

С.В. Баранов, П.Н. Шебалин

**Закономерности
постсейсмических процессов
и прогноз опасности
сильных афтершоков**

Москва
2019

УДК 550.34
ББК 26.217
Б241

Авторы:

С.В. Баранов, П.Н. Шебалин

Рецензенты:

*доктор технических наук,
член-корреспондент РАН
Маловичко Алексей Александрович*

*доктор физико-математических наук,
член-корреспондент РАН
Соловьев Александр Анатольевич*

Б241 **С.В. Баранов, П.Н. Шебалин.** Закономерности постсейсмических процессов и прогноз опасности сильных афтершоков, М.: РАН, 2019. – 218 с.

ISBN 978-5-907036-29-1

© С.В. Баранов, П.Н. Шебалин, 2019

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	5
Глава 1. Модели возникновения афтершоков	8
1.1. Изменение напряжений и возникновение афтершоков	10
1.2. Модель нелинейного трения, зависящего от скорости и состояния	14
1.3. Временные модели афтершоковых процессов	19
Закон Омори-Утсу	20
ETAS-модель	23
LPL-модель	25
Модель ступенчатой инициации	27
 Глава 2. Методы выделения основных толчков и их афтершоков	 29
2.1. Оконные методы	30
2.2. Кластерные методы	31
Метод Ризенберга	31
Метод Молчана и Дмитриевой	33
Метод ближайшего соседа Заляпина–Без-Зиона	38
2.3. Стохастические методы	50
Метод стохастической декомпозиции по модели ETAS	50
Метод стохастической декомпозиции, не зависящий от модели	52
 Глава 3. Статистические свойства афтершоковых процессов	 55
3.1. Глобальная статистика афтершоков: независимость времен и магнитуд	56
Отсутствие упорядоченности магнитуд наиболее сильных афтершоков	60
Упорядоченность магнитуд в модели ETAS	63
3.2. Продуктивность землетрясений	67
Гипотеза С.Л. и О.Н. Соловьевых	69
Исследование продуктивности землетрясений	73
Продуктивность землетрясений в глобальном каталоге	76
Разные варианты определения функции близости	78
Продуктивность землетрясений в региональных каталогах	82
Зависимость продуктивности от порогового значения функции близости	84
3.3. Динамический закон Бота и обоснование закона Бота	86
Распределение магнитуды сильнейшего афтершока с учетом времени (Динамический закон Бота)	87
Оценка параметров b , c и p	89
Сравнение модели с эмпирическими распределениями	93
Теоретическое обоснование закона Бота и динамического закона Бота с учетом экспоненциального закона продуктивности землетрясений	95
3.4. Излом графика повторяемости	99
 Глава 4. Область афтершоковой активности	 108
4.1. Связь области афтершоков и основного толчка	109
Методика исследования	111
Результаты ретроспективного анализа	115
Влияние фокального механизма	121
Алгоритм оценивания области афтершоковой активности по информации об основном толчке	128
4.2. Область сильных афтершоков и распределение эпицентров первых толчков	129
Оценивание качества прогнозов области афтершоков	129

Квантильный подход к оцениванию области сильных афтершоков по данным о начальной стадии афтершокового процесса	132
Варианты областей афтершоков	134
Ретроспективные тесты вариантов областей.	138
Анализ диаграммы ошибок	141
Алгоритм построения прогнозной области сильных афтершоков	144
 Глава 5. Магнитуда сильнейшего афтершока	146
Распределение магнитуды сильнейшего афтершока в серии	149
Оценка качества прогноза.	150
Оценка параметров модели	153
Оптимизация параметра t_{start}	155
 Глава 6. Длительность опасного периода афтершоковой активности . . .	165
Модель длительности опасного периода.	167
Выбор алгоритма идентификации афтершоков	169
Определение параметров модели.	172
Учет информации о первых афтершоках.	177
 Глава 7. Автоматическая система оценивания опасности афтершоков . .	181
7.1. Расчетная часть системы AFCAST.	182
7.2. Интерфейсная часть системы AFCAST	186
7.3. Хранение данных и передача информации между расчетной и интерфейсной частями.	193
 Заключение.	199
Список литературы	203

ВВЕДЕНИЕ

Землетрясения возникают в результате внезапного высвобождения энергии в литосфере Земли. Большинство землетрясений возникают вследствие разрывов в геологических разломах, происходящих под действием тектонических напряжений, накопленных в результате тектонических деформаций. Такие землетрясения называются тектоническими. Известны также другие типы землетрясений, например, вулканические (толчки возникают в результате усиления вулканической активности) и горные удары (разрыв пластов разрабатываемых горных пород). Землетрясения могут быть вызваны деятельностью человека, например, при затоплении крупных водохранилищ или заполнение водой скважин при разработке углеводородов. В настоящей работе рассматриваются только природные тектонические землетрясения.

Для возникновения землетрясения необходимо наличие достаточного количества накопленной энергии упругой деформации, чтобы вызвать распространение разрушения вдоль плоскости разлома. Если на плоскости разлома нет выступов или неровностей, увеличивающих сопротивление трения, то стороны разлома смещаются друг относительно друга плавно (крип), и в этом случае землетрясение не происходит. Большинство поверхностей разломов имеют такие неровности, в результате смещение приобретает прерывистый, неустойчивый характер (stick-slip). При накоплении достаточных напряжений на таких неровностях происходит внезапное высвобождение накопленной энергии посредством резкой подвижки по разлому (см., например, [Scholz, 2002; Ohnaka, 2013]). Эта подвижка вызывает землетрясение. Энергия выделяется в виде излучаемых сейсмических волн, фрикционного нагрева поверхности разлома и растрескивания породы. При этом на сейсмические волны приходится не более 10% общей энергии землетрясения. Большая часть общей энергии землетрясения расходуется на рост трещины или преобразуется в тепло за счет трения.

Часто сразу после сколь-нибудь значительного землетрясения вдоль плоскости его разрыва возникают повторные толчки, называемые афтершоками. Землетрясение, после которого возникают афтершоки, называется основным толчком. Несмотря на то, что основная энергия выделяется обычно при основном толчке, афтершоки иногда оказываются не менее разрушительными, чем основные толчки. Во время основного толчка может происходить значительное ослабление конструкции здания, приводящее при сильном афтершоке к разрушению. Бывают и случаи, когда эпицентр сильного афтершока оказывается расположенным ближе к населенному пункту и тогда эффект его воздействия может оказаться сильнее, несмотря на меньшую магнитуду. Так случилось, например, в Новой Зеландии в 2010-2011 гг. Основной толчок 4 сентября 2010г. вблизи г. Дарфилд магнитудой 7.1 не вызвал значительных разрушений, так как его эпицентр располагался достаточно далеко от объектов массовой застройки. Но афтершок этого землетрясения 22 февраля магнитудой 6.3 в г. Крайстчерч оказался намного более разрушительным и вызвал гибель 185 человек. Еще один афтершок 13 июня 2011 г. вызвал дополнительные серьезные нарушения и гибель человека.

Среди сейсмологов существует мнение, что прогноз сильных афтершоков является намного более простой задачей, чем прогноз основных толчков. Действительно, приблизительная зона будущих афтершоков известна. Известно, что активность афтершоков быстро убывает (закон Омори). Известно также, что магнитуда сильнейшего афтершока обычно примерно на единицу магнитуды слабее основного толчка (закон Бота). Наши исследования, обобщенные в данной монографии, показывают однако, что задача прогноза опасности сильных афтершоков является далеко не тривиальной. Вместе с тем, эта задача остается весьма актуальной. После сильных землетрясений возникают вопросы: следует ли ожидать сильные повторные толчки? В какой пространственной области? Какой магнитуды? Как долго сохранится опасность сильных афтершоков? Ответы на эти вопросы необходимы для принятия оперативных решений, связанных с эвакуацией населения, организацией спасательных и началом восстановительных работ.

В данной монографии мы решаем задачу прогнозирования опасности сильных повторных толчков после землетрясений. Для этого, прежде всего, необходимо рассмотреть имеющиеся модели возникновения афтершоков. Подробный обзор таких моделей мы делаем в первой главе. Для проверки достоверности прогнозов и оценки их качества необходимо точное определение, что такое афтершок. Существующие в настоящее время подходы мы рассматриваем во второй главе. На основе подробного сравнительного анализа методов выделения афтершоков мы приходим к выбору наиболее подходящего для наших целей метода.

В данной монографии мы рассматриваем три важнейших аспекта прогноза опасности сильных афтершоков: оценки опасной области пространства, наибольшей ожидаемой магнитуды и опасного периода, в течение которого следует ожидать сильные афтершоки. В процессе решения этих задач был получен ряд фундаментальных результатов. Во-первых, была подтверждена гипотеза о возможности представления последовательности афтершоков в виде суперпозиции законов Омори-Утсу и Гутенберга-Рихтера. Эта гипотеза широко используется на практике, но никогда не проверялась. Более того, многие исследования, в которых исследуется изменение параметра b закона Гутенберга-Рихтера в реальных афтершоковых сериях и в лабораторных экспериментах (см., например, [Chen, Huang, 2005; Rodkin, Tikhonov, 2016; Smirnov et al., 2010]), фактически опровергают эту гипотезу. Здесь мы показали, что такое изменение в реальных сериях может являться лишь видимым из-за того, что каталог землетрясений не является полным в течение некоторого времени после землетрясения. Во-вторых, был установлен экспоненциальный закон продуктивности землетрясений и его частный случай – закон повторяемости количества афтершоков, который подтвердил гипотезу С.Л. и О.Н. Соловьевых [1962]. Для наших целей этот закон дал возможность впервые в полной мере теоретически обосновать хорошо известный закон Бота, устанавливающий среднюю разность магнитуды основного толчка и сильнейшего афтершока. Более того, был установлен динамический закон Бота, определяющий среднюю разность магнитуды основного толчка и сильнейшего афтершока в зависимости от рассматри-

ваемого интервала времени. В обоих случаях обоснованы не только средние значения, но и распределения величин.

В работе полученный динамический закон Бота используется для оценок магнитуды сильнейшего афтершока сразу после сильного землетрясения. Но обоснование закона Бота и установленный нами динамический закон Бота могут иметь и значительно более широкое применение, например, в задачах мониторинга среды по данным о сейсмичности.

Установленный закон продуктивности афтершоков опровергает модель ETAS [Ogata, 1989, 1999], получившую широчайшее распространение в научной литературе. Модель ETAS удобна тем, что позволяет генерировать синтетические каталоги землетрясений для произвольно больших периодов времени. Это дает возможность применять сценарный подход для расчетов сейсмической опасности и рисков, обычно используемый страховыми компаниями при страховании рисков стихийных бедствий. Однако использование в модели ETAS гипотезы Утсу, предполагающей, что количество афтершоков от каждого события определяется его магнитудой, приводит к завышению рисков. Закон продуктивности землетрясений дает объяснение этому: в реальности количество афтершоков при данной магнитуде землетрясения-триггера может считаться случайной величиной, имеющей, аналогично магнитуде землетрясения в законе Гутенберга-Рихтера, экспоненциальное распределение. Таким образом, наиболее вероятное количество афтершоков равно нулю, и гипотеза Утсу верна лишь в среднем.

Средняя продуктивность землетрясений может являться важной характеристикой состояния среды. В частности, мы установили зависимость средней продуктивности от глубины очагов землетрясений, которая в зонах субдукции быстро уменьшается более чем на порядок в пределах глубин от 10 до 100 км. Таким образом, исследование пространственно-временных вариаций этого параметра в дальнейшем имеет большие перспективы.

Описанные фундаментальные результаты составляют содержание третьей главы. Четвертая глава посвящена оценке опасной области возможных афтершоков. Рассматриваются две задачи: оценка размера области будущей афтершоковой активности по информации об основном толчке и ее уточнение по данным о первых афтершоках. Также формулируются критерии для оценивания качества пространственного прогноза. В пятой главе мы строим прогнозные оценки магнитуды сильнейшего афтершока, формулируем критерии для оценивания качества прогноза и проводим оценивание ретроспективных прогнозов. Шестая глава посвящена оценке длительности опасного периода афтершоков. В этой главе выводятся распределение времени последнего афтершока заданной магнитуды в серии и усредненное распределение для совокупности серий афтершоков (аналог полученного динамического закона Бота). Последняя, седьмая, глава посвящена краткому описанию автоматизированной системы оценки опасности афтершоков AFCAST, функционирующей с 2017 г. в режиме времени, близком к реальному. Результаты работы системы доступны в сети Интернет, URL: <https://afcast.org/afcast/>.

ГЛАВА 1. МОДЕЛИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ АФТЕРШОКОВ

Афтершоки возникают вследствие процесса релаксации концентрации напряжений, созданной динамическим разрывом в очаге главного толчка. Для того, чтобы объяснить физическую природу афтершоковых процессов, выявить их физические и статистические закономерности, которые могут быть положены в основу оценки опасности повторных толчков, в этой главе рассматриваются физические и статистические модели афтершоковой активности.

Одним из первых теорию возникновения афтершоков предложил Х. Бениофф [Benioff, 1951], объяснявший замедление выделения упругой энергии в серии афтершоков последовательным уменьшением силы трения покая. Эти идеи позднее были развиты Дж. Дитрихом [Dieterich, 1992, 1994], разработавшим модель возникновения афтершоков на основе теории нелинейного сухого трения, зависящего от скорости подвижки и состояния материала (rate-state friction model). Согласно модели Дитриха афтершоки генерируются ступенчатым изменением напряжения, которое происходит в момент основного толчка, а затухание имеет вид закона Омори.

В настоящее время известен целый ряд физических моделей афтершоковых процессов и механизмов их образования. Наиболее полная их классификация, сопровождаемая описанием и исчерпывающим обзором литературных источников, приведена в докторской диссертации В.Б. Смирнова [2018] (глава 1), а также в монографии [Lindman, 2009]. Общая характеристика афтершоковых процессов с точки зрения разрушения горных пород приведена в известной монографии Шольца [Scholz, 2002].

Для оценивания опасности афтершоков критически важным является тип затухания интенсивности потока афтершоков (число событий в единицу времени). Ниже перечисляются основные модели и указывается, какое затухание афтершоковой активности они описывают. Согласно классификации Линдмана-Смирнова [Lindman, 2009; Смирнов, 2018] выделяются следующие типы моделей и механизмов возникновения афтершоков.

- Механизмы, связанные с ослаблением среды. Эти механизмы описывают квазистатический рост трещины или возникновение новых трещин вблизи имеющейся трещины и опираются на законы субкритического роста трещин, механической коррозии, усталостного разрушения. Формулировка законов имеет либо вид зависимостей для скоростей роста трещин, скоростей подвижки или напряжения, либо вид распределений времени до разрушения. Все эти зависимости приводят к закону Омори.

- Модель нелинейного трения, зависящего от скорости подвижки и состояния материала на контакте (rate-state friction model). Ключевой момент – зависимость коэффициента трения от скорости подвижки и состояния разлома. Сдвиговые напряжения в разломе зависят только от скорости подвижки, нормального напряжения и состояния. Согласно модели, главный толчок вызывает скачок напряжений, что приводит к увеличению скорости подвижки по разлому и уменьшению времени до разрушения. Скачок на-

пряжений инициирует возникновение афтершоков, сдвигая время их возникновения в сторону более ранних (по сравнению с фоновыми) значений. Интенсивность афтершоков (число событий в единицу времени) затухает согласно закону Омори-Утсу с показателем степени $p = 1$. Эта модель является основной в западных публикациях.

- Модели вязкоупругой релаксации. В этих моделях могут учитываться эффекты уменьшения прочности и залечивания среды после землетрясения, также считается, что вязкоупругая релаксация в земной коре приводит к экспоненциальному росту напряжений. Было показано, что эффекты уменьшения прочности и залечивания среды приводят к затуханию афтершоковой активности по закону Омори-Утсу с показателем степени $1.1 < p < 1.4$.

- Модели потока порового флюида. Суть модели – неглубокие землетрясения могут вызвать изменения в давлении порового флюида, которые сопоставимы по величине со сбросом напряжений на разрыве. После землетрясения поровый флюид течет от областей сжатия к областям расширения. В результате этого течения поровое давление в областях расширения повышается, а прочность, соответственно, понижается. Условие возникновения афтершоков – падение прочности до значений сдвиговых напряжений. Этот механизм описывает затухание афтершокового процесса по закону Омори-Утсу, с показателем степени $p = 0.5$, что сильно отличается от наблюдаемых значений $p \approx 1$ и является нереалистическим.

- Модели динамического перераспределения напряжений в иерархической системе разломов. В основе моделей лежит предположение, что среда обладает свойством масштабной инвариантности и рассматривается как иерархический набор блоков различных размеров, взаимодействие между которыми генерирует афтершоки. Все модели, построенные в рамках этой парадигмы, приводят к затуханию афтершоков по закону Омори-Утсу с показателем степени p от 0.8 до 1.5, что соответствует данным наблюдений.

Почти все перечисленные механизмы и модели афтершоковых процессов приводят к спаданию афтершоковой активности в виде закона Омори-Утсу, с показателем степени $p \approx 1$. Некоторые модели позволяют получить значения p отличные от 1. Например, модель Шольца [Scholz, 1968], в основе которой лежит статическая усталость материалов, позволяет в зависимости от распределения начальных напряжений в разломе получить значения $p \neq 1$. Введение пространственной зависимости напряжений, сброшенных в результате главного толчка, в rate-state модель [Dieterich, 1994] меняет закон затухания афтершоковой активности для афтершоков на расстоянии от главного толчка не больше заданного. В этом случае спадание афтершоков аппроксимируется степенным законом с показателем степени $p \approx 0.8$ [Dieterich, 1994].

Отметим, что исследование воздействия скачка напряжений от основного толчка на разлом, подчиняющийся закону скорости и состояния [Ruina, 1983], показало, что учет в rate-state модели асейсмической подвижки после землетрясения вдоль плоскости разлома (afterslip) объясняет возникновение афтершоковых последовательностей с показателем p отличным от 1 [Helmstetter, Shaw, 2009].

SOFT-модель (scaling organization of fracture tectonics), построенная в парадигме перераспределения напряжений в иерархической системе разломов [Narteau et al., 2000], рассматривает среду как многоуровневую иерархическую систему, состоящую из вложенных ячеек возрастающих масштабов. Затухание афтершоковой активности по этой модели обусловлено неоднородностью поля напряжений и подчиняется закону Омори-Утсу с показателем степени p в диапазоне 1.1-1.5.

1.1. ИЗМЕНЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ВОЗНИКНОВЕНИЕ АФТЕРШОКОВ

В последние 30 лет является общепризнанным, что место и время повторных землетрясений (афтершоков) в значительной степени определяются изменением напряжений (stress changes), вызванным подвижкой в результате основного толчка.

Впервые модель, описывающую связь между статическими изменениями напряжения и пространственным распределением афтершоков, предложили Б.В. Костров и С. Дас [Kostrov, Das, 1982], опираясь на результаты исследования, выполненного по данным об афтершоках ряда землетрясений [Das, Scholz, 1981]. Интерес научного сообщества к проблеме воздействия изменения напряжений на последующую сейсмичность возник после работы [Stein et al., 1992], в которой было показано, что слабые события за 17 лет до землетрясения 1992 г. вблизи города Ландерс (Калифорния, США) с $M7.3$ привели к росту напряжений в эпицентре и вдоль большей части будущего разрыва. Кроме того, большая часть афтершоков произошла в области, где отмечалось увеличение напряжений. Многочисленные исследования обнаружили количественное соответствие между статическими изменениями напряжения и местом последующих основных толчков и афтершоков (см. обзорные статьи [Harris, 1998; Steacy et al., 2005; King, 2007; Hardebeck, Okada, 2018]).

Изменения кулоновского напряжения определяются по подвижкам от соответствующих землетрясений. Эти подвижки вызывают возмущение тензора напряжений в разломе, которое можно привести к сдвиговой и нормальной компонентам. Увеличение сдвигового напряжения в направлении подвижки и/или уменьшение нормального напряжения увеличивает вероятность будущего разрушения.

Результаты многих исследований показывают, что большинство афтершоков происходят в зонах, где кулоновские напряжения увеличиваются в результате основного толчка. Например, большая часть афтершоков землетрясения 1992 г. вблизи г. Ландерс (Калифорния, США), $M7.3$ приурочена к зонам, где напряжения увеличились [Wald, Heaton, 1994]. Исследование для Северо-Анатолийского разлома выявило наличие в части разлома положительных изменений кулоновских напряжений [Stein et al., 1997; Nalbant et al., 1998], что привело к увеличению опасности возникновения сильного землетрясения. Именно в этой части разлома в 1999 г. в 20 км от Стамбула произошло Измитское землетрясение с $M7.4$. Увеличение кулоновских на-

пряжений в результате Суматранского землетрясения 2004 г. с M9.1 отмечалось к югу от эпицентра [McCloskey et al., 2005]., где в марте 2005 г. произошёл сильный афтершок с M8.7. Другим примером связи положительных изменений кулоновских напряжений и афтершоков является афтершоковая серия землетрясения Тахоку (21.03.2011, M.91). Было установлено [Ishibe et al., 2015], что большинство афтершоков произошло в областях с положительными изменениями кулоновских напряжений. Другие примеры воздействия изменения кулоновских напряжений на время и место последующих толчков в различных сейсмогенных зонах приведены в работе [Wu et al., 2017].

Очевидно, что анализ пространственного распределения изменений кулоновских напряжений (Coulomb stress map) в результате основного толчка полезен для выделения зон повышенной опасности, тем не менее, основная цель состоит в том, чтобы понять, как эти изменения влияют на вероятность возникновения повторных землетрясений. Для этого необходимо связать изменения кулоновских напряжений с интенсивностью потока последующих землетрясений (число событий в единицу времени). Основной моделью, описывающей такую связь, является модель нелинейного трения, зависящего от скорости и состояния (rate-state) [Dieterich, 1994]. В частности, эта модель была успешно применена для оценивания увеличения вероятности возникновения сильного афтершока 12.11.1999, M7.1 после Измитского землетрясения 17.08.1999, M7.4 [Parsons et al., 2000]. В результате этого афтершока погибло 18 тыс. чел.

Хотя большинство исследователей разделяют точку зрения, что афтершоки инициируются скачком напряжений в результате основного толчка, изменения, зависящие от времени, также могут быть важны. В частности, вязкоупругая релаксация нижней коры [Freed, Lin, 2002] и асейсмическая подвижка после землетрясения вдоль плоскости разлома (afterslip) может изменять поле напряжений и интенсивность потока событий в масштабах от суток до лет [Chan, Stein, 2009; Helmstetter, Shaw, 2009; Wang et al, 2010a; Sun et al., 2014], которая затухает по закону Омори-Утсу. Здесь мы не можем согласиться с точкой зрения Шольца, что землетрясения не чувствительны к динамическому переносу напряжений [Scholz, 1998]. Отметим, что ряд исследований показали, что сейсмические волны могут быть триггером афтершоков [Freed, 2005; Felzer, Brodsky, 2006; Соболев, Закржевская, 2016; Кочарян, 2016; Завьялов и др., 2017; Зотов и др., 2018], особенно в геотермальных полях [Hill et al., 1993; Brodsky, 2006]. В работе [Баранов и др., 2019] также показано, что динамический перенос напряжений, вызванный морскими приливами, усиливает локальную интенсивность потока афтершоков землетрясений в океане в периоды больших скоростей спадания приливной волны.

Вместе с тем остается дискуссионным, могут ли только динамические триггеры объяснить продолжительную длительность афтершоковых серий [Belardinelli et al., 2003; Felzer, Brodsky, 2006]. Таким образом, роль динамического изменения напряжений в инициировании как основных, так и повторных толчков в настоящее время является недостаточно изученной.

Для данной плоскости разлома и вектора подвижки изменения напряжения могут быть определены количественно по изменениям функции кулоновского разрушения ΔCFF [Harris, 1998; Scholz, 2002; Steacy et al., 2005; King, 2007; Cocco et al., 2010]:

$$\Delta CFF = \Delta \tau + \mu + (\Delta \sigma_n + \Delta p) \approx \Delta \tau + \mu' \Delta \sigma_n, \quad (1.1)$$

где $\Delta \tau$ – изменение сдвиговых напряжений в направлении скольжения; $\Delta \sigma_n$ – изменения нормальных напряжений (положительно для растяжения); Δp – изменение порового давления; μ – коэффициент трения в разломе; $\mu' = \mu(1 - B)$ – коэффициент эффективного трения ($0 \leq B \leq 1$ – коэффициент Скемптона).

Как только $\Delta CFF > 0$, происходит подвижка, в противном случае подвижка не происходит. Вопросы практического оценивания величины ΔCFF по модели (1.1) подробно рассмотрены в [Hainzl et al., 2010a; Cocco et al., 2010]. Здесь мы отметим, что использование этой модели требует правильного определения соответствующих изменений напряжения. Однако расчет напряжения сталкивается с рядом нерешенных проблем, приводящим к значительным неопределенностям, таким как [Hainzl et al., 2010a]: (1) неизвестное распределение и ориентация разломов, подверженных подвижке [McCloskey et al., 2003; Steacy et al., 2005b]; (2) неединственность решения задачи инверсии моделей подвижки и геометрии разлома основного толчка [Steacy et al., 2004]; (3) мелкомасштабная изменчивость подвижки, которая может привести к сильным неоднородностям напряжений вблизи разлома источника [Marsan, 2006] и (4) пространственная неоднородность материала и начальных значений напряжений.

Предпринимаются многочисленные попытки преодолеть указанные трудности (для обзора см. [Hainzl et al., 2010a]). Например, для преодоления проблемы (1) общепринятыми являются два подхода. Первый подход заключается в использовании параметров и геологических свойств хорошо изученных разломов [McCloskey et al., 2003] как входных данных для расчета изменений кулоновских напряжений. Однако этот способ не является в полной мере приемлемым из-за сложности разломных систем (см., например, [Nostro et al., 2005]). Второй подход основан на расчете оптимально ориентированных плоскостей (OOPs – Optimaly Oriented Planes) для модели кулоновского разрушения. В этом случае вместо того, чтобы назначать параметры разлома, мы должны назначить величину и ориентацию главных осей регионального поля напряжений σ_{ij}^r [King, Cocco, 2001; Cocco et al., 2010]. Эти плоскости рассчитываются для каждого узла сетки с помощью нахождения значений углов strike, dip, rake, которые максимизируют общий тензор напряжений $\sigma_{ij}^{tot} = \sigma_{ij}^r + \Delta \sigma_{ij}$. Таким образом, OOPs-плоскости существенно зависят от величины и ориентации регионального поля напряжений. В дальней от источника напряжений области эти плоскости приблизительно ориентированы по тектоническим напряжениям. Однако в ближней зоне ориентация этих плоскостей обычно значительно отклоняется от этой региональной. Следовательно, изменения кулоновских напряжений, рассчитанные для таких плоскостей, могут быть связаны теоретическими ме-

ханизмами очага, которых в реальности не существует. Кроме того, напряжение в ближней зоне очень чувствительно к ошибкам определения параметров подвижки основного толчка, и поэтому геометрия OOPs не является надежной вблизи его разрыва.

Даже внутри небольшого объема земной коры имеется множество сейсмогенных структур, которые могут быть возмущены основным толчком. Следовательно, желательно учитывать несколько разломных геометрий. С этой целью предлагается [Hainzl et al., 2010b] оценивать параметры основанных на напряжениях моделей на заданном распределении плоскостей, для которых направление подвижки совпадает с направлением максимума тектонического сдвигового напряжения. Это приводит к необходимости оценивать распределение разломов по закартированным структурным элементам. Таким образом, выбор ориентации разлома является еще одним источником неопределенности при расчете возмущений кулоновских напряжений, особенно вблизи разлома основного толчка.

По проблеме (2). Инверсии распределений подвижки, полученные из сейсмологических и геодезических измерений косейсмического движения грунта, как правило, недостаточно хорошо ограничены. Более того, модели скольжения часто неоднозначны и могут значительно отличаться в своих результатах даже для идеализированных наборов данных, в зависимости от стратегии инверсии [Hainzl et al., 2010a]. Неопределенности в распределении подвижки можно также увидеть при сравнении различных решений для одних и тех же землетрясений (см., например, базу данных моделей разрывов с конечным источником [Mai, Thingbaijam, 2014]). Например, стандартные отклонения значений напряжений, рассчитанные для 5 моделей подвижек от основного толчка 1992 г. вблизи г. Ландерс с M7.3, имеют тот же порядок, что и среднее значение напряжения, поэтому относительная неопределенность составляет почти 100% [Hainzl et al., 2009].

По проблеме (3). Обратное распределение подвижек имеет низкую разрешающую способность и позволяет выявить изменчивость подвижки лишь на масштабе порядка нескольких километров [Hainzl et al., 2010a; Mai, Veroza, 2002]. Вместе с тем мелкомасштабная изменчивость подвижки может привести к сильным неоднородностям напряжений вблизи разлома источника. Различные способы преодолеть эту проблему не улучшают ситуацию, приводя к еще большей изменчивости (см. [Hainzl et al., 2010a]).

По проблеме (4). Подробная информация об неоднородностях полей скорости и плотности внутри земной коры подробно неизвестна. В случае вязкоупругих и пороупругих деформаций необходимо дополнительно задать коэффициенты вязкости и диффузии. Поскольку все эти параметры сложно определить из наблюдений, это приводит к дополнительным неопределенностям при расчете напряжений. Кроме того, изменения кулоновских напряжений зависят также от априорных значений коэффициентов трения и Скемптона. По мнению ряда авторов [Harris, 1998; King, Cocco, 2001], влияние коэффициента трения на возмущение напряжений и характер изменения скорости сейсмичности обычно незначительно. В то время как выбор

пороупругой модели может иметь критическое значение для вычисления изменений кулоновских напряжений.

Помимо рассмотренных трудностей при моделировании афтершоковых последовательностей с помощью изменения кулоновских напряжений обычно учитывают только напряжение, создаваемое непосредственно основным толчком. Однако вторичные афтершоки или даже форшоки также изменяют поле напряжений. Известный пример – афтершоковая серия землетрясения вблизи г. Ландерс 1992 г., М7.3: помимо основного толчка необходимо также рассматривать афтершок с М6.4 (через 3.5 часа после основного толчка), как источник изменения напряжения [Hainzl et al., 2010a]. Более того, статистические модели, такие как модель ETAS [Ogata, 1988], которые непосредственно не рассчитывают напряжение в земной коре, показали, что афтершоки, вероятно, будут вносить вклад в поддержание последовательности, локально вызывая их собственные афтершоки. Тогда возникает вопрос: нужно ли учитывать напряжение, создаваемое афтершоками, при вычислении изменений напряжения, и какова магнитуда афтершоков, которые должны рассматриваться как источники напряжения.

Анализ афтершоковой серии землетрясения Ландерс показал существование неопределенности при расчете карт изменения напряжений [Kagan, 1994; Marsan, 2005]. С одной стороны, если при расчете изменения напряжений постепенно понижать нижний порог рассматриваемых как источники напряжения афтершоков, то результат будет стабильным, пока учитывается основной толчок и афтершоки с магнитудами не ниже $M_m - 1.5$ (M_m – магнитуда основного толчка). С другой стороны, лишь небольшая часть области представляет интерес, поскольку в ней присутствуют активные разломы или зарегистрированные афтершоки. Если рассчитать изменение напряжений по разломам, на которых произошли афтершоки, результат изменится значительно, и в этом случае даже слабые афтершоки имеют значение. Это объясняется сильным пространственным группированием афтершоков и устойчивым распределением, которому подчиняются изменения напряжений [Kagan, 1994]. Афтершоки пространственно сгруппированы, потому что предыдущие афтершоки переносят значительное напряжение на окружающие разломы, на которых затем происходят подвижки при последующих афтершоках. Таким образом, не существует порога магнитуды, который позволил бы игнорировать самые слабые землетрясения в качестве потенциальных источников изменения напряжений. Отсутствие такого обоснованного порога поддерживается и числом статистических моделей [Sornette, Werner, 2005].

1.2. МОДЕЛЬ НЕЛИНЕЙНОГО ТРЕНИЯ, ЗАВИСЯЩЕГО ОТ СКОРОСТИ И СОСТОЯНИЯ

Тектонические землетрясения редко, если вообще когда-либо, происходят вследствие внезапного появления и распространения новой трещины сдвига (или разлома). Вместо этого обычно имеет место подвижка вдоль ранее существовавшего разлома или межплитной границы. Таким образом,

землетрясения представляют собой скорее феномен трения, чем разрушения [Scholz, 1998].

На основе лабораторных исследований был разработан полный (constitutive) закон трения породы, объясняющий многие аспекты наблюдаемых явлений, включая группирование землетрясений и сейсмическое затишье, природой трения на разломах. Основные обзорные работы – см. [Scholz, 1998; Stein, 1999; Scholz, 2002; Dieterich, 2007; Ohnaka, 2013].

Ключевым моментом rate-state модели является зависимость коэффициента трения от скорости подвижки и состояния разлома [Ruina, 1983; Dieterich, 1992]. В настоящее время известно несколько видов такой зависимости [Dieterich, 1994; Marone et al., 1991; Marone, 1998]. Как показывают результаты многих исследований, лучшее согласие с экспериментальными данными демонстрируют соотношения, известные как закон Дитриха [Dieterich, 1994; Beeler et al., 1994; Marone et al., 1991; Marone, 1998; Scholz, 1998; Liu, Rice, 2005, 2007; Helmstetter, Shaw, 2009]:

$$\tau(t) = \sigma\mu(t) = \sigma \left[\mu_0 + A \ln \frac{V(t)}{V_0} + B \ln \frac{V_0\theta(t)}{D_c} \right], \quad (1.2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = 1 - \frac{V\theta}{D_c}, \quad (1.3)$$

где $\tau(t)$ – сдвиговое напряжение в момент времени t ; σ – эффективное нормальное напряжение (нормальное напряжение минус поровое давление); $\mu(t)$ – коэффициент трения; $V(t)$ – скорость подвижки по разлому; V_0 – опорная скорость (reference velocity); μ_0 – коэффициент трения при скорости подвижки $V = V_0$; $\theta(t)$ – переменная состояния; D_c – критическое значение подвижки. Величины A и B являются эмпирическими параметрами материала, зависящими от термодинамических условий и характера контакта.

В модели (1.2) сдвиговые напряжения в разломе $\tau(t)$ зависят только от скорости подвижки $V(t)$, нормального напряжения σ и состояния $\theta(t)$. Нормальное напряжение σ не зависит от времени.

Отношение B/A является основным параметром, контролирующим поведение модели (1.2). При $B/A > 1$ коэффициент трения покоя уменьшается при росте скорости подвижки, следовательно, имеет место неустойчивая подвижка (stick-slip). Гиперболическое увеличение скорости подвижки перед землетрясением показано в работе [Dieterich, 1994]. При $B/A < 1$ разлом стремится к устойчивому состоянию и неустойчивая подвижка не происходит [Ranjith, Rice, 1999; Helmstetter, Shaw, 2009].

Пусть в любом заданном объеме земной коры существует большее количество разломов, на которых землетрясения могут возникать независимо друг от друга (модель для конечной совокупности разломов рассматривается в работе [Gomberg et al., 2005]). При отсутствии возмущения напряжения система характеризуется постоянной скоростью возникновения землетрясений r . Согласно работе [Dieterich, 1994], скорость возникновения землетрясений λ по-

сле возмущения напряжения является функцией переменной состояния γ , скорости изменения напряжений $\dot{\tau}$ и интенсивности фоновых землетрясений r :

$$\lambda = \frac{r}{\gamma \dot{\tau}}, \quad (1.4)$$

$$d\gamma = \frac{1}{A\sigma} [dt - \gamma dS]. \quad (1.5)$$

Здесь σ – эффективное нормальное напряжение; A – безразмерный параметр, определяющий трение в разломе, обычно $A \approx 0.01$ [Dieterich, 1994]. S представляет собой модифицированное кулоновское напряжение, которое имеет вид [Dieterich et al., 2000; Dieterich, 2007]:

$$S = \tau + (\mu - \alpha)\sigma. \quad (1.6)$$

Здесь σ – эффективное нормальное напряжение $\sigma = \sigma_n + P$; $\alpha > 0$ – безразмерный параметр, контролирующий изменение нормального напряжения. Таким образом, изменение напряжений $\Delta S = \Delta CFF = \Delta\tau + \mu_{eff}\Delta\sigma$, где $\mu_{eff} = \mu - \alpha$ – эффективное трение.

Если скорость изменения напряжений $\dot{\tau}$ постоянна и возмущение напряжений отсутствует, переменная состояния γ находится в стационарном состоянии $\gamma = \gamma_0 = 1/\dot{\tau}$ и в силу (1.4) $\lambda = r$. Таким образом, при отсутствии возмущений напряжений интенсивность землетрясений в установившемся состоянии определяется интенсивностью фоновых событий.

Для иллюстрации возможности rate-state модели описывать группирование землетрясений в работе [Dieterich, 1994] были изучены некоторые характеристики сейсмичности, вызванные положительным скачком напряжения ΔS . При этом предполагалось, что различные типы группирования землетрясений, включая афтершоки, представляют собой возмущение фоновой сейсмичности в результате изменения напряженного состояния, вызванного предшествующими землетрясениями. Также предполагалось, что скорость тектонической деформации $\dot{\tau}$ одна и та же до и после землетрясений, а перед скачком интенсивность сейсмичности совпадала с фоновой, то есть, $\gamma_0 = 1/\dot{\tau}$. При сделанных предположениях зависимость интенсивности землетрясений λ от скачка напряжений ΔS (в момент времени $t = 0$) имеет вид [Dieterich, 1994]:

$$\lambda = \frac{r}{\left[\exp\left(\frac{-\Delta S}{A\sigma}\right) - 1 \right] \exp\left(\frac{-t}{t_a}\right) + 1}, \dot{\tau} \neq 0, \quad (1.7a)$$

$$\lambda = \frac{r}{\exp\left(\frac{-\Delta S}{A\sigma}\right) + t\dot{\tau}/A\sigma}, \dot{\tau} = 0. \quad (1.7b)$$

В момент скачка напряжений $t = 0$ и величина

$$t_a = \frac{A\sigma}{\dot{\tau}} \quad (1.8)$$

является временем релаксации возмущения напряжения (длительность серии афтершоков). Значение t_a не зависит от величины скачка сдвигового напряжения, но зависит от скорости его изменения. Если аппроксимировать $\dot{\tau} \approx -\Delta\tau_e/t_r$ ($\Delta\tau_e$ – изменение напряжения на разрыве основного толчка, t_r – среднее время между последовательными основными толчками), то

$$\lambda = \frac{r}{\exp\left(\frac{-\Delta S}{A\sigma}\right) + t\dot{\tau}/A\sigma}, \dot{\tau} = 0. \quad (1.9)$$

Таким образом, чем больше магнитуда основных толчков, тем больше среднее время между последовательными толчками t_r и, в силу (1.9), больше длительность афтершоковой серии [Dieterich, 1994].

Выражения (1.7) имеют вид закона Омори:

$$\lambda = \frac{K}{t + c}. \quad (1.10)$$

Формула (1.7b) приводится к виду закона Омори, если положить [Dieterich, 1994]:

$$\begin{aligned} K &= \frac{A\sigma}{\dot{\tau}} r = r t_a, \\ c &= \frac{A\sigma}{\dot{\tau}} \exp\left(\frac{-\Delta S}{A\sigma}\right) = t_a \frac{r}{\lambda_0}, \end{aligned} \quad (1.11)$$

где λ_0 – интенсивность потока событий при $t = 0$.

Нормированная интенсивность сейсмичности λ/r затухает вдоль асимптоты $1/t$ для различных значений скачка напряжений (рис. 1.1). Характеристическое время t_e , в которое λ/r сливается с $1/t$ получается нахождением пересечения λ_0 с асимптотой образованной кривой (1.7b) при $\Delta\tau \rightarrow \infty$ [Dieterich, 1994]:

$$t_e = \frac{A\sigma}{\dot{\tau}} \exp\left(\frac{-\Delta S}{A\sigma}\right) = c. \quad (1.12)$$

Соотношение (1.12) определяет смысл параметра c закона Омори (1.10) как времени начала гиперболического спада интенсивности афтершоков.

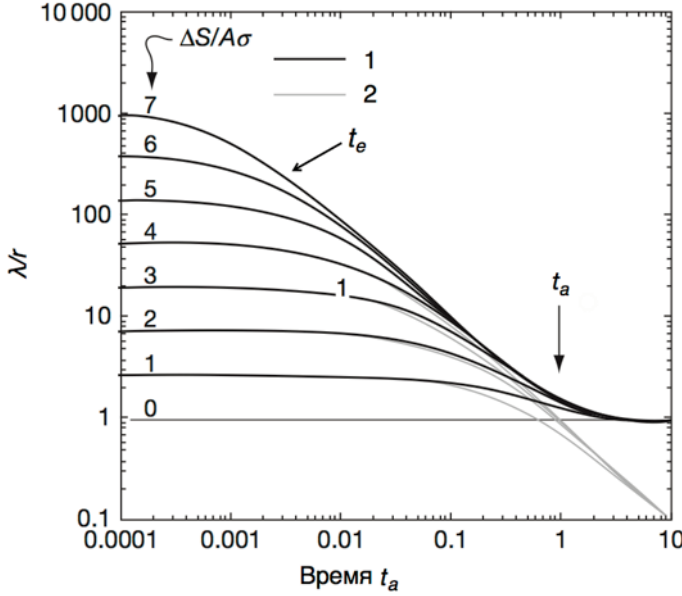


Рис. 1.1. Интенсивность афтершоков после скачка напряжения, вызванного основным толчком для случаев (1) $\dot{\epsilon} \neq 0$, формула (1.7a) и (2) $\dot{\epsilon} = 0$, формула (1.7b) [Dieterich, 2007]. Семейство кривых дает решения для различных значений скачка напряжения ΔS , нормированного на $A\sigma$. Вкладка иллюстрирует определение времени задержки гиперболического спада t_e

Интенсивность афтершоков (1.7a) можно привести к виду закона Омори для $t \ll t_a$ после замены [Cocco et al., 2010]: $\exp(-t/t_a) \approx 1 - t/t_a$, $\psi = \exp(-\Delta S/A\sigma)$. Тогда из (1.7a) и (1.8) получаем:

$$\lambda \approx \frac{r}{\psi - (\psi - 1) \frac{t}{t_a}} \quad (1.13)$$

Далее, полагая

$$c = \psi t_a / (1 - \psi), \quad K = r t_a / (1 - \psi), \quad (1.14)$$

получаем закон Омори.

Уравнения (1.14) показывают, что продуктивность K зависит не только от скорости тектонической деформации $\dot{\epsilon}$, но также и от фоновой интенсивности r и параметра $A\sigma$. Однако, если имеет место пропорциональность $r \propto \dot{\epsilon}$, то $r/\dot{\epsilon} = \text{const}$ и K зависит только от $A\sigma$ и ΔS [Catalli et al., 2008]. Если скачок напряжения ΔS значительно больше $A\sigma$, то $1 - \psi \approx 1$ и получаем для K и c в качестве приближения формулы (1.11).

Отличие процессов, описываемых формулами (1.7a) от (1.7b), заключается в том, что при приближении t к t_a при $\dot{\epsilon} \neq 0$ интенсивность потока афтершоков сливается с интенсивностью фоновых событий, а при $\dot{\epsilon} = 0$ ин-

тенсивность афтершоков продолжает падать ниже фона (рис. 1.1) [Dieterich, 1994]. Это свойство делает формулу (1.7a) предпочтительней, чем (1.7b) при моделировании афтершоковых процессов.

Согласно (1.11), не только продуктивность K , но также и параметр c , определяющий задержку перед началом $1/t$ спада, зависят от величины скачка напряжения ΔS , которое будет сильно анизотропным и в реальности зависит от расстояния. Было показано [Helmstetter, Shaw, 2006], что суперпозиция афтершоковых серий со значениями c , пространственно различающимися таким образом, приводит к $p < 1$ в законе Омори-Утсу (19).

Согласно формулам (1.7), интенсивность сейсмичности после скачка напряжений ΔS превышает интенсивность фона до скачка (см. также рис. 1.1). Таким образом, главный толчок вызывает скачок напряжений, что приводит к увеличению скорости подвижки по разлому и уменьшению времени до разрушения (clock advance). Иными словами, афтершоки – это просто землетрясения, время наступления которых было ускорено, по сравнению с фоновыми событиями, скачком напряжений из-за основного толчка. С течением времени интенсивность афтершоков спадает до фонового уровня. Характер спада на временном интервале (t_e, t_a) имеет вид закона Омори.

1.3. ВРЕМЕННЫЕ МОДЕЛИ АФТЕРШОКОВЫХ ПРОЦЕССОВ

Эффективным инструментом для изучения афтершоковых процессов является теория точечных процессов. Временное поведение афтершоковой серии задается моделью нестационарного пуассоновского точечного процесса, который полностью описывается условной интенсивностью $\lambda(t)$, (см., например, [Липцер, Ширяев, 1974]):

$$\lambda(t, H_t) = \lim_{h \rightarrow 0} P(t, t+h)/h, \quad (1.15)$$

$P(t, t+h)$ – вероятность того, что событие (афтершок) произошло на временном интервале $(t, t+h)$; H_t – предыстория процесса на интервале времени $(0, t)$, 0 соответствует моменту основного толчка. Для упрощения, вместо $\lambda(t|H_t)$ будем писать $\lambda(t)$. С точки зрения сейсмологии, функция $\lambda(t)$ – число афтершоков в единицу времени. Суммарное количество афтершоков, произошедших к моменту времени t , задается интегралом от 0 до t от функции λ . График функции $\Lambda(t)$ называется кумулятивной кривой. С точки зрения сейсмологии, функция $\lambda(t)$ – число афтершоков в единицу времени. Суммарное количество афтершоков, произошедших к моменту времени t , задается интегралом

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(t) dt. \quad (1.16)$$

График функции $\Lambda(t)$ называется кумулятивной кривой.

Эффективность использования модели точечного процесса определяется возможностью применения метода максимального правдоподобия для оценки параметров интенсивности λ по имеющимся данным сейсмологических наблюдений. Действительно, пусть t_i – времена афтершоков, произошедших на отрезке времени $[S, T]$. Тогда функция правдоподобия имеет вид [Ogata, 1983]:

$$L = f(t_1, t_2, \dots, t_N) = \left[\prod_i^N \lambda(t_i) \right] \exp \left[- \int_S^T \lambda(t) dt \right]. \quad (1.17)$$

Соотношение (1.17) получается с помощью перемножения вероятностей $\int_{t_{i-1}}^{t_i} \exp[\lambda(s)] ds$ того, что на интервале времени между последовательными событиями (t_{i-1}, t_i) афтершоки отсутствуют, и вероятностей $\lambda(t_i) dt_i$ того, что на бесконечно малом интервале $(t_i, t_i + dt)$ произойдет один афтершок. Такое перемножение допустимо в силу основного свойства пуассоновского процесса – события на непересекающихся интервалах возникают независимо.

На практике при оценивании параметров временной модели афтершокового процесса удобно пользоваться логарифмической формой функции правдоподобия (1.17):

$$\ln L = \sum_{i=1}^N \ln \lambda(t_i) - \int_S^T \lambda(t) dt. \quad (1.18)$$

Примеры использования временных моделей для анализа афтершоковых процессов сейсмоопасных регионов России приведены в работах автора [Баранов, Чебров, 2012а, б; Баранов, 2013; Баранов и др., 2013; Баранов, Габсагарова, 2015].

Закон Омори-Утсу

Закон Ф. Омори [Omori, 1894], вероятно, является самым первым эмпирическим соотношением в статистической сейсмологии и утверждает, что количество афтершоков с течением времени t убывает гиперболически, как $1/t$ (1.10). Краткая биография Ф. Омори и история открытия этого закона приведена в работе [Гульельми, Завьялов, 2018]. Впоследствии исследования физики афтершоковых процессов не только подтвердили справедливость гиперболического спада афтершоковой активности через некоторое время после основного толчка, но также дали физическую интерпретацию параметров Закона Омори (1.10), установив их связь с величиной скачка напряжений из-за основного толчка, скоростью тектонических деформаций, свойствами разломной зоны и интенсивностью сейсмичности (число событий в единицу времени) до основного толчка.

Анализ афтершоковой активности землетрясения 1891 г. в Ноби, Япония, $M_s = 8.0$ показал [Omori, 1894], что гиперболический характер затухания сохраняется даже через 100 лет после основного толчка [Utsu et al.,

1995]. Столь длительная афтершоковая активность объясняется тем, что Ноби находится в относительно спокойном в сейсмическом плане районе Японии. В районах с более высокой сейсмичностью интенсивность афтершоков быстрее достигает фонового уровня.

Т. Утсу [Utsu, 1961] заметил, что в некоторых случаях затухание числа афтершоков происходит быстрее, чем $1/t$, и предложил обобщение закона Омори, называемое законом Омори-Утсу или модифицированным законом Омори:

$$\lambda(t) = \frac{K}{(t + c)^p}, \quad (1.19)$$

где t – время после основного толчка; $\lambda(t)$ – интенсивность потока афтершоков в момент времени t ; K, c, p – положительные параметры модели.

Исследования поведения разломов с помощью физических моделей показали возможность возникновения афтершоковых процессов с $p \neq 1$ в (1.19), обосновав тем самым корректность обобщения Т. Утсу.

Параметр K в (1.19), называемый продуктивностью, зависит от нижнего порога магнитуд M_0 рассматриваемых афтершоков, в то время как параметры p и c определяют форму кумулятивной кривой (1.16) и не зависят от M_0 при условии полноты каталога на оцениваемом интервале времени.

Известно, что в первые часы после основного толчка наблюдается дефицит афтершоков, вызванный разными по своей природе причинами. Первая причина заключается в том, что в первые часы после основного толчка афтершоки происходят настолько часто, что на слабые события накладываются коды более сильных, в результате чего слабые афтершоки пропускаются при обработке. Другая причина имеет физическую природу, обусловленную связью задержки степенного спада количества афтершоков и напряженного состояния в афтершоковой области [Dieterich, 1994; Шебалин, 2004; Narteau et al., 2002]. Такая задержка наблюдалась и в лабораторных экспериментах [Смирнов, Пономарев, 2004; Смирнов и др., 2010]. Дефицит афтершоков в начале серии учитывается с помощью сдвиговой добавки c [Utsu et al., 1995]. Физический смысл этого параметра – задержка начала гиперболического спада афтершоковой активности. Таким образом для афтершоковых процессов имеет смысл говорить о паре $\{t_{start}, M_c\}$, где t_{start} – время после основного толчка, начиная с которого представительная магнитуда серии равна M_c .

Зависимость параметров K, c и p от минимальной магнитуды рассматриваемых событий M_0 проиллюстрирована Утсу [Utsu et al., 1995] на афтершоках землетрясения 12.07.1993, $M_w = 7.7$, произошедшего к юго-востоку от Хоккайдо, называемым в англоязычной литературе землетрясением Hokkaido-Nansei-Oki. Расчеты показывают, что с ростом M_0 , сопровождаемым убыванием числа афтершоков N , наблюдается рост K и убывание параметра. Последнее обусловлено уменьшением времени t_{start} при возрастании M_0 . Значение параметра p в данном случае практически не меняется, с учетом стандартных ошибок.

Согласно данным по крайней мере 50 исследований, результаты которых обобщены в работе Утсу с соавторами [Utsu et al., 1995], значение параметра p находится в диапазоне от 0.6 до 2.5, медианное значение равно 1.1. Забегая вперед, отметим, что расчеты, выполненные по афтершоковым сериям, выделенным из каталога ANSS [ANSS...] за 1975-2017 гг. по алгоритму Г.М. Молчана и О.Е. Дмитриевой [Молчан, Дмитриева, 1991; Molchan, Dmitrieva, 1992], соответствуют этим значениями (глава 3, раздел 3.4, рис. 3.2).

Как было показано в разделе 0.1, связь параметров закона Омори-Утсу с физическими величинами можно получить с помощью rate-state модели [Dieterich, 1994, 2007] – формулы (1.11). Продуктивность K и задержка начала гиперболического спада афтершоковой активности c зависят от скорости тектонической деформации, величины скачка напряжения, вызванного основным толчком, характеристик разломной зоны и интенсивности сейсмичности до основного толчка. Параметр p , называемый параметром релаксации, зависит от скорости асейсмической подвижки после землетрясения вдоль плоскости разлома (afterslip) [Helmstetter, Shaw, 2009].

В работе [Narteau et al., 2002] обоснована связь параметра c с разностью напряжения и прочности в афтершоковой области, которая была подтверждена в работах [Шебалин, 2004; Narteau et al., 2003], была установлена связь этого параметра с механизмом очага [Narteau et al., 2009]. Впоследствии было установлено, что значение c зависит от глубины очага [Shebalin, Narteau, 2017], демонстрируя устойчивую тенденцию уменьшения с увеличением глубины.

С помощью лабораторных экспериментов на двух идентичных образцах песчаника была убедительно показана связь параметров закона Омори-Утсу с напряжениями [Смирнов и др., 2019]. В частности, было установлено, что при разрушении по сформированному разлому, что соответствует реальным условиям, параметр релаксации p увеличивается с ростом осевых напряжений; задержка начала гиперболического спада c уменьшается с увеличением осевых напряжений и увеличивается с ростом давления всестороннего сжатия. Там же было показано, что значение параметра b закона Гутенберга-Рихтера имеет обратную зависимость от изменения напряжений. Отрицательная корреляция значений b и p в межплитных обстановках также наблюдается и по фактическим данным [Wang, 1994; Ogata, Guo, 1997; Gasperini, Lolli, 2006].

При разрушении целого образца p не меняется с ростом осевых напряжений, а c незначительно увеличивается [Смирнов и др., 2019]. Авторы объясняют выявленную зависимость значений параметра c от осевых напряжений и давления с помощью предположения, что задержка начала степенного спада афтершоковой активности, характеризуемая этим параметром, имеет кинетическую природу. Это полностью соответствует физическому смыслу параметра c в модели rate-state [Dieterich, 1994], определяемому соотношением (1.11), согласно которому c обратно пропорционально скорости изменения напряжений. Также с выражением (1.11) согласуются выявленные в экспериментах [Смирнов и др., 2019] экспоненциальные зависимости параметра c от напряжений и эффективной прочности. Выдвинутая С.Б. Смир-

новым и др. [2019] гипотеза, что задержка релаксации афтершоковой активности обусловлена кинетикой разрушения в соответствии с кинетической концепцией прочности твердых тел также подкрепляется моделью rate-state Дж. Дитриха [Dieterich, 1994].

Таким образом, учитывая, что характер спадания афтершоковой активности по закону Омори-Утсу обусловлен физическими свойствами афтершоковых процессов, а его параметры имеют физическую интерпретацию, также подтвержденную экспериментально, эта модель является наиболее предпочтительной при оценивании опасности афтершоков.

