

ОТКРЫТОЕ АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО
УРАЛЬСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
И ПРОЕКТНЫЙ ИНСТИТУТ ГАЛУРГИИ (ОАО «ГАЛУРГИЯ»)

С.А. КОНСТАНТИНОВА, В.Н. АПТУКОВ

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ
ДЕФОРМИРОВАНИЯ
И РАЗРУШЕНИЯ
СОЛЯНЫХ ПОРОД



НОВОСИБИРСК
«НАУКА»
2013

ББК 22.25
УДК 622.831.31
А 779

Константинова С.А., Аптуков В.Н.

Некоторые задачи механики деформирования и разрушения соляных пород / ОАО «Галургия». — Новосибирск: Наука, 2013. — 000 с.

ISBN 978–5–02–019123–5.

Монография содержит результаты научно-исследовательских работ, проводившихся в 2008-2012 годах в ОАО «Галургия» и Пермском государственном национальном исследовательском университете.

Представлен анализ литературных данных о прочностных, деформационных и реологических характеристиках соляных пород. Рассмотрены данные собственных экспериментальных исследований соляных пород Верхнекамского месторождения — каменной соли, сильвинита и карналлита на установке *Zwick/Roell Z-250*. Представлены оригинальные данные по механическим свойствам отдельных фракций соляных пород и межзеренных границ, полученные на приборе *NanoTest-600* и атомном силовом микроскопе *Dimension ICON*. Предложены новые феноменологические модели для описания механического поведения соляных пород, в том числе, основанные на методах термодинамики сплошных сред с внутренними параметрами состояния.

Книга предназначена для широкого круга специалистов, работающих в области механики горных пород и проектирования горно-технических сооружений месторождения солей.

Ил. 148. Табл. 133. Библиогр.: 186 назв.

Рецензенты

доктор технических наук, профессор ПГТУ *В.А. Соловьев*

ISBN 978–5–02–019123–5

© Константинова С.А., Аптуков В.Н., 2013
© ОАО «Галургия», 2013
© Редакционно-издательское оформление, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	
Глава 1. ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ВЕРХНЕКАМСКОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ КАЛИЙНО-МАГНИЕВЫХ СОЛЕЙ	
1.1. Общие сведения о месторождении	
1.2. Стратиграфия и литология	
1.3. Тектоника	
Глава 2. АНАЛИЗ ЛИТЕРАТУРНЫХ ДАННЫХ О ПРОЧНОСТНЫХ, ДЕФОРМАЦИОННЫХ И РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ СОЛЯНЫХ ПОРОД	
2.1. Общие сведения	
2.2. Прочностные и деформационные характеристики	
2.3. Реологические свойства	
2.4. Запредельное деформирование	
2.5. Механические свойства соляных пород в массиве	
2.6. Деформирование и разрушение соляных пород вокруг горных выработок	
Глава 3. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБРАЗЦОВ СОЛЯНЫХ ПОРОД ВЕРХНЕКАМСКОГО КАЛИЙНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ	
3.1. Изготовление образцов	
3.2. Методика проведения испытаний	
3.3. Качественный характер деформирования и разрушения образцов соляных пород	
3.4. Результаты испытаний	
3.5. Испытания образцов в режиме кратковременной релаксации и ползучести	
3.6. Ниспадающая ветвь диаграммы деформирования образца как результат взаимодействия системы «образец — испытательная машина»	
3.7. Построение паспорта прочности породы по данным испытаний образцов различной геометрии на одноосное сжатие	
Глава 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАНО- И МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОТДЕЛЬНЫХ ФРАКЦИЙ СОЛЯНЫХ ПОРОД	
4.1. Характеристики сканирующего зондового микроскопа <i>Dimension ICON</i> и измерительного комплекса <i>NanoTest-600</i>	
4.2. Методы анализа диаграмм усилие — перемещение при нано- и микроиндентировании	

4.3. Приближенная оценка твердости и модуля упругости по данным нано- и микроиндентирования	
4.4. Исследование статистических свойств рельефа поверхности сильвина в нано- и микродиапазоне	
4.5. Механические свойства отдельных фракций соляных пород в нано- и микродиапазоне	
4.6. Микромеханические свойства межзеренных границ сильвинита	
4.7. Оценка предела текучести по значениям микротвердости образца	
Глава 5. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ СОЛЯНЫХ ПОРОД	
5.1. Общие сведения	
5.2. Краткий обзор известных в литературе феноменологических моделей деформирования и разрушения соляных пород	
5.3. Развитие наследственной модели деформирования и разрушения соляных пород при длительном действии нагрузок	
5.4. Численная оценка параметров модели наследственной ползучести по натурным данным	
5.5. Модели деформирования и разрушения соляных пород с внутренними параметрами состояния	
5.6. Структурная модель деформирования и разрушения соляных пород	
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	
ПРИЛОЖЕНИЕ	

ПРЕДИСЛОВИЕ

Особенностью проектирования горно-технических сооружений при разработке Верхнекамского месторождения калийных и калийно-магниевых солей (ВКМКС) является необходимость учета сложного механического поведения соляных пород, их деформирования и разрушения.

В первой главе книги представлены общие геологические сведения о Верхнекамском месторождении калийных и калийно-магниевых солей, дана схема эксплуатируемых и разведанных участков, затопленных рудников. Описаны стратиграфия и литология месторождения, показано структурно-тектоническое положение ВКМКС в пределах калийной залежи, отмечается ее сложное морфоструктурное строение.

Вторая глава посвящена литературному обзору работ в области оценки прочностных, деформационных и реологических характеристик соляных пород. Дан подробный анализ механического поведения как образцов различной геометрии, так и поведения соляных пород в массиве. Рассмотрено запредельное деформирование пород, а также деформирование и разрушение пород в окрестности горных выработок. Показан широкий спектр факторов, оказывающих влияние на поведение соляных пород, сложность их описания и прогнозирования.

В третьей главе представлены основные результаты собственных экспериментальных исследований, проведенных на образцах каменной соли, сильвинита и карналлита, добытых на рудниках ОАО «Уралкалий» в Соликамске и Березниках. Дан анализ характера деформирования и разрушения образцов различной геометрии при активном нагружении, формирования ниспадающей ветви диаграммы деформирования, а также результатов испытаний в режиме кратковременной ползучести и релаксации. Предложена методика построения паспорта прочности по данным испытаний образцов различной геометрии на одноосное сжатие.

Четвертая глава рассматривает механические характеристики соляных пород в микро- и нанодиапазоне. Изучены статистические свойства поверхности зерен сильвина, обработка данных позволила оценить параметры Херста и фрактальную размерность сечений рельефа поверхности. Определены твердость и модуль упругости отдельных зерен фрагментов сильвина, карналлита и каменной соли, а также межзеренных границ.

В пятой главе предложены новые феноменологические модели реологического поведения соляных пород на основе представлений нелинейно вязкоупругого тела. Определены параметры предложенных моделей, представлены

примеры расчета конкретных задач геомеханики. На основе методов термодинамики сплошных сред с внутренними параметрами состояния рассмотрены модели упруго-вязкопластического тела при наличии параметра пористости (поврежденности). Показана возможность применения полученных физических уравнений к описанию кратковременной ползучести и релаксации образцов соляных пород.

В Приложении даны таблицы статистических параметров испытаний на сжатие образцов различной геометрии.

С.А. Константиновой написаны главы 1 и 2, разделы 5.1–5.4. В.Н. Аптуковым — глава 4, разделы 3.1–3.3, 3.5–3.7, 5.5, 5.6, Приложения. Предисловие и раздел 3.4 написаны совместно.

Авторы выражают признательность сотрудникам ОАО «Галургия» Н.С. Азановой за техническую помощь при подготовке рукописи и В.А. Соловьеву за помощь в подготовке образцов; сотрудникам Пермского государственного национального исследовательского университета Л.В. Ландик, А.Ф. Мерзлякову, В.Ю. Митину, И.А. Морозову, А.П. Скачкову, принимавшим участие в проведении и обработке результатов экспериментов.

* * *

Авторы благодарят руководство института ОАО «Галургия» за финансирование работ, связанных с написанием рукописи, подготовкой к печати и изданием монографии.

Глава 1

ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ВЕРХНЕКАМСКОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ КАЛИЙНО-МАГНИЕВЫХ СОЛЕЙ*

1.1. Общие сведения о месторождении

В административном отношении Верхнекамское месторождение калийно-магниевых солей расположено на северо-востоке Пермского края, на территории Красновишерского, Александровского, Добрянского, Соликамского, Усольского районов и территории г. Березники. Географически месторождение находится в бассейне среднего течения р. Камы, в районе Камского водохранилища, в основном на его левобережье. В плане имеет форму неправильного овала, вытянутого в меридиональном направлении.

Верхнекамское месторождение приурочено к центральной части Соликамской впадины Предуралья Краевого прогиба. Месторождение комплексное: на его базе ведется добыча сильвинитов (сырье для производства калийных удобрений), карналлитовой породы (получение искусственного карналлита для магниевой промышленности) и рассолов (сырье для производства соды, энергетика). Смешанные хлористые соли на месторождении не отрабатываются. Калийная залежь месторождения, расположенная внутри контура соляной толщи, прослеживается с севера на юг на 140 км, с запада на восток — на 40 км. Ее площадь составляет около 3,6 тыс. км². Боровицкая и Дуринская системы субширотных структур делят месторождение на три части: северную, центральную и южную.

На месторождении детально разведаны 11 участков. Четыре из них расположены в центральной части месторождения (Соликамский, Ново-Соликамский, Половодовский, Боровский) и семь в южной (Березниковский, Дурыманский, Балахонцевский, Быгельско-Троицкий, Талицкий, Палашерский, Усть-Яйвинский). Общая площадь детально разведанных участков составляет 1 055 км² (около 29 % площади калийной залежи).

Площадь месторождения (между границей детально разведанных участков и контуром калийной залежи) разбурена скважинами по сети 4×4 км с некоторым сгущением на участках со сложным геологическим строением. Схема разведанности ВКМКС приведена на рис. 1.1 (см. вкл.).

На месторождении добывается сильвинитовая, карналлитовая руды и каменная соль. Годовая добыча калийных и калийно-магниевых солей в целом по Верхнекамскому месторождению составляет около 30 млн т. Минеральные удобрения экспортируются в десятки стран мира (92 %), поставляются сельскому хозяйству (2 %) и промышленности (6 %) РФ. Обогащенный карналлит

* При написании этого раздела использованы материалы из «Методического руководства по ведению горных работ на рудниках ОАО «Сильвинит» / ОАО «Галургия». — Новосибирск: Наука, 2011.

(магниево-натриевые соли) и продукция из каменной соли (поваренная соль пищевая, техническая, для животноводства, рыбной промышленности и т.д.) реализуются отечественным потребителям.

По запасам калийных солей Верхнекамское месторождение — одно из крупнейших в мире. Его геологические запасы оцениваются по карналлитовой породе в 96,4 млрд т, по сильвинитам — 113,2 млрд т, по каменной соли — 4,65 трлн т. Геологическая ценность района возрастает за счет наличия в подсольных породах нефтеносных структур, которые в плане совмещены с калийной залежью и залегают на 1,5–2,0 км ниже ее подошвы. Начиная с середины 1960-х годов, в контуре калийной залежи полностью или частично выявлено около 30 нефтяных месторождений и структур, перспективных на нефть и газ с общими извлекаемыми запасами около 86 млн т.

Основная сложность разработки Верхнекамского месторождения калийных солей заключается в легкой растворимости солей и обводненности вышележащей над соляным массивом толщи пород, опасности проникновения подземных вод в горные выработки и последующего аварийного затопления рудника. Вследствие сложных горно-геологических, горнотехнических условий и отсутствия надежного водоупора над соляной толщей, отработка запасов калийных солей осуществляется с жестким поддержанием вышележащих пород на предохранительных целиках. В связи с этим добыча калийных руд на месторождении сопровождается значительными потерями балансовых запасов промышленных пластов.

В 1986 г. в результате разрыва водозащитной толщи и проникновения надсолевых вод был затоплен рудник Третьего производственного калийного рудоуправления ПО «Уралкалий» с мощностью 8,2 млн т руды в год. Навсегда утрачена значительная часть минерально-сырьевой базы, погибло современное оборудование. Трагедия, как показали исследования, проводившиеся в течение шести лет, произошла из-за несоответствия параметров и порядка отработки калийных пластов особенностям геологического строения водозащитной толщи, которые не были известны.

В октябре 2006 г. на руднике БКПРУ-1 ОАО «Уралкалий» в районе западного участка шахтного поля севернее скважины 17 был обнаружен приток рассола, скорость поступления которого постоянно увеличивалась, одновременно наблюдалось уменьшение плотности рассола. Впоследствии объем поступления рассола превысил мощность установленных насосов, в связи с чем было принято решение о закрытии рудника.

Аварийные обстановки были зафиксированы также в пределах шахтных полей СКРУ-1 и СКРУ-2.

1.2. Стратиграфия и литология

Месторождение представлено солями нижнепермской галогенной формации Соликамской впадины, которая включает отложения карнауховской, березниковской свит и нижнесоликамской подсвиты. Карнауховская свита (P_1kr) мощностью около 100 м представлена четырьмя чередующимися пачками сульфатных и карбонатных пород. Березниковская свита (P_1br) состоит из глинисто-ангидритовой (ГАТ) и соляной толщ.

Глинисто-ангидритовая толща (P_1br_1) сложена мергелями и аргиллитами, доломитами и, в меньшей степени, известняками, ангидритами, каменной солью, алевролитами, песчаниками. Мощность этой толщи изменяется от 145 м (на западе впадины) до 325 м (на востоке), составляя в среднем 230 м.

Соляная толща месторождения, имеющая форму линзы мощностью до 550 м и площадь около 8,1 тыс. км², прослеживается в меридиональном направлении на 205 км, в широтном — до 55 км. Толща подразделяется (снизу вверх) на подстилающую каменную соль (ПдКС), калийную залежь и покровную каменную соль (ПКС).

Подстилающая каменная соль (P_1br_2) делится на три пачки (горизонта), отличающиеся друг от друга мощностью и количеством пластов терригенно-хемогенных пород. В основании верхней пачки находится пласт «маркирующая глина» (МГ) мощностью 0,8–1,4 м. Этот пласт является самым надежным маркирующим горизонтом соляной толщи месторождения. На двух участках вблизи западной границы южной части калийной залежи под пластом МГ вскрыт пласт красного сильвинита, названный пластом КрIV.

Внутри контура соляной толщи расположена многопластовая залежь калийно-магниевых солей (P_1br_3) средней мощностью около 72 м и протяженностью в меридиональном направлении 140 км при ширине до 42 км. Площадь распространения калийных солей составляет 3 680 км² (по внешнему контуру — 3 860 км²). Залежь представлена серией продуктивных пластов, разделенных каменной солью (рис. 1.2). По составу продуктивных пластов калийная залежь делится на сильвинитовую и карналлитовую пачки.

Сильвинитовая пачка сложена пластами красных (Кр III, Кр II, Кр I) и полосчатых (А)

Пачка	Индекс пласта	Лито-логия	Средняя мощность, м
Карналлитовая	К		0,9
	И-К		6,2
	И		1,2
	З-И		2,5
	З		0,6
	Ж-З		3,1
	Ж		0,8
	Е-Ж		4,2
	Е		7,3
	Д-Е		3,6
	Д		8,1
	Г-Д		2,8
	Г		6,7
	В-Г		2,2
Сильвинитовая	В		6,0
	Б-В		1,9
	Б		1,9
	А		1,3
	А-КрI		2,1
	КрI		1,1
	КрI-КрII		1,6
	КрII		4,6
	КрII-КрIII ^a		1,7
	КрIII ^a		0,9
КрIII ^a -КрIII ^б		0,8	
КрIII ^б		1,4	
КрIII ^б -КрIII ^в		0,8	
КрIII ^в		2,0	

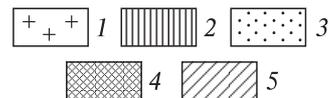


Рис. 1.2. Стратиграфический разрез калийной залежи ВКМС.

1 — каменная соль; 2 — карналлитовая порода; 3–5 — сильвинит: 3 — пестрый; 4 — красный; 5 — полосчатый.

сильвинитов, отделенных пластами каменной соли (Кр II-Кр III, Кр I-Кр II, А-Кр I). Пласт Кр III разделен двумя пластами (слоями) каменной соли мощностью 0,2 — 4,5 м на три самостоятельных пласта — Кр III^а, Кр III^б, Кр III^в. Пласт Кр II сложен семью слоями (нумерация сверху вниз), из которых нечетные сложены богатым красным сильвинитом, а четные — бедным. Мощность пачки — 3,3 — 30,0 м (средняя — 17,4 м).

Карналлитовая пачка сложена чередующимися пластами калийно-магниевых солей (девять слоев, которые индексируются снизу вверх буквами от Б до К) и каменной соли (восемь слоев — от Б—В до И—К). Пласт Б залегает непосредственно на пласте А, образуя один промышленный (сильвинитовый) пласт АБ. Мощность карналлитовой пачки 38–80 м (средняя — 53,8 м).

Покровная каменная соль (P_{1br_4}) мощностью 16–22 м (средняя 20 м) распространена на преобладающей площади месторождения, но отсутствует на сводах некоторых поднятий.

Нижнесоликамская подсвита (P_{1sl_1}) представлена соляно-мергельной толщей (СМТ), которая распространена на всей площади месторождения. В разрезе СМТ выделяется девять ритмопачек. Семь нижних внизу сложены глиной или мергелями, сверху — каменной солью или гипсовой (глинисто-гипсовой) породой. В глубоких понижениях рельефа ПКС в разрезах восьмой и девятой ритмопачек иногда встречаются маломощные прослои каменной соли. Нижняя часть СМТ, содержащая пласты каменной соли, носит название переходной пачки (ПП). Мощность ПП достигает 88 м, составляя в среднем 20 м. Общая мощность СМТ изменяется от 15 до 160 м и в среднем близка к 100 м.

Галогенная формация перекрывается верхнесоликамской подсвитой (P_{1sl_2}), которая на месторождении представлена терригенно-карбонатной толщей (ТКТ). ТКТ сложена известняками, доломитами, тонкослоистыми мергелями, аргиллитами, алевролитами, мелкозернистыми песчаниками и известняками. Мощность ТКТ — 90–170 м.

Выше залегает шешминская свита ($P_{1šš}$), представленная пестроцветной толщей (ПЦТ). Толща сложена песчаниками и алевролитами бурыми, зеленовато-серыми и серыми, иногда с маломощными пропластками мергелей и известняков. В пределах ВКМС мощность шешминской свиты изменяется от 0 до 675 м. Максимальные мощности приурочены к Дуринской площади.

Разрез месторождения венчает комплекс отложений палеогенового, неогенового и четвертичного возраста (глины, пески, суглинки, гравийный материал, галечники, торфяно-болотные отложения и др.) мощностью до 80 м.

1.3. Тектоника

В тектоническом отношении ВКМС приурочено к центральной части Соликамской впадины Предуральского краевого прогиба. Протяженность Соликамской впадины в меридиональном направлении составляет примерно 230–240 км при ширине до 70–75 км. На западе граничит с Русской плитой Восточно-Европейской платформы, а на востоке — с Уральской зоной герцинской складчатости (рис. 1.3).

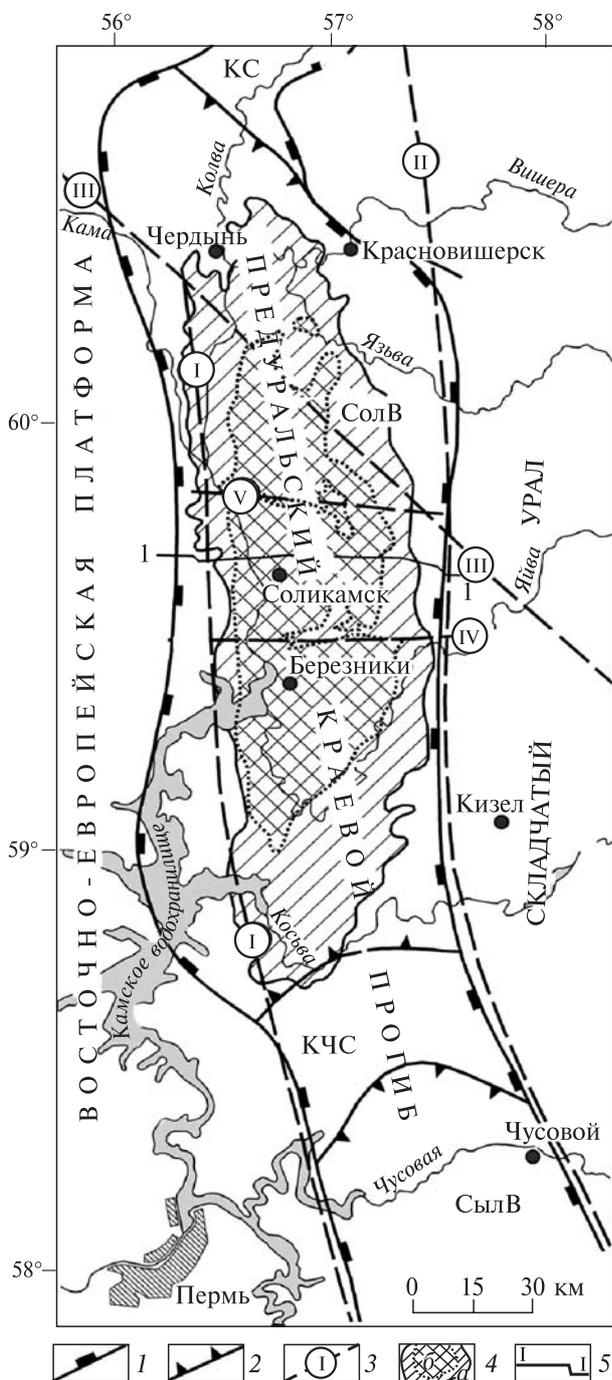
Рис. 1.3. Структурно-тектоническое положение ВКМКС.

1 — границы Предуральского краевого прогиба; 2 — границы седловин и впадин: КС — Колвинская седловина, СолВ — Соликамская впадина, КЧС — Косьвинско-Чусовская седловина, СылВ — Сылвенская впадина; 3 — региональные разломы: Красноуфимский (I), Западно-Уральский (II), Предтимианский (III), Дуринский (IV), Боровицкий (V); 4 — площади распространения соляной толщи (а) и калийной залежи (б); 5 — линия геологического разреза.

Западная граница прогиба определяется линией Красноуфимского глубинного разлома, восточнее которого резко увеличивается мощность кунгурских отложений. Восточная граница прогиба связана с Западно-Уральским региональным разломом. На севере Соликамская впадина отделена Колвинской седловиной от Верхнепечорской впадины, а на юге — Косьвинско-Чусовской седловиной от Сылвенской впадины (см. рис. 1.3).

Геологический разрез Соликамской впадины приведен на рис. 1.4.

В морфоструктурном отношении соляная залежь представляет собой сложное геологическое тело. При относительно ровной подошве в самой залежи прослеживаются пологие валообразные структуры в основном субмеридионального простирания, осложненные брахиантиклинальными и куполовидными



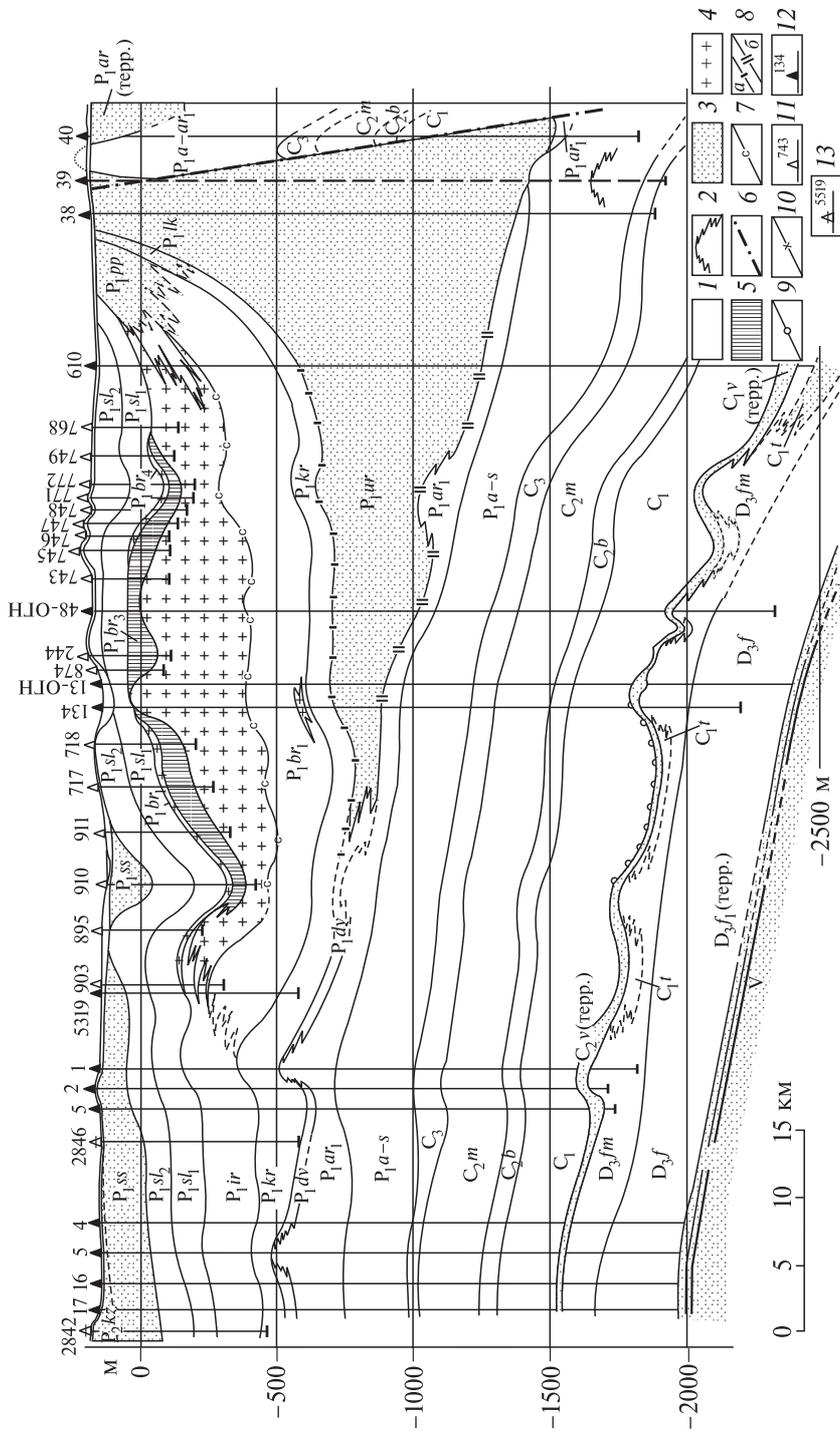


Рис. 1.4. Геологический разрез Соликамской впадины.

1 — карбонатные и существенно карбонатные отложения; 2 — рифовые постройки; 3 — преимущественно терригенные отложения; 4 — каменная соль; 5 — калийные и калийно-магниевые соли; 6 — Всеволодо-Вильевский налив; 7–10 — отражающие горизонты; 7 — по подошве соляной толщи (ОГ С); 8 — по кровле терригенной — а (ОГ Ат) и карбонатной — б (ОГ Ак) толщ артинского яруса; 9 — по кровле терригенной пачки визейского яруса (ОГ П); 10 — по кровле терригенной пачки тиманского горизонта (ОГ ПП); 11–13 — скважины и их номера: 11 — солеразведочные; 12 — нефтяные; 13 — структурные.

поднятиями, чередующимися с синклиналиными прогибами и мульдами (см. вкл. рис. 1.5).

На двух участках (Дуринская и Боровицкая площади) тектонические структуры имеют субширотную ориентировку. Амплитуда соляных структур изменяется от нескольких десятков до 400 м и более. Боровицкая и Дуринская системы субширотных структур являются сложными сооружениями. Они имеют кулисное расположение в плане и асимметричные поперечные профили (южные борта прогибов круче северных). Зонами этих структур калийная залежь разделяется на три примерно одинаковые части — северную, центральную и южную.

Внутри соляной толщи развиты почти исключительно складчатые деформации. По их характеру соляная залежь разделяется на четыре структурных комплекса, каждый из которых охватывает определенную часть разреза. Характерной чертой всех пликативных структур соляной толщи является линейная форма в плане и западная вергентность.

Тектонические пликативные формы надсолевых отложений, тесно связаны с рельефом кровли соляной толщи, повторяя его в плавных, сглаженных очертаниях.

Разрывные нарушения на месторождении развиты слабо, среди них наиболее распространены трещины, которые разделяются на две большие группы — открытые (иногда сомкнутые) и залеченные. Разновидностью залеченных трещин являются будинажные отрывы, которые встречаются в относительно мощных прослоях соленосных глин и, особенно широко, в пласте МГ. В Тверитинской мульде пласт МГ разорван на отдельные блоки размером от 4,0 до 12,0 м. Широкие отрывы между блоками обычно выполнены вмещающей каменной солью. Секущие трещины разделяются на трещины складок, трещины разлома и трещины неопределенного генезиса.

Наличие и характер крупных дизъюнктивных дислокаций (разломов) на ВКМС — предмет острых дискуссий. Одни исследователи полагают, что в пределах ВКМС широко развиты крупные разрывные нарушения. Другие считают, что в его пределах развиты только сдвиги и надвиги, причем последние являются основными разрывными структурами месторождения. В основу идеи надвиговой структуры Соликамской впадины положена концепция «продольного сжатия слоистых литифицированных соленосных толщ», которая в последнее время переименована в «петротектоническую». Основными разрывными структурами ВКМС, по мнению авторов концепции, являются три зоны региональных надвигов: Троицкая, Соликамская и Усольская. Концепция надвигов является официально признанной, так как именно она положена в основу геологической части «Указаний по защите рудников от затопления и охране подрабатываемых объектов в условиях верхнекамского месторождения калийных солей: технологический регламент» (СПб., 2008).

Глава 2

АНАЛИЗ ЛИТЕРАТУРНЫХ ДАННЫХ О ПРОЧНОСТНЫХ, ДЕФОРМАЦИОННЫХ И РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ СОЛЯНЫХ ПОРОД

2.1. Общие сведения

Известно большое количество работ, в которых обсуждаются результаты исследований физико-механических свойств соляных пород как в лабораторных, так и в натуральных условиях. Ссылки на эти работы, анализ и обобщение результатов испытаний по оценке прочностных, деформационных и реологических показателей соляных пород приведены в монографиях [1–7] и справочниках [8–10]. Остановимся далее только на тех особенностях деформирования и разрушения соляных пород, которые оказывают влияние на проявление горного давления в окрестности горных выработок в массивах соляных и соленосных пород.

Следует отметить, что отсутствие стандартизации, различие в кристаллическом строении, высокая гигроскопичность соляных пород и другие причины затрудняют сопоставление, особенно количественное, результатов, полученных различными исследователями.

Изучение, проведенное в натуральных условиях [1, 11–14], показало, что *пределы прочности при сжатии и изгибе* соляных пород близки к значениям соответствующих показателей, полученных при лабораторных испытаниях. Отсутствие масштабного эффекта при исследовании прочности галита на одноосное сжатие отмечал еще Л.Д. Шевяков [15].

В условиях сложного напряженного состояния при наличии не только осевого, но и бокового давления сжатия, прочность породных образцов существенно повышается.

Предел прочности соляных образцов *при растяжении* на порядок ниже, чем при сжатии.

Деформационные показатели соляных пород в массиве и в образце различаются. Так, модуль упругости карналлита Верхнекамского месторождения, определенный в натуральных условиях, в 2 раза выше, чем полученный при лабораторных экспериментах [12]. Б.В. Винкель, К.Х. Герстл и Х.И. Ко [16] обнаружили, что величина деформаций, определенная по лабораторным данным, в несколько раз превосходит наблюдаемую в натуральных условиях.

В работе В. Дреера [17] отмечается, что *деформируемость соли уменьшается с глубиной* и зависит от характера нагружения.

В условиях Верхнекамского месторождения с увеличением глубины $H \in [300, 500 \text{ м}]$ показатели прочности на сжатие и растяжение и модуль деформации возрастают, а коэффициент Пуассона уменьшается [18]. Для условий Старобинского месторождения для глубины $H \in [605, 990 \text{ м}]$ прочность соляных пород на одноосное сжатие находится в диапазоне 29–41 МПа.

Соляные массивы являются достаточно однородными и релаксирующими. Согласно общим рекомендациям по оценке начального напряженного состоя-

ния породных массивов, приведенным в работе [19], массивы, сложенные однородными и релаксирующими породами, в естественном состоянии характеризуются *гидростатическим напряженным состоянием*, которое сформировано геологическими процессами за длительный геологический период.

На рис. 2.1 приведены результаты испытаний на боковой распор образцов подстилающей каменной соли Верхнекамского месторождения [20] на установке КБР ВНИМИ. Очевидно, что значение коэффициента бокового распора λ стремится к единице, а коэффициента Пуассона μ — к 0,5.

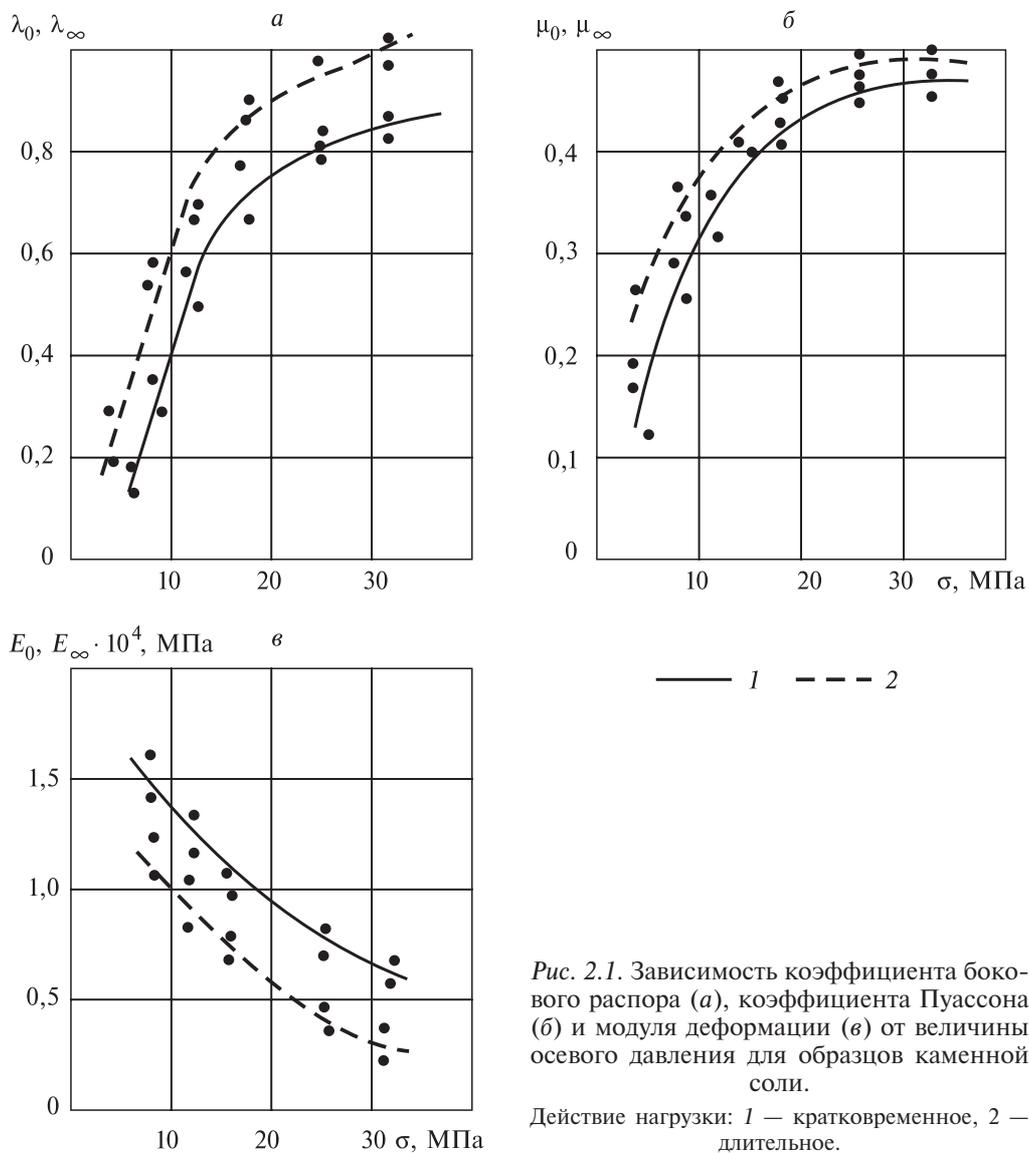


Рис. 2.1. Зависимость коэффициента бокового распора (а), коэффициента Пуассона (б) и модуля деформации (в) от величины осевого давления для образцов каменной соли.

Действие нагрузки: 1 — кратковременное, 2 — длительное.

Аналогичные результаты получены Н.А. Николайчуком [21] для образцов соленосных пластов Чарской свиты кимберлитового месторождения «Интернациональное».

Существенное влияние на механические показатели соляных пород оказывает их увлажнение.

Исследования прочности образцов каменной соли показали [22], что при достижении весовой влажности 3,0–3,5 % происходит снижение предела прочности при одноосном сжатии с 28 до 18 МПа.

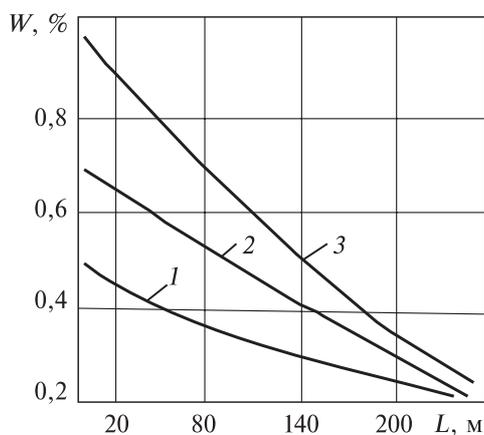
При увеличении влажности сильвинита Калушского месторождения с 0,5 до 3,2 % значение прочности при одноосном сжатии уменьшается с 32 до 20 МПа [23]. Существенное влияние влажности на прочностные свойства соляных пород Верхнекамского месторождения отмечается в [6].

Е.П. Сивоконь [23], Н.М. Проскураков и др. [1], Е.С. Оксенкруг [24] установили, что «мгновенная» и длительная прочность увлажненных образцов снижаются примерно в 2–3 раза, а скорость деформирования в процессе ползучести возрастает в 5–10 раз. продольные деформации увлажненных образцов в 2,5–3,0 раза, а поперечные — в 4–6 раз выше, чем у сухих образцов.

Наблюдения за распределением влажности приконтурных пород, проводившиеся в течение двух лет в условиях околоствольного двора (ОКД) Третьего Березниковского калийного рудника [25], позволили установить, что относительная влажность приконтурных пород в окрестности околоствольных выработок зависит от длины вентиляционного пути, расстояния рассматриваемой точки до контура выработки, времени года и максимальна в летний период. Влага проникает в глубь массива на 2,5–3,0 м. Вблизи контура выработки влажность породы достигает 0,7 %, затем убывает экспоненциально и на глубине 2,5–3,0 м равна 0,20–0,25 %.

На рис. 2.2 показано сезонное распределение средней влажности приконтурных пород в ОКД Третьего Березниковского калийного рудника.

На рис. 2.3 приведены графики зависимости влажности W приконтурных пород в летний период от расстояния до контура выработки l при различных значениях длины вентиляционного пути L .



Получена корреляционная зависимость:

$$W = 0,15 + 0,79 \exp(-0,011L - 0,52l), \% \quad (2.1)$$

где l — расстояние от обнажения в глубь массива, м; L — длина вентиляционного пути, м.

Рис. 2.2. Сезонные распределения влажности W пород в окрестности околоствольных выработок в зависимости от длины L вентиляционного пути.

1 — зима; 2 — осень; 3 — лето.

Рис. 2.3. Зависимость влажности W приконтурного массива каменной соли от расстояния до контура выработки l и длины вентиляционного пути L , м.

Существенность зависимости (2.1) при фиксированном L проверялась методом однофакторного дисперсионного анализа с применением критерия Фишера при уровне значимости $\alpha = 0,05$. Для всех значений L $F_{\text{набл}} > F_{\text{кр}}$.

Для оценки влияния влажности на прочностные и деформационные показатели были испытаны образцы каменной соли шахтного поля Третьего Березниковского рудника. Влажность образцов W изменялась от 0,10 до 0,92 %.

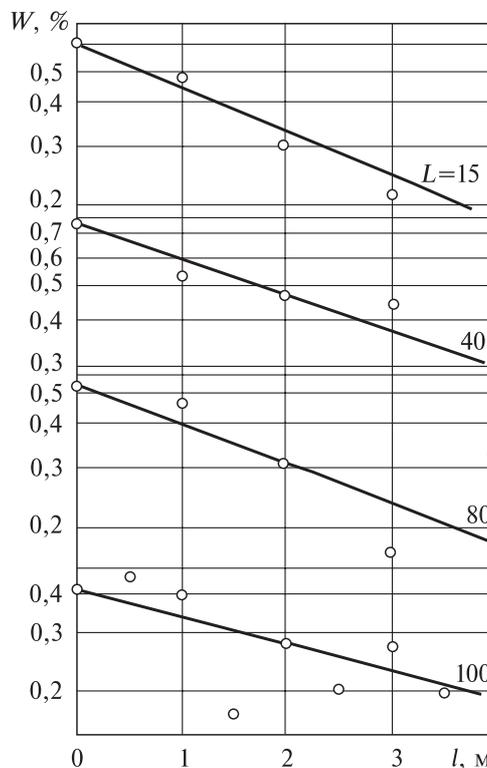
Установлено, что с увеличением влажности W пределы прочности на одноосное сжатие $\sigma_{\text{сж}}$ и растяжение $\sigma_{\text{р}}$, модуль деформации E и предел длительной прочности σ_{∞} снижаются, а коэффициент Пуассона μ — возрастает. Получены корреляционные зависимости [26]

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{сж}} &= 26,1 - 3,0W, \text{ МПа}; \\ \sigma_{\infty} &= 176,0 - 54,8W, \text{ МПа}; \\ \sigma_{\text{р}} &= 1,4 - 0,7W, \text{ МПа}; \\ E &= (0,85 - 0,29W) \cdot 10^4, \text{ МПа}; \\ \mu &= 0,278 + 0,065W.\end{aligned}\tag{2.2}$$

Массив подстилающей каменной соли в достаточной степени однороден и изотропен, поэтому масштабный фактор незначителен и корреляционные зависимости (2.2), установленные для образцов, можно перенести на массив. В совокупности с (2.1) они приводят к неоднородности непрерывного типа прочностных и деформационных показателей пород в окрестности околоствольных выработок.

Отсутствие достоверных зависимостей скорости ползучести от влажности можно компенсировать выбором эмпирической зависимости размерного параметра ядра ползучести δ от влажности W , например, в виде

$$\delta = \delta_0 + \delta_1 \cdot (W - W_0),\tag{2.3}$$



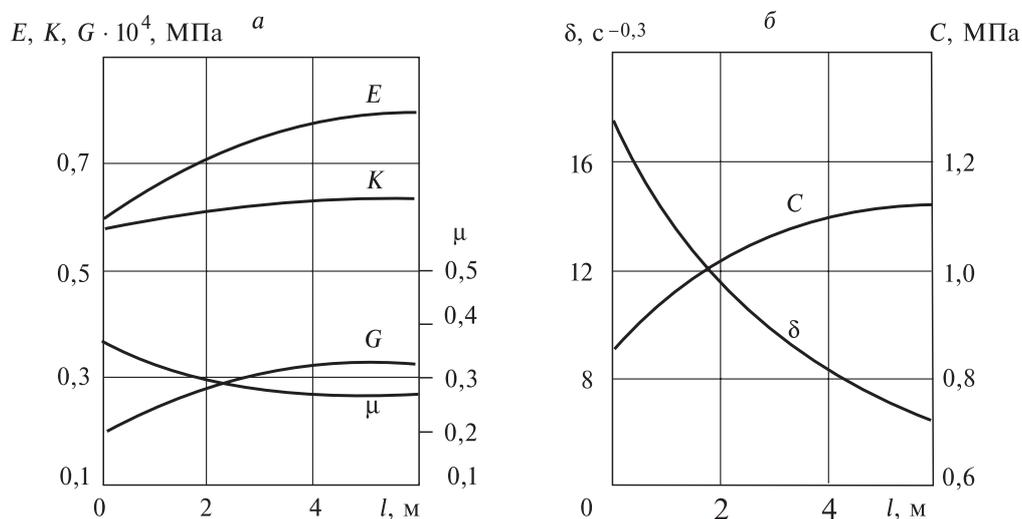


Рис. 2.4. Неоднородность прочностных, деформационных и реологических свойств породы в окрестности выработки при $L = 10$ м.

где δ_0 — значение параметра ползучести в массиве естественной влажности; W_0 — естественная влажность породы;

$$\delta_1 = (\delta_{\max} + \delta_0)/(W_{\max} - W_0). \quad (2.4)$$

Установлено, что $W_0 = 0,25$ %, $W_{\max} = 0,90$ %, $\delta_0 = 0,0044 \text{ с}^{\alpha-1}$, $\delta_{\max} = (3 \div 10) \cdot \delta_0$.

На рис. 2.4 приведены графики зависимостей модуля Юнга E , модуля объемного сжатия K , модуля сдвига G , коэффициента Пуассона μ , параметра ползучести δ и коэффициента сцепления C от расстояния l до контура выработки при $L = 10$ м.

Модуль сдвига G вблизи обнажения снижается на 26 %, коэффициент сцепления C — на 25 % по сравнению с ненарушенным массивом. Модуль объемного сжатия K и коэффициент Пуассона μ изменяются не более чем на 6 %.

2.2. Прочностные и деформационные характеристики

При изучении физико-механических показателей соляных пород основное внимание исследователи уделяли каменной соли и сильвиниту. В этой связи приведем краткий обзор литературных данных по испытаниям карналлита.

Подавляющее большинство образцов карналлита испытано при сжатии.

Соппротивление образцов карналлита сжатию зависит от целого ряда факторов.

На рис. 2.5 показан график зависимости прочности образцов карналлита от их размеров по данным [27]. Исследования проводили с использованием на торцах образцов стальных прокладок с насечкой (глубина насечки 0,2 м) при

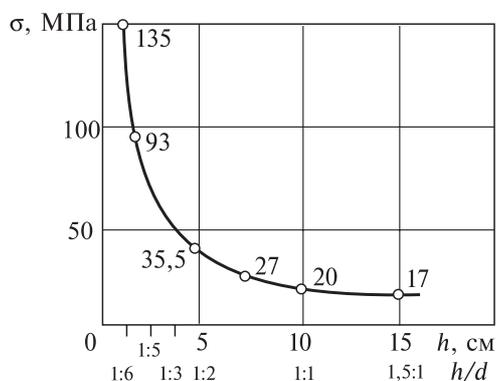


Рис. 2.5. Зависимость прочности образцов карналлита при одноосном сжатии от их размеров [27] (h — высота, d — ширина).

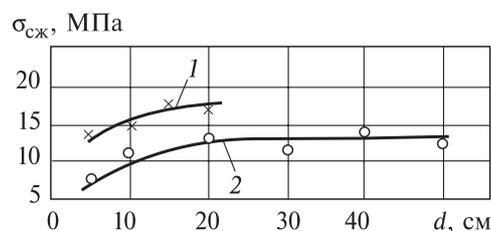


Рис. 2.6. График изменения прочности при одноосном сжатии кубических образцов карналлита.

1 — карналлит (данные Г.И. Ширко [29]); 2 — карналлит с 40 %-м содержанием соли (данные В. Дрейера [28]).

скорости нагружения 1 МПа/с. Размеры зерен составляли 3 мм. Образцы имели следующий минеральный состав, %: карналлит — 50, каменная соль — 40, сильвинит — 7 и кизерит — 3.

Из рис. 2.5 видно, что при изменении отношения высоты образцов h к ширине d от 1,5/1 до 1/6 значение $\sigma_{сж}$ увеличивается от 17 до 135 МПа.

Существенно изменяется прочность карналлита при испытаниях на одноосное сжатие у образцов кубической формы с размерами от 5 до 15 см. У образцов с размерами более 20 см она практически не изменяется (рис. 2.6) [28, 29].

В. Дрейер [28] установил, что предел прочности при одноосном сжатии для карналлитовых пород равен 13 МПа и достигается на образцах кубической формы с длиной грани 20 см.

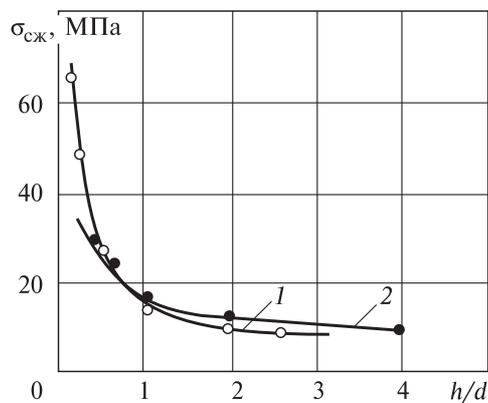
На рис. 2.7 показаны графики зависимости прочности карналлита от отношения высоты к диаметру (ширине) образца, построенные по опытным данным различных исследователей [29–31]. Видно, что для всех образцов существует общая закономерность — снижение $\sigma_{сж}$ при увеличении h/d . Наибольшие отличия имеют место при изменении h/d от 0,5 до 2,0.

Ф.В. Уленбекер [27] испытывал образцы карналлита с использованием на контактах образцов металлических зубчатых прокладок. Было установлено возрастание прочности при сжатии.

Более близким к натурным условиям, по данным работы [27], считается

Рис. 2.7. Зависимость прочности карналлита при одноосном сжатии от отношения высоты h образцов к их диаметру d .

1 — данные [29, 31]; 2 — данные [30].



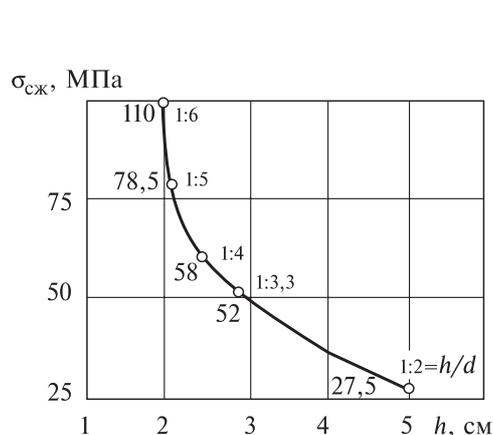


Рис. 2.8. Зависимость прочности образцов карналлита при одноосном сжатии от отношения их высоты к ширине с приклеенными на торцах напряженными плитами карналлита [27].

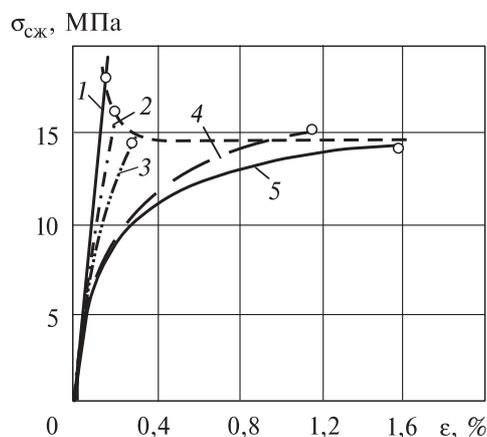


Рис. 2.9. Зависимость прочности карналлита при одноосном сжатии от скорости приложения нагрузки [30].

Скорость приложения нагрузки, МПа/с: 1 — 11,0; 2 — 2,5; 3 — 0,4; 4 — 0,002; 5 — 0,00072.

испытание образцов на сжатие, когда к торцевым частям приклеивают специальным клеем плоские породные плиты с размерами 15×15×15 см, имитирующие боковые породы. Плиты карналлита, приклеенные к основаниям образцов, с помощью специальных рамок сжимали до 3 МПа. После этого образцы испытывали на прессе на одноосное сжатие. Результаты испытаний по такой схеме карналлитовых образцов показаны на рис. 2.8, из которого видно, что прочность образцов при сжатии также зависит от отношения высоты образца к ширине и изменяется от 27,5 МПа (при $h/d = 1/2$) до 110 МПа (при $h/d = 1/6$).

В табл. 2.1 представлены результаты исследований зависимости прочности образцов карналлита при одноосном сжатии от их формы и условий на контактах торцевых частей образца с испытательным устройством.

Прочность при сжатии карналлитовых образцов снижается с уменьшением скорости приложения нагрузки [30] (рис. 2.9).

Существует предел изменения скорости приложения нагрузки (в интервале 0,1–2,0 МПа/с), ниже которого изменение прочности карналлита при сжатии незначительно. Интересно, что прочность при сжатии образцов каменной соли

Таблица 2.1. Зависимость прочности образцов карналлита при одноосном сжатии от их формы и условий на контактах

Условия на контактах	Форма поперечного сечения образца	σ _{сж} при h/d, МПа						Исследователь
		0,25	0,50	1,00	2,00	3,00	4,00	
Без смазки	Прямоугольная	71,2	40,3	23	11,4	—	8	Г.И. Ширко [29]
Стальные зубчатые прокладки	Квадратная	77	35,5	20	16,5	—	—	Ф.В. Уленбекер [27]
Напряженные приклеенные к основаниям образца плиты каменной соли	Квадратная	58	27,5	—	—	—	—	Ф.В. Уленбекер [27]

Таблица 2.2. Прочность и деформации образцов карналлита при различной скорости их нагружения [28]

Скорость нагружения, МПа/с	Количество испытанных образцов	d , мм	h/d	$\sigma_{сж}$, МПа	Относительная предельная деформация, ε , %
11,0	9	70	2	17,7	0,14
2,5	10	70	2	16,3	0,17
0,4	6	70	2	14,3	0,26
0,002	4	70	2	14,9	1,15
0,0007	6	70	2	14,2	1,60
7,0	24	70	1	12,9	0,74
7,0	8	70	1	15,3	0,62
7,0	12	70	1	11,3	0,87

Таблица 2.3. Зависимость прочности на сжатие ($\sigma_{сж}$) карналлитовых образцов от их формы (h/d) [32]

Отношение высоты образца к диаметру	Предел прочности при сжатии	
	$\sigma_{сж}$, МПа	относительный
0,48	14,2	2,37
0,66	9,8	1,63
0,92	6,7	1,12
1,05	6,0	1,00
1,32	4,3	0,72
1,42	4,0	0,67
2,13	4,7	0,73

снижается с увеличением скорости приложения нагрузки. Видимо, для каменной соли большую роль играет ее упрочнение при небольших скоростях приложения нагрузки или пластическом течении.

В табл. 2.2 приведены результаты испытаний [28] образцов карналлита при различных скоростях нагружения. При одинаковых условиях испытания предельные деформации разрушения образцов карналлита в 4 раза меньше по сравнению с таковыми для образцов каменной соли. Это свидетельствует о том, что карналлит является более хрупким геоматериалом по сравнению с каменной солью.

Из рис. 2.10 видно, что при повышении скорости V приложения нагрузки от 0,5 до 3,2 МПа/с, прочность при сжатии образцов карналлита возрастает, причем с большей интенсивностью, чем образцов ангидрида и песчаника.

Прочность образцов карналлита Верхнекамского месторождения на сжатие изучали В.Л. Водопьянов и др. [31–35], которые установили следующее:

- сопротивление карналлита сжатию зависит от его минералогического состава, поэтому прочность карналлита четных слоев V_K примерно в 2 раза меньше прочности карналлита нечетных слоев;

- с изменением соотношения поперечных размеров образцов карналлита изменяется и предел прочности (табл. 2.3);

- предел прочности карналлита возрастает с увеличением абсолютных размеров испытываемых образцов (табл. 2.4);

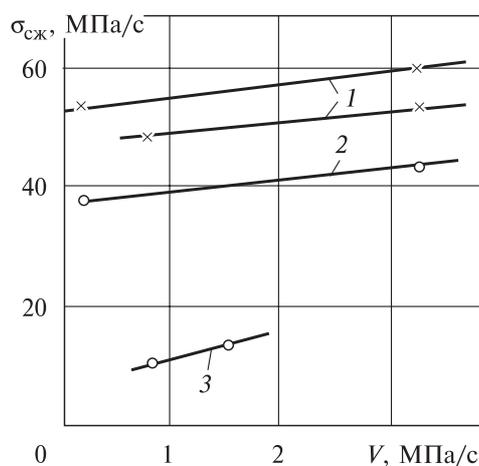


Рис. 2.10. Зависимость прочности при сжатии от скорости приложения нагрузки ($d = 60 \div 100$ мм; $h/d = 1$) [28].

1 — ангидрит; 2 — песчаник; 3 — карналлит.

Таблица 2.4. Зависимость кубиковой прочности карналлита от абсолютных размеров образца [32]

Длина ребра куба, см	Прочность при сжатии, МПа
5	14,0
10	14,9
15	17,9
20	15,7

Таблица 2.5. Характер разрушения образцов карналлита

Нагрузка на образец, % от разрушающей	Признаки разрушения
60	Никаких видимых изменений на гранях не наблюдается
60–80	Окраска карналлитовых зерен светлеет, образец «бледнеет»
80–100	Появляются трещины, образец разрушается с резким хлопком

• прочность на сжатие карналлита в синклиналиях на 20–30 % выше, чем в антиклиналиях;

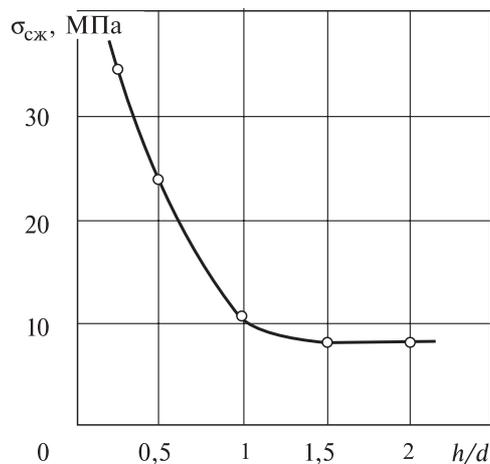
• все полученные в испытаниях значения кубиковой прочности на сжатие находятся в пределах 5–17 МПа.

При испытаниях на сжатие карналлитовых образцов призматической формы со стороны основания 15,0 см и высотой 20,0 см установлено, что в средней части образца имело место относительно равномерное распределение напряжений. Это подтверждает форма кусков, образующихся при разрушении образцов — пирамиды, у которых основания соприкасаются с давящими плитами, а вершины встречаются в середине высоты, где, по-видимому, влияние торцов уже не сказывается.

Поведение образцов до разрушения иллюстрируется табл. 2.5.

Данные табл. 2.4 согласуются с данными Г.Н. Кузнецова [36], из которых следует, что зависимость прочности на сжатие от абсолютных размеров образца имеет место лишь до 15–20 см.

В работе [37] приведены данные о прочности карналлита по испытаниям kernового материала из скважин 831 ($H = 318$ м) и 846 ($H = 317$ м). В результате испытаний на сжатие карналлита Половодовского, Усть-Яйвинского и Боровского участков ВКМКС установлено, что прочность на сжатие в направлении, параллельном слоистости, примерно в 3 раза меньше, чем в направлении, перпендикулярном слоистости.



В работах [38, 39] приведены обобщенные данные о физико-механических свойствах карналлита.

Прочность карналлита на сжатие на образцах призматической формы с различным отношением линейных размеров изучали сотрудники ГИ УрО и Института горного дела СО РАН [7, 40]. Использовалось оборудование фирмы Zwick/Roell. Полученная зависимость $\sigma_{сж}$ от h/d иллюстрируется на рис. 2.11.

Рис. 2.11. График зависимости предела прочности на сжатие $\sigma_{сж}$ от коэффициента формы h/d [7].

Рекомендуется проводить испытания на образцах с линейным размером не менее 80 мм. Установлено, что среднее значение предела прочности при одноосном сжатии образцов карналлитовых пород пласта В_К по результатам массовых испытаний составляет 8,0 МПа.

Испытания показали [7], что даже для образцов, изготовленных из одного блока, характерен значительный разброс точечных определений всех показателей, что объясняется значительной изменчивостью вещественного состава, структуры и текстуры карналлитовых пород.

Коэффициенты анизотропии механических показателей породы, показывающие отношение значений, определенных перпендикулярно и параллельно слоистости, для карналлита выше, чем для сильвинита и каменной соли. Особенно это касается деформационных показателей [7].

Исследования образцов карналлита при объемном напряженном состоянии проведены в ГДР [41] на специальной установке для трехосного сжатия ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$). Результаты испытаний образцов карналлита при боковом давлении до 20 МПа показаны на рис. 2.12. Образцы карналлита обладали свойствами хрупкого разрушения. при боковом давлении $\sigma_2 = \sigma_3 = 20$ МПа в образцах развивались большие деформации, при этом разрушение происходило по взаимно пересекающимся плоскостям сдвига.

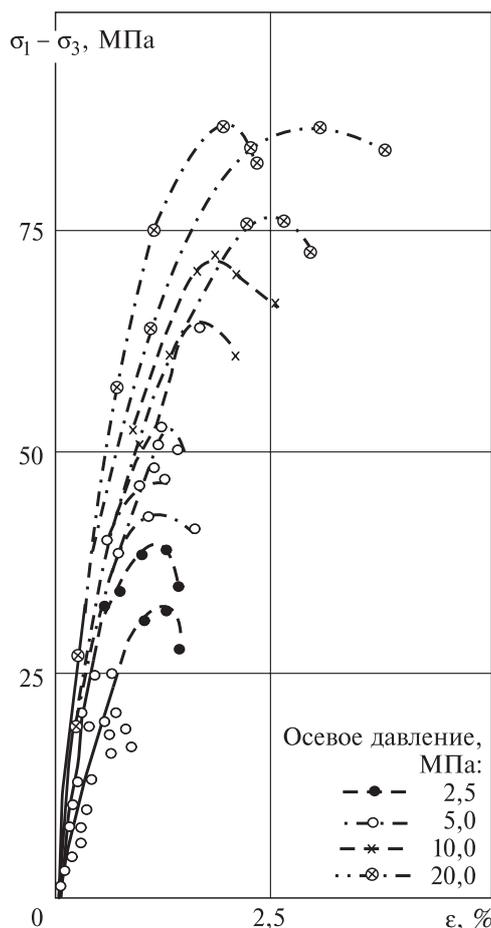
По данным [41] испытания образцов карналлита при боковом давлении от 2,5 до 20,0 МПа приводят к увеличению прочности от 22,5 до 67,0 МПа.

Значительно меньше исследований известно по определению прочности карналлита на растяжение.

Прочность на растяжение карналлита пластов Верра и Страссфурт [30] составляет 0,81 МПа. Отношение прочности при сжатии и растяжении составляет 7 %, в то время как для каменной соли $\sigma_p/\sigma_{сж} = 4$ %.

По данным работы [29], предел прочности карналлита на растяжение составляет 0,19 МПа, а $\sigma_p/\sigma_{сж} = 1$ %. По [7], прочность карналлита на растяжение изменяется в диапазоне 0,19 ÷ 0,85 МПа.

Рис. 2.12. Графики деформации образцов карналлита при объемном напряженном состоянии [41].



По результатам исследований авторов [30], разброс значений σ_p существенный ($\approx 15\%$).

В работе Г.И. Ширко [29] приведены данные о прочности на изгиб образцов карналлита (высота $h = 9,6$ см, длина $l = 30$ см, ширина $b = 8,4$ см). Схема испытаний — образцы на свободных опорах и сосредоточенная нагрузка. Установлено, что $\sigma_{\text{изг}} = 1,59$ МПа.

По данным работы [1], прочность карналлита на изгиб составляет 1,0–2,0 МПа; $\sigma_{\text{сж}} : \sigma_{\text{изг}} : \sigma_p = 1 : 1/10 : 1/80$.

В [1] приведены результаты испытаний образцов карналлита с глиной Третьего горизонта Старобинского калийного месторождения на срез со сжатием. Определены параметры паспорта прочности образцов: сцепление $C \in [5,5; 9,1]$ МПа, угол внутреннего трения $\varphi \in [31; 34]^\circ$.

По данным Б.В. Титова [39], для образцов карналлита слоя В₅ Первого Березниковского рудника $C = 4$ МПа, $\varphi = 35^\circ$, а слоя В₆ — $C = 3$ МПа, $\varphi = 32^\circ$. Паспорта прочности приведены на рис. 2.13.

В лаборатории геомеханики ОАО «Галургия» на испытательной машине ИР 5143 со скоростью 1 мм/мин были проведены лабораторные испытания образцов карналлита на сжатие [42].

Монолиты отбирали на 9-й восточной панели из стенки свежeproйденного вентиляционного уклона со стороны нетронутого массива. Образцы для испытаний изготавливали вручную из центральной части монолитов, чтобы максимально исключить влияние техногенных факторов. Результаты испытаний (табл. 2.6, 2.7) удовлетворительно коррелируют с результатами В.Л. Водопьянова [35]: карналлит четных слоев имеет примерно в 2 раза меньшую прочность по сравнению с нечетными слоями. Этот же вывод касается и значений предельной деформации. Такой эффект обусловлен структурными особенностями слоев пласта В_к.

Результаты исследований по определению модуля упругости карналлита Первого Соликамского рудника приведены в работе В.Л. Водопьянова и А.М. Ура-

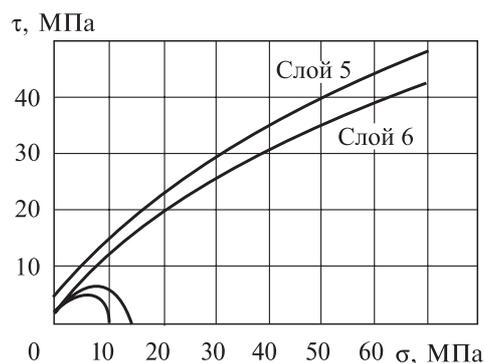


Рис. 2.13. Паспорта прочности образцов карналлитовой породы пласта В_к (слой 5 и 6).

$C_5 = 4$ МПа, $\varphi_5 = 35^\circ$; $C_6 = 3$ МПа, $\varphi_6 = 32^\circ$.

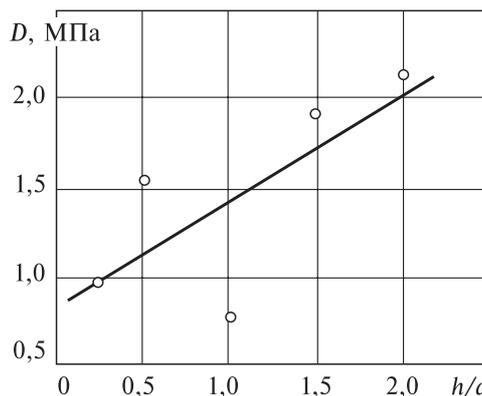


Рис. 2.14. График зависимости секущего модуля деформации образцов карналлита от коэффициента формы [7].

Таблица 2.6. Статистические характеристики образцов карналлита пласта В_к

№ слоя	Статистические характеристики	Предел прочности при сжатии, $\sigma_{сж}$, МПа	Относительная предельная деформация образца, ε_1 , %	Предельный модуль деформации, D , МПа
6	Среднее значение	8,19	0,35	2,43
	Стандарт, S	1,24	0,06	0,55
	Коэффициент вариации, %	15	17	22
	Доверительный интервал	$7,70 < \sigma_{сж} < 8,69$	$0,32 < \varepsilon_1 < 0,37$	$2,21 < D < 2,65$
	Погрешность, %	6	7	9
5	Среднее значение	13,19	0,74	2,01
	Стандарт, S	2,18	0,28	0,70
	Коэффициент вариации, %	16	37	35
	Доверительный интервал	$12,32 < \sigma_{сж} < 14,06$	$0,63 < \varepsilon_1 < 0,86$	$1,73 < D < 2,29$
	Погрешность, %	7	15	14
4	Среднее значение	8,71	0,33	2,67
	Стандарт, S	0,77	0,04	0,28
	Коэффициент вариации, %	9	13	10
	Доверительный интервал	$8,27 < \sigma_{сж} < 9,14$	$0,31 < \varepsilon_1 < 0,35$	$2,51 < D < 2,82$
	Погрешность, %	5	7	6
3	Среднее значение	17,07	0,50	3,56
	Стандарт, S	1,90	0,12	0,54
	Коэффициент вариации, %	11	25	15
	Доверительный интервал	$16,00 < \sigma_{сж} < 18,14$	$0,43 < \varepsilon_1 < 0,56$	$3,26 < D < 3,87$
	Погрешность, %	6	14	9
2	Среднее значение	9,69	0,38	2,62
	Стандарт, S	2,10	0,06	0,62
	Коэффициент вариации, %	22	15	24
	Доверительный интервал	$8,95 < \sigma_{сж} < 10,43$	$0,36 < \varepsilon_1 < 0,40$	$2,40 < D < 2,84$
	Погрешность, %	8	5	8
1	Среднее значение	15,46	0,57	2,77
	Стандарт, S	1,31	0,08	0,40
	Коэффициент вариации, %	8	13	14
	Доверительный интервал	$14,71 < \sigma_{сж} < 16,20$	$0,52 < \varepsilon_1 < 0,61$	$2,54 < D < 2,99$
	Погрешность, %	5	8	8

зовой [35]. Предлагается считать, что $E = 0,9 \cdot 10^4$ МПа. Установлено, что модуль упругости карналлита Верхнекамского месторождения, определенный в натуральных условиях, в 2 раза выше полученного при лабораторных экспериментах.

В [1] сделан вывод, что статический модуль упругости растет с увеличением скорости приложения нагрузки и находится в диапазоне $E \in [0,9 \cdot 10^4; 1,9 \cdot 10^4]$ МПа.

На рис. 2.14 показан график изменения предельного секущего модуля деформации D от коэффициента формы h/d [7]. Данные испытаний имеют существенный разброс.

Изменение продольных и поперечных деформаций образцов карналлита с различным отношением высоты к ширине при нагрузке 20 и 40 МПа показано

Таблица 2.7. Средневзвешенное значение предела прочности карналлита пласта В_к

№ слоя	Мощность слоя, м	Среднее значение предела прочности слоя, $\sigma_{сж}$, МПа	Краткое описание породы блоков
6	3,20	8,19	Карналлит крупно-, среднезернистый ярко-, желто-, красно-оранжевый, раковистый на изломе. Карналлитовая порода оранжевая, оранжево-желтая, оранжево-красная средне- и мелкозернистая с многочисленными прослоями белой, серой мелкозернистой каменной соли, мощность соляных прослоев 1–3 см.
5	1,20	13,19	Карналлитовая порода средне-, крупнозернистая, оранжевая, желто-оранжевая, с прослоями серой, белой, желтовато-розовой мелкозернистой каменной соли. В первом монолите глинисто-ангидритовый прослой мощностью 2–3 см. Во втором монолите глинисто-ангидритовые прослои мощностью 2–3 см.
4	1,00	8,71	Карналлитовая порода оранжевая, желто-оранжевая средне- и мелкозернистая, с прослоями белой, серой мелкозернистой каменной соли. Мощность соляных прослоев 1–3 см.
3	0,30	17,07	Представлен серой и белой мелкозернистой каменной солью, с прослоями оранжевой карналлитовой породы мощностью 4–6 см, глинистыми прослойками мощностью 3–5 мм.
2	1,30	9,69	Представлен карналлитовой породой оранжевой, средне- и крупнозернистой, с многочисленными прослойками мелкозернистой серой, белой каменной соли. В средней части блока соляно-глинисто-ангидритовый прослой мощностью от 0,5–0,7 до 1 см.
1	0,35	15,46	Карналлитовая порода желто-оранжевая, оранжевая средне-, мелкозернистая, с прослойками серой мелкозернистой каменной соли. В слое вертикальные трещины, заполненные мелкозернистым желтым карналлитом. Глинистые прослойки мощностью 1–2 мм.

Примечание. Средневзвешенное значение предела прочности карналлита пласта В на 9-й восточной панели, $\sigma_{сж ср}$, МПа; $\sigma_{сж ср} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \sigma_i}{m}$, где m_i — мощность i -го слоя ($i = 1, 2, \dots, n$); n — количество слоев; $\sigma_{сж ср} = 10,05$ МПа.

в табл. 2.8. С уменьшением отношения высоты образца h к ширине d продольные деформации увеличиваются, а поперечные, наоборот, уменьшаются. В результате отношение продольных деформаций к поперечным увеличивается для образцов карналлита с 1 до 600 [27].

Из сопоставления критических продольных деформаций каменной соли и карналлита видно, что для карналлитовых образцов они примерно в 2 раза меньше по сравнению с аналогичными образцами каменной соли. При этом доля упругих деформаций для карналлитовых образцов составляет около 50 %, а для образцов каменной соли — около 10 %. Таким образом, карналлит является гораздо более хрупкой породой, нежели каменная соль.

Судя по данным табл. 2.9 [27], для образцов карналлита с увеличением нагрузки на образец от 20 до 60 МПа величина продольных деформаций растет, при этом отношение продольных деформаций к поперечным снижается с 13,4 до 1,7.

Таблица 2.8. Изменение продольных и поперечных деформаций образцов карналлита различной формы при нагрузке 40 МПа [27]

Отношение высоты образца к ширине (h/d)	Относительные деформации, %			
	Продольные	Поперечные	Отношение продольных к поперечным	Содержание карналлита, %
1/2	(4,0)*	(3,97)	(1,0)	—
1/3,3	5,8 (4,6)	3,8 (0,16)	1,5 (28,4)	62
1/4	7,7 (4,5)	0,3 (0,05)	2,6 (90,0)	77
1/5	8,3 (6,1)	0,12 (0,03)	69,0 (203)	74
1/6	6,0 (5,4)	0,01 (0,01)	600,0 (540)	76

* В скобках приведены значения деформаций при нагрузке 20 МПа.

