

ЧЕЧНЯ

В. БУДРЫК, Е. ЛИТВИНИШИН,
С. КНОТТЕ, А. САЛУСТОВИЧ

ВОПРОСЫ РАСЧЕТА СДВИЖЕНИЙ ПОВЕРХНОСТИ ПОД ВЛИЯНИЕМ ГОРНЫХ РАЗРАБОТОК

УГЛЕСТЕХИЗДАТ
1956

В. БУДРЫК, Е. ЛИТВИНИШИН,
С. КНОТТЕ, А. САЛУСТОВИЧ

ВОПРОСЫ РАСЧЕТА
СДВИЖЕНИЙ ПОВЕРХНОСТИ
ПОД ВЛИЯНИЕМ
ГОРНЫХ РАЗРАБОТОК

*Перевод с польского инж. М. Ф. ШКЛЯРСКОГО,
под редакцией проф. С. Г. АВЕРШИНА*

УГЛЕТЕХИЗДАТ
Москва 1956

АННОТАЦИЯ

В настоящем сборнике помещены статьи польских ученых, обобщающие результаты изучения сдвигений горных пород и земной поверхности под влиянием горных разработок на каменноугольных месторождениях Польши.

Рассматривается форма мульды сдвига и выводятся формулы для расчета величины сдвигений.

Книга рассчитана на инженерно-технических и научных работников предприятий угольной промышленности.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
В. Будрык. Расчет элементов мульды сдвига над горизонтальными горными выработками	6
Е. Литвинин. 1. Дифференциальное уравнение сдвига горных пород	9
С. Кнотте. 2. Уравнения профиля окончательно оформленной мульды сдвига	21
А. Салустович. 3. Профиль мульды сдвига как изгиб слоя на упругом основании	36
С. Кнотте. 4. Влияние времени на формирование мульды сдвига	45
В. Будрык. 5. Определение горизонтальных деформаций земной поверхности	55

Komitet Górnictwa i Komitet Hutnictwa Polskiej Akademii Nauk
Archiwum Górnictwa

1
Hutnictwa
Kwartalnik
Tom I. Zeszyt
Warszawa 1953

ПРЕДИСЛОВИЕ

Вопросы сдвига земной поверхности над подземными выработками имеют большое значение для практики.

Исследованиям этих вопросов в Советском Союзе уделяется большое внимание. Многолетние наблюдения за сдвигением горных пород под влиянием подземных разработок, производившиеся Всесоюзным научно-исследовательским маркшейдерским институтом и другими учреждениями и отдельными специалистами, позволили получить большое количество данных о протекании этого процесса в различных горногеологических условиях.

Результаты таких исследований легли в основу разработки теоретических положений расчета сдвигений поверхности.

Среди закономерностей процесса сдвига пород, установленных советскими специалистами, следует отметить гипотезу о линейной зависимости между горизонтальной составляющей вектора сдвигений и первой производной от вертикальной составляющей. Эта зависимость была установлена проф. С. Г. Авершиним на основании результатов наблюдений и теоретических исследований с использованием теории предельного равновесия.

Расчеты сдвигений пород на основании данных о сдвигении земной поверхности позволили выяснить характер сдвигений в толще, прилегающей к поверхности. Эти теоретические исследования объяснили указанную линейную зависимость, а также показали допустимость использования уравнения непрерывности среды для массива горных пород в зоне связного движения.

Все это уточнило наши представления о сдвигении пород и позволило находить более правильные пути к созданию методов расчета сдвигений горных пород и земной поверхности.

В отечественной литературе имеется ряд предложений по расчету поверхности, однако этого недостаточно для решения задачи в различных сложных горногеологических условиях.

В настоящее время достаточно точно можно рассчитать сдвигения поверхности для условий полого залегания при плавном сдвигении пород. Уже при крутом падении и при многократных подработках современные способы расчета (С. Г. Авершин,

С. П. Колбенков и др.) дают весьма приближенные результаты. Поэтому вопрос о расчете сдвигений поверхности требует дальнейших исследований.

Среди многочисленной иностранной литературы по вопросам расчета сдвигений, вышедшей за последние годы, выделяются результаты исследований группы польских ученых, профессоров Будрык, Кнотте, Литвинишина и Салустовича.

Главные результаты их работ были опубликованы в 1953 г. в специальном сборнике статей, перевод которых предлагается вниманию советских горняков и маркшейдеров.

В настоящее время к разработке способов расчета сдвигений поверхности подходят разными путями.

Продолжаются изыскания эмпирических формул для расчета составляющих вектора сдвигений и вектора деформаций.

В этом направлении наиболее полных результатов добился сотрудник ВНИМИ С. П. Колбенков, который попытался построить систему эмпирических формул, учитывающих угол падения, мощность наносов и др. Сравнение расчетных величин с наблюдаемыми во многих случаях дает хорошую сходимость.

Продолжаются исследования сдвигений пород в массиве и на поверхности с применением методов предельного равновесия, начатые проф. С. Г. Авершиным. В последние годы такие исследования производятся в нескольких институтах Советского Союза. Это направление исследований обещает получение наиболее полного и общего решения проблемы сдвига горных пород.

Наконец, третье направление, которое оказалось весьма плодотворным и к которому относятся работы данного сборника, опираясь на достаточно обоснованные гипотезы о распределении сдвигений пород от поверхности до выработки, стремится облечь эти гипотезы и следствия из них в аналитические зависимости.

Примером такого инженерного подхода может служить теория балки, где гипотеза плоских сечений позволила упростить теорию балки и расчет элементов ее. Как известно, для определенных соотношений длины к поперечным размерам балки такой инженерный расчет дает вполне удовлетворительные результаты.

Гипотеза проф. С. Г. Авершина о линейной зависимости между горизонтальным сдвигением и первой производной от вертикальной составляющей может сыграть роль, подобную гипотезе плоских сечений. Это использовано проф. Литвинишиным в публикуемой его статье, где автор дал более широкую трактовку этой гипотезы и довел ее использование до разработки метода расчета сдвигений поверхности в условиях пологого падения.

В этом направлении производились исследования и во ВНИМИ, но результаты, подобные результатам проф. Литвинишина, были получены канд. техн. наук Р. А. Муллером несколько позже. К этой же группе относится и теория проф. Кнотте.

Сдвигение данной точки поверхности можно рассматривать как сумму влияний отдельных элементарных объемов выработки.

Если найти величину сдвигений поверхности под действием элемента выработки в зависимости от взаимного расположения последнего и точек поверхности, то можно будет определять и суммарное влияние.

По поводу этой зависимости было сделано много предложений. Так, Балс предложил считать величину опускания точки поверхности под действием элемента выработки обратно пропорциональной квадрату расстояния между элементом выработки и точкой поверхности. Расчет сдвигений, основанный на этой гипотезе, иногда дает удовлетворительные результаты.

Однако следует признать, что публикуемый в данном сборнике метод проф. Кнотте представляет в этом направлении значительно большее достижение.

Проф. Кнотте на основании изучения кривых оседаний, полученных путем наблюдений, высказал мнение, что влияние каждого элементарного объема можно характеризовать кривой распределения вероятностей (кривой Гаусса). Метод расчета, предложенный Кнотте, приводит к тем же результатам, что и метод проф. Литвинишина. Для условий пологого залегания сходимость результатов расчета с фактическими весьма хорошая.

Следует указать, что позже, в 1954 г., те же результаты получил сотрудник Карагандинского филиала ВНИМИ Федоров.

Несколько иные предпосылки положены в основу метода расчета, предложенного проф. Салустовичем. Используя доказанное проф. Авершиным положение о том, что слой пород, прилегающий к земной поверхности, деформируется под собственным весом подобно балке на упругом основании, проф. Салустович разработал метод расчета сдвигений поверхности, который в условиях пологого залегания также дает хорошие результаты.

Следует, однако, сказать, что возможности метода Салустовича ограничены, им можно воспользоваться только для расчета сдвигений поверхности в некоторой начальной стадии процесса.

В этом отношении методы Литвинишина и Кнотте обладают большими возможностями и, следовательно, имеют преимущества.

Сборник начинается и заканчивается статьями известного польского ученого проф. Будрык. В этих статьях проф. Будрык, анализируя результаты Литвинишина, Кнотте и Авершина, получает для условий пологого залегания более обоснованные, чем у предыдущих исследователей, формулы для расчета наибольших значений сдвигений и деформаций земной поверхности.

Разумеется, работы, содержащиеся в данном сборнике, не дают достаточно полного решения задачи расчета сдвигений пород. В частности, мы не находим ответа на вопрос о сдвигениях поверхности в условиях крутого падения, на вопрос о сдвигениях при повторных подработках и др. Несмотря на это, статьи сборника содержат результаты, представляющие несомненный шаг вперед в разработке теории сдвига горных пород.

В. БУДРЫК

РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ МУЛЬДЫ СДВИЖЕНИЯ НАД ГОРИЗОНТАЛЬНЫМИ ГОРНЫМИ ВЫРАБОТКАМИ

Введение

Отыскание законов, которым подчиняется процесс сдвижения горных пород под влиянием подземной разработки, — один из важнейших вопросов, разрешения которого ожидает от науки горная практика. Это относится как к породам кровли, так и к земной поверхности.

Необходимость разрешения этого вопроса вытекает из возможности разработки пластов, находящихся под объектами, расположеннымными на земной поверхности. До сих пор исследования, касающиеся поведения земной поверхности, велись путем проведения соответствующих геодезических измерений и в меньшей степени путем теоретических исследований и испытаний на моделях. Причем ввиду сложности явлений, происходящих в массиве горных пород, не возлагалось больших надежд на успешное разрешение этого вопроса теоретическим путем. В течение последних 10 лет некоторым исследователям удалось установить законы, касающиеся деформации поверхности, однако этого еще недостаточно, чтобы предвидеть результаты влияния подземной разработки. Учитывая важность изучения процесса сдвижения поверхности для горной промышленности, автор настоящей статьи привлек коллектив работников Горнометаллургической академии — С. Кнотте, Е. Литвинишина и А. Салустовича для теоретической разработки данного вопроса.

Этот почти трехлетний труд коллектива ученых положил начало конкретному математическому оформлению явлений деформации горных пород и дал возможность предвидеть влияние предстоящей подземной разработки угля на земную поверхность.

При теоретической разработке вопроса использован очень важный вывод проф. С. Г. Авершина, а именно, что горизонтальные сдвиги (u) пропорциональны первой производной вертикального сдвига (w)

$$u = B \frac{dw}{dx}. \quad (0, 1)$$

Эта зависимость соответствует действительности на земной поверхности, т. е. там, где возникают максимальные деформации, в области, которая нас больше всего интересует. Основной вопрос, который надо было разрешить теоретическим путем, — это вывод уравнения профиля мульды сдвижения. К решению этой задачи авторы настоящего труда подходят по-разному. Кнотте, которому следует отдать первенство в выводе уравнения, применил геометрический метод, вводя в своей докторской диссертации понятие «кривой влияния». На основании большого числа данных, полученных путем нивелировок, он показал, что кривая оседаний поверхности является кривой Гаусса. Это предположение оказалось удачным и привело к полному соответствуя теоретических выводов с практическими данными. Вторым важным успехом Кнотте было теоретическое разрешение вопроса влияния скорости разработки пласта на величину возникающих деформаций на земной поверхности. Принятые при этом положения оказались также правильными и полностью отвечают действительности.

Литвинишин, выводя уравнение сдвижения горных пород, применил метод механики сплошной среды. Свою теорию он обосновывает, с одной стороны, на положении о сохранении массы, а с другой, — на гипотезе проф. С. Г. Авершина о пропорциональности горизонтальных сдвигов первой производной вертикальных сдвигов ($0, 1$). Относительно земной поверхности теория Литвинишина полностью соответствует выводам Кнотте.

Кроме того, в своих исследованиях Литвинишин пришел к выводу, что существует математическая аналогия между явлениями сдвижения горных пород и теплопроводностью.

Однако в настоящий момент у нас еще недостаточно данных, чтобы сказать, что выводы Литвинишина дают результаты, соответствующие данным практики.

Салустович в своих исследованиях пошел иным путем. Основываясь на теории упругости и приняв профиль мульды сдвижения аналогичным по конфигурации кривой изгиба пластина на упругом основании, он получил уравнение последней. На первый взгляд может показаться, что это допущение не соответствует действительности, но при детальном рассмотрении оно оказывается вполне вероятным. Как доказал проф. С. Г. Авершин на основе теоретических выводов и данных практики, при большой глубине разработки толща горных пород, расположенная у земной поверхности мощностью около 10—20 м, деформируется аналогично верхнему слою упругой балки. Наблюдения пока-

зали, что эти положения справедливы для всех типов горных пород. Явления же, происходящие внутри балки, отличаются от тех, которые получаем в массиве горных пород. Таким образом, выводы Салустовича относятся не столько к физической стороне явления, сколько имеют характер математической аналогии поведения земной поверхности.

Различие в результатах, полученных Кнотте и Литвинишиным с одной стороны и Салустовичем — с другой, вытекает из следующего: в то время как у первых величина оседания земной поверхности уменьшается асимптотически до нуля по мере удаления от центра выработки, у Салустовича изгиб земной поверхности имеет форму быстро исчезающей волны, которая на краях мульды имеет некоторый подъем. Хотя поднятие земной поверхности на границе мульды не является явлением, повсеместно распространенным, однако оно наблюдалось неоднократно. Поднятие имеет место, когда в массиве горных пород между разрабатываемым пластом угля и земной поверхностью расположены мощные прочные породы (например, песчаники). Пока эти породы еще не обрушились, поднятие границ мульды, согласно теории Салустовича, составляет 3% величины оседания в центре мульды. Можно принять, что в случае прочных пластов пород в первый момент сдвижения возникает мульда согласно уравнению Салустовича, в следующей фазе — после разрушения прочных мощных пород — согласно уравнению Кнотте и Литвинишина.

На основании полученных уравнений профиля мульды сдвижения можно легко вывести формулы для подсчетов наклона и кривизны земной поверхности. Определение величины горизонтальных сдвижений и горизонтальных деформаций в этих работах вызывает затруднения.

Разрешение последней задачи требует введения дополнительных положений и проверку их по данным наблюдений. Это сделано в последнем разделе настоящего труда. Предлагаемый коллективный труд полностью охватывает вопросы расчетов элементов мульды сдвижения над горизонтальными выработками и представляет собой редкий случай хорошего соответствия теории действительности. Выведенные формулы, как это подтвердили результаты измерений, можно применять не только для горизонтально залегающих пластов, но и для пластов с углами падения до 30—35°.

Е. ЛИТВИНИШИН

1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ СДВИЖЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Для определения величин сдвижений горных пород, происходящих под влиянием проведения горных выработок, основываются обычно на чисто геометрических моделях или исходят из положения, что массив горных пород представляет собой сплошную среду.

Хотя последний метод является самым рациональным, применение его встречает большие трудности. Это трудности математического характера прежде всего в определении так называемого уравнения состояния для массива горных пород (данный термин был введен Герсеем в 1932 г.), т. е. установление зависимости между тензором напряжения, тензором деформации и их производными. К элементу массива горных пород нельзя применить ни законы теории пластичности, ни законы теории упругости. Последние применимы только для элемента массива, находящегося на поверхности или вблизи горной выработки¹. В настоящей работе сделана попытка определить сдвижения горных пород, основываясь на законе сохранения массы и рабочей гипотезе, которая дает линейную зависимость между составляющими сдвижений и их частными производными.

Очевидно, что о правильности принятой гипотезы можно судить только после сравнения результатов, полученных в естественных условиях, с результатами, вычисленными на основании теории. Отыскание вышеуказанных зависимостей для случая горизонтального залегания пластов даст возможность обобщить данную гипотезу и применить ее для случая наклонного залегания.

¹ Наблюдения за деформациями горного массива показывают, что в различных стадиях процесса деформирования последний работает как упругая среда и как среда, аналогичная пластичной. (Прим. ред.).

1. 1. Дифференциальное уравнение вертикальных составляющих сдвигений горных пород

Для вывода дифференциального уравнения сдвигений горных пород принимаем, что ось z направлена вертикально вверх и что массив горных пород представляет собой сплошную среду.

Физическая точка массива горных пород, положение которой первоначально определялось координатами x, y, z , вследствие сдвига получит приращения:

$$\begin{aligned}x &+ u(x, y, z, t); \\y &+ v(x, y, z, t); \\z &+ w(x, y, z, t).\end{aligned}$$

Составляющие сдвигений представляют собой функции первоначальных координат и времени t . Представим себе блок породы, который до сдвига имел некоторую конфигурацию, ограниченную контуром I (рис. 1).

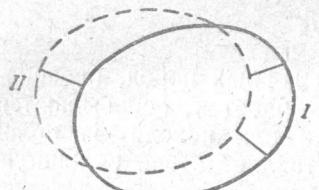


Рис. 1

Вследствие перемещения тот же блок займет положение II . Обозначим объем данной массы через v , приращение объема через Δv и в соответствии с законом сохранения массы примем, что после перемещения масса этого блока не изменится; переходя к пределу пр. $v \rightarrow 0$, получим соотношение

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = f(x, y, z). \quad (1, 1)$$

Выражение $f = \frac{\Delta v}{v}$ назовем собственным увеличением объема. Функцию f принимаем как функцию известную и заданную. Она зависит от пространственных координат x, y, z и времени t ; в случае, если среду горных пород будем рассматривать как несвязную среду, тогда

$$f(x, y, z, t) = 0. \quad (1, 2)$$

В местах непосредственной близости к выработанному пространству, где произошло разрыхление горных пород, $f \neq 0$. В случае достаточно большого расстояния от выработанного пространства можно принять $f = 0$. Для вывода дифференциальных уравнений сдвигения горных пород примем, кроме положения закона сохранения массы, рабочую гипотезу, дающую зависимость между сдвигениями и их производными.

