С.А.БАТУГИН Е.Д.ЧЕРНЫЙ

Теоретические основы ОПРОБОВАНИЯ И ОЦЕНКИ запасов месторождений



" НАУКА "
НОВОСИБИРСК

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ГОРНОГО ДЕЛА СЕВЕРА

АКЦИОНЕРНАЯ КОМПАНИЯ
"АЛМАЗЫ РОССИИ — САХА"

С.А. БАТУГИН Е.Д. ЧЕРНЫЙ

Теоретические основы ОПРОБОВАНИЯ и ОЦЕНКИ запасов месторождений

Ответственный редактор
доктор технических наук, профессор *В.М. Гудков*



НОВОСИБИРСК
"НАУКА"
СИБИРСКОЕ ПРЕДПРИЯТИЕ РАН
1998

УДК 543.051:543.052:550.85:553.043:553.048:622.1
ББК 26.34
Б28

Теоретические основы опробования и оценки запасов месторождений /С.А. Батугин, Е.Д. Черный. — Новосибирск: Наука. Сиб. предприятие РАН, 1998. — 344 с.
ISBN 5—02—031226—6.

Авторами предложено новое понимание представительной пробы, построены математические модели среды опробования, изложены основы теории опробования горных пород на минералы и элементы. Проведен анализ результатов уникальных лабораторных, опытно-методических экспериментальных исследований, поблочной оценки и отработки запасов россыпных и рудных месторождений, описаны теоретические и экспериментально-аналитические методы определения массы (объема) представительных проб, аргументирована важность реализации концепции новых дифференцированных эксплуатационных кондиций на современном этапе.

Для производственно-технических работников горно-добывающих предприятий, геологоразведочных организаций, научных работников, аспирантов и студентов указанных специальностей.

Табл. 59. Ил. 97. Библиогр.: 375 назв.

Рецензенты

Вице-президент Национального фонда "Стратегические ресурсы",
академик РАЕН, доктор геолого-минералогических наук *В.П. Полеванов*,
доктор геолого-минералогических наук, профессор *В.А. Нарсеев*

Утверждено к печати ученым советом
Института горного дела Севера СО РАН

*Книга издана при финансовой поддержке
Сибирского отделения РАН*

ТП-96-II-№ 119

ISBN 5—02—031226—6

© С.А. Батугин, Е.Д. Черный, 1998
© Российская академия наук, 1998
© Оформление. СП "Наука" РАН, 1998

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

Одним из основных резервов повышения экономической эффективности комплексного освоения недр являются надежное селективное выделение выемочных блоков, пригодных к отработке по современным дифференцированным эксплуатационным кондициям, порционная и покусковая сортировка добываемой горной массы на основе коренного совершенствования систем эксплуатационного опробования, управления запасами и качеством полезных ископаемых и технологий добычи и глубокой переработки минерального сырья.

В настоящей монографии система разведочного и эксплуатационного опробования месторождений рассматривается не столько с позиций надежности разведки и подсчета запасов, сколько с точки зрения повышения экономической эффективности добычи и переработки минерального сырья на современном этапе. В этом заключается первое отличие настоящей монографии от известных крупных и важных работ, посвященных опробованию месторождений. Такой подход делает ее интересной и полезной как для геолога-разведчика, так и рудничного геолога, маркшейдера и горного инженера-эксплуатационника, менеджера.

Второй и важнейшей особенностью монографии является ее концептуальная и теоретическая новизна.

В гл. 1 авторами предложено новое толкование представительности пробы: проба называется представительной, если ее масса (объем), геометрия и ориентировка позволяют оценить с необходимой и достаточной точностью среднее содержание полезного (вредного) компонента в однородном поле минерализации с заданными гранулометрией и балансом минералов-носителей данного компонента, структурой и текстурой среды опробования.

Методологическое, теоретическое и практическое значение такого подхода к пониманию представительности первичной геологической пробы состоит в том, что следуя ему становится возможным построение теории предрасчета ошибок опробования, вычисления массы представительной пробы, а также (и это показано авторами) определения ошибок поблочной оценки запасов на основе математических моделей текстуры и структуры среды опробования.

Разработанные математические модели сред опробования, и прежде всего с однородными полями текстуры, гранулометрии минералов-носителей и уровня концентрации компонента, описаны в гл. 2.

Основной составляющей математической модели среды опробования является формула дисперсии содержания (запаса) минерала (элемента) в блоках-пробах среды объемом V. Показано, что для большинства математических моделей среды опробования эта дисперсия представима в виде

$$D(C_v) = CV\varphi(T), \qquad \text{(A)}$$

где $\varphi(T)$ — функция параметров текстуры среды.

Геология исключительно богата описательными и графическими моделями текстур горных пород и руд (атласы текстур и структур). Применительно к некоторым распространенным из них авторами впервые получены аналитические выражения функции $\varphi(T)$.

За счет дискретной организации рудного вещества содержание (запас) полезного компонента в выбранном объеме V (первичной геологической пробе) есть случайная величина C_v с некоторым статистическим законом распределения, который, как правило, остается неизвестным.

Системное рассмотрение природы статистических распределений содержаний минералов и элементов в горных породах и рудах (гл. 3) свидетельствует о возможном практически бесконечном разнообразии законов распределения. Приведенный авторами большой эмпирический материал о выборочных распределениях запасов минералов и элементов дает бесспорные доказательства того, что вид, параметры и моменты распределения зависят от структуры и текстуры руд, гранулометрического состава минералов-носителей изучаемого элемента, уровня содержания, объема (массы) первичных геологических проб, по которым определялось содержание, и общей неоднородности исследуемого поля минерализации. Однако вид и степень зависимости моментов распределения от указанных факторов до настоящего времени оставались нераскрытыми.

Представляется конструктивным описанный в гл. 3 подход к теоретическому построению законов статистических распределений содержаний минералов, в котором запас минерала в пробе заданного объема V описывается суммой случайного числа случайных слагаемых, так как он дает возможность получить разнообразные законы распределения для различных геологических условий (например, распределение (3.27)) и вскрыть степень и характер зависимости моментов распределения от основных параметров геологических проб (см., например, (3.30) и (3.31)).

Новое определение представительности первичной геологической пробы, разработанные математические модели среды опробования для ряда типовых текстур руд и полученные решения о законах распределения минералов и элементов в пробах заданного объема позволили авторам предложить для различных моделей сред методы расчета объема (массы) пробы оптимальной представительности и методы априорного предрасчета ошибок оценки содержаний при пробоотборе (гл. 4). Здесь же теоретически показано, что существенно непредставительное опробование (когда объем отбираемой пробы значительно меньше объема представительной пробы) приводит к систематическому (в 95 % из 100) занижению содержания. Как случайная величина занижение может достигать десятков и сотен процентов за счет непопадания в пробу малого размера крупных минералов, минеральных агрегатов, минеральных скоплений и т.п.

Авторами установлены графические, графоаналитические и аналитические связи между пространственным и статистическим (вероятностным) распределениями пространственной переменной вообще и содержания компонента в частности: статистическое распределение геологической переменной однозначно определяется ее пространственным распределением, а одному статистическому распределению может соответствовать бесчисленное множество различных пространственных распределений; функция статистического распределения содержаний $F(C)$ — это обратная функция введенного авторами первообразного пространственного распределения $C = f_0(x)$, и плотность статистического распределения выражается через производную первообразного пространственного распределения (гл. 5).

Показано, что в статистическом распределении проявляются многие особенности пространственного распределения:

— эффект наличия в пространственном распределении участков постоянства содержаний ($C \approx \text{const}$) приводит к скачкам (прерывности) функции статистического распределения и возникновению локальных и (или) глобальных максимумов плотности распределения (при этом справедливо и обратное утверждение);

— статистическое распределение содержаний не меняется при любых перестановках участков опробования в области обследования, кратных геометрической базе опробования V;

— наличие четких границ рудных тел в большинстве случаев обусловливает асимметрию статистического распределения содержаний и тем большую, чем больше мощность рудных тел; при этом вогнутое пространственное распределение вызывает левую асимметрию, а выпуклое — правую;

— отсутствие естественных геологических границ в почве и кровле рудного тела приводит к U-образному статистическому распределению, дальнейшая деформация которого определяется уровнем бортового содержания (уровнем усечения);

— симметричное статистическое распределение может соответствовать террасовидному пространственному распределению; при этом эксцесс распределения зависит от наклона и ширины "террасы", а число "террас" определяет модальность статистического распределения.

Между моментами статистического и пространственного распределений существует аналитическая связь, позволяющая все моменты статистического распределения находить через моменты пространственного.

Статистическое распределение содержаний, построенное по результатам выборочного опробования месторождения или его участка, является отражением пространственного распределения, что позволяет взглянуть на вычисление и оценку средних содержаний с позиций теории квадратур и наметить принципиально другие пути избежания ошибок в оценке выборочных средних содержаний при асимметричных распределениях.

Глава 6 посвящена рассмотрению математических моделей пробообработки и описанию неоднородности проб и стандартных образцов. Показано, что функция $\varphi(T)$ параметров текстуры первоначальной среды опробования в формуле (А) последовательно преобразуется в процессах пробоотбора, дробления, измельчения и перемешивания материала пробы к виду

$$\cdots \varphi_{\alpha}(T) = \bar{q}_i(w_{iq}^2 + 1), \qquad (Б)$$

где $\bar{q}_i$ — средняя масса, W_{iq} — коэффициент вариации массы измеряемого элемента в минералах, минеральных агрегатах и минеральных скоплениях на i-й стадии пробообработки.

Это позволило построить математические модели неоднородности материала проб, стандартных образцов и ошибок сокращения проб.

В гл. 7 рассмотрены геологические предпосылки образования кластеров на россыпных и рудных месторождениях. Приведены результаты обобщения данных разведки, разработки и специальных опытно-методических работ по изучению кластерной организации рудного вещества как природной закономерности. Дана убедительная аргументация необходимости и ожидаемой технико-экономической эффективности реализации концепции дифференцированных *эксплуатационных* кондиций и коренного совершенствования техники и технологий опережающего и эксплуатационного опробования, оконтуривания и селективной отработки запасов, порционной и покусковой сортировки добытой горной массы и глубокой переработки минерального сырья.

Анализ развития методов расчета объема (массы) представительной пробы для опробования горных пород и руд на содержание минералов и элементов за последние 130 лет убедительно показал эволюционное их развитие в части учета все большего числа влияющих факторов и выявления степени и характера их влияния на правильность опробования и оценки запасов (гл. 8, 9). В результате последовательной модернизации методов расчета объема представительной пробы применительно к разнообразным изменяющимся геологическим условиям и их длительной экспериментальной и практической проверки накоплен огромный материал об особенностях и закономерностях влияния различных факторов на правильность опробования, что позволило авторам провести корректную оценку предлагаемых теоретических решений и следствий, вытекающих из математических моделей (гл. 9).

Предложенный и развиваемый в гл. 10 метод адаптации математических моделей опробования к конкретным геологическим условиям во многом также хороший аргумент в пользу доказательства достоверности полученных аналитических решений. Вместе с тем разработанный экспериментально-аналитический метод определения объема представительной пробы является и хорошим дополнением для практики опробования месторождений и геологической среды вообще.

Последняя глава монографии посвящена теоретическому анализу ошибок оценки содержаний и поблочных запасов компонентов по данным опробования.

Коренное отличие ошибки оценки содержания компонента в горной породе (руде) по результатам опробования от ошибок обычных физических измерений, проистекающее от особенностей процесса геологического опробования, состоит в следующем: ошибка оценки содержания имеет место и тогда, когда безошибочны все прямые и косвенные измерения во всех операциях пробоотбора, пробообработки и лабораторного анализа. Эта ошибка определяется степенью репрезентативности, представительности

первичной геологической пробы. Исключение недопустимых случайных и систематических ошибок такого рода возможно только путем применения в опробовании представительных проб рекомендуемых авторами объемов. Наличие ошибок прямых и косвенных измерений в операциях пробоотбора, пробоподготовки и лабораторного анализа только увеличивает общую ошибку.

Доказывается неравноточность оценки содержания минерала (элемента) при опробовании, являющаяся одним из важных следствий среды опробования. Неучет в теории и практике интерполяции и оценки поблочных средних показателей качества руды ошибок исходных значений содержаний в точках опробования, их разноточности и особенностей кластерной организации рудного вещества приводит к недопустимым ошибкам в классификации технологических блоков на кондиционные и некондиционные.

Большинство научных результатов публикуется авторами впервые. Монография С.А. Батугина и Е.Д. Черного не имеет прототипов в научной литературе. Ни в коей мере не подменяя другие прекрасные работы по проблемам разведки, опробования месторождений, пробообработки (на большинство из которых авторы ссылаются), предлагаемая читателям книга восполняет пробел в теоретических вопросах опробования и поблочной оценки запасов. Она открывает новые перспективные направления дальнейшего развития теории и практики опробования, оценки и эффективной добычи и переработки руд. Эта работа окажет положительное влияние на развитие теории и практики обеспечения комплексного освоения недр и повышения экономической эффективности разработки месторождений.

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРОВ

Эта книга — результат многолетней работы, начатой в 1983 г. по инициативе Е.Д. Черного, бывшего тогда главным геологом ПГО "Якутскгеология".

На начальном этапе в ней принимали участие С.Д. Костюк (бывший главный инженер и затем генеральный директор ПГО "Якутскгеология"), А.П. Церишенко, Р.М. Кылатчанов (ИГДС СО РАН) и А.В. Бирюков (Кузбасский политехнический институт). С.Г. Томский, С.В. Богач и С.М. Ткач (ИГДС СО РАН) оказывали авторам постоянную помощь, и с их участием подготовлены и написаны разд. 7.2, 7.4—7.6, гл. 8, 10, разд. 9.1. На заключительном этапе в работе приняли участие сотрудники ИГДС СО РАН А.А. Ахметшин (разд. 7.6), А.Ф. Мамонов, Р.М. Кылатчанов (разд. 7.2, 7.4—7.8), В.П. Зубков и Г.П. Необутов (разд. 7.7, 7.8).

Этим изданием авторы во многом обязаны большому коллективу геологов ПГО "Якутскгеология" по инициативе, под руководством и непосредственном участии которых проводились многие, часто уникальные опытно-методические работы.

В оформлении рукописи приняли участие О.И. Кочурова, Л.В. Слепцова, Н.Н. Ремигайло.

Всем перечисленным лицам мы выражаем глубокую благодарность.

Особую признательность выражаем профессору В.М. Гудкову за постоянное многолетнее внимание к нашей работе, консультации, полезные советы и большую помощь по научному редактированию книги.

Нельзя умолчать и о большом влиянии на нашу монографию многочисленных публикаций в журнале "Колыма" (г. Магадан), который в 1996 г. отметил свое 60-летие, и других прекрасных изданий, на большинство из которых авторы старались сделать ссылки, а также многих наших коллег по производственной, организационной и научной деятельности.

Наконец, мы очень признательны членам наших семей за их понимание и терпение, а часто и непосредственную помощь в работе, без которых не могли бы состояться ни эта, ни другие наши книги.

Все замечания и пожелания мы примем с благодарностью и просим направлять их по адресу:

677018, г. Якутск, 18, пр. Ленина, 43
Институт горного дела Севера СО РАН
факс: 411-2-26-27-23. С.А. Батугину

С.А.Батугин, Е.Д.Черный
Якутск — Москва

Глава 1

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1. Объекты опробования

Опробование на содержание химических элементов, минералов, твердых, жидких и газообразных включений, пор, каверн, дефектов и других при комплексном изучении и освоении недр ведется на всех стадиях (рис. 1.1). При этом пользуются общепринятыми понятиями концентрации компонента в пробе, единичном объеме. Различают объемную, массовую и численную концентрации, определяемые соответственно как частное от деления объема, массы, числа частиц компонента в пробе на объем или массу пробы.

Опробование является непременным процессом изучения разнообразных сред и в других отраслях знания и экономики (рис. 1.2). Здесь существенно расширяется и перечень компонентов, концентрация которых определяется в процессе опробования (химические соединения, молекулы газа, бактерии, органические остатки разной природы, объекты живой и неживой природы и т.д.).

В горно-добывающей промышленности опробование делится на геологическое, геофизическое, минералогическое, технологическое, техническое и товарное в зависимости от поставленных задач, применяемых средств и типа объекта опробования.

Геологические и геофизические методы опробования служат для определения содержания полезных компонентов и вредных примесей в рудах, вмещающих породах, минеральном сырье в потоках и емкостях и продуктах его переработки. Данные опробования используются для оконтуривания и геометризации балансовых запасов, расчета средних содержаний основных и попутных полезных компонентов, оценки запасов руды и металла. Они используются при контроле и управлении производственной деятельностью горно-добывающих и перерабатывающих сырье предприятий.

Минералогическое опробование позволяет установить минеральный состав руд и вмещающих пород, сырья и продуктов его переработки. На его основе определяют текстурно-структурные особенности объектов опробования, гранулометрический и химический составы минералов.

Технологическое опробование проводится с целью получения материала для изучения технологических свойств руд, их промышленных типов и сортов, а также технологического картирования, создания рациональной схемы переработки.

Техническое опробование дает возможность изучить физико-механические свойства полезного ископаемого (объемная плотность, влажность,

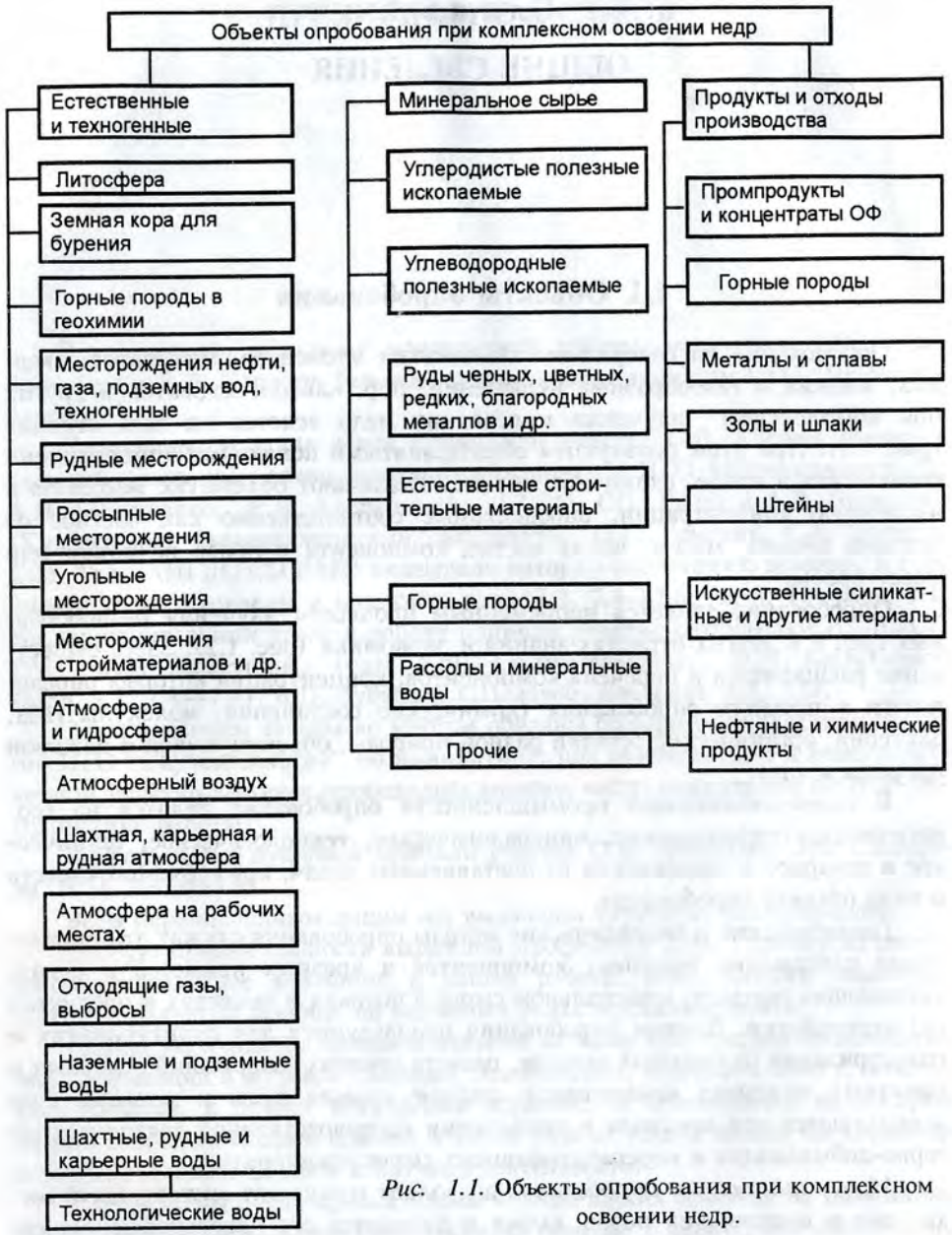


Рис. 1.1. Объекты опробования при комплексном освоении недр.

разрыхляемость и дробимость, прочностные и деформационные свойства, гранулометрический состав и др.).

Товарное опробование включает определение качества продуктов добычи и переработки полезных ископаемых и используется для контроля и оптимизации технологических процессов.

В дальнейшем нами рассматриваются в основном только вопросы опробования, касающиеся установления концентраций компонентов разной при-

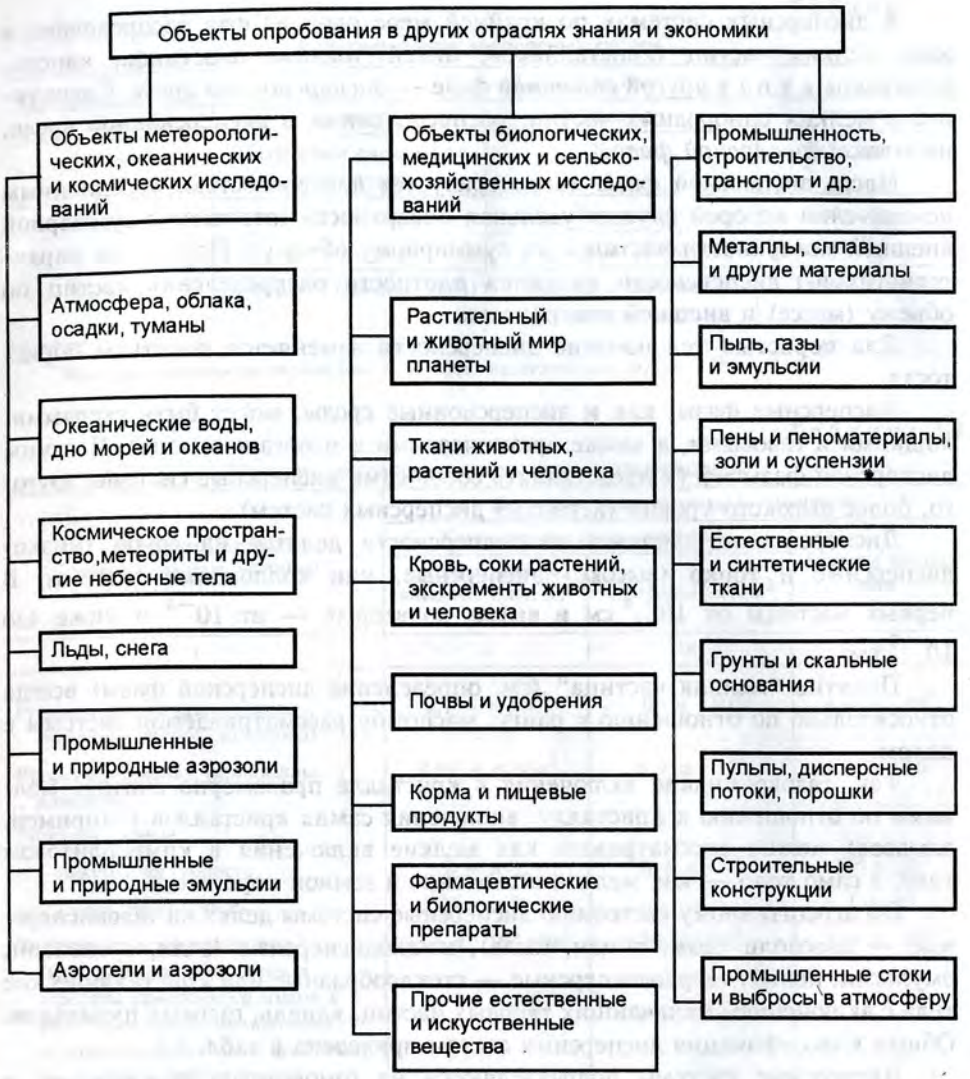


Рис. 1.2. Объекты опробования в других отраслях знания и экономики.

роды. При определении концентраций почти во всех видах опробования (кроме геофизического) имеют место три основные операции: отбор проб, их обработка (например, измельчение, сокращение) и анализ или испытание.

1.2. Среда опробования

Многообразие объектов опробования (см. рис. 1.1 и 1.2) порождает разнообразие сред опробования, с которыми приходится иметь дело. Общим свойством большинства сред опробования является то, что они могут быть представлены в виде образований из двух или большего числа фаз (тел) с сильно развитой поверхностью раздела между ними. Такие системы называют *дисперсными.*

В дисперсных системах по крайней мере одна из фаз распределена в виде мелких частиц (кристалликов, нитей, пленок, пластинок, капель, пузырьков и т.п.) в другой сплошной фазе — *дисперсионной среде.* Совокупность мелких однородных частиц, распределенных в дисперсионной среде, называют *дисперсной фазой.*

Масса дисперсной фазы характеризуется дисперсностью, усредненным показателем которой служит удельная поверхность (отношение суммарной внешней поверхности частиц к их суммарному объему). Полной же характеристикой дисперсности являются плотности распределения частиц по объему (массе) и внешней поверхности.

Для пористых тел понятие дисперсности заменяется понятием пористости.

Дисперсные фазы, как и дисперсионные среды, могут быть твердыми, жидкими и газовыми, а также органическими и неорганическими. Частицы дисперсной фазы могут представлять собой сами дисперсные системы другого, более высокого уровня (иерархия дисперсных систем).

Дисперсионные системы по дисперсности делятся на грубо (низко) дисперсные и тонко (высоко) дисперсные, или коллоидные системы. В первых частицы от 10^{-4} см и выше, во-вторых — от 10^{-4} и ниже (до 10^{-7} см).

Понятие "мелкая частица" (см. определение дисперсной фазы) всегда относительно по отношению к рангу, масштабу рассматриваемой системы в целом.

Так, газово-жидкие включения в кристалле правомерно считать мелкими по отношению к кристаллу, включения самих кристаллов (например, алмазов) можно рассматривать как мелкие включения в кимберлитовом теле, а само тело — как мелкое включение в земной коре и т.д.

По агрегативному состоянию дисперсные системы делят на газодисперсные — аэрозоли (дым, туман, пыль), жидкодисперсные (золи, суспензии, эмульсии, пены), твердодисперсные — стеклообразные или кристаллические тела с включением мельчайших твердых частиц, капель, газовых пузырьков. Общая классификация дисперсных систем приведена в табл. 1.1.

Дисперсные системы подразделяются на гомогенные (однородные) и гетерогенные (неоднородные физико-химические системы, состоящие из различных по физическим или химическим свойствам фаз).

Основными характеристиками дисперсных систем являются концентрация дисперсных фаз (массовые или объемные проценты, граммы на метр кубический, среднее число частиц дисперсной фазы в единице объема), гранулометрический состав частиц дисперсной фазы, свойства дисперсионной среды и дисперсной фазы. В различных практических задачах ведущую роль играет свой индивидуальный набор свойств и характеристик дисперсных систем. По данному конкретному свойству дисперсная система может быть однородной и неоднородной, изотропной и анизотропной.

Таким образом, вся природа — организмы животных и растения, атмо- и гидросфера, земная кора и недра, космическое пространство — представляет собой сложные совокупности множества разнообразных и разнотипных

Таблица 1.1

Классификация дисперсных систем*

Дисперсионная среда	Дисперсная фаза		
	газовая	жидкая	твердая
Газовая	Дисперсные системы не образуются	Туман	Дым, пыль
Жидкая	Пены	Эмульсии	Суспензии
		Золи (коллоидные растворы)	
Твердая	Аэрогели (пористые тела)	Жидкие включения в твердых телах	Твердые золи

*Большая советская энциклопедия. — М.: Сов. энциклопедия, 1972. — Т. 7. — С. 309.

Таблица 1.2

Примеры дисперсных систем и их характеристики

Дисперсная система (дисперсная фаза, частицы)	Характеристика и пределы ее изменения		
	Концентрация дисперсной фазы		Размеры частиц, мкм
	массовая доля, %; объемная доля, %; г/м^3	численная, шт./м^3	
1	2	3	4
Россыпь золота (самородное свободное золото, золотины)	$0{,}1 \div n$ г/м^3	До $n \cdot 10^6$	$n \div n \cdot 10^4$
Россыпь алмазная (кристаллы алмазов)	$0{,}01 \div n$ г/м^3	$n \div n \cdot 10^3$	$n \div n \cdot 10^3$
Россыпи разные			
валуны, валунность	$0 \div n$ %	$0 \div n \cdot 10$	$10^5 \div 10^6$
глина, глинистость	$0 \div n$ %		$1 \div 10$
Золоторудное месторождение (минеральные скопления и агрегаты самородного золота в виде прожилков, моховидных агрегатов, проволочек, дробинок, листочков и других форм)	$n \div n \cdot 10^4$ г/м^3	До $n \cdot 10^6$	$1 \div n \cdot 10^4$
Каменный уголь (минеральная часть — зола в виде тонких частиц, слойков, линзочек и других форм)	$n \div n \cdot 10$ %	До $n \cdot 10^8$	$1 \div n \cdot 10^3$
Руды разных месторождений (полезные минеральные скопления в виде минералов, минеральных агрегатов, вкрапленности, прожилков, слойков и других форм)	$10^{-2} \div n \cdot 10$ %	$n \div n \cdot 10^6$	$1 \div n \cdot 10^4$ и более
Горные породы разные (поры, каверны, трещины, пористость)	$1 \div n \cdot 10$ %		$1 \div n \cdot 10^3$, трещины до 10^4

Окончание табл. 1.2

1	2	3	4
Пыль (пылевые частицы)			
угольная и рудничная в местах производства горных работ, погрузки-разгрузки и переработки угля и руды без пылеподавления	До 1 ÷ 5 г/м^3	До $n \cdot 10^6$ и более	До 200
в атмосферном воздухе	0,15 ÷ 3 мг/м^3	До $n \cdot 10^6$	До 20
Дым	До $n \cdot 10$ %	До 10^9 и более	До 10
Туман природный	0,05 ÷ 1 г/м^3	$n \cdot 10^7 \div n \cdot 10^8$	0,1 ÷ 100 (средний 7 ÷ 15)
Аэрозоли для опрыскивания, дезинфекции и дезинсекции			0,1 ÷ 1000
Облака	До 2 ÷ 5 г/м^3	$10^7 \div n \cdot 10^8$	1 ÷ 200 (средний 10 ÷ 20)
Бактериальные аэрозоли естественные и искусственные (бактерии, вирусы, споры грибов, пыльца растений)		До $6 \cdot 10^5$	1 ÷ 10
Аэрозоли биостимуляторов (витаминов, гормонов, ферментов и др.)		До $6 \cdot 10^6$	0,1 ÷ 10
Суспензии лекарственные		$n \cdot 10^6$	0,5 ÷ 10
Пульпы технологические	До $n \cdot 10$ %	$n \cdot 10^2 \div n \cdot 10^9$	$n \div n \cdot 10^4$
Эмульсии			0,01 ÷ n

грубодисперсных и коллоидно-дисперсных систем разных иерархических уровней (табл. 1.2).

В геологии и горном деле приходится иметь дело со всеми классами дисперсных систем, указанных в табл. 1.1. Каждое из месторождений полезных ископаемых представляет собой некую гетерогенную систему. Месторождения твердых полезных ископаемых и горные породы являются примерами гетерогенных систем с одновременным присутствием в одной и той же породе (руде) большой совокупности различных твердых, жидких и газообразных дисперсных фаз.

Например, любую совокупность одноименных минералов, слагающих породы или руды, можно рассматривать в качестве дисперсной фазы. Породы или руды конкретного месторождения сложены обычно из небольшого количества разных минералов (5—20). Из них менее 10 минералов — основные носители полезных компонентов. В задачах опробования именно они образуют дисперсные фазы. Если предметом изучения являются и

вредные компоненты, то рассматривается соответствующая совокупность минералов-носителей вредных компонентов.

В качестве дисперсной фазы нас может интересовать также совокупность пор, каверн, трещин, заполненных газом, жидкостью или минеральным веществом. Определенный вид твердых включений, если это представляет теоретический или практический интерес, тоже можно считать дисперсной фазой.

В технологических процессах разведки и разработки месторождений и переработки полезных ископаемых приходится иметь дело и с другими видами дисперсных систем (пыль, туман, пульпы, пены, суспензии). Концентрация дисперсных фаз в дисперсных системах и размеры частиц дисперсных фаз при этом весьма различны (см. табл. 1.2).

Начальным этапом любого изучения дисперсных систем является опробование с целью определения концентрации, гранулометрического состава и формы частиц дисперсной фазы, физических, химических и других свойств системы в целом, а также дисперсионной среды и дисперсной фазы в отдельности.

Многообразие природных, техногенных и искусственных сред опробования, природы рассматриваемых объектов и дисперсных фаз, целей и задач исследования способствовали созданию широкого арсенала методов и средств опробования. При этом каждое направление науки обладает своим набором экспериментальных методов и средств такого изучения. Каждому из них в отдельности (или группе близких по физической основе) посвящены прекрасные монографии. Особенно различаются методы и средства определения концентрации изучаемых дисперсных фаз. Однако теория ошибок опробования столь различных сред, как будет показано в данной работе, может быть построена на единой концептуальной основе для большинства сред опробования. Такой концептуальной основой является *математическая модель текстуры и структуры опробуемой среды.*

1.3. Описательные модели опробования

Многообразие дисперсных систем порождает многообразие способов и средств их изучения вообще и опробования в частности. В дальнейшем изложении будем придерживаться следующей терминологии [94, 210].

Порция — определенное количество (объем, масса) дисперсной системы (дисперсионной среды, дисперсной фазы), отобранное из одного места (точки) опробуемого пространства.

Первичная проба — количество опробуемого вещества, представленное суммой всех порций, отобранное в данном месте для оценки содержаний или свойств системы в локальном объеме и не подвергнутое обработке.

Промежуточная проба — количество опробуемого вещества, полученное на определенной стадии обработки первичной пробы.

Готовая проба — количество опробуемого вещества определенной крупности (по ГОСТу), полученное в результате обработки первичной пробы.

Лабораторная проба — часть готовой пробы, предназначенная для лабораторных испытаний.

Аналитическая проба — количество опробуемого вещества, полученное в результате обработки первичной пробы и предназначенное для анализа.

Во многих случаях в общем технологическом процессе опробования дисперсной системы может отсутствовать, например, отбор порций и каждая индивидуальная проба сразу является первичной. При этом всегда к первичной пробе должно предъявляться требование представительности.

Представительный объем пробы $V_{\text{предст}}$ — объем, который позволяет оценить среднее содержание дисперсной фазы в опробуемой однородной среде с необходимой и достаточной точностью. Первичная проба в соответствии с целями и задачами опробования должна быть представительной. Поэтому объем первичной пробы должен быть не менее объема представительной пробы. В дальнейшем изложении мы будем часто отождествлять представительную и первичную пробы. По определению представительная проба может состоять из r порций. В частности, нередко $r = 1$. Для всего ряда указанных выше проб от порции до аналитической пробы можно записать следующее условие:

$$\sum_{i=1}^{r} V_{i\,\text{порц}} = V_{\text{перв}} \geqslant V_{\text{предст}} \geqslant V_{\text{пром}} \geqslant V_{\text{гот}} \geqslant$$

$$\geqslant V_{\text{лаб}} \geqslant V_{\text{ан}}, \qquad (1.1)$$

где $V_{i\,\text{порц}}$, $V_{\text{перв}}$, $V_{\text{предст}}$, $V_{\text{пром}}$, $V_{\text{гот}}$, $V_{\text{лаб}}$, $V_{\text{ан}}$ — соответственно объем (масса) i-й порции, первичной, представительной, промежуточной, готовой, лабораторной и аналитической проб.

В процессе пробоподготовки и пробообработки обычно происходит сокращение первичной пробы до аналитической и отдельных навесок, причем каждая последующая проба должна быть представительной по отношению к первичной. Данное требование известно и теоретически обосновано [306]. Однако на практике оно часто не соблюдается, и самый распространенный случай заключается в том, что именно первичная проба является непредставительной. При этом меры, принимаемые в целях сохранения представительности последующих проб, не достигают начальной и главной цели опробования. Такое положение объясняется главным образом отсутствием методов априорного расчета ошибок опробования и массы представительной первичной геологической пробы. К тому же, как показано в разд. 1.5, до сих пор имеют место неоднозначность и противоречивость в понимании вопроса о представительности пробы вообще.

В основе успешной разработки различных научных и практических проблем в области наук о Земле и комплексного освоения недр лежит надежная аналитическая информация. Геологическое опробование является важнейшей непременной составляющей изучения земной коры, полезных ископаемых, продуктов и отходов их переработки. Опробование проводится на всех стадиях поиска, разведки и разработки месторождений, рудоподготовки, обогащения и использования полезных ископаемых, утилизации

отходов, оценки степени и характера влияния горно-добывающей промышленности на окружающую среду, при исследовании грунтов и пород в строительстве, изучении и картировании почв в сельском и лесном хозяйстве и др.

Основными показателями качества информации служат ее воспроизводимость и правильность. При этом под воспроизводимостью понимается характеристика рассеяния результатов, а под правильностью — их соответствие действительности [210]. Давно известно, что и то и другое зависит от объема, массы навесок и образцов, на которых определяются соответствующие свойства или показатели. Так, механические (прочность на сжатие, растяжение, сдвиг при разных типах и режимах нагружения), деформационные (например, модули упругости) и другие свойства малых образцов нередко на порядок отличаются от таковых свойств образцов большого размера или непосредственно массива пород, а дисперсии результатов измерений уменьшаются с увеличением объема образцов. Для объяснения влияния объема тела на его хрупкую прочность В. Вейбуллом, Я.И. Френкелем и Т.А. Канторовой в конце 30-х — начале 40-х годов текущего столетия впервые была предложена статистическая теория хрупкого разрушения (цит. по [43]).

Явление зависимости средних значений и дисперсий свойств от объема испытываемых образцов сейчас широко известно как "масштабный эффект", который есть следствие статистического распределения различных дефектов в испытуемом материале, его минералогической и структурной неоднородности. Степень и характер зависимости свойств и их дисперсий от объема образца во многом определяются видом функции распределения соответствующих дефектов.

При анализе пород, руд, углей, продуктов и отходов обогащения, осадочных образований, почв, внеземных материалов на содержание и следы минералов и элементов мы также встречаемся с зависимостью измеряемых показателей или характеристик геологической среды от объема проб [20, 100, 110, 142, 233, 269, 328 и др.]. Концепция комплексного освоения недр, развитие фундаментальных геохимических исследований, наук о почвах и агротехники, эпидемиологии и охраны окружающей среды неизмеримо увеличили объемы и повысили требования к подобного рода анализам.

Наконец, средние значения и дисперсии даже таких свойств пород и минерального сырья, как плотность, объемный вес, влажность, и других технологических параметров полезных ископаемых также зависят от объемов проб, по которым они определяются. Факт зависимости средних значений показателей и их дисперсий от объема проб, по которым они определяются, общеизвестен и общепризнан в различных областях знаний. Это нашло отражение в терминах, определениях и обозначениях метрологических характеристик анализа вещества, рекомендованных Научным советом по аналитической химии АН СССР (ГОСТ 16263—70 "Метрология. Термины и определения"), а также Международным союзом чистой и прикладной химии [210].

Таким образом, объем (масса) представительной пробы при исследовании одного и того же материала, безусловно, зависит от изучаемой

характеристики вещества. Объемы проб, представительно отражающие, например, прочность на одностороннее сжатие или содержание определенного минерала, объемы (массы) проб для определения концентраций разных минералов или элементов могут существенно различаться. Более того, в результате анизотропии изучаемого показателя или его изменчивости в данном материале представительность пробы, оказывается, зависит не только от массы и объема, но и от геометрии пробы или ее ориентировки в анализируемом материале.

1.4. Масштабный эффект в опробовании дисперсных систем

Масштабным эффектом в статистической теории хрупкого разрушения называют изменение среднего значения прочности материала в зависимости от размера испытываемых образцов. Вместе с тем уже известно, что как при испытании на прочность, так и при определении концентрации минералов и элементов в рудах и породах разброс результатов зависит от размеров пробы.

М.В. Рацем предложено влияние размеров проб (образцов) на различные статистические моменты изучаемой величины рассматривать как проявления масштабных эффектов разного рода: масштабным эффектом I рода рекомендовано называть изменение математического ожидания, II — дисперсии, III — асимметрии, IV рода — эксцесса [257].

Рассмотрим природу масштабного эффекта в опробовании дисперсных сред. Вначале обратимся к примеру простейшей среды, для которой справедлива гипотеза о случайном равномерном распределении частиц дисперсной фазы в объеме пробы и ее окрестности. Для большей определенности и простоты под средой опробования будем понимать участок россыпи, а под частицами — минералы (например, золото, алмазы). Естественно, все рассуждения и выводы будут верными и для любой другой дисперсной системы, для которой справедлива начальная гипотеза, включающая следующие утверждения.

1. В макроскопическом объеме россыпи, превышающем объем обычной геологической пробы, содержится большое число минералов.

2. Размеры минералов столь малы по сравнению с промежутками между ними, что в большинстве расчетов этими размерами можно пренебречь и рассматривать минералы как материальные точки.

3. Справедлива гипотеза элементарного беспорядка в расположении минералов, сущность которой сводится к утверждению, что при рассмотрении положений (координат) минералов мы не заметим никаких правильностей в их расположении.

Гипотеза элементарного беспорядка является основным положением всей элементарной статистики и теории геометрических вероятностей и стохастической геометрии, а также кинетической теории газов и статистической теории прочности. Методологическая ценность этой гипотезы определяется тем, что она позволяет существенно упрощать различные выводы и, в

частности, делает допустимыми наиболее простые построения теории опробования простых и сложных по текстуре и структуре дисперсных систем.

Отмеченные три утверждения приводят к заключению, что минералы должны в среднем равномерно распределяться в рассматриваемом объеме V, т.е. значение средней численной концентрации минералов (среднее число минералов в единице объема) остается постоянным по всему рассматриваемому объему V. Это значит, что если малый объем пробы ($v \ll V$) входит в объем V, то при N минералах в объеме V объем v будет содержать в среднем

$$\lambda = N\frac{v}{V} \tag{1.2}$$

минералов. Из (1.2) следует, что в объеме, в k раз меньшем данного, находится в среднем в k раз меньше минералов.

Последнее заключение вошло в практику геолого-разведочных работ настолько прочно, что редко вызывает у кого-либо сомнение для однородного по содержанию участка месторождения.

Следует, однако, заметить, что число минералов λ в объеме v мы должны рассматривать как среднее их число по многим таким объемам. В каждом же отдельно взятом объеме, благодаря случайным условиям, может находиться m минералов, причем их может быть и больше и меньше λ. Указанных допущений достаточно, чтобы методами теории вероятностей вывести закон распределения числа минералов m в пробе объемом v.

Вероятность для одного минерала из общего числа N в объеме V попасть в объем v равна v/V. Вероятность того, что какие-то определенные m минералов попадут в объем v, а остальные $N - m$ минералов — в остальной объем, составляет

$$\left(\frac{v}{V}\right)^m \left(\frac{V-v}{V}\right)^{N-m}.$$

Мы нашли вероятность попадания в объем v некоторых m минералов из общего числа N. Пусть все N минералов равны между собой по интересующему нас определяющему свойству (диаметру, внешней поверхности, массе и т.п.). Тогда, очевидно, безразлично, какие именно минералы будут в объеме v. Поэтому вероятность нахождения в объеме v любых m минералов из N равна сумме всех вероятностей, найденных выше, причем слагаемых будет столько, сколько можно получить сочетаний C_N^m из N элементов по m, т.е. искомая вероятность

$$P_m = C_N^m \left(\frac{v}{V}\right)^m \left(\frac{V-v}{V}\right)^{N-m}. \tag{1.3}$$

Проведя замену v/V в (1.3) по (1.2) с учетом того, что

$$C_N^m = \frac{N!}{m!(N-m)!},$$

а N — достаточно велико и $n \ll N$, получим

$$P_m = \frac{\lambda^m}{m!}\left(1 - \frac{\lambda}{N}\right)^N.$$

Записав последнее выражение в виде

$$P_m = \frac{\lambda^m}{m!}\left[\left(1 - \frac{\lambda}{N}\right)^{-\frac{N}{\lambda}}\right]^{-\lambda}$$

и учитывая, что

$$\lim_{N\to\infty}\left(1 - \frac{\lambda}{N}\right)^{-N/\lambda} = e,$$

окончательно получим

$$P_m = \frac{\lambda}{m!}e^{-\lambda}. \qquad (1.4)$$

Это выражение дает вероятность того, что в небольшом объеме v, выделенном в опробуемой среде, будет случайно находиться m минералов вместо среднего их значения λ, определяемого формулой (1.2), и известно как закон распределения Пуассона.

Если среднюю численную концентрацию минералов в единице объема обозначить δ, то (1.4) можно переписать в виде

$$P_m = \frac{(\delta v)^m}{m!}e^{-\delta v}. \qquad (1.4а)$$

Найдем вероятность того, что число минералов в пробе объемом v окажется равным среднему значению $\lambda = \delta v$:

$$P_\lambda = \frac{\lambda^\lambda}{\lambda!}e^{-\lambda}.$$

Вероятность того, что в пробе окажется $m = 0$ минералов, равна $P_0 = e^{-\lambda}$.

Из графиков зависимости P_λ, P_0, $P(m \leqslant \lambda)$ (рис. 1.3) следует:

— вероятность того, что в пробе окажется среднее число минералов $m = \lambda$, всегда меньше 0,5, а при $\lambda \geqslant 4$ — меньше 0,2 и монотонно уменьшается с дальнейшим ростом λ;

— при $\lambda \leqslant 2$ вероятность того, что в пробе окажется $m = 0$ минералов (пустая проба), более 0,2 и монотонно возрастает до 1 при дальнейшем уменьшении λ;

— вероятность того, что в пробе окажется минералов больше среднего значения $\lambda = \delta v$, меньше 0,5, а при $\lambda = 1$ — меньше 0,25 и быстро уменьшается при дальнейшем уменьшении λ.

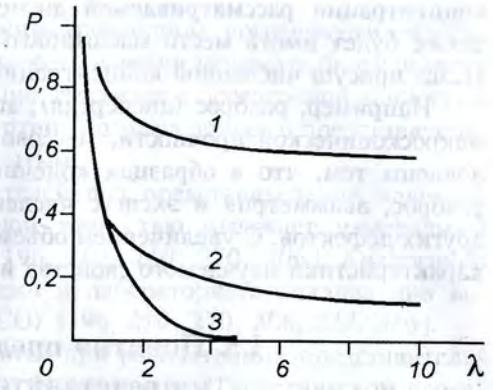


Рис. 1.3. График и зависимости $P(m < \lambda)$ (*1*), P_λ (*2*) и P_0 (*3*).

Отсюда вытекают два важных в методологическом отношении вывода. Во-первых, концентрация компонента в пробе объективно является случайной величиной со всеми вытекающими из этого последствиями. Во-вторых, оценка концентрации компонента по единственной пробе чаще может быть занижена. Занижение концентрации при значениях λ, существенно меньших 1, 0, будет иметь место в большинстве случаев и по большему числу проб.

Выпишем для распределения Пуассона (1.4) основные числовые характеристики:

математическое ожидание	$E(m) = \lambda = \delta v;$	(1.5а)
дисперсия	$D(m) = \lambda = \delta v;$	(1.5б)
коэффициент асимметрии	$A_s = 1/\sqrt{\lambda} = 1/\sqrt{\delta v};$	(1.5в)
коэффициент эксцесса	$Э_x = 1/\lambda = 1/\delta v;$	(1.5г)
коэффициент вариации	$W = 1/\sqrt{\lambda} = 1/\sqrt{\delta v}.$	(1.5д)

Как видно из (1.5а) — (1.5д), все числовые характеристики в этом случае зависят от объема пробы v, т.е. имеет место масштабный эффект всех родов.

Данный вывод, как будет показано в следующих разделах, не может измениться при рассмотрении более адекватных фактическим текстурам руд моделей сред опробования (вкрапленные полидисперсные минералы и минеральные агрегаты, полосчатые и слоистые руды, трещиноватые и прожилковые с основной минерализацией по трещинам и прожилкам и т.п.).

В то же время можно отметить, что эта простейшая модель среды опробования в достаточной мере отражает особенности возникновения масштабного эффекта и количественное его описание для многих реальных дисперсных систем. К ним можно отнести многие среды опробования в биологии и медицине, металлургии и химическом производстве, в геологии и горном деле и т.д., где основным объектом изучения является численная концентрация некоторых частиц, объектов в опробуемой среде. Такими частицами, объектами могут быть бактерии, объекты живой и неживой природы в биологии, ботанике, зоологии, характерные включения, дефекты и прочее в породах, металлах и в других материалах и изделиях.

Вместе с тем, если некоторое изучаемое свойство опробуемой среды (например, прочностное, деформационное и др.) зависит от численной

концентрации рассматриваемой дисперсной фазы, то для этого свойства также будет иметь место масштабный эффект, поскольку он по (1.5а) — (1.5д) присущ численной концентрации.

Например, разброс (дисперсия), асимметрия и эксцесс в распределении макроскопической прочности, массовой или объемной концентрации обусловлены тем, что в образцах конечных и равных размеров наблюдаются разброс, асимметрия и эксцесс численной концентрации зерен, трещин и других дефектов. С увеличением объема испытуемых образцов эти числовые характеристики изучаемого свойства изменяются.

1.5. Понятия представительности и представительной пробы

В настоящем разделе будут показаны неоднозначность в понимании и толковании понятий представительности и представительной пробы в опробовании дисперсных систем, а также неточности и ошибки, допускаемые в понимании указанных терминов в теории и практике опробования месторождений полезных ископаемых; кроме того, даны конструктивные определения представительности и представительной пробы.

В "Химическом энциклопедическом словаре" (1983 г.) приведены следующие определения пробоотбора и представительности пробы: "Пробоотбор — отбор представительной части испытываемой партии вещества, состав и свойства которой идентичны составу и свойствам этой партии. Представительность пробы количественно характеризуется погрешностью пробоотбора — отклонением определяемого показателя для пробы от среднего значения показателя для всей испытываемой партии" [82, с. 479]. Следовательно, согласно определениям, представительной пробой является проба, отражающая определяемые свойства всей испытываемой партии с необходимой и достаточной точностью.

Данные определения в отношении опробуемой партии представляются вполне приемлемыми.

Не возникает недоразумений при толковании, понимании и использовании понятий представительности собственно результата лабораторного анализа и представительной навески. По В.Г. Хитрову и др., "результат анализа представителен, если он отличается от действительного значения измеряемой величины не более, чем на величину допустимой погрешности" [210, с. 63]. Здесь не оговаривается, но ясно из всего предшествующего изложения, что под действительным значением измеряемой величины понимается среднее значение по всей пробе.

По ОСТ 48—242—84 "представительность пробы (навески) — способность ее отражать контролируемую характеристику с заданной суммарной погрешностью опробования и анализа " [150, с. 23]. Здесь также не обусловливается, где, в чем, каком объеме "контролируется" характеристика.

Если контролируется характеристика в пробе, то представительной навеской следовало бы считать такую, в которой эта характеристика с достаточной точностью соответствует среднему ее значению в пробе. Но

тогда в определении кажется излишним упоминание погрешности опробования. Можно, конечно, представительность навески понимать более широко и считать ее представительной, если она отражает с достаточной точностью измеряемое свойство в опробуемой партии. Но тогда вопрос о представительности первичной пробы остается открытым.

Поэтому большинство исследователей под представительной навеской понимают такую, которая с заданной точностью отражает измеряемый показатель по всей пробе [82, 100, 196, 203, 210, 270, 306]. Аналогично понимается представительность навески и лабораторного анализа при использовании стандартных образцов (СО) [196, 210, 270, 306, 333, 336].

Большие противоречия наблюдаются при рассмотрении представительности первичной геологической пробы. Например, в "Геологическом словаре" (1978 г.) дается следующее определение: "Представительность пробы — степень соответствия установленных в пробе показателей состава и свойств полезного ископаемого с окончательными данными, характеризующими это полезное ископаемое" [79, с. 339]. Что понимать под окончательными данными, в каком объеме и на какой стадии разведки — эти и другие вопросы остаются здесь без ответа, на что в свое время обратил внимание Л.И. Четвериков [328]. Также неполным, неясным представляется определение, данное в справочнике геофизика: "Представительностью называют степень соответствия содержания компонентов в пробе их содержанию в объекте опробования" [256, с. 263]. Когда объектом опробования является руда в какой-либо емкости — недоразумений не возникает. Однако при опробовании месторождений по обнажениям, в скважинах, горных выработках и т.п. остается неясным, что понимать под объектом опробования и что принимать за истинное значение измеряемого свойства.

Основные противоречия в понимании представительности первичной геологической пробы сводятся к разному пониманию того, что "представляет" данная проба. Одна группа авторов считает, что проба должна представлять соответствующий интервал разведочного пересечения или керн из этого интервала при должном его выходе, другая — ближайший район; объем недр в зоне влияния пробы; элементарную часть недр, примыкающую к месту отбора пробы (табл. 1.3).

В работе [337] (см. табл. 1.3, определение 1.1) предложено в качестве пробы использовать порошковый материал, получаемый при распиливании керна на станках. Показано, что такие пробы достаточно представительны для определенной текстуры и структуры руд при соответствующих размерах, геометрии и ориентировке распилов. В этом смысле порошковые пробы действительно характеризуют опробуемый таким образом керн. О представительности самого же керна при этом, естественно, ничего сказать нельзя.

По определению 1.2 (см. табл. 1.3) достоверность и представительность пробы (керновой) определены по отношению к соответствующему интервалу скважины. При этом принимается во внимание соответствие пробы исходному интервалу скважины по структуре, массе и истинному содержанию полезного компонента [244]. Однако остается неясным, в каком объеме следует рассматривать "истинное содержание" и что под ним понимать.

Таблица 1.3

Характерные определения представительности пробы

Группа и № п/п	Определение представительности пробы	Литературный источник
1.1	"Представительностью пробы принято называть степень соответствия содержания компонентов в пробе их содержанию в керне, от которого отобрана эта проба"	[337, с. 99]
1.2	"Достоверность керновой пробы — соответствие геологической информации, полученной по пробе, действительным параметрам в том интервале скважины, который представлен пробой. Представительность керновой пробы — соответствие параметров полученных керновых проб требованиям, предъявляемым геологической службой"	[244, с. 5]
1.3	"Под достоверностью керновой пробы здесь и в дальнейшем понимается соответствие результатов определения содержания металлов в ней действительному содержанию их в том интервале скважин, который представлен керном этой пробы"	[107, с. 5]
2.1	"При минимальном объеме (весе) литогеохимическая проба должна наиболее достоверно отображать среднее содержание металлов в зоне ее влияния"	[133, с. 77]
2.2	"Под представительностью результатов опробования принято понимать степень соответствия содержания компонента в каждой рядовой пробе его истинному содержанию на участке, освещаемому этой пробой, или, если по участку или блоку взято несколько проб, — степень соответствия среднего содержания компонента, установленного по данной группе проб и распространяемого на участок или блок, среднему содержанию компонента по данному участку или блоку тела полезного ископаемого"	[349, с. 56]
2.3	"Представительностью пробы принято называть степень соответствия содержания компонентов в пробе α содержанию их в забое α_0, от которого отобрана данная проба"	[5, с. 13]
2.4	"Проблема представительности информации в геохимии практически сводится к оценке того, насколько полно данная проба или серия проб (выборка) отражает действительные особенности распределения химических элементов в опробованном объекте"..."Как известно, главной особенностью геохимических исследований, ведущей к появлению неточных и даже ошибочных выводов, является резкое несоответствие объема исследуемых проб и представляемых ими геологических тел"	[33, с. 11]
2.5	Понятие представительности замера подразумевает выделение некой относительно элементарной части недр, т.е. такой "простейшей" части, которую данный локальный замер характеризует (представляет) в объекте разведки"	[328, с. 84]
2.6	"...под представительностью технологической пробы понимают степень соответствия основных свойств руды (минерального и химического составов), отобранных в пробу, свойствам руды того технологического типа (сорта), который она характеризует"	[303, с. 51]

Весьма распространено понимание достоверности и представительности керновой пробы, данное в [107] (см. табл. 1.3, определение 1.3). Истоки такого понимания представительности керновой пробы понятны. Многие исследователи, кто занимался разработкой методов и средств колонкового бурения скважин и отбора керна, естественно, старались, чтобы они были производительными и сравнительно дешевыми. Чем больше диаметр скважины, тем (при прочих равных условиях) дороже метр проходки. Отсюда естественное стремление бурить скважины меньшего диаметра. Однако чем меньше диаметр скважины (и керна), тем (при тех же условиях) больше разрушается и избирательно истирается керн и уменьшается его выход.

При малом выходе керна и (или) существенном избирательном его истирании уже не приходится говорить о его представительности даже по отношению к соответствующему интервалу скважины. Отсюда многочисленные усилия ученых и инженеров были направлены на то, чтобы сохранить керн в необходимой и достаточной мере для того, чтобы он с требуемой точностью представлял "свой" интервал скважины.

Следствием этого и появилось соответствующее определению 1.3 понимание достоверности и представительности керновой пробы, которое имело и имеет смысл, но не относится к рассматриваемому вопросу, если из него не делаются обобщающие выводы.

Однако в ряде случаев такое определение и понимание достоверности и представительности керновой пробы могут привести к существенным недоразумениям и методическим ошибкам. Например, обратим внимание на утверждения и выводы, сделанные в книге "Бурение геолого-разведочных скважин алмазным инструментом малого диаметра (46 мм)" (авторы В.И. Васильев, П.П. Пономарев, Г.А. Блинов и др., сотрудники Всесоюзного научно-исследовательского института методики и техники разведки). "Известно, что для абсолютно достоверного опробования с каждой единицы длины **опробуемого поперечного пересечения** (выделено нами) тела полезного ископаемого должно быть отобрано одинаковое по объему количество материала... При этом условии в пробу можно отбирать сколь угодно малое количество материала, достаточное, однако, для необходимых испытаний и анализов и резервных дубликатов... Отсюда следует, что достоверное **опробование скважин колонкового бурения** (выделено нами) будет обеспечено при полном 100%-м линейном выходе керна, а диаметр керна или скважины на представительность керновой пробы не влияет" [56, с. 5].

В этих трех утверждениях мы имеем три заблуждения.

Рассмотрим последнее из них на примере алмазоносных месторождений (коренных и россыпных). Численная концентрация извлекаемых при обогащении алмазов на таких месторождениях часто не превышает один кристалл на 1 м^3. При диаметре скважины 46 мм объем пробы (керна) на 1 м длины (проходки) скважины будет равен 0,0016 м^3. По (1.4а) вероятность того, что в пробу (керн) такого объема не попадет ни одного кристалла, будет $P(m = 0) = e^{-\delta v} = e^{-0,0016} = 0,998$. Если мощность продуктивного тела 10 м, то вероятность получить пустое пересечение будет равна 0,99. Даже если такой скважиной пересечь всю малую кимберлитовую трубку (мощ-

ность по пересечению 100 м), то и тогда вероятность не обнаружить этой скважиной ни одного кристалла более 0,8, т.е. в среднем 80 % скважин окажутся пустыми, хотя каждая из них прошла 100 м по продуктивному телу.

Как будет показано в последующих разделах, такая ситуация характерна для многих типов месторождений и многих минералов.

Таким образом, утверждения авторов работы [56] о том, что "диаметр керна или скважины на представительность керновой пробы не влияет" и "... в пробу можно отбирать сколь угодно малое количество материала...", представляются крайне ошибочными.

Первое утверждение авторов [56] также ошибочно, но оно только косвенно касается вопроса о представительности пробы и здесь не рассматривается. В последующих разделах будет показана не только возможность, но и целесообразность отбора с каждой единицы длины пересечения (скважины и т.п.) разного по объему количества материала для обеспечения представительности опробования.

Определения представительности пробы второй группы характеризуются тем, что в них полагается, чтобы проба "представляла" с некоторой точностью ближайшую зону, ближайший район, зону влияния, элементарный объем недр, локальный объем недр и т.п., бóльший по объему самой пробы.

Л.И. Четвериков указывает пять вариантов выделения относительно элементарных частей [328]. Представительность единичной начальной пробы (единичного наблюдения) в этом случае определяется тремя основными факторами: 1) размером представляемой части недр; 2) особенностями ее строения и 3) геометрией области замера.

Размер представляемой пробой части недр в теории и практике разведки изменяется от непосредственной области наблюдения (пробы) до полуинтервала между ближайшими пробами (между скважинами). В последних двух случаях происходит распространение результата локального замера на область, большую объема пробы в десятки и даже сотни тысяч раз. Естественная неоднородность и тренд поля концентрации компонента приводят в данном случае к так называемой ошибке аналогии. Именно с ней ряд исследователей и связывают уровень представительности пробы и локального замера.

Так, Л.И. Четвериков подчеркивает, что только после того, как выделена представляемая наблюдением часть недр, можно приступить к оценке его представительности. «Можно сказать, что вообще без выделения относительно элементарных частей недр по разведочным данным "точность", "детальность", "надежность", "достоверность" и т.п. выполненной разведки оказываются лишенными смысла...» [328, с. 90].

Возникает порочный круг: выделить относительно элементарные части недр без предварительной разведки невозможно, а проведение разведки с самого начала требует выбора методики и средств разведки, в том числе и выбора объема (массы) первичной, рядовой пробы.

В таком понимании представительности пробы кроется существенный недостаток — отсутствие конструктивности. По сути дела, при таком понимании полностью исключается возможность построения теории априорной оценки точности опробования и разведки недр, необходимой для оптимизации геологических измерений.

Некоторые авторы предлагают вообще отказаться от понятия "представительность пробы". Так, В.П. Кувшинов, В.И. Лобач — (ЦНИГРИ) и Б.И. Беневольский (Мингео СССР) считают: «... для единичной (частной) геологической пробы следует применять понятие "надежность", а под "надежностью пробы" понимать соответствие содержаний полезных компонентов (или других оцениваемых показателей), установленных анализом, действительным их содержаниям, свойственным руде в естественном (коренном) залегании в объеме данной пробы и на месте ее отбора» [171, с. 46]. Они подчеркивают, что содержание, установленное по данным проб, относится к объемам отобранных проб, а не к объемам рудного массива в пределах "зоны влияния", "ближайшего района" или "элементарного блока", примыкающих непосредственно к месту отбора в интервалах, равных половине расстояния до соседних проб.

По мнению упомянутых авторов, применение в отношении указанного понятия термина "представительность" неприемлемо по следующим соображениям:

— показатели единичной геологической пробы независимо от объема и ориентировки не могут представлять в объеме пробы средние показатели данного свойства руды в объеме крупного рудного массива. Это касается не только значительного по объему отдельного рудного тела, участка или блока месторождения, но и объема руды, непосредственно примыкающего к месту отбора частной пробы в пределах зоны влияния, ближайшего района или элементарного блока;

— даже в случае наиболее плотной сети горных выработок и скважин зона влияния, непосредственно примыкающая к месту отбора пробы, в интервале, равном половине расстояния между соседними пробами, включает по меньшей мере несколько тысяч тонн руды, в то время как масса частной геологической пробы измеряется всего единицами или десятками килограмм;

— случайное положение каждой частной пробы относительно оцениваемого объема недр и несоизмеримость их объемов (массы) не могут гарантировать воспроизведение средних показателей качества руды в оцениваемом объеме. С учетом этого даже резкое (в десятки раз) увеличение сечения (объема) пробы не намного изменяет соотношение их объемов, т.е. не делает их соизмеримыми, а пробу более представительной;

— увеличение сечения пробы при прочих равных условиях не повышает степень представительности, а делает ее только более надежной по выявлению содержания полезных компонентов в руде в границах (объеме) пробы за счет уменьшения возможности возникновения погрешностей, связанных с физико-механическими свойствами руды. Это определяется тем, что с увеличением сечения пробы ее объем возрастает значительно быстрее прироста площадей обнаженной поверхности пробы (например, борозды), с которой

возможно избирательное выкрашивание рудных или безрудных минеральных агрегатов, вызывающее систематические погрешности опробования.

"Следовательно, каждая частная проба, отобранная из разведочной горной выработки или скважины, не может считаться представительной. Представлять значительный по объему рудный массив могут только средние значения содержаний полезного компонента, установленные по результатам оптимального количества геологических проб, рационально размещенных в объеме массива...

В действительности же отдельные частные пробы можно считать представительными по отношению к крупным массивам руды лишь в том случае, когда имеет место предельно равномерное распределение полезного компонента в оцениваемом массиве" [171, с. 47, 48].

Понятие "представительность", по мнению авторов [171], следует применять к системе проб — опробованию. В этом случае под представительностью опробования надо понимать степень соответствия наших представлений о действительных концентрациях (содержаниях) полезного компонента в значительном по объему массиве руд (месторождении, рудном теле, участке, блоке) содержаниям, установленным по системе рационально размещенных и ориентированных в этом объеме надежных проб. Система проб тем представительнее, чем надежнее частные пробы и чем больше их в пределах оцениваемого объема рудного массива.

По нашему мнению, и оно будет аргументировано в дальнейшем изложении, представительность системы опробования (системы разведочных выработок) понятие необходимое, как и понятие представительности отдельной пробы. Однако при этом в понятие представительности пробы при опробовании месторождений следует внести новое содержание.

Уже отмечалось, что понятия представительности пробы при опробовании, например, минерального сырья в заданной емкости или представительности навески по отношению к пробе, стандартному образцу и т.п. практически не вызывают разночтений и достаточно конструктивны, ибо позволяют априори предрассчитывать ошибку оценки концентрации компонента в зависимости от текстуры, структуры опробуемой среды и массы пробы или навески. Другое дело, что способы таких расчетов пока недостаточно теоретически обоснованы и разработаны.

В понятии представительности пробы при опробовании месторождений полезных ископаемых следовало бы уйти от сложных вопросов выделения элементарной части недр, найдя другие "объекты", которые могла бы представлять единичная геологическая проба. Такими объектами могут быть однородные по уровню концентрации определяемого компонента среды с заданными текстурой и структурой руд и некоторым условным содержанием компонента. Текстура и структура руд зависят от геологических условий, а "условное содержание" выбирается в соответствии с целями и задачами опробования. Например, при геохимических исследованиях кларковых, фоновых содержаний за него можно принять ожидаемое кларковое содержание, а при разведке месторождений, опережающем эксплуатационном опробовании — уровень бортового содержания. Тогда представительной пробой можно назвать пробу, позволяющую определить среднее содержание заданного уровня в однородной среде заданной текстуры и структуры с достаточной точностью. Оптимально представительной пробой будет проба, обеспечивающая необходимую и достаточную точность в этих условиях.

Как следует из (1.5), для простейшей модели среды опробования относительная ошибка оценки содержания по единственной пробе (ошибка пробоотбора) обратно пропорциональна содержанию. Далее будет показано, что эта закономерность остается справедливой для многих типов моделей сред опробования. Следовательно, представительная проба, например, для среды с бортовым содержанием автоматически будет представительной для всех возможных содержаний в рудном теле.

Предложенное определение представительности и представительной пробы конструктивно, позволяет вести предрасчет ошибок опробования и на его основе выбирать оптимальные массы проб, методы и средства опробования применительно к разным типам текстур и структур руд и дисперсных систем вообще.

Этим решается *первая и основная задача разведки месторождений — задача обеспечения надежности, представительности единичного геологического наблюдения — единичной геологической пробы.* Представительность опробования рудного тела, блока, месторождения, существенно неоднородного по уровню концентрации компонента и (или) текстурным и структурным особенностям, будет уже определяться представительностью всей системы опробования, плотностью, геометрией и расположением разведочной сети и всей совокупности единичных геологических проб.

Глава 2

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СРЕДЫ ОПРОБОВАНИЯ

2.1. Описательные и графические модели среды опробования

Определяющими факторами при выборе способа опробования рудных месторождений большинством исследователей признаются:

— мощность рудных тел;
— текстурно-структурные особенности рудных тел;
— форма и размеры зерен ценного компонента;
— физико-механические свойства и крепость руд;
— степень неравномерности оруденения.

Например, в работе В.И. Смирнова [1957] указаны рациональные способы опробования в зависимости от текстуры руд (табл. 2.1).

Прежде всего остановимся на рассмотрении терминов "текстура" и "структура" руд, хотя в геологии до настоящего времени их трактуют по-разному.

Текстурой называется строение руды, обусловленное формой, размерами и характером срастания минеральных агрегатов, являющихся и морфологической единицей текстуры.

Текстуры руд принято разделять на первичные и вторичные. В свою очередь, первичные текстуры представлены четырьмя генетическими группами, а вторичные — двумя. В каждой генетической группе выделяется множество морфологических видов текстур, главнейшие из которых указаны в табл. 2.2.

Таблица 2.1

Применимость различных способов опробования в зависимости от текстуры руд [283]

Текстура руд	Способы отбора проб					
	точечный	горстевой	бороздовый	шпуровой	задирковый	валовый
Массивная	+	+	+	+	+	+
Вкрапленная	+	+	+	+	+	+
Полосчатая	+	+	+	+	+	+
Прожилковая	—	+	+	+	+	+
Пятнистая	—	—	+	—	+	+
Мелкогнездовая	—	—	—	—	+	+

Таблица 2.2

Классификация текстур руд

Первичные					Вторичные	
			метасоматического замещения пород и руд			
магматической ликвации и кристаллизации	седиментации и диагенеза осадка	заполнения пустот в породах и рудах	коррозионные и метакристаллические	унаследованные	выветривания (дробления, выщелачивания)	диагенеза и метаморфизма
Массивная Вкрапленная Пятнистая Нодулярная Полосчатая Псевдослоистая Линзовидная	Массивная Вкрапленная Пятнистая Полосчатая Слоистая Линзовидная Оолитовая Почковидная Колломорфная Концентрически-скорлуповатая Порошковатая Брекчиевая Брекчиевидная Конгломератовая Цементная Органогенная	Массивная Вкрапленная Пятнистая Полосчатая Крустификационная Прожилковая Корковая Дендритовая Друзовая Секреционная Жеодовая Почковидная Колломорфная Концентрически-скорлуповатая Сталактитовая Сталагмитовая Брекчиевая Кокардовая Цементная	Вкрапленная Пятнистая Полосчатая Прожилкообразная Друзовая Реликтовая Каемочная Петельчатая Разъедания Эмульсиевидная	Массивная Вкрапленная Пятнистая Полосчатая Гнейсовидная Слоистая Линзовидная Сланцеватая Плойчатая Прожилкообразная Колломорфная Оолитовая Брекчиевидная Цементная Органогенная	Трещиноватая Брекчиевая Брекчиевидная Порошковая Пористая Ячеистая Ящичная Кавернозная Обломочная	Массивная Вкрапленная Пятнистая Трещиноватая Брекчиевая Брекчиевидная Порошковатая Просечковая Гнейсовидная Гнейсовидно-полосчатая Линзовидная Сланцеватая Плойчатая Металлоколлоидные: оолитовая, почковидная, конкреционная и др.

По морфологическому признаку текстуры руд объединены в четыре группы: однородные, удлиненные, округлые и неправильные (прочие).

Под *структурой* понимают строение, расположение, совокупность устойчивых связей объекта, обеспечивающих его целостность и тождественность самому себе.

Прекрасные описательные и графические модели текстур и структур руд имеются во многих монографиях и атласах [14—16, 234 и др.].

Классификации текстур и структур горных пород и руд могут быть построены на принципиально разных подходах в зависимости от их назначения. Согласно принятой классификации структур в стереологии горные

породы и руды целесообразно рассматривать как многофазные матричные структуры. В зависимости от генезиса руды и ее метаморфических изменений матрицей может быть как рудная, так и породообразующая фаза. Пространственное расположение рудной фазы в пустопородной матрице определяет два типа структур. Так, матричную структуру, в которой между включениями рудной фазы отсутствуют общие границы соприкосновения, называют *несвязной*, а в которой по частицам рудной фазы существует непрерывный путь, — *связной*. Между этими крайними типами имеется непрерывный спектр структур разной степени связности, описываемой в рамках теории протекания (просачивания), стохастической геометрии, фракталов.

Текстуры руд и пород, как правило, состоят из большого числа нерегулярных компонентов, у них весьма нерегулярная геометрическая форма, не поддающаяся описанию в рамках обычных детерминистских представлений (рис. 2.1). Кроме того, информация о текстуре и структуре геологических объектов может быть получена лишь в очень ограниченном объеме и со случайными искажениями. В таких ситуациях в последнее время прибегают к статистическому описанию геологических объектов и исследуют не уникальные, а некоторые усредненные их характеристики.

Включения полезного (вредного) компонента (минерала, элемента, соединения и т.п.) в рудах могут быть различными по форме, массе, способам вхождения элементов в минерал, а минерала — в минеральный агрегат. Включения одного и того же компонента в одноименном полезном ископаемом также различны по форме, размеру и массе. Возможные графические модели локальных концентраций минералов и элементов могут быть весьма разнообразны (рис. 2.2).

В простейшем случае интересующее нас включение может представлять собой определенный минерал (например, самородное золото и т.п.), минеральный агрегат или элемент в каком-либо минерале. Названия многих текстур горных пород и руд произошли от формы и (или) размера включений. Так, текстура нодулярная характеризуется наличием округлых выделений (нодулей), текстуры — бобовая, денежная (или монетная), ореховая, пороховидная, мучнистая, сажистая и другие характеризуются разной формой и размером включений — вкрапленности. Во всех текстурах включения являются случайными геометрическими объектами.

Вопросами построения математических моделей и разработки аппарата исследования и статистического анализа случайных геометрических объектов занимается стохастическая геометрия. Общим объектом изучения стохастической геометрии служит случайное замкнутое множество (СЗМ), т.е. некоторое семейство множеств с заданным на нем распределением вероятностей, причем на это семейство обычно накладываются дополнительные ограничения, определяемые существом рассматриваемых задач и моделей.

В данной работе изучаются СЗМ интересующих нас минеральных скоплений-носителей исследуемого минерала, элемента, соединения, содержание которого требуется определить в результате опробования геологической среды.

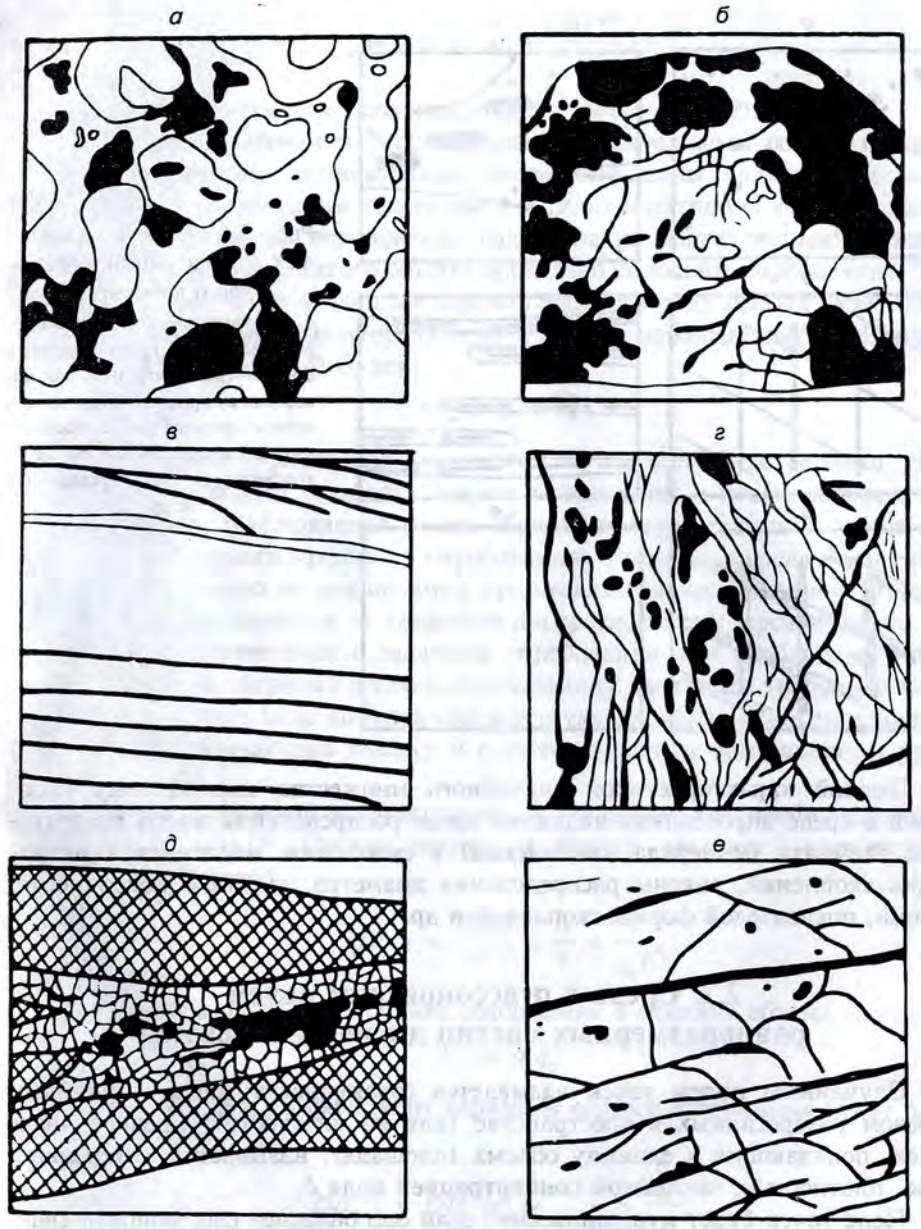


Рис. 2.1. Графические модели текстур.
Текстура: *а* — массивная, *б* — вкрапленная, *в* — полосчатая, *г* — трещиноватая, *д* — прожилковая, *е* — первичная вкрапленная и вторичная трещиноватая.

В разных геологических условиях под минеральным скоплением будем понимать или отдельный минерал, или минеральный агрегат, или гнездо, если имеет место выраженное гнездование (кластеризация) минералов-носителей изучаемого элемента.

2 Заказ № 236

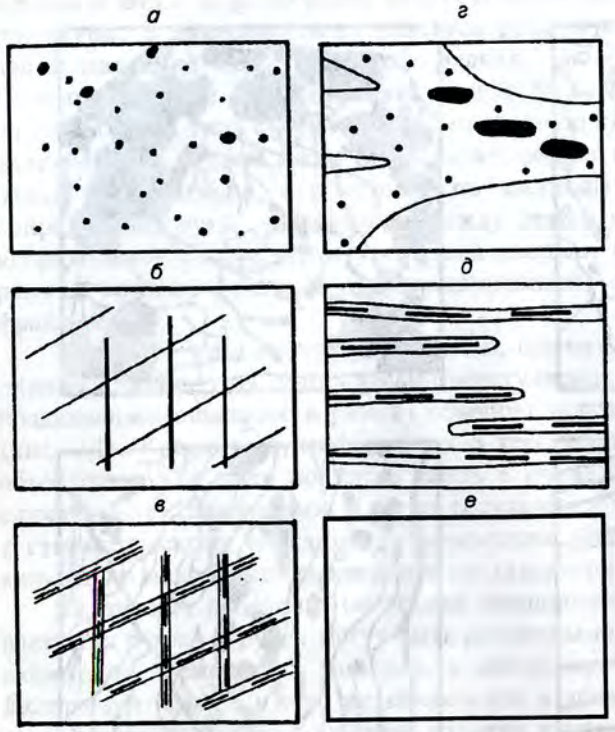


Рис. 2.2. Модели локальных концентраций минералов и элементов.
а — пуассоновское поле минерала заданной гранулометрии; *б—д* — концентрация: на поверхности трещин (*б*), в заполнителе трещин (*в*), в прожилках (*г*), в прослойках (*д*); *е* — комбинации из указанных и др.

Полной характеристикой случайного множества минеральных скоплений в среде опробования являются закон распределения массы исследуемого элемента (минерала, соединения) в скоплении, численная концентрация скоплений, законы распределения диаметра, внешней поверхности, объема, показателей формы скоплений и др.

2.2. Среда с пуассоновским полем равноразмерных частиц дисперсной фазы

Случайным полем точек называется совокупность точек, случайным образом разбросанных в пространстве (или на плоскости). Среднее число точек, попадающих в единицу объема (площади), называется интенсивностью, плотностью, численной концентрацией поля δ.

Поле точек будет пуассоновским, если оно обладает следующими свойствами:

1) вероятность попадания того или иного числа точек в любую область пространства (плоскости) не зависит от того, сколько их попало в любую область, не пересекающуюся с данной;

2) вероятность попадания в элементарную область $\Delta V = \Delta X\, \Delta Y\, \Delta Z$ двух точек или более пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания одной точки (свойство ординарности) [61].

Число x точек пуассоновского поля, попадающих в любую область V пространства, распределено по закону Пуассона

$$P_m = P(x = m) = \frac{(\delta V)^m}{m!} e^{-\delta V}, \tag{2.1}$$

числовые характеристики которого определяются по (1.5).

Задачей опробования такой среды применительно к рассматриваемым проблемам оценки концентрации дисперсной фазы является оценка по результатам опробования численной δ и (или) массовой C концентрации.

Допустим, среда опробования разделена на части равными объемами $V = \text{const}$ и пробами такого объема проведено сплошное опробование. Тогда распределение числа частиц дисперсной фазы x в этих пробах будет описываться законом распределения Пуассона (2.1), а наблюдаемый коэффициент вариации согласно (1.5) будет

$$W_m = 1/\sqrt{\delta V}. \tag{2.2}$$

Коэффициент вариации при малых δV может быть сколько угодно большим, что может создавать ложное впечатление о неоднородности поля концентрации. Наблюдаемая таким образом неоднородность является следствием масштабного эффекта в опробовании: однородная среда в макрообъемах в существенно малых объемах представляется неоднородной. Эта естественная неоднородность — следствие дискретности дисперсной фазы.

Если в соответствии с задачами опробования нам необходимы знания численной концентрации в точке опробования с некоторой требуемой точностью, то для этого надо выбрать соответствующим образом объем единичной пробы, обеспечивающий оценку δ с этой точностью при заданном уровне достоверности.

Оценку численной концентрации δ' по единичной пробе получим по формуле $\delta' = m/V$. Отсюда дисперсия оценки численной концентрации опишется формулой

$$(D\delta') = \frac{D(m)}{V^2} = \frac{\delta}{V} = \frac{C}{q_0 V}, \tag{2.3}$$

где q_0 — масса частицы, а оценка содержания в единице объема —

$$C' = \delta' q_0. \tag{2.4}$$

Тогда дисперсия и коэффициент вариации оценки содержания будут равны соответственно

$$D(C') = D(\delta') q_0^2 = q_0^2 \frac{\delta}{V} = \frac{q_0 C}{V}. \tag{2.5}$$

$$W_{c'} = \sqrt{D(C')}/C = \sqrt{q_0/CV} = \sqrt{1/\delta V}. \tag{2.6}$$

Формулы (1.5а)—(1.5д), (2.1)—(2.6) составляют математическую модель рассматриваемой среды опробования. Такая модель нашла широкое применение в статистической физике при изучении флуктуаций численной концентрации молекул газа в малых объемах, коллоидных частиц, совершающих хаотическое тепловое движение. Использование распределения (2.1) в указанных целях было предложено М. Смолуховским и тщательно проверено Т. Сведбергом в опытах с коллоидными растворами золота (цит. по

Таблица 2.3

Теоретическое и экспериментальное распределения числа частиц в малом объеме коллоидного раствора золота по данным Сведберга (цит. по [254])

m	Число наблюдений	Частота наблюдений	
		экспериментальная	теоретическая
0	112	0,216	0,212
1	168	0,324	0,328
2	130	0,251	0,253
3	69	0,133	0,130
4	32	0,062	0,050
5	5	0,010	0,016
6	1	0,002	0,004
7	1	0,002	0,001
Всего	518	1,000	1,000

[254]). Экспериментальные исследования блестяще подтвердили теорию флуктуаций Смолуховского (табл. 2.3). В этом опыте среднее значение δV составляло 1,545.

Л.В. Радушкевич также показал блестящее совпадение теории и эксперимента при δV, равных 0,856; 1,332; 1,743 [254].

Эта простейшая модель нашла подтверждение и широкое использование при определении концентраций бактерий, кровяных телец, раковых клеток, при изучении дефектов в тканях и в других материалах, а также звезд [213, 242, 315]. Кроме того, она используется в теории и практике опробования россыпных месторождений золота, алмазов, других минералов и коренных месторождений алмазов. Однако область ее распространения в этом случае существенно ограничивается тем, что в этой модели не учитываются разноразмерность минералов, их естественный гранулометрический состав и ряд других особенностей распределения в опробуемой среде минералов, минеральных агрегатов и их скоплений.

В то же время даже такая простейшая математическая модель участков месторождений, как среды опробования, объясняет многие наблюдаемые особенности и закономерности при опробовании:

— пропорциональность наблюдаемой дисперсии содержаний среднему содержанию и средней массе минералов;

— обратную зависимость дисперсии и коэффициента вариации содержаний от объема пробы, по которым эти содержания определяются;

— обратную зависимость коэффициента вариации содержаний от среднего содержания и др.

В частности, обратим внимание на существенную зависимость дисперсии и коэффициента вариации содержаний от плотности минералов. Действительно, перепишем формулу (2.5) в виде

$$D(C') = q_0^2 \frac{\delta}{V} = \nu^2 \omega_0^2 \frac{\delta}{V}, \tag{2.7}$$

где ν, ω_0 — соответственно плотность и объем минерала массой q_0.

Плотность самородного золота равна 15,6 – 18,3 г/см^3, что в 2—5 раз превышает плотность большинства минералов промышленного значения [206]. Дисперсия содержания прямо пропорциональна квадрату плотности, что во многом объясняет высокие значения дисперсии и коэффициентов вариации содержаний золота, наблюдаемые в процессе разведки месторождений.

При опробовании месторождений полезных ископаемых рассмотренная модель среды опробования может быть использована в редких случаях и только для оценок в первом приближении, хотя имеющиеся теоретические и эмпирические предложения по расчету массы представительной пробы при разведке россыпных месторождений опираются именно на эту модель (см. гл. 8).

2.3. Среда с пуассоновским полем разноразмерных частиц

Для составляющих дисперсной системы любого объема справедливо равенство

$$\text{д.с.} + \text{д.ф.} = 1, \tag{2.8}$$

где д.с. и д.ф. — соответственно доля дисперсионной среды и дисперсной фазы.

В этой модели дисперсная фаза считается сформированной системой случайно и равномерно распределенных в пространстве частиц (пуассоновское поле частиц). Для таких частиц задаются средняя численная концентрация в единице объема δ и плотность распределения массы частиц (гранулометрический состав) $f(q)$.

Распределение числа частиц, попадающих в пробу, согласно (2.1) будет

$$P_m = \frac{(\delta V)^m}{m!} e^{-\delta V} \tag{2.9}$$

и

$$P_{m_i} = \frac{(\delta_i V)^{m_i}}{m_i!} e^{-\delta_i V}, \tag{2.10}$$

где δ_i, m_i — соответственно численная концентрация и число частиц i-го размера $\left(\sum_{i=1}^{r} m_i = m, \sum_{i=1}^{r} \delta_i = \delta\right)$, r — число градаций частиц по размеру (массе).

Содержание (массовое) компонента в пробе

$$C_V = \sum_{i=1}^{r} q_i m_i, \tag{2.11}$$

где $m_i = mf(q_i)\Delta q$. Тогда дисперсия содержания в пробе

$$D(C_V) = \sum_{i=1}^{r} q_i^2 D(m_i) = V \sum_{i=1}^{r} q_i^2 \delta_i, \tag{2.12}$$

где $\delta_i = (C/\bar{q}) f(q_i)\Delta q$, C — среднее содержание (массовое) дисперсной фазы (компонента) в единице объема. Переходя в (2.12) от суммы к интегралу,

для дисперсии содержания компонента в пробе объемом V окончательно получим

$$D(C_V) = \frac{CV}{\bar{q}} \int_0^\infty q^2 f(q) dq = \frac{CV}{\bar{q}} [D(q) + \bar{q}^2] =$$

$$= C\bar{q}V(W_q^2 + 1), \qquad (2.13)$$

где W_q — коэффициент вариации массы частиц дисперсной фазы.

Оценку содержания в единице объема по результатам опробования получают из выражения $C' = C_V/V$. Поэтому дисперсия оценки содержания имеет вид

$$D(C') = (C\bar{q}/V)(W_q^2 + 1). \qquad (2.14)$$

При этом коэффициент вариации содержаний по результатам опробования равен

$$W^2(C') = (\bar{q}/CV)(W_q^2 + 1). \qquad (2.15)$$

Формулы (2.9), (2.10), (2.13)—(2.15) составляют математическую модель рассматриваемой среды опробования. Схема структуры такой модели среды показана на рис. 2.3.

Подобные модели среды исследуются в металлографии, геологии, биологии и многих других областях естествознания и техники. Математическая модель ее в таком виде построена авторами впервые в 1985 г. (фонды ИГДС СО АН СССР и ПГО "Якутскгеология") и опубликована в [20, 199].

Естественно, из (2.14) и (2.15) при постоянном размере (массе) частиц дисперсной фазы ($W_q = 0$) мы получаем формулы (2.5) и (2.6) предшествующей модели.

Заметим, что для вычисления дисперсии и коэффициента вариации числа частиц такой среды, попадающих в пробу объемом V, по-прежнему пригодны формулы (2.5) и (2.6), так как в этом случае мы не различаем частицы по массе. Понятно, что указанные формулы пригодны также для оценки дисперсии и коэффициента вариации числа частиц, попадающих в пробу, некоторой заданной крупности, численная концентрация которых δ_i легко определяется по сведениям о гранулометрическом составе и общей численной концентрации δ или среднему содержанию C.

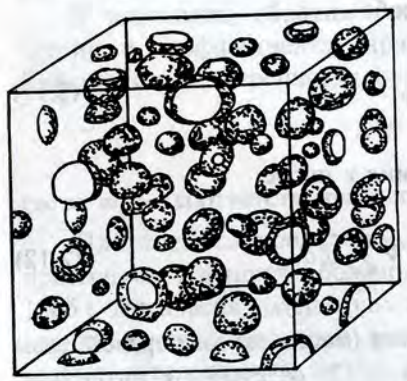


Рис. 2.3. Схема структуры среды с пуассоновским полем разноразмерных частиц дисперсной фазы (рисунок заимствован из [271]).

В формулы (2.14) и (2.15) входит числовая характеристика закона распределения частиц дисперсной фазы по размерам (массе) — коэффициент вариации массы частиц. При этом как дисперсия, так и коэффициент вариации прямо пропорциональны квадрату коэффициента вариации массы частиц с единицей.

Для геологических объектов частицами дисперсной фазы могут быть, например, поры при изучении порового пространства, золотины, кристаллы алмаза и другие минералы при опробовании месторождений, остатки растений и животных и многое другое. В прогнозных построениях при проведении глобальных и региональных исследований такими "частицами" могут быть месторождения полезных ископаемых, а при разведке отдельных месторождений — рудные тела, гнезда и т.п. Таким образом, мы видим, что для "частиц" дисперсной фазы характерен огромный диапазон изменения их размеров. Например, диаметр пор, золотин и других минералов может изменяться от микрон до сантиметров. Еще шире диапазон изменения массы частиц, так как масса прямо пропорциональна кубу диаметра частиц. Вследствие этого коэффициент вариации массы, например, золотин часто бывает непривычно большим, достигая значений 10—20 и более (в долях единицы), а наблюдаемая изменчивость содержаний по результатам опробования — чрезвычайно высокой.

Формулы (2.14), (2.15) можно получить и другим путем. Действительно, содержание дисперсной фазы в пробе C_V можно выразить суммой масс всех частиц, попавших в пробу, т.е.

$$C_V = q_1 + q_2 + \cdots + q_y, \qquad (2.16)$$

где q_i — масса i-й частицы, y — число частиц в пробе.

Случайные величины q_i независимы и имеют один закон распределения с математическим ожиданием $\bar{q}$ и дисперсией $D(q)$. Число слагаемых y есть целочисленная случайная величина, не зависящая от слагаемых q_i, подчиняющаяся закону распределения Пуассона (2.9) и имеющая математическое ожидание δV и дисперсию δV.

Согласно [61], математическое ожидание и дисперсия суммы случайного числа случайных слагаемых равны

$$C_V = \bar{q}\,\bar{y},$$

$$D(C_V) = D(q)\bar{y} + \bar{q}^2 D(y). \qquad (2.17)$$

Подстановка сюда выражений $\bar{y} = \delta V$ и $D(y) = \delta V$ дает

$$\bar{C}_V = \bar{q}\delta V,$$

$$D(C_V) = \delta V \bar{q}^2 (W_q^2 + 1) = C\bar{q}V(W_q^2 + 1). \qquad (2.18)$$

Из (2.18) окончательно получим дисперсию и коэффициент вариации содержания в единице объема

$$D(C') = (\delta \bar{q}^2/V)(W_q^2 + 1) =$$

$$= (C\bar{q}/V)(W_q^2 + 1), \quad (2.19)$$

$$W^2(C') = (\bar{q}/CV)(W_q^2 + 1), \quad (2.20)$$

что совпадает соответственно с (2.14) и (2.15).

2.4. Среда с пуассоновским полем гнезд

Дисперсная фаза дисперсной среды предполагается сформированной системой случайно и равномерно распределенных в пространстве гнезд, скоплений, кластеров, агрегатов, семейств и т.п. (в дальнейшем все подобные образования будем называть гнездами, если не оговорено специально другое). Для этих гнезд задаются средняя численная концентрация в единице объема среды $\delta_г$ и плотность распределения массы компонента в гнездах $f(Q)$ (в дальнейшем будем называть: масса гнезда, гранулометрический состав гнезд).

Описательно и концептуально эта модель не отличается от предыдущей. Различие состоит в масштабе гнезд и проб: гнезда по размерам существенно больше отдельных частиц, хотя и могут быть образованы совокупностью таких же частиц. При рассмотрении теории и практики опробования месторождений полезных ископаемых в последующих главах мы подробно остановимся на многообразии геологических образований, которые можно идентифицировать как гнезда, минеральные скопления и т.п.

Математическая модель такой среды опробования по аналогии с предыдущей запишется в виде:

— математическое ожидание числа гнезд в объеме V

$$\bar{m} = \delta_г V;$$

— дисперсия числа гнезд, попадающих в пробу,

$$D(m) = \delta_г V;$$

— закон распределения числа гнезд, попадающих в пробу объемом V,

$$P_m = \frac{(\delta_г V)^m}{m!} e^{-\delta_г V};$$

— математическое ожидание содержания дисперсной фазы в пробе

$$C_v = \delta_г V \bar{Q},$$

где $\bar{Q}$ — математическое ожидание массы дисперсной фазы в гнезде;

— дисперсия содержания дисперсной фазы в пробе объемом V

$$D(C_V) = C\bar{Q}V(W_Q^2 + 1);$$

— дисперсия оценки содержания дисперсной фазы в единичном объеме

$$D(C') = (C\bar{Q}/V)(W_Q^2 + 1);$$

— коэффициент вариации оценки содержания дисперсной фазы (квадрат коэффициента) в единичном объеме

$$W^2(C') = (\bar{Q}/CV)(W_Q^2 + 1). \quad (2.21)$$

При одном и том же среднем содержании дисперсной фазы C для этой и предыдущей среды опробования имеем

$$C = \delta_г \bar{Q} = \delta \bar{q},$$

тогда отношение дисперсий содержания будет

$$\frac{D_3(C)}{D_2(C)} = \frac{\bar{Q}(W_Q^2 + 1)}{\bar{q}(W_q^2 + 1)}. \quad (2.22)$$

При равных по массе частицах для второй модели (М2) и равных гнездах для модели М3 ($W_q = W_Q = 0$) получим

$$\frac{D_3(C)}{D_2(C)} = \frac{\bar{Q}}{\bar{q}} \gg 1. \quad (2.23)$$

Если гнезда образованы равным числом равных по массе частиц $\bar{q}$, то отношение (2.23) равно числу частиц в гнезде.

2.5. Среда с пуассоновским полем разноразмерных частиц полиминеральной дисперсной фазы

Относительно такой среды опробования приняты следующие предположения:

— носителями исследуемого элемента являются n минералов ($n = 1, 2, 3, \ldots$), и общее содержание элемента в среде

$$C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n, \quad (2.24)$$

где C_i — содержание элемента в среде за счет i-го типа минералов;

— гранулометрический состав минералов каждого типа задан плотностью распределения массы элемента в минералах;

— минералы i-го типа рассеяны в среде случайно и равномерно, образуя пуассоновское поле со средней интенсивностью (численной концентрацией) δ_i.

Эта модель допускает дальнейшие обобщения на случаи, когда вместо минералов в среде рассеяны минеральные агрегаты, комплекты, скопления, гнезда, карманы и т.д. Не имеет принципиального значения и то, что в ряде случаев в среде опробования один и тот же минерал наблюдается в нескольких генерациях, существенно различающихся по гранулометрическому составу минералов.

Согласно (2.19) и (2.24) выражение для дисперсии оценки содержания элемента по пробе V (для случая взаимно независимых слагаемых в (2.24)) сводится к

$$D(C') = (1/V)\sum_{i=1}^{n} C_i q_{0i}(W_{iq}^2 + 1), \tag{2.25}$$

где $W_{iq} = \sqrt{D_i(q)}/q_{0i}$ — коэффициент вариации массы элемента в скоплении i-го типа, а для соответствующего квадрата коэффициента вариации —

$$W^2(C') = \frac{1}{C^2 V}\sum_{i=r}^{n} C_i q_{0i}(W_{iq}^2 + 1). \tag{2.26}$$

Дисперсия и коэффициент вариации содержания в блоках объемом V этой среды соответственно равны

$$D(C) = V\sum_{i=1}^{n} C_i q_i(W_{iq}^2 + 1), \tag{2.27}$$

$$W^2(C) = (V/C^2)\sum_{i=1}^{n} C_i q_{0i}(W_{iq}^2 + 1). \tag{2.28}$$

Три исходных положения и формулы (2.25)—(2.28) составляют математическую модель этой гетерогенной среды опробования. Для мономинеральной среды, т.е. когда носителем исследуемого элемента является один минерал ($n = 1$), из (2.25)—(2.28) получим уже известные нам формулы.

2.6. Среда с неоднородным пуассоновским полем разноразмерных частиц дисперсной фазы

До сих пор мы рассматривали среды с однородным пуассоновским полем частиц дисперсной фазы. Число частиц, попадающих в пробу объемом V, при этом определялось законом распределения Пуассона

$$P_m = \frac{(\delta V)^m}{m!} e^{-\delta V}, \tag{2.29}$$

где $\delta = \text{const}$ — численная концентрация частиц дисперсной фазы.

Применительно к опробованию месторождений полезных ископаемых под частицами дисперсной фазы можно понимать минералы, минеральные агрегаты, минеральные скопления, гнезда, поры и каверны, остатки растительного и животного мира и т.д.

Условие постоянства численной концентрации частиц дисперсной фазы ($\delta = \text{const}$) определяет однородность среды.

В этом разделе рассмотрим среду, в которой параметр δ — случайная величина, отражая тем самым ее неоднородность (неоднородность поля

численной концентрации частиц дисперсной фазы). Интерпретация такой модели среды применительно к задачам ее опробования может быть различной, на чем мы остановимся в конце раздела.

Допустим, что параметр δ имеет плотность распределения $u(\delta)$. Тогда вероятность попадания в пробу объемом V ровно m частиц составит

$$P_m(V) = \int_0^\infty e^{-\delta V}\frac{(\delta V)^m}{m!} u(\delta)d\delta. \tag{2.30}$$

Допустим, что δ имеет гамма-распределение. Отсюда $\lambda = \delta V$ тоже будет иметь гамма-распределение:

$$f(\lambda) = \frac{B^k}{\Gamma(k)} e^{-B\lambda}\lambda^{k-1}, \tag{2.31}$$

где B, k — параметры гамма-распределения; $\Gamma(k) = \int_0^\infty x^{k-1}e^{-x}dx$ есть гамма-функция Эйлера.

Тогда вероятность попадания в пробу ровно m частиц будет равна [155, 166]

$$P_m(V) = \left(\frac{B}{B+1}\right)\frac{\Gamma(k+m)}{\Gamma(k)\Gamma(m+1)(B+1)^m}. \tag{2.32}$$

Используя свойства гамма-функции $\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$ и для целых $z = n\Gamma(n-1)!$, (2.32) можно переписать в виде

$$P_m(V) = C_{k+m-1}^m P^k(1-P)^m, \tag{2.33}$$

где $P = \dfrac{B}{B+1}$.

Распределение (2.32) называется отрицательным биномиальным и относится к классу сложных пуассоновских распределений.

В. Феллер приводит два примера, где используется описанная математическая модель [315]. Первый пример из экологии, где обычно предполагают, что число выводков животных, обитающих на некотором участке земли, распределено по Пуассону со средним значением, пропорциональным площади участка, а число животных в выводке описывается гамма-распределением.

Второй пример касается распределения полного ущерба за время t, нанесенного ударами молнии, происходящими по закону Пуассона со средним значением λt, когда распределение ущерба от фиксированного удара задается гамма-распределением.

Приведенные примеры позволяют увидеть аналогию между задачей о распределении числа либо массы кристаллов в пробе, если: поле содержаний кристаллов представлено скоплениями (кластерами, гнездами), распределенными в зоне опробования по Пуассону со средним значением, пропорциональным площади (объему) участка, а число кристаллов в скоплении

описывается гамма-распределением; или среднее содержание кристаллов пропорционально площади (объему), а численная концентрация их имеет гамма-распределение; или число кристаллов в единице объема имеет закон распределения Пуассона, а масса кристаллов — гамма-распределение.

Рассмотрим определение параметров распределения (2.32), (2.33). Математическое ожидание и дисперсия отрицательного биномиального распределения равны соответственно

$$M(m) = \frac{k(1-P)}{P},\ D(m) = \frac{k(1-P)}{P^2} \tag{2.34}$$

и выражаются через параметры гамма-распределения (2.31).

Математическое ожидание и дисперсию гамма-распределения запишем в виде

$$M(\lambda) = M(\delta V) = \delta_0 V = k/B,\ D(\lambda) = V^2 D(\delta) = k/B^2. \tag{2.35}$$

Используя (2.35), выразим (2.34) через математическое ожидание численной концентрации δ_0, дисперсию $D(\delta)$ и объем пробы:

$$M(m) = \delta_0 V,\ D(m) = V[\delta_0 + VD(\delta)]. \tag{2.36}$$

Неоднородность поля численной концентрации при постоянном гранулометрическом составе частиц дисперсной фазы вызывает неоднородность поля содержаний (массовых, объемных). Содержание (массу) дисперсной фазы в пробе можно представить как сумму случайного числа слагаемых (частиц) в соответствии с (2.33) взаимно независимых случайных величин (массы частиц), имеющих заданный закон распределения $f(q)$ (заданный гранулометрический состав).

Тогда математическое ожидание и дисперсию содержания в пробе объемом V, как и математическое ожидание и дисперсию суммы случайного числа слагаемых $C = \sum_{i=1}^{m} q_i$, найдем по (2.17)

$$\overline{C}_V = q_0 \delta_0 V, \tag{2.37}$$

$$D(C_V) = D(q)\delta_0 V + [\delta_0 + VD(\delta)]q_0^2 V.$$

Для гамма-распределения $D(\delta) = \delta_0^2/k$ и, учитывая, что $\delta_0 = C_0/q_0$, для дисперсии содержаний в пробе объемом V (2.37) окончательно можно записать

$$D(C_V) = C_0 q_0 V(W_q^2 + 1) + C_0^2 V^2/k. \tag{2.38}$$

Отсюда коэффициент вариации содержаний в пробах объемом V будет

$$W^2(C_V) = [Vq_0(W_q^2 + 1)/C_0] + V^2/k. \tag{2.39}$$

Дисперсия оценки содержаний по пробе объемом V и соответствующий коэффициент вариации имеют вид

$$D(C') = [C_0 q_0 (W_q^2 + 1)/V] + C_0^2/k, \tag{2.40}$$

$$W^2(C') = [q_0(W_q^2 + 1)/C_0 V] + 1/k, \tag{2.41}$$

где k — параметр гамма-распределения (2.31); C_0, q_0 — соответственно среднее содержание и средняя масса частицы дисперсной фазы; W_q — коэффициент вариации массы частиц дисперсной фазы.

Для среды с однородным полем численной концентрации $\delta = \text{const}\,(D(\delta) = 0)$ из (2.38)—(2.41) получим уже известные формулы (2.13)—(2.15).

Формулы (2.29), (2.31), (2.33) и (2.38)—(2.41) составляют математическую модель рассматриваемой среды опробования.

Определяющим моментом в этой среде служит неоднородность поля численной концентрации частиц дисперсной фазы, задаваемая гамма-распределением (2.31). Эта неоднородность может проявляться (интерпретироваться) существенно по-разному. Можно привести по крайней мере три интерпретации.

П е р в а я. Среда представляется микро- и тонкослоистой с изменяющимся содержанием дисперсной фазы по слоям.

В т о р а я. Среда представляется пуассоновским полем мелких скоплений (гнезд), а число частиц в скоплении имеет гамма-распределение.

Т р е т ь я. Среда представляется большой совокупностью блоков, различающихся численной концентрацией дисперсной фазы, имеющей на всем множестве блоков гамма-распределение, а проба объемом V при этом является сборной из более мелких проб, рассредоточенных в пространстве.

2.7. Концептуальные модели с прореживаниями

Прореживанием случайного поля частиц называют процесс, при котором некоторые частицы первичного поля выбрасываются по определенному закону.

Важнейшими примерами прореживаний являются следующие [7]:

а) P-прореживание. Для каждой частицы первичного поля вероятность того, что она не будет выброшена, равна P. Такая модель может быть использована, когда частицы могут умирать, исчезать, регистрироваться или нет, улавливаться и т.п. с вероятностью P. При этом для всех частиц исходного поля $P = \text{const}$;

б) $P(M)$-прореживание. Пусть задана функция $P(M)$, $0 \leqslant P(M) \leqslant 1$, $M \in R^\alpha$ — точка α-мерного пространства, в котором задано исходное случайное поле частиц. Вероятность того, что находящаяся в точке M частица (ее геометрический центр, центр тяжести и т.п.) исходного поля не будет выброшена, равна $P(M)$, т.е. зависит от положения ее в пространстве;

в) $\pi(M)$-прореживание. Пусть $\{\pi(M)\}$ — независимое от первичного случайное поле, $0 \leqslant \pi(M) \leqslant 1$. Реализация прореженного поля частиц

получается из реализации первичного поля и реализации $\{P(M)\}$ поля $\{\pi(M)\}$ так, что точка M первичного поля выбрасывается с вероятностью $1—M(x)$.

Если первичное поле стационарно (однородно) и изотропно, то тоже имеет место и для прореженных полей в случаях а) — в), если только после $\{\pi(M)\}$ также стационарно и изотропно.

Приведем еще два примера прореживаний (нумерацию продолжим):

г) $P(u)$-прореживание. Для частицы (u) первичного поля вероятность $0 \leqslant P(u) \leqslant 1$ того, что она не будет выброшена, однозначно определяется некоторым свойством частицы или функцией от него. В качестве свойств частиц могут использоваться диаметр, внешняя поверхность, объем, масса, цвет, прочность, радиоактивность, уровень содержания в ней некоторого элемента и т.д.;

д) $P(0)$-прореживание. В первичном случайном поле частиц случайно или закономерно распределены некоторые объекты (0). Частица первичного поля выбрасывается с вероятностью P, если она попадает во внутреннюю область какого-либо из этих объектов.

В биологии и ботанике под объектами, распределенными в первичном поле частиц, можно понимать, например, зоны поражения частиц (особей, фауны, флоры и др.) или зоны, в которых невозможно обитание или произрастание (нахождение) данного рода частиц.

Рассмотрим поле (процесс), получающееся в результате $P(0)$-прореживания пуассоновского поля разноразмерных частиц при $P = 1$. Под первичным (исходным) пуассоновским полем разноразмерных частиц будем, например, понимать поле золотин на участке россыпного месторождения. В этом поле хаотически размещены (тоже пуассоновское поле) разноразмерные валуны, которые и прореживают поле золотин.

Пусть опробование такой $P(0)$-прореженной среды ведется пробами объемом V. В этот объем случайным образом попадает случайное число валунов m, не содержащих золота. Объем валунов в пробе будет равен сумме объемов V_{0i}:

$$V_0 = V_{01} + V_{02} + \cdots + V_{0m} \tag{2.42}$$

всех валунов (объектов), попавших в пробу.

Случайные величины V_{0i} независимы и имеют один закон распределения с математическим ожиданием $\overline{V}_0$ и дисперсией $D(V_0)$. Число слагаемых в (2.42) есть целочисленная случайная величина, не зависящая от слагаемых D_{0i}, подчиняющаяся закону распределения Пуассона (2.9) и имеющая математическое ожидание $\delta_0 V$ и дисперсию $\delta_0 V$.

Математическое ожидание и дисперсия суммы случайного числа случайных слагаемых по (2.17) в этом случае будут

$$V_{00} = \overline{V}_0 \delta_0 V, \tag{2.43}$$

$$D(V_0) = D(V_0)\delta_0 + \overline{V}_0^2 \delta_0 V = \overline{V}_0^2 \delta_0 V (W_0^2 + 1).$$

Объем золотоносных песков в геологической пробе объемом V

$$V_з = V - V_0 \tag{2.44}$$

будет случайной величиной с математическим ожиданием и дисперсией соответственно

$$V_{з0} = V - V_{00};$$

$$D(V_з) = \overline{V}_0^2 \delta_0 V (W_0^2 + 1). \tag{2.45}$$

Таким образом, при опробовании такой среды пробами постоянного объема V фактически объем пробы золотоносных песков $V_з$ будет случайным. В этот случайный объем попадает случайное число золотин случайного размера (массы). Дисперсия содержаний при $V_з = \text{const}$ определяется по (2.18). При случайном объеме $V_з$ с дисперсией по (2.45) дисперсия содержаний золота в геологических пробах объемом V резко возрастает, что необходимо учитывать при определении массы (объема) представительной пробы, обработке и интерпретации результатов опробования.

2.8. Концептуальные модели среды с кластеризацией

Каждой точке x исходного точечного процесса ставится в соответствие точечный процесс (кластер) N^x.

Объединение исходного точечного процесса (поля частиц) с полем кластеров N^x называют процессом отпрысков или кластерным процессом, обозначая Φ_s [7]. При этом предполагается, что точки различных кластеров N^x и N^y не совпадают с вероятностью единица. Возможны случаи, когда точка x исходного точечного поля (процесса) принадлежит и не принадлежит кластеру $N^x (x \in N^x$ и $x \notin N^x)$. Это зависит от способа выбора модели.

Кластерные процессы служат моделью при описании многих явлений природы. Типичной интерпретацией можно считать следующую [7]. Пусть вначале заданы случайно распределенные местоположения растений ("родительские точки"). Они производят семена, которые случайно разбрасываются (например, ветром) в окрестности родительских точек, и таким образом возникают новые точки ("отпрыски").

Одним из примеров процесса отпрысков служит модель стационарного процесса скоплений — процесс Неймана — Скотта. Здесь родительские точки образуют стационарный пуассоновский процесс (однородное пуассоновское поле) интенсивности δ, скопления независимы и однородны. Если скопления $N(x)$ изотропны, то процесс не только стационарен, но и изотропен.

Для интенсивности процесса Неймана — Скотта (численной концентрации отпрысков) δ_s имеет место соотношение

$$\delta_s = \overline{S}\delta, \tag{2.46}$$

где $\overline{S}$ — среднее число точек в одном скоплении.

Математическая модель такой среды опробования рассмотрена в разд. 2.3.

Следующими двумя важными примерами плоских процессов скоплений являются кластерный процесс Матерна и модифицированный процесс Томаса (цит. по [7]). В обеих моделях S имеет распределение Пуассона с параметром λ. В кластерном процессе Матерна дочерние точки равномерно распределены в круге радиусом R с центром в родительской точке, тогда как в модифицированном процессе Томаса они подчинены симметричному нормальному закону с центром в родительской точке и дисперсией σ^2.

Эти и другие модели (модель точечного процесса твердых оболочек, булева модель, модель конечной точечной системы, модель обобщенного пуассоновского процесса и др.), их модификации и комбинации можно, по-видимому, успешно использовать при моделировании месторождений полезных ископаемых с неоднородным полем концентрации полезных компонентов.

2.9. Среда со случайными линейными структурами

В этом разделе рассматривается среда со случайным множеством линейных структур (прямых, отрезков прямых, плоскостей и их кусков). Подобные среды встречаются при описании траекторий частиц, коммуникационных и других сетей, систем тектонических разломов и трещиноватости горных пород, структур некоторых материалов. Рассмотрение ведется на примере трещиноватости пород.

Под трещиноватостью понимают совокупность трещин в массиве горных пород, под системой трещин — множество трещин, примерно параллельных друг другу.

