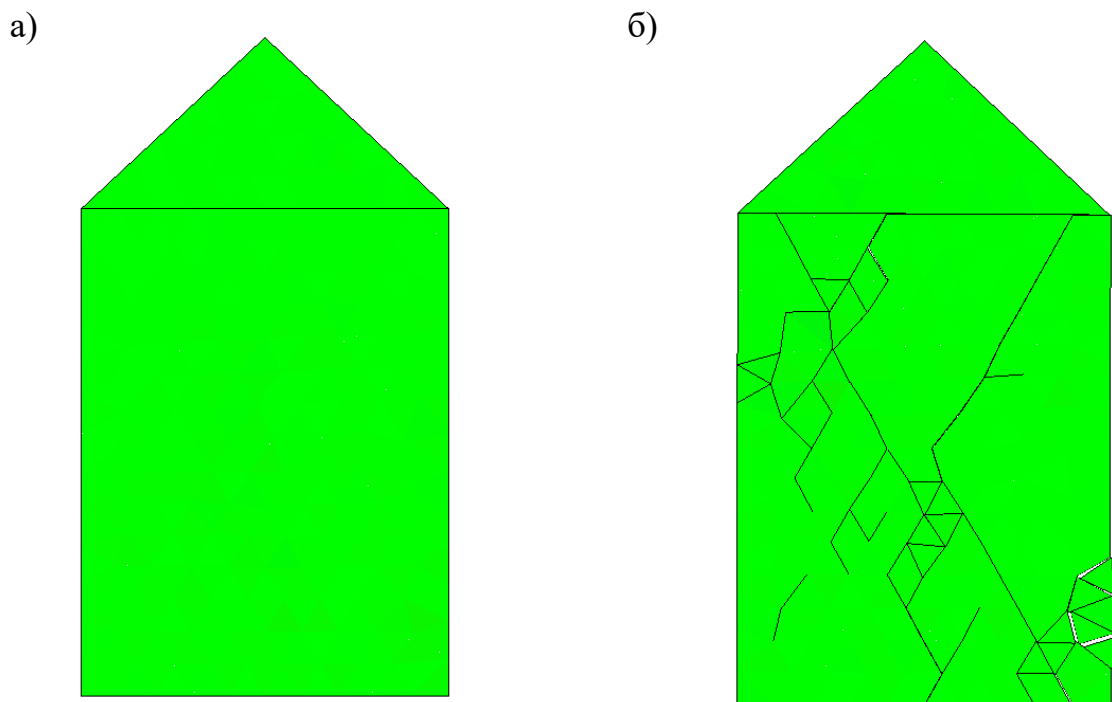


Рисунок 3.3 – Пример работы алгоритма нахождения момента наступления состояния покоя: а) наступление состояния покоя зафиксировано; б) алгоритм делает вывод, что состояние покоя не наступило.

Коэффициент снижения скорости r_v до образования трещин был принят равным 1,6, после образования – 1,3.

В первом случае разрушение образца не произошло, а алгоритм зафиксировал наступление состояния покоя. Во втором случае наступление состояния покоя зафиксировано не было. Однако необходимо заметить, что точность определения

наступления состояния покоя сильно зависит от принятых коэффициентов r_v . Если бы коэффициент был принят равным 1,4, во втором случае было бы зафиксировано наступление состояния покоя до начала появления первых трещин.

Условие (3.1) при определенных параметрах системы могло быть недостаточным в течение нескольких временных шагов после расчета снижения прочности из-за инерционности системы, поэтому в алгоритм было включено дополнительное условие

$$\begin{cases} s_i < s_r \\ o_i < o_r \end{cases}.$$

где: i – порядковый номер трещинных элементов; s_r и o_r – смещение, соответствующее моменту окончательного разрушения элемента; s_i и o_i – текущие смещения в трещинном элементе.

Можно заметить, что описанный способ нахождения момента наступления состояния аналогичен способу, примененному в модели с напряженной коррозией Д. Поттионди [2]. Подход Д. Поттионди отличается тем, что в качестве критерия наступления состояния покоя принимается снижение коэффициента f_r , который рассчитывается как отношение максимальной силы, действующей между элементами, к средней силе среди всех элементов, до определенной, заданной изначально величины.

По результатам выполненных дополнительных пробных численных испытаний и ранее выполненных исследований [39, 90] сделан вывод, что при правильном выборе параметра вязкостного демпфирования и применении принудительной стабилизации системы, данная схема не является необходимой и менее точна и эффективна с точки зрения ресурсоемкости расчетов, поэтому было решено отказаться от ее применения.

Вязкостное демпфирование в соответствии с [39] обеспечивает снижение скоростей в узлах, а, следовательно, и амплитуд смещений в трещинных элементах с каждым следующим циклом колебаний.

Таким образом, отсутствие разрушений трещинных элементов в течение полного цикла при наличии схемы принудительной стабилизации является достаточно точным критерием наступления состояния покоя. Подбор корректного значения параметра вязкостного демпфирования позволяет ускорить стабилизацию системы, формула для его расчета предложена в монографии А. Муньизы [39]. В работе О.Х. Махабади [90] выполнен анализ влияния данного параметра на поведение моделируемой среды.

В итоге принято решение принимать за момент наступления состояния покоя:

1. После принудительной стабилизации системы – момент изменения знака средней скорости узлов элементов (подробнее в параграфе 3.4);
2. После кратковременного деформирования (с допущением разрушений) – момент истечения полного цикла без разрушений трещинных элементов.

3.2 Запредельное деформирование трещинных элементов

Как было отмечено ранее, при решении задач геомеханики недостатком метода конечно-дискретных элементов является отсутствие условия прочности Кулона. Нами выполнено внедрение критерия Кулона в машинный код метода в виде, описанном далее.

На рисунке 3.4 изображены кривые зависимости напряжений от величин открытия и смещения в трещине.

В статье А. Лисьяка [57] функция степени разрушения при сдвиге идентична используемой при разрушении разрывом, однако указывается, что прочность породы при разупрочнении стремится к остаточной прочности по трещине. Очевидно, что в таком случае напряжение при приближении s к s_r будет стремиться не к остаточной прочности f_r , а к нулю. Функция степени разрушения при разрушении сдвигом (2.2) приведена нами к следующему виду:

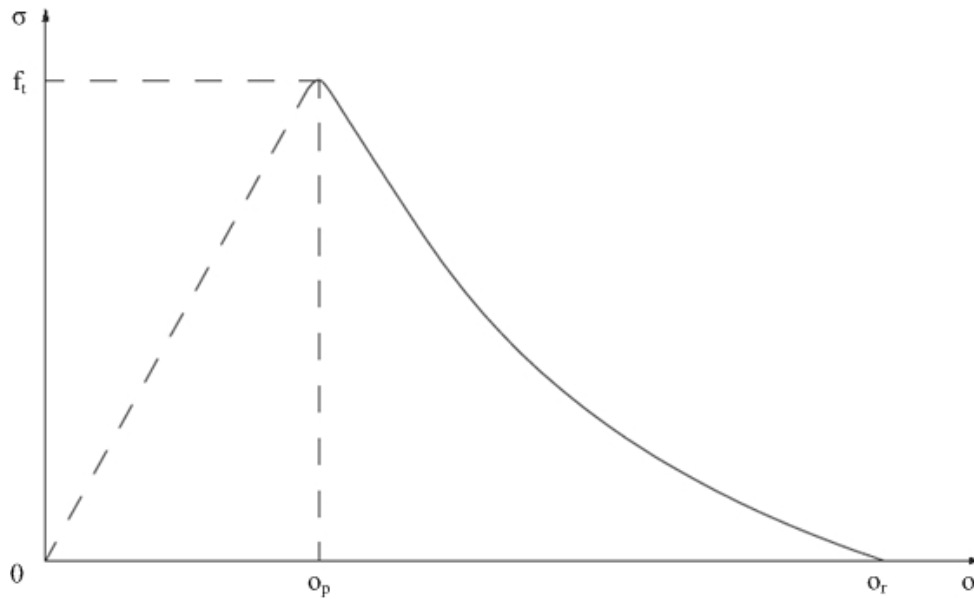


Рисунок 3.4 – Зависимость напряжений в трещинных элементах от смещения в оригинальном МКДЭ (согласно [90], с изменениями)

$$f(D) = \left[1 - \frac{A+B-1}{A+B} \exp \left(D \frac{A+C \cdot B}{(A+B)(1-A-B)} \right) \right] \cdot [A(1-D) + B(1-D)^C] + \frac{f_r}{f_s} D, \quad (3.2)$$

где:

$$\begin{cases} f_r = \sigma \operatorname{tg} \varphi_r, \\ \begin{cases} f_s = C + \sigma \operatorname{tg} \varphi, & \sigma > 0 \\ f_s = C \left(1 - \frac{\sigma}{f_t} \right), & 0 > \sigma > f_t. \end{cases} \end{cases}$$

Здесь φ_r – остаточный угол внутреннего трения (угол трения после разрушения материала).

Степень разрушения определяется выражением

$$D = \frac{s - s_p}{s_r - s_p}.$$

При $s = s_p$ получаем $D = 0$ и $f(D) = 1$, а при $s = s_r$ $D = 1$ и $f(D) = \frac{f_r}{f_s}$.

На рисунке 3.5 изображено изменение напряжений при запредельном деформировании трещинного элемента по описанному подходу.

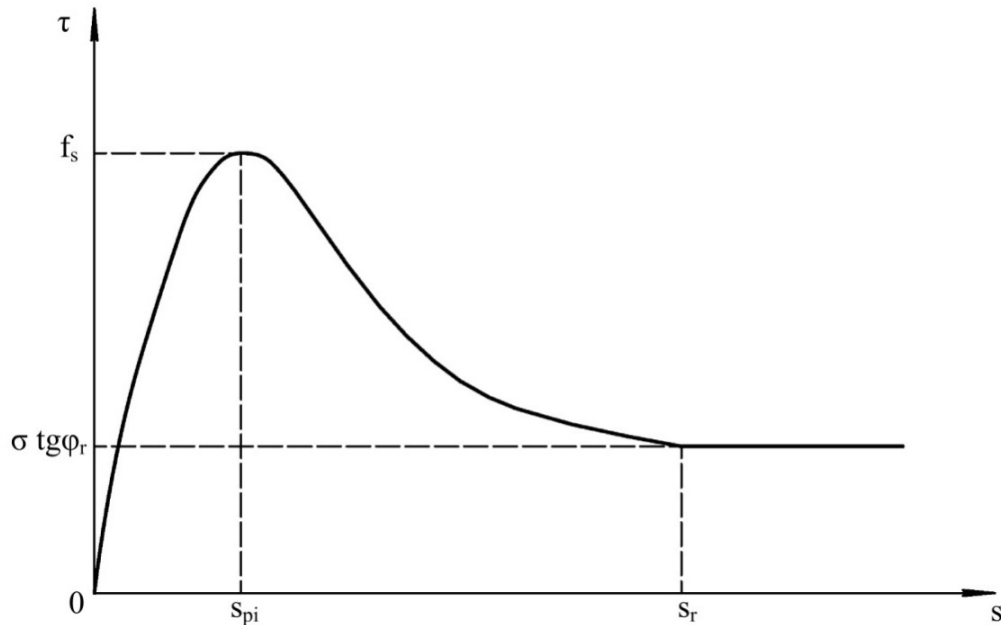


Рисунок 3.5 – Зависимость напряжений в трещинных элементах от смещения по формуле (3.2)

Пока напряжения не достигают прочности трещинного элемента f_s , а деформации меньше величины s_p , протекают упругие деформации. Когда смещения по трещине превышают s_p , начинается разупрочнение материала, напряжения в элементе равны $f(D)f_s$. При приближении смещения к величине s_r , в соответствии с выражением (3.2), значение функции степени разрушения стремится к $\frac{f_r}{f_s}D$, следовательно, напряжения близки к остаточной прочности.

В ходе выполнения проверочных расчетов методом конечно-дискретных элементов выявлено достаточно существенное различие расчетной прочности на сдвиг массивов горных пород от ожидаемой, полученной с помощью традиционных способов учета масштабного эффекта.

Поиск возможных причин данного расхождения показал существенное различие кривых деформирования при различных размерах деформирующегося тела. Для обеспечения корректности расчета необходимо знание энергии трещинообразования при различных типах разрушения, от которой зависит величина смещения при окончательной потере связности s_r . В связи с этим принято решение использовать эмпирические данные Н. Бартона [91] о зависимости напряжений связи от смещения.

Эмпирическая зависимость напряжений связи от деформаций Н. Бартона при различных размерах разрушаемой трещины представлена на рис. 3.6. На данном рисунке можно заметить, что форма кривых предельного деформирования значительно отличается при различных размерах деформирующегося тела.

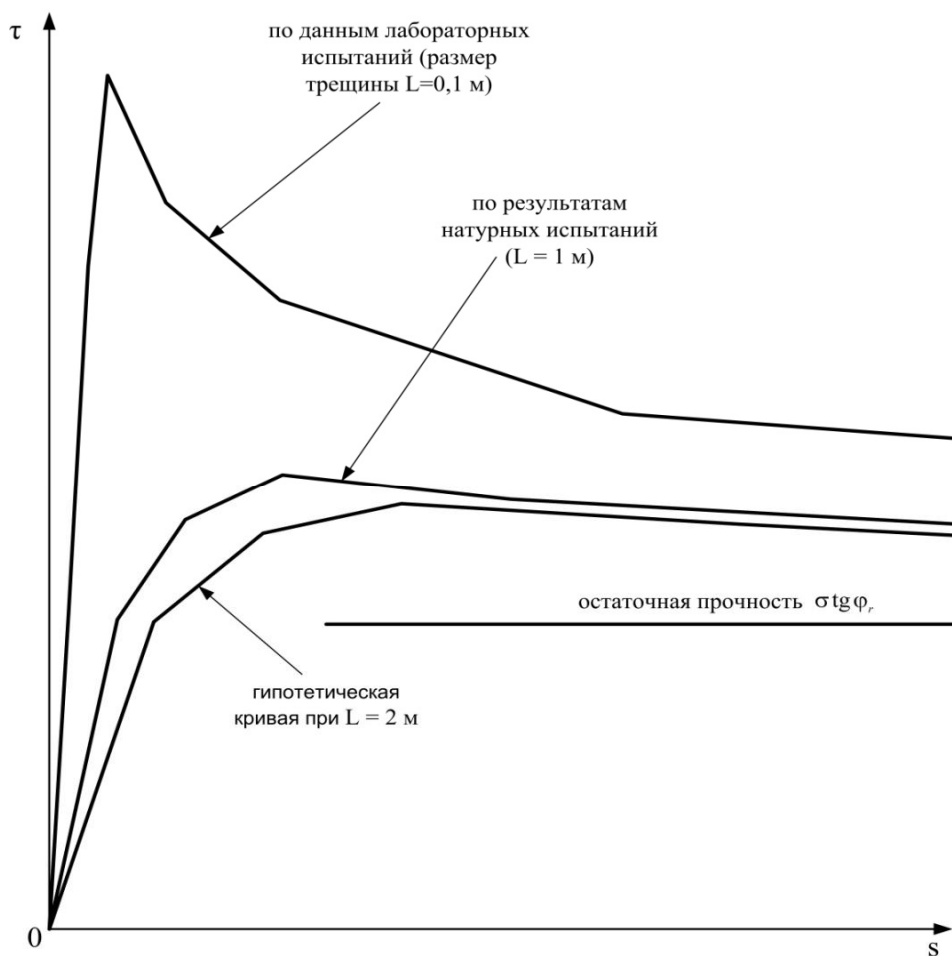


Рисунок 3.6 – Зависимость напряжений от смещения по Бартону [91]

Н. Бартоном предложено выражение для расчета смещения, соответствующего пиковой прочности:

$$s_p = \frac{h}{500} \left(\frac{JRC_n}{h} \right)^{1/3},$$

где: h – размер трещины (трещинного элемента); JRC_n – коэффициент шероховатости трещины с учетом ее размера.

Скорость снижения напряжений уменьшается с увеличением размера трещины и, если при моделировании образцов горной породы небольших размеров кривая деформирования близка к кривой Эванса-Марата, то при расчетах массивов горных пород различие напряжений в запредельном состоянии существенно.

В той же статье Н. Бартона [91] приведены представленные в таблице 3.1 данные о снижении коэффициента шероховатости трещины после прохождения пиковой прочности, соответствующие условиям: $JRC_p = 15$ МПа; $JCS = 100$ МПа; $\varphi_r = 30^\circ$; $\sigma_n = 10$ МПа. Так как данные об изменении напряжений при других параметрах не найдены, будем исходить из пропорций, соответствующих данным параметрам.

Таблица 3.1 – Изменение шероховатости трещины со смещением

s/s_p	0,3	0,6	1,0	2	4	10	100
JRC/JRC_p	0	0,75	1,0	0,85	0,75	0,5	0

Применение критерия прочности Кулона не позволяет использовать данные таблицы 3.1 напрямую. В связи с этим решено напряжения определять следующим образом.

На рисунке 3.7 кривыми голубого цвета описаны функции:

$$F(JRC_p) = \frac{\tau - f_r}{f_s - f_r} = \frac{\operatorname{tg} \left[30^\circ + JRC \lg \left(\frac{100}{10} \right) \right] - \operatorname{tg} (30^\circ)}{\operatorname{tg} \left[30^\circ + JRC_p \lg \left(\frac{100}{10} \right) \right] - \operatorname{tg} (30^\circ)},$$

показывающие отношение разности между текущей и остаточной прочностью к разности между пиковой и остаточной прочностью по Бартону при различных смещениях в зависимости от степени шероховатости трещины. Данное отношение уменьшается с увеличением JRC_p практически прямо пропорционально.

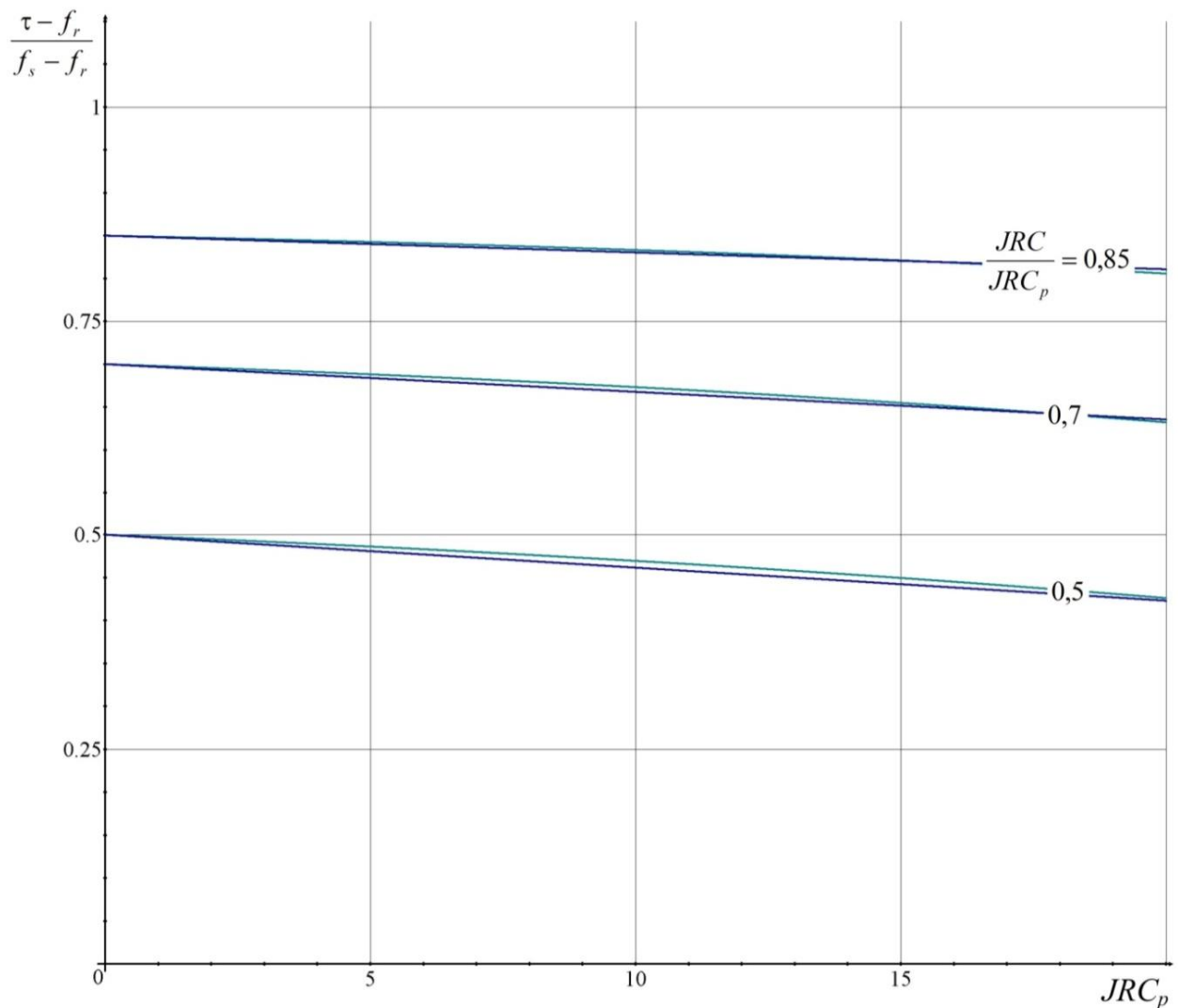


Рисунок 3.7 – Зависимость приведенных напряжений от JRC

С учетом представленных данных, расчет напряжений будет проводиться следующим образом.

Смещение при пиковой прочности определяется по приведенной ранее формуле Н. Бартона. Напряжения связи до достижения пиковой прочности определяются в соответствии с выражением, использованным А. Муньизой:

$$\tau = \left[\frac{2s}{s_p} - \left(\frac{s}{s_p} \right)^2 \right] f_s.$$

Напряжения при запредельном деформировании будут находиться так:

$$\tau = \left(A - \frac{(s - s_1)(A - B)}{s_2 - s_1} \right) (f_s - f_r) + f_r, \quad (3.3)$$

где:

$$A = k_1 \left(1 - (1 - k_1) \frac{JRC}{65} \right);$$

$$B = k_2 \left(1 - (1 - k_2) \frac{JRC}{65} \right);$$

$$s_1 < s \leq s_2.$$

Соответствующие друг другу пары s_1 , s_2 и k_1 , k_2 приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Значения коэффициентов k_1 в зависимости от s

s_1	s_2	k_1	k_2
s_p	$2s_p$	1,0	0,85
$2s_p$	$4s_p$	0,85	0,70
$4s_p$	$10s_p$	0,70	0,50
$10s_p$	$40s_p$	0,50	0

На рисунке 3.7 темно-синим цветом нанесены линии, соответствующие функциям $A(JRC_p)$ и $B(JRC_p)$ при различных величинах смещений и соответствующих текущих JRC .