Наиболее простыми из таких соотношений являются линейные зависимости, а именно:

$$\left. \begin{aligned}u + B(x, y, z, t) \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \\v + D(x, y, z, t) \frac{\partial w}{\partial y} = 0\end{aligned}\right\} \quad (1, 3)$$

где B и D — заданные функции пространственных переменных x, y, z и времени t .

Приведенные выше в (1, 3) зависимости являются обобщением зависимости, полученной эмпирическим путем проф. Авершиным для точек плоской мульды оседания.¹

Подставляя из уравнений (1, 3) величины u и v в уравнение (1, 1), получим

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(B \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial w}{\partial y} \right) - \frac{\partial w}{\partial z} + f = 0. \quad (1, 4)$$

Для определения сдвигений горных пород необходимо из уравнения (1, 4) и данных граничных условий определить величины вертикальных сдвигений w , которые являются функцией пространственных переменных и времени t . Зная эту функцию, исходя из уравнения (1, 3), дифференцированием определяют горизонтальные перемещения u и v . Уравнение (1, 4), таким образом, является уравнением горизонтальных сдвигений w горных пород. Уравнение это справедливо для всех точек рассматривающей толщи горных пород и дает возможность определить для заданных граничных условий размеры сдвигений.

Продолжая исследование уравнения (1, 4), принимаем следующие положения:

1. Массив горных пород однороден в горизонтальной плоскости, но может изменять свои свойства по вертикали.
2. Исследования ведутся для горизонтально залегающих пластов.
3. Коэффициенты B и D не зависят от времени t .
4. Массив горных пород не изменяет свои свойства с изменением времени.

5. Принимаем положение, что коэффициенты B и D в уравнениях (1, 3) зависят только от координаты z , так что

$$B(z) = D(z). \quad (1, 5)$$

Из уравнений (1, 3) получим:

$$\left. \begin{aligned}u &= -B(z) \frac{\partial w}{\partial x} \\v &= -B(z) \frac{\partial w}{\partial y}\end{aligned}\right\} \quad (1, 6)$$

Тогда уравнение (1, 4) примет вид:

$$B(z) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial w}{\partial z} + f = 0. \quad (1, 7)$$

Полученное уравнение частично представляет собой линейное уравнение второго порядка параболического типа, т. е. того же

¹ В трудах проф. С. Г. Авершина было дано и теоретическое обоснование допустимости линейной зависимости между горизонтальным сдвигением и первой производной вертикальной составляющей. (Прим. ред.)

типа, которому подчиняются явления теплопроводности и диффузии.

Одинаковый характер уравнений дает возможность сделать предположение о существовании аналогии этих явлений с явлением сдвижения горных пород, выражаемым уравнением (1, 7). Уравнению (1, 7) можно придать более простой вид, применив замену переменных, а именно: обозначим

$$\frac{1}{B} = A; \quad \frac{f}{B} = G, \quad (1, 8)$$

тогда уравнение (1, 7) примет вид:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = A(z) \frac{\partial w}{\partial z} - G. \quad (1, 9)$$

Применив замену переменных

$$z = \psi(\zeta), \quad (1, 10)$$

причем предполагаем, что функция f является обратимой, т. е. получим:

$$\zeta = \psi(z), \quad (1, 11)$$

$$G(x, y, z) = G[x, y, \varphi(\zeta)] = \bar{G}(x, y, \zeta);$$

$$w(x, y, z) = w[x, y, \varphi(\zeta)] = \bar{w}(x, y, \zeta);$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2}; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2};$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial \zeta} \cdot \frac{d\psi}{dz}.$$

Подставляя вычисленные выше величины в уравнение (1, 9), получим

$$\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} = A(z) \frac{d\psi}{dz} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial \zeta} - G. \quad (1, 12)$$

Подберем функцию $\zeta = \psi(z)$ таким образом, чтобы было выполнено соотношение

$$A(z) \frac{d\psi}{dz} = 1. \quad (1, 13)$$

Принимая, кроме того, что для $z = 0$ и $\psi(0) = 0$, получим из уравнения (1, 13)

$$\psi(z) = \int_0^z \frac{ds}{A(s)}. \quad (1, 14)$$

Тогда уравнение (1, 12) примет вид:

$$\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial \zeta} - \bar{G}. \quad (1, 15)$$

Если решать плоскую задачу, при которой точки горных пород перемещаются в плоскостях, параллельных некоторой

постоянной плоскости, то тогда уравнение (1, 15) примет более простой вид.

Надо сказать, что для случая плоской задачи явление сдвижения горных пород достаточно рассматривать в одной из таких плоскостей, например в плоскости x, z .

В этом случае сдвижение не зависит от ординат y .

Это отвечает условиям разработки длинными сплошными забоями, когда грудь забоя находится в плоскости, параллельной плоскости y, z . В этом случае уравнение (1, 15) примет вид:

$$\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial \zeta} - \bar{G}. \quad (1, 16)$$

Из решения $\bar{w}(x, \zeta)$ путем подстановки (1, 11) получаем

$$\bar{w}(x, \zeta) = \bar{w}[x, \psi(z)] = w(x, z).$$

Подстановка $\zeta = \psi(z)$ с сохранением условия, что для $z = 0$ и $\psi(0) = 0$, в геометрической интерпретации отвечает перемещению системы координат в направлении оси z . Таким образом получим результат в плоскости x, ζ ; достаточно будет подвернуть эту плоскость трансформации, определенной уравнением $\zeta = \psi(z)$, чтобы получить картину сдвиганий в плоскости x, z .

1. 2. Границные условия

Для определения величин сдвиганий горных пород служат уравнения (1, 15) и (1, 16) и дополнительные принятые граничные условия. Для рассматриваемого случая горизонтального залегания пласта граничные условия определим в горизонтально залегающей кровле пласта, для чего в этой плоскости располагаем систему координат x, y . Уравнение этой плоскости $z = 0$. Определение граничных условий состоит в том, что задаются в этой плоскости величины w вертикальных сдвиганий точек кровли.

Условия эти для уравнения (1, 15) имеют вид: для $z = 0$ или, что то же, $\zeta = 0$, $-\infty < x < +\infty$; $-\infty < y < +\infty$, и тогда

$$\bar{w}(x, y, 0) = \Phi(x, y). \quad (1, 17)$$

В случае плоской задачи ($z = 0$), для которой справедливо уравнение (1, 16), граничные условия имеют вид:

$$\left. \begin{array}{l} \zeta = 0 \\ -\infty < x < +\infty \\ \bar{w}(x, 0) = \Phi(x) \end{array} \right\} \quad (1, 18)$$

Таким образом, вопрос граничных условий основывается на отыскании вертикальных составляющих сдвиганий горных пород, которым отвечают уравнения (1, 15) или (1, 16) и (1, 17) или (1, 18).

Как известно из теории параболических уравнений для функций \bar{G} и Φ , решение уравнений (1, 15) или (1, 16) для заданных граничных условий (1, 17) или (1, 18) существует и изменяется монотонно в зависимости от граничных условий Φ .

1. 3. Математическая аналогия теплопроводности и сдвижений горных пород

Дифференциальные уравнения (1, 15) и (1, 16), которые дают вертикальные составляющие сдвижения массива горных пород, являются уравнениями параболического вида, аналогичными уравнениям теплопроводности и диффузии в однородной изотропной среде.

Двухмерный неустановившийся приток тепла выражается следующим уравнением:

$$a^2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial T}{\partial t} + h,$$

где x и y — пространственные ординаты;

t — время;

T — температура;

h — вязкость источника тепла в проводящей среде;

a^2 — коэффициент, зависящий от физических свойств среды.

Вводим замену переменных $t = \frac{\tau}{a^2}$, получим из последнего уравнения

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} = \frac{\partial \bar{T}}{\partial \tau} + F,$$

причем:

$$T(x, y, t) = T\left(x, y, \frac{\tau}{a^2}\right) = \bar{T}(x, y, \tau);$$

$$h(x, y, t) = h\left(x, y, \frac{\tau}{a^2}\right) = \bar{h}(x, y, \tau);$$

$$F = \frac{\bar{h}}{a^2}.$$

Приведенное выше уравнение теплопроводности идентично уравнению (1, 15) сдвижений массива горных пород.

Математическая аналогия между вертикальными сдвижениями горных пород, являющимися в общем случае трехмерной задачей, и неустановившейся двухмерной проблемой теплопроводности основывается на соответствии температуры \bar{T} проводящей среды и вертикальных перемещений \bar{w} , определенных уравнением (1, 15).

Однинате ζ соответствует в случае теплопроводности время t ; x и y в обоих случаях являются пространственными координатами.

Границным условиям для случая сдвижения горных пород соответствуют начальные условия теплопроводности. Для случая $\zeta = 0$ сдвижения подчиняются уравнению

$$\bar{w}(x, y, 0) = \Phi(x, y).$$

Этому условию соответствует в явлении теплопроводности начальное условие

$$T(x, y, 0) = \Omega(x, y),$$

что отвечает значению температуры в момент $t = 0$ в проводящей среде.

Таким образом, явление теплопроводности является как бы моделью процесса сдвижения массива горных пород. Для примера представим себе однородный с точки зрения проводимости прямой брус бесконечной длины с постоянным сечением. Брус этот имеет изоляцию. Ось бруса берем за ось x и, кроме того, принимаем условие, что в брусе нет источников тепла, т. е. что $h = 0$; производя замену переменных так, чтобы избавиться от коэффициента a^2 , получим

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} = \frac{\partial \bar{T}}{\partial \tau}.$$

Решение этого уравнения возможно, если дано первоначальное значение температуры в брусе, т. е. для $t = 0$, $\tau = 0$ имеем

$$\bar{T}(x, 0) = \Phi(x).$$

Это решение определяет температуру T в данном сечении в данный момент времени

$$\tau \geq 0.$$

Вопрос проводимости в рассматриваемом брусе соответствует плоской задаче сдвижений горных пород в случае, если среда горных пород разрыхлена, т. е. отвечает уравнению (1, 2)

$$f = 0.$$

В этом случае в уравнении (1, 16) принимаем $G = 0$. Значение температуры в брусе в определенный момент $\tau \geq 0$ соответствует значению составляющих сдвижений (вертикальных) \bar{w} на определенной глубине $\zeta \geq 0$.

При переходе с тепловой модели T , x , τ к вертикальным сдвижениям горных пород w , x , z необходимо плоскость x , ζ , соответствующую плоскости x , τ , привести в соответствие с уравнением (1, 11).

1. 4. Интеграл уравнения сдвижения толщи горных пород

В том случае, если массив горных пород представить себе как среду несвязную, т. е. когда справедливо уравнение (1, 15)

$$\bar{G} = 0, \quad (1, 19)$$

решение уравнения (1,15) для заданных граничных условий (1,17) представляется в виде:

$$\bar{w}(x, y, \zeta) = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{1}{\zeta} \Phi(s, p) e^{-\frac{(s-x)^2 + (p-y)^2}{4\zeta}} ds dp. \quad (1, 20)$$

Для случая плоской задачи решение уравнения (1,16) при $\bar{G}=0$ и граничных условиях (1,18) приобретает вид интеграла

$$\bar{w}(x, \zeta) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\zeta}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(s) e^{-\frac{(s-x)^2}{4\zeta}} ds, \quad (1, 21)$$

или, вводя новую переменную

$$\frac{s-x}{2\sqrt{\zeta}} = \lambda, \quad (1, 22)$$

получим

$$\bar{w}(x, \zeta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x + 2\lambda\sqrt{\zeta}) e^{-\lambda^2} d\lambda. \quad (1, 23)$$

Принимая $\zeta = 0$, получим

$$\bar{w} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Phi(x) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\lambda^2} d\lambda = \Phi(x)$$

в соответствии с принятыми граничными условиями (1,18).

Приведенные уравнения (1,20) и (1,23) дают возможность определить вертикальные составляющие сдвижения горных пород для граничных условий, заданных в плоскости кровли.

1.5. Интеграл уравнения сдвижений горных пород для особых граничных условий

Для сравнения данных, полученных при помощи принятой гипотезы, с данными, полученными в естественных условиях, необходимо рассмотреть некоторые особые случаи решения, встречающиеся на практике.

Полученные данные при наблюдениях в условиях горизонтально залегающих пластов отвечают плоским задачам, т. е. уравнениям (1,16) и (1,18).

Массив горных пород будем рассматривать как среду несвязную. В этом случае интеграл уравнения (1,16) для граничных условий (1,18) выразится выражением (1,23).

Граничные условия, которые отвечают условиям действительности, примем следующими (рис. 2):

$$\zeta = 0$$

$$\bar{w}(x, 0) = \Phi(x) = \begin{cases} 0 & \text{для } x < 0 \\ w_0 = \text{const} & \text{для } x \geq 0 \end{cases} \quad (1, 24)$$

Условия эти возникают, когда горизонтально залегающий пласт выработан до границы 0. Направо от точки 0 расположено

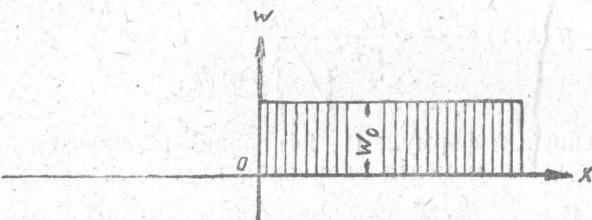


Рис. 2

выработанное пространство, налево — целик. По истечении достаточно большого промежутка времени с момента окончания эксплуатационных работ возникает некоторое установившееся состояние и величина составляющих вертикальных сдвижений постоянна и равна w_0 .

Решая уравнение (1,16) при помощи формулы (1,23) для граничных условий, определенных уравнением (1,24), получим

$$\bar{w}(x, \zeta) = \frac{\bar{w}_0}{\sqrt{\pi}} \int_{-\frac{1}{2}\pi\zeta}^{\infty} e^{-\lambda^2} d\lambda, \quad (1, 25)$$

или, подставляя значение ζ из уравнения (1,14), получим

$$w(x, z) = \bar{w}[x, \phi(z)] = \frac{\bar{w}_0}{\sqrt{\pi}} \int_{-\frac{1}{2} \times \left[\int_0^z B(s) ds \right]^{-\frac{1}{2}}}^{\infty} e^{-\lambda^2} d\lambda \quad (1, 26)$$

Формула (1,26) определяет вертикальные составляющие сдвижений $w(x, z)$ как функцию пространственных координат. Картина этих перемещений для различных глубин, отвечающих различным ζ , представлена на рис. 3.

Из (1,3) можно дифференцированием получить величины горизонтальных составляющих сдвижений. В рассматриваемом случае плоской задачи $v=0$ и из (1,6)

$$u = -B(z) \frac{\partial w}{\partial x}.$$

Применяя для определения w из уравнения (1, 26) метод дифференцирования интеграла с переменными границами, получим вертикальные составляющие сдвижения

$$u(x, z) = -B(z) \frac{\bar{w}_0}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{\zeta(z)}} e^{-\frac{1}{4} \frac{x^2}{\zeta(z)}}$$

или, соединив уравнение (1, 14) и уравнение (1, 8), получим

$$u(x, z) = -\frac{\bar{w}_0}{2\sqrt{\pi}} \frac{B(z)}{\sqrt{\int_0^z B(s) ds}} e^{-\frac{1}{4} \frac{x^2}{\int_0^z B(s) ds}}. \quad (1, 27)$$

Приведенные в формуле (1, 24) граничные условия применимы в случае, когда с момента окончания разработки на границе, на

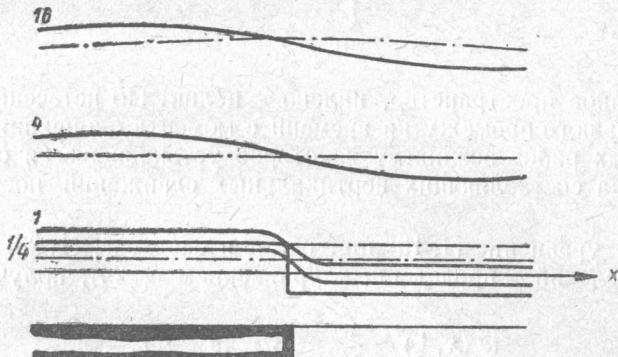


Рис. 3

которой принято начало координат, прошел достаточно большой промежуток времени.

В случае, если надо выявить влияние подвигания границы разработки во времени, а также влияние скорости подвигания на величину сдвигений горных пород, то граничные условия будут иными, чем в уравнении (1, 24).

Рассматривая плоскую задачу, т. е. $v = 0$; $\frac{dv}{dy} = 0$, примем, что начало осей координат x , ζ перемещается совместно с границей эксплуатации с постоянной скоростью в направлении оси x .

Границные условия в этом случае получим для $\zeta = 0$

$$\bar{w}(x, 0) = \Phi(x) \begin{cases} 0 & \text{для } x < 0 \\ \bar{w}_0(1 - e^{-\alpha x}) & \text{для } x \geq 0 \end{cases} \quad (1, 28)$$

причем $\alpha > 0$ — величина постоянная, которая зависит от постоянной скорости подвигания границы эксплуатации.

