

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ГОУ ВПО МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

В.В. Симонян

ИЗУЧЕНИЕ ОПОЛЗНЕВЫХ
ПРОЦЕССОВ
ГЕОДЕЗИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Монография

Москва 2011

УДК 528.481:528.482.3

ББК 26.1

С37

Серия основана в 2008 году

Рецензенты:

кандидат технических наук *И.И. Ранов*, профессор кафедры инженерной геодезии ФГБОУ ВПО «МГСУ»;

кандидат технических наук А.Б. Зайцев, профессор кафедры геодезии и геоинформатики ГУЗ

Симонян В.В.

Изучение оползневых процессов геодезическими методами:

Монография / Моск. гос. строит. ун-т. - М.: МГСУ, 2011. - 172 с.

ISBN

Содержится материал по существующим методам наблюдений за горизонтальными и вертикальными смещениями оползней. Разработана методика математического моделирования оползневых смещений на основе построения среднеквадратических эллипсов смещений. Проведен анализ результатов геодезических наблюдений смещений оползней с применением аппарата математической статистики.

Для научных работников, инженеров-геодезистов, геологов, строителей и проектировщиков, аспирантов и студентов строительных вузов.

ISBN

© ФГБОУ ВПО «МГСУ», 2011

ПРЕДИСЛОВИЕ

В монографии описаны исследования автора в области определения оползневых смещений на основе результатов геодезических наблюдений. Результаты геодезических наблюдений являются единственно точной и незаменимой интегральной количественной основой, позволяющей строить прогнозные модели наблюдаемых оползневых процессов.

Монография состоит из введения, четырех разделов, заключения и приложения. Во введении дается анализ катастрофических ситуаций, связанных с оползнями и делается вывод, что изучение оползневых процессов является актуальнейшей задачей практики. В первом разделе рассматриваются вопросы, связанные с оползневыми процессами и их классификацией, способы геодезических измерений за горизонтальными и вертикальными смещениями оползней и с существующим анализом результатов геодезических измерений смещений оползней. Во втором разделе описана разработанная автором методика расчета точности геодезических измерений в зависимости от скорости движения оползня и дано обоснование периодичности наблюдения за смещениями оползней. В третьем разделе представлены используемые автором формы математического описания наблюдаемых оползневых процессов и необходимые теоретические решения. В четвертом разделе показан опыт реализации разработанных математических моделей для анализа и прогнозирования развития оползневых процессов.

Работа выполнена на основе диссертационной работы "Обоснование точности и разработка методов математико-статистического анализа геодезических наблюдений за смещениями оползней", выполненной на кафедре геодезии и геоинформатики Государственного университета по землеустройству.

Автор выражает глубокую признательность профессору, кандидату технических наук А.Б. Беликову за всемерную поддержку работы над монографией, профессору, кандидату технических наук А.К. Зайцеву за ценные замечания при подготовке рукописи к изданию и инженеру А.И.Кузнецову за проведенные экспериментальные натурные наблюдения.

ВВЕДЕНИЕ

Изучение оползневых процессов, как в пространственном, так и в временном измерениях в конкретных региональных условиях является важнейшей комплексной задачей геодезической, геологической, геодинамической, гидрологической практики.

Об актуальности этой проблемы свидетельствует тот факт, что в период с 1993 по 2002 годы в мире каждый год от оползней погибало 940 человек (данные из базы Catholic University of Louvain, Бельгия) [66]. Между тем, многие исследователи (А.Г. Григоренко, Ю.П. Гуляев, К. Заруба, Г.П. Постоев, Г.И. Тер-Степанян и др.) отмечают недостаточную изученность закономерностей оползневых процессов и количественную оценку их динамики и анализ, прежде всего, оползневых деформаций и характер движения земляных масс [22], [26], [37], [67], [72], [92], [123].

Оползневые явления широко распространены как в отдельных районах России, стран СНГ, так и в других регионах мира. Негативное влияние оползневых явлений, происходящих на естественных склонах и искусственных откосах, по величине социально-экономического ущерба, наносимого природе и обществу, сравнимо с действием землетрясений, вулканических извержений и наводнений.

Оползни приводят к значительному материальному ущербу. Они наносят многомиллиардный экономический ущерб по всему миру. Например, в Японии он колеблется от 4 млрд. до 6 млрд. долларов в год. Чаще всего оползни случаются в Азии, но европейские – самые дорогостоящие. В Европе устранение последствий одного единственного оползня в среднем обходится в 23 млн. долларов [60]. Между тем, за последние 50 лет число их выросло почти в шесть раз.

В Российской Федерации ежегодно случается от 6 до 15 чрезвычайных событий, связанных с развитием оползней. В 1990-1999 гг. в России зарегистрирован 121 случай крупных оползней, селей и обвалов. Особенно сильно страдают урбанизированные территории: развитие оползневых процессов наблюдается в 725 городах Российской Федерации [60].

По числу людей, погибших от различных опасных геологических и других природных процессов в России с 1963 по 1999 гг., оползни и обвалы занимают второе место после наводнений (21% от общего числа жертв), а по сумме экономических потерь - оползни и обвалы находятся на четвертом месте после процессов эрозии, подтопления территорий и наводнений (около 11%) [60].

По данным МЧС России за 2006 год по причине активизации экзогенных процессов (лавин, селей, оползней, обвалов) за 9 месяцев произошло 8 чрезвычайных ситуаций. Оползни, сели и обвалы вызвали 3 чрезвычайные ситуации, в результате которых пострадало 243 человека, что существенно ниже по отношению к предыдущему году, когда произошло 10 чрезвычайных природных ситуаций (на территории Южного ФО – 9; Уральского ФО – 1), в результате которых погибли 21 человек. Количество пострадавших тогда возросло более чем в 3 раза по отношению к предыдущему году (в 2005 году 648 человек, в 2004 году 199 человек) [68].

Судя по количеству катастрофических ситуаций, связанных с нарушением устойчивости массивов горных пород и их тяжелым последствиям, можно утверждать, что изучение оползневых процессов является актуальнейшей задачей практики.

Сегодня трудно найти область хозяйственной, экономической, изыскательской деятельности человека, в которой не возникли бы практические задачи изучения динамики движения верхних слоев земной поверхности и влияния этих движений на возводимые инженерные сооружения разного профиля, на их жизнедеятельность в период эксплуатации, на комплекс восстановительных мероприятий, если таковые необходимы в период аварийных ситуаций и катастроф.

Проведение наблюдений на оползневых склонах обеспечивает решение следующих двух основных задач: изучение механизма и динамики оползневого процесса и обеспечение безопасности эксплуатации народнохозяйственных объектов. Исходя из характера поставленных задач, наблюдения на склоне рассматривают с точки зрения статики и с точки зрения динамики, в соответствии с этим их делят на геостатические и геодинамические. По результатам геостатических наблюдений получают первичную информацию о склоне в виде топографических, геоморфологических и других планов и карт, которые с течением времени обновляются и корректируются с учетом происшедших изменений на склоне.

Геодезические наблюдения позволяют получить геометрические параметры смещений на оползневом склоне. Основное требование, предъявляемое к ним, - обоснованная точность, а это требует в каждом конкретном случае индивидуального подхода, как к выбору методики геодезических наблюдений, которые являются основными источниками информации о ходе оползневого процесса, так и к технологии их выполнения. Значительное место в повышении мобильности и точности геодезических наблюдений занимает создание специальной аппаратуры, вспомогательных устройств и приспособлений.

Вместе с тем, остается актуальным совершенствование теоретических положений и методов, методик, алгоритмов и технологий изучения оползневых процессов на основе моделирования меняющихся во времени геодезических (смещения, закономерности движения, поля деформаций) параметров. При этом возникает необходимость в строгом подходе математической обработки геодезических измерений за смещениями оползней.

Важной является разработка новых технологических решений по информативной и наглядной визуализации результатов математической обработки, что и является основным содержанием разработок, представленных в данной монографии.

На современном уровне теоретического оползневоведения любой реальный оползень можно считать познанным, понятным, изученным лишь в том случае, если он представлен в виде объемной кинематической модели определенного строения. Любые рекомендации по противооползневому мероприятиям, разработанные без создания и анализа подобных кинематических моделей на фоне моделей геологической среды, будут умозрительными, не вполне надежными и рациональными. Именно этими болезнями бывают чаще поражены многие проекты противооползневых мероприятий [63]. От полноты и надежности информации, полученной в результате геодезических наблюдений, во многом зависят точность и детальность выводов о механизме и динамике оползневых процессов.

Пространственно-временные характеристики оползневых процессов особенно полно должны учитываться при проектировании, строительстве и эксплуатации сложных инженерных сооружений:

- 1) крупных железнодорожных магистралей и автомобильных дорог.

- 2) тепловых и атомных станций;
- 3) крупных нефте- и газопроводов;
- 4) сооружения башенного типа, предназначенные для обеспечения устойчивой теле- и радиосвязи;
- 5) современных силосов и элеваторов агропромышленного комплекса;
- 6) сельскохозяйственных земель на оползневых склонах горных районов;
- 7) зданий и сооружений повышенной этажности.

Особенно острой проблемой в настоящее время является прогноз оползневых процессов. Она не может быть решена без длительного и длительного мониторинга оползней.

Таким образом, совершенствование существующих и разработка новых приемов, методов и устройств для систематических геодезических наблюдений на оползневых склонах, разработка методов их анализа и наглядного представления является одной из основных задач оползневедения и, следовательно, геодезических наблюдений за этими процессами.

1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ ИЗУЧЕНИЯ ОПОЛЗНЕВЫХ ПРОЦЕССОВ ГЕОДЕЗИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

1.1. ОПОЛЗНЕВЫЕ ПРОЦЕССЫ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

Видное место в исследовании оползневого процесса принадлежит геодезическим наблюдениям за динамикой склонов. Картина смещения земляных масс в пространстве и во времени может оказать неоценимую услугу при анализе механизма оползней. Прежде чем описывать различные методы наблюдений за смещением оползней, необходимо познакомиться с объектом исследований.

Оползни представляют собой связанное движение земляных или скальных масс, совершающееся по некоторой поверхности скольжения (она является ложем оползня). Оползни отличаются от обвалов тем, что в течение всего процесса смещающиеся массы не теряют контакта с ложем, тогда как при обвалах эти массы часть своего пути проходят в воздухе.

В большинстве случаев оползание склонов представляют собой длительный процесс, в котором можно различить два этапа:

1) подготовительная фаза, когда в некоторой глубинной зоне происходят очень медленные движения типа ползучести и формируется потенциальная поверхность скольжения; этот этап называется фазой глубинной ползучести;

2) катастрофическая фаза, когда происходят значительно более быстрые, иногда даже заметные на глаз движения по сформировавшейся поверхности скольжения [100].

Условия возникновения и развития оползней весьма разнообразны, хотя в каждом отдельном случае среди многих факторов можно выделить только один, главнейший [65], который и принимается за основу характеристики данного оползня. Однако по поводу количества факторов, влияющих на устойчивость пород на склонах, имеется много разных мнений. Это привело к тому, что в настоящее время нет единой общепризнанной классификации оползней. Большинство классификаций основывается на генетическом принципе выделения процессов по признаку главных действующих сил (агентов). В инженерной геологии наиболее широко используется генетическая классификация процессов, разработанная А.И.Шеко [106].

Поэтому из большого количества классификаций оползней приведем лишь те, которыми в настоящее время пользуются специалисты, занимающиеся измерениями смещений на оползнях.

Классификация оползней:

а) по характеру:

- развития смещения;
- захвата склона;
- захвата горных пород (К.И.Богдановича [9]);

б) по структуре:

- оползневого склона и положению поверхности смещения: секвентные, консеквентные и инсеквентные (Ф.П.Саваренского [19]);

- тела оползня и масштабу явления (Г.С.Золотарева [34]);

в) - по видам деформации пород – по механизму смещения;

г) - по их возрасту и фазам развития (И.В.Попова [65]);

д) - по их морфологии для целей инженерно-геологического картирования (Е.П.Емельяновой [29]).

Из классификации оползней видно, что существует множество типов оползней, различающихся размерами и формой, глубиной

захвата и формой поверхности скольжения, характером смещения земляных масс, их скоростью, периодичностью, состоянием поверхности, условием видимости и т.д. Наиболее типичными, но морфологически различными видами оползней, являются земляные потоки (поступательные оползни) и вращательные оползни.

Земляные потоки (поступательные оползни) представляют собой длинные и узкие полосы движущегося грунта, вытягивающиеся вниз по склону вдоль понижений рельефа (рис. 1.1, а). Заполняя ложбины, они извиваются подобно рекам в своих берегах, принимают притоки, огибают выступы берегов и образуют острова. Скорость движения материала в земляных потоках подвержена колебаниям в зависимости от увлажнения, носящего сезонный характер. Длина земляных потоков измеряется сотнями метров, ширина – десятками метров, а глубина имеет величину порядка 2 ÷ 6 м. Оползневое тело четко отделяется от неподвижно-го грунта рассекаемая множеством трещин.

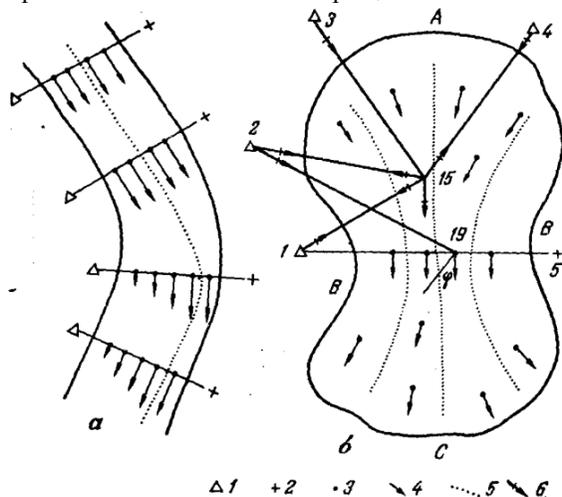


Рис. 1.1. Типы смещений:

- а) - земляной поток; б) - вращательный оползень; 1 - опорный репер;
 2 - ориентирный знак; 3 - оползневая точка; 4 - вектор смещения;
 5 - траектории движения; 6 - направление визирного луча

Векторы смещения точек на поверхности оползня приблизительно параллельны бортам оползня и оползневому ложу. На прямолинейных участках смещение происходит с равномерной

скоростью, на криволинейных участках «струя» отодвигается к вогнутому берегу. В фазе глубинной ползучести наблюдаются резкие сезонные колебания скорости смещения; в фазе катастрофического оползания происходят быстрые смещения.

Вращательные оползни представляют собой грунтовые массивы округлой формы в плане (рис. 1.1, б).

В процессе оползания они совершают вращательные движения вокруг некоторой оси. Оползневое тело оконтуривается трещинами, свидетельствующими о различных смещениях: в верхней части склона *A* – с отрывом и смещением вниз; в средней части склона *B* – со сдвигом и смещением по горизонтали; в нижней части *C* – со сжатием и смещением вверх. В большинстве случаев смещение земляных масс в оползнях этого типа происходят путем поворота вокруг некоторой оси вращения. В фазе глубинной ползучести такие вращательные движения совершают точки, образующие зону ползучести, а в катастрофической фазе вращение происходит по круглоцилиндрической поверхности скольжения. В более редких случаях скольжение совершается по криволинейным поверхностям, кривизна которых по мере приближения к нижней части склона либо увеличивается, либо уменьшается [94].

Описанные два типичных оползня являются сравнительно простыми; к ним относятся многие небольшие оползни. Значительно сложнее круглые оползни. Вследствие особенностей геологического строения, смещающиеся земляные массы обычно имеют неправильную форму. Оползневое ложе многих крупных оползней обладает сложным подземным рельефом. В таких случаях земляные тела распадаются на отдельные блоки, совершающие сложные движения; на выступах возникают землепады. Некоторые крупные оползни являются многоярусными; оползающие массы образуют несколько ярусов, расположенных друг над другом и смещающихся с различной скоростью и по различным траекториям [96].

1.2. ВИДЫ СМЕЩЕНИЙ НА ОПОЛЗНЕВЫХ СКЛОНАХ

Одной из задач инженерной геодезии является определение абсолютных значений элементов движения оползневых точек, закрепленных на оползневом склоне. Геодезические наблюдения стремятся организовать так, чтобы относительные смещения наилучшим образом отражали абсолютные величины смещений.

Рассмотрим вопрос о видах движений, которые возникают при нарушении устойчивости склона. Для этого выделим на его поверхности элементарную площадку ΔP и поместим на ней начало системы неподвижных прямоугольных пространственных координат XYZ (рис. 1.2).

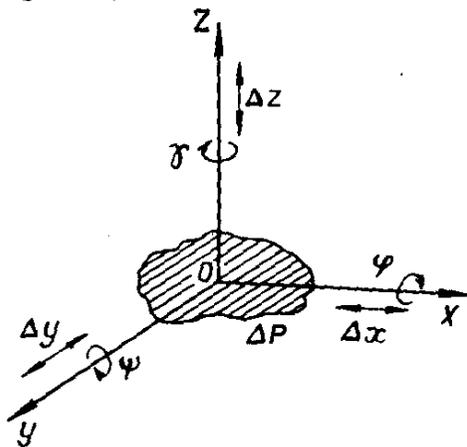


Рис. 1.2. Элементы движения на склоне

При смещении поверхности склона площадка ΔP может совершать шесть различных движений: три смещения, параллельных осям координат $\Delta x, \Delta y, \Delta z$, и три поворота около тех же осей OX, OY и OZ под углами φ, ψ и γ . Следовательно, перемещение площадки ΔP во времени полностью характеризуется двумя видами движений – поступательным и вращательным. Но так как вращательное движение площадки ΔP может быть выражено через пространственные координаты отдельных ее точек, то перемещения грунтовых масс на склоне можно описать в трехмерном пространстве.

Из инженерной геодинамики известно [38], что путь, пройденный какой-либо точкой склона за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$, можно получить по формуле

$$S(t_1, t_2) = \sqrt{[x(t_2) - x(t_1)]^2 + [y(t_2) - y(t_1)]^2 + [z(t_2) - z(t_1)]^2}, \quad (1.1)$$

где $x(t_1), y(t_1), z(t_1)$ - координаты некоторой точки склона в момент времени t_1 ;

$x(t_2), y(t_2), z(t_2)$ - то же в момент времени t_2 .

Если в момент времени t_1 расстояние между двумя точками склона было $S(t_1)$, а через некоторый промежуток Δt в момент времени t_2 оказалось равным $S(t_2)$, причем $S(t_2) \neq S(t_1)$, то их взаимное перемещение за этот же промежуток времени Δt будет

$$\Delta S(t_1, t_2) = S(t_2) - S(t_1). \quad (1.2)$$

Иногда в процессе оползневых деформаций отдельные точки некоторого блока склона имеют взаимные (относительные) перемещения друг относительно друга, что в свою очередь, нарушает целостность этого блока. Такие смещения вызывают изменение напряженно-деформированного состояния склона.

Оползневые смещения классифицируют как по величине, так и по скорости их протекания. По величине их разделяют на две основные группы: микросмещения и макросмещения. Первые непосредственно не ощущаются и не проявляются в виде каких-либо качественных изменений, как на склоне, так и на расположенных на нем зданиях и сооружениях. Они могут быть обнаружены и зарегистрированы специальными высокочувствительными приборами. Вторые - такие смещения, которые сопровождаются качественными различными изменениями (например, появлением трещин в зданиях и дорожных покрытиях, перекосов конструкций, вызывающих торможение при работе технологических линий, и др.).

По скорости, аналогично сейсмическим явлениям, оползневые смещения разделяют на: брадисмещения и тахисмещения. Первые протекают сравнительно медленно, а иногда очень медленно и не представляют особой опасности на склоне. Вторые имеют большую скорость и иногда вступают в фазу быстрых смещений или обрушений склона.

Приведенная классификация смещений на оползневых склонах позволяет дифференцированно подойти к решению вопроса о точности, а, следовательно, и к выбору оптимальной методики геодезических наблюдений за оползневыми смещениями.

1.3. СОСТОЯНИЕ ИЗУЧЕННОСТИ ВОПРОСА

Актуальность проблемы обуславливает количество научных публикаций. Анализ этих публикаций показывает, что в достаточно широком спектре рассматриваются вопросы проектирования и производства геодезических измерений при наблюдении горизонтальных и вертикальных смещений земной поверхности [115], при наблюдении осадок и перемещений инженерных сооружений [13], [62], при наблюдении критических напряжений при эксплуатации трубопроводов [50].

Вопросам разработки оптимальной программы геодезических наблюдений нефтепроводов и динамикой оползневых процессов посвящена работа [49], в которой предлагаются специальные графики, позволяющие с надлежащей надежностью определить требуемую точность геодезических измерений в зависимости от величины расчетной, фактической или прогнозной скорости смещения оползня и периода времени между наблюдениями, а также ошибку определения планового положения оползневой марки в зависимости от формы треугольника прямой засечкой.

Определенный интерес в отношении построения специальных геодезических сетей при наблюдении за оползнями представляет [12], в которой на основе математической модели разработаны рекомендации по выбору оползневых участков, описана типовая схема размещения оползневых знаков, позволяющая использовать единую методику наблюдений на различных участках оползня.

Вопросы применения створных наблюдений на оползневых склонах рассмотрены в [21], где сделан вывод об оптимальной длине створа в 200м, т.к. при этом ошибка определения смещений оползневых точек не превышает 4мм.

В [61] точность измерений связали со скоростью смещения. Для этого предлагается ввести граничную скорость для отделения участков оползня с активными процессами от участков со стабильным состоянием оползня. Степень активности оползневого процесса выражается через показатель активности

$$K_{ак.} = \left(\frac{P_{ак.}}{P} \right) 100\% , \quad (1.3)$$

где P - площадь всего оползня;

$P_{ак.}$ - площадь его активной части.

К активной части оползня относятся участки, в которых скорость движения земляных масс превышает нижний предел шкалы Варнеса [29], равный $0,06 м/год$. Эта величина скорости и принята за граничную скорость $V_z = 0,06 м/год$, т.е. подвижки со скоростью больше граничной называются активными, а равной граничной или меньше – неактивными. Скорость смещения оползневого знака определяют по формуле

$$V = \frac{r}{t} , \quad (1.4)$$

где r - длина вектора смещения, м;

t - продолжительность движения знака, год.

Вопросы математической обработки геодезических измерений, как известно, являются составной частью любого технологического процесса. В этой связи заслуживает внимания [122], в которой на численном примере показано применение сплайн – функций для моделирования активности оползня. Из нескольких сплайн-функций выбирается оптимальная, обладающая наименьшей среднеквадратической погрешностью аппроксимации.

Интерес к сплайн-функциям [2], [32], [90], [108] в последнее время возрастает, ибо этот вид функций можно использовать для прогнозирования динамических процессов, для восстановления пропущенных циклов измерений, для ретроспективного увеличения данных исследуемого временного ряда, для других инженерных задач [14].

В [75], [76] освещены вопросы теории и практики изучения кинематики медленно движущихся оползней. Даны рекомендации, направленные на сокращение затрат времени и средств при выполнении наблюдений и на повышение качества конечной геодезической информации. В [74] автором разработан и защищен авторским свидетельством на изобретение автоматический регистратор смещений. На его основе создана автоматизированная система для изучения и контроля деформаций одного из крупных

инженерных сооружений на оползневом участке Ленинских гор (Воробьевы горы).

В [53] рассматриваются факторы формирования и развития оползневых процессов в специфических условиях территории Кабардино-Балкарской республики, их прогноз и мониторинг. Научная новизна исследований этих факторов заключается в составлении трехслойных прогнозных карт на базе математической модели конкретного вида оползней с помощью уже имеющегося обзорного картографического материала. Составление таких карт дает возможность оконтуривать участки максимального проявления оползневых процессов, а также рационально планировать хозяйственное освоение территории, эффективно проводить противооползневые мероприятия и мониторинговые наблюдения.

Возможности GPS делают более доступными измерения сдвигов поверхности почвы, как в статичных, так и в динамических условиях, при этом обеспечивая большую точность измерений и меньшую себестоимость проектов. Геодезическая практика требует все большего количества измерений деформаций почвенных масс (например, оползней, движений почвы вызванного землетрясениями), так что превосходство GPS над традиционными технологиями выглядит многообещающе, особенно в приложениях удаленного мониторинга [121]. Работа [101] посвящена рассмотрению и анализу результатов исследований геодинамических процессов с использованием спутниковых систем, как в России, так и за рубежом. Обзор решаемых с использованием современных спутниковых систем задач представлен в [116]. Основной вывод: недостаточно уделяется внимания анализу деформации Земли в целом и анализу распределения глобальных деформаций в связи с режимом сейсмичности.

В [18] основное внимание уделено исследованиям в области создания современного высокоточного геодезического мониторинга, позволяющего на миллиметровом уровне точности с любой заданной частотой отслеживать как плановые, так и высотные смещения пунктов, закрепленных на местности и непосредственно на инженерных сооружениях. В [64] создана геодезическая сеть для изучения оползневых склонов ГАЭС, координаты пунктов которой были определены как традиционными геодезическими методами, так и входящими в то время в повседневную практику высокоточными спутниковыми методами.

В [4] излагается алгоритм анализа высотных и плановых деформаций и их обработки с использованием современного рекуррентного алгоритма уравнивания и контроля грубых ошибок методом последовательного объединения циклов, предложенного в [54]. Его вычислительная процедура состоит из следующих двух основных блоков [55]:

- уравнивание геодезической сети как свободной с временной фиксацией минимального числа координат исходных пунктов. Рекуррентный алгоритм позволяет при таком подходе выполнить контроль грубых ошибок результатов измерений при наличии избыточных измерений. В результате уравнивания получим вектор координат всех пунктов и их ковариационную матрицу, в том числе и псевдоподобную. Точно такая же процедура выполняется и при уравнивании GPS измерений;

- вставка результатов уравнивания в блоке 1 в систему координат исходных пунктов с контролем возможных их грубых ошибок и с определением 4-х или 7-и параметров преобразования из одной системы координат в другую.

Для анализа деформаций геодезических пунктов, основанного на применении рекуррентного алгоритма контроля грубых ошибок и последовательного объединения циклов с целью повышения точности определения деформаций известен алгоритм, предложенный в [56]. Его идея заключается в следующем. С целью повышения точности определения деформаций целесообразно выполнить объединение текущего цикла наблюдений s со всеми предыдущими циклами. С этой целью составляем обратную матрицу

$$Q = \begin{pmatrix} \bar{Q}_{s-1} & 0 \\ 0 & Q_s \end{pmatrix}, \quad (1.5)$$

в которой блок \bar{Q}_{s-1} относится к неизвестным \bar{x}_{s-1} уже объединенных циклов 1, ..., $s-1$, а блок Q_s к циклу s . Учитывая по рекуррентной формуле все условные уравнения вида

$$\delta \bar{x}_{s-1} - \delta x_s + \omega = 0, \quad (1.6)$$

составляемые по каждой из осей координат для одноименных стабильных пунктов (как избыточные уравнения поправок с $1/p = 0$ и $\omega = \bar{x}_{s-1} - x_s$) в результате получим искомую мат-

рицу \overline{Q}_s , вектор \overline{X}_s и квадратичную форму $\overline{\Phi}_s$. Если обнаруживается, что невязка ω недопустима, то она признается деформацией и соответствующее условное уравнение не учитывается. Ясно, что для общих пунктов цикла s и всех предыдущих объединенных пунктов после такого уравнивания элементов векторов \overline{X}_s и соответствующие им элементы матрицы \overline{Q} совпадают. При объединении циклов повышается точность координат даже тех пунктов, которые признаются подвижными благодаря учету в этой процедуре их корреляции с координатами неподвижных пунктов.

В [51] разработаны методики и технологические решения по изучению геодинимических объектов и процессов на основе оценки геодезических и гравитационных параметров моделей, которые открывают новые возможности для решения задач прогноза, снижения риска и уменьшения последствий геодинимических катастроф природного и техногенного характера.

В [1] излагаются теоретические исследования автора в области проектирования и предвычисления точности специальной инженерно-геодезической сети, предназначенной для наблюдения за динамическими процессами.

В монографии [77] подробно рассмотрены проблемы математического моделирования и идентификации геодинимических систем, теоретические и математические основы расчета напряженно-деформированного состояния геодинимических систем, а также математический аппарат для решения задачи идентификации напряженно-деформированного состояния геодинимических систем по пространственно-временным рядам разнородных комплексных геодезических и геофизических наблюдений. Математическая модель – это модель, созданная с помощью математических понятий [8]. Математическое моделирование – процесс построения и изучения математических моделей. Все естественные и общественные науки, использующие математический аппарат, по сути, занимаются математическим моделированием: заменяют реальный объект его моделью и затем изучают последнюю. Определение модели по А.А. Ляпунову: моделирование – это опосредованное практическое или теоретическое исследование объекта, при котором непосредственно изучается не сам интересующий нас объект, а некоторая вспомогательная искусственная или естественная система (модель):

1. Находящаяся в некотором объективном соответствии с познаваемым объектом;
2. Способная замещать его в определенных отношениях;
3. Дающая при ее исследовании, в конечном счете, информацию о самом моделируемом объекте.

Методика определения двумерных деформаций по геодезическим данным на основе теории упругости была разработана в конце 20-х годов XX столетия японскими геодезистами и в дальнейшем развита в работах Франка [110], Н.П.Есикова [30], [31], В.А.Шульмана [35], и др. Эта методика в основном используется для анализа результатов повторных геодезических измерений на геодинамических полигонах. Методика основана на предположении о существовании непрерывно меняющегося во времени поля деформаций земной коры и ее поверхностной части, согласно которому каждой точке земной поверхности ставится в соответствие относящийся к определенному моменту времени тензор деформаций, получаемый по геодезическим данным.