Зависимость (3.3) получена интерполяцией данных Н. Бартона. Для смещения при полном разрушении трещинного элемента s_r принят множитель 40, так как если принять его равным 100, как в статье [91], при некоторых значениях JRC и размерах элемента величина смещения при разрушении трещинного элемента может оказаться больше размеров элемента. Данное допущение не должно вызывать значительного уменьшения энергии разрушения.

При расчете сдвигового разрушения ненарушенных участков породы следует выполнять испытание для определения прочности участка горной породы, предельного смещения и формы зависимости напряжений от смещения.

3.3 Принудительная стабилизация системы

Для обеспечения реалистичного сценария длительного деформирования среды образование трещин должно происходить только после наступления состояния покоя, так как большая величина упругих деформаций может вызвать неверную оценку напряжений в трещинном элементе и разрушение трещинных элементов.

В связи с этим, напряжения в трещинных элементах до достижения системой состояния покоя при запредельном деформировании считаем постоянными:

$$\sigma = f_t. \quad (3.4)$$

Расчет напряжений связи при действии касательных напряжений выполняется аналогично. Так обеспечивается недопущение разрушения трещинных элементов под воздействием высоких напряжений, вызываемых колебаниями системы, до достижения системой состояния покоя.

На рисунке 3.8 изображена схема деформирования трещинного элемента до достижения системой состояния покоя.

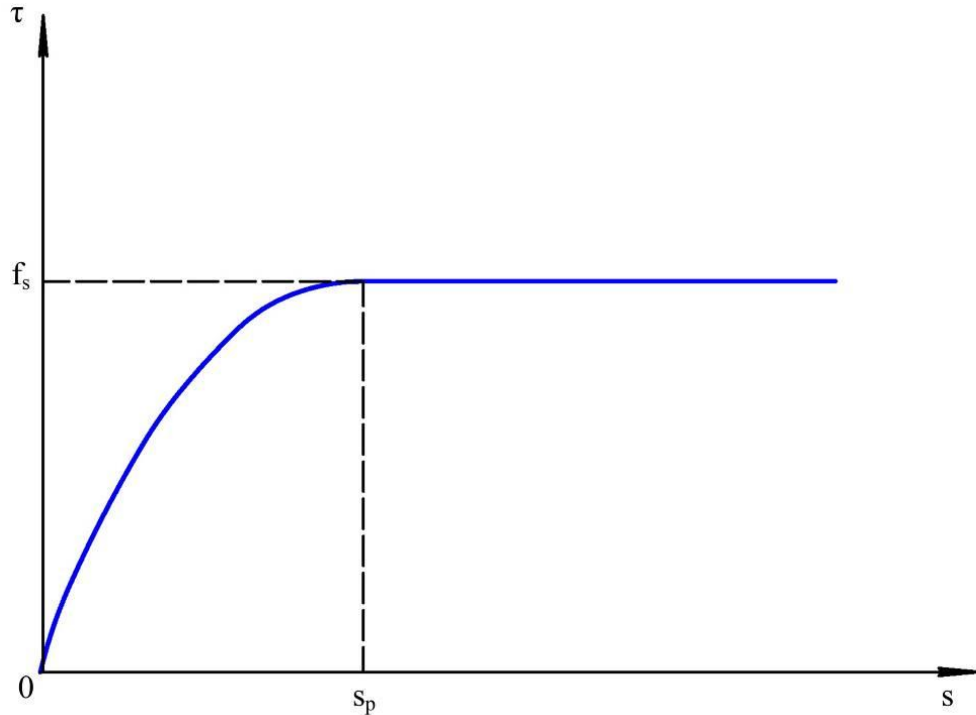


Рисунок 3.8 – Зависимость напряжений связи от смещений до достижения состояния покоя

Известно, что в состоянии статического равновесия скорость узлов конечно-дискретно-элементной сетки должна равняться нулю.

Состояние элементной сетки в течение одного цикла при достижении максимальной (по модулю) средней скорости узлов в цикле наиболее близко к состоянию покоя, по сравнению с любыми другими положениями системы в данном цикле.

В связи с этим приведение скоростей узлов элементов к нулевым значениям выполняется в момент достижения системой максимальной для данного цикла скорости. На рисунке 3.9 схематично представлена зависимость средних скоростей узлов от времени при применении данного условия.

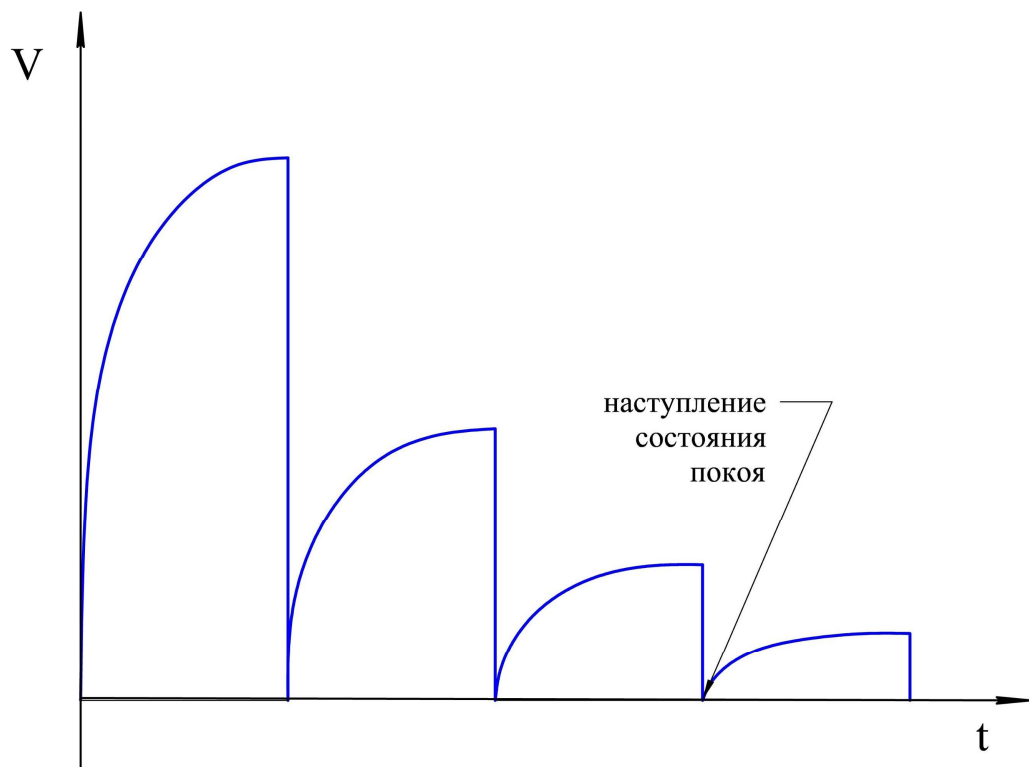


Рисунок 3.9 – Зависимость средних скоростей узлов от времени при ускоренной стабилизации

При таком механизме стабилизации системы за условие достижения состояния покоя можно принять наступление n -го цикла. При первоначальной стабилизации системы количество циклов, необходимое для достижения максимальной средней скорости в цикле, будет больше, чем при последующих стабилизациях. При дальнейших расчетах количество циклов, необходимое для приведения системы в состояние покоя, принято равным 5 при первоначальном запуске симуляции и 3 – при следующих стабилизациях.

Значение средней скорости по модулю определяется векторным сложением скоростей по осям X и Y . Полученной средней скорости узлов присваивается знак средней скорости по оси Y . Таким образом, обеспечивается более быстрая стабилизация систем, у которых колебания, вызванные гравитационным полем, имеют сложную траекторию (например, карьерные откосы).

Схему длительного деформирования модели с подробным описанием процесса стабилизации можно представить в следующем виде.

1. Первоначальное нагружение среды. Напряжения связи при превышении прочности рассчитываются по формуле (3.4), то есть разрушения элементов невозможны.

2. При начале снижения средней скорости узлов элементов, иначе говоря, при достижении максимальной скорости узлов в цикле, выполняется их обнуление.

3. Пункт 2 повторяется до n -го цикла.

4. Выполняется расчет деформирования модели с допущением разрушения элементов. Напряжения связи в запредельном состоянии элемента рассчитываются по формуле (3.3).

5. Когда после последнего разрушения проходит полный цикл без разрушений (то есть достигается очередное состояние покоя) выполняется обнуление скоростей узлов, расчет напряжений связи и запуск алгоритма снижения прочности. При этом для трещинных элементов, находящихся в запредельном состоянии напряжения связи принимаются равными прочности.

6. Возврат к пункту 2.

3.4 Нахождение интервала времени для снижения прочности

Ранее отмечалось, что использовать алгоритм снижения прочности, в котором расчет времени до разрушения для каждого элемента будет производиться в отдельности, нецелесообразно с точки зрения ресурсоемкости вычислений. Более подходящим представляется вариант, при котором окончательное разрушение, либо релаксация всей системы произойдет в результате прохождения нескольких единиц или десятков интервалов времени, количество которых выбирается с учетом мощности вычислительных средств или иных соображений.

Очевидно, что длительность интервалов времени не должна быть равной, так как в случае прогрессирующего разрушения, интенсивность локальных разрушений будет расти, а при моделировании процессов релаксации, наоборот, уменьшаться. Вместе с тем, следует принять во внимание, что расчет общей продолжительности прогрессирующего разрушения либо релаксационного процесса также является достаточно сложной задачей, возможно, не имеющей универсального алгоритмического решения, в особенности при рассмотрении сред с неоднородными прочностными характеристиками.

В связи с этим предлагается руководствоваться следующими соображениями.

Для различных задач механики горных пород выполним примерную оценку количества трещинных элементов, разрушение которых приведет к полному разрушению моделируемого массива (образца) – таблица 3.3. При этом N – общее количество элементов-трещин в элементной сети.

Самым эффективным решением будет подбор длительности интервалов таким образом, чтобы после каждого интервала времени количество разрушенных элементов было одинаковым, то есть было равным n/m , где m – выбранное количество интервалов.

Таблица 3.3 – Приблизительная оценка количества разрушающихся трещинных элементов

	Задача	Количество, n
1	Образец (целик) под одноосным сжатием	$15\sqrt{N}$
2	Откос	$7\sqrt{N}$
3	Подземная очистная выработка	$N/3$
4	Целик, группа целиков при естественных условиях	$N/10$
5	Открытая выработка	$14\sqrt{N}$
6	Образец под растяжением	$3\sqrt{N}$

Добиться этого можно, выбрав длительность интервала так, чтобы по его истечении текущие значения напряжений в $tn = \frac{n}{mk}$ элементах превысили прочность (k – это понижающий коэффициент, необходимый для учета элементов, разрушающихся дополнительно из-за перераспределения напряжений). Значение коэффициента k зависит от количества и длительности временных интервалов, напряженного состояния и неоднородности прочности среды. Нам представляется, что его величина будет находиться в пределах от 1 до 3 при решении типичных геомеханических задач.

Теперь представить полностью механизм моделирования длительных деформационных процессов с акцентом на расчет интервалов времени можно в виде следующего алгоритма.

1. Запуск алгоритма МКДЭ.
2. Нахождение момента наступления состояния покоя системы.
3. Расчет $tn = \frac{n}{mk}$, допустим, при $k = 1,5$ и $n = 7\sqrt{N}$.
4. Нахождение tn элементов с наименьшим временем до разрушения в соответствии с выражениями (2.7) и (2.9).
5. Нахождение максимального времени до разрушения t_i среди полученных в пункте 4 элементов.
6. Запуск алгоритма снижения прочности трещинных элементов к найденному моменту времени t_i .
7. Возврат к пункту 1.

На рисунке 3.10 представлена блок-схема работы программы с предложенной схемой снижения прочности.

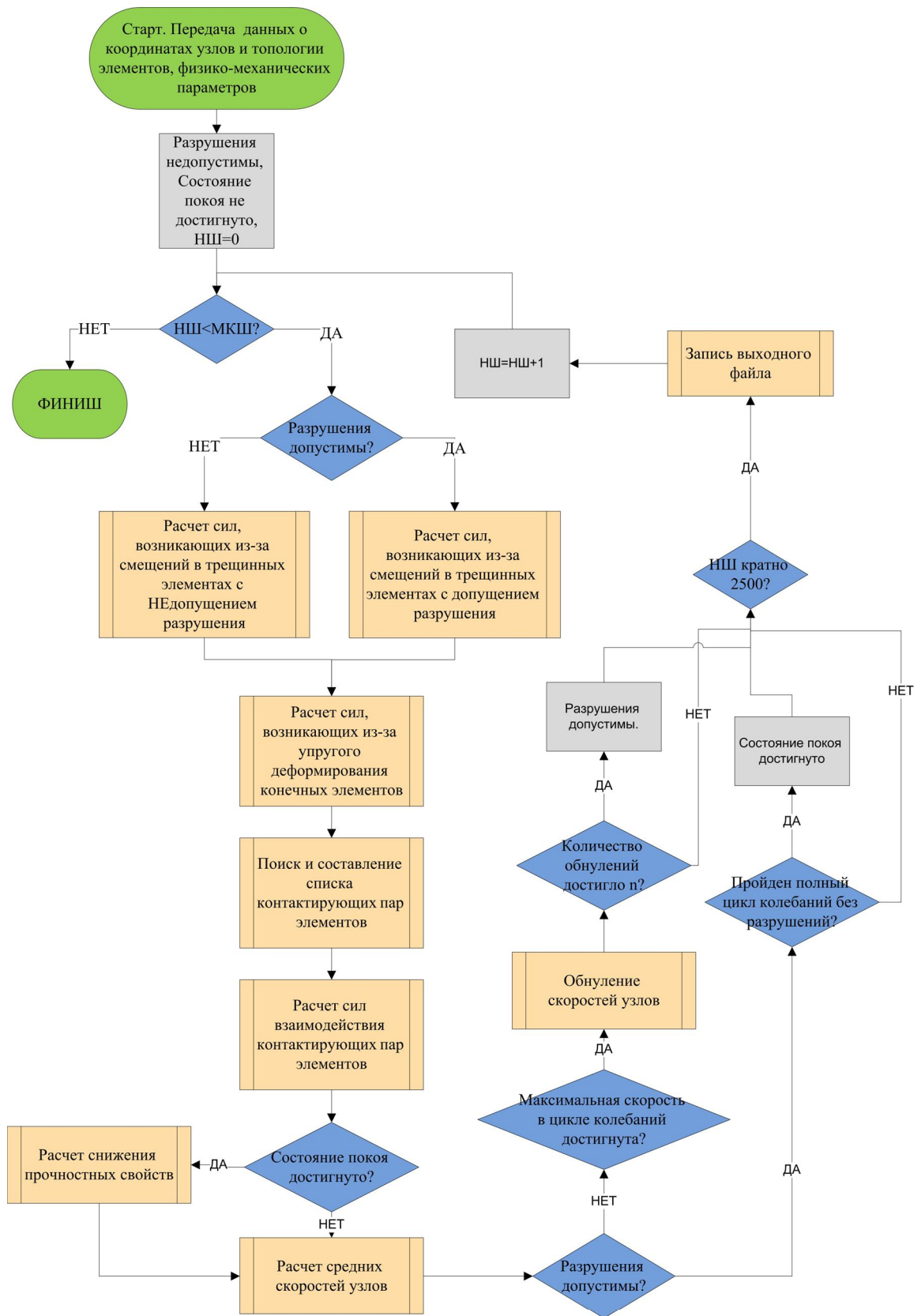


Рисунок 3.10 – Схема работы рассчитывающей программы

В ходе предварительных пробных расчетов, количество которых в итоге составило более 100, выявлено несколько недостатков разработанного конечно-дискретно-элементного кода, устранение которых необходимо для получения более точных результатов расчетов. По результатам пробных расчетов в код программы внесены изменения, описанные далее.

3.5 Прочие разработанные алгоритмы и решения

Ниже приведено краткое описание прочих выявленных недостатков и разработанных для их устранения алгоритмов.

Изменчивость прочностных характеристик.

Известно, что неоднородность горных пород проявляется не только в наличии поверхностей ослабления, но и в изменчивости величин прочностных параметров в массиве. Разброс значений определяется при проведении лабораторных испытаний в виде среднеквадратического отклонения либо коэффициента изменчивости (вариации), который характеризует относительную величину среднеквадратического отклонения.

В разработанной программе-решателе МКДЭ реализовано нормальное распределение разброса прочностных параметров с учетом коэффициента изменчивости V в интервале $[(1 - 3V)\bar{x}; (1 + 3V)\bar{x}]$, в котором $\bar{x}$ – среднее значение параметра.

Учет влияния типа разрушения на параметры сдвиговой прочности.

При выполнении предварительных испытаний разработанного кода выявлена сильная зависимость прочности моделей от прочности трещинных элементов на разрыв, возникающая по следующим причинам. При разрушении трещиноватой

среды разрывом предельные смещения и напряжения значительно меньше, чем при сдвиговом разрушении. С увеличением масштаба задачи разница между величинами смещений становится еще более чувствительной. В результате разрушение трещинных элементов часто происходит из-за разрыва, после чего угол внутреннего трения на контакте элементов принимается равным остаточному углу трения.

При разрушении разрывом трещиноватой среды (либо разрушении по трещине) когезионная прочность практически не изменяется, так как она определяется шероховатостью и прочностью стенок трещины, которые не изменяются после разрушения разрывом и при дальнейшем закрытии трещины сдвиговая прочность сохраняется.

Для устранения данного эффекта рассмотрены описанные далее два способа.

Первый способ заключается в явном учете дилатансии при сдвиговой деформации породы через использование метода штрафных функций.

Явление дилатансии вызывает в трещинном элементе увеличение нормальных напряжений, учесть которое можно с использованием метода штрафов, видоизменив оригинальное выражение [39], рассчитывая нормальные напряжения в виде функции от касательного смещения s :

$$\sigma = \frac{p}{h}(o - s \operatorname{tg} \psi).$$

Интерпретировать данную формулу можно как сдвиг по нормали границ обоих конечных элементов на величину $s \operatorname{tg} \psi / 2$.

При превышении пикового смещения s_p будем считать, что величина дилатантного расширения будет уменьшаться линейно до нуля при смещении s_t ($40s_p$), то есть нормальные напряжения будут рассчитываться как

$$\sigma = \frac{p}{h} \left[o - s_p \operatorname{tg} \psi \left(1 - \frac{s - s_p}{s_t - s_p} \right) \right].$$

Данные допущения – равенство смещений, при которых достигаются наибольшие значения напряжений связи и дилатантного расширения, а также снижение дилатантного расширения до нуля – необходимы из-за особенностей структуры конечно-дискретно-элементного кода.

Дилатансия может происходить только при соприкосновении неровностей трещины, то есть при выполнении условий:

$$\begin{cases} s \operatorname{tg} \psi \geq 0, & s \leq s_p \\ s_p \operatorname{tg} \psi \left(1 - \frac{s - s_p}{s_t - s_p} \right) \geq 0, & s > s_p \end{cases}.$$

Проверки реализованного в машинном коде способа учета дилатансии показали, что при использовании данного подхода могут возникать неестественные высокоамплитудные напряжения в районе разрушающегося трещинного элемента. Причиной этого, по-видимому, является высокая скорость изменения действующих при разрушении на узлы трещинного элемента сил, которая приводит к разрушению соседних трещинных элементов, то есть возникает лавинообразное увеличение амплитуды скорости изменения сил, которое приводит к дестабилизации системы.

Еще одним минусом данного подхода является отсутствие разрывного разрушения трещинного элемента даже при достижении значительных сдвиговых и нормальных смещений.

В связи с этим был реализован второй способ учета влияния типа разрушения на параметры сдвиговой прочности.

Данный способ заключается в том, что разрушение трещинного элемента в результате разрыва не происходит при достижении нормального смещения 0_t , а происходит лишь присвоение ему некоторого маркера, который сигнализирует о том, что прочность на разрыв соответствует нулю, и нормальные напряжения могут быть только положительными. При этом, так как нормальные напряжения, возникающие вследствие дилатансии, не учитываются, сдвиговая прочность равна

сцеплению при положительном нормальном смещении (то есть в случае раскрытой трещины). При дальнейшем закрытии трещины сдвиговая прочность приобретает также фрикционную составляющую.

При достижении нормального смещения, равного высоте шероховатости трещины отрыва, трещинный элемент считается разрушенным. Но, так как при этом шероховатость образовавшейся трещины сохраняется, угол трения по контакту для конечных элементов, соединенных ранее данным трещинным элементом, принимается равным начальному, а не остаточному, как при сдвиговом разрушении.

Поглощение упругих волн на границах полуплоскости.

При решении методом конечно-дискретных элементов задач ограниченного объема на границах полуплоскости могут возникать нереалистичные волны упругих деформаций [92].

Чтобы избежать возникновения этих волн деформаций, в код решателя внедрено предложенное Дж. Лисмером и Р. Кухлемайером [93] правило расчета сил, действующих на узлы, находящиеся на границах полуплоскости:

$$f_x = -\rho c_p \frac{\partial v_x}{\partial t};$$

$$f_y = -\rho c_s \frac{\partial v_y}{\partial t},$$

где: ρ – объемный вес; c_p и c_s – скорости продольных и поперечных волн упругих колебаний, которые определяются как

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}},$$

$$c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.$$

В последнем выражении λ и μ – это упругие константы Ламе, являющиеся характеристиками материала.

Неявный учет пластического деформирования конечных элементов

В ходе выполнения пробных расчетов обнаружен недостаток существующего кода, заключающийся в отсутствии учета возможности пластического деформирования конечных элементов. Из-за отсутствия учета пластического деформирования, например, при моделировании разрушения откоса происходит нереалистичное разрушение подошвы уступа, при моделировании сдвижения горных пород после образования очистного пространства наблюдается нереалистичный отскок падающих блоков горной породы.

Возможны два сценария пластического деформирования блока горной породы. При кратковременном динамическом воздействии происходит диссипация энергии упругого взаимодействия в результате пластического деформирования и разрушения приповерхностной области горной породы. При воздействии же нагрузок, превышающих прочность элемента, происходит пластическое деформирование элемента.

Для учета каждого сценария в код программы внедрены два алгоритма.