Трещины в горных породах различаются по геометрии, морфологии, генезису, возрасту и механизму образования. По общему характеру выделяют три типа сетей трещин [258, 325]:

— системные, образованные $n (n = 1, 2, \ldots)$ системами различно ориентированных трещин;

— хаотические, когда системы не выделяются или число их велико;

— полигональные, когда все трещины параллельны одной прямой и в перпендикулярной к ней плоскости образуют характерные многоугольники.

Каждый тип сетей трещин подразделяется по степени относительной прерывности на непрерывные, промежуточные и прерывистые [19].

Основными геометрическими параметрами трещин являются раскрытость (ширина), площадь, форма, ориентировка, диаметр по заданному направлению, шероховатость, извилистость и др.; параметрами системы трещин — прерывистость и расстояние между трещинами по нормали к ним. Любое плоское сечение сети трещин представляет собой случайную прерывную или прерывистую решетку. Только в идеальных простейших случаях получаем решетки простые (квадратные, треугольные, параллелограммные) непрерывные или с разорванными связями.

Трехмерное пространство (геологическая среда) разделено системами трещин разной прерывности и раскрытости. Расстояния между плоскостями трещин в системах имеют различные плотности распределения $f_i(x)$.

С позиции теории опробования такой среды будем различать следующие варианты баланса исследуемого минерала (элемента) в среде:

а) исследуемый минерал содержится только в матрице, а в трещинах (пустых или с заполнителем) его нет. Полученное таким образом случайное поле минералов (частиц) можно рассматривать как результат $P(T)$-прореживания первоначального поля. Такая ситуация может быть характерной, если наблюдаемые сети трещин являются результатом пострудной тектоники, при которой отсутствовала генерация данного минерала;

б) анализируемый минерал содержится только в заполнителе всех или отдельных систем трещин и в приконтактной с трещинами этих систем зоне. Данная ситуация присуща некоторым типам рудных месторождений и является следствием механизма рудообразования;

в) исследуемый минерал находится как в матрице, так и в трещинах некоторых систем. Если при этом содержание минерала в заполнителе трещин существенно превосходит таковое в матрице, то образованное таким способом случайное поле минералов можно рассматривать как результат специфического кластерного процесса.

Переходя от нормального уравнения прямой $x \cos \alpha + y \sin \alpha - P = 0$ в системе координат, принятой в аналитической геометрии, к нормальному уравнению прямой в системе координат, принятой в геодезии и маркшейдерском деле, получим уравнение системы непрерывных трещин в плоскости (уравнение следов системы трещин на плоскости $x0y$):

$$y = x\mathrm{tg}\, A - ak/\cos A, \tag{2.47}$$

где A — азимут следов системы трещин в данной плоскости; a — расстояние между следами трещин в данной системе в плоскости $x0y$; $k = 0, 1, 2, \ldots$ — параметр линии.

Уравнение системы трещин в пространстве запишем по аналогии с нормальным уравнением плоскости в виде

$$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \nu - ak = 0, \tag{2.48}$$

где $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \nu$ — направляющие косинусы нормали к трещинам данной системы; a — расстояние между трещинами по нормали.

Для прерывистых сетей трещин введем следующие обозначения:

l — длина трещин данной системы в плоскости $x0y$;

P — число трещин данной системы, приходящееся на единицу площади.

Свяжем с каждой трещиной вектор $\bar{l}$ длиной l, совпадающий с трещиной. Левый конец трещины примем за начало вектора. В однородном поле трещиноватости плотность трещин P остается постоянной и численно равна плотности точек, изображающих начало векторов $\bar{l}$.

Прерывистую систему трещин можно моделировать теперь набором указанных векторов, равномерно распределенных в плоскости. Таким образом, уравнение прерывистой системы трещин примем в виде

$$\bar{l} = l(\bar{i} \cos A + \bar{j} \sin A),\ P = \mathrm{const}, \tag{2.49}$$

где $\bar{i}$, $\bar{j}$ — единичные векторы.

Уравнения сетей трещин, состоящих из n систем трещин, можно записать так:

непрерывная сеть трещин —

$$y = x \operatorname{tg} A_i - a_i k / \cos A_i \ (i = 1, 2, ..., n); \tag{2.50}$$

прерывистая сеть трещин —

$$\bar{l}_i = l_i(i \cos A_i + j \sin A_i), \tag{2.51}$$

$$P_i = \lambda_i \ (i = 1, 2, 3, ..., n).$$

Сети трещин могут быть смешанные, полученные наложением непрерывной сети на прерывистую. Непрерывные сети являются, конечно, идеализацией. В действительности все трещины и сети из них прерывны. Степень разрывистости трещин в каждой системе может быть существенно различной.

Поскольку параметры систем трещин a и l — величины случайные, сети трещин тоже будут случайными. Как прерывистые, так и непрерывные сети трещин могут быть однородными и неоднородными, изотропными и анизотропными. Однородными назовем сети, ориентировка и геометрические параметры которых остаются постоянными на рассматриваемом участке; изотропными (по данному показателю трещиноватости) — сети, в которых рассматриваемая характеристика трещиноватости по любому направлению есть постоянная величина. Как показано в [19], сети трещин могут быть изотропными по одному показателю трещиноватости и анизотропными по другому.

В работе [19] С.А. Батугиным показано, что удельный объем трещинного пространства для непрерывных и прерывных сетей трещин соответственно составляет

$$Q_т = \sum_{i=1}^{n} J_i z_i, \tag{2.52}$$

$$Q_т = 0{,}5 \sum_{i=1}^{n} \delta_i l_i z_i, \tag{2.53}$$

где J_i — число трещин на единицу длины по нормали к плоскостям трещин i-й системы; z_i — средняя мощность трещин i-й системы по нормали; l_i — средний диаметр трещин i-й системы; δ_i — численная концентрация концов трещин i-й системы в плоскости, нормальной плоскостям этих трещин.

При отборе геологической пробы постоянным объемом V объем трещинного пространства в ней будет случайной величиной. Если интересующий нас компонент распределен только в матрице или только в трещинах, то и в том и другом случае объем (масса) геологической пробы, включающий данный компонент, также будет случайной величиной и меньшей (в среднем) V.

Объем трещинного пространства в пробе объемом V в среднем рассчитывается по формуле

$$V_т = Q_т V, \tag{2.54}$$

где $Q_т$ определяется по (2.52) или (2.53) и, как правило, $V_т \ll V$.

При случайном равномерном распределении минерала (частиц дисперсной фазы) в трещинном пространстве нижнюю оценку дисперсии содержаний интересующего нас компонента в пробах объемом V согласно (2.13) можно представить в виде

$$D(C_V) = C\bar{q}V_т(W_q^2 + 1), \tag{2.55}$$

а нижнюю оценку дисперсии и коэффициента вариации содержаний в единице объема соответственно

$$D(C') = (C\bar{q}/V_т)(W_q^2 + 1), \tag{2.56}$$

$$W^2(C') = (\bar{q}/CV_т)(W_q^2 + 1). \tag{2.57}$$

Случайность объема трещинного пространства $Q_т$ в геологической пробе объемом V приводит к существенному увеличению фактических дисперсий по сравнению с их оценкой снизу по (2.55) и (2.56) особенно в тех случаях, когда объем геологической пробы V незначительно превосходит средний объем структурного блока трещиноватого массива.

Некоторые другие математические модели среды опробования рассмотрены в гл. 4 параллельно с методами расчета объема пробы оптимальной представительности.

Заметим также, что проблема разработки математических (физических) моделей среды опробования крайне актуальна применительно к рентгенорадиометрическим, ядерно-физическим методам опробования и обеспечения новых технологий в горной промышленности. Однако там, естественно, развиваются другие подходы [11, 44, 193, 239, 259], которые в данной работе не рассматриваются.

Глава 3

ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОДЕРЖАНИЙ МИНЕРАЛОВ И ЭЛЕМЕНТОВ В ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ

3.1. Локальный замер и оценка содержания

Под измерением вообще понимают нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств. Результат измерения — именованное число — представляет собой элемент измерительной информации [137].

Любое измерение неизбежно сопровождается погрешностями, и истинное значение измеряемой величины остается неизвестным. При опробовании однородной дисперсной системы (с однородным, стационарным полем содержания дисперсной фазы) истинным значением, подлежащим определению, является содержание дисперсной фазы (например, полезного компонента) в единице объема или массы опробуемой среды (г/м^3, г/т и т.п.). Это истинное значение равно частному от деления всей массы дисперсной фазы на объем или массу всей дисперсной системы. Оно может быть измерено (оценено) только путем сплошного опробования среды, что, естественно, практически никогда не делается. Как правило, опробование бывает выборочным. При любом выборочном опробовании важно понять, что собой представляют генеральная совокупность и множество элементарных исходов.

Рассмотрим это на примере опробования однородного поля концентрации полезного компонента с содержанием C_0. Будем полагать, что среда опробования однородна в широком смысле — кроме полей содержаний, текстуры и структуры однородны поля гранулометрического состава и баланса минералов и т.д. Пусть это будет гипотетическая среда, адекватно описываемая математической моделью, например (2.9) — (2.15), т.е. среда с пуассоновским полем разноразмерных минералов.

Опробование неоднородных сред мы рассмотрим только после того, как будут раскрыты все особенности и закономерности опробования однородных сред. Реальные геологические среды опробования неоднородны. Теоретические основы опробования таких сред разработать, по нашему мнению, невозможно без теоретических основ опробования "простых" однородных сред.

Отбор первичной единичной пробы объемом V_i в некоторой точке M_i среды и определение в этой пробе содержания компонента C_{V_i} назовем локальным замером, а значение содержания C_{V_i} — элементарным исходом. Генеральной совокупностью проб будет все теоретически возможное множество непересекающихся проб V_i, на которые можно разделить всю область среды опробования. Если $V_i = \text{const} = V$ и заданы постоянные геометрия и ориентировка проб, то без потери общности можно полагать, что генеральная совокупность проб состоит из $N = V_{ср}/V_{проб}$. Таким образом, генеральная совокупность может быть конечной (при конечном объеме опробуемой среды $V_{ср}$) или бесконечной.

Даже при конечном объеме опробуемой среды $V_{ср}$ генеральную совокупность можно расширить до бесконечности, если рассматривать все теоретически возможные реализации разбиения опробуемого объема $V_{ср}$ на конечное $(V_{ср}/V_i)$ множество проб.

Примером конечной генеральной совокупности может быть совокупность всех навесок, на которые разделен (или разделяется) стандартный образец (СО). Объемы опробуемых геологических образований (и многих других дисперсных систем) в тысячи раз и более превышают объем первичной пробы. Поэтому можно полагать, что мы имеем дело (если не оговорено обратное) с бесконечной генеральной совокупностью.

Множество N значений содержаний C_{V_i} в пробах всей генеральной совокупности представляет множество возможных элементарных исходов. Между генеральной совокупностью проб и множеством элементарных исходов не обязательно взаимно однозначное соответствие.

В практике опробования месторождений полезных ископаемых (как и многих других дисперсных систем) имеют место две существенно различные схемы определения содержания полезного компонента C_{V_i} в первичной пробе V. В первой, характерной, например, для россыпных месторождений алмазов и золота, содержание C_{V_i} определяется путем обработки всей массы пробы. Даже пренебрегая ошибками обработки пробы, техническими ошибками ее отбора и прочее, содержание компонента в пробе будет случайной величиной (из-за случайного размещения разноразмерных золотин в среде опробования) с дисперсией (для рассматриваемой модели среды)

$$D(C_V) = C_0 \bar{q} V (W_q^2 + 1). \tag{3.1}$$

Далее по формуле $C_i = C_{V_i}/V_i$ по каждой единичной пробе вычисляют оценку истинного содержания C_0 в единице объема. В результате дисперсия оценки истинного значения содержания по одной пробе оказывается равной

$$D(C_0') = D(C_V)/V^2. \tag{3.2}$$

По второй схеме обработки проб, характерной для большинства рудных месторождений, отобранную первичную пробу дробят, измельчают, перемешивают, на разных этапах такой обработки квартуют и сокращают, наконец отбирают n малых навесок (иногда массой в несколько граммов и менее) объемом $V_н$ и только в них определяют содержание полезного компонента. В такой схеме содержание компонента в первичной пробе объемом V уже не измеряется, а рассчитывается по формуле

$$C'_V = C_н V / V_н. \tag{3.3}$$

Штрих, как и ранее, означает, что содержание получено по оценке (косвенному измерению). При этом дисперсия оценки содержаний в пробах объемом V будет

$$D(C'_V) = D(C_н)\,(V/V_н)^2. \tag{3.4}$$

При получении (3.4) мы не учли ошибок непосредственно лабораторного анализа, измерения объемов V и $V_н$ и др., подчеркивая случайность результатов опробования, обусловленную моделью среды, зерновидной дискретностью определяемой дисперсной фазы.

Выражение для дисперсии оценки истинного значения содержания по одной навеске объемом $V_н$ имеет вид

$$D(C'_0) = \frac{C_0 \bar{q}}{V}\,(W_q^2 + 1) + D(C_н)/V_н^2. \tag{3.5}$$

При рассмотрении в дальнейшем ошибок пробообработки мы расшифруем дисперсию содержаний в навесках $D(C_н)$. Здесь же подчеркнем, что если область опробования рассматриваемой среды разбить на множество непересекающихся равных объемов V (множество проб объемом V), то соответствующее множество содержаний компонента в этих объемах-пробах составит интересующую нас генеральную совокупность. Среднее содержание и дисперсия этой генеральной совокупности равны по (3.1) соответственно $C_{0V} = C_0 V$ и $D(C_V)$.

Таким образом, в однородном поле содержаний полезного компонента содержание его в выбранном объеме V (пробе) является случайной величиной C_V. Множество элементарных исходов при опробовании среды пробами объемом V будет состоять при этом из множества значений содержаний C_{V_i} компонента во всем множестве проб данного объема.

Задачу опробования рассматриваемой однородной по содержанию среды со средним содержанием C_0 можно сформулировать просто: оценить с необходимой и достаточной точностью по n пробам объемом V среднее содержание полезного компонента в опробуемой среде.

Такую оценку можно провести следующим образом:

— определяем в n_1 пробах содержания C_{V_i} ($i = 1, 2, 3, \ldots, n_1$);

— находим среднее содержание C_V в пробе объемом V;

— проводим оценку среднего содержания в единице объема $C'_0 = \bar{C}_V / V$;

— находим ошибку оценки среднего содержания в виде двусторонней интервальной оценки;

— сравниваем ошибку с необходимой и достаточной точностью и определяем окончательно число проб n объемом V или общий объем nV, которые обеспечат необходимую и достаточную точность опробования рассматриваемой среды.

Это так называемое апостериорное экспериментальное определение точности измерений, а также необходимого и достаточного их числа. До настоящего времени в практике опробования рудных и других месторождений этот метод выбора способа опробования является единственным.

Следует, однако, заметить, что содержание C_V в пробах объемом V как случайная величина имеет закон распределения, который чаще остается неизвестным. В то же время масштабные эффекты в опробовании (см. разд. 1.4) приводят к зависимости моментов распределения от объемов пробы. Крайне важно, что с увеличением объема пробы происходит симметризация распределения, а при малых объемах имеют место асимметричные распределения, так часто наблюдаемые в практике разведки недр.

Незнание закона распределения C_V не позволяет должным образом провести перечисленные этапы решения задачи опробования, ибо использование стандартных ошибок законно только в случаях нормального распределения оцениваемой величины.

Во многих областях естествознания и техники развиты методы априорной оценки точности предстоящих измерений.

Специфика геологических объектов и измерений не позволяет просто воспользоваться этим опытом. Более того, применение классических методов теории вероятностей и математической статистики при решении многих геологических задач ставилось и ставится под сомнение.

Как отмечает Ж. Матерон, "понятие случайной величины имеет конкретный смысл только при соблюдении следующих условий:

1) должна быть хотя бы теоретическая возможность бесконечного повторения испытания, в результате которого случайная величина приобретает численное значение;

2) результат каждого из этих испытаний должен быть независимым от результатов всех предыдущих испытаний" [192, с. 10].

Условия и области применения классических вероятностных методов к геологическим задачам уже давно обсуждаются в научной литературе [66, 73, 81, 111, 141, 143, 208, 268, 269, 289, 328, 339 и др.].

В отношении задач опробования месторождений полезных ископаемых и многих других пространственных систем показательна аргументация Ж. Матерона [192, с. 10]. По его мнению, пространственная переменная не удовлетворяет приведенным двум условиям. "Если, например, испытание состоит в отборе пробы в точке с координатами x, y, z, то содержание металла в такой пробе будет единственным, физически определенным и ни в коей мере не случайным. Нет никакой возможности повторения испытания, т.е. условие 1 не выполняется. Однако можно отобрать новую пробу не в точке x, y, z, а в непосредственной близости от нее. Это, конечно, не будет то же испытание, но с достаточной строгостью можно будет говорить о приблизительном выполнении условия 1. Но тогда нарушается условие 2: если первая проба отобрана в обогащенной зоне, то и вторая проба, расположенная в непосредственной близости от нее, как правило, будет в среднем иметь высокое содержание. Таким образом, испытания оказываются зависимыми, и эта зависимость будет тем ярче выражена, чем непрерывнее оруденение".

Развивая подобную аргументацию, Л.И. Четвериков замечает: "Большинство разведочных замеров не обладает указанной воспроизводимостью, являясь единичными, уникальными замерами. Особенно наглядно это видно на примере материальных проб, относящихся к группе прямых материальных замеров. Достоверность этих проб складывается из погрешностей, возникающих при отборе материала из области замера (т.е. из погрешности взятия), при подготовке этого материала к анализу (т.е. из погрешности обработки) и при его анализе (т.е. из погрешности анализа). Погрешности обработки и анализа поддаются прямому эмпирическому контролю. Но для того, чтобы проконтролировать погрешность взятия, необходимо вернуть отобранный материал в область замера и придать ему исходную фактуру. А это практически невозможно" [328, с. 81].

По поводу подобной аргументации отметим следующее.

Рассматриваемые нами модели среды опробования являются моделями пространственно однородных сред. Такие среды по Ж. Матерону "...можно изучать статистически, используя вероятностную интерпретацию, основанную на классической теории случайных функций" [192, с. 12].

Опробуемую среду можно представить сплошь состоящей из проб размером V (разделенную на элементы среду объемами V). Генеральная совокупность таких элементов однородна. Отсутствие практической возможности повторения испытаний на каждом отдельном элементе совокупности — распространенное явление в технике при всех разрушающих методах контроля элементов и не служит препятствием вероятностной интерпретации испытаний в теории выборочного контроля.

Для понимания развиваемого нами подхода к построению теоретических основ опробования важно знать, что содержание полезного компонента C_V в пробе объемом V такой среды — случайная величина изначально независимо от того, будем ли мы ее извлекать из среды или нет. Эта случайность обусловлена структурой среды, гранулометрическим составом дискретных минералов, минеральных агрегатов, минеральных скоплений, уровнем содержания компонента в среде, способом распределения его по минералам-носителям и т.п.

Допустим, что из всего множества элементов среды мы извлекли один i-й элемент — одну пробу объемом V. Допустим, что погрешности отбора пробы из среды (потеря части массы пробы, привнесение в пробу чужеродной массы пород, измерение объема пробы и т.п.) нет и, кроме того, отсутствуют ошибки пробообработки и анализа и нами точно установлено содержание C_{iV} компонента в этой пробе. Спрашивается, какова репрезентативность, представительность такой пробы, т.е. насколько точно представляет проба среду опробования?

Дисперсия содержания компонента в пробах объемом V определяется для данной среды по (3.1). Заметим, что это дисперсия не измеренных в пробах такого объема содержаний, а находящегося в рассматриваемых пробах количества компонента. Дальнейший отбор пробы, пробообработка и анализ увеличат эту дисперсию. Общая дисперсия измеренного содержания $C_{Ии}$ в пробах объемом V будет

$$D(C_{Ии}) = D(C_V) + D_{в.п.} + D_{п.о} + D_{ан}, \tag{3.6}$$

где $D(C_V)$ — дисперсия природной неоднородности минерализации по (3.1); $D_{в.п}$, $D_{п.о}$, $D_{ан}$ — соответственно дисперсия ошибок взятия (отбора) пробы, пробообработки и лабораторного анализа.

Из всех составляющих дисперсии измеренных содержаний (3.6) при заданном объеме пробы V последние три — управляемые и зависят от нашей точности, аккуратности и технической оснащенности. Первая же составляющая обусловлена природой и от наших действий (при V = const) не зависит. Но именно эта составляющая ($D(C_V)$) часто является определяющей.

Важно, что никакие наши действия в длинной цепи операций процесса опробования, кроме увеличения объема пробы, не могут уменьшить первую составляющую дисперсии (3.6). Заметим, что при

$$D_{в.п} = D_{п.о} = D_{ан} = 0$$

$$D(C'_0) = C_0\bar{q}(W_q^2 + 1)/V \tag{3.7}$$

характеризует природную неоднородность минерализации, указывая дисперсию оценки содержаний в единице объема среды по пробам объемом V.

Если воспроизводимость метода опробования оценивать теснотой полученных результатов оценки содержания (дисперсией $D(C'_0)$), то из (3.6) видно, что ее количественная оценка зависит не только от случайных погрешностей измерения, но и от выбора объема первичной геологической пробы. Более того, вид функции распределений содержаний C_V или C'_0 также зависит от объема проб, по которым ведутся измерения. При этом, если C_V имеет асимметричный закон распределения, то и $C'_0 = C_V/V$ распределена по асимметричному закону, что предъявляет особые требования к обработке и интерпретации результатов опробования.

3.2. Опыт изучения и построения законов распределения содержаний элементов в горных породах

Вопросы о функциях распределения минералов и химических элементов в геологических объектах, особенно в рудах и других полезных ископаемых, широко дискутируются в геологической и горно-технической литературе уже более 40 лет. За это время наметились два направления выбора (построения) закона распределения содержаний минералов и элементов в горных породах.

Первое направление более распространенное и характеризуется пассивным подходом, когда под известные экспериментальные данные подбирают подходящий по соответствующему критерию теоретический закон распределения из некоторого множества распределений. Здесь не делается каких-либо априорных предположений и адекватность математической модели оценивается только по ее степени соответствия эксперимен-

тальным данным. Выбрав таким образом плотность распределения, далее ей придается некоторый генетический смысл, некоторое геологическое объяснение, а нередко строятся на этом основании далеко идущие выводы. Представителями данного направления изучены законы распределения содержаний многих минералов и элементов в разных рудах и породах (табл. 3.1).

По результатам эмпирического анализа законов распределения элементов в минералах, породах и рудах, минералов в породах и различных полезных ископаемых можно сделать следующий основной вывод.

Непротиворечивость эмпирического распределения некоторому выбранному теоретическому, если даже такое соответствие установлено на основе статистических критериев, не может стать доказательством того, что данный элемент имеет это распределение. Очень часто одни и те же эмпирические данные не отвергают множество альтернативных гипотез о типе теоретического распределения. К тому же распространенными явлениями бывает малое число наблюдений и недостаточно строгие методы оценки соответствия эмпирического распределения теоретическому.

Например, Р.Д. Ривес и Р.Р. Брукс отмечают [261, с. 371]: "Более 20 лет тому назад Л.Г. Аренс показал, что большинство элементов в фельзических и мафических породах распределены логнормально". В то же время в [351] и следующей работе [352] Л.Г. Аренс свои выводы сделал на основе визуальной оценки гистограмм 20 элементов. Более строгий подход к оценке распределений, проведенный Р.Л. Миллером и Е.Д. Гольдбергом [367] при помощи критерия Пирсона, показал, что из 20 приведенных

Таблица 3.1

Итоги изучения распределения содержаний минералов и элементов по экспериментальным данным

Эмпирическое распределение	Изучаемый элемент, минерал, соединение	Объект опробования	Литературный источник
Нормальное (Гаусса)	Nb_2O_5, Ta_2O_5, Al, Na_2O_5, SiO_2,Al_2O_3	Апограниты, слюды, граниты	[34, 45, 123, 144, 145, 239, 262, 281, 285]
	As, U, Th, Rb, Ge, Ca, Be, Mg, SO_4, Na, Ga, Li, MnO, MgO, Be, Fe, Fe_2O_3, K_2O, S_2, Ba, Z_2, TiO_2 и др.	На ряде месторождений и во многих породах различных регионов	
Логарифмически нормальное	K, Zn, Nb, Ta, In, Se, Ca, Cu, Co, Ga, TiO_2, K_2O	Интрузивы, биотит, касситерит, сфалерит, граниты	[12, 32—34, 45, 107, 114, 123, 133, 145, 156, 199, 206, 212, 213, 224, 230, 239, 242, 254, 271, 275, 281, 303, 315, 332, 349]
	As, Th, MgO, Mo, Ge, Rb, Ag, Li	На ряде месторождений, по многим минералам и полезным ископаемым	
Пирсона I типа, Вейбулла, гамма-распределение и др.	Pb, Zn, Ag и др.	В минералах, породах и рудах многих месторождений	[20, 224, 269, 307, 344]

Л.Г. Аренсом примеров лишь 6 согласуются с логарифмически нормальным распределением, 2 — распределены нормально, 12 — имеют промежуточное положение.

Все это ставит под сомнение строгость и правильность выводов о законах распределения содержаний, а тем более генетических и геологических следствий, построенных на виде распределения.

Второе направление изучения и построения законов распределения минералов и элементов в горных породах и рудах характеризуется тем, что теоретическую плотность распределения элемента получают исходя из генетического и геологического существа задачи, а затем на фактическом материале проверяется соответствие теоретических моделей эксперименту. Родоначальником и организатором этого направления был А.Б. Вистелиус [65—67]. Из подобных или других соображений исходили и другие ученые, получая отдельные специфические законы распределения содержаний элементов в земной коре [308, 326].

Применительно к поставленным в данной работе задачам исследования крайне важны в методологическом отношении общие выводы, полученные за последние 20 лет на основе анализа распределений полезных компонентов при разнообъемном опробовании в сотнях различных видах руд и пород:

— эмпирические гистограммы содержаний описываются многими из известных законов распределений;

— одни и те же гистограммы могут быть часто описаны разными распределениями при одном и том же уровне значимости;

— в ряде случаев не удавалось подобрать при 5%-м уровне значимости к экспериментальным данным ни одного из многих известных распределений;

— эмпирические гистограммы распределения содержаний не редко имеют полимодальный вид, что объясняется или неоднородностью исходного статистического материала, или наличием нескольких этапов минералообразования, различными условиями концентрации и деконцентрации минералов и элементов;

— сам вид распределения безусловно зависит от объема проб, которыми велось опробование, и с увеличением объема пробы происходит симметризация распределений [20, 36, 98, 100, 105, 110, 111, 114, 140—142, 189, 192, 269, 326—328 и др.] так же, как в процессе формирования рудопотоков на действующих горных предприятиях [98, 114];

— в товарных рудах статистическая изменчивость содержаний компонентов значительно ниже, чем в отбитой и добытой руде [98, 114 и др.];

— вид распределения содержаний и его параметры зависят от текстуры руд, форм вхождения полезного компонента в минеральное сырье, числа и типов минералов-носителей данного компонента и гранулометрического состава минералов, минеральных агрегатов и других форм минеральных скоплений природной неоднородности минерализации [20, 23, 100, 110, 142, 262, 306, 326, 328, 341 и др.].

Однако до сих пор роль перечисленных факторов не определена и методы построения и анализа распределения геологических переменных вообще и содержаний элементов в частности требуют дальнейшего раз-

вития, особенно что касается унификации распределений и сближения отмеченных двух направлений их построения.

Практическая значимость точного знания закона распределения химических элементов и их соединений в горных породах и рудах вытекает, по крайней мере, из следующих трех обстоятельств.

Во-первых, способы вычисления средних значений содержаний по выборке в общем случае диктуются законом распределения его в генеральной совокупности. Не зная закона распределения, при вычислении среднего значения можно допустить серьезные ошибки.

Во-вторых, точность определения среднего значения случайной величины также нельзя оценить удовлетворительно, не зная ее закона распределения, если число наблюдений менее 25. В практике разведки и разработки месторождений оценку среднего значения содержаний часто приходится проводить по 3—5 наблюдениям, а при определении контуров балансовых запасов в плане и разрезе часто и по единственному наблюдению.

В-третьих, при описании геологических объектов нередко встает проблема оптимизации оценки не среднего значения, а экстремальных значений (минимального, максимального). Такая задача возникает, например, при выборе метода учета "ураганных" проб. Теоретическое значение представлений о законах распределений химических элементов и минералов в рудных телах и месторождениях вытекает из теоретической значимости проблемы моделирования рудных месторождений [78, 169, 247].

3.3. Описательная модель распределения содержаний химических элементов в однородном поле минерализации геологического тела

Рассмотрим некоторую гипотетическую геологическую среду с однородным полем минерализации. Пусть среда состоит (сложена) из N типов минералов, n из которых являются носителями некоторого интересующего элемента. Пусть далее известны законы распределения массы n типов минералов-носителей $f_i(q)$ $(i = 1, 2, 3, ..., n)$, законы распределения содержаний элемента в минералах-носителях каждого типа $\varphi_i(C)$ и численная или массовая концентрация всех типов минералов-носителей элемента (δ_i или C_{M_i}).

Тем самым можно считать заданным общее среднее содержание элемента в среде

$$\overline{C} = \overline{C}_1 + \overline{C}_2 + \cdots + \overline{C}_n, \tag{3.8}$$

где $\overline{C}_i$ — среднее содержание элемента в среде за счет i-го типа минералов-носителей.

Разделим среду на элементарные блоки равных объемов V. В каждый такой блок-пробу попадет случайное число m_i минералов i-го типа $(i = 1, 2, 3, ..., n)$, при этом m_i минералов определенного (и каждого) типа

будут обладать разной случайной массой и случайным содержанием элемента в каждом из них.

Представим содержание элемента в блоке-пробе как

$$C_V = C_1 + C_2 + \cdots + C_n, \tag{3.9}$$

где C_i — содержание за счет минералов i-го типа.

В то же время для C_i можно записать

$$C_i = q_{1i} C_{э1i} + q_{2i} C_{э2i} + \cdots + q_{mi} C_{эm_i}, \tag{3.10}$$

где q_{ji} — масса j-го минерала i-го типа, попавшего в блок-пробу объемом V; m_i — случайное число минералов i-го типа, попавших в пробу; $C_{эji}$ — содержание элемента в j-м минерале i-го типа, попавшего в блок-пробу этого объема.

Таким образом, C_i есть случайная величина, равная сумме случайного числа m_i слагаемых, каждое из которых есть произведение двух случайных величин q_{ji} и $C_{эji}$.

Содержание элемента в блоке-пробе C_V представляет сумму n случайных величин типа C_i и само, естественно, является случайной величиной. Это обусловливает природную дисперсию содержаний элемента на геометрической базе V, природную контрастность рудного вещества в нетронутом массиве по данному свойству.

Отбирая геологические пробы в такой среде объемом V и определяя в них содержание элемента, мы получаем экспериментальное кажущееся распределение содержания $f_э(C_V)$ в пробах объемом V, далеко не идентичное истинному распределению $f(C_V)$ из-за многих ошибок пробоотбора, пробообработки и лабораторного анализа. В частности, наблюдаемая дисперсия содержаний в этом случае увеличивается за счет серии ошибок опробования.

Рассмотрим возможные законы распределения случайных величин, входящих в (3.9) и (3.10), с целью последующего перехода к закону распределения содержаний элемента C_V в блоке-пробе $f(C_V)$.

Содержание элемента $C_э$ в минерале, будь то собственный минерал этого элемента или элемент-примесь в данном типе минералов, является случайной величиной. Ее закон распределения обусловлен всем ходом процессов физико-химической и геологической эволюции данного геологического объекта. Математическое моделирование и экспериментальное изучение распределений химических элементов в породообразующих минералах указывает на то, что законы распределения $\varphi_i(C_э)$ для одного и того же элемента даже в одном и том же минерале в разных условиях могут быть различными (нормальное, логарифмически нормальное, гамма-распределение и многие другие известные и еще не познанные).

Также многообразны законы распределения массы минералов $f_i(q)$ даже одного и того же типа в разных природных условиях.

Распределение случайной величины $z = qC_э$ (слагаемое в (3.10)) как произведения двух независимых случайных величин задается выражением ($qC_э \geqslant 0$)

$$g(z) = \int_0^\infty \varphi(C_э) f\left(\frac{z}{C_э}\right) \frac{1}{C_э} dC_э = \int_0^\infty f(q)\varphi\left(\frac{z}{q}\right) \frac{1}{q} dq, \qquad (3.11)$$

и число возможных различных распределений случайной величины z равно $n_z = n_q n_c$ (n_q, n_c — число возможных законов распределения соответственно q и $C_э$).

Для участка заданного геологического тела с однородным полем минерализации слагаемые (3.10) независимы и одинаково распределены согласно (3.11). Тогда случайная величина C_i как сумма случайного числа m_i случайных независимых и одинаково распределенных слагаемых будет иметь плотность распределения [61]

$$\psi(C_i) = \sum_{n=1}^{\infty} g^{(n)}(C_i) P_n, \qquad (3.12)$$

где $g^{(n)}(C_i)$ — плотность распределения суммы n независимых одинаково распределенных величин z_{1i}, z_{2i}, ..., z_{ni} в (3.10) находится последовательно: сначала $g^{(2)}(C)$ — композицию двух одинаковых законов $g^{(1)}(C)$ и $g(C)$, затем $g^{(3)}(C)$ — композицию $g^{(2)}(C)$ и $g(C)$ и т.д.; $P_n = P\{m_i = n\}$ ($n = 1, 2, 3, ..., N$) — закон распределения целочисленной случайной величины m_i, не зависящий от слагаемых z_{ji}.

В гл. 2 было показано, что законы распределения $P_n = P\{m_i = n\}$ могут быть различными в зависимости от модели среды опробования (среда с пуассоновским полем минералов, с прореживаниями разного вида, кластеризацией и др.). Следовательно, число возможных различных распределений (3.12) можно представить в виде

$$n_{ci} = n_z n_m = n_q n_c n_m, \qquad (3.13)$$

где n_m — число возможных законов распределения P_n.

Наконец, рассмотрим случайную величину C_V (см. (3.9)). Законы распределения слагаемых C_i в (3.9) определяются по (3.12). Так как каждое из этих слагаемых представляет собой содержание элемента в i-м типе минералов, попадающих в блок-пробу объемом V, все законы распределения C_i в общем случае различны. Таким образом, случайная величина C_V — сумма n случайных зависимых или независимых различно распределенных случайных величин. Учитывая, что число возможных различных распределений каждого из слагаемых велико и определяется по (3.13), можно показать, что число N_0 теоретически различных распределений C_V (при $n_{ci} \geqslant n$) будет

$$N_0 \approx (n_q n_c n_m)^{n-1},$$

что превышает в тысячи раз число ныне известных законов распределения.

Проведенное рассмотрение указывает на всю несостоятельность попыток найти среди ограниченного числа хорошо известных распределений те единственные, которые были бы адекватны геологическим условиям.

В то же время, безусловно, представляют научный и практический интерес вопросы об условиях, в которых распределение содержаний C_V в блоках-пробах заданного объема V имеет тот или иной из известных и хорошо изученных законов, а также о расширении множества известных законов распределения, могущих быть моделями распределения C_V.

Тот факт, что случайная величина C_i в (3.9) представима в форме (3.10), свидетельствует о том, что распределения относятся к классу безгранично делимых законов распределения. По определению, распределение F безгранично делимо, если при каждом n его можно записать как распределение суммы

$$S_n = x_{1n} + x_{2n} + \cdots + x_{nn}$$

независимых случайных величин с одним и тем же распределением F_n [85]. Известно, что нормальное распределение, гамма-распределение, распределение Максвелла, показательное, хи-квадрат, Пуассона, обобщенное пуассоновское, Коши, отрицательно-биномиальное (включая геометрическое) и многие другие являются безгранично делимыми. Естественно, что практически бесконечное множество безгранично делимых законов распределения в явном виде еще не изучены и могут возникать при решении различных теоретических и прикладных задач, в том числе задач опробования дисперсных систем.

Важно, что предельные распределения (при $n \to \infty$) для S_n также безгранично делимы независимо от того, одинаково или нет распределены компоненты $x_{k,n}$, если отдельные компоненты асимптотически пренебрегаемы в том смысле, что для любого $\varepsilon > 0$ при достаточно больших n выполняется неравенство

$$P\{|x_{k,n}| > \varepsilon\} < \varepsilon \quad (k = 1, 2, 3, ..., n).$$

Отличительной чертой таких сумм является то обстоятельство, что в них вклад отдельной компоненты в сумму может быть существенным, в то время как в случае одинаково распределенных компонент вклад каждой отдельной стремится к нулю.

Таким образом, можно принять, что распределения C_V по (3.9) следует искать в классе безгранично делимых распределений.

3.4. Условия применимости для описания распределения содержания нормального закона

Содержание химического элемента C_V в блоке-пробе (рассматривается блок-проба, не извлеченная из массива) объемом V будет суммой случайного числа случайных слагаемых (3.9) и (3.10). Рассмотрим условия, при которых эта сумма может иметь нормальное распределение.

Первое условие тривиально и, видимо, весьма редкое: C_V имеет нормальное распределение, если все слагаемые $g_{ji}C_{эji}$ в отдельности распределены нормально.

Такая ситуация наблюдается при нормальном распределении массы элемента в каждом типе минерала-носителя. А это возможно, если или масса минерала каждого i-го типа распределена нормально при практически нулевой дисперсии содержаний в них элемента, или g_{ji} и $C_{эji}$ имеют такие распределения, что произведение $g_{ji}C_{эji}$ распределено нормально.

Второе условие, при котором C_V распределено нормально, вытекает из центральной предельной теоремы А.М. Ляпунова и дальнейших работ С.Н. Бернштейна, А.Я. Хинчина, А.Н. Колмогорова, Б.В. Гнеденко, Ю.В. Линника, И.А. Ибрагимова, В.В. Петрова, В.М. Золотарева и других математиков, установивших, в частности, что распределение суммы независимых и слабо зависимых друг от друга случайных величин асимптотически нормально практически при любых одинаковых или различных распределениях слагаемых, если эти слагаемые малы, каждый из них существенно не превосходит другие и имеет конечную дисперсию [48, 85, 124, 127, 179, 232].

Из данного правила имеются исключения, однако они весьма редки. Например, если слагаемые распределены по закону Коши $(f(x) = 1/\pi(1 + x^2))$, не имеющему моментов, то и сумма распределена по закону Коши при любом числе слагаемых.

О подобных исключениях следует всегда помнить и проверять возможность их появления. Для практических задач также важно учитывать, что скорости приближения распределения суммы к нормальному распределению существенно различны при разных особенностях слагаемых. А это значит, что при конечном и небольшом числе слагаемых предельными теоремами следует пользоваться с осторожностью, привлекая для проверки асимптотической сходимости к нормальному распределению соответствующие теоремы и критерии.

В рассматриваемых нами задачах опробования месторождений полезных ископаемых можно более определенно назвать условия применимости предельных теорем. Отметим прежде всего условия, когда эти теоремы не применимы. Это касается условий, когда числа минералов-носителей, попадающих в пробу, исчисляются единицами, а распределение массы минералов резко асимметрично. Такая ситуация распространена при опробовании месторождений алмазов, крупного золота и многих других малыми объемами проб. В подобных случаях увеличение объема пробы приводит к росту числа минералов, попадающих в пробу, а следовательно, числа слагаемых в (3.9), (3.10) и симметризации распределений C_V.

При тонкой вкрапленности минералов-носителей элемента в породе (руде) и значительном содержании минералов число слагаемых в (3.9) может достигать нескольких сотен и даже тысяч, что тоже ведет к нормализации закона распределения C_V.

Таким образом, тонкая равномерная вкрапленность минералов, значительные их содержания, достаточные массы (объемы) геологических блоков-проб ведут к нормальному закону распределения C_V, и такая ситуация представляется достаточно распространенной.

Тогда для модели среды с пуассоновским полем разноразмерных минералов параметры нормального распределения C_V определятся по соответствующим формулам разд. 2.2 при одном типе минералов-носителей и из разд. 2.4 — при n типах минералов.

3.5. Условия применимости логарифмически нормального закона к описанию распределения содержания

На основе анализа обширного экспериментального материала о функциях распределения содержаний элементов и минералов в изверженных горных породах Д.А. Родионов пришел к следующим основным выводам:

— распределение содержаний минералов в разных типах изверженных горных пород очень часто не противоречит логарифмически нормальному закону;

— логарифмически нормальный вид распределения содержаний минералов весьма устойчив в изверженных породах и наблюдается как в ограниченных "локальных" совокупностях (штуфный образец, участок породы), так и в совокупностях более широкого плана (массив, формация);

— распределение содержаний элемента в минерале практически всегда логарифмически нормальное;

— наиболее распространенной моделью распределения содержаний элементов в изверженных породах является логарифмически нормальный закон, характерный для элементов, концентрирующихся в одном минерале;

— нормальное распределение содержаний элементов не противоречит предположению о том, что оно есть композиция логарифмически нормальных распределений, и характерно для элементов, находящихся в состоянии рассеяния во многих минералах [262].

Нами не найдены сколько-нибудь убедительные аргументы в пользу гипотезы о логарифмически нормальном распределении содержаний C_V элементов и минералов в блоках-пробах однородной по минерализации среды. Более того, основные выводы Д.А. Родионова вызывают сомнение по следующим причинам.

Во-первых, непротиворечивость экспериментальных распределений логарифмически нормальному еще не может быть убедительным доказательством того, что распределение содержаний имеет действительно такое распределение. Опыт анализа показывает, что одни и те же экспериментальные гистограммы часто не противоречат одновременно логарифмически нормальному и ряду других асимметричных распределений. Процедура проверки гипотез такова, что более убедительны и достоверны заключения о несоответствии теоретического закона экспериментальным данным, чем о непротиворечивости.

Во-вторых, экспериментальные гистограммы представляют собой кажущееся, а не действительное распределение содержаний.

3 Заказ № 236

Действительно, рассмотрим "экспериментальное" значение содержания элемента (или минерала) в пробе объемом V. Допустим, значение содержания $C_{V_э}$ в этой пробе получено в результате анализа всего объема пробы (а не ее части после пробообработки). Затем проведем пересчет полученного содержания $C_{V_э}$ на содержание в единице объема по формуле $C' = C_{V_э}/V$ и вместо истинного значения C получаем оценку C'. Очевидно, что $C' \neq C$, так как имели место, по крайней мере, две ошибки: анализа и ошибка измерения объема пробы совместно с ошибкой его отбора из массива.

Можно записать $C' = (C + \Delta C)/V$, где ΔC — ошибка анализа. Наблюдаемое распределение в эксперименте есть распределение случайной величины C' (оценки содержания). Вид данного распределения зависит от видов распределений трех случайных величин (C, ΔC и V).

Если даже C' при этом имеет логарифмически нормальное распределение, то истинное распределение содержаний C_V элементов или минералов в блоках-пробах объемом V остается неизвестным.

3.6. Условия применимости к описанию распределения содержания гамма-распределения

Гамма-распределение (Г-распределение) записывается в виде

$$f(x) = \frac{\lambda^k}{\Gamma(k)} x^{k-1} \exp\{-\lambda x\}, \tag{3.14}$$

где k и λ — положительные параметры.

Имеются, по крайней мере, три аргумента в пользу гипотезы о Г-распределении содержания минералов и элементов C_V в горных породах и рудах. Рассмотрим их по порядку.

Модальное значение $x_{мо}$ (мода) определяется из выражения

$$\frac{df(x)}{d(x)} = \left(\frac{k-1}{x} - \lambda\right) f(x) = 0$$

и

$$x_{мо} = \frac{k-1}{\lambda}. \tag{3.15}$$

Для математического ожидания, дисперсии, коэффициентов вариации и асимметрии этого распределения запишем

$$m_\lambda = \frac{k}{\lambda},\ D(x) = \frac{\sqrt{k}}{\lambda},\ W_x = \frac{1}{\sqrt{k}},\ A_s = \frac{2}{\sqrt{k}}. \tag{3.16}$$

Если мода $x_{мо} \gg 1$, то Г-распределение быстро убывает по обе стороны от максимума и его можно аппроксимировать нормальным распределением [350].

Таким образом, если C_i в (3.9) или слагаемые в (3.10) имеют Г-распределения с $x_{мо} \gg 1$, то у экспериментально наблюдаемых распределений содержаний нормальный вид. Условие $x_{мо} \gg 1$ соблюдается для многих элементов и минералов, ибо их содержание часто значительно больше 1 % (1 г/т, 1 г/м^3 — в зависимости от используемых единиц измерения).

Очень важно для рассматриваемого вопроса, что у суммы n независимых случайных величин, имеющих Г-распределение с параметрами (k_i, λ), тоже Г-распределение с параметрами $\left(\sum_{i=1} k_i, \lambda\right)$ [165]. Поэтому если в (3.9) слагаемые обладают Г-распределением, то и их сумма, т.е. C_V, будет иметь Г-распределение.

Распределение массы i-го типа минералов одной генерации может подчиняться разным законам распределения, в том числе и показательному (экспоненциальному) [20], записываемому в виде

$$f(x) = \lambda \exp\{-\lambda x\}. \tag{3.17}$$

При опробовании для многих элементов и минералов в (3.10) $C_{эji} = 1$ или с достаточной точностью можно принять $C_{эji} = \text{const}$. В этих случаях при показательном распределении массы минерала слагаемые имеют показательное распределение (3.17).

Тогда содержание C_i в (3.10) будет суммой случайного числа случайных независимых, одинаково распределенных по закону (3.17) слагаемых. Г-распределение является безгранично делимым и оно, в принципе, может быть предельным распределением сумм как (3.9), так и (3.10).

Отметим, что сумма n слагаемых, распределенных по закону (3.17), имеет Г-распределение

$$f(c) = \frac{\lambda^n}{(n-1)!} C^{n-1} \exp\{-\lambda C\}, \tag{3.18}$$

которое называют распределением Эрланга $(n-1)$-го порядка.

Распределение C_i в (3.10) при любых распределениях массы минерала существенным образом зависит от закона распределения числа слагаемых, которое определяется законом распределения числа минералов i-го типа, попадающих в блок-пробу объемом V. Последний же зависит от модели опробуемой среды.

При геометрическом распределении числа слагаемых в (3.10)

$$P(m) = (1-P)P^{m-1}$$

и показательном распределении (3.17) массы минералов распределение C_i имеет снова показательную плотность:

$$f(C) = (1-P)\lambda \exp\{(1-P)\lambda C\}, \tag{3.19}$$

что является частным случаем Г-распределения (3.14) при $k = 1$.

С увеличением объема блока-пробы пропорционально растет число минералов, попадающих в пробу, и, следовательно, число слагаемых в (3.10). При распределении C_i по (3.18) согласно (3.16) для асимметрии распределения содержаний можно записать

$$A_s = 1/\sqrt{n} = 1/\sqrt{\delta V}, \tag{3.20}$$

где δ — численная концентрация минералов в среде опробования.

Таким образом, с увеличением объема блока-пробы происходит симметризация распределения содержания компонента.

Ряд исследователей попытались обосновать биномиальное распределение содержаний минералов в породе и рудах [323, 326]. Опробуемая среда представляется при этом совокупностью равных по объему частиц — элементов, причем каждый элемент принадлежит либо рудному минералу (класс А), либо пустой породе (класс В).

Далее обозначается NP число рудных элементов и $N(1 - P)$ — породных и рассматривается следующая процедура, приводящая к биномиальному распределению.

Из совокупности N извлекается $n (n \leqslant N)$ элементов и пусть x есть случайная величина, соответствующая числу тех из них, которые принадлежат классу А (рудных). Тогда плотность распределения числа рудных частиц задается гипергеометрическим распределением:

$$P(x) = \frac{C_{NP}^{x} C_{N(1-P)}^{n-x}}{C_N^n} = \frac{\binom{NP}{x}\binom{np}{n-x}}{\binom{N}{n}}, \tag{3.21}$$

где $C_n^m = \binom{n}{m}$ — число сочетаний из n элементов по m.

Дисперсия x определяется выражением

$$D(x) = nP(1 - P)\,(N - n)/(N - 1). \tag{3.22}$$

Если $D(x) > 9$, то (3.21) достаточно точно аппроксимируется нормальным распределением; при $n/N < 0,1$ и одновременно $P < 0,1$ гипергеометрическое распределение аппроксимируется распределением Пуассона, а при $n/N < 0,1$ — биномиальным [290].

При опробовании месторождений полезных ископаемых, как уже отмечалось, проба всегда составляет ничтожную долю среды опробования и условие $n/N < 0,1$ соблюдается всегда. Это и дало основание многим исследователям обосновать в качестве модели распределения полезного компонента в породах и рудах биномиальное распределение.

Значение n в этой модели предполагается достаточно большим, ибо для полного разделения рудных и породных частиц необходимо предположить элемент достаточно малого объема. Но в таких случаях биномиальное

распределение обобщается применительно к совокупности непрерывных случайных величин Г-распределением [263].

Однако в целом относительно рассмотренных гипергеометрической и биномиальной моделей содержаний необходимо сделать следующее замечание.

Полагая извлечение из N элементов по n, молчаливо сделано предположение, что среда опробуется пробами постоянного объема V. На самом деле это не так. Если мы извлекаем пробы, содержащие $n = \text{const}$ элементов, то в схеме опробования пород это значит, что объем пробы будет случайной величиной. Таким образом, опробование постоянным объемом $V = \text{const}$ и постоянным числом элементов $n = \text{const}$ не одно и то же.

В этом смысле описанная модель, приводящая к биномиальному распределению содержаний, не корректна. К тому же в данной модели не учитывается естественная разноразмерность рудных минералов.

В то же время приведенные в настоящем разделе схемы и рассуждения свидетельствуют с достаточной определенностью в пользу возможного Г-распределения содержаний минералов и элементов в блоках-пробах заданного объема однородной по условиям минерализации среды.

3.7. Другие модели распределения содержаний

Наиболее правдоподобные модели содержания C_V, как представляется авторам, могут быть построены исходя из (3.9) и (3.10) согласно (3.12).

При одном типе минерала-носителя изучаемого элемента закон распределения его содержания C_V будет определяться законом распределения P_n числа минералов, попадающих в пробу объемом V, и законом распределения минерала по массе $f(q)$.

Наличие многих различных текстур и структур пород и руд вызывает многообразие того и другого закона. Главная задача исследователя при этом — установить правдоподобное соответствие законов $f(q)$ и P_n геологическим условиям и по (3.12) найти закон распределения $\Psi(C_V)$ или подходящую ему аппроксимацию.

Вопросы выбора $f(q)$ и P_n, в определенной мере адекватных среде опробования, изучены недостаточно. Рассмотрим некоторые возможные сочетания законов $f(q)$ и P_n и проиллюстрируем возможное разнообразие законов распределения содержания $\Psi(C_V)$ по (3.12).

Гранулометрический состав минералов формируется на протяжении длительной геологической эволюции пород и месторождений полезных ископаемых. На данный момент состояние геологической среды опробования можно с некоторым приближением принять равновесным и квазизамкнутым, удовлетворяющим принципу максимума энтропии [347]. Можно ожидать, что гранулометрический состав минералов также удовлетворяет принципу максимума неопределенности (энтропии).

Пусть

$$f(q) = 0 \text{ при } q \leqslant 0, \text{ а } \int_0^\infty q f(q) dq = q_0.$$

Тогда максимум энтропии имеет место тогда и только тогда, когда

$$f(q) = (1/q_0) \exp(-q/q_0), \tag{3.23}$$

т.е. когда масса минерала имеет показательный (экспоненциальный) закон распределения.

Из геологической практики давно известно условие, что для многих минералов чем меньше масса (объем, размер) минеральных частиц, тем их больше. При извлечении минералов из руды и пород разными методами в практике разработки месторождений мельчайшие и мелкие минералы (например, золотины при разработке россыпей, алмазы и др.) не извлекаются. Поэтому наблюдаемое распределение массы минерала в подобных случаях отличается от истинного, оно отражает гранулометрический состав прореженного поля минералов. Последний может описываться различными законами распределения. Безусловно, и природный гранулометрический состав многих минералов описывается многими другими законами распределения, существенно отличными от (3.23).

В этом разделе мы будем полагать, что имеет место (3.23).

Итак, в блок-пробу объемом V попадает n минералов (n — случайно!) и содержание минерала определяется суммой независимых слагаемых, распределенных по показательному закону (3.23). Тогда согласно (3.17) и (3.18) в (3.12) будем иметь

$$q^{(n)}(C) = \frac{\lambda^n}{(n-1)!} C^{n-1} \exp(-\lambda C), \tag{3.24}$$

где $\lambda = 1/q_0$.

В разд. 3.6 было показано, что при геометрическом распределении числа минералов, попадающих в блок-пробу, распределение (3.12) является показательным:

$$\Psi(C) = (1-P)\lambda \exp[(1-P)\lambda C]. \tag{3.25}$$

Как уже известно (см. гл. 2), в ряде математических моделей среды опробования с высокой степенью правдоподобия распределение P_n числа минералов в блоке-пробе объемом V имеет распределение Пуассона.

Если вместо распределения Пуассона принять распределение Пуассона, сдвинутое на единицу, то распределение (3.12) можно представить следующим образом:

$$\Psi(C) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda^n}{(n-1)!} C^{n-1} \exp(\lambda C) \frac{(\delta V)^{n-1}}{(n-1)!} \exp(-\delta V) =$$

$$= \lambda \exp(-\lambda C - \delta V) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda \delta V)^k}{(k!)^2}. \tag{3.26}$$

Эту плотность можно выразить [60] через модифицированную цилиндрическую функцию

$$J_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x/2)^{2k}}{(k!)^2},$$

$$\Psi(C) = \lambda \exp(-\lambda C - \delta V) J_0(2\sqrt{\lambda C \delta V}). \tag{3.27}$$

Тогда математическое ожидание и дисперсия содержания запишутся в виде

$$\overline{C} = \overline{q}(\delta V + 1), \tag{3.28}$$

$$D(C) = \overline{q}^2(2\delta V + 1). \tag{3.29}$$

Принимая во внимание то, что при выводе (3.27) вместо распределения Пуассона было принято распределение Пуассона, сдвинутое на единицу, лучше в такой модели для $\overline{C}$ и $D(C)$ использовать формулы

$$\overline{C} = \overline{q}\delta V \text{ и } D(C) = 2\overline{q}^2 \delta V. \tag{3.30}$$

Коэффициент вариации тогда можно принять равным

$$W_C = \sqrt{D(C)}/\overline{C} = \sqrt{2/(\delta V)} = \sqrt{2\overline{q}/(\overline{C}V)}, \tag{3.31}$$

где $\delta = \overline{C}/\overline{q}$.

Кстати, если такую среду опробовать пробами объемом V, то дисперсия оценки содержания по одной пробе будет

$$D(C') = D(C)/V^2 = 2\overline{q}^2\delta/V = 2\overline{q}\overline{C}/V, \tag{3.32}$$

что, естественно, совпадает с (2.14), так как для показательного распределения (3.23) $W_q = 1$.

Функцию распределения содержаний полезного компонента по данным опробования месторождения в целом в виде распределения Вейбулла предлагали и использовали неоднократно [71, 344]. Однако сколько-нибудь убедительных аргументов в пользу выбора такой модели, кроме удобства в пользовании и некоторой гибкости, авторами не приводилось.

3.8. Обобщенный закон распределения

Рассмотрим функцию вида [20]*

$$f(x) = Ax^{k-1} \exp(-Bx^{\alpha}), \tag{3.33}$$

где $x > 0$, коэффициенты A и B есть функции от k и α ($A = A(k, \alpha)$, $B = B(k, \alpha)$), а k и α — некоторые неотрицательные параметры ($k > 0$, $\alpha > 0$).

Из условия нормировки $\int_0^{\infty} f(x)dx = 1$ и выражения математического ожидания $\bar{x} = \int_0^{\infty} xf(x)dx$ получим

$$A = \frac{\alpha}{\Gamma\left(\frac{k}{\alpha}\right)} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{\alpha}\right)}{\bar{x}\Gamma\left(\frac{k}{\alpha}\right)} \right]^{k},$$

$$B = \left[\frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{\alpha}\right)}{\bar{x}\Gamma\left(\frac{k}{\alpha}\right)} \right]^{\alpha}.$$

Для числовых характеристик случайной величины x имеем

$$D(x) = \bar{x}^2 \left(\frac{\Gamma\left(\frac{k}{\alpha}\right)\Gamma\left(\frac{k+2}{\alpha}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{k+1}{\alpha}\right)} - 1 \right),$$

$$W_x = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \left(\frac{\Gamma\left(\frac{k}{\alpha}\right)\Gamma\left(\frac{k+2}{\alpha}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{k+1}{\alpha}\right)} - 1 \right)^{1/2}.$$

Из-за громоздкости не приводим выражения для асимметрии и эксцесса, их можно найти в [20].

Функция распределения для (3.33) имеет вид

$$F(x) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{k}{\alpha}\right)} \gamma\left(\frac{k}{\alpha'} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{\alpha}\right)} x \right]^{\alpha} \right),$$

*Предложена К.С. Шифриным для описания распределений диаметра капель в облаках при $k, \alpha \geqslant 0$ (Труды ГГД им. А.И. Воейкова. — 1955. — Т. 108, вып. 46. — С. 5).

где $\gamma(y, x)$ есть неполная Г-функция

$$\gamma(y, x) = \int_0^x u^{y-1} \exp(-u)du.$$

Плотность распределения (3.33) обладает важным свойством: степенная функция $y = ax^n$ случайного аргумента x с плотностью распределения (3.33) имеет тоже обобщенный закон распределения типа (3.33):

$$q(y) = \frac{\alpha}{n\Gamma\left(\frac{k}{\alpha}\right)} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{k+n}{\alpha}\right)}{\bar{y}\Gamma\left(\frac{k}{\alpha}\right)} \right]^{k/n} y^{k/(n-1)} \exp\left\{ -\left[\frac{\Gamma\left(\frac{k+n}{\alpha}\right) y}{\bar{y}\Gamma\left(\frac{k}{\alpha}\right)} \right]^{k/n} \right\}.$$

Из (3.33) получаются следующие частные случаи:

— экспоненциальное распределение (при $k = \alpha = 1$)

$$f(x) = \frac{1}{\bar{x}} \exp(-x/\bar{x});$$

— распределение Рэлея (при $k = \alpha = 2$)

$$f(x) = \frac{\pi}{2\bar{x}^2} x \exp\left(-\frac{\pi}{4\bar{x}^2} x^2\right);$$

— распределение Эрланга (при $k = 2$, $\alpha = 1$)

$$f(x) = \frac{4}{\bar{x}^2} x \exp\left(-\frac{2}{\bar{x}} x\right);$$

— распределение Максвелла (при $k = 3$, $\alpha = 2$)

$$f(x) = \frac{32}{\pi^2 \bar{x}^3} x^2 \exp\left(-\frac{4}{\pi\bar{x}^2} x^2\right);$$

— Г-распределение (при $\alpha = 1$)

$$f(x) = \frac{\lambda^k}{\Gamma(k)} x^{k-1} \exp(-\lambda x),$$

где $\lambda = k/\bar{x}$;

— хи-квадрат-распределение с n степенями свободы (при $k = n/2$ и $\alpha = 1$)

$$f(x) = \frac{2^{n/2}}{\Gamma(n/2)} x^{(n/2)-1} \exp(-x/2);$$

— распределение Вейбулла — Гнеденко (при $k = \alpha \neq 1$)

$$f(x) = kCx^{k-1} \exp(-Cx^k),$$

где $C = [\Gamma(1 + 1/k)/\bar{x}]^k$, которое в литературе по горной технике известно как распределение Розина—Раммлера и записывается в виде

$$R = 100[1 - F(x)] = 100 \exp(-Cx^k);$$

— распределение Накагами (при $k = 2h$, $\alpha = 2$)

$$f(x) = \frac{2}{\Gamma(h)} \left[\frac{\Gamma\left(h + \frac{1}{2}\right)}{\bar{x}\Gamma(h)} \right]^{2h} x^{2h-1} \exp\left\{ -\left[\frac{\Gamma\left(h + \frac{1}{2}\right)}{\bar{x}\,\Gamma(h)} x \right]^2 \right\};$$

— показательно-степенной закон распределения (при $k = \bar{x}$, $\alpha = 1$)

$$f(x) = x^{\bar{x}-1} \exp(-x)/\Gamma(\bar{x});$$

— распределение Субботина (при $k = 1$, $\alpha = \delta$)

$$f(x) = \frac{\beta^{-1/\delta}}{\Gamma(1/\delta)} \delta \exp(-x^\delta/\beta),$$

где

$$1/\beta = \left[\frac{\Gamma(2/\delta)}{\bar{x}\,\Gamma(1/\delta)} \right]^\delta;$$

— распределение Смирнова (при $k = \delta/2$, $\alpha = \delta$)

$$f(x) = \frac{\delta\sqrt{\beta}}{\Gamma(1/2)} x^{(\delta/2)-1} \exp(-\beta x^\delta),$$

где

$$\beta = \left[\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\delta}\right)}{\bar{x}\Gamma(1/2)} \right]^\delta;$$

— полунормальное распределение (при $k = 1$, $\alpha = 2$)

$$f(x) = \frac{2}{\pi^2 \bar{x}^2} \exp\left(-\frac{1}{\pi \bar{x}^2} x^2 \right);$$

— модифицированное распределение Рэлея (при $k = \alpha = 2Q$)

$$f(x) = \frac{Q}{b^2} x^{2Q-1} \exp\left(-\frac{1}{2b^2} x^{2Q}\right),$$

где $b = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{\Gamma(1/2Q)}{2Q\bar{x}} \right]^{-Q}$;

— распределение Ванина (при $k = n + 2$, $\alpha = 2$)

$$f(x) = \frac{1}{2^{n/2}\sigma_1^{n+2}\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)} x^{n+1} \exp(-x^2/2\sigma_1^2),$$

где $\sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{n+1}{n\bar{x}} \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \right]^{-1}$,

и многие другие [20].

Расширяя в (3.33) область возможного изменения случайной величины x на всю числовую ось и полагая $k = 1$, α — четным, получим бесконечное множество симметричных распределений

$$f(x) = A \exp(-Bx^\alpha), \quad -\infty < x < \infty, \tag{3.34}$$

где $A = \frac{\alpha\,\Gamma^{1/2}(3/\alpha)}{2\sigma\,\Gamma^{3/2}(1/\alpha)}$, $B = \left[\frac{\Gamma(3/\alpha)}{\sigma^2\,\Gamma(1/\alpha)} \right]^{\alpha/2}$.

Частным случаем (3.34) является нормальный закон распределения при $\alpha = 2$ с параметрами $(0, \sigma^2)$:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2\sigma^2).$$

Для симметричных законов (3.34) коэффициент эксцесса

$$Э_x = \frac{\Gamma\left(\frac{5}{\alpha}\right)\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{3}{\alpha}\right)} - 3.$$

При $\alpha = 2n$ ($n = 2, 3, \ldots$) получаем серию симметричных распределений с отрицательным эксцессом

$$Э_x = \frac{\Gamma\left(\frac{5}{2n}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2n}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{3}{2n}\right)} - 3$$

и плотностью распределения

$$f(x) = \frac{n\Gamma^{1/2}\left(\frac{3}{2n}\right)}{\sigma\Gamma^{3/2}\left(\frac{1}{2n}\right)} \exp\left\{-\left[\frac{\Gamma\left(\frac{3}{2n}\right)}{\sigma^2\Gamma\left(\frac{1}{2n}\right)}\right]^n x^{2n}\right\}.$$

При $\alpha = 1/2n$, n — целое число, имеем серию симметричных распределений с положительным эксцессом

$$Э_x = \frac{\Gamma(5 \cdot 2n)\Gamma(2n)}{\Gamma(3 \cdot 2n)} - 3$$

с плотностью распределения

$$f(x) = \frac{\Gamma^{1/2}(6n)}{4n\sigma\Gamma^{3/2}(2n)} \exp\left\{-\left[\frac{\Gamma(6n)}{\sigma^2\Gamma(2n)}\right]^{1/4n} x^{1/2n}\right\}.$$

В (3.33) на параметры k, α были наложены условия их положительности. Снимая эти ограничения, получим дополнительно широкое семейство распределений, частными случаями которого являются [20]:

— распределение Леви (при $k = -1/2$, $\alpha = -1$, $\sigma^2 = 8$)

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} x^{-3/2} \exp(-1/4x);$$

— распределение Гнеденко — Колмогорова (при $k = -1/2$, $\alpha = -1$, $\sigma^2 = 2$)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} x^{-3/2} \exp(-1/2x);$$

— распределение Трейера (при $k = \alpha = b$)

$$f(x) = \frac{ab}{x^{b+1}} \exp(-a/x^b)$$

и другие.

На практике при подборе теоретического распределения по эмпирическим данным иногда не удается принять гипотезу о несоответствии данных ни одному из рассмотренных уже распределений, в том числе и логарифмически нормальному. Логарифмируя исходную выборку и подбирая теоретическое распределение из подмножества обобщенного закона под такой преобразованный ряд, приходим к понятию логарифмически обобщенного закона распределения. Его частным случаем является широко известный логарифмически нормальный закон.

Таким образом, обобщенный закон распределения обладает широкими возможностями описания экспериментальных распределений. Однако для геологических приложений желательно иметь соответствующий набор концептуальных и математических моделей явлений, приводящих к тем или иным законам распределения.

Глава 4

РАСЧЕТ ОБЪЕМА ПРОБЫ ОПТИМАЛЬНОЙ ПРЕДСТАВИТЕЛЬНОСТИ И ОШИБКИ ПРОБООТБОРА

4.1. Представительность пробы и системы опробования

Поля концентрации минералов и элементов в пределах месторождений полезных ископаемых и отдельных его участков неоднородны. Система разведочных выработок распределяется в поле концентрации случайным образом. Допустим, что на исследуемом участке среда опробования однородна по текстуре и структуре руд, гранулометрическому составу рассматриваемых минералов, минеральных агрегатов и минеральных скоплений. Эти минимальные ограничения на среду опробования в пределах выделенного по геологическим признакам участка позволяют представить изучаемую среду в виде неоднородного поля содержаний элемента (рис. 4.1).

Однородность среды по текстуре и структуре руд и гранулометрическому составу минералов-носителей исследуемого элемента позволяет считать, что математическая модель среды опробования, выбранная из множества возможных моделей по геологическим условиям (см. гл. 2), для всего рассматриваемого участка будет единой.

Допустим далее, что имеет место среда с пуассоновским полем разноразмерных частиц (см. разд. 2.3).

Практически каждая первичная геологическая проба объемом V попадает в некоторую зону определенного уровня концентрации элемента (рис. 4.1). На рис. 4.1 таких уровней четыре.

По принятому нами определению представительности пробы (см. разд. 1.5), эта проба должна с необходимой и достаточной точностью "представлять" среду опробования заданной текстуры руд с данным уровнем концентрации элемента.

Если в качестве меры необходимой и достаточной точности определения содержания мы выбираем относительную (а не абсолютную) ошибку, то такой мерой будет коэффициент вариации оценки содержаний $W(C')$, рассчитываемый для заданной среды опробования (в соответствии с (2.15)) по формуле

$$W(C') = \sqrt{(\bar{q}/CV)(W_q^2 + 1)}. \quad (4.1)$$

Из (4.1) следует, что точность оценки содержания при выбранном объеме пробы $V = \text{const}$ тем выше, чем выше уровень содержания C.

Так как опробуемая среда неоднородна по уровню содержания C, наши измерения при $V = \text{const}$ будут неравноточными: меньшая точность оценки содержания будет при меньших уровнях C. Это важное положение до

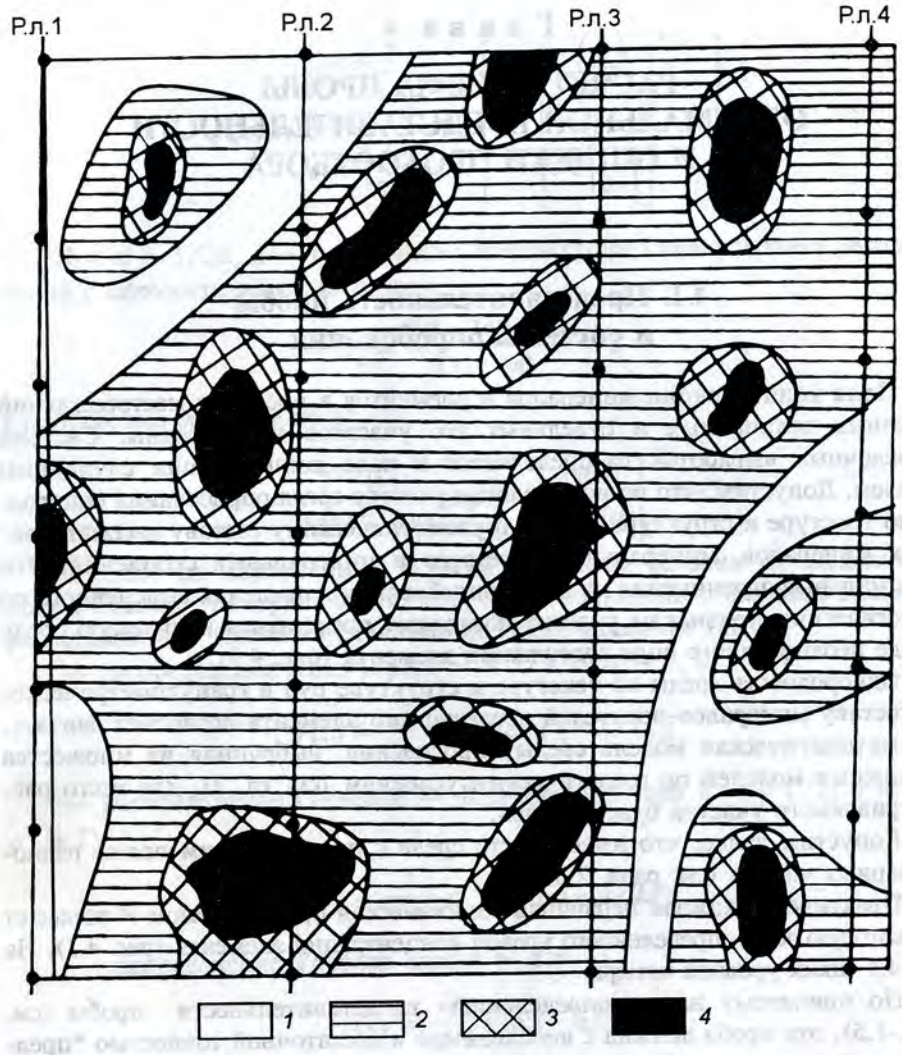


Рис. 4.1. К вопросу представительности пробы и системы опробования.
Р.л. — разведочная линия. *1—4* — уровни концентрации компонента в порядке возрастания.

настоящего времени никак не учитывалось при обработке и интерпретации результатов опробования, хотя общеизвестно, что теории обработки равно- и разноточных наблюдений существенно различны. Последствия такого рода методических ошибок будут подробно рассмотрены при анализе экспериментальных данных по опробованию, разведке и оценке конкретных типов месторождений в последующих главах.

Здесь же отметим важное следствие, вытекающее из (4.1): если выбранный объем первичной геологической пробы V обеспечивает необходимую и достаточную точность $W(C')$ оценки содержания в зоне с некоторым минимальным уровнем содержания C_{min}, то этот объем тем более обеспечит необходимую точность при всех других уровнях содержания $C > C_{min}$.

Поэтому, если проба объемом V является представительной для зоны $C = C_{min}$, то она представительна и для всех других зон. В качестве C_{min} может быть принято бортовое $C_{борт}$ или минимальное промышленное $C_{м.п}$ содержание, так как в процессе опробования необходимо надежное выделение зон с $C \leqslant C_{борт}$ $(C \leqslant C_{м.п})$.

Таким образом, представительная первичная геологическая проба обеспечивает необходимую и достаточную точность оценки концентрации по каждому единичному замеру во всей неоднородной по содержанию среде опробования. Последнее, однако, далеко не обеспечивает требуемую точность оценки среднего содержания элемента на участке опробования, подсчета и геометризации запасов. Для этого необходимо, чтобы вся система опробования, включающая параметры и геометрию проб, параметры и геометрию сети опробования, была также представительной.

Если число наблюдений меньше общего числа элементов исследуемой совокупности, то полагают, что используется выборка. Полный охват расценивают как выборку 100 % элементов.

При опробовании месторождений анализируется незначительная часть исследуемой совокупности элементов (совокупности всех блоков-проб объемом V, определяющих в сумме все месторождение или изучаемый участок). На стадиях разведки эта часть составляет, как правило, менее 1/25 000, на стадии эксплуатационного опробования — менее 1/1000.

В широком смысле выборка — это любая часть всех элементов совокупности. Обычно в теории и практике выборочных исследований предполагается, что выборка извлекается так, чтобы она "представляла" совокупность [102].

В данной работе проблема представительности выборки, всей системы опробования не рассматривается с требуемой полнотой. Ее решение предполагает выбор и обоснование критериев представительности, оптимальных параметров сетей опробования неоднородных по исследуемому свойству полей геологических переменных. Эти сложные задачи в разведке и оценке месторождений полезных ископаемых в надлежащем объеме не решены до сих пор.

4.2. Общая методика расчета объема пробы оптимальной представительности

Уже более 50 лет в геологической и горно-технической литературе продолжаются дискуссии о точности определения содержаний полезных компонентов по пробам разных размеров, о представительности проб. Работы таких авторов, как Я.А. Агапьев (1965 г.), М.Н. Альбов (1936 г.), Н.В. Барышев (1948 г.), В.Ф. Бочкарев, Э.Л. Кобленц (1960 г.), И.В. Булнаев (1961 г.), И.С. Гарбер и др. (1966 г.), Е.П. Зайцев (1958 г.), В.Ф. Мягков, В.Л. Баталов (1966 г.), Г.Г. Побединский (1963 г.), К.Д. Пожарицкий (1931 г.), В.И. Сарычев (1962 г.), Л.И. Шаманский (1962 г.), и многие другие доказывают достаточную представительность проб малого размера. В то же время общетеоретическое рассмотрение проблемы пробоотбора приводит к выводу о том, что пробы большего размера должны давать более достовер-

ные данные. На это указывали В.М. Крейтер (1940 и 1961 гг.), А.Б. Каждан (1974 г.), М.Н. Альбов (1975 г.), В.Г. Петров (1982 г.) и др. В целом вопрос о выборе оптимального объема пробы остается пока не решенным, а для этого, как было справедливо отмечено А.Б. Кажданом (1971 г.), требуется построить и рассмотреть геолого-экономическую проблему о функции потерь в зависимости от достоверности оконтуривания и подсчета запасов полезного ископаемого. В то же время в теории и практике разведки, опробования и обработки проб до настоящего времени учитывается далеко не полная информация, получаемая или которая может быть получена по пробе (число частиц в пробе, средний и максимальные размеры частиц в пробе, гранулометрический состав частиц в пробе, подобные характеристики сопутствующих полезных и вредных компонентов в пробе и их взаимосвязи с основным и др.). Наиболее полное использование информации о пробе может повысить ее представительность, тем более если перейти к экспериментально-аналитическим методам оценки геологических показателей по пробе.

Оценка среднего содержания по единственной пробе обладает случайной ошибкой (см. разд. 1.4, гл. 2). Поэтому к объему представительной пробы предъявляется требование: он должен быть таким, чтобы коэффициент вариации оценки среднего содержания в локальном месте опробования из-за случайной ошибки не превышал заданного допустимого значения

$$W(C') \leqslant W_{cg}. \tag{4.2}$$

Выдвигая условие (4.2) в таком виде, а не в виде требования к абсолютной ошибке в оценке содержаний, авторы руководствовались главным образом следующими соображениями.

У границ промышленного контура как в разрезе (по мощности пласта), так и в плане, естественно, имеют место пониженные концентрации минералов. Опробованием, наряду с решением ряда других задач, необходимо определить границу по бортовому и (или) минимальному промышленному содержанию. Задавая критерий воспроизводимости и точности в виде допустимого коэффициента вариации $W(C') \leqslant W_{cg}$, мы тем самым обеспечиваем равную относительную точность оценки содержания в разных по уровню концентрации минерала участках месторождения и гарантию того, что не пропустим промышленный участок. На стадиях поиска, разведки и эксплуатации критерии выбора оптимального объема пробы могут видоизменяться. На стадиях опережающей и сопровождающей эксплуатационной разведки, когда важно выделить по мощности и контуру участки с $C < C_{\text{борт}}$, также целесообразно пользоваться условием (4.2).

Дисперсия оценки содержания по локальному замеру, как показано в гл. 2, зависит от модели среды опробования.

Общую методику определения объема пробы оптимальной представительности мы рассмотрим на примере среды с пуассоновским полем разноразмерных минералов (см. разд. 2.3). Для такой среды справедлива формула (4.1). Из (4.2) с учетом (4.1) получим условие для объема представительной пробы

$$V_{\text{предст}} \geqslant (\bar{q}/CW_{cg}^2)(W_q^2 + 1). \tag{4.3}$$

Если необходимая и достаточная точность определения содержания (допустимая относительная ошибка W_{cg}) технико-экономически обоснована, то объем пробы оптимальной представительности будет

$$V_{\text{предст}} = 4(\bar{q}/CW_{cg}^2)(W_q^2 + 1), \tag{4.4}$$

где множитель $4 = t^2$ принят исходя из 5%-го уровня значимости, гарантирующего с вероятностью 0,95 отклонение оценки содержания от истинного значения не более чем на допустимое. Такой объем пробы в дальнейшем будем называть *представительным*, а пробу соответствующего объема — *представительной*.

Представительную пробу $V_{\text{предст}}$ для опробования месторождения в локальном месте можно обеспечить отбором одной или нескольких проб, сумма объемов которых равна $V_{\text{предст}}$. Выбор комплекса выработок (одна либо куст одного или разного диаметра скважин и т.п.) проводится уже на основе технико-экономических расчетов с учетом решаемой задачи и других уровней неоднородностей металлоносности.

4.3. Формулы для расчета объема представительных проб применительно к разным моделям среды опробования

Если для заданной модели среды опробования найден квадрат коэффициента вариации оценки содержаний $W^2(C')$ как функция объема пробы и параметров среды, то, как следует из разд. 4.2, объем представительной пробы определится по этой зависимости согласно (4.3) и (4.4).

В свою очередь, имеем

$$W^2(C') = D(C')/C^2 = D(C)/(C^2V^2), \tag{4.5}$$

где $D(C')$, $D(C)$ — соответственно дисперсия оценки содержания по единственной пробе и в блоках-пробах объемом V в среде в естественном ее состоянии (естественная контрастность среды по содержанию элемента, обусловленная дискретностью минералов-носителей данного элемента).

Таким образом, задача расчета объема представительной пробы сводится к нахождению дисперсии содержаний $D(C)$ элемента (минерала) в блоках-пробах объемом V (здесь предполагается, что задача обоснования необходимой и достаточной точности оценки содержаний W_{cq} решена).

Дисперсия содержания $D(C)$ определяется (см. разд. 3.3) как дисперсия суммы случайного числа независимых одинаково распределенных случайных слагаемых (суммы случайного числа минералов, попадающих в блок-пробу объемом V с некоторым законом распределения массы минерала). Эта дисперсия (см. разд. 2.2)

$$D(C) = m_y D_q + q_0^2 D_y, \tag{4.6}$$

где m_y, D_y — соответственно математическое ожидание и дисперсия числа минералов, попадающих в блок-пробу объемом V; q_0, D_q — математическое ожидание и дисперсия массы минерала.

С учетом (4.6) выражение (4.5) можно представить в виде

$$W^2(C') = q_0^2(m_y W_q^2 + D_y)/(C^2V^2), \qquad (4.7)$$

где $W_q^2 = D_q/q_0^2$ — квадрат коэффициента вариации массы минерала.

Значения q_0 и W_q для конкретных условий должны быть определены по геологическим данным экспериментально, методами аналогии и т.п. Они будут отражать одну сторону текстуры руд — характер и масштабы вкрапленности и дискретности рудного вещества. Многообразие, с одной стороны, возможных законов распределения массы минералов-носителей исследуемого элемента, а с другой — форм минеральных агрегатов и скоплений в каждом конкретном случае ставит задачу: *что́ будет пониматься под минеральной частицей q* (*минерал определенного типа, минеральный агрегат, минеральные скопления*). Такая задача далеко не тривиальна и требует внимательного рассмотрения геологических условий на каждом конкретном месторождении.

Весьма разнообразны могут быть модели, определяющие закон распределения y — числа минералов (минеральных агрегатов, минеральных скоплений), попадающих в блок-пробу объемом V, и соответствующие значения m_y и D_y в (4.7). Этот закон отражает многие другие стороны текстуры и структуры опробуемой среды. Случайная величина y по своей природе дискретна. Однако закон ее распределения может описываться функциями распределения как дискретных, так и непрерывных случайных величин.

Для каждых конкретных геологических условий требуется надежная идентификация модели, адекватно отражающей природные особенности опробуемой среды. Этот важнейший вопрос будет рассмотрен в последующих главах, посвященных опробованию конкретных типов месторождений, однако он еще далек от разрешения.

Прежде всего отметим возможное многообразие законов распределения случайного числа минералов (y), попадающих в блок-пробу объемом V (случайное число слагаемых в определении (4.6)).

Как уже неоднократно отмечалось в предыдущих разделах, вариант случайного равномерного размещения минералов (минеральных агрегатов, минеральных скоплений) в среде опробования простейший и вполне естественный для подобного класса задач. Ему соответствует распределение Пуассона числа минералов, попадающих в блок-пробу объемом V (табл. 4.1, модели М1—М4, М7, М8).

Рассмотрим другой распространенный вариант размещения минералов в среде опробования комплектами (семействами, гнездами, кластерами). Число минералов в комплекте y_k является случайной величиной с некоторым (дискретным или непрерывным) законом распределения. Сами же комплекты размещены в среде случайно и равномерно (пуассоновское распределение с параметром λ).

Таблица 4.1

Многообразие моделей среды опробования

Шифр модели	Модель среды опробования	Формулы расчета значений $W^2/(C')$ и $V_{предст}$
1	2	3
М1	Среда с пуассоновским полем равноразмерных минералов массой q_0	$W^2(C') = q_0/CV$, $V_{предст} = 4q/CW_{cg}^2$ (см. (2.6))
М2	Среда с пуассоновским полем разноразмерных минералов со средней массой $\bar{q}$ и коэффициентом вариации массы W_q	$W^2(C') = (\bar{q}/CV)(W_q^2 + 1)$, $V_{предст} = (4\bar{q}/CW_{cg}^2)(W_q^2 + 1)$ (см. (2.15), (4.4))
М3	Среда с пуассоновским полем гнезд, скоплений минералов со средней массой элемента (минерала) в гнезде $\bar{Q}$ и коэффициентом вариации массы W_Q	$W^2(C') = (\bar{Q}/CV)(W_Q^2 + 1)$, $V_{предст} = (4\bar{Q}/CW_{cg}^2)(W_Q^2 + 1)$ (см. (2.21))
М4	Среда с пуассоновским полем разноразмерных частиц и полиминеральной рудной фазой	$W^2(C') = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} C_i\bar{q}_i(W_{iq}^2 + 1)}{C^2V}$, $V_{предст} = \dfrac{4\sum_{i=1}^{n} C_i\bar{q}_i(W_{iq}^2 + 1)}{C^2W_{cg}^2}$ (см. (2.27), (2.28))
М5	Среда с неоднородным пуассоновским полем разноразмерных минералов (при Г-распределении параметра закона Пуассона)	$W^2(C') = (q_0/CV)(W_q^2 + 1) + W_\lambda^2$, $V_{предст} = \dfrac{4q_0}{C(W_{cg}^2 - W_\lambda^2)}(W_q^2 + 1)$, $W_\lambda^2 = 1/k$ (см. (2.41))
М6	Модель с геометрическим распределением числа минералов $P(m) = (1 - P)P^{m-1}$ и показательным распределением $f(q) = (1/q_0)\exp(-q/q_0)$ массы минерала	$W^2(C') = (q_0 + CV)^2/(C^2V^2)$, (Т. 1) $V_{предст}$ равно корню уравнения (Т. 1), умноженному на 4 (см. (3.19))

1	2	3
М7	Модель с пуассоновским распределением числа минералов $P(m) = (\delta V)^m \exp(-\delta V)/m!$ и показательным распределением массы минерала	$W^2(C') = 2q_0/CV$, $V_{\text{предст}} = 8q_0/CW_{cg}^2$
М8	Модель с пуассоновским распределением числа минералов и Г-распределением массы минерала $f(q) = \frac{\lambda^k}{\Gamma(k)} q^{k-1} \exp(-\lambda q)$	$W^2(C') = (q_0/CV)\left(\frac{1+k}{k}\right)$, $V_{\text{предст}} = 4q_0(W_q^2 + 1)/(CW_{cg}^2)$, $k = 1/W_q^2$
М9	Модель с биномиальным распределением числа минералов $P(m) = C_n^m P^m (1-P)^{n-m}$ и показательным (экспоненциальным) распределением массы минерала	$W^2(C') = (q_0/CV)(2-p)$, p — объемное содержание, доля единицы, $V_{\text{предст}} = (4q_0/CW_{cg}^2)(2-p)$
М10	Модель с биномиальным распределением числа минералов и $f(q)$-распределением массы минерала	$W^2(C') = q_0(W_q^2 + 1 - p)/(CV)$, $V_{\text{предст}} = 4q_0(W_q^2 + 1 - p)/(CW_{cg}^2)$
М11	Модель с отрицательно биномиальным распределением числа минералов $P(m) = \left(\frac{p}{1-p}\right)^n C_{n-1}^m (1-p)^m$ и экспоненциальным распределением массы минерала	$W^2(C') = q_0\left(1 + \frac{1}{p}\right)/(CV)$, $V_{\text{предст}} = 4q_0\left(1 + \frac{1}{p}\right)/(CW_{cg}^2)$
М12	Модель с отрицательно биномиальным распределением числа минералов и $f(q)$-распределением массы минерала	$W^2(C') = q_0\left(W_q^2 + \frac{1}{p}\right)/(CV)$,

1	2	3
		$V_{\text{предст}} = 4q_0\left(W_q^2 + \frac{1}{p}\right)/(CW_{cg}^2)$
М13	Модель с распределением Паскаля числа минералов $P(m) = \frac{(n-1)!}{(n-m)!(m-1)!} p^m (1-p)^{n-m}$ и экспоненциальным распределением массы минерала	$W^2(C') = q_0/(pCV)$, $V_{\text{предст}} = 4q_0/(pCW_{cg}^2)$
М14	Модель с распределением Паскаля числа минералов и $f(q)$-распределением массы минерала	$W^2(C') = q_0\left(W_q^2 + \frac{1-p}{p}\right)/(CV)$, $V_{\text{предст}} = 4q_0\left(W_q^2 + \frac{1-p}{p}\right)/(CW_{cg}^2)$
М15	Модель с распределением Полиа числа минералов $P(m) = P_0\left(\frac{\lambda}{1+\lambda\alpha}\right)^m \times \frac{m(1+\alpha)(1+2\alpha)\ldots[1+(m-1)\alpha]}{m!}$, где $P_0 = (1+\lambda\alpha)^{-1/\alpha}$, и экспоненциальным распределением массы минерала	$W^2(C') = q_0(1 + p_0^\alpha)/(CV)$, $V_{\text{предст}} = 4q_0(1 + p_0^\alpha)/(CW_{cg}^2)$
М16	Модель с распределением Полиа числа минералов и $f(q)$-распределением массы минерала	$W^2(C') = q_0(W_q^2 + p_0^\alpha)/(CV)$, $V_{\text{предст}} = 4q_0(W_q^2 + p_0^\alpha)/(CW_{cg}^2)$
М17	Модель с фишеровским распределением по логарифмическому ряду числа минералов	$W^2(C') = \frac{q_0}{CV}\left(1 + \frac{1-p+\ln p}{p \ln p}\right)$,

1	2	3
	$p(m) = -\dfrac{(1-p)^k}{k \ln p}$ и экспоненциальным распределением массы минерала	$V_{\text{предст}} = \dfrac{4q_0}{CW_{cg}^2}\left(1 + \dfrac{1 - p + \ln p}{p \ln p}\right)$
M18	Модель с фишеровским распределением по логарифмическому ряду числа минералов и $f(q)$-распределением массы минерала	$W^2(C') = \dfrac{1}{CV}\left(W_q^2 + \dfrac{1 - p + \ln p}{p \ln p}\right)$, $V_{\text{предст}} = \dfrac{4q_0\left(W_q^2 + \dfrac{1 - p + \ln p}{p \ln p}\right)}{CW_{cg}^2}$
M19	Модели с G-биномиальным распределением числа минералов и $f(q)$-распределениями массы минерала	$W^2(C') = (q_0/CV)(W_q^2 + 1) + W_y^2 - (1/\delta V^2)$, $V_{\text{предст}} \approx \dfrac{4q_0(W_q^2 + 1)}{C(W_{cg}^2 - W_y^2)}$
M20	Модели с би-сложным пуассоновским распределением числа минералов и $f(q)$-распределением массы минерала	$W^2(C') = (q_0/CV) \times [W_q^2 + m_x(W_x^2 + 1)]$, $V_{\text{предст}} = 4(q_0/cW_{cg}^2) \times [W_q^2 + m_x(W_x^2 + 1)]$ (см. (4.15))

Определение 1. Пусть $x_1, x_2, \ldots$ — последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин и θ — случайная величина, имеющая распределение Пуассона с параметром λ. Распределение случайной величины $y = \sum_{k=1}^{\theta} x_k$ называется сложным пуассоновским распределением [293]. Нетрудно заметить, что для обсуждаемой модели среды опробования случайная величина y представляет собой случайное число минералов, θ — случайное число кластеров, попадающих в блок-пробу объемом V.

Определение 2. Характеристической функцией случайной величины ξ с функцией распределения $F(x)$ называется комплекснозначная функция

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(itx)\,dF(x).$$

Если существует плотность распределения $p(x) = F'(x)$, то характеристическая функция есть преобразование Фурье плотности распределения

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(itx)p(x)\,dx. \tag{4.8}$$

Функция распределения $F(x)$ однозначно определяется своей характеристической функцией $f(t)$. Если суммируема на вещественной оси, то

$$p(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \exp(itx)f(t)\,dt. \tag{4.9}$$

Характеристическая функция случайной величины $y = \sum_{k=1}^{\theta} x_k$ со сложным пуассоновским распределением имеет вид

$$f(t) = \exp(-\lambda + \lambda\psi(t)), \tag{4.10}$$

где $\psi(t)$ — характеристическая функция случайной величины y_k (случайное число минералов в комплекте).

Тогда по (4.9) и (4.10) плотность распределения случайной величины y (случайного числа минералов, попадающих в блок-пробу объемом V) составит

$$p(y) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \exp(ity)\exp(-\lambda + \lambda\psi(t))\,dt. \tag{4.11}$$

При заданном законе распределения y_k (заданной характеристической функции $\psi(t)$) по (4.11) определяется искомая плотность распределения. Однако, как следует из (4.6), для решаемой в этом разделе задачи не требуется знание закона распределения y — достаточно знать m_y и D_y.

Для нахождения m_y и D_y используем тот факт, что y является суммой случайного числа θ случайных слагаемых x_k. Поэтому согласно разд. 2.2 можно записать

$$\begin{aligned} m_y &= m_\theta m_x = \lambda m_x = \delta_k V m_x, \\ D_y &= m_\theta D_x + m_x^2 D_\theta = \delta_k V(D_x + m_x^2), \end{aligned} \tag{4.12}$$

где δ_k — численная концентрация комплектов минералов (число комплектов в единице объема среды опробования); $\delta_k V = \lambda$; m_x и D_x — соответственно математическое ожидание и дисперсия случайной величины x_k (числа минералов в комплекте).

Теперь имеем сложное пуассоновское распределение случайного числа минералов y, попадающих в блок-пробу объемом V, в виде (4.11) с моментами (4.12).

Определение 3. Пусть $q_1, q_2, \ldots$ — последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин и y — случайная величина, имеющая сложное пуассоновское распределение (4.11) с моментами (4.12).

Распределение случайной величины

$$C = \sum_{k=1}^{y} q_k \tag{4.13}$$

назовем би-сложным пуассоновским законом распределения (по аналогии с определением сложного пуассоновского распределения).

Из предыдущего и этого определений ясно, что для рассматриваемой модели выражение (4.13) описывает содержание минерала в блоках-пробах объемом V. Следовательно, распределение содержания будет определяться би-сложным пуассоновским распределением с дисперсией по (4.6) с учетом (4.12):

$$D(C) = \delta_k V q_0^2 [m_x W_q^2 + m_x^2 (W_x^2 + 1)] =$$
$$= \delta V q_0^2 [W_q^2 + m_x (W_x^2 + 1)], \tag{4.14}$$

где m_x и W_x — соответственно математическое ожидание и коэффициент вариации числа минералов в комплекте (семействе, гнезде, кластере); $\delta = \delta_k m_x$. Тогда по (4.5) квадрат коэффициента вариации оценки содержания

$$W^2(C') = q_0 [W_q^2 + m_x (W_x^2 + 1)]/CV, \tag{4.15}$$

что, естественно, совпадает с (4.1) при $m_x = 1$ и $W_x = 0$.

Отрицательное биномиальное распределение является сложным пуассоновским распределением с Г-распределением параметра λ закона Пуассона, и в моделях М11, М12 (см. табл. 4.1) $W^2(C')$ определяется по (4.15).

При разных законах распределения числа минералов в комплекте (семействе, гнезде) $F(x)$ из (4.15) получим разные формулы для расчета объема представительной пробы (см. табл. 4.1).

Модели со сложным пуассоновским распределением числа минералов y, попадающих в блок-пробу (модели с пуассоновским полем комплектов), можно свести к модели $М3_2$ если положить среднюю массу минералов в комплекте (гнезде) равной $Q = q_0 \delta_k$ и вычислить коэффициент вариации массы минералов W_Q в гнезде. В ряде случаев этот прием может быть более практичным.

Кратко остановимся на других возможных моделях (М21 и др.).

G-биномиальные распределения получают из биномиального

$$b_N^m(p) = C_N^m P^m (1 - P)^{N-m},$$

если параметр P является случайной величиной с плотностью распределения $f(p)$ [31]. Класс всех G-биномиальных распределений очень широк. Плотность их распределения в общем виде запишется как

$$P_N^{(m)} = \int_{p \in [0,1]} b_N^m(P) f(p) dp. \tag{4.16}$$

Если $f(p)$ есть бета-распределение, то (4.16) будет распределением Пойа.

Понятно, что в разных условиях опробования могут быть различные модели с G-биномиальным распределением. Важно, что для класса G-биномиальных распределений при $N \to \infty$ и $(m/N) \to P$ $(P \neq 0; 1)$ имеет место равенство

$$P_N^{(m)} = (1/N) f(m/N) + 0(1/N), \tag{4.17}$$

где у второго слагаемого при $N \to \infty$ порядок малости более высокий, чем $(1/N)$, и поэтому оно становится сколько угодно малым по сравнению с первым слагаемым, если только $f(p) \neq 0$. Это позволяет для различных видов распределений $f(p)$ по (4.17) найти $P_N^{(m)}$ и m_y, D_y, необходимые для определения $W^2(C')$ по (4.7). Последнее дает возможность для заданных условий найти формулу для $V_{\text{предст}}$.

Рассмотрим модель, где число слагаемых y (минералов) и распределение массы минерала заданы соответствующим обобщенным законом распределения

$$f(y) = A_1 y^{k_1 - 1} \exp(-B_1 y^{\alpha_1}),$$
$$f(q) = A_2 q^{k_2 - 1} \exp(-B_2 q^{\alpha_2}). \tag{4.18}$$

Тогда по (4.7), после некоторых преобразований с учетом разд. 3.8, получим

$$W^2(C') = [q_0 (W_q^2 + 1)]/(CV) + W_y^2 - (1/\delta V^2). \tag{4.19}$$

Важнейшей особенностью этой модели является то, что с увеличением объема пробы V коэффициент вариации оценки содержания $W(C')$ не стремится к нулю, как в большинстве моделей, а ограничен снизу значением коэффициента вариации числа минералов W_y, зависящим от параметров k_1 и α_1 распределения $f(y)$.

В моделях среды опробования и соответствующих расчетных формулах $V_{\text{предст}}$ (см. табл. 4.1) не нашли отражения модели сред со значительным содержанием валунов, льда и т.п., не рудных объектов (поля с $p(0)$-прореживанием, см. разд. 2.6), а также модели сред со случайными линейными структурами, отдельными схемами кластеризации (по разд. 2.7, 2.8) и другие. Указанные вопросы, как и в целом проблема разработки и использования математических моделей среды опробования, еще ждут своего решения.

Здесь же отметим, что многие приведенные в табл. 4.1 модели и расчетные формулы для $V_{\text{предст}}$ пригодны также в случае оценки и расчета представительных проб при определении валунистости. Причем под $f(q)$ следует понимать плотность распределения валунов по объему (гранулометрический состав валунов), под q_0 — средний объем валуна и под W_q — коэффициент вариации объема валунов.

4.4. Определение доли крупных минералов, не попадающих в пробу заданного объема

Этот вопрос рассмотрим применительно к модели среды с пуассоновским полем разноразмерных минералов (см. разд. 2.3, табл. 4.1, М2). Из анализа данных табл. 4.1 следует, что практически для всех моделей среды опробования квадрат коэффициента вариации оценки содержаний $W^2(C')$ можно представить в виде двух слагаемых:

$$W^2(C') = q_0(W_q^2 + 1)/(CV) + \omega^2(C'), \tag{4.20}$$

где второе слагаемое или равно нулю, или существенно меньше первого.

Таким образом, второе слагаемое является как бы следствием уточнения модели М2, отражающей основную долю контрастности среды опробования. Как будет показано в последующих разделах, эта модель (М2) в большинстве случаев оказывается приемлемой при разных моделях среды опробования и надлежащем выборе переменных q_0, W_q.

Итак, пусть заданы плотность распределения массы минерала-носителя интересующего нас полезного (вредного) компонента $f(q)$, среднее содержание C и объем отбираемых проб V. В данном разделе попытаемся найти тот минимальный размер минералов $q_{кр}$, начиная с которого в пробу заданного объема уже не попадает ни одной из частиц, для которых $q \geqslant q_{кр}$. Таким образом, искомые частицы критической массы $q_{кр}$ обладают следующим свойством:

— при $q < q_{кр}$ частицы, хотя бы их часть, попадают в пробу;

— при $q \geqslant q_{кр}$ в пробу с вероятностью, близкой к единице, не попадает ни одной частицы.

Вероятность попадания в пробу объемом V равно m частиц, численная концентрация которых в единице объема δ, как мы видели, описывается законом распределения Пуассона. Отсюда вероятность того, что в пробу попадет $m = 0$ частиц,

$$P(0) = \exp(-\delta V), \tag{4.21}$$

а вероятность попадания ровно одной частицы

$$P(1) = \delta V \exp(-\delta V).$$

Для каждого класса крупности частиц при заданном содержании металла в 1 м^3 и функции $f(q)$ своя численная концентрация

$$\delta_i = \frac{C}{q_0} f(q_i)\Delta q_i. \tag{4.22}$$

Для i-й фракции будем иметь

$$p_i(0) = \exp\left(-\frac{CV}{q_0} f(q_i)\Delta q_i\right). \tag{4.23}$$

Вероятность того, что в пробу объемом V не попадает ни одной частицы никакой из фракций крупнее $q_{кр}$, будет равна произведению $p_i(0)$ для $i = k, k+1, \ldots, r$, где r — последняя самая крупная фракция, а k — номер фракции $q_{кр}$:

$$P(0) = \prod_{i=k}^{r} P_i(0) = \exp\left(-\frac{CV}{q_0}\sum_{i=k}^{r} f(q_i)\Delta q_i\right). \tag{4.24}$$

Переходя в (4.24) к пределу при $\Delta q_i \to 0$ и $r \to \infty$ и обозначая

$$\int_{q_{кр}}^{\infty} f(q)dq = P_N, \tag{4.25}$$

где P_N представляет собой долю от общего числа частиц таких, для которых $q \geqslant q_{кр}$, можно записать

$$P(0) = \exp\left(-\frac{CV}{q_0} P_N\right) \tag{4.26}$$

и окончательно

$$P_N = -\frac{q_0}{CV}\ln[P(0)]. \tag{4.27}$$

Значение $q_{кр}$ определяется графически по вычисленному значению P_N и обратной кумулятивной кривой P_N (рис. 4.2), а P_Q — по значению P_N и совмещенным обратным кумулятивным кривым P_N и P_Q, которые легко строятся по данным гранулометрического состава минерала (рис. 4.3).

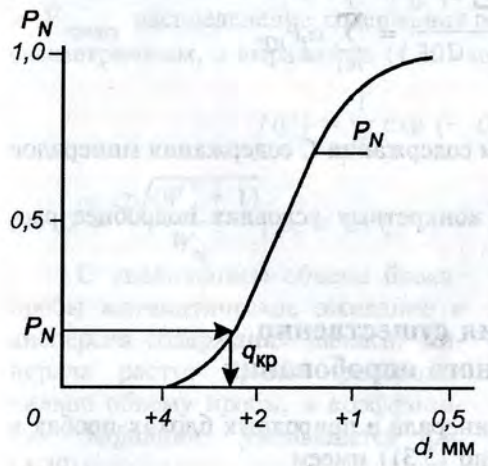


Рис. 4.2. Определение $q_{кр}$ по вычисленному P_N.

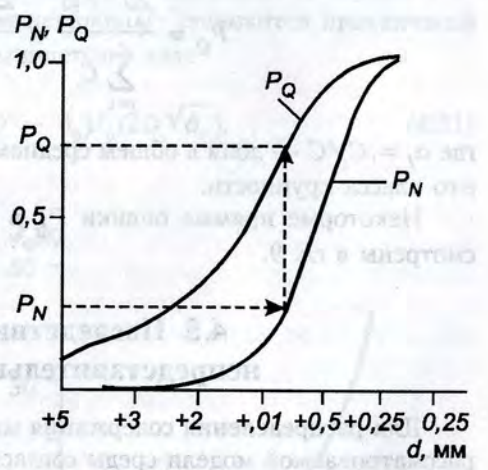


Рис. 4.3. Определение P_Q по вычисленному значению P_N по соответствующим обратным кумулятивным кривым.

Таким образом, доля крупных минералов, не попадающих в пробу объемом V, прямо пропорциональна средней массе минералов и обратно пропорциональна среднему содержанию C и объему пробы V. Эта доля крупных минералов (золотин, алмазов и др.) может быть и небольшой. Однако по массе она может составлять от общего среднего содержания уже значительную, а иногда и решающую долю.

При существенно непредставительном объеме пробы ($V < 0{,}1V_{\text{предст}}$) значения P_Q могут превышать 0,5 и достигать единицы.

По своей природе P_Q не является ошибкой измерения полезного компонента, попавшего в пробу объемом V. Повышение точности обработки и анализа пробы не может повлиять на систематическую (но случайную по величине) ошибку оценки среднего содержания, обусловленную дискретностью рудного вещества на уровне минералов, минеральных агрегатов и малых минеральных скоплений. Это — ошибка одного знака (систематическое занижение) и в то же время случайная, ибо с вероятностью $P(0) = \beta$ она может быть в единичном измерении, а с вероятностью $(1 - \beta)$ — не быть. Единственный путь уменьшения этой ошибки — увеличение объема пробы.

Оценку доли минералов, не попадающих в пробу объемом V, можно проводить по отдельным классам крупности. Тогда по (4.27) будем иметь

$$P_{iQ} \approx P_N = -\frac{\bar{q}_i \ln[P(0)]}{C_i V},$$

где q_i, C_i — соответственно средняя масса и среднее содержание минералов i-го класса крупности.

Определив P_{iQ} по всем классам крупности ($i = 1, 2, \ldots, r$), можно вычислить P_Q как средневзвешенное значение P_{iQ}:

$$P_Q = \frac{\sum_{i=1}^{r} C_i P_{iQ}}{\sum_{i=1}^{r} C_i} = \frac{\sum_{i=1}^{r} C_i P_{iQ}}{C} = \sum_{i=1}^{r} \alpha_i P_{iQ},$$

где $\alpha_i = C_i / C$ — доля в общем среднем содержании C содержания минералов i-го класса крупности.

Некоторые прямые оценки P_Q в конкретных условиях подробнее рассмотрены в гл. 9.

4.5. Последствия существенно непредставительного опробования

Для распределения содержания минерала в природных блоках-пробах в рассматриваемой модели среды согласно (3.31) имеем

$$f(C) = \frac{1}{q_0} \exp\left(-\frac{C}{q_0} - \delta V\right) J_0\left(2\sqrt{\frac{C}{q_0}\delta V}\right), \qquad (4.28)$$

где

$$J_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(k!)^2}\left(\frac{x}{2}\right)^{2k} = 1 + \frac{1}{(1!)^2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{(2!)^2}\left(\frac{x}{2}\right)^4 + \frac{1}{(3!)^2}\left(\frac{x}{2}\right)^6 + \ldots$$

— модернизированная цилиндрическая функция, график которой изображен на рис. 4.4.

Математическое ожидание, дисперсию и коэффициент вариации содержания при этом можно представить следующим образом:

$$M(C) = (\delta V + 1) g_0,\ D(C) = (2\delta V + 1) q_0^2,$$
$$W(C) = \frac{\sqrt{2\delta V + 1}}{\delta V + 1}, \qquad (4.29)$$

где $\delta = C / q_0$. Тогда распределение (4.28) можно переписать

$$f(C) = \frac{1}{q_0} \exp\left(-C\frac{V+1}{q_0}\right) J_0\left(2\frac{C}{q_0}\sqrt{V}\right). \qquad (4.30)$$

Таким образом, как и во всех других моделях, для однородной среды опробования со средним содержанием C и заданным гранулометрическим составом минералов содержание минерала в блоках-пробах объемом $V = \text{const}$ есть случайная величина с некоторым законом распределения, параметры которого зависят, кроме всего прочего, от объема пробы. При этом для $V \ll V_{\text{предст}}$ получаем резко асимметричные распределения, а с увеличением объема пробы происходит их симметризация. В случае $V = V_{\text{предст}}$ распределение содержания минералов C становится практически симметричным, а выражение (4.30) запишется в виде

$$f(C) = \frac{1}{q_0} \exp\left(-D^2 - \delta_0\right) J_0\left(2D\sqrt{\delta_0}\right), \qquad (4.31)$$

где $D = \frac{2\sqrt{(W_q^2 + 1)}}{W_{cg}}$; $\delta_0 = C / q_0$.

С увеличением объема блока-пробы математическое ожидание и дисперсия содержания (запаса) минерала растут прямо пропорционально объему пробы, а коэффициент вариации уменьшается (см. (4.29)).

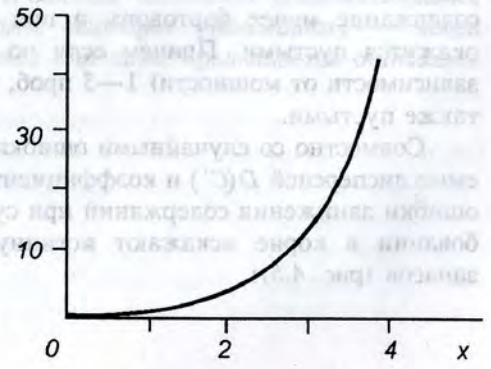


Рис. 4.4. График модернизированной цилиндрической функции $J_0(x)$.

Для оценки содержания $C' = C/V$ тип распределения $f(C')$ по сравнению с $f(C)$ не меняется, однако коренным образом изменяется зависимость дисперсии, асимметрии, модуля эксцесса и коэффициента вариации, которые в этой и других моделях резко уменьшаются с увеличением объема пробы.

Таким образом, к первой группе закономерностей существенно непредставительного опробования относятся следующие:

— распределения оценки содержаний (экспериментальные плотности распределений содержаний) практически во всех моделях среды имеют резко правоасимметричный вид при любых типах распределения запасов по месторождению и участку, в том числе и при фактически однородном поле концентраций $C = \text{const}$. Сам факт распределения содержаний в некоторой области $C_{\min} - C_{\max}$ отражает естественную природную контрастность среды по содержанию минерала в малых блоках-пробах, и с увеличением объема пробы область наблюдаемых изменений концентраций $(C_{\max} - C_{\min})$ резко сужается;

— высокие показатели изменчивости оценки содержаний (дисперсия, коэффициент вариации) и отрицательная асимметрия распределения, порождаемые существенно непредставительным опробованием, создают ложную картину распределения качества запасов, а каждое единичное измерение (оценка) содержания обладает непременно большой случайной ошибкой, удвоенное среднее квадратическое значение которой может в 2 раза и более превышать разность между средним и бортовым содержаниями;

— случайные ошибки оценки содержаний превышают пределы закономерных изменений средних содержаний в эксплуатационных блоках, что делает невозможным проведение геометризации запасов.

Второй закономерностью существенно непредставительного опробования является возникновение систематических ошибок занижения в оценке содержания по единичным измерениям. Измеренное и вычисленное при этом содержание C' составляет долю истинного среднего содержания C, равную

$$\Delta = C'/C = 1 - P_Q, \tag{4.32}$$

и может составлять 0,5; 0,1 и менее в зависимости от степени представительности пробы.

Например, при среднем содержании $C = 4$ усл. ед. и бортовом $C_{\text{борт}} = 2$ усл. ед. при $\delta V = CV/q_0 \leqslant 0{,}25$ более 95 % всех проб покажут содержание менее бортового, а при $\delta V \leqslant 0{,}1$ — более 90 % всех проб окажутся пустыми. Причем если по рудному пересечению отбирается (в зависимости от мощности) 1—5 проб, то более половины пересечений будут также пустыми.

Совместно со случайными ошибками оценки содержаний, характеризуемые дисперсией $D(C')$ и коэффициентом вариации $W(C')$, систематические ошибки занижения содержаний при существенно непредставительном опробовании в корне искажают истинную картину размещения балансовых запасов (рис. 4.5):

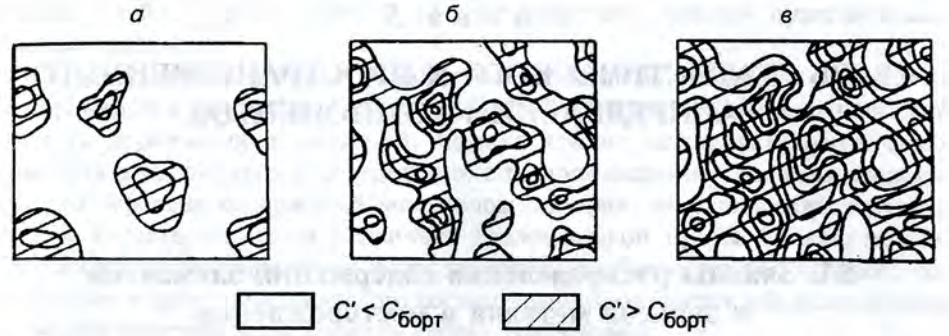


Рис. 4.5. Сравнение геометризации балансовых запасов по данным эксплуатационного опробования пробами разного объема.
а — $V \approx 0{,}05V_{\text{предст}}$; *б* — $V \approx 0{,}35V_{\text{предст}}$; *в* — $V \approx V_{\text{предст}}$.

— занижают мощность продуктивных тел в местах фактически балансовых запасов, показывая в то же время ненулевую мощность там, где фактические содержания существенно ниже бортового;

— занижают площади участков с балансовыми запасами, показывая таковые в местах их фактического отсутствия;

— занижают коэффициент рудоносности, содержание и запасы металла в целом;

— завышают запасы худших и лучших категорий по качеству и занижают запасы среднего качества и др.

Эти и отмеченные ранее следствия существенно непредставительного опробования наблюдаются при любой плотности сети опробования. В то же время недостаточная плотность сети опробования в зависимости от морфологии, уровня дискретности и кластеризации рудного вещества, параметров рудных тел и разведочной сети вносят дополнительно свои ошибки в оценку и геометризацию запасов. При этом тоже имеют место как случайные, так и систематические ошибки. Однако в разных геологических условиях при существующих способах оконтуривания, подсчета и геометризации запасов бывают систематические ошибки разных знаков. Будем их называть систематическими ошибками второго рода (в отличие от систематической ошибки занижения из-за существенно непредставительного объема геологических проб, которые назовем ошибками первого рода). Ошибки второго рода или увеличивают занижение содержаний и запасов (сложение систематических ошибок первого и второго рода), или, наоборот уменьшают, — когда занижение первого рода компенсируется или даже превышается ошибками завышения второго рода.

Глава 5

СВЯЗЬ СТАТИСТИЧЕСКОГО И ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЙ КОМПОНЕНТОВ

5.1. Законы распределения содержаний элементов и запасов металла в месторождении

При выполнении многих вероятностно-статистических расчетов на стадиях разведки, подсчета и геометризации запасов, а также при технологическом картировании и ведении горных работ необходимо знать функцию распределения содержаний минералов, элементов и запасов металла в месторождении и на отдельных его участках. Особенно большое значение имеет обоснование вида функции распределения на этапах проектирования систем опробования, разведки, доразведки и опережающего опробования месторождений, когда проектировщик располагает ограниченными статистическими данными.

При известном априори законе распределения достаточно определить его характеристики, для чего требуется значительно меньше экспериментальных данных, чем для установления вида функции распределения. Поэтому большое значение приобретает анализ путей обоснования теоретических законов распределения исходя из сущности исследуемых явлений и процессов.

В некоторых технических приложениях имеется достаточно объективных данных, на которых можно уверенно основывать априорное распределение (теория надежности технических систем, теория массового обслуживания, теория ошибок геодезических и других измерений), разработаны и изучены многие типы и классы специальных законов распределения.