Метод определения инвариантных характеристик современных движений земной поверхности по данным повторных геодезических измерений наиболее подробно разработан Н.П.Есиковым [30]. Теоретической базой для его разработки послужил принцип Коши–Гельмгольца [31], согласно которому тектонические движения рассматриваются как суперпозиция (результатирующий эффект) трех основных видов движения: параллельного переноса участков земной коры, вращения этих участков как абсолютно твердых тел и чистой деформации.

Техническим аппаратом служит метод конечных элементов [35], в качестве которых применяются треугольники геодезической сети. При решении предполагается, что деформация в пределах каждого конечного элемента является однородной, т.е. смещения точек земной поверхности являются линейными функциями координат. При выполнении этого условия степень деформированности участка земной поверхности, охваченного треугольником геодезической сети (или конечным элементом), полностью характеризуется следующими величинами, называемыми компонентами деформации:

1. Дилатацией Q ;
2. Направлением максимального и минимального растяжений;
3. Максимальным и минимальным растяжением;
4. Максимальным сдвигом.

Подробно об этих компонентах и методах их вычислений приведено в работе Г.А.Шароглазовой [102].

В западных странах также активно ведутся исследования по проблемам измерений смещений оползней и их дальнейшей обработке. Достаточно сослаться на следующие публикации [108], [109], [111], [112], [113], [114], [118].

Из публикаций более раннего периода целесообразно отметить работы [20], [103] и [104], в которых рассмотрены вопросы применения специального наклономера для определения неявных периодов сдвижения земной поверхности, а также вопросы применения геодезических засечек для определения смещения точек земной поверхности.

Теория дифференциального метода определения смещения на оползнях впервые была предложена профессором Н.Г.Келлем [41], [42], [43] основанная на графическом уравнивании засечек [40]; позднее им был разработан теоретический аппарат [44], основанный на теории линии положения [39]. Этот метод стал известным [45], но не получил достаточного распространения вследствие его трудоемкости. Для изучения динамики оползней применялись главным образом негеодезические методы [3], [28].

В [95] рассматривается многолучевой дифференциальный графический метод, позволяющий в зависимости от местных условий применять прямые, обратные, линейные и перпендикулярные засечки и получать достаточно точные результаты при сравнительно небольших затратах.

В [93], [94], [99], рассматриваются вопросы об измерениях вертикальных смещений оползневых точек дифференциальным методом и о сгущении наблюдательной сети в застроенных или лесистых оползневых районах.

Анализ деформаций играет выдающуюся роль при оценке эффективности противооползневых сооружений. Если после возведения сооружения кривые скоростей смещения дают резкое снижение, то можно с уверенностью считать правильным осуществление меры; если же изменения не наблюдаются, то следует пересмотреть содержание проекта. В развитие этой идеи в [97] был предложен метод стадийной борьбы с оползнями, заключающийся в последовательном применении противооползневых мер с одновременным ведением наблюдений за их эффективностью. Этот метод представляет собой применение к оползням observa-

ционного метода Терцаги. Принципы обсервационного метода борьбы с оползнями изложены в [98].

Очень эффективным является анализ годографов ползучести [96], [120] позволяющий по небольшим отклонениям векторов скорости смещения от равномерного и прямолинейного движения судить о пластике оползневого ложа, особенностях механизма оползней и выделять многоярусные оползни – случаи, когда на склоне развивается несколько расположенных друг над другом оползней различного типа и происхождения. В [119] предложен способ анализа годографов ползучести близко расположенных точек для установления деформационного состояния оползневого тела.

В [10] систематизирован материал по существующим методам измерения горизонтальных и вертикальных смещений на оползнях. В нем отражена специфика как стационарных наблюдений за оползневыми явлениями, так и измерений, выполняемых в связи с проектированием и осуществлением противооползневых мероприятий при гидротехническом, железнодорожном и промышленном строительстве.

В [22] дано механико-математическое обоснование точности геодинимических измерений на оползневых склонах. Рассмотрено построение специальных геодезических сетей для оценки устойчивости оползневых склонов, а также зданий и сооружений, расположенных в оползневой зоне. Систематизирован и обобщен материал по существующим методам измерений горизонтальных и вертикальных смещений на оползнях. Освещены новые методы картографирования и геометризации оползневых склонов, разработанные в результате исследования устойчивости оползней на территории Украины. Даны рекомендации по прогнозированию устойчивости оползневых склонов.

Для прогноза оползневых процессов на длительный период применяется так называемый метод ритмичности, основанный на выявлении периодов активизации оползней, связанных с выпадением осадков и другими метеорологическими элементами [71]. Обычно прослеживается достаточно тесная связь количества оползней с величиной солнечной активности и менее тесная связь с атмосферными осадками. Для использования этого метода в прогнозах необходимы представительные и продолжительные ряды наблюдений за оползнями и достаточно сложный анализ с выявлением корреляционных функций по специальным програм-

мам, изложенным в работах [24], [27], [48] и [105]. Выявленные корреляционные функции позволяют прогнозировать для данного региона общее число оползней и площадь повышенной оползневой активности.

На основании изученной выше литературы можно констатировать, что наиболее сложной проблемой темы, с теоретической точки зрения, является математическое моделирование оползневого процесса. Практически отсутствуют теоретические разработки по применению аппарата математической статистики для анализа смещений оползней по данным геодезических наблюдений. Эти модели должны обеспечивать получение обоснованных прогнозов и научный анализ развития оползневых процессов.

1.4. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ СЕТИ ДЛЯ НАБЛЮДЕНИЙ ЗА ОПОЛЗНЕВЫМИ СМЕЩЕНИЯМИ И ЗАКРЕПЛЕНИЕ ПУНКТОВ НА МЕСТНОСТИ

Для построения специальных планово–высотных опорных сетей на оползневых склонах основным принципом является обеспечение заданных допусков определения смещений оползневых точек [22], [92]. При этом следует учитывать, что условия выполнения измерений на оползневых склонах вносят свои отличительные особенности по сравнению с установившейся методикой построения государственной опорной геодезической сети. Основные факторы, обуславливающие эти особенности, сводятся к следующему:

- стороны опорных сетей на оползневых склонах значительно короче, чем в государственных геодезических сетях, поэтому погрешности центрировок и редукций больше влияют на результаты измерений;

- из-за значительных наклонов визирных лучей увеличивается влияние погрешностей приборов;

- природные условия, залесенность и застройка создают над склоном микроклимат с быстро изменяющимися температурными полями, которые искривляют визирные лучи и ухудшают результаты измерений.

Опорная сеть должна быть рассчитана на несколько лет работы. В течение этого времени могут быть различные непредвиденные события, в частности повреждение или даже уничтожение опорных знаков.

Последующее восстановление опорных знаков и их дальнейшее использование для получения непрерывности результатов смещений возможно только в том случае, если можно вычислить поправочные углы, которые должны служить для приведения новых рабочих направлений к старым. Чтобы не терять точности в работе, эти поправочные углы должны быть вычислены с высокой точностью (до секунд), а для этого необходимо точно знать координаты опорных знаков.

Все опорные реперы связываются между собой и создают наблюдательную опорную сеть, состоящую из геодезических четырехугольников, треугольников или центральных систем. Наблюдательную сеть можно привязать к государственной или к городской опорной триангуляционной сети, а можно оставить свободной.

Свободная плановая опорная сеть может быть развита методами триангуляции, трилатерации или сочетаниями (линейно – угловая сеть). Причем, как показывают исследования [6], [22], [91] линейно – угловые сети имеют значительные преимущества. Их точность в меньшей мере зависит от формы треугольников, а это позволяет размещать пункты таких сетей в более удобных для наблюдений местах. Однако при построении линейно – угловых сетей большое значение имеет соответствие точности угловых и линейных измерений.

В качестве типовой в [22] рекомендуется сеть в виде ряда геодезических четырехугольников (рис. 1.3).

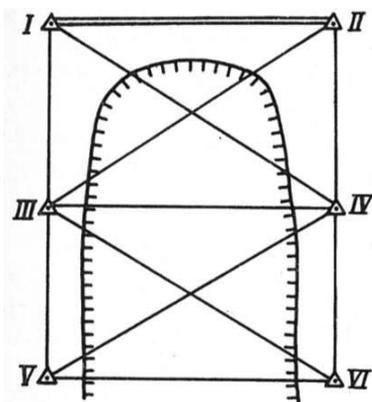


Рис. 1.3. Схема опорной плановой сети из двух

геодезических четырехугольников

При небольшой длине оползня достаточно одного геодезического четырехугольника (рис. 1.4).

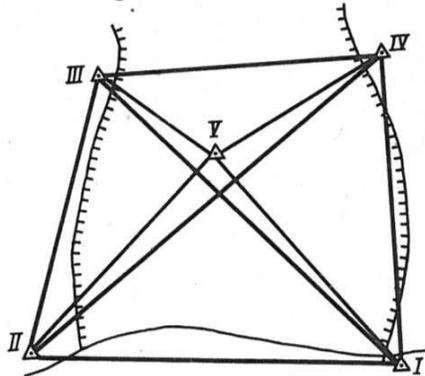


Рис. 1.4. Схема опорной плановой сети из одного геодезического четырехугольника

Если ведут наблюдения за береговыми склонами рек, то опорные пункты располагают на противоположном (устойчивом) берегу реки. Вспомогательные пункты в таких случаях определяют либо линейно-угловым (1, 2, 3, 4) способом, либо способом засечек (5, 6, 7, 8). Схема такой сети представлена на рис. 1.5.

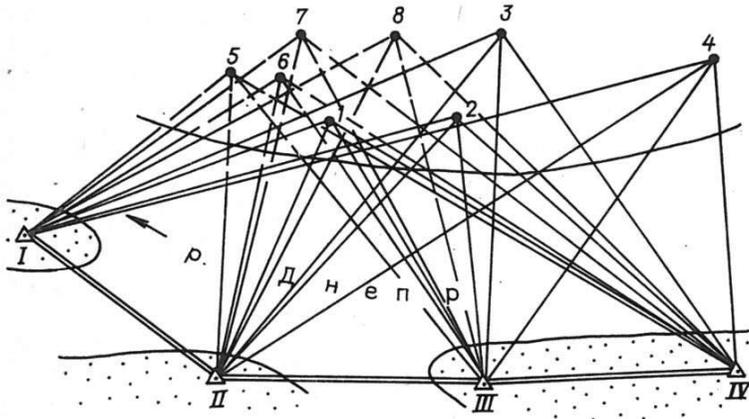


Рис. 1.5. Схема опорной плановой сети на склонах р. Днепр

Схему построения высотной опорной сети выбирают такой, чтобы ее пункты (реперы) примерно равномерно располагались по всей площади оползневого склона. При этом минимум три репера сети должны быть расположены в заведомо устойчивых местах (см. рис. 1.6).

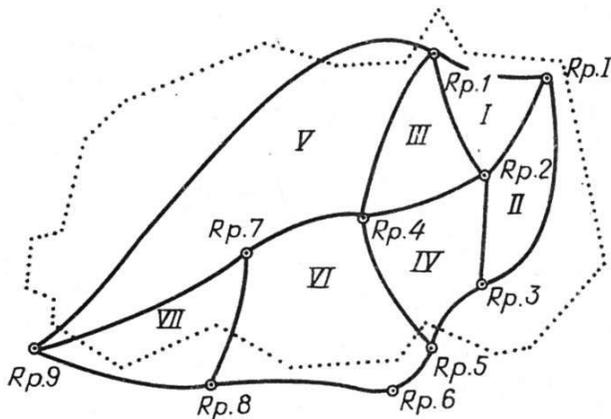


Рис. 1.6. Схема опорной высотной сети

Как правило, на оползневом склоне в пределах стационара проектируют специальные сети высотного обоснования одного класса точности.

Реперы, или опорные наблюдательные пункты, представляют собой постоянные геодезические знаки, значительная часть длины которых расположена ниже уровня земной поверхности. Глубина их заложения, как правило, не должна быть меньше глубины промерзания грунта.

Выбор места установки и соблюдения соответствующей технологии закрепления пунктов специальных планово-высотных опорных сетей на местности является одним из ответственных этапов общего комплекса изучения режима оползневых процессов. Важная роль при этом отводится конструктивным особенностям центров и наружных знаков.

В процессе детальной рекогносцировки окончательно выбирают места закладки опорных пунктов и производят их установку согласно рабочим чертежам. Места для установки опорных реперов должны быть легкодоступные, с хорошей видимостью, расположенные на устойчивых участках – на бровках и на меж-

ползневых гребнях. Это возможно в верхних отделах оползня, в области его цирка, так как в этих зонах преобладают отрицательные формы рельефа, и гребни возвышаются над оползневыми цирками.

В нижних отделах оползней, в области его языка, в связи с преобладанием положительных форм рельефа устойчивые полосы у бортов оползня часто оказываются расположенными ниже, чем тело оползня, и поэтому видимость бывает недостаточной. Кроме того, на оползневых косогорах часто отдельные оползни бывают хорошо разграничены в области цирков, разделены гребнями, которые можно удобно использовать для установки опорных реперов. В нижних частях косогоров сползающие земляные массы отдельных оползней обычно сливаются, и порой бывает трудно найти устойчивые участки.

Иногда в некотором отдалении от оползня возвышаются пункты (останцы, выступающие участки бровки, искусственные сооружения и т.д.), обладающие прекрасной видимостью по отношению к оползню. Естественно, что такие пункты выбирают при разбивке опорной сети.

Закладку глубинных реперов производят в присутствии инженера-геолога. При бурении ведут инженерно-геологический журнал и по каждой скважине составляют геологическую колонку. Основанием репера должен быть практически несжимаемый слой породы, который указывает инженер-геолог.

Конструкции знаков плановых опорных сетей обязательно должны быть такими, чтобы обеспечить принудительную центрировку приборов и визирных целей, что в значительной мере упрощает производство полевых измерений и повышает точность их результатов, хотя можно применять и обычные [10], [11], [28].

Одна из наиболее удобных конструкций плано-высотного опорного знака показана на рис. 1.7. В верхней площадке знака просверливается отверстие по диаметру станového винта. Такие площадки необходимо изготавливать из нержавеющей стали.

Для передачи отметки от репера изготавливают специальную рейку, которая жестко крепится к штанге из нержавеющей стали (рис. 1.8). При этом диаметр штанги должен быть на 0,2-0,3 мм меньше отверстия на площадке знака. В стенке трубы знака вырезают два окошка: одно для доступа к станovому винту, а другое для наблюдений за правильностью установки штанги на головку репера.

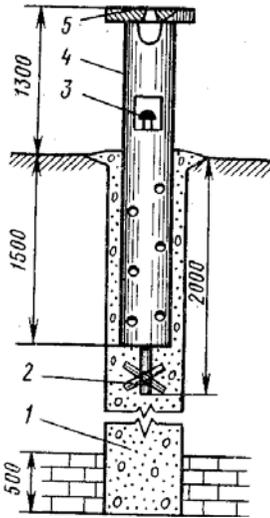


Рис. 1.7. Планово-высотный знак
 1-бетонная свая; 2-якорь репера; 3-реперная
 головка; 4-наружный знак; 5-коническое отверстие.

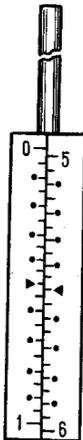


Рис. 1.8. Рейка
 на штанге

На скальном основании удобно устанавливать металлические пирамиды, сваренные из труб или уголкового железа (рис. 1.9).

Верхняя площадка пирамиды 1 имеет такую же конструкцию, как и у знака, показанного на рис. 1.7. На одной вертикали с центром отверстия площадки 2 устанавливают скальный репер 3. Высоты знаков должны быть в пределах 1,2-1,3 м. Их устанавливают так, чтобы площадка для прибора была горизонтальной, для чего используют цилиндрический уровень.

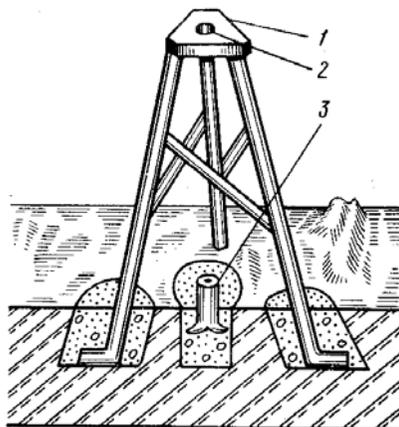


Рис. 1.9. Пирамида

Глубинные реперы, закладываемые вне зоны оползневых процессов, лучше всего изготавливать в виде буронабивных свай (рис. 1.10).

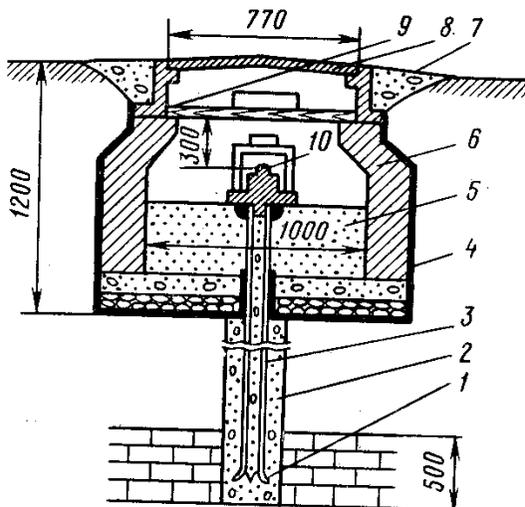


Рис. 1.10. Свайный репер:
 1-якорь; 2-бетонная свая; 3-реперная труба; 4-гидроизоляция;
 5-песок; 6-бетонное кольцо; 7-отмостка; 8-крышка люка;
 9-деревянная крышка; 10-реперная головка

Если глубинный репер закладывают в оползневой зоне, то реперная труба от внешних воздействий защищается обсадной трубой (рис. 1.11).

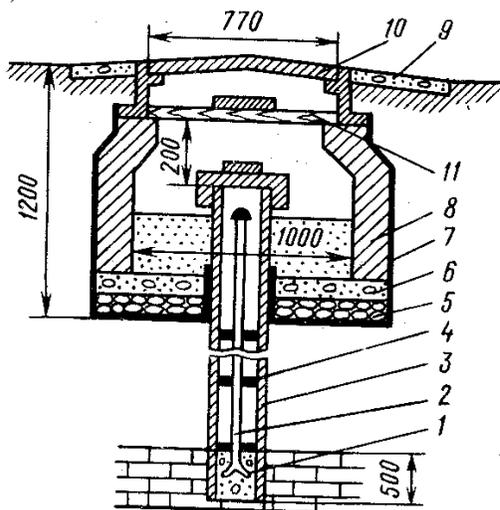


Рис. 1.11. Штанговый репер:

- 1-якорь репера; 2-реперная труба; 3-обсадная труба;
- 4-резиновая муфта; 5-гравий; 6-бетон; 7-гидроизоляция;
- 8-бетонное кольцо; 9-отмостка; 10-крышка люка;
- 11-деревянная крышка

Если же на склоне ожидаются значительные подвижки, то в зоне его деформаций глубинные реперы закладывать нет смысла. В этом случае рекомендуется закладывать 2-3 метровые (в зависимости от глубины промерзания грунта) грунтовые реперы, которые будут являться вспомогательными при выполнении детальных наблюдений.

Если на оползневом склоне расположены здания и сооружения, то места для закладки глубинных или вспомогательных грунтовых реперов выбирают с таким расчетом, чтобы передачу отметок от них на осадочные марки фундаментов этих зданий и сооружений можно было бы обеспечить при возможно минимальной длине нивелирных ходов.

Рекомендуется вначале не устанавливать окончательно опорные реперы в выбранных пунктах, а закреплять их временными колышками, так как при размещении знаков оползневой сети может

оказаться, что они не обеспечиваются видимостью с некоторых опорных реперов и что иногда требуется их небольшое смещение, чтобы видимость была хорошей. Следует также предусматривать будущее смещение оползневых знаков и так назначать их положение, чтобы при своем смещении они не выходили из пределов видимости.

После того как окончательно выбраны и выверены положения опорных и оползневых знаков, можно приступить к их окончательной установке. После закладки каждого репера и установки наружного знака выполняют привязку к местным предметам, зарисовку и соответствующее описание окружающей местности. Если имеется возможность, то пункт опорной сети фотографируют на фоне какого-нибудь постоянного объекта. Оформление пункта завершается окрашиванием знака и снабжением его охранной надписью.

1.5. СПОСОБЫ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ ЗА ГОРИЗОНТАЛЬНЫМИ И ВЕРТИКАЛЬНЫМИ СМЕЩЕНИЯМИ ОПОЛЗНЕЙ

Для изучения динамики оползневых склонов проводят геодезические наблюдения за движением сети оползневых точек, установленных на поверхности оползней и получают векторы смещения и скорости смещения.

В настоящее время, в зависимости от конкретных условий оползневого склона, разработано и применяется на практике достаточно много методов определения оползневых смещений, большинство из которых основано на применении геодезических методов. Преимущество геодезических методов заключается в возможности получения величины абсолютных смещений оползней. Основными из этих методов являются: триангуляция, трилатерация, геодезические засечки (прямые, обратные, боковые и дистанционно-угловые), полигонометрия, створный, спутниковые определения, лазерное сканирование, стереофотограмметрия, геометрическое и тригонометрическое нивелирование. При этом первые четыре метода могут применяться как самостоятельно, так и в их различных сочетаниях. Методы геометрического и тригонометрического нивелирования всегда сопутствуют названным выше методам и дополняют друг друга.

Основной целью постановки систематических геодезических наблюдений (мониторинга) на оползневых склонах является получение максимально полной и наиболее достоверной информации о кинематических характеристиках развития оползневых смещений, как по площади склона, так и во времени. Достижение этого возможно только при условии выбора и осуществления в натуральных условиях оптимального проекта геодезической (наблюдательной) сети и соответствующей методики геодезических наблюдений.

Приведенные выше методы, кроме метода створов, являются довольно трудоемкими с точки зрения осуществления их на оползневом склоне. Кроме того, эти методы не обеспечивают определения равноточного положения оползневых точек по площади склона. Этот недостаток можно в некоторой степени компенсировать соответствующей математической обработкой результатов. Метод стереофотограмметрии обладает достаточно высокой точностью и большой информативностью, однако в условиях залесенных и застроенных склонов его применение ограничено [17]. Применение наземного лазерного сканирования участков активного проявления опасных склоновых процессов увеличивает в несколько раз точность наблюдений за счёт сканирования всей поверхности проявления опасного процесса, более чем на порядок снижает затраты труда и времени в сравнении с традиционными инструментальными и визуальными наблюдениями за динамикой развития процесса.

Выполним далее анализ методов, которые были разработаны или усовершенствованы в последнее время, являющиеся наиболее оптимальными, как с точки зрения трудоемкости их осуществления в натуральных условиях, так и с точки зрения получения заданной точности определения оползневых смещений.

1.5.1. Дистанционно-угловой метод геодезических наблюдений

Дистанционно-угловой метод геодезических наблюдений (полярный способ). Благодаря современному развитию измерительной техники, в деле совершенствования геодезических наблюдений на оползневых склонах открываются большие возможности данного метода. Высокоточные приборы для угловых и линейных измерений позволяют в значительной мере повысить точность и

мобильность геодезических наблюдений на склоне и понизить их трудоемкость.

В дистанционно-угловом методе плано-высотное положение оползневых точек определяется непосредственно с опорных пунктов путем измерения горизонтальных и вертикальных углов и длин линий, что исключает накопление погрешностей измерений. Универсальность метода позволяет применять его практически в любых условиях склона с минимальными затратами труда. Для достижения приемлемой точности геодезических наблюдений разработаны специальные конструкции реперов для закрепления оползневых точек, визирных целей, а также ряд других приспособлений. Оползневые точки рекомендуется закреплять грунтовыми реперами [22].

Соответствующими расчетами, а затем экспериментальной проверкой установлено, что в данном методе необходимо применение высокоточных и точных теодолитов и светодальномеров [22]. На сегодняшний день надо применять электронные тахеометры.

На рис. 1.12 представлена схема определения плано-высотного положения оползневых точек дистанционно-угловым способом. Здесь m_{D_p} - среднеквадратическая погрешность положения точки 1, вызываемое среднеквадратической погрешностью m_β угла β ; m_D - ср рис. 1.8. Рейка на штанге еднеквдратиче-ское отклонение положения точки 1, вызываемое среднеквадратической погрешностью расстояния D ; m_l - общая среднеквадратическая погрешность планового положения точки 1.

В этом методе оползневая точка определяется относительно исходного пункта полярным способом и приращения координат составляют:

$$\Delta x = S \cos \alpha, \quad \Delta y = S \sin \alpha, \quad (1.7)$$

где S - горизонтальное проложение измеренной линии D ;

α - дирекционный угол.

Их среднеквадратические погрешности будут

$$m_x = \sqrt{\cos^2 \alpha \cdot m_s^2 + S^2 \sin^2 \alpha \frac{m_\alpha^2}{\rho^2}}; \quad (1.8)$$

$$m_y = \sqrt{\sin^2 \alpha \cdot m_s^2 + S^2 \cos^2 \alpha \frac{m_\alpha^2}{\rho^2}}.$$

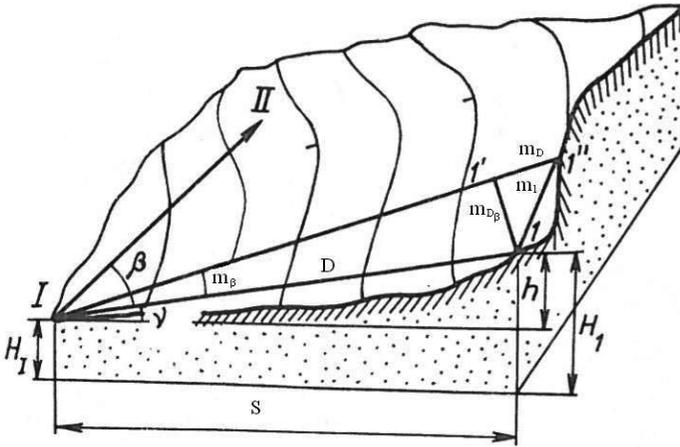


Рис. 1.12. Схема определения положения оползневых точек дистанционно-угловым методом

Общая среднеквадратическая погрешность планового положения точки будет

$$m_l = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = \sqrt{m_s^2 + \frac{S^2 m_\alpha^2}{\rho^2}}. \quad (1.9)$$

Так как среднеквадратическая погрешность m_α характеризуется среднеквадратической погрешностью m_β угла β , то (1.9) примет вид

$$m_l = \sqrt{m_s^2 + \frac{S^2 m_\beta^2}{\rho^2}}. \quad (1.10)$$

Так как смещение оползневой точки определяется по разности ее координат между циклами наблюдений, то среднеквадратическая погрешность перемещения точки между циклами наблюдений будет

$$m_{\Delta l_j} = \sqrt{2} \sqrt{m_s^2 + S^2 \frac{m_\beta^2}{\rho^2}}. \quad (1.11)$$

1.5.1.1. Способ тригонометрического нивелирования

Превышения оползневых точек над опорными пунктами в данном методе определяются способом тригонометрического нивелирования. Полная формула для определения превышений оползневых точек над опорным пунктом имеет вид

$$h = S \cdot \operatorname{tg} v + i - V + R - r, \quad (1.12)$$

где S – горизонтальное проложение;

v – угол наклона;

i – высота прибора над точкой;

V – высота визирования на рейку;

R – поправка за кривизну Земли;

r – поправка за рефракцию.

При геодезических наблюдениях на склоне величины R, r можно не учитывать, так как они имеют одно и то же значение в каждом из циклов наблюдений [22]. Кроме того, полагают, что $i = V$. Тогда вычисление превышения сводится к простой формуле:

$$h = S \cdot \operatorname{tg} v. \quad (1.13)$$

Переходя к среднеквадратическим погрешностям, получим

$$m_h = \sqrt{\operatorname{tg}^2 v \cdot m_s^2 + \frac{S^2}{\cos^4 v} \frac{m_v^2}{\rho^2}}. \quad (1.14)$$

Первое слагаемое в подкоренном выражении пренебрегаемо мало по сравнению со вторым. Поэтому формулу можно упростить и для расчета точности измерения вертикальных углов принять

$$m_h = S \frac{m_v}{\rho}. \quad (1.15)$$

1.5.2. Створный метод геодезических наблюдений

Метод створов наиболее распространен при постановке натуральных геодинамических наблюдений за горизонтальными смещениями на открытых оползневых склонах при небольшой изрезанности рельефа. Нестворности оползневых точек можно определять непосредственным и косвенным способом.

При постановке створных наблюдений на оползневых склонах створы могут располагаться как перпендикулярно к основному движению оползня, так и вдоль движения.

Что касается косвенных способов определения нестворностей оползневых точек, то ввиду значительной трудоемкости полевых и камеральных работ широкого распространения на практике они не получили. Способы непосредственного определения нестворностей достаточно просты, мобильны и обладают высокой точностью.

Наиболее простым следует считать способ бокового (горизонтального) нивелирования, применение которого для определения горизонтальных смещений на ряде промышленных предприятий доказало преимущество его перед другими [22], [23].

Сущность створного метода заключается в следующем (рис. 1.13).