Первый позволяет моделировать неупругое кратковременное контактное взаимодействие. В работе О.Х. Махабади [92] приведено описание алгоритма, обеспечивающего неупругое взаимодействие. Аналогичный алгоритм реализован в разработанной нами рассчитывающей программе.

Второй реализованный алгоритм позволяет учитывать возможность пластического деформирования конечного элемента. Условие прочности Кулона можно представить в виде неравенства с главными напряжениями (согласно [59])

$$\sigma_1 \leq \frac{2C \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} + \sigma_3 \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}. \quad (3.5)$$

Главные напряжения можно найти с использованием выражений [59]:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\tau_{xx} + \tau_{yy}) + \sqrt{\tau_{xy}^2 + \frac{1}{4}(\tau_{xx} - \tau_{yy})^2};$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}(\tau_{xx} + \tau_{yy}) - \sqrt{\tau_{xy}^2 + \frac{1}{4}(\tau_{xx} - \tau_{yy})^2}.$$

При нарушении условия 3.5 выполняется уменьшение модуля упругости конечного элемента на 10 % относительно текущего значения, таким образом неявно моделируется дробление породы. Согласно [94] модуль упругости щебня может быть до трех порядков ниже аналогичного показателя для скальных пород. Однако проверочные расчеты показали, что при столь значительном снижении модуля упругости может происходить сильное деформирование конечных элементов, из-за чего возникает нестабильность системы. Поэтому опытным путем подобрана максимальная кратность при уменьшении модуля упругости, равная 10, то есть максимально модуль упругости может быть снижен в 10 раз.

Выполнение расчетов на графических ускорителях.

Главным недостатком метода конечно-дискретных элементов являются высокие требования к вычислительным мощностям. Единственной на сегодняшний день возможностью значительно ускорить расчеты и улучшить разбиение моделей является распараллеливание расчетов. Использование графических процессорных устройств (ускорителей) для расчетов МКДЭ удобнее, выгоднее и дешевле по сравнению с использованием многоядерных центральных процессорных устройств. Поэтому код программы-решателя написан на языке C с поддержкой платформы CUDA [95].

Применение графических устройств для расчетов позволило значительно ускорить расчеты, что в свою очередь обеспечило улучшение дискретизацию длительного времени и увеличение количества элементов в модели.

Постпроцессор для обработки результатов вычислений.

Результаты расчетов разработанной программой-решателем (процессором) выводятся в виде текстовых файлов, обработка которых невозможна без сторонних

программ, обеспечивающих отображение результатов расчетов в графическом виде. В связи с тем, что существующие программные решения, которые потенциально можно использовать для графического отображения и обработки выходных данных, не позволяют выполнить весь комплекс анализа данных, необходимый для достижения целей исследования, в рамках данной работы выполнена разработка программы-постпроцессора [96].

Разработанный постпроцессор характеризуется следующими техническими возможностями:

- отображение конечных и трещинных элементов;
- отображение разрушившихся трещинных элементов в зависимости от типа разрушения;
- отображение длительного смещения узлов элементов;
- формирование истории перемещения узлов элементов;
- отображение главных или максимальных касательных напряжений в конечных элементах.

Выводы

В главе 3 описывается схема расчета модели с длительным деформированием, в частности описаны разработка схема расчета длительного снижения прочностных параметров, алгоритма запредельного деформирования трещин с критерием прочности Кулона, алгоритмов, отвечающих за стабилизацию конечно-дискретно-элементной системы и оперирование со временем.

В предложенном алгоритме запредельного деформирования в качестве предела текучести (упругости) принята кулоновская прочность. При запредельном деформировании по принятой схеме, напряжение связи в трещинном элементе при сдвиге к моменту разрушения стремится к остаточной прочности трещины.

Разработана схема принудительной стабилизации системы для ускорения наступления состояния покоя. Предложенная схема обеспечивает ускорение расчетов и увеличение точности расчета напряжений в трещинных элементах, используемых при расчете снижения прочности

Разработаны алгоритмы для нахождения интервала времени для снижения прочности и момента наступления состояния покоя динамической системы.

В разработанном коде внедрена возможность учета изменчивости прочностных характеристик, учета дилатансии при сдвиговом разрушении. Новые условия на границах уменьшают упругие колебания.

В разработанной программе-решателе метода конечно-дискретных элементов все основные вычисления выполняются на графических процессорных устройствах, что позволило уменьшить размеры элементов в модели. Следует отметить, что применение графических устройств для вычислений методом конечно-дискретных элементов выполнено впервые.

Разработана программа-постпроцессор для обработки результатов вычислений. Технические возможности разработанного постпроцессора ориентированы на обработку результатов расчета длительного разрушения массивов горных пород.

4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Разработка модели квазиползучего разрушения для метода конечно-дискретных элементов обеспечила принципиальную возможность моделирования самых различных геомеханических процессов, происходящих в результате изменения со временем свойств горных пород. К таковым можно отнести сдвигание горных пород при подземной или открытой разработке, деформирование целиков, крепей и стенок подземных выработок, горные удары и др.

В данной главе приведены результаты изучения процессов длительного деформирования бортов карьеров для определения предельных параметров (критических значений) деформаций. Данное направление исследований выбрано в связи с наличием достаточно точных аналитических и эмпирических способов прогнозирования деформационных процессов при открытых горных работах.

Выполнено моделирование процесса длительного деформирования массива при различных геометрических параметрах и, следовательно, коэффициентах запаса устойчивости уступов и бортов карьеров. Описан наблюдавшийся механизм длительного квазиползучего разрушения, выполнен анализ кинематических параметров деформаций.

Для расчетов приняты условия месторождений медноколчеданных руд Южного Урала. В качестве неоднородного массива рассматриваются сильнотрещиноватые измененные скальные породы. Для расчетов использованы данные проекта разработки [97] и отчета о детальной разведке [98] месторождения Юбилейное, находящегося в Хайбуллинском районе Республики Башкортостан.

Юбилейное месторождение отрабатывается открытым способом. Обоснование углов погашения бортов карьера Хайбуллинского рудника выполнено в научно-исследовательской работе [99]. В ходе отработки

месторождения наблюдались деформации уступов и отдельных участков бортов карьера.

Моделирование с целью изучения предельных параметров деформаций выполнено для одного из участков, на которых ранее наблюдались деформации.

4.1 Определение параметров моделей

Для расчетов выбран участок борта карьера высотой 90 м, сложенный серицит-хлорит-кварцевыми породами по спилитам и туфам андезит-дацитового состава (метасоматиты). Данные породы в интервале до 60 м ниже коры выветривания (зона региональной трещиноватости), характеризуются значительной трещиноватостью и достаточно низким сопротивлением сжатию (около 35 МПа). Среднее квадратическое отклонение в относительных значениях (коэффициент вариации) прочностных параметров составляет около 20 % [98].

Зона региональной трещиноватости характеризуется густой сетью открытых трещин шириной от волосных до 0,5 см. По генетической классификации преобладают трещины выветривания и тектонические трещины. Обводненность пород незначительная. Для построения модели по результатам визуального обследования принят модуль трещиноватости 10. Трещины заполнены глиной трения и вторично измененными минералами (хлорит, серицит). Выделяются две системы трещин, первая падает под углом 70° в направлении откоса, вторая под углом 20° вглубь массива.

На рисунке 4.1 а приведена фотография участка борта, для которого выполняется моделирование. На рисунке 4.1 б представлен участок борта карьера, находящегося севернее рассматриваемого, здесь можно проследить ориентацию трещин в пространстве.

Расчеты устойчивости выполнены методом Моргенштерна-Прайса с применением критерия прочности Хоека-Брауна [100] и классификации массивов по обобщенному инженерно-геологическому показателю *GSI* [101].

а)



б)



Рисунок 4.1 – Фотографии участка борта:

а) фронтальный вид рассматриваемого участка;

б) ориентация трещин в северной части участка

В таблице 4.1 представлены исходные и рассчитанные параметры критерия прочности Хоека-Брауна: прочность образца на сжатие σ_c ; геологический индекс прочности GSI ; константа материала m_i ; коэффициент поврежденности D , а также полученные из них рассчитанные параметры критерия прочности m_b , a и s .

Таблица 4.1 – Параметры критерия Хоека-Брауна

Исходные параметры		Полученные параметры	
σ_c	35 МПа	m_b	0,138
GSI	40	A	0,511
m_i	10	S	$4,54 \cdot 10^{-5}$
D	1		

Рассчитаны конфигурации участка борта, указанные в таблице 4.2, при которых при данных характеристиках породного массива получаются определенные с применением классификации GSI коэффициенты запаса устойчивости.

Таблица 4.2 – Конфигурации участка борта и соответствующие коэффициенты запаса устойчивости

K_{3y}	1,02	1,13	1,21	1,30
Угол откоса уступа, градусы	67	60	55	50
Ширина бермы, м	10	10	10	10
Высота уступа, м	30	30	30	30
Угол наклона борта, градусы	57	51	47	43
Высота участка борта, м	90	90	90	90

Так получены геометрические параметры моделей участка борта карьера.

Нахождение физико-механических параметров для расчетов методом конечно-дискретных элементов выполнялось следующим образом.

По геометрическим параметрам, представленным в таблице 4.2, построена конечно-дискретно-элементная сетка, которая ляжет в основу модели участка борта. Количество элементов в сетке подобрано так, чтобы моделирование разрушения участка борта было возможно с использованием имеющегося вычислительного оборудования (процессор Intel Core i5-3330 и графическое устройство NVIDIA GeForce GTX 680). Средняя длина трещинного элемента сети составила 1,2 м. То есть все физико-механические параметры модели должны быть выбраны с учетом эффекта масштаба при данной длине элемента.

Прочность трещин (длиной 1,2 м) рассчитана с использованием критерия прочности Бартона-Бэндиса для заполненных и выветрелых трещин [103], полученные результаты даны в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Прочностные свойства трещин

Параметры по Бартону-Бэндису		Параметры по Кулону	
JRC	3,9	C	28 КПа
JCS	24,1 МПа	φ	28,4°
φ_r	25°		

Свойства трещин для учета размеров трещинных элементов в модели рассчитаны по предложенным Н. Бартоном [91] зависимостям:

$$JRC = JRC_0 \left(\frac{L_n}{L_0} \right)^{-0.02JRC_0};$$

$$JCS = JCS_0 \left(\frac{L_n}{L_0} \right)^{-0.03JRC_0},$$

где JCS_0 и JRC_0 – соответственно прочность стенок трещины и коэффициент шероховатости поверхности при размере испытуемого образца $L_0 = 10$ см, а L_n – размер рассчитываемой трещины (средний размер трещинного элемента), $h = 1,2$ м в моделях построенных для расчетов.

Величина остаточной прочности φ_r принята по рекомендациям из статьи [91] для трещин с данными характеристиками. Прочность на разрыв принята равной 10 кПа.

Переход к кулоновским параметрам прочности выполнен графически с учетом возможного интервала нормальных напряжений, действующих при данных условиях, на рисунке 4.2 представлены кривые прочности на сдвиг, напряжения даны в МПа.

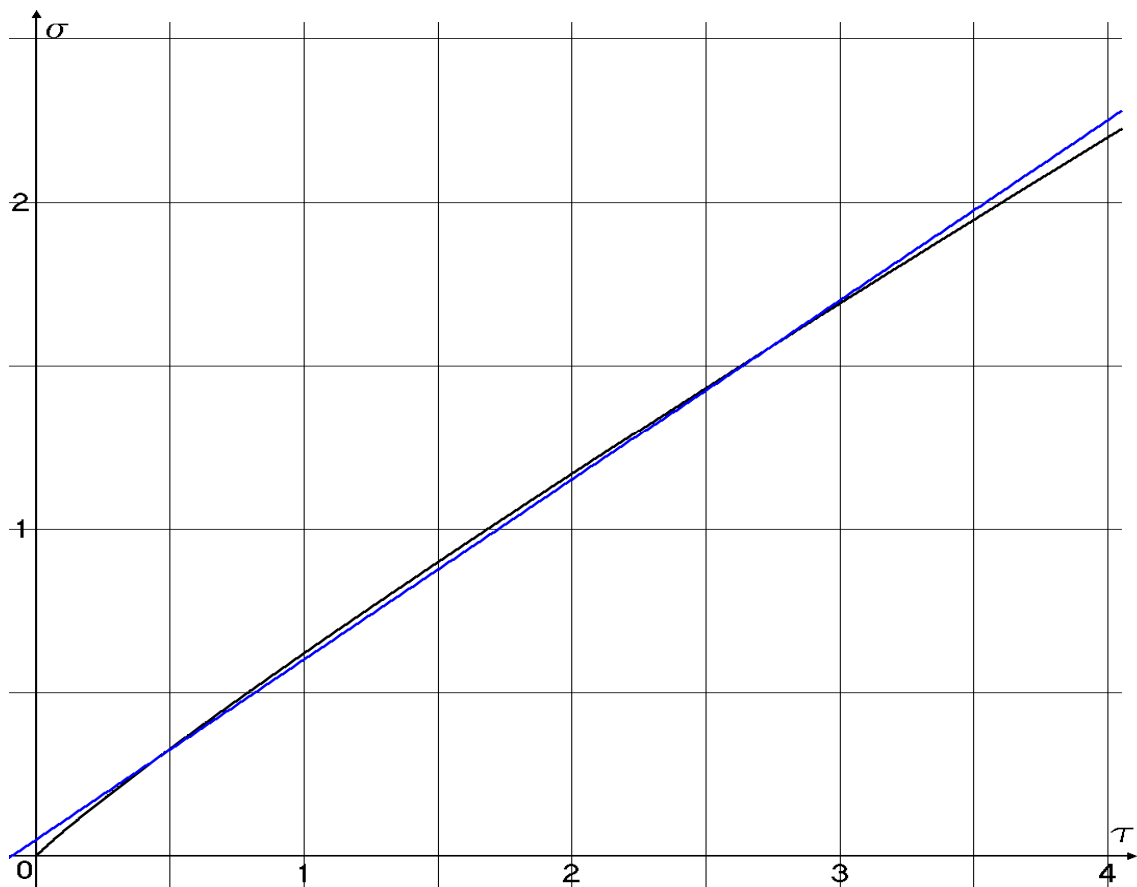


Рисунок 4.2 – Кривая прочности трещин по Бартону и ее линейная аппроксимация

Приведенные выше значения будут присвоены в моделях участков борта трещинным элементам, расположенным согласно падению систем трещин.

Нормальный параметр штрафа в модели принят равным 6 модулям упругости. Данная величина обеспечивает достаточно небольшую величину

ошибки расчета деформаций, возникающей из-за использования метода штрафов (около 5 %), сохраняя при этом стабильность системы.

Величина параметра вязкостного демпфирования определяется по формуле, приведенной в монографии А. Муньизы [39].

Модуль деформации рассматриваемых пород по данным отчета об инженерно-геологических изысканиях [105] равен 60 ГПа, а среднее значение коэффициента Пуассона 0,28.

Для определения прочностных и деформационных характеристик трещинных элементов, углы наклона которых не совпадают с углами наклона систем трещин, необходимо выполнить моделирование крупномасштабных испытаний на сдвиг и растяжение методом конечно-дискретных элементов. Более простых и надежных способов расчета данных характеристик на сегодняшний день, пожалуй, не существует.

4.1.1 Моделирование натуральных испытаний участков породного массива для определения механических характеристик

Параметры моделей испытываемых участков горных пород, принятые по данным лабораторных испытаний горных пород [97, 104], следующие: сцепление $C = 8,9$ МПа, угол внутреннего трения $\varphi = 36^\circ$. Прочность на разрыв согласно отчету [100] $f_t = 6$ МПа.

Прочность трещин (с учетом длины трещинного элемента около 2 см) рассчитана с использованием критерия прочности Бартона. Расчет сцепления и угла внутреннего трения выполнен графически, аналогично рисунку 4.2. В таблице 4.4 представлены рассчитанные параметры прочности трещин.

Прочность трещин на разрыв принята равной 10 кПа.

Среднее расстояние между трещинами 10 см.

Таблица 4.4 – Прочностные свойства трещин (длиной 0,05 м)

Параметры по Бартону-Бэндису		Параметры по Кулону	
JRC	5	C	75 кПа
JCS	35 МПа	ϕ	29,2°
ϕ_r	25°		

Согласно Д. Ниюнгу и Т. Стейси [83] пиковое смещение при разрушении отрывом скальных пород при размере образца 36 мм достигается при относительной деформации $2 \cdot 10^{-4}$. Схожие данные, полученные при испытаниях известняков, приводятся в статье З. Бажанта [106]: $\sigma_p = 1,7 \cdot 10^{-4} h$ при размере образца 50 мм. Согласно графикам испытаний, полученным Бажантом, величину σ_t можно принять равной $5\sigma_p$.

Ускорение свободного падения принято равным 0, чтобы исключить влияние собственного веса тела на результаты расчетов.

Все физико-механические параметры моделей приведены в таблице 4.5.

Таблица 4.5 – Физико-механические параметры моделирования натурального испытания

Общие механические параметры		Прочностные свойства ненарушенной породы	
Модуль деформации E	60 ГПа	Прочность на разрыв f_{t0}	6 МПа
Коэффициент Пуассона ν	0,28	Остаточный угол трения ϕ_t	36°
Вязкостное демпфирование k_s	$5 \cdot 10^7$ кг · с/м	Сцепление C_0	8,9 МПа
Нормальный параметр штрафа p	600 ГПа	Угол внутреннего трения ϕ	36°
Объемный вес ρ	2800 кг/м ³	Прочностные свойства трещин	
Коэффициент шероховатости трещин JRC	6	Прочность на разрыв f_{t0}	10 кПа
Коэффициент вариации прочностных свойств V	20 %	Остаточный угол трения ϕ_{t0}	25°
		Сцепление C_0	75 кПа
		Угол внутреннего трения ϕ_0	30°

На рисунке 2 приведена схема проведения испытания на растяжение.

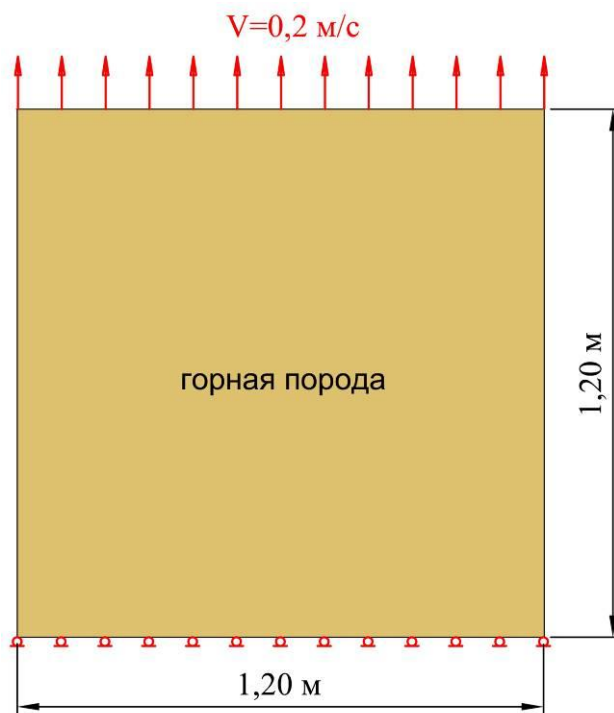


Рисунок 4.3 – Схема выполнения испытания на разрыв

Длина образца 1,2 м, высота 1,2 м. Размеры элементов близки к размерам лабораторно испытываемых образцов, средний размер трещинного элемента около 20 мм. Модель разбита на 12048 конечных и 17925 трещинных элементов.

Узлы элементов, расположенные на нижней границе модели, закреплены неподвижно, узлы на верхней границе смещаются с постоянной скоростью вверх.

На рисунке 4.4 представлены полученные зависимости напряжений от нормального смещения и изображения модели участка горной породы в процессе растяжения. Точность аппроксимации данных моделирования выполнялась методом наименьших квадратов.

Внешние силы, действующие на узлы на верхней границе модели, суммировались и записывались. По этим данным построена диаграмма деформирования образца, представленная на рисунке 4.4.

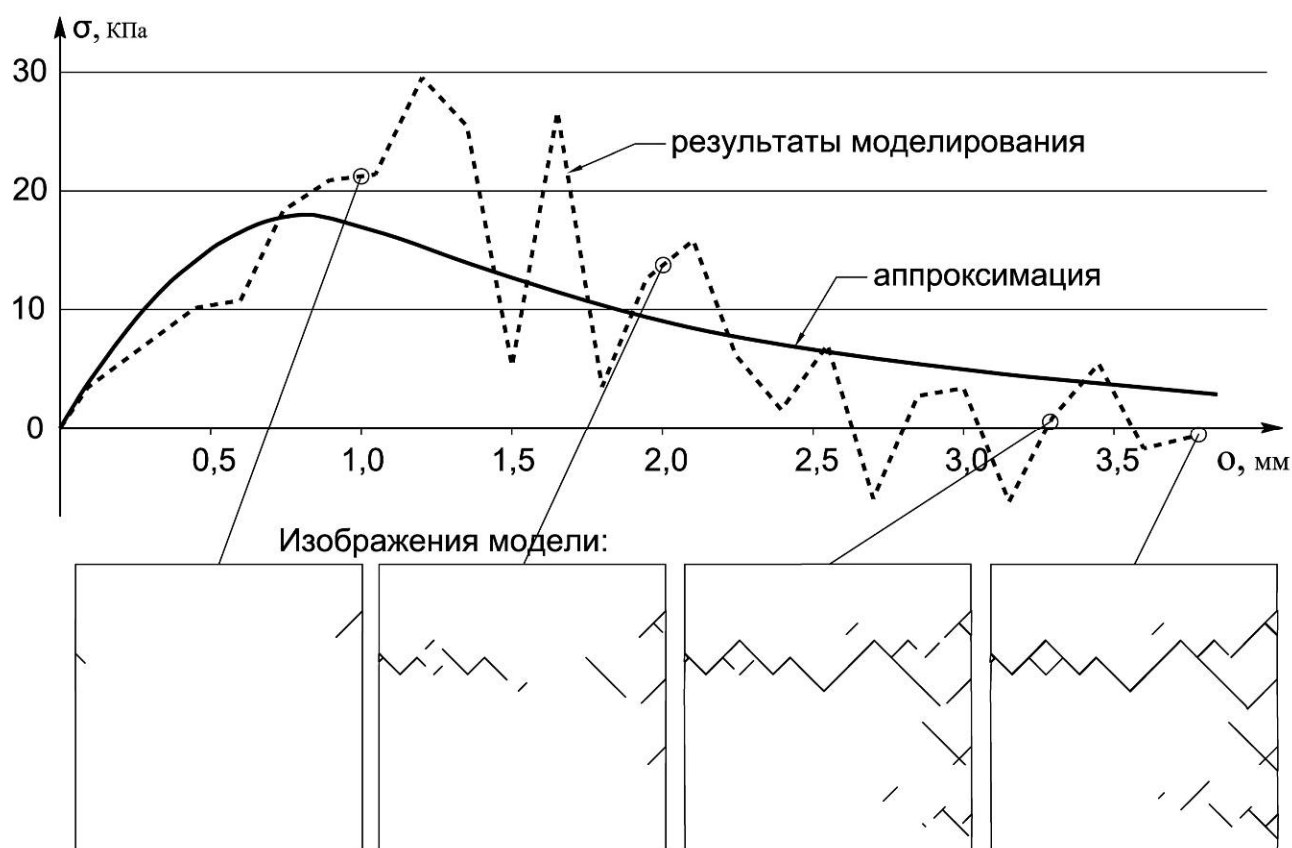


Рисунок 4.4 – Диаграмма деформирования и изображения модели при растяжении

Рассчитанная прочность на разрыв участка породы длиной 1,2 м равна $f_t = 18$ кПа. Предельное смещение o_p составило 0,84 мм, или, в относительных величинах, $7 \cdot 10^{-4} h$, где h – высота модели. Окончательная потеря прочности произошла при смещении $o_r = 5$ мм $= 6o_p$. Эти данные будут использованы в дальнейшем при моделировании длительного разрушения участка борта карьера.

