

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР
УФИМСКИЙ НЕФТЯНОЙ ИНСТИТУТ

А. П. ТЕЛКОВ

2

ПОДЗЕМНАЯ ГИДРОГАЗОДИНАМИКА

УФА — 1974

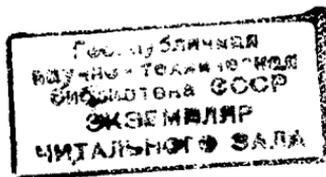
10/10

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР
УФИМСКИЙ НЕФТЯНОЙ ИНСТИТУТ

А. П. ТЕЛКОВ

ПОДЗЕМНАЯ ГИДРОГАЗОДИНАМИКА

УФА — 1974



Д 4
53462

76-3514

УФИМСКИЙ НЕФТЯНОЙ ИНСТИТУТ
А. П. ТЕЛКОВ
ПОДЗЕМНАЯ ГИДРОГАЗОДИНАМИКА

Редактор *Маркешина Л. А.*

Сдано в набор 7. 1. 1974 г. Подписано к печати 16. 7. 1975 г. Формат 60×90^{1/2}.
Печ. л. 14. Тираж 800 экз. Заказ № 612. Цена 1 р. 85 к. П01С13

Уфимский полиграфкомбинат
Управления по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
Совета Министров БАССР, г. Уфа, проспект Октября, 2

В книге приведены основные положения теории фильтрации однородных и неоднородных жидкостей и газов при установившихся процессах. Эти положения базируются на современных достижениях науки и практики в теории фильтрации и разработки нефтяных и газовых месторождений. Большое внимание уделено пространственным задачам теории фильтрации при притоке жидкостей и газов к скважинам, взаимодействию скважин, учету неоднородности пласта и других факторов. Материал изложен без излишних математических выкладок и не окажется громоздким и утомительным для его усвоения студентами в процессе изучения курса.

Учебное пособие предназначается для студентов нефтяной и газовой специализации.

1. ВВЕДЕНИЕ

ЗНАЧЕНИЕ ПОДЗЕМНОЙ ГИДРОГАЗОДИНАМИКИ. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА. КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ОЧЕРК РАЗВИТИЯ ПОДЗЕМНОЙ ГИДРАВЛИКИ

Подземная гидрогазодинамика — это наука, изучающая движение жидкостей и газов в пористых средах. Учение о движениях подземных вод связано с именами таких ученых как М. В. Ломоносов, Д. Бернулли, Л. Эйлер и др., проводивших свои работы в Петербургской Академии наук.

В 1750 году Ломоносов в классической работе «О слоях земных» впервые показал, что «подземные воды» представляют собой природные растворы, которые связаны с горными породами и находятся в постоянном кругообороте. Таким образом, М. В. Ломоносов является основоположником гидрогеологии вообще и динамики подземных вод в частности.

Д. Бернулли (1783) разработал математические основы гидравлики и гидродинамики. В своей книге «Гидродинамика или записка о силах и движении жидкостей» он впервые дал вывод уравнения напора, известного в настоящее время как уравнение Бернулли.

Л. Эйлер проводил свои работы как математик и физик в области гидродинамики. Им впервые составлены дифференциальные уравнения фильтрации жидкости в пористой среде.

Из истории известны и практические сведения по фильтрации подземных вод. Например, строитель плотин К. Д. Фролов (XVIII в.) проектировал эти сооружения весьма рационально с точки зрения фильтрации. Русские нефтяники XVII и XVIII вв. также интуитивно рационально подходили к вопросам нефтедобычи.

Первые работы по динамике подземных вод за рубежом были осуществлены Дарси (1856), который опытным путем установил линейную зависимость между скоростью фильтрации и потерей напора на единицу длины фильтра. Это открытие в настоящее время широко известно как закон Дарси. Через год французский уче-

ный Дюпюи применил закон Дарси к практическим задачам и вывел инженерную формулу для расчета притока воды к колодцам. В настоящее время эта формула называется именем Дюпюи.

Затем появились работы Буссинеска, Форхгеймера, Сливтера и др. Буссинеск, например, впервые вывел уравнения неустановившегося движения подземных вод. Однако до 90-х годов цельной теории о движении подземных вод как таковой не было. Лишь в 1889 г. работой Н. Е. Жуковского «Теоретические исследования о движении подпочвенных вод» заложен фундамент такой теории. В своей работе Н. Е. Жуковский ввел понятие о массовой силе сопротивления при фильтрации и на основе уравнений Эйлера вывел дифференциальные уравнения движения подземных вод в пористой среде. В 1912 году вышла из печати работа А. А. Краснопольского, в которой изложена теория притока воды к колодцам при турбулентной фильтрации.

Наибольшее развитие теория фильтрации жидкостей и газов через пористую среду получила в работах русских ученых в советский период. В связи с бурным развитием народного хозяйства возникли задачи гидротехнического строительства, водоснабжения, орошения засушливых районов, осушения заболоченных мест, увеличения запаса минеральных целебных вод, строительства шахт и т. д. Во всех этих областях теория получила широкое применение и дальнейшее свое развитие (в трудах известных ученых, таких как Н. Н. Павловский (1922), Г. Н. Каменский, В. И. Аравин, С. Н. Нумеров, Ф. М. Веригин, Н. К. Гиринский, А. В. Лебедев, С. В. Трояновский, Л. Д. Шевяков, А. Н. Бредихин, А. И. Силин-Бикчурин).

Бурное развитие нефтяной и газовой промышленности потребовало создания новой науки в области фильтрации—нефтегазовой гидродинамики. Основоположником этой науки является академик Л. С. Лейбензон. Его исследования по подземной гидродинамике и по общим вопросам теории фильтрации были начаты в 1921 г. и продолжались в течение 30 лет (до его кончины в 1951 г.). Следует подчеркнуть, что работы ак. Л. С. Лейбензона в области подземной гидродинамики и ее приложений прочно закрепили приоритет отечественной науки. Существует необоснованное утверждение, что основоположником подземной гидродинамики является известный американский ученый М. Маскет. В своей статье, опубликованной в 1936 г., Маскет утверждает, что в 1931 г. им впервые сделано обобщение закона Дарси на случай фильтрации газированных жидкостей. Однако ак. Л. С. Лейбензон еще в 1921—1922 гг. разработал теорию движения газа в пористой среде и опубликовал в серии статей журнала «Азербайджанское нефтяное хозяйство», опередив, таким образом, Маскета на 8 лет.

Академик Л. С. Лейбензон не только сделал обобщение линейного закона Дарси на случай движения газов, но и создал математически стройную теорию фильтрации газа, в основу которой по-

ложил им самим выведенные дифференциальные уравнения установившегося и неустановившегося движения газа в пористой среде. Не ограничиваясь этим, академик Л. С. Лейбензон для ряда практически важных задач проинтегрировал эти уравнения и получил ценные выводы. Мало того, академик Л. С. Лейбензон организовал обширные эксперименты по фильтрации газа в ГИНИ (1928—1932) и в МГУ (1932—1933), которые были тщательно проведены его учениками Д. С. Вилькером и И. П. Москальковым.

Далее задачи теории движения газированных жидкостей в пластах были решены Л. С. Лейбензоном и опубликованы в 1923—1930 гг. в серии статей, а в 1930—1931 гг. уже была разработана гидродинамически обоснованная теория движения газированных жидкостей и опубликована в 1932 г. в трудах ГИНИ. В 1934 г. в капитальном труде «Подземная гидравлика воды, нефти и газа» Л. С. Лейбензон дал обобщение всех предыдущих своих работ, а также впервые затронул вопросы вытеснения нефти и газа водой; в 1939 г. исследовал вопрос о термодинамических процессах при движении газа в пластах и сделал важный вывод, что в большинстве практически интересных случаев фильтрацию газа можно рассматривать как изотермический процесс.

В 1940 г. ак. Л. С. Лейбензон организовал проектно-исследовательское бюро (ПИБ), целью которого было — научно обосновать и создать методику проектирования рациональной разработки нефтяных и газовых месторождений на базе комплексного анализа геологических, гидродинамических и технико-экономических показателей. Бюро впоследствии было преобразовано во ВНИИ-нефть.

Заслуги ак. Л. С. Лейбензона надо оценивать не только по его собственным исследованиям, но и по трудам его многочисленных учеников. Сам Л. С. Лейбензон в 1947 г. на заседании Юбилейной сессии АН СССР, посвященной 30-летию Октября, говорил, что подземная гидродинамика развивалась «главным образом за последние 25 лет благодаря трудам русских ученых из большой школы механиков, основанной покойным профессором Московского университета Н. Е. Жуковским». Отмечая выдающиеся успехи в развитии нефтедобывающей и газодобывающей промышленности, в разработке нефтяных и газовых месторождений, в технологии добычи нефти и газа, мы должны помнить, что всем этим обязаны созданию стройной теории подземной гидрогазодинамики и теории разработки, основателем которых был выдающийся отечественный ученый акад. Л. С. Лейбензон.

Акад. Л. С. Лейбензон был создателем «Подземной гидравлики» и как учебной дисциплины, курс которой впервые читался им в Московской горной академии в 1927—1928 гг. Фундаментальным первым учебником стала работа учеников Л. С. Лейбензона — В. Н. Щелкачева и Б. Б. Лапука, выпущенная в 1949 году. Этот учебник используется и поныне. В 1956 году вышел в свет учебник

«Основы подземной гидравлики» И. А. Чарного — ученика Л. С. Лейбензона. Затем последовал ряд учебников и учебных пособий и других авторов. Из последних изданий укажем работы И. А. Чарного «Подземная гидрогазодинамика» (1963) и Г. Б. Пыхачева, Р. Г. Исаева «Подземная гидравлика» (1973), наиболее полно отражающие достижения последних двух десятилетий в области подземной гидрогазодинамики.

II. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. ЗАКОН ДАРСИ

Движение жидкости через пористую среду принято называть фильтрацией. Подземная гидрогазодинамика изучает законы движения жидкостей и газов через пористую среду. Чтобы познать эти законы, необходимо иметь правильные представления и понятия о «пористой среде» и «порах».

Под пористой средой, в широком смысле слова, следует понимать материальное тело, содержащее пустоты. Однако понятие «пористая среда» нуждается в более точном определении. Например, полый металлический цилиндр не считают пористым материалом, хотя в нем и есть пустота. Таким образом, одной из основных характеристик пористой среды является наличие большого количества пустот. В свете этого мы можем называть пористыми материалами: кусок хлеба, войлок, пемзу, известняк, породу, сложенную из песчинок, кусок ваты, емкость с гравием или песком и т. д. Следовательно, существуют пористые среды искусственные и естественные.

Упомянутые пустоты могут быть заполнены (как искусственным, так и естественным путем) жидкостями и газами. Если в таких материалах создать градиент напора, то начнется движение жидкости или газа в направлении от большего напора к меньшему. Исходя из поведения жидкости, пустоты можно подразделить на три основные группы: 1) самые маленькие пустоты, т. к. капиллярные и субкапиллярные образуют молекулярные поры, где силы молекулярного взаимодействия между жидкостью и твердыми частицами очень велики; 2) большие пустоты, например, в трещиноватых известняках, образуют каверны. Молекулярные взаимодействия здесь слабы; 3) пустоты, средние между первыми двумя по размерам, называются просто порами.

Пористая среда может иметь и двойную пористость. Например, некоторые породы, сложенные трещиноватым известняком, имеют трещиноватую пористость и самую пористость.

Поры могут быть сообщающимися и несообщающимися. Первые образуют эффективное поровое пространство, вторые — общее

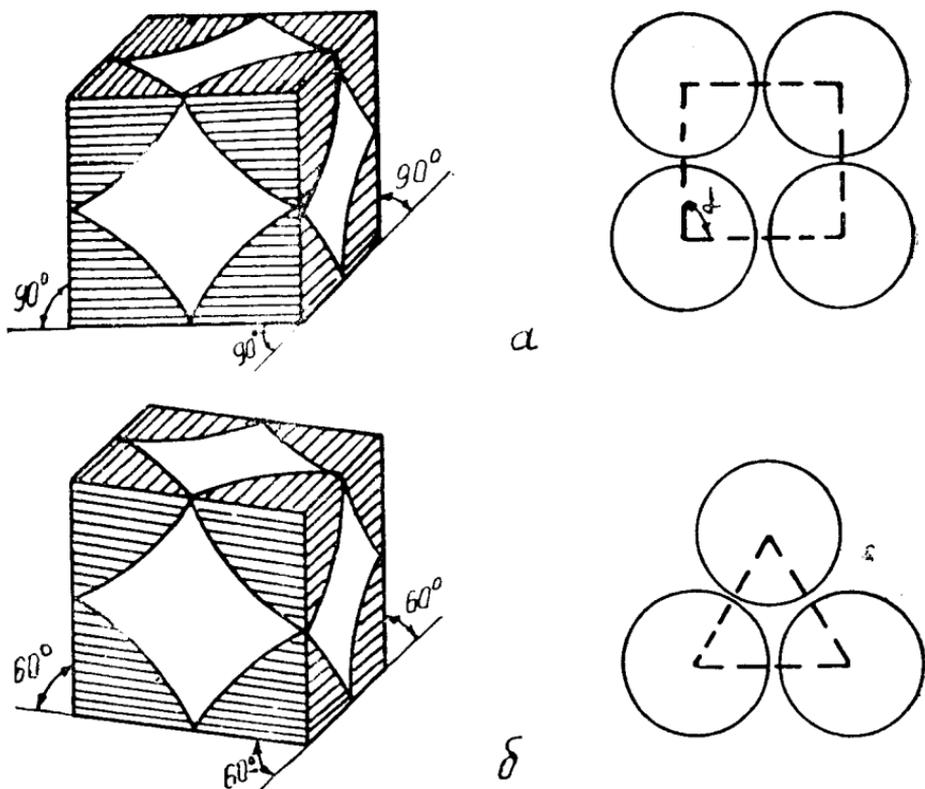


Рис. 1. Схема укладки сферических зерен (а — наибольшая пористость; б — наименьшая пористость)

поровое пространство. Пористые материалы по их структуре разделяют также на упорядоченные и неупорядоченные. Примером упорядоченной пористой среды может служить так называемый фиктивный грунт Слихтера, составленный из одинаковых шариков при правильной укладке (рис. 1). Причем величина пористости зависит не от размера шариков, а от способа укладки (рис. 1). В большинстве естественных и искусственных пористых сред поры распределены беспорядочно. Поэтому структура таких тел может быть описана только статистически. Таким образом, пористая среда характеризуется рядом геометрических свойств.

1. Геометрические характеристики пористой среды

а) **пористость.** Пористость понимается как общая и как эффективная. Коэффициент общей пористости — это отношение объема всех пор (V_n) к общему объему образца (V_0), т. е.

$$m_0 = \frac{V_n}{V_0} \quad \text{II(1)}$$

Коэффициент эффективной пористости — это отношение сообщающихся между собой пор ($V_{\text{пс}}$) к объему образца (V_0), т. е.

$$m = \frac{V_{\text{пс}}}{V_0} \quad \text{II(2)}$$

На практике в промышленных условиях используют такую характеристику как средняя пористость продуктивного пласта по всей залежи или по отдельному участку, которая определяется по следующим формулам.

Среднеарифметический коэффициент пористости

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{n} \quad \text{II(3)}$$

Коэффициент пористости, средневзвешенный по мощности h_i ,

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n m_i h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \quad \text{II(4)}$$

Коэффициент пористости, средневзвешенный по площади A_i ,

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n m_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad \text{II(5)}$$

Коэффициент пористости, средневзвешенный по объему,

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n m_i h_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i h_i} \quad \text{II(6)}$$

Здесь $i = 1, 2, 3, \dots, n$ — число скважин, в которых определялась пористость тем или иным методом (по керновому анализу, по данным гидродинамических и геофизических исследований и т. д.). Наиболее точным из указанных методов считается метод определения коэффициента пористости, средневзвешенного по объему. Коэффициент динамической пористости определяется формулой

$$m \frac{V_g}{V_0}; \quad \text{II(7)}$$

б) **удельная поверхность** — это отношение площади внутренних поверхностей (F) пор к единице объема материала (V), т. е.

$$S = \frac{F}{V}, \quad [S] = L^{-1} \quad \text{II(8)}$$

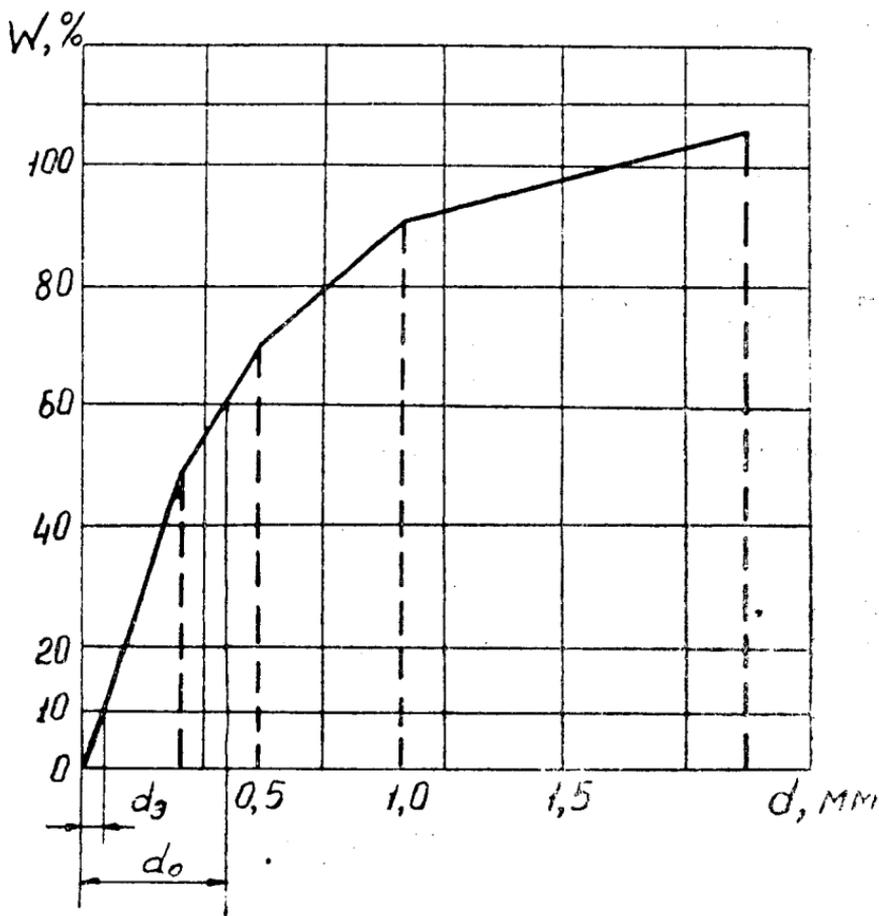


Рис. 2. Кривая механического анализа естественного грунта ($w\%$ — весовое количество фракции зерен диаметра d_i)

Ясно, что для материалов с мелкозернистой структурой удельная поверхность намного больше, чем для материалов с крупнозернистой структурой. Этот параметр является весьма важным при характеристике способности пористой среды пропускать через себя жидкости и газы. В количественном отношении удельная поверхность — величина значительная. Так, удельная поверхность 1 м^3 песка составляет $S = 10 \text{ тыс. м}^2$;

в) **эффективный диаметр частицы грунта.** В определении размера пор удобной мерой был бы диаметр пор. Однако этот термин имеет геометрический смысл только для среды, поры которой сферической формы, чего в природе не существует. Были попытки представить пористую среду, сложенную из трубок, параллельных друг другу. Эта попытка также не дала никакого эффекта. Наиболее подходящей характеристикой среды оказался так называемый эф-

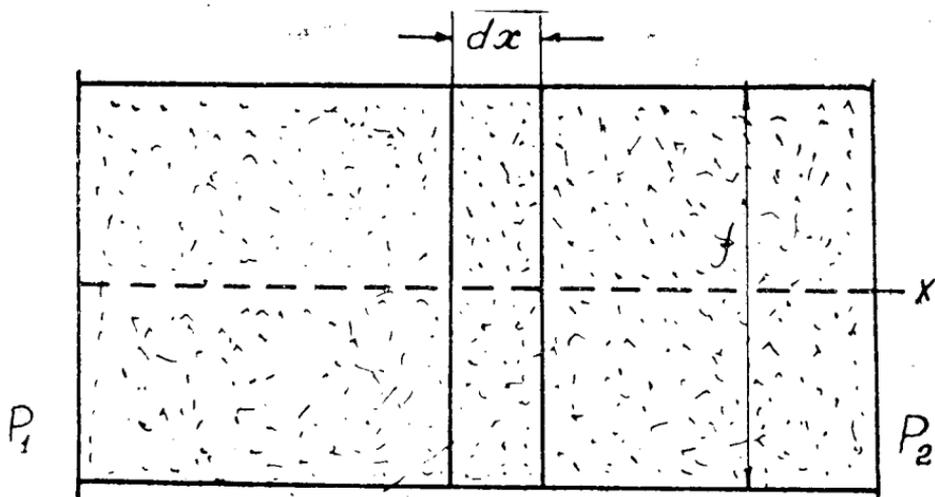


Рис. 3. Модель пористой среды (трубка тока постоянного сечения)

эффективный диаметр частиц, который определяется механическим анализом. В результате получают кривую фракционного состава (рис. 2.), по которой и определяют средний эффективный диаметр частиц, используя формулу

$$d_3 = \sqrt{\frac{\sum n_i d_i^3}{\sum n_i}}, \quad \text{II (9)}$$

где d_i — средний диаметр i фракции;

n — число частиц фракции. Этот диаметр является важной, но не исчерпывающей характеристикой, поскольку он дает представление только о размере зерна, но не учитывает шероховатости, схему укладки, извилистость и т. д.;

г) **извилистость** является в большей степени кинематической характеристикой, которая представляет относительную среднюю длину пути, пройденного жидкой частицей от стенки к стенке в поровом пространстве. Однако и этот параметр остается под сомнением;

д) **характерный размер l** пористой среды или масштаб породы, который определяется приблизительно как

$$l = \alpha \sqrt{\frac{\kappa}{m}}, \quad \text{II (10)}$$

где α — коэффициент, зависящий от структуры пористой среды, извилистости и т. д. Методы определения и измерения указанных геометрических характеристик описываются в курсе физики пласта.

2. Скорость фильтрации. Истинная или действительная средняя скорость движения частицы.

Рассмотрим модель пористой среды-пласта или так называемую трубку тока (рис. 3), площадь поперечного сечения которой f , давления на концах модели P_1 и P_2 . Пусть $P_1 > P_2$. Под действием разности давлений $\Delta P = P_1 - P_2$ жидкость начинает двигаться. Однако жидкость будет двигаться не через всю площадь сечения f , а только через площадь просветов f_{np} , которую называют живым сечением потока. Исходя из теории статистики, можно считать, что в любом сечении трубки f_{np} будет иметь одинаковое значение.

Если Q — объемный расход жидкости через модель с перепадом давления ΔP , тогда скорость фильтрации v определяется из соотношения

$$v = \frac{Q}{f} \quad \text{II(11)}$$

Очевидно, скорость фильтрации не является действительной средней скоростью движения в живом сечении. Последняя будет больше скорости фильтрации v и определится из отношения

$$v_g = \frac{Q}{f_{np}} > v \quad \text{II(12)}$$

Установим связь между v и v_g . Пусть dx — расстояние между двумя сечениями, dt — время, за которое жидкость из одного сечения переместилась в другое. Объем жидкости, вытесненной из области dx , можно определить из соотношения

$$dV = Qdt = mfdx$$

Отсюда следует:

$$\frac{Q}{f} = m \frac{dx}{dt} \quad \text{или} \quad v = mv_g \quad \text{II(13)}$$

Подставляя II(11), II(12) в II(13), получим

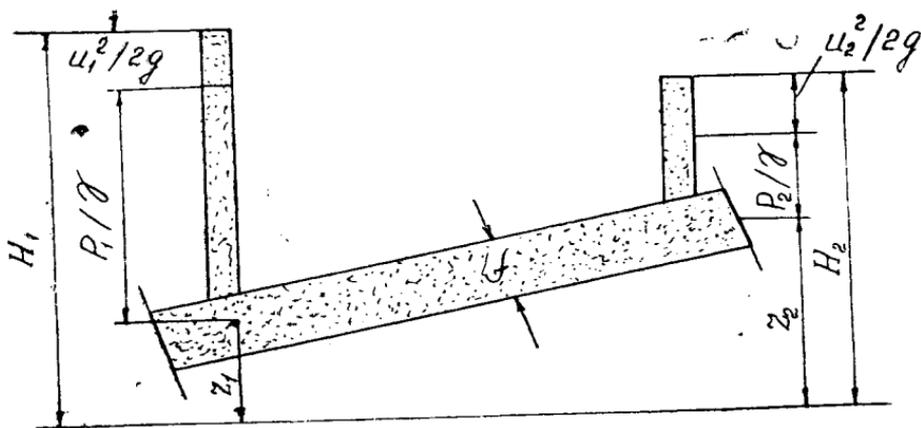
$$\frac{Q}{f} = m \frac{Q}{f_{np}} \quad \text{или} \quad \frac{f_{np}}{f} = m \quad \text{II(14)}$$

3. Линейный закон фильтрации Дарси. Коэффициент фильтрации и проницаемости

Одним из основных законов теории фильтрации является линейный закон Дарси (1856), объясняющий связь между потерей напора ($H_1 - H_2$) и объемным расходом Q жидкости, текущей в трубке тока поперечного сечения f (рис. 4).

Дарси установил, что расход жидкости через трубку с пористой средой прямо пропорционален потере напора и площади фильтрации f и обратно пропорционален длине трубки l , т. е.

$$Q = C \frac{H_1 - H_2}{l} f, \quad \text{II(15)}$$



Р и с. 4. Схема опыта Дарси

где

$$H = z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}, \quad \text{II(16)}$$

H — напор в любом сечении, Z — высота положения, $\frac{P}{\gamma}$ — пьезо-термическая высота, $\frac{v^2}{2g}$ — скоростной напор (высота), C — коэффициент фильтрации, γ — объемный вес жидкости. Скоростным напором обычно пренебрегают.

Потеря напора на единицу длины называется гидравлическим уклоном, т. е.

$$i = \frac{H_1 - H_2}{l} \quad \text{II(17)}$$

Таким образом,

$$Q = Cif \quad \text{или} \quad \frac{Q}{f} = v = Ci \quad \text{II(18)}$$

Так как i — безразмерная величина, коэффициент фильтрации имеет размерность скорости $[C] = \text{см/сек}$.

Коэффициент C характеризует как пористую среду, так и жидкость, а формулы II (18) и II (15) хорошо удовлетворяют теории фильтрации воды. В теории фильтрации нефти и газа закон Дарси записывается по-иному:

$$Q = \frac{k\gamma}{\mu} \cdot \frac{\Delta H}{l} f \quad \text{II(19)}$$

$$Q = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\Delta P}{l} f \quad \text{II(19')}$$

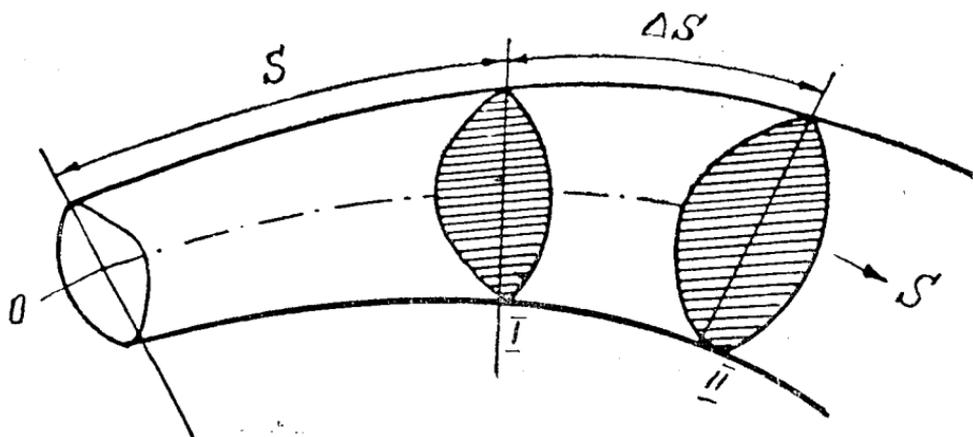


Рис. 5. Фильтрационный поток по схеме трубки тока переменного сечения

Здесь κ — коэффициент проницаемости, μ — коэффициент абсолютной вязкости, $P = \gamma H$ — приведенное давление.

Сравнивая II (19) и II (19'), находим связь

$$C = \frac{\kappa \gamma}{\mu} \quad \text{II (20)}$$

Закон Дарси может быть записан и в дифференциальной форме. Возьмем трубку тока переменного сечения (рис. 5). Отсчет будем вести от точки O . Проведем два сечения на расстоянии S и dS от начала отсчета. В общем случае имеем $H = H(S, t)$, для установившегося движения $H = H(S)$. Таким образом, если в 1-ом сечении $H_1 = H(S)$, то во 2-ом сечении $H_2 = H(S + dS) = H(S) + \frac{dH}{dS} dS$. Учитывая значения H_1 и H_2 и подставляя в II (15), находим

$$v = \frac{Q}{f} = -C \frac{dH}{dS} \quad \text{II (21)}$$

или в векторной форме $\vec{V} = -C \text{grad} H$. II (22)

Учитывая II (20), из II (21) в частных производных получаем

$$v = -\frac{\kappa \gamma}{\mu} \cdot \frac{\partial H}{\partial S} \quad \text{или} \quad v = -\frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial S} \quad \text{II (23)}$$

Величину P/S принято называть градиентом давления.

Через потенциал скорости фильтрации Φ закон Дарси записывается в виде

$$v = - \frac{\partial \Phi}{\partial S}, \quad \text{II (24)}$$

где
$$\Phi = \frac{\kappa}{\mu} P = CH \quad \text{II (25)}$$

Определим размерность коэффициента проницаемости K .

Используя формулу II (20), имеем

$$[K] = \frac{[C] \cdot [\mu]}{[\gamma]} = \frac{\frac{\text{см}}{\text{сек}} \cdot \frac{\text{г}}{\text{см} \cdot \text{сек}}}{\frac{\text{г} \cdot \text{см}}{\text{сек}^2 \cdot \text{см}^3}} = \text{см}^2$$

Здесь K имеет размерность в физической системе единиц. В технической системе единиц $[K] = \text{М}^2$. Общепринятой размерностью коэффициента проницаемости является *дарси*. Тогда необходимо принимать в формулах: $[Q] = \text{см}^3/\text{сек}$, $[\mu] = \text{спз}$, $[P] = \text{кг}/\text{см}^2$, $[l] = \text{см}$, $[f] = \text{см}^2$. Это так называемая смешанная система единиц.

Установим связь между единицами измерения проницаемости в смешанной и физической системах. Пусть $Q = 1 \text{ см}^3/\text{сек}$, $\mu = 1 \text{ спз} = 0,01 \frac{\text{г}}{\text{см} \cdot \text{сек}}$, $l = 1 \text{ см}$, $\Delta P = 1 \text{ атм} = 1 \text{ кг}/\text{см}^2 = 981000 \text{ дн}/\text{см}^2 = 981 \times 10^3 \frac{\text{г} \cdot \text{см}}{\text{сек}^2 \cdot \text{см}^2}$, $f = 1 \text{ см}^2$.

Тогда из формулы II (19) следует:

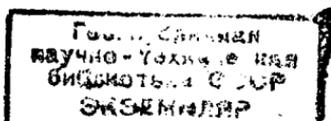
$$K = 1,02 \times 10^{-8} \text{ см}^2 = 1 \text{ дарси.}$$

Тысячная доля дарси называется миллидарси. Проницаемость песчаных коллекторов обычно находится в пределах $K = 100 \div \div 1000 \text{ мд}$.

Однако возможны и значительные отклонения. Крайне малой проницаемостью обладают глины (тысячные доли *мд*). Пористость песчаных коллекторов колеблется в пределах $m = 0,18 \div 0,22$. Эти величины являются наиболее вероятными. Возможны и отклонения.

В соответствии с системой *Si* проницаемость в 1 *дарси* составляет $1,02 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$.

Следует отметить, что структура многих пористых материалов обладает направленностью, т. е. не всегда образец породы (керна) имеет одинаковую проницаемость по всем направлениям. Это свойство называется анизотропностью пласта. Таким образом, можно



дать следующее определение проницаемости. Проницаемость — это свойство пористой среды, характеризующее его способность пропускать через себя жидкости и газы под действием приложенного градиента давления.

В лабораторных условиях проницаемость кернов определяют как по жидкости, так и по газу (воздуху). Последнее определение является общепринятым и наиболее точным, т. к. воздух (газ) не вступает так интенсивно в физико-химические взаимодействия с пористой средой, как жидкости. Это взаимодействие со временем уменьшает скорость фильтрации и, следовательно, занижает коэффициент проницаемости.

Т а б л и ц а 1

Наименование единиц	Метрические единицы	Единицы SI
Длина	1 <i>мк</i> (<i>микрон</i>)	1 <i>мкм</i> (<i>микрометр</i>) = $10^{-6} м.$
Масса	1 <i>т</i> (<i>тонна</i>)	$10^3 кг$
Сила	1 <i>кГ</i>	9,80665 <i>н</i> (<i>ньютон</i>)
	1 <i>дина</i>	$10^{-5} н$ (<i>ньютон</i>)
Плотность	1 <i>т/м³</i>	
	1 <i>кг/дм³</i>	$1000 кг/м^3$
	1 <i>г/см³</i>	
Удельный объем	1 <i>м³/т</i>	
	1 <i>дм³/кг</i>	$10^{-3} м^3/кг$
	1 <i>см³/г</i>	
Давление	1 <i>бар</i>	$10^5 н/м^2$
	1 <i>м/бар</i>	$100 н/м^2$
	1 <i>мкбар</i>	$0,1 н/м^2$
	1 <i>атм</i> = $1 кГ/см^2$	$0,980665 бар = 98066,5 н/м^2$
Динамическая вязкость	1 <i>пуаз</i>	$0,1 н \cdot сек/м^2$
	1 <i>сантипуаз</i>	$10^{-3} н \cdot сек/м^2$
Кинематическая вязкость	1 <i>стокс</i>	$10^{-4} м^2/сек$
	1 <i>сантистокс</i>	$10^{-6} м^2/сек$

Однако следует помнить, что для фильтрации газов не всегда сохраняется закон Дарси, что также приведет к некоторой ошибке в определении k .

Кроме лабораторных методов определения проницаемости пород, в настоящее время разработан ряд гидродинамических методов по промысловым исследованиям при установившихся режимах работы скважин.

4. Нарушение линейного закона фильтрации при больших и малых скоростях. Пределы применимости закона Дарси

а) Нарушение линейного закона при больших скоростях

Многочисленными экспериментами установлено, что при повышенных скоростях движения закон Дарси нарушается. Критерием справедливости закона Дарси служит число Рейнольдса.

$$Re_c = \frac{va\rho}{\mu}, \quad \text{II(26)}$$

где v — характерная скорость течения;

ρ — плотность жидкости;

μ — коэффициент вязкости жидкости;

a — характерный размер пористой среды, который разные авторы определяют по-разному. Если число Рейнольдса, определенное по формуле II (26), не превосходит некоторого критического значения $Re_{кр}$, то закон Дарси сохраняется, т. е. линейная зависимость между расходом и потерей напора соблюдается. Целью всех экспериментов было установление этого критерия. Первые работы, посвященные этому исследованию, принадлежат ак. Н. Н. Павловскому и американским авторам Фенчеру, Люису и Бёрнсу (Fanchig, Lewis and Barnes, 1933). Для обработки опытных данных они использовали формулу

$$\lambda = \frac{a \Delta p}{2l\rho v^2} \quad \text{II(27)}$$

Здесь λ — коэффициент гидравлических сопротивлений. Формула II (27) может быть формально получена из известной формулы Дарси-Вейсбаха для потерь напора в круглой трубе с некоторой модификацией. Эксперименты проводились с 27 образцами при фильтрации различных жидкостей и газов в сцементированных и несцементированных песчаниках. За линейный параметр приняли

$$a = \frac{d_{3\phi}}{4}$$

В результате обработки опытных данных были получены графические зависимости вида, показанного на рис. 6.

Критические числа оказались в пределах $1 \leq Re_{кр} \leq 14$, т. е. в этой зоне происходит искривление прямой (линейность закона Дарси нарушается.).

Академик Павловский за линейный размер принял

$$a = \frac{d_{3\phi}}{0,75m + 0,23}$$

и получил $7,5 \leq Re_{кр} < 9$. В. Н. Щелкачев, обработав данные Н. Н. Павловского, получил $1 \leq Re_{кр} \leq 12$ при

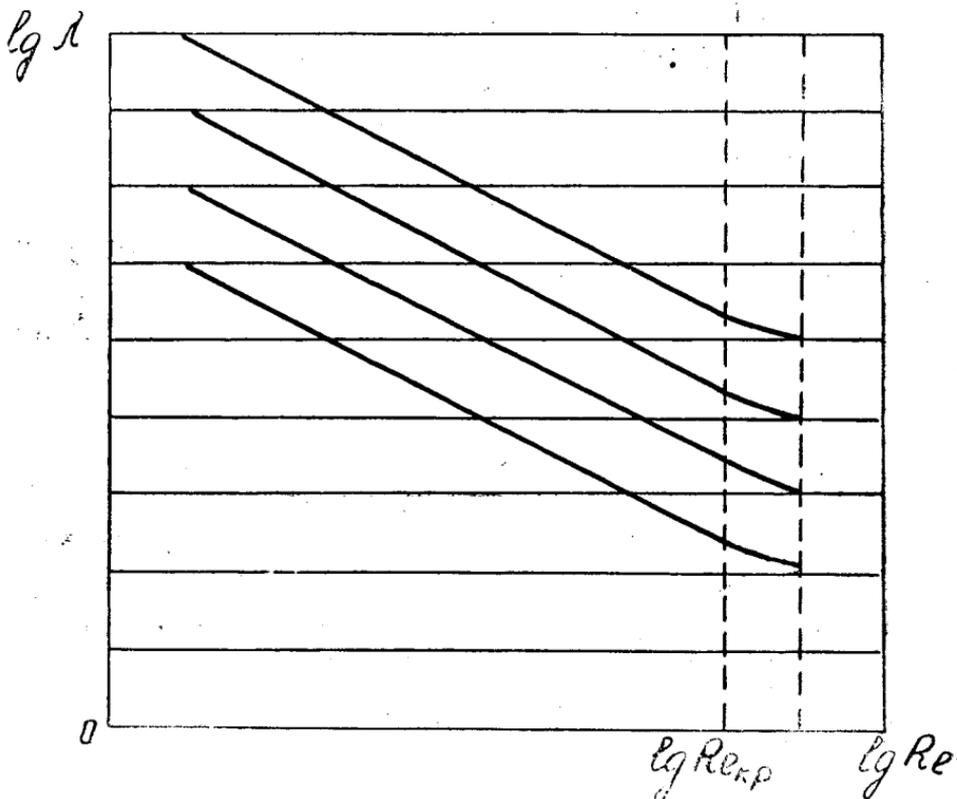


Рис. 6. Результаты опытов по установлению критических чисел Рейнольдса ($Re_{кр}$)

$$a = \frac{10 \sqrt{\kappa}}{m^{2,3}}$$

М. Д. Миллионщиков принял в качестве $a = \sqrt{\frac{\kappa}{m}}$ так называемый масштаб породы и получил $0,022 \leq Re_{кр} \leq 0,29$. Е. М. Минский обработал результаты опытов американских авторов по двухчленной формуле

$$\lambda = \frac{A}{Re} + B, \quad \text{II(28)}$$

где A и B — постоянные коэффициенты, определяемые из опытов. При малых числах Re первый член является доминирующим ($B \approx 0$) и имеет место линейный закон фильтрации. При больших числах Re будем иметь $\lambda \approx B = \text{const}$, т. е. квадратичный закон.

Вопросам применимости закона Дарси посвящены также работы М. Маскета, А. И. Абдулвагабова, Г. Ф. Требина, Н. П. Лебединца и других исследователей.

Заметим, что нарушение закона Дарси еще не означает нарушения ламинарности течения. Опыты Линдквиста и других исследователей показывают, что нарушение ламинарности происходит при числах Re гораздо больших, чем $Re_{кр}$. Причиной нарушения закона Дарси является проявление роли сил инерции, а причиной нарушения ламинарности является проявление турбулентности потока при достаточно больших скоростях движения.

б) Нарушение линейного закона при малых скоростях. Экспериментальные исследования последних лет показали, что нарушение линейности закона фильтрации происходит и при малых скоростях. При этом отмечается, что движение некоторых пластовых жидкостей, обладающих реологическими свойствами (структурной вязкостью и начальным напряжением сдвига), начинается лишь при градиенте давления, превышающем некоторую критическую величину δ , называемую предельным градиентом давления сдвига. В этом случае фильтрация не подчиняется закону Дарси и описывается так называемым обобщенным уравнением Дарси с предельным градиентом

$$\text{grad } p = - \frac{\mu}{\kappa} \vec{u} - \delta \frac{\vec{u}}{u} x \quad \text{II(29)}$$

Легко видеть, если $\delta = 0$ (жидкость ньютоновская), то из II (29) следует известный закон Дарси в векторной форме.

Обобщенный закон Дарси можно записать в другой форме, например:

$$\vec{u} = - \frac{\kappa}{\eta(\tau_0)} \text{grad } p, \quad \text{II(30)}$$

где η — структурная вязкость жидкости как функция динамического напряжения сдвига τ_0 . В развернутом виде уравнение II (30) представляется как

$$\vec{u} = - \text{grad} \frac{\kappa}{\eta(i_0)} p + p \text{grad} \frac{\kappa}{\eta(\tau_0)} \quad \text{II(31)}$$

Связь между δ и $\eta(\tau_0)$ может быть установлена из уравнений II (29) и II (31). Тогда, оценивая второе слагаемое в II (31), в некоторых случаях получим упрощенное выражение для обобщенного закона Дарси, т. е.

$$\vec{u} \approx - \text{grad} \frac{\kappa}{\eta(\tau_0)} p = - \text{grad } \Phi \quad \text{II(32)}$$

При таком законе краевые задачи теории фильтрации поддаются решению. Если принять $\eta(\tau_0) = \mu$, то из II (32) или II (30) следует закон Дарси для фильтрации обычной вязкой (ньютоновской) жидкости. Обобщенный закон Дарси свидетельствует об аналогии движения вязких и вязко-пластичных жидкостей в капиллярах и пористой среде.

в) Обобщенная интерпретация законов фильтрации. Итак, движения жидкостей и газов в пористых средах; как и в трубопроводах, принято делить на линейные и нелинейные. При решении различных задач подземной гидродинамики для случаев нелинейной фильтрации за основу обычно берут формулу Дарси, в которой градиент давления возводится в некоторый показатель степени, или линейный закон фильтрации представляют двучленной формулой вида II (28), одно из слагаемых которой также выражает закон Дарси. Существуют также и одночленные нестепенные формулы вида II (27), выражающие нелинейный закон фильтрации, где вводится некоторый коэффициент фильтрационного сопротивления λ как функция числа Рейнольдса Re .

Существуют различные способы подхода к выводу формул, описывающих нелинейные законы фильтрации. Наиболее распространенными оказались способы, основанные на теории подобия и теории размерностей. Наиболее удачной характеристикой режима фильтрации считается параметр Дарси (Da), введенный В. Н. Щелкачевым (1946).

Здесь мы не будем приводить и повторять те многочисленные формулы, которые описывают нелинейные законы фильтрации, а дадим обобщенную интерпретацию законов фильтрации, исходя из формулы II (32), которую запишем в виде:

$$v = \frac{1}{\lambda^*(R_c^*)} \cdot \frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \quad \text{II(33)}$$

Мы ввели некоторый коэффициент λ^* как функцию скорости фильтрации, а также как функцию, зависящую от структуры пористой среды, пористости и т. д., т. е., другими словами, как функцию обобщенного критерия Рейнольдса R_c^* .

Ясно, что формула II (33) является обобщенным законом фильтрации. На самом деле, для линейного закона фильтрации должно быть $R_c^* = 1$ и из II (33) следует линейный закон Дарси. Для нелинейного закона фильтрации $\lambda^* > 1$. Таким образом, коэффициент λ^* показывает степень отклонения от линейного закона фильтрации. Если проинтегрировать уравнение II (33), то получим

$$\lambda^* = \frac{\kappa \cdot \Delta p}{\mu \cdot v \cdot L} = \frac{\kappa \cdot F \cdot \Delta p}{Q \cdot \mu \cdot L} = \frac{1}{Da} \quad \text{II(34)}$$

Как видим, λ является обратной величиной параметра Дарси, т. е. представляет собой безразмерный параметр Лагранжа.

Во многих исследованиях обработка экспериментальных результатов по фильтрации жидкостей производилась по формуле вида II (27).

Принятие заведомо квадратичного закона сопротивления от скорости фильтрации по аналогии с движением жидкостей в трубах

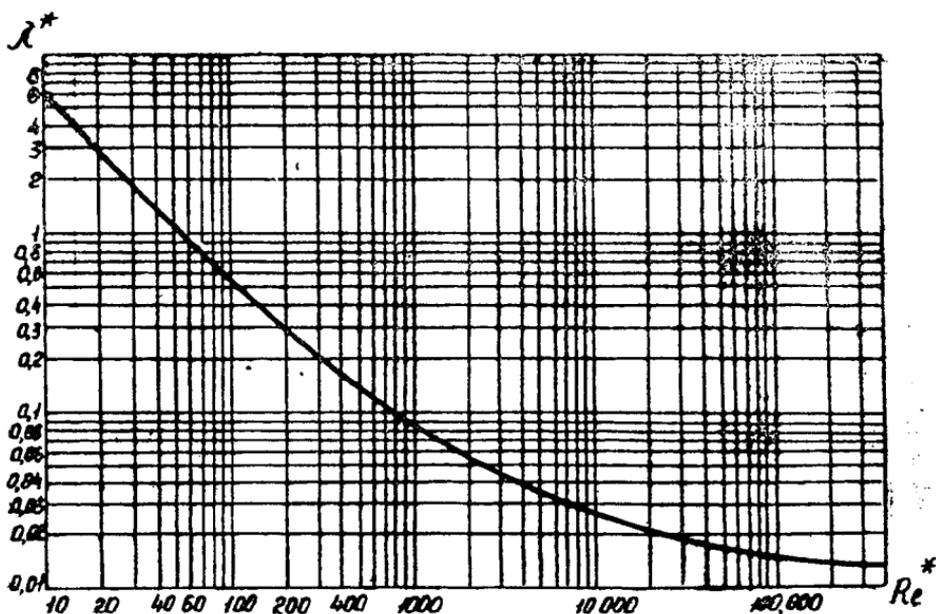


Рис. 7. Универсальная зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от обобщенного критерия Рейнольдса Re^*

привело к тому, что в диапазоне линейного закона фильтрации с увеличением скорости фильтрации коэффициент λ уменьшается. Это вносит в закон Дарси излишнее усложнение. Величина коэффициента λ , определенная на основе обработки экспериментальных данных по формуле II (27), может меняться в огромном диапазоне: от 10 до 10^6 .

Попытка получить универсальную характеристику для всех образцов пористых сред, исходя из формулы II (27), делалась многими авторами, но оказывалась безуспешной.

Существенные достижения в этой области достигнуты А. И. Абдулгабовым, выполнившим наиболее полные экспериментальные исследования по установлению верхней границы применимости закона Дарси. Однако диапазон изменения критического числа Re_c для различных образцов пористых сред оказался весьма широк. Здесь так же, как и в ранних исследованиях, экспериментальная обработка зависимости $\lambda = f(R_e)$ в логарифмических координатах дает единую прямую для разных сред в линейной области и разветвленную ветвь кривых в области нелинейной фильтрации.

Впервые универсальную кривую в координатах Da, R_c^* ($R_c^* = v_r K C' / \nu$, C' — коэффициент пропорциональности, характеризующий пористую среду и имеющий размерность L^{-1}) удалось получить Н. П. Лебединцу [10] из экспериментальных данных Г. Ф. Требина. При этом параметр Da меняется, сравнительно с коэффициентом λ , в очень узком диапазоне: от 1 до 0,05, что соот-

ветствует изменению параметра Лагранжа от 1 до 20. Верхнее значение критического числа R_e , судя по графику [10], может быть принято $R_{\text{кр}}^* = 0,03 \div 0,04$. Зависимость $\lambda = f(R_e^*)$ (рис. 7.) дана в [11]. При интерпретации закона фильтрации в обобщенной форме II (33) для линейной области нет никакой необходимости специально определять параметр λ^* , т. к. во всем диапазоне существования линейного закона $\lambda^* = 1$.

Некоторые обобщения аналогичных закономерностей (введение параметра Лагранжа λ^* и обобщенного критерия Рейнольдса R_e^*) для процессов изотермического и неизотермического движения газа, газированных ньютоновских и неньютоновских (глицистых растворов) жидкостей в трубах сделаны в работах [15; 18 и др.].

III. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ ОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ

1. Дифференциальные уравнения изотермической фильтрации без учета массовых сил. Уравнение Лапласа]

Для характеристики неустановившегося движения (т. е. когда скорости фильтрации, дебиты меняются со временем) оказывается необходимым использовать методы математической физики, основанные на составлении и интегрировании дифференциальных уравнений. При фильтрации однородной жидкости неизвестными функциями являются: 1) давление P в любой точке пористой среды; 2) плотность ρ жидкости; 3) вектор скорости фильтрации v , представленный 3-мя компонентами по координатным осям; 4) m — пористость; 5) температура среды $T_{\text{ср}}$; 6) температура жидкости $T_{\text{ж}}$. Таким образом, имеем 8 неизвестных функций. Но ввиду малых скоростей фильтрации в пласте движение остается практически изотермическим, поэтому число неизвестных сокращается до шести.

Итак, мы установили шесть неизвестных функций. Перейдем к их выводу. Введем уравнения фильтрации как обобщение закона Дарси, который в векторной форме, как это было показано раньше, имеет вид:

$$\vec{v} = -\frac{\kappa}{\mu} \text{grad } p = -\text{grad } \Phi \quad \text{III(1)}$$

При такой записи массовыми силами для сжимаемой жидкости пренебрегаем. Уравнение неразрывности (сплошности) фильтрации жидкости в пористой среде записывается в виде:

$$\frac{\partial(\rho m)}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad \text{III(2)}$$

Для сплошного потока жидкости, например, в трубе, $m = 0$, имеем:

$$\Delta^2(\rho \vec{v}) = \text{div}(\rho \vec{v}) = \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad \text{III(3)}$$

Здесь $\vec{\rho v}$ — вектор массовой скорости фильтрации.

Если спроектировать вектор скорости фильтрации \vec{v} на координатные оси, то модули составляющих векторов запишутся в виде

$$\begin{aligned} u &= -\frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ v &= -\frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ w &= -\frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{aligned} \quad \text{III(4)}$$

Выражение III (4) представляет собой уравнения движения жидкости в пористой среде. Чтобы система уравнений была замкнутой, необходимо добавить уравнение состояния

$$\rho = \rho(p, T) \quad \text{III(5)}$$

При изотермическом процессе ($T = \text{const}$) имеем:
для несжимаемой жидкости

$$\rho = \text{const}; \quad \text{III(5')}$$

для упругой жидкости

$$\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{p - p_0}{K_0}\right); \quad \text{III(5'')}$$

для реальных газов

$$\frac{p}{T} = Z \cdot R \cdot T, \quad \text{III(5''')}$$

где Z — коэффициент сжимаемости (для идеальных газов $Z = 1$);

R — газовая постоянная;

T — температура;

p, p_0 — давления, соответствующие значениям плотности ρ и ρ_0 ;

K_0 — модуль упругости жидкости.

Пористость является функцией давления

$$m = m(\rho) \quad \text{III(6)}$$

Считают, что для реальных пластов изменение пористости подчиняется закону Гука

$$m = m_0 + \frac{p - p_0}{K_c}, \quad \text{III(6')}$$

где K_c — модуль упругости пористой среды.

2. Вывод дифференциальных уравнений движения жидкости в пористой среде из дифференциальных уравнений Эйлера

Вывод таких уравнений дал Жуковский. Лейбензон составил наиболее общие уравнения движения жидкости в пористой среде по линейному и по нелинейному закону фильтрации. Из общей гидравлики для идеальной жидкости известны следующие уравнения Эйлера:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \quad \text{III(12)}$$

где u, v, w — проекции вектора скорости на координатные оси;
 X, Y, Z — проекции вектора массовых сил, отнесенные к единице массы.

Жуковский предложил отнести силы трения между жидкостью и твердыми частицами к особой категории и назвал их массовыми силами сопротивления. Таким образом, хотя силы трения по своей физической природе являются поверхностными, но мы их считаем массовыми, т. к. твердые частицы распределены во всем потоке жидкости. При таких условиях можно пользоваться уравнениями Эйлера для идеальной жидкости, полагая

$$\begin{aligned} X &= X_1 + X_2 \\ Y &= Y_1 + Y_2 \\ Z &= Z_1 + Z_2, \end{aligned} \quad \text{III(13)}$$

где X_1, Y_1, Z_1 — проекции вектора внешних массовых сил;

X_2, Y_2, Z_2 — проекции вектора массовых сил сопротивления. Ввиду малых скоростей левые части уравнений Эйлера, так называемые инерционные члены, приравниваются нулю. Тогда получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} - \rho X_1 - \rho X_2 &= 0 \\ \frac{\partial p}{\partial y} - \rho Y_1 - \rho Y_2 &= 0 \\ \frac{\partial p}{\partial z} - \rho Z_1 - \rho Z_2 &= 0 \end{aligned} \quad \text{III(14)}$$

Из сравнения с законом фильтрации Дарси следует, что массовые силы сопротивления $\rho X_2, \rho Y_2, \rho Z_2$ пропорциональны и противополо-

ложны по знаку проекциям вектора скорости фильтрации и записываются следующим образом:

$$\rho X_2 = - \frac{\mu}{\kappa} u \quad \text{III(15)}$$

$$\rho Y_2 = - \frac{\mu}{\kappa} v$$

$$\rho Z_2 = - \frac{\mu}{\kappa} w$$

Подставив III (15) в III ((14), получим

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\kappa} u - \rho X_1 = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\kappa} v - \rho Y_1 = 0 \quad \text{III(16)}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\kappa} w - \rho Z_1 = 0$$

Когда внешней массовой силой является сила тяжести, то $X_1 = 0$, $Y_1 = 0$, а $Z_1 = -g$ (g — ускорение силы тяжести). Для точечной единичной массы проекции массовых сил X_1 , Y_1 , Z_1 равны проекциям ускорения и уравнения III (16) принимают вид:

$$u = - \frac{\kappa}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$v = - \frac{\kappa}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \quad \text{III(17)}$$

$$w = - \frac{\kappa}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \gamma \right),$$

где $\gamma = \rho g$ — объемный вес жидкости.

В случае больших скоростей фильтрации инерционными членами в уравнениях III (12) пренебрегать нельзя. Решения уравнений усложняются.

При нелинейном законе фильтрации массовые силы сопротивления являются нелинейными функциями компонентов скорости фильтрации. Решения таких уравнений рассматриваются в специальной литературе.

IV. УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В НЕДЕФОРМИРУЕМОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ. ПРИТОК К СТОКУ И ИСТОЧНИКУ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ

Движение называется плоским, когда элементы движения, скорость и давление, зависят только от одной координаты на плоскости и в любой плоскости, параллельно данной, картина скоростей и давлений будет одинакова. Примерами плоского движения галереи являются приток к совершенной скважине и приток к галерее.

Движение называется пространственным, когда элементы движения зависят от трех координат: r , z и α — полярного угла. Примером пространственного движения может служить приток к несовершенной скважине. Установившийся фильтрационный поток считается одномерным, если давление (потенциал) является функцией только одной координаты. Существуют три вида одномерного потока: 1) прямолинейно-параллельное движение (приток к галерее в полосообразном пласте, рис. 8.); 2) плоско-радиальное движение (приток к совершенной скважине, расположенной в центре цилиндрического пласта, рис. 9); 3) сферически-радиальный поток (приток к скважине, вскрывшей пласт в кровле пласта большой мощности, рис. 13).

1. Напорный приток к дренажной галерее. Время движения частиц

Принимается: движение жидкости прямолинейное, жидкость несжимаемая, фильтрация установившаяся. P_1 и P_2 — давления в сечениях I и II, причем $P_1 > P_2$; h — мощность пласта; B — ширина галереи.

В соответствии с законом Дарси расход жидкости (нефти) через галерею запишется формулой

$$Q = \frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{P_1 - P_2}{L} \cdot B \cdot h \quad \text{IV(1)}$$

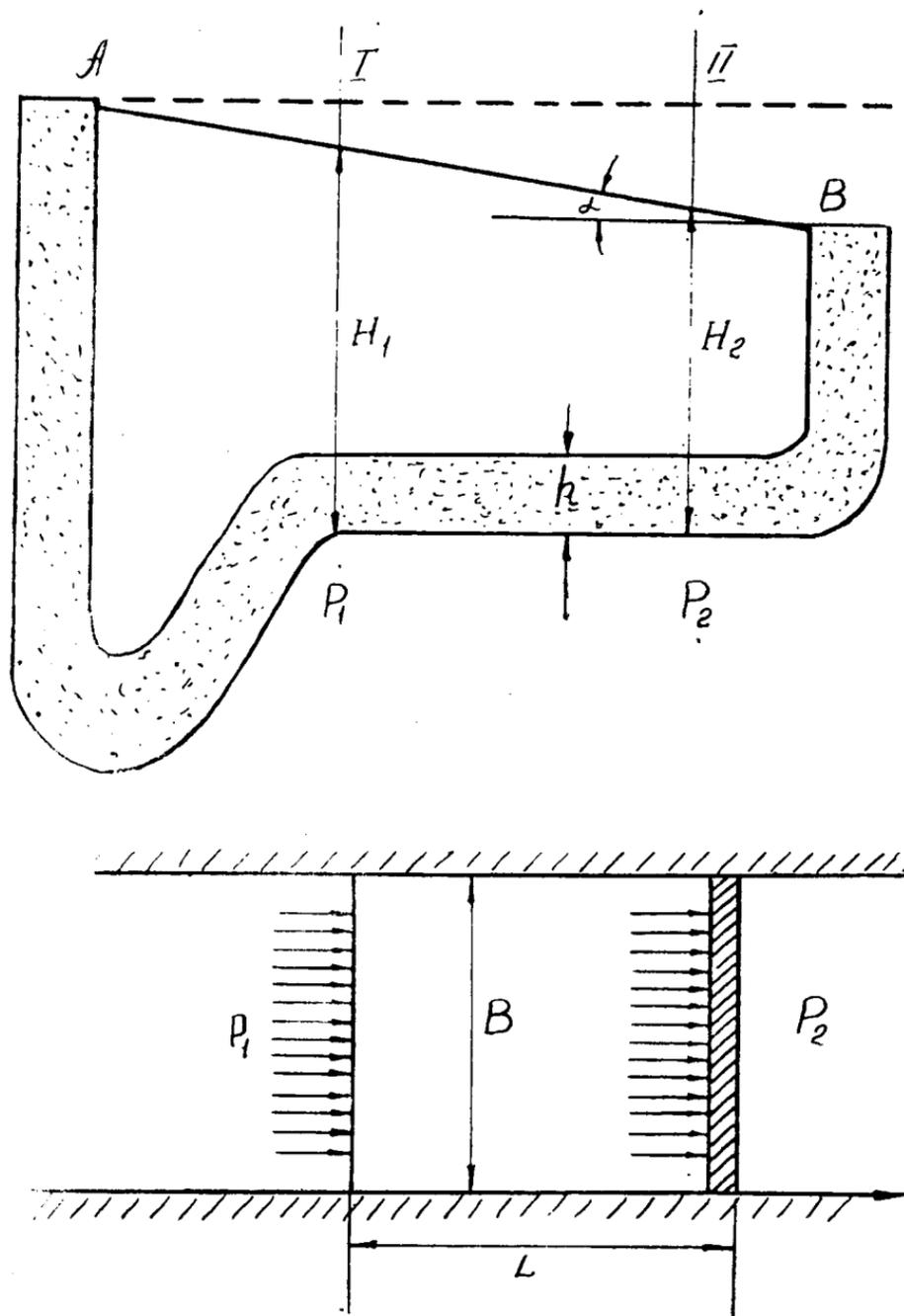


Рис. 8. Схема притока к дренажной галерее

Если $V = \frac{Q}{f} = \frac{Q}{sh}$ есть скорость фильтрации, то истинная (действительная) скорость движения V_g определится согласно II(13) формулой

$$v_g = \frac{\kappa}{\mu m} \cdot \frac{\Delta p}{L}, \quad \Delta p = p_1 - p_2 \quad \text{IV(2)}$$

Время продвижения частицы жидкости на участке x , очевидно, запишется формулой

$$t = \frac{x}{v_g} = \frac{\mu m}{\kappa} \cdot \frac{Lx}{\Delta p} \quad \text{IV(3)}$$

Время движения частицы от сечения I до сечения II определится при $X = L$, т. е.

$$T = \frac{\mu m}{\kappa} \cdot \frac{L^2}{\Delta p} \quad \text{IV(4)}$$

Поверхностью депрессии в этом случае является наклонная плоскость AC (рис. 8).

2. Плоскорадиальное движение. Приток к совершенной скважине, расположенной в центре кругового пласта

Примем следующие обозначения:

H_k — постоянный напор на круговом контуре питания;

H_c — напор на забое скважины;

H — напор в любой точке пласта на расстоянии r от скважины;

P_k, P_c, P — приведенные давления на контуре питания, на забое и на расстоянии r соответственно.

Если фильтрация происходит через всю цилиндрическую поверхность $f = 2\pi r_c h$, то скважина называется гидродинамически совершенной по характеру вскрытия. Наша задача определить расход жидкости, закон распределения давления, форму депрессионной поверхности, время движения частицы и форму индикаторной кривой.

Вырежем мысленно элементарную радиальную струйку (рис. 9). Замечаем, что $S = R_k - r$, а $dS = -dr$. С учетом этого закон Дарси в дифференциальной форме запишется как

$$v = -C \frac{dH}{dS} = C \frac{dH}{dr} \quad \text{IV(5)}$$

или

$$v = \frac{\kappa}{\mu} \cdot \frac{dp}{dr}$$

Но так как

$$Q = 2\pi r h v = f v, \quad \text{то}$$

$$Q = 2\pi r h C \frac{dH}{dr} \quad \text{IV(6)}$$

$$Q = 2\pi r h \frac{\kappa}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

Разделяя переменные и интегрируя в соответствующих пределах, получим

$$\int_{H_k}^H dH = \frac{Q}{2\pi Ch} \cdot \int_{R_k}^r \frac{dr}{r}, \quad \text{IV(7)}$$

откуда имеем

$$H = H_k - \frac{Q}{2\pi Ch} \cdot \ln \frac{R_k}{r} \quad \text{IV(8)}$$

или

$$p = p_k - \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_k}{r} \quad \text{IV(8')}$$

Получили уравнения логарифмической кривой. Таким образом, пьезометрическая поверхность представляет собой поверхность вращения логарифмической кривой.

Интегрируя уравнение IV (7) в пределах от H_c до H и от r_c до r , получим другое выражение для распределения давления (напора)

$$H = H_c + \frac{Q}{2\pi Ch} \cdot \ln \frac{r}{r_c} \quad \text{IV(9)}$$

$$p = p_c + \frac{Q\mu}{2\pi kh} \cdot \ln \frac{r}{r_c} \quad \text{I (9')}$$

При $r = r_c$ имеем $H = H_c$ и $P = P_c$. Тогда из IV (8) и IV (8') следует

$$Q = 2\pi Ch \frac{H_k - H_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} = \frac{2\pi kh}{\mu} \cdot \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \quad \text{IV(10)}$$

Получили формулу Дюпюи для расхода. Подставляя IV (10) в IV (8) и IV (8'), находим

$$H = H_k - \Delta H \frac{\ln \frac{R_k}{r}}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \quad \text{IV(11)}$$

$$p = p_k - \Delta p \frac{\ln \frac{R_k}{r}}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \quad \text{IV(11')}$$

Таким образом, пьезометрическая поверхность или «воронка депрессии» (рис. 9) может быть построена по формулам IV (8), IV (9) и IV (11). Заметим, если пьезометрическая поверхность жидкости

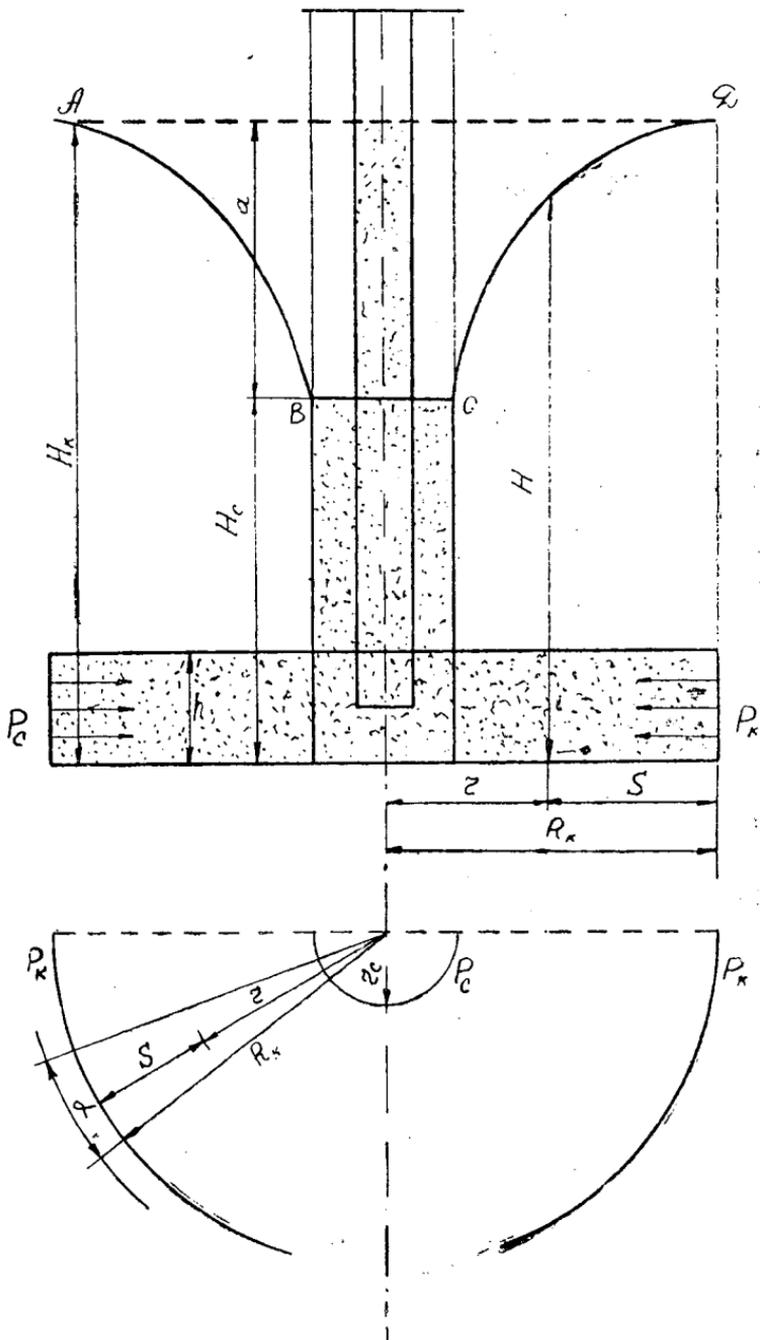


Рис. 9. Схема плоскорадиального притока жидкости в пласте (приток к совершенной скважине)

в пласте выше, чем поверхность земли, то скважина будет фонтанировать. При отсутствии отбора пьезометрическая поверхность занимает положение АД (рис. 9) и во всех точках пласта давление при этом одинаково. В случае отбора статический уровень в скважине понижается на величину a (рис. 9) и устанавливается так называемый динамический уровень.

Формулу IV (10) можно записать в виде

$$Q = K \Delta p = K (p_k - p_c), \quad \text{IV}(10')$$

где

$$K = \frac{2\pi kh}{\mu \cdot \ln \frac{R_k}{r_c}} \quad \text{IV}(12)$$

Здесь K принято называть коэффициентом продуктивности скважины. Размерность: $[K] = \frac{[Q]}{[\Delta P]} = \frac{\text{м}^3/\text{сут}}{\text{атм}}$. При $\Delta P = 1 \text{ атм}$ имеем $K = Q$, т. е. коэффициент продуктивности выражает дебит на 1 атм перепада давления.

Согласно IV (10') зависимость между Q и ΔP является линейной и графически выражается прямой (рис. 10). В практике эта зависимость называется индикаторной кривой и снимается она при исследовании скважин методом пробных откачек, т. е. при установившихся отборах. Индикаторная кривая характеризует продуктивность скважины, режим фильтрации и помогает устанавливать режим работы скважины.

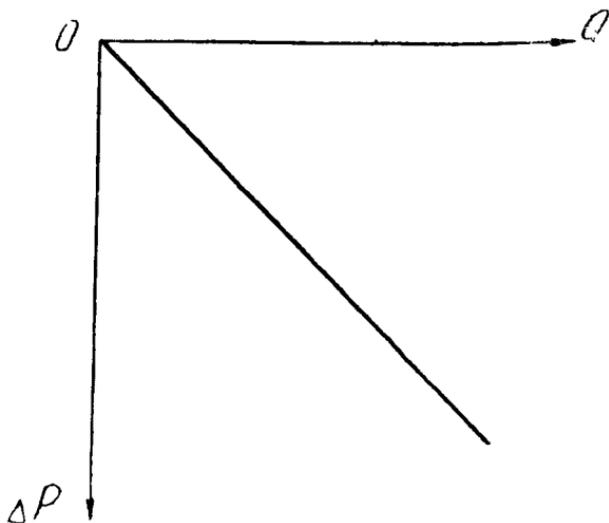


Рис. 10. Индикаторная кривая «дебит — депрессия» при фильтрации несжимаемой жидкости по линейному закону Дарси

3. Время движения частицы жидкости, движущейся по радиусу от контура питания к скважине

Истинная скорость движения в точке N (рис. 9) будет равна

$$u = \frac{v}{m} = \frac{Q}{2\pi r h m} = - \frac{dr}{dt} \quad \text{IV(13)}$$

Здесь принят знак ($-$), т. к. функция dr убывающая. Разделив переменные и проинтегрировав, получим

$$\frac{Qt}{2\pi h m} = - \frac{r^2}{2} + \text{const} \quad \text{IV(14)}$$

При $t = 0$ $r = R_k$, т. е.

$$\text{const} = \frac{R_k^2}{2} \quad \text{IV(15)}$$

Тогда

$$\frac{Qt}{\pi h m} = R_k^2 - r^2 \quad \text{IV(16)}$$

Получили формулу закона движения частицы. При $r = r_c$ получим время прохождения частицы от точки N до забоя скважины.