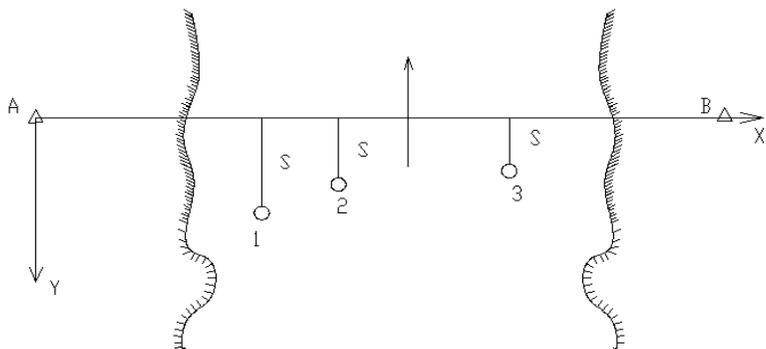


Рис. 1.13. Створ на оползневом склоне

Пусть на местности имеем створ AB . Точки 1, 2 и 3 расположены в пределах границы оползня. Как известно, в силу природных условий оползневого склона расположить оползневые точки строго в створе AB часто затруднительно, а иногда и совсем невозможно. При применении способа бокового нивелирования и соответствующей методики натуральных наблюдений это и не требуется. Их можно закреплять в створе приближенно.

Если на склоне ожидаются значительные смещения, то для увеличения линейного интервала наблюдений оползневые точки рекомендуются закреплять выше створа на расстоянии, не превышающем длину применяемой рейки.

Определение нестворностей оползневых точек по отношению к створу AB выполняют в прямом и обратном направлениях.

Пусть теперь из наблюдений по створу AB (в прямом ходе) в начальном (нулевом) цикле на момент времени t_0 получены значения l'_{i_0} ($i = \overline{1, n}$) нестворностей каждой i -ой оползневой точки. В обратном ходе (по створу BA) на тот же момент времени t_0 получены значения l''_{i_0} ($i = \overline{1, n}$) нестворностей этих же точек. Очевидно, что на момент времени t_j ($j = \overline{0, m}$) значения нестворностей будут l'_{ij} ($i = \overline{1, n}; j = \overline{0, m}$) и l''_{ij} ($i = \overline{1, n}; j = \overline{0, m}$). Тогда величины горизонтальных смещений i -ой оползневой точки на момент времени t_j ($j = \overline{0, m}$) будут

$$\Delta l'_{ij} = l'_{ij} - l'_{i_0}; \quad (1.16)$$

$$\Delta l''_{ij} = l''_{ij} - l''_{i_0}. \quad (1.17)$$

Наиболее точным значением смещения данной оползневой точки будет среднее весовое

$$\Delta l_{ij} = \frac{\Delta l'_{ij} p'_i + \Delta l''_{ij} p''_i}{p'_i + p''_i}, \quad (1.18)$$

где веса p'_i и p''_i определяются по формулам

$$p'_i = \frac{c}{S_{Ai}}; \quad p''_i = \frac{c}{S_{Bi}}. \quad (1.19)$$

Оценку точности величин Δl_{ij} ($i = \overline{1, n}; j = \overline{0, m}$) производят по разностям

$$d_{ij} = \Delta l'_{ij} - \Delta l''_{ij}, \quad (1.20)$$

веса которых, определяют по формуле

$$p_i = \frac{p'_i p''_i}{p'_i + p''_i}. \quad (1.21)$$

Среднеквадратические погрешности $m_{\Delta l_{ij}}$ величин Δl_{ij} будут

$$m_{\Delta_{ij}} = \frac{m_{0i}}{\sqrt{p_i' + p_j''}}, \quad (1.22)$$

где

$$m_{0i} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i d_{ij}^2}. \quad (1.23)$$

Для исключения погрешностей центрировки и редукции створы рекомендуется закреплять постоянными знаками, обеспечивающими принудительное центрирование теодолита и визирной марки (см. рис. 1.7).

1.5.3. Способ измерений малых углов

Если применение створного метода по тем или иным причинам невозможно, то для определения нестворности оползневых точек можно применить способ измерений малых углов.

Сущность способа измерений малых углов состоит в следующем (см. рис. 1.14).

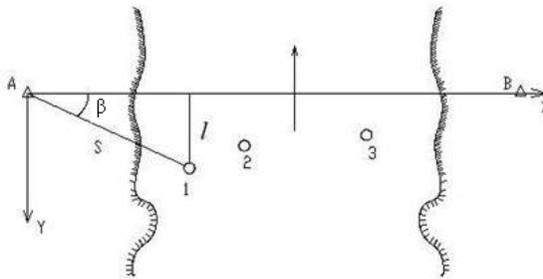


Рис. 1.14. Схема определения нестворности по способу измерения малых углов

Точки A и B являются опорными и образуют между собой створ, а точки 1, 2 и 3 – оползевыми. Устанавливаем теодолит в точке A , а в точке B – марку. Так же устанавливаем марки с отразителями на оползневых знаках. Измеряем, малые углы β_i и расстояния S_i . По окончании наблюдений аналогичные действия выполняют с точки B .

Значения нестворности вычисляются по формуле:

$$l_i = S_{Ai} \sin \beta_i, \quad l'_i = S_{Bi} \sin \beta'_i, \quad (1.24)$$

или, принимая, вследствие малости углов β_i , тангенсы этих углов равными дугам, находим

$$l_i = \frac{S_{Ai} \beta_i}{\rho}, \quad l'_i = \frac{S_{Bi} \beta'_i}{\rho}. \quad (1.25)$$

Среднеквадратические погрешности определения нестворности от пунктов A и B будут:

$$m_{l_i} = \frac{S_{Ai} m_\beta}{\rho}, \quad m'_{l_i} = \frac{S_{Bi} m_\beta}{\rho}. \quad (1.26)$$

Смещение i -ой точки от створа за время, прошедшее между начальным и последующим циклами наблюдений, получим по формуле:

$$\begin{aligned} \Delta l_i &= l_{(2)i} - l_{(1)i} = \frac{S_{Ai} (\beta_2 - \beta_1)}{\rho}, \\ \Delta l'_i &= l'_{(2)i} - l'_{(1)i} = \frac{S_{Bi} (\beta'_2 - \beta'_1)}{\rho}. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Среднеквадратические погрешности определения таких смещений будут:

$$m_{\Delta l_i} = \frac{S_{Ai} m_\beta}{\rho} \sqrt{2}, \quad m_{\Delta l'_i} = \frac{S_{Bi} m_\beta}{\rho} \sqrt{2}. \quad (1.28)$$

Если для наблюдения за движением оползня применяется несколько створов (см. рис. 1.1), то, применяя сочетание методов створов и малых углов, можно следить за смещением знака на значительном участке его траектории. Это очень важно, так как земляные потоки отличаются довольно большими общими подвижками и при применении только одного метода створов эффективность наблюдательной сети невысокая.

Для зданий и сооружений, расположенных на оползневом склоне, необходимо вести наблюдения за следующими основными видами их деформаций: осадками, горизонтальными сдвигами, кренами, раскрытием трещин.

Наблюдения за деформациями зданий и сооружений, расположенных в оползневой зоне, относятся, как правило, к разряду

высокоточных геодезических наблюдений. Поэтому организации этих работ должно быть уделено особое внимание. Большое значение при этом приобретают автоматизированные и автоматические системы и устройства.

Для наблюдений за осадками зданий и сооружений применяют в основном метод геометрического или гидростатического нивелирования.

При наблюдениях методом высокоточного геометрического нивелирования на зданиях и сооружениях создают высотные геодезические сети, на пункты которых передают отметки от пунктов специальных опорных высотных сетей, созданных за пределами оползневой зоны.

Нивелирование осадочных марок выполняют в основном в виде разомкнутых или замкнутых ходов от вспомогательных (грунтовых) реперов. Следовательно, в таком случае геодезическая сеть на оползневом склоне является двухстадийной.

Наблюдения за осадками зданий и сооружений выполняют высокоточными цифровыми нивелирами типа Trimble Dini 12, Trimble Dini 22, Nikon AS-2C, Nikon AE-7C и другими в одном направлении и при одном горизонте прибора. В отдельных случаях наблюдения выполняют при двух горизонтах прибора (в зависимости от класса капитальности зданий и сооружений).

При наблюдениях за горизонтальными смещениями зданий и сооружений, расположенных в оползневой зоне, наиболее эффективно применение метода бокового нивелирования. В элементы зданий и сооружений закладывают специальные комбинированные марки. Иногда расположить опорные пункты створа за пределами оползня не представляется возможным. В таких случаях створы закрепляют непосредственно в оползневой зоне. Тогда в каждом из циклов наблюдений крайние точки створа привязывают к пунктам специальных плановых опорных сетей методом триангуляции (в основе метода триангуляции лежит решение треугольника по стороне и двум углам – теорема синусов); трилатерации (метод трилатерации основан на возможности решения треугольника по трем измеренным его сторонам, а углы определяются по теореме косинусов) или полигонометрии (в полигонометрии система геодезических пунктов образует полигон-многоугольник, который может быть замкнутым или разомкнутым). Измеряемыми элементами являются стороны полигона и его горизонтальные углы, а затем определяют нестворности ма-

рок, заложенных в здания и сооружения. Общее смещение марок будет складываться из их смещений относительно наблюдаемого створа и смещений точек, закрепляющих створ.

Во многих случаях, когда применение метода створов (бокового нивелирования) из-за условий склона оказывается затруднительным, более рациональным является *метод полигонометрии*. Особенно эффективно применение метода полигонометрии при наблюдениях за смещениями сооружений, имеющих большую протяженность (например, магистральные дороги, берегоукрепительные сооружения и др.). Такие сооружения, как правило, имеют простирание, перпендикулярное к основному направлению оползневых смещений. Это обстоятельство позволяет при прокладке полигонометрических ходов влияние погрешностей линейных и угловых измерений рассматривать обособленно.

Иногда при значительной ширине и протяженности сооружений на склоне часть их марок (или оползневых точек склона) параллельно с проложением полигонометрического хода можно определять способом боковых геодезических засечек, а в отдельных случаях возможно применение метода триангуляции или трилатерации.

1.5.4. Методы геометрического и тригонометрического нивелирования

Методы геометрического и тригонометрического нивелирования для определения вертикальных смещений оползневых точек, как правило, применяют в сочетании с методами определения горизонтальных смещений [22]. Нивелирование производят в прямом и обратном направлениях.

Превышение h по всему ходу геометрического нивелирования равно сумме превышений h_1, h_2, \dots, h_n , полученных на каждой станции, т.е.

$$h = h_1 + h_2 + \dots + h_n. \quad (1.29)$$

Считая все превышения равноточными, можно написать

$$m_h = m\sqrt{n}, \quad (1.30)$$

где m - среднеквадратическая погрешность каждого превышения.

Так как смещение оползневой точки равно разности ее высот между циклами наблюдений, то его среднеквадратическая погрешность будет

$$m_{\Delta h} = m_h \sqrt{2}. \quad (1.31)$$

Когда из-за специфических условий склона применение метода геометрического нивелирования оказывается затруднительным, а иногда и совсем невозможным, то применяют метод тригонометрического нивелирования. Превышения между оползневыми точками определяют дважды (по прямому и обратному ходов), т.е. двусторонним нивелированием.

Осадки зданий и сооружений, расположенных в оползневой зоне, как правило, неразрывно связаны со смещениями их в горизонтальной плоскости. При этом осадки зданий и сооружений могут быть как следствием развития оползневого процесса, так и не связанными с ним. В последнем случае осадки вызываются условиями деформаций оснований зданий и сооружений, и их проявления (осадок) может привести к ложным заключениям об активизации оползневых смещений на склоне. Поэтому при постановке геодезических наблюдений за осадками зданий и сооружений необходимо параллельно вести наблюдения за прилегающими к ним участками, как по площади, так и по глубине склона.

Для наблюдений за осадками зданий и сооружений применяют в основном метод высокоточного геометрического нивелирования. При этом методе на зданиях и сооружениях создают высотные сети, на пункты которых передают высоты от пункта специальной опорной высотной сети, созданной за пределами оползневой зоны.

Величину осадки рассчитывают по формуле

$$S = H_1 - H_2, \quad (1.32)$$

где H_1, H_2 - высоты в разных циклах самой слабой осадочной марки сети на здании.

Положим, что точность определения высот H осадочных марок в каждом из циклов наблюдений одинакова.

$$m_{H_{t(1)}} = m_{H_{t(2)}} = m_H. \quad (1.33)$$

Тогда среднеквадратическая погрешность осадки марки будет

$$m_S = m_H \sqrt{2}. \quad (1.34)$$

Для сооружений наиболее опасны неравномерные осадки площадок опирания, значения которых равны разности осадок

$$S_1 - S_2 = \Delta S, \quad (1.35)$$

полученных за один и тот же промежуток времени.

1.6. ОБЩИЕ ПОДХОДЫ К РАСЧЕТУ ТОЧНОСТИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Геодезические измерения за развитием оползневых смещений являются одной из наиболее важных частей общего комплекса изучения режима оползневых процессов. Поэтому обоснование необходимой точности геодезических измерений, выбор метода таких наблюдений и разработка технологии их выполнения должны исходить из принципа получения наиболее полной и достоверной информации об оползневом склоне.

В работе [10] рассматриваются вопросы точности измерений на оползнях, где сказано, что измерения горизонтальных и вертикальных смещений знаков, установленных на оползнях, относятся к разряду точных геодезических работ. В зависимости от существующего метода измерений можно заранее рассчитать возможную точность измерений, а последующая эффективность метода будет проявляться только при наличии свойственных ему определенных условий. Поэтому при выборе метода геодезических измерений следует учитывать требуемую точность измерений, размеры и тип оползня; характер его смещения; рельеф и ситуацию местности; наличие тех или иных геодезических приборов и т.п.

Требуемая точность геодезических измерений смещений на оползнях в настоящее время нормативно не установлена. На основе большого опыта наблюдений за подвижками дневной поверхности под влиянием горных выработок [7], [46], наблюдений на оползневых станциях [43], а также практики проектно-геодезических организаций считается, что положение геодезических знаков, устанавливаемых на сооружениях для измерения смещений, должно определяться со среднеквадратической погрешностью 10 мм в плане и 2 мм по высоте. Положение геодезических знаков, устанавливаемых на поверхности оползней, следует определять со среднеквадратической погрешностью 50 мм в плане и 10 мм по высоте.

Эти же среднеквадратические погрешности были положены и в «Руководство по наблюдениям за деформациями оснований и фундаментов зданий и сооружений» [73].

В СНиП 11-02-96 «Инженерные изыскания для строительства» [88], применяемые до настоящего времени, сказано, что точность определения смещений точек на склоне следует устанавливать в зависимости от ожидаемых величин подвижек склона, наличия зданий и сооружений и др., и, как, правило, среднеквадратическая погрешность определения подвижек склона относительно опорных пунктов должна приниматься равной 20мм в плане и 10мм по высоте, а для деформаций зданий и сооружений среднеквадратическая погрешность измерений относительно опорных геодезических пунктов при определении вертикальных смещений зданий и сооружений 1-2 мм на скальных грунтах и 2-3 мм на дисперсных грунтах, горизонтальных смещений зданий и сооружений 1-2 мм, наклона зданий и сооружений 2-3 мм на каждые 100 м высоты.

Для обеспечения необходимой измерительной точности геодезических наблюдений за оползневыми процессами в [25] предлагается использовать подход, определяющий выбор точности в зависимости от заданного уровня вероятности оценки контролируемых параметров с учетом близости их значений к предельно допускаемым величинам, а также соотношений между величинами параметров и ошибками их измерений. Применение такого подхода дает возможность своевременно предотвращать неблагоприятные последствия развития оползневых процессов.

В работе [36] есть идея увязать точность геодезических наблюдений за смещением на оползневых склонах при изучении режима оползневых процессов с величиной определяемых смещений. Здесь с помощью вероятностного подхода к проблеме показана зависимость точности наблюдений от величины оползневых смещений и утверждается, что относительная погрешность измерения оползневой деформации должна быть не более 25% от величины смещения оползня. К сожалению, дальнейшего аналитического развития этого тезиса в работе нет. Здесь приводится только логическое обоснование дифференциации точности наблюдений вдоль направления движения оползня, а также дифференциации измерений по точности и частоте их выполнения.

Для выяснения этого важного вопроса в [22] рассмотрена одна из механико-математических моделей оползневых смещений во

времени, где в результате некоторых математических выкладок обосновывается положение, что для определения среднеквадратического отклонения $\sigma(\Delta S)$ смещения необходимо иметь представление о скорости смещений. При решении вопроса о точности геодезических измерений предлагается исходить из принципа определения минимально необходимых или максимально возможных оползневых смещений ΔS_{\max}^{\min} , т.е. путем назначения допуска на точность определения оползневых смещений подобно тому, как это делается при расчете точности разбивочных работ или контрольно-монтажных измерений.

1.7. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ СМЕЩЕНИЙ ОПОЛЗНЕЙ

При обработке результатов геодезических измерений смещений оползней применяют корреляционный, дисперсионный и регрессионный анализы, подробно рассмотренные в [22]. Рассмотрим эти виды анализа по этой работе.

1.7.1. Корреляционный анализ смещений оползней

При изучении оползневых процессов часто имеют дело с понятием функциональной зависимости, сущность которой заключается в том, что какая-либо геофизическая величина определяется как однозначная функция одной или нескольких величин. Такую зависимость можно представить формулой

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1.36)$$

т.е. величина y полностью определяется значениями x_i ($i = \overline{1, n}$).

Функциональная связь может существовать и между случайными величинами. Однако между ними может иметься и связь другого рода, которая проявляется в том, что одна из них реагирует на изменение другой изменением своего закона распределения. Такую связь называют стохастической или вероятностной.

Для практики геодезических измерений на оползневых склонах, при изучении стохастических связей, необходимо решить два вопроса: какова теснота связи, и какова форма связи между наблюдаемыми параметрами - смещениями и временем.

Среди различных видов стохастических связей ведущее место отводится корреляционной связи. Она весьма удобна потому, что допускает возможность числовой характеристики тесноты связи. Такая характеристика называется коэффициентом корреляции.

Для определения коэффициента корреляции между случайными величинами x и y пользуются формулой

$$r(x, y) = \frac{\mu(x, y)}{m(x)m(y)}, \quad (1.37)$$

где

$$\mu(x, y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (1.38)$$

- смешанный момент второго порядка, а $m(x)$ и $m(y)$ - среднеквадратические погрешности величин x и y соответственно.

Для практических вычислений коэффициента корреляции, когда число измерений невелико, более удобно пользоваться формулой

$$r(x, y) = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{m_1(x)m_1(y)}, \quad (1.39)$$

где \overline{xy} - среднее значение произведения x и y , а среднеквадратические погрешности $m_1(x)$ и $m_1(y)$ вычисляются по формулам

$$m_1(x) = \sqrt{\frac{n}{n-1} (x^2 - \bar{x}^2)}, \quad (1.40)$$

$$m_1(y) = \sqrt{\frac{n}{n-1} (y^2 - \bar{y}^2)}. \quad (1.41)$$

Среднеквадратическую погрешность коэффициента корреляции определяют по формуле

$$m(r) = \frac{(1-r^2)}{\sqrt{n}}. \quad (1.42)$$

Оценка достоверности корреляционной связи производится по формуле

$$\frac{|r|}{m(r)} \geq 3. \quad (1.43)$$

В качестве примера рассматривается определение тесноты связи между данными наклонных наблюдений за микро-наклонами прибрежной части побережья Черного моря города Одессы в зависимости от состояния моря. Вычисленные значения коэффициента корреляции $r(v, x) = 0,89$, среднеквадратической погрешности коэффициента корреляции $m(r) = 0,038$ и оценки достоверности корреляционной связи $\frac{|r|}{m(r)} = 23,34 > 3$ позволяют заключить, что абразионная деятельность моря на исследуемом участке очень сильно влияет на состояние устойчивости прибрежной части плато. Уравнение, полученное по методу наименьших квадратов, имеет вид

$$v = 0,313 + 1,255x.$$

1.7.2. Дисперсионный анализ смещений оползней

В теории и практике исследования оползневых процессов в центре внимания стоит вопрос о том, в какой мере тот или иной фактор или их комбинации оказывают существенное влияние на изучаемый признак. Основная цель дисперсионного анализа при изучении оползневых процессов заключается в оценке изменчивости, связанной с различными факторами, или же, в исследовании различий между средними в наборе совокупностей.

При дисперсионном анализе результатов режимных наблюдений на оползневых склонах выделяют следующие основные задачи:

- построение геологической модели;
- определение изучаемой геологической совокупности;
- определение измеряемых характеристик и источников изменчивости, влияние которых необходимо учитывать;
- нахождение такого метода анализа геологической модели, в которой математическая структура измерений давала бы возможность учесть изучаемые источники изменчивости;
- разработка плана получения данных геодезических измерений, который соответствовал бы принятой статистической модели.

Дисперсионный анализ введен английским математиком-статистиком Р.А.Фишером для случая нормального распределения изучаемых признаков. Однако его применение к анализу режимных наблюдений на оползневых склонах, распределение ре-

зультатов которых часто отлично от нормального, дает возможность получить научно обоснованное решение поставленных выше задач при некоторых предположениях.

В [22] рассматриваются некоторые простейшие приемы дисперсионного анализа.

Пусть выборки X_1, X_2, \dots, X_p распределены нормально и имеют одинаковую дисперсию, значение которой, однако, неизвестно. Найдем выборочные средние по выборкам из этих совокупностей и проверим при заданном уровне значимости q нулевую гипотезу H_0 :

$$M(X_1) = M(X_2) = \dots = M(X_p)$$

о равенстве всех математических ожиданий. Для решения этой задачи применяется метод, основанный на сравнении дисперсий и именно поэтому названный дисперсионным анализом.

Если при этом на случайную величину X_i воздействует только один качественный фактор F , то дисперсионный анализ называют однофакторным.

Допустим, имеем результаты наблюдений X_i , с группированных в p число выборок. Оформим результаты наблюдений в виде табл. 1.

Таблица 1

Номер испытания	Уровни фактора F_j			
	F_1	F_2	...	F_p
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1p}
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2p}
...
q	x_{q1}	x_{q2}	...	x_{qp}
Групповое среднее	\bar{x}_{cp1}	\bar{x}_{cp2}	...	\bar{x}_{cpp}

Порядок выполнения однофакторного анализа заключается в следующем. Определим общую, факторную и остаточную суммы квадратов отклонений от среднего:

$$S_{общ} = \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^q (x_{ij} - \bar{x})^2, \quad (1.44)$$

$$S_{факт} = n \sum_{j=1}^p (\bar{x}_{cpj} - \bar{x})^2, \quad (1.45)$$

$$S_{ост} = S_{общ} - S_{факт}, \quad (1.46)$$

где $S_{общ}$ - общая сумма квадратов отклонений наблюдаемых значений от общего среднего $\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_{cp}}{p}$, а $\bar{x}_{cp} = \frac{\sum x_i}{q}$;

$S_{факт}$ - факторная сумма отклонений групповых средних от общей средней, характеризующая рассеяние между группами;

$S_{ост}$ - остаточная сумма квадратов отклонений наблюдаемых значений группы от своего группового среднего, характеризующая рассеяние внутри групп.

Величины S называют девиатами.

Затем вычисляют общую, факторную и остаточную дисперсии:

$$\begin{aligned} \sigma_{общ}^2 &= \frac{S_{общ}}{pq - 1}, \\ \sigma_{факт}^2 &= \frac{S_{факт}}{p - 1}, \\ \sigma_{ост}^2 &= \frac{S_{ост}}{p(q - 1)}. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Проверка нулевой гипотезы сводится к сравнению факторной и остаточной дисперсии по критерию Фишера-Снедекора:

$$F_{набл} = \frac{\sigma_{факт}^2}{\sigma_{ост}^2} \leq F_{кр}, \quad (1.48)$$

где $F_{кр}$ - табличное значение критерия Фишера при доверительной вероятности q и заданному числу степеней свободы k_α и k_r [57].

Если $F_{набл}$ окажется больше $F_{кр}$, то нулевая гипотеза H_0 отвергается.

В работе [22] рассматривается изложенная методика однофакторного дисперсионного анализа, но не для анализа оползневых смещений, т.е. постановка задачи однофакторного анализа для смещений оползней не сформулирована.

1.7.3. Регрессионный анализ смещений оползней

В практике изучения оползневых процессов часто строят прогнозные математико-статистические модели, т.е. эмпирические уравнения, связывающие величины смещения оползня от временного фактора.

Построение математических моделей оползневых смещений по данным геодезических наблюдений может идти по следующим двум основным направлениям: а) построение модели смещений, где аргументами функции являются различного рода оползнеобразующие факторы; б) построение модели, где аргументом функции служит только время, т.е. оползнеобразующие факторы проявляются здесь в неявном виде.

Прогнозную модель наблюдаемых оползневых смещений Y_i в последнем варианте обычно представляют в виде степенного ряда

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_kx^k, \quad (1.49)$$

где X - время с момента начала наблюдений;

a_i - неизвестные коэффициенты.

В способе Чебышева этот полином заменяют равенством

$$y = A_0\varphi_0(x) + A_1\varphi_1(x) + A_2\varphi_2(x) + \dots + A_i\varphi_i(x), \quad (1.50)$$

где A_i - искомые коэффициенты;

$\varphi_i(x)$ - полиномы i от x , удовлетворяющие условиям ортогональности

$$(\varphi_i, \varphi_j) = \sum_{i,j} \varphi_i(x)\varphi_j(x), \quad (1.51)$$

$$\sum_{i=1}^k \varphi_i^2(x) \neq 0, (i = \overline{0, k}); (j = \overline{0, k}).$$

Параметрические уравнения имеют вид

$$v_i = A_0\varphi_0(x_i) + A_1\varphi_1(x_i) + A_2\varphi_2(x_i) + \dots + A_k\varphi_k(x_i) - y_i. \quad (1.52)$$

Переходя к системе нормальных уравнений

$$[\varphi_i^2(x)]A_i - [y\varphi_i(x)] = 0, \quad (1.53)$$

и решая их, получают искомые коэффициенты

$$A_i = \frac{[y_i\varphi_i(x)]}{[\varphi_i^2(x)]}. \quad (1.54)$$

Следовательно, с учетом (1.54) формула (1.50) примет вид

$$y = \sum_{i=1}^k \frac{[y_i\varphi_i(x)]}{[\varphi_i^2(x)]} \varphi_i(x). \quad (1.55)$$

Это уравнение называют интерполяционным рядом Чебышева.

Для оценки точности определения A_i прибегают к способу весовых коэффициентов, т.е. обращают матрицу коэффициентов нормальных уравнений (1.55).

В качестве критерия прекращения подбора степени k в (1.51) (или все равно, что номер i в (1.50)) рассматривают дисперсию

$$m_i^2 = \frac{S_i}{n-i-1}, \quad (1.56)$$

и разности среднеквадратических отклонений Δm

$$\Delta m = m_i - m_{i+1} \leq \varepsilon, \quad (1.57)$$

где $\varepsilon \leq 3m_{y_i}$ - наперед заданная величина точности аппроксимации, которая не должна быть больше предельной погрешности наблюдаемого значения i .

Здесь значение S_i вычисляют по рекуррентной формуле

$$S_i = S_{i-1} - \varphi_i^2(x) \sum_{i=1}^k A_i^2(x), \quad (1.58)$$

причем при $i=0$

$$S_0 = \sum_{i=1}^k y_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^k y_i \right)^2. \quad (1.59)$$

В работе [22] описанный выше метод регрессионного анализа был применен для построения математической модели вертикальных смещений Δh оползня на склонах Старонаводнической балки в г. Киеве. Всего было проведено 11 циклов наблюдений с промежутками во времени $\Delta t = 1$ мес.

После всех вычислений получено следующее приближенное уравнение первого порядка ($y = \Delta h$), т.е. $i = k = 1$:

$$\Delta h = 5,62t - 8,29.$$

Дисперсия этого приближения $m_1^2 = 3,26\text{см}^2$.

Для второго приближения ($i = k = 2$) получено следующее уравнение второго порядка:

$$\Delta h = -5,17 + 4,23t + 0,12t^2.$$

с дисперсией $m_2^2 = 2,33\text{см}^2$.

Разность дисперсий равна $\Delta m^2 = 0,93\text{см}^2$. Неравенство $m_1^2 > m_2^2$ говорит о том, что полученное уравнение второго порядка является существенным уточнением уравнения первого порядка.

Анализ разности Δm^2 и соответствующего выбора значения k (или i) в уравнении регрессии в работе [22] не приводится, равно как и регрессионный анализ плановых смещений, здесь также отсутствует.

Рассмотренные выше виды анализа довольно трудоемкие и неудобные для производителей, к тому же и не наглядны.

Все это говорит об актуальности проблемы анализа оползневых смещений. В нашей работе предложен более удобный и наглядный метод анализа смещений оползней по данным геодезических измерений. Он обоснован нами теоретически и иллюстрирован специальными экспериментальными и производственными материалами.

1.8. ВЫВОДЫ

Из анализа литературных источников следует, что, несмотря на достаточно широкий спектр вопросов, освещаемых в литературе по исследованиям смещений оползней, в данной проблеме остаются некоторые вопросы, требующих проведения дальнейших теоретических исследований для более полного представления характера оползневых процессов и в более наглядной форме. Данные геодезических наблюдений позволяют выявить фактическую степень детерминированности случайных процессов оползневых смещений на существующем уровне научно-технического

развития и определить на этой основе объективные закономерности их развития посредством математического моделирования. Картина оползневых процессов проявляется в разработке адекватных математических моделей, отражающих на основе геодезических данных объективные закономерности развития оползневых смещений.