Таблица 2.9. Изменение предельных поперечных деформаций образцов карналлита в зависимости от нагрузки при $h/d = 1/3$ [27]

Нагрузка, МПа	Относительные деформации, %		
	Продольные	Поперечные	Отношение продольных деформаций к поперечным
20	5,9	0,44	13,7
30	6,5	0,82	7,9
40	7,5	3,1	2,7
50	10,3	4,9	2,1
60	13,6	8,9	1,7

С уменьшением h/d при сжатии образцы карналлита проявляют большие относительные деформации [28]. При испытаниях образцов кубической формы карналлита на сжатие они разрушались при $\varepsilon = 1\%$ (рис. 2.15), а образцов с $h/d = 1/5$ — при $\varepsilon = 11\%$.

На рис. 2.16 приведен график зависимости предельной продольной деформации образцов карналлита от h/d по данным работы [7].

Приведем некоторые результаты лабораторных испытаний соленосных пород Чарской свиты рудников «Интернациональный» и «Мир» АК «Алроса» и сравним физико-механические показатели образцов каменной соли Чарской свиты и подстилающей каменной соли Верхнекамского месторождения.

В работе [43] отмечается, что мощные соленосные толщи на кимберлитовых рудниках «Интернациональный» и «Мир» оказывают существенное влияние на характер деформирования вмещающих пород и параметры мульды

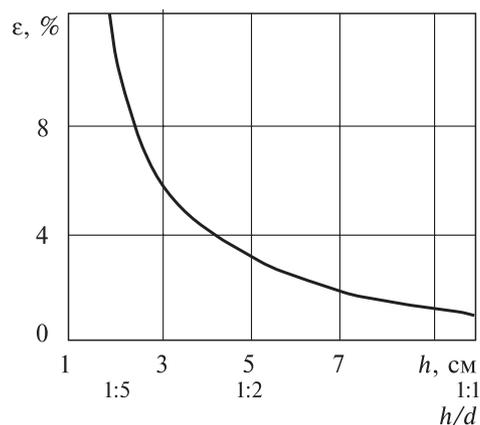


Рис. 2.15. Зависимость максимальных относительных продольных деформаций карналлита от отношения высоты образца h к ширине d .

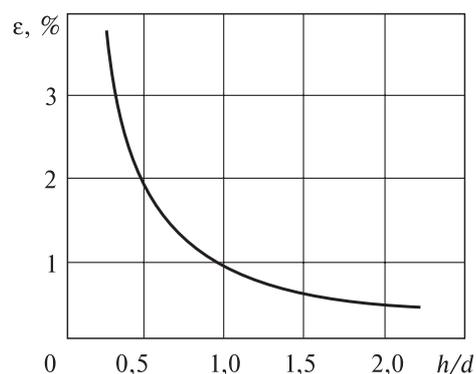


Рис. 2.16. График зависимости критических продольных деформаций от коэффициента формы [7].

Таблица 2.10. Прочностные и деформационные характеристики каменной соли Чарской свиты при одноосном напряженном состоянии [21]

Глубина отбора проб, м	Предел прочности на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$, МПа	Предел прочности при растяжении, σ_p , МПа	Модуль упругости, $E \times 10^{-3}$, МПа	Модуль деформации $E_{деф} \times 10^{-3}$, МПа	Коэффициент упругих поперечных деформаций, μ	Коэффициент полных поперечных деформаций, μ_{∞}
560–600	24,7	1,87	5,1	1,9	0,09	0,36
600–668	25,3	1,94	5,7	2,1	0,07	0,34
692–725	28,0	2,16	6,4	2,5	0,12	0,30
740–760	21,0	1,50	4,6	1,4	0,06	0,49
790–810	23,5	1,77	4,9	1,7	0,14	0,45
825–850	26,5	1,83	5,6	2,2	0,08	0,37

сдвигения при разработке месторождений и являются одними из основных факторов, влияющих на выбор системы и технологии подземной разработки. В работе [44] в этой связи констатируется, что один из основных этапов геомеханической оценки состояния породного массива — определение физико-механических свойств горных пород в лабораторных условиях.

Для оценки физико-механических показателей соляных пород, вмещающих кимберлитовые трубки «Мир» и «Интернациональная», выполнен ретроспективный анализ фондовых материалов института «Якутнипроалмаз» и результатов диссертационной работы Н.А. Николайчука.

В табл. 2.10 приведены данные работы [21].

Результаты сравнительной оценки прочностных и деформационных показателей образцов соленосных пород Чарской свиты и подстилающей каменной соли Верхнекамского калийного месторождения сводятся к следующему.

У образцов соленосных пород Чарской свиты:

- прочность на сжатие на 20 % выше,
- прочность на растяжение в 2,0 раза выше;
- модуль деформации в 1,5 раза выше.

Таким образом, установлено, что соленосные породы Чарской свиты более прочные и менее деформативные по сравнению с соляными породами ВКМКС.

В институте ООО «Подземгазпром» (г. Москва) были проведены испытания двух разновидностей каменной соли Чарской свиты [45]. Литолого-петрографическое описание этих разновидностей приводится ниже.

Первая разновидность образцов. Каменная соль белого цвета, от полупрозрачной до прозрачной, равномернозернистая, гигантокристаллическая, с горизонтальными прослоями более прозрачной перекристаллизованной соли. Мощность прослоев 1–3 мм. В образцах наблюдались тонкие субгоризонтальные трещины.

Вторая разновидность образцов. Каменная соль серого и бурого цвета, от полупрозрачной до непрозрачной, плотная, неравномернозернистая, от крупно- до гигантокристаллической, с горизонтальными прослоями более прозрачной перекристаллизованной соли мощностью 1–4 мм. Характерно дискование зерна при бурении. В двух образцах наблюдалась вертикальная трещина, мощностью до 3–4 мм, секущая образцы пополам и залеченная галитовым материалом.

Испытание образцов на растяжение проведено на приборе-пробнике «Викинг». Установлено, что предел прочности на растяжение σ_p составляет 0,7–1,1 МПа. Такая же прочность на одноосное растяжение характерна для образцов каменной соли большинства солеродных бассейнов [6].

Предел прочности при одноосном сжатии $\sigma_{сж}$ определяли в режиме быстрого нагружения и с постоянной скоростью деформирования в соответствии с государственным стандартом на испытательной машине EU-100. В первом случае нагрузку прикладывали к образцам со скоростью 1 МПа/с. Испытания с постоянной скоростью деформирования, равной 2×10^{-5} 1/с, проводили в камере запредельного деформирования. Установлено, что предел прочности на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$ составляет 16–26 МПа.

Следует отметить, что испытанные образцы подвергались в шахтных условиях в течение некоторого времени воздействию негативных факторов, что привело к некоторому их разупрочнению. Однако даже у разупрочненных образцов каменной соли Чарской свиты прочностные показатели ($\sigma_{сж}$ и σ_p) не ниже, чем у «свежих» образцов Верхнекамского калийного месторождения.

Около клетового ствола рудника «Интернациональный» на горизонтах № 4 «–200 м» ($H = 599$ м) и № 6 «–380 м» ($H = 780$ м) были пробурены скважины диаметром 90 мм глубиной соответственно 14,5 и 15,0 м и отобран керновый материал.

Керновый материал был представлен керном диаметром от $d = 72,7$ мм до $d = 76,0$ мм. Так как в скважине на горизонте № 4 имело место интенсивное дискование керна, изготовить образцы одинаковой формы из каждой пробы не удалось.

Были изготовлены образцы соленосных пород:

- цилиндрической и кубической формы при $h/d = 1$ (где d — диаметр или сторона квадрата) для испытаний на сжатие;
- цилиндрической и призматической формы при $h/d = 2$ для определения модуля упругости;
- прямоугольного и круглого сечения с двумя параллельными плоскостями и такими размерами, чтобы площадь поверхности разрыва (раскола) была не менее 3 и не более 100 см², для испытаний на растяжение.

В лабораторных условиях (на образцах) были определены:

- предел прочности при одноосном сжатии — $\sigma_{сж}$, МПа;
- предел прочности при растяжении — σ_p , МПа;
- продольная деформация на пределе мгновенной прочности ($\sigma_{сж}$) — ε_1 , %;
- модуль деформации на пределе мгновенной прочности ($\sigma_{сж}$) — D , МПа;
- модуль упругости — E_y , МПа.

В результате экспериментов по оценке прочностных и деформационных характеристик породных образцов из керна скважин на горизонтах № 4 и 6 рудника «Интернациональный» установлено следующее.

Образцы каменной соли из керна вертикальной скважины на горизонте № 4 имеют:

- предел прочности при одноосном сжатии $\sigma_{сж} = 19,80$ МПа;
- предел прочности при растяжении $\sigma_p = 0,95$ МПа;

- модуль упругости $E_y = 1,96 \cdot 10^4$ МПа;
- угол внутреннего трения и сцепление соответственно $\varphi = 65^\circ 17'$; $C = 2,17$ МПа;
- предельный модуль деформации $D = 1,74 \cdot 10^3$ МПа;
- предельную (критическую) продольную деформацию $\varepsilon_1 = 1,27$ %.

Образцы каменной соли из керна вертикальной скважины на горизонте № 6 имеют:

- предел прочности при одноосном сжатии $\sigma_{сж} = 20,97$ МПа;
- предел прочности при растяжении $\sigma_p = 0,93$ МПа;
- модуль упругости $E_y = 1,46 \cdot 10^4$ МПа;
- угол внутреннего трения и сцепление соответственно $\varphi = 66^\circ 13'$; $C = 2,21$ МПа;
- предельный модуль деформации $D = 1,67 \cdot 10^3$ МПа;
- предельную (критическую) продольную деформацию $\varepsilon_1 = 1,35$ %.

Для каждой скважины по данным испытаний на одноосное сжатие и растяжение были построены паспорта прочности образцов каменной соли в области «растяжение — сжатие» (рис. 2.17).

В табл. 2.11 приведены результаты испытаний кернового материала из скважины № 6.15/2 диаметром 100 мм.

По результатам испытаний образцов при скорости деформирования $2 \cdot 10^{-3}$ с⁻¹ построен паспорт их прочности (рис. 2.18).

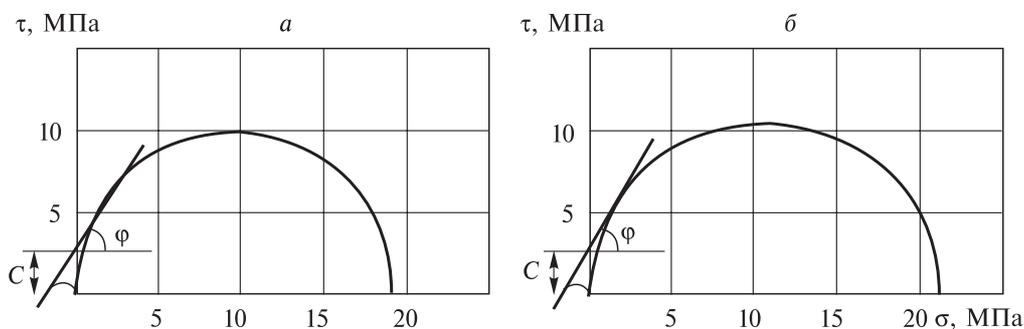
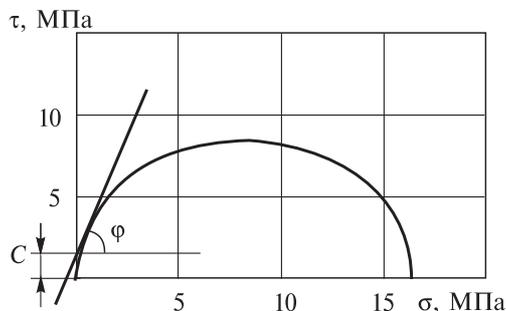


Рис. 2.17. Паспорт прочности образцов каменной соли из скважин на горизонтах № 4 (а) и 6 (б).

Таблица 2.11. Статистические характеристики предела прочности на растяжение (σ_p) и продольного модуля упругости (E_y) образцов соленосных пород Чарской свиты из скважины № 6.15/2 (рудник «Интернациональный»)

Статистическая характеристика	Продольный модуль упругости $E_y \cdot 10^{-3}$	Предел прочности при растяжении, σ_p
Среднее значение, МПа	1,93	0,49
Стандарт, S	0,16	0,06
Коэффициент вариации, %	8	12
Доверительный интервал, МПа	1,78–2,09	0,44–0,53
Погрешность, %	9	9
Медиана, МПа	1,96	0,50

Рис. 2.18. Паспорт прочности образцов каменной соли Чарской свиты из керна скважины № 6.15/2 рудника «Интернациональный».



На рис. 2.19 (см. вкл.) иллюстрируется вид керна из скважины № 6.15/2 на горизонте № 4 рудника «Интернациональный» АК «АЛРОСА». Очевидно его интенсивное дискование. Этот факт не противоречит сложившемуся представлению о соляных и соленосных породах как об упруговязкопластических средах.

В работе [46] приведены результаты сравнения прочностных и деформационных показателей соленосных пород Чарской свиты и соляных пород Верхнекамского калийного месторождения.

2.3. Реологические свойства

Соляные породы различных месторождений обладают ярко выраженными реологическими свойствами, что предопределяет общие качественные закономерности их деформирования во времени.

На рис. 2.20 приведены графики зависимостей продольных (ϵ_1) и поперечных (ϵ_2) деформаций образцов подстилающей каменной соли Верхнекамского месторождения от времени действия постоянных одноосных сжимающих нагрузок [47]. На рис. 2.21 показаны кривые ползучести образцов соленосных пород Чарской свиты [21], на рис. 2.22 — образцов междупластовой каменной соли Верхнекамского месторождения [48].

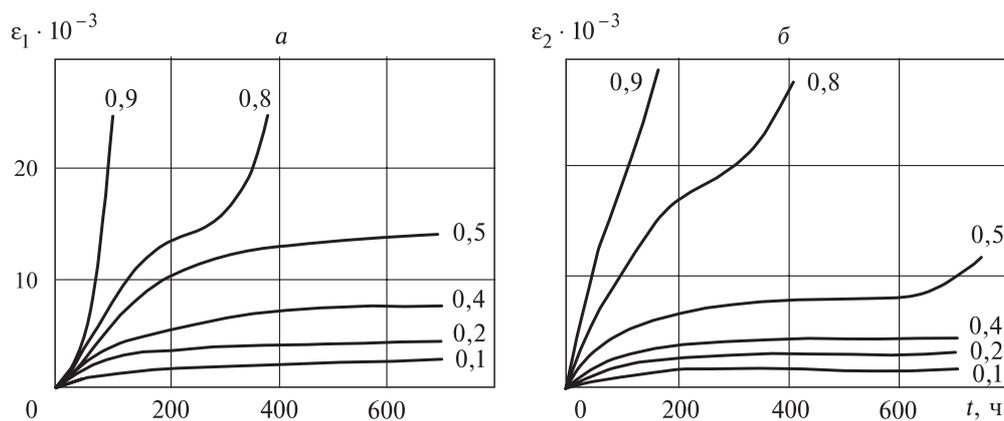


Рис. 2.20. Продольные (а) и поперечные (б) деформации ползучести образцов каменной соли Верхнекамского месторождения при одноосном сжатии [47].

Цифры на рисунке — значения для различных сжимающих напряжений ($\sigma_{сж}$).

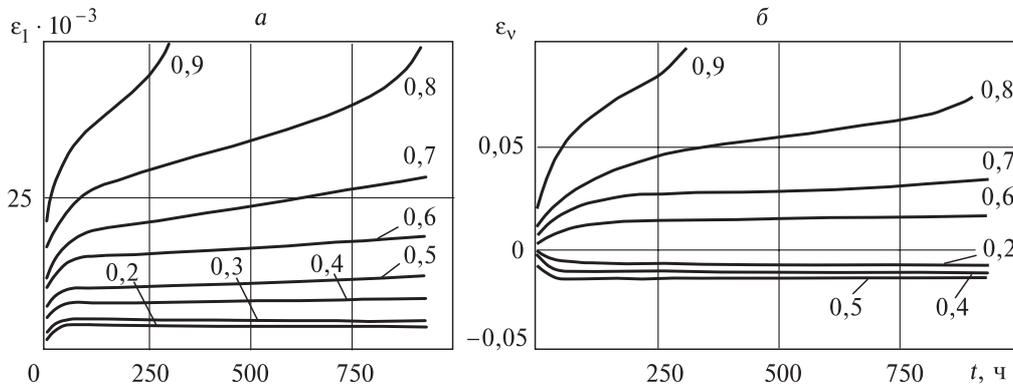


Рис. 2.21. Продольные (а) и объемные (б) деформации образцов соленосных пород Чарской свиты в условиях ползучести при одноосном сжатии [21].

Цифры на рисунке — значения для различных сжимающих напряжений ($\sigma_{сж}$).

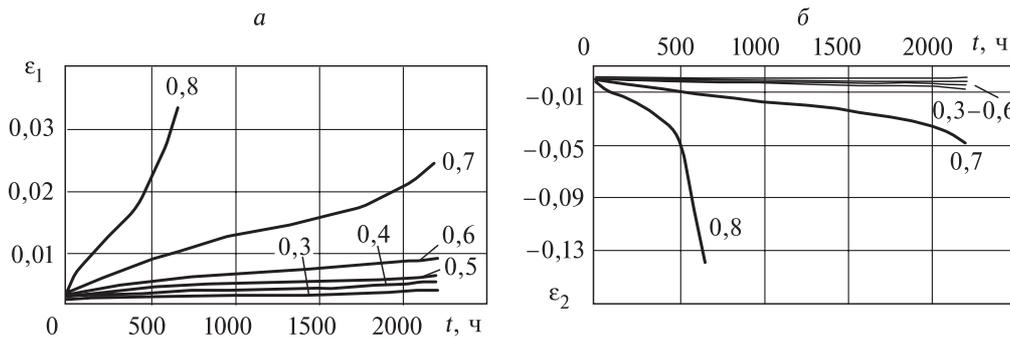


Рис. 2.22. Продольные (а) и поперечные (б) деформации ползучести образцов междупластовой каменной соли при одноосном сжатии [48].

Цифры на рисунке — значения для различных соотношений $\sigma_1/\sigma_{сж}$.

Существенно, что испытания во всех случаях были проведены на оборудовании ОАО ВНИМИ.

На рис. 2.23 показаны кривые продольной ползучести цилиндрических образцов ($d = 36$ мм, $h = 72$ мм) сильвинита пласта Кр. II, изготовленных из монолита, выбуренного из слоя 5 на Втором Соликамском руднике [49].

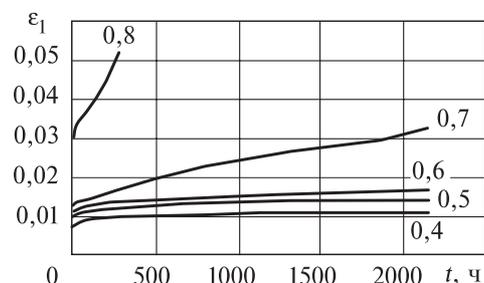
Самый важный физико-механический показатель соляных пород с позиций оценки качественных и количественных особенностей проявления горного давления вокруг выработок в соляных массивах — это предел длительной прочности при сжатии σ_∞ и его отношение к пределу «мгновенной» прочности $\sigma_{сж}$.

Следует различать длительную прочность и предел длительной прочности.

Длительная прочность σ_t — разрушающее напряжение при заданном значении времени t воздействия нагрузки. Асимптота кривой « $t - \sigma_t$ » называется пределом длительной прочности σ_∞ . Это максимальное напряжение, которое еще не вызывает непрерывного во времени возникновения, распространения

Рис. 2.23. Продольные деформации ползучести образцов сильвинита.

Цифры на рисунке — значения для различных сжимающих напряжений ($\sigma_{сж}$).



и слияния микротрещин и разрушения породы за сколь угодно длительный промежуток времени ($t \rightarrow \infty$).

Процесс деформирования материалов, находящихся под нагрузками, большими σ_{∞} , — это процесс постепенного разрушения, связанного с развитием микротрещин (повреждений), увеличением объема образца, что и определяет кинетический характер разрушения.

Предел длительной прочности солей в условиях одноосного сжатия для соляных и соленосных пород различных месторождений имеет разные значения. Так, для сильвинита Верхнекамского месторождения $\sigma_{\infty} = 0,3\sigma_{сж}$ [50], для галита $\sigma_{\infty} = (0,4-0,5)\sigma_{сж}$ [47, 51], для галита Соль-Илецкого месторождения $\sigma_{\infty} = (0,5-0,6)\sigma_{сж}$ [52], для галита Старобинского месторождения $\sigma_{\infty} = 0,7\sigma_{сж}$ [53], для соленосных пород Чарской свиты кимберлитовых месторождений Якутии $\sigma_{\infty} = 0,5\sigma_{сж}$ [21].

Эксперименты на ползучесть проводят, как правило, в условиях одно- и двусосного напряженного состояния.

В работах [3, 4, 6] отмечается:

- при нагрузках $\sigma \leq \sigma_{\infty}$ деформирование соляных пород во времени удовлетворительно описывается в рамках теории линейной наследственности с двухпараметрическим ядром ползучести Абея;
- при $\sigma \geq \sigma_{\infty}$ размерный параметр ядра ползучести δ с возрастанием нагрузки на породные образцы увеличивается в несколько раз;
- изменение безразмерного параметра ядра ползучести α во всем диапазоне испытаний не превышает 30 % и составляет в среднем $\alpha = 0,7$;
- с увеличением уровня нагрузки возрастают необратимые деформации ползучести;
- необратимая часть деформаций ползучести соляных пород возрастает с увеличением уровня нагрузки;
- изохронные кривые в начальный момент времени ($t = 0$) линейны, а при $t > 0$ существенно нелинейны;
- графики, относящиеся к режиму разгрузки и характеризующие обратную ползучесть (возврат), во всех случаях при $t > 0$ являются прямыми;
- деформации ползучести образцов в условиях трехосного сжатия ниже соответствующих деформаций в условиях одноосного сжатия, причем, чем выше сумма главных напряжений, тем это различие существенней;
- общие черты «поведения» соляных пород различных месторождений при длительном действии нагрузок подобны.

Многими исследователями [3, 4, 6, 52–56] показано, что в условиях трехосного напряженного состояния функция нелинейности зависит от интенсивности напряжений, т. е. связана со вторым инвариантом тензора напряжений.

Кривые продольной и поперечной ползучести удовлетворительно описываются нелинейными интегральными уравнениями Вольтера второго рода с Абелевыми ядрами ползучести, зависящими от степени нагружения, в рамках феноменологической модели деформирования и разрушения соляных пород при длительном действии сжимающих нагрузок [55].

В результате обработки кривых ползучести, приведенных на рис. 2.21, установлено, что предел длительной прочности образцов Чарской свиты при одноосном сжатии $\sigma_{\infty} = 0,5\sigma_{сж}$.

На рис. 2.24 для сравнения приведены графики зависимости размерного параметра продольной ползучести породных образцов Чарской свиты и подстилающей каменной соли Верхнекамского месторождения калийных солей (ВКМКС) от степени их нагружения $\sigma_1/\sigma_{сж}$ (где σ_1 — действующее на образец сжимающее напряжение).

Сравнение кривых ползучести образцов каменной соли ВКМКС с приведенными на рис. 2.21 позволило установить следующее:

- у породных образцов каменной соли ВКМКС продольные ε_1 и поперечные ε_2 деформации ползучести имеют примерно одинаковые численные значения;
- у породных образцов Чарской свиты поперечные деформации ε_2 примерно в 2 раза меньше продольных ε_1 .

Последний факт свидетельствует о том, что при длительном действии нагрузок образцы соленосных пород Чарской свиты в меньшей мере разрыхляются (разупрочняются) нежели образцы подстилающей каменной соли ВКМКС.

Абелево ядро ползучести получило широкое применение в механике горных пород по ряду причин. Алгоритм нахождения чисел α и δ достаточно прост [2, 57]. многочисленные опытные данные указывают на то, что безразмерный параметр α близок к 0,7 независимо от типа горной породы. Такое же значение имеет этот параметр для большинства материалов, в том числе для различных сортов стали, алюминиевых сплавов и некоторых полимеров. Остается определить только параметр δ , характеризующий скорость ползучести породы. Если

принимать $\alpha = 0,7$, то по значению параметра δ можно сопоставить степень проявления реологических свойств различных горных пород. Кроме того, экспериментальные данные по ползучести

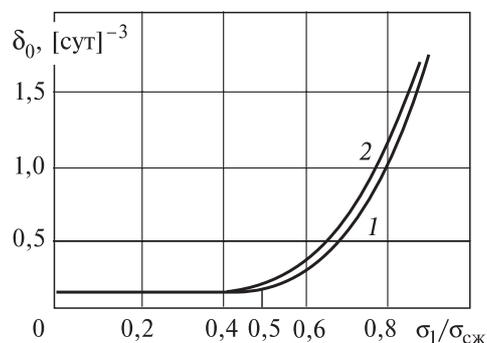


Рис. 2.24. Зависимость размерного параметра продольной ползучести образцов от степени их нагружения:

1 — «Мир» (Чарская свита); 2 — Верхнекамское месторождение калийно-магниевых солей (подстилающая каменная соль).

горных пород характеризуются весьма значительным разбросом [58], поэтому уменьшение количества параметров математической модели весьма предпочтительно.

Вместе с тем аппроксимация ядра ползучести $K(t)$ ядром Абеля имеет существенный недостаток, так как исключает возможность описать ограниченную ползучесть горных пород, которая наблюдается при нагрузках, не превосходящих предел линейности. Кроме того, численные значения параметров ползучести α и δ существенно зависят от временного интервала, для которого они получены, а период экспериментов на ползучесть породных образцов, как правило, не превышает один год.

В работе [49] рассмотрены различные виды аппроксимаций ядра ползучести породных образцов Верхнекамского месторождения калийных и калийно-магниевого солей. Установлено, что все построенные функции ползучести удовлетворительно прогнозируют явление ползучести образцов. Наибольшее отклонение прогнозируемого поведения образцов наблюдается у теоретической кривой, соответствующей ядру Абеля. Наилучший прогноз обеспечивает аппроксимация функции ползучести линейной комбинацией экспонент.

Ядро спектрального типа для описания одноосной ползучести соляных пород предлагали применить авторы работ [59, 60]. В настоящее время в связи с развитием вычислительной техники и численных методов, используемых при решении краевых задач механики горных пород и массивов, к этой идее можно вернуться.

Из-за неоднородности напряженного состояния сжатого образца процесс его разрушения проходит через две различные по продолжительности стадии: термическую и атермическую [61]. На первой стадии (стадии скрытого разрушения) при $0 < t < t_*$ происходит накопление объемной поврежденности. В момент времени t_* , соответствующий точке перегиба на кривой ползучести или моменту перехода установившейся ползучести II типа в прогрессирующую ползучесть III типа, в некоторой точке (или области) возникает местное разрушение. Рассеянные микротрещины сливаются, возникают макротрещины. Процесс накопления рассеянных повреждений становится неустойчивым. На III стадии ползучести, т. е. на второй стадии разрушения («запредельной»), происходит нарушение сплошности тела в результате развития наиболее опасной магистральной трещины.

Существенно, что для соляных пород период времени $\Delta t = t_p - t_*$ (где t_p — время полного разрушения или перехода процесса деформирования на стадию остаточной прочности) значителен, если нагрузки не близки к мгновенно разрушающим. Следовательно, третью стадию ползучести необходимо учитывать при исследовании устойчивости подземных сооружений в соляных породах.

Приведем данные о реологических свойствах образцов карналлита.

В работе [30] помещены результаты исследований деформаций ползучести плоских ($h/d = 1/4$) образцов карналлита. Испытания проводились на образцах с поперечным сечением 10×10 см и стальными зубчатыми прокладками на торцах (табл. 2.12).

Из табл. 2.12 видно, что карналлит может развивать значительные пластические деформации, хотя при кратковременном нагружении ведет себя как уп-

ругое тело. Характер деформаций карналлитовой породы под нагрузкой в значительной степени зависит от содержания в нем карналлита.

Установлено, что увеличение в образцах содержания карналлита вызывает уменьшение скорости пластических деформаций, изменение их абсолютных значений.

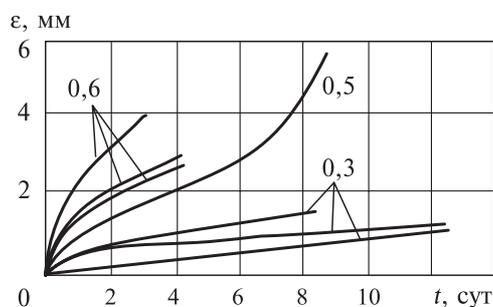
Длительное нагружение карналлитовых образцов Первого Соликамского рудника в лабораторных условиях проводили В.Л. Водопьянов и др. [32, 33, 35]. Испытывали образцы с $h/d = 0,5; 1,0$ и $2,0$ при нагрузках $\sigma_t = 30-60\%$ от разрушающей. Испытания проводили на пружинном прессе.

Установленный на нижней плите прессы образец нагружали до заданного давления. В период испытаний фиксировали деформации и нагрузки. Испытания прекращали либо после разрушения образца, либо после того, как устанавливалась равномерная скорость деформирования. Было испытано 22 образца (рис. 2.25).

При нагрузках $\sigma_t = 30\%$ от разрушающей в образцах уже появились пластические деформации. Продолжительность установившейся ползучести определяется величиной нагрузки. Так, при $\sigma_t = 50\%$ от разрушающей установившаяся ползучесть наблюдается в течение 6–12 сут. При большем напряжении она быстро сменялась прогрессирующей. Призматические образцы с $h/d = 2$ на стадии установившейся ползучести деформировались в 2–3 раза быстрее по сравнению с образцами кубической формы.

Характер разрушения образцов при ползучести, очевидно, связанный с величиной и скоростью деформаций, показан в табл. 2.13. Видно, как с ростом величины деформаций даже при постоянной скорости изменяется образец — от появления отдельных трещин до разрушения. Видно также, что одно и то же состояние (например, появление границ между отдельными кристаллами) может иметь место при различной скорости — от 100 до 1000 мк/сут и даже 1000 мк/ч. Значит, *только скорость деформаций не может быть критерием опасности*. Следует иметь в виду и накопленную к данному моменту деформацию.

Если принять за критическое состояние появление первых трещин в образце,



то допустимая деформация ползучести составляла для карналлита 2,5–3,0 % при скорости деформации $(15-25) \cdot 10^2$ мк/м в сутки. При меньшей скорости величина допустимой деформации была больше и достигала 10 %.

Рис. 2.25. Кривые ползучести образцов $h/d = 1$ карналлита [35].

Цифры на рисунке — значения $\sigma/\sigma_{сж}$.

Таблица 2.12. Результаты длительных испытаний образцов карналлита [30]

$\sigma_{сж}$, МПа	σ_t , МПа	Относительные деформации, %		Продолжительность испытаний, сут
		продольная	поперечная	
62,5	50,0	16,3	8,5	5
62,5	50,0	29,3	15,5	10
62,5	50,0	74,0	—	30

По данным К.Г. Хефера [11], деформация ползучести для карналлита при длительной нагрузке составляет 4–5 % и более.

Чем меньше h/d , тем больше относительная деформация сжатия, соответствующая предельному состоянию [14, 34]. Другими словами, при увеличении d/h карналлитовые образцы становятся более пластичными.

В лаборатории физико-механических свойств горных пород ВНИМИ на установке УП-2 [2, 63] с гидравлическим способом передачи давления были проведены испытания образцов карналлита пласта V_K Верхнекамского месторождения калийных солей на простую ползучесть в условиях одноосного сжатия. Испытывали цилиндрические образцы диаметром 36 и высотой 72 мм. Методики отбора, изготовления и испытания образцов достаточно подробно описаны в [2, 63]. Образцы изолированы от атмосферной влаги тонкой резиновой оболочкой.

Предел прочности испытываемых образцов на одноосное сжатие при кратковременном нагружении $\sigma_{сж}$ определяли как среднее арифметическое по результатам испытания шести образцов при скорости нагружения 1,0 МПа/с. Он составил $(10,7 \pm 1,4)$ МПа с надежностью $\gamma = 0,95$.

Продольную и поперечную деформации образца измеряли с помощью многооборотных индикаторов часового типа с ценой деления шкалы 0,001 м. Максимальная продолжительность опыта составила 1100 ч. Всего испытано 19 образцов — «близнецов».

По экспериментальным данным строили кривые «деформация — время» для продольных и поперечных деформаций образца при значениях σ_k , составляющих 10–80 % от $\sigma_{сж}$, а также изохронные кривые [64].

Анализ экспериментальных данных показал:

- кривая «мгновенного» нагружения образца (изохронная кривая при $t = 0$) линейна;
- изохронные кривые при $t > 0$ существенно нелинейны и не подобны (рис. 2.26);
- кривые ползучести подобны;

Таблица 2.13. Характер деформируемости образцов карналлита во времени [31]

Характер разрушения образца	Напряжение, % от разрушающего											
	30			45			60					
	время, сут	продольная деформация, %	скорость деформаций, мк/сут	время, сут	продольная деформация, %	скорость деформаций, мк/сут	время, ч	продольная деформация, %	скорость деформаций, мк/ч	время, сут	продольная деформация, %	скорость деформаций, мк/сут
Появление границ между отдельными кристаллами	2–5	1,0–1,5	100–400	1	1,0–1,5	500–1000	момент нагружения	1,0–1,5	1000–1500			
	14	2,5–3,0	100–400	10	2,0–2,5	100–400	1–2	1,5–2,0	600			
	20–25	3,0–4,0	100–400	15–20	4,0–5,0	100–400	2–5	2,0–2,5	1300–1500			
Появление отдельной трещины												
Расширение трещин и образование новых												
Интенсивное развитие трещин и разрушение	не наблюдалось		100–400	17–23	5,0–6,0	100–400	3–20	4,0–5,0	1300–1500			

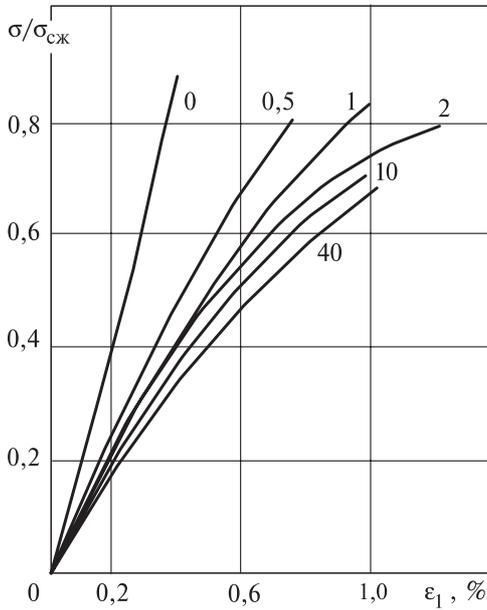


Рис. 26. Изохронные кривые ползучести образцов карналлита.

Цифры на рисунке — время (t), сут.

- предел линейности свойств деформации ползучести, приблизительно равный пределу упругости и пределу длительной прочности, составляет $0,5 \sigma_{сж}$.

Напряженное состояние образцов в опытах на одноосную ползучесть характеризуется следующими значениями напряжений, деформаций и их инвариантами:

$$\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = 0; \quad \varepsilon_1 > 0; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_3 < 0;$$

$$S_{11} = \frac{2}{3} \sigma_1; \quad S_{11} = \frac{2}{3} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2);$$

$$\sigma = \frac{\sigma_1}{3}; \quad \theta = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_2;$$

$$\sigma_y = \sigma_i = \sigma_1; \quad \gamma = \varepsilon_1 - \varepsilon_2,$$

где σ_1 — действующее главное напряжение (по оси образца); ε_1 — осевая деформация; $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ — поперечная деформация; σ_i — интенсивность напряжений; γ — главная деформация сдвига; θ — объемная деформация.

На рис. 2.27 приведены графики сдвиговой и объемной ползучести образцов карналлита.

На рис. 2.28 приведены те же графики в логарифмических координатах.

Испытания на ползучесть карналлитовой породы проводили сотрудники ГИ УрО РАН [7] на кубических образцах $70 \times 70 \times 70$ мм, изготовленных из породных монолитов, отобранных из слоя 2-го пласта В. Для проведения длительных испытаний использовали гидравлические прессы фирмы «Энерпред» с максимальным усилием 15 т.

Среднее значение предела прочности на сжатие определяли на жестком испытательном оборудовании *Zwick/Roell Z-250* при скорости деформирования 1 мм/мин. По результатам испытаний 5 образцов оно составило 17 МПа.

Методика испытаний приведена в [7]. кривые ползучести образцов карналлита показаны на рис. 2.29. при $\sigma_1 = 0,2\sigma_{пр}$ наблюдали стадию затухающей ползучести, при $\sigma_1 = 0,3\sigma_{пр}$ — стадию установившейся ползучести.

Разрушение образцов при нагрузках, превышающих предел длительной прочности, происходило при постоянной (критической) деформации.

Результаты испытания образцов карналлита на ползучесть продемонстрировали значительный разброс контролируемых показателей. Тем не менее, общая их зависимость от уровня действующей нагрузки является вполне устойчи-

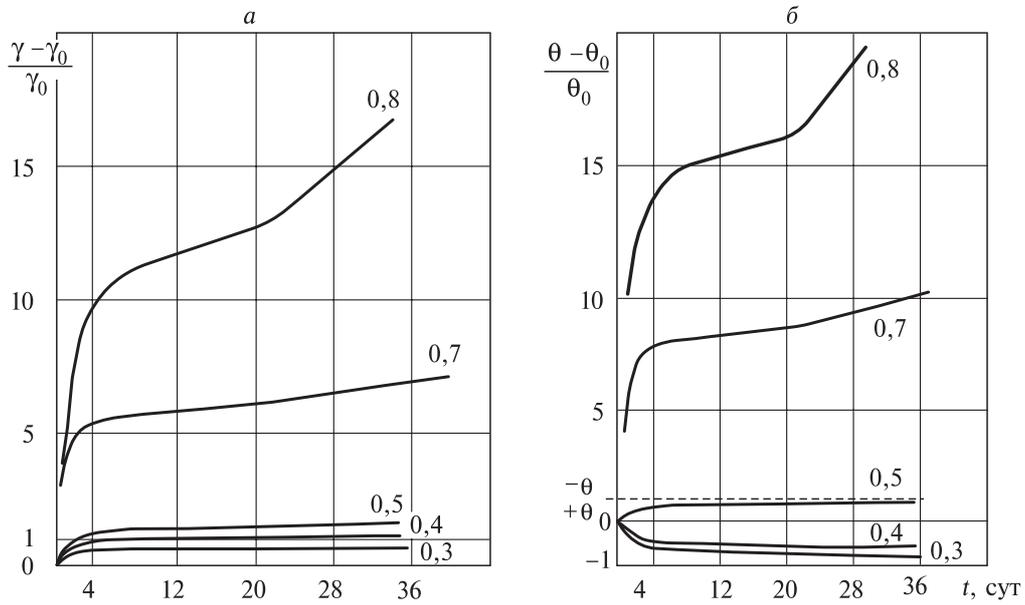


Рис. 2.27. Графики сдвиговой (а) и объемной (б) ползучести образцов карналлита.

Цифры на рисунке — значения для различных соотношений $\sigma_1/\sigma_{сж}$.

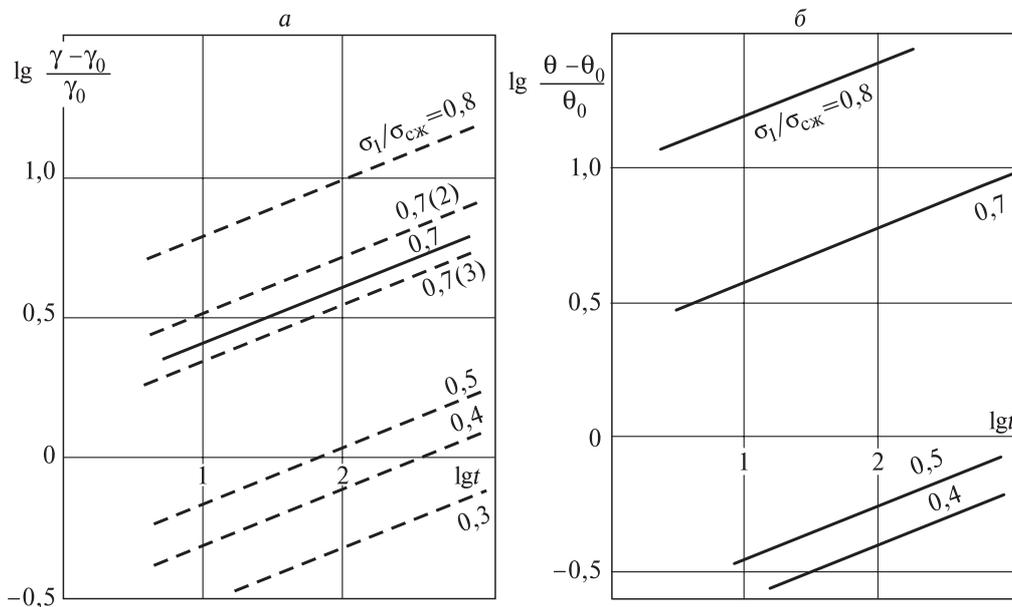


Рис. 2.28. Зависимость логарифма относительного сдвига (а) и относительной дилатансии (б) от логарифма времени.

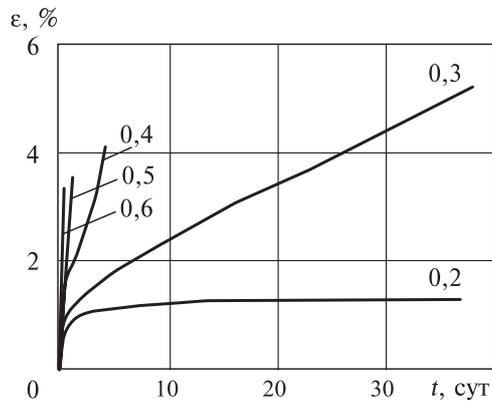


Рис. 2.29. Осредненные кривые ползучести образцов карналлита при различных уровнях нагружения (в долях от предела прочности).

Таблица 2.14. Результаты определения предела длительной прочности карналлитовой породы в зависимости от формы образца

h/d	Количество образцов	$\sigma_{сж}$, МПа	$\sigma_{сж}^{\infty}$, МПа	$\sigma_{сж}^{\infty} / \sigma_{сж}$
0,35	3	35,3	10,9	0,31
0,5	4	31,8	8,4	0,26
1,0	6	17,1	3,8	0,22
1,5	3	10,8	2,7	0,25
2,0	4	9,3	2,0	0,21

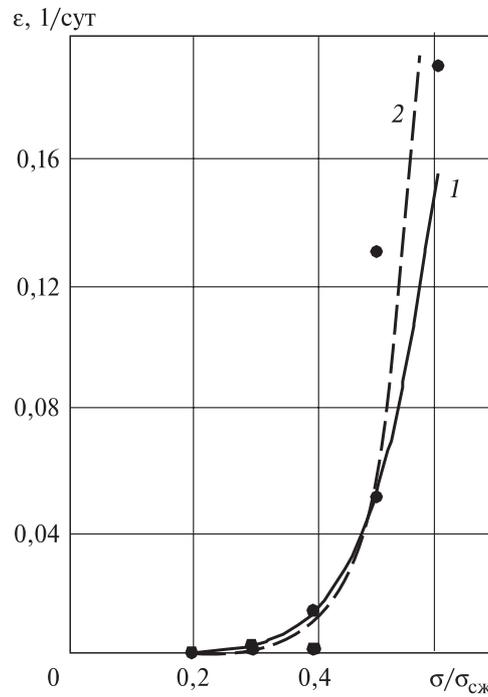


Рис. 2.30. Изменение скорости установившейся ползучести в зависимости от уровня сжимающих нагрузок.

1 — степенная зависимость, 2 — экспоненциальная.

вой. На стадии установившейся ползучести с увеличением уровня нагрузки наблюдается резкое увеличение скорости продольной деформации (рис. 2.30).

Изменение скорости деформации удовлетворительно описывается экспоненциальной и степенной зависимостями [7]:

$$\dot{\varepsilon} = 5 \cdot 10^{-6} \exp(18,66K), \quad 1/\text{сут},$$

$$\dot{\varepsilon} = 3 \cdot K^{6,3517}, \quad 1/\text{сут},$$

где $K = \sigma_1 / \sigma_{сж}$ — уровень нагружения.

На рис. 2.31, а показан график длительной прочности при сжатии образцов карналлита, построенный по результатам прямых испытаний на ползучесть и теоретической оценки времени разрушения. асимптота графика длительной прочности характеризует величину коэффициента длительной прочности — он составляет 0,20–0,25 (близко к 0,3).

Сотрудниками ГИ УрО РАН, кроме прямого метода оценки длительной прочности карналлита, применен ползучерелаксационный метод С.С. Вялова [2, 65].

Характер изменения предела мгновенной прочности и предела длительной прочности карналлитовых образцов от величины d/h иллюстрируется в табл. 2.14

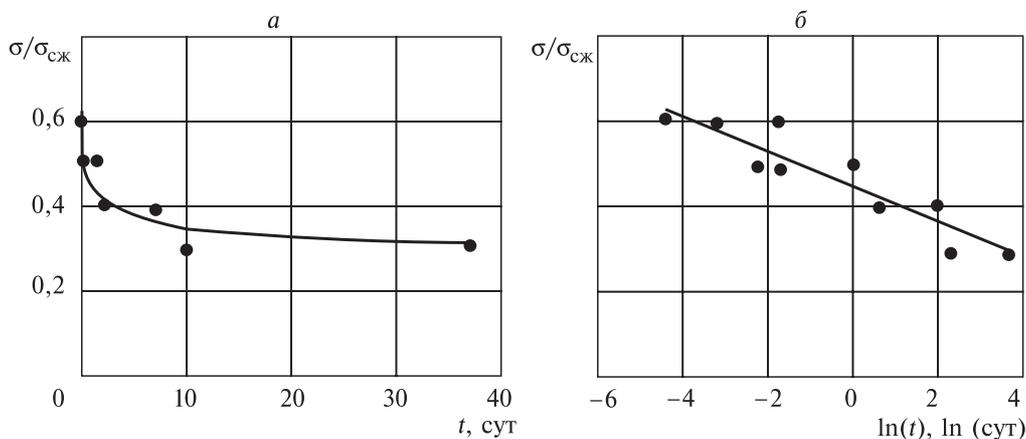


Рис. 2.31. График длительной прочности в обычных (а) и полулогарифмических (б) координатах.

и рис. 2.32, из которых видно, что предел длительной прочности, также как и мгновенной, зависит от формы образцов. Сохранение устойчивого состояния «низких» образцов в течение бесконечно длительного периода времени достигается при больших величинах сжимающих напряжений, чем у их «высоких» аналогов.

В качестве критерия перехода процесса деформирования в третью («запретельную») стадию в момент времени $t = t_*$ принимают обычно равенство интеграла Бейли единице [61]:

$$\int_0^t \frac{dt}{t_* [\sigma_i(t) / \sigma_{сж}]} = 1, \tag{2.7}$$

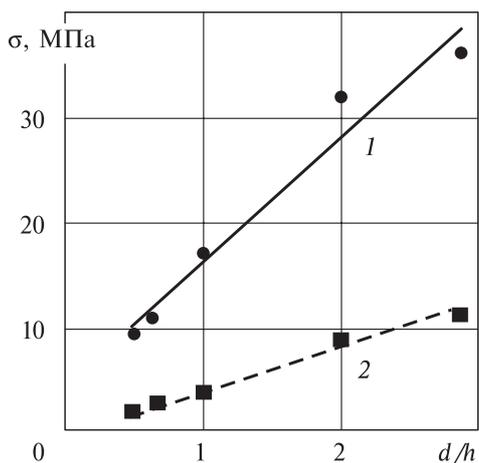


Рис. 2.32. Изменение пределов мгновенной (1) и длительной (2) прочности в зависимости от формы образцов.

где $t_* = t_0 \exp [-\beta (\sigma_1 / \sigma_{сж})]$, t_0 , β — параметры долговечности.

В табл. 2.15 приведены значения параметров долговечности образцов карналлита, сильвинита и каменной соли, определенные по результатам их испытаний на ползучесть.

Следует отметить, что карналлит в значительно меньшей степени прояв-

Таблица 2.15. Значения параметров долговечности образцов соляных пород Верхнекамского месторождения [6]

Порода	Параметры долговечности	
	t_0 , ч	β
Карналлит	$5,5 \cdot 10^4$	5,9
Сильвинит	$6,4 \cdot 10^5$	9,3
Каменная соль	$1,6 \cdot 10^4$	10,3

ляет склонность к ползучести, нежели каменная соль и еще в меньшей, чем сильвинит. При нагрузках, превышающих σ_f , поперечные деформации ползучести образцов карналлита значительно превосходят продольные, а объемные — сдвиговые.

Экспериментально установлено, что деформационные свойства карналлита зависят от времени приложения нагрузки. быстрое нагружение образцов приводит к хрупкому разрушению с малыми деформациями. при длительном приложении нагрузки карналлит способен к пластическому течению, причем до разрушения деформации могут достигать значительных величин — 4–5 % и более.

Установлено, что разрушающая деформация образцов соляных и соленосных пород не является постоянной величиной, как это наблюдается у ряда материалов, а зависит от напряженного состояния.

В зависимости от скорости нагружения, формы образцов и бокового давления может иметь место как хрупкое, так и пластическое разрушение соляных образцов.

При низких уровнях нагружения разрушение образцов соляных пород в условиях одноосной ползучести при сжатии носит вязкий, а при высоких — хрупкий характер. При средних уровнях нагружения происходит накопление повреждений на фоне развивающихся деформаций ползучести (смешанный характер разрушения).

В длительных испытаниях образцов при постоянных нагрузках обнаружена значительная релаксация напряжений [4]. Наибольшая скорость падения напряжений наблюдается в первые 2–3 ч. После 40–50 ч кривые релаксации напряжений выполаживаются. Скорость релаксации зависит от уровня нагружения. Изменение напряженного состояния в элементах подземных сооружений в соляных отложениях подтверждается натурными замерами [3].

2.4. Запредельное деформирование

Необходимость учета запредельной стадии деформирования в проблеме долговечности соляных пород подчеркивалась многими исследователями. Одним из первых указывал на это И.Х. Габдрахимов [62]. Установленное методом электрометрии [66] отодвигание максимума интенсивности напряжений со временем от контура выработки в глубь массива свидетельствует о запредельном состоянии соляных пород вблизи контура выработки.

Отмечая отсутствие в литературе математической модели ползучести III типа, авторы [67, 68] считают, что «поскольку ускоряющаяся ползучесть тесно связана с разрушением, аналитически целесообразно рассматривать ее совместно с критерием разрушения».

А.Н. Ставрогин отмечал [69], что можно исследовать ползучесть в опытах с заданной скоростью деформирования.

В работах [69, 70] установлено, что при кратковременном и длительном режимах нагружения как в одноосном, так и в объемном напряженном состояниях, процессы накопления повреждений в соляных образцах качественно аналогичны.

Таким образом, можно изучать процессы деформирования и разрушения пород на третьей стадии ползучести, проводя серии опытов, позволяющих получить полные диаграммы «напряжение — деформация» при трехосном напряженном состоянии в режиме задаваемых скоростей деформирования, соответствующих третьей стадии ползучести.

В этой связи представляют интерес результаты испытаний соляных образцов на жестком оборудовании [6, 7].

Установлено, что при достижении пиковой прочности $\sigma_{сж}$ значение коэффициента разрыхления K_p уже больше единицы, т. е. повреждения начинают накапливаться в образце до достижения нагрузкой пиковой прочности.

С увеличением бокового давления $\sigma_2 = \sigma_3$ снижается скорость накопления повреждений, возрастают все прочностные характеристики образца и показатели пластичности. коэффициент разрыхления на стадии остаточной прочности уменьшается, т. е. преобладает процесс пластического течения.

С увеличением скорости деформирования $\dot{\epsilon}_1$ уменьшаются пиковая прочность образца $\sigma_{сж}$ и показатели пластичности ϵ_1^* , ϵ_2^* и K_p^* (где ϵ_1^* и ϵ_2^* — соответственно продольная и поперечная деформация образца, K_p^* — коэффициент разрыхления на пределе пиковой прочности), т. е. происходит «охрупчивание» образца.

На показатели длительной (σ_∞) и остаточной ($\sigma_{ост}$) прочности и остаточный коэффициент разрыхления ($K_{рост}$) скорость деформирования образца $\dot{\epsilon}_1$ не влияет.

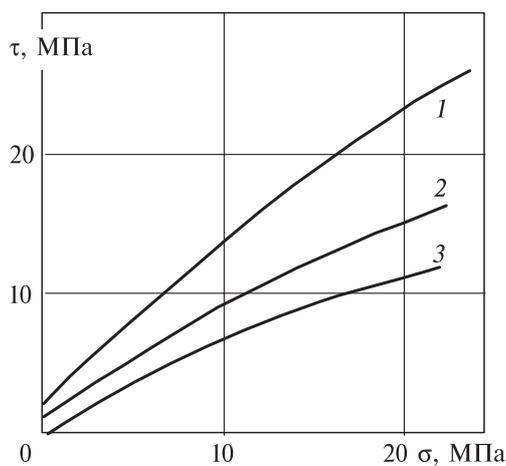
В запредельной стадии деформирования прочностные и деформационные свойства образца снижаются в зависимости от коэффициента разрыхления K_p .

На этапе дилатансии, включающем допредельное и запредельное деформирование, коэффициент $\beta = \epsilon_{1ост}/\epsilon_{2ост}$ изменяется от 0,9 до 4,1 в зависимости от σ_2 , оставаясь практически постоянным для данного σ_2 .

В условиях ползучести долговечность материала (длительная прочность) определяется процессом накопления объемных повреждений. чем больше скорость накопления повреждений, тем меньше время до разрушения. Ползучесть и длительная прочность образца — различные проявления реологического процесса при длительном действии нагрузки.

На рис. 2.33 приведены паспорта мгновенной, длительной и остаточной прочности образцов подстилающей каменной соли Верхнекамского месторождения.

Рис. 2.33. Паспорта мгновенной (1), длительной (2) и остаточной (3) прочности образцов подстилающей каменной соли Верхнекамского месторождения [6].



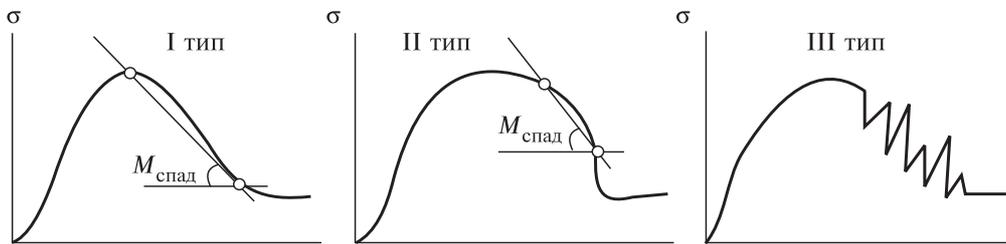


Рис. 2.34. Характерные диаграммы нагружения карналлитовых пород [71].

Исследование «запредельных» свойств карналлитовых образцов из пласта В_к проводили Б.В. Титов и Б.В. Лаптев [71]. Установлено, что для карналлита характерно несколько диаграмм, отличающихся видом ниспадающих ветвей (рис. 2.34). Вид диаграммы и абсолютные значения ее характеристик зависят от скорости нагружения.

Установлено следующее:

- с ростом скорости деформирования $\dot{\epsilon}_1$ на 1–2 порядка предел прочности при сжатии $\sigma_{сж}$ уменьшается соответственно на 12–29 % и на 41–61 % (рис. 2.35, а);
- с ростом $\dot{\epsilon}_1$ модуль спада M уменьшается (рис. 2.35, б);

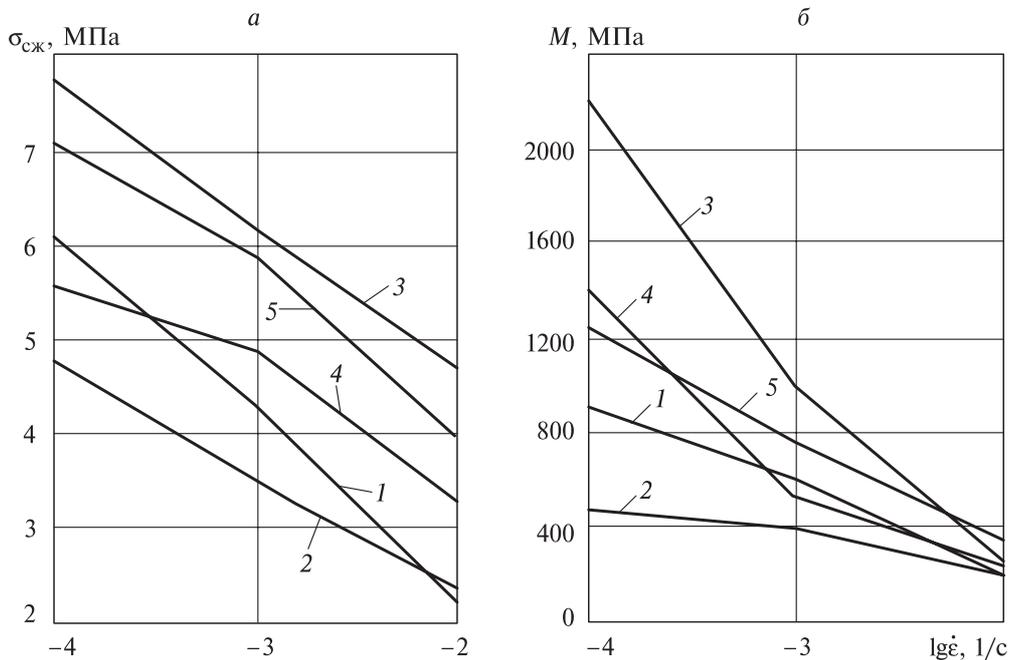


Рис. 2.35. Зависимость прочности (а) и модуля спада (б) карналлита от скорости деформирования [71].

1–5 — номера проб.

- остаточная прочность $\sigma_{ост}$ и $\varepsilon_{ост}$ от $\dot{\varepsilon}_1$ не зависят;
- при всех скоростях деформирования предел прочности карналлита в синклиналиях ($\sigma_{сж}^c$) и модуль спада (M^c) больше, чем в антиклиналиях ($\sigma_{сж}^a$ и M^a).

С увеличением скорости деформирования наблюдалась [71] пластификация карналлитовой породы. Заметим, что для образцов каменной соли обнаружен обратный эффект [72].

Авторами работы [73] были выполнены следующие лабораторные экспериментальные исследования:

- построение полных диаграмм деформирования карналлита на жесткой силовой установке в режиме заданных деформаций сжатия;
- исследования механических свойств карналлита при растяжении под влиянием газовой среды на специальной силовой установке;
- исследование механизма микроразрушений с помощью оптической микроскопии;
- исследование тепловых свойств карналлита;
- исследование влияния упругих колебаний на механическое состояние карналлита.

Полученные в результате испытаний характеристики механических свойств карналлита удовлетворительно согласуются с опубликованными в литературе данными других исследователей и дополняют их, а характеристики запредельного деформирования, «снятые» с полных диаграмм деформирования, получены по мнению авторов [73], впервые.

Модуль спада M , характеризующий крутизну нисходящей ветви диаграммы, изменяется в пределах 320–570 МПа, а коэффициент поперечной деформации $\beta = \varepsilon_2/\varepsilon_1$ по запредельной стадии деформирования, характеризующий разрыхление при разрушении, изменяется в пределах 3,0–5,5.

Установлено изменение модуля упругости карналлита в различной газовой среде и показано значительное снижение упругих характеристик образца при испытаниях в воздухе за счет увеличения его влажности.

На рис. 2.36 показаны диаграммы деформирования « $\sigma_1 - \varepsilon_1$ » при различных скоростях деформирования $\dot{\varepsilon}_1$, а также графики нарастания в процессе деформирования коэффициента разрыхления K_p ($K_p = 1 + \varepsilon_1 + 2\varepsilon_2$) породных образцов Чарской свиты рудника «Интернациональный» АК «АЛРОСА».

Керновый материал получен из скважины № 6.15/2 диаметром 100 мм. Он сложен молочно-белой, полупрозрачной и прозрачной каменной солью средне-, крупно- и гигантозернистой структуры. Практически на всем керновом материале прослеживались горизонтальные трещины неизвестного происхождения.

Из кернов были изготовлены образцы призматической формы с отношением высоты образцов h к стороне квадратного сечения d , равным 2 ($h/d = 2$), и кубической формы ($h/d = 1$) при $h = d = 5$ см.

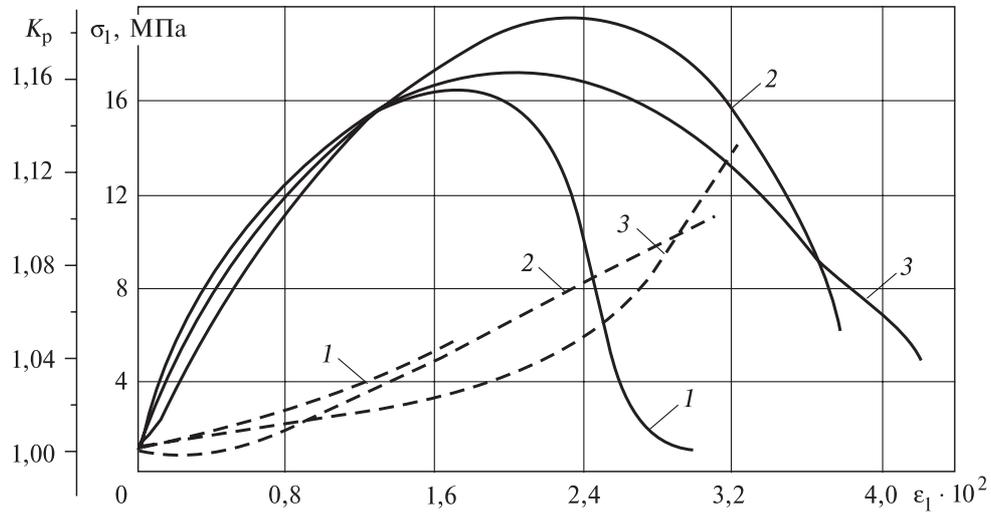


Рис. 2.36. Кривые деформирования образцов каменной соли Чарской свиты (рудник «Интернациональный») в условиях одноосного сжатия ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = 0$) и нарастания коэффициента разрыхления K_p при различных скоростях деформирования $\dot{\epsilon}_1$.

$$1 - \dot{\epsilon}_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}; 2 - 2 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}; 3 - 8 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}.$$

Для получения полных диаграмм деформирования « $\sigma_1 - \epsilon_1$ » испытания проводили при различных скоростях деформирования ($\dot{\epsilon}_1 = 2 \cdot 10^{-3}$; $2 \cdot 10^{-4}$; $8 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$) на испытательной машине ИР5143 ($G = 5 \cdot 10^3 \text{ /м}$) с компьютерным управлением.

По результатам испытаний на одноосное сжатие определены:

- $\sigma_{сж}$ — предел прочности на одноосное сжатие как максимальное («пиковое») значение σ_1 на диаграммах « $\sigma_1 - \epsilon_1$ » согласно ГОСТу 21153.2-84;

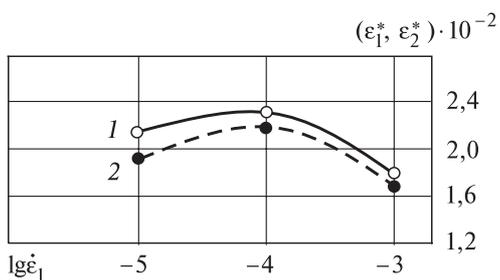


Рис. 2.37. Зависимость продольных ϵ_1^* (1) и поперечных ϵ_2^* (2) относительных деформаций образцов каменной соли на пределе прочности $\sigma_{сж}$ от скорости деформирования $\dot{\epsilon}_1$.

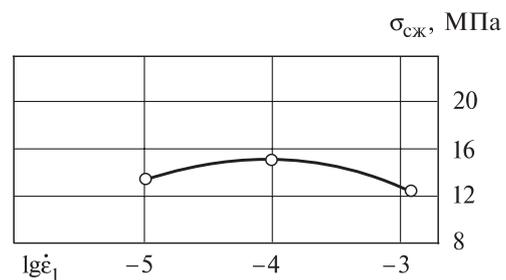


Рис. 2.38. Зависимость пиковой прочности на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$ образцов каменной соли от скорости деформирования $\dot{\epsilon}_1$.

• ε_1^* и ε_2^* — соответственно продольная и поперечная деформации на пределе прочности (критические);

• D — предельный модуль деформации, характеризующий связь между напряжением σ_1 и деформацией ε_1 в диапазоне изменения σ_1 от условного нуля до разрушающего $\sigma_1 = \sigma_{сж}$ в соответствии с ГОСТ 28985-91.

Статистические оценки показателей $\sigma_{сж}$, ε_1^* , ε_2^* и D приведены в табл. 2.16.

В результате специальных испытаний были также определены:

• E_y — модуль упругости породных образцов, равный отношению приложенного к образцу горной породы осевого напряжения σ_1 к упругой продольной деформации $\varepsilon_{1упр}$ при разгрузке в соответствии с ГОСТ 28985-91;

• σ_p — предел прочности породных образцов на растяжение согласно ГОСТ 21153.3-85.

На рис. 2.37 и 2.38 показаны графики зависимостей показателей $\sigma_{сж}$, ε_1^* и ε_2^* от скорости деформирования $\dot{\varepsilon}_1$.

Установлено, что скорость деформирования $\dot{\varepsilon}_1$ влияет на предел прочности при одноосном сжатии $\sigma_{сж}$ и критические (продольную ε_1^* и поперечную ε_2^*) деформации образцов. Линейной зависимости между определяемыми величинами и логарифмом скорости деформирования не прослеживается в отличие от известных в литературе результатов. Объясняется это, видимо, структурным составом соляных пород.

Таблица 2.16. Статистические характеристики прочностных и деформационных показателей образцов соляных пород Чарской свиты из скважины № 6.15/2 (рудник «Интернациональный»)

Скорость деформирования $\dot{\varepsilon}_1$, с ⁻¹	Статистическая характеристика	Предел прочности при сжатии $\sigma_{сж}$, МПа	Деформационные характеристики на пределе прочности $\sigma_1 = \sigma_{сж}$		
			Относительная продольная деформация	Относительная поперечная деформация	Модуль деформации
			ε_1^* , %	ε_2^* , %	$D \cdot 10^{-3}$, МПа
2×10^{-3}	Среднее значение	16,42	1,80	1,68	0,93
	Стандарт, S	2,11	0,19	0,26	0,22
	Коэффициент вариации, %	13	9	16	24
	Доверительный интервал	14,35–18,49	1,62–1,99	1,42–1,94	0,71–1,15
	Погрешность, %	14	10	17	26
2×10^{-4}	Среднее значение	19,50	2,35	2,20	0,75
	Стандарт, S	3,40	0,22	0,31	0,11
	Коэффициент вариации, %	17	10	14	14
	Доверительный интервал	16,16–22,83	2,13–2,57	1,89–2,51	0,65–0,85
	Погрешность, %	19	10	15	15
8×10^{-5}	Среднее значение	17,24	2,07	1,93	0,75
	Стандарт, S	3,81	0,54	0,12	0,10
	Коэффициент вариации, %	22	26	6	13
	Доверительный интервал	13,51–20,98	1,54–2,60	1,81–2,05	0,65–0,85
	Погрешность, %	24	28	7	14
	Медиана	15,92	1,99	1,93	0,75

2.5. Механические свойства соляных пород в массиве

Механические показатели пород, получаемые при лабораторных испытаниях образцов, не отражают полностью свойств массива, так как не учитывают макроструктуру, минералогический состав, структурные и текстурные особенности, факторы масштаба и напряженного состояния, условия нагрузки и испытания образцов, наличие плоскостей ослабления.

Извлечение из массива, транспортировка и изготовление образцов, климатические условия лабораторного эксперимента в некоторой степени влияют на механические свойства испытуемого материала и изменяют их.

Испытания механических свойств соляных пород в натуральных условиях позволяют увеличить представительность и надежность получаемых характеристик.

В монографиях [2, 6, 74] приведены сведения о прочностных и деформационно-реологических свойствах соляных пород в натуральных условиях. Приведем только данные, касающиеся карналлитовой породы.

Натурные исследования свойств карналлита впервые проведены В.Л. Водопьяновым и др. [75] в условиях Первого Соликамского рудника.

Испытания карналлита проводили в 45-м блоке (пласт В_к, слой В₆, антиклинальная складка). Образцы оконтуривали с пяти сторон ручной пневматической пилой ПУР-2. Прочность карналлита испытывали методом гидродомкратов [76]. Испытания вели в две стадии: вначале образец загружали отдельными циклами «нагрузка — разгрузка» до значений, составляющих 50 % от разгружающих, для определения упругих и деформационных характеристик. После 5–8 циклов «нагрузка — разгрузка» образец разрушался и устанавливалось значение прочности при сжатии ($\sigma_{сж}$).

Установлено, что характер разрушения образцов в натуральных условиях аналогичен таковому в лабораторных условиях [12]. Разрушение начинается с отдельных трещин, возникающих при напряжении 70–80 % от $\sigma_{сж}$. С ростом нагрузки появляются новые трещины, интенсивное развитие которых завершается образованием конусов разрушения.

Размеры испытанных образцов и полученные при испытаниях значения $\sigma_{сж}$, E и μ приведены в табл. 2.17, из которой видно, что среднее значение прочности при сжатии для карналлита равно 16,5 МПа, модуля упругости — $1,77 \cdot 10^4$ МПа, коэффициента Пуассона — 0,3.

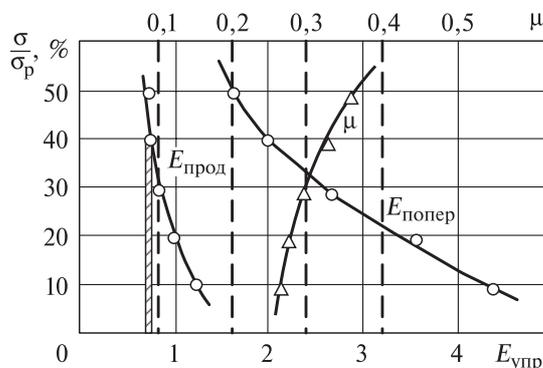
Установлено, что прочность карналлита в натуральных условиях примерно на 20 % выше, чем в лабораторных, хотя

Таблица 2.17. Результаты натуральных испытаний свойств карналлита [75]

Размеры образцов, мм			$\sigma_{сж}$, МПа	$E \cdot 10^4$, МПа	μ
a	b	h			
40	38	82	15,3	1,40	0,33
33	33	67	15,9	1,90	0,25
38	35	37	16,4	1,90	0,32
34	36	48	16,7	1,75	0,30
36	37	36	19,3	1,92	0,30

шахтные испытания проводились в антиклинальной складке, где прочность карналлита ниже. Объясняется это несколько иной схемой испытаний. В шахтных условиях образец по одной грани оставался связанным с массивом, что должно было увеличить его прочность. Могли сказаться и абсолютные размеры образца, которые

Рис. 2.39. Зависимость упругих деформаций от напряжения [75].



были в 2–3 раза больше, чем в лабораторных испытаниях, а также его форма (кубическая).

Значения модуля упругости по результатам натуральных испытаний примерно в 2 раза выше значений, полученных по результатам испытаний в лабораторных условиях.

В [75] отмечается, что с увеличением нагрузки кривая деформирования изменяет угол наклона, соответственно чему уменьшается модуль упругости, причем изменение продольного и поперечного модулей протекает с разной скоростью (рис. 2.39). Коэффициент Пуассона увеличивается.

По результатам экспериментов, проведенных В.Л. Водопьяновым и др. в лабораторных и натуральных условиях [34, 75], установлено, что предел длительной прочности σ_{∞} карналлитовых образцов (и целиков) составляет (0,5–0,6) $\sigma_{сж}$. При превышении этого предела скорость деформирования резко возрастает и образец (целик) хрупко разрушается.

Была проведена оценка деформационно-реологического показателя карналлита в натуральных условиях. Использованы результаты замера смещений пород вокруг выработок, пройденных в карналлитовом пласте [77, 78].

Методика определения параметров ползучести породного массива по данным натуральных замеров радиальных перемещений точек массива в окрестности одиночной горизонтальной выработки с учетом времени T_0 , прошедшего с момента проведения выработки до установки замерной станции, изложена в [79]. Породный массив в окрестности выработки предполагается однородным и изотропным, а его деформации описываются линейным интегральным уравнением Вольтерра II рода с абелевым ядром ползучести, имеющим два параметра (α и δ).

Выражение для определения деформационно-реологического показателя $\delta \frac{\gamma H}{E}$ (время ^{$\alpha-1$}), зависящего от вида горной породы и характеризующего ее деформативность во времени, имеет вид:

$$\delta \frac{\gamma H}{E} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r}{R^2} (1 - \alpha) \frac{\Delta U_{t_2}^n - \Delta U_{t_1}^n}{t_2^{1-\alpha} - t_1^{1-\alpha}}, \quad (2.8)$$

где R — радиус выработки; r — расстояние от рассматриваемой точки приконтурного массива до центра выработки; t_1, t_2 — «моменты» наблюдений; $\Delta U_{t_2}^n, \Delta U_{t_1}^n$ — приращения смещений контура выработки (скважины), обусловленные ползучестью соответственно за интервалы времени $[T_0, t_1]$ и $[T_0, t_2]$.