Отметим, что проникновение флюидов в зону афтершоковой активности может вызвать отклонение затухания афтершоковой серии от закона Омори-Утсу [Hainzl, Ogata, 2005; Баранов, 2013; Баранов, Габсатарова, 2015]. Согласно работам [Зотов и др., 2018; Завьялов и др., 2018], такое отклонение также может быть вызвано триггерным воздействием на область афтершоковой активности поверхностной сейсмической волной от основного толчка, после огибания ей Земли. Однако этот механизм является дискуссионным и вполне может быть вызван неполнотой каталога афтершоков в первые часы после основного толчка.

Оценить параметры закона Омори-Утсу по данным сейсмологических наблюдений можно с помощью метода максимального правдоподобия, подставив (1.19) в (1.18) для максимизации, см. подробнее [Ogata, 1983; Utsu et al., 1995].

Другим способом оценивания параметров закона Омори-Утсу является метод Байеса. Преимуществом этого метода является возможность учета априорной информации о распределении параметров и получения апостериорных вероятностей их значений [Holschneider et al., 2012], в том числе и с произвольным априорным распределением [Баранов, Шебакин, 2018г].

ETAS-модель

Увеличение плотности сейсмических сетей и чувствительности регистрирующей аппаратуры позволило обнаружить афтершоковые процессы, в которых события сами сопровождаются сериями вторичных толчков. В этом случае каждое землетрясение в зависимости от магнитуды инициирует собственную афтершоковую последовательность. Включение этих афтершоков в общую последовательность приводит к отклонению убывания общего числа афтершоков в единицу времени от монотонного спадания, описываемого законом Омори-Утсу (1.19). Для описания такого ветвящегося процесса известный японский математик И. Огата, ученик Т. Утсу, работающий в области статистической сейсмологии, предложил модель, получившую название ETAS (Epidemic-type aftershock sequence – Последовательность афтершоков эпидемического типа) [Ogata, 1989, 1999]. Эта модель получила широчайшее распространение, особенно в западной научной литературе, в том числе благодаря популяризации в большой серии публикаций с участием Д. Сорнета и А. Хельмстеттер (см., например, [Sornette, Helmstetter, 2002]). ETAS модель, а также ее вариант, учитывающий пространственное распределение [Zhuang, et al., 2004], широко используются для оценки сейсмической опас-

ности афтершоков, в том числе для оценивания продолжительности серии афтершоков [Hainzl, 2016]. В оригинальном варианте модель ETAS представляет собой суперпозицию независимых последовательностей, подчиняющихся закону Омори-Утсу, при этом новое событие «порождает» свою последовательность с интенсивностью, зависящей от магнитуды:

$$\lambda(t) = r + \sum_{i, t_i < t} \frac{K_1 10^{\alpha(M_i - M_{\min})}}{(t - t_i + c)^p}, \quad (1.20)$$

где t_i и M_i – время и магнитуда i -го события; r – частота событий так называемой фоновой сейсмичности; K_1 , α – константы; c , p – параметры закона Омори-Утсу. Параметры модели r , K_1 , α , c , p одинаковы для всех событий из каталога.

Суммирование в (1.20) выполняется по всем афтершокам, произошедшим до момента времени t . Оценка параметров модели ETAS выполняется методом максимального правдоподобия с помощью подстановки (1.20) в (1.18) и последующей максимизации (подробнее см. [Ogata et al., 1993]).

Для прогноза активности афтершоков сильных землетрясений по модели ETAS обычно используется «сценарный» подход [Kagan, Jackson, 2000]. Параметры модели оцениваются по данным за какой-либо период времени (это может быть начальная часть афтершоковой серии одного сильного землетрясения) из некоторой области пространства. Затем производится многократная симуляция модели с полученными значениями параметров, и распределение искомой величины (например, времени последнего афтершока заданной магнитуды) оценивается по наблюдаемой в реализациях модели частоте. При этом, однако, возникает ряд проблем, требующих введения в модель дополнительных условий и ограничений, часто мало обоснованных. К наиболее существенным для рассматриваемой в данной работе задачи следует отнести следующие проблемы.

Во-первых, при оценке параметров не учитывается локальная неполнота каталога сразу после землетрясения. Чем больше разность магнитуды инициирующего толчка и минимальной магнитуды рассматриваемых афтершоков, тем дольше интервал времени, в течение которого каталог неполон [Helmstetter et al., 2006; Shebalin, Baranov, 2017; Баранов и др., 2019].

Во-вторых, как следует из модели (1.20), количество непосредственных афтершоков (то есть не являющихся афтершоками афтершоков) любого события зависит только от разности магнитуды этого события и рассматриваемой минимальной магнитуды, так как параметры K_1 и α считаются константами. Это приводит к ненадежности оценок по модели ETAS [Marsan, Helmstetter, 2017]. Вместе с тем хорошо известно, что количество афтершоков может варьировать в пределах нескольких порядков [Marsan, Helmstetter, 2017], и, более того, согласно установленному закону продуктивности землетрясений (см. гл. 3), эта величина при фиксированной разности магнитуды основного толчка и минимальной рассматриваемой магнитуды имеет экспоненциальный вид распределения с максимумом в нуле [Shebalin et al., 2018]. В силу значительной нелинейности временных зависимостей в (1.20)

использование этой модели неизбежно приведет к завышенным оценкам длительности серии афтершоков.

В-третьих, в модели ETAS предполагается, что интенсивность порождаемого потока афтершоков после главных толчков и после афтершоков зависит лишь от магнитуды «порождающего» события. Это удобная для стохастической модели схема, представляет афтершоковый процесс как прямой каскад разрушений [Смирнов и др., 2010]. Вместе с тем как главный толчок, так и афтершоки происходят в результате внезапного высвобождения накопленной в течение длительного времени упругой энергии и, таким образом, имеют общую причину. Поэтому представление о том, что каждое сейсмическое событие «порождает» свои афтершоки, вряд ли правомерно с физической точки зрения. Каждое событие лишь локально ускоряет процесс релаксации напряжений, и поэтому с течением времени после основного сброса напряжений количество событий в таких всплесках при равных магнитудах уменьшается [Шебалин, 2018]. Применимость представлений об афтершоковых процессах тектонических землетрясений как о прямом каскаде разрушения ставится под сомнение также наблюдением независимости магнитуд таких афтершоков от времени [Баранов, Шебалин, 2019а]).

Таким образом, модель ETAS, несмотря на общепринятый в западной литературе статус парадигмы в решении задач прогнозирования активности афтершоков, для поставленной в данной работе задачи не применима, во всяком случае, в существующих в настоящее время модификациях.

LPL-модель

Наиболее общей временной моделью афтершоковых процессов, построенной с использованием идеи Шольца [Scholz, 1968] об объяснении закона Омори-Утсу суперпозицией процессов релаксации с различными временами, является LPL (Limited Power Low) модель [Narteau et al., 2002]:

$$\lambda(t) = \frac{A[\gamma(q, \lambda_b t) - \gamma(q, \lambda_a t)]}{t^q}, \quad (1.21)$$

где

$$\gamma(\rho, x) = \int_0^x \tau^{\rho-1} \exp(-\tau) d\tau.$$

Здесь $\lambda(t)$ – интенсивность потока афтершоков в момент времени t после основного толчка; $\gamma(\rho, x)$ – неполная гамма-функция; A , q , λ_a , λ_b – положительные параметры модели.

Выражение (1.21) получено аналитически [Narteau et al., 2002], исходя из следующего представления. Сразу после основного толчка зона афтершока моделируется конечным числом изолированных и независимых неповрежденных доменов [Narteau et al., 2002]. Каждый из доменов инициализируется локальной перегрузкой, которая локально сочетает в себе состояния на-

пряжения и прочности. Если напряжение превышает прочность, перегрузка является положительной, избыток устраняется в процессе разрыва, и домен порождает афтершок. Следовательно, в условиях постоянного напряжения, в ответ на перегрузку σ_0 , инициирование разрыва является окончательным проявлением организации разрушения в небольших масштабах. Зависимость от времени может исходить от характера взаимодействий между растущим числом микроразрывов и/или скоростями химической реакции, которые контролируют рост трещины в атомном масштабе [Das, Scholz, 1981]. Афтершоки распределены во времени согласно марковскому процессу со стационарной вероятностью перехода [Scholz, 1968].

Параметры модели LPL λ_a , λ_b представляют собой характеристические значения скоростей возникновения афтершоков, при которых тип затухания афтершокового процесса меняется с линейного на степенной, и далее на экспоненциальный [Narteau et al., 2002]. Величина $1/\lambda_b$ является оценкой параметра c в законе Омори-Утсу (1.19) и, следовательно, имеет физический смысл, характеризующий задержку степенного спада афтершокового процесса.

Используя оценки параметров q , λ_a , λ_b LPL-модели (1.21), можно оценить времена t_e , t_a такие, что при $0 < t < t_e$ убывание количества афтершоков происходит линейно, при $t_a < t < t_e$ – по степенному закону $1/t^p$, а при $t > t_e$ афтершоки убывают экспоненциально [Narteau et al., 2002]. Отметим, что существование таких времен вытекает из rate-state модели (см. рис. 1.1). Таким образом, затухание интенсивности афтершокового процесса на интервале времени (t_e, t_a) , описываемое LPL-моделью, близко к затуханию по закону Омори-Утсу (1.19).

Величина t_a для афтершоковых последовательностей, вызванных сильными взрывами, может составлять всего несколько дней или даже часов [Narteau et al., 2002]. Кроме того, на примере синтетических афтершоковых серий было показано [Narteau et al., 2003], что параметр λ_a (и, соответственно, время t_a) несет информацию о зрелости (maturity в англоязычной терминологии) разломной зоны. Значения λ_a , близкие 0, соответствуют гладкой, зрелой, разломной зоне. Большие значения λ_a (быстрый переход к экспоненциальному убыванию количества афтершоков) соответствуют шероховатой разломной зоне.

Отметим, что более быстрое по сравнению с законом Омори-Утсу спадание активности афтершоков реализовано также в модели Отсуки¹ [Utsu et al., 1995], полученной из растянутого экспоненциального распределения [Souriau et al., 1982; Kisslinger, 1993; Mignan, 2015]. Преимущество модели LPL состоит в ясном физическом смысле по сравнению с упомянутыми чисто стохастическими моделями.

Оценка параметров модели LPL выполняется методом максимального правдоподобия при подстановке (1.21) в (1.18) и последующей максимизации. При оценивании временной модели по реальным данным необходимо оценить пару $\{t_{start}, M_c\}$ – время и магнитуда, начиная с которых серия является полной [Helmstetter et al., 2006; Shebalin, Baranov, 2017; Баранов и др., 2019].

¹ $\lambda(t) = Ke^{-at}(t+c)^{-p}$.

Для начальной стадии афтершокового процесса затухание по модели Омори-Утсу и LPL близко совпадают. Величина $1/\lambda_b$ модели LPL является оценкой параметра c в законе Омори-Утсу [Narteau et al., 2002; Шеба-лин, 2004]). Сильные землетрясения происходят, как правило, по зрелым разломам, поэтому фаза степенного спада для их афтершоковых серий длится, как правило, вплоть до спада активности афтершоков до уровня сейсмического фона. В связи с этим и учитывая, что модель Омори-Утсу является общепринятой, ее использование предпочтительно. Дополнительным практическим преимуществом является разработанный аппарат байесовских оценок параметров закона Омори-Утсу [Holschneider et al., 2012].

Модель ступенчатой инициации

Модель ступенчатой инициации переходных режимов была разработана по результатам лабораторных исследований [Смирнов и др., 2010; Смирнов, 2018]. В серии экспериментов были обнаружены следующие закономерности возбуждения и релаксации процесса разрушения в горных породах [Смирнов и др., 2010]. Большие скорости деформации приводят к процессу, схожему с афтершоковыми последовательностями; меньшие – с сейсмическими роями. Характер и параметры активности зависят от действующих напряжений. В случае роеподобной активности увеличение напряжений вызывает увеличение времени максимума активности и, соответственно, момента начала спада активности. В случае афтершокоподобной активности от уровня приложенных напряжений зависят параметры степенного затухания, которое имеет вид закона Омори. В этом случае, как и в gate-state модели, возникает задержка времени начала степенного спада. Величина, характеризующая длительность этой задержки, увеличивается с ростом уровня нагрузки (подобно увеличению времени до начала спада роеподобной активности).

Аналогичные закономерности выявлены в натурных условиях по данным эксперимента по разрушению среды, вызванному закачкой воды в скважину Сультц-су-Форе, Франция (подробнее см. ссылки в работе [Смирнов и др., 2010]).

Для объяснения полученных экспериментальных результатов выдвинута гипотеза о конкуренции процессов возбуждения и релаксации. Построенная в рамках этой гипотезы модель имеет вид [Смирнов и др., 2010; Смирнов, 2018]:

$$\begin{cases} \frac{dn}{dt} = r \left(1 - \frac{n}{a}\right) n^\beta + f(t) \\ n(0) = 0, \end{cases}, \quad (1.22)$$

где $f(t)$ – функция, описывающая иницирующую ступеньку напряжений, вида:

$$f(t) = \begin{cases} bt, & t \leq \theta, \\ b\theta, & t > \theta. \end{cases}$$

Здесь n – количество произошедших событий к моменту времени t ; a – емкость «резервуара» в единицах актов разрушения; β – показатель степени (модель построена в предположении о лавинообразном характере разрушений с интенсивностью dn/dt , пропорциональной n^β); r – параметр модели; b – скорость, θ – длительность линейного нарастания инициирующей ступеньки.

Первое слагаемое в (1.22) описывает релаксацию, второе, $f(t)$, – возбуждение. Численное решение уравнения (1.22) показало [Смирнов и др., 2010], что при малой скорости нарастания $f(t)$ (малое значение b) активность dn/dt имеет роевой характер, величина ее максимума определяется величиной емкости «резервуара» a (и, соответственно, уровнем действующих напряжений). Увеличение параметра a приводит к сдвигу положения максимума по временной оси вправо, то есть задержка начала релаксации увеличивается с увеличением a . Результаты, полученные с помощью моделирования, оказываются сопоставимыми с данными лабораторных и натуральных экспериментов [Смирнов, 2018].

При большей скорости нарастания ступеньки $f(t)$ в (1.22) активность демонстрирует афтершоковый характер, увеличение вызывает возрастание длительности задержки начала временного спада [Смирнов и др., 2010; Смирнов, 2018]. Если величину $\ln a$ в случае афтершокового характера активности связать с максимальным напряжением (эффективной прочностью), то наблюдаемое в экспериментах увеличение задержки степенного спада, вызванное ростом a , можно рассматривать как согласующееся с увеличением параметра c в законе Омори-Утсу (19) при увеличении давления всестороннего сжатия.

Следует отметить, что оценка параметров модели В.Б. Смирнова (1.22) по реальным данным представляется достаточно сложной, поскольку на каждом шаге требуется численно решать дифференциальное уравнение, с параметрами, которые надо определить. Также эта модель имеет большее значение параметров, чем закон Омори-Утсу. В связи с этим, и учитывая, что модель Омори-Утсу является общепринятой, ее использование предпочтительно. Дополнительным практическим преимуществом является разработанный аппарат байесовских оценок параметров закона Омори-Утсу [Holschneider et al., 2012].

В.Б. Смирнов [2018] также предложил мультимасштабное обобщение модели (1.22) на случай динамики системы, включающей акты разрушения s уровней, перераспределяя процесс разрушения по разным масштабам.

Таким образом, с учетом вышеизложенного закон Омори-Утсу является предпочтительной временной моделью затухания афтершокового процесса с точки зрения оценки опасности сильных повторных толчков.

ГЛАВА 2. МЕТОДЫ ВЫДЕЛЕНИЯ ОСНОВНЫХ ТОЛЧКОВ И ИХ АФТЕРШОКОВ

Для изучения свойств афтершоковых последовательностей, в том числе и с точки зрения оценки опасности повторных сильных толчков, необходимо выполнить декластеризацию каталога – разделение событий на основные толчки, фоновые события и афтершоки. Начиная с 70-х годов XX века было предложено множество подходов к декластеризации каталогов, достаточно полные обзоры приведены в работах [Stiphout et al., 2012; Дещеревский и др., 2016].

По различным оценкам афтершоки составляют от 30 до 40% всех событий в мировых сейсмических каталогах [Molchan, Dmitrieva, 1992]. Фоновые формы и механизмы очагов афтершоков, основных толчков и фоновых событий не имеют каких-либо значительных отличий, следовательно, выполнить разделение событий на типы можно только на основе анализа особенностей пространственно-временного распределения землетрясений с помощью методов статистической сейсмологии. Поскольку различие между афтершоком и фоновым событием с физической точки зрения не очевидно, то эта задача является нетривиальной. В связи с этим все процедуры идентификации афтершоков опираются на статистические закономерности афтершоковых последовательностей, обусловленные их пространственно-временной локализацией в окрестности главного события (основного толчка) [Смирнов, 2009].

В отличие от афтершоков фоновые землетрясения представляют собой пуассоновский поток с постоянной интенсивностью. В частности, в работе [Gardner, Knopoff, 1974] было показано, что землетрясения Южной Калифорнии после исключения афтершоков подчиняются распределению Пуассона.

Возможно, первый метод выделения афтершоков и основных толчков был предложен Кноповым и Гарднером [Knopoff, Gardner, 1972] при исследовании сейсмической активности в дневные и ночные часы. Метод основан на использовании пространственно-временного расстояния между событиями, зависящего от магнитуды основного толчка. Впоследствии эта процедура получила название оконного метода [Gardner, Knopoff, 1974].

К настоящему времени сложилось два класса методов декластеризации каталогов землетрясений: детерминистские или детерминированные (отсутствует случайная компонента) и стохастические. Детерминистские методы связывают афтершок с единственным основным толчком. Наиболее естественным детерминистским подходом к выделению афтершоков является ручной способ, который заключается в визуальной идентификации ранних афтершоков. Этот способ применяется для сильных и хорошо изученных землетрясений, имеется возможность использовать механизмы очагов и геометрию разломной зоны. При идентификации поздних и далеких афтершоков ручной способ становится субъективным.

2.1. ОКОННЫЕ МЕТОДЫ

Простейшей формализацией ручного способа выделения афтершоков является оконный метод, согласно которому основной толчок и афтершоки определяются внутри пространственно-временного окна с возможным условием, что число событий внутри этого окна значительно превосходит ожидаемое количество фоновых землетрясений с магнитудой меньше пороговой. Пространственно-временное окно задается пороговыми значениями по расстоянию и по времени, зависящими от магнитуды основного толчка. Различные виды пространственно-временных окон предлагались в работах [Молчан, Дмитриева, 1991; Прозоров, 1986; Смирнов, 2009; Felzer et al., 2004; Gardner, Knopoff, 1974; Molchan, Dmitrieva, 1992; Keilis-Borok et al., 1980; Knopoff, Gardner, 1972; Reasenber, 1985; Uhrhammer, 1986]. В оконном методе каталог анализируется либо в хронологическом порядке, либо в порядке убывания магнитуды. Начальное событие по определению объявляется основным толчком. Удаление из каталога каждого основного толчка с его форшоками и афтершоками приводит к рекуррентному правилу идентификации основных толчков. Если форшоки и афтершоки идентифицируются одновременно, то возникает некоторая неопределенность, зависящая от того, как был упорядочен каталог (по времени или по магнитуде). Преимуществом оконного метода является простота вычислений, недостатком – тот факт, что метод не учитывает пространственные особенности афтершоковой области, такие как смещение центра области относительно эпицентра основного толчка [Molchan, Dmitrieva, 1992].

Как правило, алгоритмы, реализующие оконные методы, не различают первичных и вторичных афтершоков, то есть афтершоков, порожденных основным толчком (первое поколение), и афтершоков, порожденных афтершоками (второе поколение). Размеры пространственно-временных окон идентификации афтершоков существенно отличаются в разных работах (рис. 2.1).

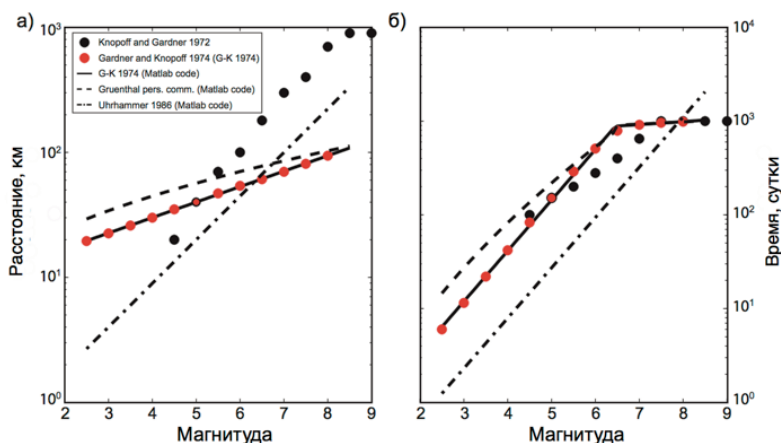


Рис. 2.1. Размеры пространственных (а) и временных (б) окон в зависимости от магнитуды основного толчка [Stiphout et al., 2012]

Оконные методы являются простым способом идентификации основных толчков и их афтершоков. Для каждого землетрясения в каталоге с магнитудой M последующие толчки идентифицируются как афтершоки, если они происходят в течение заданного интервала времени $T(M)$ и на расстоянии не больше $L(M)$. При этом форшоки рассматриваются аналогично афтершокам. Если наибольшее по магнитуде землетрясение происходит раньше в последовательности событий, то форшок рассматривается как афтершок. Размер пространственно-временного окна пересчитывается в соответствии с магнитудой самого сильного землетрясения в анализируемой последовательности.

Недостаток оконных методов заключается в субъективном характере выбора значений параметров. Это означает, что выбор значений параметров неизбежно основывается на опыте исследователей и их представлении об анализируемых данных. Для обоснования этих значений используется гладкость или близость зависимости суммарного количества фоновых землетрясений от времени к прямой. Кроме того, большинство «оконных» методов являются изотропными, в них не учитываются ни протяженность очага основного толчка, ни его ориентация в пространстве. (В дальнейшем автором будет предложена очень простая модификация оконного метода, в которой хотя бы частично эти недостатки устраняются.)

2.2. КЛАСТЕРНЫЕ МЕТОДЫ

В отличие от оконного метода выделения афтершоков, кластерные методы рассматривают землетрясения как однородные пространственно-временные объекты, которые нужно наилучшим образом разделить на непересекающиеся группы (кластеры) – это и есть задача кластерного анализа. С этой целью вводится понятие пространственной (метрика) и временной близости событий. Имеется множество способов определения близости событий [Molchan, Dmitrieva, 1992; Zaliapin, Ben-Zion, 2013, 2016]. Самое сильное землетрясение в кластере объявляется основным толчком, события, произошедшие до основного толчка, – форшоками, после основного толчка – афтершоками.

Метод Ризенберга

Рассмотрим более подробно кластерный метод выделения афтершоков П. Ризенберга [Reasenberg, 1985], в котором для определения локальной близости событий в зависимости от магнитуды используется оконный метод. Пространственное окно представляет собой окружность, радиус которой задается по модели простого кругового разрыва радиуса ds :

$$\lg(ds[\text{км}]) = 0.44M - 1.943 + k, \quad (2.1)$$

где $k = 1$, если близость между кластером и событием-кандидатом в кластер определяется до самого сильного события в кластере, и $k = 0$, – если до последнего события в кластере; M – магнитуда либо самого сильного, либо последнего события в кластере.

Временное окно $(t, t + \tau_\varepsilon)$, на котором с вероятностью ε произойдет сейсмическое событие, определяется следующим образом [Reasenberga, 1985]:

$$\tau_\varepsilon[\text{сутки}] = \frac{-\ln(1 - \varepsilon)}{10^{2(\Delta M - 1)/3}}, \quad (2.2)$$

где t – время последнего события в кластере; ΔM – разность между минимальной и максимальной магнитудами в кластере. При $\varepsilon = 0.95$ числитель в (2.2) равен $3t$. Данное соотношение выводится из представления афтершокового процесса произведением законов Гутенберга-Рихтера [Gutenberg, Richter, 1956] и Омори [Utsu, 1961] – гипотеза Ризенберга-Джонс [Reasenberga, Jones, 1989]. Отметим, что значения τ_ε снизу ограничены 1 днем, а сверху – 10 сутками.

Если пространственное расстояние от кластера до события-кандидата меньше величины ds (2.1) и разность времен между событием-кандидатом и последним событием в кластере меньше dt (2.2), то событие-кандидат включается в кластер. Таким образом, каждое последующее событие связано либо с самым большим событием, либо с последним событием в кластере, который формируется до текущего времени. Перекрывающиеся кластеры объединяются.

Алгоритм Ризенберга [Reasenberga, 1985] зависит от следующих входных параметров (возможные значения приведены в таблице 2.1):

- $\tau_{\min}$ – минимальное значение времени, в течении которого события включаются в кластер (первое событие не принадлежит кластеру);
- $\tau_{\max}$ – максимальное значение времени, в течении которого события включаются в кластер;
- ε – вероятность обнаружения следующего события в кластере, используется для вычисления размера временного окна τ_ε (2.2);
- x_k – коэффициент увеличения нижней пороговой магнитуды событий в кластере: $x_{\text{mef}} = x_{\text{mef}} + x_k M$, где M – магнитуда самого сильного события в кластере;
- x_{mef} – эффективная нижняя пороговая магнитуда, начиная с которой события отбираются в кластеры;
- r_{fact} – число трещин, окружающих каждое землетрясение, входящее в кластер [Kanamori, Anderson, 1975].

Таблица 2.1. Значения и параметры алгоритма Ризенберга [Reasenberga, 1985] для Северной Калифорнии (Min – минимальное, Max – максимальное значения, используемые для симуляции с целью последующей проверки с помощью теста χ^2 соответствия декластеризованного каталога распределению Пуассона)

Параметр	Значение	Min	Max
$\tau_{\min}$, сутки	1	0.5	2.5
$\tau_{\max}$, сутки	10	3	15
ε	0.95	0.9	0.99
x_k	0.5	0	1
x_{mef}	1.5	1.6	1.8
r_{fact}	10	5	20

В своей работе Ризенберг ориентировался на обнаружение форшоков и афтершоков в Центральной Калифорнии для землетрясений с магнитудой 4 или выше. Представленный им метод долгое время был очень популярным среди сейсмологов. Общей практикой являлось использование стандартных значений параметров (табл. 2.1). Тем не менее при применении метода для других регионов или других пороговых магнитуд значения параметров могут значительно измениться. В таблице 2.1 приведены границы изменения параметров, используемые в центре тестирования RELM (Regional Earthquake Likelihood Models) [Schorlemmer, Gerstenberger, 2007].

В методе Ризенберга интенсивность афтершоков считается независимой от местоположения, т.е. параметры закона Омори-Утсу и среднее число афтершоков одинаковые для всех основных толчков с одной и той же магнитудой. Метод Ризенберга не использует априорные предположения о пространственном распределении афтершоков, т.е. метод способен обнаружить миграцию афтершоков при условии слабой фоновой сейсмичности.

К недостаткам метода Ризенберга можно отнести значительный диапазон значений параметров τ_{min} , τ_{max} и r_{fact} (табл. 2.1), что приводит к неоднозначности получаемых результатов (различные основные толчки могут оказаться в одном кластере [Schorlemmer, Gerstenberger, 2007]). Недостаток этого метода устранен в алгоритме Г.М. Молчана, Е.О. Дмитриевой [Молчан, Дмитриева, 1991; Molchan, Dmitrieva, 1992], где задача выделения основных толчков и афтершоков рассматривается с точки зрения теории игр.

Метод Молчана и Дмитриевой

Отдельного внимания заслуживает детерминистский метод выделения афтершоков, предложенный Г.М. Молчаном и Е.О. Дмитриевой [Молчан, Дмитриева, 1991; Molchan, Dmitrieva, 1992], использующий теорию игр для решения задачи оптимальной идентификации афтершоков. В методе используются следующие предположения: 1) афтершоковая серия является конечной; 2) афтершоки сконцентрированы в пространстве и во времени и перемешаны с фоновыми событиями.

Согласно последнему предположению, безошибочная идентификация афтершоков невозможна [Molchan, Dmitrieva, 1992]. Действительно, увеличение размеров пространственно-временного окна приведет к росту числа ошибочных отнесений событий к афтершокам или фоновым событиям (n_a^-). Уменьшение же размеров приведет к потере афтершоков (n_a^+). Поиск компромисса между ошибками первого и второго родов ($\Lambda_A^+ = E n_A^+$, $\Lambda_A^- = E n_A^-$) лежит в основе подхода Молчана и Дмитриевой.

Постановка задачи идентификации афтершоков. Пусть в некоторой области пространства и времени GT содержатся как фоновые события, так и афтершоковые последовательности известного основного толчка (M_m , x_m , y_m , t_m). Чтобы выделить афтершоки, необходимо ввести меру для вычисления качества их идентификации, то есть «функцию потерь» γ , зависящую от ошибок двух родов:

$$\gamma = f(\Lambda_A^+, \Lambda_A^-).$$

Функция γ является возрастающей по каждому аргументу.

В такой постановке задача идентификации афтершоков сводится к поиску правила минимизации функции γ . Возможны два вида функции потерь: $\gamma = \alpha\Lambda_A^+ + \beta\Lambda_A^-$ и $\gamma = \max(\alpha\Lambda_A^+, \beta\Lambda_A^-)$. Соответствующие оптимальные принципы идентификации афтершоков называются «принципом теории игр» и «принципом минимакса». Принцип теории игр имеет вид:

$$\alpha\Lambda_A^+ + \beta\Lambda_A^- \rightarrow \min. \quad (2.3)$$

Минимаксный принцип имеет вид:

$$\max(\alpha\Lambda_A^+, \beta\Lambda_A^-) \rightarrow \min. \quad (2.4)$$

Здесь α и β являются потерями для пропущенных афтершоков и для некорректно идентифицированных событий, соответственно. Когда $\alpha = \beta$ принцип минимакса не содержит параметров и сводится к уравниванию ошибок двух родов: $\Lambda_A^+ = \Lambda_A^-$, то есть среднее число идентифицированных событий равно истинному значению. Когда $\alpha \neq \beta$ формула (2.4) определяет отношение ошибок первого и второго родов: $\Lambda_A^+/\Lambda_A^- = \alpha/\beta$. Если $\alpha = 0$ ($\beta = 0$), то все события в рассматриваемой области определяются как афтершоки (основные толчки).

Молчан и Дмитриева не только предложили постановку задачи идентификации афтершоков в видах (2.3) и (2.4), но и получили наиболее полное решение этих задач при условии пуассоновского распределения фоновых событий.

Решение задачи идентификации афтершоков. Если фоновые события и афтершоки образуют пуассоновские потоки с интенсивностями $\Lambda_b(x, y, t)$ и $\Lambda_a(x, y, t)$, соответственно, тогда оптимальные разрешающие правила для идентификации афтершоков при использовании функций потерь (2.3), (2.4) имеют один и тот же вид:

$$\pi(x, y, t) = \begin{cases} L(x, y, t) > C, & \text{афтершок,} \\ L(x, y, t) \leq C, & \text{фоновое событие,} \end{cases} \quad (2.5)$$

где $L(x, y, t) = \Lambda_a(x, y, t)/\Lambda_b(x, y, t)$ – отношение пространственно-временных плотностей потоков афтершоков и фоновых событий, соответственно.

Таким образом, в методе Молчана и Дмитриевой идентификация афтершоков в статистическом смысле заключается в построении дискриминантной функции, позволяющей отнести каждое землетрясение к одному из двух классов – афтершок или фоновое событие.

Для игрового принципа $C = \beta/\alpha$; для минимаксного принципа C задается уравнением $\alpha\Lambda_A^+ = \beta\Lambda_A^-$. В частности, при $T = (0, \infty)$ рассматриваемая об-

ласть G представляет собой 2-мерную плоскость, и, согласно В.Б. Смирнову [2009], имеем:

$$\Lambda_b(x, y, t) = \lambda, \quad (2.6)$$

$$\Lambda_A(x, y, t) = \Lambda p(x, y) f(t), \quad (2.7)$$

где $\Lambda = \Lambda(M_m)$ – среднее число афтершоков, порожденных основным толчком с магнитудой M_m ;

$$p(x, y) = \frac{1}{||P||} \exp\left(-\frac{R^2(x, y)}{2}\right) \quad (2.8)$$

$$||P|| = 2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}, \quad (2.9)$$

$$R^2(x, y) = \frac{1}{1-\rho^2} \left(\frac{(x-x^*)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2\rho(x-x^*)(y-y^*)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-y^*)^2}{\sigma_y^2} \right), \quad (2.10)$$

$$f(t) = \frac{\theta-1}{t_0} \left(\frac{t}{t_0} \right)^{-\theta} \quad (2.11)$$

Функция $p(x, y)$ представляет собой функцию плотности двумерного распределения Гаусса на плоскости (x, y) , которой аппроксимируется облако афтершоков; соответственно x^* и y^* – средние значения, σ_x и σ_y – стандартные отклонения; ρ – коэффициент корреляции координат афтершоков. Функция $f(t)$ описывает степенной спад афтершоковой активности, известный как закон Омори, θ – параметр Омори в интервале времени $t \geq t_0$.

Дискриминантная функция L из (2.5), идентифицирующая событие (x, y, t) как афтершок, имеет вид [Смирнов, 2009]:

$$L(x, y, t) = \frac{1}{2} R^2(x, y) + \theta \ln \frac{t}{t_0} < C. \quad (2.12)$$

Порог C определяется уравнением [Смирнов, 2009]:

$$C + \ln \left(1 - \frac{C/\theta}{\exp(C/\theta) - 1} \right) = C_0 - \ln \theta, \quad (2.13)$$

где $C_0 = \ln \left(\frac{\theta-1}{2} \frac{\Lambda_a}{\Lambda_b} \right)$ для минимаксного принципа (2.4).

Таким образом, идентификация афтершоков в методе Молчана и Дмитриевой осуществляется с помощью сравнения отношения пространственно-временных плотностей потоков фоновых событий и афтершоков L (2.12)

с пороговой величиной C (2.13). Если это отношение больше C , то землетрясение, произошедшее в момент времени t с координатами эпицентра (x, y) , считается афтершоком, в противном случае – фоновым событием.

Программная реализация метода Г.М. Молчана и Е.О. Дмитриевой была выполнена В.Б. Смирновым [2009] в виде программы AftIdent.exe. Программа осуществляет идентификацию фоновых событий, основных толчков и их афтершоков в минимаксной постановке (2.4). Благодаря программной реализации В.Б. Смирнова [2009], метод Молчана и Дмитриевой, несмотря на сложность реализации, нашел широкое применение в России. Как отмечают многие исследователи, метод более точно выделяет афтершоки по сравнению с другими методами.

Рассмотрим процедуру идентификации афтершоков, предполагающую следующие шаги [Смирнов, 2009].

1. *Выбор событий-кандидатов в основные толчки.* В качестве «кандидатов» в основные толчки выбираются события с магнитудой выше заданной. Разумно выбирать эту магнитуду на 1.5-2 единицы выше магнитуды, представительной для рассматриваемого каталога. Список «кандидатов» в основные толчки сортируется по убыванию магнитуды. Последующие шаги применяются ко всем «кандидатам» последовательно, начиная с самого сильного.

2. *Выделение первичных (порожденных основным толчком) афтершоков.* В методе Молчана и Дмитриевой условием того, что афтершок порожден основным толчком, является попадание гипоцентра этого афтершока в заданное пространственно-временное окно вокруг тестируемого «кандидата» в основные толчки. Размеры окна зависят от размера очага тестируемого основного толчка следующим образом [Смирнов, 2009]:

$$R_{max} = 3.5l_0 = 3.5 \cdot 10^{(lg E_m - 11)/3}, \quad (2.14)$$

$$T_{max} = \begin{cases} 10^{0.17lg E_m - 1.8}, & E_m \geq 14.5, \\ 10^{0.033lg E_m + 0.19}, & E_m < 14.5, \end{cases}, \quad (2.15)$$

где E_m – энергия, l_0 – размер очага основного толчка.

3. *Проверяется гипотеза о превышении величины потока выделенных первичных афтершоков над потоком фоновых событий в области $R_{max} \times T_{max}$ вокруг тестируемого «кандидата» в основные толчки.*

Если поток первичных афтершоков на выбранном уровне значимости превышает значение фонового потока, то рассматриваемый «кандидат» относится к основным толчкам, т.е. у него имеется афтершоковая серия. В противном случае «кандидат» относится к категории фоновых событий, и процедура идентификации афтершоков переходит к следующему по списку «кандидату» в основные толчки.

Нулевая гипотеза H_0 – поток событий в рассматриваемой области является пуассоновским с параметром $\Lambda_b \pi R_{max}^2 T_{max}$, определяемым плотностью фоновых событий. Используя правый квантиль распределения Пуассона с этим параметром и заданным уровнем значимости α , определяется число

фоновых событий N_b такое, что $P(n > N_p) = \alpha$, где N_p – число обнаруженных первичных афтершоков. Если $N_p > N_b$, то число первичных афтершоков значимо превышает число фоновых событий, и это превышение не обусловлено случайными вариациями фоновой сейсмичности, то есть тестируемый «кандидат» действительно является основным толчком. В программе AftIdent.exe $\alpha = 0.02$. При вычислении вероятности $P(n > N_p)$ необходимо учитывать, что значения этой величины близки к нулю. С этой целью в программе AftIdent.exe применяются специальные вычислительные приемы.

4. *Итерационная идентификация афтершоков среди набора первичных афтершоков.*

По формулам (2.6) и (2.7) оцениваются параметры аппроксимации пространственно-временного распределения выделенных первичных афтершоков и вычисляется порог дискриминации C по формуле (2.13). Затем по формуле (2.12) выполняется дискриминация афтершоков и фоновых событий и снова пересчитывается плотность Λ_p . Итерации прекращаются, если число событий, помеченных как афтершоки, перестает меняться.

Как правило, сходимость наступает после 3–5 итераций. Однако в некоторых случаях расчет входит в автоколебательный режим, «перескакивая» от одной области к другой. Это происходит, если афтершоковая область состоит из двух разделенных между собою частей. Такое явление может возникать для сильнейших землетрясений, афтершоки которых оказываются на противоположных концах очага. В программе AftIdent.exe для исключения подобных эффектов делается соответствующая проверка и наложено ограничение на максимальное количество итераций.

Иногда ошибочно полагают, что метод Молчана и Дмитриевой использует фиксированное окно, задающее близость сейсмических событий по времени и пространству (см., например, [Дещеревский и др., 2016]). Однако, согласно выражениям (2.14), (2.15), размер окна зависит от силы основного толчка. Также не совсем верно считается, что окно в методе Молчана и Дмитриевой имеет жесткую привязку к положению основного толчка, что может приводить к ошибочной идентификации части афтершоков как фоновых событий из-за неправильного центрирования [Дещеревский и др., 2016]. На самом деле, согласно формулам (2.10) и (2.10), задающим функцию плотности двумерного распределения Гаусса на плоскости, которой аппроксимируется облако афтершоков, центр находится не в точке основного толчка, а задается средними значениями координат кандидатов в афтершоки.

Подход Молчана и Дмитриевой к постановке задачи идентификации типов событий фактически позволил описать целый класс методов выделения основных толчков и их афтершоков. Предложенное авторами решение является оптимальными с точки зрения теории игр и позволяет однозначно отнести землетрясение к основным толчкам, афтершокам или фоновым событиям. Параметры дискриминантной функции (2.12) метода для каждого события-кандидата в основные толчки рассчитываются адаптивно с помощью серии итераций. При этом в методе учитывается затухание афтершоков согласно закону Омори-Утсу, обусловленное физикой процесса. Поэтому метод Г.М. Молчана и Е.О. Дмитриевой применим для обработки каталогов землетрясений, содержащих сведения из районов с разной сейсмической

активностью, а также неоднородных по уровню представительности каталогов. Таким образом, метод Молчана и Дмитриевой применим для использования при решении задачи оценивания опасности сильных афтершоков.

Метод ближайшего соседа Залипина–Без-Зиона

Метод ближайшего соседа был предложен в работе [Zaliapin et al., 2008] и получил последующее развитие в работах [Zaliapin, Ben-Zion, 2013, 2016]. Данный метод основан на кластерном анализе сейсмичности по пространству, времени и магнитуде. В качестве меры близости между землетрясениями используется следующее соотношение [Baiesi, Paczuski, 2004]:

$$\eta_{ij} = \begin{cases} t_{ij}(r_{ij})^{d_f} 10^{-bm_i}, & t_{ij} > 0, \\ +\infty, & t_{ij} \leq 0, \end{cases} \quad (2.16)$$

где $t_{ij} = t_j - t_i$ – время между землетрясениями, которое положительно, если событие j происходит после события i , и отрицательно в противном случае; $r_{ij} \geq 0$ – пространственное расстояние между гипоцентрами или эпицентрами землетрясений в километрах; m_i – магнитуда i -го землетрясения; b – параметр закона Гутенберга-Рихтера [Gutenberg, Richter, 1956]; d_f – фрактальная размерность распределения гипоцентров или эпицентров землетрясений. Фрактальную размерность можно оценить методом D2 или box counting [Goltz, 1997].

Дальнейшая идея метода заключается в представлении расстояния η (2.16) в виде произведения пространственной и временной частей:

$$\eta_{ij} = T_{ij}R_{ij} \Rightarrow \lg \eta_{ij} = \lg T_{ij} + \lg R_{ij},$$

где

$$T_{ij} = t_{ij} 10^{-bm_i/2}, \quad R_{ij} = (r_{ij})^{d_f} 10^{-bm_i/2}. \quad (2.17)$$

Определение расстояния между землетрясениями (2.16) [Baiesi, Paczuski, 2004] обусловлено интуитивным ожиданием того, что значение η_{ij} должно быть небольшим, если землетрясение j может быть связано с землетрясением i , и это расстояние должно быть больше, если нет связи между землетрясениями i и j . В качестве иллюстрации рассмотрим ситуацию, когда $N(m)$ землетрясений с магнитудой выше m происходят независимо друг от друга в d_f -мерном пространстве и времени, подчиняясь отношению Гутенберга-Рихтера $\lg N(m) = a - bm$. Тогда ожидаемое количество землетрясений с магнитудой m в интервале времени t и расстоянием r от любого данного землетрясения пропорционально $t \times r^{d_f} 10^{-bm}$, что соответствует определению (2.16). Другими словами, расстояние (2.16) представляет собой число (с точностью до константы) землетрясений магнитуды m , которые ожидаются в течение времени t на расстояния r от землетрясения j при условии отсут-

ствия кластеризации. Если расстояние η_{ij} значительно меньше большинства парных расстояний в каталоге, это означает, что землетрясение j произошло аномально близко к i . Это позволяет рассматривать i как родителя для j . Естественно, этот подход выявляет только статистические, а не причинные связи между землетрясениями. Рисунок 2.2 [Zaliapin, Ben-Zion, 2013] показывает соответствие нормализованного времени T_{ij} и времени между событиями для различных значений магнитуд.

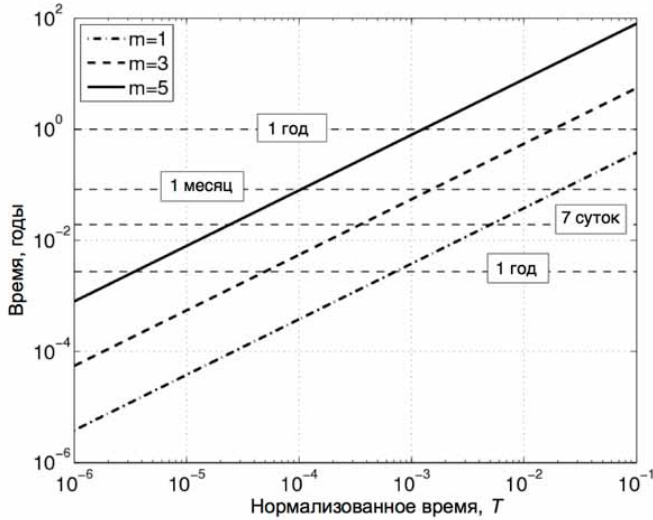


Рис. 2.2. Соответствие нормализованного времени T_{ij} (2.17) и времени между событиями в годах для различных магнитуд событий-родителей $m = 1, 2, 5$ (дополнительная информация в [Zaliapin, Ben-Zion, 2013]). Горизонтальные пунктирные линии обозначают время: 1 сутки, 7 суток, 1 месяц и 1 год

Расстояние от данного события j до ближайшего соседа — это минимальное расстояние η_{ij} , где i пробегает все предыдущие события в каталоге. Событие с номером i , соответствующее расстоянию до ближайшего соседа, называется «родителем» события с номером j , а j — «потомком» события i . Мы будем использовать для расстояния до ближайшего соседа такое же обозначение η_{ij} , как для общего расстояния в уравнении (2.16).

Расстояние до ближайшего соседа связано с интенсивностью потока событий (число событий в единицу времени в некоторой области пространства). При высокой интенсивности большее число событий занимает один и тот же объем, чем при низкой, следовательно, чем выше интенсивность, тем меньше расстояние между событиями [Zaliapin et al., 2008]. Поскольку интенсивность кластеризованных событий выше, чем фоновых, образующих пуассоновский поток, то расстояние до ближайшего соседа между первыми меньше, чем между последними. Именно это свойство лежит в основе выделения кластеризованных событий в рассматриваемом методе.

В качестве иллюстрации рассмотрим распределение расстояний до ближайшего соседа для Южной Калифорнии [Zaliapin, Ben-Zion, 2013] по данным уточненного каталога Хаксона [Hauksson et al., 2012], приведенное на рисунке 2.3. Бимодальный характер распределения четко виден на каждой панели рисунка. Кроме того, значение большей моды так же, как и значение меньшей моды, распределения не зависят от нижней магнитуды рассматриваемых событий. Прямая $\log R + \log T = -5$ (рис. 2.3 с, d) разделяет фоновые (выше прямой) и кластеризованные события (ниже прямой). Эта прямая соответствует значению $\log \eta = -5$, разделяющему гистограммы на нижних панелях рисунка 2.3 на две части. Левые части (меньшие значения расстояния) соответствуют кластеризованным событиям, правые части (большие значения расстояния) – фоновым.

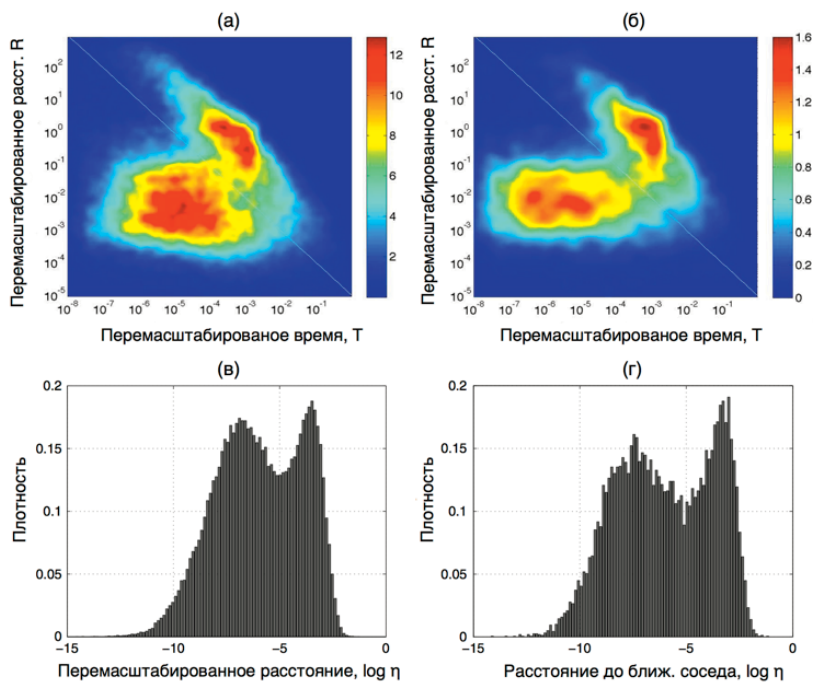


Рис. 2.3. Распределение расстояний до ближайшего соседа для Южной Калифорнии [Zaliapin, Ben-Zion, 2013]. (а, б) – Совместное распределение пространственной R_{ij} и временной T_{ij} компонент (2.17). (в, г) – Гистограмма расстояний до ближайшего соседа η ; сумма значений равна 1. Панели (а, с) соответствуют землетрясениям с $M \geq 2$, 111981 событие; (б, д) – землетрясениям с $M \geq 3$, 12105 событий

Таким образом, основная идея метода Заляпина–Бен-Зиона заключается в: 1) вычислении для каждого землетрясения из каталога расстояния до ближайшего соседа; 2) разделении событий на фоновые и кластеризованные с помощью гистограммы расстояний (см. рис. 2.3) с учетом того, что для кластеризованных событий расстояния до ближайшего соседа меньше, чем для фоновых.

Связывая каждое землетрясение j в каталоге с его ближайшим соседом (родителем) i в соответствии с расстоянием, мы формируем единый кластер,

содержащий все события каталога. С точки зрения теории графов, связи событие-родитель образуют ориентированный взвешенный граф (длина дуги обратно пропорциональна расстоянию между событиями-вершинами). Пример такого графа, взятый из работы [Zaliapin, Ben-Zion, 2013], для землетрясений Южной Калифорнии с магнитудой 4 или выше приведен на рисунке 2.4.

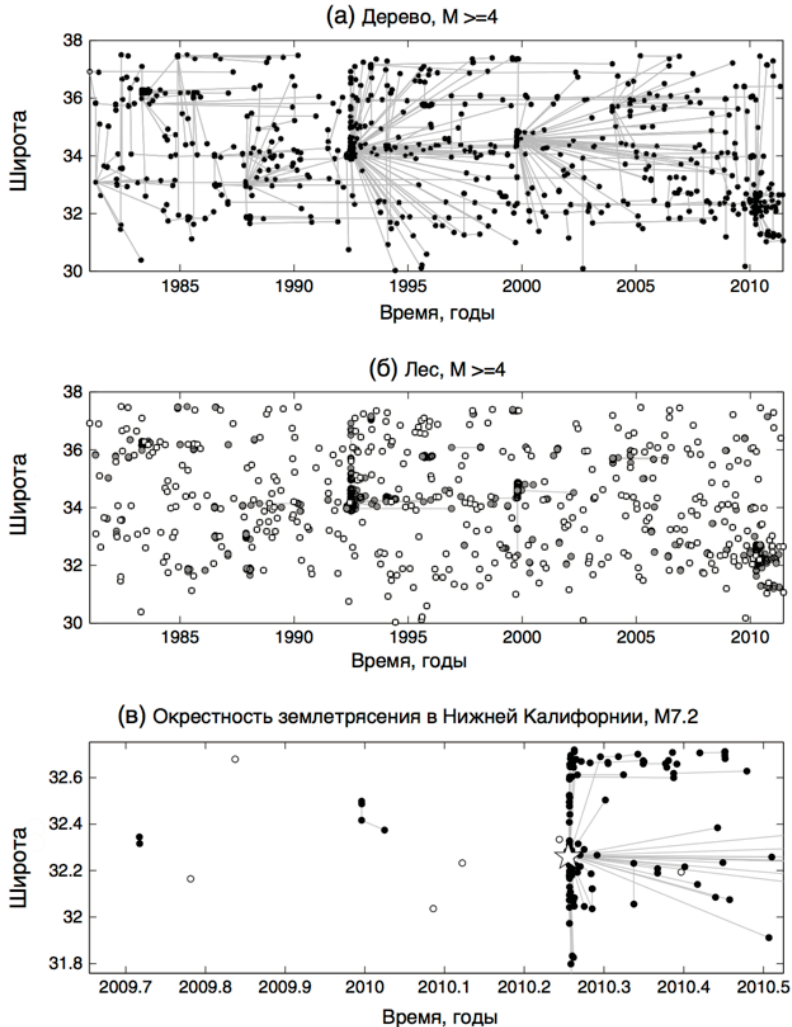


Рис. 2.4. Пример анализа расстояний до ближайшего соседа [Zaliapin, Ben-Zion, 2013], для землетрясений с $M \geq 4$ из уточненного каталога Южной Калифорнии [Hauksson et al., 2012]. Связи с ближайшим соседом показаны серыми линиями. (а) – Дерево ближайших соседей. (б) – Лес ближайших соседей, полученный удалением слабых связей из дерева. Бесцветные кружки обозначают деревья, состоящие из единственного события (*синглы*), заполненные кружки обозначают деревья, состоящие из нескольких событий (кластеры). (в) – Пример для пространственно-временной окрестности землетрясения в Нижней Калифорнии, Мексика, 10.04.2010, $M 7.2$

Статистические свойства графа ближайших расстояний были изучены в работе [Baiesi, Paczuski, 2004], где было показано, что с топологической точки зрения этот граф является деревом, это означает, что в нем нет петель. Действительно, родитель i землетрясения j происходит раньше, чем i ($t_i < t_j$). Следовательно, начиная движение из любого землетрясения j в каталоге, мы можем перемещаться только к его родителю i , потом к родителю события i и т.д. Мы не сможем вернуться назад к исходному событию j . Таким образом, рассматриваемый граф является деревом. Кроме того, дерево, построенное по методу ближайшего соседа, является единственно-возможным поскольку для каждого события в каталоге его родитель определяется единственным образом, исходя из минимума расстояния η (2.16). Дерево также имеет единственный корень, которым является событие без родителей – самое раннее землетрясение в каталоге.

Каждой связи в дереве ближайших соседей присваивается вес, обратно пропорциональный расстоянию до родителя (пропорциональный интенсивности потока событий). Это позволяет разделить все звенья дерева на «слабые» и «сильные» в соответствии с бимодальным распределением η . В частности, слабые звенья (большие расстояния) определяются условием $\eta \geq \eta_0$; они соответствуют (рис. 2.3) фоновой части бимодального распределения (T, R) . Сильные связи (малые расстояния) определяются условием $\eta < \eta_0$; они соответствуют кластерной части бимодального распределения (T, R) . Согласно рисунку 2.3, в качестве разделительного порога можно принять $\eta_0 = 10^{-5}$. Формальный анализ эмпирических распределений, представленных на рисунке 2.3, выполненный по модели гауссовой смеси (Gaussian mixture model), также показал, что при $\eta_0 = 10^{-5}$ достигается наилучшее разделение кластеров и фоновых событий [Hicks, 2011].