Задачи и методы геодезических исследований оползневых смещений должны определяться с учетом сильной детерминированности изучаемых процессов. Среди них, в первую очередь, как нам представляется, дальнейшего теоретического анализа требуют следующие задачи:

- разработка методики математического моделирования оползневых смещений на основе построения среднеквадратических эллипсов смещений (см. главу 3);

- расчет точности геодезических наблюдений для планового (σ_s) и вертикального (σ_h) определения смещений (S) при различных скоростях (V) движения оползня и интервалах времени (Δt) между циклами измерений (см. главу 2);

- исследование по анализу результатов геодезических наблюдений смещений оползней с применением аппарата математической статистики (см. главу 3).

2. МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ТОЧНОСТИ И ПЕРИОДИЧНОСТИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ НАБЛЮДЕНИЯХ ЗА СМЕЩЕНИЯМИ НА ОПОЛЗНЕВЫХ СКЛОНАХ

2.1. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ТОЧНОСТИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Для выполнения геодезических наблюдений в пределах оползневого тела и на сооружениях, находящихся на оползневых склонах, устанавливают деформационные марки. В предыдущей главе были приведены допуски на определение положения этих марок. Однако приведенные допуски марок не учитывают конструкцию и назначение зданий и сооружений, интенсивность движения оползня или его скорость и, по нашему мнению, подобный подход при назначении точности не целесообразен, поскольку он не учитывает всех особенностей оползневого процесса.

В практике имели место случаи, когда на оползневых склонах велись наблюдения за сооружениями, безопасная эксплуатация которых требовала производства наблюдений со значительно меньшими погрешностями. Например, наблюдения за эскалаторной галереей на оползневом склоне Ленинских гор в городе Москве с учетом прочностных и эксплуатационных характеристик среднеквадратическая погрешность определения марки по высоте составляла примерно 0,5 мм [69].

Нам представляется, что целесообразно использовать принцип, изложенный в [33], [58], где среднеквадратическое отклонение планового определения смещения сооружения находится в зависимости от изменения величины планового смещения.

$$\frac{\sigma_s}{S} \leq \frac{1}{2,5}, \quad (2.1)$$

где σ_s - среднеквадратическое отклонение определения смещения оползня;

S – смещение оползня.

В работе [22] обосновывается, что величина допустимой погрешности измерений на оползне должна назначаться в зависимости от скорости смещения оползня. В этом случае равенство (2.1) принимает вид:

$$\frac{\sigma_s}{V\Delta t} \leq \frac{1}{2,5}, \quad (2.2)$$

где V - скорость смещения оползневой точки между циклами измерений;

Δt - интервал времени между циклами измерений.

В табл. 2.1 приведены среднеквадратические отклонения планового определения смещения σ_s при различных скоростях движения оползня V в интервале времени $\Delta t = 1$ между циклами измерений.

Таблица 2.1

$V, \frac{мм}{цикл}$	5	10	15	20	30	40	45	50
$\sigma_s, мм$	2,0	4,0	6,0	8,0	12,0	16,0	18,0	20,0

Достаточно хорошие результаты при вычислении скоростей дает метод «скользящего полинома», предложенный в [15]. Скорость в этом случае, при одинаковых интервалах времени, находят из выражения

$$V_{j+1,j} = \frac{S_{j+1} - S_j}{\Delta t} - \frac{1}{24\Delta t} (S_{j+1} - S_{j-2} + 3S_{j-1} - 3S_j), \quad (2.3)$$

а среднеквадратическая погрешность скорости вычисляется по формуле

$$m_v = 1,3 \frac{m_s}{\Delta t}, \quad (2.4)$$

где S - величина смещения;

j - номер цикла измерения;

m_s - среднеквадратическая погрешность смещения.

Для определения составляющих σ_s в плановом положении, а также и по высоте $\sigma_{S_x}, \sigma_{S_y}, \sigma_{S_H}$, следует применять рекомендации [22], используя для этого принцип равных влияний или расчета с введением коэффициентов, повышающих или понижающих

ших точность определения вертикальных смещений по отношению к точности определения плановых смещений на склоне.

Учитывая, что $\sigma_S^2 = \sigma_{S_x}^2 + \sigma_{S_y}^2$, можем записать, что при условии равенства среднеквадратических отклонений $\sigma_{S_x} = \sigma_{S_y} = 0,28V\Delta t$.

Аналогично можно найти среднеквадратические отклонения определения вертикальных смещений σ_H , считая их равными плановым, т.е.

$$\sigma_{S_H} = 0,28V\Delta t. \quad (2.5)$$

В табл. 2.2 приведены среднеквадратические отклонения вертикального определения смещений σ_{S_H} при тех же условиях.

Таблица 2.2

$V, \frac{мм}{цикл}$	5	10	15	20	30	40	45	50
$\sigma_{S_H}, мм$	1,4	2,8	4,2	5,6	8,4	11,2	12,6	14,0

В тех случаях, когда целью наблюдений является установление стабилизации оползневого процесса или проверка эффективности противооползневых мероприятий, величина скорости должна быть минимально допустимой для условий нормальной эксплуатации данного сооружения и обосновывается специальными расчетами ($V = V_{oon}$). Когда исследуется характер оползневого процесса, то для расчета точности геодезических измерений принимают скорость равной средней прогнозируемой скорости оползня ($V = V_{cp.}$) по данным предыдущих наблюдений, если таковые имеются, или на основании анализа соответствующей математической модели.

Приведем примеры расчета точности для названных выше геодезических измерений.

1) Для способа малых углов в соответствии с (2.2) исходное условие для расчета точности угловых измерений будет

$$\Delta S \geq \sigma_S, \quad (2.6)$$

где ΔS - допуск на определение плановых смещений оползневых точек;

σ_s - среднеквадратические отклонения этих смещений.

Тогда из (1.26) и (2.6) получаем

$$m_\beta \leq \frac{\sigma_s \rho}{S_{Ai} \sqrt{2}}, \quad (2.7)$$

где σ_s - среднеквадратическое отклонение определения смещения оползневой точки в зависимости от скорости движения оползня;

S_{Ai} - расстояние от опорной точки до оползневой.

Если, например, $\sigma_s = 4 \text{ мм}$ и $S = 200 \text{ м}$, то

$$m_\beta = \frac{4 \text{ мм} \cdot 206265''}{200000 \text{ мм} \cdot \sqrt{2}} \leq 3''.$$

Таким образом, получив значение m_β , можно подобрать соответствующие приборы и методику натуральных наблюдений. Использование электронных тахеометров позволит увеличить производительность труда по сравнению с другими приборами.

2) Для способа полярных координат в соответствии с (2.2) и (2.6) исходное условие для расчета точности угловых и линейных измерений будет

$$\Delta S \geq \sigma_s.$$

Так как смещение оползневой точки определяется по разности ее координат между циклами наблюдений, то среднеквадратическое отклонение положения точки в каждом из циклов наблюдений должно удовлетворять условию

$$\sigma_l \leq \frac{\Delta S}{\sqrt{2}} \leq \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}}. \quad (2.8)$$

Тогда из (1.8) и (2.8) получаем

$$\sigma_s \geq \Delta S \geq m_l \sqrt{2} = \sqrt{2} \sqrt{m_s^2 + \frac{S^2 m_\beta^2}{\rho^2}}. \quad (2.9)$$

Воспользуемся принципом равных влияний источников погрешностей, т.е.

$$m_s = \frac{S}{\rho} m_\beta = m, \quad (2.10)$$

Из (2.9) получаем

$$m \leq \frac{\sigma_s}{2}. \quad (2.11)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} m_s &\leq \frac{\sigma_s}{2}; \\ m_\beta &\leq \frac{\sigma_s \rho}{2S}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Полученные формулы дают возможность рассчитать точность линейных и угловых измерений для определения планового положения оползневых точек непосредственно по отношению к опорным пунктам при заданном допуске на определение их плановых смещений. Например, при $\sigma_s = 4 \text{ мм}$ и $S = 200 \text{ м}$ получим $m_s \leq 2,0 \text{ мм}$; $m_\beta \leq 2,1''$.

При измерении длин линий светодальномерами среднеквадратическая погрешность m_s не зависит от расстояний от опорных пунктов до оползневых точек, что не оказывает влияния на равноточность определения их планового положения по площади оползневого склона.

3) Для тригонометрического нивелирования исходное условие для расчета точности измерения вертикальных углов, по аналогии с (2.6), представим в виде

$$\Delta H \geq \sigma_H. \quad (2.13)$$

Поступая так же, как и при определении точности горизонтальных углов, условие для расчета точности измерения вертикальных углов получим в виде

$$m_v \leq \frac{\sigma_H \rho}{d\sqrt{2}}. \quad (2.14)$$

Например, для $\sigma_H = 5 \text{ мм}$, $d = 200 \text{ м}$, получим $m_v \leq 3,6''$.

Из этой формулы видно, что равноточность определения вертикальных смещений оползневых точек также в значительной мере зависит от их расстояний до опорных пунктов.

4) Для прямой угловой засечки

$$m_l = \frac{m_\beta}{\rho \sin \tau} \sqrt{S_1 + S_2}, \quad (2.15)$$

где τ - угол на определяемом пункте.

При $S_1 = S_2$

$$m_l = \frac{m_\beta S \sqrt{2}}{\rho \sin \tau}. \quad (2.16)$$

Исходное условие (2.6) для расчета точности угловых измерений будет $\Delta S \geq \sigma_s$.

Так как смещение оползневой точки определяется по разности ее координат между циклами наблюдений, то среднеквадратическое отклонение положения точки в каждом из циклов наблюдений должно удовлетворять условию (2.8)

$$\sigma_l \leq \frac{\Delta S}{\sqrt{2}} \leq \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}}.$$

Тогда из (2.16) и (2.8) получаем

$$\sigma_s \geq \Delta S \geq \sigma_l \sqrt{2}. \quad (2.17)$$

Переходя к среднеквадратическим погрешностям, получим,

$$\sigma_s \geq m_l \sqrt{2} = \frac{m_\beta S}{\rho \sin \tau}. \quad (2.18)$$

Отсюда

$$m_\beta \leq \frac{\sigma_s \rho \sin \tau}{S}. \quad (2.19)$$

По формуле (2.19) можно рассчитать точность угловых измерений для определения точности плановых смещений оползневых точек по отношению к опорным. Угол τ желательно, чтобы был около 90° , а S - покороче.

Например, $\sigma_s = 4 \text{ мм}$, $\tau = 60^\circ$, $S = 200 \text{ м}$ получим $m_\beta \leq 3,6''$.

5) Для линейной засечки

$$m_l = \frac{m_s \sqrt{2}}{\sin \gamma}, \quad (2.20)$$

где m_s - погрешность измерения стороны засечки.

γ - угол при определяемой точке.

Исходное условие (2.6) остается тем же: $\Delta S \geq \sigma_s$.

Должно выполняться так же условие (2.8)

$$\sigma_l \leq \frac{\Delta S}{\sqrt{2}} \leq \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}}.$$

Тогда из (2.20) и (2.8) получаем

$$\sigma_s \geq \Delta S \geq \sigma_l \sqrt{2}.$$

Переходя к среднеквадратическим погрешностям, получим,

$$\sigma_s \geq m_l \sqrt{2} = \frac{2m_s}{\sin \gamma}. \quad (2.21)$$

Отсюда

$$m_s \leq \frac{\sigma_s \sin \gamma}{2}. \quad (2.22)$$

По формуле (2.22) можно рассчитать точность линейных измерений для определения точности плановых смещений оползневых точек по отношению к опорным. Надо стремиться к тому, чтобы угол γ был бы близок к 90° .

Например, при $\sigma_s = 4 \text{ мм}$, $\gamma = 60^\circ$, получим $m_s \leq 2,6 \text{ мм}$.

б) Полигонометрический метод удобен при наблюдениях за смещением сооружений, имеющих большую протяженность (например, магистральные дороги, берегоукрепительные сооружения и др.). Такие сооружения, как правило, имеют простирающие, перпендикулярное к основному направлению оползневых смещений. Это обстоятельство позволяет при прокладке полигонометрических ходов влияние погрешностей линейных и угловых измерений рассматривать обособленно.

Если оси прямоугольных координат расположить так, чтобы ось Y совпадала с направлением простираения сооружения, то смещения марок по оси X будут характеризовать их смещения вдоль основного направления оползневых смещений. В таких случаях основное внимание должно быть уделено угловым измерениям [22].

Для расчета точности угловых измерений воспользуемся известной формулой

$$m_u = \frac{m_\beta}{\rho} L \sqrt{\frac{n+3}{12}}, \quad (2.23)$$

где m_u - среднеквадратическая погрешность поперечного сдвига конечной точки хода;

m_β - среднеквадратическая погрешность измерения углов;

L - общая длина полигонометрического хода;

n - число линий в ходе.

Тогда в соответствии с (2.6) и (2.8) исходное условие для расчета точности угловых измерений представим в виде

$$\sigma_s \geq m_u \sqrt{2} \geq \frac{m_\beta}{\rho} L \sqrt{\frac{n+3}{6}}. \quad (2.24)$$

Из (2.23) и (2.24) получаем

$$m_\beta \leq \frac{\sigma_s \rho}{L} \sqrt{\frac{6}{n+3}}. \quad (2.25)$$

После уравнивания полигонометрического хода между двумя исходными пунктами и двумя исходными направлениями поперечный сдвиг его средней точки уменьшится примерно в 4 раза [22]. Тогда

$$m_\beta \leq \frac{4\sigma_s \rho}{L} \sqrt{\frac{6}{n+3}}. \quad (2.26)$$

Например, если $\sigma_s = 6 \text{ мм}$, $L = 1500 \text{ м}$ и $n = 10$ получаем, что $m_\beta \leq 2,2''$.

Если же сооружение вытянуто вдоль основного направления оползневых смещений, то главное внимание должно быть уделено точности линейных измерений. В этом случае точность определения продольного сдвига конечной точки полигонометрического хода должна удовлетворять условию

$$m_l \leq \frac{\sigma_s}{\sqrt{2n}}. \quad (2.27)$$

После уравнивания вытянутого хода, опирающегося на два исходных пункта, продольное смещение средней его точки уменьшится примерно в два раза. Тогда формула (2.27) примет вид

$$m_l \leq \sigma_s \sqrt{\frac{2}{n}}. \quad (2.28)$$

Например, при $\sigma_s = 4 \text{ мм}$, $n = 5$, получим $m_l \leq 2,5 \text{ мм}$.

Формулы (2.26) и (2.28) показывают, что при наблюдениях за смещениями методом полигонометрии надо стремиться к тому, чтобы число линий хода было бы по возможности минимальным.

7) Для геометрического нивелирования если задан допуск ΔH на определение вертикальных смещений оползневых точек, то на основании (2.13) получим

$$\Delta H \geq \sigma_H \geq m_h \sqrt{2n}. \quad (2.29)$$

Отсюда допуск на определение превышения на станции будет

$$m_h \leq \frac{\sigma_H}{\sqrt{2n}}, \quad (2.30)$$

а среднеквадратическая погрешность превышения на 1 км хода

$$\mu_{км} \leq \frac{\sigma_H}{\sqrt{2Ln}}. \quad (2.31)$$

Например, при $\sigma_H = 5 \text{ мм}$, $L = 1 \text{ км}$ и $n = 10$, получим $m_h \leq 1,1 \text{ мм}$, а $\mu_{км} \leq 1,1 \text{ мм}$.

Когда из-за специфических условий склона применение метода геометрического нивелирования оказывается невозможным, то применяют метод тригонометрического нивелирования. Превышения между оползневыми точками определяют дважды (по прямому и обратному ходов), т.е. двусторонним нивелированием (см. п. 3)).

Осадки зданий и сооружений, расположенных в оползневой зоне, как правило, неразрывно связаны со смещениями их в горизонтальной плоскости. При этом осадки зданий и сооружений могут быть как следствием развития оползневого процесса, так и не связанными с ним. В последнем случае осадки вызываются условиями деформаций оснований зданий и сооружений, и их проявления (осадок) может привести к ложным заключениям об активизации оползневых смещений на склоне. Поэтому при постановке геодезических наблюдений за осадками зданий и сооружений необходимо параллельно вести наблюдения за прилегающими к ним участками, как по площади, так и по глубине склона.

Для наблюдений за осадками зданий и сооружений применяют в основном метод высокоточного геометрического нивелирования. При этом методе на зданиях и сооружениях создают высотные сети, на пункты которых передают отметки от пунктов специальных опорных высотных сетей, созданных за пределами оползневой зоны.

Величину осадки рассчитывают по формуле

$$\Delta h = h_1 - h_2, \quad (2.32)$$

где

$$\begin{aligned} h_1 &= H_{1,t(1)} - H_{1,t(2)} \\ h_2 &= H_{2,t(1)} - H_{2,t(2)} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Положим, что точность определения отметок осадочных марок в каждом из циклов наблюдений одинакова.

$$m_{H,t(1)} = m_{H,t(2)} = m_H. \quad (2.34)$$

Тогда среднеквадратическая погрешность осадки марки будет

$$m_h = m_H \sqrt{2}. \quad (2.35)$$

Для сооружений наиболее опасны неравномерные осадки площадок опирания, значения которых равны разности осадок

$$h_1 - h_2 = \Delta h, \quad (2.36)$$

полученных за один и тот же промежуток времени.

Тогда исходное условие для расчета точности измерения осадок можно представить в виде

$$\Delta H \geq \sigma_H \geq m_{\Delta h}. \quad (2.37)$$

Среднеквадратическая погрешность неравномерных осадок будет

$$m_{\Delta h} = m_h \sqrt{2}. \quad (2.38)$$

Подставив (2.38) в (2.35) и с учетом (2.37) получим

$$m_H \leq \frac{\sigma_H}{2}. \quad (2.39)$$

Например, если $\sigma_H = 1,4 \text{ мм}$, то $m_H \leq 0,8 \text{ мм}$.

Следовательно, для того чтобы обнаружить осадку, которая может повлечь нарушение технологического процесса или вызвать превышающие нормативные деформации для данного типа сооружений, отметки осадочных марок, наиболее удаленных от опорных реперов, необходимо определять с точностью в 2 раза превышающей точность определения самой осадки.

В табл.2.3 приведены формулы расчета необходимой точности для названных выше геодезических методов измерений. Во всех приведенных здесь формулах под σ_S и σ_H понимается среднеквадратическое отклонение определения смещения оползня в за-

висимости от скорости смещения оползня (см. формулы 2.2, 2.5 и табл. 2.1, 2.2).

Таблица 2.3.

№ п/п	Методы измерений	Формулы
1	Способ малых углов	$m_{\beta} \leq \frac{\sigma_s \rho}{S_{Ai} \sqrt{2}}$
2	Способ полярных координат	$m_s \leq \frac{\sigma_s}{2};$ $m_{\beta} \leq \frac{\sigma_s \rho}{2S}$
3	Прямая угловая засечка	$m_{\beta} \leq \frac{\sigma_s \rho \sin \tau}{S}$
4	Линейная засечка	$m_s \leq \frac{\sigma_s \sin \gamma}{2}$
5	Полигонометрия	$m_{\beta} \leq \frac{4\sigma_s \rho}{L} \sqrt{\frac{6}{n+3}}$ $m_t \leq \sigma_s \sqrt{\frac{2}{n}}$
6	Геометрическое нивелирование	$m_h \leq \frac{\sigma_H}{\sqrt{2n}}$ $\mu_{км} \leq \frac{\sigma_H}{\sqrt{2Ln}}$ $m_H \leq \frac{\sigma_H}{2}$
7	Тригонометрическое нивелирование	$m_v \leq \frac{\sigma_H \rho}{d\sqrt{2}}$

Для наглядности, приведенные выше численные расчеты по полученным теоретическим формулам табл. 2.3 сведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Методы измерений	σ_s , мм	S , м	L , м	n	m_β	m_s , мм	m_l , мм	σ_H , мм	D , м	m_h , мм	m_v
Способ малых углов	4	200			3,0"						
Способ полярных координат	4	200			2,1"	2,0					
Прямая угловая засечка	4	200			3,6"						
Линейная засечка	4	200				2,6					
Полигонометрия	4		1500	10	1,5"		2,5				
Геометрическое нивелирование			1000	10				5,0		1,1	
Тригонометрическое нивелирование								5,0	200		3,6"

Из приведенных результатов следует, что при одной и той же точности определения смещений σ_s и одинаковых горизонтальных проложениях от исходных пунктов до оползневых точек в различных схемах геодезических построений точности полевых измерений различны (например $1,5'' \leq m_\beta \leq 3,6''$).

2.2. ОБОСНОВАНИЕ ПЕРИОДИЧНОСТИ НАБЛЮДЕНИЯ СМЕЩЕНИЙ ОПОЛЗНЕЙ

Аналізу частоты наблюдений было уделено недостаточно внимания. На практике назначают некоторую более или менее произвольную периодичность наблюдений, скорее связанную с производственными возможностями, чем с характером оползания [10], [28], что приводит к потере информационной точности наблюдений. Примером такой некорректности может служить рекомендация «выполнять полный цикл наблюдений на оползнях

в среднем один раз в год» [89], игнорирующая необходимость учета влияния сезонных изменений климатических воздействий.

Более естественным представляется, что частота наблюдений должна, прежде всего, зависеть от скорости движения оползня. Если оползень движется медленно, то нет смысла в частых наблюдениях. И наоборот.

С точки зрения механики, смещение S на оползневом склоне относится к неравномерному движению со средней скоростью V в течение интервала времени Δt между циклами измерений и равно

$$S = V\Delta t. \quad (2.40)$$

Если поставить условие, чтобы величина смещения S , вычисленная по формуле (2.40) была бы меньше заданного (критического) заказчиком смещения $S_{\text{задан}}$, т.е.

$$V\Delta t \leq S_{\text{задан}}, \quad (2.41)$$

то интервал времени Δt между циклами наблюдений составит величину

$$\Delta t \leq \frac{S_{\text{задан}}}{V}. \quad (2.42)$$

Для определения $S_{\text{задан}}$ рассмотрим медленные смещения. Медленные смещения не являются катастрофическими. Их называют волочениями, ползучими смещениями рыхлых отложений, а также скольжением и соскальзыванием. Это действительно перемещение-сползание, так как скорость его не превышает нескольких десятков сантиметров в год. Опасность этих медленных смещений заключается в том, что они могут постепенно перейти в смещение быстрое, а затем и в катастрофическое. Если задаться величиной смещения в год $S_{\text{задан}} = 70\text{см}$, то получим, что в месяц $S_{\text{задан}} = 58\text{мм}$. Тогда, например, для $V=5\text{мм/мес}$

$$\Delta t = \frac{58}{5} = 11,6\text{мес.} \approx 12\text{од},$$

для $V=50\text{мм/мес}$ получим

$$\Delta t = \frac{58}{50} = 1,2\text{мес.} \approx 40\text{дней},$$

а для $V=100\text{мм/мес}$ будем иметь

$$\Delta t = \frac{58}{100} = 0,6 \text{ мес.} \approx 20 \text{ дней.}$$

Временной интервал Δt (промежуток времени между циклами наблюдений) рекомендуется задавать в начале наблюдений исходя из общих предположений о ходе оползневых смещений во времени, а затем корректировать в процессе наблюдений: частота наблюдений должна изменяться в соответствии с изменениями скоростей оползня. Она должна увеличиваться в периоды активизации и уменьшаться в периоды угасания.

Следует также заметить, что для равноточного определения оползневых смещений, как во времени, так и в пределах каждого оползневого склона рассчитанная точность, а, следовательно, и разработанная на основании этой точности методика натурных наблюдений должны быть постоянны на весь период полевого эксперимента. Равноточность определения смещений во времени в очень сильной мере зависит от соблюдения постоянства в каждом из циклов схем наблюдений. Поэтому проект опорной и наблюдательной сети и схема его реализации должны быть тщательно отработаны в подготовительный период, и оставаться постоянным в течение всего времени полевых работ.

2.3. ВЫВОДЫ

В данной главе приведены методы расчета точности геодезических измерений смещений на оползневых склонах. Выведены формулы, позволяющие решать следующие задачи:

- определять среднеквадратические отклонения (σ_S) планового смещения (S) при различных скоростях движения оползня;
- определять среднеквадратические отклонения (σ_H) высотного смещения (H) при различных скоростях движения оползня;
- определять оптимальный временной интервал (Δt) между циклами наблюдений при конкретной скорости движения оползней;
- рассчитывать необходимую точность полевых измерений при выбранном способе геодезических наблюдений и принятой точности определения величин смещения оползня. Для удобства практического использования составлена соответствующая сводная таблица и показан пример ее использования.

3. ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ДЛЯ АНАЛИЗА ОПОЛЗНЕВЫХ ПРОЦЕССОВ С УЧЕТОМ ИХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

3.1. ОСОБЕННОСТИ ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ НА ОПОЛЗНЕВОМ СКЛОНЕ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК РЕАЛЬНОГО ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ ДЛЯ ОПОЛЗНЕВЫХ ПРОЦЕССОВ

Для применения методов усреднения при выявлении подвижек необходимо поделить весь участок на отдельные части с однородными характеристиками скоростей.

Различие характеристик векторного поля скоростей определяется видом оползневого процесса и положением анализируемого участка на оползне (рис. 1.1).

Предварительное рассмотрение векторного поля скоростей позволяет выделить участки, где векторное поле однородно (рис. 1.1,*а*) или расходящееся (рис. 1.1,*б*).

В каждом таком участке усредненные характеристики будут определять деформации, соответствующие именно данному типу оползневого процесса.

Вспользуемся известными в математике характеристиками векторного поля, определяющими исчерпывающим образом свойства векторного поля, т.е. его тип и особенности [52].

Если рассматривать данное векторное поле как консервативное поле (линейный интеграл по любой замкнутой петле в пределах поля равен нулю), то данное поле может быть представлено в виде градиента некоторой потенциальной функции. Примерами консервативных полей являются поля: электростатическое или поле силы тяжести. Такие понятия как дивергенция и циркуляция векторного поля определяют наличие источников поля в анализируемой области или «завихренность» (вращение) поля. Поле, для которого «завихренность» не равна нулю, не может быть описано как градиент некоторой потенциальной функции, т.е. оно не является консервативной.

Дадим определение основных, используемых в дальнейшем характеристик векторного поля:

а) дивергенция (*div*) – означает конечный поток в окрестностях точки или из нее; она является видом производной вектор-

ного поля, т.е. скоростью изменения компоненты вектора в его собственном направлении $\left(\frac{\partial F_x}{\partial x}\right)$;

б) ротор (*rot*) – представляет собой «боковые» производные, т.е. изменения скорости F_x вдоль осей Y или Z $\left(\frac{\partial F_x}{\partial y}; \frac{\partial F_x}{\partial z}\right)$. Если $rot \neq 0$, то он имеет примерно такой вид $\left(\begin{matrix} \rightarrow \\ \uparrow \\ \leftarrow \\ \downarrow \end{matrix}\right)$. Он может налагаться на общий поток, текущий в одном направлении.

в) градиент (*grad*) есть векторная величина, определяющая величину и направление наибольшего изменения скалярной функции.

Аналитические выражения для дивергенции и ротора можно определить теоремами Гаусса и Стокса [52].

Теорема Гаусса.

Для векторного поля интегрирование по поверхности A и объему тела V связаны выражением:



Рис. 3.1. Поверхность A охватывает объем V

$$\int_{\text{по поверхности}} \vec{F} da = \int_{\text{по объему}} \text{div} F dv . \quad (3.1)$$

Теорема Стокса.



Рис.3.2. Кривая S охватывает поверхность A

$$\int_{\substack{\text{вдоль} \\ \text{кривой}}} Ads = \int_{\substack{\text{по} \\ \text{поверхности}}} rotAda . \quad (3.2)$$

Связь между потенциалом φ и градиентом:



Рис. 3.3. Точки замыкают кривую

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \int_{\substack{\text{по} \\ \text{кривой}}} grad\varphi ds . \quad (3.3)$$

В декартовых координатах выражения для div , rot , $grad$ имеют следующий вид [52]:

$$- \overline{rot}A = \bar{i} \left(\frac{\partial Az}{\partial y} - \frac{\partial Ay}{\partial z} \right) + \bar{j} \left(\frac{\partial Ax}{\partial z} - \frac{\partial Az}{\partial x} \right) + \bar{k} \left(\frac{\partial Ay}{\partial x} - \frac{\partial Ax}{\partial y} \right) = \nabla X \bar{A}; \quad (3.4)$$

$$- divF = \frac{\partial Fx}{\partial x} + \frac{\partial Fy}{\partial y} + \frac{\partial Fz}{\partial z} = \nabla \bar{F}; \quad (3.5)$$

где $\bar{\nabla} = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z}$ - оператор Гамильтона.

$$- grad\varphi = \bar{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \nabla \varphi . \quad (3.6)$$

Дивергенция векторной функции в любой точке пространства (X, Y, Z) равна:

$$div \bar{F} = \lim_{V_i \rightarrow 0} \frac{1}{V_i} \int_{S_i} F da , \quad (3.7)$$

где V_i - объем, в котором находится точка.

Согласно определению $divF$ является потоком наружу из объема V_i , приходящимся на единицу объема в пределе бесконечно малого V_i . Дивергенция является скалярной функцией координат.

В случае оползневых явлений дивергенция векторного поля будет означать «расползание» поверхности оползня, т.е. ее расширение или напротив ее сжатие при изменении знака дивергенции. В прямоугольных координатах

$$\operatorname{div} \bar{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}. \quad (3.8)$$

На плоскости при $Z = 0$ имеем

$$\operatorname{div} \bar{F}_{xy} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y}. \quad (3.9)$$

Выражение (3.9) можно использовать при оценке расходимости вектора смещений оползневых явлений.