Решение вопроса о граничных условиях в уравнении (1, 28) получаем при помощи уравнения (1, 21)

$$\bar{w} = \frac{\bar{w}_0}{2\sqrt{\pi}\zeta} \int_0^\infty (1 - e^{-\alpha s}) e^{-\frac{(s-x)^2}{4\zeta}} ds. \quad (1, 29)$$

Применив в последнем уравнении подстановку (1, 22), получим из уравнения (1, 29)

$$\bar{w} = \frac{\bar{w}_0}{\sqrt{\pi}} \left[\int_{-\frac{1}{2}\frac{x}{\sqrt{\zeta}}}^\infty [1 - e^{-\alpha(x+2\sqrt{\zeta}\lambda)}] e^{-\lambda^2} d\lambda \right].$$

Применяя в последнем уравнении подстановку, получаем:

$$\lambda + \alpha\sqrt{\zeta} = v$$

$$\bar{w} = \frac{\bar{w}_0}{\sqrt{\pi}} \left[\int_{-\frac{1}{2}\frac{x}{\sqrt{\zeta}}}^\infty e^{-\lambda^2} d\lambda - e^{\alpha^2\zeta - \alpha x} \int_{-\frac{1}{2}\frac{x}{\sqrt{\zeta}}}^\infty e^{-\lambda^2} d\lambda \right] \quad (1, 30)$$

Последнее решение, которое дает вертикальные составляющие сдвигений в массиве горных пород, является суммой двух интегралов. Первый интеграл представляет собой решение (1, 24) граничного условия приведенного уравнением (1, 25). Другой интеграл определяет влияние постоянной скорости подвигания фронта эксплуатации, зависящий от параметра α .

1. 6. Сопоставление полученных результатов с наблюдениями в естественных условиях

Для сравнения полученных результатов необходимо их сопоставить с наблюдениями в естественных условиях. Данные для сравнения получены в достаточном количестве из геодезических измерений земной поверхности в местах, под которыми расположены горные выработки. Измерения эти аналогичны тензометрическим измерениям, проводившимся на элементах, подверженных деформациям. Для сопоставления результатов взяты наиболее простые случаи с граничными условиями, соответствующими уравнению (1, 24).

Результаты проведенных наблюдений относятся к условиям установившегося во времени сдвига горных пород, когда со временем окончания эксплуатационных работ прошло несколько лет. Поверхность была приблизительно горизонтальна. Измеренные величины соответствующих сдвигений относятся к явлениям, которые можно рассматривать как отвечающие плоской задаче, т. е. фронт эксплуатационных работ был достаточно длинный, а

плоскость профиля, вдоль которого проводились замеры вертикальных составляющих сдвигений, находилась близко к вертикальной плоскости, проходившей через середину фронта работ и перпендикулярна к ней.

Измерения вертикальных сдвигений w в некоторых особых случаях соответствуют условиям горизонтального залегания, т. е. $z = \text{const}$ и в уравнении (1, 11) $\zeta(z) = \text{const}$.

В этих условиях величина составляющих w , относящихся к земной поверхности, зависит только от ординаты — x (1, 25). Данные в большинстве случаев были собраны и представлены Кнотте, который из обширного материала наблюдений привел те, которые отвечают указанным выше условиям.

Ниже в статье проф. Кнотте на рис. 5 приводятся эти данные. Вертикальным ординатам здесь соответствуют величины отношений $\frac{w}{w_0}$, горизонтальным ординатам $\frac{x}{r}$, причем r — величина, которая может быть определена для каждой дневной поверхности и условий эксплуатации.

Сравнивая выражения (1, 27) и (1, 19), получаем

$$r = 2\sqrt{\pi}\zeta. \quad (1, 31)$$

Каждая точка на рис. 5 (статья Кнотте) представляет собой результат наблюдений по восьми мульдам сдвига. Плавная кривая дает функциональную зависимость (1, 25) для полученных величин ζ .

Совпадение кривой, построенной теоретическим путем с точками, полученными из наблюдений в естественных условиях, очевидно. Это совпадение особенно заметно в месте перегиба кривой и в месте ее максимальной кривизны. Эти точки имеют большое значение для последующих выводов.

C. KNOTTE

2. УРАВНЕНИЕ ПРОФИЛЯ ОКОНЧАТЕЛЬНО ОФОРМИВШЕЙСЯ МУЛЬДЫ СДВИЖЕНИЯ

Рассматривая влияние подземной разработки на земную поверхность и желая определить возможный профиль мульды сдвига, максимальное оседание и максимальную кривизну поверхности, необходимо различать:

а) мульду сдвига установившуюся, окончательно оформленную, которая образовалась в течение большого промежутка времени;

б) мульду сдвига неустановившуюся, которая возникает под влиянием подземной разработки пласта, т. е. мульду, кривизна которой со временем изменяется.

Вначале рассмотрим более простой случай — мульду окончательно оформленную. Можно принять, что форма такой мульды зависит только от размеров и формы выработки, свойств горных пород и от глубины залегания пласта, но не зависит ни от очередности разработки отдельных частей пласта, ни от времени, в течение которого производится эта разработка.

2. 1. Величина конечных оседаний точек земной поверхности. Кривая влияний

Сдвигения земной поверхности, происходящие вследствие разработки угольного пласта, могут иметь характер затяжного или незатяжного во времени и пространстве процесса. В последнем случае в массиве горных пород возникают внезапные трещины и смещения, а на земной поверхности — впадины или уступы.

Нижеследующие рассуждения будут относиться к сдвигениям земной поверхности, длившимся в течение большого промежутка времени, когда не происходит разрыва сплошности пород, залегающих вблизи земной поверхности. Это соответствует условиям разработки полезного ископаемого на большой глубине.

Для этого рассмотрим некоторую точку A , находящуюся на земной поверхности, на которую оказывает влияние разработка пласта мощностью m на глубине H , и выберем расположение осей координат, как показано на рис. 1. Рассмотрим конечную величину оседания точки A , которое произойдет при разработке

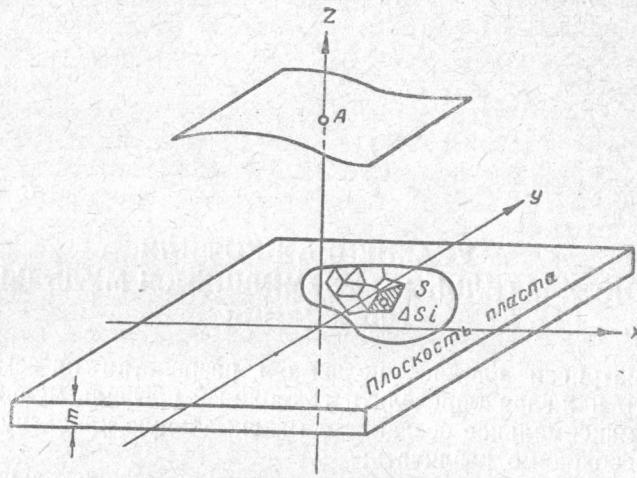


Рис. 1

части S пласта; для этого разобьем выработанную часть пласта на n частей с площадью Δs_i . Выемка части пласта Δs_i может вызвать оседание Δw_i точки A

$$\Delta w_i = \Delta s_i g(x_i, y_i), \quad (2, 1)$$

где $g(x, y)$ — некоторая известная функция координат точки, находящейся на плоскости x, y ;
 x_i, y_i — координаты точки на плоскости, расположенной внутри площадки Δs_i .

Применив положение суперпозиции, конечное оседание w_k точки A вследствие отработки пласта на площасти s получим как предел, к которому стремится сумма

$$\sum_{i=1}^{i=n} g(x_i, y_i) \Delta s_i. \quad (2, 2)$$

При стремлении к нулю элементарных частиц (Δs_i) площасти выработок конечное оседание получим как двойной интеграл функции $g(x, y)$ на площасти s , т. е.

$$w_k = \iint_s g(x, y) ds. \quad (2, 3)$$

Теоретические максимальные конечные оседания точки произойдут

вследствие выемки всего пласта в радиусе от 0 до ∞ от точки A после истечения достаточно большого промежутка времени:

$$w_{max} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) dx dy. \quad (2, 4)$$

Величина максимальных конечных оседаний w_{max} зависит прежде всего от мощности разрабатываемого пласта m и от ме-

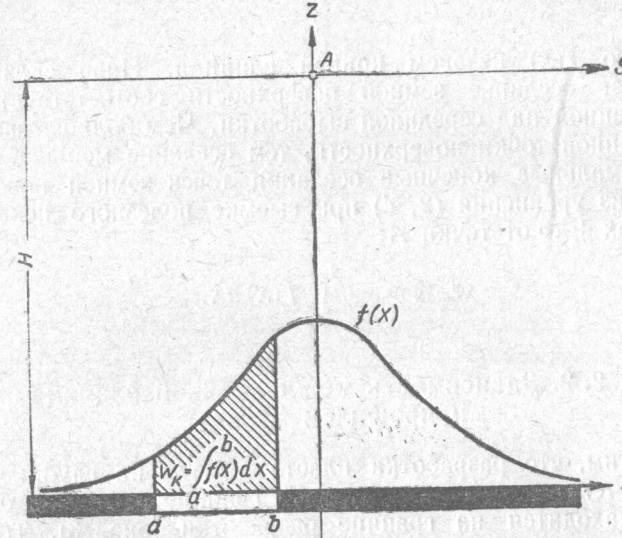


Рис. 2

тода выемки, который учтем введением некоторого коэффициента η , причем $\eta < 1$; тогда

$$w_{max} = m\eta. \quad (2, 5)$$

Величина коэффициента η имеет максимальное значение при разработке пласта с полным обрушением кровли, меньшее — в случае применения гидрозакладки и минимальное (50—60%), когда применяется система работ с частичной закладкой выработанного пространства (тоже гидрозакладка).

На величину максимального оседания глубина разработки пласта оказывает влияние только тогда, когда она незначительна. При больших глубинах разработки, когда зона обрушения и трещинообразования не достигает земной поверхности, влияние глубины разработки незначительно и практически его можно не принимать во внимание.

Рассмотрим конечное оседание точки земной поверхности, расположенной над очистным забоем, в случае бесконечно длинного забоя. Решим плоскую задачу, когда линия очистного забоя параллельна оси y . Для этого достаточно рассмотреть оседа-

ние точек земной поверхности в плоскости x, z . Так же как и в трехмерной задаче, существует некоторая функция, отвечающая точке A $f(x)$ (рис. 2), так что площадь, ограниченная кривой $f(x)$ и отрезком ab на оси x , является мерой конечного оседания, которому может подвергнуться точка A вследствие разработки пласта в границах от a до b .

$$w_k = - \int_a^b f(x) dx. \quad (2, 6)$$

Кривую $f(x)$ назовем кривой влияния. Надо сказать, что наибольшее оседание земной поверхности соответствует точке, расположенной над серединой выработки. Чем больше забой удален от данной точки поверхности, тем оседание меньше.

Максимальные конечные оседания точек земной поверхности получим из уравнения (2, 4) при выемке полезного ископаемого в границах $\pm \infty$ от точки A :

$$w_{max} = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx. \quad (2, 7)$$

2. 2. Зависимость между кривой влияния и профилем мульды

Допустим, что разработка пласта ведется на глубине H , забой движется от ∞ к определенной границе и начало осей координат находится на границе разработки (рис. 3). Точка на

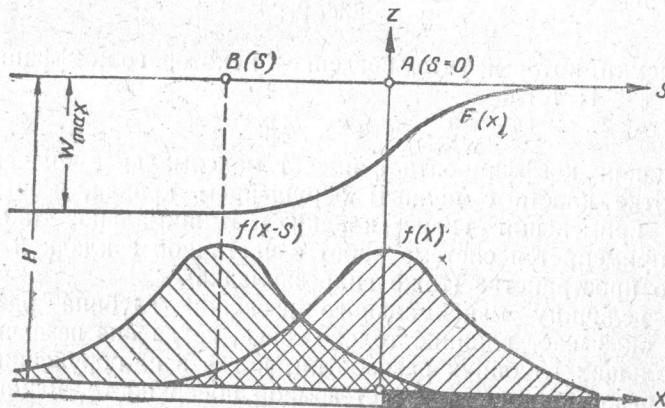


Рис. 3

поверхности B с координатой s (абсциссу в плоскости пласта обозначим через x , а абсциссу на земной поверхности через s) соответствует кривая влияния $f(x-s)$ с осью симметрии $x=s$.

Кривую $f(x-s)$ получим из кривой $f(x)$, соответствующей точке A с абсциссой ($s=0$), расположенной над забоем, подвинув ее на величину s .

Конечное оседание точки на земной поверхности вследствие выемки угля в диапазоне $x = -\infty$ до $x = 0$ получим из уравнений

$$w_k(s) = - \int_{-\infty}^0 f(x-s) dx \quad (2, 8)$$

и

$$w_k(s) = - \int_s^\infty f(x) dx. \quad (2, 9)$$

Если точка на земной поверхности расположена над забоем и лежит на кривой влияния с координатой $s=0$, то уравнение профиля мульды будет

$$F(x) = H - \int_x^\infty f(\lambda) d\lambda. \quad (2, 10)$$

Ввиду того, что настоящие исследования имеют своей целью определить форму профиля мульды и ее свойства, можно в дальнейшем профиль мульды отнести к оси x и уравнение (2, 10) написать в виде:

$$F(x) = - \int_x^\infty f(\lambda) d\lambda. \quad (2, 10a)$$

Дифференцируя уравнение (2, 10a), получим

$$f(x) = - F'(x). \quad (2, 11)$$

Кривая влияния, соответствующая точке, расположенной над забоем, является дифференциальной кривой профиля окончательно оформленвшейся мульды сдвижения.

Это положение, сформулированное автором в 1949 г., является очень важным при исследовании вопроса влияния подземной разработки на земную поверхность и оно положено в основу последующих выводов.

2. 3. Подобие кривой влияний и кривой Гаусса

Общее уравнение кривой влияний может быть определено на основании нескольких профилей окончательно оформленшихся мульд сдвижения, наблюдавшихся в природе. Причем результаты этих наблюдений могут быть использованы при соблюдении следующих условий:

1) мульда сдвижения возникла в результате отработки только одного пласта;

2) очистной забой должен быть прямолинейным и линия забоя должна быть достаточно длинной;

3) надо принимать во внимание направление профиля мульды: перпендикулярно к линии забоя или перпендикулярно напластованию;

4) мульда должна быть окончательно оформленной;

5) площадь отработанного пласта должна быть достаточно велика, так чтобы точка средней части мульды воспроизводила конечное оседание, практически мало отличающееся от максимального.

Профили мульд сдвижения, которые отвечают поставленным выше условиям, обладают рядом характерных черт:

1) нейтральная зона распространяет свое влияние дальше границы эксплуатации;

2) наибольшее вредное влияние подземная разработка оказывает на точки земной поверхности, находящиеся над целиком углем на некотором расстоянии от границы выработки (в точке с наибольшей кривизной); дальше сдвижения точек поверхности небольшие и кривизна профиля мульды незначительна;

3) на некотором расстоянии от забоя над выработанным пространством сдвижения достигают максимального значения w_{max} , а профиль мульды представляет собой почти прямую линию;

4) точка перегиба профиля мульды находится над забоем или на незначительном расстоянии от него;

5) в точке перегиба сдвижение земной поверхности обычно равно половине максимального сдвижения.

Анализ ряда мульд сдвижения, полученных по результатам наблюдений, навел автора в 1950 г. на мысль, что кривая профиля мульды может быть выражена интегральной кривой Гаусса. Такая конфигурация мульды следует также из уравнений Е. Литвинишина. Таким образом, можно принять, что уравнение кривой влияний, которая является дифференциальной кривой профиля мульды и приближается к кривой Гаусса будет

$$f(x) = w_{max} \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{h^2 x^2}{\pi}} \quad (2, 12)$$

Абсцисса s точки, расположенной на кривой влияний, одновременно соответствует наклону касательной к профилю мульды в этой точке, что также следует из выражения (2, 2).

2. 4. Главные и второстепенные влияния

Уравнение (2, 12) кривой влияния дает возможность определить профиль окончательно оформленной мульды.

Для случая несформировавшейся мульды сдвижения, которая возникает в процессе подвигания очистного забоя, возникают некоторые трудности, для преодоления которых необходимо несколько упростить кривую влияния.

Вопрос неоформившейся мульды сдвижения изложен автором в статье: «Влияние времени на формирование мульды».

Для этого случая кривую влияния заменяют двумя отрезками прямых, которые образуют с осью x равнобедренный треугольник, как это видно из рис. 4 для точки A с координатами $(0, H)$.