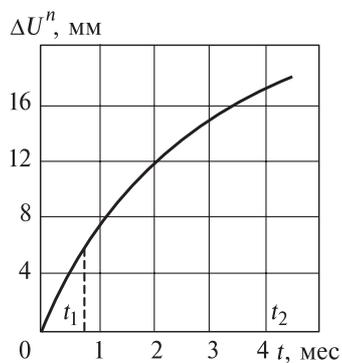


Рис. 2.40. К определению деформационно-реологического показателя карналлита.

В формуле (2.8) предполагается, что коэффициент бокового распора ненарушенного массива $\lambda = 1$.

Примем $\alpha = 0,7$.

На рис. 2.40 приведен график зависимости от времени горизонтального смещения контура сбойки № 1 между камерами 3–5 8-й восточной панели Первого Березниковского рудника. Примем $t_1 = 0,83$ мес., $t_2 = 4,00$ мес. Тогда $\Delta U_{t_1}^n = 6$ мм,

$$\Delta U_{t_2}^n = 17 \text{ мм}, R = 1,6 \text{ м}, \delta \frac{\gamma H}{E} = 3,15 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-0,3}.$$

На рис. 2.41, а приведен график зависимости от времени горизонтального смещения контура камеры № 4 и приконтурных пород.

Положим $R = 4$ м. Тогда в соответствии с формулой (2.8)

$$\delta \frac{\gamma H}{E} \Big|_{r=R} = 3,38 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-0,3}, \quad \delta \frac{\gamma H}{E} \Big|_{r=R+1} = 2,79 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-0,3},$$

$$\delta \frac{\gamma H}{E} \Big|_{r=R+2} = 1,80 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-0,3}, \quad \delta \frac{\gamma H}{E} \Big|_{r=R+3} = 1,21 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-0,3}.$$

Оценим полученные результаты качественно и количественно.

На рис. 2.41, б приведен график зависимости деформационно-реологического показателя от расстояния от контура выработки в глубь массива, из кото-

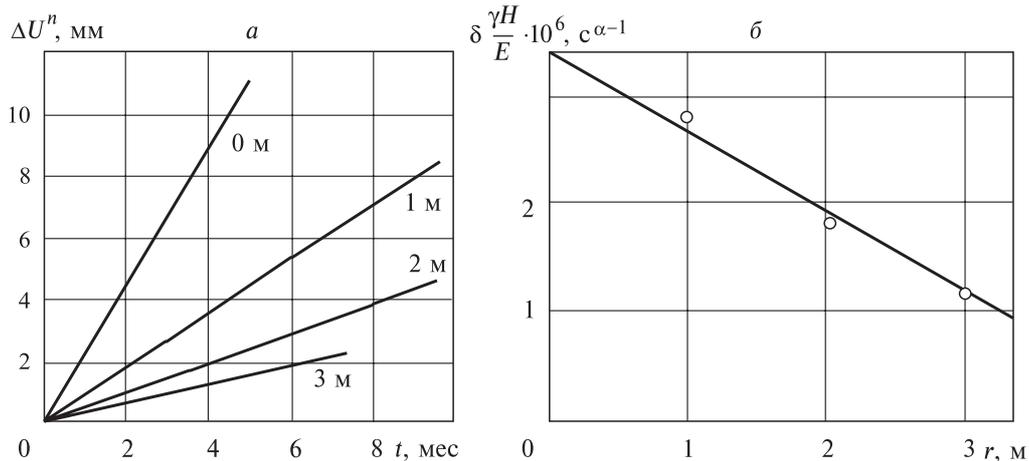


Рис. 2.41. К определению деформационно-реологического показателя карналлита вблизи камеры № 4 8-й восточной панели Первого Березниковского рудника [77, 78].

рого видно, что с удалением в глубь массива деформируемость приконтурных пород уменьшается. Аналогичный результат получен для условий соляных пород Старобинского месторождения [80].

Обращает на себя внимание следующий факт. При оставлении карналлитовой пачки в кровле выработки ее контур в целом деформируется более интенсивно и соответственно в этих условиях показатель $\delta \frac{\gamma H}{E}$ на порядок больше.

В работе [81] приведены результаты трехлетних инструментальных наблюдений за смещениями пород в окрестности выработок, пройденных по сильвинитовому пласту Кр. II в условиях Второго Березниковского рудника. Определенный по формуле (2.8) деформационно-реологический показатель $\delta \frac{\gamma H}{E} = 4,81 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-0,3}$. Если сравнить это значение с данными для камеры № 4 (см. рис. 2.41), то можно сделать вывод, что *в натуральных условиях сильвинит более деформативен во времени нежели карналлит*. Этот результат качественно совпадает с результатом, полученным для карналлитовых и сильвинитовых образцов.

Сравним реологические характеристики карналлита в натуральных условиях и в лабораторных (на образцах).

Примем $\gamma = 0,021 \text{ МН/м}^3$, $H = 235 \text{ м}$, $E = 0,8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$. Определим значение δ (время ^{$\alpha-1$}), соответствующее значению деформационно-реологического показателя $\delta \frac{\gamma H}{E} = 1,21 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-0,3}$. Получим $\delta = 0,0229 \text{ ч}^{-0,3}$.

Из подраздела 2.2 следует, что параметр сдвиговой ползучести карналлита $\delta_{\text{ос}} = 0,015 \text{ ч}^{-0,3}$.

Таким образом, *реологические показатели карналлита в натуральных и лабораторных условиях имеют одинаковый порядок*.

2.6. Деформирование и разрушение соляных пород вокруг горных выработок

Натурными и визуальными наблюдениями установлено, что в соляных и калийных рудниках горное давление проявляется в форме:

- интенсивной ползучести приконтурных пород, обуславливающей конвергенцию породного контура выработки и давление на крепь;
- прогрессирующего расслоения и последующего отслоения пород по поверхностям ослабления в виде глинистых прослоек и контактов между отдельными слоями.

Формам проявления горного давления соответствуют следующие формы потери устойчивости пород вокруг выработок:

- чрезмерные смещения обнаженной поверхности без видимого разрушения пород вследствие их пластических деформаций;
- разрушение по поверхностям ослабления;
- вывалообразование под действием собственного веса обрушающихся пород;
- трещинообразование и пучение почвы.

Эти формы потери устойчивости являются классическими и имеют место не только в соляных, но и в других породах. Вместе с тем, наблюдаются качественные и количественные особенности проявления горного давления в соляных породах.

В табл. 2.18 приведены данные о смещениях контура капитальных выработок в соляных породах на различных месторождениях и глубинах [82, 83], когда вблизи породного контура отсутствуют поверхности ослабления.

На небольших глубинах деформации ползучести незначительны. Отмечаются одинаковые смещения породного контура выработки по вертикали (кровля — почва) и по горизонтали (со стороны боков).

На больших глубинах (900–1200 м) проявление горного давления вокруг капитальных выработок приобретает новый качественный и количественный характер: деформирование приконтурного массива не затухает во времени и сопровождается разрыхлением пород. Сечения выработок уменьшаются значительно. Скорость смещений породного контура выработок возрастает в 2–3 раза, происходит даже «заплывание» выработок.

Процесс деформирования соляных массивов при отсутствии плоскостей ослабления развивается без заметного нарушения сплошности приконтурного массива. Между областями частичного и полного разрушения и неразрушенными породами не существует четко выраженной границы, хотя на ее положение ориентировочно указывает максимум концентрации напряжений, который перемещается в глубь массива в область неразрушенных пород.

На рис. 2.42 показаны некоторые результаты исследований качественной стороны процесса постепенного разрушения пород в окрестности околостволь-

Таблица 2.18. Смещения породного контура выработки в соляных породах [82, 83]

Вид выработки	Глубина выработки, м	Размер выработки, м	Продолжительность наблюдений, сут	Конвергенция, мм	Скорость конвергенции, мк/сут
Квершлаг в каменной соли без крепи	202	2,80×2,70	175	20	114
То же	750	4,20×5,30	180	38	211
Сбойка в каменной соли без крепи	230	3,00×4,00	150	12	80
То же	430	2,00×2,00	180	6,3	39
Штрек в каменной соли без крепи	435	3,00×3,50	300	31	103
То же	480	3,00×3,00	690	30	43
То же	650	3,00×3,00	570	60	105
Штрек в калийной соли без крепи	700	3,00×3,00	500	46	92
То же	705	3,00×3,00	400	40	100
Штрек в глинисто-соленосных (70 % соли) породах без крепи	920	3,00×3,00	500	30	60
Скважины в глинисто-соленосных породах (78 % соли)	1067	0,25×0,25	70	2,5	36
Ствол в каменной соли, монолитная железобетонная крепь толщиной 500 мм	300	6,00×5,00 (в свету)	750	6,4	9
То же	380	-//-	750	10	14
То же	430	-//-	750	13	17
Слепой ствол в каменной соли без крепи	840	5,00×5,00	365	25	70
Горизонтальная скважина в каменной соли	900	0,34×0,34	238	11	46

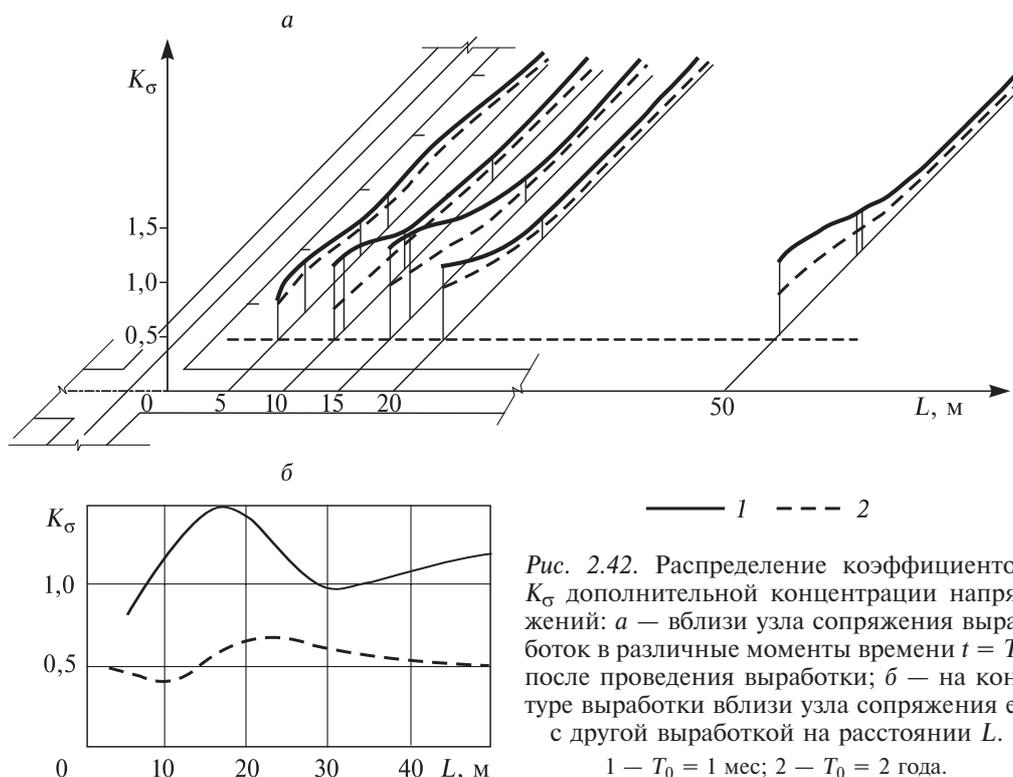


Рис. 2.42. Распределение коэффициентов K_σ дополнительной концентрации напряжений: а — вблизи узла сопряжения выработок в различные моменты времени $t = T_0$ после проведения выработки; б — на контуре выработки вблизи узла сопряжения ее с другой выработкой на расстоянии L .

1 — $T_0 = 1$ мес; 2 — $T_0 = 2$ года.

ных выработок Третьего Березниковского рудника во времени с применением метода подземного электрзондирования (ПЭЗ) [66].

Видно, что напряжения в соляных породах в окрестности подземных сооружений релаксируют во времени, причем наиболее интенсивно в местах их наибольшей первоначальной концентрации (стремятся к «выравниванию»). Зона повышенной концентрации напряжений в окрестности выработки со временем расширяется. Максимум напряжений «ползет» в глубь массива, уменьшаясь по величине. Это позволяет сделать вывод о том, что в соляных и соленосных породах напряжения не являются критерием устойчивости горных выработок.

На рис. 2.43 иллюстрируются результаты исследования плотностных свойств приконтурных пород [51] вблизи сопряжений пластовых и полевых выработок Первого Березниковского калийного рудника на глубине $H = 220-250$ м. Срок существования выработок — от нескольких месяцев до 20 лет.

Исследования проведены $\gamma - \gamma$ плотностным методом с целью выявления разуплотнения приконтурных пород, вызванного деформациями ползучести массива. В выработках со сроком существования более года наблюдается разуплотнение соляного массива в областях, примыкающих к контуру выработки. Коэффициент разуплотнения K_p достигает максимальных значений 1,02–1,07 вблизи контура выработки в ее кровле и уменьшается асимптотически, приближаясь к 1,0 на глубине 5–6 м.

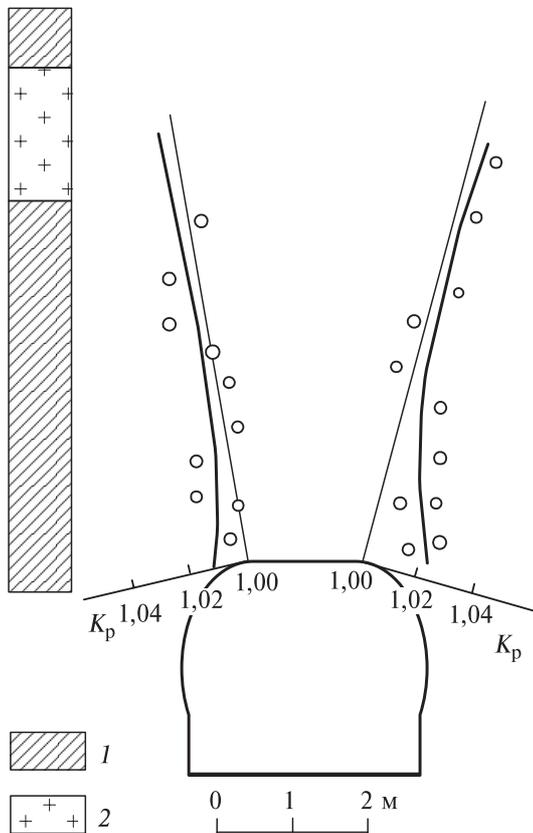


Рис. 2.43. Коэффициент разрыхления K_p в массиве соляных пород.

$H = 250$ м; Первый Березниковский рудник. 1 — силвинит; 2 — каменная соль.

Область значимого отличия K_p от 1,0 определяли из сравнения по F -критерию средних значений разуплотнения и их дисперсий с аналогичными характеристиками естественной вариации плотностных свойств пород и исследуемого пласта. Она имеет протяженность от 0,3 до 1,0 м в глубь массива. В выработках возраста не более года значимого изменения K_p в приконтурных породах не наблюдается.

Сравнивая результаты, приведенные на рис. 2.43, с результатами испытаний образцов соляных пород на жестком оборудовании, можно сделать вывод о том, что на глубинах 220–250 м приконтурные породы деформируются на допредельной стадии и в процессе ползучести разуплотняются (разрушаются).

Если контур выработки отличается от кругового или имеет технологические неровности, например, при проведении ее буровзрывным способом, вблизи контура выработки на выступах возникают и со временем развиваются растягивающие напряжения, что может привести к вывалообразованию породы.

Механизм вывалообразования достаточно прост: вес пород, заключенных в каком-то объеме, превышает их сопротивление отрыву, вследствие чего породы отделяются от массива и обрушаются в выработку. Примером вывалообразования является отрыв «kozyрька», образующегося в кровле выработки при проведении ее двумя сопрягающимися ходами комбайна. Много вывалов пород большого объема (до $1,5 \text{ м}^3$) наблюдается в местах сопряжений выработок нижнего горизонта Четвертого Солигорского рудника [84].

В любом реальном породном массиве существуют системы так называемых структурных поверхностей ослабления, сопротивление сдвигу по которым существенно меньше, чем по направлениям, не совпадающим с этими поверхностями. В соляных массивах к ним относятся глинистые прослойки различной мощности и контакты слоев.

Интенсивность расслаивания в значительной степени зависит от стратиграфического строения соляных пород в окрестности выработки.

Отслаивающаяся порода вызывает прогибы кровли выработки с последующим обрушением. Внезапно могут обрушаться соляные плиты толщиной от нескольких сантиметров до 1,2 м на площади от нескольких до сотен квадратных метров [1]. Инструментальными наблюдениями установлено, что расслаивание соляных пород распространяется на глубину 1,0–1,5 м от контура выработки в глубь массива как в кровле, так и в почве.

В табл. 2.19 приведены результаты инструментальных наблюдений за смещениями контура одиночных горных выработок на Третьем и четвертом Солигорских калийных рудниках [84].

В условиях Солигорских рудников соляная залежь состоит из четырех калийных горизонтов — с первого по четвертый (сверху вниз). Массив представляет «слоеный пирог», сложенный отдельными слоями незначительной мощности, между которыми встречаются глинистые прослойки мощностью от нескольких миллиметров до десятков сантиметров или отличающиеся по прочности от соляных пород прослойки, которые под нагрузкой снижают сцепление между отдельными слоями и создают естественные плоскости ослабления.

Из табл. 2.19 видно, что практически сразу после проведения выработки конвергенция в вертикальном направлении «кровля — почва» $\Delta U_{\text{кп}}$ превышает конвергенцию в горизонтальном направлении «бок — бок» $\Delta U_{\text{бб}}$.

Коэффициент $K_{\text{кп}} = \Delta U_{\text{кп}}/\Delta U_{\text{бб}}$ постоянен для всего интервала времени наблюдений (1–3 года) и не зависит от глубины расположения экспериментальных выработок.

Для характеристики влияния формы кровли выработок на интенсивность проявления горного давления в работе [74, 84] введено понятие расчетного пролета L_p , который меньше или равен пролету (ширине) выработки L .

В почве выработок $L_p = L$. Размеры h_3 зоны возможного разрушения пород в кровле (почве) выработки оцениваются как $0,7L_p$.

Таблица 2.19. Результаты наблюдений за деформированием контура одиночных капитальных выработок на Солигорских калийных рудниках [84]

Номер выработки	Рудник	Глубина заложения выработки H , м	Мощность ближнего к контуру коржа n , см		Суммарная мощность глины в зоне возможного обрушения Σm_i , см		Время t^* , сут	Коэффициенты, учитывающие геологические факторы		
			в кровле	в почве	в кровле	в почве		$K_{\text{кп}} = \frac{\Delta U_{\text{кп}}}{\Delta U_{\text{бб}}}$	$\frac{K_{\text{к}}}{2} = \frac{\Delta U_{\text{к}}}{\Delta U_{\text{б}}}$	$\frac{K_{\text{п}}}{2} = \frac{\Delta U_{\text{п}}}{\Delta U_{\text{б}}}$
1	3	700	15,0	12	27,0	8,2	1	2,70	2,10	0,60
2	3	725	9,0	33	35,8	7,6	2	2,75	2,20	0,45
3	3	780	66,0	29	3,3	39,5	2	4,24	0,34	3,90
4	3	725	30,0	49	13,2	2,7	4	1,20	0,80	0,40
5	3	725	15,0	21	13,0	3,1	2	1,73	1,18	0,55
6	4	850	16,0	20	15,2	3,7	2	1,95	1,35	0,50
7	4	850	28,0	41	14,0	3,5	2	1,90	1,43	0,47
8	4	990	28,0	41	14,2	3,5	1	2,00	1,45	0,55
9	3	780	24,0	40	11,7	3,5	3	2,30	1,90	0,40
10	3	725	11,0	23	53,2	7,9	1	6,90	6,50	0,40
11	3	725	4,2	6	6,7	16,3	1	11,60	5,30	6,30

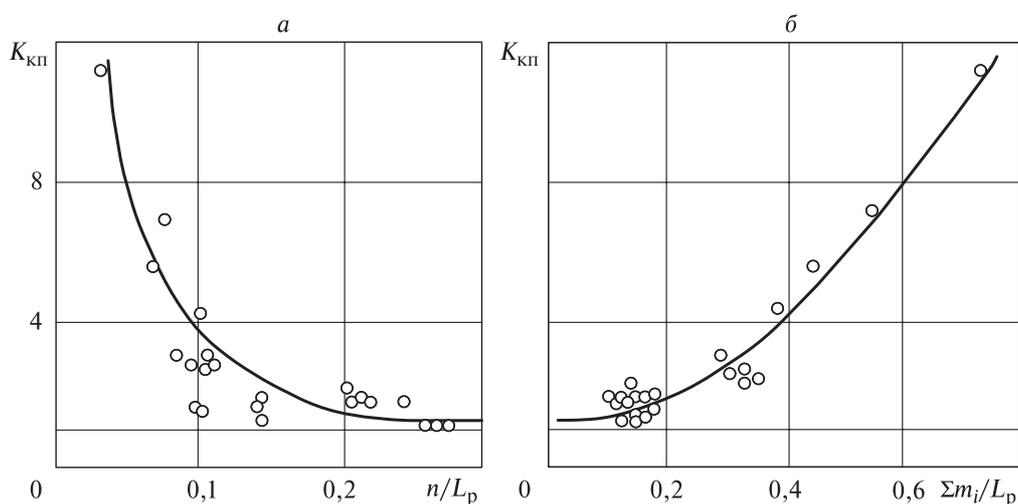


Рис. 2.44. Зависимость коэффициента $K_{кп}$, характеризующего неравномерность деформирования породного контура выработки, от факторов слоистости n/L_p (а) и $\Sigma m_i/L_p$ (б).

На рис. 2.44 приведены графики зависимостей коэффициента $K_{кп}$ от отношений n/L_p к $\Sigma m_i/L_p$, n — мощность первого неустойчивого слоя в кровле (почве) выработки, Σm_i — суммарная мощность глинистых прослоек, попадающих в зону возможного разрушения. Видно, что значение $K_{кп}$ изменяются в диапазоне от 1,0 до 12,0. При $n/L_p \geq 0$ и $\Sigma m_i/L_p = 0$ значение $K_{кп}$ стремится к 1,0, что может свидетельствовать о гидростатическом распределении напряжений в ненарушенном массиве соляных пород.

Смещения породного контура в кровле ΔU_k и почве ΔU_p равны до некоторого момента времени t_* , а затем $\Delta U_k > \Delta U_p$, если первый «корж» имеет меньшую мощность в кровле выработки (рис. 2.45, а), или $\Delta U_k < \Delta U_p$, если — в почве (рис. 2.45, б).

Значение t_* зависит от n и Σm_i , а также от глубины расположения выработки H . Например, для станций № 4 и 8 (см. табл. 2.19) значения n и Σm_i практически одинаковы. Для станции № 4 ($H = 725$ м) $t_* = 4$ сут; для станции № 8 ($H = 990$ м) $t_* = 1$ сут. При мощности «коржей» 6–12, 13–18 и 40 см и содержании глины соответственно 8–12, 13–17 и 39 % отслоение фиксируется в первую неделю существования выработки.

Независимо от геологических условий заложения выработок «момент» трещинообразования t_* в кровле наступает при достижении смещениями некоторой критической величины [74].

Таким образом, в массиве соляных пород процессы расслоения и отслоения пород по структурным поверхностям ослабления происходят на фоне ползучести, которая на больших глубинах приобретает нелинейный характер и сопровождается накоплением повреждений и разрыхлением. Уменьшение момента времени t_* на больших глубинах объясняется повышением интенсивности ползучести на этих глубинах.

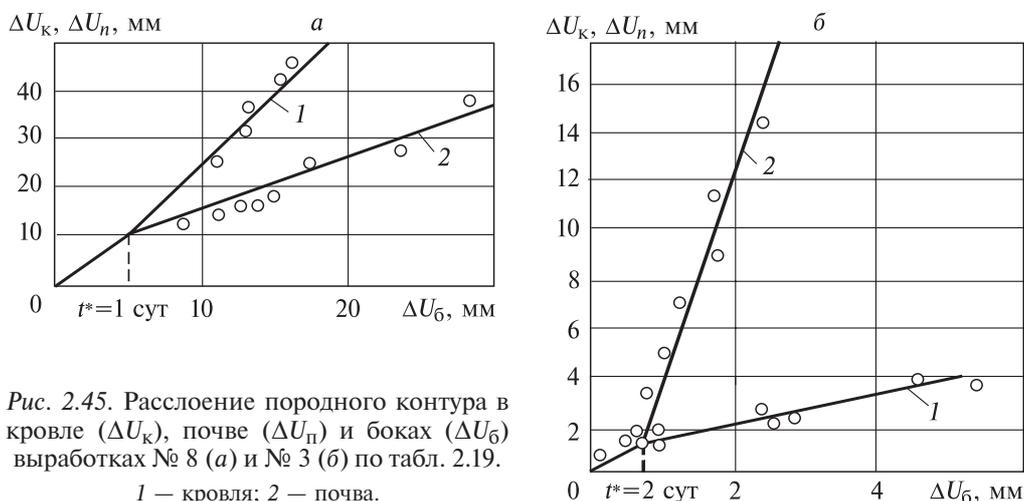


Рис. 2.45. Расслоение породного контура в кровле (ΔU_k), почве (ΔU_p) и боках (ΔU_b) выработках № 8 (а) и № 3 (б) по табл. 2.19.
1 — кровля; 2 — почва.

При определенных условиях происходит разрушение пород вокруг горных выработок путем сдвига или отрыва, а в более общем случае — путем сдвига и отрыва.

Основные факторы, влияющие на интенсивность проявления горного давления в соляных и калийных рудниках, — геологические показатели и фактор глубины расположения выработки.

Остановимся на литературных данных о деформировании и разрушении карналлитовой породы вокруг горных выработок.

Измерения деформаций целиков и кровли в карналлитовых выработках Первого Соликамского рудника и наблюдения за оседанием земной поверхности были начаты еще в 1934 г.

За время наблюдений (1937–1959 гг.), которые заключались в нивелировании по профильным линиям было установлено, что суммарно максимальные вертикальные смещения реперов составляют над участками, где разрабатываются пласты Кр. II и АБ — 60 мм, пласты Кр. II и В_к — 90 мм. Процесс оседаний земной поверхности протекает плавно со средней скоростью 1–5 мм/год.

Результаты сравнения средних величин сближения кровли и почвы на разрабатываемых пластах и их изменение во времени представлены на рис. 2.46. Различие в 3–7 раз в величинах сближения почвы с кровлей на карналлитовом и сильвинитовых пластах считается достоверно установленным фактом [85, 86].

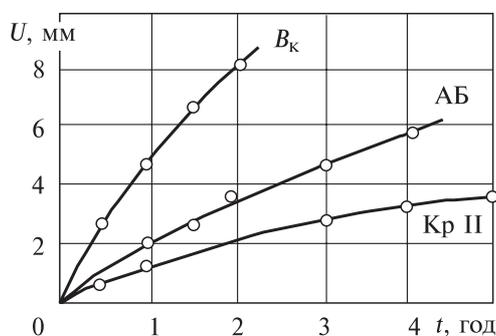


Рис. 2.46. Сближение кровли с почвой.

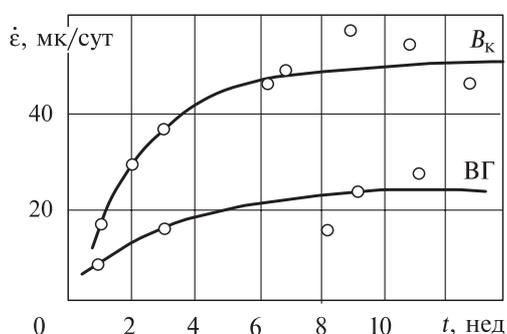


Рис. 2.47. Изменение скорости сближения почвы с кровлей за время наблюдений [85].

На рис. 2.47 показано изменение во времени скорости сближения почвы с кровлей при условии, что реперы закреплены в карналлитовой пачке или в пласте ВГ.

Видно, что опускание реперов, закрепленных в карналлите, происходит со скоростью на 40–50 % большей, чем реперов, закрепленных в пласте ВГ.

Эта разница становится еще более существенной с удалением места замера от границы с неотработанным массивом. Обследованием выработок установлено, что оставленная в кровле карналлитовая пачка любой мощности со временем сначала отслаивается, а затем и обрушается.

В работе В.Л. Водопьянова и Л.К. Патокина [34] приведены результаты исследований по измерению деформаций вокруг выработок, определению влияющих факторов и оценке на базе полученных данных несущей способности целиков и кровли.

Исследования проводили в условиях карналлитового пласта Первого Соликамского рудника. Средняя вы-

нимаемая мощность пласта составляла 8–10 м, глубина залегания — 200–230 м, проектная ширина камер — 8 м, целиков — 19 м. Наблюдательные станции были оборудованы глубинными и контурными реперами. Смещения реперов фиксировали индикаторами часового типа с ценой деления 0,01 и 0,002 м. Показания индикаторов снимали 2–3 раза в неделю. Наблюдения проводили в течение 100–400 сут.

Данные о деформации кровли камер представлены в табл. 2.20. Опускание кровли характеризуется средней скоростью, поскольку она оставалась постоянной в течение всего периода наблюдений в каждой камере.

Установлено, что опускание кровли носит непрерывный

Таблица 2.20. Данные о деформации кровли карналлитовых камер

Глубина заложения репера, м	Расположение в камере	Время наблюдения, сут	Суммарное опускание, мм	Скорость опускания, мкм/сут
Блок 13, камера 12				
6,0	По оси	365	16,9	28
4,0	»	365	19,0	35
1,9	»	365	19,0	35
0,9	»	365	22,4	44
0,0	»	97	0,8	-8
10,5	»	98	2,3	10
4,0	На 1/4 ширины	97	9,4	86
8,0	»	97	5,1	42
0,0	У целика	97	6,0	0
1,2	у целика	97	6,4	0
Блок 13, камера 22				
1,0	По оси	405	16,8	26
2,1	»	398	13,5	14
5,9	»	418	15,5	18
3,5	»	417	19,1	24
0,0	»	149	9,0	35
10,0	»	66	2,7	-1
4,0	На 1/4 ширины	151	4,0	-10
8,0	»	151	6,5	17
2,0	У целика	151	6,0	0
0,0	»	151	7,7	0

Рис. 2.48. Распределение скоростей опускания кровли на различной глубине [34] по оси камер блока 13.

характер. Величина и скорость опускания реперов даже на одной станции различны.

На рис. 2.48 показан график изменения скорости опускания кровли с глубиной по оси двух камер. Он показывает, что в пласте ВГ и карналлите деформации различны, но с глубиной затухают.

На границе пласта ВГ и карналлита наблюдается разрыв кривой опускания. Интересно отметить, что в камере 12 *меньшая ширина, но большая скорость опускания*. Авторы [34] объясняют этот факт меньшей (на $0,2 \div 0,3$ м) мощностью пласта ВГ в кровле этой камеры.

В кровле камер происходит *расслоение пород, ограниченное сводом обрушения*, высота которого примерно равна ширине камеры.

Критическая величина опускания кровли определяется предельно допустимым растяжением каменной соли при длительном деформировании, не вызывающим появления открытых трещин. По данным [85], предельная деформация растяжения составляет $0,010-0,013$.

Скорость опускания непосредственной кровли (пласта ВГ) незначительна — 50 мкм/сут. Абсолютная величина опускания за длительный период значительно меньше критической даже при ширине камеры $10-12$ м. На основании этого делается вывод о том, что проектная ширина камеры 8 м не является пределом, значение ее можно увеличить на $2-4$ м, т. е. до $10-12$ м [49].

Авторы работы [34] измеряли также поперечные деформации карналлитовых целиков на Первом Соликамском руднике. Места наблюдений охватывали разные условия: целики с закладкой и без нее, расположенные в центре шахтного поля и в краевых блоках, отработанные в разные сроки. Продолжительность наблюдений составляла от месяца до полутора лет, частота измерений индикатором часового типа — $2-3$ раза в неделю.

В течение всего периода наблюдений деформирование целиков протекало с равномерной скоростью. Средняя скорость поперечного расширения целиков изменялась в пределах $25-270$ мкм/сут и зависела главным образом от времени существования и положения целиков в шахтном поле.

В [87] показано, что неполная «сухая» закладка карналлитовых камер не оказывает влияния на устойчивость целиков. Этот же факт подтверждается измерениями, проведенными авторами работы [34]. Поэтому закладка была исключена из влияющих факторов. Из табл. 2.21, где приведены значения параметров системы разработки в «экспериментальных» блоках, видно, что параметры камер и целиков для всех блоков, кроме 7-го, близки друг к другу. Встречающиеся

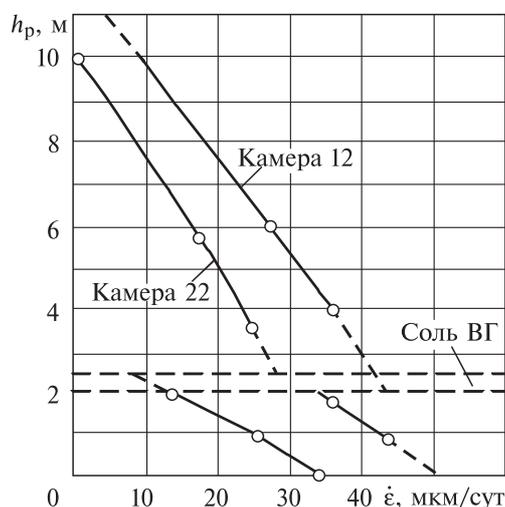


Таблица 2.21. Параметры «экспериментальных» камер и целиков, м

Блок	Камера		Целик		$\omega = \frac{a}{a+b}$	$\frac{a+b}{h}$
	a	h	b	h		
7	6,7	6,0	18,1	6,2	0,27	4,00
13	9,5	8,7	19,6	7,7	0,33	3,55
17	10,0	9,5	17,0	9,6	0,37	2,83
25	9,3	8,0	17,5	8,4	0,35	3,35
33	10,3	10,0	16,3	Неизв.	0,39	2,66
35	9,7	10,7	16,6	10,6	0,37	2,46
37	10,4	8,1	16,8	9,0	0,38	3,36
45	8,2	10,0	17,0	11,0	0,33	2,52

отклонения размеров их от средних по шахтному полю не отражаются на состоянии этих отдельных целиков [88].

Из табл. 2.22 и рис. 2.49–2.51 видно, что целики, расположенные на краю и в центре шахтного поля, испытывают различное давление. Это показывает и визуальное обследование выработок [87].

Различие в горном давлении может быть весьма значительным — в 1,5–2,0 раза, соответственно и скорость деформирования должна быть разной. В период до семи лет это установлено непосредственно замерами [34]. Измерения

Таблица 2.22. Данные о поперечном расширении карналлитовых целиков [34]

Место измерения		Расстояние от массива, м	Время существования целика, год		Продолжительность наблюдения, сут	Поперечное расширение целика за наблюдение, мм	Скорость поперечного расширения, мкм/сут
блок	камера		Всего	В т.ч. с закладкой			
7	17(1)	130	24,0	Не заложено	157	5,5	35
	17(2)	80	24,0	»	64	3,3	51
	19	100	22,5	21	62	1,5	24
	21	100	22,5	21	428	15,8	37
	22	125	21,5	19	111	5,2	47
	24	120	21,5	19	67	2,8	42
	32	0	21,5	19	152	4,1	27
13	12	150	3,1	Не заложено	333	31,3	184
	22	150	4,1	3	68	10,6	156
17	23	60	5,8	3	25	3,4	136
	28	120	5,0	Не заложено	25	1,9	77
	29	170	5,8	4	25	36	143
25	19	50	7,1	Не заложено	24	2,4	119
33	3	170	5,8	»	152	16,6	109
	4	90	5,1	»	157	4,2	27
35	4	260	10,0	4	157	43,0	272
37	11-ю	220	4,2	1	67	16,1	241
	14-ю	150	4,2	1	—	—	—
	15-ю	200	5,0	1	67	14,7	220
	17-ю	180	5,8	1	67	13,8	206
45	32	100	0,5	Не заложено	37	5,4	145
	34	90	1,0	»	37	4,6	125

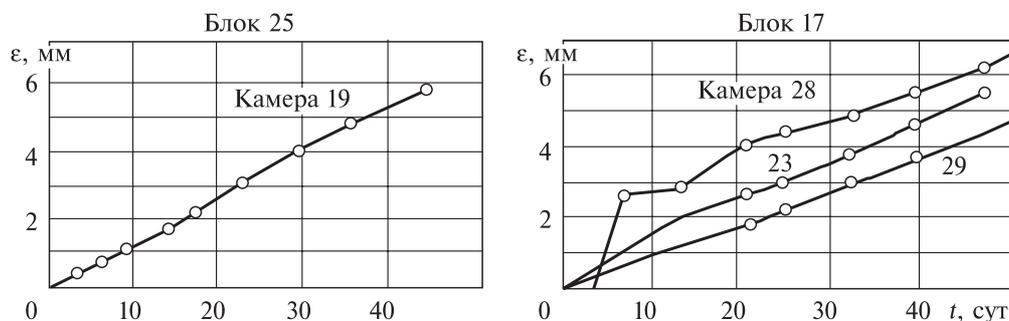


Рис. 2.49. Поперечное расширение целиков [34].

Камеры	Параметры, м:				
	a	$b_{л}$	$b_{п}$	$h_{л}$	$h_{п}$
19	10,0	19,0	19,5	10,8	10,8
23	9,0	17,0	18,0	9,0	11,0
28	12,0	17,2	17,0	12,0	11,6
29	10,8	16,4	17,8	10,5	12,0

на калийных рудниках ГДР [89] показали, что скорость поперечного расширения целиков в центре шахтного поля в 2,5–3,1 раза выше, чем на краю.

Таким образом, в работе [34] установлено, что при данных параметрах системы разработки максимально возможная нагрузка на целики в условиях пласта B_K не превышает 35–40 % от разрушающей.

В.Л. Водопьянов и И.Х. Габдрахимов [90] в шахтных условиях методом полной разгрузки исследовали напряженное состояние карналлитовых целиков в камерах 12 и 22 блока 13. Первая камера не заложена, вторая — заложена с отставанием закладочных работ от очистных на 5 лет. В широтном направлении точки измерений были удалены от нарушенного массива на $300 \div 450$ м, в меридиональном — на 120 м.

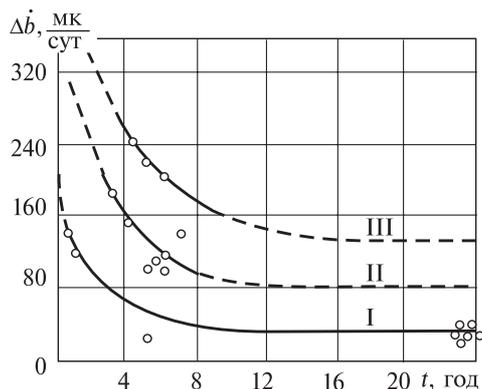


Рис. 2.50. Влияние времени существования целиков и положения в шахтном поле на их поперечное расширение [34].
I–III — глубины залегания, м: I — 200–220; II — 150–170; III — 200–220.

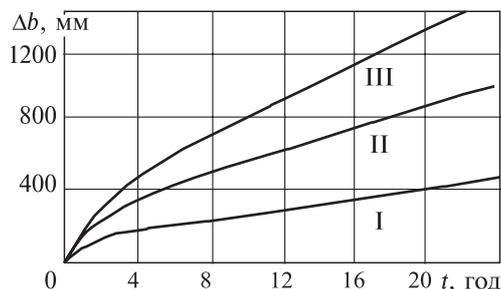


Рис. 2.51. Зависимость поперечного расширения целиков от времени их существования [34].

I–III — см. на рис. 2.50.

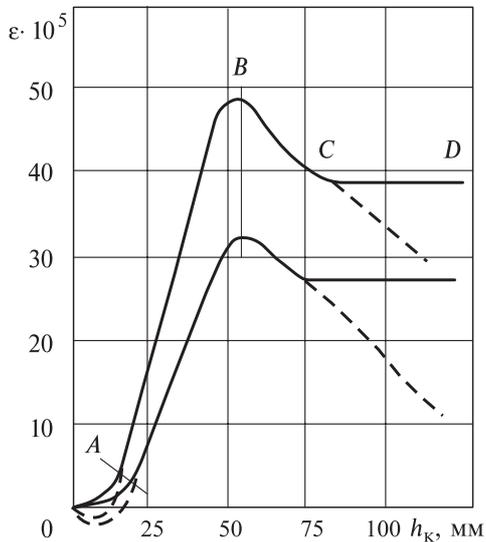


Рис. 2.52. Общий вид кривой разгрузки.

Разгрузочные скважины бурились в слое B_6 как наиболее слабом, определяющем устойчивость целиков. Во всех случаях полная разгрузка керна (наступление максимальной деформации) происходила при длине керна 30–50 мм, что составляет 0,3–0,5 диаметра скважины. Общий вид кривой разгрузки показан на рис. 2.52. Интересно, что во всех измерениях имела место нисходящая ветвь (BC), которая в исследованиях других авторов [91, 92] в то время не выделялась или отмечалась как случайное явление. В настоящее время общепризнанно, что ветвь BC характеризует стадию лавинного разрушения, а ветвь CD — стадию остаточной прочности.

Результаты замеров и расчетов напряжений в целиках [90] показаны на рис. 2.53 и в табл. 2.23. Модуль упругости и коэффициент Пуассона определяли в лабораторных условиях ($E = 0,9 \cdot 10^4$ МПа, $\mu = 0,42$).

Из рис. 2.53 видно, что напряжения меняются скачкообразно и в довольно широких пределах. Аналогичная картина была получена на одном из калийных рудников ФРГ [93].

В [90] получена теоретико-экспериментальная эпюра распределений напряжений по сечению целика (рис. 2.54). Аналогичная эпюра напряжений была зафиксирована другими авторами [91, 92]. В краевых участках целиков наблюдается концентрация напряжений, максимальные значения которых в 1,4–1,7 раза больше средних.

Таблица 2.23. Данные о напряженности карналлитовых целиков [90]

Глубина скважины, м	Относительная деформация, 10^{-5}		Напряжение, МПа	
	осевая	поперечная	осевое	поперечное
Целик 10–12				
0,10	33	28	5,02	4,72
1,40	39	18	5,2	3,89
1,80	58	33	8,05	6,5
2,40	38	19	5,15	3,96
3,00	31	—	—	—
3,40	40	29	5,86	5,17
3,90	52	29	7,2	5,75
4,50	—	—	—	—
5,00	27	18	3,87	3,32
5,50	31	28	4,8	4,67
6,00	28	—	—	—
Целик 22–24				
0,30	5	4	0,75	0,69
0,80	31	14	4,14	3,08
1,30	27	9	3,34	2,32
1,80	45	30	6,35	5,53
2,30	24	—	—	—
2,80	38	16	5	3,63
3,40	32	16	4,33	3,34
4,50	38	31	5,74	5,3
5,00	36	27	5,32	4,68
6,00	22	—	—	—
3,50	24	18	3,55	3,16
1,90	48	31	6,34	5,77
2,50	21	17	3,16	2,9
3,00	27	14	3,68	2,87

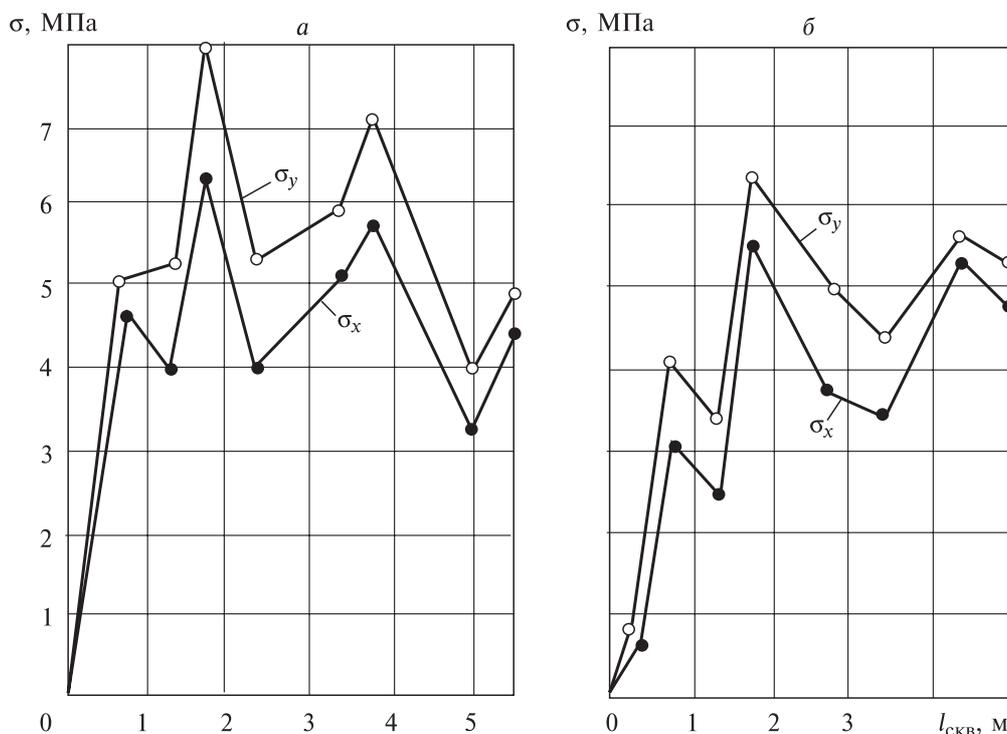


Рис. 2.53. Распределение напряжений в краевых зонах целика (по замеренным данным) [90].

На основании проведенных шахтных измерений напряжений в карналлитовых целиках авторы работы [90] делают вывод о том, что запас прочности целиков при $a = 8$ м, $b = 19$ м, $H = 250$ м, $\sigma_{сж} = 19$ МПа, $\gamma = 0,017$ МН/м³, $h = 8$ м составляет $2,5 \div 3,0$. Это говорит о большой их несущей способности и возможности совершенствования параметров системы разработки.

Представляют интерес приведенные в работе В.Л. Водопьянова [31] распределения количества зафиксированных нарушений в кровле и целиках карналлитовых выработок в зависимости от ширины камер и целиков. Из табл. 2.24 и 2.25 видно, что какая-либо зависимость между количеством нарушений и значениями параметров разработки (a , b) отсутствует.

Б.В. Лаптев и др. [94] в натуральных условиях Первого Березниковского рудника по методике ИГД СО РАН [95] методом буровых скважин опреде-

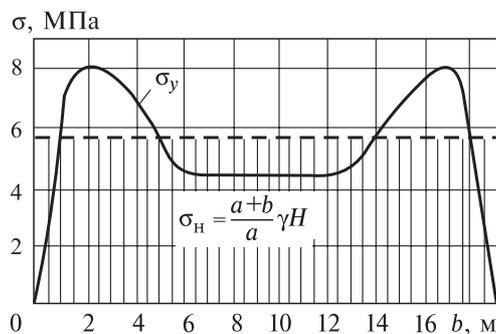


Рис. 2.54. Распределение напряжений по сечению целика [90].

Таблица 2.24. Распределение зафиксированных нарушений карналлитовых выработок [31]

Ширина камер, м	Удельный вес обследованных камер, %	Количество трещин	Количество обрушений пласта ВГ
< 8	12	9	13
8–9	24	12	22
9–10	30	8	15
10	34	8	17
Всего...	100	37	67

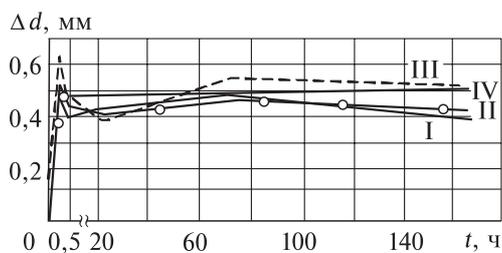
Таблица 2.25. Распределение зафиксированных нарушений карналлитовых целиков [31]

Ширина целиков, м	Удельный вес обследованных целиков, %	Количество трещин	Количество заколов
< 16	25	4	11
16–17	25	17	14
17–18	28	16	18
18–19	16	13	11
>19	6	7	8
Всего...	100	57	62

ляли напряжения в карналлитовом массиве, окружающем штрек шириной 6 м, пройденный на глубине $H = 280$ м. Использован четырехкомпонентный скважинный деформометр. На рис. 2.55 показан график изменения диаметра скважин во времени на глубине 3,0 от обнажения. Установлено, что в стенке выемочного штока на глубине 6,0 м горизонтальная составляющая тензора напряжений имеет величину 21 МПа и направлена под углом $22,5^\circ$ к горизонтали, а перпендикулярная к ней составляющая равна 18,5 МПа (соответственно 3,0 и $2,8 \gamma H$). На глубине 3,0 м от обнажения одна из составляющих компонент тензора напряжений равна 9,9 МПа, другая — 5,6 МПа (соответственно 1,5 и $0,85 \gamma H$).

Исследования показали, что карналлит может накапливать напряжения до $3\gamma H$ [94]. Зона повышенных напряжений распространяется на глубину более ширины выработки. При этом величина напряжений увеличивается от обнажения в глубину массива и достигает максимума на глубине одного диаметра выработки. Породы междупластья нагружены боковым усилием, равным 0,9–6,5 МПа.

Натурные наблюдения за смещениями приконтурных пород в окрестности выработок, пройденных в карналлитовом пласте, были организованы и проведены на Первом Березниковском руднике под руководством Бя М.М. [77, 96]. В кровле междукамерных сбоек оставляли при проходке слои карналлита мощностью 0,1–5,0 м. Состояние кровли в течение 5 мес наблюдений было удовлетворительным, обрушений или вывалов карналлита из кровли и боков не произошло. Результаты инструментальных наблюдений приведены на рис. 2.56 и 2.57. Глубина залегания пласта В_к на 8-й восточной панели, где были проведены наблюдения, составляет $H = 235$ м. Параметры системы разработки следующие: $a = 8$ м, $b = 17,0$ м, $h = 6,0$ м.



Степень нагружения междукамерных целиков $C = 0,28$ при $\sigma_{сж} = 11$ МПа.

Исследования влияния горных работ на изменение напряженно-деформированного состояния (НДС)

Рис. 2.55. Ползучесть карналлита на глубине 3,0 м от обнажения [94].

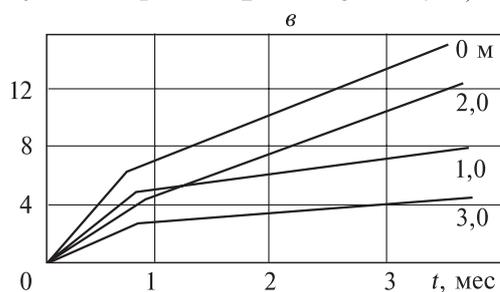
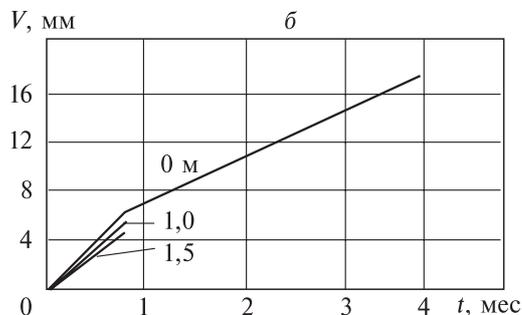
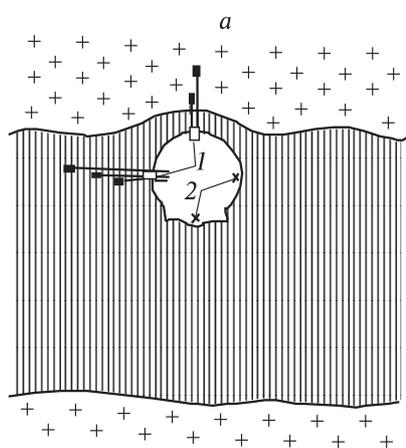


Рис. 2.56. Схема замерной станции (а), горизонтальное (б) и вертикальное (в) смещения контура выработки [96].
1 — глубинные реперы, 2 — контурные.

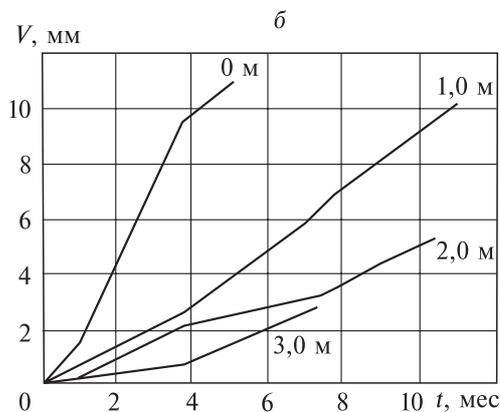
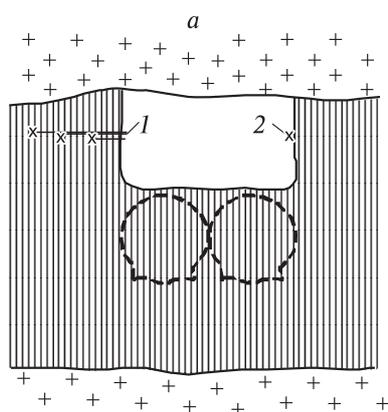


Рис. 2.57. Схема замерной станции (а) и смещение породного контура (б) выработки во времени [96].

приконтурных пород приводили в блоках № 107 и 109 рудника Первого Соликамского рудоуправления [77, 96].

Было установлено 10 замерных станций, каждая из которых представляла собой два горизонтальных репера, закрепленных в стенках выработок на глубинах от 0,6 до 2,2 м в одной вертикальной плоскости.

Необходимо отметить весьма хаотичный порядок отработки камер в блоках. В каждом блоке в стадии отработки находились постоянно две камеры, причем не обязательно соседние. Кроме того, линии фронтов очистных работ могли опережать то в одном, то в другом блоке. Поэтому постоянно имела

место отработка целиков, оставляемых в выработанном пространстве, что, несомненно, сказывалось на устойчивости выработок и затрудняло интерпретацию результатов.

Установлено, что сжатие стенок междукамерных целиков с наибольшей скоростью происходит на линии фронта очистных работ. Скорость сжатия (оседания) целиков при этом может достигать 0,12 мм/сут. В выработанном пространстве скорость сжатия стенок целиков значительно уменьшается за счет их «ухода» от нагрузок и выпучивания в камеру вплоть до полного обрушения. Частичное обрушение стенок происходит примерно через 250 сут после обработки камеры, т. е. на расстоянии фронта очистных работ не менее 100 м.

Абсолютная величина и скорость деформирования стенок выемочного штрека (торцевых частей междукамерных целиков) на отдельных его участках колеблются соответственно в пределах: $v \in [6; 18 \text{ мм}]$, $\dot{V} \in [0,05; 0,25 \text{ мм/сут}]$. Скорость деформирования резко возрастает на линии фронта очистных работ и только в период проходки камер, а затем в 5 ÷ 10 раз уменьшается во времени.

Размер зоны опорного давления позади фронта очистных работ составляет 40 ÷ 60 м, впереди фронта — не установлен.

В работе [77] делается заключение о довольно низкой скорости и небольшой величине деформирования приконтурных пород в штреке и камерах, и соответственно о чрезмерном запасе прочности в параметрах системы разработки ($\omega = 25\text{--}27 \%$).

Г.Д. Полянина и Ю.А. Виноградов [97] исследовали напряженно-деформированное состояние массива методом полной разгрузки по схеме ВНИМИ и установили взаимосвязь складчатости и напряженно-деформированного состояния пород карналлитового пласта.

В работе В.Е. Мараква и др. [98] приведены результаты инструментальных наблюдений за оседанием земной поверхности на руднике БПКРУ-1 в районе 7, 8 и 9-й восточных панелей.

Интересно, что при увеличении глубины залегания пласта V_K всего на 9 м (с 226 до 235 м) и одновременном уменьшении ширины междукамерных целиков всего на 1 м (с 18 до 17 м) скорость оседаний дневной поверхности возрастает в 2 раза.

Глава 3

МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБРАЗЦОВ СОЛЯНЫХ ПОРОД ВЕРХНЕКАМСКОГО КАЛИЙНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

3.1. Изготовление образцов

Изготовление образцов — важное и сложное мероприятие, требующее определенных временных и материальных затрат. Так как соляные породы достаточно гигроскопичны, то при выбурировании, распиловке и изготовлении образцов, их транспортировке и хранении, необходимо создавать условия, препятствующие поверхностному проникновению влаги (влажного воздуха) в образцы. Другим необходимым требованием является обеспечение допуска в отклонении геометрических размеров от идеальных для испытываемых образцов.

Монолиты сильвинитовых пород призматической формы выбуривали из пласта Вс рудника СКРУ-2 (слои 1–6) ОАО «Сильвинит», затем консервировали с целью гидроизоляции несколькими слоями полиэтиленовой пленки. В лаборатории ОАО «Галургия» (Березники) из них были изготовлены образцы цилиндрической формы $h/d = 2,0; 1,0; 0,5$ в соответствии с требованиями ГОСТ [100].

Цилиндрические образцы сильвинита (средний диаметр 43,5 мм) имели мелко- и среднезернистую структуру, состояли из включений сильвина красного и молочно-белого цвета с размером зерна до 1–4 мм, серого и прозрачного галита с размером зерна до 10 мм (см. вкл. рис. 3.1).

Монолиты карналлитовой породы призматической формы выбуривали из пласта Вк рудника СКРУ-1 (слои 2, 4, 6) ОАО «Сильвинит», затем консервировали с целью гидроизоляции несколькими слоями полиэтиленовой пленки. В лаборатории ОАО «Галургия» (Березники) из них были изготовлены образцы призматической формы $h/a = 2,0; 1,0; 0,5$ в соответствии с требованиями ГОСТ [100]. Размер всех образцов в плане в соответствии с рекомендациями [101] поддерживался как $a = 80 \pm 0,5$ мм. При распиловке не применяли охлаждающие жидкости. Параллельность противоположных и перпендикулярность смежных граней соответствовала ГОСТ [100]. Образцы завертывали в полиэтиленовую пленку, упаковывали в картонные коробки, которые обматывали скотчем.

Образцы карналлита состояли из массивных грубозернистых агрегатов, имели мясо-красный или янтарно-перламутровый цвет, зерна слегка вытянутые размерами 1 см на 2–3 см (см. вкл. рис. 3.2). Наблюдались отдельные прослойки неправильной формы серого цвета толщиной 5–10 мм.

Монолиты подстилающей каменной соли отбирали на 4-м Березниковском руднике. В лаборатории ОАО «Галургия» (Березники) из них изготавливали призматические образцы, средний размер которых в плане составлял 52 мм. Образцы имели крупнозернистую структуру (размер зерна достигал 10–15 мм), состояли из темно-серого перистого галита с включениями светлого и прозрач-

ного галита (см. вкл. рис. 3.3). Некоторые образцы содержали раковины и сколы на ребрах.

Также были изготовлены образцы каменной соли цилиндрической формы (средний диаметр 43,5 мм) шести типоразмеров ($h/d = 0,33; 0,5; 0,75; 1,0; 1,5; 2,0$).

Образцы доставили в Пермский государственный университет, где проводили эксперименты (согласно ГОСТ 21153 [100]) в лаборатории кафедры механики сплошных сред и вычислительных технологий механико-математического факультета. Образцы извлекали из гидроизоляционного материала непосредственно перед испытаниями. В коробку с остатками образцов укладывали силикогель, закрывали полиэтиленовой пленкой. Все испытания были проведены в течение одного — двух месяцев после изготовления образцов.

3.2. Методика проведения испытаний

Определение механических характеристик образцов проводили на универсальной испытательной машине *Zwick/Roell Z-250* [102] (рис. 3.4) с максимальной нагрузкой 250 кН и постоянной скоростью перемещения траверсы

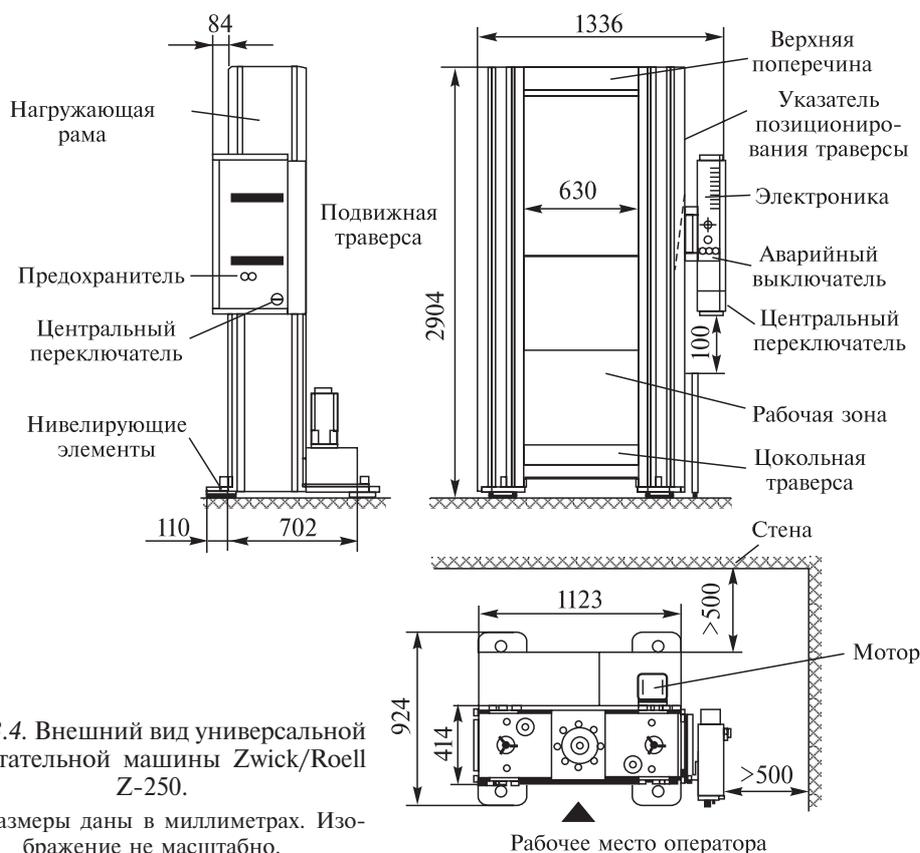


Рис. 3.4. Внешний вид универсальной испытательной машины *Zwick/Roell Z-250*.

Все размеры даны в миллиметрах. Изображение не масштабно.

$V_u = \text{const}$. В ходе нагружения осуществляли промежуточную разгрузку (петля гистерезиса) с целью определения модуля гистерезиса, идентифицируемого как упругий модуль образца.

Были проведены также единичные испытания с фиксацией перемещения траверсы (фиксации нагрузки) в течение некоторого времени перед осуществлением петли гистерезиса с целью выяснения скорости релаксации напряжений (скорости ползучести).

На контакте между образцом и траверсой машины не применяли прокладки, не использовали какую-либо смазку. Таким образом обеспечивался режим сухого трения.

Результатом испытания образца на универсальной испытательной машине Zwick/Roell Z-250 являлась автоматически получаемая диаграмма «условное напряжение — относительная продольная деформация» — σ_z (ε_z).

Условное напряжение определялось как отношение текущей осевой нагрузки на образец $P(t)$ к начальной площади поперечного сечения образца S . Относительная продольная деформация представляет собой отношение текущей абсолютной деформации (перемещения траверсы машины) $\Delta h(t)$ к начальной высоте образца h . Типичные машинные диаграммы « $\sigma_z - \varepsilon_z$ » приведены на рис. 3.5 (см. вкл.).

При обработке экспериментальных кривых для различных скоростей деформирования на образцах трех типоразмеров определяли следующие механические величины:

- предел прочности при сжатии ($\sigma_{\text{пр}}$, МПа) — отношение максимальной нагрузки на образец (P_{max}) к начальной площади его поперечного сечения (S);
- разрушающую деформацию ($\varepsilon_{\text{пр}}$, %), которая соответствует пределу прочности и характеризует степень «пластичности» породы;
- касательный (начальный) модуль деформации (D_y , ГПа) — тангенс угла наклона линейной части диаграммы нагружения к горизонтальной оси;
- модуль упругости (E , ГПа) — тангенс угла наклона касательной к кривой разгрузки (гистерезисе);
- модуль деформации (секущий) на пределе прочности ($D_{\text{пр}}$, ГПа) — тангенс угла наклона прямой, соединяющей начало координат и максимальную точку диаграммы;
- модуль спада ($M_{\text{пр}}$, ГПа) — тангенс угла наклона прямой, характеризующий в целом ниспадающую диаграмму деформирования;
- удельную энергию разрушения (на единицу объема) (W , Н/см²) как энергию, требуемую на разрушение образца, отнесенную к его первоначальному объему;
- жесткость образца при разгрузке ($G_0 = M_{\text{пр}}S/h$, МН/м) — произведение модуля спада на площадь поперечного сечения образца, отнесенное к его высоте.

Были испытаны 300 образцов сильвинита (по 15–18 образцов из шести слоев) при скоростях перемещения траверсы 0,1; 1 и 10 мм/мин. Длительность одного испытания составляла от нескольких минут (при скорости 10 мм/мин) до 1,5 ч (при скорости 0,1 мм/мин).

Было испытано порядка 150 образцов карналлита (по 15–18 образцов каждого типа размера из трех слоев), а также 30 призматических и 100 цилиндрических образцов подстилающей каменной соли со скоростями 0,1 и 1 мм/мин*.

3.3. Качественный характер деформирования и разрушения образцов соляных пород

Процессы деформирования и разрушения образцов соляных пород различной геометрии протекают по-разному. Это объясняется, прежде всего, различием в напряженном состоянии таких образцов, приводящим для структурно-неоднородных материалов, каковыми являются соляные породы, к некоторым характерным типам разрушения.

Напряженное состояние высоких ($h/d = 2,0$) образцов близко к одноосному. Зона краевого эффекта контакта с траверсой испытательной машины минимальна и не оказывает существенного влияния. Разрушение реализуется в виде вертикальных трещин (отслоений), иногда диагональных, немного изогнутых. На рис. 3.6, а (см. вкл.) показаны высокие образцы сильвинита, диагональные трещины образуются при наличии макроскопических диагональных включений.

При разрушении образцов карналлита образуются «сосульки», пирамидки, конусы, пластинки, расположенные вертикально (см. вкл. рис. 3.6, б). Имеются красноватые, прозрачно-желтые и вспененные беловатые фракции. Некоторые красноватые фракции как будто оплавлены, имеют неправильную форму. Для карналлита слоя б наблюдалось разрушение в виде одной диагональной плоскости, в результате чего образец распадался на две треугольные призмы.

Разрушение каменной соли происходит при образовании вертикально-диагональных изогнутых трещин (см. рис. 3.6, в).

Разрушение породных образцов средней высоты ($h/d = 1,0$) можно считать частично дисперсным. Оно происходит в конических областях с формированием небольших трещин. На рис. 3.6, г (см. вкл.) показан характерный конус, образованный при разрушении крупнозернистого образца сильвинита.

Ниспадающая ветвь диаграммы «напряжение — деформация» при разрушении образца карналлита состоит из двух частей: медленной равновесной (нелинейной) и неравновесной неконтролируемой (линейной) разгрузки. Особенно это характерно для образцов слоя б, где наблюдаются в основном неконтролируемые ниспадающие ветви, сопровождаемые резким хлопком. Это означает, что материал слоя б является более хрупким. На рис. 3.6, д (см. вкл.) показана конечная, близкая к осесимметричной, форма кубического образца карналлита.

Разрушение низких образцов ($h/d = 0,5$) является дисперсионным и происходит с внешней поверхности образца вблизи его срединной поверхности. Магистральные трещины не образуются.

Краевые эффекты, создаваемые наличием трения на контактных границах, охватывают весь образец и пересекаются, взаимно усиливая друг друга.

* Непосредственно эксперимент выполнен заведующим лабораторией кафедры механики сплошных сред и вычислительных технологий Пермского государственного университета А.Ф. Мерзляковым.

В некоторых случаях центральная часть образца значительно расширяется, выдерживая без разрушения значительные нагрузки и деформации, достигающие 50 % (слой 6, рис. 3.7, см. вкл.). Ниспадающая ветвь диаграммы не достигается вообще.

Если измерить радиус центральной части образца и усилие в момент окончания эксперимента для коротких и средних образцов, то можно обнаружить, что истинное среднее сжимающее напряжение $\sigma_k = F_k/S_k$ превосходит максимальное условное напряжение (предел прочности) на 8 % для $h/d = 1$ и на 16 % для $h/d = 0,5$. Этот факт подтвержден экспериментально на выборке из шести образцов сильвинита слоя 2 для каждого типоразмера. Отсюда следует, что появление ниспадающей ветви — скорее эффект конструкции (образца), а не материала.

Наличие значительного вклада давления в напряженное состояние коротких образцов приводит к накоплению упругой энергии, которая для карналитовых пород высвобождается достаточно быстро. При достижении максимального напряжения (прочности при сжатии) в образце практически мгновенно образуется система трещин, раздается сильный хлопок, сопровождающийся сотрясением (вибрацией) всей испытательной машины. Хрупкое разрушение приводит к выбросу отдельных фрагментов образца на расстояние 0,5–1 м.

Если геометрия образца минимально отклоняется от идеальной (отклонение по высоте образца для различных углов не превышает 0,5 мм), то «выброс» периферийных частиц происходит равномерно со всех сторон. В центре остается «целое» ядро (см. вкл. рис. 3.6). Частицы ядра практически не имеют сцепления. Если взять ядро в руки, оно рассыпается в песок (бело-розовые неправильной формы песчинки размерами не более 1–2 мм) и красноватые вытянутые в вертикальном направлении (около 10 мм) фрагменты.

Разрушение «низких» образцов происходит путем деления материала на микроконусы, тонкие узкие пластинки, мелкие округлые фрагменты (песчинки). Мясо-красная до опыта поверхность образца после разрушения становится белесой, покрывается паутиной белых трещин и разводов (см. вкл. рис. 3.8). Внутренняя часть поверхности после разрушения — белая, местами матово-красная. Частично целыми остаются большие вытянутые пластинки с фрагментами плоскостей от наружной поверхности образца.

На рис. 3.9 (см. вкл.) показано дисперсионное разрушение внешней цилиндрической поверхности образца перистой каменной соли при $h/d = 0,5$.

Таким образом, при проведении опытов на сжатие образцов различной геометрии визуально наблюдаются существенные различия в характере их разрушения, которые имеют место и в природных условиях.

3.4. Результаты испытаний

3.4.1. Прочность на сжатие

Прочность на сжатие $\sigma_{пр}$ является наиболее важной характеристикой горных пород, которая используется в геомеханических расчетах.

В экспериментах обычно изучают влияние различных факторов на значение $\sigma_{пр}$: скорости деформирования, размеров и относительной высоты образца, влажности, температуры, граничных условий на торцах и др.

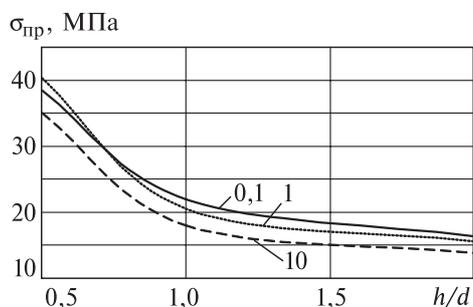


Рис. 3.10. Графики зависимости предела прочности $\sigma_{пр}$ образцов сильвинита на сжатие от геометрии образца.

Цифры на рисунке — значения $V_{и}$, мм/мин.

Графики зависимости прочности образцов сильвинита слоя 1 пласта Вс от относительной высоты образца при различных скоростях перемещения траверсы показаны на рис. 3.10. Видно, что влияние скорости на предел прочности

находится в пределах разброса данных эксперимента. Результаты статистической обработки всех экспериментальных данных представлены в Приложении.

В работе [103] указывается, что скорость деформирования образцов не оказывает существенного влияния на их прочность. В проведенных экспериментах установлено незначительное снижение прочности образцов с ростом скорости перемещения траверсы.

На рис. 3.11 приведены графики зависимости $\sigma_{пр}$ от коэффициента формы h/d для образцов, представляющих различные слои пласта Вс, при стандартной скорости перемещения траверсы, равной 1 мм/мин. Видно, что наихудшие показатели прочности имеют породные образцы сильвинитового слоя 4 из пласта Вс. Отметим, что значения прочности высоких образцов располагаются в диапазоне $\sigma_{пр} = 12-18$ МПа, что в 1,5–2,0 раза меньше, чем по данным работы [103] (24–26 МПа).

Весьма существенное влияние на прочность образцов при сжатии оказывает их минералогический состав. На рис. 3.12 приведены графики зависимостей

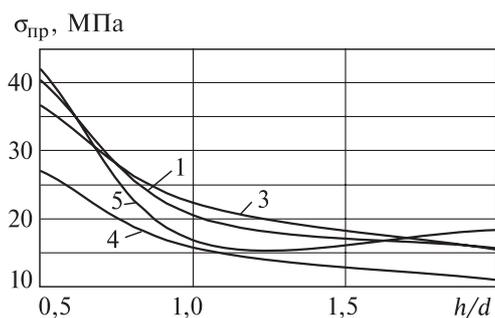


Рис. 3.11. Графики зависимости предела прочности $\sigma_{пр}$ образцов сильвинита на сжатие от геометрии образца для различных слоев пласта Вс.

Цифры на рисунке — номера слоев.