Если считать \bar{F} полем скоростей, то при положительной дивергенции в окрестностях точки наблюдается «поток наружу». Дивергенция определяет только изменение поля в окрестностях точки, поэтому при наложении дополнительно векторного поля с $\operatorname{div} \bar{F}^* = 0$ общий характер поля изменится, но дивергенция $(\bar{F} + \bar{F}^*)$ останется прежней.

Понятие циркуляции Γ связано с получением значения линейного интеграла векторного поля $\bar{F}(x, y, z)$, взятого по замкнутой кривой C . Кривую C рассматривают как границу некоторой стягивающей ее поверхности S :

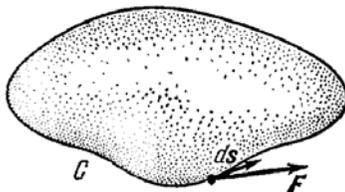


Рис. 3.4. Векторное поле, взятое по замкнутой кривой

$$\Gamma = \int_C F dS. \quad (3.10)$$

В дальнейшем рассматривают отношение циркуляции петли C к площади петли. Предел отношения циркуляции к площади участка записывается так:

$$\lim_{a \rightarrow 0} = \frac{\int F dS}{a_i}. \quad (3.11)$$

Участок a_i в действительности является вектором. Знак, определяющий направление обхода петли C и направление нормали \bar{n} поверхности a_i , подчиняется правилу буравчика.

Получаемый предел отношения является скалярной величиной в векторном поле \bar{F} для точки P , направление определяется вектором \bar{n} . Выбрав 3 независимых направления $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$, получаем 3 числа, которые являются компонентами вектора $rot\bar{F}$, в точке P , т.е. $rot\bar{F}$ есть функция координат.

Формула для вычисления $rot\bar{F}$ в прямоугольной системе координат (X, Y, Z) имеет вид:

$$rot\bar{F} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \bar{i} \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) + \bar{j} \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) + \bar{k} \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right). \quad (3.12)$$

Для плоского (двумерного) поля при $dF_z = 0$) поля имеем:

$$rot\bar{F} = \bar{k} \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right). \quad (3.13)$$

Полученный вектор характеризует завихренность или циркуляцию векторного поля.

Если имеем некоторое векторное поле скоростей в наблюдаемых точках, полученных из измерений в некотором цикле, то можно построить сетку прямоугольных координат и в узлах этой сетки найти проинтерполированные величины: F_x, F_y . Полученная сетка позволит определить значения $div\bar{F}$ и $rot\bar{F}$ для центров намеченных квадратов. Дивергенция определяется по формуле [52]:

$$div F_{i(xy)} = \frac{\Delta F_{x_{02-01}}}{\Delta l} + \frac{\Delta F_{y_{01-11}}}{\Delta l} = \frac{1}{\Delta l} (\Delta F_{x_{02}} - \Delta F_{x_{01}} + \Delta F_{y_{11}} - \Delta F_{y_{01}}), \quad (3.14)$$

где Δl - длина сетки.

Полученные значения $div F_i$ поместим на карту в обозначенных ранее узлах сетки. Зная точность определения векторов ско-

ростей в циклах можно выявить области с реальными значениями $divF_i$.

Внутри каждой области поле имеет определенное однородное строение и к этим участкам поля можно применять предлагаемые методы интегрального анализа.

Аналогично для центра каждого квадрата определяется значение $rotF_i$

$$rotF_i = \bar{k} \left(\frac{\Delta F_{y_{11-01}}}{\Delta l} - \frac{\Delta F_{x_{02-01}}}{\Delta l} \right) = \frac{\bar{k}}{\Delta l} (\Delta F_{y_{11}} - \Delta F_{y_{01}} - \Delta F_{x_{02}} + \Delta F_{x_{01}}), \quad (3.15)$$

Полученные значения $rotF_i$ также нанесем на карту и выделим области с $rotF_i \neq 0$.

Анализ всей нанесенной на карту информации о $divF_i$ и $rotF_i$ будет отражать характер деформаций на данном оползневом участке местности в отдельном цикле.

Характер изменения параметров дивергенции и циркуляции от цикла к циклу даст полную картину жизни оползневого процесса.

3.2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПОСТРОЕНИЯ СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКИХ ЭЛЛИПСОВ СМЕЩЕНИЙ ОПОЛЗНЕЙ

Оползнеобразующие факторы не проявляются во всех участках оползня одновременно и не действуют в одинаковой степени; часто в теле оползня образуется оползневый очаг, который далее распространяется наступательно, т.е. вниз по склону, или отступательно – вверх по склону, или блоковые смещения [92]. На оползне может встречаться сочетание различных видов движения. Для анализа всей этой обстановки требуются тщательные и систематические наблюдения.

Одной из основных задач при изучении динамики оползней является организация геодезических наблюдений за движением сети оползневых точек, установленных на поверхности оползней, и получение векторов смещения и скоростей смещения.

Поскольку в разных частях тела оползня происходят неравномерные смещения, то геодезическая оползневая сеть будет иметь нерегулярный характер деформаций и в этой ситуации важнейшей задачей является определение главных осей движения

оползня. Дело в том, что створные знаки должны быть заложены по направлениям, перпендикулярным к главной оси движения оползня. Поэтому построение полного вектора перемещения по наблюдениям первых циклов имеет важный практический характер для корректировки направлений створов расположения контрольных точек.

В работе [92] разработана методика определения частных векторов перемещения и полного вектора перемещения, основанная на градиентном подходе. Этот метод дает наглядное представление о главных осях движения оползневой точки, тем не менее, отсутствует информация о результирующей оси движения оползня в целом.

Нам представляется, что наиболее полно и точно о характере поведения оползня дает обобщенная осредненная характеристика движения оползня, названная нами среднеквадратическим эллипсом смещений оползня. Вычисляя параметры эллипса a , b , φ и R (большая полуось, малая полуось, направление и смещение), получаем:

- направление движения оползня;
- среднеквадратическое значение смещения оползня в целом, либо отдельных его частей.

Ниже приводится методика построения среднеквадратического эллипса смещений, главные оси которого определяют направление движения оползня (большая ось) и направление закрепления створных опорных знаков (малая ось). Методика расчета удобна тем, что независимо можно определить горизонтальные смещения между любыми циклами измерений и построить соответствующие эллипсы.

Для решения поставленной задачи необходимо иметь несколько циклов наблюдений за оползневыми точками и получением их координат. По разностям координат оползневых точек между циклами получаем вектора смещений, а по проекциям векторов на оси абсцисс и ординат dx и dy (приращения координат векторов смещений) строим среднеквадратический эллипс смещений, позволяющий достаточно полно выявить характер движения оползня в целом, так и отдельных его частей.

Поскольку измерения сопровождаются неизбежными случайными ошибками, то нет оснований отвергать нормальный закон распределения величин x и y . Это позволяет для дальнейших рассуждений принять двумерное нормальное распределение с плотностью вида:

$$f(y|x) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{1-r^2} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)} \left(\frac{y-m_y}{\sigma_y} - r \frac{x-m_x}{\sigma_x} \right)^2},$$

$$f(x|y) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{1-r^2} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)} \left(\frac{x-m_x}{\sigma_x} - r \frac{y-m_y}{\sigma_y} \right)^2}.$$
(3.16)

В общем случае уравнение эллипса можно записать в следующем виде [16]:

$$\frac{[x - M(x)]^2}{s_x^2} - \frac{2r[x - M(x)][y - M(y)]}{s_x s_y} + \frac{[y - M(y)]^2}{s_y^2} = 1^2, \quad (3.17)$$

где r (в данном случае) – коэффициент корреляции между случайными величинами x и y .

Дальнейшие исследования сводятся к анализу уравнения (3.16) с точки зрения определения осей симметрии эллипса, так как ориентация эллипса рассеивания находится в прямой зависимости от коэффициента корреляции r . Если случайные величины не коррелированы, то оси симметрии эллипса будут параллельны осям принятой системы координат.

Рассмотрим рассеивание случайной векторной величины, представляющей собой результирующий вектор смещения оползневой точки по двум осям координат.

Полуоси среднеквадратического эллипса смещений определяются по следующим формулам:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{A+C}{2} + \sqrt{\left(\frac{A-C}{2}\right)^2 + B^2}}}{\sqrt{n}},$$

$$b = \frac{\sqrt{\frac{A+C}{2} - \sqrt{\left(\frac{A-C}{2}\right)^2 + B^2}}}{\sqrt{n}},$$
(3.18)

где величины A , B , C входящие в них, вычисляются через проекции векторов на оси координат:

$$A = \sum_1^n dx_i^2, \quad C = \sum_1^n dy_i^2, \quad B = \sum_1^n dx_i dy_i. \quad (3.19)$$

Угол между осью абсцисс и большой полуосью эллипса определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2B}{A-C} \right). \quad (3.20)$$

Величина смещения оползня вычисляется по формуле:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2}. \quad (3.21)$$

Последующий контроль геодезических наблюдений за динамикой оползня сводится к производству повторных циклов, вычислению очередного среднеквадратического вектора эллипса смещения и сравнению его с эллипсом смещения предыдущего цикла. Если эллипс выходит за пределы предыдущего эллипса, то это указывает на изменение скорости движения оползня, что непосредственно связано с пересмотром точности выполнения геодезических наблюдений.

Таким образом, накладывая эллипсы смещения оползня, полученные в последующих циклах наблюдений на предыдущие, получаем возможность анализировать характер движения оползня.

Проведем оценку точности параметров эллипса. Параметры эллипса являются функциями изменений координат и погрешностей их измерений. Поэтому, в общем виде формулу для оценки точности параметров эллипса, представим следующим образом:

$$m_{ПЭ}^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial ПЭ}{\partial x_i} \right)^2 m_{x_i}^2, \quad (3.22)$$

где $ПЭ$ – параметры эллипса;

$m_{ПЭ}$ – среднеквадратическая погрешность определения параметров эллипса;

m_{x_i} – среднеквадратическая погрешность определения смещений координат.

Выведем формулы для оценки точности параметров эллипса.

1. Полуоси эллипса a и b .

Представим формулу (3.18) в следующем виде:

$$a = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{A+C}{2} + \sqrt{\left(\frac{A-C}{2}\right)^2 + B^2}}, \quad (3.23)$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{A+C}{2} - \sqrt{\left(\frac{A-C}{2}\right)^2 + B^2}}$$

и далее

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{\sqrt{2n}} \sqrt{A+C+\sqrt{(A-C)^2+4B^2}} \\ b &= \frac{1}{\sqrt{2n}} \sqrt{A+C-\sqrt{(A-C)^2+4B^2}} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} k &= \sqrt{A+C+\sqrt{(A-C)^2+4B^2}}, \\ l &= \sqrt{(A-C)^2+4B^2}, \\ h &= \sqrt{A+C-\sqrt{(A-C)^2+4B^2}}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Тогда

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{\sqrt{2n}} k, \\ b &= \frac{1}{\sqrt{2n}} h. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Для вычисления среднеквадратической погрешности оси эллипса a необходимо найти

$$\frac{\partial a}{\partial x_i} = \frac{1}{\sqrt{2n}} \frac{\partial k}{\partial x_i} \quad \text{и} \quad \frac{\partial a}{\partial y_i} = \frac{1}{\sqrt{2n}} \frac{\partial k}{\partial y_i}.$$

1.1.

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial x_i} &= \frac{\left(A+C+\sqrt{(A-C)^2+4B^2} \right)' dx_i}{2k} = \frac{2dx_i + \frac{2(A-C)2dx_i + 8Bdy_i}{2l}}{2k} = \\ &= \frac{4ldx_i + 4(A-C)dx_i + 8Bdy_i}{4kl} = \frac{(l+A-C)dx_i + 2Bdy_i}{kl}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Окончательно:

$$\frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{(l+A-C)dx_i + 2Bdy_i}{kl}; \quad (3.28)$$

$$\left(\frac{\partial k}{\partial x_i} \right)^2 = \frac{1}{k^2 l^2} \left((l+A-C)^2 dx_i^2 + 4B(l+A-C)dx_i dy_i + 4B^2 dy_i^2 \right); \quad (3.29)$$

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial k}{\partial x_i} \right)^2 = \frac{1}{k^2 l^2} \left((l+A-C)^2 A + 4B^2(l+A-C) + 4B^2 C \right) = \frac{(l+A-C)^2 A + 4B^2(l+A)}{k^2 l^2}. \quad (3.30)$$

1.2.

$$\frac{\partial k}{\partial y_i} = \frac{\left(A + C + \sqrt{(A-C)^2 + 4B^2} \right)' dy_i}{2k} = \frac{2dy_i + \frac{2(A-C)(-2dy_i) + 8Bdx_i}{2l}}{2k} = \quad (3.31)$$

$$\frac{4ldy_i - 4(A-C)dy_i + 8Bdx_i}{4kl} = \frac{(l-A+C)dy_i + 2Bdx_i}{kl}.$$

Окончательно:

$$\frac{\partial k}{\partial y_i} = \frac{(l-A+C)dy_i + 2Bdx_i}{kl}; \quad (3.32)$$

$$\left(\frac{\partial k}{\partial y_i} \right)^2 = \frac{1}{k^2 l^2} \left((l-A+C)^2 dy_i^2 + 4B(l-A+C)dx_i dy_i + 4B^2 dx_i^2 \right); \quad (3.33)$$

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial k}{\partial y_i} \right)^2 = \frac{1}{k^2 l^2} \left((l-A+C)^2 C + 4B^2(l-A+C) + 4B^2 A \right) = \frac{(l-A+C)^2 C + 4B^2(l+C)}{k^2 l^2}.$$

(3.34)

1.3.

$$m_a = \frac{1}{kl\sqrt{2n}} \sqrt{(l+A-C)^2 Am_{dx}^2 + 4B^2(l+A)m_{dx}^2 + (l-A+C)^2 Cm_{dy}^2 + 4B^2(l+C)m_{dy}^2}$$

(3.35)

При условии, что $m_{dx_i} = m_{dy_i} = m_{uzm} \sqrt{2}$, получаем

$$m_a = \frac{m_{uzm}}{kl\sqrt{n}} \sqrt{(l+A-C)^2 A + (l-A+C)^2 C + 4B^2(2l+A+C)}. \quad (3.36)$$

После несложных преобразований можно доказать, что

$$kl = \sqrt{2} \sqrt{(l+A-C)^2 A + (l-A+C)^2 C + 4B^2(2l+A+C)}. \quad (3.37)$$

Тогда

$$m_a = m_{uzm} \sqrt{\frac{2}{n}}. \quad (3.38)$$

Для вычисления среднеквадратической погрешности оси эллипса b необходимо найти

$$\frac{\partial b}{\partial x_i} = \frac{1}{\sqrt{2n}} \frac{\partial h}{\partial x_i} \quad \text{и} \quad \frac{\partial b}{\partial y_i} = \frac{1}{\sqrt{2n}} \frac{\partial h}{\partial y_i}.$$

1.4.

$$\frac{\partial h}{\partial x_i} = \frac{\left(A + C - \sqrt{(A-C)^2 + 4B^2} \right)' dx_i}{2h} = \frac{2dx_i - \frac{2(A-C)2dx_i + 8Bdy_i}{2l}}{2h} = \quad (3.39)$$

$$\frac{4ldx_i - 4(A-C)dx_i - 8Bdy_i}{4hl} = \frac{(l-A+C)dx_i - 2Bdy_i}{hl}.$$

Окончательно:

$$\frac{\partial h}{\partial x_i} = \frac{(l - A + C)dx_i - 2Bdy_i}{hl}; \quad (3.40)$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x_i}\right)^2 = \frac{1}{h^2 l^2} \left((l - A + C)^2 dx_i^2 - 4B(l - A + C)dx_i dy_i + 4B^2 dy_i^2 \right); \quad (3.41)$$

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial h}{\partial x_i}\right)^2 = \frac{1}{h^2 l^2} \left((l - A + C)^2 A - 4B^2(l - A + C) + 4B^2 C \right) = \frac{(l - A + C)^2 A - 4B^2(l - A)}{h^2 l^2}. \quad (3.42)$$

1.5.

$$\frac{\partial h}{\partial y_i} = \frac{\left(A + C - \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2} \right)' dy_i - 2dy_i - \frac{2(A - C)(-2dy_i) + 8Bdx_i}{2l}}{2h} = \frac{2dy_i - \frac{2(A - C)(-2dy_i) + 8Bdx_i}{2l}}{2h} = \quad (3.43)$$

$$\frac{4ldy_i + 4(A - C)dy_i - 8Bdx_i}{4hl} = \frac{(l + A - C)dy_i - 2Bdx_i}{hl}.$$

Окончательно:

$$\frac{\partial h}{\partial y_i} = \frac{(l + A - C)dy_i - 2Bdx_i}{hl}; \quad (3.44)$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial y_i}\right)^2 = \frac{1}{h^2 l^2} \left((l + A - C)^2 dy_i^2 - 4B(l + A - C)dx_i dy_i + 4B^2 dx_i^2 \right); \quad (3.45)$$

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial h}{\partial y_i}\right)^2 = \frac{1}{h^2 l^2} \left((l + A - C)^2 C - 4B^2(l + A - C) + 4B^2 A \right) = \frac{(l + A - C)^2 C - 4B^2(l - C)}{h^2 l^2}. \quad (3.46)$$

1.6.

$$m_b = \frac{1}{hl\sqrt{2n}} \sqrt{(l - A + C)^2 Am_{dx_i}^2 - 4B^2(l - A)m_{dx_i}^2 + (l + A - C)^2 Cm_{dy_i}^2 - 4B^2(l - C)m_{dy_i}^2} \quad (3.47)$$

При условии, что $m_{dx_i} = m_{dy_i} = m_{uzm} \sqrt{2}$, получаем

$$m_b = \frac{m_{uzm}}{hl\sqrt{n}} \sqrt{(l - A + C)^2 A + (l + A - C)^2 C - 4B^2(2l - A - C)}. \quad (3.48)$$

Но

$$hl = \sqrt{2} \sqrt{(l - A + C)^2 A + (l + A - C)^2 C - 4B^2(2l - A - C)}. \quad (3.49)$$

Тогда m_b можно вычислить по формуле (3.38)

2. Направления движения оползня вычисляются по формуле (3.20)

Для вычисления среднеквадратической погрешности ориентировки эллипса φ надо найти

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \text{ и } \frac{\partial \varphi}{\partial y_i}.$$

2.1.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{2B}{A-C} \right)' dx_i}{1 + \left(\frac{2B}{A-C} \right)^2} = \frac{1}{2} \frac{2dy_i(A-C) - 2B(2dx_i)}{(A-C)^2 + 4B^2} = \frac{dy_i(A-C) - 2Bdx_i}{(A-C)^2 + 4B^2}. \quad (3.50)$$

Согласно (3.25), где

$$(A-C)^2 + 4B^2 = l^2,$$

получим

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)^2 = \frac{(A-C)^2 dy_i^2 + 4B^2 dx_i^2 - 4B(A-C) dx_i dy_i}{l^4}; \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)^2 &= \frac{(A-C)^2 C + 4B^2 A - 4B^2(A-C)}{l^4} = \frac{(A-C)^2 C + 4B^2 C}{l^4} = \\ &= \frac{C[(A-C)^2 + 4B^2]}{l^4} = \frac{C}{l^2}. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Т.е.

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)^2 = \frac{C}{l^2}.$$

2.2.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y_i} = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{2B}{A-C} \right)' dy_i}{1 + \left(\frac{2B}{A-C} \right)^2} = \frac{1}{2} \frac{[2dx_i(A-C) - 2B(2dy_i)](A-C)^{-2}}{\frac{(A-C)^2 + 4B^2}{(A-C)^2}} = \frac{dx_i(A-C) + 2Bdy_i}{l^2}. \quad (3.53)$$

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y_i} \right)^2 = \frac{dx_i^2(A-C)^2 + 4B^2 dy_i^2 + 4B(A-C) dx_i dy_i}{l^4}. \quad (3.54)$$

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y_i} \right)^2 = \frac{A(A-C)^2 + 4B^2 C + 4B^2(A-C)}{l^4} = \frac{A[(A-C)^2 + 4B^2]}{l^4} = \frac{A}{l^2}. \quad (3.55)$$

Т.е.

$$\sum \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y_i} \right)^2 = \frac{A}{l^2}.$$

Тогда

$$m_\varphi = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial dx_i} \right)^2 m_{x_i}^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial dy_i} \right)^2 m_{y_i}^2} = \sqrt{\frac{C}{l^2} m_{x_i}^2 + \frac{A}{l^2} m_{y_i}^2}. \quad (3.56)$$

При условии, что

$$m_{x_i} = m_{y_i} = m_{изм.} \sqrt{2},$$

окончательно получаем

$$m_\varphi = \frac{m_{изм.} \sqrt{2}}{l} \rho \sqrt{A+C}. \quad (3.57)$$

3. Дифференцируя формулу (3.21) и переходя к среднеквадратическим погрешностям, будем иметь:

$$m_R^2 = \left[\frac{1}{2}(a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}} \cdot 2a \right]^2 \cdot m_a^2 + \left[\frac{1}{2}(a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}} \cdot 2b \right]^2 \cdot m_b^2 = \frac{a^2 m_a^2 + b^2 m_b^2}{R}. \quad (3.58)$$

Так как $m_a = m_b = m$, - то

$$m_R = \sqrt{\frac{a^2 m_a^2 + b^2 m_b^2}{R^2}} = \sqrt{\frac{(a^2 + b^2) m^2}{R^2}} = m, \quad (3.59)$$

т.е. среднеквадратическая погрешность величины смещения равна среднеквадратической погрешности определения полуосей эллипса.

Ниже приводится блок-схема построения среднеквадратических эллипсов смещений.

На практике для определения общего смещения оползня в плане находят средние значения приращений координат по всем оползневым точкам и вычисляют величину смещения.

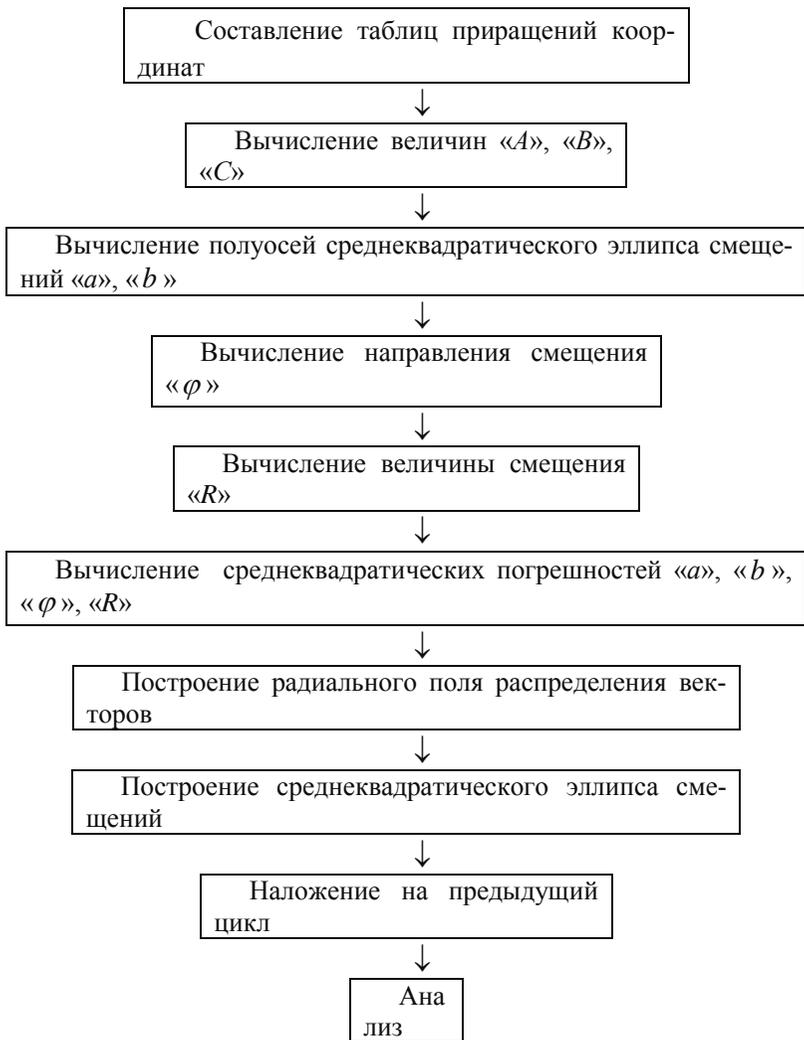
Найдем среднеквадратическую погрешность вектора смещений R по средним значениям приращений координат. Имеем:

$$dx_1, dx_2, \dots, dx_n;$$

$$dy_1, dy_2, \dots, dy_n.$$

Вектор смещения вычислим по формуле:

$$R = \sqrt{dx_{cp.}^2 + dy_{cp.}^2} = \sqrt{\left(\frac{dx_1 + dx_2 + \dots + dx_n}{n} \right)^2 + \left(\frac{dy_1 + dy_2 + \dots + dy_n}{n} \right)^2}. \quad (3.60)$$



Дифференцируя по dx_i и dy_i и переходя к СКП получим:

$$m_R^2 = \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dx_1 + dx_2 + \dots + dx_n}{n} \right)^2 + \left(\frac{dy_1 + dy_2 + \dots + dy_n}{n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} 2 \left(\frac{dx_1 + dx_2 + \dots + dx_n}{n} \right) \frac{1}{n} \right\} m_{dx}^2 + \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dx_1 + dx_2 + \dots + dx_n}{n} \right)^2 + \left(\frac{dy_1 + dy_2 + \dots + dy_n}{n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} 2 \left(\frac{dy_1 + dy_2 + \dots + dy_n}{n} \right) \frac{1}{n} \right\} m_{dy}^2 \quad (3.61)$$

$$m_R^2 = \frac{1}{n^2} \left[\frac{\left(\frac{dx_1 + dx_2 + \dots + dx_n}{n} \right)^2}{\frac{(dx_1 + dx_2 + \dots + dx_n)^2}{n} + \frac{(dy_1 + dy_2 + \dots + dy_n)^2}{n}} \right] m_{dx}^2 + \frac{1}{n^2} \left[\frac{\left(\frac{dy_1 + dy_2 + \dots + dy_n}{n} \right)^2}{\frac{(dx_1 + dx_2 + \dots + dx_n)^2}{n} + \frac{(dy_1 + dy_2 + \dots + dy_n)^2}{n}} \right] m_{dy}^2. \quad (3.62)$$

Так как $m_{dx} = m_{dy} = m_d$, то

$$m_R^2 = \frac{2}{n} m_d^2 \quad (3.63)$$

и

$$m_R = m_d \sqrt{\frac{2}{n}}. \quad (3.64)$$

Поскольку

$$m_d = m_{uzm} \sqrt{2}, \quad (3.65)$$

то окончательно получаем:

$$m_R = \frac{2m_{uzm}}{\sqrt{n}}. \quad (3.66)$$

Таким образом, можно сделать следующий вывод: среднеквадратическая погрешность определения величины смещения, полученная по среднеквадратическим эллипсам меньше в корень из двух, чем среднеквадратическая погрешность, полученная по средним значениям приращений координат. Следовательно, величина смещения, полученная по среднеквадратическим эллипсам, наиболее точно характеризует поведение оползня.

3.3. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ОПОЛЗНЕВЫХ ПРОЦЕССОВ

Если оползневой процесс развивается в течение длительного времени, то может возникнуть ситуация, когда наблюдаемые смещения становятся случайными величинами, т.е. могут меняться как по абсолютной величине, так и по направлению (по знаку). В теории вероятностей изучением закономерностей поведения таких величин занимается научное направление – теория случайных функций. «Это понятие настолько же шире и богаче понятия случайной величины, насколько математические понятия переменной величины и функции шире и богаче понятия постоянной величины» [16].

В зависимости от целей исследования аргументом случайной функции может быть любой параметр; применительно к оползневым процессам за параметр примем номер цикла наблюдений, обозначаемый Z . Конкретный вид, принимаемый случайной функцией в результате измерения, называется реализацией случайной функции. Если рассматривать смещения нескольких оползневых точек, то можно получить несколько реализаций случайной функции, т.е. $X_1(Z), X_2(Z), \dots, X_n(Z)$. Зафиксируем некоторое значение аргумента Z и найдем n реализаций для Z_k . Полученные значения $X_1(Z_k), X_2(Z_k), \dots, X_n(Z_k)$ называются сечениями n реализаций случайной функции при $Z = Z_k$. Сечение можно рассматривать как n значений, принятых случайной величиной – ординатой $X(Z_k)$ случайной функции.

Различают четыре типа случайных функций:

- непрерывный случайный процесс; в этом случае Z и $X(Z)$ принимают любые значения на числовой оси;
- дискретный случайный процесс; в этом случае Z - непрерывно, а $X(Z)$ принимает дискретные значения;
- непрерывная случайная последовательность, где Z - дискретно, а $X(Z)$ может принимать любые значения на числовой оси;
- дискретная случайная последовательность; в этом случае Z и $X(Z)$ - дискретны.

Очевидно, что для анализа случайных процессов при наблюдении за оползнями характерен последний случай.

В чем же полезность случайных функций для изучения оползневых процессов? Дело в том, что по совокупности реализаций случайной функции можно судить о ее свойствах. Однако полностью охарактеризовать свойства случайной функции можно только многомерным законом распределения случайной функции, что практически весьма и весьма затруднительно. Поэтому на практике ограничиваются определением вероятностных характеристик случайной функции, которыми являются математическое ожидание, дисперсия и корреляционная функция.