4. Стоки и источники на плоскости

Вводя удельный расход $q = \frac{Q}{h}$ и учитывая, что $dS = -dr$, скорость фильтрации запишем в виде

$$v = \frac{d\Phi}{dr} = \frac{q}{2\pi r} \quad \text{IV(17)}$$

Интегрируя IV (17), получим

$$\Phi = \frac{q}{2\pi} \ln r + \text{const} \quad \text{IV(18)}$$

Получили очень важную формулу потенциала точечного стока на плоскости. Как видим, потенциал в окрестности скважины пропорционален логарифму расстояния r от скважины. Точечным стоком называют скважину бесконечно малого радиуса, хотя в природе такой скважины и не существует. В гидродинамике эксплуатационную скважину принимают за точечный сток ($q > 0$), а нагнетательную — за точечный источник ($q < 0$) и называют их соответственно: скважина-сток и скважина-источник.

Исследуем IV (17) и IV (18). При $r = 0$ Φ и V обращаются в $\mp\infty$; при $r = \infty$ $\Phi = \infty$, а $V = 0$. Таким образом, формулы IV (17) и IV (18) имеют физический смысл всюду, кроме $r = 0$ и $r = \infty$.

Итак, плоские задачи фильтрации эффективно могут быть решены с помощью потенциала. Пусть на плоскости известны потенциалы Φ_K и Φ_C на двух концентрично расположенных окружностях с радиусами R_K и r_C (рис. 11). Согласно IV (18) имеем:

$$\Phi_K = \frac{q}{2\pi} \ln R_K + \text{const}$$

$$\Phi_C = \frac{q}{2\pi} \ln r_C + \text{const},$$

откуда следует:

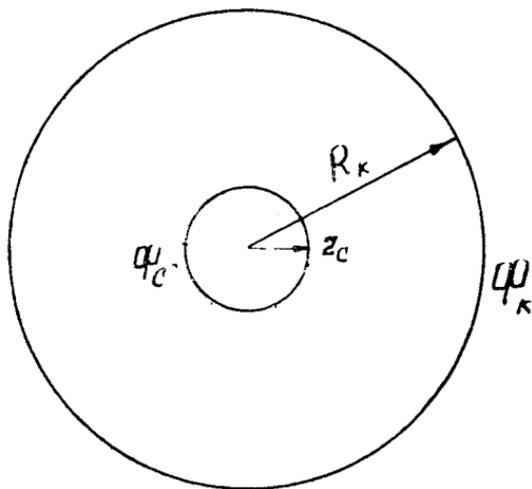
$$q = 2\pi \frac{\Phi_K - \Phi_C}{\ln \frac{R_K}{r_C}} \quad \text{IV(19)}$$

Переходя от потенциалов к давлению в IV (19), получим формулу Дюпюи IV (10).

5. Стоки и источники в пространстве

Рассмотрим задачу о потенциале точечного стока в пространстве. В этом случае приток будет радиально-сферический (рис. 12). Возьмем модель точечного стока в пространстве ($r_C = 0$). По закону Дарси имеем

$$v = - \frac{d\Phi}{dS} = - \frac{d\Phi}{(-dr)} = \frac{d\Phi}{dr}$$



Р и с. 11. Схемы притока к стоку (источнику) на плоскости

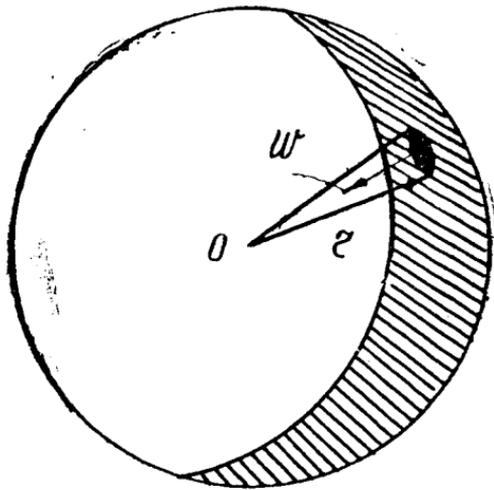


Рис. 12. Схема радиально-сферического притока

С другой стороны, можно записать

$$v = \frac{Q}{4\pi r^2},$$

где $f = 4\pi r^2$ — площадь фильтрации.

Приравнивая указанные выражения, получим

$$\frac{d\Phi}{dr} = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

После интегрирования имеем

$$\Phi = -\frac{Q}{4\pi r} + \text{const} \quad \text{IV(20)}$$

Получили формулу потенциала точечного стока в пространстве. При $r = 0$ $\Phi = -\infty$, $V = \infty$; при $r = \infty$ $\Phi = \text{const}$, $V = 0$. Покажем использование формулы IV (20). Пусть Φ_k и Φ_c потенциалы на сферах, описанных радиусами R_k и r_c . Согласно IV (20) имеем:

$$\Phi_c = -\frac{Q}{4\pi R_c} + \text{const}$$

$$\Phi_k = -\frac{Q}{4\pi R_k} + \text{const}$$

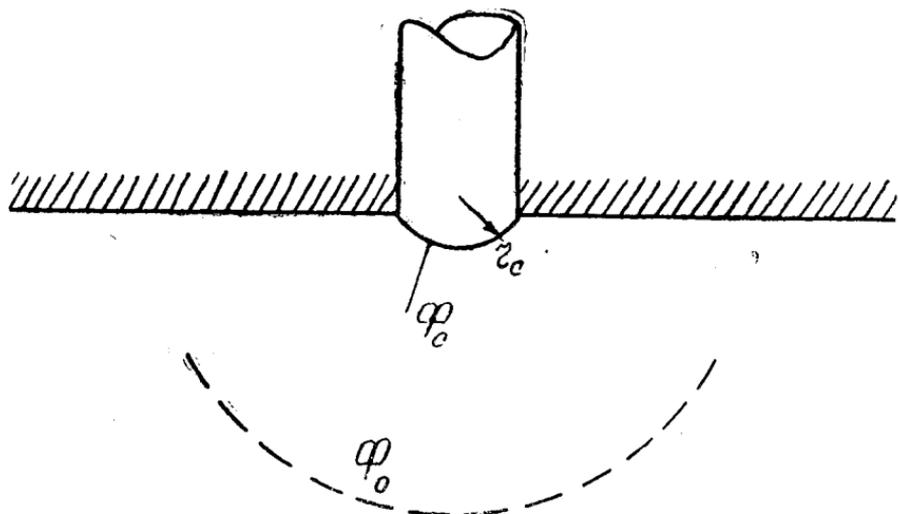


Рис. 13. Схема радиально-сферического притока в полупространстве (скважина вскрыла лишь кровлю пласта)

По правилу производных пропорций имеем

$$Q = \frac{4\pi(\Phi_K - \Phi_c)}{\frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_K}} \quad \text{IV(21)}$$

При $r \rightarrow \infty \text{ const}$ в IV (20) становится потенциалом на бесконечности. Обычно $R_K \gg r_c$, следовательно,

$$\frac{1}{r_c} \gg \frac{1}{R_K}$$

Тогда

$$Q \approx 4\pi r_c (\Phi_K - \Phi_c) \quad \text{IV(21')}$$

Таким образом, для точечного стока в пространстве радиус контура питания R_K практически на дебит не влияет. В случае плоско-радиального притока (формула Дюпюи) ошибка в выборе R_K в 2—3 раза к большим погрешностям в дебите не поведет. Для полупространства (рис. 13), например, пласт большой мощности, где вскрыта только кровля пласта, формула IV (21), очевидно, запишется в виде

$$Q = 2\pi r_c (\Phi_K - \Phi_c) \quad \text{IV(22)}$$

У. ПЛОСКИЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ

1. Уравнения плоского движения. Вывод уравнений Лапласа для движения с осевой и центральной симметрией из схемы трубки тока переменного сечения

Уравнение Лапласа для несжимаемой жидкости в неизменяемой пористой среде записывается в виде

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \quad \text{V(1)}$$

Для плоского движения $P = P(x, y)$. Следовательно, имеем

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0 \quad \text{V(2)}$$

или
$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0$$

Уравнения движения, очевидно, запишутся как

$$\begin{aligned} u &= - \frac{\kappa}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \\ v &= - \frac{\kappa}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \omega &= 0 \end{aligned} \quad \text{V(3)}$$

а) Плоскорадиальное движение

Возьмем трубку тока переменного сечения (мысленно выделяя) в пористой среде (рис. 14). Жидкость считается несжимаемой, поток установившимся ($q = \text{const}$). Пусть $w = w(S)$ есть площадь сечения, зависящая от координаты S . Расход жидкости через эту площадь запишется формулой

$$q = V w(s) = - w(s) \frac{d\Phi}{dS} \quad \text{V(4)}$$

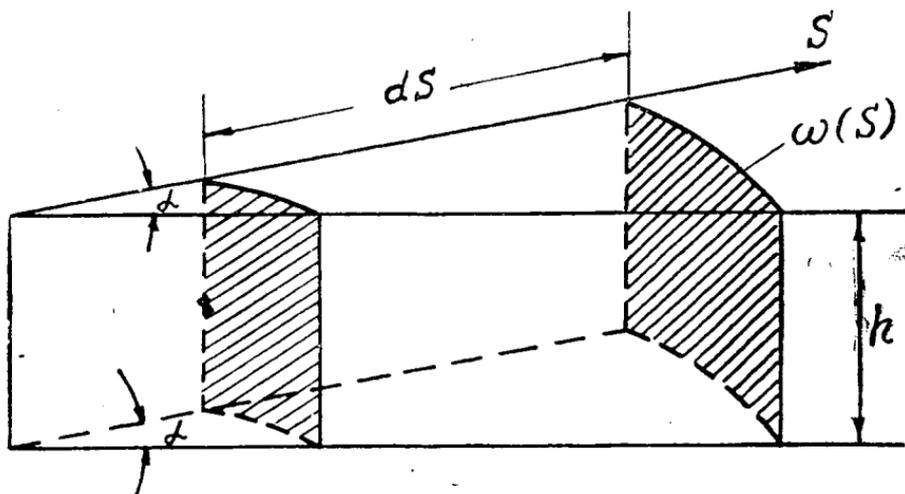


Рис. 14. Схема трубки тока переменного сечения с осевой симметрией

Так как $q = const$, то $\frac{dq}{dS} = 0$.

Учитывая V (4), можно записать

$$\frac{dq}{dS} + \frac{d}{dS} \left[\omega(s) \frac{d\Phi}{dS} \right] = 0 \quad V(5)$$

Площадь любого сечения вдоль линии тока S может быть определена как

$$\omega(s) = \alpha r h \quad V(6)$$

Подставив V (6) в V (5), заменяя dS на dr , получим

$$\frac{d}{dr} \left[\alpha r h \frac{d\Phi}{dr} \right] = 0$$

или
$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{d\Phi}{dr} \right) = 0 \quad V(7)$$

Развернем уравнение V (7). Получим

$$r \frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{d\Phi}{dr} = 0$$

или

$$\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Phi}{dr} = 0 \quad V(8)$$

Получили уравнение Лапласа для установившегося плоскорадиального потока несжимаемой жидкости.

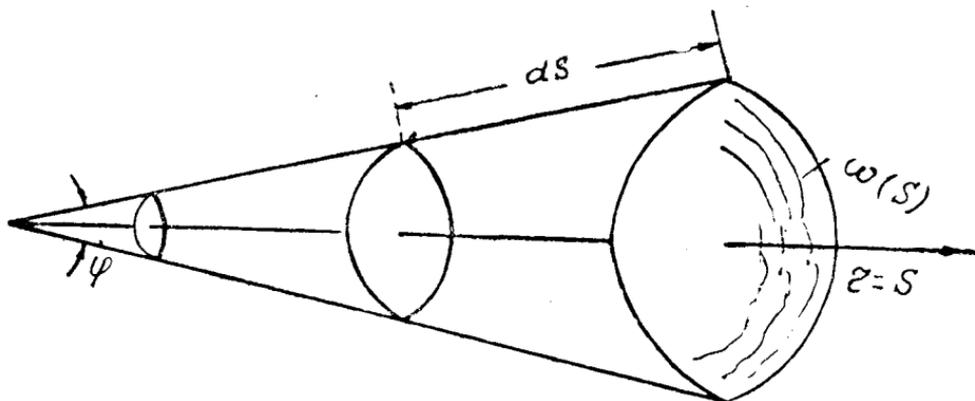


Рис. 15. Схема трубки тока переменного сечения с центральной симметрией

Проинтегрируем уравнение V (7):

$$r \frac{d\Phi}{dr} = c_1 \quad \text{или} \quad d\Phi = c_1 \frac{dr}{r},$$

Интегрируем еще раз:

$$\Phi = c_1 \ln r + c_2 \quad \text{V(9)}$$

Как видно, получили известную формулу потенциала точечно-го стока (источника) на плоскости. Постоянные C_1 и C_2 определяются из граничных условий.

Возьмем производную от Φ в формуле V (9).

Получим

$$V = -\frac{d\Phi}{dS} = \frac{d\Phi}{dr} = \frac{c_1}{r}, \quad \text{V(10)}$$

откуда

$$c_1 = V \cdot r = \frac{Q(\alpha)}{\omega(s)} r = \frac{Q(\alpha) r}{a h r} = \frac{Q(\alpha)}{a h} \quad \text{V(11)}$$

Если в цилиндрическом пласте имеет место приток к центральной скважине, тогда $\alpha = 2\pi$ и $Q(\alpha) = Q$.

Таким образом, уравнение V (9) записывается в виде

$$\Phi = \frac{q}{2\pi} \ln r + c_2 \quad \text{V(12)}$$

Постоянная C_2 легко определяется из граничного условия, что $\Phi = \Phi_k$ при $r = R_k$ и $\Phi = \Phi_c$ при $r = r_c$. С учетом этого получаем известную формулу Дююи.

б) Радиально-сферическое движение (движение с центральной симметрией)

Выделим мысленно элемент сферы (рис. 15) в виде конуса с сферической поверхностью

$$\omega(s) = r^2 \varphi \quad V(13)$$

С учетом V (13) уравнение V (5) запишется в виде

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \varphi \frac{d\Phi}{dr} \right) = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Phi}{dr} \right) = 0 \quad V(14)$$

Развернем V (14). Получим

$$\begin{aligned} r^2 \frac{d^2 \Phi}{dr^2} + 2r \frac{d\Phi}{dr} &= 0 \\ \text{или} \quad \frac{d^2 \Phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\Phi}{dr} &= 0 \end{aligned} \quad V(15)$$

Получили уравнение Лапласа для радиально-сферического движения несжимаемой жидкости.

Проинтегрируем V (14). Получим

$$r^2 \frac{d\Phi}{dr} = c_1 \quad \text{или} \quad d\Phi = c_1 \frac{dr}{r^2} \quad V(16)$$

Интегрируем еще раз:

$$\Phi = -\frac{c_1}{r} + c_2 \quad V(17)$$

Получили формулу для потенциала точечного стока (источника) в пространстве.

Возьмем производную потенциала по r , формулу V (17), которая дает нам значение скорости фильтрации:

$$V = -\frac{d\Phi}{dS} = \frac{d\Phi}{dr} = \frac{c_1}{r^2}$$

С другой стороны,

$$Q(\varphi) = \omega(s)V = \frac{r^2 \varphi c_1}{r^2} = \varphi c_1 \quad V(18)$$

При $\varphi = 4\pi$ (сфера) получим $[Q(x) = Q]$:

$$c_1 = \frac{Q}{4\pi}$$

Следовательно, формула V (17) для стока с дебитом Q принимает вид:

$$\Phi = -\frac{Q}{4\pi r} + c_2 \quad V(19)$$

Для источника в формуле V (19) $Q < 0$.

Значение постоянной C_2 находится из граничных условий:

$\Phi = \Phi_k$ при $r = R_k$ и $\Phi = \Phi_c$ при $r = r_c$, после чего из V (19) получаем уже известную нам формулу IV (21) для дебита.

2. Связь теории функции комплексного переменного с плоской задачей фильтрации. Функция тока. Комплексный потенциал

Для плоского движения несжимаемой жидкости потенциал является функцией двух координат, т. е. $\Phi = \Phi(x, y)$.

Уравнения движения записываются в виде

$$u = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad v = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad \text{V(20)}$$

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \text{V(21)}$$

Уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \quad \text{V(22)}$$

Найдем уравнение линий тока. Линией тока называется такая линия, касательная к которой в любой точке совпадает с вектором скорости. Отсюда следует выражение для направляющих косинусов (рис. 16):

$$\cos \alpha = \frac{dx}{dS} = \frac{u}{|\vec{u}|}$$

$$\cos \beta = \frac{dy}{dS} = \frac{v}{|\vec{v}|}$$

или

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v},$$

откуда следует уравнение линий тока

$$v dx - u dy = 0 \quad \text{V(23)}$$

Здесь dS — элемент линии тока с проекциями dx и dy , (\vec{v}) — модуль вектора скорости с проекциями U и V .

Решение уравнения V (23) будем искать в виде неявной зависимости

$$\psi(x, y) = c \quad \text{V(24)}$$

Уравнение V (24) называется функцией тока. Основное свойство функции тока — это ее постоянство вдоль линии тока. Но с переходом от одной линии тока к другой значение функции тока $\psi(x, y)$ меняется (рис. 17).

Установим связь функции тока с потенциалом скорости фильтрации $\Phi(x, y) = C$. Поскольку $\psi(x, y) = \text{const}$ вдоль линии тока, то полный дифференциал ее равен нулю, т. е.

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = 0 \quad \text{V(25)}$$

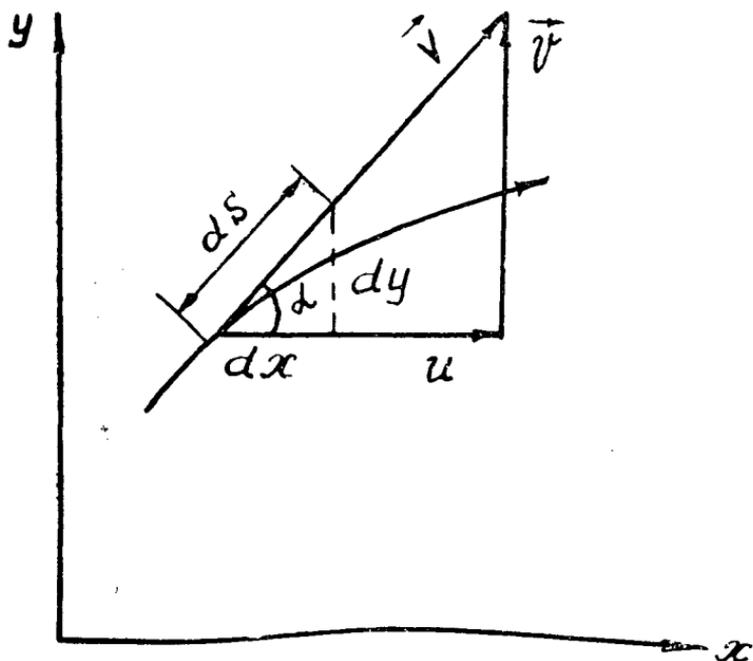


Рис. 16. Схема к определению направляющих косинусов вектора скорости

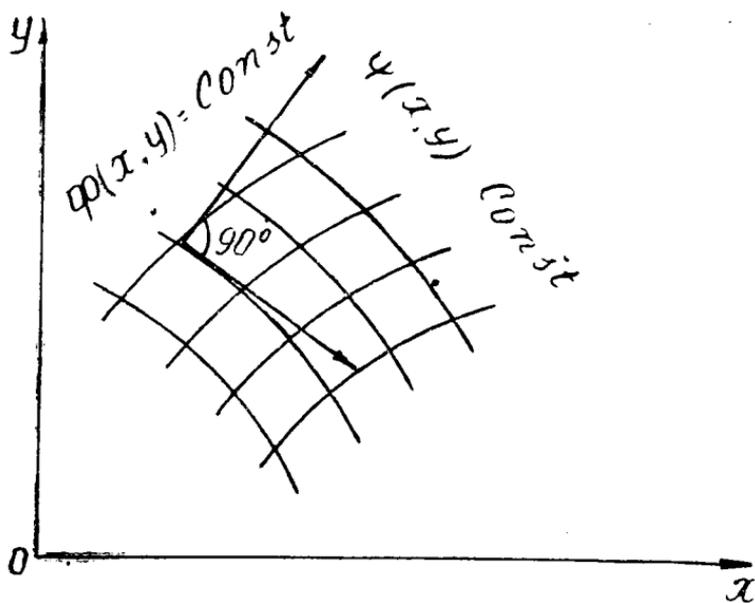


Рис. 17. Интерпретация функции комплексного переменного на плоскости [$\Phi(x, y) = \text{Const}$ — семейство эквипотенциалей; $\psi(x, y) = \text{Const}$ — семейство линий тока]

Это то же уравнение линий тока, что и V(23), но только в неявной форме. Сравниваем V (25) и V (23). Получаем

$$v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad u = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad V(26)$$

Сравнивая V (20) и V (26), находим

$$u = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$v = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

или

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad V(27)$$

Получили уравнения Коши — Римана, удовлетворяющие уравнению Лапласа. Докажем. Дифференцируя уравнение V (27), получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} &= -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \text{или} \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad V(28)$$

Уравнения Коши — Римана имеют замечательную связь с теорией функции комплексного переменного.

Пусть плоскость течения принята за плоскость комплексного переменного $z = x + iy$. По аналогии с этим комплексным переменным составим новую комплексную функцию

$$F(z) = \Phi(x, y) + i\psi(x, y) \quad V(29)$$

Но не всякая комплексная функция, составленная подобным образом, будет функцией комплексного переменного. Наша новая комплексная функция V (29) является не просто комплексом, но и функцией комплексного переменного. Чтобы доказать это, обратимся к уравнениям Коши — Римана.

Рассуждаем так: если комплекс V(29) является функцией комплексного переменного $z = x + iy$, то производная dF/dZ должна иметь одно и то же значение независимо от закона стремления $\Delta Z \rightarrow 0$. Продифференцируем уравнение 5(29) два раза, по x и по y ; комплексную переменную $Z = x + iy$ продифференцируем как сложную функцию:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + i \frac{\partial \psi}{\partial x} &= \frac{dF}{dz} \frac{\partial z}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} + i \frac{\partial \psi}{\partial y} &= \frac{dF}{dz} \frac{\partial z}{\partial y} \end{aligned} \quad V(30)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 1 \quad \frac{\partial z}{\partial y} = i \quad V(31)$$

Учитывая V (31), из уравнений V (30) имеем

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} + i \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} - i \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad V(32)$$

Сравнивая действительные и мнимые части в уравнении 5 (32), находим

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Как видим, получили уравнения Коши — Римана V (27). Таким образом, уравнения Коши — Римана являются необходимым и достаточным условием, чтобы считать комплексную функцию V (29) функцией комплексного переменного $Z = x + iy$. Формально получается, что новая комплексная функция зависит не от двух переменных (x, y) , а от одного комплексного переменного Z . Итак, если нам известна функция комплексного переменного, то, отделив в ней действительную часть от мнимой, можно трактовать, что действительная часть $\Phi(x, y)$ представляет потенциал некоторого плоского фильтрационного потока. Приравнявая ее к постоянной, получим семейство эквипотенциалей $\Phi(x, y) = Const$; мнимая часть представляет функцию тока, а $\psi(x, y) = Const$ представляет семейство линий тока (рис. 17).

Функция комплексного переменного V(29) называется характеристической функцией течения или комплексным потенциалом, который дает нам сразу всю картину движения: семейство эквипотенциалей, семейство линий тока и поле скоростей.

Теперь докажем, что линии тока и эквипотенциали взаимно ортогональны. Так как $\Phi(x, y) = Const$ и $\psi(x, y) = Const$, то полные дифференциалы их равны нулю, т. е.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi}{\partial y} dy &= 0 \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy &= 0 \end{aligned} \quad V(33)$$

Угловые коэффициенты касательных к эквипотенциалам и линиям тока с учетом V(23) запишутся соответственно (рис. 17):

$$\begin{aligned} k_1 &= \left(\frac{dy}{dx} \right)_{\Phi = \text{const}} = -\frac{\partial \Phi / \partial x}{\partial \Phi / \partial y} \\ k_2 &= \left(\frac{dy}{dx} \right)_{\psi = \text{const}} = -\frac{\partial \psi / \partial x}{\partial \psi / \partial y} \end{aligned} \quad V(34)$$

С учетом уравнений Коши — Римана V(27) произведение угловых коэффициентов дает нам $K_1 K_2 = -1$, т. е. касательные пересекаются под прямым углом.

3. Приток к точечным стокам на плоскости. Случай равнодебитных стока и источника. Приток к скважине, эксцентрично расположенной в круговом пласте

Поместим сток в начале координат и рассмотрим приток к нему (рис. 18). Потенциал точечного стока на плоскости, как известно, описывается формулой

$$\Phi = \frac{q}{2\pi} \ln r + c \quad V(35)$$

В этом случае, очевидно, лучи, выходящие из начала координат, будут являться линиями тока. Концентрические окружности будут представлять собой эквипотенциалы, т. е. линии равных потенциалов, где при $r = Const$ имеет место $\Phi(x, y) = Const$. Функция тока вдоль каждой из линий также является величиной постоянной и для данного случая представляет собой уравнение прямой

$$\psi = A \Theta + B, \quad V(36)$$

где A и B некоторые постоянные коэффициенты, а Θ — угол между линией тока и осью x .

Составим комплекс:

$$F(z) = \Phi(x, y) + i\psi(x, y) \quad V(37)$$

Подставим V (35) и V (36) в уравнение V (37), полагая $A = \frac{q}{2\pi}$:

$$\begin{aligned} F(z) &= \left(\frac{q}{2\pi} \ln r + c \right) + i(A \Theta + B) = \frac{q}{2\pi} \ln r + i \left(\frac{q}{2\pi} \Theta + B \right) + c = \\ &= \frac{q}{2\pi} \ln r + \frac{q}{2\pi} \ln l^{i\Theta} + \text{const} = \frac{q}{2\pi} \ln r l^{i\Theta} + \text{const} \end{aligned}$$

или

$$F(z) = \frac{q}{2\pi} \ln r l^{i\Theta} + \text{const} \quad V(38)$$

Запишем комплексную переменную $Z = x + iy$ в полярных координатах, учитывая, что

$$\begin{aligned} x &= r \cdot \cos \Theta \\ y &= r \cdot \sin \Theta \end{aligned}$$

По теореме Эйлера имеем

$$\cos \Theta + i \sin \Theta = e^{i\Theta} \quad V(39)$$

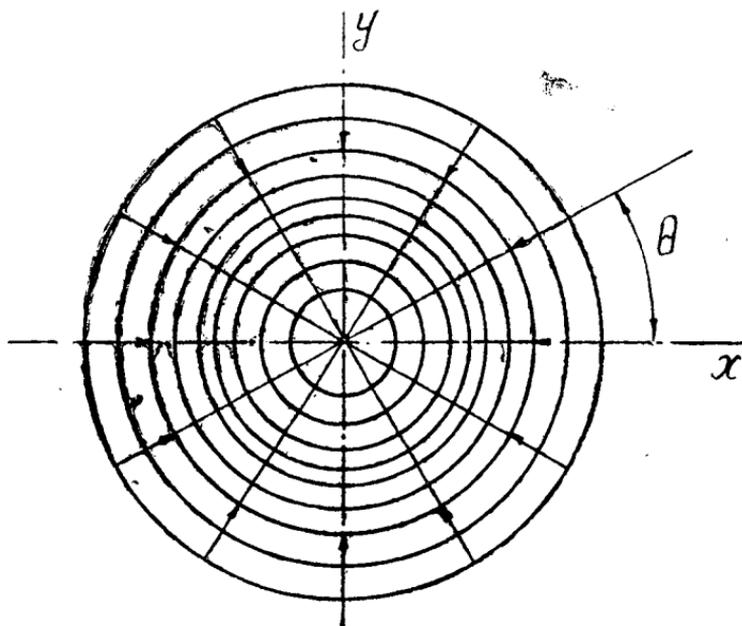


Рис. 18. Схема притока к точечному стоку на плоскости, расположенному в начале координат

Тогда получим

$$Z = r(\cos Q + i \sin Q) = re^{i\theta} \quad V(40)$$

С учетом V (40) комплексный потенциал точечного стока на плоскости запишется в виде

$$F(Z) = \frac{q}{2\pi} \ln Z + \text{const} \quad V(41)$$

Рассмотрим работу двух равнодебитных скважин: стока и источника, т. е. работу эксплуатационной и нагнетательной скважин, и изучим поле эквипотенциалей и линий тока (рис. 19). Заметим, если сток или источник располагаются не в начале координат, а в какой-либо точке, у которой комплексная координата $Z_0 = x_0 + iy_0$, то комплексный потенциал записывается по аналогии с V (41), где вместо Z необходимо принять разность $(Z - Z_0)$, т. е.

$$F(Z) = \frac{q}{2\pi} \ln (Z - Z_0) + \text{const} \quad V(42)$$

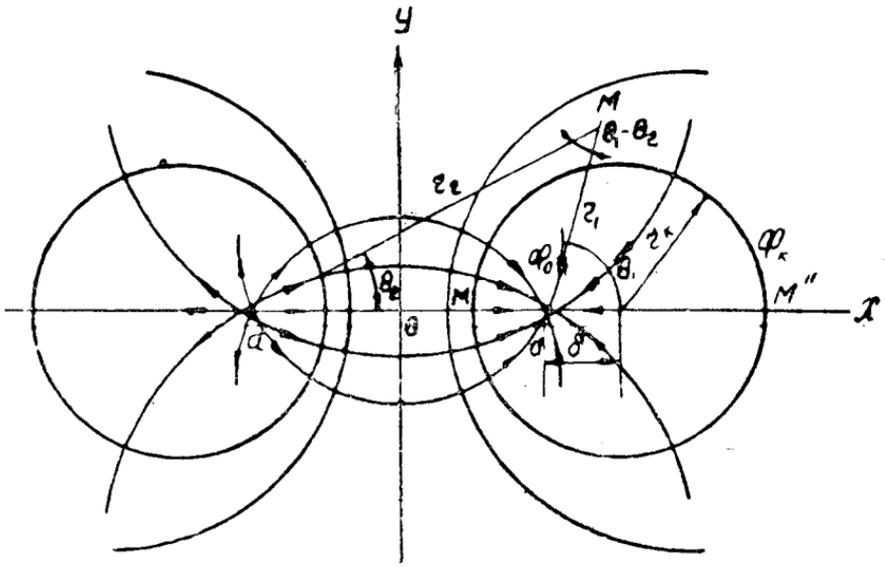


Рис. 19. Экипотенциалы и линии тока при равнодебитных стоке и источнике на плоскости

Разместим для простоты скважину-сток и скважину-источник на оси x . Источник имеет координаты: $x = -a$; $y = 0$; и $(-q)$ — расход; сток имеет координаты: $x = a$; $y = 0$; расход $(+q)$. Потенциалы и функция тока в точке M запишутся соответственно для стока и источника:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \frac{q}{2\pi} \ln r_1 + c_1 & \psi_1 &= \frac{q}{2\pi} \Theta_1 + c_1 \\ \Phi_2 &= -\frac{q}{2\pi} \ln r_2 + c_2 & \psi_2 &= -\frac{q}{2\pi} \Theta_2 + c_2 \end{aligned} \quad V(43)$$

Комплексный потенциал в соответствии с $V(42)$ с учетом комплексной координаты, для нашего случая $Z_0 = x_0 + iy_0 = \pm a$ ($y_0 = 0$), запишется для стока и источника соответственно:

$$\begin{aligned} F_1(Z) &= \frac{q}{2\pi} \ln(Z - a) + c_1 \\ F_2(Z) &= -\frac{q}{2\pi} \ln(z + a) + c_2 \end{aligned} \quad V(44)$$

По принципу суперпозиции комплексный потенциал результирующего течения запишется в виде:

$$F(z) = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{z-a}{z+a} + \text{const} \quad V(45)$$

Отделяя вещественную часть от мнимой в комплексе V (45) или подставляя V (43) в V (37) и производя то же самое разделение, получим:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2} + \text{const} \quad V(46)$$

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = \frac{q}{2\pi} (\Theta_1 - \Theta_2) + \text{const}$$

Докажем, что линиями тока при взаимодействии двух равнодебитных скважин (стока и источника) будут окружности. Известно, что функция тока $\psi(x, y)$ вдоль линии тока величина постоянная. Это значит, как следует из V (46), $\Theta_1 - \Theta_2 = \text{const}$, т. е., другими словами, угол зрения с любой точки линии тока на отрезок $(-a, +a)$ будет величиной одной и той же. Таким свойством обладает геометрическое место точек, называемое окружностью.

Эквипотенциали для рассматриваемого случая также являются окружностями. Согласно V (46) $\Phi = \text{const}$ при $r_1/r_2 = \text{const}$. Последнее возможно лишь для геометрического места точек, называемого окружностями. В декартовых координатах имеем

$$\frac{(x-a)^2 + y^2}{(x+a)^2 + y^2} = \text{const} \quad V(47)$$

Пусть скважина расположена в круговом пласте эксцентрично. Введем обозначения: R_k — радиус контура питания, Φ_k и Φ_c — потенциалы на контуре и на скважине, δ — эксцентриситет (рис. 19). Поместим точку M в точку пересечения контура питания и оси x (M'). Тогда будем иметь: $r_1 = R_k - \delta$; $r_2 = 2a - (R_k - \delta)$. Затем помещаем точку M на контур скважины. Тогда $r_1 = r_c$; $r_2 \cong 2a$. Результирующий потенциал запишется в виде:

$$\Phi_{M'} = \Phi_k = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{R_k - \delta}{2a - (R_k - \delta)} + c, \quad V(48)$$

$$\Phi_c = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{r_c}{2a} + c,$$

откуда

$$\Phi_k - \Phi_c = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{(R_k - \delta) \cdot 2a}{[2a - (R_k - \delta)] r_c} \quad V(49)$$

Чтобы исключить « a », воспользуемся условием, что потенциал на контуре $\Phi_k = \text{const}$, т. е. $\Phi_{M'} = \Phi_{M''} = \text{const}$.

Последнее возможно, если выполняется условие

$$\left(\frac{r_1}{r_2} \right)_{M'} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)_{M''} \quad V(50)$$

или

$$\frac{R_k - \delta}{2a - (R_k - \delta)} = \frac{R_k + \delta}{2a + (R_k + \delta)},$$

откуда следует

$$2a = \frac{R_k^2 - \delta^2}{\delta} \quad V(51)$$

Подставляя V (51) в V (49), находим

$$q_{\text{экс}} = 2\pi \frac{(\Phi_k - \Phi_c)}{\ln \left[\frac{R_k}{r_c} \left(1 - \frac{\delta^2}{R_k^2} \right) \right]} \quad V(52)$$

При $\delta = 0$ из V (52) следует формула Дююи. При $\frac{R_k}{r_c} \geq 10$ (обычно всегда выполняется на практике) и при $\delta/R_k \leq 0,8$ коэффициент $\varphi = \frac{q_{\text{экс}}}{q_{\text{цен}}} \approx 1$. Это означает, что в указанных пределах можно пользоваться формулой Дююи.

VI. УСТАНОВИВШИЙСЯ ПРИТОК К ГРУППЕ СОВЕРШЕННЫХ СКВАЖИН. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СОВЕРШЕННЫХ СКВАЖИН

Интерференция скважин является одной из сложных задач подземной гидродинамики, представляющих несомненный интерес для теории и практики разработки нефтяных и газовых месторождений. Этой проблеме посвящено много работ как отечественных, так и зарубежных авторов.

Первые теории взаимодействия скважин изложена В. Н. Щелкачевым и Г. Б. Пыхачевым [1939]. Они подвели итоги исследовательских работ в этом направлении, проведенных в ГрозНИИ в 1935—1937 гг., и дали критический анализ ранее существовавших теорий интерференции скважин. Таким образом, теория взаимодействия скважин была фундаментально разработана советскими исследователями еще до появления книги Маскета [1937].

Дальнейшее развитие теории взаимодействия скважин нашло свое отражение в позднейших работах В. Н. Щелкачева, Г. Б. Пыхачева, И. А. Чарного, А. П. Крылова и др.

Обычно месторождение эксплуатируется десятками и сотнями скважин. Все скважины в процессе работы интерферируют (взаимодействуют) между собой. Другими словами, работа одной скважины взаимно влияет на режим работы другой соседней скважины. При этом задача встречается в двух постановках: 1) задаются дебиты скважин (до известного предела) и требуется определить давления на забоях скважин, а также давления в различных точках пласта (пластовые давления); 2) задаются забойными давлениями и определяют дебиты скважин. Второй случай в практике используется чаще. Здесь также величина забойных давлений ограничивается технологическими условиями эксплуатации (например, выносом песка, давлением насыщения, смятием колонны и т. д.).

Хорошо известно, что рост суммарного дебита по месторождению отстает от роста числа скважин. Если поставить задачу обеспечения роста дебита пропорционально количеству скважин,

то придется постоянно снижать забойное давление. Однако здесь также существует предел, до которого возможно снижать забойное давление.

Задача о расстановке и выборе сетки скважин, об определении необходимого количества скважин, обеспечивающих рациональную систему разработки нефтяного или газового месторождения, является весьма сложной и рассматривается в специальных курсах. Этому предшествуют сложные гидродинамические расчеты и расчеты технико-экономических показателей.

1. Потенциал группы точечных стоков на плоскости. Взаимодействие скважин

Рассмотрим плоскую задачу интерференции точечных стоков (совершенных скважин) при фильтрации несжимаемой жидкости по закону Дарси (рис. 20). При отсутствии отбора статический уровень будет всюду одинаков и равен $\frac{P_k}{\gamma}$ (P_k — давление на контуре питания). При создании депрессии $\Delta P = P_k - P_c$ (P_c — давление на забое скважины) жидкость притекает к забоям скважин, статический уровень понижается и устанавливается так называемая «пьезометрическая воронка», схематическое изображение которой показано на рис. 20.

Далее возьмем неограниченную плоскость в плане и разместим на ней произвольное число стоков (источников) произвольным образом (рис. 21). Требуется определить результирующий потенциал от взаимодействия потенциалов отдельных стоков (источников). В условиях линейного закона фильтрации результирующим потенциалом любой точки M будет алгебраическая сумма потенциалов отдельных стоков A_1, A_2, A_3 и т. д., т. е.

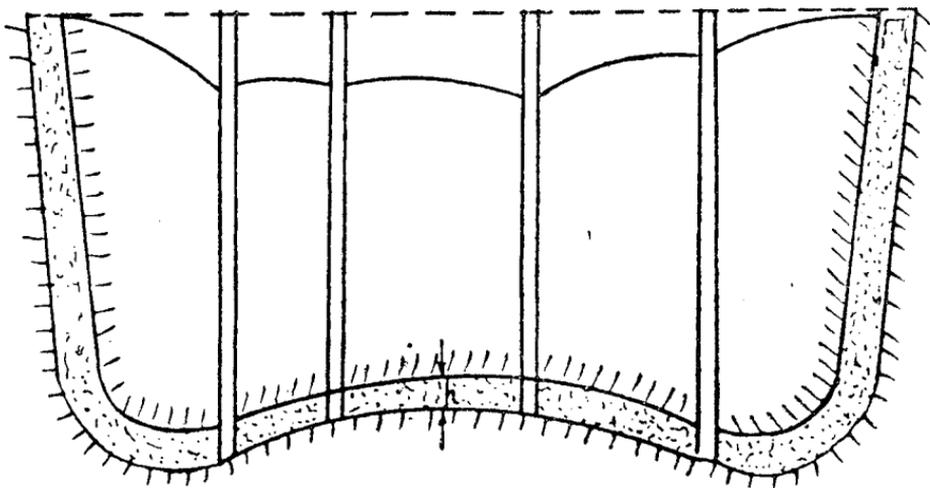
$$\Phi_M = \left(\frac{q_1}{2\pi} \ln r_1 + c_1 \right) + \left(\frac{q_2}{2\pi} \ln r_2 + c_2 \right) + \dots + \left(\frac{q_n}{2\pi} \ln r_n + c_n \right)$$

$$\text{или} \quad \Phi_M = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n q_i \ln r_i + c, \quad \text{VI(1)}$$

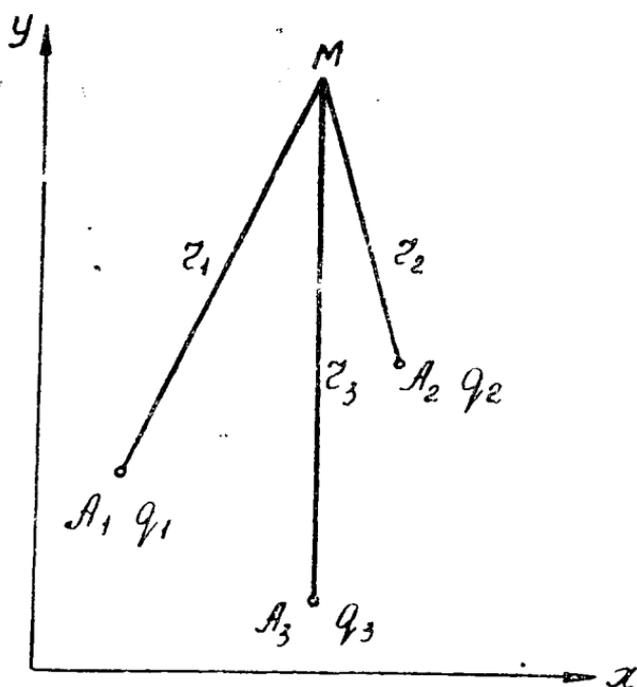
$$\text{где} \quad c = \sum_{i=1}^n c_i \quad q_i = \frac{Q_i}{h} \quad \text{VI(2)}$$

Здесь n — число стоков на плоскости; $i = 1, 2, 3 \dots n$; r_i — расстояние точки M до i -го стока; Q_i — дебит i -го стока; h — мощность пласта. В центрах стоков ($r_i = 0$) и на бесконечности ($r_i = \infty$) получаем бесконечный потенциал ($\Phi_M = \infty$).

В отличие от потенциалов скорости течения, вызванные отдельными стоками, складываются векторно.



Р и с. 20. Схема образования «пьезометрической воронки» при взаимодействии совершенных скважин



Р и с. 21. Схема взаимодействия стоков (источников) в неограниченной плоскости

2. Приток к совершенной скважине в пласте с прямолинейным контуром питания. Метод отражения

Покажем применение формулы VI (1) для решения задачи о притоке несжимаемой жидкости к единичной скважине радиуса r_c в полосообразном полубесконечном пласте (рис. 22) с прямолинейным контуром питания, где поддерживается постоянное давление P_k или потенциал Φ_k . Для простоты схему выберем так, чтобы ось x проходила через прямолинейную границу пласта, а ось y — через выбранную скважину-сток.

Если бы пласт был неограниченным и в нем была бы единственная скважина, то потенциал любой точки определялся бы формулой VI (1) при $n = 1$, т. е.

$$\Phi = \frac{1}{2\pi} q \ln r + c \quad \text{VI(3)}$$

При $r = r_c$ потенциал Φ_c на контуре скважины является величиной постоянной ($\Phi_c = Const$). Следовательно, формула VI (3) условиям на контуре скважины удовлетворяет. Условием на контуре питания (ось x , рис. 22) эта формула не удовлетворяет, т. к. она дает переменные значения потенциала Φ , поскольку радиус r принимает произвольные значения по оси x .

При помощи метода отражения мы можем добиться выполнения условия постоянства потенциала на контуре питания ($\Phi_k = Const$). Пусть v_1 есть зеркальное отражение скважины v (рис. 22.). Тогда для любой точки M пласта, согласно формуле VI (1), можем записать выражение для результирующего потенциала

$$\Phi_M = \frac{q_1}{2\pi} \ln r_1 + \frac{q_2}{2\pi} \ln r_2 + c,$$

где q_1 и q_2 — удельные дебиты скважины-стока (v) и скважины-источника (v_1).

Но так как $q_1 = -q_2$, то

$$\Phi_M = \frac{q}{2\pi} \ln r_1 - \frac{q}{2\pi} \ln r_2 + c = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2} + c \quad \text{VI(4)}$$

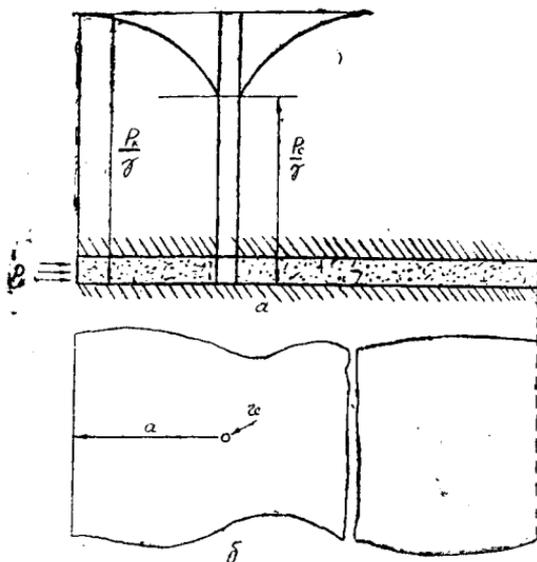
Формула VI (4) удовлетворяет условиям на контуре питания, т. к. при $r_1 = r_2$ (на оси x) потенциал принимает постоянное значение $\Phi = c = \Phi_k$.

Учитывая последнее, запишем формулу VI (4) в виде

$$\Phi_M = \Phi_k + \frac{q}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2}. \quad \text{VI(5)}$$

Чтобы найти неизвестный удельный дебит, перенесем точку M (рис. 22) на контур действительной скважины. Тогда по принципу суперпозиции получим

$$\Phi_c = \Phi_k + \frac{q}{2\pi} \ln \frac{r_c}{2a},$$



Р и с. 22. «Воронка депрессии» при притоке к скважине в пласте с прямолинейным контуром питания

Откуда находим

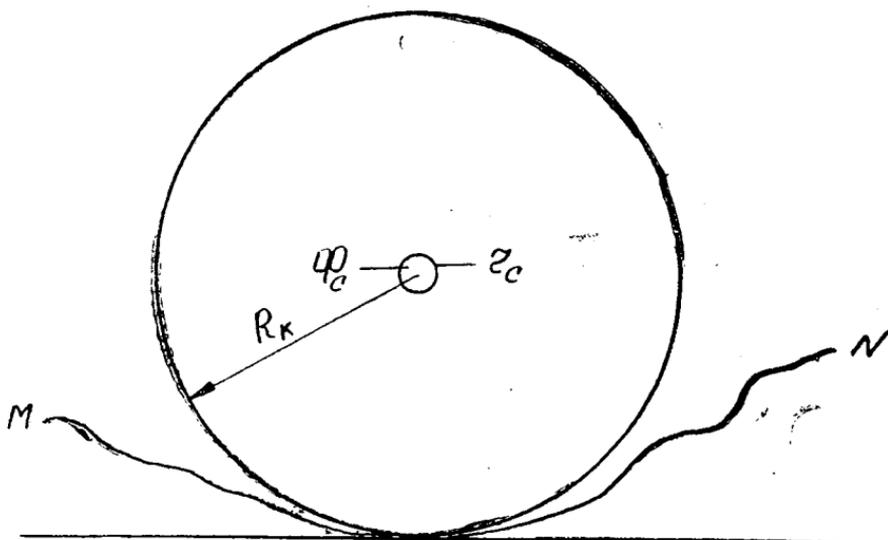
$$q = \frac{2\pi (\Phi_k - \Phi_c)}{\ln \frac{2a}{r_c}} \quad \text{VI(6)}$$

Формула Дюпюи для плоскорадиального притока, как известно, записывается в виде

$$q = \frac{2\pi (\Phi_k - \Phi_c)}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \quad \text{VI(7)}$$

Сравнивая формулы VI (6) и VI (7), видим, что дебиты будут одинаковы, если $R_k = 2a$. Этот факт дал возможность В. Н. Щелкачеву сделать вывод, что в естественных условиях контур питания не является идеальной геометрической линией (прямой или окружностью), а принимает некоторое промежуточное положение MN (рис. 23). Причем, если контур питания окружность, то дебит q_0 наибольший; когда контуром питания является прямолинейная граница, то дебит q_n наименьший. Таким образом, истинный дебит q лежит в пределах

$$q_0 > q > q_n \quad \text{VI(8)}$$



Р и с. 23. Схема к определению влияния формы контура питания на дебит

Допустим, что формула контура питания не известна, а расстояние до него R_k известно. Тогда, рассчитывая дебит по формуле VI (6) или VI (7), мы как бы допускаем ошибку в выборе R_k в два раза. Учитывая, что $R_k \gg r_c$, указанная ошибка в выборе радиуса контура питания к большим погрешностям в расчетах дебита скважины не приведет.

Таким образом, для практических расчетов важнее знать расстояние до контура питания, нежели его форму.

3. Некоторые точные решения в теории интерференции скважин

Точные решения для взаимодействующих скважин осуществляются при помощи теории функций комплексного переменного, широко применяемой в математической физике. Под термином «точное решение» в теории интерференции следует понимать решение таких задач, когда радиус скважины r_c мал сравнительно с расстоянием между скважинами и радиусом контура питания.

Все задачи, связанные с интерференцией скважин, решаются с использованием того или иного метода отражения. В предыдущем параграфе мы рассматривали приток к скважине с прямолинейным контуром питания и отражали скважину-сток в ось x . При этом отраженная скважина имела отрицательный дебит. Но может быть и такой случай, когда обе скважины, действительная и отраженная, будут иметь положительный дебит, т. е. обе скважины будут являться точечными стоками. Тогда ре-

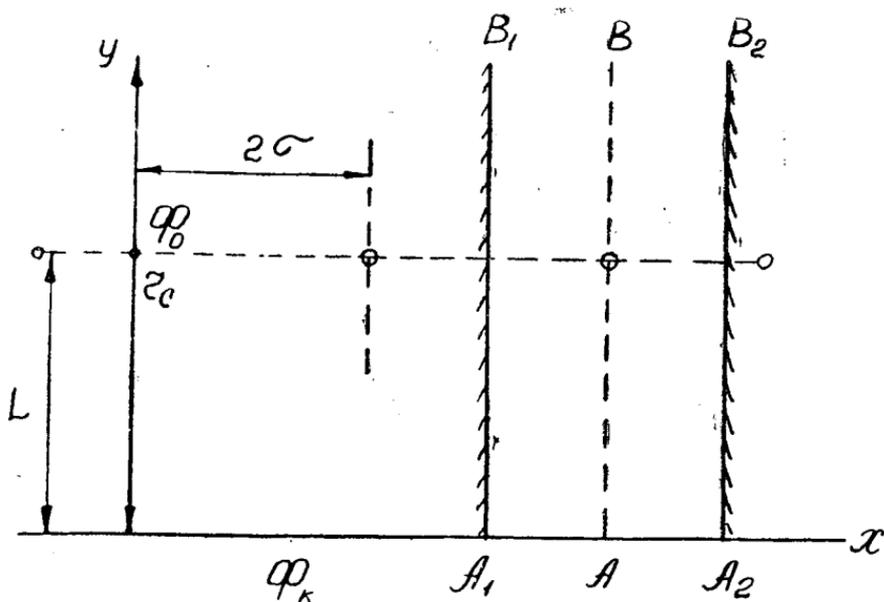


Рис. 24 Приток к бесконечной цепочке скважин в полуплоскости

зультурующий вектор скорости фильтрации \vec{W} для точки M на оси x (рис. 22) будет направлен вдоль оси x , т. е. будет иметь место $W_x = W$, $W_y = 0$. Иначе говоря, ось x может рассматриваться как непроницаемая граница. В природе примером такой границы может служить сброс.

Рассмотрим некоторые случаи точных решений теорий интерференции.

1-ый случай — приток к бесконечной цепочке скважин в полуплоскости (рис. 24). Введем следующие обозначения: x — эквипотенциаль (прямолинейный контур питания), где $\Phi_k = \text{const}$; L — расстояние от контура питания до бесконечной цепочки; 2σ — расстояние между скважинами.

Поскольку ось x — эквипотенциаль, то бесконечная цепочка отображается в ось x , скважины которой имеют отрицательный дебит. Действительная и отображенная бесконечные цепочки интерферируют между собой. Средняя линия между цепочками (по условию ось x) является эквипотенциалью или изобарой и может быть принята за контур питания. AB — главная линия тока, вдоль которой скорость фильтрации является наибольшей: A_1B_1 и A_2B_2 — нейтральные линии тока, где скорости фильтрации наименьшие. Эти линии в силу симметрии можно принять как непроницаемые границы. Наибольшее падение потенциала будет вдоль линии AB . Доказано, что при $y \geq \sigma$ движение жидкости является

прямолинейным и падение потенциала происходит по линейному закону Дарси.

Все рассуждения велись в предположении, что условия на скважинах в бесконечной цепочке одинаковы, т. е. забойные давления (P_c) и радиусы скважин (r_c) одинаковы. Тогда дебит каждой скважины в цепочке находится по формуле [6]

$$q = \frac{2\pi(\Phi_k - \Phi_c)}{\ln 2 \operatorname{sh} \frac{\pi L}{\sigma} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_c}} \quad \text{VI(9)}$$

При $L > \sigma$ формула VI (9) упрощается

$$q \approx \frac{2\pi(\Phi_k - \Phi_c)}{\frac{\pi L}{\sigma} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_c}} \quad \text{VI(9')}$$

Потенциал в любой точке определяется по формуле

$$\Phi = \Phi_k + \frac{q}{2\pi} \ln \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi(y-L)}{\sigma} - \cos \frac{\pi x}{\sigma}}{\operatorname{ch} \frac{\pi(y+L)}{\sigma} - \cos \frac{\pi x}{\sigma}} \quad \text{VI(10)}$$

2-ой случай. Приток к кольцевой батарее скважин (рис. 25). Дебит каждой скважины в кольцевой батарее определяется по формуле [6]

$$q = \frac{2\pi(\Phi_k - \Phi_c)}{\ln \left[\frac{R_k^n}{n r_c R_1^{n-1}} \left(1 - \frac{R_1^{2n}}{R_k^{2n}} \right) \right]}, \quad \text{VI(11)}$$

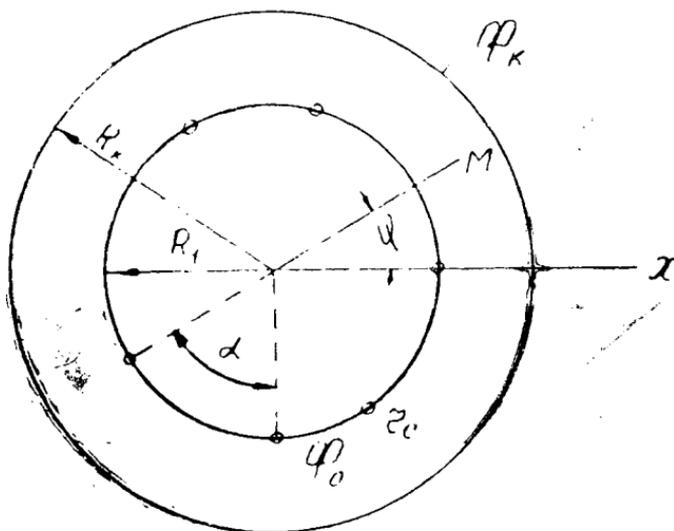
где R_1 — радиус круговой батареи, n — число скважин в батарее. Обычно $R_1/R_k < 1$ и $\left(\frac{R_1}{R_k}\right)^{2n} \ll 1$. Тогда приближенно можно записать

$$q \approx \frac{2\pi(\Phi_k - \Phi_c)}{n \ln \frac{R_k}{R_1} + \ln \frac{R_1}{n r_c}} \quad \text{VI(11')}$$

Значение потенциала в любой точке пласта определяется по формуле

$$\Phi = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{\left(\frac{r}{R_1}\right)^n + \left(\frac{R_1}{r}\right)^n - 2\cos \varphi n}{\left(\frac{r R_1}{R_k}\right)^n + \left(\frac{R_k}{r R_1}\right)^n - 2\cos \varphi n} + \Phi_k \quad \text{VI(12)}$$

Заметим, что существуют точные решения и для нескольких взаимодействующих цепочек и круговых батарей. Эти решения



Р и с. 25. Приток к кольцевой батарее скважин

громоздки, реализация их требует применения вычислительной техники.

4. Метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений

Практические расчеты по рассмотренным схемам могут быть еще более упрощены, если использовать так называемый метод эквивалентных сопротивлений, предложенный Ю. П. Борисовым.

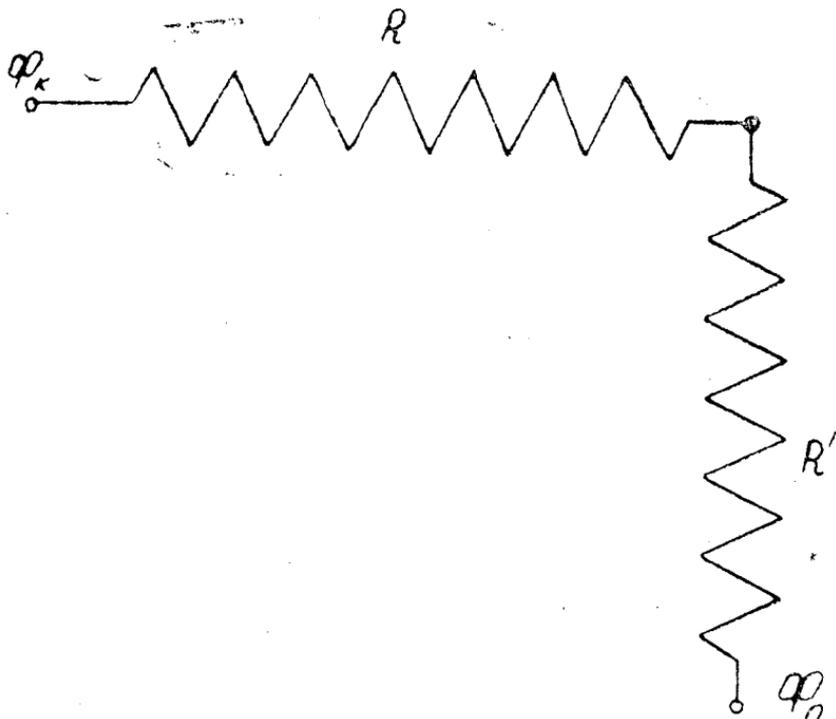
Запишем упрощенные формулы для дебитов скважин в прямой цепочке и в кольцевой батарее:

$$q_n = \frac{2\pi(\Phi_k - \Phi_c)}{\frac{\pi L}{\sigma} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_c}} \quad \text{VI(13)}$$

$$q_k = \frac{2\pi(\Phi_k - \Phi_c)}{n \ln \frac{R_k}{R_1} + \ln \frac{R_1}{nr_c}} \quad \text{VI(14)}$$

Исследуем эти формулы. Если отбросить в указанных формулах вторые члены, то формула VI (13) будет выражать дебит дренажной галереи на единицу мощности пласта по длине 2σ , а формула VI (14) будет представлять удельный дебит дренажной кольцевой галереи на длине дуги $2\sigma = \frac{2\pi R_1}{n}$:

$$q_n = \frac{2\pi(\Phi_k - \Phi_c)}{\frac{\pi L}{\sigma}} \quad \text{VI(13')}$$



Р и с. 26. Схема эквивалентного фильтрационного сопротивления

$$q_n = \frac{2\pi (\Phi_k - \Phi_c)}{n \ln \frac{R_k}{R_1}} \quad \text{VI(14')}$$

Сравнивая VI (13) и VI (14) с формулами VI (13') и VI (14'), находим, что $q_n < q'_n$ и $q_k < q'_k$.

Представим формулы VI (13) и VI (14) в следующем виде:

$$q_n = \frac{\Phi_k - \Phi_c}{\frac{\pi L}{\pi 2\sigma} + \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\sigma}{\pi r_c}} = \frac{\Phi_k - \Phi_c}{R_e + R_i}, \quad \text{VI(15)}$$

где $R_e = \frac{L}{2\sigma}, \quad R_i = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\sigma}{\pi r_c}; \quad \text{VI(16)}$

$$q_k = \frac{\Phi_k - \Phi_c}{\frac{n}{2\pi} \ln \frac{R_k}{R_1} + \frac{1}{2\pi} \ln \frac{R_1}{nr_c}} = \frac{\Phi_k - \Phi_c}{R_e + R_i}, \quad \text{VI(17)}$$

где $R_e = \frac{n}{2\pi} \ln \frac{R_k}{R_1}, \quad R_i = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{R_1}{nr_c}. \quad \text{VI(18)}$

Легко видеть, что формулы VI (15) и VI (17) аналогичны формулам, выражающим закон Ома, где R_e — аналог внешнего электрического сопротивления (внешнее фильтрационное сопротивление); R_i — аналог внутреннего электрического сопротивления (внутреннее фильтрационное сопротивление, рис. 26).

Когда имеется несколько батарей, то расчет ведут обычно для дебита всей батареи. Тогда суммарный дебит для прямолинейной батареи записывается формулой:

$$\Sigma Q_n = q_n nh = \frac{\Phi_k - \Phi_c}{\frac{L}{2\pi nh} + \frac{1}{2\pi hn} \ln \frac{\sigma}{\pi r_c}} = \frac{\rho_k - \rho_c}{\frac{\mu L}{2\pi n h k} + \frac{\mu}{2\pi k h n} \ln \frac{\sigma}{\pi r_c}}$$

или

$$\Sigma Q_n = \frac{\rho_k - \rho_c}{\rho + \rho'}, \quad \text{где} \quad \text{VI(19)}$$

$$\rho = \frac{\mu L}{2\pi n h k}; \quad \rho' = \frac{\mu}{2\pi k h n} \cdot \ln \frac{\sigma}{\pi r_c}. \quad \text{VI(20)}$$

Суммарный дебит для батареи круговой залежи запишется в виде:

$$\Sigma Q_k = q_k nh = \frac{\Phi_k - \Phi_c}{\frac{1}{2\pi h} \ln \frac{R_k}{R_1} + \frac{1}{2\pi hn} \ln \frac{R_1}{nr_c}} = \frac{\rho_k - \rho_c}{\frac{\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_k}{R_1} + \frac{\mu}{2\pi khn} \ln \frac{R_1}{nr_c}}$$

или

$$\Sigma Q_k = \frac{\rho_k - \rho_c}{\rho + \rho'}, \quad \text{VI(21)}$$

где

$$\rho = \frac{\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_k}{R_1}; \quad \rho' = \frac{\mu}{2\pi khn} \ln \frac{R_1}{nr_c} \quad \text{VI(22)}$$

Здесь ρ — внешнее суммарное фильтрационное сопротивление или сопротивление от контура питания до батареи скважин; ρ' — внутреннее суммарное фильтрационное сопротивление, т. е. сопротивление при движении жидкости между скважинами. Для галерей в формулах суммарного дебита VI (19) и VI (21) внутреннее сопротивление $\rho' = 0$.

Борисов Ю. П., используя электроаналогию, предложил приближенный метод расчета дебитов рядов. Заменяем схему залежи схемой эквивалентных фильтрационных сопротивлений (рис. 27, 28.).

Для полособразной залежи имеем (рис. 27):

$$\rho_1 = \frac{\mu L_1}{2\sigma_1 n_1 h_1 k_1}; \quad \rho_2 = \frac{\mu L_2}{2\sigma_2 n_2 h_2 k_2} \quad \text{и т. д.} \quad \text{VI(23)}$$

$$\rho'_1 = \frac{\mu}{2\pi k_1 h_1 n_1} \ln \frac{\sigma_1}{\pi r_{c_1}}; \quad \rho'_2 = \frac{\mu}{2\pi k_2 h_2 n_2} \ln \frac{\sigma_2}{\pi r_{c_2}}, \dots \quad \text{VI(24)}$$

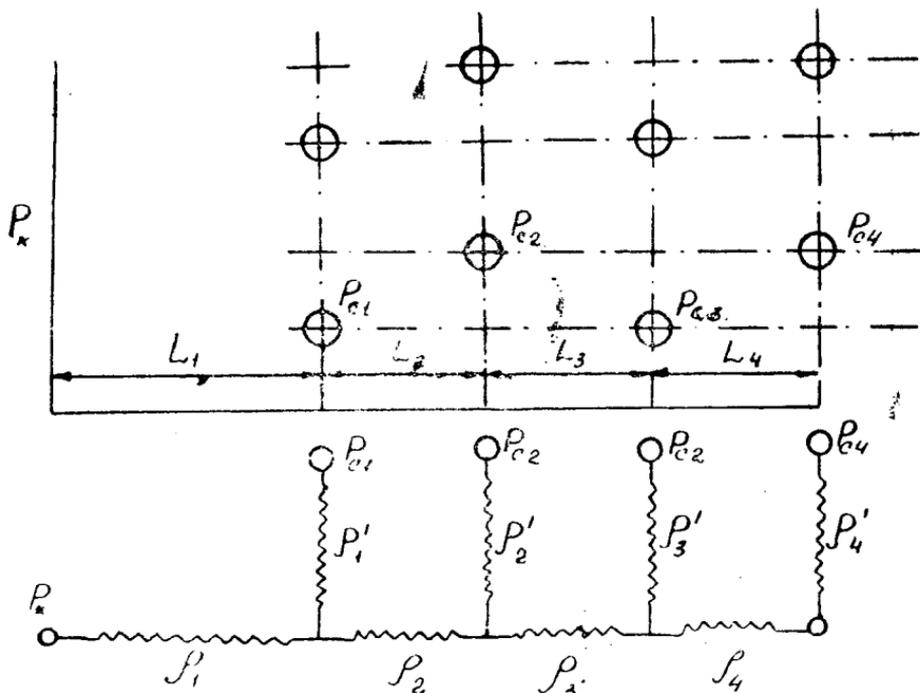


Рис. 27. Схема эквивалентного фильтрационного сопротивления для полоскообразной залежи

Для круговой залежи (рис. 28.) имеем:

$$\rho_1 = \frac{\mu}{2\pi kh_1} \ln \frac{R_k}{R_1}; \quad \rho_2 = \frac{\mu}{2\pi kh_2} \ln \frac{R_1}{R_2} \text{ и т. д.} \quad \text{VI(25)}$$

$$\rho'_1 = \frac{\mu}{2\pi kh_1 n_1} \ln \frac{R_1}{n_1 r_c}; \quad \rho'_2 = \frac{\mu}{2\pi kh_2 n_2} \ln \frac{R_2}{n_2 r_c} \text{ и т. д.} \quad \text{VI(26)}$$

Для эллипсоидальной залежи (рис. 29)

$$\rho = \frac{\mu}{2\pi kh} \ln \frac{a+b}{c} \quad \text{VI(27)}$$

$$\rho' = \frac{1}{n} \cdot \frac{\mu}{2\pi kh} \ln \frac{c}{2nr_c} \quad \text{VI(28)}$$

Обозначения a, b и c даны на рис. 29. Для полоскообразной и круговой залежей дальнейший расчет ведется как для электрических разветвленных цепей, согласно законам Ома и Кирхгофа, и не вызывает принципиальных трудностей.

Для случая кольцевого пласта, когда внутренняя граница (контур) является непроницаемой, в соответствующем узле схемы фильтрационных сопротивлений задаются не давлением, а расходом $\Sigma Q = 0$.

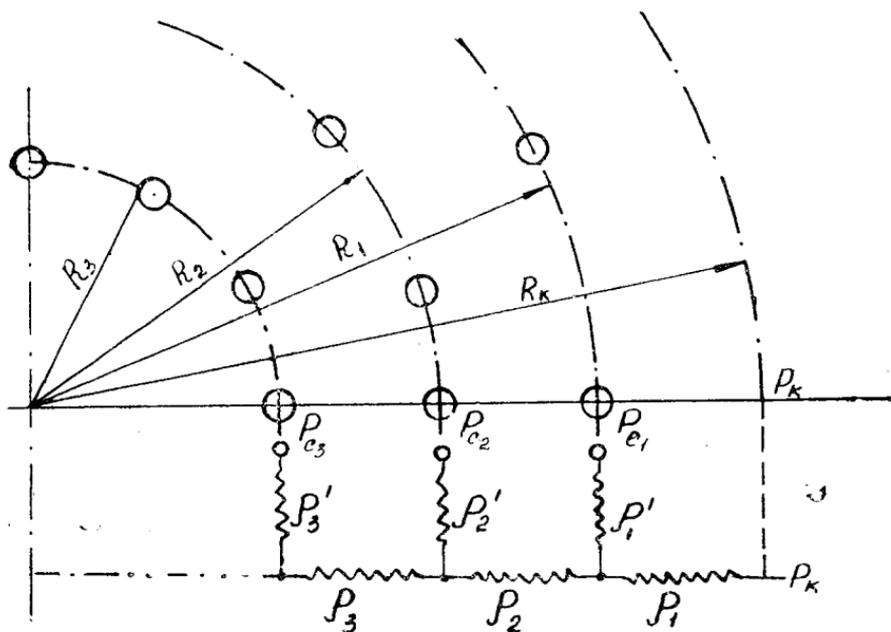


Рис. 28. Схема эквивалентного фильтрационного сопротивления для круговой залежи

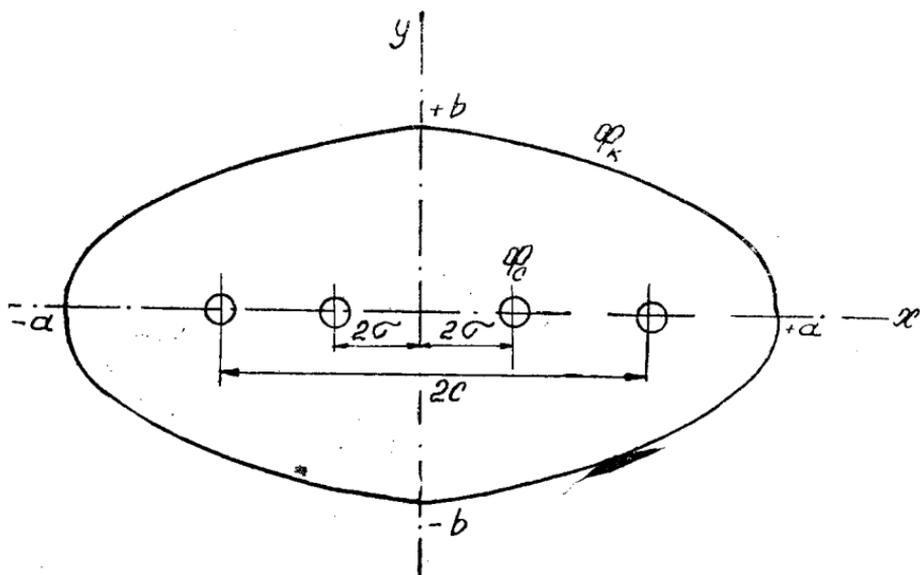


Рис. 29. Схема притока к батарее скважин в эллиптическом пласте

Чем больше расстояния между батареями по сравнению с расстояниями между скважинами, тем точнее получаются результаты по приведенным формулам.

VII. УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ОДНОРОДНОЙ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ И ГАЗА ПО ЛИНЕЙНОМУ И НЕЛИНЕЙНОМУ ЗАКОНУ

1. Одномерное установившееся движение сжимаемой жидкости и газа в трубке тока переменного сечения. Функция Лейбензона

Предположим, что фильтрация несжимаемой жидкости происходит по закону Дарси в трубке тока переменного сечения $f(s)$ при изотермическом движении ($T = \text{const}$).