Небольшая величина изменения прочности на разрыв с увеличением масштаба при разрыве участка массива под углом 45° к трещинам объясняется сложным типом разрушения (сдвиг при действии растягивающих усилий).

Также выполнена серия испытаний на сдвиг при различных нормальных нагрузках и ориентации систем трещин.

На рисунке 4.5 показана схема моделируемых испытаний.

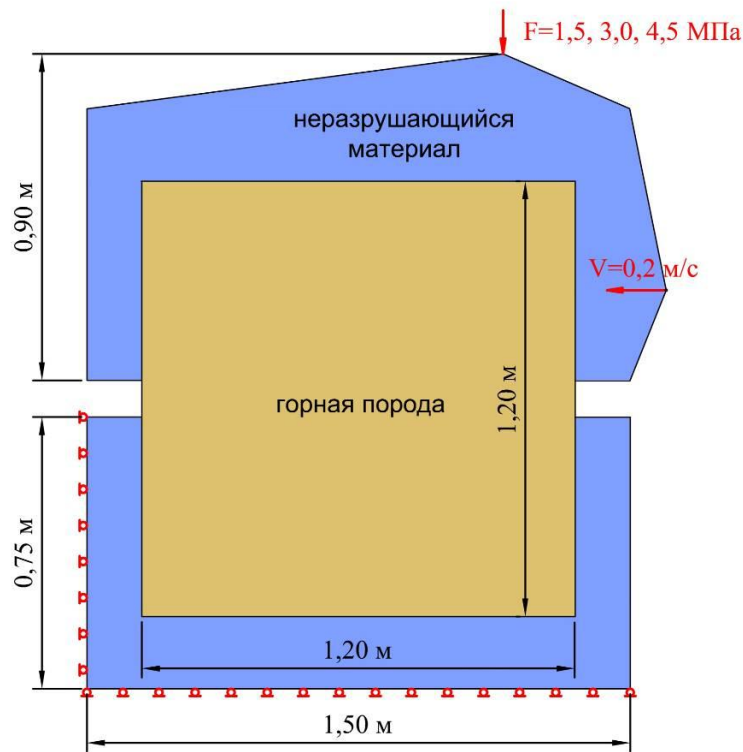


Рисунок 4.5 – Схема выполнения сдвигового испытания

Средний размер конечного элемента в модели около 20 мм.

На рисунке 4.6 изображены полученные графики и изображения моделей.

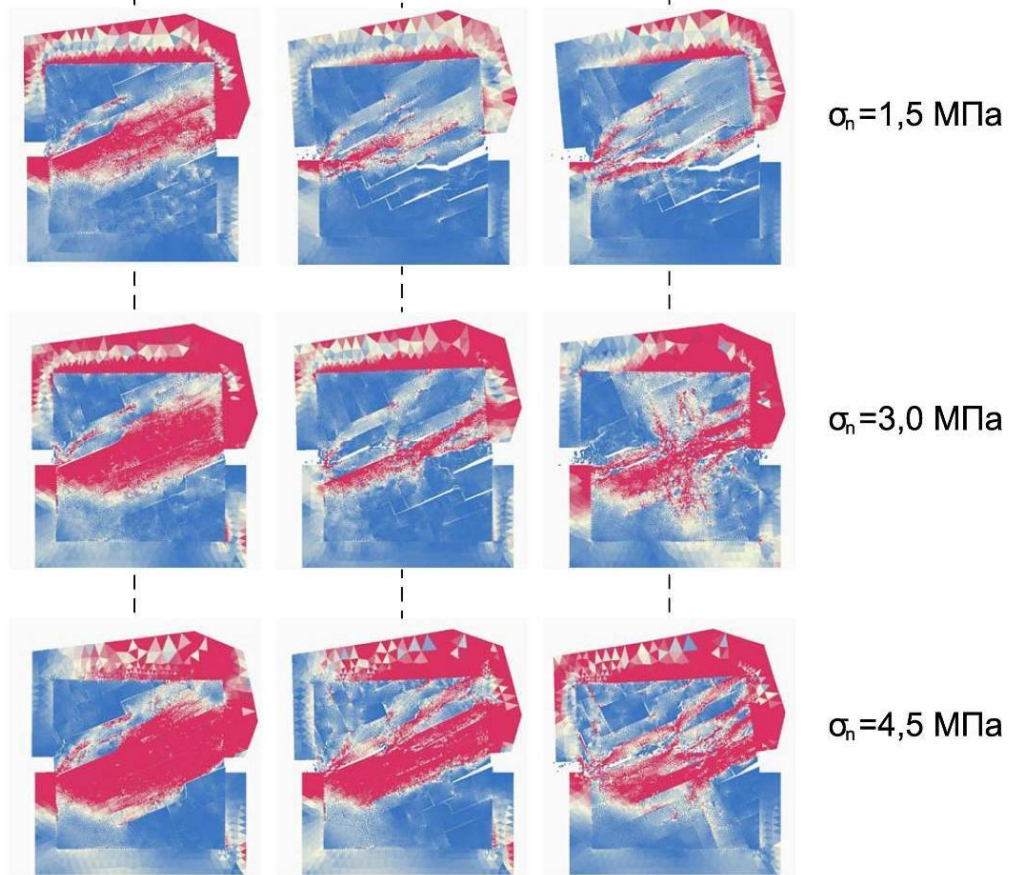
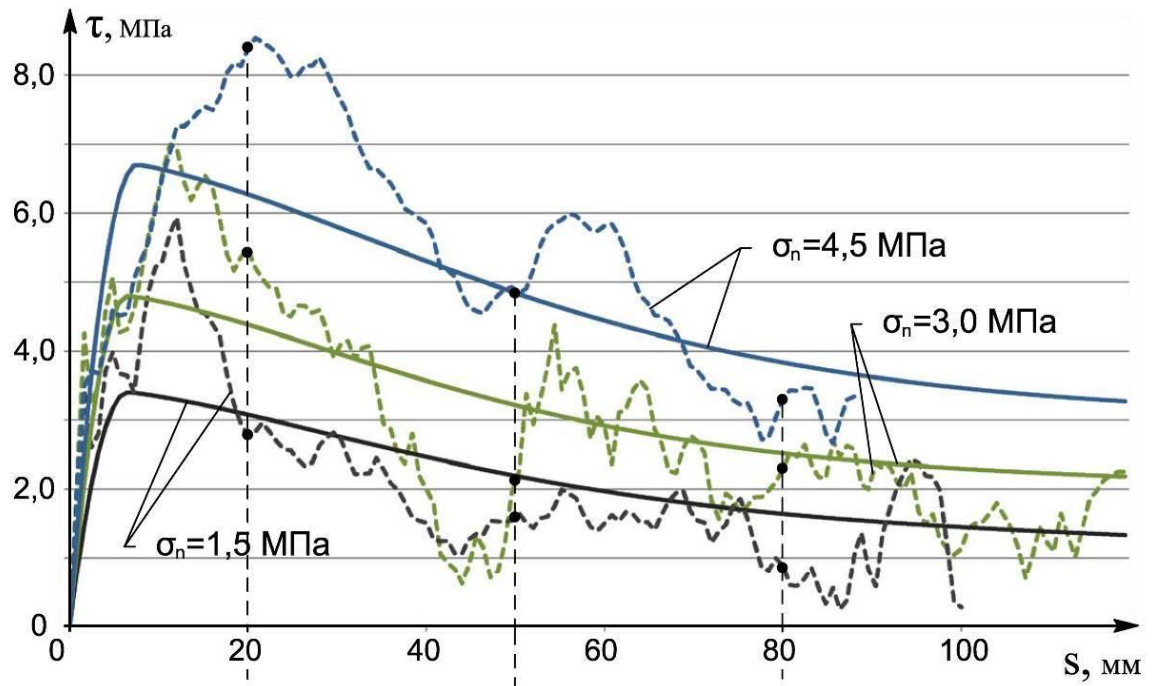
Выделение цветом конечных элементов в зависимости от наибольшего касательного напряжения на рисунке 4.6 и далее на всех рисунках выполнено в цветовой модели RGB в соответствии с условием:

$$\begin{cases} R = 145 + 110 \frac{\tau_{\max}}{1,5C}; \\ G = 189 + 66 \frac{\tau_{\max}}{1,5C}; \\ B = 248; \end{cases}$$

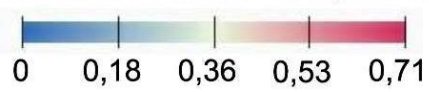
где: C – среднее сцепление в трещинных элементах модели; $\tau_{\max}$ – максимальное касательное напряжение в данном элементе, которое определяется по формуле [107]:

$$\tau_{\max} = 0,5 \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2}.$$

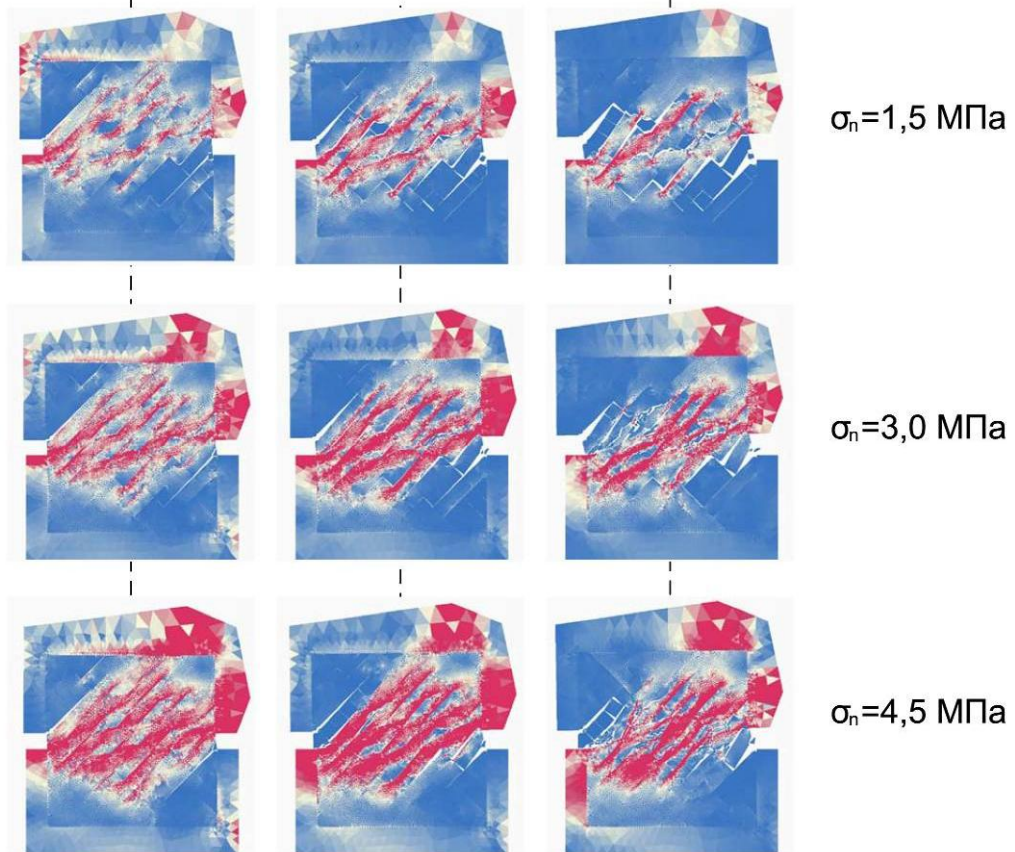
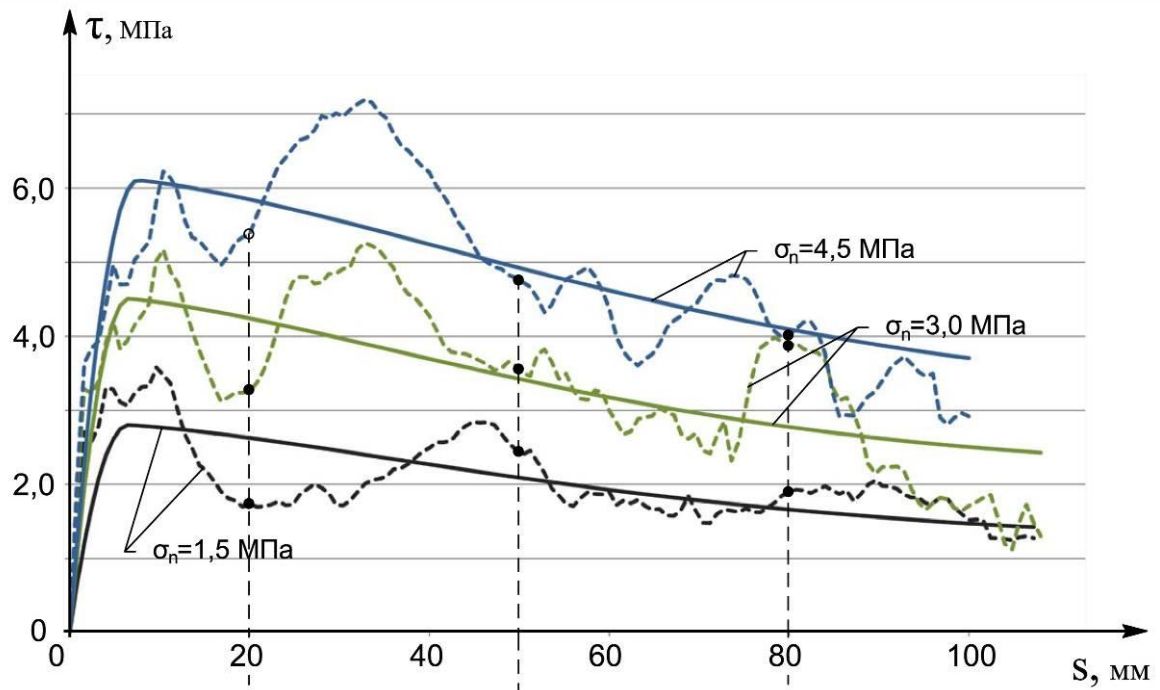
a)



Наибольшее касательное напряжение



б)



Наибольшее касательное напряжение



в)

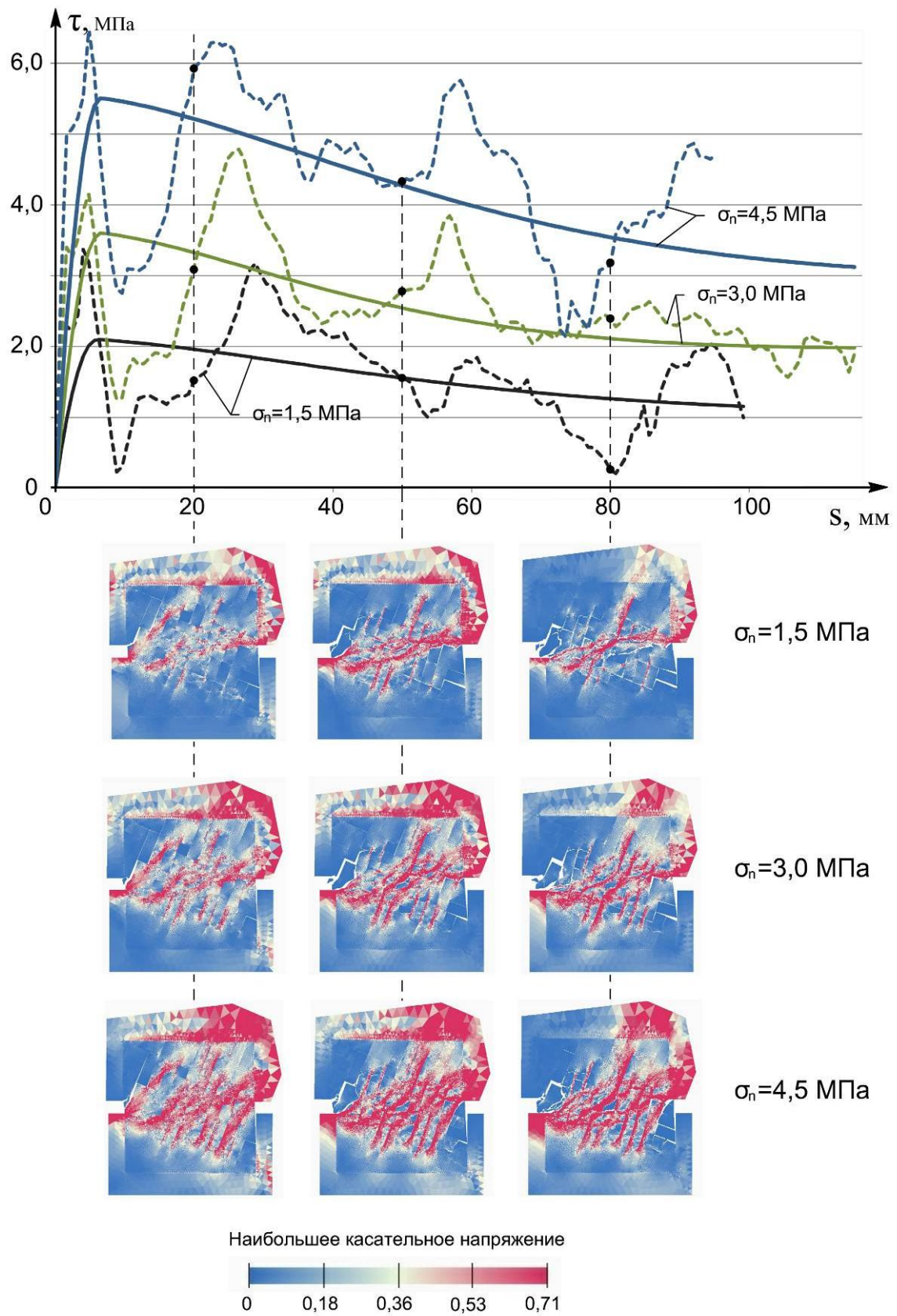


Рисунок 4.6 – Состояние моделей в процессе сдвигового разрушения при углах наклона систем трещин: а) 22°; б) 45°; в) 67°.

Изображения получены с использованием разработанной программы-постпроцессора Prorock [96].

По представленным на рисунках 4.6 а-в данным построены кривые прочности, отображенные на рисунке 4.7.

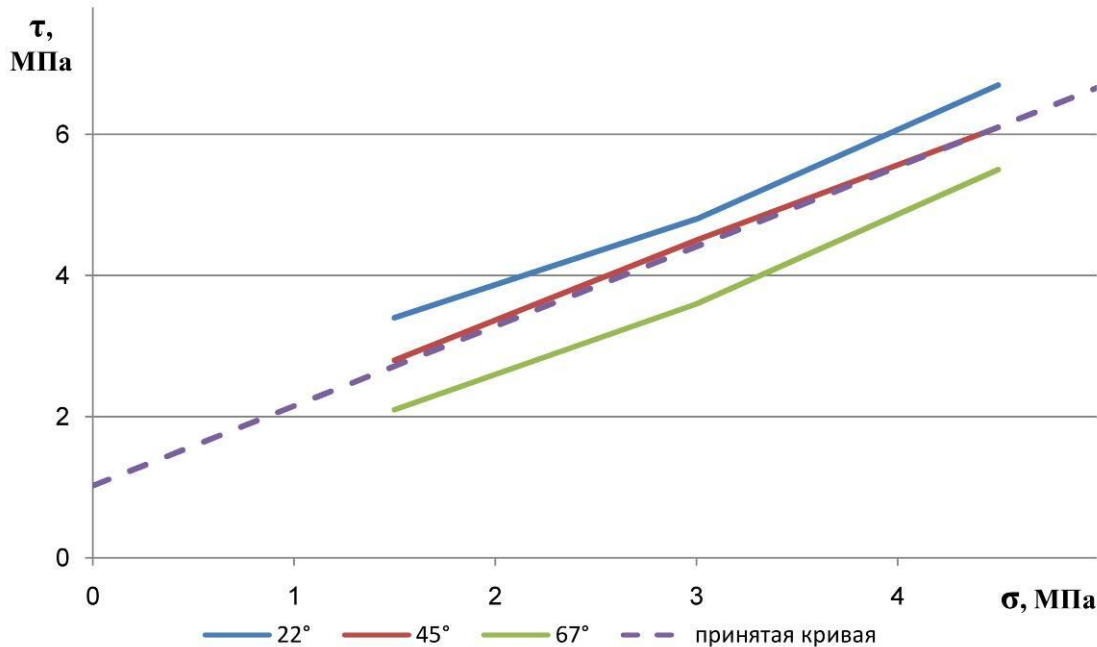


Рисунок 4.7 – Кривые прочности по результатам моделирования и кривая, принятая для дальнейших расчетов

Среднее по результатам 9 моделирований предельное смещение s_p составило 6,7 мм, или, в относительных величинах, $5,6 \cdot 10^{-3} h$, где h – ширина участка массива. Среднее значение остаточного коэффициента трения составило $\text{tg } \varphi_r = 0,63$ ($\varphi_r = 32^\circ$), полная потеря когезионной составляющей прочности прогнозировалось при среднем значении смещения $s_r = 35s_p$.