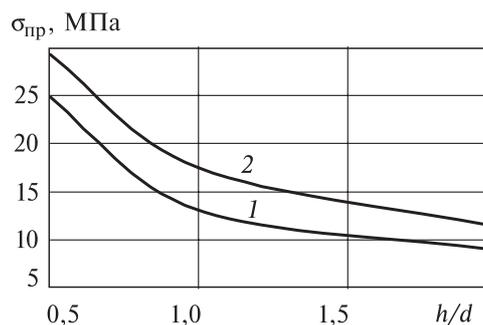


Рис. 3.12. Графики зависимости предела прочности $\sigma_{пр}$ образцов сильвинита при сжатии от геометрии образцов для слоя 4; $v = 1$ мм/мин.

1 — средне и крупнозернистые образцы молочно-белого цвета; 2 — мелкозернистые образцы серо-бурого цвета.

значений $\sigma_{пр}$ от формы h/d для образцов различного минералогического состава. Различие в значениях $\sigma_{пр}$ составляет 25–40 %.

Прочность образцов подстилающей каменной соли несколько выше прочности образцов сильвинита. Так, для цилиндрических образцов междупластовой каменной соли, исследованных на испытательной машине ИР 5143 в лаборатории ОАО «Галургия» (г. Березники) получены значения 50 МПа ($h/d = 0,5$), 32 МПа ($h/d = 1$) и 20 МПа ($h/d = 2$). Для прямоугольных образцов подстилающей каменной соли на испытательной машине *Zwick/Roell Z-250* получены значения прочности 27 МПа ($h/d = 0,5$), 23 МПа ($h/d = 1$) и 18 МПа ($h/d = 2$).

На рис. 3.13 приведены графики зависимостей предела прочности при сжатии $\sigma_{пр}$ для образцов карналлита четных (2, 4 и 6) слоев пласта Вк от коэффициента формы h/d при различных скоростях V перемещения траверсы.

Из рисунка 3.13 видно, что наибольшие отличия по прочности имеют место для образцов при $h/d = 1$, т. е. для образцов «средней» высоты. С уменьшением скорости деформирования прочность образца несколько увеличивается. Наибольшей прочностью обладают образцы слоя 6 при медленной скорости деформирования.

Установлено, что влияние скорости приложения нагрузки на значение предела прочности образцов карналлита на сжатие находится в пределах разброса результатов эксперимента, что согласуется с результатами работы [103].

В работе [30] отмечено, что существует предел изменения скорости в диапазоне 0,1Ц2,0 МПа/с нагружения, ниже которого прочность образцов карналлита при сжатии изменяется незначительно. В проведенном эксперименте задавали следующие скорости нагружения: для «низких» образцов ($h = 40$ мм) $V_{\sigma} = 0,063–0,84$ МПа/с, для «средних» образцов ($h = 80$ мм) $V_{\sigma} = 0,032–0,42$ МПа/с, для «высоких» образцов ($h = 160$ мм) $V_{\sigma} = 0,016–0,21$ МПа/с.

На рис. 3.14 приведены для сравнения графики зависимостей предела прочности на сжатие образцов сильвинита, каменной соли и карналлита от отношения h/d , при скорости перемещения траверсы, равной 0,1 мм/мин.

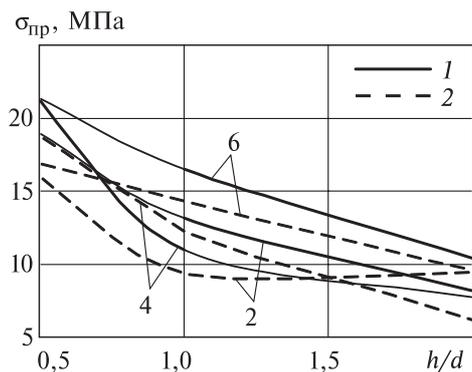


Рис. 3.13. Графики зависимости предела прочности $\sigma_{пр}$ образцов карналлита при сжатии от геометрии образца при V_u (мм/мин) = 0,1 (1); 1,0 (2).

Цифры на рисунке — номера слоев.

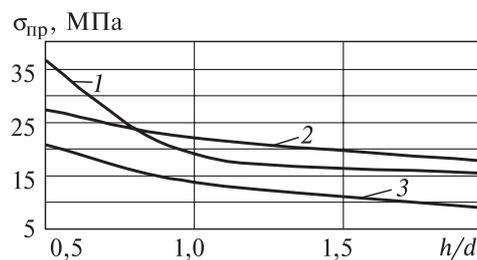


Рис. 3.14. Графики зависимости предела прочности образцов соляных пород при сжатии от их формы.

1 — сильвинит; 2 — каменная соль; 3 — карналлит.

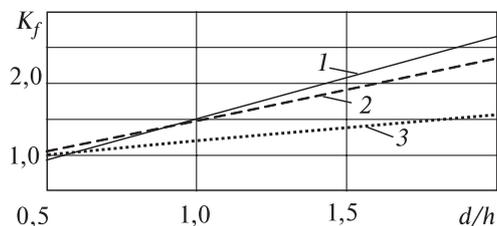


Рис. 3.15. Графики зависимости коэффициента формы K_f от отношения d/h для образцов соляных пород.

1 — сильвинит; 2 — карналлит; 3 — подстилаящая каменная соль.

Обычно в литературе для оценки прочности породных образцов и целиков различной формы вводят так называемый коэффициент формы в виде

$$K_f = \sigma_{\text{пр}}/\sigma_0, \quad (3.1)$$

где σ_0 — предел прочности «высоких» породных образцов ($h/d = 2$).

На рис. 3.15 приведены графики зависимости коэффициента K_f от отношения d/h , полученные при $V_u = 0,1$ мм/мин. Из рисунка видно, что у «низких» образцов предел прочности при сжатии в 1,5–2 раза выше, чем у «высоких». Видимо, эта оценка относится и к междукамерным целикам.

При статистической обработке результатов эксперимента установлены следующие уравнения прямой линейной регрессии:

— для образцов сильвинита

$$K_f = 0,36 + 1,15 d/h, \quad (3.2)$$

— для образцов карналлита

$$K_f = 0,61 + 0,87 d/h, \quad (3.3)$$

— для образцов подстилаящей каменной соли

$$K_f = 0,86 + 0,35 d/h. \quad (3.4)$$

Зависимости (3.2)–(3.4) могут быть использованы при оценке несущей способности целиков различного назначения.

3.4.2. Разрушающая деформация при сжатии

Разрушающая деформация $\varepsilon_{\text{пр}}$ при сжатии соответствует пределу прочности $\sigma_{\text{пр}}$ при сжатии. На рис. 3.16 приведены графики зависимости значений $\varepsilon_{\text{пр}}$ от h/d для породных образцов сильвинита. Видно, что значения $\varepsilon_{\text{пр}}$ уменьшаются с ростом высоты образцов. Влияние скорости перемещения траверсы на значение $\varepsilon_{\text{пр}}$ имеет место

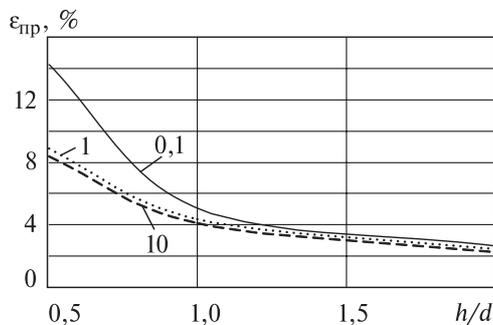


Рис. 3.16. Графики зависимости разрушающей деформации образцов сильвинита при сжатии от отношения h/d .

Цифры на рисунке — значения V_u , мм/мин.

Рис. 3.17. Графики зависимости разрушающей деформации образцов карналлита при сжатии от h/d при V_u (мм/мин) = 0,1 (1); 1,0 (2).

Цифры на рисунке — номера слоев.

только для «низких» образцов ($h/d \leq 1$). С ростом значений V_u значения $\epsilon_{пр}$ уменьшаются.

Из рис. 3.16 видно, что влияние геометрии образца на значения $\epsilon_{пр}$ существенно. При изменении значения h/d от 0,5 до 2,0 значения $\epsilon_{пр}$ уменьшаются от 8–14 до 2,5 %.

Полученные результаты практически совпадают с результатами работы [5(7)]: $\epsilon_{пр} = 3,1$ %.

Для образцов из различных слоев сильвинитового пласта Вс разрушающая деформация различается в пределах разброса экспериментальных данных.

Разрушающая деформация образцов каменной соли находится в пределах 1,8–2,5 % при $h/d = 2$ и 4,5–5 % при $h/d = 1$, т. е. практически совпадает с данными для сильвинита.

Влияние скорости деформирования на разрушающую деформацию образцов карналлита (рис. 3.17) более существенно, чем для сильвинита. С ростом скорости деформирования значения $\epsilon_{пр}$ падают. Видимо, проявляются реологические свойства карналлита.

Из рис. 3.17 видно, что при изменении значения h/d от 0,5 до 2,0 значения $\epsilon_{пр}$ для образцов карналлита при сжатии уменьшаются от 2,1 % до 0,4 %. Этот результат совпадает с результатом, приведенным в работе [101].

Величина $\epsilon_{пр}$ образцов карналлита существенно меньше (в 2–5 раз) разрушающей деформации образцов сильвинита и каменной соли, что говорит о повышенной хрупкости карналлита.

Понятие коэффициента формы также применимо и к описанию влияния относительной высоты образца на разрушающую деформацию $\epsilon_{пр}$. В этом случае можно ввести коэффициент

$$K_\epsilon = \epsilon_{пр}/\epsilon_0, \tag{3.5}$$

где ϵ_0 — разрушающая деформация породных образцов при сжатии при $h/d = 2$.

На рис. 3.18 показаны графики зависимостей $K_\epsilon = f(d/h)$ при $V_u = 0,1$ мм/мин.

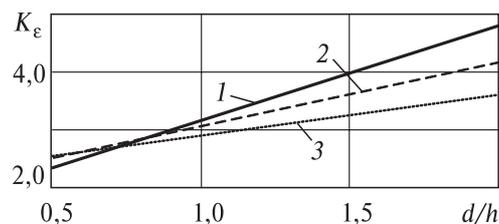
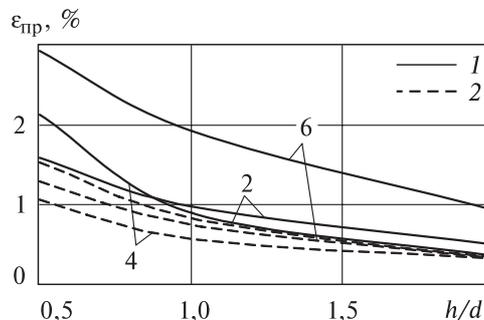


Рис. 3.18. Графики зависимости коэффициента формы при сжатии от d/h .

1 — сильвинит; 2 — карналлит; 3 — каменная соль.



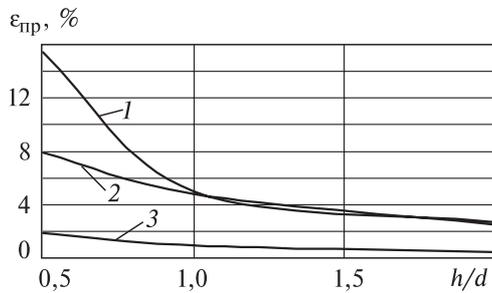


Рис. 3.19. Графики зависимости разрушающей деформации породных образцов при сжатии от h/d .

1 — сильвинит; 2 — каменная соль; 3 — карналлит.

При статистической обработке результатов эксперимента установлены следующие уравнения прямой линейной регрессии:

— для образцов сильвинита

$$K_{\epsilon} = -0,95 + 3,28 d/h, \quad (3.6)$$

— для образцов карналлита

$$K_{\epsilon} = -0,07 + 2,21 d/h, \quad (3.7)$$

— для образцов подстилающей каменной соли

$$K_{\epsilon} = 0,38 + 1,41 d/h. \quad (3.8)$$

На рис. 3.19 приведены графики зависимости разрушающей деформации образцов соляных пород при сжатии от отношения h/d при $V_u = 0,1$ мм/мин. Проведено осреднение данных по отдельным слоям.

3.4.3. Модуль упругости, касательный и секущий модули

Полученные в эксперименте значения модуля упругости, касательного и секущего модулей образцов соляных пород имеют весьма существенный разброс (см. Приложение) и обнаруживают противоречивые оценки влияния скорости деформирования и геометрии образца.

На рис. 3.20 показаны графики зависимостей модулей от отношения h/d для образцов сильвинита, изготовленных из различных слоев пласта Вс, при стандартной скорости перемещения траверсы $V_u = 1$ мм/мин. Видно, что модуль упругости E проявляет две различные тенденции: для слоев 1 и 5 значения E с ростом h/d падают, для слоев 3 и 4 остаются приблизительно постоянными.

Значения D_y существенных тенденций с изменением h/d не обнаруживают.

Значения модуля деформации $D_{пр}$ (секущего модуля) почти линейно возрастают с увеличением отношения h/d .

На рис. 3.21 показаны графики зависимостей модулей от отношения h/d для образцов карналлита, изготовленных из различных слоев пласта Вк. Из рисунка следует, что все модули увеличиваются с увеличением h/d и скорости деформирования V_u .

Величины касательного и секущего модулей образцов карналлита превышают соответствующие величины модулей образцов сильвинита. Исключение составляет модуль упругости.

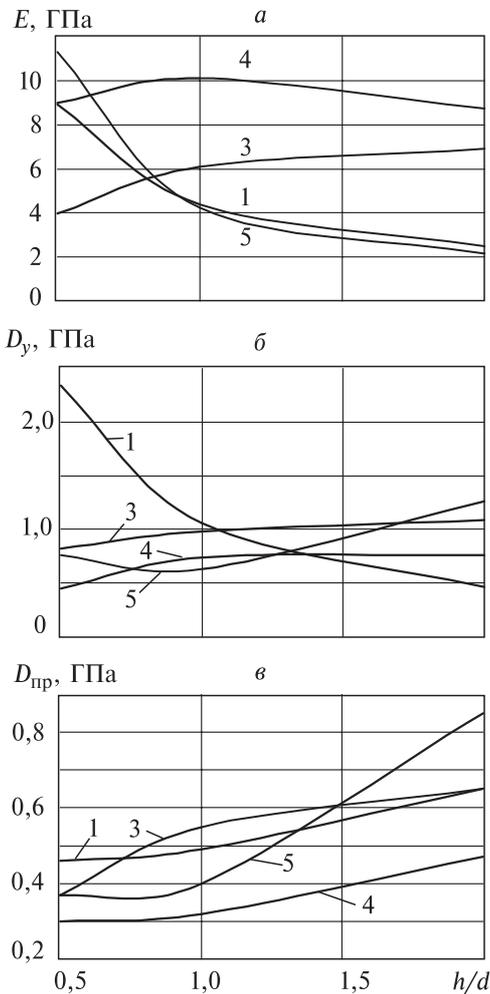


Рис. 3.20. Графики зависимостей модуля упругости E (а), касательного модуля D_y (б) и секущего модуля $D_{пр}$ (в) образцов сильвинита от h/d . Цифры на рисунке — номера слоев сильвинитового пласта Вс.

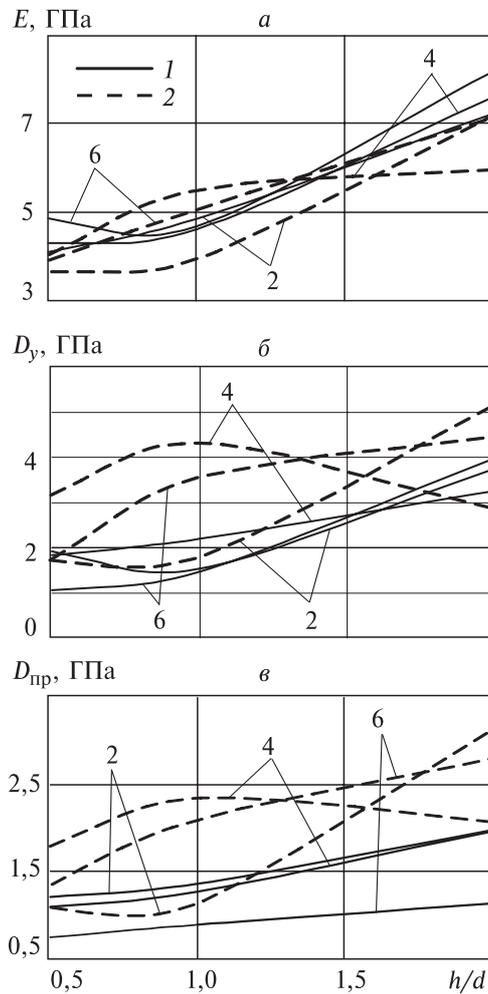


Рис. 3.21. Графики зависимостей модуля упругости E (а), касательного модуля D_y (б) и секущего модуля $D_{пр}$ (в) образцов карналлита от h/d при V_u (мм/мин) = 0,1 (1); 1,0 (2). Цифры на рисунке — номера слоев карналлитового пласта Вк.

В табл. 3.1 представлены усредненные данные эксперимента (все модули указаны в гигапаскалях) для скорости деформирования $V_u = 0,1$ мм/мин. Тенденция роста значений модулей с увеличением h/d связана, видимо, с проявлением реологических свойств соляных пород.

Очевидно, что за исключением небольшого отклонения в поведении модуля Юнга E у сильвинита ($h/d = 1; 2$) и каменной соли ($h/d = 0,5; 1$), остальные модули строго возрастают с ростом относительной высоты образца.

Таблица 3.1. Усредненные значения экспериментальных данных

h/d	Сильвинит			Карналлит			Каменная соль		
	D_y	E	$D_{пр}$	D_y	E	$D_{пр}$	D_y	E	$D_{пр}$
0,5	0,61	5,30	0,24	1,60	4,42	1,01	0,61	8,37	0,35
1,0	0,75	7,27	0,43	1,74	4,71	1,17	0,71	8,06	0,46
2,0	0,95	7,18	0,57	3,67	7,65	1,69	1,35	8,88	0,71

Средние значения модуля Юнга высоких образцов достаточно близки друг к другу. Более жесткие свойства проявляет каменная соль. Однако касательный D_y и предельный (секущий) модуль $D_{пр}$ карналлита в 2–3 раза превосходит соответствующие значения модулей сильвинита и каменной соли.

3.4.4. Параметры разрушения

На рис. 3.22 приведены графики зависимостей удельной энергии разрушения образцов сильвинита и карналлита от отношения h/d .

Из рис. 3.22 видно, что удельная энергия разрушения сильвинита в значительной степени зависит от геометрии образца и находится в интервале 20–350 Н/см².

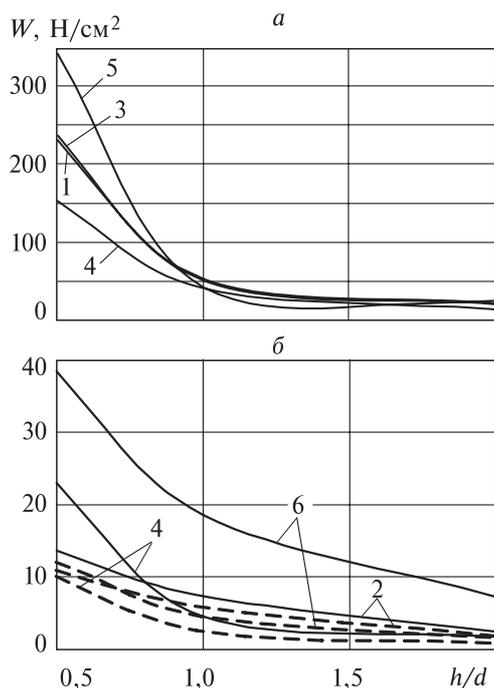


Рис. 3.22. Графики зависимостей удельной энергии разрушения образцов сильвинита (а) и карналлита (б) от h/d при $V_u = 1$ мм/мин.

Цифры на рисунке — номера породных слоев.

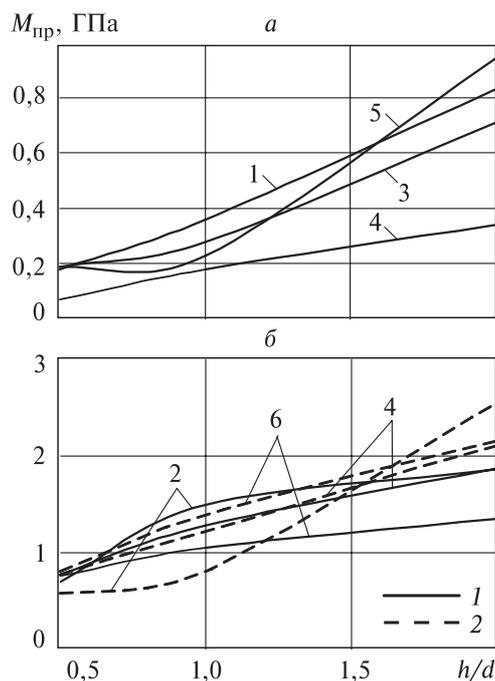
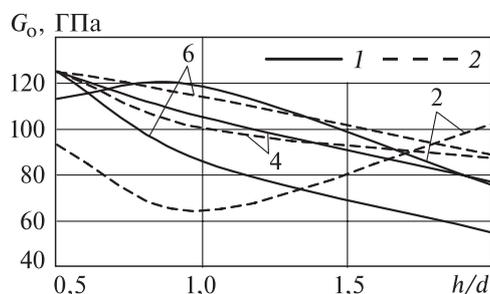


Рис. 3.23. Графики зависимостей модуля спада (секущего) образцов сильвинита (а) и карналлита (б) от отношения h/d при V_u (мм/мин) = 0,1 (1); 1,0 (2)

Цифры на рисунке — номера породных слоев.

Рис. 3.24. Графики зависимости жесткости G_0 образцов карналлита при разгрузке от h/d при V_u (мм/мин) = 0,1 (1); 1,0 (2). Цифры на рисунке — номера слоев пласта Вк.



Влияние скорости деформирования образца на удельную энергию разрушения сильвинита W заметно только для низких образцов. Удельная энергия разрушения карналлита падает с ростом h/d , располагаясь в узком диапазоне. Выделяется лишь слой 6, имеющий значения энергии в 3–4 раза больше других. Энергия разрушения карналлита значительно (на порядок) меньше энергии разрушения сильвинита, что также подтверждает хрупкий характер разрушения и опасное поведение карналлитовых пород в горных выработках.

Аналогичные выводы могут быть сделаны и на основе анализа величины модуля спада, определяемого по ниспадающей ветви диаграммы «напряжение — деформация». Модуль спада (секущего) сильвинита (рис. 3.23) возрастет с увеличением относительной высоты образца от 0,2 ГПа («низкие» образцы) до 0,7–0,9 ГПа («высокие» образцы). По данным работы [103] $M_{пр} = 0,39$ ГПа. Существенного влияния скорости деформирования образца на модуль спада не обнаружено.

Влияние скорости деформирования образца на модуль спада карналлита также не существенно, кучное расположение модуля спада коротких образцов (см. рис. 3.23) относится к неконтролируемому (мгновенному) падению нагрузки — хрупкому разрушению. С увеличением высоты образца модуль спада возрастает, располагается в интервале 0,8–2,5 ГПа. В работе [101] дано значение 2,97 ГПа для слоя 4.

Жесткость образцов сильвинита при разгрузке не обнаруживает явной тенденции, находится в интервале 6–16 МН/м, наименьшая жесткость у образцов из слоя 4.

Значимого влияния скорости деформирования на жесткость образца карналлита при разгрузке не обнаружено. Жесткость «низких» образцов при разгрузке (рис. 3.24), равная 125 МН/м соответствует жесткости испытательной машины. В этом случае образец мгновенно разгружается (хрупко разрушается), траверса машины «догоняет» образец, оказывая влияние на измеряемые величины. С увеличением высоты образца его жесткость падает, находится в интервале 60–100 МН/м.

3.4.5. Оценка коэффициентов вариации экспериментальных данных

В табл. 3.2 приведены значения средних по породным слоям коэффициентов вариации всех измеряемых в эксперименте величин.

Видно, что минимальный разброс экспериментальных данных достигается при измерении предела прочности на сжатие $\sigma_{пр}$ и модуля Юнга E , а макси-

Таблица 3.2. Средний коэффициент вариации по слоям, %

Номер слоя	$\sigma_{пр}$	$\varepsilon_{пр}$	D_y	E	$D_{пр}$	W	$M_{пр}$	G_o
Сильвинит								
1	9,5	16,1	13,7	10,7	17,9	30,0	17,4	16,8
2	12,9	16,2	16,8	13,5	17,0	25,1	17,7	17,3
3	12,3	12,7	21,3	6,0	14,8	18,9	13,0	11,5
4	16,2	15,3	18,7	14,8	19,0	19,6	16,8	16,1
5	7,2	9,2	14,8	10,2	12,1	15,1	18,3	16,8
6	18,7	21,6	26,5	12,8	24,2	28,8	28,6	28,4
Карналлит								
2	18,1	20,5	36,7	17,5	29,7	32,9	19,8	20,1
4	11,6	21,5	25,1	12,5	27,0	32,5	14,0	14,2
6	9,6	18,2	20,1	13,1	22,0	17,3	25,6	26,7

мальный — при измерении модулей D_y , $D_{пр}$ и удельной энергии разрушения W . Испытания образцов карналлита дают в целом больший коэффициент вариации, чем испытания образцов сильвинита.

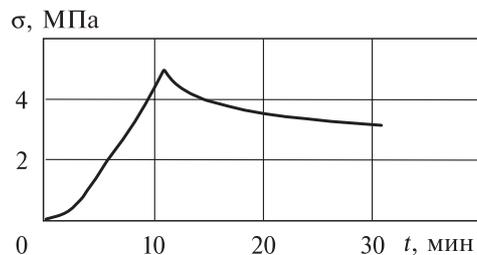
3.5. Испытания образцов в режиме кратковременной релаксации и ползучести

Испытательная машина *Zwick/Roell Z-250* позволяет проводить исследования реологических характеристик образцов в режиме кратковременной релаксации и ползучести.

Были выполнены эксперименты для образцов сильвинита различной геометрии ($h/d = 0,5; 1,0; 2,0$) слоя 3 пласта Вс в режиме релаксации и режиме ползучести. В первом варианте образцы нагружали до уровня напряжения 10 МПа. Далее перемещение траверсы испытательной машины фиксировали в течение 20 мин, при этом наблюдалась релаксация напряжения в образце.

Для испытаний в режиме ползучести образцы сильвинита также нагружали до уровня напряжения 10 МПа. Далее усилие траверсы испытательной машины фиксировали в течение 20 мин, при этом наблюдался рост относительной деформации образца.

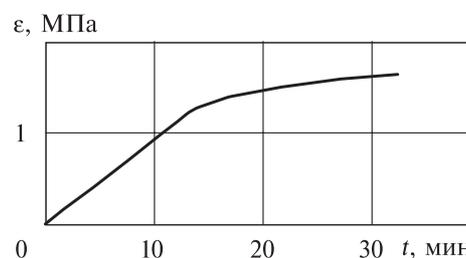
Были выполнены аналогичные эксперименты для образцов карналлита ($h/d = 1,0$) слоя 4 в режиме релаксации при уровнях нагрузки 5 МПа. Далее перемещение траверсы испытательной машины фиксировали в течение 20 мин (рис. 3.25). За это время напряжение в образце упало до 3,1 МПа (на 37,1 %).



Для испытаний в режиме ползучести образец карналлита нагружали до уровня напряжения 5 МПа. Далее

Рис. 3.25. Временная зависимость напряжения образца карналлита, режим релаксации от 11 до 31 мин.

Рис. 3.26. Временная зависимость деформации образца карналлита, режим ползучести от 12,8 до 32,8 мин.



усилие траверсы испытательной машины фиксировали в течение 20 мин (рис. 3.26). За это время относительная деформация образца возросла от 1,197 до 1,653 % (на 38,0 %).

Также выполнены эксперименты по кратковременной ползучести и релаксации для образцов каменной соли ($h/d = 1,0; 2,0$) при уровне нагрузки 10 МПа.

На полученных экспериментальных диаграммах фиксировали начальную $\dot{\epsilon}_0^p$ и конечную $\dot{\epsilon}_k^p$ скорости ползучести; деформацию ползучести, накопленную за 20 мин $\Delta \epsilon^p$; начальную $\dot{\sigma}_0$ и конечную $\dot{\sigma}_k$ скорости релаксации; величину релаксации напряжения за 20 мин $\Delta \sigma$.

Результаты обработки всех испытаний представлены в табл. 3.3.

Анализ экспериментальных данных позволяет сделать следующие выводы.

Отличительная особенность реологических свойств карналлита заключается в том, что начальные скорости ползучести (в 2–5 раз) и релаксации (в 12 раз) меньше соответствующих значений для образцов каменной соли и сильвинита. Однако конечные скорости ползучести (в 4,5 раза) и релаксации (в 1,5–2 раза) больше, чем для каменной соли и сильвинита. Все это приводит к тому, что величина деформации ползучести за фиксированный промежуток времени 20 мин для карналлита в 2,3–3 раза больше, чем для каменной соли и сильвинита, а величина падения напряжений имеет приблизительно те же значения.

Сравнение реологических свойств каменной соли и сильвинита показывает немного более высокие скорости ползучести и релаксации сильвинита. С ростом высоты образца в целом падает начальная и конечная скорость ползучести, а скорость релаксации возрастает. Увеличение высоты образца приводит к уменьшению относительного вклада давления в напряженное состояние образца — оно приближается к одноосному. Если предположить, что

Таблица 3.3. Реологические свойства образцов соляных пород

h/d	$\dot{\epsilon}_0^p, c^{-1}$	$\dot{\epsilon}_k^p, c^{-1}$	$\Delta \epsilon^p, \%$	$\dot{\sigma}_0, \text{МПа/с}$	$\dot{\sigma}_k, \text{МПа/с}$	$\Delta \sigma, \text{МПа}$
Сильвинит						
0,5	$187 \cdot 10^{-6}$	$0,60 \cdot 10^{-6}$	0,36	$153 \cdot 10^{-3}$	$0,28 \cdot 10^{-3}$	1,73
1,0	$74 \cdot 10^{-6}$	$0,40 \cdot 10^{-6}$	0,20	$169 \cdot 10^{-3}$	$0,34 \cdot 10^{-3}$	2,22
2,0	$57 \cdot 10^{-6}$	$0,41 \cdot 10^{-6}$	0,18	$189 \cdot 10^{-3}$	$0,38 \cdot 10^{-3}$	2,50
Карналлит						
1,0	$14 \cdot 10^{-6}$	$1,8 \cdot 10^{-6}$	0,46	$12,7 \cdot 10^{-3}$	$0,44 \cdot 10^{-3}$	1,86
Каменная соль						
1,0	$27 \cdot 10^{-6}$	$0,40 \cdot 10^{-6}$	0,14	$165 \cdot 10^{-3}$	$0,21 \cdot 10^{-3}$	1,81
2,0	$67 \cdot 10^{-6}$	$0,35 \cdot 10^{-6}$	0,22	$168 \cdot 10^{-3}$	$0,27 \cdot 10^{-3}$	2,14

скорость объемной ползучести в основном определяется давлением, а сдвиговой ползучести — девиатором тензора напряжений, то вытекает заключение, что основной вклад в полную деформацию ползучести вносит объемная составляющая.

С релаксацией напряжений ситуация обратная — наибольший вклад в изменение нормальных напряжений вносит релаксация девиаторных компонент, которая естественно увеличивается для более высоких образцов.

Полученные результаты объясняют, почему снижается измеряемый при разгрузке модуль Юнга с уменьшением высоты образца. Более значительная деформация ползучести для «коротких» образцов увеличивает наклон кривой, по которой и определяется модуль. Особенно это проявляется для образцов карналлита.

Следует отметить, что время стандартных испытаний образцов (разделы 3.1–3.3) при малой скорости перемещения траверсы ($V_u = 0,1$ мм/мин) составляло 15–40 мин и более. Поэтому все диаграммы деформирования и механические характеристики соляных пород при этой скорости включают в себя временные эффекты, аналогичные показанным на рис. 3.30 и 3.31.

Некоторые данные испытаний представлены также в виде скорости релаксации напряжений и скорости ползучести от времени в двойных логарифмических координатах, что является достаточно удобным.

На рис. 3.27, *а* показаны соответствующие зависимости для образцов сильвинита (время в минутах, скорость в $10^{-3} \cdot$ МПа/с) при различной геометрии образцов. Линии линейной регрессии имеют следующие уравнения: $\ln(\dot{\sigma}) = 1,64 - 0,90 \ln(t)$ — для $h/d = 2$; $\ln(\dot{\sigma}) = 1,55 - 0,92 \ln(t)$ — для $h/d = 1$; $\ln(\dot{\sigma}) = 1,33 - 0,92 \ln(t)$ — для $h/d = 0,5$.

Прямые располагаются практически параллельно друг другу, но смещены по вертикали, что отражает характер увеличения скорости релаксации напряжения с ростом высоты образца (см. табл. 3.3).

На рис. 3.27, *б* иллюстрируются временные зависимости скорости ползучести в двойных логарифмических координатах для сильвинита (время в минутах, скорость в $10^{-6} \cdot$ 1/с) при различной геометрии образцов. Линии линейной

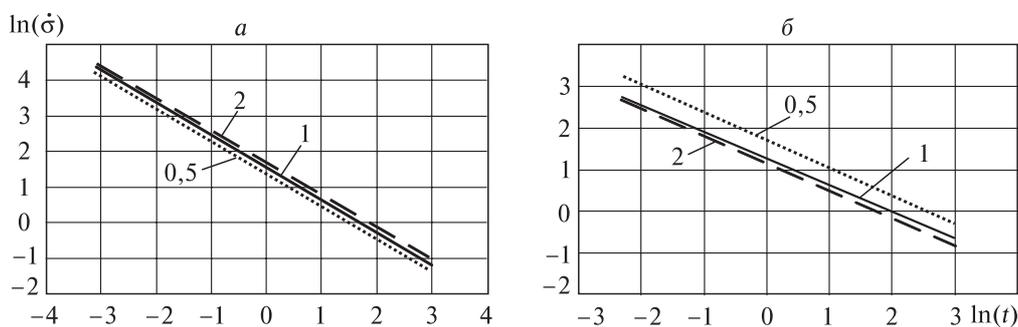


Рис. 3.27. Временная зависимость скорости релаксации напряжений (*а*) и ползучести (*б*) образцов сильвинита.

Цифры на рисунке — значения h/d .

регрессии имеют следующие уравнения: $\ln(\dot{\epsilon}) = 1,16 - 0,66 \ln(t)$ — для $h/d = 2$; $\ln(\dot{\epsilon}) = 1,26 - 0,64 \ln(t)$ — для $h/d = 1$; $\ln(\dot{\epsilon}) = 1,70 - 0,66 \ln(t)$ — для $h/d = 0,5$.

Прямые располагаются практически параллельно друг другу, но смещены по вертикали, что отражает характер уменьшения скорости ползучести с ростом высоты образца (см. табл. 3.3).

Полученные диаграммы детального поведения образцов различной геометрии при кратковременной ползучести и релаксации могут быть использованы при построении моделей механического поведения соляных пород при активных нагрузках и небольших периодах времени (минуты — десятки минут).

3.6. Ниспадающая ветвь диаграммы деформирования образца как результат взаимодействия системы «образец — испытательная машина»

Проведем анализ ниспадающей ветви диаграммы деформирования образца и определения модуля спада.

При хрупком разрушении, когда разделение образца на части сопровождается сильным хлопком и вибрацией пресса, ниспадающая ветвь диаграммы образуется практически мгновенно и имеет одинаковый наклон для разных опытов. Уменьшение временного шага считывания информации испытательной машины *Zwick/Roell Z-250* до 0,01 с дало возможность оценить время падения нагрузки (длительности хрупкого разрушения низкого образца карналлита) как 0,09 с.

Если бы испытательная машина была абсолютно жесткой, то разгрузка (сброс усилия) происходила бы в условиях постоянной скорости перемещения захватов, вертикально.

В [102] приведено уравнение тарировочной кривой

$$\Delta u_M = 8 \cdot 10^{-6} F + 0,113, \quad (3.9)$$

где Δu_M — абсолютное перемещение упругих элементов испытательной машины, мм; F — усилие, Н.

С помощью соотношения (3.9) нетрудно оценить жесткость пресса как отношение силы, необходимой для перемещения захватов пресса на единицу длины $G_M = 125$ МН/м. В работе [103] указывается условие, необходимое для контроля процесса разрушения на ниспадающей ветви диаграммы, в виде

$$G_M > G_0 = MS/h, \quad (3.10)$$

где G_0 — жесткость образца на запредельной стадии деформирования; M — модуль спада; S и h — соответственно площадь поперечного сечения и высота образца.

Если условие (3.10) не выполняется, то слишком «мягкий» пресс при хрупком разрушении «мгновенно» высвобождает накопленную упругую энергию, которой достаточно для того, чтобы «доломать» образец. Это происходит на ниспадающей ветви деформирования «низких» образцов (см. вкл. рис. 3.5).

Оценка жесткости образца на ниспадающей ветви дает равенство

$$G_o = G_m,$$

следовательно, говорить о контролируемой записи ниспадающей ветви диаграммы деформирования образца некорректно.

У «средних» и «высоких» образцов наблюдается смешанный вид ниспадающей кривой, когда участки равновесного контролируемого разрушения (с меньшим модулем M) чередуются с участками быстрого неконтролируемого разрушения (с большим модулем M).

Сначала образец сопротивляется нагрузке и происходит контролируемое разрушение, затем возникают магистральные хрупкие трещины и образец резко теряет сопротивление. При этом накопленная упругая энергия машины приводит к скачку перемещения траверсы, машина «дожимает» разрушающийся образец. Процесс может вновь стабилизироваться при некоторой нагрузке, когда образец снова начинает оказывать сопротивление сжатию. Иногда эта нагрузка очень мала, т. е. образец фактически разваливается на части уже на первом участке неконтролируемого разрушения. Так происходит для всех «низких» образцов. Если это некоторая значимая нагрузка, то далее вновь происходит контролируемое разрушение, что характерно для «средних» и «высоких» образцов.

На смешанных ниспадающих кривых диаграммы деформирования в качестве модуля спада можно принимать среднее значение M , полученное на всей кривой, включая контролируемый и неконтролируемый участки.

Описание запредельной стадии деформирования образца в рамках различных математических моделей весьма проблематично, поскольку оно должно рассматривать совместное деформирование системы «образец — машина». Отметим, что подробный анализ баланса энергии при хрупком разрушении горных пород проведен авторами [104].

Для лучшего понимания процессов, происходящих на ниспадающей ветви диаграммы, представим простейшую модель системы «образец — машина» в виде двух последовательно соединенных пружин с жесткостью c_m (жесткость машины) и $c_o(\varepsilon, t)$ (жесткость образца). Здесь предполагается, что жесткость образца может быть переменной, зависящей от накопленной деформации (поврежденности) и времени.

Усилие, возникающее между образцом и машиной F , приводит к различным смещениям в машине (Δu_m) и образце (Δu_o):

$$F = c_m \cdot \Delta u_m = c_o(\varepsilon, t) \Delta u_o,$$

$$\Delta u = \Delta u_m + \Delta u_o = \frac{F}{c_m} + \frac{F}{c_o} = F \frac{c_m + c_o}{c_m c_o},$$

где Δu — полное (суммарное) смещение.

Предположим, что эксперимент осуществляется при постоянной скорости деформирования: $\Delta u = \lambda t$.

Тогда, дифференцируя второе соотношение (3.11) по времени, получим

$$F' = \frac{c_m c_o}{c_m + c_o} \left(\lambda + F \frac{c_o'}{c_o^2} \right). \quad (3.12)$$

Анализ соотношения (3.12) позволяет рассмотреть различные варианты деформирования образца.

На начальной стадии деформирования образца за счет роста микротрещин его жесткость несколько падает ($c'_0 < 0$), но этот процесс не может компенсировать скорость смещения траверсы, поэтому

$$\lambda + F \frac{c'_0}{c_0^2} > 0 \quad \text{и} \quad F' > 0, \quad \text{однако} \quad F'' < 0.$$

В некоторый момент времени скорость сжатия образца компенсируется падением его жесткости из-за интенсивного роста поврежденности и достигается при $F' = 0$ максимальное усилие F_c :

$$F_c = -\frac{\lambda}{c'_0} c_0^2. \quad (3.13)$$

При фиксировании усилия $F = F^*$ на любой стадии деформирования образца реализуется ползучесть со скоростью

$$\lambda^* = -F^* \frac{c'_0}{c_0^2} > 0. \quad (3.14)$$

При этом $F' = 0$.

Если в некоторый «момент» зафиксировать полное перемещение ($\lambda^* = 0$), то имеем релаксацию усилия F в виде:

$$F' = c'_0 F \frac{c_m}{c_0(c_m + c_0)} < 0. \quad (3.15)$$

Если интенсивное развитие поврежденности на активной стадии нагружения приведет к смене знака в круглых скобках выражения (3.12), то процесс деформирования образца перейдет на ниспадающий контролируемый участок деформирования, когда

$$\lambda + F \frac{c'_0}{c_0^2} < 0 \quad \text{и} \quad F' < 0.$$

Если при некотором усилии F_1 образуются магистральные трещины (хрупкое разрушение), то жесткость образца скачком меняется от значения c_{01} до значения c_{02} . Так как смещение меняется с постоянной скоростью, то $\Delta u_1 = \Delta u_2$.

Новое значение равновесного усилия F_2 найдется из условия (3.11) в виде

$$F_2 = \Delta u_1 \frac{c_m c_{02}}{c_m + c_{02}}. \quad (3.16)$$

Дополнительное смещение упругих элементов машины составляет

$$\Delta(\Delta u_m) = \frac{1}{c_m} (F_2 - F_1) < 0,$$

т. е. происходит разгрузка элементов пресса.

Для образца дополнительное смещение означает дальнейшее сжатие

$$\Delta(\Delta u_0) = \frac{F_2}{c_{o2}} - \frac{F_1}{c_{o1}} = \Delta u_1 c_M \frac{c_{o1} - c_{o2}}{(c_{o1} + c_M)(c_{o2} + c_M)} > 0. \quad (3.17)$$

Можно оценить жесткость образца при хрупком («мгновенном») разрушении как отношение скачка усилия к скачку перемещения (сжатия) образца в виде

$$G_o = \frac{\Delta(F)}{\Delta(\Delta u_0)} = \frac{F_2 - F_1}{\Delta(\Delta u_0)} = c_M. \quad (3.18)$$

Выражение (3.18) означает, что как бы ни повышать жесткость испытательной машины, процесс хрупкого (мгновенного) разрушения образца не является контролируемым.

По нашим оценкам времени хрупкого разрушения как 0,09 с, скорость перемещения упругих элементов машины при разгрузке составляет 250–350 мм/мин, что на 2–3 порядка превышает скорость деформирования образца V_u при испытании.

После достижения нового равновесного значения усилия F_2 может возобновиться медленный контролируемый процесс разрушения образца на ниспадающей диаграмме. Будет ли это происходить, зависит, прежде всего, от состояния самого образца на этот момент, его способности противостоять новому усилию F_2 .

Как показывает эксперимент, возможно даже новое упрочнение образца, приводящее к увеличению нагрузки. Также возможно дальнейшее контролируемое медленное разупрочнение, чередующееся с неконтролируемым частичным хрупким разрушением (периодическим сбросом упругой энергии, выражающимся в пилообразной ниспадающей кривой).

3.7. Построение паспорта прочности породы по данным испытаний образцов различной геометрии на одноосное сжатие

Для построения паспорта прочности породы используют, как правило, камеру объемного сжатия или устройство для испытания образцов на срез со сжатием.

Изложим ниже методику построения кругов Мора по данным испытаний породных образцов различной формы на сжатие.

Идея использования данных испытания образцов различной геометрии на сжатие для построения паспорта прочности не является новой. Например, в работе [2] указывается, что «результаты испытаний низких образцов на одноосное сжатие аналогичны результатам испытаний высоких образцов в стабилометре при определенном боковом давлении. Задача заключается в том, чтобы определить для низких образцов это условное боковое давление, т. е. определить степень его напряженного состояния».

В работе [105] условное (эквивалентное) давление для цилиндрических образцов рекомендуется определять по формуле

$$\sigma_c = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon'_0} \sigma'_c + \frac{8\varepsilon_x}{\pi\varepsilon'_0} \sigma_x, \quad (3.19)$$

где σ_c — истинная прочность на одноосное сжатие; σ'_c — предел прочности, определяемый экспериментально; $\varepsilon_0, \varepsilon'_0$ — средняя относительная продольная деформация образца в его средней части и всего образца соответственно; ε_x — средняя относительная деформация поперечного сечения; σ_x — пригрузочное боковое напряжение, вызванное силами трения по торцам образца.

Величины $\varepsilon_0, \varepsilon'_0, \varepsilon_x$ и σ'_c в формуле (3.19) определяют из опыта. Как отмечено в [2], такой подход обладает высокой трудоемкостью измерений, а также невозможностью выполнить условия методики для «низких» образцов.

В работе [106] предлагается эмпирическая зависимость вида

$$\sigma_x = k \sqrt{\frac{\sigma_c^i}{\sigma_c} \cdot \ln \frac{\sigma_c^i}{\sigma_c} \cdot \ln \frac{2d}{h}}, \quad (3.20)$$

где σ_c — прочность при одноосном сжатии высокого образца $h/d = 2$; σ_c^i — прочность при одноосном сжатии образца с произвольным (0,3–2,0) значением h/d ; k — коэффициент, зависящий от контактных условий и прочности породы (среднее значение $k = 7,0$ МПа).

Испытываются образцы с различным отношением h/d , затем по формуле (3.20) определяется значение σ_x , которое в паре с полученным значением σ_c^i полагается главным. По этим напряжениям и строятся круги Мора.

Предлагаемая методика отличается от изложенной выше тем, что она не использует экспериментальные зависимости и коэффициенты (типа k в формуле (3.20)).

Основная идея состоит в том, что определяется среднее по объему образца напряженное состояние, которое и полагается ответственным за разрушение. Это справедливо при вязкопластическом разрушении образца, когда оно носит дисперсионный характер и захватывает большой объем, а не реализуется в виде одиночной трещины. Методика использует численное решение упругой задачи и усредненные по объему образцов различной геометрии компоненты напряженного состояния.

Для материалов, различным образом сопротивляющихся растяжению и сжатию, широко применяется теория прочности Мора [107]. Она состоит в том, что величина касательного напряжения τ_n , действующего на «площадке разрушения», зависит от величины нормального напряжения σ_n на той же площадке

$$\tau_n = f(\sigma_n). \quad (3.21)$$

На плоскости « $\sigma_n - \tau_n$ » соотношение (3.21) представляет предельную кривую, ограничивающую область безопасных состояний.

Критерий максимального касательного напряжения является частным случаем критерия Мора: предельная кривая вырождается в прямую линию, параллельную оси σ_n . При этом площадка, на которой достигается опасное

состояние, совпадает с площадкой, на которой действует τ_{\max} . Она расположена под углом $\theta = \pi/4$ к главным площадкам. В общем случае опасное состояние достигается на площадке, образующей с главными площадками другие углы.

Как отмечается многими авторами, например [108], основные недостатки теории прочности Мора состоят в отсутствии учета промежуточного главного напряжения σ_2 , а также в том, что для разных напряженных состояний огибающая кривая кругов Мора соответствует разным физическим явлениям: пластическому состоянию или хрупкому разрушению.

Разрушение образцов при различном напряженном состоянии реализуется несколькими способами. Образование макротрещины происходит при испытаниях на сжатие образца вдоль образующей (метод косвенного определения прочности на растяжение) или стандартных испытаниях образца на сжатие вдоль оси при $h/d = 2$ (реализация напряженного состояния, близкого к одноосному сжатию, см. вкл. рис. 3.6). В этом случае построение кругов Мора для получения паспорта прочности (огибающей кругов Мора или касательных к некоторым кругам Мора) не вызывает затруднений. При сжатии образца при $h/d = 2$ параметры для построения круга Мора следующие

$$\tau_{\max} = \sigma_n = \frac{\sigma_c}{2}, \quad (3.22)$$

где σ_c — предел прочности при сжатии, получаемый экспериментально; τ_{\max} — максимальное касательное напряжение; σ_n — нормальное напряжение на площадке с максимальным касательным напряжением.

С целью определения предела прочности при одноосном растяжении применяется метод разрушения цилиндрических образцов сжатием по образующей [109]. При таких испытаниях трещина отрыва инициируется в центре образца (на его оси). Напряженное состояние в центре образца, однако, не соответствует одноосному растяжению [110]

$$\sigma_x = -2\frac{P}{\pi dl}, \quad \sigma_y = 6\frac{P}{\pi dl}, \quad \tau_{xy} = 0, \quad (3.23)$$

где P — максимальное усилие сжатия образца по образующей; d, l — диаметр и длина образца соответственно.

Отсюда следуют характеристики напряженного состояния в точке инициирования разрушения, необходимые для построения круга Мора,

$$\tau_{\max} = 4\frac{P}{\pi dl}, \quad \sigma_n = 2\frac{P}{\pi dl}. \quad (3.24)$$

Неупругое дисперсионное разрушение (см. вкл. рис. 3.9, 3.10), захватывающее большой объем образца, происходит при стандартных испытаниях образца на сжатие вдоль оси при $h/d \leq 1$, особенно при $h/d \approx 0,5$. Несмотря на раннее появление меридиональных микротрещин на боковой поверхности образца достижение предела прочности σ_c происходит только тогда, когда неупругая деформация (развитие микротрещин и микропор) захватит большой объем материала. Поэтому необходимо оценить средние характеристики напряженного состояния по всему объему образца.

Средние характеристики определяли по формулам вида

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV, \quad (3.25)$$

где V — объем образца.

Для оценки напряженного состояния образца заданной геометрии (h/d) решали следующую упругую задачу. В рамках осесимметричной постановки рассматривали расчетную область, которая составляла 1/4 часть цилиндра (рис. 3.28), со следующими граничными условиями: условия симметрии: I — $u_z = 0$, IV — $u_y = 0$; свободная поверхность: II — $\sigma_y = \tau_n = 0$; поверхность нагружения: III — $u_z = \Delta u$ — перемещение траверсы; дополнительное условие полного прилипания для варианта сухого трения на контакте $u_y = 0$.

Диаметр образцов для всех расчетов принимали постоянным, равным 4,4 см, модуль Юнга $E = 3000$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0,35$. Рассматривали четыре типоразмера образцов: $h/d = 0,5; 1,0; 1,5; 2,0$. Деформацию всех образцов полагали постоянной и равной $\varepsilon = 0,5\%$. Отсюда вычисляли величину перемещения траверсы Δu для каждого типоразмера образца. Таким образом, для всех вариантов расчета среднее сжимающее напряжение — сжатие было одинаковым, равным 15 МПа. Расчеты проводили с использованием пакета прикладных программ *ELAST* [111].

На основании расчетов для всех типоразмеров вычисляли средние по объему образца напряжения $\langle \sigma_r \rangle$, $\langle \sigma_z \rangle$, $\langle \sigma_\theta \rangle$, $\langle \tau_{rz} \rangle$, по которым определяли средние характеристики $\langle \tau_{\max} \rangle$, $\langle \sigma_n \rangle$, необходимые для построения соответствующего круга Мора. Далее осуществляли переход к безразмерным характеристикам по отношению к величине номинального напряжения 15 МПа.

Итоговые результаты представлены в виде безразмерных коэффициентов $k(\langle \tau_{\max} \rangle)$, $k(\langle \sigma_n \rangle)$, через которые определяются размерные величины τ_{\max} и σ_n для построения круга Мора:

$$\tau_{\max} = k(\langle \tau_{\max} \rangle) \sigma_c, \quad \sigma_n = k(\langle \sigma_n \rangle) \sigma_c, \quad (3.26)$$

где σ_c — предел прочности, определяемый экспериментально на образце определенного типоразмера h/d .

Безразмерные коэффициенты $k(\langle \tau_{\max} \rangle)$, $k(\langle \sigma_n \rangle)$ аппроксимированы функциями

$$\begin{aligned} k(\langle \tau_{\max} \rangle) &= 0,45 + 0,03 \frac{h}{d}, \\ k(\langle \sigma_n \rangle) &= 0,875 - 0,330 \frac{h}{d} + 0,075 \left(\frac{h}{d} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.27)$$

с диапазоном применения $0,5 \leq \frac{h}{d} \leq 2$.

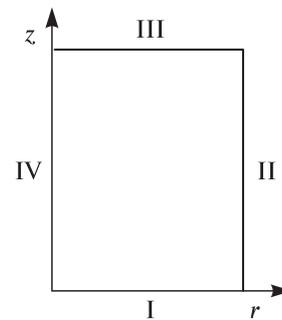


Рис. 3.28. Расчетная схема для определения средних характеристик напряженного состояния.

Таблица 3.4. Экспериментальные значения прочности σ_c и расчетные значения напряжений σ_n и τ_{\max}

h/d	σ_c	σ_n^{**}	τ_{\max}^{**}
2,0	11,43	5,89	5,83
1,0	17,46	10,83	8,38
0,5	29,20	21,32	13,58
Сжатие вдоль образующей*	—	1,53	3,06

* Вычислено по (3.24).

** Вычислено по (3.26), (3.27).

Рассмотрим применение предложенного метода к нахождению кругов Мора, достаточных для построения их огибающей кривой. Были использованы результаты испытаний на сжатие цилиндрических образцов сильвинита (слой 4) различной геометрии. В табл. 3.4 (рис. 3.29) в качестве примера представлены результаты экспериментального определения прочности на сжатие σ_c для скорости перемещения захватов 1 мм/мин, полученные путем осреднения данных по шести образцам (все напряжения в мегапаскалях). Образцы имели серо-бурую окраску, мелкозернистую структуру.

Пунктирные линии на рис. 3.29 являются касательными к кругам 1–4. Нетрудно графически построить и огибающую кривую кругов Мора в представленном диапазоне напряжений.

Получим формулы для аналитического представления касательных к кругам Мора и их огибающей, а также условия прочности. Пусть имеется два произвольных круга Мора, соответствующих двум напряженным состояниям с главными касательными напряжениями $\tau_{\max 1}$ и $\tau_{\max 2}$ на площадках с нормальными напряжениями σ_{n1} и σ_{n2} . Тогда нетрудно получить уравнение касательной прямой к этим кругам Мора в пространстве напряжений $\tau_n = b + k\sigma_n$, где

$$b = \frac{\sigma_{n2}\tau_{\max 1} - \sigma_{n1}\tau_{\max 2}}{\sqrt{(\sigma_{n2} - \sigma_{n1})^2 - (\tau_{\max 2} - \tau_{\max 1})^2}},$$

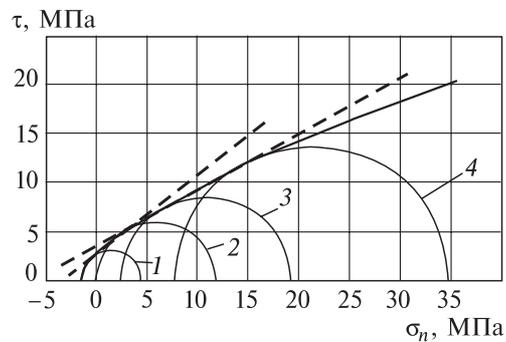
$$k = \frac{\tau_{\max 2} - \tau_{\max 1}}{\sqrt{(\sigma_{n2} - \sigma_{n1})^2 - (\tau_{\max 2} - \tau_{\max 1})^2}}. \quad (3.28)$$

Коэффициенты уравнения касательной (3.28) для частного случая, когда предельные круги Мора соответствуют напряженным состояниям одноосного растяжения $\sigma_{n1} = -\sigma_p/2$, $\tau_{\max 1} = \sigma_p/2$ и одноосного сжатия $\sigma_{n2} = \tau_{\max 2} = \sigma_c/2$ (σ_p , σ_c — соответствующие пределы прочности), преобразуются к известному виду:

$$k = \frac{\sigma_c - \sigma_p}{2\sqrt{\sigma_c\sigma_p}}, \quad b = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_c\sigma_p}. \quad (3.29)$$

Рис. 3.29. Круги Мора построены по (3.24), (3.26), (3.27) для данных табл. 3.5.

1 — сжатие вдоль образующей; 2–4 — значения h/d : 2 — 2,0; 3 — 1,0; 4 — 0,5.



Если пределы прочности на растяжение и сжатие равны $\sigma_p = \sigma_c$, то касательная к кругам Мора становится параллельной оси абсцисс $k = 0$, $b = \frac{1}{2} \sigma_c$.

Условие нарушения прочности формулируется как касание круга Мора для произвольного напряженного состояния (главное касательное напряжение τ_{\max} на площадке с нормальным напряжением σ_n) огибающей предельных кругов Мора (в данном случае предельной касательной)

$$\tau_{\max} = \frac{\tau_{\max 2}(\sigma_n - \sigma_{n1}) + \tau_{\max 1}(\sigma_{n2} - \sigma_n)}{\sigma_{n2} - \sigma_{n1}}. \quad (3.30)$$

Для частного случая, когда предельные круги Мора соответствуют напряженным состояниям одноосного растяжения и одноосного сжатия, получим с учетом $\sigma_n = \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2}$, $\tau_{\max} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}$, известную формулу

$$-\sigma_1 + \sigma_3 \frac{\sigma_p}{\sigma_c} = \sigma_p.$$

Для материала с одинаковыми пределами прочности на растяжение и сжатие последнее соотношение преобразуется ко второй теории прочности по максимальным касательным напряжениям.

Например, для представленных на рис. 3.29 кругов Мора, параметры уравнений касательных $\tau_n = b + k\sigma_n$ определим по формулам (3.29): $b_1 = 2,7$ МПа, $\varphi_1 = 39^\circ 30'$ — касательная к кругам 1 и 2; $b_2 = 3,5$ МПа, $\varphi_2 = 29^\circ 40'$ — касательная к кругам 3 и 4.

Условие прочности (3.30) запишется для первой касательной в виде $\tau_{\max} = 0,64\sigma_n + 2,09$, для второй — $\tau_{\max} = 0,50\sigma_n + 3,01$.

Опишем частный способ определения параметров огибающей кривой кругов Мора. В работе [112] используется следующее уравнение огибающей кругов Мора

$$\tau_n = \left[\lambda(\sigma_n - \sigma_p) \right]^{\frac{1}{m}}, \quad (3.31)$$

где σ_p — предел прочности при одноосном растяжении.

Будем полагать, что σ_p определяется в опытах на сжатие цилиндрического образца вдоль образующей — левая точка пересечения круга Мора 1 с осью абсцисс на рис. 3.29. Используем также параметры для построения круга Мора 2 (σ_{n2} , $\tau_{\max 2}$ — получены по данным сжатия образца с $h/d = 2$) и круга Мора 4 (σ_{n4} , $\tau_{\max 4}$ — получены по данным сжатия образца с $h/d = 0,5$). Тогда параметры огибающей кривой (3.21), опуская громоздкие преобразования, будут определяться по формулам

$$\frac{1}{m} = \log_X \left(\frac{\tau_{\max 2}}{\tau_{\max 4}} \right), \quad X = \frac{\sigma_{n2}(1 - \sin\varphi) - \sigma_p}{\sigma_{n4} - \tau_{\max 4} \sin\varphi - \sigma_p}, \quad \lambda = \frac{(\tau_{\max 2} \cos\varphi)^m}{\sigma_{n2}(1 - \sin\varphi) - \sigma_p}. \quad (3.32)$$

В частности, для рассмотренного примера (см. рис. 3.29): $\sigma_{n2} \approx \tau_{\max 2} \approx 5,85$ МПа, $\sigma_{n4} = 21,32$ МПа, $\tau_{\max 4} = 13,58$ МПа, $\sigma_p = -1,53$ МПа, $\varphi \approx 30^\circ$. Тогда

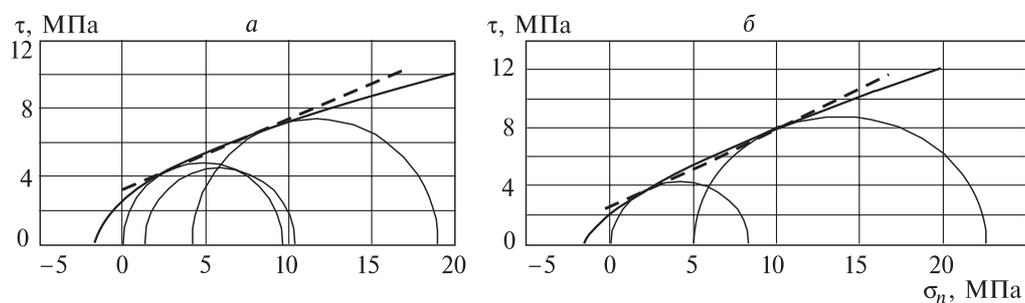


Рис. 3.30. Круги Мора для карналлита (слой 2), скорость испытания 1 мм/мин (а) и 0,1 мм/мин (б).

из формул (3.32) параметры уравнения огибающей кривой имеют следующие значения: $\lambda = 2,674$, $m = 1,527$ (кривая показана на рис. 3.29).

В качестве примера применения предложенного метода представим графики кругов Мора и огибающие для карналлита (слой 2) (рис. 3.30), построенные по полученным ранее данным стандартных испытаний образцов на сжатие (см. раздел 3).

Глава 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАНО- И МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОТДЕЛЬНЫХ ФРАКЦИЙ СОЛЯНЫХ ПОРОД*

Определение механических свойств отдельных минеральных фракций соляных пород в нано- и микродиапазоне представляет определенный интерес как для выяснения влияния структурных факторов на прочность [1], так и с точки зрения изучения роли минеральных наночастиц в техно-природных процессах, происходящих при разработке полезных ископаемых [113]. Этапу построения различных теорий должна предшествовать фаза накопления экспериментальных данных, в том числе и о механических характеристиках элементов структуры на различных масштабных уровнях, чему и посвящена настоящая глава. Представлены результаты исследований статистических свойств рельефа и нано- и микромеханических свойств (модуль упругости и твердость) отдельных зерен и межзеренных границ сильвина, галита и карналлита на измерительном комплексе *NanoTest-600* и сканирующем зондовом микроскопе *Dimension ICON*.

4.1. Характеристики сканирующего зондового микроскопа *Dimension ICON* и измерительного комплекса *NANOTEST-600*

Сканирующий зондовый микроскоп основан на взаимодействии зонда (кантилевера) с поверхностью исследуемого образца, вызванном силами Ван-дер-Ваальса. Микроскоп позволяет изучать электрические и магнитные свойства поверхности, проводящие и непроводящие жидкости, он имеет ряд преимуществ по сравнению с растровым электронным микроскопом [114, 115]. Возможность измерения рельефа образца, погруженного в жидкость, позволяет исследовать органические молекулы, различные биоматериалы.

Сканирующий зондовый микроскоп *Dimension ICON* фирмы Bruker AXS (Германия) разработан для исследований поверхности полупроводниковых пластин, магнитных носителей, пленок, биоматериалов, оптики и других образцов [116]. Линейка *Dimension* — является в настоящее время лучшей в классе широкоформатных сканирующих зондовых микроскопов.

В приборе реализована уникально низкая скорость теплового дрейфа — 200 пм/мин и крайне малый шум по высоте z — менее 30 пм, перемещение образца в плоскости XY может быть запрограммировано. Система полностью интегрирована в защитный кожух, устраняющий акустические воздействия и

* Эксперимент проведен на оборудовании Пермского государственного университета Скачковым А.П. (*NanoTest-600*) и Морозовым И.А. (*Dimension ICON*).

внешнее электромагнитное излучение. Массивный виброизоляционный стол (450 кг) обеспечивает максимальную защиту от внешних вибраций.

Dimension ICON реализует различные режимы работы в воздухе и жидкости: контактный режим, режим латеральных сил, регистрация фазы, магнитно- и электросиловая микроскопия, регистрация потенциала поверхности, наноиндентирование, наноманипуляции, термическая микроскопия, термоанализ, емкостная микроскопия и др.

При диапазоне сканирования $90 \times 90 \times 10$ мкм³ прибор позволяет получить устойчивое атомарное изображение. Плотность получаемых изображений в версии *NanoScope V* до 5000×5000 точек, в облегченной версии *NanoScope V-PI* до 1024×1034 точек. Встроенная высокоразрешающая (менее 1,5 мкм) оптическая система позволяет наблюдать область сканирования и контролировать процесс позиционирования образца.

Термическая микроскопия и термоанализ позволяют осуществить картирование распределения температуры. Латеральное разрешение — 100 нм. Реализована система термостатирования образца от -35 до $+250$ °С. Кроме того, микроскоп позволяет осуществлять наноманипуляции с отдельными молекулами и выполнять литографию на нанометровом уровне.

Пермский государственный университет в рамках статуса национального исследовательского университета получил этот уникальный прибор, который был установлен, протестирован и принят к эксплуатации в декабре 2010 г.

Измерительный комплекс *NanoTest-600* произведен фирмой *Micro Materials Ltd* (Великобритания) и предназначен для изучения микромеханических свойств материалов путем наноиндентирования. Прибор позволяет получать кривые нагрузка — глубина индентирования для определения модуля упругости и твердости поверхностных слоев образца в микрообластях размерами до нескольких микрон. Доступны режимы сканирования или царапания поверхности при дозированной нагрузке для определения микрорельефа, коэффициента трения, износостойкости, возможны режимы с заданной скоростью нагрузки, повторной и ударной нагрузкой. Все измерения могут осуществляться в определенной области, определяемой системой координат связанной с поверхностью образца, путем многократного индентирования с заданным шагом.

Технические характеристики: разрешение в глубину 0,04 нм, в плоскости образца — 20 нм, диапазон нагрузки 0,1–500 мН, прибор оснащен четырьмя микроскопами с увеличением от 500 до 2000 раз, возможна видеосъемка поверхности образца с заданным увеличением. Разрешение по нагрузке не более 30 нН, глубина индентирования до 500 мкм, максимальная температура эксперимента 750 °С. Применяемые типы инденторов: пирамида Берковича, конический индентор Викерса, сфера.

Прибор предназначен для исследования как высокомодульных упругих материалов (металлы, керамика, стекло), так и упруго- или вязкопластических композиционных материалов (резины, полимеры), а также для пленок и покрытий.

Пермский государственный университет получил измерительный комплекс в 2007 г. в рамках государственной программы «Образование».

4.2. Методы анализа диаграмм усилие — перемещение при нано- и микроиндентировании

Наноиндентирование — один из основных способов испытаний в нано- и микродиапазоне. Уменьшение характерных размеров объекта или элементов его структуры до $R^* \leq 1$ мкм влечет существенное изменение его механических свойств [117–119], сильные размерные эффекты возникают при $R^* \leq 100$ –1000 нм, а при $R^* \leq 10$ нм их характер может поменяться радикально. Отсюда следует, что механическое поведение тел в нанодиапазоне не может быть определено путем простой экстраполяции данных из макро- и микродиапазона.

Основными замеряемыми механическими величинами при нано- или микроиндентировании являются твердость и модуль упругости.

Под твердостью понимается отношение усилия, прикладываемого к индентору (кантилеверу), к площади отпечатка A (твердость по Бринелю) или к проекции этой площади на поверхность образца A_c (твердость по Мейеру). Твердость по Мейеру H , как правило, и используется в литературе. Идея перехода от измерения остаточных размеров отпечатка к непрерывной регистрации кривой нагрузка — перемещение индентора принадлежит авторам [120].

Различаются три диапазона испытаний: макро- ($P = 2$ – 30000 Н), микро- ($P < 2$ Н, $h > 20$ нм), нано- ($h < 20$ нм), где h — глубина отпечатка, P — прикладываемое усилие. Основные испытания касаются определения характеристик отдельных зерен и межзеренных границ, адгезии волокнистых наполнителей и матриц, исследования слоистых тонкопленочных материалов, адгезии тонких пленок, трещиностойкости приповерхностных слоев.

Наноиндентирование относится к области, где отклик на локальную нагрузку обусловлен небольшой пластической деформацией по сравнению с большой упругой деформацией. При этом измеряемая твердость может быть близка к теоретическому пределу прочности кристаллической решетки. В зависимости от радиуса закругления кончика индентора (кантилевера), скорости нагружения, структуры и свойств материала область начала пластической деформации соответствует глубине проникания h от нескольких до десятков или сотен нанометров. Дальнейший рост усилия P вызывает развитую пластическую деформацию, существенно искажающую поле упругих напряжений под индентором. В этом случае при анализе необходим одновременный учет упругой и пластической деформации под контактной площадкой.

Развитая пластическая деформация в кристаллических материалах реализуется за счет зарождения и перемещения дислокаций. Обычно это достигается при усилиях $P = 50$ –1000 мН, что соответствует глубине $h \sim 0,1$ –10 мкм. Поэтому такие испытания называют микроиндентированием, в них пластическая деформация сравнима или превышает упругую деформацию.

При $P \gg 1$ Н и $h \gg 10$ мкм возникает макроотпечаток с поперечным размером около 1 мм, который анализируется традиционными методами. В этой области, которая слабо зависит от размера отпечатка, роль пластической деформации является определяющей.

Кривая нагрузки и разгрузки при испытаниях на наноуровне мало отличаются друг от друга (чисто упругая деформация), на микроуровне возникают

различия в виде петли гистерезиса, макроуровень дает существенное различие между кривой нагрузки и разгрузки, происходит снижение уровня измеряемой твердости H . При малой доле пластической деформации (наноуровень) может наблюдаться ступенчатая кривая нагрузки — взаимодействие кантелевера с дислокационными слоями (минимальная зона пластической деформации под кончиком кантелевера). С ростом нагрузки увеличивается область пластической деформации под кончиком, которая значительно превышает объем кратера.

В последние годы широко используется модифицированная методика испытаний с усилием, модулированным малоамплитудным гармоническим возмущением. При этом измеряется деформационный отклик образца, действительная часть которого отвечает упругому отклику, а мнимая определяется диссипацией.

В испытаниях применяются инденторы с различной формой головной части: конус (пирамида), цилиндр с плоским торцом, сфера. В литературе отмечается, что оптимальный радиус закругления кончика кантелевера 50–100 нм, что обеспечивает хорошую сохранность кончика индентора. При меньших радиусах закругления происходит быстрый износ кантелевера, возникает необходимость его постоянного измерения (контроля геометрии) и тарификации.

Современные приборы могут работать в режиме мягкого (нарастание перемещения) и жесткого (нарастание силы) нагружения. Эти испытания принципиально различны, например, в случае мягкого нагружения можно получить ниспадающую ветвь диаграммы усилие — перемещение (с ростом перемещения), получить подобную диаграмму при жестком нагружении чрезвычайно сложно.

Стандартный тест на нанотвердость обычно проводят за время 10–100 с, достаточное для срабатывания всех релаксационных механизмов. В реальности наноконтактные процессы (время жизни пятна контакта) развиваются за 10^{-6} – 10^{-2} с.

Твердость по Мейеру определяется по формуле

$$H = P/A_c. \quad (4.1)$$

Сложности возникают при оценке функции $A_c = f(h_c)$ (рис. 4.1). Существуют различные подходы и оценки величины проекции площади отпечатка на поверхность образца [121, 122].

Наиболее широко известен метод Оливера — Фарра [123], который стал общепризнанным (стандартным). Различные усовершенствования и уточнения метода не получили широкого распространения из-за «защитости» этой процедуры в некоторое оборудование (например, *NanoTest-600*), инертности распространения информации.

Метод Оливера — Фарра основан на работах по пространственной теории упругости Лурье и Снедона [124], величина $h_c = h_{\max} - \varepsilon_c P_{\max}/S$, где $S = dP/dh$ — контактная жесткость на начальном участке ветви разгрузки (рис. 4.2). Значение величин ε_c для инденторов различной формы $\varepsilon_c = 0,72$ (конус), 0,75 (параболоид вращения), 1 (плоский поршень). Для пирамиды Берковича (*NanoTest-600*) рекомендуется значение $\varepsilon_c = 0,75$.

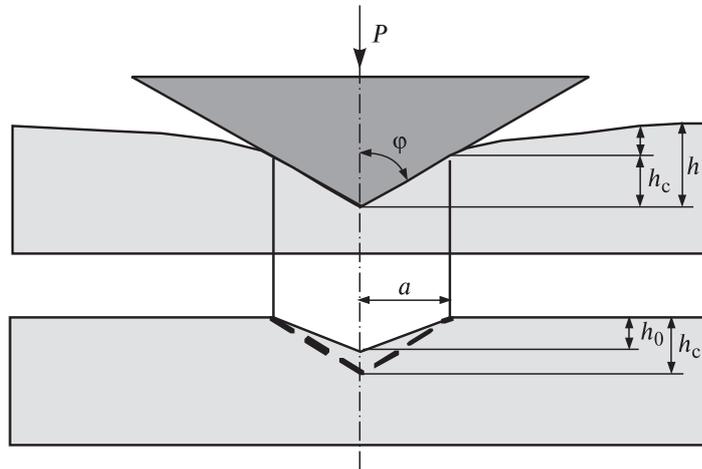


Рис. 4.1. Схема нагружения при наноиндентировании.

При больших нагрузках $P_{\max} > 1$ Н инденторы Берковича и Виккерса можно считать идеальными и принять $A_c = 24,5h_c^2$. При малых нагрузках необходимо учитывать реальную форму кончика индентора $A_c = f(h_c)$.

Модуль упругости испытуемого материала может быть получен из выражения

$$S = \beta \frac{2}{\sqrt{\pi}} E_r \sqrt{A_c}, \tag{4.2}$$

где β лежит в интервале 1,02–1,08. рекомендуется принимать $\beta = 1,05$.