Пусть вязкость жидкости является функцией давления, а проницаемость — функцией давления и положения точки, т. е.

$$\mu = \mu(p), \quad k = k(s, p) = k_1(s) k_2(p) \quad \text{VII(1)}$$

Зависимости VII (1) определяются по опытным данным.

Пренебрегая проекцией массовой силы на направление движения и учитывая, что весовой расход G жидкости или газа при установившемся движении в любом сечении остается постоянным, можно записать

$$G = - \frac{k_1(s) k_2(p)}{\mu(p)} \frac{dp}{ds} f(s) \gamma(p) \quad \text{VII(2)}$$

Введем обобщенную функцию давления

$$P^*(p) = \int \frac{k_2(p) \gamma(p)}{\mu(p)} dp, \quad \text{VII(3)}$$

закон фильтрации VII (2) запишется в виде

$$G = - \kappa_1(s) \frac{dP^*}{ds} f(s) \quad \text{VII(4)}$$

Сравнивая VII (4) и II (21), устанавливаем аналогию между стационарным движением несжимаемой и сжимаемой жидкости: аналогом объемного расхода Q несжимаемой жидкости является

весовой расход G сжимаемой жидкости; аналогом напора H — функция P^* , аналогом коэффициента фильтрации C — функция проницаемости $K_1(P)$, аналогом объемной скорости W — весовая скорость γW .

Пользуясь указанной аналогией, все решения, формулы и выводы для несжимаемой жидкости можно применить для случаев стационарного движения сжимаемой жидкости или газа.

При $K_2(P) = \text{const}$ и $\mu(P) = \text{const}$ из VII (3) следует

$$P^* = \frac{k_2}{\mu} \int \gamma(p) dp = \frac{k_2}{\mu} P \quad \text{VII(5)}$$

Здесь P представляет функцию Лейбензона

$$P = \int \gamma(p) dp \quad \text{VII(6)}$$

В этом случае уравнение VII (4) интегрируется сразу после введения функции Лейбензона. В общем же случае требуется численное интегрирование.

Аналогичным образом можно ввести функцию Лейбензона и для массового расхода

$$P = \int \rho(p) dp \quad \text{VII(7)}$$

Нелинейный закон фильтрации выражается степенными формулами или двучленной формулой вида

$$-\frac{dp}{ds} = \frac{\mu(p)}{k(p)} \cdot \omega + c \rho(p) \omega^2 \quad \text{VII(8)}$$

Аналогичным образом можно ввести обобщенную функцию P^* или при $\mu = \text{const}$ и $K = \text{const}$ функцию Лейбензона.

2. Стационарная фильтрация упругой капельной жидкости в неизменяемой пористой среде

Установим зависимость объемного веса от давления, т. е.

$\gamma = \gamma(P)$. Очевидно, для сжимаемой жидкости при увеличении давления на dP объемный вес повышается на $d\gamma$. В дифференциальной форме это запишется в виде

$$\frac{d\gamma}{\gamma} = \frac{dP}{K_0}, \quad \text{VII(9)}$$

где $K_0 = 10 \div 20$ тыс. атм — модуль упругого сжатия жидкости. K_0 является переменной величиной и зависит от давления.

Зависимость $\gamma = \gamma(p)$ в небольшом диапазоне изменения давления можно аппроксимировать как линейную, параболическую и экспоненциальную.

Полагая $K_0 = \text{const}$ и интегрируя VII (9), получим

$$\ln \gamma_0 = \frac{p_0}{K_0} + \text{const}$$

$$\ln \gamma = \frac{p}{K_0} + \text{const}$$

Исключая постоянную, получим

$$\ln \frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{p - p_0}{K_0}$$

или

$$\gamma = \gamma_0 \exp [\beta_0 (p - p_0)] \quad \text{VII(10)}$$

Здесь $\beta_0 = \frac{1}{K_0}$ — коэффициент сжимаемости $\left(\frac{1}{am}\right)$.

Таким образом, установили, что объемный вес жидкости в зависимости от давления изменяется по экспоненциальному закону.

Разложим функцию VII (10) в ряд Маклорена:

$$\gamma = \gamma_0 \left[1 + \beta_0 (p - p_0) + \frac{1}{2!} \beta_0^2 (p - p_0)^2 + \dots \right]$$

Удерживая первые два члена разложения, находим

$$\gamma \approx \gamma_0 [1 + \beta_0 (p - p_0)] \quad \text{VII(11)}$$

Перепишем VII (11) в другой форме:

$$\frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0} \approx \frac{p - p_0}{K_0} \quad \text{VII(11')}$$

Как видим, в приближенной постановке зависимость $\gamma = \gamma(p)$ удовлетворяет закону Гука. Пользуясь формулами VII (10) и VII (11), найдем точное и приближенное значение функции Лейбензона:

$$P = \int \gamma dp = \int \gamma_0 l^{\beta_0(p-p_0)} dp = \frac{\gamma_0}{\beta_0} l^{\beta_0(p-p_0)} + \text{const}$$

или

$$P = \frac{\gamma}{\beta_0} + \text{const} \quad \text{VII(12)}$$

$$P \approx \int \gamma dp = \int \gamma_0 [1 + \beta_0 (p - p_0)] dp \quad \text{VII(13)}$$

Обычно для капельной жидкости величина $\beta_0 (p - p_0) \ll 1$. Тогда можно приближенно записать

$$P \approx \gamma_0 p + \text{const} \quad \text{VII(14)}$$

Нетрудно заметить, что формула VII (14) может быть получена также интегрированием VII (6) при $\gamma(p) \cong \gamma_0$ (γ_0 соответствует начальному давлению p_0).

Отсюда следует вывод, что если жидкость малосжимаема, т. е. $\gamma \approx \gamma_0 = \text{Const}$, и сжимаемостью можно пренебречь, то при обычных значениях K_0 и $(p - p_0)$ стационарное движение сжимаемой жидкости можно рассчитывать по формулам для несжимаемой жидкости объемного веса γ_0 . При этом погрешность в определении весового расхода будет определяться третьим членом в разложении Маклорена.

3. Стационарная фильтрация газа

Как известно, для реальных газов уравнение состояния $\gamma = \gamma(P, T)$ берется в виде

$$\frac{p}{\gamma} = ZRT \quad \text{VII(15)}$$

Здесь $Z = Z\left(\frac{p}{p_{кр}}, \frac{T}{T_{кр}}\right)$ — коэффициент сверхсжимаемости, определяется по эмпирическим формулам или графикам; $p_{кр}$, $T_{кр}$ — критическое давление и температура. Функция Лейбензона с учетом VII (15) запишется в виде

$$P = \int \gamma(p) dp = \frac{1}{RT} \int \frac{p}{z} dp \quad \text{VII(16)}$$

Интеграл в функции VII (16) приходится определять численным путем.

Если давление меняется незначительно, то можно принять $Z \approx Z_{cp}$ в пределах изменения давления. Тогда из VII (16) следует:

$$P \approx \frac{1}{2RTZ_{cp}} p^2 + \text{const} \quad \text{VII(17)}$$

Для идеального газа ($Z = 1$) имеем

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p_{ам}}{\gamma_{ам}} = RT \quad \text{VII(18)}$$

Тогда функция Лейбензона принимает вид

$$P = \frac{\gamma_{ам}}{2\rho_{ам}} P^2 + \text{const} \quad \text{VII(19)}$$

а) Приток к галерее; распределение давления
Для простоты рассмотрим приток идеального газа вязкости $\mu = \text{Const}$ в пласте постоянного сечения f и проницаемости $K = \text{Const}$. Пусть p_k и p_r — давления на контуре питания и

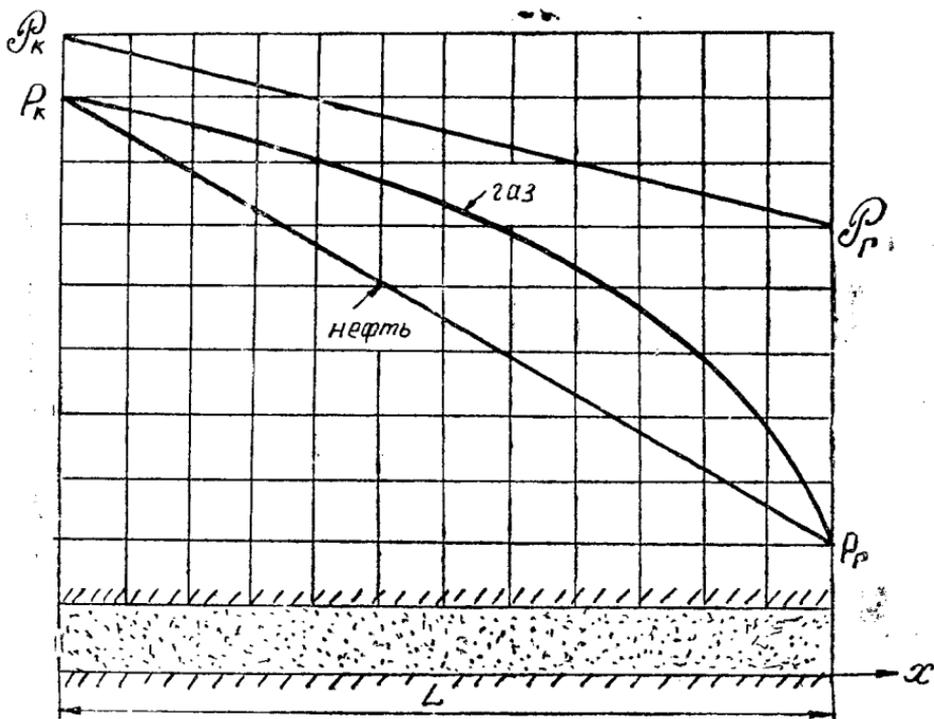


Рис. 30. Схема распределения давления при притоке несжимаемой жидкости и газа к галерее

галереи соответственно (рис. 30.) Требуется определить расход газа и распределение давления вдоль пласта.

В соответствии с аналогией между стационарной фильтрацией сжимаемой и несжимаемой жидкости весовой расход газа G запишется формулой

$$G = \frac{k}{\mu} \frac{P_k - P_r}{L} f \quad \text{VII(20)}$$

Подставляя значение функции Лейбнсона VII (19) в VII (20), получим

$$G = \frac{k}{2\mu} \frac{\gamma_{ам}}{P_{ам}} \cdot \frac{P_k^2 - P_r^2}{L} f \quad \text{VII(21)}$$

Объемный расход газа $Q_{пр}$, приведенный к атмосферным условиям, определится формулой

$$Q_{пр} = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{P_k^2 - P_r^2}{2L} f \quad \text{VII(21')}$$

Как известно, при фильтрации несжимаемой жидкости давление

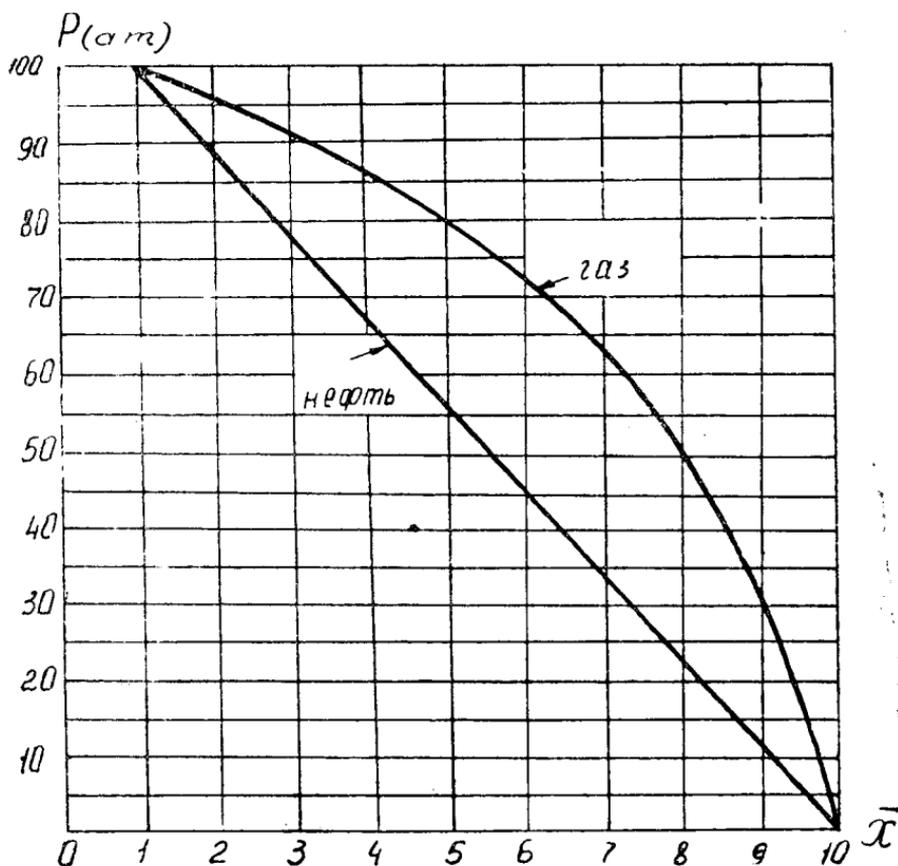


Рис. 31. Распределение давления вдоль пласта при прямолинейном притоке несжимаемой жидкости и газа.

распределяется по линейному закону (рис. 30). По аналогии для притока сжимаемой жидкости имеем

$$P = P_k - \frac{P_k - P_r}{L} x \quad \text{VII(22)}$$

Подставив значение функции Лейбенсона VII (19) в VII (22), получим

$$p^2 = p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_r^2}{L} x \quad \text{VII(23)}$$

Как видим, функция Лейбенсона или квадрат абсолютного давления вдоль газового пласта при притоке к галерее распределяется по линейному закону (рис. 30).

Распределение давления, как это следует из VII (23), выражается параболической зависимостью

$$p = \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_r^2}{L} x} \quad \text{VII(24)}$$

На рис. 31 представлено распределение давления для несжимаемой жидкости и газа при $p_k = 100 \text{ атм}$, $p_r = 0$.

б) Приток к совершенной скважине; распределение давления

В соответствии с указанной аналогией преобразуем формулу Дюпюи для притока газа к скважине. Получим

$$G = \frac{2\pi kh}{\mu} \cdot \frac{P_k - P_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \quad \text{VII (25)}$$

Объемный расход $Q_{пр}$, приведенный к атмосферным условиям, выразится формулой

$$Q_{пр} = \frac{2\pi kh}{\mu \cdot P_{атм}} \cdot \frac{p_k^2/2 - p_c^2/2}{\ln R_k/r_c} \quad \text{VII (26)}$$

Распределение функции Лейбензона по радиусу кругового пласта будет аналогично распределению давления при притоке несжимаемой жидкости, т. е.

$$P = P_k - \frac{P_k - P_c}{\ln R_k/r_c} \ln \frac{R_k}{r} \quad \text{VII (27)}$$

Подставляя VII (19) в VII (27), получим

$$p^2 = p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r} \quad \text{(VII28)}$$

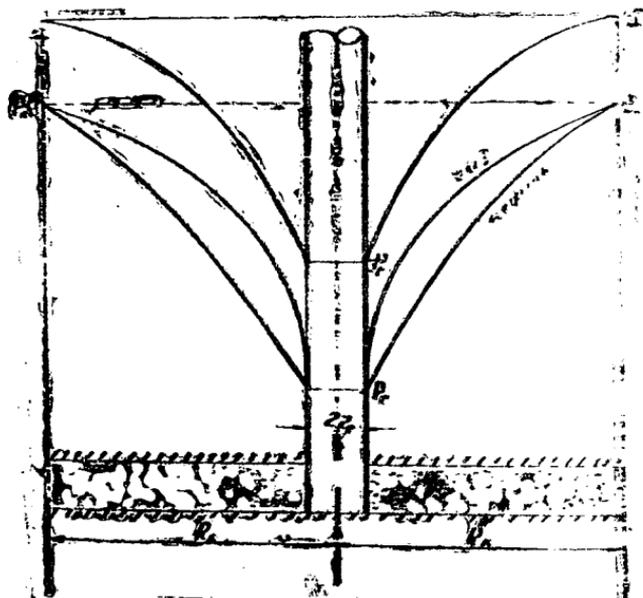


Рис. 32. «Вогонка депрессин» в случае притока жидкости и газа к совершенной скважине.

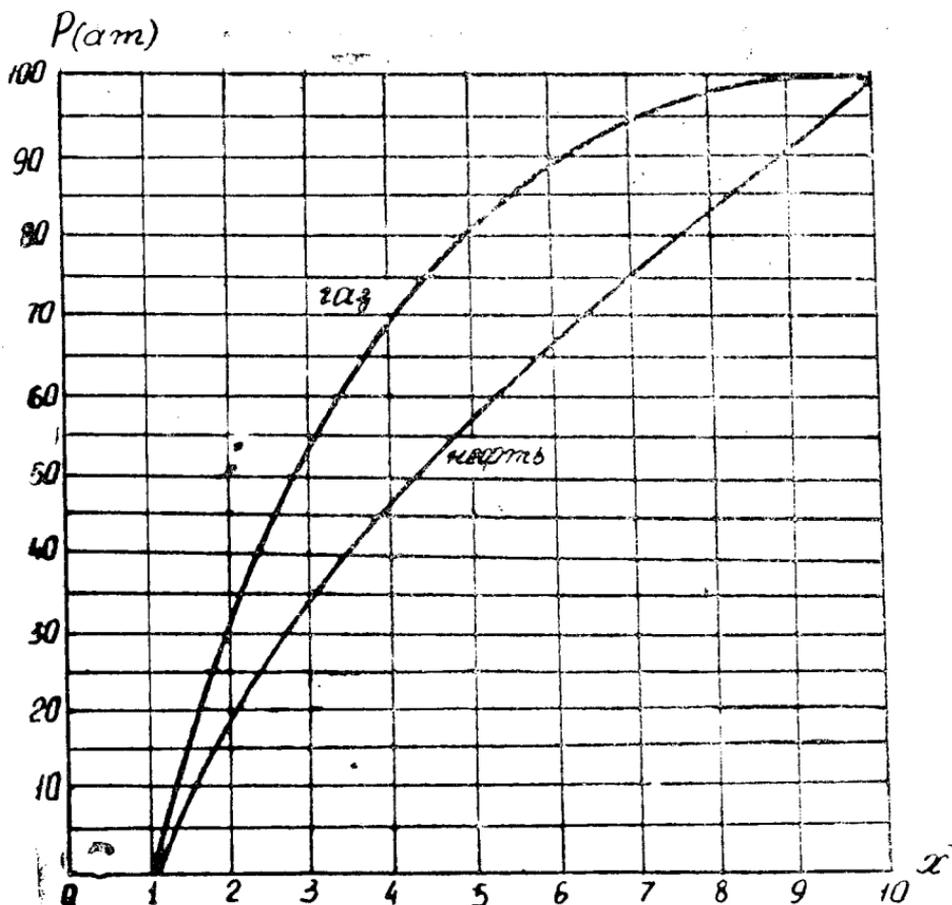


Рис. 33. Распределение давления в круговом пласте в случае притока жидкости и газа к совершенной скважине

Выражения VII (27) и VII (28) представляют собой уравнение логарифмической кривой, вращение которой образует «воронку депрессии» (рис. 32). Из формулы VII (28) следует функция распределения давления в пласте

$$p = \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r}} \quad \text{VII(28')}$$

На рис. 33 представлено распределение давления в газовом и нефтяном пластах при $p_k = 100$ атм, $p_c = 0$ и $r_c = 0,1 R_k$. Из сопоставления видно, что «воронка депрессии» для газовой скважины оказывается более крутой и падение давления вблизи скважины происходит более интенсивно, чем в нефтяной скважине.

4. Индикаторные диаграммы для несжимаемой жидкости и для газа при линейном и нелинейном законах фильтрации

Как мы уже упоминали, индикаторная диаграмма представляет собой зависимость дебита от депрессии, которая строится по данным исследования скважин на установившихся режимах. Она характеризует работу скважины и состояние призабойной зоны пласта. Для притока несжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации индикаторная диаграмма представляет собой прямую линию (рис. 10). Для притока малосжимаемой жидкости (нефти) сжимаемостью можно пренебречь [см. формулу VII (14)]. Следовательно, формула для объемного дебита будет совпадать с формулой IV (10) для притока несжимаемой жидкости, где коэффициент продуктивности выражается формулой IV (12)

$$K = \frac{2\pi kh}{m \ln R_k/r_c} \quad \text{VII(29)}$$

Таким образом, для установившегося притока малосжимаемой жидкости по линейному закону индикаторная диаграмма также представляет собой прямую линию (рис. 34).

Для притока газа по линейному закону во всей области дренажа вплоть до стенки скважины в соответствии с формулой VII (26) имеем

$$Q_{\text{пр}} = K (p_k^2 - p_c^2) = K \Delta p_c^2, \quad \text{VII(30)}$$

где

$$K = \frac{\pi kh}{P_{\text{ам}} \mu \ln R_k/r_c} \quad \text{VII(31)}$$

Зависимость $Q_{\text{пр}} = f(\Delta P_c^2)$ является также линейной (рис. 35). Если же строить функцию $Q_{\text{пр}} = f(\Delta P_c)$, то зависимость получается параболической.

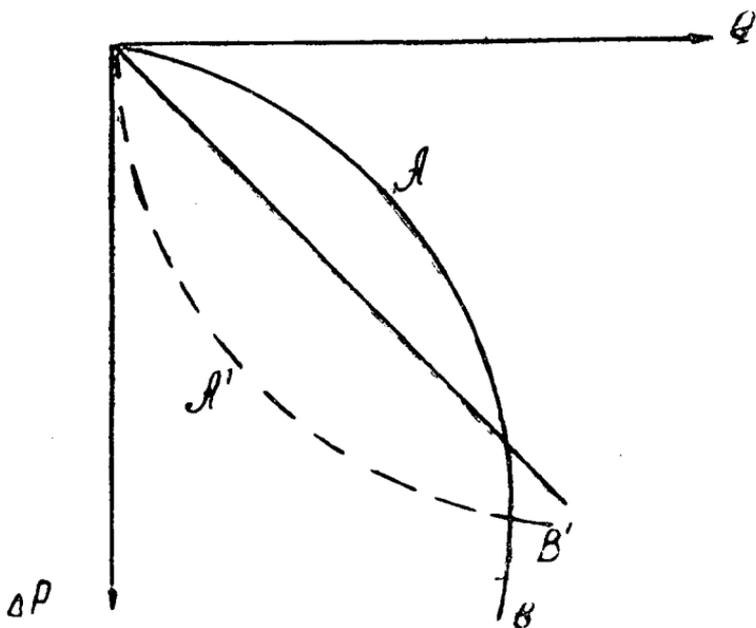
Однако в большинстве случаев вблизи забоя газовых скважин, когда числа Рейнольдса превосходят свои критические значения из-за больших скоростей фильтрации, закон Дарси нарушается. В некоторых случаях происходит нарушение линейного закона вблизи фильтрационных отверстий и при фильтрации малосжимаемых жидкостей. Тогда квадратами скоростей фильтрации пренебрегать нельзя.

В указанных случаях обработку индикаторных кривых ведут по степенной формуле вида

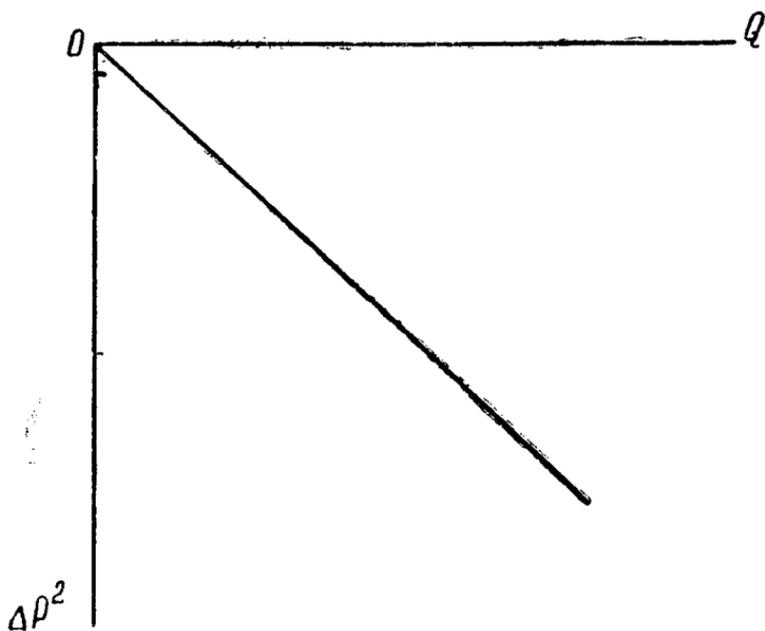
$$Q = K \Delta p^n \quad \text{VII(32)}$$

Для каждой скважины получают свои значения K и n .

Однако лучше аппроксимировать опытную зависимость двучлен-



Р и с. 34. Индикаторные кривые для притока малосжимаемой жидкости по линейному и нелинейному законам фильтрации



Р и с. 35. Индикаторная диаграмма для газовой скважины при линейном законе фильтрации

ной формулой для градиента давления VII(8), которая для индикаторной кривой запишется в виде

$$\Delta p = A Q + B Q^2 \quad \text{VII(33)}$$

Графически уравнение VII (33) изображается параболой OAB (рис. 34). При испытаниях скважин получаются иногда кривые вида OA'B', направленные выпуклостью к оси ΔP . Как указывает В. Н. Щелкачевым, такие кривые являются следствием неустановившихся процессов.

Для притока газа опытную зависимость обрабатывают по формуле

$$\Delta p^2 = aQ + bQ^2 \quad \text{VII(34)}$$

В формулах VII (33) и VII (34) коэффициенты A, B, *a* и *b* считаются постоянными и определяются опытным путем. Однако, как показали исследования последних лет, они меняются во времени, поскольку меняются характеристики пористой среды и жидкости (газа).

Заметим, что указанные коэффициенты могут быть определены приближенно и теоретическим путем, на чем мы остановимся в гл. IX.

VIII. БЕЗНАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

1. Особенности безнапорного движения

В предыдущих разделах мы рассматривали движение жидкости в порах по всей мощности пласта. При этом пьезометрическая поверхность располагалась выше кровли пласта (рис. 10, 34). Здесь мы рассмотрим движение жидкости, свободная поверхность которой находится ниже кровли пласта и является в то же время пьезометрической поверхностью. Такое движение называется безнапорным. Примерами безнапорного движения могут служить фильтрация грунтовых вод через земляную плотину и приток их к скважине — колодцу (рис. 36, 37).

Безнапорное движение жидкости встречается также при шахтной добыче нефти, в условиях гравитационного режима и вследствие истощения пластовой энергии, когда уровень жидкости (свободная поверхность) оказывается ниже кровли пласта.

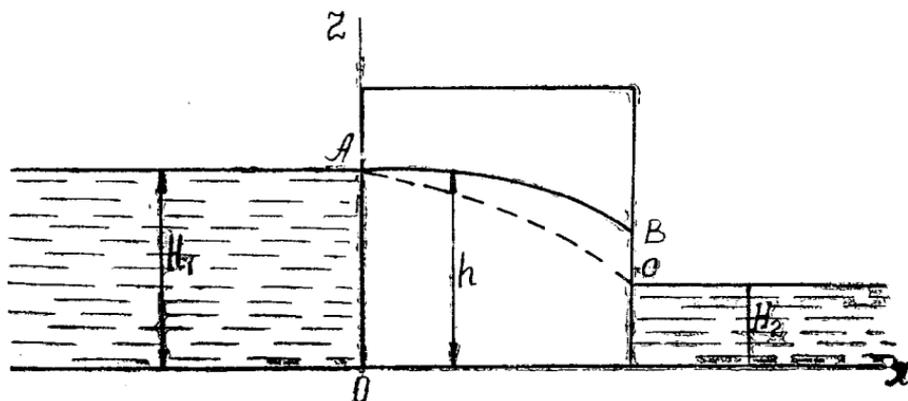


Рис. 36. Схема безнапорного течения через проницаемую перемычку при горизонтальном непроницаемом основании

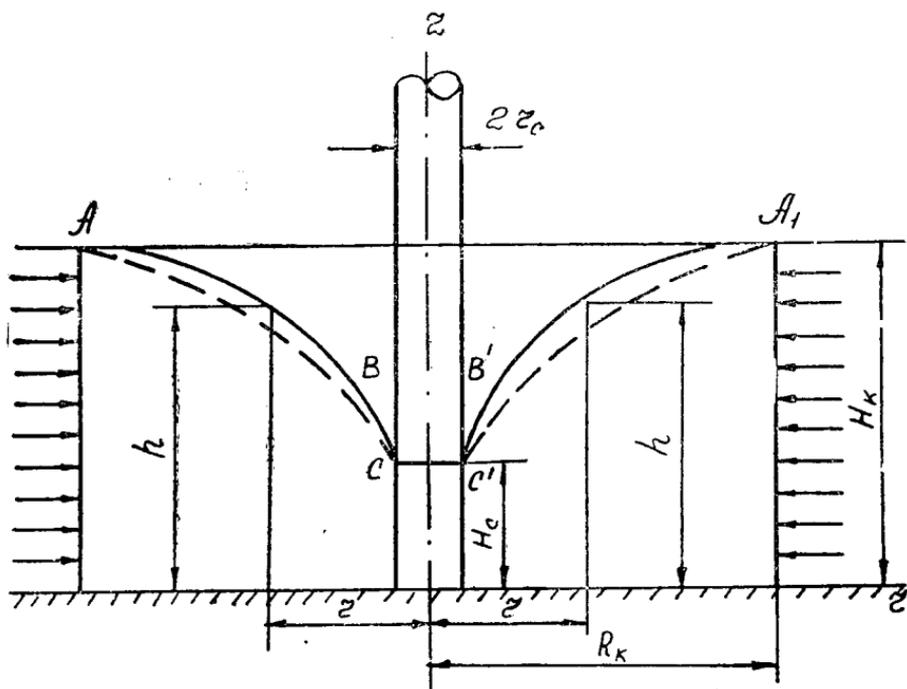


Рис. 37. Схема безнапорного притока к совершенной скважине-колодцу

Для инженерных расчетов пользуются гидравлической теорией безнапорного движения, которая является неправильной. Однако расчетные данные для дебитов хорошо совпадают с экспериментальными результатами. В описании же свободной поверхности в приближенной гидравлической теории имеется большая погрешность, так как не учитывается промежуток высачивания BC (рис. 36).

Введем некоторые понятия. Уровень H_1 называется верхним бьефом, уровень H_2 — нижним бьефом; BC — промежуток высачивания, через который жидкость сочится в атмосферу и стекает в нижний бьеф. Поверхность ABC представляет собой пьезометрическую (депрессионную) поверхность. Свободная поверхность AB всегда выходит выше нижнего бьефа. Те же самые понятия остаются и для безнапорного притока к колодцу.

Основная трудность точного решения задач безнапорного движения состоит в том, что неизвестна форма области движения жидкости, тогда как при напорной фильтрации она известна, поскольку кровля и подошва фиксированы.

Некоторые точные решения для безнапорного движения через прямоугольную перемычку выполнены П. Я. Полубариновой-Кочиной. Для притока к колодцу до сих пор точного решения не имеется.

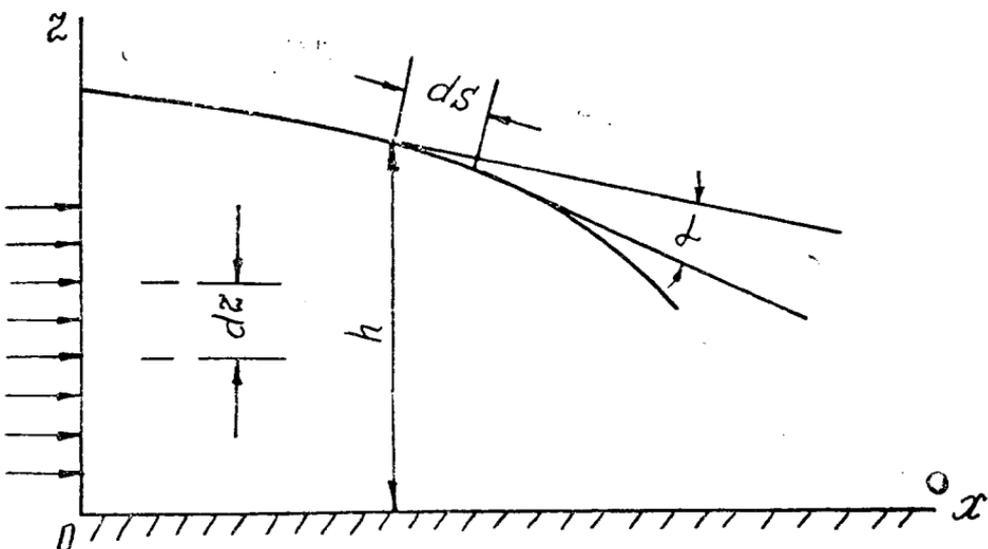


Рис. 38. Схема к выводу дифференциального уравнения стационарной безнапорной фильтрации через прямоугольную перемычку

Рассмотрим приближенную гидравлическую теорию. Проведем произвольное вертикальное сечение в безнапорном потоке (рис. 38), где h есть ордината точки свободной поверхности в данном сечении, $i = \sin \alpha$ — уклон свободной поверхности. Делаются следующие допущения: 1) горизонтальные компоненты скорости распределены равномерно; 2) давление вдоль вертикали распределено по гидростатическому закону, т. е. «напор» $H = Z + p/\gamma = H(x, z)$. «Напор», таким образом, вдоль каждой вертикали предполагается постоянным. Эти предпосылки допустимы в тех областях течения, где $i^2 \ll 1$ и кривизна линии тока меньше i , т. е. вдали от промежутка высачивания ($i \approx 1$). Будем считать, что над свободной поверхностью $P = P_{ат}$, т. е. избыточное давление равно нулю. Принимая за избыточное давление $p = 0$, находим, что «напор» H равен глубине потока h , т. е. $H = h$, откуда по закону Дарси следует выражение для поверхностной скорости фильтрации

$$v_x = -C \frac{dH}{ds} = -C \frac{dh}{ds} \quad \text{VIII(1)}$$

Горизонтальная компонента скорости фильтрации

$$u = -C \frac{dh}{dx} \quad \text{VIII(2)}$$

Эта компонента предполагается постоянной вдоль вертикали. Вертикальная компонента по условию равна нулю.

Расход на единицу ширины потока $f = 1$ запишется выражением

$$q = uhf = -ch \frac{dh}{dx} \quad \text{VIII(3)}$$

Итак мы видим, что отличительным признаком безнапорного движения является линейная зависимость потенциала или функции H на свободной поверхности от вертикальной координаты Z .

2. Гидравлическая теория безнапорного движения через прямоугольную перемычку на горизонтальном основании

Определим из VIII (3) уравнение свободной поверхности. Разделяя переменные и интегрируя, получим

$$qx = -\frac{ch^3}{2} + \text{const} \quad \text{VIII(4)}$$

Используя граничные условия (рис. 36)

$$\begin{aligned} x = 0 & \quad \text{при} \quad h = H_1, \\ x = l & \quad \text{при} \quad h = H_2, \end{aligned} \quad \text{VIII(5)}$$

находим $\text{const} = \frac{cH_1^3}{2}$ VIII(6)

$$ql = -\frac{cH_2^3}{2} + \text{const} \quad \text{VIII(7)}$$

Решая совместно VIII (6) и VIII (7), находим расход

$$q = \frac{c}{2l} (H_1^3 - H_2^3) \quad \text{VIII(8)}$$

Подставляя VIII (6) в VIII (4) и учитывая VIII (8), находим

$$h = \sqrt{H_1^3 - \frac{H_1^3 - H_2^3}{l} x} \quad \text{VIII(9)}$$

Получили уравнение параболы. Таким образом, поверхность депрессии является параболой (линия AC, рис. 36). В действительности формула VIII (9) несправедлива. Это видно из следующих соображений. При $H_2 = 0$ у выхода в нижний бьеф ($x = l$) из формулы VIII (9) получаем, что $h = 0$. Это приводит к бесконечной скорости фильтрации $U = \frac{q}{h} = \infty$, что невозможно. Поэтому необходимо, чтобы выполнялось условие $h_{x=l} > H_2$, т. е. должен существовать промежуток высачивания.

Формула Дюпюи VIII (8), хотя и выведена из допущений гидравлической теории, является строго точной. Строгое доказательство ее дано И. А. Чарным [5, 6].

3. Гидравлическая теория безнапорного притока к совершенной скважине

Рассмотрим приток к совершенной скважине. Все обозначения даны на рис. 37. Движение считаем установившимся, т. е. Q и $h = h(r)$ от времени не зависят. Скважину считаем стоком, следовательно, дебит будет положительным.

Скорость фильтрации по закону Дарси

$$v_r = -c \frac{dh}{dr} \quad \text{VIII(10)}$$

Если $f = 2\pi rh$ — площадь фильтрации при плоскорадиальном притоке, то дебит скважины выразится формулой

$$Q = f |v_r| = 2\pi rhc \frac{dh}{dr} \quad \text{VIII(11)}$$

Знак минус здесь не ставим, так как мы рассматриваем скважину сток, а функция $h = h(r)$ является возрастающей функцией расстояния.

Разделяя переменные в уравнении VIII (11) и интегрируя, получим

$$Q \ln r = \pi ch^2 + \text{const} \quad \text{VIII(12)}$$

Из граничного условия $h = H_k$ при $r = R_k$ находим

$$\text{const} = Q \ln R_k - \pi CH_k^2 \quad \text{VIII(13)}$$

Подставляя VIII (13) в VIII (12), найдем уравнение свободной поверхности (ACC'A', рис. 37). Используя второе граничное условие $h = H_c$ при $r = r_c$ и выражение VIII (13), из VIII (12) получаем формулу Дюпюи

$$Q = \frac{\pi C (H_k^2 - H_c^2)}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \quad \text{VIII(14)}$$

Формула VIII (14), как и формула VIII (8), является строго точной.

4. Дифференциальные уравнения гидравлической теории нестационарной безнапорной фильтрации

Согласно гидравлической теории безнапорного движения считается, что напор $H = H(x, y, z, t)$ является постоянной величиной вдоль каждой вертикали, а горизонтальные проекции скоро-

сти фильтрации U , V равномерно распределены вдоль каждой вертикали. Тогда напор равен глубине потока ($H = h$) и компоненты скорости запишутся в следующем виде

$$\begin{aligned} u &= -C \frac{\partial H}{\partial x} \\ v &= -C \frac{\partial H}{\partial y} \end{aligned} \quad \text{VIII(15)}$$

Расходы потока на единицу ширины в направлениях x и y соответственно будут равны:

$$q_x = uf = uH \cdot 1 = -C \frac{\partial H}{\partial x} H = -C \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} H^2 \right) \quad \text{VIII(16)}$$

$$q_y = vf = vH \cdot 1 = -C \frac{\partial H}{\partial y} H = -C \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{2} H^2 \right)$$

Составим уравнение неразрывности для нестационарного грунтового потока. Выделим элемент грунта высотой $H = h$ и площадью сечения $dxdy$ (рис. 39). За время dt в параллелепипед поступает

$$V_1 = (q_x dy + q_y dx) dt$$

Вытекает за то же время

$$V_2 = \left[\left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dy + \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) dx \right] dt$$

Следовательно, накопленный объем за время dt составит

$$dV = V_1 - V_2 = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) dxdydt \quad \text{VIII(17)}$$

Этот объем идет на повышение высоты H , которая за время dt меняется на величину $\frac{\partial H}{\partial t} dt$. Учитывая пористость m , изменение объема можно записать еще в таком виде

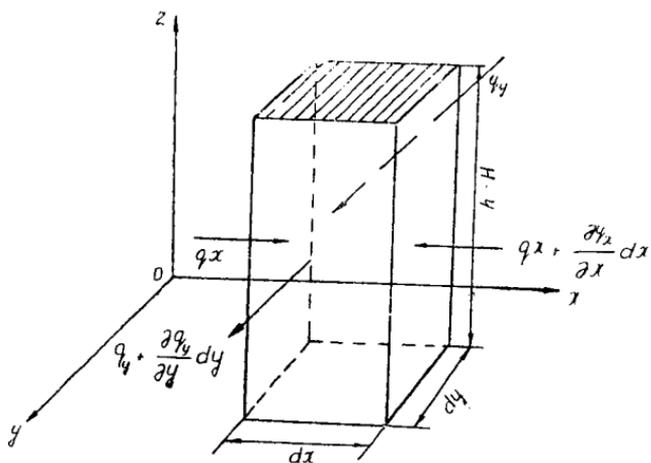
$$dV = m \frac{\partial H}{\partial t} dt dxdy \quad \text{VIII(18)}$$

Приравнивая VIII (17) и VIII (18), находим

$$m \frac{\partial H}{\partial t} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) \quad \text{VIII(19)}$$

Подставляя значение q_x и q_y из VIII (16) в VIII (19), получим

$$m \frac{\partial H}{\partial t} = C \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{1}{2} H^2 \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{1}{2} H^2 \right) \right] \quad \text{VIII(20)}$$



Р и с. 39. Схема к выводу уравнения гидравлической теории

или

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{C}{m} \nabla^2 \left(\frac{1}{2} H^2 \right) \quad \text{VIII}(20')$$

Получили дифференциальное уравнение гидравлической теории нестационарного безнапорного потока Буссинеска. Как видим, уравнение это нелинейное параболического типа в частных производных. В общем случае точного решения не имеет. Точные решения для частных случаев имеются у П. Я. Полубариновой-Кочиной.

Одним из методов приближенного решения подобных уравнений является метод линеаризации Л. С. Лейбензона. Л. С. Лейбензон указал замечательное сходство уравнения VIII (20') с дифференциальным уравнением неустановившегося движения газа в пористой среде. В дальнейшем мы рассмотрим эту аналогию.

IX. УСТАНОВИВШИЙСЯ ПРИТОК ОДНОРОДНОЙ ПЛАСТОВОЙ ЖИДКОСТИ И ГАЗА К НЕСОВЕРШЕННЫМ СКВАЖИНАМ

1. Краткий обзор

Многочисленные работы, посвященные задачам пространственной теории фильтрации жидкостей и газов в пористой среде, свидетельствуют о большом практическом интересе к ним при проектировании и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений. Большой интерес также представляют задачи безнапорного притока жидкости к гидродинамически совершенным и несовершенным скважинам и дренам при эксплуатации подгазовых нефтяных залежей.

Сделаем краткий обзор и критический анализ основных работ, относящихся к задачам о притоке пластовой жидкости к гидродинамически несовершенной скважине. Впервые задача о распределении потенциала скорости фильтрации в цилиндрическом пласте, частично вскрытом скважиной, была решена М. Маскетом в 1932 году. Затем более детальное исследование этой задачи М. Маскет изложил в своей монографии в 1946 году. При этом, используя метод отображения источников — стоков, получил решение для точечного стока в неограниченном пласте с непроницаемой кровлей в виде расходящихся рядов. Таким же путем П. Я. Полубаринова-Кочина вывела расчетные формулы для дебита наклонной, горизонтальной и вертикальной скважин.

Позднее Н. К. Гиринский исследовал напорный приток к вертикальной скважине в пласте неограниченной мощности. Применяя тот же метод, Н. К. Гиринский получил формулу для дебита, практически совпадающую с формулой, полученной в работе П. Я. Полубариновой-Кочиной.

Более сложными оказались задачи о распределении потенциала скоростей фильтрации в ограниченном пласте при работе несовершенной скважины. Здесь так же, как и в случае неограниченного пласта, был использован метод источников (стоков) и суперпозиции полей. М. Маскет исследовал приток к скважине,

несовершенной по степени вскрытия пласта конечной мощности. Применяя метод бесконечного отображения элементарного стока с заданной интенсивностью вдоль линии поглощения (ось вертикальной скважины) относительно непроницаемой кровли и подошвы и суммируя члены для отдельных стоков, Маскет после некоторых преобразований получил два приближенных решения о распределении потенциала в пласте. Одно из решений пригодно для малых расстояний от оси стока ($\rho \leq 1$), другое — для больших расстояний ($\rho = \frac{R_0}{2h_0} \geq 1$, R_0 — радиус контура питания, h_0 — нефтенасыщенная мощность пласта).

На основе исследования М. Маскета о распределении потенциала в цилиндрическом пласте И. А. Чарный предложил оригинальный метод решения задачи о притоке к несовершенной скважине по двухзонной схеме. Развивая идею И. А. Чарного, А. М. Пирвердян получил приближенные формулы для притока жидкости к несовершенной скважине.

Схема двухзонного притока получила широкое применение при решении многих задач подземной гидродинамики. Наиболее точное решение задачи о притоке к несовершенной по степени вскрытия пласта скважине дано М. И. Швидлером, который пользовался методом квазиконформных преобразований и рассматривал скважину с открытым забоем и непроницаемым дном.

Приток жидкости и газа к скважине, гидродинамически совершенной по степени и несовершенной по характеру, рассматривался рядом авторов. Впервые этот вопрос был поставлен М. Маскетом и рассмотрен в 1943 г. Затем появляются работы М. И. Тихова (1947) и А. Л. Хейна (1953) в более точной постановке задачи М. Маскета, где формулируется основной закон об оптимальном числе перфорации. В 1954 г. А. Л. Хейн разработал теорию установившегося притока жидкости и газа к несовершенной скважине с меридиально-симметричной конструкцией забоя, после чего последовал ряд его же работ, посвященных задачам установившегося и неустановившегося притока жидкости и газа к несовершенным скважинам при линейном и нелинейном законах фильтрации.

Новая и наиболее общая математическая постановка задачи о притоке несжимаемой жидкости к скважине, полностью обсаженной и перфорированной, изложена М. Н. Тиховым в его монографии (1964). Однако эти решения представляют скорее теоретический интерес и далеки от их практического инженерного приложения.

Задачи нелинейной фильтрации и притока газа к несовершенным скважинам исследовались теоретически и экспериментально Е. М. Минским. Как показали анализы, результаты эксперимента и теоретических расчетов достаточно близки.

Еще большие трудности встречает строгое математическое решение задачи о притоке к несовершенной скважине и по степени и по характеру вскрытия пласта. М. М. Глоговский изучал приток

к несовершенной скважине с различными видами несовершенства. В частности, он рассмотрел очень сложную задачу о притоке жидкости к скважине, полностью обсаженной, но в различных интервалах перфорированной. Решение получено приближенное. И. А. Чарный изучал приток к скважине, обсаженной по всей мощности однородно-анизотропного пласта и перфорированной в верхней его части. Решение получено в виде бесконечного ряда, выраженного через функции Бесселя. Ряд сложных задач был решен с помощью электро моделирования. Так, В. И. Щуров методом электродитического моделирования исследовал распределение потенциала в пласте, вызванного работой несовершенной по степени и характеру вскрытия скважиной. По данным опытов построена сетка кривых, позволяющая определять величину фильтрационного сопротивления. За последнее время появилось много новых работ, в которых рассматриваются вопросы определения коэффициента совершенства по промысловым данным, влияние частичного вскрытия пласта и скин-эффекта на кривую восстановления забойного давления и продуктивность скважины; предлагаются наиболее эффективные методы определения фильтрационных сопротивлений, обусловленных несовершенством скважин, и так далее.

Еще в 1949 г. В. Н. Щелкачев, производя критический анализ работ, посвященных притоку пластовой жидкости к несовершенной скважине, указывал на необходимость дополнительных теоретических и лабораторных исследований и промысловых испытаний. Анализируя работы М. Маскета (1943), Додсона и Кардуэлла (1944), Миллера (1940) и М. Н. Тихова (1947), В. Н. Щелкачев указывал на возможность обобщения формул для коэффициента совершенства при притоке однородных жидкостей на случай притока газа и газированных жидкостей и пришел к весьма важному выводу, что степень и характер совершенства скважины существенно влияют на величину понижения давления в ней. До того времени этот факт исследователями недооценивался.

Для притока жидкости к горизонтальным и наклонным скважинам, дренам и трещинам известны решения П. Я. Полубариновой-Кочиной, А. М. Пирвердяна и др. Задачи рассматривались авторами в различной постановке и решались в большинстве случаев методом бесконечного отображения точечного стока (источника) в кровле и подошве пласта.

Во всех указанных здесь работах в основном рассматривались задачи установившегося притока однородной несжимаемой жидкости в недеформируемом однородном или однородно-анизотропном пласте по линейному закону фильтрации. Правда закон Дарси, как правило, для большинства случаев фильтрации жидкости и газов сохраняется и является, таким образом, основой многих теоретических исследований. Однако в некоторых условиях отклонение от закона Дарси может быть существенным. Это подтверждается многочисленными лабораторными опытами и промысловыми исследованиями скважин. Поэтому изучение режимов

фильтрации и выявление пределов применимости линейного закона Дарси имеет как теоретический, так и практический интерес.

Обширные исследования неустановившегося притока жидкости и газа к гидродинамически несовершенным по характеру вскрытия пласта скважинам впервые были проведены А. Л. Хейном. Укажем еще на работу М.Т. Абасова и К. Н. Джалилова и на работы Ю. И. Стклянина.

За последнее время все более и более привлекают внимание гидродинамиков задачи фильтрации вязко-пластичных жидкостей. Известно, что движение вязко-пластичных жидкостей в пористой среде описывается обобщенным законом Дарси или законом фильтрации с предельным градиентом давления сдвига. Основы теории течения неньютоновских жидкостей впервые были разработаны А. Х. Мирзаджанзаде, затем они получили свое дальнейшее развитие в работах других исследователей. Задачи притока неньютоновских жидкостей к несовершенной скважине оказываются весьма сложными и остаются пока еще малоизученными.

В более общей постановке задача об установившемся притоке однородной или фиктивной жидкости к несовершенной скважине может быть сформулирована следующим образом. На внешнем контуре задается некоторая функция, на непроницаемых кровле и подошве пласта — ее производная, равная нулю; в перфорированной части известна функция, а в неперфорированной — ее производная, равная нулю. Требуется найти распределение функции (давление, потенциал, функция Лейбензона или Христиановича) в пласте. В точной постановке — это задача Гильберта — Римана, аналитическое решение которой для данного случая еще не получено.

Решение задачи усложняется необходимостью учета неоднородности пласта и точного выполнения условий на скважине. Преодолеть эти затруднения можно при помощи электро моделирования или путем численного решения на электронных вычислительных машинах. Однако получаемые при этом результаты применимы только к строго конкретному случаю и не могут быть использованы для анализа влияния различных факторов на приток к скважине. Поэтому для каждого нового случая требуется новое моделирование или новое вычисление на электронной машине (составление программы, ее исследование и отладка), что практически весьма затруднительно.

2. Решение Маскета для притока к единичной несовершенной по степени вскрытия пласта скважине

В подземной гидрогазодинамике различают два вида несовершенства скважин — по степени и по характеру вскрытия пласта. Несовершенная скважина по степени вскрытия — это скважина, вскрывшая пласт частично, а не на всю мощность. Если пласт вскрывается на всю мощность и не обсаживается колонной, такая

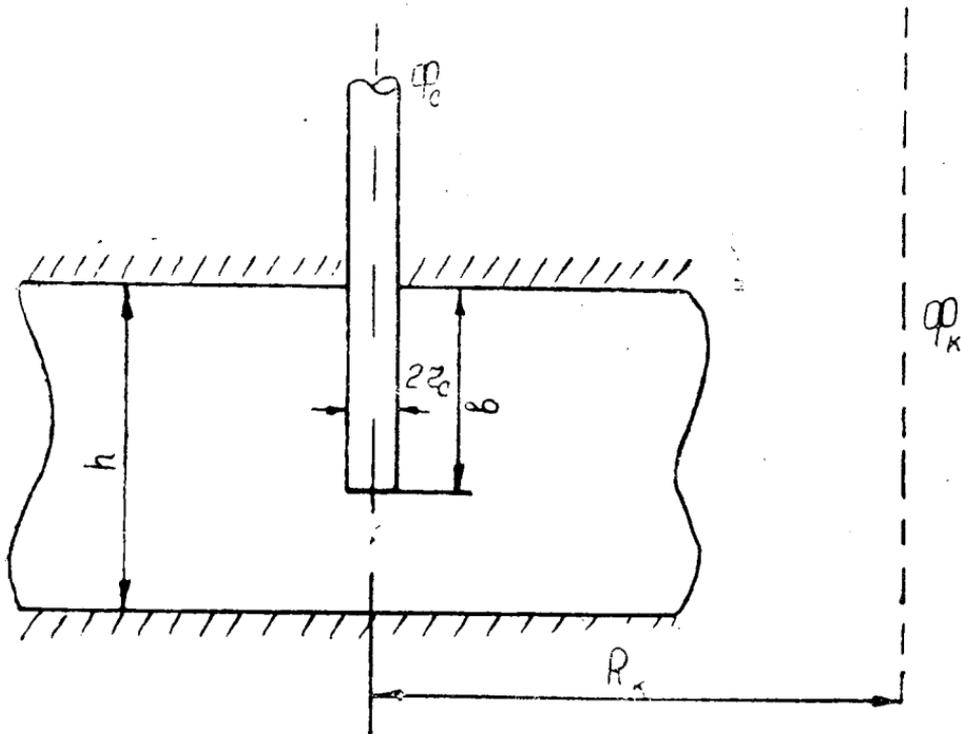


Рис. 40. Схема притока к несовершенной скважине в цилиндрическом пласте

скважина называется совершенной и по степени и по характеру вскрытия. Скважины с фильтром на забое или обсаженные и перфорированные принято называть несовершенными по характеру вскрытия.

Рассмотрим сначала задачу о притоке к единичной скважине, гидродинамически совершенной по характеру (с открытым забоем) и несовершенной по степени вскрытия в однородно-анизотропном цилиндрическом пласте (рис. 40). Пласт считается однородным, когда проницаемости по горизонтали и по вертикали одинаковы ($K_z = K_r$), и однородно-анизотропным, когда $K_z \neq K_r$. Считаем, что кровля и подошва пласта непроницаемы, потенциалы на контурах питания Φ_0 и скважины Φ_c постоянны ($\Phi_0 = const$; $\Phi_c = const$).

Задача о распределении потенциала, вызванного работой несовершенной скважины, аналитически сводится к решению дифференциального уравнения в цилиндрических координатах r и z :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

$$x^2 = \frac{k_r}{k_z}, \quad \Phi = \frac{k_r}{\mu} \cdot p \quad \text{IX(1)}$$

при граничных условиях:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{при } z = 0, \quad z = h_0 \quad (r_c \leq r \leq R_0) \quad \text{IX(2)}$$

$$\Phi = \Phi_c \quad \text{при } r = r_c \quad (0 \leq r \leq \vartheta).$$

$$\Phi = \Phi_0 \quad \text{при } r = R_0 \quad (0 \leq z \leq h_0)$$

При замене переменного $rz = z'$ уравнение IX (1) обращается в уравнение Лапласа. Задача IX (1) и IX (2) относится к области теории потенциала и впервые решалась Маделунгом, который получил общее решение, удовлетворяющее первому условию IX (2), обычным методом разделения переменных Бернулли—Фурье. Для линии стоков это решение оказалось непригодным, так как логарифмическая функция, входящая в него, при $z = 0$ имеет особенность.

Маскет решал эту задачу методом отображения элементарных стоков $d\xi$ с интенсивностью q в кровле и подошве (рис. 41) и получил расходящийся ряд за счет члена $n \ln r$ при $r \rightarrow \infty$, который был им отброшен как функция, не зависящая от координат. Таким образом, было получено распределение потенциала вблизи скважины (для $r \leq 2h_0$)

$$\Phi_1 = \frac{Q}{4\pi b} f_1(\rho, \xi, h), \quad \text{IX(3)}$$

где

$$\rho = \frac{r}{2h_0}, \quad \xi = \frac{z}{2h_0}, \quad h = \frac{b}{2h_0} \quad \text{IX(4)}$$

Здесь $f(\rho, \xi, h)$ выражается через гамма-функцию $\Gamma(n)$. Решение IX (3) не дает постоянного значения $\Phi = \Phi_0 = \text{const}$ на контуре питания R_0 . «Сшивая» решение Маделунга для больших r и решение IX (3) для малых r , Маскет получил формулу для притока к несовершенной скважине по степени вскрытия пласта:

$$Q = \frac{2\pi h_0 (\Phi_0 - \Phi_c)}{E}, \quad \text{IX(5)}$$

где

$$E = \frac{1}{2h} \left[2 \ln \frac{4h_0}{r_c} - \varphi(h) \right] - \ln \frac{4h_0}{R_0} \quad \text{IX(6)}$$

Здесь функция $\varphi(h)$ выражается через интегралы Эйлера $\Gamma(n)$, она затабулирована и представлена графически (рис. 42).

Решение уравнения Лапласа IX (1) для граничных условий IX (2) может быть выполнено более точно следующим путем [16].

Будем искать решение в виде суммы двух функций

$$\Phi = (r, z) = \Phi_1(r, z) + \Phi_2(r, z), \quad \text{IX(7)}$$

где $\Phi_1(r, z)$ — решение IX (3) для малых ρ ; $\Phi_2(r, z)$ — функция, которую надо найти в интервале $0 < r < R_0$ (чтобы она удовлет-

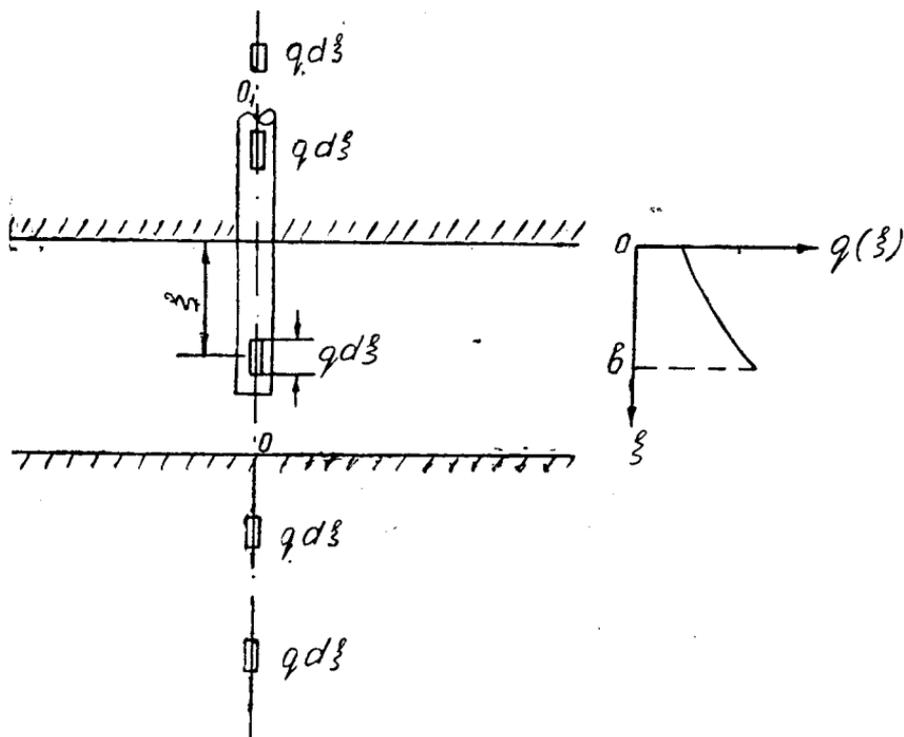


Рис. 41. К решению задачи Маскета о притоке к несовершенной скважине методом отображения элементарных стоков в кровле и подошве пласта

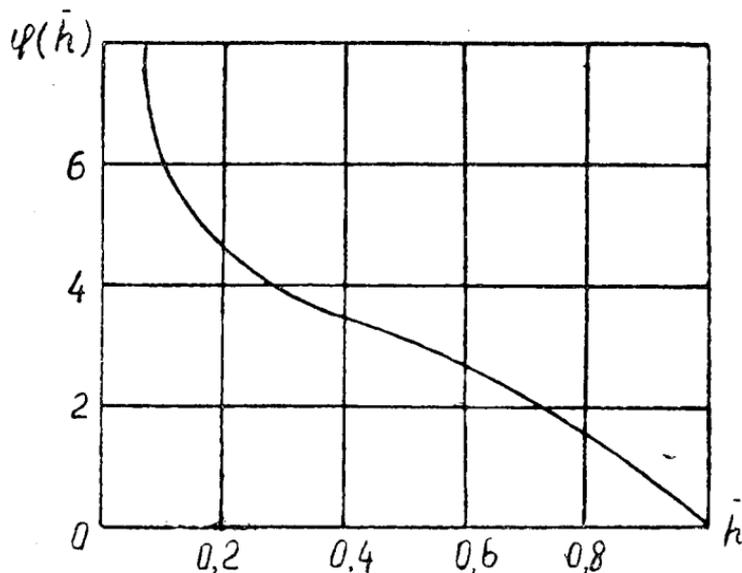


Рис. 42. Графическое изображение функции Маскета $\varphi(h)$

воряла последнему граничному условию в IX (2). В конечном счете получается решение для распределения потенциала в пласте, свободное от указанных ограничений:

$$\Phi(\rho, \rho', \xi, h) = \Phi_0 - \frac{Q}{\pi b} F(\rho, \rho', \xi, h); \quad \text{IX(8)}$$

$$\rho = \frac{R_0}{a h_0}, \quad \rho' = \frac{r}{x h_0}, \quad \xi = \frac{z}{h_0}, \quad h = \frac{b}{h_0}, \quad \text{IX(9)}$$

где F — некоторая функция, выражаемая в рядах и интегралах через функции Бесселя [16].

При $r = r_c$ (второе граничное условие) имеем $\Phi = \Phi_c$. Тогда из IX (8) следует формула IX (5), где

$$E = \frac{2}{h} \cdot F(\rho, h) \quad \text{IX(10)}$$

3. Точное решение задачи о потенциале точечного стока (источника) в однородно-анизотропном круговом пласте. Приток к несовершенной скважине

Как известно, в области, содержащей источники или стоки, потенциал удовлетворяет уравнению Пуассона [16]

$$\Delta\varphi = \psi(x, y, z): \quad \text{IX(11)}$$

Здесь Δ — оператор Лапласа; φ — потенциал; $\psi(x, y, z)$ — плотность стоков как функция координат.

Рассмотрим приток к точечному стоку с координатами $r = 0, z = \eta$, расположенному в круговом осесимметричном однородно-анизотропном пласте (рис. 43).

В этом случае уравнение IX(1) будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = q \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - \eta), \quad x^2 = \frac{k_r}{k_z}, \quad \text{IX(12)}$$

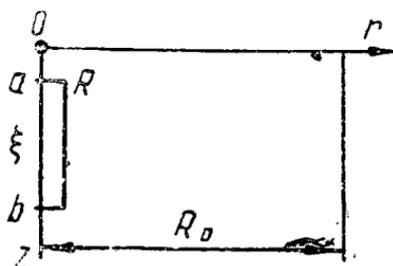


Рис. 43. Приток к точечному стоку и линии стоков

где q — мощность точечного стока; $\delta(x)$ — функция Дирака.

Будем считать кровлю ($z=0$) и подошву ($z=h_0$) непроницаемыми, т. е.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad \text{при} \quad z = 0 \quad \text{и} \quad z = h_0 \quad \text{IX (13)}$$

На внешнем контуре ($r = R_0$) примем

$$\varphi = \varphi_0 \quad \text{при} \quad r = R_0 \quad \text{IX (14)}$$

Математическое решение задачи IX (12)—IX (14) выполнено Стыляниным Ю. И. с помощью метода интегральных преобразований [16].

Точное решение для потенциала точечного стока имеет вид:

$$\varphi(\rho, \xi, h) = \varphi_0 - \frac{qz}{\pi R_0} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\text{ch} \left[\frac{\mu_i}{\rho} (1-h) \right] \text{ch} \frac{\mu_i}{\rho} \xi I_0(\bar{R}_0, \mu_i)}{\mu_i \text{sh} \mu_i / \rho I_1^2(\mu_i)} \quad \text{IX (15)}$$

$$\varphi(\rho, \xi, h) = \varphi_0 - \frac{qz}{\pi R_0} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\text{ch} \left[\frac{\mu_i}{\rho} (1-\xi) \right] \text{ch} \frac{\mu_i}{\rho} h I_0(\bar{R}_0, \mu_i)}{\mu_i \text{sh} \mu_i / \rho I_1^2(\mu_i)} \quad \text{IX (16)}$$

Здесь μ_i — положительный корень уравнения $J_0(\mu_i) = 0$;

$J_0(x)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка;

$J_1(x)$ — функция Бесселя первого рода первого порядка;

безразмерные координаты и параметры:

$$\rho = \frac{R_0}{x h_0}; \quad \xi = \frac{z}{h_0}; \quad h = \frac{\eta}{h_0}; \quad \bar{R}_0 = \frac{r}{R_0}. \quad \text{IX (17)}$$

Найдем потенциал для линии стоков (рис. 43). В формулах IX (15) и IX (16) примем

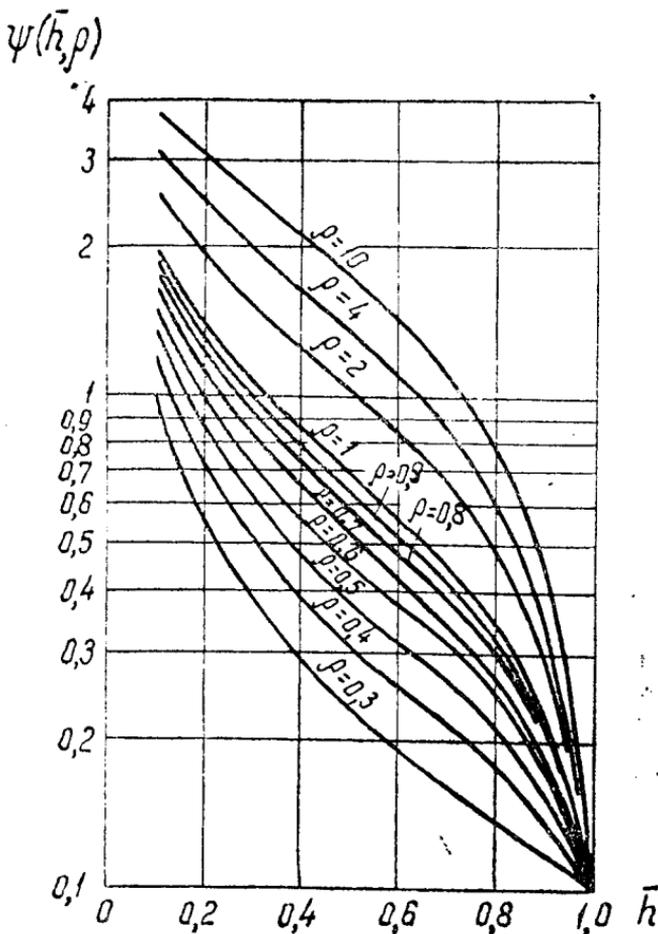
$$q = q(h) = \text{const} \quad \text{при} \quad 0 \leq h \leq 1; \quad h = \frac{b}{h_0} \quad \text{IX (18)}$$

Очевидно, что потенциал для линии стоков будет

$$\Phi = h_0 \int_0^h \varphi(\rho, \xi, h) dh, \quad \text{IX (19)}$$

где φ определяется по формулам IX (15) и IX (16). Интегрируя IX (19), после некоторых преобразований получим окончательно:

$$\Phi - \Phi_0 = \pm \frac{Q}{2\pi h h_0} \left[\ln \bar{R}_0 + 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\text{ch} \frac{\mu_i}{\rho} \xi \text{sh} \frac{\mu_i}{\rho} (1-h) I_0(\bar{R}_0, \mu_i)}{\mu_i^2 \text{sh} \mu_i / \rho I_1^2(\mu_i)} \right] \quad \text{IX (20)}$$



Р и с. 44. Графики-функции $\psi(\rho, h)$

$$\Phi_{\xi > h} - \Phi_0 = \pm \frac{Q}{\pi h h_0} \sum_{i=1}^n \frac{\text{ch} \frac{\mu_i}{\rho} (1 - \xi) \text{sh} \frac{\mu_i}{\rho} h I_0(\bar{R}_0 \mu_i)}{\mu_i^2 \text{sh} \frac{\mu_i}{\rho} I_1^2(\mu_i)} \quad \text{IX(21)}$$

Рассматривая приток к элементарному кольцу, интегрируя полученное уравнение вдоль кольца — стоков и усредняя потенциал вдоль стенки цилиндра — стоков, т. е. вдоль открытой части пласта, получим формулу для дебита:

$$Q = \frac{2\pi h_0 (\Phi_0 - \Phi_c)}{\frac{1}{h} \left[I_n \frac{R_0}{r_c} - \psi(\rho, h) \right]} = \frac{2\pi h_0 (\Phi_0 - \Phi_c)}{E_0}, \quad \text{IX(22)}$$

где

$$\psi(\rho, h) = \frac{2\rho}{h} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\text{sh} \frac{\mu_i}{\rho} h \text{sh} \frac{\mu_i}{\rho} (1 - h)}{\mu_i^3 \text{sh} \frac{\mu_i}{\rho} I_1^2(\mu_i)} \quad \text{IX(23)}$$

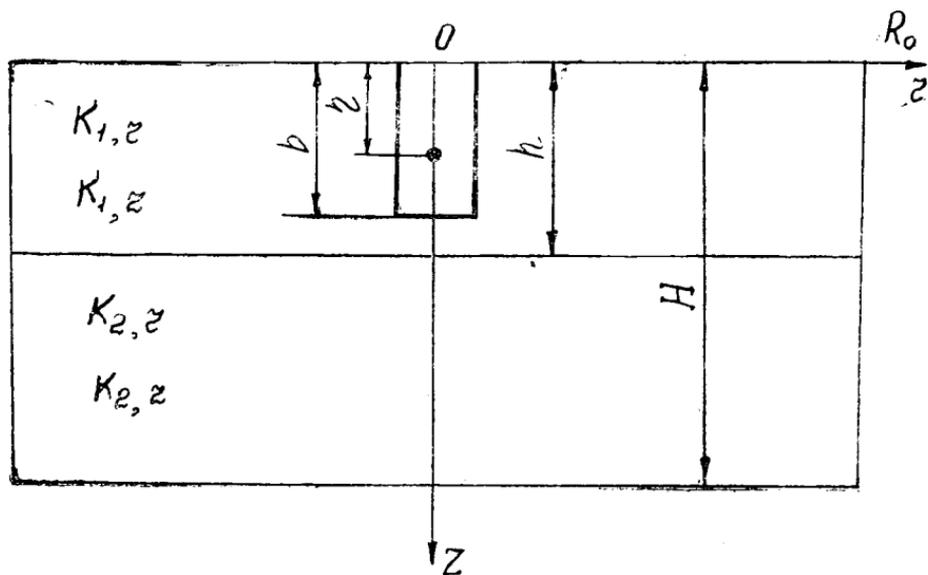


Рис. 45. Схема притока к несовершенной скважине в двухслойном однородно-анизотропном пласте

Функция IX (23) рассчитана на ЭВМ, графическое изображение которой представлено на рис. 44.