Как видно из рисунка 4.7, прочность участка массива горных пород зависит от угла наклона трещин и направления деформирования. Изучение зависимости прочности участков массива от угла наклона трещин выполнено для учета анизотропии прочностных свойств массива, вызванной трещиноватостью.

Так как реализация учета влияния направления смещения на прочностные свойства является задачей, достаточно сложной алгоритмически, прочностные свойства трещинных элементов при всех трех рассмотренных положениях

относительно трещиноватости приняты одинаковыми (сцепление $C = 1,02$ МПа, угол внутреннего трения $\varphi = 48^\circ$).

Линия, построенная по этим принятым параметрам, выделена на рисунке 4.7 пунктиром.

Таким образом, с учетом углов наклона систем трещин правило расчета прочностных свойств трещинных элементов в зависимости от их наклона может быть представлено в виде диаграммы на рисунке 4.8.

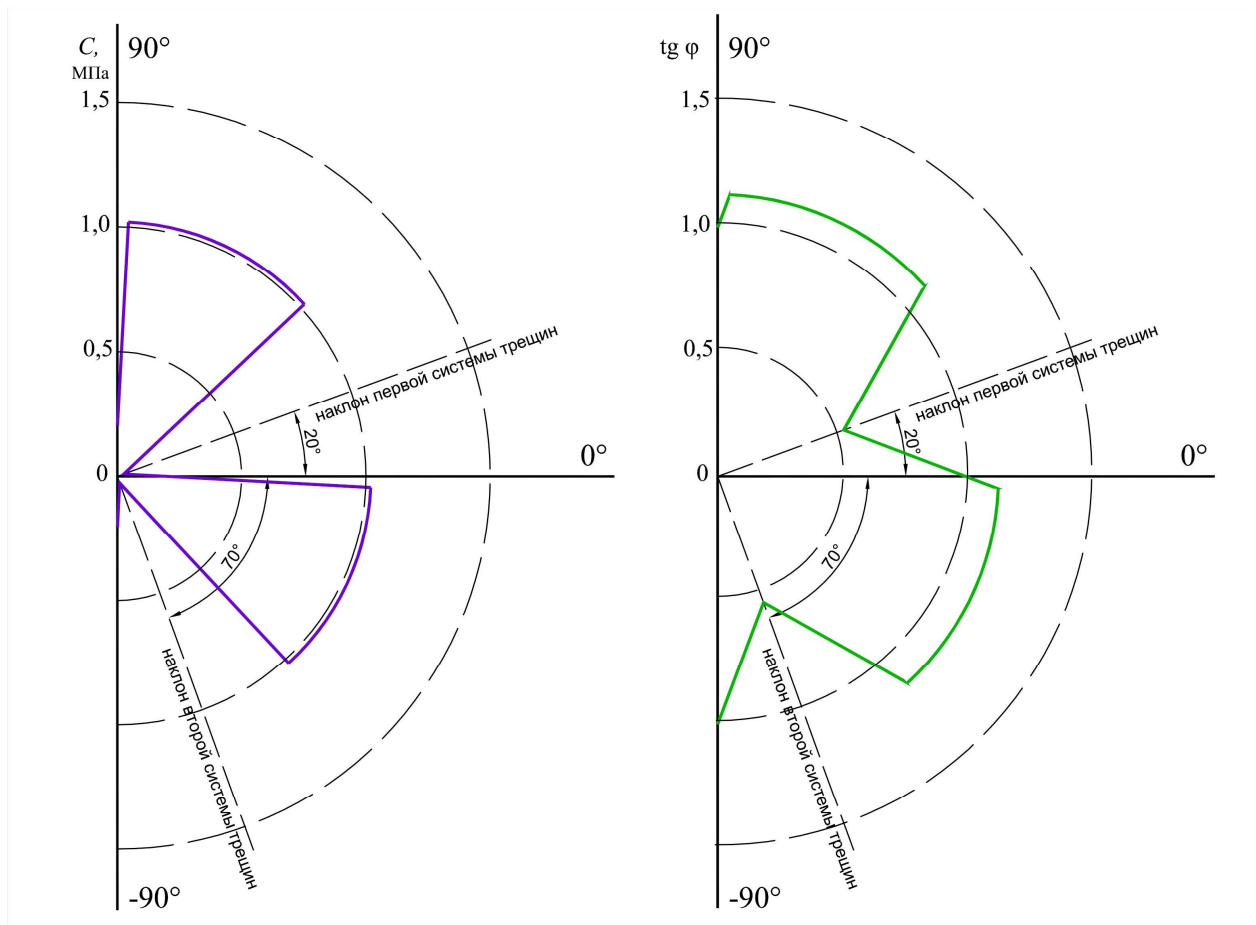


Рисунок 4.8 – Зависимость сцепления и коэффициента внутреннего трения от угла наклона трещинного элемента

Найденные деформационные и прочностные параметры далее приняты в расчетах длительного деформирования участка борта карьера.

4.1.2 Моделирование длительных натуральных испытаний участков породного массива

С целью определения параметров длительного разрушения t_0 и b выполнено моделирование длительного разрушения участка массива шириной 1,2 м при различных величинах сдвигающих напряжений.

Для определения этих параметров по данным серии симуляций построена зависимость длительности разрушения от отношения касательного напряжения к кратковременной прочности. Для проведения симуляций выбрана модель с трещинами, расположенными под углом 45° по отношению к направлению сдвигающих усилий, также как на рисунке 4.6б. Нормальное напряжение, вызванное нагрузками, приложенными перпендикулярно направлению сдвига, составляло $\sigma = 3$ МПа.

Полученная в результате расчетов кривая изображена на рисунке 4.9.

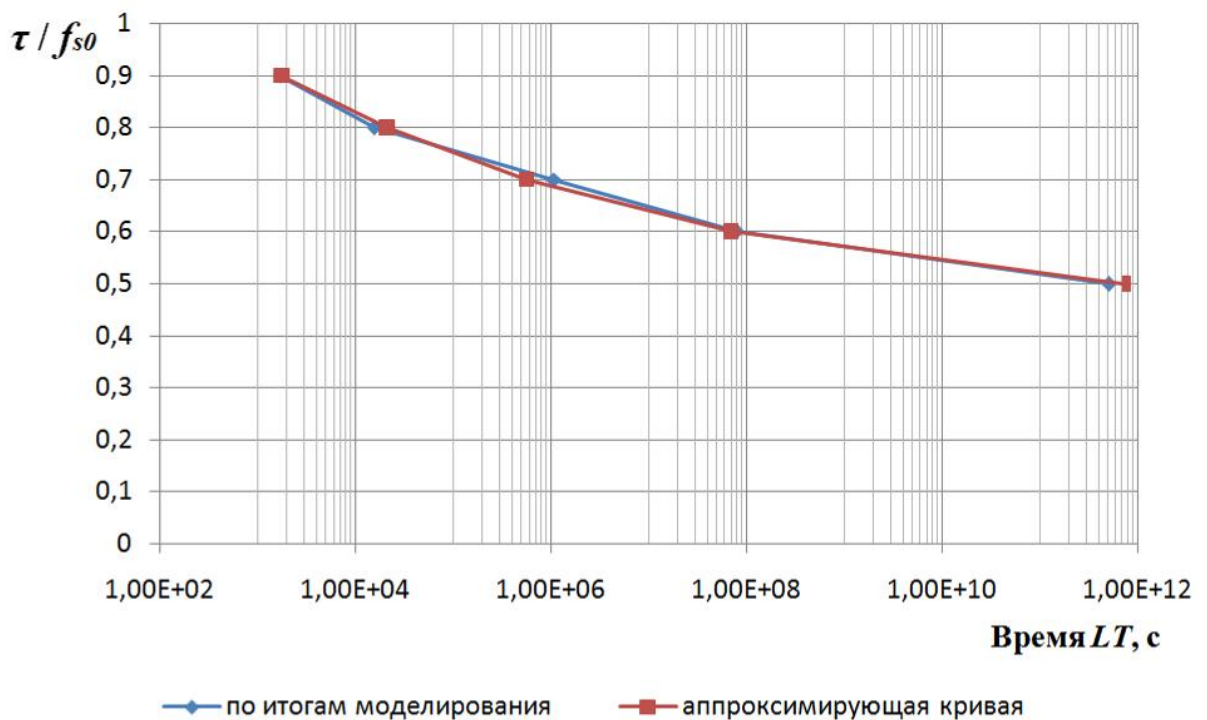


Рисунок 4.9 – Зависимость длительности разрушения от соотношения напряжения и кратковременной прочности

Данные, полученные в результате моделирования, представлены в виде кривой, выделенной синим цветом. Красным цветом выделена аппроксимирующая кривая, построенная по формуле 2.7 при значениях констант $t_0 = 240$ и $b = 10,4$. Полученная величина предела длительной прочности $f_{s\infty}/f_{s0} = 0,43$ соответствует остаточному углу внутреннего трения $\varphi_r = 32^\circ$, что соответствует значению, выведенному моделированием кратковременных разрушений.

Сводные данные по всем физико-механическим параметрам представлены в таблице 4.6.

Таблица 4.6 – Физико-механические параметры модели участка борта карьера

Общие механические параметры			
Модуль деформации E	60 ГПа	Вязкостное демпфирование k_s	$5 \cdot 10^5$ кг · с/м
Коэффициент Пуассона ν	0,28	Коэффициент шероховатости трещин JRC	3,8
Нормальный параметр штрафа p	600 ГПа	Коэффициент вариации прочностных свойств V	20 %
Объемный вес ρ	2800 кгс/м ³		
Прочностные свойства участков между трещинами			
Прочность на разрыв f_{t0}	18 кПа	Сцепление C_0	583 кПа
Остаточный угол трения φ_r	32°	Угол внутреннего трения φ	47°
Предельные касательные смещения s_p/s_r , (отн.)	$3,9 \cdot 10^{-3}/$ $1,6 \cdot 10^{-1}$	Предельные нормальные смещения σ_p/σ_r , (отн.)	$5 \cdot 10^{-5}/$ $3 \cdot 10^{-4}$
Прочностные свойства трещин			
Прочность на разрыв f_{t0}	0,8 кПа	Сцепление C_0	28 кПа
Остаточный угол трения φ_{r0}	25°	Угол внутреннего трения φ_0	28°
Предельные касательные смещения s_p/s_r , (отн.)	$2,6 \cdot 10^{-3}/$ $1,0 \cdot 10^{-1}$	Предельные нормальные смещения σ_p/σ_r , (отн.)	$5 \cdot 10^{-5}/$ $3 \cdot 10^{-4}$
Параметры длительного деформирования			
Параметр b при сдвиге / растяжении	10,4/ 9,69	Константа t_0 при сдвиге / растяжении, с	240/ 1900

Полученные параметры будут использоваться в дальнейшем при моделировании длительного деформирования участка борта.

На рисунке 4.10 изображены модели в момент достижения времени разрушения (начала кратковременного разрушения) при различных величинах разрушающего напряжения.

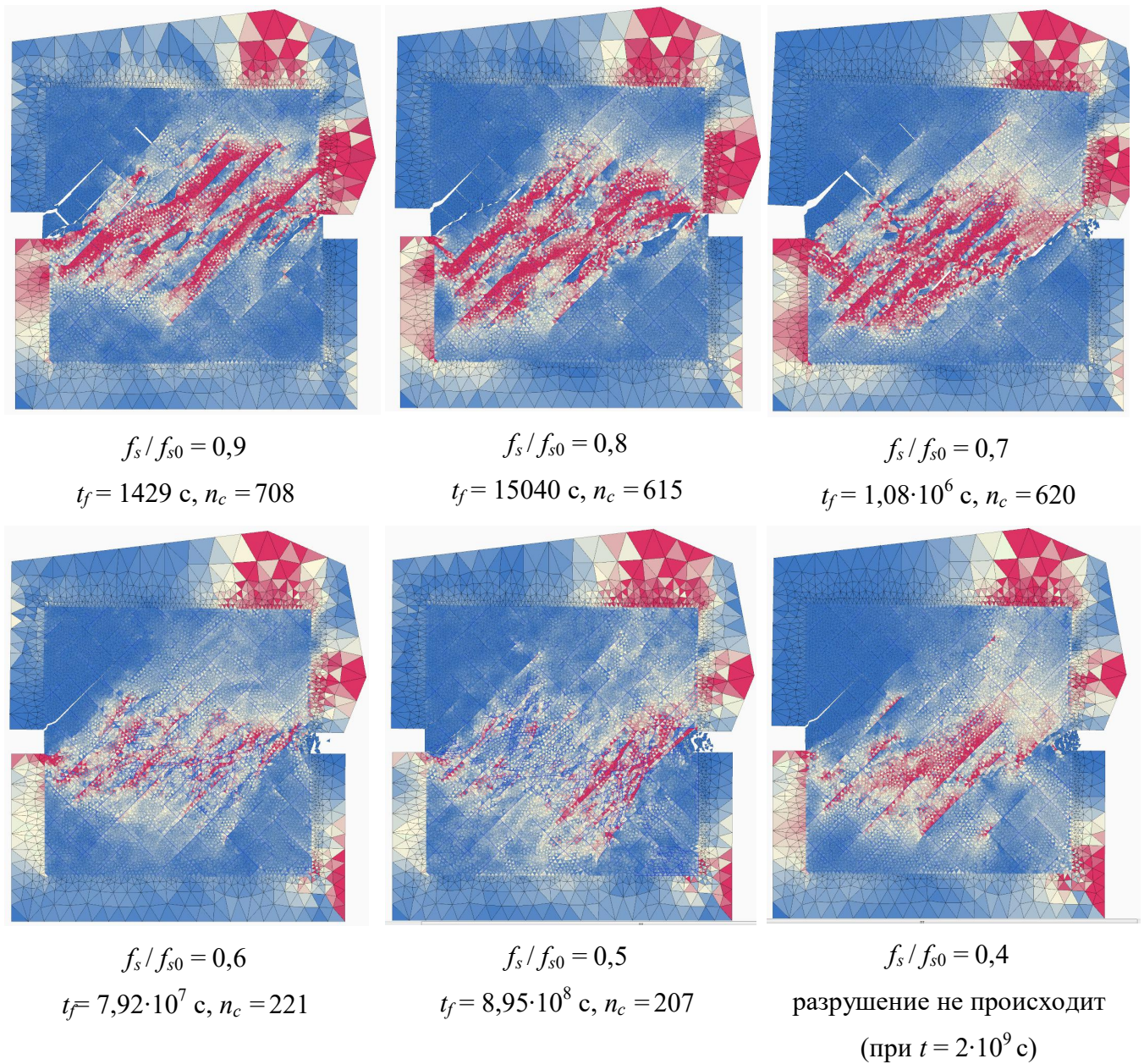


Рисунок 4.10 – Изображения моделей в момент разрушения

Обозначения на рисунке 4.10: t – время, n_c – количество разрушившихся трещинных элементов.

Можно отметить, что с уменьшением сдвигающего усилия происходит уменьшение в элементах напряжений, при которых происходит разрушение. Также уменьшается количество разрушенных трещинных элементов.

То есть в целом отмечается уменьшение нарушенности испытываемого образца перед началом кратковременного разрушения.

4.2 Результаты вычислений

Вычисления выполнены для 9 моделей участка борта с тремя различными коэффициентами запаса устойчивости и тремя различными положениями систем трещин. В дополнение к фактическому положению двух систем трещин, характеризующемуся углами наклона -70° и 20° выполнено моделирование при углах наклона трещин -40° и 50° , -10° и 80° для изучения влияния ориентации трещин на устойчивость и кинетические параметры деформирования.

Среднее количество элементов – около 90 000, из них 40 000 конечных и 50 000 трещинных.

Средние размеры моделей участка борта 550×300 м, при этом разрушения возможны внутри области размером 240×130 м (рисунок 4.10), вне этой области среда разбита только на конечные элементы, иначе говоря между конечными элементами трещинные элементы отсутствуют, а значит возможны только упругие деформации. Средняя длина трещинного элемента в области с трещинными элементами – около 1,2 м, размеры элементов вокруг этой области могут достигать 30 м и более.

Благодаря данной схеме построения модели обеспечивается наименьшее влияние границ модели на напряженное состояние в той области модели, в которой происходят пластические деформации.

Среднее время, затраченное на выполнение вычислений по одной модели – от 1 до 2 суток.

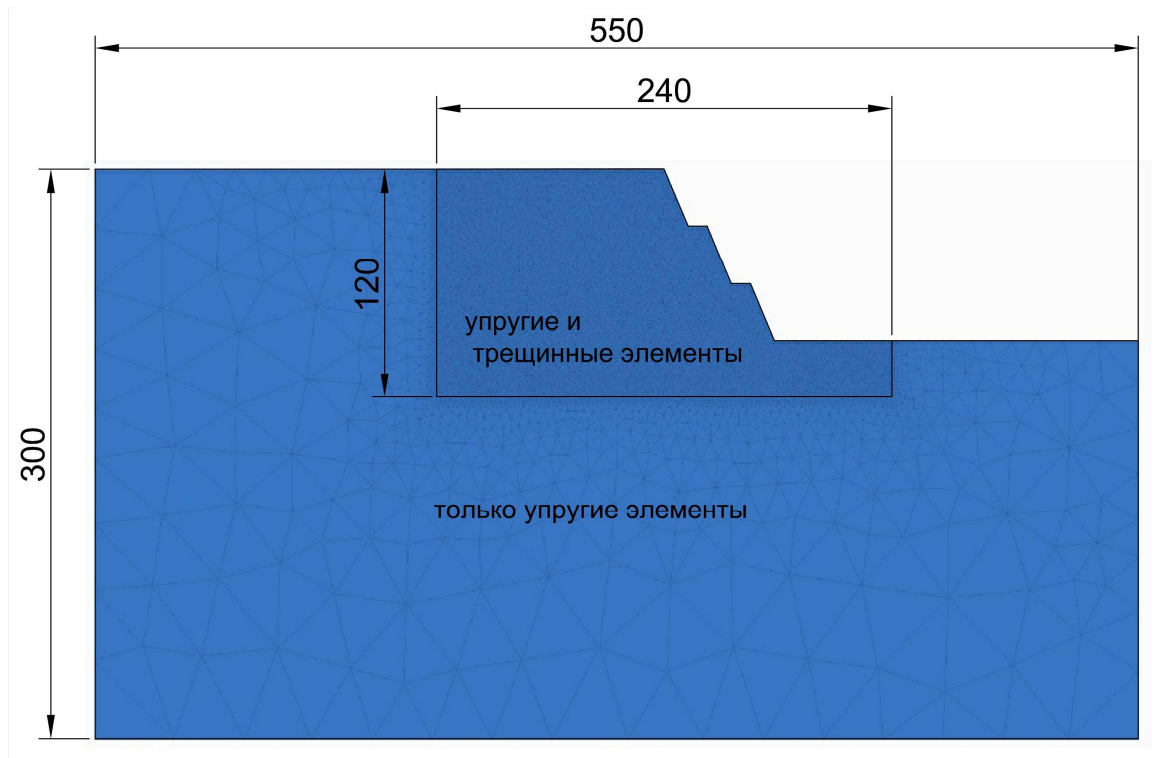
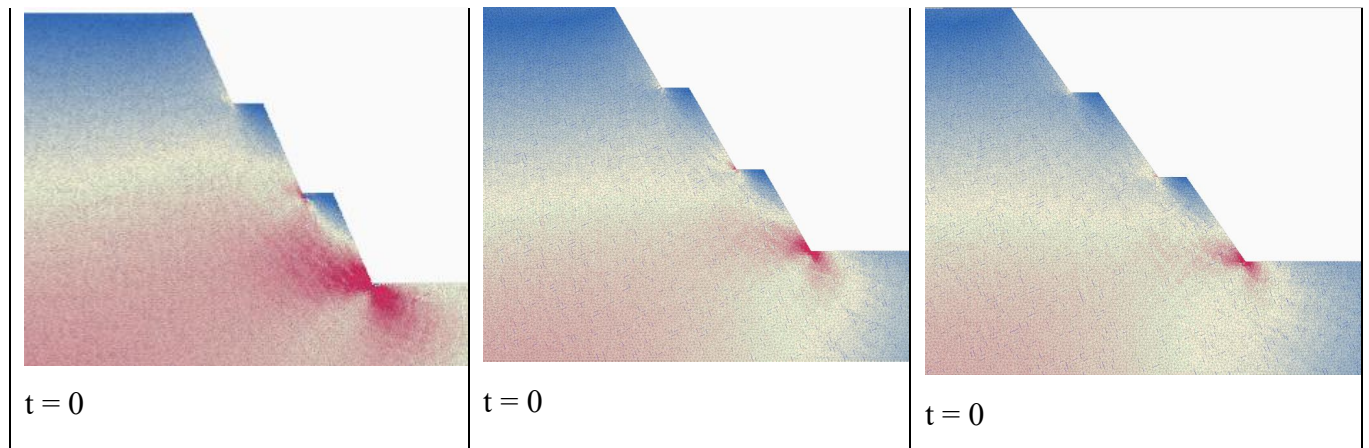


Рисунок 4.10 – Схема построения элементной сети моделей

На рисунке 4.11 представлены изображения модели с углами наклона трещин относительно горизонтали $\beta_1 = -70^\circ$ и $\beta_2 = 20^\circ$ при углах заоткоски $\alpha = 67^\circ$, 60° и 55° . На рисунке показана только часть модели, размером около 100×100 м, представляющая наибольший интерес.