Удалив слабые ($\eta < \eta_0$) и сохранив сильные ($\eta \geq \eta_0$) связи в дереве ближайших соседей, мы получим лес событий (см., например, рис. 2.4б). Лес является набором различных деревьев, включающих все события в каталоге. Деревья, которые состоят из единственного события, называются *синглами* (*singles*). На рисунке 2.4 синглы показаны бесцветными кружками. Деревья, состоящие из нескольких событий, называются кластерами (на рисунке 2.4 показаны закрашенными кружками). В силу процедуры построения каждый кластер состоит из парных событий, связанных с их родителями сильными связями. На иллюстрирующем примере Южной Калифорнии (рис. 2.4) имеется 1146 землетрясений с $M \geq 4$ в каталоге [Hauksson et al., 2012], 685 (60%) из которых имеют сильные связи с родителями и 461 (40%) имеют слабые связи. Также имеется 373 (33%) сингла, оставшиеся 773 (67%) события принадлежат 89 кластерам. Размеры кластеров варьируются от 2 до 166 событий [Zaliapin, Ben-Zion, 2013]. Несмотря на то, что кластеров в 2 раза больше, чем синглов, на рисунке 2.4б визуально кажется, что большинство событий не имеют родителей (пустые круги), а кластеризованные события (заполненные круги) составляют небольшую часть каталога. Это впечатление связано с тем, что более

многочисленные кластеризованные события сильно группированы в пространстве и времени, в то время как менее многочисленные синглы распределяются более равномерно. В качестве иллюстрации на рисунке 2.4в показано увеличение масштаба вокруг землетрясения М7.2 10.04.2010 г. в Нижней Калифорнии, Мексика, также называемого землетрясением Эль-Майор-Кукапа. Последовательность афтершоков этого землетрясения содержит многочисленные события, сильно группированные по пространству и времени; все они принадлежат к одному кластеру.

Выделение фоновых землетрясений, основных толчков, афтершоков и форшоков методом Заляпина–Бен-Зиона. В терминологии этого метода фоновые землетрясения, основные толчки, афтершоки и форшоки являются всего лишь различными типами деревьев.

Фоновые землетрясения представляют собой синглы – деревья, содержащие одно событие. Основные толчки, их афтершоки и форшоки принадлежат кластерам событий. Основным толчком называется землетрясение с самой большой магнитудой в кластере. Если таких землетрясений несколько, то за основной толчок принимается первое событие. События, произошедшие до основного толчка, называются форшоками, после – афтершоками. Таким образом, имеются два типа деревьев событий – синглы и кластеры. А также три типа событий в кластерах – основные толчки, афтершоки и форшоки. Соответствующая схема приведена на рисунке 2.5.

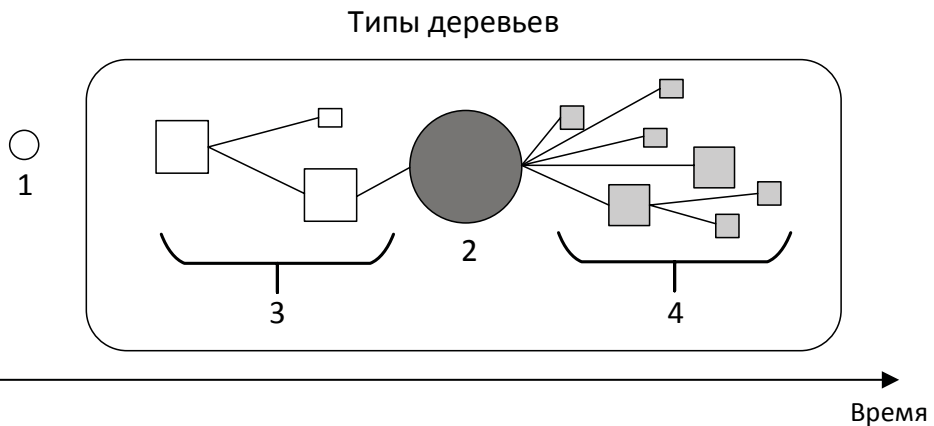


Рис. 2.5. Схема классификаций событий в методе Заляпина–Бен-Зиона [Zaliapin, Ben-Zion, 2013]. 1 – сингл (одиночное событие); 2 – основной толчок; 3 – форшоки; 4 – афтершоки. Афтершоки, родителем которых является основной толчок, называются первичными; у вторичных афтершоков родителем является другой афтершок

Метод Заляпина–Бен-Зиона в отличие от других кластерных методов позволяет выделять как первичные афтершоки (порождены основным толчком), так и вторичные (порождены другими афтершоками). Родителем первичных афтершоков является непосредственно основной толчок. Если какой-то из афтершоков является родителем другого землетрясения, то такое событие называется вторичным афтершоком (рис. 2.5) и т.д. Таким образом, цепочка вторичных афтершоков может состоять из нескольких событий.

Классификация событий зависит от нижней пороговой магнитуды каталога (m_c). Например, при более низком значении m_c некоторые синглы могут оказаться основными толчками (после объединения в кластер с возможными форшоками и афтершоками). В то время как при увеличении m_c часть основных толчков может стать синглами. Возможны и другие изменения типов событий.

Для анализа устойчивости рассматриваемого метода к изменению уровня представительности каталога и минимальной магнитуде регистрируемых событий в работах [Zaliapin et al., 2008; Zaliapin, Ben-Zion, 2013] был использован синтетический каталог, сгенерированный по пространственной ETAS-модели [Ogata, 1988]:

$$\mu(t, x, y | H_t) = \mu_0 + \sum_{i: t_i < t} g(t - t_i, x - x_i, y - y_i, M_i), \quad (2.18)$$

где t_i, x_i, y_i, M_i – время, координаты, и магнитуда i -го события, произошедшего до времени t . Ядро g имеет вид:

$$g(t, x, y, M) = \frac{K}{(t + c)^p} \frac{\exp(\alpha(M - M_0))}{(x^2 + y^2 + d)^q}.$$

Использовались следующие значения параметров модели ETAS: $\mu = 0.003 \text{ (км}^2 \text{ год)}^{-1}$, $b = \alpha = 1$, $K = 0.007 \text{ (км}^2 \text{ год)}^{-1}$, $c = 0.00001$ года, $p = 1.1$, $q = 1.7$, $d = 30 \text{ км}^2$. Симуляция выполнялась в прямоугольной области 500 на 500 км и в интервале времени 10 лет. Синтезированный каталог (рис. 2.6) состоял из 29761 события, из которых 7545 (25%) являются фоновыми землетрясениями. Поскольку каталог, синтезированный по ETAS-модели, может быть естественным образом разделен на индивидуальные кластеры, согласно явному отношению «родитель-потомок», обеспечиваемому моделью, то тип события определялся следующим образом. Кластеры определялись как группа, имеющая общего предка (родитель, родитель родителя и т.д.), который является фоновым событием (не имеет родителя). Единственный предок кластера также включался в кластер и являлся в нем первым событием. В каждом кластере основной толчок – первое событие с самой большой магнитудой, события, произошедшие до него – форшоки, после – афтершоки. При дальнейшем анализе типы событий, соответствующие структуре ETAS-модели, принимались за истинные, с ними сравнивались типы событий, определенные методом Залипина–Бен-Зиона.

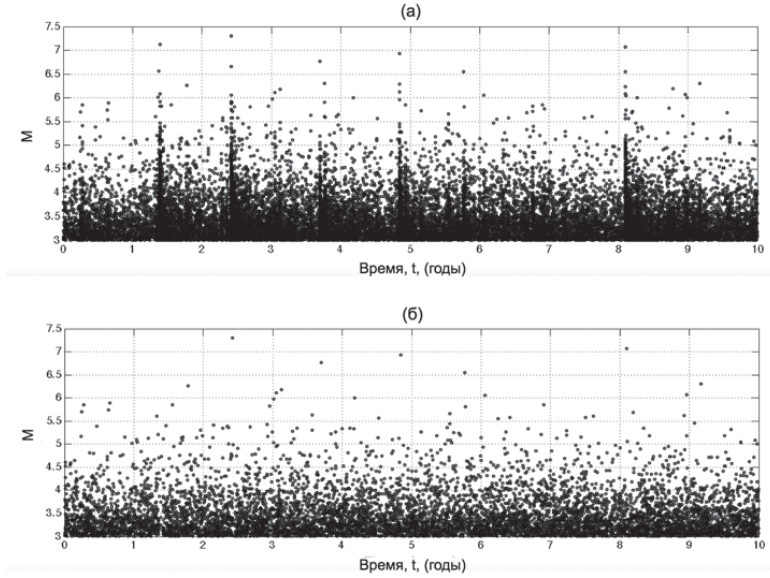


Рис. 2.6. Пример синтетического каталога, полученного симуляцией по ETAS-модели с параметрами $\mu = 0.003 \text{ (км}^2 \text{ год)}^{-1}$, $b = \alpha = 1$, $K = 0.007 \text{ (км}^2 \text{ год)}^{-1}$, $c = 0.00001 \text{ года}$, $p = 1.1$, $q = 1.7$, $d = 30 \text{ км}^2$ (дополнительная информация в [Zaliapin, Ben-Zion, 2013]). (а) – Зависимость магнитуды событий от времени (29671 событие). (б) – Основные толчки (9536 событий), выделенные методом Залияпина–Бен-Зиона

Распределение расстояний [Zaliapin, Ben-Zion, 2013], построенное для синтетического каталога, имеет выраженную бимодальную форму (рис. 2.7), подобную той, что наблюдалась для реальных данных (рис. 2.3): фоновые события расположены выше белой прямой $\log T + \log R = -4.47$, панель (а), и соответствуют правой моде на панели (б); кластеризованные события расположены ниже этой прямой и соответствуют левой моде. Пороговое значение, разделяющее кластеризованные и фоновые события, $\eta_0 = 10^{-4.47}$.

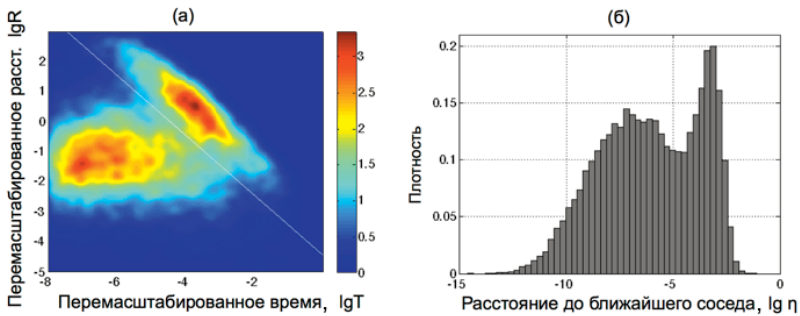


Рис. 2.7. Распределение расстояний до ближайшего соседа, построенное для синтетического каталога (рис. 2.6) [Zaliapin, Ben-Zion, 2013]. (а) – Совместное распределение пространственной и временной компонент (T, R) расстояний до ближайшего соседа (2.17). (б) – Гистограмма логарифма расстояний до ближайшего соседа η (2.16)

Таблица 2.2 и рисунок 2.8 показывают результаты сравнения кластеров, соответствующих структуре ETAS-модели и выделенных методом ближайшего соседа по данным синтетического каталога. У 88% событий $M \geq 3$ тип (основной толчок, форшок, афтершок) определен корректно, большинство неверно классифицированных событий (7%) являются афтершоками отнесенными к основным толчкам (табл. 2.2). Причина неверной классификации этих 7% афтершоков заключается в поздней инициации, когда событие-потомок далеко отстоит по времени или расстоянию от события-родителя. Это явление вызвано хвостами степенного закона, используемого в ETAS-модели (2.18).

Таблица 2.2. Сравнение типов событий с магнитудами (M) 3 или выше и 5 или выше из синтетического каталога (рис. 2.6), соответствующих структуре ETAS-модели (истинные) и определенных методом Заляпина–Бен-Зиона (оцененные) [Zaliapin, Ben-Zion, 2013]. В скобках указан процент ошибочных определений типа

			Истинные	
			Основной толчок	Афтершок
		Форшок		
		$M \geq 3$		
Оцененные	Форшок	2760 (9%)	77 (0.2%)	157 (0.5%)
	Основной толчок	331 (1%)	7007 (24%)	2198 (7%)
	Афтершок	242 (0.8%)	461 (2%)	16438 (55%)
		$M \geq 5$		
Оцененные	Форшок	31 (11%)	1 (0.4%)	1 (0.4%)
	Основной толчок	6 (2%)	90 (32%)	11 (4%)
	Афтершок	-	4 (1%)	135 (48%)

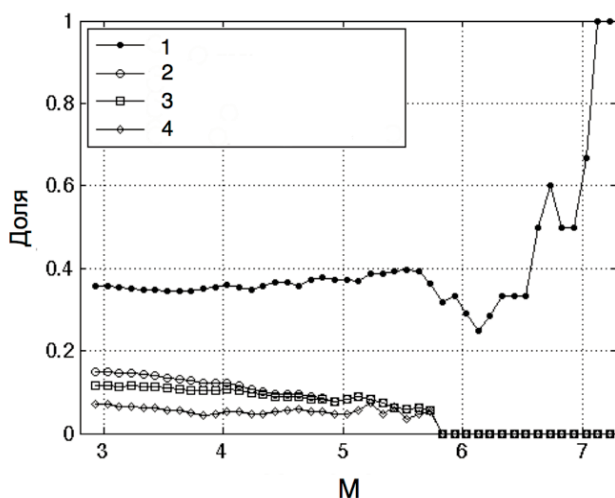


Рис. 2.8. Доля ошибочных кластеризаций синтетического каталога (рис. 2.6) для магнитуд выше M (дополнительная информация в [Zaliapin, Ben-Zion, 2013]). 1 – неверное приписывание родителя; 2 – приписывание события к неверному кластеру; 3 – ошибочное определение типа события (основной толчок, афтершок, форшок); 4 – то же, что и 3, только для основных толчков

При наличии фоновой сейсмичности далекие потомки смешиваются с фоновыми событиями и не могут быть верно классифицированы с помощью статистических методов. Доля ошибочных классификаций возрастает с ростом интенсивности фоновых событий. В таблице 2.2 приводится аналогичное сравнение для 279 событий с магнитудой 5 или выше. Результаты показывают, что доля верных классификаций увеличивается с ростом магнитуды рассматриваемых событий. Рисунок 2.8 показывает долю ошибочных классификаций для различных типов событий в зависимости от рассматриваемых магнитуд. Отметим, что доля событий с ошибочно определенными родителями составляет около 40% для $M < 6$, что значительно больше, чем доля других неверных определений. Тип кластера правильно распознается более чем у 88% событий; доля соответствующих ошибок уменьшается до нуля, при увеличении магнитуды до 5.8. Это свидетельствует, что, несмотря на возможные трудности корректного обнаружения родителей событий в синтезированном каталоге, можно достаточно точно воссоздать его кластерную структуру.

Анализ доли неверных определений кластеров в зависимости от минимальной магнитуды рассматриваемых землетрясений выполнялся по событиям с $M \geq M_0$ из синтетического каталога (рис. 2.6). Для данных событий вычислялись расстояния до ближайшего соседа и выполнялось выделение кластеров. Затем выделенные кластеры сравнивались с кластерами, соответствующими структуре ETAS-модели. Расчеты показали [Zaliapin, Ben-Zion, 2013], что доля событий с неверно определенным типом уменьшается с ростом магнитуды M_0 (рис. 2.9) от 11.57% при начальном значении M_0 до 0% при $M_0 = 5.7$. Этот результат соответствует выводу, полученному из рисунка 2.8, несмотря на то, что на нем показаны доли ошибочных определений типов событий в зависимости от магнитуды, при этом сами типы определялись по всему каталогу. Здесь же определение кластеров и типов событий восполнялось по части каталога.

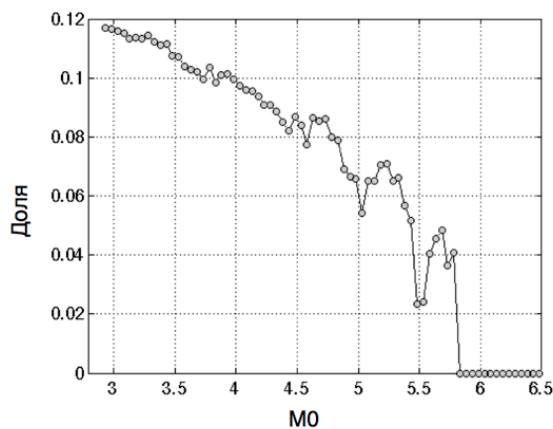


Рис. 2.9. Зависимость доли ошибочных определений типов событий (et) методом Заляпина–Бен-Зиона от минимальной магнитуды рассматриваемых событий M_0 по данным синтетического каталога (рис. 2.6) [Zaliapin, Ben-Zion, 2013], дополнительная информация

Анализ доли неверных определений кластеров и типов событий в зависимости от представительной магнитуды каталога выполнен в работе [Zaliapin, Ben-Zion, 2013] (раздел дополнительной информации) по следующей схеме. Сначала выполнялось прореживание каталога, при котором каждое событие с магнитудой $3 \leq M \leq 5$ удалялось с вероятностью $P(M) = (5-M)/2$, линейно убывающей от 1 до 0 по магнитуде: все события с $M = 3$ удалялись, а с $M = 5$ оставались в синтетическом каталоге. После прореживания в каталоге остается примерно 20% событий (рис. 2.10а). Таким способом было сгенерировано 100 прореженных вариантов каталога. Для каждого варианта подсчитывалось число ошибочных определений типов событий. Расчеты показали (2.10б), что при использовании неполного каталога доля ошибочных определений типа возрастает не более чем в 1.17 раза в сравнении с полным каталогом.

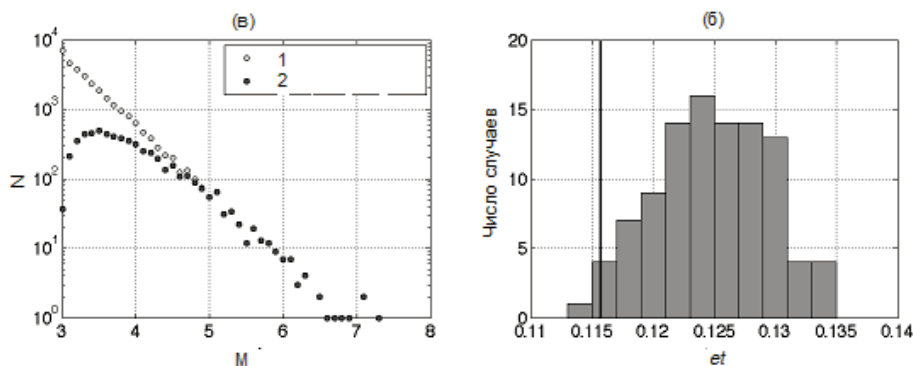


Рис. 2.10. Распределение числа ошибочных определений типа событий при повышении представительной магнитуды синтетического каталога (рис. 2.6) методом прореживания (дополнительная информация в [Zaliapin, Ben-Zion, 2013]). (а) – Распределение магнитуд синтетического каталога (1) и его прореженного варианта (2). (б) – Гистограмма распределения доли ошибочных определений типа (et) событий в прореженном каталоге. Вертикальная черная прямая соответствует доле неверных определений типа события в истинном полном каталоге

Таким образом, рассматриваемый метод выделения кластеров событий (фоновых землетрясений, основных толчков, их афтершоков и форшоков) является нечувствительным как к уровню представительности каталога, так и к минимальной магнитуде регистрируемых событий. Это свидетельствует о том, что полученная структура кластеров близка к структуре, полученной при анализе полного каталога.

Алгоритм метода ближайшего соседа. Завершая рассмотрение метода Заляпина–Бен-Зиона, формализуем алгоритм выделения фоновых событий, основных толчков, их афтершоков и форшоков.

Входные данные алгоритма: каталог землетрясений, упорядоченный по возрастанию времен в очаге. Параметры алгоритма: b – наклон графика по-

вторяемости, d_f – фрактальная размерность каталога, M_0 – минимальная магнитуда рассматриваемых событий.

Шаг 1. Для каждого события $j > 1$ с помощью формулы (2.16) находятся расстояния до событий $i < j$.

Шаг 2. Для каждого события $j > 1$ находится расположенное от него на минимальном расстоянии событие i^* , которое является ближайшим соседом. В результате получаем два массива. Первый – массив $n[j]$, содержащий индекс ближайшего соседа (родителя) для события j ; $n[1] = 0$, это означает, что у первого события в каталоге нет родителя. Второй массив $d[j]$ содержит значение логарифма расстояния от события с номером j до его ближайшего соседа; $d[1] = \infty$, поскольку у первого события в каталоге нет родителя, то и расстояние до него бесконечно.

Шаг 3. Строим гистограмму логарифмов расстояний до ближайшего соседа, содержащихся в массиве $d[j]$, $j > 1$ – аналогичные приведены на рисунках 2.3 (в, г). Согласно [Baiesi, Paczuski, 2004], гистограмма должна быть бимодальной. По гистограмме находим пороговое значение $\log \eta_0$, разделяющее кластеризованные и фоновые события, как минимум между правой и левой модами.

Шаг 4. Формируем массив B , содержащий индексы фоновых землетрясений, то есть таких событий, для которых расстояния до ближайшего соседа больше порогового значения η_0 : $B[k]$ такое, что $d[k] > \log \eta_0$.

Шаг 5. Формируем массив, содержащий индексы событий-потомков $a[k] = j : d[j] \leq \log \eta_0$, а также массив с индексами их родителей $p[k] = n[a[k]]$.

Шаг 6. Поместим уникальные значения индексов событий-родителей из массива p в новый массив $\tilde{p}$. Сформируем кластеры событий следующим образом. Для каждого значения индекса события-родителя из $\tilde{p}$ выбираем индексы событий потомков из массива a . Получаем кластеры событий:

$$C_k = \{\tilde{p}[k], n[j] : p[j] = \tilde{p}[k]\},$$

где первый элемент $p[k]$ является родителем всех событий в кластере, остальные элементы – первичные потомки.

Для выделения вторичных, третичных и т.д. потомков (рис. 2.5) необходимо рекурсивно повторять данный шаг, считая, что родителем является каждый элемент кластера.

Шаг 7. Для каждого сформированного кластера C_k выделяется основной толчок – первое из событий с самой большой магнитудой, а также форшоки и афтершоки – события, произошедшие соответственно до и после основного толчка. Таким образом, кластер C_k состоит из следующих подкластеров:

$$C_k = \{F_k, M_k, Af_k\},$$

где M_k – индекс основного толчка в исходном каталоге, Af_k – массив индексов его афтершоков, F_k – массив индексов форшоков. Для некоторых кластеров форшоки или афтершоки могут отсутствовать.

Шаг 8. Если какие-либо индексы основных толчков отсутствуют в массиве индексов фоновых событий B , то их необходимо туда добавить.

Отметим, что приведенный алгоритм является устойчивым к вариациям параметров b , d_f , M_0 [Zaliapin, Ben-Zion, 2013]. Вместе с тем использование этого метода для выделения основных толчков и афтершоков из каталогов, содержащих данные о землетрясениях из разных сейсмогенных зон с различной активностью (например, глобальный каталог ANSS ComCat [ANSS...]), неоправданно. Причина заключается в том, что в этом случае пороговое значение η_0 , разделяющее фоновые и кластеризованные события, должно оцениваться отдельно для каждой зоны.

2.3. СТОХАСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

Рассмотренные в предыдущих разделах методы разбиения каталога землетрясений на кластеры являлись детерминистскими, то есть декомпозиция каталога на основные толчки, их афтершоки и форшоки является однозначной при каждом применении того или иного метода.

Альтернативой детерминированным методам являются стохастические методы, реализующие вероятностный подход к декомпозиции каталога землетрясений на фоновые и кластеризованные события (основные толчки, их афтершоки и форшоки). Идеи вероятностной декомпозиции впервые были высказаны в работах Кагана и Джексона [Kagan, Jackson, 1991].

Метод стохастической декомпозиции по модели ETAS

Метод впервые был предложен в работе [Zhuang, et al., 2002] и основан на использовании ETAS-модели. Суть метода заключается в оценке интенсивности фоновых (число событий в единицу времени) землетрясений в предположении, что эта характеристика не зависит от времени, а определяется только местоположением и некоторыми параметрами, задающими структуру кластеризации. ETAS-модель, лежащая в основе метода, имеет вид:

$$\lambda(t, x, y) = \mu(x, y) + \sum_{k: t_k < t} \kappa(m_k) g(t - t_k) f(x - x_k, y - y_k | m_k), \quad (2.19)$$

$$\kappa(m) = A \exp(\alpha(m - M_0)),$$

$$g(t) = \begin{cases} (p-1)c^{p-1}(t+c)^{-p}, & t > 0, \\ 0, & t \leq 0, \end{cases}$$

$$f(x, y | m) = \frac{1}{2\pi e^{\alpha(m-M_0)}} \exp\left(\frac{-x^2 - y^2}{2de^{\alpha(m-M_0)}}\right),$$

где μ , p , c , d , α – параметры модели; M_0 – минимальная магнитуда рассматриваемых событий; $\mu(x, y)$ – интенсивность фоновых событий, зависящая от местоположения, определяемого координатами x , y ; t_k , x_k , y_k , m_k – соответственно, время, координаты и магнитуда k -го события, произошедшего до времени t ; $g(t)$ – нормализованная функция ответа (например, плотность), зависящая от времени t ; $f(x, y | m_k)$ – нормализованная функция ответа, завися-

щая от местоположения. Функции $g(t)$ и $f(x, y | m_k)$ зависят от сейсмичности, предшествующей моменту времени t . Функция $\kappa(m_k)$ представляет ожидаемое число афтершоков, порожденных событием с магнитудой m_k .

Пусть землетрясения из анализируемого каталога перенумерованы в хронологическом порядке от 1 до N . Тогда, согласно (2.19), вероятность ρ_{ij} того, что событие j инициировано событием i можно оценить как относительный вклад i -го события в интенсивность λ в момент времени и местоположении, соответствующим j -му событию:

$$\rho_{ij} = \frac{\kappa(m_i)g(t_j - t_i)f(x_j - x_i, y_j - y_i | m_i)}{\lambda(t_j, x_j, y_j)}. \quad (2.20)$$

Вероятность φ_j того, что событие j является фоновым, имеет вид:

$$\varphi_j = \frac{\mu(x, y)}{\lambda(t_j, x_j, y_j)}. \quad (2.21)$$

Тогда вероятность ρ_j того, что событие j инициировано хотя бы одним из предшествующих событий имеет вид:

$$\rho_j = 1 - \varphi_j = \sum_{i=1}^{j-1} \rho_{ij}. \quad (2.22)$$

Таким образом, выбирая каждое событие j с вероятностью ρ_{ij} , φ_j или ρ_j , мы можем осуществить симуляцию подпроцесса, инициированного событием i , фонового подпроцесса или кластерного подпроцесса, соответственно. Оценив параметры модели (2.19), например, методом максимального правдоподобия [Ogata, 1988], для декомпозиции каталога на фоновые события, основные толчки, их афтершоки и форшоки можно использовать следующий алгоритм [Zhuang, et al., 2002].

Алгоритм стохастической ETAS-декомпозиции каталога землетрясений.

1. Для всех $j = 1, 2, \dots, N$ и $i = 1, \dots, j - 1$ вычислить ρ_{ij} и φ_j по формулам (2.20) и (2.21), соответственно.

2. Положить $j = 1$.

3. Сгенерировать значение U_j равномерно распределенной случайной величины на отрезке $[0, 1]$.

4. Если $U_j < \varphi_j$, то событие с номером j помечается как фоновое.

5. Иначе выбрать наименьшее I такое, что $U_j < \varphi_j + \sum_{i=1}^I \rho_{ij}$. В этом случае считается, что событие с номером j инициировано событием с номером I .

6. Если $j = N$, то расчет закончен; иначе положить $j = j + 1$ и перейти на шаг 3.

Схема алгоритма приведена на рисунке 2.11. После того, как произведена декомпозиция каталога на фоновые и кластеризованные события, мы, подобно методу Залыпина–Бен-Зиона, определяем основной толчок как первое событие с самой большой магнитудой в кластере, события до и после основного толчка объявляются форшоками и афтершоками, соответственно. Иницирующее событие для каждого кластера помечается как фоновое или же вместо него фоновым объявляется основной толчок [Zhuang, et al., 2002]. Последнее, на наш взгляд, является методически более правильным, поскольку, в случае если иницирующее событие не совпадает с основным толчком, то оно является афтершоком. Примеры применения рассматриваемого алгоритма приведены в работах [Zhuang, et al., 2002, 2004; Zhuang, 2006].



Рис. 2.11. Схема алгоритма стохастической ETAS-декомпозиции каталога землетрясений на фоновые и кластеризованные события [Zhuang, et al., 2002]

Поскольку результат применения алгоритма ETAS-декомпозиции не является уникальным, то, как правило, генерируется много копий декластеризованного каталога для использования при проверке гипотез, связанных с фоновой сейсмичностью или с группированием землетрясений. Также имеется возможность непосредственной работы с вероятностями φ_j (2.21) и ρ_{ij} (2.22) для проверки таких гипотез. Соответствующий метод называется методом стохастической реконструкции [Zhuang, et al., 2004; Zhuang, 2006].

Метод стохастической декомпозиции, не зависящий от модели

Данный метод был предложен в работах [Marsan, Lengline, 2008, 2010] и является обобщением метода стохастической ETAS-декомпозиции [Zhuang, et al., 2002, 2004].

Название метода обусловлено тем, что в методе не используется какая-либо модель сейсмичности (Model-Independent Stochastic Declustering, MISD). Сейсмичность описывается следующим образом: землетрясение A магнитудой m_a из интервала $[m_p, m_{i+1}]$, произошедшее в момент времени t_a , инициирует афтершоки в местоположении x во время $t > t_a$ с условной интенсивностью

$$\lambda_a(x, t) = \sum_j \sum_k \lambda_{ijk} \theta(t_j \leq t - t_a < t_{j+1}) \theta(r_k \leq r_a(x) < r_{k+1}), \quad (2.23)$$

где λ_{ijk} — неизвестные интенсивности (в тройном индексе i обозначает магнитуду, j — время, k — расстояние); $\theta(P) = 1$, если предложение P истинно, иначе $\theta(P) = 0$; $[t_p, t_{j+1}]$ и r_k, r_{k+1} — интервалы дискретизации по времени и

расстоянию; $r_a(x)$ – расстояние между землетрясением-триггером и местоположением x .

В сравнении с ETAS-моделью (2.19) инициирующее ядро в (2.23) также зависит от времени, расстояния и магнитуды, но не имеет изначально заданного вида. Действительно, эта формулировка эквивалентна простому кусочно-постоянному инициирующему ядру. Помимо инициации, которая генерирует кластеризованную часть сейсмичности, фоновые землетрясения происходят с постоянной и пространственно равномерной интенсивностью μ .

Для применения метода MISD сначала требуется определить интервалы дискретизации по магнитуде, времени и расстоянию. Затем необходимо найти наилучшие значения интенсивностей λ_{ijk} с учетом данных анализируемого каталога землетрясений.

Для поиска неизвестных λ_{ijk} может быть использован ЕМ-алгоритм (Expectation maximization), основанный на итерационных вычислениях вероятностей ω_{ab} и ω_{0b} [Marsan, Lengline, 2008], которые соответствуют вероятностям ρ_{ij} и ϕ_j метода стохастической ETAS-декомпозиции, рассмотренного в предыдущем параграфе. В методе MISD ω_{ab} и ω_{0b} задаются соотношениями:

$$\omega_{ab} = \frac{\lambda_a(x_b, t_b)}{\mu + \sum_{c < b} \lambda_c(x_b, t_b)}, \quad (2.24)$$

$$\omega_{0b} = \frac{\mu}{\mu + \sum_{c < b} \lambda_c(x_b, t_b)}, \quad (2.25)$$

где интенсивности λ задаются формулой (2.23).

Используя вероятности ω , можно рассчитать оценки максимального правдоподобия λ_{ijk} и μ следующим образом:

$$\lambda_{ijk} = \frac{n_{ijk}}{n_i(t_{j+1} - t_j)\delta V_k}, \quad (2.26)$$

$$\mu = \frac{n_0}{TV}, \quad (2.27)$$

где n_i – число землетрясений с магнитудой в интервале $[m_i, m_{i+1}]$, n_{ijk} – число пар землетрясений (a, b) , умноженных на вероятности ω_{ab} , таких, что a имеет магнитуду из $[m_i, m_{i+1}]$, разность их времен $t_b - t_a \in [t_j, t_{j+1}]$, расстояние между эпицентрами $r_{ab} \in [r_k, r_{k+1}]$; δV_k – объем оболочки $r_k < r < r_{k+1}$; T – общая длительность каталога; V – объем, занимаемый землетрясениями каталога; $n_0 = \sum_b \omega_{0b}$ – число фоновых землетрясений.

Вычисления по формулам (2.24)–(2.27) выполняются итерационно до тех пор, пока λ_{ijk} и μ не сойдутся к своим значениям. Перед началом итераций необходимо задать начальные условия для λ_{ijk} и μ , избегая нулевых значений. Сильной стороной этого алгоритма является то, что окончательное решение не зависит от начальных значений.

Разделение каталога на фоновые события, основные точки, их афтершоки и форшоки можно выполнить по алгоритму метода стохастической ETAS-декомпозиции (см. предыдущий параграф), полагая $\rho_{ij} = \omega_{ab}$, $\varphi_j = \omega_{0b}$.

Таким образом, из рассмотренных методов выделения основных толчков и их афтершоков метод Г.М. Молчана и Е.О. Дмитриевой является оптимальным (минимизируется сумма ошибок двух родов) и однозначным способом идентификации основных толчков и их афтершоков, учитывающим затухание по закону Омори-Утсу, обусловленное физикой процесса. В методе также адаптивно учитывается сейсмическая активность в различных сейсмогенных зонах и неоднородность представительности каталога. Метод может использоваться при разработке и тестировании методов и методик для решения задачи оценки опасности сильных афтершоков землетрясений.

ГЛАВА 3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АФТЕРШОКОВЫХ ПРОЦЕССОВ

В сейсмологии сложно переоценить роль законов подобия, с помощью которых результаты исследований в одном масштабе пространства, времени или энергии с определенной степенью достоверности можно переносить на другие масштабы, для которых соответствующих данных либо недостаточно, либо они еще не известны [Голицын, 1996]. Распределение землетрясений по магнитуде подчиняется «закону повторяемости» Гутенберга-Рихтера [Gutenberg, Richter, 1956]. Убывание числа афтершоков в единицу времени описывается модифицированным законом Омори [Utsu, 1961; Utsu et al., 1995]. В соответствии с гипотезой Т. Утсу, логарифм их числа пропорционален магнитуде основного толчка [Utsu, 1970, 1971]. Связь для магнитуды основного толчка и сильнейшего афтершока устанавливает эмпирический закон Бота [Båth, 1965], согласно которому их разность не зависит от магнитуды основного толчка и в среднем составляет 1.1-1.2.

Вместе с тем многочисленные попытки интерпретации этого закона [Helmstetter, Sornette, 2003; Lombardi, 2002; Saichev, Sornette, 2005; Shcherbakov, 2004; Vere-Jones, 1969, 2008], не говоря уже о теоретическом обосновании, так и не привели к успеху.

Независимость времен и магнитуд афтершоков является важным предположением с точки зрения теории оценки опасности афтершоков. Гипотеза о независимости впервые была высказана П. Ризенбергом и Л. Джонс [Reasenberg, Jones, 1989]. Важность этой гипотезы определяется возможностью представления афтершокового процесса суперпозицией временной модели и закона Гутенберга-Рихтера [Gutenberg, Richter, 1956]. Следствием такого представления является независимость b -значения закона Гутенберга-Рихтера от времени после основного толчка.

На фактическом материале гипотеза Ризенберга-Джонс никогда не проверялась. Вместе с тем многие исследования указывают на изменение b -значения до землетрясения (см., например, [Molchan et al., 1999; Завьялов, 2006; Papadopoulos et al., 2006; Nanjo et al., 2012; Rodkin, Tikhonov, 2016]). Соответственно, естественно ожидать, что в афтершоковом процессе происходит возврат к обычным значениям. Такое поведение с высокой степенью надежности наблюдается в лабораторных экспериментах [Смирнов и др., 2010; Смирнов, 2018; Смирнов и др., 2019; Sobolev et al., 1996], а также в реальных и синтетических афтершоковых последовательностях [Knopoff et al., 1982; Helmstetter, Sornette, 2002; Ogata, Katsura, 2014; Tamaribuchi et al., 2018]. Разрешение этого противоречия составляет содержание одного из разделов данной главы.

Рассматриваемая в данной главе продуктивность землетрясений (общее количество событий, возникающих в результате возмущения напряженного состояния, вызванного другим более ранним землетрясением) является ключевым параметром в статистической сейсмологии и имеет критическое значение для оценивания опасности афтершоков, поскольку она определяет количество событий в пределах пространственно-временного интервала.

Близким к понятию продуктивности землетрясений является понятие повторяемости афтершоков – количество афтершоков, вызванных основным толчком. Ранее в работе [Шебалин и др., 2018] была подтверждена гипотеза С.Л. и О.Н. Соловьевых [1962] об экспоненциальном распределении числа афтершоков сильных землетрясений и его зависимости от глубины. Результаты были получены для сильнейших землетрясений мира ($M \geq 6.5$). В данной главе закон повторяемости количества афтершоков обобщен для продуктивности землетрясений.

Для целей прогноза магнитуды сильнейшего афтершока нам важно установить закономерности изменения во времени разности магнитуды сильнейшего афтершока и основного толчка. Исследования на фактическом материале показали, что форма распределения этой разности не меняется для разных интервалов времени, а лишь сдвигается среднее значение. Нам удалось дать теоретическое обоснование величины этого сдвига в зависимости от параметров закона Омори-Утсу. Более того, использование закона продуктивности землетрясений позволило обосновать и форму распределения, зависящую от параметра b закона Гутенберга-Рихтера. Было получено хорошее совпадение теоретических и эмпирических распределений. Все вместе эти теоретические и эмпирические результаты можно охарактеризовать как динамический закон Бота, которому посвящен третий раздел главы.

В четвертом разделе главы исследуется излом графика повторяемости афтершоковых серий района Новой Зеландии и землетрясения Тохоку (11.03.2011, M_9), обусловленный, по-видимому, вязкоупругой релаксацией напряжений, вызванных разрывом основного толчка и продолжающимся асейсмическим скольжением (afterslip). Показано, что учет излома графика с помощью модифицированной модели Ризенберга-Джонс способен значительно улучшить оценку опасности сильных афтершоков землетрясений.

3.1. ГЛОБАЛЬНАЯ СТАТИСТИКА АФТЕРШОКОВ: НЕЗАВИСИМОСТЬ ВРЕМЕН И МАГНИТУД

Независимость времен и магнитуд афтершоков является важным предположением с точки зрения теории оценки опасности афтершоков. Гипотеза о независимости была высказана П. Ризенбергом и Л. Джонс [Reasenbergs, Jones, 1989]. Важность этой гипотезы определяется возможностью представления афтершокового процесса суперпозицией временной модели и закона Гутенберга-Рихтера [Gutenberg, Richter, 1956]. Эта гипотеза лежит в основе методов прогноза активности афтершоков [Gerstenberger et al., 2005; Баранов, Шебалин, 2016; Scherbakov et al., 2018]. Но на фактическом материале гипотеза Ризенберга-Джонс никогда не проверялась. Вместе с тем многие исследования указывают на изменение параметра b до землетрясения (см., например, [Molchan et al., 1999; Завьялов, 2006; Papadopoulos et al., 2006; Nanjo et al., 2012; Rodkin, Tikhonov, 2016]). Соответственно, естественно ожидать, что в афтершоковом процессе происходит возврат к обычным значениям. Такое поведение наблюдается в лабораторных экспериментах [Смирнов и др., 2010; Смирнов, 2018; Смирнов и др., 2019; Sobolev et

al., 1996], а также в реальных и синтетических афтершоковых последовательностях [Knopoff et al., 1982; Helmstetter, Sornette, 2002; Ogata, Katsura, 2014; Rodkin, Tikhonov, 2016; Tamaribuchi et al., 2018]. Этот эффект, однако, может быть связан с неполнотой каталога, которая зависит как от магнитуды, так и от времени [Helmstetter et al., 2006; Hainzl, 2016; Баранов, Шебалин, 2016; Shebalin, Baranov, 2017].

В этом разделе, чтобы исключить влияние неполноты каталога после сильных землетрясений, мы исследуем глобальное распределение наиболее сильных афтершоков в каждой серии. Будет показано, что магнитуды первых, вторых и т.д. до пятнадцатых по силе афтершоков не зависят от времени и распределены аналогично закону Омори [Utsu, 1961]. Таким образом, времена и магнитуды наиболее сильных афтершоков действительно можно считать независимыми. Для более слабых афтершоков проверить это напрямую не представляется возможным.

Для анализа мы будем использовать каталог землетрясений ANSS ComCat Геологической службы США (USGS) [ANSS...] за период с 1975 по 2017 г.

В данном разделе основные толчки и их афтершоки выделялись по алгоритму Молчана и Дмитриевой [Молчан, Дмитриева, 1991; Molchan, Dmitrieva, 1992] с помощью программы В.Б. Смирнова [2009]. За период с 1975 по 2017 г. было выделено 526 серий от землетрясений с магнитудой 6.5 или выше и с числом афтершоков не менее 15 (рис. 3.1).

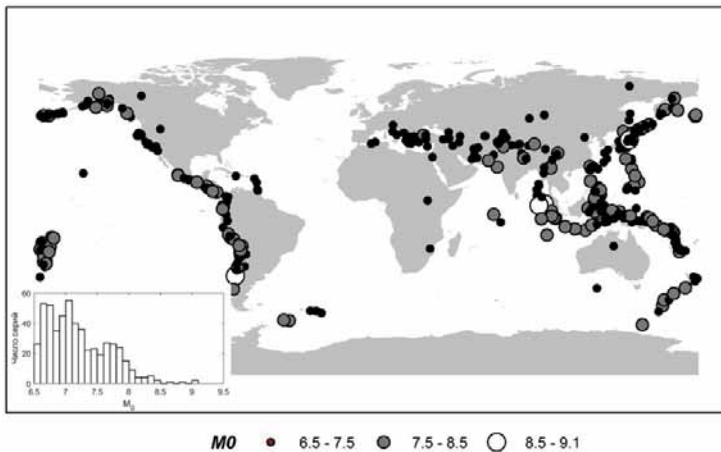


Рис. 3.1. Эпицентры основных толчков магнитудой M_0 , выделенных по алгоритму Молчана и Дмитриевой из каталога ANSS за 1975-2017 гг.

Каждый афтершок может характеризоваться парой значений – временем относительно основного толчка и магнитудой, которые могут рассматриваться в качестве двумерной случайной величины. Для проверки независимости компонент этой случайной величины в совокупности афтершоковых серий можно было бы пойти по пути проверки такой независимости в каждой отдельной серии с помощью стандартных статистических методов, а

затем сопоставить результаты по разным сериям. Вместе с тем такой подход затруднен тем, что для большинства серий количество афтершоков с магнитудой выше уровня представительной магнитуды невелико. Кроме того, для практических целей важна независимость от времени магнитуд сильных афтершоков, а их число практически всегда недостаточно для такого анализа. С учетом этого мы пошли по пути совокупного анализа времен сильнейших афтершоков. Мы находили времена сильнейших афтершоков в каждой серии и исследовали их распределение по всем сериям.

Такой подход значительно менее чувствителен к уровню представительной магнитуды. Как известно, этот уровень зависит от времени с момента основного толчка и от его магнитуды [Helmstetter et al., 2006; Hainzl, 2016; Shebalin, Baranov, 2017]. Магнитуды сильнейших событий автоматически оказываются выше уровня представительности. Поэтому для анализа сильнейших афтершоков нет необходимости определять уровень представительной магнитуды.

В условиях справедливости гипотезы о независимости времен и магнитуд времена сильнейших в своей серии афтершоков должны иметь распределение, близкое к распределению афтершоков произвольной магнитуды в каждой серии, то есть распределению по закону Омори-Утсу [Utsu, 1961; Utsu et al., 1995]. Отметим, что с учетом представления об афтершоковых сериях как о прямом каскаде разрушения более ожидаемым является смещение времен сильнейших афтершоков в сторону меньших значений, и, соответственно, отклонение функции распределения в сторону больших значений. Чтобы убедиться, что такого смещения нет, помимо проверки формы распределения будем проводить сравнение с усредненным по всем сериям распределением времен афтершоков с произвольными магнитудами, превышающими порог представительности.

Указанные выше тесты являются проверкой лишь необходимого условия независимости магнитуд и времен. Чтобы окончательно убедиться в отсутствии какой-либо упорядоченности магнитуд во времени, мы сравниваем распределения времен афтершоков, имеющих разные индексы в упорядоченной по убыванию магнитуды последовательности.

Обозначим $M_{j,k}$ и $t_{j,k}$ магнитуды и времена афтершоков в упорядоченной последовательности в каждой серии с номером $j = 1, \dots, N$, где N – число рассматриваемых серий:

$$M_{j,1} \geq M_{j,2} \geq \dots \geq M_{j,K-1} \geq M_{j,K}.$$

Если совпадают значения $M_{j,k} = M_{j,k+1}$, то индекс k принимается из соотношения $t_{j,k} < t_{j,k+1}$. Сравниваются, в том числе попарно, распределения по всем сериям j величин $t_{j,k}$, $k = 1, \dots, K$.

Предположим, что получаемые распределения времен имеют форму закона Омори-Утсу [Utsu, 1961; Utsu et al., 1995]:

$$\lambda(t) = \frac{K}{(t + c)^p}. \quad (3.1)$$

Для оценки параметров этого распределения мы используем Байесовские оценки с неинформативным априорным распределением параметров c

и p [Holschneider et al., 2012] (в расчетах используется программа bayMOL [Баранов, Шебалина, 2018г]). Такой подход позволяет получить доверительные интервалы оценок на основе их апостериорного распределения.

Будем рассматривать значения времен в интервале (t_{start}, t_{stop}) . Ограничение снизу t_{start} необходимо, чтобы избежать искажений за счет неполноты каталога сразу после основных толчков. Для величины t_{stop} везде в этой работе мы принимаем значение 365 суток. Для параметра c задаются априорные границы в интервале $(t_{start}/2, 2t_{stop})$, для параметра p – в интервале $(0.5, 1.5)$.

Распределение времен сильнейших афтершоков показано на рисунке 3.2. При расчетах принималось значение $t_{start} = 0.005$ суток, что соответствует примерно 7 минутам.

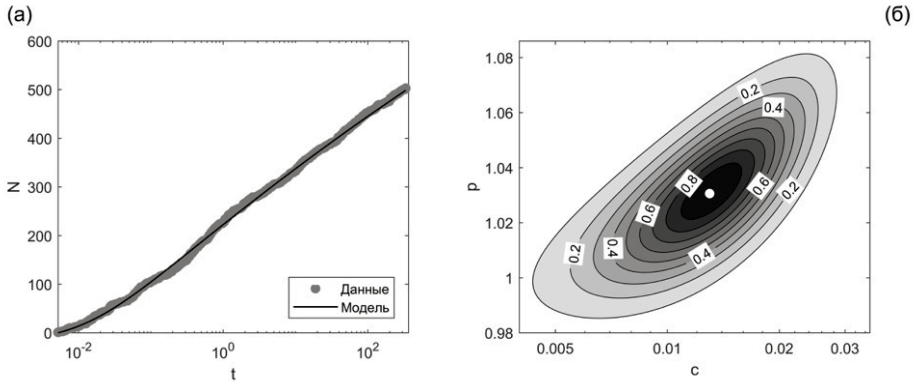


Рис. 3.2. Распределение времен сильнейших афтершоков в рассмотренных 526 сериях. а) График числа серий с $t_{j,1} < t$ (кружки) и аппроксимация распределения законом Омори-Утсу (сплошная линия). б) Апостериорные вероятности совместного распределения оценок параметров c и p закона Омори-Утсу [Holschneider et al., 2012]. Контурами с маркерами показаны линии уровня, белым кружком отмечено положение максимума правдоподобия

Как видно из рисунка 3.2, распределение времен сильнейших афтершоков близко совпадает с распределением по закону Омори-Утсу с параметром p , близким 1. Отметим также, что оценка параметра c хорошо локализована на графике апостериорных вероятностей оценок (рис. 3.2б) и заметно больше значения $t_{start} = 0.005$ суток. С учетом того, что магнитуды сильнейших афтершоков автоматически выше уровня представительной магнитуды, это скорее подтверждает физическую природу параметра c [Шебалин, 2004; Shebalin, Narteau, 2017], чем свидетельствует об искусственном ограничении степенного характера распределения [Helmstetter et al., 2006].

Второй тест – это проверка того, что времена сильнейших афтершоков не только распределены в соответствии с законом Омори-Утсу (3.1), но и что это распределение не отличается от усредненного по всем рассмотренным сериям распределения времен всех афтершоков с произвольными магнитудами, превышающими уровень представительности. Для данного теста уровень представительной магнитуды является важным параметром, так как, в отличие от предыдущего теста, нехватка пропущенных событий в начале серий может

существенно исказить оценки. Для используемого каталога землетрясений общий уровень представительной магнитуды составляет 4.5. Однако в начале серии даже такие магнитуды могут быть пропущены, и мы установили порог 5.0. Из 526 рассматриваемых серий в единый стек отобраны события с магнитудой не ниже 5.0. Времена в стеке упорядочены по возрастанию. Результаты сравнения распределений $t_{1,j}$ и времен в стеке представлены на рисунке 3.3. Распределение $t_{1,j}$ построено по данным 526 серий, в стек включено 8309 событий. Максимальное расхождение функций распределения (статистика Колмогорова-Смирнова) составляет 0.046. В то время как значение критической точки равно 0.06 [Smirnov, 1948]. Таким образом, по критерию Колмогорова-Смирнова гипотеза о совпадении распределений времен $t_{1,j}$ и времен в стеке не может быть отвергнута на уровне значимости 5%.

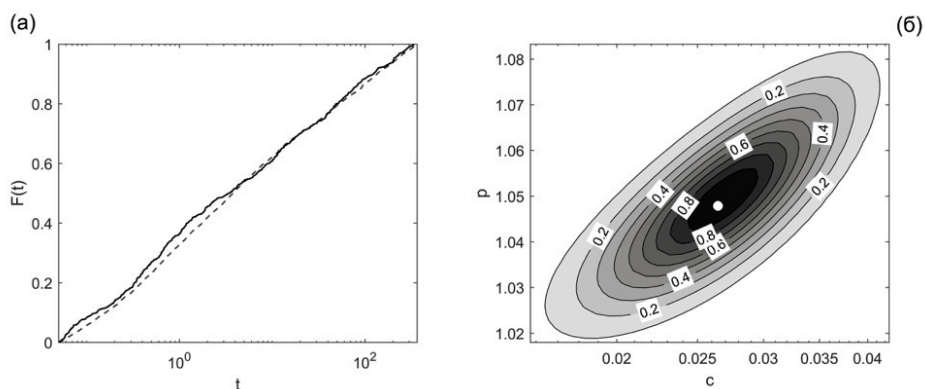


Рис. 3.3. Сравнение распределения времен $t_{1,j}$ сильнейших афтершоков и усредненного распределения времен афтершоков с $M \geq 5.0$ в рассмотренных 526 сериях. а) Функции распределения времен сильнейших афтершоков $F(t) = P(t_{1,j} < t)$ (сплошная линия) и времен в стеке всех афтершоков с $M \geq 5.0$ (пунктирная линия). б) Апостериорные вероятности совместного распределения оценок параметров c и p закона Омори-Утсу [Holschneider et al., 2012] для стека; обозначения см. на рисунке 3.2

Описанные выше тесты подтверждают, что выполняется необходимое условие гипотезы о независимости времен и магнитуд в афтершоковых последовательностях. Отметим, что с учетом представления об афтершоковых сериях [Смирнов и др., 2010; Narteau et al., 2000] как о прямом каскаде разрушения такой результат представляется контринтуитивным, некоторое смещение в сторону меньших значений времен сильнейших афтершоков относительно времен афтершоков с произвольной магнитудой представлялось более ожидаемым результатом.

Отсутствие упорядоченности магнитуд наиболее сильных афтершоков

На рисунке 3.4 приведены распределения магнитуд $M_{j,k}$ и времен $t_{j,k}$ для разных значений индекса $k = 1, \dots, K$. Отметим, что среднее по сериям $M_{j,1}$, равное 1.2, иллюстрирует закон Бота [Báth, 1965]. Графики для вре-

мен строились в интервале $(t_{start}, 365)$ суток. Для первых пяти сильнейших магнитуд ($K = 5$) оказалось, что при значении $t_{start} = 0.005$ суток в каталоге в этом интервале времени магнитуды $M_{j,k}$, $k \leq 5$ с большой вероятностью представлены полностью. В противном случае при малых значениях $t_{j,k}$ (менее 0.01 сут.) проявился бы дефицит событий в распределении (рис. 3.4б), который не наблюдается. Для $K = 15$ значение t_{start} пришлось увеличить до 0.05 суток. При анализе рисунков 3.4б и 3.4г обращает на себя внимание не только малое расхождение кривых, но и тот факт, что кривые многократно пересекают друг друга, что подтверждает отсутствие какой-либо упорядоченности магнитуд по времени. Из рисунков 3.4а и 3.4в видно, что значения $M_{j,15}$ в среднем более чем на единицу в меньшую сторону отличаются от $M_{j,1}$. Таким образом, наш анализ охватывает значительный диапазон магнитуд.

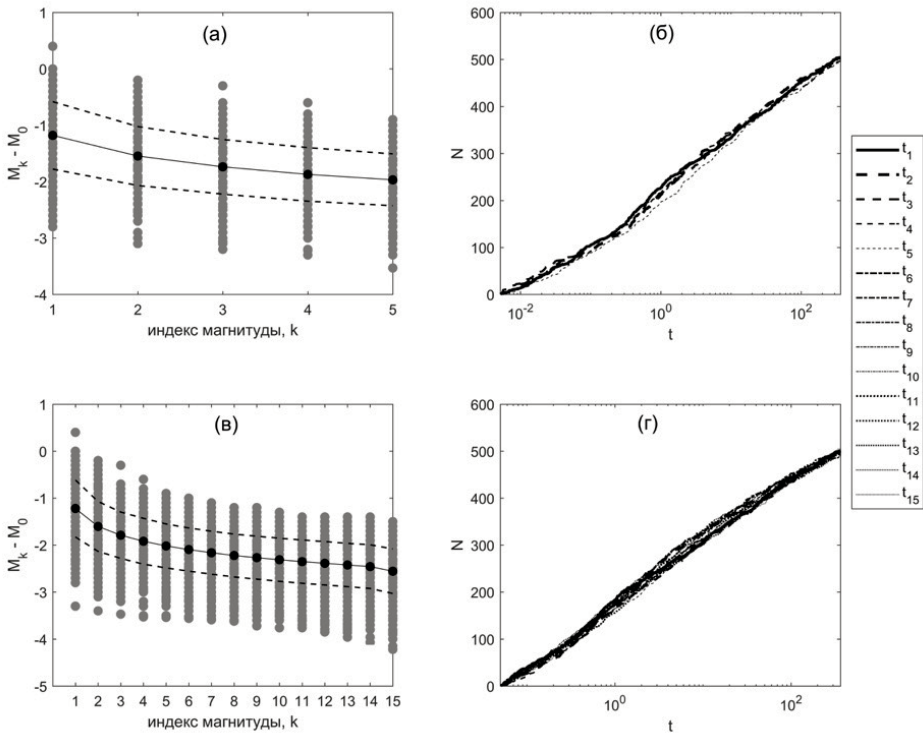


Рис. 3.4. Распределение магнитуд $M_{j,k}$ (а, в) и времен $t_{j,k}$ (б, г) афтершоков для значений индекса $k = 1, \dots, K$: $K = 5$ (а, б); $K = 15$ (в, г). Показаны значения магнитуд относительно магнитуды M_0 соответствующего основного толчка. Для варианта $K = 5$ минимальное время t_{start} принято равным 0.005 сут., для варианта $K = 15$ – 0.05 сут. Серыми кружками на графиках а), в) указаны значения магнитуд относительно магнитуды M_0 соответствующего основного толчка, черными кружками и сплошной линией – средние значения, пунктиром – стандартные отклонения.