Задача о притоке газа специально не ставилась, однако приведенное здесь решение может быть использовано и для притока газа к несовершенной скважине при установившемся изотермическом процессе по линейному закону фильтрации.

Переходя от потенциала к давлению в формуле IX(22) и принимая вместо давления p функцию Лейбензона P , а вместо объемного расхода Q — весовой расход $G = \gamma_{ам} Q$, а затем делая обратный переход, получим

$$Q = \frac{\pi k h_0}{\mu P_{ам}} \cdot \frac{p_c^2 - p_c^2}{E_0} \quad \text{IX(22')}$$

4. Потенциал несовершенной скважины в двухслойном однородно-анизотропном круговом пласте

Решение данной задачи (рис. 45) выполнено Ю. И. Сткляным. Решения для распределения потенциала (Φ_1 — потенциал для верхнего пласта, Φ_2 — потенциал для нижнего пласта) выражаются в сложной интегральной форме. Для скважины радиуса r_c потенциал на скважине определится интегралом

$$\Phi_c = \int_0^b q(\eta) \varphi(r_c, z, \eta) d\eta, \quad \text{IX(24)}$$

где η , q и φ — ордината, мощность и потенциал точечного стока соответственно.

Соответствующим подбором $q(\eta)$ можно добиться постоянства потенциала на забое вскрытой части пласта, т. е. $\Phi_c = \text{constant}$ при $0 \leq Z \leq b$.

Удобнее за потенциал на стенке скважины принять среднее значение его, вычисленное по формуле:

$$\Phi_c = \frac{1}{h} \int_0^h \Phi_1(\xi, \rho, h) d\xi, \quad \text{IX}(25)$$

где $\Phi_1(\xi, \rho, h)$ определяется сложным выражением [16], которое из-за громоздкости здесь не приводится.

5. Потенциал точечного стока (источника), горизонтальной дрены и несовершенной галереи в полосообразном однородно-анизотропном пласте

Вопросы притока пластовых жидкостей к горизонтальным скважинам, дренам и трещинам рассматривались рядом авторов в различной постановке. Эти вопросы становятся все более актуальными, поскольку современное развитие техники бурения наклонных и горизонтальных скважин делает вполне реальным их широкое практическое разрешение в ближайшее время.

Рассмотрим приток к точечному стоку с координатами (η, l_1) , расположенному несимметрично в полосообразном горизонтальном однородно-анизотропном пласте с подошвенной водой (рис. 46).

За исходное принимается уравнение

$$\frac{\kappa_x}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\kappa_z}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = q \delta(z - \eta) \delta(x - l_1), \quad \text{IX}(26)$$

где $\delta(z - \eta)$ и $\delta(x - l_1)$ — функции Дирака.

Введем потенциал

$$\varphi = \frac{\kappa_x}{\mu} p \quad \text{IX}(27)$$

и характеристику анизотропности пласта

$$\alpha = \sqrt{\frac{\kappa_x}{\kappa_z}} \quad \text{IX}(28)$$

Тогда уравнение IX (26) примет вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = q \delta(z - \eta) \delta(x - l_1) \quad \text{IX}(29)$$

Кровля и подошва считаются непроницаемыми, т. е.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad \text{при} \quad z = 0, \quad z = h_0 \quad \text{IX}(30)$$

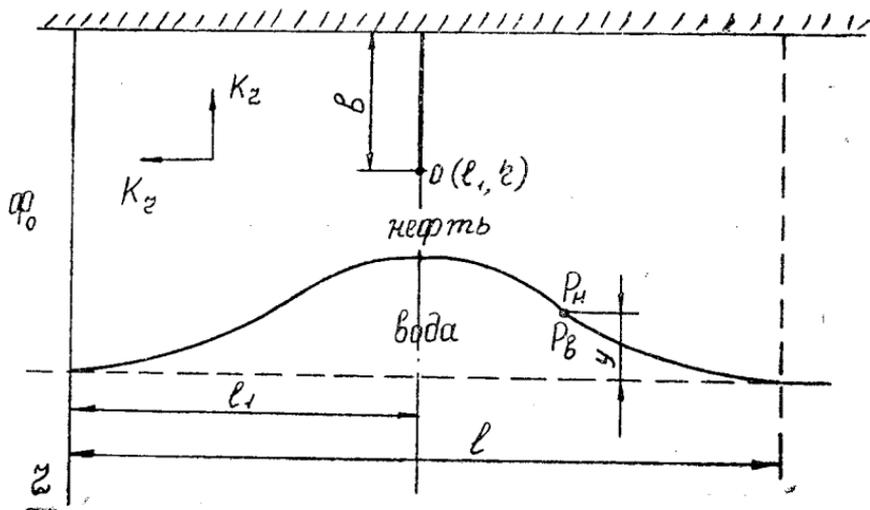


Рис. 46. Схема притока к точечному стоку, горизонтальной дрене, несовершенной щели в плоскообразном пласте

На контуре питания для простоты принимается

$$\varphi = 0 \quad \text{при} \quad x = 0, \quad x = l \quad \text{IX(31)}$$

Уравнение IX (29) с граничными условиями IX (30) и IX (31) можно решить методом интегральных преобразований, применяя последовательно косинус- и синус-преобразование Фурье с конечными пределами и формулы обращения. Такое решение дано в работе [16]:

$$\varphi_1 = - \frac{2q x}{\pi l} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\text{ch } m \pi \frac{x}{l} (h_0 - z) \text{ch } m \pi \eta \frac{x}{l}}{m \text{sh } m \pi h_0 \frac{x}{l} / \sin m \pi \frac{l_1}{l} \sin m \pi \frac{x}{l}} \quad \text{IX(32)}$$

$$\varphi_2 = - \frac{2q x}{\pi l} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\text{ch } m \pi \frac{x}{l} (h_0 - \eta) \text{ch } m \pi z \frac{x}{l}}{m \text{sh } m \pi h_0 \frac{x}{l} / \sin m \pi \frac{l_1}{l} \sin m \pi \frac{x}{l}} \quad \text{IX(33)}$$

Формулы IX (32) и IX (33) дают распределение потенциала, вызванного точечным стоком и источником, в элементе анизотропного плоскообразного пласта. Их можно использовать при экспериментировании на щелевом лотке и для горизонтальной дрены. Можно получить потенциал и для несовершенной щели в том же пласте. При этом щель будем рассматривать как линию стоков, расположенных вдоль прямой $x = l_1$ от $z = 0$ до $z = b$, при постоянной мощности q (рис. 46). Тогда потенциал линии стоков определится интегралом

$$\Phi = \int_0^b \varphi(x, z, \eta) d \eta \quad \text{IX(34)}$$

Подставляя IX (32) и IX (33) в IX (34), интегрируя последнее уравнение и делая некоторые преобразования, получим

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \int_{z>b}^b \varphi_1(x, z, \eta) d\eta = \\ &= -\frac{2q}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} \frac{m\pi x}{l} (h_0 - z) \operatorname{sh} \frac{m\pi x}{l} b}{m^2 \operatorname{sh} \frac{m\pi z}{l} h_0 / s \operatorname{н} \frac{m\pi \epsilon_1}{l} \operatorname{сн} \frac{m\pi x}{l}} \end{aligned} \quad \text{IX (35)}$$

$$\begin{aligned} \Phi_2 &= \frac{2q}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} \frac{m\pi x}{l} z \operatorname{sh} \frac{m\pi x}{l} (h_0 - b) \cdot \operatorname{сн} \frac{m\pi l_1}{l} \operatorname{сн} \frac{m\pi x}{l}}{m^2 \operatorname{sh} \frac{m\pi z}{l} h_0} + \\ &+ \begin{cases} -2q \frac{l-l_1}{l^2} x & \text{при } 0 \leq x \leq l_1 \\ -2q \frac{l_1}{l_2} (l-x) & \text{при } l_1 \leq x \leq l \end{cases} \end{aligned} \quad \text{IX (36)}$$

Если $b = h_0$, то из формулы IX (36) получится выражение для потенциала совершенной щели в полосообразной залежи:

$$\Phi_2 = \begin{cases} -2q \frac{l-l_1}{l^2} & \text{при } 0 \leq x \leq l_1 \\ -2q \frac{l_1}{l_2} (l-x) & \text{при } l_1 \leq x \leq l \end{cases} \quad \text{IX (37)}$$

Если за горизонтальную дрину принять горизонтальную скважину диаметром d , произвольно расположенную в пласте, то потенциал такой дрены определится интегралом

$$\Phi = \int_{a-d}^b \varphi_1(x, z, \eta) d\eta \quad \text{IX (38)}$$

Ряды IX (32) и IX (33) сходятся медленно, однако после улучшения сходимости [16] для них можно получить приближенные выражения с достаточной степенью точности, более удобные для вычислений.

6. Анализ распределения потенциала в однородно-анизотропном круговом пласте

Обычно аналитические решения о распределении потенциала скоростей фильтрации в пласте получаются в виде бесконечных рядов или интегралов, что связано с трудоемкими численными расчетами. В настоящее время, благодаря использованию электронной вычислительной техники, стало возможным проводить сложные расчеты и анализы в широких диапазонах параметров.

Впервые детальный анализ распределения потенциала на поверхности забоя несовершенной по степени вскрытия скважины

в однородном пласте с осевой симметрией, а также в пласте по всей мощности относительно несовершенной скважины, дан М. Маскетом [3].

Представляет теоретический и практический интерес (например, при решении некоторых статических и динамических задач теории конусообразования) показать более наглядно характер распределения потенциала в однородно-анизотропном ограниченном пласте, вскрытом несовершенной скважиной (рис. 43). Используем решение IX (21), которое в безразмерных параметрах принимает следующий вид:

$$\frac{\Phi_0 - \Phi}{q} = F\left(\xi, \rho_0, h, \frac{r}{R_0}\right) \quad \text{IX(39)}$$

$$F\left(\xi, \rho_0, h, \frac{r}{R_0}\right) = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\text{ch} \frac{1-\xi}{\rho_0} \mu_i \text{sh} \frac{h}{\rho} \mu_i I_0\left(\mu_i \frac{r}{R_0}\right)}{\mu_i^2 \text{sh} \frac{\mu_i}{\rho_0} I_1^2(\mu_i)} \quad \text{IX(40)}$$

Расчет функции IX (40) производился на ЭВМ для параметра $\rho = 10$ и относительного вскрытия $h = 0,3$ при фиксированных значениях r/R_0 . Результаты представлены на рис. 47. Степень отклонения от плоскорадialного потока для каждого значения r/R_0 можно показать из соотношения

$$\delta\% = \frac{F_{\xi=0,5} - F_{\xi=1}}{F_{\xi=0,5}} \cdot 100\% \quad \text{IX(41)}$$

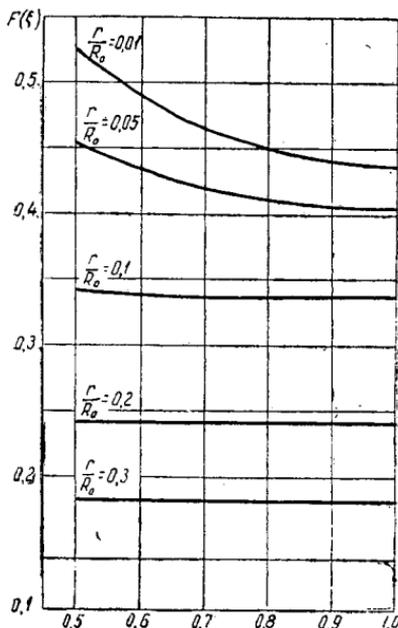


Рис. 47. Распределение потенциала скоростей фильтрации в круговом пласте (к определению зоны пространственного движения)

Такое отклонение составляет: 17,2; 11,2; 1,18 и 0,25% для отношения радиусов 0,01; 0,05; 0,10 и 0,20 соответственно.

Таким образом, для зоны $\bar{r}_0 = r_c/R_0 \gg 0,10$ практически можно считать поток плоскорадиальным, поскольку на расстоянии $r_0 = 0,10$ отклонение составляет величину порядка одного процента. На рис. 47 показаны линии равных потенциалов, где линия $\bar{r}_0 = 0,10$ представляет собой почти прямую, параллельную оси абсцисс.

Чтобы нагляднее представить себе размеры зон пространственного и плоскорадиального течения, рассмотрим один пример. Пусть $R_0 = 200$ м, $h_0 = 20$ м и $x = 1$ (пласт однородно-изотропный), что соответствует параметру $\rho_0 = 10$. Для вскрытия $h = 0,3$, принимая $r_0 = 0,10$ как границу между указанными зонами, находим $r = 0,10 \cdot R_0 = 0,10 \cdot 200 = 20$ м. Как видим, зона пространственного притока оказалась равной одной мощности пласта. С увеличением относительного вскрытия, как это явствует из физических соображений, эта зона будет уменьшаться, приближаясь к скважине, и в предельном случае вскрытия пласта (скважина совершенная) во всей области дренажа будет иметь место строго плоскорадиальный приток. Что касается анизотропных пластов, то, очевидно, зона пространственного движения будет меньше по сравнению с однородно-изотропными пластами и в общем случае

$$r_0 = f(\rho, h)$$

Проведенный анализ подтверждает выводы М. Маскета и И. А. Чарного о размерах зоны пространственного движения при притоке к несовершенной скважине по степени вскрытия пласта. Маскет показывает, что в однородно-изотропном пласте при относительном вскрытии $h = 0,5$ плоскорадиальность потока нарушается лишь при $r < 2h_0$. И. А. Чарный предлагает принимать зону пространственного потока радиуса $r = (1 \div 1,5) h_0$.

Произведенная количественная оценка позволяет принять критерий, характеризующий приток к несовершенной скважине, параметр ρ . При $\rho \leq 10$ и $h \geq 0,3$ (что выполняется в большинстве практических случаев) зона пространственного притока с высокой степенью точности может быть принята равной $r_0 = h_0$. При $\rho > 10$ этот радиус будет несколько больше и для практических расчетов может быть принят равным удвоенной мощности пласта.

Следует заметить, что выбор зоны пространственного движения при притоке к несовершенным скважинам имеет важное значение во многих задачах подземной гидродинамики. В дальнейшем будет широко использован прием решения многих задач, основанный на схеме условного разделения притока на две зоны.

7. Приток неньютоновской жидкости к несовершенной скважине

Нефти некоторых месторождений СССР (Башкирии, Азербайджана, Узбекистана) содержат большое количество парафино-смолоасфальтеновых компонентов. Наличие таких компонентов может обуславливать проявление структурно-механических свойств нефти (динамическое напряжение сдвига и структурная вязкость) при ее фильтрации в пористой среде. Исследования показали, что чем больше нефть содержит смолоасфальтеновых компонентов и чем ниже температура, тем большее значение приобретают ее структурно-механические свойства.

Известно, что для движения обычных (ньютоновских) жидкостей в пористой среде, когда абсолютная вязкость жидкости остается постоянной, справедлив закон Дарси. Движение вязкопластичных (неньютоновских) жидкостей характеризуется динамическим напряжением сдвига и структурной вязкостью. В этом случае фильтрация жидкости описывается так называемым обобщенным законом Дарси или законом фильтрации с предельным градиентом давления сдвига, достаточно полно исследованым в работах А. Х. Мирзаджанзаде и др., Султанова Б. И., В. М. Ентова. Обобщенный закон Дарси можно записать по аналогии, вводя коэффициент структурной вязкости $\eta(\tau_0)$ как функцию динамического напряжения сдвига (τ_0) [17]

$$\vec{u} = - \text{grad} \frac{k}{\eta(\tau_0)} p + p \text{grad} \left[\frac{k}{\eta(\tau_0)} \right]^* \quad \text{IX(42)}$$

При некоторых условиях, когда величина второго слагаемого в уравнении IX (42) составляет незначительную долю* от всей суммы и ей можно пренебречь без существенного ущерба для практических расчетов, обобщенное уравнение Дарси IX (42) может быть записано приближенно в виде

$$\vec{u} \approx - \text{grad} \frac{k}{\eta(\tau_0)} p = - \text{grad} \Phi \quad \text{IX(43)}$$

Отсюда следует, что если известно решение для распределения потенциала скорости фильтрации Φ ньютоновской жидкости при притоке к совершенной или несовершенной скважине, то оно может быть использовано для приближенных расчетов и для случая фильтрации вязкопластичной жидкости путем введения $\eta(\tau_0)$ вместо коэффициента абсолютной вязкости μ ньютоновской

* Оценка величины $\text{grad} \frac{k}{\eta(\tau_0)}$ может быть произведена по формуле [17]

$$\text{grad} \frac{k}{\eta(\tau_0)} \approx \frac{\lambda / u(r)}{r[1 + \lambda / u(r)]}, \quad \lambda = \frac{k}{\mu}$$

жидкости. При этом необходимо знать закон изменения структурной вязкости как функцию градиента давления, проницаемости, пористости и других характеристик пористой среды, другими словами — как функцию динамического напряжения сдвига τ_0 для каждой конкретной залежи.

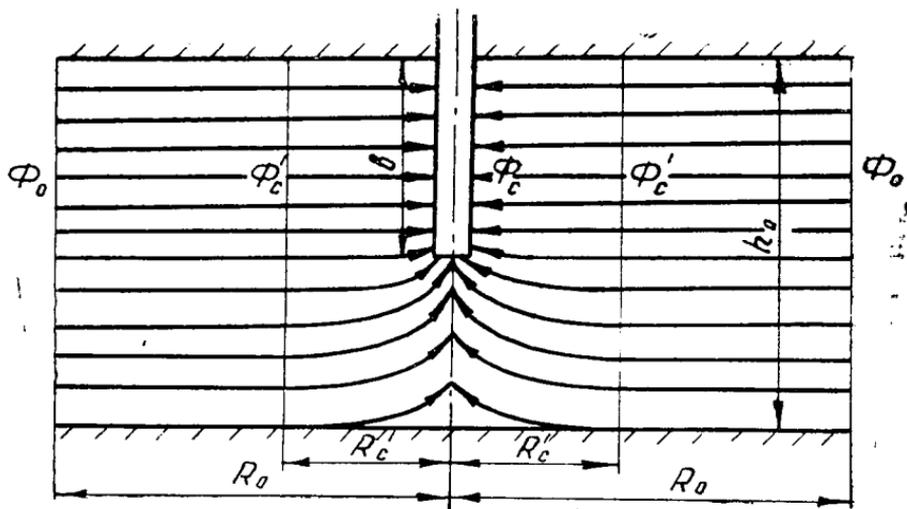
Заслуживает внимания рассмотрение фильтрации неньютоновской жидкости в монолитных однородных или однородно-анизотропных пластах с подсыщенной водой, которые обычно вскрываются несовершенными скважинами. Непосредственное решение краевой задачи при законе Дарси с предельным градиентом IX (42) для этого случая представляет большие математические трудности. При некоторых условиях это уравнение упрощается и сводится к виду IX (42).

Решения краевых задач при законе IX (43) хорошо изучены, и формально они могут быть получены также и для притока неньютоновской жидкости к несовершенным скважинам. Однако этот вопрос не является исчерпанным в силу некоторых особенностей вязко-пластичных жидкостей. Известно, что неньютоновские жидкости характеризуются структурно-механическими свойствами, когда структурная вязкость жидкости не остается постоянной величиной, а меняется с изменением динамического напряжения сдвига. В работах Девликамова В. В. и Хабибуллина З. А. и др. показано, что при очень малых градиентах динамического сдвига пластовая нефть, обладающая структурно-механическими свойствами, как в капилляре, так и в песчанике, движется с неразрушенной структурой (вязкость нефти в десятки и сотни раз больше вязкости той же нефти с разрушенной структурой). При достижении определенной величины структура разрушается полностью и жидкость движется как ньютоновская.

Экспериментально и теоретически установлено, что особенности фильтрации неньютоновских жидкостей проявляются в большей степени при малых скоростях, а это значит—вдали от скважины. Благодаря повышенным скоростям фильтрации и искусственному воздействию на пласт (создание повышенных градиентов давления на пласт, снижение забойного давления ниже давления насыщения, нагрев призабойной зоны) с целью интенсификации добычи вокруг забоя скважины образуется зона с ослабленными структурно-механическими свойствами нефти, где движение жидкости стабилизируется и становится таким же, как и при установившейся линейной фильтрации. Таким образом, область притока вокруг скважины, расположенной в круговом пласте, можно условно разделить на две зоны:

1) внутреннюю, где течение жидкости ньютоновское с вязкостью μ , и 2) внешнюю, где течение жидкости вязко-пластичное со структурной вязкостью η (τ_0) (рис. 48).

Будем считать, что зона пространственного движения и упомянутая выше внутренняя зона совпадают между собой, а ради-



Р и с. 48. Двухзонная схема притока к несовершенной скважине

ус их равен одной нефтенасыщенной мощности ($R_c^1 = h_0$). Такое допущение можно обосновать тем фактом, что мы рассматриваем однородно-анизотропный пласт, где, как правило, горизонтальная проницаемость K_r в несколько раз больше вертикальной K_z . Известно, что градиент давления сдвига оказывается выше для малопроницаемых пород, т. е. в направлении, перпендикулярном напластованию. Таким образом, в пределах внешней зоны, где вязкость к тому же очень высокая, движение жидкости будет существенно плоскорадиальным из-за ухудшенной проницаемости по вертикали. Там, где градиенты давления превосходят по величине градиенты давления сдвига, обусловленные вертикальной проницаемостью (внутренняя зона), будет иметь место пространственное движение.

Физически становится ясно, что при фильтрации неньютоновских жидкостей линии тока будут искривляться на более близком расстоянии от оси несовершенной скважины, чем при фильтрации ньютоновских жидкостей. Пусть Φ_0 , Φ'_c и Φ — потенциалы на контуре питания R_0 , на условном контуре R'_c и во внутренней зоне пласта соответственно.

Для внешней зоны в соответствии с формулой Дюпюи имеем

$$\Phi_0 - \Phi'_c = \frac{Q}{2\pi h_0} \ln \frac{R_0}{h_0} \quad \text{IX(44)}$$

Для внутренней зоны, согласно решению IX (21), имеем

$$\Phi - \Phi'_c = -\frac{Q}{2\pi h_0} F(\rho, \xi, h, \bar{R}_c) \quad \text{IX(45)}$$

$$\rho = \frac{R'_c}{\alpha h_0} = \frac{h_0}{\alpha h_0} = \frac{1}{\alpha}; \quad \xi = \frac{z}{h_0}; \quad h = \frac{b}{h_0}; \quad \bar{R}'_c = \frac{r}{h_0} \quad \text{IX(46)}$$

Решая совместно IX (44) и IX (45), находим

$$\Phi_0 - \Phi = \frac{\theta}{2\pi h_0} \left[\ln \frac{R_0}{h_0} + \frac{2}{h} F(\rho, \xi, h, \bar{R}'_c) \right] \quad \text{IX(47)}$$

$$F(\rho, \xi, h, \bar{R}'_c) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\text{ch} \frac{\mu_i}{\rho} (1-\xi) \text{sh} \frac{\mu_i}{\rho} h I_0(\bar{R}'_c \mu_i)}{\mu_i^2 \text{sh} \frac{\mu_i}{\rho} I_1^2(\mu_i)} \quad \text{IX(48')}$$

Для распределения давления во внутренней зоне ниже забоя формула IX (47) представится в виде

$$p = \frac{\mu}{\gamma(\tau_0)} p_0 - \frac{Q \mu \varepsilon}{2\pi k h_0} \cdot \frac{h}{2} \quad \text{IX(48)}$$

$$E = \frac{h}{2} \ln \frac{R_0}{h_0} + F(\rho, \xi, h, \bar{R}'_c) \quad \text{IX(49)}$$

Дебит несовершенной скважины можно определить путем усреднения потенциала вдоль вскрытой мощности пласта. Тогда, согласно формуле IX (22), имеем

$$\bar{\Phi}_c - \Phi'_c = -\frac{Q}{2\pi h h_0} \left[\ln \frac{h_0}{r_c} - \psi(\rho, h) \right] \quad \text{IX(50)}$$

Решая совместно IX (44) и IX (50), находим

$$\Phi_0 - \bar{\Phi}_c = \frac{Q}{2\pi h_0} \left[\ln \frac{R_0}{h_0} + E_0(\rho, h) \right] \quad \text{IX(51)}$$

$$E_0(\rho, h) = \frac{1}{h} \left[\ln \frac{h_0}{r_c} - \psi(\rho, h) \right] \quad \text{IX(52)}$$

Здесь ρ , h определяются по формуле IX (46), а функция $\psi(\rho, h)$ по формуле IX (23). Из уравнения IX (51) следует формула для дебита

$$Q = \frac{2\pi k h_0}{\mu} \cdot \frac{\left[\frac{\mu}{\gamma(\tau_0)} p_0 - p_c \right]}{F(\rho, h)} \quad \text{IX(53)}$$

$$F(\rho, h) = \left[\ln \frac{R_0}{h_0} + E_0(\rho, h) \right] \quad \text{IX(54)}$$

Как видно из формулы IX (53), приток вязко-пластичной жидкости возможен лишь в случае выполнения неравенства

$$\frac{\mu}{\gamma(\tau_0)} p_0 > p_c \quad \text{IX(55)}$$

Таким образом, если структурная вязкость $\eta(\tau_0)$ очень высокая, то условие IX (55) не выполняется и нефть не движется. Снижая забойное давление P_c ниже давления насыщения (дегазируя нефть), мы тем самым способствуем ослаблению структурно-механических свойств нефти, т. е. понижению динамического напряжения сдвига, а следовательно, и уменьшению структурной вязкости. Этот вывод вполне отражают формулы IX (53) и IX (55). На самом деле, когда P_c снижается ниже $P_{нас}$, то величина $\eta(\tau_0)$ уменьшается, благодаря увеличению градиента давления сдвига, и в пределе $\eta(\tau) \rightarrow \mu$.

В этом случае, полагая $\rho = \frac{R_0}{z h_0}$ и принимая $R_c^1 = R$ (рис. 48), формулы IX (53) и IX (54) превращаются в известные формулы IX (22) и IX (23) для притока ньютоновских жидкостей к несовершенной скважине в однородно-анизотропном пласте.

8. Расчет фильтрационных сопротивлений, обусловленных несовершенством скважины и экраном в условиях однородно-анизотропного пласта. Приведенный радиус скважины.

Коэффициент совершенства

Математическое решение задачи о притоке к скважине с обоими видами несовершенства представляет значительные трудности. Приближенные аналитические решения этой задачи принадлежат М. М. Глоговскому, И. А. Чарному и А. Л. Хейну. Задача о притоке к скважине с экраном на забое рассматривалась М. Т. Абасовым, К. Н. Джалиловым и Т. Ф. Ивановым. Обычно в инженерных расчетах дебитов несовершенных скважин используется понятие коэффициента совершенства скважины, который характеризует ее относительную производительность, обусловленную перфорацией и частичным вскрытием. В связи с этим оказывается полезным формулу для дебита несовершенной скважины привести к виду формулы Дюпюи

$$Q = \frac{2\pi h_0 (\Phi_k - \Phi)}{E_0} \quad \text{и} \quad \frac{2\pi h_0 (\Phi_k - \Phi_c)}{\ln R_k/r_c + S}, \quad \text{IX(56)}$$

где S — представляет собой суммарные добавочные фильтрационные сопротивления, обусловленные в общем случае обоими видами несовершенства (C' и C''), наличием экрана на забое скважины (C_0), скин-эффектом и т. д., т. е.

$$S = C' + C'' + C_0 + \bar{C} \quad \text{IX(57)}$$

Вначале рассмотрим задачу о притоке к несовершенной скважине по степени вскрытия с экранированным забоем в условиях однородно-анизотропного кругового пласта (рис. 49). Используем схему разделения потока на три зоны. Постановка задачи

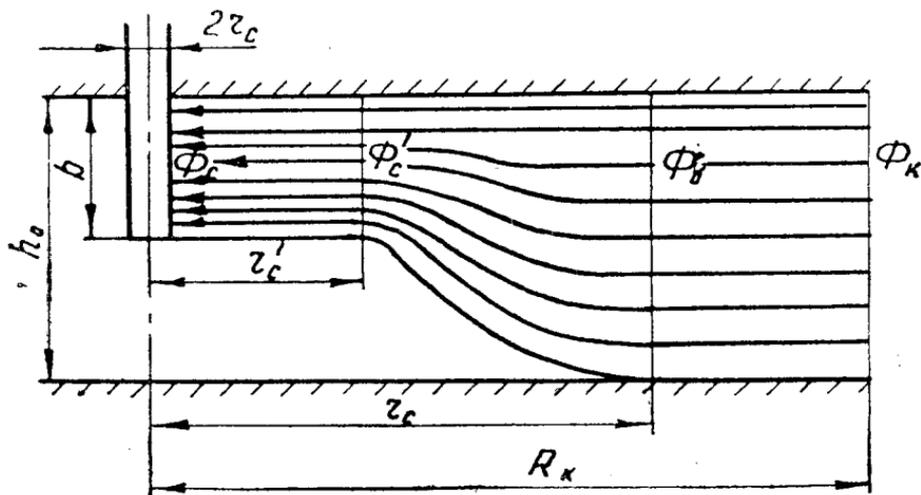


Рис. 49. Схема притока к совершенной экранированной скважине

обычная. Размер зоны (II), в соответствии с § 6 гл. IX, можно записать формулой $r_0 = r'_c + f(r'_c, \rho, h)$. Тогда зона пространственного движения (II) будет ограничиваться радиусами r'_c и r_0 (рис. 49). Функция $f(r'_c, \rho, h)$ остается неизвестной и для ее нахождения требуется провести специальные исследования с помощью электрического или математического моделирования. Однако поведение ее становится физически ясным. При $r'_c \rightarrow r_c$, $r_0 \approx f(\rho_0, h)$. В первом приближении примем $r_0 \approx r'_c + h_0$. В силу неразрывности потока расходы через любые цилиндрические поверхности пласта будут равными. Таким образом, мы можем записать для I, II и III зон соответственно

$$Q = \frac{2\pi b (\Phi'_c - \Phi_c)}{\ln r'_c / r_c} \quad \text{IX(58)}$$

$$Q = \frac{2\pi h_0 (\Phi_0 - \Phi'_c)}{E'_0} \quad \text{IX(59)}$$

$$Q = \frac{2\pi h_0 (\Phi_k - \Phi_0)}{\ln R_k / r'_c + h_0} \quad \text{IX(60)}$$

Здесь E'_0 — фильтрационное сопротивление, в соответствии с IX (23) определяется по формуле

$$E'_0 = \frac{1}{h} \left[\ln \frac{r_0}{r'_c} - \psi(\rho, h) \right] \quad \text{IX(61)}$$

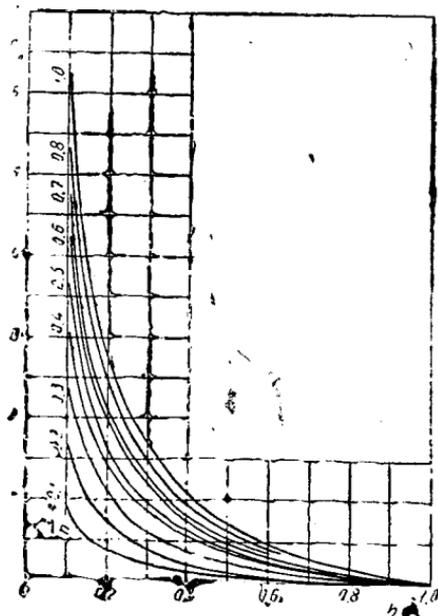


Рис. 50. Фильтрационные сопротивления, обусловленные экраном на забое

$$h = \frac{b}{h_0}, \quad \rho = \frac{r_0 - r'_c}{\alpha h_0} = \frac{1}{\alpha} \quad \text{IX(61')}$$

Исключая неизвестные потенциалы Φ'_c и Φ_0 на соответствующих цилиндрических поверхностях по правилу производных пропорций из формул IX (58)—IX (60), учитывая IX (61), после некоторых преобразований получим

$$Q = \frac{2\pi h_0 (\Phi_k - \Phi_c)}{\ln R_k/r_c + C' + C_0} \quad \text{IX(62)}$$

$$C' = \left(\frac{1}{h} - 1\right) \ln \frac{h_0}{r_c} - \frac{1}{h} \psi(\rho, h) \quad \text{IX(63)}$$

$$C_0 = \left(\frac{1}{h} - 1\right) \ln \left(1 + \frac{r'_c}{h_0}\right) \quad \text{IX(64)}$$

Ясно, что когда радиус экрана равен радиусу скважины ($r'_c = r_c$), формула IX (64) будет выражать фильтрационные сопротивления, обусловленные доньшком скважины. Очевидно, что при достаточно большой мощности пласта величина r_c/h_0 будет малой и, следовательно, величиной C_0 можно пренебречь ($C_0 = 0$).

Функция IX (64) затабулирована и представлена графически (рис. 50). Функция C' также затабулирована для различных значений $\frac{h_0}{r_c}$, h и ρ и изображена графически (рис. 51). Из графиков

следует, что добавочные фильтрационные сопротивления S_0 , обусловленные экраном, возрастают с увеличением размеров экрана и особенно резкое увеличение наблюдается для малых вскрытий ($h < 0,3$).

Фильтрационные сопротивления S' , обусловленные частичным вскрытием, возрастают для одних и тех же вскрытий h при увеличении отношения h_0/r_c или, что то же самое, при увеличении мощности пласта. Особенно резкое увеличение S' наблюдается опять же при малых вскрытиях ($h < 0,4$). Отсюда вытекает весьма важный вывод для решения практической инженерной задачи о выборе оптимальной величины вскрытия пласта с подошвенной водой. Очевидно, что для пластов больших мощностей слишком малые относительные вскрытия окажутся неприемлемы из-за больших фильтрационных сопротивлений.

На величину S' оказывает существенное влияние степень анизотропности пласта. Из сравнения графиков для разных ρ (рис. 51) находим, что с увеличением анизотропии χ или с уменьшением параметра ρ фильтрационные сопротивления возрастают. Это также говорит в пользу того, что в сильноанизотропных пластах выбор слишком малых величин вскрытия пласта с подошвенной водой с целью увеличения безводного периода может оказаться неоправданным.

Сопоставления показывают [17], что наиболее близкие результаты к экспериментальным данным В. И. Щурова дает формула IX (63). Так, при $\frac{h_0}{r_c} = 200$ отклонение Δ не превосходит 8%, а при $\frac{h_0}{r_c} = 50$ наибольшее отклонение составляет 5,5%. Формулы Г. Б. Пыхачева, А. М. Пирвердяна и в особенности Т. Ф. Иванова дают завышенные значения S' , а по М. Маскету и Ван Пуллеу получаются заниженные величины S' против экспериментальных результатов В. И. Щурова.

Итак, зная добавочные фильтрационные сопротивления, коэффициент совершенства скважины можно определить из известных соотношений :

для установившегося состояния

$$\eta_y = \left(\frac{Q}{Q_c}\right)_y = \frac{\ln \frac{R_k}{r_c}}{\ln \frac{R_k}{r_c} + S}; \quad \text{IX (65)}$$

для квазиустановившегося состояния

$$\eta_{ky} = \left(\frac{Q}{Q_c}\right)_{ky} = \frac{\ln R_k/r_c - 0,75}{\ln R_k/r_c - 0,75 + S} \quad \text{IX (66)}$$

Здесь Q — дебит несовершенной скважины, Q_c — дебит совершенной скважины.

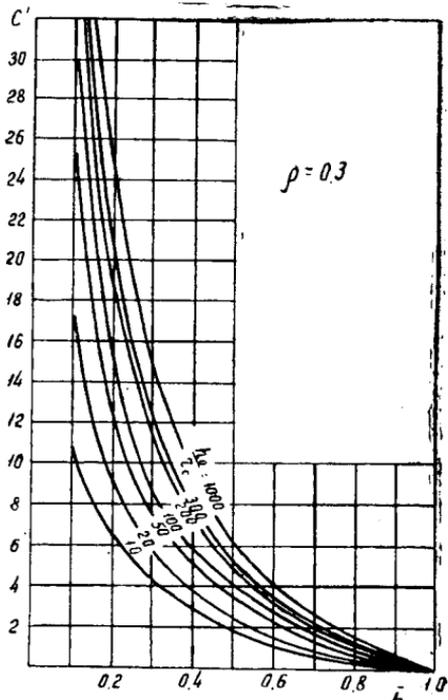
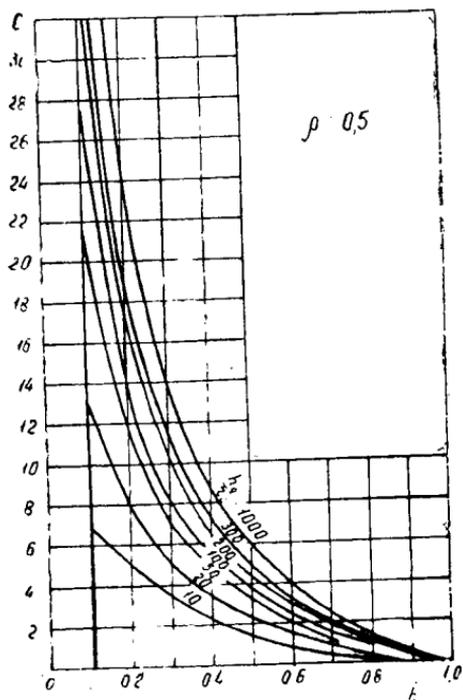
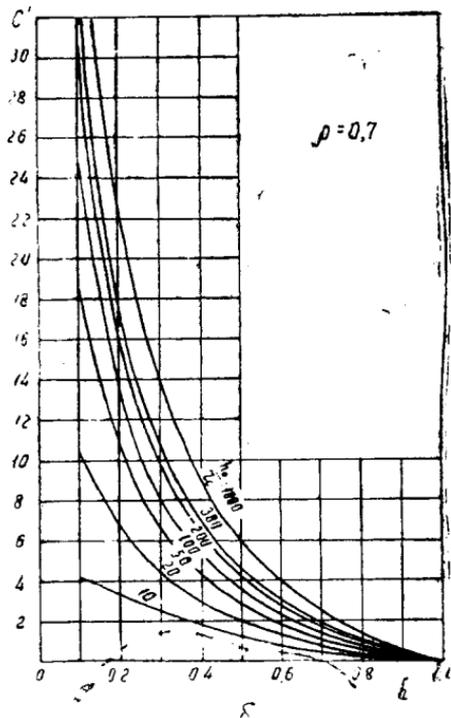
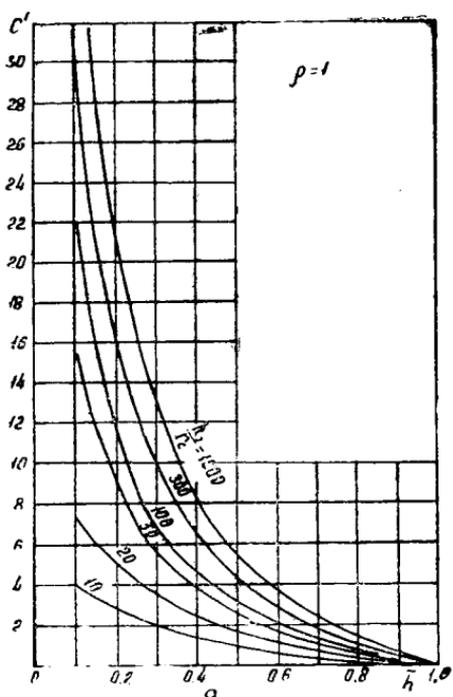


Рис. 51. Фильтрационные сопротивления, обусловленные несовершенством скважины по степени вскрытия пласта: а — при $\rho = 1$; б — при $\rho = 0,7$; в — при $\rho = 0,5$; г — при $\rho = 0,3$

Заметим, что американские авторы, например, Ван Пуллен, предлагают использовать формулу IX (66) в случае, если скважина осваивается в уже работающей системе скважин. Формула IX (66) используется в случае, если скважина осваивается на месторождении, еще не вступившем в интенсивную эксплуатацию, или в случае редкой сетки скважин.

Произведенные расчеты коэффициента совершенства по формуле IX (66) [17] для $R_k = 100, 200, 400$ и 800 м свидетельствуют о том, что $\eta_{кв}$ в основном зависит от относительного вскрытия пласта h и относительной мощности пласта h_0/r_c . Причем с увеличением h_0/r_c коэффициент $\eta_{кв}$ при малых h резко падает. С увеличением радиуса контура питания (R_k/r_c) коэффициент совершенства увеличивается, но незначительно.

В гидравлике существует понятие приведенного радиуса скважины. Рассмотрим знаменатель формулы IX (56). Его можно записать следующим образом:

$$\ln \frac{R_k}{r_c} + S = \ln \frac{R_k}{r_c} + \ln e^S = \ln \frac{R_k}{r_c e^{-S}} \quad \text{IX(67)}$$

Обозначим

$$r'_c = r_c e^{-S} \quad \text{IX(68)}$$

Это выражение и называют приведенным радиусом несовершенной скважины. Физически это означает, что мы принимаем некоторую фиктивную совершенную скважину с радиусом r'_c , дебит которой равен дебиту действительной скважины радиуса r_c . Таким образом, вводя приведенный радиус r'_c , все расчеты можно свести к расчетам для совершенных скважин.

9. Экспериментальные исследования влияния несовершенства скважин на их производительность

Приток жидкостей и газов к гидродинамически несовершенным скважинам изучался многими авторами экспериментальным путем. Например, используя метод электрслитического моделирования, В. И. Щуров получил серию графических зависимостей добавочного фильтрационного сопротивления от относительного вскрытия пласта [4]. Метод заключается в том, что в электролитическую ванну погружаются два электрода. Один из них моделирует контур питания, другой — скважину.

Глубина погружения электрода — скважины моделирует частичное вскрытие пласта. Пропуская электрический ток через электролит, по закону Ома легко определить силу тока. Исходя из аналогии между электрическим током и фильтрацией в пористой среде, добавочное фильтрационное сопротивление может быть подсчитано по формуле IX (56).

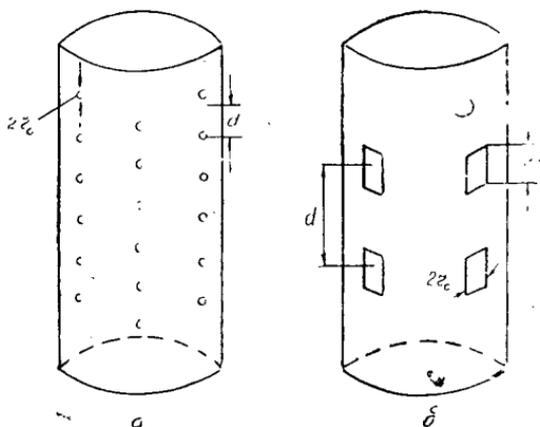


Рис. 52. Схема скважины, несовершенной по характеру вскрытия пласта:
 а — элемент фильтра с круглыми отверстиями;
 б — элемент фильтра с щелевидными отверстиями

Влияние перфорации обсадной колонны на коэффициент совершенства скважины изучалось как аналитически, так и путем электролитического моделирования. Современная техника вскрытия пласта широко использует такие методы как гидравлический разрыв пласта, нагнетание пара и горячего воздуха, химическую обработку призабойной зоны и пр. Иногда скважина вскрывается небольшим количеством пулевых отверстий или горизонтальных щелей (рис. 52), которые оказываются эквивалентными бесконечному числу перфораций в одной плоскости. Таким образом, новейшая техника вскрытия пласта требует более глубокого исследования проблемы перфорации скважин.

Эти вопросы широко изучались также на электролитических моделях В. И. Щуровым, М. Маскетом, И. М. Доуэллом, Р. А. Ховардом, М. С. Ватсоном и др. По экспериментальным данным получены графические зависимости, позволяющие определять фильтрационные сопротивления, обусловленные несовершенством по характеру вскрытия пласта.

Е. М. Минский и П. П. Марков проводили опыты по фильтрации азота и воздуха через круглые перфорационные отверстия, а также изучали на лабораторных установках влияние несовершенства скважины по степени вскрытия на производительность при фильтрации газа. В результате получены графические зависимости, позволяющие определять коэффициенты a и b в двучленной формуле притока VII (34). Все упомянутые графические зависимости для определения C' и C'' представлены в учебных пособиях по подземной гидравлике [4—6].

Здесь мы рассмотрим одно из последних исследований в этой области — работу американского исследователя М. Харриса, ко-

торый предлагает новое и наиболее эффективное решение задачи по определению производительности и коэффициента совершенства обсаженных и перфорированных скважин, полученное методом математического моделирования. При очень сложных граничных условиях решалось известное дифференциальное уравнение для трехмерного установившегося движения в цилиндрических координатах. В конечном счете задача была сведена к решению уравнения Лапласа. Расчеты выполнялись численным путем с помощью ЭВМ с высокой степенью точности, результаты которых представлены в виде безразмерных графиков (рис. 53) зависимости коэффициента добавочного фильтрационного сопротивления C'' от некоторых параметров в широком диапазоне:

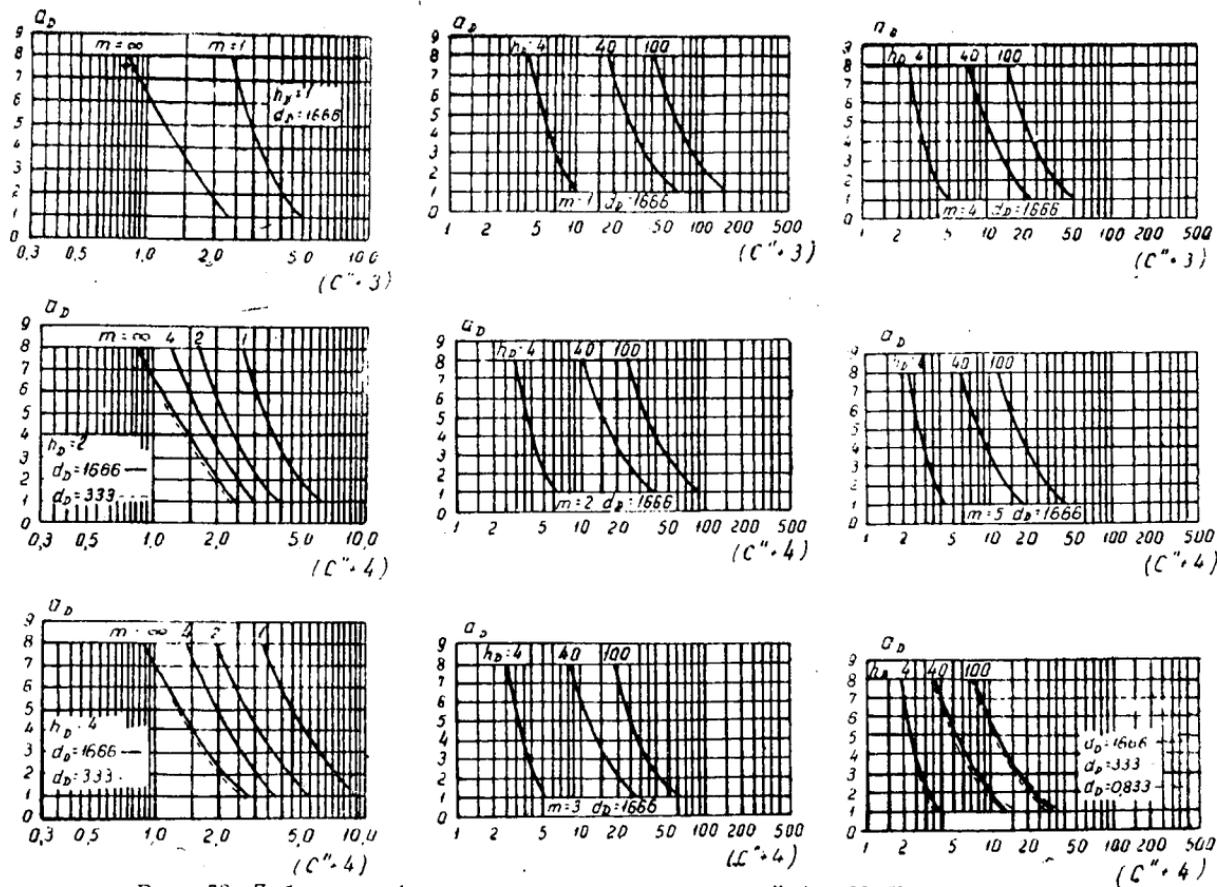
$$m = \frac{360}{\Theta^3}, \quad a_D = \frac{a}{r_c}, \quad d_D = \frac{d}{r_c} z, \quad h_D = \frac{h'}{r_c} z, \quad z = \sqrt{\frac{\kappa_r}{\kappa_z}}, \quad \text{IX (69)}$$

где a — длина пулевого канала, d — диаметр пулевого канала или ширина щели, r_c — радиус скважины, h' — расстояние между плоскостями перфорации, m — число отверстий, приходящихся на одну плоскость. Указанные параметры изменялись в пределах: $0,0833 \leq d_D \leq 0,333$; $1,0 \leq a_D \leq 8,0$; $1,0 \leq h_D \leq 100$; $1,0 \leq m \leq \infty$.

Таким образом, зная C'' , нетрудно подсчитать коэффициент совершенства по формуле IX (65) или IX (66). При этом $S = C''$, если скважина полностью вскрывает пласт. Если $\eta > 1$, то дебит перфорированной скважины становится больше, чем дебит той же скважины с открытым забоем, за счет увеличения эффективной поверхности фильтрации вблизи забоя скважины. Обычно же имеет место $\eta < 1$, т. е. $Q < Q_c$.

Основными факторами, влияющими на продуктивность скважины, является глубина проникновения пуль в породу, плотность отверстий и их расположение. В работе М. Харриса показано, что с увеличением глубины резко возрастает производительность скважины. Отсюда вытекает весьма важный вывод: увеличение глубины проникновения пуль в твердых породах и улучшение техники вскрытия пласта может дать такой эффект, что по некоторым скважинам отпадает необходимость в производстве дорогостоящего гидравлического разрыва пласта. Изучено также влияние плотности перфорации на коэффициент совершенства. Так, например, при фиксированных параметрах $R_k = 200$ м, $r_c = 0,077$ м, $a = 12''$ и $d = 0,5''$ оказалось: $\eta_{max} = 1,24$ при $m = \infty$, $\eta = 1,165$ (94% от η_{max}) при $m = 5$ и $\eta = 1,12$ (90% от η_{max}) при $m = 4$. Кроме этого, исследовалось влияние геометрии распределения перфорационных отверстий по стволу обсажденной колонны на коэффициент совершенства.

Результаты расчетов были сопоставлены с результатами, полученными на электролитических моделях Макдowellом и Маскетом, а также Ховардом и Ватсоном. Расчетные значения

Рис. 53. Добавочное фильтрационное сопротивление c'' (по М. Харрису)

по данным электролитических моделей оказались значительно заниженными.

Для иллюстрации метода Харриса рассмотрим пример. Примем исходные данные: $R_k = 200$ м, $r = 0,075$ м, $h_0 = 7,63$ м, $kh_0 = 30,5$ дарси. см., $\mu = 0,8$ спз, $\Delta P = 20$ ат, $\chi = 1$. По опытным данным известно: $d = 1,27$ см, $a = 34,56$ см, $h' = 30,5$ см и $m = 4$. Требуется определить коэффициент совершенства. Расчеты будем вести по следующей схеме:

1. Находим безразмерные параметры: $d_D \frac{d}{r_c} \chi = \frac{1,27}{7,5} \times 1 \approx 0,1666$; $a_D = \frac{a}{r_c} = \frac{34,56}{7,5} = 4,66$; $h_D = h'/r_c \chi = \frac{30,5}{7,5} \times 1 = 4$.

2. По графикам (рис. 53) при $m = 4$ и $h_D = 4$ для $d_D = 0,1666$ и $a_D = 4,66$ находим $(C'' + 3) = 2,08$, откуда следует: $C'' = 2,08 - 3,00 = -0,92$ или $r_{\text{ср}} = r_c l^{-0,75 + 0,92} = 7,5 \times 1,185 = 9$ см.

3. Используя формулу IX (66), находим $\eta = 1,15$.

4. По формуле IX (62) определяем $Q \approx 67$, м³/сут.

Рассмотрим еще один немаловажный вопрос для практики разработки нефтяных залежей — влияние положения интервала перфорации на величину коэффициента продуктивности. Пусть пласт мощностью $h_0 = 45$ м вскрывается скважиной радиуса $r_c = 0,075$ м на глубину $b = 9$ м от кровли пласта. Тогда, в соответствии с графиками (рис. 51), для $h_0/r_c = 600$ находим $C' = 18,0$. Для простоты анализа примем $C'' = 0$, т. е. считаем, что коэффициент совершенства, обусловленный перфорацией, равен единице ($\eta''_{\text{кy}} = 1$). Из уравнения IX (66) при $R = 200$ находим $\eta_{\text{кy}} = 0,283$, откуда следует, что перфорация по всей мощности увеличила бы коэффициент продуктивности в $1/0,283 = 5,53$ раза.

Теперь пусть тот же самый интервал перфорации располагается симметрично относительно кровли и подошвы. Тогда, рассматривая условно два пласта с параметрами $h = 22,5$ м, $b = 4,5$ м, $\frac{h}{r_c} = 300$ и $b/h = 4,5/22,5 = 0,2$, из графиков рис. 51 (а) находим $C' = 16$, а из формулы IX (66) $\eta_{\text{кy}} = 0,316$. Если же разделить всю мощность пласта на 5 равных интервалов, то, используя указанный прием, найдем для каждого интервала: $h = 0,2$; $h = 45/10 = 4,5$ м, $h/r_c = 60$, что дает $C' = 8,9$ и $\eta_{\text{кy}} = 0,44$. Взяв интервал перфорации $2h = 0,3$ м и $h = 0,2$, из графиков рис. 51

(б) для $\frac{h}{r_c} = 0,15/0,075 = 2$ находим $C' = 0,9$, что дает $\eta_{\text{кy}} = 0,9$.

Как видим, с увеличением числа интервалов или, что то же самое, числа плоскостей перфорации коэффициент совершенства увеличивается. Так, в последнем случае коэффициент совершенства достигает 90% от своего максимального значения, хотя вскрытая мощность составляет всего лишь 20%. Изложенная схема расчета, очевидно, поможет установить наиболее эффективный интервал вскрытия или число необходимых плоскостей перфорации.

Следует отметить очень ценные промысловые исследования по количественной оценке гидродинамического совершенства скважин, произведенные А. А. Литвиновым. Автор провел комплекс промысловых исследований большого количества скважин по кривым восстановления забойного давления при различных видах перфорации и установил значения приведенных радиусов скважин на Ромашкинском месторождении: $r_{\text{спр}} = 10 \div 12$ см при пулевой и $r_{\text{спр}} = 10 \div 15$ см при кумулятивной перфорации. При пулевой перфорации на Жирновском месторождении оказалось $r_{\text{спр}} = 7 \div 8$ см. Таким образом, промысловые исследования дают основание полагать, что при современной технике вскрытия пласта приведенные радиусы несовершенных по характеру вскрытия пласта скважин соизмеримы с фактическими их величинами, а это значит, что коэффициенты совершенства близки к единице.

10. Взаимодействие скважин

Влияние гидродинамического несовершенства одиночно работающей скважины на ее производительность было исследовано М. Маскетом. И. А. Чарный предложил оригинальный метод учета гидродинамического несовершенства по степени вскрытия пласта скважин при их взаимодействии. В. Н. Щелкачев обобщил методы М. Маскета и И. А. Чарного на скважины гидродинамически несовершенные и по степени и по характеру вскрытия и исследовал влияние несовершенства и радиуса эксплуатационных и нагнетательных скважин на их производительность в условиях взаимодействия.

Итак, мы рассмотрели расчет фильтрационных сопротивлений, обусловленных несовершенством центральной скважины в круговом однородно-анизотропном пласте. Формула IX (56) может быть обобщена и на другие случаи притока к несовершенной скважине. Так, в соответствии с известной работой И. А. Чарного [47] и решением для притока к несовершенной скважине IX (22) и IX (23), используя двухзонную схему притока, после некоторых преобразований получим следующие значения E_0 в формуле IX (56): а) для эксцентрично расположенной скважины

$$E_0 = \ln \frac{R_k}{r_c} \left(1 - \frac{b^2}{R_k^2} \right) + S; \quad \text{IX(70)}$$

б) для скважины в пласте с прямолинейным контуром питания, отстоящим на расстоянии H

$$E_0 = \ln \frac{2H}{r_c} + S; \quad \text{IX(71)}$$

в) для цепочки скважин в неограниченном пласте с прямолинейным контуром питания, где 2σ — расстояние между скважинами,

$$E_0 = \ln \frac{\sigma}{\pi r_c} + \ln \left[2 \operatorname{sh} \frac{\pi H}{\sigma} \right] + S \quad \text{IX(72)}$$

при $H \geq \sigma$

$$E_0 = \ln \frac{\sigma}{\pi r_c} + \frac{\pi H}{\sigma} + S; \quad \text{IX(73)}$$

г) для бесконечной цепочки скважин с двухсторонним прямолинейным контуром питания, где H — расстояние между контурами и осью цепочки,

$$E_0 = \ln \frac{\sigma}{\pi r_c} + \frac{\pi H}{2\sigma} + S \quad \text{IX(74)}$$

д) для n скважин в круговой батарее, в соответствии с известной формулой В. Н. Щелкачева и формулой IX (56) для внешней зоны, получим

$$E_0^* = \ln \frac{R_0^{2n} - R^{2n}}{\pi r_c R_0^n \cdot R^{n-1}} + S. \quad \text{IX(75)}$$

Здесь R — радиус батареи скважин, R_0 — радиус контура питания.

Во всех указанных формулах добавочное сопротивление S определяется по формуле IX (57). Заметим, что расчет фильтрационных сопротивлений при притоке к горизонтальным скважинам может быть выполнен по аналогии. Однако здесь, очевидно, речь пойдет о добавочных сопротивлениях только за счет несовершенства по характеру вскрытия.

Покажем наглядно влияние гидродинамического несовершенства скважин в бесконечной цепочке на их производительность в условиях взаимодействия. В соответствии с формулами IX (56) и IX (72) для одиночной несовершенной скважины имеем

$$\eta = \left(\frac{Q}{Q_c} \right)_y = \frac{\ln(2H/r_c)}{\ln(2H/r_c) + S} \quad \text{IX(76)}$$

Дебит совершенной скважины в условиях взаимодействия выражается формулой

$$Q_c = \frac{2\pi h_0(\Phi_0 - \Phi_c)}{\ln \frac{\sigma}{\pi r_c} + \frac{\pi H}{\sigma}}, \quad H \geq \sigma \quad \text{IX(77)}$$

Тогда по старой методике дебит каждой из несовершенных скважин при взаимодействии определяется из соотношения $Q' = \eta Q_c$, т. е. с учетом IX (76) и IX (77) получим

$$Q' = \frac{2\pi h_0(\Phi_0 - \Phi_c)}{\left\{ E_0 + \left[\frac{\ln \sigma / \pi r_c + \pi H / \sigma}{\ln \sigma / \pi r_c + \ln 2\pi H / \sigma} - 1 \right] S \right\}} \quad \text{IX(78)}$$

Отклонение результатов расчета по формулам IX (56) и IX (78).

$$\Delta \delta\% = \frac{Q - Q'}{Q} \cdot 100\%$$

Т а б л и ц а 2

s	при $\frac{H}{\sigma} = 1, \frac{\sigma}{r_c} = 3140$	при $\frac{H}{\sigma} = 2, \frac{\sigma}{r_c} = 3140$	при $\frac{H}{\sigma} = 4, \frac{\sigma}{r_c} = 1000$
5	1,67	11	28
10	2,50	17	36
20	3,30	24	54
100	4,50	35	87

С другой стороны, этот же дебит определяется непосредственно по формуле IX (56), где E_0 подсчитывается по IX (73), а S по IX (57). Как видим, формулы IX (78) и IX (56) отличаются на величину второго слагаемого в знаменателе формулы IX (78). Степень отклонения результатов расчета по указанным формулам показана на числовых примерах (табл. 2), откуда видно, что погрешность формулы IX (78) может быть весьма существенной.

11. Индикаторные диаграммы «дебит-депрессия»

Для притока жидкости и газа к несовершенным скважинам по линейному закону при обработке индикаторных кривых остаются справедливы соответственно формулы IV (10'), IV (12) и VII (30), VII (31). Однако для оценки коэффициента гидропроводности $\frac{K_h}{\mu}$ или проницаемости K по данным испытания скважин необходимо в формулах IV (12) и VII (31) вместо радиуса скважины r_c брать приведенный радиус скважины r'_c .

При нелинейном законе фильтрации жидкости И. А. Чарным [6] предлагаются следующие формулы для определения коэффициентов A и B в формуле VII (33):

а) скважина необсаженная, с открытым забоем:

$$A = \frac{\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_k}{r'_c} \quad \text{IX (79)}$$

$$B = \frac{b^* \rho r_c}{f^2}, \quad \text{IX (80)}$$

где ρ — плотность жидкости, f — площадь вскрытой части забоя, b^* — коэффициент, определяемый по формуле Е. М. Минского

$$b^* = \frac{12 \cdot 10^{-5}}{m \sqrt{\kappa}} \left(\frac{d_{\text{эф}}}{\sqrt{\kappa}} \right)^2 \quad \text{IX (81)}$$

Здесь $d_{эф}$ — эффективный диаметр частицы, слагающей нефтенасыщенный коллектор;

б) скважина с круглой перфорацией. Коэффициент A определяется по IX (79),

$$B = \frac{40 E}{m} \cdot \left(\frac{d_{эф}}{\sqrt{\kappa}} \right)^2 \cdot \frac{D}{\sqrt{\kappa}} \cdot \frac{\gamma}{f^2}, \quad \text{IX(82)}$$

где D — диаметр перфорационного отверстия, E — объемный вес жидкости, f — суммарная площадь отверстий, $0,1 < E < 0,40$ ($E \approx 0,40$ — соответствует нулевому проникновению пуль);

в) скважина со щелевым фильтром.

Коэффициент A определяется по IX (79),

$$B = \frac{120 E}{m} \left(\frac{d_{эф}}{\sqrt{\kappa}} \right)^2 \cdot \frac{l}{\sqrt{\kappa}} \cdot \frac{\gamma}{f^2}, \quad \text{IX(83)}$$

где l — ширина щели, f — суммарная площадь щелей, $0,25 < E < 0,50$.

Размерность во всех формулах принята в смешанной системе единиц (атмосферы — дарси — сантипуазы — сантиметры).

Для газовых скважин при установившемся притоке коэффициенты A и B могут быть найдены по указанным формулам, а обработка индикаторной кривой производится по уравнению

$$\Delta P = AG + BG^2, \quad \text{IX(84)}$$

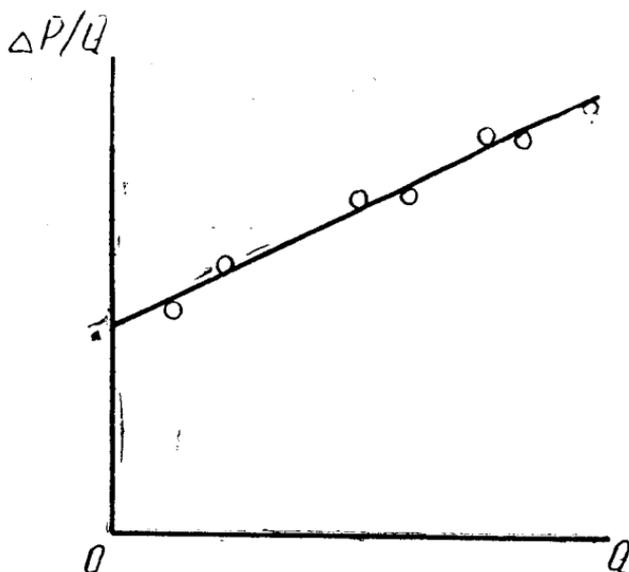


Рис. 54. Индикаторная диаграмма, построенная по двучленному закону фильтрации

где G — весовой дебит.

С помощью функции Лейбензона можно перейти к объемному расходу.

Укажем другой способ перехода к уравнению притока газа. Переходя от потенциала к давлению и вводя функцию Лейбензона

$$P = \frac{\gamma_{ам}}{2 P_{ам}} p^2 + \text{const},$$

с учетом IX (57) из формулы IX (56) после некоторых преобразований получим

$$p_k^2 - p_c^2 = \frac{\mu P_{ам}}{\pi kh_0} \left(\ln \frac{R_k}{r_c} + C' + C'' + C_0 \right) Q + \frac{\mu P_{ам} C^*}{\pi kh_0 Q} Q^2 \quad \text{IX (85)}$$

Здесь C^* — фильтрационное сопротивление, обусловленное нарушением закона Дарси.

Сравнивая IX (85) с двучленным нелинейным законом фильтрации VII (34), находим коэффициенты

$$A = \frac{\mu P_{ам}}{\pi kh_0} \left(\ln \frac{R_k}{r_c} + C' + C'' + C_0 \right) = \frac{\mu P_{ам}}{\pi kh_0} \ln \frac{R_k}{r_c} \quad \text{IX (86)}$$

$$B = \frac{\mu P_{ам} C^*}{\pi kh_0 Q} \quad \text{IX (87)}$$

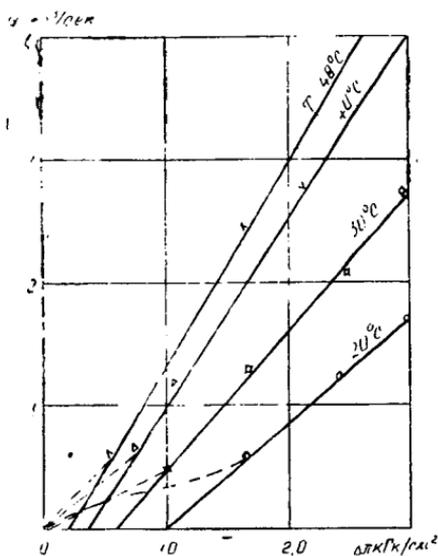


Рис. 55. Зависимость $Q=f(\Delta p)$ по скв. 51 месторождения Кокайты

Коэффициент C^* должен определяться из экспериментов.

По данным пробной откачки Е. М. Минский предлагает строить индикаторные диаграммы по формулам:

для малосжимаемой жидкости

$$\frac{\Delta p}{Q} = A + BQ; \quad \text{IX (88)}$$

для газа

$$\frac{\Delta p^2}{Q_{пр}} = A_1 + B_1 Q_{пр} \quad \text{IX (89)}$$

Типичная диаграмма, построенная по IX (88), приведена на рис. 54.

Коэффициенты А и В легко определяются из диаграммы.

Для нефтей, обладающих структурно-механическими свойствами, на индикаторных диаграммах «дебит — депрессия» индикаторная линия на оси ΔP отсекает отрезок ΔP_0 (рис. 55), соответствующий предельному напряжению сдвига τ_0 . Физически это означает, что движение неньютоновской жидкости в пористой среде начинается тогда, когда создаваемая депрессия на пласт становится больше ΔP_0 .

Х. ДВИЖЕНИЕ И РАВНОВЕСИЕ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ ЖИДКОСТЕЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

1. Общие представления о продвижении краевых и подошвенных вод к нефтяным и газовым скважинам

В процессе эксплуатации нефтяных и газовых залежей при водонапорном режиме пласта в простейших случаях различают продвижение поверхности раздела двух фаз как наступление краевой воды и как подъем подошвенной воды к забоям скважин. Первый случай относится преимущественно к продуктивным пластам незначительной мощности с большим углом падения структуры, где вода продвигается вдоль напластования; второй случай — к пластам с малым углом наклона, особенно при большой продуктивной мощности.

В залежах с водонапорным режимом при наступлении краевых вод продуктивная площадь со временем уменьшается. Равномерность стягивания контура нефтеносности при этом зависит от коллекторских свойств пласта и характера эксплуатации краевых скважин; здесь могут быть «языки обводнения». Приближенная теория продвижения краевых вод и регулирования контура нефтеносности нашла отражение в многочисленных работах советских и зарубежных гидродинамиков: Л. С. Лейбензона, В. Н. Щелкачева, П. Я. Полубариновой-Кочиной, И. А. Чарного, М. Маскета и др.

Физическая сторона гидродинамического исследования задач о продвижении подошвенной и краевой воды различна. Можно выделить три вида притока нефти (газа) к скважинам с подошвенной водой: 1) вытеснение нефти происходит вдоль напластования за счет продвижения контурной воды, подошвенная вода не принимает участия в вытеснении или она малоактивна; 2) нефть поступает к скважинам в основном под напором подошвенной воды, краевые воды малоактивны; 3) приток нефти к скважинам осуществляется за счет одновременного продвижения контурных и подошвенных вод.

В первом случае подошвенная вода не участвует в вытеснении нефти, однако вследствие отбора нефти проявляется тенденция к

деформированию поверхности раздела двух фаз, которая принимает холмообразный вид, называемый конусом подошвенной воды. При установившихся условиях отбора поверхность раздела (конус подошвенной воды) находится в равновесии и не оказывает существенного влияния на приток нефти к скважине. Если превысить депрессию и отбор нефти или газа сверх некоторой предельной величины, то вода прорвется в скважину, что может привести к прогрессирующему обводнению ее. Таким образом, в этом случае существует предельная высота вершины конуса, при которой конус находится в статическом равновесии. Этой высоте соответствуют предельные депрессия и величина безводного дебита нефти, которые приближенно можно рассчитать. Методы расчета будут приведены ниже.

Во втором случае линии тока имеют почти перпендикулярное направление к первоначально горизонтальной поверхности раздела, и только вблизи забоя несовершенной скважины это направление меняется. Полагают, что вытеснение нефти происходит вследствие поднятия поверхности подошвенной воды. Наибольшая скорость поднятия поверхности раздела отметится на оси скважины и с приближением к забою скорость будет увеличиваться. Качественно здесь форма конуса такая же, как и в первом случае, но вопрос о статическом равновесии поверхности раздела исключается ввиду напора подошвенных вод. Остается решать задачу прорыва подошвенной воды к забою несовершенной скважины, что весьма интересно для нефтепромысловой практики. Аналитические решения этой задачи известны в приближенной постановке при некоторых допущениях.

Третий случай наиболее сложный, и аналитическое решение применить к нему весьма затруднительно. Однако приближенно решение можно свести здесь к одному из первых двух случаев.

ЗАДАЧИ ПРОДВИЖЕНИЯ КРАЕВЫХ ВОД

2. Вытеснение нефти водой из трубки тока переменного сечения

Строгое гидродинамическое решение задачи о движении границы раздела двух жидкостей в общем случае отсутствует. Оно существует для прямолинейного и плоскорадиального притоков. Эти задачи возникли в связи с вопросом о стягивании контура нефтеносности или газоносности при водонапорном режиме течения в процессе разработки нефтяной или газовой залежи.

Впервые указанная задача была поставлена и решена Л. С. Лейбензоном. При этом полагалось, что давление на границе раздела остается постоянным, т. е. вязкость воды $\mu_v = 0$.