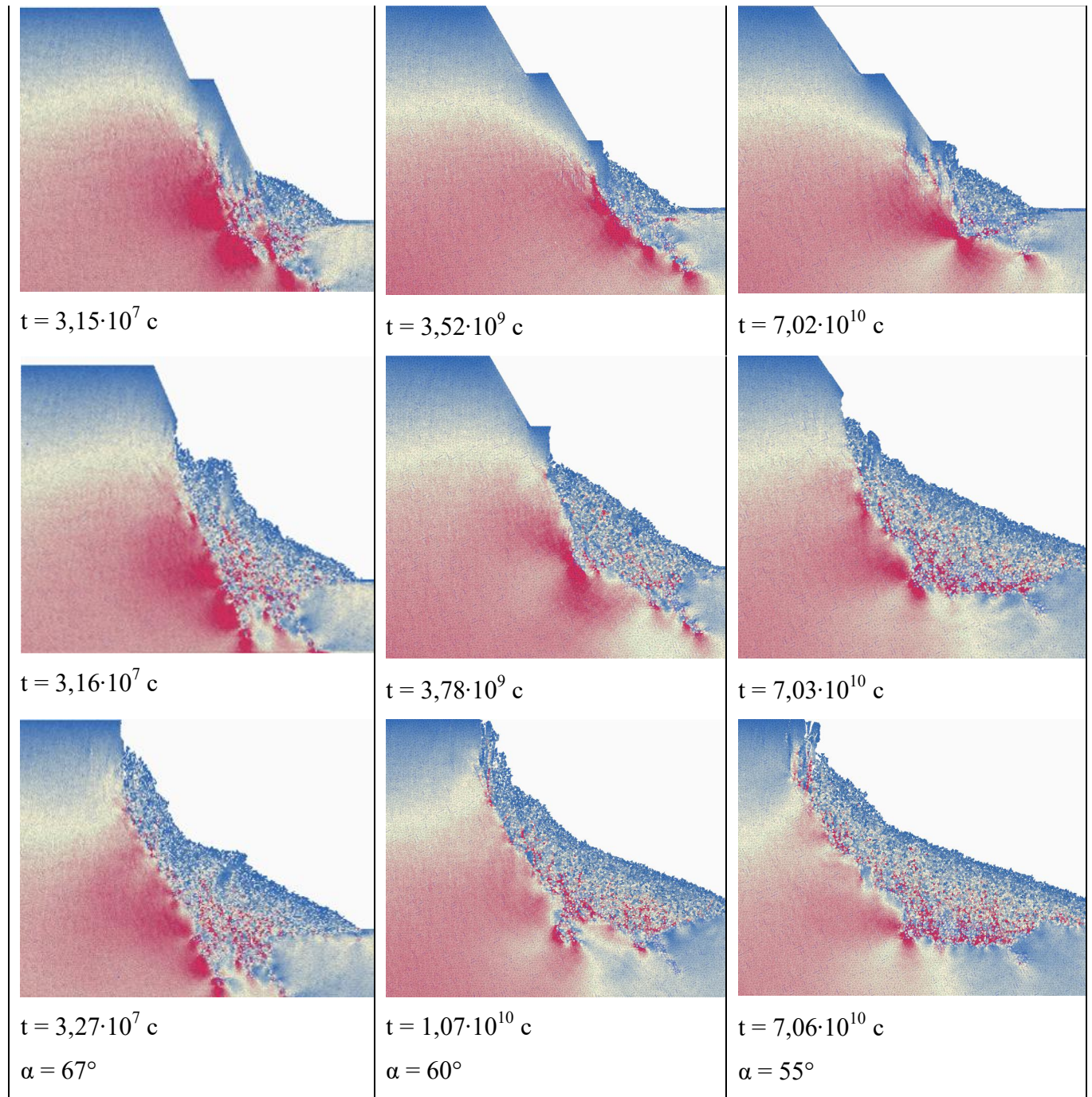
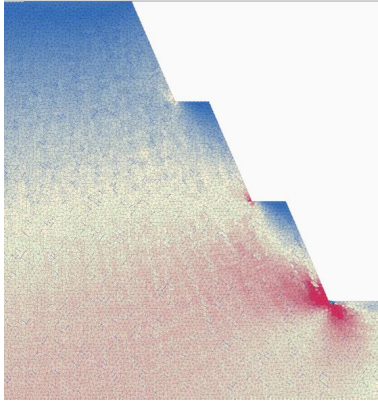
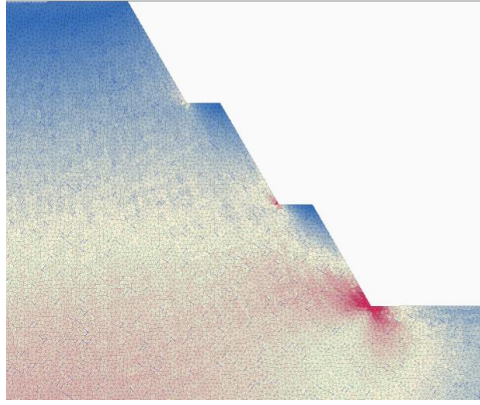
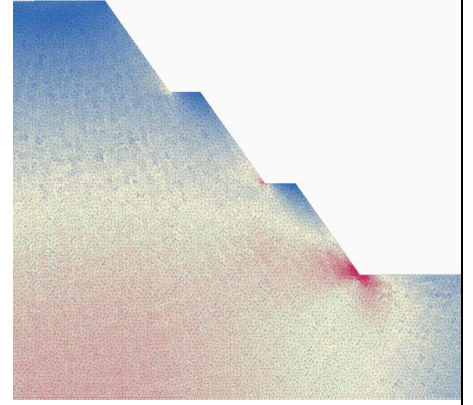
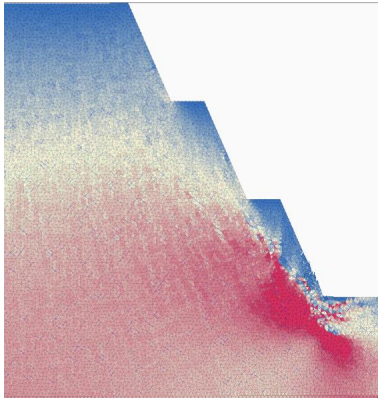
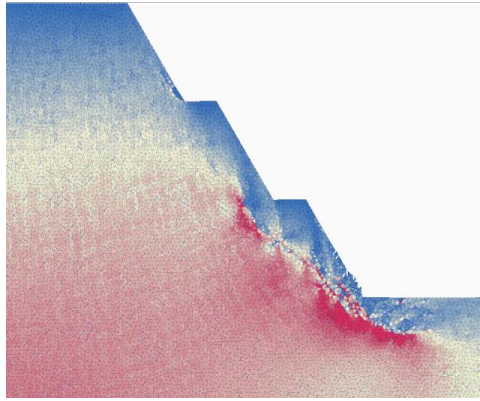
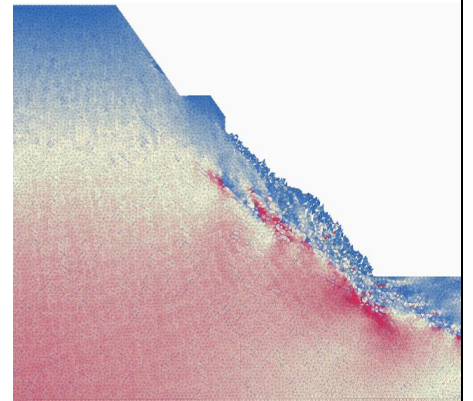
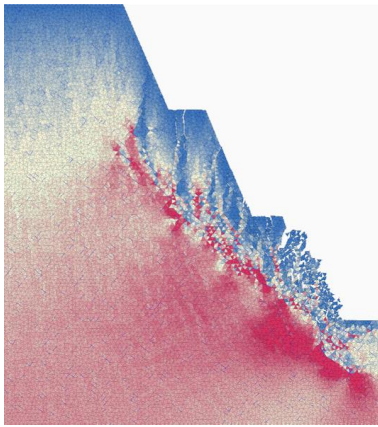
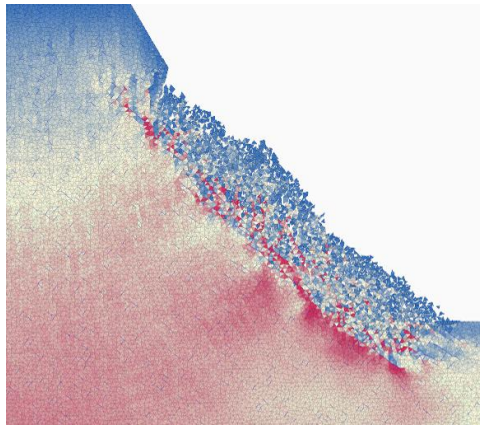
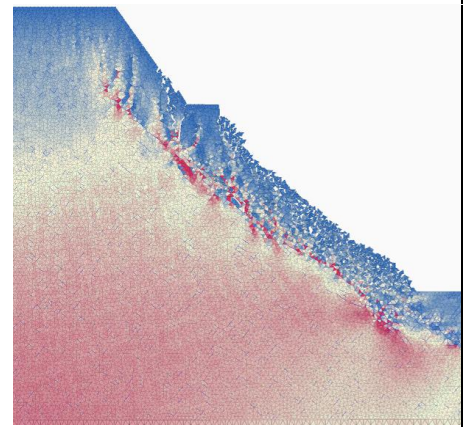
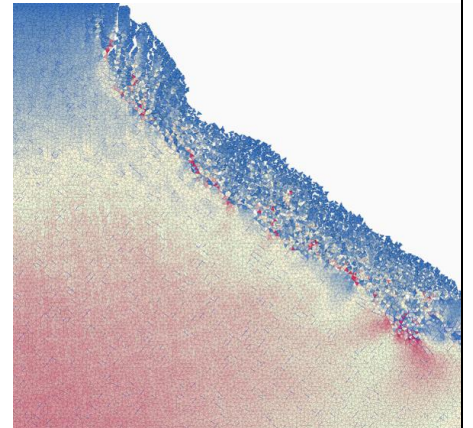
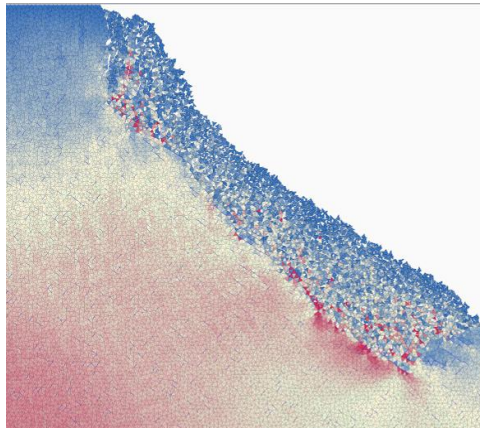
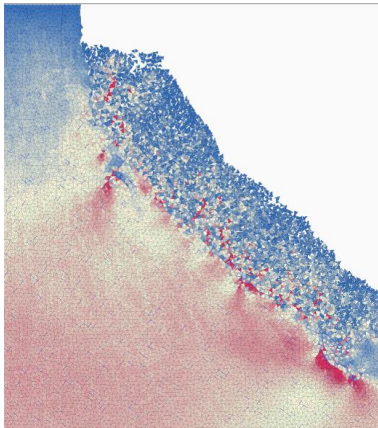


Рисунок 4.11 – Динамика разрушения участка борта
при углах наклона трещин -70° и 20°

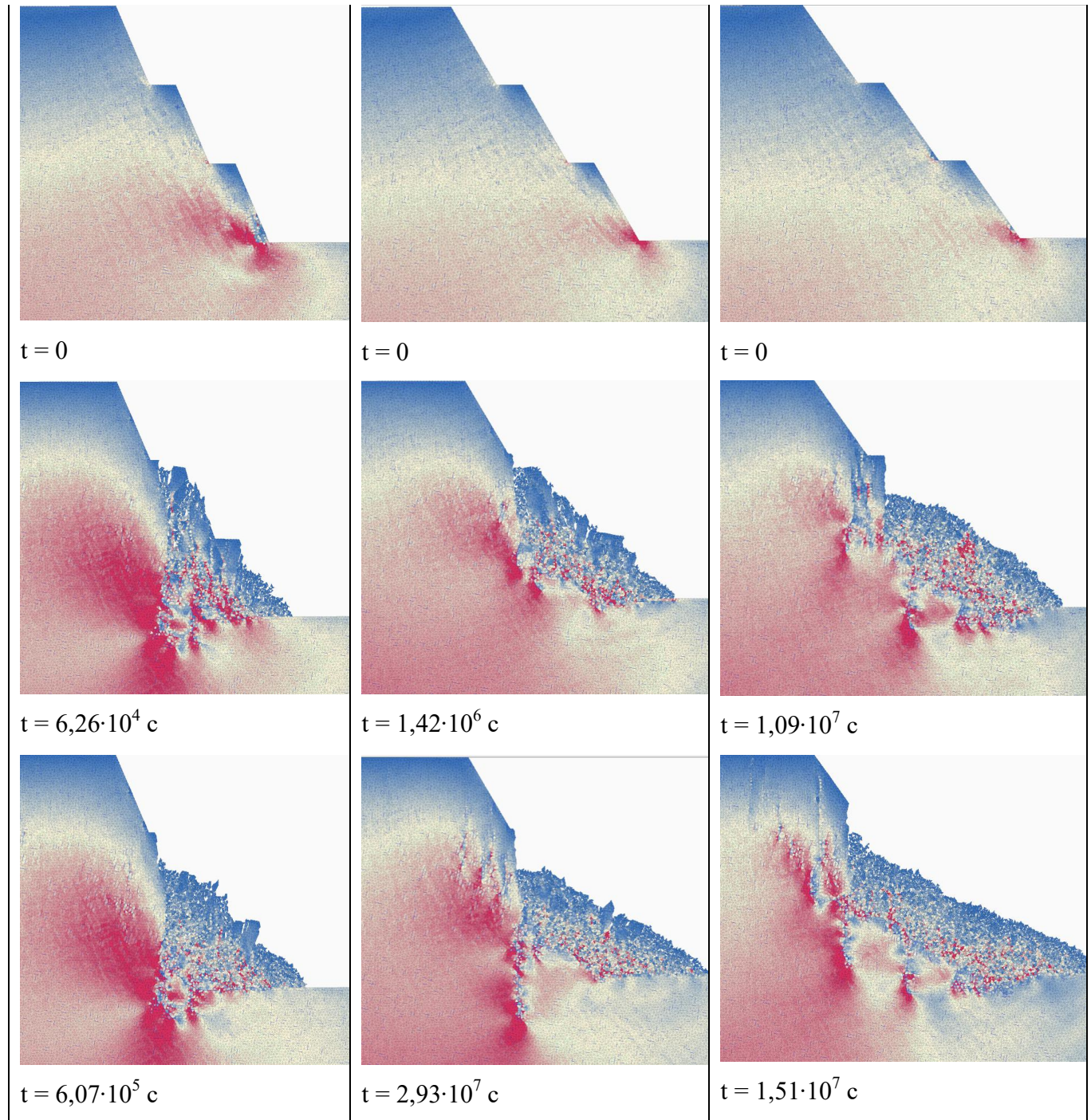
На рисунке 4.12 представлены изображения моделей с углами наклона трещин относительно горизонтали $\beta_1 = -40^\circ$ и $\beta_2 = 50^\circ$. Один год составляет примерно $3,15 \cdot 10^7$ с.


 $t = 0$

 $t = 0$

 $t = 0$

 $t = 8,90 \cdot 10^3 \text{ c}$

 $t = 3,24 \cdot 10^5 \text{ c}$

 $t = 3,36 \cdot 10^8 \text{ c}$

 $t = 2,61 \cdot 10^4 \text{ c}$

 $t = 3,74 \cdot 10^5 \text{ c}$

 $t = 3,36 \cdot 10^8 \text{ c}$


$t = 2,61 \cdot 10^4 \text{ c}$	$t = 3,80 \cdot 10^5 \text{ c}$	$t = 3,36 \cdot 10^8 \text{ c}$
$\alpha = 67^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 55^\circ$

Рисунок 4.12 – Динамика разрушения участка борта
при углах наклона трещин -40° и 50°

На рисунке 4.13 приведены изображения моделей, характеризующихся углами наклона трещин $\beta_1 = -10^\circ$ и $\beta_2 = 80^\circ$.



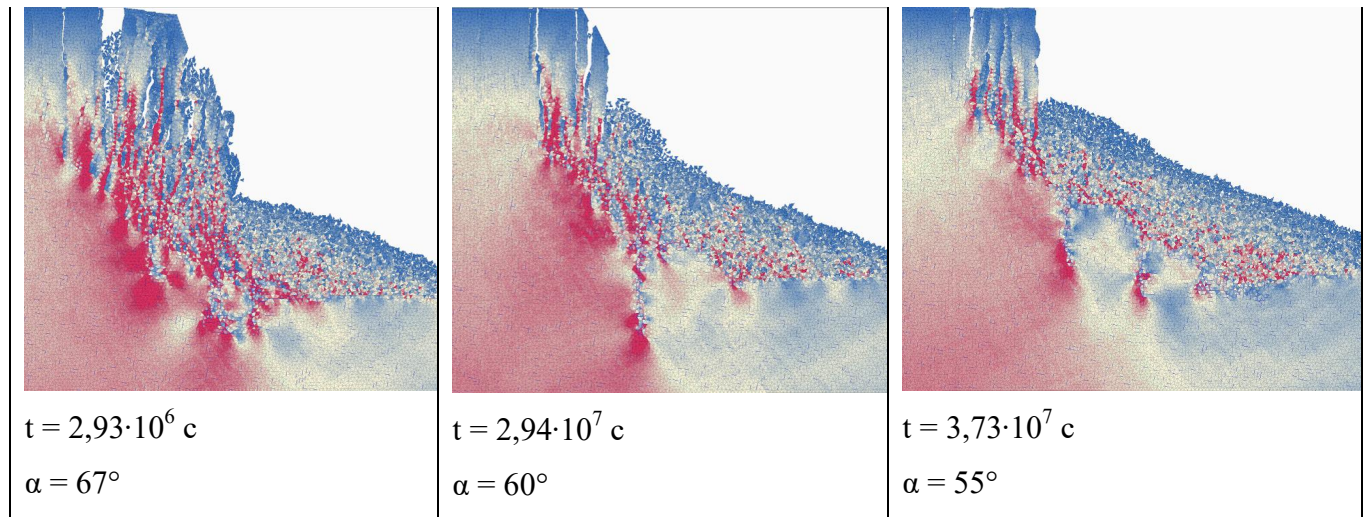


Рисунок 4.13 – Динамика разрушения участка борта
при углах наклона трещин -10° и 80°

Анализируя представленные данные можно сделать следующие выводы.

При уменьшении угла наклона откосов происходит увеличение длительности разрушения участка борта.

Направление падения трещин также влияет на длительность разрушения, а следовательно и на запас устойчивости участка борта.

В зависимости от угла наклона трещин изменяется форма обрушений. При наличии крутопадающих в обратном от выработки направлении трещин разрушение ожидаемо происходит в виде топлинга (обрушения с отрывом и разворотом отдельных слоев).

Перед окончательным разрушением участка борта (обрушением верхнего уступа) происходит частичное разрушение призмы упора, то есть нижнего уступа или нижних двух.

Разрушение призмы упора может начаться как непосредственно перед разрушением – при достижении времени, почти равного 100 % от длительности разрушения, так и задолго до него, в момент времени, равный 2,1 % от длительности разрушения.

Зона локальных разрушений зарождается в районе подошвы нижнего уступа, в области максимальных касательных напряжений. При образовании новых локальных разрушений происходит перераспределение максимальных

напряжений, которое в свою очередь приводит к ускорению процесса снижения прочности в зоне концентрации напряжений и дальнейшему образованию новых нарушений. Данный процесс изображен на рисунке 4.14. Зона концентрации наибольших касательных напряжений выделена окружностью оранжевого цвета.

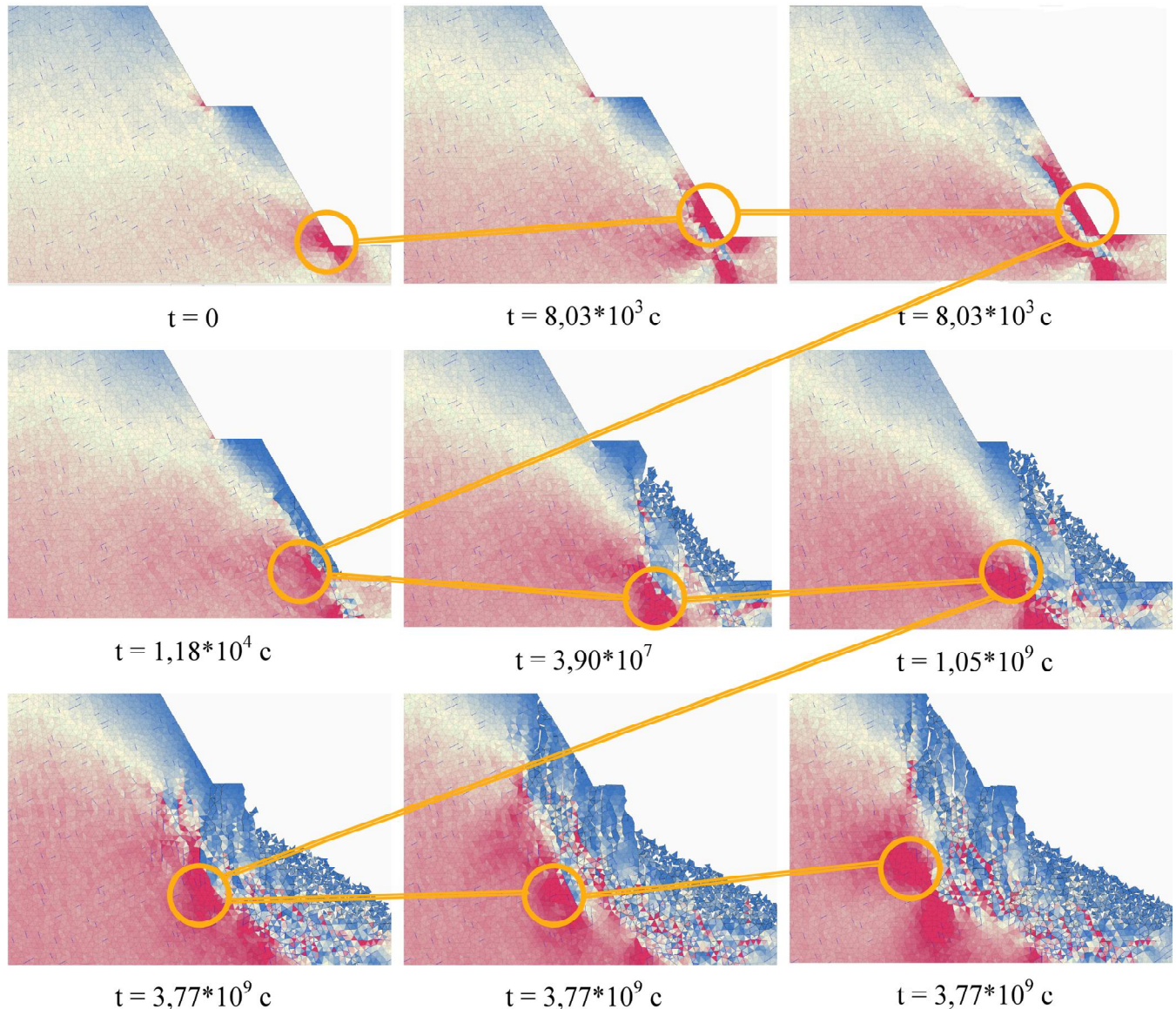


Рисунок 4.14 – Движение области концентрации касательных напряжений и рост зоны разрушений

При определенных условиях развитие зоны разрушений в течение длительного времени ($> 90\%$ длительности разрушения участка борта) не

приводит к возникновению видимых приповерхностных разрушений призмы упора, сопровождаясь только некоторым выпором в районе нижнего откоса.