В теории и практике разведки, оценки и комплексного освоения недр геолог, как правило, не может назначить априорное распределение. Обычный путь отыскания специального распределения начинается фиксацией некоторых семейств распределений, выбор которых обычно полностью определяется опытом исследователя.

Как явствует из нашего предыдущего рассмотрения, содержание минералов (элементов) в блоках-пробах среды опробования можно представить суммой случайного числа (минералов) случайных слагаемых (масса минерала). При этом возникают две основные модели образования таких сумм.

Первая, когда случайное число слагаемых y имеет распределение Пуассона, а независимые слагаемые — некоторое $f(q)$-распределение. Тогда случайная сумма определяет собой содержание C со сложным пуассоновским распределением.

Вторая модель (см. разд. 4.3) приводит к закону распределения содержаний $f(C)$, названному нами би-сложным пуассоновским распределением, когда распределение случайного числа слагаемых y (числа минералов, попадающих в блок-пробу объемом V) уже является сложным пуассоновским распределением.

Как полагают авторы, указанными основными моделями далеко не исчерпывается все многообразие сред опробования в геологии, в неполной степени отраженное в табл. 4.1. Однако крайне важно установить связь семейств и параметров распределений с геологическими условиями (текстуры руд, уровень содержаний минералов, их гранулометрический состав и др.) и характеристиками первичной геологической пробы (объем, масса). Эта зависимость параметров распределения от объема пробы, среднего содержания и гранулометрического состава минералов-носителей исследуемого элемента присуща всем моделям среды опробования.

Существенно непредставительное опробование ($V \ll V_{\text{предст}}$), как правило, приводит к резкой положительной асимметрии распределений содержаний, значительным случайным и систематическим ошибкам оценки содержаний и геометризации запасов, кажущейся высокой неоднородности поля содержаний и невозможности интер- и экстраполяции их значений.

Вопросы выделения структурных уровней и соответствующих им элементов неоднородности рассматривались в работах А.Б. Каждана (1974, 1982, 1985 гг.), М.В. Раца (1973 г.), Л.И. Четверикова (1971, 1984 гг.), П.И. Кушнарева (1975 г.) и др. Выделяют следующий последовательный ряд элементов неоднородности:

1) все месторождение;
2) рудные тела или участки различной степени продуктивности;
3) гнездовые скопления полезного компонента;
4) отдельные зерна полезного минерала или их сростки;
5) зоны и включения внутри полезных минералов.

Среднее содержание минерала или его вертикальный запас могут быть заданы графически в виде изолиний, таблично, когда эти показатели указываются в каждом элементарном блоке, на которые разделено месторождение, и, наконец, аналитически в виде

$$C(x, y) = F(x, y) + \alpha_{\text{сл}}(x, y) + \alpha_{\text{сист}}(x, y), \qquad (5.1)$$

где $F(x, y)$ — детерминированная составляющая поля содержаний (или вертикального запаса); $\alpha_{\text{сл}}$ и $\alpha_{\text{сист}}$ — соответственно случайная и систематическая составляющие поля, обусловленные ошибками измерения и оценки. В этом смысле поле содержаний (как любой геологической переменной), построенное на результатах измерений, является случайным полем.

В данном случае мы пренебрегли ошибками восстановления детерминированной составляющей поля $F(x, y)$ по результатам измерений поля в точках некоторой сети наблюдений, вообще говоря, конечной плотности (число точек наблюдений на единицу площади). Мы имеем право это сделать (полагая $F(x, y)$ непрерывной функцией в заданной области S), ибо известно, что любую непрерывную функцию можно восстановить (подобрать ей аналитическое выражение) с любой наперед заданной точностью надлежащим выбором плотности сети измерений. Полагаем, что плотность сети измерений такова, что $\varepsilon \ll \alpha(x, y)$, чем и оправдана запись (5.1).

4 Заказ № 236

Практический интерес имеют все составляющие (5.1). Графическое изображение в виде линий уровня $U(x, y) = c$ детерминированной составляющей поля дает четкое представление о законе распределения показателя в этой плоскости, зонах концентрации, характере изменчивости и т.п.

В геологической практике построение того или иного поля ведется по данным измерений значений поля в некоторых точках (сети наблюдений) или по линиям. В результате возникает нетривиальная задача построения модели поля (аналитической, графической в виде линий уровня $U(x, y) = c$ или числовой), анализа точности этой модели, а также анализа поля и его использования в решении практических задач.

Рассмотрим методику построения модели поля с ее особенностями применительно к геологическим объектам.

Допустим, нами регистрируется непрерывно вдоль некоторого направления x (сечение поля) содержание золота (алмазов или других минералов) в россыпном месторождении. Принимая во внимание тот факт, что самородные минералы золота различного размера (от нескольких микрон до n мм) и определенным образом распределены в песках россыпи, при точечной регистрации (сканировании) содержания золота вдоль данного направления поля мы получим пилообразную кривую содержаний при изменении содержаний от нуля (песчинка в точке) до 100 % (золотинка в точке). Эта кривая будет отражать весь последовательный ряд элементов неоднородности: зоны и включения внутри полезных минералов, отдельные зерна минералов или их сростки, гнездовые скопления минералов, струи или участки различной степени продуктивности, всю россыпь.

В действительности регистрация концентраций ведется не в точках, а в пробах некоторого размера, что и приводит к сглаживанию соответствующим окном (размером пробы) кривой содержаний и в конечном счете самого поля.

Пусть мы ведем непрерывную регистрацию содержания золота (алмазов) вдоль этого же направления по пробам некоторого минимального, но реального размера (например, диаметром 96 мм). На рис. 5.1, *а* изображена кривая, отражающая природную, естественную микронеоднородность поля содержаний при постоянном среднем содержании минерала по всему полю (1000 мг/м^3). Минералы имеют разные размеры и при постоянном в среднем содержании, например в 1 м^3, в каждом месте опробования рассеяны случайным образом так, что мелкие минералы встречаются в среднем чаще, чем крупные.

Дисперсия содержания в подобных случаях прямо пропорциональна среднему содержанию и средней массе минерала, обратно пропорциональна объему пробы, по которому определяется и рассчитывается содержание в 1 м^3 песков, а также зависит от гранулометрического состава минералов (см. табл. 4.1). Естественно, никто не определяет положение пробы с точностью до миллиметра, а любое ее смещение на диаметр пробы уже дает совершенно другое значение. Именно в этом смысле каждое измеренное значение поля является случайной величиной с некоторым средним значением, дисперсией и вообще — законом распределения, параметры которого зависят от объема пробы.

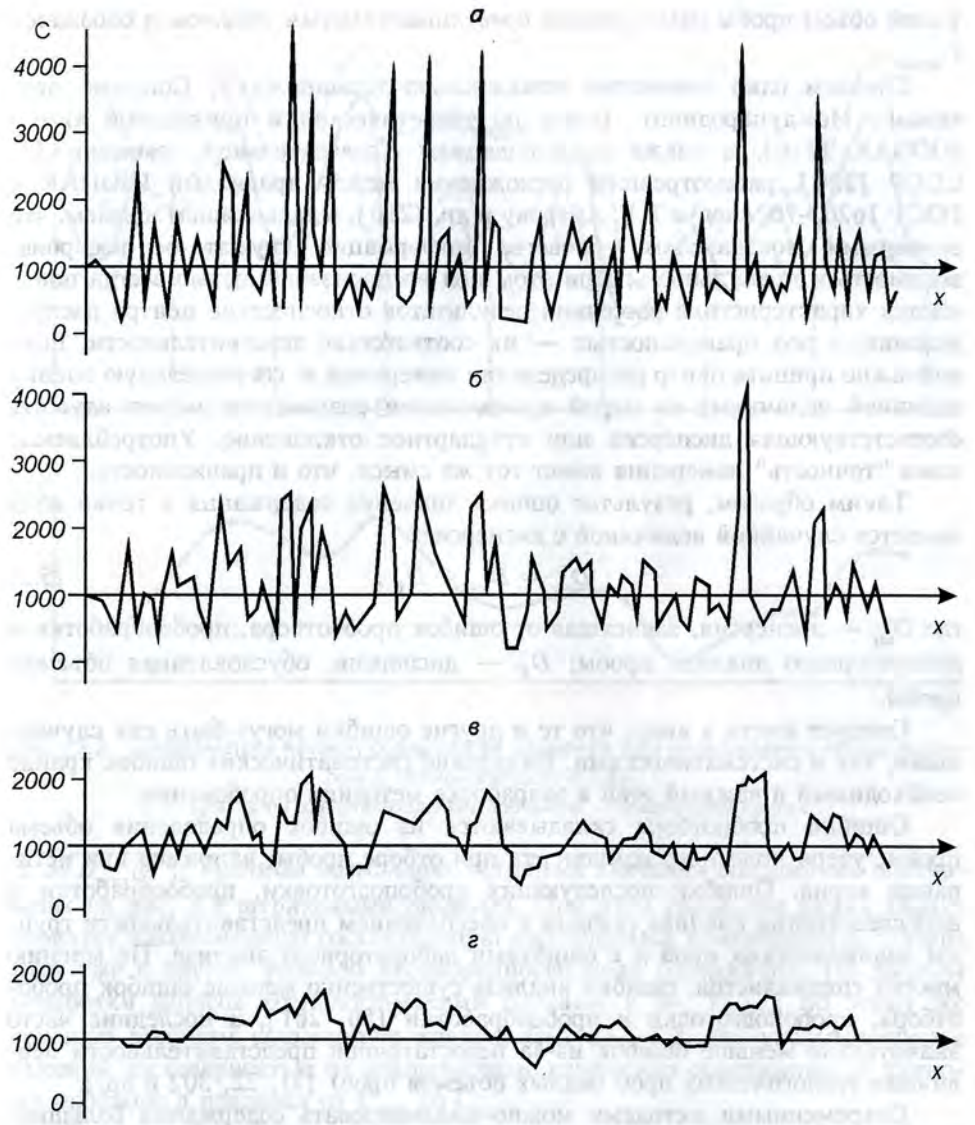


Рис. 5.1. Эффект сглаживания кривой содержаний минерала по профилю при непрерывном опробовании пробами разного объема, усл. ед.: 1 (*а*), 2 (*б*), 5 (*в*), 10 (*г*).

На рис. 5.1, *б* приведена кривая содержаний по тому же сечению по данным непрерывной регистрации содержания по пробам вдвое большего объема, чем на рис. 5.1, *а*, на рис. 5.1, *в* — в 5 раз больше и т.д. Дисперсия значений содержаний (оценки) по мере увеличения объема пробы уменьшается, и наконец мы приходим к такому объему пробы, который обеспечивает необходимую и достаточную точность и представительность измерения (исключает систематическое занижение содержания, обеспечивает заданные дисперсию или коэффициент вариации оценки содержания в точке поля).

Такой объем пробы нами назван *представительным объемом* и обозначен $V_{\text{предст}}$.

Сделаем одно замечание относительно терминологии. Согласно правилам Международного союза по теоретической и прикладной химии ИЮПАК [216], а также рекомендациям Согласительной комиссии АН СССР [300], рассмотревшей расхождения между правилами ИЮПАК и ГОСТ 16263-70, следуя В.Г. Хитрову и др. [210], в дальнейшем примем, что основными показателями качества информации служат ее воспроизводимость и правильность. При этом под воспроизводимостью всегда понимается характеристика рассеяния результатов относительно центра распределения, а под правильностью — их соответствие действительности. Если возможно принять центр распределения измерений за состоятельную оценку истинной величины, то мерой правильности результатов может служить соответствующая дисперсия или стандартное отклонение. Употребляемая нами "точность" измерения имеет тот же смысл, что и правильность.

Таким образом, результат оценки значения содержания в точке поля является случайной величиной с дисперсией

$$D_{\text{сл}} = D_{\text{ан}} + D_V, \qquad (5.2)$$

где $D_{\text{ан}}$ — дисперсия, зависящая от ошибок пробоотбора, пробообработки и лабораторного анализа пробы; D_V — дисперсия, обусловленная объемом пробы.

Следует иметь в виду, что те и другие ошибки могут быть как случайными, так и систематическими. Выявление систематических ошибок крайне необходимый и важный этап в разработке методики опробования.

Ошибки пробоотбора складываются из ошибок определения объема пробы, утери полезного компонента при отборе пробы, например при истирании керна. Ошибки последующих пробоподготовки, пробообработки и непосредственно анализа связаны с обеспечением представительности группы аналитических проб и с ошибками лабораторного анализа. По мнению многих специалистов, ошибки анализа существенно меньше ошибок пробоотбора, пробоподготовки и пробообработки [50, 261], а последние часто значительно меньше ошибок из-за недостаточной представительности первичных геологических проб (малых объемов проб) [21, 22, 302 и др.].

Современными методами можно анализировать содержания большинства элементов и минералов в горных породах в очень малых навесках (1 г и меньше) с высокой производительностью и с относительно небольшими затратами [121]. Однако именно природная неоднородность на уровне минералов вследствие их дискретного распределения в среде (рассматриваемый уровень неоднородности) не дает возможности использовать это преимущество из-за недопустимо больших ошибок таких определений.

Допустим теперь, что мы выбрали представительный объем пробы и опробовали непрерывно им некоторое сечение неоднородного поля, получив представительную кривую содержаний в данном сечении (рис. 5.2). Так как значение содержаний в местах опробования (по представительным пробам) получаем все равно с некоторой (хотя и допустимой) ошибкой, истинное содержание в каждой точке находится в интервале $C_i = C_{i,\text{изм}} \pm$

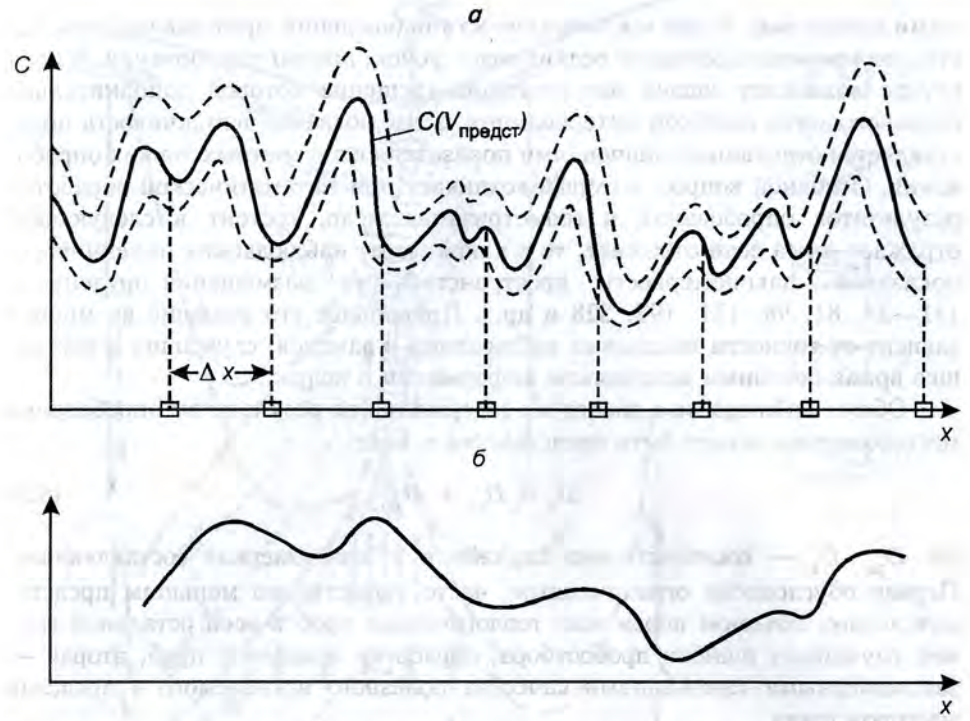


Рис. 5.2. Деформация кривой содержаний элемента при сглаживании окном размером с технологический блок.
а — кривая по представительным пробам; *б* — сглаженная кривая.

$\pm 3\sqrt{D_{\text{доп}}(C')}$. Границы возможных истинных значений содержаний обозначены на рис. 5.2 штриховыми линиями. При этом сплошная линия характеризует закономерную составляющую наблюдаемой изменчивости, связанную уже с другим уровнем неоднородности поля содержаний. По данным отработки запасов технологическими блоками $V \gg V_{\text{предст}}$ по этому же сечению получим сглаженную кривую (см. рис. 5.2, *б*), указывающую с высокой достоверностью на закономерные изменения содержания по данному профилю в пределах от $C_{\min}$ до $C_{\max}$.

При опробовании существенно непредставительными пробами ($V \ll \ll V_{\text{предст}}$) дисперсия результата оценки содержания в каждой точке может быть столь значительной, что интервалы наблюдаемых значений содержаний будут на порядок и более шире фактического диапазона изменения содержаний на всем профиле (площади, объеме). В таком случае подобный ряд наблюдений не позволяет вскрыть закономерную составляющую изменчивости. Недоучет же точности единичных результатов опробования может привести к ложной картине неоднородности и ложной геометризации запасов и показателей их качества.

Разделение наблюдаемой изменчивости на случайную и закономерную составляющие является одним из важнейших вопросов в теории и практике геометризации месторождений полезных ископаемых. Причем задача осложняется тем, что месторождения редко опробуются (разведуются) непрерыв-

ными сечениями. Чаще вся совокупность наблюдений представляет множество дискретных и довольно редких мест (точек, линий) опробования. В этом случае возникает задача интерполяции, решение которой дополнительно сопровождается ошибкой интерполяции, а наблюдаемая изменчивость представляется отдельными значениями показателя в дискретных точках опробования. Основной вопрос, который возникает при математической обработке результатов опробования и геометризации недр, состоит в следующем: отражает ли (а если отражает, то в какой мере) наблюдаемая изменчивость показателя закономерности пространственного размещения оруденения [51—54, 81, 98, 121, 192, 328 и др.]. Правильное его решение во многом зависит от точности локальных наблюдений и замеров, служащих в настоящее время основным источником информации о недрах.

Общая наблюдаемая дисперсия содержаний по результатам опробования месторождения может быть представлена в виде

$$D_0 = D_{сл} + D_з, \qquad (5.3)$$

где $D_{сл}$, $D_з$ — соответственно случайная и закономерная составляющая. Первая обусловлена ограниченным, часто существенно меньшим представительного, объемом первичных геологических проб и всей остальной гаммой случайных ошибок пробоотбора, обработки и анализа проб, вторая — закономерными изменениями качества полезного ископаемого в пределах месторождения.

При объемах первичных геологических проб $V = V_{предст}$ и надлежащей точности производства всех операций при отборе, обработке и анализе проб случайная составляющая общей дисперсии будет в пределах допустимой и ею можно пренебречь. Тогда и только тогда наблюдаемая дисперсия содержаний будет отражать закономерную составляющую дисперсии содержаний минералов (элемента) в пределах опробуемой области месторождения.

Если общая сеть опробования является представительной (см. разд. 4.1), т.е. полученная случайная выборка представительных геологических проб репрезентативна по отношению к генеральной совокупности (опробуемому месторождению), то построенное эмпирическое распределение содержаний по данной выборке будет отражать распределение запасов месторождения по категориям содержаний (по качеству). Однако и в таком случае следует помнить, что это распределение представляет распределение запасов по блокам объемом $V_{предст}$.

Технологические выемочные блоки и блоки селекции чаще по объему значительно превышают $V_{предст}$.

Дисперсия и закон распределения содержаний по технологическим выемочным блокам будут отличаться от дисперсии и распределения качества запасов по $V_{предст}$, и поэтому одной из основных задач геостатистики является оценка запасов и закона распределения содержаний по технологическим блокам на основе данных опробования.

Однако попытаемся ответить на вышепоставленный вопрос о возможных законах распределения $f_з(C')$ содержаний и запасов металла в месторождении по блокам $V \leqslant V_{предст}$. Заметим, что все рассмотренные нами ранее

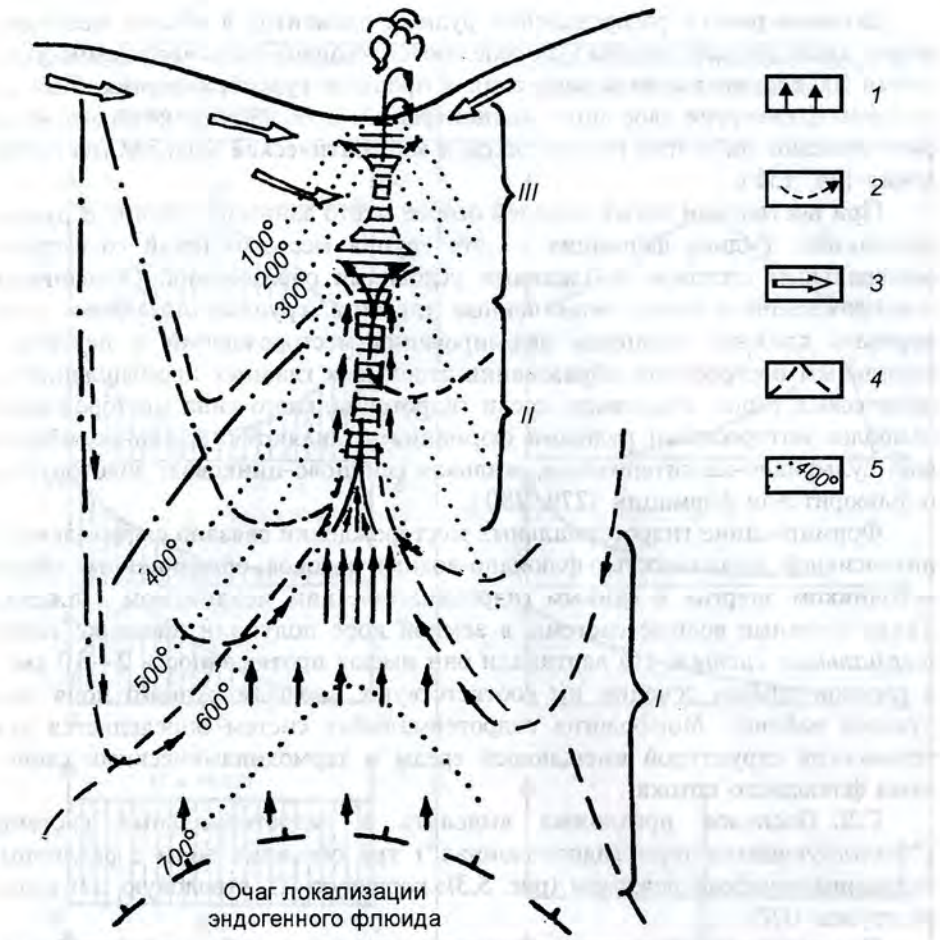


Рис. 5.3. Общая модель гидротермальной системы.

1 — восходящий поток глубинного флюида; *2* — нисходящие инфильтрационные воды глубокой циркуляции и вода, выделяющаяся при дегидратации пород на глубине; *3* — подземные воды; *4* — контур гидротермальной системы; *5* — положение изотерм гидротермальной системы.

модели среды опробования и соответствующие законы распределения содержаний $f(C')$ касались только однородных стационарных полей содержаний. Дисперсия и асимметрия распределения $f(C')$ имели место постольку, поскольку объем пробы $V \ll V_{предст}$. При этом уже для $V = V_{предст}$ дисперсия находилась в пределах допустимой, а асимметрия, как будет показано ниже, была близка к нулю. Для таких сред при $V > V_{предст}$ практически распределение содержаний вырождается, $C' = C_0 = \text{const}$, а запас металла и среднее содержание в технологических выемочных блоках равного объема $V > V_{предст}$ будут одинаковыми.

Сейчас же мы хотим рассмотреть возможные законы распределения содержаний и запасов металла по блокам $V \geqslant V_{предст}$ для месторождений с неоднородным полем минерализации.

Закономерности распределения рудных элементов в объеме месторождения (или рудной залежи) определяются геолого-геохимическими условиями их концентрации и рассеяния в процессе рудообразования. Каждый элемент формирует свое поле концентраций, особенности которого могут быть описаны на основе генетической и математической моделей месторождения [84, 151].

При построении таких моделей особое место занимает учение о рудных формациях. Рудная формация — это группа месторождений со сходным минеральным составом и близкими условиями образования. Объединение месторождений в такие естественные таксоны (группы) позволяет типизировать сложные процессы формирования месторождений и перейти к модельным построениям образования отдельных главных промышленно-генетических типов. Например, среди гидротермального типа месторождений наиболее интересными рудными формациями являются: медно-молибденовая, сульфидно-касситеритовая, жильная свинцово-цинковая, золоторудная и флюоритовая формации [279, 280].

Формирование гидротермальных месторождений связано с длительной и интенсивной деятельностью флюидно-водных потоков, объединенных общим источником энергии и единым гидродинамическим механизмом движения. Такие сложные водные системы в земной коре получили название *гидротермальных систем.* По вертикали они имеют протяженность 2—10 км, а в горизонтальном сечении им соответствуют площади рудного поля (или рудного района). Морфология гидротермальных систем определяется тектонической структурой вмещающей среды и термодинамическими свойствами флюидного потока.

Г.Л. Поспелов предложил выделять в гидротермальных системах ("фильтрующихся термогидроколоннах") три основные зоны с различным гидродинамическим режимом (рис. 5.3): корневую (*I*), стволовую (*II*) и зону разгрузки (*III*).

Под источниками рудного вещества понимается та ближайшая область, из которой вещество поступает в зону образования данного месторождения. По современным представлениям, вещество гидротермальных растворов может иметь три источника: ювенильный (мантийный), ассимиляционный (коровый) и фильтрационный — мобилизация вещества агрессивными гидротермальными растворами различного происхождения из пород, по которым они проходят. Особое значение при этом придается интрателлурическим растворам — восходящему потоку высоконагретых растворов наиболее летучих и подвижных компонентов (H_2O, CO_2, HCl, H_2S, K_2O, Na_2O и др.), поступающему по глубинным разломам из подкоровых зон земли. Такие растворы выносят металлы (медь, свинец, никель и др.), фтор, серу и др.

Главными параметрами гидротермальных систем является температура T и давление P. В общем виде развитие процесса гидротермального образования происходит в направлении от высоких $P - T$-условий к низким.

Формирование минералов и их парагенетических ассоциаций происходит при определенных для разных минералов пределах давлений и температур. Поля $P - T$ нестационарны во времени и неоднородны в пространст-

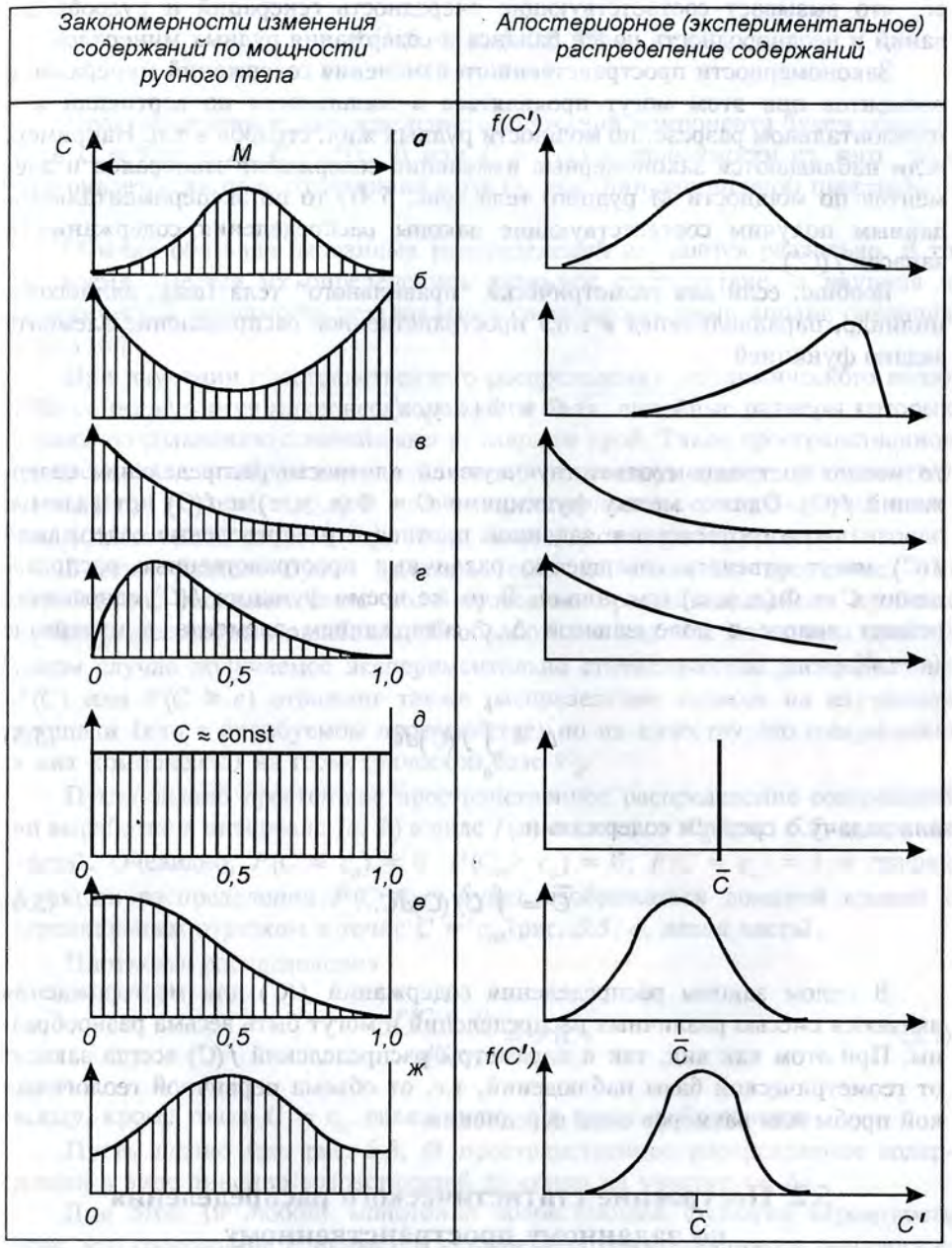


Рис. 5.4. Примеры различных законов распределения содержаний $f(C')$ минералов и элементов по результатам представительного опробования как проявление природных закономерностей рудообразования.

ве, что вызывает соответствующие очередность генераций и рудообразований и неоднородность полей баланса и содержания рудных минералов.

Закономерности пространственного изменения содержаний минералов и элементов при этом могут проявляться в зональности по вертикали и в горизонтальном разрезе, по мощности рудных жил, столбов и т.п. Например, если наблюдаются закономерные изменения содержаний минералов и элементов по мощности M рудного тела (рис. 5.4), то по экспериментальным данным получим соответствующие законы распределения содержаний и запасов $f(C')$.

Вообще, если для геометрически "правильного" тела (шар, эллипсоид, цилиндр, параллелепипед и т.п.) пространственное распределение элемента задано функцией

$$C = \Phi(x, y, z), \tag{5.4}$$

то можно построить соответствующую ей плотность распределения содержаний $f(C)$. Однако между функциями $C = \Phi(x, y, z)$ и $f(C)$ нет взаимно однозначного соответствия: заданной плотности распределения содержаний $f(C)$ могут отвечать совершенно различные пространственные распределения $C = \Phi(x, y, z)$ (см. ниже). В то же время функция $f(C)$ однозначно решает вопрос о доле запасов Δ с содержанием элемента в интервале $(a - b)$

$$\Delta = \int_a^b f(C)dC \tag{5.5}$$

или задачу о среднем содержании

$$\overline{C} = \int_0^\infty Cf(C)dC. \tag{5.6}$$

В целом законы распределения содержаний $f(C)$ для месторождения являются смесью различных распределений и могут быть весьма разнообразны. При этом как вид, так и параметры распределений $f(C)$ всегда зависят от геометрической базы наблюдений, т.е. от объема первичной геологической пробы или размеров окна осреднения.

5.2. Построение статистического распределения по заданному пространственному распределению содержания

Статистическое распределение концентраций задается плотностью или функцией распределения содержаний. В этом разделе плотность распределения содержаний будем обозначать $P(C)$, а функцию распределения —

$$P(C \leqslant c) = \int_0^c P(C)dC.$$

Пространственное распределение содержаний компонента будем обозначать $C = f(x, y, z)$, $C = f(x, y)$ или $C = f(x)$ в зависимости от того, рассматривается ли поле содержаний в трех-, дву- или одномерном пространстве.

Обычно оба вида названных распределений изучаются раздельно. В то же время имеется их определенное взаимное соответствие, а научная и практическая значимость установления связи между ними вполне очевидна [26, 110].

При изучении пространственного распределения (геохимического поля) обычно исследуются макронеоднородности поля, линейные размеры которых велики по сравнению с линейными размерами проб. Такое пространственное распределение изображается изолиниями (для двумерного пространства) $C_i = f(x, y) = \text{const}$, что дает полное представление о распределении качества и количества запасов (при представительном опробовании).

В этом разделе будем полагать, если не оговорено противное, что опробование геохимического поля проведено представительными пробами V_n без существенных ошибок пробообработки и анализа материала проб. В таком случае получаемое экспериментально статистическое распределение $P(C)$ или $P(C \geqslant c)$ отражает также распределение запасов на изучаемой площади (или в опробуемом пространстве) по их качеству (по содержанию в них компонента) на геометрической базе V_n.

Пусть задано простейшее пространственное распределение содержаний по выработке в интервале (a, b) в виде $f(x) = \text{const} = C_0$ (рис. 5.5, *а*, правая часть). Очевидно, $P(C \leqslant c_0) = 0$, $P(C > c_0) = 0$, $P(C = c_0) = 1$ и график функции распределения $P(C \leqslant c)$ будет изображаться ломаной кривой с вертикальным отрезком в точке $C = c_0$ (рис. 5.5, *а*, левая часть).

Плотность распределения

$$\frac{dP(C \leq c)}{dC} = P(C) \tag{5.7}$$

всюду, кроме точки $C = c_0$, равна нулю, а в точке c_0 бесконечна.

Пусть задано (см. рис. 5.5, *б*) пространственное распределение содержаний в виде линейно возрастающей функции на участке (a, b).

Для этой (и любой) монотонно возрастающей функции вероятность того, что содержание C окажется меньше некоторого заданного значения c_1 (т.е. $P(C \leqslant c_1)$), по определению геометрической вероятности равна вероятности того, что точка x будет принадлежать отрезку (a, b), т.е.

$$P(C \leqslant c_1) = \frac{x_1 - a}{b - a},$$

или в общем случае можно записать

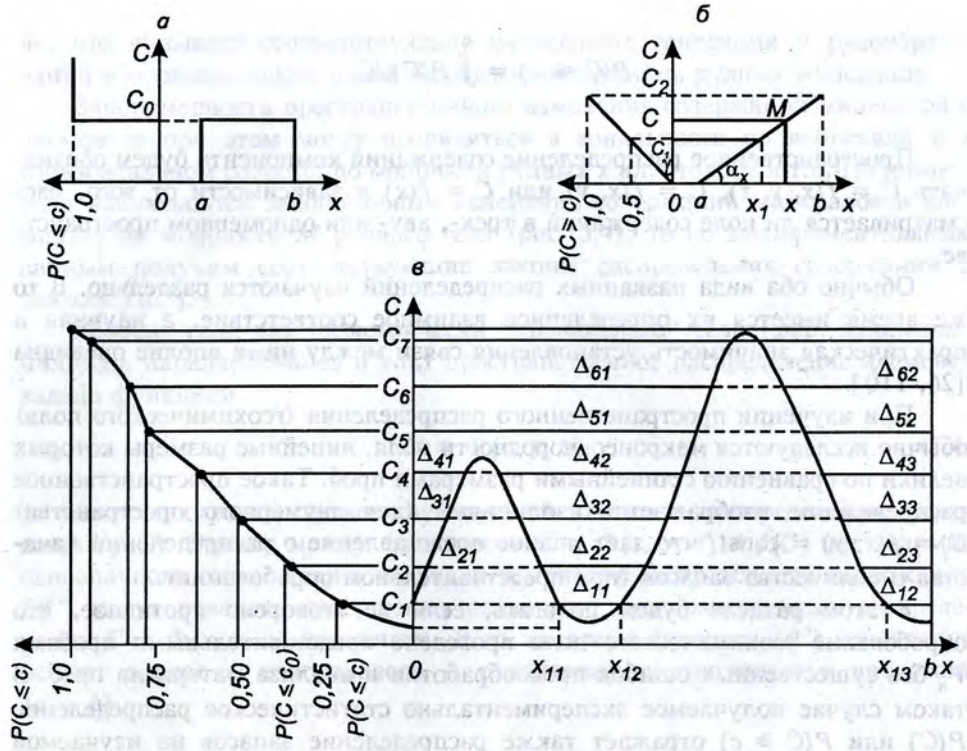


Рис. 5.5. Графическое построение статистического распределения по заданному пространственному.

а — $f(x) = C_0 = \text{const}$; *б* — $f(x)$ — линейно возрастающая функция в интервале (a, b); *в* — $f(x)$ — немонотонная функция.

$$P(C \leqslant c) = \frac{x - a}{b - a}. \tag{5.8}$$

Из треугольника aMx (см. рис. 5.5, *б*) имеем

$$C = (x - a)\text{tg}\alpha_x = (x - a)K_x \text{ и } (x - a) = C/K_x.$$

Тогда (5.8) можно переписать

$$P(C \leqslant c) = \frac{C}{K_x(b - a)}$$

и

$$P(C) = \frac{dP(C \leq c)}{dC} = \frac{1}{K_x(b - a)} = \text{tg}\alpha_c = K_c = \text{const}, \tag{5.9}$$

где α_C — угол наклона графика (прямой) функции распределения к оси $0C$.

Таким образом, при опробовании линейного участка (a, b), на котором содержание C линейно возрастает от точки $x = a$ к точке $x = b$, получим экспериментальную функцию распределения

$$P(C \leqslant c) = K_c C = \frac{C}{K_x(b - a)} \tag{5.10}$$

с равномерной плотностью распределения содержаний (5.9).

Однако

$$K_x = \text{tg}\alpha_x = \text{Grad } C = \frac{C_{\max} - C_{\min}}{(b - a)}. \tag{5.11}$$

Тогда (5.9) и (5.10) можно представить соответственно как

$$P(C) = \frac{1}{\text{Grad}C(b - a)} = \frac{1}{C_{\max} - C_{\min}}, \tag{5.12}$$

$$P(C \leqslant c) = \frac{C}{\text{Grad}C(b - a)} = \frac{C}{C_{\max} - C_{\min}}. \tag{5.13}$$

Статистическое распределение (функция распределения), соответствующее немонотонной функции $C = f(x)$ пространственного распределения (см. рис. 5.5, *в*), строится аналогично.

Очевидно, что исходя из понятия геометрической вероятности имеем

$$P(C \leqslant c_1) = \frac{\Delta_{11} + \Delta_{12}}{b},$$

где $\Delta_{11} = x_{12} - x_{11}$ и $\Delta_{12} = b - x_{13}$ — отрезки интервала (a, b), где $C < c_1$.

Аналогично $P(C \leqslant c_2) = (\Delta_{21} + \Delta_{22} + \Delta_{23})/b$ и т.д.

Вычисляя последовательно $P(C \leqslant c_i)$ в системе координат $P(C \leqslant c_i)$, $0C$, можем по этим значениям построить функцию распределения $P(C \leqslant c)$ (см. рис. 5.5, *в*).

Статистическое распределение определяется по заданному пространственному распределению однозначно, что вытекает из метода его построения. В то же время одному статистическому распределению может соответствовать огромное множество различных пространственных распределений. Например, легко убедиться, что двум различным пространственным распределениям (рис. 5.6) отвечает одно и то же статистическое распределение (функция распределения $P(C \leqslant c)$ и соответствующая ей плотность распределения $P(C)$).

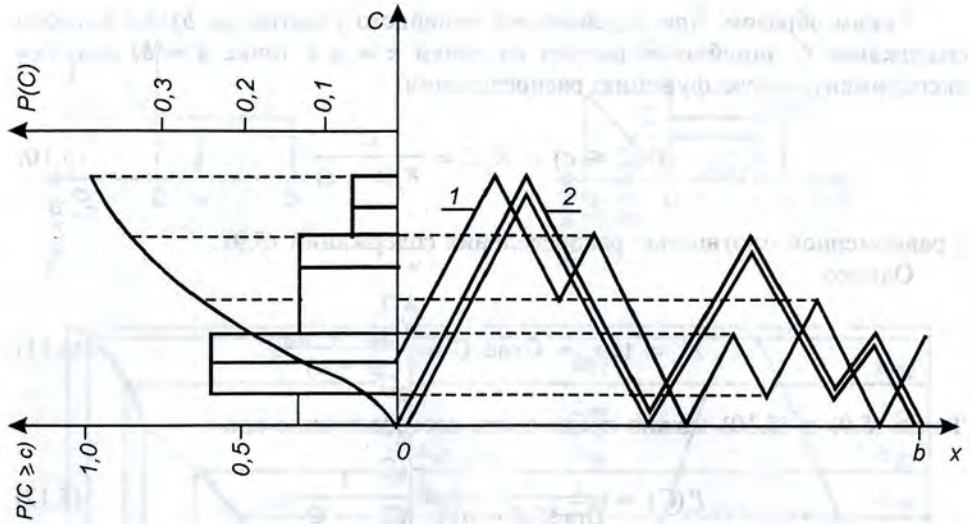


Рис. 5.6. Соответствие одного статистического распределения двум различным пространственным распределениям *1* и *2*.

5.3. Проявление особенностей пространственного распределения содержаний в статистическом распределении

Отметим несколько примечательных особенностей пространственного распределения содержаний, четко проявляющихся в статистическом распределении.

5.3.1. Эффект наличия в пространственном распределении участков постоянства содержаний

Наличие протяженных участков (занимающих заметную часть области обследования D_0) постоянства содержаний (рис. 5.7, участки $[x_1, x_2]$ и $[x_3, x_4]$) проявляется в статистическом распределении в виде скачков (прерывистости) функции распределения и локальных и (или) глобальных максимумов плотности распределения $P(C)$.

Справедливо и обратное утверждение: наличие локальных (или) глобальных экстремумов плотности распределения содержаний свидетельствует о наличии в пространственном распределении значительных по протяженности (площади или объему — в зависимости от размерности области обследования D_0) участков постоянства содержаний. Однако в данном случае нельзя по гистограммам сделать заключение о связности этих участков, об их прерывности и распределении в области обследования.

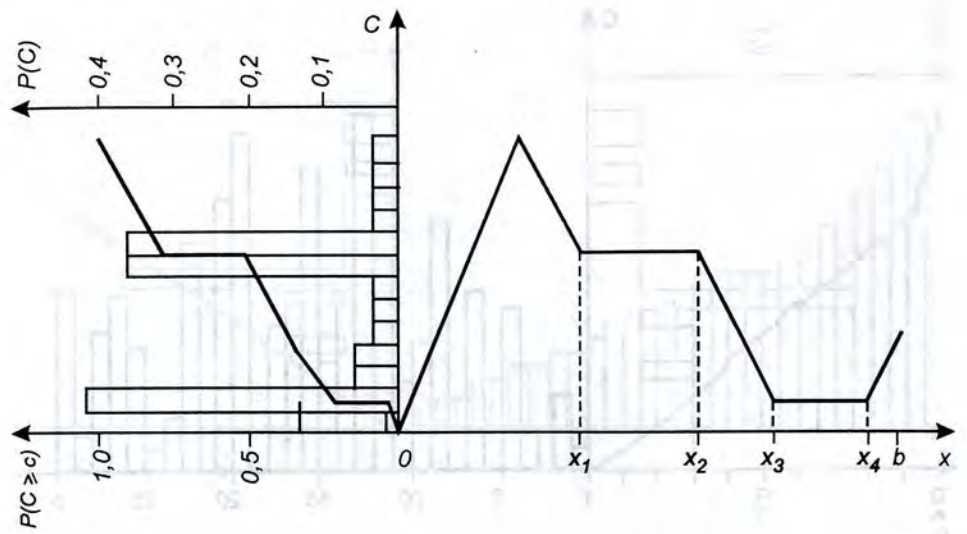


Рис. 5.7. Эффект наличия в пространственном распределении значительных участков постоянства содержаний.

5.3.2. Постоянство статистического распределения при любых перестановках участков опробования в области обследования, кратных геометрической базе опробования

Пусть область обследования D_0 разбита на части, равные геометрической базе опробования V, и проведено сплошное опробование области D_0 объемами V. По результатам такого сплошного обследования получены пространственное и статистическое распределения (рис. 5.8).

Пронумеруем пробы с первой до последней (на рис. 5.8 — 30 проб). Согласно способу построения статистического распределения по заданному пространственному распределению, статистическое распределение не изменится, если переставить местами, например, пробы 1 и 20 или сделать любые перестановки всех или части проб.

Если область обследования D_0 состоит из N равных проб V ($D_0 = NV$), то общее число различных перестановок (а следовательно, и различных пространственных распределений) будет $N!$, что при $N = 20$ представляет уже 19-значное число. Поэтому можно считать, что одно статистическое распределение соответствует практически бесконечному числу разных пространственных распределений. Другое дело, что более половины из них окажутся неразличимыми.

Если на пространственное распределение наложить еще некоторые разумные ограничения (минимум суммы квадратов приращений функции по всем парам ближайших точек или некоторые условия, связанные с непрерывностью функции и (или) ее производных и т.п.), то число допустимых перестановок станет вполне обозримым и даже весьма ограниченным.

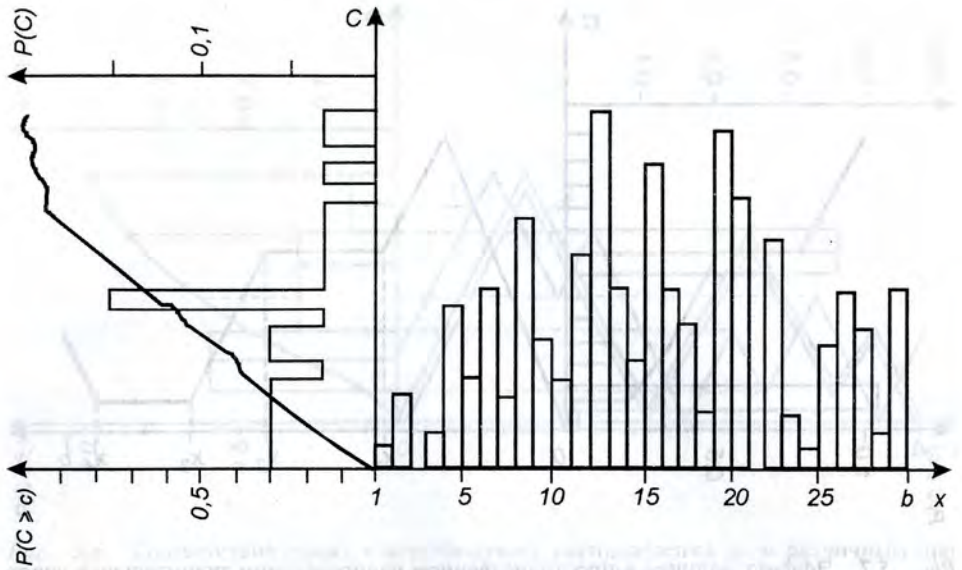


Рис. 5.8. Пространственное и статистическое распределения содержаний по результатам сплошного опробования.

Исходное пространственное распределение (см. рис. 5.8) похоже на случайное размещение проб на отрезке $0b$ (в области D_0). Это одно из характерных пространственных распределений из всего множества возможных. Можно построить еще, по крайней мере, три характерных пространственных распределения, образованных соответствующими перестановками заданного множества проб: склон (*1*) (рис. 5.9, *а*), впадина (*2*) и холм (*3*) (рис. 5.9, *б*).

5.3.3. Влияние типа контакта и мощности рудного тела на пространственное и статистическое распределения содержаний

Различают три основных типа контактов рудных тел с вмещающими породами.

Первый тип, когда геологические границы рудного тела с вмещающими породами выражены четко. В этом случае содержание полезного компонента изменяется на границе рудное тело — порода скачкообразно, от некоторого фонового содержания или содержания в ореоле до некоторого граничного содержания в приконтактной зоне рудного тела.

При этом пространственное распределение содержаний по мощности рудного тела может быть почти равномерным, изменяющимся без какой-либо видимой закономерности, чашеобразным с выпуклостью вниз (рис. 5.10, *а*) или вверх (*б*), монотонно возрастающим или монотонно убывающим от одного контакта к другому и т.д.

Второй тип, обратный первому, когда обе границы (кровля и почва рудного тела) не имеют каких-либо заметных геологических границ и

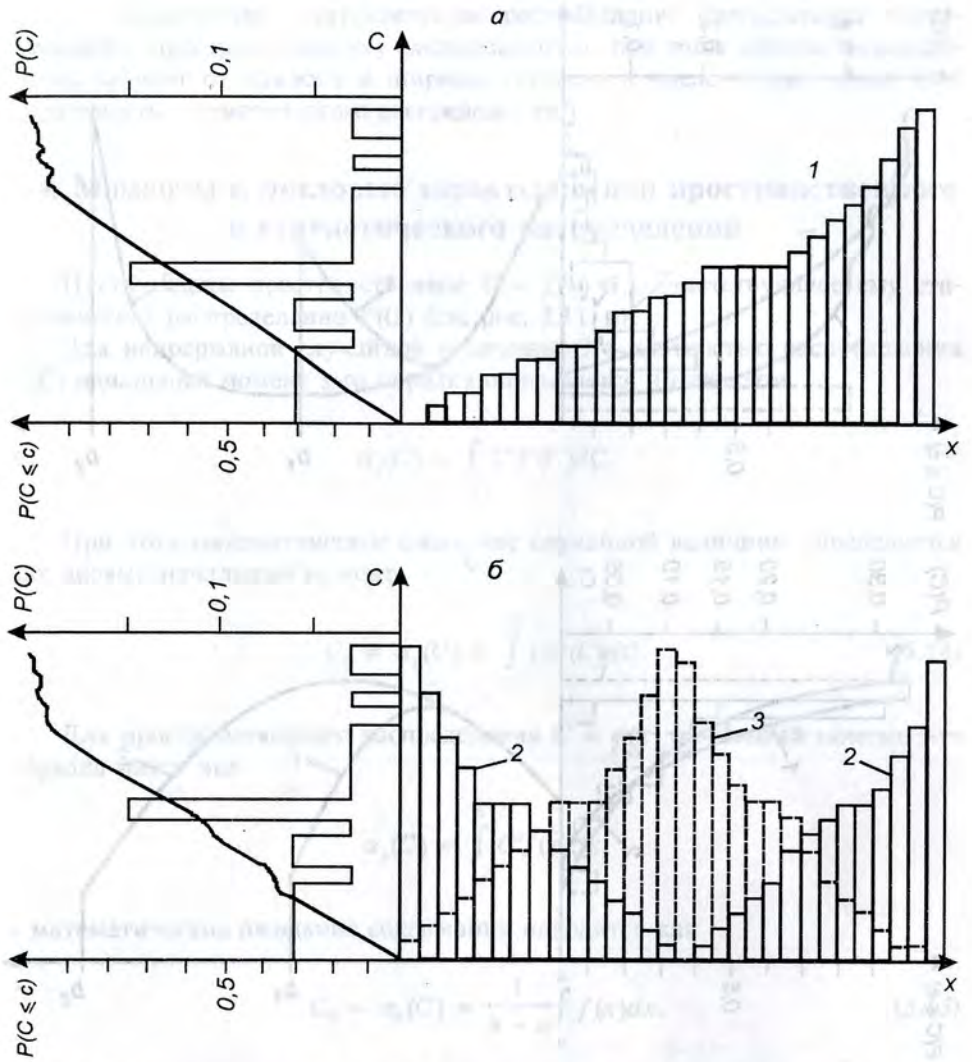


Рис. 5.9. Производные пространственные распределения от начального (см. рис. 5.8), дающие одно и то же статистическое распределение.

границы устанавливаются, например, по бортовому содержанию (рис. 5.11, *а*). Наконец, третий тип, когда одна из границ определяется геологической границей, вторая — геолого-экономической по бортовому содержанию и т.п. (см. рис. 5.11, *б—г*).

Приведенные иллюстрации позволяют заметить определенные зависимости статистических распределений от типов контактов, мощности рудных тел и вида пространственного распределения содержаний:

— наличие четких границ рудных тел в большинстве случаев обусловливает асимметрию в статистическом распределении содержаний и тем

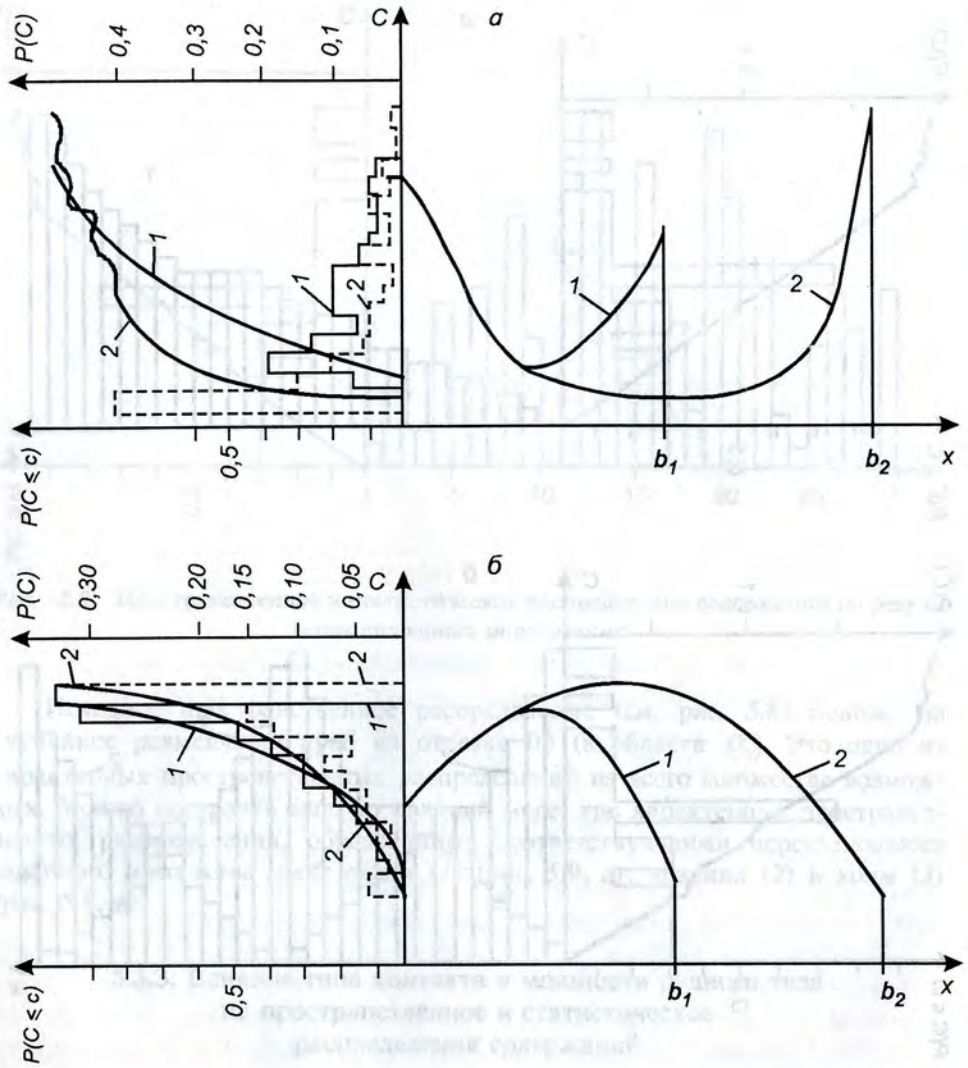


Рис. 5.10. Влияние мощности рудного тела и вида пространственного распределения на статистическое распределение при четких геологических границах рудного тела с вмещающими породами:

1 — при меньшей мощности; *2* — при большей.

бóльшую, чем больше мощность рудных тел (см. распределения *1* и *2*, рис. 5.10, 5.11), при этом вогнутое пространственное распределение (рис. 5.10, *а*) приводит к левой асимметрии, а выпуклое (рис. 5.10, *б*, 5.11, *б*) — правой;

— отсутствие естественных геологических границ в почве и кровле рудного тела (рис. 5.11, *б*) вызывает *U*-образное статистическое распределение, дальнейшая деформация которого определяется уровнем бортового содержания (уровнем сечения);

— симметричное статистическое распределение соответствует террасовидному пространственному распределению, при этом эксцесс распределения зависит от наклона и ширины террасы, а число террас определяет модальность статистического распределения.

5.4. Моменты и числовые характеристики пространственного и статистического распределений

Пусть заданы пространственное $C = f(x)$ и соответствующее ему статистическое распределение $P(C)$ (см. рис. 5.11, *в*).

Для непрерывной случайной величины C с плотностью распределения $P(C)$ начальный момент s-го порядка описывается интегралом

$$\alpha_s(C) = \int_0^\infty C^s P(C)dC.$$

При этом математическое ожидание случайной величины определяется как первый начальный момент

$$C_0 = \alpha_1(C) = \int_0^\infty CP(C)dC. \qquad (5.14)$$

Для пространственного распределения $C = f(x)$ начальный момент s-го порядка имеет вид

$$\alpha_s(C) = \int_a^b C^s f(x)dx,$$

а математическое ожидание содержания находится как

$$C_0 = \alpha_0(C) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx. \qquad (5.15)$$

Из (5.14) и (5.15) получаем тривиальное, но важное для последующего анализа соотношение

$$C_0 = \int_0^\infty CP(C)dC = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx. \qquad (5.16)$$

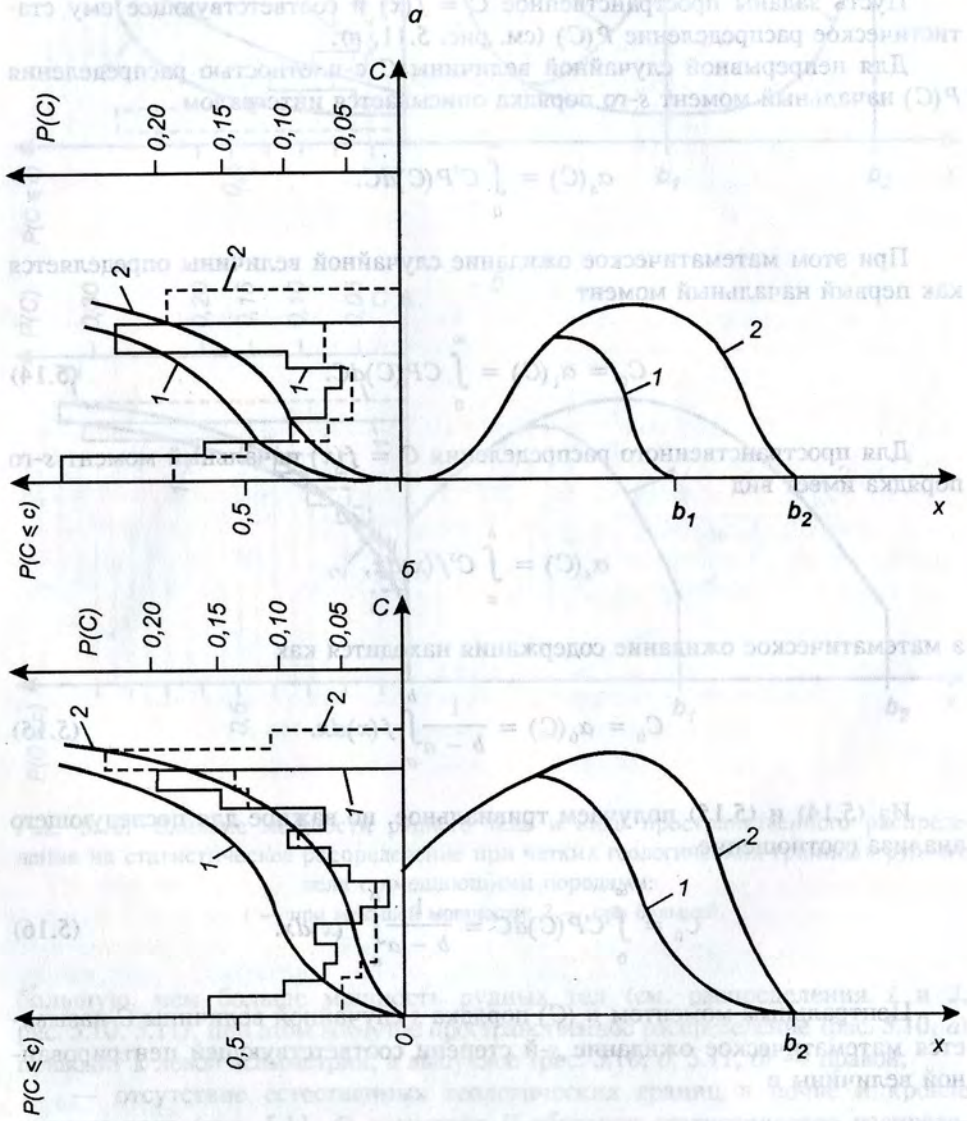
Центральным моментом $\mu_s(C)$ порядка s случайной величины C называется математическое ожидание s-й степени соответствующей центрированной величины и

$$\mu'_s(C) = \int_0^\infty (C - c_0)^s P(C)dC.$$

По аналогии можно определить центральный момент порядка s и для пространственного распределения

$$\mu'_s(C) = \frac{1}{b-a}\int_0^b [f(x) - C_0]^s dx.$$

Тогда дисперсию содержаний можно вычислить как



$$D(C) = \mu_2(C) = \mu'_2(C) = \int_0^\infty (C - c_0)^2 p(C)\, dC = \frac{1}{b-a}\int_a^b [f(x) - c_0]^2 dx.$$

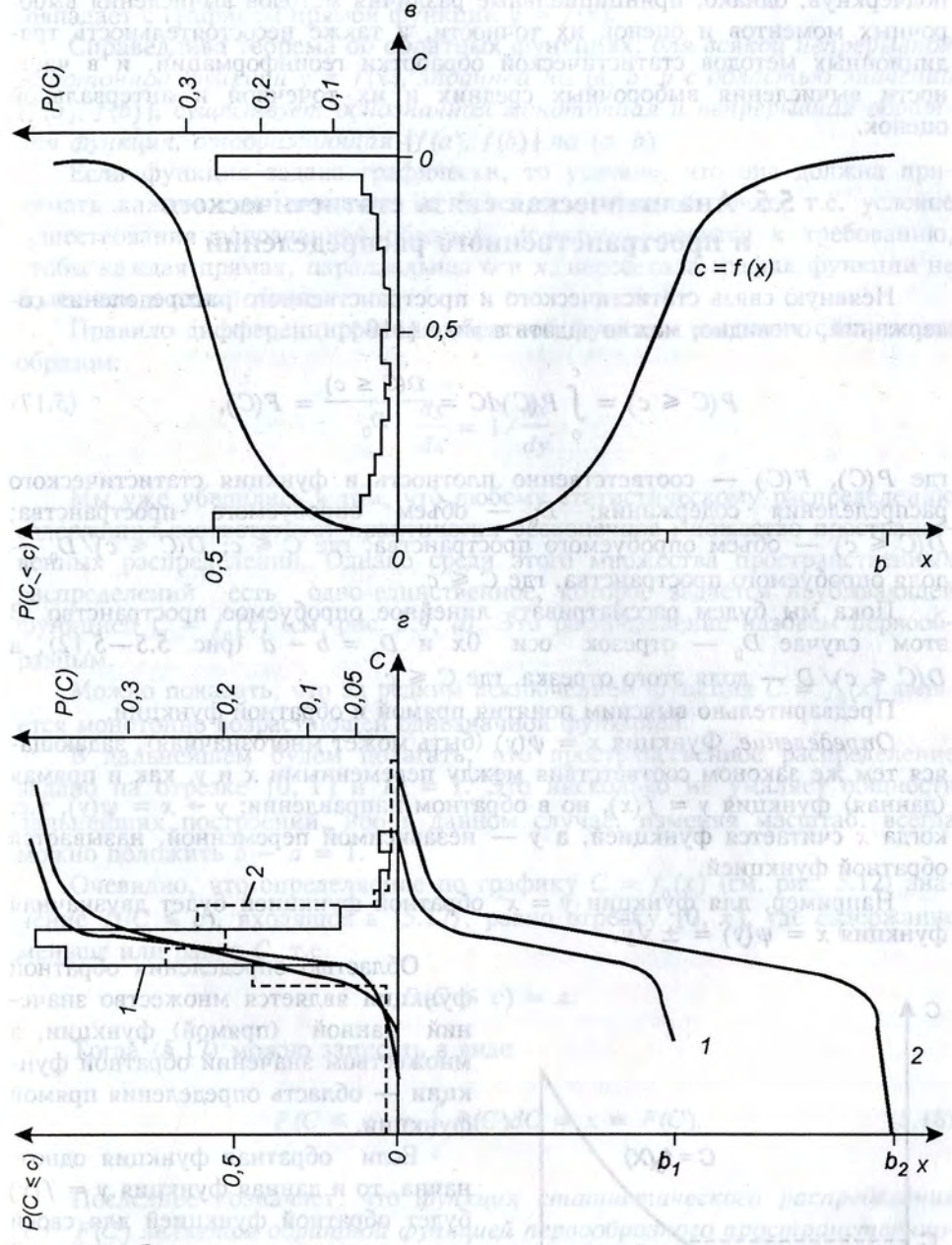


Рис. 5.11. Зависимость статистических распределений от типа границ, мощности рудных тел и вида пространственных распределений.

Эти аналогии можно продолжить и показать, что основные числовые характеристики статистического распределения содержания можно получить по соответствующему пространственному распределению.

В данном разделе мы не будем останавливаться на этих вопросах, подчеркнув, однако, принципиальные различия методов вычисления выборочных моментов и оценок их точности, а также несостоятельность традиционных методов статистической обработки геоинформации, и в частности вычисления выборочных средних и их точечной и интервальной оценок.

5.5. Аналитическая связь статистического и пространственного распределений

Неявную связь статистического и пространственного распределения содержаний, очевидно, можно задать в виде [110]

$$P(C \leqslant c) = \int_0^c P(C)dC = \frac{D(C \leq c)}{D_0} = F(C), \qquad (5.17)$$

где $P(C)$, $F(C)$ — соответственно плотность и функция статистического распределения содержания; D_0 — объем опробуемого пространства; $D(C \leqslant c)$ — объем опробуемого пространства, где $C \leqslant c$; $D(C \leqslant c)/D_0$ — доля опробуемого пространства, где $C \leqslant c$.

Пока мы будем рассматривать линейное опробуемое пространство. В этом случае D_0 — отрезок оси $0x$ и $D_0 = b - a$ (рис. 5.5—5.12), а $D(C \leqslant c)/D$ — доля этого отрезка, где $C \leqslant c$.

Предварительно выясним понятия прямой и обратной функций.

Определение. Функция $x = \psi(y)$ (быть может многозначная), задающаяся тем же законом соответствия между переменными x и y, как и прямая (данная) функция $y = f(x)$, но в обратном направлении: $y \to x = \psi(y)$, т.е. когда x считается функцией, а y — независимой переменной, называется обратной функцией.

Например, для функции $y = x^2$ обратной функцией будет двузначная функция $x = \psi(y) = \pm\sqrt{y}$.

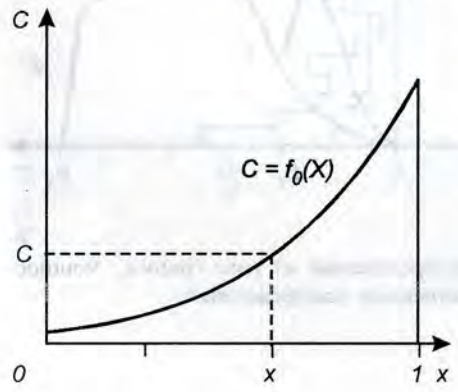


Рис. 5.12. Первообразное пространственное распределение содержаний.

Областью определения обратной функции является множество значений данной (прямой) функции, а множеством значений обратной функции — область определения прямой функции.

Если обратная функция однозначна, то и данная функция $y = f(x)$ будет обратной функцией для своей

обратной функции $x = \psi(y)$. В этом случае функции f и ψ называются взаимно обратными.

Если обратная функция многозначна, то часто ее представляют как совокупность однозначных функций. График обратной функции $x = \psi(y)$ совпадает с графиком прямой функции $y = f(x)$.

Справедлива теорема об обратных функциях: *для всякой непрерывной монотонной функции $y = f(x)$, заданной на (a, b) и с областью значений $[f(a), f(b)]$, существует однозначная монотонная и непрерывная обратная функция, отображающая $[f(a), f(b)]$ на (a, b).*

Если функция задана графически, то условие, что она должна принимать каждое свое значение не более чем в одной точке, т.е. условие существования однозначной обратной функции, сводится к требованию, чтобы каждая прямая, параллельная оси x, пересекала график функции не более чем в одной точке.

Правило дифференцирования обратной функции выглядит следующим образом:

$$\frac{dy}{dx} = 1/\frac{dx}{dy}.$$

Мы уже убедились в том, что любому статистическому распределению содержания соответствует практически бесконечное множество пространственных распределений. Однако среди этого множества пространственных распределений есть одно-единственное, которое задается неубывающей функцией $C = f_0(x)$ (см. рис. 5.9, *а*). Это распределение назовем первообразным.

Можно показать, что за редким исключением функция $C = f_0(x)$ является монотонно возрастающей однозначной функцией.

В дальнейшем будем полагать, что пространственное распределение задано на отрезке $[0, 1]$ и $D_0 = 1$. Это нисколько не умаляет общности дальнейших построений, ибо в данном случае, изменяя масштаб, всегда можно положить $b - a = 1$.

Очевидно, что определяемое по графику $C = f_0(x)$ (см. рис. 5.12) значение $D(C \leqslant c)$, входящее в (5.17), равно отрезку $[0, x]$, где содержание меньше или равно C, т.е.

$$D(C \leqslant c) = x.$$

Тогда (5.17) можно записать в виде

$$P(C \leqslant c) = \int_0^c P(C)dC = x = F(C). \qquad (5.18)$$

Последнее означает, что *функция статистического распределения $x = F(C)$ является обратной функцией первообразного пространственного распределения $C = f_0(x)$.*

А так как статистическая функция распределения $F(C)$ однозначна, то и данное первообразное пространственное распределение $C = f_0(x)$ будет

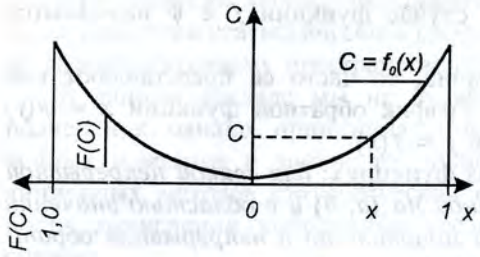


Рис. 5.13. Взаимно обратные функции $C = f_0(x)$ и $x = F(C)$.

обратной функцией для $F(C)$ и *функции* $f_0(x)$ и $F(C)$ *являются взаимно обратными.*

Графики функций $C = f_0(x)$ и $x = F(C)$ в системе координат $x0C$ совпадают (см. рис. 5.12). Если же статистическое распределение показывать в собственной системе координат $C0F(C)$ в левой части рисунка с пространственным распределением, когда ось $0C$ общая для пространственного и статистического распределений (см. рис. 5.11), то график функции $F(C)$ симметричен графику функции $f_0(x)$ относительно $0C$ (рис. 5.13).

Наконец, принимая во внимание (5.17) и (5.18), получим

$$P(C) = \frac{dF(C)}{dC} = 1/\frac{df_0(x)}{dx}, \qquad (5.19)$$

что дает аналитическую связь плотности статистического распределения $P(C)$ с производной первообразного пространственного распределения.

Таким образом, *функция статистического распределения* $F(C)$ *является обратной функцией первообразного пространственного распределения* $C = f_0(x)$ *и плотность статистического распределения* $P(C) = dF(C)/dC$ *выражается через производную первообразного пространственного распределения по* (5.19).

Глава 6

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОБООБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ОДНОРОДНОСТИ ПРОБ

6.1. Описательные модели обработки геологических проб

Валовую, бороздовую, штуфную или какую-либо иную пробу, полученную при опробовании массива горных пород, месторождения, товарных рудных масс, концентрата или промпродукта, в разд. 1.1 мы назвали первичной пробой в соответствии с ГОСТ 10742-71 [95]. Масса первичной пробы изменяется в широких пределах — от доли килограммов до десятков и сотен тонн.

Имеются две принципиально различные схемы пробообработки и анализа первичных проб. В первой анализу подвергается вся первичная проба или ее значительная часть без предварительного дробления и измельчения. Эта схема типична для россыпных месторождений. Вторая схема характерна для рудных месторождений. По ней сначала выполняются дробление и измельчение первичной пробы в одну или несколько стадий с последовательным сокращением до подготовки лабораторной пробы, из которой на анализ случайным образом отбирается несколько навесок (аналитических проб). В этой схеме объем (масса) лабораторной пробы и тем более навески составляет, как правило, незначительную часть первичной пробы.

Этап обработки проб в этом случае включает выполнение четырех операций: 1) дробление и измельчение материала пробы; 2) грохочение и просеивание; 3) перемешивание; 4) сокращение массы пробы. Первые три операции вспомогательные, обеспечивающие проведение наиболее важной последней операции.

Научно обоснованная система обработки проб включает две основные проблемы [306]. Первая состоит в оценке погрешностей, образующихся при сокращении материала измельченной пробы. Важнейшей характеристикой лабораторной пробы является ее представительность, т.е. ее соответствие по среднему содержанию изучаемых элементов первичной пробе, отбираемой на объекте опробования. Вторая проблема обработки проб заключается в выборе числа этапов и степени измельчения и сокращения по этапам таким образом, чтобы (при обеспечении необходимой и достаточной представительности аналитической пробы) суммарные затраты на обработку были минимальными.

В данной работе рассматривается только первая из названных проблем систем пробообработки. При этом под ошибкой сокращения понимаются степень и характер несоответствия между средним содержанием изучаемого компонента в первичной и сокращенной пробах.

Проблема извлечения исследуемого компонента из материала пробы является самостоятельной и важнейшей.

Многообразие методов лабораторного анализа горных пород на минералы и элементы обусловливает и множество методов и средств подготовки лабораторных и аналитических проб. Метод анализа, используемый в любом конкретном случае, определяется такими факторами, как природа пробы, цель, для которой будут использованы аналитические данные, и экономические соображения.

В ряде случаев этап обработки проб наряду с отмеченными выше операциями включает операции концентрирования или (и) отделения необходимых минералов и элементов.

Считают, что чем более точно аналитик знает состав пробы, тем более точно он сможет проанализировать ее, выбрав соответствующие схемы пробообработки и исследования.

В целом, результаты анализа можно получить в ходе измерительного процесса, состоящего, по крайней мере, из следующих этапов:

1) получение представительной первичной геологической пробы (пробоотбор);

2) пробообработка с преобразованием и сокращением вещества первичной пробы до лабораторной так, чтобы лабораторная проба осталась представительной по отношению к первичной геологической пробе;

3) обоснование массы и числа аналитических проб, представляющих с необходимой и достаточной точностью первичную или лабораторную пробу;

4) измерение аналитического сигнала;

5) расчет полученного результата измерений и его погрешности для принятой доверительной вероятности.

6.2. Изменение неоднородности рудного вещества пробы в процессе пробообработки

Ранее было отмечено, что дисперсия $D(C_V)$ и коэффициент вариации $W(C_V)$ содержаний элемента в блоках-пробах объемом V (запаса элемента в блоках-пробах) могут служить показателями природной неоднородности, контрастности опробуемой среды. Конкретные выражения для $D(C_V)$ и $W(C_V)$ зависят от модели среды опробования (см. табл. 4.1). Наиболее общей моделью среды можно считать модель М3, для которой имеем

$$D(C_V) = \overline{Q}C(W_Q^2 + 1)V,$$
$$W(C_V) = [\overline{Q}(W_Q^2 + 1)V/C]^{1/2}, \qquad (6.1)$$

где $\overline{Q}$ — средняя масса элемента в скоплении (семействе, гнезде); W_Q — коэффициент вариации массы элемента в скоплениях.

Допустим, в среде опробования отобрана проба объемом $V = V_{\text{предст}}$. Это обеспечивает с доверительной вероятностью 0,95 равенство (см. табл. 4.1):

$$W_{cg}^2 = [4\overline{Q}(W_Q^2 + 1)]/(CV_{\text{предст}}), \qquad (6.2)$$

где W_{cg} — допустимая относительная ошибка определения содержания.

Естественно, если от этой пробы без специальной пробообработки взять для анализа только часть объемом V, квадрат относительной ошибки оценки содержаний только из-за непредставительности пробы будет больше W_{cg}^2 в $V_{\text{предст}}/V$ раз, какая бы точность анализа ни была. Подчеркивая высокую точность разных методов анализа, изобретатели приборов и методов часто недооценивают данный факт. По этому поводу особенно справедливо высказывание английского специалиста Р. Тайса: "...никогда раньше не было возможности получить с такой высокой точностью ложный результат" [238, с. 12].

Поскольку часть представительной пробы по (6.2) без специальной обработки брать нельзя, остается два возможных выхода: 1) использовать в анализе всю пробу и 2) преобразовать пробу так, чтобы можно было взять от нее часть, не потеряв точности оценки содержания.

Если из пробы с удовлетворительными затратами извлекается требуемый минерал без какой-либо сложной предварительной операции (например, дробление и т.п.), то поступают первым образом. Однако даже в случае хорошо дезинтегрированного и легко извлекаемого компонента такой путь не всегда рационален по двум основным причинам.

Первая состоит в том, что материал отобранной пробы может в значительной мере состоять из объектов, не несущих исследуемый минерал (элемент) — опробуемая среда с $P(0)$-прореживанием (см. разд. 2.6). В этом случае предварительно отделяют такие объекты и объем пробы становится значительно меньше (например, отделение валунов и галечника при опробовании золотоносных и других россыпных месторождений).

Вторая причина заключается в следующем. Если заведомо известно, что изучаемые минералы в среде опробования размещены семействами, скоплениями, гнездами, то дезинтеграция и перемешивание материала пробы ведут к разрушению семейства минералов. В таком случае существенно уменьшается числитель в формуле (6.2), поскольку вместо $\overline{Q}$ в пределе уже будет выступать средняя масса минерала, а вместо $W_Q - W_q$. Модель М3 среды опробования преобразуется в модель М2 (см. табл. 4.1). Это позволяет во столько же раз уменьшить объем пробы, и она по-прежнему останется столь же представительной.

Операция отделения из материала пробы "посторонних" объектов попутно ведет к разрушению кластеров, семейств минералов, что при гнездовой модели среды М3 позволяет дополнительно, уже после отделения, уменьшить объем пробы в

$$n = \frac{\overline{Q}(W_Q^2 + 1)}{\overline{q}(W_q^2 + 1)} \qquad (6.3)$$

раз, где $\overline{q}$ и W_q^2 — соответственно средняя масса и квадрат коэффициента вариации массы компонента в минеральных агрегатах, скоплениях преобразованного материала пробы.

С.А. Батугиным в качестве важнейшей характеристики природных свойств среды опробования и минерального сырья был введен показатель $\pi_0 = \overline{Q}(W_W^2 + 1)$ [20]. Область его изменения для геологических объектов очень широка. Только из-за разных значений π_0 объем представительной пробы при геологическом опробовании, неоднородность среды опробования и показатели покусковой и порционной контрастности минерального сырья изменяются в десятки и сотни раз.

При дроблении и измельчении материала первичной геологической пробы происходит уменьшение именно этого показателя. Даже в процессе пробоотбора происходит разрушение природных минеральных скоплений, ведущее к уменьшению $\overline{Q}$ и W_Q.

Пусть $\overline{q}_i$ и W_{q_i} — соответственно средняя масса и коэффициент вариации массы минеральных агрегатов исследуемого элемента после i-й стадии дробления.

Тогда степень изменения неоднородности ($D(C_V)$) пробы в i-й стадии дробления (измельчения) имеет вид

$$\lambda_i = \frac{\overline{q}_{i-1}(W^2_{q_{i-1}} + 1)}{\overline{q}_i(W^2_{q_i} + 1)} \tag{6.4}$$

при общей степени уменьшения по сравнению с неоднородностью среды опробования в массиве (in situ)

$$\lambda_{0i} = \frac{Q(W^2_Q + 1)}{\overline{q}_i(W^2_{q_i} + 1)}. \tag{6.5}$$

Если финальная степень измельчения материала пробы характеризуется параметрами $\overline{q}_\Phi$, $W_{q\Phi}$, то общая степень уменьшения неоднородности первичной пробы составит

$$\lambda_\Phi = \frac{Q(W^2_Q + 1)}{q_\Phi(W^2_{q\Phi} + 1)}. \tag{6.6}$$

На каждой стадии сокращения пробы допускается соответствующая ошибка "сокращения" D_i, а суммарная ошибка сокращения (дисперсия пробообработки) при k стадиях будет

$$D_{\text{по}} = \sum_{i=1}^{k} D_i \,. \tag{6.7}$$

6.3. Природа ошибки сокращения пробы

После дробления и измельчения материал пробы представляет собой совокупность n частиц, часть которых — носители изучаемого элемента (минерала). Будем называть такие частицы рудными и их число обозначать через $n_р$. Остальные

$$n_п = n - n_р \tag{6.8}$$

частицы будем называть породными, пустыми.

Пусть объем пробы равен V и этот объем предполагается сократить в N раз. Представим пробу разделенной на N равных частей любым допустимым образом. Операция перемешивания материала пробы обеспечивает случайность размещения $n_р$ рудных частиц по этим N частям пробы. В каждой части пробы окажется случайное число рудных частиц.

Для оценки ошибки сокращения и понимания ее природы следует решить задачи о дисперсии числа рудных частиц в частях пробы, о дисперсии содержания и т.п.

Нетрудно увидеть аналогию между возникающими при этом задачами с известными задачами размещения частиц по ячейкам. Среди таких задач наиболее известна "классическая задача о дробинках". Пусть n дробинок независимо друг от друга бросают в N ящиков. Как распределена случайная величина $\mu_0(n, N)$, равная числу пустых ящиков?

В.Ф. Колчиным, Б.А. Севастьяновым и В.П. Чистяковым подробно изложен весь спектр предельных теорем для числа пустых ящиков μ_0 и чисел ящиков μ_r с фиксированным заполнением r, изучены размещения со случайным числом частиц и частиц комплектами [162].

Закон распределения числа пустых ящиков $\mu_0(n, N)$ задается формулами

$$P\{\mu_0(n, N) = k\} = C_N^k\left(1 - \frac{k}{N}\right)^n P\{\mu_0(n, N - k) = 0\}, \tag{6.9}$$

$$P\{\mu_0(n\ , N) = 0\} = \sum_{l=0}^{N} C_N^l(-1)^l \left(1 - \frac{l}{N}\right)^n. \tag{6.10}$$

Математическое ожидание и дисперсия числа пустых ящиков соответственно имеют вид

$$M\mu_0(n, N) = N\left(1 - \frac{1}{N}\right)^n, \tag{6.11}$$

$$D(\mu_0) = N(N - 1)\left(1 - \frac{2}{N}\right)^n + N\left(1 - \frac{1}{N}\right)^n - N^2\left(1 - \frac{1}{N}\right)^{2n}. \tag{6.12}$$

Применительно к задачам оценки ошибок пробообработки и сокращения проб число пустых ящиков $\mu_0(n,N)$ означает число пустых сокращенных проб из N при степени сокращения $1/N$ и числе рудных частиц $n_р = n$ в сокращаемой пробе.

Из (6.11) и (6.12) следует, что с ростом числа рудных частиц в пробе математическое ожидание и дисперсия числа пустых ящиков (сокращенных проб) стремятся к нулю. Однако при относительно большой степени сокращения ($N \approx n$) в процессе сокращения мы можем с большой вероятностью

получить (отобрать для дальнейшей пробообработки и анализа) пустую пробу.

В частности, не исключаются случаи, когда число интересующих нас частиц n (крупное золото, самородки, крупные алмазы ювелирного качества и др.) может оказаться меньше степени сокращения N. При этом число пустых частей пробы будет больше $N - n$.

При дроблении и измельчении материала пробы увеличивается число рудных частиц-носителей исследуемого элемента (минерала), что ведет к уменьшению $\mu_0(n, N)$ и $D(\mu_0)$ и ошибок сокращения.

Существующая теория случайных размещений, однако, далеко не полностью отвечает на вопросы, возникающие при сокращении проб, ибо в этом случае мы имеем дело не с одинаковыми частицами и нас больше интересует вопрос о распределении не числа частиц по ящикам (сокращенным пробам), а массы исследуемого элемента.

Случайное размещение n_p рудных частиц с плотностью распределения массы элемента в частицах $f(q)$ по N частям пробы при ее сокращении в N раз обусловливает дисперсию содержания элемента в сокращенных пробах $D_i(C)$. Эта дисперсия может служить, с одной стороны, показателем однородности материала сокращаемой пробы, а с другой — мерой ошибки сокращения.

6.4. Модели однородности рудного вещества на стадии пробообработки

Если первичная проба имеет объем V, то дисперсия содержаний в таких еще невынутых блоках-пробах равна $D_0(C)$ и определяется в соответствии с математической моделью среды (см. гл. 4).

Разрушающий метод отбора первичной геологической пробы уже является первой стадией дробления и перемешивания материала пробы при отборе. Такой отбор изменяет структуру и текстуру первоначальной среды опробования, преобразуя модель среды от M_i к модели М2 (см. табл. 4.1), характеризуемой пуассоновским полем разноразмерных рудных частиц-носителей исследуемого элемента. Согласно (2.13) дисперсия содержания элемента в отобранных пробах объемом V такой среды имеет вид

$$D(C) = C\bar{q}V(W_q^2 + 1), \tag{6.13}$$

где $\bar{q}$ и W_q — средняя масса и коэффициент вариации массы элемента в минеральных агрегатах, скоплениях, сохранившихся в минеральных частях пробы.

Дисперсия содержания интересующего нас компонента (минерала, химического элемента и т.п.) по (6.13) будет показателем однородности отобранного в пробу рудного вещества. Показателем однородности опробуемой среды, как отмечалось выше, является дисперсия $D_0(C)$ содержания компонента в блоках-пробах объемом V еще нетронутого массива руды (in situ), определяемая по формулам табл. 4.1 в соответствии с моделью среды опробования.

Для любой среды опробования можно записать неравенство

$$D(C) < D_0(C), \tag{6.14}$$

где $D(C)$ определяется по (6.13).

Данный факт уже позволяет сократить отобранную из массива руды (пород) начальную пробу объемом $V_{\text{предст}}$ в $D(C)/D_0(C)$ раз, не изменив степень ее представительности по отношению к заданной среде опробования. Можно также изначально отобрать из заданной среды опробования пробу объемом в m_0 раз меньше расчетного объема $V_{\text{предст}}$, если такой отбор провести представительной системой локальных точечных, линейных и (или) площадных проб в пределах геометрической базы $V_{\text{предст}}$. Это подчеркивает особую важность выбора способа опробования, адекватного среде.

Каждая последующая стадия дробления и измельчения вызывает дополнительное разрушение минеральных агрегатов, внутрикусковых минеральных скоплений, вскрытие и разрушение отдельных минералов, что ведет к уменьшению $\bar{q}$, W_q^2 и после i-й стадии дробления и измельчения дисперсия содержания запаса элемента в пробах объемом V

$$D_i(C) = \bar{C}q_iV(W_{q_i}^2 + 1), \tag{6.15}$$

может стать в десятки и сотни раз меньше $D_0(C)$ и $D(C)$ по (6.13).

6.5. Ошибки сокращения пробы

Будем исходить из того, что отобранная первичная геологическая проба является представительной согласно разд. 4.1—4.3 и имеет объем $V_0 = V_{\text{предст}}$. Такой объем первичной пробы гарантирует оценку среднего содержания в соответствующей среде опробования с необходимой и достаточной точностью, выбираемой в соответствии с целями и задачами опробования. При этом, естественно, предполагается, что методически и технически отбор пробы проведен правильно и не внес дополнительных ошибок в операции отбора пробы. Для определения среднего содержания в опробуемой среде после отбора пробы осталось надлежащим образом оценить запас компонента S_0 в пробе V_0. Тогда истинное среднее содержание C в среде опробования оценивается по формуле

$$C' = S_0/V_0. \tag{6.16}$$

Допустим, что с отобранной пробой объемом V_0 проводятся k стадий дробления и измельчения с сокращением пробы на i-й стадии в m_i раз ($i = 1, 2, \ldots, k$). При этом на последней стадии ($i = k$) отбирается лабораторная проба объемом $V_{\text{лаб}}$.

Тогда запас компонента S_0 в отобранной пробе объемом V_0 будет

$$S_0 = S_1(m_1 - 1) + S_2(m_2 - 1) + \cdots + S_{k-1}(m_{k-1} - 1) +$$

$$+ S_{\text{лаб}}(m_k - 1) + S_{\text{лаб}},$$

где S_i — запас компонента в пробе объемом V_i, отбираемой на i-й стадии сокращения.

Для дисперсии запаса имеем

$$D(S_0) = \sum_{i=1}^{k} D(S_i)\,(m_i - 1)^2 + D(S_{\text{лаб}})\,(m_k - 1) + D(S_{\text{лаб}}) = D_{\text{сокр}} + D(S_{\text{лаб}}), \tag{6.17}$$

где $D_{\text{сокр}}$ — суммарная ошибка сокращения; $D(S_{\text{лаб}})$ — дисперсия лабораторного определения запаса компонента в отобранной в процессе сокращения лабораторной пробе.

С учетом (6.4), (6.15) для суммарной ошибки сокращения можно записать

$$D_{\text{сокр}} = CV_0 \sum_{i=1}^{k} \pi_i \frac{(m_i - 1)^2}{\prod_{j=1}^{i} m_j}, \tag{6.18}$$

где $\pi_i = \bar{q}_i(W_{q_i}^2 + 1)$, $\prod_{j=1}^{i} m_j = m_1 m_2 \dots m_{i-1} m_i$.

6.6. Общие сведения о методах лабораторного анализа геоматериалов на элементы

В организациях Мингео существовала система аттестации аналитических методов, осуществляемая Научным советом по аналитическим методам (НСАМ) при ВИМСе. Разрешены к применению, особенно при подсчете запасов минерального сырья, только методики, утвержденные НСАМ.

В отраслях горно-добывающей промышленности на уровне ГОСТов и ТУ стандартизированы методы аналитической химии, применяемые для определения химического состава руд, концентратов, контроля и управления качеством минерального сырья и продуктов из него.

Название метода, как правило, базируется на принятом принципе анализа и дополнительно конкретизируется наименованием определяемого компонента, видом сырья или продукта, а нередко и пределами концентрации компонента (табл. 6.1).

До 1950-х годов основными методами аналитика были грави-, титри- и колометрические. С 1950 по 1970 г. при массовом инструментальном анализе геоматериалов на элементы чаще использовали эмиссионный спектрохимический анализ, рентгеновскую флуоресценцию и методы атомно-абсорбционной спектрофотометрии, а с 70-х годов активно развиваются методы нейтронно-активационного анализа и др. [261].

Таблица 6.1

Методы и методики анализа состава геологических проб

Методы анализа, методики	Особенности методики	Объекты исследования	Определяемые компоненты	Масса навески, г
1	2	3	4	5
Гравиметрические				
Классическая гравиметрия	Основаны на определении массы продуктов химических реакций осаждения. Метод пригоден при отношении осадка к аналиту не менее 10 : 1	Геоматериалы, сплавы и др.	SiO_2, Mo, Wo_3, S, MgO, Au, Ag и др.	Доли и единицы
Пробирный анализ	Метод пригоден и для больших проб	Геоматериалы, технологические растворы, сплавы	Au, Ag, платиноиды и др.	5—100
Титриметрические	Базируется на определении количества растворенного реагента, необходимого для установления полного равновесия какой-либо химической реакции, путем измерения объема раствора с помощью индикаторных методов	Горные породы, руды и продукты их переработки; природные воды, сплавы и др.	Многие металлы	Доли и единицы
Фотоколориметрические	Основаны на установлении концентрации растворов путем измерения оптической плотности потока при пропускании через кюветы с испытуемым раствором и раствором сравнения (эталоном) светового потока с помощью фотоэлектроколориметра	Геоматериалы и продукты их переработки	Цветные металлы, рассеянные элементы	Доли, единицы и первые десятки
Абсорбциометрические	Существует множество особенностей в зависимости от определяемого элемента и материала пробы	Горные породы, руды, продукты их переработки, воды, почвы и др.	Большинство элементов периодической системы элементов Д.И. Менделеева	1—50
Флуориметрические	Чувствительны и доступны для ограниченного числа элементов	Неорганические и органические материалы	Al, Be, Se, U, некоторые лантаноиды, Au	Доли и единицы

5 Заказ № 236

Окончание табл. 6.1

1	2	3	4	5
Эмиссионный спектральный анализ	Основан на том, что атомы элементов могут быть возбуждены в электрической дуге или в луче лазера и будут излучать радиацию с характеристическими длинами волн. С 1930 по 1960 г. был основным при массовом инструментальном анализе геоматериалов на элементы	Геоматериалы, почвы, сплавы и др.	Большинство элементов периодической системы элементов Д.И. Менделеева	Доли
Атомно-абсорбционная спектрофотометрия	После 1950 г. методы характеризуются хорошей чувствительностью, точностью, экономичностью. Одновременно можно определять только один элемент	Геоматериалы, растения, почвы, воды, зола углей, сырая нефть, стандартные образцы и др.	Более 60 элементов периодической системы элементов Д.И. Менделеева	Доли и единицы
Нейтронно-активационный анализ	Метод в стадии активного развития с 70-х годов. Ведет к одновременному многоэлементному анализу. Основан на облучении исследуемого материала ядерным излучением и последующем измерении активности радионуклидов, образовавшихся при облучении в результате ядерных реакций	Геоматериалы и др.	Большинство элементов	От 0,0005 ÷ 0,5 до 10 ÷ 100
Рентгено-эмиссионная спектроскопия	Обладает преимуществами недеструктивного метода (одна и та же проба может анализироваться повторно). Позволяет одновременно определять 15—20 элементов в пробе за 1 мин. Требует тонкого измельчения пробы (− 200 меш)	Геоматериалы, сплавы и др.	Большинство элементов периодической системы элементов Д.И. Менделеева	Доли
Радиометрические и радиоактивационные и др.	Основаны на измерении природной или искусственно наведенной радиоактивности	Геоматериалы, воды и др.	U, Th и почти все элементы периодической таблицы	0,010 ÷ 0,5, до десятков

Многие методы анализа, включая эмиссионную плазменную и атомно-абсорбционную спектрофотометрию, абсорбциометрию и флуоресценцию раствора и различные электрохимические методы, обычно предполагают перевод анализируемой пробы в раствор.

Эмиссионную спектроскопию, атомно-абсорбционную спектроскопию и рентгено-флуоресцентный анализ наиболее часто применяют при массовом анализе геологических материалов на следы элементов, а также при анализе полезных ископаемых и продуктов их переработки.

В зависимости от назначения пробы, ее состава и метода анализа конечная масса лабораторной пробы может быть существенно различной. Так, для физико-химического и инструментальных методов анализа масса средней лабораторной пробы может составлять от долей до нескольких сотен граммов.

Для пробирного анализа на благородные металлы масса средней пробы принимается не менее 250—2000 г с тем, чтобы в зависимости от содержания в ней ценных металлов можно было бы отобрать несколько параллельных навесок (от 3 до 8) по 25, 50, 100 или даже по 200 г. Указанная проба для анализа должна быть измельчена до крупности 0,074 мм [251].

Массу требуемой навески для атомно-абсорбционного анализа в каждом конкретном случае рекомендуется устанавливать экспериментальным путем в сравнении с данными пробирного и других физико-химических методов анализа.

Количественный спектральный анализ требует применения стандартных (эталонных) образцов известного химического состава и высокой однородности.

По показателям точности методы анализа минерального сырья подразделяются на полуколичественные и количественные. К последним относятся методы, для которых относительное среднеквадратическое отклонение результатов определения меньше 30 % [227].

Имеется множество разработанных и утвержденных НСАМ методик ядерно-физического анализа состава геологических проб [256]. Масса анализируемой навески в зависимости от объекта исследования, определяемого элемента и методики анализа изменяется от доли до сотни граммов (см. табл. 6.1).

6.7. Общие сведения о стандартных образцах

Основой метрологического обеспечения ядерно-физических методов анализа, контроля правильности результатов измерения состава пород, руд и продуктов их переработки, аттестации новых методик анализа состава вещества и объективной оценки сопоставимости результатов анализа, получаемых в разных лабораториях, различными методами и т.д., служат стандартные образцы (СО). Они подразделяются на государственные, отраслевые и СО предприятий.

Анализ пород, руд и продуктов их переработки сопряжен, как известно, с особыми трудностями. Большинство инструментальных методов подверже-

но в той или иной степени влиянию основы, т.е. состава и структуры материала пробы. Применение стандартных образцов открывает возможность существенно уменьшать погрешности градуирования приборов и выявлять причины скрытых методических ошибок, свойственных методам анализа геоматериалов.

Это особенно стало ясно после приготовления и всестороннего анализа всемирно известных СО пород G-1 и W-1, приготовленных сотрудниками Геологической службы США в конце 1940 г. К 1965 г. эти стандарты были проанализированы на присутствие 74 элементов в 105 лабораториях 22 стран, а данные опубликованы в 256 различных статьях [261].

За этими стандартами последовали десятки и сотни СО состава пород и руд. В некоторых случаях масса приготовленного материала образца составляла сотни и даже тысячи килограммов.

Уже в 1951 г. впервые при международном анализе гранита G-1 и диабаза W-1 был установлен факт больших (в 2—2,5 раза) межлабораторных ошибок химического и спектрального анализов горных пород на все присутствующие компоненты по сравнению с внутрилабораторными (цит. по [210]). Данный факт подтвердился при последующих исследованиях этих, а затем и многих других образцов разных стран [75, 335].

В СССР впервые в 1964—1965 гг. был начат межлабораторный статистический эксперимент, одна из целей которого — разработка не отдельных СО, а их представительной петрохимически согласованной системы. За 15 лет была создана соответствующая совокупность СО-носителей правильной геохимической информации. Итоги этого масштабного эксперимента, который осуществил ИГЕМ АН СССР совместно со 100 химическими и спектральными лабораториями страны, обобщены коллективом авторов под руководством В.Г. Хитрова [210].

В литературе даются следующие типичные определения и понятия стандартных образцов состава (СОС): "...вполне однородные образцы... с точно установленным составом"; "...образец с надежно установленным содержанием вещества"; "...однородный материал с тщательно установленным химическим составом, оговоренным в его паспорте"; "...тщательно проанализированная проба"; "...эталон для химического и спектрального анализа"; "...вещество, используемое для имитации определенных физико-химических систем"; "...материал определенного состава, весьма близкий по химической и физической природе материалу, который предполагается анализировать с его помощью, предназначенный для стандартизаций" и т.п. (цит. по [335]).

Важнейшей и специфической задачей процесса приготовления СО является обеспечение однородности дисперсных стандартных образцов для спектрального и других методов анализа, в которых используются малые навески вещества.

Например, если при промышленном химическом анализе для определения содержания элементов обычно используются навески 0,25—1,00 г, то при спектральном анализе навески составляют около 0,05 г. Зачастую испаряется не само анализируемое вещество, а смесь его с некоторыми ингредиентами. Количество собственно анализируемого вещества уменьшается

при этом в 2—5 раз. В таких условиях требования к однородности еще более возрастают [335].

С точки зрения теории опробования дисперсных систем СО — один из характерных и специфических видов дисперсной системы и среды опробования. Для такой среды априори (до ее опробования) известно с высокой точностью среднее содержание, а тщательность подготовки образцов с высокой надежностью обеспечивает случайное и равномерное распределение компонента в образце. Все это позволяет использовать СО в качестве физической модели М2 (см. табл. 4.1) среды опробования. Огромный экспериментальный материал по исследованию СО в подобном случае можно использовать для оценки достоверности наших теоретических построений.

6.8. Математические модели неоднородности стандартных образцов

Под неоднородностью материала стандартного образца понимают [335]:

а) различия в содержании аттестуемых элементов (соединений) в любых двух участках (зонах, объемах) материала стандартного образца или партии образцов;

б) аналогичные различия в структуре или свойствах материала образца, если они влияют на результат анализа, выполняемого или проверяемого с помощью данного образца;

в) аналогичные различия в содержании других, кроме аттестуемых, элементов (соединений), если они влияют на результат анализа.

Важно заметить, что понятие неоднородности в данном случае должно относиться не к материалу вообще, а к некоторым квантованным минимальным его количествам — участкам (зонам, объемам). Применительно к количествам, меньшим квантованных, рассматривать неоднородность материала стандартного образца (как и анализируемых проб) не имеет смысла, так как на результат химического анализа не влияет неоднородность в пределах используемой навески (навеска растворяется, и, следовательно, вещество гомогенизируется); аналогично при оптическом спектральном анализе испаряется определенное (хотя и меньшее, чем при химическом) количество вещества пробы, при рентгеноспектральном локальном анализе объем исследуемого участка существенно меньший, но понятие усреднения состава в некотором объеме также правомерно.

Таким образом, обеспечение однородности материала стандартного образца необходимо планировать с учетом как причин и особенностей ее возникновения в каждом случае, так и количеств вещества, усредняемых при анализе (т.е. с учетом особенностей метода анализа, для которого предназначен образец).

Основным видом неоднородности материала стандартного образца чаще всего является химическая неоднородность, притом обусловленная различным содержанием аттестуемых, а не прочих элементов (соединений). Поэтому ниже рассматривается лишь такой вид химической неоднородности.

Согласно многим рекомендациям неоднородность материала стандартного образца не должна вносить в результат анализа, контролируемого с его

помощью, погрешность, превышающую 0,1—0,2 погрешности результата этого анализа или 1/3 допустимого значения относительной среднеквадратической погрешности измерения содержания данного компонента, регламентированного допусками НСАМ.

К основным физико-химическим причинам, вызывающим неоднородность монолитных образцов в металлургии, можно отнести следующие различия [335]:

— состава отдельных зон расплава за счет неравномерности распределения вводимых добавок;

— состава первых и последних порций разливаемого металла (сплава) вследствие изменения его состава в процессе разливки, окисления или испарения отдельных элементов, взаимодействия сплава со шлаком и материалом тигля;

— состава участков, обогащенных и обедненных тем или иным элементом из-за ликвации: зональной (например, обогащение примесями металла в верхней части слитка) и местной (например, обогащение примесями границ зерен);

— структуры отдельных участков (если ее изменения влияют на интенсивность линий в спектре), нарушения сплошности металла (пористость, трещины), которые обычно искажают характер поступления вещества образца-электрода в излучающее облако электрического разряда.

Источником неоднородности может служить и недостаточно равномерное распределение легирующих добавок в основной массе металла, однако расположение зон, обогащенных тем или иным элементом, в общем трудно предвидеть. В связи с этим для оценки наличия подобных зон отбирают образцы, равномерно (репрезентативно) представляющие все участки объема исходного материала.

Задача обеспечения однородности среднего состава СО сводится к приготовлению максимально разупорядоченной "рандомизированной" смеси частиц. Рандомизированное состояние порошкового материала характеризуется случайным, хаотическим распределением частиц [210]. Мерой неоднородности материала СО здесь служит вариация среднего состава по фасовкам, анализируемым навескам, если из получаемой дисперсии исключить дисперсию (ошибку) собственно анализа.

Оценку однородности СО предприятий выполняют согласно рекомендациям НСАМ. Из материала стандарта случайным образом отбирают $K \geqslant 20$ частей. Из каждой части, исходя из требований применяемого аналитического метода, приготовляют m проб ($m \geqslant 4$) для параллельных определений контролируемых компонентов. По результатам определения вычисляют среднее содержание $\overline{C}_j$ и дисперсию S_j^2 по m пробам для каждой части:

$$\overline{C}_j = \sum_{i=1}^{m} C_i^j m,\ S_j^2 = \sum_{i=1}^{m} (C_{ij} - \overline{C}_j)^2/(m-1),$$

где C_{ij} — i-е параллельное определение в части j. Усредняют все значения S_j^2:

$$S_1^2 = \sum_{j=1}^{k} S_j^2/k.$$

Далее рассчитывают величину $S_{\parallel}^2$, характеризующую дисперсию средних результатов (по каждой части) относительно общего среднего C (по всем определениям):

$$\overline{C} = \sum_{j=1}^{k} \overline{C}_j/k,\ S_{\parallel}^2 = \sum_{j=1}^{k} (\overline{C}_j - \overline{C})^2/(k-1).$$

Находят значение критерия Фишера $F' = S_{\parallel}^2/S_1$, которое сравнивают с табличным значением для надежности $\alpha = 0{,}95$ и параметров $f_1 = (k-1)$, $f_2 = k(m-1)$. Если $F' < F_{\text{табл}}$, различие между дисперсиями незначимо. В этом случае вычисляют среднюю дисперсию

$$\overline{S}^2 = (S_1^2 f_2 + S_{\parallel}^2 f_1)/(f_1 + f_2).$$

Значение $\overline{S} = (\overline{S}^2)^{1/2}$ сравнивают с допуском $\sigma_{\text{д}}$ по нормам НСАМ. Если $\overline{S} < \sigma_{\text{д}}$, можно считать, что образец однороден и выполняется условие $S_{\text{неодн}} < \sigma_{\text{д}}/3$. Навеска, взятая для испытания, представительна.

Если $F' > F_{\text{табл}}$, материал СО предприятия дополнительно измельчают, перемешивают и повторяют оценку его однородности.

В свете построенных математических моделей среды опробования (гл. 2, табл. 4.1) для теоретического описания среды СО и оценки их неоднородности могут быть использованы модели п. 2.2 и 2.4.

Тогда дисперсии содержаний компонентов в фасовках объемом V по (2.13) и (2.27) соответственно будут

$$D(C_V) = C\overline{q}V(W_q^2 + 1), \tag{6.19}$$

$$D(C_V) = V\sum_{i=1}^{n} C_i\overline{q}_i(W_{iq}^2 + 1); \tag{6.20}$$

дисперсии оценки содержаний по навеске объемом $V_{\text{н}}$

$$D(C') = C\overline{q}(W_q^2 + 1)/V_{\text{н}}; \tag{6.21}$$

$$D(C') = \sum_{i=1}^{n} C_i\overline{q}_i(W_{iq}^2 + 1)/V_{\text{н}}; \tag{6.22}$$

коэффициенты вариации оценки содержаний

$$W(C') = \left[\frac{\overline{q}(W_q^2 + 1)}{CV_{\text{н}}}\right]^{1/2}, \tag{6.23}$$

$$W(C') = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} C_i \bar{q}_i (W_{iq}^2 + 1)}{C^2 V_н}\right]^{1/2}. \qquad (6.24)$$

Эти формулы позволяют оценить неоднородность СО по известному гранулометрическому составу частиц-носителей компонента, определить представительный объем навески при известных c, $\bar{q}$ и W_q или по заданному объему навески и допустимому значению $W_д(C')$ требуемую степень дезинтеграции материала, показателем которой может служить

$$\pi_0 = \bar{q}(W_q^2 + 1). \qquad (6.25)$$

Характерной константой среды опробования, материала пробы и СО на любой стадии является

$$K_0 = \pi_0 / C, \qquad (6.26)$$

ее можно связать с известной константой пробоотбора K_s, которую предложили К. Ингамеллс и П. Швитцер. Константа пробоотбора K_s представляет собой единицу массы и находится как масса подпробы, необходимая для получения относительного стандартного отклонения $W(C') = 0{,}01$ в одиночном определении (цит. по [261]).

Тогда, согласно данным табл. 4.1 для модели среды М3, будем иметь

$$K_s = 4K_0 / (0{,}01)^2 \qquad (6.27)$$

и с точностью до постоянного множителя $K_0 = K_s$.

6.9. Особенности пробообработки при разведке россыпных месторождений золота

Содержание золота в россыпных месторождениях на порядок и более ниже, чем в коренных. Обогащение отрабатываемых песков и отбираемых проб при разведке и разработке россыпных месторождений золота до последнего времени осуществлялось самыми дешевыми, экологически сравнительно чистыми и производительными гравитационными методами. Выбор технологических схем обработки проб в основном определялся гранулометрическим составом и формой свободного золота, промывистостью отложений и попутных ценных компонентов.

Обогащением на гравитационных аппаратах выделяется относительно крупное — шлиховое золото и только частично более мелкое. Конечным продуктом обогащения проб является шлиховое золото. В недалеком прошлом при разведке и разработке россыпных месторождений изучали и извлекали золото крупнее 0,1 мм, поскольку именно такое золото улавливалось промывочными устройствами [282].

В последние годы наряду с традиционным свободным золотом интерес представляют и тонкодисперсное, различные виды связанного и новообразованного гипергенного золота.

Для большинства россыпных месторождений золота традиционных и новых типов полное содержание золота остается неизвестным, так же как и соотношение полного содержания и извлекаемого золота традиционными методами. Имеется много данных о том, что содержание тонкого золота в промышленных россыпях не превышает первых процентов от общего его количества.

Однако здесь хотелось бы обратить внимание на данные другого характера, свидетельствующие о систематическом занижении общего содержания золота во многих россыпных месторождениях при традиционных методах опробования и обработки проб (табл. 6.2).

В последние годы разработаны многие технологии и аппараты, позволяющие извлекать из россыпей золото микронных размеров. Сравнительные данные о возможности использования различных методов и аппаратов при обогащении проб в зависимости от крупности золота приведены на рис. 6.1.

Присутствие в отобранной пробе крупного и средней крупности золота в ограниченном количестве не позволяет проводить сокращение пробы без предварительного извлечения такого золота, поскольку многие части пробы после сокращения могут оказаться "пустыми" согласно (6.11) и (или) с заниженным содержанием золота. Поэтому на россыпных месторождениях золота отобранные пробы подвергаются обогащению без сокращения.

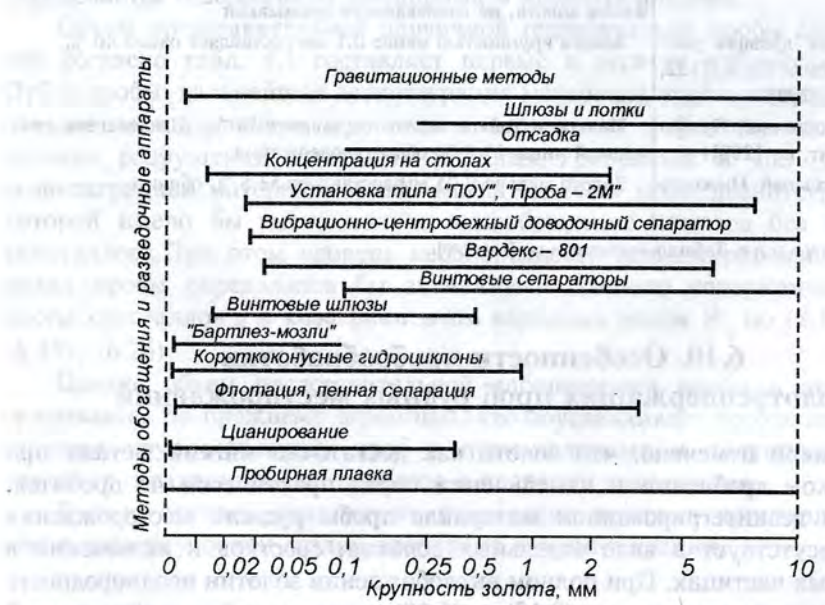


Рис. 6.1. Извлечение золота различными методами и аппаратами в зависимости от его крупности [194].

Таблица 6.2

Соотношение разных видов золота в россыпных месторождениях

Россыпь, регион	Доля мелкого, тонкодисперсного и другого золота
Бассейн р. Авекова, Северо-Восток РФ (данные В.П. Полеванова, цит. по [299])	Промывкой песков получено 0,16—2 г/м^3, пробирным анализом — 10—30 г/м^3, амальгамацией крупнообъемной пробы — 124 г/м^3
Участок Ценьельхин, Северо-Восток РФ (данные В.П. Полеванова, цит. по [299])	Гравитационное золото — 3—5 г/м^3, по атомно-адсорбционному анализу — до 150 г/м^3
Россыпи Сибири и Дальнего Востока (данные В.М. Манькова и др. [187], цит. по [299])	По ситовому анализу золота 70 россыпей, отработанных драгами и промприборами: 42 % россыпей содержат до 25—70 % золота мельче 0,1 мм
Россыпи Урская, Кауринская, Андобская Западной Сибири ([298], цит. по [299])	Доля тонкого золота достигает 50—80 %
Россыпь Урала (данные П.П. Аносова [217], цит. по [299])	Промывка 7000 (из 10 000) пудов песков без амальгамации дала 0,855 г/т. Промывкой 500 пудов (из оставшихся 3000) без амальгамации на ручном вашгерде получено 1,139 г/т. Промывка 2409 пудов песков с амальгамацией показала содержание золота 5,426 г/т. Плавка 10 фунтов песков с последующим растворением золотистого чугуна в серной кислоте дала 97,665 г/т. Последующая неоднократная плавка больших объемов песков в доменных печах подтверждала высокое содержание золота, не извлекаемого промывкой
Куранахская древняя россыпь. Республика Саха ([132, 180], цит. по [299])	Золото крупностью менее 0,1 мм составляет около 40 %
Россыпи Восточной Чукотки ([253], цит. по [299])	Мелкое и тонкое золото составляет 54 %. Извлекается промывкой лишь 17,8 % общего содержания
Группа россыпей Нижнего Амура [194]	Золото мельче 0,05 мм составляет 53,8 % общего

Примечание. Таблица составлена по [194, 290].