Маскет рассмотрел задачу в постановке, когда вязкость воды отлична от нуля, $\mu_v \neq 0$, и первоначальная граница раздела сов-

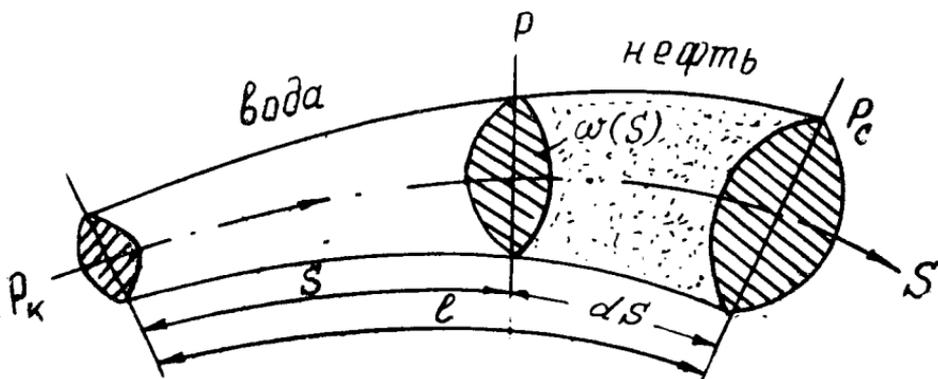


Рис. 56. Схема вытеснения нефти водой из трубки тока переменного сечения

падает с контуром питания. Более общий случай, когда первоначальная граница и контур питания не совпадают, был исследован В. Н. Щелкачевым.

Рассмотрим задачу о продвижении границы раздела в постановке И. А. Чарного. Пусть трубка тока переменного сечения $\omega(S)$ заполнена пористой средой, насыщенной водой и нефтью (рис. 56). Полагаем, что вытеснение происходит «поршневым» образом, т. е. считаем границу раздела некоторой поверхностью (на самом деле резкой границы раздела нет из-за происходящих в пористой среде капиллярных явлений).

Пренебрегая силами тяжести, для установившегося движения однородной несжимаемой жидкости по закону Дарси расход записываем формулой

$$Q = - \frac{k}{\mu} \frac{dp}{ds} \omega(s) \quad X(1)$$

Разделяя переменные в X (1) и интегрируя в соответствующих пределах, получим

$$Q = \frac{p_1 - p_2}{\mu \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{k \omega(s)}} \quad X(2)$$

Здесь объемный расход Q во всех сечениях трубки тока одинаковый, т. к. жидкость считается несжимаемой и движение — установившееся. Вводя фильтрационное сопротивление

$$R = \mu \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{k \omega(s)}, \quad X(3)$$

формулу X (2) запишем в виде

$$Q = \frac{p_1 - p_2}{R} \quad X(4)$$

В силу неразрывности потока выражение для расхода через сечение $\omega(S)$ может быть представлено следующим образом:

$$Q = \frac{p_k - p}{\mu_B \int_0^s \frac{ds}{k \omega(s)}} = \frac{p - p_c}{\mu_H \int_s^l \frac{ds}{k \omega(s)}}$$

По правилу производных пропорций имеем

$$Q = \frac{p_k - p_c}{R(S)}, \quad \text{X(5)}$$

где
$$R(s) = \mu_B \int_0^s \frac{ds}{k \omega(s)} + \mu_H \int_s^l \frac{ds}{k \omega(s)}. \quad \text{X(6)}$$

Определим время движения границы раздела. Пусть за время dt граница раздела прошла путь ds . Тогда справедливо

$$Q dt = m \omega(s) ds$$

Интегрируя данное уравнение с учетом X (5), получим

$$\int_{t_0}^t dt = \frac{1}{p_k - p_c} \int_{s_0}^s m \omega(s) R(s) ds \quad \text{X(7)}$$

Когда точное интегрирование уравнения X (7) невозможно, то применяют методы численного интегрирования. В следующих параграфах рассмотрены некоторые частные случаи.

3. Прямолинейное движение границы раздела с постоянными мощностью, пористостью и проницаемостью

Рассмотрим прямолинейное движение контура нефтеносности (КН) к прямолинейной батарее скважин в полосообразном пласте (рис. 57). Принимаем: $P_k = const$ — давление на контуре питания (КП); $P_c = const$ — давление на одной из близких изобар к батарее скважин; $\omega(s) = const$; $m = const$.

Для определения времени продвижения контура нефтеносности воспользуемся формулой X (7). При $t_0 = 0$ имеем:

$$t = \frac{1}{p_k - p_c} \int_{s_0}^s m \omega \left[\frac{\mu_B}{k \omega} s + \frac{\mu_H}{k \omega} (l - s) \right] ds$$

После интегрирования получаем

$$t = \frac{m}{k(p_k - p_c)} \left[\frac{\mu_B}{2} (s^2 - s_0^2) + \mu_H l (s - s_0) - \frac{\mu_H}{2} (s^2 - s_0^2) \right]$$

или
$$t = \frac{m}{k(p_k - p_c)} \left[\mu_H l (s - s_0) - \frac{1}{2} (\mu_H - \mu_B) (s^2 - s_0^2) \right] \quad \text{X(8)}$$

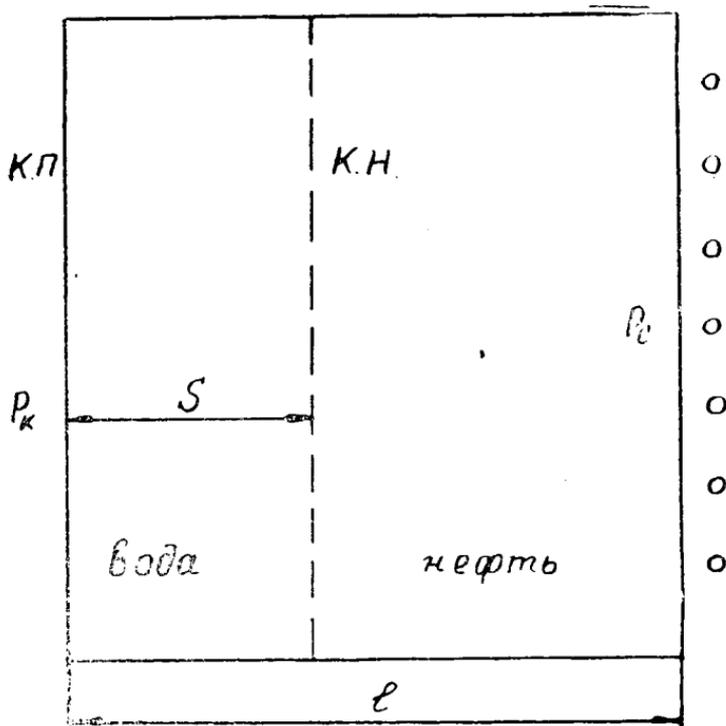


Рис. 57. Схема прямолинейного движения границы раздела двух жидкостей

Для одножидкостной системы ($\mu_n = \mu_b = \mu$) из X (8) следует

$$t = \frac{m \mu l (s - s_0)}{k (p_k - p_c)} \quad \text{X(9)}$$

Формула X (9) получается также элементарным путем. Если за время t пройден путь $S - S_0$, а истинная скорость $u = \text{const}$ и равна

$$u = \frac{w}{m} = \frac{1}{m} \frac{\kappa}{\mu} \frac{p_k - p_c}{l},$$

то

$$t = \frac{s - s_0}{u} = \frac{m \mu l (s - s_0)}{k (p_k - p_c)} \quad \text{X(10)}$$

При $S = l$ (рис. 57) получим время вытеснения нефти водой.

4. Плоскорадialное движение границы раздела с постоянными мощностью, пористостью и проницаемостью

Рассмотрим плоскорадialное движение кругового контура нефтеносности к совершенной скважине при установившемся процессе фильтрации по линейному закону Дарси (рис. 58). Контур

питания представляет собой окружность радиуса R_k , где давление $P_k = const$. На контуре скважины радиуса r_c поддерживается давление $P_c = const$. По условию: $h = const$, $m = const$, $K = const$.

В данном случае площадь фильтрации $\omega(s) = 2\pi rh$ является переменной величиной. Так как $S = R_k - r$ (рис. 58), то $ds = -dr$. С учетом изложенного по формуле X (6) имеем

$$R(s) = \mu_B \int_{R_k}^r \frac{(-dr)}{\kappa 2\pi rh} + \mu_H \int_{r_c}^r \frac{(-dr)}{\kappa 2\pi rh} =$$

$$= \frac{1}{2\pi kh} \left[\mu_B \ln \frac{R_k}{r} + \mu_H \ln \frac{r}{r_c} \right]$$

X(11)

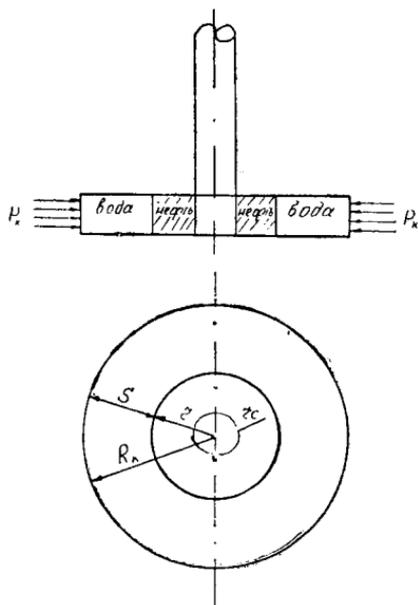


Рис. 58. Схема плоскорадиального движения границы раздела двух жидкостей

Подставляя значение X (11) в X (7), интегрируя в пределах от начального положения радиуса контура нефтеносности r_1 до его конечного положения r_2 , при $t_0 = 0$ получим

$$t = \frac{m}{2\pi kh(\rho_k - \rho_c)} \int_{r_1}^{r_2} 2\pi rh \left(\mu_B \ln \frac{R_k}{r} + \mu_H \ln \frac{r}{r_c} \right) (-dr)$$

После интегрирования и некоторых преобразований получим

$$t = \frac{m}{k(\rho_k - \rho_c)} \left\{ (\mu_B \ln R_k - \mu_H \ln r_c) \frac{r_1^2 - r_2^2}{2} + \right.$$

$$\left. + (\mu_H - \mu_B) \left[\left(\frac{r_1^2}{2} \ln r_1 - \frac{r_1^2}{4} \right) - \left(\frac{r_2^2}{2} \ln r_2 - \frac{r_2^2}{4} \right) \right] \right\} \quad X(12)$$

Время прорыва воды в скважину определится из X (12) при $r_2 = r_c$.

5. Кинематические условия на подвижной границе раздела.

Характер движения водонефтяного контакта (ВНК) в наклонных пластах

В реальных условиях механизм движения границы раздела много сложнее, чем рассмотренный до этого. Рассмотрим наклонный пласт, где первоначальная граница горизонтальна (рис. 59).

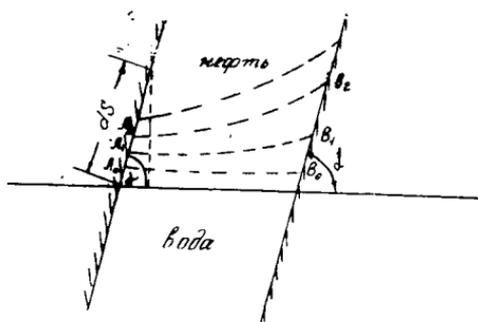


Рис. 59. Схема продвижения ВНК в наклонном пласте

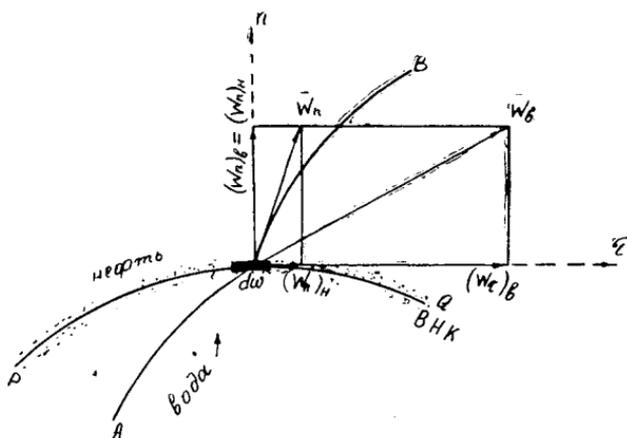


Рис. 60. Схема преломления линий тока на границе раздела двух жидкостей

Пусть пласт вскрывается скважинами в нефтяной зоне. При отборе нефти водонефтяной контакт (ВНК) будет перемещаться вверх. Если площадь ВНК сравнительно мала, то перемещение границы раздела можно считать равномерным, т. е. подвижная поверхность остается параллельной первоначальному положению ВНК. При достаточно большой площади ВНК картина движения искажается, в большинстве случаев происходит опережение в движении границы раздела по подошве пласта, т. е. имеет место пространственное движение. Точного решения о пространственном движении границы раздела не имеется. Основная трудность такого решения заключается в том, что на границе происходит преломление линий тока. Рассмотрим следующую схему (рис. 60). Возьмем на границе раздела произвольную точку M и проведем через нее касательную τ и нормаль n . Очевидно, нормальные составляющие скорости движения воды и нефти в точке M будут

равны, т. е. $(W_n)_в = (W_n)_н$, т. к. в силу неразрывности потока элементарные расходы воды и нефти через сечение $d\omega$ равны. Касательные, составляющие скорости обеих жидкостей, согласно закону Дарси записываются в виде

$$\begin{aligned} (\omega_\tau)_в &= -\frac{k}{\mu_в} \cdot \frac{dp}{dz} \\ (\omega_\tau)_н &= -\frac{k}{\mu_н} \cdot \frac{dp}{dz} \end{aligned} \quad X(13)$$

Из X (13) видно, что $(\omega_\tau)_в \neq (\omega_\tau)_н$, так как $\mu_н \neq \mu_в$. Причем где вязкость меньше, там тангенциальная скорость больше. Векторы скорости для частицы воды и нефти записываются в форме (рис. 6):

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_в &= (\vec{\omega}_n)_в + (\vec{\omega}_\tau)_в \\ \vec{\omega}_н &= (\vec{\omega}_n)_н + (\vec{\omega}_\tau)_н, \end{aligned} \quad X(14)$$

откуда видно, что $\vec{W}_в \neq \vec{W}_н$.

Таким образом, на границе раздела скорость частицы претерпевает разрыв и линия тока (АМВ) преломляется. Линии тока не будут преломляться в двух случаях: при прямолинейном и плоскорадиальном движениях, уже нами рассмотренных. Поэтому здесь и возможны точные решения задачи о продвижении границы раздела. В этих случаях касательные, составляющие скорости фильтрации, равны нулю ($W_\tau = 0$).

Приближенные методы решения задач пространственного движения границы раздела заключаются в следующем.

1. Полагают, что вязкость и плотность воды и нефти одинаковы, и решают задачу для одножидкостной системы с последующим введением поправок на различие в вязкостях и плотностях жидкостей. При таких допущениях линии тока и траектории частиц совпадают, а потенциал и скорость легко рассчитываются.

2. Полагают послойное движение частиц (метод В. Н. Щелкачева), т. е. движение, предполагается параллельным кровле или подошве. По этой схеме можно оценить опережение частиц по подошве пласта.

3. Рассматривают пласт однородно-анизотропный, где K_x и K_y — проницаемости в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Пределы истинного движения устанавливаются крайними условиями: $K_y = 0$ и $K_y = \infty$. Последний случай соответствует гидравлической теории безнапорного движения о гидростатическом распределении давления в каждом поперечном сечении потока.

Рассмотрим вопрос об устойчивости границы раздела. Если частица вытесняющей жидкости (воды), попавшая в область, занятую вытесняемой жидкостью (нефти), замедляет свое дальнейшее движение, такое движение называется устойчивым. При

ускорении последующего движения процесс называется неустойчивым. Для вытесняющей и вытесняемой жидкостей (воды и нефти) закон Дарси в общем виде записывается следующими формулами:

$$\begin{aligned} w_1 &= -\frac{k_1}{\mu_1} \left(\frac{\partial p}{\partial s} + \gamma_1 \frac{\partial z}{\partial s} \right) \\ w_2 &= -\frac{k_2}{\mu_2} \left(\frac{\partial p}{\partial s} + \gamma_2 \frac{\partial z}{\partial s} \right) \end{aligned} \quad \text{X(15)}$$

Если первая жидкость (вода) проникла во вторую (нефть), то для первой жидкости уравнение Дарси запишется в виде

$$(w_1)_2 = -\frac{(k_1)_2}{\mu_1} \left[\frac{\partial p}{\partial s} + \gamma_1 \frac{\partial z}{\partial s} \right] \quad \text{X(16)}$$

Тогда разность скоростей $\Delta w = (w_1)_2 - w_2$ выразится формулой

$$\Delta w = \left[\frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{(k_1)_2}{k_2} - 1 \right] w_2 - \frac{(k_1)_2}{\mu_1} (\gamma_1 - \gamma_2) \frac{\partial z}{\partial s} \quad \text{X(17)}$$

Проникновение первой жидкости в зону движения второй происходит вдоль кровли или по подошве. Тогда значение $\partial z / \partial s$ представляет собой $\sin \alpha$, где α — угол наклона пласта к горизонту (рис. 60). Проницаемость $(K_1)_2$ — это проницаемость переходной зоны, которая много меньше K_2 . В первом приближении можно принять $(K_1)_2 \approx K_2$. Скорость w_2 определяют по дебиту скважины. Следовательно, можно оценить Δw .

Если $\Delta w \leq 0$, то движение устойчиво; при $\Delta w > 0$ движение неустойчиво. Движение всегда устойчиво при малых скоростях и когда $\gamma_1 > \gamma_2$, $\alpha > 0$.

Чарным И. А. показано [5, 6], что схема движения $K_y = \infty$ всегда дает неустойчивое движение.

СТАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ КОНУСООБРАЗОВАНИЯ

6. Теория конусообразования Маскета-Чарного

Точной теории конусообразования ввиду сложности процессов, происходящих в пористой среде, не имеется. В точной постановке требуется решить уравнение Лапласа для потенциала $\Delta^2 \Phi = 0$ при граничных условиях: кровля пласта непроницаема, поверхность раздела двух фаз непроницаема для нефти или газа. Трудность решения поставленной задачи состоит в том, что форма границы раздела не известна и сама подлежит определению.

Приближенная теория этого явления, выдвинутая Маскетом — Чарным, позволяющая рассчитать предельный безводный дебит и депрессию, исходит из допущения, что отклонение поверхности раздела двух фаз от первоначально плоской формы не влияет на распределение потенциала скоростей фильтрации в нефтяной части пласта.

Рассмотрим вначале задачу о притоке нефти к скважине, несовершенной по степени вскрытия, но совершенной по характеру вскрытия в изотропном пласте при устойчивом неподвижном конусе подошвенной воды. Будем считать движение жидкости следующим линейному закону фильтрации Дарси, а кровлю, подошву и первоначальную поверхность раздела примем горизонтальными (рис. 61). Режим пласта принимаем водонапорным, эффектом действия капиллярных сил пренебрегаем.

Расчет высоты конуса y в его предельно устойчивом положении чрезвычайно сложен. Маскет дает следующее приближенное решение: принимается, что выше конуса вдоль оси z (рис. 61) распределение потенциала такое же, как и при невозмущенной первоначально плоской поверхности раздела, что дает право использовать в расчетах, например, формулу IX (3). Формула IX (3) не удовлетворяет условию $\Phi = \Phi_c = const$ вдоль стенки скважины радиусом r_c , так как оно несовместимо с требованием постоянства скорости фильтрации вдоль вскрытой части скважины $0 \leq z \leq b$. Однако ниже забоя скважины, а именно это нас и интересует, распределение потенциала вдоль оси скважины выражается формулой IX (3) достаточно близко к действительному. Тогда для вершины конуса y по закону Паскаля для неподвижной воды получим следующее условие статического равновесия:

$$P(0, z) + \gamma_w y = P_0, \quad X(18)$$

где $P(0, z)$ — давление вдоль оси z , получаемое из уравнения IX (3); γ_w — удельный вес воды; P_0 — давление у подошвы пласта на кон-

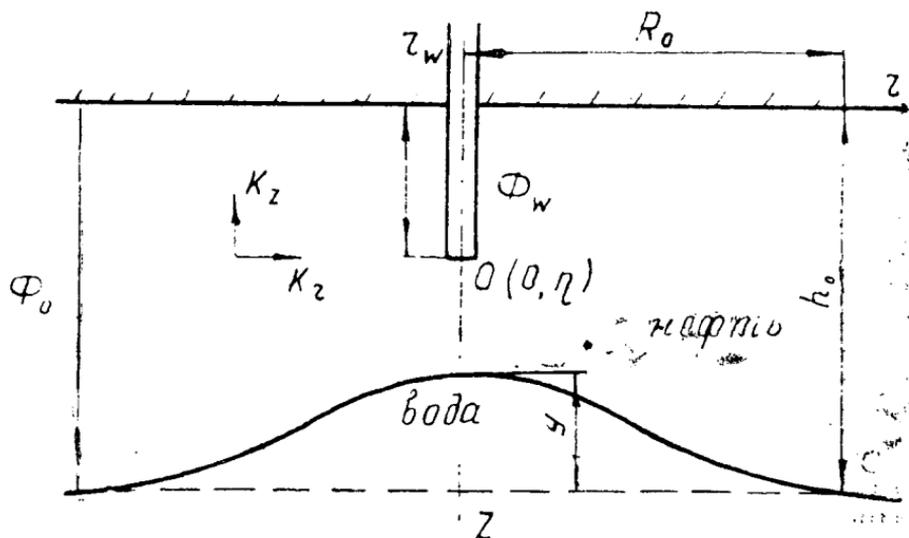


Рис. 61. Схема к расчету предельного дебита несовершенной скважины в однородно-анизотропном круговом пласте

туре $r = R_0$. Уравнение X (18) Маскет решает графически. При этом получаются два корня, из которых выбирается тот, при котором $\frac{\partial p}{\partial z} < \gamma_b$, что соответствует случаю устойчивого положения конуса. При $\frac{\partial p}{\partial z} > \gamma_b$ конус неустойчив и вода может прорваться

к забюю скважины. Несбхсдимое условие равновесия $\frac{dP}{dz} < \gamma_b$ нетрудно доказать. Пусть частица воды в форме элементарного цилиндрика высотой dz с сечением $d\omega$ попала в нефтяную часть пласта. Если давление на верхнюю грань элемента обозначить через $P = P(0, z)$, то давление на нижнюю грань будет

$$p' = p(0, z + dz) = p + \frac{\partial p}{\partial z} dz$$

Тогда при оси z , направленной вниз, сила, которая влечет эту частицу вверх, будет равна

$$m \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) d\omega - m p d\omega = m \frac{\partial p}{\partial z} dz d\omega$$

Вниз на частицу действует собственный вес

$$m \gamma_b d\omega dz,$$

где m — коэффициент пористости.

Для условия устойчивости, очевидно, необходимо, чтобы собственный вес был больше или равен силе, влекущей частицу вверх, т. е.

$$\gamma_b m d\omega dz \geq m \frac{\partial p}{\partial z} dz d\omega \quad \text{X(19)}$$

или
$$\gamma_b \geq \frac{\partial p}{\partial z}$$

Переходя от давления к потенциалу

$$\Phi = \frac{k_r}{\mu} (p - \gamma_n z), \quad \text{X(20)}$$

получаем условие устойчивости X (19) в виде:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} \leq \frac{k_r}{\mu} \Delta \gamma \quad \text{X(21)}$$

$$\Delta \gamma = \gamma_b - \gamma_n$$

Метод Маскета требует довольно сложных вычислений и графического решения трансцендентного уравнения X (18) для каждого конкретного случая. Между тем оказывается возможным дать более универсальное решение задачи в виде безразмерных формул и графиков. Кроме того, недостатком решения Маскета является затруднительная оценка степени точности в определе-

нии предельных безводных дебитов и неясность, в какую сторону делается погрешность против действительности — в сторону повышения или понижения. Вследствие указанных недостатков метод Маскета здесь подробно не излагается и графики для некоторых частных случаев не приводятся.

И. А. Чарный разработал более совершенную теорию конусообразования при тех же допущениях, предложил более общий метод расчета предельных безводных дебитов, депрессий и высот конуса и установил точные соотношения для оценки верхних и нижних значений предельного дебита. Выясним, как распределяется потенциал вдоль границы раздела. Согласно формуле X (20) потенциал вдоль границы раздела равен

$$\Phi = \frac{k}{\mu} [p - \gamma_n (h_0 - y)] \quad X(22)$$

Условие статического равновесия границы раздела выражается формулой

$$p = p_0 - \gamma_e y, \quad X(23)$$

где $y = h_0 - z$

Подставляя значения из X (23) в X (22) и замечая, что

$$\Phi_0 = \frac{k}{\mu} (p_0 - \gamma_n h_0) \quad X(24)$$

есть потенциал на контуре питания R_0 при $z = h_0$, получаем окончательно

$$\Phi = \Phi_0 - \frac{k}{\mu} \Delta \gamma y \quad X(25)$$

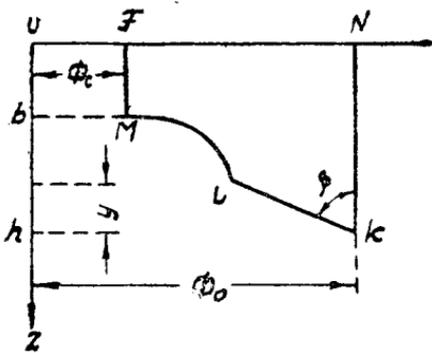
Как видно, вдоль границы раздела потенциал меняется линейно.

Распределение потенциала вдоль границы раздела текущей нефти — неподвижной воды, вдоль оси скважины и цилиндрической поверхности R_0 представлено графически на рис. 62.

Анализируя распределение потенциала вдоль стенки несовершенной скважины и вдоль оси z нескрытой части пласта при невозмущенном и возмущенном движении нефти, И. А. Чарный установил точное соотношение, в пределах которого находится истинный предельный безводный дебит:

$$Q_1 > Q_{np} > Q_2 \quad X(26)$$

Вычисляя дебиты Q_1 и Q_2 по формулам для известного решения задачи о напорном притоке к несовершенной скважине в пласте постоянной мощности, можно количественно оценить значения Q_1 и Q_2 . Расчеты показывают, что верхние и нижние значения предельного дебита различаются в среднем на 25—30%. Оказывается,



Р и с. 62 Распределение потенциала вдоль границы раздела текущей нефти и неподвижной воды

что предельно возможный безводный дебит по Маскету является верхним пределом соотношения X (26).

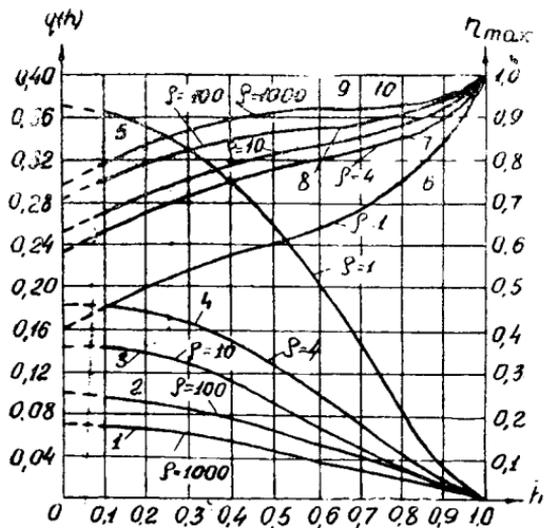
Для практических расчетов весьма полезным оказались универсальные графики зависимости безразмерного дебита $q = q(\rho, h)$ и предельной высоты подъема конуса $\eta_{max} = \eta_{max}(\rho, h)$, построенные по изложенной методике для кругового однородно-анизотропного пласта с подошвенной водой (рис. 63). Здесь

$$q(\rho, h) = \frac{Q_1}{Q_0}, \quad Q_0 = \frac{2\pi kh_0^2}{\mu} \Delta\gamma \quad X(27)$$

$$\eta_{max} = \frac{y_{max}}{h_0 - b}, \quad h = \frac{b}{h_0}, \quad \rho = \frac{R_0}{x h_0} \quad X(28)$$

При этом было использовано решение для потенциала Маскета IX (3).

Все изложенное выше, очевидно, полностью применимо и к решению задач конусообразования при разработке подгазовой нефтяной залежи и газовой залежи с подошвенной водой. Первая из этих задач рассматривалась в диссертации А. К. Курбанова.



Р и с. 63. Безразмерные предельные дебиты (q) и высоты конуса (η) как функции относительного вскрытия пласта h (по И. А. Чарному)

7. Упрощенные методы расчетов предельного безводного дебита

Существуют и более простые методы определения предельного безводного дебита, но они справедливы лишь в первом приближении только для однородных пластов. Например, Г. Мейер и А. Гардер и независимо от них Н. Ф. Иванов предлагают вычислять предельный безводный дебит скважины в однородном пласте по следующей простой формуле:

$$Q_{\text{пр}} = \frac{\pi k_r \Delta \gamma}{\mu} \frac{(h_0^2 - b^2)}{\ln \frac{R_0}{r_c}} \quad \text{X(29)}$$

Можно показать на примерах, что формула X (29) дает резко заниженную величину безводного дебита, которая выходит из пределов соотношения X (26).

Формула П. М. Шульги [16] дает дебиты больше, чем дебиты, подсчитанные по Мейеру и Гардеру, но она, очевидно, также занижает их против нижнего предела Q_2 соотношения X (26), так как предпосылки при ее выводе были те же самые, т. е. за предельно устойчивые принимались положения конусов газа и воды с вершиной у первых дыр перфорации.

Остановимся еще на некоторых методах расчета предельных безводных дебитов. Решение, полученное Н. С. Пискуновым для изотропного пласта, выражается рядами Фурье-Бесселя и для вычисления представляет значительные трудности. Решение Н. С. Пискунова упрощается для одного случая, когда вскрытая часть пласта составляет половину его мощности, т. е. когда $h = 0,5$ и вершина конуса достигает забоя скважины. Тогда предельный дебит выражается формулой

$$\bar{Q}_{\text{пр}} = \frac{\pi k_r \Delta \gamma}{\mu} \cdot \frac{R_0^2}{\ln \frac{R_0}{r_c}} \quad \text{X(30)}$$

Полагая в формуле X (29) $b = 0,5 h_0$ и сравнивая X (29) и X (30), находим

$$\bar{Q}_{\text{пр}} = 1,33 Q_{\text{пр}} \quad \text{X(31)}$$

Это значит, что по формуле X (30) значения предельных дебитов получаются выше, чем по формуле X (29), т. е. ближе к действительным. Однако они все же остаются заниженными.

В работе Т. Ф. Иванова предлагается формула для определения верхнего значения предельного безводного дебита, исходя из допущения, что вершина устойчивого конуса находится у нижней границы перфорации.

Сравнение указанной формулы с X (29) дает соотношение

$$Q_{\text{нв}} = \frac{2Q_{\text{пр}}}{(1-h)} \quad \text{X(32)}$$

Как видим, формула X (32) дает результаты, близкие к верхним значениям Q_1 по И. А. Чарному.

8. Расчет предельных дебитов несовершенных скважин в нефтяных залежах с подошвенной водой. Вывод уравнения границы раздела. Графические решения

Пусть несжимаемая жидкость (нефть) притекает к несовершенной скважине в круговом однородно-анизотропном пласте с подошвенной водой (рис. 61). Движение предполагается установившимся и следующим законом Дарси. Условие стационарного безводного притока нефти, когда водяной или газовый конус неподвижен и устойчив, согласно X (25), описывается формулой

$$\Phi(0, \xi) = \Phi_0 - \frac{k_r \Delta \gamma h_0}{\mu} (1 - \xi) \quad \text{X(33)}$$

Расчет верхнего значения предельного безводного дебита Q_1 в соотношении X (26) можно выполнить, зная распределение потенциала $\Phi(0, \xi)$ вдоль оси скважины из решения задачи о напорном притоке к несовершенной скважине. Связь между $\Phi(0, \xi)$ и Q_1 можно задать в безразмерном виде

$$\Phi(0, \xi) = \Phi_0 - \frac{Q}{\pi h h_0} F(\xi, \rho, h), \quad \text{X(34)}$$

где $\Phi_0 = \Phi(R_0, z) = \text{const} \quad \text{X(35)}$

$$\rho = \frac{R_0}{x h_0}, \quad z^2 = \frac{k_r}{k_z}, \quad \xi = \frac{z}{h_0}, \quad h = \frac{b}{h_0} \quad \text{X(36)}$$

Функцию $F(\xi, \rho, h)$ будем считать известной. Имея семейство кривых $F(\xi, \rho, h)$, нетрудно найти графически предельный дебит, соответствующий точке касания ξ_0 кривой $F(\xi, \rho, h)$ и прямой X (33). Ординату точки касания и предельный дебит можно найти также и аналитически. Тогда, решая совместно X (33) и X (34), при $\xi = \xi_0$ находим безразмерный дебит

$$q(\rho, h) = \frac{Q_1}{Q_0} = \frac{h}{2} \frac{1 - \xi_0}{F(\xi_0, \rho, h)} \quad \text{X(37)}$$

$$Q_0 = \frac{2\pi k_r h_0^2 \Delta \gamma}{\mu} \quad \text{X(38)}$$

Таким образом, для расчета предельного безводного дебита необходимо знать функцию $F(\xi, \rho, h)$, т. е. распределение потенциала в пласте. Решения для потенциала несовершенной скважины подробно рассмотрены в главе IX. Все они справедливы при известных допущениях и являются сложными для вычислений. Более

удобным из них для вычислений на электронной счетной машине оказалось решение IX (21), полученное методом интегральных преобразований. При $r = 0$ функция $F(\xi, \rho, h)$ в X (21) имеет вид

$$F(\xi, \rho, h) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\text{ch} \frac{\mu_i}{\rho} (1 - \xi) \text{sh} \frac{\mu_i}{\rho} h}{\mu_i^2 \text{sh} \frac{\mu_i}{\rho} I_1^2(\mu_i)} \quad \text{X(39)}$$

Количественный расчет безразмерных предельных безводных дебитов $q = q(\rho, h)$ выполнен по формуле X (37). Значения функции $F(\xi, \rho, h)$ для различных параметров ξ , ρ и h подсчитаны по формуле X (39) на электронно-вычислительной машине.

Ордината ξ_0 и значение функции $F(\xi, \rho, h)$, соответствующие предельному дебиту $q(\rho, h)$, находились графически методом касательной (рис. 64). На рис. 64 построены кривые $F(\xi, \rho, h)$ для $\rho = 0,9$; $h = 0,1$; $h = 0,3$. Для других значений ρ и h точка касания ξ_0 находилась аналогично.

По данным расчетов построены универсальные графики $q = q(h)$ для различных значений ρ , представленные на рис. 65. Из графиков $q(h)$ видно, что с уменьшением ρ , т. е. при больших значениях κ , предельные дебиты увеличиваются и для $\rho = 0,01$ достигают весьма большой величины (практически неограничены), а значения ξ_0 стремятся к единице. Это говорит о том, что в сильно анизотропных пластах конусообразование проявляется очень слабо или совсем отсутствует.

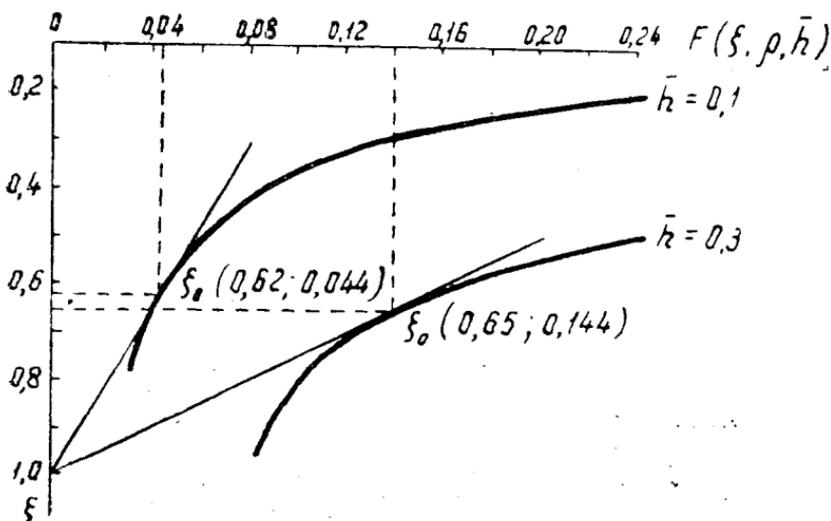


Рис. 64. Схема к определению точки касания ξ_0 , соответствующей предельному дебиту при $\rho = 0,9$

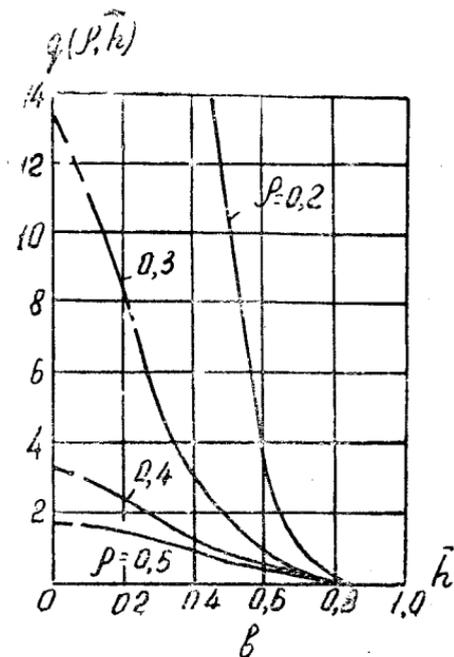
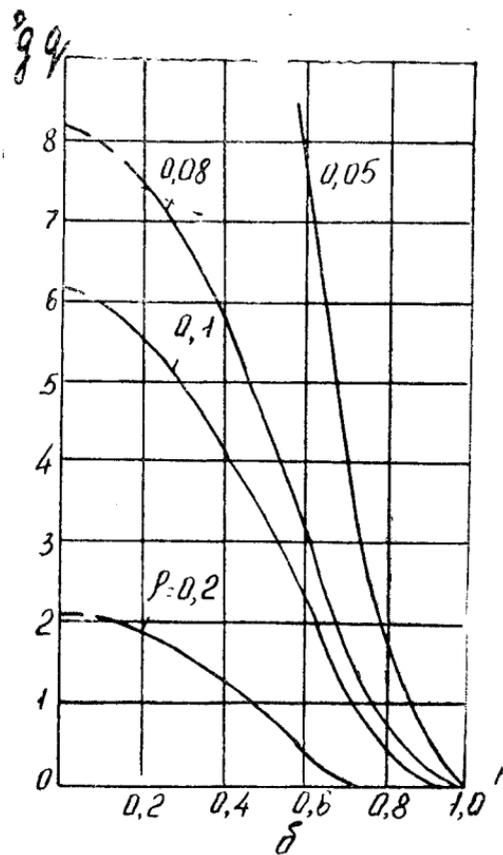
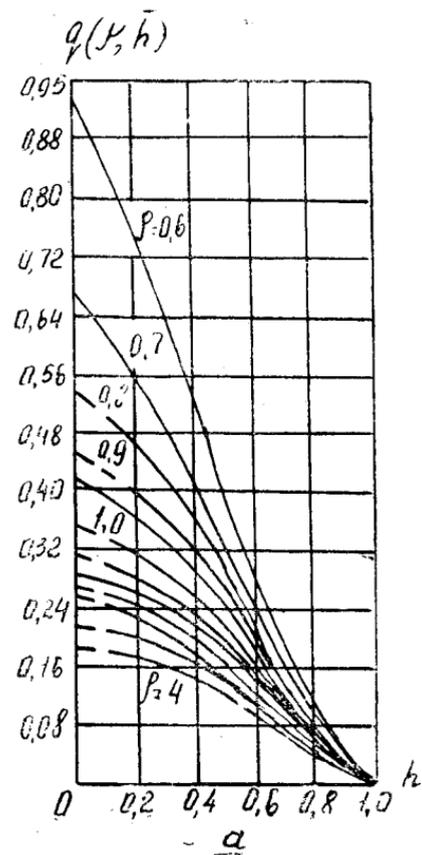


Рис. 65. Зависимость безразмерных предельных дебитов q от относительного вскрытия пласта h

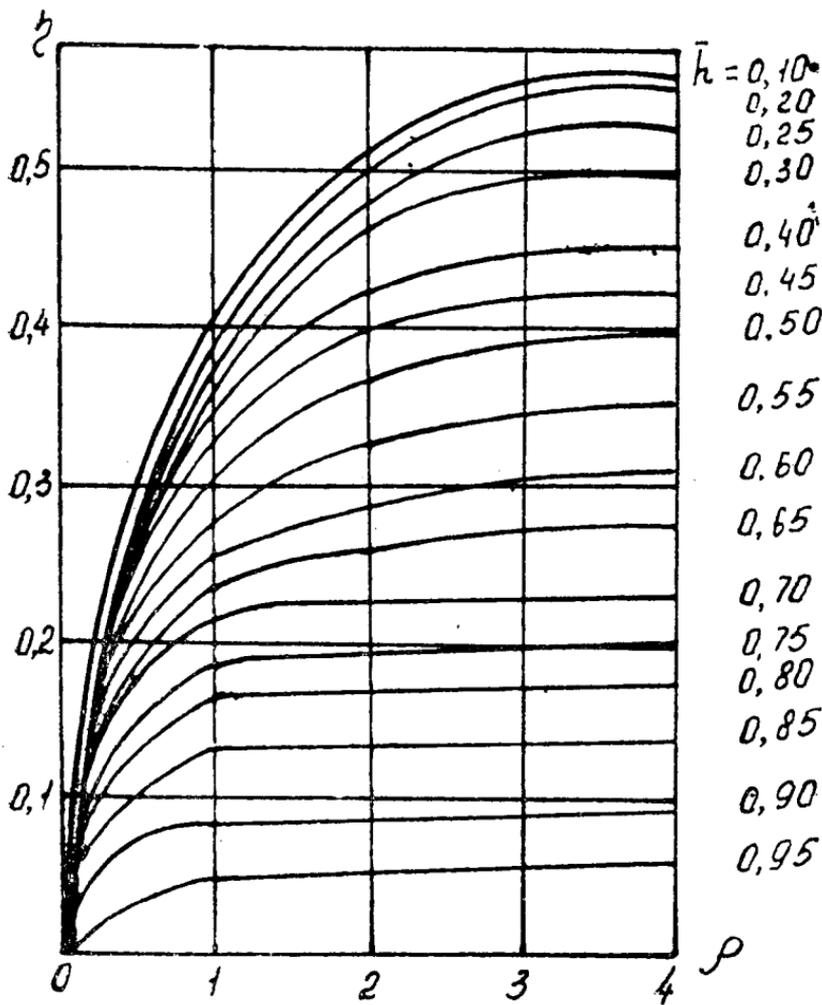


Рис. 66. Зависимость безразмерных дебитов q от ρ для различных величин h

По данным расчетов построены также графики зависимости функции $F(\xi_0, \rho, h)$ от величины вскрытия пласта h для различных параметров ρ , с помощью которых дана рабочая сетка универсальных кривых зависимостей безразмерных дебитов $q = q(\rho, h)$ в широком диапазоне параметров ρ и h (рис. 66). Полученные безразмерные графики позволяют при известной анизотропности пласта α легко и быстро определять предельные безводные дебиты нефти или газа по формулам X (37) и X (38).

Таким же путем построены безразмерные графики для определения ординаты вершины конуса y в его предельно устойчивом положении в зависимости от параметров ρ и h (рис. 67). Из графиков видно, что с увеличением анизотропности пласта (с уменьшением ρ) и увеличением глубины вскрытия h безразмерная ор-

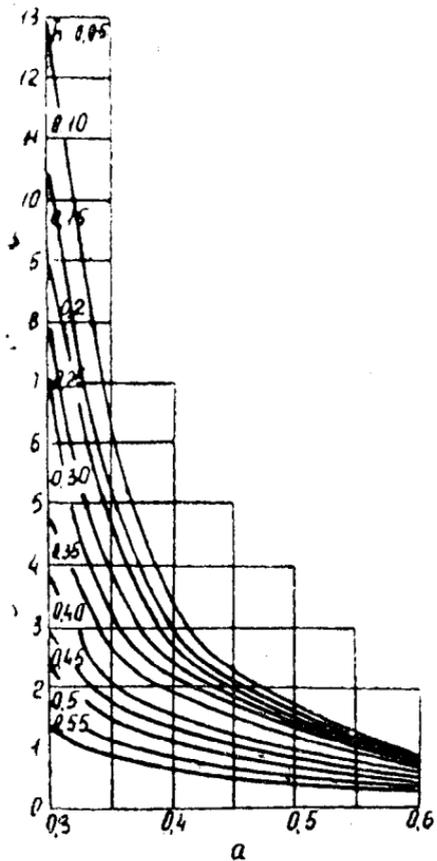
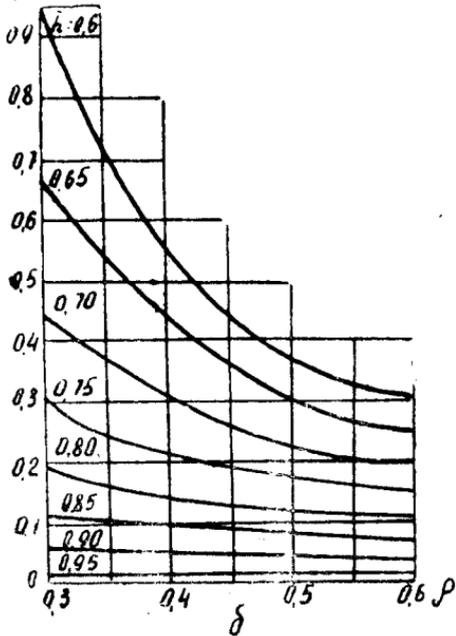
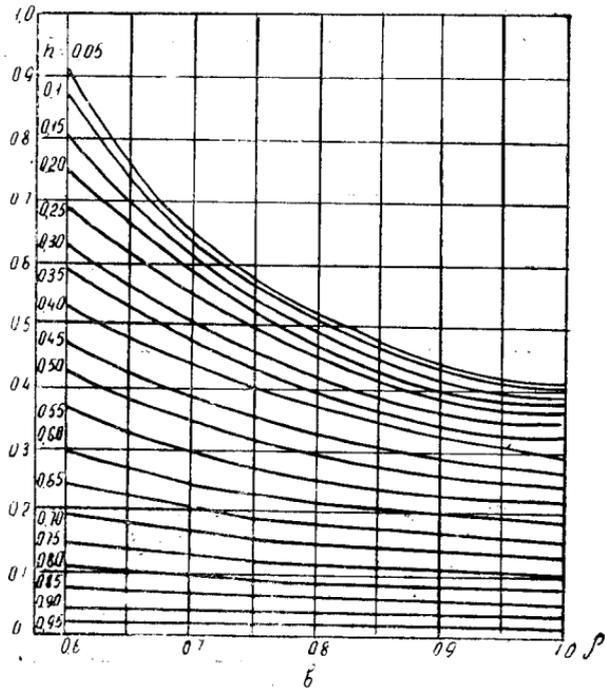
$\varphi(\rho, h)$  $\varphi(\rho, h)$  $\varphi(\rho, h)$ 

Рис. 67. Зависимость безразмерных ординат вершины предельно устойчивого конуса η от σ для различных величин h

дината конуса $\eta = \frac{y}{h_0}$ уменьшается и стремится к нулю. Таким образом, диапазон безразмерных графиков И. А. Чарного значительно расширен в сторону малых $\rho < 1$.

Для определения предельных безводных дебитов скважин с подошвенной водой необходимо знать соотношение проницаемостей K_r/K_z , т. е. характеристику анизотропности пласта λ . Для анизотропных пластов с увеличением λ предельные безводные дебиты увеличиваются. Это находит и практическое подтверждение. Дело в том, что в реальных пластах встречаются тонкие глинистые прослойки и другие плохо проницаемые пропластки, которые снижают среднюю вертикальную проницаемость K_z , что ведет к увеличению λ . Вот почему безводный период в таких скважинах продолжительный. Скважина же, где пласт литологически более или менее однороден, хотя и с ухудшенной вертикальной проницаемостью, обводняется гораздо быстрее. Очевидно, точность расчета безводных дебитов будет зависеть от того, насколько достоверно известна величина λ .

Как показывают расчеты, в условиях Туймазинского месторождения ряд скважин, даже с дебитами, намного превышающими $Q_{n\rho}$, длительное время работает без воды. Это еще раз подтверждает тот факт, что в пластах D_I и D_{II} имеются плохо проницаемые пропластки, препятствующие быстрому поднятию конуса. Там же, где вертикальная проницаемость K_z очень мала, конусообразование проявляется весьма слабо или практически отсутствует.

Уравнение границы раздела вода — нефть в вертикальном сечении конуса через его вершину для предельно устойчивого положения можно получить совместным решением IX (21) и X (33) при $\xi = \xi_0$ (R_0). Из этого следует

$$F(\xi_0, \rho, h, \bar{R}_0) = \frac{h(1 - \xi_0)}{2q(\rho, h)} \quad \text{X(40)}$$

$$F(\xi_0, \rho, h, \bar{R}_0) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\text{ch} \frac{\mu_i}{\rho} (1 - \xi_0) \text{sh} \frac{\mu_i}{\rho} h I_0(\mu_i \bar{R}_0)}{\mu_i^2 \text{sh} \frac{\mu_i}{\rho} I_1^2(\mu_i)} \quad \text{X(41)}$$

Здесь $q(\rho, h)$ — безразмерный дебит, определяемый по графикам (рис. 65 и рис. 66); $\bar{R}_0 = r/R_0$ — безразмерный радиус; ξ_0 — безразмерная ордината границы раздела как функция R_0 .

Как видно, уравнение X (40) является трансцендентным и аналитического решения для ξ_0 или \bar{R}_0 не имеет. Поэтому решать его будем графически, для чего воспользуемся результатами расчетов уравнения X (41), выполненными для $h = 0,3$ и $h = 0,5$ при $\rho = 1$

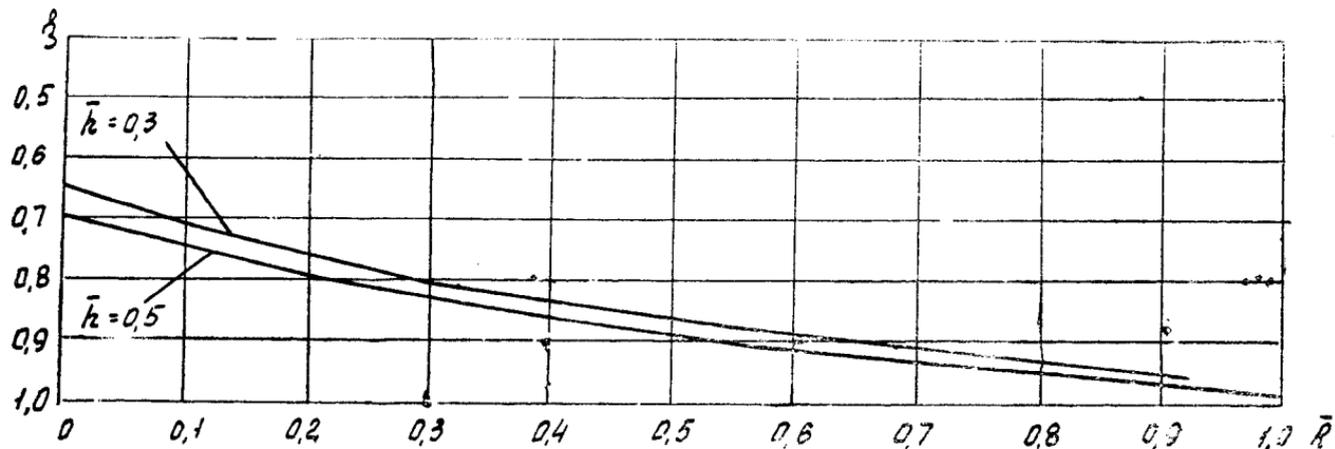


Рис. 68. Сечение конусов в предельно устойчивом положении при $\rho=1$ по уравнению X(40)

на электронно-вычислительной машине. Для заданных параметров ρ и h построение формы конусов представлено на рис. 68, откуда нетрудно установить, что объем конуса составляет порядка 15% от общего объема цилиндрического пласта при $h = 0,5$ и $h = 0,3$. Согласно уравнению X (40) для $\rho < 1$ указанный объем с уменьшением ρ будет уменьшаться.

9. Расчет предельных безводных дебитов горизонтальных скважин и несовершенных дрен в пластах с подошвенной водой. Вывод уравнения границы раздела. Графические решения

Известно, что в настоящее время нефтяные и газовые месторождения эксплуатируются в основном вертикальными скважинами. Однако за последнее время внимание инженеров и исследователей обращено на возможность бурения и эксплуатации наклонных и горизонтальных скважин. Преимуществом при использовании последних является большая поверхность дренажа, большой безводный период эксплуатации водоплавающих или подгазовых нефтяных залежей и большой коэффициент нефтеотдачи.

Приближенная теория неподвижных конусов при притоке к горизонтальным скважинам впервые была изложена И. А. Чарным. И. А. Чарный рассмотрел случай, когда пласт полубесконечный, однородный, нефтенасыщенная и водонасыщенная мощности одинаковы, скважина считается точечным стоком и располагается у кровли пласта. Полученная приближенная формула для предельного безводного дебита на единицу длины скважины оказалась весьма простой

$$q_{пр} = \frac{k_x}{2\mu} h_0 \Delta \gamma \quad X(42)$$

Сравнение предельных дебитов для горизонтальной и вертикальной скважин показало, что удельный дебит (дебит на единицу длины) вертикальной скважины выше удельного дебита горизонтальной скважины. Но так как длина горизонтальной скважины может превзойти мощность пласта в несколько раз, то и дебит горизонтальной скважины окажется больше, чем дебит вертикальной скважины.

а) Рассмотрим случай, когда пласт полубесконечный, однородно-анизотропный, скважина горизонтальная. Примем скважину за точечный сток (рис. 69) и связь между потенциалом $\varphi(0, \xi)$ вдоль оси z и удельным дебитом q зададим в безразмерном виде

$$\varphi(0, \xi) = \varphi_0 - \frac{q x}{4\pi} F(\xi, \rho, h) \quad \text{при } \xi > h \quad X(43)$$

$$\varphi_0 = \varphi(\rho, \xi) = \text{const} \quad \text{при } x = l_1$$

Здесь функция $F(\xi, \rho, h)$ считается известной и берется из решения

задачи о напорном притоке к скважине при невозмущенной границе раздела;

$$\rho = \frac{l_1}{\alpha h_0}, \quad \xi = \frac{z}{h_0}, \quad h = \frac{b}{h_0} = \frac{r}{h_0} \quad X(44)$$

Вдоль границы раздела двух жидкостей в пористой среде при стабильном конусе потенциал изменяется по линейному закону

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{k_x \Delta \gamma h_0}{\mu} (1 - \xi) \quad X(45)$$

Совместное решение уравнений X (43) и X (45) при $\xi = \xi_0$ дает следующее выражение для безразмерного предельного безводного дебита на единицу скважины

$$\bar{q} = \frac{q}{q_0} = \frac{1 - \xi_0}{F(\xi_0, \rho, h)} \quad X(46)$$

$$q_0 = \frac{4 \pi k_x \Delta \gamma h_0}{\alpha \mu} \quad X(47)$$

Итак, для решения задачи необходимо знать функцию $F(\xi, \rho, h)$, иными словами — закон распределения потенциала в пласте. При $\alpha = l_1$ функция $F(\xi, \rho, h)$ имеет вид [17]:

$$F(\xi, \rho, h) = - \frac{[1 - \text{Ccs}(\xi - h)] [1 - \text{Cos} \pi(\xi + h)]}{[\text{ch} 2\pi\rho - \text{Ccs} \pi(\xi - h)] [\text{ch} 2\pi\rho - \text{Ccs} \pi(\xi + h)]} \quad X(48)$$

Производная этой функции по ξ имеет вид:

$$F'_\xi(\xi, \rho, h) = - \pi \left[\frac{\text{Sin} \pi(\xi - h)}{1 - \text{Cos} \pi(\xi - h)} + \frac{\text{Sin} \pi(\xi + h)}{1 - \text{Cos} \pi(\xi + h)} - \frac{\text{Sin} \pi(\xi - h)}{\text{ch} 2\pi\rho - \text{Ccs} \pi(\xi - h)} - \frac{\text{Sin} \pi(\xi + h)}{\text{ch} 2\pi\rho - \text{Ccs} \pi(\xi + h)} \right] \quad X(49)$$

Совместное решение X (48) и X (49) дает ξ_0 и $F(\rho, \xi_0, h)$, после чего по формулам X (46) и X (47) нетрудно определить и предельный безводный дебит. При $\rho \geq 1$ третьим и четвертым членом в уравнении X (49) можно пренебречь. Тогда формула X (49) запишется в более простом виде

$$F'_\xi = - \pi \left[\text{ctg} \frac{\pi}{2} (\xi - h) + \text{ctg} \frac{\pi}{2} (\xi + h) \right] \quad X(50)$$

б) Пласт с двусторонним контуром питания, однородно-анизотропный, скважина-дрена горизонтальная, несовершенная щель (вертикальная скважина) и несовершенная галерея. Пре-

дельный безводный дебит при притоке нефти к несовершенной щели (вертикальной скважине) и скважине дрены (рис. 69), которые принимаются за линии стоков, можно рассчитать по формуле X (46) аналогично. При этом, согласно решениям IX (35) и IX (38), безразмерные функции $F(\xi, \rho, h)$ при $x = l_1 = \frac{l}{2}$ и с учетом X (44) соответственно принимают вид:

$$F(\xi, \rho, h)_{\xi > h} = -\frac{2}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} \frac{m\pi}{2\rho} (1-\xi) \operatorname{sh} \frac{\pi m}{2\rho} h}{m^2 \operatorname{sh} \frac{\pi m}{2\rho} \left| \sin^2 \frac{\pi m}{2} \right|} \quad X(51)$$

$$F(\xi, \rho, h)_{\xi > h} = -\frac{2}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi m}{2\rho} (1-\xi) \left[\operatorname{sh} \frac{\pi m}{2\rho} h - \operatorname{sh} \frac{\pi m}{2\rho} \left(h - \frac{d}{h_0} \right) \right]}{m^2 \operatorname{sh} \frac{\pi m}{2\rho} \left| \sin^2 \frac{\pi m}{2} \right|} \quad X(52)$$

Здесь d — высота несовершенной дрены, отсчитанная от точечного стока по линии стоков в направлении кровли (рис. 69). При $d = b$ из X (52) получаем X (51). Если d обозначает диаметр скважины, то формула X (52) будет характеризовать потенциал точечного стока (горизонтальной скважины). В этих случаях формула X (47) принимает вид

$$q_0 = \frac{k_x h_0^3}{\mu} \Delta \gamma \quad X(47')$$

Безводные дебиты (расходы) для вертикальной Q_B и горизонтальной Q_r скважин определяются соответственно по формулам

$$Q_B = q_B d = \bar{q} \cdot q_0 d; \quad Q_r = q_r \cdot L = \bar{q} \cdot q_0 \cdot L, \quad X(53)$$

где q_B и q_r — удельные предельные дебиты, определяемые по формуле X (46), d — диаметр вертикальной скважины (щели), L — длина горизонтальной скважины-дрены. Если $d = L$ — длина галереи, то Q_B будет выражать расход через несовершенную галерею.

Ордината ξ_0 и функция $F(\xi_0)$, соответствующие предельному безводному дебиту, находятся, как и прежде, методом касательной или совместным решением уравнений X (51), X (52) и их производных по ξ :

$$F'_{\xi}(\xi, \rho, h) = -\frac{1}{\pi\rho} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sh} \frac{m\pi}{2\rho} (1-\xi) \operatorname{sh} \frac{\pi m}{2\rho} h}{m \operatorname{sh} \frac{\pi m}{2\rho} \left| \sin^2 \frac{\pi m}{2} \right|} \quad X(54)$$

$$F'_{\xi}(\xi, \rho, h) = -\frac{1}{\pi\rho} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi m}{2\rho} (1-\xi) \left[\operatorname{sh} \frac{\pi m}{2\rho} h - \operatorname{sh} \frac{\pi m}{2\rho} \left(h - \frac{d}{h_0} \right) \right]}{m \operatorname{sh} \frac{\pi m}{2\rho} \left| \sin^2 \frac{\pi m}{2} \right|} \quad X(55)$$

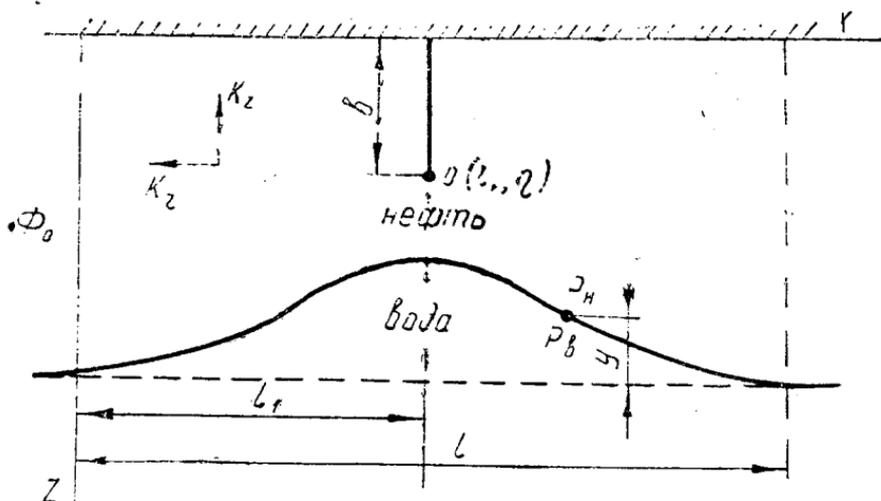


Рис. 69. Схема притока к точечному стоку, горизонтальной дрене и несовершенной щели в полосообразном пласте

Для расчета предельного безводного дебита и ординаты вершины конуса в случае горизонтальной скважины-стока, а также при экспериментировании на щелевом лотке, можно использовать решение IX (32), где после несложных преобразований функция $F(\xi, \rho, h)$ принимает следующий вид:

$$F(\xi, \rho, h) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \ln \left\{ \operatorname{th} \frac{\pi}{2\rho} (\xi - h + 2n) \operatorname{th} \frac{\pi}{2\rho} (\xi + h + 2n) \times \right. \\ \left. \times \operatorname{th} \frac{\pi}{2\rho} [-\xi - h + 2(n+1)] \operatorname{th} \frac{\pi}{2\rho} [-\xi + h + 2(n+1)] \right\} \quad \text{X(56)}$$

в) Вывод уравнения границы раздела двух жидкостей в пористой среде в условиях статического конусообразования. Выведем уравнение границы раздела для устойчивого конуса подошвенной воды (рис. 69).

$$\rho_n = \rho(x, y) + \gamma_n (h_0 - y) \quad \text{X(57)}$$

$$\rho_w = \gamma_n h_0 - \gamma_w y$$

Так как на границе раздела давление в нефти P_n и давление в воде P_w равны (капиллярными силами пренебрегаем), то из системы X (57) имеем

$$\varphi(x, y) = -\frac{k_x \Delta \gamma}{\mu} (h_0 - z) = -\frac{k_x \Delta \gamma}{\mu} \cdot y \quad \text{X(58)}$$

Решая совместно уравнение для распределения потенциала при $\varphi_0 = \text{const} = 0$ и уравнение X (58), учитывая X (44) и вводя обозначение $x/l_1 = \bar{x}$, получим уравнение границы раздела

$$F(\rho, h, \xi_0, \bar{x}) = \frac{1 - \xi}{q} \quad \text{X(59)}$$

Для горизонтальной скважины в полубесконечном пласте функция $F(\rho, h, \xi_0, \bar{x})$ определяется формулой

$$F = \ln \frac{[\text{ch } \pi \rho (\bar{x} - 1) - \text{cs } \pi (\xi_0 - h)] [\text{ch } \pi \rho (\bar{x} - 1) - \cos \pi (\xi_0 + h)]}{[\text{ch } \pi \rho (\bar{x} + 1) - \text{cs } \pi (\xi_0 - h)] [\text{ch } \pi \rho (\bar{x} + 1) - \cos \pi (\xi_0 + h)]} \quad \text{X(60)}$$

Здесь \bar{q} — безразмерный дебит, определяется формулами X (46) и X (47) для предельно устойчивого положения границы раздела.

10. Расчет предельных депрессий в однородно-анизотропных пластах с подошвенной водой

1) Пласт круговой, однородно-анизотропный. Аналитически величина предельной депрессии может быть определена, если известен предельный безводный дебит. Методы расчета величины предельного дебита изложены нами в предыдущих параграфах. Учитывая X (37) и нарушение закона Дарси вблизи перфорационных отверстий [глава IX, § 11], из формулы IX (56) находим

$$\begin{aligned} \Delta p_{\text{пр}} &= E_0 h_0 \Delta q(\rho, h) + \Delta p_0 \\ E_0 &= \ln \frac{R_k}{r_c} + S; \quad \Delta p_0 = BQ^2 \end{aligned} \quad \text{X(61)}$$

Здесь Δp_0 — характеризует нарушение закона Дарси и определяется по формулам главы IX, § 11; S — добавочные фильтрационные сопротивления, обусловленные несовершенством скважины, экраном и скин-эффектом, определяемые формулой IX (57) и с помощью графиков (рис. 50, 51, 53).

Если для скважины известна опытная индикаторная кривая «дебит — депрессия»

$$\Delta p = AQ + BQ^2, \quad \text{X(62)}$$

то предельная депрессия легко определяется путем подстановки в X (62) $Q = Q_{\text{пр}}$.

Расчеты по формуле X (62) будут гораздо точнее. Формула X (61) не может претендовать на большую точность ввиду известных допущений в решении поставленной задачи, а также потому, что коэффициент фильтрационных сопротивлений S приходится определять по экспериментальным графикам и учитывать наруше-

ние закона Дарси по эмпирической формуле. Однако предлагаемый метод учитывает анизотропность пласта и более совершенен, чем номографический метод, который вообще не учитывает фильтрационные сопротивления, обусловленные перфорационными отверстиями и нарушением закона Дарси вблизи них.

2) Пласт полосообразный, однородно-анизотропный с двусторонним контуром питания, дренируемый вертикальной скважиной (несовершенной щелью). Усредненный потенциал вдоль вскрытой части пласта будем определять формулой

$$\overline{\Phi_c} - \Phi_0 = \frac{1}{h} \int_0^h (\Phi_2 - \Phi_0) d\xi \quad X(63)$$

$$\Phi_2 = \int_0^z \varphi_1 d\eta + \int_z^b \varphi_2 d\eta \quad X(64)$$

Подставляя IX (32) и IX (33) в X (64), а Φ_2 в X (63) и интегрируя при $x = l_1 = \frac{l}{2}$ с учетом X (44), после некоторых преобразований получим

$$\Phi_0 - \Phi_c = q \varphi_1(\rho, h) \quad X(65)$$

$$\varphi_1(\rho, h) = \frac{4\rho}{\pi^3 h} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\left[m \frac{\pi h}{2\rho} \operatorname{sh} \frac{m\pi}{2\rho} + \operatorname{sh} \frac{m\pi}{2\rho} h \operatorname{sh} \frac{m\pi}{2\rho} (1-h) \right]}{m^3 \operatorname{sh} \frac{m\pi}{2\rho} \left| \sin^2 \frac{m\pi}{2} \right|} \quad X(66)$$

Переходя в X (65) от потенциала к давлению, после несложных преобразований получим формулу для предельной депрессии:

$$\Delta p_{np} = \Delta \gamma h_0 q(\rho, h) \cdot \varphi_1(\rho, h), \quad X(67)$$

где $q(\rho, h)$ — безразмерный предельный дебит, определяемый по формулам X (46), X (47).

Учет несовершенства скважины по характеру вскрытия и нарушение закона Дарси вблизи отверстий можно произвести аналогично предыдущей задаче этого параграфа.

3) Пласт полубесконечный, однородно-анизотропный, скважина горизонтальная. Переходя к давлению в формуле X (43) и учитывая X (46) и X (47), находим

$$\Delta p_{np} = \Delta \gamma h_0 \bar{q}(\rho, h) F(\xi, \rho, h) \text{ при } \xi = h + d \quad X(68)$$

Здесь $\bar{q}(\rho, h)$ — безразмерный удельный дебит, определяемый по методике, изложенной в гл. X, § 9; d — диаметр скважины;

$$\bar{d} = d/2h_0$$

Функция $F(\xi, \rho, h)$ при $\xi = h + \bar{d}$, как это следует из X (48), принимает вид

$$F(\rho, h) = \ln \frac{[1 - \cos \pi d] [1 - \cos \pi (d + 2h)]}{[\operatorname{ch} 2\pi\rho - \cos \pi d] [\operatorname{ch} 2\pi\rho - \cos \pi (d + 2h)]} \quad \text{X (69)}$$

4) Газовая залежь (пласт круговой, однородно-анизотропный). Вводя функцию Лейбензона и заменяя объемный расход весовым, учитывая для предельного дебита X (63) — X (65) и нарушение закона Дарси вблизи перфорационных отверстий, делая допущение, что на вершине конуса и на забое скважины давления одинаковы, после некоторых преобразований из IX (56) получим окончательно

$$\Delta p_{np} = q(\rho, h) E_0 h_0 \Delta\gamma \left[1 - \frac{1 - \xi_0}{\bar{P}_k} \right] + \Delta p_0 \quad \text{X (70)}$$

Здесь $q(\rho, h)$ — безразмерный дебит, определяемый по графикам (рис. 65, 66); \bar{P}_k — безразмерный параметр, определяемый по формуле X (64); $\Delta\gamma = \gamma_b - \gamma_r$. При достаточно больших значениях \bar{P}_k величиной $(1 - \xi_0)/\bar{P}_k$ можно пренебречь и тогда из X (70) следует формула X (69).

Более аккуратно величина предельной депрессии может быть определена из уравнения X (70), записанного в иной форме

$$p_0^2 - p_c^2 = 2q(\rho, h) \cdot E_0 (h_0 \Delta\gamma)^2 [\bar{P}_k - (1 - \xi_0)] + 2p_0 \Delta p_0 \quad \text{X (71)}$$

Решение квадратного уравнения X (71) относительно предельной депрессии для второго корня в безразмерном виде представляется формулой

$$\Delta \bar{p}_{np} = \bar{P}_k - \sqrt{\bar{P}_k^2 - 2\bar{P}_k \bar{q}(\rho, h) E_0 \left(1 - \frac{1 - \xi_0}{\bar{P}_k}\right) - \Delta \bar{p}_0} \quad \text{X (72)}$$

Из двучленной формулы притока следует:

$$\Delta p_{np} = p_k - \sqrt{p_k^2 - (AQ + BQ^2)} \quad \text{X (73)}$$

Здесь $Q = Q_{np}$ — предельный безводный дебит, А и В — коэффициенты фильтрационных сопротивлений, определяемые по данным испытания скважин, эксперимента или из эмпирических зависимостей.

Заметим, в условиях интерференции для определения предельной депрессии могут быть использованы формулы IX (73) и IX (75). Принципы расчета остаются те же самые. Далее, зная предельную депрессию или, что то же самое, забойное давление P_c , необходимо подсчитать давление на устье P_y .