4.3 Определение предельных параметров деформаций участка борта

Моделирование длительного деформирования участка борта выполнено для нахождения кинетических параметров деформаций, свидетельствующих о текущей стадии наблюдаемого деформационного процесса. К таким параметрам относят скорость, величину, ускорение сдвижения горных пород, которые устанавливаются маркшейдерскими наблюдениями.

На рисунке 4.15 представлены графики смещения узла, находящегося на бровке верхнего откоса. За начало отсчета на графиках принято положение элементной сетки после стабилизации модели, или, иначе говоря, после начальных мгновенных упруго-пластических деформаций. То есть на графиках представлены смещения участка борта с момента окончательного формирования выработки до ее разрушения.

Колебания на графиках вызываются изменением прочностных параметров модели, в соответствии с пунктом 4 схемы длительного деформирования в параграфе 3.4.

При угле заоткоски $\alpha = 67^\circ$ согласно расчету устойчивости методом предельного равновесия участок борта карьера должен характеризоваться коэффициентом запаса устойчивости $K_{зу} = 1,0$. Полученные результаты моделирования показали разрушение участка борта в течение времени от 7 часов до 347 суток при различных вариантах расположения систем трещин. Можно сказать, что полученные результаты близки к ожидаемым (например, согласно Временным методическим указаниям по управлению устойчивостью... [108] при коэффициенте запаса устойчивости от 1,0 до 1,1 стабильное состояние сохраняется от нескольких часов до нескольких месяцев).

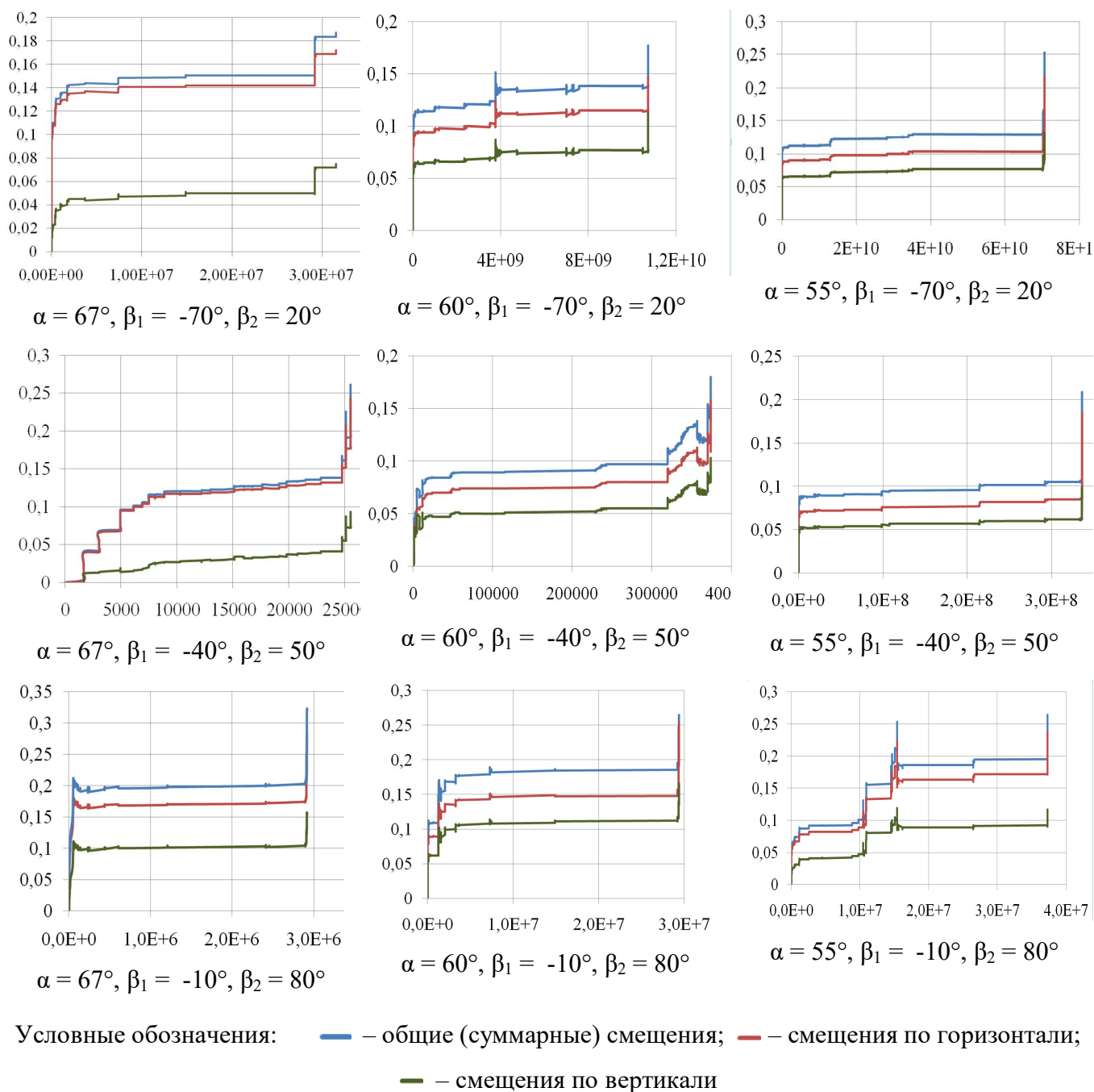


Рисунок 4.15 – Зависимость смещений от времени

В таблице 4.7 представлены предельные смещения узла, находящегося на берме верхнего откоса. В качестве предельных смещений приняты величины смещений, достигаемые к началу стадии прогрессирующего разрушения (третьей стадии ползучести).

По данным таблицы можно сделать следующие выводы.

Если в качестве предельных параметров деформаций принять смещение точек к началу третьей стадии ползучего деформирования, то сигнализировать о

начале опасных деформаций при данных инженерно-геологических условиях будет превышение величин смещений, представленных в таблице 4.6.

Таблица 4.7 – Предельные смещения точки на берме верхнего откоса

α	β_1	Общее смещение ΔD , мм	Горизонтальное смещение ΔX , мм	Вертикальное смещение ΔZ , мм
67°	-70°	151	145	51
	-40°	137	132	41
	-10°	201	172	104
60°	-70°	139	115	76
	-40°	110	90	62
	-10°	186	148	112
55°	-70°	129	104	77
	-40°	106	85	62
	-10°	193	171	90

Общая величина предельных смещений варьируется незначительно и составляет от 11 до 21 см.

Существование зависимости величин предельных смещений от углов откосов, а значит и коэффициента запаса устойчивости подтверждается. В общем случае с выполаживанием участка борта карьера величины предельных смещений уменьшаются.

Также можно отметить изменение величины предельных смещений в зависимости от угла падения трещин. Наименьшие величины предельных смещений наблюдаются при наиболее неблагоприятном расположении трещин – при падении под углом 40° в направлении выработанного пространства. Наибольшие же значения получены при наличии трещин, круто падающих в обратном от выработанного пространства направлении.

Известно, что зачастую измерение общей величины смещений при маркшейдерских наблюдениях не представляется возможным из-за сложности

обеспечения сохранности реперов наблюдательной станции, поэтому по данным наблюдений проще выполнять определение скоростей и направлений смещений.

Изменение направлений смещения точки на берме верхнего уступа в течение второй и третьей стадии описывается на рисунке 4.16. Зеленым цветом выделены смещения второй стадии ползучести, оранжевым – третьей.

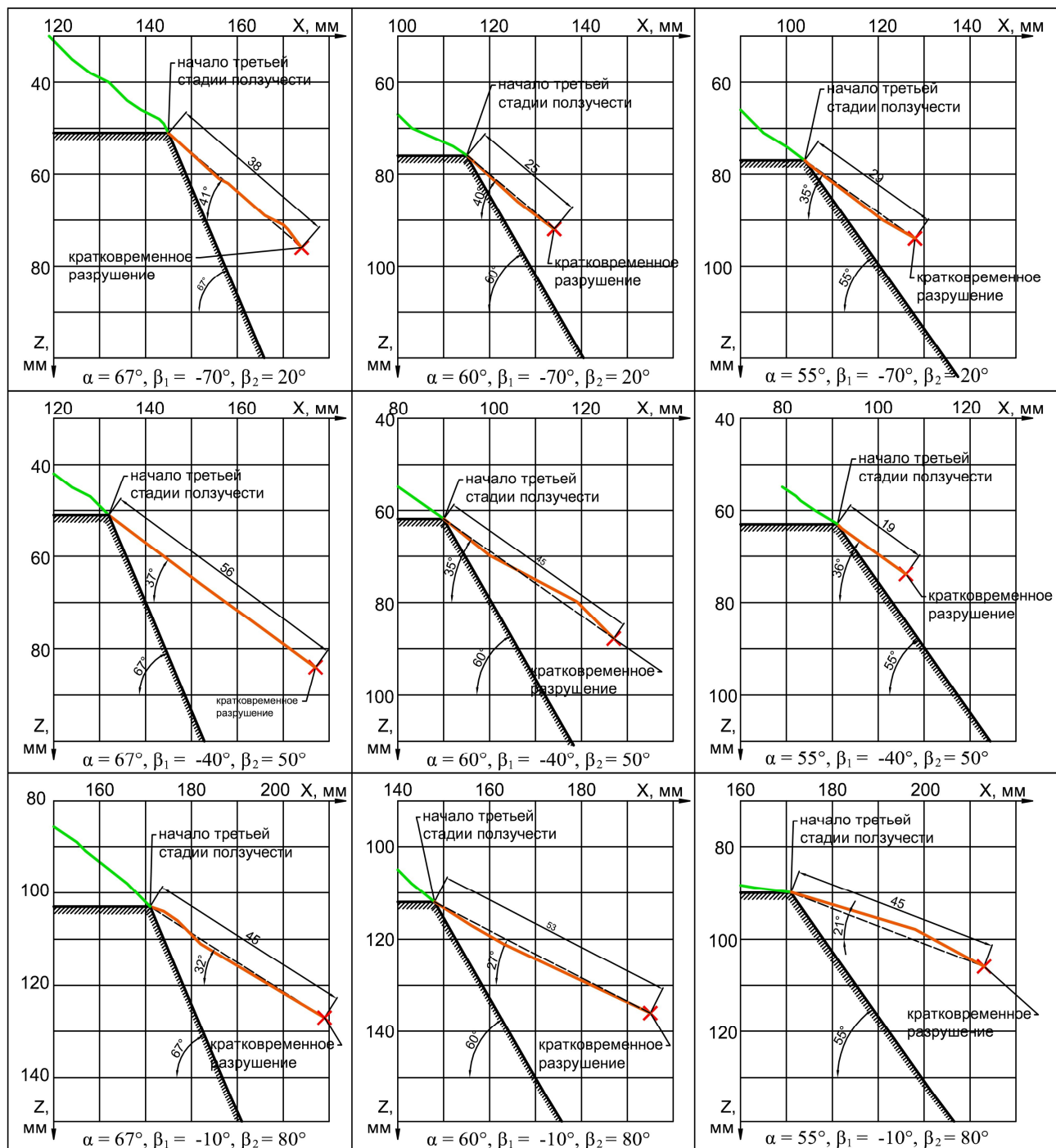


Рисунок 4.16 – Вектора смещений в конце второй и начале третьей стадий

Представленные на рисунке 4.16 данные позволяют сделать вывод, что с началом прогрессирующего разрушения направление смещений не претерпевает изменений, то есть направление смещений невозможно использовать для определения степени опасности наблюдаемых смещений.

Однако следует отметить, что направление смещений во второй и третьей стадиях зависит как от ориентации систем трещин, так и от угла наклона участка борта карьера. С выполаживанием участка борта наблюдается уменьшение наклона векторов смещений относительно горизонтали.

Следовательно, моделирование представленным способом можно использовать для интерпретации наблюдаемых на реальных объектах смещений и определения по данным наблюдений механизма разрушения.

Большой практический интерес представляют предельные скорости смещений. Анализ результатов выполненных симуляций позволил получить величины предельных скоростей смещений, представленные в таблице 4.8. В качестве предельных скоростей приняты скорости смещений минимум за месяц до разрушения. Если длительность третьей стадии составляет меньше месяца, предельная скорость не приводится.

Таблица 4.8 – Предельные скорости смещений бермы верхнего откоса

α	β_1	Скорость смещений во второй стадии, мм/сут	Средняя скорость в третьей стадии, мм/сут	Предельные скорости смещений, мм/сут
67°	-70°	0,043	0,600	0,6
	-40°	73	3040	—
	-10°	0,166	15,1	—
60°	-70°	$2,1 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	0,06
	-40°	4,0	53,0	—
	-10°	0,047	0,9	0,9
55°	-70°	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$9,6 \cdot 10^{-4}$	$9,6 \cdot 10^{-4}$
	-40°	$5,2 \cdot 10^{-3}$	0,16	0,16
	-10°	0,040	0,9	0,9

Анализируя таблицу 4.7, можно сделать вывод, что предельная скорость смещений не является постоянной величиной и изменяется в зависимости от длительности разрушения, а значит и коэффициента запаса устойчивости. Чем больше запас устойчивости, тем меньше величина предельной скорости.

Выводы

Представлена и апробирована методика определения механических параметров для моделирования геомеханических процессов в скальных массивах по данным инженерно-геологических изысканий, обеспечивающая учет влияния масштабного фактора и геометрии трещиноватости.

Полученные моделированием методом конечно-дискретных элементов данные соответствуют ожидаемым по итогам расчета методом предельного равновесия.

Изучен механизм развития пластических деформаций в массиве при развитии длительных разрушений. Показано, что зона локальных разрушений зарождается в районе подошвы нижнего уступа, в области максимальных касательных напряжений. При образовании новых локальных разрушений происходит перераспределение максимальных напряжений, которое в свою очередь приводит к ускорению процесса снижения прочности в зоне концентрации напряжений и дальнейшему образованию новых нарушений.

Перед обрушением участка борта карьера происходит частичное разрушение призмы упора, то есть нижнего уступа или нижних двух. При определенных условиях развитие зоны разрушений вплоть до обрушения участка борта карьера не приводит к возникновению видимых приповерхностных разрушений призмы упора, сопровождаясь только некоторым выпором в районе нижнего откоса.

От направления падения трещин зависит длительность разрушения, а значит запас устойчивости участка борта. В зависимости от угла наклона трещин изменяется механизм разрушения.

На основе результатов вычислений для участка борта карьера Юбилейный выполнен анализ динамики деформирования и определены предельные значения параметров деформаций, свидетельствующие о начале третьей стадии процесса ползучести.

Предельные смещения по данным моделирования составили от 11 до 21 см.

Существование зависимости величин предельных смещений от углов откосов, а значит и коэффициента запаса устойчивости подтверждается. В общем случае с выполаживанием участка борта карьера величины предельных смещений уменьшаются.

Величины предельных смещений изменяются также в зависимости от угла падения трещин. Наименьшие величины предельных смещений наблюдаются при наиболее неблагоприятном расположении трещин – при падении под углом 40° в направлении выработанного пространства. Наибольшие же значения получены при наличии трещин, круто падающих в обратном от выработанного пространства направлении.

С началом прогрессирующего разрушения направление смещений не изменяется и остается таким же, как и во второй стадии, то есть по направлению смещений определить степень опасности наблюдаемых смещений невозможно.

Однако направление смещений зависит от ориентации систем трещин и угла наклона участка борта карьера. С выполаживанием участка борта наблюдается уменьшение наклона векторов смещений.

Предельная скорость смещений изменяется в зависимости от длительности разрушения, а значит и коэффициента запаса устойчивости. Чем больше запас устойчивости, тем меньше величина предельной скорости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертация является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение задачи исследования кинетики деформаций массива горных пород с использованием метода конечно-дискретных элементов, имеющей значение для повышения эффективности маркшейдерских наблюдений за деформациями горно-технических сооружений.

Основные результаты проведенных исследований заключаются в следующем.

1. Для решения задачи выполнено изучение существующих способов определения предельных параметров деформаций массивов горных пород, в результате которого обоснована возможность применения численных методов механики для расчета предельных параметров. Выполнено сравнение существующих численных методов механики горных пород, для выполнения исследований принят метод конечно-дискретных элементов.

2. После изучения математического аппарата метода поставлены задачи, решение которых необходимо для разработки модели с длительным снижением прочности и для реалистичного моделирования геомеханических процессов.

3. Исследованы современные представления о процессе длительного деформирования горных пород. Установлены закономерности, которые необходимо учесть при разработке модели. На основе найденных данных разработан алгоритм снижения длительной прочности горных пород со временем. При расчетах данным алгоритмом длительная прочность зависит от времени, начальной прочности и соотношения действующего напряжения и кратковременной прочности. Предложенный алгоритм позволяет оперировать напряжениями с изменяющимися значениями. Для расчета учитываются напряжения, действующие в трещинных элементах, то есть в модели используются напряжения *in situ*.

4. Разработана программа-процессор метода конечно-дискретных элементов. Программа работает на графических устройствах общего назначения,

что позволило значительно улучшить дискретизацию элементной сетки и длительного времени. В программе реализованы несколько алгоритмов, необходимых для реалистичного моделирования деформирования массивов горных пород. Выполнена проверка алгоритмов и осуществлены предварительные расчеты для проверки разработанной программы, после чего поставлены и решены задачи по дальнейшему ее совершенствованию.

5. Алгоритм принудительной стабилизации элементной сетки позволил значительно уменьшить ее колебания, что позволило ускорить стабилизацию сетки и уменьшить колебания напряжений в трещинных элементах. Реализован новый алгоритм постпредельного деформирования, основанный на эмпирических данных Бартон. Реализовано новое условие разрушения трещинных элементов, которое обеспечило более точное сдвиговое деформирование трещинных элементов.

6. Разработана программа-постпроцессор метода конечно-дискретных элементов. В постпроцессоре реализованы функции, необходимые для выполнения анализа динамики деформирования.

7. Предложена методика определения параметров модели при расчетах геомеханических процессов методом конечно-дискретных элементов. Выполнена проверка методики и разработанной программы сравнением результатов расчетов длительного разрушения участка борта карьера Юбилейный с результатами оценки устойчивости методом предельного равновесия.

8. Выполнен анализ результатов расчетов, в том числе определены предельные параметры деформаций участка борта карьера Юбилейный при различных вариантах трещиноватости и геометрии борта, изучен механизм формирования поверхности (зоны) разрушений при длительном разрушении участка борта. Выявлено, что распространение локальных разрушений начинается в районе основания участка борта, после чего происходит перемещение области концентрации максимальных касательных напряжений вглубь массива. Смещение области концентрации напряжений происходит в результате роста зоны разрушений.

9. Для участка борта карьера, сформированного в зоне региональной трещиноватости месторождения Юбилейное, рассчитаны предельные смещения, сигнализирующие о начале третьей стадии ползучего разрушения. Полученные величины предельных смещений лежат в интервале от 11 до 21 см. Предельные смещения становятся меньше с уменьшением угла заоткоски. Также выявлена зависимость величин предельных смещений от направления падения систем трещин.

10. Выявлено отсутствие изменения направлений смещений при переходе со второй в третью стадию ползучести. Вместе с тем выявлено существование зависимости направлений смещений от пространственного расположения систем трещин и угла наклона участка борта.

СПИСОК ТЕРМИНОВ

Временной шаг (англ. *time step*, TS) – отрезок времени, по истечении которого рассчитывается новое положение узлов элементной сетки с учетом векторов скоростей.

Временной интервал – отрезок длительного времени, для которого рассчитывается изменение прочностных параметров трещинных элементов. Используется в схеме со снижением прочности со временем.

Вязкостное демпфирование (англ. *viscous damping*) – механизм, обеспечивающий стабилизацию элементной сети посредством снижения скоростей узлов элементов.

Дисконтинуум (сыпучая, дискретная, зернистая среда, англ. *discontinuum*) – среда, характеризующаяся наличием разрывов сплошности. Также иногда (в иноязычной литературе) сам разрыв.

Длительные деформации (англ. *long-term, long-time deformations*) – деформации, протекающие в течение больших отрезков времени, за которые происходит изменение свойств горных пород и проявляется ползучесть.

Зона разрушения – зона вокруг поверхности разрушения, формирующейся при обрушении уступа или борта карьера.

Квазиползучесть – длительное пластическое деформирование горных пород, которым не свойственна истинная ползучесть (скальных, полускальных).

Метод конечно-дискретных элементов (метод комбинированных конечных и дискретных элементов, англ. *combined finite-discrete element method*, FDEM) – численный метод механики дискретной среды, разработанный А. Муньизой и др, обеспечивающий возможность моделирования упругого деформирования, сложного разрушения и взаимодействия отдельных тел неправильной формы.

Параметр штрафа (параметр штрафных функций, англ. *penalty parameter*) – параметр, используемый в методе конечно-дискретных элементов с применением метода штрафных функций, который отвечает за расчет сил, действующих на узлы при контактном взаимодействии конечных элементов.

Запредельное деформирование (запредельное деформирование, англ. *strain softening*) – деформационный процесс, сопровождающийся снижением напряжений связи с увеличением смещения после превышения прочности горных пород.

Принудительная стабилизация – ускоренное приведение динамической системы (элементной сетки) в состояние покоя.

Предельные параметры деформаций – кинетические параметры деформационного процесса, свидетельствующие о начале третьей стадии ползучести. Их превышение свидетельствует об опасности разрушения в дальнейшем массива.

Предельное смещение – величина смещений определенного участка массива горных пород (например, бровки уступа), свидетельствующая о начале третьей стадии ползучести.

Состояние покоя (англ. *state of the rest*) – состояние динамической системы, близкое к статическому равновесию. При наступлении состояния покоя выполняется пересчет прочностных свойств трещинных элементов в модели с длительным снижением прочности.