6.10. Особенности пробообработки золотосодержащих проб рудных месторождений

Практикой отмечено, что золото как достаточно мягкий металл при механическом дроблении и измельчении пород практически не дробится. Поэтому в дезинтегрированном материале пробы рудного месторождения золото присутствует в виде отдельных золотин, сростков и включений в минеральных частицах. При полном высвобождении золотин неоднородность пробы будет определяться по (2.13) и (6.13) в решающей степени средней массой золотины $\overline{q}$ и коэффициентом вариации массы золотин W_q.

Дальнейшая дезинтеграция минеральных частиц не приводит к существенному уменьшению $\overline{q}$, W_q и уровня неоднородности пробы (см. (2.13), (6.13), (6.25), (6.26)), что не позволяет сократить такую пробу обычным методом. В данном случае рекомендуется предварительно извлечь из пробы крупное и среднее золото и только затем продолжить пробообработку обычным методом с дальнейшим сокращением пробы [49, 57, 74].

Предварительное извлечение золота проводится гравитационным методом после измельчения руд до −0,5 мм [74]. При измельчении руд, однако, не освобождаются изоморфное золото и значительная часть располагающегося в дефектах кристаллических решеток минералов. Это золото остается недоступным для цианидов. Только полное разрушение минералов пород и руд, которое достигается при плавлении или растворении, дает возможность вскрыть указанные формы золота. Количество такого золота пропорционально содержанию его в тонкодисперсной фазе.

Для извлечения тонкодисперсного золота в настоящее время разрабатываются принципиально новые технологии, ибо оно часто тонко распылено в таких компонентах, как углистые, сернистые, мышьяковистые соединения, резко снижающих эффективность выщелачивания золота из руд химическими реагентами.

6.11. Особенности обработки алмазосодержащих проб

При опробовании месторождений алмазов важно оценить не только алмазоносность в целом, но и сортность алмазов и их распределение по крупности, ибо ценность алмазосодержащих пород в решающей степени определяется содержанием ювелирных и крупных алмазов.

Объем представительной первичной геологической пробы для этих целей согласно табл. 4.1 составляет первые и десятки кубических метров. Отбор пробы, дальнейшая дезинтеграция материала пробы приводят к нежелательным нарушениям кристаллов (появление дефектов, частичного и полного разрушения отдельных крупных кристаллов и др.). Идеальной дезинтеграцией материала пробы могла бы быть такая дезинтеграция, при которой имело бы место полное высвобождение алмазов без изменения кристаллов. При этом уровень неоднородности дезинтегрированного материала пробы определялся бы значениями среднего содержания, средней массы кристаллов $\overline{q}$ и коэффициентом вариации массы W_q по (2.13), (6.13), (6.25), (6.26).

Однако объем представительной лабораторной пробы в этом случае оказывается по-прежнему огромным, что обусловливает необходимость обогащения крупнообъемных проб в промышленных и полупромышленных условиях, практически не прибегая к операции сокращения.

В ряде случаев практикуют извлечение крупных кристаллов алмаза после промежуточной стадии дробления и дезинтеграции.

Глава 7

КЛАСТЕРНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ РУДНОГО ВЕЩЕСТВА

7.1. Общие понятия и определения

Известно, что неравномерность содержаний химических элементов во всех геологических образованиях природная закономерность. Концентрационная неоднородность распределения химических элементов в недрах рассматривается на многих уровнях: планетарном, региональном, рудных узлов и месторождений, рудных тел и отдельных малых обособленных их частей (линзы, гнезда, столбы, ленты, шлиры, карманы и т.п.), минеральных агрегатов и отдельных минералов.

В горно-добывающей промышленности внимание к уровням неоднородностей, имеющим размеры доли, единицы и первые десятки метров, со временем менялось.

Еще в первой половине текущего столетия, когда возможности горной техники были весьма ограничены, объектами селективной выемки являлись технологически сплошные скопления полезных ископаемых любых, даже весьма малых размеров. Каждое из них рассматривалось как самостоятельный объект разведки и отработки [142].

В связи с постоянно растущими возможностями технологии разработки, обогащения и переработки полезных ископаемых с применением машин и аппаратов все большей единичной мощности группы пространственно сближенных скоплений полезных ископаемых (пласты, линзы, гнезда и т.п.) стали объединять в единых контурах промышленного оруденения, установленных по геолого-экономическим данным.

Так возникло представление о рудных телах прерывистого строения. Контуры, морфологические особенности и внутреннее строение подобных тел оказались в зависимости от кондиционных параметров, а предельные размеры обособленных скоплений полезного ископаемого, которые еще требовалось выявлять, стали определяться проектируемой системой разработки. В связи с этим формы и размеры локальных рудных скоплений утратили значение ведущего фактора при выборе оптимального варианта разведки [142].

В 1962 г. С.Г. Желнин (Магаданский совнархоз) писал: "У многих руководителей приисков сложилось неправильное и вредное мнение о том, что при современном уровне механизации эксплуатационных работ нет необходимости проводить копушение и опробование полигонов. Эти доводы на первый взгляд казались убедительными и дали повод к резкому сокращению объемов опробовательских работ" (в 2 раза и более).

"Все это не могло не сказаться на качестве отработки месторождений: значительно увеличилось разубоживание песков, все чаще стали появляться факты неотхода средних содержаний, непроизводительных затрат, и, главное, увеличились потери металла, которые при отработке практически нигде не учитываются" [117, с. 18].

Официальные геолого-маркшейдерские данные за 1958—1961 гг. свидетельствуют об огромных объемах промываемых пустых песков по всем горным предприятиям, достигающих по совнархозу 153—207 тыс. $м^3$ [117].

В последние десятилетия, с развитием теории и практики управления качеством добычи руд, технологического опробования и картирования, возрос интерес к выявлению и оконтуриванию рудных скоплений как "положительных элементов неоднородности" (ПЭН) и расстояний между ними как "отрицательных элементов неоднородности" (ОЭН) (по определению В.И. Куторгина, 1992 г.).

Эти вопросы стали особенно актуальными с переходом от плановой к рыночной экономике, ибо ужесточение кондиций ведет к резкому изменению показателей рудоносности, связности рудных тел, уменьшению числа, площади и объема ПЭН и росту этих характеристик для ОЭН.

Малые обособленные рудные скопления различны по форме, размерам, геологическим условиям образования и другим характеристикам. Они имеют множество названий, отражающих форму или размеры (пласт, линза, столб, гнездо, лента, карман и др.), а также могут выделяться в объеме геологического тела, в горизонтальной плоскости или разрезе. Общая природная закономерность их — дискретная организация, характеризуемая набором рудных и нерудных минералов и минеральных агрегатов.

По аналогии с кластерами в таксономии и распознавании образов (скопления точек, изображающих некоторые объекты) обособленные в пространстве рудные скопления разной природы мы в дальнейшем будем называть кластерами. Как будет показано в разд. 7.8, такое название связано с более серьезными причинами.

7.2. Геологические предпосылки образования кластеров на россыпных месторождениях

Геологами обсуждались различные типичные условия образования гнезд и других зон концентрации минералов в россыпных месторождениях (рис. 7.1).

Представленное обобщение далеко не полное. Например, на путях миграции тонкого золота могут выступать глинистые отложения, которые улавливают его в результате сорбции каолинитом, гидроксидами железа, органическими веществами, микроорганизмами [299]. Вообще, концентрации крупного и тонкого золота в рыхлых отложениях из-за разных гидродинамических свойств крупных и мелких золотин не могут быть совмещенными.

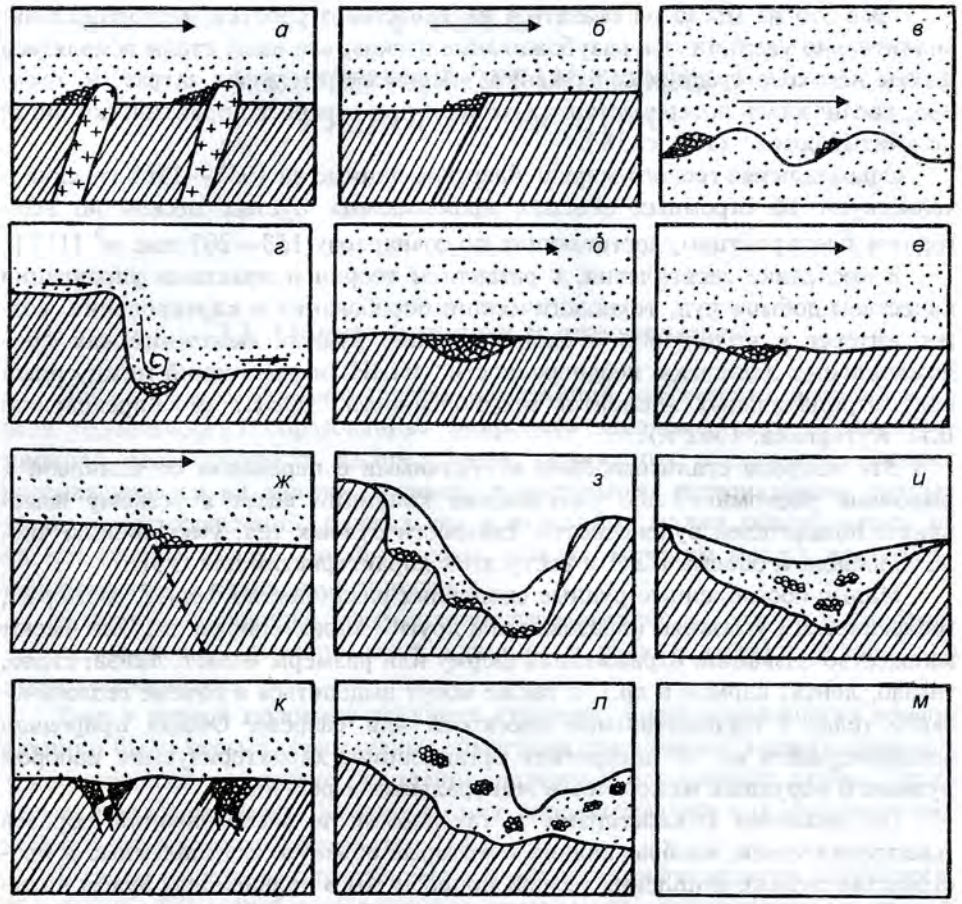


Рис. 7.1. Типичные случаи образования гнезд и других зон концентрации минералов:

а, б — перед выступами прочных пород (*а*) и основания на тектонических нарушениях (*б*); *в* — перед пликативными нарушениями дна и другими препятствиями на пути преобладающего течения; *г* — в эрозионных ваннах водопадов; *д* — в углублениях дна на разломах, трещинах, трещинных зон и т.п.; *е* — в углублениях пликативной, эрозионной и другой (не дизъюнктивной) природы; *ж* — после выступа основания на тектонических нарушениях; *з* — в местах резкого изменения уклона основания в поперечном сечении долины; *и* — на границах разновозрастных комплексов (ложный плотик); *к* — в зонах повышенной трещиноватости плотика; *л* — рассредоточенный тип распределения золота в вертикальном разрезе рыхлых толщ; *м* — другие комбинации.

7.3. Геологические предпосылки образования кластеров на рудных месторождениях

Образование кластеров, обособленных скоплений рудного вещества в первую очередь связывают с дизъюнктивной нарушенностью, когда миграция рудообразующих растворов происходит по трещинам и разрывам. В этом случае гнезда, как правило, приурочены к пересечению таких зон миграции.

Для некоторых видов полезных ископаемых и элементов кластеры связаны с карстовыми пустотами, геохимическими барьерами, пликативными нарушениями и др.

7.4. Примеры кластерной организации россыпных месторождений золота и олова

Качественной основой представлений о степени неравномерности полезного компонента (золото, алмазы и др.) служит структура россыпи, понимаемая как ее внутреннее строение, обусловленное размерами, морфологией и расположением слагающих ее элементов-скоплений компонента (гнездо, струя, лента, кочерга, прижим, провал, перебутор, отдельные самородки, карман и т.п.) и пустых или обедненных промежутков между ними.

Особенности распределения золота в россыпных месторождениях в качественном и количественном выражениях рассматривались Ю.А. Билибиным, А.С. Власовым, П.Д. Волошиным, П.О. Генкиным, П.Л. Каллистовым, В.И. Куторгиным, Б.Ф. Лопушинским, И.С. Рожковым, Б.В. Рыжовым, Е.Я. Синюгиной, Ю.И. Смеяном, Ю.А. Травиным, Ю.Н. Трушковым, Б.А. Фридландом, Н.А. Шило и многими другими исследователями.

Опыт разведки и разработки россыпных месторождений золота Якутии и Северо-Востока России, так же как и других регионов нашей страны и мира в целом, свидетельствует о том, что абсолютное большинство россыпей характеризуется крайне и весьма неравномерным распределением полезного компонента в недрах. Эта неравномерность нашла отражение в классификации (рис. 7.2) россыпей по этому признаку на россыпи гнездового, ленточного, струйчатого и тому подобного строения или на весьма постоянные россыпи (*а*), постоянные (*б*), среднего постоянства (*в*), непостоянные (*г*) и гнездовые (*д*).

Для эффективного ведения поисков и разведки аллювиальных россыпей подобного типа И.Б. Флеровым и другими предложена систематика, в основу которой положены различия в их структуре [317]. Каждая россыпь характеризуется свойственной ей структурой. Это определяет особенности способов опробования и геолого-экономической оценки при поисках и разведке, а также обусловливает целесообразность выделения двух подтипов в аллювиальном промышленном типе золотых россыпей, которые названы россыпями насыщения и россыпями рассеяния [317].

Россыпям насыщения присущи ленточная, линзовидная, изометричная формы, высокая линейная продуктивность, мощности песков 1—5 м, средние содержания единицы-десятки граммов на кубический метр. При нерав-

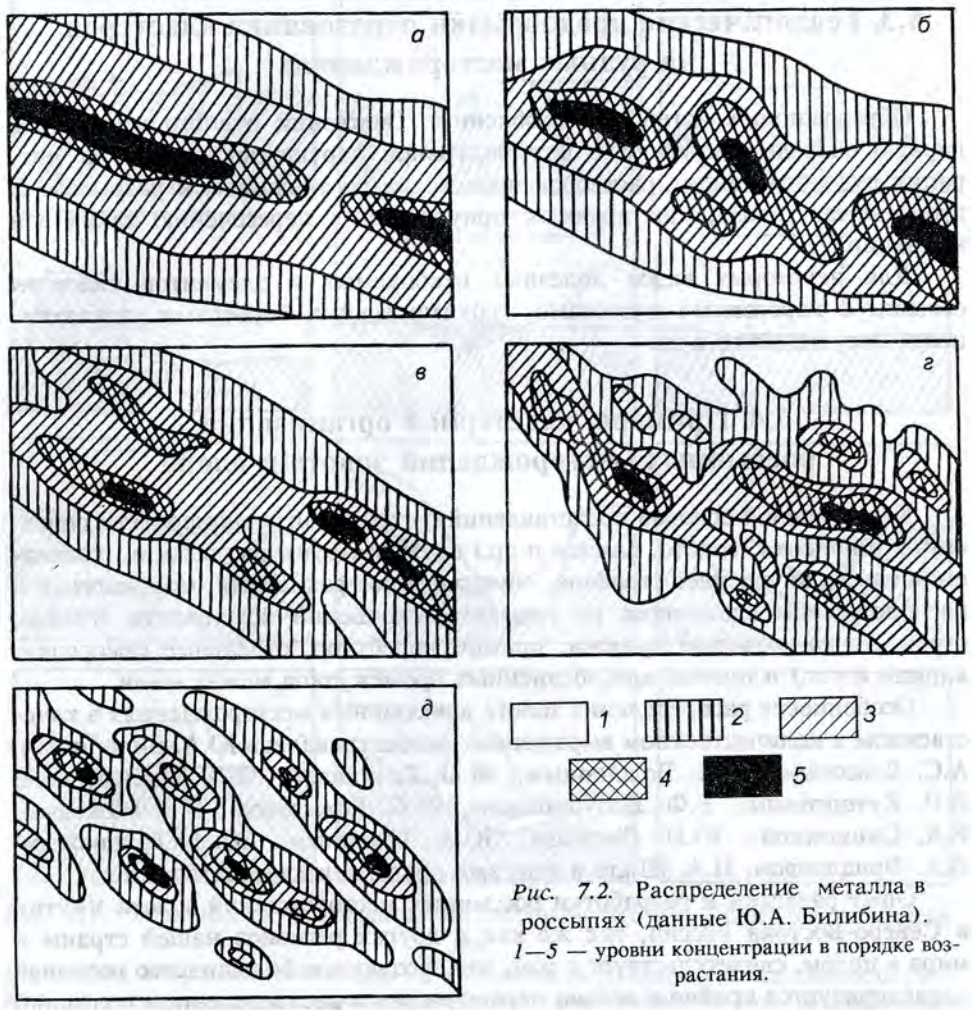


Рис. 7.2. Распределение металла в россыпях (данные Ю.А. Билибина). *1—5* — уровни концентрации в порядке возрастания.

номерном распределении золота на долю обогащенных гнезд приходится 25—40 % площади и 65—80 % запасов золота; обедненная часть также содержит значительное количество золота. Поэтому данный подтип целесообразно считать условно однородным и относить к россыпям сплошной золотоносности. В большинстве старых золотоносных районов подобные россыпи в основном отработаны.

Для россыпей рассеяния характерны пластовые залежи, занимающие 75 % всей площади, а иногда всю площадь днища долин, достигающих по ширине нескольких километров, а по длине — десятков километров; продуктивность их высокая.

Структура россыпей рассеяния носит ярко выраженный гнездовый характер, но разница по сравнению с россыпями насыщения заключается в том, что скопления золота разделены пустыми интервалами, средние содержания в гнездах в десятки раз превышают "фоновое" содержание. В гнездах сосредоточено как крупное, так и мелкое золото, крупные самородки могут находиться обособленно от гнезд (рис. 7.3).

Рис. 7.3. Группировка россыпей по размерам и взаимоотношению элементов высшей неоднородности [317].

Группа	Структура россыпей
I	
II	
III	
IV	
V	

Длительная практика разведки, эксплуатационного опробования и разработки россыпей дает множество примеров ярко выраженного их кластерного строения (табл. 7.1). При этом постепенно общепринятая стандартная схема образования россыпей, трактующая струйчатый характер распределения металла, меняется. Сначала отмечаются более сложные формы пространственного распределения металла, а в последние 15 лет многие исследователи подчеркивают гнездообразные выделения обогащенных участков на бедном фоне россыпной металлоносности.

Переход к рыночной экономике изменяет кондиции на минеральное сырье в сторону их ужесточения (повышение бортового, минимального промышленного содержания и др.), что ведет к еще большему росту степени прерывистости оруденения.

Изложенные представления о характере распределения золота в россыпях основываются на данных часто недостаточно представительного опробования (малая масса первичной пробы, редкая сеть наблюдений). Это дает веские основания сомнениям в правильности заключений о параметрах гнездового строения россыпей.

В большинстве случаев сгущение буровой сети увеличивает количество гнезд при одновременном уменьшении их площади и возрастании максимального вертикального запаса (ВЗ) в отдельных гнездах. Рельеф поверхности ВЗ в изолиниях становится круче и более расчлененным, соответственно повышается и значение коэффициента вариации ВЗ [249]. Отмеченные явления наблюдаются при сгущении сети наблюдений до 5×5 м, а результаты кустового бурения скважин малого диаметра свидетельствуют о том, что и дальнейшее сгущение сети опробования в сущности ничего не меняет.

В то же время крупные самородки золота (в сотни и тысячи граммов) имеют тенденцию к кластеризации, группировке, гнездованию. Например, на полигоне, где был поднят самородок № 19, в мае — июне 1988 г. были обнаружены самородки массой 1369, 1010, 120, 106 г и серия менее крупных, а на примыкающих к полигону отработанных в различные годы участках россыпи — многие десятки самородков массой 160—3740 г [158].

В единичных россыпях естественного залегания, при разработке которых тщательно фиксировалось местоположение самородков, удалось от-

Таблица 7.1

Примеры кластерной организации россыпных месторождений золота и олова

Россыпь, район, литературный источник	Особенности и закономерности кластерной организации
1	2
Месторождения золота	
Урал, Западная Сибирь, Енисейский кряж, Бодайбо, Алдан и Аллах-Юнь, Приамурье и Приморье, Северо-Восток РФ (И.С. Рожков, 1959 г.)	По данным 1833 замеров, средняя ширина струй изменяется от 24 до 54 м. Подчеркивается струйчатое строение россыпей
Северо-Восток РФ (1979 г., [80])	В узких долинах (I—II, иногда III порядков) в верхних (по течению) частях гнезда мелкие, хаотично расположенные. Ниже по течению гнезда укрупняются, приобретая ориентировку по простиранию россыпи. В долинах средних порядков гнезда крупнее и с большим вертикальным запасом. В долинах высоких порядков относительно крупные гнезда расположены бессистемно, на значительном расстоянии друг от друга, иногда группируясь в "ядра" россыпи (рис. 7.4) Гнездовое распределение золота характерно и для россыпей притоков
Северо-Восток РФ, Кулар, Якутия (1980 г., [318]), (1982 г., [138])	С гнездами связан основной запас. Гнезда имеют линзовидную форму. Ширина их 1,5—4,5 м и более, длина от 3—5 до 30 м. Расстояние между ними колеблется от 3 до 25 м. При мелколинзовом строении в промышленном разведочном контуре на объектах "Кристалл" и "Малык-Сиена" 48 и 72 % проб эксплуатационного опробования соответственно дали содержания ниже бортового [138]
Северо-Восток РФ (1983 г., [175])	Промышленные россыпи золота имеют прерывисто-гнездовое строение в плане и разрезе пласта. При сплошном опробовании в пласте наблюдаются "богатые" гнезда, разделенные "бедными"* и пустыми участками. Богатые и средние гнезда занимают обычно менее половины площади, а запасы в них — более 70 %
р. Мылга, Северо-Восток РФ (1984 г., [87])	Гнездовая концентрация золота характерна для россыпей бассейна р. Мылга, что хорошо заметно на примерах эксплуатационного опробования шахтных полей на подземной добыче (рис. 7.5)
Россыпи Береляхской золотоносной зоны, Северо-Восток РФ (1987 г., [314])	Площадь обогащенных гнезд варьирует от 5 до 80 %, а запасы золота в них — от 15 до 90 %.

Окончание табл. 7.1

1	2
	По данным целевой эксплуатации (эксперимент) пойменной россыпи долины VII порядка, площадное соотношение фона и обогащенных гнезд составило 9 : 1
Северо-Восток РФ (1988 г., [72])	Обобщение результатов анализа детальных планов распределения россыпного золота по данным эксплуатационного опробования в бедных россыпях показало, что распределение гнезд в большинстве случаев подчиняется определенным закономерностям и может быть разных типов (рис. 7.6)
Россыпи бассейна р. Могучая, Северо-Восток РФ (1990 г., [89])	Главными носителями запаса золота являются линзы и гнезда, которые на общем неоднородном фоне контура выделяются достаточно высоким уровнем запаса и образованы более крупным металлом (рис. 7.7)
Десятки россыпей Восточной Якутии (1984 г.). (По данным обследования ЦКТЭ ПГО "Якутскгеология")	Во всех россыпях установлено гнездовое распределение золота в плане. Струйчатый характер обусловливается неравномерностью бороздового опробования. Площадь обедненных участков в промышленном контуре (с вертикальным запасом вдвое и более меньше среднего по участку) составляет в среднем по всем россыпям 30—40 %, колеблясь от 16 до 50 %
Погребенная россыпь Вальдес-Крик, Аляска (1994 г., [297])	Состоит из нескольких межледниковых палеорусел-струй на разных гипсометрических уровнях. Вскрыша 20—70 м, мощность песков 3—8 м. Среднее содержание 3 – 4 г/м^3. Производительность труда (выработка на одного занятого) 19 кг/чел.
Месторождения олова	
Делювиальные россыпи (1966 г., [228])	В углублениях (провалах) плотика россыпи встречаются сростки касситерита массой 50—80 кг. Некоторые из таких углублений характеризуются содержанием касситерита до многих десятков килограммов на 1 м^3
Элювиально-склоновые и флювиальные (ложковые и аллювиальные) россыпи основных оловоносных районов бывшего СССР (1987 г., [235])	Площади с балансовыми запасами окаймляются такими же или в 2—3 раза бóльшими площадями с забалансовыми запасами. Богатые участки с содержанием олова более 1000 г/м^3 составляют незначительную часть (до 6 % площади) и при редкой сети поисковых скважин могут быть пропущены

*Далее кавычки опускаем.

метить, что в горизонтальной проекции самородки концентрируются в линзовидных скоплениях, вытянутых по простиранию россыпных тел. Размеры линз варьируют от 3 × 1 до 30 × 4 м. Они отделяются друг от друга несамородковыми промежутками пониженной продуктивности и представляют собой своеобразные россыпные столбы [157].

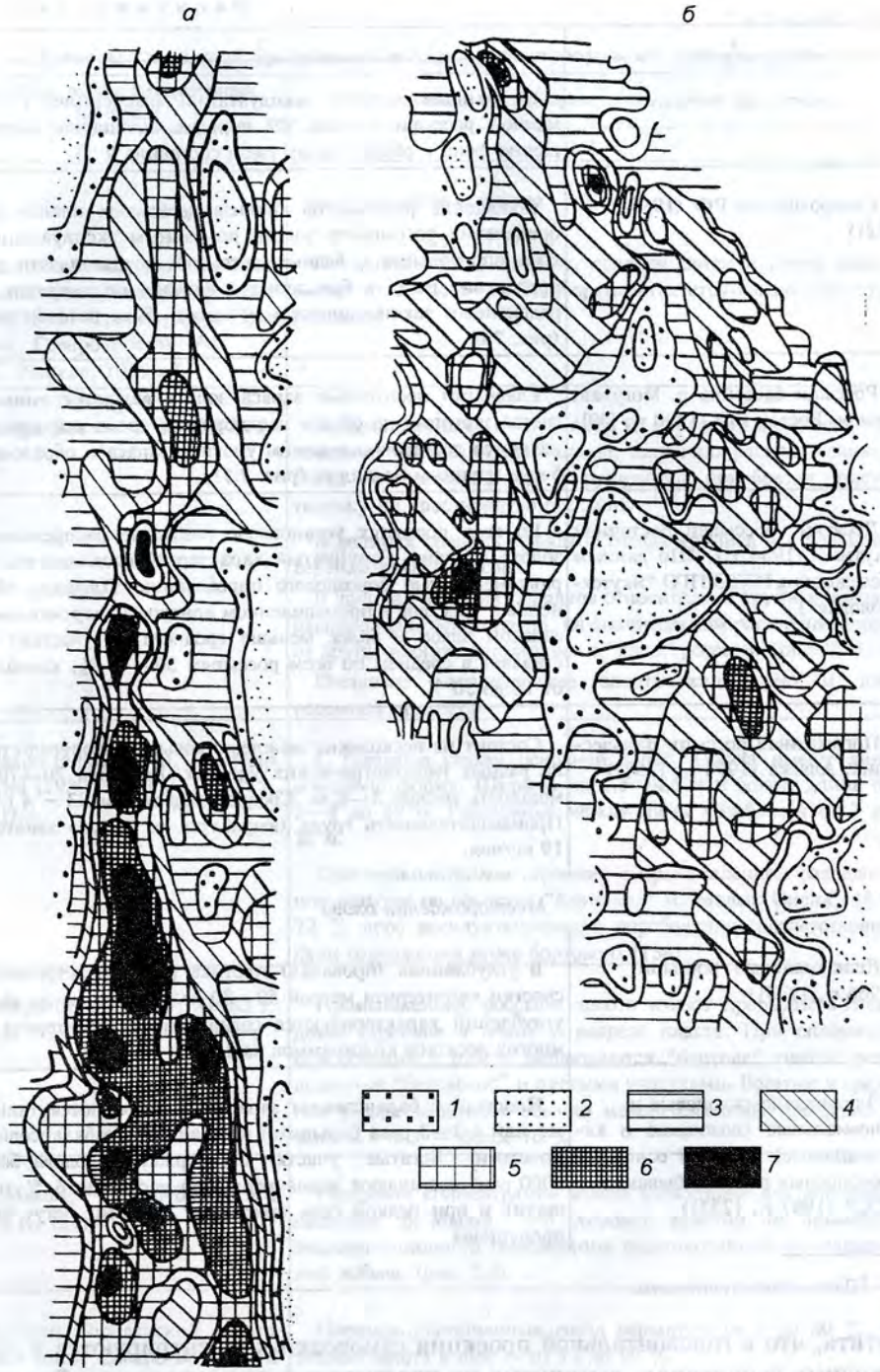


Рис. 7.4. Распределение вертикальных запасов по площади россыпей долин низких (*а*) и высоких (*б*) порядков [80].

1—7 — вертикальные запасы от минимальных к максимальным.
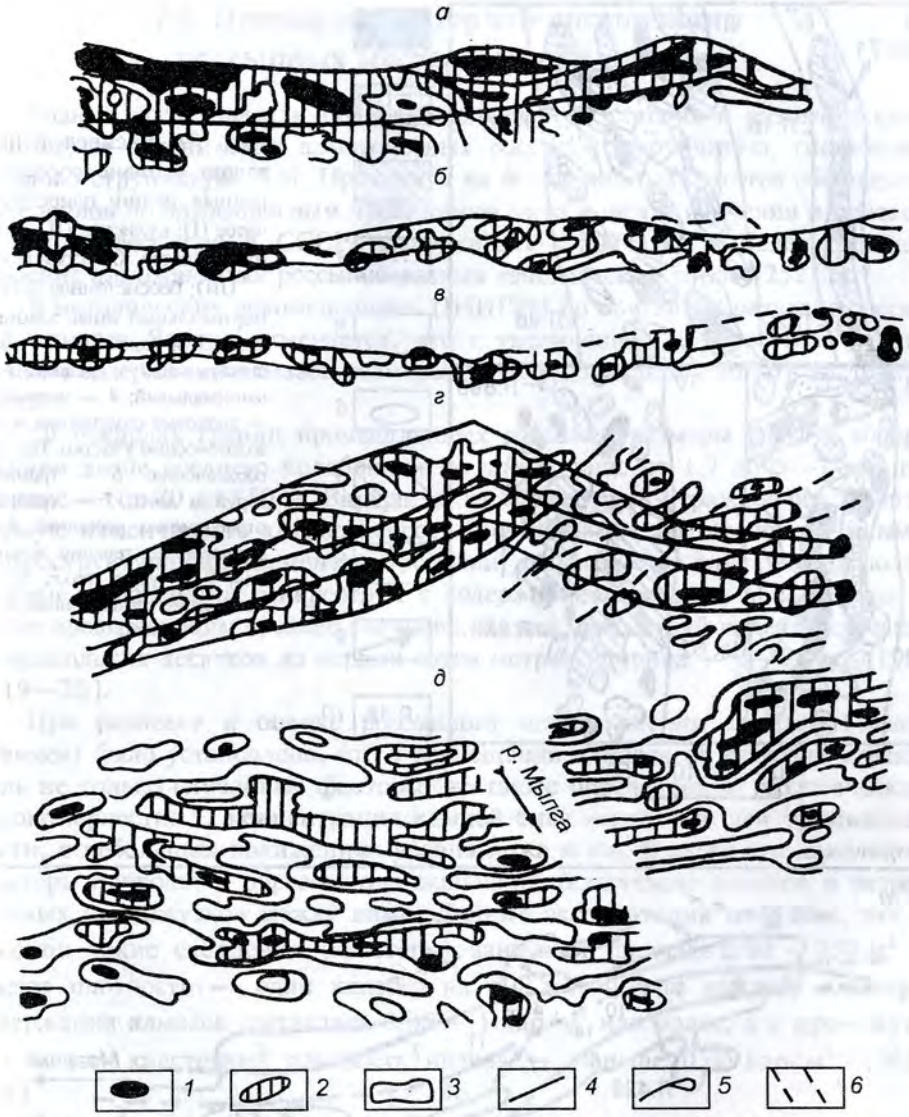


Рис. 7.5. Схемы изолиний вертикальных запасов по шахтным полям в долинах ручьев Водораздельный (*а*), Непроходимый (*б*), Каяк (*в*) и Герой (*г*) и интервалу долины р. Мылга (*д*) [87].

Вертикальный запас: *1* — высокий; *2* — средний; *3* — низкий; *4* — контур промышленных запасов по разведке; *5* — наложенный тальвег; *6* — граница морены в кровле выработок.

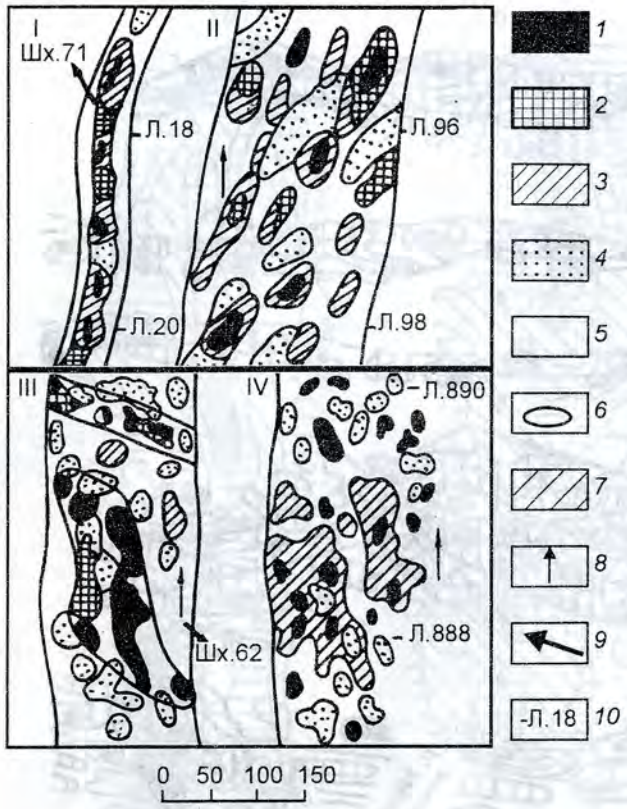


Рис. 7.6. Распределение золота в плане россыпей речных долин: одноструйчатое (I); кулисное (II); многоструйчатое (линзовидное) (III); бессистемное (IV). Вертикальный запас золота в гнездах и полях: *1* — максимальный; 2 — средний; *3* — минимальный; *4* — низкий; *5* — знаковые содержания и незолотоносные участки. Прочие обозначения: *6* — границы струй и линз; *7* — границы отработанных россыпей; *8* — направление течения водотоков; *9* — устья шахт; *10* — положение разведочных линий.

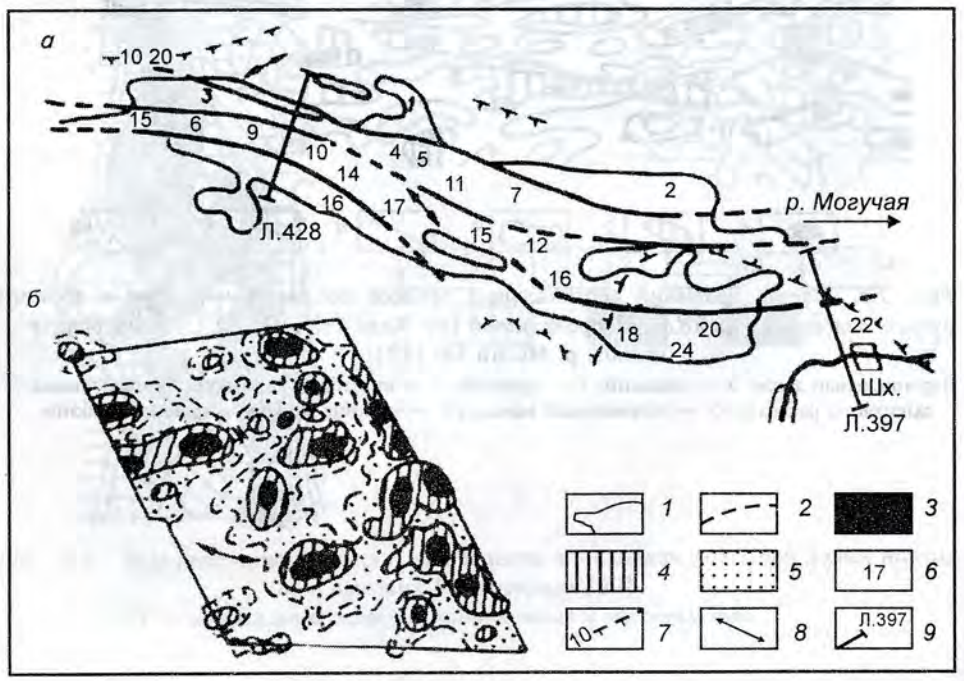


Рис. 7.7. Схема выявленного эксплуатацией распределения металла по интервалу долины р. Могучая (*а*) и план изолиний вертикальных запасов по результатам опробования шахты (*б*) [89].

1 — контуры открытых отработок и шахты (Шх.); *2* — полосы относительно богатой концентрации; *3* — богатые; *4*, *5* — средние и бедные концентрации металла; *6* — места отбора и номера гранулометрических проб; *7* — бровки террас и их высота; *8* — простирание сланцеватости коренных проб; *9* — разведочные линии и их номера.

7.5. Примеры кластерной организации россыпных месторождений алмазов

Разные исследователи подчеркивали разную степень и разные формы кластерной организации алмазоносных россыпей: струйчатую, гнездовую, гнездово-струйчатую. Б.И. Прокопчук на основании результатов обобщения материалов по алмазоносным провинциям мира и опыта изучения и поисков алмазных россыпей в СССР подчеркивает струйчатое и более сложное строение алмазоносных россыпей разных генетических типов [252].

В методических рекомендациях ЦНИГРИ по поискам и разведке россыпей алмазов Якутии отмечается, что с увеличением крупности и уменьшением содержания алмазов размеры струй уменьшаются вплоть до линз и гнезд.

"В пределах границ промышленных россыпей размеры струй с содержанием выше среднего колеблются по длине чаще от 1,2 до 5—7 км, по ширине — от 20 до 150 м. Внутри таких макроструй, отражающих закономерную изменчивость алмазоносности и связанных с достаточно крупными морфоструктурными элементами россыпи, наблюдаются случайно расположенные линзовидные микроструи с содержанием алмазов, в 2—3 раза и более превышающим среднее значение. Длина микроструй колеблется чаще от нескольких десятков до первых сотен метров, ширина — 5—20 м" [198, с. 19—20].

При разведке и оценке россыпного месторождения алмазов Гбенко (Гвинея) было установлено, что в размещении алмазов по площади играют роль не только случайные факторы, но также определенные геологические закономерности: "...концентрация камней близ контактов, зон трещиноватости, в небольших понижениях уровня ложа и т.п. В итоге эти локальные факторы приводят к образованию скоплений (кластеров) алмазов и разреженных промежутков между ними. Данные эксплуатации показали, что в россыпи такие скопления (кластеры) занимают площадь 100 – 350 м^2 и имеют плотность — один кластер на 500 м^2. Внутри каждого кластера содержания алмазов составляет 0,05 – 1 кар/м^2 или более, а в промежутках между кластерами плотность низкая — меньше 0,05 кар/м^2" [265, с. 9].

Интересный пример кластерной организации россыпного месторождения алмазов (Урал) и своеобразную трактовку этой особенности дает Б.Н. Соколов (рис. 7.8) [288].

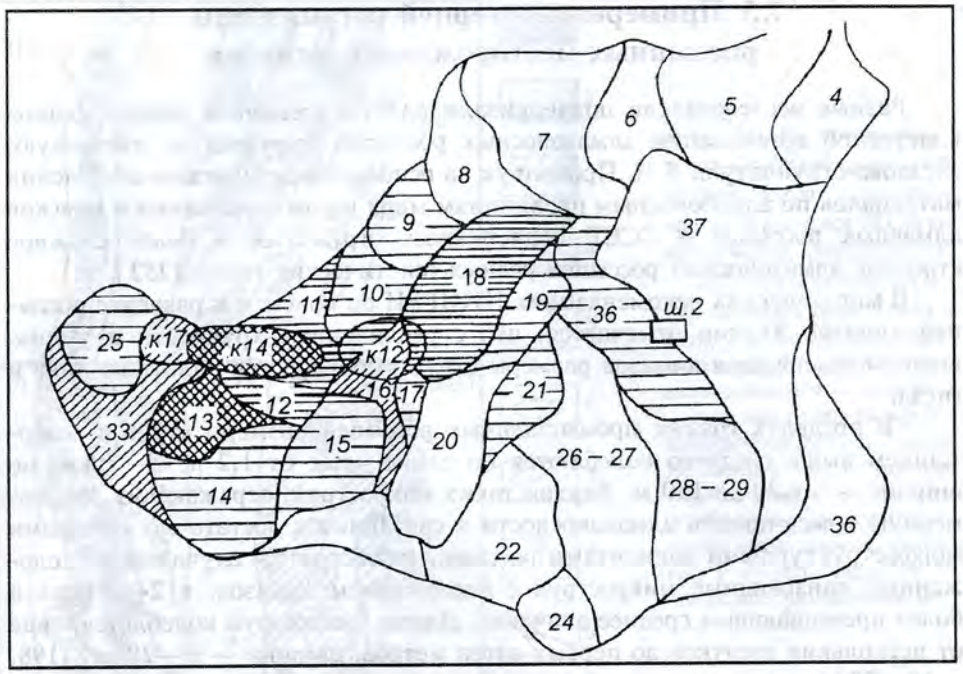


Рис. 7.8. Удельное распределение алмазов на 1 м^2 площади в одной из россыпей [288].

1 — экскаваторные пробы, их номера; *2* — поисковые канавы; *3* — шурфы; *4—8* — удельное распределение, усл. ед.: *4* — менее 3, *5* — (3—15), *6* — (15—30), *7* — (30—45), *8* — более 45.

На опробованной площади наблюдаются локальность и высокая контрастность удельного распределения алмазов в пределах площади карьера. Численная концентрация алмазов изменяется в 60 раз, в то время как колебания средней массы кристаллов не превышают 2 раз.

"По комплексу признаков количественного и качественного изменения алмазов россыпи даже небольших алмазоносных долин обычно разграничиваются на самостоятельные геологические объекты. Контрастные и принципиальные изменения алмазоносности нередко выявляются и в пределах небольших объектов" [288, с. 75—76].

7.6. Кластерная организация россыпных месторождений (по данным опытно-методических работ и специальных экспериментальных исследований)

В.И. Куторгиным описаны результаты исследования внутреннего строения золотоносных пластов ряда россыпей по данным экспериментального опробования траншей, пройденных поперек россыпей [175].

Результаты экспериментального опробования траншей свидетельствуют о прерывисто-гнездовом распределении в разрезе пласта как по мощности, так и по ширине россыпи. При этом представление о морфологии пласта меняется в зависимости от густоты точек наблюдения: при опробовании через 10—20 м по ширине россыпи пласт представляется сплошным единым обогащенным ядром, а при сплошном опробовании — отдельными богатыми гнездами, разделенными пустыми и (или) бедными участками.

Минимальные размеры гнезд соизмеримы с минимальным поперечным сечением сквозной пробы при экспериментах — 0,1 × 0,1 м, т.е. 0,01 м^2. По исследованным россыпям в пределах шахтных полей бедные участки в плане занимают до 74,4 % всей площади, а запасы металла в них, как правило, не превышают 30 % всего запаса. Богатые же и средние участки (гнезда) занимают обычно не более 50 % всей площади, а запас в них составляет более 70 %. Подобная закономерность сохраняется и в поперечных сечениях (рис. 7.9).

По мнению ряда исследователей, данные эксперимента при послойном сплошном опробовании пласта песков, проведенного В.И. Куторгиным (1983 г.) и Б.А. Фридландом (1967 г.), дают полное представление об истинном распределении полезного компонента в россыпи (рис. 7.10) [317].

В долине р. Мылга Центрально-Колымского района на одном из полигонов центральной части россыпи проводили наблюдения за выходом золота по ячейкам 40 × 40 м [88]. Промышленный пласт приурочен, как правило, к трещиноватым породам плотика (алевролитам и песчаникам) с проникновением в них золота до 1,5 м. По шурфовочной и буровой разведке при сети 10 — 20 × 100 м распределение металла выглядело крупногнездовым, крайне неравномерным, коэффициент вариации превышал 250 %. Были осложнения из-за невысокого качества шурфовочной разведки в 50—60-х годах текущего столетия вследствие трудности "добивки" шурфов в плотных коренных породах и наличия таликовых зон. Разведка линиями не выявила полностью и с требуемой точностью истинные места концентрации металла.

Отобранные 169 ячеек по вертикальному запасу (ВЗ) распределились следующим образом:

— с ВЗ меньше среднего оказалось 96 ячеек, а больше среднего — 73;

— с ВЗ меньше 0,6 среднего — 11, а больше 1,4 среднего — 23;

— с ВЗ в пределах (0,6—1,0) среднего — 85, а в пределах (1,0—1,4) среднего — 50.

Характер изменения вертикального запаса при переходе от одной ячейки к другой (соседней) оказался сравнительно плавным.

Результаты эксперимента показали, что богатые участки с крупным металлом могут не только не выявляться малообъемным опробованием, но и характеризоваться как более бедные по отношению к соседним, а неучтенные площади с крупным металлом оказываются потенциальными относительно прироста промышленных запасов [88].

П.Д. Волошиным и Б.Ф. Лопушинским [72] на материалах опытно-методических работ, отличающихся высокой плотностью сети разведочных скважин УКБ (10 × 10 м, 10 × 5 и 5 × 5 м), изучалось распределение золота в бедных россыпях Северо-Востока РФ.

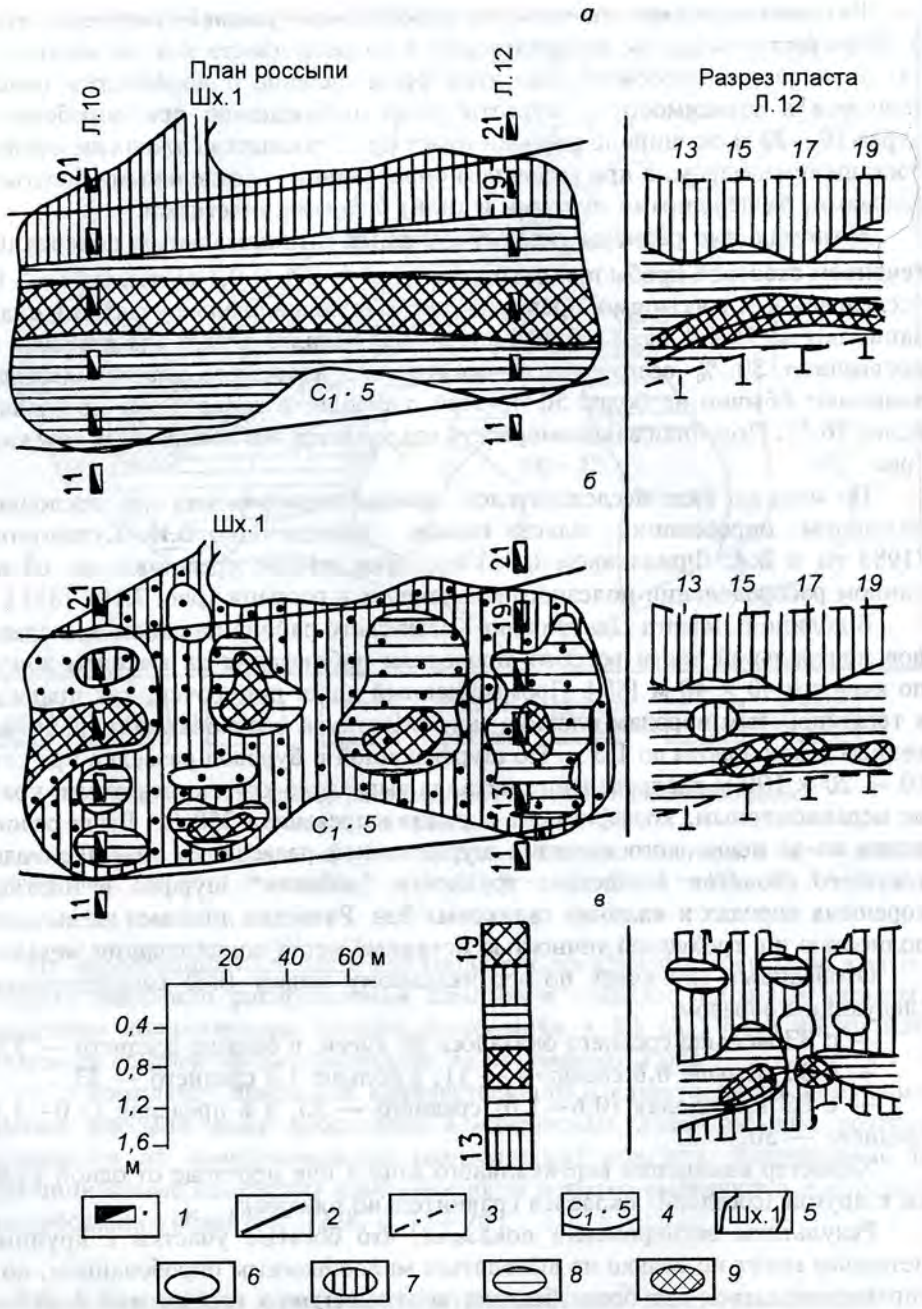


Рис. 7.9. Схема строения залежи и пласта россыпи.

а, б — по данным разведки (*а*) и эксплуатационного опробования (*б*); *в* — строение пласта по данным сплошного опробования по ширине россыпи. *1* — шурф и бороздовая проба; *2, 3* — граница рыхлых и коренных пород (*2*), продуктивного пласта (*3*); *4* — разведочный, *5* — контур отработки. Гнезда с различной концентрацией металла: *6* — пустые; *7* — бедные (не более 75 % среднего значения); *8* — средние (отличающиеся от среднего на ± 25 %); *9* — богатые (от + 25 % среднего значения и выше) (данные В.И. Куторгина [175]).

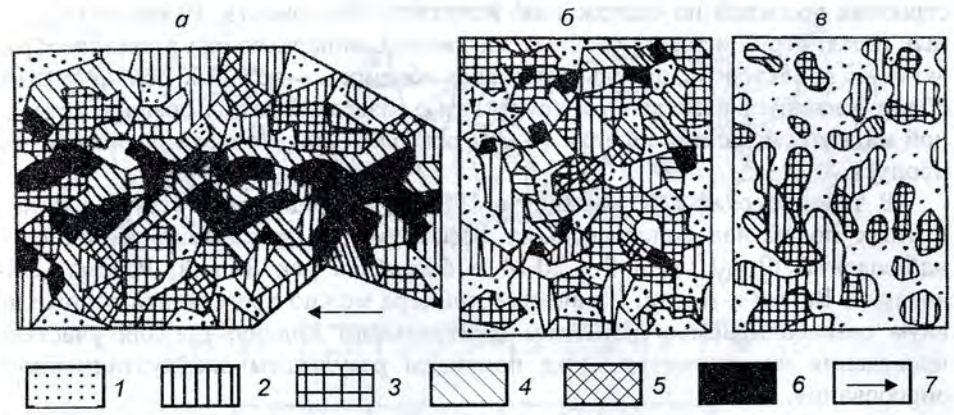


Рис. 7.10. Распределение концентраций золота в россыпях разного строения:

а—в — в россыпях насыщения (*а*), промежуточного типа (*б*) и рассеяния (*в*); *1* — площади россыпей, не содержащие золота; *2—6* — значения средних содержаний (вертикальных запасов) от низких к высоким концентрациям; *7* — направления течения водотоков.

Показано, что на долю гнезд с высокими (3—5 г/м^2) и максимальными (более 5 г/м^2) запасами приходится 2,6 % суммарной площади и 39 % общих запасов. Участки с низкими (0,5—3,0 г/м^2) запасами составляют 25,5 % площади, в них сосредоточено 49 % запасов золота. Площадь с минимальным вертикальным запасом (до 0,5 г/м^2) содержит 12 % металла, что равняется 71,9 % всей площади в промышленном контуре россыпи [72].

Зоны концентрации в россыпях благородных металлов, алмазов и других полезных ископаемых представляют собой источники локальных геофизических полей благодаря совместному соосаждению полезного компонента со специфическими аномалиеобразующими шлиховыми минеральными ассоциациями. Последние, как правило, характеризуются относительно большим удельным весом и в ряде районов — высокими значениями магнитной восприимчивости.

Сотрудниками ИГДС СО РАН исследуется вопрос о возможности раскрытия структуры россыпей по содержанию полезного компонента опосредованно — через параметры локальных геофизических полей, измеряемых над дневной поверхностью или в горных выработках. В [220] показано, что в ряде случаев возможно совместное соосаждение минералов тяжелой фракции и полезного компонента: так, например, для одного из участков золотоносной россыпи р. Б. Куранах Центрального Алдана установлена стохастическая зависимость между содержаниями золота и магнетита (последнее в шлихе достигает 90 %).

Изучение пространственного распределения самого полезного компонента возможно, если его скопления или скопления сопутствующего ему по условиям миграции и, главное, концентрации минерала или группы минералов сопровождаются достаточно заметными аномалиями геофизических полей. Примеры оконтуривания россыпей платины и золота посредством магнитометрии известны давно [182]. Сотрудниками ИГДС СО РАН, по-видимому, впервые [218] была сформулирована задача изучения тонкого

строения россыпей по содержанию полезного компонента. Размеры отдельных гнезд, струй и тому подобных магнитных минералов как аномалиеобразующих объектов значительно меньше объемов, в которых эти аномалии обнаруживаются разведкой. В сочетании с разведкой использование детальной магнитной съемки с шагом 1—3 м позволяет практически исключить их пропуск.

В течение ряда лет, начиная с 1986 г., исследовалась структура магнитных полей над золотоносными россыпями по достаточно густой сети наблюдений (2 × 10 м и 2 × 20 м) в бассейнах рек Вилюй, Юдома, Индигирка, Витим и Алдан. В качестве примера можно представить данные по двум разрабатываемым россыпям Центрального Алдана, где для участков проведения магнитометрии уже получены результаты эксплуатационного опробования.

Первый пример — работы на дражном полигоне р. Турук. Коренные породы месторождения представлены преимущественно гранитами и местами гранодиоритами, их магнитная восприимчивость меняется в пределах от 0 до $17 \cdot 10^{-3}$ ед. СИ, ее медианное значение равно $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ ед. СИ. Вмещающие породы и сам продуктивный горизонт сложены преимущественно песчано-галечным материалом; мощность его 6—10 м. Медианное значение магнитной восприимчивости продуктивного горизонта $6{,}0 \cdot 10^{-3}$ ед. СИ, пределы ее изменения $1{,}6—24{,}6 \cdot 10^{-3}$ ед. СИ. Магнитная восприимчивость вмещающих рыхлых отложений меняется от 0 до $4{,}2 \cdot 10^{-3}$ ед. СИ. Медианное значение ее равно $0{,}4 \cdot 10^{-3}$ ед. СИ. Хотя интервалы значений магнитной восприимчивости наиболее магнитных пород участка — плотика и продуктивного горизонта — частично перекрываются (распределения магнитной восприимчивости соответствуют логарифмически нормальному закону), продуктивный горизонт заметно выделяется: минимальное значение магнитной восприимчивости имеющейся для него выборки превосходит медианное значение восприимчивости коренных пород. Тем не менее можно ожидать определенного вклада вариаций магнитной восприимчивости коренных пород в уровень как *Ta*, так и помех. Более высокая магнитная восприимчивость продуктивного горизонта объясняется значительным содержанием магнетита в черном шлихе — от 10 до 80 %. Кроме него в шлихе из магнитных минералов присутствуют ильменит, содержание которого примерно вчетверо меньше, и гематит, концентрация которого меньше таковой магнетита на порядок.

Магнитная съемка ΔT вкупе с измерениями магнитной восприимчивости с помощью прибора КТ-5 проведена на участке площадью 50 тыс. м^2 по сети $10 \cdot 2$ м^2 магнитометром ММП-203 на двух уровнях (1,7 и 3,2 м) с одновременным наблюдением вариаций напряженности магнитного поля каждую минуту. Среднеквадратическая погрешность наблюдений равна ± 6,1 нТ. Результаты магнитной съемки на высоте 1,7 м в виде изолиний ΔTa представлены на рис. 7.11.

Россыпь магнитных минералов в общем случае неоднородна по их распределению как в плане, так и вертикальном разрезе.

Учитывая информацию о магнитной съемке и сравнивая положение нулевой изолинии ΔTa с результатами эксплуатационного опробования и

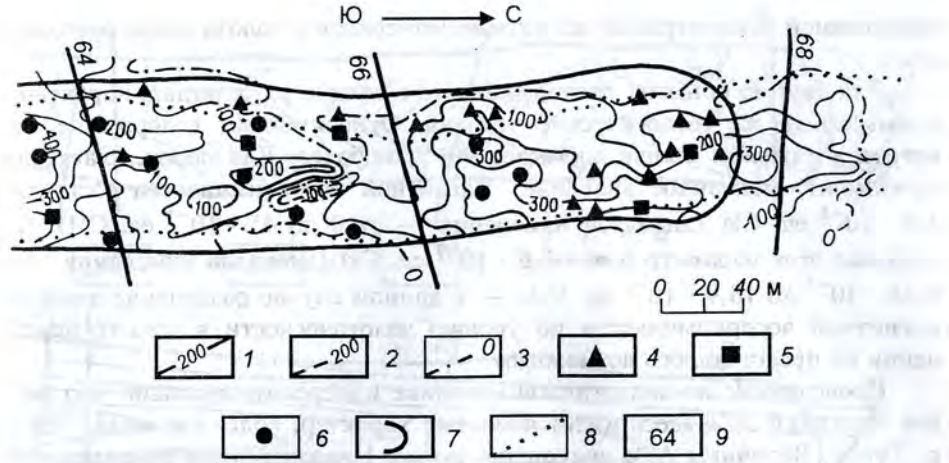


Рис. 7.11. План изолиний ΔTa (р. Турук).

1, 2 — положительные и отрицательные изолинии ΔTa, нТ; *3* — нулевая изолиния ΔTa; *4—6* — точки опробования с содержанием золота меньше 200 мг/м^3 (*4*), от 200 до 500 (*5*) и больше 500 мг/м^3 (*6*); *7* — контур отработанной части россыпи; *8* — контур отработки, рекомендованный по данным разведочного опробования; *9* — разведочные линии и их номера.

контурами промышленной части россыпи по данным разведочного бурения, можно сделать следующие выводы:

1) контуры россыпей золота и магнетита и других магнитных минералов в том случае практически совпадают;

2) положение нулевой изолинии ΔTa соответствует приблизительно содержанию золота до 160 мг/м^3;

3) положения нулевой изолинии ΔTa (сглаженное) и западного борта россыпи по данным разведки примерно совпадают в его северо-западной части, сохраняя общее простирание, к югу расходятся примерно до 20 м и резко расходятся на небольшом участке в юго-западной области, оставшемся неотработанным. Положение нулевой изолинии ΔTa в восточной части полностью не установлено (проведению магнитной съемки помешали отвалы), но очевидно, что с восточным бортом россыпи оно совпадает лишь на небольшом участке и расхождения, возможно, значительны: здесь также часть россыпи осталась неотработанной. Судя по положению нулевой изолинии *Ta*, россыпь, по крайней мере магнетитовая, не имеет продолжения к северу или, возможно, прерывается. Результаты последующих добычных работ подтвердили последнее предположение: среднее содержание золота здесь оказалось равным 14 мг/м^3.

В пределах общей аномалии по нулевой изолинии выделяются три аномальные зоны (по изолиниям 200 нТ), из которых южная и северная имеют сложные очертания и сложное внутреннее строение. Отсюда следует, что отвечающее им распределение магнитных минералов в россыпи образует три зоны повышенной концентрации. Поскольку, в свою очередь, аномалиям напряженности магнитного поля по результатам опробования соответствуют относительно высокие содержания золота (см. рис. 7.11), зоны

повышенной концентрации магнитных минералов и золота примерно совпадают.

Для другого объекта, расположенного в долине р. Селигдар, характерны примерно те же геологические условия. Относительное содержание магнетита в тяжелом шлихе достигает 90 % и более. Для пород, слагающих фундамент, медианное значение магнитной восприимчивости составляет $5{,}8 \cdot 10^{-3}$ ед. СИ (диапазон изменения — от 0 до $45 \cdot 10^{-3}$ ед. СИ). Для аллювия этот параметр равен $7{,}6 \cdot 10^{-3}$ ед. СИ (диапазон изменения — от $0{,}76 \cdot 10^{-3}$ до $18{,}9 \cdot 10^{-3}$ ед. СИ) — в данном случае разделение значений магнитной восприимчивости по уровню золотоносности в точках определения не представилось возможным.

Проведенные по аналогичной методике измерения показали, что рисунок изолиний ΔTa здесь имеет ячеистый характер, более сложный, чем на р. Турук. Величины ΔTa знакопеременные. Наряду с этим отмечается наличие зон с высокими абсолютными значениями как вертикального, так и горизонтального градиентов ΔT на небольших по площади участках съемки. Выявленная картина ячеистой структуры магнитного поля свидетельствует о суперпозиции близко расположенных аномалиеобразующих объектов различной формы, размеров и намагниченности. Значения напряженности магнитного поля на таком участке не правомерно увязывать с содержанием в рыхлых отложениях магнетитсодержащего тяжелого шлиха. Трансформация карт Ta в карту вертикального градиента этого параметра (рис. 7.12, *а*) позволила с относительно высокой разрешающей способностью разделить аномалии от различных источников при одновременном подавлении помех от источников в коренных породах. Анализ карты показывает, что преобладающая часть площади участка характеризуется отрицательными значениями dT/dh, причем наиболее интенсивные положительные аномалии наблюдаются у нижнего (на рисунке) борта полигона. Поэтому было предположено, что для основной площади полигона должны быть характерны незначительные концентрации магнитных минералов (а следовательно, и золота), причем преобладающая часть зон повышенной концентрации находится вблизи упомянутого борта полигона и под отвалами (работы проводились на вскрытом полигоне — как и на р. Турук).

Полученные выводы противоречат результатам разведочного опробования посредством бурения, согласно которым (см. рис. 7.12, *б*) на этом участке россыпь имеет относительно симметричное строение по распределению полезного компонента (по длинной оси полигона). Благодаря довольно густой сети опробования при эксплуатации рассматриваемого участка, удалось построить карту содержаний золота по данным эксплуатационного опробования (см. рис. 7.12, *в*). Сравнение характера изолиний на картах (см. рис. 7.12, *а*—*в*) позволяет сделать вывод о большем соответствии между собой карт на рис. 7.12, *а* и *б*, чем на рис. 7.12, *б* и *в*. Действительно, данные эксплуатационного опробования свидетельствуют о более сложном строении россыпи, нежели это было предположено по данным разведки. Именно в областях, выявленных магнитной съемкой участков добычными работами установлены наиболее обогащенные части месторождения, причем

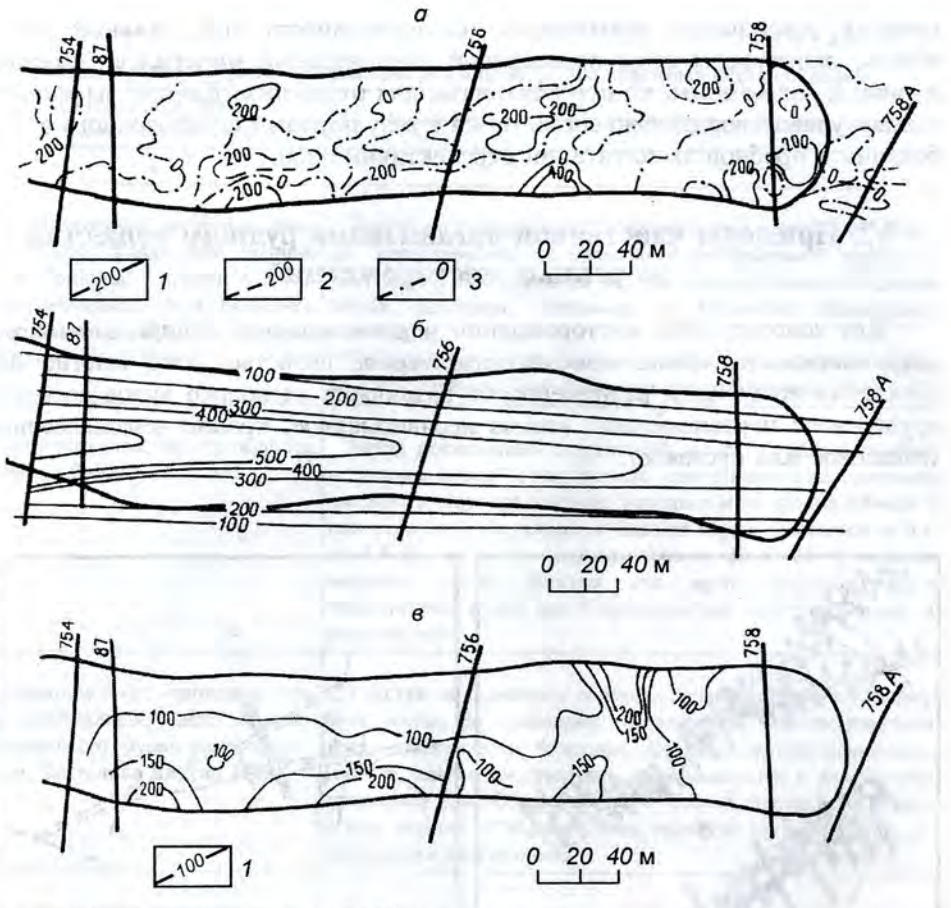


Рис. 7.12. План изолиний dT/dh (*а*), среднего содержания золота по данным разведочного бурения (*б*) и по данным эксплуатационного опробования (*в*) (р. Селигдар).

а: *1* — положительные изолинии dT/dh, нТ/м; *2* — отрицательные изолинии dT/dh, нТ/м; *3* — нулевая изолиния dT/dh. *б*, *в*: *1* — изолинии содержания золота, мг/м^3. Остальные усл. обозн. см. на рис. 7.11.

то, что часть зон концентраций золота осталась под отвалами, нашло подтверждение.

Результаты проведенных, пока в небольшом объеме, полевых работ методами магнитометрии на россыпи Инагли позволяют судить о возможности картирования зон концентрации россыпной платины.

Для алмазоносных россыпей также характерно весьма неравномерное, "кластерное", распределение полезного компонента. Постановке магнитометрии с целью опережающего опробования благоприятствует повсеместное наличие в их разрезе железистых минералов. При этом наблюдается совместное нахождение алмазов (благодаря их специфическим миграционным свойствам) с минералами с большим удельным весом, к которым относятся и ферромагнитные. Исследованы два участка россыпи р. Молодо, в пределах

которых установлена повышенная намагниченность продуктивных отложений, оконтурены зоны повышенной концентрации минералов тяжелого шлиха, а также зоны, не перспективные для отработки. Данные магнитной съемки удовлетворительно согласуются с результатами шурфовочного опробования и пробной эксплуатации перспективных зон.

7.7. Примеры кластерной организации рудного вещества коренных месторождений

Для золоторудных месторождений неравномерность распределения золота всегда отмечалась как их характерное свойство. Уже многие десятилетия по степени равномерности различают несколько видов золотого оруденения: неравномерное, весьма неравномерное, крайне неравномерное (гнездовое или кустовое).

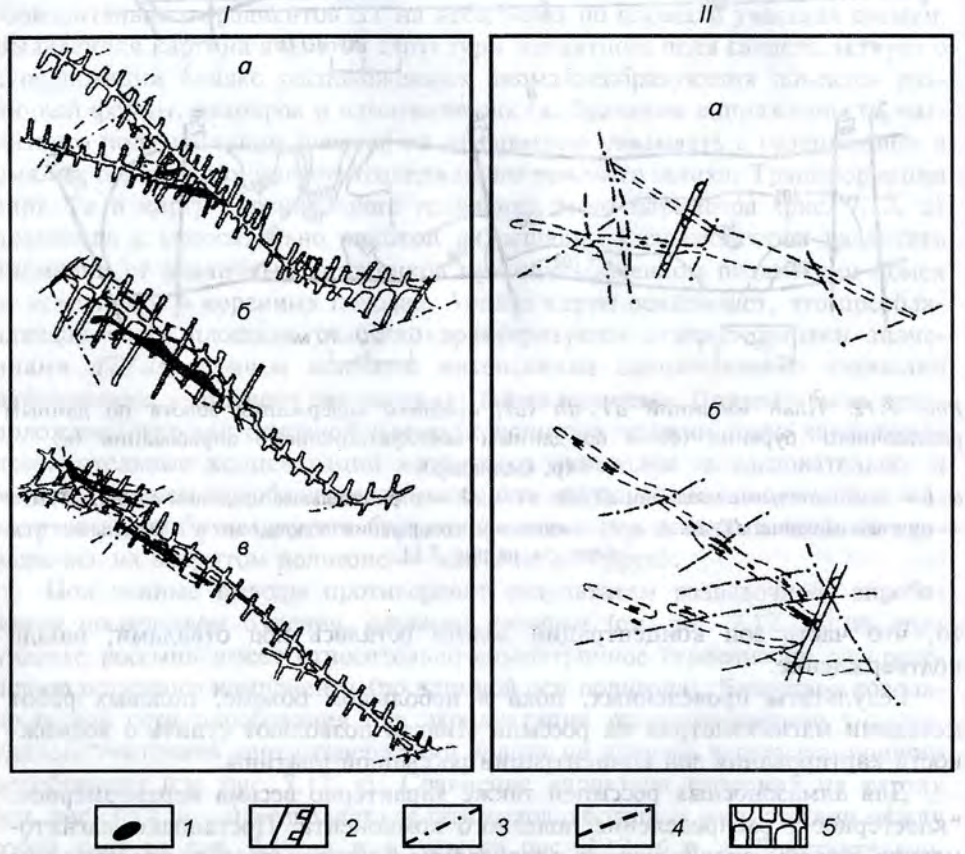


Рис. 7.13. Распределение богатого оруденения в жильно-прожилковых зонах (*I*) и в жильных полях (*II*) (в проекции на горизонтальную плоскость).

Горизонт, м: *а* — 714, *б* — 664, *в* — 614. *1* — богатые руды; *2* — дайки диоритов; *3* — разрывные нарушения; *4* — граница рудных тел; *5* — подземные горные выработки.

Таблица 7.2

Примеры кластерной организации рудного вещества коренных месторождений

Месторождение, район, литературный источник	Особенности и закономерности кластерной организации
1	2
Золоторудные месторождения Северного Казахстана (данные В.М. Гришина), Аляски и Колорадо (материалы А.М. Ботмана), Чехословакии (данные Моравека) (цит. по [278])	Участки с "ураганными" содержаниями золота повторяются периодически; на продольной вертикальной проекции жил золото локализуется внутри прямоугольников, слагая гнезда размером, например, на Жолымбете (Казахстан) 80 × 120 м. Большинство таких фактов выявлено по материалам разведки и, особенно, эксплуатации месторождений
Золоторудные месторождения, Южная Якутия [223, 342]	Места повышенных содержаний золота ("рудные столбы" и "рудные гнезда"), как правило, приурочены к пересечению линейных структур высоких порядков и их форма близка к изометричной. По площади богатые гнезда занимают от 6,1 до 9,8 %, но в них сосредоточено от 22 до 55 % запасов металла. Гнезда богатых руд часто расположены в забалансовых рудах или в прерывистых контурах бедных и рядовых руд
Золоторудные кварцевые жилы центральной части Курунг-Агалыкского рудно-россыпного узла, Восточная Якутия [245]	Участки локализации золотого оруденения имеют форму линз, гнезд. За пределами обогащенных золотом участков жилы практически безрудны. Отмечается приуроченность гнезд к зальбандам, раздувам, выклиниванию и раздвоению кварцевых жил. Объем гнезд 0,2—5,0 м^3, содержание золота в них десятки и первые сотни граммов; предполагается до нескольких килограммов
Золоторудное месторождение Кубака, Северо-Восток РФ [86]	В жильно-прожилковых зонах средние размеры обособлений богатых руд (35—75 м) по простиранию в 1,2—1,3 раза больше таковых по падению. В жильных телах средние размеры рудных обособлений не превышают 20 м по простиранию и 14—17 м по падению. В них сосредоточено до 40 % запасов руды и около 90 % металла, тогда как в жильно-прожилковых зонах — до 20 % запасов руды и 80 % металла (рис. 7.13)
Золоторудное месторождение Бадран, Восточная Якутия [246]	Основным объектом месторождения является зона Надвиговая. Мощность кварцевых жил изменяется от 0,2 до 1,5 м, достигая в раздувах 2,5—6,5 м. Их протяженность 30—150 м, редко 200—250 м. Содержание золота в зоне изменяется от первых до сотен граммов на 1 т. Участки повышенной золотоносности локализованы в виде рудных столбов, приуроченных к местам пересечения надвига субширотными разрывами
Золоторудное месторождение типа сложных жильных зон [181]	На фоне бедных по содержанию руд выделяются незначительные по размерам богатые участки, на которые приходится 90 % запасов металла. Такие участки либо тяготеют к периферии жильно-прожилковых зон, либо распределены относительно равномерно по всему объему зон. При этом

Продолжение табл. 7.2

1	2
	размеры богатых участков увеличиваются с повышением сложности жильного "узора"
Одно из жильных золоторудных месторождений [234]	Основная масса запасов золота сосредоточена в небольших, дискретно рассредоточенных объемах рудного тела. По данным изучения одного из погашенных блоков типичной жилы месторождения установлено, что 95,4 % запасов полезного ископаемого сосредоточено в 4 % его объема
Оловорудное месторождение, Хрустальненский ГОК и др.	По данным эксплуатационного рентгенорадиометрического площадного опробования на исследованных участках жилы наблюдается ячеистая структура оруденения, напоминающая решетку 40 × 40 см [345]. Наиболее обогащенные касситеритом участки имеют небольшую мощность и не выдержаны по простиранию. В сплошности оруденения отмечаются разрывы (рис. 7.14). Вероятность попадания обогащенных участков на линию бороздового опробования мала [260]
Редкометалльные месторождения Караоба, Акчатау, Восточный Коунрад (Казахстан) (данные Г.Н. Щербы, Н.П. Сенчило, цит. по [278])	Наиболее крупные максимумы концентрации вольфрама на месторождении, например, Караоба отстоят друг от друга на расстоянии около 180—200 м (гор. −60 м жилы 1). Между ними — пики других порядков. По обе стороны от пиков участки практически не содержат рудной минерализации. Подобное имеет место для молибдена, олова и висмута (рис. 7.15)
Месторождения полиметаллов [267]	В жилах систематически наблюдаются минеральные кусты, окруженные почти пустым жильным кварцем. Кластерная организация рудного вещества ярко выражена и на забойных проекциях валовых проб по данным шпурового опробования, где отчетливо выделяются отдельные обогащенные и (или) обедненные гнезда размером 0,3—1,0 м (рис. 7.16)
Месторождения алмазов [324]	В пределах алмазной трубки выделяются по несколько "рудных столбов", алмазоносность которых может различаться в 10—15 раз
Штокверковые месторождения различных полезных ископаемых [129, 221]	Системы рудных прожилков образуют незакономерные сгущения, обогащенные участки на фоне минимального промышленного содержания. Рудные столбы детальной разведки при эксплуатации распадаются на многочисленные локальные участки, рассеянные по всему объему штокверка. Рудные участки оконтуриваются только на стадии эксплуатации и представлены по форме и размеру разобщенными участками безрудных пород

Окончание табл. 7.2

1	2
Золотосодержащее медно-колчеданное месторождение Подольское [236]	Содержание золота изменяется от 0,18 до 9,8 г/т (по данным 378 анализов). Выделяются секущие зоны, обогащенные золотом, согласующиеся с системой разрывных нарушений. В пределах линейных зон выделяются обогащенные золотом столбы, разделенные участками с низким содержанием. В обогащенных участках концентрация золота в 6—35 раз выше, чем на окружающих их площадях рудного тела. Средние размеры рудных столбов золота в плоскости рудного тела 90 м (рис. 7.17). Некоторые такие столбы располагаются в местах пересечения тектонических зон разных простираний

"Крайне неравномерное оруденение встречается небольшими по размерам участками (гнездами) с очень высоким содержанием золота (иногда до сотен граммов на тонну), которые не закономерно чередуются с более или менее значительными по размерам участками бедных или даже часто непромышленных руд" [201, с. 77].

По мнению многих исследователей, рудное вещество кварцево-жильных и других золоторудных месторождений кластеризовано. Кластеризация рудного вещества отмечается многими исследователями в штокверковых месторождениях различных полезных ископаемых, в месторождениях полиметаллов, олова, редких металлов, алмазов и др. (табл. 7.2).

В ряде случаев особенности внутреннего строения рудных тел (элементы концентрационной неоднородности высоких порядков) изучались на основе результатов опытно-методических работ.

Например, сотрудниками института "Иргиредмет" были выбраны базовые экспериментальные площадки, расположенные в разных местах рудного тела, и опробованы с максимальной детальностью [342]. Площадки после зачистки бульдозером разбивались на квадраты размером 1 × 1 м. Опробование проводилось бороздовым способом вручную по 10 линиям, канавам эксплуатационной разведки (рис. 7.18). Всего по каждой площадке отбиралось по 100 однометровых бороздовых проб. При обработке результатов данные определения золота в пробах, отобранных по противоположным сторонам квадрата, усреднялись и выносились в его центр. По усредненным таким способом результатам строились планы сортности (рис. 7.19). Количественные характеристики распределения сортового состава руд по экспериментальным площадкам приведены в табл. 7.3.

Анализ приведенных данных показал:

1) балансовые руды занимают по площади от 33,3 до 53,6 % при практически равном среднем содержании;

2) богатые руды наблюдаются в виде разобщенных гнезд, несколько вытянутых в северо-западном направлении, по площади эти гнезда занимают от 6,1 до 9,8 %, но в них сосредоточено от 22 до 55 % запасов металла;

3) гнезда богатых руд часто расположены в забалансовых рудах или в прерывистых контурах рядовых руд.

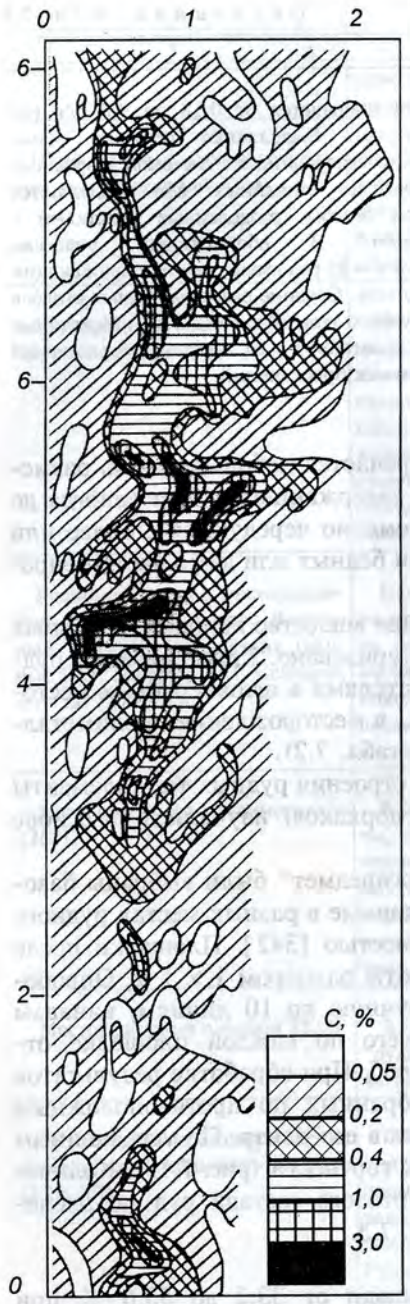


Рис. 7.14. Распределение содержания олова по рудной зоне [260].

В ходе работ удалось оценить влияние проб с высоким содержанием на определение среднего его значения: чем выше содержание металла в пробе, тем меньше зона ее влияния. На экспериментальных площадках размер таких зон не превышает 2 м. Гнезда богатых руд располагаются в бедных и нередко забалансовых рудах.

Кроме данных по экспериментальным площадкам были использованы результаты опробования 2-метровых интервалов взрывных скважин, пробуренных по сети 4 × 4 м (рис. 7.20). Исследованиями показано, что контур рудного тела, определенный по данным детальной разведки, весьма условен; промышленное оруденение отмечается за его пределами и в то же время забалансовые руды могут достигать 50 % площади контура (табл. 7.4).

Анализ материалов отработки типичного золотокварцевого месторождения Игуменовское показал, что "...системы рудных гнезд и мелких сближенных обогащенных участков, разделенных бедными рудами или безрудным пространством, образуют в совокупности рудные столбы часто сложной формы" (рис. 21) [147, с. 11].

По бороздовым пробам содержание золота меняется от следов до первых килограммов на 1 т руды при коэффициенте вариации не ниже 250 % в различных блоках жилы. Как правило, золото образует компактные выделения по 0,05—3 мм, реже до нескольких сантиметров в поперечнике. Некоторые пластины или сростки золота достигали 10—20 см в длину и 5—7 кг по массе. В рудных столбах жил сосредоточено 60 % запасов золота. Средняя площадь рудных столбов по жиле 2/3 составляет 2,2 тыс. м^2. Площадь мелких столбов менее 0,2 тыс. м^2 [147].

Практика эксплуатации золоторудных месторождений показывает, что в рудных месторождениях, как и в россыпных, самородки золота имеют тенденцию к скоплению, кластеризации. Так, М.Н. Альбов приводит приме-

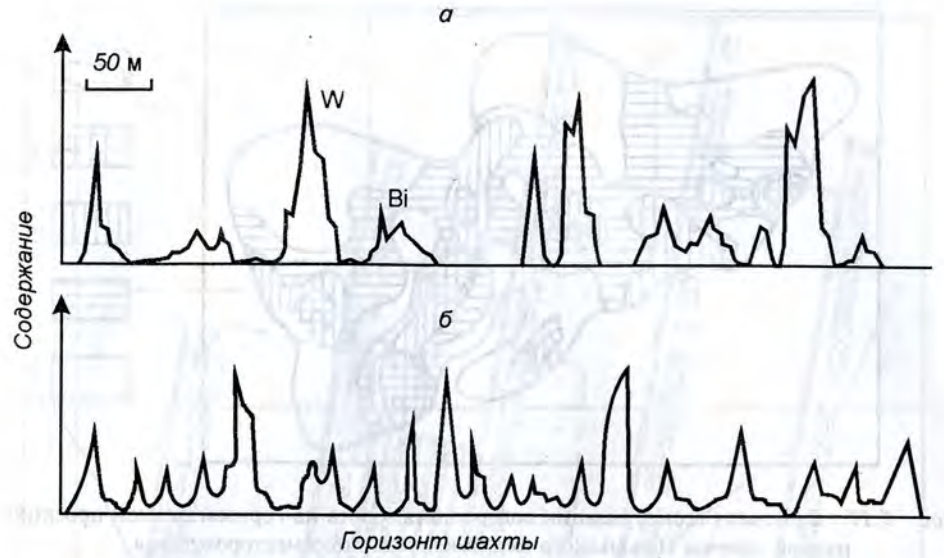


Рис. 7.15. Периодичность размещения рудных концентраций.
а — смещенность аномалий вольфрама и висмута; *б* — ритмичность пиков вольфрама разных порядков.

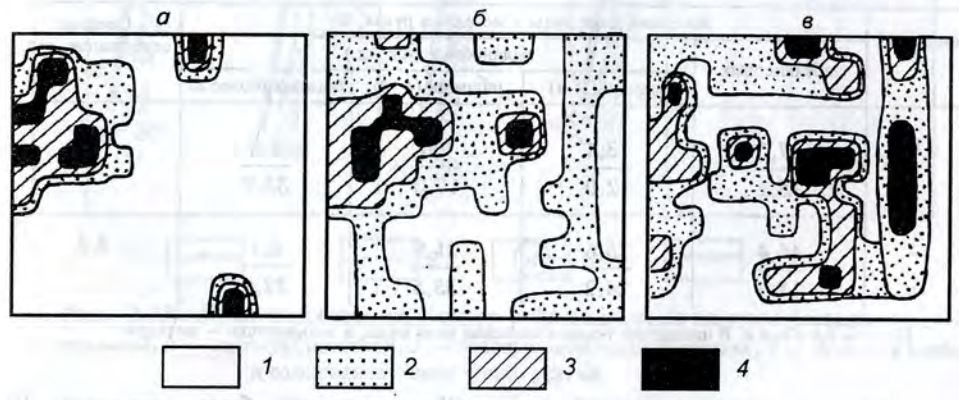


Рис. 7.16. Распределение содержания цинка (*а*), свинца (*б*), серебра (*в*) в объеме валовых проб (*1—4*) в порядке возрастания.

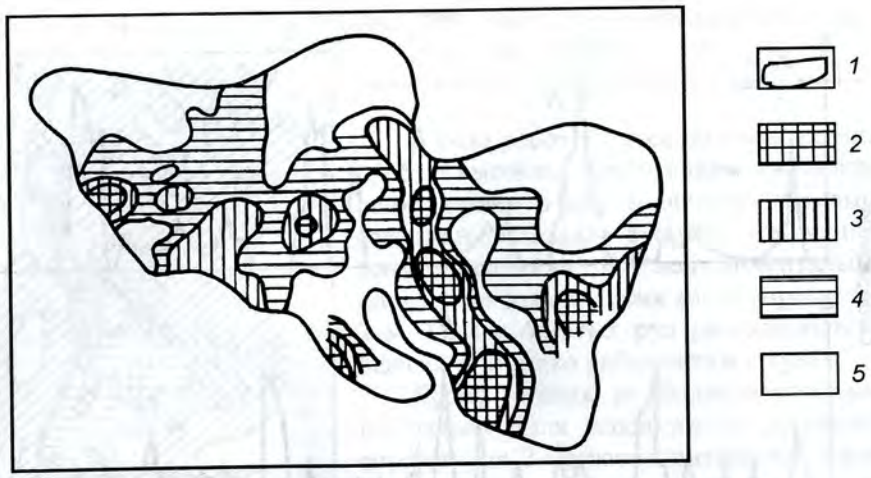


Рис. 7.17. Результат геометризации содержания золота на горизонтальной проекции рудной залежи Подольского медно-колчеданного месторождения.

1 — контур рудного тела; содержание золота, г/т: *2* — более 3, *3* — от 3 до 2, *4* — от 2 до 1, *5* — менее 1.

Таблица 7.3

Распределение сортового состава руд по экспериментальным площадкам

Площадка	Массовая доля руды и металла в рудах, %				Среднее содержание, усл. ед.
	забалансовых	балансовых (усл. ед.)			
		бедных (2—4)	рядовых (4—8)	богатых (более 8)	
1	67,0 / 15,1	13,4 / 12,0	9,8 / 17,0	9,8 / 55,9	3,2
2	46,4 / 18,3	25,6 / 24,2	21,9 / 35,5	6,1 / 22,0	3,3

Примечание. В числителе указана массовая доля руды, в знаменателе — металла.

ры, когда на участке рудной жилы (Колющенской) было встречено 20 самородков общей массой 74 кг, а на Джетыгоринском месторождении (Казахстан) крупные самородки (до 120 г) были извлечены на участках пересечения кварцевой жилы (Белой) с мощной кварцево-сульфидной золотоносной жилой [4, 6].

С.В. Потемкин пишет: «...далеко не полный перечень месторождений, где встречались богатейшие "карманы": в США — Кагарок (Аляска), Линс-Крик (Аризона), прииск Бойс и участок Фингер (Айдахо), Ном-Бич и участок Литтл-Крик (Аляска), Медвежья долина (Калифорния); в Канаде — Энтлет (Британская Колумбия); в Австралии — россыпи по р. Виктория. В "карманах" этих месторождений обнаруживали золото в таких концентрациях, которые измерялись не граммами на 1 т или 1 м^3 породы, а

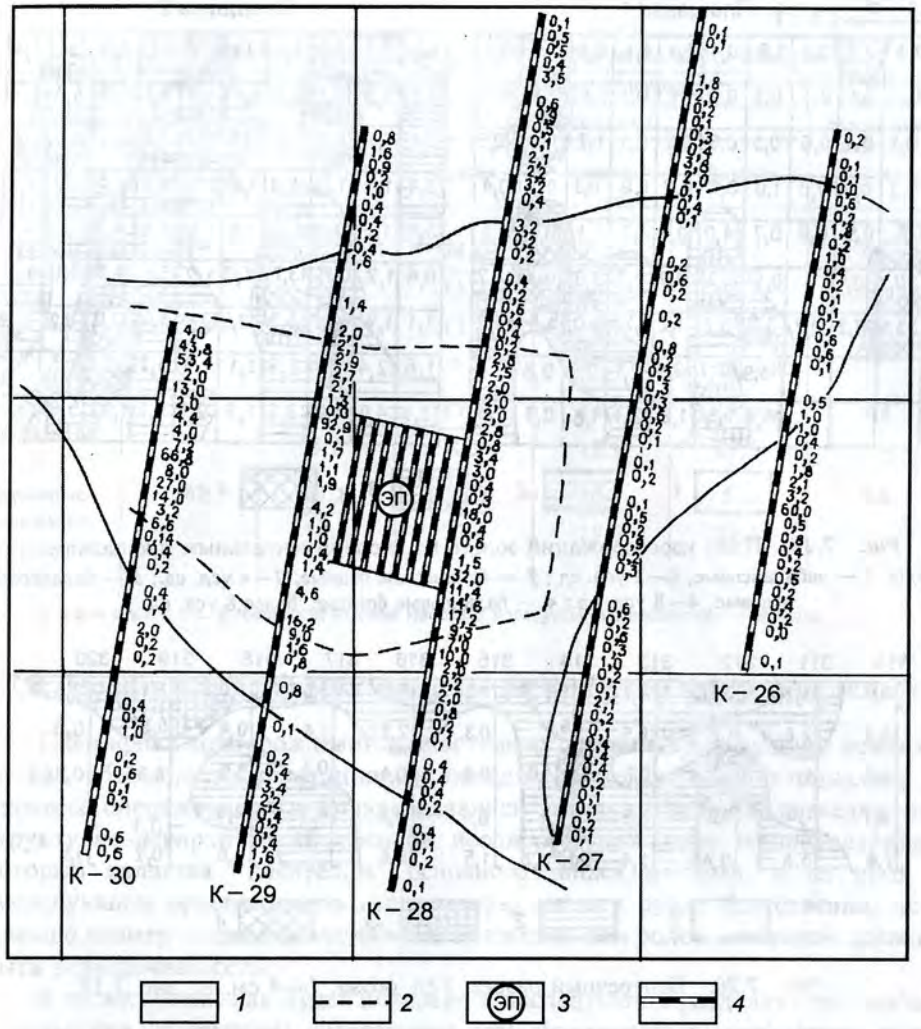


Рис. 7.18. План опробования. Контур рудного тела по данным разведки:

1 — детальной, *2* — эксплуатационной; *3* — экспериментальная площадка; *4* — бортовая проба и содержание золота в ней, усл. ед.

сотнями граммов, а то и килограммами на лоток... Но это еще не предел. В 1872 г. на руднике Хилл Энд (Новый Южный Уэльс, Австралия) из 10 т кварцевой руды было извлечено 5,5 т золота» [248, с. 20, 21].

Изложенные примеры кластерной организации рудного вещества россыпных и рудных месторождений (см. разд. 7.5—7.7) дают веские основания считать явление кластерной организации объективной закономерностью. Однако способы надежного обнаружения и оценки зон концентрации полезного компонента (гнезд и т.п.) при современных методах опробования требуют дополнительного исследования.

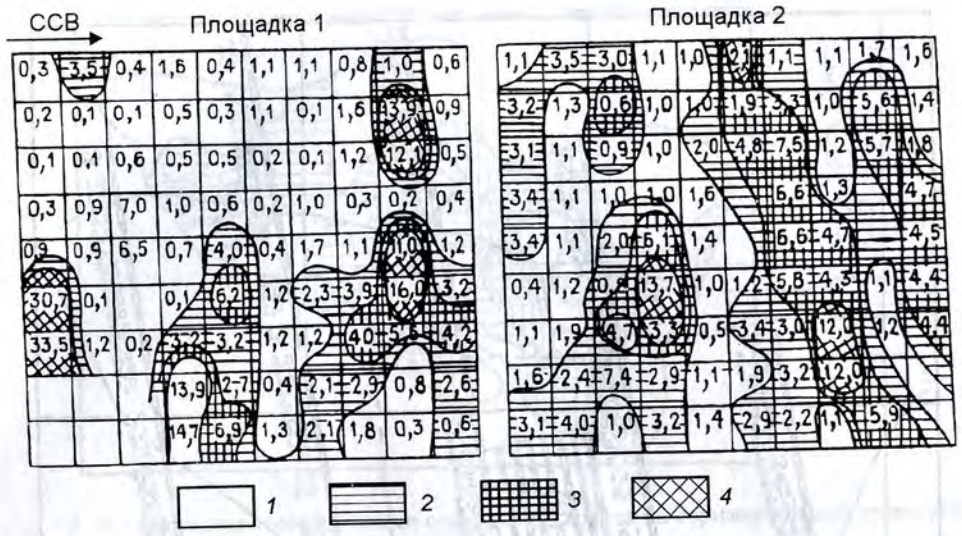


Рис. 7.19. План изосодержаний золота по экспериментальным площадкам.
Руды: *1* — забалансовые, 0—2 усл. ед.; *2* — балансовые бедные, 2—4 усл. ед.; *3* — балансовые рядовые, 4—8 усл. ед.; *4* — балансовые богатые, более 8 усл. ед.

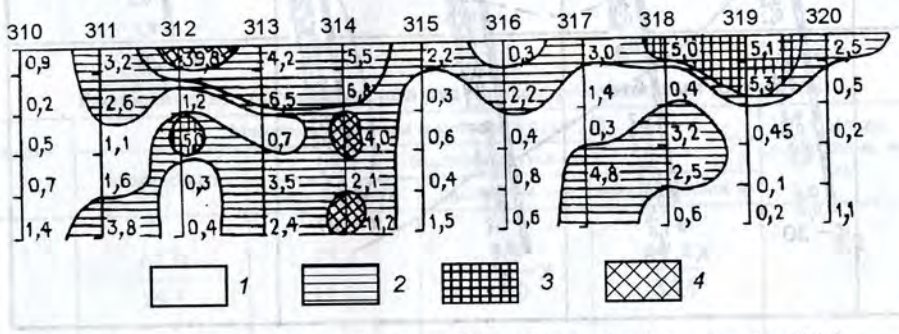


Рис. 7.20. Поперечный разрез. Усл. обозн. *1—4* см. на рис. 7.19.

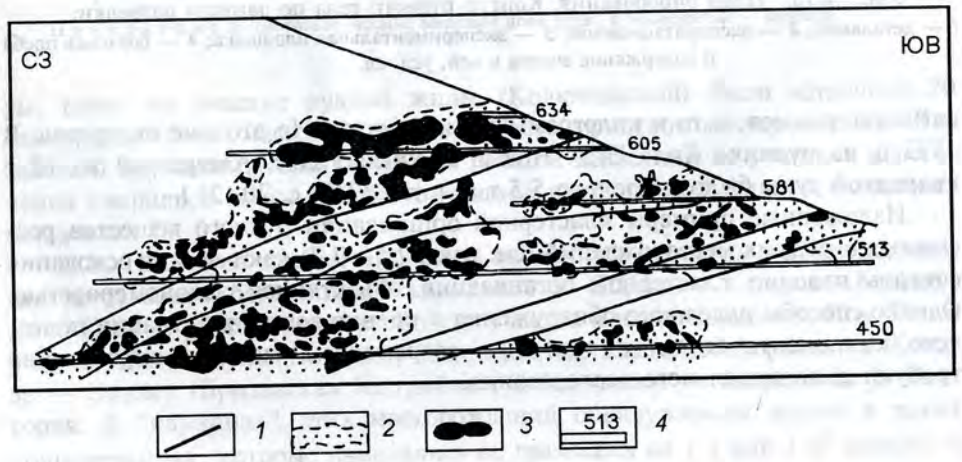


Таблица 7.4

Распределение сортового состава руд при разной детальности разведки

Детальность разведки	Количество проб, участвующих в сопоставлении, шт.	Массовая доля руды и металла в рудах, %				Среднее содержание по блоку, усл. ед.
		забалансовых	балансовых			
			бедных	рядовых	богатых	
Рассечки через 20 м	284	39,0 / 5,7	24,0 / 11,7	21,7 / 20,1	15,7 / 62,5	6,5
Скважины по сети 10 × 10 м	91	58,3 / 8,8	17,5 / 9,5	11,0 / 10,5	13,2 / 71,2	5,2
Канавы через 10 м	650	56,3 / 9,0	17,5 / 8,0	14,8 / 12,9	11,0 / 69,3	4,3
Взрывные скважины по сети 4 × 4	762	61,8 / 19,0	23,0 / 29,4	10,1 / 19,0	5,1 / 39,6	2,8

Примечание. В числителе указана массовая доля руды, в знаменателе — металла.

7.8. Повышение эффективности разработки месторождений

Специфика месторождений с кластерной организацией рудного вещества как объектов эксплуатации заключается в необходимости выявлять в процессе опережающей и сопровождающей эксплуатационной разведки тот структурно-иерархический уровень неоднородности поля минерализации, который является "носителем" основного запаса металла, и на него в последующем ориентировать селективную выемку руды. Естественно, чем меньше размер оптимального объема селекции, тем более детальной должна быть разведочная сеть.

В то же время, как будет показано в последующих разделах, при любой детальности (плотности) разведочной сети фактическую морфологию поля минерализации обнаружить невозможно, если первичная точечная, линейная или площадная геологическая проба будет недостаточно представительной.

Необходимым условием выделения и оценки запасов в эксплуатационном блоке селекции является достоверное определение их качества и количества, требуемых затрат на добычу и переработку полезного ископаемого из выемочного участка, отдельного кластера и (или) их сближенной совокупности.

Такая стратегия и тактика разработки месторождений до недавнего времени противоречила основным инструктивным документам ГКЗ СССР

Рис. 7.21. Распределение золота в жиле *5* Игуменовского месторождения [147].
1 — тектонические нарушения; *2* — руды бедные и рядовые; *3* — рудные столбы; *4* — горизонты подземных выработок.

[202, 272, 273]. Основные параметры постоянных кондиций (минимальное промышленное содержание, определяемое исходя из условия окупаемости предстоящих эксплуатационных затрат; минимальный коэффициент рудоносности и др.) должны были применяться к подсчетным блокам или группе подсчетных блоков с достаточно большими запасами (до полугодовой производительности предприятия). Для месторождений, отрабатываемых "мелкими" карьерами с годовой производительностью менее 300 тыс. т, допускалось применение основных кондиций в целом к месторождению [202].

Устанавливаемые для подсчета запасов всего месторождения или большей его части кондиции использовались (и практически используются до настоящего времени) в процессе эксплуатации месторождения при текущем и оперативном планировании добычных работ для оценки кондиционности запасов отдельных выемочных участков.

Выемочным участком может быть часть запасов месторождения, содержащаяся в этаже, подэтаже, эксплуатационном блоке, уступе, изолированной залежи или отдельных ее частях и т.п. Без оценки кондиционности участков с размерами на уровне технологически приемлемых блоков селекции и просто выемочных участков такой подход приводил к нерациональному освоению месторождений.

Параметры кондиций и технико-экономические показатели добычи и переработки полезного ископаемого взаимосвязаны. А технико-экономические показатели при заданных кондициях в решающей степени определяются горно-геологическими факторами (качество запасов, технологические особенности, мощность и угол падения рудного тела, рудоносность и др.), которые на месторождении изменяются настолько, что себестоимость добычи и переработки полезного ископаемого по участкам изменяется в 3—5 раз и более [27, 109, 149, 301 и др.].

Индивидуальные особенности эксплуатации участков и блоков одного и того же месторождения обусловливают необходимость экономической оценки отдельных выемочных блоков, участков разрабатываемого рудного тела или месторождения на основе дифференцированных в пространстве месторождения кондиций. Эта идея оформилась в прошлом десятилетии и методически была закреплена в 1991 г. [197], а одно из важнейших понятий "эксплуатационные кондиции" было дано в 1983 г. [304].

Дифференцированные значения промышленного минимума рекомендовано использовать на стадии проектирования разработки месторождения. Они рассчитываются по той же формуле, что и промышленный минимум "постоянных кондиций", из условия равенства извлекаемой ценности конечной продукции и полных затрат на ее получение. Однако исходные технико-экономические показатели, входящие в формулу, принимаются соответствующими выделенной для оценки группе подсчетных блоков.

На стадии эксплуатации месторождений, при составлении текущих и оперативных планов развития горных работ, определение запасов, включаемых в разработку, проводится на основе эксплуатационных кондиций, т.е. дифференцированных параметров кондиций для отдельных выемочных участков месторождения с учетом их конкретных горно-геологических условий и предстоящих затрат на добычу и переработку полезных ископаемых [197].

Рациональный уровень извлечения полезного ископаемого при добыче достигается установлением контура отбойки по параметру дифференцированных кондиций — предельно допустимому качеству запасов на контуре выемочного участка, а также полезного ископаемого в дозе добытой горной массы [304].

Последовательное проведение в жизнь этой новой методологии, надежное выявление кондиционных кластеров рудного вещества, соответствующее совершенствование техники и технологии добычи, рудоподготовки и обогащения полезных ископаемых ведут к кратному повышению производительности труда (выработке конечной продукции на одного занятого) при существенном снижении удельных затрат.

Основами законодательства о недрах бывшего СССР [112, 273] и Российской Федерации сегодня [313] не допускается выборочная отработка богатых участков месторождений, обусловливающая необоснованные потери полезных ископаемых и другие нарушения использования недр, ведущие к порче месторождения.

В этой связи заметим, что концепция дифференцированных эксплуатационных кондиций и рационального использования закономерностей кластерной организации рудного вещества при комплексном освоении месторождений никак не противоречит этим требованиям основных законов о недрах. Здесь речь идет о том, чтобы не нарушая законодательство о недрах, существенно сократить (на десятки процентов):

— вскрышные работы (и нарушение земель) на участках некондиционных песков и руд при разработке россыпных и рудных месторождений;

— добычу некондиционных песков и руд и их переработку;

— переработку (транспортировку, дробление, измельчение, обогащение) добытых некондиционных кусков и порций руд и песков.

Решение поставленных задач предполагает следующее:

— выявление на стадии опережающей и сопровождающей эксплуатационной разведки кластерной организации рудного вещества с необходимыми и достаточными детальностью и надежностью путем комплексного использования различных приемлемых методов и средств;

— технологическое картирование руд, их селективная и раздельная отработка в соответствии с эксплуатационными кондициями при оптимальном объеме селекции с учетом основных размеров кластеров, минеральных скоплений;

— предобогащение, предварительная концентрация, усреднение руд и их раздельная переработка по технологическим сортам.

За годы перестройки хозяйственного комплекса и экономической системы в России существенно изменились все параметры кондиций и 30—70 % бывших в прошлом балансовых запасов перешли или перейдут в забалансовые. Эта часть "новых" забалансовых запасов в отдельных блоках разведана более детально, чем "старые" забалансовые запасы. Использование эксплуатационных дифференцированных кондиций параллельно с внедрением новой техники и технологии добычи, рудоподготовки и переработки руд позволит увеличить активные запасы на месторождении за счет части "новых" и "старых" забалансовых запасов. В значительной степени этому

будет способствовать внедрение прогрессивных технологий добычи и переработки минерального сырья, в том числе кучное и подземное выщелачивание.

Селективная отработка кондиционных кластеров, минеральных скоплений рудного вещества, по предварительным данным, позволит на 30—50 % уменьшить объем извлекаемой из недр горной массы на единицу конечного продукта, и кроме того, повысить среднее содержание полезного компонента в добытой рудной массе.

На основе созданных и разрабатываемых рентгенорадиометрических и других методов крупно- и мелкопорционной и покусковой сортировки из добытой рудной массы можно выделить благодаря высокому содержанию некоторую часть как конечный товарный продукт, направляемый на металлургический передел. Из оставшейся, чаще основной, доли добытой рудной массы эти же методы позволяют отделить породные и некондиционные куски (порции) в количестве до 20—50 % оставшейся добытой рудной массы.

Сочетание традиционных технологий переработки рудной массы с кучным выщелачиванием дает возможность вовлечь в отработку ранее некондиционные запасы. Например, в Австралии руды с содержанием золота менее 2 г/т раньше считали непромышленными. Теперь подобные руды, добываемые раздельно и попутно, складируют и подвергают кучному выщелачиванию.

В рудных зонах руду и породу чаще визуально не отличить, поэтому ведут тщательное оконтуривание рудных тел путем детального опробования на каждом уступе. Руду и породу взрывают отдельно. Высота уступов небольшая, иногда менее 2 м. Рудные тела на месте оконтуривают колышками, цветными лентами, краской, порошком и вынимают селективно [126].

Своевременное (по процессам горного производства) выделение из руды некондиционных участков в массиве, порций и кусков в добытой горной массе, раздельная дифференцированная добыча и переработка руд разного качества и разных технологических сортов требуют существенного совершенствования существующих и развития новых методов и средств опробования руд в массиве, непрерывном потоке, различных емкостях и кусках.

Глава 8

РЕТРОСПЕКТИВНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЪЕМА (МАССЫ) ПРЕДСТАВИТЕЛЬНОЙ ПРОБЫ

Применительно к различным месторождениям и видам минерального сырья более чем за 100-летний период развития эмпирических и теоретических методов исследований предлагалось и использовалось много способов определения минимальной представительной массы (объема) первичной пробы и (или) навески для химического анализа.

В разработке этих методов принимали участие многие инженеры и ученые разных стран: И.М. Адельсон, М.Н. Альбов, С.А. Батугин, Н.В. Барышев, М.П. Божинский, А.П. Буров, В.В. Викторов, Г.П. Воларович, М.А. Гневушев, А.Г. Дьяков, А.В. Есипов, С.Г. Желнин, П.Л. Каллистов, А.И. Ким, В.Р. Клер, Н.В. Климов, В.З. Козин, С.Д. Костюк, Д.А. Краснов, П.И. Кушнарев, Р.М. Кылатчанов, А.А. Малаев, В.Е. Минорин, В.А. Новиков, Ю.К. Панов, В.П. Переяслов, К.Л. Пожарицкий, Б.И. Прокопчук, Р. Ричардс, И.С. Рожков, Ю.А. Ткачев, Е.А. Фридланд, А.П. Церишенко, Е.Д. Черный, Л.И. Четвериков, Г.О. Чечотт, Л.И. Шаманский, А.А. Шеин, Б. Бауле, А.З. Бенедетти-Пихтер, А.Д. Вильсон, Д. Висман, К. Демонд, С.О. Ингамельс, Ф. Мика, С.К. Петхе, А.Ф. Таггарт, Р. Хальфердаль, P.M. Becker, D. Brunton, Э. Clifton, A. Grassia, P. Gy, P. Hunter, M. Magnee, D.J. Otlley, L. L. Phillips, A. Prigogine, Ф. Swanson, J. Čillik и др.

8.1. Формула Л.И. Шаманского и ее развитие

В практике опробования алмазных и других россыпей широко известна, использовалась и используется в ряде случаев формула, предложенная в 1952 г. А.П. Буровым и Г.И. Воларовичем [58]:

$$V_{\text{п}} = K\frac{q}{C}, \tag{8.1}$$

где $V_{\text{п}}$ — искомый объем пробы, м^3; q — средняя масса кристалла алмазов, мг; C — среднее содержание алмазов в данном типе россыпей; K — коэффициент, выбираемый в зависимости от требуемой надежности обнаружения алмазов.

Б.И. Прокопчук [252], Б.Н. Соколов [288], Б.М. Зубарев [125] отмечают, что эта эмпирическая формула достаточно оправдала себя при $K = 1 \div 2$ и предназначена для определения объема пробы, необходимого для обнаружения одного зерна алмаза.

Формулу (8.1) нередко называют формулой Бурова — Воларовича. При $K = 6$ ее предложил Л.И. Шаманский в 1948 г. применительно к опробованию россыпных месторождений [338]. Примечательны и рассуждения Л.И. Шаманского при выводе этой формулы. Полагая попадание в пробу объемом V золотин суммарной массой, равной средней массе золотин на данном месторождении $\bar{q}$, он находит содержание золота в пробе $C = \bar{q}/V$ и $V = \bar{q}/C$. В целях повышения надежности оценки содержания золота, принимая во внимание его высокую изменчивость, при опробовании россыпей Л.И. Шаманский рекомендует объем пробы увеличить в 6 раз и принять равным $V = 6\bar{q}/C$.

Алмазы в месторождениях образуют крайне редкую вкрапленность с содержанием от близкого значения к нулевому до первых единиц каратов на 1 т. Минимальные содержания, при которых рентабельна разработка месторождений, определяются преимущественно крупностью и долей ювелирных алмазов в общем содержании.

Масса отдельных кристаллов обычно не превышает 1—2 кар (1 кар = = 200 мг), достигая изредка сотен и даже тысяч каратов.

Если в месторождении преобладают алмазы крупнее 4 мм, то рентабельной может быть разработка с содержанием 20 мг/т (0,1 кар/т). При основной доле алмазов крупностью $-4 + 2$ мм рентабельными оказываются месторождения с содержанием 40—50 мг/т. При этом численная концентрация ювелирных алмазов и близких к ним бывает часто значительно менее единицы. Это и обусловливает сложность оценки среднего содержания алмазов и алмазоносности при поиске, разведке и разработке месторождений.

Для модели случайного равномерного распределения алмазов в среде опробования из (1.4а) вероятность попадания в пробу объемом V хотя бы одного алмаза равна

$$P(m \geqslant 1) = 1 - P(m = 0).$$

Чтобы вероятность попадания в пробу хотя бы одного алмаза (вероятность обнаружения алмазов) была достаточно высокой, необходимо, чтобы вероятность пустой пробы ($P(m = 0)$) была достаточно малой.

Полагая достаточным принять $P(m = 0) = P(0) = 0{,}05$ и учитывая, что по (1.4а) $P(0) = e^{-\delta V}$, можно записать

$$e^{-\delta V} = 0{,}05. \tag{8.2}$$

Тогда из (8.2) получим $\delta V = 3$ и

$$V_{\text{п}} = 3\frac{1}{\delta} = 3\frac{q}{C}, \tag{8.3}$$

что с точностью до коэффициента K совпадает с формулой Бурова — Воларовича.

При $K = 3$, как следует из вывода формулы (8.3), в пробу попадет хотя бы один алмаз с вероятностью 0,95. Это допускает, что в среднем 5 % таких проб окажутся пустыми при опробовании подобной среды.

При $K = 2$ пустых проб в среднем будет 13 %, а при $K = 1$ — 37 %.

Формула (8.3) учитывает попадание в пробу хотя бы одного алмаза любого размера, начиная с самых мелких в общем гранулометрическом составе алмазов. Резонно определять объем пробы исходя из более жесткого условия: объем пробы должен быть таким, чтобы в нее почти наверняка попал хотя бы один алмаз крупностью более некоторой заданной q_k, например больше среднего или медианного значения, характерного для подобных россыпей. А содержание алмазов крупностью (массой) $q \geqslant q_k$ в k раз меньше общего содержания. Подставив в (8.3) вместо C выражение C/K, получим

$$V_{\text{п}} = 3K - \frac{q}{C}. \tag{8.4}$$

Длительный и положительный опыт использования формулы (8.1) свидетельствует о том, что в ней удачно отражено влияние основных геологических параметров: средней массы и среднего содержания алмазов, а также показателя надежности k.

По этой формуле не предполагалось определение объема *представительной пробы,* которая обеспечивает оценку содержания с необходимой и достаточной точностью. Она успешно использовалась для выявления алмазоносности коренных и россыпных месторождений.

В то же время рекомендованный предел изменения коэффициента надежности $K = 1 \div 2$ приводил к заметной доле "пустых" проб на алмазоносных участках. Однако последующие предложения по совершенствованию формулы (8.1) в решающей степени устранили этот недостаток.

Для определения размера пробы в ходе предварительной разведки, когда гранулометрический состав алмазов еще неизвестен, было предложено в формуле (8.1) заменить K на n [42], а позднее использовать (8.1) в виде [125, 264]

$$V_{\text{п}} = nk\frac{q}{C_{\text{м.п}}}, \tag{8.5}$$

где n — число зерен алмаза, которое ожидается получить в пробе; $C_{\text{м.п}}$ — минимальное промышленное содержание, принятое в промышленных кондициях, установленных для разведанных россыпей алмазов данного типа в изучаемом районе.

При этом А.П. Божинским, П.Л. Каллистовым и др. отмечалось: "Учитывая, что бортовое содержание всегда меньше среднего (обычно в два-три раза и более), а размеры кристаллов колеблются в весьма широких пределах, при определении объема проб, обеспечивающего более или менее удовлетворительную надежность оконтуривания и решения других задач разведки и подсчета запасов, следует принимать n не менее 5—7. Достаточная надежность данных опробования может быть обеспечена при n, равном 20 и более" [42, с. 56].

Методами статистического анализа с использованием биномиального распределения пропорции частиц исследуемого компонента и породы в образце при одинаковом размере (массе) частиц действительно было показано, что точность, получаемая при наличии 20 частиц компонента на образец

(пробу), "может быть достаточной для многих целей". Однако между объемом пробы и средним числом частиц компонента n, попадающим в пробу, при этом нет прямой пропорциональности [353—359, 363—365, 368, 369].