Экспериментальные значения S и A_c позволяют определить приведенный модуль упругости в контакте E_r . В свою очередь, он связан с упругими константами испытуемого материала соотношением

$$\frac{1}{E_r} = \frac{1 - \nu^2}{E} + \frac{1 - \nu_i^2}{E_i}. \tag{4.3}$$

Таким образом, для определения по методу Оливера — Фарра упругого модуля и твердости достаточно извлечь из диаграммы нагружения величину жесткости контакта S . Простое графическое дифференцирование разгрузочной ветви диаграммы пригодно лишь для узкого круга материалов. В методе предложено определять величину S по аппроксимирующей степенной функции вида $P = k_i(h_{\max} - h)^m$, где k_i, m — материал-

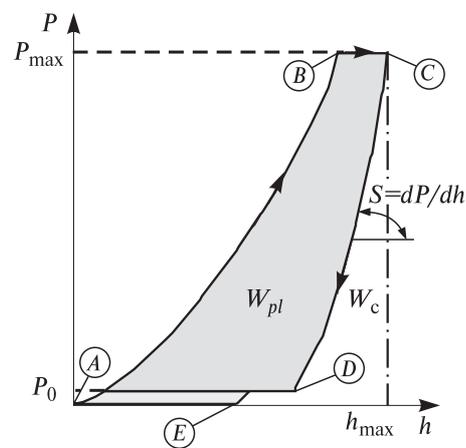


Рис. 4.2. Схема кривой усилие — перемещение при нагрузке и разгрузке.

ные константы. Для подавляющего большинства материалов значение константы m лежит в диапазоне 1,25–1,51.

Для анализа диаграммы можно использовать соотношение

$$\frac{P}{S^2} = \frac{\pi}{(2\beta)^2} \cdot \frac{H}{E^2}, \quad (4.4)$$

которое не зависит от глубины отпечатка, контактной площади, наличия «навалов» и «провалов» материала около отпечатка (рис. 4.3). Оно позволяет вычислить параметр H или E , если один из них известен.

В работе [125] развивается энергетический подход — установлена связь между упругой, пластической работой и твердостью, модулем упругости образца

$$H = \alpha_1 c_2 (W_p + W_e)/W_p, \quad E_r = \alpha_2 c_2 (W_p + W_e)/W_e, \quad (4.5)$$

$\alpha_1 = 0,041$ (для индентора Виккерса); $\alpha_2 = (1 - \nu^2)\pi^2 / (4\text{tg}\varphi)$; c_2 — коэффициент в аппроксимации кривой нагрузки $P = c_1 h + c_2 h^2$; W_e , W_p — работа упругой и пластической деформации.

Широко используются методы численного моделирования процесса внедрения индентора в образец. В работе [126] представлена приближенная связь

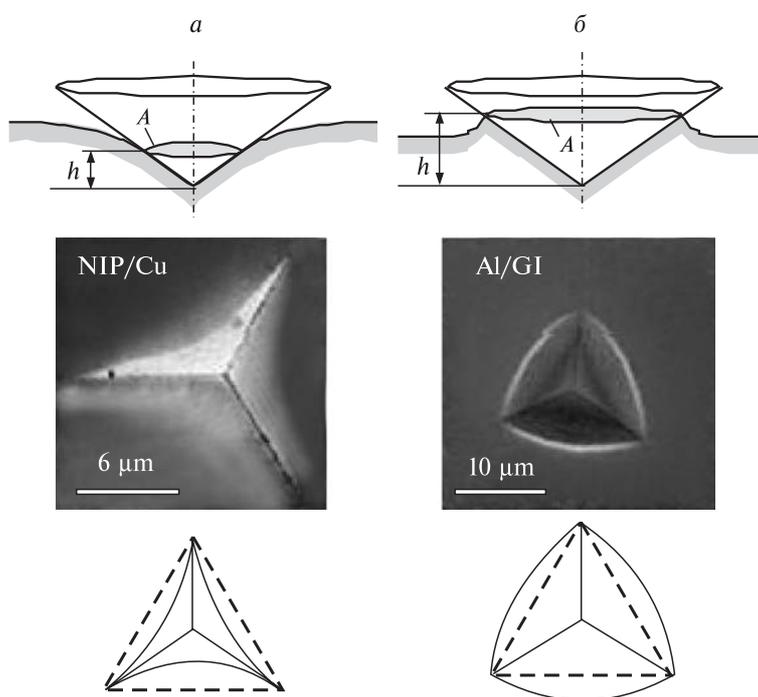


Рис. 4.3. Различные типы отпечатков.

a — «провал», характерный для чисто упругого отпечатка; b — «навал», характерный для чисто пластического отпечатка.

между H/E_r и W_e/W (W — полная работа деформации), что позволяет исключить из уравнения (4.2) контактную площадь

$$E_r = \frac{\pi}{4\beta^2} f(W_e/W) \frac{S}{P_{\max}}, \quad H = \frac{\pi}{4\beta^2} f^2(W_e/W) \frac{S^2}{P_{\max}}, \quad (4.6)$$

где $f(W_e/W)$ — корректирующая функция, находится для конкретного материала с помощью численного решения задачи.

Очень важным для повышения точности эксперимента является определение начальной точки отчета. Для этого регламентируется величина линейной скорости приближения индентора к поверхности на начальной стадии не более 10 нм/с (для микро-) и 2 нм/с для наноиндентирования.

Существование размерного эффекта в измерении твердости объясняется объективными физическими и методическими причинами (несовершенство формы, навалы и провалы).

На величину твердости влияет уровень шероховатости поверхности, оцениваемый параметром $\eta = \frac{R\Delta h}{a_0^2}$, Δh — максимальная величина неровностей,

R — эквивалентный радиус притупления кончика индентора, a_0 — радиус контакта, который получился бы при той же нагрузке на идеально гладкой поверхности. Установлено, что влияние шероховатости на достоверность результатов индентирования становится существенным при $\eta > 0,05$.

4.3. Приближенная оценка твердости и модуля упругости по данным нано- и микроиндентирования

Рассмотрим приближенный подход к оценке твердости и модуля упругости, основанный на анализе размерностей.

Нас интересует зависимость усилия P , действующего на пирамиду Берковича, от текущей глубины проникания h . Предполагаем, что модуль упругости пирамиды значительно превышает модуль упругости испытываемого материала, поэтому считаем пирамиду абсолютно жесткой.

Пусть основные переменные, определяющие процесс проникания, следующие: модуль Юнга — E , коэффициент Пуассона — ν , предел текучести — σ_s , коэффициент трения — k_f , угол при вершине четырехгранной пирамиды (угол между высотой пирамиды и высотой грани) — α .

Согласно π -теореме [В16], из семи основных переменных можно образовать пять независимых безразмерных комплексов: P/Eh^2 , σ_s/E , ν , α , k_f .

Эти комплексы связаны между собой неизвестной зависимостью

$$P/Eh^2 = f(\sigma_s/E, \nu, \alpha, k_f). \quad (4.7)$$

На этапе нагрузки при значительных усилиях (микро- и макроиндентирование) можно пренебречь упругими деформациями, так как это пластический процесс, определяемый в основном пределом текучести материала. В этом

случае модуль Юнга и коэффициент Пуассона выпадают из рассмотрения, а зависимость (4.7) преобразуется к виду

$$P = \sigma_s h^2 f_L(\alpha, k_f). \quad (4.8)$$

Рассмотрим пирамиду, внедренную в полупространство на глубину h . На боковой поверхности грани действует нормальное напряжение σ_n , представляющее сопротивление материала образца прониканию пирамиды, а также касательное напряжение τ_n , определяемое трением. Интеграл от распределенных усилий по поверхности пирамиды, внедренной в образец, спроектированных на вертикальную ось и является суммарным усилием сопротивления прониканию P .

Из соотношения (4.8) следует, что усилие сопротивления P в первом приближении пропорционально квадрату глубины проникания и величине нормального напряжения σ_n . Нормальное напряжение или удельное сопротивление материала образца прониканию индентора — это величины, по физическому смыслу близкие к твердости материала. Твердость материала (например, твердость по Бринелю) в свою очередь пропорциональна σ_s — пределу текучести материала [128], зависит также от величины деформационного упрочнения материала и трения на контакте, вклад которого можно выделить в виде отдельного слагаемого.

При внедрении пирамиды в полупространство затрачивается работа W по образованию кратера $W = \sigma_c V_{кр}$, где σ_c — удельная энергия по образованию единицы объема кратера, $V_{кр}$ — объем кратера.

Основанием пирамиды Берковича является правильный треугольник, поэтому справедливы соотношения $V_{кр} = \frac{1}{3} h S_{осн} = \sqrt{3} h^3 \operatorname{tg}^2 \alpha$.

Изменение работы dW равно работе силы P , прикладываемой к индентору, на приращение глубины кратера dh : $dW = Pdh$, откуда следует выражение, близкое по форме и по содержанию к (4.8)

$$P = 3\sqrt{3} \sigma_c h^2 \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad (4.9)$$

Рассмотрим теперь непосредственное определение силы сопротивления прониканию индентора P через заданное нормальное σ_n и касательное τ_n напряжение на грани пирамиды (рис. 4.4). Для получения окончательного выражения нужно просто умножить его на коэффициент, равный 3.

Нетрудно показать, что $dP = 3 \frac{dz}{\cos \alpha} b(z) \times (\sigma_n \sin \alpha + \tau_n \cos \alpha)$, где $b(z)$ — ширина горизонтальной «полоски» элементарной площади грани

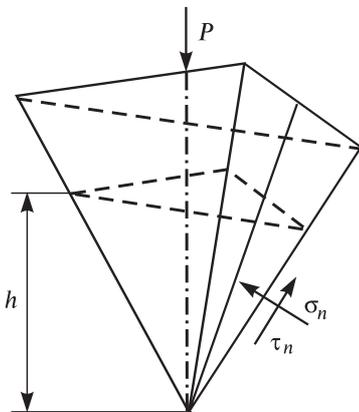


Рис. 4.4. Схема внедрения пирамиды Берковича в образец.

пирамиды, находящейся на высоте z . Причем, $b(z) = 2\sqrt{3} z \operatorname{tg} \alpha$. Интегрируя выражение в пределах погруженной в полупространство части пирамиды, получим

$$P = P_n + P_r = 3\sqrt{3} \operatorname{tg}^2 \alpha h^2 \sigma_n + 3\sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha h^2 \tau_n. \quad (4.10)$$

Соотношение между силой сопротивления, вызванной трением, и силой сопротивления собственно прониканию, следующее, $\frac{P_r}{P_n} = \frac{\tau_n}{\sigma_n} \operatorname{ctg} \alpha = k_\tau \operatorname{ctg} \alpha$.

Для пирамиды Берковича $\alpha \approx 65^\circ 7'$, а коэффициент трения k_τ оцениваем в пределах 0,1–0,3, тогда получим $P_r/P_n \approx 0,03–0,09$.

Итак, можно пренебречь трением при оценке сил сопротивления прониканию пирамиды Берковича в полупространство.

Сравнивая выражение для силы P_n из (4.10) и выражение (4.9), получим, что $\sigma_n = \sigma_c$: среднее сопротивление прониканию (удельная энергия по образованию единицы объема кратера) σ_c равно нормальной реакции среды на границе с индентором σ_n при его внедрении.

Таким образом, зная экспериментальную кривую $P_3(h)$ можно оценить величину удельной энергии по образованию единицы объема кратера, которая, как уже упоминалось ранее, пропорциональна пределу текучести материала среды:

$$\sigma_c \approx \frac{P_3(h)}{3\sqrt{3} \operatorname{tg}^2 \alpha h^2} \approx 0,087 \frac{P_3(h)}{h^2}. \quad (4.11)$$

На этапе разгрузки, предполагая ее упругой, можно исключить из рассмотрения предел текучести материала σ_s как определяющий параметр. Появляется новая переменная u_h — величина упругого перемещения пирамиды при разгрузке от достигнутой глубины h . Зависимость (4.7) при разгрузке преобразуется к виду

$$P = Eh^2 f_U(u_h/h, \nu, \alpha, k_f). \quad (4.12)$$

На этапе разгрузки зависимость между усилием и перемещением в первом приближении является линейной, кроме того, трением при разгрузке также можно пренебречь, поэтому соотношение (4.12) преобразуется к виду

$$P = Eh^2 (u_h/h) f_U^*(\nu, \alpha) = Ehu_h C^*(\nu). \quad (4.13)$$

Выражение (4.13) получено для фиксированного угла α пирамиды, неизвестной величиной служит множитель C^* , зависящий только от коэффициента Пуассона ν . В (4.13) глубина полного проникания h будет параметром, а новой переменной при разгрузке — перемещение u_h .

Из соотношения (4.13), используя экспериментальные данные, можно получить модуль разгрузки E :

$$E = \frac{1}{C^*(\nu)} \cdot \frac{P(h)}{hu_h}. \quad (4.14)$$

Неизвестный множитель $C^*(\nu)$ определяется из численного решения задачи об упругой разгрузке, которую будем рассматривать в двумерной осесимметричной постановке, заменив пространственную пирамиду конусом. Если угол при вершине пирамиды с основанием в виде правильного треугольника (угол между высотой пирамиды и высотой грани) — α , то он является половиной угла при вершине вписанного в пирамиду конуса. Половина угла при вершине для описанного конуса такой пирамиды выражается зависимостью

$$\alpha' = \arctg(2\operatorname{tg}\alpha). \quad (4.15)$$

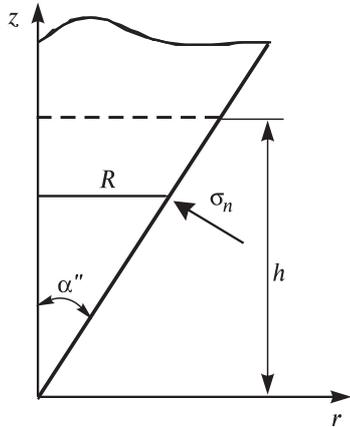
Осесимметричная задача может решаться для промежуточного (между вписанным и описанным) конуса с половиной угла при вершине $\alpha'' = (\alpha + \alpha')/2$.

Рассмотрим задачу о полупространстве с конической выемкой глубиной h (с углом полураствора конуса α''), на которой задано постоянное значение вертикального перемещения $\Delta u_z = \text{const}$. Такое условие моделирует догрузку полупространства жестким конусом, имеющим форму конической выемки. Мы предполагаем, что наличие предварительных деформаций и напряжений в полупространстве не сказывается на величине упругой догрузки. Кроме того, полагаем, что величина усилия при догрузке ($\Delta u_z = \text{const}$) равна величине усилия при разгрузке ($\Delta u_z = -\text{const}$) полупространства.

Из решения упругой задачи определяем суммарное усилие P , складывающееся из компонент поверхностных сил на конической поверхности, как функции от коэффициента Пуассона ν .

Элементарное усилие, действующее на поверхности усеченного конуса высотой dz , определяется величиной боковой поверхности этого усеченного конуса (рис. 4.5) и проекцией нормального напряжения σ_n на вертикальную ось $dP = 2\pi R \frac{dz}{\cos\alpha''} \sigma_n \sin\alpha''$. Тогда, полное усилие выражается как

$$P = 2\pi \operatorname{tg}^2(\alpha'') \int_0^h \sigma_n z dz. \quad (4.16)$$



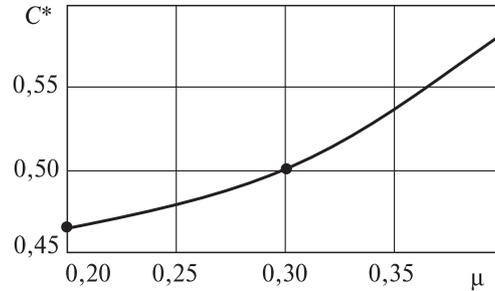
Величина нормального напряжения σ_n в формуле (4.16) может быть определена через компоненты тензора напряжений σ_r , σ_z , τ_{rz} на контактной поверхности, полученных из решения упругой задачи. Для этого используем формулы преобразования компонентов тензора напряжений при повороте системы координат

$$\sigma_n = \sigma_r \cos^2\alpha'' + \sigma_z \sin^2\alpha'' - \tau_{rz} \sin 2\alpha''. \quad (4.17)$$

На рис. 4.6 показана зависимость коэффициента $C^*(\nu)$, используемого в формуле (4.14) для

Рис. 4.5. Схема нагружения конуса.

Рис. 4.6. Расчетные значения коэффициента $C^*(\nu)$.



определения модуля разгрузки E по экспериментальным данным h, P, u_h , полученная путем решения серии упругих задач с различным коэффициентом Пуассона ν .

В некоторых случаях необходимо выяснить изменение твердости неоднородного образца по его толщине. Это можно осуществить путем постепенного увеличения нагрузки на индентор.

Пусть осуществляется поэтапное внедрение пирамиды Берковича в неоднородный образец, на каждом этапе измеряются величины усилия P_k и глубины проникания h_k .

Заменим пирамиду Берковича эквивалентным конусом с углом при вершине 2α , равным среднему значению угла при вершине вписанного и описанного конуса в основание пирамиды Берковича.

Будем предполагать, что неоднородный образец состоит из N однородных слоев ($k = \overline{1, N}$), с характеристиками σ_k — нормальное напряжение (удельное сопротивление прониканию σ_n) на границе индентора в пределах k -го слоя. Толщина k -го слоя представляет собой разность величин глубин проникания на соседних этапах $\Delta h_k = h_k - h_{k-1}$, причем $h_0 = 0$.

В этом случае суммарная сила сопротивления на N -м этапе выражается в виде

$$P_N = 2\pi \text{tg}^2 \alpha \sum_{k=1}^N \int_{h_N - h_k}^{h_N - h_{k-1}} \sigma_k z dz$$

или
$$P_N = \pi \text{tg}^2 \alpha \sum_{k=1}^N \sigma_k [(h_N - h_{k-1})^2 - (h_N - h_k)^2]. \quad (4.18)$$

Для $N = 1$ получим:

$$P_1 = \pi \text{tg}^2 \alpha \sigma_1 h_1^2 = \sigma_1 S(h_1) \quad \text{или} \quad \sigma_1 = \frac{P_1}{S(h_1)}, \quad (4.19)$$

где $S(h_1)$ — площадь миделя (площадь сечения индентора на уровне лицевой поверхности образца).

Для $N = 2$ получим:

$$P_2 = \pi \text{tg}^2 \alpha \{ \sigma_1 [h_2^2 - (h_2 - h_1)^2] + \sigma_2 (h_2 - h_1)^2 \}$$

или
$$\sigma_2 = \frac{\frac{P_2}{\pi \text{tg}^2 \alpha} - \sigma_1 [h_2^2 - (h_2 - h_1)^2]}{(h_2 - h_1)^2}. \quad (4.20)$$

Для $N = 3$ получим:

$$P_3 = \pi \operatorname{tg}^2 \alpha \left\{ \sigma_1 [h_3^2 - (h_3 - h_1)^2] + \sigma_2 [(h_3 - h_1)^2 - (h_3 - h_2)^2] + \sigma_3 (h_3 - h_2)^2 \right\}$$

или

$$\sigma_3 = \frac{\frac{P_2}{\pi \operatorname{tg}^2 \alpha} - \sigma_1 [h_3^2 - (h_3 - h_1)^2] - \sigma_2 [(h_3 - h_1)^2 - (h_3 - h_2)^2]}{(h_3 - h_2)^2}. \quad (4.21)$$

Формулы (4.19)–(4.21), и подобные им для следующих этапов проникания, могут использоваться для оценки распределения прочности в поверхностных слоях образца.

Представим также приближенную оценку влияния клея на измерение жесткости образца на приборе *NanoTest-600*. Полное перемещение индентора h при испытаниях на приборе *NanoTest-600* складывается из неупругого перемещения h_p , связанного с образованием отпечатка (локальное неупругое деформирование и микроразрушение материала образца), h_e — упругого деформирования образца и h_c — упругого деформирования клея

$$h = h_p + h_e + h_c. \quad (4.22)$$

Приближенно силовую картину взаимодействия индентора с плоским образцом и слоем клея можно представить как действие распределенной нагрузки интенсивности σ на двухслойный цилиндр с длиной L_e (толщина плоского образца) и упругим модулем E_e ; длиной L_c (толщина клеевого слоя) и упругим модулем E_c . В этом случае формула (4.22) преобразуется к виду

$$h = h_p + L_e \frac{\sigma}{E_e} + L_c \frac{\sigma}{E_c}. \quad (4.23)$$

При оценке твердости образца используется формула

$$H = \frac{P}{A_c}, \quad (4.24)$$

где P — усилие, прикладываемое к индентору (пирамиде Берковича); A_c — площадь проекции боковой поверхности отпечатка на плоскость образца.

Площадь отпечатка вычисляется по суммарному перемещению h , так как $h_p \gg h_e + h_c$, то $h \approx h_p$ и влияние упругого деформирования как образца, так и клея при вычислении твердости сведено к минимуму.

Оценка приведенного модуля образца производится при разгрузке, поэтому используемая величина перемещения $h = L_e \frac{\sigma}{E_e} + L_c \frac{\sigma}{E_c}$ состоит из двух слагаемых, которые могут давать равноценный вклад. Приближенная оценка модуля упругости в данной постановке дает выражение

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{h/(L_e + L_c)} = \frac{L_e + L_c}{\frac{L_e}{E_e} + \frac{L_c}{E_c}} = E_e \frac{1 + \frac{L_c}{L_e}}{1 + \frac{L_c}{L_e} \frac{E_e}{E_c}}. \quad (4.25)$$

Из соотношения (4.25) видно, что полное совпадение измеряемого E и истинного модуля образца E_e возможно только при нулевой толщине слоя клея $L_c = 0$ (или при условии $\frac{L_c}{L_e} \ll 1$). В противном случае точное совпадение $E = E_e$

возможно лишь при условии равенства жесткости клея и образца $E_e = E_c$.

Например, пусть $\frac{L_c}{L_e} = 0,5$; $\frac{E_e}{E_c} = 10$, тогда из (4.25) получим значительное отклонение измеряемого модуля от истинного модуля образца $\frac{E}{E_e} = 0,25$.

4.4. Исследование статистических свойств рельефа поверхности сильвина в нано- и микродиапазоне

Механические свойства минеральных агрегатов существенным образом зависят от их микроструктуры: размеров, геометрии и свойств зерен, размеров и механических параметров межзеренных границ [129, 130]. При изучении микромеханических характеристик зерен соляных пород, таких как модуля упругости и твердости, на современном экспериментальном оборудовании необходимо принимать во внимание «качество» исследуемой поверхности — наличие на ней случайно расположенных микропор, микротрещин или иных дефектов меньшего размера. Кроме того, сведения о микрогеометрии поверхности кристаллов могут быть использованы при выяснении механизмов разрушения и построении соответствующих математических моделей.

Ниже представлены данные оценки вероятностных характеристик микро-рельефа поверхности сильвина, кристаллы которого имеют кубическую форму, на основе измерений профиля поверхности на приборе *NanoTest-600* и сканирующем зондовом микроскопе *Dimension ICON*, путем определения параметров Херста отдельных сегментов экспериментального ряда данных.

Микро-рельеф поверхности зерна сильвина измерялся на приборе *NanoTest-600* вдоль системы 20 параллельных линий длиной 870 мкм и расстоянием между ними 10 мкм в точках, расположенных на приблизительно равных расстояниях друг от друга (0,34 мкм). Количество измерений на каждой линии составляло, таким образом, около 2 500 точек. Величина усилия на конический индентор при сканировании профиля 1 мН, погрешность измерений высоты (профиля) не превышала 1 нм.

Вид исследуемой поверхности сильвина приведен на рис. 4.7, наблюдаются микронеоднородности различной геометрии, размеров и ориентации.

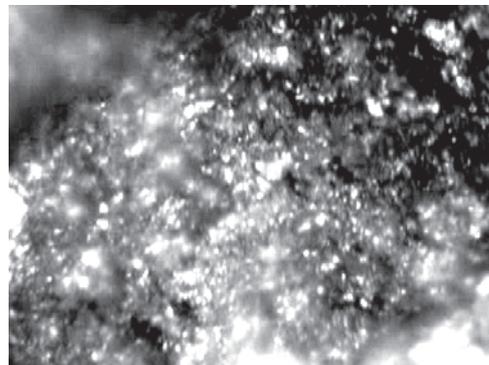
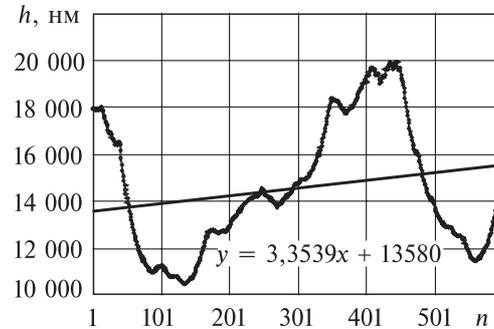


Рис. 4.7. Вид поверхности сильвина при увеличении $1100 \times$ (размер отрезка 20 мкм).

Рис. 4.8. Рельеф поверхности и линия регрессии.



Типичный вид профилограммы приведен на рис. 4.8, максимальный размах изменения профиля по высоте составляет на этом участке 9,5 мкм, прямая линия — линия регрессии, показывающая среднее изменение рельефа. В дальнейшем изменение данных значения высот во всех случаях модифицировались таким образом, чтобы линия регрессии (см. рис. 4.8) была горизонтальной.

Показатель (параметр) Херста H [131] определяется как угловой коэффициент наклона линии регрессии эмпирической зависимости (4.26), построенной в двойных логарифмических координатах

$$R/S = (\tau/2)^H, \quad (4.26)$$

где R/S — нормированный размах, τ — период (длина ряда) наблюдений.

Нормированный размах $R(\tau) = \max X(t, \tau) - \min X(t, \tau)$ определяется через разность накопленного максимального и минимального отклонения случайной величины $x(t)$ от ее среднего значения $\langle x(\tau) \rangle$ за время τ $X(t, \tau) = \sum_{u=1}^{\tau} [x(u) - \langle x(\tau) \rangle]$

и стандартное отклонение $S(\tau) = \sqrt{\frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} [x(t) - \langle x(\tau) \rangle]^2}$, $\langle x(\tau) \rangle = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} x(t)$

Метод нормированного размаха применяется обычно при обработке временных рядов, но есть примеры его использования в случае, когда роль времени играет пространственная координата, например [131, 132].

Теоретически доказано, что для случайного процесса (броуновского движения) показатель Херста $H = 0,5$. Псевдослучайный сигнал (стандартный генератор случайных чисел) дает $H = 0,56$.

На большом эмпирическом материале было показано [131], что для многих природных процессов и явлений $H = 0,72-0,74$. Это справедливо для процессов, имеющих трендовую составляющую (наличие памяти и сохранение имеющейся тенденции). Для детерминированного сигнала получен показатель $H = 1,026$.

Антиперсистентные системы, проявляющие цикличность (после роста идет спад) дают значения показателя $H < 0,5$.

Интерес к показателю Херста при исследовании геометрии фрактальной кривой обусловлен также тем, что он связан с фрактальной размерностью D соотношением

$$D = 2 - H. \quad (4.27)$$

Множество точек (около 2500), расположенных вдоль линии, в которых замерялась высота профиля, разбивалось на три примерно равные группы точками с порядковыми номерами 800 и 1600. От каждой из них в обе стороны были

отложены интервалы по 300 точек, концевые точки которых имеют порядковые номера 501, 1100 и 1301, 1900 соответственно.

Для каждого интервала рассматривалось три варианта статистической обработки: в прямом направлении ($501 > 1100$, $1301 > 1900$); в обратном направлении ($1100 > 501$, $1901 > 1300$); в обоих направлениях от центра (800 ± 300 , 1600 ± 300). Для первых двух вариантов использовался метод, предложенный самим Херстом [131], для третьего — модифицированный метод. Физический смысл третьего варианта состоит в определении статистической закономерности микрогеометрических характеристик при удалении от некоторого «центра» в обе стороны вдоль выбранной прямой.

На рис. 4.9 показана зависимость (4.26), построенная в логарифмических координатах, и соответствующая линия регрессии, по которой определялся параметр Херста.

Результаты обработки свидетельствуют о наличии статистической закономерности трендового характера с показателем Херста, несколько превышающим диапазон $0,72-0,74$.

На рис. 4.10 для диапазона представлена зависимость текущего параметра Херста от количества экспериментальных точек (длины ряда).

Налицо переход от детерминированного поведения к постепенному случайному трендовому характеру, стабилизации значения H . Подобная нетривиальная зависимость показателя от длины ряда обсуждается в [133], где выдвинуто предположение, что для очень большого числа наблюдений $n \rightarrow f$ ожидается стремление процесса к броуновскому движению, когда эффекты памяти стремятся к нулю $H \rightarrow 0,5$.

Результаты вычислений показателя Херста H по двум группам точек в прямом и обратном направлении, а также в обоих направлениях от «центра», представлены в табл. 4.1.

Задача определения статистических параметров микрорельефа поверхности имеет существенную особенность по сравнению с исследованием временных рядов. Показатель Херста, вычисленный по известной схеме (как и для

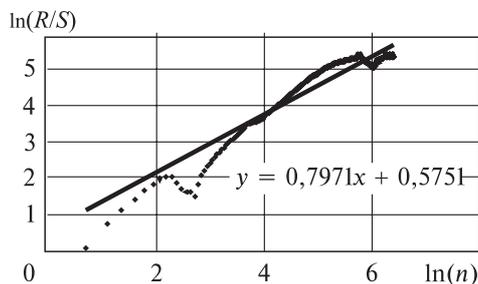


Рис. 4.9. Зависимость параметров распределения и линия регрессии для второй группы точек этого (обратное направление).

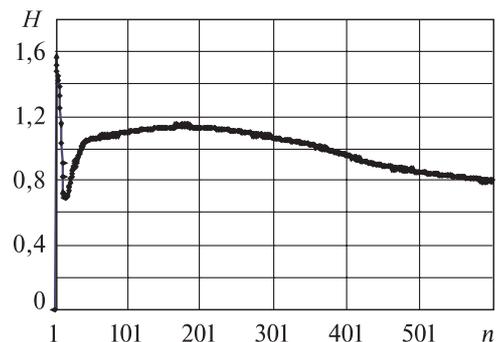


Рис. 4.10. Зависимость показателя Херста от количества экспериментальных точек для второй группы точек (обратное направление).

Таблица 4.1. Значения показателей Херста

Группы точек	Направление		
	прямое	обратное	от центра
[501, 1100]	0,999	1,114	0,867
[1301, 1900]	0,876	0,797	0,566

временных рядов), в той или иной степени зависит от выбранного направления в плоскости.

Сравнение результатов для выбранных групп точек с результатами исследования по всему интервалу точек показывает, что ряд в 600 значе-

ний может быть недостаточно велик для того, чтобы получить устойчивые значения показателя Херста.

Выбранные группы точек имеют различные значения показателя Херста: для первого интервала большие, для второго — меньшие. В соответствии с теорией это означает следующее:

А. На втором участке рельеф поверхности ближе к случайному гауссовскому распределению, но с наличием определенного тренда; на первом участке рельеф поверхности обладает почти детерминированным распределением.

Б. Поверхность первого участка изрезана более слабо, фрактальный показатель $D = 2 - H = 0,9-1,0$, по сравнению с поверхностью второго участка $D = 1,1-1,2$.

В. Значения показателя H , близкие к единице и даже большие единицы, возможно, говорят о недостаточности количества экспериментальных данных. Это косвенно подтверждает факт, что при вычислении показателя Херста на интервале данных, использующем все экспериментальные точки, таких высоких значений показателя не наблюдалось ($H < 1$).

Устойчивое отличие показателей Херста на разных отрезках, полученное как в прямом, так и в обратном направлениях, говорит о качественно различном характере геометрии поверхности отдельных сегментов кристалла сильвина.

На сканирующем зондовом микроскопе *Dimension ICON* исследована топография поверхности некоторых областей молочно-белой фракции сильвина.

На рис. 4.11 (см. вкл.) показан рельеф поверхности сегмента сильвина (вертикальная шкала 0–145 нм), размер области $8,6 \times 8,6$ мкм, число точек сканирования 668×668 (шаг измерения ≈ 13 нм).

Фрагмент сильвина включает «матрицу» и отдельные «кристаллики», ориентированные вдоль одной оси (показано белой стрелкой). Размеры кристаллов 0,5–1,0 мкм, размеры зародышей кристаллов 0,1 мкм. Слева наблюдаются слоистые ступенчатые «наплывы», высота дислокационного слоя составляет несколько нанометров.

На рис. 4.12 (см. вкл.) приведено 3D изображение рельефа поверхности «матрицы» и кристаллов. Наблюдаются кристаллы с плоской вершиной. Большинство «центров» роста образуют параллельные пирамидальные структуры, которые по мере развития объединяются между собой. Можно предположить, что в дальнейшем происходит разрушение острых вершин конических и пирамидальных структур с образованием призматических кристаллов. В этом случае наблюдаемые кристаллы с плоской вершиной являются более старыми, чем острые пирамидальные структуры, возникшие позднее.

Фазовый контраст дает менее информативную картину, можно лишь сказать, что физико-химические свойства «матрицы» и кристаллических структур существенно отличаются друг от друга (см. вкл. рис. 4.12, б).

Для количественных исследований статистических характеристик и механических свойств поверхности сильвина в оптическом режиме работы предварительно был изучен участок 2×2 мм, показанный на рис. 4.13 (см. вкл.). Были выделены две области размерами 40×40 мкм: А — без видимых включений, Б — с включениями (с зародышами кристаллов).

Изображения рельефов поверхности А и Б показаны на рис. 4.14 (см. вкл.), число точек сканирования 1024×1024 (шаг измерения в плоскости — 39 нм).

3D изображения рельефов областей А и Б показаны на рис. 4.15 (см. вкл.)

Вертикальная шкала на рис. 4.15, А уменьшена с 385 до 80 нм («обрезаны» два резко выделяющихся «пика» кристаллов).

Далее изучались статистические свойства поверхности областей сильвина путем определения параметра Херста.

Для всех 1024 столбцов данных из области А и всех 1024 столбцов данных из области Б как до, так и после индентации были вычислены параметры Херста — HRS и погрешность его вычисления — DL , а также другие величины (DL/HRS , изменения и пр.) Вычислены основные статистические характеристики для всей совокупности столбцов (среднее, минимум, максимум, дисперсия) и построены соответствующие диаграммы.

Все множество столбцов было разбито на 10 последовательных интервалов по 100 столбцов (в последнем интервале — 124 столбца). Вычислены статистические характеристики для каждого интервала и построены соответствующие диаграммы.

Аналогичные вычисления были проделаны также для всех 1024 строк, определены соответствующие статистические характеристики.

На рис. 4.16, показаны значения параметра Херста и погрешности для различных столбцов (вертикальное сканирование области слева направо) по области А.

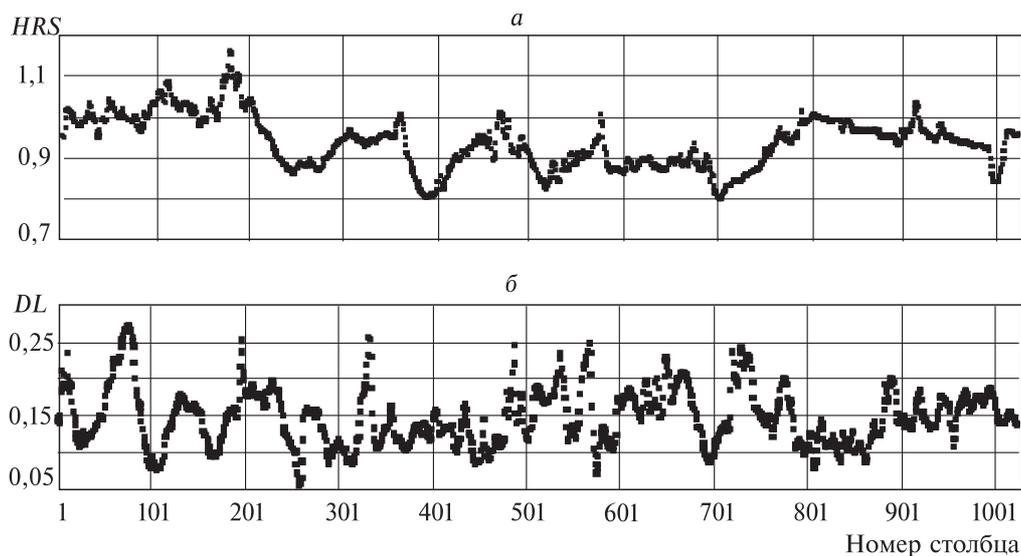


Рис. 4.16. Зависимость параметра Херста (а) и погрешности его определения (б) от номера столбца (область А)..

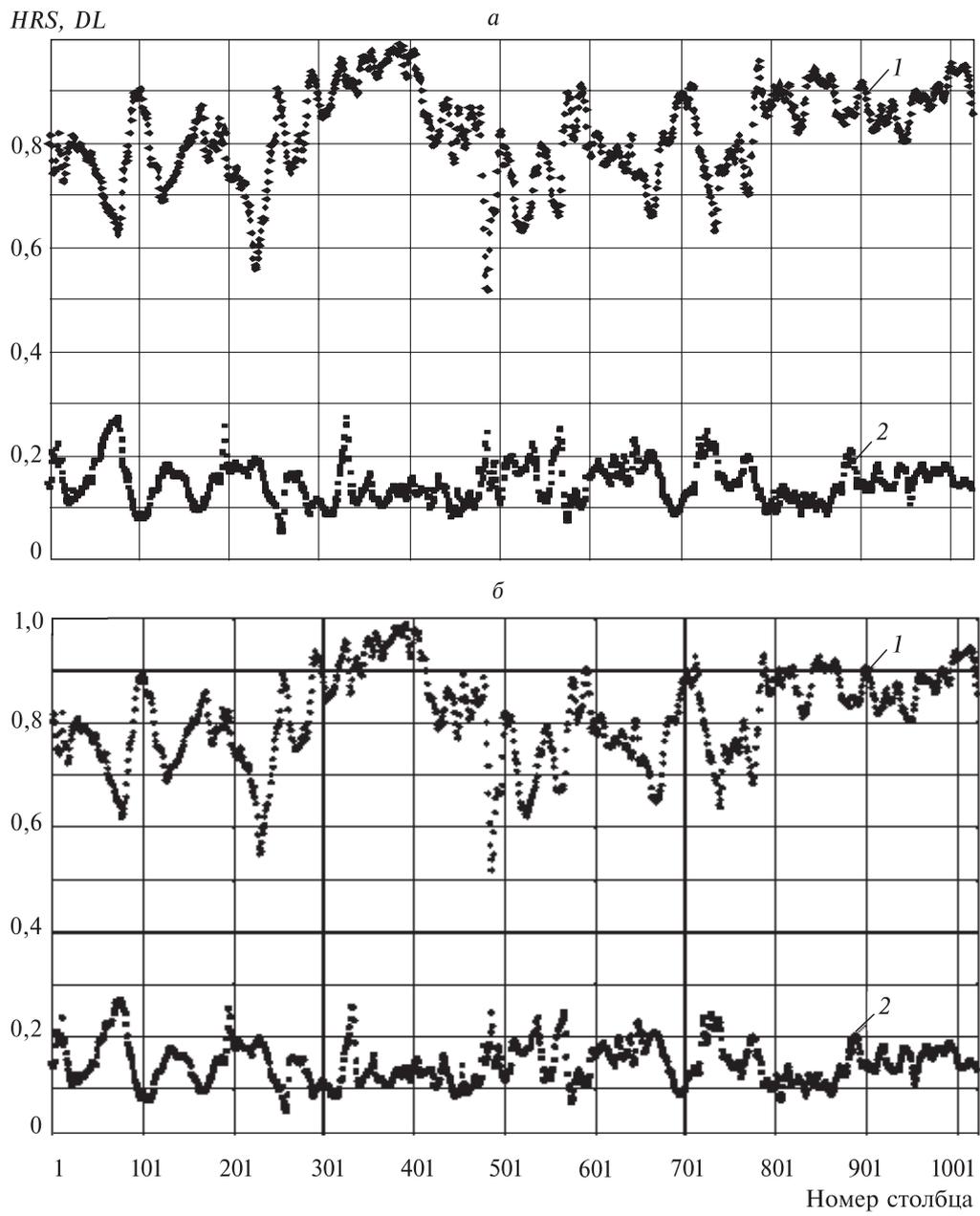


Рис. 4.17. Зависимость параметра Херста (1) и погрешности (2) от номера столбца.
a — область Б, до индентации; *б* — после.

На рис. 4.17 показаны значения параметра Херста и погрешности для различных столбцов (вертикальное сканирование области слева направо) по области Б, измерения проведены до процесса индентации (определения механических характеристик) и после него.

Анализ результатов статистической обработки позволяет сделать следующие выводы о характере поверхности исследованных областей.

Значения параметра Херста для области А в целом заметно выше, чем для области Б, изменяются в пределах от 0,8 до 1,16 (среднее значение 0,93) В области Б диапазон изменения от 0,51 до 0,99 (среднее значение 0,81).

Следовательно, в области А рельеф поверхности в большой мере детерминированный и трендоустойчивый, тогда как в области Б рельеф поверхности является более случайным. Это согласуется с тем, что в области Б есть видимые включения, а в области А — нет (см. рис. 4.15). Особенно велико отличие в параметре Херста для первых двух сотен столбцов (в среднем около 0,25), для остальных оно составляет 0,1.

Значения параметров HRS и DL , измеренные до и после индентации различаются очень мало (в среднем не выше 0,01 для HRS и 0,025 для DL).

Как правило, значения HRS и DL больше до индентации, хотя в ряде случаев имеет место обратное (рис. 4.18).

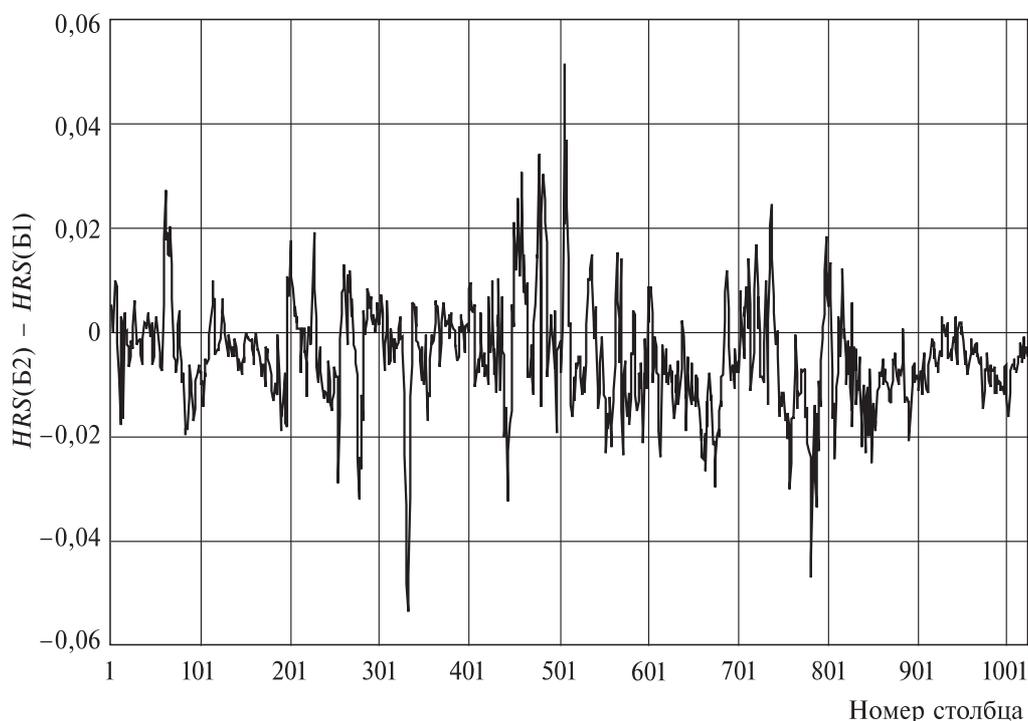


Рис. 4.18. Зависимость разности параметров Херста (до и после индентации) от номера столбца (область Б).

Таблица 4.2. Значения показателя Херста по столбцам

Статистические характеристики	HRS_A	DL_A	HRS_B	DL_B	HRS_{B1}	DL_{B1}
Среднее	0,94	0,12	0,82	0,15	0,81	0,15
Максимум	1,16	0,28	0,99	0,27	0,99	0,27
Минимум	0,80	0,37	0,52	0,05	0,52	0,05
Дисперсия, %	0,39	0,13	0,80	0,15	0,79	0,15

Величина относительной погрешности DL/HRS является достаточно высокой, но типичной для подобных измерений и в среднем составляет 13 % для области А и около 18 % для области Б. Для отдельных

столбцов (особенно в области Б) погрешность DL/HRS может достигать величин 30–45 %. Явной зависимости между параметрами HRS и DL не наблюдается.

Суммарные данные по всем столбцам приведены в табл. 4.2 (индекс Б — данные для области Б до индентации, индекс B1 — после индентации).

Сравнение статистических параметров геометрии поверхности при измерении на приборе *NanoTest-600* и микроскопе *Dimension ICON* (шаг измерений в плоскости отличался на порядок) показывает, что на различных масштабах получены достаточно близкие значения параметра Херста для сравнительно «гладких» (0,94 — *ICON* и 1,06 — *NanoTest*) и «шероховатых» (0,82 — *ICON* и 0,84 — *NanoTest*) участков поверхности кристалла сильвина. Возможно, что это свидетельствует о наличии подобия (фрактальности) статистических свойств геометрии на различных масштабных уровнях.

4.5. Механические свойства отдельных фракций соляных пород в нано- и микродиапазоне

Представим сначала результаты определения механических свойств, полученных на основе данных наноиндентирования на зондовом микроскопе *Dimension ICON* для молочно-белой фракции сильвина. Определение твердости и модуля упругости является здесь нетривиальной задачей.

Наноиндентирование областей А и Б (раздел 4.4) осуществлялось в точках, отмеченных кружками и цифрами (см. вкл. рис. 4.14), со скоростью 50 нм/с. Информация записываемая в массив данных при эксперименте по наноиндентированию представляет из себя функцию $d(z)$, где z — смещение закрепленного конца балки (кантилевера) в нм, d — отклонение кантилевера в результате взаимодействия с образцом в нм.

Необработанные данные имеют вид, показанный на рис. 4.19.

Обработка данных состоит в следующих этапах: 1. Смещаем график так, чтобы отклонение прямого хода выходило из нулевой точки (см. рис. 4.19, б). 2. Точка, в которой величина d начинает резко возрастать соответствует началу вдавливания зонда в образец, ей соответствует значение $z = 151$ нм (рис. 4.20). 3. Смещаем данные в эту точку (рис. 4.21). 4. Вычисляем деформацию — на каждом шаге движения вниз dz зонд одновременно изгибается на величину dd и вдавливается в образец на величину du . Деформация образца на прямом ходе

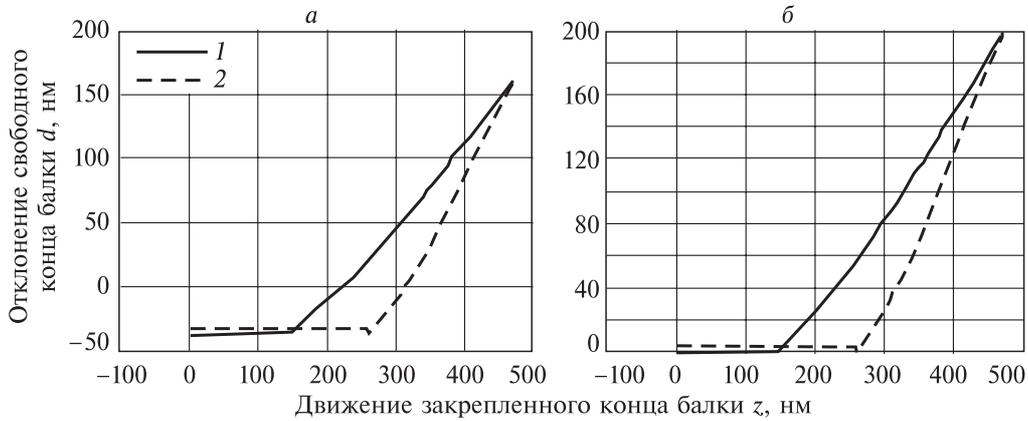


Рис. 4.19. Кривые прямого (1) и обратного (2) хода кантилевера (а) и эти кривые, смещенные по вертикали (б).

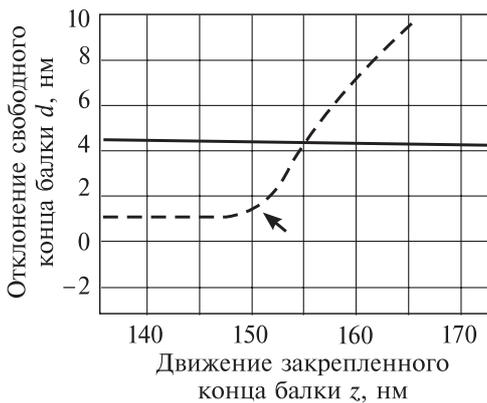


Рис. 4.20. Отметка начала вдавливания кантилевера в образец.

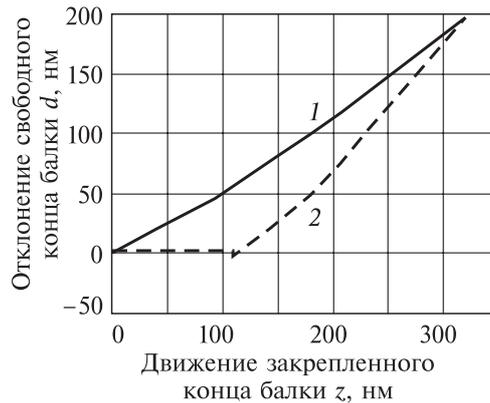


Рис. 4.21. Смещенные по горизонтали кривые прямого (1) и обратного (2) хода кантилевера.

вычисляется как $u = z - d$, а сила $P = kd$, где $k = 440$ Н/м — жесткость балки (кантилевера).

Аналогичные вычисления проводятся для обратного хода, в итоге получаем зависимости усилие — глубина проникания $P(u)$ (рис. 4.22).

При обработке кривых $P(u)$ необходимы детальные данные о геометрии кантилевера (информация доступна на сайте [116]).

Вершиной алмазного наконечника является угол куба, так что три плоскости углов образуют вершину «А». Для обеспечения более симметричных отпечатков алмаз монтируется с вертикальной осью наконечника приблизительно нормальной к образцу. Ниже представлены значения геометрических параметров используемого кантилевера.

Геометрия	Анизотропная
Высота наконечника	50 мкм
Фронтальный угол	$55 \pm 2,0$
Задний угол	$35 \pm 2,0$
Боковой угол	$51 \pm 2,0$
Радиус наконечника (норм)	40 нм
Радиус наконечника (макс)	50 нм
Tip Set Back (норм)	13 мкм
Tip Set Back (RNG)	5–20 мкм

Спецификация кантилевера

Материал	Сталь
Толщина (норм)	13 мкм
Толщина (RNG)	11–15 мкм

DNISP

Алмазный наконечник, 100–300 Р/м, 35–65 кГц

Форма	прямоугольная.
Длина (мкм)	350 (норм) 300 (мин) 500 (макс)
Ширина (мкм)	100 (норм) 80 (мин) 120 (макс)
Частота (кГц)	50 (норм) 35 (мин) 65 (макс)
К (Н/м)	350 (норм) 300 (мин) 450 (макс)

При индентации кантилевер имеет наклон 12° к горизонтали (поверхности образца).

На любом графике, построенном на основании проведенных экспериментов зависимости $P(u)$, можно выделить три основные точки (рис. 4.23): точка 0, (u_0, P_0) — усилие достигает максимума; точка 1, (u_1, P_1) — перемещение при разгрузке достигает максимума (вязкопластическая разгрузка переходит в чисто упругую); точка 2, (u_2, P_2) — усилие достигает минимума (практически равно нулю).

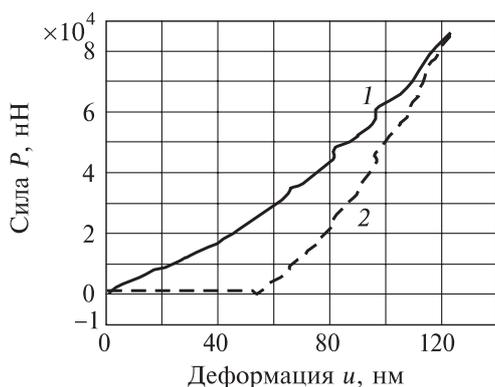


Рис. 4.22. Итоговые кривые усилие — глубина проникания при нагрузке — разгрузке. 1, 2 — см. на рис. 19.

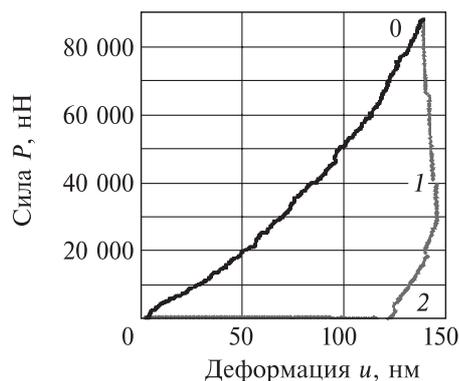


Рис. 4.23. Диаграмма усилие — глубина проникания при нагрузке — разгрузке для области А, точка № 2.

Таблица 4.3. Значения твердости по Бринеллю и Мейеру

№ точки	H^* , ГПа	H , ГПа	H_1^* , ГПа	H_1 , ГПа
А 1	1,07	1,74	0,30	0,48
А 2	0,82	1,33	0,25	0,41
А 3	0,70	1,14	0,21	0,35
Б 1	1,01	1,65	0,29	0,47
Б 2	0,93	1,51	0,22	0,35
Б 3	0,79	1,29	0,25	0,40
Б 4	1,24	2,01	0,29	0,48

В табл. 4.3 представлены данные вычисленных значений твердости для всех точек индентирования в областях А и Б. Значения твердости H_1 и H_1^* соответствуют точке 1 на диаграмме 4.23 — точке перехода в область упругой разгрузки. По этим значениям можно оценить уровень предела текучести испытуемого материала на микро-, наноуровне.

Анализ полученных результатов позволяет заключить, что средняя величина твердости по Мейеру H в измеряемых точках области Б (1,62 ГПа) выше, чем для области А (1,40 ГПа). По-видимому, это связано как со статистическими свойствами микрорельефа — более неупорядоченный (хаотичный) в области Б, так и с наличием множества центров роста кристаллов (область Б). Максимальное значение твердости установлено для точки 4 (область Б) — в зоне роста кристаллов.

Сравнение данных, полученных на зондовом микроскопе с данными, полученными для молочной-белой фракции сельвина на приборе *NanoTest-600* ($0,23 \pm 0,03$ ГПа [134]) показывают превышение настоящих данных в 5–8,5 раз, это связано, по-видимому, с масштабным эффектом.

Для оценки модуля Юнга E использовалась формула (4.14), полученная в разделе 4.3 на основе анализа размерностей, которую запишем здесь в виде

$$E = \frac{1}{C^*(\nu)} \cdot \frac{P_2 - P_1}{u_2(u_2 - u_1)}, \quad (4.30)$$

где u_1 , u_2 — значения глубины проникания кантилевера для точек 1 и 2 (см. рис. 4.23).

Коэффициент C^* в формуле (4.30) зависит только от коэффициента Пуассона, полагая диапазон его изменения (см. рис. 4.6) от 0,47 ($\nu = 0,2$) до 0,58 ($\nu = 0,4$), определим значения модуля Юнга (ГПа) для двух значений C^* :

№ точки	$C^* = 0,47$	$C^* = 0,58$
	($\nu = 0,2$)	($\nu = 0,4$)
А 1	21,5	17,4
А 2	21,9	17,7
А 3	19,3	15,6
Б 1	30,2	24,5
Б 2	23,4	19,0
Б 3	19,4	15,7
Б 4	21,7	17,6

Средние значения модуля упругости (например, для $C^* = 0,47$) в области А $E = 20,9$ ГПа, в области Б $E = 23,7$ ГПа, т. е. близки друг к другу. Сравнение с данными, полученными [134] с помощью прибора *NanoTest-600* показывает достаточно хорошее соответствие $E = 27,4 \pm 3,7$ ГПа.

На отдельном выделенном участке образца, подобном области А, были проведены единичные пробные испытания по наноиндентированию с различной скоростью внедрения кантилевера: 50, 500 и 5000 нм/с (см. вкл. рис. 4.25).

Были проведены единичные пробные испытания с циклической нагрузкой-разгрузкой (до четырех циклов), диаграммы усилие — перемещение показаны на рис. 4.26 (см. вкл.).

Испытания показали, что при изменении скорости проникания на два порядка диаграммы усилие — перемещение практически остались прежними. Если среднюю глубину проникания принять за 100–150 нм, то характерные времена релаксации материала в данном масштабе будут находиться вне диапазона 0,02–3 с. Очевидно, что петли гистерезиса при повторных циклах нагружения уменьшаются, а процесс проникания стабилизируется.

Режим циклической нагрузки — разгрузки ведет к увеличению жесткости испытуемого материала, уменьшению петли гистерезиса и стабилизации кривой $P(u)$.

Перейдем к анализу результатов по измерению твердости и модуля упругости на приборе *NanoTest-600*.

Место отбора образцов сильвинита — Второй Соликамский рудник (пласт Вс, слои № 2 и 4), подстилающей каменной соли — Четвертый Березниковский рудник, карналлита — Первый Соликамский рудник (пласт Вк, четные слои).

Макрообразцы сильвинита имели мелко- и среднезернистую структуру, состояли из включений сильвина красного и молочно-белого цвета (размер зерна 1–4 мм), серого и прозрачного галита (размер зерна до 10 мм). Образцы подстилающей каменной соли имели крупнозернистую структуру (размер зерна достигал 10–15 мм), состояли из темно-серого перистого галита с включениями светлого и прозрачного галита. Образцы карналлита состояли из массивных грубозернистых агрегатов, имели мясо-красный или янтарно-перламутровый цвет, зерна слегка вытянутые, размерами 1 на 2–3 см.

Образцы для микроиспытаний изготавливали из элементов породы разрушенных при стандартных испытаниях на сжатие макрообразцов. Эксперименты проводили на установке *NanoTest-600* путем вдавливания пирамиды Берковича в образец с усилием $F_{ин} = 500$ мН. На каждом образце с помощью встроенных в прибор микроскопов выбирали сравнительно ровный участок, в пределах которого проводили около 100 экспериментов (10×10 точек) с шагом 30 мкм.

Были испытаны следующие образцы фрагментов зерен:

- *сильвинита*: А — прозрачная фракция галита, Б — прозрачная фракция галита с поверхностным голубым окрасом, В — красная фракция сильвина, Г — молочно-белая фракция сильвина;

- *подстилающей каменной соли*: Д — прозрачные кристаллы галита, Е — темно-серые кристаллы галита;

- *карналлита*: Ж — мясо-красная и З — янтарно-перламутровая фракция, И — серая фракция — предположительно зерна галита, К — белая пеннистая фракция.

На большинстве экспериментальных кривых «усилие вдавливания — перемещение» наблюдаются два резких изменения наклона нагружающей ветви кривой в сторону увеличения жесткости (рис. 4.27). В некоторых опытах на

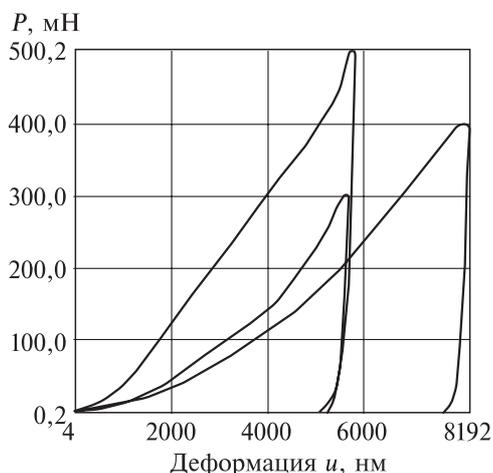


Рис. 4.27. Кривые «нагрузка — разгрузка» прозрачной фракции галита при трех уровнях максимального усилия (300, 400 и 500 мН).

кривой нагрузки возникали участки с понижающимся модулем. Причина их появления — хрупкое разрушение и откалывание близлежащих приповерхностных областей, содержащих включения или микротрещины.

Во всех опытах при максимальной нагрузке наблюдалась небольшая площадка (см. рис. 4.27), возникающая в течение выдержки около 10 с перед разгрузкой. Это означает, что

все испытанные материалы обнаруживают свойства ползучести. Проявление реологических свойств подтверждается также тем фактом, что на начальной стадии разгрузки в некоторых опытах продолжает расти перемещение.

В опытах измеряли приведенный модуль разгрузки E^* и твердость H . Значение H определяли по значению максимальной нагрузки и соответствующей глубине внедрения, значение E^* — по кривой разгрузки.

Через приведенный модуль можно определить модуль Юнга испытываемого материала по формуле, вытекающей из (4.3) [123]

$$E = (1 - \mu^2) \frac{E^* E_i}{E_i - E^* (1 - \mu_i^2)}, \quad (4.31)$$

где $E_i = 1141$ ГПа и $\nu_i = 0,07$ — модуль Юнга и коэффициент Пуассона пирамиды Берковича; ν — коэффициента Пуассона испытываемого материала.



Рис. 4.28. Поры и микропоры в молочно-белой фракции сильвина при увеличении 1100 (размер отрезка 20 мкм).

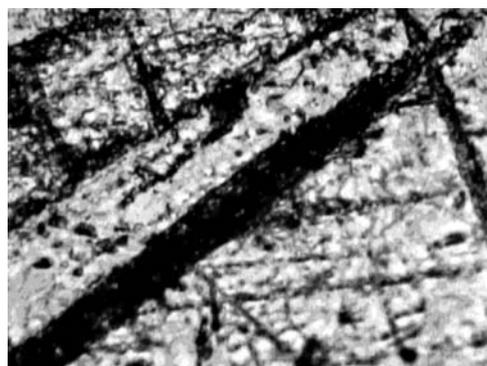
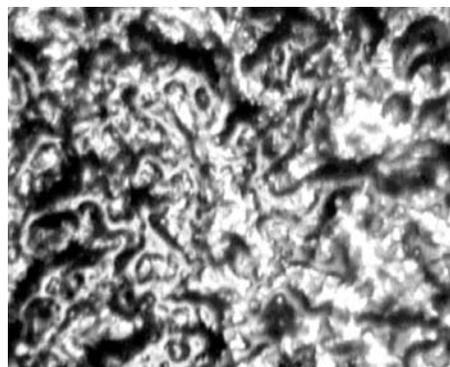


Рис. 4.29. Микрослой инородного материала в молочно-белой фракции сильвина при увеличении 1100 (размер отрезка 20 мкм).

Рис. 4.30. Структура мясо-красной фракции карналлита при увеличении 2000 (размер отрезка 10 мкм).



Выявлены некоторые структурные элементы молочно-белой фракции сильвина. На рис. 4.28 и 4.29 показаны поры и микропоры, а также микрослои инородного материала.

На рис. 4.30, где показана мясо-красная фракция карналлита, наблюдается большое количество каверн неправильной формы (каналов), наплывов.

Результаты эксперимента представлены в табл. 4.4, где в 4–6-й колонках таблиц приведены расчетные значения модуля Юнга E , модуля сдвига G и объемного модуля K при условно принятом коэффициенте Пуассона материалов $\nu = 0,3$.

Сильвинит состоит из фракций с различными механическими характеристиками, различающимися по модулю Юнга в 2–3 раза, а по твердости на 20–50 % (см. табл. 4.4). Свойства галита, входящего как в состав каменной соли (прозрачный Д и темно-серый Е), так и в состав сильвинита (прозрачный А и с голубым поверхностным окрасом Б), практически одинаковы. Отличие составляет не более 12 % по модулю E и не более 20 % по микротвердости H .

Небольшое различие фракций по твердости позволяет объяснить сравнительно близкие прочностные характеристики сильвинита и каменной соли. Отметим, что в работе [135] дана теоретическая оценка модуля упругости моно-

Таблица 4.4. Микромеханические свойства фракций соляных пород, ГПа

Фракция	E^*	H	E	G^*	K^*
Сильвинит					
А	$61,5 \pm 8,0$	$0,34 \pm 0,08$	$59,1 \pm 7,3$	$22,8 \pm 2,8$	$49,3 \pm 6,1$
Б	$64,3 \pm 12,0$	$0,35 \pm 0,08$	$62,0 \pm 11,0$	$23,9 \pm 4,3$	$51,7 \pm 9,2$
В	$20,6 \pm 7,0$	$0,29 \pm 0,06$	$19,1 \pm 6,4$	$7,3 \pm 2,5$	$15,9 \pm 5,3$
Г	$29,4 \pm 4,1$	$0,23 \pm 0,03$	$27,4 \pm 3,7$	$10,5 \pm 1,4$	$22,8 \pm 3,0$
Каменная соль					
Д	$57,0 \pm 8,1$	$0,29 \pm 0,05$	$54,6 \pm 7,3$	$21,0 \pm 2,8$	$45,5 \pm 6,1$
Е	$59,5 \pm 6,0$	$0,36 \pm 0,08$	$57,1 \pm 5,5$	$22,0 \pm 2,1$	$47,6 \pm 4,6$
Карналлит					
Ж	$30,3 \pm 4,7$	$0,35 \pm 0,11$	$28,3 \pm 4,3$	$10,9 \pm 1,6$	$23,6 \pm 3,6$
З	$25,2 \pm 15,0$	$0,18 \pm 0,09$	$23,4 \pm 13,8$	$9,0 \pm 5,3$	$19,5 \pm 11,5$
И	$20,6 \pm 14,9$	$0,19 \pm 0,09$	$19,1 \pm 13,5$	$7,4 \pm 5,2$	$15,9 \pm 11,3$
К	$3,9 \pm 1,4$	$0,05 \pm 0,01$	$3,6 \pm 1,3$	$1,4 \pm 0,5$	$3,0 \pm 1,1$

* Расчетные значения модуля Юнга E , модуля сдвига G и объемного модуля K приведены при условно принятом коэффициенте Пуассона материалов $\nu = 0,3$.

кристалла галита 51,3 ГПа, удовлетворительно соответствующая полученным экспериментальным значениям (см. табл. 4.4).

Установлено, что значения модуля Юнга существенно выше, чем соответствующие значения, полученные при испытаниях макрообразцов (см. гл. 3): сильвинита — в 2–7 раз; каменной соли — в 4–6 раз. Это объясняется наличием множественных микротрещин, пор, ослабленных межзеренных границ, неосляных включений в макрообразцах.

Мясо-красную фракцию карналлита исследовали на фрагментах образцов после разрушения (слой № 2) с усилием вдавливания $F_{ин} = 500$ мН. Сравнение с характеристиками сильвинита и каменной соли показало, что по модулю Юнга мясо-красная фракция карналлита Ж наиболее близка к молочно-белой фракции сильвина Г, а по микротвердости — к прозрачным и темно-серым кристаллам галита Д, Е. Это соответствует результатам [1], где отмечается, что карналлит имеет более высокую по сравнению с сильвинитом твердость.

Для янтарно-перламутровой фракции карналлита З (слой № 6) твердость ниже почти в 2 раза, чем для мясо-красной фракции Ж, а модуль Юнга — на 20 %. Серая фракция И, входящая в состав этих образцов, имеет приблизительно те же параметры.

Белые пенные включения К в серой фракции И (или на границе с серой фракцией) обладают очень слабыми механическими свойствами, почти на порядок меньшими по сравнению с другими фракциями.

Представленные выше результаты получены при измерении микрохарактеристик на внешних поверхностях зерен, выделенных из разрушенных образцов сильвинита, каменной соли и карналлита после испытаний на установке *Zwick/Roell Z-250*. Кроме этого, была проведена небольшая серия измерений на внутренних поверхностях зерен сильвина и галита. Зерно «раскалывалось» тонким лезвием по трем взаимно-перпендикулярным плоскостям (одна из плоскостей формировалась параллельно внешней грани), поверхность скола была достаточно ровная по сравнению с внешней поверхностью зерна (табл. 4.5).

Очевидно, что наблюдается некоторое различие характеристик на плоскостях, более определенных выводов, например, о типе анизотропии выделенного сколом куба сделать пока не представляется возможным. Характери-

стики упругости прозрачной фракции галита А соответствуют данным, полученным для наружных поверхностей, а характеристики молочно-белой фракции сильвина Г1, Г2 обнаруживают различие. Твердость внутренних плоскостей зерен сильвина и галита в 1,5–1,8 раза меньше твердости наружных поверхностей (см. табл. 4.4).

Таблица 4.5. Микромеханические свойства зерен на внутренних взаимно-перпендикулярных плоскостях

Фракция	Характеристика, ГПа	Плоскость 1	Плоскость 2	Плоскость 3
Г1	<i>H</i>	0,13 ± 0,03	0,15 ± 0,04	0,14 ± 0,03
	<i>E*</i>	40,5 ± 7,5	47,6 ± 8,0	23,1 ± 4,2
Г2	<i>H</i>	0,11 ± 0,04	0,14 ± 0,02	0,16 ± 0,03
	<i>E*</i>	40,5 ± 11,4	39,7 ± 5,7	49,4 ± 11,5
А	<i>H</i>	0,21 ± 0,05	0,21 ± 0,07	0,17 ± 0,04
	<i>E*</i>	64,2 ± 12,5	52,5 ± 10,6	37,1 ± 20,1

4.6. Микромеханические свойства межзеренных границ сильвинита

Известно [129, 130], что прочность минерального агрегата определяется в значительной степени микромеханическими характеристиками межзеренных границ, их геометрией и размерами. Разрушение горной породы начинается обычно по границам минеральных зерен, начало образования трещин наблюдается при уровне нагрузок меньше предела мгновенной прочности. Механизмы зарождения и развития микротрещин, образования макротрещин определяются локальными свойствами микрообъема. Поэтому представляет определенный интерес изучение свойств межзеренных границ.

Определены микромеханические свойства в окрестности границы зерен молочно-белой фракции сильвина. В окрестности прямолинейной межзеренной границы проведены исследования на площадке размером 180×180 мкм (100 испытаний). Обнаружено, что приведенный модуль разгрузки E^* на участке границы шириной около 20–30 мкм составляет 7–9 ГПа, а соответствующие модули зерен 23–26 и 28–32 ГПа (рис. 4.31).

Так как структура зерен по обе стороны от границы была одинаковой, то можно предположить, что разница в значениях модулей обусловлена различной ориентацией граничащих кристаллов. Распределение микротвердости в окрестности границы не обладает четко выраженной зависимостью, а является довольно хаотичным.

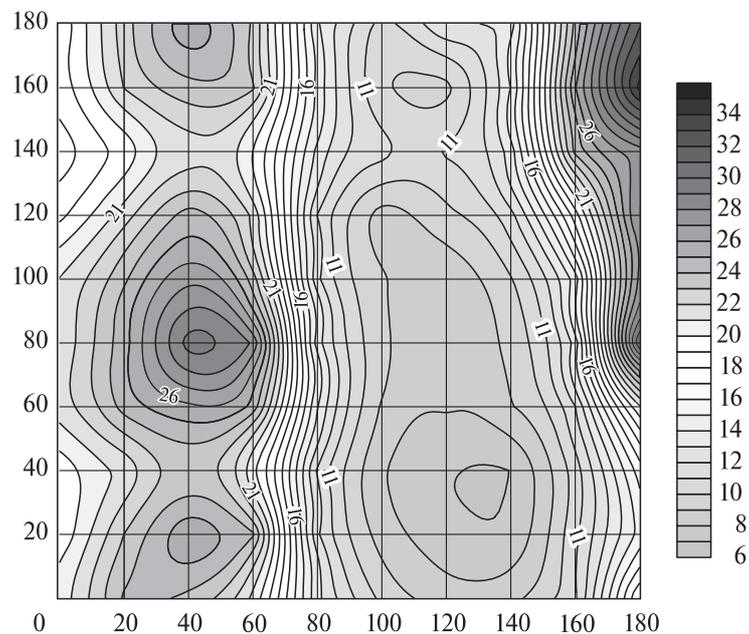


Рис. 4.31. Изолинии приведенного модуля упругости в окрестности прямолинейной межзеренной границы.

Удалось исследовать окрестность изгибающейся границы вблизи угловой точки граничащих кристаллов (см. вкл. рис. 4.32). На основе 400 испытаний на площади 190×190 мкм установлено, что на участке изгибающейся границы шириной около 10–20 мкм модуль E^* составляет 5–6 ГПа, а модули зерен 18–22 и 28–32 ГПа. В отдельных локальных областях (см. вкл. рис. 4.33) модули достигают величин 40–50 ГПа и выше. В этом варианте распределение микротвердости также показало слабость границы ($H = 0,03\text{--}0,05$ ГПа) по сравнению с микротвердостью окружающих зерен ($H = 0,2\text{--}0,25$ ГПа и $H = 0,3\text{--}0,5$ ГПа и выше).

Таким образом, исследование межзеренных границ молочно-белой фракции сильвинита показало:

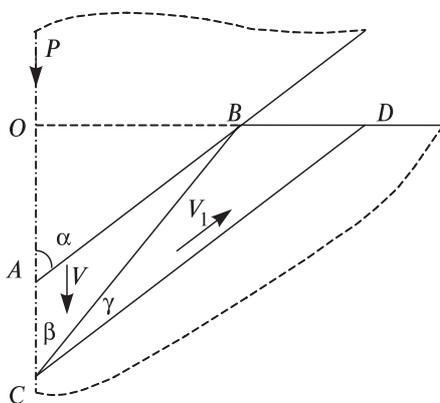
- модуль упругости кристаллов в 3–5 раз (и более) выше, чем модуль упругости материала границы, а твердость — в 5–10 раз (и более);
- распределение твердости в окрестности границы более хаотично (имеет больший разброс), чем распределение модуля.

4.7. Оценка предела текучести по значениям микротвердости образца

Полученные в эксперименте значения твердости отдельных фракций дают лишь сравнительную оценку их пластичности (прочности). Представляет интерес переход от параметра твердости к пластическим (прочностным) характеристикам материала.