Математическим ожиданием случайной функции $X(Z)$ называется неслучайная функция

$$m_x(Z) = M[X(Z)]. \quad (3.67)$$

По смыслу математическое ожидание случайной функции есть некоторая средняя функция, около которой случайным образом колеблются отдельные реализации случайной функции.

Дисперсией случайной функции $X(Z)$ называется неслучайная функция $D_x(Z)$, значение которой для каждого Z равно дисперсии соответствующего сечения случайной функции, т.е.

$$D_x(Z) = D[X(Z)]. \quad (3.68)$$

Среднеквадратическое отклонение есть

$$\sigma_x(Z) = \sqrt{D_x(Z)}. \quad (3.69)$$

Однако, этих двух характеристик для описания особенностей случайной функции недостаточно, даже если у двух случайных функций одинаковые $m_x(Z)$ и $\sigma_x(Z)$, характер их может быть резко различен. В этом можно убедиться, если рассмотреть две случайные функции $X_1(Z)$ и $X_2(Z)$, изображенные семействами реализаций на рис. 3.5 и 3.6.

У случайных функций $X_1(Z)$ и $X_2(Z)$ примерно одинаковые математические ожидания и дисперсии, однако характер этих случайных функций резко различен. Для случайной функции $X_1(Z)$ (рис. 3.5) характерно плавное, постепенное изменение. Если, например, в точке Z случайная функция $X_1(Z)$ приняла значение, заметно превышающее среднее, то весьма вероятно,

что и в точке Z' она также примет значение больше среднего. Для случайной функции $X_1(Z)$ характерна ярко выраженная зависимость между ее значениями при различных Z . Напротив, случайная функция $X_2(Z)$ (рис. 3.6) имеет резко колебательный характер с неправильными, беспорядочными колебаниями. Для такой случайной функции характерно быстрое затухание зависимости между ее значениями по мере увеличения расстояния по Z между ними.

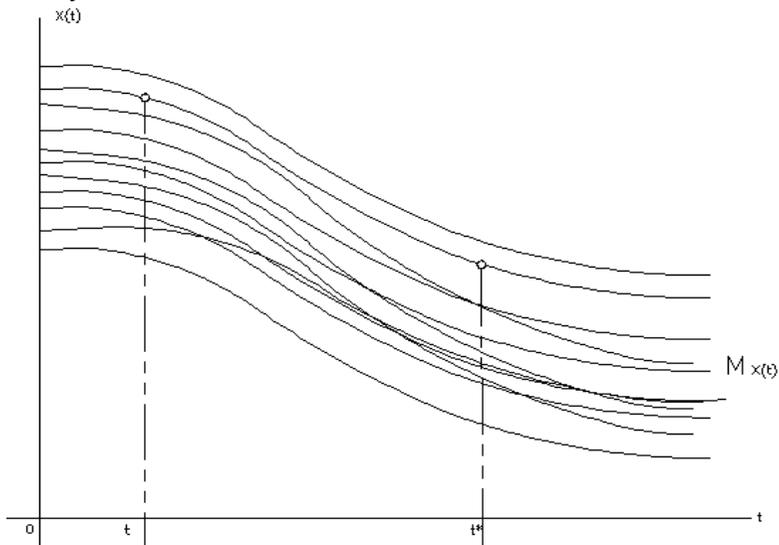


Рис. 3.5. Случайная функция с плавным характером

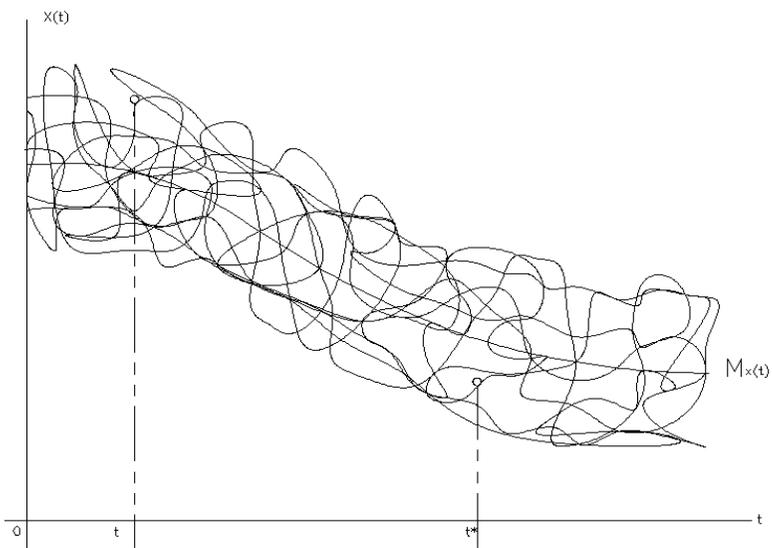


Рис. 3.6. Случайная функция с колебательным характером

Очевидно, внутренняя структура обоих случайных процессов различна, но это различие не улавливается ни математическим ожиданием, ни дисперсией; для его описания необходимо ввести специальную характеристику. Эта характеристика называется корреляционной функцией (или автокорреляционной). Корреляционная функция характеризует степень зависимости между сечениями случайной функции, относящимися к различным Z .

Степень зависимости величин $X(Z)$ и $X(Z')$ может быть в значительной мере охарактеризована их корреляционным моментом; очевидно, он является функцией двух аргументов Z и Z' . Эта функция и называется корреляционной функцией.

Таким образом, корреляционной функцией случайной функции $X(Z)$ называется неслучайная функция двух аргументов $K_x(Z_i, Z_j)$, которая при каждой паре значений Z_i, Z_j равна корреляционному моменту соответствующих сечений случайной функции, т.е.

$$K_x(Z_i, Z_j) = M[\bar{X}(Z_i)\bar{X}(Z_j)], \quad (3.70)$$

где

$$\bar{X}(Z_i) = X(Z_i) - m_x(Z_i), \quad \bar{X}(Z_j) = X(Z_j) - m_x(Z_j).$$

Теперь мы видим (см. рис. 3.5, 3.6), что при одинаковых математических ожиданиях и дисперсиях случайные функции $X_1(Z)$ и $X_2(Z)$ имеют различные корреляционные функции. Корреляционная функция случайной функции $X_1(Z)$ медленно убывает по мере увеличения промежутка (Z, Z') ; напротив, корреляционная функция случайной функции $X_2(Z)$ быстро убывает с увеличением этого промежутка.

Если аргументы двух случайных функций совпадают, т.е. $Z_i = Z_j$, то имеем

$$K_x(Z_i, Z_i) = M[(\bar{X}(Z))^2] = D_x(Z), \quad (3.71)$$

т.е. корреляционная функция обращается в дисперсию случайной функции.

Для характеристики случайной функции удобно использовать нормированную корреляционную функцию $\rho_x(Z_i, Z_j)$

$$\rho_x(Z_i, Z_j) = \frac{K_x(Z_i, Z_j)}{\sigma_x(Z_i) \cdot \sigma_x(Z_j)}, \quad (3.72)$$

которая представляет собой коэффициент корреляции величин $X(Z_i)$ и $X(Z_j)$. Нормированная корреляционная функция аналогична нормированной корреляционной матрице системы случайных величин. При $i = j$ нормированная корреляционная функция равна единице, т.е.

$$\rho_x(Z_i, Z_i) = \frac{K_x(Z_i, Z_i)}{(\sigma_x(Z_i))^2} = \frac{D_x(Z)}{(\sigma_x(Z_i))^2} = 1. \quad (3.73)$$

На практике часто встречаются случайные процессы, протекающие во времени приблизительно однородно и имеющие вид непрерывных случайных колебаний вокруг некоторого среднего значения, причем ни средняя амплитуда, ни характер этих колебаний не обнаруживает существенных изменений с течением времени. Такие случайные процессы принято называть стационарными.

В стационарном случайном процессе корреляционная функция зависит лишь от расстояния между сечениями случайной функции и не связана с тем, в каком месте процесса эти сечения расположены. Для стационарной случайной функции справедливо следующее выражение:

$$K_x(Z) = M[\bar{X}(Z_i)\bar{X}(Z_i + \tau)], \quad (3.74)$$

где $\tau = Z_j - Z_i$.

Таким образом, чтобы установить стационарность случайной функции достаточно определить значение $K_x(Z)$ на нескольких циклах при одинаковом лаге τ , т.е. при одинаковых интервалах времени. В этом случае $K_x(Z)$ должны быть примерно одинаковы. Типичным видом корреляционной функции стационарного случайного процесса является убывающая кривая, имеющая максимум в точке $Z = 0$, равный $D_x(Z)$.

Процесс убывания $K_x(Z)$ при возрастании Z практически не является монотонным из-за присутствия случайных ошибок в значениях случайной функции; он имеет колебательный характер с постепенным уменьшением амплитуды колебаний. Колебательный характер корреляционной функции зависит также от дина-

мических процессов в теле Земли, от осадочных явлений опорных знаков и других факторов. Если корреляционная функция переходит за ось Z и попадает в область отрицательных значений, то это является признаком того, что в структуре случайной функции имеется периодическая составляющая. Это замечание имеет непосредственное отношение к анализу оползневых смещений, чем вызвана необходимость применения гармонического анализа.

Для условия существования стационарности необходимо и достаточно, чтобы

$$\begin{aligned} M_x(Z) &= const, \\ D_x(Z) &= const, \\ K_x(Z_i, Z_j) &= K_x(Z_j - Z_i) = K_x(\tau), \end{aligned} \tag{3.75}$$

что является условием стационарности в широком смысле.

Достаточно продолжительная случайная функция может обладать эргодическим свойством. Эргодическое свойство состоит в том, что каждая отдельная реализация случайной функции является как бы «полномочным представителем» всей совокупности возможных реализаций; одна реализация достаточной продолжительности может заменить при обработке множество реализаций той же продолжительности. Таким образом, для эргодической случайной функции характерна следующая особенность: каждая из ее реализаций обладает одними и теми же характерными признаками: средним значением, вокруг которого происходят колебания, средним размахом этих колебаний. Усредняя значения анализируемой реализации по оси абсцисс можно получить приближенные значения математического ожидания; усредняя квадраты отклонений от среднего, получают приближенное значение дисперсии случайной функции.

Таким образом, рассматривая случайную функцию для одного оползня, можно считать, что каждая реализация такой случайной функции осуществляется в результате воздействия одной и той же группы случайных факторов и потому обладает одними и теми же вероятностными характеристиками. Такую случайную функцию $X(Z)$ считают эргодической.

Приведенные соображения весьма важны для анализа оползневых случайных последовательностей, ибо констатация свойств эргодичности делает возможным делать обобщения на характер

динамических процессов по вероятностным характеристикам одной случайной реализации.

Следует иметь в виду, что необходимым условием эргодичности случайной функции является обязательное стремление корреляционной функции к нулю при $Z \rightarrow \infty$. Если же, корреляционная функция стремится к какому-то постоянному значению D , то это указывает на то, что в структуре случайной функции имеется слагаемое в виде обычной случайной величины и что процесс не является эргодическим. Следовательно, по характеру поведения корреляционной функции можно судить о стационарности и эргодичности технологического процесса.

ВЫВОДЫ

В данной главе проведены исследования по математико-статистическим методам анализа результатов геодезических наблюдений за смещениями оползней:

- дан анализ векторного поля скоростей на оползневом склоне для определения характеристик реального векторного поля (дивергенция, ротор);

- разработан вероятностно-статистический аппарат для анализа смещений оползней. В основе его лежит представление обобщенной характеристики движения тела оползня в виде среднеквадратического эллипса смещений, построенного по частным векторам смещений всех оползневых точек по каждому циклу наблюдений (формулы (3.18), (3.19), (3.20), (3.21));

- показано, что вычисленные параметры эллипсов смещений дают более полную и объективную информацию о ходе оползневого процесса (среднеквадратическая погрешность определения величины смещения оползня в корень из двух точнее по сравнению с обычным способом);

- выведены формулы для расчета точности параметров эллипса смещений (формулы (3.38), (3.57), (3.59));

- выполнены исследования по применению теории случайных функций для анализа оползневых процессов с целью более полного представления случайных смещений медленно развивающихся и неярко выраженных оползневых процессов (раздел 3.3.).

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РАБОТ ПО ИССЛЕДОВАНИЮ СМЕЩЕНИЙ ОПОЛЗНЕЙ

4.1. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ УЧАСТКОВ

Экзогенные геологические процессы на территории г. Москвы связаны с массивами обводненных пород, слагающих зону активного водообмена до глубин 100 – 150 м. Главными из этих процессов являются оползневые, карстовые и подтопление.

Оползни развиты на крутых береговых склонах, расположенных вдоль долины р. Москвы и ее крупных притоков. Они формируются на моренных и юрских глинах и развиваются под влиянием речной эрозии, естественного и техногенного обводнения склонов и неразумных строительных воздействий.

Исследования в Коломенском парке и на Воробьевых горах показали, что на их территории преобладающими почвами являются природные – дерново-подзолистые, но в историческом прошлом испытывавшие сельскохозяйственные воздействия. Почвы парка Коломенское испытали длительные воздействия человека. В результате этого воздействия дерново-подзолистые почвы местами трансформированы в пахотные смытые или намывные.

Инженерно-геологический разрез оползневого склона на объекте «Коломенский парк», уточненный по данным сейсмических наблюдений, показывает положение предполагаемых смещений оползня на глубинах от 124 м до 102 м.

Существование геологического риска на территории этих объектов Москвы связано с развитием оползней. Оползни на Воробьевых горах и в Коломенском парке относятся к нестабильным (активным) оползням, находящимся в стадии подготовки основного (катастрофического) смещения

Опасными районами для устойчивости зданий, транспортных артерий города и других коммуникаций являются районы развития оползневых процессов. Наиболее активные проявления глубоких подвижек, несмотря на проведение противооползневых мероприятий, отмечается в районе Воробьевых гор, Фили-Кунцево, Коломенское, Хорошово-2, Москворечье, Н.Мневники.

На территории г. Москвы наблюдения за оползневыми процессами ведутся с 1954г., всего опорных участков III-го порядка –

18. Наблюдательная сеть на них на 01.01.2005 г. представляет собой: 423 геодезических реперов и марок, 100 простейших грунтовых марок, 536 гидрологических створа, 3030 пунктов геофизических наблюдений, 35 режимных скважин. Частота наблюдений – преимущественно 1 раз в год [70].

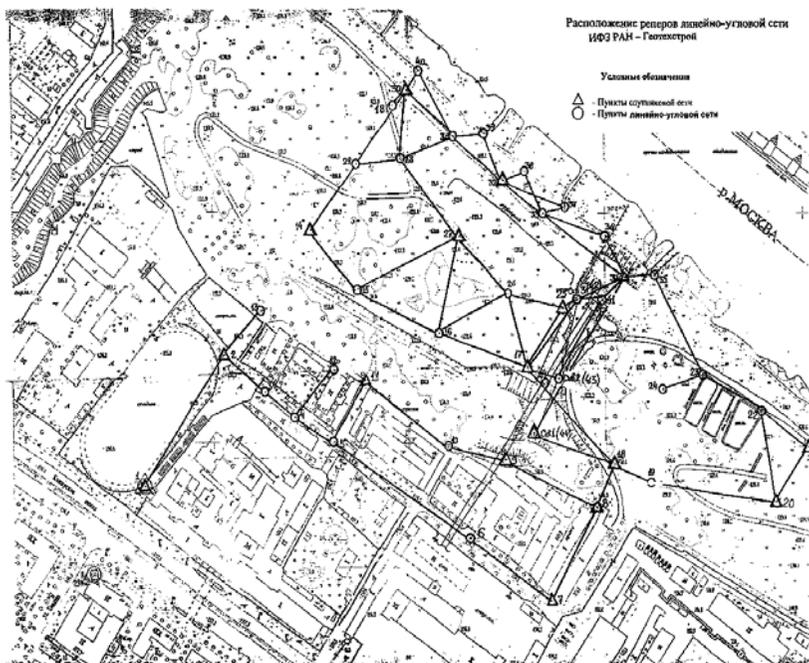


Рис. 4.1. Схема плановой сети на склоне Чертановского коллектора

На участке Коломенское (Южный округ) в нижней по течению его части активизация глубоких оползней привела к двум авариям (1978г. и 2002г.) на пересекающих склон Чертановских коллекторах. В конце 1978 года разрыв коллектора диаметром 2000мм привел к загрязнению Борисовских прудов, куда на время ремонта коллектора был направлен сброс канализационных вод. При аварии в 2002 году канализационные воды были сброшены в канализационный коллектор, построенный по оврагу ниже по те-

чению реки, который также в настоящее время находится под угрозой. Активные подвижки, зафиксированные в 2004 году, привели к повторной деформации коллектора и приостановили его функционирование.

Тщательное обследование местности позволило выявить вероятную причину активизации оползня – это отвал большого количества грунта в его верхней части, прямо над коллектором [47]. Спуск к реке включает залесенный обрыв высотой около 20-и метров и террасированное подножие склона, укрепленное железобетонными конструкциями. Есть набережная, которая практически скрылась под землей и отделена от воды десятками метров грунта (рис. 4.1).

4.2. МЕТОДЫ И ЦИКЛЫ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ ЗА СМЕЩЕНИЯМИ ОПОЛЗНЕЙ И ИХ ТОЧНОСТЬ

Для определения динамики оползневого процесса вдоль коллектора была создана геодезическая сеть на участке размером 450x500 метров, состоящая из 40 пунктов.

При выборе конструкций грунтовых реперов по эстетическим соображениям (значительная часть сети располагается на территории зоны отдыха «Коломенское») было принято решение о не применении пунктов с принудительным центрированием. Остановились на 2-х метровой стальной трубе диаметром 10мм, укрепленным бетонным якорем и изолированной от верхних слоев грунта рубероидом. В качестве марки использовался отрезок арматуры приваренный к трубе. Закладка грунтовых знаков проводилась бурением.

Для закрепления ряда пунктов использовались массивные бетонные конструкции (набережная, очистные сооружения, канализационные колодцы и др.), куда цементировались дюбеля или отрезки арматуры. К металлическим оголовкам геофизических скважин были приварены кронштейны с маркой. Кроме того, в сеть были включены ранее существовавшие репера, приспособленные для проведения высокоточного нивелирования.

Программа геодезических измерений состояла в определении горизонтальных и вертикальных подвижек оползневого тела. С

учетом активизации подвижек интервал времени между циклами измерений был установлен в один месяц.

Методика плановых измерений разрабатывалась с учетом обеспечения максимальной точности и эффективности работ. Проект предполагал определение оползневых смещений со среднеквадратической погрешностью не более 1см (среднеквадратическая погрешность положения самого слабого пункта сети не должна превышать 7мм). Задача была решена путем создания двухуровневой сети (см. рис. 4.1).

Первый уровень представляет собой спутниковую сеть, которая состоит из 15 пунктов, включая 2 исходных, которые расположены вне оползневого участка. Для измерений использовались 6 комплектов двухчастотных приемников фирмы «Trimble». В качестве исходных были взяты пункты 1 и 7. Измерения проводились в 4-е сеанса по 4-е часа. В каждом сеансе 2-а приемника стояли на исходных пунктах, а остальные 4-е - на определяемых. Измерения выполнялись синхронно на одинаковые спутники. Уравнивание спутниковой сети производилось по рекуррентному методу [55]. Данные уравнивания приведены в приложении 1. Схема сети GPS показана на рис. 4.2.

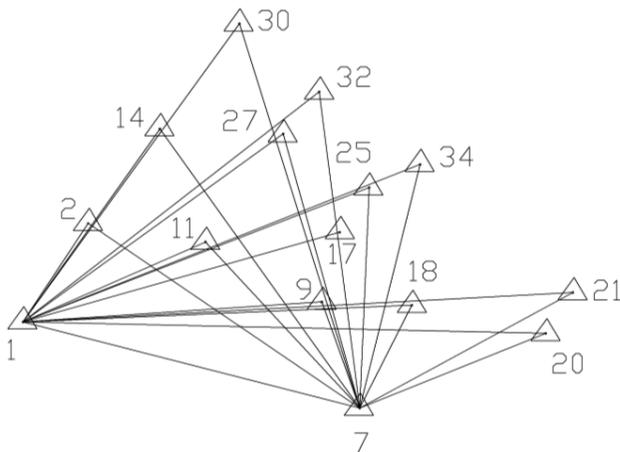


Рис. 4.2. Схема спутниковой сети

Расчеты деформаций по осям X и Y на каждую точку выполнялись по рекуррентному алгоритму, предложенного в [55]. Циклы брались с 1-го по 5-ый, с 5-го по 10-ый и с 10-го по 15-ый. Результаты расчетов приведены в прил. 2.

Среднеквадратическая погрешность определения вектора горизонтального смещения точек между циклами измерений составила 3мм. Вектора суммарных деформаций по точкам приведены в приложении 3.

Второй уровень составляла линейно-угловая сеть, развитая от пунктов GPS способом полярных засечек, состоящая из 25 пунктов. Для каждого знака было предусмотрено контрольное определение координат. Измерения производились электронными тахеометрами «2Та5» и «Trimble» 3603 DR. Прибор центрировался по оптическому отвесу. Веха с отражателем устанавливалась над точкой по уровню при помощи штатива, к которому прикреплялась через втулку, направляющая пластина и закрепительный винт. Эта самодельная конструкция устанавливалась в течение минуты и обеспечивала миллиметровую точность центрирования отражателя. Ожидаемые погрешности в положении пунктов линейно-угловой сети с учетом погрешностей измерений, геометрической связи и исходных данных не превышали 7мм.

Программа наблюдений на станции была разработана для двух исполнителей: наблюдателя и вешечника. Измерения выполнялись при одном положении круга с выбором в качестве начального направления четко видимого объекта (кресты колоколен, шпили и т.п.).

Измерения на оползне проводились ежемесячно. Всего проведено 15 циклов, начиная с января месяца 2004 года. После соответствующей обработки получены смещения всех реперов по осям X и Y . Смещения представлены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

№ респ.	2004г.		Изменение координат, мм													2005г.	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2			
1	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	X	-4	-6	-8	-9	-7	-8	-10	0	-1	-2	-2	-8	-5	-4		
	Y	-2	-3	0	2	1	3	3	10	6	2	0	0	-2	0	3	
3	X	2	3	-6	-9	-14	-11	-10		-2	1	-1	0	-8	-5	-6	
	Y	-10	-20	-5	-4	-3	-5	-2		-1	-3	-5	-5	-11	-9	-4	
4	X	-2	-4	-1	-2	-3	-2	0	-1	2	1	3	4	-5	-3	-5	
	Y	-3	-11	-10	-12	-14	-14	-11	-12	-14	-13	-16	-14	-16	-15	-16	
5	X	-4	-8	-6	-5	-3	-12	-2	1	-4	-5	-6	-5	-16	-9	-6	
	Y	-8	-16	-14	-11	-7	-11	-13	-18	-16	-15	-11	-13	-12	-11	-8	
6	X	-1	1	15	7	5	3	5	8	1	0	1	-1	1	0	2	
	Y	-3	-9	-22	-12	-11	-8	-6	-8	1	-1	-3	-1	-10	-3	3	
7	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
8	X	-9	-20	-9	-11	-8	-17	-10	-9	-10	-10	-9	-8	-6	-5	-7	
	Y	-2	-6	9	10	16	1	3	2	7	9	9	8	9	8	6	
9	X				31	27	28	31	31	31	30	28	27	24	22	25	
	Y				3	-5	-1	2	0	1	-1	-1	-1	-2	0	1	
10	X	6	14	8	10	11	9	14	21	20	18	15	8	5	6	8	
	Y	-3	-7	-5	-9	-15	-14	-15	-16	2	-6	-8	-13	-8	-9	-11	
11	X	5	11	11	-3	-4	-2	1	3	-8	-3	-1	8	11	4	2	
	Y	-2	-4	-4	-2	-3	1	3	-6	1	2	-2	0	0	3	1	
13	X	1	0	4	3	4	4	6		14	10	7	8	-3	1	1	
	Y	-1	-3	1	8	7	9			13	8	-1	1	-4	2	6	
14	X	-1	4	16	27	30	27	31	35	38	39	35	42	55	59	64	
	Y	8	10	10	27	33	32	34	34	36	35	37	46	61	65	71	
15	X	8	16	18	19	49	54	57	58	55	54	65	76	79	84		

Продолжение табл.4.1

Y	-5	-8	-3	2	-1	6	4	2	2	5	8	12	26	29	30
16	X	4	4	5	31	41	37	34	42	46	56	67	77	77	79
	Y	-3	0	1	3	4	1	-2	12	11	18	26	33	35	39
17	X	-8	4	20	22	25	32	36	41	43	46	52	58	64	69
	Y	-4	5	10	13	17	29	28	30	32	34	40	45	51	53
18	X	-6	-12	-12	10	16	19	17	16	17	15	14	12	12	13
	Y	0	0	0	-1	-2	-3	-4	-3	-2	-4	-3	-2	-1	1
19	X	-8	-16	-6	-2	1	7	2	3	0	1	0	-7	-5	-6
	Y	3	7	6	7	6	8	3	1	0	1	2	4	6	10
20	X	-2	-4	-10	-6	-3	-5	-4	-2	-2	-1	-3	-3	-2	-1
	Y	-3	-6	-12	-12	-11	-12	-10	-13	-9	-11	-9	-8	-8	-5
21	X	-3	-2	13	-2	-5	-4	-3	-4	-3	-5	-4	-4	-3	-6
	Y	-9	-9	15	-10	-12	-14	-12	-15	-13	-12	-13	-11	-10	-7
22	X	-3	-7	27	-7	-11	-11	-9	-9	-8	-10	-11	-9	-7	-11
	Y	-6	-11	26	-10	-12	-16	-14	-16	-11	-12	-9	-17	-19	-12
23	X	-8	-14	16	-12	-17	-21	-20	-18	-21	-19	-15	-17	-15	-13
	Y	-5	-11	-27	-17	-15	-18	-16	-18	-13	-15	-14	-16	-11	-10
24	X	-7	-16	14	-14	-16	-23	-18	-20	-9	-11	-15	-12	-14	-12
	Y	-6	-12	-30	-23	-21	-22	-20	-21	-8	-13	-16	-15	-10	-13
25	X	-10	3	11	20	22	27	29	33	38	39	38	43	56	59
	Y	1	0	-6	13	16	22	22	25	29	31	34	40	52	55
26	X	4	9	21	33	31	39	38	44	37	40	47	58	64	67
	Y	-1	-3	-3	11	15	16	15	17	12	16	33	32	54	56
27	X	1	2	0	2	4	10	13	17	18	22	60	75	91	93
	Y	-5	-11	1	10	11	15	18	20	23	25	29	48	55	58
28	X	8	16	16	25	30	29	37	45	45	46	43	55	77	81
	Y	4	10	3	34	36	40	39	40	41	44	42	66	85	90
29	X	5	11	50	30	31	33	40	42	48	47	45	56	80	82
	Y	7	12	9	36	37	40	37	38	38	40	41	57	76	80
30	X	1	8	52	30	32	33	42	47	46	47	45	56	86	89
	Y	6	11	15	28	37	38	40	44	43	45	70	89	92	102

Окончание табл.4.1

31	X	4	9	34	21	23	28	33	36	38	39	42	47	69	74	82
	Y	1	3	19	35	39	38	39	42	42	44	43	71	88	93	98
32	X	9	20	33	22	23	27	28	33	32	36	39	52	65	68	79
	Y	-5	-12	12	31	34	34	37	43	40	44	46	62	80	83	91
33	X	5	11	29	20	23	22	24	29	27	32	37	44	55	60	68
	Y	-1	-2	14	29	34	34	33	35	39	42	41	57	73	74	77
34	X	-2	-2	5	2	3	-4	6	11	9	14	17	20	24	25	28
	Y	-1	-1	-4	7	12	8	12	17	22	25	28	38	43	46	49
35	X	1	2	3	2	2	-8	6	4	10	9	11	12	16	18	22
	Y	2	4	6	7	8	7	10	15	19	21	24	30	35	31	33
36	X	0	6	0	8	10	9	15	21	17	22	25	28	36	38	41
	Y	-9	1	-18	19	21	20	13	31	30	33	38	46	56	56	59
37	X	4	9	13	17	20	23	22	26	215	31	37	45	53	56	62
	Y	-1	-2	3	22	24	21	25	30	27	35	40	47	64	67	71
38	X	5	9	14	19	21	26	27	29	30	32	35	51	58	62	69
	Y	1	2	22	37	41	41	42	45	49	51	48	66	83	87	91
39	X	4	7	14	21	22	29	28	31	34	35	38	50	72	76	81
	Y	3	7	17	33	37	39	42	46	46	48	49	69	85	89	97
40	X	4	7	18	28	31	33	35	40	39	42	40	56	80	83	91
	Y	5	12	21	39	49	45	48	47	50	51	49	72	98	102	109
41	X	1	2	5	3	12	1	14	21	16	18	24	30	37	41	48
	Y	-4	-9	-12	4	7	-2	2	4	15	20	23	29	37	39	44

Предварительное рассмотрение векторного поля скоростей позволило выделить участки, где векторное поле однородно. По типу оползень относится к земляным потокам (поступательный оползень).

Расчеты, сделанные по формуле (1.7) для точек 3, 4, 5, 6, 8, 10, 13, 19, 22, 23 и 24, полученных полярной засечкой с учетом погрешностей исходных данных, показывают, что они практически не подвержены оползневым процессам. Например, среднеквадратические погрешности планового положения для крайних точек равны

$$m_l = \sqrt{m_{\text{исх.}}^2 + m_s^2 + \frac{S^2 m_\beta^2}{\rho^2}} = \sqrt{(3,мм)^2 + (3,мм)^2 + \frac{(160000,мм)^2 \times (3'')^2}{(206265'')^2}} = 3,8,мм$$

а для ближайших ($S=50м$) – 3,1мм.