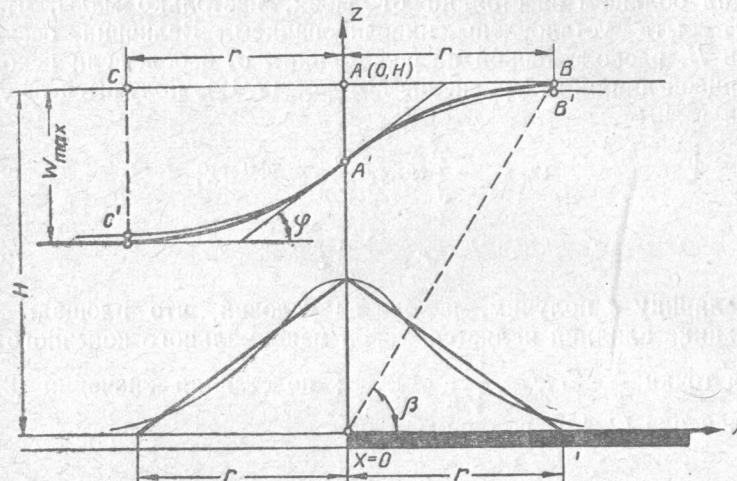


Рис. 4

Площадь этого треугольника равна максимальному конечному оседанию w_{max} (2, 7), а высота треугольника равна максимальной координате действительной кривой влияния (2, 12).

$$f(0) = w_{max} \frac{h}{\sqrt{\pi}}. \quad (2, 13)$$

Уравнение (2, 13) соответствует положению, что наклон касательной в точке перегиба мульды будет один и тот же, независимо от того, является ли профиль мульды действительной или упрощенной кривой влияния.

Применяя упрощенную кривую влияний, которую назовем треугольником влияний, получим ограниченную сферу влияний на поверхность. Область влияния на поверхности не превосходит величины r , равной половине основания треугольника (рис. 4). С другой стороны точка C , лежащая над выработанным пространством на расстоянии r по горизонтали от груди забоя, претерпит максимальное оседание. Точки на земной поверхности, расположенные направо от точки B , не будут оседать, точки, расположенные налево от точки C , будут иметь оседание, равное w_{max} (конечное). В действительности влияние подземной разработки распространяется на бесконечное расстояние, а действительный профиль мульды, указанный на рис. 4 тонкой линией, отличается от принятого треугольника влияний.

Оседания точек поверхности, расположенных на расстоянии r от забоя по горизонтали (вправо от точки B), очень незначи-

тельны, а неравномерность оседаний точек, расположенных вне поля CB , мала по сравнению с оседанием, которое происходит внутри поля CB . Оседания же точек поверхности, расположенных на большем расстоянии от забоя, настолько малы, что не могут быть установлены нивелированием. Величина оседания точки B , расположенной на расстоянии r от забоя, если исходить из кривой влияния, уравнение которой (2, 12), получится из уравнения (2, 9):

$$w_k = - \int_r^{\infty} w_{max} \frac{h}{V\pi} e^{-hx^2} dx; \quad (2, 14)$$

$$r = \frac{\sqrt{\pi}}{h}. \quad (2, 15)$$

Величину r получим, исходя из условий, что площадь треугольника влияний является мерой максимального конечного оседания точки $\frac{1}{2} \cdot 2rw_{max} \frac{h}{V\pi} = w_{max}$; подставляя значения (2, 15) в уравнение (2, 14), получим:

$$r = \frac{\sqrt{\pi}}{h}; \\ w_k = 0,0122 w_{max}. \quad (2, 16)$$

Оседание точки B равно 1,22% максимального оседания, происходящего в центре мульды.

Оседание точек, расположенных на большем расстоянии от забоя, еще меньше. Можно доказать также, исходя из (2, 25), что кривизна в точке B составляет 10% максимальной кривизны, которая получается в части $C'B'$ действительного профиля мульды (рис. 4).

$$K_r = 0,1 K_{max}. \quad (2, 17)$$

Профили большинства мульд сдвижения, наблюдавшихся на практике, подтверждают правильность формул (2, 16) и (2, 17), полученных из уравнения (2, 12).

Исходя из этого, можно влияние подземной разработки на земную поверхность разделить на:

1) основные влияния, наблюдаемые на земной поверхности в точках, расположенных над забоем на расстоянии $\pm r$ от последнего;

2) второстепенные влияния, которые наблюдаются на расстоянии $> r$ по горизонтали от груды забоя.

В месте второстепенных влияний (над целиком углем) оседания, как и кривизна профиля мульды, малы по сравнению с максимальными, которые получаются в зоне главных влияний. Замеченное в практике распространение влияний дает возможность применить результаты, полученные для забоя с бесконечно большой длиной, к забою с длиной конечной, но не меньшей $2r$.

2.5. Распространение главных влияний

Величину r , которая представляет собой горизонтальное расстояние между сферой главных и второстепенных влияний от точки перегиба профиля мульды сдвижения, назовем распространением главных влияний; этой величине соответствует угол распространения главных влияний β (рис. 4), равный

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{H}{r}. \quad (2, 18)$$

Угол распространения главных влияний — величина постоянная для данного участка земной поверхности и характеризует положение этой поверхности в зависимости от подземной разработки.

Подставляя в общее уравнение (2, 12) вместо h ее значение из формулы (2, 15), получим

$$f(x) = w_{max} \frac{1}{r} e^{-\frac{\pi}{r^2} x^2} \quad (2, 19)$$

Таким образом, уравнение кривой влияния отвечает определенным условиям, а именно: определенным механическим свойствам горных пород и определенной глубине разработки H . Обе эти величины получаются из равенства (2, 19) в зависимости от r .

Угол распространения главных влияний может быть заранее определен для данной шахты, если ведется разработка пласта и проводятся наблюдения за сдвижением земной поверхности, которые дают возможность воспроизвести окончательно оформленную мульду сдвижения. Для этого определяют максимальный наклон касательной к профилю мульды, наклон этот в точке перегиба будет

$$T = \operatorname{tg} \psi.$$

Максимальный наклон касательной дает максимальное значение $f'(0)$ функции (2, 19), так как кривая влияния является дифференциальной кривой профиля мульды. Сравнивая обе зависимости

$$T = f'(0) = \frac{w_{max}}{2},$$

получаем

$$r = \frac{w_{max}}{T}. \quad (2, 20)$$

Принимая во внимание выражение (2, 18), получим

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{HT}{w_{max}}. \quad (2, 21)$$

В условиях Силезского бассейна величина $\operatorname{tg} \beta$ колеблется от 1,5 до 2,5 и обычно не превосходит 3.

Если над разрабатываемым пластом расположены пластичные породы, значение угла влияний будет меньшим. Большие значе-

ния угла влияний будут в случае, если над угольным пластом расположены прочные породы (мощные крепкие песчаники). Кроме того, величина $\operatorname{tg} \beta$ зависит от того, нарушена ли толща горных пород при разработке или нет. При нарушенных породах $\operatorname{tg} \beta$ будут меньшими.

2. 6. Уравнение профиля окончательно оформленной мульды

Мы получили теоретическим путем профиль мульды, возникшей вследствие выемки части угольного пласта, в котором забой

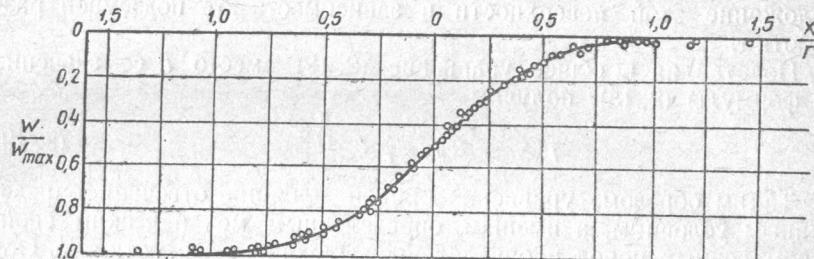


Рис. 5

подвинулся от $-\infty$ в положение $x = 0$. Общий вид уравнения профиля приведен в выражении (2, 10а). Принимая во внимание выражение (2, 19), получим

$$F(x) = -\frac{w_{max}}{r} \int_x^{\infty} e^{-\frac{\pi}{r^2} \lambda^2} d\lambda. \quad (2, 22)$$

Уравнение профиля окончательно оформленной мульды, полученное путем теоретических рассуждений, основываясь на кривой влияний, принятой в виде кривой Гаусса (2, 19), обнаруживает почти полное соответствие с профилями мульд, наблюдавшихся на практике. Все эти мульды отвечали условиям, поставленным в выражении (2, 3).

К этому выводу автор пришел, проанализировав восемь мульд сдвижения, построенных на основании данных нивелирования земной поверхности шахт. Для каждой мульды было определено распространение главных влияний r и отношения $\frac{w}{w_{max}}$ и $\frac{x}{r}$; назначались конечные величины оседаний, полученные по наблюдениям (рис. 5). На рис. 5 приведен профиль мульды, отвечающий уравнению (2, 22). Профиль этот, как видно из рис. 5, вполне соответствует профилю, построенному на основе данных нивелирования. Таким образом, подтверждается правильность принятых положений.

В некоторых случаях теоретический профиль мульды может отличаться от профиля в натуре, если в толще горных пород залегают плытуны. При помощи горных работ можно обезвоживать плытуны и осушать район далеко за границами разработки. В этом случае оседание точек земной поверхности, полученное из приведенных формул, меньше, чем в действительности (только для точек, расположенных на большем расстоянии от забоя). Но и в этих случаях часть мульды, расположенная над забоем, где происходят наибольшие деформации, соответствует теоретическому профилю.

2. 7. Кривизна профиля мульды сдвижения

Аналитическое определение профиля мульды сдвижения дает возможность определить кривизну в любой точке этого профиля из выражения

$$K = \frac{\frac{d^2F}{dx^2}}{1 + \left(\frac{df}{dx}\right)^2}^{1/2}. \quad (2, 23)$$

Эту формулу можно упростить для практических целей, если принять во внимание, что величина $\frac{df}{dx}$ — наклон касательной к линии профиля мульды — не превосходит 3° , т. е. $\frac{df}{dx} < 0,03$, тогда формула примет вид:

$$K = \frac{d^2F}{dx^2}, \quad (2, 24)$$

(ошибка при определении кривизны по формуле (2, 24) не превосходит десятых долей процента).

Практически можно определить кривизну как вторую производную профиля мульды сдвижения (2, 22) или как первую производную $f'(x)$ кривой влияния (2, 19):

$$K = -\frac{2\pi w_{max}}{r^3} xe^{-\frac{\pi}{r^2} x^2}. \quad (2, 25)$$

Распределение кривизны в граничной части профиля мульды приведено на рис. 6. Максимальная кривизна будет в точках, где $\frac{dK}{dx} = 0$ на расстоянии от точки перегиба профиля мульды

$$x = \pm \frac{r}{\sqrt{2\pi}} \approx \pm 0,4r. \quad (2, 26)$$

В точках этих кривизна достигает величины

$$K_{max} = \pm \frac{\sqrt{2\pi} w_{max}}{r^2} e^{-\frac{1}{2}} \approx \pm 1,52 \frac{w_{max}}{r^2}. \quad (2, 27)$$

Максимальное растягивающее напряжение, отвечающее этому значению кривизны, возникает над целиком на расстоянии $0,4r$ от точки перегиба профиля мульды, а максимальное сжимающее напряжение над выработанным пространством — также на расстоянии $0,4r$ от этой точки (в случае горизонтального залегания пласта эта точка расположена над забоем).¹

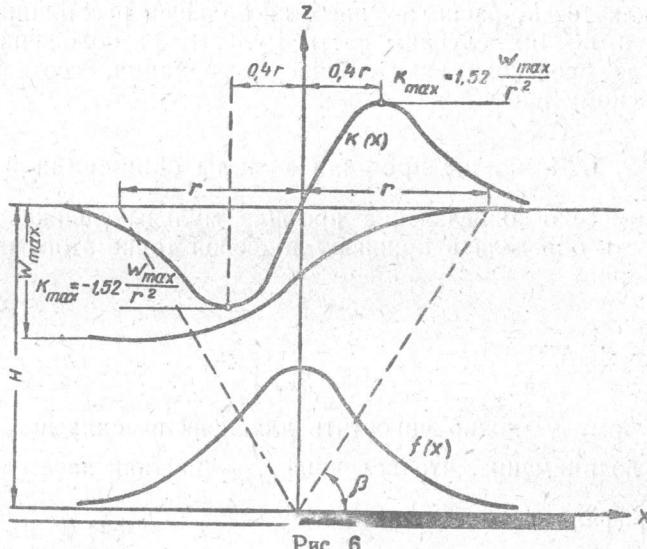


Рис. 6

Максимальной кривизне отвечает минимальный радиус изгиба поверхности

$$r_{\min} = \frac{1}{K_{\max}} \approx 0,66 \frac{r^2}{w_{\max}}. \quad (2, 28)$$

Это дает возможность предвидеть величину максимальной кривизны (2, 27) и минимальный радиус изгиба (2, 28) профиля мульды и максимальный наклон T касательной к профилю:

$$T = \frac{w_{\max}}{r}, \quad (2, 29)$$

что позволяет делать предположения о размерах влияния проектируемой разработки угольного пласта на земную поверхность и на объекты, расположенные на ней.

2.8. Конечное оседание, вызванное отработкой пласта в определенных границах

Все вышеизложенные выводы относились к случаю прямолинейного и бесконечно длинного забоя, т. е. решалась двухмерная (плоская) задача. Теперь зададимся целью определить ве-

¹ При разработках с обрушением кровли точка перегиба располагается над выработанным пространством. (Прим. ред.).

личины конечных сдвигов точек земной поверхности для случая выемки некоторой части пласта в определенных границах, т. е. решим пространственную (трехмерную) задачу.

Так же, как в случае плоской задачи, каждой точке соответствует кривая влияний, так в случае пространственной задачи для каждой точки будет существовать некоторая функция $g(x, y)$, выраженная равенством (2, 3). Поверхность, соответствующая функции $g(x, y)$, назовем поверхностью влияний. Эта поверхность получена вращением вокруг оси симметрии кривой влияний $f(x)$, заданной уравнением (2, 19).

Поверхность влияний, соответствующая точке $A(0,0)$, определяется уравнением

$$g(x, y) = k \frac{w_{\max}}{r} e^{-\frac{\pi}{r^2}(x^2 + y^2)}. \quad (2, 30)$$

Постоянная k определяется из условия (2, 4), определяющего, что полный объем, ограниченный поверхностью влияний и плоскостью xy , должен быть равен w_{\max} :

$$w_{\max} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) dx dy = k w_{\max} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\pi}{r^2} x^2} dx \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{r} e^{-\frac{\pi}{r^2} y^2} dy,$$

откуда

$$k = \frac{1}{r}. \quad (2, 31)$$

Уравнение поверхности влияний будет

$$g(x, y) = \frac{w_{\max}}{r^2} e^{-\frac{\pi}{r^2}(x^2 + y^2)}. \quad (2, 32)$$

В случае, если длина забоя бесконечно большая и направлена параллельно оси y , а пласт отработан в границах от $x=a$ до $x=b$, то конечное оседание точки $A(0,0)$ будет

$$w_k = w_{\max} \int_a^b \frac{1}{r} e^{-\frac{\pi}{r^2} x^2} dx \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{r} e^{-\frac{\pi}{r^2} y^2} dy = \frac{w_{\max}}{r} \int_a^b e^{-\frac{\pi}{r^2} x^2} dx.$$

Это также вытекает из формул (2, 6) и (2, 19). В том случае, если площадь разработанной части пласта имеет форму прямоугольника (рис. 7), тогда конечное оседание точки A будет

$$w_k = \frac{w_{\max}}{r^2} \int_a^b \int_c^d e^{-\frac{\pi}{r^2}(x^2 + y^2)} dx dy. \quad (2, 33)$$

Если начало осей координат примем в плоскости пласта под точкой A , а оси x, y направим параллельно границам разработки, тогда отрезки a, b, c, d будут горизонтальными расстояниями точки A от прямых, проведенных через границы разработки.

³ Вопросы расчета сдвигов поверхности.

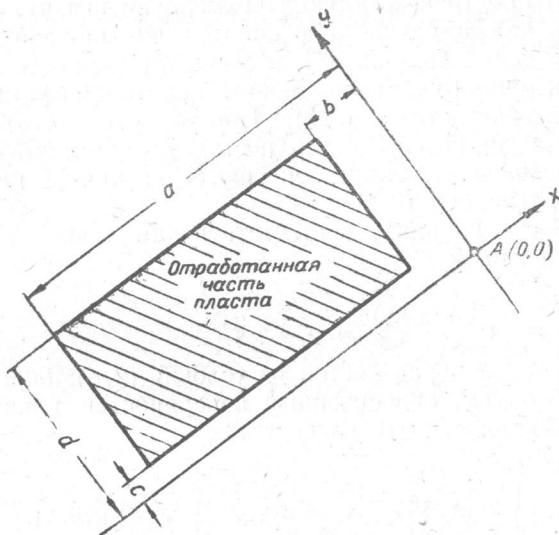


Рис. 7

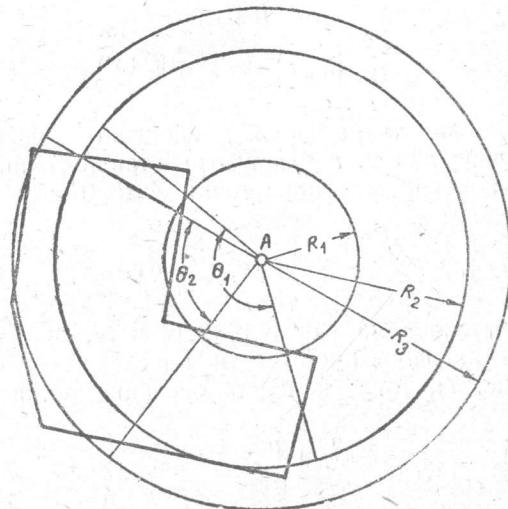


Рис. 8

Задавая оседание ряда точек, можно построить профиль мульды сдвижения.

Если разработанная часть пласта имеет неправильную форму, то конечное оседание точки можно задать приближенно.