11. Расчет предельных дебитов несовершенных скважин и депрессий в однородно-анизотропном радиальном пласте с подошвенной водой в случае притока вязкопластичной нефти

Методика расчета предельных безводных дебитов для притока неньютоновских нефтей остается такой же, как и для обычных вязких нефтей. Принимая двухзонную схему притока нефти с подошвенной водой (рис. 70), в соответствии с формулой X (33) запишем условие устойчивости для двух точек поверхности раздела жидкостей

$$\Phi(0, z) - \Phi'_c = - \frac{kr \Delta\gamma}{\mu} \cdot y_1 \quad X(74)$$

$r=0, z=z_1$

$$\Phi'_c - \Phi_0 = - \frac{kr \Delta\gamma}{\eta(\tau_0)} \cdot y_2 \quad X(75)$$

$r=R'_c, z=h$

Здесь μ и $\eta(\tau_0)$ — коэффициенты абсолютной и структурной вязкости во внутренней и внешней зонах соответственно (см. § 7

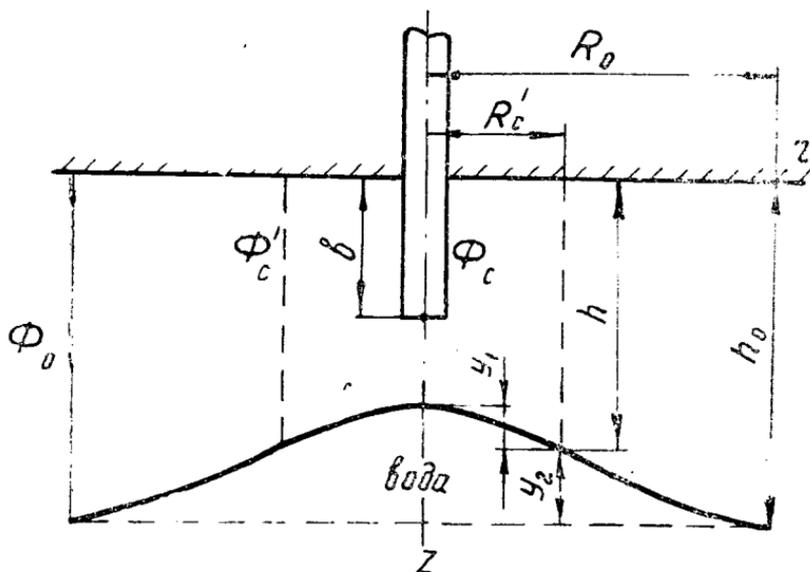
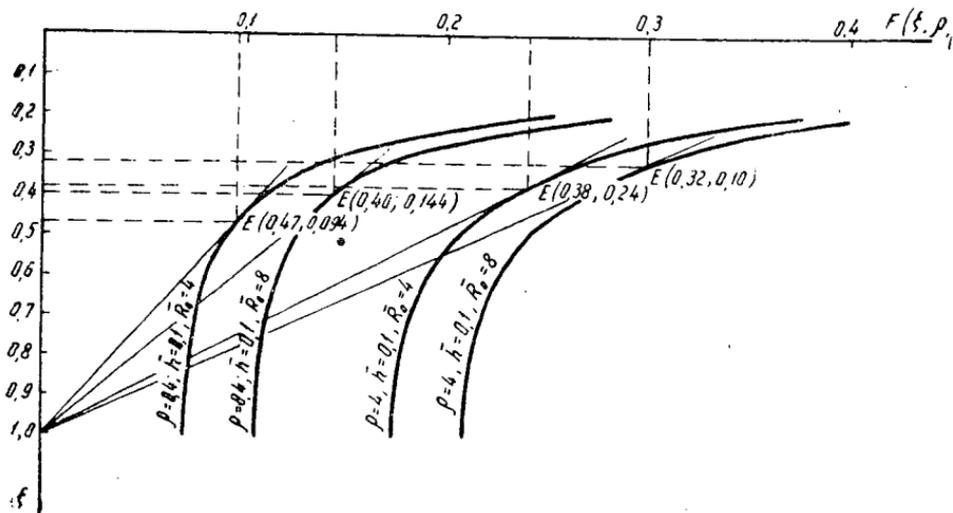


Рис. 70. Схема притока неньютоновской жидкости к несовершенной скважине

гл. IX). Так как на границе этих зон $R'_c = h$ (рис. 70), $\eta(\tau_0)$ принимает значение $\eta(\tau_0) = \mu$, то, решая совместно X (74) и X (75) и исключая неизвестный потенциал Φ'_c , находим

$$\Phi(0, z) - \Phi = - \frac{kz \Delta\gamma}{\mu} = - \frac{kz \Delta\gamma}{\mu} (h_0 - z_0) \quad y_0 = y_1 + y_2 \quad X(76)$$



Р и с. 71. Графическое решение уравнения X(90). Определение ординаты ξ_0 и функции $E(\xi_0, \rho, h)$

Или, вводя безразмерную предельную ординату вершины конуса

$\xi = \frac{z}{h_0}$, получим значение потенциала

$$\Phi_0 - \Phi(0, \xi_0) = \frac{k_z \Delta \gamma}{\mu} (1 - \xi_0) \quad \text{X(77)}$$

Используя решение IX (47) и IX(48) для притока вязкопластичной нефти к несовершенной скважине, при $r = 0$ получим

$$\Phi_0 - \Phi(\xi, 0) = \frac{Q E(\rho, \xi, h)}{\pi h h_0} \quad \text{X(78)}$$

$$E(\rho, h, \xi) = \frac{h}{2} \ln \frac{R_0}{h} + F(\rho, h, \xi) \quad \text{X(79)}$$

Здесь функция $F(\rho, h, \xi)$ определяется по IX (48) при $\bar{R}_0 = 0$.

Предельный безразмерный безводный дебит находится из совместного решения уравнений X (78) и X (79) при $\xi = \xi_0$ по формулам

$$q(\rho, h) = \frac{Q_1}{Q_0} = \frac{h}{2} \cdot \frac{1 - \xi_0}{\varepsilon_0(\xi_0, \rho, h)} \quad \text{X(80)}$$

$$Q_0 = \frac{2\pi k_f h_0^2}{\mu} \Delta \gamma, \quad \Delta \gamma = \gamma_v - \gamma_n \quad \text{X(81)}$$

$$\rho = \frac{R_c'}{x h} = \frac{1}{x}, \quad x^2 = \frac{k_r}{k_z}, \quad \xi = \frac{z}{h_0};$$

$$\xi_0 = \frac{z_0}{h_0}; \quad h = \frac{b}{h_0} \quad \text{X(82)}$$

Значение ординаты ξ_0 можно определить графическим путем из уравнений X (77) и X (79) или из совместного решения

уравнения X (79) и его производной $E'_\xi(\rho, \xi, h) = F'_\xi(\rho, h, \xi)$; рис. 71.

Предельная депрессия или предельное забойное давление P_c могут быть определены по формулам IX (51) и IX (52), если вместо Q подставить предельный дебит $Q_{пр} = Q_0 q(\rho, h)$ с учетом X (92). Для забойного давления P_c формула примет вид

$$P_c = \frac{\mu}{\gamma(\tau_0)} (P_{ст} + \Delta P_0) - h_0 \Delta \gamma q(\rho, h) E(\rho, h) \quad X(83)$$

Здесь $\gamma(\tau_0)$ — структурная вязкость вязко-пластичной нефти в пластовых условиях как функция динамического напряжения сдвига;

$P_{ст}$ — восстановленное забойное давление; ΔP_c — давление, расходуемое на преодоление предельного напряжения сдвига (определяется по индикаторным кривым); $q(\rho, h)$ — безразмерный предельный дебит, определяемый по изложенной методике; $E(\rho, h)$ — определяется по формуле IX (51). Учет несовершенства скважины по характеру вскрытия и нарушение закона Дарси могут быть выполнены путем, изложенным в предыдущем параграфе.

12. Определение оптимального интервала вскрытия пласта в нефтяных, газовых и подгазовых залежах

В предыдущих параграфах настоящей главы изложены различные методы расчетов предельных дебитов, дана оценка и сравнение их и приведены графики для их определения. При этом дебит определяется по заданному вскрытию. Однако для практики представляет интерес и обратная задача — определение положения интервала перфорации и его величины, обеспечивающих наибольший предельный дебит.

Анализируя графики предельных безводных дебитов, можно заметить, что наибольший дебит будет тогда, когда вскрытие стремится к нулю (точечный сток расположен в кровле пласта). Но весьма малые вскрытия неприемлемы на практике, так как они вызывают большие градиенты давления у стенки скважины и возникает опасность разрушения призабойной зоны. Кроме того, увеличивается сопротивление в призабойной зоне, которое ведет к необходимости сильно снижать давление на скважине, что иногда неприемлемо из-за интенсивного выделения газа, газоконденсата и парафина из нефти.

В связи с этим возникает задача определения такого оптимального интервала вскрытия, чтобы дебит был и достаточно большим и приемлемым по остальным факторам, влияющим на работу скважины. Многие авторы приходят к выводу, что оптимальным интер-

валом вскрытия является такое вскрытие, которое обеспечивает наибольший безводный или безгазовый или одновременно безводный и безгазовый дебит и безводный период (следовательно, наибольший коэффициент нефтеотдачи или газоотдачи) при минимальных потерях давления в призабойной зоне, а также наибольший охват нефтенасыщенной или газонасыщенной частей пласта вытеснением.

В практике разработки нефтяных, газовых и подгазовых залежей с подошвенной водой иногда недостаточно уделяется внимания выбору оптимального интервала вскрытия пласта. Например, А. И. Ткачук, Р. Ф. Гимер и Е. В. Солецкий отмечают, что на газовых месторождениях Угерско и Бильче — Волица пласты вскрывались, как правило, почти на всю мощность, без учета наличия подошвенной воды. Долгое время не проводилось специальных исследований по установлению оптимальных интервалов вскрытия продуктивного горизонта, несмотря на большую практическую значимость данной проблемы.

Проведенный анализ работы скважин привел авторов к выводам, что интервал перфорации не должен превышать 20—30 м с плотностью 10 прострелов на 1 погонный метр при этажах газоносности 125 (Бильче — Волица) и 190 м (Угерско), что соответствует относительному вскрытию $h = 0,16 \text{--} 0,20$. Эти практические выводы в целом подтверждаются и теоретическими расчетами.

Выбор оптимального интервала перфорации дает возможность, кроме удешевления стоимости перфорационных работ, продлить сроки межремонтного периода по изоляции подошвенных вод. А те же авторы указывают, что стоимость проведения изоляционных работ в одной скважине составляет 6—8 тыс. руб. и далеко не всегда дает положительные результаты. Кроме того, установка цементных мостов исключает контроль за продвижением газоводяного контакта методами НГК.

Интересна история разработки уникального Анастасиевско-Троицкого газонефтяного месторождения с подошвенной водой, подробно изложенная в работе И. Д. Амелина [48]. Общая мощность пласта составляет 100 м, в т. ч. нефтенасыщенная часть — 22 м. В большинстве скважин интервал располагался ближе к ВНК (3—7 м), чем к ГНК (10—17 м). В результате этого в 204 скважинах из 322 имел место прорыв воды и только по 4 скважинам — прорыв газа (по состоянию на июль 1964 г.). Это свидетельствует о том, что интервалы вскрытия не соответствовали их рациональному расположению, обеспечивающему одновременный подход вершин обоих конусов к перфорированной части скважин. Расчеты, произведенные автором по методикам П. Е. Чанея и др., С. Д. Пирсона и КФВНИИ, свидетельствуют о том, что рациональный интервал перфорации должен находиться ближе к ГНК. К такому же выводу приходят В. Д. Конев и др., которые рекомендуют в условиях указанного месторождения уста-

навливать первоначальный интервал вскрытия на расстоянии одной трети нефтенасыщенной мощности.

Большое влияние на выбор рационального расположения интервала перфорации оказывает неоднородность пласта. В слоистых пластах, очевидно, первоначальный интервал перфорации следует располагать под нижним прослоем с последующим переносом вверх, используя глинистые и плотные непроницаемые прослои как экран, предотвращающий подтягивание конусов воды. В однородно-анизотропном пласте такой перенос не будет целесообразным.

Итак, перейдем к непосредственному рассмотрению этой важной и сложной проблемы. Очевидно, основными критериями, определяющими оптимальный интервал перфорации, будут предельная депрессия и градиент давления. Расчет предельной депрессии достаточно полно изложен нами в § 10, гл. X, а градиент давления может быть подсчитан по формуле

$$-\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{Q \mu}{2\pi k_r h_0 h r_c} \quad X(84)$$

Если при установлении режима работы скважины необходимо учитывать только давление на забое скважины (депрессию), то задавая величину вскрытия, по графикам рис. 65, 66 нетрудно определить предельный дебит, а предельную депрессию подсчитать указанным способом и путем подбора $\Delta P_{пр}$ по величине, близкой к $\Delta P_{доп}$, найти рациональный интервал вскрытия.

Если основным критерием является градиент давления, то задавая h , находим предельные дебиты, затем по формуле X (84) подсчитываем градиент давления и сравниваем его с допустимым.

Аналогичным путем можно учесть оба указанных критерия. Все изложенное относится к выбору рационального интервала перфорации в нефтяных или газовых залежах с подошвенной водой.

Методика расчета оптимального положения интервала перфорации в подгазовой нефтяной залежи с подошвенной водой подробно изложена нами в работах [16, 17]. Здесь мы приведем лишь одно соотношение

$$f(\eta) = \frac{q_1(\eta, \rho)}{q_2(\eta, \rho)} = \frac{\Delta \gamma_2}{\Delta \gamma_1}, \quad X(85)$$

где q_1 и q_2 — безразмерные предельные безгазовый и безводный дебиты соответственно; η — ордината точечного стока, расположенного на нейтральной линии тока [16];

$$\gamma_1 = \gamma_n - \gamma_2; \quad \gamma_2 = \gamma_n - \gamma_n$$

Функция $f(\eta)$ рассчитана, графическое изображение ее приведено на рис. 72.

График функции $f(\eta)$ дает возможность исследовать влияние

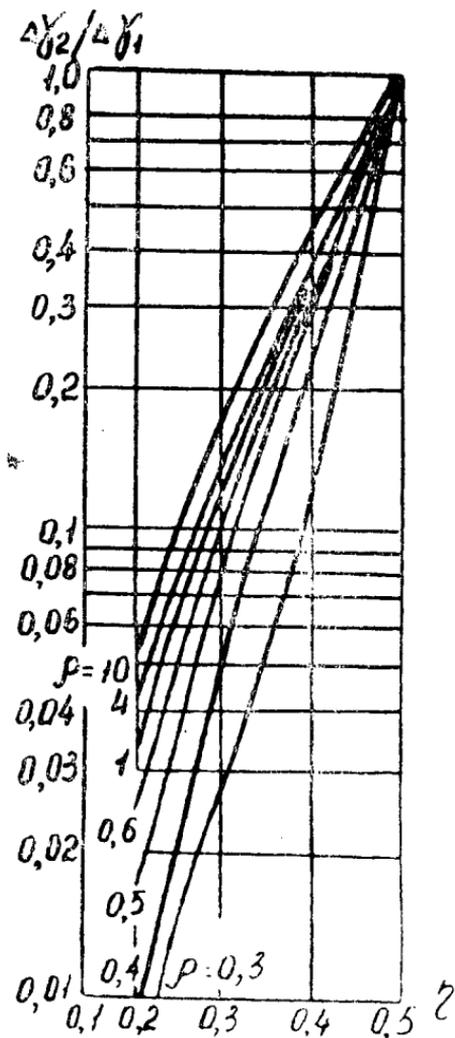


Рис. 72. Влияние отношения $\Delta\gamma_2/\Delta\gamma_1$ на положение точечного стока η_{\max}

13. Экспериментальное изучение процессов образования устойчивых конусов

Вопросы экспериментального исследования процессов конусообразования имеют большое практическое значение. Изучение этого явления на электрических и щелевых моделях началось сравнительно недавно работами Мейера и Серси, Карпласа В. И., Эфроса Д. А., Аллахвердиевой Р. А. и Курбанова А. К., хотя применение этих моделей для решения других гидродинамических задач хорошо было известно до этого.

отношения удельных весов $\frac{\Delta\gamma_2}{\Delta\gamma_1}$

и параметра ρ на местоположение вскрытия. Пределы изменения

$\frac{\Delta\gamma_2}{\Delta\gamma_1}$, интересные для практики,

лежат в интервале $1 \geq \frac{\Delta\gamma_2}{\Delta\gamma_1} \geq$

$\geq 0,1$, что соответствует изменению

η_{\max} в пределах $0,5 \geq \eta_{\max}$

$\geq 0,25$ для $10 \geq \rho \geq 0,3$. Из

графика (рис. 72) следует, что при уменьшении параметра и

при стремлении $\frac{\Delta\gamma_2}{\Delta\gamma_1}$ к единице

значение η_{\max} увеличивается и

стремится к 0,5. Отсюда можно

сделать практический вывод, что в сильно анизотропных пластах

($\rho \leq 0,3$) влияние $\frac{\Delta\gamma_2}{\Delta\gamma_1}$ на место-

положение интервала перфорации незначительное и поток

будет почти симметричным относительно $\eta = 0,5$. При увеличении

ρ наиболее выгодный интервал перфорации смещается

вверх.

Задача о движении границы раздела двух вязких несжимаемых жидкостей в узкой щели между двумя параллельными пластинами представляет интерес в связи с известной аналогией этого течения с ламинарной фильтрацией в однородном пласте постоянной мощности. Теория щелевого лотка изложена в работах В. И. Аравина, С. Н. Нумерова и П. Я. Полубариновой-Кочиной. В настоящее время использование щелевых лотков широко распространено. На щелевых лотках достаточно хорошо изучены движение грунтовых вод, совместный приток двух жидкостей, раздельный отбор воды и нефти из скважины. В работе П. Я. Полубариновой-Кочиной и А. Р. Шкирич приведено сопоставление теоретического решения задачи о стягивании контура нефтеносности с экспериментом на горизонтальном щелевом лотке.

Впервые вопрос экспериментального изучения задачи о предельных безводных дебитах на параболической щелевой модели был поставлен во ВНИИ Д. А. Эфросом и Р. А. Аллахвердиевой. Воспользовавшись известной аналогией между потенциальным течением в пористой среде и течением вязкой жидкости в узкой щели между двумя поверхностями, методом смены стационарных состояний авторы получили безразмерные зависимости предельных безводных и безгазовых дебитов несовершенных скважин в круговом пласте. При этом использовалась схема разрывного потенциального течения, т. е. влиянием переходной зоны пренебрегали, равно как и влиянием капиллярных сил, и граница раздела между двумя жидкостями принималась за геометрическую поверхность.

В опытах, методика проведения и описание которых изложены подробно в [20], использовались две взаимно нерастворимые жидкости (техническое масло и глицерин), одна из которых (глицерин) поддерживалась в предельно-устойчивом положении, а другая (масло) притекла к скважине. Полученные безразмерные зависимости в опытах на параболической щелевой модели авторы перенесли в натуральные условия и получили формулу для расчета предельных безводных и безгазовых дебитов и депрессий. Авторы предложили также формулы для определения времени истощения залежи, требующие численного интегрирования.

Заметим, полученное авторами уравнение поверхности раздела справедливо лишь в области $r \geq 4h$ (h — мощность пласта на контуре питания), тогда как для практических расчетов интересно знать именно форму конуса вблизи скважины. Таким образом, расчетные графики Д. А. Эфроса и Р. А. Аллахвердиевой могут быть использованы при $\rho = R_k/h \geq 4$.

Опыты на щелевом лотке, поставленные в лаборатории кафедры общей и подземной гидравлики МИНХ и ГП им. Губкина, имели в основном демонстративный характер и преследовали цель исследовать скорее качественную, чем количественную сторону явления конусообразования и прорыва подошвенной воды в скважину. Не говоря уже о том, что точное измерение крайне

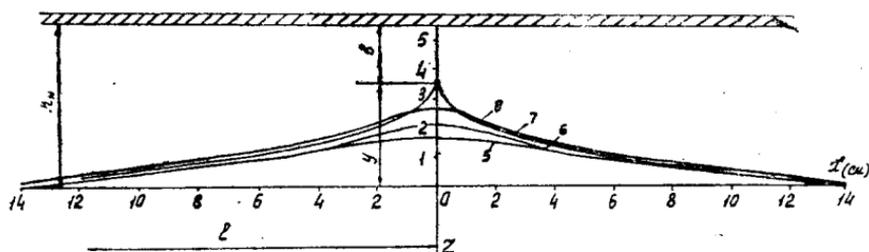


Рис. 73. Положение конуса в щелевом лотке в зависимости от расхода (кривая 8 соответствует $Q_{пр}$); $\delta=0,05$ см

неустойчивых перед прорывом дебитов является весьма сложной задачей, в опытах оказалось невозможным сохранять неизменной во всех случаях ширину зазора σ , так как стенки лотка, выполненные из сравнительно тонкого органического стекла, не были гарантированы от дополнительных прогибов под действием существующего в лотке давления.

В качестве жидкости, имитирующей нефть, использовалось вазелиновое масло $\mu_{20^\circ} = 3,05$ снз, $\gamma = 0,868$ Г/см³. Воду имитировали водоглицериновые смеси с характеристиками:

$$\mu_{20^\circ} = 1,85 \div 2,26 \text{ снз}, \quad \gamma = 1,03 \div 1,05 \text{ Г/см}^3.$$

Все данные, полученные в процессе опытов, обработаны и представлены в виде таблиц и графиков. На рис. 73 представлено последовательное устойчивое положение поверхности раздела в щелевом лотке для одного из опытов. В расчетах использовалось решение X (56) и формулы X (46) и X (47'), из которых следует:

$$Q_{пр} = \frac{c \Delta \gamma \delta h}{\gamma_{н}} \cdot \frac{1 - \xi_0}{F(\xi_0, h)}, \quad C = \frac{d \delta^2 \rho}{12\mu} \quad \text{X(86)}$$

Здесь C — коэффициент фильтрации щели, определяемый по П. Я. Полубариновой-Кочиной; d — ускорение силы тяжести; μ и ρ — плотность и вязкость вытесняемой жидкости; σ — ширина щели. Ордината ξ_0 и функция $F(\xi_0, \rho, h)$ находятся совместным решением уравнения X (56) и его производной.

Сопоставления показали, что расчетные и опытные значения ординат вершин конуса имеют достаточно хорошее приближение друг к другу, а расчетные и опытные значения предельных дебитов имеют примерно двухкратное расхождение с занижением расчетных дебитов. Такое расхождение, по-видимому, можно объяснить прогибом стенок лотка под действием напора жидкостей, в результате чего ширина щели не выдерживается постоянно и, следовательно, коэффициент фильтрации C , определяемый по формуле X (96), в какой-то мере отклоняется от действительного значения.

Статические задачи конусообразования изучались также и на электрических сетках. Потенциометрический метод расчета предельных дебитов, авторами которого являются А. Чаней, М. Нобль, В. Хенсон и Д. Райс, изложен нами подробно в [16].

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ КОНУСООБРАЗОВАНИЯ В НЕФТЯНЫХ И ГАЗОВЫХ ЗАЛЕЖАХ

14. Приближенные методы расчета времени прорыва подошвенной воды

При разработке нефтегазосодержащих пластов с подошвенной водой без наличия естественных или искусственных экранов неизбежно приходится сталкиваться с явлением конусообразования.

Методика установления предельных безводных дебитов, предельных депрессий и положения границы раздела двух фаз была описана в предыдущих разделах. Большой практический и теоретический интерес представляют также и задачи о времени прорыва подошвенной воды к забою скважины в случае неустойчивого конуса. Имеется ряд теоретических и экспериментальных работ, как советских, так и зарубежных авторов. Все эти работы выполнены при известных условиях.

Для случая нефтегазовой залежи с подошвенной водой П. Б. Садчиковым [33] получена приближенная формула для безводного периода эксплуатации

$$T = \frac{2\pi m h_0^3 x^2}{Q} \cdot f(\bar{a}, h) \quad X(87)$$

$$\bar{a} = \frac{a}{h_0}, \quad h = \frac{b-a}{h_0}$$

Здесь функция $f(\bar{a}, h)$ представлена графиком [33]; $(b - a)$ — интервал вскрытия. При $\bar{a} = 0$ (газовая шапка отсутствует) автор получает

$$T_c = \frac{2\pi m h_0^3 x^2}{3Q} (1 - h)^2 (1 + h) \quad X(88)$$

Приближенная формула Данилова — Салехова для этого случая имеет вид [34]

$$T_{дс} = \frac{2\pi m h_0^3 x^2}{3Q} (1 - h)^2 (1 + 2h) \quad X(89)$$

Анализ показывает, что формулы X (88) и X (89) дают результаты с наибольшим расхождением при наибольшем вскрытии h . Так, при $h = 0,9$ имеем $T_{дс} = 2T_c$.

15. Расчет безводного периода эксплуатации несовершенных скважин в однородно-анизотропных пластах с учетом фазовых проницаемостей

Как показали анализы расчетов, произведенные в предыдущих параграфах, для однородных пластов предельные безводные де-

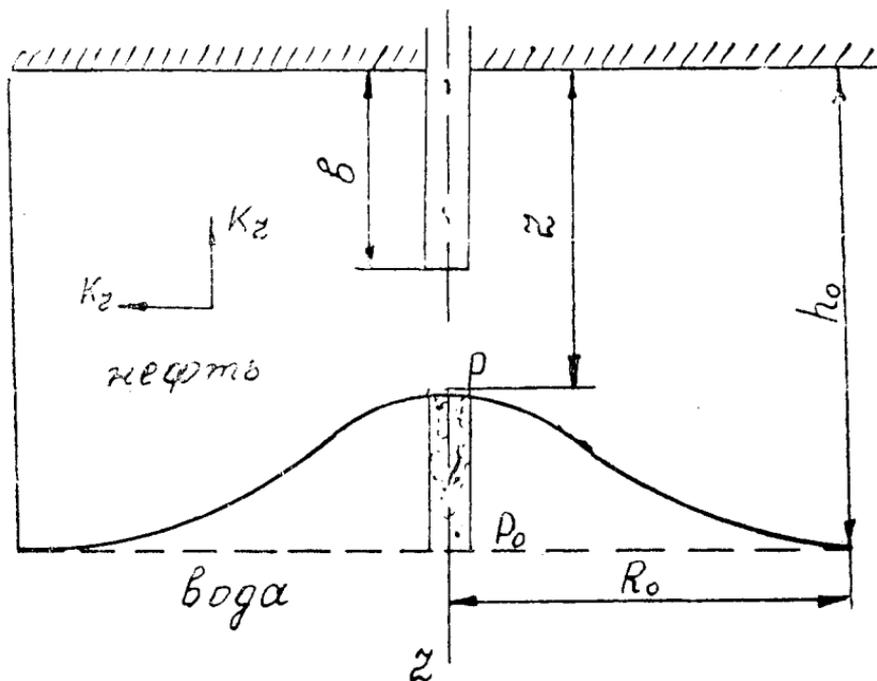


Рис. 74. Схема к расчету времени безводной эксплуатации песовершенных скважин

биты практически очень малы. Превышение последних ведет к быстрому прорыву подошвенной воды к забоям скважин. При этом расчетные данные не всегда согласуются с фактическими, поскольку в природе коллекторы, как правило, неоднородны. Чтобы привести в соответствие расчетные и фактические результаты, очевидно, в решении необходимо учитывать не только различие в вязкостях и плотностях движущихся жидкостей, но и неоднородность пласта, фазовые проницаемости и капиллярные силы.

Выделим на оси вертикальной скважины по высоте конуса жесткую трубку тока (рис. 74). При небольшом диаметре трубки тока, соизмеримом с диаметром скважины, распределение скоростей по сечению трубки можно принять равномерным. Пусть P и P_0 — давления в верхнем и нижнем сечениях трубки тока, P_c — давление у забоя скважины, σ — коэффициент насыщенности пор водой. В первой зоне, от h_0 до Z , имеет место двухфазное движение (вода — нефть), во второй зоне, от Z до b , — движение чистой нефти.

Для упрощения расчетов часто пренебрегают капиллярным скачком. Тогда влияние капиллярности учитывается косвенно самим видом опытных кривых относительных фазовых проницаемостей, для нефти $K_n^*(\sigma)$ и для воды $K_v^*(\sigma)$ [6]. В такой постанов-

ке по закону Дарси скорости фильтрации для каждой из фаз запишутся системой уравнений

$$v'_n = - \frac{k_z k_n^*(\sigma_\Phi)}{\mu_n} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \gamma_n \right) \quad X(90)$$

$$v'_b = - \frac{k_z k_n^*(\sigma_\Phi)}{\mu_b} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \gamma_b \right) \quad X(91)$$

$$v_n = - \frac{k_z k_n^*(\sigma_n)}{\mu_n} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \gamma_n \right) \quad X(92)$$

Здесь σ_Φ — насыщенность нефтью на фронте вытеснения, σ_0 — содержание погребенной воды в пласте (около 20%). Уравнения X (90) и X (91) описывают движение смеси воды и нефти (v'_n и v'_b — скорости фильтрации нефти и воды в зоне смеси). Уравнение X (92) описывает движение нефти в чисто нефтяной зоне трубки тока (v_n — скорость фильтрации нефти).

Для установившегося движения расход через сечение является постоянным, т. е.

$$f v'_n + f v'_b = f v_n = f = \text{const} \quad X(93)$$

Введем следующие обозначения:

$$C_n = \frac{k_z k_n^*(\sigma_\Phi)}{\mu_n x^2}; \quad C_b = \frac{k_r k_b^*(\sigma_\Phi)}{\mu_b x^2} \quad X(94)$$

$$C_0 = \frac{k_r k_n^*(\sigma_0)}{\mu_n x^2}; \quad K = \frac{C_b + C_n}{C_0}; \quad x^2 = \frac{k_r}{k_z}$$

Тогда, согласно равенству X (93), система X (90) — X (92) запишется в виде двух уравнений

$$v = - \left[C_b \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \gamma_b \right) + C_n \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \gamma_n \right) \right] \quad X(95)$$

$$v = - C_0 \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \gamma_n \right) \quad X(96)$$

Разделив переменные в уравнениях X (95) и X (96) и проинтегрировав по P , первое уравнение в пределах от P до P_0 , второе от P_c до P и по Z — первое в пределах от Z до h_0 , второе от b до Z , получим

$$p_0 - p = \frac{z - h_0}{C_b + C_n} \left[v + \left(\gamma_b C_b + \gamma_n C_n \right) \right] \quad X(97)$$

$$p - p_c = (b - z) \left(\frac{v}{C_0} + \gamma_n \right) \quad X(98)$$

По Бакли—Левретту [6] фронтальная насыщенность σ_{Φ} для соотношения вязкостей $\mu_{\text{H}}/\mu_{\text{B}} = 1 \div 3$ находится в пределах $\sigma_{\Phi} = 0,71 \div 0,65$. Тогда по кривым относительных фазовых проницаемостей [3—6] находим

$$k_{\text{H}}^*(\sigma_{\Phi}) = k_{\text{H}}^*(0,7) = 0,05$$

$$k_{\text{B}}^*(\sigma_{\Phi}) = k_{\text{B}}^*(0,7) = 0,35 \quad k'_{\text{H}}^*(\sigma_{\Phi}) = k'_{\text{H}}^*(0,2) = 0,70 \quad \text{X(99)}$$

Введем потенциал скорости фильтрации

$$\Phi_0 - \Phi_{\text{C}} = \frac{k_{\text{r}}}{\mu_{\text{H}}} [(\rho_0 + \gamma_{\text{H}} h_0) - (\rho_{\text{C}} + \gamma_{\text{H}} b)] \quad \text{X(100)}$$

Скорость движения частицы $\frac{dz}{dt} = \frac{v}{m}$ определится из совместного решения X (97) и X (98). С учетом X (94), X (99) и X (100) после ряда преобразований получим уравнение движения частицы

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{\xi - \left[\frac{B}{C} \cdot \frac{\mu_{\text{H}}}{\gamma_{\text{H}} \cdot k_{\text{r}} h_0} (\Phi_0 - \Phi_{\text{C}}) + 1 \right]}{\xi + A} \quad \text{X(101)}$$

$$\tau = \frac{k_{\text{r}} k_{\text{B}}^*(\sigma_{\Phi}) \Delta\gamma \bar{\mu} t}{m h_0 \kappa^2 (K-1) \mu_{\text{H}}} \quad \text{X(102)}$$

$$A = \frac{1 - Kh}{K-1}, \quad B = \frac{\gamma_{\text{H}} (C_{\text{B}} + C_{\text{H}})}{K-1}, \quad C = \frac{\Delta\gamma C_{\text{B}}}{K-1} \quad \text{X(103)}$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_{\text{H}}}{\mu_{\text{B}}}, \quad \Delta\gamma = \gamma_{\text{B}} - \gamma_{\text{H}}, \quad \xi = \frac{z}{h_0}, \quad h = \frac{b}{h_0}, \quad \rho = \frac{R_0}{\kappa h_0} \quad \text{X(104)}$$

Трудность решения уравнения X (101) заключается в том, что действительные значения Φ_0 и Φ_{C} при возмущенной границе раздела остаются неизвестными. Если же принять основное допущение приближенной теории конусообразования, то для определения величины $(\Phi_0 - \Phi_{\text{C}})$ можно воспользоваться решением для потенциала несовершенной скважины. При этом погрешность в определении как Φ_0 , так и Φ_{C} делается в одну сторону (в сторону увеличения); следовательно, погрешность разности величин $(\Phi_0 - \Phi_{\text{C}})$ будет незначительной.

Существует ряд решений для потенциала несовершенной скважины как для плоского прямолинейного, так и для радиального потоков, различающихся между собой различной степенью сложности. Рассмотрим продвижение поверхности раздела двух жидкостей в круговом однородно-анизотропном пласте. В большинстве случаев решения для потенциала несовершенной скважины в круговом пласте выражаются в бесконечных рядах, что затрудняет их использование. В значительной степени облегчают численные расчеты времени продвижения и прорыва подошвенной воды к забою скважины вычисленные на электронной счетной машине

средние значения некоторой безразмерной функции $\psi(\rho, h)$ (формула IX (23), связанной с разностью потенциалов $(\Phi_0 - \Phi_c)$ в пласте формулой IX (22).

Подставляя IX (56) при $\Phi_k = \Phi_0$ и $R_k = R_0$ в уравнение X (101), разделяя переменные и интегрируя по τ от 0 до τ и по ξ от 1 до ξ , после некоторых преобразований с учетом X (99) и X (103) получим следующую формулу для безразмерного времени:

$$\tau = \left[(\xi - 1) + (A + D) \ln \frac{D - \xi}{D - 1} \right] \quad \text{X (105)}$$

$$D = \bar{q} [lg \bar{R}_0 + S] + 1 = \frac{\bar{q}}{h} E_0 + 1 \quad \text{X (106)}$$

$$\bar{q} = \frac{Q}{Q_0}; \quad Q_0 = \frac{2\pi k_r \Delta \gamma h_0^2}{\mu_n + 1/7 \mu_B}; \quad \bar{R}_0 = \frac{R_0}{r_c} \quad \text{X (107)}$$

Здесь S определяется по формуле IX (57).

При $\xi = h$ формула X (105) дает время прорыва до забоя скважины.

Таким же путем могут быть получены формулы для определения времени безводной эксплуатации горизонтальных и вертикальных скважин, дрен и галерей в полосообразном пласте. Для этого необходимо использовать соответствующие решения для потенциала и проинтегрировать дифференциальное уравнение X (101) в соответствующих пределах.

Для скважины, эксцентрично расположенной в круговом пласте, формулы X (105) — X (107) остаются справедливыми, но только значение E_0 в X (116) определяется по формуле IX (70). Для взаимодействующих скважин E_0 определяется по формулам IX (72) — IX (75).

16. Промысловые методы определения вертикальной проницаемости и анизотропии нефтеносных и водоносных пластов

Коэффициентом анизотропии пласта, сложенного осадочными породами, принято называть отношение горизонтальной проницаемости к вертикальной. Данные о величинах вертикальной проницаемости и анизотропии пласта необходимы при решении различных задач нефтепромысловой практики, а также задач, относящихся к трехмерному течению грунтовых вод. Например, характеристика анизотропии пласта α должна быть известна при расчетах предельных безводных или безгазовых дебитов скважин с подошвенной водой или газовой шапкой, а также для расчета предельных депрессий и времени безводной эксплуатации в указанных залежах.

Информация об анизотропии необходима также и для расчетов промежутка высачивания в плотинах и для анализа эффекта понижения уровня в несовершенной скважине при откачке. Если

нужно определить максимальный дебит с данной площади водоносного горизонта, то также необходимо знать величину вертикальной проницаемости. Большую ценность представляют сведения об анизотропности пласта при проектировании систем разработки нефтяных и газовых месторождений. Рассмотрим несколько методов определения этого важного параметра.

1) **Метод Эфроса — Аллахвердиевой** [20]. Характеристика анизотропии пласта α определяется из условий совместного притока воды и нефти к забою скважины. При этом используется приближенная формула, устанавливающая линейную зависимость между дебитами $Q_{в}$, нефти $Q_{н}$ и

предельным безводным дебитом $Q_{пр}$

$$Q_{пр} \approx Q_{н} - Q_{в} \times \frac{\alpha h_{н} \mu_{в}}{h_{в} \mu_{н}}, \quad X(108)$$

где $h_{в}$ и $h_{н}$ — мощности нефтенасыщенной и водонасыщенной частей пласта, $\mu_{в}$ и $\mu_{н}$ — вязкости воды и нефти соответственно, $\alpha = 1,66 \div 2,55$ — поправочный коэффициент, учитывающий различную проницаемость для нефти и воды вследствие наличия остаточной нефти. Величина этого коэффициента зависит от вида кривых фазовых проницаемостей.

С другой стороны, предельный дебит можно определить по методам, описанным выше, задавая различные значения α . После этого, построив графическую зависимость $Q_{пр} = f(\alpha)$, рис. 75, по найденному из формулы X (108) $Q_{пр}$, легко определить значение α . Или же непосредственно по известной величине $Q_{пр}$ из имеющихся графиков или таблиц [6, 16, 17] определяется параметр ρ , а затем и α . По найденным таким образом значениям α можно сделать заключение об анизотропности пласта в соседних скважинах, а также по залежи в целом. Следует заметить, что изложенный метод определения α применим лишь для залежей, где подошвенная вода не принимает активного участия в вытеснении нефти.

2) **Метод Курбанова — Садчикова** [35]. Авторы предлагают приближенный метод оценки коэффициента анизотропии для нефтяной залежи с подошвенной водой и верхним газом, используя графическую зависимость безразмерного дебита от параметра ρ

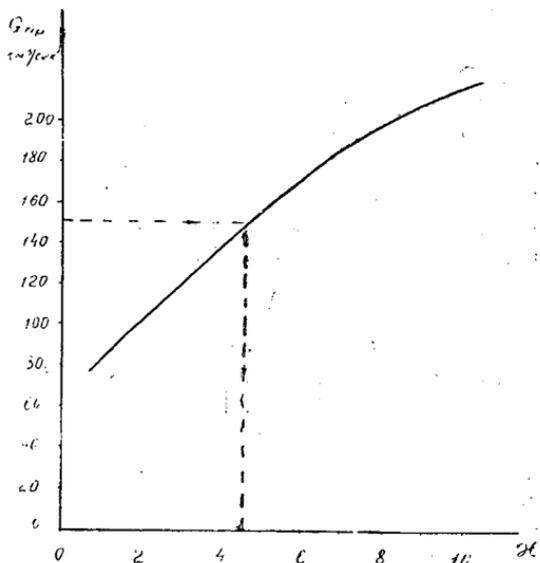


Рис. 75. Зависимость предельного дебита $Q_{пр}$ от анизотропии пласта α .

6 Заказ 612

и интервала вскрытия [35]. При этом предельные дебиты (безводный или безгазовый) должны быть известны, в чем и заключается ограниченность предлагаемого метода.

3) **Определение анизотропии пласта из формулы М. Маскета [3]**
Из приближенной формулы М. Маскета [3] для безводного периода эксплуатации следует:

$$\kappa^2 = \frac{V}{\alpha m D (h) h_0^3}, \quad \text{X (I09)}$$

где κ — коэффициент анизотропии пласта;

α — произведение коэффициентов нефтеотдачи и усадки;

m — коэффициент пористости; h_0 — нефтенасыщенная мощность; V — количество нефти, отобранное до момента прорыва конуса подошвенной воды; $D(h)$ — поправочный коэффициент, определяемый по графику [3, 6].

Этот метод является весьма простым и доступным. Использование его для обработки нефтепромысловых данных было показано нами в работах [16]. Ограниченность использования формулы X (109) состоит в том, что она применима при $\rho > 3,5$. Кроме того, величину α за безводный период приходится принимать ориентировочно.

4) **Графический метод определения анизотропии нефтеносного пласта по промысловым данным.** В большинстве случаев использование тех или иных решений в практических целях ограничивается сложностью расчетов. Здесь мы используем приближенное решение X (105) задачи о прорыве подошвенной воды к забою скважины в круговом однородно-анизотропном пласте по схеме вытеснения из трубки тока с учетом фазовых проницаемостей жидкостей.

Запишем уравнение X (105) для времени безводного периода (при $\xi = h$) и несколько в круговом виде

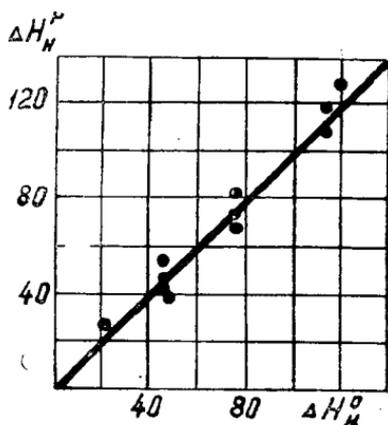
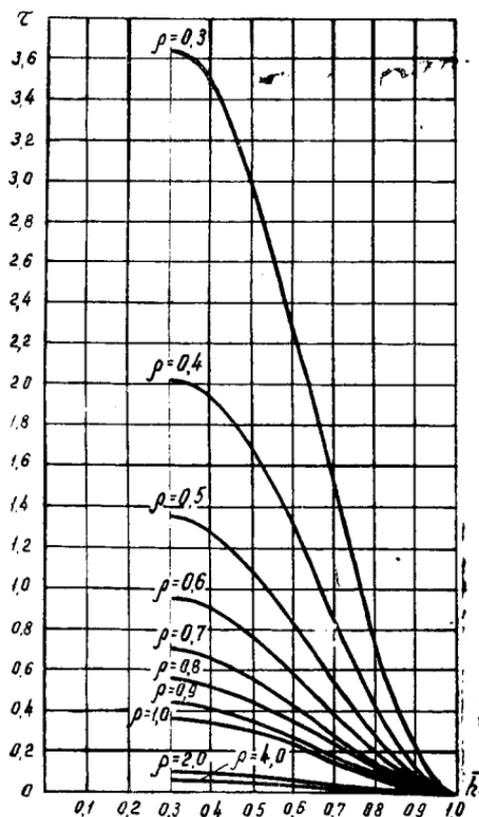
$$\tau = \left\{ (h - 1) + (A + D) \ln \frac{D - h}{D - 1} \right\} \frac{1}{\rho^2} \quad \text{X (II0)}$$

$$\tau = \frac{t k_r k_b^*(\sigma_\Phi) \Delta \gamma h_0 \bar{\mu}}{m(K - 1) R_0^2 \mu_n} \quad \text{X (III)}$$

Все обозначения даны в § 15, гл. X. Нахождение κ или, что то же самое, параметра ρ из трансцендентного уравнения X (110) представляет трудности. Можно использовать графический метод решения этой задачи для широкого диапазона безразмерных параметров: τ , h , \bar{q} , \bar{R}_0 и $\bar{\mu}$ (рис. 76).

17. **Изучение нестационарных течений на щелевых моделях.** Как мы уже упоминали, щелевые модели широко используются при моделировании ламинарной фильтрации в однородном пласте и пригодны для исследования стационарных притоков. Изучение нестационарных течений на щелевых моделях возможно, но слишком утомительно и связано с большой затратой времени. Известно

Р и с. 76. Безразмерное время τ как функция ρ и h при фиксированных параметрах:
 $g = 0,38$; $R = 2000$ и $\mu = 2,2$ (по формуле X (124))



Р и с. 77. Сопоставление напоров в нефтяной части щелевого лотка (ΔH_N^o — опытные значения; ΔH_N^p — расчетные значения)

сравнительно немного работ, посвященных этой проблеме. Коротко на них остановимся. Проверим, насколько точно аналитические решения отражают физические процессы, путем обработки исходных данных некоторых опытов Мейера и Сирси [16], относящихся к изучению нестационарного притока на щелевой модели.

Используя приближенное решение [17] о распределении потенциала в пласте, вызванного горизонтальной скважиной (скважиной — дренай), переходя от потенциала к напору при $x = 0$ и $\xi = h - 0,01$ (вблизи точечного стока) и учитывая односторонний приток в опытах Мейера и Сирси на щелевой модели, где, очевидно, справедливо соотношение $q = 2q_0$, как для полускважины (q и q_0 — удельные расходы при двустороннем и одностороннем притоках), получим потери напора в нефтяной части щелевого лотка:

$$\Delta H_n = \frac{Q}{2\pi C_0} \Delta F(\rho, h, \xi) \quad \text{X (II2)}$$

$$\Delta F(\rho, h, \xi) = \ln \frac{\left| \operatorname{ch} \pi \rho - \frac{2}{\pi} \sin \pi h \right| \left[\operatorname{ch} \pi \rho + \frac{2}{\pi} \sin \pi h \right]}{[1 - \cos \pi (\xi - h)] [1 - \cos \pi (\xi + h)]} \quad \text{X (II3)}$$

$$\rho = \frac{l}{h_n}, \quad h = \frac{b}{h_n}, \quad \xi = \frac{z}{h_n}, \quad \bar{x} = \frac{x}{l} \quad \text{X(114)}$$

$$\xi = h - 0,01, \quad C = \frac{d \delta^2 \rho_n}{12\mu}, \quad Q = q_0 \delta, \quad \text{X(115)}$$

где Q — расход жидкости, C — коэффициент фильтрации согласно IX (96), q — ускорение силы тяжести, μ — коэффициент вязкости, δ — зазор щелевого лотка.

Время прорыва глицерина можно определить по формуле X (105), где безразмерное время τ связано с размерным временем t формулой

$$t = \tau \frac{(K-1) h_n \rho_r}{C \Delta \rho} \quad \text{X(116)}$$

$$K = 1 + \frac{\mu_n}{\mu_r}, \quad A = \frac{1-Kh}{K-1} \quad \text{X(117)}$$

$$D = \bar{q} \Delta F(q, h) + 1 \quad \text{X(118)}$$

$$\bar{q} = \frac{Q}{Q_0}, \quad Q_0 = \frac{2\pi C \delta \Delta \rho h_n}{\rho_n (1 + \mu_r/\mu_n)} \quad \text{X(119)}$$

Здесь μ_n и μ_r — вязкость нефти и глицерина соответственно. Функция $\Delta F(\rho, h)$ подсчитывается по формуле X (113).

При сопоставлении значений ΔH_n и ΔH_r , рассчитанных по X (112), с опытными оказалось, что максимальные колебания между этими величинами не превышают 15%, опытные и расчетные точки ложатся достаточно близко к диагонали (рис. 77).

Как показали расчеты, формулы X (105) и X (116) также дают достаточно удовлетворительную сходимость с опытными данными. Численные расчеты по указанным формулам и сопоставления были выполнены М. М. Кабириным.

Таким образом, предлагаемые формулы достаточно полно отражают физические процессы, происходящие при нестационарном течении жидкостей в щелевых моделях, и могут быть использованы для обработки экспериментальных результатов.

18. К расчету коэффициента нефтеотдачи за безводный период

Исследование закономерностей обводнения скважин является одной из важнейших проблем разработки нефтяных месторождений. Как правило, вопросы контроля за обводнением и увеличения нефтеотдачи пласта рассматриваются разработчиками одновременно. Существует много причин преждевременного обводнения продукции скважин: прорыв подошвенной воды по заколонному пространству из-за некачественного цементаж, установление депрессий на пласт выше их предельных значений, обеспечивающих безводные дебиты, послойная неоднородность пласта и т. д.

Вопросами анализа эксплуатации водонефтяных и газонефтяных зон занимались многие исследователи. При этом изучались следующие задачи: причины обводнения скважин, факторы, влияющие на продолжительность безводного периода, влияние темпа отбора жидкости на содержание воды в продукции скважин и на величину коэффициента нефтеотдачи, выбор оптимальных интервалов вскрытия продуктивных горизонтов и др. Все эти вопросы имеют первостепенное значение для разработки нефтяных месторождений.

Как показали многочисленные анализы разработки месторождений, водный период эксплуатации занимает основную долю от всей эксплуатации залежи. Однако продление безводного периода по-прежнему остается основной задачей в нефтедобыче. При этом эффективность безводного периода должна характеризоваться не просто его продолжительностью, а долей извлекаемых запасов за данный период.

Мы будем рассматривать эту задачу в условиях вытеснения нефти к забоям несовершенных скважин активной подошвенной водой в однородно-анизотропном пласте. Жидкости считаются несжимаемыми, фильтрация подчиняется закону Дарси. Коэффициент извлекаемых запасов за безводный период (в момент, когда поверхность раздела нефть — вода достигла забоя несовершенной скважины) работы каждой скважины определяется отношением суммарного отбора нефти $\Sigma Q = Qt$ к удельным геологическим запасам V , т. е.

$$\beta = \frac{Qt}{V} = \frac{\Sigma Q}{V} \quad X(120)$$

Правая часть формулы X (120) может быть представлена в безразмерном виде следующим образом:

$$\beta = \alpha q \tau (\rho, h) = \alpha \Sigma Q (\rho, h) \quad (X121)$$

$$\rho = \frac{R_0}{\alpha h_0}, \quad h = \frac{b}{h_0}, \quad x^2 = \frac{k_r}{k_z} \quad X(122)$$

$$\alpha = \frac{1 - \frac{1}{k}}{\sigma k_B^*(\sigma_\Phi)}, \quad K = \bar{\mu} \frac{k_B^*(\sigma_\Phi)}{k_H^*(\sigma_0)} + \frac{k_H'^*(\sigma_d)}{k_H^*(\sigma_0)} \quad X(123)$$

Здесь q и $\tau (\rho, h)$ — безразмерные дебит и время безводного периода, определяемые по X (107) и X (110); α — коэффициент, учитывающий подвижность фаз и фазовые проницаемости; σ — начальная нефтенасыщенность; σ_0 — содержание погребенной воды; σ_Φ — насыщенность нефтью на фронте вытеснения; k_B^* и k_H^* — относительные фазовые проницаемости; k_r и k_z — проницаемости вдоль и перпендикулярно напластованию; R_0 — радиус дренажа скважины; h_0 — начальная нефтенасыщенная мощность пласта; $\bar{\mu} = \frac{\mu_H}{\mu_B}$

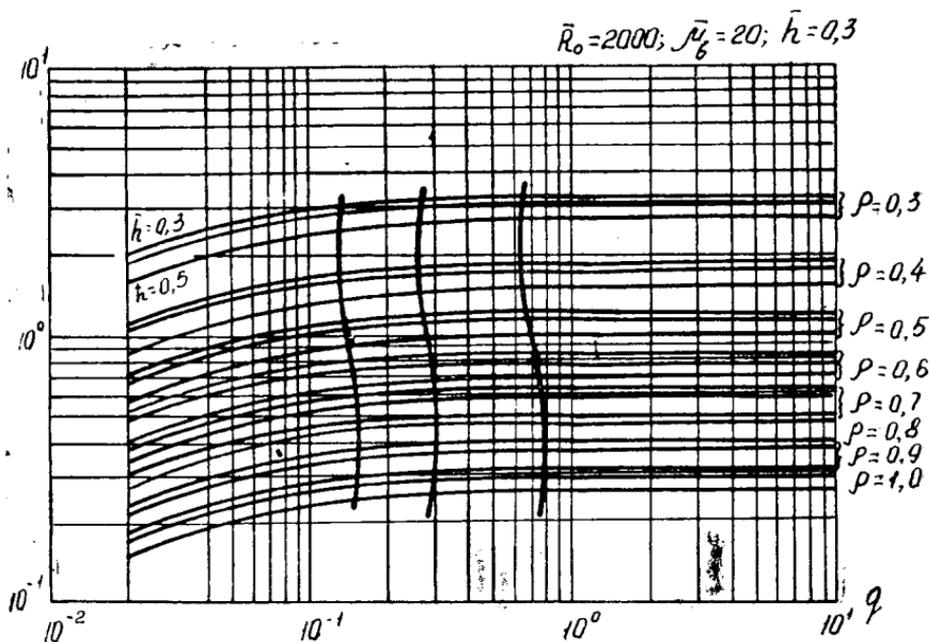


Рис. 78. Извлечение нефти ΣQ за безводный период τ как функция темпа отбора q и параметра ρ при $R = 2000$, $\mu = 22$

— отношение коэффициентов вязкости нефти к вязкости воды в пластовых условиях; α — анизотропия пласта.

Коэффициент нефтеотдачи β^* , отнесенный к недовскрытой мощности пласта h_0 , за безводный период определится формулой

$$\beta^* = \frac{\beta}{1-h} \quad X(124)$$

Функция X (121) рассчитана с помощью электронно-вычислительной машины в широком диапазоне параметров ρ , h , q , $\bar{R} = \frac{R_0}{r_e}$ и

при фиксированных $\sigma = 0,8$; $\sigma_0 = 0,2$ и $\varepsilon_\phi = 0,7$. Результаты расчетов для одного из вариантов ($\bar{R}_0 = 2000$, $\bar{\mu} = 2$) представлены на рис. 78. Анализы показывают, что при увеличении темпов отбора нефти за безводный период коэффициент извлечения запасов β и коэффициент нефтеотдачи β^* для интервала $(h_0 - b)$ увеличиваются при фиксированных ρ и h . Причем значительное увеличение наблюдается для небольших безразмерных дебитов q . С увеличением q рост β постепенно замедляется, и при $q = 10$ коэффициент извлечения запасов достигает своего максимального значения, практически становясь величиной постоянной, $\beta = \beta_{max} = \text{const}$.

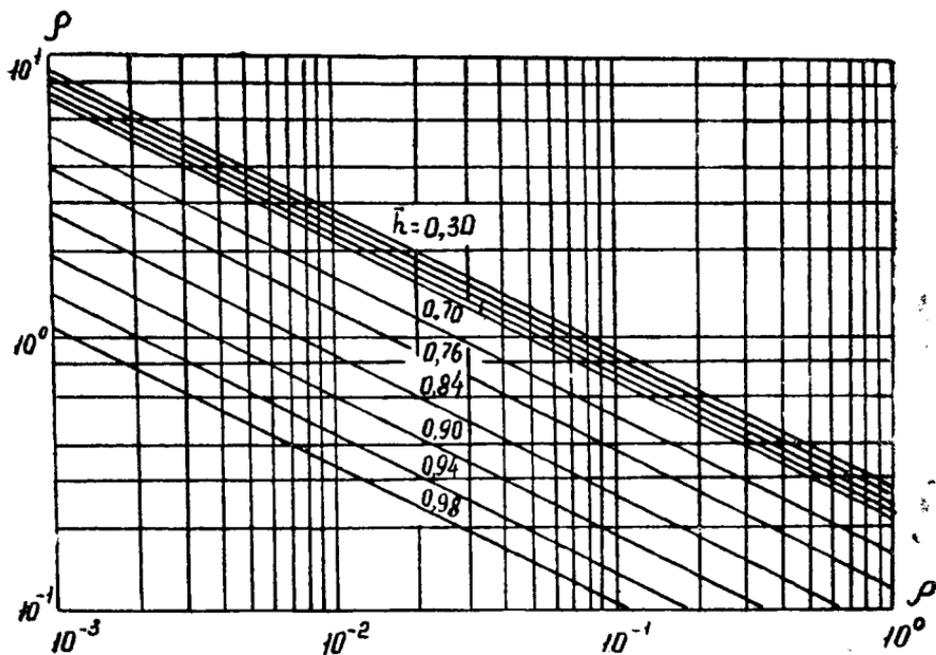


Рис. 79. Коэффициент максимального извлечения $\beta_{max} = \rho(r, h)$ за безводный период: $R_0 = 2000$; $\mu = 2,6$

Графическая зависимость $\beta_{max} = f(\rho, h)$ представлена лишь для варианта $R_0 = 2000$, $\mu = 2,6$. Для других вариантов аналогичные построения могут быть выполнены по данным табл. 21 (приложение к диссерт. [17]).

Заметим, что расчет функции X (121) произведен для скважин, несовершенных только по степени вскрытия пласта. Графики (рис. 79) показывают, что коэффициент извлечения запасов β увеличивается с уменьшением параметра ρ , т. е. с увеличением анизотропии пласта и с уменьшением t . Причем увеличение β для $h < 0,5$ оказывается несущественным и особенно для $\rho < 1$. Очевидно, оптимальные интервалы вскрытия будут лежать в пределах $0,3 \leq h \leq 0,5$ в широком диапазоне параметра ρ (рис. 79).

Приведенные графики (рис. 79) могут быть использованы также и для определения безводного периода или анизотропии пласта. А именно, при известных ρ и h из графиков определяется β , затем безразмерное время τ находится из формулы X (121), а переход к размерному времени осуществляется по формуле X (111). При известном времени безводной эксплуатации t безразмерное время подсчитывается по формуле X (111), коэффициент β определяется по формуле X (121), а затем из графиков (рис. 79) при известном вскрытии h находится ρ .

19. Учет интерференции несовершенных скважин в залежах с подошвенной водой при расчетах времени безводной эксплуатации

Впервые теория взаимодействия скважин изложена В. Н. Щелкачевым и Г. Б. Пыхачевым в труде, в котором подведены итоги исследовательских работ в этом направлении, проведенных в ГрозНИИ в 1935—1937 гг., и дан критический анализ ранее существовавших теорий интерференции скважин. Таким образом, теория взаимодействия скважин была фундаментально разработана советскими исследователями еще до появления книги Маскета [3].

Дальнейшее развитие теории взаимодействия скважин нашло свое отражение в работах В. Н. Щелкачева, Г. Б. Пыхачева, И. А. Чарного, Б. Б. Лапука, А. П. Крылова и соавторов и др. Учет гидродинамического несовершенства скважин при их интерференции является задачей весьма сложной. Наиболее эффективное решение этой задачи при притоке однородной жидкости к несовершенным скважинам круговых батарей предложено проф. В. Н. Щелкачевым. Используем этот метод для решения нашей задачи.

Рассмотрим движение несжимаемой жидкости к n гидродинамически несовершенным равнодебитным скважинам одной симметричной круговой батареи с радиусом R (рис. 80). Пласт принимается однородно-анизотропный, фильтрация происходит по линейному закону. Давления на забоях всех скважин (P_c), радиусы скважин (r_c), гидродинамическое несовершенство всех скважин и расстояния между скважинами (2σ) принимают одинаковыми. P_0 — давление на контуре питания R_k . Нефть подстилается активной подошвенной водой.

В точной постановке решение этой задачи сталкивается с большими математическими трудностями. Приближенно данную задачу можно решить следующим путем. Если воспользоваться схемой жесткой трубки тока для единичной скважины в круговом пласте, то дифференциальное уравнение для времени прорыва подошвенной воды к забою скважины запишется формулой X (102). Очевидно, уравнение X (102) будет учитывать интерференцию скважин, если в нем разность потенциалов ($\Phi_0 - \Phi_c$) выразить как результат взаимодействия n несовершенных скважин в ряду или батарее.

Рассмотрим приток к единичной несовершенной скважине в круговом пласте (рис. 70). Выделим мысленно соосную цилиндрическую поверхность в пористой среде радиуса $R'_c = h$, где h_0 — первоначальная нефтенасыщенная мощность пласта. В § 6 гл. IX показано, что при притоке однородной жидкости в I зоне, радиуса R_c , движение будет пространственное, а во II зоне ($R_0 - R'_c$) — существенно плоско-радиальное. В процессе подъема ВНК, очевидно, нефтенасыщенная мощность будет уменьшаться, сле-

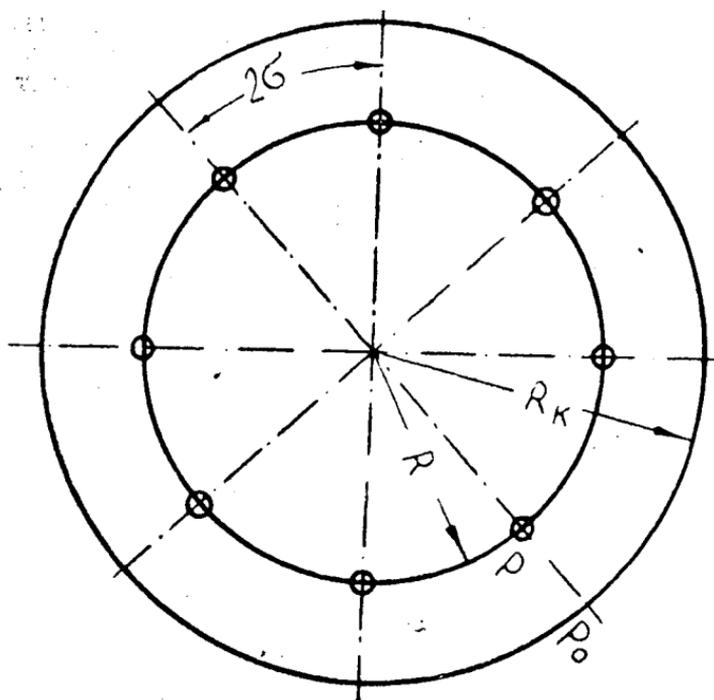


Рис. 80. Схема притока к круговой батарее скважин

довательно, 1 зона будет сокращаться и радиус ее будет определяться соотношением $R_c^2 = h$. Но так как величина h трудноопределимая, то с некоторым запасом вместо нее можно принять h_0 .

Для зоны пространственного движения дебит несовершенной скважины может быть определен по формулам Маскета или по формулам, приведенным в гл. IX. Для нашей задачи используем формулу IX (59). Согласно В. Н. Щелкачеву [38], потенциал на стенке любой совершенной скважины (1 зона радиуса R_c , рис. 70) в круговой батарее в однородном пласте записывается формулой

$$\Phi = \Phi_0 - \frac{Q}{2\pi h_0} \ln \frac{R_k^{2n} - R^{2n}}{n R_c^2 R^{n-1} R_k^n} \quad \text{X(125)}$$

Подставляя X(59) в X (139), находим

$$\Phi_0 - \Phi_c = \frac{Q}{2\pi h_0} \left[\ln \frac{R_k^{2n} - R^{2n}}{n R_c^2 R^{n-1} R_k^n} + E_0 \right] \quad \text{X(126)}$$

$$E_0 = \ln \frac{\sigma}{r_c} + C' + C'' \quad \text{X(127)}$$

Полученная формула X (126) учитывает, таким образом, гидродинамическое несовершенство скважин круговой батареи и по степени (С') и по характеру (С'') вскрытия пласта, а также анизотропию пласта.

Подставляя X (126) в X (102), принимая $R'_c = h_0$, разделяя переменные и интегрируя в пределах по τ от 0 до τ и по ξ от 1 до h , после некоторого преобразования с учетом X (104) получим формулу для безразмерного времени τ с учетом интерференции несовершенных скважин в одной круговой батарее:

$$\tau^* = \left[(h - 1) + (A + D^*) \ln \frac{D^* - h}{D^* - 1} \right] \frac{1}{\rho_0^2} \quad X(128)$$

$$t^* = \frac{m \mu_B R_0^2 (K - 1) \tau^*}{k_r k_B^* (\sigma \Phi) \Delta \gamma h_0}, \quad A = \frac{1 - Kh}{K - 1} \quad X(129)$$

$$D^* = \frac{\bar{q}}{h} \left[h \ln \frac{R_c^{2n} - R^{2n}}{n h_0 R^{n-1} R_K^n} + E_0 \right] + 1 \quad X(130)$$

$$x^2 = \frac{K_r}{K_z}, \quad \Delta \gamma = \gamma_B - \gamma_H, \quad K = 0,5 \left[\frac{\mu_H}{\mu_B} + \frac{1}{7} \right] \quad X(131)$$

$$h = \frac{b}{h_0}, \quad \bar{q} = \frac{Q}{Q_0}; \quad Q_0 = \frac{2\pi k_r \Delta \gamma h_0^2}{\left(\frac{\mu_H}{\mu_B} + \frac{1}{7} \right)}, \quad \rho_0 = \frac{R_0}{x h_0}, \quad \rho = \frac{R'_c}{h_0} = 1 \quad X(132)$$

20. Совместный приток жидкостей

Многие нефтяные и газовые месторождения в самой начальной стадии эксплуатации имеют обширные водонефтяные зоны (ВНЗ). Особенно это относится к месторождениям нефти платформенного типа. Такие зоны иногда достигают 60—70% общей площади нефтеносности. При эксплуатации водонефтяных зон неизбежно приходится сталкиваться с проблемой обводнения продукции подошвенными водами.

Проблеме совместного притока жидкостей посвящен ряд теоретических и экспериментальных работ. При исследовании совместного притока воды и нефти авторы исходили из условия, что количество добываемой нефти в продукции скважины зависит от количества добываемой воды.

М. М. Глоговским было установлено, что в случае совместного притока нефти и воды, в предположении одинаковых плотностей жидкостей, независимо от величины вскрытия пласта дебиты жидкостей прямо пропорциональны мощностям зон на контуре питания и обратно пропорциональны их вязкостям:

$$\frac{Q_H}{Q_B} = \frac{h_H \mu_B}{h_B \mu_H} \quad X(133)$$

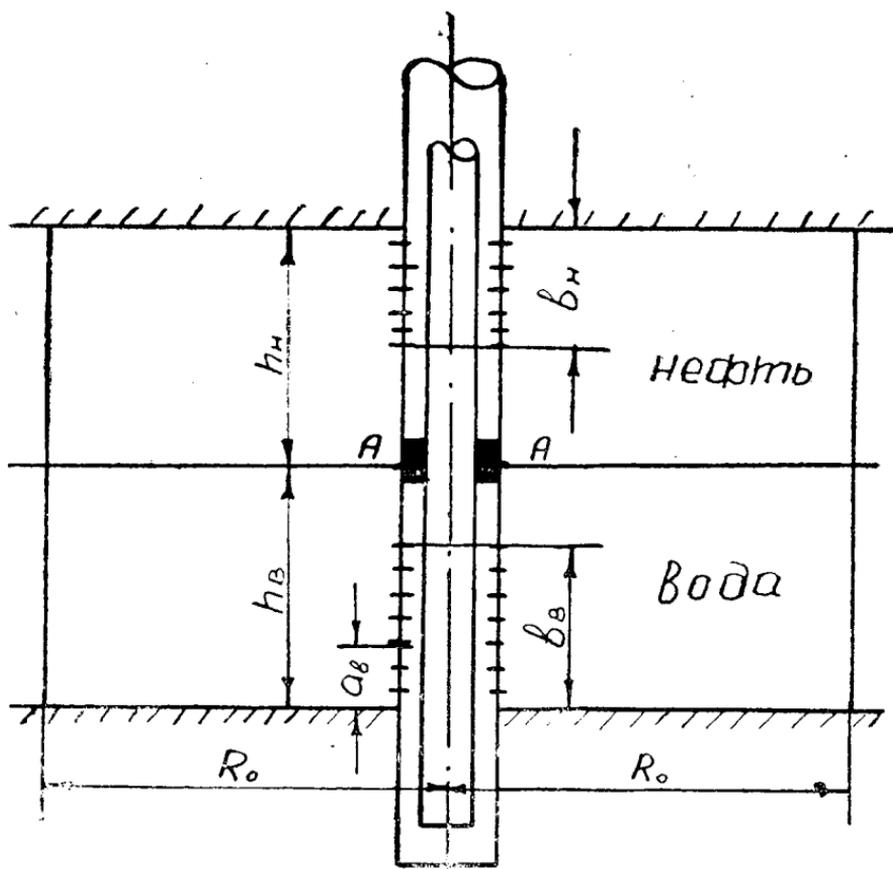


Рис. 81. Схема одновременного раздельного отбора нефти и воды

И. А. Чарный показал, что формула X (133) справедлива и для совместного притока жидкостей с различными плотностями, если депрессия достаточно велика по сравнению с архимедовой силой.

Мейер и Сирси экспериментальным путем установили следующее соотношение дебитов для совместного притока нефти Q_n и глицерина Q_g :

$$\frac{Q_n^3}{Q_g} = \eta \frac{H_n h_n \rho_g}{H_g h_g \rho_n} \quad X(134)$$

Здесь η — некоторая функция, зависящая от всех параметров системы (давления, высоты конуса и т. д.), близкая к единице; H_n и H_g — потери напора в нефтяной и глицериновой зонах. Сопоставление расчетных и опытных данных показало хорошую сходимость.

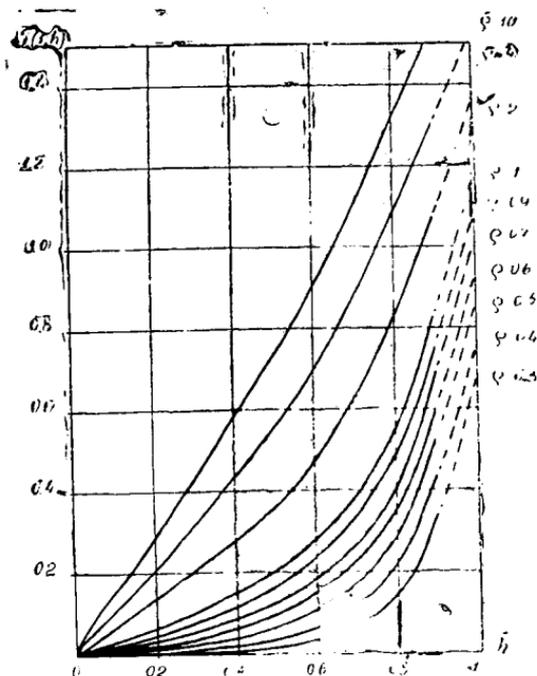


Рис. 82. Зависимость функции $F(1, \rho, h)$ от вскрытия пласта

Для совместного притока нефти и воды в подгазовой залежи Ван Лукерен получил следующее соотношение:

$$\frac{Q_H}{Q_B} \approx \frac{k_H (\rho_H - \rho_G) h_H \mu_B}{k_B (\rho_B - \rho_G) h_B \mu_H} \quad X(135)$$

Сравнение экспериментальных и расчетных данных показало расхождение для большинства опытов не более 10%.

21. Одновременный отбор двух жидкостей из пласта

Одним из методов безводной добычи нефти из залежей с подошвенной водой является одновременный раздельный отбор воды и нефти из скважины. Отвлекаясь от деталей техники и технологии добычи безводной нефти, рассмотрим гидродинамическую задачу одновременного раздельного отбора жидкостей с учетом капиллярных сил.