Мы провели анализ распределений времен $t_{j,1}, \dots, t_{j,15}$. Были оценены параметры закона Омори-Утсу (3.1) и их доверительные интервалы для каждой из серий по методике, описанной в разделе «Методика совместного анализа

магнитуд и времен афтершоков». Сводка полученных результатов приведена в таблице 3.1. Как видно из таблицы, значения параметра c для всех k не превышают 0.1, а значения параметра p близки к единице и варьируют в узких пределах от 1.04 до 1.11, а с учетом 95% доверительных интервалов – в пределах от 0.99 до 1.15. Таким образом, можно считать, что каждая из последовательностей $t_{j,k}$, $k = 1, \dots, 15$ имеет распределение Омори-Утсу, при этом значения параметров близки между собой.

Таблица 3.1. Оценки параметров c , p закона Омори-Утсу (3.1) для распределений по всем сериям j времен $t_{j,k}$, $k = 1, \dots, 15$, и максимальные значения $\max D_k$ максимума статистики Колмогорова-Смирнова (максимум абсолютной разности функций распределения) при попарном сравнении; для каждого k максимум достигается при сравнении с временами $t_{j,l}$, где $l = \operatorname{argmax} D_k$. По критерию Колмогорова-Смирнова, при числе серий 526, гипотеза о совпадении распределений отвергается на 5% уровне значимости, если значение $\max D_k$ превышает 0.083 [Smirnov, 1948]

k	c	p	$\operatorname{argmax} D_k$	$\max D_k$
1	0.03 (0.001, 0.066)	1.05 (1.00, 1.10)	5	0.06
2	0.10 (0.036, 0.100)	1.11 (1.05, 1.14)	3	0.06
3	0.05 (0.002, 0.091)	1.05 (0.99, 1.10)	6	0.07
4	0.10 (0.027, 0.100)	1.09 (1.02, 1.12)	10	0.05
5	0.06 (0.002, 0.095)	1.08 (1.01, 1.12)	10	0.07
6	0.06 (0.003, 0.095)	1.10 (1.03, 1.15)	14	0.07
7	0.07 (0.003, 0.096)	1.10 (1.03, 1.14)	8	0.07
8	0.05 (0.002, 0.088)	1.07 (1.01, 1.12)	7	0.07
9	0.08 (0.012, 0.098)	1.11 (1.04, 1.14)	5	0.07
10	0.05 (0.002, 0.090)	1.09 (1.02, 1.14)	5	0.07
11	0.08 (0.014, 0.098)	1.11 (1.04, 1.14)	12	0.06
12	0.05 (0.002, 0.091)	1.05 (0.99, 1.10)	10	0.07
13	0.03 (0.001, 0.070)	1.04 (0.99, 1.09)	10	0.07
14	0.06 (0.003, 0.093)	1.06 (1.00, 1.10)	6	0.07
15	0.06 (0.004, 0.096)	1.06 (0.99, 1.10)	7	0.06

Чтобы убедиться, что наблюдаемые визуально незначительные расхождения кумулятивных кривых на рисунке 3.4 носят случайный характер и не являются статистически значимыми, мы выполнили попарное сравнение распределений по критерию согласия Колмогорова-Смирнова [Smirnov, 1948]. Нулевая гипотеза – времена распределены одинаково, конкурирующая гипотеза – времена имеют разное распределение. Для каждого k было найдено другое значение, обозначаемое $l = \operatorname{argmax} D_k$, при котором максимальное расхождение распределений по модулю, D_k , является наибольшим и составляет значение $\max D_k$. Результаты оценок приведены в таблице 3.1. Ни для одной из пар гипотеза о совпадении распределений не может быть отвергнута на 5% уровне значимости, что подтверждает отсутствие какой-либо упорядоченности магнитуд афтершоков по времени. Таким образом, гипотезу о независимости времен и магнитуд афтершоков можно считать подтвержденной как минимум для сильнейших афтершоков. При этом во-

прос о возможном изменении параметра b в афтершоковых последовательностях остается открытым, так как это изменение может происходить из-за изменения доли более слабых афтершоков. Проверить это не представляется возможным, так как сложно отличить реальный дефицит слабых событий от эффекта неполноты каталога.

Упорядоченность магнитуд в модели ETAS

Независимость времени и магнитуд афтершоков является важным допущением в широко используемой стохастической модели афтершоковых процессов ETAS [Kagan, Knopoff, 1981; Ogata, 1988]. Однако эта модель представляет афтершоки как ветвящийся процесс, в котором интенсивность зависит не только от магнитуды сильнейшего события, но и от всей предыстории. Более того, фактическое использование модели ETAS практически всегда требует введения дополнительных условий. Все это в результате может привести к видимой зависимости магнитуд и времен событий. Продемонстрируем это с помощью численных экспериментов. С этой целью выберем какую-либо афтершоковую серию, имеющую большое количество афтершоков и хорошо соответствующую закону Омори-Утсу (3.1). Оценим для этой серии параметр b закона Гутенберга-Рихтера и параметры модели ETAS (см. главу 1):

$$n(t) = r + K_1 \sum_{t_i < t} \frac{\exp(\alpha(M_i - M_0))}{(t - t_i + c)^p},$$

где r – значение фоновой сейсмичности (среднее число событий в единицу времени); t – время после основного толчка; t_i – время, M_i – магнитуда i -го афтершока; M_0 – магнитуда выборки, не меньшая представительной магнитуды; r, c, p, K_1, α – подлежащие определению параметры модели.

Подчеркнем, что при оценивании параметров модели ETAS для афтершоковой серии необходимо отступать от момента времени основного толчка на величину t_{start} , чтобы скомпенсировать неполноту каталога сразу после основного толчка. Используя оценки параметров, сгенерируем синтетические каталоги [Ogata, 1981] и проверим упорядоченность магнитуд $M_{j,k}$ и времен $t_{j,k}$ для разных значений индекса $k = 1, \dots, 5$, также близость распределений времен $t_{j,k}$ по синтезированным данным. Проверку будем выполнять так же, как и для реальных серий афтершоков.

Для оценивания параметров моделей возьмем афтершоки землетрясения 2000.11.16, M7.8 в Соломоновом море за период от $t_{start} = 0.1$ до 365 суток после основного толчка с $M \geq M_0 = M_c = 4.7$ (рис. 3.5а, б). Распределение времен афтершоков данной серии хорошо соответствует закону Омори-Утсу 3.5в, г. Параметры моделей: $b = 1.13$ (рис. 3.5б), $r = 0$, $c = 0.068$, $p = 1.273$, $K_1 = 0.02$, $\alpha = 2.4$. Фактические времена и магнитуды афтершоков показаны на рисунках 3.6а, б. На рисунках 3.6в, г приведен пример симуляции афтершоковой серии по модели ETAS с указанными значениями параметров.

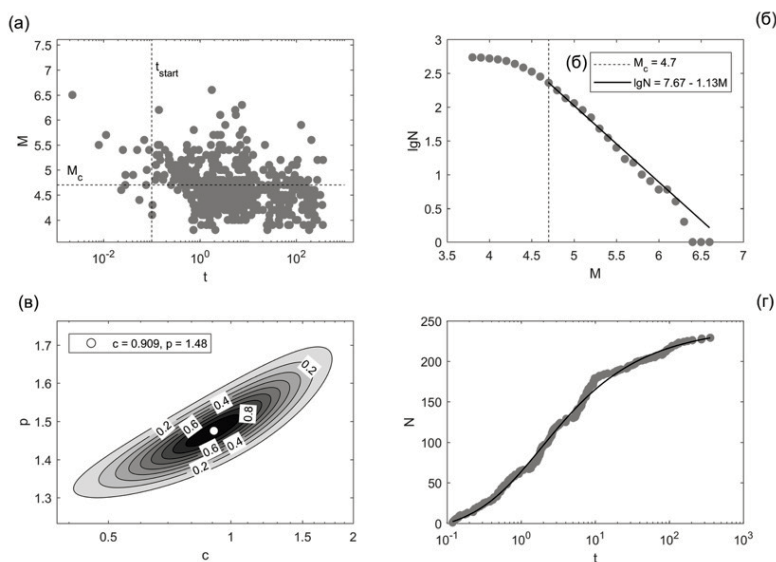


Рис. 3.5. Афтершоки землетрясения 2000.11.16, M7.8 в Соломоновом море. (а) – Зависимость магнитуды афтершоков от времени (вертикальная пунктирная прямая соответствует значению $t_{start} = 0.1$ суток, горизонтальная – $M_c = 4.7$). (б) – Распределение магнитуд за время (0.1, 365) суток (пунктирная прямая – $M_c = 4.7$; черная прямая – аппроксимация законом Гутенберга-Рихтера с параметрами $a = 7.67$, $b = 1.13$). (в) – Апостериорные вероятности совместного распределения оценок параметров c и p закона Омори-Утсу [Holschneider et al., 2012] (обозначения см. на рисунке 3.2). (г) – Аппроксимация распределения времен афтершоков с $M \geq 4.7$, произошедших за время (0.1, 365) суток законом Омори-Утсу (сплошная линия)

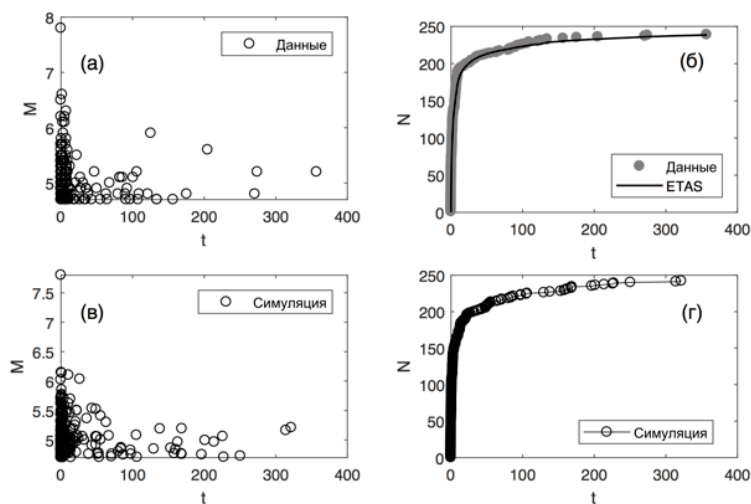


Рис. 3.6. Пример симуляции по модели ETAS афтершоковой серии землетрясения 2000.11.16, M7.8 в Соломоновом море. (а, б) – исходные данные за 365 суток с $M \geq 4.7$; (в, г) – симуляция магнитуд по закону Гутенберга-Рихтера с параметром $b = 1.13$, а времен по модели ETAS с параметрами $r = 0$, $c = 0.068$, $p = 1.273$, $K_1 = 0.02$, $\alpha = 2.4$

Построим функции распределения времен $t_{j,k}$ для разных значений индекса k по синтетическому каталогу, сгенерированным по закону Гутенберга-Рихтера и модели ETAS с параметрами, указанными выше. Каталог содержит 526 серий – это число мы выбрали равным числу реальных серий на рисунке 3.4 для сопоставимости результатов. Затем выполним попарное сравнение распределений синтетических времен $t_{j,k}$, $k = 1, \dots, 15$.

На рисунке 3.7 показаны функции распределения времен $t_{j,k}$, $k = 1, \dots, K$, построенные для $K = 5$, $t_{start} = 0.005$ (а) и для $K = 15$ (б), $t_{start} = 0.01$ – значения t_{start} такие же, как и для реальных данных (рис. 3.4). Визуальное сравнение кумулятивных кривых говорит о том, что функции распределения $t_{j,k}$ различаются между собой. Тест Колмогорова-Смирнова (табл. 3.2), выполненный для попарного сравнения распределений времен $t_{j,k}$, показывает, что эти различия являются статистически значимыми. Отметим, что для разных вариантов синтетических каталогов, сгенерированных с одними и теми же значениями параметров моделей, функции распределения времен $t_{j,k}$ могут как совпадать, так и различаться, т.е. присутствует упорядоченность магнитуд. Таким образом сгенерированные по закону Гутенберга-Рихтера магнитуды и по модели ETAS времена афтершоков могут оказаться зависимыми.

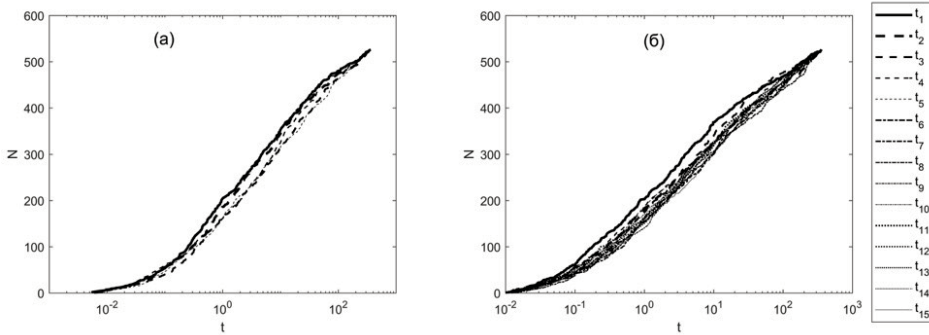


Рис. 3.7. Распределения времен $t_{j,k}$, $k = 1, \dots, K$ для $K = 5$ (а) и $K = 15$ (б), построенные по синтетическим каталогам, сгенерированным по закону Гутенберга-Рихтера (рис. 3.5) и ETAS модели (рис. 3.6б)

Таблица 3.2. Оценки параметров s , p закона Омори-Утсу (3.1) для сгенерированных по 526 сериям j времен $t_{j,k}$, $k = 1, \dots, 15$, и значения D_k статистики Колмогорова-Смирнова (максимум абсолютной разности функций распределения) при попарном сравнении; в скобках приведены значения l , для которых $D_k > 0.084$ (По критерию Колмогорова-Смирнова, при числе серий 526, гипотеза о совпадении распределений отвергается на 5% уровне значимости, если значение $\max D_k$ превышает 0.084 [Smirnov, 1948])

k	s	p	D_k
1	0.083 (0.0456, 0.1397)	1.1 (1.06, 1.17)	0.0856 (2), 0.0894 (4), 0.0932 (5), 0.1331 (6), 0.1084 (7), 0.1236 (8), 0.1350 (9), 0.1255 (10), 0.1027 (11), 0.1084 (12), 0.1065 (13), 0.1388 (14), 0.0970 (15)
2	0.097 (0.0490, 0.1643)	1.1 (1.00, 1.11)	0.0856 (1)

3	0.147 (0.0798, 0.2535)	1.1 (1.05, 1.18)	0.1008 (8), 0.0875 (9)
4	0.087 (0.0448, 0.1501)	1.1 (1.01, 1.12)	0.0894 (1), 0.0951 (9)
5	0.083 (0.0416, 0.1474)	1.0 (1.00, 1.11)	0.0932 (1), 0.0932 (9)
6	0.105 (0.0499, 0.1933)	1.0 (0.97, 1.08)	0.1331 (1)
7	0.167 (0.0858, 0.2982)	1.1 (1.02, 1.15)	0.1084 (1)
8	0.125 (0.0642, 0.2194)	1.0 (0.97, 1.08)	0.1236 (1), 0.1008 (3)
9	0.108 (0.0494, 0.2041)	1.0 (0.97, 1.09)	0.1350 (1), 0.0875 (3), 0.0951 (4), 0.0932 (5)
10	0.097 (0.0486, 0.1704)	1.0 (0.97, 1.08)	0.1255 (1)
11	0.086 (0.0424, 0.1585)	1.0 (0.99, 1.10)	0.1027 (1)
12	0.107 (0.0522, 0.1933)	1.0 (0.99, 1.10)	0.1084 (1)
13	0.089 (0.0416, 0.1643)	1.0 (0.99, 1.10)	0.1065 (1)
14	0.132 (0.0654, 0.2358)	1.0 (0.98, 1.10)	0.1388 (1)
15	0.112 (0.0587, 0.2004)	1.1 (1.01, 1.13)	0.0970 (1)

Полученные в этом разделе результаты с использованием реальных данных подтверждают гипотезу о независимости магнитуд и времён афтершоков тектонических землетрясений и тем самым дают обоснование для применения подхода Ризенберга-Джонс [Reasenberг, Jones, 1989], в котором афтершоковый процесс представляется прямой суперпозицией законов Омори-Утсу [Utsu, 1961] и Гутенберга-Рихтера [Gutenberg, Richter, 1956]. Этот подход допускает использование и других моделей афтершокового процесса вместо модели Омори-Утсу. Вместе с тем результаты численных экспериментов на основе модели ETAS показывают, что необходимо с осторожностью относиться к моделям, в которых магнитуды имеют какую-либо упорядоченность по времени.

Поскольку результаты этого исследования получены на основе совокупного анализа большого числа афтершоковых последовательностей, речь, конечно, идет о наиболее часто реализующейся ситуации. В отдельных случаях вполне возможно возникновение упорядоченности магнитуд во времени. Зависимость времен и магнитуд афтершоков в специфических тектонических условиях требует отдельных исследований.

Независимость времени и магнитуд афтершоков является важным допущением в широко используемой стохастической модели афтершоков ETAS [Kagan, Knopoff, 1981; Ogata, 1988], а также в некоторых из сходных моделей ветвящихся процессов. В таких моделях землетрясения играют роль триггеров для последующих толчков. При этом предполагается, что магнитуда триггера и магнитуда инициированного события никак не связаны. От магнитуды триггера зависит только число инициируемых событий, которое тем больше, чем больше эта магнитуда, а реализация больших магнитуд происходит случайно в соответствии с законом Гутенберга-Рихтера: чем больше событий инициируется триггерами, тем выше вероятность сильного. Такие представления частично подтверждаются исследованиями работы [Felzer et al., 2004], в которой показано, в частности, что частое возникновение парных землетрясений в районе Соломоновых островов вполне укладывается в данную модель и не требует особой интерпретации. Результат этого исследования также подтверждает, что указанное допущение соответствует реальным данным. Такое соответствие накладывает ограничение на модели афтершоковых

процессов. Например, в модели триггерной сейсмичности ETAS указанное допущение может нарушаться. Вместе с тем механизм прямого триггерного воздействия при возникновении землетрясений маловероятен, так как скачки напряжения при землетрясениях (10 МПа) меньше напряжений, необходимых для возникновения разрыва (60 МПа) [Hardebeck, Nauksson, 2001]. Более вероятной является схема возникновения афтершоков за счет напряжений, накопленных до основного толчка, и образования сильно неоднородного поля напряжений в результате неравномерной подвижки в его очаге, а также перераспределения напряжений по неоднородностям в очаге и непосредственной близости от него. При этом афтершоки возникают не мгновенно, а с некоторой задержкой благодаря, например, усталостным механизмам [Narteau et al., 2002]. Триггеры в этой схеме являются лишь факторами, ускоряющими возникновение афтершоков, которые и так произошли бы, но несколько позже. Очевидно, что малые воздействия, сходные по силе прямым воздействиям от сейсмических событий [Баранов и др., 2019; Зотов и др., 2018; Кочарян, 2016; Соболев, Закржевская, 2016; Freed, 2005], также могут выполнять роль триггеров, повышающих вероятность возникновения афтершоков. Независимость магнитуды афтершоков от времени в такой схеме не очевидна, поэтому полученные здесь результаты вносят существенный вклад в понимание физики афтершоковых процессов.

Полученные в этом разделе результаты имеют важное значение для оценивания в последовательные моменты после сильного землетрясения опасности возникновения следующих сильных повторных толчков с использованием информации об уже произошедших афтершоках даже небольшой силы [Баранов, Шебалин, 2016; Шебалин, Баранов, 2017]. При условии надежных оценок параметров закона Омри-Утсу и Гутенберга-Рихтера по данным на интервале от основного толчка до текущего момента, можно оценить такие характеристики, как максимальная магнитуда, время ожидания толчков заданной силы, вероятность возникновения событий заданной силы на заданном интервале.

3.2. ПРОДУКТИВНОСТЬ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Механизмы передачи напряжений и вероятностные модели широко исследовались для объяснения особенностей кластеризации землетрясений, но эти подходы все еще далеки от того, чтобы выявить причинную связь между отдельными событиями. Альтернативный подход может быть основан на использовании функций близости в области пространства-времени-магнитуды для построения деревьев иерархической кластеризации и идентификации пар событий, которые являются ближайшими соседями между двумя последовательными уровнями иерархии. В такой постановке продуктивность землетрясения может быть определена как число инициированных событий в заданном диапазоне относительных магнитуд.

Понятие продуктивности землетрясений тесно связано с понятием количества афтершоков, вызванных основным толчком. Отличие состоит в том, что в количестве афтершоков могут учитываться также вторичные афтершоки, вызванные не непосредственно основным толчком, а его афтершоком.

В результате ранее проведенного исследования повторяемости афтершоков [Шебалин и др., 2018] была подтверждена гипотеза С.Л. и О.Н. Соловьевых [1962] об экспоненциальном распределении количества афтершоков сильных землетрясений и его зависимости от глубины. Результаты были получены для сильнейших землетрясений мира ($M \geq 6.5$) без использования функции близости.

В данном разделе, используя глобальные и региональные каталоги, мы покажем, что распределение продуктивности всегда экспоненциально и не зависит от магнитуды землетрясения. Продуктивность систематически уменьшается с глубиной, сохраняя свою экспоненциальную форму. Полученные результаты могут быть использованы для характеристики состояния напряжения в системах разломов и улучшения эпидемических моделей сейсмичности, таких как ETAS.

Продуктивность землетрясения является ключевым параметром в статистической сейсмологии и имеет критическое значение для оценивания опасности афтершоков, поскольку она определяет количество событий в пределах пространственно-временного интервала наблюдения. С точки зрения распределения магнитуд землетрясений (закон Гутенберга-Рихтера [Gutenberg, Richter, 1956]), продуктивность является постоянной величиной, которую можно рассматривать независимо от масштабирующего значения b , представляющего собой наклон графика повторяемости. Учитывая то, как происходит последовательность землетрясений, продуктивность – это также общее количество событий, возникающих в результате возмущения напряженного состояния, вызванного другим, более ранним землетрясением. Такое понятие продуктивности впервые было использовано для разработки подходящей модели возникновения афтершоков [Utsu, 1970]. Зная продуктивность и принимая во внимание закон Омори-Утсу (3.1), можно рассчитать число повторных толчков, ожидаемых в заданном временном интервале, по величине магнитуды основного толчка M_m , наклону скорости затухания, p , по степенному закону и времени задержки до выхода афтершокового процесса на этот режим затухания [Shcherbakov, Turcotte, 2004; Holschneider et al., 2012; Davidsen et al., 2015].

С момента появления эпидемических моделей сейсмичности изучение свойства продуктивности стало основной задачей, поскольку она является основным параметром, определяющим увеличение уровня сейсмичности после каждого землетрясения [Kagan, Knopoff, 1981; Ogata, 1989; Helmstetter, Sornette, 2002]. Во всех этих моделях число событий, вызванных землетрясением с магнитудой m , считается изменяющимся как пуассоновский процесс с интенсивностью

$$\langle N(m) \rangle = K \exp(\alpha m).$$

Значения α варьируются от 0.5 до 2.3 [Felzer et al., 2004; Hainzl, Marsan, 2008; Hainzl et al., 2013; Marsan, Helmstetter, 2017; Wang et al., 2010b; Werner, Sornette, 2008; Zhuang, et al., 2004], но они всегда близки к наблюдаемому значению наклона графика повторяемости b . Тем не менее эти оценки оста-

ются неопределенными из-за сложности выделения относительного вклада последовательных событий в серии.

Несмотря на разнообразие методов декластеризации (см. раздел 2), применявшихся ранее, исследование причинно-следственных связей внутри каскадов инициированной сейсмичности все еще находится на начальном этапе, и окончательной классификации пока не выработано. Первый подход состоит в том, чтобы отделить ветвящуюся структуру цепочек землетрясений от фоновой сейсмичности, используя итерационный алгоритм, связанный с оценками максимального правдоподобия эпидемической модели [Zhuang, et al., 2002]. Другой способ состоит в том, чтобы идентифицировать прямо и косвенно инициированные события, предполагая линейный вклад каждого землетрясения в общий уровень сейсмичности без использования априорной модели [Marsan, Lengline, 2008]. Наконец, альтернативный подход заключается в идентификации кластеров землетрясений с использованием функции близости в областях время-пространство-магнитуда [Baiesi, Paczuski, 2004; Zaliapin et al., 2008; Zaliapin, Ben-Zion, 2013]. Все эти методы подтверждают зависимость продуктивности от магнитуды события-триггера. Тем не менее меньше внимания уделяется общей изменчивости числа событий-триггеров [Marsan, Helmstetter, 2017] в каталогах землетрясений. Здесь эта проблема будет исследована с помощью функции близости (2.16) и кластеров, сформированных из ближайших соседей методом Заляпина – Бен-Зиона (см. раздел. 2.2).

Гипотеза С.Л. и О.Н. Соловьевых

Впервые гипотеза об экспоненциальном распределении числа афтершоков сильных землетрясений и убывании этого параметра с глубиной была высказана С.Л. и О.Н. Соловьевыми [1962]. В данном разделе эта гипотеза будет подтверждена на глобальном уровне по данным каталога землетрясений Геологической службы США ANSS ComCat [ANSS...] за 1975-2018 гг. Основные толчки и их афтершоки выделялись методом Г.М. Молчана и Е.О. Дмитриевой [Молчан, Дмитриева, 1991; Molchan, Dmitrieva, 1992] с помощью программы В.Б. Смирнова [2009]. За указанный период было выделено 850 серий афтершоков от землетрясений с $M \geq 6.5$. Рассматривались афтершоки с относительной магнитудой $M_m - 2$ или выше, что не ниже представительной магнитуды каталога, равной 4.5.

Забегая вперед, отметим, что закон продуктивности, несмотря на инвариантность относительно вида функции близости, все равно может являться следствием зависимости размера зоны афтершоков от магнитуды события-триггера. В то время как закон повторяемости количества афтершоков получен по афтершокам, выделенным по методу Молчана-Дмитриевой, в которой эта зависимость не используется, а получается из данных. Это является важным дополнительным аргументом для закона продуктивности.

Эмпирическая гистограмма (рис. 3.8), построенная по глобальным данным, показывает, что количество афтершоков k мало похоже на распределение Пуассона и скорее соответствует экспоненциальному распределению

$$F(x) = P(k < x) = 1 - e^{-x/\Lambda},$$

подобному распределению магнитуд в законе Гутенберга-Рихтера. Здесь параметр Λ – это среднее количество афтершоков относительной магнитуды, найдено как $\Lambda = 6.7$.

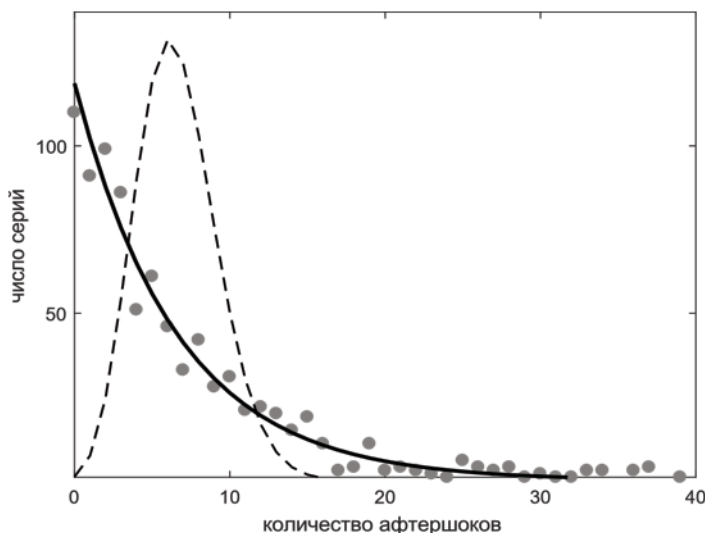


Рис. 3.8. Эмпирическое (гистограмма) и теоретическое распределения количества афтершоков с $M \geq M_m - 2$ землетрясений мира с $M_m \geq 6.5$. Серые кружки – фактические данные. Штриховой линией показана аппроксимация распределением Пуассона, жирной линией – аппроксимация экспоненциальным распределением

Экспоненциальный вид распределения количества афтершоков представляется неожиданным и противоречащим закону Т. Утсу [Utsu, 1970] (логарифм числа афтершоков пропорционален магнитуде основного толчка). Локальные отклонения числа афтершоков от значения, определяемого законом Утсу, должны иметь случайный характер, и, значит, число афтершоков должно иметь распределение, близкое распределению Пуассона, имеющего ярко выраженную ненулевую моду вблизи этого значения. Экспоненциальное распределение означает, что землетрясения с меньшим числом афтершоков относительной магнитуды, в том числе вообще без афтершоков, встречаются чаще, чем землетрясения с большим числом афтершоков. Мода этого распределения равна 0. Чтобы проверить универсальность этого вида распределения, в последующих разделах проводится ряд тестов.

Первый тест – проверка независимости формы распределения количества афтершоков от выбора относительного порога по магнитуде $M_c = -2, -1.7, -1.4, -1.1, -0.8$. Расчеты показали, что форма распределения не зависит от выбора порога по магнитуде M_c и сохраняется для разных интервалов магнитуды основных толчков (рис. 3.9).

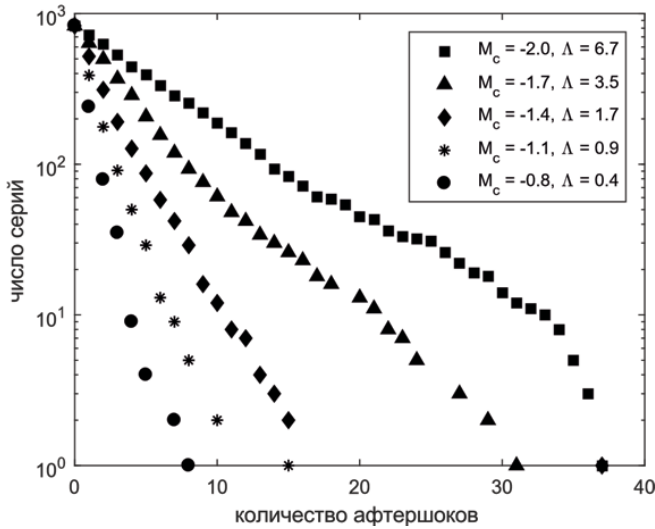


Рис. 3.9. Кумулятивные графики повторяемости количества афтершоков относительной магнитуды в зависимости от порога M_c

Второй тест – проверка формы распределения количества афтершоков для различных магнитуд основных толчков M_m . Расчеты показали, что форма распределения сохраняется для разных интервалов магнитуды основных толчков (рис. 3.10). Значение Λ , определяемое наклоном кривых на рисунке, меняется для разных интервалов M_m незначительно, что свидетельствует о независимости величины Λ от магнитуды основных толчков.

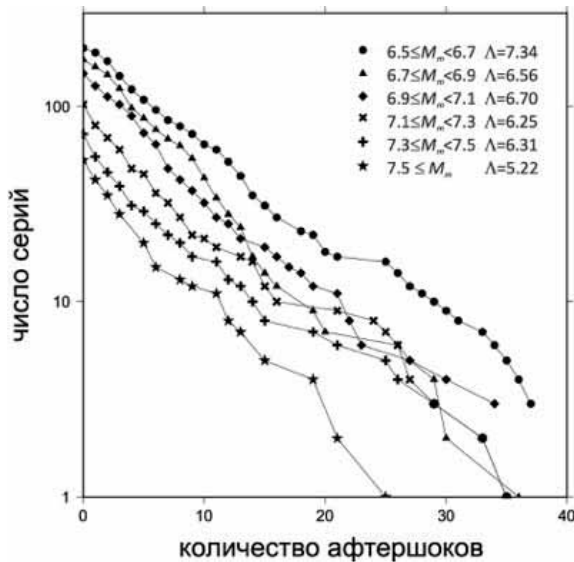


Рис. 3.10. Кумулятивные графики повторяемости количества афтершоков относительной магнитуды в зависимости от магнитуды основного толчка M_m

И наконец третий тест – распределение количества афтершоков для различных регионов:

- Камчатка и Курильские острова – каталог Камчатского филиала ФИЦ ЕГС РАН, URL: <http://www.emsd.ru/sdis/earthquake/catalogue/catalogue.php>;
- Байкал и Забайкалье – Каталог Байкальского филиала ФИЦ ЕГС РАН, URL: <http://seis-bykl.ru>;
- Каталог землетрясений Кавказа ФИЦ ЕГС РАН, URL: http://eqru.gsras.ru/afcast_cat/run/index.php;
- Каталог Южной Калифорнии [Hauksson et al., 2012], URL: http://service.scedc.caltech.edu/ftp/catalogs/hauksson/Socal_DD/;
- Новая Зеландия – Каталог Geonet, URL: <https://quakesearch.geonet.org.nz>.

Для рассмотренных регионов метод Молчана-Дмитриевой не всегда дает удовлетворительные результаты выделения афтершоков. В качестве альтернативы мы воспользовались простейшей модификацией метода Заляпина–Бен-Зиона, использовавшейся ранее [Shebalin, Narteau, 2017]: афтершоками землетрясения считаются все события, удовлетворяющие условию $\eta_{ij} \leq \eta_0$, где величина η_{ij} определена соотношением (2.16), а пороговое значение η_0 принято равным 10^{-4} (время в соотношении 2.16 задается годами). Параметры соотношения 2.16 приняты равными: $b = 1$, $d_f = 1.6$. Расчеты показали (рис. 3.11), что для различных регионов экспоненциальный вид распределения сохраняется.

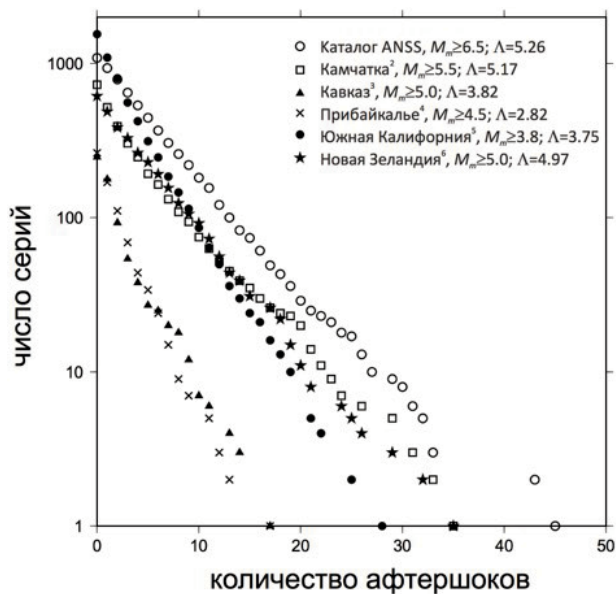


Рис. 3.11. Кумулятивные графики повторяемости количества афтершоков относительной магнитуды для разных регионов: глобальный каталог ANSS, Камчатка, Кавказ, Прибайкалье, Южная Калифорния, Новая Зеландия

Таким образом, по глобальным и региональным данным показано, что экспоненциальный вид распределения количества афтершоков не зависит как от относительных магнитуд рассматриваемых афтершоков, так и от магнитуд основных толчков. Более того, значение параметра распределения одинаково для разных магнитуд основных толчков.

Исследование продуктивности землетрясений

Количество афтершоков связано с продуктивностью землетрясений, но эти понятия не эквивалентны. Понятие количества афтершоков применимо только к основным толчкам. Понятие продуктивности применимо для каждого землетрясения. В последующем анализе мы принимаем, что каждое землетрясение может инициировать несколько связанных с ним толчков, но каждый толчок может быть инициирован лишь одним определенным землетрясением. Продуктивностью землетрясения в такой схеме называется число событий, инициированных этим землетрясением. Поскольку, как было показано выше, количество афтершоков с магнитудой выше некоторого порога относительно магнитуды основного толчка оказывается независимым от магнитуды основного толчка, для продуктивности мы по аналогии будем вести подсчет числа инициированных событий магнитудой выше относительного порога. Для определения связей между событиями каталога мы воспользуемся методом ближайшего соседа [Zaliapin, Ben-Zion, 2013, 2016] с использованием функцией близости Баеси-Пачуцки (2.16) [Baiesi, Paczuski, 2004].

Для каждого события в каталоге землетрясение-триггер определяется по минимуму значения функции близости из всех предшествующих событий относительно рассматриваемого. Если соответствующее значение функции близости превышает заданный порог η_0 , то связь разрывается, и оказывается, что данное событие не имеет «предка».

Стандартная процедура определения значения η_0 предполагает, что распределение функции близости для ближайших соседей описывается смешанной моделью, состоящей из линейной комбинации двух гауссовых распределений [Zaliapin, Ben-Zion, 2013, 2016]. Порог η_0 находится из условия равенства плотностей с двумя оцененными гауссовыми модами. Модели смесей Гамма-распределений и распределения Вейбулла можно рассматривать как альтернативу [Bayliss et al., 2019], которая может дать гораздо лучшее соответствие данным. Конечно, найденный порог η_0 зависит от модели. Отметим, что теоретические предпочтения между различными моделями отсутствуют.

Здесь для выбора порога η_0 предлагается модельно-независимый метод. Для последующих тестов важно, чтобы этот метод не зависел от выбора функции близости. Идея метода заключается в том, что распределение функции близости для некластеризованных землетрясений может быть смоделировано с использованием рандомизированного каталога, полученного путем случайного перемешивания времен событий относительно их координат гипоцентра и магнитуд. Рандомизированный таким образом каталог,

полученный из полного, а не декластеризованного каталога, все еще может сохранять некоторую пространственно-временную кластеризацию. Чтобы преодолеть эту проблему, сначала грубым методом исключим из каталога очевидные афтершоки, а затем рандомизируем. Полная процедура состоит из следующих шагов.

Шаг 1. Начальная декластеризация каталога. Для каждого события найдем его «предка» или «ближайшего соседа», то есть предшествующее событие, имеющее минимальное значение функции близости относительно этого события. Построим распределение функции близости для ближайших соседей. Находим позицию правой моды распределения η_m и позицию половины высоты его правой ветви $\eta_{1/2}$. Принимаем $\eta_0 = \eta_m - (\eta_{1/2} - \eta_m)$. Из каждого иерархического дерева мы выбираем землетрясение с наибольшей магнитудой. Деревья могут состоять только из одного землетрясения.

Шаг 2. Перемешивание декластеризованного каталога. Для каждого времени землетрясения мы случайным образом выбираем координаты гипоцентра и магнитуды. Построим распределение $F_{\text{random}}(\eta)$ для ближайших соседей в полученном каталоге.

Шаг 3. Предполагая, что $F_{\text{real}}(\eta)$ воспроизводит распределение для некластеризованных землетрясений, выполним декомпозицию распределения $F_{\text{real}}(\eta)$ для ближайших соседей в реальном каталоге на две части [Zaliapin, Ben-Zion, 2013, 2016]:

$$F_{\text{real}}(\eta) = (1 - \kappa)F_{\text{clustered}}(\eta) + \kappa F_{\text{random}}(\eta) \quad (3.2)$$

Аналогичное уравнение справедливо для плотностей распределений $p_{\text{real}}(\eta)$, $p_{\text{clustered}}(\eta)$, $p_{\text{random}}(\eta)$.

Чтобы оптимизировать вес κ , найдем наилучшее совпадение $\kappa p_{\text{random}}(\eta)$ с правой ветвью $p_{\text{real}}(\eta)$ в диапазоне от положения 80% от максимума до бесконечности (рис. 3.12а). Единственная мода распределения для рандомизированного каталога обычно близка к истинной (а иногда и единственной) моде для реального каталога, выбор κ обеспечивает несколько меньшую высоту моды κp_{random} , чтобы избежать отрицательных значений для $p_{\text{clustered}}$.

Шаг 4. Находим значение η_0 из условия равенства интенсивностей (число событий в единицу времени) потоков кластеризованных землетрясений с ближайшими соседями $\eta \leq \eta_0$ и некластеризованных событий с ближайшими соседями $\eta > \eta_0$ (рис. 3.12б):

$$1 - F_{\text{clustered}}(\eta_0) = 1 - (F_{\text{real}}(\eta_0) - \kappa F_{\text{random}}(\eta_0))/(1 - \kappa) = F_{\text{random}}(\eta_0). \quad (3.3)$$

Рисунок 3.12 иллюстрирует этот подход на примере глобального каталога ANSS Comcat и функции близости (3.2).

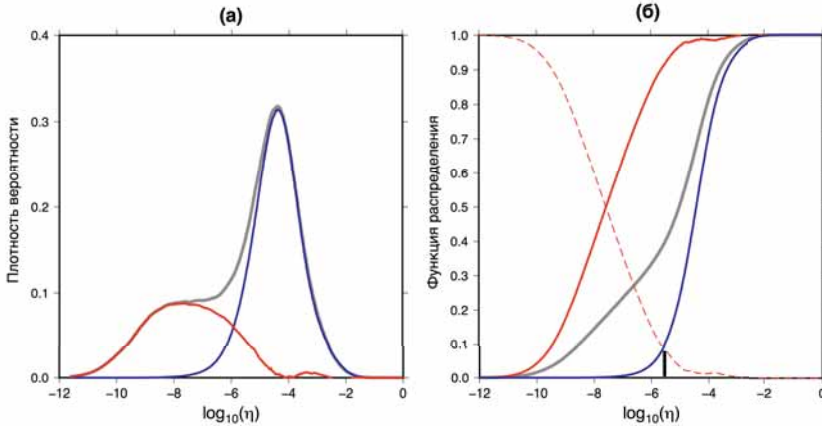


Рис. 3.12. Определение порога η_0 для функции близости η по данным каталога ANSS ComCat за 1981-2019 гг., $M \geq 4.5$. (а) Распределение вероятностей функции близости (3.2) для ближайших соседей в реальном каталоге $p_{\text{real}}(\eta)$ (серая линия) и ее декомпозиция на две компоненты (шаг 3 в тексте): κp_{random} (синяя линия) и $(1-\kappa)p_{\text{clustered}} = p_{\text{real}} - \kappa p_{\text{random}}$ (красная линия). Рандомизированный каталог получен, как описано в тексте (шаги 1 и 2). (б) Определение порога η_0 : функция распределения F_{real} (серая линия), F_{random} (синяя линия), $F_{\text{clustered}}$ (красная линия) и ее компонента $1-F_{\text{clustered}}$ (красная пунктирная линия). Порог η_0 – точка пересечения F_{random} и $1-F_{\text{clustered}}$ (вертикальная черная линия)

Таким образом, мы сравниваем распределение η с распределением, полученным из случайной декластеризованной версии того же каталога, чтобы определить значение η_0 такое, что два типа ошибок компенсируют друг друга. Таким образом, вероятность наличия причинно-связанных событий с $\eta > \eta_0$ совпадает с вероятностью, что события с $\eta < \eta_0$ независимы. Используя это эмпирическое максимальное расстояние в области время-пространство-магнитуда между двумя следующими уровнями иерархии, все землетрясения верхнего уровня рассматриваются как триггеры (родители) событий нижнего уровня. Каждое землетрясение нижнего уровня рассматривается как инициированное событие (потомок), если оно причинно связано с более высоким уровнем иерархии. Напомним, что инициируемое событие связывается только с одним инициирующим событием-триггером, расстояние (3.2) до которого минимально. Согласно этим определениям, событие-триггер не может быть связано с другим землетрясением, расположенным через один или несколько иерархических уровней. Кроме того, инициированное событие может иметь большую магнитуду, чем его событие-триггер. Таким образом, мы фокусируемся на общем свойстве сейсмичности, выходящем за рамки парадигмы «основной толчок–афтершоки».

Для каждого события-триггера подсчитываем количество инициированных событий на нижнем иерархическом уровне, используя минимальную относительную магнитуду ΔM . Это количество определим как продуктивность. Распределение числа инициированных событий для популяции событий-триггеров определяется как распределение продуктивности со средним значением, обозначим его как $\Lambda_{\Delta M}$.

Продуктивность землетрясений в глобальном каталоге

Из глобального каталога ANSS ComCat Геологической службы США [ANSS...] за период с 1980 по 2018 г. 1464 землетрясения с $M \geq 6.5$ были идентифицированы как события-триггеры. Они ассоциированы с 7587 инициированными событиями с относительными магнитудами $\Delta M = 2$ или выше. Поскольку представительная магнитуда каталога $M_c = 4.5$, то использование такого относительного порога является корректным ($M_m - M \geq 2$). Распределение числа инициированных землетрясений вместе с экспоненциальным распределением и распределением Пуассона с одним и тем же параметром $\Lambda_2 = 7587/1464 = 5.2$ показано на рисунке 3.13. Сравнение эмпирических и теоретических распределений показывает, что продуктивность подчиняется экспоненциальному распределению

$$F(x) = P(\Lambda < x) = 1 - e^{-x/\Lambda_{\Delta M}} \quad (3.4)$$

с плотностью

$$f(x) = \frac{1}{\Lambda_{\Delta M}} e^{-x/\Lambda_{\Delta M}}, \quad (3.5)$$

а не распределению Пуассона. Формула (3.5) – закон *продуктивности землетрясений*.

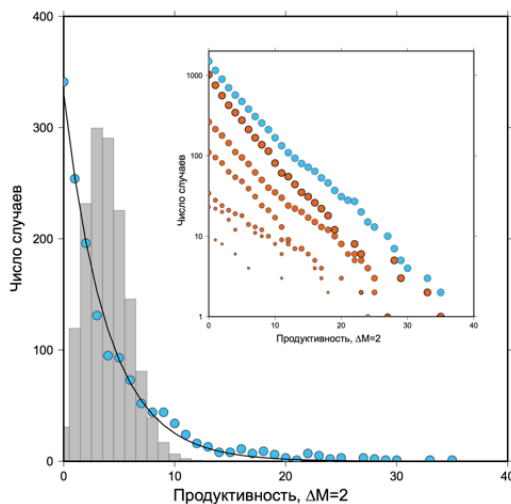


Рис. 3.13. Продуктивность землетрясений по данным каталога ANSS ComCat. Распределение числа землетрясений, инициированных событиями-триггерами с $M_m \geq 6.5$ (кружки). Сплошная линия – аппроксимация экспоненциальным распределением. Гистограмма – распределение Пуассона. Параметры обоих распределений равны среднему значению инициированных событий Λ_2 . Вставка – кумулятивные кривые распределения продуктивности на более низких уровнях иерархии

Подчеркнем, что каждое иерархическое дерево кластеризации строится из основного события-триггера. На более низких уровнях иерархии вызван-

ные им землетрясения сами по себе являются вторичными событиями-триггерами и так далее до последних ветвей кластера. На вставке к рисунку 3.13 показано, что распределение продуктивности инвариантно относительно иерархического уровня инициирующего события. Таким образом, такое же поведение наблюдается для всех событий-триггеров на иерархических уровнях, и экспоненциальная функция, по-видимому, определяет продуктивность всех землетрясений с $M \geq 6.5$.

Распределение продуктивности остается экспоненциальным, когда минимальная относительная магнитуа ΔM увеличивается от 1 до 2.6 (рис. 3.14а). Как и предполагалось, средние значения $\Lambda_{\Delta M}$ уменьшаются в соответствии с b -значением распределения магнитуд землетрясений (рис. 3.14б). Кроме того, сохраняя постоянную минимальную относительную величину $\Delta M = 2$, распределение инициированных событий и его среднее значение Λ_2 практически одинаковы независимо от магнитуды землетрясений-триггеров M_m (рис. 3.14в, г). Следовательно, экспоненциальное распределение продуктивности можно рассматривать как общее свойство всех землетрясений независимо от их силы.

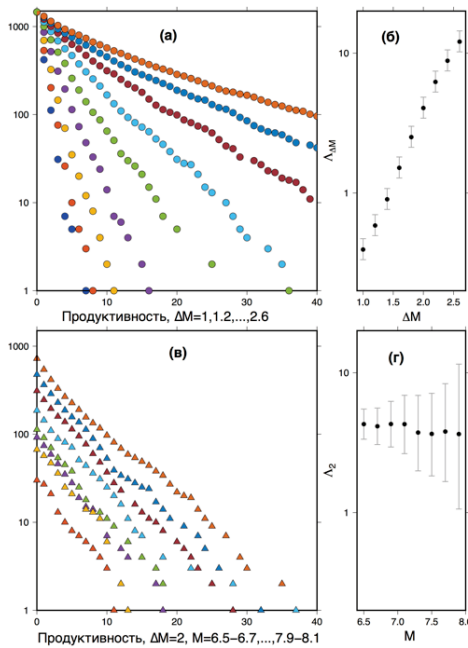


Рис. 3.14. Зависимость продуктивности землетрясений от диапазона магнитуд по данным каталога ANSS ComCat. (а) – Распределение числа землетрясений с $M \geq \Delta M = 1, 1.2, \dots, 2.6$, инициированных событиями-триггерами с $M_m \geq 6.5$. (б) – Число инициированных землетрясений в зависимости порога ΔM . (в) – Распределение числа инициированных землетрясений с $M_{\min} \leq M < M_{\max}$ и $\Delta M = 2$, где $M_{\max} = M_{\min} + 0.2$ и $M_{\max} = 6.5, 6.7, \dots, 8.1$. Число инициированных землетрясений убывает с M . (г) – Среднее число инициированных событий Λ_2 относительно магнитуды события-триггера (т.е. наклон экспоненциального закона, аппроксимирующего данные)

Аналогично количеству афтершоков, продуктивность землетрясений должна зависеть от глубины очагов. На рисунке 3.15а показана зависимость среднего числа инициированных землетрясений Λ_2 от глубины событий-триггеров. Приведенные в данном разделе расчеты показывают, что затухание Λ_2 с глубиной, меняющейся от 10 до 100 км, экспоненциально. Это указывает на то, что число инициированных землетрясений резко уменьшается с ростом литостатического давления. При этом экспоненциальный вид распределения сохраняется для разных значений глубин событий-триггеров (рис. 3.15б).

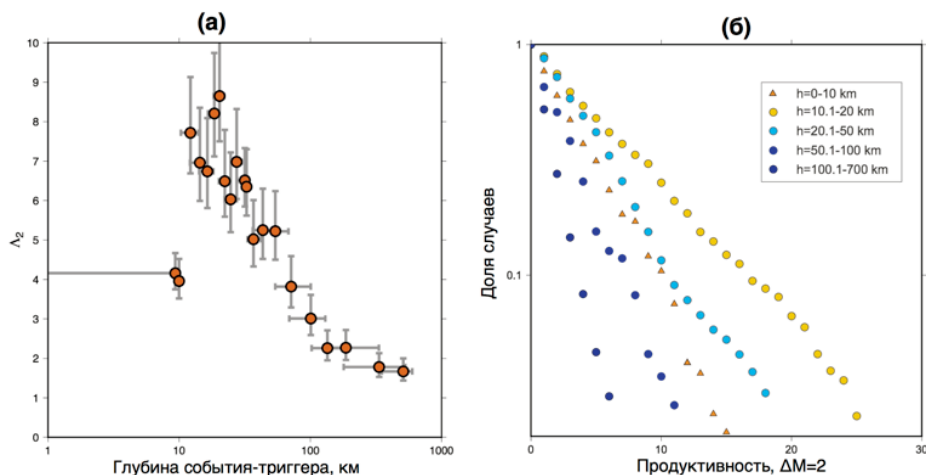


Рис. 3.15. Зависимость продуктивности землетрясений от глубины по данным каталога ANSS ComCat. (а) – Среднее число инициированных землетрясений с магнитудой $\Delta M = 2$ или выше в зависимости от глубины события-триггера с $M \geq 6.5$. События-триггеры выбраны по глубине с использованием окон размером 100 событий с перекрытием в 50 событий. Горизонтальные отрезки показывают интервалы глубин относительно среднего, вертикальные – стандартное отклонение Λ_2 . (б) – Распределение числа землетрясений, инициированных событиями-триггерами с различными значениями глубины. Распределение сохраняет экспоненциальный вид

Разные варианты определения функции близости

Исследуем вопрос о зависимости экспоненциальной формы распределения продуктивности от вида функции близости. В дополнение к функции близости (2.16), введенной в [Baiesi, Paczuski, 2004], рассмотрим пять альтернативных функций.

Первая альтернативная функция близости основана на предложении работы [Frohlich, Davis, 1990] с добавлением масштабирующего множителя, учитывающего магнитуду события-триггера:

$$\eta_{ij}^{(0)} = \begin{cases} \sqrt{(c_1 t_{ij})^2 + (r_{ij})^2} 10^{-c_2 m_i}, & t_{ij} > 0, \\ +\infty, & t_{ij} \leq 0, \end{cases} \quad (3.6)$$

где время выражено в сутках; $c_1 = 1$ км/сут. [Frohlich, Davis, 1990], $c_2 = 0.3$.

Следующие четыре альтернативные функции близости воспроизводят «оконный» подход (см. раздел 2.1), широко используемый для декластеризации каталогов [Gardner, Knoroff, 1974]. Мы определяем ближайшего соседа в пространственно-временных окнах как (1) самое близкое по времени, (2) самое близкое по пространству, (3) самое близкое по «пространственно-временному расстоянию» [Frohlich, Davis, 1990] и (4) самое большое землетрясение:

$$\eta_{ij}^{(1)} = \begin{cases} t_{ij}, & t_{ij} \leq c_t 10^{p_t m_i} \text{ and } r_{ij} \leq c_r 10^{p_r m_i} \text{ and } t_{ij} > 0, \\ +\infty, & t_{ij} > c_t 10^{p_t m_i} \text{ or } r_{ij} > c_r 10^{p_r m_i} \text{ or } t_{ij} \leq 0, \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\eta_{ij}^{(2)} = \begin{cases} r_{ij}, & t_{ij} \leq c_t 10^{p_t m_i} \text{ and } r_{ij} \leq c_r 10^{p_r m_i} \text{ and } t_{ij} > 0, \\ +\infty, & t_{ij} > c_t 10^{p_t m_i} \text{ or } r_{ij} > c_r 10^{p_r m_i} \text{ or } t_{ij} \leq 0, \end{cases} \quad (3.8)$$

$$\eta_{ij}^{(3)} = \begin{cases} \sqrt{(c_1 t_{ij})^2 + (r_{ij})^2}, & t_{ij} \leq c_t 10^{p_t m_i} \text{ and } r_{ij} \leq c_r 10^{p_r m_i} \text{ and } t_{ij} > 0, \\ +\infty, & t_{ij} > c_t 10^{p_t m_i} \text{ or } r_{ij} > c_r 10^{p_r m_i} \text{ or } t_{ij} \leq 0, \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\eta_{ij}^{(4)} = \begin{cases} m_i - m_j, & t_{ij} \leq c_t 10^{p_t m_i} \text{ and } r_{ij} \leq c_r 10^{p_r m_i} \text{ and } t_{ij} > 0, \\ +\infty, & t_{ij} > c_t 10^{p_t m_i} \text{ or } r_{ij} > c_r 10^{p_r m_i} \text{ or } t_{ij} \leq 0. \end{cases} \quad (3.10)$$

В отличие от функций близости (2.16) и (3.7), три последние функции (3.8)–(3.10) не используют масштабирование по магнитуде для нахождения ближайших соседей.