Приняв во внимание уравнение $R^2 = x^2 + y^2$, где R — горизонтальное расстояние элементарного объема пласта от точки A , и, кроме того, зная, что $dx dy = RdRd\theta$, получаем соответственно с формулой (2, 33) конечное оседание точки отработанной части пласта, ограниченной окружностью с радиусами R_1 и R_2 :

$$w_k = w_{max} \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{r^2} e^{-\frac{\pi}{r^2} R^2} RdRd\theta = w_{max} \left(e^{-\frac{\pi}{R_2^2} R_2^2} - e^{-\frac{\pi}{R_1^2} R_1^2} \right). \quad (2, 34)$$

Конечное оседание точек A поверхности в случае выемки некоторой части пласта (рис. 8) можно получить следующим образом.

Из точки, которая является проекцией точки A на плоскость пласта, строится окружность с радиусами R_1 , R_2 и R_3 . По формулам (2, 34) определяют конечные оседания, которые может вызвать выемка пласта во всем объеме из каждого кольца, ограниченного радиусами R_1 , R_2 и R_1 , R_3 (w_{k2}).

Затем определяют, какая часть колец выработана. Конечное оседание точки получим по формуле

$$w_k = \frac{\theta_1}{2\pi} w_{k1} + \frac{\theta_2}{2\pi} w_{k2}, \quad (2, 35)$$

где θ_1 и θ_2 — центральные углы, соответствующие отработанным частям колец, ограниченных радиусами R_1 , R_2 и R_2 , R_3 .

Предложенные уравнения для определения конечных оседаний точек, вызванных выемкой части пласта в некоторых границах, дают хорошие результаты и вполне соответствуют данным горной практики.

В принятом на рис. 1 расположении осей координат дифференциальное уравнение линии изгиба кровли имеет вид:

$$JE \frac{d^2w'}{dx^2} = -M. \quad (3, 1)$$

где J — момент инерции кровли в этом сечении;
 w' — стрела прогиба кровли в данном сечении;
 M — изгибающий момент в данном сечении.

Пласт нельзя рассматривать как абсолютно жесткий, под давлением пород кровли он деформируется. Вследствие этого

А. САЛУСТОВИЧ

3. ПРОФИЛЬ МУЛЬДЫ СДВИЖЕНИЯ КАК ИЗГИБ СЛОЯ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

При решении данного вопроса мы исходили из положений, отличающихся от тех, на которых обычно базируются другие исследователи. Примем, что для горных пород справедливы выводы теории упругости и сопротивления материалов, т. е. однородность, изотропность, приемлемость закона Гука, и, кроме того, используем положения механики сплошной среды. Как известно, над выработанным пространством возникают три зоны: зона обрушения, зона трещин и зона прогиба; при работах с закладкой — зона трещин и зона прогиба. Примем, что слои, составляющие зону прогиба, представляют собой плиту, лежащую на упругом основании и изгибающуюся в промежутке выработанного пространства. Упругим основанием с одной стороны служит целик неразработанного пласта, а с другой стороны — обрушившиеся породы или закладка.

Будем решать плоскую задачу, т. е. допустим, что изгиб цилиндрический, что дает возможность рассматривать плиту как балку с шириной равной единице, имея в виду, что

$$E = \frac{E'}{1-\nu^2},$$

где E' — модуль юнга данной горной породы;

ν — коэффициент Пуассона.

3. 1. Изгиб кровли в зоне выработанного пространства

Слои кровли, которые тянутся в бесконечность, опираются с одной стороны на пласт угля, с другой — на обрушившиеся породы или на закладку. В зависимости от степени плотности закладки и обрушившихся пород получаем больший или меньший изгиб, к которому применим приближенную теорию изгиба балки на упругом основании, предложенную Винклером.

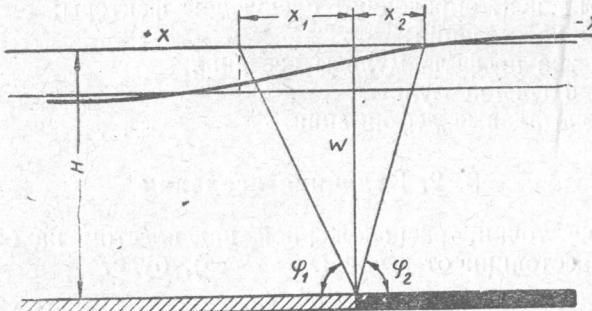


Рис. 1

перемещение точки, расположенной в зоне выработанного пространства ($x = 0$), имеет определенную величину w_0 , а касательная к линии изгиба образует с осью x угол ψ .

Реакция закладки равна

$$p = k(w' - w_0); \quad (3, 2)$$

реакция пласти

$$p = cw', \quad (3, 3)$$

где k — коэффициент собственного сопротивления закладки;

c — коэффициент сопротивления пласти.

Принимаем, что изгиб кровли происходит подобно изгибу балки на упругом основании, уравнение которой имеет вид:
над закладкой

$$(x > 0): w' = w'_0 + \frac{p_z}{k} + \frac{p_z}{k} e^{-\alpha x} \left[-\frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \sin \alpha x - \cos \alpha x \right]; \quad (3, 4)$$

над целиком пласта

$$(x < 0): w' = \frac{p_z}{c} + \frac{\alpha^2}{\beta^2} \cdot \frac{p_z}{k} - e^{\beta x} \left[\frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \sin \beta x + \cos \beta x \right], \quad (3, 5)$$

где

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{k}{4IE}}; \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{c}{4IE}};$$

p_z — первоначальное вертикальное давление на пласт.

Длина волны:

над закладкой

$$2L = \frac{2\pi}{\alpha} = 2\pi \sqrt{\frac{4IE}{k}}; \quad (3, 6)$$

над пластом

$$2l = \frac{2\pi}{\beta} = 2\pi \sqrt{\frac{4IE}{c}}. \quad (3, 7)$$

Используем полученные результаты для решения вопроса о влиянии разработки пласта на земную поверхность. Степень опасности деформации земной поверхности для объектов, расположенных на ней, определяют следующие факторы:

- 1) величина оседания;
- 2) кривизна профиля мульды оседания;
- 3) наклон границ мульды;
- 4) горизонтальные деформации.

3. 2. Величина оседания

Оседание точки, расположенной над пластом на бесконечно большом расстоянии от забоя ($x \rightarrow -\infty$), будет

$$w' = \frac{p_z}{c}.$$

В действительности оседание это равно нулю до начала разработки.

Поэтому для того, чтобы получить действительное оседание w , необходимо из выражений (3, 4) и (3, 5) отнять отношение $\frac{p_z}{c}$:

$$w = w' - \frac{p_z}{c}. \quad (3, 8)$$

Над забоем (где $x = 0$) величину оседания w_0 получим из формулы (3, 5):

$$w_0 = \frac{\alpha^2}{\beta^2} \cdot \frac{p_z}{k}. \quad (3, 9)$$

Над закладкой на бесконечно большом расстоянии от забоя ($x \rightarrow \infty$) w_{max} получим из формулы (3, 4):

$$\left. \begin{aligned} w_{max} &= w_0 + \frac{p_z}{k} \\ w_{max} &= \frac{\beta^2 + \alpha^2}{\beta^2} \cdot \frac{p_z}{k} \end{aligned} \right\} \quad (3, 10)$$

Равенства (9) и (10) подставляем в уравнения (3, 4) и (3, 5) и получим:

над закладкой ($x \geq 0$)

$$w = w_{max} - \frac{\beta^2}{\beta^2 + \alpha^2} w_{max} e^{-\alpha x} \left[\frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \sin \alpha x + \cos \alpha x \right]; \quad (3, 14)$$

над пластом ($x \leq 0$)

$$w = \frac{\alpha^2}{\beta^2 + \alpha^2} w_{max} e^{\beta x} \left[\frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \sin \beta x + \cos \beta x \right]. \quad (3, 12)$$

В дальнейшем нам будут нужны производные высших порядков, поэтому приводим их:

над закладкой:

$$\frac{dw}{dx} = \frac{2\beta^2}{\beta^2 + \alpha^2} w_{max} \frac{\alpha}{\beta + \alpha} e^{-\alpha x} [\beta \sin \alpha x + \alpha \cos \alpha x]; \quad (3, 13)$$

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{2\beta^2}{\beta^2 + \alpha^2} w_{max} \frac{\alpha^2}{\beta + \alpha} e^{-\alpha x} [(\beta + \alpha) \sin \alpha x - (\beta - \alpha) \cos \alpha x]; \quad (3, 14)$$

$$\frac{d^3w}{dx^3} = \frac{4\beta^2}{\beta^2 + \alpha^2} w_{max} \frac{\alpha^3}{\beta + \alpha} e^{-\alpha x} [\alpha \sin \alpha x - \beta \cos \alpha x]; \quad (3, 15)$$

над пластом:

$$\frac{dw}{dx} = \frac{2\alpha^2}{\beta^2 + \alpha^2} w_{max} \frac{\beta}{\beta + \alpha} e^{\beta x} [-\alpha \sin \beta x + \beta \cos \beta x]; \quad (3, 16)$$

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{2\alpha^2}{\beta^2 + \alpha^2} w_{max} \frac{\beta^2}{\beta + \alpha} e^{\beta x} [-(\beta + \alpha) \sin \beta x + (\beta - \alpha) \cos \beta x]; \quad (3, 17)$$

$$\frac{d^3w}{dx^3} = \frac{4\alpha^2}{\beta^2 + \alpha^2} w_{max} \frac{\beta^3}{\beta + \alpha} e^{\beta x} [-\beta \sin \beta x - \alpha \cos \beta x]. \quad (3, 18)$$

3. 3. Кривизна профиля мульды сдвижения

Нас интересуют максимальные значения кривизны по обе стороны забоя: одно над закладкой, другое над пластом. Положения соответствующих точек A и B получим, приравнивая третью производную (3, 15) и (3, 18) к нулю.

Получим над закладкой

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha x_1 &= \frac{\beta}{\alpha} \\ x_1 &= \frac{1}{\alpha} \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha} \\ x_1 &= \frac{L}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (3, 19)$$

или над пластом

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \beta x_2 &= -\frac{\alpha}{\beta} \\ x_2 &= -\frac{1}{\beta} \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta} \\ x_2 &= -\frac{l}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta} \end{aligned} \right\} \quad (3, 20)$$

Из рис. 1 получим зависимость:

$$x_1 = \frac{H}{\operatorname{tg} \varphi_1}; \quad x_2 = \frac{H}{\operatorname{tg} \varphi_2}, \quad (3, 21)$$

где φ_1 и φ_2 — углы внутренний и внешний распространения максимальных влияний.

Сравнивая уравнения (3, 19) и (3, 21), а также (3, 20) и (3, 22), получаем зависимости между длинами волн и углами распространения главных влияний:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{H}{L} \cdot \frac{\pi}{\operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha}}; \quad (3, 23)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{H}{l} \cdot \frac{\pi}{\operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta}}, \quad (3, 24)$$

Уравнения эти связывают теорию волны давления проф. Будрыка с теорией влияния горной разработки на дневную поверхность проф. Кнотте.

Кривизну линии оседания можно определить из формулы

$$K = \frac{1}{\rho} = \pm \frac{\frac{d^2 w}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}.$$

Наклон линии сдвижения небольшой, поэтому первую производную $\frac{dw}{dx}$, как малую величину по сравнению с единицей, можно не принимать во внимание, тогда кривизна будет равна второй производной:

$$K = \pm \frac{d^2 w}{dx^2}.$$

В соответствующих уравнениях α^2 и β^2 заменим через:

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 &= \frac{\pi^2}{L^2} = \frac{\left(\operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha}\right)^2}{H^2} \operatorname{tg}^2 \varphi_1 \\ \beta^2 &= \frac{\pi^2}{l^2} = \frac{\left(\operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta}\right)^2}{H^2} \operatorname{tg}^2 \varphi_2 \end{aligned} \right\} \quad (3, 25)$$

Тогда получим максимальные значения кривизны в точках с абсциссами x_1 и x_2 :

$$K_1 = -\frac{2\beta^2}{\beta^2 + \alpha^2} w_{max} \frac{\left(\operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha}\right)^2}{H^2} \operatorname{tg}^2 \varphi_1 e^{-\alpha x} \left[\sin \alpha x - \frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \cos \alpha x \right]; \quad (3, 26)$$

$$K_2 = \frac{2\alpha^2}{\beta^2 + \alpha^2} w_{max} \frac{\left(\operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta}\right)^2}{H^2} \operatorname{tg}^2 \varphi_2 e^{\beta x} \left[-\sin \beta x + \frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \cos \beta x \right]. \quad (3, 27)$$

Подставляя их в уравнения (3, 26) и (3, 27), получим:

$$K_{1max} = -\frac{2\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\alpha + \beta} e^{-\operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha}} \left(\operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha} \right)^2 \frac{w_{max} \operatorname{tg}^2 \varphi_1}{H^2}; \quad (3, 28)$$

$$K_{2max} = \frac{2\alpha^2}{\beta^2 + \alpha^2} \cdot \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\alpha + \beta} e^{-\operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta}} \left(\operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta} \right)^2 \frac{w_{max} \operatorname{tg}^2 \varphi_2}{H^2}. \quad (3, 29)$$

Обозначим:

$$a = \frac{2\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\alpha + \beta} e^{-\operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha}} \left(\operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha} \right)^2;$$

$$b = \frac{2\alpha^2}{\beta^2 + \alpha^2} \cdot \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\alpha + \beta} e^{-\operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta}} \left(\operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta} \right)^2.$$

Уравнения (3, 28) и (3, 29) можно теперь написать в следующем виде:

$$K_{1max} = -a \frac{w_{max} \operatorname{tg}^2 \varphi_1}{H^2}; \quad (3, 30)$$

$$K_{2max} = b \frac{w_{max} \operatorname{tg}^2 \varphi_2}{H^2}. \quad (3, 31)$$

Формула (3, 31) идентична формулам других теорий влияний горной разработки на земную поверхность и отличается от них только коэффициентом b .

Величина коэффициентов a и b зависит от соотношения коэффициентов α и β :

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{L}{l}.$$

3. 4. Наклон граничных частей мульды

В формулах (3, 13) и (3, 16), дающих наклон граничной части, заменим α и β следующим образом:

$$\alpha = \frac{\operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha}}{H} \operatorname{tg} \varphi_1 \text{ и } \beta = \frac{\operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta}}{H} \operatorname{tg} \varphi_2.$$

Тогда получим:

$$\frac{dw}{dx} = \frac{2\beta^2}{\beta^2 + \alpha^2} w_{max} \frac{\operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha}}{H} \operatorname{tg} \varphi_1 e^{-\beta x} \left[\frac{\beta}{\beta + \alpha} \sin \alpha x + \frac{\alpha}{\beta + \alpha} \cos \alpha x \right]; \quad (3, 32)$$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{2\alpha^2}{\beta^2 + \alpha^2} w_{max} \frac{\operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta}}{H} \operatorname{tg} \varphi_2 e^{\beta x} \left[-\frac{\alpha}{\beta + \alpha} \sin \beta x + \frac{\beta}{\beta + \alpha} \cos \beta x \right]. \quad (3, 33)$$

Максимальный наклон кривой находится в точке перегиба, расположенной над выработанным пространством, на небольшом

расстоянии от груди забоя. Чтобы найти положение этой точки, приравниваем вторую производную нулю и получаем:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha x &= \frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \\ x_3 &= \frac{1}{\alpha} \operatorname{arctg} \frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \\ x_3 &= \frac{L}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \end{aligned} \quad (3, 34)$$

Подставляя эти значения в уравнения (3, 32) получим максимальный наклон мульды

$$T = \frac{2\beta^2}{(\beta + \alpha) \sqrt{2(\beta^2 + \alpha^2)}} \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha} e^{-\operatorname{arctg} \frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \frac{w_{max} \operatorname{tg} \varphi_1}{H}} \quad (3, 35)$$

$$\text{или } T = \frac{2\beta\alpha}{(\beta + \alpha) \sqrt{2(\beta^2 + \alpha^2)}} \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta} e^{-\operatorname{arctg} \frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \frac{w_{max} \operatorname{tg} \varphi_2}{H}}. \quad (3, 36)$$

$$\text{Обозначив } c = \frac{2\beta\alpha}{(\beta + \alpha) \sqrt{2(\beta^2 + \alpha^2)}} \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta} e^{-\operatorname{arctg} \frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha}}, \quad (3, 37)$$

$$\text{получим } T = c \frac{w_{max} \operatorname{tg} \varphi_2}{H}. \quad (3, 38)$$

3. 5. Горизонтальные деформации

Величина горизонтальной деформации при изгибе балки получается из выражения

$$\varepsilon = \frac{s}{\rho} = ks,$$

где s — расстояние данной точки дневной поверхности от нейтральной оси;

ρ — радиус кривизны нейтральной оси.

Принимая во внимание формулы (3, 30) и (3, 31), получим:

$$\varepsilon_{1max} = -a \frac{w_{max} \operatorname{tg}^2 \varphi_1}{H^2} s; \quad (3, 39)$$

$$\varepsilon_{2max} = -b \frac{w_{max} \operatorname{tg}^2 \varphi_2}{H^2} s. \quad (3, 40)$$

3. 6. Заключение

В настоящей работе приведены формулы, определяющие величину кривизны профиля мульды сдвижения, ее наклон и горизонтальные деформации. Эти элементы определяются максималь-

ным оседанием поверхности, углами главных влияний φ_1 и φ_2 и глубиной подземной разработки. Кроме того, в формулы входят коэффициенты a , b , c , которые характеризуют собой горные породы и закладку. Коэффициенты эти зависят от отношения длины волны L и l .