Используя решения о распределении потенциала в пласте (глава IX), а также результаты расчетов некоторой функции $F(\xi, \rho, h)$ на электронно-вычислительной машине и следуя методу И. А. Чарного [40], можно получить наиболее простое для вычислений и справедливое при любых значениях аргумента соотношение дебитов нефти и воды. Приведем вывод этого соотношения.

Пусть нефть и вода совместно притекают к скважине радиуса r_c

в нефтяном пласте с подошвенной водой (рис. 81). Введем обозначения: h_n и h_b — соответственно нефтенасыщенная и водонасыщенная мощности пласта; b_n и b_b — вскрытые мощности сверху и снизу; K_n и K_b — проницаемости для нефти и воды. Нефть отбирается по межтрубному пространству, а вода — по насосно-компрессорным трубам. Требуется найти такое соотношение дебитов нефти Q_n и воды Q_b , при котором поверхность раздела не будет деформироваться. Очевидно, этому условию удовлетворяет уравнение

$$(p_0 - p_A)_b - (p_0 - p_A)_n = \pm \Delta p_k \quad X(136)$$

Здесь P_0 — давление на поверхности раздела (на контуре питания R_0); P_A — давление в точке А, принадлежащей одновременно стенке скважины и невозмущенной поверхности раздела; $(P_0 - P_A)_n$ — разность давлений, обусловленная движением нефти; $(P_0 - P_A)_b$ — разность давлений, обусловленная движением воды; P_k — капиллярное давление на поверхности раздела фаз. Знак верхний (+) соответствует гидрофобной, а знак (—) — гидрофильной пористой среде. Переходя к потенциалу скорости фильтрации, получим

$$\frac{\mu_b}{k_r} (\Phi_0 - \Phi_A)_b - \frac{\mu_n}{k_r} (\Phi_0 - \Phi_A)_n = \pm \Delta p_k \quad X(137)$$

Используем решение IX (21) о распределении потенциала в радиальном однородно-анизотропном пласте. При $\xi = 1$ и $r = r_c$ получим:

$$\Phi_0 - \Phi_A = \frac{Q}{\pi b} F(\xi, \rho, h) \text{ при } \xi > h \quad X(138)$$

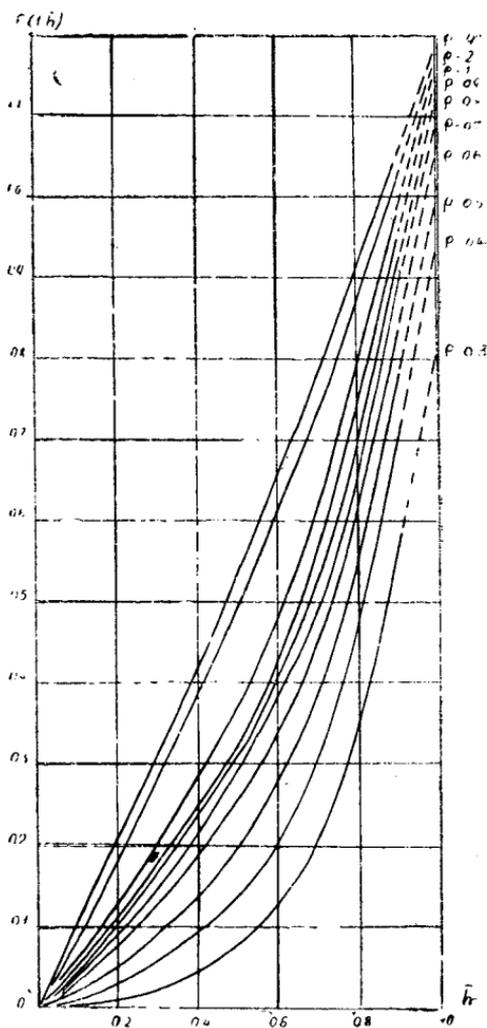


Рис. 83. Графическое изображение функции $F(\xi, \rho, h)$

Знак верхний (+) соответствует гидрофобной, а знак (—) — гидрофильной пористой среде. Переходя к потенциалу скорости фильтрации, получим

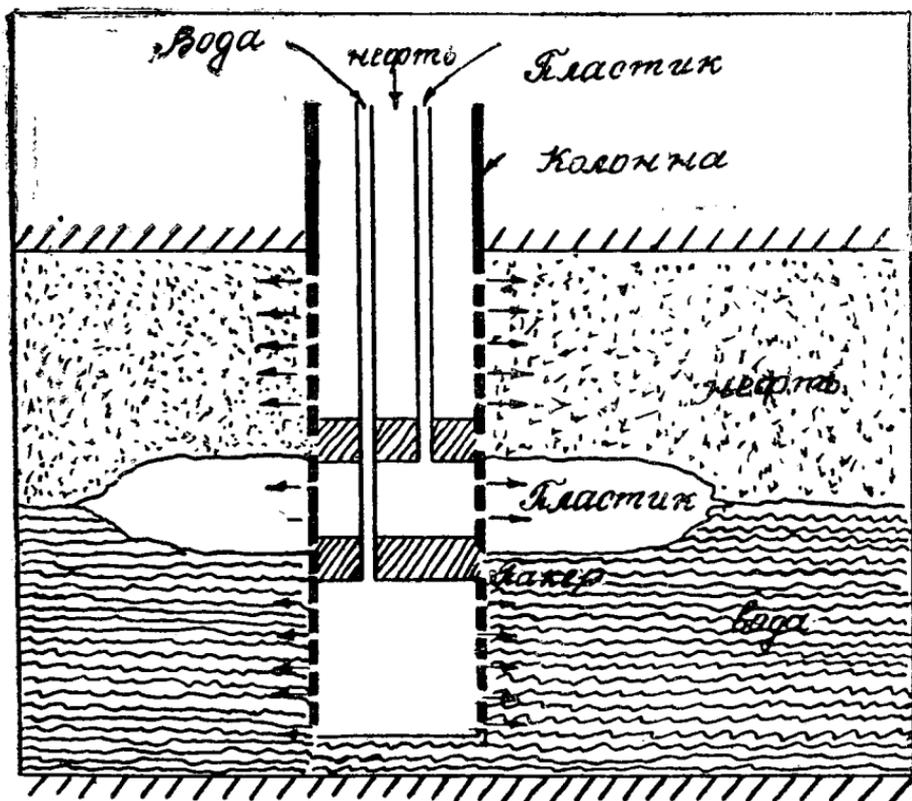


Рис. 84. Схема создания водоизолирующего экрана посредством закачки пластичной жидкости в пласт

$$F(\xi, \rho, h) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} \frac{\mu_i}{\rho} (1-\xi) \operatorname{sh} \frac{h}{\rho} \mu_i I_0 \left(\frac{r}{R_0} \mu_i \right)}{\mu_i^2 \operatorname{sh} \frac{1}{\rho} \mu_i I_1^2(\mu_i)} \quad X(139)$$

$$\xi = \frac{r}{h_0}, \quad h = \frac{b}{h_0}, \quad \rho = \frac{R_0}{\alpha h_0}, \quad \alpha^2 = \frac{k_r}{k_z} \quad X(140)$$

Подставляя X (138) в уравнение X (137) и вводя соответствующие индексы для параметров верхней (нефтесыщенной) и нижней (водосыщенной) частей пласта, получим следующее соотношение:

$$\frac{Q_B}{Q_H} = \frac{k_B b_L \mu_H F_1}{k_H b_H \mu_B F_2} \left[1 \pm \frac{\pi k_H b_H \Delta \rho_E}{Q_A \mu_H F_1} \right] \quad X(141)$$

Значения функции $F(1, \rho, h)$ вычислены на электронно-вычислительной машине. Построены графики этой функции (рис. 82), которые позволяют легко и быстро выполнять расчеты по формуле X (141). Для пласта полосообразного, дренируемого несовершенной щелью, функция $F(1, \rho, h)$ изображена на рис. 83.

Соотношение дебитов нефти, газа и воды при эксплуатации газонефтяной залежи с подышенной водой (рис. 84) рассчитывается аналогично.

XI. НЕУСТАНОВИВШАЯСЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ОДНОРОДНОЙ УПРУГОЙ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

1. Основные положения упругого режима

Как показали теоретические исследования и эксперименты, а также многолетняя практика разработки нефтегазовоносных пластов, упругие свойства жидкостей и породы оказывают существенное влияние на показатели разработки залежей. Эти свойства необходимо учитывать при подсчете запасов нефти и газа, при проектировании разработки месторождений, а также в процессе их эксплуатации.

Известно, что в пластовых условиях в жидкости (нефти) содержится газ как в свободном, так и в растворенном состоянии. Причем, если пластовое давление в процессе эксплуатации превышает давление насыщения жидкости газом, то весь пластовый газ находится в растворенном состоянии и к забоям скважин поступает однородная (однофазная) жидкость (нефть). В этом случае источником пластовой энергии является упругая деформация пласта и насыщающая его жидкость и режим пласта называется упругим. При этом в начальной стадии эксплуатации упругие свойства проявляются лишь в окрестности скважины и с течением времени происходит перераспределение давления вплоть до контура пласта.

Если пласт является закрытым (например, выклинивается или ограничен непроницаемыми сбросами), то он работает на истощение и режим пласта называется замкнуто-упругим.

В большинстве случаев источником энергии вытеснения нефти из пласта к забоям скважин является естественный или создаваемый напор контурных и подошвенных вод. В этом случае режим пласта характеризуется как упруго-водонапорный. Существует понятие и жесткого водонапорного режима, когда упругие силы проявляют себя весьма слабо.

Теория упругого режима была начата работами И. Н. Стрижова, М. Маскета, Р. Шилсюида и У. Херста. Однако наиболее строго основы теории упругого режима были разработаны в нашей стране В. Н. Щелкачевым. Им были впервые учтены влияние объем-

ной упругости пористой среды и ряда важных факторов на фильтрацию жидкостей и впервые решены фундаментальные задачи теории упругого режима для практических целей разработки нефтяных месторождений. Затем последовал ряд работ как советских, так и зарубежных ученых.

Одними из важных параметров теории упругого режима являются коэффициенты объемной упругости жидкости ($\beta_{ж}$) и пласта ($\beta_{с}$). Количество жидкости, получаемое из пласта за счет упругих свойств (расширение жидкости и уменьшение порового пространства) при снижении пластового давления, принято называть упругим запасом пласта (ΔV), который, согласно В. Н. Щелкачеву, определяется формулой

$$\Delta V = (m \beta_{ж} + \beta_{с}) \Delta p = \beta^* \Delta p \quad \text{XI(1)}$$

$$\beta^* = m \beta_{ж} + \beta_{с} \quad , \quad \text{XI(2)}$$

где β^* — коэффициент упругости пласта, $1/am$, показывающий, на какую часть первоначального объема изменяется объем жидкости в элементе при уменьшении давления на единицу;

Δp — изменение пластового давления, am .

Коэффициенты объемной упругости имеют следующий порядок величин: для нефти $\beta_{н} = (7 \div 30) \times 10^{-5} \frac{1}{am}$; для воды $\beta_{в} = (2,7 \div 5) \times 10^{-5} \frac{1}{am}$; для цементированных горных пород $\beta_{с} = (0,3 \div 2) \times 10^{-5} \frac{1}{am}$.

Величина, обратная коэффициенту объемной упругости ($K = \frac{1}{\beta}$), называется модулем объемной упругости или модулем объемного сжатия.

При пуске «возмущающей скважины» возмущение передается во всей области пласта. Скорость перераспределения давления в пласте характеризуется величиной κ , называемой коэффициентом пьезопроводности, который выражается формулой

$$\kappa = \frac{\kappa}{\mu \beta^*} \quad , \quad \text{XI(3)}$$

где μ — коэффициент абсолютной вязкости, K — коэффициент проницаемости вдоль напластования. Размерность коэффициента пьезопроводности $[\kappa] = L^2 T^{-1}$. Величины его заключены в интервале $10^3 \leq \kappa \leq 5 \times 10^4$, где $[\kappa] = \text{см}^2/\text{сек}$.

При изучении неустановившихся процессов перераспределения давления в пласте удобно пользоваться безразмерными параметрами Фурье, введенными В. Н. Щелкачевым:

$$f_0 = \frac{\kappa t}{r_c^2} \quad \text{XI(4)}$$

$$F_0 = \frac{\kappa t}{R_k^2} \quad \text{XI(5)}$$

Как видим, параметры Фурье представляют собой «безразмерное время».

2. Дифференциальное уравнение пьезопроводности

Рассмотрим нестационарное движение упругой жидкости в упругой пористой среде по линейному закону. Уравнения движения упругой жидкости легко получаются из системы III(4), если в них объемные скорости фильтрации заменить весовыми, а давление — функцией Лейбензона. Тогда получим

$$\begin{aligned}\gamma u &= -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \gamma v &= -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \gamma w &= -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z}\end{aligned}\quad \text{XI(6)}$$

Запишем уравнение неразрывности III(2) в виде

$$\frac{\partial(\gamma m)}{\partial t} = \frac{\partial(\gamma u)}{\partial x} + \frac{\partial(\gamma v)}{\partial y} + \frac{\partial(\gamma w)}{\partial z}\quad \text{XI(7)}$$

Подставляя XI(7) в XI(6), находим

$$\frac{\partial(\gamma m)}{\partial t} = \frac{k}{\mu} \Delta^2 P\quad \text{XI(8)}$$

Здесь $\gamma = \gamma(P)$ и $m = m(P)$ изменяются по закону Гука. Учитывая III(6'), VII(11) и XI(2), после некоторых преобразований находим

$$\gamma m = \gamma_0 m_0 \left[1 + \beta^* \frac{(p - p_0)}{m_0} \right]\quad \text{XI(9)}$$

Вычислим функцию Лейбензона, учитывая VII(10):

$$\begin{aligned}P &= \int \gamma(p) dp = \int \gamma_0 e^{\beta_0(p-p_0)} dp = \frac{\gamma_0}{\beta_0} e^{\beta_0(p-p_0)} + \text{const} \\ \text{или } P &\approx \frac{\gamma_0}{\beta_0} [1 + \beta_0(p-p_0)] + \text{const}\end{aligned}\quad \text{XI(10)}$$

Из этого следует выражение для полного дифференциала функции Лейбензона

$$dP = \gamma_0 dp \quad \text{или} \quad \Delta^2 P = \gamma_0 \Delta^2 p\quad \text{XI(11)}$$

Подставляя XI(9) и XI(11) в XI(8), находим

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{\mu \beta^*} \Delta^2 p$$

или с учетом XI (3) имеем

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \Delta^2 p \quad \text{XI(12)}$$

Уравнение XI (12) представляет собой основное дифференциальное уравнение упругого режима. Уравнение вида XI (12) в математической физике известно под названием уравнения теплопроводности. По аналогии с коэффициентом температуропроводности, который характеризует скорость перераспределения температуры в проводниках, коэффициент κ в теории упругого режима назван В. Н. Щелкачевым коэффициентом пьезопроводности.

Уравнение XI (12) позволяет решать ряд задач неустановившегося движения жидкости при упругом режиме. Например, при соответствующих начальных и граничных условиях находится функция давления $P = P(x, y, z, t)$.

3. Точные решения для притока упругой жидкости к прямолинейной галерее и к точечному стоку (источнику) на плоскости

За прямолинейную галерею можно принять любую прямолинейную изобару. Пусть в начальный момент $t = 0$ первоначальное пластовое давление было всюду одинаковым P_k (рис. 85). Пусть на галерее ($x = 0$) давление мгновенно упало до величины P_c . При этом в пласте тут же происходит перераспределение давления. Требуется найти функцию распределения давления $P = P(x, t)$. Для этого необходимо решить уравнение XI (12), которое для рассматриваемого одномерного прямолинейного движения записывается в виде

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad \text{XI(13)}$$

Начальные и граничные условия математически записываются в форме

$$\begin{aligned} t = 0, \quad p(x, 0) &= p_k = \text{const} \\ x = 0, \quad p(0, t) &= p_c = \text{const} \end{aligned} \quad \text{XI(14)}$$

Решение задачи XI (13), XI (14) хорошо известно и приведено, например, в [4, 6]. Оно имеет следующий вид:

$$\frac{p - p_c}{p_k - p_c} = 1 - \text{erf} E \quad \text{XI(14)}$$

$$\text{erf} E = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^E e^{-u^2} du \quad \text{XI(15)}$$

$$E = \frac{x}{2\sqrt{\kappa t}} \quad \text{XI(16)}$$

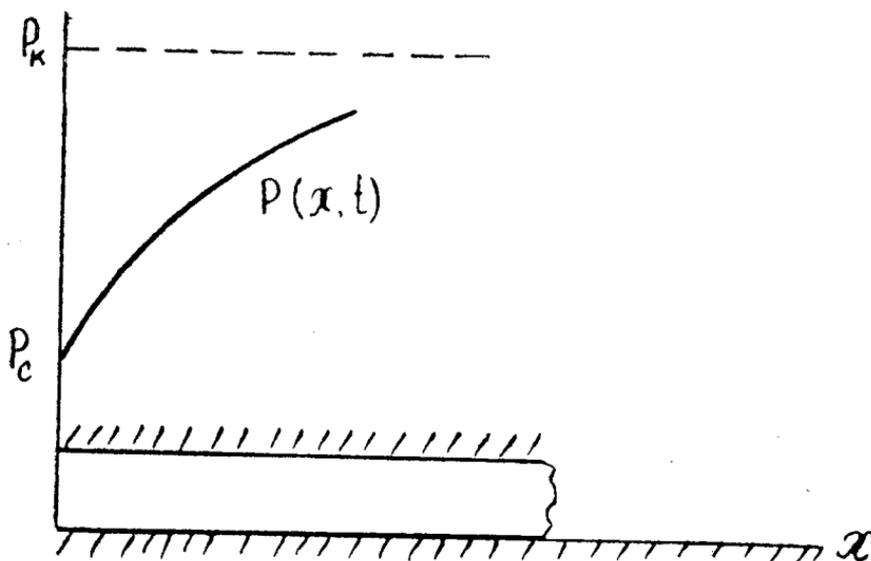


Рис. 85. Распределение давления в пласте при нестационарном притоке к прямолинейной галерее

Здесь $\operatorname{erf} E$ — интеграл вероятности или интеграл Гаусса. Он табулирован и имеется в справочниках. Зная x и t , подсчитывают E , затем по таблицам или графикам определяют интеграл $\operatorname{erf} E$ и находят, таким образом, давление P в любой точке пласта в заданное время.

Далее рассмотрим задачу о притоке упругой жидкости к точечному стоку (источнику) на плоскости, т. е. в неограниченном пласте. При этом требуется решить уравнение XI (12), которое в полярных координатах запишется в виде

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial p}{\partial t} \quad \text{XI(17)}$$

Имеется несколько методов решения уравнения XI (17). Например, метод Фурье, когда решение ищется в виде произведения независимых функций, метод сведения дифференциального уравнения в частных производных к обыкновенному дифференциальному уравнению [6] и др.

В конечном виде решение уравнения XI (17) для притока упругой жидкости к стоку на плоскости представляется выражением

$$p_k - p(r, t) = - \frac{Q\mu}{4\pi kh} E_i(-E) \quad \text{XI(18)}$$

$$-E_i(-E) = \int_E^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du; \quad E = \frac{r^2}{4\alpha t} \quad \text{XI(19)}$$

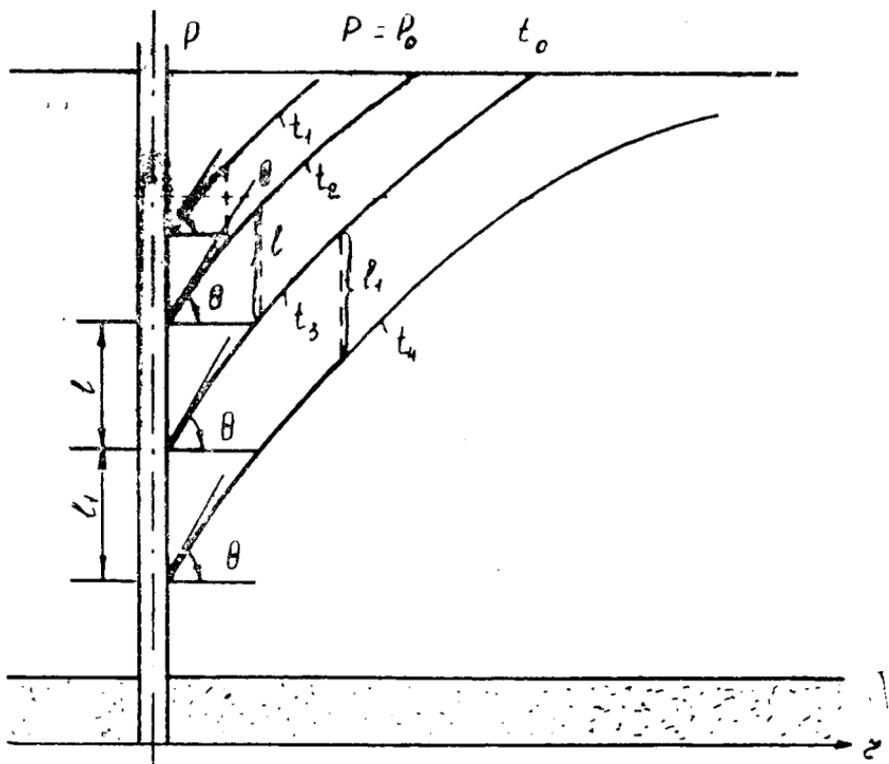


Рис. 86. Пьезометрические кривые с участками квазиустановившегося состояния (по В. Н. Щелкачеву)

Интегральная показательная функция $-E_i(-E)$ табулирована и имеется в справочниках.

Формула XI (18) является основной формулой теории упругого режима пластов, которая нашла широкое применение в практике разработки нефтяных месторождений.

Для малых значений аргумента E интегральная показательная функция приближенно может быть вычислена элементарно по формуле

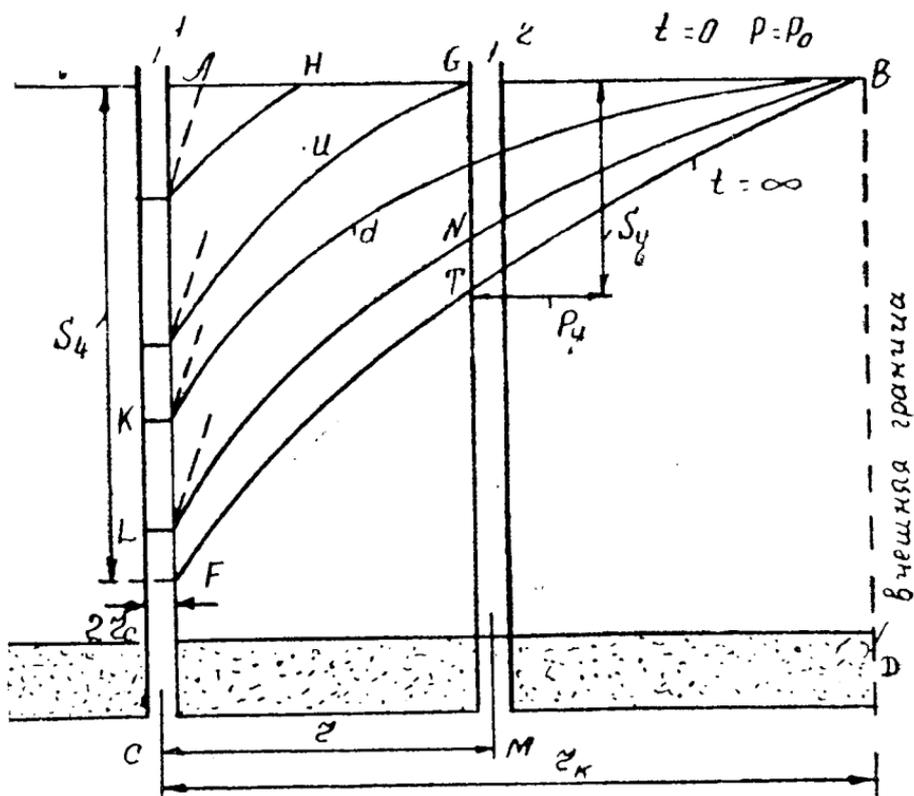
$$-E_i(-E) = -\ln \frac{1}{E} - 0,5772 \quad \text{XI(20)}$$

Скорость фильтрации на расстоянии r определяется по формуле

$$\omega = \frac{Q}{2\pi rh} \exp(-E) \quad \text{XI(21)}$$

В случае кругового пласта конечных размеров точные решения выражаются громоздкими в бесконечных рядах функциями Бесселя. Графики и таблицы для численных расчетов приведены Чатасом и Маскетом.

Заметим, что формула XI (18) справедлива лишь для точечного стока, т. е. для $r = 0$. Однако, как показали анализы, этой форму-



Р и с. 87. Изменение пьезометрической кривой во времени для скважины, действующей с постоянным дебитом
Скважины: 1 — возмущающая, 2 — реагирующая

лой можно пользоваться не только для обычных скважин, но и для «укрупненных», радиус которых исчисляется десятками метров. Ограничение в применении формулы XI(18) может быть лишь для времени t в долях секунды от момента пуска скважины.

На рис. 86 изображены пьезометрические кривые для различных моментов времени после пуска скважины. Процесс распределения давления в пласте после пуска можно характеризовать следующим образом. Вокруг скважины, непрерывно увеличиваясь, образуется область, в пределах которой давление распределяется так, как и при установившемся движении. Такой процесс называется квазиустановившимся. В пределах этой области пьезометрические кривые являются кривыми логарифмического типа (на рисунке они показаны жирными отрезками), а углы наклона касательных θ к разным кривым для любой точки пласта (на рис. 86 такой точкой является забой скважины) одинаковы.

Рассмотрим теперь приток нефти к скважине в круговом пласте радиуса r_k , когда на контуре поддерживается постоянное давление

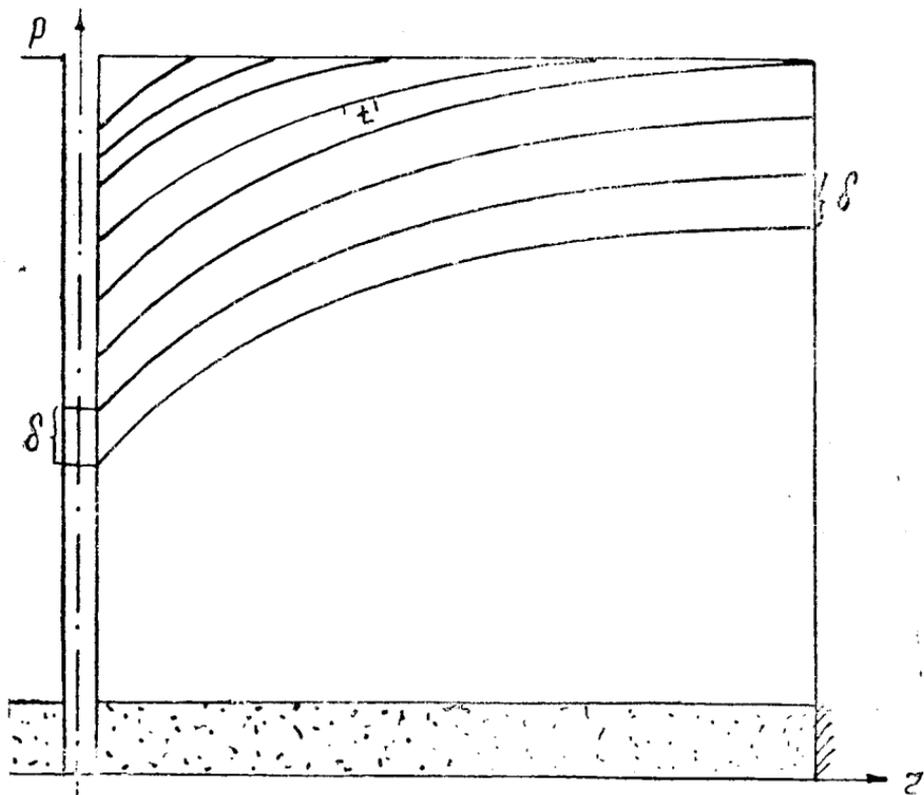


Рис. 88. Кривые падения давления в закрытом пласте

$p_0 = \text{const}$ (рис. 87). Пусть центральная скважина радиусом r_c мгновенно пущена в работу с постоянным дебитом Q . Перед ее пуском давление всюду в пласте было одинаково p_0 . Пусть p_y — установившееся давление в какой-то точке пласта или в реагирующей скважине (рис. 87). Тогда понижение давления в данной точке можно определить по формуле Дюпюи. Обозначим это понижение так:

$$\Delta p_y = p_0 - p_y = \text{const} \quad \text{XI(21)}$$

Для неустановившегося состояния понижение давления определяется формулой XI (18). Тогда можно написать следующее соотношение

$$\alpha = \frac{p_0 - p}{p_0 - p_y} = \frac{\Delta p}{\Delta p_y} \quad \text{XI(22)}$$

Учитывая формулу Дюпюи и XI (18), находим следующее выражение для безразмерного параметра α :

$$\alpha = - \frac{1}{2 \ln \frac{r_c}{r}} E_i \left[- \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 \frac{1}{4F_0} \right] \quad \text{XI(23)}$$

Это соотношение получено В. Н. Щелкачевым. Им показано, что приближенной формулой XI (23) можно пользоваться при расчетах распределения давления в пласте конечных размеров.

Анализы и расчеты показали, что расхождение в значениях ΔP_c для бесконечного и конечного пластов не превосходят 1%, если $f_0 \leq 3,5 \times 10^5$ и $r_k \geq 1000 r_c$ или если $F_0 \leq 0,35$ и $r_k \geq 1000 r_c$.

Пьезометрические кривые падения давления при притоке жидкости к центральной скважине в круговом закрытом пласте представлены на рис. 88. Особенностью перераспределения в данном случае является то, что после некоторого времени во всех точках пласта давление падает с одинаковой скоростью, о чем свидетельствует равноудаленность всех точек любой пары пьезометрических кривых.

4. Расчет притока к прямолинейной галерее по методу последовательной смены стационарных состояний

Рассмотрим полубесконечный пласт (рис. 89), где имеет место приток упругой жидкости к галерее. Пусть в сечении $x = 0$ давление в пласте упало от начального давления P_k до величины давления на галерее P_c (рис. 89). Тогда точное решение задачи выражается интегралом вероятности XI(14).

Можно предложить наиболее простое, приближенное решение этой задачи. Пусть за время t зона пониженного давления распространилась на $l(t)$ (рис. 89). Будем считать, что в этой зоне распределение давления является стационарным. На самом деле зона пониженного давления охватывает весь пласт и распределение давления происходит по закону прямой линии, как и для прямолинейного движения несжимаемой жидкости, т. е.

$$p = p_c + \frac{p_k - p_c}{l(t)} x \quad \text{XI(24)}$$

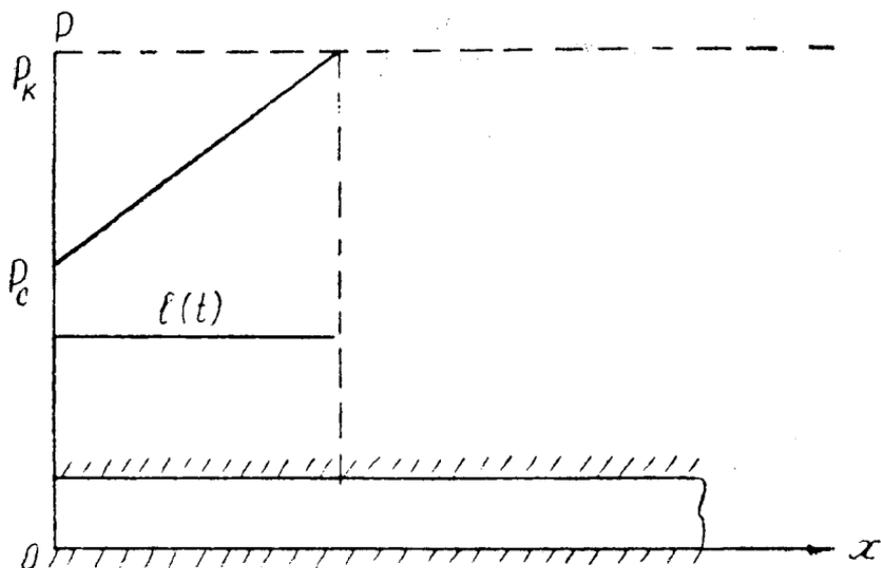
Таким образом, эпюра давления представляет собой прямую линию, перемещающуюся вдоль пласта с угловой точкой $x = l(t)$. Для точного решения эпюра давления угловой точки не имеет. В этом и состоит суть метода последовательной смены стационарных состояний.

Выделим элемент пласта длиной dx и площадью поперечного сечения $f = 1$. Очевидно, элементарный вес в данном объеме составит $m \gamma dx \cdot 1 = m \gamma dx$, а вес жидкости по длине $l = l(t)$ на единицу площади выразится интегралом

$$\Delta G = \int_0^l m \gamma dx$$

Отобранное количество жидкости G из пласта за время t равно разности первоначального количества жидкости и остатка в пласте, т. е.

$$G = (m \gamma)_k l - \int_0^l m \gamma dx \quad \text{XI(25)}$$



(a)

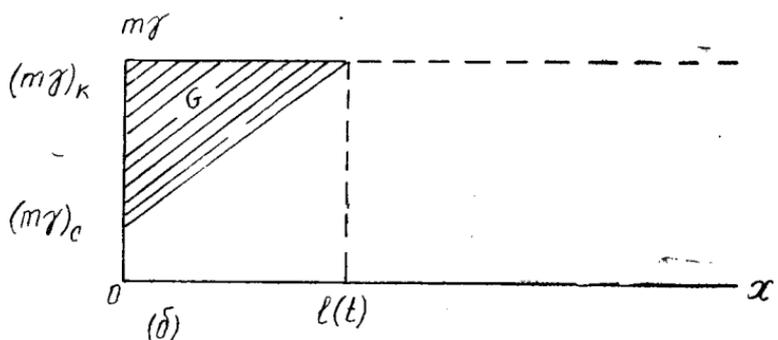


Рис. 89. Схема к расчету неустановившегося притока сжимаемой жидкости к прямолинейной галерее по методу последовательной смены стационарных состояний

Для вычисления этого интеграла воспользуемся зависимостью XI (9). Здесь произведение (γm) распределяется по длине пласта так же, как и давление P (рис. 89). Площадь заштрихованного треугольника даст нам вес жидкости в элементе площади по длине l

$$G = [(m\gamma)_k - (m\gamma)_c] \frac{l(t)}{2} \quad \text{XI(26)}$$

Если g есть весовой расход жидкости, тогда для количества жидкости G можно записать

$$G = \int_0^t g dt,$$

откуда следует:

$$g = \frac{dG}{dt} \quad \text{XI (27)}$$

В соответствии с законом Дарси весовой расход определяется формулой]

$$g = \frac{k}{\mu} \gamma_c \frac{(\rho_k - \rho_c)}{l} \quad \text{XI (28)}$$

Продифференцируем уравнение XI (26) по времени, учитывая при этом XI (27) и XI(28):

$$\frac{dG}{dt} = g = \frac{k}{\mu} \gamma_c \frac{\rho_k - \rho_c}{l} = \frac{1}{2} [(m\gamma)_k - (m\gamma)_c] \frac{dl(t)}{dt} \quad \text{XI (29)}$$

В соответствии с XI (9), учитывая, что $m_o = m_k$, имеем:

$$(m\gamma)_k - (m\gamma)_c = (m\gamma)_k \beta^* \frac{\rho_k - \rho_c}{m_k} \quad \text{XI (30)}$$

Подставив XI (30) в XI (29), находим:

$$l dl = \frac{2k m_k \gamma_c}{\mu \beta^* (m\gamma)_k} dt.$$

Принимая $\gamma_c' \approx \gamma_k$ (так как величина коэффициента сжимаемости для жидкости мала), получим

$$l dl = \frac{2k}{\mu \beta^*} dt = 2x dt$$

или

$$\int_0^l l dl = 2x \int_0^t dt,$$

откуда имеем:

$$l(t) = 2\sqrt{x t}. \quad \text{XI (31)}$$

Формула XI (31) выражает закон движения условной зоны депрессии. Определим объемный расход жидкости на единицу площади пласта ($f = 1$) или, что то же самое, скорость фильтрации:

$$\omega = \frac{q}{f} = q = \frac{k}{\mu} \frac{\rho_k - \rho_c}{l(t)} \quad \text{XI (32)}$$

Учитывая XI(31), находим

$$q = \frac{k}{\mu} \frac{\rho_k - \rho_c}{2\sqrt{x t}} \quad \text{XI (32')}$$

Для сравнения запишем точную формулу для объемного расхода

$$q = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{k}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\sqrt{x} t} \quad \text{XI(33)}$$

Нетрудно установить, что погрешность формулы XI (32') составляет около 11%. Рассмотрим теперь ту же задачу, но при этом пусть задан дебит $q = \text{const}$. Рассчитаем депрессию. Подставляя XI (30) в XI (26) и принимая $\gamma_k \cong \gamma_c$, находим объем отобранной жидкости за время t

$$Q = \frac{\beta^*}{2} (p_k - p_c) l(t) \quad \text{XI(34)}$$

Подставляя значение $l(t)$ из формулы XI (32) в XI (34), получаем

$$p_k - p_c = \sqrt{\frac{2\mu q Q}{k \beta^*}} \quad \text{XI(35)}$$

Погрешность приближенной формулы XI (35) составляет около 25%.

Подставив XI (35) в XI(32), после некоторых преобразований получим

$$l(t) = \sqrt{\frac{2Q}{q} x}$$

Но так как $q = \text{const}$, то $Q = qt$. Следовательно,

$$l(t) = \sqrt{2x t} \quad \text{XI(36)}$$

При заданной депрессии имеем формулу XI (31).

Таким образом, при заданной депрессии метод последовательной смены стационарных состояний дает результаты с меньшей погрешностью, чем при заданном расходе.

5. Расчет плоскорадиального притока упругой жидкости по методу последовательной смены стационарных состояний

Рассмотрим плоскорадиальный приток упругой жидкости к скважине из пласта мощностью h (рис. 90). После того, как скважина пущена в работу и отбирает жидкость из пласта, вокруг нее образуется воронка депрессии, т. е. зона пониженного давления, которая теоретически охватывает весь пласт. Приближение в решении задачи заключается в том, что мы последовательно во времени фиксируем радиус воронки депрессии, т. е. в каждый момент времени радиус воронки $R(t)$ принимается как конечная величина. При этом кривая распределения давления аппроксимируется логарифмической кривой, тогда как при прямолинейном движении с двухсторонним питанием она аппроксимируется двумя прямыми. Поэтому точность приближенного метода для плоскорадиального притока будет выше.

Выделим в пласте элементарное кольцо шириной dr на расстоянии r от оси скважины (рис. 90). Очевидно, вес жидкости в начальный и данный моменты определится соответственно выражениям

$$G_0 = 2\pi r h dr (m\gamma)_к$$

$$G_t = 2\pi r h dr (m\gamma)$$

Отобранное количество жидкости за время t из элемента составит

$$dG = G_0 - G_t = 2\pi rh [(m\gamma)_к - (m\gamma)] dr$$

Вес отобранной жидкости из пласта определится интегралом

$$G = 2\pi h \int_{r_c}^{R(t)} [(m\gamma)_к - (m\gamma)] r dr \quad \text{XI (37)}$$

Чтобы вычислить интеграл XI (37), надо знать закон изменения $(m\gamma)$. Известно, что при стационарном плоскорадиальном притоке несжимаемой жидкости давление в окрестности скважины распределяется по логарифмическому закону IV (11'):

$$p = p_k - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R(t)}{r_c}} \ln \frac{R(t)}{r} \quad \text{XI (38)}$$

$$r_c < r < R(t)$$

Но так как $(m\gamma)$ линейно зависит от P , то закон изменения $(m\gamma)$ можно выразить в соответствии с XI (38) формулой

$$(m\gamma) = (m\gamma)_к - \frac{(m\gamma)_к - (m\gamma)_c}{\ln \frac{R(t)}{r_c}} \ln \frac{R(t)}{r},$$

откуда следует:

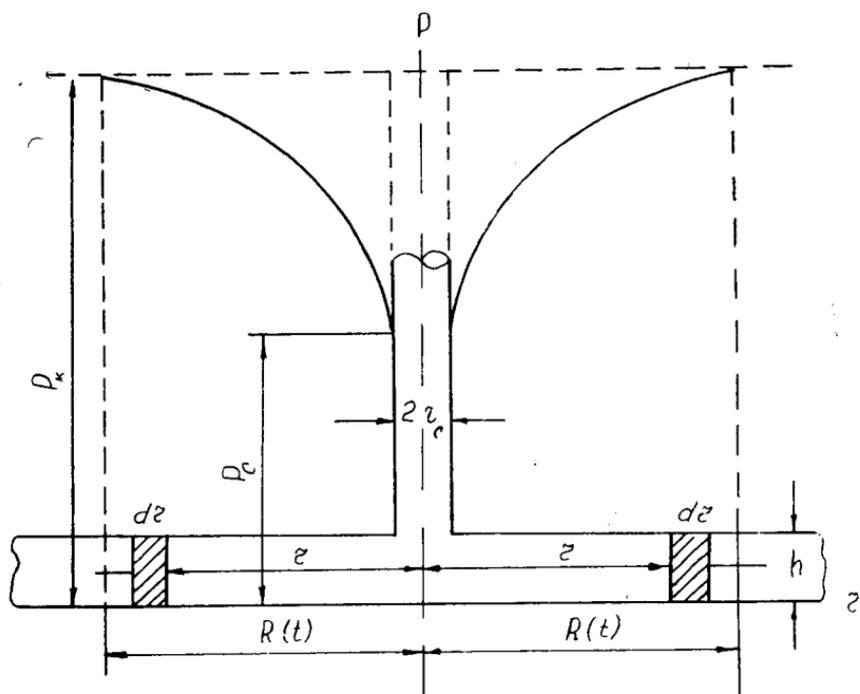
$$(m\gamma)_к - (m\gamma) = \frac{(m\gamma)_к - (m\gamma)_c}{\ln \frac{R(t)}{r_c}} \ln \frac{R(t)}{r} \quad \text{XI (39)}$$

Подставляя XI (39) в XI (37), получим

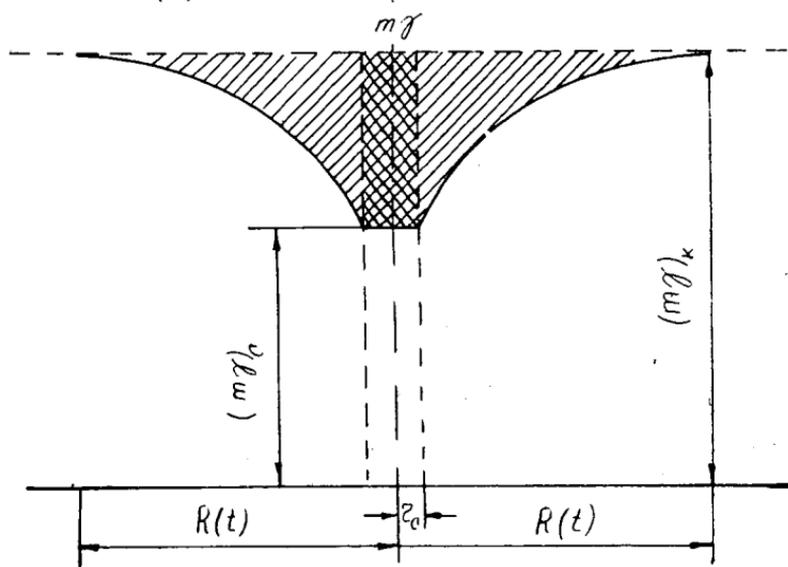
$$G = \frac{2\pi h [(m\gamma)_к - (m\gamma)_c]}{\ln \frac{R(t)}{r_c}} \int_{r_c}^{R(t)} r \ln \frac{R(t)}{r} dr \quad \text{XI (40)}$$

Интеграл в XI (40) можно взять по частям:

$$I = \int r \ln R(t) dr - \int r \ln r dr = \ln R(t) \cdot \frac{r^2}{2} \Big|_{r_c}^{R(t)} - \frac{r^2}{2} \left(\ln r - \frac{1}{2} \right) \Big|_{r_c}^{R(t)}$$



(a)



(b)

Р и с. 90. Схема к расчету неустановившегося радиального притока сжимаемой жидкости по методу последовательной смены стационарных состояний

После соответствующего преобразования получаем

$$G = \pi h [(m \gamma)_k - (m \gamma)_c] \left[\frac{R^2(t) - r_c^2}{2 \ln \frac{R(t)}{r_c}} - r_c^2 \right] \quad \text{XI(41)}$$

Учтем и жидкость, отобранную из скважины при снижении давления от P_k до P_c (на рис. 90 двойная штриховка). Это количество жидкости выразится формулой

$$G' = \pi r_c^2 h [(m \gamma)_k - (m \gamma)_c] \quad \text{XI(42)}$$

С учетом XI(30) и принимая $\gamma_k \approx \gamma_c$, суммарный отбор жидкости $Q = \frac{G_0}{\gamma_c} = \frac{G}{\gamma_c} + \frac{G'}{\gamma_c}$ выразится формулой

$$Q = \pi h \beta^* (p_k - p_c) \frac{R^2(t) - r_c^2}{2 \ln \frac{R(t)}{r_c}} \quad \text{XI(43)}$$

Теперь найдем связь между средним давлением в пласте \tilde{P} и P_k . Предположим, что всюду в пласте давление снизилось равномерно. Тогда отобранный объем жидкости при упругом расширении составит

$$Q = \pi R^2 h \beta^* (p_k - \tilde{p}) \quad \text{XI(44)}$$

Сравнивая XI (43) и XI(44), устанавливаем

$$\tilde{p} = p_k - \frac{p_k - p_c}{2 \ln \frac{R(t)}{r_c}} \left[1 - \frac{r_c^2}{R^2(t)} \right] \quad \text{XI(45)}$$

При $R(t) \gg r_c$ и малой величине депрессии $\Delta P = P_k - P_c$ из формулы XI (45) следует: $\tilde{P} \approx P_k$, т. е. в этом случае за среднее пластовое давление можно принять контурное. Погрешность принятого допущения ($\tilde{P} \approx P_k$) можно оценить из формулы XI (45). Чем меньше депрессия ΔP , тем меньше погрешность. В газовых скважинах эта погрешность еще меньше, т. к. воронка депрессий вокруг газовых скважин более крутая.

Исследуем уравнение XI (43) и найдем закон расширения воронки депрессии. При пуске скважины в эксплуатацию, как упоминалось ранее, происходит непрерывное расширение воронки депрессии. Период, за который воронка депрессии достигает границы пласта, называется первой фазой неустановившегося движения (первая фаза истощения залежи), после чего начинается II фаза упругого режима (вторая фаза истощения). При этом предполагается стационарное движение жидкости во всем пласте. Если граница резервуара является контуром пласта, где под-

держивается постоянное давление (например, линия нагнетания), то II фазу можно рассматривать как стационарный режим.

Рассмотрим I фазу упругого режима. Из формулы Дюпюи, которую мы считаем справедливой в случае неустановившегося притока для каждого момента времени t , имеем

$$\ln \frac{p_k - p_c}{R(t)} = \frac{q\mu}{2\pi kh r_c} \quad \text{XI(46)}$$

Подставляя XI (46) в XI (43), находим

$$R^2(t) = r_c^2 + 4x \frac{Q}{q} = r_c^2 + 4x t \quad \text{XI(47)}$$

Из XI(47) следует

$$\frac{R^2(t)}{r_c^2} = 1 + 4x \frac{Q}{qr_c^2} \quad \text{или}$$

$$\ln \frac{R(t)}{r_c} = \frac{1}{2} \ln \left(1 + 4x \frac{Q}{qr_c^2} \right) \quad \text{XI(48)}$$

Подставляя значение XI (48) в формулу Дюпюи XI (46), найдем депрессию при $q = \text{const}$:

$$p_k - p_c = \frac{q\mu}{4\pi kh} \ln \left(1 + \frac{4xt}{r_c^2} \right) \quad \text{XI(49)}$$

Если $R(t) \gg r_c$, то XI (45) имеет вид

$$R(t) \cong 2\sqrt{xt} \quad \text{XI(50)}$$

Погрешность формулы XI (50) составляет порядка 6%.

Если задана постоянная депрессия $\Delta P = \text{const}$, то принцип исследования остается тем же самым, что и при $q = \text{const}$. При этом можно использовать формулу XI (50) для расчета расширения воронки депрессии. Погрешность составит 10—15%.

Вторую фазу истощения можно исследовать аналогично.

6. Дифференциальные уравнения неустановившейся фильтрации газа. Аналогия с безнапорным движением несжимаемой жидкости

Рассмотрим изотермическое течение газа в пористой среде. Напишем уравнение неразрывности, уравнение состояния (уравнение связи) и функцию Лейбензона:

$$\frac{\partial (m\gamma)}{\partial t} = \frac{k}{\mu} \Delta^2 P \quad \text{XI(51)}$$

$$\gamma = \frac{\gamma^r}{\rho_{ам}} \quad \text{XI(52)}$$

$$P = \int \gamma dp + \text{const} \quad \text{XI(53)}$$

Подставляя XI (52) в XI (53) и интегрируя, находим значение функции Лейбензона

$$P = \frac{\gamma_{am}}{2\rho_{am}} p^2, \quad \text{XI (54)}$$

откуда следует:

$$p = \sqrt{\frac{2\rho_{am}}{\gamma_{am}} P} \quad \text{XI (55)}$$

Принимая $m \cong m_0 = \text{const}$, подставляя XI (52) в XI (51), получим

$$\frac{m_0 \gamma_{am}}{\rho_{am}} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{\mu} \Delta^2 P$$

или

$$\frac{m_0 \gamma_{am}}{\rho_{am}} \frac{\partial P}{\partial P} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{\mu} \Delta^2 P \quad \text{XI (56)}$$

Из XI (53) следует

$$dP = \gamma dp \quad \text{или} \quad \frac{dp}{dP} = \frac{1}{\gamma}$$

Учитывая XI (52), получим

$$\frac{dp}{dP} = \frac{\rho_{am}}{\gamma_{am} p} \quad \text{XI (57)}$$

Подставив XI (57) в XI (56), получим

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{k\rho}{m_0 \mu \gamma} \Delta^2 Q \quad \text{XI (58)}$$

или, учитывая XI (55), находим

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{k}{m_0 \mu} \sqrt{\frac{2\rho_{am} P}{\gamma_{am}}} \Delta^2 P \quad \text{XI (59)}$$

Получили основное дифференциальное уравнение Лейбензона для нестационарного изотермического движения газа.

Перейдем к давлению. Дифференцируем функцию Лейбензона XI (54) по времени

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\gamma_{am}}{\rho_{am}} p \frac{\partial p}{\partial t} \quad \text{XI (60)}$$

Выражение для Лапласиана записывается в виде

$$\Delta^2 P = \frac{\gamma_{am}}{\rho_{am}} \Delta^2 \left(\frac{1}{2} p^2 \right) \quad \text{XI (61)}$$

Подставляя XI (60) и XI (61) в XI (58), находим

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{m_0 \mu} \Delta^2 \left(\frac{1}{2} p^2 \right) \quad \text{XI (62)}$$

Сравнивая XI (62) и VIII (20'), находим замечательное сходство указанных уравнений, что свидетельствует об аналогии нестационарной фильтрации газа с нестационарным безнапорным движением несжимаемой жидкости. Эта аналогия была установлена Лейбензоном.

Уравнения XI (58) и XI (62) являются нелинейными, типа уравнений Буссинеска. В отличие от линейного уравнения XI (12) для притока упругой жидкости, где коэффициент пьезопроводности χ является постоянной величиной, здесь коэффициент $\frac{k\rho}{m_0\mu}$ включает в себя давление P и зависит, таким образом, от времени.

Одним из методов решения уравнений Буссинеска является метод линеаризации, заключающийся в нашем случае в усреднении пластового давления. Теоретически и экспериментально установлено, что давление в газовом пласте при работающих скважинах распределяется так, что с достаточной для практики точностью можно принять за средневзвешенное пластовое давление P_{cp} контурное P_k ($P_{cp} \approx P_k$) для радиальной фильтрации. Для линейной фильтрации можно принять

$$p_{cp} \approx p_{min} + 0,7 (p_{max} - p_{min}), \quad \text{XI(63)}$$

где P_{max} и P_{min} — максимальное и минимальное давления в пласте.

Таким образом, принимая

$$\frac{k\rho}{m_0\mu} \approx \frac{k\rho_{cp}}{m\mu} = \chi = \text{const}, \quad \text{XI(64)}$$

уравнение XI (58) линеаризуется. Решения линеаризованных уравнений нам уже известны.

ХИИ. ФИЛЬТРАЦИЯ НЕОДНОРОДНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

1. Основные понятия. Уравнения фильтрации двухфазной жидкости

До сих пор мы рассматривали движение однородных жидкостей или поршневое вытеснение одной жидкости другой. В действительности в большинстве случаев картина течения много сложнее. А именно имеет место движение одновременно двух и трех жидкостей, т. е. смесей. Как известно, идеального поршневого вытеснения одной жидкости другой, например, нефти водой, не существует, т. е. по мере продвижения первоначальной границы раздела эта граница становится нечеткой («смазывается») и образуется так называемая переходная зона, в которой остается невымытая нефть (остаточная нефть). Постепенно остаточная нефть вымывается вторгшейся водой и, таким образом, возникает двухфазная фильтрация, например, нефти и воды.

Если при этом в поток вторгается еще и свободный газ (например, из газовой шапки) или выделяется растворенный газ из нефти в виде пузырьков, тогда механизм движения еще более усложняется. В этом случае одновременно движутся нефть, газ и вода, т. е. проявляется трехфазная фильтрация. Процесс течения может еще больше усложниться, если происходят химические реакции, фазовые превращения и проявляют себя капиллярные силы.

Все это затрудняет теоретические исследования задач фильтрации многокомпонентных систем. Аналитические решения таких задач носят приближенный характер, точность которых оценивается путем экспериментальных исследований.

Самым важным вопросом в изучении многофазной фильтрации является вопрос об увеличении коэффициентов нефтеотдачи и газоотдачи нефтяных и газовых месторождений. Дело в том, что даже при современных прогрессивных методах разработки и технологии добычи нефти в пластах остается неизвлеченной нефти 30—35% от первоначальных запасов. Увеличение же нефтеотдачи хотя бы на 1% равнозначно открытию целого месторождения в современных масштабах эксплуатирующихся месторождений страны.

Поэтому изыскание методов увеличения коэффициента нефтеотдачи является первостепенной задачей в нефтедобыче как в нашей стране, так и за рубежом.

Экспериментально установлено, что при многофазной фильтрации закон Дарси может считаться справедливым для каждой из фаз в отдельности. В соответствии с этим, например, для компонентной системы (вода, нефть, газ) можно записать:

$$\begin{aligned} Q_1 &= - \frac{\kappa_1(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)}{\mu_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} S(x) \\ Q_2 &= - \frac{\kappa_2(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)}{\mu_2} \frac{\partial p_2}{\partial x} S(x) \\ Q_3 &= - \frac{\kappa_3(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)}{\mu_3} \frac{\partial p_3}{\partial x} S(x), \end{aligned} \quad \text{XII(1)}$$

где Q_i — расход i -й фазы; σ_i — насыщенность порового пространства i -й фазы (в долях единицы), т. е. часть объема порового пространства, занятая этой фазой; $K_i(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ — фазовая проницаемость i -й фазы, которая, является функцией не только насыщенности, но и $grad P$, капиллярного давления структуры порового пространства и т. д.; P_i — давление i -й фазы.

Давления фаз не равны между собой из-за капиллярных эффектов. Если же пренебречь этим эффектом, то для приближенных расчетов можно принять $P \cong P_1 \cong P_2 \cong P_3$. Так как наибольшее влияние на фазовую проницаемость оказывает насыщенность, то принимают $K_i = K_i(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$. При этом становится очевидным, что $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 1$. Для двухфазной жидкости $\sigma_1 + \sigma_2 = 1$ или $\sigma_2 = 1 - \sigma_1$, т. е. насыщенность первой фазой (вода) определяет однозначно насыщенность второй фазой (нефть). Следовательно, проницаемости K_1 и K_2 могут быть представлены как функции насыщенности первой вытесняющей фазой (σ).

Если K — коэффициент проницаемости для однородной жидкости, тогда относительные фазовые проницаемости записываются соотношениями

$$\begin{aligned} \kappa_1^*(\sigma) &= \frac{\kappa_1(\sigma)}{\kappa}, \quad \kappa_2^*(\sigma) = \frac{\kappa_2(\sigma)}{\kappa} \\ \kappa &> \kappa_1(\sigma), \quad \kappa > \kappa_2(\sigma) \end{aligned} \quad \text{XII(2)}$$

Экспериментальная зависимость $K_1^*(\sigma)$ и $K_2^*(\sigma)$ представлена графически на рис. 91, где по оси абсцисс отложены значения насыщенности σ вытесняющей жидкости (воды). Движение этой фазы возможно, как это видно из графиков, тогда, когда выполняется условие $\sigma > \sigma_{св}$. Здесь $\sigma_{св}$ — доля связанной (погребенной) воды от порового объема, величина которой достигает 20—22%. Пунктир на рисунке представляет собой кривую относительной фазовой проницаемости для вытесняющей фазы — газ.

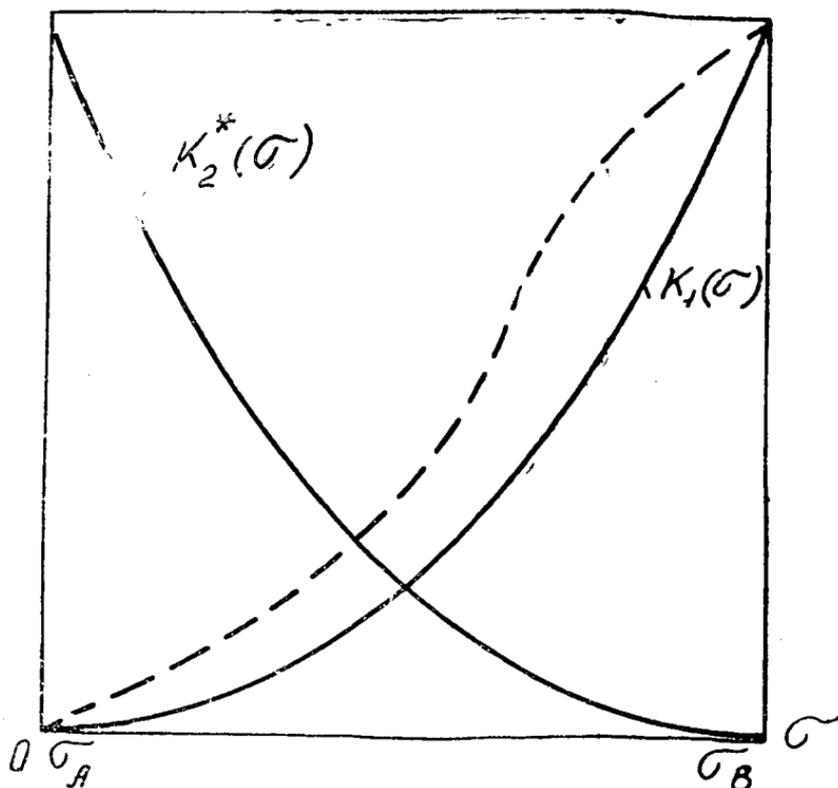


Рис. 91. Кривые фазовых проницаемостей

Анализ экспериментальных результатов позволил предложить эмпирические приближенные формулы зависимости фазовых проницаемостей от насыщенности [3—8].

Выведем уравнение неразрывности для фильтрации двухфазной жидкости в трубке тока переменного сечения, предполагая, что обе жидкости несжимаемы, взаимно нерастворимые и химически не реагирующие. Пусть за время dt в элемент длиной dx втекает объемное количество первой жидкости $Q_1 dt$, а вытекает

$$\left(Q_1 + \frac{\partial Q_1}{\partial x} dx \right) dt,$$

где $\frac{\partial Q_1}{\partial x} dx$ — накопление жидкости в элементе за единицу времени.

Насыщенность рассматриваемого элемента при этом меняется от σ до $(\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial t} dt)$. Учитывая объем порового пространства $mS(x) dx$

в элементе, для накопленного объема за время dt можно написать следующее равенство:

$$Q_1 dt - \left(Q_1 + \frac{\partial Q_1}{\partial x} dx \right) dt = \left[\left(\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial t} dt \right) - \sigma \right] m S(x) dx \quad \text{XII(3)}$$

Отсюда следует:

$$\frac{\partial Q_1}{\partial x} = -mS(x) \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

Для второй вытесняемой фазы (нефти) аналогично находим

$$\frac{\partial Q_2}{\partial x} = -mS(x) \frac{\partial(1-\sigma)}{\partial t} = mS(x) \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad \text{XII(4)}$$

Складывая XII (3) и XII (4), получаем

$$\text{или} \quad \frac{\partial}{\partial x} (Q_1 + Q_2) = 0 \quad \text{XII(5)}$$

$$Q_1 + Q_2 = Q(t) \quad \text{XII(6)}$$

Равенство XII (6) показывает, что объемный расход двухфазной несжимаемой жидкости от x не зависит. Так как в задаче число неизвестных равно пяти (f_1 , f_2 , Q_1 , Q_2 , σ), то необходимо для их нахождения иметь систему из пяти уравнений:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= - \frac{\kappa \kappa_1^*(\sigma)}{\rho_1} \left(\frac{\partial p_1}{\partial x} - f_1 X \right) \\ Q_2 &= - \frac{\kappa \kappa_2^*(\sigma)}{\rho_2} \left(\frac{\partial p_2}{\partial x} - f_2 X \right) \\ p_1 - p_2 &= p_\kappa(\sigma) \\ \frac{\partial Q_1}{\partial x} &= -mS(x) \frac{\partial \sigma}{\partial t}; \quad \frac{\partial Q_2}{\partial x} = mS(x) \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \end{aligned} \right\} \quad \text{XII(7)}$$

где X — проекция ускорения массовых сил на направление x ; ρ_1 и ρ_2 — плотность вытесняющей и вытесняемой жидкостей; $p_\kappa(\sigma)$ — капиллярный скачок как функция насыщенности, определяемый по экспериментальным кривым [3—8]. Для установившегося движения, когда расходы, давления и насыщенность не зависят от времени, из системы XII (7) имеем:

$$- \frac{\partial p_1}{\partial x} = \frac{Q_1}{\frac{\kappa \kappa_1^*(\sigma)}{\rho_1} S(x)} - \rho_1 X \quad \text{XII(8)}$$

$$- \frac{dp_2}{dx} = p'_\kappa(\sigma) \frac{d\sigma}{dx} - \frac{dp_1}{dx} = \frac{Q_2}{\frac{\kappa \kappa_2^*(\sigma)}{\rho_2} S(x)} - \rho_2 X \quad \text{XII(9)}$$

Подставляя XII (8) в XII (9), получаем

$$\rho_k(\sigma) \frac{d\sigma}{dx} = (\rho_1 - \rho_2) X + \frac{1}{\kappa S(x)} \left[\frac{\mu_2 Q_2}{\kappa_2^*(\sigma)} - \frac{\mu_1 Q_1}{\kappa_1^*(\sigma)} \right] \quad \text{XII (10)}$$

Получили обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка, которое при $X = 0$ легко интегрируется, после чего устанавливается распределение насыщенности $\sigma = \sigma(x)$. Затем из уравнений движения в системе XII (7) легко определяются давления P_1 и P_2 .

2. Теория Бакли-Левретта

Бакли и Левретт изучали двухфазную фильтрацию, пренебрегая капиллярным давлением и массовыми силами, для одномерного прямолинейного движения несжимаемой жидкости, т. е. когда $S(x) = S = \text{const}$. Тогда система XII (7) и уравнения XII (5) и XII (6) записываются в виде:

$$\omega_1 = - \frac{\kappa \kappa_1^*(\sigma)}{\mu_1} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \omega_2 = - \frac{\kappa \kappa_2^*(\sigma)}{\mu_2} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{XII (11)}$$

$$- \frac{\partial \omega_1}{\partial x} = m \frac{\partial \sigma}{\partial x}, \quad \frac{\partial \omega_2}{\partial x} = m \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad \text{XII (12)}$$

$$\frac{\partial (\omega_1 + \omega_2)}{\partial x} = 0, \quad \omega_1 + \omega_2 = \omega(t) \quad \text{II (13)}$$

Здесь ω_1 и ω_2 — скорости фильтрации соответственно вытесняющей и вытесняемой жидкостей. Пусть суммарный расход жидкостей будет постоянным. Тогда при $S(x) = S = \text{const}$ имеем

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega = \text{const}$$

В соответствии с этим из уравнений XII (11) находим

$$- \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\omega}{\kappa \left[\frac{\kappa_1^*(\sigma)}{\mu_1} + \frac{\kappa_2^*(\sigma)}{\mu_2} \right]} \quad \text{XII (14)}$$

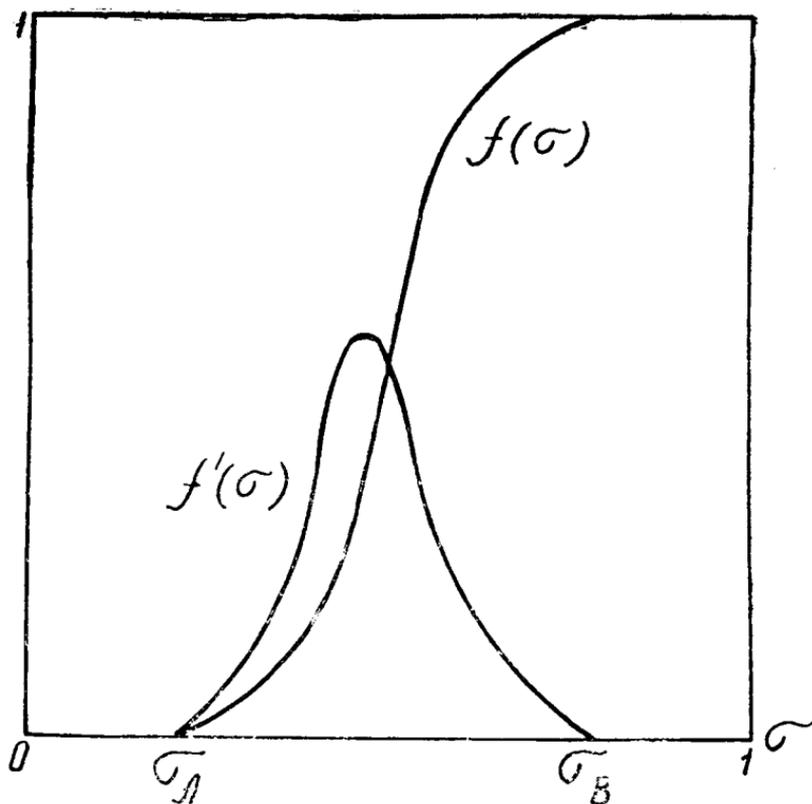
Подставляя XII (14) в первое уравнение XII (11), получаем

$$\omega_1 = \omega f(\sigma), \quad \text{XII (15)}$$

$$\text{где} \quad f(\sigma) = \frac{\mu_0 \kappa_1^*(\sigma)}{\mu_0 \kappa_1^*(\sigma) + \kappa_2^*(\sigma)}, \quad \mu_0 = \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad \text{XII (16)}$$

Выражение $f(\sigma)$ носит название функции Бакли-Левретта. Дифференцируя XII (15) по x и подставляя полученный результат в первое уравнение XII (12), находим

$$m f'(\sigma) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + m \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0 \quad \text{XII (17)}$$



Р и с. 92. Характерное изображение функции Бакли-Лeverетта $f(\delta)$ и ее производной $f'(\delta)$

Получили квазилинейное дифференциальное уравнение первого порядка в частных производных, решаемое обычно методом характеристик. Выпишем систему обыкновенных дифференциальных уравнений, соответствующую уравнению XII (17);

$$\frac{dx}{\omega f'(\sigma)} = \frac{dt}{m} = \frac{d\sigma}{0}$$

Первые интегралы данной системы записываются в виде:

$$\sigma = C_1, \quad x - \frac{\omega f'(\sigma)}{m} t = C_2$$

Отсюда следует, что при $t = 0$ расстояние $x = x(\sigma, 0) = C_2$ — начальное распределение насыщенности. Тогда решением уравнения XII (17) будет

$$x = x(\sigma, 0) + \frac{\omega t}{m} f'(\sigma) \quad \text{XII(18)}$$

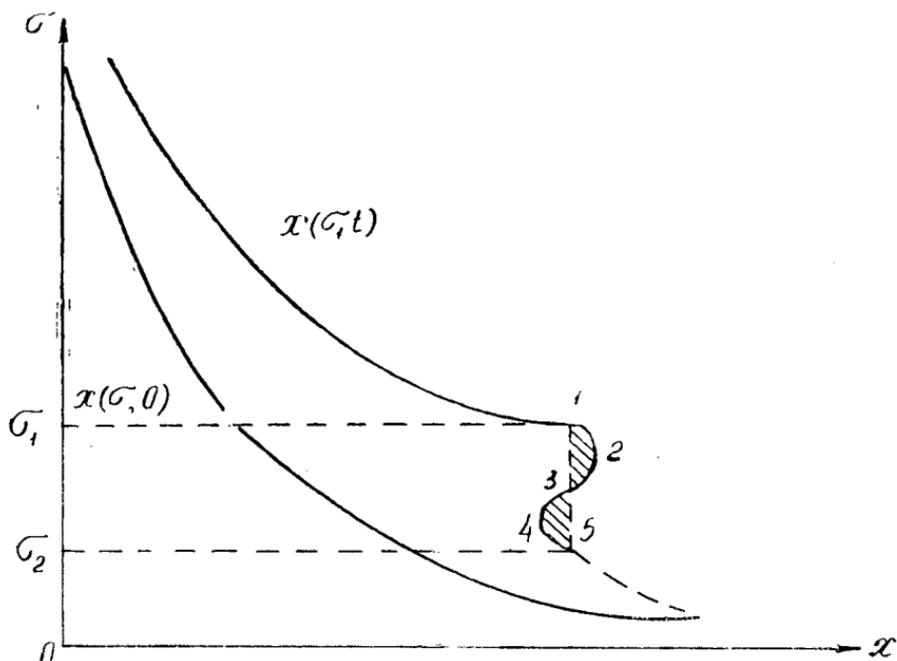


Рис. 93. Устранение многозначности распределения насыщенности введением скачка

Таким образом, с помощью решения XII (18), зная положение точки с насыщенностью σ в момент $t = 0$, можно определить ее положение в любой момент времени $t > 0$. Дифференцируя XII (18) по времени t , находим

$$\frac{dx}{dt} = \frac{w}{m} f'(\sigma) = \frac{w}{m} \cdot \frac{df}{d\sigma} \quad \text{XII (19)}$$

Нетрудно заметить, что выражение XII (19) представляет собой скорость распространения насыщенности.