Деформации D от цикла к циклу соответственно равны: например, для точки 4 – 8,2мм, 3,2мм, 2,2мм, 2,2мм, 1,0мм, 3,6мм, 1,4мм, 3,6мм, 1,4мм, 3,6мм, 2,2мм, 9,2мм, 2,2мм, 2,2мм; для точки 8 – 11,7мм, 18,6мм, 2,2мм, 6,7мм, 17,5мм, 7,3 мм, 1,4мм, 5,1мм, 2,0мм, 1,0мм, 1,4мм, 2,2мм, 1,4мм, 2,8мм. Т.е., из пятнадцати циклов деформация наблюдалась два раза и пять раз. Примерно аналогичная картина и по другим точкам. Их влияние на смещение оползня в целом мало и в дальнейших расчетах эти пункты исключим из анализа.

4.3. ПОСТРОЕНИЕ СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКИХ ЭЛЛИПСОВ СМЕЩЕНИЙ ОПОЛЗНЯ

Если векторы смещений всех наблюдаемых точек отнести к началу условной системы, то получается радиальное поле распределения векторов смещений, изображенного на рис. 4.3. На рис. 4.3 показаны векторы смещений 21 оползневых точек, полученных по наблюдениям за оползнем на склоне реки Москвы на участке Коломенское в районе Чертановского коллектора по 1-му циклу по отношению к 0-му.

Значения результирующих векторов получены по составляющим dx и dy , рассчитанных по вышеприведенной методике (раздел 3.2).

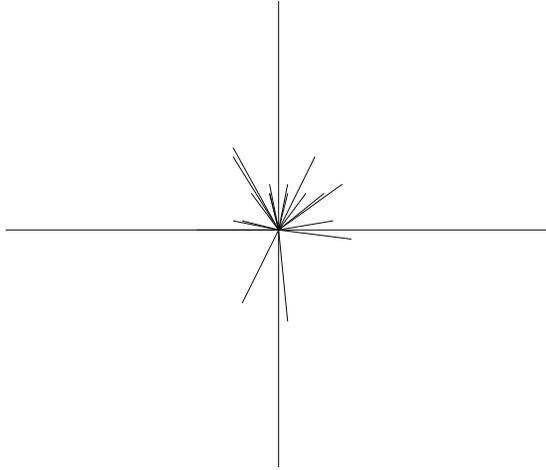


Рис. 4.3. Радиальное поле распределения векторов смещений

Рассмотрим рассеивание случайной векторной величины, представляющей собой результирующий вектор смещения оползневой точки по двум осям координат. Для этого возьмем в обработку эти 21 вектора (табл. 4.2). Смещения точек, которые по величине оказались в пределах среднеквадратической погрешности измерений, исключены из обработки.

Полуоси эллипса смещений вычислим по формуле (3.3), а коэффициенты, входящие в них, по формуле (3.4). Исходя из эмпирических данных, представленных в табл. 8, получим следующие числовые параметры:

$$A = 548 \text{ мм}^2, C = 402 \text{ мм}^2, B = +9 \text{ мм}^2,$$

$$a = \frac{\sqrt{\frac{A+C}{2} + \sqrt{\left(\frac{A-C}{2}\right)^2 + B^2}}}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{\frac{548 \text{ мм}^2 + 402 \text{ мм}^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{548 \text{ мм}^2 - 402 \text{ мм}^2}{2}\right)^2 + 9 \text{ мм}^2}}}{\sqrt{13}} = 5,4 \text{ мм},$$

$$b = \frac{\sqrt{\frac{A+C}{2} - \sqrt{\left(\frac{A-C}{2}\right)^2 + B^2}}}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{\frac{548 \text{ мм}^2 + 402 \text{ мм}^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{548 \text{ мм}^2 - 402 \text{ мм}^2}{2}\right)^2 + 9 \text{ мм}^2}}}{\sqrt{13}} = 4,6 \text{ мм},$$

$$R = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(5,4 \text{ мм})^2 + (4,6 \text{ мм})^2} = 7,1 \text{ мм}.$$

Угол между осью абсцисс и большой полуосью эллипса определяется по формуле (3.5). Подстановка числовых значений дает следующую величину угла:

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2B}{A-C} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{18}{548-402} \right) = +4^\circ.$$

Таблица 4.2

1-ый цикл по отношению к 0-му

№ точек	dx	dy	dx^2	dy^2	$dxdy$	R
14	-1	8	1	64	-8	8,1
15	8	-5	64	25	-40	9,4
16	4	-3	16	9	-12	5,0
17	-8	-4	64	16	32	8,9
25	-10	1	100	1	-10	10,0
26	4	-1	16	1	-4	4,1
27	1	-5	1	25	-5	5,1
28	8	4	64	16	32	8,9
29	5	7	25	49	35	8,6
30	1	6	1	36	6	6,1
31	4	1	16	1	4	4,1
32	9	-5	81	25	-45	10,3
33	5	-1	25	1	-5	5,1
36	0	-9	0	81	0	9,0
37	4	-1	16	1	-4	4,1
38	5	1	25	1	5	5,1
39	4	3	16	9	12	5,0
40	4	5	16	25	20	6,4
41	1	-4	1	16	-4	4,1
	Сумма:		548	402	9	

Эллипс смещения показан на рис. 4.4.

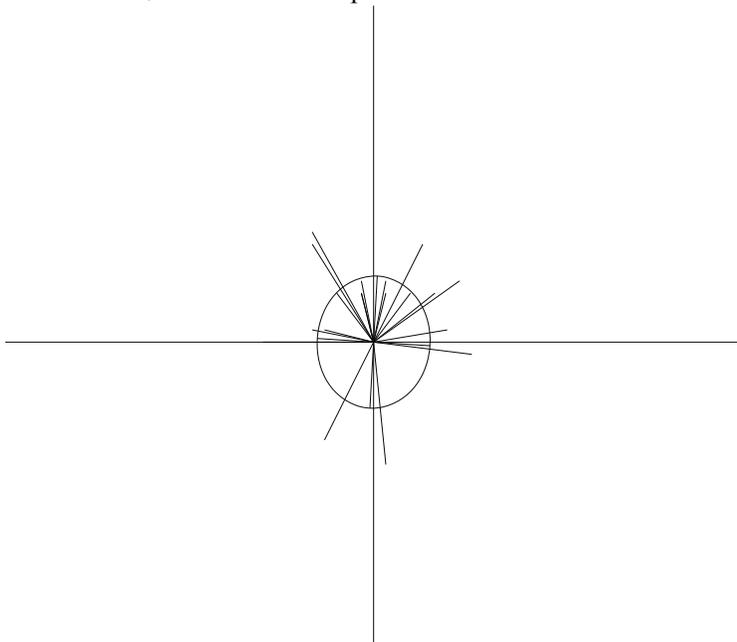


Рис. 4.4. Среднеквадратический эллипс смещения в первом цикле

Знак угла положительный, следовательно, вычисленный угол откладывается от оси абсцисс по часовой стрелке в 1-ой четверти.

Среднеквадратические погрешности параметров эллипса следующие:

$$m_a = m_{изм} \sqrt{\frac{2}{n}} = 3.мм \sqrt{\frac{2}{19}} = 1.0мм, \quad m_b = 1.0мм, \quad m_R = 1.0мм,$$

$$m_\varphi = \frac{m_{изм} \sqrt{2}}{l} \rho \sqrt{A+C} = \frac{3.мм \sqrt{2}}{147.1мм^2} 57.3^\circ \sqrt{548мм^2 + 402мм^2} = 51^\circ.$$

Последующий контроль геодезических наблюдений за динамикой оползня сводится к производству повторных циклов, вычислению вектора движения оползневой точки и сравнения его с эллипсом движения предыдущего цикла (см. табл. 4.3).

Таблица 4.3.

2-ой цикл по отношению к 1-му.

№ точек	dx	dy	dx^2	dy^2	$dxdy$	R
14	5	2	25	4	10	5,4
15	8	-3	64	9	-24	8,5
17	12	9	144	81	108	15
25	13	-1	169	1	-13	13
26	5	-2	25	4	-10	5,4
27	1	-6	1	36	-6	6,1
28	8	6	64	36	48	10
29	6	5	36	25	30	7,8
30	7	5	49	25	35	8,6
31	5	2	25	4	10	5,4
32	11	-7	121	49	-77	13
33	6	-1	36	1	-6	6,1
36	6	10	36	100	60	11,7
37	5	-1	25	1	-5	5,1
38	4	1	16	1	4	4,1
39	3	4	9	16	12	5
40	3	7	9	49	21	7,6
41	1	-5	1	25	-5	5,1
	Суммы:		855	467	192	

Значения коэффициентов будут: $A = 855\text{мм}^2$, $C = 467\text{мм}^2$, $B = +192\text{мм}^2$.

Находим полуоси эллипса смещения: $a=7,2$ мм; $b=4,7$ мм. Величина смещения $R=8,6$ мм. Угол между осью абсцисс и большой полуосью эллипса $\varphi = +21^\circ$.

Эллипс смещения во втором цикле показан на рис. 4.5.

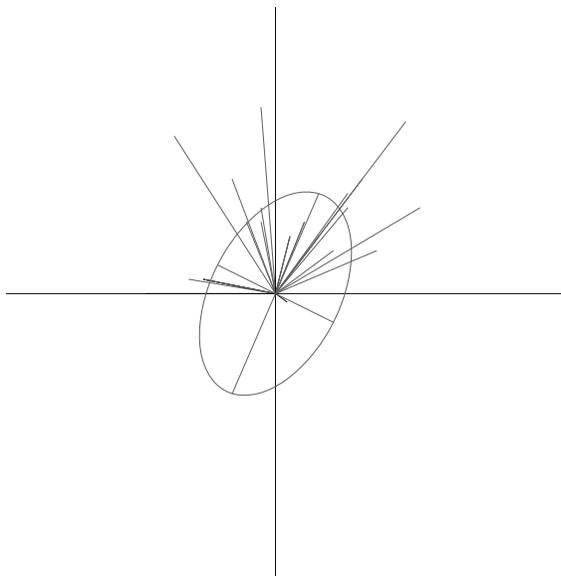


Рис. 4.5. Эллипс смещения во втором цикле по отношению к первому

Среднеквадратические погрешности параметров эллипса во втором цикле будут: $m_a = 1,0$ мм, $m_b = 1,0$ мм, $m_R = 1,0$ мм, $m_\varphi = 16^\circ$.

Наложим два среднеквадратических эллипса друг на друга и сравним между собой (см. рис. 4.6).

На рис. 4.6 видно, что эллипс смещений во втором цикле больше эллипса смещений первого цикла, что указывает на изменение скорости движения оползня. На это также указывает и сравнение площадей: $P_1=78$ мм², а $P_2=106$ мм². Аналогично рассмотрим третий цикл (см. табл. 4.4).

Таблица 4.4.

3-ий цикл по отношению ко 2-му

№ точек	dx	dy	dx^2	dy^2	$dx dy$	R
14	12	0	144	0	0	12,0
15	2	5	4	25	10	5,4
17	16	5	256	25	80	16,8
25	8	-6	64	36	-48	10,0
26	12	0	144	0	0	12,0
27	-2	12	4	144	-24	12,2
28	0	-7	0	49	0	7,0
29	39	-3	1521	9	-117	39,1
30	44	4	1936	16	176	44,2
31	25	16	625	256	400	29,7
32	13	24	169	576	312	27,7
33	18	16	324	256	288	24,1
34	7	-3	49	9	-21	7,6
36	-6	-19	36	361	114	19,9
37	4	5	16	25	20	6,4
38	5	20	25	400	100	20,6
39	7	10	49	100	70	12,2
40	11	9	121	81	99	14,2
41	3	-3	9	9	-9	4,2
	Сумма:		5496	2377	1450	

Значения коэффициентов равны: $A = 5496_{мм^2}$, $C = 2377_{мм^2}$, $B = +1450_{мм^2}$. Полуоси эллипса равны: $a = 17,9$ мм, $b = 9,62$ мм. Величина смещения $R = 20,4$ мм. Угол между осью абсцисс и большой полуосью эллипса $\varphi = +22^\circ$.

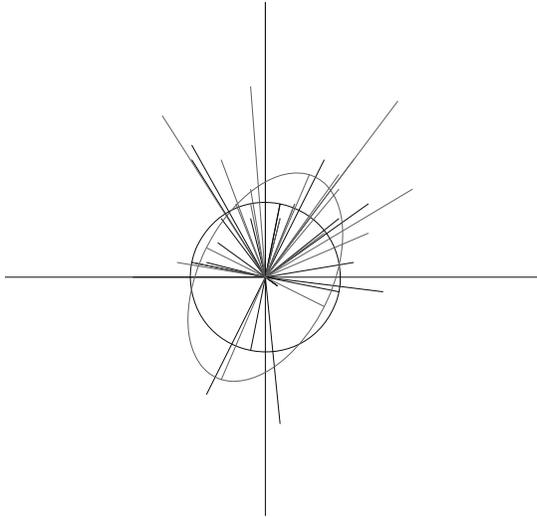


Рис. 4.6. Наложение эллипса 2-го цикла на 1-ый

Эллипс смещения в третьем цикле показан на рис 4.7.

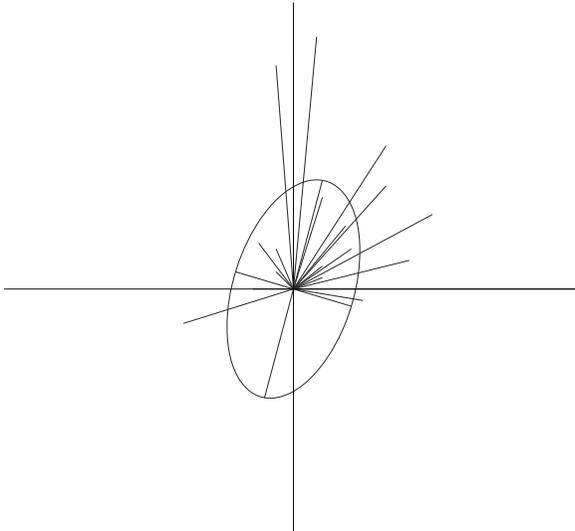


Рис. 4.7. Эллипс смещения в третьем цикле по отношению ко второму

Среднеквадратические погрешности параметров эллипса в третьем цикле будут:

$$m_a = 1,0\text{мм}, m_b = 1,0\text{мм}, m_R = 1,0\text{мм}, m_\varphi = 5^\circ.$$

Наложим рис. 4.7 на рис. 4.6 и сравним (см. рис. 4.8).

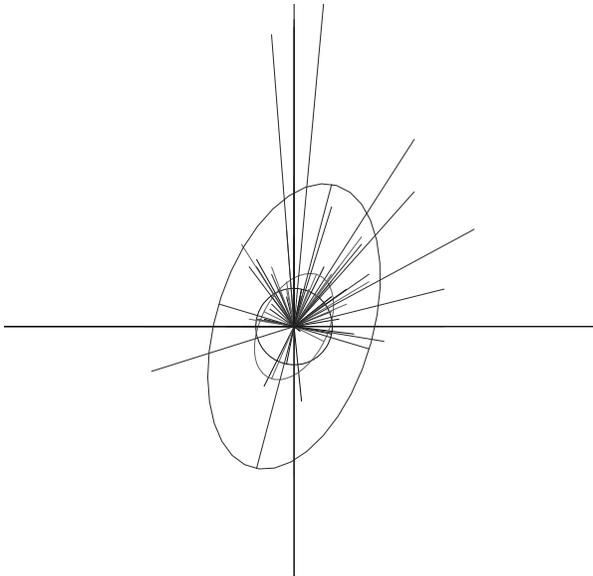


Рис. 4.8. Наложение эллипса 3-го цикла на 1-ый и 2-ой

По рис. 4.8 четко видно, что динамика движения оползня продолжается, причем в третьем цикле скорость еще больше.

Так как измерения на оползне проводились ежемесячно и всего, было проведено 15 циклов, начиная с января месяца 2004 года, то было вычислено 15 среднеквадратических эллипсов смещений, наложение которых друг на друга позволяют получить графически наглядную математическую модель движения оползня.

В табл. 4.5 приведены данные по всем 15 циклам.

Таблица 4.5

Циклы	a , мм	b , мм	R , мм	φ°	P , мм ²
1	5,4	4,6	7,1	4	78
2	7,2	4,7	8,6	22	106
3	17,9	9,6	20,4	21	540
4	18,1	10,1	20,7	1	591
5	10,5	5,8	12,0	6	191
6	6,9	3,9	7,9	32	85
7	7,0	3,1	7,7	8	68
8	6,3	3,0	7,0	49	59
9	5,8	3,6	6,8	62	66
10	5,0	2,0	5,4	43	31
11	10,4	4,5	11,3	17	147
12	17,7	4,2	18,2	58	234
13	21,0	4,5	21,5	44	297
14	4,8	1,5	5,0	42	23
15	8,7	1,6	8,8	38	44

Покажем на графике зависимость смещений оползня от времени наблюдений (см. рис. 4.9).

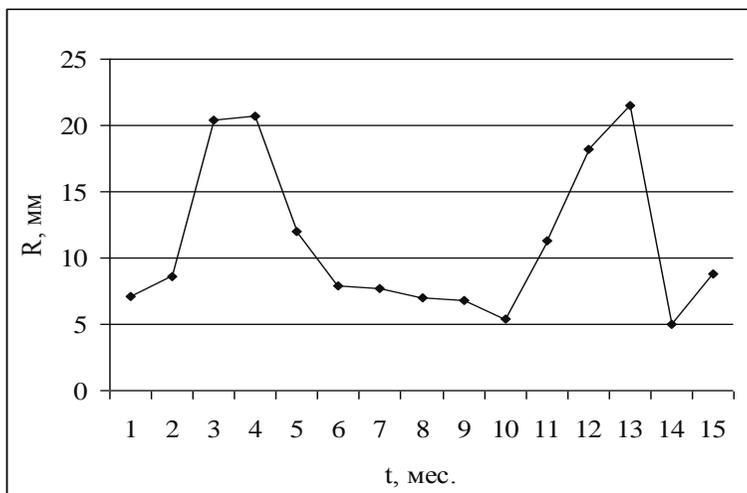


Рис. 4.9. График смещений оползня в зависимости от времени

По графику видно, что максимальные смещения оползня происходят весной и зимой.

Воспользуемся формулой (2.42) и посчитаем периодичность наблюдений. В третьем цикле величина смещения $R=20,4\text{мм}$. Тогда по формуле (2.42)

$$\Delta t = \frac{58\text{мм}}{20,4\text{мм/мес.}} = 2,8\text{мес.}$$

Это означает, что следующие наблюдения можно делать в июне (6-ой месяц). В июне $R=7,9\text{мм}$. Получаем

$$\Delta t = \frac{58\text{мм}}{7,9\text{мм/мес.}} = 7,3\text{мес.}$$

Следовательно, следующий цикл наблюдений попадает на январь месяц (13-ый месяц).

Аналогично можно строить модели смещений отдельных частей оползня. Особенно эффективно применение этой методики, когда смещения отдельных частей оползня происходят по разным направлениям и образуются трещины.

Вычислим полуоси эллипсов в каждом цикле a и b и их среднеквадратические погрешности. Результаты вычислений приведены в табл. 4.6.

Таблица 4.6

Циклы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$a, \text{ мм}$	5,4	7,2	17,9	18,1	10,5	6,9	7,0	6,3	5,8	5,0	10,4	17,7	21,0	4,8	8,7
$b, \text{ мм}$	4,6	4,7	9,6	10,1	5,8	3,9	3,1	3,0	3,6	2,0	4,5	4,2	4,5	1,5	1,6
$m_a, \text{ мм}$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
$m_b, \text{ мм}$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Значения m_a и m_b равны между собой и это естественно, потому что значения полуосей получены с одинаковой точностью.

Вычислим направление движения оползня φ и ее среднеквадратическую погрешность. Результаты вычислений приведены в табл. 4.7.

Таблица 4.7

Циклы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
φ	3,5	20,8	21,5	0,8	6,3	31,8	8,0	49,3	62,3	42,5	17,2	58,5	44,5	42,4	37,6
m_φ	50,9	16,2	5,1	5,1	9,2	14,3	11,5	12,5	19,9	17,0	7,4	3,3	2,7	13,5	6,9

Точность вычисления направления выше в тех случаях, где сумма произведений dx_i на dy_i , равная B , большая и наоборот, т.е. точность направления выше, если оползневые точки имеют смещения в одном направлении.

Рассчитаем величину смещения R (максимальный сдвиг) и ее среднеквадратическую погрешность m_R для всех циклов измерений. Результаты вычислений приведены в табл. 4.8.

Поскольку $m_a = m_b$, то $m_R = m$, т.е. точность определения смещений равна точности определения полуосей a и b .

Таблица 4.8.

Циклы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$R, мм$	7,1	8,6	20,4	20,7	12,0	7,9	7,7	7,0	6,8	5,4	11,3	18,2	21,5	5,0	8,8
$m_{R, мм}$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

4.4. ПОСТРОЕНИЕ АВТОКОРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ И ИХ АНАЛИЗ

Ниже приводится методика корреляционного анализа [59] по данным наблюдений за смещением оползня на участке Коломенское. Экспериментальные данные сведены в табл. 4.10. Смещение точек от исходного положения от цикла к циклу (абсолютные смещения) даны в мм по возрастающей. (Смещения рассматриваются как модули смещений).

В приложении приведены пятнадцать планов с изолиниями (см. рис. 1-15), проведенными через 1мм, выполненными при использовании программы CREDO_MIX.

На планах выберем линию достаточной длины S , расположенную случайным образом относительно направления смещения оползня. Это линия S_{15-38} длиной 168,545м (см. рис. 31). По этой линии отложим отрезки через каждые 15м в интервале $0 \div 168,545м$. На концах отрезков в точках S_j определим значения смещений и получим множество реализаций случайной последовательности смещений. В табл. 4.11 приведены значения всех 15 реализаций.

В табл. 4.12 показаны оценки математического ожидания для случайных величин $X(1), X(2), \dots, X(12)$, найденных по формуле:

$$M_x(Z) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

Таблица 4.10.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	январь	фев.	март	апр.	май	июнь	июль	авг.	сентяб.	окт.	нояб.	декаб.	январь	фев.	март
№ точек	2005	2005	2005	2005	2005	2005	2005	2005	2005	2005	2005	2005	2006	2006	2006
14	8,1	10,8	18,9	28,8	40,4	40,4	44,6	48,8	52,3	52,3	52,3	62,3	82,1	87,8	95,6
15	9,4	17,9	18,2	19,1	51,0	49,4	54,1	57,0	57,0	55,2	54,6	66,1	80,3	84,2	89,2
16	5,0	5,0	5,0	5,0	31,1	41,2	37,0	34,1	43,7	47,3	58,8	71,9	83,8	84,6	88,1
17	8,9	8,9	22,4	22,4	30,2	43,2	45,6	50,8	53,6	57,2	65,6	73,4	81,8	87,0	95,6
25	10,0	3,0	12,5	23,9	27,2	34,8	36,4	41,4	47,8	49,8	51,0	58,7	76,4	80,7	84,9
26	4,1	9,5	50,1	34,8	34,4	42,2	40,9	47,2	38,9	43,1	57,4	66,2	83,7	87,3	91,5
27	5,1	11,2	1,0	10,2	11,7	18,0	22,2	26,2	29,2	33,3	66,6	89,0	106,3	109,6	113,7
28	8,9	18,9	16,3	42,2	46,9	49,4	53,8	60,2	60,2	63,7	60,1	85,9	114,7	121,1	135,1
29	8,6	16,3	50,8	46,9	46,9	51,9	54,5	54,5	61,2	61,2	61,2	79,9	110,3	114,6	122,3
30	6,1	13,6	54,1	41,0	48,9	48,9	58,0	64,4	64,4	64,4	64,4	89,6	123,8	128,0	140,8
31	4,1	9,5	38,9	40,8	45,3	45,3	51,1	55,3	55,3	58,8	58,8	85,1	111,8	118,8	127,8
32	10,3	23,3	35,1	38,0	41,0	43,4	46,4	54,2	51,2	56,9	60,3	80,9	103,1	107,3	120,5
33	5,1	11,2	32,2	35,2	41,0	41,0	41,0	45,5	45,5	52,8	55,2	72,0	91,4	95,3	102,7
34	2,2	2,2	6,4	6,4	12,4	8,9	13,4	20,2	23,8	28,7	32,8	42,9	49,2	52,4	56,4
35	2,2	2,2	6,7	6,7	6,7	10,6	10,6	15,5	21,5	22,8	26,4	32,3	38,5	35,8	39,7
36	9,0	6,1	18,0	20,6	23,3	23,3	19,8	37,4	34,5	39,7	45,5	53,9	66,6	67,7	71,8
37	4,1	9,2	13,3	27,8	31,2	31,2	31,2	39,7	36,8	46,8	54,8	65,1	83,1	87,3	94,3
38	5,1	9,2	26,1	41,6	46,1	48,5	49,9	53,5	57,5	60,2	60,2	83,4	101,3	106,8	114,2
39	5,0	9,9	22,0	39,1	43,0	48,6	50,5	55,5	55,5	59,4	62,0	85,2	111,4	117,0	126,4
40	6,4	13,9	27,7	48,0	58,0	55,8	59,4	61,7	63,4	66,1	63,3	91,2	126,5	131,5	142,0
41	4,1	9,2	13,0	5,0	13,9	2,2	14,1	21,4	21,4	26,9	33,2	41,7	52,3	56,6	65,1

Таблица 4.11

Реализации	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
№ ЦИКЛОВ	R, мм	R, мм										
1	9,4	8,8	8,2	7,6	7,0	6,4	5,6	5,4	7,4	9,0	9,6	6,0
2	17,9	17,1	16,2	15,3	14,5	13,7	12,6	12,4	16,4	20,1	22,4	11,9
3	18,2	15,9	13,5	11,1	8,7	6,3	3,8	9,7	18,1	26,3	34,3	28,8
4	19,1	18,6	17,8	17,2	16,6	15,8	15,4	16,7	23,5	30,3	37,0	40,6
5	51,0	45,7	40,2	34,7	29,3	23,8	18,3	19,4	26,4	33,4	40,8	45,1
6	49,4	45,3	40,9	36,7	32,4	28,2	23,8	24,7	30,8	36,9	42,8	47,4
7	54,1	49,9	45,5	41,2	36,8	32,4	28,1	28,8	34,4	40,2	45,5	49,1
8	57,0	53,1	48,9	44,8	40,6	36,5	32,4	33,1	40,1	47,1	53,1	53,4
9	58,0	54,2	50,4	46,6	42,7	38,8	34,9	35,3	40,5	45,6	50,6	56,2
10	55,2	52,5	49,8	46,9	44,2	41,4	38,7	39,2	45,1	50,8	56,2	59,4
11	54,6	56,4	58,2	59,8	61,7	63,5	65,2	65,1	63,5	61,8	59,9	59,5
12	66,1	69,6	73,3	76,8	80,5	84,2	87,7	87,8	85,5	83,2	80,3	82,5
13	80,3	84,5	89,0	93,4	97,8	102,2	106,5	107,0	105,5	104,0	102,2	101,5
14	84,2	88,4	92,8	97,2	101,7	106,0	110,2	111,0	109,6	108,1	106,4	106,7
15	89,2	93,5	98,0	102,5	107,0	111,5	115,8	116,5	117,5	118,5	118,8	115,5
Σ	763,7	753,5	742,7	731,8	721,5	710,7	699,0	712,1	764,3	815,3	859,9	863,6

Таблица 4.12

Z	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$M_x(Z), мм$	50,91	50,23	49,51	48,79	48,10	47,38	46,60	47,47	50,95	54,35	57,33	57,57

На рис. 4.10 показаны все 12 реализаций, представляющих собой случайную функцию.

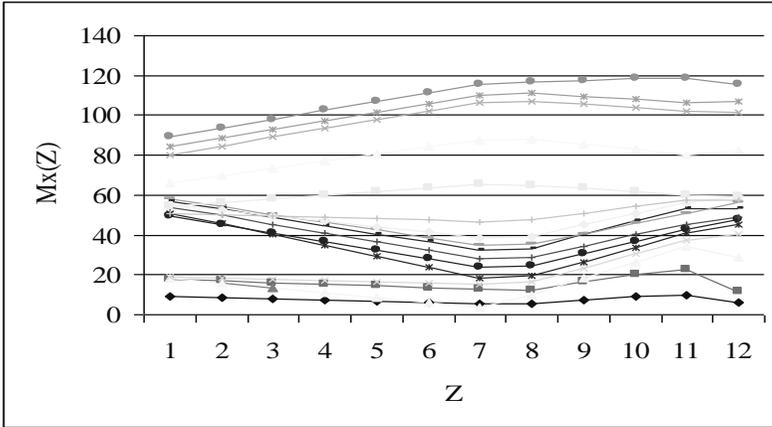


Рис. 4.10. График случайной функции

Коричневым цветом показана функция, построенная по математическим ожиданиям. В табл. 4.13 приведены оценки для элементов корреляционной матрицы: дисперсий и корреляционных моментов, вычисленных по формуле:

$$D_x(Z) = \frac{[(X - m_x)^2]}{n - 1}.$$

По главной диагонали в табл. 4.13 стоят оценки дисперсий, представленные в табл. 4.14. В табл. 4.15 представлены оценки среднеквадратических отклонений по каждому циклу, вычисленные по формуле:

$$\sigma_x(Z) = \sqrt{D_x(Z)}.$$

Разделим значения табл. 4.13 на произведения соответствующих среднеквадратических отклонений и получим таблицу значений нормированной корреляционной функции (табл. 4.16).