В большинстве случаев коэффициенты эти мало отличаются один от другого (по абсолютной величине), так как упругое осаждение над выработанным пространством состоит из закладки и слоев, входящих в зону трещинообразования, а в случае разработки пласта методом полного обрушения кровли в основание входит зона обрушения и зона трещинообразования.

В этом случае, очевидно, $\alpha = \beta$.

Оседание над забоем

$$w_0 = \frac{p_z}{k}. \quad (3, 9a)$$

Над закладкой на расстоянии, бесконечно большем от забоя,

$$w_{max} = \frac{2p_z}{k}. \quad (3, 10a)$$

Таким образом, оседание над забоем пласта равно половине максимального оседания. Углы распространения влияний φ_1 и φ_2 равны между собой, но ввиду того, что

$$\frac{\pi}{\operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha}} = \frac{\pi}{\operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta}} = 4,$$

$$\text{то } \operatorname{tg} \varphi_1 = \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{4H}{l}. \quad (3, 24a)$$

Последнее уравнение устанавливает зависимость между длиной волны и углом распространения влияний.

Коэффициенты a и b равны:

$$a = b = \frac{2\alpha^2}{2\alpha^2} \cdot \frac{\alpha \sqrt{2}}{2\alpha} e^{-\frac{\pi}{4} \left[\frac{\pi}{4} \right]^2};$$

поэтому

$$a = b = 0,2; \quad k_{max} = 0,2 \frac{w_{max} \operatorname{tg}^2 \varphi}{H^2}. \quad (3, 31a)$$

Точка перегиба кривой сдвижения расположена над забоем, поэтому абсцисса ее будет

$$x_3 = \frac{1}{\alpha} \operatorname{arctg} \frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} = 0.$$

Коэффициент

$$c = \frac{2\alpha^2}{2\alpha^2} \cdot \frac{\pi}{4}; \quad c = 0,4.$$

Максимальный наклон дневной поверхности

$$T = 0,4 \frac{w_{max} \operatorname{tg} \varphi}{H}. \quad (3, 38a)$$

Горизонтальные деформации

$$\varepsilon_{max} = 0,2 \frac{w_{max} \operatorname{tg}^2 \varphi}{H^2} s. \quad (3, 40a)$$

После деления равенства (3, 40а) на (3, 38а) получаем

$$\varepsilon_{max} = 0,5 \frac{s}{H} T \operatorname{tg} \varphi.$$

Последнее уравнение устанавливает зависимость между максимальной горизонтальной деформацией и максимальным наклоном земной поверхности, уравнение линии оседаний напишется в виде: над закладкой ($x \geq 0$):

$$w = w_{max} - \frac{1}{2} w_{max} e^{-\alpha x} \cos \alpha x; \quad (3, 11a)$$

над пластом ($x \leq 0$):

$$w = \frac{1}{2} w_{max} e^{\alpha x} \cos \alpha x, \quad (3, 12a)$$

причем

$$\alpha = \frac{\pi}{l} = \frac{\pi \operatorname{tg} \varphi}{4H}.$$

Зависимости (3, 11а) и (3, 12а) в абсолютных координатах приведены на рис. 2. Рядом с кривой нанесены точки, полученные

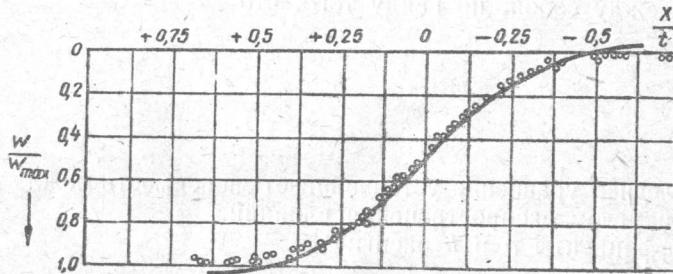


Рис. 2

из наблюдений в практике. Разница, как видно из рис. 2, незначительная и больше вблизи границ мульды.

Теоретическая кривая указывает здесь на поднятие земной поверхности; этот результат расходится с ранее приведенными предположениями, согласно которым оседания приближаются асимптотически к нулю. Такие поднятия наблюдаются в некоторых случаях в бассейнах Польши. На них указывают также иностранные исследователи. Они приводят несколько примеров, из которых видно, что поднятия достигают 3—5 см, а иногда и больше. Можно сделать предположение, что слои, расположенные над разрабатываемым пластом, ведут себя до начала их обрушения как плита на упругом основании. После этого момента процесс сдвижения идет согласно теории, изложенной в статье Литвинишина и Кнотте.

C. KNOTTE

4. ВЛИЯНИЕ ВРЕМЕНИ НА ФОРМИРОВАНИЕ МУЛЬДЫ СДВИЖЕНИЯ

При изучении влияния подземной разработки на земную поверхность большое значение приобретает установление максимальных деформаций земной поверхности, возникающих как во время разработки, так и по окончании горных работ.

На площади окончательно оформленной мульды максимальные деформации возникают в граничной ее части, в районе, расположенном над забоем. В средней части мульды в случае, если отработана часть пласта, конечная деформация поверхности небольшая, так как конечные оседания равномерные. Это не означает, однако, что поверхность в средней части мульды не деформируется во время разработки пласта.

В средней части мульды после ее окончательного сформирования деформации весьма незначительны, но ранее, в процессе прохождения забоя, в этой части земной поверхности деформации могли быть большими и именно такими, как в краевой части мульды.

Определение максимальных деформаций поверхности, которые могут произойти в отдельных точках поверхности во время разработки пласта, и зависимости этих деформаций от скорости подвигания очистного забоя и от системы разработки является для горной практики вопросом первостепенной важности.

Известно, что большая скорость подвигания очистного забоя и правильное планирование горных работ уменьшают величину деформаций, но степень уменьшения деформаций и характер возможных повреждений объектов на поверхности нельзя было предвидеть.

Ниже приводятся метод определения профиля мульды сдвижения в определенный момент и метод определения наклона касательной к профилю мульды, величина кривизны в определенной точке как функции времени.

4. 1. Изменение оседания точки земной поверхности с течением времени

Исследуя вопрос влияния времени, принимаем следующее положение: скорость движения точки земной поверхности пропорциональна разности конечного оседания w_k и величины оседания точки в данный момент w (рис. 1):

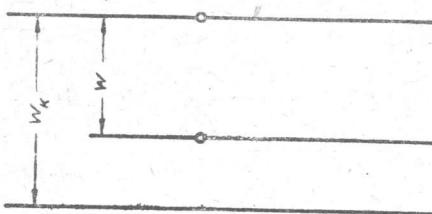


Рис. 1

$$\frac{dw}{dt} = c(w_k - w), \quad (4, 1)$$

где c — коэффициент, зависящий от механических свойств горных пород.

Процесс сдвижения верхних пластов можно сравнить с процессом сдвижения напряженного массива, так как над пластом в зоне обрушения породы разрыхляются, увеличивая свой объем,

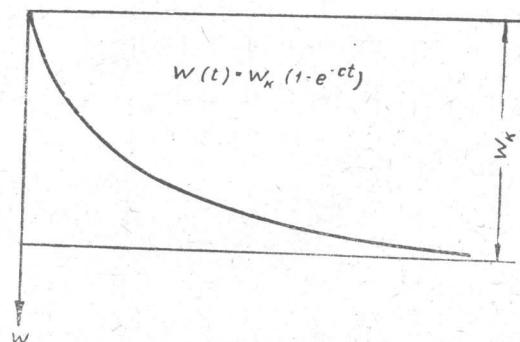


Рис. 2

и подбучивают вышележащие слои, которые, изгинаясь под действием собственного веса, уплотняют разрушившиеся в зоне обрушения породы.

В случае применения закладки вышележащие слои, оседая, уплотняют закладку. Если в некоторый момент $t = 0$ часть пласта над данной точкой поверхности оказалась бы отработана в течение очень короткого промежутка времени, а сдвижение точки начинается с момента выемки этой части пласта, получаются начальные условия $t = 0, w = 0$, которые соответствуют практике, так как обрушение кровли и начало оседания вышележащих пород происходят при больших площадях выемки в сравнительно короткий промежуток времени (рис. 2).

Решая уравнение (1, 1), получим

$$w = w_k(1 - e^{-ct}). \quad (4, 2)$$

Сдвижение точки, наблюдаемое в практике с момента начала подработки и до момента, когда очистные работы удаляются от точки на расстояние большее, чем r (распространение главных влияний), изменяется во времени по закону, выраженному уравнением (4, 2), что подтверждается сравнением фактических данных с теоретической кривой. На рис. 3 указаны сдвижения пяти точек, наблюдавшиеся на практике, и теоретическая кривая (сплошная линия).

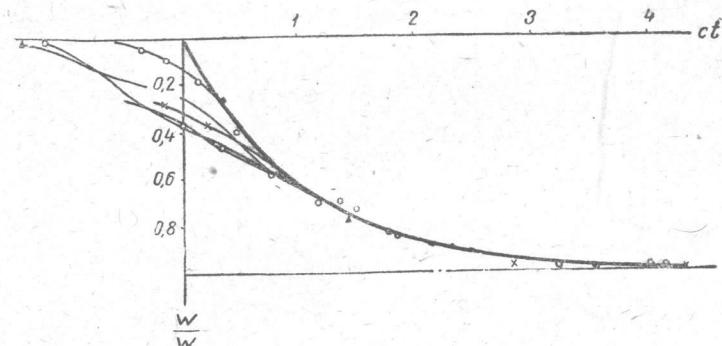


Рис. 3

В начальный момент сдвижения оседания точек, наблюдаемые на практике, отличаются от теоретических (4, 2), так как в этом случае величина w_k изменяется во времени и поэтому в этом промежутке уравнение сдвижения отличается от (4, 2) и будет рассмотрено ниже (рис. 3).

В действительности сдвижения точек происходят не под действием неожиданной выемки части пласта, а под влиянием эксплуатации, границы которой изменяются со временем. Изменяется с течением времени и величина конечного оседания, которое может испытать точка, зависящая от разработанной части пласта.

Примем, что в пласте, залегающем горизонтально на глубине H , забой бесконечной длины движется с постоянной скоростью v . Точка поверхности A с координатой $s = 0$ соответствует кривая влияний $f(x)$ (рис. 4). В момент начала эксплуатации ($t = 0$) забой находился в положении $x = 0$. По истечении некоторого промежутка времени забой подвинул в положение $x = vt$.

Величина конечного оседания точки B с координатой вследствие подвигания забоя в положение x будет

$$w_k = \int_0^x f(\lambda - s) d\lambda, \quad (4, 3)$$

а также

$$w_k = \int_0^t f(v\lambda - s) v d\lambda.$$

если вместо переменной x введем t . Оседание некоторой точки поверхности с координатой s в момент времени t получим, подставляя (4, 3) в уравнение (4, 1):

$$\frac{dw}{dt} = c \left(\int_0^t f(\lambda v - s) v d\lambda - w \right). \quad (4, 4)$$

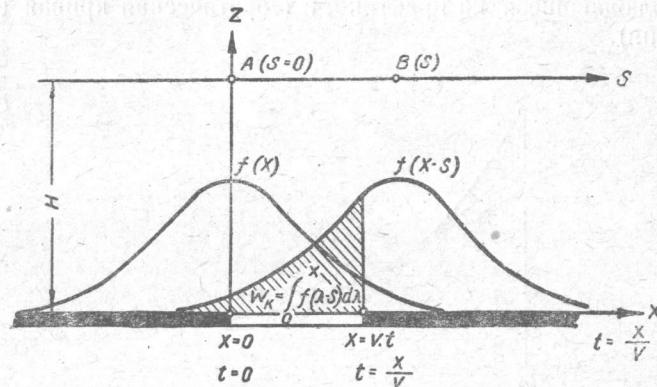


Рис. 4

После интегрирования и принятия первоначальных условий $t = 0, w = 0$

$$w(ts) = \int_0^t f(\lambda v - s) v d\lambda - e^{-ct} \int_0^t f(\lambda v - s) v e^{c\lambda} d\lambda. \quad (4, 5)$$

Применение кривой влияний в виде кривой Гаусса, уравнение которой приведено в статье 2 (2, 19), встречает в практике большие трудности, так как интегралы, входящие в уравнение (4, 5), не определяются квадратурой.

Для простоты вводим вместо кривой влияния треугольник влияний, как указано в предыдущей нашей статье.

4. 2. Определение величины коэффициента скорости сдвига

Для определения значения коэффициента c , который зависит от характера залегающих над пластом пород, необходимо знать процесс сдвигаия хотя бы одной точки в этом районе или в соседнем (если они сходны по структуре).

Начиная от некоторой точки A , кривая сдвигаия точки представляется кривой с наибольшей величиной конечного оседания, не изменяющегося во времени. Часть этой кривой приводится в виде зависимости (4, 1)

$$\frac{dw}{dt} = c(w_k - w),$$

причем $w_k = \text{const}$.

Наклон касательной в некоторой точке этой кривой сдвигаия будет

$$\tan \alpha = c(w_k - w),$$

откуда получим

$$\frac{1}{c} = \frac{w_k - w}{\tan \alpha}.$$

Эта зависимость дает возможность определить коэффициент c графическим путем. Проводим из некоторой точки кривой (ниже

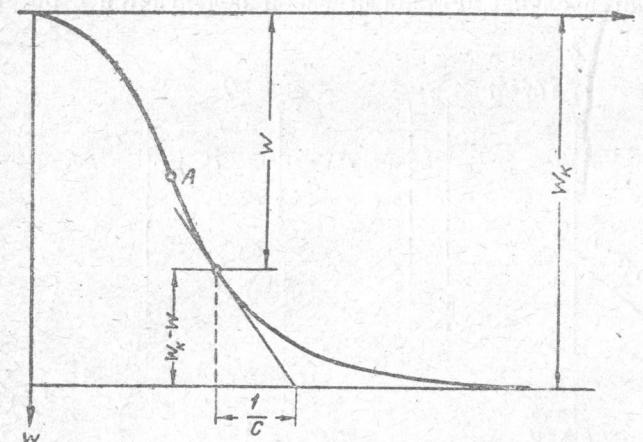


Рис. 5

точки A на рис. 5), отвечающей условиям $w_k = \text{const}$, касательную к кривой и перпендикуляр к асимптоте кривой сдвигаия. Отрезок этой асимптоты дает величину коэффициента c . Величина коэффициента c в нашем бассейне изменяется от $c = 0,5$ в случае мощных песчаников до $c = 5$ и более, когда толща пород пластичная.

4. 3. Профиль мульды и ее кривизна над забоем, подвигающимся с постоянной скоростью

Примем, что в начальный момент $t = 0$ забой находится в точке $x = 0$ и подвигается с постоянной скоростью в направлении оси x (рис. 6). Некоторой точке на поверхности B с координатой s соответствует ломаная линия влияний (треугольник влияний) с ребрами, заданными уравнениями:

$$f_1(x - s) = \frac{w_{\max}}{r^2} (r + x - s) \text{ для } s - r \leq x \leq s \quad (4, 6)$$

$$f_2(x - s) = \frac{w_{\max}}{r^2} (r - x + s) \text{ для } s \leq x \leq s + r \quad (4, 7)$$

Так, как вид кривой влияния приближенный, будем отдельно рассматривать оседания точек, расположенных в следующих пределах:

- a) $-r \leq s \leq 0$;
- b) $0 \leq s \leq r$;
- c) $r \leq s$.