Вид кривых $f(\sigma)$ и $f'(\sigma)$, построенных по формулам XII (16) и XII (19) с помощью графиков рис. 91, показан на рис. 92. Из графиков видно, что для одного и того же значения функции $f'(\sigma)$ существуют два значения насыщенности. Это говорит о многозначности σ , что противоречит физическому смыслу. Чтобы избежать указанного парадокса, вводят понятие «скачка насыщенности» (рис. 92), которое приводит к однозначности распределения насыщенности. Действительно, из графика рис. 93, построенного по формуле XII (18), видно, что одной и той же точке пласта соответствуют три значения насыщенности (1, 3, 5), что физически невозможно.

Вводя понятие скачка насыщенности из условия равенства площадей сегментов по обе стороны скачка ($\Delta S_{1,2,3} = \Delta S_{3,4,5}$), получим линию 1—3—5 (рис. 93), где насыщенность меняется скачком от σ_2 до σ_1 .

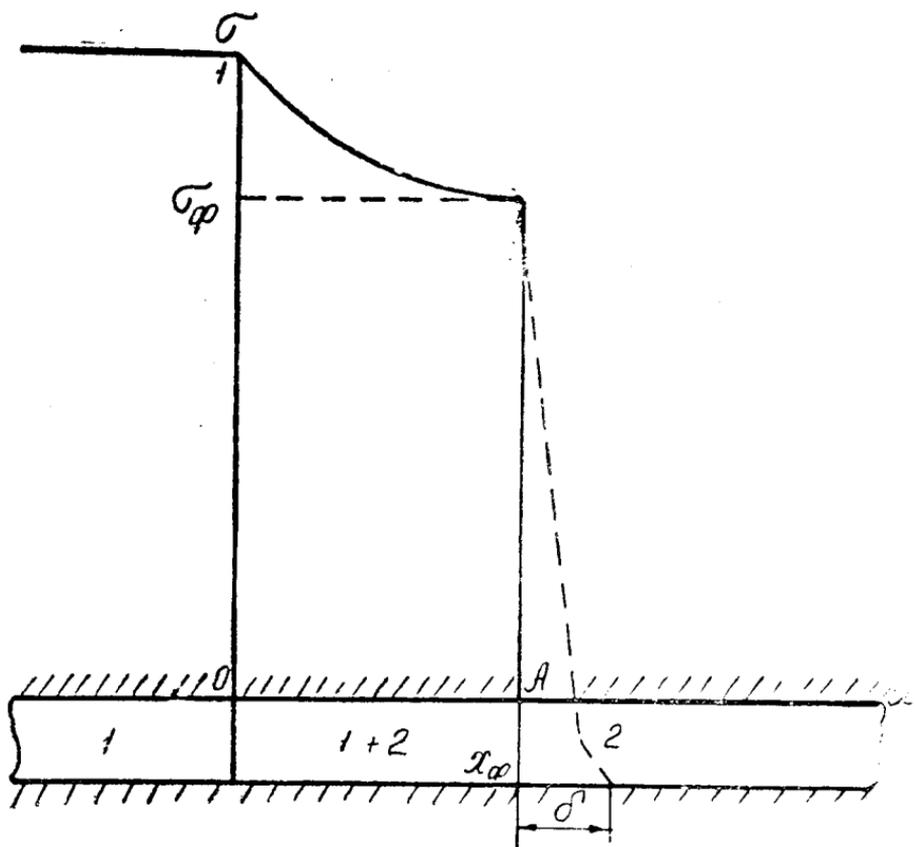


Рис. 94. Распределение насыщенности при вытеснении в пористой среде

Заметим, что скачок насыщенности представляет собой понятие математическое, не имеющее места в реальных условиях. В действительности же существует конечная длина δ (рис. 94), где значение насыщенности падает от σ_ϕ до нуля перед фронтом вытеснения. Размер этой зоны (δ) зависит от капиллярных свойств среды и по сравнению с «переходной зоной» — зоной смеси (1 + 2) очень мал. Часто в расчетах этой зоной пренебрегают ($\delta = 0$) и рассматривают лишь переходную зону. Пусть жидкость (1) вытесняет жидкость (2) (рис. 94). Объем первой фазы в начальный момент ($t = 0$) при $S(x) = S = 1$ запишется интегралом

$$V_1(0) = m \int_0^{x_\phi} \sigma(x, t) dx$$

В момент времени t объем вторгшейся фазы (воды) в этой зоне выразится формулой

$$V_1(t) = m \int_0^{x_\phi} \sigma(x, t) dx,$$

где x_ϕ — координата фронта или скачка. За время t через границу $x = 0$, очевидно, войдет объемное количество жидкости ωt , равное

$$\omega t = m \int_0^{x_\phi} \sigma(x, t) dx - m \int_0^{x_\phi} \sigma(x, 0) dx \quad \text{XII (20)}$$

Принимая для простоты насыщенность нефтью переходной зоны в начальный момент $\sigma_2(x, 0) = 1$, что равнозначно $\sigma(x, 0) = 0$, из XII (20) получим

$$\omega t = m \int_0^{x_\phi} \sigma(x, t) dx, \quad \text{XII (21)}$$

а из XII (18) следует

$$x = \frac{\omega t}{m} f'(\sigma). \quad \text{XII (22)}$$

Или

$$dx = \frac{\omega t}{m} f'(\sigma) d\sigma \quad \text{XII (23)}$$

Подставляя XII (23) в XII (21), находим

$$\omega t = \int_{\sigma_0}^{\sigma_\phi} \sigma(x, t) \omega t f'(\sigma) d\sigma = \omega t [\psi(\sigma_\phi) - \psi(\sigma_0)], \quad \text{XII (24)}$$

где

$$\psi(\sigma) = \int \sigma f'(\sigma) d\sigma = \sigma f'(\sigma) - f(\sigma) + \text{const} \quad \text{XII (25)}$$

Здесь σ_0 — насыщенность в сечении $x = 0$.

В нашем случае $\sigma_0 = 1$.

Согласно XII (16) имеем $f(\sigma) = f(1) = 1$, $f'(1) = 0$. Тогда уравнение XII (24) упрощается и имеет вид

$$\omega t = \omega t [\sigma_\phi f'(\sigma_\phi) - f(\sigma_\phi) + 1]$$

или

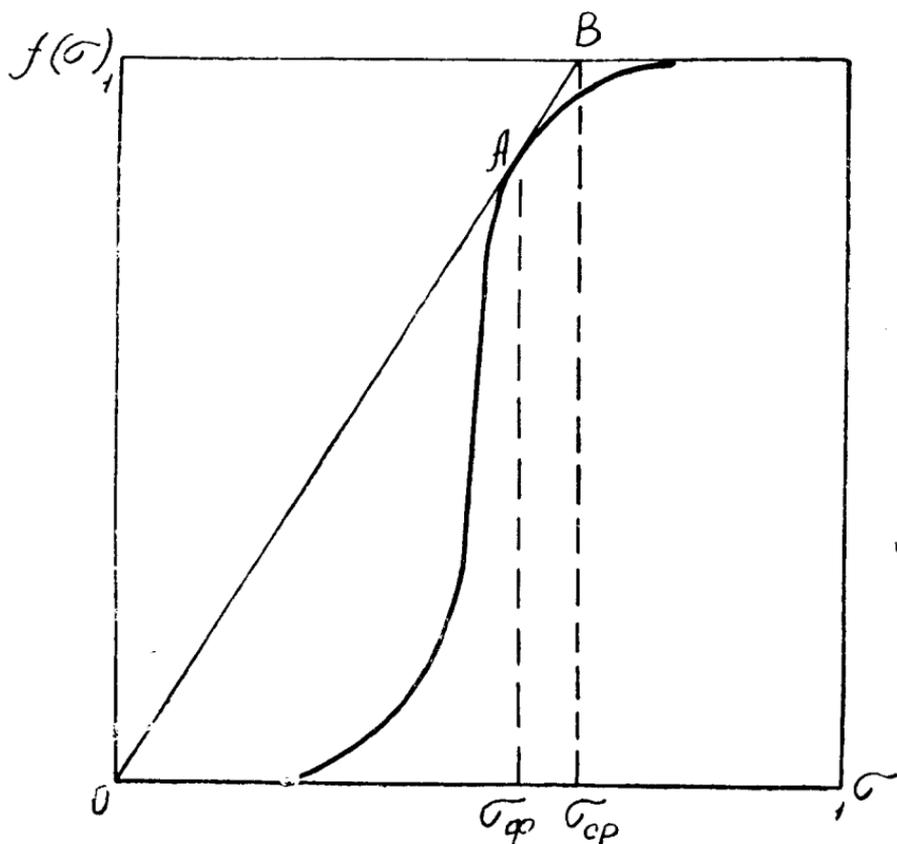
$$\sigma_\phi f'(\sigma_\phi) - f(\sigma_\phi) = 0 \quad \text{XII (26)}$$

Из этого уравнения определяется фронтальная насыщенность. Средняя насыщенность в переходной зоне определится как частное от деления объема вторгшейся жидкости (воды) за время t на поровый объем $m x_\phi$, т. е.

$$\sigma_\phi = \frac{\omega t}{m x_\phi}$$

Учитывая XII (22), получим

$$\sigma_\phi = \frac{1}{f'(\sigma_\phi)} \quad \text{XII (27)}$$



Р и с. 95. Графическое определение фронтальной σ_ϕ и средней σ_{sr} насыщенности

Из уравнения XII (26) имеем

$$\sigma = \frac{f(\sigma_\phi)}{f'(\sigma_\phi)} \quad \text{XII (28)}$$

Значение $f'(\sigma_\phi)$ представляет собой тангенс угла касательной к кривой $f(\sigma_\phi)$ (рис. 95). Следовательно, точка касания A определяет σ_ϕ и соответствующую этой насыщенности функцию $f(\sigma_\phi)$. Значение σ_c , как легко это заметить из XII (27), определяется условием $f(\sigma) = 1$. Графически это означает точку пересечения касательной с прямой $f(\sigma) = 1$, которой соответствует $\sigma = \sigma_{sr}$ на оси ординат.

И. А. Чарным показано, что найденная методом касательной фронтальная насыщенность совпадает со значением, если устранить двузначность функции введением скачка насыщенности.

Из XII (16) и рис. 95 следует, что σ_ϕ и σ_{sr} возрастают с уменьшением отношения вязкостей μ_o . Это значит, повышенная вязкость вытесняющей жидкости обеспечит увеличение нефтеотдачи.

Для приближенных расчетов насыщенность в зоне смеси принимают всюду постоянной и равной средней насыщенности $\sigma_{\text{ср}}$. Такую насыщенность принято называть эквивалентной. В этом случае коэффициенты относительных фазовых проницаемостей в зоне смеси считаются постоянными и равными K_1^* ($\sigma_{\text{ср}}$) и K_2^* ($\sigma_{\text{ср}}$). Анализы показывают удовлетворительную сходимость результатов приближенных решений с точными.

Более сложными оказываются задачи фильтрации взаиморастворимых жидкостей. Например, в качестве вытесняющей жидкости с целью увеличения нефтеотдачи за последнее время часто практикуют закачку различного рода растворителей. При этом закачиваемые жидкости или газ, обычно пропан, хорошо растворяются в нефти, снижают поверхностное натяжение, уменьшая капиллярный скачок, и, таким образом, способствуют наиболее полному извлечению нефти из пласта.

Более совершенная теория фильтрации многофазных систем с учетом капиллярных явлений и массовых сил приведена, например, в монографии И. А. Чарного [6].

3. Факторы, влияющие на точность определения коэффициента нефтеотдачи. Общие представления о переходной зоне и уточнение понятия ВНК

Известно, что наиболее точным методом определения остаточной нефтенасыщенности или коэффициента отдачи нефти пластом является объемный метод, т. е. метод, основанный на геолого-промысловых материалах о выработанных запасах пласта или его отдельных участках. Этому предшествует очень трудоемкая работа, требующая тщательного изучения геологического строения продуктивных горизонтов и неоднородности пласта, уточнения физических параметров пласта и жидкостей, гидродинамического изучения залежи пласта и жидкостей и т. д. На точность определения коэффициента нефтеотдачи влияют следующие основные факторы: 1) точность определения ВНК, первоначального и текущего; 2) точность подсчета запасов нефти, первоначальных и остаточных; 3) учет упругих сил пласта (по заводненным участкам), 4) степень охвата пласта процессом заводнения, обусловленная неоднородностью пласта. Современное состояние науки и методы исследования пластов позволяют учесть или уточнить указанные факторы.

За последнее время при подсчете коэффициента нефтеотдачи пласта уделяется большое внимание учету неоднородности пласта путем введения в расчеты коэффициента охвата (K_o) пласта заводнением. Коэффициент охвата представляет собой отношение объема нефтесодержащей породы, охваченного заводнением, ко всему объему нефтесодержащей породы в пределах заводненного участка (залежи). Непосредственное определение K_o по промысловым данным связано с большими трудностями и требует привлечения мето-

дов гидроразведки. В первом приближении величина K_0 может быть принята по аналогии с уже выработанными залежами.

Для правильного подсчета запасов нефти необходимо иметь достаточно точное представление о характере переходной зоны, которая образуется как в процессе формирования залежи, так и в процессе ее эксплуатации. Принято считать, что в однородных высокопористых коллекторах переходная зона в начальный момент отсутствует. В таких пластах ВНК отмечается на диаграмме электрометрии четким и резким спадом кривой кажущегося сопротивления. В опытах на образцах кернов также отмечается четкая поверхность раздела фаз. В неоднородных же плохопроницаемых коллекторах переходная зона может достигать мощности 8—10 м, где насыщенность водой снизу вверх меняется от $\sigma_v = 100\%$ до $\sigma_v = \sigma_{св}$ ($\sigma_{св}$ — связанная или погребенная вода). Как показывают экспериментальные исследования, мощность переходной зоны тем больше, чем пласт неоднороднее и чем меньше проницаемость.

О переходной зоне существуют совершенно различные представления и нет единого мнения, что именно принимать за ВНК. Одни исследователи принимают за ВНК нижнюю, другие — верхнюю границу переходной зоны. М. П. Жданов рекомендует проводить ВНК условно, по середине переходной зоны. В нефтепромысловой практике обычно принимают наивысший уровень. Американский автор О. Амикс считает более правильным, если за ВНК принять поверхность, на которой капиллярное давление равно нулю. Такой границей оказывается свободная поверхность воды, т. е. нижняя граница переходной зоны.

По В. С. Мелик-Пашаеву «...под понятием ВНК следует подразумевать поверхность раздела между нефтеносными и водоносными породами, ограничивающую нефтяную залежь снизу. Выше этой поверхности при опробывании можно получить чистую нефть или нефть с водой, ниже — только воду». К сожалению, выделить такую поверхность по результатам геофизических исследований затруднительно. Обычно в обсаженных и перфорированных эксплуатационных скважинах исследования производятся методами радиометрии. При этом снимается единственная отметка, которая и принимается за условный ВНК. Очевидно, первоначальный и текущий ВНК должны иметь одинаковый смысл, одинаковое определение. К сожалению, первоначальная отметка ВНК в переходной зоне не отбивается по удельному сопротивлению, особенно в неоднородных пластах.

В исследованиях Б. М. Орлинского было проведено сопоставление отметок подошвы переходной зоны (по БКЗ) и ВНК (по РК). При этом оказалось, что во всех случаях граница ВНК, выделяемая по диаграммам радиометрии, лежит в пределах переходной зоны. Расстояние от нижней границы переходной зоны до ВНК (по РК) для разных скважин меняется в пределах от 0 до 1,4 м. Н. Н. Сох•

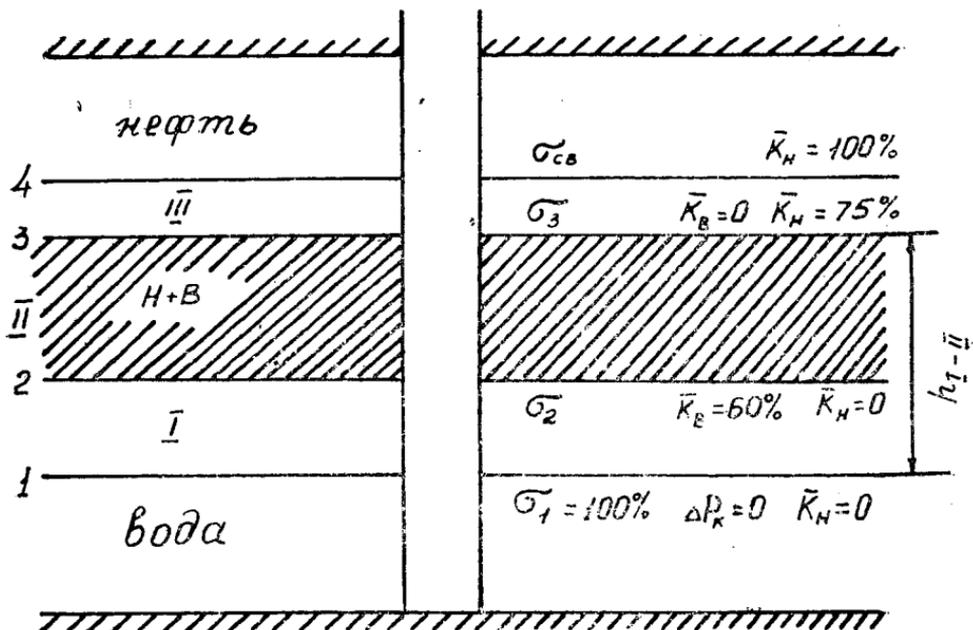


Рис. 96. Схема к распределению водо- и нефтенасыщенности в переходной зоне

ранов дает такую же отметку в $1 \div 1,5$ м от зеркала воды, при этом зона двухфазного притока лежит ниже этой отметки.

Анализируя полученный материал, Б. М. Орлинский приходит к выводу, что отметка, снятая по РК, соответствует той границе в пласте, выше которой нет подвижной воды, т. е. фазовая проницаемость для воды $K_v^* = 0$ (рис. 96). До сих пор такое утверждение остается дискуссионным. Представляет интерес проанализировать эти уровни поверхностей, т. к. это является очень важным фактором при подсчете начальных и остаточных запасов и определении коэффициента нефтеотдачи.

Исходя из современной теории двухфазной фильтрации жидкостей в пористой среде, переходную зону можно разбить на три составные части (рис. 96). Часть I ограничивается нижней поверхностью (1) переходной зоны или свободной поверхностью воды (где насыщенность водой $\sigma_{в1} = 100\%$, фазовая проницаемость для нефти $K_n^* = 0$ и капиллярное давление $\Delta P_k = 0$) и некоторой верхней поверхностью (2) с насыщенностью $\sigma_{в2}$, ниже которой движение нефти отсутствует ($K_n^* = 0$) и имеет место только приток воды ($K_v^* = 50 + 60\%$). Насыщенность на данной поверхности может быть определена по известным кривым относительных фазовых проницаемостей (рис. 91).

Часть III ограничивается верхней поверхностью (4) переходной зоны, где насыщенность для воды равна остаточной водонасы-

щенности ($\tau_{св}$), и поверхностью (3), выше которой движение воды отсутствует ($K_v^* = 0$), а движется только нефть ($K_n^* \approx 75\%$). Насыщенность водой $\sigma_{вз}$ на этой поверхности можно определить из графика зависимости содержания доли воды f_v в продукции скважины от средней водонасыщенности пласта. Область II является зоной двухфазного притока.

Таким образом, получаем несколько поверхностей раздела. Очевидно, при подсчете текущего коэффициента нефтеотдачи надо принять за ВНК такую поверхность, которая могла бы быть определена на какую-то дату анализа в процессе эксплуатации по большинству скважин и фиксировала бы действительно выработанную (заводненную) зону. Лучше всего такую поверхность оценить методами радиометрии. При этом точность в определении ВНК будет достигнута в том случае, если замеры на дату анализа будут произведены по достаточному количеству скважин. Поскольку в действительности таких замеров очень мало, то отметку ВНК по другим скважинам приходится приводить к дате анализа, что неизбежно поведет к погрешности.

Точность определения коэффициента нефтеотдачи пласта, как мы уже упоминали, зависит от точности подсчета геологических запасов залежи, в частности, от знания истинной насыщенности коллекторов нефтью. Дело в том, что коэффициенты нефтенасыщенности определяют в основном двумя способами: 1) в лабораторных условиях по кернам, как правило, отобраным на водных растворах, и 2) по удельному сопротивлению насыщенных жидкостью пород. Как отмечает В. С. Мелик-Пашаев, до сих пор нет достоверного определения коэффициента нефтенасыщенности по кернам, отобраным на безводных растворах, и не установлена сходимость результатов геофизических методов по определению нефтенасыщенности с истинным нефтенасыщением коллекторов.

Однако проведенные за последнее время исследования в нефтяных районах Башкирии, Татарии и Куйбышевской области доказывают возможность широкого использования данных геофизических методов определения нефтенасыщенности пластов, а полученные результаты вполне согласуются с геологическими представлениями о степени нефтенасыщенности пород. При этом были выявлены зоны с различной нефтенасыщенностью (Шкаповское месторождение, Минибаевская, Абдрахмановская и Павловская площади) и установлена закономерность распределения нефтенасыщенности по площади: нефтенасыщенность убывает от повышенной части структуры по направлению к внешнему контуру. Например, в сводовой части Шкаповского месторождения нефтенасыщенность достигает 90—92% и падает на контуре до минимального значения, 60%. Отсюда следует важный вывод, что при определении текущего коэффициента нефтеотдачи по выработанным участкам надо использовать среднее значение коэффициента нефтенасыщенности не по всей залежи, а по заводненным участкам. И не только необхо-

димо определять среднее значение нефтенасыщенности по указанным участкам, но также и среднее значение коэффициентов пористости и эффективной нефтенасыщенной мощности.

После тщательного изучения параметров пласта и жидкостей первоначальные запасы по залежи должны быть пересчитаны, поскольку в период пробной эксплуатации они определялись по данным ограниченного числа скважин. Следует также заметить, что при подсчете запасов, не зная распределения насыщенности в переходной зоне, часто не учитывают последнюю и считают запасы только по чисто нефтяной мощности. Это ведет к искусственному завышению коэффициента нефтеотдачи. Правда, при составлении проекта по данным опытной эксплуатации очень трудно составить реальное представление о переходной зоне, но в процессе эксплуатации можно оценить среднюю мощность этой зоны.

При интерпретации данных радиометрии особенно важным является тщательное изучение возможностей конусообразования в эксплуатационных скважинах. Поскольку глубина исследований радиометрических методов небольшая (20—40 см), то получаемая информация не дает действительного положения поверхности раздела «нефть — вода» в пласте, а будет давать отметку вершины конуса. Принятая таким образом отметка ВНК поведет к искусственному уменьшению нефтенасыщенной мощности, а следовательно, и к уменьшению остаточных запасов и коэффициента нефтеотдачи. Впервые на этот факт («ложные ВНК») указано Султановым С. А. и Харьковым В. А., а учет явления конусообразования при определении текущего коэффициента нефтеотдачи, насколько нам известно, впервые произведен в работе [17]. Необходимо тут же заметить, что ввиду сложных процессов, происходящих в пласте, строгое решение указанной задачи вообще невозможно.

4. Установившееся движение газированной жидкости в пористой среде. Функция С. А. Христиановича

Впервые гидродинамические исследования фильтрации газированных жидкостей были выполнены Л. С. Лейбензоном, который рассматривал газированную жидкость как некоторую смесь, характеризующуюся уравнением состояния. Экспериментальные исследования по определению фазовых проницаемостей для жидкости и газа впервые были выполнены Викофом и Ботсетом (1936), т. е. значительно раньше опытов Бакли — Леверетта.

Мы ограничимся рассмотрением установившегося движения газированной жидкости. Как уже упоминалось ранее, такое явление имеет место в пористой среде, когда залежь разрабатывается при пластовом давлении ниже давления насыщения. В этом случае растворенный газ выделяется из нефти и происходит движение двух фаз: нефти и свободного газа. В опытах обычно вводят в образец

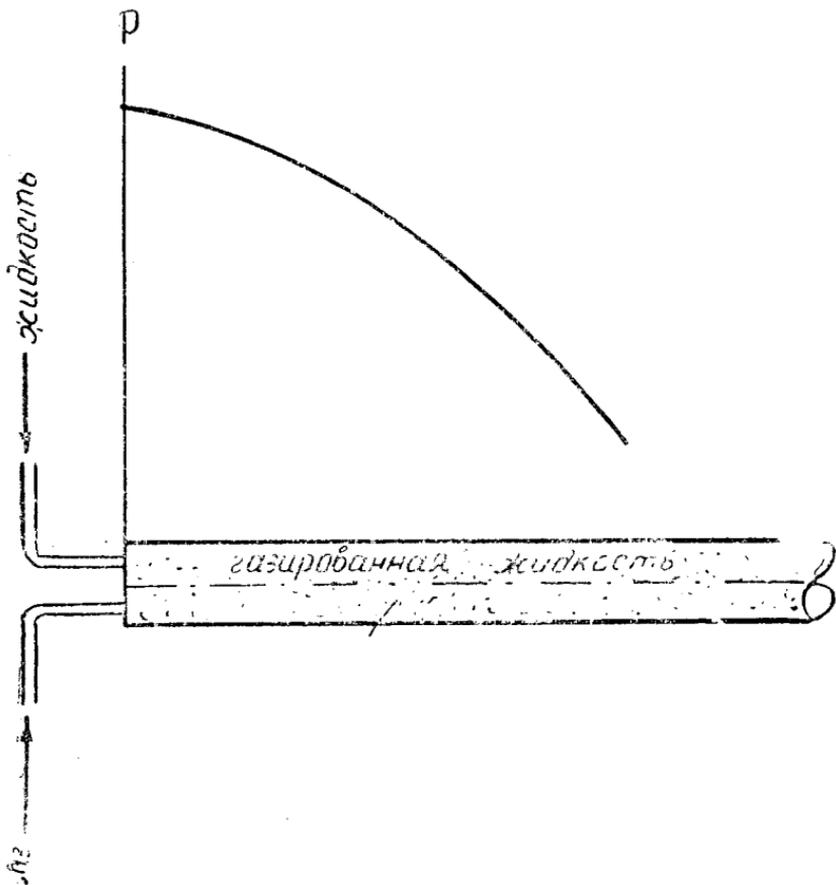


Рис. 97. Схема экспериментальной установки для исследования фильтрации газированной жидкости

пористой среды жидкость и газ (рис. 97). Предполагается, что фильтрация каждой из фаз подчиняется закону Дарси, т. е.

$$Q_{\text{ж}} = - \frac{\kappa \kappa_{\text{ж}}^*(\sigma)}{\mu_{\text{ж}}} \frac{dp}{dx} S$$

$$Q_{\text{г}} = - \frac{\kappa \kappa_{\text{г}}^*(\sigma)}{\mu_{\text{г}}} \frac{dp}{dx} S$$
XII(29)

Здесь $\kappa_{\text{ж}}^*(\sigma)$ и $\kappa_{\text{г}}^*(\sigma)$ — относительные фазовые проницаемости для жидкости и газа, выражаются отношениями:

$$\kappa_{\text{ж}}^*(\sigma) = \frac{\kappa_{\text{ж}}(\sigma)}{\kappa}, \quad \kappa_{\text{г}}^*(\sigma) = \frac{\kappa_{\text{г}}(\sigma)}{\kappa}$$
XII(30)

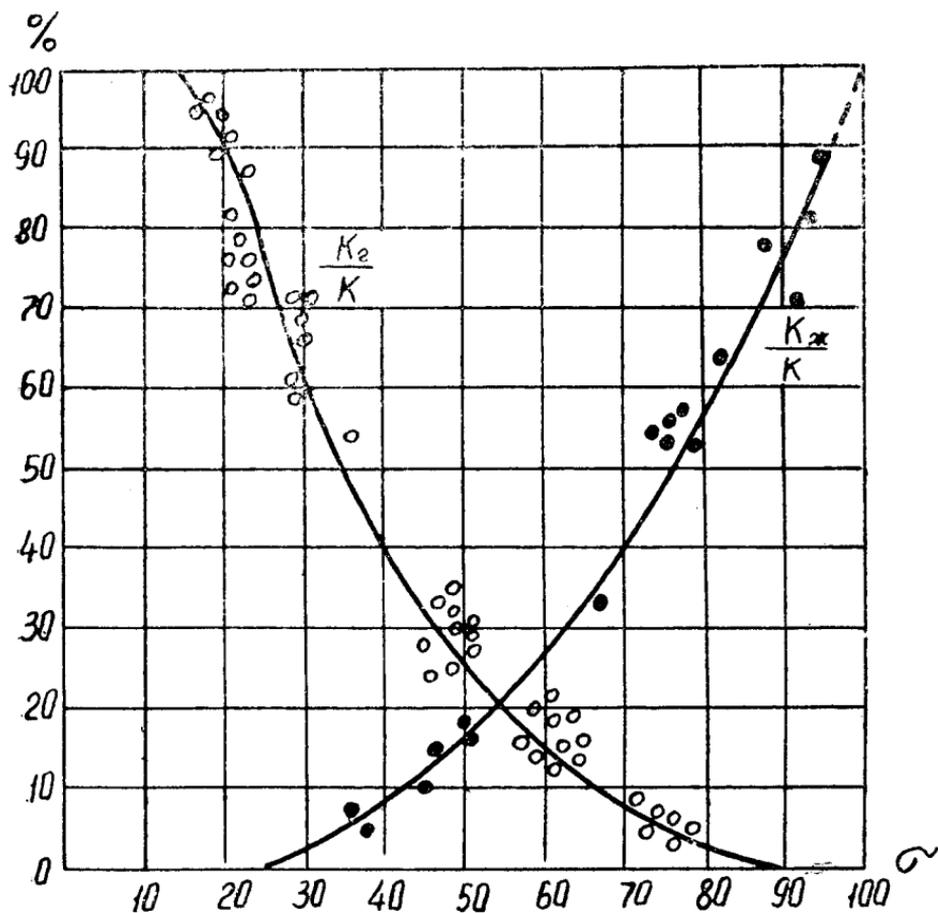


Рис. 98. Относительные фазовые проницаемости для газированной жидкости

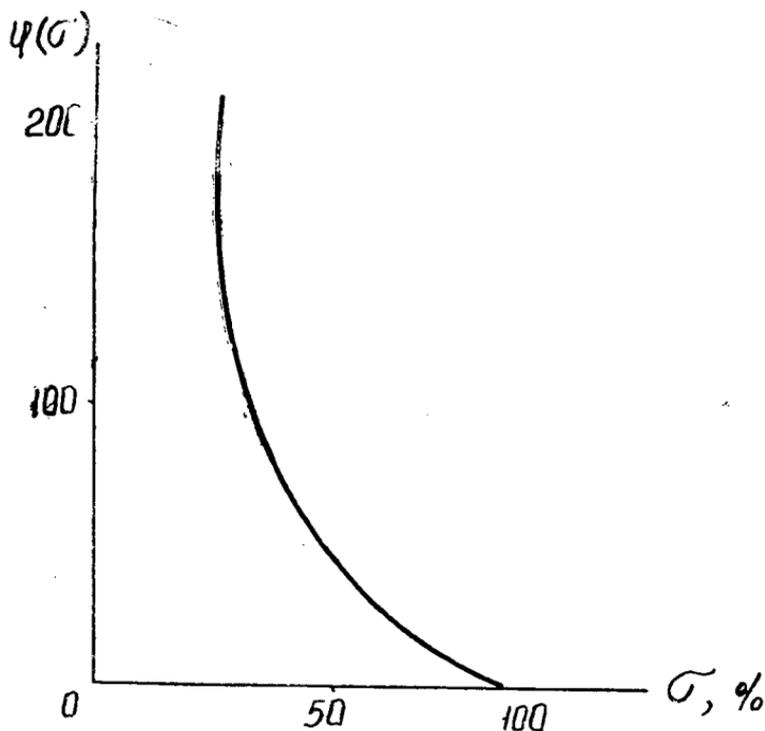
Количество растворенного газа в жидкости и количество свободного газа, приведенных к атмосферным условиям, определится соответственно формулами

$$Q_2 = - \frac{\delta p}{\gamma_{am}} \cdot \frac{\kappa \kappa_{ж}^*(\sigma)}{\mu_{ж}} \frac{dp}{dx} f \quad \text{XII(31)}$$

$$Q_1 = - \frac{p}{p_{at}} \frac{\kappa \kappa_1^*(\sigma)}{\mu_r} \frac{dp}{dx} f \quad \text{XII(32)}$$

Тогда суммарное количество газа равно $Q_2 = Q_2 + Q_1^*$ или

$$Q_r = - \frac{p}{p_{at}} \frac{dp}{dx} f \left[\frac{p_{at} \delta \kappa_{ж}^* \kappa}{\gamma_{am} \mu_{ж}} + \frac{\kappa \kappa_1^*(\sigma)}{f_2} \right], \quad \text{XII(33)}$$



Р и с. 99. Зависимость отношения коэффициентов фазовых проницаемостей $\psi(\sigma)$ от насыщенности σ

где δ — коэффициент растворимости газа в жидкости. Определим газовый фактор Γ , который представляет собой отношение дебита газа, приведенного к атмосферным условиям, к дебиту жидкости, т. е.

$$\Gamma = \frac{Q_{\Gamma}}{Q_{\text{ж}}} = \frac{p}{p_{\text{ат}}} \left[\frac{p_{\text{ат}} \delta}{\gamma_{\text{ат}}} + \frac{\kappa_{\Gamma}^*(\sigma)}{\kappa_{\text{ж}}^*(\sigma)} \cdot \frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\Gamma}} \right] = \frac{p \mu_{\text{ж}}}{p_{\text{ат}} \mu_{\Gamma}} \left[\frac{\kappa_{\Gamma}^*(\sigma)}{\kappa_{\text{ж}}^*(\sigma)} + \frac{p_{\text{ат}} \delta}{\gamma_{\text{ат}}} \frac{\mu_{\Gamma}}{\mu_{\text{ж}}} \right] \quad \text{XII(34)}$$

Введем следующие обозначения:

$$\psi(\sigma) = \frac{\kappa_{\Gamma}^*(\sigma)}{\kappa_{\text{ж}}^*(\sigma)} \quad \text{XII(35)}$$

$$\alpha = \frac{p_{\text{ат}} \delta \mu_{\Gamma}}{\gamma_{\text{ат}} \mu_{\text{ж}}} \quad \text{XII(36)}$$

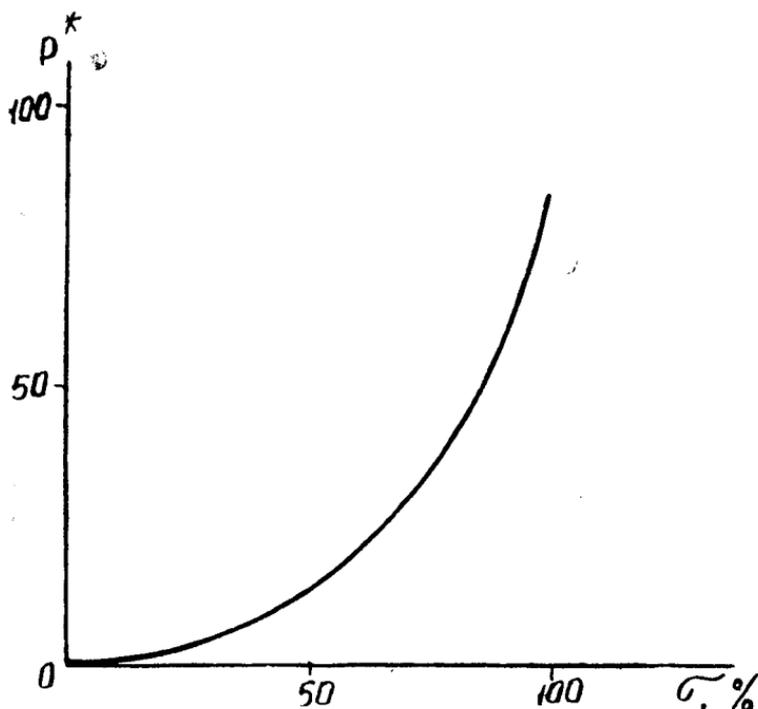


Рис. 100. Безразмерное давление P^* (σ) как функция насыщенности σ

С учетом XII (35) и XII (36) выражение XII (34) переписывается в виде

$$E = \frac{\nu_r}{\nu_{ж}} \Gamma = \frac{p}{p_{ам}} [\psi(\sigma) + a] \quad \text{XII(37)}$$

или

$$p^*(\sigma) = \frac{1}{\psi(\sigma) + a}, \quad \text{XII(38)}$$

где

$$p^*(\sigma) = \frac{p}{E p_{ам}} \quad \text{XII(39)}$$

Имея экспериментальные кривые относительных фазовых проницаемостей (рис. 98), по формуле XII (35) нетрудно построить зависимость $\psi(\sigma)$ (рис. 99). С помощью этой кривой и формулы XII (38) строится графическая зависимость $P^*(\sigma)$ (рис. 100). Затем для фиксированных значений σ из экспериментальных кривых (рис. 98) находим $K_{ж}^*(\sigma)$, а из графика рис. 100 определяем соответствующие значения $P^*(\sigma)$ и строим зависимость $K_{ж}^*(p) = K_{ж}^*[\sigma(P^*)] = K_{ж}^*(P^*)$ (рис. 101). Итак, мы пришли к однозначной зависимости относительной фазовой проницаемости от некоторого фиктивного давления P^* .

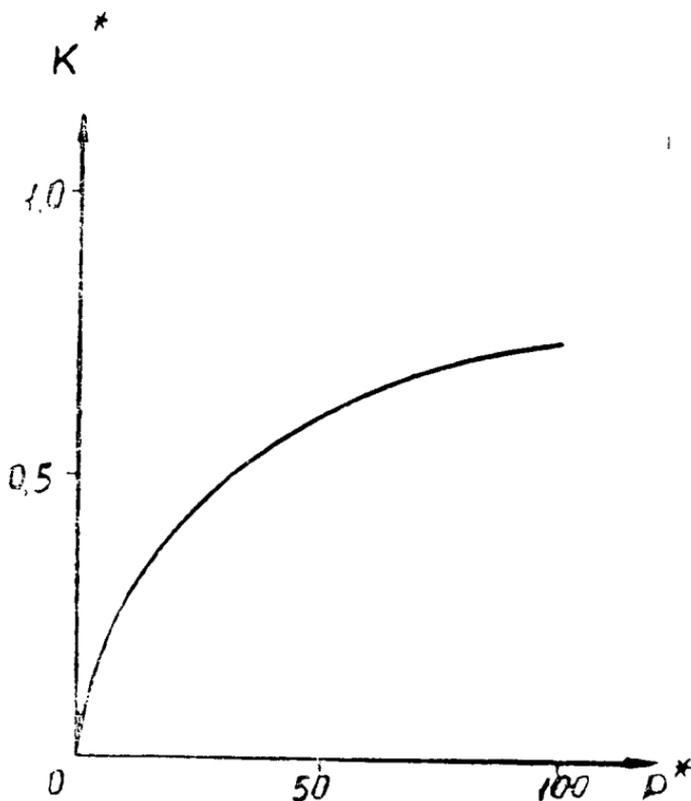


Рис. 101. Относительная фазовая проницаемость $K_{ж}^*$ как функция безразмерного давления P^*

Введем функцию Христиановича

$$H = \int \kappa_{ж}^*(p) dp + \text{const} \quad \text{XII(40)}$$

Полный дифференциал этой функции

$$dH = \kappa_{ж}^*(p) dp \quad \text{XII(41)}$$

С учетом XII (41) закон Дарси для фильтрации жидкости XII (29) запишется в виде

$$Q_{ж} = - \frac{\kappa}{\mu_{ж}} \frac{dH}{dx} f \quad \text{XII(29')}$$

Вычислим функцию H . Из формулы XII (39) имеем

$$p = E p_{ат} p^*(\sigma)$$

$$dp = E p_{ат} d[p^*(\sigma)]$$

или

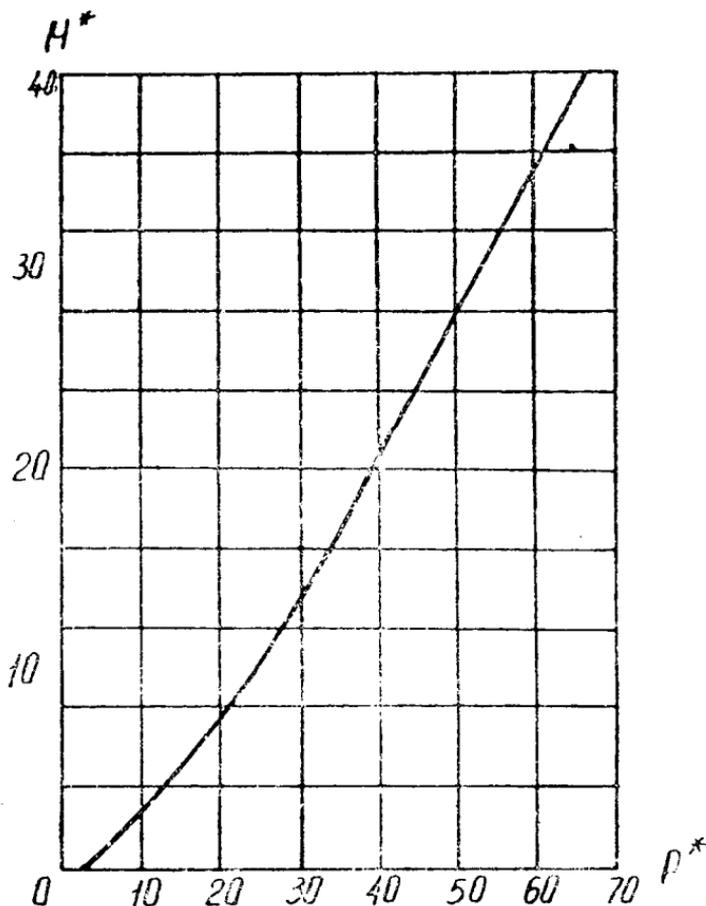


Рис. 102. Графическое изображение функции Христпановича $H^* = H^*(F^*)$.

Подставляя значение dP в XII (41), получим

$$dH = \rho_{am} E \kappa_{ж}^* d\rho^*$$

или

$$dH = E \rho_{am} dH^*, \quad \text{XII(42)}$$

где

$$dH^* = \kappa_{ж}^* d\rho^* \quad \text{XII(43)}$$

Интегрируем XII (42) и XII (43):

$$H = E \rho_{am} H^* \quad \text{XII(44)}$$

$$H^* = \int_0^{\rho^*} \kappa_{ж}^* d\rho^* \quad \text{XII(45)}$$

Зависимость $H^* = H^*(\rho^*)$ (рис. 102) строится графическим интегрированием XII (45) с помощью зависимости $\kappa_{ж}^* = \kappa^*(\rho^*)$ (рис. 101).

Определяя H^* из графика рис. 102, по формуле XII (44) подсчитываем значение H . После этого определяем $Q_{ж}$. Нетрудно видеть, что формула Дююи для дебита совершенной скважины, находящейся в центре кругового пласта, в соответствии с XII (29') запишется в виде

$$Q_{ж} = \frac{2\pi kh}{\mu_{ж}} \cdot \frac{H_k - H_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \quad \text{XII(46)}$$

$$\kappa_{ж}^*(\sigma) = \frac{\kappa_{ж}(\sigma)}{\kappa}, \quad \kappa_c^*(\sigma) = \frac{\kappa_c(\sigma)}{\kappa}.$$

Итак, все формулы для движения однородной несжимаемой жидкости остаются справедливы и для установившегося движения газированной жидкости, если в первые вместо давления подставить функцию Христиановича.

Анализируя график функции $H^* = H^*(p^*)$ (рис. 102), видим, что в широком диапазоне указанную зависимость можно принять по прямой линии, т. е.

$$H^* \approx Ap^* + B, \quad \text{XII(47)}$$

где A — угловой коэффициент прямой;

B — свободный член.

Определим разность функций Христиановича $H_k - H_c$, учитывая XII (44). Получим

$$H_k - H_c = E\rho_{ам} (H_k^* - H_c^*) \quad \text{XII(48)}$$

Подставляя XII (47) в XII (48), находим

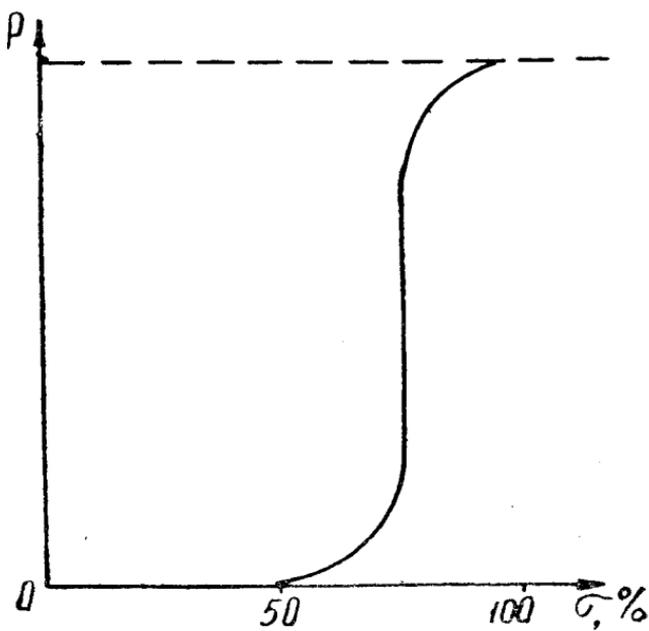
$$H_k - H_c = AE\rho_{ам} (p_k^* - p_c^*) \quad \text{XII(49)}$$

Учитывая XII (39), формулу XII (49) запишем в виде

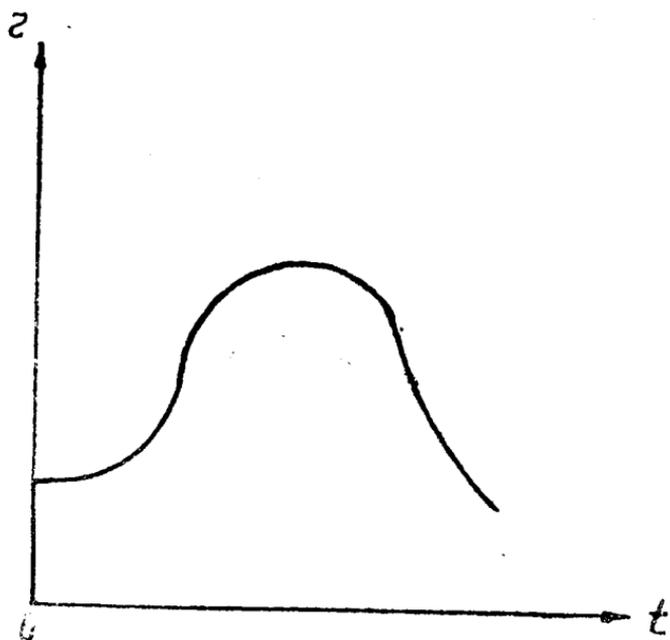
$$H_k - H_c = A(p_k - p_c) \quad \text{XII(50)}$$

Значение углового коэффициента составляет $A \approx 0,65$. Формула XII (50) показывает, что движение газированной жидкости можно заменить движением фактивной однородной несжимаемой жидкости, но в формулах необходимо вместо $\frac{Kh}{\mu}$ подставить значение $A\frac{Kh}{\mu}$.

Задачи неустановившегося движения газированной жидкости являются наиболее сложными. Используя метод последовательной смены стационарных состояний, К. А. Царевич решил задачу об истощении залежи при режиме растворенного газа. Замкнутый резервуар вскрывался скважиной и начинался отбор жидкости. При этом начальное пластовое давление принималось равным давлению насыщения. Исследуя II фазу нестационарного движения — фазу истощения, с момента, когда воронка депрессии достигла границы резервуара, К. А. Царевич пришел к выводу,



Р и с. 103. Нефтеотдача при газовом режиме



Р и с. 104. Изменение газового фактора во времени при газовом режиме

что за счет энергии растворенного газа можно отобрать лишь около 30% всего запаса. Это подтверждает графическая зависимость среднего пластового давления от насыщенности $\tilde{P} = \tilde{P}(\sigma)$ (рис. 103), откуда видно, что давление P упало до нуля, а насыщенность имеет значение порядка $\sigma \approx 70\%$. Была также исследована задача об изменении газового фактора во времени (рис. 104). Установлено, что величина газового фактора вначале растет, достигая некоторого максимума, а затем резко падает.

Первая фаза нестационарного движения газированной жидкости была рассмотрена в работах М. М. Глоговского и М. Д. Розенберга. Было установлено, что I фаза не играет существенной роли по сравнению со всем периодом эксплуатации залежи. Или же исследовалась задача о вытеснении газированной жидкости водой. Для первой фазы решение получилось сложным и громоздким. Во II фазе газированную жидкость можно заменить фиктивной однородной жидкостью.

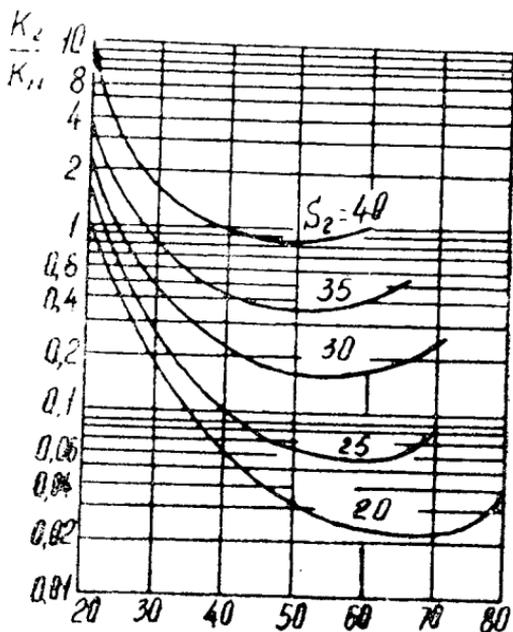


Рис. 105. Зависимость K_g/K_n от насыщенности

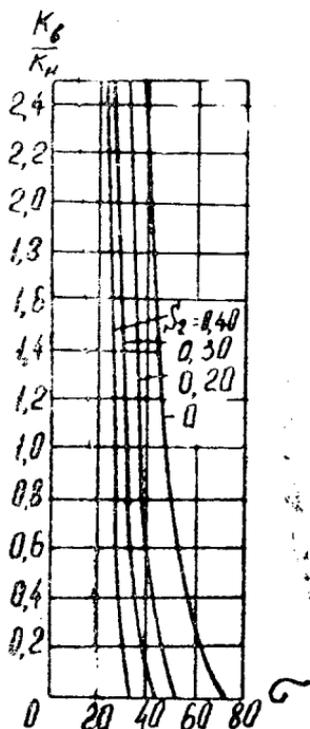


Рис. 106. Зависимость K_v/K_n от насыщенности

5. Понятие о трехфазной фильтрации

В реальных условиях часто приходится иметь дело с трехфазной фильтрацией (когда смесь состоит из трех компонентов, например, нефти, воды и свободного газа). Решения таких задач оказываются более сложными. Теорию фильтрации трехфазной смеси можно построить исходя из теории движения двухфазных жидкостей Бакли—Леверетта.

Расходы каждой из фаз в смеси записываются так и для двухфазной системы

$$Q_i = - \frac{\kappa \kappa_i^*(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)}{\mu_i} \frac{\partial p}{\partial x} S(x), \quad i = 1, 2, 3, \quad \text{XII (51)}$$

где κ_i^* ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) — относительные фазовые проницаемости как функции насыщенности, определяемые экспериментальным путем; μ — коэффициент абсолютной вязкости i -ой фазы в смеси.

К уравнениям движения следует добавить уравнения неразрывности

$$- \frac{\partial Q_i}{\partial x} = m S(x) \frac{\partial \sigma_i}{\partial t} \quad \text{XII (52)}$$

Так как

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 1, \quad \text{XII (53)}$$

то в системе XII (52) независимых переменных только две. Справедливо также, что суммарный объемный расход является только функцией времени.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q(t) \quad \text{XII (54)}$$

Далее расчеты ведут по следующей схеме. Из системы уравнений движения XII (51) и уравнений неразрывности XII (52) находятся газонефтяной и водонефтяной факторы, а затем через них

получают формулы для функций $\psi(\sigma) = \frac{\kappa_{\Gamma}}{\kappa_{\text{H}}}$ и $\psi(\sigma) = \frac{\kappa_{\text{В}}}{\kappa_{\text{H}}}$. Таким образом, зная газонефтяной и водонефтяной факторы, по промысловым данным подсчитываются значения $\psi(\sigma) = \frac{\kappa_{\Gamma}}{\kappa_{\text{H}}}$ и

$$\psi(\sigma) = \frac{\kappa_{\text{В}}}{\kappa_{\text{H}}}.$$

По экспериментальным данным для фиксированных значений насыщенности газом, давлений и физических параметров жидкостей строят зависимости $\frac{\kappa_{\Gamma}}{\kappa_{\text{H}}} = f(\sigma_{\text{H}})$ и $\frac{\kappa_{\text{В}}}{\kappa_{\text{H}}} = f(\sigma_{\text{H}})$, типовой вид которых представлен на рис. 105 и 106.

Пусть по промысловым данным значения отношений определены:

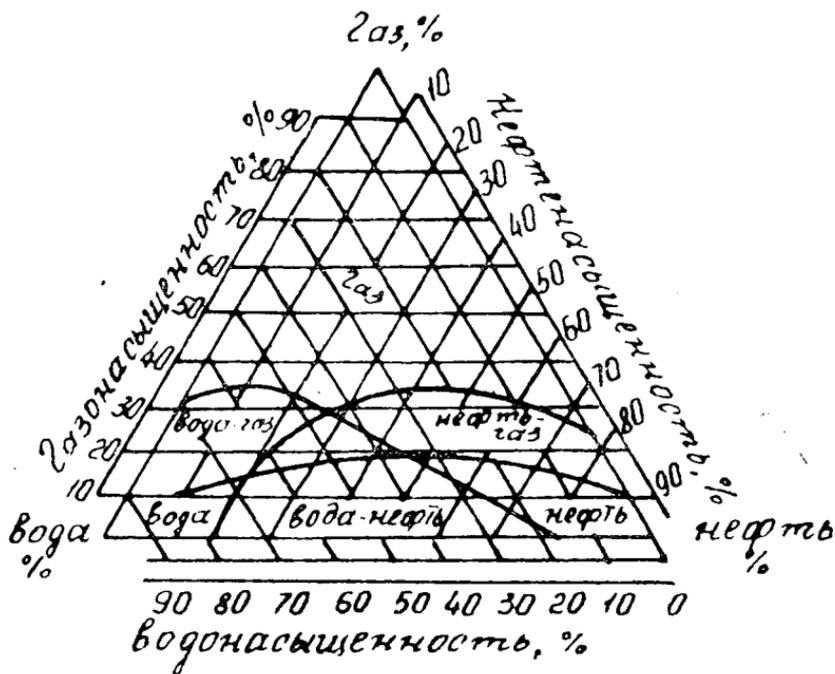


Рис. 107. Диаграмма для трехфазного движения

$\frac{\kappa_r}{\kappa_n} \approx 0,045$ и $\frac{\kappa_n}{\kappa_n} \approx 0,10$. Тогда из графиков рис. 105 находим: $\sigma_r = 0,20$ и $\sigma_n = 0,45$. Следовательно, насыщенность водой составляет $\sigma_v = 0,35$.

Распределение насыщенности для трехкомпонентных систем хорошо иллюстрируется треугольной диаграммой (рис. 107), на которой выделены области преобладания потоков различных фаз. Например, при газонасыщенности $\sigma_r \geq 0,35$ поток состоит только из газа. При газонасыщенности $\sigma_r = 0,20$ и водонасыщенности $\sigma_v = 0,50$ будем иметь трехфазный поток (двойная штриховка) с нефтенасыщенностью $\sigma_n = 0,30$. На диаграмме показаны также и области двухфазных потоков.

Подробное изложение теории трехфазной фильтрации приведено в монографиях [4,6].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе изложены лишь основы подземной гидрогазодинамики, базирующиеся на современных представлениях о механизме фильтрации однородных и неоднородных жидкостей в пористой среде. Приведенный здесь материал является тем минимумом, который, по нашему мнению, необходим для горного инженера, работающего в области разработки нефтяных, газовых и газоконденсатных месторождений. По объему и по изложению данное пособие окажется приемлемым для студентов. При этом усвоенный минимум вполне обеспечит возможность дальнейшего самостоятельного углубления знаний в области подземной гидрогазодинамики, изучения более сложных проблем фильтрации, которые в данной работе затронуты мало или не затронуты совсем.

На современном этапе развитие подземной гидрогазодинамики осуществляется в следующих направлениях.

1. Разработка эффективных гидродинамических методов исследования пластов и скважин; контроль за процессом разработки нефтяных, газовых и газоконденсатных месторождений.

2. Гидродинамические решения задач, связанных с рациональным размещением скважин и рациональной разработкой месторождений; широкое использование электронно-вычислительной техники.

3. Изыскание эффективных гидродинамических решений задач, связанных с разработкой обширных водонефтяных зон.

4. Развитие гидродинамических методов решения задач подземной гидравлики при фильтрации неньютоновских жидкостей.

5. Углубление в изучении притока многофазных жидкостей в неоднородных и трещиноватых пластах.

6. Углубление в изучении фильтрации взаиморастворимых жидкостей и газов в пористых средах.

7. Дальнейшее исследование влияния температурного поля на процесс фильтрации жидкостей и газов в глубокозалегающих пластах; изучение проблемы термовоздействия на пласт.

По указанным проблемам читатель почерпнет достаточные знания, например, из таких трудов как [4], [6] и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кристиа Н. Подземная гидравлика. М., Гостоптехиздат, том I, 1961; том II, 1962.
2. Лейбензон Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М., Гостоптехиздат, 1947.
3. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. М., Гостоптехиздат, 1949.
4. Пыхачев Г. Б., Исаев Р. Г. Подземная гидравлика. М., «Недра», 1973.
5. Чарный И. А. Основы подземной гидравлики. Гостоптехиздат, 1956.
6. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. М., Гостоптехиздат, 1963.
7. Щелкачев В. Н., Пыхачев Г. Б. Интерференция скважин и теория пластовых водонапорных систем. Баку, АзГОНТИ, 1939.
8. Щелкачев В. Н., Лапук Б. Б. Подземная гидравлика. М., Гостоптехиздат, 1949.
9. Щелкачев В. Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. М., Гостоптехиздат, 1959.
10. Лебединец Н. П. Определение верхней границы применимости линейного закона фильтрации. Тр. Сев. КавНИИнефть, вып. 3, 1967.
11. Wrawn G. G. and at al. Unit Operations. New-York-Tokyo, 1962.
12. Telkov A. P. Petroleum Reservoir Engineering. Universities Press Rangoon, Burma, 1967.
13. Telkov A. P. Subsurface Hydraulic Engineering. P. I. Universities Press Rangoon, Burma, 1967.
14. Telkov A. P. Subsurface Hydraulic Engineering. P. II. Universities Press Rangoon, Burma, 1967.
15. Telkov A. P. Oil and Gas Field Development. Universities Press Rangoon, Burma, 1968.
16. Телков А. П. Образование конусов воды при добыче нефти и газа. «Недра», 1965.
17. Телков А. П. Докторская диссертация. Фонды УфНИ, 1972.
18. Бурцев И. Б., Телков А. П. К определению коэффициента гидравлического сопротивления при движении жидкости в трубопроводах. Изв. ВУЗов, «Нефть и газ», № 3, 1965.
19. Березин В. М. Нефтеотдача образцов песчаников девона и угленосной свиты нижнего карбона Башкирии при вытеснении нефти водой. Тр. ВНИИ, вып. 24, 1959.
20. Эфрос Д. А. Исследования фильтрации неоднородных систем. Гостоптехиздат, 1963.
21. Девликамов В. В. Некоторые особенности фильтрации высокосмолистых нефтей. Докторская диссертация. МИНХ и ГП, 1968.
22. Девликамов В. В., Хабибуллин З. А. Структурно-механические свойства нефти некоторых месторождений Башкирии. НХ, № 10, 1968.
23. Коробов К. Я. Исследование процессов вытеснения нефти водой и обводнения нефтяных залежей. Кандидатская диссертация, МИНХ и ГП, 1964.

24. Мирзаджанзаде А. Х. Вопросы гидродинамики вязко-пластичных и вязких жидкостей в нефтедобыче. Азнефтнешр, Баку, 1959.
25. Пермяков И. Г., Саттаров М. М., Генкин И. Б. Методика анализа разработок нефтяных месторождений. Гостоптехиздат, 1962.
26. Полубаринова-Кочина П. Я. Об обводнении нефтяных скважин. Изв. АН СССР, ОТН, № 2, 1948.
27. Полубаринова-Кочина П. Я. О движении подошвенных вод в нефтяных пластах. ДАН СССР, т. 34, № 2, 1942; ПММ т. VII, № 3, 1943; ПММ т. XIV, № 1, 1950.
28. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. Гостоптехиздат, 1952.
29. Саттаров М. М. Метод расчета темпов обводнения залежи в условиях водонапорного режима. Тр. УФНИИ, вып. 7, 1960.
30. Саттаров М. М., Халявин В. П. Особенности обводнения залежей, содержащих нефть повышенной вязкости. Тр. УФНИИ, вып. 6, 1960.
31. Саттаров М. М., Андреев Е. А., Кузилов И. А., Петров П. А. Метод расчета коэффициента нефтеотдачи пласта. Тр. УФНИИ, вып. 14, 1965.
32. Саттаров М. М. Некоторые вопросы контроля за перемещением ВНК. Тр. УФНИИ, вып. XVII, 1967.
33. Садчиков П. Б. О фильтрации нефти к скважине в нефтегазовой залежи с подошвенной водой. НТС по добыче нефти, ВНИИ, № 29, 1966.
34. Салехов Г. С., Данилов В. Л. Об эксплуатации нефтяных скважин в анизотропных пластах с подошвенной водой. ДАН СССР, т. ХСІ, № 6, 1953.
35. Курбанов А. К., Садчиков П. Б. Оценка коэффициента анизотропии пласта с подошвенной водой и газовой шапкой. НТС по добыче нефти, ВНИИ, № 19, 1963.
36. Курбанов А. К., Садчиков П. Б. Определение положения интервала вскрытия и предельного дебита скважины в нефтяном пласте с подошвенной водой и газовой шапкой. Тр. ВНИИнефть, вып. 37, 1962.
37. Muskat M. Physical Principles of Oil Production, N-Y-L, Mc Graw-Hill, 1949.
38. Щелкачев В. Н. Расчеты пластовых давлений и дебитов скважин при законтурном заводнении. (Интерференция, приток к батарее несовершенных скважин). Тр. МНИ, вып. 11, 1951.
39. Чарный И. А., Евдокимова В. Л., Кочина И. Н. Увеличение предельного безводного дебита несовершенной скважины в нефтяном пласте с подошвенной водой за счет одновременного отдельного отбора воды и нефти. Изв. вузов, «Нефть и газ», № 2, 1958.
40. Чарный И. А. Расчет дебита несовершенной скважины перед прорывом подошвенной воды или верхнего газа. ДАН СССР, т. 92, № 1, 1953.
41. Геологические отчеты НПУ «Туймазанефть» за 1956—1968 гг. Фонды НПУ.
42. Харьков В. Л. Результаты применения различных методов изоляционных работ на промыслах Ромашкинского месторождения. Тр. ТатНИИ, вып. 2, 1960.
43. Shell Oil Co. Well in East Texas Field. Shell Seals off Bottom water with Plastic, Oil and Gas J., July 11, 1960. v. 58, № 28.
44. Michaels and et. al. How to Combat Water-Coning by Injecting Reverse-wetting Additives. J. Petr. Eng., Aug, 1957. v. 29, № 8.
45. Харьков В. Л. Экспериментальные исследования эффективных методов увеличения отбора нефти в безводный период эксплуатации из нефтенасыщенного пласта с подошвенной водой. Тр. ТатНИИ, вып. 7, 1965.
46. Чарный И. А. Подземная гидромеханика. Гостоптехиздат, 1948.
47. Амелин И. П. О рациональном расположении интервала перфорации в скважинах газонефтяных залежей с подошвенной водой. НХ, № 12, 1965.

I. ВВЕДЕНИЕ	5
II. Физические основы теории фильтрации. Основные понятия. Закон Дарси	
1. Геометрические характеристики пористой среды	10
2. Скорость фильтрации. Истинная или действительная средняя скорость движения частицы	13
3. Линейный закон фильтрации Дарси. Коэффициент фильтрации и проницаемости	14
4. Нарушение линейного закона фильтрации при больших и малых скоростях. Пределы применимости закона Дарси	19
III Дифференциальные уравнения теории фильтрации однородной жидкости	
1. Дифференциальные уравнения изотермической фильтрации без учета массовых сил. Уравнение Лапласа	25
2. Вывод дифференциальных уравнений движения жидкости в пористой среде из дифференциальных уравнений Эйлера	28
IV Установившееся движение несжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде. Приток к стоку и источнику на плоскости и в пространстве	
1. Напорный приток к дренажной галерее. Время движения частиц	30
2. Плоскорадиальное движение. Приток к совершенной скважине, расположенной в центре кругового пласта	32
3. Время движения частицы жидкости, движущейся по радиусу от контура питания к скважине	36
4. Стоки и источники на плоскости	36
5. Стоки и источники в пространстве	37
V Плоские задачи теории фильтрации	
1. Уравнения плоского движения. Вывод уравнений Лапласа для движения с осевой и центральной симметрией из схемы трубки тока переменного сечения	40
2. Связь теории функций комплексного переменного с плоской задачей фильтрации. Функция тока. Комплексный потенциал	44
3. Приток к точечным стокам на плоскости. Случай равнодебитных стока и источника. Приток к скважине, эксцентрично расположенной в круговом пласте	48
VI. Установившийся приток к группе совершенных скважин. Интерференция совершенных скважин	
1. Потенциал группы точечных стоков на плоскости. Взаимодействии скважин	54
2. Приток к совершенной скважине в пласте с прямолинейным контуром питания. Метод отражения	56
3. Некоторые точные решения в теории интерференции скважин.	58
4. Метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений	61
VII. Установившееся движение однородной сжимаемой жидкости и газа по линейному и нелинейному закону	
1. Одномерное установившееся движение сжимаемой жидкости и газа в трубке тока переменного сечения. Функция Лейбензона.	66

2. Стационарная фильтрация упругой каплевой жидкости в неизменяемой пористой среде	67
3. Стационарная фильтрация газа	69
4. Индикаторные диаграммы для несжимаемой жидкости и для газа при линейном и нелинейном законах фильтрации	74

VIII. Безнапорное движение жидкости в пористой среде

1. Особенности безнапорного движения	77
2. Гидравлическая теория безнапорного движения через прямолинейную перемычку на горизонтальном основании	80
3. Гидравлическая теория безнапорного притока к совершенной скважине	81
4. Дифференциальные уравнения гидравлической теории нестационарной безнапорной фильтрации	81

IX. Установившийся приток однородной пластовой жидкости и газа к несовершенным скважинам

1. Краткий обзор	84
2. Решение Маскета для притока к единичной несовершенной по степени вскрытия пласта скважине	87
3. Точное решение задачи о потенциале точечного стока (источника) в однородно-анизотропном круговом пласте. Приток к несовершенной скважине	91
4. Потенциал несовершенной скважины в двухслойном однородно-анизотропном круговом пласте	94
5. Потенциал точечного стока (источника), горизонтальной дрены и несовершенной галереи в полосообразном однородно-анизотропном пласте	95
6. Анализ распределения потенциала в однородно-анизотропном круговом пласте	97
7. Приток неньютоновской жидкости к несовершенной скважине	100
8. Расчет фильтрационных сопротивлений, обусловленных несовершенством скважины и экраном в условиях однородно-анизотропного пласта. Приведенный радиус скважины. Коэффициент совершенства	104
9. Экспериментальные исследования о влиянии несовершенства скважин на их производительность	109
10. Взаимодействие скважин	114
11. Индикаторные диаграммы «дебит-депрессия»	116

X. Движение и равновесие границы раздела двух жидкостей в пористой среде

1. Общие представления о продвижении краевых и подошвенных вод к нефтяным и газовым скважинам	120
2. Вытеснение нефти водой из трубки тока переменного сечения	121
3. Прямолинейное движение границы раздела с постоянными мощностью, пористостью и проницаемостью	123
4. Плоскорадиальное движение границы раздела с постоянными мощностью, пористостью и проницаемостью	124
5. Кинематические условия на подвижной границе раздела. Характер движения водонефтяного контакта (ВНК) в наклонных пластах	125
6. Теория конусообразования Маскета—Чарного	128
7. Упрощенные методы расчетов предельного безводного дебита	133

8. Расчет предельных дебитов несовершенных скважин в нефтяных залежах с подошвенной водой. Вывод уравнения границы раздела. Графические решения	134
9. Расчет предельных безводных дебитов горизонтальных скважин и несовершенных дрен в пластах с подошвенной водой. Вывод уравнения границы раздела. Графические решения	141
10. Расчет предельных депрессий в однородно-анизотропных пластах с подошвенной водой	145
11. Расчет предельных дебитов несовершенных скважин и депрессий в однородно-анизотропном радиальном пласте с подошвенной водой в случае притока вязко-пластичной нефти	148
12. Определение оптимального интервала вскрытия пласта в нефтяных, газовых и подгазовых залежах	150
13. Экспериментальное изучение процессов образования устойчивых конусов	153
14. Приближенные методы расчета времени прорыва подошвенной воды	156
15. Расчет безводного периода эксплуатации несовершенных скважин в однородно-анизотропных пластах с учетом фазовых проницаемостей	156
16. Промысловые методы определения вертикальной проницаемости и анизотропии нефтеносных и водоносных пластов	160
17. Изучение нестационарных течений на щелевых моделях	162
18. К расчету коэффициента нефтеотдачи за безводный период	164
19. Учет интерференции несовершенных скважин в залежах с подошвенной водой при расчетах времени безводной эксплуатации	168
20. Совместный приток жидкостей	170
21. Одновременный отбор двух жидкостей из пласта	172

XI. Неустановившаяся фильтрация однородной упругой жидкости и газа

1. Основные положения упругого режима	175
2. Дифференциальное уравнение пьезопроводности	177
3. Точные решения для притока упругой жидкости к прямолинейной галерее и к точечному стоку (источнику) на плоскости	178
4. Расчет притока к прямолинейной галерее по методу последовательной смены стационарных состояний	183
5. Расчет плоскорадиального притока упругой жидкости по методу последовательной смены стационарных состояний	186
6. Дифференциальные уравнения неустановившейся фильтрации газа. Аналогия с безнапорным движением несжимаемой жидкости	190

XII. Фильтрация неоднородных жидкостей

1. Основные понятия. Уравнения фильтрации двухфазной жидкости	193
2. Теория Бакли-Левретта	197
3. Факторы, влияющие на точность определения коэффициента нефтеотдачи. Общие представления о переходной зоне и уточнение понятия ВНК	203
4. Установившееся движение газированной жидкости в пористой среде. Функция С. А. Христиановича	207
5. Понятие о трехфазной фильтрации	217

З а к л ю ч е н и е 219

Л и т е р а т у р а 220

Цена 1 р. 85 коп.

6784

Д4
53462

20/04