Определим порог $\eta_0^{(0)}$ для функции близости (3.6) аналогично тому, как это делалось для основного варианта функции близости. Кривые, демонстрирующие эту процедуру, и результаты для глобального каталога ANSS ComCat за 1981–2019 гг., $M_m \geq 6.5$, $\Delta M = 2$, показаны на рис. 3.16. Оцененные значения $\kappa = 0.67$, $\eta_0^{(0)} = 0.81$, $\eta_1^{(0)} = 0.72$, $\Lambda_2 = 3.55$, $\Lambda'_2 = 3.39$ (0.68 и 0.52 для рандомизированного каталога).

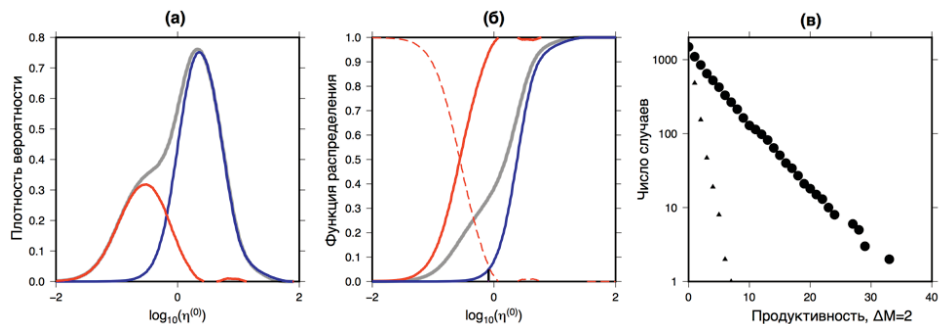


Рис. 3.16. Определение распределения продуктивности землетрясений с использованием альтернативной функции близости (3.6) по данным каталога ANSS за 1981–2019 гг., $M \geq 4.5$. (а) Распределение вероятностей функции близости (3.6) для ближайших соседей в реальном каталоге $p_{\text{real}}(\eta)$ (серая линия) и ее разложение на две составляющие (шаг 3 в тексте): κp_{random} (синяя линия) и $(1 - \kappa)p_{\text{clustered}} = p_{\text{real}} - \kappa p_{\text{random}}$ (красная линия). Использовался тот же рандомизированный каталог, что и для рис. 3.12. Здесь оценка $\kappa = 0.67$. (б) Определение порога: функция распределения F_{real} (серая линия), F_{random} (синяя линия), $F_{\text{clustered}}$ (красная линия) и ее дополнение $1 - F_{\text{clustered}}$ (красная пунктирная линия). Порог $\eta_0^{(0)}$ – точка пересечения F_{random} и $1 - F_{\text{clustered}}$ (черная линия). (в) Кумулятивные распределения продуктивности землетрясений, $\Delta M = 2$, для реального (круги) и рандомизированного (треугольники) каталогов

Для последних четырех функций близости пороги определялись также на основе их сравнения для ближайших соседей в реальном и рандомизированном каталогах. Все четыре функции являются бинарными, а коэффициенты t_c , t_p , r_c , r_p являются общими. Отличие этих четырех функций заключается в выборе ближайшего соседа. В проводимом анализе это важно, потому что рассматриваются пары событие-триггер и инициированное землетрясение, а не полные иерархические деревья. Для $\eta_{ij}^{(3)}$ мы берем $c_1 = 1$ км/сутки. Изменяя параметры t_c , t_p , r_c , r_p , мы максимизировали функцию $(F_{\text{real}} - \kappa F_{\text{shuffled}})$, где F_{real} и F_{shuffled} – интенсивность потока событий в реальном и рандомизированном каталогах в пространственно-временных окнах, определяемых следующими значениями параметров. Для каталога ANSS за 1981–2019 гг., $M \geq 4.5$, полагая $\kappa = 0.67$, были найдены оптимальные значения $c_i = 0.75$ суток, $p_c = 0.3$, $c_r = 0.137$ км и $p_r = 0.44$. Затем, как и ранее, мы применили функции для построения иерархических деревьев, подсчета производительности землетрясений при $\Delta M = 2$, для каждого события с $M \geq 6.5$, и затем для построения распределения продуктивности землетрясений.

На рисунке 3.17 показаны кумулятивные ненормализованные распределения продуктивности землетрясений, рассчитанные с использованием функций $\eta^{(1)}$, $\eta^{(2)}$, $\eta^{(3)}$ и $\eta^{(4)}$ в реальном и рандомизированном каталогах. Для каждой из четырех функций были рассчитаны Λ_2 как для реального, так и для рандомизированного каталога (табл. 3.3). Рисунок 3.17 и таблица 3.3 демонстрируют влияние функции выбора ближайших соседей. Масштабирование для этого выбора, используемое в η и $\eta^{(0)}$, в отличие от последних четырех альтернативных функций близости, очевидно, предпочтительнее. Однако все распределения (рис. 3.17) имеют моду в 0 или близко к 0 при относитель-

но высоких средних значениях, что полностью отличается от распределения Пуассона.

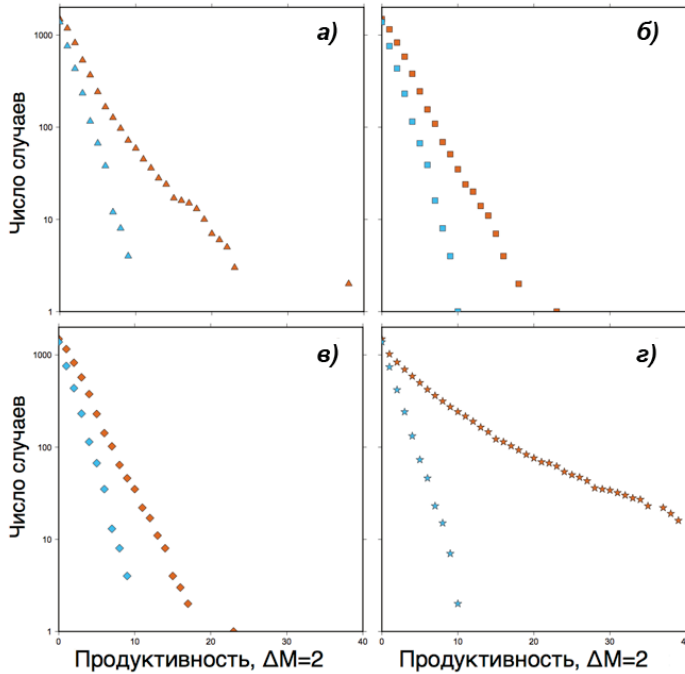


Рис. 3.17. Распределение продуктивности землетрясений с $M \geq 6.5$ по данным глобального каталога ANSS с использованием альтернативных функций близости: а) (3.7), б) (3.8), в) (3.9), г) (3.10) с параметрами из табл. 3.3. для $\Delta M = 2$. Распределения продуктивности землетрясений в оригинальном и случайном каталогах показаны коричневым и синим символами, соответственно

Таблица 3.3. Оценки значений Λ_2 для каталога ANSS ComCat за 1981–2019 гг. и его рандомизированной версии с использованием различных функций близости. Магнитуды событий-триггеров $M \geq 6.5$

Функция близости	Реальный каталог	Рандомизированный каталог
$\eta(1)$	2.64	1.20
$\eta(2)$	2.48	1.21
$\eta(3)$	2.43	1.21
$\eta(4)$	5.23	1.23

Таким образом, проведенные тесты подтверждают, что экспоненциальный характер распределения продуктивности землетрясений определяется не видом функции близости, а внутренним свойством сейсмичности. Для рандомизированного каталога расчетная продуктивность также имеет экспоненциальное распределение, но среднее значение оказывается в несколько раз меньшим по сравнению с реальным каталогом.

Продуктивность землетрясений в региональных каталогах

Для проверки экспоненциального вида закона повторяемости воспользуемся данными семи региональных каталогов землетрясений:

- Байкал и Забайкалье, 1960–2014 гг., каталог Байкальского филиала ФИЦ ЕГС РАН, URL: <http://seis-bykl.ru/>;
- Италия, 2008–2018 гг., каталог Национального института геофизики и вулканологии, URL: <http://cnt.rm.ingv.it/en?timezone=UTC>;
- Япония, 1997–2018 гг., каталог JMA, URL: <https://hinetwww11.bosai.go.jp/auth/>;
- Камчатка и Курильские острова, 1994–2018 гг., каталог Камчатского филиала ФИЦ ЕГС РАН, URL: <http://www.emsd.ru/sdis/earthquake/catalogue/catalogue.php>;
- Северная Калифорния, 1984–2018 гг., каталог с уточненной локацией по методу двойных разностей, URL: <http://www.ncedc.org/ncedc/catalog-search.html>;
- Южной Калифорнии, Калифорния, 1981–2018 гг., каталог с уточненной локацией по методу двойных разностей [Hauksson et al., 2012], URL: http://service.scedc.caltech.edu/ftp/catalogs/hauksson/Socal_DD/;
- Новая Зеландия, 1991–2018 гг., каталог Geonet, URL: <https://quakesearch.geonet.org.nz>.

Эти каталоги имеют более низкие значения представительной магнитуды, что позволяет исследовать распределение продуктивности для меньших магнитуд. Параметры и результаты оценивания средней продуктивности землетрясений при $\Delta M = 2$ для реальных каталогов (Λ_2) и их рандомизированных версий (Λ'_2) приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.4. Параметры и результаты оценивания средней продуктивности землетрясений при $\Delta M = 2$ для реальных каталогов (Λ_2) и их рандомизированных версий (Λ'_2)

Каталог	M_m	b	d_f	κ	$10^6 \eta_0$	Λ_2	$10^6 \eta_1$	Λ'_2
ANSS ComCat	6.5	1.2	1.79	0.64	2.6	4.32	1.7	4.05
Италия	3.9	1.2	1.85	0.35	6.5	5.02	11.0	5.1
Байкал	4.2	0.9	1.2	0.7	90.0	1.31	54.0	1.18
Камчатка	5.5	1.1	1.98	0.62	32.0	5.28	23.0	5.04
Япония	5	0.9	1.83	0.335	85.0	2.8	140.0	2.93
Нов. Зеландия	5	1.1	1.78	0.73	2.2	3.72	1.0	3.38
Сев. Калифорния	3.8	1	1.4	0.52	13.0	3.06	12.0	3.04
Юж. Калифорния	3.8	1	1.6	0.37	21.0	3.46	30.0	3.54

M_m – минимальная магнитуда события-триггера. Представительная магнитуда M_c оценивалась методом MAXC [Wiemer, Wyss, 2000]: $M_m = M_c + \Delta_M = 2$.

b – наклон графика повторяемости, оцененный по работе [Aki, 1965].

d_f – фрактальная размерность, оцененная методом box counting [Goltz, 1997].

Расчеты показывают (рис. 3.18), что экспоненциальное распределение имеет место во всех регионах, но среднее число инициированных событий Λ_2 варьирует от одного региона к другому (рис. 3.18а). Это может быть следствием распределения глубины землетрясения, а также других сейсмогенных свойств, таких как ползучесть, режим напряжения или тепловой поток. В зонах субдукции (Япония, Камчатка, Новая Зеландия) это среднее значение уменьшается с глубиной события-триггера от 10 до 100 км (рис. 3.18а-в). В Калифорнии уменьшение значения Λ_2 наблюдается в слое от 5 до 13 км, где происходит большинство землетрясений (рис. 3.18д).

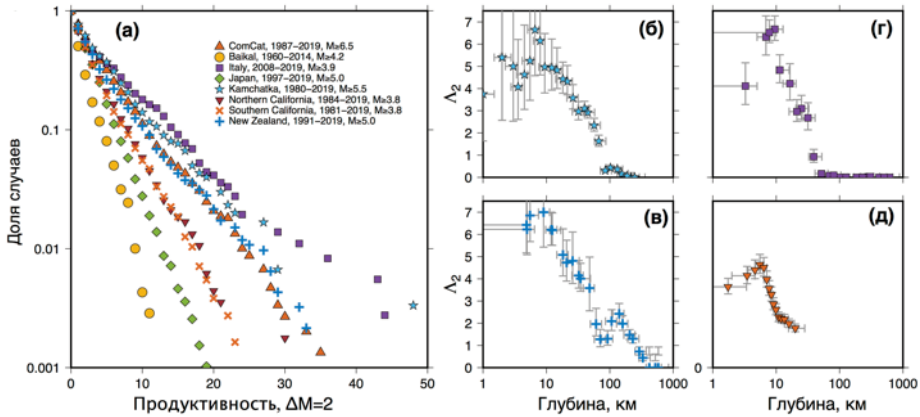


Рис. 3.18. Продуктивность землетрясений по данным региональных каталогов. (а) – Распределение числа инициированных землетрясений в различных сейсмоопасных регионах. (б)-(д) – Среднее количество инициированных землетрясений в зависимости от глубины на Камчатке (б), в Новой Зеландии (в), Калифорнии (г) и Италии (д)

Выше мы определяли продуктивность для относительного порога магнитуды $\Delta M = 2$. В случае $\Delta M = 0$ значение Λ_0 можно определить как вероятность того, что землетрясение инициирует событие той же или большей магнитуды. Рассмотрим среднюю продуктивность Λ_0 землетрясений с $M \geq 4.5$ в различных регионах. Это значение было рассчитано для всех 8 рассматриваемых каталогов землетрясений, используя пороги η_0 из таблицы 3.4. Все оценочные значения (табл. 3.5) составляют около 0.1, наименьшее значение 0.06 для Новой Зеландии, наибольшее значение 0.115 для Камчатки.

Таблица 3.5. Оценки значений Λ_0 (вероятность того, что землетрясение инициирует событие той же или большей магнитуды) для всей Земли и различных регионов мира

Регион	Λ_0
Глобальный каталог ANSS ComCat	0.068
Италия	0.087
Байкал	0.087
Камчатка	0.115
Япония	0.100

Новая Зеландия	0.060
Северная Калифорния	0.097
Южная Калифорния	0.100

Зависимость продуктивности от порогового значения функции близости

Распределение продуктивности некластеризованной сейсмичности может быть получено из рандомизированных каталогов. Это распределение также имеет экспоненциальную форму, но со значением Λ_2 значительно меньшим, чем значение, полученное из исходного каталога.

При увеличении порогового значения η_0 распределение продуктивности сохраняет экспоненциальный вид для событий-триггеров, инициирующих более двух землетрясений. Вместе с тем экспоненциальный вид не сохраняется для меньшего числа инициируемых событий (рис. 3.19а-в). Этот переход от чисто экспоненциального режима к гибриднему распределению происходит при значении η_0 , превышающем оценки, полученные непараметрической процедурой, описанной выше.

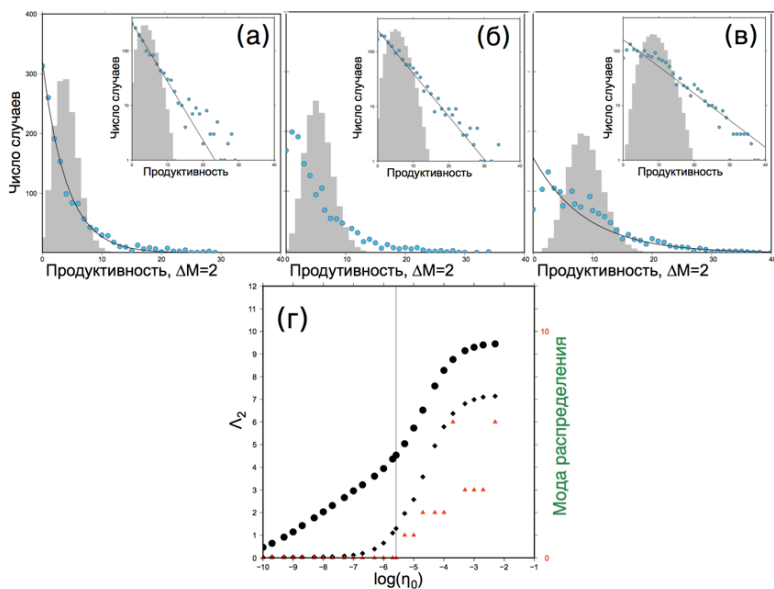


Рис. 3.19. Зависимость распределения производительности от порогового значения η_0 : (а) $\eta_0 = 2.6 \cdot 10^{-6}$; (б) $\eta_0 = 10^{-5}$; (в) $\eta_0 = 10^{-4}$. Для глобального каталога с использованием $M \geq 6.5$ землетрясений и минимальной относительной магнитуды $\Delta M = 2$ на графиках (а)-(в) сравнивается число инициированных событий (синие кружки) с экспоненциальным (сплошная линия) и пуассоновским (серая гистограмма) распределением с одинаковым значением параметра Λ_2 . Врезки – это те же графики в логарифмической шкале. (г) Зависимость значения Λ_2 от порогового значения η_0 для глобального каталога (кружки) и случайных каталогов (ромбы). Красные треугольники показывают значения моды распределения производительности, полученной из исходного каталога

На рисунке 3.19г показана зависимость значения Λ_2 от порогового значения η_0 для исходного глобального каталога и его рандомизированной версии. Значение Λ_2 систематически возрастает с возрастанием η_0 , но при этом наблюдается явный качественный скачок при значении порога η_0 , полученном с помощью непараметрической процедуры: выше этого значения мода распределения продуктивности больше не равна нулю (рис. 3.19в).

В заключении этого раздела отметим, что кластеризация землетрясений в пространстве и времени характеризуется значением продуктивности. Продуктивность подчиняется экспоненциальному распределению, форма которого практически не зависит от метода выбора ближайших соседей. Учитывая, что функция близости имеет вид (2.16), экспоненциальное поведение возникает, как только пороговое расстояние η_0 между причинно-связанными событиями должным образом идентифицируется. Это может быть сделано без аппроксимации, путем сравнения свойства кластеризации реального и случайного каталогов.

Экспоненциальный вид распределения продуктивности, наблюдаемый по глобальным и региональным данным, отражает общую прочность поро-ды, независимо от величины возмущения. Таким образом, наиболее вероятное количество иницилируемых событий равно нулю. Помимо индивидуального вклада каждого землетрясения в инициирование будущих событий, ветвящийся процесс в каскадах сейсмичности отвечает за свойства сейсмических кластеров. Во всех случаях нет оснований предполагать, что распределение Пуассона учитывает изменчивость числа землетрясений, вызванных каким-либо событием.

Сохранение одной и той же формы закона продуктивности на разных уровнях иерархии и в широком диапазоне магнитуд землетрясений демонстрирует актуальность и обоснованность гипотезы, лежащей в основе эпидемической модели сейсмичности. Тем не менее, принимая во внимание изменчивость числа иницилируемых событий, экспоненциальное распределение никогда ранее не рассматривалось ни для разработки теоретических прогнозов, ни для инверсии данных.

Также было установлено, что единственный параметр закона продуктивности землетрясений – средняя продуктивность – уменьшается с глубиной и может использоваться в качестве нового статистического инструмента для характеристики уровня напряжения вдоль основных систем разломов.

Рассмотренное здесь в качестве продуктивности количество инициированных землетрясений относительной магнитуды при глобальном или региональном рассмотрении подчинено экспоненциальному закону, схожему с экспоненциальным законом Гутенберга-Рихтера. Этот вид распределения позволяет дать простую и адекватную интерпретацию среднего значения разности магнитуд основного толчка и сильнейшего афтершока (закон Бота, см. следующий раздел), а также распределения встречающихся значений этой величины.

Количество инициированных землетрясений относительной магнитуды не зависит от магнитуды основного толчка. Таким образом, каждое землетрясение может характеризоваться двумя этими независимыми параметрами (магнитуда и продуктивность), имеющими схожие законы повторяемости. Значение второго параметра становится известным лишь после завершения серии афтершоков. Можно надеяться, что в будущем удастся оценивать этот параметр по данным об очаге землетрясения.

Установленный закон продуктивности фактически опровергает широко распространенную модель ETAS [Ogata, 1989, 1999], рассмотренную в разделе 1.3, в основе которой лежит предположение о постоянстве числа генерируемых афтершоков для данной магнитуды (распределение Пуассона естественно моделирует отклонения от среднего для конкретных реализаций). На самом деле, как здесь было установлено, число генерируемых событий распределено экспоненциально и, следовательно, в большинстве случаев меньше среднего значения. Именно поэтому модель ETAS, как правило, дает завышенные оценки опасности при прогнозе. Это иллюстрируется хорошо известным эффектом использования в качестве социального фактора средней зарплаты, которая гораздо хуже отражает реальную ситуацию, чем медианная. Но стабильно экспоненциальный вид распределения продуктивности дает очевидный и достаточно простой путь коррекции моделей типа ETAS.

3.3. ДИНАМИЧЕСКИЙ ЗАКОН БОТА И ОБОСНОВАНИЕ ЗАКОНА БОТА

В сейсмологии хорошо известен эмпирический закон Бота [Båth, 1965], в соответствии с которым магнитуда сильнейшего афтершока в среднем примерно на единицу меньше магнитуды основного толчка. Вместе с тем основная часть сильнейших афтершоков происходит, как правило, в первые часы. В практическом плане такая активность естественно воспринимается как непосредственное продолжение основного землетрясения. Более поздние сильные афтершоки происходят на фоне уже менее часто повторяющихся сотрясений, являются менее ожидаемыми и поэтому представляют самостоятельную опасность. Средняя разность магнитуд основного толчка и сильнейшего афтершока, произошедшего позднее некоторого времени с момента основного толчка, постепенно увеличивается. В данном разделе рассматривается задача оценивания магнитуды будущего сильнейшего афтершока в последовательные моменты времени после основного толчка без учета информации об афтершоках, которые к данному моменту уже произошли. Для этих оценок будут построены теоретические распределения, форма которых оказывается независящей от времени, зависимость же от времени сдвига по магнитуде оказывается известной заранее. Предопределенность зависимостей в момент сильного землетрясения дает основания

характеризовать построенную теоретическую модель как «динамический закон Бота».

Закон Бота часто интерпретируется с помощью известной модели сейсмичности ETAS как следствие трех других законов подобия [Helmstetter, Sornette, 2003]. При этом авторы некорректно оперируют средними величинами, связь между которыми нелинейна, а значения параметров модели не соответствуют реальным оценкам, что приводит к сомнениям в универсальности законов подобия в сейсмичности [Shearer, 2012]. В данном разделе мы возвращаемся к проблеме интерпретации закона Бота, но рассматриваем не средние значения величин, а их распределения.

Моделирование распределения разности магнитуды основного толчка и магнитуды сильнейшего афтершока для $t = 0$ с целью теоретического обоснования закона Бота было предметом значительного числа исследований [Vere-Jones, 1969, 2008; Lombardi, 2002; Console et al., 2003; Helmstetter, Sornette, 2003]. Хотя в части из этих работ действительно обосновано среднее значение, близкое к 1.2, результаты ни одной из работ нельзя использовать для моделирования полного распределения. В данном разделе мы пошли по пути построения по большому числу афтершоковых серий эмпирического распределения для $t = 0$, нахождения для него подходящей аппроксимации и получения аналитических выражений для пересчета к временам $t > 0$. В результате оказывается возможным получить распределение для любого t . Эта модель может иметь самостоятельное применение для обновляемого прогноза максимальной магнитуды последующих толчков, в частности, в тех случаях, когда данных недостаточно для применения метода, использующего информацию об уже состоявшихся афтершоках.

Исходные данные. Для построения эмпирических закономерностей будем использовать 777 серий афтершоков от землетрясений мира с магнитудой 6.5 и выше за период с 1980 по 2016 г. В качестве источника данных использовался каталог землетрясений ANSS ComCat Геологической службы США (USGS) [ANSS...]. Выделение основных толчков и их афтершоков проводилось по алгоритму Молчана и Дмитриевой (см. раздел 2.2.2) [Молчан, Дмитриева, 1991; Molchan, Dmitrieva, 1992] с помощью программы В.Б. Смирнова [2009].

Распределение магнитуды сильнейшего афтершока с учетом времени (Динамический закон Бота)

Для удобства дальнейшего изложения введем следующие обозначения:

M_m – магнитуда основного толчка в серии афтершоков;

t – время от основного толчка, сутки;

T – период рассмотрения, также от момента основного толчка, сут., везде в этом разделе принимается значение $T = 365$ сут.;

$M_1(t, T)$ – магнитуда сильнейшего афтершока на интервале (t, T) .

Предположим, что нам известно распределение величины $M_m - M_1(0, T)$ по ансамблю всех серий афтершоков. Это распределение отражает хорошо известный эмпирический закон Бота [Båth, 1965], в соответствии с которым среднее значение распределения примерно составляет 1.2. Для произвольного t нам необходимо определить распределение по ансамблю величины $M_m - M_1(t, T)$.

Будем считать, что в афтершоковой последовательности времена и магнитуды независимы (см. раздел 3.2) и распределены, соответственно, по закону Омори-Утсу [Utsu, 1961] (3.1) и закону Гутенберга-Рихтера [Gutenberg, Richter, 1956]:

$$F(M) = 1 - e^{-\beta(M-M_c)} = 1 - 10^{-b(M-M_c)}, \quad M \geq M_c, \quad (3.11)$$

где $\beta = b \ln 10$; M_c – представительная магнитуда; $F(M)$ – функция распределения вероятности магнитуды. Общее число афтершоков $\Lambda(t, T)$ на интервале (t, T) имеет вид:

$$\Lambda(t, T) = \int_t^T \lambda(t) dt = \begin{cases} \frac{K}{1-p} [(T+c)^{1-p} - (t+c)^{1-p}], & p \neq 1, \\ K[\ln(T+c) - \ln(t+c)], & p = 1, \end{cases} \quad (3.12)$$

где K, c, p – параметры закона Омори-Утсу (3.1).

Выражение (3.12) полностью определяет связь ожидаемого числа афтершоков $\Lambda(t, T)$ на интервалах $(0, T)$ и (t, T) . Введя новую функцию $\alpha(t, T)$, эту связь можно записать в виде [Баранов, Шебалин, 2016; Шебалин, Баранов, 2017]:

$$\Lambda(t, T) = \alpha(t, T) \Lambda(0, T). \quad (3.13)$$

При сделанных предположениях вероятность того, что магнитуда произвольного афтершока в серии меньше значения M , задается формулой (3.11); вероятность того, что все n афтершоков имеют магнитуду меньше M , равна $F(M)^n$. Ожидаемое число афтершоков n на интервале (t, T) определено формулой (3.12). Предположив, что это число имеет распределение Пуассона, и просуммировав по формуле полной вероятности все варианты значения n [Vere-Jones, 2008; Zöller et al., 2013], получим распределение вероятности магнитуды $M_1(t, T)$ для отдельной серии афтершоков:

$$P(M_1(t, T) \leq M) = G(M; t, T) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Lambda(t, T)^k}{k!} e^{-\Lambda(t, T)} F(M)^k = e^{-\Lambda(t, T)[1-F(M)]}. \quad (3.14)$$

Объединив (3.11) и (3.14), получим распределение в виде двойной экспоненты:

$$G(M; t, T) = e^{-\Lambda(t, T)} e^{-\beta(M - M_c)} = e^{-\Lambda(t, T) 10^{-b(M - M_c)}}. \quad (3.15)$$

В силу подтвержденной независимости магнитуд и времен афтершоков (см. раздел 3.1) это соотношение, используя (3.13), можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} G(M; t, T) &= e^{-\alpha(t, T) \Lambda(0, T)} e^{-\beta(M - M_c)} = e^{-\Lambda(0, T)} e^{-\beta(M_c - M) + \ln(\alpha(t, T))} = \\ &= e^{-\Lambda(0, T)} e^{-\beta(M - M_c - \Delta M(t, T))} = G(M - \Delta M(t, T); 0, T), \end{aligned} \quad (3.16)$$

где

$$\Delta M(t, T) = -\frac{1}{\beta} \ln \alpha(t, T) = \frac{1}{\beta} \ln \left[\frac{\Lambda(0, T)}{\Lambda(t, T)} \right]. \quad (3.17)$$

Таким образом, оказывается, что распределение вероятности величины $M_1(t, T)$ с течением времени не меняет форму, а лишь сдвигается в сторону меньших значений магнитуды на величину $\Delta M(t, T)$, которая зависит только от времени, значений параметров c , p закона Омори-Утсу (3.1) и параметра b закона Гутенберга-Рихтера. Этот результат представляется фундаментальным и играет важнейшую роль для построения модели прогноза величины $M_m - M_1(t, T)$. Для этого необходимо перейти теперь к построению распределения величины $M_m - M_1(t, T)$ по ансамблю афтершоковых серий. Если бы значения параметров b , c и p для всех серий совпадали, то и распределение величины $M_m - M_1(t, T)$ с течением времени не меняло бы форму, а сдвиг по магнитуде определялся соотношением (3.17).

В случае существенного различия параметров величина $\Delta M(t, T)$ может варьировать от серии к серии, и тогда следует ожидать некоторого расширения распределения с увеличением времени. С учетом логарифмической зависимости в (3.17) эффект расширения формы распределения не должен быть значительным. Забегая вперед, отметим, что среднеквадратичные отклонения величины $M_m - M_1(t, T)$, определенные для нескольких значений t в широком диапазоне, оказались очень близкими. Это дает основания считать, что форма распределения величины $M_m - M_1(t, T)$ по ансамблю серий также не меняется при изменении t , а сдвиг по магнитуде определяется соотношением (3.17) с некими усредненными значениями параметров. Тогда, зная распределение величины $M_m - M_1(0, T)$, с помощью соотношения (3.17) можно определить распределение величины $M_m - M_1(t, T)$ для любого t . Таким образом, для построения модели распределения величины $M_m - M_1(t, T)$ остается построить эмпирическое распределение и его аппроксимацию для величины $M_m - M_1(0, T)$ и оценить усредненные значения параметра b закона Гутенберга-Рихтера, а также параметров c и p закона Омори-Утсу.

Оценка параметров b , c и p

Распределение величины $M_m - M_1(0, T)$ мы строим по данным о сериях афтершоков от 777 землетрясений мира с магнитудой $M_m \geq 6.5$ с 1980 по 2016 г. (рис. 3.20). Это распределение хорошо аппроксимируется нормальным

распределением со средним $EM_0 = 1.19$ и среднеквадратичным отклонением $\sigma M = 0.66$.

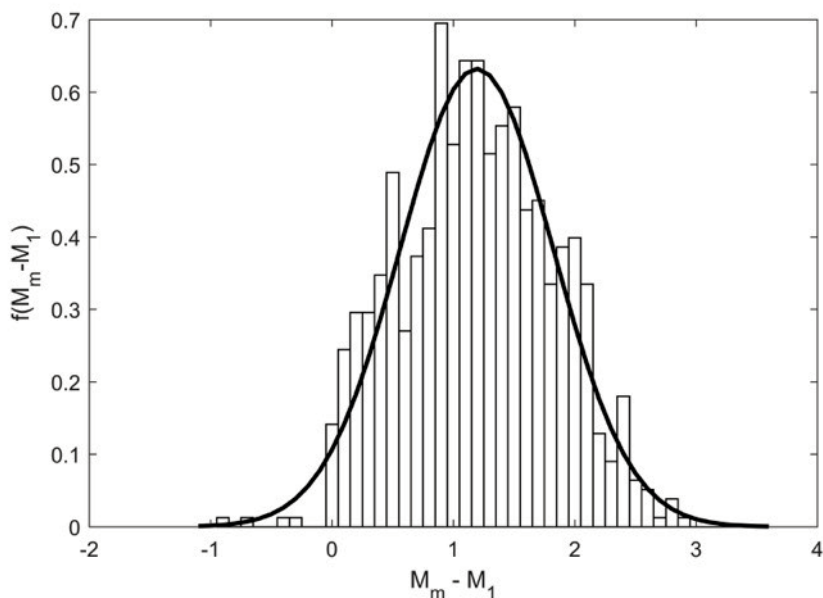


Рис. 3.20. Эмпирическая плотность распределения величины $M_m - M_1(0, T)$ и ее аппроксимация нормальным распределением (жирная линия)

Чтобы оценить усредненные значения параметров b , c и p воспользуемся подходом работы [Shebalin, Narteau, 2017] и объединим все 777 рассматриваемых серий афтершоков в единый набор, заменив для каждой серии значения M магнитуды афтершоков значениями разности $M - M_m$ и упорядочив по возрастанию времени после основного толчка. Оценка параметра b закона Гутенберга-Рихтера для относительных магнитуд имеет то преимущество, что в результате наклон графика повторяемости для всех серий оценивается в области больших магнитуд, благодаря чему минимизируется влияние возможного эффекта излома графика повторяемости из-за ускоренных постсейсмических пластических деформаций в очаге землетрясения [Shebalin, Baranov, 2017; Vorobieva et al., 2016]. На рисунке 3.21 представлены дифференциальный и кумулятивный графики распределения величины $M - M_m$ в наборе. Значение параметра b оценено по методике работы [Bender, 1983] в интервале $[-2, -0.5]$ и составляет $b = 1.0$. Цензурирование оценки справа при значении -0.5 введено для исключения возможного загиба графика повторяемости из-за эффекта конечных объемов [Romanowicz, 1992].

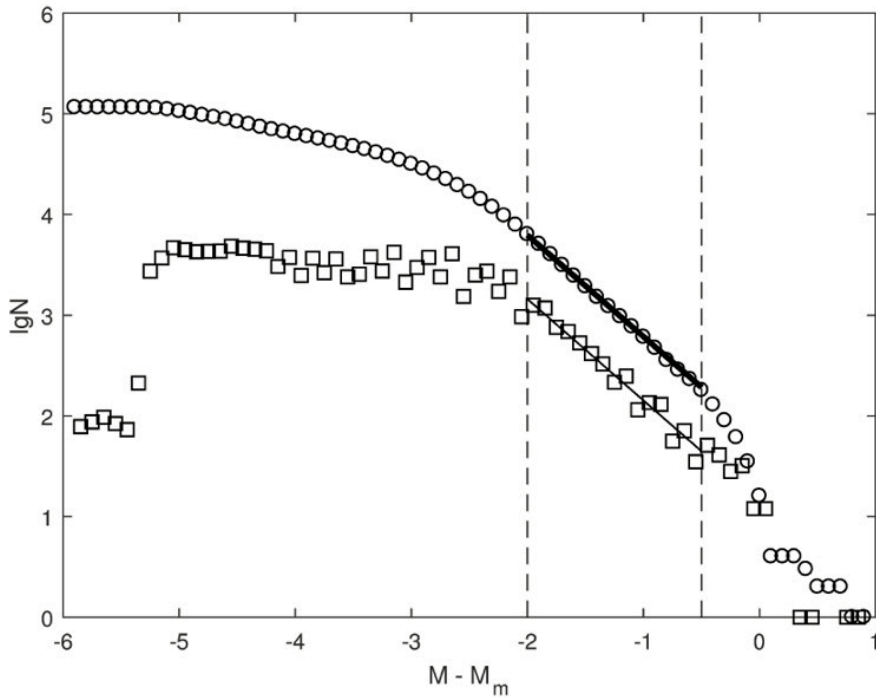


Рис. 3.21. Оценка параметра b закона Гутенберга-Рихтера для стека из 777 серий афтершоков. Кумулятивный (жирная линия) и дифференциальный (тонкая линия) графики повторяемости величины $M - M_m$. Кругами показаны кумулятивные значения, квадратами – дифференциальные. Пунктиром отмечены уровень представительной относительной магнитуды и значение -0.5 , вместе составляющие интервал для оценки параметра b . Оцененное значение $b = 1.0$

Байесовская оценка параметров и p закона Омори-Утсу (3.1) выполнялась методом работы [Holschneider et al., 2012] по программе bayGR [Баранова, Шебалин 2018б] в интервале времен от $t_{start} = 0.01$ до $t_{stop} = 365$ суток с равномерными априорными распределениями параметров c в интервале $[t_{start}/2, 2t_{stop}]$ и p в интервале $[0.5, 1.5]$. На рисунке 3.22 показаны апостериорные распределения оценок c и p , а также эмпирическое и теоретическое распределения времен афтершоков.

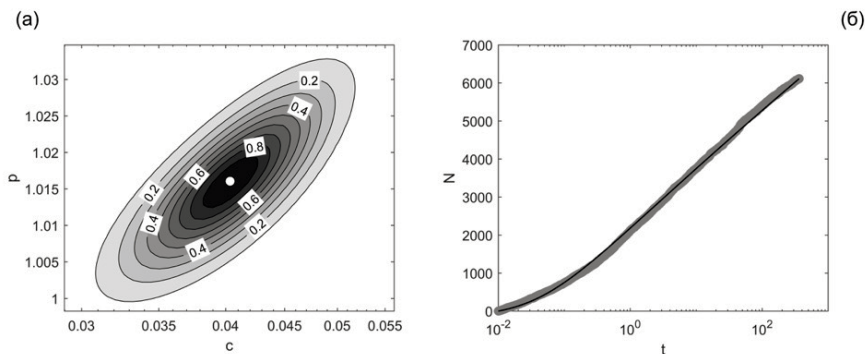


Рис. 3.22. Оценка параметров c и p закона Омори-Утсу для набора из 777 серий афтершоков. (а) Апостериорное распределение Байесовских оценок c и p . Контурами с маркерами показаны линии уровня квантилей, белым кружком отмечено положение максимума правдоподобия. (б) Распределение времен афтершоков. Тонкой черной линией обозначено эмпирическое распределение по стеку из 777 серий, жирной серой линией – распределение по закону Омори-Утсу с оцененными значениями параметров $c = 0.04$ суток, $p = 1.016$

Найденные оценки параметров $EM_0 = 1.19$, $\sigma M = 0.66$, $b = 1.0$, $c = 0.04$ суток, $p = 1.016$ полностью определяют распределение величины $M_m - M_1(t, T)$ для произвольного t в построенной модели. На рисунке 3.23 приведены графики 10%, 50% и 90% квантилей для полученной модели.

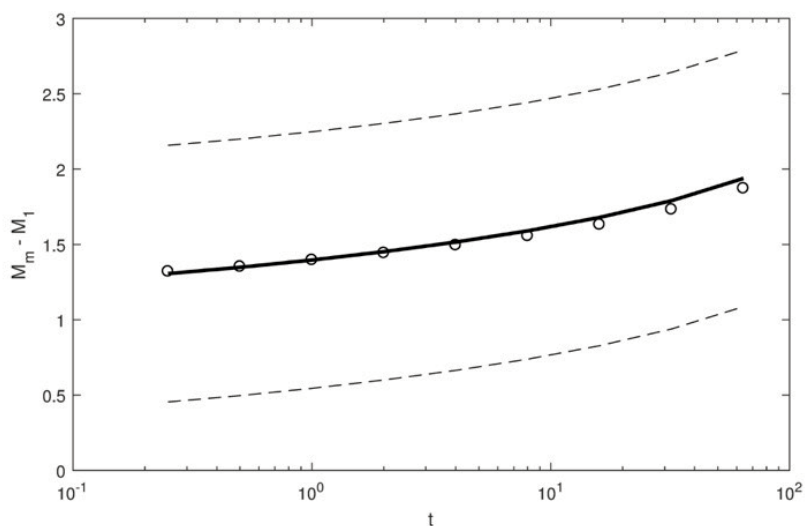


Рис. 3.23. Зависимость квантилей теоретического распределения величины $M_m - M_1(t, T)$ от времени t . Жирной линией показан график среднего значения распределения, тонкими линиями 10% и 90% квантили распределения. Кружками отмечены средние значения эмпирических распределений, полученных для $t = 0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8, 16, 32$ и 64 суток. (см. таблицу 3.6)

Сравнение модели с эмпирическими распределениями

Для проверки, насколько адекватно построенная модель отражает реальные распределения, рассмотрим геометрическую прогрессию времен t от 0.25 суток до 64 суток с двукратным изменением на каждом шаге. Эмпирические распределения строились по 777 рассматриваемым сериям, теоретические распределения – это нормальное распределение со стандартным отклонением $\sigma M = 0.66$ и средним, вычисляемым по формуле:

$$EM = EM_0 + \Delta M(t, T), \quad (3.18)$$

где EM_0 – среднее значение величины $M_m - M_1(0, T)$; $\Delta M(t, T)$ определяется по формуле (3.17) с найденными значениями параметров b, c, p .

Для каждого из рассмотренных значений t были получены оценки среднего и стандартного отклонения для нормальной аппроксимации распределений. Результаты приведены в таблице 3.6. Средние значения показаны также на рисунке 3.23. Обращает на себя внимание, что стандартное отклонение распределений практически не меняется для разных t . Это подтверждает сделанное выше предположение, что величина $\Delta M(t, T)$ в формуле (3.17) мало меняется от серии к серии, благодаря чему в построенной теоретической модели динамического закона Бота мы пользуемся усредненными оценками параметров законов Омори-Утсу и Гутенберга-Рихтера.

Таблица 3.6. Параметры нормальной аппроксимации эмпирических распределений величины $M_m - M_1(t, T)$ и сравнение эмпирических и теоретических распределений по критерию Колмогорова

t , сут.	Параметры нормальной аппроксимации эмпирических распределений величины $M_m - M_1(t, T)$		Максимальная разность эмпирического и теоретического распределений
	Среднее	Стандартное отклонение	
0.25	1.3	0.66	0.032
0.5	1.4	0.66	0.037
1	1.4	0.65	0.035
2	1.4	0.66	0.042
4	1.5	0.67	0.048
8	1.6	0.66	0.046
16	1.6	0.66	0.037
32	1.7	0.67	0.043
64	1.9	0.67	0.067

Примеры сравнения теоретических и эмпирических распределений величины $M_m - M_1(t, T)$ приведены на рисунке 3.24. Отметим, что при увеличении времени t увеличивается доля серий, для которых на интервале (t, T) не обнаруживается афтершоков, поэтому эмпирическая функция распределения величины $M_m - M_1(t, T)$ не доходит до значения 1 (рис. 3.24г). Это означает лишь, что магнитуда афтершоков на этом интервале оказывается ниже

уровня представительной магнитуды. Поэтому мы проводили сравнение эмпирических и теоретических распределений на интервале магнитуды (-1, 2.5). Мы рассматривали основные толчки с магнитудой не ниже 6.5. Уровень представительной магнитуды в каталоге ANSS составляет примерно 4.5 [Kagan, 2002]. Но для сильнейших афтершоков магнитуда регистрируемых событий может быть несколько ниже, этим обусловлен выбор предельной разности величины $M_m - M_1(t, T) = 2.5$.

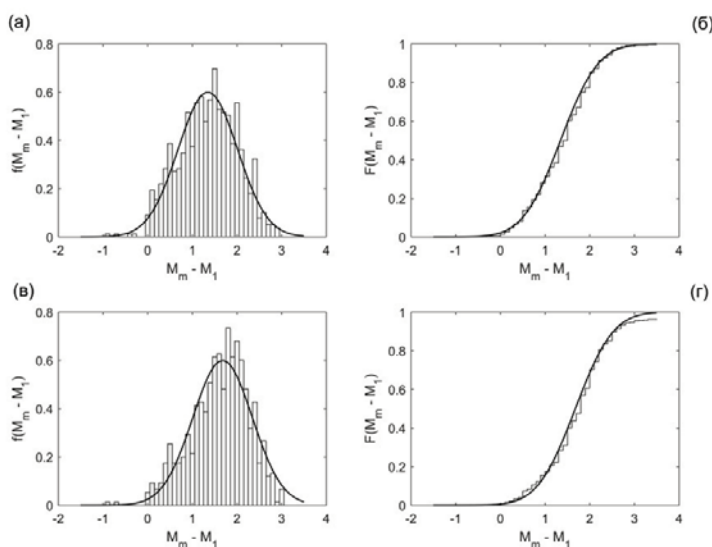


Рис. 3.24. Примеры сравнения теоретических и эмпирических распределений величины $M_m - M_1(t, T)$. (а, в) $t = 0.5$ суток, (б, г) $t = 16$ суток. Слева (а, в) показаны плотности распределения, справа (б, г) функции распределения вероятности величины $M_m - M_1(t, T)$. Эмпирические распределения показаны гистограммами и ступенчатыми кривыми, теоретические – сплошной линией.

Для всех 9 рассмотренных случаев было проведено сравнение эмпирических и теоретических распределений по критерию Колмогорова. Результаты приводятся в таблице 3.6. С учетом числа серий (777) гипотеза о принадлежности эмпирического распределения теоретическому отвергается на уровне значимости 0.05 при максимальном отличии распределений, превышающим 0.0488 [Smirnov, 1948]. Для 8 случаев гипотеза о совпадении распределений не отвергается на уровне значимости 5%. Для случая $t = 64$ наблюдается незначительное превышение наблюдаемого значения статистики критерия Колмогорова (0.067) над критическим значением (0.0488). Для данного случая, по-видимому, начинает проявляться неполнота каталога и для $M_m - M_1(t, T) < 2.5$. Поэтому в целом можно сделать вывод о точном совпадении теоретической модели и эмпирических распределений.

Теоретическое обоснование закона Бота и динамического закона Бота с учетом экспоненциального закона продуктивности землетрясений

В предыдущем подразделе был аналитически получен фундаментальный результат, что распределение вероятности величины $M_1(t, T)$ с течением времени не меняет форму, а лишь сдвигается в сторону меньших значений на величину $\Delta M(t, T)$, которая зависит только от времени, значений параметров c, p закона Омори-Утсу и параметра b закона Гутенберга-Рихтера. Этот результат также был подтвержден на данных глобального каталога ANSS.

Здесь мы дадим теоретическое обоснование динамического закона Бота, используя результаты раздела 3.2, в котором дается обоснование экспоненциального закона распределения продуктивности землетрясений.

Как и прежде, будем рассматривать магнитуды афтершоков относительно магнитуды соответствующего основного толчка, $M - M_m$, при этом относительная магнитуда основного толчка равна 0. Количество афтершоков k и максимальную магнитуду афтершока M_1 (в предположении независимости афтершоков) в конкретной серии связывает соотношение для функции распределения (3.11). Согласно работам [Vere-Jones, 2008; Zöller et al., 2013], функция распределения M_1 имеет вид двойной экспоненты (3.15).

Предположив, что число афтершоков в конкретной серии имеет распределение Пуассона с параметром Λ , и просуммировав по формуле полной вероятности все варианты, получим распределение вероятности магнитуды M_1 в виде двойной экспоненты [Vere-Jones, 2008; Zöller et al., 2013].

Чтобы перейти к закону Бота и получить распределение величины M_1 по совокупности серий афтершоков, необходимо знать распределение Λ (продуктивность основного толчка) по сериям. В разделе 3.2 был установлен экспоненциальный закон продуктивности землетрясений, согласно которому плотность распределения Λ имеет вид (3.5). Параметр Λ_2 можно оценить по данным как среднее значение количества афтершоков. Для глобальной статистики афтершоков (каталог ANSS ComCat) в течение года после землетрясений с $M_m \geq 6.5$ при $M_c = -2$ получена оценка $\Lambda_2 = 6.7$. Отметим, что в этом случае порог по магнитуде не ниже уровня представительности каталога $M_c = 4.5$.

С учетом (3.5) и (3.15) распределение M_1 по совокупности серий имеет вид:

$$G(M) = P(M_1 < M) = \int_0^\infty G(M) p(\Lambda) d\Lambda = \frac{1}{\Lambda_2} \int_0^\infty \exp \left[-\Lambda \left(10^{-b(M-M_c) + \frac{1}{\Lambda_2}} \right) \right] d\Lambda. \quad (3.19)$$

После интегрирования получим:

$$P(M_1 < M) = \frac{1}{1 + \Lambda_2 10^{-b(M-M_c)}}. \quad (3.20)$$

Распределение (3.20) справедливо и для произвольного интервала времени (t, T) . В этом случае величина Λ_2 в (3.20) должна быть заменена на зависящее от времени значение $\Lambda_2(t, T)$. Зависимость от времени этой величины определяется законом Омори-Утсу (3.1):

$$\Lambda_2(t, T) = \Lambda_2 \frac{\int_t^T (t+c)^{-p} dt}{\int_0^T (t+c)^{-p} dt} = \Lambda_2 \frac{D(0, T; c, p)}{D(t, T; c, p)}, \quad (3.21)$$

где c, p – параметры закона Омори-Утсу; функция $D(t_1, t_2; c, p)$ определена соотношениями:

$$D(t_1, t_2; c, p) = \begin{cases} \frac{(1-p)/c}{(1+t_2/c)^{1-p} - (1+t_1/c)^{1-p}}, & p \neq 1, \\ \frac{1/c}{\ln(1+t_2/c) - \ln(1+t_1/c)}, & p = 1. \end{cases} \quad (3.22)$$

Таким образом, величина $M_1(t, T)$ в динамическом законе Бота имеет распределение логистического типа, имеющего форму, близкую к гауссовому распределению:

$$P(M_1(t, T) < M) = \frac{1}{1 + \Lambda_2(t, T) 10^{-b(M-M_c)}} \quad (3.23)$$

и плотность

$$f(M, t) = \frac{\Lambda_0(t, T) b \ln(10) 10^{-b(M-M_c)}}{[1 + \Lambda_0(t, T) 10^{-b(M-M_c)}]^2}. \quad (3.24)$$

Среднее, медиана и мода этого распределения совпадают и имеют вид:

$$E[M_1(t, T)] = \text{Mode}[M_1(t, T)] = M_c + \frac{1}{b} \lg(\Lambda_0) + \frac{1}{b} \lg\left(\frac{D(t, T; c, p)}{D(0, T; c, p)}\right). \quad (3.25)$$

Величина $M_c + \lg(\Lambda_0)/b$ в (3.25) задает среднюю разность магнитуд сильнейшего афтершока и основного толчка $E[M(0, T)]$; третье слагаемое соответствует ΔM в (3.17) и определяет, как это среднее убывает со временем. Таким образом, выражение (3.25) соответствует ранее полученной формуле (3.18). В разделе 3.4.2 для глобального каталога ANSS ComCat при $M_m \geq 6.5$ и $M_c = -2$ были получены оценки: $\Lambda_0 = 6.7$, $b = 1.0$. Подставив эти значения в (3.25) для $t = 0$, получим $E[M_1] = -1.1$, что соответствует фактическому значению.

Для проверки соответствия динамического закона Бота в виде (3.23) реальным данным, были выполнены оценки параметров b, c, p и Λ_0 по глобальному каталогу ANSS ComCat и региональным каталогам Камчатки, Байкала (соответствующие ссылки приведены в разделе 3.2) и Кавказа [Габсатарова, Борисов, 2018]. Основные толчки выделялись методом Г.М. Молчана и О.Е. Дмитриевой [Молчан, Дмитриева, 1991; Molchan, Dmitrieva, 1992] с помощью программы В.Б. Смирнова [2009]. Параметры динамического закона Бота (3.23), оцененные так же, как и в предыдущем подразделе, приведены в таблице 3.7. Используя эти оценки, были рассчитаны значения средних и стандартных отклонений разностей магнитуд сильнейших афтершоков и основных толчков $E[M_1(t, 365) - M_m]$ по формуле (3.25) и $\sigma[M_1(t, 365) - M_m]$,

соответственно, для времен t ($j = -2, -1, \dots, 8$) суток после основного толчка. Сравнение фактических и модельных значений показывает (рис. 3.25), что динамический закон Бота в виде (3.23) хорошо соответствует реальным данным как на глобальном, так и на региональном уровнях.

Таблица 3.7. Параметры динамического закона Бота (3.23), оцененные для всей Земли и сейсмоопасных регионов России. Для всех регионов время полноты каталога $t_{start} = 0.05$ суток

Каталог	Период	Mm	M_c	b	c	p	Λ_0
ANSS ComCat	1975-2017	6.5	-2	1.02	0.1167	1.064	7.5
Камчатка	1969-2017	6	-2	1.2	0.08	0.9	16.3
Байкал	1960-2014	5.5	-2.5	0.84	0.02	0.87	7.1
Кавказ	1962-2015	5	-2	0.81	0.123	1.014	5.2

M_m – минимальная магнитуда основного толчка.

M_c – относительная представительная магнитуда ($M - M_m \geq M_c$).

b – наклон графика повторяемости, оцененный по работе Bender, 1983] при цензурировании справа значением -0.5 для устранения эффекта конечных объемов [Romanowicz, 1992].

c, p – параметры закона Омори-Утсу, оцененные методом Байеса [Holschneider et al., 2012].

Λ_0 – среднее число афтершоков в сериях за время (0, 365) суток после основного толчка.