Наиболее интересный с точки зрения практики вид кривой оседания будет в случае (c), когда забой подвигается с расстояния

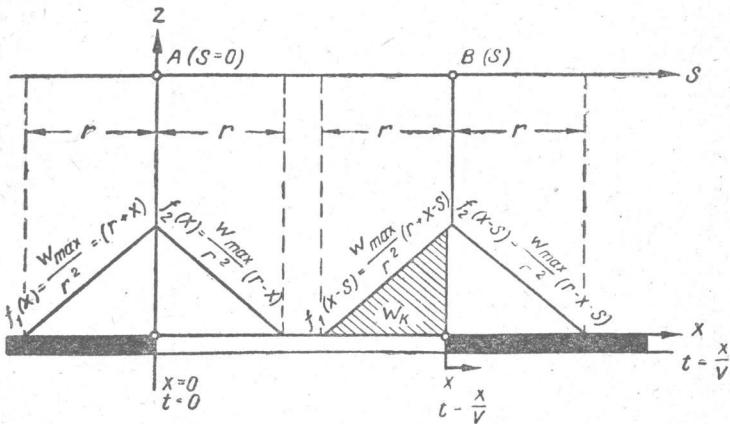


Рис. 6

большего r , т. е. с расстояния, на котором горные работы не влияют на земную поверхность. Размер конечного оседания, которое зависит от положения забоя относительно точки, для точек поверхности с координатой $s > r$ будет следующий (рис. 6):

Расстояние до забоя

$$x \leq s - r$$

Конечное оседание

$$w_k = 0$$

$$s - r \leq x \leq s$$

$$w_k = \int_{s-r}^x \frac{w_{max}}{r^2} (r + \lambda - s) d\lambda$$

$$s \leq x \leq s + r$$

$$w_k = \frac{w_{max}}{2} + \int_s^{s+r} \frac{w_{max}}{r^2} (r - \lambda + s) d\lambda$$

$$s + r \leq x$$

$$w_k = w_{max}$$

Вводя вместо переменной x (положение забоя) переменную $t = \frac{x}{v}$ (время от момента начала эксплуатации), получим из фор-

мулы (4, 8) конечное оседание точки с координатой s в определенный момент времени:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{для } t \leq \frac{s-r}{v} & w_k = 0 \\ \text{для } \frac{s-r}{v} \leq t \leq \frac{s}{v} & w_k = \frac{w_{max}}{r^2} \left[\frac{v^2 t^2}{2} + v(r-s)t + \frac{s^2}{2} - rs + \frac{r^2}{2} \right] \\ \text{для } \frac{s}{v} \leq t \leq \frac{s+r}{v} & w_k = \frac{w_{max}}{r^2} \left[-\frac{v^2 t^2}{2} + v(r+s)t - \frac{s^2}{2} - rs + \frac{r^2}{2} \right] \\ \text{для } \frac{s+r}{v} \leq t & w_k = w_{max} \end{array} \right\} \quad (4, 9)$$

Величину оседания точки B с координатой s как функцию времени t , когда $\frac{s-r}{v} \leq t \leq \frac{s}{v}$, получим, подставляя в уравнение (4, 1) вместо w его значение (4, 9) для этого промежутка времени

$$\frac{dw}{dt} = c \left\{ \frac{w_{max}}{r^2} \left[\frac{v^2 t^2}{2} + v(r-s)t + \frac{s^2}{2} - rs + \frac{r^2}{2} \right] - w \right\}$$

и решая для начальных условий $t = \frac{s-r}{v}$, $w = 0$

$$w = \frac{w_{max}}{r^2} v^2 \left\{ -\frac{1}{c^2} e^{-c \left(t + \frac{r-s}{v} \right)} + \frac{1}{2} \left[\left(t + \frac{r-s}{v} \right)^2 + \frac{2 \left(t + \frac{r-s}{v} \right)}{c} + \frac{2}{c^2} \right] \right\}. \quad (4, 10)$$

Таким же образом можно определить величину оседания точки $B(s)$ как функцию времени для $\frac{s}{v} \leq t \leq \frac{s+r}{v}$

$$\left. \begin{array}{l} w = \frac{w_{max}}{r^2} v^2 \left\{ \frac{1}{c^2} (2e^{\frac{cr}{v}} - 1) e^{-c \left(t + \frac{r-s}{v} \right)} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left[\left(t + \frac{r-s}{v} \right)^2 - \frac{2 \left(t + \frac{r-s}{v} \right)}{c} + \frac{2}{c^2} \right] + \frac{2r}{v} \left(t + \frac{r-s}{v} - \frac{1}{c} \right) - \frac{r^2}{v^2} \right\} \end{array} \right\} \quad (4, 11)$$

и для $\frac{s+r}{v} \leq t$

$$w = w_{max} \left[\frac{v^2}{c^2 r^2} \left(2e^{\frac{cr}{v}} - e^{\frac{2cr}{v}} - 1 \right) e^{-c \left(t + \frac{r-s}{v} \right)} + 1 \right]. \quad (4, 12)$$

Формулы (4, 9) и (4, 10), (4, 11) и (4, 12) дают возможность определить наклон касательной к профилю мульды $\frac{dw(t_s)}{ds}$ и кри-

визну $K = \frac{d^2w(t, s)}{ds^2}$ в определенный момент времени t для точки поверхности, расположенной в промежутках $s \geq r$ (кривизна принята приближенно как вторая производная профиля мульды, при этом ошибка не превосходит $0,03: \frac{dw(t, s)}{ds} < 0,03$).

Для решения практических задач примем новое положение осей координат ξ, ζ с началом координат в месте временного положения забоя vt идвигающееся вместе с забоем. Из формул (4, 9), (4, 10), (4, 11), (4, 12), приняв в них $s = \xi + vt$, получаем наклон поверхности в точке ξ :

$$\left. \begin{array}{l} \text{для } r < \xi: \quad \frac{dw}{d\xi} = 0 \\ \text{для } 0 < \xi < r: \quad \frac{dw}{d\xi} = \frac{w_{max}}{r^2} v \left[-\frac{1}{c} e^{-\frac{c(r-\xi)}{v}} - \frac{r-\xi}{v} + \frac{1}{c} \right] \\ \text{для } -r < \xi < 0: \quad \frac{dw}{d\xi} = \frac{w_{max}}{r^2} v \left[\frac{1}{c} (2e^{\frac{cr}{v}} - 1) e^{-\frac{c(r-\xi)}{v}} - \frac{r+\xi}{v} - \frac{1}{c} \right] \\ \text{для } \xi < -r: \quad \frac{dw}{d\xi} = \frac{w_{max}}{r^2} v \frac{1}{c} (2e^{\frac{cr}{v}} - e^{\frac{2cr}{v}} - 1) e^{-\frac{c(r-\xi)}{v}} \end{array} \right\} \quad (4, 13)$$

а также кривизны:

$$\left. \begin{array}{l} \text{для } r < \xi: \quad \frac{d^2w}{d\xi^2} = 0 \\ \text{для } 0 < \xi < r: \quad \frac{d^2w}{d\xi^2} = \frac{w_{max}}{r^2} \left(1 - e^{-\frac{c(r-\xi)}{v}} \right) \\ \text{для } -r < \xi < 0: \quad \frac{d^2w}{d\xi^2} = \frac{w_{max}}{r^2} \left[(2e^{\frac{cr}{v}} - 1) e^{-\frac{c(r-\xi)}{v}} - 1 \right] \\ \text{для } \xi < -r: \quad \frac{d^2w}{d\xi^2} = -\frac{w_{max}}{r^2} (1 - e^{\frac{cr}{v}})^2 e^{-\frac{c(r-\xi)}{v}} \end{array} \right\} \quad (4, 14)$$

Кривизна в точке $\xi = r$ равна 0; чем ближе забой находится от точки, тем кривизна растет быстрее, достигая максимума в точке $\xi = 0$ над забоем, где возникают наибольшие растягивающие напряжения

$$K_{1max} = \frac{w_{max}}{r^2} (1 - e^{-\frac{cr}{v}}). \quad (4, 15)$$

В точках, расположенных над выработанным пространством, величина кривизны уменьшается, перейдя 0, и приобретает знак минус в точке $\xi = -r$, где происходят наибольшие сжимающие напряжения

$$K_{2max} = -\frac{w_{max}}{r^2} (1 - e^{-\frac{cr}{v}})^2. \quad (4, 16)$$

Дальше к середине мульды абсолютное значение кривизны падает и доходит до 0.

В том случае, когда скорость подвигания забоя стремится к 0, профиль мульды над забоем стремится к профилю граничной части мульды и кривизна в точках $-r \leq \xi \leq r$

$$K_{max} \rightarrow \frac{w_{max}}{r^2}$$

В действительности, как это указано в предыдущей нашей статье, максимальная кривизна в граничной части профиля установившейся мульды будет (2, 27)

$$\bar{K}_{max} = 1,52 \frac{w_{max}}{r^2}.$$

Действительная величина максимальной кривизны, когда $v \rightarrow 0$ в 1,52 больше, чем рассчитанная, исходя из треугольника влияний. Когда скорость v возрастает, уменьшается отношение максимальной величины, определенной исходя из действительной кривой влияний и треугольника влияний, стремящегося к 1. В случае, когда $v \rightarrow \infty$, что отвечает теоретически моментальной отработке пласта и равномерному сдвигению земной поверхности, так как отношение этих величин не превосходит 1,52, и принимая

$$K_{1max} = 1,52 \frac{w_{max}}{r^2} (1 - e^{-\frac{cr}{v}}); \quad (4, 17)$$

$$K_{2max} = -1,52 \frac{w_{max}}{r^2} (1 - e^{-\frac{cr}{v}})^2, \quad (4, 18)$$

получим величины максимальной кривизны, большие действительных, определенные с некоторым запасом. Отношение максимальной кривизны в выпуклой части профиля мульды, где возникают растягивающие напряжения, и максимальной кривизны в вогнутой части, где возникают сжимающие напряжения, больше единицы:

$$\frac{K_{1max}}{K_{2max}} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{cr}{v}}} > 1.$$

Мерой повреждений, которые могут наступить, когда забой приближается к объекту и проходит под объектом, служит величина максимальной кривизны (4, 17) в выпуклой части мульды. Необходимо отметить, что объекты, расположенные на поверхности, являются обычно более устойчивыми по отношению к растягивающим.

Из формулы (4, 17) очевидно большое влияние, которое оказывает увеличение скорости выемки пласта на уменьшение величины максимальной кривизны, так при $c = 0,5$ и $r = 200$ м, $v = 1$ м/сутки (300 м в год) кривизна в 3,5 раза меньше, чем

максимальная кривизна, которая была бы в граничной части мульды в случае остановки забоя (т. е. при $v = 0$), при $v = 2 \text{ м/сутки}$ (600 м в год) — в 6,5 раз меньше. Увеличивая скорость подвигания забоя, можно уменьшить деформации земной поверхности.

4. 4. Величина кривизны в случае разработки пласта в двух направлениях под объектом

В практике установилось мнение, что для того, чтобы избежать повреждений объекта на поверхности, надо разработку начинать непосредственно под объектом и вести работы с возможно максимальной скоростью в обе стороны от объекта. Приведенный выше метод определения мульды и кривизны дает возможность предположить, насколько эта точка зрения правильна.

1. В точке, под которой начата двусторонняя разработка, не возникают растягивающие усилия, которые более вредны для объекта, чем сжимающие. Если начало осей координат ($x = 0$) примем в точке, в которой начата двусторонняя эксплуатация, то на участке $\frac{r}{2} \leq x \leq \frac{r}{2}$ растягивающие напряжения не возникают.

2. В этой точке максимальная величина кривизны, которой соответствуют сжимающие напряжения, будет

$$K_{max} = -3,04 \frac{w_{max}}{r^2} (1 - e^{-\frac{cr}{v}}).$$

Эта кривизна возникает в момент, когда каждый из двух забоев удален на расстояние r от точки.

3. В случае, если двусторонняя разработка начата на расстоянии $\frac{r}{2}$ от объекта, то максимальная величина кривизны, которой соответствуют сжимающие напряжения, будет

$$K_{max} = -1,52 \frac{w_{max}}{r^2} (1 - e^{-\frac{cr}{v}}),$$

причем в этой точке еще не возникают растягивающие напряжения. Этот случай с теоретической точки зрения более выгоден, чем при начале разработки непосредственно под объектом.

Данные положения дают возможность определить максимальную величину кривизны, которая будет оказываться на объекте при двусторонней разработке, и степень уменьшения этой кривизны в зависимости от скорости подвигания очистного забоя.

В. БУДРЫК

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

5. 1. Показатели деформаций земной поверхности

В предыдущих разделах выведены два уравнения профиля окончательно оформленшейся мульды сдвижения, а именно уравнения Кнотте и Литвинишина

$$w = \frac{w_{max}}{r} \int_x^{\infty} e^{-\pi \frac{s^2}{r^2}} ds = F(x), \quad (5, 1)$$

а также уравнение Салустовича, которое при $a = \beta$ принимает вид:

$$w = \frac{w_{max}}{2} e^{-\pi \frac{x^2}{L}} \cos \left(\pi \frac{x}{L} \right), \quad (5, 2)$$

где w_{max} — возможное максимальное сдвижение;

$$r = \frac{H}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{H \sqrt{2\pi}}{\operatorname{tg} \varphi} \text{ — распространение главных влияний;} \quad (5, 3)$$

$$2L = \frac{8H}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{8}{\sqrt{2\pi}} \frac{H}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{8r}{\sqrt{2\pi}} \text{ — длина волны сдвижения.} \quad (5, 4)$$

Для расчетов элементов мульды необходимо знать:

- a) максимальное возможное сдвижение земной поверхности w_{max} ;
- b) глубину эксплуатации H ;
- c) тангенс предельного угла сдвижения $\operatorname{tg} \beta$.

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{2\pi} \operatorname{tg} \beta. \quad (5, 5)$$

Величины эти в горной практике получают, исходя из данных нивелирования.

Из приведенных уравнений нетрудно вывести уравнение наклона земной поверхности

$$\frac{dw}{dx} = \frac{w_{max}}{r} e^{-\frac{\pi x^2}{r^2}} \quad (5, 6)$$

или

$$\frac{dw}{dx} = \frac{\pi}{2L} w_{max} e^{-\frac{\pi x}{L}} \left(\sin \frac{\pi x}{L} + \cos \frac{\pi x}{L} \right), \quad (5, 7)$$

а также уравнения кривизны:

$$K = \frac{d^2w}{dx^2} = \frac{2\pi}{r^3} w_{max} x e^{-\frac{\pi x^2}{r^2}}; \quad (5, 8)$$

$$K = \frac{d^2w}{dx^2} = \frac{\pi^2}{L^2} w_{max} e^{-\frac{\pi x}{L}} \sin \frac{\pi x}{L}. \quad (5, 9)$$

Нам известно, что уравнение горизонтальных сдвигений в общем виде будет

$$u = B \frac{dw}{dx}, \quad (5, 10)$$

а уравнение относительных горизонтальных деформаций

$$\epsilon = B \frac{d^2w}{dx^2} = BK, \quad (5, 11)$$

где B — некоторый коэффициент.

Для горных предприятий особенно интересны следующие элементы деформаций земной поверхности:

- a) максимальный наклон границы мульды;
- b) максимальная кривизна;
- c) максимальное горизонтальное сдвижение точек и максимальные горизонтальные деформации.

Максимальный наклон происходит над забоем, т. е. при $x = 0$, определяется из формул (5, 1) или (5, 2).

$$T = \frac{w_{max}}{r} \quad (5, 12)$$

или

$$T = \frac{\pi}{2L} w_{max} = \frac{\pi \sqrt{2\pi}}{8} \cdot \frac{w_{max}}{r} = 0,98 \frac{w_{max}}{r}. \quad (5, 13)$$

Как видно, оба эти уравнения (5, 1) и (5, 2) дают почти идентичные значения T . Максимальная кривизна получается при $x = \frac{r}{\sqrt{2\pi}}$ и при $x = \frac{L}{4}$:

$$K_{max} = \frac{\sqrt{2\pi}}{r^2} e^{-\frac{1}{2}} w_{max} = 1,52 \frac{w_{max}}{r^2}; \quad (5, 14)$$

$$K_{max} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\pi^2}{L^2} e^{-\frac{\pi}{4}} w_{max} = \frac{\sqrt{2}}{16} \cdot \frac{\pi^3}{r^2} e^{-\frac{\pi}{4}} w_{max} = 1,25 \frac{w_{max}}{r^2} \quad (5, 15)$$

Таким образом, из уравнения Салустовича максимальная кривизна получается на 18% меньше, чем из уравнений Кнотте или Литвинишина.

Самое большое горизонтальное сдвижение происходит над забоем¹ при $x = 0$ и равно

$$u_{max} = BT. \quad (5, 16)$$

Самая большая горизонтальная деформация растяжения или сжатия, так же как и максимальная кривизна, находится в месте,

где $x = \frac{r}{\sqrt{2\pi}}$ или при $x = \frac{L}{4}$

$$\epsilon_{max} = BK_{max}. \quad (5, 17)$$

Расчет максимальной горизонтальной деформации можно производить и другим путем, а именно делением уравнения (5, 14) на уравнение (5, 12) и уравнения (5, 15) на (5, 13). Определяя из этих отношений K_{max} и подставляя затем в уравнение (5, 17), получаем:

$$\epsilon_{max} = B \frac{\sqrt{2\pi}}{r} e^{-\frac{1}{2}} T = 1,52 B \frac{T}{r}; \quad (5, 18)$$

$$\epsilon_{max} = B \frac{\pi \sqrt{2}}{2r} e^{-\frac{\pi}{4}} T = 1,27 B \frac{T}{r}. \quad (5, 19)$$

Как видно из полученных выражений, горизонтальная деформация, определенная при помощи формулы Салустовича, меньше на 16%, чем по уравнению Кнотте.

В приведенных выше формулах пока неизвестна величина коэффициента B , который назовем коэффициентом горизонтальной деформации.

Проф. Авершин в своем труде приводит значение $B = 5 - 20$ м и в большинстве случаев $B = 10 - 12$ м.

Основной задачей настоящей статьи является вывод формулы для определения величины коэффициента B .

5. 2. Коэффициент горизонтальной деформации, отнесенный к земной поверхности

Исходя из теоретических выводов и данных практики, проф. Авершин пришел к выводу, который также вытекает из формул (3, 39) и (5, 17), что коэффициент B есть не что иное, как расстояние от земной поверхности до нейтральной оси изгибающейся пачки слоев. По мнению проф. Авершина, в кровле вырабатываемого пласта можно различать две зоны. В зоне I (рис. 1),

¹ Это справедливо при разработках с полной гидравлической или пневматической закладкой. При обрушении точка с наибольшим горизонтальным сдвижением располагается над выработанным пространством. При наклонном и крутом падении эта точка может не совпадать с границами выработки при всех способах управления кровлей. (Прим. ред.).

расположенной над нейтральной осью, происходят горизонтальные сдвиги, которые располагаются по прямой MN . В зоне II под нейтральной осью деформации горных пород происходят в основном в вертикальном направлении.