Для пластичных материалов (металлов) существуют прямые зависимости между параметром твердости (по Бринелю) и пределом текучести материала, например [128]. Получим подобную зависимость между твердостью H и пределом текучести при сдвиге τ_s на основе решения задачи о внедрении жесткого конуса, вписанного в пирамиду Берковича, в пластическое полупространство. С помощью экстремальных принципов теории пластичности [61] построим приближенное решение для разрывных полей скоростей в модели жесткопластического тела (рис. 4.34).

Пусть жесткий конус с углом при вершине 2α находится на глубине $OA = L$ под действием силы P . Предполагается простейшая схема пластического течения в полупространстве:



с вертикальной скоростью V в блоке ABC и скоростью V_1 , параллельной границе CD в блоке BDC , диссипация мощности происходит на границах BC и CD . Выбранные скорости являются кинематически допустимыми, они удовлетворяют граничным условиям на оси симметрии OC и на границе с жестким полупространством CD .

Рис. 4.34. Схема разрывных полей скоростей для жесткопластического полупространства.

Кроме этого, скорости V и V_1 должны удовлетворять условию непрерывности нормальных составляющих на границе BC $V_n = V \sin \beta = V_1 \sin \gamma$, откуда

$$V_1 = V \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}. \quad (4.32)$$

Предполагая параллельность прямых AB и CD , получим $\gamma = \alpha - \beta$. Скачок касательной составляющей скорости на границе BC равен

$$[V_\tau] = V \cos \beta + V_1 \cos \gamma = V \frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin \gamma} = V \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}. \quad (4.33)$$

Мощность внешних сил PV затрачивается на диссипацию энергии на границах разрыва скоростей BC и CD [61]

$$PV = \tau_s [V_\tau] S_{BC} + \tau_s V_1 S_{CD}, \quad (4.34)$$

где S_{BC} , S_{CD} — боковые поверхности конусов с образующими BC и CD .

Опуская подробности, преобразуем уравнение (4.34) к виду

$$\frac{P}{\pi \tau_s L^2 \operatorname{tg}^2 \alpha \sin \alpha} = f(\beta) = \frac{1}{\sin \beta \sin(\alpha + \beta)} \left(1 + \frac{\cos^2 \beta}{\cos^2 \alpha} \right). \quad (4.35)$$

В соотношении (4.35) неизвестной величиной является угол β , определяющий объем области пластического деформирования. Этот угол ищется из условия минимума диссипации энергии на границах разрыва скоростей

$$f(\beta) \rightarrow \min, \quad 0 < \beta < \alpha. \quad (4.36)$$

Для угла $\alpha \approx 66^\circ$, соответствующего пирамиде Берковича, $\min f(\beta) = 15,87$ достигается при $\beta \approx 44^\circ$. Тогда, соотношение (4.35) примет вид $\frac{P}{\tau_s L^2} = 228,85$,

откуда следует

$$\tau_s = 0,0044 \frac{P}{L^2}. \quad (4.37)$$

Твердость H , определяемая как отношение усилия к площади поверхности отпечатка, для конуса с углом $2\alpha \approx 132^\circ$ выражается как

$$H = P/S_{\text{отп}} = 0,056 \frac{P}{L_2}. \quad (4.38)$$

Из соотношений (4.37) и (4.38) получим искомую связь

$$\tau_s \approx 0,08H. \quad (4.39)$$

Проверим соотношение (4.39) для обычной стали, имеющей предел текучести при растяжении $\sigma_s = 220$ МПа. Испытание на установке *NanoTest-600* дает значение твердости $H = 1,44$ ГПа, применяя (4.39) получим $\tau_s \approx 115$ МПа. Связь между пределом текучести при растяжении σ_s и при сдвиге τ_s через соотношения

Треска или Мизеса дает интервал значений $\tau_s = \left(\frac{1}{2} \div \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \sigma_s = 110\text{--}127$ МПа, что

хорошо соответствует найденному значению.

Применяя (4.39) получим для мясо-красной фракции карналлита $\tau_s \approx 28,0 \pm \pm 8,6$ МПа, соответствующее значение для макрообразца карналлита на порядок меньше. Для серой фракции карналлита $\tau_s \approx 21,0 \pm 6,2$ МПа, для белых пенистых включений (или на границе с серой фракцией) $\tau_s \approx (1,0 - 2,0) \pm 0,5$ МПа. Межзеренная граница в сильвините также плохо сопротивляется сдвигу $\tau_s \approx (2,5 - 4,0) \pm 0,5$ МПа.

Уровни предельных напряжений межзеренных границ при сдвиге порядка 1–4 МПа и определяют макроскопические значения пределов прочности образцов соляных пород.

Глава 5

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ СОЛЯНЫХ ПОРОД

5.1. Общие сведения

Реальный массив горных пород представляет собой сложную среду, сформировавшуюся под влиянием геологических процессов. На устойчивость горных выработок существенно влияют свойства приконтурных пород, естественное (природное) напряженное состояние массива, технология горных работ и другие факторы.

Механические модели идеализируют массив пород, в них отражаются только главные его свойства и отбрасываются несущественные с точки зрения исследуемых явлений. К числу свойств массива, подвергающихся схематизации в модели, относятся его сплошность, изотропность и однородность.

Модель должна быть адекватна объекту, и ее изучение должно дать новую информацию об объекте. Применение механических моделей при расчетах устойчивости подземных сооружений необходимо, так как геомеханический анализ с полным учетом всех свойств породных массивов принципиально невозможен из-за их очевидной неисчерпаемости.

В классической монографии по механике горных пород [99] подчеркивается, что «... механика горных пород не стремится к получению точных решений, тем более, что по отношению к такому неоднородному объекту, как горные породы, это было бы невозможно Речь идет о предрасчете основных параметров процессов ... с точностью, удовлетворяющей практику, т. е. обычно до нескольких десятков процентов, а в некоторых случаях — о прогнозировании форм и характера проявления процессов механики горных пород...».

По сравнению с экспериментальными (натурными и лабораторными) методами исследований, область корректного применения которых ограничена участками проведения экспериментов, математическое моделирование и теоретический анализ его результатов обладают большей общностью при прогнозе проявлений горного давления и оценке устойчивости подземных сооружений.

Под математической моделью деформирования и разрушения горных пород понимают зависимости между тензорами напряжений, деформаций, скоростей деформаций и временем, т. е. уравнения состояния (физические уравнения), а также критерии разрушения пород. в этой связи математические модели называют механическими моделями.

каждая модель имеет свою область применения. Поэтому при выборе той или иной модели нужно четко определиться, какую особенность деформирования и разрушения соляных пород мы хотим учесть (включить в модель). Решив соответствующую модельную задачу о напряженно-деформированном состоянии пород вокруг выработки, можно выяснить, в каком диапазоне горно-гео-

логических и горно-технических условий моделируемая особенность играет существенную роль.

Следует отметить одно важное обстоятельство. Адекватность модели реальному объекту достигается, как правило, ее усложнением. Одновременно с этим увеличивается степень неопределенности модели, так как возрастает количество входящих параметров. Возникает так называемый парадокс математического моделирования: усложнение модели не всегда приводит к получению более точного результата.

Принципиальный вопрос адекватности конечных результатов, полученных методом математического моделирования, может быть решен только на основе сопоставления их с натурными данными, характеризующими процесс деформирования и разрушения пород в массиве, окружающем подземное сооружение.

5.2. Краткий обзор известных в литературе феноменологических моделей деформирования и разрушения соляных пород

Для соляных пород в литературе предложены различные математические модели. Достаточно подробный их обзор приведен в работе [136], поэтому ниже отметим только наиболее существенные особенности моделей.

Удовлетворительную качественную картину изменения во времени напряженно-деформированного состояния приконтурных пород дают расчеты по простейшим реологическим моделям тел Гука, Ньютона и Сен-Венана. В [1] описана реологическая модель каменной соли, предложенная С. Серата.

По мнению А. Салустовича [1], достаточно адекватно поведение каменной соли при длительной нагрузке воспроизводит вязкоупругопластическая модель, состоящая из двух последовательно соединенных упругого и пластического элементов и параллельно им третьего — вязкого элемента Ньютона.

Деформирование массива пород, моделируемого средой Шведова — Бингама, ослабленного выработкой круглого сечения, исследовано Ю.А. Песляком и К.В. Руппенейтом [137]. Применительно к соляным породам модель Шведова — Бингама рассмотрена в работах А.Г. Оловянного [138], О.В. Ковалева и др. [139].

А.Г. Оловянный [138] использовал модель последовательного соединения вязкопластического элемента Бингама и упруговязкого элемента Фойхта. Объемные деформации (как упругие, так и пластические) не учитываются. В начальный момент времени ($t = 0$) распределение напряжений совпадает с упругим решением. При $t > 0$ вблизи контура выработки происходит релаксация напряжений. максимум тангенциального напряжения σ_θ перемещается в глубь массива. При $t \rightarrow \infty$ распределение напряжений стремится к решению классической упругопластической задачи Галина [61].

Интересная реологическая модель предложена Б.В. Винкелем, К.Х. Герстелем и Х.И. Ко [16] по результатам испытаний образцов каменной соли в условиях одноосного сжатия.

Различные реологические уравнения состояния соляных пород в рамках технических теорий ползучести предложены К. Найром, С. Саиди и Е. Вильсоном [140], В. Менцелем и В. Шрейнером [1415], Е.М. Шафаренко [4]. При монотонно и медленно изменяющихся нагрузках теории старения и течения хорошо согласуются с результатами опыта.

Среди исследований, посвященных анализу устойчивости выработок в породах, обладающих реологическими свойствами, широко известно направление, развитое Ж.С. Ержановым и его учениками на основе линейной наследственной теории ползучести. Фактор времени учитывается с применением известного принципа Вольтерра для задач, в которых тип краевых условий и объемные силы могут считаться не зависящими от времени. В плоских задачах с заданными нагрузками на границе расчетной области напряжения не зависят от времени, а смещения могут быть вычислены с применением переменных модулей [142]. Смещения породного контура выработки незначительны и линейно зависят от ее глубины.

Линейно-наследственная теория ползучести применима к соляным породам для уровней нагрузки из области линейности свойств деформаций, границей которой является предел длительной прочности породы.

Для описания процесса ползучести в рамках наследственной теории находят применение различные варианты нелинейной связи напряжений и деформаций во времени.

Теория нелинейной наследственности, видимо, впервые применена И.Х. Габдрахимовым с соавторами [59, 60, 62] для описания ползучести карналлита и сильвинита Верхнекамского месторождения. Для описания всех трех стадий ползучести соляных пород они предложили принимать ядро ползучести в виде «спектральной» функции. К сожалению, уравнения не были обобщены на случай сложного напряженного состояния, и не проводились расчеты НДС породного массива. Следует также отметить, что линейные и нелинейные уравнения с ядрами разностного типа, удовлетворяющими условию затухавшей памяти, описывают полностью обратимые процессы, когда со снятием нагрузки возвращается мгновенно упругая деформация, а за ней с течением времени и накопленная деформация ползучести.

Ж.С. Ержанов и Э.И. Бергман [3] для условий сложного напряженного состояния предложили, ссылаясь на работу М.И. Розовского [143], вариант нелинейной теории наследственности с ядром ползучести, зависящим от уровня действующих нагрузок. Расчеты напряженно-деформированного состояния полого толстостенного образца показали, что напряженное состояние изменяется во времени. Обратимой части деформаций соответствует ядро ползучести типа Абеля, а необратимая деформация описывается в рамках теории старения. Зависимость объемной деформации от среднего напряжения предполагается линейно упругой, что противоречит опытам на сжатие и ползучесть, которые в области нелинейности показывают необратимое увеличение объема образцов во времени.

Ж.С. Ержанов с соавторами [144] разработали метод расчета устойчивости одиночных выработок с произвольной формой поперечного сечения с учетом больших деформаций ползучести и постепенного микро- и макроразрушения

вмещающих пород. В качестве физических соотношений использованы уравнения Г.И. Гуревича [145], являющиеся частным случаем уравнений наследственности Больцмана — Вольтерра с временем релаксации, трактуемым по Я.И. Френкелю.

Е.М. Шафаренко [4] на основе экспериментальных данных о ползучести солей Соль-Илецкого месторождения предложил физические соотношения наследственного типа между инвариантами тензоров напряжений и деформаций. Модель описывает все стадии ползучести, допускает существование предела длительной прочности как порогового значения интенсивности напряжений, при котором начинаются процессы разрушения, сопровождающиеся разрыхлением среды. Предлагается методика определения параметров уравнений и проводятся расчеты для сферической полости.

Интересны работы, в которых авторы рассматривают разрушение горных пород с кинетических позиций. Это работы И.В. Баклашова и Б.А. Картозии [146], Г.Г. Литвинского [147–149], А.Г. Протосени [150], А.К. Ставрогина и Е.В. Лодуса [151]. Процесс накопления повреждений при ползучести описывается с использованием функции повреждаемости. Исследуются процессы образования и развития во времени зоны неупругих деформаций.

В работе А.Г. Оловянного и Б.З. Амусина [152] решена упругопластическая задача с условием Кулона-Мора, при этом область неупругих деформаций составляют зоны с разрушением и без него, размер которых определен по деформационному критерию Н.С. Булычева [153]. Для учета развития деформаций во времени в пластических зонах введена функция длительной прочности.

В работе [154] построены физические уравнения деформирования соляных пород, находящихся в предварительно напряженном упругом состоянии и проявляющих при последующем нагружении нелинейные вязкоупругие свойства.

Авторы работы [155] на основании испытаний образцов сильвинита Верхнекамского месторождения при программируемых многоступенчатых релаксационных режимах «нагрузки — разгрузки» и последующим «отдыхом» на каждой ступени делают вывод о том, что для учета необратимых деформаций сдвига и объема необходимы вязкоупругопластические модели, содержащие независимые переменные состояния, отвечающие за изменение структурного состояния материала.

Большое количество работ посвящено изучению «запредельного» состояния горных пород. Отметим труды Б.З. Амусина, И.В. Баклашова, Б.А. Картозии, В.Ф. Кошелева, А.Н. Линькова, А.Г. Оловянного, А.Г. Протосени, А.Ф. Ревуженко.

В работе [74] подробно рассмотрены некоторые модели деформирования и разрушения соляных пород, реализованные в решении модельных задач и нашедшие применение при прогнозировании проявлений горного давления в окрестности выработок в соляных массивах.

Остановимся ниже на феноменологических моделях деформирования образцов карналлита.

Рис. 5.1. Реологическая модель карналлита.

Для описания «поведения» карналлита во времени в литературе предложены различные уравнения состояния (физические уравнения).

Предложена реологическая модель Бюргерса [1] (рис. 5.1).

В.Л. Водопьянов [31] считал, что связь напряжений с деформациями для карналлита удовлетворительно описывается в рамках модели Бингама — Шведова. Параметры модели определены по результатам испытаний образцов на ползучесть и по результатам натурных замеров в карналлитовых выработках. Условным пределом текучести τ_s считается напряжение, при котором пластические деформации составляют 15–20 % от разрушающих. Установлено, что $\tau_s = 2,5$ МПа.

И.Х. Габдрахимов с соавторами предложили для карналлита уравнение состояния в виде нелинейного интегрального уравнения Вольтерра II рода с ядром в виде спектральной функции. Параметры ядра определены по результатам испытаний образцов на ползучесть [60].

В работах И.Х. Габдрахимова предлагается считать, что предел длительной прочности карналлита на сжатие σ_∞ составляет $(0-0,1) \sigma_{сж}$.

В [55] в качестве уравнений состояния приняты вслед за М.А. Колтуновым [156] уравнения для сдвиговых деформаций и уравнения объемного деформирования.

Первое имеет вид:

$$e_{ij}(t) = \frac{S_{ij}(t)}{2G} + \frac{1}{2G} \int_0^t K_c[t, \tau, \sigma_3(\tau)] S_{ij}(\tau) d\tau, \quad (5.1)$$

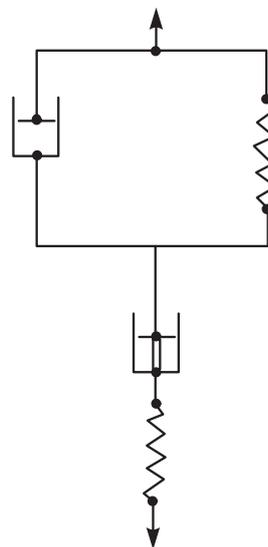
где $e_{ij}(t)$ — компоненты девиатора тензора деформаций; $s_{ij}(t)$ — компоненты девиатора тензора напряжений; G — модуль сдвига; σ_3 — эквивалентное напряжение; $K_c(t)$ — функция скорости сдвиговой ползучести.

Уравнение объемного деформирования имеет вид

$$\theta(t) = \frac{\sigma(t)}{B} + \frac{1}{B} \int_0^t K_v[t, \tau, \sigma_3(\tau)] \sigma(\tau) d\tau, \quad (5.2)$$

где $\theta(t) \equiv \varepsilon_{ii}(t)$ — дилатансия; $\sigma(t)$ — среднее давление; B — объемный модуль упругости; $K_v(t)$ — функция скорости объемной ползучести.

Значения параметров функции скоростей сдвиговой и объемной ползучести образцов карналлита определены по данным одноосных опытов по методике М.А. Колтунова [156].



В качестве эквивалентного напряжения σ_3 принимали интенсивность напряжений σ_i .

Функции скоростей сдвиговой и объемной ползучести приняты в виде

$$K_{nc}[t, \tau, \sigma_3(\tau)] = \delta_c \exp\left[\frac{b_c \sigma_0(\tau)}{\sigma_{icж}}\right] (t - \tau)^{-\alpha}, \quad (5.3)$$

$$K_v[t, \tau, \sigma_3(\tau)] = \delta_{0v} \exp\left\{\left[\frac{b_v \sigma_3(\tau)}{\sigma_{сж}}\right] - 1\right\} (t - \tau)^{-\alpha},$$

где $\sigma_{icж}$ — интенсивность напряжений на пределе прочности.

Уравнение (5.2) описывает не собственно объемную ползучесть, а изменение объема (разрыхление) в процессе ползучести, обусловленное трещинообразованием (накоплением повреждений) в процессе ползучести.

В случае одноосного нагружения уравнения (5.1) и (5.2) можно представить в виде ($\sigma_1 = \text{const}$):

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{\sigma_1}{2G} + \frac{\sigma_1}{2G} \cdot \frac{\delta_c}{1 - \alpha} \cdot t^{1-\alpha},$$

$$\theta = \frac{\sigma_1}{3B} + \frac{\sigma_1}{3B} \delta_v \frac{t^{1-\alpha}}{1 - \alpha}$$

или, если ввести обозначения для момента времени $t = 0$,

$$\varepsilon_{01} - \varepsilon_{02} = \frac{\sigma_1(0)}{2G} = \gamma_0; \quad \theta_0 = \frac{\sigma_1(0)}{3B};$$

$$\frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0} = \frac{\delta_c}{1 - \alpha} \cdot t^{1-\alpha}; \quad (5.4)$$

$$\frac{\theta - \theta_0}{\theta_0} = \frac{\delta_v}{1 - \alpha} \cdot t^{1-\alpha},$$

где δ_c, δ_v , как следует из уравнений (5.3), есть функции инвариантов напряжений σ и σ_i . Отметим, что в опытах на одноосную ползучесть указанные величины сохраняют постоянные значения при каждом из уровней нагружения $\sigma_1/\sigma_{сж}$.

Для определения параметров $\alpha, \delta_c, \delta_v$ уравнения (5.4) представляются в виде:

$$\lg \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0} = \lg \frac{\delta_c}{1 - \alpha} + (1 - \alpha) \lg t, \quad (5.5)$$

$$\lg \frac{\theta - \theta_0}{\theta_0} = \lg \frac{\delta_v}{1 - \alpha} + (1 - \alpha) \lg t.$$

Рис. 5.2. Графики зависимости параметров сдвиговой ползучести δ_c и объемной ползучести δ_v от уровня нагружения образцов.

Таким образом, если временная зависимость в ядре наследственной ползучести (5.3) выбрана в виде абелева ядра, то графики, построенные по уравнениям (5.5) в логарифмических координатах, будут прямыми линиями, что и иллюстрируется рис. 2.28. Угол наклона прямых позволяет определить $\alpha = 0,8$. Графики зависимости параметров сдвиговой δ_c и объемной δ_v ползучести от уровня нагружения представлены на рис. 5.2.

Параметры δ_c и δ_v ползучести карналита аппроксимируются зависимостями:

$$\delta_c = \delta_{0c} \exp \left[b_c \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{сж}} \right)^n \right], \quad (5.6)$$

$$\delta_v = \delta_{0v} \left[1 - \chi \exp \left(b_v \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_{сж}} \right)^m \cdot \frac{\gamma_0}{\theta_0} \right], \quad (5.7)$$

где $\frac{\gamma_0}{\theta_0} = \frac{1 + \mu}{1 - 2\mu}$, μ — коэффициент Пуассона, или $\frac{\gamma_0}{\theta_0}$ — определяется непосредственно из опыта.

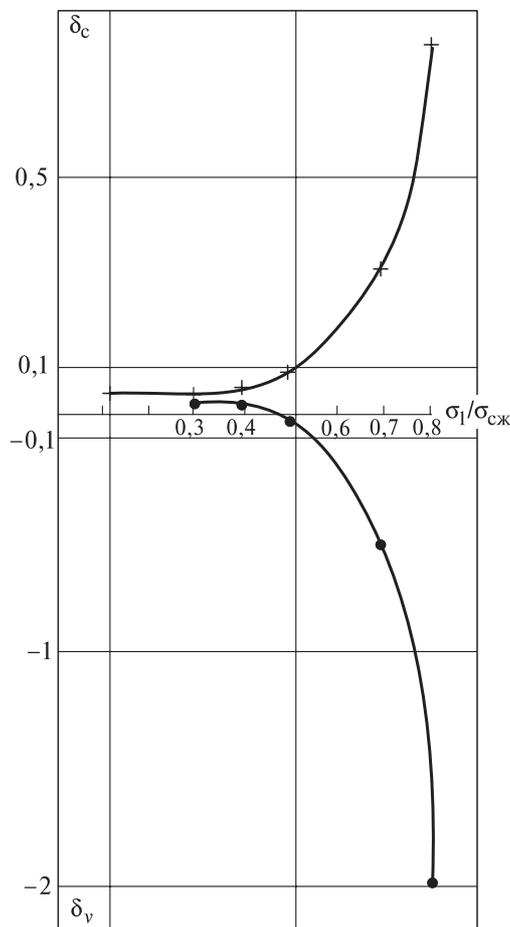
Для принятой зависимости (5.7) уравнение объемного деформирования в инвариантной форме имеет вид:

$$\theta = \frac{\sigma}{B} + \int_0^t \delta_{0v} \cdot \left\{ \frac{\sigma(\tau)}{0} B - \chi \cdot \exp \left[b_v \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{сж}} \right)^m \right] \cdot \frac{\sigma_i}{2G} \right\} \cdot \frac{d\tau}{(t - \tau)^\alpha}. \quad (5.8)$$

Величины δ_{0c} , b_c , n , δ_{0v} , χ , m , b_v есть константы материала, определяемые из анализа экспериментальных графиков (см. рис. 2.4 и 2.5).

В результате получено:

$$\delta_{0c} = 0,023 \text{ ч}^{\alpha-1}; \quad b_c = 5,49; \quad n = 2;$$



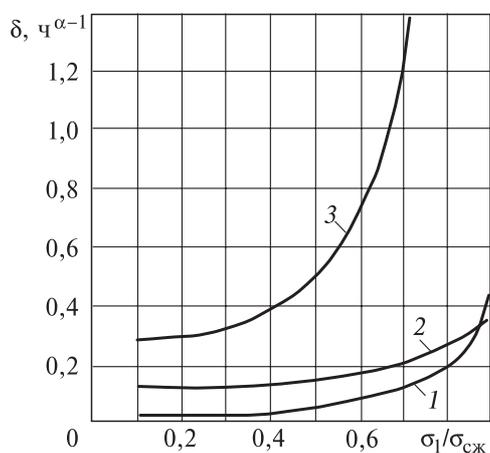


Рис. 5.3. Графики зависимости параметров продольной ползучести δ образцов соляных пород Верхнекамского месторождения калийных солей от уровня нагружения при $\alpha = 0,7$.

1 — карналлит; 2 — каменная соль; 3 — сильвинит.

$$\delta_{0v} = 0,052 \text{ ч}^{\alpha-1}; \quad \chi = 2,6 \cdot 10^{-3};$$

$$b_v = 11,1; \quad m = 1.$$

Зависимость параметра сдвиговой ползучести от уровня нагружения можно аппроксимировать также степенной зависимостью

$$\delta_c = 0,02 \left[1 + 2 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{сж}} \right)^2 + 2,18 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{сж}} \right)^3 \right]^3, \quad (5.9)$$

которая оказалась удобной при проведении численного анализа напряженно-деформированного состояния породного массива вокруг выработки на карналлитовом пласте.

На рис. 5.3 приведен график зависимости параметра продольной ползучести δ карналлита от уровня нагружения $\sigma_1/\sigma_{сж}$. Для сравнения также показаны аналогичные графики для образцов сильвинита и каменной соли, испытанных на установке УП-2 по методике ВНИМИ. очевидно, что карналлит в значительно меньшей степени проявляет склонность к ползучести, нежели каменная соль и сильвинит. карналлит является хрупким материалом.

Предложенная в работе [55] феноменологическая модель деформирования и разрушения соляных пород вокруг горных выработок в [157–160] реализована с помощью метода конечных элементов. Комплекс численных экспериментов, направленных на установление закономерностей механического поведения соляных пород и массивов вокруг подземных сооружений от основных влияющих факторов, позволил решить многие практические задачи геомеханики. Результаты использованы при составлении нормативно-методических документов по безопасному ведению горных работ на калийных рудниках России и Белоруссии.

5.3. Развитие наследственной модели деформирования и разрушения соляных пород при длительном действии нагрузок

В связи с актуальностью задачи механики соляных пород и массивов при освоении подкарьерных запасов алмазоносных трубчатых «Интернациональная» и «Мир» АК «АЛРОСА», содержащих на глубинах 600–900 м вмещающие соленосные породы Чарской свиты [43–45], был выполнен анализ результатов

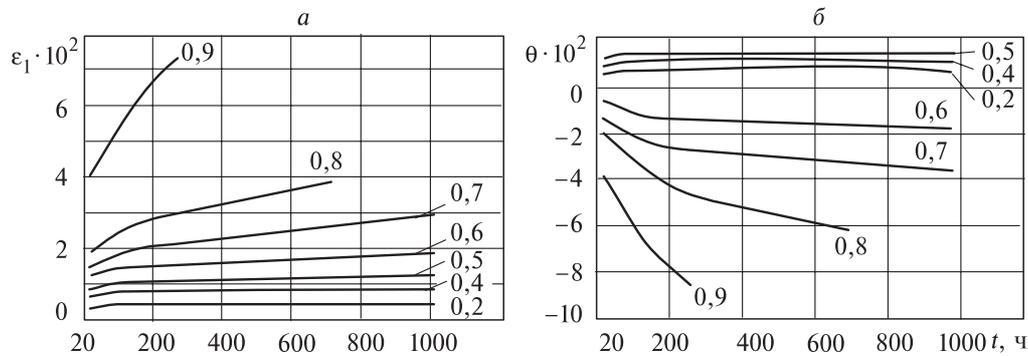


Рис. 5.4. Продольные ε_1 (а) и объемные θ (б) деформации ползучести породных образцов Чарской свиты при различных сжимающих напряжениях σ_{11} , $\sigma_{сж} = 26$ МПа.

Цифры на рисунке — значения для различных соотношений $\sigma_{11}/\sigma_{сж}$.

испытаний образцов на простую ползучесть [21]. получила дальнейшее развитие механическая модель поведения массива соленосных пород [161] для последующего применения ее в решениях задач о напряженно-деформированном состоянии и устойчивости пород в окрестности подземных сооружений.

На рис. 5.4 приведены кривые ползучести образцов соленосных пород Чарской свиты, полученные на испытательном оборудовании ВНИМИ в условиях одноосного сжатия [21].

Знаки деформаций на всех рисунках соответствуют принятым в механике горных пород правилам (деформации сжатия положительные, растяжения — отрицательные). При небольших сжимающих напряжениях происходит уменьшение объема элемента среды по порядку, совпадающему с изменением продольной деформации. когда осевое напряжение превышает величину $\sigma_f = 0,5\sigma_{сж}$, наблюдается существенное увеличение объема образца вследствие повреждаемости и его разрыхления из-за сдвиговых деформаций.

Если $\sigma < \sigma_f$, то образцы практически не проявляют реологических свойств. Скачок по величине и смена знака объемной деформации θ происходят при увеличении сжимающего напряжения от $0,5\sigma_f$ до $0,6\sigma_f$, что объясняется раскрытием и ростом существующих микротрещин и образованием новых.

На рис. 5.5 показаны графики θ образцов без учета их начального разрыхления, построенные с использованием кривых на рис. 5.4, б. При $\sigma_1 > \sigma_f$

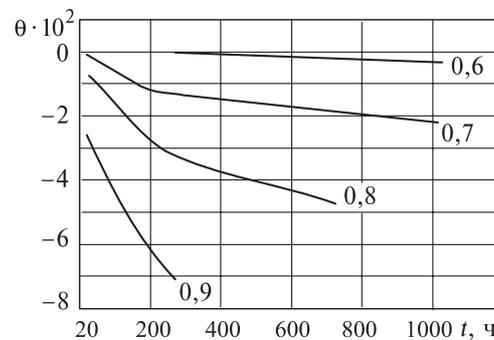


Рис. 5.5. Объемная деформация θ породных образцов без учета их начального разрыхления в зависимости от величины сжимающего напряжения σ_{11} и времени t . $\sigma_{сж} = 26$ МПа.

Цифры на рисунке — значения для различных соотношений $\sigma_{11}/\sigma_{сж}$.

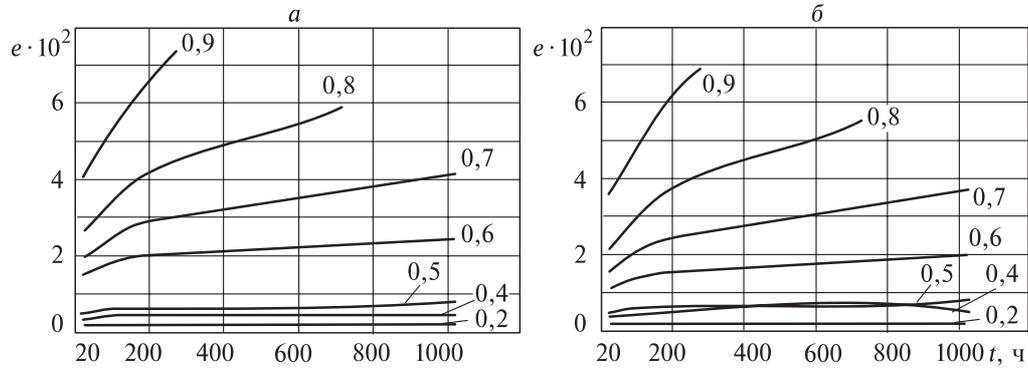


Рис. 5.6. Сдвиговая деформация e породных образцов с учетом (а) и без учета (б) начального разрыхления в зависимости от величины сжимающего напряжения σ_{11} и времени t . $\sigma_{сж} = 26$ МПа.

Цифры на рисунке — значения для различных соотношений $\sigma_{11}/\sigma_{сж}$.

накопление объемных деформаций представляет собой реологический процесс. Для $\sigma_1 < \sigma_f$ можно принять гипотезу о реологической и пластической несжимаемости геоматериала.

На рис. 5.6, а представлены кривые сдвиговой ползучести, построенные по результатам одноосных опытов [21] путем вычитания из продольных деформаций ползучести шаровой составляющей и содержащие признаки деформирования поврежденной породы. На рис. 5.6, б изображены те же кривые, но скорректированные для учета раскрытия микротрещин уменьшением продольной деформации на величину $\Delta\varepsilon = \Delta\theta/3$.

Для аппроксимации экспериментальных данных (см. рис. 5.4–5.6) применена теория наследственности Больцмана — Вольтерра, в которой уравнения состояния [162] имеют вид:

$$s_{ij}(t) = s_{ij}(0) + 2Ge_{ij}(t) - \int_0^t K_c(\tilde{\sigma}(\tau), t - \tau) s_{ij}(\tau) d\tau, \quad (5.10)$$

$$\sigma(t) = \sigma(0) + B\theta(t) - \int_0^t K_v(\tilde{\sigma}(\tau), t - \tau) \sigma(\tau) d\tau, \quad (5.11)$$

где $s_{ij}(0)$, $s_{ij}(t)$ — компоненты девиатора тензора напряжений в начальный и текущий моменты времени; $e_{ij}(t)$ — компоненты девиатора тензора деформаций; $\sigma(0)$, $\sigma(t)$ — среднее давление в начальный и текущий моменты времени; θ — дилатансия; $B = \frac{E}{3(1-2\mu)}$ — объемный модуль упругости; $G = \frac{E}{3(1+2\mu)}$ — модуль сдвига; $K_c(\tilde{\sigma}(\tau), t - \tau)$, $K_v(\tilde{\sigma}(\tau), t - \tau)$ — ядра сдвиговой и объемной ползучести; $\tilde{\sigma}(\tau)$ — тензор напряжений в момент времени τ ; E — модуль упругости; μ — коэффициент Пуассона.

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} s_{ij}^*(t) &= s_{ij}(0) - \int_0^t K_c(\bar{\sigma}(\tau), t - \tau) s_{ij}(\tau) d\tau, \\ \sigma^*(t) &= \sigma(0) - \int_0^t K_v(\bar{\sigma}(\tau), t - \tau) \sigma(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Тогда уравнения (5.10) и (5.11) перепишутся следующим образом:

$$s_{ij}(t) = 2Ge_{ij}(t) + s_{ij}^*(t), \quad \sigma(t) = B\theta(t) + \sigma^*(t). \quad (5.13)$$

Учитывая, что компоненты тензора напряжений имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(t) &= \delta_{ij} \sigma(t) + s_{ij}(t) = \delta_{ij} [B\varepsilon_{nn}(t) + \sigma^*(t)] + 2G \left[\varepsilon_{ij}(t) - \delta_{ij} \frac{\varepsilon_{kk}(t)}{3} \right] + \\ &+ s_{ij}^*(t) = \delta_{ij} M\varepsilon_{kk}(t) + 2G\varepsilon_{ij}(t) + \delta_{ij} \sigma^*(t) + s_{ij}^*(t), \end{aligned} \quad (5.14)$$

где $M = B - \frac{2}{3}G = \frac{\mu E}{(1 + \mu) \cdot (1 - 2\mu)}$, получим связи между напряжениями и деформациями.

Для получения уравнений состояния соляных и соленосных пород необходимо выбрать ядра сдвиговой и объемной ползучести и вычислить их параметры. По аналогии с [3, 55] применим степенное ядро Абеля

$$K_c(\bar{\sigma}(\tau), t - \tau) = \delta_c(\bar{\sigma}(\tau)) \cdot (t - \tau)^{-\alpha} \quad (5.15)$$

с параметрами α и $\delta_c(\bar{\sigma}(\tau))$ для ядра сдвиговой ползучести.

Рассмотрим алгоритм определения α и $\delta_c(\bar{\sigma}(\tau))$ по результатам экспериментов [21] на простую ползучесть при одноосном сжатии. Проинтегрируем уравнение (5.10) с использованием (5.15). Имеем

$$\begin{aligned} e_{11}(t) &= \frac{s_{11}}{2G} + \frac{1}{2G} \int_0^t \delta_c(t - \tau)^{-\alpha} s_{11} d\tau = e_{11}(0) + \frac{s_{11}}{2G} + \frac{1}{2G} \int_0^t \delta_c(t - \tau)^{-\alpha} d\tau = \\ &= e_{11}(0) + e_{11}(0) \delta_c \frac{t^{1-\alpha}}{1-\alpha}. \end{aligned}$$

Составим величину

$$e'_{11}(t) = \frac{e_{11}(t) - e_{11}(0)}{e_{11}(0)} = \delta_c \frac{t^{1-\alpha}}{1-\alpha}. \quad (5.16)$$

При некотором значении параметра α определим сумму квадратов отклонений теоретических значений $e'_{11}(t)$ от экспериментальных $\bar{e}'_{11}(t) = \frac{\bar{e}_{11}(t) - \bar{e}_{11}(0)}{\bar{e}_{11}(0)}$ для конечного числа точек n и отыщем ее минимум по параметру δ_c .

Значение δ_c , при котором достигается этот минимум, найдем по формуле

$$\delta_c = \frac{\sum_{i=1}^n \left[\tilde{e}'_{11}(t_i) \frac{t_i^{1-\alpha}}{1-\alpha} \right]}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{t_i^{1-\alpha}}{1-\alpha} \right)^2}. \quad (5.17)$$

Из (5.17) видно, что параметр δ_c имеет размерность [время] $^{\alpha-1}$.

Безразмерный параметр α рассчитаем из условия, при котором сумма квадратов теоретических отклонений относительных деформаций от экспериментальных при условии (5.17) минимальна:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n [e'_{11(k)}(\alpha, t_i) - e'_{11(k)}(t_i)]^2 \rightarrow \min_{\alpha}$$

здесь k — номер кривой, m — число кривых.

После определения параметра α для каждой кривой ползучести по (5.17) вычисляем δ_{ck} . Для кривых на рис. 5.6, $a - \alpha = 0,78$, на рис. 5.6, $b - \alpha = 0,74$.

Результаты оценки δ_c показаны на рис. 5.7. Из рис. 5.7, a видно, что при переходе ползучести из линейной области в нелинейную происходит резкий скачок δ_c (эта область заключена в окружность), который является результатом «мгновенного» разуплотнения материала за счет активизации подвижек по микротрещинам, накопленных образцом в процессе его извлечения из массива. Если не учитывать составляющую деформации, приходящуюся на разуплотнение начальных дефектов, то кривая $\delta_c = \delta_c(\sigma_{11}/\sigma_{сж})$ приобретает более гладкий вид (см. рис. 5.7, b).

Зависимость реологического параметра δ_c от уровня нагружения ($\sigma_{11}/\sigma_{сж}$) принята в виде [55]:

$$\delta_c = \delta_{0c} \exp \left(b_c \frac{\sigma_{11}}{\sigma_{сж}} \right), \quad (5.18)$$

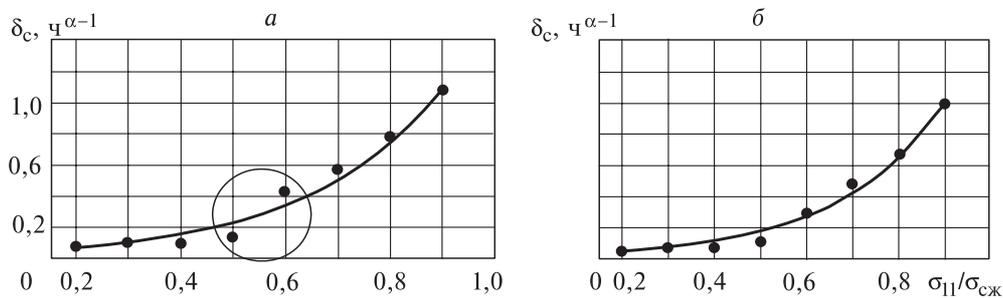


Рис. 5.7. Параметр сдвиговой ползучести δ_c с учетом (a) и без учета (b) начального разрыхления в зависимости от уровня нагрузки $\sigma_{11}/\sigma_{сж}$.

где δ_{0c} и b_c определяются методом наименьших квадратов по наилучшему приближению к найденным значениям δ_{ci} :

$$\sum_{i=1}^m [\delta_{ci} - \delta_c(\delta_{0c}, b_c)]^2 \rightarrow \min_{\delta_{0c}, b_c}. \quad (5.19)$$

параметр δ_{0c} , минимизирующий (5.19) при фиксированной величине b_c , рассчитывается по формуле

$$\delta_{0c} = \frac{\sum_{k=1}^m \delta_{ck} \exp(b_c \sigma_{11k} / \sigma_{сж})}{\sum_{k=1}^m \delta_{ck} \exp(2b_c \sigma_{11k} / \sigma_{сж})}. \quad (5.20)$$

Подставив выражение (5.20) для δ_{0c} в (5.19), отыскиваем далее значение b_c , минимизирующее (5.19). По найденному значению b_c с помощью (5.20) вычисляем δ_{0c} .

Имеем:

- $b_c = 4,1$, $\delta_{0c} = 0,0289 \varphi^{\alpha-1}$ — с учетом начальных повреждений материала (см. рис. 5.7, а);
- $b_c = 4,4$, $\delta_{0c} = 0,0193 \varphi^{\alpha-1}$ — без учета начальных повреждений материала (см. рис. 5.7, б).

На рис. 5.7 приведены кривые аппроксимации расчетных значений $\sigma_{сж}$ зависимостью (5.18).

Для обобщения зависимости (5.18) на сложное напряженное состояние в качестве его меры примем интенсивность нормальных напряжений $\sigma_i = \sqrt{3J_2(D_\sigma)}$, а в качестве критерия прочности $[\sigma_i]$ — предельное значение интенсивности напряжений с учетом влияния первого инварианта тензора $J_1(\vec{\sigma})$ в виде

$$[\sigma_i] = H - \frac{1}{3} J_1(\vec{\sigma}) \operatorname{tg} \psi, \quad (5.21)$$

где H и $\operatorname{tg} \psi$ — константы, которые могут быть вычислены через значения прочности на сжатие и растяжение.

При разрушающем сжимающем напряжении σ_- имеем

$$|\sigma_-| = H - \frac{1}{3} \sigma_- \operatorname{tg} \psi, \quad \sigma_- < 0, \quad (5.22)$$

растягивающем σ_+

$$\sigma_+ = H - \frac{1}{3} \sigma_+ \operatorname{tg} \psi, \quad \sigma_+ > 0. \quad (5.23)$$

Разрешая (5.22) и (5.23) относительно H и $\operatorname{tg} \psi$, получим

$$\operatorname{tg} \psi = 3 \frac{|\sigma_-| - \sigma_+}{\sigma_+ - \sigma_-} = 3 \frac{\sigma_{сж} - \sigma_p}{\sigma_p + \sigma_{сж}}; \quad H = \frac{2\sigma_{сж} \sigma_p}{\sigma_p + \sigma_{сж}}. \quad (5.24)$$

Уравнение (5.21) с помощью критерия прочности Шлейхера — Надаи [61] записывается в виде

$$T = \sqrt{J_2(D_\sigma)} = C' + \frac{1}{3} J_1(\bar{\sigma}) \operatorname{tg} \psi',$$

где T — интенсивность касательных напряжений, при этом

$$[\sigma_1] = T\sqrt{3} = C'\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} J_1(\bar{\sigma}) \operatorname{tg} \psi'.$$

При сложном напряженном состоянии значение параметра δ_c зависит от инварианта тензора напряжений в виде

$$\delta_c = \delta_{0c} \exp\left(\frac{b_c \sigma_i}{[\sigma_i]}\right), \quad (5.25)$$

где значение $[\sigma_i]$ определено формулой (5.21).

Для учета эффекта увеличения объема (разрыхления) образца при испытаниях на ползучесть предлагается уравнение

$$\sigma(t) = \sigma(0) + B\theta(t) + \int_0^t K_v(\bar{\sigma}(\tau), t - \tau) \sqrt{3J_2(D_\sigma(\tau))} d\tau, \quad (5.26)$$

где

$$K_v(\bar{\sigma}(\tau), t - \tau) = \delta_v(\bar{\sigma}(\tau)) \cdot (t - \tau)^{-\alpha}.$$

При одноосном сжатии постоянным напряжением уравнение (5.26) записывается в виде

$$\frac{\theta(\tau) - \theta}{\theta} = -3\delta_v(\sigma_{11}) \frac{t^{1-\alpha}}{1-\alpha},$$

где $\theta = \sigma/B$.

На рис. 5.8 показан график зависимости параметра δ_v от уровня нагружения $\sigma_{11}/\sigma_{сж}$, которая аппроксимирована с помощью метода наименьших квадратов формулой

$$\delta_v = \delta_{0v} \exp\left(\frac{b_v \sigma_{11}}{[\sigma_{сж}]} - 1\right), \quad (5.27)$$

где $b_v = 7,9$, $\delta_{0v} = 6,56 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{\alpha-1}$.

Значения параметров объемной ползучести определялись по тому же алгоритму (см. выше), что и значения параметров сдвиговой ползучести.

Установлено, что при $\alpha = 0,59$ значение параметра δ_v определяется графиком на рис. 5.8.

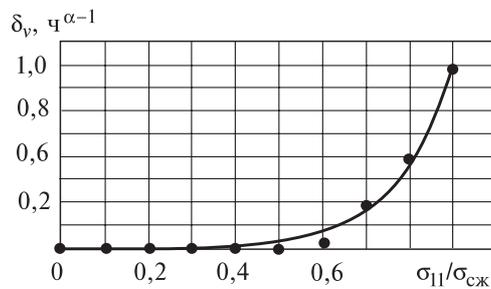


Рис. 5.8. Параметр объемной ползучести δ_v в зависимости от уровня нагрузки $\sigma_{11}/\sigma_{сж}$.

Для сложного напряженного состояния имеем

$$\delta_v(\vec{\sigma}) = \delta_{0v} \exp\left(\frac{b_v \sigma_i}{[\sigma_i]} - 1\right).$$

В случае обобщенного плоского деформированного состояния (ОПДС) известна компонента $\varepsilon_{33}(t)$ тензора деформаций. Ее значение обозначим $\check{\varepsilon}_{33}(t)$.

Выражения (5.14) в развернутом виде имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(t) &= (2G + M) \varepsilon_{11}(t) + M \varepsilon_{22}(t) + M \check{\varepsilon}_{33}(t) + \sigma^*(t) + s_{11}^*(t), \\ \sigma_{22}(t) &= M \varepsilon_{11}(t) + (2G + M) \varepsilon_{22}(t) + M \check{\varepsilon}_{33}(t) + \sigma^*(t) + s_{22}^*(t), \\ \sigma_{33}(t) &= M \varepsilon_{11}(t) + M \varepsilon_{22}(t) + (2G + M) \check{\varepsilon}_{33}(t) + \sigma^*(t) + s_{33}^*(t), \\ \sigma_{12}(t) &= 2G \varepsilon_{12}(t) + s_{12}^*(t), \end{aligned} \quad (5.28)$$

где $2G + M = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}$.

В случае обобщенного плоского напряженного состояния (ОПНС) известна компонента $\sigma_{33}(t)$ тензора напряжений, которую обозначим $\check{\sigma}_{33}(t)$.

Из третьего соотношения (5.28) имеем

$$\varepsilon_{33}(t) = \frac{\check{\sigma}_{33}(t) - [M \varepsilon_{11}(t) + M \varepsilon_{22}(t) + \sigma^*(t) + s_{33}^*(t)]}{2G + M}. \quad (5.29)$$

Подставляя (5.29) в первое уравнение (5.28), получим

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(t) &= \left(2G + M - \frac{M^2}{2G + M}\right) \cdot \varepsilon_{11}(t) + \left(M - \frac{M^2}{2G + M}\right) \cdot \varepsilon_{22}(t) + \\ &+ \frac{M}{2G + M} \cdot [\check{\sigma}_{33}(t) - \sigma^*(t) - s_{33}^*(t)] + \sigma^*(t) + s_{11}^*(t), \end{aligned} \quad (5.30)$$

где $\frac{M}{2G + M} = \frac{\mu}{1-\mu}$, $M - \frac{M^2}{2G + M} = \frac{\mu E}{1-\mu^2}$, $2G + M - \frac{M^2}{2G + M} = \frac{E}{1-\mu^2}$

или

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(t) &= \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \varepsilon_{11}(t) + \frac{\mu E}{1-\mu^2} \cdot \varepsilon_{22}(t) + \frac{\mu}{1-\mu} \times \\ &\times [\check{\sigma}_{33}(t) - \sigma^*(t) - s_{33}^*(t)] + \sigma^*(t) + s_{11}^*(t). \end{aligned} \quad (5.30')$$

Второе из (5.28) соотношение преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \sigma_{22}(t) &= \frac{\mu E}{1-\mu^2} \cdot \varepsilon_{11}(t) + \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \varepsilon_{22}(t) + \frac{\mu}{1-\mu} \times \\ &\times [\check{\sigma}_{33}(t) - \sigma^*(t) - s_{33}^*(t)] + \sigma^*(t) + s_{22}^*(t). \end{aligned} \quad (5.31)$$

Третье выражение из (5.28) используется для вычисления компоненты тензора напряжений $\sigma_{33}(t)$, четвертое для рассматриваемого случая остается неизменным.

Для решения нелинейной краевой задачи о напряженно-деформированном состоянии массива соленосных пород вокруг горной выработки и его изменений во времени (в предположении о реологической несжимаемости пород) разобьем интервал времени $[0, T]$ на подинтервалы Δt_i точками t_k ($i = 1, \dots, n-1$; $k = 1, \dots, n$), $t_1 = 0$, $t_n = T$. Точке t_1 соответствует упругое решение.

При отыскании решения в произвольный момент времени t_k ($k > 1$) считаем, что напряжения известны на интервале $[t_1, t_{k-1}]$. Тогда интегралы по времени в (5.10) разобьем на два:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}(t_k) &= \varepsilon_{ij}(0) + 2Ge_{ij}(t_k) - \int_0^{t_{k-1}} K_c(\tilde{\sigma}(\tau), t_k - \tau) \varepsilon_{ij}(\tau) d\tau - \\ &- \int_{t_{k-1}}^{t_k} K_c(\tilde{\sigma}(\tau), t_k - \tau) \varepsilon_{ij}(\tau) d\tau, \\ \sigma(t_k) &= \sigma(0) + B\theta(t_k) - \int_0^{t_{k-1}} K_v(\tilde{\sigma}(\tau), t_k - \tau) \sigma(\tau) d\tau - \int_{t_{k-1}}^{t_k} K_v(\tilde{\sigma}(\tau), t_k - \tau) \sigma(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (5.32)$$

Интегралы по интервалу $[0, t_{k-1}]$ вычисляем, исходя из известной зависимости напряжений от времени. Введем обозначения

$$\begin{aligned} s_{ij}^*(t_{k-1}) &= s_{ij}(0) - \int_0^{t_{k-1}} K_c(\tilde{\sigma}(\tau), t_k - \tau) s_{ij}(\tau) d\tau, \\ \sigma^*(t_k) &= \sigma(0) - \int_0^{t_{k-1}} K_v(\tilde{\sigma}(\tau), t_k - \tau) \sigma(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

В интегралах по интервалу $[t_{k-1}, t_k]$ в подынтегральную функцию входят неизвестные функции напряжений. В простейшем случае для $\Delta t_{k-1} = t_k - t_{k-1}$ можно составить приближенные равенства

$$\begin{aligned} \int_{t_{k-1}}^{t_k} K_c(\tilde{\sigma}(\tau), t_k - \tau) s_{ij}(\tau) d\tau &\approx s_{ij}(t_k) \int_{t_{k-1}}^{t_k} K_c(\tilde{\sigma}(t_{k-1}), t_k - \tau) d\tau, \\ \int_{t_{k-1}}^{t_k} K_v(\tilde{\sigma}(\tau), t_k - \tau) \sigma(\tau) d\tau &\approx \sigma(t_k) \int_{t_{k-1}}^{t_k} K_v(\tilde{\sigma}(t_{k-1}), t_k - \tau) d\tau. \end{aligned} \quad (5.34)$$

Для степенных ядер Абеля

$$K_c(\tilde{\sigma}(\tau), t - \tau) = \delta_c(\tilde{\sigma}(\tau)) \cdot (t - \tau)^{-\alpha}, \quad K_v(\tilde{\sigma}(\tau), t - \tau) = \delta_v(\tilde{\sigma}(\tau)) \cdot (t - \tau)^{-\alpha}$$

вычисляем интегралы в (5.34) и применяем для них обозначения

$$\begin{aligned} G^* &= \int_{t_{k-1}}^{t_k} K_c(\tilde{\sigma}(t_{k-1}), t_k - \tau) d\tau = \delta_c(\tilde{\sigma}(t_{k-1})) \int_{t_{k-1}}^{t_k} (t_k - \tau)^{-\alpha} d\tau = \\ &= \delta_c(\tilde{\sigma}(t_{k-1})) \frac{(t_k - t_{k-1})^{1-\alpha}}{1-\alpha}, \end{aligned} \quad (5.35)$$

$$\begin{aligned} B^* &= \int_{t_{k-1}}^{t_k} K_v(\tilde{\sigma}(t_{k-1}), t_k - \tau) d\tau = \delta_v(\tilde{\sigma}(t_{k-1})) \int_{t_{k-1}}^{t_k} (t_k - \tau)^{-\alpha} d\tau = \\ &= \delta_v(\tilde{\sigma}(t_{k-1})) \frac{(t_k - t_{k-1})^{1-\alpha}}{1-\alpha}. \end{aligned} \quad (5.36)$$

С учетом (5.33), (5.35) первое выражение из (5.32) преобразуем к виду

$$s_{ij}(t_k) \cdot (1 + G^*) = 2Ge_{ij}(t_k) + s_{ij}^*(t_{k-1}).$$

Окончательно определяющее соотношение для компонент девиатора напряжений перепишем в виде

$$s_{ij}(t_k) = 2\bar{G}e_{ij}(t_k) + \bar{s}_{ij}^*(t_{k-1}), \quad (5.37)$$

где $\bar{G} = \frac{G}{1 + G^*}$, $\bar{s}_{ij}^*(t_{k-1}) = \frac{s_{ij}^*(t_{k-1})}{1 + G^*}$.

К аналогичному виду приводится второе соотношение из (5.32):

$$\sigma(t_k) = \bar{B}\theta(t_k) + \bar{\sigma}^*(t_{k-1}), \quad (5.38)$$

где $\bar{B} = \frac{B}{1 + B^*}$, $\bar{\sigma}^*(t_{k-1}) = \frac{\sigma^*(t_{k-1})}{1 + B^*}$.

Определяющие уравнения (5.37) и (5.38) преобразуем к зависимостям между компонентами тензора напряжений и деформаций для двух частных случаев: ОПДС и ОПНС. Формально они повторяют преобразования (5.13) и отличаются только обозначениями.

Если переменным параметрам \bar{G} и \bar{B} поставить в соответствие по известным в теории упругости формулам модуль упругости и коэффициент Пуассона

$$\bar{E} = \frac{9\bar{B}\bar{G}}{3\bar{B} + \bar{G}}, \quad \bar{\mu} = \frac{3\bar{B} - 2\bar{G}}{6\bar{B} + 2\bar{G}},$$

то для ОПДС имеем

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(t_k) &= (2\bar{G} + \bar{M}) \varepsilon_{11}(t_k) + \bar{M}\varepsilon_{22}(t_k) + \bar{M}\varepsilon_{33}(t_k) + \bar{\sigma}^*(t_{k-1}) + \bar{s}_{11}^*(t_{k-1}), \\ \sigma_{22}(t_k) &= \bar{M}\varepsilon_{11}(t_k) + (2\bar{G} + \bar{M}) \varepsilon_{22}(t_k) + \bar{M}\varepsilon_{33}(t_k) + \bar{\sigma}^*(t_{k-1}) + \bar{s}_{22}^*(t_{k-1}), \\ \sigma_{33}(t_k) &= \bar{M}\varepsilon_{11}(t_k) + \bar{M}\varepsilon_{22}(t_k) + (2\bar{G} + \bar{M}) \varepsilon_{33}(t_k) + \bar{\sigma}^*(t_{k-1}) + \bar{s}_{33}^*(t_{k-1}), \end{aligned} \quad (5.39)$$

$$\sigma_{12}(t_k) = 2\bar{G}\varepsilon_{12}(t_k) + \bar{s}_{12}^*(t_{k-1}),$$

$$\text{где } \bar{M} = \frac{\bar{\mu}\bar{E}}{(1-\bar{\mu})(1-2\bar{\mu})}.$$

Для ОПНС:

$$\begin{aligned} \sigma_{22}(t_k) &= \frac{\bar{\mu}\bar{E}}{1-\bar{\mu}^2} \cdot \varepsilon_{11}(t_k) + \frac{\bar{E}}{1-\bar{\mu}^2} \cdot \varepsilon_{22}(t_k) + \frac{\bar{\mu}}{1-\bar{\mu}} \times \\ &\times [\bar{\sigma}_{33}(t_k) - \bar{\sigma}^*(t_{k-1}) - \bar{s}_{33}^*(t_{k-1})] + \bar{\sigma}^*(t_{k-1}) + \bar{s}_{22}^*(t_{k-1}), \\ \varepsilon_{33}(t_k) &= \frac{\sigma_{33}(t_k) - [\bar{M}\varepsilon_{11}(t_k) + \bar{M}\varepsilon_{22}(t_k) + \bar{\sigma}^*(t_{k-1}) + \bar{s}_{33}^*(t_{k-1})]}{2\bar{G} + \bar{M}}. \end{aligned} \quad (5.40)$$

К соотношениям (5.40) добавляется последнее соотношение для сдвиговых компонент из (5.39).

Отметим особенность пошагового интегрирования. Величины G^* и B^* , определяемые в виде (5.35) и (5.36), для случая линейно-наследственного материала при одинаковом шаге интегрирования постоянны. При численном решении нелинейной задачи, например методом конечных элементов, на каждом временном шаге изменяется только вектор обобщенных сил. Матрица жесткости, начиная со второго шага, не изменяется. на первом шаге решается упругая задача, для которой $G^* = B^* \equiv 0$. предлагаемый алгоритм приводит к быстрому устойчивому решению наследственной задачи.

В предельной стадии деформирования происходит снижение прочности материала, которое имеет кинематический и реологический характер, а также отражает иерархический рост масштаба повреждений. Уравнение предельной поверхности имеет вид

$$F(\bar{\sigma}(t), t) = 0. \quad (5.41)$$

Для краевой задачи вязкоупругости это уравнение является избыточным и не выполняется.

Система макроскопических трещин в совокупности с микроповреждениями снижает сопротивление материала к деформированию. Неразрушенные микро- и макрофрагменты, ограниченные системой трещин, сохраняют реологические свойства, но значимость реологии на деформирование породы в процессе ее разупрочнения снижается. Влияние на деформации напряжений большого уровня, предшествующих разрушению, «забывается» с течением времени. При остаточной прочности 10–20 % реологическими свойствами породы можно пренебречь.

В то же время деформативность материала обеспечивается подвижками по трещинам, что макроскопически можно трактовать как необратимые пластические деформации, а поврежденный массив рассматривать как гранулированную среду, которая воспринимает значительные напряжения только в состоянии, близком к гидростатическому.

Эксперименты с образцами соляных пород показывают, что угол внутреннего трения при их разрушении практически не изменяется [3, 4, 21]. Происходит только уменьшение величины сцепления.

В простых процессах нагружения для описания пластических деформаций можно применить аналог деформационной теории пластичности. Критерием перехода деформирования пород в запредельную стадию является достижение действующими напряжениями величины, определяемой кривой длительной прочности пород.

При одноосном сжатии постоянным напряжением σ , когда $\sigma_f = 0,5\sigma_{сж}$, уравнение длительной прочности для соляных пород имеет вид

$$\sigma = \frac{\sigma_{сж}(1 + \exp(-kt_*))}{2}, \text{ а время до разрушения } t_* = -\frac{1}{k} \ln\left(\frac{2\sigma}{\sigma_{сж}} - 1\right),$$

где $\sigma_{сж}$ — «мгновенная» прочность.

Для сложного напряженного состояния σ заменяется на σ_i , а $\sigma_{сж}$ — эквивалентным предельным напряжением по критерию (5.21). Когда напряжения постоянны, время перехода t_* процесса деформирования пород в запредельную стадию вычисляется по формуле

$$t_* = -\frac{1}{k} \ln\left[2 \cdot \frac{\sigma_i}{H - (J_i(\tilde{\sigma}) \operatorname{tg}\psi)/3} - 1\right]. \quad (5.42)$$

При напряжениях, зависящих от времени, используется критерий перехода деформирования пород в запредельную стадию, который записывается с помощью интеграла Бейли в виде

$$1 = \int_0^{t_*} \frac{dt}{t[\tilde{\sigma}]}, \quad (5.43)$$

где $t[\tilde{\sigma}]$ — время достижения запредельной стадии при постоянных напряжениях $\tilde{\sigma}$.

Если $t > t_*$, процесс деформирования породы моделируется переменными параметрами упругости:

$$G'(t) = \frac{\sigma_i^*}{3\varepsilon_i(t)}, \quad (5.44)$$

где $\sigma_i^* = \sqrt{3}[C^*(\varepsilon_i) + (J_i(\tilde{\sigma}) \operatorname{tg}\psi)/3]$ — интенсивность напряжений на пределе остаточной прочности; C^* — остаточная прочность на сдвиг; $\varepsilon_i = \sqrt{|J_2(D_\varepsilon)|}$ — интенсивность деформаций.

Построенная модель деформирования и разрушения соляных и соленосных пород [161] с параметрами, определенными по результатам испытаний на ползучесть образцов соленосных пород чарской свиты [21], использована с применением метода конечных элементов при оценке напряженно-деформированного состояния и устойчивости пород вокруг незакрепленных и закрепленных капитальных и подготовительных выработок в условиях эксплуатируемого рудника «Интернациональный» и строящегося рудника «Мир» [162–166].

5.4. численная оценка параметров модели наследственной ползучести по натурным данным

В нештатных горно-геологических и горно-технических условиях расчет устойчивости междукамерных целиков выполняется исключительно на основе математической модели их деформирования и разрушения. В качестве уравнений состояния соляных пород широко используют реологические уравнения наследственной теории ползучести [3, 4, 6, 55, 163]. Реологические показатели породы определяют обычно по результатам испытаний породных образцов на простую ползучесть в условиях одно- или двусосного сжатия. При этом возникают некоторые трудности. В лабораторных условиях невозможно определить параметры реологических уравнений для интервалов времени, сопоставимых со временем эксплуатации месторождения. Неясно, корректно ли вообще использовать данные лабораторного, а не натурального эксперимента в численных расчетах. В этой связи возникла задача определения реологических параметров пород *in situ* [95, 167].

В работе [168] рассмотрены теоретические аспекты проблемы оценки реологических показателей горных пород по данным измерения относительных смещений (деформаций) стенок ленточных целиков на основе решения обратной задачи. Ниже приведены результаты численной оценки параметров модели линейной наследственной ползучести с ядром Абеля для сильвинита Верхнекамского месторождения калийных и калийно-магниевых солей по данным натурных наблюдений за сжатием ленточных междукамерных целиков на основе решения прямой краевой задачи [169].

В лаборатории механических испытаний ВНИМИ на установке УП-2 были проведены испытания цилиндрических образцов сильвинита ($d = 36$ мм, $h = 72$ мм), изготовленных из породного блока, выбуренного из слоя 5 сильвинитового пласта Кр. II на Втором Соликамском руднике на простую ползучесть в условиях одноосного сжатия.

Таблица 5.1. Прочностные показатели образцов сильвинита, МПа

№ обр.	Предел пропорциональности $\sigma_{проп}$	Предел прочности при одноосном, сжатии $\sigma_{сж}$	Предел остаточной прочности $\sigma_{ост}$
1	—	28,2	0,64
2	—	34,5	0,00
3	—	26,1	0,00
4	—	12,5	0,00
5	—	22,2	1,23
6	—	22,4	0,15
7	—	24,1	0,00
8	—	20,9	0,00
9	17,0	28,4	0,09
10	15,0	27,5	0,00
11	19,0	23,0	0,53

Перед проведением длительных испытаний были выполнены вспомогательные эксперименты. у девяти образцов определили предел прочности на одноосное сжатие — $\sigma_{сж}$. для трех образцов были получены полные диаграммы нагружения и определены, кроме прочностных, деформационные характеристики (модуль деформации и модуль упругости, коэффициент Пуассона).

Результаты вспомогательных экспериментов приведены в табл. 5.1 и 5.2, из которых видно, что значения прочностных и деформационных показателей сильвинита пласта Кр. II обладают большим разбросом.

Таблица 5.2. Деформационные показатели образцов сильвинита

Диапазон нагрузок, МПа	Модуль деформации $E \cdot 10^{-4}$, МПа			Модуль упругости $E \cdot 10^{-4}$, МПа			Коэффициент Пуассона, μ		
	Номер образца								
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
0,97–4,15	1,84	12,05	3,56	5,58	15,97	9,22	0,09	0,41	0,07
0,97–9,71	2,93	15,14	4,26	10,40	19,78	13,18	0,14	0,35	0,14
0,97–14,59	—	13,48	4,52	—	24,66	17,79	—	0,31	0,16

На рис. 5.9 приведены кривые ползучести образцов сильвинита пласта Кр. II при $h/d = 2$ при степени нагружения $C = \sigma_1 / \bar{\sigma}_{сж} = 0,3$, где $\bar{\sigma}_{сж} = 24,35$ МПа.

Результаты лабораторных исследований прочностных, деформационных и реологических показателей породных образцов иллюстрируют проблему существенной неоднородности породного массива сильвинита. разброс экспериментальных данных делает затруднительным их оценку в среднем в пределах целика и применение в задачах устойчивости системы разработки и долгосрочных прогнозов деформирования и разрушения конструктивных элементов системы разработки.

Вместе с тем длительные натурные наблюдения за деформированием междукамерных целиков на рудниках Верхнекамского месторождения калийных и калийно-магниевых солей показывают, что в пределах рудника при одинаковых параметрах системы разработки по пласту вертикальные деформации целиков характеризуются примерно одинаковой скоростью (табл. 5.3).

Постановка задачи включает: уравнения равновесия

$$\nabla \cdot \tilde{\sigma}(t) = 0, \tag{5.45}$$

геометрические соотношения

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \frac{1}{2}(\nabla u(t) + u(t)\nabla), \tag{5.46}$$

определяющие уравнения наследственной теории Больцмана — Вольтерра для соляных пород [127]:

$$s_{ij}(t) = s_{ij}(0) + Ge_{ij}(t) - \int_0^t K_c(\tilde{\sigma}(\tau), t - \tau) s_{ij}(\tau) d\tau, \tag{5.47}$$

$$\sigma(t) = \sigma(0) + B\theta(t),$$

где $\tilde{\sigma}(t)$, $\tilde{\varepsilon}(t)$ — тензоры напряжений и деформаций, $u(t)$ — вектор перемещений, $e_{ij}(t)$, $s_{ij}(t)$ — компоненты девиатора тензора деформаций и напряжений;

Рис. 5.9. Продольные деформации ε_1 ползучести образцов сильвинита пласта Кр. II (слой 5) при одноосном сжатии.

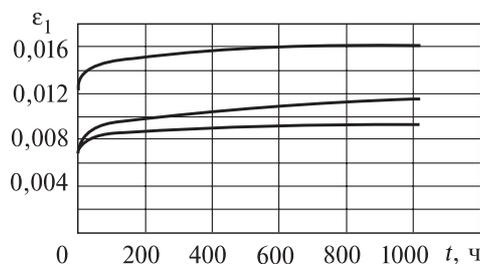


Таблица 5.3. **Натурные данные по вертикальному сжатию целиков на сильвинитовом пласте Кр. II**

Рудник, блок	Глубина H , м	Ширина целиков b , м	Высота целиков h , м	Ширина камер a , м	Измеренное сжатие целиков, мкм/сут
СКРУ-1, блок 89	300	12,0	9,0	15,0	10,0–3,8
СКРУ-1, ЗВП	240	10,0	7,5	16,0	4,0–2,6
Средние по СКРУ-1	270–290	11,0	6,0–7,0	16,0	(среднее — 6,3)
БКПРУ-1	270–290	10,0	6,0–8,0	16,0	5,4–8,2
БКПРУ-2	360–370	3,8	3,8	5,2	191,8–19,2

$\sigma(t)$ — среднее напряжение; $\sigma(0)$, $s_{ij}(0)$ — начальные напряжения для шаровой и девиаторной составляющих тензора напряжений; θ — относительное изменение объема; $B = \frac{E}{3(1-2\mu)}$ — объемный модуль упругости; $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ — модуль сдвига; $K_c(\tilde{\sigma}(\tau), t - \tau)$ — ядро сдвиговой ползучести; E — модуль упругости; μ — коэффициент Пуассона.

Рассмотрим вариант обработки сильвинитового пласта Кр. II для штатных горно-геологических условий рудников ОАО «Сильвинит». Пусть кровля и почва очистных камер обладают достаточной устойчивостью, а параметры системы разработки обеспечивают достаточно жесткий режим деформирования междукамерных целиков, когда в них не образуются обширные зоны предельного деформирования пород. В таких условиях вертикальные деформации целиков определяются исключительно реологическими свойствами слагающей их породы. Для жестких целиков можно также предположить, что их деформирование подчиняется уравнениям линейной наследственной ползучести без объемной ползучести (дилатансии) и не зависит от параметров мгновенной прочности. На рис. 5.10 показаны геологическое строение породного массива в области влияния очистной камеры и расчетная схема задачи.

Граничные условия задачи имеют вид:

$$\begin{aligned} u_n = 0, \quad \tilde{\sigma} \cdot n - n(n \cdot \tilde{\sigma} \cdot n) = 0, \quad x \in S_u, \\ n \cdot \tilde{\sigma} \cdot n = -\gamma H, \quad \tilde{\sigma} \cdot n - n(n \cdot \tilde{\sigma} \cdot n) = 0, \quad x \in S_\sigma, \end{aligned} \quad (5.48)$$

где n — единичный вектор внешней нормали к границе области; γ — средний удельный вес пород между расчетной областью и земной поверхностью; H — расстояние от кровли камеры до земной поверхности.

Средние значения прочностных и деформационных показателей пород вычислены по данным лабораторных исследований* керна геолого-разведочной скважины 2068 и (табл. 5.4). Скважина 2068 расположена на шахтном поле Первого Соликамского рудника вблизи блока 89.

В расчетах принимали коэффициент Пуассона $\mu = 0,25 - 0,30$, угол внутреннего трения $\varphi = 27-5^\circ$.

* Исследования проведены сотрудниками Горного института УрО РАН.

Таблица 5.4. Средние значения физико-механических показателей соляных пород на участке исследований

Пласт	Показатель	
	Модуль упругости E , ГПа	Предел прочности на одноосное сжатие, $\sigma_{сж}$, МПа
Сильвинитовый пласт Красный II	17,86	26,27
Сильвинитовый пласт АБ	14,29	24,74
Междупластовая каменная соль	11,24	26,40

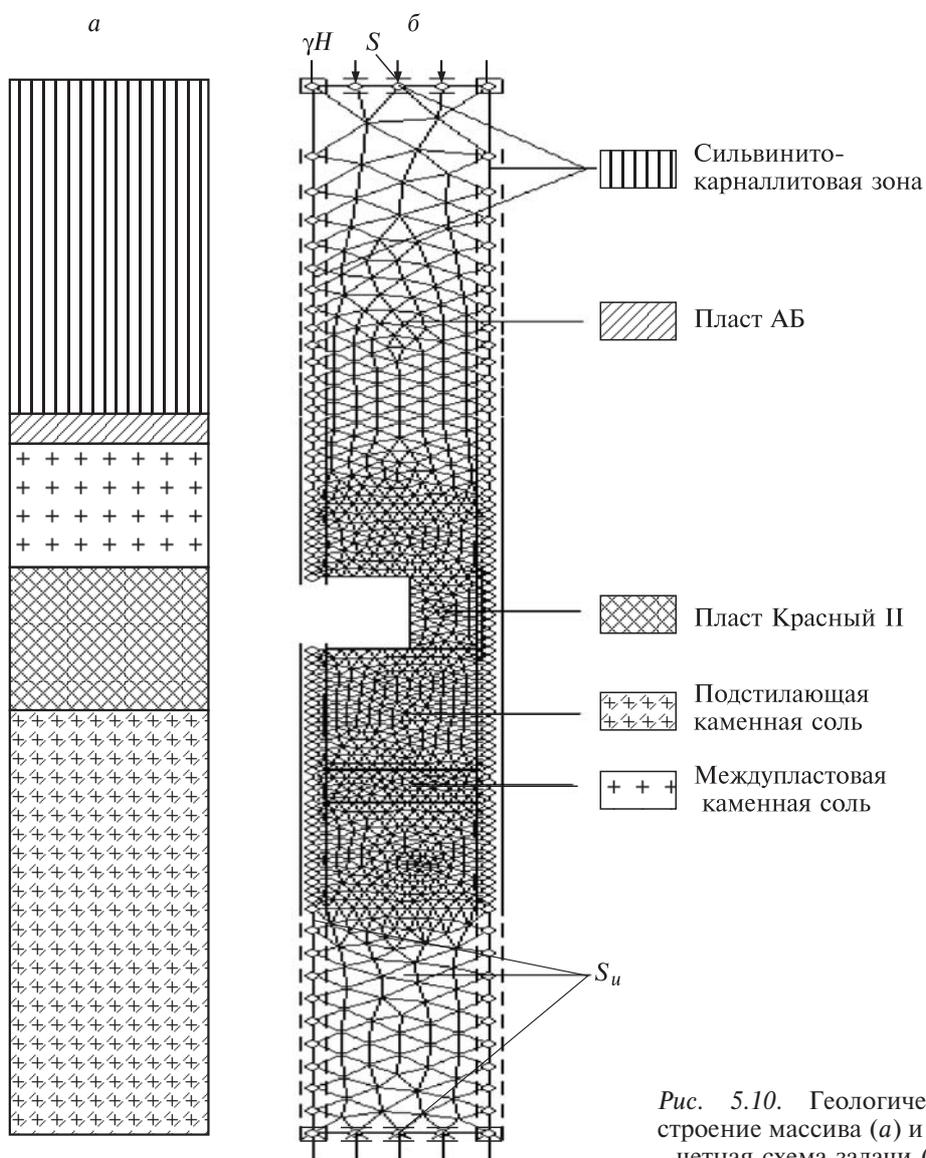


Рис. 5.10. Геологическое строение массива (а) и расчетная схема задачи (б).