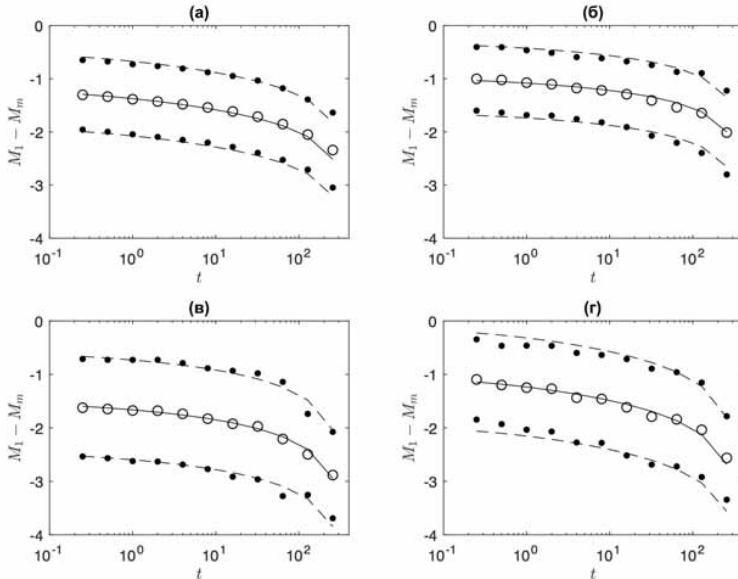


Рис. 3.25. Сравнение фактических и модельных значений средних разностей магнитуд сильнейших афтершоков и основных толчков $E[M_1(t, 365) - M_m]$, рассчитанных по динамическому закону Бота (3.23) для всей Земли (а) и Камчатки (б), Байкала (в) и Кавказа (г) с параметрами из таблицы 3.7. Круги (точки) – фактические значения $E[M_1(t, 365) - M_m]$ (плюс/минус фактические стандартные отклонения); сплошная (пунктирная) прямая – модельные значения $E[M_1(t, 365) - M_m]$ (плюс/минус модельные стандартные отклонения)

Результаты данного раздела показывают, что, в условиях независимости времен и магнитуд афтершоков и подчинению их распределений соответственно законам Омори-Утсу [Utsu, 1961] и Гутенберга-Рихтера [Gutenberg, Richter, 1956], меняющееся во времени распределение вероятности максимальной магнитуды последующих повторных толчков полностью определено в момент основного толчка. Но это начальное распределение, то есть распределение для абсолютной максимальной магнитуды афтершоков, заранее неизвестно. Поэтому в рамках данной модели целесообразно использовать распределение разности магнитуды основного толчка и сильнейшего афтершока, полученное по ансамблю известных афтершоковых последовательностей. Среднее значение этого распределения составляет 1.2, что соответствует хорошо известному закону Бота [Báth, 1965]. С увеличением времени от основного толчка опасность последующих сильных афтершоков постепенно снижается. Это проявляется в изменении распределения величины $M_m - M_1(t, T)$. Но, как оказалось, форма этого распределения не меняется с течением времени; по мере удаления по времени от основного толчка это распределение лишь сдвигается в область меньших магнитуд. Величина этого сдвига определяется формулой (3.17). Более того, стабильность значений среднеквадратичного отклонения эмпирических распределений, а также хорошее их совпадение с теоретической моделью при использовании усредненных параметров, без их переопределения для соответствующих времен, подтверждают, что зависимость максимальной магнитуды последующих толчков от времени предопределена в момент основного толчка.

Другой подход заключается в использовании фундаментального понятия – продуктивности основного толчка, которая подчиняется экспоненциальному закону. Здесь распределение разности магнитуды основного толчка и сильнейшего афтершока, полученное по ансамблю известных афтершоковых последовательностей, не используется. Вместо него используется среднее число афтершоков, вызванных основным толчком. Эта величина является единственным параметром экспоненциального закона продуктивности. В этом случае также форма этого распределения $M_m - M_1(t, T)$ не меняется с течением времени; по мере удаления по времени от основного толчка это распределение лишь сдвигается в область меньших магнитуд.

Отметим, что два вида динамического закона Бота (3.16) и (3.23) являются эквивалентными.

Формы связи, при которой начальное состояние системы однозначно определяет ее последующее состояние, принято называть динамическими законами. Соответственно, найденную в данном разделе теоретическую зависимость от времени распределения разности магнитуды основного толчка и максимальной магнитуды последующих афтершоков мы назвали динамическим законом Бота.

Полученные здесь результаты также в неявном виде подтверждают гипотезу о независимости магнитуд и времен афтершоков, доказанную в разделе 3.2. Если бы такая зависимость существовала и была существенной, это неизбежно бы проявилось в статистике экстремальных афтершоков, и полученные здесь теоретические распределения существенно отличались бы от эмпирических.

Факт независимости магнитуд и времен афтершоков важен для понимания физики афтершоковых процессов, поскольку многие физические модели как раз подразумевают наличие такой зависимости. Подтверждаемая в данной работе анализом большого числа афтершоковых серий «предопределенность» изменения во времени статистики сильнейших афтершоков свидетельствует о главной роли очага основного толчка в постсейсмическом процессе по сравнению с факторами, которые могут возникать уже после землетрясения, в том числе факторами дополнительного нагружения системы разломов вследствие тектонических движений.

Построенная модель распределения величины $M_m - M_1(t, T)$ может использоваться для прогноза максимальной магнитуды последующих повторных толчков после сильных землетрясений. Эти оценки включены в разрабатываемую автоматизированную систему оценки опасности сильных афтершоков AFCAST (www.afcast.org/afcast). Вместе с тем предпочтительными могут быть оценки с использованием информации о тех афтершоках, которые уже произошли. Для таких оценок данная модель полезна в качестве референс-модели, относительно которой будет оцениваться качество метода.

3.4. ИЗЛОМ ГРАФИКА ПОВТОРЯЕМОСТИ

Разломы в земной коре испытывают подвижку, вызванную либо последовательными землетрясениями, либо непрерывным скольжением (см. например, [Heimpel, Malin, 1998; Murray et al., 2001; Sun et al., 2014]). В большинстве случаев сейсмические и асейсмические процессы присутствуют одновременно. Таким образом, сейсмологические данные и геодезические измерения дополняют друг друга и вместе содержат информацию о деформации, происходящей вдоль активных тектонических структур.

В работе И.А. Воробьевой с соавторами [Vorobieva et al., 2016] было показано на примере системы разломов Сан-Андреас, что в зоне сильных неупругих деформаций график повторяемости (рис. 3.26а) может иметь излом [Narteau, 2007], описывая два сейсмических режима (рис. 3.26б, в) [Narteau et al., 2009].

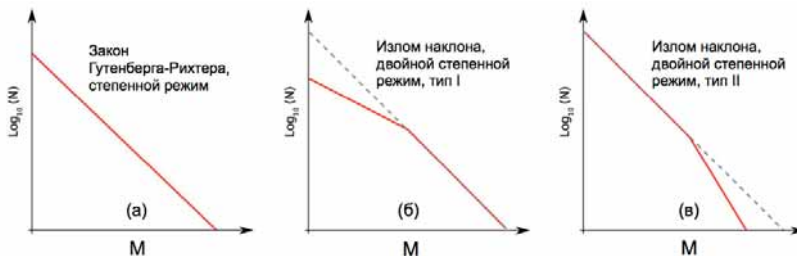


Рис. 3.26. Схематичное изображение графиков повторяемости с изменением наклона (б, в) и без него (а). (а) – Стандартное распределение Гутенберга-Рихтера. (б) – Распределение Гутенберга-Рихтера с изменением наклона типа 1, характеризующееся меньшим уменьшением слабых землетрясений по сравнению со стандартной зависимостью (а). (в) – Распределение Гутенберга-Рихтера с изменением наклона типа 2, характеризующееся уменьшением сильных землетрясений по сравнению со стандартной зависимостью (а)

Стандартный подход Ризенберга-Джонс, обоснованный в разделе 3.2, подразумевает, что соотношение Гутенберга-Рихтера справедливо во всех диапазонах магнитуд. В месте с тем в зонах афтершоков крупных землетрясений до 50% поверхностных смещений можно объяснить неупругими деформациями [Wang et al, 2010a]. После сильного землетрясения в зоне субдукции земная кора испытывает сложную деформацию, обусловленную, прежде всего, вязкоупругой релаксацией напряжений, вызванных разрывом землетрясения и продолжающимся асейсмическим скольжением (afterslip) или повторной блокировкой различных частей разломов [Sun et al., 2014]. Ускорение неупругих движений в зоне афтершоков, аналогично зонам ускоренного крипа, может привести к излому наклона графика повторяемости для афтершоковых серий.

В работе [Shebalin, Baranov, 2017] было показано, что изломы графиков повторяемости типов 1 и 2 (рис. 3.26), определяемые различными значениями параметра b , присутствуют у шести афтершоковых серий в районе Новой Зеландии (рис. 3.27). Оценки значений параметров b (без учета излома) и b_1 , b_2 , образующих излом, оцененные по работе [Vorobieva et al., 2013, 2016], приведены в таблице 3.8. Расчеты показывают, что стандартные ошибки значений b больше, чем значений b_1 и b_2 (табл. 3.8). Это происходит по причине большего разброса данных относительно прямых с одним значением b , по сравнению с разбросом относительно ломаных со значениями b_1 и b_2 . Следовательно, модель с изломом (типы 2 и 3 на рис. 3.26б, в) может оказаться предпочтительнее стандартной модели с одним значением b (рис. 3.26а).

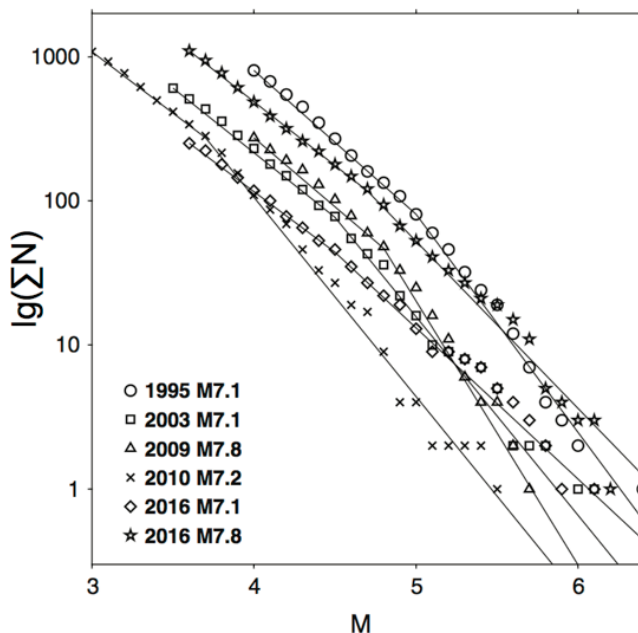


Рис. 3.27. Графики повторяемости для шести афтершоковых серий в районе Новой Зеландии по данным за 0.01-75 суток после основных толчков [Shebalin, Baranov, 2017]. Линии показывают наклоны, соответствующие различным значениям b (табл. 3.8)

Также излом графика повторяемости обнаруживается у афтершоковой серии землетрясения Тохоку (11.03.2011, M9), построенный по данным за первые 100 суток после основного толчка (рис. 3.28); в то время как по данным за 100-1000 суток излом отсутствует. Указанный излом графика за первые 100 суток после основного толчка может быть обусловлен вязкоупругой релаксацией, которая превалировала сразу после землетрясения Тохоку [Sun et al., 2014]. Там же, с использованием данных GPS-наблюдений, было показано, что имело место быстрое движение в направлении берега, противоположное движению к морю, которое показывали береговые GPS-станции.

Таблица 3.8. Оценки b -значений графиков повторяемости и их стандартные ошибки, рассчитанные для афтершоковых серий района Новой Зеландии [Shebalin, Baranov, 2017] (b – оценка без учета излома графика; b_1 , b_2 , M_r – оценки значений наклона и магнитуды излома, соответственно, полученные с помощью программы И.А. Воробьевой; c , p – оценки значений параметров закона Омори-Утсу по методу Байеса)

Дата серии	b	b_1	b_2	M_r	c	p
02/05/2095	1.11 ± 0.09	1.06 ± 0.03	1.58 ± 0.04	5	3.74 ± 0.70	2.46 ± 0.18
08/21/2003	1.17 ± 0.16	0.93 ± 0.05	1.51 ± 0.05	4.5	0.01 ± 0.01	1.05 ± 0.07
07/15/2009	1.23 ± 0.20	1.13 ± 0.08	1.97 ± 0.03	4.8	0	1.15 ± 0.10
09/03/2010	1.65 ± 0.31	1.06 ± 0.03	1.91 ± 0.03	3.7	0.33 ± 0.43	1.18 ± 0.11
09/01/2016	0.99 ± 0.05	0.93 ± 0.02	1.22 ± 0.04	4.5	0.07 ± 0.06	1.09 ± 0.02
11/13/2016	1.06 ± 0.08	0.98 ± 0.03	1.31 ± 0.01	4.7	0.30 ± 0.24	1.43 ± 0.09

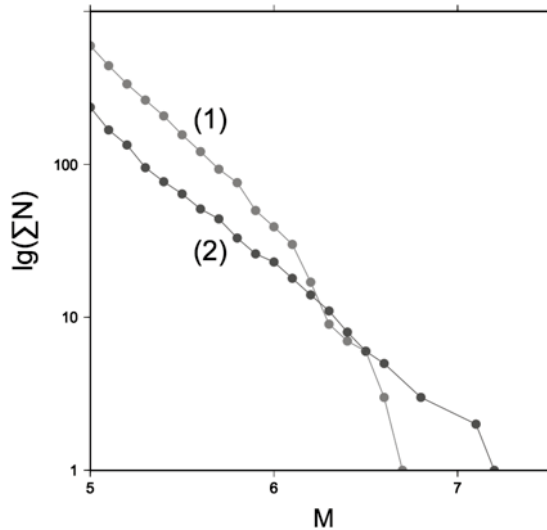


Рис. 3.28. Графики повторяемости для афтершоковой серии землетрясения Тохоку (11.03.2011, M9), построенные по данным за 0-100 суток (1) и за 100-1000 суток (2) после основного толчка. Излом графика за 0-100 суток наблюдается для $M = 6.2$

Воздействие излома графика повторяемости, вызванного асейсмическим скольжением вдоль разлома после основного толчка, на вероятность возникновения сильных афтершоков проиллюстрируем в рамках стандартного подхода Ризенберга-Джонс на примере афтершоковых серий из района Новой Зеландии (табл. 3.8). Суть подхода Ризенберга-Джонс [Reasenbergs, Jones, 1989] заключается в представлении афтершокового процесса суперпозицией законов Омори-Утсу и Гутенберга-Рихтера. Возможность такого представления следует из независимости времен и магнитуд афтершоков (гипотеза Ризенберга-Джонс), подтвержденной в разделе 3.2. Отметим, что этот подход в стандартном виде часто используется для прогнозирования будущей сейсмичности после сильных землетрясений [Reasenbergs, Jones, 1989; Gerstenberger et al., 2005]. Согласно этому подходу число представительных афтершоков на интервале времени $[t_1, t_2]$ задается выражением:

$$N(M_c, t_1, t_2) = A 10^{-bM_c} \int_{t_1}^{t_2} (t + c)^{-p} dt, \quad (3.26)$$

где A , b , c и p – параметры модели. Формула (3.26) может использоваться как для оценки параметров, так и для прогнозирования ожидаемого количества повторных толчков. Преимущество модели (3.26) для оценки параметров обусловлено разделением значения b закона Гутенберга-Рихтера и параметров c , p закона Омори-Утсу. Кроме того, можно оценить параметры, используя порог магнитуды M_c , а затем пересчитать ожидаемое количество повторных толчков для различных магнитуд, используя соотношение:

$$N(M_i, t_1, t_2) = N(M_c, t_1, t_2) 10^{-b(M_i - M_c)}. \quad (3.27)$$

Основная проблема в применении модели (3.26) состоит в корректной оценке параметров. Во-первых, значение b может быть не постоянным во времени. Перед сильными землетрясениями значение b может снижаться и увеличиваться в последовательности афтершоков (см. введение к данной главе). Также возможное изменение значения b в процессе релаксации афтершоков мало изучено. Соответственно, у нас нет другого выбора, кроме как считать значение b постоянным по времени. Кроме того, график повторяемости может иметь излом, описываемый парой значений b_1 , b_2 . Во-вторых, каталог в начале серии афтершоков сильного землетрясения, как правило, неполон. Период неполноты каталога зависит от порога магнитуды [Helmstetter, Shaw, 2006; Hainzl, 2016; Shebalin, Baranov, 2017]. Следовательно, при применении подхода Ризенберга-Джонс необходимо увеличить либо порог магнитуды, либо задержку после основного толчка [Баранов, Шебалин, 2016].

Будем оценивать параметры Омори-Утсу за промежуток времени $[t_{start}, t_{stop}] = 75$ суток. Поскольку магнитуда полноты зависит от t_{start} , опре-

делим пару параметров (t_{start}, M_c) , используя следующий подход [Shebalin, Narteau, 2017]. Средняя магнитуда выше порога напрямую связана с оценкой значения b [Aki, 1965]. В начале серии из-за отсутствия слабых событий в каталоге средняя величина завышена. Следовательно, для каждого M_c (выше представительной магнитуды для рассматриваемой области) мы можем отслеживать изменения средней магнитуды, рассчитанной для n последовательных толчков, и выбирать значение t_{start} , выше которого средняя магнитуда не уменьшается в промежутке (t_{start}, t_{stop}) . Для простоты находим время первого падения среднего значения ниже порога, определенного как сумма среднего значения в интервале $[1, t_{stop}]$ суток и его стандартной ошибки. На рисунке 3.29 показан пример применения такого подхода к афтершоковой серии землетрясения 2010 г. с M7.2 в Кентерберии (было использовано $n = 10$). Сравнение этих оценок с соотношением из работы [Helmstetter et al., 2006] в целом показало их совместимость [Shebalin, Baranov, 2017]. За исключением оценки для землетрясения 2003 г. с M7.1, когда наше значение примерно в 3 раза больше. Отметим, что для обоих землетрясений с M7.8 t_{start} обычно выше 0.1 суток.

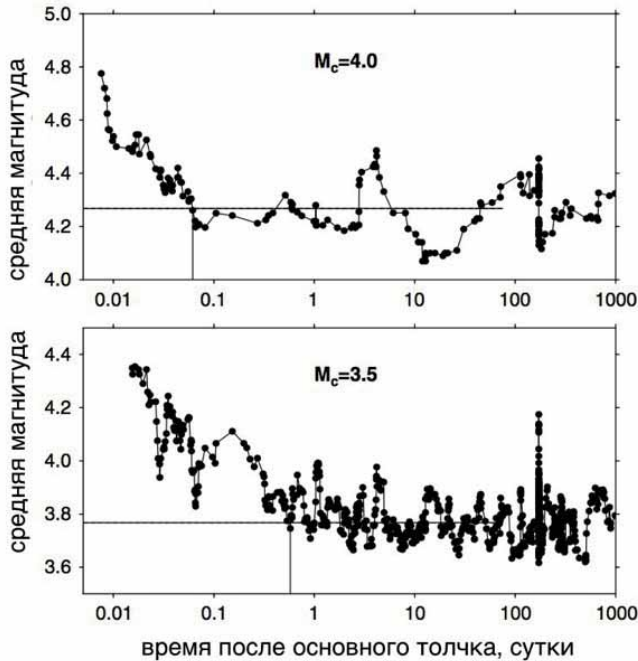


Рис. 3.29. Определение значения t_{start} для различных значений M_c по средней магнитуде выше M_c в скользящем окне из 10 афтершоков землетрясения 2010 г. с M7.2 в Кентерберии. Сплошной линией показана средняя магнитуда в интервале от 1 до 75 суток. Вертикальная линия отмечает значение t_{start} (см. основной текст)

Оценки пар (t_{start}, M_c) показаны на рисунке 3.30.

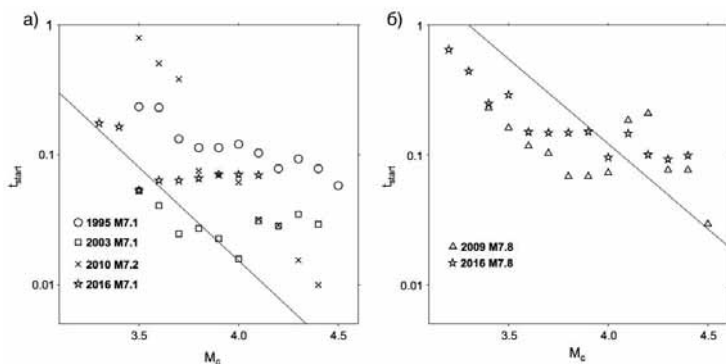


Рис. 3.29. Пары (t_{start}, M_c) для шести серий из района Новой Зеландии. а) Серии землетрясений 1995, 2003 и 2016 г. с M7.1; б) серии землетрясений 2009 и 2016 г. с M7.8. Черные прямые соответствуют уравнению $M_c = M - 4.5 - 0.67 \lg(t_{start})$ [Helmstetter et al., 2006]

Для каждой пары (t_{start}, M_c) выполнялись следующие шаги.
Оценка b -значения по формуле Аки [Аки, 1965]:

$$b = \frac{1}{\ln(10)(E[M] - M_c)}, \quad (3.28)$$

где $E[M]$ – средняя магнитуда афтершоков с $M \geq M_c$ за время $[t_{start}, t_{stop}]$.

Оценка параметров A , c и p методом Байеса [Holschneider et al., 2012] с помощью программы bayMOL [Баранов, Шебалин, 2018г].

Оценка ожидаемого числа событий с $M \geq M_i$ на интервале времени $[t_{stop}, t_2]$ по формулам (3.26) и (3.27).

Чтобы учесть излом графика повторяемости, задаваемый значениями b_1 и b_2 выше и ниже магнитуды излома M_r (табл. 3.8, рис. 3.27), нужно изменить формулу (3.26) следующим образом:

$$N(M_1, t_1, t_2) = \begin{cases} N(M_c, t_1, t_2) 10^{-b_1(M_i - M_c)}, & M_i \leq M_r, \\ N(M_c, t_1, t_2) 10^{-b_1(M_r - M_c) - b_2(M_i - M_r)}, & M_i > M_r \end{cases} \quad (3.29)$$

Оценка b_2 по формуле Аки (3.28) остается в силе, поэтому для b_1 необходимо использовать усечение магнитуды сверху.

Чтобы различать два типа графиков повторяемости (с изломом наклона и без него), будем называть стандартный подход Резенберга-Джонс «модель 1», а модификацию с изломом наклона – «модель 2».

Для каждой пары (t_{start}, M_c) (см. рис. 3.30) мы выбрали афтершоки из временного интервала $[t_{start}, t_{stop} = 75]$ суток с магнитудой $M \geq M_c$ и оценили параметры b , b_1 , b_2 , p и c . Затем мы вычислили средние значения по всему набору пар (t_{start}, M_c) и соответствующие стандартные отклонения (STD). Именно эти оценки и приведены в таблице 3.8. Напомним, что значение b используется для модели 1, а параметры M_r , b_1 , b_2 для модели 2. Параметры b_1 и b_2 оцениваются для каждого (t_{start}, M_c) с одинаковой точкой перелома M_r для

каждой серии. Значение A в (3.26) зависит от других параметров и общего количества выбранных данных, поэтому его усреднение не имеет смысла и отсутствует в таблице 3.8.

Наконец, снова используя наборы пар (t_{start}, M_c) , мы оцениваем ожидаемое количество афтершоков с $M \geq 5.5$ для двух интервалов, от 75 до 180 дней и от 75 до 3 лет. Здесь выбор $t_{stop} = t_1 = 75$ суток был инспирирован идеей моделировать для прошлых афтершоковых серий ситуацию после землетрясения 2016 г. с $M7.8$ в Каикоеуре [Shebalin, Baranov, 2017].

В таблице 3.9 приведены итоговые оценки, полученные с использованием двух моделей, а также средние значения и стандартные отклонения для наборов оценок. Сравнивая оценки, полученные с учетом излома графика повторяемости (модель 2) и без него (модель 1), находим, что оценки для событий с $M \geq 5.5$ по модели 2, за одним исключением, в 1.5-2 раза ниже и лучше соответствуют реальным данным. В случае последовательности Кентерберри модель 2 дает гораздо более высокие оценки по сравнению с моделью 1. Это объясняется низкой магнитудой излома $M_r = 3.7$. Отметим, что афтершоки серий, начавшихся в 2016 г., ожидаемой интенсивностью потоков событий ≥ 5 в течение следующих месяцев так же высоки. Используя пуассоновское приближение, получим, что оценки вероятности хотя бы одного события с $M \geq 5.5$ и $M \geq 6$ для периода $t_2 = 3$ года составляют 0.5 и 0.14 соответственно.

Таким образом, учет излома графика повторяемости афтершоковых серий (при его наличии) в модифицированной модели (3.29) способен улучшить оценку опасности сильных афтершоков по сравнению с оригинальной моделью Ризенберга-Джонс (3.26). Без учета излома оценка может оказаться завышенной.

Таблица 3.9. Ожидаемое число афтершоков с $M \geq M_i = 5.5$ в интервале от 75 суток до t_2 после соответствующего основного толчка. Средние значения и стандартные ошибки, отдельно для двух моделей рассчитаны по наборам оценок с различными парами (t_{start}, M_c) . Также показано фактическое количество событий, которые произошли в заданных интервале времени и диапазоне магнитуд; интервалы, продолжающиеся до времени конца данных, отмечены знаком «?». Жирным шрифтом выделены прогнозы, которые не могут считаться успешными

Дата серия	Модель	$t_2 = 180$ суток	$t_2 = 3$ года
05.02.1995, M7.1	модель-1	0.160 ± 0.066	0.225 ± 0.097
	модель-2 факт	0.093 ± 0.021	0.130 ± 0.035
		0	0
21.08.2003, M7.1	модель-1	0.414 ± 0.062	1.151 ± 0.150
	модель-2 факт	0.223 ± 0.083	0.635 ± 0.283
		0	0
15.07.2009, M7.8	модель-1	0.315 ± 0.179	0.813 ± 0.484
	модель-2 факт	0.093 ± 0.018	0.240 ± 0.060
		0	0
03.09.2010, M7.2	модель-1	0.019 ± 0.027	0.049 ± 0.069
	модель-2 факт	0.114 ± 0.055	0.272 ± 0.146
		3	3

01.09.2016, М7.2	модель-1	0.337 ± 0.054	0.906 ± 0.145
	модель-2 факт	0.216 ± 0.018	0.582 ± 0.056
13.11.2016, М7.8	модель-1	0.459 ± 0.123	0.953 ± 0.238
	модель-2 факт	0.310 ± 0.045	0.649 ± 0.128

В заключении к главе снова перечислим полученные в ней фундаментальные свойства афтершоковых процессов.

Обоснована гипотеза о независимости времен и магнитуд афтершоков (гипотеза Ризенберга-Джонс). Это свойство позволяет представить афтершоковый процесс суперпозицией временной модели и закона Гутенберга-Рихтера. Временная модель задает затухание афтершоков с течением времени, а закон Гутенберга-Рихтера масштабирует это затухание по магнитуде. Данное представление имеет важное значение для оценки опасности сильных афтершоков.

Установлен фундаментальный закон продуктивности землетрясений. Под продуктивностью понимается общее количество событий, вызванное возмущением напряженного состояния более ранним землетрясением. Показано, что распределение продуктивности всегда имеет экспоненциальный вид и не зависит от магнитуды землетрясения. Также установлено, что продуктивность систематически уменьшается с глубиной, сохраняя свою экспоненциальную форму. Продуктивность землетрясения является ключевым параметром в статистической сейсмологии и имеет критическое значение для оценивания опасности афтершоков, поскольку она определяет количество событий в пределах пространственно-временного интервала наблюдения. Полученные результаты могут быть использованы для характеристики состояния напряжения в системах разломов и улучшения эпидемических моделей сейсмичности.

Установленный закон продуктивности фактически опровергает предположение о постоянстве числа генерируемых афтершоков для данной магнитуды, лежащее в основе модели ETAS, рассмотренной в разделе 1.3.2. Согласно закону продуктивности, это число распределено экспоненциально и, следовательно, в большинстве случаев меньше среднего значения числа генерируемых событий.

Показано, что распределение разности магнитуды сильнейшего афтершока и основного толчка с течением времени не меняет свою форму, а лишь сдвигается в область меньших магнитуд. Исходя из независимости времен и магнитуд афтершоков аналитически получена формула смещения этого распределения с течением времени, зависящая от параметра b закона Гутенберга-Рихтера и параметров c , p закона Омори-Утсу.

Аналитически получено распределение разности магнитуды сильнейшего афтершока и основного толчка в зависимости от времени – динамический закон Бота. Это распределение зависит от продуктивности основного толчка, параметра b закона Гутенберга-Рихтера и параметров c , p закона Омори-Утсу. Соответствие модельного и эмпирического распределений подтверждено как на глобальном, так и региональном уровнях. Динамический закон Бота является фундаментальным результатом, соединяющим

вместе закон Гутенберга-Рихтера, независимость времен и магнитуд афтершоков, закон продуктивности землетрясений и закон Омори-Утсу. Этот закон не только обосновывает гипотезу Бота [Båth, 1965], то есть величину среднего значения относительной магнитуды сильнейшего афтершока и ее независимость от магнитуд основного толчка, но и впервые объясняет форму соответствующего распределения. Использование динамического закона Бота позволяет оценить вероятность возникновения афтершока в заданном диапазоне магнитуд в зависимости от времени.

Обнаружен излом графика повторяемости афтершоковых серий района Новой Зеландии и землетрясения Тохоку (11.03.2011, M9), обусловленный вязкоупругой релаксацией напряжений, вызванных разрывом основного толчка и продолжающимся асейсмическим скольжением (afterslip). Показано, что учет излома графика с помощью модифицированной модели Ризенберга-Джонс способен значительно улучшить оценку опасности сильных афтершоков землетрясений.

ГЛАВА 4. ОБЛАСТЬ АФТЕРШОКОВОЙ АКТИВНОСТИ

Данная глава посвящена исследованию связи пространственной области, в которой после сильного землетрясения следует ожидать значительные по силе повторные толчки, или афтершоки, с параметрами основного толчка и распределением эпицентров первых афтершоков.

Выявление таких связей позволит решить две задачи. Первая – задача оценивания области афтершоковой активности по данным об основном толчке. Вторая – задача оценки области возможных будущих сильных афтершоков по данным за первые 12 часов после основного толчка. Существующие методики выделения афтершоков неприменимы для данных задач, поскольку они основаны на анализе распределения эпицентров уже завершившегося афтершокового процесса, либо учитывают параметры лишь основного толчка и дают лишь грубые оценки.

Современные методы обработки сейсмограмм позволяют строить достаточно точные модели очага землетрясения, определять границы области подвижки, построить модель перераспределения поля напряжений. Однако такие исследования требуют значительного времени, и в оперативном режиме пока удастся определять лишь параметры тензора сейсмического момента, находить наиболее вероятное направление подвижки в очаге. С учетом принципиальной неопределенности нахождения углов, определяющих плоскость и направление подвижки, часто возникающих ошибок в определении механизма очага по первым вступлениям сейсмических волн, особенно при предварительных оценках в первые часы после землетрясения, более надежным для целей оперативного прогноза представляется оценивание будущей области афтершоков по данным об эпицентрах афтершоков, которые произошли в первые часы после основного толчка.

В данной главе поставлено целью оценивать область будущих афтершоков по данным за первые 12 часов после основного толчка. Длительность этого интервала выбрана из совокупности практических соображений. С одной стороны, возможность возникновения сильных повторных толчков в этот период, как правило, очевидна, и нахождение в зданиях и сооружениях, поврежденных при основном толчке, в любом случае опасно. С другой стороны, по прошествии этого времени уже необходимо решать, возможно ли возвращение людей в дома, повреждение которых не достигло опасного предела. Кроме того, за этот период уже накапливается информация, необходимая для проведения оценок. Конечно, в конкретных ситуациях указанный интервал может быть изменен. Однако на оценках области распространения афтершоков это не окажет существенного влияния, поскольку эффект быстрого увеличения площади распространения афтершоков в пространстве практически никогда не наблюдался. При решении задачи прогноза области афтершоков будем ограничивать период афтершоков одним годом, полагая, что за это время процесс релаксации напряжений практически завершится, и исчезнут условия возникновения сильных повторных толчков.

4.1. СВЯЗЬ ОБЛАСТИ АФТЕРШОКОВ И ОСНОВНОГО ТОЛЧКА

Вероятно, первым исследованием связи области афтершоковой активности и магнитуды основного толчка является работа японских сейсмологов Т. Утсу и А. Секи [Utsu, Seki, 1954], опубликованная на японском языке. В работе было предложено эмпирическое соотношение, связывающее площадь области афтершоков и магнитуду основного толчка:

$$\lg A = aM_m + b, \quad (4.1)$$

где A – площадь области афтершоков; M_m – магнитуда основного толчка; a и b – параметры регрессии, оцененные по исходным данным. Расчеты, выполненные по данным афтершоков 39 землетрясений с магнитудами от 6.5 до 8.5 в районе Японии за 1931–1953 гг. [Utsu, Seki, 1954], показали, что с учетом доверительных интервалов значения a и b не зависят от местоположения основного толчка (в океане или на суше). Получившиеся значения: $a = 1$, $b = 3.4$.

Используя формулу (4.1) и соотношение Гутенберга-Рихтера [Gutenberg, Richter, 1956] между магнитудой и упругой энергией сейсмических волн

$$\lg E(\text{Дж}) = 1.5M + 4.86, \quad (4.2)$$

Цубои [Tsuboi, 1956] получил пропорциональную связь энергии основного толчка и площади области его афтершоков:

$$E \propto A^{1.5}. \quad (4.3)$$

Из соотношения Б.В. Кострова [1974]

$$E = 0.5\Delta\sigma M_0/\mu,$$

($\Delta\sigma$ – падение напряжения; μ – модуль сдвига; M_0 – скалярный сейсмический момент) следует, что $E \propto M_0$. Таким образом, с учетом (4.3) и (4.2) получаем:

$$E \propto M_0 \propto A^{1.5} \propto 10^{1.5M}. \quad (4.4)$$

Переходя от площади области к ее линейному размеру, получим: $M_0 \propto L^3$.

Если положить, что L – это длина разрыва очага, то мы получим частный случай известного масштабирующего соотношения:

$$M_0 \propto L^p, \quad (4.5)$$

где $p = 3$ для малых и средних, $p = 2$ для больших, $p = 1$ для сильнейших ($M > 8.5$) землетрясений.

Соотношение (4.5) было обосновано Канамори и Андерсеном [Kanamori, Anderson, 1975] с помощью модели постоянного падения напряжения (constant stress drop model) при образовании круговой трещины. Там же на основе модели простого смещения (simple dislocation model) выведено соотношение Гутенберга-Рихтера (4.2), связывающее магнитуду и энергию сейсмических волн. Отметим, что согласно исследованию Миллера [Miller, 2002], соотношение (4.5) в различных видах является наиболее цитируемым в сейсмологической литературе масштабирующим соотношением.

Причина различных значений p в (4.5) заключается в том, что для слабых землетрясений разрыв распространяется внутри хрупкой коры как в длину, так и в ширину; для сильных событий разрыв ограничен верхним слоем земной коры в котором вынужден распространяться только в длину [Kagan, 2002; Kanamori, Anderson, 1975].

Вопрос теоретического обоснования соотношения (4.5) для связи момента основного толчка и линейного размера области афтершоков остается открытым. В настоящем исследовании мы воспользуемся гипотезой Я. Кагана о самоподобии геометрических параметров зоны очага землетрясения [Kagan, 2002], которая эмпирически подтверждена в результате исследования распределения областей афтершоков 91 землетрясения с $7 \leq M \leq 8.5$, произошедших по всей Земле за период 1977–2000 гг. (рассматривались афтершоки за первые сутки после основного толчка). Согласно гипотезе, длина области афтершоков подобна длине разрыва и, как показали расчеты [Kagan, 2002], связана со скалярным сейсмическим моментом основного толчка соотношением (4.5) при $p = 3$ независимо от фокального механизма основного толчка и без каких-либо скачков для землетрясений с $M > 8$. При этом длина области афтершоков равнялась $4\sigma_1$, где σ_1 – стандартное отклонение вдоль первого собственного вектора² ковариационной матрицы, составленной из координат афтершоков. (Эллипс, построенный на векторах ковариационной матрицы с осями $4\sigma_1$ и $4\sigma_2$ с центром, равным среднему по координатам афтершоков, содержит 86% всех афтершоков.)

Гипотеза о самоподобии геометрических параметров зоны очага землетрясения также эмпирически подтверждена в результате исследования связи размера области афтершоков и сейсмического момента для землетрясений района Тайваня [Wu et al., 2013] – авторы показали выполнение масштабирующего соотношения (4.5) и получили оценку $p = 3$.

Таким образом, исходя из (4.4) и соотношения (4.5), при $p = 3$ получаем, что логарифм линейного размера области афтершоков пропорционален магнитуде половины магнитуды основного толчка: $\lg L \propto M_m/2$. Практическая значимость этого соотношения заключается в возможности оценивания размера области будущей афтершоковой активности по информации об основном толчке.

Для определения линейного размера области, где ожидаются афтершоки, по информации об основном толчке мы не можем использовать аппрокси-

² Под первым собственным вектором e_1 матрицы понимается вектор, соответствующий наибольшему по модулю собственному числу v_1 этой матрицы.

мацию эллипсом, поскольку для этого нужно знать эпицентры афтершоков. Будем аппроксимировать область окружностью с центром в эпицентре основного толчка и радиусом, равным расстоянию от основного толчка до самого удаленного афтершока. Под линейным размером области будем понимать радиус данной окружности.

Согласно соотношениям (4.4) и (4.5) при $p = 3$ получаем

$$\lg R_m \propto M_m / 2, \quad (4.6)$$

где R_m – расстояние от эпицентра основного толчка до самого удаленного афтершока; M_m – магнитуда основного толчка.

Поскольку предложенное здесь определение линейного размера области афтершоков отличается от определения Я. Кагана [Kagan, 2002], то необходимо проверить выполнение соотношения (4.6) для различных фокальных механизмов в зависимости от длительности периода времени после основного толчка. Этому вопросу посвящен следующий раздел.

Методика исследования

Для проверки соотношения (4.6) будем использовать каталог ANSS ComCat ANSS..., формируемый Геологической службой США (USGS), за период с 1975 по 2016 г. Потенциальными основными толчками считались землетрясения с магнитудой 6.5 или выше и глубиной не более 80 км. Фокальные механизмы взяты из Глобального каталога CMT [Ekström et al., 2012].

Основные толчки и их афтершоки выделялись по алгоритму Г.М. Молчана и О.Е. Дмитриевой [Молчан, Дмитриева, 1991; Molchan, Dmitrieva, 1992] с помощью программы В.Б. Смирнова [Смирнов, 2009].

За период 1975–2016 гг. из каталога ANSS было выделено 383 серии, у которых за 24 часа после основного толчка произошло не менее 10 афтершоков. Отметим, что в реальной ситуации данное условие проверяется простым сопоставлением разности между вступлениями объемных волн S и P у основного толчка и событий (возможных афтершоков) после него. В этом разделе длительность афтершоковой серии ограничена одним годом после основного толчка.

Тип фокального механизма основного толчка определялся по углу подвижки *slip*:

- $135 < \text{slip} < -45$ – сброс,
- $135 < \text{slip} < -45$ – сброс,
- $45 < \text{slip} < 135$ – взброс,
- иначе – сдвиг.

Если для нодальных плоскостей получались разные типы механизма, то наиболее подходящая плоскость выбиралась исходя из ориентации облака афтершоков. Из 383 основных толчков, 111 имеют фокальный механизм типа сдвиг, 51 – сброс, 221 – взброс (рис. 4.1).

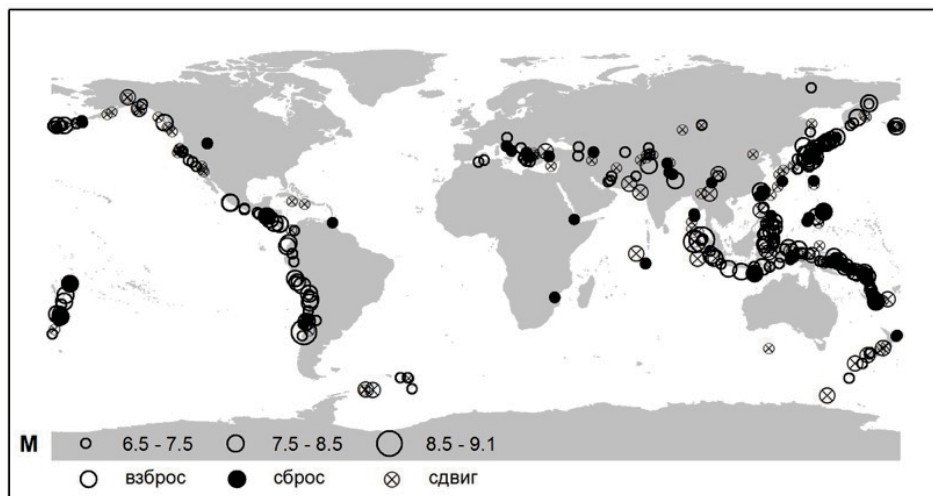


Рис. 4.1. Пространственное распределение эпицентров основных толчков афтершоковых серий, выделенных по алгоритму Молчана и Дмитриевой [Молчан, Дмитриева, 1991; Molchan, Dmitrieva, 1992] из каталога ANSS за 1975–2016 гг.

С целью проверки соотношения (4.6) для различных фокальных механизмов в зависимости от длительности периода времени после основного толчка оценим линейную регрессию вида

$$\lg R = A + BM_m \quad (4.7)$$

по данным от момента основного толчка ($t_0 = 0$) до возрастающих в геометрической прогрессии значений: $t_1 = 2^k$ суток, $k = -1, -0.5, 0, \dots, 8.5$ (20 значений), то есть через каждые два шага время удваивается.

При таком способе, в отличие от равномерного шага по времени, в случае выполнения гиперболического закона Омори [Utsu, 1961], количество афтершоков в интервалах постоянно. В более сложных случаях степенного затухания (по закону Омори-Утсу [Utsu et al., 1995], также называемого модифицированным законом Омори), а также затухания в виде гамма-функции [Narteau et al., 2003, 2002] количество событий в таких интервалах возрастает или убывает, но незначительно по сравнению с равномерным шагом по времени [Баранов, Шебакин, 2016]. Таким образом, прирост накопленного числа событий от момента основного толчка при использовании таких интервалов меняется незначительно.

При оценивании регрессии (4.7) рассматривались афтершоки с магнитудой 4.5 или выше, так как, начиная с данной магнитуды, каталог ANSS практически не пропускает землетрясения.

Зависимость значений B из (4.7) от длительности интервала времени после основного толчка с учетом его фокального механизма показана на рисунке 4.2. В таблице 4.1 приведены параметры, характеризующие соот-

ветствие регрессии (4.7) исходным данным (минимальное значение коэффициента корреляции, максимальная стандартная ошибка и наибольшее максимальное отклонение фактических данных от модельных значений). Значения стандартной ошибки близки с оценками Я. Кагана [Kagan, 2002], полученными по данным за первые сутки после основного толчка для соответствующих фокальных механизмов.

Можно констатировать, что значения B очень слабо зависят от времени после основного толчка и близки к 0.5 для всех фокальных механизмов (рис. 4.2). Разброс данных вокруг прямой регрессии (4.7) является естественным и обусловлен случайным рассеиванием афтершоков внутри области. Таким образом, масштабирующее соотношение (4.6) справедливо и для случая, если за линейный размер области афтершоков принять расстояние от эпицентра основного толчка до самого удаленного афтершока. Кроме того, соотношение (4.6) выполняется независимо от времени после основного толчка и типа его фокального механизма. Везде в дальнейшем мы принимаем $B = 0.5$. Таким образом, задача оценивания радиуса афтершоковой активности теперь сводится к оцениванию разброса исходных значений вокруг регрессии (4.7) при $B = 0.5$.

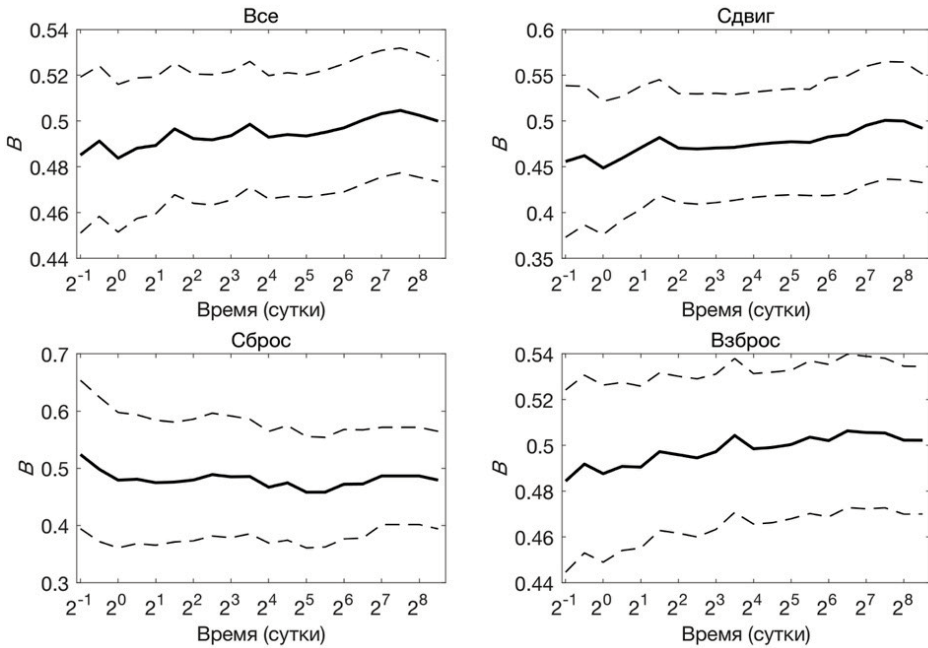


Рис. 4.2. Значения наклона B регрессии (4.7) в зависимости от времени после основного толчка в логарифмическом масштабе, оцененные для различных фокальных механизмов (сплошная линия – значения B , пунктирные линии – границы 95% доверительных интервалов). Рассматривались афтершоки с $M \geq 4.5$. Характеристики соответствия регрессии исходным данным приведены в таблице 4.1

Таблица 4.1. Характеристики соответствия регрессии (4.7) исходным данным с учетом фокальных механизмов основных толчков ($r_{\min}$ – минимальное значение коэффициента корреляции; $\sigma_{\max}$ – максимальная стандартная ошибка; $e_{\max}$ – наибольшее значение максимального отклонения исходных данных и модельных значений)

	Все фокальные механизмы	Сдвиг	Сброс	Взброс
$r_{\min}$	0.86	0.80	0.79	0.87
$\sigma_{\max}$	0.12	0.14	0.11	0.12
$e_{\max}$	0.53	0.53	0.26	0.49

Согласно (4.6), $R \propto 10^{M_m/2}$, то есть, меняя множитель перед $10^{M_m/2}$, мы будем получать значения радиуса круга, внутри которого ожидаются афтершоки с некоторой вероятностью. Чтобы связать R и вероятность, рассмотрим следующую случайную величину:

$$100 \times d/10^{M_m/2}, \quad (4.8)$$

где d – максимум расстояний (км) от эпицентра основного толчка до эпицентров его афтершоков; M_m – магнитуда основного толчка; множитель 100 введен для удобства представления малых значений.

Через $Q(q)$ обозначим значение случайной величины (4.8), соответствующее квантилю q (обратная функция распределения). При сделанных обозначениях радиус круга с центром в эпицентре основного толчка, в котором с вероятностью q будут находиться все афтершоки, задается выражением:

$$R(q)[\text{км}] = 10^{-2} \times Q(q)10^{M_m/2}. \quad (4.9)$$

Вероятность, того, что вне данного круга будет находиться хотя бы один афтершок, равна $1 - q$.

Поскольку (4.7) не зависит от времени после основного толчка и типа его фокального механизма, то естественно предположить, что случайная величина (4.8) имеет распределение Гаусса, поэтому, рассчитав ее среднее и стандартное отклонение, можно оценить значение $Q(q)$. Такой подход к определению Q позволяет получить более устойчивый результат, чем использование квантилей эмпирической функции распределения.

Выше мы показали, что масштабирующее соотношение (4.6) выполняется независимо от времени после основного толчка и типа его фокального механизма, но при этом мы не можем утверждать, что коэффициенты пропорциональности и разброс исходных данных являются одинаковыми. Отметим, что увеличение области афтершоков с течением времени наблюдалось многими авторами, например, при анализе уровней выделившейся сейсмической энергии [Tajima, Kanamori, 1985].

В следующем разделе приведены результаты анализа среднего и стандартного отклонения случайной величины (4.8), рассчитанных для различных интервалов времени после основного толчка, типа его фокального механизма и магнитуд афтершоков. Цель анализа – выяснить, зависят ли статистики величины (4.8) от этих характеристик, и получить оценки радиуса афтершоковой активности $R(q)$ (4.9) для $q = 0.95, 0.99$.

Результаты ретроспективного анализа

На рисунке 4.3 приведены графики эмпирических функций распределения случайной величины (4.8), построенных для различных типов фокальных механизмов (сдвиг, сброс, взброс) основных толчков (магнитуды афтершоков не ограничены, длительность серий ограничена одним годом). Получается, что для всех типов круг с центром в эпицентре основного толчка и радиусом $0.03 \times 10^{Mm/2}$ содержит все афтершоки, ожидаемые в течение года. Отметим, что круг радиуса $0.02 \times 10^{Mm/2}$ км [Tsuboi, 1956; Wu et al., 2013] содержит все афтершоки, ожидаемые в течение года после основного толчка, с вероятностью 0.32.

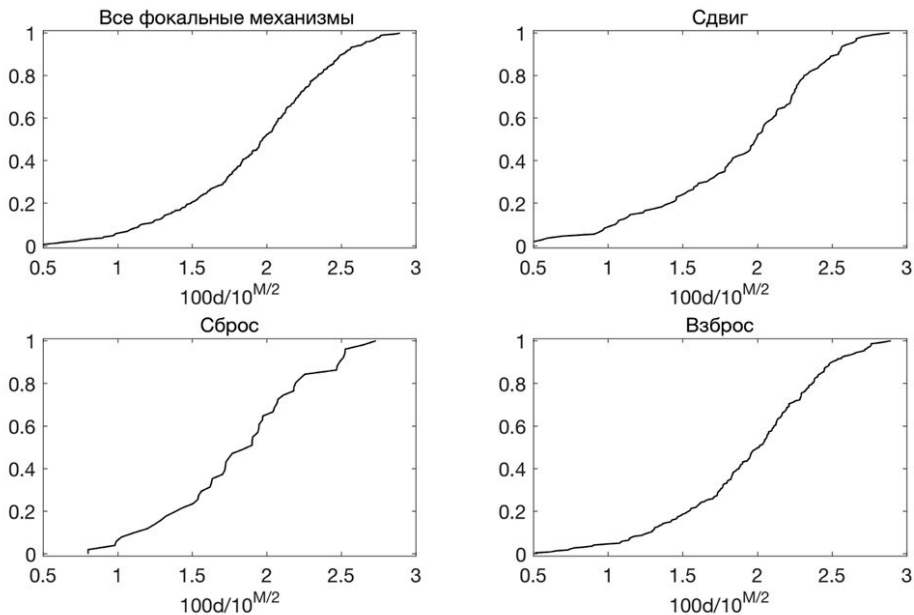


Рис. 4.3. Эмпирические функции распределения случайной величины (4.8), рассчитанные для различных типов фокальных механизмов основных толчков по данным каталога ANSS (использовались афтершоки со всеми магнитудами, произошедшие в течение года после основного толчка)

Полученная оценка радиуса афтершоковой активности имеет большое методическое значение и позволяет ограничить область, в которой ожидаются повторные толчки, кругом радиуса $0.03 \times 10^{Mm/2}$ км с центром в эпицентре основного толчка. В дальнейшем эта оценка будет использована как референсная модель при оценивании качества области, в которой ожидаются афтершоки, по данным о начальной стадии афтершокового процесса.

При практическом использовании гораздо важнее после сильного землетрясения иметь возможность оценить изменение радиуса ожидаемой афтер-

шоковой активности для различных пороговых магнитуд в зависимости от времени после основного толчка.

Мы исследовали временные вариации среднего и стандартного отклонения случайной величины (4.8) для афтершоков с магнитудами выше пороговых. Время менялось в логарифмическом масштабе (так же, как и при построении рисунка 4.2). Пороговые магнитуды: $M_{th} = 4.5, 6$ и $M_m - 1.1$ (M_m – магнитуда основного толчка). Выбор $M_{th} = 4.5$ обусловлен тем, что, начиная с данной магнитуды, каталог ANSS практически не пропускает события; $M_{th} = 6$ выбрано, чтобы получить оценки радиуса для сильных афтершоков. Выбор $M_{th} = M_m - 1.1$ определяется законом Бота [Båth, 1965], согласно которому средняя разность между магнитудами основного толчка и сильнейшего афтершока составляет от 1.1 до 1.2; для используемых данных среднее равно 1.1, стандартное отклонение равно 0.6. Число серий, у которых есть хотя бы один афтершок с магнитудой выше пороговой, в зависимости от времени после основного толчка и типа его фокального механизма, показано на рисунке 4.4.

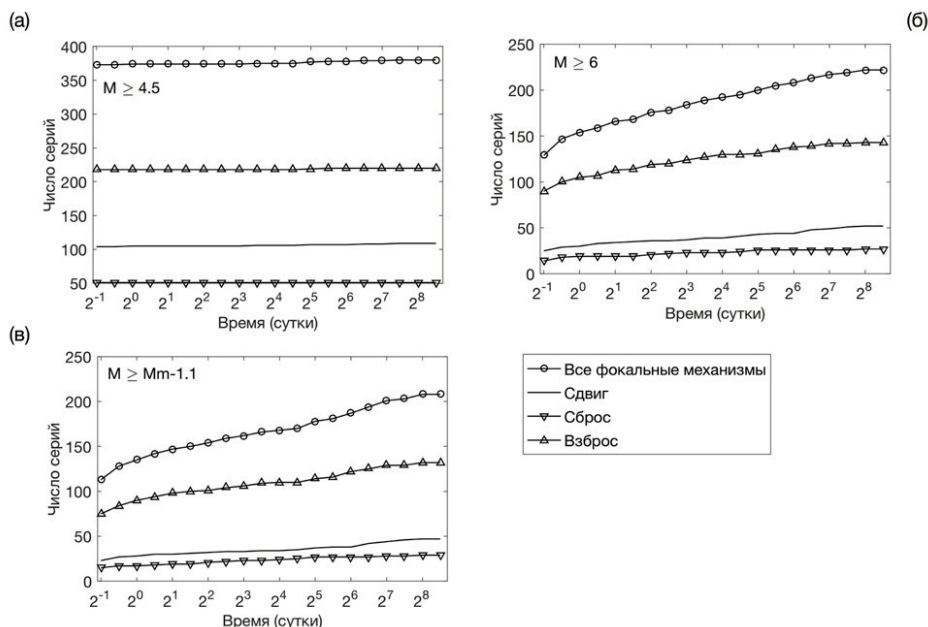


Рис. 4.4. Число серий, у которых есть хотя бы один афтершок с $M \geq 4.5$ (а), $M \geq 6$ (б) и $M \geq M_m - 1.1$ (в) (M_m – магнитуда основного толчка), в зависимости от времени после основного толчка и типа его фокального механизма

Рассмотрим поведение среднего (μ) и стандартного отклонения (σ) случайной величины (4.8) для афтершоков с $M \geq 4.5$ в зависимости от времени после основного толчка t и типа его фокального механизма. Можно констатировать (рис. 4.5), что μ возрастает, а σ убывает по $\log_2(t)$ для всех типов фокальных механизмов. Рост μ отражает наблюдаемое некоторыми авторами

ми расширение области афтершоков с течением времени [Tajima, Kanamori, 1985]. Убывание σ свидетельствует об уменьшении величины среднего разброса с течением времени. В данном случае кривая зависимости μ от $\log_2(t)$ имеет регулярный вид, хоть и не является линейной для всех типов фокальных механизмов. В то же самое время зависимость μ от $\log_2(t)$ имеет близкий к линейному вид для основных толчков без учета фокального механизма, а также для основных толчков с фокальными механизмами типа сдвиг и сброс.