Если это явление рассматривать относительно вертикального сечения CO на границе разрабатываемого пласта, то придет к выводу, что горизонтальное сдвижение горных пород в направлении справа налево повлечет за собой уменьшение массы гор-

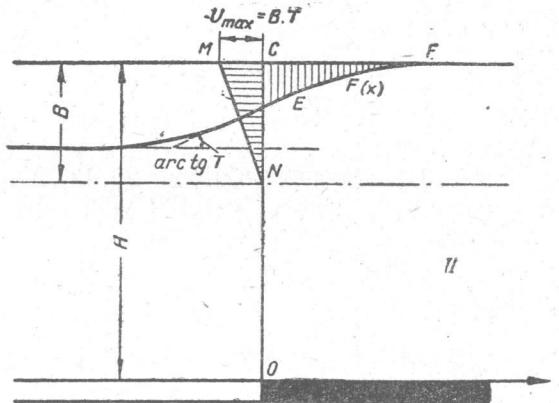


Рис. 1

ных пород в правой зоне, а поэтому площади CMN и CEF должны быть равны (рис. 1):

$$\text{пл. } CMN = \text{пл. } CEF. \quad (5, 20)$$

Площадь треугольника CMN получается:

$$\text{пл. } CMN = \frac{Bu_{\max}}{2}.$$

Подставляя вместо u_{\max} его значения из уравнения (5, 16), получим

$$\text{пл. } CMN = \frac{B^2T}{2}. \quad (5, 21)$$

Площадь CEF представляет собой интеграл функции (5, 1):

$$\text{пл. } CEF = \int_0^{\infty} F(x) dx,$$

где

$$F(x) = \frac{w_{\max}}{2} \cdot \frac{2}{r} \int_x^{\infty} e^{-\pi \frac{s^2}{r^2}} ds = \frac{w_{\max}}{2} \left[\frac{2}{r} \int_0^{\infty} e^{-\pi \frac{s^2}{r^2}} ds - \frac{2}{r} \int_0^x e^{-\pi \frac{s^2}{r^2}} ds \right].$$

Известно, что

$$\frac{2}{r} \int_0^{\infty} e^{-\pi \frac{s^2}{r^2}} ds = 1.$$

Обозначив затем

$$\frac{2}{r} \int_0^x e^{-\pi \frac{s^2}{r^2}} ds = \Phi \left(\frac{V\pi}{r} x \right), \quad (5, 22)$$

получим

$$F(x) = \frac{w_{\max}}{2} \left[1 - \Phi \left(\frac{V\pi}{r} x \right) \right]. \quad (5, 23)$$

Интегрируя эту функцию в пределах от 0 по некоторую границу p , получим

$$\begin{aligned} \int_0^p F(x) dx &= \frac{w_{\max}}{2} \left[p - \int_0^p \Phi \left(\frac{V\pi}{r} x \right) dx \right] = \\ &= \frac{w_{\max}}{2} \left[p - p \Phi \left(\frac{V\pi}{r} p \right) - \frac{e^{-\pi \frac{p^2}{r^2}} - 1}{\frac{\pi}{r}} \right]; \end{aligned}$$

при $p \rightarrow \infty$ имеем:

$$\Phi \left(\frac{V\pi}{r} p \right) = \frac{2}{r} \int_0^{\infty} e^{-\pi \frac{s^2}{r^2}} ds = 1;$$

$$p = \infty.$$

Таким образом,

$$\text{пл. } CEF = \int_0^{\infty} F(x) dx = \frac{w_{\max}}{2} \frac{r}{\pi}. \quad (5, 24)$$

После подстановки в (5, 20) значений (5, 21), (5, 24) и (5, 12) получим:

$$\frac{B^2T}{2} = \frac{rw_{\max}}{2\pi}; \quad \frac{B^2w_{\max}}{r} = \frac{rw_{\max}}{\pi}.$$

Таким образом, применив выводы проф. Авершина, получаем из уравнения Кнутте и Литвишина (5, 1)

$$B = \frac{r}{\sqrt{\pi}} = 0,564r \quad (5, 25)$$

и после подстановки в уравнение (5, 18)

$$\varepsilon_{\max} = \frac{r}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{2\pi}}{r} e^{-\frac{1}{2}} T = \sqrt{2} e^{-\frac{1}{2}} T = 0,85 T. \quad (5, 26)$$

Применяя аналогичный ход расчетов для уравнения Салустовича (5, 2), получим:

$$\frac{B^2w_{\max}}{r} = \frac{w_{\max}}{2} \int_0^{\infty} e^{-\pi \frac{x}{L}} \cos \frac{\pi x}{L} dx;$$

$$\frac{B^2w_{\max}}{r} = \frac{rw_{\max}}{\pi \sqrt{2\pi}};$$

$$B = r \sqrt[4]{\frac{2}{\pi^3}} = 0,504 r. \quad (5, 27)$$

и после подстановки в уравнение (5, 19)

$$\epsilon_{max} = \frac{1}{2} \sqrt[4]{2\pi^3} e^{-\frac{\pi}{4}} T = 0,64 T. \quad (5, 28)$$

Обычно максимальные горизонтальные деформации не превосходят

$$\epsilon_{max} = 0,6 T. \quad (5, 29)$$

Как видно, предположение проф. Авершина относительно существования нейтральной оси на глубине B от земной поверхности

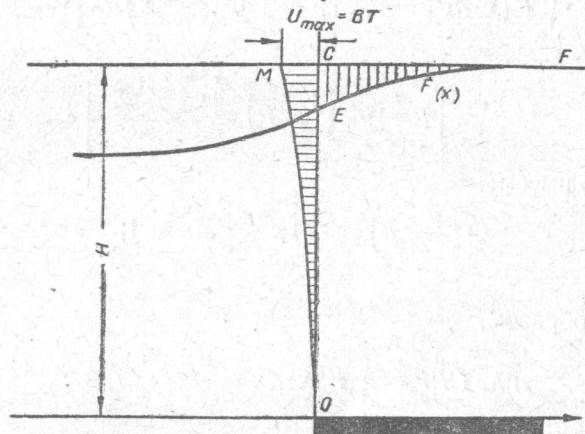


Рис. 2

и отсутствия горизонтального сдвига нижне этой оси дает результаты, близкие к действительности, если исходить из уравнения Салустовича, выведенного из математической аналогии изгиба земной поверхности с изгибом пачки слоев как балки.

Применительно к уравнению Кнотте и Литвининшина предположения проф. Авершина приводят к получению очень больших горизонтальных деформаций (5, 26).

Надо сказать, что уравнение Кнотте дает результаты, более близкие к действительности, если вопрос идет о мульде сдвига, а переработка этого уравнения Литвининшиным позволяет надеяться, что его можно будет применить не только для земной поверхности, но и для массива горных пород. Применяя это уравнение, придется отступить от положения, принятого проф. Авершиним, и учесть, что горизонтальные сдвиги происходят не только в пачке слоев, близких к земной поверхности, но в некоторой степени и на глубине во всей толще пород, залегающих над кровлей. Распределение горизонтальных сдвигов соответствует параболе высшего порядка, как это показано на рис. 2,

Дальнейшие выводы будут относиться к уравнению Кнотте.

Принимая для земной поверхности

$$\epsilon_{max} = 0,6 T,$$

получим из (5, 18)

$$B \frac{\sqrt{2\pi}}{r} e^{-\frac{1}{2}} T = 0,6 T,$$

но так как $e^{\frac{1}{2}} = 0,605$, то $B \frac{\sqrt{2\pi}}{r} = 1$.

$$B = \frac{r}{\sqrt{2\pi}} = 0,4 r = \frac{H}{\operatorname{tg} \varphi}. \quad (5, 30)$$

Таким образом, коэффициент горизонтальной деформации равен величине максимальных влияний на земной поверхности (рис. 3). Это предположение относится только к деформациям, происходящим на земной поверхности.

На глубине значение коэффициента B иное и зависит от координаты z .

Зная значение B и принимая во внимание формулы (5, 16) и (5, 12), получим очень простую формулу для расчета величины

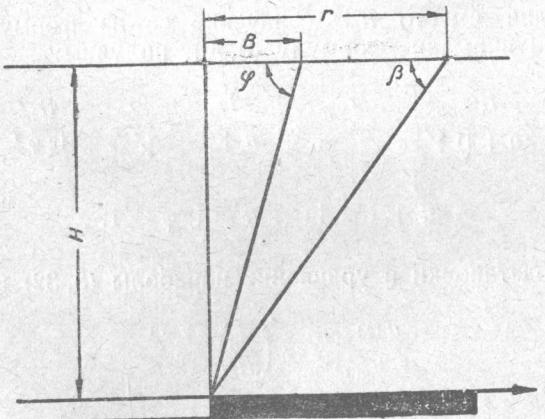


Рис. 3

максимального горизонтального сдвига на земной поверхности, а именно:

$$\left. \begin{aligned} u_{max} &= BT = \frac{r}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{w_{max}}{r} \\ u_{max} &= \frac{w_{max}}{\sqrt{2\pi}} = 0,4 w_{max} \end{aligned} \right\} \quad (5, 31)$$

5. 3. Распределение горизонтальных сдвигений внутри массива горных пород

Принимая, что распределение горизонтальных сдвигений в массиве горных пород соответствует параболе n -й степени (рис. 3), получим для разреза CO величину горизонтального сдвига, соответствующую координате z :

$$u(z)_{\max} = \frac{u_{\max}}{H^n} z^n. \quad (5, 32)$$

Применяя закон сохранения массы, получим равенство площадей:

$$\text{пл. } CMD = \text{пл. } CEF;$$

$$\int_0^H u dz = \int_0^\infty F(x) dx.$$

Принимая во внимание уравнения (5, 32) и (5, 24), получим после интегрирования

$$\frac{Hu_{\max}}{n+1} = \frac{rw_{\max}}{2\pi}.$$

Подставляя вместо u_{\max} значение ее из формулы (5, 31) и принимая во внимание формулу (5, 30), получим:

$$\frac{Hw_{\max}}{(n+1)\sqrt{2\pi}} = \frac{rw_{\max}}{2\pi}; \quad \frac{H}{n+1} = \frac{r}{\sqrt{2\pi}} = \frac{H}{\operatorname{tg}\varphi}, \quad (5, 33)$$

где

$$n+1 = \operatorname{tg}\varphi; \quad n = \operatorname{tg}\varphi - 1.$$

После подстановки в уравнение параболы (5, 32) получаем

$$\frac{u(z)_{\max}}{u_{\max}} = \left(\frac{z}{H}\right)^{\operatorname{tg}\varphi - 1} \quad (5, 34)$$

5. 4. Зона влияний в массиве горных пород

Применяя аналогичный ход решения относительно некоторой горизонтальной плоскости с координатой z и принимая во внимание, что оседание w_{\max} в области изгиба массива горных пород, т. е. выше зоны обрушения и трещиноватости, остается более или менее постоянным, получим (рис. 4)

$$\frac{zu(z)_{\max}}{\operatorname{tg}\varphi} = \frac{r(z)w_{\max}}{2\pi}.$$

После подстановки значений из уравнений (5, 34) и (5, 31) получим:

$$\frac{zw_{\max}}{\sqrt{2\pi}\operatorname{tg}\varphi} \left(\frac{z}{H}\right)^{\operatorname{tg}\varphi - 1} = \frac{r(z)w_{\max}}{2\pi}; \quad r(z) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\operatorname{tg}\varphi} z \left(\frac{z}{H}\right)^{\operatorname{tg}\varphi - 1}.$$

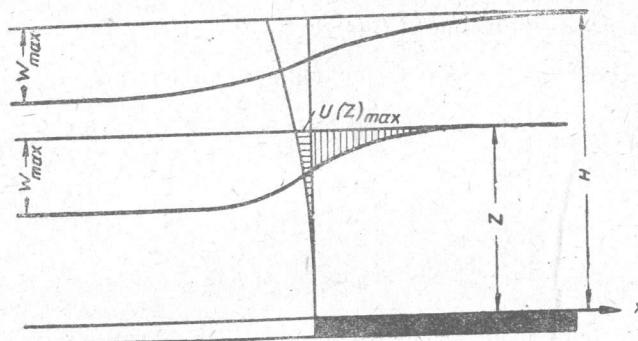


Рис. 4

Но так, как

$$r = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{H\sqrt{2\pi}}{\operatorname{tg}\varphi}, \quad (5, 35)$$

поэтому

$$\frac{r(z)}{r} = \left(\frac{z}{H}\right)^{\operatorname{tg}\varphi}$$

и окончательно получим

$$\frac{T(z)}{T} = \frac{r}{r(z)} = \left(\frac{H}{z}\right)^{\operatorname{tg}\varphi}. \quad (5, 36)$$

5. 5. Значение коэффициента горизонтальных деформаций $B(z)$ в общем случае

Исходя из положений, принятых Литвинишиным, о том, что в массиве горных пород остается справедлива зависимость

$$u(z)_{\max} = B(z)T(z), \quad (a)$$

получим для условий земной поверхности по уравнению (5, 16)

$$u_{\max} = BT. \quad (b)$$

Деля равенства (a) на (b) и учитывая уравнения (5, 34) и (5, 36), получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{B(z)}{B} &= \frac{u(z)_{\max}}{u_{\max}} \frac{T}{T(z)} \\ \frac{B(z)}{B} &= \left(\frac{z}{H}\right)^{2\operatorname{tg}\varphi - 1} \end{aligned} \right\} \quad (5, 37)$$

С учетом уравнения (5, 30) величина коэффициента будет

$$B(z) = \frac{H}{\operatorname{tg}\varphi} \left(\frac{z}{H}\right)^{2\operatorname{tg}\varphi - 1}. \quad (5, 38)$$

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Страна	Строка	Напечатано	Следует читать	По вине
5	22 сверху	Федоров	Н. Н. Ершов	Ольв. ред.
33	17 сверху	$= kw \max_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\pi}{r^2} x^2} dx \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{r} e^{-\frac{\pi}{r^2} xy} dy$	$= kw \max_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\pi}{r^2} x^2} dx \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{r} e^{-\frac{\pi}{r^2} y^2} dy$	Корректора
37	3 снизу фор- мула (3, 5)	$= \frac{p_z}{c} + \frac{\alpha^2}{\beta^2} \cdot \frac{p_z}{k} - e^{\beta x} \left[\frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \sin \beta x + \cos \beta x \right]$	$= \frac{p_z}{c} + \frac{\alpha^2}{\beta^2} \cdot \frac{p_z}{k} \cdot e^{\beta x} \left[\frac{\beta - \alpha}{\beta + \alpha} \sin \beta x + \cos \beta x \right]$	"
42	5 снизу фор- мула (3, 40)	$= -b \frac{w \max \operatorname{tg}^2 \varphi_2}{H^2} s$	$= b \frac{w \max \operatorname{tg}^2 \varphi_2}{H^2} s$	Переводчика
47	5 снизу	с координатой	с координатой s	"

В.

Будрык Е., Литвинин С., Кнотте А., Салустович Вопросы расчета сдвижений поверхности под влиянием горных разработок

Следовало бы дальше проверить, соответствуют ли формулы Литвинишина для подсчетов коэффициента $B(z)$ естественным условиям, хотя бы для земной поверхности.

В уравнениях Литвинишина, касающихся деформаций горных пород, имеем выражение $\int_0^z B(s) ds$.

Определим значение этого выражения, исходя из выражения (5, 38)

$$\int_0^z B(s) ds = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi H^2 \operatorname{tg} \varphi - 2} \int_0^z s^2 \operatorname{tg} \varphi - 1 ds = \frac{z^2 \operatorname{tg} \varphi}{2 \operatorname{tg}^2 \varphi H^2 \operatorname{tg} \varphi - 2};$$

при $z = H$

$$\int_0^H B(s) ds = \frac{H^2}{2 \operatorname{tg}^2 \varphi} = \frac{H^2}{4\pi \operatorname{tg}^2 \varphi} = \frac{r^2}{4\pi}.$$

Это отвечает формуле (1, 31).

Так как в основу теории была принята зависимость

$$\epsilon(z) = \frac{du(x, z)}{dx} = B(z) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2},$$

то аналогично формуле (5, 18) можно написать

$$\epsilon(z)_{\max} = 1,52 B(z) \frac{T(z)}{r(z)}.$$

Деля это равенство на (5, 18) и приняв во внимание (5, 35) (5, 36) и (5, 37), получим

$$\frac{\epsilon(z)_{\max}}{\epsilon_{\max}} = \frac{H}{z}. \quad (5, 39)$$

В заключение надо подчеркнуть, что результаты, полученные теоретическим путем, нашли уже подтверждение при сопоставлении их с данными наблюдений на земной поверхности, но у нас еще недостаточно опытных данных, относящихся к самому массиву горных пород.

Будрык Витольд, Литвинин Ежи, Кнотте Станислав,
Салустович Антони

Вопросы расчета сдвижений поверхности
под влиянием горных разработок

Ответственный редактор С. Г. Авершин
Техн. редактор В. Л. Прозоровская

Редактор издательства А. Х. Славоросов
Корректор А. Г. Либергаль

Сдано в набор 6/XII 1955 г. Подписано в печать 14/I 1956 г. Формат бумаги 60×92^{1/16}
Тираж 2000 экз. Печ. л. 4. Уч.-изд. л. 8,34. Т-00228.

Государственное научно-техническое издательство литературы по угольной промышленности
Москва, Грузинский вал, д. 35
Изд. № 482. Изд. 1/п. Цена 1 р. 65 к. Заказ № 2525

Типография № 4 Углетеиздата. Харьков, ул. Энгельса, 11