На основе результатов опытно-производственных работ по усовершенствованию методики опробования месторождений алмазов в процессе их разведки А.А. Малаевым было рекомендовано в формуле (8.1) использовать не среднее содержание алмазов, а долю алмазов наиболее распространенного класса крупности [184].

В.В. Викторов (1978 г.) и И.М. Адельсон (1986 г.) применительно к опробованию россыпных месторождений золота предлагали в формуле (8.1) при $K = 1$ использовать не среднее содержание, а бортовое, а среднюю массу золотин исчислять только из фракций крупнее некоторой расчетной [1, 374].

На основе обобщения богатого опыта изучения алмазоносности кимберлитовых трубок были сформулированы важные положения применительно к проблемам их разведки и опробования [324].

Различия в содержаниях алмазов между отдельными "рудными столбами" в пределах единой трубки варьируют от 30—50 до 150—200 %; в отдельных случаях интенсивность алмазоносности сопрягающихся "рудных столбов" различается в 10—15 раз. При этом в рамках одной трубки в контактирующих "рудных столбах" интенсивность алмазоносности колеблется от промышленных содержаний до практически нулевых значений.

В пределах "рудных столбов" в изменчивости всех параметров алмазоносности кимберлитов (средних масс, количества и содержаний алмазов), исследованной по данным крупнообъемного и кернового опробования при помощи аппарата теории случайных функций, доминирует случайная составляющая. Поэтому практически все "рудные столбы" (или их достаточно крупные участки) могут рассматриваться в качестве однородных геологических объектов.

Основные принципы разведки кимберлитовых трубок определяются следующими соображениями:

а) любое подлежащее оценке кимберлитовое тело должно быть классифицировано как тело предположительно сложного внутреннего строения, с наличием алмазоносных "рудных столбов", не имеющих выхода на дневную поверхность;

б) достоверное выявление основных элементов морфологии, мегаструктуры и алмазоносности рудного тела может быть обеспечено только при равномерном изучении его на всех разведываемых горизонтах;

в) крупные "рудные столбы" с существенно различными содержаниями алмазов должны разведываться как самостоятельные объекты;

г) максимальная эффективность разведки коренных месторождений алмазов достигается сочетанием буровых скважин с минимальным объемом горных выработок. При этом горные выработки решают задачи получения представительной партии алмазов для оценки их качества, достоверности кернового опробования, проведения необходимых технологическиих испытаний. Колонковые скважины решают задачи картирования в целом и изучения внутреннего строения месторождения;

д) требуемая точность оценки содержаний алмазов обеспечивается керновыми пробами практически любой массы при условии, что суммарный объем опробованной массы обеспечивает достоверное извлечение алмазов заданных весовых разрядов. В качестве минимального объема керновой пробы может быть принята масса, обеспечивающая извлечение не менее 2—3 кристаллов алмазов. При одном и том же суммарном объеме опробованного кимберлита большая точность оценки средних содержаний достигается при меньших массах проб, но при их большем количестве;

е) при достаточно представительных суммарных объемах опробованной массы керновые пробы обеспечивают не только требуемую точность оценки средних содержаний, но и определение с высокой достоверностью гранулометрического состава алмазов.

Требования к суммарному объему опробования были сформулированы следующим образом [198]:

— минимальный суммарный объем проб по разведочной линии должен гарантировать надежную оценку содержаний алмазов, доминирующих по массе классов крупности;

— минимальный суммарный объем проб по блоку, опирающемуся на две разведочные линии, должен обеспечить удовлетворительную оценку содержания алмазов всех значимых по массе классов крупности, т.е. зафиксировать присутствие алмазов крупнее доминирующих, если их массовая доля выше 10 %;

— суммарный объем опробования по однородному месторождению должен обеспечить надежные оценки как содержания и гранулометрического состава свойственных россыпи алмазов, так и их сортности и стоимости 1 кар.

При этом необходимый размер проб и суммарный объем опробования рекомендуется вычислять по апробированной при разведке коренных и россыпных месторождений алмазов формуле

$$V = \frac{q_в t^2}{C^2 \varepsilon^2}, \qquad (8.6)$$

где $q_в = \Sigma\, \beta_i q_i$ (β_i — массовая доля зерен i-го класса крупности) — средневзвешенная оценка массы зерен алмазов (мг), определяется по доминирующим или всем значимым классам крупности; ε — допустимая ошибка оценки средневзвешенной массы зерен алмазов (доли единицы), для малых проб задается 0,6—0,8 (60—80 %), для рядовых — 0,3—0,4 (30—40 %) и для крупных — 0,15—0,20 (15—20 %); t — коэффициент, который принимают обычно равным 1,0 (для вероятности 0,84) при расчете объема частных проб и – 1,5—2,0 (для вероятностей 0,94—0,97) при расчете суммарного объема опробования; C — содержание алмазов (мг/м^3), в зависимости от задач задается минимально промышленным или бортовым по доминирующим или всем значимым классам крупности; для расчета объема малых и рядовых проб содержание (как и масса зерен) алмазов принимается по доминирующим классам крупности.

Формулу (8.6) можно рассматривать как дальнейшее развитие формулы Бурова — Воларовича применительно уже к оценке содержания и грануло-

метрического состава алмазов с необходимой и достаточной точностью. Важными и новыми элементами этой формулы стали коэффициент надежности t и допустимая ошибка ε. Формально отношение t^2/ε^2 заменяет коэффициент K в формуле Бурова — Воларовича, существенно расширяя (в сторону увеличения) возможную область его изменения.

8.2. Принцип Везена, формула Ричардса — Чечотта и их развитие

Принцип Везена и формула Ричардса — Чечотта касаются вопросов контроля обработки (сокращения) проб полезных ископаемых. Согласно сведениям, перешедшим из ранних работ во многие последующие, французскому ученому Везену принадлежит первая попытка установить принцип правильного сокращения проб (1865 г.). Он полагал, что минимальное число кусков полезного ископаемого в начальной пробе должно быть равно числу частиц в навеске для химического анализа, что можно выразить формулами (цит. по [6])

$$\frac{m}{M} = \frac{d^3}{D^3} \quad \text{и} \quad m = Kd^3, \tag{8.7}$$

где m, M — масса соответственно навески и начальной пробы; d — конечная крупность минеральных частиц в навеске для анализа; D — крупность минеральных кусков в начальной пробе.

Более обоснованная формула была предложена в 1898 г. американским ученым Д. Брунтоном

$$m = \frac{f\gamma d^3 n}{10^4 W_c}\left(\frac{\beta}{\alpha} - 1\right), \tag{8.8}$$

где m — масса пробы, кг; f — отношение массы наибольшего куска в пробе к массе кубического куска с ребром, равным линейному размеру ячеек сита, через которое этот кусок (зерно) может пройти; γ — плотность минеральных кусков (зерен); n — допустимое число зерен или частиц, входящих в пробу в избытке или недостатке, равное по Брунтону трем; W_C — допустимая ошибка (относительная, %) химического анализа; β — содержание металла в наиболее богатом зерне пробы, %; α — среднее содержание металла в опробуемом материале, %.

Эта формула вскрывает некоторые новые факторы, влияющие на величину пробы (содержание исследуемого компонента, допустимую ошибку анализа и др.), хотя и не нашла применения (цит. по [6]).

Обобщение практических данных по опробованию привело английского ученого Р. Ричардса (1909 г.) к убеждению, что массы проб изменяются приблизительно пропорционально квадратам диаметров максимальных кусков в пробе.

Впервые такого рода работа была опубликована профессором Ленинградского горного института Г.О. Чечоттом в 1917 г., в которой описан

пример расчета схемы обработки пробы по формуле [6, 330]

$$m = Kd^2. \tag{8.9}$$

Эта же формула приведена им в последующей работе (1932 г.) со ссылкой на материалы экспериментальных исследований Р. Ричардса ([331], цит. по [35]). С тех пор она вошла в практику геологической службы СССР под названием "соотношение Ричардса — Чечотта". Оно было рекомендовано Геологическим комитетом еще в 1926 г. ([191], цит. по [35, 305]).

Коэффициент K отражает влияние изменчивости содержания металла в руде и, по мнению Г.О. Чечотта, изменяется в пределах 0,16—24,0.

В 1922 г. американские инженеры К. Демонд и Р. Хальфердаль предложили определять массу проб при их обработке по более общей формуле:

$$m = Kd^{\alpha}, \tag{8.10}$$

где показатель степени α может изменяться в пределах 1,5—2,7.

Формулы (8.9), (8.10) нашли широкое практическое применение и рекомендуются многочисленными ГОСТами, учебными пособиями и научной литературой [28, 46, 90—93, 95, 219, 255, 274, 292 и др.].

В значительной степени этому, видимо, способствовали следующие обстоятельства:

— формулы (8.9) и (8.10), хотя и не имеют надлежащего теоретического обоснования, отражают, как будет показано в последующих разделах, существенные особенности среды опробования и формирования ошибок пробоотбора и пробообработки;

— они изначально построены на основе обобщения практики пробоотбора и пробообработки и неоднократно подвергались проверке и уточнению путем проведения экспериментальных исследований;

— формулы просты в применении и допускают адаптацию их (определение K и α) в процессе опытно-методических работ относительно конкретных условий.

Значения K и α, надежные массы проб, найденные по результатам экспериментальных исследований, применительно ко многим месторождениям различных полезных ископаемых публиковались большими сводками многими исследователями [195, 241, 251 и др.]. Эти принципы широко использовались в стандартизации опробования и контроля качества продуктов обогащения [150].

8.3. Развитие теоретических подходов к расчету объема (массы) представительной пробы

Первой попыткой вывести формулу (8.8) для расчета массы представительной пробы в целях определения химического состава при сокращении первичной геологической пробы являются исследования Д. Брунтона (1898 г.). Развивая принцип Везена, в этой работе раскрыто содержание параметра K из формулы (8.7) и введена в явном виде относительная допустимая ошибка химического анализа.

Формула Д. Брунтона послужила отправной точкой для проведения многочисленных последующих исследований, в которых, как правило, сокращаемая проба рассматривалась как множество равноразмерных рудных и породных частиц (зерен), а ошибку сокращения пробы связывали с законом распределения числа (и массы) рудных частиц в сокращенной пробе. Совершенствование формул шло по пути обоснования подходящего закона распределения и постепенного учета дополнительных новых параметров (плотности рудных и породных зерен, коэффициента формы зерен, массы сокращаемой пробы, степени раскрытия минералов, наличия и размеров вкрапленности рудных минералов, пределов колебаний содержания изучаемого компонента в рудных частицах, необходимой и достаточной точности оценки содержания компонента и др.).

Так, за 80 лет после исследования Д. Брунтона появилось множество формул (Б. Бауле и А.З. Бенедетти-Пихтер — 1928 г., Ф. Мика — 1928 г., В.А. Новиков — 1940 г., А.Ф. Таггарт — 1945 г., Д. Висман — 1947 г., П. Жи — 1955 г., Ю.В. Ткачев — 1960 г., А.Д. Вильсон — 1964 г., Г.Д. Краснов — 1969 г., С.К. Петхе — 1969 г., Л.И. Шаманский — 1970 г., М.Н. Альбов, Ю.К. Панов — 1974 г., С.О. Ингамельс — 1974 г. и др.). Достаточно подробный их анализ приводится в работах Ю.А. Ткачева, А.А. Шеина [305, 306].

Большое распространение в зарубежной практике получили результаты исследований французского исследователя П. Жи.

По П. Жи массу представительной пробы можно записать равной (цит. по [6, 150, 306])

$$m = flu\frac{d^3}{\theta^2}, \tag{8.11}$$

где d — средний взвешенный диаметр частиц (кусков) пробы; θ^2 — допустимая погрешность с заданной доверительной вероятностью; f — параметр формы частиц (для всех обычных руд $f = 0{,}5$, для видимого золота — 0,2); l — параметр степени раскрытия рудных минералов (отношение диаметра наиболее крупного обломка руды к диаметру рудных зерен); u — параметр минерального состава ($u = (1 - C_1/C_б)Q_1 + (1 - C_1/C_б)Q_2$, где C_1, $C_б$ — соответственно среднее содержание компонента в смеси зерен и содержание в самом богатом куске); Q_1, Q_2 — соответственно плотность смеси и нерудных зерен. При опробовании руд с видимым золотом рекомендуется брать значения $f = 0{,}2$; d — только с учетом крупных выделений золота; $l = 1$; $m = \nu/C$, где ν — плотность золота, C — содержание его в пробе, %.

Формула П. Жи широко применялась и применяется до сих пор в зарубежной практике для решения трех основных задач:

— для нахождения минимальной надежной массы пробы;

— для предрасчета ошибки опробования при данной массе пробы;

— для определения размера, до которого должен быть измельчен материал для взятия пробы нужной массы.

Существенным шагом вперед в становлении и развитии теоретических основ обработки проб полезных ископаемых и опробования минерального

сырья на обогатительных фабриках явились исследования Ю.А. Ткачева, А.А. Шеина [306] и В.З. Козина [159].

В монографии [306] показано, что большинство формул сокращения проб упомянутых выше авторов хотя бы на промежуточной стадии их вывода идентичны по своей сути. Рассмотрены статистические закономерности сокращения измельченной пробы и связь возникающих при этом погрешностей с контрастностью руд. Изложена теория оптимизации затрат на обработку проб, дана методика составления схем их обработки и показаны особенности обработки проб различных полезных ископаемых.

Установлено, что многообразие известных в настоящее время формул сокращения, как правило, вызвано тем, что при одинаковой в общем статистической основе методика учета реальных особенностей измельченной пробы была различной.

Авторы в своем исследовании попытались в формулу надежной минимальной массы, отбираемой при сокращении пробы, ввести минимальное число простых, но фундаментальных характеристик изучаемой пробы, сравнительно легко определяемых экспериментально или даже предсказуемых на основании сведений о минеральном составе, характере вкрапленности и гранулометрической характеристике исходной пробы или массива, из которого она взята [306].

Главной математической моделью сокращения смеси рудных и нерудных минералов являются выборка без возвращения из конечной генеральной совокупности и гипергеометрическое распределение числа рудных частиц в такой выборке.

Для массы сокращенной пробы, при заданной относительной ошибке массового содержания металла W_C при сокращении, получена основная формула

$$m = \frac{Pvd^3M}{W_C^2M + Pvd^3}, \tag{8.12}$$

где $P = C_p\nu_p/C\nu - 1$; C_p — содержание металла в рудной частице, доли единицы; ν_p, ν — средняя плотность соответственно зерен рудных и смеси в пробе, г/см^3; C — содержание металла в пробе, доли единицы; d — диаметр частиц, см; M — масса сокращаемой пробы, г.

При $M \gg Pvd^3$ формула (8.12) запишется так:

$$m = \frac{(C_p\nu_p - C\nu)d^3}{CW_C^2}. \tag{8.13}$$

Вводя далее средневзвешенные значения диаметра и плотности частиц смеси в пробе, а также коэффициента контрастности, авторы получают формулы для сокращения смеси рудных и породных частиц.

В монографии В.З. Козина [159] основная формула минимальной массы пробы имеет вид

$$m = 2Qd^3\sigma_k^2(d)/\sigma_{с\,доп}^2, \tag{8.14}$$

где Q — средняя плотность руды; d — средний размер кусков опробуемой массы; $\sigma_k^2(d)$ — покусковая дисперсия массовой доли компонента для кусков средней крупности; $\sigma^2_{\text{с доп}}$ — допустимая погрешность отбора пробы. Она принципиально отличается от всех упомянутых выше формул тем, что явным образом включает фундаментальную характеристику среды опробования — покусковую дисперсию содержания компонента, которую рекомендуется определять экспериментально в каждом конкретном случае [159]. При этом особое внимание уделено теоретическому и экспериментальному исследованию зависимости фундаментальной характеристики среды опробования от размеров кусков.

Все указанные в этой главе формулы расчета массы пробы относятся к проблеме опробования минерального сырья и сокращения проб, хотя формулы (8.9) — (8.11) и рекомендовались, и использовались также при расчете массы пробы для опробования непосредственно месторождений полезных ископаемых, т.е. для опробования руд и пород в самих массивах.

Применительно к отбору проб при опробовании недр, и в частности месторождений твердых полезных ископаемых, строились методы расчета, как правило, не массы пробы, а ее объема. Первые такие формулы обсуждались в разд. 8.1.

Теоретические подходы к расчету представительного объема геологической пробы в процессе опробования месторождений стали развиваться только в последние десятилетия. Этому предшествовали многочисленные экспериментальные исследования представительности разных способов опробования при всевозможных формах и объемах проб в различных текстурах опробуемой геологической среды.

Многообещающим началом модельного представления о среде опробования явилась монография Н.Л. Добрецова, В.В. Зуенко и М.Л. Шемякина [105], в которой распределение числа кристаллов алмаза в кимберлитах описывается пуассоновским полем разноразмерных кристаллов. Число кристаллов в некотором объеме моделируется законом Пуассона (1.4а) при однородном поле численной концентрации кристаллов (δ = const) и отрицательным биномиальным распределением, когда δ — случайная величина, имеющая гамма-распределение. Проверка этих моделей по материалам кернового опробования и обработки экспериментальных проб показала удовлетворительную сходимость [105].

Модель равномерного случайного распределения разноразмерных минералов в среде опробования была использована С.Г. Желниным, И.А. Кимом и Б.А. Фридландом для обоснования объема представительной пробы применительно к опробованию россыпных месторождений золота [119].

Исходными данными для решения задачи стали фактические материалы, собранные и обработанные Б.А. Фридландом по ряду месторождений. По этим месторождениям была выполнена ситовка золота, определены масса и количество золотин разных фракций крупности, а также масса одной золотины в каждой фракции. О большой представительности полученных данных можно судить по количеству обработанного золота (табл. 8.1). В число этих золотин входят все морфологические разновидности, известные

Таблица 8.1

Объем и гранулометрические характеристики обработанного золота

Фракция, мм	Масса золота, мг	Количество золотин	Масса одной золотины, мг	Доля золота по фракциям, %
– 0,25	197 894	2 469 152	0,08	0,38
+ 0,25	1 092 737	3 204 618	0,34	2,11
+ 0,5	1 006 809	843 289	1,19	1,94
+ 1,0	12 160 346	1 646 965	7,38	23,46
+ 2,0	1 534 296	512 580	29,93	29,59
+ 3,0	8 253 956	64 420	128,13	15,92
+ 4,0	4 654 254	12 609	369,12	8,98
+ 5,0	2 085 816	3227	646,36	4,02
+ 6,0	1 940 592	1954	933,14	3,74
+ 7,0	951 572	616	1544,76	1,84
+ 8,0	833 490	399	2088,95	1,61
+ 9,0	721 720	239	3019,8	1,39
+ 10,0	2 597 097	277	9375,8	5,01
Всего	51 936 589	8 760 345	5,93	99,99

для россыпей Яно-Колымского пояса, масса которых колеблется в самых широких пределах.

Для определения средних массовых значений золота по каждой фракции были использованы результаты ситовки по 127 месторождениям Яно-Колымского золотоносного пояса [343]. Эти месторождения были сгруппированы по массовому содержанию золота во всех фракциях.

Исходя из процентного соотношения золота в каждой фракции и ранее определенной средней массы золотин, для каждой группы месторождений было установлено количество золотин в 1 м^3 продуктивного пласта, характеризующегося средним содержанием 1000 мг/м^3, и определен объем, приходящийся на одну золотину самой крупной фракции, оставшейся после исключения последних крупнейших фракций, массовая доля которых не превышает 5—10 %.

Этот объем авторами рекомендуется как объем пробы при проведении поисковых работ.

При определении минимального объема проб для разведки россыпей рекомендуется объем, приходящийся на одну золотину крупной фракции после исключения последних крупнейших фракций, массовая доля которых достигает уже 20 %, так как при разведке число проб на единицу площади всегда больше, чем при поисках.

Поскольку объем пробы, приходящийся на одну золотину наиболее крупной фракции, участвующей в расчете, не учитывает вероятностной природы попадания в пробу золотин этих фракций, авторами предлагается, по их мнению, уточненная формула для определения расчетного объема пробы:

$$V = \left(\frac{t}{\Delta}\right)^2 \left[\frac{\sigma_0(l)}{\mu_0(l)}\right]^2, \tag{8.15}$$

где $t = 1{,}64$ — статистика выборочного нормального распределения, гарантирующая непревышение случайной ошибки Δ оценки среднего содержания с уровнем надежности 90 %; l — номер последней учитываемой фракции

$$\sigma_0^2(l) = \sum_{i=1}^{l} q_i^2 N_i; \qquad \mu_0^2(l) = \sum_{i=1}^{l} q_i N_i, \tag{8.16}$$

где q_i — масса золотин i-й фракции; N_i — число золотин i-й фракции, которое в среднем приходилось бы на 1 м^3 [119].

Более корректное решение было предложено A. Grassia [361, 362], который поставил и решил следующую задачу: оценить минимальный объем пробы, которую необходимо отобрать из рудного тела, чтобы с заданной наперед вероятностью P обнаружить хотя бы одну частицу содержащегося в нем редкого минерала. Полагается, что искомые частицы распределены в рудном теле случайным образом и вероятность обнаружения m частиц в объеме V задается распределением Пуассона (1.4а).

Помимо распределения (1.4а) числа частиц в пробах учитывается их распределение по размерам в самом рудном теле.

Автором получено два выражения, которые определяют наибольший V_{max} и наименьший V_{min} объемы проб:

$$V_{max} = \frac{-\ln(1-P)}{\delta[1 - F(z_0)]}, \tag{8.17}$$

$$V_{min} = -\ln\left[\frac{1-P}{1+\delta V_{min} F(z_0)}\right]/\delta, \tag{8.18}$$

где $F(z_0) = \int_0^{z_0} f(s)ds$ — суммарная вероятность того, что частицы имеют размеры меньше или равные z_0; z_0 — нижний предел чувствительности или учета мелких частиц; $f(s)$ — распределение частиц по размерам (нами принято гамма-распределение) [361, 362].

Чем больше предел чувствительности z_0, тем больше объем пробы. Поэтому рекомендуется определять два значения: V_{max} и V_{min}. При $z_0 = 0$ имеем

$$V = V_{max} = V_{min} = \frac{-\ln(1-P)}{\delta} = -\ln(1-P)\frac{\bar{q}}{C}, \tag{8.19}$$

что совпадает с (8.3), и есть объем пробы, гарантирующий с вероятностью $P = 0{,}95$ попадание в него хотя бы одной частицы.

Для трех уровней оруденения и двух распределений (логарифмически нормального и гамма-распределения) размеров частиц по формулам (8.17) — (8.19) были получены очень близкие результаты [361].

П.И. Кушнарев [176] рекомендует при разведке россыпных месторождений формулу

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{r} a_i q_i}{W^2_{\text{с доп}} C}, \tag{8.20}$$

где a_i — массовая доля полезного компонента (зерен) i-го класса крупности; q_i — средняя масса зерна i-го класса; C — среднее содержание полезного компонента; $W_{\text{с доп}}$ — относительная допустимая ошибка оценки содержания [176].

Анализ всех предложений по обоснованию метода расчета представительного объема (массы) геологической пробы при опробовании месторождений полезных ископаемых свидетельствует о том, что абсолютное большинство исследователей сознательно или без каких-либо оговорок принимали среду опробования в соответствии с моделью М2 (см. табл. 4.1): среда с пуассоновским полем (случайное равномерное распределение в опробуемой среде) разноразмерных минералов.

В ряде случаев [105, 361, 362] авторами рассматривалась среда с неоднородным пуассоновским полем разноразмерных минералов при гамма-распределении параметра закона Пуассона, что соответствует нашей модели среды М5 (см. табл. 4.1 и разд. 2.5).

Применительно к россыпному месторождению алмазов Гбенко (Гвинея) показано [265], что наилучшей моделью распределения алмазов является случайное распределение кластеров (рис. 8.1, *г*), аппроксимируемое не классическим распределением Пуассона, а его модификацией, предложенной Зихелем.

Распределение Зихеля — Пуассона имеет вид [265, 372]

$$P(r) = \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}} \exp\left(\alpha\sqrt{1-\theta}\right) \frac{(\alpha\theta/2)^2}{r!} K_{r-(1/2)}(\alpha), \tag{8.21}$$

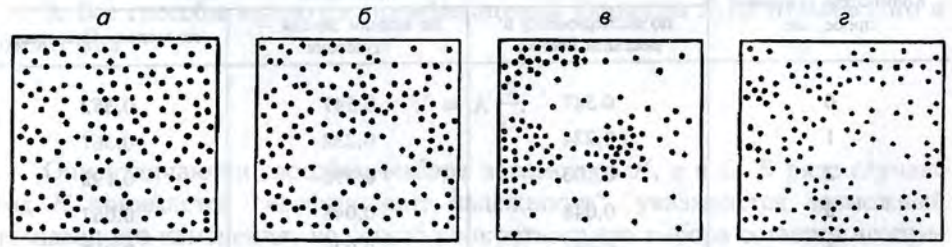


Рис. 8.1. Модели распределения зерен.
а — равномерное (однородное); *б* — случайное; *в* — агрегатное; *г* — случайное распределение кластеров (L. Rombouts, цит. по [265]).

где $\theta = \frac{2\beta}{\alpha}$, α и β — параметры распределения, определяемые по экспериментальным данным следующим образом.

По пробам некоторого (примерно одинакового) объема известна статистика о доле проб с $r = 0$ и $r = 1$, т.е. доля пустых ($r = 0$) и проб с одним кристаллом.

Из распределения (8.21) следует, что вероятности того, что в пробе будет 0 или 1 кристалл, соответственно равны

$$P(0) = \exp\,[-\alpha(1 - \sqrt{1 - \theta})],$$

$$P(1) = \beta P(0).$$

Приравнивая $P(0)$ и $P(1)$ экспериментальным долям соответственно пустых $P_э(0)$ и проб с одним кристаллом $P_э(1)$, находим экспериментальные значения параметров

$$\alpha_э = [-\ln P_э(0)]\left[1 - \frac{\ln P_э(0)}{2[r_э + \ln P_э(0)]}\right],$$

$$\beta_э = \frac{r_э}{\alpha_э}\,[(r_э^2 + \alpha_э^2)^{1/2} - r_э],$$

где $r_э$ — среднее число кристаллов в пробе.

Далее, уже с известными параметрами, распределение (8.21) может использоваться в качестве модели для описания фактического распределения числа кристаллов в пробе данного объема.

Параметры $\alpha_э$ и $\beta_э$, таким образом, определяются экспериментально, как обычно, например дисперсия, эксцесс, асимметрия распределения, и зависят от объема первичной геологической пробы.

Отсутствие в распределении (8.21) и его параметрах явной зависимости от объема пробы не позволяет использовать это распределение ни для определения (расчета) представительного объема (или числа) проб, ни, тем

Таблица 8.2

Результаты экспериментальной проверки соответствия распределения Зихеля — Пуассона [265]

Количество алмазов в пробе, шт.	Доля проб		
	по эксперименту в россыпи Гбенко	по модели Зихеля — Пуассона	по модели Пуассона
0	0.547	0,547	0,352
1	0,224	0,232	0,367
2	0,103	0,098	0,192
3	0,048	0,048	0,067
4	0,034	0,026	0,017
5	0,015	0,016	0,004
6 и более	0,029	0,033	0,001

более, для вывода формул о занижении содержаний и запасов при существенно непредставительном опробовании.

В то же время, если имеет место кластеризация кристаллов, распределение Зихеля — Пуассона лучше описывает распределение числа кристаллов в пробах некоторого объема, чем распределение Пуассона (табл. 8.2). Оно также может свидетельствовать (если хорошо подходит к экспериментальным данным) о самом наличии кластеров.

В геологической литературе имеется множество описательных и графических моделей текстур и структур твердых полезных ископаемых и их классификаций (см., например, [14—17, 234]). Однако до последнего времени отсутствуют их математические модели применительно к опробованию полезных ископаемых в массиве и в добытом состоянии, а также к переработке минерального сырья.

Первые такие модели и методы расчета представительной пробы построены в данной работе (см. гл. 4) и частично опубликованы ранее [20 — 23, 199].

8.4. Расчетные значения объема представительных проб при опробовании россыпей

Наиболее значимые методы, в плане развития теории расчета объема представительной пробы применительно к отбору проб из массива, использованы для сравнения в одних и тех же геологических условиях, приведенных в статьях С.Г. Желнина, И.М. Адельсона [1, 118, 119].

Из анализа предыдущего материала и способов расчета (табл. 8.3) следуют выводы.

1. При расчете рационального объема пробы всеми способами используется средняя масса минеральной частицы q_0 или средняя масса минеральных частиц основных фракций, или средняя масса минеральных частиц ряда самых крупных фракций либо некоторой одной "расчетной" фракции. При этом объем рациональной пробы прямо пропорционален этой средней массе частиц.

2. Во всех способах учитывается содержание минерала в 1 м^3 песков (или среднее содержание в месте опробования, или минимально промышленное содержание, или среднее содержание расчетной фракции). При этом объем пробы обратно пропорционален принятому содержанию.

3. Все способы являются модификациями формулы Л.И. Шаманского и имеют вид

$$V = K\frac{q}{C}.$$

Они отличаются способом выбора параметров K, q и C. В ряде случаев под K понимается "коэффициент надежности", указывается возможный диапазон его изменения, но способ конкретного его выбора остается неопределенным. В других случаях назначение вводимого коэффициента — учесть распределение минеральных частиц по массе.

Таблица 8.3

Сравнение способов расчета рационального объема пробы

№ п/п	Автор	Расчетная формула	Обозначения и пояснения	Представительный объем пробы для различных условий, м^3		Примечание
				Пример С.Г. Желнина (цит. по [118])	Пример И.М. Адельсона (цит. по [1])	
1	2	3	4	5	6	7
1	Л.И. Шаманский [338]	$V = 6\dfrac{q_0}{C_0}$	q_0 — средняя масса золотины; C_0 — среднее содержание	0,036	0,020	
2	А.П. Буров, Г.И. Воларович [58, 264]	$V = K\dfrac{q_0}{C_0}$	K — коэффициент, выбираемый в зависимости от требуемой точности. Обычно принимается равным 1 ÷ 2	0,012	0,007	При $K = 2$
3	А.П. Божинский [41]	$V = K\dfrac{q_н}{C_{борт}}$	K — коэффициент надежности, равный 2 ÷ 10; $q_н$ — средняя масса золотин фракций + 0,84 − 7 мм; $C_{борт}$ — условно-бортовое содержание	0,030 0,150	0,009 0,046	При $K = 2$ При $K = 10$
4	А.В. Есипов, Н.В. Климов [115]	$V = \dfrac{q_к}{C_{борт}}\dfrac{100 - \alpha_к}{\alpha_к}$	$\alpha_к$ — выход золотин "критического" класса крупности, равный 8 %; $q_к$ — средняя масса золотин "критического" класса крупности; $C_{борт}$ — бортовое содержание	6	8,6	

Продолжение табл. 8.3

1	2	3	4	5	6	7
5	С.Г. Желнин, И.А. Ким, Б.А. Фридланд [119]	$V = \dfrac{1}{\delta_р C_{борт}}\dfrac{\bar{q}_р}{C_{м.п}}$	$C_{м.п}$ — минимально промышленное содержание; $\delta_р$ — число золотин в 1 м^3 при C = 1 г/м^3 последней фракции крупности, за которой массовая доля всех золотин более крупных фракций составляет 20 %; $C_р$ — содержание расчетной фракции	3	0,33	
6	Л.И. Шаманский [338]	$V = \dfrac{16\lambda d^3}{C}$	d — средний диаметр золотины; λ — отношение объема золотины, прошедшей через сито с отверстием d, к 1 м^3 золотины с таким же размером ребра	0,65	0,22	При $\lambda = 0{,}25$
7	В. Викторов [374]	$V = \dfrac{\bar{q}}{C_{борт}}$	$\bar{q}$ — средняя масса золотин крупных фракций до расчетной включительно	0,36	0,66	За расчетную фракцию принята фракция 3 мм
8	И.М. Адельсон [1]	$V = \dfrac{\bar{q}_{рф}}{C_{борт}}$	$\bar{q}_{рф}$ — средняя масса золотины последней учитываемой фракции	0,52	0,70	Для $C_{борт}$ = 1000 мг/м^3
9	П.И. Кушнарев [176]	$V = \dfrac{\Sigma_i a_i d_i}{\delta^2 C_{борт}}$	a_i — массовая доля минеральных зерен i-го класса крупности; d_i — средняя масса одного зерна в i-м классе	2,8	0,65	Для $C_{борт}$ = 1000 мг/м^3 $\sigma = 0{,}5$

Окончание табл. 8.3

1	2	3	4	5	6	7
10	По модели М2 (см. табл. 4.1)	$V = \frac{t^2 q_0 (W_q^2 + 1)}{C_{борт} \varepsilon^2}$	q_0 — средняя масса одной частицы; W_q — коэффициент вариации массы частиц; ε — допустимая ошибка оценки среднего содержания; t — коэффициент вероятности	11,2	2,6	Для $C_{борт} = 1000$ мг/м^3 $t = 2$, $\varepsilon = 0{,}5$

4. Такая структура формул является следствием принятия гипотезы о пуассоновском распределении числа минеральных частиц, попадающих в пробу,

$$P(m) = \frac{(\delta V)^m}{m!} \bar{e}^{\delta V},$$

где $\delta V = \lambda$ — математическое ожидание и дисперсия числа частиц в пробе объемом V; δ — среднее число частиц в 1 м^3 песков; $P(m)$ — вероятность попадания в пробу объемом V ровно m частиц.

Действительно, пусть имеем минеральные частицы постоянной массы q. Тогда

$$\delta = \frac{C}{q},$$

где C — средняя масса всех частиц в 1 м^3 песков (среднее содержание).

Вероятность непопадания в пробу частиц ($m = 0$) равна

$$P(0) = e^{-\delta V},$$

а вероятность попадания ровно одной частицы

$$P(1) = \delta V e^{-\delta V}.$$

При малых δ, что имеет место для крупных частиц, естественно требование, чтобы

$$\frac{P(1)}{P(0)} = \delta V$$

было больше единицы. Иначе пустых проб будет больше, чем проб с одной частицей. Пусть

$$\delta V = K, K > 1.$$

Тогда

$$V = \frac{K}{\delta} = K \frac{q}{C}.$$

Отсюда и следуют различные подходы к тому, как выбрать расчетную фракцию частиц и соответствующее значение K, чтобы ошибка оценки содержания в окружающем пробу объеме была в каком-то смысле приемлемой. Так как различные формулы строились авторами на основе конкретного фактического материала, естественно, что они себя оправдывали в какой-то мере в аналогичных условиях до их изменения.

5. Применительно к одним и тем же исходным данным (см. табл. 8.3) различные формулы дают существенно различные результаты, что свидетельствует о невозможности их использования в новых условиях без соответствующих изменений, т.е. без выработки правил определения K, q, C.

6. Путь последовательной модернизации формул применительно к разнообразным изменяющимся условиям методологически не рационален. Более правилен логико-математический вывод аналитических зависимостей между погрешностью оценки содержаний, определяемой дисперсией измеряемой величины, и факторами, влияющими на эту погрешность. При этом в явном виде должны быть заданы исходные положения (постулаты) создаваемой модели, а следствия, вытекающие из модели, должны быть проверены экспериментом.

Следует заметить, что гранулометрический состав золотин должным образом учтен только в двух формулах табл. 8.3 (№ 9 и 10). Формула П.И. Кушнарева отличается от нашей только тем, что в ней отсутствует коэффициент вероятности t, принимаемый нами в расчетах равным 2.

Из нашей формулы видно, что представительный объем пробы обратно пропорционален среднему содержанию минерала и прямо пропорционален показателю вариации гранулометрического состава $q_0(W_q^2 + 1)$. Формула действительна при оценке усредненных по всем фракциям характеристик крупности и содержания минерала. Если же нам необходимо определить объем пробы для оценки содержания с погрешностью ε какой-либо узкой фракции, например крупных ювелирных алмазов, то можно принять $W_q \cong 0$ и формула № 10 (см. табл. 8.3) запишется в виде

$$V_{пр} = \frac{t^2 q}{\bar{C} \varepsilon^2},$$

где q — масса минеральной частицы фракции; $\bar{C}$ — среднее содержание данной фракции на оцениваемом участке.

Сравним формулу № 10 из табл. 8.3 с формулой, предложенной Л.И. Шаманским и его последователями:

$$V = K \frac{q_0}{C_0}.$$

Коэффициент K выбирается в зависимости от требуемой надежности обнаружения алмазов, но приемы его выбора не регламентированы. Из формулы № 10 табл. 8.3 коэффициент K можно выразить через показатель вариации гранулометрического состава и требуемую надежность оценки среднего содержания:

$$K = \frac{t^2 (W_q^2 + 1)}{\varepsilon^2}.$$

Проведенный в этом разделе анализ свидетельствует о том, что все предшествующие исследователи рекомендовали объемы проб существенно меньше, чем объем представительной пробы.

Глава 9

ОСОБЕННОСТИ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ ВЛИЯНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ПРАВИЛЬНОСТЬ ОПРОБОВАНИЯ И ОЦЕНКИ ЗАПАСОВ

В практике разведки и разработки месторождений полезных ископаемых, в результате проведения опытно-промышленных, методических и специальных научных работ, накоплен огромный фактический материал по опробованию и оценке запасов месторождений. Особое место в этом экспериментальном материале занимают нетрадиционные, часто уникальные по идее и выполнению эксперименты.

В этой главе широко используются результаты различных экспериментальных исследований для проверки основных следствий разрабатываемых математических моделей среды опробования и теоретических положений.

9.1. Степень и характер влияния геологических факторов на объем (массу) геологической пробы

9.1.1. Влияние содержания исследуемого компонента на объем представительной пробы

Среднее содержание исследуемого компонента во все построенные нами математические модели среды опробования входит как один из основных факторов, определяющий дисперсию и коэффициент вариации содержания в блоках-пробах объемом V. В соответствующих выражениях для определения объема представительной пробы содержание компонента находится в знаменателе (см. табл. 4.1), так же как и во всех ранее предлагавшихся формулах для расчета рационального или представительного объема пробы (см. табл. 8.3). В определенной мере это уже свидетельствует о правдоподобии развиваемого нами подхода, ибо предшествующие формулы многократно подвергались экспериментальной проверке во многих конкретных условиях.

Однако желательно иметь более веские аргументы о приемлемости математических моделей.

Простейшей из существующих (но не простой вообще) средой опробования является стандартный образец (СО). Наиболее подходящей математической моделью среды опробования применительно к материалам СО из всех построенных моделей (см. табл. 4.1) является модель М2. Согласно этой модели относительная среднеквадратическая ошибка оценки содержаний элемента в среде по анализу единственной навески объемом V (ошибка пробоотбора) равна (см. гл. 6)

$$W(C') = \left[\frac{q}{C_V}(W_q^2 + 1)\right]^{1/2}. \qquad (9.1)$$

Заметим, что (9.1) дает погрешность оценки содержания, обусловленную только характером и степенью неоднородности поля содержания элемента в опробуемой среде и не учитывает ошибку собственно лабораторного анализа.

Характеристика погрешности опробования СО с учетом точности методики выполнения аттестационных измерений $\Delta_а$ согласно ГОСТ 8.351-85 определяется по формуле

$$\Delta_{CO} = 1{,}1(\Delta_а^2 + \Delta_н^2)^{1/2}, \qquad (9.2)$$

где $\Delta_н$ — характеристика погрешности неоднородности СО [205].

В рассматриваемом случае $\Delta_н = W(C')$, где $W(C)$ определяется по (9.1). Тогда имеем

$$\Delta_{CO} = \left\{\left[\frac{\bar{q}}{C_V}(W_q^2 + 1)\right]^2 + \Delta_а^2\right\}^{1/2}. \qquad (9.3)$$

Формула (9.3) позволяет: дать априорную оценку Δ_{CO} в зависимости от уровня концентрации измеряемого элемента C, объема (массы) используемых в анализе навесок V, параметров гранулометрического состава частицносителей элемента $\bar{q}$ и W_q^2; установить степень и характер влияния этих факторов на погрешности аттестации СО (погрешности оценки содержания в среде опробования).

Следует, однако, заметить, что (9.1) дает оценку дисперсии содержания местной, поэлементной (элемент в данном случае — элементарный объем V среды опробования (СО)), неоднородности. Но даже при весьма тщательной подготовке СО возникает так называемая зональная неоднородность. Составляющую дисперсии оценки содержаний, вызванную зональной неоднородностью, обозначим $\Delta_{з.н}$.

Тогда окончательно получим

$$\Delta_{CO} = \left\{\left[\frac{\bar{q}}{C_V}(W_q^2 + 1)\right]^2 + \Delta_{з.н}^2 + \Delta_а^2\right\}^{1/2}. \qquad (9.4)$$

Критерием правдоподобия построенной математической модели ошибки оценки содержаний может быть совпадание степени и характера влияния на Δ_{CO} указанных факторов по (9.3) и экспериментальным данным. Этот анализ проводится в последующих разделах.

7 Заказ № 236

В 1969 г. Д.А. Красновым теоретическими построениями было показано, что коэффициент вариации содержаний параллельных измерений может быть представлен как $W(C') = a/\sqrt{C}$ [167].

А. Аренс в 1957 г. установил, что между логарифмом относительного стандартного отклонения параллельных анализов для отдельных элементов в стандартных образцах пород и логарифмом средней концентрации этого компонента в породе существует приблизительно обратная линейная зависимость (цит. по [261]). Другими словами, относительная ошибка аналитических данных тем больше, чем меньше концентрация определяемого элемента.

За прошедшее с тех пор время были проведены многочисленные детальные экспериментальные исследования в металлургии, геологии и горном деле на стандартных образцах, естественных и искусственных материалах (геологические образцы, сплавы, образцы продуктов переработки минерального сырья), показавшие общую и особенную зависимость коэффициента вариации $W(C')$ от средней концентрации элемента (табл. 9.1; рис. 9.1, 9.2).

Результаты абсолютного большинства этих многосторонних исследований показали, что зависимость коэффициента вариации содержаний из-за естественной неоднородности гомогенизированных образцов от уровня концентрации элемента C описывается выражением

$$W(C') = a/C^b \qquad (9.5)$$

при $b = 0{,}5$. Это подтверждается многолетним опытом ИСО ЦНИИчермета по обработке данных химических анализов, ежегодно выполняемых в процессе создания СО 150—200 лабораториями страны [238] и многими другими исследованиями [237, 294, 334—336, 370, 371, 373], что соответствует построенной нами простейшей модели неоднородности опробуемой среды М2 (см. табл. 4.13 и (9.1)). В реальной обстановке степень и характер зависимости Δ_{CO} от C будут определяться соотношением слагаемых в (9.4).

Однако тесные отрицательные корреляции между относительными погрешностями и величиной определяемого содержания компонентов C, как

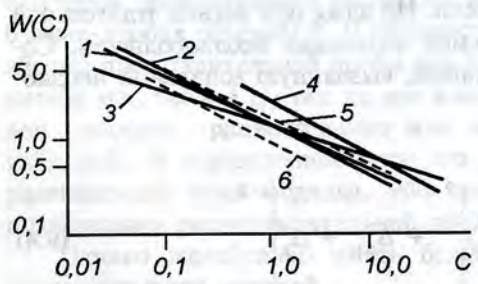


Рис. 9.1. Зависимость $W(C')$ от C при выполнении массовых анализов черных металлов по данным работ:
1 — [334, 335]; *2* — [237]; *3* — [370]; *4* — [371]; *5* — [373]; *6* — [294].

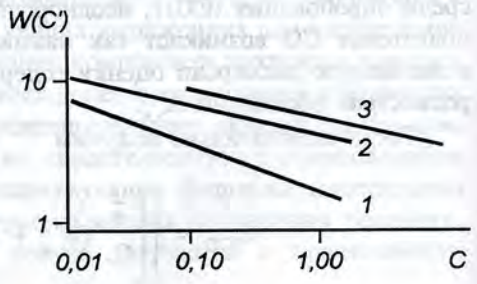


Рис. 9.2. Обобщенная оценка зависимости $W(C')$ от C при выполнении анализов:
1 — черных металлов; *2* — цветных металлов и сплавов; *3* — минерального сырья и сходных с ним объектов (кроме цементов).

Таблица 9.1

Экспериментальные зависимости коэффициента вариации $W(C')$ от средней концентрации элемента

Тип образцов, продукт	Исследуемый элемент	Вид зависимости и примечания	Литературный источник
Чугуны и стали. Руды черных металлов и ферросплавы. Минеральное сырье	Кислород, азот и другие элементы	$W = a/C^b$ Коэффициент b для относительно простых определений близок к 0,5, для более сложных (руды, ферросплавы), оставаясь в среднем близким к 0,5, колеблется в более широких пределах	[237, 294, 334—336, 370, 371, 373]
Руды, концентраты, агломераты и хвосты флотации свинцово-цинкового производства	Свинец, цинк, медь, сера	$W = 0{,}05/C^{0,5}$	[238]
Руды, шлаки, штейны, концентраты и хвосты флотации медного производства	Медь	$W = 0{,}035/C^{0,5}$	[238]
Медные руды и концентраты	Железо, сера, диоксид кремния	$W = 0{,}045/C^{0,5}$	[238]
Два английских и один отечественный стандартный образец состава марганцевых руд	Фосфор	$W = a/C^{0,5}$	
79 стандартных образцов 26 разных видов ферросплавов	Кремний, фосфор, железо, марганец, сера, углерод, цинк, сурьма, мышьяк, висмут, свинец и др.; всего 25 компонентов	$W = 0{,}015/C^{0,5}$ Получено путем обработки результатов межлабораторной аттестации в 1937—1977 гг. 529 характеристик 79 СО	[238]

отмечено в [210], наблюдаются при количественном анализе независимо от типов горных пород, анализируемых компонентов и используемых методик, что свидетельствует в пользу развиваемой в данной работе теории ошибок опробования.

Отмеченные закономерные связи между относительными погрешностями и характеристикой C нашли отражение в требованиях к точности анализа горных пород и минералов. Так, согласно ОСТ 41-08-21-282 Мингео СССР [226], допустимые относительные среднеквадратические отклонения результатов анализа, выполняемого методами III категории классификации по точности, на различные элементы и оксиды (более 60) возрастают в 5—40 раз по мере уменьшения содержания.

Для модели среды опробования М2 дисперсия оценки содержания компонента по пробам объемом V имеет вид (см. (2.14) и табл. 4.10):

$$D(C') = \frac{C\bar{q}}{V}(W_q^2 + 1). \qquad (9.6)$$

Поле содержания компонента любого реального месторождения неоднородно. Статистический закон распределения содержания однозначно определяется пространственным распределением. Наиболее общим законом распределения является обобщенный закон [20], для многих частных случаев которого имеет место равенство

$$D_з = C^2 W_з^2(C), \qquad (9.7)$$

где $W_з(C)$ — коэффициент вариации закономерной составляющей изменчивости поля содержания по месторождению.

Общая дисперсия результатов измерений (оценки) содержания согласно (5.3) будет

$$D_0(C') = \frac{C\bar{q}}{V}(W_q^2 + 1) + C^2 W_з^2(C)$$

или

$$D_0(C') = C^2\left[\frac{\bar{q}}{CV}(W_q^2 + 1) + W_з^2(C)\right]. \qquad (9.8)$$

Эта зависимость была проверена авторами на ряде россыпных месторождений алмазов, олова, золота Республики Саха (Якутия) в процессе проведения опытно-методических работ ПГО "Якутскгеология" в 1985—1987 гг. (рис. 9.3—9.5).

При делении множества разобщенных блоков алмазоносной россыпи на три группы по уровню среднего содержания с последующим рассмотрением дисперсий содержаний в каждой группе блоков получена линейная зависимость дисперсии от содержания (см. рис. 9.3). Это вполне согласуется с (9.8), поскольку в таком случае в каждой группе блоков $W_з(C) \approx 0$.

При разделении россыпи на три крупных квазиоднородных односвязных блока та же зависимость становится параболической (см. рис. 9.4), что также согласуется с (9.8) при $W_з(C) \neq 0$.

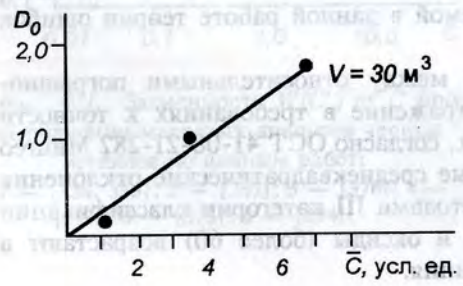
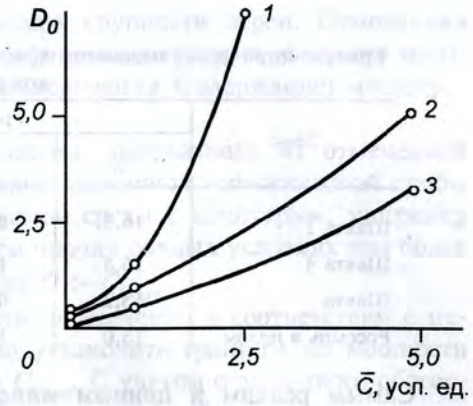


Рис. 9.3. Зависимость дисперсии содержаний по данным валовых проб (V = const = 30 м^3) от среднего содержания алмазов на однородных участках россыпи с различным уровнем алмазоносности.

Рис. 9.4. Зависимость $D_0(C')$ от $\bar{C}$ при разделении россыпи на три крупных неоднородных по алмазоносности блока.
1 — $V \leq 0{,}25$ м^2; *2* — 0,5—4,0; *3* — V = 20—30 м^3.



В некоторой степени нелинейность зависимости дисперсии содержания от среднего содержания алмазов в опробованных крупных квазиоднородных по уровню содержания блоках вызвана также некоторым различием гранулометрических характеристик кристаллов алмаза в этих блоках (табл. 9.2). Подобные нелинейные зависимости дисперсии $D_0(C')$ от содержания $\bar{C}$ получены при разных видах разведочных выработок по оловянной россыпи Кэрбэнг (см. рис. 9.5).

Из (9.8), как и из графиков рис. 9.4, 9.5, следует, что нелинейность зависимости $D_0(C)$ от содержания C тем ярче, чем меньше объем пробы V, и при прочих равных условиях дисперсия тем меньше, чем больше объем пробы.

Концентрации полезных минералов и элементов в рудах и россыпях изменяются в исключительно широких пределах (табл. 9.3).

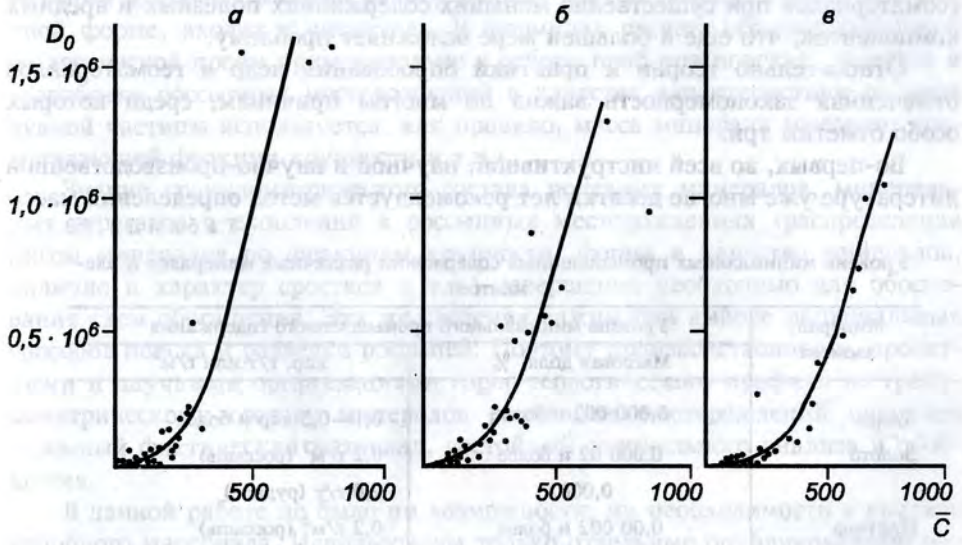


Рис. 9.5. Зависимость дисперсии $D_0(C')$ от $\bar{C}$ по пробам УКБ-8″ (*а*), УКБ-19 3/4″ (*б*) и шурфов (*в*) (россыпь Кэрбэнг, олово).
V, м^3: *а* — 0,012; *б* — 0,078, *в* — 0,5.

Таблица 9.2

Гранулометрические параметры кристаллов алмаза выделенных крупных блоков россыпи

Блок	Гранулометрический параметр			
	q_0	W_q	$W_q^2 + 1$	$\pi_0 = q_0(W_q^2 + 1)$
Шахта 1	16,3	0,97	1,94	31,6
Шахта 4	16,5	1,30	2,69	44,4
Шахта	13,2	0,96	1,92	25,3
Россыпь в целом	15,0	1,00	2,00	30,0

Самым редким и ценным минералом является алмаз. Минимальное промышленное содержание алмаза (как и любого элемента) зависит от физико-географических, горно-геологических условий месторождения и качества. Известны случаи разработки при содержании алмазов около 0,1 кар/т руды или 1 м^3 песков.

Золото и платину добывают из россыпных месторождений с концентрацией 0,2 г/м^3.

Добыча цветных металлов оправдывается при содержании в первые проценты, а черных — уже в первые десятки процентов.

Таким образом, объемы представительных проб, в расчетные формулы которых содержание компонента входит в знаменатель, для месторождений различных полезных ископаемых могут различаться в сотни и тысячи раз (по фактору — содержание компонента).

В геохимии и экологии возникает необходимость опробования недр и геоматериалов при существенно меньших содержаниях полезных и вредных компонентов, что еще в большей мере осложняет проблему.

Относительно теории и практики опробования недр и геоматериалов отмеченная закономерность важна по многим причинам, среди которых особо отметим три.

Во-первых, во всей инструктивной, научной и научно-производственной литературе уже многие десятки лет рекомендуется метод определения массы

Таблица 9.3

Уровень минимальных промышленных содержаний различных минералов и элементов

Минерал, элемент	Уровень минимального промышленного содержания	
	Массовая доля, %	кар, г/т или г/м^3
Алмаз	0,000 002 и более	0,1—0,5 кар и более
Золото	0,000 02 и более	0,2 г/м^3 (россыпь)
	0,0002	2,0 г/т (рудное)
Платина	0,00 002 и более	0,2 г/м^3 (россыпь)
Олово	0,01	100 г/т (россыпь)
Медь	0,3	3000 г/т (рудное)
Цинк	1,5	15 000 г/т (рудное)
Железо	20 и более	200 000 г/т

аналитической навески исходя из средней крупности зерен. Отмеченная закономерность свидетельствует о том, что при решении этой задачи необходимо учитывать также и значение концентрации (содержание) исследуемого элемента или соединения.

Во-вторых, важно и то обстоятельство, вытекающее из отмеченной выше закономерности: если масса (объем) первичной геологической пробы является представительной для опробуемой среды с некоторым, например бортовым, содержанием $C_{борт}$, то она при прочих равных условиях тем более представительна для этой среды при всех $C > C_{борт}$.

В-третьих, для любого разведочного пересечения в соответствии с целями и задачами разведки необходимо установить границы по мощности геологического тела или в плане с $C = C_{борт}$. С учетом отмеченного обстоятельства это не только позволяет, но даже делает необходимым определять массу (объем) первичной геологической пробы исходя из содержания, равного бортовому. Конечно, во многих других задачах, например при геохимических исследованиях ореолов, экологических исследованиях и т.д., вместо бортового содержания $C_{борт}$ необходимо брать другие, как правило, существенно меньшие значения, соизмеримые с пределом обнаружения, ПДК, ПДН, кларком и др.

9.1.2. Влияние гранулометрического состава минералов на объем представительной пробы

Во все эмпирические и теоретические формулы расчета рациональных и представительных масс и объемов проб при опробовании недр и минерального сырья и пробообработки размер рудных частиц, выраженный в той или иной форме, входит в числитель. В формулах расчета объемы первичной геологической пробы применительно к отбору проб при поисках, разведке и разработке россыпных месторождений в качестве характеристики размера рудной частицы используется, как правило, масса минерала (средняя, преобладающей фракции крупности и т.п.).

Знание гранулометрического состава полезных минералов, минеральных агрегатов и скоплений в россыпных месторождениях (распределение массы минералов по фракциям крупности, форма и качество минералов, наличие и характер сростков и т.п.) совершенно необходимо для обоснования схем обогащения. Эти же сведения важны при выборе рациональных способов поиска и разведки россыпей. Поэтому производственными, проектными и научными организациями горно-геологического профиля по гранулометрическому составу минералов различных месторождений накоплен огромный фактический материал, достойный специального анализа и обобщения.

В данной работе не было ни возможности, ни необходимости в анализе подобного материала. Использованы только отдельные опубликованные материалы или полученные авторами при проведении совместных работ с бывшим ПГО "Якутскгеология".

Объем представительной пробы относительно опробования модельной среды М2 (см. табл. 4.1) прямо пропорционален фундаментальной характеристике контрастности рудного вещества с дискретной организацией

$$\pi_0 = q_0(W_q^2 + 1). \qquad (9.9)$$

Применительно к опробованию месторождений одноименного полезного ископаемого этот фактор (π_0) оказывает решающее влияние на объем представительной пробы (табл. 9.4).

Масса кристаллов алмазов изменяется от десятых долей миллиграмма до крупных камней в десятки и сотни граммов. Крупные кристаллы встречаются весьма редко.

Россыпные месторождения отличаются относительно большим содержанием крупных кристаллов алмазов и золотин. Для каждого алмазо- и золотоносного района типичны определенная средняя масса кристаллов алмаза и крупность золота.

Имеются алмазосодержащие отложения с мелкими зернами алмазов со средней массой не более 2 мг. Однако большинство разрабатываемых в мире и России алмазоносных россыпей характеризуется средней массой кристаллов алмазов в десятки и редко — сотни миллиграммов.

Россыпным месторождениям золота свойствен еще больший диапазон изменения крупности золотин, коэффициента вариации массы золотин и параметра π_0 (см. табл. 9.4).

Таблица 9.4

Пределы возможного изменения фундаментальной характеристики контрастности опробуемой среды

Месторождения, минералы	Пределы изменения		
	q_0, мг	W_q	π_0
Алмазы			
россыпные	2—300	0,2—2,0	2—1500
коренные	1—200	0,2—2,0	1—1000
Золото			
россыпные	0,1—5000	0,2—3,0	0,1—50 000
коренные	0,001—20	0,2—2,0	0,2—100
Олова			
россыпные (касситерит)	0,1—500	0,2—2,0	0,1—2500
Минералы россыпей			
ильменит	0,002—0,03	0,2—2,0	0,002—0,01
титано-магнетит	0,002—0,03	0,2—2,0	0,002—0,01
рутил	0,002—0,03	0,2—2,0	0,002—0,01
циркон	0,001—0,05	0,2—2,5	0,002—0,03
монацит	0,002—0,03	0,2—2,0	0,002—0,01
колумбит	0,001—0,05	0,2—2,5	0,002—0,03

В россыпных месторождениях мелкого, тонкого и тонкодисперсного золота, в большинстве своем не разведанных и не разрабатываемых (эоловые, косовые россыпи и др.), значения средней массы золотин находятся в пределах 0,01—0,10 мг, и в богатых россыпях с крупным золотом они достигают первых граммов.

Крупность зерен касситерита в месторождениях олова варьирует в широких пределах. Самый тонкий касситерит (менее 0,1 мм) свойствен некоторым участкам месторождения Фестивальное. Наиболее крупными выделениями касситерита отличается Иультин, где размер кристаллов этого минерала достигает нескольких сантиметров. Касситерит встречается в виде скоплений от 5—15 до 20—30 мм, прожилков, идиоморфных кристаллов и сростков. Однако для большинства эксплуатируемых рудных месторождений характерны тонковкрапленные (0,01—0,10 мм), мелко- (0,1—1,0 мм) и средневкрапленные (1—2 мм) руды [128, 136].

Приведенные данные о пределах возможного изменения фундаментальной характеристики контрастности рудного вещества (см. табл. 9.4) свидетельствуют о том, что только за счет изменения π_0 на месторождениях одноименного полезного ископаемого объем представительной пробы может изменяться в тысячу (месторождения алмазов) и десятки тысяч (россыпные месторождения золота) раз.

9.1.3. Влияние объема (массы) пробы на дисперсию оценки среднего содержания компонента в опробуемой среде

Дисперсия оценки содержания, определяемая формулой (9.8), может быть представлена в виде

$$D_0(C') = A + \frac{B}{V}, \qquad (9.10)$$

где $A = C^2(W_3^2(C))$; $B = C\pi_0$ — соответствующие параметры среды опробования, не зависящие от объема пробы.

Подобная зависимость дисперсии оценки содержания от объема первичных геологических проб остается справедливой практически для всех построенных математических моделей среды опробования (см. табл. 4.1). Она находит многочисленные экспериментальные подтверждения по результатам как наших опытно-методических работ (рис. 9.6, 9.7), так и многих других исследований (рис. 9.8—9.10).

Факт закономерного снижения дисперсии и (или) коэффициента вариации содержаний при увеличении объема проб по данным экспериментальных исследований отмечался во многих работах [20, 38, 142, 210, 240, 249, 269, 270, 326 и др.].

Эта закономерность лежит в основе теории В.З. Козина опробования на обогатительных фабриках, где зависимости дисперсии покускового опробования от размера кусков придается особое значение. Один из примеров такой зависимости представлен на рис. 9.11.

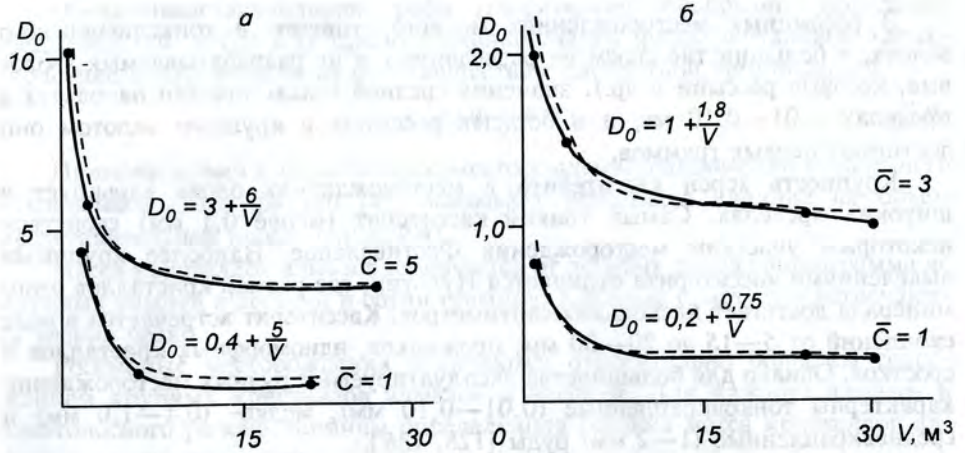


Рис. 9.6. Зависимость дисперсии оценки содержания алмазов от объема пробы по данным опробования одной из россыпей Якутии:

а — при разделении россыпи на ряд несвязных блоков с двумя уровнями алмазоносности; *б* — при выделении на россыпи двух больших связных блоков с двумя уровнями алмазоносности. Сплошные кривые — экспериментальные зависимости, штриховые — теоретические.

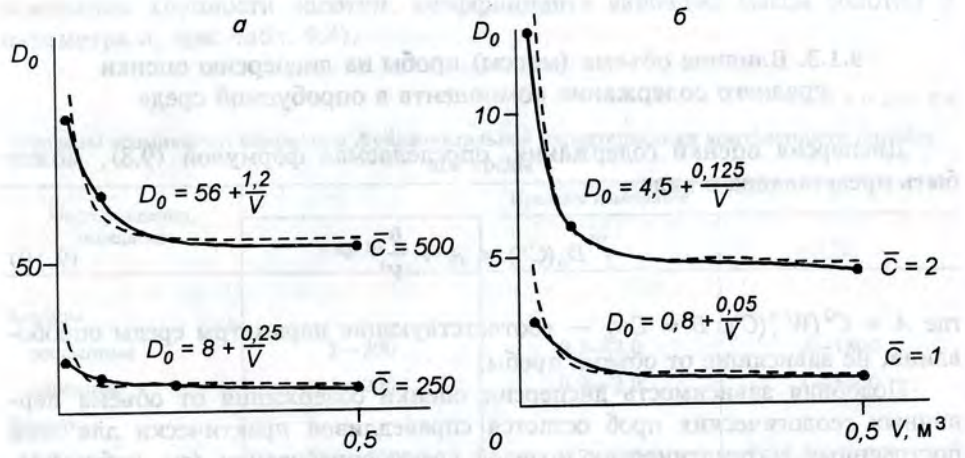


Рис. 9.7. Зависимость дисперсии оценки содержания олова от объема пробы по данным опробования россыпи Кэрбэнг (*а*) и золота — Аленка (*б*) (усл. обозн. см. на рис. 9.6).

Таким образом, вытекающие из основной математической модели М2 (см. табл. 4.1) среды опробования особенности и закономерности влияния уровня и неоднородности поля содержания, гранулометрического состава минеральных включений и объема пробы на случайную ошибку пробоотбора вполне удовлетворительно подтверждаются данными натурных экспериментов производственного, опытно-методического и научного назначения.

В то же время применительно к опробованию рудных месторождений из-за большого разнообразия и относительной сложности текстур руд остается проблематичным способ определения основных параметров среды опробования q, W_q^2 и π_0. А в отношении опробования россыпных месторождений дополнительной экспериментальной проверки требуют как гипотеза о случайном равномерном (пуассоновском) распределении минералов в среде опробования, так и ряд других важнейших следствий из математических моделей среды опробования (например, систематического занижения содержаний и запасов компонента при существенно непредставительном опробовании).

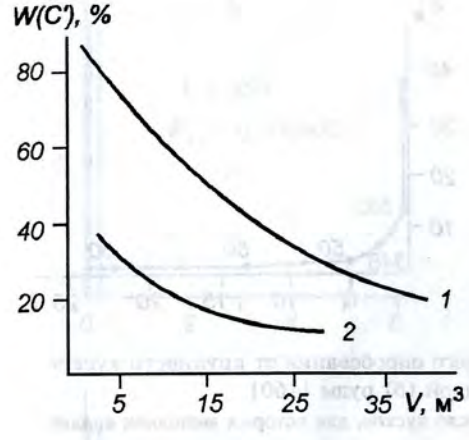


Рис. 9.8. График средних относительных отклонений от среднего содержания золота в галечных отвалах (*1*) и в отвалах торфов (*2*) при разном объеме проб (цит. по [40]).

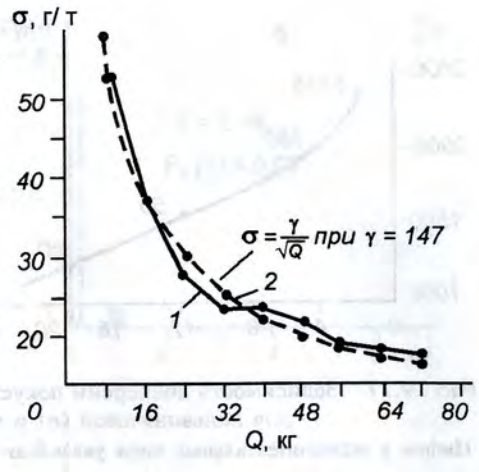


Рис. 9.9. Кривые зависимости между средним квадратическим отклонением и размером пробы.

1 — фактическая кривая, полученная по данным опробования; *2* — теоретическая кривая, вычисленная по формуле (данные В.М. Гудкова).

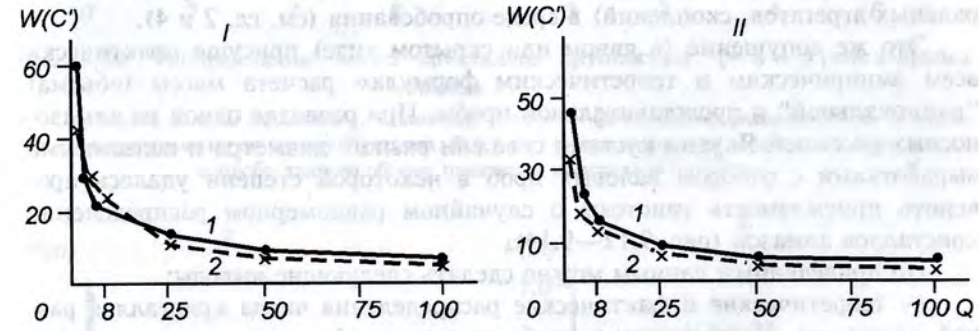


Рис. 9.10. Расчетная (*1*) и эмпирическая (*2*) зависимости коэффициента вариации от размера пробы по редкометалльному пегматитовому месторождению:

I — для оксида лития; *II* — для оксида бериллия.

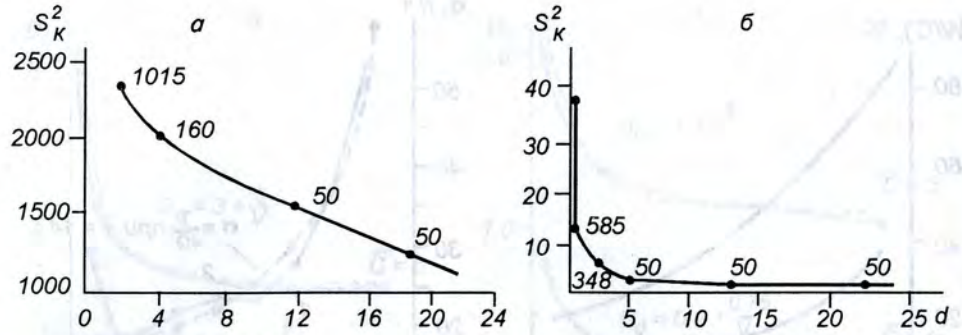


Рис. 9.11. Зависимость дисперсии покускового опробования от крупности кусков для сильвинитовой (*а*) и медной (*б*) руды [160].

Цифры у экспериментальных точек указывают число кусков, для которых выполнен анализ.

9.2. Экспериментальная проверка правомерности гипотезы о пуассоновском поле минералов в локальном участке россыпи

Основным и единственным допущением при выводе основной математической модели М2 и вытекающих из нее следствий была гипотеза о случайном равномерном распределении разноразмерных минералов (минеральных агрегатов, скоплений) в среде опробования (см. гл. 2 и 4).

Это же допущение (в явном или скрытом виде) присуще практически всем эмпирическим и теоретическим формулам расчета массы (объема) "рациональной" и представительной пробы. При разведке одной из алмазоносных россыпей Якутии кустами скважин разного диаметра и подземными выработками с отбором валовых проб в некоторой степени удалось проверить приемлемость гипотезы о случайном равномерном распределении кристаллов алмазов (рис. 9.12—9.14).

По приведенным данным можно сделать следующие выводы:

— теоретические и фактические распределения числа кристаллов разной крупности, попадающих в пробу заданного объема в условиях данной рсссыпи, достаточно хорошо согласуются между собой (см. рис. 9.12, 9.13);

— в малые объемы проб (до 0,3 м^3) кристаллы крупностью (− 8 + 4) мм теоретически с вероятностью, близкой к единице, не попадают;

— теоретическое распределение расстояний между кристаллами — ближайшими соседями на прямой (вдоль разведочных штреков) — при пуассоновском поле кристаллов хорошо описывает экспериментальные данные (см. рис. 9.14).

Нарушение гипотезы о случайном равномерном распределении кристаллов алмаза (или других минералов) не обесценивает математическую модель среды опробования М2, хотя в основу построения ее положена именно эта гипотеза.

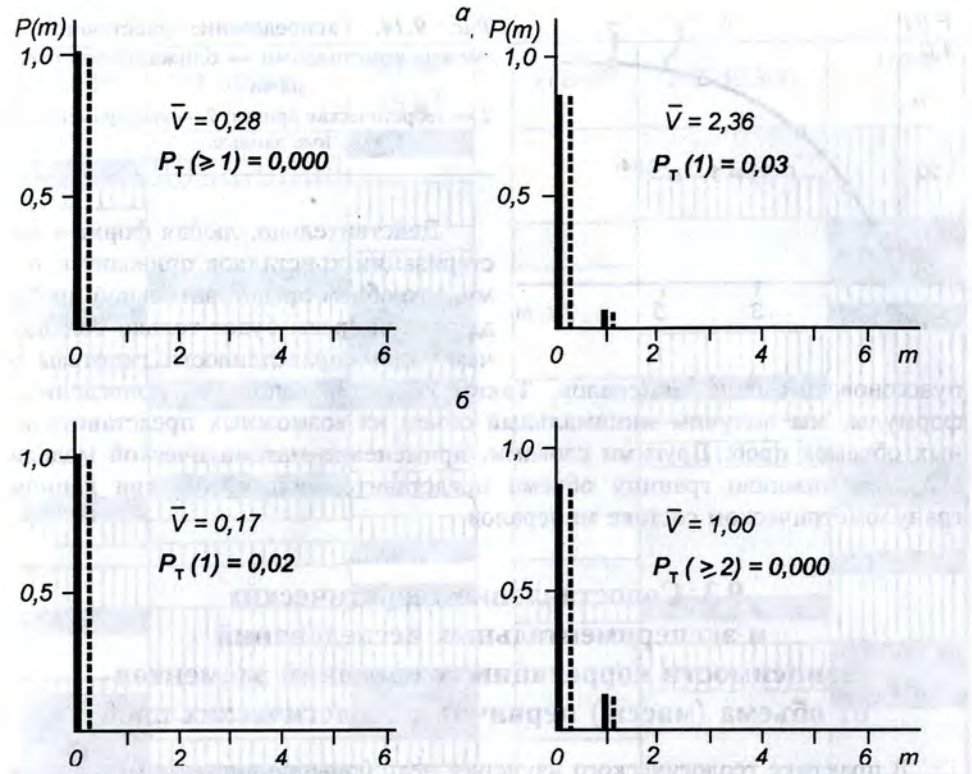


Рис. 9.12. Распределение числа кристаллов крупностью (− 8 + 4) мм в пробах объемом V.

а — по шахте 5; *б* — по шахте 1. Сплошные линии — фактические распределения, штриховые — теоретические по закону Пуассона. $P_т(\geq m)$ — теоретическая вероятность того, что в пробу данного объема попадет m кристаллов или более.

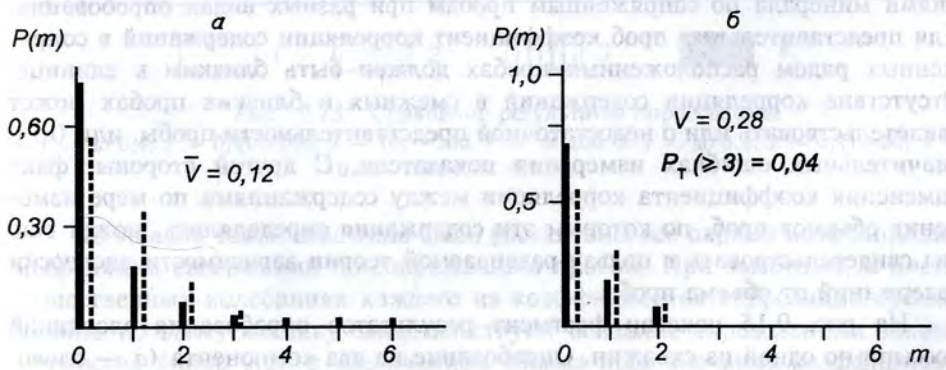


Рис. 9.13. Распределение числа кристаллов в пробах объемом V.

а — крупностью (− 4 + 2) мм; *б* — (+ 0,5 − 1,0) мм. Остальные усл. обозн. см. на рис. 9.12.

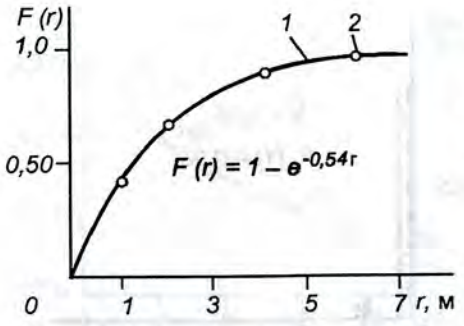


Рис. 9.14. Распределение расстояний между кристаллами — ближайшими соседями.

1 — теоретическая кривая; *2* — экспериментальные данные.

Действительно, любая форма кластеризации кристаллов приводит к тому, что объем представительной пробы для такой среды будет только больше, чем при справедливости гипотезы о пуассоновском поле минералов. Таким образом, используя приведенные формулы, мы получим минимальный объем из возможных представительных объемов проб. Другими словами, применение математической модели М2 дает нижнюю границу объема представительной пробы при данном гранулометрическом составе минералов.

9.3. Сопоставление теоретических и экспериментальных исследований зависимости корреляции содержаний элементов от объема (массы) первичных геологических проб

В практике геологического изучения недр большое внимание уделяется изучению корреляционных связей содержаний одного и того же минерала (элемента) в смежных и удаленных пробах, а также статистических зависимостей между значениями содержаний разных минералов и элементов в одних и тех же или разных пробах.

Для нас представляет интерес изучение корреляции между содержаниями минерала по сопряженным пробам при разных видах опробования. Для представительных проб коэффициент корреляции содержаний в сопряженных рядом расположенных пробах должен быть близким к единице. Отсутствие корреляции содержаний в смежных и близких пробах может свидетельствовать или о недостаточной представительности пробы, или (и) о значительных ошибках измерения показателя. С другой стороны, факт изменения коэффициента корреляции между содержаниями по мере изменения объемов проб, по которым эти содержания определялись, может еще раз свидетельствовать в пользу развиваемой теории зависимости дисперсии содержаний от объема пробы.

На рис. 9.15 показан фрагмент результатов опробования оловянной россыпи по одной из скважин. Опробование на два компонента (*а* — олово, *б* — диоксид вольфрама) проведено тремя видами выработок. Объемы проб по ним составляли соответственно 0,012; 0,078 и 0,50 м^3.

Визуальное сравнение результатов опробования указывает на высокую изменчивость содержания обоих компонентов по вертикали и горизонтали, на высокую разницу значений содержаний по сопряженным пробам разного вида опробования, а также на заметное занижение содержаний по УКБ-8″.

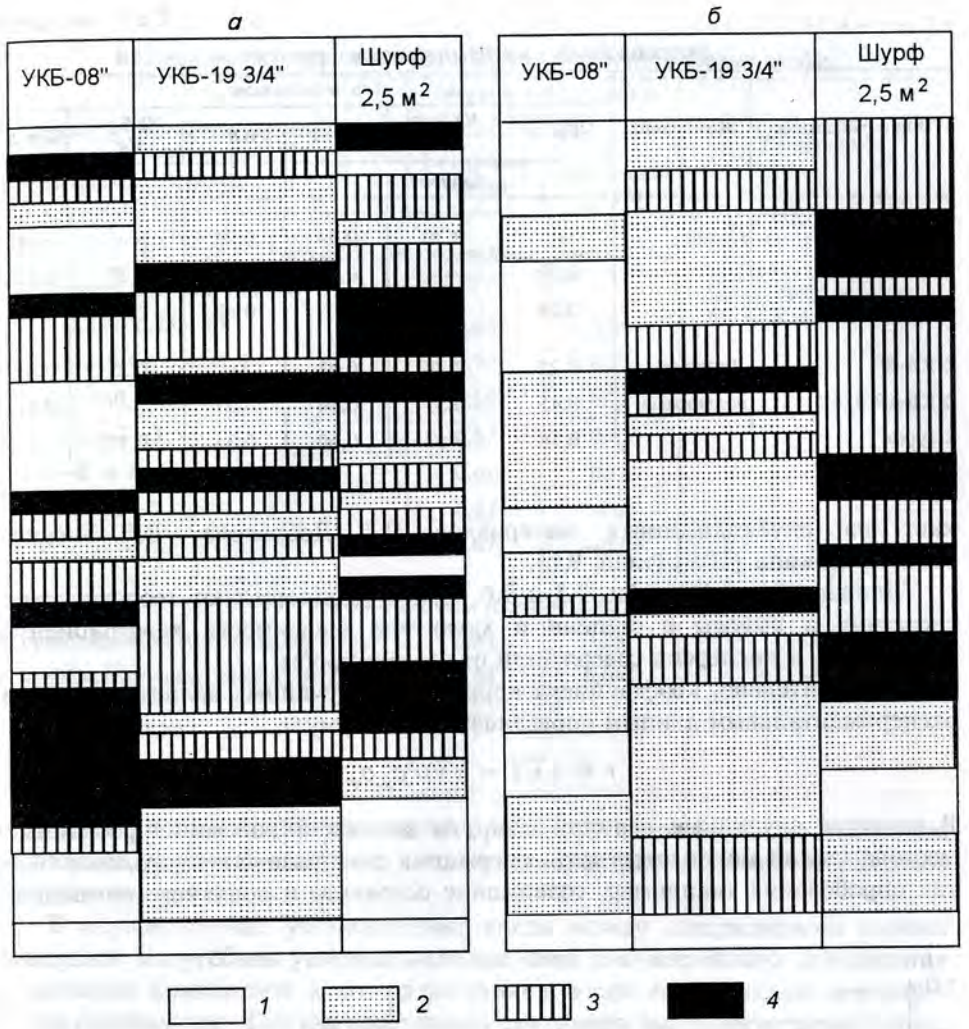


Рис. 9.15. Сравнение результатов опробования.

а: *1* — до 0,4; *2* — 0,41—100; *3* — 101—200; *4* — > 200. *б*: *1* — до 0,4; *2* — 0,41—50; *3* — 0,51—100; *4* — > 100.

По каждой такой скважине были рассчитаны все парные коэффициенты корреляции содержаний по сопряженным пробам. При заметных, а иногда существенных колебаниях каждого из коэффициентов корреляции средние данные по всему массиву свидетельствуют о вполне определенных закономерностях (табл. 9.5): с увеличением объема проб значения коэффициента корреляции монотонно возрастают. В отличие от данных табл. 9.5, по оловянной россыпи (рис. 9.16, *б*) приведены обобщающие результаты по всей совокупности пройденных выработок.

Зависимость коэффициента корреляции (автокорреляции) содержаний от объема проб, по которым определяются содержания, отмечена по данным экспериментальных работ Ю.В. Прищепы [249]. Эта же зависимость выте-

Таблица 9.5

Матрица парных коэффициентов корреляции

Вид опробования	Компонент	Вид опробования					
		УКБ-8''	УКБ-19 3/4''	Шурф	УКБ-8''	УКБ-19 3/4''	Шурф
		Олово			Диоксид вольфрама		
УКБ-8''	Олово	—	0,30	0,34	0,22	0,45	0,56
УКБ-19 3/4''		0,30	—	0,46	0,28	0,57	0,62
Шурф		0,34	0,46	—	0,43	0,54	0,60
УКБ-8''	Диоксид	0,22	0,28	0,43	—	0,27	0,34
УКБ-19 3/4''	вольфрама	0,45	0,57	0,54	0,27	—	0,77
Шурф		0,56	0,62	0,60	0,34	0,77	—

кает из опубликованных материалов Н.Л. Добрецова, В.В. Зуенко, М.Л. Шемякина [105] (табл. 9.6).

Данные рис. 9.16, табл. 9.5 и 9.6 хорошо подтверждают теоретические следствия и выводы о степени и характере зависимости коэффициента корреляции и дисперсии содержаний от объема пробы.

Действительно, коэффициент корреляции случайных величин x и y по экспериментальным данным определяется по формуле

$$r = (\overline{x\,y} - \overline{x}\,\overline{y})/\sigma_x \sigma_y. \qquad (9.11)$$

В качестве случайных величин x и y в задачах опробования россыпных месторождений могут выступать содержания двух разных минералов в местах опробования (например, содержание основного и попутного компонен-

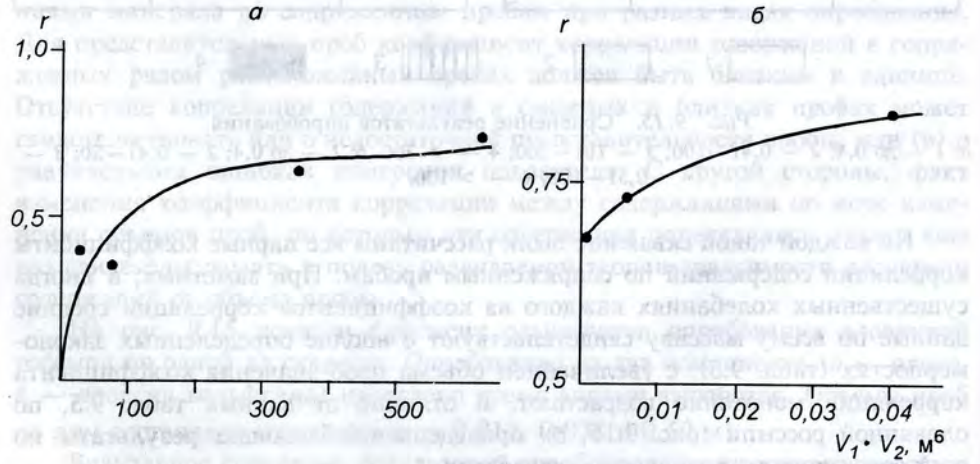


Рис. 9.16. Зависимость коэффициента корреляции между содержаниями, определенными по разным объемам проб.
а — по россыпи алмазов; *б* — по оловянной россыпи.

Таблица 9.6

Коэффициенты корреляции содержаний компонента в разных пробах

Группа месторождений, исследуемые компоненты	Значение коэффициента корреляции		Примечание
	по валовым пробам	по бороздовым пробам	
Россыпное месторождение золота [250]			
Содержание фракций Au, мм:			Число проб: валовых — 61; бороздовых — 68
—0,25 и 0,25—0,4	0,83	0,80	
0,25—0,4 и 0,4—1,0	0,79	0,57	
0,4—1,0 и 1,0—2,0	0,86	0,73	
1—2 и 2—3	0,87	0,57	
2—3 и 3—5	0,61	0,16	
3—5 и 5—7	0,22	н.д.	
5—7 и > 7	0,07	—0,04	
Месторождения алмазов [105]			
С преобладанием мелких кристаллов	0,33	0,28*	—
С преобладанием крупных кристаллов	0,24	0,09*	—

*Керновые пробы.

тов) одного и того же компонента по пробам, расположенным на некотором расстоянии (при определении автокорреляционных функций и радиусов корреляции) и т.п.

В первом случае установленные связи между содержаниями разных минералов могут быть успешно использованы для косвенного определения содержания компонента x по содержанию y и при генетической интерпретации наблюдений. Так как содержания спутников часто значительно выше, то при наличии тесной связи между содержаниями основного компонента и попутных это позволяет определять содержание компонента по содержаниям спутников при малообъемном опробовании, что, естественно, дает значительный экономический эффект.

Крайне важно установить корреляционные связи содержаний основных и сопутствующих элементов при разработке теории и практики опробования, а также оценке запасов и порционной, покусковой сортировке руд. Подобный прием можно использовать, например, и при наличии корреляционных связей между содержаниями россыпного золота и других сопутствующих минералов. Наличие таких связей между содержаниями золота имагнитных минералов позволяет изменить в принципе поиск, опробование и разведку россыпей.

Авто- и взаимно корреляционные функции используются при оптимизации сетей опробования и разведки.

Однако, несмотря на давно известный факт зависимости дисперсии содержаний от объема проб, по которым эти содержания определены, зависимость коэффициента корреляции от объема проб остается до сих пор неясной.

В то же время из зависимости дисперсии содержаний от объема пробы по (2.14) и формулы (9.11) вытекают следующие качественные закономерности:

— по мере увеличения объема пробы до объема представительной пробы коэффициент корреляции между содержаниями двух различных минералов увеличивается от r_{min} до своего предельного значения, обусловленного природными условиями;

— с увеличением объема пробы до представительного объема радиус корреляции растет от Q_{min} до своего предельного значения, обусловленного природными условиями.

При этом, как показала неоднократная проверка, коэффициент корреляции по мере увеличения объема пробы может вырасти в несколько раз, а при малых объемах пробы можно допустить принципиальную ошибку, придя к заключению о некоррелируемости рассматриваемых переменных.

Таким образом, при изучении и интерпретации статистических связей между содержаниями разных минералов важно наряду с коэффициентами корреляции или корреляционными отношениями приводить данные об объеме проб, по которым изучались эти связи.

9.4. Систематическое занижение содержаний и запасов компонента при существенно непредставительном опробовании: теория, практика, эксперимент

Одним из важнейших следствий разработанных математических моделей среды опробования являются выводы о систематическом занижении содержаний полезного компонента, мощности и площади продуктивных тел и запасов полезного ископаемого при опробовании объемами проб, существенно меньшими представительных.

Практика разведки и разработки полезных ископаемых накопила огромный фактический материал по данному вопросу, многократно обсуждавшемуся на совещаниях, научно-практических конференциях и в научной литературе. Проведено огромное число опытно-методических исследований. Правильное опробование горных пород, руд, россыпных месторождений, добытого минерального сырья и продуктов его переработки возможно только при наличии специальных методов, позволяющих с достаточной полнотой извлекать минералы и элементы, концентрировать их во фракции достаточной чистоты и с необходимой и достаточной точностью проводить лабораторный анализ.

Существует множество видов полезных ископаемых и других минеральных комплексов, из которых при обычных методах поиска, разведки месторождений и обогащения минерального сырья не извлекаются многие минералы. Например, история освоения россыпных месторождений золота характерна тем, что при их поисках, разведке и разработке оценивалось и добывалось только гравитационно извлекаемое свободное золото. При этом мелкое золото учитывалось и извлекалось частично, а тонкое и дисперсное практически и не учитывалось, и не извлекалось.

Это, безусловно, приводило к систематическому занижению геологических запасов золота. Однако эта проблема выходит за рамки настоящего исследования. Здесь рассматривается вопрос систематического занижения запасов только извлекаемых минералов при соответствующем уровне техники и технологии обогащения.

9.4.1. Практика и эксперимент о масштабах и причинах занижения запасов при разведке россыпных месторождений

На протяжении последних 60 лет и в настоящее время регулярно отмечается систематическое занижение содержаний золота, мощности и площади продуктивных пластов, доли крупных фракций и общих запасов по результатам разведки и эксплуатационного опробования против данных эксплуатации, специального крупнообъемного опробования и опытно-промышленной отработки участков россыпей (табл. 9.7). Так называемые коэффициенты намыва (КН) или намывные коэффициенты (НК), равные отношению добытого металла к запасам по данным разведки, практически во всех районах россыпной золотодобычи систематически в среднем больше единицы, в большинстве случаев достигают 2—3, а на россыпях с малой продуктивностью, фоновым содержанием по данным разведки — многих десятков (см. табл. 9.7).

По данным Р.И. Изета и П.П. Утина [130], в 1961—1964 гг. на месторождениях с КН > 1 ежегодно добывалось 70—75 % всего золота. Этот факт ими принимается как весомый аргумент обоснованности методики разведки и оценки запасов россыпных месторождений.

Безусловно, такое положение создавало определенный "запас прочности", уменьшая и даже устраняя профессиональный риск разведчиков недр и экономический — принимающих эти месторождения горняков.

Факт систематического занижения запасов металла по данным разведки шурфами и (или) скважинами был настолько естественным, что в практику разведки и оценки россыпей вошло правило введения поправочных коэффициентов. Они вычислялись и вычисляются до сих пор как отношение содержания или вертикального запаса по заверочному более представительному опробованию к такому же показателю по данным разведки. Значения поправочных коэффициентов $K_п$ в большинстве случаев больше единицы, часто в пределах 1,5—3,0 и достигают первых десятков (см. табл. 9.7, рис. 9.22).

Большинство авторов основной причиной занижения содержаний при малообъемном опробовании против крупнообъемного считают непопадание или редкое попадание в пробу малого объема крупных золотин. Именно поэтому при малообъемном опробовании занижается доля золота крупных

Таблица 9.7

Обзор информации о занижении запасов россыпных месторождений

Район, месторождение, способ опробования, источник информации	Масштабы и причины занижения
1	2
Северо-Восток РФ, прииски Утиный, Штурмовой, В. Ат-Урях, Туманный. Бороздовое опробование нарезных и очистных выработок $V = 0{,}006$ и $0{,}012$ м^3 (цит. по В.Я. Шолкину [346] с использованием данных Г.Д. Емельянова (1941 г.), Г.И. Смотрелкина, В.И. Носкова, И.Н. Кучина, Б.Ф. Бандорина, Е.Н. Урусова, А.А. Панова (1942 г.))	Как правило, результаты бороздового опробования бывают заниженными в 2—3 раза. Занижение идет как из-за уменьшения мощности пласта песков, так и за счет снижения среднего содержания. На россыпях с мелкими фракциями результаты валового опробования превышают результаты бороздового в 1,2—1,5, а с крупными — в 3—4 раза (объем промывки из валовой пробы $\approx 0{,}15$ м^3). Причины: крупные золотины (20—60 г) с большой вероятностью не попадают в малые пробы; плохое оборудование и организация отбора проб и их обработки
Золотодобывающие регионы РФ (И.К. Кулаков, 1955 г. [172])	Добытого золота в большинстве случаев бывает больше, чем определено разведкой. Коэффициенты намыва по данным трестов следующие: — 1,11—1,54 ("Енисейзолото", 1938—1952 гг.); — 0,89—1,66 ("Уралзолото", 1948—1952 гг.); — 1,12—2,16 ("Приморзолото", 1948—1952 гг.); — от 1,13 ("Амурзолото", 1948—1952 гг.) до 1,46 ("Якутзолото", 1948—1952 гг.), оставаясь в редких случаях меньше единицы. При учете потерь при промывке эти коэффициенты еще выше
Северо-Восток РФ, предприятия "Дальстроя" (Е.И. Богданов, 1957 г. [39, с. 135])	"...уже на протяжении десятка лет на большинстве предприятий фактическая мощность пласта оказывается больше разведанной. Объяснить это обстоятельство только нарушением технологии горных работ... по нашему мнению, нельзя"
Северо-Восток РФ, предприятия "Дальстроя" (А.Н. Борисова, 1957 г. [47, с. 154])	"На прииске Перспективный по данным геологического подсчета для промприбора № 4 запас песков обеспечивал работу его на 15 дней, фактически же промприбор на этом полигоне работал 3 месяца и выполнил 3 годовых плана по металлу... Имеет место путаница в определении выемочной мощности"
Северо-Восток РФ, прииск Комсомольский (К.В. Кошлаков, 1957 г. [164])	"Нередки случаи, когда по данным шурфовки в отдельных целиках не значится вообще никаких запасов или последние числятся за балансом, и только после проходки траншей и тщательного опробования в этих контурах выявляются промышленные запасы". Например, в блоке между разведочными линиями 1 и 76 числились только забалансовые запасы (рис. 9.17). В 1955 г. между этими линиями были пройдены две траншеи, что позволило ввести в эксплуатацию весь полигон площадью 12,7 тыс.м^2. Фактические запасы золота оказались почти в 3 раза больше, чем выявлено шурфовкой

Продолжение табл. 9.7

1	2
Золотодобывающие регионы РФ (И.С. Рожков, 1959 г.)	Намывочные (эксплуатационные) коэффициенты по золоту при дражной разработке по Уралу, Якутии, Дальнему Востоку, Забайкалью, Лене, Енисею в сумме за 188 драголет в среднем везде более единицы при колебании по годам: Урал — 0,8—2,9; Якутия — 0,76—3,37; Дальний Восток — 1,1—2,0; Забайкалье — 0,72—1,63; Лена — 0,39—3,9; Енисей — 1,07—2,7
Северо-Восток РФ, дражный полигон р. Чай-Урья (И.Е. Драбкин, А.В. Хрипков, 1960 г. [108])	При разведке пройдено 273 шурфа на 15 разведочных линиях. Опробование шурфов велось 2—3 ендовками с проходки. Промышленные содержания не выявлены. Последующее валовое опробование с объемом проб в десятки и сотни кубометров выявило промышленное содержание для дражной отработки
Северо-Восток РФ, дражный полигон руч. Туманный (И.Е. Драбкин, А.В. Хрипков, 1960 г. [108])	Опробование гали и эфелей пробами в 1—5 ендовок обычно не выявляет промышленных содержаний для дражной отработки. Опробование торфяных, галечных, эфельных и гале-эфельных отвалов валовыми пробами объемом 150 — 500 м^3 надежно и дает лучшие результаты по сравнению с валовыми пробами объемом 3 м^3 (на трех отвалах среднее содержание в первом случае выше в 4—14 раз; на двух — примерно равные; на двух остальных — ниже в 1,5 и 3 раза)
Северо-Восток РФ, прииск Горный, долины руч. Мякит (Г.Я. Долбнин, 1961 г. [106])	На участках, где при разведке шурфовочным способом россыпь с промышленным содержанием золота не была выявлена, котлованный способ разведки обнаружил большие запасы. Объем пробы при этом был 6,6 м^3 на углубку котлована в 0,4 м
Северо-Восток РФ, руч. Малый и др. d_0 в блоках до 8,1 мм (А.В. Хрипков, 1962 г. [319])	Недостаточный объем пробы при эксплуатационном опробовании, особенно при крупном золоте, как правило, не выявляет промышленных концентраций, что ведет к потерям в недрах запасов с промышленным содержанием. На руч. Малый, где средняя крупность золота d = = 4,32 мм, такие потери составили 34,5 % площади
Трест "Лензолото" (А.В. Хрипков, 1962 г. [319])	Коэффициент намыва равнялся: — 1,10 (d_0 = 2,26 мм); — 1,37 (d_0 = 3,25 мм). Разведка велась скважинами диаметром 150 мм. Россыпь руч. В разведана скважинами диаметром 150 мм. Скважины по четырем линиям заверены рассечками, а по двум — шурфами. Поправочный коэффициент на среднее содержание составил от 1,32 до 19,5, а в среднем — 1,79
Трест "Лензолото" (А.В. Хрипков, 1962 г. [320])	Россыпь руч. Г разведана скважинами, которые выявили только мелкое золото (средняя крупность 2,25—2,55 мм). Пройденной рассечкой установлена средняя

Продолжение табл. 9.7

1	2
	крупность золота 3,8 мм, при этом фракции более 3,4 мм составили 36,5 %, тогда как по скважинам наличие таких фракций выявлено не было
Дальний Восток РФ, трест "Амурзолото" (Ф.В. Кретов, В.Г. Моисеенко, 1963 г. [168])	Коэффициенты намыва в Джелтулакском районе, как правило, больше единицы и в среднем равны 1,3. Для дражных полигонов Верхне-Селенджинского района также характерны КН > 1, равные в среднем 1,2—1,8. Коэффициент намыва больше единицы присущ большинству крупных россыпей. Причина: неправильные методы подсчета запасов, а не ошибки определения содержаний металла в точках опробования. Количество крупной фракции золота закономерно возрастает от разведки через эксплуатационное опробование до эксплуатации. КН в среднем тем больше, чем меньше среднее содержание (рис. 9.18)
Магаданская обл. (А.С. Власов, С.Г. Желнин, 1964 г. [68])	Практикой и экспериментальными работами показано, что результаты по бороздовым пробам, расположенным на расстоянии от 5 до 10 м друг от друга, при среднем и крупном золоте довольно часто ниже (в 2—3 раза) данных, полученных при валовой промывке
Северо-Восток РФ, месторождения Среднеканское, Оротукан, Мякит, Пятилетка, Пекарное, Джелгала, Петер, Арга-Юрях, Бургали, Хатыннах (А.С. Власов, С.Г. Желнин, 1964 г. [68])	По данным разведки траншеями россыпей, по сравнению с предыдущей и часто неоднократной разведкой шурфами и (или) скважинами, содержание золота увеличилось вдвое на трех месторождениях, в 3—10 раз — на пяти, до 20—70 раз — на трех; запасы металла возросли по месторождениям в 1,2—6 раз, а на трех месторождениях — в десятки раз. На остальных месторождениях (Джелгала, Петер, Арга-Юрях, Бургали, Хатыннах) значительно расширены контуры балансовых запасов и увеличены запасы и содержания металла
Бассейны рек Индигирка и Колыма (В.И. Скуратов, Ю.Г. Толпегин, 1964 г.)	При разведке скважинами УКБ-8″ россыпей с крупным (размеры зерен 4—8 мм и фракции мельче 0,25 мм до 2 %) и весьма крупным (размеры зерен больше 8 мм и фракции мельче 0,25 мм 0,3 %) золотом мощность пласта песков может занижаться за счет неулавливания зерен металла
Северо-Восток РФ, районы: Сусуманский, Ягоднинский, Тенькинский, Чаунский, Билибинский, Анадырский, Иультинский (Р.И. Изет, П.П. Утин, 1966 г. [130])	30-летний период эксплуатации россыпей золота показывает, что по сумме нескольких блоков и тем более в целом по месторождению добытые запасы всегда превышают разведанные. Все это свидетельствует об обоснованности методики разведки, опробования и подсчета запасов. Количество металла, добываемого из месторождений с КН > 1 ежегодно (за 1961—1964 гг. по сотням месторождений), колеблется в пределах 70—75 % общей добычи

Продолжение табл. 9.7

1	2
Северо-Восток РФ, Ягоднинский р-н. Повторная разведка отработанной россыпи (П.П. Богомяков, Ю.А. Травин, 1969 г. [40])	Отвалы вначале разведывались линейным методом с проходкой шурфов и частичной промывкой отложений из проходок. Затем проведено валовое опробование отвалов с объемом проб 5 м^3. Средние содержания в пяти блоках дражного полигона по валовому опробованию в 1,6—2,9 раза выше, чем по шурфовочному
Приамурье, россыпи по ключам А, Б, В, Г (Н.В. Бышев, 1968 г. [59]; Г.А. Осипянц, 1971 г. [222])	Повторная разведка шурфами и скважинами отработанных подземным способом россыпей дает занижение по металлу в 1,7—1,9 раза, по содержанию — в 1,5—2 раза против результатов вторичной эксплуатации. Валовое опробование при траншейной разведке дает содержание металла в 1,2—3,4 раза выше по сравнению с шурфовочно-буровой разведкой, что позволяет выявлять в "непромышленных" россыпях значительные запасы золота, пригодные для сплошной отработки
Северо-Восток РФ, месторождение Прибрежное (О.П. Петров, А.П. Дешевых, Г.А. Осипянц, 1972 г.)	По двум буровым линиям 40 % скважин заверено подземными горными выработками. Опробование подземных выработок велось бороздовыми пробами объемом 0,06 м^3 (в редких случаях — 0,04 м^3), что в 5—8 раз превышает объем пробы из буровой скважины. Средняя крупность золота по бороздовому опробованию 1,26 мм, по разведке — 0,64 мм, а мощность по бороздовому опробованию в 2,6—3,3 раза меньше, чем по данным разведочных скважин
Восточная Сибирь, одна из россыпей (С.С. Черенев, В.Н. Константинов, В.В. Чемезов, М.М. Никитина, В.А. Гомонов, 1979 г.)	Коэффициенты намыва определялись в каждом контуре месячной отработки (драгомесяц). Показано, что в 92 % случаев КН > 1, т.е. практически на всей отрабатываемой площади запасы разведкой занижены. При этом, чем меньше среднее содержание, тем больше КН (рис. 9.19). Сравнение данных эксплуатационного опробования и эксплуатации показало, что и эксплуатационное опробование почти по всем участкам месячной отработки занижает содержание и запасы металла
Северо-Восток РФ, Тенькинская ГРЭ (В.П. Юрасов, В.В. Комлев, 1981 г. [348])	Проведенной в 1976—1977 гг. поисковой и затем детальной разведкой скважинами УКБ сетью 100 × 10 м россыпь оконтурить не удалось. После проходки траншей по сети (300—400) × 20 м, т.е. расстояние между траншеями 300—400 м, длина секции промывки 20 м (V = 100 м^3) с бороздовым опробованием для определения мощности пласта, россыпь оконтурена с увеличением запасов золота в 1,35 раза
Якутия (В.П. Гриценко, 1983 г. [96])	Мощность промытых песков из траншей значительно превышает мощность промышленного пласта. Установление границ промышленного пласта путем отбора проб из лунок, копушей и борозд не дает достоверных результатов

Окончание табл. 9.7

1	2
Северо-Восток РФ, Береляхская золотоносная зона (С.Г. Федоров, В.С. Шаповалов, 1987 г. [314])	Представление об убогости, некондиционности фоновых площадей — следствие недостаточной разведанности... . Данные экспериментальной промышленной разработки 1489 тыс. м^2 площади россыпей с фоновым (по данным детальной разведки с одной-двумя сериями ревизионных работ, включая большеобъемное опробование) содержанием показали, что детальная и ревизионная разведки занизили запасы на всех семи россыпях в среднем в 3,5 раза. КН имеет устойчиво высокое значение для площадей с продуктивностью менее 3,5 усл. ед./м^2 (рис. 9.20). Несмотря на большой объем проведенных в 1937—1977 гг. разведочных работ, запасы в долинах V и VI порядка (по Хортону) составили соответственно 2,2 и 1,1 % по отношению к фактической добыче, а запасы в долинах II и IV порядка вообще не были выявлены. Причины: мелкогнездовое строение россыпей. Например, площадное соотношение фона и обогащенных гнезд пойменной россыпи долины VII порядка равно 9 : 1. Некоторые фоновые (по разведке) участки имели КН от 5 до 30
Северо-Восток РФ, Полярнинский ГОК (Ю.В. Прищепа, 1990 г. [250])	Среднее значение вертикального запаса по результатам опробования четырех шахт одного из россыпных месторождений по валовому опробованию (61 проба) в 1,55 раза больше соответствующего показателя по бороздовому опробованию (рис. 9.21)
Дражные полигоны России (В.В. Чемезов, 1993 г. [322])	Величина систематического занижения содержания и запасов золота при разведке россыпей для дражной разработки такова, что позволяет рассматривать результаты опробования как недостоверные. Поправочный коэффициент $K_п$ тем больше, чем меньше среднее содержание золота, и по россыпям России достигает трех единиц и более (рис. 9.22)

фракций, что подтверждается множеством примеров из практики, опытно-методических работ и экспериментов (см. табл. 9.7).

Занижение содержаний при разведке скважинами и (или) шурфами, когда объем пробы с интервала проходки мал, ведет к занижению мощности продуктивного пласта песков. При этом мощность пласта, как содержание и запасы, занижается чаще в 1,5—2,0 раза, хотя это довольно условно. Условность заключается в том, что малообъемное опробование не выявляет (пропускает) по участкам и россыпям 30—100 % площади с кондиционными запасами. На таких площадях разведочные данные чаще вообще указывали на отсутствие пласта.

Аналогичная ситуация с занижением содержания и запасов металла имеет место при опробовании техногенных россыпей (отвалы торфов, галечные, эфельные, гале-эфельные отвалы).

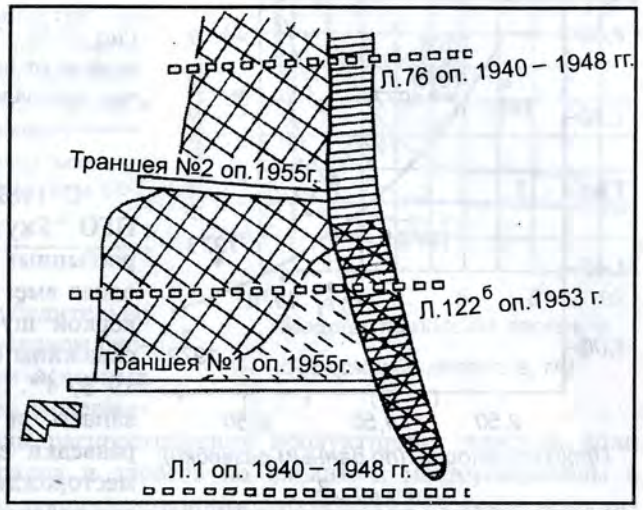


Рис. 9.17. Расположение разведочных траншей на полигоне (по К.В. Кошлакову).

Нельзя не обратить внимание на факты завышения мощности пласта песков по данным разведочных работ, а также на распространенное явление, когда коэффициент намыва или поправочный коэффициент оказывается меньше (и даже существенно) единицы. Возможные причины этого будут обсуждены в последующих разделах. Здесь же отметим, что погрешность определения мощности пласта песков по данным буровой разведки, как и погрешность оценки содержания металла, зависит от измеряемого параметра (рис. 9.23).

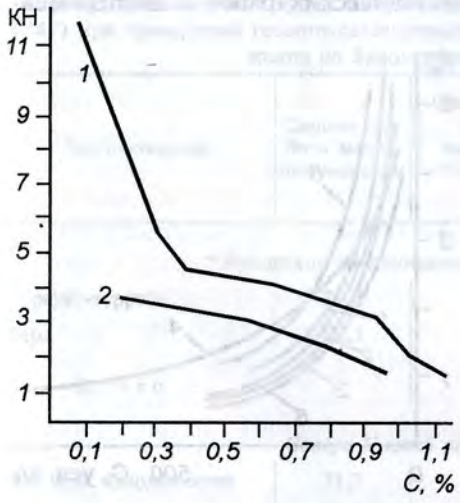


Рис. 9.18. Графики зависимости намывочного коэффициента от содержания металла (по данным полигона р. Харга): *1* — по разведочным данным; *2* — по результатам эксплуатационного опробования [168].

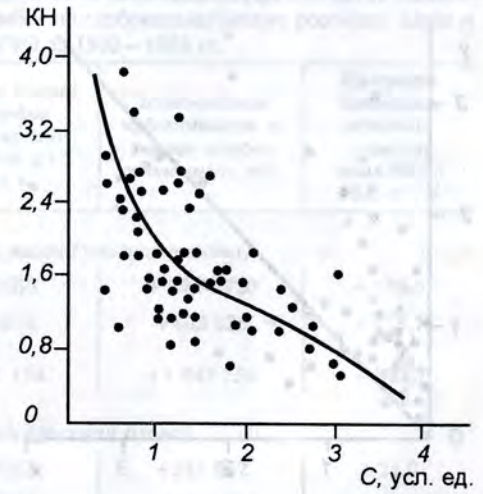


Рис. 9.19. График зависимости коэффициента намыва от среднего содержания по разведочным выработкам (данные С.С. Черенева, В.Н. Константинова и др.).



Рис. 9.20. Зависимость коэффициента намыва от продуктивности отрабатываемых площадей (1970—1981 гг.) [314].

С 1982 г. в Заполярной ГРЭ ПГО "Якутскгеология" на разведке россыпных месторождений золота и олова вместо скважин УКБ-8'' с заверкой шурфами стали применять скважины большого диаметра УКБ-19 3/4''. Это позволило увеличить запасы и снизить себестоимость разведки единицы запасов на всех месторождениях, где были начаты эти работы (табл. 9.8).

Прирост запасов по сравнению с разведкой скважинами УКБ-8'' и шурфами был получен за счет расширения контура балансовых запасов, увеличения содержания и мощности пластов по всей разведанной площади (рис. 9.24).

Подобная картина наблюдалась на многих россыпных месторождениях золота, олова, алмазов и в 1986—1989 гг.

В целом, обобщение материалов практики разведки и разработки россыпных месторождений, а также результатов проведенных авторами совместно с ПГО "Якутскгеология" опытно-методических работ и экспериментальных исследований убедительно свидетельствует о закономерном систематическом занижении основных геологических показателей (содержания, мощности и площади распространения продуктивных пластов, доли крупных фракций минералов и запасов по блокам и месторождениям в целом) при разведочном и эксплуатационном опробовании в случае недостаточных объемов отбираемых проб.

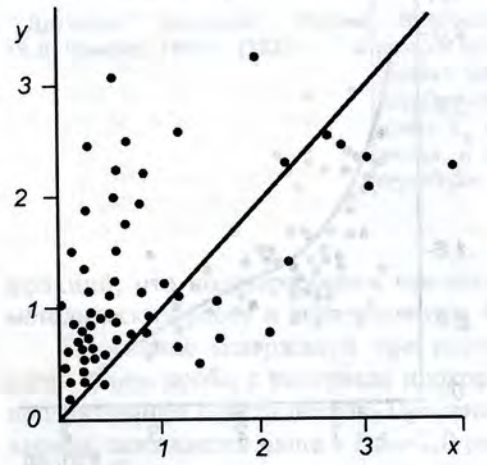


Рис. 9.21. Сравнительный анализ результатов валового (*y*) и бороздового (*x*) опробования [250].

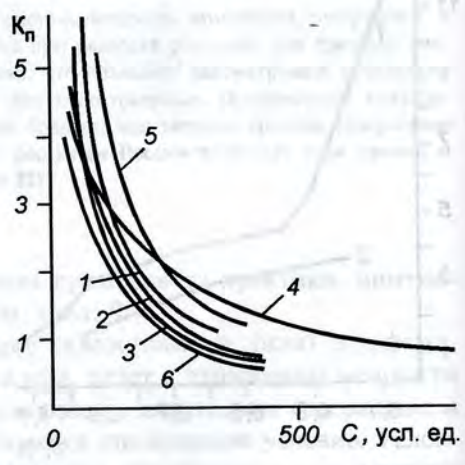


Рис. 9.22. График зависимости поправочного коэффициента $K_п$ от содержания полезного компонента *C*, установленного по показателям разведки, по россыпям России:

1—3 — Забайкалья; *4*, *5* — Красноярского края; *6* — Западной Сибири [322].

Рис. 9.23. Кривые погрешностей результатов буровой разведки при сравнении данных бурения и заверочных выработок (штриховые) и данных бурения и эксплуатации (сплошные).

1, *2* — погрешность определения мощности пласта песков (*1*) и содержания металла (*2*) [70].



Развитие методов разведки мелкозалегающих россыпей траншеями, котлованами, мелко- и глубокозалегающих — скважинами большого диаметра, а также методов эксплуатационного опробования более представительными объемами проб значительно повышает эффективность освоения месторождений.