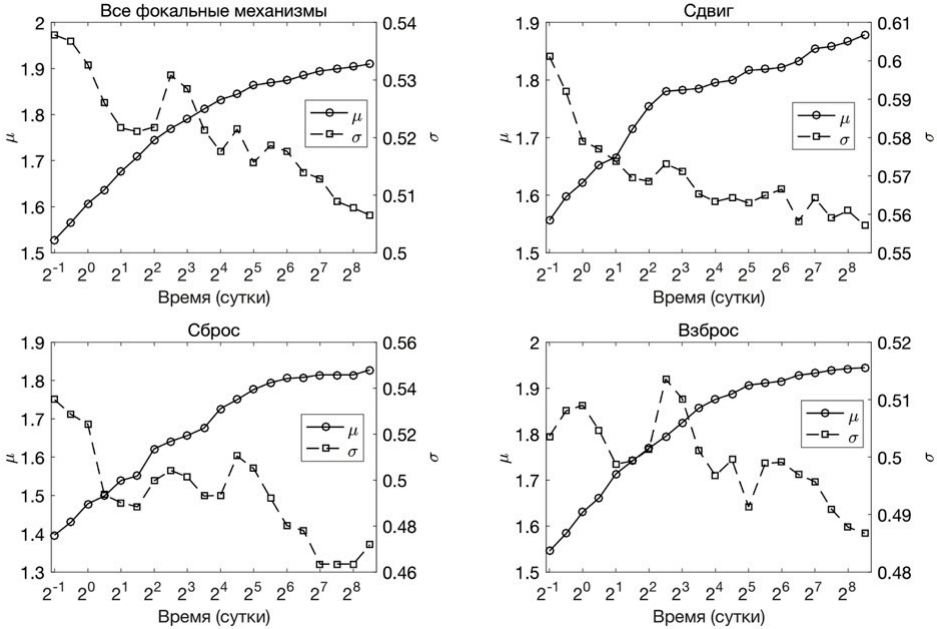


Рис. 4.5. Среднее значение (μ) и стандартное отклонение (σ) случайной величины (4.8) в зависимости от времени после основного толчка и типа его фокального механизма, рассчитанные для афтершоков с $M \geq 4.5$

Для сглаживания значений статистик μ и σ , а также выделения тренда будем использовать регрессию вида:

$$f = U + V \log_2(t), \quad (4.10)$$

где f – либо μ , либо σ ; t – время в сутках после основного толчка; U и V – параметры регрессии. Использование логарифма по основанию 2 в (4.10) определяется тем, что значения статистик μ и σ рассчитаны от момента основного толчка до возрастающих в геометрической прогрессии значений времени: $t = 2^k$ (суток), $k = -1, -0.5, 0, \dots, 8.5$ (см. выше).

Чтобы сгладить значения σ и выделить тренд, была выполнена оценка параметров регрессии (4.10). Расчеты показывают (табл. 4.2), что значение коэффициента корреляции не ниже 0.82, максимальное значение ошибки

(e_{max}) не больше 0.02 для всех основных толчков, а также основных толчков с фокальными механизмами типа сдвиг и сброс. При такой ошибке для σ максимальная разность радиусов афтершоковой активности (4.9) оказывается менее 10 км для магнитуды основного толчка $M_m = 9$. С уменьшением магнитуды основного толчка значение разности также уменьшается.

Таблица 4.2. Параметры регрессии (4.10), оцененные для стандартного отклонения σ для афтершоков с $M \geq 4.5$ с учетом типа фокального механизма основного толчка. s – разница между максимальным и минимальным значениями статистики (в скобках указан % разброса); U , V – параметры регрессии (4.10) и границы 95% доверительного интервала; r – коэффициент корреляции; e – стандартное отклонение разности фактических и модельных значений; e_{max} – максимум модуля разности фактических и модельных значений

	s	U	V	r	e	e_{max}
Все фок. мех.	0.03 (5.8%)	0.531 ± 0.0029	-0.003 ± 0.0006	0.91	0.004	0.01
Сдвиг	0.04 (7.3%)	0.582 ± 0.0046	-0.003 ± 0.0010	0.85	0.01	0.02
Сброс	0.07 (13.4%)	0.516 ± 0.0093	-0.006 ± 0.0020	0.82	0.01	0.02
Взброс	0.03 (5.2%)	0.507 ± 0.0037	-0.002 ± 0.0008	0.76	0.005	0.01

Как отмечалось, для основных толчков с механизмами типа взброс поведение σ отличается от линейного – значение коэффициента корреляции $r = 0.76$ (табл. 4.2). Вместе с тем в данном случае разброс значений σ для всех основных толчков не превышает 0.03 и при практическом использовании может быть заменен средним значением, равным 0.5. В этом случае максимальная разница между радиусами афтершоковой активности (4.9) также не превышает 10 км.

Для удобства при практическом использовании в таблице 4.3 приведены значения μ и σ , а также $Q(0.95)$ и $Q(0.99)$ случайной величины (4.8), полученные по обратной функции нормального распределения, для 0.5, 1, 16, 32, 128 и 362 суток после основного толчка с учетом типа его фокального механизма. При этом значения μ такие же, как на рисунке 4.5. Значения σ для всех типов фокальных механизмов основных толчков, за исключением взброса, получены по оценкам из таблицы 4.2; для взбросовых основных толчков $\sigma = 0.5$. Можно констатировать, что для афтершоков с ≥ 4.5 значения $Q(0.95)$ и $Q(0.99)$ с течением времени меняются на 10 – 14% и 8 – 13%, соответственно. Соответствующие изменения радиуса афтершоковой активности (4.9) становятся больше 10 км (типичная ошибка определения координат эпицентра в каталоге ANSS 10–15 км) при $M_m \geq 7$, что говорит о необходимости учитывать фактор времени.

Таблица 4.3. Значения среднего/ стандартного отклонения/ $Q(0.95)$ / $Q(0.99)$ случайной величины (4.8), рассчитанные афтершоков с $M \geq 4.5$ и различных значений логарифма времени после основного толчка ($\tau = \log_2(t)$) и типа его фокального механизма. Последняя строка содержит разрыв в % между начальным и конечным значениями соответствующих величин

t	Все фокальные мех.	Сдвиг	Сброс	Взброс
-1	1.53/ 0.53/ 2.4/ 2.8	1.56/ 0.58/ 2.5/ 2.9	1.40/ 0.52/ 2.3/ 2.6	1.55/ 0.50/ 2.4/ 2.7

0	1.61/ 0.53/ 2.5/ 2.8	1.62/ 0.58/ 2.6/ 3.0	1.48/ 0.52/ 2.3/ 2.7	1.63/ 0.50/ 2.5/ 2.8
4	1.83/ 0.52/ 2.7/ 3.0	1.80/ 0.57/ 2.7/ 3.1	1.73/ 0.49/ 2.5/ 2.9	1.88/ 0.50/ 2.7/ 3.0
5	1.86/ 0.52/ 2.7/ 3.1	1.82/ 0.57/ 2.7/ 3.1	1.78/ 0.49/ 2.6/ 2.9	1.91/ 0.50/ 2.7/ 3.1
6	1.87/ 0.51/ 2.7/ 3.1	1.82/ 0.56/ 2.7/ 3.1	1.81/ 0.48/ 2.6/ 2.9	1.92/ 0.50/ 2.7/ 3.1
8.5	1.91/ 0.51/ 2.7/ 3.1	1.88/ 0.55/ 2.8/ 3.2	1.83/ 0.47/ 2.6/ 2.9	1.94/ 0.50/ 2.8/ 3.1
%	19.9/ -3.9/ 12/ 10	17.0/ -5.5/ 10/ 8	23.5/ -10.6/ 13/ 10	20.1/ 0.0/ 14/ 13

Рассмотрим вопрос о зависимости радиуса афтершоковой активности от типа фокального механизма основного толчка. Чтобы ответить на этот вопрос, выполним следующие вычисления. Рассчитаем радиусы афтершоковой активности $R(0.95)$ (4.9) для $Q(0.95)$ из таблицы 4.3 с учетом фокального механизма и без него, изменяя M_m от 6.5 до 9 с шагом 0.5. Затем, из значений $R(0.95)$ с учетом фокального механизма вычтем значения $R(0.95)$ без учета фокального механизма основного толчка. Модули полученных величин обозначим $dR(0.95)$. Такие же вычисления проведем для $Q(0.99)$ и получим $dR(0.99)$. Если $dR > 10$ км (типичная ошибка определения координат эпицентра землетрясения с $M \geq 4.5$ составляет примерно 10 км), то будем считать, что радиус афтершоковой активности значимо зависит от типа фокального механизма основного толчка.

Результаты анализа показывают, что для основных толчков со сдвиговыми фокальными механизмами $dR(0.95)$ и $dR(0.99)$ превышают 10 км, начиная с $M_m = 8$; для взбросовых механизмов превышение $dR(0.99)$ наблюдается лишь для $M_m = 9$. Такой результат закономерен, так как более половины всех основных толчков имеет сбросовый механизм очага. Таким образом, при оценивании радиуса круга, содержащего все афтершоки с $M \geq 4.5$, необходимо учитывать тип механизма очага для основных толчков с $M_m \geq 8$.

Исследуем поведение среднего (μ) и стандартного отклонения (σ) случайной величины (4.8) для афтершоков с $M \geq 6$ в зависимости от времени после основного толчка и типа его фокального механизма аналогичным образом. Расчеты показывают (рис. 4.6), что для всех типов фокальных механизмов основных толчков μ и σ линейно возрастают по $\log_2(t)$. Таким образом, временные вариации μ у сильных ($M \geq 6$) и слабых ($M \geq 4.5$) афтершоков похожи, а вариации σ отличаются.

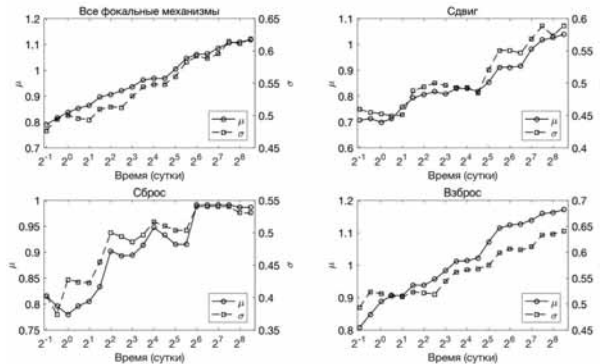


Рис. 4.6. Среднее значение (μ) и стандартное отклонение (σ) случайной величины (4.8) в зависимости от времени после основного толчка и типа его фокального механизма, рассчитанные для афтершоков с $M \geq 6$

Поскольку в данном случае μ и σ имеют близкий к линейному рост и разброс их значений значителен (по μ – превышает 0.21, по σ – 0.14), то для сглаживания значений и выделения тренда мы будем использовать регрессию (4.10). Оценки параметров U и V регрессии (4.10) приведены в таблице 4.4, на рисунке 4.4б показано количество серий, по которым выполнялись оценки. Отметим, регрессия (4.10) достаточно хорошо описывает поведение рассматриваемых статистик μ и σ , а именно значения коэффициента корреляции $r \geq 0.9$, стандартное отклонение разности между фактическими и модельными значениями $e \leq 0.03$, максимальная ошибка $e_{\max} \leq 0.06$.

Таблица 4.4. Параметры регрессии (4.10), оцененные для афтершоков с $M \geq 6$ с учетом типа фокального механизма основного толчка. Статистика – среднее значение (μ) и стандартное отклонение (σ) случайной величины (4.8); s – разница между максимальным и минимальным значениями статистики (в скобках указан % разброса); U , V – параметры регрессии (4.10) и границы 95% доверительного интервала; r – коэффициент корреляции; e – стандартное отклонение разности фактических и модельных значений; $e_{\max}$ – максимум модуля разности фактических и модельных значений

Статистика	s	U	V	r	e	$e_{\max}$
Все фокальные механизмы						
μ	0.31 (29.3%)	0.833 ± 0.0079	0.035 ± 0.0017	1.00	0.01	0.02
s	0.14 (22.9%)	0.489 ± 0.0062	0.015 ± 0.0013	0.99	0.01	0.01
Сдвиг						
μ	0.34 (32.7%)	0.714 ± 0.0203	0.036 ± 0.0043	0.97	0.03	0.06
s	0.14 (23.8%)	0.453 ± 0.0117	0.015 ± 0.0025	0.95	0.01	0.04
Сброс						
μ	0.21 (21.3%)	0.814 ± 0.0201	0.024 ± 0.0042	0.94	0.03	0.04
s	0.17 (30.8%)	0.428 ± 0.0166	0.016 ± 0.0035	0.91	0.02	0.05
Взброс						
μ	0.36 (31.0%)	0.871 ± 0.0124	0.038 ± 0.0026	0.99	0.02	0.03
s	0.15 (22.9%)	0.506 ± 0.0088	0.015 ± 0.0019	0.97	0.01	0.03

Воспользовавшись оценками из таблицы 4.4, мы рассчитали значения μ , σ , $Q(0.95)$ и $Q(0.99)$ для сильных афтершоков ($M \geq 6$) через 12 часов, 1, 16, 32, 128 и 362 суток после основного толчка с учетом его фокального механизма (табл. 4.5). Можно констатировать, что значение радиуса афтершоковой активности с течением времени меняется более чем на 24% для всех типов фокальных механизмов. Такие изменения приводят для $M_m = 6.5$ к разности радиусов афтершоковой активности больше 10 км, что превосходит типичную ошибку определения координат эпицентров землетрясений в каталоге ANSS. Следовательно, при оценивании радиуса афтершоковой активности (4.9) для афтершоков с $M \geq 6$ учет времени необходим для всех типов фокальных механизмов основных толчков начиная с $M_m = 6.5$.

Таблица 4.5. Значения среднего/ стандартного отклонения/ $Q(0.95)$ / $Q(0.99)$ случайной величины (4.8), рассчитанные афтершоков с ≥ 6 и различных значений логарифма времени после основного толчка ($t = \log_2(t)$) и типа его фокального механизма. Последняя строка содержит разрыв в % между начальным и конечным значениями соответствующих величин

t	Все фокальные мех.	Сдвиг	Сброс	Взброс
-1	0.80/ 0.47/ 1.6/ 1.9	0.68/ 0.44/ 1.4/ 1.7	0.79/ 0.41/ 1.5/ 1.7	0.83/ 0.49/ 1.6/ 2.0
0	0.83/ 0.49/ 1.6/ 2.0	0.71/ 0.45/ 1.5/ 1.8	0.81/ 0.43/ 1.5/ 1.8	0.87/ 0.51/ 1.7/ 2.0
4	0.97/ 0.55/ 1.9/ 2.3	0.86/ 0.51/ 1.7/ 2.1	0.91/ 0.49/ 1.7/ 2.1	1.02/ 0.57/ 2.0/ 2.3
5	1.01/ 0.57/ 1.9/ 2.3	0.89/ 0.53/ 1.8/ 2.1	0.93/ 0.51/ 1.8/ 2.1	1.06/ 0.58/ 2.0/ 2.4
6	1.04/ 0.58/ 2.0/ 2.4	0.93/ 0.54/ 1.8/ 2.2	0.96/ 0.52/ 1.8/ 2.2	1.10/ 0.60/ 2.1/ 2.5
8.5	1.13/ 0.62/ 2.2/ 2.6	1.02/ 0.58/ 2.0/ 2.4	1.02/ 0.56/ 1.9/ 2.3	1.20/ 0.64/ 2.2/ 2.7
%	29.2/ 24.2/ 27/ 26	33.3/ 24.1/ 29/ 28	22.5/ 26.8/ 24/ 25	30.8/ 23.4/ 27/ 26

Влияние фокального механизма

Рассмотрим вопрос о зависимости радиуса афтершоковой активности от типа фокального механизма основного толчка. Расчеты показывают, что для основных толчков со сдвиговыми и сбросовыми фокальными механизмами $dR(0.95)$ и $dR(0.99)$ превышают 10 км, начиная с $M_m = 7.5$; максимальное значение $dR(0.95)$ составляет 56 и 63 км, $dR(0.99)$ – 64 и 79 км, соответственно. Для взбросовых основных толчков $dR(0.95)$ и $dR(0.99)$ превышают 10 км, начиная с $M_m = 8.5$; максимальное значение $dR(0.95)$ равно 30 км, $dR(0.99)$ – 32 км. Поскольку средняя ошибка определения координат эпицентра в каталоге ANSS около 10 км, то для основных толчков с магнитудой $M_m \geq 7.5$ при оценке радиуса афтершоковой активности для афтершоков с $M \geq 6$ необходимо учитывать тип фокального механизма.

Исследуем аналогичным образом поведение среднего и стандартного отклонения случайной величины (4.8) для афтершоков с $M \geq M_m - 1.1$ в зависимости от времени после основного толчка и типа его фокального механизма. Расчеты показывают (рис. 4.7), что для взбросовых основных толчков, а также основных толчков без учета фокального механизма среднее значение (μ) и стандартные отклонения (σ) случайной величины (4.8) приблизительно линейно возрастают по $\log_2(t)$ на всем рассматриваемом интервале времени. Поэтому поведение этих статистик будем моделировать регрессией вида (4.10).

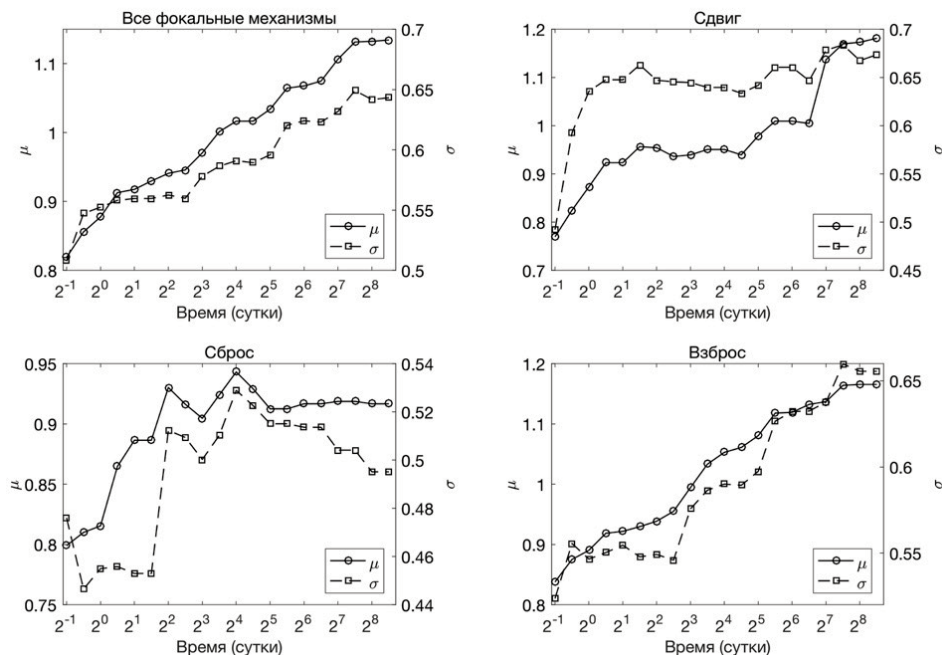


Рис. 4.7. Среднее значение (μ) и стандартное отклонение (σ) случайной величины (4.8) в зависимости от времени после основного толчка и типа его фокального механизма, рассчитанные для афтершоков с $M \geq M_m - 1.1$

Для сдвиговых основных толчков линейно возрастает только μ , ее поведение будем моделировать регрессией (4.8). Подведение σ начиная с 1-х суток практически не меняется (разброс равен 0.04), общий разброс – 0.19 (28%). Поведение σ не является линейным: в течение первых суток после основного толчка наблюдается рост, затем значения стабилизируются. Тем не менее говорить о четкой закономерности мы не можем из-за малого числа серий (28) со сдвиговыми основными толчками и афтершоками с $M \geq M_m - 1.1$, произошедшими в течение 1-х суток после основного толчка (рис. 4.4). Мы не можем заменить σ на всем интервале времени его средним значением, т.к. ошибка для R (4.9) при $q = 0.95, 0.99$ окажется больше 10 км. Поэтому, чтобы избежать недооценки радиуса, примем на всем интервале времени $\sigma = 0.65$ (среднее значение за период $[2^{0.5}, 2^{8.5}]$ суток).

Для сбросовых основных толчков возрастание μ наблюдается лишь за первые 16 суток после основного толчка, затем значение стабилизируется. Тем не менее трудно говорить о какой-либо закономерности, так как число серий со сбросовыми основными толчками и афтершоками с $M \geq M_m - 1.1$ мало (от 15 до 29; рис. 4.4в). Поэтому, чтобы избежать ложной зависимости и, как следствие, недооценки радиуса, примем $\mu = 0.92$ (среднее значение на интервале $[2^2, 2^{8.5}]$ суток). Значения σ меняются не значительно (от 0.45 до 0.53, разница со средним значением не больше 0.05), поэтому примем $\sigma = 0.5$ (среднее).

Информация о временных вариациях статистик μ и σ для серий с основными толчками всех типов и афтершоками с $M \geq M_m - 1.1$ сведена в таблицу 6 в виде параметров регрессии (4.10). Если значение статистики не меняется, то $V = 0$.

Таблица 4.6. Параметры регрессии (4.10) для афтершоков с $M \geq M_m - 1.1$ (M_m – магнитуда основного толчка) с учетом типа фокального механизма основного толчка. Обозначения такие же, как и в таблице 4.4

Статистика	s	U	V	r	e	$e_{\max}$
Все фокальные механизмы						
m	0.32 (27.8%)	0.876 ± 0.0088	0.032 ± 0.0019	0.99	0.01	0.03
s	0.14 (21.8%)	0.541 ± 0.0071	0.013 ± 0.0015	0.97	0.01	0.02
Сдвиг						
m	0.41 (34.9%)	0.851 ± 0.0351	0.035 ± 0.0074	0.92	0.04	0.07
s	0.19 (28.0%)	0.65	0	-	-	-
Сброс						
m	0.14 (15.3%)	0.92	0	-	-	-
s	0.08 (15.6%)	0.5	0	-	-	-
Взброс						
m	0.33 (28.1%)	0.888 ± 0.0127	0.036 ± 0.0027	0.99	0.02	0.03
s	0.14 (20.6%)	0.537 ± 0.0094	0.014 ± 0.0020	0.96	0.01	0.03

Используя таблицу 4.6, мы рассчитали значения μ , σ , $Q(0.95)$ и $Q(0.99)$ для афтершоков с $M \geq M_m - 1.1$ через 12 часов, 1, 16, 32, 128 и 362 суток после основного толчка с учетом его фокального механизма (табл. 4.7). Можно констатировать, что значение радиуса афтершоковой активности R (4.9) при $q = 0.95, 0.99$ с течением времени меняется более чем на 22% для серий со взбросовыми основными толчками и без учета фокальных механизмов основных толчков. Такое изменение для $M_m = 6.5$ составляет 8 км, а для $M_m \geq 7$ превышает 14 км. Для сдвиговых основных толчков $R(0.95)$ и $R(0.99)$ с течением времени меняется на 14 и 12% соответственно. Такие изменения становятся значимыми (более 10 км), начиная с $M_m = 7.2$. Для сбросовых основных толчков удалось обнаружить четкую зависимость R от времени. Таким образом, фактор времени необходимо учитывать при оценивании радиуса афтершоковой активности, инициированной взбросовыми основными толчками или когда тип основного толчка не известен для $M_m \geq 7$, а также сдвиговыми основными толчками для $M_m \geq 7.2$. Для афтершоков с $M \geq M_m - 1.1$, вызванных сбросовыми основными толчками, радиус афтершоковой активности не зависит от времени после основного толчка.

Таблица 4.7. Значения среднего/ стандартного отклонения/ $Q(0.95)$ / $Q(0.99)$ случайной величины (4.8), рассчитанные афтершоков с $\geq M_m - 1.1$ и различных значений логарифма времени после основного толчка ($\tau = \log_2(t)$) и типа его фокального механизма. Последняя строка содержит разрыв в % между начальным и конечным значениями соответствующих величин

t	Все фокальные мех.	Сдвиг	Сброс	Взброс
-1	0.84/ 0.53/ 1.7/ 2.1	0.82/ 0.65/ 1.9/ 2.3	0.92/ 0.50/ 1.7/ 2.1	0.85/ 0.52/ 1.7/ 2.1
0	0.88/ 0.54/ 1.8/ 2.1	0.85/ 0.65/ 1.9/ 2.4	0.92/ 0.50/ 1.7/ 2.1	0.89/ 0.54/ 1.8/ 2.1
4	1.01/ 0.59/ 2.0/ 2.4	0.99/ 0.65/ 2.1/ 2.5	0.92/ 0.50/ 1.7/ 2.1	1.03/ 0.59/ 2.0/ 2.4
5	1.04/ 0.61/ 2.0/ 2.4	1.02/ 0.65/ 2.1/ 2.5	0.92/ 0.50/ 1.7/ 2.1	1.07/ 0.61/ 2.1/ 2.5
6	1.07/ 0.62/ 2.1/ 2.5	1.06/ 0.65/ 2.1/ 2.6	0.92/ 0.50/ 1.7/ 2.1	1.11/ 0.62/ 2.1/ 2.6
8.5	1.15/ 0.65/ 2.2/ 2.7	1.14/ 0.65/ 2.2/ 2.7	0.92/ 0.50/ 1.7/ 2.1	1.20/ 0.66/ 2.3/ 2.7
%	27.0/ 18.5/ 23/ 22	28.1/ 0.0/ 14/ 12	0.0/ 0.0/ 0/ 0	29.2/ 21.2/ 25/ 24

Рассмотрим вопрос о зависимости радиуса афтершоковой активности от типа фокального механизма основного толчка для афтершоков с $M \geq M_m - 1.1$ с использованием таблицы (4.7), по той же схеме, как и в предыдущем случае. Расчеты показывают, что для сдвиговых основных толчков $dR(0.95) = 11$ км для $M_m = 7$, $dR(0.99) = 13$ км для $M_m = 7.5$. Для сбросовых основных толчков $dR(0.95) = 11$ км и $dR(0.99) = 11$ для $M_m = 7$. Для взбросов – $dR(0.95) = 11$ км, а $dR(0.99) = 12$ км для $M_m = 8.5$.

Подводя итог, мы приходим к выводу, что учитывать тип фокального механизма целесообразно для основных толчков с $M_m \geq 7$.

Учет ориентации плоскости разрыва. В предыдущем разделе граница области афтершоков моделировалась окружностью с центром в эпицентре основного толчка и радиусом, зависящим от его магнитуды. Вместе с тем контуры областей афтершоков, как правило, имеют форму, напоминающую эллипс, ориентированный по разрыву (см., например, [Tajima, Kanamori, 1985; Henry, Das, 2001; Wu et al., 2013; Баранов, Шебалин, 2017]. Попытка теоретически определить форму области афтершоков [Kaku, 1985] на основе модели эллиптической трещины показала, что область имеет вид эллипса с отношением осей 3:4, причем с течением времени эллипс трансформируется в окружность. Отметим, что на практике трансформация эллипса в окружность наблюдается редко, например, из рассмотренных в работе [Tajima, Kanamori, 1985] 54 серий четкая трансформация имеется только у Курильского землетрясения 1963 г., $M_w = 8.5$.

Для построения эллиптической области афтершоков требуется знать центр эллипса, направление одной из его осей и их длины. Чтобы оценить эти параметры, необходима информация об афтершоках хотя бы за 12 часов после основного толчка [Баранов, Шебалин, 2017]. При быстром оценивании области, где ожидаются афтершоки, в качестве ориентации большей оси эллипса можно принять угол между направлением на север и плоскостью разрыва (угол *strike*) при условии, что нодальная плоскость известна, например, исходя из ориентации разломов в районе очага. Также имеется возможность определить нодальную плоскость, используя данные двух сей-

сместанций, расположенных не далее нескольких десятков километров от основного толчка [Delouis, Legrand, 1999].

Отметим, что нодальную плоскость, соответствующую плоскости разрыва, можно также выбрать по ориентации облака афтершоков, произошедших в течении суток [Marsan, Lengline, 2010]. В этом случае мы приходим к задаче оценивания области афтершоков по данным о начальной стадии афтершокового процесса, которая рассматривалась в работе [Баранов, Шебалин, 2017]. В случае же определения радиуса афтершоковой активности по информации об основном толчке возможными грубыми оценками центра эллипса являются либо эпицентр основного толчка, либо центроид тензора момента. Центр эллипса (совпадает с центром облака афтершоков) рассчитывается как среднее их координат и может находиться на значительном удалении от эпицентра основного толчка [Баранов, Шебалин, 2017].

Сравнение расстояний от центра облака афтершоков до основного толчка и центроида, нормированных для сопоставимости на длину разрыва, зависящую от магнитуды основного толчка и типа его фокального механизма [Wells, Coppersmith, 1994], показывает (табл. 4.8), что использование основного толчка предпочтительнее для всех фокальных механизмов (меньше средние и стандартные отклонения), а расстояние от основного толчка до центра облака афтершоков в среднем равно половине длины разрыва в очаге основного толчка.

Таблица 4.8. Средние и стандартные отклонения расстояний от центра облака афтершоков до основного толчка и центроида тензора моментов, нормированных на длину разрыва [Wells, Coppersmith, 1994], рассчитанные для различных фокальных механизмов основного толчка

Фокальный механизм	От основного толчка		От центроида	
	Среднее	Станд. откл.	Среднее	Санд. откл.
Все	0.51	0.33	0.61	0.53
Сдвиг	0.43	0.32	0.51	0.42
Сброс	0.52	0.34	0.76	0.48
Взброс	0.54	0.32	0.64	0.58

Чтобы ответить на вопрос, как изменится область афтершоковой активности, если перейти от модели круга к модели эллипса, большая ось которого ориентирована по пересечению плоскости разрыва с горизонтом, вычислим отношения:

$$r_1 = E[d_L 10^{-M_m/2}] / E[d 10^{-M_m/2}], \quad (4.11)$$

$$r_2 = E[d_p 10^{-M_m/2}] / E[d_L 10^{-M_m/2}], \quad (4.12)$$

$$r_3 = S[d_L 10^{-M_m/2}] / S[d 10^{-M_m/2}], \quad (4.13)$$

где M_m – магнитуда основного толчка; d_L , d_p – расстояния от основного толчка до самого удаленного афтершока по направлению, задаваемому уг-

лом *strike* и перпендикулярно к *strike*, соответственно; d – расстояния от основного толчка до самого удаленного афтершока; $E[\cdot]$ – среднее значение; $S[\cdot]$ – стандартное отклонение. ($E[d_L 10^{-Mm/2}] = \mu/100$, $S[d_L 10^{-Mm/2}] = \sigma/100$.) Случайные величины $d_L 10^{-Mm/2}$ и $d_p 10^{-Mm/2}$ являются модификациями случайной величины (4.8), в которых расстояния считаются по направлению плоскости разрыва и перпендикулярно к нему.

При расчете отношений (4.11)–(4.13) плоскость разрыва выбиралась исходя из ориентации облака афтершоков, то есть использовалась нодальная плоскость, вдоль *strike*'а которой эпицентры афтершоков имеют большую дисперсию. В реальной ситуации нодальная плоскость может быть выбрана либо исходя из ориентации разломов в районе очага, либо по данным двух станций вблизи основного толчка [Delouis, Legrand, 1999].

Выражение (4.12) характеризует отношение меньшей и большей осей эллипса. Отношения (4.11) и (4.13) показывают, на сколько нужно скорректировать среднее значение μ и стандартное отклонение σ случайной величины (4.8), чтобы получить среднее и стандартное отклонение большей полуоси эллипса.

Отношения (4.11)–(4.13) рассчитывались с учетом фокальных механизмов основных толчков для рассматриваемых пороговых магнитуд афтершоков M_{th} и времени от момента основного толчка ($t_0 = 0$) до возрастающих в геометрической прогрессии значений: $t_1 = 2^k$ (суток), $k = -1, -0.5, 0, \dots, 8.5$. Мы привели графики значений r_1 , r_2 , r_3 только для $M_{th} = 4.5$ (рис. 4.8), статистические характеристики для всех трех пороговых магнитуд приведены в таблице 4.9.

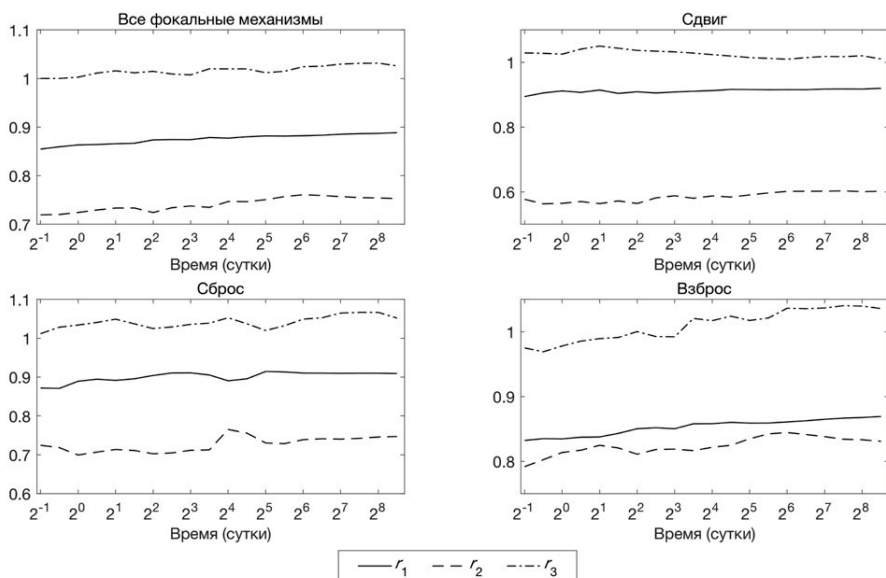


Рис. 4.8. Значения отношений r_1 (4.11), r_2 (4.12) и r_3 (4.13) в зависимости от времени после основного толчка и типа его фокального механизма, рассчитанные для афтершоков с $M \geq 4.5$

Таблица 4.9. Минимальное / среднее / стандартное отклонение / максимальное значение отношений r_1 (4.11), r_2 (4.12) и r_3 (4.13), рассчитанные для различных пороговых магнитуд афтершоков M_{th} и типов фокальных механизмов основных толчков

M_0	r_1	r_2	r_3
Все фокальные механизмы			
4.5	0.85/ 0.88/ 0.01/ 0.89	0.72/ 0.74/ 0.01/ 0.76	1.00/ 1.02/ 0.01/ 1.03
6	0.79/ 0.82/ 0.01/ 0.84	0.61/ 0.63/ 0.01/ 0.66	0.93/ 0.96/ 0.02/ 0.99
$M_{th} -1.1$	0.75/ 0.78/ 0.01/ 0.80	0.68/ 0.70/ 0.02/ 0.74	0.90/ 0.94/ 0.01/ 0.96
Сдвиг			
4.5	0.89/ 0.91/ 0.01/ 0.92	0.56/ 0.58/ 0.01/ 0.60	1.01/ 1.03/ 0.01/ 1.05
6	0.78/ 0.82/ 0.02/ 0.85	0.47/ 0.55/ 0.04/ 0.63	0.84/ 0.90/ 0.04/ 0.99
$M_{th} -1.1$	0.81/ 0.84/ 0.02/ 0.88	0.43/ 0.49/ 0.04/ 0.55	0.98/ 1.01/ 0.02/ 1.06
Сброс			
4.5	0.87/ 0.90/ 0.01/ 0.91	0.70/ 0.73/ 0.02/ 0.77	1.01/ 1.04/ 0.02/ 1.07
6	0.71/ 0.77/ 0.02/ 0.81	0.67/ 0.71/ 0.03/ 0.79	0.94/ 1.02/ 0.08/ 1.22
$M_{th} -1.1$	0.76/ 0.79/ 0.02/ 0.83	0.59/ 0.69/ 0.03/ 0.74	0.98/ 1.04/ 0.04/ 1.09
Взброс			
4.5	0.83/ 0.85/ 0.01/ 0.87	0.79/ 0.82/ 0.01/ 0.84	0.97/ 1.01/ 0.02/ 1.04
6	0.79/ 0.83/ 0.02/ 0.84	0.59/ 0.63/ 0.02/ 0.67	0.93/ 0.97/ 0.03/ 1.01
$M_{th} -1.1$	0.71/ 0.76/ 0.02/ 0.78	0.74/ 0.78/ 0.02/ 0.82	0.84/ 0.90/ 0.02/ 0.92

Расчеты показывают (рис. 4.8, табл. 4.9), что отношения (4.11)–(4.13) зависят от типа фокального механизма основного толчка и с течением времени изменяются мало. Отметим, что отношение средних r_2 (4.12) вдоль и перпендикулярно направлению плоскости разрыва для сбросовых механизмов и без учета типа фокального механизма и основных толчков близки к теоретическому значению 3:4, полученному по модели эллиптической трещины [Каку, 1985]. Для остальных типов основных толчков расхождения фактических данных и теоретического значения существенны. Отношение r_3 (4.13) близко к 1, то есть стандартные отклонения случайной величины (4.8) и расстояния от основного толчка до самого удаленного афтершока вдоль *strike* примерно совпадают.

Для афтершоков с $M \geq 4.5$ отношения (4.11)–(4.13) имеют наибольшие значения для всех пороговых магнитуд M_{th} и для каждого типа фокального механизма (табл. 4.9). Также отношения (4.11)–(4.13) для $M_{th} = 4.5$ получены по большему количеству серий. Поэтому мы считаем, что для оценивания размеров эллипсовидной области афтершоков лучше использовать значения этих отношений, полученные для

$$M_{th} = 4.5.$$

Если известно направление плоскости разрыва основного толчка, то эллипсовидная область афтершоковой активности строится следующим образом. Центр эллипса совпадает с эпицентром основного толчка, ориентация большей оси эллипса совпадает с ориентацией плоскости разрыва. Средняя длина большей полуоси $E[d_L] = \mu E[r_1]$, где μ – среднее значение величины (4.8), $E[r_1]$ – среднее r_1 (4.11) из таблицы 4.9, а стандартные отклонения со-

впадают ($S[d_L] \approx \sigma$). Затем по обратной функции нормального распределения рассчитывается $Q(0.95)$ или $Q(0.99)$ и по формуле (4.9) длина большей полуоси эллипса. Длина меньшей полуоси равна длине большей полуоси, умноженной на среднее значение r_2 (4.12) из таблицы 4.9. Значения r_1 , r_2 выбираются из таблицы 4.9 для $M_{th} = 4.5$ в соответствии с типом фокального механизма основного толчка. Значения μ и σ выбираются по заданной магнитуде афтершоков, времени после основного толчка и типу фокального механизма основного толчка из таблиц 4.3, 4.5, 4.7.

Отметим, что некорректно использовать $S[d_p]$ (стандартные отклонения расстояния от основного толчка до самого удаленного афтершока перпендикулярно плоскости разрыва) для оценивания длины меньшей оси эллипса с помощью обратной функции нормального распределения, так как нет основания считать, что выполняется соотношение $d_p \propto 10^{Mm/2}$. В то же время проверка показала, что $d_L \propto 10^{Mm/2}$, и, следовательно, мы можем считать, что случайная величина $d_L 10^{-Mm/2}$ имеет нормальное распределение. Мы также использовали средние и стандартные отклонения отношений (4.11)–(4.13), рассчитанные для афтершоков с $M \geq 4.5$, поскольку для больших пороговых магнитуд эти значения такие же или больше (табл. 4.9).

Термин «эллипсовидный» вместо «эллипс» здесь использован намеренно, так как в работе [Баранов, Шебалин, 2017] было показано, что предпочтительной областью афтершоков является «стадион» – геометрическое место точек, равноудаленных от отрезка прямой, моделирующего разрыв. Расстояние, на которое точки удалены от отрезка, называется шириной или радиусом стадиона. Форма стадиона имеет простую физическую интерпретацию – афтершоки происходят на некотором удалении от разрыва. В нашем случае также предпочтительнее использовать стадион при этом, отрезок прямой совпадает с большей осью эллипса, а расстояние от отрезка равно длине меньшей полуоси эллипса.

Алгоритм оценивания области афтершоковой активности по информации об основном толчке

По результатам предыдущего анализа построим алгоритм оценивания области афтершоковой активности по информации об основном толчке.

Входные данные: магнитуда основного толчка M_m , тип его фокального механизма (может быть неизвестен), время в сутках после основного толчка $t = 2^k$, $k = -1, -0.5, \dots, 8.5$, для которого выполняется оценка, пороговая магнитуда афтершоков $M_{th} = 4.5, 6$ или $M_m - 1.1$, значение вероятности $q = 0.95$ или 0.99 , с которой область будет содержать все афтершоки с $M \geq M_{th}$.

По заданным M_{th} , $\tau = \log_2(t)$, типу фокального механизма основного толчка и q находим значение $Q(q)$ по таблицам 4.3 ($M_{th} = 4.5$), 4.5 ($M_{th} = 6$) или 4.7 ($M_{th} = M_m - 1$). По формуле (4.9) вычисляем радиус афтершоковой активности $R(q)$.

Если известна ориентация плоскости разрыва в очаге основного толчка, например, по данным о разломах в районе эпицентра, то можно оценить размеры области в виде эллипса или стадиона. Для этого по заданным M_{th} , $\tau = \log_2(t)$, типу фокального механизма основного толчка и q находим зна-

чения среднего ν и стандартного отклонения σ случайной величины (4.8) по таблицам 4.5 ($M_{th} = 6$), или 4.7 ($M_{th} = M_m - 1$). Затем по таблице 4.9 для $M_{th} = 4.5$ и типу фокального механизма основного толчка находим r_1, r_2 . По обратной функции нормального распределения находим длину стадиона или большей полуоси эллипса $L(q)$, используя среднее $r_1\mu$, и стандартное отклонение σ . Длина меньшей полуоси эллипса или ширина стадиона $P(q) = r_2 L(q)$. Ориентация эллипса или стадиона совпадает с ориентацией плоскости разрыва. Стадион более предпочтителен, чем эллипс.

4.2. ОБЛАСТЬ СИЛЬНЫХ АФТЕРШОКОВ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭПИЦЕНТРОВ ПЕРВЫХ ТОЛЧКОВ

В этом разделе с помощью разработанных критериев оценивания качества прогноза области афтершоков количественно сопоставлялись значительное число разных «кандидатов». В качестве таких кандидатов были использованы основные известные методики, а также их модификации. В данных модификациях учтены результаты последних исследований по динамике афтершокового процесса. В результате выбрана оптимальная методика, которая показала наилучшие результаты количественных тестов для более чем 120 серий афтершоков от землетрясений по всему миру с магнитудой 6.5 и выше. Методика может быть использована в центрах сейсмологического мониторинга для прогнозирования области распространения афтершоковой активности после сильного землетрясения по данным оперативной обработки.

Оценивание качества прогнозов области афтершоков

Мы разработали два подхода для численного оценивания качества. Первый подход основан на представлении прогноза в виде оценок Пуассоновской интенсивности (ожидаемого числа землетрясений) в элементах сетки по пространству. В качестве критерия используется значение совместной логарифмической функции правдоподобия, зависящей от ожидаемого и фактического числа событий, а также от размера области. Разработанный в рамках данного подхода критерий может быть применен не только для оценивания качества прогноза области афтершоков, но и для решения более общей задачи – оценки качества прогноза области сейсмичности. Второй подход основан на анализе ошибок двух родов: пропусков цели и ложных тревог (диаграмма ошибок Г.М. Молчана [Molchan, 1991, 2010]).

В обоих подходах используется следующая формулировка прогноза области афтершоков. Обозначим прогнозную область G . Рассмотрим также круговую область Ω с центром в эпицентре основного толчка, за пределами которой, мы предполагаем, афтершоки невозможными. Радиус этой области, согласно результатам предыдущего раздела (см. рис. 4.3), не зависит от типа фокального механизма основного толчка и равен $0.03 \times 10^{M_m/2}$ км.

В варианте использования оценок правдоподобия естественно оперировать условной вероятностью (при условии, что афтершок имел место), так

как целью прогноза в данной работе является только область афтершоков, но не их интенсивность. По той же причине естественно считать эту вероятность равной повсюду внутри области G ; мы полагаем, что внутри этой области происходит доля q афтершоков. Вне области G , но внутри Ω вероятность афтершоков также предполагается равномерной, а вне области Ω равной 0. Для оценивания качества прогноза мы будем следовать принятому в группе CSEP подходу представления прогноза в виде оценок Пуассоновской интенсивности (ожидаемого числа землетрясений) в элементах сетки по пространству [Schorlemmer et al., 2007]. Предполагается, что события в разных элементах сетки независимы и представляют собой Пуассоновские потоки. В этих предположениях совместная логарифмическая функция правдоподобия для условного случая (интенсивность нормирована на фактическое число событий) имеет вид:

$$L = \sum \{ -\Lambda_n + N \ln \Lambda_n - \ln(N!) \}, \Lambda_n = \Lambda \frac{\sum N}{\sum \Lambda}, \quad (4.14)$$

где суммирование производится по всем элементам сетки; Λ – ожидаемое число событий (Пуассоновская интенсивность); N – фактическое число событий. Для конкретных реализаций прогнозов функция L имеет отрицательные значения. Чем больше L (то есть чем ближе это значение к 0), тем лучше прогноз. Такое оценивание обычно называется S-тест [Schorlemmer et al., 2007], но мы будем использовать обозначение L-тест, так как S-тест является лишь модификацией более общего L-теста.

С учетом принятых допущений, суммирование (4.14) разделяется на две части: по ячейкам внутри G и ячейкам вне G . Внутри G :

$$\Lambda_n = q \sum N \delta / S_G,$$

вне G :

$$\Lambda_n = (1 - q) \sum N \delta / (S_\Omega - S_G),$$

где δ – площадь ячейки на сетке, S_G и S_Ω – площади областей G и Ω соответственно. Здесь предполагается, что область G не выходит за пределы Ω , а ячейки сетки настолько малы, что в каждой из них произошло не более одного события.

Обозначим общее число фактических афтершоков в прогнозный период $U = \sum N$, а V – число таких афтершоков, произошедших в области G . Тогда формула (4.14) после отбрасывания двух последних членов, как независимых конкретной реализации прогноза, преобразуется к виду [Баранов, Шибалин, 2017]:

$$L = -U + V \ln \left(\frac{qU}{S_G} \right) + (U - V) \ln \left(\frac{(1 - q)U}{S_\Omega - S_G} \right). \quad (4.15)$$

Значение L-теста зависит как от количества афтершоков, попавших в тестируемую область, так и от площади области. Чем меньше площадь области при одном и том же количестве афтершоков попавших в область, тем больше значение L-теста; чем больше количество афтершоков в области при одной и той же площади, тем больше значение L-теста. При увеличении размера прогнозной области ожидаемое число событий в каждой пространственной ячейке пропорционально уменьшается. Благодаря этому избыточный размер области приводит к ухудшению прогноза, уменьшая значения величины L (4.15).

В варианте оценивания результатов прогноза по диаграмме ошибок двух родов [Molchan, 1991, 2010] прогноз следует сформулировать несколько иначе: область G является областью повышенной вероятности возникновения афтершоков – областью «тревоги». По результатам теста часть афтершоков оказывается внутри этой области, а часть – вне ее. Доля «пропусков цели», то есть доля афтершоков вне области G относительно суммарного числа афтершоков в период теста обозначается v . Доля пространства, занятого «тревогой», равная в нашем случае отношению площадей областей G и Ω , обозначается через τ . Прогноз тем лучше, чем «дальше» соответствующая точка (τ, v) отстоит вниз от диагонали $(0, 1; 1, 0)$. Точки вблизи этой диагонали соответствуют случайному прогнозу. Существуют разные способы определения «расстояния» точки до диагонали ошибок, называемые функцией потерь, γ , среди которых часто используются сумма ошибок двух родов, $\gamma = v + \tau$, и «минимаксная» оценка, $\gamma = \min(\max(v, \tau))$ [Molchan, 1991]. В данной работе в качестве функции потерь мы используем:

$$\gamma = v + \tau.$$

Чем меньше значение γ , тем лучше прогноз.

Диаграммы ошибок оценивают прогнозные методы относительно какого-либо априорного знания о процессе или относительно вероятностной модели этого процесса. В нашей задаче практически невозможно использовать какие-либо представления о пространственной неоднородности вероятности афтершоков по данным до основного толчка, поэтому мы вынужденно приняли равномерную модель, оценивая долю тревог как долю площади тревоги. Очевидно, что добавление «пустых» мест в рассмотрение создает видимость улучшения результатов прогноза. Но в нашей задаче важны не абсолютные, а относительные оценки для разных вариантов прогноза, поэтому равномерная модель в данном случае абсолютно оправдана, тем более что мы вводим ограничение рассматриваемых областей областью Ω , учитывающей масштабирование по магнитуе основного толчка.

Диаграммы ошибок являются естественным инструментом для оценивания прогнозов области афтершоков, так как они рассматривают именно условный случай, в котором интенсивность процесса не учитывается. Преимущество диаграмм ошибок по отношению к тестам правдоподобия состоит в отсутствии предположения о независимости и о Пуассоновском характере потока событий. Главное количественное отличие двух рассмотренных методов оценивания состоит в том, что в L-тесте относительно

большой вес придается ошибкам прогноза в областях с малой ожидаемой интенсивностью событий [Shebalin et al., 2014].

Важнейшим преимуществом диаграммы ошибок для практического использования прогноза является возможность градации тревог в зависимости от типа принимаемых оперативных решений с учетом величины ошибок [Daves et al., 2010; Molchan, 1991; Shebalin et al., 2000]. Для отдельных решений (в частности, требующих больших затрат) важен низкий уровень ложных тревог, который достигается лишь при увеличении вероятности пропуска цели. Для других целей может быть важна низкая вероятность пропуска, которая достигается лишь за счет увеличения продолжительности и/или площади тревоги.

Для обоих вариантов оценивания прогнозов были рассмотрены как индивидуальные (для каждой серии афтершоков), так и интегральные оценки каждого рассмотренного метода прогноза области афтершоков. Для L-теста интегральной оценкой является сумма величины (4.15) по всем сериям афтершоков. Для диаграммы ошибок определяется доля всех афтершоков с $M \geq 6$ вне областей G относительно общего числа афтершоков $M \geq 6$ (общая доля пропусков цели) в тестовый период и отношение суммы площадей G к сумме площадей Ω .

Квантильный подход к оцениванию области сильных афтершоков по данным о начальной стадии афтершокового процесса

Как было показано в разделе 4.1, все афтершоки, ожидаемые в течение года после основного толчка, сосредоточены в круге с центром в его эпицентре и радиусом, зависящим от его магнитуды:

$$R_m = 0.03 \times 10^{M_m/2}, \quad (4.16)$$

где R_m – значение радиуса в км; M_m – магнитуда основного толчка. Данное выражением было получено в разделе 4.1.1. Величина R_m является увеличенным на 50% радиусом Цубои [Tsuboi, 1956]. Далее такой круг будем называть *вмещающим*.

Обучающим множеством назовем землетрясения с магнитудой не ниже представительной магнитуды, произошедшие за 12 часов после основного толчка во вмещающем круге. Представительная магнитуда M_c определяется по данным за 5 лет до и 12 часов после основного толчка.

Оценка представительной магнитуды M_c . При определении области будущих афтершоков по событиям, которые произошли в первые часы после основного толчка, желательно использовать максимум имеющихся данных. Вместе с тем использование событий магнитуды ниже представительной M_c может привести к искаженным оценкам. Необходимо также учесть, что начальная стадия афтершоковой серии часто значительно отличается от последующих стадий как из-за физических причин, так и из-за практически неизбежной неполноты каталога [Смирнов и др., 2010; Narteau et al., 2009; Shebalin et al., 2011]. Количество афтершоков в первые 12 часов может оказаться недостаточным для оценки M_c , поэтому мы оценивали M_c по событи-

ям, произошедшим за 5 лет до и 12 часов после основного толчка. При этом, если число событий для оценки M_c оказывалось меньше 20, то такую серию мы исключали из рассмотрения.

Существует большое число способов оценки M_c , подробный обзор этих методов содержится в работах [Mignan, Woessner, 2012; Vorobieva, 1999]. В данной работе мы воспользовались одним из наиболее простых и вместе с тем устойчивых при малых объемах выборки методов оценивания представительной магнитуды [Wiemer, Wyss, 2000; Woessner, Wiemer, 2005], называемым Maximum Curvature (MAXC).

В данном разделе будем рассматривать только афтершоковые последовательности, включающие события с магнитудой 6 или выше (сильный афтершок) в период от 12 часов до 1 года после основного толчка. Из 657 афтершоковых серий, выделенных по алгоритму Молчана и Дмитриевой в каталоге ANSS, 124 удовлетворяют перечисленным условиям (рис. 4.9).

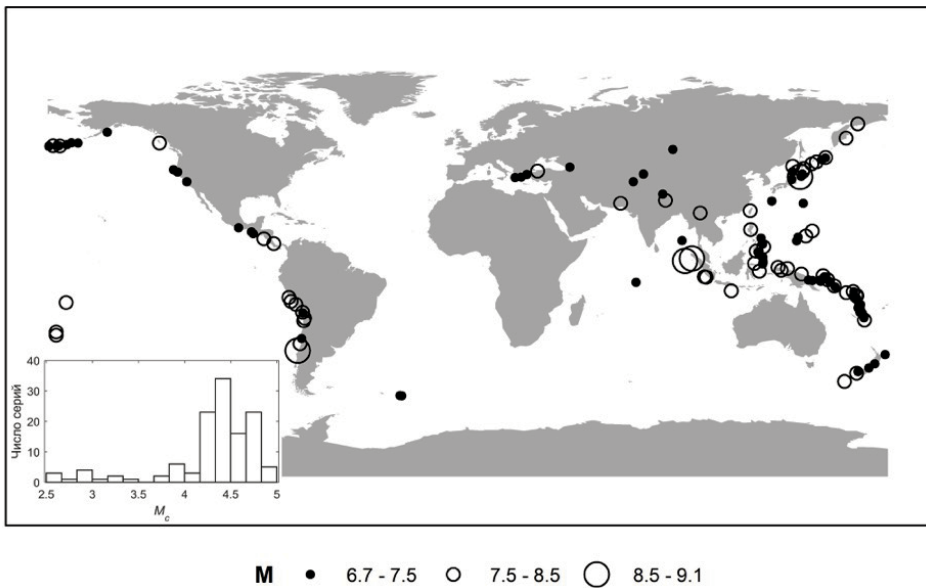


Рис. 4.9. Пространственное распределение использованных в исследовании эпицентров основных толчков афтершоковых серий, выделенных по алгоритму Молчана и Дмитриевой [Молчан, Дмитриева, 1991; Molchan, Dmitrieva, 1992] из каталога ANSS за 1980–2016 гг., и распределение магнитуд представительности

В рамках квантильного подхода размер области определяется долей событий обучающего множества, попавших внутрь области. Обозначим эту долю через q . При этом форма области задается заранее.