Трещинный элемент (англ. *joint element, crack element*) – четырехугольный элемент, соединяющий треугольные конечные элементы, которому характерен сложный механизм разрушения. Аналог контакт-элемента в методе конечных элементов, отличающийся возможностью разрушения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hoek, E. Fundamentals of slope design. Keynote address at Slope Stability 2009. – Santiago, 2009. – 26 p.
2. Potyondy D.O. Simulating stress corrosion with a bonded-particle model for rock // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2007. – № 44(5). – P. 677-691.
3. Kemeny J. Time dependent drift degradation due to the progressive failure of rock bridges along discontinuities // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2005. – № 42. – P. 35-46.
4. Damjanac B. Mechanical degradation of emplacement drifts at Yucca Mountain – A modeling case study / Damjanac B., Board M., Lin M., Kicker D., Lemm, J. // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2007. – № 44(5). – P. 677-691.
5. Методические указания по наблюдениям за деформациями бортов разрезов и отвалов, интерпретации их результатов и прогнозу устойчивости / Фисенко Г.Л., Мочалов А.М., Гавриленко Ю.Н., Фомичев Л.В., Сапожников В.Т., Созыкин Г.В., Рейзвих С.Р. – Л.:ВНИМИ, 1987. – 113 с.
6. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов. – М.: Высшая школа, 1978. – 447 с.
7. Инструкция по наблюдениям за деформациями бортов, откосов уступов и отвалов на карьерах и разработке мероприятий по обеспечению их устойчивости / под ред. Фисенко Г.Л. – Л.: ВНИМИ, 1971. – 186 с.
8. Сапожников В.Т. Характер деформирования бортов уральских разрезов в околопредельном состоянии / Сапожников В.Т., Ким Д.Н., Афанасьев Б.Г. // Труды ВНИМИ. – 1985. – С 64-71.
9. Туринцев Ю.И. Геомеханические основы прогноза устойчивости карьерных откосов // Изв. вузов. Горный журнал. – 1992. – № 9. – С.84-87.
10. Мочалов А.М. Оценка устойчивости бортов карьеров по наблюдаемым деформациям // Труды ВНИМИ. – 1985. – С. 42-52.

11. Мочалов А.М. Прогнозирование деформаций прибортовых массивов карьеров по результатам наблюдений и моделирования откосов // Труды ВНИМИ. – 1991. – С. 119-124.
12. Абрамов Б.К. Результаты моделирования откосов при наличии тектонических нарушений / Абрамов Б.К., Ташкинов Ю.К., Афанасьев Б.Г. // Научные труды института Унипромедь. Совершенствование технологии добычи и обогащения руд цветных металлов. – Свердловск: Унипромедь, 1983. – С. 47-51.
13. Reik C. The Use of equivalent models in slope stability investigation / Reik C., Teutsch Chr. // Int. J. Rock. Min. Sci. & Geomech. Abstr. – 1976. – № 13. – P. 321-330.
14. Фисенко Г.Л. Исследование деформационных свойств горных пород применительно к оценке устойчивости бортов карьеров / Фисенко Г.Л., Мочалов А.М., Веселков В.И. // Труды ВНИМИ. – 1973. – №89. – С. 164-173.
15. Кашников Ю.А. Численная модель для расчета напряженно-деформированного состояния горного массива и земной поверхности при добыче калийных руд / Кашников Ю.А., Ашихмин С.Г. // Маркшейдерский вестник. – 2002. – № 3. – С. 41-46.
16. Gioda G. A finite element solution of non-linear creep problems in rocks // Int. J. Rock Mech. & Min. Sci. & Geom. Abst. – 1981. – № 18. – P. 35–46.
17. Desai, C. Constitutive modeling and analysis of creeping slopes / Desai, C., Samtani, N., and Vulliet, L. // J. Geotech. Engrg. – 1995. – № 121(1).
18. UDEC – Universal Distinct Element Code, Ver. 6.0. / Itasca Consulting Group, Inc. – Minneapolis: Itasca, 2014.
19. Amitrano D. Brittle creep, damage and time to failure in rocks / Amitrano D., Helmsetter A. // Journal of Geophysical Research B: Solid Earth. – 2006. – № 111.
20. Malan D. F. Simulating the time-dependent behaviour of excavations in hard rock // Rock Mech. Rock Engng. – 2002. – № 35 (4). – P. 225-254.
21. Eberhardt E. Numerical analysis of initiation and progressive failure in natural rock slopes – the 1991 Randa rockslide / E. Eberhardt, D. Stead, J.S. Coggan // Int. J. Rock Mech. and Min. Sci. & Geom. Abst. – 2004. – № 41(1). – P. 69-87.

22. Long-term geomechanical stability analysis [e-book] / ITASCA CG. – 2011. – 139 p.
23. Stead D. Developments in the characterization of complex rock slope deformation and failure using numerical modelling techniques / D. Stead, E. Eberhardt, J.S. Coggan // *Eng. Geol.* – 2006. – № 83(1-3). – P. 217-235.
24. Lisjak A. A review of discrete modeling techniques for fracturing processes in discontinuous rock masses / A. Lisjak, G. Grasselli // *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering.* – 2014. – № 6. – P. 301-314.
25. Elmo D. Evaluation of a hybrid FEM/DEM approach for determination of rock mass strength using a combination of discontinuity mapping and fracture mechanics modelling, with particular emphasis on modelling of jointed pillars. PhD Thesis. – Exeter: University of Exeter, 2006. – 282 p.
26. Jing L. A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering // *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* – 2003. – № 40. – P. 283-353.
27. Goodman R. A model for the mechanics of jointed rock / Goodman, R., Taylor, R., and Brekke, T. // *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division.* – 1968. – P. 637-660.
28. Cundall, P. A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems // *Proceedings of International Symposium on Rock Mechanics*, volume I. – Nancy, France. – 1971.
29. Cundall, P. A discrete numerical model for granular assemblies / Cundall, P., Strack, O. // *Geotechnique.* – 1979. – № 29 (1114). – P. 47-65.
30. Lemos, J.V. A generalized distinct element program for modeling jointed rock mass: a keynote lecture / Lemos, J.V., Hart, R.D., and Cundall, P.A. // *International symposium on fundamentals of rock joints.* – Bjorkliden, Sweden. – 1985.
31. *Proceedings of the 2nd International Conference on Discrete Element Methods (DEM).* / Williams, J.R. and Mustoe, G.G., editors. – Massachusetts Institute of Technology. – 1993.

32. Shi G.H. Discontinuous deformation analysis; a new method for computing stress, strain and sliding of block systems / Shi G.H., Goodman R.E. // 29th U. S. symposium on Rock Mechanics. – Minneapolis. – 1988. – P. 381-393.
33. Potyondy D.O. A bonded-particle model for rock / Potyondy, D.O., Cundall, P. // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2004. – № 41 (8 SPEC.ISS.). – P. 1329-1364.
34. Potyondy D.O. A flat-jointed bonded-particle material for hard rock // Proceedings of the 46th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. –Chicago: ARMA, 2012.
35. Mas Ivars D. The synthetic rock mass approach for jointed rock mass modeling / Mas Ivars D., Pierce M.E., Darcel C., Reyes-Montes J., Potyondy D.O., Young R.P., Cundall P.A. // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2011. – № 48(2). – P. 219-244.
36. Munjiza A. A combined finite-discrete element method in transient dynamics of fracturing solids / Munjiza A., Owen D.R.J. and Bicanic N. // Engineering Computations. – 1995. – № 12. – P. 145-174.
37. Munjiza A. NBS contact detection algorithm for bodies of similar size / Munjiza A., Andrews K.R.F. // International journal for numerical methods in engineering. – 1998. – № 43. – P. 131-149.
38. Munjiza A. Combined single and smeared crack modeling combined finite-discrete element analysis / A. Munjiza, K. R. F. Andrews, J. K. White // International journal for numerical methods in engineering. – 1999. – № 44. – P. 41-57.
39. Munjiza A. The combined finite-discrete element method. – Chichester: John Wiley & Sons Ltd. – 2004. – 350 p.
40. PFC 5.0 Itasca Consulting Group, Ver. 5.0. / Itasca Consulting Group, Inc. – Minneapolis: Itasca, 2014.
41. Smilauer V. Yade documentation / Smilauer V., Catalano E., Chareyre B., Dorofeenko S., Duriez J., Gladky A., Kozicki J., Modenese C., Scholtès L., Sibille L., Stránský J., Thoeni K. – URL:<http://yade-dem.org/doc/>. – 2010.

42. Munjiza A. The Virtual Geoscience Workbench, VGW: Open Source Tools for Discontinuous Systems / Munjiza A., Xiang J., Garcia X., Latham J.P., Schiava D'Albano G.G., John N. W. M. // *Particuology*. – 2010. – № 8. – P. 100–105.

43. ELFEN Rockfield Software Ltd. – 2005. – URL: <http://www.rockfield.co.uk/elfen.htm>.

44. Coggan J.S. Numerical modelling of brittle rock failure using a combined finite-discrete element approach: implications for rock engineering design / Coggan J.S., Pine R.J., Stead D. and Rance J.M. // *Proc. of 10th Congress of the ISRM Technology Roadmap for Rock Mechanics*. – 2003.

45. Klerck P.A. Discrete fracture in quasi-brittle materials under compressive and tensile stress states / Klerck P.A., Sellers E.J. and Owen D.R.J. // *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* – 2004. – № 193. – P. 3035-3056.

46. Yan M. Numerical modelling of brittle fracture and step-path failure: from laboratory to rock slope scale: PhD thesis: – Vancouver. – 2008. – 330 p.

47. Vyazmensky A. Combined Finite-discrete Element Modelling of Surface Subsidence Associated With Block Caving Mining / A. Vyazmensky, D. Elmo, D. Stead, J.R. Rance // *Proc. of 1st Canada - U.S. Rock Mechanics Symposium*. – Vancouver, 2007.

48. Pine R.J. A hybrid approach to modelling blocky rock masses using a discrete fracture network and finite / discrete element combination / Pine R.J., Coggan J.S., Flynn Z.N., Ford N.T. and Gwynn X.P. // *41st U.S. Rock Mechanics Symposium*. – Golden, Colorado. – 2006.

49. Lisjak A. Numerical modelling of the anisotropic mechanical behaviour of Opalinus Clay at the laboratory-scale using FEM/DEM. / Lisjak A, Tatone BSA, Grasselli G, Vietor T // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. – 2014. – № 47(1). – P. 187-206.

50. Smoljanovic H. A combined finite-discrete element analysis of dry stone masonry structures / Smoljanovic H., Zivaljic N, Nikolic Z. // *Engineering Structures*. – 2013. – № 52. – P. 89-100.

51. Mahabadi O.K. An example of realistic modeling of rock dynamics problems: FEM/DEM simulation of dynamic Brazilian test on Barre granite / Mahabadi O.K., Cottrell B.E., and Grasselli G. // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. – 2010. – № 43. – P. 707–716.

52. Rougier E. The combined finite-discrete element method applied to the study of rock fracturing behaviour in 3d / Rougier E., Knight E.E., Sussman A.J., Swift R.P., Bradley C.R. // *Proceedings of the 45th US Rock Mechanics / Geomechanics Symposium*. – San Francisco. – 2011.

53. Munjiza A. Penalty function method for combined finite-discrete element systems comprising large number of separate bodies / Munjiza A., Andrews K.R.F. // *International journal for numerical methods in engineering*. – 2000. – № 49. – P. 131-149

54. Labuz, J.F. Experimental analysis of crack propagation in granite / Labuz, J.F., Shah, S.P., Dowding, C.H. // *International journal of rock mechanics and mining sciences and geomechanics abstracts*. – 1985. – № 22. – P. 85-98

55. Шашенко А.Н. Деформируемость и прочность массивов горных пород [Монография] / Шашенко А.Н., Сдвижкова Е.А., Гапеев С.Н. – Днепропетровск: НГУ, 2008. – 224 с.

56. Evans, R. Microcracking and stress-strain curves for concrete in tension / Evans, R., Marathe, M. // *Materials and Structures*. – 1968. – №1. – P. 61-64.

57. Lisjak, A. Numerical simulation of acoustic emission in brittle rocks by two-dimensional finite-discrete element analysis / Lisjak, A., Liu, Q., Zhao, Q., Mahabadi, O.K., Grasselli, G. // *Geophysical Journal International*. – 2013. – № 195. – P. 423-443.

58. Hillerborg, A. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements / Hillerborg, A., Modeer, M., Petersson, P.E. // *Cement and Concrete Research*. – 1976. – № 6. – P. 773-781.

59. Jaeger J.C. Fundamentals of rock mechanics / J.C. Jaeger, N.G.W. Cook, and R.W. Zimmerman. – 4th ed. – Blackwell Publishing, 2007. – 487 p.

60. Dusseault M.B. Time-dependent behavior of rocks / Dusseault M.B., Fordham C.J. // *Comprehensive rock engineering*, Hudson, J.A. (ed.). – Pergamon Press, 1993. – Vol.3. – P. 119-149.
61. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
62. Glamheden R. Creep in jointed rock masses. State of knowledge [Study report] / Glamheden R., Hökmark H. – Stockholm: SKB, 2010. – 44 p.
63. Schwartz C.W. The influence of stress level on the creep of unfilled rock joints/ Schwartz C.W., Kolluru S. // *Proceedings of the 25th U.S. Symposium on Rock Mechanics*. – 1982. – P. 333-340.
64. Rummel F. Fracture and flow of rocks and minerals // *Numerical data and functional relationships in Science and Technology. Vol 1b. Physical properties of rocks*. Angenheister G (ed). Heidelberg: Springer, 1982. – P. 141-233.
65. Bowden R.K. Time-dependent behaviour of joints in shale / Bowden R.K., Curran J. H. // *Rock mechanics in productivity and production: proceedings of the 25th U.S. Symposium on Rock Mechanics*. – Evanston: Northwestern University, 1984. – P. 320-327.
66. Höwing K. D. Time-dependent shear deformation of filled rock joints: a keynote lecture / Höwing K.D., Kutter H.K. // *Fundamentals of rock joints: proceedings of the international Symposium on Fundamentals of Rock Joints*. – Björkliden, Sweden: 1985. – P. 113-122.
67. Ladanyi B. Time-dependent response of rock around tunnels // Fairhurst C (ed). *Comprehensive rock engineering: principles, practice & projects. Vol. 2, Analysis and design methods*. – Oxford: Pergamon, 1993. – P. 77-112.
68. Pusch R. Mechanisms and consequences of creep in the nearfield rock of a KBS-3 repository /Pusch R., Hökmark H. – Stockholm: SKB, 1992.
69. Scholz C. Static fatigue of quartz // *J. Geophys. Res.* – 1972. – №77 (11). – P. 2104-2114.

70. Kirby S.H. Inelastic properties of rocks and minerals: strength and rheology / Kirby S.H., McCormick J.W. // Handbook of physical properties of rocks. Vol III. – 1984. – P. 146-151.
71. Martin C.D. Seventeenth Canadian Geotechnical Colloquium: The effect of cohesion loss and stress path on brittle rock strength // Canadian Geotechnical Journal. – 1997. – № 34. – P. 698-725.
72. Ильин А.И. Управление долговременной устойчивостью откосов на карьерах / Ильин А.И., Гальперин А.М., Стрельцов В.И. – М.: Недра, 1985. – 248 с.
73. Фисенко Г.Л. Правила обеспечения устойчивости откосов на угольных разрезах / Фисенко Г.Л., Пустовойтова Т.К., Мочалов А.М. и др. – СПб.: ВНИМИ, 1998. – 208 с.
74. Martin, C.D. The progressive fracture of Lac du Bonnet granite / Martin C.D., Chandler N.A. // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts. – 1994. – № 31(6). – P. 643-659.
75. Damjanac B. Evidence for a long-term stress threshold in crystalline rock / Damjanac B., Fairhurst C. // Rock mechanics and rock engineering. – 2010. – №43. – P. 513-531.
76. Баклашов И.В. Геомеханика: учебник для вузов. В 2 т. – М.: Издательство Московского государственного горного университета, 2004. – Т.1. Основы геомеханики. – 208 с.
77. Wiederhorn S. M. Stress corrosion and static fatigue of glass / Wiederhorn S. M., Bolz L. H. // Journal of American Ceramic Society. – 1970. – № 50.
78. Charles R. The static fatigue of glass // Journal of Applied Physics. – 1958. – № 29. – P. 1549-1560.
79. Зарецкий Ю.К. Вопросы структурной механики глинистых грунтов / Зарецкий Ю.К., Вялов С.С. // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1971. – № 3. – С. 1-5.

80. Xu T. et al. Modelling the time-dependent rheological behavior of heterogenous brittle rocks // *Geophysical Journal International*. – 2012. – № 189(3). – P. 1781-1796.
81. Schmidtke R.H. The long-term strength of Lac du Bonnet granite / Schmidtke R.H., Lajtai E.Z. // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*. – 1985. – № 22. – P. 461-465
82. Baud P. Damage accumulation during triaxial creep of darley dale sandstone from pore volumetry and acoustic emission / Baud P., Meredith P. // *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.* – 1997. – № 34(3-4). – P. 1–8.
83. Nyungu D. Time-dependent tensile strengths of Bushveld Complex rocks and implications for rock failure around mining excavations / Nyungu D., Stacey T.R. // *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*. – 2014. – № 114. – P. 765-772.
84. Amadei B. Creep behaviour of rock joints / Amadei B., Curran J.H. // *Underground rock engineering: 13th Canadian Rock Mechanics Symposium. Transactions of the Canadian Institute of Mining and Metallurgy*. – 1982. – P. 146-150.
85. Malan D.F. Shear creep of discontinuities in hard rock surrounding deep excavations / Malan D.F., Drescher K., Vogler U.W.// *Mechanics of jointed and faulted rock: proceedings of the third International Conference on Mechanics of Jointed and Faulted Rock*. – Rotterdam: Balkema, 1998. – P. 473-478.
86. Solberg P.H. Experimental fault creep under constant differential stress and high confining pressure / Solberg P.H., Lockner D.A., Summers R.S., Weeks J.D., Byerlee J.D.// *Proceedings of the 19th U.S.Symposium on Rock Mechanics*. – Reno: University of Nevada, 1978. – P. 118-121.
87. Papaliangas T. Shear strength of modeled filled rock joints / Papaliangas T., Lumsden A.C., Hencher S.R., Manolopoulou S. // Barton N., Stephansson O. (eds). *Rock joints: proceedings of the International Symposium on Rock Joints*. – Rotterdam: Balkema, 1990. – P. 275-282.

88. Pereira J.P. Shear strength of filled discontinuities // Barton N., Stephansson O. (eds). Rockjoints: proceedings of the International Symposium on Rock Joints. – Rotterdam: Balkema, 1990. – P. 283-287.

89. Афанасьев Б.Г. Исследование реологических свойств горных пород и их учет при оценке устойчивости бортов карьеров: дисс. ... к.т.н. – Свердловск, 1974. – 129 с.

90. Mahabadi O.K. Investigating the influence of micro-scale heterogeneity and microstructure on the failure and mechanical behaviour of geomaterials. PhD Thesis. – Toronto: UofT, 2012. – 252 p.

91. Barton N. Review of predictive capabilities of JRC-JCS model in engineering practice / Barton N., Bandis S. // Rock Joints. – 1990. – P. 603-610.

92. Mahabadi O.K. Y-Geo: a new combined finite-discrete element numerical code for geomechanical applications / Mahabadi O.K., Lisjak A., Grasselli G. and Munjiza A. // International Journal of Geomechanics. – 2012. – №12(6). – P. 676-688.

93. Lysmer J. Finite dynamic model for infinite media / Lysmer J., Kuhlemeyer R. // Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings ASCE. – 1969. – 95(EM4). – P. 859-876.

94. СП 22.13330.2011. Основания зданий и сооружений. – М.: Минрегион России, 2011. – 166 с.

95. NVIDIA. Параллельные вычисления CUDA | Что такое CUDA? URL: <http://www.nvidia.ru/object/cuda-parallel-computing-ru.html>.

96. Официальный сайт компании Teretau. URL: <http://teretau.com>.

97. ООО «Башкирская медь». Вскрытие и отработка Юбилейного месторождения. Корректировка проекта в связи с увеличением производственной мощности до 1400 тысяч тонн медьсодержащей руды в год. – Екатеринбург: Горный проектно-строительный центр, 2009.

98. Воробьев В.В. Отчет о детальной разведке Юбилейного медноколчеданного месторождения на Южном Урале в 1969-73 гг. Том I. – Бурибай: Переволочанская ГРЭ, 1973.

99. Отчет о научно-исследовательской работе «Обоснование углов погашения бортов карьера «Юбилейный» (Заключительный)». – Екатеринбург: Унипромедь, 1993.

100. Hoek E. Hoek-Brown failure criterion-2002 edition / Hoek E., Carranza-Torres C., Corkum B. // Proceedings of NARMS-Tac. – 2002. – P. 267-273.

101. Marinos P. GSI: a geologically friendly tool for rock mass strength estimation / Marinos P., Hoek E. // Proc. GeoEng2000 Conference, Melbourne. – 2000. – P. 1422-1442.

102. Jing L. Fundamentals of Discrete Element Methods for Rock Engineering: Theory and Applications / Jing L., Stephansson O. – Elsevier Science. – 2007. – 562 p.

103. Barton N. The shear strength of rock joints in theory and practice / Barton N., Choubey V. // Rock mechanics. – 1977. – Т. 10. – № 1-2. – P. 1-54.

104. Barton N. Engineering classification of rock masses for the design of the tunnel support / Barton N., Lien R., Lunde J. // Rock mechanics. – 1974. – № 6. – P. 189-236.

105. Гуман О. М. и др. Юбилейное месторождение медно-цинково-колчеданных и бурожелезняковых золотосодержащих руд в республике Башкортостан. Подземный рудник. Шахтные стволы «Северный вентиляционный», «Южный вентиляционный», «Главный (скиповой)», «Вспомогательный (клетевой)». Стадия Рабочий проект. Отчет по инженерно-геологическим изысканиям и исследованиям. – Екатеринбург: ООО «НПЦ Уралгеопроект», 2008.

106. Bažant Z. P. Identification of nonlinear fracture properties from size effect tests and structural analysis based on geometry-dependent R-curves / Bažant Z. P., Gettu R., Kazemi M.T. // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts. – 1991. – №1. – P. 43-51.

107. Биргер И. А. Сопротивление материалов: Учебное пособие. / Биргер И. А., Мавлютов Р. Р. – М.: Наука, 1986. – 560 с.

108. Временные методические указания по управлению устойчивостью бортов карьеров цветной металлургии / Под ред. Зобнина В.И. – М.: Минцветмет, Екатеринбург: Унипромедь, 1989. – 128 с.