Таблица 9.8

Геолого-экономическая эффективность применения скважин диаметром 500 мм (УКБ-19 3/4'') при проведении геолого-разведочных работ на глубокозалегающих россыпях олова и золота по Заполярной ГРЭ за 1982—1986 гг.*

Месторождение	Средняя глубина залегания песков, м	Объем замены шурфов скважинами УКБ-19 3/4'', п. м	Экономическая эффективность от замены шурфов скважинами, руб.	Изменение балансовых запасов от разведки скважинами УКБ-8'', %
Куларский золотоносный район (россыпи золота)				
Бургуат-терраса	29,8	6580	+1 144 920	+100,0
Вера	50,2	4614	+802 836	+113,7
Итого...		11 194	+1 947 756	+107,0
Северо-Янский район (россыпи олова)				
Им. Э.М. Смольникова	21,7	2213	+385 062	+24,0
Хаханнаах	30,2	5796	+1 008 504	+100,0
Суор-Дорожный	20,2	2572	+447 528	+100,0
Итого...		10 581	+1 841 094	+205,0
Всего по россыпям		21 775	+3 788 850	+156,0

*По данным главного геолога ГРЭ А. Никонова.

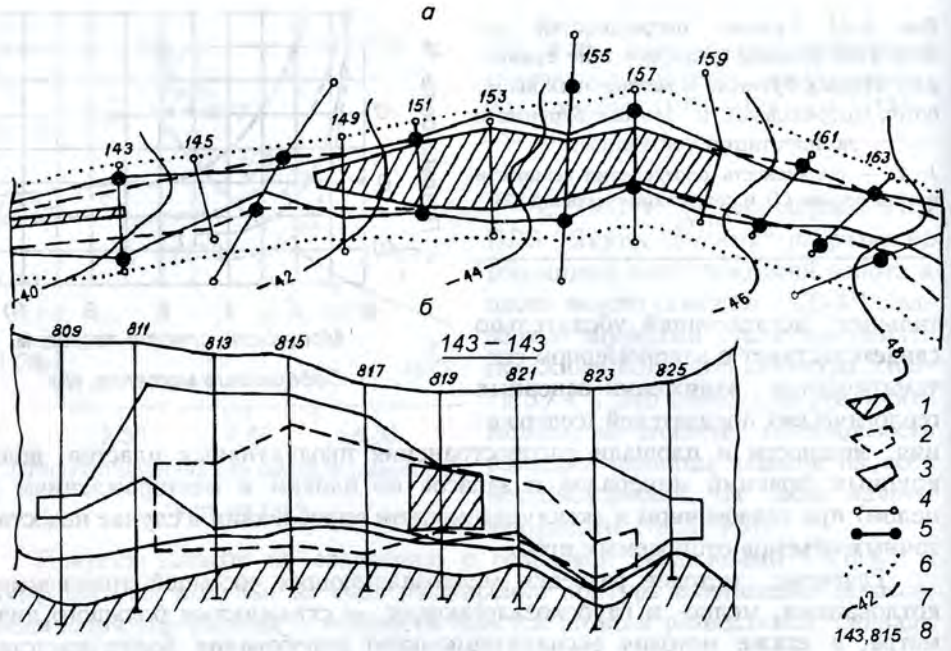


Рис. 9.24. Участок одной из россыпей золота Якутии в плане (*а*) и в разрезе по линии 143 (*б*):

1, *3* — контур балансовых запасов по УКБ-8″ (*1*) и УКБ-500 (*3*); *2* — контур забалансовых запасов по УКБ-8″; *4*, *5* — линия скважин УКБ-8″ (*4*) и УКБ-500 (*5*); *6* — граница интенсивности содержаний до 0,1 г/м^3; *7* — изогипсы плотика; *8* — номер линии, скважины.

В то же время необходимо заметить, что повышение достоверности выявления, разведки и оценки запасов полезных ископаемых в россыпных месторождениях, конечно, не может целиком определяться только рациональным выбором методов представительного опробования. Существует множество других проблем, без решения которых невозможно кратно повысить эффективность золотодобычи в России. Однако оптимизация опробования и оценки запасов полезных ископаемых является хотя и необходимым, но недостаточным условием решения проблемы кратного повышения годовой выработки на одного занятого в золотодобыче (производительности труда) и снижения удельных затрат на единицу выпускаемой продукции.

9.4.2. Основные теоретические положения

Вероятность того, что в пробу объемом V не попадает ни одной частицы никакой из фракций крупнее $q_{кр}$, согласно (4.26) равна

$$P(0) = \exp\left(-\frac{CV}{q_0} P_N\right). \qquad (9.12)$$

Для любых конкретных условий опробования хотя бы ориентировочно известно значение средней массы минерала-носителя полезного компонента q_0. Значение содержания компонента C мы выбираем сами, исходя из целей

и задач опробования. Это может быть кларковое или фоновое содержание, бортовое или минимальное промышленное, среднее содержание и т.п.

При анализе прошлого опыта опробования объем пробы нам известен, а при проектировании систем опробования имеется возможность выбора.

При малых значениях

$$CV/q_0 = \delta_0 V, \qquad (9.13)$$

где δ_0 — средняя численная концентрация минералов в среде опробования (при содержании равном C), из (9.12) следует, что $P(0) \approx 1$ даже при $P_N = 1$ (рис. 9.25). В целом, при $CV/q_0 \leqslant 0{,}25$ с вероятностью $P(0) \geqslant 0{,}75$ доля минералов, не попадающих в пробу объемом V, практически равна единице ($P_N = 1$, см. рис. 9.25). Естественно, в этом случае и $P_Q = 1$.

С вероятностью $P(0) = 0{,}6$ в пробу не попадет ни одного минерала ($P_N = 1{,}0$) даже при $CV/q_0 = 0{,}5$. Однако при $CV/q_0 = 5$ при этой же вероятности в пробу не попадет всего 0,1 всех минералов (по числу). Доля минералов, не попадающих в пробу, по массе будет больше, так как всегда $P_Q > P_N$ при $P_N < 1$. Для определения P_Q при $P_N < 1$ необходимо использовать рисунок типа рис. 4.3 или обычную таблицу процентного отношения минерала каждой фракции.

9.4.3. Сопоставление теории и практики

Сопоставление результатов теории и практики можно вести на качественном и количественном уровнях. Заметим, что теоретические формулы для оценки доли минералов, не попадающих в пробу заданного объема, получены авторами впервые. Поэтому представляется важным в первую очередь провести качественное сравнение теоретических выводов и следствий с достаточно достоверными выводами практики и специальных экспериментов.

Согласно формуле (9.12) и рис. 4.2 и 9.25, чем больше средняя масса минерала q_0 в опробуемой среде, тем больше массовая доля минералов, не попавших в пробу, и, следовательно, тем больше занижение содержания.

По данным В.Я. Шолкина [346] (см. табл. 9.7), на россыпях с мелкими фракциями валовое опробование с объемом проб 0,15 м^3 превышает результаты бороздового опробования с объемом проб 0,006 и 0,012 м^3 в 1,2—1,3 раза, а на россыпях с крупными фракциями — в 3—4 раза.

Согласно А.В. Хрипкову [319], при среднем размере золотин q_0 = = 2,26 мм коэффициент намыва составил 1,10, а при q_0 = 3,25 КН = = 1,37.

Многие другие авторы отмечали просто сам факт того, что чем крупнее минералы, тем при прочих равных условиях больше занижение содержания.

Существует много классификаций золота по крупности, а представления о мелком (крупном) золоте на протяжении последних 60 лет менялись.

В приведенном примере А.В. Хрипкова (d_0 = 2,26 мм) золото относилось к мелкому (средняя крупность 2,25—2,55 мм). Это было в

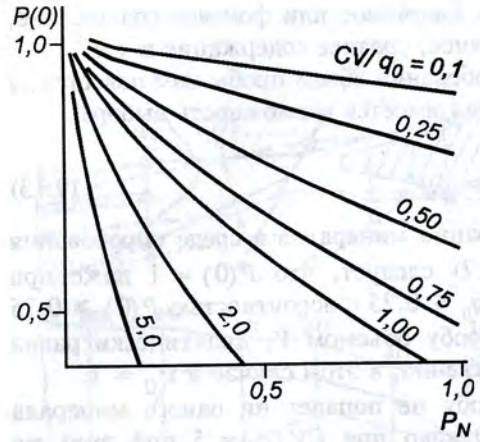


Рис. 9.25. Взаимозависимость P(0) и P_N при заданных значениях CV/q_0.

1962 г. В 60-е годы в инструкции по опробованию разведочных выработок на россыпных месторождениях крупность металла считалась основным критерием при определении объема (массы) пробы. Поэтому и группировка россыпей в инструкции была принята по крупности шлихового золота (табл. 9.9).

По форме золотин россыпи делятся на три группы [69]. Масса золотин одной и той же фракции даже в одной группе изменяется в широких пределах (табл. 9.10).

О гранулометрических характеристиках золота Северо-Востока РФ дают представление материалы табл. 9.11, а о группировке россыпей по выходу золота по фракциям — данные табл. 9.12 [119].

Приведенные сведения о гранулометрическом составе золота свидетельствуют о широком диапазоне изменения всех гранулометрических характеристик. Наиболее распространенными сведениями по отдельным месторождениям являются средняя крупность золота и выход золота по фракциям крупности.

Наиболее характерными объемами проб при геологической и эксплуатационной разведке в прошлом и до настоящего времени являются объемы порядка 0,006 ÷ 0,072 м^3:

Способы разведки и эксплуатационного опробования	Объем пробы, м^3
Скважинами УКБ-6″ (d = 150 мм) и бороздовое	0,006
Скважинами УКБ-8″ (d = 200 мм) и бороздовое	0,008
Шурфами, канавами, бороздовое	3—5 ендовок 0,018—0,030
Скважинами УКБ-19 3/4″ (d = 500 мм)	0,072
Валовое опробование	0,10—10

Таблица 9.9

Группировка россыпей по крупности шлихового золота

Группа россыпей	Массовая доля золота по фракциям крупности, %			
	− 2 мм	+ 2—6 мм	6—15 мм	+ 15 мм
I. С мелким золотом	45	40	—	15
II. Со средним золотом	30	40	20	10
III. С крупным золотом	15	40	25	20

Таблица 9.10

Гранулометрические параметры колымского россыпного золота [69]

Группа (число) россыпей	Форма золотин	Характеристика золотин	Показатель	Масса золотин (мг) по фракциям крупности, мм							
				+ 0,25 − 0,5	+ 0,5 − 1	+ 1,0 − 2	+ 2 − 3	+ 3 − 4	+ 4 − 5	+ 5 − 6	+ 6 − 7	+ 7 − 10
I (41)	Преимущественно в виде пластинок и табличек	Пластинки и таблички составляют более 70 % от общей массы золота	Минимальный	0,20	0,94	1,8	19,4	70,8	175,0	300,0	340,0	1330
			Максимальный	0,40	1,63	9,57	45,6	160,0	403,9	950,0	1120,0	7740
			Средний	0,32	1,18	6,42	23,6	93,3	298,0	576,0	1008,0	1918
II (32)	Различная	Пластинки и таблички по массе составляют примерно столько же, сколько зерна и крупинки (по 50 %) в общей массе золота	Минимальный	0,30	0,50	5,5	30,3	92,7	319,7	346,7	540,0	1265
			Максимальный	0,60	2,79	17,59	65,5	190,8	407,0	932,1	1377,1	3694
			Средний	0,40	1,72	8,83	45,05	155,4	300,0	658,1	1100,0	2050
III (27)	Преимущественно в виде зерен и крупинок	Зерна и крупинки составляют более 70 % от общей массы золота	Минимальный	54,1	13	478	2,5	1,72	2,22	1,2	85,7	100
			Максимальный	1,20	2,5	23,9	68,8	203,5	538,0	880,0	1467,0	2930
			Средний	0,65	2,31	10,0	52,7	161,2	363,0	686,0	1198,3	2206

Таблица 9.11

Гранулометрическая характеристика золота по россыпям р. Берелях, руч. Беличан и Полуденный [119]

Размер сит, мм	Средняя крупность золотин, мм	Средняя масса золотин, мг	Количество золотин по фракциям, шт.	Общая масса золота по фракциям, мг	Распределение, %	
					числа золотин	массы золота
– 0,25	0,25	0,08	2 469 152	197 894	28,18	0,38
– 0,5 + 0,25	0,37	0,34	3 204 618	1 092 737	36,58	2,11
– 1,0 + 0,5	0,75	1,19	843 289	1 006 809	9,63	1,94
– 2,0 + 1,0	1,5	7,38	1 646 965	12 160 346	18,80	23,46
– 3,0 + 2,0	3,0	29,93	512 580	15 340 296	5,85	29,59
– 4,0 + 3,0		128,13	64420	8 253 956	0,74	15,92
– 5,0 + 4,0		369,12	12609	4 654 254	0,14	8,98
– 6,0 + 5,0	6,0	646,36	3227	2 085 816	0,04	4,02
– 7,0 + 6,0		933,14	1954	1 940 592	0,02	3,74
– 8,0 + 7,0		1544,76	616	951 572	0,01	1,84
– 9,0 + 8,0		2088,95	399	833 490	0,005	1,61
– 10,0 + 9,0	8,0	3019,8	239	721 730	0,003	1,39
+ 10,0:		9375,83	8 760 277	52 597 097	100,003	105,02

На рис. 9.26 область возможных значений (сочетаний) средней крупности q_0 и содержания C золота разделена линиями V = const. Если точка $M(q_0, C)$ лежит левее линии V = const, то при таких сочетаниях объема пробы V, крупности q_0 и содержания C золота с вероятностью $P \geqslant 0{,}95$ будет $P_N \geqslant 0{,}20$. Из приведенных данных, как, впрочем, и из рис. 9.25, следует, что при самых распространенных методах разведки и эксплуатационного опробования россыпей золота при крупном и среднем золоте занижение содержаний неминуемо. Если $P_N = 0{,}20$, то доля золота, не попадающего в пробу при содержании $C \leqslant 2{,}0$ г/м^3, близка к 0,8 ÷ 0,9 (рис. 9.27).

Валовое же опробование при крупном золоте и $C \geqslant 1$ г/м^3 будет свободно от занижения и покажет содержание и запасы металла в 3—5 раз бóльшие.

Рассмотрим экспериментальные исследования по оценке качества россыпей и определению оптимального объема проб, описанные А.В. Хрипковым [320] и Р.И. Изетом, П.П. Утиным [131]. Авторами проанализированы результаты опробования 707 шурфов по 83 месторождениям, расположенным во всех основных районах Яно-Колымского золотоносного пояса. В этих шурфах из всех проходок (0,2 м уходки) в первую стадию опробования было отобрано и промыто по 3—5 ендовок, а затем полностью промыты оставшиеся объемы с каждой проходки. По результатам ситовых анализов

Таблица 9.12

Группировка россыпных месторождений Яно-Колымского золотоносного пояса по массовой доле золота по фракциям крупности, % [119]

Группа (число месторождений)	Диаметр сита, мм							
	< 0,25	0,37	0,75	1,5	3	6	> 8	Всего
I (8)	19,72	31,25	29,22	14,42	4,16	1,06	0,15	99,98
II (13)	10,53	22,24	24,78	18,46	14,81	6,20	2,75	99,77
III (79)	1,79	5,30	15,41	26,70	29,70	14,04	7,37	100,36
IV (27)	0,62	1,98	6,38	10,27	30,34	26,28	24,10	99,97

были установлены показатели средней крупности золота для каждого шурфа, которые использованы для разделения данных опробования по выработкам на группы крупности (табл. 9.13). В таблице приведены процентные соотношения различной крупности золота по данным ситовых анализов золота 83 месторождений Тенькинского, Ягодинского и Сусуманского районов Магаданской области и Оймяконского района Якутии.

Средние содержания, полученные по максимальному объему пробы (10—12 ендовок), приняты за "истинные". Исходя из этого, для каждой группы крупности были вычислены коэффициенты расхождения

$$K_{\text{расх}} = C_{\text{и}}/C_{\text{п}},$$

где $C_{\text{и}}$ — истинное содержание; $C_{\text{п}}$ — содержание по первичному опробованию (3—5 ендовок). Сравнение проводилось в целом по пласту, а не по проходкам.

Вычисление среднего значения коэффициента в каждой группе показало, что для размера золотин до 3,5 мм расхождение истинного содержания с первичным опробованием не превышает 10 %; при крупности от 3,5 до 5,0 мм расхождение колеблется в пределах 16—20 % и при крупности свыше 5,0 мм достигает 30—40 % (табл. 9.14).

С увеличением крупности золота растет процент расхождения. Это обусловлено тем, что, по мнению указанных выше авторов, при наличии крупного золота малые объемы промывки проб не могут дать достоверных результатов. Далее авторами использованы данные поендовочного опробования 72 шурфов,

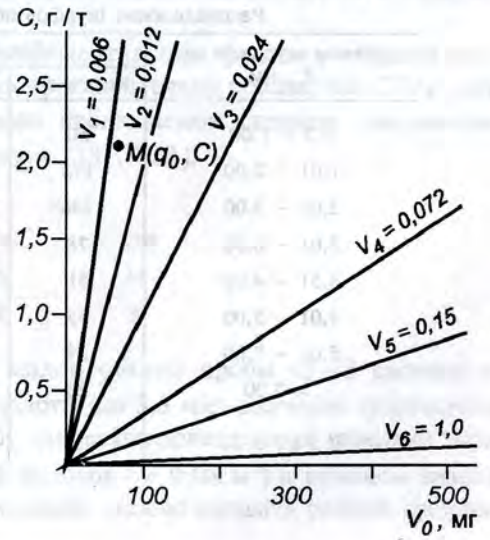


Рис. 9.26. Определение условий гарантированного занижения содержаний при сочетаниях значений C, q_0, V (пояснения см. в тексте).

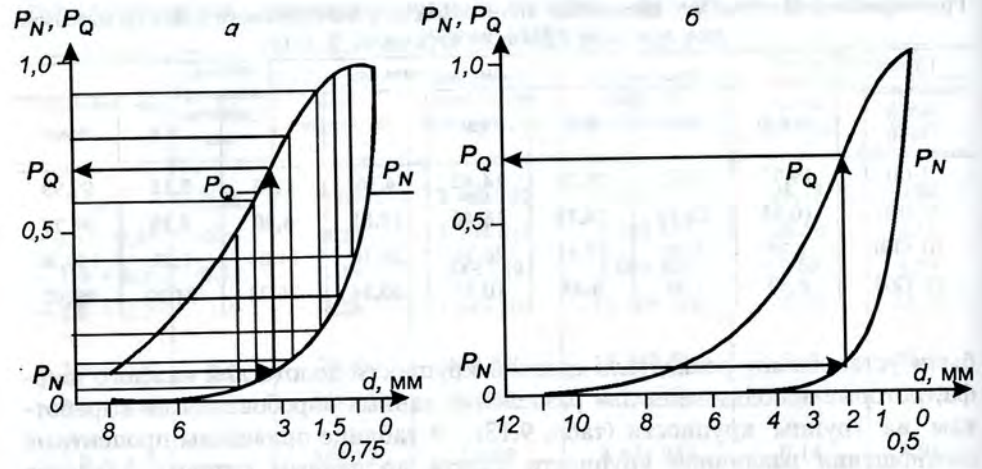


Рис. 9.27. График определения $q_{кр}(q_{кр})$ и P_Q по P_N для двух типовых условий.

сущность которого заключалась в сборе шлихов при промывке пласта песков по каждой ендовке отдельно. Среднее содержание подсчитывалось по нарастающему количеству ендовок. С проходки в промывку поступало до 14—18 ендовок.

При промывке (с проходки) первых ендовок золото не всегда улавливалось, поэтому мощность промышленного пласта в выработке (шурфе) по результатам опробования первых ендовок и максимального объема нередко была различной. Вертикальный запас, полученный по максимальному объему опробования (14—18 ендовок), принят за "истинный". По отношению к

Таблица 9.13

Распределение шурфов по крупности золота [131]

Классы крупности по $d_{ср}$, мм	Шурфы		Месторождения	
	Количество	%	Количество	%
0,2 – 1,00	50	7,0	2	2,4
1,01 – 2,00	175	24,8	13	15,7
2,01 – 3,00	236	33,5	25	30,1
3,01 – 3,50	78	11,0	12	14,5
3,51 – 4,00	51	7,2	10	12,5
4,01 – 5,00	55	7,8	11	13,3
5,01 – 7,00	39	5,5	6	7,0
> 7,00	23	3,2	4	4,8
Итого...	707	100	83	100

Таблица 9.14

Расхождение содержаний золота в зависимости от крупности металла [131, 320]

Классы крупности по $d_{ср}$, мм	В среднем промыто ендовок с проходки		$K_{расх}$	Расхождение, %
	по первичному опробованию	Всего		
0,2 – 1,00	4,4	10,0	0,92	8
1,01 – 2,00	3,9	9,0	0,95	5
2,01 – 3,00	4,2	10,3	0,93	7
3,01 – 3,50	3,9	9,6	1,00	0
3,51 – 4,00	4,0	10,6	0,84	16
4,01 – 5,00	4,6	11,6	0,81	19
5,01 – 7,00	4,3	11,1	0,76	24
> 7,00	3,9	10,2	0,62	38

нему вычислены (в процентах) отклонения вертикальных запасов, определенных по результатам опробования 1, 3, 5 и т.д. ендовок.

По результатам ситовых анализов была установлена средняя крупность золота, согласно которой данные по шурфам разносились по классам крупности. В первую группу (с $d_{ср}$ до 3,5 мм) вошло 57 выработок, во вторую (с $d_{ср}$ = 3,51 – 5,00 мм) — 15 выработок. Шурфов со средней крупностью золота более 5,00 мм не оказалось.

Суммарные средние отклонения по выработкам показаны в табл. 9.15. Авторы отмечают, что с увеличением объемов промывки отклонения в обеих группах крупности плавно уменьшаются.

Отмеченные Р.И. Изетом, П.П. Утиным, А.В. Хрипковым закономерности уменьшения средних отклонений с увеличением объема пробы и уменьшением крупности золота качественно полностью совпадают с нашими теоретическими построениями.

Для сопоставления же этих экспериментальных фактов с теорией воспользуемся рис. 9.25 и 9.26, вычислив предварительно показатель CV/q_0 для условий описанного эксперимента при наблюдаемом среднем содержании золота C = 10 г/м^3 следующим образом [131, 320]:

q_0, мг	V, м^3	
	0,024	0,080
40	6	18
120	2	6

Во-первых, заметим, что при малом объеме пробы (3—5 ендовок ≈ ≈ 0,024 м^3) и меньшей крупности золота (до 3,5 мм) значение показателя CV/q_0 равно его значению (6 = 6, см. вышеприведенные данные) при максимальном объеме пробы (14—18 ендовок ≈ 0,08 м^3) и крупном золоте (до 5 мм). Следовательно, в таких условиях можно ожидать равные средние

отклонения, что и наблюдаем в эксперименте (значения отклонений 15—18 % в том и другом случае; в табл. 9.15 заключены в рамку).

Во-вторых, значения показателя CV/q_0 везде существенные. Даже при самом малом из них, равном двум, P_N не превышает 0,05, что по рис. 9.27 занижает содержание (P_Q) не более 70 %. Это также хорошо совпадает с экспериментальным значением (см. табл. 9.15, штриховая рамка). Даже наименьший объем пробы (0,024 м^3) при высоком содержании (C = = 10 г/м^3) для золота крупностью до 3,5 мм обеспечивает удовлетворительные по точности результаты. Поэтому последующее добавление к объему пяти ендовок практически ничего не дает (см. табл. 9.15, третья колонка).

При более крупном золоте разности между предыдущим и последующим отклонениями в 2—3 раза выше, и затухают они при вдвое большем объеме пробы (более 10 ендовок) медленнее, чем при золоте крупностью до 3,5 мм.

Рассмотрим два примера определения поправочных коэффициентов к данным основного опробования скважинами УКБ-8″ по результатам заверочного опробования горными выработками.

Заверочные работы при разведке россыпных месторождений золота проводили в соответствии с требованиями инструкций ГКЗ СССР и соответствующих методических указаний путем проходки траншей, шахт и шурфов с рассечками, шурфов, скважин большого диаметра и других горных выработок [135 и др.].

Пример первый. Верхняя часть россыпи ручья В (рис. 9.28) была разведана линиями скважин, расстояние между которыми составляло 200 м. Диаметр скважин 8". Для заверки данных бурения из шахт, расположенных на линиях 29, 35, 40 и 44, пройдены рассечки, а на линиях 46 и 50 заверка осуществлена шурфами. При сравнении результатов бурения с заверочными данными по горным выработкам поправочный коэффициент на среднее

Таблица 9.15

Уменьшение отклонений в содержании золота по мере увеличения объема проб [131]

Объем пробы, число ендовок	Крупность золота до 3,5 мм		Крупность золота до 5,0 мм	
	Среднее отклонение, %	Разность между предыдущим и последующим отклонениями	Среднее отклонение, %	Разность между предыдущим и последующим отклонениями
1	28	10	83	28
3	18	3	65	11
5	15	5	54	1
6	10	3	53	17
8	7	2	36	6
10	5	1	30	8
11	4	2	22	6
14	2	—	16	2
16	—	—	18	3
18	—	—	15	—

содержание составил 1,32 ÷ 19,5, а в среднем 1,79. "С точки зрения изложенных выше инструктивных и методических указаний эта заверка проведена в достаточных размерах (вместо 10 % выработок заверена почти половина всех пройденных буровых линий), и подсчитанный заверочный или поправочный коэффициент не должен вызывать никаких сомнений" [320, с. 40].

В данном примере для основного опробования показатель CV/q_0 = 0,4, а для заверочного опробования — 1,5. По рис. 9.25 находим, что для основного опробования P_N = 0,20, а для заверочного — 0,07. Значение P_N = 0,20 для основного опробования (V = 0,008 м^3) подтверждается и данными рис. 9.26 (при q_0 = 70—80 мг). Для заверочного опробования (V = 0,03 м^3) по рис. 9.26 точное значение P_N получить нельзя, однако ясно, что оно несравненно менее 0,20. На рис. 9.27 видно, что основное опробование (скважинами диаметром 200 мм) занижает содержание на 86 % (P_Q = 0,86), а заверочное — на 66 %. Следовательно, поправочный коэффициент на среднее содержание в этом случае будет

$$K_{\text{п}} = \frac{C(1 - 0{,}66)}{C(1 - 0{,}86)} = 2{,}4,$$

что хорошо согласуется с фактическими данными, если учесть, что обратные кумулятивные кривые P_N и P_Q (см. рис. 9.27) взяты не по рассматриваемому в примере объекту.

Пример второй. На рис. 9.29 показана кривая распределения среднего содержания по россыпи руч. Г. Разведка этой россыпи также осуществлялась бурением. На линиях 20, 22 и 24 наблюдается резкое понижение среднего содержания.

По данным пройденной рассечки на линии 22 поправочный коэффициент на среднее содержание составил 2,24. Следует отметить, что при бурении на линиях 20, 22 и 24 выявлено только мелкое золото (средняя крупность 2,25—2,55 мм), а пройденной рассечкой установлена сравнительно большая крупность золота (3,8 мм). При этом из общего количества золота, полученного от опробования рассечкой, фракции более 3,4 мм со-

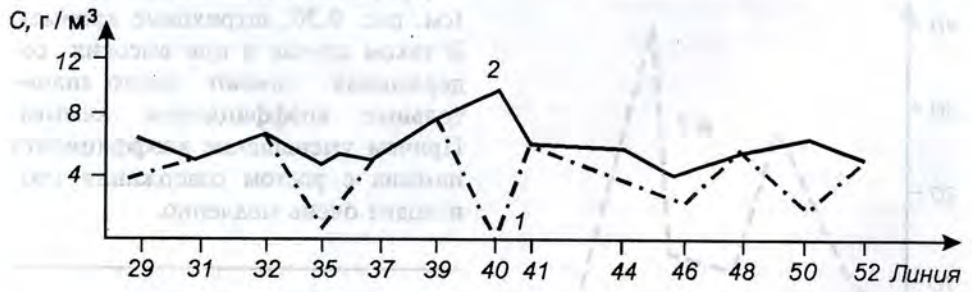


Рис. 9.28. Разведка россыпи ручья В [320].

1, 2 — среднее содержание по данным бурения скважин (*1*) и по данным пройденных горных выработок (*2*).

ставили 36,5 %, тогда как при опробовании скважин таких фракций совершенно обнаружено не было [320].

В этом примере по сравнению с первым увеличились содержание и крупность золота вдвое, что не ведет к изменению показателя $\varphi_0 = CV/q_0$. В результате поправочный коэффициент останется равным 2, 4, что совпадает с фактическим.

Влияние среднего содержания металла в среде опробования на коэффициенты намыва и поправочные изучалось на огромном фактическом материале многими исследователями. Обобщенные результаты этих исследований представлены в табл. 9.7, а соответствующие графики — на рис. 9.18—9.23.

Формула (9.12) для любого месторождения с известными гранулометрическими характеристиками позволяет построить теоретическую зависимость возможного коэффициента намыва от содержания металла (рис. 9.30).

Для этого при заданных $P(0)$, q_0, V вычисляем P_N для разных значений C, затем по полученным значениям P_N определяем P_Q по рисунку типа 9.27 и рассчитываем возможный коэффициент намыва при разных содержаниях C по формуле

$$\text{КН} = \frac{1}{1 - P_Q}. \qquad (9.14)$$

Построенные теоретические зависимости возможного коэффициента намыва от уровня содержания металла (см. рис. 9.30) полностью качественно соответствуют экспериментальным и фактическим данным Ф.В. Кретова, В.Г. Моисеенко (рис. 9.18), С.С. Черенева, В.Н. Константинова и др. (рис. 9.19), С.Г. Федорова, В.С. Шаповалова (рис. 9.20), В.В. Чемезова (рис. 9.22), А.С. Власова, В.И. Пригоровского (рис. 9.23), вполне удовлетворительно описывают изменения КН в зависимости от разных факторов количественно и позволяют выяснить дополнительные особенности.

В частности, если, как отмечалось А.В. Хрипковым [320], крупность золота повышается с увеличением среднего содержания металла в опробуемой россыпи, то кривые КН = $= \varphi(C)$ становятся более пологими (см. рис. 9.30, штриховые кривые). В таком случае и при высоких содержаниях имеют место значительные коэффициенты намыва. Причем уменьшение коэффициента намыва с ростом содержания происходит очень медленно.

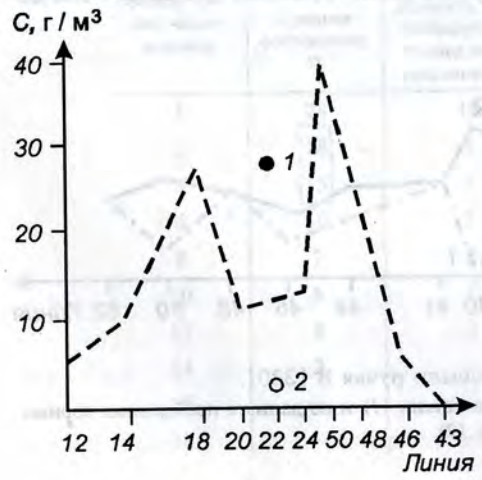


Рис. 9.29. Кривая распределения среднего содержания по россыпи ручья Г [320].

1 — среднее содержание по рассечке; *2* — рассечка.

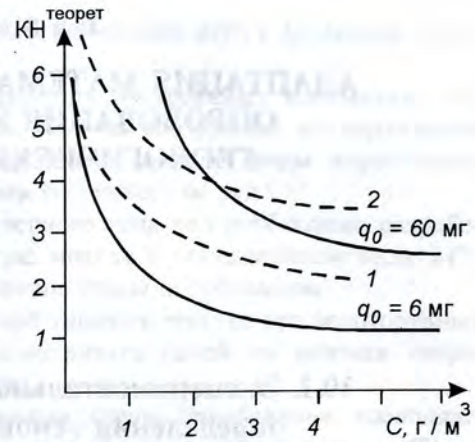


Рис. 9.30. Теоретическая зависимость коэффициента намыва от среднего содержания золота в опробуемом россыпном месторождении пробами объемом V = 0,008 м³ при разной крупности металла (q_0 = 6 и q_0 = 60 мг) с некоррелируемым уровнем содержания (сплошные кривые) и пропорциональной зависимостью q от C (штриховые).

1 — при увеличении крупности золота от 6 до 60 мг; *2* — от 6 до 200 мг и более.

Возможно, что именно это явление объясняет пересечения графиков КН = $\varphi(C)$, построенных по фактическим данным для разных регионов России В.В. Чемезовым (см. рис. 9.22).

Во многих работах отмечается, что коэффициенты намыва, и особенно поправочные, с увеличением содержания становятся меньше единицы (см. рис. 9.19, 9.22, 9.23). Этот эффект и возможные причины его возникновения обсуждаются в разд. 10.4.

Глава 10

АДАПТАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОПРОБОВАНИЯ К КОНКРЕТНЫМ ГЕОЛОГИЧЕСКИМ УСЛОВИЯМ

10.1. Экспериментально-аналитический метод определения основной составляющей математической модели среды опробования

Основной составляющей математической модели среды опробования является формула дисперсии содержания минерала (элемента) в блоках-пробах объемом V (см. гл. 4). Для большинства математических моделей среды опробования эта дисперсия представима в виде (см. табл. 4.1)

$$D(C_V) = CV\varphi(T), \tag{10.1}$$

где $\varphi(T)$ — функция параметров текстуры среды опробования.

В.М. Мягков отмечал, что "...с учетом всего опыта работ..." объем рациональной пробы можно представить пропорциональным $\varphi(T)$ "...характеристике, учитывающей текстурно-структурные особенности руд (может быть достаточно сложной функцией)... Решение вопроса об оценке $\varphi(T)$ представляется нам пока неопределенным из-за неунифицированности описаний текстурно-структурных свойств руд и отсутствия количественных характеристик изменчивости их параметров" [209, с. 11].

Для модели М2 (см. табл. 4.1), которую мы рассматривали применительно к россыпным месторождениям в предыдущих разделах,

$$\varphi_2(T) = q_0(W_q^2 + 1), \tag{10.2}$$

где в элементарном случае q_0 — математическое ожидание массы минерала (или $\bar{q}$ — среднее значение); W_q — коэффициент вариации массы минерала.

Рудные месторождения вообще, а золоторудные особенно, а также комплексные полиметаллические месторождения весьма разнообразны по текстуре и структуре руд (вкрапленные массивные, вкрапленные в жилах и дайках, прожилково- и слоисто-вкрапленные, прожилковые, переслаивающиеся и полосчатые, прожилково-гнездовые и др.).

Рассмотренная выше простейшая математическая модель среды опробования, если и адекватна в какой-то степени реальной модели среды, то только для вкрапленных текстур, где вкрапления (минеральные скопления, отдельные минералы, агрегаты) соответствуют гипотезе элементарного беспорядка. Да и в этом случае остается недостаточно определенным, что собой

представляют основные параметры среды в функции $\varphi(T)$ в формулах (10.1) и (10.2).

Главным препятствием распространения построенных математических моделей среды опробования (см. табл. 4.1) на все рудные месторождения является возможная неадекватность принятой модели среды опробования конкретным текстурным и структурным особенностям руд.

По сути дела, для каждого характерного типа руд необходимо разработать соответствующую математическую модель с определением вида $\varphi(T)$ как функции соответствующих параметров среды опробования.

Разработка математических моделей типовых текстур руд золоторудных и других месторождений можно рассматривать одной из важных теоретических задач проблемы опробования.

В то же время построенные модели среды опробования позволяют предложить экспериментально-аналитический метод определения $\varphi(T)$ на каждом конкретном объекте опробования. Этот метод является как бы методом уточнения, адаптации простейшей построенной модели к реальным геологическим условиям на основе экспериментальных данных.

Дисперсия оценки среднего содержания в единице объема из (10.1) имеет вид

$$D(C'_V) = C\varphi(T)/V. \tag{10.3}$$

Реальный блок в опробуемой рудной среде всегда неоднороден, что отражается в трендовых, закономерных составляющих дисперсии оценки содержаний по экспериментальным данным. Поэтому для реальной среды опробования

$$D(C'_V) = \frac{C_\varphi(T)}{V} + D_0, \tag{10.3а}$$

где D_0 — закономерная составляющая дисперсии.

Подобная структура формулы дисперсии содержаний как функции от объема пробы нами неоднократно отмечалась (см., например, (9.10)).

Если среда опробована некоторым множеством проб объемами V_1 и $V_2 > V_1$ и, таким образом, получены экспериментальные значения дисперсий $D(C'_{V_1})$ и $D(C'_{V_2})$, то будем иметь систему двух уравнений

$$\begin{aligned} D(C'_{V_1}) &= \frac{C_\varphi(T)}{V_1} + D_0, \\ D(C'_{V_2}) &= \frac{C\varphi(T)}{V_2} + D_0 \end{aligned} \tag{10.4}$$

с двумя неизвестными $\varphi(T)$ и D_0. Из (10.4) получим

$$\varphi(T) = \frac{\left[D\left(C'_{V_1}\right) - D\left(C'_{V_2}\right)\right]V_1V_2}{C(V_2 - V_1)}. \tag{10.5}$$

"Трендовая" составляющая дисперсии из (10.4) будет равна

$$D_0 = \frac{(D(C'_{V_1}) + D(C'_{V_2}))(V_2 - V_1)}{2(D(C'_{V_1}) - D(C'_{V_2}))(V_1 + V_2)}. \qquad (10.6)$$

Дисперсия по (10.3) с найденными по экспериментальным данным $\varphi(T)$ по (10.5) и D_0 по (10.6) может быть использована для решения следующих задач:

1) при заданном объеме пробы V позволяет найти дисперсию единичной оценки среднего содержания в единице объема (по единственной пробе, единственному измерению в области обследования);

2) если первое слагаемое в (10.3) существенно больше второго, то имеется резерв повышения точности измерения путем увеличения объема пробы V или точности пробоотбора, пробообработки и анализа;

3) если второе слагаемое в (10.3) существенно больше первого, то резервы повышения точности измерения содержания вообще и среднего содержания в области обследования в частности следует искать:

— или в разделении области обследования на несколько более макрооднородных по содержанию и условиям минерализации участков,

— или в увеличении числа измерений и оптимизации параметров сети опробования,

— или во всех возможных направлениях или части из них.

10.2. Экспериментально-аналитический метод определения объема представительной пробы

Найдя по экспериментальным данным значение функции $\varphi(T)$ параметров текстуры данной среды опробования, объем представительной пробы определим аналогично тому, как это было сделано в гл. 4:

$$V_{\text{предст}} = \frac{t^2\varphi(T)}{CW^2_{cg}}. \qquad (10.7)$$

На разных стадиях разведки и эксплуатационного опробования значения допустимой относительной ошибки оценки среднего содержания W_{cg} существенно различаются и зависят не только от поставленных традиционных задач опробования.

Как будет показано в одном из последующих разделов, на стадии эксплуатационного опробования W_{cg} зависит от уровня содержания полезного компонента в опробуемом технологическом блоке, минимального среднего промышленного содержания и параметров эксплуатационных дифференцированных кондиций.

10.3. Примеры и интерпретация экспериментально-аналитического определения объема представительной пробы

Пример 1. Жильное золоторудное месторождение приурочено к субвулканическому телу диоритовых порфиритов. Границы рудных тел четкие и практически полностью совпадают с контактами жил. Золото мелкое, и основная часть его сосредоточена в кварце. Текстуры руд полосчатые, брекчиевидные, нередко отмечаются прослои и ксенолиты вмещающих пород.

Для месторождения не характерно образование рудных столбов, что подтверждается резким преобладанием случайной составляющей изменчивости над закономерной.

Опробование горных выработок проводилось в забоях и рассечках бороздой сечением 10 × 5 см. Для контроля надежности бороздового опробования отобрано около 200 сопряженных задирковых проб сечением 50 × 5 см.

Качество отбора бороздовых проб в ряде случаев недостаточно высокое: не выдерживается глубина 5 см, не зачищается и не выравнивается задняя стенка борозды и т.д.; фактические и теоретические массы проб различаются на − 40... + 20 %.

Приведенных в табл. 10.1 данных достаточно, чтобы вычислить объем представительной пробы для опробования хлорит-кварцитового типа руд с заданными текстурными особенностями, а также для опробования смешанного типа руд без разделения на типы (табл. 10.2).

Таблица 10.1

Сравнение параметров распределений содержаний в бороздовых и задирковых пробах

Тип руд	Вид опробования	Параметры проб и распределений содержаний		
		V, м^3	C', г/м^3	$W(C')$
I. Хлорит-кварцитовый	Борозда сечением 10 × 5	0,005	9,86	1,8
	Задирка сечением 50 × 5	0,025	10,45	1,5
II. Хлорит-кварцитовый + + каолинит-кварцевый	Борозда сечением 10 × 5	0,005	8,21	2,9
	Задирка сечением 50 × 5	0,025	10,43	2,6

Примечание. Размеры сечения даны в сантиметрах.

Таблица 10.2

Результаты определения объемов представительных проб для условий табл. 10.1 (W_{cg} = 0,3)

Тип руд	Вычисленные параметры			
	$D_1(C')$	$D_2(C')$	$\varphi(T)$	$V_{\text{предст}}$, м^3
I	324	256	0,04	0,18
II	524	718*		

*Объяснения см. в тексте.

Объем представительной пробы для опробования получился значительно бóльшим, чем был использован для I типа руд (в 36 раз).

Пример 2. Экспериментальные работы проводились на шести золоторудных месторождениях различных морфологических типов, различающихся масштабом и характером оруденения, размерами и условиями залегания рудных тел, степенью изменчивости оруденения, уровнем содержания золота и др. [18].

Месторождение А представляет собой крупный штокверк в терригенно-осадочных породах, с жильным и прожилковым (основным) типами оруденения, неравномерным распределением золота в кварцевых прожилках и жилах. Месторождения Б и В относятся к мощным зонам прожилково-вкрапленной (кварцево-сульфидной) минерализации в метаморфизованных породах (Б — в углесодержащих алевролитах и филлитовидных сланцах, В — в известняках, песчаниках, сланцах различного состава, эффузивно-осадочных образованиях) с относительно равномерным распределением золота в рудах, приуроченного к вкрапленникам и прожилкам сульфидного и кварц-сульфидного состава.

Жильную зону в интенсивно рассланцованных гранат-слюдистых и слюдистых сланцах представляет месторождение Г. Золото в рудах этого месторождения распределено крайне неравномерно в жилах и прожилках незначительной мощности, выполненных кварцем с очень малым содержанием сульфидов.

Месторождение Д относится к жильному типу. Жилы мощностью от нескольких сантиметров до 1—3 м залегают в гидротермально измененных терригенно-осадочных и интрузивных породах и выполнены кварцем с небольшим количеством сульфидов. Золото распределено в рудах крайне неравномерно.

Залежами пластообразной формы, представленными измененными скарнами и брекчиями с золото-сульфидной минерализацией на контакте карбонатных пород с гранитными интрузиями, характеризуется месторождение Е. Золото распределено в жилах крайне неравномерно и приурочено к гнездам, прожилкам и участкам массивных сульфидов.

Для большинства месторождений общим являлось: относительно сложное геологическое строение; отсутствие четких геологических границ рудных тел, в связи с чем контуры промышленных руд определялись только по данным опробования; наличие участков пустых пород и некондиционных руд в контурах промышленного оруденения; относительно низкие содержания золота в рудах, неравномерное и крайне неравномерное распределение полезного компонента. Исключение представляет лишь месторождение Д, для которого характерно наличие четких геологических границ рудных тел.

На месторождениях А и В экспериментальные бороздовые пробы всех сечений отбирались вручную, на месторождениях Б и Е — только щелевые пробы механическими пробоотборниками, а на месторождениях Г и Д — вручную и с помощью пробоотборников. Кроме того, на месторождениях В, Г и Д с применением буровзрывных работ в тех же интервалах были взяты валовые пробы, которые подтвердили надежность щелевых бороздовых проб.

Обработка проб и пробирный анализ осуществлялись в лабораториях местных геолого-разведочных организаций. Полученные значения содержаний по бороздовым и щелевым пробам различных сечений легли в основу дальнейших исследований, причем за эталон принимались значения содержаний по пробам наибольшего сечения на каждом месторождении.

Результаты разных видов опробования как исходные данные для вычисления объема представительных проб приведены в табл. 10.3, а результаты вычисления $V_{\text{предст}}$ и промежуточных показателей — в табл. 10.4.

Таблица 10.3

Исходные данные (результаты разных видов опробования)

Тип руд (цит. по [18])	Параметры проб и распределений содержаний		
	$\frac{V_1}{V_2}$, м^3	$\frac{C'_1}{C'_2}$	$\frac{W_1(C')}{W_2(C')}$
Месторождение А			
Жильный	0,005 / 0,045	137 / 132	0,57 / 0,67
Прожилковый			
Согласное прожилкование	0,005 / 0,045	16 / 15	0,94 / 0,55
Штокверковое прожилкование	0,005 / 0,045	28 / 34	0,92 / 0,66
Месторождение Б			
Прожилково-вкрапленный (зоны минерализации)	0,0012 / 0,0036	40 / 38	1,05 / 0,63
Месторождение В			
Прожилково-вкрапленный (зоны минерализации)	0,005 / 0,045	52 / 50	0,65 / 0,60
Месторождение Г			
Прожилково-вкрапленный (зоны минерализации)	0,0015 / 0,005	46 / 40	1,45 / 0,81
Месторождение Д			
Жильный	0,005 / 0,045	253 / 284	2,40 / 1,60
Месторождение Е			
Гнездовый (залежи сложной формы)	0,0015 / 0,0045	35 / 32	2,54 / 1,93

Таблица 10.4

Результаты вычисления объема представительной пробы

Месторождение	Промежуточные показатели			$V_{предст}$, м^3
	$D_1(C')$	$D_2(C')$	$\varphi(T)$	
А (1)*	6098	7822	—	—
А (2)	226	68	0,06	0,17
А (3)	664	504	0,03	0,04
Б	1764	625	0,05	0,06
В	1142	900	0,02	0,02
Г	4450	1050	0,18	0,20
Д	360 000	200 700	5,7	0,90
Е	7900	3800	0,27	0,34

*Объяснения см. в тексте.

Объемы представительных проб, определенные экспериментально-аналитическим методом, в этом случае по месторождениям различаются в 2—45 раз и в четырех случаях больше объемов экспериментальных проб в 4—90 раз.

Если верить полученным результатам, то следует вывод о том, что используемые объемы первичных геологических проб при опробовании данной группы золоторудных месторождений чаще являются непредставительными. Объем представительной пробы в 7 случаях из 10 оказался равным 0,06 – 0,90 м^3. Подобные объемы проб при опробовании рудных месторождений не практикуются (за редким исключением).

Другими словами, расчетами показано, что бороздовая проба малых и обычных размеров для опробования золоторудных месторождений подобного типа (за исключением месторождений А и В, см. табл. 10.4) непредставительна. Другое дело, может ли система опробования, состоящая из множества таких проб, быть представительной? Именно на этот вопрос отвечают результаты экспериментов подобного рода. В рассматриваемых примерах на него авторами работы [18] получен положительный ответ.

Анализ показал, что по всем месторождениям в дисперсии содержания золота практически отсутствует трендовая (закономерная) составляющая дисперсии. В таких случаях для дисперсии $D(C'_{V_1})$ и $D(C'_{V_2})$ согласно (10.3) должно соблюдаться соотношение

$$\frac{D(C'_{V_1})}{D(C'_{V_2})} = \frac{V_2}{V_1},$$

которое выполняется только для четырех объектов опробования (см. табл. 10.4, месторождения В, Г, Д, Е) из десяти. Это соотношение не соблюдается на двух месторождениях (А и В). Именно здесь пробы всех сечений отбирались только вручную. Может быть, причины этого несовпадения объясняются погрешностями ручного пробоотбора и последующими ошибками пробообработки.

К тому же только на месторождениях А и В использовались относительно большие сечения борозд с объемами $V_1 = 0{,}005$ и $V_2 = 0{,}045$ м^3, что также могло вызвать большие ошибки в пробоотборе и пробообработке.

Авторами работ [18, 152] отмечается, что при отборе проб условие постоянства объема проб часто не соблюдалось и отклонения от заданного объема достигали 40 %. В экспериментальных данных имели место случаи, когда дисперсия содержания по пробам бóльшего объема оказывалась существенно выше, чем по пробам меньшего объема (эти значения в табл. 10.2 и 10.4 отмечены звездочкой, а $\varphi(T)$ и $V_{предст}$ не вычислялись).

На этих месторождениях отношение $V_2/V_1 = 9$, а отношения дисперсий $D(C'_{V_2})/D(C'_{V_1})$ находятся в пределах 1,4—3,3. Такое непропорциональное уменьшение дисперсии с увеличением объема пробы может свидетельствовать также и об особенностях поля минерализации.

Пример 3. Обширный эксперимент по обоснованию параметров бороздовых проб и расстояний между ними был проведен в 1971—1972 гг. институтом "Иргиредмет" и комбинатом "Индигирзолото" ПГО "Якутзолото" на одном из россыпных месторождений, отрабатываемом подземным способом [104].

Рассматриваемая россыпь состоит из нескольких обособленных струй. Для россыпи характерны сложный микрорельеф плотика и весьма неравномерно распределенное мелкое и среднее по крупности золото (коэффициент вариации 130—150 %). Свыше 70 % золота приурочено к спаевой части и примазке по трещинам коренных пород. Последние представлены в различной степени прокварцованными и сульфидизированными песчано-глинистыми и глинистыми сланцами.

В одной из рассечек, пройденной по россыпи, отбирались бороздовые пробы в два слоя на протяжении 51 м. Пробы отбирались элементарными секциями-проходками шириной 0,5 м, глубиной 0,1 и высотой 0,2 м (рис. 10.1). В каждом слое было отобрано по 102 элементарной бороздовой пробе. По каждой из них определялось содержание металла, мощность золотоносного пласта и проводилось объединение по бороздам с сечением 1,0 × 0,1 м, 0,5 × 0,2 м. Содержание золота в последних вычислялось суммированием металла и объема песков объединяемых смежных элементарных секций-проходок [104]. По полученным результатам были определены статистические характеристики полных выборок для каждого из рассмотренных сечений (табл. 10.5).

Если обозначить: V_1 — объем борозды шириной 0,5 м первого слоя, V_2 — второго, V_3 — объем борозды шириной 1,0 м первого слоя, V_4 — второго, V_5 — обоих слоев шириной 0,5 м и V_6 — шириной 1,0 м, то можно сформировать формально 11 вариантов разнообъемного опробования для экспериментально-аналитического определения объема представительной пробы (табл. 10.6).

Проверка гипотезы о равенстве дисперсий содержаний для всех вариантов показала, что она не отвергается при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$

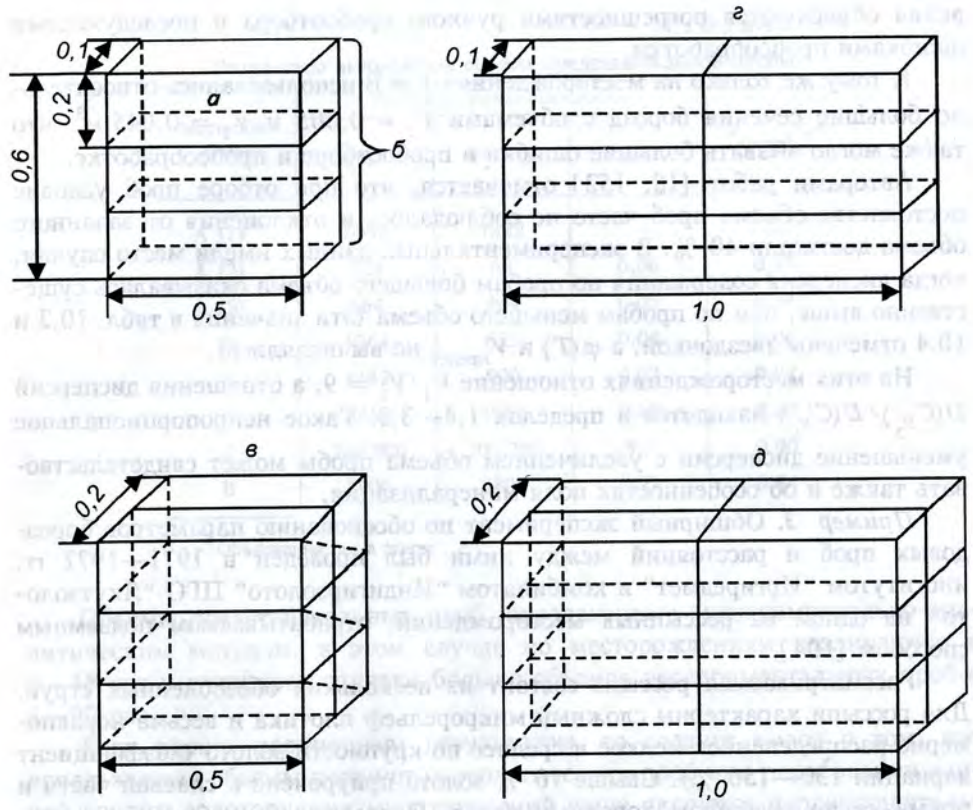


Рис. 10.1. Схема объединения бороздовых проб [104].

а — элементарная секция-проходка; *б* — элементарная бороздовая проба; *в—д* — объединенные бороздовые пробы.

Таблица 10.5

Статистические характеристики выборок [104]

Средний показатель	Место отбора борозд					
	Первый слой		Второй слой		Оба слоя	
	0,5	1,0	0,5	1,0	0,5	1,0
Количество проб	102	51	102	51	102	51
Содержание, г/м^3	6,0	5,25	6,40	5,63	5,13	4,55
	125	111	153	116	122	102

Примечание. В числителе указаны средние содержания, в знаменателе — коэффициенты вариации, %.

Данные приведены в сокращении.

только для вариантов V_1, V_4 и V_3, V_6 (табл. 10.7). В этих вариантах объемы представительных проб получились минимальными среди вариантов соответственно V_1, V_i и прочих.

Среднее значение объема представительной пробы из 9 вариантов (после исключения вариантов V_1, V_4 и V_2, V_6) равно 3,5 м^3 при колебании по вариантам от 2,1 до 5,1 м^3 (см. табл. 10.7).

Другие примеры. На россыпных месторождениях алмазов, олова и золота Якутии в 1983—1985 гг. предприятиями ПГО "Якутскгеология" проводилось валовое опробование и скважинами УКБ-8'', УКБ-19 3/4'', что позволило, в частности, сформировать различные варианты разнообъемного опробования применительно к задаче экспериментально-аналитического определения объема представительной пробы (см. табл. 10.7). Некоторые варианты разнообъемного опробования оказались недостаточно удачными из-за малой разницы в дисперсиях содержаний (гипотеза о равенстве дисперсий отвергается только при $\alpha \geqslant 0{,}10$). Вычисленные объемы представительных проб в этих вариантах в табл. 10.7 отмечены звездочкой, хотя по своим значениям они не являются маловероятными.

Таблица 10.6

Исходные данные к экспериментально-аналитическому определению объема представительной пробы на одном из россыпных месторождений золота Якутии

Вариант	Параметры проб и распределений содержаний		
	V, м^3	C', г/м^3	$W(C')$
V_1	0,03	6,0	1,25
V_3	0,06	5,25	1,11
V_1	0,03	6,0	1,25
V_4	0,06	5,63	1,16
V_2	0,03	6,40	1,53
V_3	0,06	5,25	1,11
V_2	0,03	6,40	1,53
V_4	0,06	5,63	1,16
V_1	0,03	6,0	1,25
V_5	0,06	5,13	1,22
V_1	0,03	6,0	1,25
V_6	0,12	4,55	1,02
V_2	0,03	6,40	1,53
V_5	0,06	5,13	1,22
V_2	0,03	6,40	1,53
V_6	0,12	4,55	1,02
V_3	0,06	5,25	1,11
V_6	0,12	4,55	1,02
V_4	0,06	5,63	1,16
V_6	0,12	4,55	1,02
V_5	0,06	5,13	1,22

На участке золотокварцевой жилы одного из золоторудных месторождений для изучения закономерностей распределения золота в пределах рудного гнезда и определения рационального сечения бороздовой пробы отобрано 220 проб с площадки размером 110 × 200 см. Размер каждой пробы 10 × 10 см, а глубина отбора 3 см. Все пробы были измельчены и без сокращения подверглись пробирному анализу [234].

Из результатов отдельных проб путем их объединения "конструировались" бороздовые пробы различных сечений — от 10 × 3 до 60 × 3 см, пересекающие жилу от контакта до контакта. При разных сечениях ими-

Таблица 10.7

Результаты вычисления объема представительной пробы [104]

Вариант	$D_1(C')$	$D_2(C')$	$\varphi(T)$	$V_{предст}$, м^3
Месторождения золота Якутии				
V_1 и V_3	56	34	0,24	1,9
V_1 и V_4	56	43	0,14	1,1
V_2 и V_3	96	34	0,64	5,1
V_2 и V_4	96	43	0,55	4,4
V_1 и V_5	56	39	0,19	1,5
V_1 и V_6	56	22	0,26	2,1
V_2 и V_5	96	39	0,60	4,8
V_2 и V_6	96	22	0,54	4,3
V_3 и V_6	34	22	0,29	2,3
V_4 и V_6	43	22	0,48	3,8
V_5 и V_6	39	22	0,44	3,5
Среднее			0,40	3,2
Среднее после исключения вариантов V_1, V_4 и V_3, V_6			0,44	3,5
$C = 2{,}0$; $V_1 = 0{,}012$; $V_2 = 0{,}078$	13	6	0,05	1,0
$C = 2{,}0$; $V_1 = 0{,}012$; $V_2 = 0{,}5$	13	4,5	0,05	1,0
$C = 2{,}0$; $V_1 = 0{,}078$; $V_2 = 0{,}5$	6	4,5	0,07	1,6
Месторождения алмазов Якутии				
$C = 3{,}0$; $V_1 = 1{,}0$; $V_2 = 30$	2,0	1,0	0,35	5,2
$C = 3{,}0$; $V_1 = 1{,}0$; $V_2 = 24$	2,0	1,1	0,3	5,0
$C = 3{,}0$; $V_1 = 1{,}0$; $V_2 = 3{,}0$	2,0	1,5	0,25	3,7*
$C = 3{,}0$; $V_1 = 3{,}0$; $V_2 = 24$	1,5	1,1	0,46	6,8*
$C = 3{,}0$; $V_1 = 3{,}0$; $V_2 = 30$	1,5	1,0	0,56	8,3*
$C = 5{,}0$; $V_1 = 0{,}7$; $V_2 = 1{,}6$	10,5	6,0	1,1	10
$C = 5{,}0$; $V_1 = 0{,}7$; $V_2 = 27$	10,5	0,35	1,45	13
$C = 5{,}0$; $V_1 = 1{,}6$; $V_2 = 27$	6,0	0,35	1,9	17
Месторождения олова Якутии				
$C = 500$; $V_1 = 0{,}012$; $V_2 = 0{,}078$	10^6	$75 \cdot 10^4$	7,1	0,63*
$C = 500$; $V_1 = 0{,}012$; $V_2 = 0{,}5$	10^6	$55 \cdot 10^4$	10,8	0,96
$C = 500$; $V_1 = 0{,}078$; $V_2 = 0{,}5$	$75 \cdot 10^4$	$55 \cdot 10^4$	37	3,3*

тированных бороздовых проб получены следующие значения коэффициентов вариации содержаний золота:

Ширина борозды, см	10	20	30	60
Коэффициент вариации содержаний, доля ед.	1,3	0,75	0,45	0,40

По приведенным в работе [234] данным нельзя вычислить значение функции $\varphi(T)$, так как значения содержаний даны в условных единицах. Однако представительный объем пробы можно определить экспериментально-аналитическим методом по преобразованной для подобных случаев формуле

$$V_{предст} = \frac{t^2[W^2_{V_1}(C') - W^2_{V_2}(C')]V_1V_2}{W^2_{cg}(V_2 - V_1)}.$$

Для разных парных сочетаний ширины борозд (10 и 20; 10 и 60; 20 и 60 см) объем представительной пробы получился равным 0,13 – 0,23 м^3, что в 13—23 раза превышает рекомендуемый в [234] объем пробы.

Опробование коренных месторождений алмазов в 60—70-е годы при детальной разведке осуществлялось путем отбора валовых проб, достигающих по массе нескольких десятков тонн.

С целью установления параметров сети и масс частных проб с 1958 г. тематической партией МГРИ под руководством А.А. Якжина совместно с Амакинской экспедицией проводились специальные опытно-методические работы на коренных месторождениях алмазов Якутии [97]. Частные пробы отбирались по сети 50 × 50, 100 × 100 и 200 × 200 см. Масса отдельных частных проб (порций) выбиралась из расчета получения для каждой сети ряда мелкообъемных проб массой 100—200—500—2000 кг. Массы валовых проб составили 43, 84, 103, 125, 134, 151, 220—1000 т.

Из многочисленных результатов этой работы для экспериментально-аналитического метода определения объема представительной пробы можно использовать три варианта разнообъемного опробования с массами проб 100, 200; 100, 2000 и 200, 2000 кг. Расчетные значения объемов представительных проб оказались равными соответственно 36, 22 и 10 м^3.

Практически на всех месторождениях при разведке и разработке с целью установления рационального объема пробы и (или) поправочных коэффициентов ведется разнообъемное опробование. Поэтому экспериментальные данные для расчета объема представительной пробы экспериментально-аналитическим методом весьма распространены.

Однако, видимо, надежность подобных экспериментальных данных недостаточна, а основное и заверочное опробования ведутся часто объемами, существенно меньшими объемов представительных проб. Надежность системы опробования часто определяется удовлетворительной оценкой среднего содержания по совокупности размещенных на разных расстояниях проб.

Распространенный метод определения поправочных коэффициентов и введения их в результаты основного опробования, повышая точность оценки запасов, среднего содержания и мощности продуктивных пластов, в целом не совсем корректен и обусловливает существенные ошибки в отдельных

точках основного опробования. Здесь сказывается свойственный методу так называемый эффект сортировки, рассматриваемый подробно в следующем разделе.

10.4. Эффект сортировки и уровень представительности проб

Выбор основного способа опробования с соответствующими параметрами геологической пробы и его контроль осуществляют путем сопоставления результатов опробования парами разнообъемных сопряженных и (или) парами смежных и сопряженных проб разных методов опробования (скважины разного диаметра, разных способов бурения, шурфы, канавы, траншеи, борозда по борозде, рядом расположенные борозды, пробы на противоположных стенках выработок и др.). Кроме того, предусматривается валовое опробование.

Результаты основного способа опробования заверяются более надежным и представительным опробованием. Сравнением результатов основного и заверочного опробования получают поправочные коэффициенты к основному опробованию.

Практически во всех случаях сравнения результатов разнообъемного опробования или двух разных способов опробования, существенно различных по точности (представительности), имеют место качественно похожие выводы: поправочные коэффициенты на содержание нижнего класса больше единицы и с повышением класса содержаний монотонно уменьшаются до значений меньше единицы в классах максимальных содержаний (табл. 10.8).

Таблица 10.8

Поправочные коэффициенты на заверенные скважины ударно-канатного бурения по россыпям золота Северо-Востока [29]

Классы скважин по вертикальному запасу, усл. ед.	Количество скважин в классе	Поправочный коэффициент			
		на мощность торфов	на мощность песков	на среднее содержание	на вертикальный запас
До 1	1120	0,92	1,56	1,89	2,94
1—3	657	0,94	1,01	1,20	1,21
3—5	235	0,96	1,01	0,97	0,95
5—10	217	0,95	1,14	0,83	0,95
10—15	65	0,95	0,89	0,81	0,72
15—20	30	0,93	0,71	1,02	0,72
20—30	26	1,02	0,71	0,86	0,61
30—50	15	1,02	0,87	0,71	0,63
> 50	11	0,97	0,66	0,45	0,30
На все скважины	2376	0,94	1,18	0,79	0,98

Из приведенной таблицы ясен и способ получения поправочных коэффициентов. Все пробы основного опробования, заверенные более надежным способом, разбиваются (сортируются) по классам содержаний, и в каждом классе вычисляется среднее содержание $\overline{C}_{0i}$ ($i = 1, 2, ..., r$, r — число классов). Это предопределяет распределение по классам содержаний соответствующих заверочных проб, так как заверочная проба относится к тому классу, в который попала ею заверенная проба основного опробования.

По заверочным пробам, оказавшимся в i-м классе содержаний по основному опробованию, тоже вычисляются средние содержания $\overline{C}_{зi}$. Поправочный коэффициент $K_п$ для каждого класса содержаний определяется отношением среднего содержания $\overline{C}_{зi}$ к C_{0i}, т.е.

$$K_{пi} = \overline{C}_{зi}/C_{0i}. \qquad (10.8)$$

Рассмотрим типовые возможные ситуации, приводящие к разным закономерностям изменения поправочного коэффициента с возрастанием порядкового номера интервала содержаний (рис. 10.2).

Ситуация 1. Основное опробование проведено существенно непредставительными пробами, а заверочное — чрезвычайно представительными (с относительной ошибкой оценки содержания значительно меньше необходимой и достаточной).

Ранее нами неоднократно отмечалось, что параметры закона распределения содержаний являются функциями кроме всего прочего объема пробы. При этом дисперсия содержания уменьшается с увеличением объема пробы.

Следовательно, чем больше объем пробы (чем выше уровень представительности пробы), тем уже интервал возможных колебаний и изменений содержаний при опробовании однородного поля минерализации (при любой модели среды опробования из табл. 4.1 и др.).

В рассматриваемой ситуации область возможного изменения содержания основного существенно непредставительного опробования будет очень широкой. Эту область экспериментальных значений содержаний мы разбили на r интервалов.

Для заверочного представительного опробования однородного поля минерализации область возможных

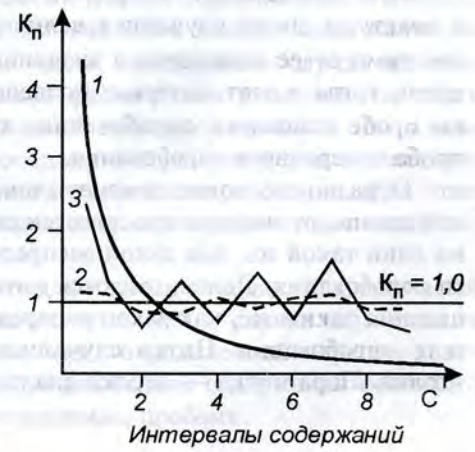


Рис. 10.2. График поправочных коэффициентов при разных сочетаниях основного и заверочного опробования.

1 — опробование основное непредставительное при представительном заверочном; *2* — основное и заверочное представительные; *3* — основное и заверочное непредставительные, но заверочное опробование точнее основного.

изменений содержаний весьма узка (коэффициент вариации содержаний близок к нулю). Поэтому можно полагать, что $\overline{C}_{зi} \approx \text{const} = A$. Тогда для поправочного коэффициента по (10.8) будем иметь

$$K_{пi} = \frac{A}{\overline{C}_{0i}}, \tag{10.9}$$

что соответствует кривой *1* (см. рис. 10.2). Эта кривая пересекается с прямой $K_п = 1$ в точке $C = \overline{C}$.

Ситуация 2. Основное и заверочное опробование проведено представительными пробами. В этом случае

$$K_{пi} = K_п \approx \text{const} \approx 1, \tag{10.10}$$

что можно изобразить ломаной линией *2* (см. рис. 10.2).

Ситуация 3. Основное и заверочное опробование проведено непредставительными объемами проб. При этом

$$K_{пi} = \frac{\overline{C}_{зi}}{\overline{C}_{0i}} \tag{10.11}$$

является функцией двух случайных аргументов $\overline{C}_{зi}$ и $\overline{C}_{0i}$. Случайная величина $\overline{C}_{0i}$ есть интервальное среднее содержание по основному опробованию. Область возможного ее изменения не выходит за пределы *i*-го интервала. Следовательно, минимальное значение она принимает в первом интервале и возрастает с увеличением номера интервала содержаний до максимума в последнем интервале с номером *r* (по условию начальной сортировки содержаний по основному опробованию).

Так как объем пробы основного опробования непредставителен, диапазон значений содержаний из-за большой дисперсии может быть очень широк. При весьма малом объеме пробы значения содержаний на россыпных и коренных месторождениях, например, золота и алмазов могут изменяться от нуля (предела обнаружения) до тысяч и более граммов на 1 м^3 или 1 т. Поэтому C_{0i} могут меняться (в подобных случаях) от очень малых значений до очень больших.

При опробовании однородной по содержанию, условиям минерализации и текстуры среды случайная величина $C_{зi}$ сортируется по интервалам независимо от ее конкретного значения. Она попадает в *i*-й интервал только тогда, когда в этот интервал попадает случайная величина C_0, полученная по пробе основного опробования, которую заверяла соответствующая ей проба заверочного опробования.

Образно это можно пояснить так. Пусть имеются иголки разной случайной длины, от миллиметра до сотен сантиметров. Пусть закон распределения их длин такой же, как закон распределения содержаний по пробам основного опробования. Далее, имеются нитки случайной длины с законом распределения таким же, как закон распределения содержаний по пробам заверочного опробования. Нитки случайным образом выбираются и вдеваются в иголки. Пара нитка — иголка аналогична по "связке" паре $C_0 - C_з$.

Теперь иголки разложим по *r* коробкам (интервалам) в соответствии с их длиной. ("Куда иголка, туда и нитка".) В каждом интервале окажутся нитки всякой длины и средние значения длин ниток при большом числе наблюдений будут мало различаться между собой.

Таким образом, аналогия с поинтервальными средними значениями содержаний $\overline{C}_{0i}$ и $\overline{C}_{зi}$ полная. В результате в числителе (10.11) во всех интервалах значения $\overline{C}_{зi} \approx \overline{C}_з$, а в знаменателе $\overline{C}_{0i}$ монотонно возрастают от малых значений в первых интервалах до $\overline{C}_{0i} > \overline{C}_з$ в последних. Поправочный коэффициент будет изменяться от значений, больших единицы, до значений, меньших единицы.

Опробование среды с неоднородным полем содержаний картину, в принципе, не меняет. Однако при этом возникают важные особенности. И главная из них имеет прямое отношение к поправочному коэффициенту.

В случае опробования среды с однородным полем содержаний и других важнейших геологических параметров полученные значения поинтервальных поправочных коэффициентов по результатам непредставительного основного и представительного заверочного опробования можно (при отсутствии других больших ошибок пробоотбора, пробообработки и анализа) законно распространять на все незаверенные данные основного опробования.

В реальной ситуации среда опробования неоднородна. Допустим, что пробы основного опробования (как и заверочного) размещены на всех участках неоднородности.

Заверочное опробование представительными пробами даст значения содержаний, близкие к фактическим на всех участках неоднородности. При основном же опробовании непредставительными пробами в любом участке неоднородности с уровнем содержания C_y будет получен весь спектр возможных значений содержаний. Бóльшая их часть будет ниже фактического уровня C_y. В незначительное число проб случайно попадут крупные минералы, минеральные агрегаты, скопления. Какая-то доля измерений даст значения, близкие к фактическому содержанию C_y.

К чему приведет в этом случае сортировка по интервалам содержаний основного опробования?

В первые интервалы, интервалы самых низких содержаний, из результатов основного опробования попадут все значения низких содержаний со всех блоков неоднородности. Бóльшая часть их отражает случайное значение содержаний, существенно меньшее фактических в соответствующих местах опробования. Другая часть значений низких содержаний (по основному опробованию), которые также попадают в первые интервалы, соответствует фактическим низким содержаниям в местах опробования. Для этих мест и заверочное опробование представительными пробами даст такие же низкие значения содержаний.

Значит, поправочный коэффициент для первых интервалов содержаний получится хотя и больше единицы, но меньше, чем в случае опробования среды с однородным полем содержаний, что в определенной мере скрывает действительный эффект систематического занижения содержаний основного опробования существенно непредставительными пробами.

В последних интервалах (классах) содержаний по основному опробованию существенно уменьшается число высоких значений содержаний заверочного опробования, так как бóльшая их часть перешла в низшие классы вслед за заверенными ими малыми (случайными) значениями содержаний основного опробования ("как нитка за иголкой"). В результате и средние значения содержаний по заверочному опробованию в этих классах $\overline{C}_{з(r-1)}$, $\overline{C}_{зr}$ оказываются заниженными.

Средние же значения $\overline{C}_{0(r-1)}$, $\overline{C}_{0r}$, наоборот, будут завышенными вследствие аномальных случайных значений содержаний основного опробования. В результате поправочный коэффициент $K_{п} = \overline{C}_{зr}/\overline{C}_{0r}$ оказывается меньше единицы (как и в других конечных интервалах). Важно, что уменьшение $K_{п}$ произошло не только из-за аномально высоких значений содержаний основного опробования, но и за счет как бы "прореживания" надежных высоких значений заверочного опробования.

Это создает неверное представление о степени и причинах завышения содержаний по основному опробованию в классах наибольших значений содержаний. Действительно, обратим внимание на данные табл. 10.8.

Доля заверенных скважин в последних классах содержаний по основному опробованию ничтожна (по 1—3 % общего числа скважин). Часть из них (незначительная) отражает фактические содержания в зоне высоких содержаний природного поля, а основная доля — это аномально высокие случайные значения, следствие непредставительного опробования. В этих последних интервалах осталось всего 5 % высоких значений вертикального запаса (более 20 усл. ед., см. табл. 10.8) по заверочному опробованию. Всего же заверено 1120 скважин.

Создается впечатление, что на всех месторождениях, где были заверены указанные скважины, ничтожно мало скважин с высоким фактическим запасом, а следовательно, и запасов, участков с такими вертикальными запасами. Но это, естественно, не так, ибо львиная доля высоких значений вертикальных запасов (ВЗ) по заверочному опробованию при "сортировке" перешла ("как нитка за иголкой") в самые низкие классы по содержанию и ВЗ.

В результате видно, что основное опробование не выявило участков, площадей с большими вертикальными запасами, а поправочный коэффициент в классах высоких запасов (именно на этих, невыявленных участках!) оказался меньше единицы. Да и в целом на все скважины $K_{п} = 0{,}98$ (см. табл. 10.8).

Поправочный коэффициент на россыпных месторождениях золота рекомендуется применять к месторождению в целом [200], что незначительно уточняет истинную картину распределения запасов в подсчетных блоках.

При анализе эффекта сортировки авторами проводилось сравнение разных методов опробования на ряде россыпных месторождений алмазов, золота, олова Якутии. Фрагменты этой работы далее иллюстрируются результатами, полученными на россыпном месторождении олова Кэрбэнг.

Опробование велось проходкой скважин УКБ-8″, УКБ-19 3/4″, КБ, КПР и шурфов. Средние содержания сравнивались по парам различных

выработок, пройденных на расстоянии до 1 м друг от друга. Для каждой пары выработок (например, УКБ-8″ и УКБ-19 3/4″) сравнение выполнялось двояко: в первом случае по первой выработке все значения содержаний группировались по интервалам содержаний 0—50, 51—100 и т.д. и затем вычислялись средние значения для каждого интервала. Это среднее значение далее обозначено $\overline{C}_{11}$ (первый индекс указывает на первый вариант сравнения, а второй — на то, что среднее содержание рассматривается по первой выработке данной пары выработок). По второй выработке выбирались значения содержаний в соответствующем интервале опробования (рис. 10.3, *а*). Таким образом, например, для первого интервала содержаний 0—50 значения содержаний по пробам первой выработки могли изменяться от 0 до 50 единиц, а по пробам второй выработки — в пределах любых наблюдаемых значений. Среднее значение по этим пробам обозначено далее $\overline{C}_{12}$.

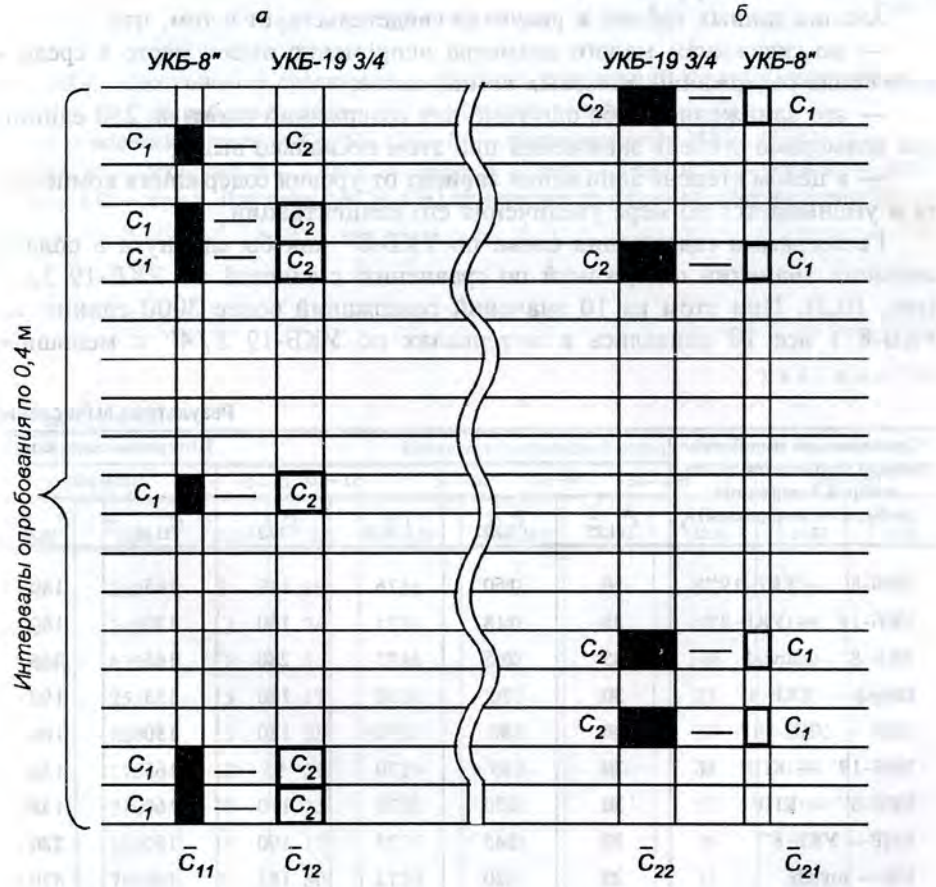


Рис. 10.3. Варианты сравнения содержаний:
а — первый, *б* — второй.

Во втором случае выработки менялись местами и проводилось все аналогично (см. рис. 10.3, *б*). Соответствующие средние значения обозначены $\overline{C}_{22}$ и $\overline{C}_{21}$.

Главное, что можно отметить по данным сравнения (табл. 10.9), это близость значений $\overline{C}_{11}$ и $\overline{C}_{22}$ как между собой для любой пары сравниваемых выработок, так и между различными парами выработок. Такое равенство указанных средних имеет место в любом интервале содержаний (рис. 10.4, прямая *1*).

Наблюдается явная тенденция занижения в среднем содержаний по выработкам малого диаметра по сравнению с данными УКБ 19 3/4″ и особенно шурфов (см. рис. 10.4, прямые *2—4*). Тангенс угла наклона прямых *2—4* равен коэффициенту превышения средних содержаний по выработке большего диаметра против содержаний по выработкам малого диаметра. В табл. 10.10 для разных пар сравниваемых выработок приведены значения этих коэффициентов.

Анализ данных таблиц и рисунков свидетельствует о том, что:

— по скважинам малого диаметра непременно имеет место в среднем занижение содержаний полезных компонентов;

— это занижение особо ощутимо для содержаний олова до 250 единиц; для вольфрама степень занижения при этом несколько выше;

— в целом степень занижения зависит от уровня содержания компонента и уменьшается по мере увеличения его концентрации.

Гистограмма содержания олова по УКБ-8″ как бы сдвинута в область меньших значений содержаний по сравнению с таковой по УКБ-19 3/4″ (рис. 10.5). При этом из 10 значений содержаний более 3000 единиц (по УКБ-8″) все 10 оказались в интервалах по УКБ-19 3/4″ с меньшими

Результаты вычислений

Сравниваемые выработки (первой указывается та, по которой содержания разбиты по интервалам)	Интервалы содержаний					
	0—50		51—100		101—250	
	$\overline{C}_{11,22}$	$\overline{C}_{12,21}$	$\overline{C}_{11,22}$	$\overline{C}_{12,21}$	$\overline{C}_{11,22}$	$\overline{C}_{12,21}$
УКБ-8″ — УКБ-19″	18	150	76	140	165	180
УКБ-19″ — УКБ-8″	33	118	75	130	170	180
УКБ-8″ — шурф	25	205	75	280	165	365
Шурф — УКБ-8″	30	70	80	120	155	190
КПР — УКБ-19″	30	80	70	130	150	100
УКБ-19″ — КПР	30	95	70	95	165	130
УКБ-8″ — КПР	30	130	75	110	160	135
КПР— УКБ-8″	30	145	75	190	150	220
КБ — шурф	25	120	75	185	140	470
Шурф — КБ	30	40	80	230	150	160
УКБ-19″ — шурф	35	160	70	350	160	600
Шурф — УКБ-19″	40	135	90	150	160	200

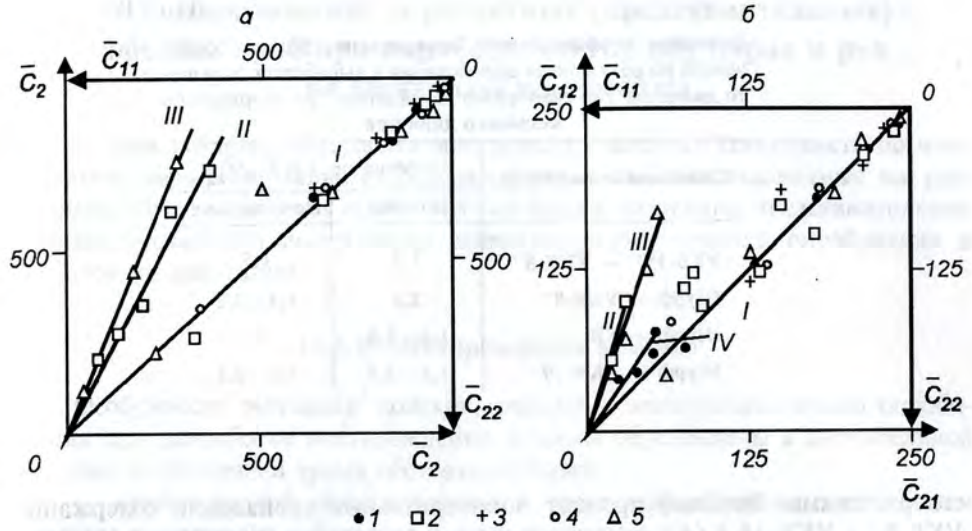


Рис. 10.4. Соотношение средних интервальных содержаний в парах сравниваемых выработок (олово — *а*) и (диоксид вольфрама — *б*).

I — положение точек $M(\overline{C}_{11}, \overline{C}_{22})$; *II—IV* — положение точек $M(\overline{C}_{21}, \overline{C}_{12})$.

1 — УКБ-8″ — УКБ-19″; *2* — УКБ-8″ — шурф; *3* — КПР — УКБ-19″; *4* — УКБ-8″ — КПР; *5* — КБ — шурф. Для точек $M(\overline{C}_{21}, \overline{C}_{12})$ обозначения те же, но крупнее выделены.

Таблица 10.9

$\overline{C}_{11}$, $\overline{C}_{22}$, $\overline{C}_{12}$ и $\overline{C}_{21}$

олова	Интервалы содержаний вольфрама									
251—500	0—20		21—50		51—100		101—150			
$\overline{C}_{11,22}$	$\overline{C}_{12,21}$	$\overline{C}_{11,22}$	$\overline{C}_{12,21}$	$\overline{C}_{11,22}$	$\overline{C}_{12,21}$	$\overline{C}_{11,22}$	$\overline{C}_{12,21}$	$\overline{C}_{11,22}$	$\overline{C}_{12,21}$	
.350	260	8	38	34	42	68	52	120	78	
325	240	12	24	33	42	62	58	120	62	
340	630	12	56	36	97	73	108	120	120	
330	255	15	17	38	29	78	75	120	80	
330	220	13	35	37	40	00	50	125	50	
320	175	12	30	39	32	65	35	130	40	
380	310	10	75	33	72	70	55	115	40	
335	160	14	15	35	32	65	26	125	36	
340	760	9	50	34	70	58	25	123	85	
330	290	11	18	32	30	68	70	115	60	
340	500	14	85	35	100	70	100	125	150	
350	250	10	6	40	42	75	65	125	120	

Таблица 10.10

Значения коэффициентов превышания средних содержаний по результатам опробования в выработках большого диаметра по сравнению с данными по выработкам меньшего диаметра

Сравниваемые выработки	Коэффициент $K = \overline{C}_{12}/\overline{C}_{21}$	
	По олову	По вольфраму
УКБ-19′′ — УКБ-8′′	1,2	1,5
Шурф — УКБ-8′′	2,0	1,2—3,2
Шурф — КБ	1,4—2,6	3
Шурф — УКБ-19′′	1,5—2,5	1,5—2,5

содержаниями. Вообще, процент поинтервальных совпадений содержаний УКБ-8′′ с УКБ-19 3/4′′ очень мал и равен (в порядке возрастания интервалов на рис. 10.5) соответственно 63, 20, 27, 19, 23, 13, 0 %. Общее число поинтервальных совпадений составило 6,26 или 32 %.

Таким образом, факт занижения содержаний при непредставительном опробовании по сравнению с более представительным подтверждается также при рассмотрении эффекта сортировки. Однако распространенная практика определения поправочного коэффициента не может вскрыть истинную степень такого занижения и часто создает иллюзию приемлемости основного опробования, приводящего, как правило, к пересортице участков опробования по содержанию и запасам.

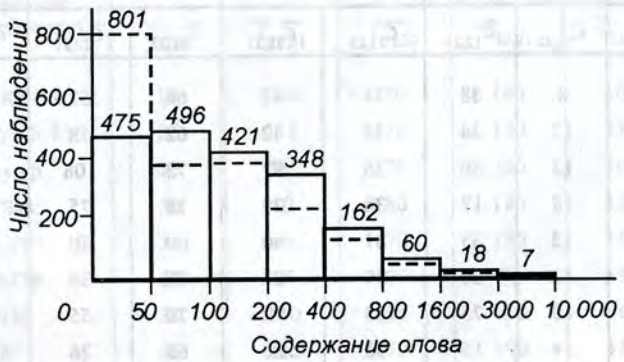


Рис. 10.5. Распределение содержания олова по УКБ-19 3/4′′ (сплошные линии) и УКБ-8′′ (штриховые).

10.5. Фактические и расчетные (представительные) объемы проб при опробовании горных пород и руд на минералы и элементы

В этом разделе в ретроспективе делается попытка сопоставить по имеющимся экспериментальным данным фактически использованные на различных объектах объемы геологических проб и расчетные представительные объемы, исходя из построенных математических моделей опробования и методов их адаптации.

10.5.1. Месторождения алмазов

Особенности методики поисков, оценки и эксплуатационного опробования при разработке месторождений алмазов обусловлены в значительной степени следующими тремя обстоятельствами:

— крайне редкой вкрапленностью с чрезвычайно низким содержанием алмазов ювелирного и близкого к нему качества;

— требуемой высокой точностью оценки содержания алмазов ювелирного качества;

— необходимостью отбора большеобъемных проб и невозможностью их сокращения при пробообработке известными методами.

Все это обусловливает необходимость проведения трудоемких работ по отбору проб достаточно большого объема и их обогащению.

Так, объемы проб для разведки уральских алмазных россыпей в 70-е годы рекомендовались от 40 м^3 при раздельной добыче до 80 м^3 — при дражной разработке. Размеры проб для якутских алмазных россыпей, предназначенных для отработки драгами, рекомендовались 10 м^3, а для раздельной добычи — 2,0 м^3. Для коренных месторождений при средней массе зерен алмаза 9—10 мг — 2,0 м^3, а при средней массе 7—3 мг — 0,5 м^3 [264].

Для оценки размеров представительных проб воспользуемся средними данными по гранулометрическому составу алмазов ряда месторождений (табл. 10.11) (цит. по [264]). Здесь приведены вычисленные значения $q(W_q^2 + 1)$ и объемы представительных проб для минимальных и максимальных масс зерен алмазов в классах крупности. Естественно, что наиболее правдоподобные значения объемов представительных проб будут удовлетворять неравенству

$$V_{\text{пр.min}} < V_{\text{предст}} < V_{\text{пр.max}},$$

что для коренных месторождений находится в пределах 10—25 м^3 при среднем содержании алмазов $C = 1$ кар и 2—5 м^3 при $C = 5$ кар.

Для приведенных россыпных месторождений объемы представительных проб несколько больше. Заметим еще раз, что решающее влияние на объем представительной пробы оказывают два параметра: среднее содержание и гранулометрический показатель $\pi_0 = q_0(W_q^2 + 1)$, каждый из которых может изменяться в 10—20 (и более) раз.

Таблица 10.11

Распределение алмазов по классам крупности и объемы представительных проб

Классы крупности, мм	Масса зерен алмазов, мг		Массовая доля алмазов в месторождении, %			
	от	до	I	II	III	IV
Коренные месторождения Якутии						
− 0,5	0,0	0,5	2,0	2,6	3,5	1,7
+ 0,5 − 1,0	0,5	1,7	8,0	10,0	9,1	10,0
+ 1,0 − 2,0	1,7	10,0	33,0	46,0	32,8	26,0
+ 2,0 − 4,0	10	100	35,1	33,1	45,7	43,6
+ 4,0 − 8,0	100	720	20,0	8,3	8,9	18,7
+ 8,0 − 16,0	720	1020	1,9	—	—	—
Всего...			100,0	100,0	1000,0	100,0
$\pi_{min} = q_{min}(W_q^2 + 1)$			38	12	14	24
$\pi_{max} = q_{max}(W_q^2 + 1)$			202	98	113	180
$V_{пр.min}$ при $C = 1$ кар и $W_{cg} = 0,3$			8,4	2,7	3,1	5,4
$V_{пр.max}$ при $C = 1$ кар и $W_{cg} = 0,3$			45	22	25	40
Россыпные месторождения Якутии						
− 0,5	0	0,5	0,8	0,7	1,3	—
+ 0,5 − 1,0	0,5	1,7	2,0	2,8	3,3	1,2
	1,7	5,0	4,7	7,5	8,4	3,2
+ 1,0 − 2,0	5,0	10,0	5,7	6,2	8,2	3,3
+ 2,0 − 4,0	10	40	34,3	27,2	27,2	20,0
	40	100	36,4	27,0	20,1	17,0
+ 4,0 − 8,0	100	200	11,5	17,1	14,5	21,6
	200	400	3,1	9,4	10,8	23,0
	400	720	1,3	1,9	5,4	8,8
+ 8,0 − 16,0	720	1020	0,2	0,2	0,8	1,9
Всего...			100,0	100,0	100,0	100,0
$\pi_{min} = q_{min}(W_q^2 + 1)$			43	59	75	125
$\pi_{max} = q_{max}(W_q^2 + 1)$			98	126	150	243
$V_{пр.min}$ при $C = 1$ кар и $W_{cg} = 0,3$			9,6	13,0	16,5	28
$V_{пр.max}$ при $C = 1$ кар и $W_{cg} = 0,3$			21,8	28	34	54

В практике разведочных работ в Западной Якутии пробы берут от 2 до 5 м^3 и более.

Разведочные работы на Урале показали, что в среднем для всех типов россыпей объем разведочной пробы колеблется от 40 до 80 м^3, что связано с малым средним содержанием и большей средней массой алмазов [264].

Например, Г.В. Нестеренко приводит пример долинной алмазоносной россыпи западного склона Урала, где основная массовая доля алмазов приходится на фракции 2—4, 4—8 и 8—16 мм (соответственно 30; 60,5; 7,5 %) [214].

Принимая массу зерна алмаза по фракциям крупности из табл. 10.11 для этих условий (при $C = 1$ кар/м^3 и $W_{cg} = 0,3$), получим $\pi_{min} = 180$, $\pi_{max} = 340$ и $V_{пр.min} = 36$ м^3, $V_{пр.max} = 70$ м^3.

Сопоставление данных детальной разведки и эксплуатации россыпей Урала, проведенное сотрудниками треста "Уралалмаз", показало, что по результатам разведки мощность продуктивных песков, среднее содержание, площадь балансовых контуров и запасов были значительно занижены. Коэффициенты намыва наблюдались в пределах 0,4—3,0 [264].

Минимальные содержания, при которых рентабельна разработка месторождений, определяются преимущественно крупностью и ювелирной ценностью алмазов. Например, для африканских месторождений установлено, что если основная доля алмазов в месторождении составляет класс − 4 + 2 мм, то рентабельными оказываются месторождения с содержанием 40—50 мг/т, в случае же преобладания алмазов крупнее 4 мм — с содержанием 20 мг/т (0,1 кар/т). В подобных условиях объем представительных проб увеличивается еще в несколько раз (до первых сотен метров кубических).

К мелкообъемному опробованию месторождений алмазов относят опробование с объемом отдельных проб 0,5 − 2,0 м^3. Оно проводится с целью поисков минералов-спутников алмазов в различных генетических типах рыхлых отложений, а в районах с высоким содержанием алмазов — и для их обнаружения.

Объемы проб при крупнообъемном опробовании составляют обычно 5—100 м^3. Крупнообъемное (валовое) опробование осуществляется с целью констатации наличия алмазов и предварительного определения их содержания в наиболее перспективных кимберлитовых трубках и россыпях [204, 252].

Высокая трудоемкость отбора и обогащения крупнообъемных проб стимулировала поиски новых методов разведки месторождений алмазов путем мелкообъемного опробования. Основанием для разработки методики мелкообъемного опробования кимберлитов послужило установление следующих закономерностей распределения кристаллов алмазов в кимберлитовых трубках.

1. В отечественных месторождениях как по глубине, так и по площади трубок взрыва алмазы распределяются относительно равномерно. Иногда наблюдается некоторое уменьшение содержания алмазов в приконтактных зонах, что объясняется разубоживанием кимберлитового тела породами. Равномерное распределение алмазов в кимберлитовых трубках подтвержда-

ется долголетней практикой эксплуатации зарубежных коренных месторождений.

2. Несмотря на неодинаковое содержание алмазов в отдельных кимберлитовых трубках, соотношение количеств алмазов в различных классах крупности практически не меняется [36, 97, 185].

При разведке кимберлитовой трубки "Мир" в Якутии наиболее сложной и трудоемкой операцией явилось опробование. Первоначально оно основывалось на представлении о неравномерном распределении алмазов в кимберлите, в связи с чем отбирались валовые пробы объемом от 25 до 150 м^3. В пробу включался материал четырех-шести рядом расположенных шурфов [36].

По заданию Якутского геологического управления и Амакинской экспедиции с 1958 г. тематическая партия МГРИ под руководством А.А. Якжина совместно с работниками Амакинской экспедиции приступила к разработке рациональной методики разведки и опробования коренных месторождений алмазов Якутии. Проведенные исследования по мелкообъемному опробованию алмазоносных кимберлитов стали первыми работами в практике опробования кимберлитовых тел [97].

Результаты этих исследований послужили основанием применить впервые в мировой практике опробования на алмазы керн колонковых скважин. Экспериментальными работами была установлена оптимальная масса пробы, равная 0,5—1,0 т, чему примерно отвечает масса керна с интервала 40 м скважины диаметром 130 мм [36].

В природе известно несколько типов коренных месторождений алмазов, связанных с кимберлитовыми породами: трубки, дайки, жилы и силлы [125].

По качеству и среднему содержанию алмазов, например, дайки часто не уступают разрабатываемым кимберлитовым трубкам. Однако из-за малой мощности даек (1—3 м, иногда больше) они пока осваиваются в редких случаях. Их малая мощность порождает особенности опробования, поскольку в этом случае керновое опробование в одном пересечении дайки дает объем пробы, явно недостаточный для определения качества и содержания алмазов даже на локальном участке.

Возможность удовлетворительного кернового опробования кимберлитовых трубок объясняется не только большими интервалами, с которых керн колонковой скважины объединяется в эту пробу, но и достаточно большим числом скважин. Таким образом, представительность опробования здесь определяется всей системой разведочных выработок.

10.5.2. Россыпные месторождения золота

При поиске и разведке россыпей в условиях Северо-Востока России использовали ударно-канатные, колонковые скважины, шурфы, шахты с рассечками, котлованы, траншеи. Ведущим способом является ударно-канатное бурение, удельный вес которого в общем объеме геолого-разведочных работ на россыпных месторождениях до недавнего времени превышал 90 %, а удельный вес прироста запасов от бурения — 96 %.

Для бурения скважин ударно-канатным способом в основном использовали буровые станки БУ-20-2УШ. Диаметры бурового инструмента 200 мм, долота — 190 мм.

Шурфы проходят при помощи взрывчатых материалов на месторождениях мощностью рыхлых отложений до 20 м и при отсутствии водоносных таликовых зон. Размеры поперечного сечения выработок 1,0 × 1,25 м.

Разведочные шахты с рассечками применяли на месторождениях, залегающих на глубинах свыше 20 м. Стволы шахт наклонные или вертикальные, сечение их 4,6—6,0 м^2. Из стволов шахт с целью полного пересечения золотоносного контура задавали рассечки сечением 1,8 или 2,7 м^2 вкрест простирания россыпи. В некоторых случаях для оконтуривания пласта по вертикали из рассечек проходили восстающие и гезенки сечением 1,0 м^2.

Траншеи ориентируют вкрест простирания россыпи или долины. Применяемая техника: бульдозеры — для проходки мерзлых пород с естественным оттаиванием, талых, сушенцов и водоносных таликов; колесные скреперы в комплексе с бульдозером — мерзлых пород с естественным оттаиванием, в комплексе с экскаватором — сушенцов; экскаваторы — для проходки талых пород главным образом в водоносных таликах. Ширина траншей по верху 7 м (ширина двух бульдозерных ножей), при добивке — 3,5 м (один бульдозерный нож).

Колонковые скважины проходили преимущественно станком ЗИФ-650. Внутренний диаметр колонковой трубы 139 мм, диаметр керна 130 мм.

На многих месторождениях успешно использовали также скважины большого диаметра (500 мм) и часто вместо проходки шурфов.

Таким образом, объем пробы при поисках и разведке россыпей преимущественно определялся диаметром скважин ударно-канатного бурения (УКБ-8″), что при мощности продуктивного горизонта 1 м давало объем пробы не более 0,03 м^3 независимо от крупности металла и его среднего содержания.

В 1957 г. впервые в условиях Северо-Востока России начали применять траншейный способ разведочных работ. В 1966 г. ВНИИ-1 совместно с геологическим управлением объединения "Северовостокзолото" обобщил опыт работы разведочных участков предприятий. В результате был определен рациональный объем проб на площадях приисковой разведки — 0,025 м^3/п. м выработки при мощности пласта песков 1 м. По мнению разработчиков, увеличение объема проб не повышает достоверности разведки, а уменьшение его сильно искажает данные о содержании золота в песках.

Первоначально рекомендованный ВНИИ-1 траншейный способ на практике несколько изменен. Главным образом это коснулось сечений выработок и способа отбора проб. Наибольшее распространение получили новые приемы проходки траншей [113]:

1. Добивка траншей по пласту песков в два бульдозерных ножа (в ширину) и отбор бороздовых проб по торфам и пескам на верхнем борту траншеи по мере ее углубки. Интервал между пробами 5—10 м, объем

9 Заказ № 236

проб — 0,15—0,22 м^3/п. м выработки. Промывают пробы малогабаритными приборами ПМ-2 и ПРБ-1-6.

2. Проходка траншей до пласта песков в два бульдозерных ножа, а по пласту песков — шириной в один нож. Отбор проб по торфам проводился по верхнему борту выработки по мере углубки бороздовым способом. Размер проб — 5 ендовок с проходки. По пласту песков пробы отбирали из целика проходками с интервалами 0,2 м. Расстояние между пробами 10 м, объем проб 0,18—0,22 м^3/п. м выработки. Промывку проб осуществляли приборами ПМ-2 с дизельным приводом.

3. Проходка траншей до пласта песков шириной в два бульдозерных ножа, опробование пласта песков выполняли экскаваторами Э-302. Расстояние между котлованами 10 м, объем пробы 0,02—0,3 м^3/п. м выработки. Торфа опробуют по борту выработок бороздами через интервалы 10 м. Размер проб — 5—10 ендовок с одной проходки в 0,2 м. Промывают пробы на приборах МПД-С и СП-100, к приисковым промывочным приборам пробы перевозят автосамосвалами.

Котлованный способ получил распространение на разведке пойм долин больших водотоков, где мощность рыхлых отложений более 5 м. Котлованы проходили экскаваторами. По пласту песков пробы отбирали в объеме 0,25 м^3/п. м выработки, по торфам — через 1 м по вертикали в объеме 0,5 м^3.

Полигонный способ разведки наиболее распространен на разведке больших долин и техногенных россыпей. Размер полигонов чаще всего составляет 150(200) × 40(20) м, при этом длинная сторона его ориентирована вкрест простирания россыпи.

Объем промывки на полигонах обычно не превышал 20—30 тыс. м^3. Пески подают на прибор по секциям 40 × 40 или 40 × 20 м.

Распределение золота в поперечном и вертикальном разрезах контролируют бороздовым опробованием бортов полигона. Пробы отбирают через интервалы 10 м (20 м), размер проб — 5 ендовок с 20-сантиметровой проходки [113].

Основой дальнейшего совершенствования оценки сложных россыпей в Верхне-Индигирском золотоносном районе является разработанный геологами Индигирки, внедренный в 1971 г. крупнообъемно-линейный способ опробования сложных мелкозалегающих россыпей. Сущность данного метода опробования заключается в отборе в зимнее время мерзлых крупнообъемных проб песков из узких линейных подземных или открытых горных выработок длиной 20—40 м и шириной (по пескам) 1,5 м и в обогащении их на промприборах в летнее время [116, 295].

Крупнообъемное опробование исключает недостатки как траншейного, так и точечных (шурфовочного и бурового) способов опробования сложных россыпей и обеспечивает получение более достоверной геологической информации. Основным фактором, определяющим его эффективность, является не только объем пробы, но и один из элементов ее геометрии — необходимая длина.

Внедрение в золотоносных районах Восточной Якутии крупнообъемно-линейного способа опробования сложных россыпей потребовало внесения

некоторых изменений в применяемую методику их разведки. Во-первых, при выборе густоты разведочной сети кроме расстояний между разведочными сечениями (или линиями) и между выработками по разведочному сечению, необходимо определять длину линейных выработок. Во-вторых, методика опробования линейных горных выработок должна обеспечивать получение достоверной информации о параметрах и особенностях изучаемой россыпи.

Применение крупнообъемно-линейного способа опробования потребовало также осуществить техническое перевооружение работ на разведке россыпей золота за счет широкого внедрения производительной землеройной техники, нового обогатительного оборудования, современных транспортных средств и т.п. При этом был достигнут весьма высокий уровень механизации разведочных работ на россыпное золото [295].

Опыт применения крупнообъемного опробования при разведке относительно убогих россыпей, россыпей гнездового и струйчатого строения свидетельствует о его достаточно высокой достоверности и экономичности при оптимальных параметрах сети разведки и валовой пробы [116, 215, 295].

Б.Н. Нечаев [215] приводит гранулометрические характеристики золота по данным скважин УКБ и валовых проб (табл. 10.12), полученные из 1525 скважин и 78 валовых проб, объемом в среднем 23,4 м^3.

Изучение гранулометрического состава золота валовых проб показало, что в четырех пробах присутствуют все фракции золота крупностью до 4,0 мм, в 26 — до 5,65 мм, в 41 — до 8,00 мм, в 6 — до 11,3 мм, в 1 пробе — до 16,0 мм. Б.Н. Нечаевым определен минимальный объем валовой пробы, равный 20,37 м^3, исходя из уровня обнаружения золота и частоты встречаемости золотин фракции 5,65—8,00 мм [215].

Расчет по (4.4) и (10.7), где $\varphi(T) = q_0(W_q^2 + 1) = 580$ для данного примера, при $C = 1$ г/м^3 и $W_{cg} = 0{,}3$ дает объем представительной валовой пробы, равный 23,2 м^3.

Особое значение придается эксплуатационному опробованию при подготовке песков к промывке, когда определяется верхняя граница промышленного пласта песков, и при актировании отработанной россыпи — определение нижней границы пласта. В настоящее время для установления границ пласта песков используют метод опробования, при котором пробы объемом 0,02—0,04 м^3 (1—2 ендовки) отбирают из лунок по заданной сетке: 5 × 5 м или 10 × 10 м. Однако анализ и обобщение фактического материала по эксплуатационному опробованию россыпей, разрабатываемых открытым способом, показали, что достоверность лункового опробования не обеспечивает достаточного контроля за качественной и полной отработкой запасов. Например, на одном из месторождений прииска Широкий при подготовке песков полигона к промывке после отбора лунковых проб горную массу со слоя мощностью 0,2—0,4 м промыли на промывочной установке. При этом результаты промывки были получены отдельно с трех частей площади (табл. 10.13). По данным лункового опробования, среднее содержание металла на участках не превышало 40 усл. ед. м^3, а по результатам валовой

Таблица 10.12

Сравнение гранулометрических характеристик золота из скважин ударно-канатного бурения и валовых проб [215]

Класс крупности, мм	Частотное количество золота, %		Массовая доля золота, %	
	Скважины УКБ	Валовые пробы	Скважины УКБ	Валовые пробы
< 0,35	53,2	70,4	0,8	1,6
0,35—0,50	10,0	7,6	1,5	1,9
0,50—0,70	13,4	9,0	5,2	5,6
0,70—1,00	12,0	6,7	11,7	10,6
1,00—1,40	8,3	4,5	20,4	18,0
1,40—2,00	1,5	0,8	9,2	7,9
2,00—2,80	1,1	0,7	17,9	18,0
2,80—4,00	0,3	0,2	11,8	13,1
4,00—5,65	0,2	0,1	16,4	8,0
5,65—8,00	< 0,1	< 0,1	5,2	5,6
8,00—11,3	Нет	0,1	Нет	3,7
11,3—16,0	»	0,1	»	1,4
> 16,0	»	0,1	»	4,5

промывки — 36—103 усл. ед. м^3. Подобные факты были зафиксированы при экспериментальном опробовании на месторождениях прииска Экспериментальный [174].

Обоснованием необходимого объема пробы для определения фактического содержания металла в опробуемом слое послужили результаты экспериментов по эксплуатационному опробованию россыпей, разрабатываемых открытым способом. Методикой экспериментальных работ предусматривалось опробование россыпей с различным распределением вертикальных запасов, различной крупностью металла. Так, объекты опытного опробования располагались в пойменных частях или на террасах низкого уровня в долинах V—VII порядка. По разведочным данным, в соответствии с классификацией россыпей для целей эксплуатационной разведки участки опытного опробования относятся к I и II группам. Средняя крупность золота в россыпях колеблется от 2 до 4 мм, реже — менее 2 мм. Коэффициент вариации вертикальных запасов 55—163 %. Эксперименты по опробованию проводили на площадях 2200—3500 м^2, предназначенных к отработке. Объем проб изменялся чаще всего от 0,02 до 7—10 м^3, реже до 500 м^3. Поверхность полигона перед опробованием нивелировали по сетке 5 × × 5 м или 10 × 10 м. По этой сетке отбирали лунковые пробы на глубину 0,2—0,4 м. Крупнообъемные пробы отбирали по более редкой сетке. Обработку проб проводили на малогабаритных промывочных приборах типа ППР-0,25 и экспериментальной промывочной установке УПС-1 ВНИИ-1 с

Таблица 10.13

Сравнение результатов опробования [174]

Участок россыпи	Лунки		Послойная промывка	
	Количество	Среднее содержание, усл. ед./м^3	Объем горной массы, м^3	Содержание металла, усл. ед./м^3
1	45	20	1600	69
2	48	38	2800	103
3	39	10	1600	36

доводкой концентрата на лотке. Горную массу после опробования промывали на промывочных установках типа ГЭП, ПГБ, ЗГМ для оценки фактического содержания металла в опробуемом слое. Объем промытой горной массы определяли маркшейдерским замером [174].

При анализе опытных работ по эксплуатационному опробованию полигонов сравнивали результаты опробования с данными послойной промывки (содержание и крупность металла).

Результаты опытного опробования позволили разделить россыпи на две группы по крупности металла в оконтуривающих слоях. В I группе основная масса металла сосредоточена в мелких фракциях и достоверное содержание обеспечивает золото крупностью от 0,5 до 2,0 мм. Во II группе достоверные данные по содержанию металла обеспечивает класс крупности + 2 − 4 мм.

Минимальный надежный объем пробы для I группы россыпей В.И. Куторгин рекомендует в среднем 0,06 м^3, для II — 1,0 м^3.

Во второй группе некоторые участки россыпей имеют крупность золота, предельную для класса + 2 − 4 мм. Для подобных участков надежный объем пробы составляет, по мнению В.И. Куторгина, 10—30 м^3.

По нашим оценкам, для этих трех категорий участков россыпей объемы представительных проб должны быть равными соответственно 1,0; 6,0 и 30,0 м^3. Отбор проб подобного объема при определении границ продуктивного пласта — непростая задача. Опробование же существенно меньшими объемами проб не позволяет установить границы пласта со всеми вытекающими отсюда последствиями.

Применительно к россыпным месторождениям с мелким золотом в ЦНИГРИ эмпирически доказана представительность пробы для определения полного содержания золота объемом более или равным 0,2 м^3 [207].

Для мелкого (условно) золота (− 0,25 мм) средняя масса золотин $q_0 \approx 0{,}1$ мг. При $C = 1000$ мг, $W_{cg} = 0{,}3$, $W_q = 1—10$ объем представительной пробы по (4.4) будет $V_{пр} = 0{,}008—0{,}4$ м^3.

По ОСТ 41-02-254-85, в зависимости от объемов разведочные пробы при разведке россыпей золота подразделяются на малообъемные — до 0,06 м^3 (в плотной массе); среднеобъемные — 0,06—2 м^3 и крупнообъемные — более 2 м^3 (до тысяч и десятков тысяч метров кубических) [194, 225].

10.5.3. Золоторудные месторождения

Общие представления. Ведущая роль в выборе методики опробования, способов отбора проб и их параметров на стадиях предварительной и детальной разведки золоторудных месторождений принадлежит следующим факторам: 1) задачам опробования, 2) морфологическому типу рудных тел, 3) наличию (или отсутствию) в рудных телах четких геологических границ, 4) условиям залегания и мощности рудных тел, 5) внутреннему строению, 6) характеру распределения золотого оруденения, 7) физико-механическим свойствам руд и пород [195].

Пробы отбираются различными способами: линейные пробы — в основном бороздовым и шпуровым; объемные — валовым и задирковым; точечные — штуфным и горстевым. Ведущим для отбора линейных проб в горных выработках является бороздовый способ. В настоящее время именно этим способом ведется опробование коренных месторождений золота. Он широко проверен практикой разведки и большим объемом экспериментальных работ.

К наиболее совершенным механизмам отбора бороздовых проб, лишенным многих недостатков ручного и механического пробоотбора ударного действия, относятся пробоотборники режущего типа конструкции ЦНИГРИ с электрическим или пневматическим приводом — ИЭ 6404 и ИП 6401. Эти пробоотборники обеспечивают наиболее эффективный механизированный способ отбора бороздовых проб. С помощью параллельно расположенных мелкоалмазных кругов вырезается и легко скалывается щелевая бороздовая проба (ширина 2—3 см, глубина 5—6 см), в результате значительно повышаются уровень механизации и производительность труда, обеспечиваются ровные (гладкие) поверхности боковых стенок борозды, сводится до минимума избирательное выкрашивание материала и уменьшается влияние субъективных и объективных факторов на результаты опробования [195].

Объемы проб при разных способах отбора, за исключением валового, составляют, как правило, менее первых сотых метра кубического (табл. 10.14).

Надежная масса пробы золотосодержащей руды при разведке и эксплуатации золоторудных месторождений, рекомендуемая в [251], составляет от 0,5 до 45 кг в зависимости от крупности кусков руды и характера оруденения (табл. 10.15).

Известны десятки опубликованных работ, в которых доказывается представительность проб малого размера и массы. Как справедливо было отмечено Г.Ф. Кадыровым, "...представительность малых проб в этих работах исследовалась путем сличения средних данных результатов анализов экспериментальных проб малого веса со средними данными анализов сопряженных эталонных проб большого веса и размера. Этот способ основан на общепринятом в геолого-разведочном деле положении: чем больше вес пробы, тем достовернее результат ее анализа; наиболее представительными и надежными считаются валовые пробы.

...Исследователи, изучавшие точность вычисления средних содержаний по пробам малого веса, приходят к следующим общим выводам. Представительность отдельной пробы не зависит от ее веса. Большие единичные

Таблица 10.14

Способ отбора, типы и объемы проб

Способ отбора пробы, метод опробования	Проба	Объект опробования	Объем пробы, м^3	
			минимальный	максимальный
Бороздовый	Линейная	Рудные тела и их зальбанды, вскрытые подземными и открытыми горными выработками	0,0005	0,0072
Щелевой	»	То же	0,0006	0,0082
Задирковый	»	Рудные тела мощностью 0,2 м и менее	0,0015	0,0072
	Площадная	Рудные тела мощностью более 0,2 м	0,0015	0,040
Точечный	Линейная	Рудные тела и их зальбанды	0,0007	0,004
	Площадная	То же	0,0017	0,046
Штуфной	Объемная	То же и отбитая руда	0,00015	0,004
Валовый	»	Рудные тела в подземных и открытых горных выработках, отбитая руда	0,04	сотни
Керновый	Линейная	Интервалы керна с рудной минерализацией или ее признаками	0,00015	0,0086
Шламовый	»	Рудные тела и их зальбанды	0,0007	0,0019
Горстевой	Площадная	Отбитая руда в забое горной выработки	0,0007	0,0019

Примечание. Таблица составлена по [195, 219].