В уравнениях линейной наследственной ползучести принимали двухпараметрическое ядро Абеля, считая, что $\alpha = 0,7$. Для определения параметра сдвиговой ползучести δ_c [55, 163] использовали натурные данные по сжатию междукамерных целиков в блоке 89 на первом Соликамском руднике (см. табл. 5.3). В расчетах принята высота камер и целиков $h = 9$ м, ширина целиков $b = 12$ м, ширина камеры $a = 15$ м; глубина разработки $H = 300$ м.

По натурным данным [1] скорость сжатия целиков, удаленных от фронта очистных работ более чем на 200 м, составляла 13,6–3,8 мкм/сут. Расчетное значение вертикальной деформации целика за 10 лет составит:

$$\varepsilon = 365 \cdot T \cdot \frac{\Delta h}{h} \cdot 100 \% = 365 \cdot 10 \cdot \frac{13,8}{9 \cdot 10^6} \cdot 100 = 0,56 \%$$

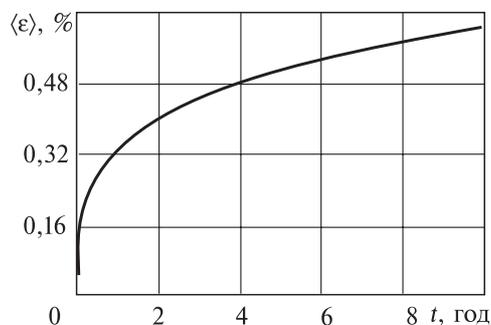
Поставленная задача решена методом конечных элементов с применением алгоритма интегрирования определяющих соотношений, приведенного в [163]. Считали, что распределение напряжений в ненарушенном горными работами породном массиве близко к гидростатическому.

Задача идентификации реологического параметра δ_c по натурным данным заключалась в подборе такого его значения, которое наилучшим образом обеспечивает соответствие расчетных вертикальных деформаций целика натурным данным на «момент» времени $t = 10$ лет после отработки пласта. В качестве меры расчетных значений деформаций принимали их среднее по высоте целика значение в его центре

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{h} \int_0^h \varepsilon(z, t) dz.$$

Решение задачи получено для двух вероятных режимов деформирования: без учета возможных областей запредельного деформирования (т. е. без учета длительной прочности) и с применением критерия длительной прочности в форме интеграла Бейли [55, 163]. запредельное деформирование моделировали с помощью переменных параметров упругости [163].

Итоги численных расчетов показали, что наилучшее соответствие расчетных результатов натурным данным без учета запредельного деформирования получено при $\delta_c = 0,18 \text{ ч}^{-0,3}$. Расчетное значение средней деформации по центру целика составило 0,57 % через $t = 10$ лет после отработки.



На рис. 5.11 показан график зависимости $\langle \varepsilon \rangle = f(t)$ при $\delta_c = 0,18 \text{ ч}^{-0,3}$. Отметим следующую особенность графика деформирования целика. Начальная стадия деформирования характеризуется большими скоростями сжатия в течение первых двух лет.

Рис. 5.11. График зависимости средней вертикальной деформации $\langle \varepsilon \rangle$ в центре целика от времени t .

Таблица 5.5. Расчетная оценка вертикальных деформаций целика при различных значениях δ_c на интервале времени 2–10 лет и сравнение с натурными данными

Результаты численного расчета				Натурные данные
$\delta_c, \text{ч}^{-0,3}$	$\langle \varepsilon \rangle, \%$ (центр целика)	$\langle \varepsilon \rangle, \%$ (весь целик)	Примечание	$\langle \varepsilon \rangle, \%$ (центр целика)
0,18	0,195	0,24	Без учета запредельного деформирования	0,44
0,35	0,430	0,47		
0,35	0,460	0,51	С учетом запредельного деформирования	

В литературных источниках по результатам натурных наблюдений таких больших скоростей деформирования не приводится. Причина отсутствия первой (ускоренной) стадии ползучести целиков состоит, вероятно, в том, что целики не сразу попадают в зону полной подработки и в начальный период времени нагрузка на целики, согласно [10], составляет примерно 0,55 от полной нагрузки. По мере продвижения фронта очистных работ по пласту нагрузка на междукамерные целики возрастает в зависимости от его скорости и в зоне полной подработки достигает максимальной величины.

В связи с вышесказанным находили параметр сдвиговой ползучести δ_c для интервала времени 2–10 лет, когда скорость вертикального сжатия целиков практически постоянна (см. рис. 5.11). Результаты оценки напряженно-деформированного состояния целика при возможном развитии зон запредельного деформирования пород приведены в табл. 5.5. запредельное деформирование целиков несущественно влияет на численную оценку реологического параметра δ_c .

Найденный по натурным данным интервал значений параметра сдвиговой ползучести $\delta_c \in [0,18-0,35] \text{ч}^{-0,3}$ соответствует результатам лабораторных испытаний породных образцов сильвинита. Согласно [6] в диапазоне нагрузок, при которых деформирование образцов удовлетворительно описывается моделью линейной наследственной ползучести, $\delta_c \in [0,30-0,35] \text{ч}^{-0,3}$.

Картины напряженно-деформированного состояния пород в расчетной области при $\delta_c = 0,35 \text{ч}^{-0,3}$ иллюстрирует рис. 5.12. Наиболее слабыми с точки зрения прочности являются боковые части целиков. Вертикальные деформации распределены по целику существенно неравномерно.

Таким образом, для штатных горно-геологических и горно-технических условий отработки сильвинитового пласта при камерной системе выполнена численная оценка реологического параметра ядра ползучести Абея линейной наследственной модели по данным натурных наблюдений за вертикальными деформациями междукамерных целиков. Установлено ее удовлетворительное соответствие значениям, определенным по результатам лабораторных исследований образцов сильвинита на ползучесть. В дальнейшем с достаточной степенью точности полученная оценка параметра ядра сдвиговой ползучести может быть использована в качестве параметрического обеспечения математической модели наследственной ползучести соляных пород.

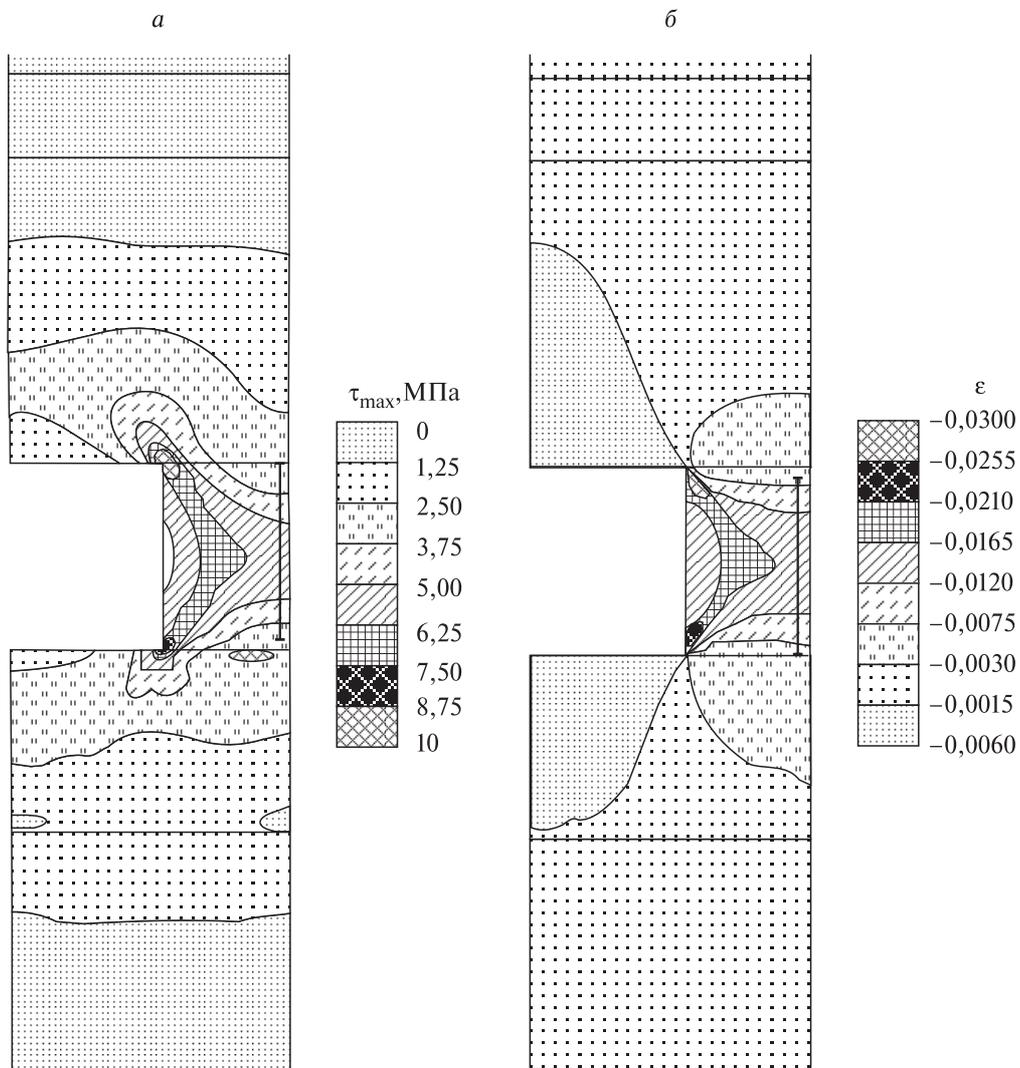


Рис. 5.12. Распределение максимальных касательных напряжений τ_{\max} (а) и продольных деформаций ϵ (б) в междуканерных целиках: $t = 10$ лет; $\delta_c = 0,35 \text{ ч}^{-0,3}$.

5.5. Модели деформирования и разрушения соляных пород с внутренними параметрами состояния

Соляные породы относятся к реологически сложным структурно-неоднородным материалам. Наряду с традиционными подходами к описанию таких сред, рассмотренными выше, возможно использование методов термодинамики сплошных сред с внутренними параметрами состояния.

5.5.1. Основные соотношения модели

Рассмотрим соляную породу как упруго-вязкопластическую пористую среду, в которой все нелинейные диссипативные процессы будут связаны с вязкопластическими деформациями и изменением пористости. Наряду с обычными переменными, описывающими состояние среды (тензорами напряжений и деформаций), будем использовать в явном виде дополнительные переменные, называемые внутренними параметрами состояния системы.

Пористость будем описывать скалярным параметром, имеющим смысл относительного объема пор $\omega = V^p / V$, где V^p — объем пор, V — полный элементарный объем среды. Этот параметр в ходе деформирования соляной породы может как убывать (уплотнение), так и возрасти (разуплотнение, вызванное ростом дефектов).

Описание вязкопластического деформирования посредством введения дополнительных переменных достаточно проблематично. В литературе известны различные варианты переменных: параметры упорядочения дислокаций Кренера [170], плотность дислокаций [171, 172], непосредственно тензор вязкопластических деформаций [173]. В последнем случае не рассматривается физический механизм возникновения неупругих деформаций, а учитывается лишь их наличие и развитие феноменологическим путем.

Выберем в качестве внутренних параметров состояния, кроме пористости ω , также тензор вязкопластических деформаций матрицы пористого материала $\hat{\chi}^p$. Отметим, что этот тензор внутренних параметров состояния следует отличать от тензора неупругих деформаций пористой эффективной среды \hat{e}^p .

Будем рассматривать малые отклонения от равновесного случая (малые изменения пористости и малые вязкопластические деформации).

Увеличение или уменьшение пористости ω может приводить к неупругому изменению объема ε^ω и к неупругим сдвиговым деформациям \hat{e}^p . Однако, наличие тензора пластических деформаций матрицы $\hat{\chi}^p$ может и не сопровождаться изменением пористости $\Delta\omega = 0$.

Уравнение баланса энтропии (первый закон термодинамики) и неравенство диссипации (второй закон термодинамики) запишем в форме [174]

$$\rho\theta\dot{\eta} = -\text{div}\bar{q} + r^* + W^*, \quad W^* = \hat{\sigma} \cdot \dot{\hat{e}} - \rho(\dot{u} - \theta\dot{\eta}), \quad (5.49)$$

где θ — абсолютная температура; η — энтропия; \bar{q} — тепловой поток; r^* — плотность источников тепла немеханического происхождения; W^* — плотность диссипации; $\hat{\sigma}$, \hat{e} — тензоры напряжений и деформаций; u — внутренняя энергия $u = u(\hat{e}, \omega, \hat{\chi}^p)$.

Перейдем к другой термодинамической функции состояния — удельной свободной энтальпии (функция Гиббса [175]) $z = u - \theta\eta - \frac{1}{\rho} \hat{\sigma} \cdot \hat{e}$, $z = z(\hat{\sigma}, \omega)$.

Тогда плотность диссипации преобразуется к виду

$$W^* = -\dot{\hat{\sigma}} \cdot \hat{e} - \rho(\dot{z} + \dot{\theta}\eta). \quad (5.50)$$

При выводе соотношения (5.50) пренебрегалось изменением плотности, таким образом, мы рассматриваем малые отклонения плотности от исходного состояния $\left| \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \right| \ll 1$.

Следуя [176], подставим полную производную от удельной свободной энтальпии по времени $\dot{z} = \frac{\partial z}{\partial \hat{\sigma}} \cdot \dot{\hat{\sigma}} + \frac{\partial z}{\partial \hat{\omega}} \dot{\hat{\omega}} + \frac{\partial z}{\partial \hat{\chi}^p} \cdot \dot{\hat{\chi}}^p$ в выражение (5.50), приведем термодинамическое неравенство диссипации к виду

$$W^* = -\dot{\hat{\sigma}} \cdot \hat{\varepsilon} - \rho \frac{\partial z}{\partial \hat{\sigma}} \cdot \dot{\hat{\sigma}} - \rho \frac{\partial z}{\partial \hat{\omega}} \dot{\hat{\omega}} - \rho \frac{\partial z}{\partial \hat{\chi}^p} \dot{\hat{\chi}}^p \geq 0. \quad (5.51)$$

Неравенство (5.51) справедливо как для обратимых, так и для необратимых процессов. Отсюда вытекают обычные соотношения для определения тензора деформаций и удельной энтропии через термодинамический потенциал z

$$\hat{\varepsilon} = -\rho \frac{\partial z}{\partial \hat{\sigma}}, \quad \eta = -\frac{\partial z}{\partial \theta}, \quad (5.52)$$

а неравенство диссипации переходит к виду

$$W^* = -\rho \frac{\partial z}{\partial \hat{\omega}} \dot{\hat{\omega}} - \rho \frac{\partial z}{\partial \hat{\chi}^p} \dot{\hat{\chi}}^p \geq 0. \quad (5.53)$$

Итак, в нашем случае упруго-вязкопластической пористой среды, диссипативные процессы определяются изменением пористости и вязкопластическими деформациями.

В обратимых (упругих) процессах неравенство (5.53) переходит в равенство, когда диссипация (необратимая потеря энергии) отсутствует. Для диссипативных процессов (5.53) переходит в строгое неравенство, выполнение которого в общем случае возможно, например, при условии линейной связи между обобщенными термодинамическими силами и потоками [175]

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\omega}} &= L_{\omega} \left(-\rho \frac{\partial z}{\partial \hat{\omega}} \right) + \hat{L}_{\omega p} \cdot \left(-\rho \frac{\partial z}{\partial \hat{\chi}^p} \right) \\ \dot{\hat{\chi}}^p &= L_p \left(-\rho \frac{\partial z}{\partial \hat{\chi}^p} \right) + \hat{L}_{p\omega} \left(-\rho \frac{\partial z}{\partial \hat{\omega}} \right). \end{aligned}$$

Если выполняются условия

$$L_{\omega} > 0, \quad L_p > 0, \quad \hat{L}_{p\omega} + \hat{L}_{\omega p} = 0, \quad (5.55)$$

то неравенство диссипации (5.53) выполняется автоматически.

В эволюционных уравнениях (5.54) вторые слагаемые отражают симметричные перекрестные эффекты. Если пористость оказывает влияние на скорость изменения пластических деформаций, то и пластические деформации аналогично влияют на изменение пористости.

Для упрощения модели можно положить $\hat{L}_{p\omega} = -\hat{L}_{\omega p} = 0$, при этом явная перекрестная связь обобщенных термодинамических сил и потоков исчезает.

Опосредованное перекрестное влияние непосредственно через ВПС, конечно, остается. В этом случае, кинетические уравнения для ВПС выглядят так

$$\dot{\omega} = L_{\omega} \left(-\rho \frac{\partial z}{\partial \omega} \right),$$

$$\dot{\chi}^p = L_p \left(-\rho \frac{\partial z}{\partial \chi^p} \right).$$

Предположим, что функция z представлена в виде двух слагаемых (свойство аддитивности), представляющих упругое и неупругое деформирование [177]:

$$-\rho z = z_1(\hat{\sigma}, \omega_0) + z_2(\hat{\sigma}, \omega, \hat{\chi}^p), \quad (5.57)$$

где величина ω_0 , входит не как переменная, а как параметр, от которого зависят равновесные характеристики исходного материала в упругой области.

Примем для функции z_1 обычное выражение упругого потенциала изотропного тела

$$z_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{K_0} p^2 + \frac{1}{2G_0} S_{ij} S_{ij} \right). \quad (5.58)$$

где K_0 , G_0 — объемный и сдвиговой упругие модули материала с начальным уровнем пористости ω_0 ; $p = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij}$ — среднее давление (первый инвариант тензора напряжений); $S_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij}$ — компоненты девиатора тензора напряжений.

Используя соотношения $\frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial p} \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial S_{ij}}$, $\frac{\partial}{\partial S_{ij}} = \frac{3}{2} \frac{S_{ij}}{\sigma_u} \frac{\partial}{\partial \sigma_u}$, а также предположение, что функция z_2 зависит от первого p и второго инвариантов $\sigma_u = \left(\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij} \right)^{\frac{1}{2}}$ тензора напряжений $z_2(p, \sigma_u, \omega, \chi_u^p)$, из выражения (5.52) с учетом (5.57) и (5.58), получим

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{\omega} = \frac{1}{3K_0} p + \frac{1}{3} \frac{\partial z_2}{\partial p}, \quad (5.59)$$

$$e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^{\omega p} = \frac{1}{2G_0} S_{ij} + \frac{3}{2} \frac{S_{ij}}{\sigma_u} \frac{\partial z_2}{\partial \sigma_u}, \quad (5.60)$$

где тензор деформации эффективной пористой среды представлен в виде суммы шаровой и девиаторной частей, каждая из которых разделяется на упругую и неупругую составляющую:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon \delta_{ij} + e_{ij} = (\varepsilon^e + \varepsilon^{\omega}) \delta_{ij} + e_{ij}^e + e_{ij}^{\omega p}.$$

Неупругая объемная деформация ε^ω определяется изменением пористости, связанной с относительной объемной деформацией, и, следовательно, равна $\varepsilon^\omega = \frac{1}{3}(\omega - \omega_0)$. Тогда из соотношения $\varepsilon^\omega = \frac{1}{3} \frac{\partial z_2}{\partial p}$, получим интегрированием

$$z_2 = (\omega - \omega_0)p + f(\sigma_u, \omega, \chi_u^p). \quad (5.61)$$

Представим второе слагаемое в (5.61) в виде

$$f(\sigma_u, \omega, \chi_u^p) = f_1(\sigma_u, \omega)(\omega - \omega_0) + f_2(\sigma_u, \omega, \chi_u^p) \chi_u^p, \quad (5.62)$$

т. е., если $\omega = \omega_0$, и $\chi_u^p = 0$, то диссипативная часть z_2 отсутствует, что соответствует чисто упругому деформированию материала.

Функции $f_1(\sigma_u, \omega, \chi_u^p)$ $f_2(\sigma_u, \omega, \chi_u^p)$ можно представить в виде отрезка ряда по степеням σ_u $f_1(\sigma_u, \omega, \chi_u^p) = C_1 + C_2\sigma_u + C_3\sigma_u^2$,

$$f_2(\sigma_u, \omega, \chi_u^p) = D_1 + D_2\sigma_u + D_3\sigma_u^2, \quad (5.63)$$

где C_i, D_i — в общем случае, функции внутренних параметров состояния ω, χ_u^p .

С помощью соотношений (5.59)–(5.63) получим выражение для неупругих деформаций, обусловленных изменением пористости и пластическими деформациями матрицы:

$$e_{ij}^{\omega p} = e_{ij}^\omega + e_{ij}^p \quad e_{ij}^\omega = \frac{3}{2} \frac{S_{ij}}{\sigma_u} (C_2 + 2C_3\sigma_u)(\omega - \omega_0)$$

$$e_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{S_{ij}}{\sigma_u} (D_2 + 2D_3\sigma_u) \chi_u^p.$$

Уравнения (5.64) представляют собой связь между внутренними параметрами состояния ω, χ_u^p и неупругими макродеформациями эффективной гомогенной среды e_{ij}^p, e_{ij}^ω .

Для определения внутренних параметров состояния служат кинетические уравнения, вытекающие из (5.56), с учетом $\partial \chi_u^p / \partial \chi_{ij}^p = (3/2) \chi_{ij}^p / \chi_u^p$:

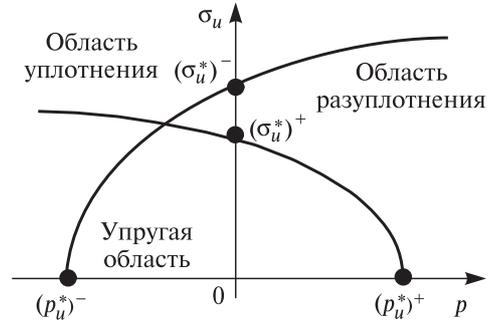
$$\dot{\omega} = L_\omega \langle p + C_1 + C_2\sigma_u + C_3\sigma_u^2 + (C'_{1\omega} + C'_{2\omega}\sigma_u + C'_{3\omega}\sigma_u^2)(\omega - \omega_0) + (D'_{1\omega} + D'_{2\omega}\sigma_u + D'_{3\omega}\sigma_u^2) \chi_u^p \rangle, \quad (5.65a)$$

$$\dot{\chi}_{ij}^p = \frac{3}{2} L_p \frac{\chi_{ij}^p}{\chi_u^p} \langle D_1 + D_2\sigma_u + D_3\sigma_u^2 + (C'_{1\chi} + C'_{2\chi}\sigma_u + C'_{3\chi}\sigma_u^2)(\omega - \omega_0) + (D'_{1\chi} + D'_{2\chi}\sigma_u + D'_{3\chi}\sigma_u^2) \chi_u^p \rangle \quad (5.65b)$$

где $C'_{i\omega} \equiv \frac{\partial C_i}{\partial \omega}$, $C'_{i\chi} \equiv \frac{\partial C_i}{\partial \chi_u^p}$, $D'_{i\omega} \equiv \frac{\partial D_i}{\partial \omega}$, $D'_{i\chi} \equiv \frac{\partial D_i}{\partial \chi_u^p}$.

Выражения в угловых скобках представляют собой некоторые кривые в пространстве координат p, σ_u , отделяющие упругую область от области неупругого изменения пористости (5.65a) и от области пластического течения (5.65b).

Рис. 5.13. Расположение областей уплотнения и разуплотнения в пространстве инвариантов тензора напряжений.



На самом деле, кинетическое уравнение для изменения пористости (5.65a) должно содержать даже две ветви, отделяющие упругую область от области уплотнения $\dot{\omega} < 0$ и от области разуплотнения $\dot{\omega} > 0$. Эти области могут пересекаться, или сменять друг друга, как схематично показано на рис. 5.13.

5.5.2. Частные варианты модели

Рассмотрим частные варианты уравнений (5.64), (5.65).

Вариант А. Положим часть параметров модели равными нулю $C_2 = C_3 = D_3 = 0$, а остальные будем полагать постоянными, не зависящими от внутренних параметров состояния: $C_1 = D_1 = D_2 = \text{const}$. В этом случае уравнения значительно упрощаются:

$$\dot{\omega} = L_{\omega} \langle p + C_1 \rangle, \tag{5.66a}$$

$$\dot{\chi}_{ij}^p = \frac{3}{2} L_p \frac{\chi_{ij}^p}{\chi_u^p} \langle D_1 + D_2 \sigma_u \rangle. \tag{5.66b}$$

Скорость изменения пористости пропорциональна превышению давления над предельным значением C_1 , которое может быть функцией параметра начальной пористости ω_0 . Причем, как уже отмечалось выше, уравнение (5.66a) содержит две ветви: увеличение пористости (разуплотнение), уменьшение пористости (уплотнение).

Скорость изменения χ_{ij}^p пропорциональна превышению интенсивности напряжения σ_u над некоторым предельным значением, зависящим от уровня начальной пористости. По сути, это обычное уравнение, обобщающее модель идеально пластического тела на случай вязкопластических деформаций.

В варианте А изменение пористости не ведет явно к сдвиговым деформациям, уравнения (5.64) приводятся к виду:

$$e_{ij}^{\omega} \equiv 0, \quad e_{ij}^p = \frac{3}{2} D_2 \frac{S_{ij}}{\sigma_u} \chi_u^p. \tag{5.67}$$

Подобная модель в различных вариантах обычно и используется на практике, например [178].

Вариант В. Несколько расширим предыдущий вариант, полагая дополнительно $C_3 = \text{const}$. В этом случае возникает влияние второго инварианта тензора напряжений σ_u на скорость изменения пористости

$$\dot{\omega} = L_\omega \langle p + C_1 + C_3 \sigma_u^2 \rangle, \quad \dot{\chi}_{ij}^p = \frac{3}{2} L_p \frac{\chi_{ij}^p}{\chi_u^p} \langle D_1 + D_2 \sigma_u \rangle. \quad (5.68)$$

Тогда в пространстве p, σ_u мы получим кривую второго порядка (две ветви, см. рис. 5.13), отделяющую упругую область от области неупругого изменения пористости. Интересно, что в этом случае изменение пористости напрямую вызывает соответствующие неупругие деформации сдвига (5.64):

$$e_{ij}^\omega = 3C_3 S_{ij} (\omega - \omega_0), \quad e_{ij}^p = \frac{3}{2} D_2 \frac{S_{ij}}{\sigma_u} \chi_u^p. \quad (5.69)$$

В выражениях (5.66)–(5.69) постоянные C_1, C_3, D_1, D_2 могут зависеть от параметра начальной пористости ω_0 .

Вариант модели В более сложный, его основное отличие состоит в учете второго инварианта тензора напряжений не только в уравнении для вязкопластической деформации, но и в кинетическом уравнении для изменения пористости. Естественно, что экспериментальное определение параметров модели (зависимости C_1, C_3, D_1, D_2 от ω_0) является достаточно сложной задачей по сравнению с вариантом А.

Вариант С. Еще более сложный вариант может учитывать изменения (расширение, перенос) в барьерных кривых текучести и изменения пористости. Линейная зависимость параметров модели C_1, C_3, D_1, D_2 от внутренних параметров состояния ω, χ_{ij}^p приведет к появлению их в явной форме в кинетических уравнениях (в барьерных кривых). Это значительно усложняет модель, но дает возможность учесть такие эффекты, как деформационное упрочнение, непосредственное влияние текущих значений ω, χ_{ij}^p на характер поверхности текучести — неравновесная поверхность уплотнения. Следуя представленным выводам, в зависимости от приложений, можно получать самые разные варианты (по сложности и учету тех или иных факторов) уравнений модели.

Таким образом, на основе метода феноменологической термодинамики и некоторых допущений по структуре функции Гиббса предложена модель упруго-вязкопластической пористой среды. Получены варианты кинетических уравнений для изменения пористости и для вязкопластических деформаций. Результаты могут использоваться при описании эффектов нелинейного нестационарного деформирования геоматериалов с учетом их необратимого уплотнения или разуплотнения.

5.5.3. Применение предложенной модели к описанию процессов кратковременной ползучести и релаксации

Используем частный вариант определяющих уравнений неупругой поврежденной среды для описания эффектов кратковременной ползучести и релаксации, изученных экспериментально в разделе 3.5.

Полная деформация состоит из упругой ε_{ij}^e , вязкопластической ε_{ij}^p и деформации поврежденности ε_{ij}^o :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p + \varepsilon_{ij}^o. \quad (5.70)$$

Исходя из известных экспериментов по сжатию образцов соляных пород [104] полагаем, что пластическая деформация начинается при небольших уровнях сжатия $\sigma_s^0 = 3-4$ МПа, далее развивается по закону линейного упрочнения с касательным модулем D_y , получаемого из диаграммы сжатия

$$\sigma_s = \sigma_s^0 + D_y e_u^p, \quad (5.71)$$

где e_u^p — интенсивность пластических деформаций; σ_s^0, σ_s — начальный и текущий предел текучести при одноосном сжатии.

Вязкопластическая деформация определяется уравнением Кукуджанова — Пэжины, являющимся обобщением уравнения Прагера [173]

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \Phi \left\langle \frac{\sigma_u}{\sigma_s} - 1 \right\rangle \frac{S_{ij}}{\sigma_u}, \quad (5.72)$$

где S_{ij} — компоненты девиатора тензора напряжений, σ_u — интенсивность напряжений,

$$\Phi \left\langle \frac{\sigma_u}{\sigma_s} - 1 \right\rangle = \begin{cases} \Phi, & \text{if } \frac{\sigma_u}{\sigma_s} - 1 > 0 \\ 0, & \text{if } \frac{\sigma_u}{\sigma_s} - 1 \leq 0. \end{cases} \quad (5.73)$$

Поврежденность, описываемая в первом приближении скалярным параметром ω , начинает развиваться при достижении некоторого уровня напряжений $\sigma_* > \sigma_s^0$ с отклонением кривой сжатия от закона линейного упрочнения. Уровень напряжений σ_* принимается некоторыми авторами за предел длительной прочности [103].

Поврежденность в структурно-неоднородных материалах развивается при сжатии в сочетании со сдвигом. Барьерная кривая, при превышении которой начинает расти поврежденность в пространстве инвариантов p, σ_u описывается параболой (рисунок 5.14).

Эту кривую можно интерпретировать как огибающую кругов Мора, но располо-

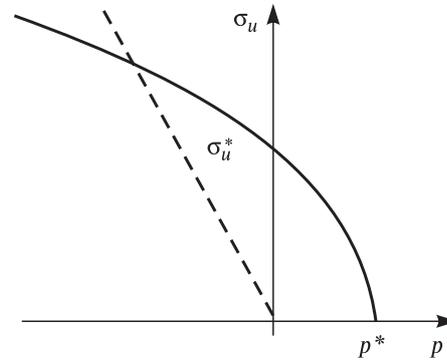


Рис. 5.14. Барьерная кривая, отделяющая упруго-вязкопластическую область от области роста поврежденности.

Пунктир — траектория нагружения при одноосном сжатии образца.

женную внутри нее, так как поврежденность начинает расти при напряжениях $\sigma > \sigma_* < \sigma_{пр}$:

$$\dot{\omega} = L_{\omega} \langle p + C_1 + C_2 \sigma_u^2 \rangle, \quad (5.74)$$

где L_{ω} — кинетический параметр, характеризующий масштаб скорости роста поврежденности; C_1, C_2 — параметры барьерной кривой (параболы).

При отсутствии сдвига рост поврежденности начинается при превышении первым инвариантом тензора напряжений некоторого барьерного отрицательного давления p_* , поэтому $C_1 = -p_*$. При чистом сдвиге рост поврежденности происходит при превышении касательного напряжения барьерной величины интенсивности напряжений σ_u^* , поэтому $C_2 = \frac{p_*}{(\sigma_u^*)^2}$, а уравнение (5.74) можно переписать в форме

$$\dot{\omega} = L_{\omega} \langle p - p_* [1 - (\sigma_u / \sigma_u^*)^2] \rangle. \quad (5.75)$$

Рост поврежденности сказывается как на шаровой, так и на девиаторной составляющей деформации поврежденности $\varepsilon_{ij}^{\omega} = \varepsilon^{\omega} \delta_{ij} + e_{ij}^{\omega}$ [179]:

$$\varepsilon^{\omega} = \frac{1}{3}(\omega - \omega_0), \quad e_{ij}^{\omega} = 3C_2(\omega - \omega_0)S_{ij}. \quad (5.76)$$

Рассмотрим одноосное напряженное состояние $\sigma_x \neq 0, \sigma_y = \sigma_z = 0, p = \sigma_x / 3, \sigma_u = |\sigma_x|, S_x = (2/3)\sigma_x$, практически реализуемое при сжатии высокого ($h/d = 2$) образца.

Тогда упругая деформация

$$\varepsilon^e = \frac{1}{3K} p = \frac{\sigma_x}{9K}, \quad e_x^e = \frac{1}{2G} S_x = \frac{\sigma_x}{3G}, \quad \varepsilon_x^e = \varepsilon^e + e_x^e = \frac{\sigma_x}{E}, \quad (5.77)$$

где K — объемный модуль; G — модуль сдвига; E — модуль Юнга.

Кинетическое уравнение (5.72) для вязкопластической деформации в линейном приближении запишется в виде

$$\dot{e}_x^p = \frac{2}{3} L_p \left\langle \frac{|\sigma_x|}{\sigma_s^0 + D_y |e_x^p|} - 1 \right\rangle \text{sgn}(\sigma_x).$$

Мы будем использовать еще более простую форму записи:

$$\dot{e}_x^p = \frac{2}{3} L_p \langle |\sigma_x| - \sigma_s^0 - D_y |e_x^p| \rangle \text{sgn}(\sigma_x), \quad (5.78)$$

где L_p — кинетический параметр, характеризующий масштаб скорости роста вязкопластической деформации.

Дифференцируя по времени соотношение (5.70), получим $\dot{\varepsilon}_x = \dot{\varepsilon}_x^e + \dot{e}_x^p + \dot{\varepsilon}_x^{\omega}$, откуда с помощью (5.77) можно выразить скорость изменения нормально-го напряжения $\dot{\sigma}_x = -E(-\dot{\varepsilon}_x + \dot{e}_x^p + \dot{\varepsilon}_x^{\omega})$. Пусть программа нагружения задана в

виде закона изменения перемещений (полной деформации), например, $\varepsilon_x(t) = -\lambda t$.

Тогда для одноосного напряженного состояния имеем систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций σ_x , e_x^p , ω :

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_x &= -E(\lambda + \dot{e}_x^p + \dot{\varepsilon}_x^\omega), \\ \dot{e}_x^p &= \frac{2}{3} L_p \left\langle |\sigma_x| - \sigma_s^0 - D_y |e_x^p| \right\rangle \text{sgn}(\sigma_x), \\ \dot{\omega} &= L_\omega \left\langle \frac{\sigma_x}{3} - p^* [1 - (\sigma_x / \sigma_u^*)^2] \right\rangle,\end{aligned}\quad (5.79)$$

где $\varepsilon_x^\omega = \varepsilon^\omega + e_x^\omega$ и связано с параметром поврежденности выражениями (5.76).

В качестве экспериментально известных параметров будем полагать E , D_y и σ_s^0 . Параметры p^* и σ_u^* определяются из условия величины отклонения кривой нагружения от касательной упрочнения D_y , параметры L_p и L_ω определяются из опытов на кратковременную ползучесть и релаксацию напряжений на восходящей и ниспадающей ветви диаграммы сжатия.

При изменении знака выражения в круглых скобках первого уравнения (5.79) происходит переход на ниспадающую ветвь диаграммы. Максимальное напряжение сжатия (предел прочности $\sigma_{пр}$) достигается при условии

$$\dot{\sigma}_x = -E(\lambda + \dot{e}_x^p + \dot{\varepsilon}_x^\omega) = 0. \quad (5.80)$$

При сжатии с постоянной скоростью деформации $\varepsilon_x(t) = -\lambda t$ коэффициент $\lambda > 0$, скорость вязкопластической деформации $\dot{e}_{ij}^p \leq 0$, скорость деформации поврежденности $\dot{\varepsilon}_{ij}^\omega$ складывается из двух составляющих разных знаков:

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_{ij}^\omega &= \dot{\varepsilon}^\omega + \dot{e}_{ij}^\omega = \frac{1}{3} \dot{\omega} + 3 \frac{p^*}{(\sigma_u^*)^2} \left[\dot{\omega} S_x + (\omega - \omega_0) \dot{S}_x \right] = \\ &= \left[\frac{1}{3} + 3 \frac{p^*}{(\sigma_u^*)^2} S_x \right] \dot{\omega} + 3 \frac{p^*}{(\sigma_u^*)^2} (\omega - \omega_0) \dot{S}_x.\end{aligned}\quad (5.81)$$

Первое слагаемое (в квадратных скобках) сначала положительно, а затем с уменьшением S_x может поменять знак; второе слагаемое поначалу отрицательно ($\dot{S}_x < 0$), но при достижении предела прочности на ниспадающей ветви диаграммы меняет знак ($\dot{S}_x > 0$). Уравнение (5.81) справедливо, когда текущее напряженное состояние удовлетворяет условию роста поврежденности (состояние в инвариантах напряжений находится за барьерной кривой).

Таким образом, система уравнений (5.79) является достаточно сложной и нелинейной, с положительной или отрицательной обратной связью.

Сформулируем отдельно разрешающие уравнения для режимов кратковременной ползучести и релаксации напряжений.

Пусть достаточно быстро достигается некоторый уровень деформации (упругой) ε_{x0} и соответствующий ему уровень напряжения $\sigma_{x0} = E\varepsilon_{x0}$, после чего в численном эксперименте это напряжение фиксируется $\sigma_{x0} = \text{const}$, а далее реализуется режим кратковременной ползучести.

В зависимости от значения σ_{x0} мы находимся либо в упругой области $\sigma_{x0} \leq \sigma_s^0$; либо в вязкопластической области $\sigma_s^0 \leq \sigma_{x0} \leq \sigma_*$; либо в области неупругого деформирования и роста поврежденности $\sigma_{x0} > \sigma_*$; здесь σ_* — условный предел для роста поврежденности при одноосном напряженном состоянии (предел длительной прочности).

Пусть в режиме релаксации также достаточно быстро достигается некоторый уровень деформации (упругой) ε_{x0} и соответствующий ему уровень напряжения $\sigma_{x0} = E\varepsilon_{x0}$. Далее фиксируется деформация ε_{x0} , релаксация напряжений может осуществляться как в диапазоне $\sigma_s^0 \leq \sigma_{x0} \leq \sigma_*$ за счет роста вязкопластической деформации, так и в диапазоне $\sigma_{x0} > \sigma_*$ — дополнительно за счет роста поврежденности.

Выпишем отдельно систему разрешающих уравнений для условия релаксации напряжений.

Систему (5.79) перепишем в виде

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_x &= E(\dot{f}(t) - \dot{e}_x^p - \dot{e}_x^\omega), \\ \dot{e}_x^p &= \frac{2}{3} L_p \langle |\sigma_x| - \sigma_s^0 - D_y |e_x^p| \rangle \text{sgn}(\sigma_x) = f_2(\sigma_x, e_x^p, \omega, t), \\ \dot{\omega} &= L_\omega \left\langle \frac{\sigma_x}{3} - p_* [1 - (\sigma_x / \sigma_u^*)^2] \right\rangle = f_3(\sigma_x, e_x^p, \omega, t).\end{aligned}\quad (5.82)$$

Преобразуем первое уравнение (5.82) с учетом выражения

$$\begin{aligned}\dot{e}_x^\omega &= \dot{\omega} + \dot{e}_x^\omega = \left(\frac{1}{3} + 2C_2\sigma_x \right) \dot{\omega} + 2C_2(\omega - \omega_0)\dot{\sigma}_x, \quad \text{тогда} \\ \dot{\sigma}_x &= E(\dot{f}(t) - \dot{e}_x^p - \dot{e}_x^\omega) = \\ &= E \left\{ \dot{f}(t) - \dot{e}_x^p - \dot{\omega} \left(\frac{1}{3} + 2C_2\sigma_x \right) - 2C_2(\omega - \omega_0)\dot{\sigma}_x \right\}.\end{aligned}$$

Окончательно систему разрешающих уравнений можно записать в виде:

$$\dot{\sigma}_x = E \frac{\dot{f}(t) - f_2 - \left(\frac{1}{3} + 2C_2\sigma_x \right) f_3}{1 + 2C_2E(\omega - \omega_0)} \equiv f_1, \quad (5.83a)$$

$$\dot{e}_x^p = \frac{2}{3} L_p \langle |\sigma_x| - \sigma_s^0 - D_y |e_x^p| \rangle \text{sgn}(\sigma_x) \equiv f_2, \quad (5.83b)$$

$$\dot{\omega} = L_{\omega} \left\langle \frac{\sigma_x}{3} - p_* [1 - (\sigma_x / \sigma_u^*)^2] \right\rangle \equiv f_3, \quad (5.83c)$$

где $f(t) \equiv \varepsilon_x(t)$ — заданная функция перемещения захватов пресса (программа нагружения на первоначальном этапе).

Система (5.83) решается с начальными условиями $\sigma_x(0) = 0$, $e_x^p(0) = 0$, $\omega(0) = 0$.

Параметры p_* , σ_u^* определяют барьерную кривую для изменения поврежденности в пространстве первого и второго инвариантов тензора напряжений; параметры σ_s^0 , D_y определяют барьерную кривую для изменения пластической деформации в пространстве напряжение — пластическая деформация (линейное деформационное упрочнение); параметры L_p , L_{ω} определяют характерные скорости изменения вязкопластической деформации и поврежденности; параметр C_2 определяет вклад поврежденности в девиаторные компоненты деформации; E — модуль Юнга исходного материала.

Выпишем отдельно систему разрешающих уравнений для условия кратковременной ползучести.

Этап активного нагружения осуществляется как и ранее: $\dot{f}(t) \equiv \dot{\varepsilon}_x(t) = \lambda = \int \text{const}$.

При достижении некоторого заданного уровня напряжения σ_x^* начинается второй этап, при котором на прессе поддерживается этот постоянный уровень напряжения $\sigma_x = \sigma_x^*$, $\dot{\sigma}_x = 0$.

Тогда уравнение (5.83a) принимает вид

$$\dot{\sigma}_x = E \frac{\dot{f}(t) - f_2 - \left(\frac{1}{3} + 2C_2\sigma_x \right) f_3}{1 + 2C_2E(\omega - \omega_0)} \equiv f_1 = 0,$$

откуда следует уравнение для определения полной деформации, развивающейся во времени (ползучесть),

$$\dot{f}(t) \equiv \dot{\varepsilon}_x = f_2 + \left(\frac{1}{3} + 2C_2\sigma_x \right) f_3. \quad (5.84)$$

Остальные два уравнения (5.83b) и (5.83c) остаются прежними.

Ниже представлены результаты описания с помощью предложенной модели экспериментов по кратковременной ползучести и релаксации соляных пород.

На рис. 5.15 продемонстрированы экспериментальные и теоретические результаты для ползучести и релаксации каменной соли.

Параметры модели: $p^* = 3,85$ МПа; $\sigma_u^* = 5,5$ МПа; $\sigma_s^0 = 6,0$ МПа; $D_y = 400$ МПа; $m_{\omega} = -0,01$; $L_{\omega}^0 = 1,0 \times 10^{-3} \text{ с}^{-1} \text{ МПа}^{-1}$ (для ползучести); $L_{\omega}^0 = 1,15 \times 10^{-5} \text{ с}^{-1} \text{ МПа}^{-1}$ (для релаксации); $L_p = 0,8 \times 10^{-6} \text{ с}^{-1} \text{ МПа}^{-1}$.

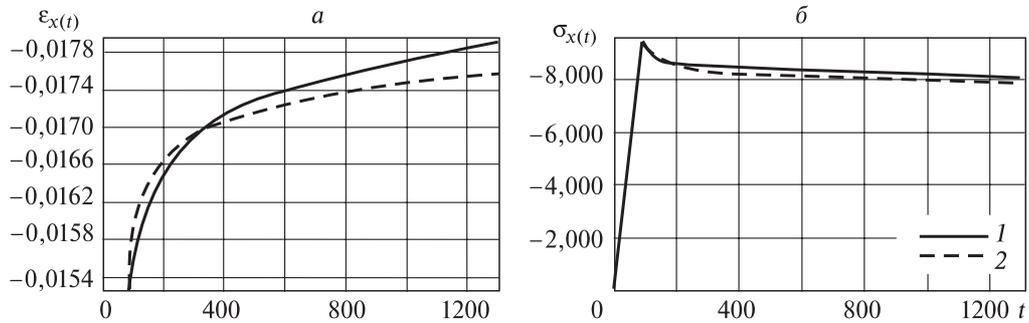


Рис. 5.15. Кратковременная ползучесть (а) и релаксации (б) каменной соли, $h/d = 2$.
 1 — $\varepsilon_x(t)$; 2 — эксперимент.

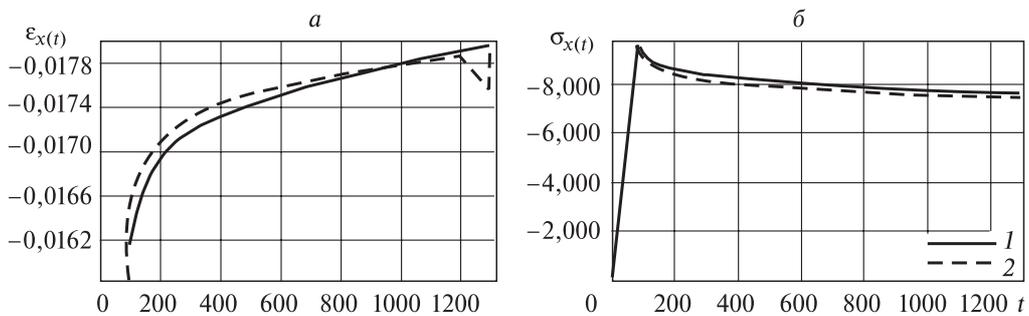


Рис. 5.16. Кратковременная ползучесть (а) и релаксация (б) сивлинита, $h/d = 2$.
 1 — $\varepsilon_x(t)$; 2 — эксперимент.

На рис. 5.16 представлены экспериментальные и теоретические результаты для релаксации каменной соли. Параметры модели аналогичные описанию ползучести за исключением.

Если принять одинаковыми параметры для описания ползучести и релаксации ($L_\omega^0 = 1,5 \times 10^{-5} \text{ с}^{-1} \text{ МПа}^{-1}$), то в рассматриваемом временном диапазоне погрешность между расчетными и экспериментальными данными не будет превышать 6 %.

На рис. 5.16 показаны экспериментальные и теоретические результаты для ползучести и релаксации сивлинита. Параметры модели: $p^* = 3,85 \text{ МПа}$; $\sigma_u^* = 5,9 \text{ МПа}$; $\sigma_s^0 = 8,0 \text{ МПа}$ (для ползучести) и $5,95 \text{ МПа}$ (для релаксации); $D_y = 400 \text{ МПа}$, $m_\omega = -0,01$; $L_\omega^0 = 5,5 \times 10^{-6} \text{ с}^{-1} \text{ МПа}^{-1}$ (для ползучести); $L_p = 3,0 \times 10^{-6} \text{ с}^{-1} \text{ МПа}^{-1}$ (для ползучести); $L_p = 2,0 \times 10^{-6} \text{ с}^{-1} \text{ МПа}^{-1}$ (для релаксации).

Таким образом, предложенная модель (и ее частный случай) является достаточно гибкой для описания различных временных эффектов соляных пород.

5.6. Структурная модель деформирования и разрушения соляных пород

Горная порода — агрегат, состоящий из кристаллических и аморфных минералов, жидкой и газообразной фазы [129]. Минералы встречаются в основном в виде кристаллов и зерен неправильной формы, поликристаллических масс.

Одной из важнейших характеристик, влияющих на все процессы механического поведения, является трещиноватость — плоский разрыв сплошности среды, в том числе, заполненный другим материалом. Агрегаты минералов могут иметь внутрикристаллические дефекты размером 10^{-9} – 10^{-5} м — трещины первого порядка; трещины между кристаллами приблизительно 0,1 мм — трещины второго порядка; тектонические трещины отрыва и скалывания около 1 см и более — трещины третьего порядка.

Пористость также оказывает сильное влияние на деформацию и прочность горных пород. Поры бывают субкапиллярные (диаметр пустот менее 10^{-7} м), капиллярные (10^{-7} – 10^{-4} м), сверхкапиллярные (более 10^{-4} м), форма и размеры пор могут быть самыми различными. На величину пористости существенно влияет взаимное расположение зерен. Под действием давления пористость снижается, происходит выжимание газов из породы, взаимное перемещение частиц (укладка), разрушение структуры и зерен породы.

В последнее время проводятся широкие исследования внутреннего механизма деформирования горных пород — развитие физики горных пород (рентгенография, электронная микроскопия) и теории трещинообразования. Экспериментально установлено, что деформирование горных пород определяется закрытием внутренних микротрещин и пор, деформированием минерального скелета, образованием и раскрытием микротрещин. Деформация горных пород как минеральных агрегатов определяется деформацией минеральных зерен и межзеренных границ, их размерами, контактами, ориентацией [130].

Разрушение горных пород начинается обычно по границам минеральных зерен. Начало образования трещин наблюдается при уровне нагрузок меньше предела мгновенной прочности и соответствует пределу длительной прочности пород на одноосное сжатие. Механизмы зарождения, развития и ветвления микротрещин, образования макротрещин определяются локальными свойствами микрообъема. Поэтому особый интерес представляет установление критериев образования и развития микротрещин на уровне минеральных зерен.

Существуют различные подходы к построению структурных моделей различных материалов (в частности, горных пород) — используются методы механики композиционных материалов [180], учета влияния микронеоднородностей на локальные напряжения и их релаксацию [181], статистические методы [182], теория протекания [183], теория фракталов [184], анализ структурных сдвиговых механизмов [69], метод подвижных клеточных автоматов [185].

В данном разделе развивается подход, основанный на анализе условий вязкопластического деформирования межзеренных границ минерального агрега-

та, предложен новый критерий формирования макротрещины в представительном элементе геоматериала, в качестве примера применения модели дана оценка предела прочности образцов сильвинита.

5.6.1. Одноосное сжатие

Пусть геоматериал состоит из зерен неправильной формы с разнообразно ориентированными гранями и межзеренным пространством, называемым контактом. Характерная длина грани контакта l , а h — его толщина. Показатели механических свойств контактов на порядок ниже соответствующих характеристик зерен, поэтому полагаем, что зерна деформируются упруго, а контакты испытывают вязкопластическую деформацию.

Пусть начало вязкопластического деформирования контакта связано с выполнением условия, аналогичного критерию Кулона

$$\tau_\alpha = \tau_0 + k\sigma_\alpha, \quad (5.85)$$

где τ_α , σ_α — касательное и нормальное напряжение на контакте, расположенном под углом α к оси x ; τ_0 — сцепление; $k = \operatorname{tg}\varphi$; φ — угол внутреннего трения.

Рассмотрим одноосное сжатие представительного элемента геоматериала, содержащего достаточно много зерен и контактов (рис. 5.17), в направлении оси y .

Нормальное и касательное напряжение на контакте выражаются как

$$\sigma_\alpha = \sigma_y \cos^2 \alpha, \quad \tau_\alpha = \frac{1}{2} \sigma_y \sin 2\alpha. \quad (5.86)$$

Тогда критерий (5.85) преобразуется к виду

$$\sigma'_y f(\alpha) = 1, \quad f(\alpha) = \cos^2 \alpha (\operatorname{tg} \alpha - k), \quad (5.87)$$

где $\sigma'_y = \sigma_y / \tau_0$.

При заданном параметре k с ростом безразмерной нагрузки σ'_y вязкопластическая деформация начнется на контакте, расположенном под некоторым критическим углом α^* , доставляющим максимум функции $f(\alpha)$. Зависимость критического угла начала вязкопластического деформирования α^* от угла внутреннего трения является линейной:

$$\alpha^* = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \varphi. \quad (5.88)$$

Зависимость критического угла α^* от параметра k показана на рис. 5.18.

Предполагается, что при выполнении условия (5.85) или (5.87) на контакте возникает скольжение одного берега контакта относительно другого, причем максимально возможное относи-

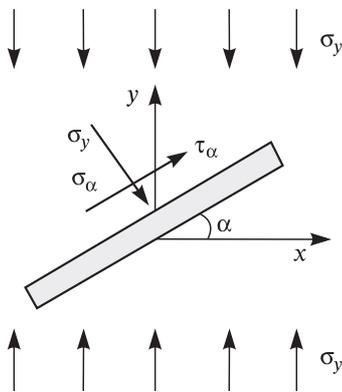
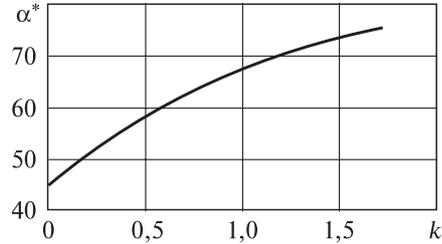


Рис. 5.17. Схема одноосного сжатия отдельного контакта минерального агрегата.

Рис. 5.18. Зависимость критического угла начала вязкопластического деформирования (разрушения) контакта от параметра k .



тельное перемещение Δu_τ^m , определяемое присутствием жестких окружающих зерен, будет пропорционально толщине контакта

$$\Delta u_\tau^m = \lambda h, \quad (5.89)$$

где λ — параметр, отражающий геометрию (форму) зерна.

С помощью проекций перемещения Δu_τ^m на оси координат $\Delta u_x^m = \Delta u_\tau^m \cos \alpha^*$ и $\Delta u_y^m = \Delta u_\tau^m \sin \alpha^*$ можно ввести максимальные неупругие деформации, вызванные скольжением вдоль контакта

$$\varepsilon_x^m = \frac{\Delta u_x^m}{l} = \lambda \frac{h}{l} \cos \alpha^*, \quad \varepsilon_y^m = \frac{\Delta u_y^m}{l} = \lambda \frac{h}{l} \sin \alpha^*. \quad (5.90)$$

Поскольку речь идет о вязкопластическом деформировании, то эти максимально возможные неупругие деформации, обусловленные относительным смещением границ контакта, достигаются в течение некоторого времени, т. е. деформирование осуществляется с конечной скоростью, например по закону

$$\dot{\varepsilon}_x^p = k_p (\varepsilon_x^m - \varepsilon_x^p), \quad \dot{\varepsilon}_y^p = k_p (\varepsilon_y^m - \varepsilon_y^p), \quad (5.91)$$

где $\varepsilon_x^p, \varepsilon_y^p$ — текущие неупругие деформации области контакта.

При заданном уровне нагрузки σ'_y уравнения (5.91) интегрируются

$$\varepsilon_x^p = \varepsilon_x^m (1 - \exp(-k_p t)), \quad \varepsilon_y^p = \varepsilon_y^m (1 - \exp(-k_p t)), \quad (5.92)$$

где t — время.

Решение (5.92) отражает этап ограниченной ползучести для отдельно взятого контакта.

5.6.2. Критерий образования макротрещины

Если уровень нагрузки σ'_y значительный, то условие (5.85) или (5.87) будет выполняться уже для контактов с различной ориентацией в некотором интервале углов $\Delta \alpha = \alpha_2 - \alpha_1$, включающем предельный угол α^* .

Введем плотность распределения контактов по углу ориентации $n(\alpha)$, так что $dN = n(\alpha)d\alpha$ — количество контактов попавших в интервал углов $d\alpha$. Пусть условие (5.85) или (5.87) выполнилось для всех контактов с ориентацией углов, лежащих в интервале (α_1, α_2) . Тогда количество контактов, расположенных в

этом интервале углов $N = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} n(\alpha) d\alpha$, причем каждый из них вносит свой вклад в неупругие деформации:

$$\varepsilon_x^m = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\Delta u_x^m}{l} n(\alpha) \cos \alpha d\alpha, \quad \varepsilon_y^m = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\Delta u_y^m}{l} n(\alpha) \sin \alpha d\alpha. \quad (5.93)$$

В соотношениях (5.93) величина относительного скольжения и длина контакта в общем случае также зависят от угла ориентации. Ограничимся здесь более простыми вариантами, полагая их постоянными. Более того, будем полагать равномерным распределение количества контактов по углу $n(\alpha) = n = \text{const}$, тогда получим простые соотношения

$$\varepsilon_x^m = \frac{\lambda hn}{l} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1), \quad \varepsilon_y^m = \frac{\lambda hn}{l} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (5.94)$$

Согласно (5.93) предельная неупругая деформация представительного элемента определяется геометрией (длиной и шириной) контакта, функцией плотности распределения контактов по углу, структурным параметром, величиной углового сектора, в котором контакты испытывают неупругую деформацию (зависит от уровня нагрузки, механических свойств контакта).

Ясно, что при увеличении уровня внешней нагрузки σ'_y , если на соседних контактах, ориентированных произвольным образом, будут реализованы условия течения (5.87), области неупругого деформирования могут объединиться в виде ломаной линии (поверхности) — макротрещины, это может привести к разрушению представительного элемента. При неупорядоченном (хаотичном) расположении граней зерен (контактов) вероятность возникновения трещины возрастает с увеличением интервала углов (α_1, α_2), для которых выпол-

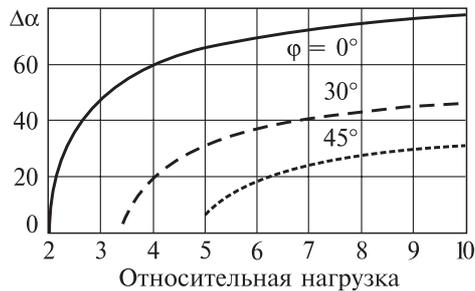


Рис. 5.19. Зависимость диапазона углов, в котором выполняется критерий (5.87), от уровня относительной нагрузки σ'_y .

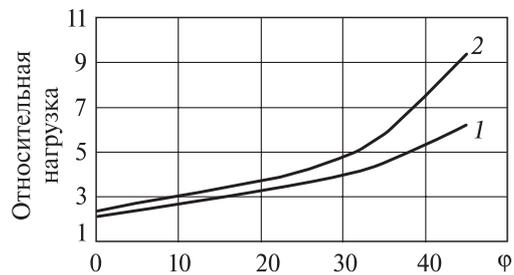


Рис. 5.20. Зависимость относительной нагрузки σ'_y , вызывающей образование макротрещины, от угла внутреннего трения для двух значений предельного интервала углов.

$\Delta \alpha_{\max} = 20^\circ$ (1) и 30° (2).

няется критерий (5.87). Поэтому в качестве критерия разрушения (образования макротрещины) примем следующее условие

$$\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = \Delta\alpha_{\max}, \quad (5.95)$$

где $\Delta\alpha_{\max}$ — предельное значение интервала углов.

Зависимость диапазона углов, в котором выполняется условие начала вязкопластического деформирования, от уровня безразмерной нагрузки показано на рис. 5.19. Чем больше угол внутреннего трения, тем меньше диапазон углов (меньше количество контактов) при заданном уровне нагрузки, где выполняется условие (5.87).

Зависимость уровня нагрузки, при котором возникает макротрещина, от угла внутреннего трения для заданных значений предельного значения интервала углов показана на рис. 5.20.

5.6.3. Двуосное сжатие

Рассмотрим двуосное сжатие представительного элемента геоматериала (рис. 5.21)

Нормальное и касательное напряжение на контакте

$$\sigma_\alpha = \sigma_y \cos^2\alpha - \sigma_x \sin^2\alpha, \quad \tau_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\alpha. \quad (5.96)$$

Условие Кулона (5.85) запишется в форме

$$\frac{1}{2} \sigma'_y [(1 - \lambda_x)(\sin 2\alpha - k \cos 2\alpha) - k(1 + \lambda_x)] = 1, \quad (5.97)$$

где $\lambda_x = \sigma_x / \sigma_y$ — коэффициент уровня боковой нагрузки.

Критерий (5.97) с ростом относительной нагрузки σ'_y первоначально выполнится для некоторого угла α^* , который, как и для одноосного сжатия, связан с углом внутреннего трения φ зависимостью (5.88).

При условии $k = 0$ критерий (5.97) дает следующее выражение для напряжения, приводящего к появлению первоначальных неупругих сдвиговых деформаций на контакте под углом $\alpha^* = \frac{\pi}{4}$:

$$\sigma'_y = \frac{2}{1 - \lambda_x}. \quad (5.98)$$

Условие появления первых сдвигов на контактах под углом α^* , определяемым выражением (5.88), в общем случае записывается в форме

$$\sigma'_y = \frac{2 \cos \varphi}{1 - \lambda_x - (1 + \lambda_x) \sin \varphi}. \quad (5.99)$$

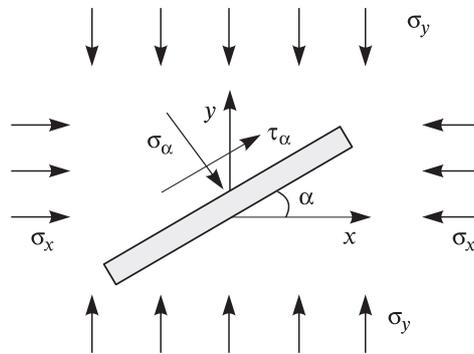


Рис. 5.21. Схема двуосного сжатия отдельного контакта минерального агрегата.

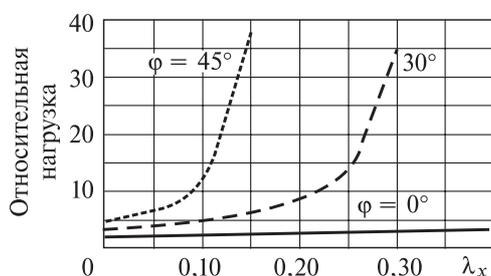


Рис. 5.22. Зависимость относительной нагрузки σ'_y , необходимой для появления неупругих деформаций на контакте, от коэффициента уровня боковой нагрузки λ_x .

График зависимости $\sigma'_y(\lambda_x)$ для различных углов внутреннего трения ϕ показан на рис. 5.22.

Итак, если при условии $k = 0$ напряжение σ'_y неограниченно возрастает при коэффициенте $\lambda_x \rightarrow 1$ (формула (5.98)), то для ненулевых углов внутреннего трения это происходит значительно раньше. Величина $\sigma'_y \rightarrow \infty$ при $\lambda_x = 1/3$ (для $\phi = 30^\circ$), $\lambda_x = 0,17$ (для $\phi = 45^\circ$).

Таким образом, при двусосном напряженном состоянии для появления неупругих деформаций на контактах (тем более для разрушения представительного элемента) необходимы значительные нагрузки, так как даже небольшое боковое давление при ненулевых углах внутреннего трения оказывает значительное влияние на критерий (5.99). При напряженном состоянии, близком к объемному напряженному состоянию, условия появления неупругих деформаций в представительном элементе минерального агрегата могут вообще не реализоваться. В действительности наблюдается объемная ползучесть, обусловленная, прежде всего, наличием пористости.

5.6.4. Оценка предела прочности образцов сильвинита с помощью структурной модели

Рассмотрим применение полученных соотношений к сжатию образцов геоматериала различной геометрии h/d . Авторами [186] из решения упругой задачи получены средние по объему образца показатели напряженного состояния, которые применительно к данной задаче можно записать в виде

$$\langle \sigma_x \rangle = 0,425 - 0,36(h/d) + 0,075 (h/d)^2,$$

$$\langle \sigma_y \rangle = 1,325 - 0,30(h/d) + 0,075(h/d)^2.$$

Из выражения (5.100) можно оценить средний коэффициент уровня боковой нагрузки $\lambda_x = \frac{\langle \sigma_x \rangle}{\langle \sigma_y \rangle}$ для различной геометрии: $\lambda_x = 0,0048$ ($h/d = 2$); $\lambda_x = 0,127$ ($h/d = 1$); $\lambda_x = 0,221$ ($h/d = 0,5$). Теперь, применяя формулу (5.99) получим для угла внутреннего трения $\phi = 30^\circ$ величины относительного сжимающего напряжения, требуемого для появления неупругой деформации по всему объему образца: $\sigma'_y = 3,46$ ($h/d = 2$); $\sigma'_y = 5,59$ ($h/d = 1$); $\sigma'_y = 10,27$ ($h/d = 0,5$).

В работе [134] получено значение предела текучести при сдвиге межзеренных границ в сильвините с помощью прибора *NanoTest-600* $\tau_0 = 2,5-4,0$ МПа. Тогда абсолютные значения сжимающего напряжения, приводящего к неупругим деформациям образца сильвинита, определяются как: $\sigma_y = 8,7-13,8$ МПа ($h/d = 2$); $\sigma_y = 14,0-22,4$ МПа ($h/d = 1$); $\sigma_y = 35,5-41,1$ МПа ($h/d = 0,5$).

При этих напряжениях происходит неупругое деформирование образца в большом объеме, сравнимом с размерами самого образца. Переход в неупругий режим в локальных областях осуществляется при значительно более низких напряжениях (менее 2–3 МПа) — это показывают эксперименты по сжатию — разгрузке образцов.

Полученные значения хорошо коррелируют с величинами предела прочности при сжатии образцов сильвинита $\sigma_{пр}$ (глава 3). Из модели следует, что величина σ'_y очень чувствительна к значению угла внутреннего трения φ материала контакта (межзеренной границы).

Следует также отметить, что в качестве оценки бокового давления в представительном элементе использовалась процедура усреднения напряженного состояния в целом по образцу.

Таким образом, представленная структурная модель отдельного межзеренного контакта минерального агрегата позволяет сформулировать простые условия возникновения неупругого деформирования контакта и перехода к возникновению макротрещины — разрушению представительного элемента. Показано, что предельные нагрузки, приводящие к разрушению представительного элемента, определяются геометрией (длиной и шириной) контакта, функцией плотности распределения контактов по углу, структурным параметром, углом внутреннего трения φ материала контакта.

Развитие данной модели предполагает переход к рассмотрению общего пространственного случая, а также локальных напряжений на контакте.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Проскураков, Н.М.* Физико-механические свойства соляных пород / Н.М. Проскураков, Р.С. Пермяков, А.К. Черников. — Л.: Недра, 1973.
2. *Карташов, Ю.М.* Прочность и деформируемость горных пород / Ю.М. Карташов, Б.В. Матвеев, А.Б. Фадеев. — М.: Недра, 1973.
3. *Ержанов, Ж.С.* Ползучесть соляных пород / Ж.С. Ержанов, Э.И. Бергман. — Алма-Ата: Наука, 1977.
4. *Гальперин, А.М.* Реологические расчеты горнотехнических сооружений / А.М. Гальперин, Е.М. Шафаренко. — М.: Недра, 1977.
5. *Основы* расчета напряженного состояния полостей газохранилищ в соляных отложениях / Ж.С. Ержанов, В. Менцель, Э.И. Бергман и др. — Алма-Ата: Наука, 1978.
6. *Зильбершмидт, В.Г.* Разрушение соляных пород / В.Г. Зильбершмидт, В.В. Зильбершмидт, О.Б. Наймарк. — М.: Наука, 1992.
7. *Барях, А.А.* Деформирование соляных пород / А.А. Барях, С.А. Константинова, В.А. Асанов. — Екатеринбург: УрО РАН, 1996.
8. *Ставрогин, А.Н.* Каталог механических свойств горных пород при длительных испытаниях в условиях одноосного сжатия / А.Н. Ставрогин, В.С. Георгиевский, Е.В. Лодус. — Л.: ВНИМИ, 1973.
9. *Зильбершмидт, В.Г.* Каталог физических свойств горных пород Верхнекамского калийного месторождения. Ч. 1 / В.Г. Зильбершмидт, О.А. Тимантеев, А.П. Митус. — Пермь, 1976.
10. *Справочник* по разработке соляных месторождений / Р.С. Пермяков, О.В. Ковалев, В.Л. Пинский и др. — М.: Недра, 1986.
11. *Hofer, K.-H.* Beitrag zur Trage der Standfestigkeit von Bergfesten in Kalibergbau / K.-H. of er. Berlin, 1958.
12. *Водопьянов, В.Л.* Механические свойства карналлита при сжатии / В.Л. Водопьянов, А.М. Уразова // Науч. тр. ПермНИУИ, 1963. — Сб. 5.
13. *Бич, З.А.* Результаты исследования механических свойств солей Верхнекамского месторождения в натуральных условиях / З.А. Бич, А.И. Баженов // Исследования по вопросам горного дела. — Пермь: ППИ, 1971.
14. *Шаманский, Г.П.* Натурные исследования физико-механических свойств сильвинитовых пород Верхнекамского месторождения / Г.П. Шаманский, В.И. Воронцов, И.Х. Габдрахимов. — Л.: ВНИИГ, 1977.
15. *Шевяков, Л.Д.* О системах разработки месторождений каменной соли в Бахмутовском районе / Л.Д. Шевяков // Сб. ст. по горному искусству. — Днепропетровск, 1927. — Вып. 1.
16. *Winkel, B.V.* Analysis of time-depending deformation of opening in salt media / B.V. Winkel, K.H. Gerstle, H.I. Ko // Int. J. Rock Mech. and Mining Sci. — 1972. — Vol. 9.
17. *Über die Bruchfestigkeit mono und polikristallinen Gesteinen in Abhängigkeit von Prüfkorperform, Belastungsgeschwindigkeit und Einspannung / W. Dreyer.* — Bergbauwiss, 1957.
18. *Константинова, С.А.* О прогнозировании устойчивости околоствольных выработок / С.А. Константинова, В.А. Мисников // Шахт. стр-во. — 1982. — № 2.
19. *Крупенников, Г.А.* Распределение напряжений в породных массивах / Г.А. Крупенников, Н.А. Филатов, Б.З. Амусин, В.М. Барковский. — М.: Недра, 1972.

20. Константинова, С.А. Исследование бокового распора массива подстилающей каменной соли Верхнекамских калийных рудников / С.А. Константинова, В.А. Мисников, Ю.И. Карташов // Разработка соляных месторождений. — Пермь: ППИ, 1980.
21. Николайчук, Н.А. Исследование деформирования и разрушения каменной соли с целью получения исходных данных для проектирования крепи стволов (применительно к условиям алмазоносных месторождений Якутии): автореф. дис ... канд. техн. наук / Н.А. Николайчук. — Л.: ВНИМИ, 1978.
22. Романов, В.С. Определение радиуса камер выщелачивания при разработке соляных залежей через буровые скважины / В.С. Романов // Тр. ВНИИГ. — Л., 1967. — Вып. 53.
23. Сивоконь, Е.П. Исследование влияния закладки на устойчивость междукамерных целиков калийных рудников: дис ... канд. техн. наук / Е.П. Сивоконь; ЛГИ. — Л., 1966.
24. Оксенкруг, Е.С. Определение предела длительной прочности каменной соли в реальной среде: Экспресс-информация / Е.С. Оксенкруг; Всесоюз. науч.-исследоват. ин-т газовой пром-сти. — 1974. — № 6.
25. Константинова, С.А. Влажность каменной соли в окрестности выработок околоствольных дворов Верхнекамских калийных рудников / С.А. Константинова, Н.Д. Лужецкая // Изв. вузов. Горн. журн. — 1980. — № 4.
26. Константинова, С.А. Влияние увлажнения каменной соли на ее прочностные и деформационные свойства / С.А. Константинова, А.П. Вяткин, С.П. Цурик // Разработка соляных месторождений. — Пермь: ППИ, 1978.
27. Unlenbecker, F.W. Verformungsmessungen in der Grube und ergä Laboruntersuchungen auf dem Kaliwerk Hattorf (Were-Revier) im Hinblick auf eine optimale Festlegung des Abbauer-Lustes bei grösstmöglicher Sicherheit der Grubenbeue. — Freiberg, 1968.
28. Dreyer, W. Die Begeutung von Modellversuchen an Salzgesteinen fudie Beurteilung gebursmechanischer Probleme im Kalibergbau // Bergakademie, 1964, № 16.
29. Ширко, Г.И. О расчете междукамерных целиков при камерной системе разработки / Г.И. Ширко — Л.: Госхимиздат, 1953.
30. Pforr H., Rosetz G.P. Ergebnisse und Erfahrungen bei Druck — und Zugversuchen an Gesteinen des Kalibergbaus / H. Pforr, G.P. Rosetz. — VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie. — Leipzig, 1966.
31. Водопьянов, В.Л. Исследование длительной устойчивости междукамерных целиков при разработке калийных месторождений с закладкой: дис. ... канд. техн. наук / В.Л. Водопьянов. — Пермь, 1964.
32. Исследование влияния закладки на устойчивость карналлитовых выработок в условиях Верхнекамских калийных рудников: отчет о НИР / ПермНИУИ; рук. В.Л. Водопьянов. — Пермь, 1962.
33. Водопьянов, В.Л. К расчету междукамерных целиков / В.Л. Водопьянов // Науч. тр. ПермНИУИ. — Пермь, 1963. — Сб. 5.
34. Водопьянов, В.Л. Влияние времени и положения в шахтном поле на деформации выработок Соликамского рудника / В.Л. Водопьянов, Л.К. Патокин // Науч. тр. ПермНИУИ, 1964. — Сб. 7.
35. Водопьянов, В.Л. Некоторые результаты изучения деформируемости карналлита во времени / В.Л. Водопьянов, А.М. Уразова // Науч. тр. ПермНИУИ, 1964. — Сб. 7.
36. Кузнецов, Г.Н. Определение полной несущей способности кровли подземных выработок / Г.Н. Кузнецов // Исследования по вопросам горного и маркшейдерского дела. — М.: Углетехиздат, 1950. — Сб. 22.
37. Тимантеев, О.А. Результаты определения физико-механических свойств соляных пород Половодского, Усть-Яйвинского и Боровского участков Верхнекамского месторождения / О.А. Тимантеев // Разработка соляных месторождений. — Пермь: ППИ, 1976.
38. Тимантеев, О.А. Каталог физико-механических свойств горных пород Верхнекамского месторождения: учеб. пособ. / О.А. Тимантеев, В.Г. Зильбершмидт, А.П. Митус. — Пермь, 1976.