Таблица 4.13.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
621,09	661,11	704,00	745,94	788,14	830,29	871,90	861,90	812,94	766,01	721,65	758,55
	713,15	768,64	823,0	877,76	932,40	986,31	975,28	914,96	856,64	800,62	832,31
		837,34	904,67	972,64	1040,37	1107,17	1095,05	1022,75	952,42	884,11	910,41
			984,81	1065,75	1146,37	1225,85	1212,68	1128,68	1046,63	966,32	987,30
				1159,86	1253,55	1345,90	1331,64	1235,71	1141,69	1049,15	1064,73
					1360,22	1465,35	1499,99	1342,20	1236,28	1131,54	1141,66
						1583,07	1566,66	1447,28	1329,76	1213,17	1218,26
							1552,39	1435,69	1320,83	1207,12	1211,14
								1333,02	1232,2	1132,83	1139,53
									1145,53	1060,51	1070,29
										990,33	1004,55
											1038,49

Таблица 4.14.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
21,09	713,15	837,34	984,81	1159,86	1360,22	1583,07	1552,39	1333,02	1145,53	990,33	1038,49

Таблица 4.15.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
24,92	26,70	28,94	31,38	34,06	36,88	39,79	39,40	36,51	33,85	31,47	32,23

Таблица 4.16

1,00	0,99	0,98	0,95	0,93	0,90	0,88	0,88	0,89	0,91	0,92	0,94
	1,00	0,99	0,98	0,97	0,95	0,93	0,93	0,94	0,95	0,95	0,97
		1,00	1,00	0,99	0,97	0,96	0,96	0,97	0,97	0,97	0,98
			1,00	1,00	0,99	0,98	0,98	0,99	0,99	0,98	0,98
				1,00	1,00	0,99	0,99	0,99	0,99	0,98	0,97
					1,00	1,00	1,03	1,00	0,99	0,97	0,96
						1,00	1,00	1,00	0,99	0,97	0,95
							1,00	1,00	0,99	0,97	0,95
								1,00	1,00	0,99	0,97
									1,00	1,00	0,98
									1,00	1,00	0,99
										1,00	1,00
											1,00

Проанализируем полученные данные под углом зрения предполагаемой стационарности случайной функции $X(Z)$. Если судить непосредственно по данным, полученным в результате обработки, то можно прийти к выводу, что случайная функция $X(Z)$ стационарной не является: ее математическое ожидание не вполне постоянно; дисперсия также меняется со временем; значения нормированной корреляционной функции вдоль параллелей главной диагонали также не вполне постоянны.

Все это говорит о том, что заключение в отношении стационарности анализируемой функции следует делать с определенной осторожностью. В то же время следует иметь в виду ограниченное число реализаций ($n = 12$), принятых в обработку, а, следовательно, необходимо учитывать элемент случайности в полученных оценках. Эти видимые отступления от стационарности вряд ли можно считать значимыми, тем более что они не несут сколько-нибудь закономерного характера.

Выполним проверку гипотезы однородности полученных оценок по статистическим критериям.

Построим доверительный интервал для математического ожидания случайной величины. Имеем (см. табл. 4.12 и 4.14):

$$\bar{M} = \frac{\sum_{i=1}^n M_x(Z)}{n} = \frac{609,21}{12} = 50,767 \text{ мм.}$$

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^n D_x(Z)}{n} = \frac{13319,31}{12} = 1109,94 \text{ мм}^2.$$

По табл. 5 приложения [16] для $n - 1 = 14$ и $\beta = 0,99$ находим $t_\beta = 2,98$, откуда

$$\varepsilon_\beta = t_\beta \sqrt{\frac{\bar{D}}{n}} = 2,98 \sqrt{\frac{1109,94}{15}} = 25,634.$$

Доверительный интервал будет

$$I_\beta = (\bar{M} - \varepsilon_\beta < \bar{M} < \bar{M} + \varepsilon_\beta) = 25,133 < \bar{M} < 76,401.$$

Возвращаясь к таблице 4.12, замечаем, что все значения $M_x(Z)$ находятся в пределах доверительного интервала, а потому гипотезу о стационарности случайной функции по математическим ожиданиям можно принять.

Однородность ряда дисперсий установим по критерию Кочрена, имеющего вид:

$$G = \frac{\sigma_{\max}^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_i^2}. \quad (4.24)$$

На основании данных таблицы 4.14 по формуле (4.24) получим:

$$G = \frac{1583,07}{13319,31} = 0,11886.$$

Из таблиц распределения величины G [16] при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и числе степеней свободы $n = 15 - 1 = 14$ и $k = 12$ находим допустимое значение критерия G_p :

$$G_p = 0,1712.$$

Таким образом, имеем: $G < G_p$.

Полученный результат указывает на незначимость расхождений между дисперсиями, что указывает на однородность полученной информации.

На основании выполненных проверок можно принять гипотезу стационарности случайной функции, а, следовательно, имеем право, усреднять оценки математических ожиданий, дисперсий и среднеквадратических отклонений, т.е.

$$\begin{aligned} \overline{M_x}(Z) &= \frac{M_x(1) + M_x(2) + \dots + M_x(12)}{12} = 50,767 \approx 50,8 \text{ мм}, \\ \overline{D_x}(Z) &= \frac{D_x(1) + D_x(2) + \dots + D_x(12)}{12} = 1109,94 \text{ мм}^2, \\ \overline{\sigma_x}(Z) &= \sqrt{\overline{D_x}(Z)} = 33,316 \approx 33 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Выполним оценку значимости полученных величин $\overline{M_x}(Z)$ и $\overline{\sigma_x}(Z)$.

$$\begin{aligned}
m_{\overline{M_x}(Z)} &= \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}} = \sqrt{\frac{154,848}{12}} = 3,592 \approx 3,6 \text{ мм}, \\
m_{m_{\overline{M_x}(Z)}} &= \frac{m_{\overline{M_x}(Z)}}{\sqrt{2n}} = \frac{3,592}{\sqrt{2 \cdot 12}} = 0,7 \text{ мм}, \\
\sigma_{\overline{\sigma_x}(Z)} &= \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}} = \sqrt{\frac{243,217}{12}} = 4,502 \approx 4 \text{ мм}, \\
\sigma_{\sigma_{\overline{\sigma_x}(Z)}} &= \frac{\sigma_{\overline{\sigma_x}(Z)}}{\sqrt{n}} = \frac{4,502}{\sqrt{12}} = 1,3 \text{ мм}.
\end{aligned}
\tag{4.26}$$

По результатам анализа построим нормированную корреляционную функцию стационарного процесса, которым можно заменить случайную функцию $X(Z)$.

Для стационарного процесса корреляционная функция зависит только от $\tau = Z' - Z$, следовательно, при постоянном τ нормированная корреляционная функция должна быть постоянной. В табл. 4.16 постоянному τ соответствует: главная диагональ ($\tau = 0$) и параллели этой диагонали ($\tau = 1, \tau = 2, \dots$). Усредняя оценки нормированной корреляционной функции вдоль этих параллелей главной диагонали получим значение функции $\rho_x(\tau)$ (см. табл. 4.17).

Таблица 4.17.

τ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ρ	1,000	0,996	0,991	0,977	0,966	0,956	0,950	0,947	0,947	0,946	0,945	0,940

График этой функции представлен на рис. 4.11.

При анализе графика (рис. 4.11) обращает на себя внимание монотонное достаточно медленное уменьшение корреляционной функции с увеличением аргумента, т.е. с увеличением расстояний между точками.

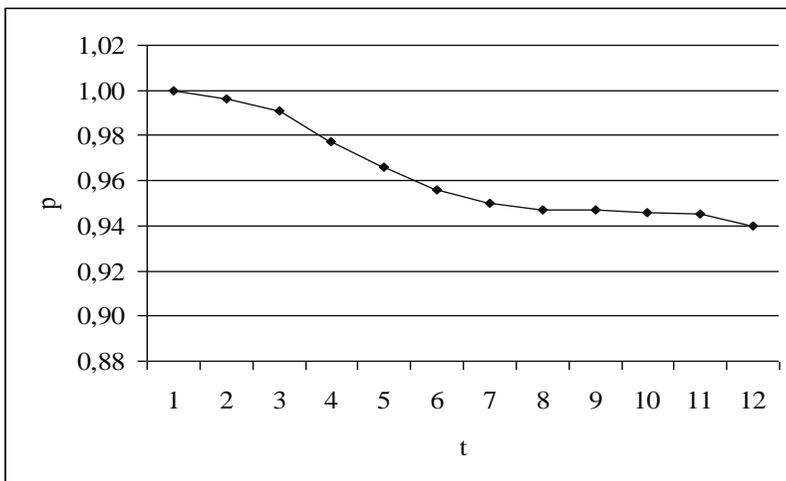


Рис. 4.11. График нормированной автокорреляционной функции

С одной стороны $\rho_{эмт.}$ не пересекает ось абсцисс; это говорит о положительной корреляции между значениями случайной функции на всем промежутке наблюдений. С другой стороны медленное убывание корреляционной функции свидетельствует о существенной корреляционной связи между сечениями случайной функции, т.е. о тесной зависимости между смещениями оползневых точек. Это и естественно, так как оползень движется равномерно в одном направлении.

Плавный характер изменения корреляционной функции подтверждает, что структура случайного процесса, т.е. характер смещений оползня выбранной случайным образом линии происходит плавно, без разрывов.

По результатам вычислений можно сделать определенные выводы относительно стационарности случайной функции. Для стационарной случайной функции математическое ожидание должно быть постоянным. Это требование в пределах эксперимента соблюдается. То же можно сказать и о средних квадратических отклонениях нормированной корреляционной функции вдоль параллелей главной диагонали. Конечно, это постоянство несколько условно. Однако, принимая во внимание весьма ограниченное

число реализаций $n=12$ и наличие определенного элемента случайности в полученных оценках, эти отступления от стационарности можно считать незначимыми, тем более что они не носят сколько-нибудь закономерного характера.

В качестве аппроксимирующей функции выберем экспоненциальную функцию.

Подберем параметры экспоненциальной функции методом наименьших квадратов [55]. Имеем

$$\rho = Ae^{-\alpha\tau}. \quad (4.27)$$

Приведем уравнение (4.27) к линейному виду. Логарифмируя, получим

$$\ln \rho = -\alpha\tau + \ln A. \quad (4.28)$$

Обозначим

$$y = \ln \rho \text{ и } b = \ln A.$$

Тогда

$$y = -\alpha\tau + b. \quad (4.29)$$

Дифференцируя это выражение по a и b получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial \alpha} &= -\tau; \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha} \right)_i = -\tau_i; \\ \frac{\partial y}{\partial b} &= +1; \left(\frac{\partial y}{\partial b} \right)_i = +1. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Имеем два уравнения для определения a и b :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n [y_i - (-\alpha\tau_i + b)] \tau_i &= 0, \\ \sum_{i=1}^n [y_i - (-\alpha\tau_i + b)] &= 0. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Раскрывая скобки, получим:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n y_i \tau_i + \alpha \sum_{i=1}^n \tau_i^2 - b \sum_{i=1}^n \tau_i &= 0, \\ \sum_{i=1}^n y_i + \alpha \sum_{i=1}^n \tau_i - bn &= 0. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Разделив на n , получим:

$$\frac{\sum_{i=1}^n y_i \tau_i}{n} + \alpha \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i^2}{n} - b \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i}{n} = 0, \quad (4.33)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} + \alpha \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i^2}{n} - b = 0.$$

Для подсчета требуемых сумм составим таблицу.

Таблица 4.18.

№п/п	y	τ	$y\tau$	τ^2
1	1,000	0	0	0
2	0,996	1	0,996	1
3	0,991	2	1,982	4
4	0,977	3	2,931	9
5	0,966	4	3,864	16
6	0,956	5	4,780	25
7	0,950	6	5,700	36
8	0,947	7	6,629	49
9	0,947	8	7,576	64
10	0,946	9	8,514	81
11	0,945	10	9,450	100
12	0,940	11	10,340	121
Σ	11,561	66	62,762	506

Подставляя численные значения, получим:

$$5,230 + 42,167\alpha - 5,5b = 0 \quad (4.34)$$

$$0,963 + 5,5\alpha - b = 0.$$

$$b = 5,5\alpha + 0,963 \quad (4.35)$$

$$5,230 + 42,167\alpha - 5,5(5,5\alpha + 0,963) = 0.$$

$$\alpha = +0,0059; \quad b = +1,0011.$$

Уравнение (4.29) примет вид:

$$y = -0,0059\tau + 1,0011. \quad (4.35)$$

$$\ln \rho = -0,0059\tau + \ln 1,0011. \quad (4.36)$$

Эмпирическое уравнение равно:

$$\rho = +1,0011e^{-0,0059\tau}. \quad (4.37)$$

Найдем значения ρ по τ (см. табл. 4.19).

Таблица 4.19

τ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ρ	0,995	0,989	0,983	0,978	0,972	0,966	0,960	0,954	0,949	0,943	0,937	0,932

Экспоненциальная зависимость показана на рис. 4.12.

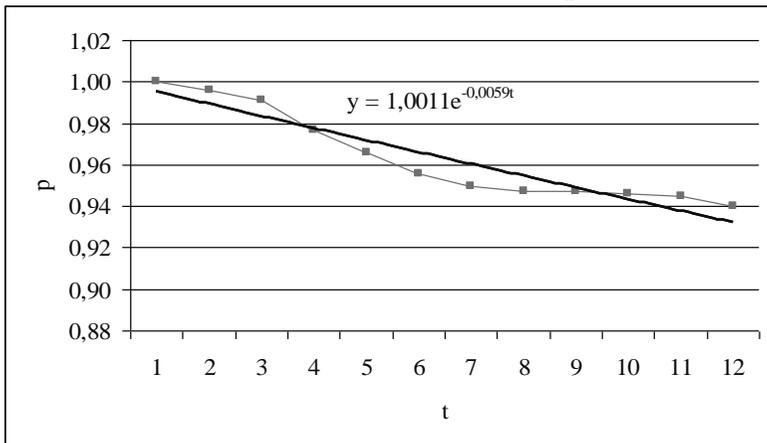


Рис. 4.12. График изменения корреляционной функции

Найдем веса коэффициентов α и b , обратив матрицу нормальных уравнений:

$$Q = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,08391 & 0,4615 \\ 0,4615 & 3,5384 \end{pmatrix}.$$

Найдем среднеквадратическую погрешность единицы веса. Для этого найдем $v_i = \rho_{расч.} - \rho_{изм.}$ (см. табл. 4.20).

Среднеквадратическая погрешность единицы веса будет:

$$\mu = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-2}} = \sqrt{\frac{0,000565}{10}} = 0,00752.$$

$$m_a = \mu\sqrt{Q_{11}} = 0,00752\sqrt{0,08391} = 0,00218.$$

$$m_b = \mu\sqrt{Q_{22}} = 0,00752\sqrt{3,5384} = 0,01414.$$

Дисперсия аппроксимации для выбранной функции следующая:

$$D_{экс.} = 0,001.$$

Таким образом, корреляционный анализ позволяет сделать следующие выводы:

- оползень продолжает двигаться, т.е. следует и далее проводить геодезические наблюдения;

- медленное убывание корреляционной функции свидетельствует о существенной корреляционной связи между сечениями случайной функции, т.е. о тесной зависимости между смещениями оползневых точек. Это значит, что оползень движется равномерно в одном направлении;

- аппроксимация нормированной корреляционной функции зависимостью вида $\rho_{экс.} = 1,0011e^{-0,0059\tau}$ позволяют применить указанный подход для прогноза величин смещений оползневых точек еще на стадии проектирования геодезических измерений;

- при $\tau \rightarrow \infty$ коэффициент автокорреляции $\rho_{экс.} = 0$. Это экспериментально подтверждает предположение, что случайная последовательность смещений точек оползня обладает эргодическим свойством.

Теперь посмотрим, как будет вести себя случайная функция во времени. Для этого найдем относительные величины смещений оползневых точек. Результаты вычислений показаны в табл. 4.21.

Таблица 4.20

$\rho_{и.эм.}$	1,000	0,996	0,991	0,977	0,966	0,956	0,950	0,947	0,947	0,946	0,945	0,940
$\rho_{раск.}$	0,995	0,989	0,983	0,978	0,972	0,966	0,960	0,954	0,949	0,943	0,937	0,932
v_i	0,005	0,007	0,008	-0,001	-0,006	-0,010	-0,010	-0,007	-0,002	0,003	0,008	0,008
v_i^2	0,000025	0,000049	0,000064	0,000001	0,000036	0,000100	0,000100	0,000049	0,000004	0,000009	0,000064	0,000064

Таблица 4.21

№ т.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
14	8,1	5,4	12,0	11,0	17,3	6,7	4,1	4,5	3,6	0	4,5	11,4	19,8	5,7	7,8
15	9,4	8,5	5,4	5,1	32,1	7,3	5,4	3,6	0	4,2	3,2	11,7	17,8	4,2	5,1
16	5,0	0	0	0	26,1	10,0	5,0	4,2	16,1	4,1	12,2	12,0	12,2	0	4,5
17	8,9	15,0	16,8	3,6	5,0	13,9	4,1	5,4	0	3,6	8,5	7,8	8,5	5,4	8,6
25	10,0	13,0	10,0	21,0	3,6	7,8	0	5,0	6,4	0	3,2	7,8	15,3	6,7	0
26	4,1	5,4	41,0	22,0	4,5	8,1	0	6,3	8,6	5,0	18,4	11,0	22,8	3,6	0
27	5,1	6,1	12,2	9,2	0	7,2	4,2	4,5	3,2	4,5	38,2	24,2	17,5	3,6	0
28	8,9	10,0	7,0	32,3	5,4	4,1	8,1	8,1	0	3,2	3,6	26,8	29,1	6,4	14,8
29	8,6	7,8	39,1	33,6	0	3,6	7,6	0	6,0	0	0	19,4	30,6	4,5	7,8
30	6,1	8,6	44,2	25,6	9,2	0	9,2	6,4	0	0	0	27,3	35,5	4,2	12,8

Окончание табл. 4.21

№ т.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
31	4,1	5,4	29,7	20,6	4,5	5,1	5,1	4,2	0	0	3,2	28,4	27,8	7,1	9,4
32	10,3	13,0	27,3	22,0	3,2	4,0	5,2	7,8	3,2	5,7	3,6	20,6	22,2	4,2	13,6
33	5,1	6,1	24,1	17,5	5,8	0	0	5,4	4,5	5,8	5,1	17,5	19,4	5,1	8,5
34	0	0	7,6	11,4	5,1	8,1	10,8	7,1	5,4	5,8	4,2	10,4	6,4	3,2	4,2
35	0	0	0	0	0	10,0	14,3	5,4	7,2	0	3,6	6,1	6,4	4,5	4,5
36	9,0	11,7	19,9	37,9	0	0	9,2	19,0	4,1	5,8	5,8	8,5	12,8	0	4,2
37	4,1	5,1	6,4	19,4	3,6	4,2	4,1	6,4	3,2	10,0	7,8	10,6	18,8	4,2	7,2
38	5,1	4,1	20,6	15,8	4,5	5,0	0	3,6	4,1	0	4,2	24,1	18,4	5,7	8,1
39	5,0	5,0	12,2	17,5	4,1	7,3	3,2	5,0	3,0	0	3,2	23,3	27,2	5,7	9,4
40	6,4	7,6	14,2	20,6	10,4	4,5	3,6	5,1	3,2	3,2	0	28,0	35,4	5,0	10,6
41	4,1	5,1	4,2	16,1	9,5	14,2	13,6	7,3	12,1	5,4	6,7	8,5	10,6	4,5	8,6

Таблица 4.22

№ циклов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Реализации	$R_{\text{ММ}}$														
1	9,4	8,5	5,4	5,1	32,1	7,3	5,4	3,6	0	4,2	3,2	11,7	17,8	4,2	5,1
2	8,8	8,2	6,4	6,2	27,1	7,3	5,3	3,8	0,3	4,2	8,0	13,8	18,0	4,2	4,4
3	8,2	7,8	7,4	7,4	21,8	7,2	5,1	4,1	0,8	4,2	13,4	15,9	18,3	4,2	3,8
4	7,6	7,6	8,4	8,8	16,7	7,1	4,9	4,5	1,2	4,2	18,5	18,1	18,5	4,2	3,2
5	7,1	7,4	9,4	10,1	11,8	6,9	4,9	4,8	1,7	4,2	23,3	20,2	18,8	4,2	2,8
6	6,4	7,2	10,2	11,3	6,9	6,8	4,9	5,2	2,1	4,2	27,9	22,2	19,0	4,1	2,5
7	5,8	6,7	11,2	12,6	1,6	6,7	4,8	5,2	2,8	4,2	32,1	24,2	19,3	4,1	2,3
8	5,4	7,2	16,4	11,9	0,9	6,6	4,6	4,8	3,4	3,8	30,2	24,6	19,5	4,2	2,5
9	7,3	9,2	19,9	15,5	1,6	5,8	4,2	6,1	2,2	4,5	21,2	23,2	20,2	4,1	6,5
10	8,9	11,2	23,4	18,7	2,4	4,8	4,8	6,9	0,8	5,4	12,5	21,6	21,0	4,1	10,1
11	9,7	12,3	26,8	21,4	3,3	3,7	4,8	7,6	0,1	5,6	3,9	20,5	21,8	4,2	13,1
12	6,1	5,8	21,8	17,1	4,3	4,6	0,8	4,4	3,8	1,1	4,1	23,4	19,2	5,4	9,2
Σ	90,7	99,1	166,7	146,1	130,5	74,8	54,5	61,0	19,2	49,8	198,3	239,4	231,4	51,2	65,5

В приложении приведены пятнадцать планов с изолиниями (см. рис. 16-30) проведенными через 1мм, полученных при использовании программы CREDO_MIX .

На планах выберем ту же самую линию достаточной длины S расположенную случайным образом относительно направления смещения оползня S_{15-38} длиной 168,545м. По этой линии также отложим отрезки через каждые 15м в интервале $0,S$. На концах отрезков в точках S_j определим смещения и получим множество реализаций случайной последовательности смещений. В табл. 4.22 приведены значения всех 12 реализаций.

В табл. 4.23 показаны оценки математического ожидания для случайных величин $X(1), X(2), \dots, X(15)$.

Таблица 4.23

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$Mx(t)$	7,56	8,26	13,89	12,18	10,88	6,23	4,54	5,08	1,60	4,15	16,53	19,95	19,28	4,27	5,46

На рис. 4.13 показаны все 12 реализаций, представляющих собой случайную функцию.

Красным цветом показана функция, построенная по математическим ожиданиям.

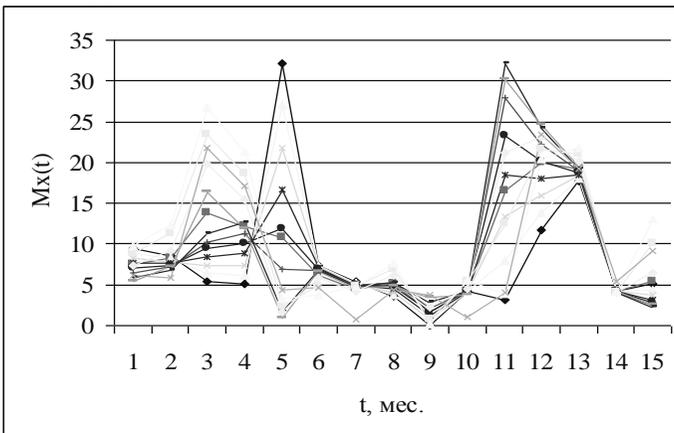


Рис. 4.13. График случайной функции

Для сравнения нанесем функцию, построенную по математическим ожиданиям случайных величин, на график смещений

оползня в зависимости от времени, полученный по среднеквадратическим эллипсам смещений (рис. 4.9).

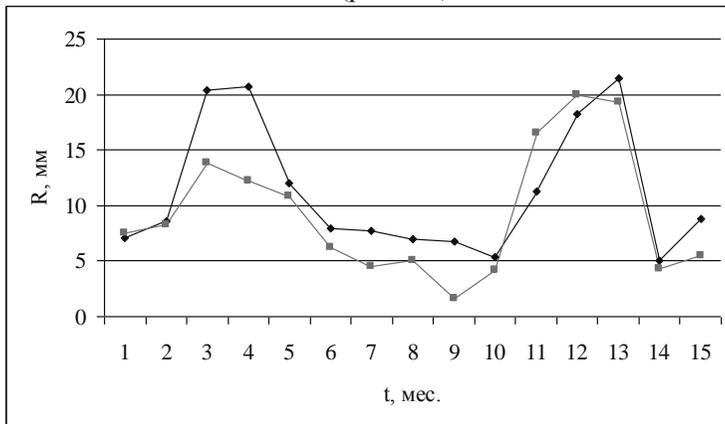


Рис.4.14. Наложение графиков

Получим:

- график случайной функции совпал с графиком, полученным по среднеквадратическим эллипсам смещений, т.е. независимо друг от друга, что подтверждает правильность и достоверность данных о смещениях оползня;
- оползень продолжает двигаться. Наблюдения надо продолжать в весенний и зимний периоды.

ВЫВОДЫ

В данной главе приведены результаты экспериментальных работ, выполненных инж. Кузнецовым А.И., на оползневом участке склона Москвы-реки в Коломенском (г. Москва). Принятая схема наблюдений на данном объекте – линейно-угловая сеть в сочетании с GPS технологиями, построенная в два уровня. Первый уровень представляет собой спутниковую сеть, состоящую из 15 пунктов, включая 2 исходных пункта, расположенных вне оползневого участка. Второй уровень составляет линейно-угловая сеть, развитая от пунктов GPS способом полярных засечек, состоящая из 25 пунктов. Число контрольных оползневых точек, имеющих смещения 21, число наблюдаемых циклов 15.

К результатам геодезических наблюдений и анализу полученных смещений применены результаты теоретических разработок, представленных в двух предшествующих главах, а именно:

- вычислены параметры среднеквадратических эллипсов смещений оползня для каждого цикла наблюдений;
- построена математическая модель движения оползня;
- выполнена оценка точности параметров эллипсов смещений;
- выполнена аппроксимация и построена автокорреляционная функция;
- выполнен анализ автокорреляционной функции;
- вычислена периодичность наблюдений.

В результате практически отработана методика анализа смещений оползней, основанная на выполненных теоретических исследованиях, которая дает более полное, объективное, и, что важно для производства, наглядное представление о характере оползневого процесса. При этом обеспечиваются необходимая точность получения параметров движения оползня.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Совершенно очевидно, что геодезические наблюдения за смещениями оползней существенно дополняют важные по значению геолого-гидрогеологические исследования на оползнях. Однако необходимо констатировать, что исследование методов анализа и интерпретации результатов геодезических наблюдений оползней, вызваны необходимостью повышения эффективности использования геодезических данных при обеспечении проектирования, строительства и эксплуатации широкого круга инженерных сооружений, возводимых в районах, подверженных оползневым процессам, а также для проведения противооползневых мероприятий. Работы в этом направлении ведутся как в нашей стране, так и за рубежом.

Вместе с тем анализ соответствующей литературы показал, что в данной проблеме остался ряд вопросов, требующих проведения дальнейших теоретических исследований с целью более полного представления характера оползневых процессов, в более наглядной форме и более адекватной инженерной практике.

Некоторые из задач исследований обоснованы и сформулированы в первом разделе. Содержанию их исследований посвящены два последующих раздела, практическому применению их на реальном объекте (г. Москва, оползневой склон Москвы-реки в Коломенском) посвящен последний четвертый раздел.

Основные результаты выполненных автором разработок опубликованы в [78], [79], [80], [81], [82], [83], [84], [85], [86], [87], [117] и приведены в конце каждого раздела.

В заключение обобщим эти результаты и выделим наиболее важные из них.

1. Обоснованы, уточнены и сформулированы задачи исследований по изучению оползневых процессов геодезическими методами.

2. Разработана методика расчета необходимой точности геодезических измерений за горизонтальными и вертикальными смещениями оползней в зависимости от скорости смещения оползней.

3. Обоснована периодичность наблюдений

4. На базе проделанных исследований разработана новая методика построения математической модели смещений оползней. Эта модель представлена впервые. В ней, на базе применения среднеквадратических эллипсов смещений, наглядно иллюстрируется динамика оползня, его пространственно-временные характеристики.

5. Показано, что вычисленные параметры среднеквадратических эллипсов смещений дают более полную и объективную информацию о ходе оползневого процесса.

6. Выведены формулы для расчета точности параметров среднеквадратических эллипсов смещений.

7. Выполнены исследования по применению теории случайных функций для анализа смещений оползней. Показано, что применение данного математического аппарата для описания динамики оползня позволяет надежно прогнозировать величины смещений и на основе этого вносить соответствующие коррективы в программу геодезических наблюдений (точность, цикличность, плотность и т.д.). Указанная теория подтвердила правильность предложенной выше математической модели смещений оползней в виде среднеквадратических эллипсов смещений.

Указанные разработки по анализу результатов геодезических наблюдений смещений оползней дают более полные и достоверные характеристики динамики оползней, что по нашему мнению приведет к более обоснованным проектным решениям и повысит качество и эффективность противооползневых мероприятий.