пробы содержат ту же случайную погрешность, что и пробы малого веса. Резкое (в десятки раз) изменение веса проб вызывает непропорционально малое изменение точности определения среднего содержания. Значительно лучшие результаты обеспечивает тщательный и правильный отбор большого числа малых проб, а не малого числа больших. Почти для всех месторождений черных и цветных металлов доказывается представительность малых проб весом 0,2—0,3 кг, а для золоторудных и редкометалльных — 0,5—1,0 кг.

Во всех известных работах представительность проб малого веса изучалась в связи с точностью определения среднего содержания полезного компонента в зависимости от характера его изменчивости и ряда других факторов. Такой способ нельзя считать удовлетворительным для определения представительности одиночных проб малого веса.

Представительность краевых проб, по которым устанавливается условная граница рудного тела по бортовым содержаниям, должна быть более надежной, чем представительность проб, данные которых используются при вычислении среднего содержания полезного компонента для какого-либо

Таблица 10.15

Надежная масса пробы золотосодержащих руд при разведке и эксплуатации золоторудных месторождений

Диаметр кусков, мм	Масса пробы, кг		Диаметр кусков, мм	Масса пробы, кг	
	Руды с тонким невидимым золотом*	Неравномерные руды с видимым золотом		Руды с тонким невидимым золотом*	Неравномерные руды с видимым золотом
12,7	22	45	3,2	4,2	8,5
9,7	15	30	1,65	1,3	2,7
6,4	11	22	0,85	0,5	1,1

*Или с золотом в сульфидах.

Примечание. Таблица составлена по [251].

объема рудного тела. Разработанной методики исследования представительности одиночных проб нет" [139, с. 87, 88].

В настоящей монографии авторами сделан акцент именно на разработку методики исследования и оценки представительности одиночных геологических проб. Именно поэтому расчетные объемы (массы) представительных проб в предлагаемом новом понимании часто получаются существенно бóльшими по сравнению с обычно используемыми и рекомендуемыми сторонниками мелкообъемного опробования.

В то же время, как уже отмечалось, объем представительной пробы, естественно, может слагаться из многих частей, отобранных в оцениваемом объеме рудного тела. Таким образом, сама представительная проба может быть объединением многих меньших по объему проб.

Рассмотрим некоторые примеры опробования коренных месторождений золота и других полезных ископаемых пробами малой массы, приведенные Е.П. Зайцевым в монографии [120].

Учалинское золоторудное месторождение. Пробы отбирали отдельно по каждому типу руд бороздовым и точечным способами. Исследовали три варианта сечения борозды: 0,1 × 0,05 × 1,0; 0,05 × 0,03 × 1,0; 0,01 × × 0,01 × 1,0 м и точечные пробы малого размера — 30 точек на 1 п. м.

Перед отбором проб, по возможности, выравнивали стенки карьера в местах взятия проб. Затем брали бороздовую пробу длиной 1 м, шириной 10 см и глубиной 5 см. После этого снимали слой руды глубиной, равной глубине борозды. Затем проводили борозду меньшего сечения — шириной 5 и глубиной 3 см. Аналогичным приемом в этом же месте отбирали бороздовую пробу малого размера — шириной и глубиной 1 см. И наконец отбирали по дну малой борозды точечную линейную пробу из 30 точек на длину борозды, т.е. на 1 п. м. Средняя масса большой бороздовой пробы составила 10,75 кг, пробы среднего размера — 3,91, малой пробы — 0,82 и линейной точечной — 0,36 кг.

Всего было взято 500 проб, по четыре пробы в 125 пунктах месторождения. Из них по барито-лимонитовой руде отобрано 204, по баритовой сыпучке — 264, по колчеданной сыпучке — 32 пробы [120].

Таблица 10.16

Определение объема представительной пробы экспериментально-аналитическим методом по Учалинскому золоторудному месторождению

V_1, м^3	V_2, м^3	$D_1(C')$	$D_2(C')$	$\varphi(T)$	$V_{предст}$, м^3
0,0014	0,0038	612	602	0,0006	0,0007
0,0003	0,0038	625	602	0,0002	0,000 23
0,000 13	0,0038	732	602	0,0001	0,000 13
0,0003	0,0014	625	612	0,000 13	0,000 15
0,000 13	0,0014	732	612	0,0004	0,000 46

Приведенные объемы и средние массы бороздовых проб не позволяют однозначно определить плотность рудного вещества из-за несоответствия фактических объемов проб теоретическим. Принимая плотность руды в среднем 2,8 т/м^3, определим необходимые параметры и объем представительной пробы по (10.7) для разных сочетаний объемов проб при среднем содержании золота 13,7 г/т (38,4 г/м^3) и W_{cg} = 0,3 (табл. 10.16).

При числе пунктов опробования n = 125 гипотеза о равенстве дисперсий содержаний при всех способах опробования не отвергается и различные значения дисперсий можно признать не обусловленными изменениями объемов проб и методов опробования.

Оценка по (10.6) дисперсии неоднородности поля минерализации показывает, что $D_0 \approx D_i(C')$, т.е. наблюдаемые дисперсии практически целиком могут быть объяснены закономерной составляющей неоднородности поля минерализации или (и) другими источниками дисперсии (ошибки в пробоотборе, пробообработке и анализе).

В результате в этой ситуации будет правдоподобным вывод о том, что все указанные пробы представительные, а наблюдаемые коэффициенты вариации содержаний (64—68 %) отражают закономерную составляющую неоднородности поля минерализации и ошибки пробоотбора, пробообработки и анализа проб.

Кумакское золоторудное месторождение. Представлено пластообразной залежью серицит-хлоритовых сланцев. Мощность залежи меняется от нескольких сантиметров до 12 м.

По сланцеватости и под углом к ней рудоносные сланцы содержат прожилки, включения неправильной формы и линзочки кварца. Кроме того, они включают кварц-турмалиновые, кварц-апатитовые и кварцевые жилы, которые пронизаны тончайшими кварцевыми прожилками. Кварцевые жилы и прожилки имеют в своем составе золото, сами же сланцы золота не содержат.

Золото связано с тетрадимитом. Из других рудных минералов присутствуют магнетит, пирит и халькопирит, преимущественно в виде мелкой вкрапленности. Видимое золото встречается редко.

Перед отбором пробы забой по возможности выравнивали. Сначала брали пробу прямоугольной бороздой сечением 0,1 × 0,05 м. После этого по

длине борозды взяли точечную линейную пробу. Кусочки руды размером 1—1,5 см в максимальном сечении отбивали через 3 см. Затем отбирали точечную пробу по рудной площади забоя кусочками такого же размера по сетке 0,2 × 0,2 м. Количество кусочков в точечной линейной пробе варьировало от 40 до 65 шт., а в площадной — от 50 до 90 шт.

Шпуровые пробы отбирали во время бурения шпуров, пробуренных в забое за смену. Количество шпуров на площадь забоя равнялось от 6 до 22 шт. Средняя глубина шпуров составляла 1,1—1,8 м.

Средняя масса бороздовых проб была 7,7, шпуровых — 66,1, точечных площадных — 0,9, точечных линейных — 0,7 кг [120].

Исходные данные и результаты расчета объема представительной пробы экспериментально-аналитическим методом по (10.7) при среднем содержании 0,5 г/т (1,3 г/м^3) и W_{cg} = 0,3 приведены в табл. 10.17 для разных сочетаний способов опробования. Отметим, что точечные линейные пробы из рассмотрения исключены, так как при наименьшем их среднем объеме (0,0003 м^3) коэффициент вариации содержаний золота для этого способа опробования оказался наименьшим (115,6 %).

В данном случае все способы опробования кажутся представительными как системы опробования в целом, поскольку средние значения содержаний оценены со средней квадратической ошибкой 0,06—0,14 г/т при среднем содержании 0,5—0,6 г/т.

Однако объемы проб во всех способах являются непредставительными и существенно заниженными (за исключением шпуровых проб средней массой 66,1 кг). По расчетам (см. табл. 10.17) объем представительной пробы для данного месторождения равен 0,08—0,09 м^3 (210—230 кг).

Для сравнения рассмотрим результаты разнообъемного опробования Батамшинского никелевого и Миргалимсайского свинцового месторождений, отличающихся от золоторудных, кроме всего прочего, совершенно другим уровнем содержаний полезных компонентов.

Батамшинское никелевое месторождение представлено пластообразной залежью. Обогащенные никелем участки, определяемые в большинстве случаев опробованием, имеют неправильную форму с наличием карманов, струй, затеков.

Богатая по содержанию никеля руда, как правило, включает мелкие линзочки, прожилки, вкрапления изометрической формы, нередко с видимым гарниеритом, смитсонитом, керолитом, ферригаллуазитом. Содержание никеля в промышленных типах руд колеблется от 1 до 3,5, реже более 4 % [120].

Таблица 10.17

Определение объема представительной пробы экспериментально-аналитическим методом по Кумакскому золоторудному месторождению

V_1, м^3	V_2, м^3	$D_1(C')$	$D_2(C')$	$\varphi(T)$	$V_{\text{предст}}$, м^3
0,0004	0,025	10	2,6	0,0023	0,77
0,0004	0,003	10	2,7	0,0026	0,088

Исследовали три размера борозды и точечные линейные пробы малой массы. Борозды имели следующие размеры и массу:

	Размеры (сечение), м	Средняя масса проб, кг
Борозда		
большая	0,1 × 0,05 × 1,0	8,0
средняя	0,05 × 0,03 × 1,0	2,0
малая	0,01 × 0,01 × 1,0	0,2

В точечную пробу с 1 п. м отбирали 30 кусочков. Средняя масса точечной пробы равнялась 0,2 кг.

Все пробы были сопряжены. Сначала отбирали большую бороздовую пробу. Потом по плоскости ее дна проводили борозду среднего размера. Таким же образом были расположены борозда малого размера и точечная.

Среднее содержание из 100 проб в каждом способе опробования оказалось равным соответственно 1,51; 1,53; 1,53 и 1,48 %, а коэффициенты вариации — 45, 45, 46 и 46 % [120]. Близость этих показателей и сравнительная малость коэффициентов вариации содержаний при общем коэффициенте вариации по месторождению (вычисленному по 1956 пробам всех типов руд), равном 59 %, свидетельствуют о представительности всех способов опробования и представительности отдельных проб. На это же указывают малые отклонения содержаний во всех пунктах отбора проб между собой в разных способах опробования, находящиеся в пределах 0—36 %, за исключением 5 % случаев.

Объем представительной пробы (при прочих равных условиях) по всем математическим моделям среды опробования обратно пропорционален среднему содержанию измеряемого компонента в среде опробования.

Среднее содержание никеля в рассматриваемом месторождении равно 15 000 г/т, что примерно в 1000 раз выше содержания золота в золоторудных месторождениях. Поэтому представительность проб малой массы в подобных случаях более правдоподобное явление, чем, например, в случае Учалинского золоторудного месторождения.

Рудное тело Миргалимсайского свинцового месторождения представляет собой пластовую залежь, которая делится на основную, промежуточную и параллельную. Опробовали основную залежь, которая по характеру баритизации, оруденения и текстурным особенностям подразделяется на рудные слои-пачки.

Главным рудным минералом является галенит. В послойном оруденении вкрапленность галенита изменяется от редкой рассеянной до густой, почти нацело замещающей породу. Мощность прослоек галенита колеблется от нескольких миллиметров до 1—2, реже 5 см. Оруденелые прожилки секут породу в разных направлениях. Мощность прожилок обычно не превышает 1—2 мм. Размер вкрапленников галенита колеблется от тонких включений до зерен, имеющих 5—7 мм в поперечнике.

Экспериментально исследовали три метода: задирковый, бороздовый и точечный. Пробы были отобраны в 51 пункте. В каждом пункте взяли по

пять разных проб. Первой брали задирковую пробу на площади 1 м^2 при глубине 15 см. Затем в пределах ее площади нормально слоистости рудных пачек отбирали бороздовые пробы следующих сечений: 0,1 × 0,05 × 1; 0,05 × 0,03 × 1 и 0,01 × 0,01 × 1 м. После этого в контуре площади задирковой пробы были взяты точечные площадные пробы. В каждую из этих проб отбирали по 110—120 кусков руды размером 1—2 см.

Средняя масса задирковых проб составляла 384 кг, проб большой борозды — 11, средней — 5,8, малой — 0,48, малых точечных проб — 0,64 кг [120].

Среднее содержание свинца по пробам указанных размеров было соответственно 4,19; 4,33; 3,92; 4,18; 4,54 %, а коэффициенты вариации содержаний — 73,8; 79; 73,4; 84; 79 %. Коэффициент вариации содержаний, вычисленный по 1461 пробе, по рудному телу в 1,5 раза выше, чем в экспериментальном опробовании.

Гипотезы о равенстве средних содержаний и дисперсий во всех парных сочетаниях экспериментального разнообъемного опробования не отвергаются при уровне значимости 0,05. Поэтому объемы проб во всех экспериментальных способах опробования можно считать представительными или близкими к таковым.

Из всех возможных парных сочетаний разнообъемного экспериментального опробования только для пары большой (масса пробы 384 кг) и малой (масса пробы 0,48 кг) борозды гипотеза о равенстве дисперсий содержаний может быть отвергнута при уровне значимости 0,10. Расчет по (10.7) объема представительной пробы по данным этой пары разнообъемного опробования дает $V_{\text{предст}} = 0{,}0013$ м^3, что соответствует пробе массой 3,4 кг.

10.5.4. Литогеохимические исследования

"Проблема представительности информации в геохимии практически сводится к оценке того, насколько полно данная проба или серия проб (выборка) отражает действительные особенности распределения химических элементов в опробованном объекте. Как известно, главной особенностью геохимических исследований, ведущей к появлению неточных и даже ошибочных выводов, является резкое несоответствие объема исследуемых проб и представляемых ими геологических тел. На последние обычно распространяются закономерности распределения химических элементов, изученные по ограниченному количеству проб, часто даже без попытки оценки представительности используемых данных" [33, с. 11]. Как справедливо замечает Б.И. Белов: "..если, кроме того, учесть, что не существует научно обоснованных правил отбора проб, обеспечивающих наперед заданную близость эмпирических и природных распределений, то становится ясна причина возможных ошибок, возникающая из отождествления этих распределений" [30, с. 71].

По условиям отбора геохимических проб или получения результатов анализа геохимические методы делятся на три группы: дистанционные (космические и аэрометоды), контактно-дистанционные (радиогеохимические и ядерно-геохимические) и контактные [8].

В этом разделе рассматривается группа контактных геохимических методов, общим принципом которых является отбор пробы при непосредственном контакте с опробуемым объектом.

Особенность среды опробования при литогеохимических исследованиях с точки зрения отбора представительных проб состоит в том, что средние содержания изучаемых элементов и минералов часто на порядки ниже таковых при разведке месторождений полезных ископаемых, ибо изучаются геохимические ореолы, фоновые и кларковые содержания. Например, отношение минимального промышленного содержания многих полезных ископаемых к кларку составляет сотни и тысячи (табл. 10.18). А объем представительной пробы обратно пропорционален среднему содержанию!

Правда, при переходе от месторождения к породам с кларковым содержанием вместе с последним меняются гранулометрические показатели минералов-носителей исследуемого элемента, которые определяют введенную нами фундаментальную характеристику среды опробования $\pi_0 = q_0(W_q^2 + 1)$. Сведений же о гранулометрическом составе минералов-носителей элементов в разных горных породах в настоящее время явно недостаточно, чтобы расчетным путем, например по (4.4), определить объем представительной пробы.

Можно предположить, как это сделано В.Г. Петровым с соавторами [2], что кларковое содержание золота, например, в осадочно-метаморфических породах 4—5 мг/т обусловлено нахождением в них золота крупностью 0,04—0,08 мг. Если далее допустить, что коэффициент вариации массы золотин, включений золота имеет тот же порядок, что и в рудных месторождениях ($W_q = 1$—5), то по (4.4) объем представительной пробы будет равен (при $W_{cg} = 0{,}3$) 0,8 м^3 и более. Если средняя масса золотин на порядок меньше (0,004 мг), то и тогда масса представительной пробы будет более 100 кг.

Масса пробы при литохимическом опробовании обычно составляет от 25—50 до 100—300 г, редко 0,5—1,0 кг. Даже при использовании так называемого шлихогеохимического метода, при котором осуществляется промывка шлиховых проб из песчаных фракций, обычно объем пробы составляет 0,020 м^3 и редко 0,05 – 0,10 м^3 [8, 134].

Таким образом, создается в определенной мере обоснованное представление о том, что распро-

Таблица 10.18

Отношение минимального промышленного содержания в месторождении к кларку соответствующего элемента в земной коре

Элемент	Кларк К, (цит. по [64]), %	Минимальное промышленное содержание ($C_{\text{м.п}}$), %	Отношение, $C_{\text{м.п}}/K$
Ртуть	$8{,}3 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-2}$	6000
Сурьма	$5{,}0 \cdot 10^{-5}$	0,2	4000
Олово	$2{,}5 \cdot 10^{-4}$	0,1	400
Золото	$4{,}3 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-4}$	230
Серебро	$7{,}0 \cdot 10^{-6}$	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$	210
Платина	$5{,}0 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-4}$	200
Свинец	$1{,}6 \cdot 10^{-3}$	0,3	190
Цинк	$8{,}3 \cdot 10^{-3}$	0,6	70
Медь	$4{,}7 \cdot 10^{-3}$	0,2	40
Железо	4,65	20	4,3

страненные в практике литогеохимического опробования объемы проб не являются представительными.

Использование среднего содержания по результатам отбора и обработки многих проб, безусловно, уменьшает ошибку оценки содержаний. Однако при существенно непредставительном объеме пробы, как было неоднократно показано в предыдущих разделах, имеет место систематическое (в 95 случаях из 100) занижение каждого отдельного результата опробования в несколько раз. Кроме того, нахождение, например, золота в горных породах в виде отдельных самородных частиц, различных по форме и величине, обусловливает непопадание больших по массе золотин в лабораторные пробы и навески при сокращении геологических проб. Это усиливает эффект занижения содержания минералов и элементов при распространенной практике опробования горных пород на минералы и элементы.

Неправильные методы пробообработки и крупнообъемных проб в подобных условиях приведут к занижению содержаний, что скроет положительный эффект крупнообъемного (представительного) опробования.

Имеется множество минералов, которые присутствуют в горных породах в весьма малых количествах. Большинством исследователей признано, что такие минералы не могут быть изучены обычными методами. Это возможно лишь при наличии специальных методов, позволяющих с достаточной полнотой извлекать минералы из горных пород и затем концентрировать во фракции достаточной чистоты [183]. Такие минералы называют акцессорными.

В изверженных породах установлено более 80 акцессорных минералов, к наиболее характерным признакам которых относятся следующие:

— крайне незначительное содержание в породе;

— крайне малые размеры — десятые и сотые доли миллиметра;

— концентрация в них значительной части редких и рассеянных элементов, не вошедших из-за ряда причин в виде изоморфной или эндокриптной примеси в решетки породообразующих минералов [183].

Результаты изучения акцессорных минералов используются для решения многих общегеологических вопросов.

При изучении акцессорных минералов в гранитах десятилетиями пользовались исключительно штуфными пробами небольшой и весьма различной массы: 0,1—0,4 кг (И.М. Рохлин, 1941 г.), 10 кг (В.К. Монич, 1945 г.; Ф.К. Шипулин, 1957 г.), 2,0—5,0 кг (О.И. Матковский, 1956 г.), 8—30 кг (А.А. Конюк, С.Д. Туровский, 1956 г.). Впоследствии чаще стали брать пробы массой 5, 10, 20 кг [183].

Для экспериментального определения рациональной массы пробы была выбрана площадка 20 × 20 м. Граниты в пределах этой площади лишены включений, даек и минеральных жил. Эта площадка была разбита на правильные квадраты 5 × 5 м, и вокруг вершины каждого из них в радиусе 2 м был наколот гранит мелкими кусочками массой 5—10 г каждый. Расстояние 5 м обеспечивало достаточную плотность опробования по всей площади. Последовательным сбором из этих 25 точек мелких кусков гранита были составлены пробы массой 1, 5, 10, 20, 30 и 50 кг. Результаты минералогического анализа В.В. Ляховича представлены в виде таблицы

(табл. 10.19), рассмотрение которой показывает, что малые пробы (по сравнению с пробой 116 кг) обнаруживают далеко не все минералы: доля необнаруживаемых минералов составляет 15—46 %. Если же учитывать только минералы с содержанием менее 10 г/т, то эта доля равна 25—62 % (рис. 10.6, *а*). Доля же минералов, содержание которых существенно занижено, составляет соответственно 34—93 и 47—97 % (см. рис. 10.6, *б*). Конечно, имеют место и существенные завышения содержаний минералов в малых пробах, но их доля будет меньше. За истинное содержание при этом принято средневзвешенное на основании всех шести проб общей массой 116 кг.

Чтобы рассчитать объем представительной пробы при опробовании горных пород на акцессорные минералы по (4.4), необходимо для каждого минерала знать фундаментальную характеристику гранулометрического состава по (9.9): $\pi_0 = q_0(W_q^2 + 1)$.

Объем представительной пробы можно определять для минерала, имеющего максимальное значение π_0/C или (в общем случае) $\varphi(T)/C$, где $\varphi(T)$ находится экспериментально по (10.5).

Таблица 10.19

Зависимость видового состава и содержаний акцессорных минералов в биотитовом граните Кызылтау от массы пробы, г/т [183]

Минерал	Масса пробы, кг						
	1,0	5,0	10,0	20,0	30,0	50,0	116,0
1	2	3	4	5	6	7	8
Ортит	4,87	3,70	1,29	3,71	3,61	8,16	5,40
Торит	0,12	0,40	0,81	0,48	0,37	0,34	0,41
Сподумен	—	0,07	0,02	0,56	0,07	0,64	0,39
Касситерит	—	0,34	9,81	1,38	0,14	0,22	1,23
Олово	—	0,07	0,01	—	—	—	0,004
Вольфрам	—	—	0,59	—	—	0,03	0,06
Халькопирит	0,17	0,03	1,80	0,06	0,02	0,02	0,18
Малахит	—	—	0,24	—	—	—	0,02
Медь	—	—	—	—	—	0,02	0,01
Галенит	—	—	—	0,02	0,02	0,02	0,02
Сфалерит	—	—	—	—	—	0,02	0,01
Висмутин	—	—	—	—	0,24	0,02	0,07
Бисмутит	—	0,01	0,06	0,02	0,21	—	0,06
Пирит	0,07	0,07	2,42	0,26	0,13	0,18	0,37
Арсенопирит	0,50	0,027	13,02	0,56	0,04	0,26	1,36
Скородит	—	—	0,03	0,04	—	—	0,01
Сфен	0,08	1,11	8,89	1,09	2,65	0,75	2,01
Перовскит	0,08	0,20	6,05	1,05	0,75	1,50	1,55
Лейкоксен	0,40	0,40	0,25	0,47	2,03	0,69	0,94

Окончание табл. 10.19

1	2	3	4	5	6	7	8
Рутил	0,34	2,28	0,70	0,70	0,81	0,74	0,81
Анатаз	0,07	0,17	0,15	0,39	0,38	0,21	0,28
Брукит	—	—	—	0,13	0,05	0,07	0,06
Аурипигмент	—	—	0,01	—	—	0,60	0,26
Топаз	—	—	0,09	—	—	—	0,008
Дистен	—	—	0,05	—	—	—	0,004
Корунд	—	—	—	—	—	0,05	0,02
Муассанит	—	0,01	0,24	—	—	0,11	0,07
Графит	—	0,10	—	—	—	0,03	0,02
Турмалин	0,03	0,07	0,05	0,06	0,15	0,31	0,19
Гранат	0,50	1,68	6,97	2,72	2,35	4,22	3,57
Эпидот	7,39	9,71	8,06	16,06	6,37	6,30	8,31
Цоизит	—	0,34	0,54	0,40	0,35	0,58	0,47
Оливин	—	—	0,05	1,92	—	—	0,34
Барит	—	—	0,02	—	—	—	0,002
Всего...	25	32	39	33	32	38	46

Примечание. Таблица приведена в сокращении: исключены минералы, содержание которых существенно больше 10 г/т.

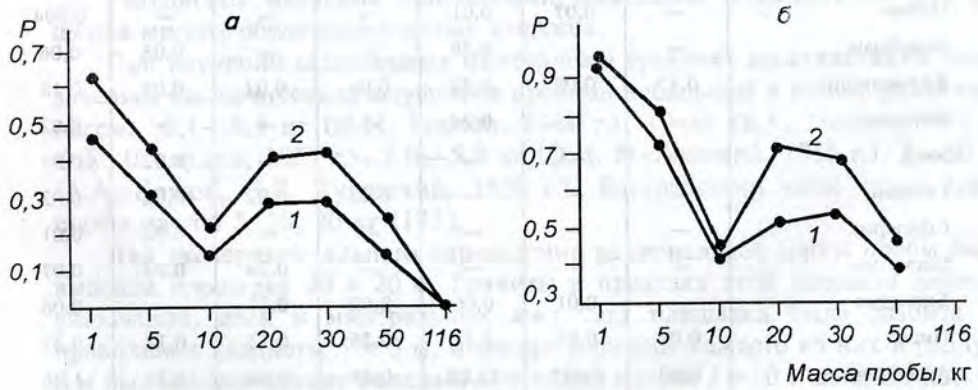


Рис. 10.6. Зависимость доли видов минералов, не обнаруживаемых по данной пробе (*а*) и содержание которых существенно занижено по данной пробе (*б*), от массы пробы.

1 — по полной таблице, *2* — по сокращенной.

При отсутствии необходимых сведений о гранулометрических характеристиках акцессорных минералов оценим возможные объемы представительной пробы из следующих соображений.

Известно, что размеры акцессорных минералов менее 0,1 мм. Золотины размером менее 0,25 мм имеют среднюю массу 0,08 мг. Примем среднюю массу акцессорного минерала (некоторого) равной 0,001 мг, т.е. в 80 раз меньше средней массы золотины фракции мельче 0,25 мм. Коэффициент вариации массы акцессорных минералов может изменяться, видимо, в широких пределах (1—10 и более). Содержание акцессорных минералов изменяется (см. табл. 10.19) от тысячных грамма на тонну (топаз, дистен, барит) до нескольких килограммов на тонну (магнетит, ильменит).

Примем за минимальное содержание некоторого акцессорного минерала 0,01 г/т (0,04 г/м^3). Тогда по (4.4) объем представительной пробы при необходимой и достаточной точности оценки среднего содержания такого акцессорного минерала $W_{cg} = 0{,}3$ и коэффициенте вариации массы минерала $W_q = 1$ будет 8 м^3.

Если за минимальное содержание некоторого акцессорного минерала принять 1 г/т (для 50 % минералов из табл. 10.19 содержание существенно меньше), то объем представительной пробы составит 0,08 м^3, или 150—300 кг, что значительно больше применяемых ранее масс проб и рекомендуемых (10 кг) В.В. Ляховичем.

Есть основания предполагать, что применяемые объемы проб при исследовании акцессорных минералов являются существенно непредставительными для многих видов минералов. Это ведет к занижению средних содержаний ряда акцессорных минералов при опробовании и не дает верного и полного представления об их видовом составе даже при массе пробы 100—150 кг и, видимо, более.

10.5.5. Лабораторный анализ

Имеется множество способов определения химических элементов в горных породах, рудах, продуктах их переработки. В этом разделе на примере анализа на золото рассматривается влияние массы навески анализируемого материала на точность определения элемента.

Низкие концентрации золота в горных породах, его неравномерное дискретное распределение не позволяют использовать для анализа какой-либо один метод в качестве универсального. На основании изучения тенденции развития методов, их возможностей, стоимости и метрологических характеристик в работе [287] сделана попытка найти каждому из методов свое место при решении геологических и технологических задач (табл. 10.20).

Современными методами можно анализировать золото в очень малых навесках (1 г и меньше). Однако, как правило, дискретное его распределение в горных породах и рудах обычно не позволяет использовать это преимущество.

Анализ распространенных способов определения содержаний золота в горных породах показывает их недостаточную эффективность при решении

Таблица 10.20

Методы определения золота

Метод	Масса анализируемой навески, г	Виды работ, в которых рекомендуется использовать данный метод [287]
Пробирный	До 100	Геологическая разведка (вмещающие породы, руды); технологические исследования (концентраты, хвосты)
Пробирное концентрирование с АА- или НАА-окончанием*	До 100, при окончании *n* мг до 1 г	Региональные геохимические исследования; геологическая разведка (вмещающие породы)
Атомная абсорбция	1—10	Региональные геохимические исследования; геохимические методы поисков (гидрогеохимия, биохимия); геологическая разведка (руды); технологические исследования (концентраты, хвосты, растворы)
Атомная эмиссия с индуктивно-связанной плазмой	От 10^{-8} до десятков	Региональные геохимические исследования; геохимические методы поисков; геологическая разведка (руды); технологические исследования (растворы)
Химический	1—10	Геологическая разведка (руды, минералы); технологические исследования (концентраты, хвосты)
Химическое концентрирование с АЭС-окончанием*	До 100, при окончании *n* мг до 1 г	Региональные геохимические исследования; геохимические методы поисков; геологическая разведка (вмещающие породы)
Нейтронная активация (НАА)	1—10	Региональные геохимические исследования; геохимические методы поисков (гидрогеохимия, биогеохимия); геологическая разведка (минералы)
Нейтронно-радиационный анализ (НРА)	От десятков миллиграммов до десятков граммов	
Радиохимический НАА	До 1	Региональные геохимические исследования; геологическая разведка (минералы)
Гамма-активация	До 100 и более	Геологическая разведка (вмещающие породы, руды); технологические исследования (концентраты, хвосты)
Рентгенофлюоресцентный, в том числе с химическим концентрированием	До 1	Геологическая разведка (руды); технологические исследования (концентраты)

*АА — атомная абсорбция; НАА — нейтронно-активационный анализ; АЭС — атомно-эмиссионная спектроскопия.

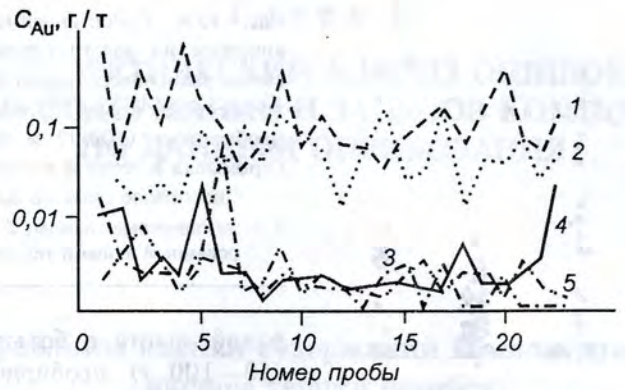


Рис. 10.7. График сравнения содержаний золота в пробах по результатам методов: пробирного из навески 50 г (*1*), нейтронно-активационного инструментального из навески 10 г (*2*), атомно-абсорбционного (*3*), спектрохимического (*4*), нейтронно-активационного радиохимического из навески 0,2 г (*5*) [233].

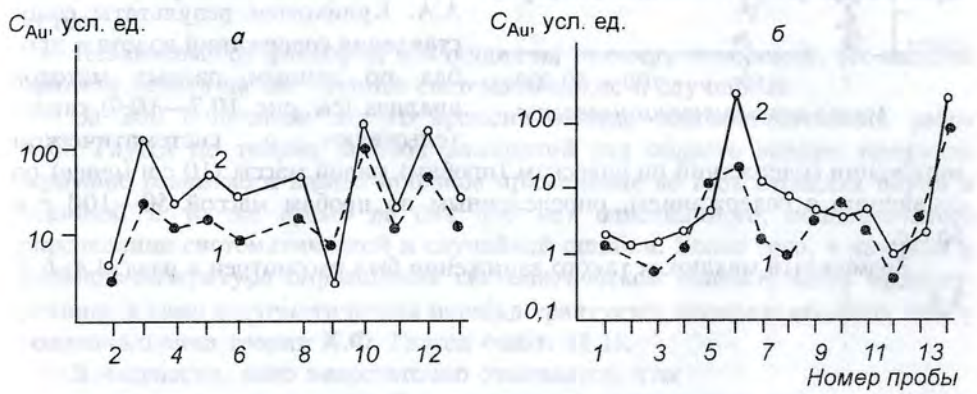


Рис. 10.8. График сопоставления средних содержаний золота в пробах конгломератов (*а*) и гидротермально-метасоматически измененных углеродсодержащих сланцев (*б*) по данным анализа в навесках 10 (*1*) и 100 г (*2*) [173].

поисковых геохимических задач. Обладая высокой представительностью (навеска 50—100 г), пробирный метод и его модификации имеют низкую чувствительность. Спектрохимические методы (и тем более радиоактивационные) при значительной чувствительности не обеспечивают представительности результатов анализа (навеска до 10—12 г) (рис. 10.7—10.9) [173, 233].

Можно выделить две группы исследователей, которые на первом этапе изучения золотоносности горных пород предлагают разные схемы опробования. Первые считают вполне надежными для выявления первичных ореолов отбор небольшой по массе пробы (150—200 г) и анализ содержаний золота в ней из навески 10—12 г спектрохимическим методом. Вторые предлагают брать пробы 1—2 кг и более с последующим анализом концент-

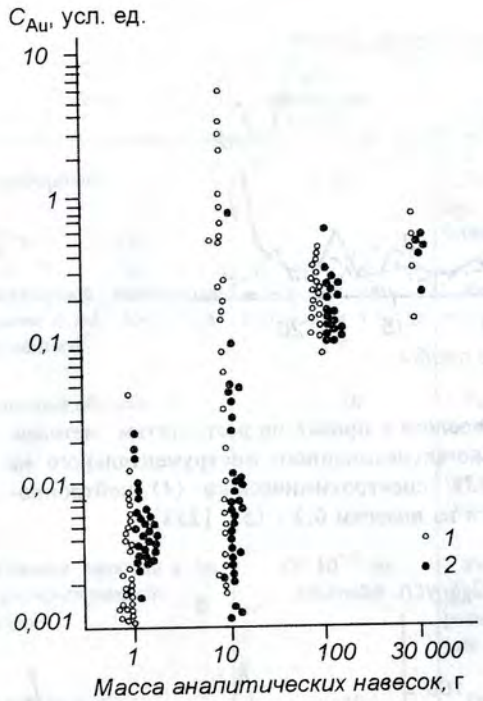


Рис. 10.9. Сопоставление результатов анализов на золото сланцев удерейской свиты разнонавесочными методами: атомно-абсорбционным (навеска 1 и 10 г), пробирным (100 г) и гравитационным (промывка в лотке и на концентрационном столе проб по 30 кг) [233].

1 — темно-серые сланцы; *2* — каолинизированный элювий тех же сланцев.

раций золота в больших навесках (50—100 г) пробирным методом. Первые исследователи отдают предпочтение высокочувствительным методам оценки содержаний золота в горных породах, а вторые — представительным [173].

Приведенные В.Г. Петровым, А.А. Куликовым результаты сопоставления содержаний золота в пробах по данным разных методов анализа (см. рис. 10.7—10.9) свидетельствуют о систематическом занижении содержаний по навескам (пробам) малой массы (10 г и менее) по сравнению с содержанием, определенным по пробам массой 50—100 г и более.

Возможный механизм такого занижения был рассмотрен в разд. 4.4, 6.3, 9.4.

Глава 11

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ОШИБОК ОЦЕНКИ СОДЕРЖАНИЙ И ЗАПАСОВ КОМПОНЕНТОВ ПО ДАННЫМ ОПРОБОВАНИЯ

11.1. Проблемы оценки содержаний компонента в свете аксиом теории ошибок

Погрешности измерения Δ некоторого показателя принято описывать с помощью разности

$$\Delta = x - x_0, \qquad (11.1)$$

где x — результат измерения; x_0 — истинное значение измеряемого параметра.

Независимо от факторов, влияющих на точность измерений, все ошибки принято делить на две группы: систематические и случайные.

За 200 с лишним лет со времени выхода основополагающих работ К.Ф. Гаусса по теории ошибок измерений эта область знания получила огромное развитие и нашла широкое применение во всех отраслях науки и техники. В то же время до сих пор нет однозначного, общепринятого определения систематической и случайной ошибки. Более того, в научной и учебной литературе определения систематической ошибки часто противоречивы, а сама систематическая ошибка трактуется неоправдано уже, чем у родоначальника теории К.Ф. Гаусса (табл. 11.1).

В частности, явно недостаточно отмечается, что:

— систематическая ошибка измерения нередко вызвана множеством факторов, каждый из которых порождает собственную элементарную ошибку;

— каждая элементарная систематическая ошибка, как и случайная, является случайной величиной, принимающей в каждом конкретном единичном измерении то или иное случайное значение, но закономерно одного и того же знака;

— в каждой конкретной отрасли знания совершенно недостаточно развита теория распределения систематических ошибок, а порой и полностью отсутствует.

В теории и практике опробования месторождений полезных ископаемых неоднократному и разностороннему исследованию подвергались такие систематические ошибки, как занижение содержаний в интервале опробования по скважине из-за избирательного истирания керна, недостаточной дезинтеграции материала пробы при опробовании многолетнемерзлых россыпей золота, олова и других полезных компонентов, а также за счет недостаточ-

Таблица 11.1

Типичные определения систематической и случайной ошибки в измерениях

Систематическая ошибка	Случайная ошибка	Литературный источник
"Систематическая ошибка наблюдается в тех случаях, когда среднее значение последовательных отсчетов отклоняется от известного точного значения и продолжает отклоняться независимо от числа последовательных отсчетов"	"Случайная ошибка имеет место, когда при последовательных измерениях постоянной величины получают различные числовые значения"	[340, с. 29, 30]
Ошибка называется систематической, если ее величина постоянна при измерениях, которые проводятся в одних и тех же условиях	Случайной называется ошибка, которая может изменяться от одного измерения к другому самым нерегулярным образом как по величине, так и по знаку	[99, 321]
"Систематическая погрешность служит оценкой правильности метода измерения, которая характеризуется обычно отклонением среднего результата большого числа измерений от истинного"	"Случайная погрешность изменяется от измерения к измерению; она вызывается различными факторами, действие которых неодинаково в каждом опыте и не может быть учтено"	[311, с. 9]
"Систематическая погрешность характеризуется явным завышением или занижением изучаемого признака. Увеличением числа проб она не снижается"	"Случайная ошибка характеризуется равной вероятностью завышения и занижения определяемой величины по сравнению с ее истинным значением"	[79, с. 35, 36]
"...другие причины ошибок во многих наблюдениях такого рода, что по самой природе своей обнаруживают или полное постоянство или, по крайней мере, таковы, что величина их подчиняется закону, тесно связанному с наблюдениями. Такого рода ошибки называются постоянными или правильными". (Правильные ошибки теперь принято называть систематическими)	Некоторые причины ошибок таковы, что их влияние на какое-либо наблюдение зависит от различных обстоятельств, не связанных между собой и самим наблюдением. Такие ошибки называются неправильными или случайными	[77, с. 17]
Систематическая ошибка есть следствие проявления при измерениях необходимости	Случайная ошибка отражает влияние при измерениях случайности	[154]

ного учета льдистости, валунистости продуктивных песков и полной или частичной неизвлекаемости минералов тонких классов крупности и др.

Примечательно то, что систематические ошибки имеют, как правило, асимметричные законы распределения. Относительно случайных ошибок большинство исследователей нередко безоговорочно принимают нормальный

закон их распределения (закон Гаусса), и вся классическая теория ошибок построена на этом предположении.

В последние десятилетия надежно установлено неподчинение случайных ошибок измерений во многих областях естествознания и техники нормальному закону Гаусса [110, 153, 154, 309—311, 351, 352 и др.]. Следует при этом заметить, что К.Ф. Гаусс не постулировал и не абсолютизировал нормальный закон распределения случайных ошибок. Он лишь считал, что представляется целесообразным рассмотреть случай, когда ошибки имеют такие свойства [77] (цит. по [110]).

В пользу ненормальности законов распределения ошибок измерения содержаний компонентов при опробовании дисперсных систем вообще и месторождений полезных ископаемых в частности свидетельствуют по меньшей мере два аргумента. Первый состоит в том, что измерение содержания компонента в среде опробования, как правило, косвенное измерение, которое описывается уравнениями вида

$$C = f(u_1, u_2, ..., a, b, ...), \qquad (11.2)$$

где C — значение измеряемого содержания; u_1, u_2, ... — результаты прямых измерений признаков, входящих в уравнение измерения; a, b — физические, технологические и другие константы.

В результате, если случайные ошибки прямых измерений даже всех признаков u_i имеют нормальные распределения, из-за нелинейности уравнения (11.2) у случайной ошибки косвенного измерения C будет распределение, отличное от нормального.

Второй аргумент заключается в следующем. В гл. 3, 5 и 6 показано, что распределение содержания компонента в навесках и геологических пробах, как правило, отличается от нормального закона, а его параметры зависят от массы (объема) пробы, среднего содержания компонента в среде опробования, гранулометрического состава минералов-носителей компонента и среднего содержания компонента в минералах. При этом асимметричное распределение содержания C (и оценки содержания C') является скорее правилом, чем редким исключением. В таком случае погрешность измерения (оценки) содержания, определяемая по (11.1), будет иметь тот же закон распределения, что и $C(C')$. Полагая, что систематическая ошибка отсутствует, заключаем, что случайная ошибка оценки содержания (как и само содержание), как правило, имеет асимметричное распределение.

Наконец, следует особо подчеркнуть саму природу ошибки оценки содержания и ее коренное отличие от ошибок обычных физических, геодезических и других измерений, проистекающих от особенностей процесса геологического опробования как процесса измерений. Главное и основное отличие состоит в том, что ошибка оценки содержания имеет место и тогда, когда безошибочны все прямые измерения во всех операциях пробоотбора, пробообработки и лабораторного анализа. И эта ошибка определяется степенью репрезентативности, представительности пробы (навески) или их совокупности.

Наличие ошибок в операциях прямых измерений только усложняет и увеличивает окончательную ошибку оценки содержаний в этом статистическом выборочном обследовании среды (объекта) опробования.

Дискретность минералов-носителей исследуемого элемента обусловливает при непредставительном объеме пробы широчайший диапазон случайных значений оцениваемого содержания (от следов до нескольких процентов), не имеющий аналогов практически ни в каких других измерениях, кроме как измерений содержаний некоторой дисперсной фазы в некоторой дисперсной среде.

11.2. О распределении выборочного значения арифметической средней $\bar{x}$

Известно, что если распределение x нормально, то и выборочное среднее $\bar{x}$ имеет нормальное распределение с тем же самым средним значением x_0, но со стандартным отклонением, равным $1/\sqrt{n}$ стандартного отклонения x, где n — объем выборки.

Известно также, что каким бы ни было распределение x, распределение $\bar{x}$ будет иметь среднее значение x_0 и стандартное отклонение $\sigma/\sqrt{n}$, где σ — стандартное отклонение x.

Однако вопрос о законе распределения $\bar{x}$ при произвольном распределении x в целом до настоящего времени остается открытым, хотя знаменитые центральные предельные теоремы утверждают, что при весьма слабых предположениях распределение $\bar{x}$ будет стремиться к нормальному по мере роста n. Проводилось множество статистических экспериментов с целью выяснить вопрос о распределении $\bar{x}$. Оказывалось, что независимо от типа распределения x при объеме выборки $n > 25$ распределение $\bar{x}$ не противоречило гипотезе о нормальном распределении [102, 111 и др.]. Наряду с центральными предельными теоремами результаты подобных экспериментов дали основание безоговорочно утверждать, что это является правилом [111, 311 и др.]. Если же объем выборки $n < 25$, а распределение, например, содержания элемента асимметричное, то при положительной асимметрии вероятность занижения $\bar{x}$ будет больше, чем вероятность завышения, а при отрицательной асимметрии — наоборот.

Таким образом, практическая важность вопроса о распределении выборочного среднего $\bar{x}$ при асимметричных распределениях x несомненна.

Для многих известных распределений эта задача решена точно до получения плотности распределения $\bar{x}$ в явном виде (при известном распределении x). Например, при биномиальном, пуассоновском, нормальном, Коши, экспоненциальном, гамма-распределениях генеральной совокупности выборочное среднее $\bar{x}$ имеет тот же вид распределения, что и x. Для ряда других распределений x (равномерного, Пирсона II типа и многих других) найдены точные выражения для плотности распределения $\bar{x}$, существенно отличающиеся от распределения x.

Заметим, что распределение Коши дает интересный пример невыполнения центральной предельной теоремы: распределение среднего значения

выборки из n наблюдений не стремится к нормальному распределению с возрастанием n.

При опробовании и оценке запасов месторождений вопрос отыскания распределения $\bar{x}$ осложняется, как правило, рядом моментов, основными из которых являются следующие:

— объем выборки относительно мал (единицы и первые десятки);

— относительно генеральной совокупности чаще не известны не только параметры, но и тип распределения;

— тип и параметры распределения x и $\bar{x}$ зависят от текстуры, структуры руд, параметров первичных, лабораторных проб и аналитических навесок, средств и способов прямых и косвенных измерений;

— частая взаимозависимость членов выборки и неравноточность их измерения и др.

Все перечисленные факторы наравне со сложностью чисто математической задачи в решающей степени обусловливают большой разнобой, а нередко и произвол в решении вопроса оценки выборочного среднего при геологических измерениях.

Для рассматриваемого вопроса весьма важно известное соотношение, связывающее асимметрию выборочного среднего значения $\bar{x}$ с асимметрией x [291]:

$$As\bar{x} = Asx/\sqrt{n}, \tag{11.3}$$

показывающее, что при асимметричном распределении x распределение $\bar{x}$ является также асимметричным и в то же время при $n \to \infty$ $As\bar{x} \to 0$.

11.3. Выбор вида средней величины

Средняя — это обобщающая характеристика случайной величины или совокупности однородных объектов по некоторому признаку x.

Существует множество видов среднего [103], из которых в практике обработки геоинформации применяются арифметическая, геометрическая, гармоническая и антигармоническая мода, медиана, средняя квадратическая и др.

Степень соответствия выборочного среднего среднему генеральной совокупности определяется объемом выборки и точностью измерений, правильным выбором вида оценки и способом ее вычисления, законом распределения значений исследуемого признака и способом статистического обследования.

Выбор вида среднего зависит от свойств изучаемого явления, задачи исследования и требуемой точности результата. Допустим, что среднее содержание компонента в единице объема мы измеряем (хотя и косвенно) для последующей оценки запаса компонента в объекте опробования. Истинное среднее (среднее генеральной совокупности) при этом равно $C_0 = Q_0/V_0$, где Q_0 — масса компонента в объекте опробования; V_0 — объем объекта.

Выборочное среднее будет

10 Заказ № 236

$$\overline{C} = (Q_1/V_1 + Q_2/V_2 + \cdots + Q_3/V_3)/n. \qquad (11.4)$$

При $V_i = V = \text{const}$ и $n = N$ (опробуется вся генеральная совокупность) из (11.4) будем иметь

$$\overline{C} = \sum_{i=1}^{N} Q_i/nV = Q_0/V_0 = C_0.$$

В этом случае и свойства изучаемого явления, и задачи исследований диктуют выбор средней арифметической.

В.В. Налимов прямо утверждает, что выбор среднего арифметического в качестве оценки для измерения действительного содержания основан на том, что эта оценка является несмещенной, а в случае нормального распределения она обладает минимальной дисперсией [211]. М.Ф. Маликов в "Основах метрологии" отмечает: "Наиболее достоверное значение, которое мы можем приписать измеряемой величине на основании ряда измерений одинакового достоинства, есть среднее арифметическое из полученных значений" [186, с. 103].

Такого же мнения независимо от закона распределения измеряемой переменной придерживаются А.Б. Каждан, С.А. Денисов и многие другие. По-видимому, оно во многом базируется на заключении К.Ф. Гаусса (1809 г.): "Если какая-нибудь величина будет определена из многих непосредственных наблюдений, произведенных при одинаковых обстоятельствах и с одинаковой тщательностью, то среднее арифметическое из всех наблюдавшихся значений окажется наиболее вероятным значением..." [190, с. 896]. Однако, во-первых, содержание компонента определяется не из непосредственных, а из косвенных наблюдений. Во-вторых, К.Ф. Гаусс под многократными непосредственными измерениями понимал измерение одной определенной величины, например длины линии, угла и т.п. В случае же с измерениями содержания мы проводим однократные измерения в каждой отдельной навеске на выборке навесок объемом n из общей мыслимой их совокупности в пробе N, т.е. осуществляем выборочное обследование.

Метод средней арифметической является наилучшим для вычисления истинного значения наблюдаемой величины при допущении нормального закона распределения ошибок (11.1). Известно, что распределение содержания, как правило, асимметрично. Тогда из (11.1) следует асимметричность распределения ошибок Δ.

В таком случае, как отмечал А.Н. Колмогоров, «...встает вопрос об отыскании наилучшего метода, соответствующего данному закону распределения. В частности, во многих случаях, в которых считается необходимым исключение "аномальных наблюдений", было бы методологически более правильно исследовать общий закон распределения и найти наиболее соответствующий ему метод вычисления истинного значения» [161, с. 47]. В этой же работе А.Н. Колмогоровым показано, как, зная закон распределения ошибок, можно определить степень точности метода медианы и сравнить ее с точностью метода средней арифметической. Какой из двух методов предпочтительней, зависит от характера закона распределения. "Однако при совершенно неизвестном и могущем сильно уклоняться от

нормального распределении надежнее употреблять метод медианы" [161, с. 47].

Вопрос сравнительной точности методов медианы и средней арифметической решается отношением

$$\lambda = \frac{\sigma_m}{\sigma} = \frac{1}{2} f(m)/\sigma, \qquad (11.5)$$

где $\sigma_m = \frac{1}{2} f(m)$, $f(x)$ — плотность распределения измеряемого параметра x; σ^2 — дисперсия измеряемого параметра.

В случае нормального распределения ошибок $f(x)$ отношение λ вычислено еще Д. Хаагом и равно [366] (цит. по [161])

$$\lambda = \sqrt{\pi/2} \approx 5/4.$$

Как отмечает А.Н. Колмогоров, легко построить примеры законов распределения, для которых λ принимает любые значения между 0 и ∞. Однако для законов распределения с одним максимумом отношение λ может принимать любые значения в промежутке

$$0 < \lambda < \sqrt{3}. \qquad (11.6)$$

Таким образом, при асимметричном распределении измеряемого параметра (и, следовательно, ошибки Δ по (11.1)) по выборке лучше оценивать медианное значение m параметра, чем его среднее значение. Однако это заключение А.Н. Колмогорова не отвечает на поставленный нами вопрос: каким наилучшим образом оценивать истинное среднее генеральной совокупности по малой выборке.

Существующие в литературе утверждения, что при малой выборке и существенно асимметричном распределении выборочная медиана является наиболее правдоподобной оценкой истинного среднего [37, 110, 276], как нам представляется, основаны на неточном понимании вышеприведенного заключения А.Н. Колмогорова. Так, К.Л. Семенов пишет: "При неизвестном, могущем сильно уклоняться от нормального законе распределения, сообщает А.Н. Колмогоров, надежнее при вычислении среднего употреблять метод медианы" [276, с. 62]. В самом же деле, А.Н. Колмогоров сообщал о том, что в отмеченных условиях более эффективна оценка не истинного среднего методом средней арифметической, а истинной медианы методом через медиану выборочную. Приведенное заключение А.Н. Колмогорова отвечает на вопрос, какой из параметров распределения — медиану или среднее — эффективнее определять по экспериментальным данным при распределении ошибки измерения, отличном от нормального.

Другие исследователи считают, что, например, при левой асимметрии среднее геометрическое как оценка среднего по своим качествам превосходит среднее арифметическое.

Средняя геометрическая ($\mathcal{G}$) совокупности n членов определяется как корень n-й степени из произведения этих членов

$$\mathcal{G} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \ldots x_n}. \qquad (11.7)$$

Для асимметричных распределений различных элементов (калий, рубидий, цезий, литий) в микроклинах и мусковитах из различных пегматитов в работе Ю.М. Учакина [312] проведено сравнение средней геометрической и средней арифметической. Анализ приведенных данных показывает следующее:

— средняя арифметическая превышает среднюю геометрическую в абсолютном большинстве случаев в 1,1—5,8 раза, и это превышение тем больше, чем меньше объем выборки и больше коэффициент вариации;

— при малых объемах выборки ($n < 25$) средняя арифметическая для рубидия, цезия и лития в большинстве случаев укладывается в доверительный интервал средней геометрической.

В тех случаях, когда распределение результатов и случайных ошибок анализа заведомо отличается от нормального закона, оценка доверительной вероятности того, что единичный результат анализа отклоняется от своего математического ожидания не больше чем на заданную величину $\Delta x = \pm K\sigma$, проводится в соответствии с неравенством Чебышева:

$$P\{|x_i - x_0| \leqslant K\sigma\} \geqslant 1 - 1/K^2 = 2\alpha_{\text{Чеб}},$$

где K — переменная, аналогичная переменной в распределении Лапласа, принимающая любые значения больше единицы; $2\alpha_{\text{Чеб}}$ — доверительная вероятность по Чебышеву (для двустороннего симметричного интервала).

Доверительная оценка для выборочного среднего $\bar{x}$ по Чебышеву определяется через стандартное отклонение среднего арифметического:

$$P\{|\bar{x} - x_0| < K\sigma/n\} > 1 - 1/K^2 = 2\alpha_{\text{Чеб}}.$$

Когда распределение случайной величины заведомо нормальное (или близкое к нему), но представляющая ее выборочная совокупность малого объема ($n < 20$), доверительная оценка среднего результата проводится исходя из распределения Стьюдента и имеет вид

$$P\{\bar{x} - ts/\sqrt{n} \leqslant x_0 \leqslant \bar{x} + ts/\sqrt{n}\} = 2\alpha_{\text{Ст}},$$

где $2\alpha_{\text{Ст}}$ — доверительная вероятность того, что случайная погрешность среднего результата из n анализов не превышает $\pm ts/\sqrt{n}$.

Ниже приведены значения доверительной вероятности для случайной погрешности единичного результата анализа, не превышающей $\pm g\sigma$ (g — ширина доверительного интервала в единицах стандартного отклонения), оцененной через стандартное распределение Лапласа ($g = U$), распределение Стьюдента ($g = t$, при числе степеней свободы $f = n - 1$: $f_1 = 2$, $f_2 = 5$) и через неравенство Чебышева ($g = K$) для значений g от 1 до 5 [321]:

Распределение	1	1,5	2	3	4	5
$P_{\text{Лп}}$	0,68	0,87	0,955	0,997	0,9999	0,99999
$P_{\text{Ст}}$ (при $f = 5$)	0,55	0,80	0,90	0,97	0,99	0,996
$P_{\text{Ст}}$ (при $f = 2$)	0,43	0,70	0,81	0,90	0,94	0,96
$P_{\text{Чеб}}$	0	0,56	0,75	0,89	0,94	0,96

Из представленных результатов следует, что надежность доверительной оценки при заведомо асимметричном распределении измеряемой случайной величины при прочих равных условиях существенно ниже: для уровня надежности 0,95, обычно используемого в инженерных расчетах, при малом числе наблюдений и явной асимметрии закона распределения содержания полезного компонента ширина доверительного интервала должна быть принята равной $(4 \div 5)\sigma$ вместо 2σ.

При логарифмически нормальном распределении содержаний в качестве оценки истинного среднего принимают [262]

$$\tilde{x} = \exp\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right), \tag{11.8}$$

где $\mu = \sum_{i=1}^{n} \ln x_i / n$ — выборочная средняя логарифмов x_i; σ^2 — выборочная дисперсия $\ln x_i$ (в [312] ошибочно принято $\tilde{x}$ равным средней геометрической). Для сравнения выборочных средних арифметической $\bar{x}$, геометрической $\mathcal{G}$ и $\tilde{x}$ по (11.8) по данным работы [312] рассчитаны $\tilde{x}$ и для асимметричных распределений различных элементов значения $\bar{x}$, $\mathcal{G}$ и $\tilde{x}$ сведены в табл. 11.2. Из данных таблицы следует, что для распределений признака, близких к логарифмически нормальному:

$$\mathcal{G} < \tilde{x} < \bar{x},$$

$$\bar{x} - \tilde{x} > \tilde{x} - \mathcal{G}.$$

При этом во многих случаях выборочное значение средней арифметической превышает $\tilde{x}$ в 1,5—2 (выборки № 4, 7—9, 15, 17, 25, 26, 28) раза, а в отдельных — до 5 (№ 24).

Вероятность того, что $\tilde{x}$ будет больше истинного значения среднего x_0, равна [262]

$$P(\bar{x} \geqslant x_0) \approx \frac{1}{2} - \frac{Asx}{6\sqrt{2n\pi}}. \tag{11.9}$$

При известном априори типе распределения измеряемой величины неизвестный параметр распределения (например, истинное среднее значение — математическое ожидание) по выборке объемом n может быть оценен методом максимального правдоподобия. Эту оценку далее будем называть оценкой максимального правдоподобия и для среднего значения обозначать $\hat{x}_0$.

Оценкой максимального правдоподобия для математического ожидания при обобщенном законе распределения будет [20]

$$\hat{x}_0 = \frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{\alpha}\right)} \left\{\frac{\alpha}{kn} \sum_{i=1}^{n} x_i^{\alpha}\right\}^{1/\alpha}.$$

Таблица 11.2

Сравнение выборочных средних асимметричных распределений

Номер выборки	Число наблюдений n	Коэффициент вариации W, %	σ^2	Выборочные средние		
				$\mathcal{G}$	$\bar{x}$	$\tilde{x}$
1	14	9,5	0,004	0,140	0,144	0,140
2	20	26,8	0,038	0,338	0,366	0,347
3	139	34,2	0,048	0,851	0,982	0,870
4	14	82,6	0,226	0,004	0,008	0,004
5	20	61,4	0,139	0,017	0,023	0,017
6	139	59,8	0,133	0,054	0,082	0,054
7	14	107,8	0,335	0,0007	0,0012	0,0008
8	20	147,5	0,502	0,0009	0,0023	0,0010
9	139	82,1	0,224	0,0178	0,0291	0,018
10	29	19,5	0,016	0,906	0,944	0,911
11	69	30,2	0,038	0,774	0,857	0,788
12	41	46,7	0,085	0,984	1,219	1,025
13	29	58,0	0,126	0,049	0,065	0,049
14	69	45,8	0,083	0,046	0,056	0,046
15	41	71,2	0,178	0,084	0,128	0,085
16	29	80,9	0,218	0,0167	0,0293	0,017
17	69	94,1	0,275	0,0192	0,0335	0,020
18	41	58,5	0,128	0,0160	0,0222	0,016
19	7	54,0	0,111	0,313	0,417	0,330
20	10	45,3	0,081	1,079	1,367	1,124
21	60	31,8	0,042	1,290	1,418	1,318
22	39	23,4	0,023	1,370	1,448	1,383
23	21	43,6	0,076	1,155	1,361	1,203
24	7	325,0	0,063	0,005	0,029	0,005
25	10	205,0	0,718	0,030	0,104	0,043
26	60	65,9	0,157	0,027	0,051	0,027
27	39	52,6	0,106	0,021	0,030	0,022
28	21	110,2	0,345	0,043	0,089	0,043
29	2	60,4	0,135	0,052	0,052	0,052
30	6	33,8	0,047	0,018	0,020	0,018
31	56	24,1	0,024	0,041	0,042	0,041
32	39	23,2	0,023	0,044	0,047	0,044

В частности, для экспоненциального распределения ($k = \alpha = 1$) $\hat{x}_0 = \bar{x}$, для гамма-распределения ($\alpha = 1$) $\hat{x}_0 = \bar{x}$, для распределения Вейбулла ($k = \alpha$) $\hat{x}_0 = \frac{1}{k}\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^k/n\right)^{1/k}$ и т.д.

Обращает на себя внимание тот факт, что для ряда распределений, в том числе и нормального, $\hat{x}_0 = \bar{x}$, но для многих других $\hat{x}_0 \neq \bar{x}$, что подчеркивает важность правильного выбора вида оценки математического ожидания.

Заканчивая этот раздел о выборе вида средней величины и методах ее оценки, необходимо заметить, что существует множество ситуаций, когда в качестве средней величины следует выбирать моду или медиану.

Допустим, некоторый обогатительный аппарат дает лучшие результаты обогащения, когда содержание компонента в питании соответствует значению $C_н$, на которое аппарат настроен. Обогащение проводится последовательными порциями объемом $V_н$. Закон распределения содержания компонента в порциях такого объема изучен, известны все его параметры, в том числе мода $x_{мо}$, медиана $x_{ме}$, истинное среднее значение x_0.

Допустим далее, что потери компонента (недоизвлечение) или определенным образом выраженный ущерб от несоответствия содержания в порции питания C_n содержанию $C_н$ прямо пропорционален абсолютной разнице $|C_n - C_н|$. Тогда полные потери (ущерб) $У$ при переработке n порций будут определяться суммой абсолютных значений отклонений

$$У = a_з \sum_{i=1}^{n} |C_{ni} - C_н|. \qquad (11.10)$$

Спрашивается, на какую среднюю величину следует настраивать аппарат? Естественно, следует настроить так, чтобы ущерб (11.10) был минимальным. Но сумма абсолютных значений отклонений будет иметь наименьшее значение, если за среднюю величину выберем медиану $C_{ме}$. Следовательно, нужно принять $C_н = C_{ме}$.

Другой пример. Пусть обогатительная установка работает нормально при содержании питания $C_p = C_н \pm \Delta$. При содержании, выходящем за эти пределы, установка отключается. Потери прямо пропорциональны числу отключений установки. Плотность распределения содержания известна со всеми ее параметрами. Установка допускает наладку на заданное значение $C_н$. Какую среднюю случайной величины C следует принять в качестве $C_н$, чтобы потери были минимальными? В этом случае из всех средних следует предпочесть моду.

Для обобщенного закона распределения мода определяется по формуле

$$\mathcal{M}_0 = \frac{\Gamma\left(\frac{k}{\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{k+1}{\alpha}\right)}\left(\frac{k-1}{\alpha}\right)^{1/\alpha}, \; k > 1.$$

В частности, для гамма-распределения отношение математического ожидания x_0 к моде $\mathcal{M}_0$ равно $k/(k-1)$ и при k, бóльших, но близких к единице, может достигать значений, намного бóльших двух.

Заметим, что для гамма-распределения справедливо соотношение $k = x_0/\sigma^2$, что применительно к опробованию однородных полей содержаний и гранулометрического состава минералов-носителей исследуемого элемента с учетом (2.14) дает

$$k = \frac{V}{\bar{q}(W_q^2 + 1)} = \frac{V}{\pi_0} = \frac{V}{\varphi(T)}. \tag{11.11}$$

Таким образом, параметр k (как дисперсия, коэффициенты вариации, асимметрии и эксцесса) является функцией объема пробы и форм вхождения компонента в среду опробования. Это обстоятельство представляется важным, ибо оно позволяет на стадии проектирования сети опробования путем выбора объема первичных геологических проб во многих случаях обеспечить необходимую степень представительности проб и симметрию распределений содержаний, упрощающую и уточняющую последующие расчеты средних содержаний и запасов полезных компонентов.

Формулу (11.11) можно использовать при экспериментально-аналитическом методе определения объема представительной пробы, если распределение содержаний по экспериментальному опробованию пробами объемом V имеет гамма-распределение с параметром k

$$V_{\text{предст}} = \frac{4\varphi(T)}{CW_{cg}^2} = \frac{4V}{KCW_{cg}^2},$$

а также для оценки значения гранулометрической константы среды опробования

$$\pi_0 = \varphi(T) = V/K.$$

11.4. Проблема оценки средних содержаний при неравноточных измерениях

Если отдельные наблюдения имеют различную точность, то при образовании среднего теория ошибок рекомендует строить взвешенное выборочное среднее [284]

$$\bar{x}_g = g_1x_1 + g_2x_2 + \cdots + g_nx_n, \tag{11.12}$$

где g_i — вес наблюдения x_i и

$$\sum_{i=1}^{n} g_i = 1. \tag{11.13}$$

Известно, что минимум среднеквадратической ошибки оценки истинного среднего достигается в том случае, если веса $g_1, g_2, \ldots, g_n$ взяты обратно пропорциональными квадратам ошибок наблюдений

$$g_1 : g_2 : \ldots : g_n = \sigma_1^{-2} : \sigma_2^{-2} : \ldots : \sigma_n^{-2}.$$

Из (11.13) следует, что произведения $g_i\sigma_i^2$ постоянны, т.е.

$$g_1\sigma_1^2 = g_2\sigma_2^2 = \ldots = g_n\sigma_n^2 = \sigma_0^2, \tag{11.14}$$

где σ_0 — средняя ошибка наблюдения на единицу веса (среднее квадратическое отклонение "фиктивного" наблюдения, имеющего вес, равный единице).

При известных σ_i^2 для отыскания весов g_i, удовлетворяющих (11.13) и (11.14), поступают следующим образом.

1. Принимают за σ_0^2 любое число $\mathcal{B}$, например, средний квадрат

$$\bar{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2/n = \mathcal{B}. \tag{11.15}$$

2. Находят по (11.14) веса

$$h_i = \mathcal{B}/\sigma_i^2, \tag{11.16}$$

удовлетворяющие условию (11.14).

3. Находят веса g_i, удовлетворяющие и условию (11.13)

$$g_i = \frac{h_i}{\sum_{i=1}^{n} h_i}. \tag{11.17}$$

Квадрат среднеквадратической ошибки оценки единичного индивидуального измерения (оценки) содержания, как было показано ранее, определяется по (2.14)

$$D(C') = (C\bar{q}/V)(W_q^2 + 1). \tag{11.18}$$

До настоящего времени в теории и практике разведки и оценки месторождений не было предложений, касающихся обработки результатов измерения (оценки) содержаний по (11.12) как неравноточных измерений. Объясняется данное обстоятельство только отсутствием априорной оценки точности единичного измерения. Ранее было показано (см. гл. 2, 4, 5), что дисперсия оценки содержания определяется объемом пробы, уровнем измеряемого содержания, гранулометрическим составом минералов-носителей исследуемого элемента и формами вхождения его в минералы, а также текстурой и структурой среды опробования (см. табл. 4.1). При этом наиболее приемлемой формой описания дисперсии оценки содержания может быть форма (11.18).

Последовательное преобразование по (11.15) — (11.17) с учетом (11.18) дает [27]

$$g_i = \frac{V_i/C_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{V_i}{C_i}}. \tag{11.19}$$

При $V_i = \text{const} = V$ имеем

$$g_i = \frac{1}{C_i \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}}. \qquad (11.20)$$

Известно, что наибольшее значение $\bar{x}$ по (11.12) получим при g_i, прямо пропорциональных x_i. В нашем же случае g_i обратно пропорциональны C_i.

Ясно, что взвешенное среднее содержание по (11.12) с весами по (11.19) или (11.20) даст существенно меньшее значение, чем простое среднее арифметическое (при $g_i = 1/n = \text{const}$).

Например, пусть измеренные содержания $C_1 = 1$, $C_2 = 3$, $C_3 = 6$, $C_4 = 10$. Среднее арифметическое значение содержания равно $C = 20/4 = 5$. Веса по (11.20) составляют $g_1 = 0{,}625$, $g_2 = 0{,}208$, $g_3 = 0{,}104$, $g_4 = 0{,}063$. Среднее взвешенное значение содержания равно $C_g = 2{,}50$.

Подставив в (11.12) выражения весов g_i по (11.20), получим

$$\bar{x}_g = \bar{C}_g = \frac{n}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}} = H, \qquad (11.21)$$

где H, по определению [103], есть средняя гармоническая.

Таким образом, при вычислении средних содержаний, квадраты ошибок измерений которых прямо пропорциональны содержанию, следует пользоваться формулами (11.19) и (11.20). Практически при всех моделях среды опробования дисперсия оценки содержаний прямо пропорциональна содержанию. Более того, квадрат ошибки измерения содержания при аналитических лабораторных исследованиях также прямо пропорционален измеряемому содержанию. Это, по-видимому, позволяет рекомендовать вычислять выборочное среднее по (11.19) и (11.21) не только в блоке, но и в лаборатории непосредственно при анализе вещества, что в ряде случаев позволит устранить расхождения между запасами по горным работам и обогащению.

Игнорирование данного факта приводит к систематическому завышению оценки среднего содержания. Степень этого завышения можно определить исходя из приближенного соотношения между гармонической и арифметической средними [103]

$$\bar{x}_{\text{н}} \approx \bar{x} - \frac{\sigma^2}{\bar{x}} = \bar{x}(1 - W^2), \qquad (11.22)$$

где W — коэффициент вариации измеряемой случайной величины.

При обычных коэффициентах вариаций содержаний полезных (и вредных) компонентов, встречающихся в практике разведки и разработки рудных месторождений ($W = 0{,}25 \div 0{,}75$), завышение оценки среднего содержания может быть на 5—200 % и более.

В более общем случае, когда квадраты ошибок σ_i^2 представимы в форме

$$\sigma_i^2 = KC_i^{\alpha},$$

где $k = \text{const}$, для весов g_i будем иметь

$$g_i = \frac{1/C_i^{\alpha}}{\sum_{i=1}^{n} 1/C_i^{\alpha}}$$

и для выборочного среднего содержания $\bar{C}_g$ по (11.12) получим

$$\bar{C}_g = \frac{\frac{1}{C_1^{\alpha-1}} + \frac{1}{C_2^{\alpha-1}} + \cdots + \frac{1}{C_n^{\alpha-1}}}{\frac{1}{C_1^{\alpha}} + \frac{1}{C_2^{\alpha}} + \cdots + \frac{1}{C_n^{\alpha}}}. \qquad (11.23)$$

Если по аналогии со средней гармонической ввести понятие средней гармонической степенной порядка m в виде

$$H_m = \frac{n}{\frac{1}{x_1^m} + \frac{1}{x_2^m} + \cdots + \frac{1}{x_n^m}}, \qquad (11.24)$$

то (11.23) можно окончательно представить как

$$\bar{C}_g = \frac{H_{\alpha}}{H_{\alpha-1}}. \qquad (11.25)$$

Из (11.25) при $\alpha = 0$ получим $\bar{C}_g = A = \bar{C}$ — среднюю арифметическую; при $\alpha = 1$ — среднюю гармоническую.

11.5. Задача интерполяции в условиях неравноточных измерений содержаний

Квадрат ошибки оценки содержаний определяется объемом (массой) первичной геологической пробы, ошибками ее сокращения, методами лабораторного анализа вещества пробы, уровнем содержания, показателями гранулометрического состава минеральных включений $\bar{q}$ и $(W_q^2 + 1)$ и другими факторами. В общем случае отмеченные показатели различные в разных точках измерения и, следовательно, различны ошибки измерения (оценки) индивидуальных значений содержаний в точках опробования.

Этот факт, а также закономерности кластерной организации рудного вещества (см. гл. 7) до настоящего времени никак не учитываются в теории и практике интерполяции содержаний при геометризации и оценке запасов.

В настоящем разделе коротко рассматриваются методы интерполяции геологических переменных и дается оценка причин возникновения недопустимых случайных и систематических ошибок интерполяции и подсчета запасов. Предложены способы повышения точности геометризации и оценки запасов за счет учета дискретной организации рудного вещества, неравноточности измерений содержаний, выбора массы (объема) первичных геоло-

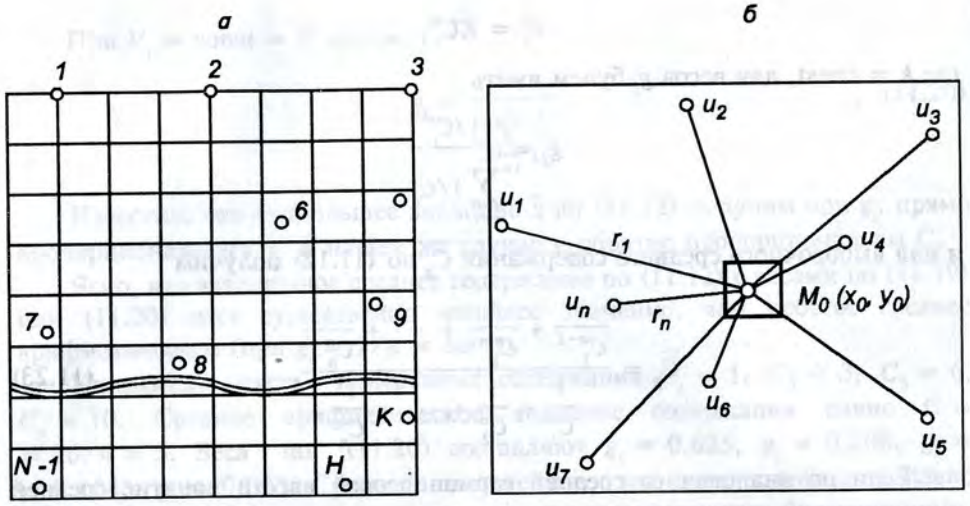


Рис. 11.1. Задача интерполяции.

гических проб необходимой и достаточной представительности, повышения точности пробообработки и расчета средних содержаний.

Обычно требуется по известным в N точках поля значениям $u_i(x, y)$ найти значение поля в узлах прямоугольной сети (рис. 11.1, *а*). Размер ячейки сети целесообразно выбрать равным размеру технологического блока (предельного блока селекции), что само собой представляет трудную научно-практическую задачу.

Рассмотрим один из узлов интерполяции $M_0(x_0, y_0)$, ибо во всех остальных порядок действий остается тем же (рис. 11.1, *б*). Основная и простая идея состоит в том, чтобы выразить искомое значение $u_0(x_0, y_0)$ в узле интерполяции через все или часть известных, измеренных значений путем линейной их комбинации (линейной функции)

$$u_0 = P_1u_1 + P_2u_2 + \cdots + P_nu_n = \sum_1^n P_i u_i, \qquad (11.26)$$

где P_i — соответствующие веса.

Здесь возникают две задачи: выбор способа определения весов P_i и числа экспериментальных точек n, по которым будем вести интерполяцию в каждом узле. Способы определения весов делятся на эвристические, которые исходят из правдоподобных рассуждений, и теоретические, в основе которых лежит некий логичный критерий или показатель качества интерполяции.

Все способы выбора числа экспериментальных точек, по которым ведется определение (интерполяция) значения поля в узлах заданной сетки, делятся на две группы. К первой можно отнести способы, заключающиеся в том, что определенным образом выбирается некоторое число точек из общего числа, попадающих в некоторую окрестность данного узла. Причем число точек для каждого узла интерполяции может быть разным. Такие

способы называют методами локальной интерполяции (МЛИ), а при определении весов методом крайгинга — неполным крайгингом.

Ко второй группе относятся способы, в которых для каждого узла интерполяции используются данные по всем экспериментальным точкам поля. Если веса при этом определяются методом крайгинга, то такой способ называют полным крайгингом.

Рассмотрим сначала методики определения весов P_i. Простейший и тривиальный случай, когда

$$P_i = \text{const} = 1/n \quad \text{и} \quad u_0 = \sum_{i=1}^n u_i/n = \bar{u},$$

что не учитывает ни расположения точек измерения в пространстве, ни их удаления от узла интерполяции, а потому и не годится, хотя и часто используется на практике.

Предложено много способов определения P_i, среди них известны различные эвристические и теоретические методы. При этом везде принимается так называемое условие несмещенности оценки u_0

$$\sum_1^n P_i = 1. \qquad (11.27)$$

К эвристическим методам можно отнести следующие.

Первый метод. Веса P_i считаются обратно пропорциональными расстояниям от узла интерполяции до данной точки измерений, т.е.

$$P_i = \frac{1/r_i}{\sum_1^n 1/r_i}.$$

Второй метод:

$$P_i = \frac{1/r_i^\alpha}{\sum_1^n 1/r_i^\alpha},$$

где $\alpha \neq 1$.

Третий метод относится к анизотропным полям переменных:

$$P_i = \frac{1 : r_i^\alpha/Q_i^\alpha}{\sum_1^n (1 : r_i^\alpha/Q_i^\alpha)},$$

где Q_i — радиус автокорреляции по данному направлению и $\alpha \geqslant 1$.

Четвертый метод (триангуляционный [9]) состоит в том, что находится уравнение плоскости, проходящей через три ближайшие известные точки (для рис. 11.1, *б* — точки u_4, u_6, u_n), окружающие узел. Подставив в

это уравнение координаты узла M_0 (x_0, y_0, u_0) и разрешив его относительно u_0, вычислим значение u_0.

Ясно, что можно предложить и многие другие методы, однако общий их недостаток в том, что они не следуют в отличие от теоретических из какого-либо четкого и разумного требования.

Обозначим истинное среднее значение поля в узле M_0 (x_0, y_0) через u_0^*. Расчетное значение u_0 не совпадает с истинным на величину ошибки

$$u_0^* - u_0 = \Delta = u_0^* - \sum_1^n P_i u_i, \tag{11.28}$$

Можно потребовать, например, чтобы средний квадрат ошибки

$$E = \sum_1^N (u_0 - \sum_1^N P_i^* u_i)^2 / N \tag{11.29}$$

на всех узлах интерполяции в среднем был наименьшим [76]. Это требование приводит сразу к системе n линейных уравнений с n неизвестными весами P_i.

Аналогично в варианте крайгинга, предложенном Ж. Матероном, минимизируется дисперсия $D(\Delta)$ в среднем по всему полю в целом [192]

$$D(\Delta = u_0^* - u_0) = \sigma_u^2 - 2\sum_{i=1}^n P_i \sigma_{ui} + \sum_{i,j=1}^n P_i P_i \sigma_{ij}, \tag{11.30}$$

где σ_u^2 — дисперсия среднего значения признака в поле; σ_{ui} — ковариация среднего значения признака u_0^* и значения u_i; σ_{ij} — ковариация значений u_i и u_j.

Из условия минимума дисперсии вытекает, что коэффициенты крайгинга P_i должны удовлетворять системе

$$\sum_{i=1}^n P_i \sigma_{ij} = \sigma_{uj}, \tag{11.31}$$

которая содержит n уравнений с n неизвестными коэффициентами крайгинга.

Чтобы учесть условие несмещенности (11.27), Ж. Матерон предложил вес одной из проб (измерений u_i) учитывать с весом

$$P_n = 1 - \sum_{j=1}^{n-1} P_j,$$

а остальные находить из несколько измененной системы $n - 1$ линейных уравнений.

А.М. Марголин указал несколько иной путь обеспечения несмещенности, который в результате приводит к меньшей дисперсии по сравнению с дисперсией крайгинга Ж. Матерона [188]. Все исследователи отмечают

сложность, большую вычислительную трудоемкость [9, 62, 63, 100, 178, 188] и даже большую неопределенность метода крайгинга из-за отсутствия надежных знаний и методов оценки изменчивости случайных неоднородных анизотропных полей геологических переменных и оценки доверительных интервалов самих показателей изменчивости [62, 63, 188]. Так, А.М. Марголин отмечает: "Вовсе не исключено, что крайгинг совершенно лишается целесообразности, когда изменчивость оценивается по ограниченному числу редко расположенных проб. Постановка задач крайгинга с учетом фактора достоверности изменчивости является исключительно важным мероприятием, поскольку позволит уточнить область подлинно эффективного приложения геостатистики и избежать многих иллюзорных представлений на ее счет" [188, с. 79].

Отметим *первую особенность*, общую для всех методов: при определении значения поля в узле интерполяции по формуле (11.26) с наложением на P_i условия (11.27) само значение u_0 не может выйти за пределы области значений u_i и для него справедливо неравенство

$$u_{k\min} \leqslant u_0 \leqslant u_{l\max},$$

где $u_{k\min}$, $u_{l\max}$ — соответственно минимальное и максимальное значение из u_i. Следствием этого является то, что при малой природной дисперсии u_i способ определения весов не может играть сколько-нибудь серьезной роли. Более того, если справедлива гипотеза об однородности и изотропии ковариации (а это часто учитывается в исследованиях), то крайгинг практически приводит к тем же весам, что и первый из указанных эвристических методов, где веса принимаются обратно пропорциональными расстояниям от узла интерполяции до точки поля M_i (u_i) со значением поля u_i. Если же ковариации однородны, но анизотропны — приходим практически ко второму эвристическому методу.

Этот результат поразителен силой инженерного воображения и интуиции и еще раз показывает, как опыт и интуиция исследователя успешно опережают точное знание.

Вторая особенность. Мы видели из рассмотрения математической модели локальной концентрации золота и алмазов в россыпных месторождениях, что дисперсия одного наблюдения u_i обратно пропорциональна объему пробы, прямо пропорциональна содержанию и характеристикам гранулометрии минералов. В реальной ситуации при скважинном опробовании (особенно скважинами малого диаметра) эта дисперсия чаще на порядок выше дисперсии средних значений поля u_i^*. Она, таким образом, скрывает все аномалии поля и тренд. В этих случаях результаты любой интерполяции фиктивны, а выделение аномалий поля ложно.

Третья особенность. Рассмотренные методы аппроксимации (интерполяции) не могут дать локальных экстремумов между двумя известными точками поля. Получается, что все экстремальные точки поля совпадают только с известными экспериментальными точками, а все экстремумы — со значениями поля в данных точках. Ясно, что такое положение может совершенно не соответствовать фактическому, действительному полю пере-

менной, если число локальных экстремумов поля сравнимо с числом экспериментальных точек. Поэтому все рассмотренные и подобные им методы могут дать подходящие результаты только в том случае, если в область каждого фактического экстремума попало по крайней мере по 1—2 точки. В практике геологических исследований встречаются ситуации, когда подобного просто не может быть. Особенно это характерно для полей, "пятнистых" экстремальными зонами, например, для полей площадного запаса (содержание минерала, приходящееся на 1 м^2) минералов россыпей гнездового и ленточного строения, для рудных месторождений с выраженной кластерной организацией рудного вещества.

Последнее замечание является очень важным и диктует необходимость проведения специального научного исследования:

— форм гнезд и лент (кластеров, зон концентрации) месторождений;

— методов аналитического описания запасов в зонах повышенной концентрации;

— аналитических методов оценки вероятностей обнаружения этих зон сетями разведки и опробования;

— методов и программного обеспечения имитационного моделирования разведки, опробования и оценки такого рода месторождений;

— имитационного моделирования процессов разведки, опробования и оценки месторождений, сравнительного анализа результатов имитационного моделирования с данными оценки традиционными методами, разработки рекомендаций по повышению эффективности разведки, опробования и оценки месторождений на основе имитационного моделирования.

Наконец, *четвертая особенность*. Ни один из изложенных или других рекомендуемых методов интерполяции при геометризации запасов месторождений полезных ископаемых не учитывает факта неравноточности измерений содержаний полезных (вредных) компонентов.

Данное обстоятельство, как нам представляется, объясняется тем, что до последнего времени отсутствовали методы расчета ошибок измерения содержаний. Впервые предрасчет ошибок таких измерений был предложен авторами [20—23, 163, 177]. В данной работе это направление нашло дальнейшее развитие.

Простейший способ интерполяции с учетом неравноточности измерений содержаний заключается в том, чтобы выбрать веса P_i в (11.26) обратно пропорциональными дисперсиям ошибок σ_i^2.

Дальнейшее развитие этого метода состоит в комбинации его с рассмотренными выше методами с учетом кластерной организации рудного вещества.

Остановимся коротко на методах (способах) выбора числа экспериментальных точек для интерполяции значения поля в узле интерполяционной сетки (в технологическом блоке).

Первый способ. Для вычисления значения поля в узле интерполяции используются экспериментальные точки, удаленные от узла интерполяции не более чем на заданное расстояние R.

Второй способ. Вокруг каждой экспериментальной точки M_i проводится окружность радиусом R_i таким, чтобы в него попало ровно m экспериментальных точек. Тогда каждый узел интерполяции попадет в один или несколько построенных кругов. Для вычисления значения поля в этом узле привлекаются все экспериментальные точки, находящиеся в кругах, в которые попадает данный узел интерполяции.

Третий способ. Вместо кругов указанными первыми двумя способами строятся эллиптические области. Главные оси эллипсов направлены при этом по главным осям анизотропии изменчивости поля, а отношение осей эллипса принимается равным коэффициенту анизотропии.

Четвертый способ. Строится автокорреляционная функция поля в изолиниях. Это графическое изображение началом координат совмещается с узлом интерполяции. Для расчета выбирается n точек, наиболее коррелированные с оцениваемым значением.

Пятый способ. Учитываются все экспериментальные точки поля или его однородного участка, если поле предварительно разделено на участки однородности.

В геологии, как и во многих других науках о Земле, нашли применение также аналитические методы аппроксимации и интерполяции при построении физических и геологических полей:

1) методы аппроксимации многочленами (тренд-анализ);

2) метод локальной аппроксимации (МЛА);

3) метод интерполяции и аппроксимации с использованием методов конечного элемента;

4) аппроксимация на основе вариационного подхода;

5) метод группового учета аргументов (МГУА).

Проведя интерполяцию во всех узлах регулярной решетки каким-либо из изложенных методов, мы можем построить графическую модель поля в виде линий уровня (изолиний). Получим графическую модель поля. Если же необходимо представить это поле как аналитическую модель (аналитического выражения или нескольких выражений), то прибегают к одному из методов аппроксимации поля.

Аппроксимация алгебраическими полиномами

$$u(x, y) = \sum_{k=1}^{N} C_k \varphi_k(x, y).$$

Коэффициенты полинома определяются путем решения системы нормальных линейных уравнений при условии минимизации функционала

$$F = \sum_{j=1}^{M} (U_j - \sum_{k=0}^{N} C_k \varphi_{k,j})^2.$$

Как показывает опыт, при аппроксимации многочленами часто имеют место большие ошибки прогноза между узлами интерполяции. Эти ошибки объясняются различными причинами [316], которые связывают с особенностями поля переменной.

Однако можно указать источник подобных ошибок, заключающийся в аналитических особенностях самих полиномов. Именно они делают неадекватным данный аналитический аппарат объектам описания.

Без потери общности покажем это на степенных многочленах одной переменной

$$P(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n.$$

Если корни уравнения $P(x) = 0$ равны α, β, ν, ... и соответственно кратности их k, e, m, ..., то многочлен $P(x)$ можно записать в виде

$$P(x) = (x - \alpha^k)(x - \beta)^e (x - \nu)^m \ldots,$$

т.е. многочлен $P(x)$ на всей числовой оси полностью задается значениями n своих корней или значениями $P(x)$ всего в n любых точках. Более того, все значения многочлена $P(x)$ на всей числовой оси предопределены значениями его n производных всего в одной любой из его точек x_k! Причем значение $P(x_k)$ есть значение поля в этой точке, значение первой производной $P'(x_k)$ есть градиент поля в этой точке по оси OX, вторая производная определяет кривизну поля в этой точке и т.д. То есть все, что делается с полем в этой единственной точке, целиком определяет все сечение поля во всех его точках всей числовой оси. Ясно, что для геологических процессов такой обусловленности поведения процесса быть не может.

В то же время подобная предопределенность в поведении поля геологического параметра его поведением даже в одной локальной точке (имеется в виду значение поля в этой точке и всех производных) может иметь место на малых (локальных) участках. Размеры таких участков зависят от вида поля. Например, для поверхности раздела разных слоев осадочных пород это могут быть сотни метров, а для концентрации элемента в породах — первые метры и десятки метров.

Отсюда вытекают важные для теории и практики изучения геологических полей следствия:

— аппроксимация поля многочленами возможна только на локальном участке;

— для локальной аппроксимации поля многочленами выгодно использовать не только значение поля в экспериментальных точках, но и значения первых производных поля;

— для этих целей важно разработать методы и инструментарий, регистрирующий значения поля и его производные.

То же самое справедливо для интерполяционных многочлена Лагранжа, формулы Бесселя, интерполяции ортогональными многочленами и др.

Таким образом, все известные и ставшие уже традиционными методы интерполяции никаких ограничений на поведение $u(x, y)$ между известными точками не налагают. Поэтому поведение восстановленного поля между известными точками оказывается иногда неправдоподобным (например, если для интерполяции пользуются многочленами высокой степени).

В отличие от рассмотренной группы теоретических методов интерполяции, в которых оптимизация ведется по критерию минимума дисперсии

ошибки прогноза $D(u_0^* - u)$, положено начало другому, вариационному, подходу к задачам интерполяции [63, 122, 296], в котором накладываются некоторые ограничения на поведение восстановленного поля.

За ограничения при этом выбираются, например, минимум интеграла от квадрата кривизны кривой на заданном отрезке [3], критерий контрастности [63]:

$$K_в = \frac{1}{S}\int\int [\mathrm{grad} u(x, y)]^2 dS$$

и другие.

В методологическом, теоретическом и прикладном отношении было бы очень ценным найти предпосылки тому или иному критерию или ограничению, связанные с генетическими моделями рудообразования и т.п.

Например, критерий минимума интеграла от квадрата кривизны реализуется для упругого изгиба стержней и пластин. При этом природа реализует принцип минимума энергии на изгиб. Слои горных пород, изгибаясь в процессе тектонических движений, в расходе и аккумуляции энергии должны подчиняться общему закону природы. Таким критерием обладают квадратные сплайны, что дает основания вести интерполяцию средней линии слоя осадочных горных пород сплайнами второй степени.

Проведенная С.А. Батугиным, А.И. Боевым и др. в 1975—1977 гг. проверка на угольных месторождениях Кузбасса подтвердила эту мысль. Практическое следствие — хорошее восстановление пликативных форм угольных пластов сплайн-аппроксимацией по разреженной вдвое разведочной сети.

11.6. Эффект пропорциональности и общие модели зависимости дисперсии и средних значений содержаний компонентов

Эффект пропорциональности среднего квадратического отклонения σ и среднего содержания $\bar{c}$ по разведочным данным давно замечен исследователями при разведке и разработке различных типов месторождений [20, 99, 100, 192, 269, 360].

Качественная и количественная оценка этого эффекта чаще всего состоит в построении линий регрессии σ на $\bar{c}$ по различным скважинам или другим разведочным выработкам, различным блокам или участкам месторождения.

На рис. 11.2, 11.3 показаны поля корреляции σ и $\bar{c}$ для одной из оловянных россыпей Якутии по разным разведочным выработкам. При этом разные выработки располагались, как правило, парами и тройками в каждом месте бурения. Например, скважины ударно-канатного бурения диаметром 8 дюймов (УКБ-8″) бурились рядом со скважинами УКБ-19″, колонкового бурения (КБ) и (или) колонкового пневматического (КПР), или рядом с шурфом и т.п. Таким образом, представленные выработки проходились на одной и той же площади по две-три в разных сочетаниях.

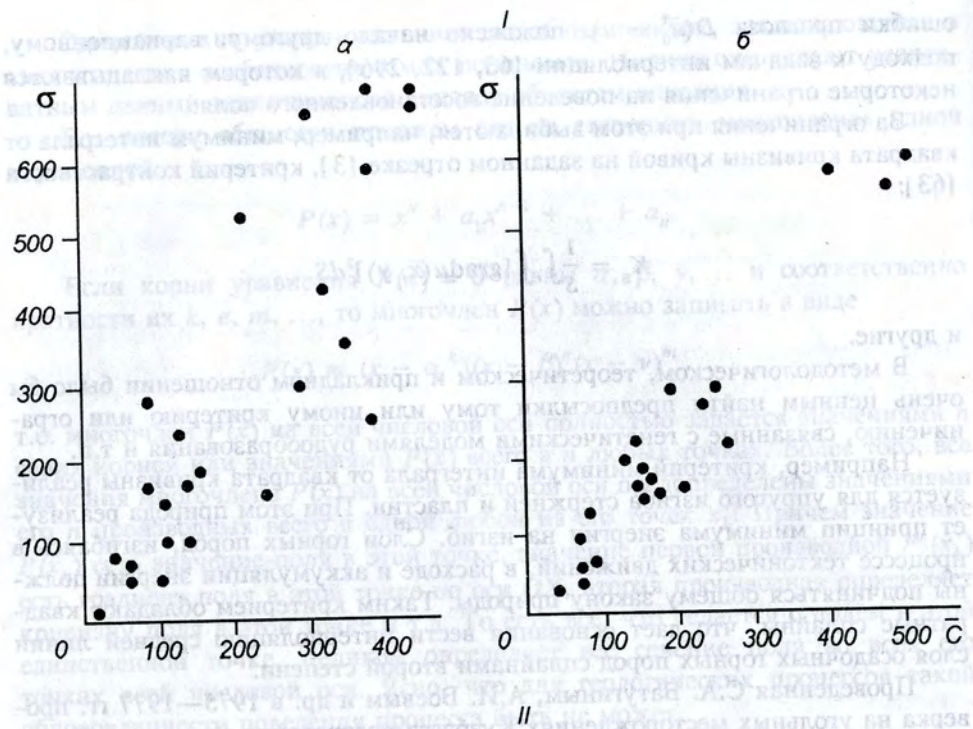


Рис. 11.2. Зависимость между стандартными отклонениями содержаний и средними содержаниями олова (*I*) и диоксида вольфрама (*II*) в пробах отдельных скважин: УКБ-8'' (*а*) и УКБ-19'' (*б*).

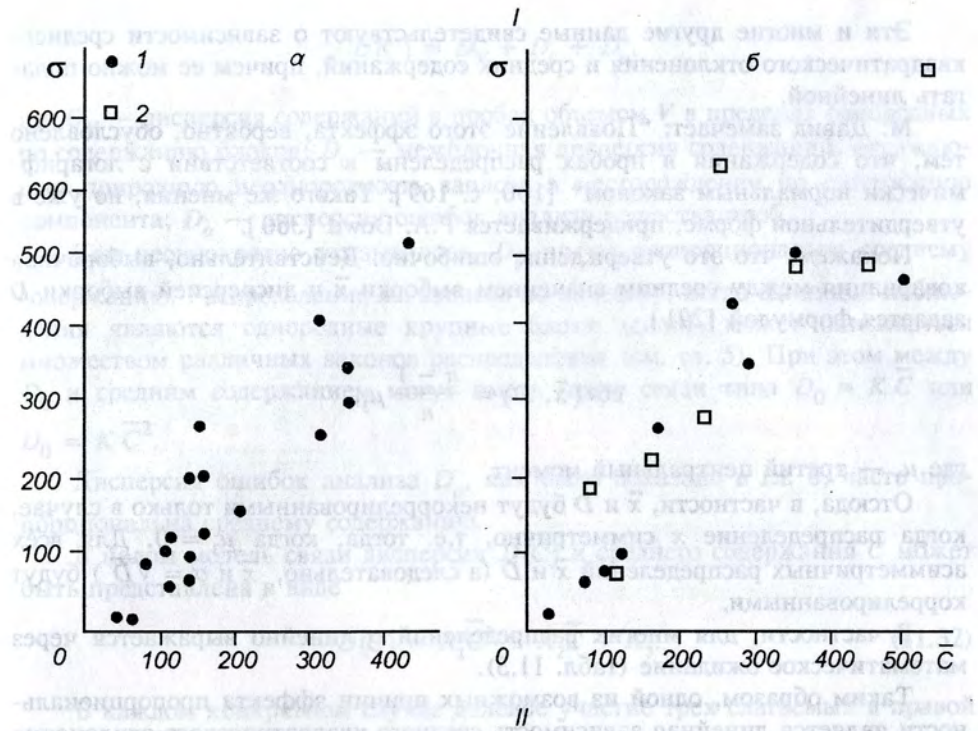


Рис. 11.3. Зависимость между стандартными отклонениями содержаний и средними содержаниями олова (I) и диоксида вольфрама (II) в пробах отдельных скважин: КПР (*а*, *1*), КБ (*б*, *1*) и шурфов (*б*, *2*).

Эти и многие другие данные свидетельствуют о зависимости среднего квадратического отклонения и средних содержаний, причем ее можно полагать линейной.

М. Давид замечает: "Появление этого эффекта, вероятно, обусловлено тем, что содержания в пробах распределены в соответствии с логарифмически нормальным законом" [100, с. 169]. Такого же мнения, но уже в утвердительной форме, придерживается P.A. Dowd [360].

Покажем, что это утверждение ошибочно. Действительно, выборочная ковариация между средним значением выборки $\bar{x}$ и дисперсией выборки D задается формулой [291]

$$\operatorname{cov}(\bar{x}, D) = \frac{n-1}{n}\mu_3,$$

где μ_3 — третий центральный момент.

Отсюда, в частности, $\bar{x}$ и D будут некоррелированными только в случае, когда распределение x симметрично, т.е. тогда, когда $\mu_3 = 0$. Для всех асимметричных распределений $\bar{x}$ и D (а следовательно, $\bar{x}$ и $\sigma = \sqrt{D}$) будут коррелированными.

В частности, для многих распределений σ линейно выражается через математическое ожидание (табл. 11.3).

Таким образом, одной из возможных причин эффекта пропорциональности является линейная зависимость среднего квадратического отклонения от математического ожидания для многих распределений, которыми могут описываться экспериментально наблюдаемые распределения содержаний.

Общая дисперсия содержаний выборочных распределений, как было показано (см. гл. 2, 5, 6), может быть представлена в виде

Таблица 11.3

Связь между средним квадратическим отклонением σ и математическим ожиданием x_0 для разных распределений

Закон распределения	Формула среднего квадратического отклонения
Обобщенный [5]	$\sigma = x_0\left[\dfrac{\Gamma\left(\frac{k}{\alpha}\right)\Gamma\left(\frac{k+2}{\alpha}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{k+1}{\alpha}\right)} - 1\right]^{1/2}$
Частные случаи обобщенного закона:	
— экспоненциальный ($k = 1$, $\alpha = 1$),	$\sigma = x_0$
— гамма-распределение ($\alpha = 1$),	$\sigma = x_0/\sqrt{k}$
— другие	$\sigma = x_0\varphi(k, \alpha)$
Логарифмически нормальный	$\sigma = x_0[1 - \exp(-\sigma^2 \log x)]^{1/2}$
Степенной ($f(x) = Cx^{C-1}$)	$\sigma = x_0\dfrac{1}{C(C+2)}$

$$D(C) = D_V + D_0 + D_a,$$

где D_V — дисперсия содержаний в пробах объемом V в пределах однородных по содержанию блоков; D_0 — межблочная дисперсия содержаний, отражающая природную неоднородность запасов в месторождении по содержанию компонента; D_a — дисперсия ошибок анализа вещества проб.

Как неоднократно указывалось, D_V прямо пропорциональна среднему содержанию. Распределение же запасов по качеству, когда единицей наблюдения являются однородные крупные блоки (слои), может описываться множеством различных законов распределения (см. гл. 5). При этом между D_0 и средним содержанием могут иметь место связи типа $D_0 = K\bar{C}$ или $D_0 = K\bar{C}^2$.

Дисперсия ошибок анализа D_a, как было показано в гл. 6, часто пропорциональна среднему содержанию.

В целом модель связи дисперсии $D(C)$ и среднего содержания $\bar{C}$ может быть представлена в виде

$$D(C) = K_1\bar{C}^2 + K_2\bar{C} + K_3. \qquad (11.32)$$

В каждом конкретном случае долевое участие трех слагаемых в правой части (11.32) в общей дисперсии различно и зависит как от методики и средств опробования, пробообработки, лабораторного анализа и параметров разведочной сети, так и от геологического строения месторождения.

Например, при малообъемном опробовании месторождений золота, олова, алмазов и многих других типов полезных ископаемых в условиях явно недостаточной представительности первичных геологических проб и (или) больших ошибок пробообработки и лабораторного анализа может оказаться, что первое и третье слагаемые (K_1 и K_3) пренебрежимо малы по сравнению со вторым. Тогда будет иметь место соотношение

$$D(C) = K_2\bar{C}. \qquad (11.33)$$

В этом случае $\sigma = \sqrt{K_2\bar{C}}$ и эффект прямой пропорциональности выражен не столь явно.

Из формулы (11.32) следуют четыре частные модели.

Первая модель. С ростом уровня концентрации компонента дисперсия растет более высокими темпами, чем уровень концентрации, а коэффициент вариации уменьшается, стремясь к некоторому пределу.

Вторая модель. При повышении уровня концентрации прямо пропорционально растет среднеквадратическое отклонение, а коэффициент вариации остается постоянным (чистый эффект пропорциональности).

Третья модель. Дисперсия линейно увеличивается с ростом уровня концентрации, а коэффициент вариации уменьшается.

Четвертая модель. С ростом уровня концентрации дисперсия остается постоянной.

11.7. Эффект пропорциональности и модель геохимического поля

В настоящее время возможность обнаружения месторождений полезных ископаемых, выходящих на поверхность, в значительной степени сократилась. В этих условиях особое значение приобретают процессы всестороннего изучения сопутствующих полей геохимической и другой природы, надежного выявления повышенных концентраций минералов и элементов в их пространственной связи с фоновыми концентрациями.

Упорядоченное множество концентраций химических элементов в недрах, рассматриваемых как функция пространственных координат и времени, следуя П.К. Соболевскому и его последователю П.А. Рыжову, принято называть геохимическим полем (цит. по [53]).

Большинство авторов считают возможным в качестве модели указанного поля использовать нестационарную случайную функцию пространственных координат, рассматриваемую в виде суммы низкочастотной, плавной составляющей (тренда $A(x)$) и шумоподобной, не коррелирующей с ней стационарной случайной функции (помехи $\alpha(x)$):

$$F(x) = C(x) = A(x) + \alpha(x). \tag{11.34}$$

Принято, что

$$\begin{aligned} M[F(x)] &= A(x), \\ M[\alpha(x)] &= 0, \\ \operatorname{cov}[F(x), \alpha(x)] &= 0, \end{aligned} \tag{11.35}$$

где $M[\ldots]$ — оператор математического ожидания; $\operatorname{cov}[\ldots]$ — оператор ковариации [10, 53, 231, 269].

Подобная модель известна под названием аддитивной [146] (цит. по [13, 148]), поскольку в основе ее построения лежит суммирование двух независимых функций. Такое представление поля концентраций позволяет существо решения прикладных задач по обработке данных опробования свести к анализу функции тренда $A(x)$, которая методом фильтрации (скользящего окна, регрессии и др.) отделяется от случайной составляющей $\alpha(x)$.

Традиционная концепция аддитивной модели рассматривает в качестве информативной составляющей геохимического поля лишь тренд, а локальным флуктуациям отводится роль вредной помехи, которую следует подавлять различными способами сглаживания. При этом часть полезной информации, содержащейся в данных опробования, не использовалась [13, 148].

В то же время еще в 1965 г. Л.В. Таусон с соавторами, рассматривая геохимическое значение дисперсии концентраций редких элементов, отмечали, что большая величина дисперсии определяет возможность обнаружения высоких концентраций металлов [55, 83]. Р.И. Дубов приводит убедительные примеры приуроченности аномалий дисперсии к территориям оруденения [110]. Приуроченность аномалий дисперсии содержаний к аномалиям содержаний полезного компонента часто легко просматривается в данных опробования по горным выработкам (рис. 11.4).

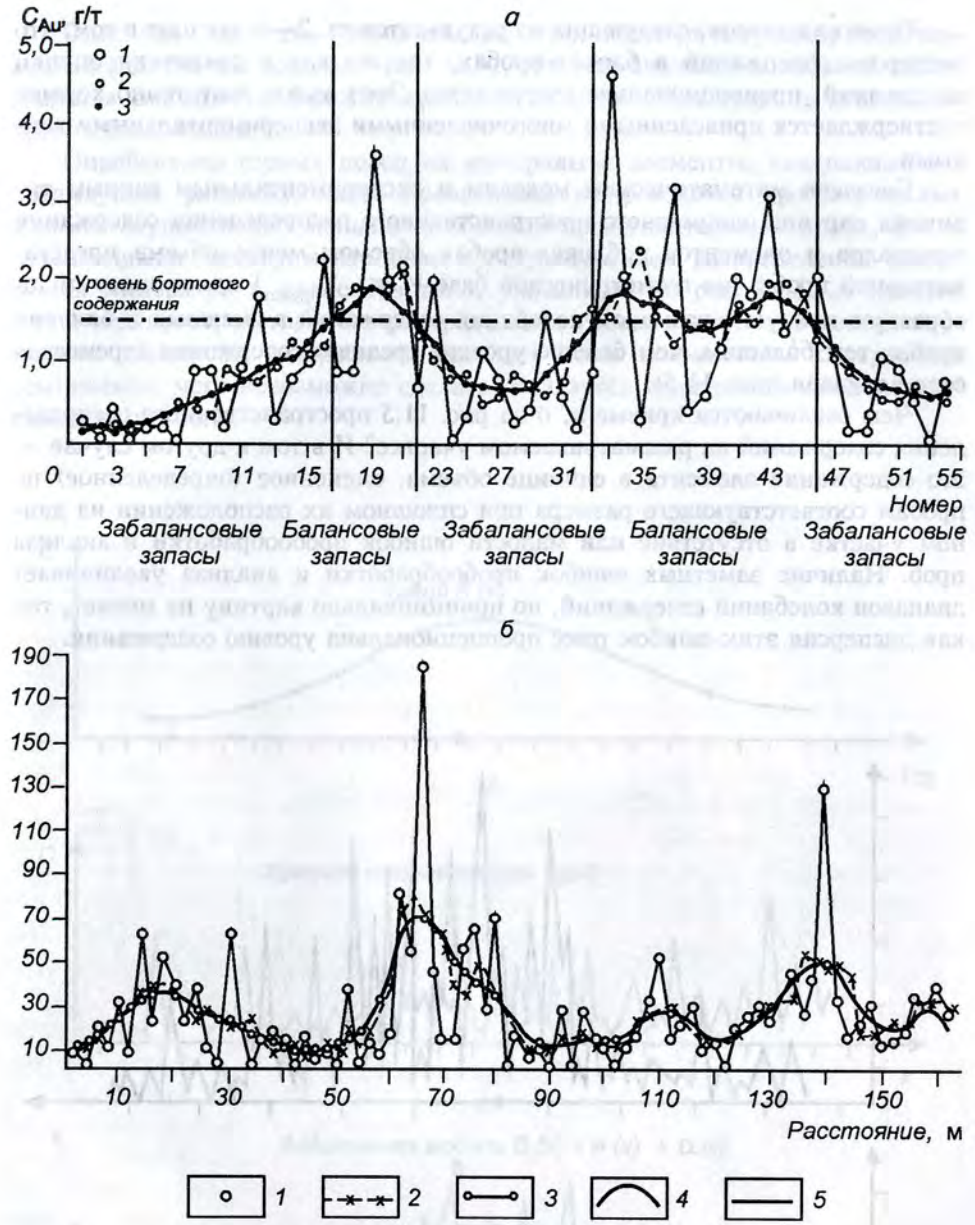


Рис. 11.4. Диаграмма изменений содержания золота по квершлагу, секущему мощное рудное тело, построенная по непосредственным показаниям анализов проб и после сглаживания способом скользящего окна (цит. по [266]) (*а*), и кривая регрессии для содержания золота по штреку путем двукратного сглаживания ([146], цит. по [6]) (*б*).

1 — показания проб по результатам анализов; *2*, *3* — содержание металла в пробах после первого (*2*) и второго (*3*) приема сглаживания; *4* — кривая регрессии; *5* — уровень среднего содержания.

Один из выводов, следующих из результатов гл. 2—6, состоит в том, что дисперсия содержаний в блоках-пробах, так же как и дисперсия оценки содержаний, пропорциональна содержанию. Этот вывод достаточно хорошо подтверждается приведенными многочисленными экспериментальными данными.

Согласно математическим моделям и экспериментальным данным типичная картина одномерного пространственного распределения содержаний минералов и элементов в блоках-пробах объемом менее объема представительной пробы (на геометрической базе $V \ll V_{предст}$) напоминает пилообразную кривую с размахом колебаний содержаний в смежных и близких пробах тем бóльшим, чем больше уровень среднего содержания (трендовая составляющая, рис. 11.5).

Чем различаются кривые *а*, *б* на рис. 11.5 пространственного распределения содержаний на рассматриваемом участке? И в том и другом случае — это содержание элемента в единице объема, оцененное (определенное) по пробам соответствующего размера при сплошном их расположении на данном участке в отсутствие или малости ошибок пробообработки и анализа проб. Наличие заметных ошибок пробообработки и анализа увеличивает диапазон колебаний содержаний, но принципиально картину не меняет, так как дисперсия этих ошибок тоже пропорциональна уровню содержания.

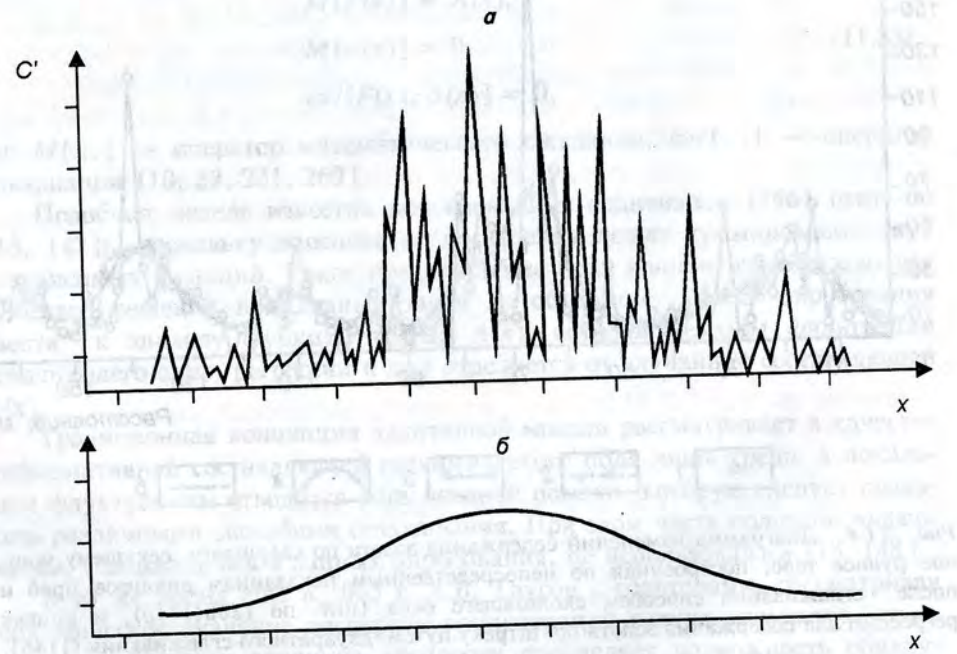


Рис. 11.5. Пространственное распределение содержаний элемента (минерала) по результатам опробования на геометрической базе.
а — $V << V_{предст}$ ($C'_{V<V_{предст}}(x)$); *б* — $V > V_{предст}$ ($C'_{V>V_{предст}}(x)$).

Описанная ситуация принципиально отличается от ситуации, представленной аддитивной моделью (рис. 11.6), тем, что диапазон колебаний содержаний в смежных и близких пробах в аддитивной модели не зависит от уровня содержаний.

Опробование горных пород на минералы и элементы, как показано в предыдущих разделах, часто проводилось и проводится пробами малых объемов (существенно меньшими объемов представительных проб). Это и обусловливает экспериментальное пространственное распределение содержания минералов и элементов типа, указанного на рис. 11.5, *а*. Именно такой вид пространственного распределения содержаний позволяет по аномалиям дисперсии содержаний выявлять зоны повышенных содержаний компонента, чего невозможно сделать, пользуясь аддитивной моделью геохимического поля.

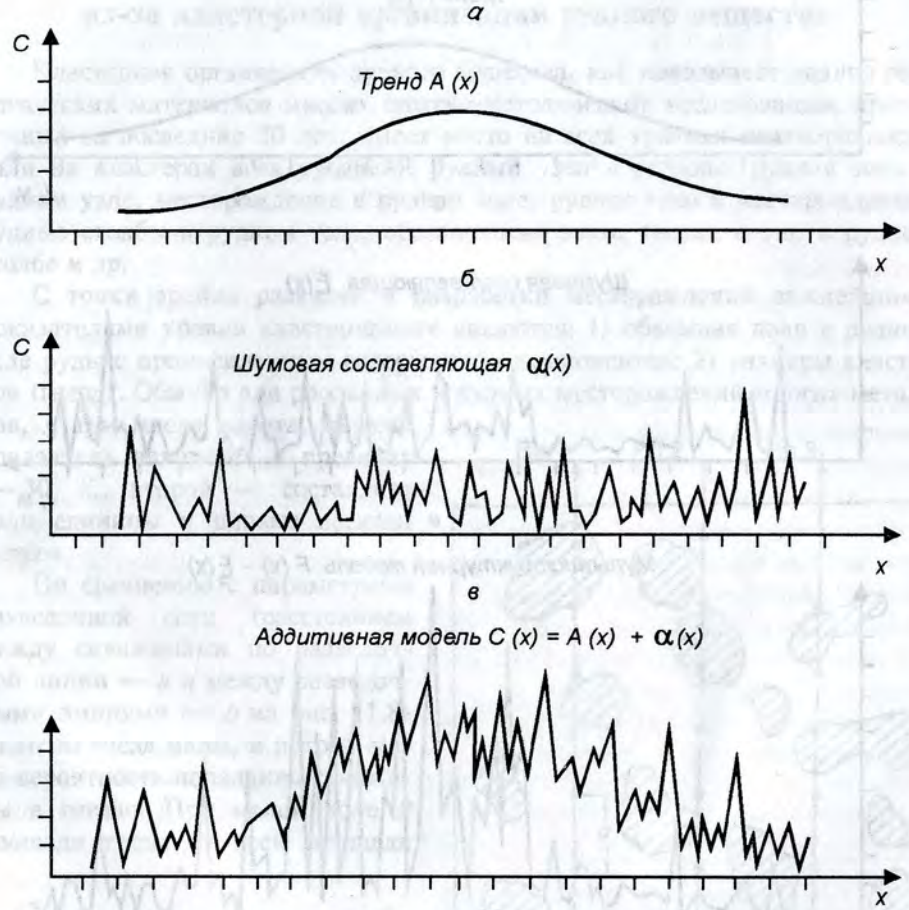


Рис. 11.6. Вид кривых, отвечающих аддитивной модели.