39. *Обобщение* механических свойств соляных пород Верхнекамского калийного месторождения: отчет о НИР/ УФ ВНИИГ; рук. В.Е. Мараков. — Березники, 1989.
40. *Жигалкин, В.М.* Деформирование квазипластичных соляных пород при различных условиях нагружения. Сообщение 1: Закономерности деформирования соляных пород при одноосном сжатии / В.М. Жигалкин, О.М. Усольцева, В.Н. Семенов и др. // ФТПРПИ. — 2005. — № 6.
41. *Гимм, В.* Новые научные данные горной механики в соляных залежах и их практическое использование при современной технологии / В. Гимм, К.Г. Хефер, Г. Духров // Тр. ВНИИГ. Перевод — № 1024.
42. *Провести* лабораторные исследования механических свойств соляных пород промышленных пластов применительно к расчету и оценке устойчивости конструктивных элементов системы разработки на рудниках ОАО «Сильвинит»: отчет о НИР / ОАО «Галургия»; рук. В.Е. Мараков. — Березники, 2008.
43. *Замесов, Н.Ф.* Методология обоснования технических решений освоения подкарьерных запасов алмазоносных трубок Якутии / Н.Ф. Замесов // Актуальные проблемы разработки кимберлитовых месторождений: современное состояние и перспективы решения: тез. докл. международ. науч.-практ. конф. «Мирный — 2001». — Мирный: ЯкутНИПРОАЛМАЗ, 2001.
44. *Иофис, М.А.* Геомеханическое обеспечение разработки кимберлитовых трубок Якутии / М.А. Иофис // Актуальные проблемы разработки кимберлитовых месторождений: современное состояние и перспективы решения: тез. докл. международ. науч.-практ. конф. «Мирный — 2001». — Мирный: ЯкутНИПРОАЛМАЗ, 2001.
45. *Константинова, С.А.* Физико-механические свойства породных образцов Чарской свиты применительно к освоению подкарьерных запасов кимберлитовых трубок «Интернациональный» и «Мир» / С.А. Константинова, Н.П. Крамсков, Н.С. Азанова, Т.Ю. Журавлева // Горн. информ.-аналит. бюл. — 2002. — № 10.
46. *Константинова, С.А.* Механика соляных пород и массивов применительно к отработке подкарьерных запасов кимберлитовых месторождений России-Якутии / С.А. Константинова, С.А. Чернопазов, Н.С. Азанова и др. // Сб. науч. ст. / ОАО «Галургия». — Пермь, 2002.
47. *Константинова, С.А.* Ползучесть образцов каменной соли в условиях одноосного сжатия / С.А. Константинова, В.Л. Спирков, Ю.М. Карташов // ФТПРПИ. — 1979. — № 5.
48. *Константинова, С.А.* Некоторые результаты испытаний образцов соляных пород на ползучесть / С.А. Константинова, И.Б. Ваулина, М.Д. Ильинов // Изв. вузов. Горн. журн. — 2008. — № 2.
49. *Константинова, С.А.* О различных видах аппроксимации кривых ползучести образцов соляных пород / С.А. Константинова, В.М. Пестренин, И.В. Пестренина // Изв. вузов. Горн. журн. — 2007. — № 4.
50. *Титов, Б.В.* Результаты исследования поврежденности сильвинитовых образцов при объемном сжатии / Б.В. Титов // Разработка соляных месторождений. — Пермь: ППИ, 1982.
51. *Габдрахимов И.Х.* Ползучесть каменной соли / И.Х. Габдрахимов, С.А. Константинова // Разработка соляных месторождений. — Пермь: ППИ, 1973.
52. *Оксенкруг, Е.С.* Ползучесть и длительная прочность каменной соли / Е.С. Оксенкруг, Е.М. Шафаренко // Основания, фундаменты и механика грунтов. — 1974. — № 6.
53. *Ливенский, В.С.* Результаты исследования реологических свойств соляных пород при одноосном сжатии и изгибе / В.С. Ливенский // Изв. вузов. Горн. журн. — 1973. — № 9.
54. *Serata, S.* Application of continuum mech. to design of deep potash in Canada / S. Serata // Int. J. of Rock Mech and Mining Sci. — 1968. — Vol. 5.
55. *Константинова, С.А.* Об одной феноменологической модели деформирования и разрушения соляных пород при длительном действии сжимающих нагрузок / С.А. Константинова // ФТПРПИ. — 1983. — № 3.

56. Векслер, Ю.А. Долговечность горных пород при сжатии / Ю.А. Векслер // ФТПРПИ. — 1979. — № 3.
57. Бурштейн, Л.С. Статистические и динамические испытания горных пород / Л.С. Бурштейн. — Л.: Недра, 1970.
58. Турчанинов, И.А. Основы механики горных пород / И.А. Турчанинов, М.А. Иофис, Э.В. Каспарьян. — Л.: Недра, 1977.
59. Габдрахимов, И.Х. К феноменологической теории прочности карналлита и расчет длительной устойчивости в целиках / И.Х. Габдрахимов, А.А. Поздеев // Проблемы механики горных пород. — Алма-Ата: Наука, 1966.
60. Габдрахимов, И.Х. Ползучесть и феноменологическая теория длительной прочности горных пород / И.Х. Габдрахимов, М.Н. Дедюкин, А.А. Поздеев. — М.: Наука, 1977.
61. Качанов, Л.М. Основы теории пластичности / Л.М. Качанов. — М.: Наука, 1969.
62. Габдрахимов, И.Х. Исследование длительной прочности горных пород и совершенствование параметров системы разработки в условиях Верхнекамских калийных рудников: автореф. дис... канд. техн. наук / И.Х. Габдрахимов. — Фрунзе, 1968.
63. Методические указания по длительным испытаниям горных пород. — Л.: ВНИМИ, 1968.
64. Константинова, С.А. Ползучесть образцов карналлита / С.А. Константинова, Ю.М. Карташов, Б.В. Титов, Т.Т. Сидельникова // Изв. вузов. Горн. журн. — 1991. — № 4.
65. Методика определения характеристик ползучести, длительной прочности и сжимаемости мерзлых грунтов / С.С. Вялов, С.Э. Гордецкий, В.Ф. Ермаков и др. — М.: Наука, 1966.
66. Константинова, С.А. Некоторые результаты электрометрических исследований состояния массива каменной соли в окрестности околовольных выработок Верхнекамских калийных рудников / С.А. Константинова, В.А. Мисников // ФТПРПИ. — 1982. — № 6.
67. Lama, R.D. Untersuchung der rheologischen Verhaltens von geklufftetem Fels / R.D. Lama. — Jahresber. SFB Felsmech. — Karlsruhe, 1973 (1974).
68. Титов, Б.В. Накопление повреждений в образцах сильвинита при испытании на ползучесть / Б.В. Титов; ВНИИГ. — Л., 1980. — Деп. в ОНИИТЭХИМ, г. Черкассы, № 947/ХП-Д80.
69. Ставрогин, А.Н. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах / А.Н. Ставрогин, А.Г. Протосеня. — М.: Недра, 1985.
70. Титов, Б.В. Исследование поврежденности образцов мрамора и сильвинита при одноосном сжатии / Б.В. Титов, М.П. Нестеров, Ю.М. Карташов; ВНИИГ. — Л., 1980. — Деп. в ОНИИТЭХИМ, г. Черкассы, № 947/ХП-Д80.
71. Исследования закономерностей течения соляных пород и устойчивости контура выработок при динамических явлениях на глубоких горизонтах рудников: отчет о НИР / УФ ВНИИГ; рук. Б.В. Лаптев. — Пермь, 1987.
72. Константинова, С.А. Деформирование и разрушение образцов каменной соли / С.А. Константинова, В.Ю. Соколов, Б.В. Титов // Изв. вузов. Горн. журн. — 1986. — № 1.
73. Исследование физических процессов и свойств руд при разработке пласта В Верхнекамского месторождения с целью совершенствования добычи и переработки: отчет о НИР, этап 1982–83 гг. / МГИ; рук. И.В. Баклашов. — М., 1983.
74. Боликов, В.Е. Прогноз и обеспечение устойчивости капитальных горных выработок / В.Е. Боликов, С.А. Константинова. — Екатеринбург: УрО РАН, 2003.
75. Барковский, В.М. Изучение механических свойств карналлита в массиве с помощью давяльной установки ДС-1 / В.М. Барковский, В.Л. Водопьянов, И.Х. Габдрахимов // Науч. тр. ПермНИУИ, 1964. — Сб. 7.
76. Бич, Я.Л. Об определении прочности пластов угля при сжатии / Я.Л. Бич, Ф.П. Бублик // Тр. ВНИМИ — М.: Госгортехиздат, 1963. — Сб. 50.
77. Разработать технологию комбайновой добычи карналлита с предварительной независимой дегазацией пород для рудников Верхнекамского месторождения: Исследование газоносности слоев карналлитового пласта В, газовой обстановки в очистных камерах при

- скреперной доставке руды и НДС: отчет о НИР по теме С-21869000441 (информац.) / УФ ВНИИГалургии; рук. М.М. Бей. — Пермь, 1987.
78. *Рекомендации на разработку вариантов технологии: отчет о НИР / УФ ВНИИГ*; рук. М.М. Бей. — Пермь, 1989.
79. *Константинова, С.А.* Методика определения натуральных параметров ползучести горных пород / С.А. Константинова, В.А. Москвин // Изв. вузов. Горн. журн. — 1978. — № 5.
80. *Константинова, С.А.* Деформационно-реологические свойства соляных пород в натуральных условиях / С.А. Константинова, П.П. Ногин, В.А. Мисников // Изв. вузов. Горн. журн. — 1986. — № 9.
81. *Москвин, В.А.* О поведении соляного массива в окрестности выработок неглубокого залегания с учетом ползучести / В.А. Москвин, В.П. Курбатов, Г.П. Кошеев // ФТПРПИ. — 1978. — № 5.
82. *Амусин, Б.З.* Устойчивость выработок в соляных породах на больших глубинах / Б.З. Амусин, Н.А. Николайчук // Разработка соляных месторождений. — Пермь: ППИ, 1980.
83. *Обручев, Ю.С.* Проявление горного давления в выработках, пройденных в соляных породах / Ю.С. Обручев, Н.А. Николайчук // Шахт. стр.-во. — 1980. — № 1.
84. *Мисников, В.А.* О формах и особенностях проявления горного давления в окрестности незакрепленных одиночных выработок Солигорских калийных рудников / В.А. Мисников // Совершенствование разработки калийных месторождений. — Пермь: ППИ, 1987.
85. *Карманов, И.А.* Изучение деформаций горных выработок и дневной поверхности при разработке калийных месторождений: рукопись / И.А. Карманов и др. — Архив СКК, 1946, 1948, 1949, 1955, 1956, 1957, 1958, 1960.
86. *Карманов, И.А. и др.* Исследование проявлений горного давления на калийных рудниках // Методы определения размеров опорных целиков и потолочины. — М.: Изд-во АН СССР, 1962.
87. *Обоснование рациональных параметров и способа поддержания выработанного пространства в условиях пласта ВК на Верхнекамских калийных рудниках: [рукопись] / Фонды ПермНИУИ, 1963.*
88. *Водопьянов, В.Л.* Фактическое состояние и факторы устойчивости карналлитовых выработок Соликамского рудника / В.Л. Водопьянов и др. // Науч. тр. ПермНИУИ, 1962. — Сб. 4.
89. *Höfer, K.H.* Beitrag zur Frage der Standfestigkeit von Bergfesten im Kalibergbau, Freib. — Forsch. N.A. — 100. — Berlin, 1958.
90. *Водопьянов, В.Л.* Напряженное состояние карналлитовых целиков Соликамского рудника / В.Л. Водопьянов, И.Х. Габдрахимов // Науч. тр. ПермНИУИ, 1964. — Сб. 6.
91. *Кузнецов Г.Н.* Определение методом разгрузки напряжений, действующих в междукламерных целиках каменной соли Артемовских рудников / Г.Н. Кузнецов, М.А. Слободов // Сб. ВНИМИ. — М.: Углетехиздат, 1950. — Вып. 22.
92. *Слободов, М.А.* Опыты применения метода разгрузки при исследовании напряжения в глубине горного массива / М.А. Слободов // Уголь. — 1958. — № 7.
93. *Билик, Ш.М. и др.* Приборы и аппаратура для исследования проявлений горного давления / Ш.М. Билик и др. — М.: Углетехиздат, 1958.
94. *Исследование напряженно-деформированного состояния приконтурных пород вокруг подготовительных выработок: отчет о НИР (заключ.) по теме 0-04818400851, этап 12 / УФ ВНИИГ*; рук. Г.П. Шаманский. — Пермь, 1982.
95. *Техника экспериментального определения напряжений в осадочных породах / М.В. Курленя, В.К. Аксенов, А.В. Леонтьев, М.Б. Устюгов* — Новосибирск: Наука, 1975.
96. *Рекомендации на разработку вариантов технологии: отчет о НИР / УФ ВНИИГ*; рук. М.М. Бей. — Пермь, 1989.
97. *Полянина, Г.Д.* Взаимосвязь складчатости и напряженно-деформированного состояния карналлитового пласта / Г.Д. Полянина, Ю.А. Виноградов // Разработка калийных месторождений. — Пермь, 1989.

98. *Рекомендации по параметрам очистной выемки пласта Кр. II на 9 восточной панели БПКРУ-1: отчет о НИР / УФ ВНИИГ; рук. В.Е. Мараков. — Березники, 1991.*
99. *Турчанинов, И.А. Основы механики горных пород / И.А. Турчанинов, М.А. Иофис, Э.В. Каспарьян — Л.: Недра, 1977.*
100. *ГОСТ 21153.2-84. Породы горные. Методы определения предела прочности при одноосном сжатии. — М., 1984.*
101. *Исследовать основные особенности деформирования карналлита применительно к расчету параметров отработки карналлитового пласта: отчет о НИР / ГИ УрО РАН; рук. А.А. Барях. — Пермь, 2005.*
102. *ZWICK. Техническая документация. Руководство по эксплуатации. Регистр 2: Руководство по эксплуатации: Техническое руководство машины для испытания ВХС-FR250SN.A4K-009.*
103. *Барях, А.А. Физико-механические свойства соляных пород Верхнекамского калийного месторождения / А.А. Барях, В.А. Асанов, И.Л. Паньков. — Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008.*
104. *Ставрогин, А.Н. Механика деформирования и разрушения горных пород / А.Н. Ставрогин, А.Г. Протосеня. — М.: Недра. — 1992.*
105. *Ягодкин, Г.И. Прочность и деформируемость горных пород в процессе их нагружения / Г.И. Ягодкин, М.П. Мохначев, М.Ф. Кунтыш. — М.: Наука, 1971.*
106. *Карташов, Ю.М. Методические указания по определению прочности горных пород на сжатие / Ю.М. Карташев, А.А. Грохольский. — Л.: ВНИМИ, 1973.*
107. *Качанов, Л.М. Основы механики разрушения / Л.М. Качанов — М.: Наука, 1974.*
108. *Работнов, Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела / Ю.Н. Работнов. — М.: Наука, 1979.*
109. *ГОСТ 21153.3-85. Породы горные. Методы определения предела прочности при одноосном растяжении. — М.: Гос. ком. СССР по стандартам, 1985.*
110. *Тимошенко, С.П. Теория упругости / С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер. — М.: Наука, 1975.*
111. *Аптуков, В.Н. Метод конечных элементов и нерегулярные сетки для решения стационарных задач переноса тепла и статики упругих тел / В.Н. Аптуков, Л.В. Ландик, А.В. Фонарев: учеб. пособие. — Пермь: ПГУ, 2002.*
112. *Руппенейт, К.В. Некоторые вопросы механики горных пород / К.В. Руппенейт. — М.: Углетехиздат, 1954.*
113. *Трубецкой, К.Н. Техногенные минеральные наночастицы как проблема освоения недр / К.Н. Трубецкой, С.Д. Викторов, Ю.П. Галченко, В.Н. Одинцев // Вестн. Рос. акад. наук. — 2006. — Т. 76, № 4.*
114. *Суслов, А.А. Сканирующие зондовые микроскопы (обзор) / А.А. Суслов, С.А. Чижик // Материалы. Технологии. Инструменты. — 1997. — № 3.*
115. *Миронов, В.Л. Основы сканирующей зондовой микроскопии: учеб. пособие. — Н. Новгород: Институт физики микроструктур РАН. — 2004.*
116. http://www.bruker-axs.com/dimension-icon_atomic_force_microscope.
117. *Головин, Ю.И. Наноиндентирование как средство комплексной оценки физико-механических свойств материалов в субмикрообъемах (обзор) / Ю.И. Головин // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. — 2009. — Т. 75. — № 1.*
118. *Андреевский, Р.А. Наноструктурные материалы / Р.А. Андреевский, А.В. Рагуля. — М.: Академия. 2005.*
119. *Гусев А.И. Наноматериалы, наноструктуры, нанотехнологии / А.И. Гусев. — М.: Физматлит. 2005.*
120. *Бульчев С.И. Исптание материалов непрерывным вдавливанием / С.И. Бульчев, В.П. Алехин. — Машиностроение, 1990.*
121. *Panich, N. Improved method to determine the hardness and elastic module using nano-indentation / N. Panich, S. Yong // KMITL Sci. J. — 2005. — Vol. 5. — N 2.*

122. Sun, Y. Indenter tip radius and load frame compliance calibration using nanoindentation load curves / Y. Sun, S. Zheng, T. Bell, J. Smith // *Philosophical Magazine Letter*. — 1999. — N 79.
123. Oliver, W.C. An improved technique for determining hardness and elastic module using load and displacement sensing indentation experiments / W.C. Oliver, G.M. Pharr // *J. Materials Research*. — 1992. — N 7.
124. Лурье, А.И. Теория упругости / А.И. Лурье. — М.: Наука. — 1970.
125. Sakai, M. // *J. Mater. Res.* — 2003. — Vol. 18, N 5.
126. Cheng Y.-T., Cheng C.-M. / Y.-T. Cheng, C.-M. Cheng // *Mater. Sci. Eng.* — 2004. — Vol. R44.
127. Седов, Л.И. Механика сплошной среды. Т. I / Л.И. Седов. — М.: Наука. — 1973.
128. Аптуков, В.Н. Расширение сферической полости в упругопластической среде при конечных деформациях. Сообщение I: Влияние механических характеристик, свободной поверхности, слоистости / В.Н. Аптуков // *Проблемы прочности*. — 1991. — № 12.
129. Ржевский, В.В. Основы физики горных пород / В.В. Ржевский, Г.Я. Новак // М.: Недра. — 1973.
130. Баклашов, И.В. Деформирование и разрушение породных массивов. М.: Недра. — 1988.
131. Федер, Е. Фракталы / Е. Федер. — М.: Мир. — 1991.
132. Потапов, А.А. Исследование микрорельефа обработанных поверхностей с помощью методов фрактальных сигнатур / А.А. Потапов, В.В. Булавкин, В.И. Герман и др. // *Журн. техн. физики*. — 2005. — Т. 75, вып. 5.
133. Калуш, Ю.А. Показатель Херста и его скрытые свойства / Ю.А. Калуш, В.М. Логинов // *Сиб. журн. индустриальной математики*. — 2002. — Т. 5, № 4 (12).
134. Аптуков, В.Н. Микромеханические свойства карналлита, сильвинита и каменной соли Верхнекамского месторождения / В.Н. Аптуков, С.А. Константинова, А.П. Скачков // *ФТРПИ*. — 2010. — № 4.
135. Лифшиц, И.М. К теории упругих свойств поликристаллов / И.М. Лифшиц, Л.Н. Розенцвейг // *Журн. exper. и теор. физики*. — 1946. — Т. 16, вып. II.
136. Константинова, С.А. Обзор известных в литературе математических моделей деформирования и разрушения соляных пород во времени / УФ ВНИИГ. — Пермь, 1990. — Деп. в ОНИИТЭХИМ, 1990. — № 220.
137. Расчет крепи шахтных стволов / К.В. Руппенейт, Ю.М. Либерман, В.В. Матвиенко, Ю.А. Песляк. — М.: АН СССР, 1962.
138. Оловянный, А.Г. Вязкопластическое деформирование пород вокруг незакрепленной выработки // *Горное давление в капитальных и подготовительных выработках*. — Новосибирск: СО АН СССР, 1977.
139. Ковалев, О.В. Особенности безопасной разработки калийных месторождений / О.В. Ковалев, В.С. Ливенский, Л.В. Былино — Минск: Польша, 1982.
140. Nair, K. Time-dependent analysis of underground cavities under an arbitrary initial stress field / K. Nair, R.S. Sandhu, E.L. Wilson // *Basic and Applied Rock Mech.: Proc. 10th Symp. Rock Mech.*, Austin, 1968. — New York, 1972.
141. Менцель, Ф. Закономерности механического поведения калийных солей в лабораторных и натуральных условиях / Ф. Менцель, В. Шрейнер // *Механика горных пород*. — Алма-Ата: Наука, 1975.
142. Амусин, Б.З. Об использовании переменных модулей для решения одного класса задач линейно-наследственной ползучести / Б.З. Амусин, А.М. Линьков // *Изв. АН СССР. МТТ*. — 1976. — № 6.
143. Розовский, М.И. Ползучесть и длительное разрушение материалов // *Журн. техн. физики*. — 1951. — Т. 21, вып. 2.
144. Ержанов, Ж.С. Расчет устойчивости горных выработок, подверженных большим деформациям / Ж.С. Ержанов, А.С. Сагинов, Ю.А. Векслер — Алма-Ата: Наука, 1973.
145. Гуревич, Г.И. О соотношении упругих и остаточных деформаций в общем случае однородного состояния / Г.И. Гуревич // *Тр. геофиз. ин-та АН СССР*. — 1953. — № 21 (148).

146. *Баклашов И.В.* Механика подземных сооружений и конструкций крепей / И.В. Баклашов, Б.А. Картозия. — М.: Недра, 1984.
147. *Литвинский, Г.Г.* Кинетика хрупкого разрушения породного массива в окрестности горной выработки / Г.Г. Литвинский // ФТПРПИ. — 1974. — № 5.
148. *Литвинский, Г.Г.* Метод расчета процессов разрушения и деформирования массива пород вокруг выработки / Г.Г. Литвинский // Горное давление в капитальных и подготовительных выработках. — Новосибирск: СО АН СССР, 1979.
149. *Литвинский, Г.Г.* Исследование реономных характеристик хрупкого разрушения горных пород / Г.Г. Литвинский, С.А. Нурмак // Изв. вузов. Горн. журн. — 1977. — № 6.
150. *Протосеня, А.Г.* Уравнения состояния горных пород при ползучести и разрушении // Физические процессы горного производства. — Л.: ЛГИ, 1980. — Вып. 8.
151. *Ставрогин, А.Н.* Ползучесть и временная зависимость прочности горных пород / А.Н. Ставрогин, Е.В. Лодус // ФТПРПИ. — 1977. — № 6.
152. *Оловянный А.Г.* Исследование устойчивости выработок и неустановившегося давления на крепь с учетом предельных деформаций горных пород / А.Г. Оловянный, Б.З. Амосин // Устойчивость и крепление горных выработок. — Л.: ЛГИ, 1974. — Вып. 1.
153. *Бульчев, Н.С.* Механика подземных сооружений / Н.С. Бульчев. — М.: Недра, 1982.
154. *Пестренин, В.М.* Нелинейная наследственная модель соляных пород с начальным напряженным состоянием / В.М. Пестренин, И.В. Пестренина // ФТПРПИ. — 2010. — № 1.
155. *Адамов, А.А.* Методические вопросы экспериментального обеспечения моделей реологического поведения калийных солей / А.А. Адамов, В.А. Асанов, И.Л. Паньков // Зимняя школа по механике сплошных сред (пятнадцатая): сб. статей: в 3 ч. Ч. I. — Екатеринбург: УрО РАН, 2007.
156. *Колтунов, Л.А.* Ползучесть и релаксация. — М.: Высш. шк., 1976.
157. *Константинова, С.А.* Устойчивость слоистого соляного массива вокруг выработки с учетом нелинейности деформирования и разрыхления приконтурных пород в процессе ползучести / С.А. Константинова, И.Ф. Саврасов // Изв. вузов. Горн. журн. — 1981. — № 8.
158. *Константинова, С.А.* Напряженно-деформированное состояние и устойчивость соляных пород вокруг выработки с учетом нелинейности их деформирования, разрыхления и возможности перехода деформаций в предельную стадию / С.А. Константинова, И.Ф. Саврасов // ФТПРПИ. — 1983. — № 2.
159. *Константинова, С.А.* Исследование процессов расслоения соляных пород вокруг выработки по глинистым прослойкам / С.А. Константинова, И.Ф. Саврасов // Изв. вузов. Горн. журн. — 1983. — № 4.
160. *Константинова, С.А.* Устойчивость мелкослоистого соляного массива вокруг выработки прямоугольной формы / С.А. Константинова, В.Н. Кетиков, И.Ф. Саврасов // Изв. вузов. Горн. журн. — 1988. — № 7.
161. *Константинова, С.А.* Развитие наследственной модели деформирования и разрушения соляных пород / С.А. Константинова, С.А. Чернопазов // ФТПРПИ. — 2004. — № 1.
162. *Константинова, С.А.* Особенности проявления горного давления в окрестности капитальных выработок на руднике «Интернациональный» АК «АЛРОСА» / С.А. Константинова, В.А. Соловьев, В.И. Воронцов и др. // ГИАБ. — М.: МГУ, 2004. — № 4.
163. *Константинова, С.А.* Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния породного и искусственного массивов при послыйной камерной отработке подкарьерных запасов кимберлитовой трубки «Интернациональная» / С.А. Константинова, С.А. Чернопазов // ФТПРПИ. — 2005. — № 3.
164. *Константинова, С.А.* Математическое моделирование давления на крепь нарастающего сопротивления вертикального шахтного ствола рудника «Мир» в соленосных породах Чарской свиты / С.А. Константинова, С.А. Чернопазов // ФТПРПИ. — 2006. — № 2.
165. *Константинова, С.А.* Оценка напряженно-деформированного состояния соленосного массива, вмещающего одиночную выработку на кимберлитовом руднике «Интернацио-

- нальный» АК «АЛРОСА» / С.А. Константинова, В.А. Соловьев, С.А. Чернопазов // Изв. вузов. Горн. журн. — 2008. — № 1.
166. Аптуков, В.Н. Результаты мониторинговых наблюдений и математического моделирования деформационных процессов в солевых породах рудника «Интернациональный» АК «АЛРОСА» / В.Н. Аптуков, С.А. Константинова, В.Н. Латынин и др. // Изв. вузов. Горн. журн. — 2009. — № 12.
167. Лаптев, Б.В. Определение реологических параметров функции ползучести сильвинита по натурным данным / Б.В. Лаптев, В.Ф. Комков, Н.С. Азанова // Разработка соляных месторождений. — Пермь: ППИ, 1986.
168. Назарова Л.А. Оценка устойчивости целиков на основе вязкоупругой модели породного массива / Л.А. Назарова, Л.А. Назаров // ФТПРПИ. — 2005. — № 5.
169. Константинова, С.А. Оценка реологических показателей соляных пород по данным натурных наблюдений за вертикальными деформациями междукамерных целиков / С.А. Константинова, С.А. Чернопазов // ФТПРПИ. — 2007. — № 1.
170. Kroner, E. Dislocation field theory. Theory of crystal defects / E. Kroner. — New York, 1966.
171. Kratochvil, J. Thermodynamics of crystalline elastic-viscoplastic materials / J. Kratochvil, O.W. Dillon // J. Appl. Phys. — 1970. — Vol. 41.
172. Нигматулин, Р.И. К модели упруго-пластической среды с дислокационной кинетикой пластического деформирования / Р.И. Нигматулин, Н.Н. Холин // Изв. АН СССР. Механика твердого тела, 1974. — № 4.
173. Коларов, Д. Механика пластических сред / Д. Коларов, А. Балтов, Н. Бончева. — М.: Мир. 1979.
174. Ильюшин, А.А. Механика сплошной среды / А.А. Ильюшин. — М. Изд-во МГУ, 1978.
175. Де Гроот С. Неравновесная термодинамика / С.Де Гроот, П. Мазур / М.: Мир. 1966.
176. Coleman B.D. Thermodynamics with internal state variables / B.D. Coleman, M.E. Gurtin / J. Chem. Phys.. — 1967. — Vol. 47, N 2.
177. Аптуков, В.Н. Определяющие уравнения термомеханического поведения и разрушения твердых тел при малых деформациях [В препринте: О термодинамике деформирования и разрушения твердых тел с микротрещинами]. — Свердловск: УНЦ АН СССР, 1982.
178. Аптуков, В.Н. Структура ударных волн в пористом железе при низких давлениях / В.Н. Аптуков, П.К. Николаев, В.И. Романченко // ПМТФ. — 1988. — N 4.
179. Аптуков, В.Н. Модель упруго-пористого тела // Вестн. Перм. ун-та. Математика. Механика. Информатика. — 2007. — Вып. 7.
180. Кристенсен, Р. Введение в механику композитов / Р. Кристенсен. — М.: Мир. — 1982.
181. Родионов, В.Н. Основы геомеханики / В.Н. Родионов, И.А. Сизов, В.М. Цветков / М.: Недра. — 1986.
182. Болотин, В.В. Статистические методы в строительной механике / В.В. Болотин. — М.: Стройиздат. — 1965.
183. Челидзе, Т.Л. Методы теории перколяции в механике разрушения / Т.Л. Челидзе // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. — 1983. — № 6.
184. Фракталы в физике / Под ред. Пьетронеро Л., Тозатти Э. — М.: Мир. — 1988.
185. Астафуров, С.В. Влияние стесненных условий на характер деформирования и разрушения блочных сред при сдвиговом нагружении / С.В. Астафуров, Е.В. Шилько, С.Г. Псахье / Физическая мезомеханика. — 2009. — Т. 12. — № 6.
186. Аптуков, В.Н. О построении кругов Мора по данным испытаний образцов различной геометрии на одноосное сжатие / В.Н. Аптуков, А.Ф. Мерзляков / Изв. вузов. Горн. журн. — 2010. — № 1.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Данные статистической обработки испытаний сальвинита из слоя № 1 для различных параметров испытаний

Показатель	$\sigma_{пр}$, МПа	$\varepsilon_{пр}$, %	D_y , ГПа	E , ГПа	$D_{пр}$, ГПа	W , Н/см ²	$M_{пр}$, ГПа	G_o , МН/м
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V = 10$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	13,86	2,28	1,07	4,60	0,61	15,4	0,70	12,19
Максимальное значение	15,55	2,85	1,25	5,11	0,72	19,1	0,73	12,68
Минимальное значение	12,20	1,79	0,97	3,72	0,46	13,2	0,67	11,55
Среднеквадратичное отклонение	1,27	0,44	0,11	0,58	0,12	3,31	0,03	0,42
Коэффициент вариации, %	9,1	19,3	10,5	12,6	18,8	21,3	3,7	3,5
$V = 1,0$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	15,59	2,48	1,14	7,55	0,65	21,2	0,83	14,24
Максимальное значение	16,81	2,90	1,38	9,11	0,85	24,3	1,01	17,37
Минимальное значение	13,55	1,87	1,02	6,37	0,49	20,0	0,67	11,41
Среднеквадратичное отклонение	1,17	0,40	0,16	1,41	0,14	1,61	0,14	2,48
Коэффициент вариации, %	7,5	16,3	14,6	18,7	21,1	7,8	16,3	17,4
$V = 0,1$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	16,34	2,65	0,98	5,99	0,62	23,8	0,70	12,06
Максимальное значение	18,20	2,80	1,05	6,40	0,65	27,3	0,79	13,65
Минимальное значение	15,43	2,52	0,90	5,20	0,58	21,3	0,55	9,60
Среднеквадратичное отклонение	1,26	0,15	0,06	0,68	0,03	2,87	0,11	1,78
Коэффициент вариации, %	7,7	5,8	6,6	11,4	4,7	11,6	15,1	14,8
$V = 10$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Среднее значение	18,04	4,12	0,71	4,66	0,45	39,8	0,46	15,71
Максимальное значение	21,51	4,71	0,83	5,24	0,59	42,1	0,61	21,20
Минимальное значение	15,60	3,65	0,56	4,34	0,34	35,5	0,25	8,68
Среднеквадратичное отклонение	2,43	0,53	0,13	0,37	0,10	3,35	0,17	5,90
Коэффициент вариации, %	13,5	12,8	18,5	8,0	22,0	8,2	36,9	37,6
Среднее значение	20,55	4,38	1,06	5,53	0,49	50,8	0,36	11,95
$V = 1,0$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Максимальное значение	24,02	5,91	1,25	6,55	0,69	66,2	0,40	12,94
Минимальное значение	14,65	3,46	0,77	4,64	0,33	49,7	0,31	10,63
Среднеквадратичное отклонение	3,70	1,01	0,25	0,89	0,17	10,3	0,04	1,01
Коэффициент вариации, %	18,0	23,0	24,0	16,1	34,3	19,7	10,9	8,5

Окончание прил. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V = 0,1$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Среднее значение	21,93	5,07	0,65	5,67	0,44	60,8	0,23	7,69
Максимальное значение	22,92	6,19	0,71	6,00	0,50	73,4	0,27	8,91
Минимальное значение	19,11	4,16	0,59	5,37	0,37	49,8	0,19	6,77
Среднеквадратичное отклонение	1,88	0,91	0,05	0,28	0,06	10,5	0,04	1,09
Коэффициент вариации, %	8,6	17,9	7,9	4,9	12,7	17,2	16,4	14,1
$V = 10$ мм/мин, $h/d = 0,5$								
Среднее значение	35,00	8,40	0,39	2,40	0,39	169,3	0,23	15,55
Максимальное значение	37,32	9,32	0,45	2,61	0,45	201,5	0,29	19,80
Минимальное значение	33,00	7,59	0,31	2,25	0,31	149,4	0,17	11,71
Среднеквадратичное отклонение	1,83	0,87	0,06	0,15	0,06	23,1	0,06	4,21
Коэффициент вариации, %	5,2	10,3	15,0	6,3	15,0	13,6	26,9	27,1
$V = 1,0$ мм/мин, $h/d = 0,5$								
Среднее значение	40,32	8,90	0,46	3,47	0,46	233,8	0,18	12,27
Максимальное значение	42,02	10,45	0,53	3,84	0,53	321,4	0,20	13,52
Минимальное значение	37,46	7,97	0,39	3,16	0,39	193,6	0,15	11,05
Среднеквадратичное отклонение	2,04	1,08	0,06	0,34	0,06	59,5	0,02	1,14
Коэффициент вариации, %	5,0	12,1	13,5	9,8	13,5	25,5	12,5	9,3
$V = 0,1$ мм/мин, $h/d = 0,5$								
Среднее значение	38,37	14,23	0,64	3,25	0,28	384,3	0,09	5,91
Максимальное значение	41,47	16,77	0,71	3,44	0,34	502,1	0,10	6,96
Минимальное значение	33,46	9,78	0,55	3,06	0,24	204,3	0,07	4,75
Среднеквадратичное отклонение	4,30	3,87	0,08	0,27	0,05	158,6	0,02	1,11
Коэффициент вариации, %	11,2	27,2	12,7	8,3	18,9	41,3	17,6	18,8

Приложение 2

Данные статистической обработки испытаний сальвинита из слоя № 2 для различных параметров испытаний

Показатель	$\sigma_{пр}$, МПа	$\varepsilon_{пр}$, %	D_y , ГПа	E , ГПа	$D_{пр}$, ГПа	W , Н/см ²	$M_{пр}$, ГПа	G_o , МН/м
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V = 10$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	14,42	2,05	1,20	6,94	0,70	15,96	0,76	12,76
Максимальное значение	15,98	2,20	1,39	7,51	0,79	17,44	0,95	16,01
Минимальное значение	12,34	1,93	0,98	6,13	0,64	14,59	0,60	10,26
Среднеквадратичное отклонение	1,88	0,14	0,21	0,72	0,08	1,43	0,18	2,95
Коэффициент вариации, %	13,0	6,7	17,2	10,4	11,0	9,0	23,5	23,1
$V = 1,0$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	14,81	2,30	1,11	9,25	0,65	18,39	0,61	10,49
Максимальное значение	18,16	2,47	1,28	10,70	0,76	26,84	0,70	11,93
Минимальное значение	13,03	2,14	0,95	7,54	0,53	14,76	0,50	8,51
Среднеквадратичное отклонение	2,31	0,15	0,14	1,60	0,09	5,72	0,09	1,49

Окончание прил. 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Коэффициент вариации, %	15,6	6,7	12,2	17,3	14,7	31,1	13,9	14,2
$V = 0,1$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	13,74	2,54	0,93	8,80	0,54	19,34	0,46	7,79
Максимальное значение	15,01	2,68	1,05	10,10	0,59	21,26	0,50	8,56
Минимальное значение	12,90	2,40	0,81	8,15	0,50	16,39	0,40	6,87
Среднеквадратичное отклонение	1,12	0,14	0,12	1,13	0,05	2,60	0,05	0,85
Коэффициент вариации, %	8,1	5,5	12,9	12,8	8,3	13,4	11,2	11,0
$V = 10$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Среднее значение	20,04	3,9	0,80	5,29	0,51	45,78	0,25	8,60
Максимальное значение	22,83	4,04	0,94	5,39	0,60	50,03	0,26	8,86
Минимальное значение	15,63	3,81	0,64	5,05	0,40	37,46	0,24	8,29
Среднеквадратичное отклонение	3,86	0,12	0,15	0,21	0,10	7,21	0,01	0,29
Коэффициент вариации, %	19,3	3,1	18,9	3,9	20,0	15,7	4,0	3,4
Среднее значение	19,25	4,01	0,81		0,49	46,65	0,15	5,15
$V = 1,0$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Максимальное значение	22,04	4,31	0,92		0,60	52,98	0,17	5,60
Минимальное значение	15,60	3,67	0,75		0,39	37,07	0,14	4,76
Среднеквадратичное отклонение	3,3	0,32	0,09		0,1	8,44	0,02	0,42
Коэффициент вариации, %	17,2	8,0	11,4		21,8	18,1	10,0	8,2
$V = 0,1$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Среднее значение	23,27	5,36	0,80	6,98	0,44	80,41	0,14	4,74
Максимальное значение	28,19	6,48	0,90	7,89	0,47	105,25	0,15	5,17
Минимальное значение	19,02	4,04	0,64	5,82	0,41	47,77	0,12	3,99
Среднеквадратичное отклонение	4,62	1,23	0,14	1,27	0,03	29,52	0,02	0,65
Коэффициент вариации, %	19,9	23,0	17,7	18,2	6,8	36,7	11,2	13,8
$V = 10$ мм/мин, $h/d = 0,5$								
Среднее значение	36,54	15,02	0,44	2,59	0,22	361,73	0,02	1,49
Максимальное значение	40,28	18,37	0,59	2,91	0,29	487,75	0,03	2,04
Минимальное значение	34,3	11,65	0,32	2,00	0,22	264,27	0,01	0,69
Среднеквадратичное отклонение	3,26	3,36	0,14	0,51	0,04	114,45	0,01	0,71
Коэффициент вариации, %	8,9	22,4	31,8	19,8	15,3	31,6	49,5	47,6
$V = 1,0$ мм/мин, $h/d = 0,5$								
Среднее значение	38,54	15,75	0,66	6,07	0,25	473,28		
Максимальное значение	40,96	18,53	0,71	6,14	0,28	596,91		
Минимальное значение	36,11	12,97	0,60	6,00	0,22	349,65		
Среднеквадратичное отклонение	3,43	3,93	0,08	0,1	0,04	174,84		
Коэффициент вариации, %	8,9	25,0	11,9	1,6	17,0	36,9		
$V = 0,1$ мм/мин, $h/d = 0,5$								
Среднее значение	38,30	18,99	0,67	6,01	0,23	550,94		
Максимальное значение	40,31	28,69	1,15	8,01	0,29	763,23		
Минимальное значение	36,27	13,88	0,33	5,20	0,13	432,64		
Среднеквадратичное отклонение	2,02	8,41	0,43	1,42	0,09	184,25		
Коэффициент вариации, %	5,3	44,3	64,4	23,6	37,9	33,4		

Приложение 3

Данные статистической обработки испытаний сильвинита из слоя № 3 для различных параметров испытаний

Показатель	$\sigma_{пр}$, МПа	$\varepsilon_{пр}$, %	D_y , ГПа	E , ГПа	$D_{пр}$, ГПа	W , Н/см ²	$M_{пр}$, ГПа	G_o , МН/м
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V = 10$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	15,34	2,25	1,06	5,99	0,68	18,62	0,80	14,50
Максимальное значение	18,52	2,53	1,43	6,44	0,79	21,50	0,90	16,79
Минимальное значение	13,03	1,92	0,80	5,27	0,59	15,20	0,67	12,14
Среднеквадратичное отклонение	2,41	0,23	0,27	0,44	0,08	3,00	0,10	1,92
Коэффициент вариации, %	15,7	10,4	25,5	7,3	12,4	16,1	12,1	13,2
$V = 1,0$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	15,42	2,53	1,09	6,90	0,65	21,25	0,71	12,51
Максимальное значение	18,87	2,90	1,23	7,56	0,71	24,60	0,82	13,95
Минимальное значение	11,44	2,26	0,85	6,13	0,58	15,30	0,65	11,42
Среднеквадратичное отклонение	3,15	0,27	0,17	0,52	0,05	4,14	0,08	1,06
Коэффициент вариации, %	20,4	10,7	15,5	7,6	8,2	19,5	10,8	8,5
$V = 0,1$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	16,50	2,83	0,90	6,95	0,59	25,82	0,48	9,18
Максимальное значение	19,47	3,00	1,10	7,65	0,75	33,10	0,54	10,29
Минимальное значение	12,60	2,59	0,80	5,80	0,45	18,21	0,47	7,05
Среднеквадратичное отклонение	3,00	0,15	0,17	0,72	0,13	5,78	0,06	1,46
Коэффициент вариации, %	18,2	5,3	18,5	10,3	21,5	22,4	12,4	15,9
$V = 10$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Среднее значение	20,33	3,46	1,11	4,71	0,60	40,12	0,40	13,54
Максимальное значение	21,54	4,06	1,26	4,87	0,66	46,80	0,47	15,70
Минимальное значение	18,90	3,22	0,85	4,54	0,47	34,75	0,32	11,07
Среднеквадратичное отклонение	1,18	0,36	0,18	0,15	0,08	4,83	0,06	1,96
Коэффициент вариации, %	5,8	10,3	15,7	3,2	12,8	12,1	15,8	14,5
$V = 1,0$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Среднее значение	22,36	4,03	0,98	6,11	0,55	53,08	0,28	9,88
Максимальное значение	26,33	4,30	1,25	6,37	0,65	69,71	0,35	11,94
Минимальное значение	20,00	3,63	0,87	5,98	0,49	39,85	0,22	8,75
Среднеквадратичное отклонение	2,40	0,28	0,16	0,16	0,06	10,81	0,05	1,79
Коэффициент вариации, %	10,7	7,0	16,1	2,6	11,2	20,4	19,2	18,2
$V = 0,1$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Среднее значение	21,81	4,79	0,75	5,92	0,43	54,71	0,16	6,09
Максимальное значение	24,16	5,15	0,91	6,48	0,52	64,11	0,20	6,98
Минимальное значение	19,92	4,63	0,69	5,22	0,32	36,77	0,11	4,90
Среднеквадратичное отклонение	1,91	0,21	0,14	0,46	0,08	11,16	0,04	1,07
Коэффициент вариации, %	8,7	4,4	18,6	7,8	18,5	20,4	25,6	17,6

Окончание прил. 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V = 10$ мм/мин, $h/d = 0,5$								
Среднее значение	32,73	7,52	0,87	2,83	0,45	153,3	0,27	17,79
Максимальное значение	34,49	8,71	1,03	2,9	0,54	170,2	0,28	18,12
Минимальное значение	30,97	6,33	0,71	2,76	0,36	136,3	0,26	17,46
Среднеквадратичное отклонение	2,49	1,68	0,23	0,10	0,13	23,97	0,01	0,47
Коэффициент вариации, %	7,6	22,4	26,0	3,5	28,3	15,6	5,2	2,6
$V = 1,0$ мм/мин, $h/d = 0,5$								
Среднее значение	36,64	9,93	0,82	3,96	0,37	231,0	0,19	12,95
Максимальное значение	40,79	12,18	1,05	4,42	0,42	265,7	0,21	14,03
Минимальное значение	34,52	8,23	0,61	3,64	0,33	205,5	0,18	12,08
Среднеквадратичное отклонение	3,59	2,03	0,22	0,41	0,05	31,12	0,02	0,96
Коэффициент вариации, %	9,8	20,4	26,9	10,3	12,1	13,5	7,9	7,5
$V = 0,1$ мм/мин, $h/d = 0,5$								
Среднее значение	41,00	12,54	0,68	3,67	0,33	337,3	0,18	12,46
Максимальное значение	44,87	14,61	0,82	3,71	0,35	409,2	0,19	12,95
Минимальное значение	37,10	10,46	0,54	3,63	0,31	265,3	0,17	11,97
Среднеквадратичное отклонение	5,49	2,93	0,20	0,06	0,03	101,8	0,01	0,69
Коэффициент вариации, %	13,4	23,4	29,1	1,5	8,6	30,2	7,9	5,6

Приложение 4

Данные статистической обработки испытаний сальвинита из слоя № 4 для различных параметров испытаний

Показатель	$\sigma_{пр}$, МПа	$\varepsilon_{пр}$, %	D_y , ГПа	E , ГПа	$D_{пр}$, ГПа	W , Н/см ²	$M_{пр}$, ГПа	G_o , МН/м
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V = 10$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	9,21	2,08	0,80	5,08	0,44	10,50	0,43	7,24
Максимальное значение	10,79	2,26	0,89	7,04	0,51	13,51	0,55	9,39
Минимальное значение	8,81	1,93	0,75	3,37	0,39	8,72	0,37	6,26
Среднеквадратичное отклонение	0,96	0,12	0,05	1,33	0,05	1,98	0,07	1,24
Коэффициент вариации, %	10,4	5,7	6,6	26,3	11,0	18,8	16,8	17,2
$V = 1,0$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	10,94	2,31	0,76	8,72	0,47	13,62	0,34	5,88
Максимальное значение	14,24	2,66	0,94	9,39	0,59	18,41	0,43	7,16
Минимальное значение	8,97	2,08	0,57	7,77	0,40	9,98	0,29	4,96
Среднеквадратичное отклонение	2,07	0,23	0,17	0,71	0,08	3,52	0,06	0,88
Коэффициент вариации, %	18,9	9,9	22,0	8,1	16,9	25,9	16,5	14,9
$V = 0,1$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	11,27	3,05	0,55	3,18	0,34	18,75	0,42	7,12

Окончание прил. 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Максимальное значение	13,14	3,57	0,67	3,80	0,43	22,02	0,54	9,18
Минимальное значение	9,59	2,12	0,42	2,62	0,28	15,07	0,35	5,97
Среднеквадратичное отклонение	1,79	0,59	0,12	0,49	0,06	2,96	0,07	1,26
Коэффициент вариации, %	15,9	19,4	22,1	15,6	17,2	15,8	17,9	17,7
$V = 10$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Среднее значение	12,22	4,1	0,60	6,87	0,30	24,58	0,21	6,89
Максимальное значение	16,37	5,07	0,73	9,25	0,40	33,35	0,24	8,06
Минимальное значение	9,81	3,28	0,45	5,72	0,25	20,08	0,17	6,02
Среднеквадратичное отклонение	3,22	0,65	0,14	1,61	0,06	5,83	0,03	0,82
Коэффициент вариации, %	26,4	15,8	24,0	23,4	20,7	23,7	13,4	12,0
$V = 1,0$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Среднее значение	15,73	4,52	0,74	10,12	0,32	41,70	0,18	5,97
Максимальное значение	18,82	5,23	0,87	12,1	0,42	43,11	0,20	6,78
Минимальное значение	12,17	4,08	0,50	8,04	0,23	38,25	0,15	5,18
Среднеквадратичное отклонение	2,6	0,54	0,16	1,68	0,09	2,35	0,02	0,58
Коэффициент вариации, %	16,5	12,0	22,2	16,6	27,0	5,6	10,8	9,7
$V = 0,1$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Среднее значение	15,57	5,02	0,66	11,57	0,31	57,95	0,13	4,58
Максимальное значение	17,41	6,01	0,72	12,64	0,34	69,08	0,16	5,47
Минимальное значение	12,18	3,73	0,51	10,56	0,28	42,17	0,11	3,78
Среднеквадратичное отклонение	2,32	0,82	0,09	0,75	0,03	11,35	0,02	0,70
Коэффициент вариации, %	14,9	16,3	13,8	6,5	8,3	19,6	15,5	15,4
$V = 10$ мм/мин, $h/d = 0,5$								
Среднее значение	21,79	8,97	0,41	6,42	0,26	101,7	0,12	8,10
Максимальное значение	26,27	11,18	0,52	7,18	0,33	114,3	0,14	8,72
Минимальное значение	18,47	6,0	0,31	5,58	0,18	72,71	0,10	7,33
Среднеквадратичное отклонение	3,31	2,43	0,10	0,67	0,07	25,98	0,02	0,71
Коэффициент вариации, %	15,2	27,1	23,4	10,4	28,6	25,5	13,9	8,8
$V = 1,0$ мм/мин, $h/d = 0,5$								
Среднее значение	27,0	9,35	0,45	9,00	0,30	153,1	0,07	4,31
Максимальное значение	30,87	10,58	0,50	10,1	0,39	178,3	0,08	5,49
Минимальное значение	21,0	7,92	0,35	8,07	0,25	106,2	0,05	3,10
Среднеквадратичное отклонение	4,23	1,32	0,07	1,03	0,06	32,05	0,01	0,98
Коэффициент вариации, %	15,7	14,1	15,0	11,4	21,7	20,9	19,9	22,8
$V = 0,1$ мм/мин, $h/d = 0,5$								
Среднее значение	34,25	15,18	0,48	11,3	0,23	314,0	0,04	4,38
Максимальное значение	37,31	18,30	0,59	13,2	0,29	350,1	0,05	5,47
Минимальное значение	28,16	12,85	0,37	9,4	0,19	229,8	0,03	3,26
Среднеквадратичное отклонение	4,14	2,64	0,09	1,72	0,04	56,43	0,01	1,11
Коэффициент вариации, %	12,1	17,4	19,7	15,2	19,1	18,0	25,0	25,3

Приложение 5

Данные статистической обработки испытаний сильвинита из слоя № 5 для различных параметров испытаний

Показатель	$\sigma_{пр}$, МПа	$\varepsilon_{пр}$, %	D_y , ГПа	E , ГПа	$D_{пр}$, ГПа	W , Н/см ²	$M_{пр}$, ГПа	G_o , МН/м
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V = 10$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	14,24	1,80	1,19	7,10	0,80	14,15	0,84	14,24
Максимальное значение	14,88	1,94	1,25	7,52	0,90	15,20	1,05	17,91
Минимальное значение	13,14	1,62	1,03	6,36	0,77	12,50	0,68	11,00
Среднеквадратичное отклонение	0,77	0,14	0,10	0,52	0,10	1,19	0,16	2,85
Коэффициент вариации, %	5,4	7,8	8,8	7,4	12,0	8,4	18,7	20,0
$V = 1,0$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	18,31	2,17	1,26	8,48	0,85	25,00	0,94	16,30
Максимальное значение	20,94	2,38	1,54	9,24	0,97	28,70	1,07	18,50
Минимальное значение	15,43	1,99	1,05	7,88	0,65	22,30	0,87	14,97
Среднеквадратичное отклонение	1,98	0,15	0,24	0,54	0,13	2,87	0,09	1,41
Коэффициент вариации, %	10,8	6,9	18,6	6,4	14,8	11,5	9,6	8,7
$V = 0,1$ мм/мин, $h/d = 2,0$								
Среднее значение	17,34	2,35	1,25	8,21	0,75	25,00	0,78	13,68
Максимальное значение	17,85	2,65	1,39	9,58	0,86	28,10	0,85	15,01
Минимальное значение	16,49	1,92	1,18	7,06	0,67	19,30	0,68	12,32
Среднеквадратичное отклонение	0,63	0,32	0,10	1,04	0,08	4,13	0,08	1,18
Коэффициент вариации, %	3,6	13,8	7,7	12,6	11,2	16,5	9,8	8,6
$V = 10$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Среднее значение	19,92	3,57	0,91	5,09	0,57	40,90	0,52	16,93
Максимальное значение	20,93	4,52	1,10	5,42	0,63	51,00	0,59	19,11
Минимальное значение	19,24	3,09	0,69	4,50	0,46	32,70	0,45	14,68
Среднеквадратичное отклонение	0,89	0,82	0,21	0,51	0,10	9,30	0,07	2,20
Коэффициент вариации, %	4,5	22,9	22,7	10,0	16,7	22,7	13,6	13,0
$V = 1,0$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Среднее значение	16,86	4,23	0,63	6,56	0,40	42,20	0,23	7,57
Максимальное значение	19,12	4,39	0,77	6,86	0,44	45,60	0,29	9,42
Минимальное значение	15,29	4,15	0,48	6,03	0,37	37,70	0,19	6,18
Среднеквадратичное отклонение	2,00	0,14	0,15	0,46	0,04	4,06	0,05	1,65
Коэффициент вариации, %	11,9	3,3	23,1	7,1	9,0	9,8	23,0	21,8
$V = 0,1$ мм/мин, $h/d = 1,0$								
Среднее значение	23,86	4,75	0,94	6,60	0,53	67,37	0,31	10,30
Максимальное значение	24,93	4,96	1,05	6,82	0,56	73,10	0,40	13,20
Минимальное значение	22,57	4,46	0,85	6,31	0,46	60,20	0,25	8,19
Среднеквадратичное отклонение	1,19	0,26	0,10	0,26	0,06	6,57	0,08	2,59
Коэффициент вариации, %	5,0	5,5	10,7	4,0	11,0	9,8	24,8	25,2

Окончание прил. 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V = 10 \text{ мм/мин, } h/d = 0,5$								
Среднее значение	28,73	9,13	0,53	2,55	0,32	121,8	0,37	24,25
Максимальное значение	29,41	10,14	0,63	2,85	0,35	137,1	0,39	24,41
Минимальное значение	28,04	8,11	0,42	2,24	0,29	106,5	0,35	24,09
Среднеквадратичное отклонение	0,97	1,44	0,15	0,43	0,04	21,64	0,03	0,21
Коэффициент вариации, %	3,4	15,7	28,3	16,9	13,3	17,8	7,6	0,9
$V = 1,0 \text{ мм/мин, } h/d = 0,5$								
Среднее значение	42,00	11,29	0,76	3,81	0,37	340,9	0,19	10,83
Максимальное значение	43,21	11,64	0,82	4,22	0,38	440,0	0,24	13,29
Минимальное значение	40,80	10,85	0,70	3,38	0,36	283,3	0,15	8,31
Среднеквадратичное отклонение	1,21	0,40	0,06	0,42	0,01	86,18	0,05	2,50
Коэффициент вариации, %	2,9	3,6	7,9	11,0	2,7	25,3	25,3	23,1
$V = 0,1 \text{ мм/мин, } h/d = 0,5$								
Среднее значение	40,51	16,26	0,65	3,99	0,25	451,3	0,09	6,31
Максимальное значение	45,32	16,49	0,67	4,47	0,28	492,1	0,11	7,61
Минимальное значение	35,71	16,02	0,63	3,50	0,22	410,5	0,07	5,01
Среднеквадратичное отклонение	6,79	0,33	0,03	0,69	0,04	57,70	0,03	1,84
Коэффициент вариации, %	16,8	2,0	4,4	17,2	17,0	12,8	31,4	29,2

Приложение 6

Данные статистической обработки испытаний сильвинита из слоя № 6 для различных параметров испытаний

Показатель	$\sigma_{пр},$ МПа	$\varepsilon_{пр},$ %	$D_y,$ ГПа	$E,$ ГПа	$D_{пр},$ ГПа	$W,$ Н/см ²	$M_{пр},$ ГПа	$G_o,$ МН/м
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V = 10 \text{ мм/мин, } h/d = 2,0$								
Среднее значение	12,46	1,61	1,11	7,48	0,83	12,02	0,83	14,47
Максимальное значение	16,44	2,21	1,50	8,24	1,07	17,32	1,21	19,16
Минимальное значение	8,16	1,16	0,84	6,94	0,62	5,84	0,68	9,50
Среднеквадратичное отклонение	2,87	0,46	0,31	0,5	0,21	4,68	0,22	3,58
Коэффициент вариации, %	23,0	28,8	27,9	6,7	25,3	38,9	26,5	24,7
$V = 1,0 \text{ мм/мин, } h/d = 2,0$								
Среднее значение	11,06	1,61	1,21	12,78	0,77	9,53	0,37	6,39
Максимальное значение	14,27	2,41	1,83	16,7	1,12	13,49	0,65	10,45
Минимальное значение	8,44	1,18	0,74	8,78	0,41	6,81	0,16	3,81
Среднеквадратичное отклонение	2,47	0,44	0,31	2,92	0,22	2,32	0,12	2,03
Коэффициент вариации, %	22,3	27,6	25,6	22,8	28,6	24,3	32,4	31,8
$V = 0,1 \text{ мм/мин, } h/d = 2,0$								
Среднее значение	14,22	1,69	1,25	9,94	0,6	13,89	0,42	7,13
Максимальное значение	15,2	2,5	1,61	15,8	0,87	21,28	0,61	10,40

Окончание прил. 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Минимальное значение	13,11	1,74	1,27	7,08	0,54	14,97	0,3	5,15
Среднеквадратичное отклонение	0,81	0,55	0,27	4,57	0,15	4,54	0,12	2,12
Коэффициент вариации, %	5,7	32,7	21,3	46,0	25,1	32,7	28,6	29,7
$V = 10 \text{ мм/мин, } h/d = 1,0$								
Среднее значение	17,06	4,49	0,66	4,52	0,41	40,85	0,27	9,68
Максимальное значение	22,79	5,86	0,96	4,86	0,72	53,53	0,4	14,55
Минимальное значение	13,27	3,42	0,47	4,15	0,38	28,67	0,18	6,04
Среднеквадратичное отклонение	3,59	1,04	0,19	0,28	0,13	11,13	0,08	3,14
Коэффициент вариации, %	21,0	23,1	28,9	6,1	31,7	27,3	29,7	32,5
$V = 1,0 \text{ мм/мин, } h/d = 1,0$								
Среднее значение	17,91	4,24	0,64	6,47	0,43	44,74	0,21	7,16
Максимальное значение	22,5	5,47	0,79	7,14	0,56	56,77	0,30	10,39
Минимальное значение	15,55	3,8	0,38	4,73	0,33	34,44	0,18	5,91
Среднеквадратичное отклонение	2,7	0,69	0,16	0,99	0,08	9,84	0,05	1,83
Коэффициент вариации, %	15,1	16,3	25,6	15,3	19,7	22,0	24,8	25,5
$V = 0,1 \text{ мм/мин, } h/d = 1,0$								
Среднее значение	19,06	4,32	0,67	6,9	0,44	47,5	0,12	4,06
Максимальное значение	24,25	4,92	0,84	7,18	0,56	59,28	0,16	5,65
Минимальное значение	14,34	3,86	0,45	6,51	0,32	33,63	0,07	2,42
Среднеквадратичное отклонение	4,03	0,43	0,18	0,33	0,1	11,6	0,04	1,25
Коэффициент вариации, %	21,2	9,9	27,3	4,8	23,1	24,4	33,3	30,8
$V = 10 \text{ мм/мин, } h/d = 0,5$								
Среднее значение	31,07	10,98	0,48	2,51	0,29	218,85	0,16	11,75
Максимальное значение	38,96	12,53	0,74	2,74	0,39	299,33	0,20	14,99
Минимальное значение	25,68	8,28	0,34	2,26	0,22	160,51	0,10	7,17
Среднеквадратичное отклонение	5,15	1,77	0,15	0,23	0,07	56,25	0,04	2,86
Коэффициент вариации, %	16,6	16,1	31,9	9,1	23,0	25,7	23,8	24,4
$V = 1,0 \text{ мм/мин, } h/d = 0,5$								
Среднее значение	38,52	14,65	0,63	4,54	0,26	425,46	0,10	7,55
Максимальное значение	47,42	17,16	0,76	4,7	0,33	553,4	0,18	11,37
Минимальное значение	26,86	10,85	0,5	4,1	0,22	191,04	0,07	4,89
Среднеквадратичное отклонение	7,72	2,38	0,1	0,25	0,04	144,8	0,03	2,08
Коэффициент вариации, %	20,0	16,2	15,8	5,6	16,2	34,0	30,0	27,5
$V = 0,1 \text{ мм/мин, } h/d = 0,5$								
Среднее значение	48,09	39,83	0,55	3,55	0,12	1465,02		
Максимальное значение	68,84	47,53	0,82	3,65	0,17	2147,84		
Минимальное значение	38,32	28,34	0,35	3,45	0,09	933,8		
Среднеквадратичное отклонение	11,32	9,02	0,19	0,14	0,03	442,81		
Коэффициент вариации, %	23,5	22,7	34,1	4,0	25,0	30,2		

Приложение 7

Данные по испытаниям карналлита из слоя № 2 для различных параметров испытаний

Показатель	$\sigma_{пр}$, МПа	$\varepsilon_{пр}$, %	D_y , ГПа	E , ГПа	$D_{пр}$, ГПа	W , Н/см ²	$M_{пр}$, ГПа	G_o , МН/м
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V = 1,0$ мм/мин, $h/a = 2,0$								
Среднее значение	9,41	0,31	5,15	7,16	3,12	1,38	2,55	102,3
Максимальное значение	11,21	0,37	6,67	8,13	4,67	1,61	2,86	115,8
Минимальное значение	7,65	0,24	3,34	5,68	2,07	1,21	2,02	80,13
Среднеквадратичное отклонение	1,52	0,05	2,17	1,16	1,02	0,16	0,40	16,75
Коэффициент вариации, %	16,1	15,5	42,2	16,2	32,6	11,9	15,6	16,4
$V = 0,1$ мм/мин, $h/a = 2,0$								
Среднее значение	8,18	0,50	3,76	7,21	1,97	2,48	1,86	75,67
Максимальное значение	9,70	0,76	5,71	9,02	3,36	5,01	2,34	94,13
Минимальное значение	6,33	0,28	1,67	4,46	1,04	1,42	1,35	55,87
Среднеквадратичное отклонение	1,61	0,21	1,80	2,01	1,11	1,49	0,45	18,03
Коэффициент вариации, %	19,7	41,7	47,7	27,9	56,1	59,9	24,2	23,8
$V = 1,0$ мм/мин, $h/a = 1,0$								
Среднее значение	9,43	0,83	1,79	3,95	1,13	4,60	0,81	64,56
Максимальное значение	13,40	1,02	2,50	5,26	1,70	6,70	1,32	106,2
Минимальное значение	7,05	0,75	1,40	3,16	0,88	2,80	0,53	42,50
Среднеквадратичное отклонение	2,81	0,11	0,46	0,79	0,33	1,88	0,34	27,56
Коэффициент вариации, %	29,8	12,8	25,8	19,9	29,2	40,9	42,4	42,7
$V = 0,1$ мм/мин, $h/a = 1,0$								
Среднее значение	13,15	0,98	1,54	4,85	1,36	7,35	1,50	118,5
Максимальное значение	15,93	1,16	2,45	5,28	1,49	10,0	1,60	125,0
Минимальное значение	11,64	0,78	1,32	3,97	1,09	5,50	1,28	102,0
Среднеквадратичное отклонение	1,91	0,19	0,64	0,60	0,19	2,05	0,15	11,09
Коэффициент вариации, %	14,5	19,7	41,5	12,3	13,9	27,8	9,8	9,4
$V = 1,0$ мм/мин, $h/a = 0,5$								
Среднее значение	15,88	1,53	1,75	3,67	1,08	12,05	0,58	93,02
Максимальное значение	18,78	1,90	3,00	4,65	1,65	17,20	0,75	125,0
Минимальное значение	13,73	1,14	1,30	2,95	0,76	6,90	0,46	75,30
Среднеквадратичное отклонение	2,18	0,30	0,63	0,61	0,32	3,33	0,11	20,24
Коэффициент вариации, %	13,7	19,7	35,9	16,5	29,1	27,6	19,7	21,8
$V = 0,1$ мм/мин, $h/a = 0,5$								
Среднее значение	18,89	1,59	1,91	4,10	1,21	13,67	0,70	113,3
Максимальное значение	23,36	1,82	2,90	4,83	1,46	19,70	0,78	125
Минимальное значение	16,04	1,15	1,45	3,42	0,93	8,30	0,64	105,0
Среднеквадратичное отклонение	2,73	0,25	0,51	0,51	0,21	4,01	0,05	7,604
Коэффициент вариации, %	14,5	16,0	26,8	12,4	17,3	29,3	7,2	6,7

В приложениях 7–9 подчеркнуты величины, измеренные на неконтролируемых участках ниспадающей диаграммы.

Приложение 8

Данные по испытаниям карналлита из слоя № 4 для различных параметров испытаний

Показатель	$\sigma_{пр}$, МПа	$\varepsilon_{пр}$, %	D_p , ГПа	E , ГПа	$D_{пр}$, ГПа	W , Н/см ²	$M_{пр}$, ГПа	G_o , МН/м
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V = 1,0$ мм/мин, $h/a = 2,0$								
Среднее значение	6,23	0,31	2,84	5,96	2,08	0,88	2,11	87,26
Максимальное значение	7,10	0,38	3,33	6,79	2,54	1,10	2,95	122,9
Минимальное значение	5,61	0,28	2,51	4,78	1,50	0,70	1,25	51,16
Среднеквадратичное отклонение	0,65	0,04	0,48	0,82	0,43	0,15	0,63	26,79
Коэффициент вариации, %	10,4	14,2	17,0	13,8	20,5	16,9	29,9	30,7
$V = 0,1$ мм/мин, $h/a = 2,0$								
Среднее значение	7,74	0,36	3,26	7,58	1,96	0,50	1,87	77,10
Максимальное значение	9,30	0,39	4,95	8,19	2,91	0,70	1,98	81,80
Минимальное значение	6,94	0,32	2,35	6,52	1,18	0,20	1,74	72,10
Среднеквадратичное отклонение	1,09	0,04	1,22	0,79	0,72	0,25	0,11	4,369
Коэффициент вариации, %	14,0	9,8	37,3	10,4	36,6	49,0	5,6	5,7
$V = 1,0$ мм/мин, $h/a = 1,0$								
Среднее значение	12,20	0,57	4,31	5,48	2,34	2,475	1,22	100,5
Максимальное значение	14,22	0,70	6,25	6,03	3,56	2,70	1,39	114,8
Минимальное значение	9,29	0,40	2,50	4,43	1,33	2,20	1,08	89,00
Среднеквадратичное отклонение	2,12	0,15	1,65	0,72	0,99	0,22	0,13	10,82
Коэффициент вариации, %	17,4	25,8	38,3	13,1	42,3	9,0	10,7	10,8
$V = 0,1$ мм/мин, $h/a = 1,0$								
Среднее значение	11,00	0,90	2,20	4,60	1,27	4,60	1,28	105,1
Максимальное значение	11,53	1,02	2,40	4,74	1,50	5,50	1,61	125,0
Минимальное значение	10,46	0,77	2,00	4,45	1,03	3,70	0,95	77,75
Среднеквадратичное отклонение	0,76	0,18	0,28	0,21	0,33	1,27	0,47	38,71
Коэффициент вариации, %	6,9	19,8	12,9	4,5	26,3	27,7	36,5	36,8
$V = 1,0$ мм/мин, $h/a = 0,5$								
Среднее значение	18,70	1,06	3,18	4,01	1,79	10,0	0,78	125,0
Максимальное значение	21,76	1,30	3,30	4,10	1,92	16,0	0,78	125,0
Минимальное значение	15,13	0,81	3,00	3,90	1,67	5,0	0,78	125,0
Среднеквадратичное отклонение	2,80	0,20	0,13	0,10	0,13	4,55	0,00	0,00
Коэффициент вариации, %	15,0	19,1	4,2	2,4	7,2	45,5	0,0	0,00
$V = 0,1$ мм/мин, $h/a = 0,5$								
Среднее значение	21,13	2,13	1,83	4,30	1,09	23,0	0,78	125,0
Максимальное значение	22,14	3,31	2,86	5,93	1,44	37,0	0,78	125,0
Минимальное значение	19,20	1,33	1,05	2,71	0,67	12,0	0,78	125,0
Среднеквадратичное отклонение	1,38	0,84	0,75	1,32	0,32	10,55	0,00	0,00
Коэффициент вариации, %	6,5	39,6	41,3	30,8	29,1	45,9	<u>0,0</u>	<u>0,00</u>

Приложение 9

Данные по испытаниям карналлита из слоя № 6 для различных параметров испытаний

Показатель	$\sigma_{пр}$, МПа	$\varepsilon_{пр}$, %	D_p , ГПа	E , ГПа	$D^{пр}$, ГПа	W , Н/см ²	$M_{пр}$, ГПа	G_o , МН/м
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V = 1,0$ мм/мин, $h/a = 2,0$								
Среднее значение	9,56	0,35	4,44	7,12	2,79	1,70	2,15	88,9
Максимальное значение	10,56	0,38	5,10	8,08	3,29	2,10	2,95	125,0
Минимальное значение	7,80	0,27	4,11	6,22	2,05	1,30	1,12	47,8
Среднеквадратичное отклонение	1,19	0,05	0,39	0,66	0,47	0,31	0,74	31,0
Коэффициент вариации, %	12,4	14,0	8,7	9,3	16,8	18,1	34,4	34,8
$V = 0,1$ мм/мин, $h/a = 2,0$								
Среднее значение	10,36	0,93	3,98	8,15	1,13	7,17	1,35	54,84
Максимальное значение	11,46	1,10	4,45	8,53	1,27	7,80	2,01	83,57
Минимальное значение	9,50	0,80	3,48	7,93	0,92	6,01	0,87	39,67
Среднеквадратичное отклонение	1,00	0,15	0,49	0,33	0,18	1,01	0,53	22,43
Коэффициент вариации, %	9,7	16,4	12,2	4,1	16,3	14,1	39,3	40,9
$V = 1,0$ мм/мин, $h/a = 1,0$								
Среднее значение	14,32	0,75	3,55	5,04	2,09	5,88	1,39	114,4
Максимальное значение	16,05	1,17	5,00	6,31	2,84	8,80	1,50	125,0
Минимальное значение	12,35	0,55	1,43	3,35	1,06	4,20	1,22	96,48
Среднеквадратичное отклонение	1,78	0,25	1,56	1,17	0,74	1,77	0,15	14,59
Коэффициент вариации, %	12,4	33,7	44,1	23,3	35,2	30,0	10,8	12,8
$V = 0,1$ мм/мин, $h/a = 1,0$								
Среднее значение	16,52	1,93	1,47	4,67	0,89	18,50	1,05	86,0
Максимальное значение	19,00	2,17	1,67	5,71	1,28	20,80	1,50	125,0
Минимальное значение	15,38	1,49	1,19	3,29	0,74	16,60	0,84	66,4
Среднеквадратичное отклонение	1,67	0,30	0,21	1,03	0,26	1,91	0,31	26,8
Коэффициент вариации, %	10,1	15,7	14,3	22,1	29,5	10,3	29,4	31,2
$V = 1,0$ мм/мин, $h/a = 0,5$								
Среднее значение	16,90	1,29	1,74	3,91	1,34	10,60	0,80	125,0
Максимальное значение	19,41	1,57	2,00	4,58	1,63	12,60	0,80	125,0
Минимальное значение	15,45	1,05	1,48	3,34	1,03	8,60	0,80	125,0
Среднеквадратичное отклонение	1,52	0,19	0,25	0,46	0,23	1,58	0,00	0,00
Коэффициент вариации, %	9,0	15,0	14,2	11,7	17,2	14,9	0,0	0,0
$V = 0,1$ мм/мин, $h/a = 0,5$								
Среднее значение	21,29	2,93	1,06	4,86	0,74	38,40	0,76	117,68
Максимальное значение	22,61	3,44	1,35	5,34	0,94	45,40	0,80	125,0
Минимальное значение	20,44	2,27	0,67	4,31	0,60	28,60	0,57	88,40
Среднеквадратичное отклонение	0,83	0,43	0,29	0,38	0,13	6,35	0,11	16,4
Коэффициент вариации, %	3,9	14,5	27,1	7,9	17,0	16,5	14,2	13,9

Научное издание

Константинова Светлана Александровна
Аптуков Валерий Нагимович

**НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ
ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ СОЛЯНЫХ ПОРОД**

Редактор *Е.Г. Макеевко*
Художественный редактор *Л.В. Матеева*
Художник *Н.А. Горбунова*
Технический редактор *Н.М. Остроумова*
Корректоры *И.Л. Малышева, Л.А. Анкушева*
Оператор электронной верстки *Р.Г. Усова*

Сдано в набор 22.00.13. Подписано в печать 00.00.13. Бумага ВХИ. Формат 70*100 1/16. Офсетная печать.
Гарнитура Times ET. Усл. печ. л. 12,75. Уч.-изд. л. 11,4. Тираж 250 экз. Заказ № 000.

Сибирская издательская фирма «Наука» АИЦ «Наука» РАН.
630077, Новосибирск, ул. Коммунистическая, 1.
Сибирское предприятие «Наука» АИЦ РАН. 630077, Новосибирск, ул. Станиславского, 25.