Таким образом, в действительности $\alpha(x)$ зависит от уровня концентрации полезного компонента, несет в себе важную полезную информацию, которая может быть использована для решения прикладных задач.

В качестве новой математической модели геохимического поля рассмотрим мультиструктурную модель, предложенную А.В. Канцелем и А.Я. Червоненкисом [148].

В наиболее простом случае эту модель можно представить в виде

$$\begin{aligned} &C(x) = A(x)\xi(x), \\ &M[A(x)] = M[C(x)], \\ &M[\xi(x)] = 1, \\ &A(x) \geqslant 0,\ \xi(x) \geqslant 0 \end{aligned} \qquad (11.36)$$

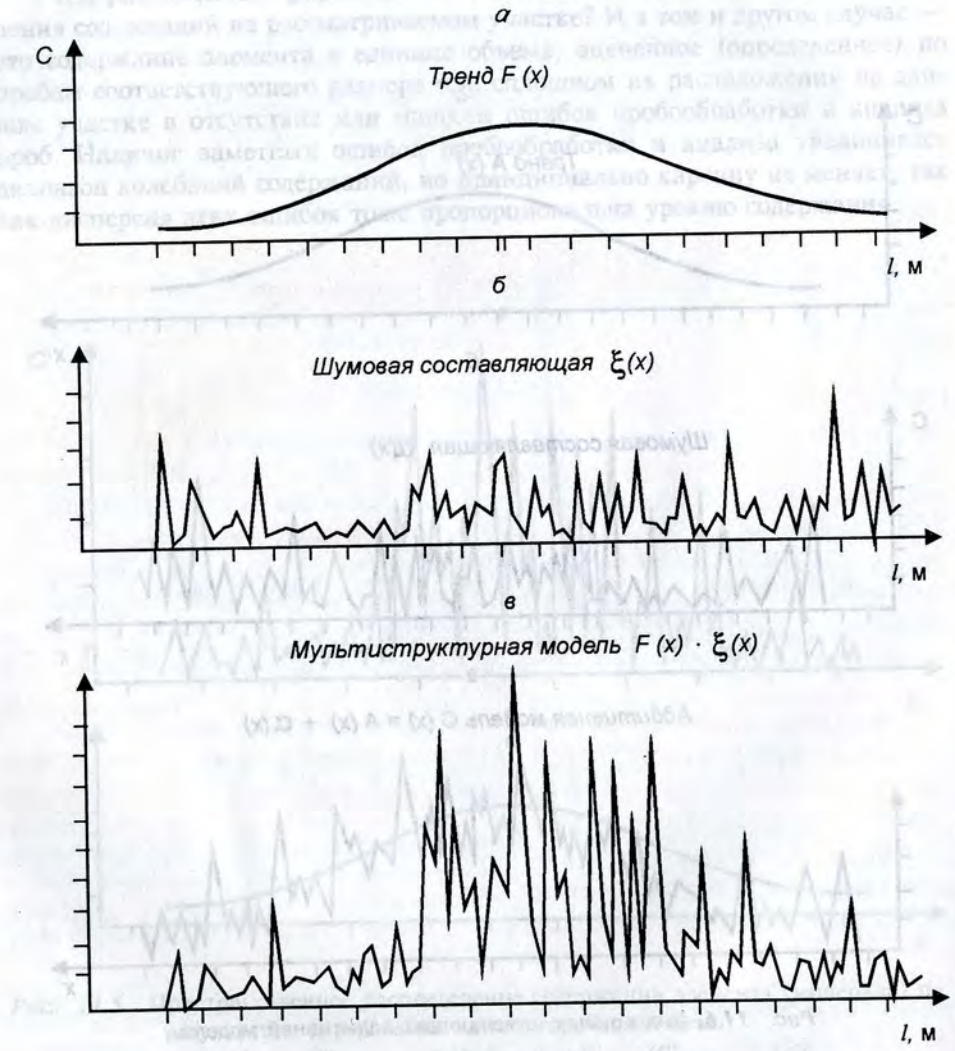


Рис. 11.7. Вид кривых, отвечающих мультиструктурной модели [148].

Сравнение формул (11.35) и (11.36), рис. 11.6 и 11.7 показывает, что аддитивная модель предполагает при переходе от участка бедных руд к богатым одновременное увеличение на одно и то же значение как нижней, так и верхней границы колебания концентраций полезного компонента при постоянном размахе этих колебаний. Мультиструктурная модель, напротив, предполагает, что при переходе от бедного к богатому участку руд размах колебаний концентраций растет, причем главным образом за счет изменения верхней границы значений указанных величин [148]. Это соответствует как математическим моделям среды опробования, так и экспериментальным данным, рассмотренным в предыдущих разделах.

11.8. Анализ систематических ошибок в оценке средних содержаний и запасов компонента из-за кластерной организации рудного вещества

Кластерная организация рудного вещества, как показывает анализ геологических материалов многих опытно-методических исследований, проведенных за последние 20 лет, имеет место на всех уровнях неоднородности (или на кластерах всех уровней): рудный узел в регионе, рудная зона в рудном узле, месторождение в рудной зоне, рудное тело в месторождении, рудные столбы в рудном теле, обогащенные зоны, гнезда и т.п. в рудном столбе и др.

С точки зрения разведки и разработки месторождений важнейшими показателями уровня кластеризации являются: 1) объемная доля в рудном теле руды с промышленным содержанием компонентов; 2) размеры кластеров (гнезд). Обычно для россыпных и рудных месторождений многих металлов, в том числе золота, первый показатель находится в пределах 5—30 %, второй — составляет доли единицы и первые десятки метров.

По сравнению с параметрами разведочной сети (расстоянием между скважинами по разведочной линии — a и между разведочными линиями — b на рис. 11.8) размеры гнезд малы, и потому мала вероятность попадания скважины в гнездо. При малой доле P площади гнезд от всей площади

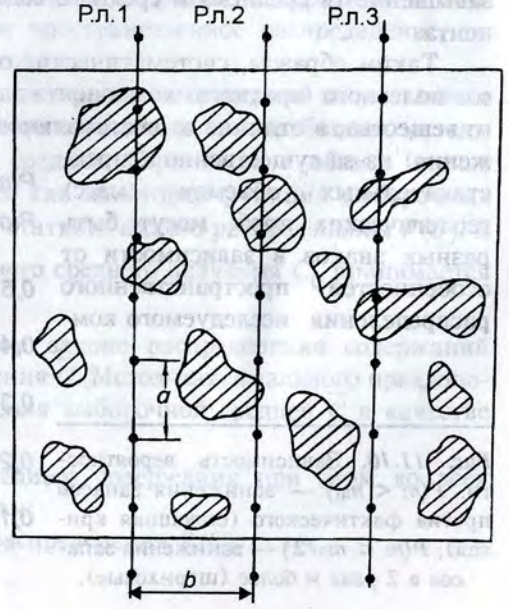


Рис. 11.8. Поле богатых по содержанию металла гнезд на фоне бедных руд.

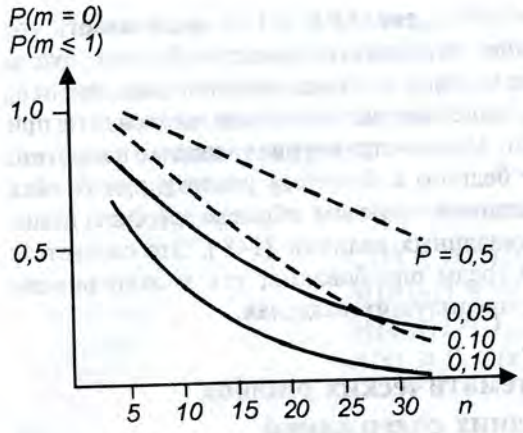


Рис. 11.9. Зависимость вероятности: $P(m = 0)$ — непопадания в гнездо ни одной скважины из n (сплошные кривые); $P(m < 1)$ — попадания не более одной скважины из n (штриховые).

участка разведки это может приводить практически к систематическому занижению средних содержаний и запасов полезного компонента в оцениваемых блоках.

При доле гнезд по площади $P = 0{,}05 - 0{,}1$ вероятность полного их пропуска при небольшом числе скважин может быть 0,2—0,7, а вероятность попадания в гнезда не более одной скважины — уже 0,25—1,0 (рис. 11.9). В подобных ситуациях на общей площади разведки 20—90 % блоков с промышленным содержанием будут оценены как "пустые".

При доле гнезд по площади $P = 0{,}2 - 0{,}3$ (что в практике встречается часто) вероятность занижения запасов всегда на 0,02—0,04 больше вероятности их завышения. При этом вероятность выявления запасов в количестве меньше фактического ($P(m < m_0)$, рис. 11.10) при небольшом числе скважин находится в пределах 0,35—0,45, а вероятность занижения запасов вдвое и более ($P(m \leq m_0/2)$, рис. 11.10) — в пределах 0,4—0,05.

Если поле концентрации полезного компонента таково, что вместо обогащенных гнезд на фоне бедных руд имеет место противоположная ситуация (на фоне всей площади с промышленным содержанием имеют место "гнезда" пустых и (или) бедных руд), то будем иметь систематическое завышение (в среднем) и среднего содержания и запасов полезного компонента.

Таким образом, систематические ошибки в оценке содержаний и запасов полезного (вредного) компонента за счет кластерной организации рудного вещества, в отличие от систематических ошибок (систематического занижения) из-за существенно непредставительных объемов (масс) геологических проб, могут быть разных знаков в зависимости от особенностей пространственного распределения исследуемого ком-

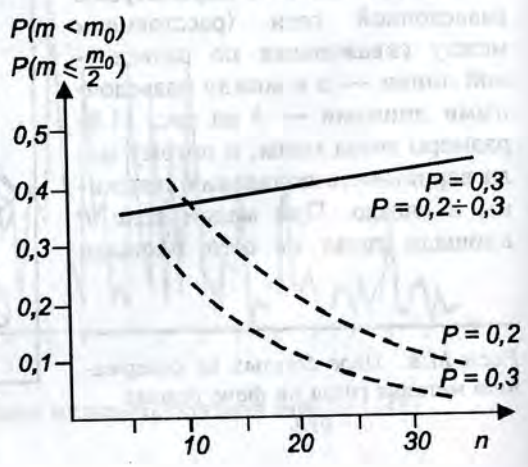


Рис. 11.10. Зависимость вероятности: $P(m < m_0)$ — занижения запасов против фактического (сплошная кривая); $P(m < m_0/2)$ — занижения запасов в 2 раза и более (штриховые).

понента, уровня рудоносности и контрастности среды опробования.

Кластерная организация рудного вещества приводит при обычных соотношениях параметров гнезд и разведочной сети даже при представительных первичных геологических пробах к значительным случайным ошибкам поблочной оценки запасов (табл. 11.4), вполне сравнимым со случайными ошибками из-за существенно непредставительных первичных проб.

Таблица 11.4

Зависимость относительной случайной ошибки (%) оценки запасов при кластерной организации рудного вещества от коэффициента рудоносности p и числа пластопересечений n

p	Число пластопересечений n				
	5	10	15	20	30
0,05	195	140	115	98	80
0,10	190	135	110	95	77
0,20	180	125	100	90	73

Оптимизация системы опробования в целом (выбор способов опробования, числа, массы и геометрии первичных геологических проб, геометрии и параметров сети опробования, способов подсчета запасов) возможна по критерию минимума затрат при заданной необходимой и достаточной точности или по критерию минимума ошибки оценки запасов при заданных затратах, или по критерию максимума прибыли от реализации продукции с данного участка месторождения. Результаты исследований показывают, что во всех вариантах оптимизации системы опробования существуют большие неиспользуемые резервы. Однако эта проблема требует специального рассмотрения.

11.9. Несостоятельность методов вычисления выборочных средних геологических показателей в теории и практике оценки месторождений

Мы уже упоминали о том, что истинное среднее содержание можно вычислить, имея статистическое или пространственное распределение, по формулам (5.6) и (5.16) соответственно.

В теории и практике, как правило, применяется первая из указанных формул. Исходя из такого статистического подхода и разработаны методы вычисления и оценок выборочных средних. При этом в общем случае выборочное среднее $\overline{C}$ представляется как некоторая функция выборочных значений C_1, C_2, ..., C_n и параметров статистического распределения $P(C)$. В простейшем случае за оценку истинного среднего значения C_0 принимается арифметическая средняя $\overline{C} = A$.

При логарифмически нормальном законе распределения содержаний используется другое правило вычисления $\overline{C}$. Метод максимального правдоподобия диктует свое правило вычисления выборочной средней $\overline{C}$ в качестве правдоподобной оценки C_0.

Проблема оценки истинного среднего содержания при этом во всех случаях сводится к трем подпроблемам:

— определение (выбор) закона распределения $P(C)$;

— оценка параметров этого закона по экспериментальным данным наиболее подходящим методом;

— интервальная оценка полученной выборочной средней.

Для симметричных статистических распределений лучшей оценкой истинного среднего значения признана средняя арифметическая A при любом объеме выборки n. При существенной асимметрии распределения содержаний выборочная средняя арифметическая при небольшом объеме выборки дает завышенную или заниженную оценку C_0.

Трудность построения метода оценки истинной средней C_0 по n выборочным значениям $C_i (i = 1, 2, ..., n)$, исходя из статистического распределения, объясняется следующими основными причинами:

— закон распределения содержаний всегда практически неизвестен и, как показано в гл. 5, зависит от пространственного распределения. При этом возможные законы распределения настолько разнообразны, что не приходится надеяться на то, что он может быть удовлетворительно описан одним из хорошо известных законов (нормальный, логарифмически нормальный и др.);

— один и тот же статистический закон распределения соответствует бесчисленному множеству пространственных распределений $C = f(x)$ и никак не отражает структурные и другие свойства и особенности пространственного распределения;

— статистический подход к оценке C_0 по (5.6) и оценке точности выборочного среднего значения предполагает независимость выборочных единиц в выборке и генеральной совокупности, что в большинстве случаев не соответствует действительности;

— статистический подход к оценке C_0 по (5.6) через выборочное среднее значение полностью игнорирует особенности взаимного пространственного положения проб, по которым определены выборочные значения содержаний C_i.

В конечном итоге выборочное среднее, определяемое исходя из статистического распределения, оценивает не содержание в блоке (области опробования D_0), а среднее содержание в множестве частных проб.

Совсем другое дело, если искать оценку истинного среднего содержания C_0 из (5.16), т.е. исходя из пространственного распределения содержаний $C = f(x)$ в области опробования [0; 1]. В этом случае задача сводится к приближенному вычислению интеграла (5.16) по n значениям функции $C_1 = f(x_1)$, $C_2 = f(x_2)$, ..., $C_n = f(x_n)$ в области опробования при фиксированных точках $x_1, x_2, ..., x_n$. Формулы приближенного вычисления интегралов (приближенного интегрирования, численного интегрирования) называются квадратурными формулами.

Простейшей квадратурной формулой является

$$J = \int_0^1 f(x)dx \approx \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f(x_i), \qquad (11.37)$$

что равносильно средней арифметической.

Погрешность такого приближения зависит от функции $f(x)$ [305]

$$\delta(f) = (1/n)\sum_{i=1}^{n} f(x_i) - \int_0^1 f(x)dx. \qquad (11.38)$$

Уже в этом видна принципиальная разница рассматриваемых двух подходов к оценке среднего содержания: погрешность выборочного среднего значения, определяемого через статистическое распределение, зависит от объема выборки n и закона распределения содержания C, в то время как погрешность квадратурной формулы определяется объемом выборки n и функцией пространственного распределения содержаний $C = f(x)$.

Как видим, множество совершенно различных по структурным свойствам пространственных распределений соответствует одному и тому же статистическому закону распределения. На такие функции $C = f(x)$ реагируют только кубатурные формулы и соответствующие методы оценки погрешности определения выборочного среднего значения через вычисление определенного интеграла.

Из простых квадратурных формул известны формула (11.37), формулы прямоугольников, трапеций, парабол, Ньютона — Котеса, Чебышева, Гаусса и многие другие.

Каждая квадратурная формула характеризуется своей погрешностью, а область рационального и возможного применения определяется видом функции $f(x)$.

Выбор вида квадратурной формулы при вычислении интеграла $J = \int_0^1 f(x)ds$ (а следовательно, и среднего значения функции $C = f(x)$ на интервале опробования $[a, b]$), а также соответствующей формулы для оценки ошибки выборочной средней (ошибки вычисления интеграла) диктуется типом и особенностями функции $f(x)$, требуемой точностью и допустимыми затратами.

При анализе типа и особенностей функций $f(x)$ необходимо иметь сведения о таких свойствах, как непрерывность, дифференцируемость, регулярность, аналитичность, интегрируемость различных степеней функции, непрерывность K-й производной, принадлежность функции к определенному классу функций и другие.

11.10. Сравнение методов расчета выборочного среднего содержания

В данном разделе проведем сравнение оценок среднего содержания несколькими основными из рассмотренных выше способов: средней арифметической, исходя из логарифмически нормального распределения генеральной совокупности, из первообразного пространственного распределения содержания и из неравноточности измерений выборочных значений содержаний (табл. 11.5).

11 Заказ № 236

Таблица 11.5

Сравнение результатов расчета (оценки) среднего содержания разными методами

Среднее содержание, вычисленное разными методами			
Средняя арифметическая $\overline{C}_a$	Из логарифмически нормального распределения содержания $\overline{C}_{\text{л. н}}$	Из пространственного распределения содержания $\overline{C}_{\text{пр. р}}$	Из неравноточных наблюдений $\overline{C}_{\text{нрт}}$
1195	894	650	236
Отношение k-й средней к средней арифметической			
1	0,748	0,544	0,197

В качестве исходных данных для всех случаев взята выборка объемом $n = 5$, приведенная и в определенной мере изученная в [100]:

$$C_1 = 111,\ C_2 = 189,\ C_3 = 277,\ C_4 = 329,\ C_5 = 5071.$$

Результаты вычислений среднего значения разными способами поразительны: средняя арифметическая превышает все остальные средние и это превышение достигает 5 раз!

Оценка среднего содержания, из логарифмически нормального распределения, меньше средней арифметической примерно на 25 %. Это явление давно известно, хотя относительная разность этих средних может быть и меньше, и больше. Тот факт, что $C_{\text{л. н}} < \overline{C}_a$, объясняется тем, что наибольшие значения содержания в выборке существенно меньше влияют на $C_{\text{л.н}}$, чем на $\overline{C}_a$.

Еще в большей мере устраняет влияние выдающегося значения (в нашей выборке это $C_5 = 5071$) на оценку среднего содержания метод вычисления среднего, основанный на пространственном распределении содержания (см. (5.16)), что также вполне понятно, если рассмотреть график первообразного пространственного распределения, построенного по данной выборке.

Наконец, в корне отличается от средней арифметической среднее взвешенное значение содержания, если полагать измерения выборочных содержаний неравноточными с дисперсиями, прямо пропорциональными измеряемому значению: здесь среднее в 5 раз меньше средней арифметической.

Приведенный пример иллюстрирует диапазоны возможных ошибок среднего содержания по малому числу проб в подсчетном или выемочном блоке, в блоках при классификации их на балансовые и забалансовые путем сравнения среднего содержания в i-м блоке с минимальным промышленным средним содержанием и т.п.

Приведенные данные еще раз подчеркивают исключительную важность проблемы правильной оценки среднего содержания в выемочном блоке.

Заметим, что для рассмотренного примера среднее содержание во всей шахтной площади, которое определено по 5170 секционным пробам, равно

618 ед. [100, с. 32], что практически совпадает с вычисленным нами выборочным средним значением исходя из пространственного распределения (см. табл. 11.5).

11.11. Экономический ущерб от ошибочной оценки среднего содержания в блоке

К числу основных кондиций на минеральное сырье относится минимальное среднее промышленное содержание полезного компонента $\overline{C}_{\text{м.п}}$ в оцениваемом (подсчетном, выемочном и др.) блоке. Именно путем сравнения среднего содержания в блоке $\overline{C}_{\text{бл}}$ с минимальным промышленным содержанием $\overline{C}_{\text{м.п}}$ (с учетом и других кондиций) проводится классификация блоков на балансовые и забалансовые по правилу:

если $\overline{C}_{\text{бл}} \geqslant \overline{C}_{\text{м. п}}$ — блок балансовый;

если $\overline{C}_{\text{бл}} \leqslant C_{\text{м. п}}$ — блок забалансовый. (11.39)

Рассмотрим возможные исходы такой классификации выемочных блоков (выемочных единиц) (табл. 11.6), всего их четыре:

1) балансовый блок классифицируется как балансовый; принимаемое решение (отрабатывать этот блок) дает соответствующую прибыль Пр (1);

2) балансовый блок классифицируется как забалансовый, что ведет к занижению (хотя и временно) запасов, осложнению планирования и развития горных работ и другим отрицательным последствиям и, в совокупности, к ущербу Ущ. (1);

3) забалансовый блок классифицируется как забалансовый, что ведет к некоторой прибыли Пр (2) или хотя бы к предотвращению ущерба от неверной классификации;

4) забалансовый блок классифицируется как балансовый, принимается ошибочное решение отрабатывать блок, что ведет к ущербу Ущ. (2).

Исходы классификации блоков, принимаемые решения и их последствия зависят, при прочих равных условиях, от ошибок оценки средних содержаний в блоках (рис. 11.11), от характера (занижение, завышение) и степени (абсолютного значения) ошибки [25].

Рассмотрим это положение во всех возможных вариантах положения истинного среднего содержания C_0 относительно минимального среднего промышленного содержания $\overline{C}_{\text{м. п}}$, знака и величины ошибки $\Delta = \overline{C}_{\text{б}} - C_0$ (см. рис. 11.11).

Таблица 11.6

Возможные исходы классификации блоков

Фактическая принадлежность блока	Возможные исходы классификации		Матрица принимаемых решений по исходам классификации и их последствия	
Балансовый (Б)	Б	ЗБ	Отрабатывать Пр (1)	Оставить Ущ. (1)
Забалансовый (ЗБ)	ЗБ	Б	Оставить Пр (2)	Отрабатывать Ущ. (2)

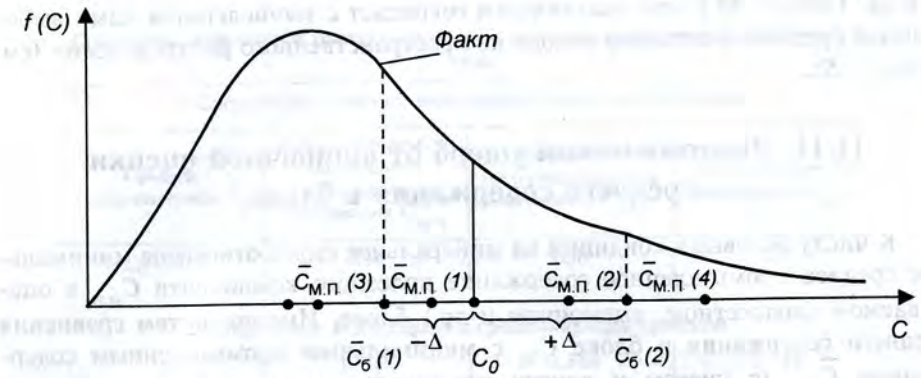


Рис. 11.11. Влияние ошибок занижения и завышения истинных средних C_0 выборочными средними $\bar{C}_б$.

Допустим, выборочное среднее содержание по блоку $\bar{C}_б$ (1) занижает истинное среднее C_0, т.е.

$$\bar{C}_б(1) < C_0. \tag{11.40}$$

В этом случае возможны два варианта взаимного положения C_0 и $\bar{C}_{мп}$.

1.1. При $C_0 < \bar{C}_{м.п}$ (см. рис. 11.11, $\bar{C}_{м.п}$ (2) и $\bar{C}_{м.п}$ (4)) блок фактически забалансовый.

Поскольку имеет место (11.40), данный блок будет классифицирован по правилу (11.39) как забалансовый и ошибки классификации не будет. Единственный недочет в такой ситуации состоит в том, что забалансовые запасы будут соответственно занижены. При последующей переоценке запасов эта ошибка может быть вскрыта. По крайней мере на данной стадии освоения запасов подобная ситуация не приносит никакого ущерба.

1.2. При $C_0 \geqslant \bar{C}_{м.п}$ (см. рис. 11.11, $\bar{C}_{м.п}$ (1) и $\bar{C}_{м.п}$ (3)) блок фактически балансовый. В этом случае:

а) если занижение по абсолютной величине меньше $(C_0 - \bar{C}_{м.п})$, ошибки классификации блока не будет (положение $\bar{C}_{м.п}$ (3) на рис. 11.11), т.е. он и будет признан балансовым;

б) если занижение по абсолютной величине больше $(C_0 - C_{м.п})$, то фактически балансовый блок будет отнесен к забалансовым (положение $\bar{C}_{м.п}$ (1) на рис. 11.11), что ведет к ущербу Ущ. (1) (табл. 11.7).

Допустим теперь, что выборочное среднее содержание по блоку завышает истинное среднее C_0, т.е.

$$\bar{C}_б(2) > C_0. \tag{11.41}$$

Как и при (11.40), имеем два варианта:

2.1. При $C_0 < C_{м.п}$ (см. рис. 11.11, $\bar{C}_{м.п}$ (2) и $\bar{C}_{м.п}$ (4)) фактически забалансовый блок при завышении $|\Delta| = |\bar{C}_б - C_0|$, меньшем $(\bar{C}_{м.п} - C_0)$,

Таблица 11.7

Экономические последствия ошибки оценки среднего содержания в блоке

Знак ошибки и соотношение C_0 и $C_{м.п}$		Величина ошибки $\|\Delta\|$	
		$< \|C_0 - C_{м.п}\|$	$> \|C_0 - C_{м.п}\|$
Занижение, $\bar{C}_б < C_0$	$C_0 \geqslant C_{м.п}$	Нет ущерба	Ущ. (1) Балансовые блоки принимаются как забалансовые (ошибка I рода)
	$C_0 < C_{м.п}$	»	Нет ущерба
Завышение, $\bar{C}_б > C_0$	$C_0 \geqslant C_{м.п}$	Нет ущерба	Нет ущерба
	$C_0 < \bar{C}_{м.п}$	»	Ущ. (2) Забалансовые блоки принимаются как балансовые (ошибка II рода)

будет признан забалансовым и ошибки классификации не будет (положение $\bar{C}_{м.п}$ (4) на рисунке). Если же завышение $|\Delta| = |\bar{C}_б - C_0|$ больше $(\bar{C}_{м.п} - C_0)$ (см. рис. 11.11, положение $\bar{C}_{м.п}$ (2)), то фактически забалансовый блок будет классифицирован как балансовый, что приведет к значительному ущербу Ущ. (2) (см. табл. 11.7).

2.2. При $C_0 > C_{м.п}$ (см. рис. 11.11, положения $\bar{C}_{м.п}$ (1) и $\bar{C}_{м.п}$ (3)) балансовый фактически блок при завышении содержания будет отнесен также к балансовому и ошибки классификации не будет. Однако в этом случае есть недостаток: наши ожидания в отношении запасов в блоке и возможной прибыли от его освоения будут преувеличены, что, конечно, тоже нежелательно и ведет к некоторым экономическим потерям.

Резюмируем результаты предшествующего рассмотрения экономических последствий ошибок оценки среднего содержания полезного компонента в блоке в зависимости от знака и величины ошибки (см. табл. 11.7):

— при ошибке оценки среднего содержания, не превышающей по модулю разность между истинным средним и минимальным промышленным содержаниями, ошибка классификации блоков на балансовые и забалансовые не возникает и ущерб от ошибки оценки среднего содержания отсутствует; с этих позиций значение $(C_0 - C_{м.п})$ может быть использовано для определения необходимой и достаточной точности поблочной оценки среднего содержания полезного компонента;

— при ошибке оценки среднего содержания, превышающей по модулю разность $(C_0 - C_{м.п})$, в классификации блоков на балансовые и забалансовые могут возникать ошибки двух родов: ошибки I рода, когда фактически балансовые блоки классифицируются как забалансовые (подобные ошибки отмечаются только при занижении истинного среднего содержания); ошибки II рода, когда фактически забалансовые блоки относятся к балансовым (они наблюдаются при завышении среднего содержания при ошибке, превышаю-

щей по модулю разность между истинным средним и минимальным промышленным содержаниями).

Использование для оценки математического ожидания содержания золота, алмазов и других полезных компонентов средней арифметической в большинстве случаев занижает истинное среднее. Это приводит к некоторой недооценке количества и качества запасов по данным разведки. Именно поэтому нашими геологами (В.В. Богатский, Д.А. Родионов и др.) неоднократно предпринимались попытки изыскать методы, устраняющие или хотя бы уменьшающие подобные ошибки.

При использовании для оценки среднего содержания в подсчетных и выемочных блоках выборочной средней арифметической распространенной картиной является следующая: среди "балансовых" блоков имеется некоторая часть блоков, ошибочно отнесенная к балансовым, а среди "забалансовых" — доля фактически балансовых блоков.

Ошибка II рода, когда забалансовые блоки классифицируются как балансовые, ведет к ущербу, на порядок превышающему ущерб от ошибки I рода. Этот ущерб сказывается непосредственно при разработке месторождений. Именно поэтому в зарубежной геостатистике превалируют исследования, направленные на исключение случаев завышения выборочной средней арифметической истинного среднего содержания (Ж. Матерон, М. Давид, Ш. Сишел и др.).

С переходом экономики страны на рыночные отношения, введением нового законодательства о недрах проблемы экономического "риска" в освоении месторождений встанут неизбежно и очень остро. И среди них далеко не последнее место занимает проблема правильной эффективной оценки среднего содержания полезных компонентов в подсчетных и выемочных блоках.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ результатов исследований, изложенных в настоящей монографии, а также проблем опробования и поблочной оценки запасов месторождений в целом показывает, что в период становления рыночной экономики при объективной необходимости перехода на новые дифференцированные эксплуатационные кондиции на минеральное сырье и существенного повышения производительности труда значимость этих проблем многократно возрастает.

Для абсолютного большинства россыпных и рудных месторождений большинства видов полезных ископаемых характерно кластерное строение, при котором участки кондиционных руд и песков (кластеры) в объеме подсчетных блоков занимают 10—30 %, редко до 60, заключая в себе 85 % и более запасов металла (и других полезных минералов).

Размеры изолированных кластеров (кондиционных участков руд и песков) колеблются от долей до десятков метров. Изолированные кластеры или их объединения в виде выраженных зон промышленной концентрации полезного компонента разделены между собой убогими песками и рудами.

Такие (и другие) особенности и закономерности кластерной организации рудного вещества последние 15 лет активно изучаются геологами, в том числе в целях совершенствования систем разведки и оценки месторождений, но явно недостаточно используются при разработке полезных ископаемых.

Дискретное, раздельное размещение минералов, минеральных сростков и агрегатов — главных носителей полезных компонентов (золото, олово, алмазы, сурьма, серебро, платина и др.), определяет другую группу природных особенностей и закономерностей, так называемой дискретной организации рудного вещества. Последняя обусловливает важнейшие закономерности в природной покусковой и порционной контрастности руд даже в однородном поле минерализации и в решающей степени определяет методы, технику и технологию геологического опробования, порционной и покусковой сортировки, а также обогащения минерального сырья.

Аналитическое описание характерных закономерностей дискретной организации рудного вещества позволило предложить систему представительного опережающего и сопровождающего эксплуатационного опробования руд и песков, дающую возможность с необходимой и достаточной точностью выделять кластеры — изолированные участки кондиционных руд и песков ограниченных размеров на фоне "убогих", некондиционных.

Для практики разведки россыпных и рудных месторождений характерно непредставительное опробование, что не позволяло надежно выделять кла-

стеры и приводило к ошибкам поблочной оценки количества и качества запасов, а также классификации выемочных блоков на кондиционные и некондиционные тем больше, чем меньше выемочные (или оцениваемые) блоки и разность между средним содержанием в блоке и минимальным промышленным.

Предложенная система представительного опробования в решающей степени устраняет эти ошибки, хотя и требует дальнейшего развития особенно в части сочетания с геофизическими методами опробования и выделения кластеров, а также адаптации предлагаемых математических моделей опробования к конкретным геологическим условиям.

В практике разработки россыпных и коренных месторождений до настоящего времени не используются рекомендации, адресованные всем министерствам и ведомствам бывшего СССР, изложенные в брошюрах "Типовые методические положения применения кондиций на твердые полезные ископаемые в процессе разработки месторождений" (М.: ИПКОН, 1983. — 39 с.) и в "Методические положения оценки рационального освоения месторождений твердых полезных ископаемых" (М.: ИПКОН, 1991. — 45 с.) по переходу к концепции дифференцированных эксплуатационных кондиций. На стадии эксплуатации месторождений их рекомендовано применять при составлении текущих и оперативных планов развития горных работ. Оценка запасов, включаемых в разработку, должна проводиться на основе эксплуатационных дифференцированных параметров кондиций для отдельных выемочных участков месторождения с учетом их конкретных горно-геологических условий и предстоящих затрат по добыче, транспортировке и переработке полезных ископаемых. Предельно допустимое качество дозы добытой горной массы, при котором ее экономически целесообразно направлять в товарную продукцию или на переработку, определяется по параметрам кондиционности горной массы.

Основные мероприятия по снижению затрат при параллельном кратном повышении производительности труда при освоении месторождений на основе использования природных особенностей и закономерностей кластерной и дискретной организации рудного вещества сводятся к следующему:

— категорическому отказу от парадигмы постоянных кондиций и скорейшему переходу к дифференцированным эксплуатационным кондициям;

— коренному совершенствованию системы опережающего и сопровождающего эксплуатационного опробования с целью выявления и оконтуривания кондиционных (в соответствии с дифференцированными эксплуатационными кондициями) выемочных участков (кластеров) на основе системы представительного эксплуатационного опробования;

— совершенствованию системы классификации выемочных блоков (частей) и порций добываемой горной массы на кондиционные и некондиционные на основе представительного опробования и дифференцированных эксплуатационных кондиций с учетом разных допустимых способов добычи и переработки руд и песков;

— внедрению прогрессивных технологий добычи, рудоподготовки и переработки руд и песков с учетом допустимых соотношений между приростом производительности труда и изменением затрат;

— совершенствованию систем опережающего и сопровождающего эксплуатационного опробования путем комплексирования геологических и геофизических методов опробования руд и песков в массиве, в порциях минерального сырья в емкостях и непрерывных потоках, по буровым скважинам, а также на основе геофизических методов выявления кластеров;

— адаптации технологий вскрышных и добычных работ к условиям кластерной организации рудного вещества;

— реализации комплекса уже известных предложений по выводу горнодобывающей промышленности из кризиса (создание в России рынка драгоценных металлов и драгоценных камней, своевременная и полная оплата продукции предприятий по ценам мирового рынка, ослабление налогового "пресса", компенсация предприятиям затрат на НДС, снижение тарифов на электроэнергию в промышленности, разработка и реализация допустимых мер по привлечению инвестиций в развитие инфраструктуры и производства и др.);

— принятию и реализации концепции сквозной (а не попроцессной) оптимизации горного производства — от разведки запасов до обогащения руд и песков по критерию необходимой и достаточной производительности труда по конечному продукту с пониманием объективной необходимости ее кратного повышения и др.

Таким образом, изложенные в монографии результаты имеют, прежде всего, практическое значение. В то же время название монографии подчеркивает ее теоретическую направленность. В ней даны начала теоретических основ опробования и поблочной оценки запасов месторождений.

В дальнейшем основные успехи в разработке теории опробования и поблочной оценки запасов месторождений, по нашему мнению, будут связаны с исследованиями по следующим направлениям:

— развитие теории образования месторождений, разработка генетических и математических моделей;

— выявление геологических предпосылок, особенностей и закономерностей образования кластеров, развитие методов и средств их прогноза, разведки и оценки;

— развитие оперативных и надежных методов и средств опробования горных пород и руд на содержание минералов и элементов в массиве, порциях и кусках рудной массы;

— развитие надежных и производительных методов и средств отбора проб, пробообработки и лабораторного анализа горных пород и руд, минерального сырья и продуктов его переработки;

— разработка математических моделей среды опробования, теории и практики математического моделирования месторождений и процессов опробования, картирования и оценки запасов;

— развитие методов стохастической и фрактальной геометрии в исследовании геологических объектов, использование при разведке месторождений, опробовании и поблочной оценке запасов современных методов статистического обследования и соответствующих методов геостатистики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Адельсон И.М.** Способы расчета рационального объема пробы при разведке золотоносных россыпей // Колыма. — 1986. — № 10. — С. 23—26.
2. **Аксенова Т.П., Петров В.Г., Петрова Т.Е.** Возможности и результаты применения крупнообъемного опробования при региональных геохимических исследованиях // Математическая обработка геохимических данных: Материалы Второго междунар. симпоз. "Методы прикладной геохимии". — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1986. — С. 107—113.
3. **Альберг Дж., Нильсон Э., Уоми Дж.** Теория сплайнов и ее приложения. — М.: Мир, 1972. — 316 с.
4. **Альбов М.Н.** Геолого-экономическая оценка элювиальных россыпей и рудных жил, содержащих золотые самородки // Колыма. — 1969. — № 12. — С. 38—41.
5. **Альбов М.Н.** Опробование месторождений полезных ископаемых. — М.: Недра, 1975. — 231 с.
6. **Альбов М.Н.** К вопросу о поисковых критериях золотых самородков // Колыма. — 1992. — № 2. — С. 32—33.
7. **Амбарцумян Р.В., Мекке И., Штойян Д.** Введение в стохастическую геометрию. — М.: Наука, 1989. — 400 с.
8. **Аристов В.В.** Методика геохимических поисков твердых полезных ископаемых. — М.: Недра, 1984. — 200 с.
9. **Аронов В.И.** Методы математической обработки геологических данных на ЭВМ. — М.: Недра, 1977. — 168 с.
10. **Аронов В.И.** Методы построения карт геолого-геофизических признаков и геометризация залежей нефти и газа на ЭВМ. — М.: Недра, 1990. — 301 с.
11. **Архипов О.А.** Радиометрическая обогатимость руд при их разведке. — М.: Недра, 1985. — 144 с.
12. **Архипова А.И.** Геохимическая характеристика интрузивных траппов Норильского плато. — Л.: Недра. Ленингр. отд-ние, 1975. — 134 с.
13. **Асадулин Э.Э.** Геохимическое поле. Фон, аномалии, порог, контрастность: Обзор. информ. — М., 1993. — С. 13—16. — (Мат. методы и автоматизированные системы в геологии / ВИЭМС; Вып. 3: Математические методы выделения слабых геохимических аномалий).
14. **Атлас** структур и текстур галогенных пород СССР / Я.Я. Яржемский, А.Л. Протопопов, В.В. Лобанова и др. — Л.: Недра. Ленингр. отд-ние, 1974. — 231 с.
15. **Атлас** структур и текстур руд / С.И. Талдыкин, Н.Ф. Гончарик, Г.Н. Еникеева, Б.Б. Розина. — М.: Госгеолтехиздат, 1954. — 267 с.
16. **Атлас** текстур и структур осадочных горных пород / Сост. Е.В. Дмитриевский и др.: В 3 ч. Ч. 1: Обломочные и глинистые породы. — М.: Госгеолтехиздат, 1962. — 578 с.; Ч. 2: Карбонатные породы. — М.: Недра, 1969. — 707 с.; Ч. 3: Кремнистые породы. — М.: Недра, 1973. — 339 с.

17. **Афанасьева Е.Л., Исаенко М.П.** Технологическая минералогия. — М.: Недра, 1988. — 226 с.
18. **Батрак В.И., Иванова В.Н., Катанский М.Ю., Кувшинов В.П.** Надежность бороздового опробования малыми сечениями при разведке золоторудных месторождений различных морфологических типов // Методика разведки месторождений цветных и благородных металлов различных структурно-морфологических типов: Тр. ЦНИГРИ. — М., 1979. — Вып. 146. — С. 87—94.
19. **Батугин С.А.** Анизотропия массива горных пород. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1988. — 86 с.
20. **Батугин С.А., Бирюков А.В., Кылатчанов Р.М.** Гранулометрия геоматериалов. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1989. — 172 с.
21. **Батугин С.А., Костюк С.Д., Кылатчанов Р.М.** Выбор оптимального объема и числа проб при геологическом опробовании // Вопросы рационального освоения месторождений полезных ископаемых / Ин-т горного дела Севера СО АН СССР. — Якутск, 1988. — С. 68—80. — Деп. в ВИНИТИ 03.01.89, № 73—В89.
22. **Батугин С.А., Костюк С.Д., Кылатчанов Р.М.** Оптимизация процесса опробования месторождений полезных ископаемых // Вопросы рационального освоения месторождений полезных ископаемых / Ин-т горного дела Севера СО АН СССР. — Якутск, 1988. — С. 68—80. — Деп. в ВИНИТИ 03.01.89, № 73—В89.
23. **Батугин С.А., Черный Е.Д.** Природа статистических законов распределения содержаний минералов и элементов в геологических объектах. — Якутск: ЯНЦ СО РАН, 1993. — 36 с.
24. **Батугин С.А., Черный Е.Д.** Проблемы поблочной оценки средних содержаний полезных компонентов и экономического риска при разработке месторождений. — Якутск: ЯНЦ СО РАН, 1993. — 27 с.
25. **Батугин С.А., Черный Е.Д.** Связь статистического и пространственного распределений компонентов при геологическом опробовании. — Якутск: ЯНЦ СО РАН, 1993. — 36 с.
26. **Батугин С.А., Черный Е.Д.** Теоретический анализ ошибок оценки содержаний компонента и запасов металла по данным опробования. — Якутск: ЯНЦ СО РАН, 1993. — 34 с.
27. **Батугин С.А., Яковлев В.Л.** Закономерности развития горного дела. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. — 116 с.
28. **Бедрань Н.Г., Скоробогатова Л.М.** Переработка и качество полезных ископаемых. — М.: Недра, 1986. — 272 с.
29. **Беккер А.Г., Цопанов О.Х., Шевцов Т.П.** Достоверность разведки россыпей золота скважинами ударно-канатного бурения в условиях Северо-Востока // Материалы по геологии и полезным ископаемым Северо-Востока. — Магадан: Магадан. кн. изд-во, 1980. — Вып. 25. — С. 191—197.
30. **Белов Б.И.** О геохимическом смысле законов распределения концентрации вещества // Математические методы геохимических исследований. — М., 1966. — С. 71—81.
31. **Беляев Ю.К.** Вероятностные методы выборочного контроля. — М.: Наука, 1975. — 407 с.
32. **Беус А.А.** О распределении лития в магматических породах // Геохимия. — 1964. — № 8. — С. 825—827.
33. **Беус А.А.** Геохимия литосферы. — М.: Недра, 1981. — 335 с.
34. **Беус А.А., Ойзерман М.Т.** О распределении рубидия в магматических породах и корреляционной связи между рубидием и калием // Геохимия. — 1965. — № 11. — С. 1313—1324.
35. **Бирюков В.И.** О методике опробования месторождений полезных ископаемых: Обзор. — М.: ВИЭМС, 1969. — 132 с. — (Геология, методы поисков и разведки месторождений цветных, редких и благородных металлов; Вып. 1).

36. **Бирюков В.И., Куличихин С.Н., Трофимов Н.Н.** Поиски и разведка месторождений полезных ископаемых. — М.: Недра, 1987. — 415 с.
37. **Богацкий В.В.** Математический анализ разведочной сети. — М.: Госгеолтехиздат, 1963. — 212 с.
38. **Богацкий В.В.** Оценка средних содержаний малыми выборками при асимметричных распределениях как общегеологическая проблема // Геология и геофизика. — 1968. — № 5. — С. 74—80.
39. **Богданов Е.И.** Улучшить качество инженерных изысканий и рабочего проектирования // Материалы Второго совещ. работников маркшейдерской службы Дальстроя. — Магадан, 1957. — С. 133—136.
40. **Богомяков П.П., Травин Ю.А.** Опробование отвального комплекса техногенных россыпей золота при их промышленной оценке // Вопросы методики опробования месторождений полезных ископаемых при разведке и эксплуатации / Свердлов. горн. ин-т. — Свердловск, 1969. — С. 218—222.
41. **Божинский А.П.** Методы разведки и подсчета запасов россыпных месторождений полезных ископаемых // Тр. ЦНИГРИ. — 1965. — Вып. 65. — 312 с.
42. **Божинский А.П., Каллистов П.Л. и др.** Требования к материалам разведки и опробования при подсчете запасов россыпных месторождений // Тр. ЦНИГРИ. — 1963. — С. 44—64.
43. **Болотин В.А.** Статистические методы в строительной механике. — М.: Стройиздат, 1965. — 279 с.
44. **Большаков А.Ю.** Управление качеством руд на основе ядерно-физического опробования. — Л.: Недра. Ленингр. отд-ние, 1989. — 180 с.
45. **Бондаренко В.Н.** Статистические методы изучения вулканогенных комплексов. — М.: Недра, 1967. — 135 с.
46. **Борзунов В.М.** Разведка и промышленная оценка месторождений нерудных полезных ископаемых. — М.: Недра, 1982. — 308 с.
47. **Борисова А.Н.** Вопросы учета горных работ // Материалы Второго совещ. работников маркшейдерской службы Дальстроя. — Магадан, 1957. — С. 153—156.
48. **Боровков А.А.** Вероятностные процессы в теории массового обслуживания. — М.: Наука, 1972. — 367 с.
49. **Брешенков Б.К.** Об опробовании золоторудных месторождений // Разведка и охрана недр. — 1970. — № 5. — С. 8—14.
50. **Брукс Р.Р.** Биологические методы поисков полезных ископаемых. — М.: Недра, 1986. — 203 с.
51. **Букринский В.А.** Практический курс геометрии недр. — М.: Недра, 1965. — 244 с.
52. **Букринский В.А.** Вопросы геометризации физико-технических показателей месторождений для моделирования на ЭЦВМ. — М.: МИРГЭМ, 1966. — 128 с.
53. **Букринский В.А.** Геометрия недр. — М.: Недра, 1985. — 526 с.
54. **Букринский В.А., Коробченко Ю.В.** Теоретические основы геометризации месторождений полезных ископаемых // Совершенствование методов маркшейдерских работ и геометризации недр. — М.: Недра, 1972. — С. 220—225.
55. **Булкин Г.А.** Введение в статистическую геохимию. Приложение теории информации к геохимии. — Л.: Недра. Ленингр. отд-ние, 1972. — 207 с.
56. **Бурение** геологоразведочных скважин алмазным инструментом малого диаметра (46 мм) / В.И. Васильев, П.П. Пономарев, Г.А. Блинов и др. — Л.: Недра. Ленингр. отд-ние, 1981. — 100 с.
57. **Бурляков Г.Х., Пивкин А.Ф., Шарафан В.Я.** Отбор и обработка большеобъемных проб при оценке рудных объектов // Колыма. — 1981. — № 10. — С. 6.

58. **Буров А.П., Воларович Г.И.** Инструкция по применению классификации запасов твердых полезных ископаемых. Россыпные месторождения алмазов. — М.: Госгеолиздат, 1952. — 40 с.
59. **Бышев Н.В.** Траншейный метод повторной разведки россыпей // Колыма. — 1968. — № 4. — С. 41—42.
60. **Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.** Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969. — 366 с.
61. **Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.** Прикладные задачи теории вероятностей. — М.: Радио и связь, 1983. — 416 с.
62. **Верховская Л.А., Сорокина Е.П.** Математическое моделирование геохимического поля в поисковых целях. — М.: Недра, 1981. — 186 с.
63. **Веселов В.В., Гонтов Д.П., Пустыльников Л.М.** Вариационный подход к задачам интерполяции физических полей. — М.: Наука, 1983. — 120 с.
64. **Виноградов А.П.** Среднее содержание химических элементов в главных типах изверженных горных пород земной коры // Геохимия. — 1962. — № 7. — С. 555—571.
65. **Вистелиус А.Б.** О функциях распределения вероятностей концентраций фосфора в гранитоидах Швейцарии, Гвианы и экваториальной Африки // Докл. АН СССР. — 1963. — Т. 152, № 6. — С. 1449—1452.
66. **Вистелиус А.Б.** Основы математической геологии. — Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1980. — 389 с.
67. **Вистелиус А.Б., Сарманов О.В.** Стохастическое обоснование одного геологически важного распределения вероятностей // Докл. АН СССР. — 1947. — Т. 58, № 4. — С. 631—634.
68. **Власов А.С., Желнин С.Г.** Новые методы разведки россыпных месторождений золота // Разведка и охрана недр. — 1964. — № 4. — С. 8—13.
69. **Власов А.С., Куторгин В.И.** Гранулометрические параметры колымского россыпного золота // Колыма. — 1979. — № 9. — С. 36—38.
70. **Власов А.С., Пригоровский В.И.** К оценке достоверности результатов разведки россыпей скважинами ударно-канатного бурения // Колыма. — 1967. — № 4. — С. 39—42.
71. **Власьевский Л.П.** Использование математической модели для определения оптимального объема поисково-оценочных работ на кварцево-жильных месторождениях // Геология, поиски и разведка месторождений рудных полезных ископаемых. Модели и моделирование при поисках и разведке. — Иркутск, 1989. — С. 21—25. — (Сб. науч. тр. / Иркутск. политех. ин-т).
72. **Волошин П.Д., Лопушинский Б.Ф.** Распределение золота в "бедных" россыпях, предложения по изменению их группировки для целей разведки // Колыма. — 1988. — № 2. — С. 19—23.
73. **Воронин Ю.В.** Исследование операций при поисках и разведке месторождений полезных ископаемых. — Новосибирск: Наука, 1983. — 287 с.
74. **Временное методическое руководство** по опробованию коренных (рудных) и россыпных месторождений при пневмоударном бурении / И.В. Куликов, В.Н. Иванов, И.Б. Флеров и др. — М.: Мингео РСФСР, 1980. — 85 с.
75. **Гавришин А.И.** Оценка и контроль качества геохимической информации. — М.: Недра, 1980. — 287 с.
76. **Гандин Л.С.** Объективный анализ метеорологических полей. — Л.: Гидрометеоиздат, 1963. — 286 с.
77. **Гаусс К.Ф.** Теория комбинации наблюдений, подверженных наименьшим ошибкам // Избр. геодезич. соч. Т. 1: Способ наименьших квадратов. — М.: Геодезиздат, 1957. — 152 с.
78. **Генетические модели** эндогенных рудных формаций / Отв. ред. В.А. Кузнецов: В 2 т. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1983. — Т. 1. — 178 с.; Т. 2. — 176 с.

79. **Геологический словарь.** — М.: Недра, 1978. — Т. 2. — 456 с.
80. **Геология** россыпей золота Северо-Востока СССР / О.Х. Цопанов, П.О. Генкин, Е.Я. Цинюгина, И.Б. Флеров; при участии Р.Я. Еримова, К.В. Кистерова, В.И. Крутоус / СВГТУ, ЦНИГРИ. — Магадан: Магадан. кн. изд-во, 1979. — 200 с.
81. **Геометризация** месторождений полезных ископаемых / Под ред. В.А. Букринского и Ю.В. Коробченко. — М.: Недра, 1977. — 242 с.
82. **Геохимический энциклопедический словарь.** — М.: Сов. энциклопедия, 1983. — 791 с.
83. **Геохимическое значение** дисперсии концентраций редких элементов в гранитоидах / Л.В. Таусон, Р.И. Дубов, В.Д. Козлов, М.И. Кузьмин // Вопросы геохимии изверженных пород и рудных месторождений Восточной Сибири. — М.: Наука, 1965. — С. 5—23.
84. **Геохимия** процессов рудообразования. — М.: Наука, 1982. — 270 с.
85. **Гнеденко Б.В., Колмогоров А.Н.** Предельные распределения для сумм независимых случайных величин. — М.; Л.: Гостехиздат, 1949. — 170 с.
86. **Голенев В.Б., Гречишников Д.Н.** Разведочная модель золоторудного месторождения Кубака // Руды и металлы. — 1994. — № 1. — С. 57—66.
87. **Горшков В.М.** Особенности концентрации россыпного золота и его рациональная разведка // Колыма. — 1984. — № 11. — С. 34—38.
88. **Горшков В.М.** Распределение россыпного металла в долинах горных рек // Колыма. — 1986. — № 2. — С. 26—30.
89. **Горшков В.М.** Практическая направленность анализа россыпной металлоносности // Колыма. — 1990. — № 8. — С. 1—5.
90. **ГОСТ 15054—80 (СТ СЭВ 1196—78).** Руды железные, концентраты, агломераты и окатыши. Методы отбора и подготовки проб для химического анализа и определения прочности во вращающемся барабане. — Взамен ГОСТ 15137—69. — 18 с.
91. **ГОСТ 14180—80 (СТ СЭВ 899—78).** Руды и концентраты цветных металлов. Методы отбора и подготовки проб для химического анализа и определения содержаний влаги. — М.: Изд-во стандартов, 1980. — 17 с.
92. **ГОСТ 16598-80 (СТ СЭВ 1204-78).** Руды марганцевые, концентраты и агломераты. Методы отбора и подготовки проб для химического анализа и определения содержания влаги. — Взамен ГОСТ 16598—71. — 19 с.
93. **ГОСТ 16094—78.** Угли бурые, каменные, антрацит и горючие сланцы. Метод отбора эксплуатационных проб. — М.: Изд-во стандартов, 1978. — 4 с.
94. **ГОСТ 17070—79.** Угли. Термины и определения. — М.: Изд-во стандартов, 1979. — 17 с.
95. **ГОСТ 10742—71.** Угли бурые, каменные, антрацит и горючие сланцы. Методы отбора и обработки проб для лабораторных испытаний. — М.: Изд-во стандартов, 1976. — 16 с.
96. **Гриценко В.П.** Возможности совершенствования методики опробования россыпей золота // Происхождение и размещение россыпей Якутии: Сб. науч. тр. — Якутск: ЯФ СО АН СССР, 1983. — С. 120—125.
97. **Гриценко Ю.Ф.** Методика экспериментального определения минимального объема пробы алмазоносных кимберлитов // Разведка и охрана недр. — 1960. — № 10. — С. 5—15.
98. **Гудков В.М., Васильев А.А., Николаев К.П.** Прогноз и планирование качества полезного ископаемого. — М.: Недра, 1976. — 191 с.
99. **Гудков В.М., Хлебников А.В.** Математическая обработка маркшейдерско-геодезических измерений. — М.: Недра, 1990. — 335 с.
100. **Давид М.** Геостатистические методы при оценке запасов руд. — Л.: Недра. Ленингр. отд-ние, 1980. — 360 с.

101. **Денисов С.А., Архипкина Т.Д., Володин А.Н.** Вопросы достоверности опробования и разведки рудных месторождений. — Ташкент: ФАН, 1974. — 86 с.
102. **Джессен Р.** Методы статистических обследований. — М.: Финансы и статистика, 1985. — 478 с.
103. **Джини К.** Средние величины. — М.: Статистика, 1970. — 417 с.
104. **Днепровский И.Ф., Фролов В.М., Войтюк Л.А.** К вопросу сечения бороздовых проб и расстояний между ними при опробовании россыпей, отрабатываемых подземным способом // Колыма. — 1975. — № 8. — С. 45—46.
105. **Добрецов Н.Л., Зуенко В.В., Шемякин М.Л.** Статистические методы в геологии. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1974. — 142 с.
106. **Долбнин Г.Я.** Новый способ детальной разведки мелкозалегающих обводненных россыпей // Колыма. — 1961. — № 2. — С. 20—21.
107. **Достоверность** керновых проб и выбор диаметров скважин при разведке месторождений / Всесоюз. науч.-исслед. ин-т методики и техники разведки; Сост. Ю.Л. Михалкевич, Г.Г. Пежемский, В.Г. Соловьев. — Л.: Недра. Ленингр. отд-ние, 1982. — 59 с.
108. **Драбкин И.Е., Хрипков А.В.** К вопросу о методике разведки дражных полигонов // Колыма. — 1960. — № 7. — С. 17—20.
109. **Дронов Н.В.** Дифференцированное оконтуривание и оценка запасов рудных месторождений. — Фрунзе: Илим, 1988. — 118 с.
110. **Дубов Р.И.** Количественные исследования геохимических полей для поисков рудных месторождений. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1974. — 276 с.
111. **Дэвис Джон. С.** Статистический анализ данных в геологии: В 2 кн. — М.: Недра, 1990. — Кн. 1. — 319 с.; Кн. 2. — 427 с.
112. **Единые правила** охраны недр при разработке месторождений твердых полезных ископаемых. — М.: ИПКОН АН СССР, 1985. — 35 с.
113. **Ерилов К.Е.** О некоторых особенностях приисковой разведки золотоносных россыпей в условиях Северо-Востока // Колыма. — 1968. — № 4. — С. 39—41.
114. **Ершов В.В.** Геолого-маркшейдерское обеспечение управления качеством руд. — М.: Недра, 1986. — 216 с.
115. **Есипов А.В., Климов Н.В.** Методика определения оптимального объема проб при разведке россыпей золота // ЦНТИ: Информ. лист. — Якутск, 1977. — № 3. — С. 1—6.
116. **Есипов А.В., Шаров Г.М.** Совершенствование разведки неглубокозалегающих россыпей золота // Разведка и охрана недр. — 1978. — № 6. — С. 21—23.
117. **Желнин С.Г.** Задачи геологической службы горных предприятий Магаданской области // Колыма. — 1962. — № 1. — С. 17—19.
118. **Желнин С.Г.** Пути совершенствования методов и техники опробования россыпей // Колыма. — 1986. — № 10. — С. 21—23.
119. **Желнин С.Г., Ким И.А., Фридланд Б.А.** Теоретическое обоснование объема проб при поисках и разведке россыпных месторождений золота // Колыма. — 1979. — № 9. — С. 29—34.
120. **Зайцев Е.П.** Опробование коренных месторождений и добытых рудных масс пробами малого веса. — М.: Центр. ин-т информации цветной металлургии, 1958. — 101 с.
121. **Здорова Э.П., Лаптев В.Г., Малков И.И. и др.** Современное состояние методов анализа на золото: Обзор. — М.: ВИЭМС, 1987. — 41 с. — (Лабораторные и технологические исследования обогащения минерального сырья).
122. **Зенкевич О., Морган К.** Конечные элементы и аппроксимация. — М.: Мир, 1986. — 318 с.

123. **Злобин Б.И., Иовчева Э.И., Ставров О.Д.** Распределение бериллия в герцинских интрузивных породах центральной части северного Тянь-Шаня // Геохимия. — 1967. — № 7. — С. 822—827.
124. **Золотарев В.М.** Современная теория суммирования независимых случайных величин. — М.: Наука, 1986. — 415 с.
125. **Зубарев Б.М.** Дайковый тип алмазных месторождений. — М.: Недра, 1989. — 183 с.
126. **Зырянов А.Г., Ивановский Э.С.** Состояние золотодобывающей промышленности в зарубежных странах: Обзор. информ. — М.: ЦНИИЭИ цвет. мет., 1988. — 55 с. — (Экономика цветной металлургии зарубежных стран; Вып. 4).
127. **Ибрагимов И.А., Линник Ю.В.** Независимые и стационарно связанные величины. — М.: Наука, 1965. — 524 с.
128. **Иванов О.П., Кушпаренко Ю.С., Маршукова Н.К.** Технологическая минералогия оловянных руд. — Л.: Недра. Ленингр. отд-ние, 1989. — 208 с.
129. **Игнатович В.И.** Внутреннее строение Первомайского молибденового штокверка (Западное Забайкалье) // Проблемы образования рудных столбов. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1972. — С. 394—401.
130. **Изет Р.И., Утин П.П.** О достоверности разведанных запасов золота в россыпях // Колыма. — 1966. — № 9. — С. 35—39.
131. **Изет Р.И., Утин П.П.** Об оптимальном объеме пробы при разведке россыпей золота шурфами // Вопросы методики опробования месторождений полезных ископаемых при разведке и эксплуатации. — Свердловск: Свердловск. горн. ин-т, 1969. — С. 223—227.
132. **Ильницкий А.С., Лифшиц А.И., Горюшкина С.Я.** Определение полного содержания золота в пробах россыпных месторождений // Технология отбора и обработки проб при разведке твердых полезных ископаемых и пути их совершенствования: Материалы экспертно-геологического совета Мингео РСФСР. — М., 1968. — Вып. 2. — С. 136—164.
133. **Инструкция** по геохимическим методам поисков рудных месторождений. — М.: Недра, 1965. — 227 с.
134. **Инструкция** по геохимическим методам поисков рудных месторождений / Минво геологии СССР. — М.: Недра, 1983. — 191 с.
135. **Инструкция** по применению классификации запасов к россыпным месторождениям полезных ископаемых. — М.: ГКЗ СССР, 1982. — 49 с.
136. **Инструкция** по рентгенорадиометрическому опробованию малосульфидных оловорудных месторождений. — Л.: НПО "Рудгеофизика", 1985. — 84 с.
137. **Кавалеров Г.И., Мандельштам С.М.** Введение в информационную теорию измерений. — М.: Энергия, 1974. — 375 с.
138. **Кавчик Б.К., Днепровский И.Ф., Фролов В.М., Поздняков А.Г.** К методике разведки россыпей золота // Колыма. — 1982. — № 7.
139. **Кадыров Г.Ф.** О представительности проб малых весов // Бюл. ОНТИ ВИЭМС. — 1965. — № 3—6. — С. 86—91.
140. **Каждан А.Б.** Методологические основы разведки полезных ископаемых. — М.: Недра, 1974. — 270 с.
141. **Каждан А.Б., Гуськов О.И.** Математические методы в геологии. — М.: Недра, 1990. — 251 с.
142. **Каждан А.Б., Кобахидзе Л.И.** Геолого-экономическая оценка месторождений полезных ископаемых. — М.: Недра, 1985. — 205 с.
143. **Казаковский Д.А.** О применимости формул статистики к оценке точности подсчета запасов месторождений. — Л.; М.: Углетехиздат, 1957. — С. 139—147. — (Тр. ВНИМИ; Сб. XXXI).

144. **Казмин В.Н.** О распределении содержаний урана и тория в эффузивных породах и интрузивных образованиях северо-восточного Прибалхашья // Геохимия. — 1966. — № 3. — С. 369—373.
145. **Калинин Е.П., Голдин Е.А.** Распределение тантала и ниобия в апогранитах гранит-гранодиоритового массива Мань-Хамбо (Южная часть Печерского Урала) // Геохимия. — 1967. — № 3. — С. 312—320.
146. **Каллистов П.Л.** Изменчивость оруденения и плотность наблюдений при разведке и опробовании // Сов. геология. — 1956. — № 5. — С. 118—151.
147. **Канишев В.К.** Оптимизация разведочной сети для оценки протяженных золото-кварцевых жил // Колыма. — 1990. — № 11. — С. 10—14.
148. **Канцель А.В., Червоненкис А.Я.** Мультиструктурная модель гидротермального геохимического поля // Геология рудных месторождений. — 1990. — № 1. — С. 9—20.
149. **Каргажанов З.К.** Экономическая оценка месторождений руд цветных металлов. — Алма-Ата: Наука. КазССР, 1976. — 134 с.
150. **Карпенко Н.В.** Опробование и контроль качества продуктов обогащения руд. — М.: Недра, 1987. — 215 с.
151. **Карпов И.К.** Физико-химическое моделирование на ЭВМ в геохимии. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1981. — 247 с.
152. **Катанский М.Ю., Газизов Р.Б.** Надежность бороздового опробования на одном из близповерхностных месторождений благородных металлов: Экспресс-информ. Отеч. произв. опыт. — М.: ВИЭМС, 1988. — С. 1—6. — (Геология, методы поисков и разведки месторождений металлических полезных ископаемых; Вып. 10-11).
153. **Квятковский Е.М.** Полевая точность геофизических наблюдений // Записи Ленингр. горного ин-та, 1951. — Т. XXVI, вып. 11. — С. 17—29.
154. **Кемниц Ю.В.** Математическая обработка зависимых результатов измерений. — М.: Недра, 1970. — 189 с.
155. **Кендал М., Стьюарт А.** Теория распределений. — М.: Наука, 1966. — 587 с.
156. **Кизильштейн Л.Я., Сюнякова Н.Н.** Анализ путей накопления германия в угле при помощи методов математической статистики // Докл. АН СССР. — 1963. — Т. 15, № 1. — С. 196—197.
157. **Клепиков В.Н.** Региональные и локальные особенности концентрации самородков золота в россыпях // Концентрация и рассеяние полезных компонентов в аллювиальных россыпях: Тез. докл. — Якутск: ЯФ СО АН СССР, 1985. — С. 24—26.
158. **Клепиков В.Н.** Крупнейшие самородки золота из аллювиальных россыпей Северо-Востока (периоды обнаружения, типоморфные признаки, положение в россыпях и структурах) // Колыма. — 1992. — № 12. — С. 8—12.
159. **Козин В.З.** Опробование на обогатительных фабриках. — М.: Недра, 1988. — 287 с.
160. **Козин В.З., Нестерова Т.В., Сиразутдинов И.С. и др.** Экспериментальное определение зависимости дисперсии покускового опробования от крупности кусков // Горн. журн. — 1989. — № 2. — С. 134—135.
161. **Колмогоров А.Н.** Метод медианы в теории ошибок // Мат. сб. — 1931. — Т. 38, № 314. — С. 47—50.
162. **Колчин В.Ф., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П.** Случайные размещения. — М.: Наука, 1976. — 223 с.
163. **Костюк С.Д.** Оптимизация объемов проб при разведке россыпей золота, олова, алмазов: Автореф. дис. ... канд. геол.-минерал. наук. — М.: МГРИ, 1987. — 22 с.
164. **Кошлаков К.В.** Разведка мелкозалегающих россыпей траншейным способом // Колыма. — 1957. — № 8. — С. 6—14.

165. **Крамер Г.** Случайные величины и распределения вероятностей. — М.: Изд-во иностр. лит., 1947. — 143 с.
166. **Крамер Г.** Математические методы статистики. — М.: Мир, 1976. — 648 с.
167. **Краснов Д.А.** Теоретические основы и расчетные формулы для определения веса проб. — М.: Недра, 1969. — 126 с.
168. **Кретов Ф.В., Моисеенко В.Г.** Причины расхождения разведочных и эксплуатационных данных россыпных месторождений Приамурья // Колыма. — 1963.— № 12. — С. 28—30.
169. **Кривцов А.И.** Модели рудных месторождений: Обзор. — М.: ВИЭМС, 1989. — 65 с. — (Геология, методы поисков и разведки месторождений металлических полезных ископаемых).
170. **Крылов В.И.** Приближенное вычисление интегралов. — М.: Физматгиз, 1959. — 327 с.
171. **Кувшинов В.П., Лобач В.И., Беневольский Б.И.** О понятиях, определяющих основы геологического опробования // Сов. геология. — 1986. — № 10. — С. 46—49.
172. **Кулаков И.К.** О бортовом лимите и среднепромышленном содержании полезного ископаемого // Колыма. — 1955. — № 7. — С. 7—9.
173. **Куликов А.А.** Опробование золотоносных конгломератов (Методика оценки золотоносности). — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1981. — 76 с.
174. **Куторгин В.И.** Рациональный объем проб и их количество для эксплуатационного опробования вечномерзлых россыпей при открытой разработке // Колыма. — 1979. — № 2. — С. 32—35.
175. **Куторгин В.И.** Исследование характера распределения металла при разработке россыпей // Колыма. — 1983. — № 8. — С 35—38.
176. **Кушнарев П.И.** Обоснование рационального объема проб при разведке россыпных месторождений // Изв. вузов. Геология и разведка. — 1984. — № 9. — С. 73—77.
177. **Кылатчанов Р.М.** Разработка методики предрасчета и исключения погрешностей геометризации и оценки запасов на основе представительного опробования месторождений: Автор. дис. ... канд. техн. наук. — М., 1989. — 16 с.
178. **Леоненко Н.Н., Иванов А.В.** Статистический анализ случайных полей. — Киев: Вища шк., 1986. — 216 с.
179. **Ленник Ю.В.** Разложение вероятностных законов. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1960. — 363 с.
180. **Лифшиц А.И., Ильницкий А.С., Горюшкина С.Я.** К вопросу определения полного содержания золота в пробах при разведке россыпных месторождений // Тр. ЦНИГРИ. — 1969. — Вып. 82. — С. 108—119.
181. **Лобач В.И.** К совершенствованию методики опробования на одном из золоторудных месторождений типа сложных жильных зон // Опробование при разведке золоторудных месторождений. — М., 1984. — С. 41. — (Тр. ЦНИГРИ; Вып. 196).
182. **Логачев А.А., Захаров В.П.** Магниторазведка. — Л.: Недра. Ленингр. отд-ние, 1973. — 351 с.
183. **Ляхович В.В.** Методы сепарации акцессорных минералов. — М.: Недра, 1981. — 88 с.
184. **Малаев А.А.** О методике опробования коренных месторождений алмазов // Изв. вузов. Геология и разведка. — 1960. — № 12. — С. 67—77.
185. **Маланьин М.И., Маланьин Р.М.** Опробование кимберлитов. — М.: Недра, 1966. — 163 с.
186. **Маликов М.Ф.** Основы метрологии. — М.: Комитет по делам мер и измерит. приборов при СМ СССР, 1949. — Ч. 1: Учение об измерениях. — 103 с.

187. **Маньков В.М., Лопатин А.Г., Замятин О.В.** Проблема мелкого золота в россыпях Сибири и Дальнего Востока и пути его извлечения // Колыма. — 1980. — № 11. — С. 16—19.
188. **Марголин А.М.** Методы геометризации разведанных запасов полезных ископаемых. Усовершенствованная процедура крайгинга: Обзор. информ. — М.: ВИЭМС, 1963. — 32 с. — (Математические методы в геологии).
189. **Марголин А.М.** Оценка запасов минерального сырья. Математические методы.— М.: Недра, 1974. — 261 с.
190. **Математическая** энциклопедия / Под ред. И.М. Виноградова. — М.: Сов. энциклопедия, 1977. — Т. 1. — 896 с.
191. **Материалы** по методике опробования месторождений. — М.: Геолком, 1926.
192. **Матерон Ж.** Основы прикладной геостатистики. — М.: Мир, 1968. — 408 с.
193. **Мейер В.А., Иванюкович Г.А.** Рентгенорадиометрические методы управления качеством руд. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1989. — 291 с.
194. **Мельников М.С.** Современные методы и технические средства обработки проб при разведке россыпных месторождений золота: Обзор. — М.: ВИЭМС, 1990. — 45 с. — (Геология, экономика, методы прогноза, поисков, оценки и разведки месторождений твердых полезных ископаемых).
195. **Методика** разведки золоторудных месторождений / Мин-во геологии СССР, Центр. науч.-исслед. геологоразведочный ин-т цветных и благородных металлов; Под ред. Г.П. Воларовича и В.Н. Иванова. — М.: Недра, 1986. — 382 с.
196. **Методические основы** исследования химического состава горных пород, руд и минералов / Под ред. Г.В. Остроумова. — М.: Недра, 1979. — 400 с.
197. **Методические положения** оценки рационального освоения месторождений твердых полезных ископаемых. — М.: ИПКОН АН СССР, 1991. — 45 с.
198. **Методические рекомендации** по поискам и разведке Кайнозойских аллювиальных россыпей алмазов Якутии. — М.: ЦНИГРИ, 1988. — 60 с.
199. **Методические рекомендации** по расчету представительного объема пробы при поисках и разведке россыпных месторождений / С.А. Батугин, С.Д. Костюк, Р.М. Кылатчанов и др. — Якутск: ЯНЦ СО АН СССР, 1989. — 22 с.
200. **Методические указания** по подсчету запасов золота и олова в россыпях / А.Г. Беккер, Л.К. Беккер, А.Б. Невретдинов, О.Х. Цопанов, Т.П. Шевцов (СВТГУ) и др. — Магадан, 1979. — 143 с.
201. **Методические указания** по производству геологоразведочных работ. Вып. 1: Разведка золоторудных месторождений. — М.: Гос. науч.-техн. изд-во лит. по геологии и охране недр, 1957. — 105 с.
202. **Методические указания** по технико-экономическому обоснованию постоянных кондиций для подсчета запасов месторождений твердых полезных ископаемых (кроме углей и горючих сланцев). — М.: ГКЗ СССР, 1986. — 54 с.
203. **Методы** минералогических исследований: Справочник. — М.: Недра, 1985. — 480 с.
204. **Методы** отбора и обработки проб при поисках месторождений алмазов / Под ред. Б.М. Зубарева. — М.: Недра, 1984. — 182 с.
205. **Метрологическое обеспечение** геофизических исследований скважин / А.М. Блюменцев, Г.А. Калистратов, В.М. Лобанков, В.П. Цирульников. — М.: Недра, 1991. — 266 с.
206. **Минералогический справочник** технолога-обогатителя / Б.Ф. Куликов, В.В. Зуев, И.А. Вайншенкер, Г.А. Митенков. — М.: Недра, 1985. — 264 с.
207. **Минко О.О.** Проблема поисков и оценки россыпей с мелким золотом: Обзор. — М.: ВИЭМС, 1985. — 42 с. — (Геология, методы поисков и разведки месторождений металлических полезных ископаемых).
208. **Мягков В.Ф.** Геохимический метод парагенетического анализа руд. — М.: Недра, 1984. — 126 с.

209. **Мягков В.Ф.** Об основных принципах опробования и оценки полезных ископаемых при разведке и разработке месторождений // Изв. вузов. Горн. журн. — 1992. — № 9. — С. 9—17.
210. **Надежность** анализа горных пород: Факты, проблемы, решения / В.Г. Хитров, Г.Е. Белоусов, А.И. Галудзина и др. — М.: Наука, 1985. — 302 с.
211. **Налимов В.В.** Применение математической статистики при анализе вещества. — М.: Физматгиз, 1960. — 430 с.
212. **Нарсеев В.А., Бугаец А.Н.** Фосфор в гранитоидах Калды // Вестник АН КазССР. — 1963. — № 2. — С. 30—35.
213. **Нейман Ю.** Вводный курс теории вероятностей и математической статистики. — М.: Наука, 1968. — 448 с.
214. **Нестеренко Г.В.** Происхождение россыпных месторождений / Отв. ред. Ю.Г. Щербаков. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1977. — 312 с. — (Тр. Института геологии и геофизики СО АН СССР; Вып. 326).
215. **Нечаев Б.Н.** Опыт определения объема валовых проб при разведке россыпей крупных долин // Изв. вузов. Геология и разведка. — 1983. — № 6. — С. 147—149.
216. **Номенклатурные правила** ИЮПАК по химии. — М.: ВИНИТИ, 1979. — Т. 1. — С. 253—261.
217. Об изобретенном полковником Аносовым способе обработки золотосодержащих песков плавкой // Горн. журн. — 1937. — Ч. III, кн. XII.
218. **О возможности** применения магнитометрии при исследовании зон концентрации мелкого и тонкого золота в аллювии р. Вилюй / А.А. Ахметшин, А.А. Блинов, В.М. Калинин и др. // Тез. докл. Совещ. по геологии россыпей. — Киев, 1987. — С. 140—141.
219. **Опробование** при эксплуатации рудных месторождений. Стандарт предприятия (СТП 43—34—8—82). — Магадан, 1982. — 82 с.
220. **Опыт** применения магнитометрии при исследовании россыпей золота / А.А. Ахметшин, А.А. Блинов, В.М. Калинин и др. // Проблемы горного производства на Севере. — Якутск: ЯНЦ СО РАН, 1992. — С. 43—46.
221. **Орлов В.Г.** Совершенствование разведки штокверковых месторождений: Обзор. информ. — М.: ВИЭМС, 1993. — 43 с. — (Геология, методы поисков, разведки и оценки месторождений твердых полезных ископаемых; Вып. 4).
222. **Осипянц Г.** Траншейная разведка россыпей на предприятиях комбината "Амурзолото" // Колыма. — 1971. — № 10. — С. 17.
223. **О системе** распределения золота в карстовых полостях Южной Якутии / В.А. Филонюк, Д.П. Фомин, Л.В. Шиверских, Е.Г. Алтунин // Докл. АН СССР. — 1978. — Т. 238, № 5. — С. 1189—1191.
224. **Остафейчук И.М., Толстой М.М.** Статистические закономерности распределения химических элементов в гранитоидах (на примере Северного Казахстана). — М.: Недра, 1972. — 224 с.
225. **ОСТ 41—02—254—85.** Установки обогатительные геологоразведочные. Номенклатура показателей / Сост.: И.Г. Билик, М.С. Мельников, Т.Н. Седова. — М.: ЦНИГРИ, 1985. — 6 с.
226. **ОСТ 41—08—212—82.** Управление качеством аналитической работы. Классификация методов анализа минерального сырья по точности результатов. — М.: Мингео СССР, 1982. — 15 с.
227. **Отраслевой стандарт.** Управление качеством аналитической работы. Классификация методов анализа минерального сырья по точности результатов. ОСТ 41—08—212—82. — М.: Мингео СССР, 1982. — 16 с.
228. **Оценка** месторождений при поисках и разведке. Вып. 2: Олово / Н.М. Остроменский, Б.М. Косов, Д.И. Овчинников. — М.: Недра, 1966. — 260 с.

229. **Пагурова В.И.** Таблицы неполной гамма-функции. — М.: ВЦ АН СССР, 1963. — 236 с.
230. **Панов Ю.К., Перцель А.М.** К вопросу о характере распределения цинка в эндогенных ореолах колчеданных месторождений // Геохимия. — 1967. — № 4. — С. 446—451.
231. **Пащенков В.З.** Математические основы разведки недр. — М.: Высш. шк., 1995. — 111 с.
232. **Петров В.В.** Суммы независимых случайных величин. — М.: Наука, 1972. — 414 с.
233. **Петров В.Г.** Крупнообъемное опробование при геохимических исследованиях на золото. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1982. — 130 с.
234. **Петров Д.В.** Опыт имитационного опробования с целью оптимизации геометрических параметров проб в условиях золоторудного месторождения // Геология, поиски и разведка месторождений рудных полезных ископаемых (Модели и моделирование при поисках и разведке): Сб. науч. тр. — Иркутск, 1989. — С. 108—113.
235. **Петроченков А.А.** Выбор оптимальных параметров сети при поисках россыпей олова: Экспресс-информ. Отеч. произв. опыт. — М.: ВИЭМС, 1987. — С. 1—16. — (Геология, методы поисков и разведки месторождений металлических полезных ископаемых; Вып. 1).
236. **Петруха Л.М.** Пространственное распределение золота и серебра в рудных залежах медно-колчеданных месторождений // Изв. вузов. Горн. журн. — 1955. — № 7. — С. 17—21.
237. **Плинер Ю.Л. и др.** // Журн. аналит. химии. — 1977. — Т. 32, вып. 5. — С. 865.
238. **Плинер Ю.Л., Свечникова Е.А., Огурцов В.М.** Управление качеством химического анализа в металлургии. — М.: Металлургия, 1979. — 208 с.
239. **Подготовка** минерального сырья к обогащению и переработке / В.И. Ревнивцев и др.; Под ред. В.И. Ревнивцева. — М.: Недра, 1987. — 307 с.
240. **Пожарицкий К.Л.** Сравнительные данные опробования пробами разного размера // Изв. ГГУ. — 1931. — Вып. 3, т. 1. — С. 2—35.
241. **Пожарицкий К.Л.** Опробование месторождений цветных металлов и золота. — М.: Науч.-техн. изд-во, 1947. — 240 с.
242. **Поллард Дж.** Справочник по вычислительным методам статистики. — М.: Финансы и статистика, 1982. — 344 с.
243. **Половинкина Ю.И.** Структура и текстуры изверженных и метаморфических горных пород: Словарь терминов: В 2 ч. — М.: Недра, 1966. — Ч. 1. — 240 с.; Ч. 2. — 424 с.
244. **Пономарев П.П., Каулин В.А.** Отбор керна при колонковом геолого-разведочном бурении. — Л.: Недра. Ленингр. отд-ние, 1989. — 256 с.
245. **Попов А.Л.** Результаты минералогического картирования золоторудных кварцевых жил центра Курун-Агалыкского рудно-россыпного узла (Восточная Якутия) // Колыма. — 1994. — № 6. — С. 18—21.
246. **Попов А.Л.** Зональность золоторудного месторождения "Бадран" (Восточная Якутия) // Колыма. — 1994. — № 9-10. — С. 24—29.
247. **Построение** моделей рудообразующих систем / Под ред. В.И. Сотникова. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1987. — 248 с.
248. **Потемкин С.В.** Благородный 79-й. — М.: Недра, 1988. — 175 с.
249. **Прищепа Ю.В.** О неравномерности распределения золота в россыпях // Колыма. — 1989. — № 10. — С. 3—4.
250. **Прищепа Ю.В.** Оптимизация подсчета запасов россыпных месторождений золота по гранулометрическому составу полезного компонента // Колыма. — 1990. — № 2. — С. 7—10.

251. **Пробоотбирание** и анализ благородных металлов: Справочник. — М.: Металлургия, 1978. — 432 с.
252. **Прокопчук Б.И.** Алмазные россыпи и методика их прогнозирования и поисков. — М.: Недра, 1979. — 248 с.
253. **Прусс Ю.В., Куклин А.П., Борисов Ю.П.** К вопросу о методике выявления тонкого золота при разведке россыпей // Колыма. — 1976. — № 1. — С. 44—46.
254. **Радушкевич Л.В.** Курс статистической физики. — М.: Просвещение, 1966. — 420 с.
255. **Разведка** месторождений урана для отработки методом подземного выщелачивания / М.В. Шумилин, Н.Н. Муромцев, К.Г. Бровин и др. — М.: Недра, 1985. — 208 с.
256. **Разведочная ядерная геофизика**: Справочник геофизика / Под ред. О.Л. Кузнецова и А.Л. Полясенко. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Недра, 1986. — 432 с.
257. **Рац М.В.** Структурные модели в инженерной геологии. — М.: Недра, 1973. — 214 с.
258. **Рац М.В., Чернышев С.Н.** Трещиноватость и свойства трещиноватых горных пород. — М.: Недра, 1970. — 160 с.
259. **Ревнивцев В.И., Рыбакова Т.Г., Леман Е.П.** Рентгенорадиометрическое обогащение комплексных руд цветных и редких металлов. — М.: Недра, 1990. — 117 с.
260. **Рентгенорадиометрический метод** при поисках и разведке рудных месторождений / А.П. Очкур, И.В. Томский, Ю.П. Яншевский и др.; Под ред. А.П. Очкура. — Л.: Недра. Ленингр. отд-ние, 1985. — 256 с.
261. **Ривес Р.Д., Брукс Р.Р.** Анализ геологических материалов на следы элементов. — М.: Недра, 1983. — 232 с.
262. **Родионов Д.А.** Функции распределения содержаний элементов и минералов в изверженных горных породах. — М.: Недра, 1964. — 102 с.
263. **Рождественский А.В., Чеботарев А.И.** Статистические методы в гидрологии. — Л.: Гидрометеоиздат, 1974. — 424 с.
264. **Рожков И.С., Буров А.П., Прокопчук Б.И.** Геологические основы и методика поисков и разведки месторождений алмазов. — М.: Недра, 1970. — 391 с.
265. **Россыпное месторождение** алмазов Гбенко в Гвинее и разработка его компанией "Аредор": Обобщ. реф. Ф.В. Каминского по следующим зарубежным источникам:
    1) **ELLIS R.** Aredor makes the grade // Mining Magazine. — 1987. — Vol. 157, N 3. — P. 206—211, 213;
    2) **MINING J.** — 1987. — Vol. 308, N 7903. — P. 96;
    3) **MINING J.** — 1987. — Vol. 308, N 7906. — P. 159;
    4) **MINING J.** — 1987. — Vol. 308, N 7911. — P. 250;
    5) **MINING J.** — 1987. — Vol. 308, N 7921. — P. 446;
    6) **MINING J.** — 1987. — Vol. 309, N 7937. — P. 275;
    7) **MINING Mag.** — 1987. — Vol. 156, № 5. — P. 368;
    8) **ROMBOUTS L.** Evaluation of low grade/hign value diamond deposits // Mining Magazine. — 1987. — Vol. 157, N 3. — P. 217—220;
    9) **Геологические методы** поисков и разведки месторождений неметал. полезн. ископаемых: Экспресс-информ. Зар. опыт. — М.: ВИЭМС, 1988. — Вып. 4. — С. 1—15.
266. **Руководство** по методам разведки и подсчету запасов золоторудных месторождений. — М.: НИГРИЗолото, 1956. — 455 с.

267. **Русаков И.И.** Основные вопросы контроля опробования и пути их решения на месторождениях с низким содержанием металлов // Колыма. — 1986. — № 8. — С. 35.
268. **Рыжов П.А.** О применении математической статистики к оценке точности подсчета запасов месторождений. — Л.; М.: Углетехиздат, 1957. — С. 133—134. — (Тр. ВНИМИ; Сб. XXXI).
269. **Рыжов П.А., Гудков В.М.** Применение математической статистики при разведке недр. — М.: Недра, 1966. — 235 с.
270. **Сайченко А.Н., Сайченко А.А., Энгельшт В.С.** Экспериментальная оценка неоднородности золотосодержащих дисперсных материалов // Изв. АН КиргССР. — 1986. — № 6. — С. 32—34.
271. **Салтыков С.А.** Стереометрическая металлография. — 3-е изд. перераб. и доп. — М.: Металлургиздат, 1970. — 375 с.
272. **Сборник** руководящих материалов по геолого-экономической оценке месторождений полезных ископаемых. — М.: ГКЗ СССР, 1985. — Т. 1. — 576 с.
273. **Сборник** руководящих материалов по охране недр при разработке месторождений полезных ископаемых / Госгортехнадзор СССР. — М.: Недра, 1987. — 591 с.
274. **Свирский М.А., Чумаченко Н.М., Афонин Б.А.** Рудничная геология. — М.: Недра, 1987. — 237 с.
275. **Седенко С.М.** Статистические показатели распределения германия в осадочных образованиях и их интерпретация // Геохимия. — 1982. — № 10. — С. 1530—1534.
276. **Семенов К.Л.** Морфология тел полезных ископаемых. — М.: Недра, 1985. — 129 с.
277. **Семенюк В.Д., Борец В.А.** Вопросы методики опробования месторождений полезных ископаемых при разведке и эксплуатации // Опробование кембрийских золотоносных конгломератов в Восточном Саяне: Сб. науч. тр. — Свердловск: Свердловск. горн. ин-т, 1969. — С. 238—241.
278. **Сенчило Н.П.** Упорядоченность (организация) рудного вещества в кварцевых жилах // Изв. АН КазССР. Сер. геол. — 1973. — № 6. — С. 69—71.
279. **Синяков В.И.** Модели гидротермального рудообразования: Уч. пособие. — Новосибирск: Изд-во НГУ, 1982. — 88 с.
280. **Синяков В.И.** Общие рудогенетические модели эндогенных месторождений. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1986. — 243 с.
281. **Ситнин А.А.** О содержании тантала и ниобия в слюдах из гранитоидов СССР // Геохимия. — 1966. — № 9. — С. 1065—1069.
282. **Словарь** по геологии россыпей / Под ред. Н.А. Шило, Н.Н. Арманд, В.Д. Белоусова, Л.З. Быховского и др. — М.: Недра, 1985. — 197 с.
283. **Смирнов В.И.** Подсчет запасов минерального сырья. — М.: Госгеолиздат, 1957. — 342 с.
284. **Смирнов Н.В., Белугин Д.А.** Теория вероятностей и математическая статистика в приложении к геодезии. — М.: Недра, 1969. — 381 с.
285. **Смирнов С.И.** Вероятностно-статистические закономерности распределения химических элементов в природных водах // Гидрогеохимические материалы. — М.: Изд-во АН СССР, 1963. — С. 5—55.
286. **Соболь И.М.** Численные методы Монте-Карло. — М.: Наука, 1973. — 311 с.
287. **Современное состояние** методов анализа на золото: Обзор / Э.П. Здорова, В.Г. Лаптев, И.И. Малков, Ю.Б. Макаров, И.И. Назаренко, Ю.П. Соцков. — М.: ВИЭМС, 1987. — 41 с. — (Лабораторные и технологические исследования и обогащения минерального сырья).
288. **Соколов Б.Н.** Образование россыпей алмазов: Основные проблемы. — М.: Наука, 1992. — 93 с.

289. **Соловьев В.Г.** Методика вариационной статистики в приложениях к разведке и подсчету запасов месторождений полезных ископаемых. — М., 1939. — 54 с. — (Тр. ЦНИГРИ; Вып 115).
290. **Справочник** по вероятностным расчетам / Г.Г. Абезгауз, А.П. Тронь, Ю.Н. Копенкин, И.А. Коровина. — М.: Воениздат, 1970. — 536 с.
291. **Справочник** по прикладной статистике. — М.: Финансы и статистика, 1989. — Т. 1. — 510 с.
292. **Справочник** по рудам черных металлов для геологов. — М.: Недра, 1985. — 511 с.
293. **Справочник** по теории вероятностей и математической статистике / В.С. Королюк, Н.И. Портенко, А.В. Скороходов, А.Ф. Турбин. — М.: Наука, 1985. — 640 с.
294. **Стандартные образцы** в черной металлургии / Л.А. Базанова, М.Н. Штутман, Ю.Л. Плинер и др. — М.: Металлургия, 1972. — Сб. № 1. — 46 с.
295. **Степанов О.В.** Об одном из направлений повышения эффективности геологоразведочных работ на россыпное золото в освоенных районах // Геология месторождений золота Якутии: Тез. докл. IV Якутск. регионал. геологич. конф. по золоту. — Якутск, 1979. — 239 с.
296. **Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н.** Сплайны в вычислительной математике. — М.: Наука, 1976. — 248 с.
297. **Стружков С.Ф., Зиннатуллин М.З., Радченко Ю.И., Корж В.Д.** Геология и методы отработки месторождений золота и серебра на Аляске (США) и территории Юкон (Канада) // Колыма. — 1994. — № 8. — С. 45—51.
298. **Сыроватский В.В., Шпайхер Е.Д.** Потери золота в шлихах и влияние их на оценку россыпей // Колыма. — 1968. — № 8. — С. 44—47.
299. **Таусон Л.В., Глюк Д.С.** Проблемы образования и извлечения тонкодисперсного золота. — М.: ВИНИТИ, 1988. — 28 с.
300. **Термины**, определения и обозначения метрологических характеристик анализа вещества // Журн. аналит. химии. — 1975. — Т. 30, № 10. — С. 2058—2060.
301. **Терпогосов З.А., Шитарев В.Г., Тарасюк О.П.** Оценка запасов твердых полезных ископаемых, вовлекаемых в разработку. — М.: ИПКОН АН СССР, 1989. — 212 с.
302. **Технологическая минералогия** железных руд / Б.И. Пирогов, Г.С. Поротов, И.В. Холошин, В.Н. Тарасенко. — Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1988. — 304 с.
303. **Технологическая оценка** минерального сырья. Опробование месторождений. Характеристика сырья: Справочник / Под ред. П.Е. Остапенко. — М.: Недра, 1990. — 272 с.
304. **Типовые методические положения** применения кондиций на твердые полезные ископаемые в процессе разработки месторождений. — М.: ИПКОН АН СССР, 1983. — 39 с.
305. **Ткачев Ю.А.** Теория и методы подсчета запасов полезных ископаемых. — Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1988. — 223 с.
306. **Ткачев Ю.А., Шеин А.А.** Обработка проб полезных ископаемых. —.М.: Недра, 1987. — 190 с.
307. **Толстой М.М., Остафейчук И.М., Гудименко Л.М.** К вопросу о типах кривых статистического распределения химических элементов в горных породах и способах расчета их параметров // Геохимия. — 1965. — № 11. — С. 1325—1334.
308. **Трошин Ю.П., Белов Б.М., Петрова Э.И.** О генетическом смысле коэффициента вариации концентраций редких элементов в интрузивных породах в связи с проблемой металлогенической специализации интрузий // Математические методы геохимических исследований. — М.: Наука, 1966. — С. 22—30.

309. **Урусов В.С.** О нормальном и логнормальном распределении случайной ошибки в количественном спектральном анализе // Журн. аналит. химии. — 1961. — Т. XVI, вып. 4. — С. 31—32.
310. **Усиков Ю.Т.** Математические методы оценки точности измерений в геологии: Обзор. — М.: ВИЭСМ, 1983. — 43 с. — (Математические методы исследований в геологии).
311. **Усиков Ю.Т.** Достоверность геолого-разведочной информации. — М.: Недра, 1988. — 120 с.
312. **Учакин Ю.М.** Статистическая характеристика распределения редких щелочей в пегматитах одного из районов Восточной Сибири // Математические модели в геологии и геостатистика. — М.: Наука, 1973. — С. 115—137.
313. **Федеральный Закон.** О внесении изменений и дополнений в Закон Российской Федерации "О недрах". — М.: Изд-во АО "Геоинформмарк", 1995. — 43 с.
314. **Федоров С.Г., Шаповалов В.С.** Фоновая продуктивность россыпей одного из районов Берелехской золотоносной зоны // Колыма. — 1987. — № 7. — С. 28—30.
315. **Феллер В.** Введение в теорию вероятностей и ее приложения. — М.: Мир, 1967. — 498 с.
316. **Фельдман А.Л., Чесалов С.М.** Математические модели пространственного распределения гидрогеологических характеристик: Обзор. информ. — М.: ВИЭСМ, 1986. — 47 с. — (Математические методы и автоматизированные системы в геологиии).
317. **Флеров И.Б., Будилин Ю.С., Джобадзе В.А., Куторгин В.И.** Обоснование выбора рационального способа опробования россыпей золота. — М.: ЦНИГРИ, 1985. — 28 с.
318. **Фролов В.М., Днепровский И.Ф., Кавчик Б.К., Мохов Ю.Я.** Результаты внедрения новой методики эксплуатационного опробования при подземной разработке россыпей // Колыма. — 1980. — № 4. — С. 29—30.
319. **Хрипков А.В.** Сравнение данных геолого-разведочных работ с результатами эксплуатации россыпных месторождений в бассейнах Колымы и Верхней Индигирки // Колыма. — 1962. — № 8. — С. 27—31.
320. **Хрипков А.В.** Некоторые критерии качества разведки россыпей // Колыма. — 1962. — № 11. — С. 38—42.
321. **Чарыков А.К.** Математическая обработка результатов химического анализа. — Л.: Химия. Ленингр. отд-ние, 1984. — 168 с.
322. **Чемезов В.В.** Маркшейдерское обеспечение управления запасами на эксплуатируемых дражных полигонах: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. — М.: МГИ, 1993. — 32 с.
323. **Черменинов В.Б.** Статистическая модель неоднородной геологической среды // Геология и геофизика. — 1983. — № 3. — С. 144—145.
324. **Черный Е.Д.** Особенности геологического строения и алмазоносности кимберлитовых трубок и основные принципы их разведки // Научные методы прогнозирования, поисков и оценки месторождений алмазов: Тез. докл. IV Всесоюзн. совещ., Симферополь, 13—15 мая 1980 г. — Новосибирск, 1980. — С. 161—165.
325. **Чернышев С.Н.** Трещиноватость горных пород и ее влияние на устойчивость откосов. — М.: Недра, 1984. — 111 с.
326. **Четвериков Л.И.** Закон распределения частот содержания минерального компонента в теле полезного ископаемого // Сов. геология. — 1964. — № 7. — С. 92—102.
327. **Четвериков Л.И.** Теоретические основы моделирования тел твердых полезных ископаемых. — Воронеж: Изд-во ВГУ, 1968. — 151 с.

328. **Четвериков Л.И.** Теоретические основы разведки недр. — М.: Недра, 1984. — 156 с.
329. **Черенев С.С., Константинов В.Н., Чемезов В.В. и др.** Методика прогнозирования и косвенной оценки "остаточных" запасов в бортах россыпи // Колыма. — 1979. — № 3. — С. 33—35.
330. **Чечотт Г.О.** О методах опробования вольфрамовых и других жильных руд // Поверхность и недра. — 1917. — № 5—6.
331. **Чечотт Г.О.** Опробование и испытание полезных ископаемых. — М.: ОНТИ НКТП, 1932.
332. **Чжун Цэя-Жун.** К вопросу о распределении селена в киновари из сурьмяно-ртутных месторождений Южной Ферганы // Геохимия. — 1962. — № 12. — С. 1071—1078.
333. **Шаевич А.Б.** О методологии изготовления эталонов для спектрального анализа // Зав. лаборатория. — 1953. — № 10. — С. 1189—1196.
334. **Шаевич А.Б.** // Измерительная техника. — 1965. — № 10. — С. 31.
335. **Шаевич А.Б.** Измерение и нормирование химического состава веществ. — М.: Изд-во стандартов, 1971. — 280 с.
336. **Шаевич А.Б.** Аналитическая служба как система. — М.: Химия, 1981. — 264 с.
337. **Шалагинова В.А.** Опыт экспериментального определения минимально достоверной массы порошковой пробы при механизированном опробовании керна // Совершенствование технологии и техники разведочных работ: Межвуз. науч. темат. сб. / Свердлов. горн. ин-т. — Свердловск, 1987. — С. 99—107.
338. **Шаманский Л.И.** Способы определения содержания металла в россыпи по результатам бурения // Математические методы в поисково-разведочной практике. — Иркутск, 1970. — С. 182—194.
339. **Шарапов И.П.** Применение математической статистики в геологии. — М.: Недра, 1971. — 245 с.
340. **Шенк Х.** Теория инженерного эксперимента. — М.: Мир, 1972. — 381 с.
341. **Шехман П.А.** Об ошибках применения математической статистики в теории разведки месторождений // Тр. Среднеаз. политехн. ин-та. — Ташкент: Изд-во АН УзбССР, 1959. — Вып. 6. — С. 191—194.
342. **Шиверских Л.В., Казаченко Ю.А.** Выбор и обоснование рационального варианта эксплуатационного опробования на золоторудных карьерах // Разведка и охрана недр. — 1986. — № 9. — С. 20—22.
343. **Шило Н.А.** Некоторые черты вещественного состава аллювиальных россыпей Яно-Колымского золотоносного пояса // Тр. Сев.-Вост. компл. науч.-иссл. ин-та. — Магадан, 1963. — Вып. 3. — С. 87—105.
344. **Шиманский А.А., Базанов Г.А.** О возможности использования распределения Вейбулла при решении геохимических задач // Математические методы геохимических исследований. — М.: Наука, 1966. — С. 61—70.
345. **Шипицина Л.М.** Эксплуатационная геометризация при разработке оловорудных месторождений жильного типа на основе опробования рентгенорадиометрическим методом // Совершенствование съемочных работ на горных предприятиях и в строительстве: Сб. науч. тр. — Л., 1986. — С. 117—120.
346. **Шолкин В.Я.** К методике эксплуатационного опробования при разработке россыпей подземным способом // Колыма. — 1944. — № 2—3. — С. 7—11.
347. **Эбелинг В.** Образование структур при необратимых процессах. — М.: Мир, 1976. — 230 с.
348. **Юрасов В.П., Комлев В.В.** Крупнообъемное опробование при разведке россыпей в Тенькинской экспедиции // Колыма. — 1981. — № 10. — С. 17—20.
349. **Якжин А.А.** Опробование и подсчет запасов твердых полезных ископаемых. — М.: Гос. науч.-техн. изд-во лит. по геологии и охране недр, 1954. — 296 с.

350. **Яноши Л.** Теория и практика обработки результатов измерений. — М.: Мир, 1968. — 462 с.
351. **Ahrens L.H.** The lognormal distribution of elements // Geoch. Cosmoch. Acta. — 1954. — Vol. 512. — P. 49—73.
352. **Ahrens L.H.** The lognormal distribution // Geoch. Cosmoch. Acta. — 1957. — Vol. 11. — P. 205—212.
353. **Becker R.M.** Sampling to n items per sample. Pt. 1 of Some generalized probability distribution with special reference to the mineral industries: U.S. Bur. Mines Rept. Inv. 6329, 1964. — 53 p.
354. **Becker R.M.** Sampling to λ amount of items per sample, Pt. 2 of Some generalized probability distribution with special reference to the mineral industries: U.S. Bur. Mines Rept. Inv. 6552, 1964. — 101 p.
355. **Becker R.M.** Computer programs of distribution moments, Pt. 3 of Some generalized probability distributions with special reference to the mineral industries: U.S. Bur. Mines Rept. Inv. 6598, 1965. — 79 p.
356. **Becker R.M.** Experimental confirmation, Pt. 4 of Some generalized probability distributions with special reference to the mineral industries: U.S. Bur. Mines. Rept. Inv. 6627, 1965. — 57 p.
357. **Becker R.M.** Theoretical confirmation and applications, Pt. 5 of Some generalized probability distributions with special reference to the mineral industries: U.S. Bur. Mines Rept. Inv. 6788, 1966. — 60 p.
358. **Clifton E., Hunter P., Swanson F., Phillips L.** Sample size and Meaningful Gold Analysis. Washington: United States government printing office, 1969. — 17 p.
359. **de Magnée M.** in Gy P. Poids á donner á un échantillon. Abaques d'échantillonnage; Discussion sous la presidence de M. Testut [Weight to give to a sample. Nomograph of sampling. Discussion under the chairmanship of Mr. Testut] // Revue de l'Industrie Minerale. — 1956. — Vol. 38, N 636. — P. 94—96.
360. **Dowd P.A.** Practical aspects of applying geostatistics in stratigraphic orebodies // Scince de la Ferre. — 1988. — Vol. 27. — P. 291—315.
361. **Grassia A.** Discovery Sampling in geological research // Math. Geologie. — 1982. — Vol. 14, N 4. — P. 321—329.
362. **Grassia A.** Dickoveru Sampling in geological research — part II // Math. Geologie. — 1986. — Vol. 18, N 3. — P. 323—328.
363. **Gy P.** Erreur commise dans le prélevément d'un échantillon sur un lot de minerai [Errors committed in taking a sample from a lot of ore] // Revue de l'Industrie Minerale. — 1954. — Vol. 35. — P. 311—345.
364. **Gy P.** Poids ádonner áun enchantillon. Abaques d'éch antillonnage [Weight to give to a sample. Nomograph of sampling] // Revue de l'Industrie Minerale. — 1956. — Vol. 38, N 636. — P. 53—99.
365. **Gy P.** Théorie Générale [General theory], vol. 1 of L'échantillonnage des minerals en vras [The sampling of minerals in bulk]: Bur. Recherches Géol. Miniéres Mem., 1967. — N 56. — 186 P.
366. **Haag J.** // C.r. Acad. Sci. Paris. — 1924. — Vol. 179. — P. 1388.
367. **Miller P.L., Goldberg E.D.** The normal distribution in geochimistry // Geoch. et Cosmoch. Acta. — 1955. — Vol. 8, N 1—2.
368. **Ottley D.J.** Gy s sampling slide rule // World Mining. — 1966. — Vol. 19, N 9. — P. 40—44.
369. **Prigogine A.** Echantillonnage et analyse des minerais hétérogénes á faible teneur [Sampling and analysis of heteroge-neous minerals of a weak grabe] // Acad. Royale Sci. Outre-Mer, C1. Sci. Tech. Mém. — 1961. — Vol. 15, N 1. — P. 180.
370. **Püshel R.** // Mikrochimica Acta. — 1968. — N 6. — P. 782.
371. **Schwarz-Bergbampf E.** // Z. anal. chem. — 1966. — Vol. 221. — P. 143.

372. **Sichel H.S.** Statistical valuation of diamondiferous deposits // J.S. Afs. Inst. Min. Metall. — 1972—1973. — Vol. 73. — P. 235—243.
373. **Woodruf J.J., Fhomas A.M.** // Appl. Spectroscopy. — 1962. — Vol. 16, N 2. — P. 29.
374. **Викторов В.В.** Определяне диаметра на сондаране при продуване на золотоносни росыпни находица в зависимой от надледния объем напробата // Рудодобчь. — 1978. — № 8. — С. 18—22.
375. **Cillik Jvan** Velkost zakldnych rudnych vzorkov / Geol. pruzkum. — 1964. — Vol. 6, N *5*. — С. 140—143 (словацк.).

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА 3
ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРОВ 8

Глава 1
ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ 9

1.1. Объекты опробования . . . . . —
1.2. Среда опробования 11
1.3. Описательные модели опробования 15
1.4. Масштабный эффект в опробовании дисперсных систем 18
1.5. Понятия представительности и представительной пробы 22

Глава 2
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СРЕДЫ ОПРОБОВАНИЯ 30

2.1. Описательные и графические модели среды опробования . . . . . —
2.2. Среда с пуассоновским полем равноразмерных частиц дисперсной фазы . 34
2.3. Среда с пуассоновским полем разноразмерных частиц 37
2.4. Среда с пуассоновским полем гнезд 40
2.5. Среда с пуассоновским полем разноразмерных частиц полиминеральной дисперсной фазы 41
2.6. Среда с неоднородным пуассоновским полем разноразмерных частиц дисперсной фазы 42
2.7. Концептуальные модели с прореживаниями 45
2.8. Концептуальные модели среды с кластеризацией 47
2.9. Среда со случайными линейными структурами 48

Глава 3
ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОДЕРЖАНИЙ МИНЕРАЛОВ И ЭЛЕМЕНТОВ В ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ 52

3.1. Локальный замер и оценка содержания . . . . . —
3.2. Опыт изучения и построения законов распределения содержаний элементов в горных породах 57
3.3. Описательная модель распределения содержаний химических элементов в однородном поле минерализации геологического тела 60
3.4. Условия применимости для описания распределения содержания нормального закона 63
3.5. Условия применимости логарифмически нормального закона к описанию распределения содержания 65
3.6. Условия применимости к описанию распределения содержания гамма-распределения 66
3.7. Другие модели распределения содержаний 69
3.8. Обобщенный закон распределения 72

Глава 4
РАСЧЕТ ОБЪЕМА ПРОБЫ ОПТИМАЛЬНОЙ ПРЕДСТАВИТЕЛЬНОСТИ И ОШИБКИ ПРОБООТБОРА 77
4.1. Представительность пробы и системы опробования . . . . . —
4.2. Общая методика расчета объема пробы оптимальной представительности . 79
4.3. Формулы для расчета объема представительных проб применительно к разным моделям среды опробования 81
4.4. Определение доли крупных минералов, не попадающих в пробу заданного объема 90
4.5. Последствия существенно непредставительного опробования 92
Глава 5
СВЯЗЬ СТАТИСТИЧЕСКОГО И ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЙ КОМПОНЕНТОВ 96
5.1. Законы распределения содержаний элементов и запасов металла в месторождении . . . . . —
5.2. Построение статистического распределения по заданному пространственному распределению содержания 106
5.3. Проявление особенностей пространственного распределения содержаний в статистическом распределении 110
5.3.1. Эффект наличия в пространственном распределении участков постоянства содержаний . . . . . —
5.3.2. Постоянство статистического распределения при любых перестановках участков опробования в области обследования, кратных геометрической базе опробования 111
5.3.3. Влияние типа контакта и мощности рудного тела на пространственное и статистическое распределения содержаний 112
5.4. Моменты и числовые характеристики пространственного и статистического распределений 115
5.5. Аналитическая связь статистического и пространственного распределений 118
Глава 6
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОБООБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ОДНОРОДНОСТИ ПРОБ 121
6.1. Описательные модели обработки геологических проб . . . . . —
6.2. Изменение неоднородности рудного вещества пробы в процессе пробообработки 122
6.3. Природа ошибки сокращения пробы 124
6.4. Модели однородности рудного вещества на стадии пробообработки 126
6.5. Ошибки сокращения пробы 127
6.6. Общие сведения о методах лабораторного анализа геоматериалов на элементы 128
6.7. Общие сведения о стандартных образцах 131
6.8. Математические модели неоднородности стандартных образцов 133
6.9. Особенности пробообработки при разведке россыпных месторождений золота 136
6.10. Особенности пробообработки золотосодержащих проб рудных месторождений 138
6.11. Особенности обработки алмазосодержащих проб 139
Глава 7
КЛАСТЕРНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ РУДНОГО ВЕЩЕСТВА 140
7.1. Общие понятия и определения . . . . . —
7.2. Геологические предпосылки образования кластеров на россыпных месторождениях 141
7.3. Геологические предпосылки образования кластеров на рудных месторождениях 143
7.4. Примеры кластерной организации россыпных месторождений золота и олова . . . . . —
7.5. Примеры кластерной организации россыпных месторождений алмазов . . 151
7.6. Кластерная организация россыпных месторождений (по данным опытно-методических работ и специальных экспериментальных исследований) . . 152
7.7. Примеры кластерной организации рудного вещества коренных месторождений 160
7.8. Повышение эффективности разработки месторождений 169
Глава 8
РЕТРОСПЕКТИВНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЪЕМА (МАССЫ) ПРЕДСТАВИТЕЛЬНОЙ ПРОБЫ 173
8.1. Формула Л.И. Шаманского и ее развитие . . . . . —
8.2. Принцип Везена, формула Ричардса—Чечотта и их развитие 178
8.3. Развитие теоретических подходов к расчету объема (массы) представительной пробы 179
8.4. Расчетные значения объема представительных проб при опробовании россыпей 187
Глава 9
ОСОБЕННОСТИ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ ВЛИЯНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ПРАВИЛЬНОСТЬ ОПРОБОВАНИЯ И ОЦЕНКИ ЗАПАСОВ 192
9.1. Степень и характер влияния геологических факторов на объем (массу) геологической пробы . . . . . —
9.1.1. Влияние содержания исследуемого компонента на объем представительной пробы . . . . . —
9.1.2. Влияние гранулометрического состава минералов на объем представительной пробы 199
9.1.3. Влияние объема (массы) пробы на дисперсию оценки среднего содержания компонента в опробуемой среде 201
9.2. Экспериментальная проверка правомерности гипотезы о пуассоновском поле минералов в локальном участке россыпи 204
9.3. Сопоставление теоретических и экспериментальных исследований зависимости корреляции содержаний элементов от объема (массы) первичных геологических проб 206
9.4. Систематическое занижение содержаний и запасов компонента при существенно непредставительном опробовании: теория, практика, эксперимент . 210
9.4.1. Практика и эксперимент о масштабах и причинах занижения запасов при разведке россыпных месторождений 211
9.4.2. Основные теоретические положения 220
9.4.3. Сопоставление теории и практики 221
Глава 10
АДАПТАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОПРОБОВАНИЯ К КОНКРЕТНЫМ ГЕОЛОГИЧЕСКИМ УСЛОВИЯМ 232
10.1. Экспериментально-аналитический метод определения основной составляющей математической модели среды опробования . . . . . —
10.2. Экспериментально-аналитический метод определения объема представительной пробы 234

10.3. Примеры и интерпретация экспериментально-аналитического определения объема представительной пробы 235
10.4. Эффект сортировки и уровень представительности проб 244
10.5. Фактические и расчетные (представительные) объемы проб при опробовании горных пород и руд на минералы и элементы 253
10.5.1. Месторождения алмазов . . . . . —
10.5.2. Россыпные месторождения золота 256
10.5.3. Золоторудные месторождения 262
10.5.4. Литогеохимические исследования 268
10.5.5. Лабораторный анализ 273

Глава 11

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ОШИБОК ОЦЕНКИ СОДЕРЖАНИЙ И ЗАПАСОВ КОМПОНЕНТОВ ПО ДАННЫМ ОПРОБОВАНИЯ 277

11.1. Проблемы оценки содержаний компонента в свете аксиом теории ошибок —
11.2. О распределении выборочного значения арифметической средней $\bar{x}$ . . . 280
11.3. Выбор вида средней величины 281
11.4. Проблема оценки средних содержаний при неравноточных измерениях . 288
11.5. Задача интерполяции в условиях неравноточных измерений содержаний 291
11.6. Эффект пропорциональности и общие модели зависимости дисперсии и средних значений содержаний компонентов 299
11.7. Эффект пропорциональности и модель геохимического поля 304
11.8. Анализ систематических ошибок в оценке средних содержаний и запасов компонента из-за кластерной организации рудного вещества 309
11.9. Несостоятельность методов вычисления выборочных средних геологических показателей в теории и практике оценки месторождений 311
11.10. Сравнение методов расчета выборочного среднего содержания 313
11.11. Экономический ущерб от ошибочной оценки среднего содержания в блоке 315

Заключение 319
Список литературы 322

Научное издание

Батугин Сергей Андриянович
Черный Евгений Давыдович

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПРОБОВАНИЯ И ОЦЕНКИ ЗАПАСОВ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Редактор *Л.П. Гольшева*. Художественный редактор *Л.В. Матвеева*. Художник *В.И. Шумаков*. Технический редактор *Н.М. Остроумова*. Корректоры *С.М. Погудина, Л.А. Щербакова*. Оператор электронной верстки *Л.А. Антонова*

Изд. лиц. № 030018 от 19.12.97. Сдано в набор 25.05.98. Подписано в печать 27.11.98. Бумага офсетная. Формат 70 × 100 1/16. Офсетная печать. Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. 27,7. Уч.-изд. л. 23,5. Тираж 420 экз. Заказ № 236.

Сибирское издательско-полиграфическое и книготорговое предприятие "Наука" РАН,
630077, Новосибирск, ул. Станиславского, 25.
Редакционная подготовка и изготовление оригинал-макета:
630099, Новосибирск, ул. Советская, 18.