Варианты областей афтершоков

Здесь рассматриваются способы построения прогнозных областей афтершоков, различающихся геометрической формой, определением центра области и ориентацией. В дальнейшем размеры области будут определяться квантильным методом. Для всех вариантах использовались данные об эпицентрах событий из обучающего множества (магнитуды не ниже M_c), время после основного толчка не более 12 часов, расстояние от эпицентра основного толчка не больше R_m (4.16).

В качестве вариантов областей рассматривались три простейшие геометрические фигуры: круг, эллипс и стадион (геометрическое место точек, удаленных от заданного отрезка на расстояние, не превышающее заданную величину). Отрезок, относительно которого строится «стадион», моделирует проекцию на дневную поверхность предполагаемого разрыва в очаге основного толчка. С учетом современных представлений о степенном убывании активности афтершоков с расстоянием от протяженного очага основного толчка, геометрическая фигура стадион может оказаться предпочтительной по сравнению с эллипсом.

По данным из вмещающего множества рассчитывались центр, длина и направление (для эллипса и стадиона).

Центр области определялся одним из трех способов: эпицентр основного толчка, обычное среднее и центр масс (взвешенное по линейному размеру среднее в зависимости от магнитуды события):

$$(\Phi_0, \lambda_0) = (\sum_{i=1}^N w_i \varphi_i, \sum_{i=1}^N w_i \lambda_i), \quad (4.17)$$

где (ϕ_0, λ_0) – широта и долгота центра области; (ϕ_i, λ_i) – широта и долгота i -го события из обучающего множества ($i = 1, \dots, N$); w_i – вестовые коэффициенты, определенные ниже; основной толчок не включается в подсчет.

Направление (ориентация) области определялось как собственный вектор, соответствующий большему собственному числу следующей матрицы:

$$I = \sum_{i=1}^N [w_i (\varphi_i - \varphi_0)(\lambda_i - \lambda_0)]. \quad (4.18)$$

В случае обычного среднего

$$w_i = 1/N. \quad (4.19)$$

В случае взвешенного среднего

$$w_i = 10^{M_i/2} / \sum_{i=1}^N 10^{M_i/2}. \quad (4.18)$$

В случае взвешенного среднего центр области является центром масс системы материальных точек с координатами событий (φ_i, λ_i) и массами равными $10^{M_i/2}$, а направление области – второй собственный вектор тензора инерции относительно центра (φ_0, λ_0) системы материальных точек, координаты которых – эпицентры событий, а массы – веса w_i .

Предполагается, что использование взвешенного среднего при расчете центра и направления области может лучше учитывать, по сравнению с обычным средним, смещение облака афтершоков относительно эпицентра основного толчка. Это явление хорошо иллюстрируется на афтершоковой серии землетрясения с $M_w = 9.1$, произошедшего 26.12.2004 в районе Суматры (рис. 4.10). В случае обычного среднего ($w_i = 1/N$ в (4.17), (4.18), рис. 4.10а) наблюдается значительное смещение центра разрыва C от основного толчка, так что сам основной толчок лежит за пределами окружности, включающей 95% всех афтершоков с центром в C . В случае же использования в выражениях (4.17), (4.18) взвешенного среднего, C располагается ближе к основному толчку, которой лежит внутри данной окружности (рис. 4.10б).

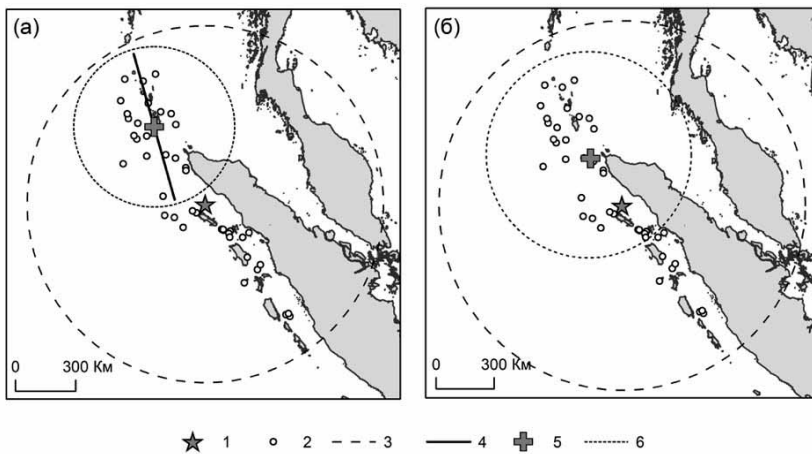


Рис. 4.10. Взаимное расположение основного толчка (ОТ), событий, произошедших за первые 12 часов после ОТ внутри вмещающего круга, центра предполагаемого разрыва и окружности, построенной по этим событиям, для Суматранского землетрясения 26.12.2004 с $M = 9.1$. (а) – центр и направление предполагаемого разрыва определялись по обычному среднему, (б) – по взвешенному среднему. Обозначения: 1 – основной толчок; 2 – события, произошедшие в течение 12 часов после основного толчка; 3 – вмещающий круг радиуса (4.16); 4, 5 – предполагаемый разрыв и его центр; 6 – границы круга, включающего 95% всех событий.

Размеры областей для каждого из трех вариантов определения центра либо задавались в зависимости от магнитуды очага по разным известным соотношениям, либо определялись по распределению эпицентров из обучающего множества таким образом, чтобы внутрь области попала доля q от событий во «вмещающем круге». Последний способ мы называли «квантиль-

ным»; обычно использовалось значение $q = 0.95$. Для эллипса и стадиона были рассмотрены смешанные варианты.

Для определения радиусов кругов были рассмотрены два наиболее известных соотношения по работам Цубои [Tsuboi, 1956] и Гарднера и Кнопова (табл. 4.10, [Gardner, Knopoff, 1974]), а также квантильный способ. Для удобства мы будем называть указанные круги «круг Цубои», «круг Гарднера-Кнопова» и «квантильный круг», соответственно. Отметим, что логарифм радиуса круга Гарднера-Кнопова можно аппроксимировать выражением (табл. 4.10) $R_L = 0.124 + 0.983$, что позволяет продолжить пространственно-временное окно для магнитуды основного толчка больше 8.

**Таблица 4.10. Пространственно-временное окно Гарднера-Кнопова
[Gardner, Knopoff, 1974]**

M_m	R_L (км)	T (сутки)
2.5	19.5	6
3	22.5	11.5
3.5	26	22
4	30	42
4.5	35	83
5	40	155
5.5	47	290
6	54	510
6.5	61	790
7	70	915
7.5	81	960
8	94	985

Длина разрыва рассчитывалась как с учетом фокального механизма очага основного толчка, так и без него по следующим формулам [Wells, Coppersmith, 1994]:

$\lg(L_R)$	=	$-3.22 + 0.69M_m$	без учета механизма очага	(4.21)
$\lg(L_R)$	=	$-2.01 + 0.50M_m$	сброс	(4.22)
$\lg(L_R)$	=	$-2.86 + 0.63M_m$	взброс	(4.23)
$\lg(L_R)$	=	$-3.55 + 0.74M_m$	сдвиг	(4.24)

где M_m – магнитуда основного толчка, L_R – длина разрыва в км. В следующем разделе будет показано, что учет механизма очага по работе [Wells, Coppersmith, 1994] не дает улучшения по сравнению с общей формулой (4.21).

При построении эллипсов были рассмотрены два варианта определения полуосей. В первом варианте фиксировалось соотношение осей, равное отношению собственных значений матрицы (4.18), а размер осей находился квантильным способом. Во втором варианте большая полуось фиксировалась равной половине длины предполагаемого разрыва по формулам (4.21)–(4.24), а малая полуось находилась квантильным методом.

Для стадионов были также рассмотрены два варианта построения. В первом варианте в качестве опорного отрезка брался предполагаемый разрыв,

центр и направление которого определялись соотношениями (4.17) и (4.18), а длина соотношениями (4.21)–(4.24); радиус R_k (предельное расстояние до отрезка) находился квантильным методом. Во втором варианте, который мы называем «адаптивный стадион», построение делается в два этапа. На первом этапе вдоль выделенного направления строится полоса с равноудаленными от выбранного центра границами, в которую попадает $(1 + q)/2$ событий из обучающего множества. На втором этапе выделенная полоса с двух сторон ограничивается окружностями радиусом, равным полуширине полосы, так, чтобы вне образованного стадиона внутри полосы с каждой из сторон оказалось $(1-q)/2$ событий.

Проиллюстрируем на рисунках 4.11 и 4.12 четыре основных способа построения областей, которые дали наилучшие ретроспективные прогнозные результаты, на примере афтершоковых серий Суматранского землетрясения (26.12.2004, $M = 9.1$), Чилийского землетрясения (27.02.2010, $M = 8.8$) и землетрясения Тохоку (11.03.2011, $M = 9$). Для всех четырех способов центр разрыва определялся по формуле (4.17), а его направление по формуле (4.18), а веса по формуле (4.19).

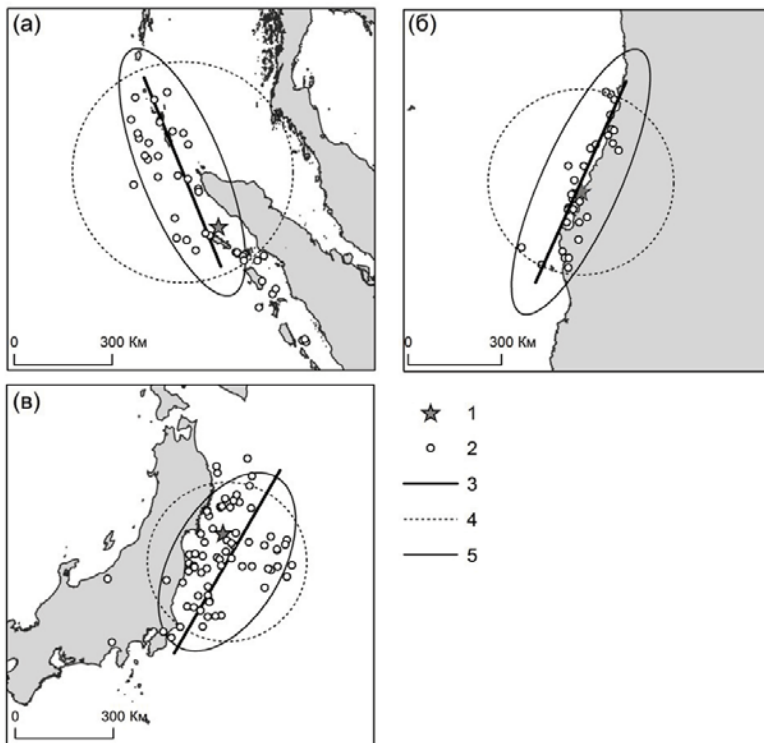


Рис. 4.11. Афтершоковые области – круг (радиус по работе [Tsuboi, 1956]) и эллипс (первый способ, $q = 0.95$) для Суматранского землетрясения (а), землетрясения в Чили (б) и землетрясения Тохоку (в). Обозначения: 1 – основной толчок; 2 – афтершоки с $M \geq 6$, произошедшие за год; 3 – предполагаемый разрыв; 4 – круг; 5 – эллипс

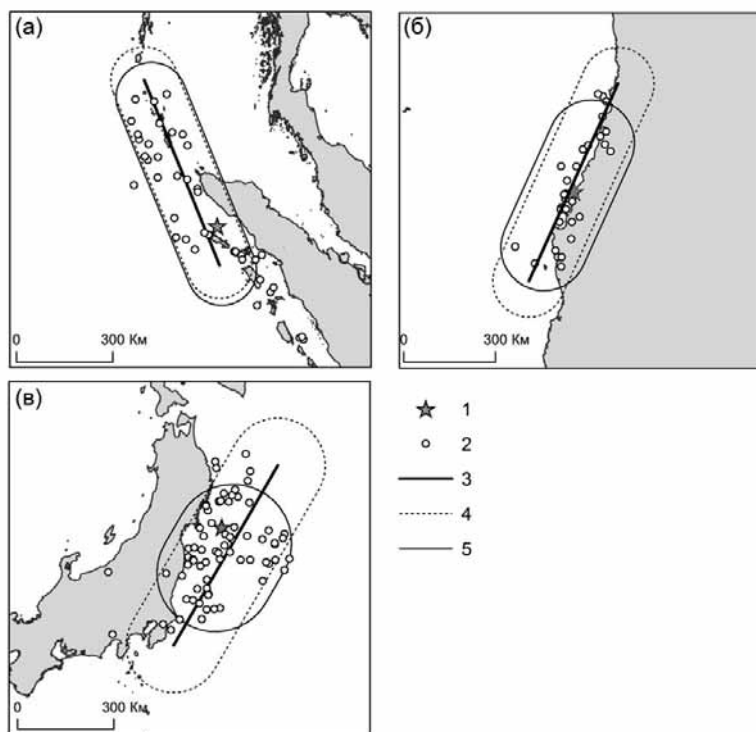


Рис.4.12. Афтершоковые области – стадионы и адаптивный стадион ($q = 0.95$) для Суматранского землетрясения (а), землетрясения в Чили (б) и землетрясения Тохоку (в). Обозначения: 1 – основной толчок; 2 – афтершоки с $M \geq 6$, произошедшие за год; 3 – предполагаемый разрыв; 4 – стадион, 5 – адаптивный стадион

Таким образом, всего было рассмотрено 19 вариантов построения областей возможного возникновения сильных афтершоков. Все варианты областей имеют простую геометрическую форму. Три варианта – это круги с центрами в эпицентре основного толчка, для остальных вариантов центр области определялся по формуле (4.17) по распределению эпицентров афтершоков за первые 12 часов – в восьми случаях с единичными весами (4.19) и в восьми случаях с весами, пропорциональными линейным размерам очагов афтершоков (4.19).

Ретроспективные тесты вариантов областей

Интегральные оценки L-теста и диаграмм ошибок по всем рассмотренным сериям афтершоков представлены в таблице 4.11 для всех 19 рассмотренных вариантов. Для шести вариантов (круги Цубои и круги Гарднера-Кнопва) размеры области задавались без использования квантилей. Для расчета L-теста с использованием формулы (4.15) в этих вариантах дополнительно предполагалось, что ожидаемая доля событий q внутри прогнозной области равна усредненной доле землетрясений из обучающего множества по всем рассмотренным сериям, то есть общему числу событий с $M \geq$

M_c внутри прогнозных областей, деленному на общее число событий с $M \geq M_c$ во вмещающем круге. Для круга Цубои с центром в эпицентре основного толчка $q = 0.955$, по среднему координат $q = 0.989$, в центре масс $q = 0.987$. Для круга Гарднера и Кнопова с центром в эпицентре основного толчка $q = 0.814$, по среднему координат $q = 0.909$, в центре масс $q = 0.9$.

Таблица 4.11. Интегральные значения L-теста и интегральных параметров диаграммы ошибок. Рассмотрено 124 серии афтершоков от основных толчков магнитудой 6.5 или выше. Жирным шрифтом выделен оптимальный вариант

Область	L	ν	τ	$\nu + \tau$
Центр в эпицентре основного толчка				
Круг Цубои	-4508.85	0.05	0.44	0.49
Круг Гарднера и Кнопова	-4599.51	0.34	0.13	0.47
Центр – усреднение координат				
Круг Цубои	-4534.30	0.06	0.44	0.50
Круг Гарднера и Кнопова	-4530.62	0.27	0.13	0.40
Квантильный круг	-4499.20	0.26	0.15	0.41
Эллипс, фиксированное отношение полуосей	-4451.84	0.28	0.11	0.39
Эллипс, фиксированная большая полуось	-4674.94	0.42	0.09	0.51
Стадион, без учета механизма очага	-4406.69	0.23	0.13	0.36
Стадион, с учетом механизма очага	-4373.52	0.23	0.12	0.35
Адаптивный стадион	-4589.92	0.36	0.10	0.46
Центр в центре масс				
Круг Цубои	-4508.85	0.05	0.44	0.49
Круг Гарднера и Кнопова	-4490.27	0.03	0.44	0.47
Квантильный круг	-4439.51	0.21	0.18	0.39
Эллипс, фиксированное отношение полуосей	-4400.03	0.24	0.12	0.36
Эллипс, фиксированная большая полуось	-4640.53	0.39	0.11	0.50
Стадион, без учета механизма очага	-4366.89	0.19	0.15	0.34
Стадион, с учетом механизма очага	-4368.12	0.20	0.15	0.35
Адаптивный стадион	-4497.14	0.30	0.11	0.41

Как следует из результатов сравнительного тестирования (4.11), лучшей прогнозной областью возникновения афтершоков с $M \geq 6$ является стадион с центром и направлением, определенными с учетом весов. Для этого варианта интегральное значение L-теста максимально, а величина $\nu + \tau$ минимальна. Использование информации о механизме очага при вычислении длины разрыва не приводит к улучшению результата. Также изучалась зависимость рассмотренных оценок от магнитуды основного толчка. Для этого были рассчитаны интегральные значения L-теста и $\nu + \tau$ в скользящем окне шириной в единицу магнитудной шкалы, на каждом шаге окно смещалось на 0.1. Оказалось, что в интервале магнитуды основного толчка от 7.2 до 8.7 лучшим вариантом оказался стадион, у которого параметры определялись с учетом весов по формулам (4.17), (4.18), (4.20) (рис. 4.13). Мы будем называть этот вариант «оптимальным стадионом». В интервале до 7.2 несколько лучше по обоим тестам оказался эллипс, у которого параметры также определялись с учетом весов («оптимальный эллипс») по тем же формулам. По результатам только L-теста для магнитуд основного толчка не выше 7 лучшей областью оказался круг Цубои.

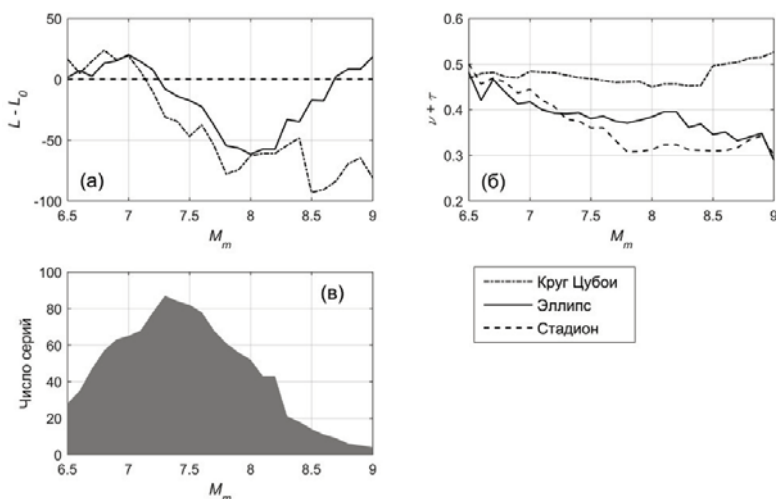


Рис. 4.13. Результаты тестирования областей возникновения сильных афтершоков для различных магнитуд основных толчков (M_m) в скользящем окне шириной в единицу магнитуды. (а) – разность значения L-теста для области (L) и значения для стадиона (L_0); (б) – значения $\nu + \tau$; (в) – количество серий афтершоков, по которым выполнялись вычисления

При построении областей и расчетах L-теста мы приняли значение $q = 0.95$. Насколько оправдан этот выбор? Рисунок 4.14 демонстрирует, что для оптимальной области, стадиона, максимум L-теста достигается при $q = 0.93$, то есть при значении, близком к выбранному. При этом как для оптимального стадиона, так и для оптимального эллипса значения L-теста мало меняются в диапазоне значений 0.9-0.95.

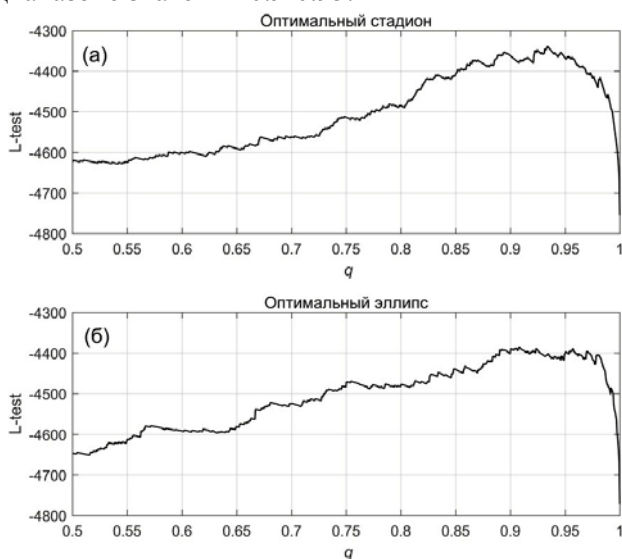


Рис. 4.14. Зависимость значений L-теста от q для оптимальных стадиона (а) и эллипса (б), центр и направление определены по формулам (4.17), (4.18), (4.20)

Следует отметить, что для диаграммы ошибок не делается предположений относительно ожидаемой доли событий внутри области G . Как показано в работе [Shebalin et al., 2014], в L-тесте относительно диаграммы ошибок большее значение придается правильному прогнозу в области с небольшой ожидаемой интенсивностью событий, то есть в данном случае вне области G . Тот факт, что оптимальные прогнозные области по результатам L-теста и по диаграмме ошибок близко совпадают, является важным аргументом для принятия основного варианта прогнозной области. Небольшое преимущество эллипсов при меньших магнитудах может быть обусловлено также тем, что форма эллипса заложена в метод выделения афтершоков Молчана-Дмитриевой. Результаты тестов в интервале магнитуды от 6.5 до 7.2 для оптимальных стадиона и эллипса различаются незначительно, сами области имеют общие центр и направление оси симметрии, их площади различаются в среднем на 7%. Таким образом, в качестве основного варианта прогноза области для всех магнитуд основного толчка мы приняли оптимальный стадион.

Отметим, что принятые ограничения (исключены из рассмотрения серии афтершоков, для которых число событий за период 5 лет до основного толчка и 12 часов после него во «вмещающем круге» меньше 20) для реального прогноза по предложенной методике не являются препятствием, поскольку вклад событий с $M < M_c$ в определение центра и направления с использованием весов (4.20) незначителен.

Анализ диаграммы ошибок

Параметр q в предложенной методике регулирует размер прогнозной области: чем больше q , тем больше предельное расстояние R_r от опорного отрезка стадиона. Одновременно, величина $1 - q$ задает величину ошибки второго рода, то есть вероятность пропуска цели. Диаграмма ошибок, построенная для разных значений q по ретроспективному прогнозу области сильных афтершоков (рис. 8а), отражает компромисс между ошибками двух родов: увеличение q влечет уменьшение вероятности пропуска, но приводит к увеличению области тревоги, и наоборот. Скалярный параметр q , таким образом, можно характеризовать как «функцию тревоги» [Zechar, Jordan, 2008; Shebalin et al., 2014].

Выбор оптимального значения параметра q зависит от целей прогноза. В некоторых случаях важна низкая вероятность ошибки второго рода, то есть пропуска цели. Такая ситуация возникает, если сильный афтершок может привести к катастрофическим последствиям при отсутствии соответствующих превентивных мер. В другой ситуации может оказаться необходимым минимизировать размер области тревоги с целью сокращения расходов на поддержание тревоги. Первому случаю соответствуют высокие, а второму низкие значения q . Когда цены ошибок двух родов примерно одинаковы или неизвестны («нейтральная стратегия»), оптимальное значение параметра q может быть найдено из условия минимума функции потерь, например, суммы ошибок $\gamma = \nu + \tau$ или минимума наибольшей ошибки $\gamma = \min \max(\nu, \tau)$ [Molchan, 1991]. В рассматриваемом случае оценка вероятности пропуска цели смещена за счет неточной идентификации афтершоков (см. ниже), поэтому мы воспользуемся

функцией потерь $\gamma = \nu + \tau$ (рис. 4.15), для которой это смещение не критично. Минимум функции γ достигается при $q = q_0 = 0.95$. Интересно отметить, что максимум L-теста также достигается вблизи этого значения (рис. 4.14а).

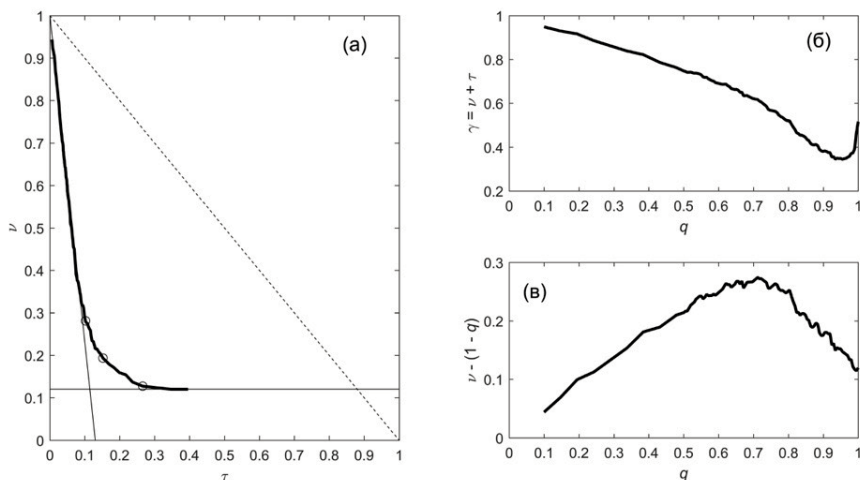


Рис. 4.15. Диаграмма ошибок (а), функция потерь γ (б) и разность фактической ν и ожидаемой $1 - q$ доли пропусков цели (в). Кружками на диаграмме ошибок (а) показаны точки диаграммы, соответствующие «мягкой», «нейтральной» и «же сткой» стратегиям прогноза (см. текст)

Рассмотрим теперь отдельные предельные случаи, когда важны низкая вероятность пропуска события и, наоборот, малый размер области тревоги. Оптимизация параметра q для этих случаев может осуществляться с помощью введения весов в функцию потерь: $\gamma = av + bt$. Для первого случая следует принять $a \gg b$, для второго $b \gg a$ [Molchan, 1991]. Так, приняв $a = 0.8$, $b = 0.2$, мы получили оптимальное значение $q = 0.99$, а при $a = 0.2$, $b = 0.8$ – оптимальное значение $q = 0.87$. Для реальных условий принять определенное соотношение весов может оказаться сложной задачей, поэтому желательно иметь более универсальные оценки для предельных случаев. Исходя из вида диаграммы ошибок (рис. 4.15а), мы предлагаем следующий подход оптимизации параметра q для предельных случаев.

При больших значениях параметра q , начиная с некоторого значения q_2 , дальнейшее увеличение не приводит к уменьшению величины ν (рис. 4.15а, правая часть диаграммы). Именно это значение $q_2 = 0.99$ предлагается использовать для прогноза области афтершоков, когда высока цена возможного пропуска события («жесткая стратегия»).

При малых значениях параметра q (малые значения относительной площади тревоги τ) касательная к диаграмме ошибок имеет максимальный наклон. Это означает, что даже малое изменение площади тревоги за счет уменьшения q приведет к большому росту вероятности пропуска цели [Shebalin et al., 2014]. Поэтому мы предлагаем для второго предельного случая («мягкая стратегия») принять значение $q = q_1 = 0.87$, соответствующего началу значительного уменьшения наклона касательной. Точки, соответствующие значениям параметра q , равным q_0 , q_1 и q_2 , отмечены на (рис. 4.15а).

При построении области прогноза квантильным способом мы исходили из гипотезы, что пространственное распределение афтершоков не меняется с течением времени и что оно одинаково для афтершоков разной магнитуды. Исходя из этой гипотезы, мы ожидаем, что вероятность пропуска цели, оцениваемая величиной v , должна примерно совпадать с $1-q$, так как последняя величина, по определению, – это доля представительных афтершоков за первые 12 часов вне области прогноза, а величина v – это доля афтершоков с $M \geq 6$ вне области прогноза в интервале времени 0.5–365 суток после основного толчка. Вместе с тем, оказывается, что величина v систематически больше $1-q$ (рис. 4.15в).

Анализ отдельных серий афтершоков показал, что значительное различие величин $1-q$ и v наблюдается лишь для 9 из 124 серий, при этом оно обусловлено одной из двух причин: включением в серию вторичных афтершоков от сильного повторного толчка либо явно ошибочной идентификацией алгоритмом Молчана-Дмитриевой независимых событий в качестве афтершоков. Например, афтершоковые серии Суматранских землетрясений 26.12.2004, $M = 9.0$ и 28.03.2005, $M = 8.6$. Основной толчок и афтершоки второго землетрясения ошибочно отнесены алгоритмом Молчана-Дмитриевой к афтершокам первого землетрясения (рис. 4.16а). Другой пример – к афтершоковой серии землетрясения 29.03.2015, $M = 7.5$ в районе Новой Британии ошибочно отнесены основной толчок и афтершоки землетрясения 05.05.2015, $M = 7.5$ (рис. 4.16б).

Таким образом, нет оснований считать, что отличие величин $1-q$ и v вызвано эффектом «расползания» афтершоков с течением времени. Дополнительные тесты показали, что попытка ввести в модель увеличение размера прогнозной области с течением времени лишь ухудшает результаты.

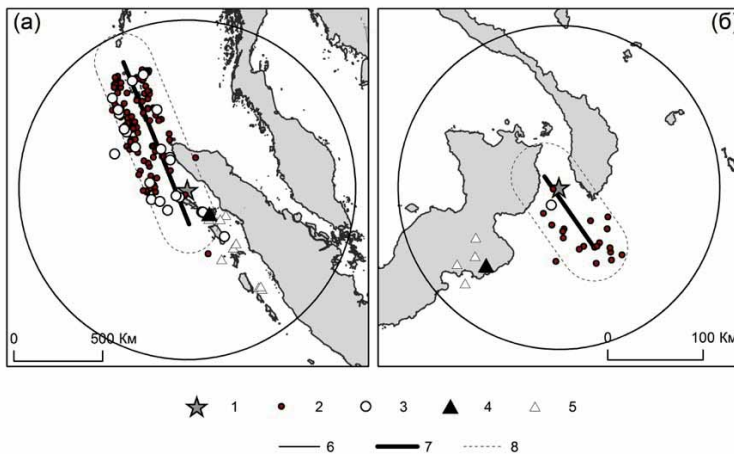


Рис. 4.16. Примеры неоднозначной интерпретации афтершоков: (а) Суматранские землетрясения 26.12.2004, $M = 9.0$ и 28.03.2005, $M = 8.6$; (б) землетрясения в районе Новой Британии 29.03.2015, $M = 7.5$ и 05.05.2015, $M = 7.5$ – первый основной толчок (ОТ-1); 2 – события, произошедшие за 12 часов после ОТ-1 во вмещающем круге; 3 – афтершоки с $M \geq 6$, произошедшие в течение года после ОТ-1; 4 – второй основной толчок (ОТ-2); 5 – афтершоки ОТ-2, отнесенные алгоритмом Молчана и Дмитриевой к ОТ-1; 6 – вмещающий круг; 7 – предполагаемый разрыв; 8 – оптимальный стадион

Алгоритм построения прогнозной области сильных афтершоков

По результатам двух предыдущих разделов мы строим исчерпывающий алгоритм построения области возможного возникновения сильных афтершоков. Алгоритм может быть использован в реальном времени, например, в центрах геофизического мониторинга.

На первом этапе, сразу после землетрясения с магнитудой M_m , когда еще нет данных о повторных толчках, возможна лишь грубая оценка области возможных сильных афтершоков в виде круга или эллипса (если известна ориентация разлома) с параметрами, определяемыми по алгоритму, приведенному в разделе 4.1.

На следующем этапе исследуются данные о сейсмичности в течение 12 часов после сильного землетрясения. Построение прогнозной области состоит из ряда шагов.

1. По данным об эпицентрах за 5 лет до и 12 часов после сильного землетрясения во «вмещающем круге» оценивается магнитуда представительности M_c по максимуму гистограммы магнитуд, построенной с шагом 0.1. Если число событий для гистограммы меньше 20, то в качестве значения M_c принимается минимальная магнитуда событий из вмещающего круга за 12 часов после землетрясения. События с $M \geq M_c$, произошедшие за 12 часов после сильного землетрясения, толчка образуют «обучающее множество» для дальнейших вычислений. Если за 12 часов не зарегистрировано ни одного события, то процедура повторяется каждые 12 часов. Прогноз не имеет смысла, если не будет зарегистрировано ни одного афтершока в течение 2 суток.

2. По обучающему множеству рассчитываются координаты центра разрыва с использованием формулы (4.17) с весами по формуле (4.20).

3. По формуле (4.18) рассчитывается длина предполагаемого разрыва L .

4. Строится матрица по формуле (4.18) с весами, определенными по формуле (4.20), находится главный собственный вектор матрицы, который определяет направление предполагаемого разрыва обучающего множества.

5. Строится прогнозная область – стадион – множество точек, удаленных от разрыва на расстояние не больше R_R . Величина R_R выбирается, так чтобы внутри стадиона находилась доля 95% событий из обучающего множества (минимальное целое число, составляющее не менее 95% от числа событий обучающего множества).

В заключение отметим, что оптимальной моделью области, где ожидаются сильные афтершоки, является «стадион» – множество точек, отстоящих на расстоянии не больше заданного от проекции разрыва очага основного толчка на дневную поверхность. Параметры «стадиона» определяются по магнитуде основного толчка и данным о представительных землетрясениях за 12 часов после него квантильным способом. Размер области зависит от степени важности прогноза и определяется согласно стратегиям («мягкой», «нейтральной» и «жесткой»), полученным при анализе диаграммы ошибок.

Если сильный афтершок может привести к катастрофическим последствиям при отсутствии соответствующих превентивных мер, то должна применяться «жесткая» стратегия, соответствующая низкой вероятности ошибки второго рода (пропуск сильного афтершока). В другой ситуации может оказаться необходимым минимизировать размер области тревоги с целью сокращения расходов на поддержание тревоги. В этом случае применяется «мягкая» стратегия. Если последствия ошибок двух родов примерно одинаковы или неизвестны, применяется «нейтральная» стратегия, размер области определяется по минимуму функции потерь.

Разработанный здесь подход к определению размера области, где ожидаются сильные афтершоки, в зависимости от степени важности прогноза, позволяет органам государственной власти принимать меры по снижению ущерба, вызванного повторными землетрясениями, с учетом особенностей той или иной территории.

ГЛАВА 5. МАГНИТУДА СИЛЬНЕЙШЕГО АФТЕРШОКА

В данной главе рассматривается задача оценки магнитуды будущего, начиная с некоторого момента, сильнейшего афтершока. Эта задача является актуальной ввиду того, что более поздние сильные афтершоки, происходящие на фоне уже менее часто повторяющихся сотрясений, являются менее ожидаемыми и поэтому представляют самостоятельную опасность. При этом магнитуды сильнейших афтершоков с возрастанием времени после основного толчка постепенно снижаются. Задача точного прогноза состоит в том, чтобы минимизировать недооценку или переоценку магнитуды последующих толчков.

В данной главе афтершоковый процесс будем по-прежнему представлять суперпозицией законов Гутенберга-Рихтера и Омори-Утсу, параметры которых оцениваются методом Байеса с использованием данных об афтершоках, которые уже произошли к данному моменту, и априорной информации о вероятных значениях параметров. Это позволяет значительно улучшить прогноз по сравнению с оценками, получаемыми только на основании магнитуды основного толчка. Оценка качества прогноза выполняется относительно динамического закона Бота (раздел 3.3) с помощью двух независимых критериев. Первый критерий основан на оценках правдоподобия, второй – на диаграмме ошибок.

Задача оценки магнитуды сильнейшего афтершока, на первый взгляд, аналогична хорошо известной задаче оценки максимальной возможной магнитуды землетрясения [Писаренко и др., 2017; Holschneider et al., 2012; Kijko, 2004; Knopoff, Kagan, 1977; Pisarenko, Lyubushin, 1996]. Эти две задачи тем не менее имеют принципиальное отличие. Количество афтершоков конечно, поэтому для задачи оценки магнитуды сильнейшего афтершока отклонение графика повторяемости от прямолинейной формы в области больших магнитуд не является определяющим, в отличие от задачи оценки максимально возможной магнитуды землетрясений, в которой основные усилия исследователей направлены именно на исследование и моделирование этого отклонения.

Рассмотрение проблемы оценки магнитуды сильнейшего афтершока в зависимости от времени было начато в главе 3. Там была получена теоретическая зависимость от времени для аналогичных оценок – динамический закон Бота, но без использования информации об уже произошедших афтершоках. Теоретические распределения для разных моментов времени хорошо совпали с наблюдаемыми. Эта модель необходима, прежде всего, как «нулевое приближение», относительно которого можно оценивать любую другую методику зависящих от времени оценок максимальной магнитуды афтершоков, в том числе разработанную в рамках данной главы. Кроме того, когда данных недостаточно, модель может быть непосредственно использована для прогноза. Необходимость «нулевого приближения» возникла на этапе тестирования и окончательной отладки предлагаемой здесь методики во времени, близком к реальному, в рамках разрабатываемой автоматизированной системы прогнозирования опасности афтершоков AFCAST (<https://afcast.org/afcast/>).

В данной главе мы опираемся на важные результаты, полученные в предыдущих главах. Во-первых, продолжаем следовать подтвержденной нами гипотезе Ризенберга-Джонс [Reasenber, Jones, 1989] о возможности использования прямой суперпозиции законов Гутенберга-Рихтера [Gutenberg, Richter, 1956] и Омори-Утсу [Utsu, 1961] для моделирования афтершоковых процессов [Баранов, Шебалин, 2016]. Во-вторых, мы используем подход Д. Вере-Джонса [Vere-Jones, 1969, 2008] для расчетов распределения вероятности магнитуды сильнейшего афтершока в форме двойной экспоненты. В этом подходе распределение вероятности магнитуды сильнейшего афтершока зависит только от ожидаемого числа афтершоков магнитуды выше заданного порога и распределения магнитуд (закон Гутенберга-Рихтера). В работе [Баранов, Шебалин, 2016] были получены важные подтверждения применимости обоих подходов.

Комбинация формулы Д. Вере-Джонса (3.15) с установленным принятого за референс-модель (см. раздел 3.2) по глобальной и региональной статистике экспоненциальным распределением числа афтершоков с магнитудой выше относительного порога (по отношению к магнитуде основного толчка) дает хорошее совпадение теоретического и эмпирического распределений относительной магнитуды сильнейшего афтершока [Shebalin et al., 2018]. Это дало возможность не только обосновать закон Бота [Báth, 1965], то есть величину среднего значения относительной магнитуды сильнейшего афтершока, но и впервые объяснить форму соответствующего распределения. В главе 3 и работе [Баранов, Шебалин, 2018a] показано, что спадание магнитуды сильнейшего афтершока с течением времени (динамический закон Бота) хорошо моделируется комбинацией формулы Вере-Джонса (3.15), закона Омори-Утсу (3.1) и закона продуктивности афтершоков (3.5). Также показано, что форма распределения магнитуды сильнейшего, начиная с некоторого момента времени t , афтершока не меняется со временем t , а сдвиг этого распределения в сторону от магнитуды основного толчка определяется только параметрами законов Омори-Утсу и Гутенберга-Рихтера, что также подтверждает справедливость подхода Д. Вере-Джонса. Распределение вероятности магнитуды сильнейшего афтершока при этом подходе определяется тремя величинами: ожидаемым числом афтершоков представительной магнитуды, значением представительной магнитуды и параметром b закона Гутенберга-Рихтера. Ожидаемое число афтершоков представительной магнитуды оценивается на основании закона Омори-Утсу с учетом числа афтершоков, которые уже произошли. Таким образом, задача сводится к оценке по данным об уже состоявшихся афтершоках параметров законов Омори-Утсу и Гутенберга-Рихтера. В данной главе для этого совершенствуется подход работы [Баранов, Шебалин, 2016].

Важным элементом является использование Байесовского подхода для получения оценок параметров. На первом этапе разработки алгоритма мы использовали точечные оценки максимального правдоподобия параметров. Однако тесты показали, что такой подход может приводить к значительным ошибкам из-за существенно нелинейной зависимости оценок от значений параметров. При значительном отклонении оценки какого-либо параметра от истинного значения это приводит к сильному искажению оценки искомой ве-

личины. Использование Байесовского подхода на следующем этапе исследования позволило преодолеть это препятствие благодаря использованию распределений оценок параметров, а не их наиболее вероятных значений. Однако этот подход оказался намного более трудоемким и давал не очень устойчивые оценки. В результате поэтапной оптимизации разных элементов алгоритма мы вернулись в окончательном варианте к использованию точечных оценок параметров, получаемых тем не менее с помощью Байесовского подхода с учетом априорных знаний о вероятных значениях параметров. Как оказалось, этот подход давал наилучшее качество ретроспективных прогнозов. Существенный вклад в качестве оценок дало также нахождение оптимальной схемы учета неполноты каталога афтершоков сразу после основного толчка.

Для оценивания прогнозов магнитуды будущего сильнейшего афтершока здесь предлагается два критерия. Один критерий основан на отношении функций правдоподобия анализируемой оценки и оценки по динамическому закону Бота при фактических значениях максимальной магнитуды [Schorlemmer et al., 2007]. Другой критерий использует диаграмму ошибок Г.М. Молчана [Molchan, 1991] относительно динамического закона Бота, принимаемого за референс-модель.

Следует отметить, что методика оценки максимальной магнитуды будущих афтершоков по данным об уже произошедших разрабатывалась объединенной группой исследователей из Канады и Японии [Shcherbakov et al., 2018], которые также использовали формулу Вере-Джонса, законы Гутенберга-Рихтера и Омори-Утсу и Байесовский подход. Главные отличия предлагаемого здесь подхода состоят в следующем. Во-первых, мы оцениваем параметры с учетом неполноты каталога в начале серии, для чего оцениваем не только представительную магнитуду, но и время после основного толчка, начиная с которого эта магнитуда действительно является представительной. Во-вторых, для регуляризации оценок параметров мы используем распределения этих параметров на основе глобальной статистики. В-третьих, Байесовский подход мы используем только для регуляризации оценок параметров законов Гутенберга-Рихтера и Омори-Утсу, но не для оценки распределения магнитуды сильнейшего афтершока. В данной главе проводится сравнение наших оценок и оценок по работе [Shcherbakov et al., 2018].

Подчеркнем, что данная глава имеет, главным образом, практическую направленность, и ее результаты напрямую могут быть использованы для оценки сейсмической опасности после сильных землетрясений. Вместе с тем полученные результаты расширяют физические представления о сейсмогенезисе.

Для ретроспективной проверки разработанной здесь методики оценки максимальной магнитуды последующих афтершоков мы используем каталог землетрясений ANSS ComCat геологической службы США (USGS) [ANSS...]. Для построения эмпирических закономерностей в работе рассматривается 777 серий афтершоков от землетрясений мира с магнитудой 6.5 и выше за период с 1980 по 2016 г. Выделение основных толчков и их афтершоков проводилось по алгоритму Молчана и Дмитриевой [1992] с помощью программы В.Б. Смирнова [2009].

Распределение магнитуды сильнейшего афтершока в серии

Будем по-прежнему предполагать, что в афтершоковой серии времена и магнитуды независимы [Баранов, Шебалин, 2019а] и распределены, соответственно, по законам Омори-Утсу [Utsu, 1961]:

$$\lambda(t) = K/(t + c)^p \quad (5.1)$$

и Гутенберга-Рихтера [Gutenberg, Richter, 1956]:

$$F(M) = 1 - 10^{-b(M-M_c)}, M \geq M_c, \quad (5.2)$$

где t – время от основного толчка, сутки; $\lambda(t)$ – число афтершоков в единицу времени (интенсивность афтершокового процесса); c, p, b – параметры; $F(M)$ – функция распределения вероятности магнитуды.

Введем дополнительные обозначения: M_m – магнитуда основного толчка в серии афтершоков; T – период рассмотрения, также от момента основного толчка, сутки; в этой главе мы принимаем значение $T = 365$ суток; $M_1(t, T)$ – магнитуда сильнейшего на интервале (t, T) афтершока.

Для прогноза значения $M_1(t, T)$ мы используем информацию о временах и магнитудах афтершоков, которые произошли на интервале (t_{start}, t) . Задержка $t_{start} > 0$ необходима, поскольку каталог землетрясений сразу после основного толчка неполон [Helmstetter et al., 2006; Баранов, Шебалин, 2016; Hainzl, 2016; Shebalin, Baranov, 2017]; ввиду важности данного обстоятельства, мы рассмотрим проблему выбора параметра t_{start} в отдельном параграфе. Проинтегрировав выражение (5.1) на интервалах (t_{start}, t) и (t, T) и проведя преобразования, получим [Holschneider et al., 2012]:

$$\Lambda(t, T) = \frac{D(t, T; c, p)}{D(t_{start}, T; c, p)} \Lambda(t_{start}, T), \quad (5.3)$$

где $\Lambda(t, T)$ и $\Lambda(t_{start}, T)$ – ожидаемое число афтершоков с $M \geq M_c$ на соответствующих интервалах времени; $D(t_{start}, T; c, p)$ определяется формулой (3.22); c, p – параметры закона Омори-Утсу.

Оценкой величины $\Lambda(t_{start}, T)$ является фактическое зарегистрированное на интервале (t_{start}, T) количество афтершоков. Если параметры c и p известны, то выражения (5.3) и (3.22) позволяют рассчитать оценку ожидаемого на интервале (t, T) количества афтершоков $\Lambda(t, T)$. В сделанных предположениях вероятность того, что магнитуда произвольного афтершока в серии меньше значения M , определена формулой (5.2); вероятность того, что k афтершоков имеют магнитуду меньше M , равна $F(M)^k$. Предположив, что число афтершоков на интервале имеет распределение Пуассона, и просуммировав по формуле полной вероятности все варианты значения k , получим распределение вероятности магнитуды $M_1(t, T)$ [Vere-Jones, 2008; Zöller et al., 2013], задаваемое формулой (3.15) в виде двойной экспоненты.

Искомое оценочное распределение величины $M_1(t, T)$ можно получить, подставив в (3.15) оценку $\Lambda(t, T)$ по формулам (5.3) и (3.22), используя точечные оценки параметров c , p и b и фактическое число афтершоков предсказательной магнитуды на интервале (t_{start}, t) в качестве оценки величины $\Lambda(t_{start}, t)$.

Обратная функция распределения (3.15) имеет явное выражение, которое удобно использовать для нахождения квантилей распределения:

$$Q(\alpha) = M_c - \frac{1}{b \ln 10} \ln \left[-\frac{1}{\Lambda(t, T)} \ln(\alpha) \right]. \quad (5.4)$$

С учетом сильно нелинейной зависимости (3.15) от параметров и опасаясь из-за этого значительного смещения оценок в случае больших фактических ошибок оценки параметров, первоначально мы усложнили процедуру. Вместо точечных оценок параметров c , p и b мы стали использовать апостериорные Байесовские распределения оценок (c, p) по работе [Holschneider et al., 2012] и оценки b по работе [Bender, 1983], многократно генерируя методом Монте-Карло, в соответствии с этими распределениями, значения параметров и усредняя распределение (3.15). Фактически этот подход эквивалентен подходу работы [Shcherbakov et al., 2018], в которой этапы получения Байесовских оценок параметров встроены в многократное интегрирование по формуле Байеса для получения апостериорного распределения оценки величины $M_1(t, T)$. В нашем подходе затратное по времени численное многократное интегрирование заменялось без потери точности расчетами методом Монте-Карло с генерацией случайных значений параметров в соответствии с их апостериорными распределениями. Преимущество нашего подхода состоит также в возможности контроля оценок параметров c , p и b . Так же, как в работе [Shcherbakov et al., 2018], мы на этом этапе использовали неинформативные априорные распределения параметров, то есть равномерные на заданных отрезках распределения.

Тестирование метода с помощью разработанных для этого критериев (см. следующий раздел) показало, что получаемые оценки параметров неустойчивы и часто приводят к нереалистичным оценкам величины $M_1(t, T)$. Для регуляризации оценок мы стали использовать более подробную априорную информацию о параметрах, построив распределения оценок параметров по глобальным данным (см. ниже). Дальнейшее тестирование показало, что в слишком сложной схеме Байесовских оценок нет необходимости. Использование точечных оценок параметров (но с их регуляризацией при помощи Байесовского подхода с информативными априорными распределениями) оказалось предпочтительным.

Оценка качества прогноза

Результаты прогнозов всегда целесообразно оценивать относительно простой модели, отражающей текущее на данный момент знание о прогнозируемом процессе, не вызывающей сомнения. Хорошо известен закон Бота

[Båth, 1965], в соответствии с которым средняя разность значений магнитуды основного толчка и сильнейшего афтершока составляет в среднем 1.2 и не зависит от магнитуды основного толчка. В разделе 3.3 на основе глобальной и региональной статистики афтершоковых последовательностей получено распределение магнитуды сильнейшего афтершока и зависимость этого распределения от времени (3.23) – динамический закон Бота.

Показано [Баранов, Шебалин, 2018а], что с течением времени после основного толчка магнитуда сильнейших афтершоков в среднем уменьшается, но при этом форма распределения этой величины (логистическое распределение, сходное с распределением Гаусса) со временем не меняется и среднеквадратическое отклонение сохраняет значение примерно 0.65.

Согласно динамическому закону Бота (раздел 3.3) распределение разности магнитуд сильнейшего афтершока и основного толчка на интервале времени (t, T) имеет вид:

$$P(M_1(t, T) - M_m < m) = \frac{1}{1 + \Lambda_0(t, T) 10^{-b(m - \Delta M)}}, \quad (5.5)$$

где M_m , $M_1(t, T)$ – магнитуда основного толчка и его сильнейшего афтершока на интервале времени (t, T) суток после основного толчка; b – параметр закона Гутенберга-Рихтера; ΔM – нижний порог магнитуды относительно основного толчка; $\Lambda_0(t, T)$ – ожидаемое среднее число афтершоков на интервале (t, T) , задаваемое формулой (3.21). Это распределение имеет моду, определяемую соотношением:

$$\text{Mode}[M_1(t, T)] = \Delta M + \frac{1}{b} \lg(\Lambda_0) + \frac{1}{b} \lg \left(\frac{D(0, T; c, p)}{D(t, T; c, p)} \right), \quad (5.6)$$

где $\Lambda_0 = \Lambda_0(0, T)$; c, p – параметры закона Омори-Утсу; функция D задается формулой (3.22).

В главе 3 (раздел 3.3) были получены следующие оценки для усредненной афтершоковой серии: $b = 1.02$, $c = 0.117$ сут., $p = 1.06$. Формула 5.5 с этими параметрами и значением $\Lambda_0 = 7.5$ дает близкое совпадение с эмпирическими распределениями, полученными в указанном разделе (рис. 3.24); это распределение также мало отличается от аппроксимации эмпирических распределений нормальным [Баранов, Шебалин, 2018а]. Здесь мы используем динамический закон Бота, определяемый соотношением (5.5) в качестве референс-модели для оценивания прогнозов по модели, учитывающей данные об уже состоявшихся афтершоках. В дальнейшем мы будем использовать обозначение плотности этого распределения $p_{\text{dynBath}}(M, t)$:

$$p_{\text{dynBath}}(M, t) = \frac{\Lambda_0(t, T) b \ln(10) 10^{-b(M - \Delta M)}}{[1 + \Lambda_0(t, T) 10^{-b(M - \Delta M)}]^2}, \quad (5.7)$$

параметры которой такие же, как в (5.5).

Аналогично работе [Баранов, Шебалин, 2016] здесь мы также будем использовать два критерия для оценивания качества получаемых распределений величины $M_1(t, T)$. Один из критериев основан на оценках правдоподобия [Schorlemmer et al., 2007], другой – на диаграмме ошибок [Molchan, 1991, 2010].

Пусть N – число завершившихся прогнозов, по которым оценивается метод; $M_{1,i}$, $i = 1, \dots, N$ – реализации прогноза, то есть фактические значения величины $M_1(t, T)$; $g(M; t, T)$ – плотность полученного оценочного распределения этой величины.

Определим информационный выигрыш $LG(N)$ оцениваемого метода по отношению к референс-модели как отношение правдоподобия полученных реализаций для двух моделей в пересчете на один прогноз:

$$LG(N) = \left[\prod_{i=1}^N g(M_{1,i}; t, T) / \prod_{i=1}^N p_{dynBath}(M_{1,i}, t) \right]^{1/N} \quad (5.8)$$

Величина $LG(N)$ тем больше, чем относительно чаще значения $M_{1,i}(t, T)$ попадают в область больших значений плотности вероятности в тестируемой модели по сравнению с референс-моделью и чем реже в область малых значений плотности вероятности.

Предлагаемая здесь диаграмма ошибок несколько отличается от стандартной. Поскольку прогноз можно считать тем лучше, чем ближе к максимуму плотности (моды) прогнозного распределения оказывается реализация, то в качестве управляющего параметра мы рассматриваем здесь расстояние δM от моды. Поэтому, чтобы сравнить тестируемую модель с моделью *динамического закона Бота*, мы определяем величину τ (доля тревог) как вероятность попадания величины $M_1(t, T)$ в интервал $[E_{dynBath}(t) - \delta M, E_{dynBath}(t) + \delta M]$, а величину ν (доля пропусков цели) – число случаев, когда $M_{1,i}(t, T) < E(t) - \delta M$ или $M_{1,i}(t, T) > E(t) + \delta M$, где $E(t)$ – мода распределения для оцениваемой модели, а мода распределения для динамического закона Бота $E_{dynBath}(t)$ определена соотношением (5.6). Точки на диаграмме при разных значениях δM образуют «траекторию ошибок». Чем в среднем относительно меньше расстояние от реализаций до моды, тем дальше от диагонали будет находиться «траектория» и тем лучше тестируемый метод.

Таким образом, тангенс угла наклона прямой на диаграмме ошибок, проходящей от точки (0,1) через точку траектории ошибок, называется вероятностным выигрышем (probability gain) [Molchan, 1991; Shebalin et al., 2014]. Для удобства сравнения для разных t мы будем рассматривать эту величину при $\nu = 0.5$, обозначив ее $PG_{0.5}$. Для обоих критериев значение 1 означает, что качество прогноза величины $M_1(t, T)$ анализируемым методом такое же, как и оценка по динамическому закону Бота, то есть без привлечения информации об уже состоявшихся афтершоках. Значения больше 1 означают, что метод предпочтителен по отношению к референс-модели; значения меньше 1 – предпочтителен, наоборот, динамический закон Бота.

Оценки, основанные на правдоподобии и на диаграмме ошибок, дополняют друг друга. В работе [Shebalin et al., 2014] продемонстрировано, что в диаграмме ошибок относительно больший вес придается реализациям

прогноза (успешные прогнозы и ложные тревоги) в областях пространства-времени, в которых тестируемая модель дает высокие вероятности прогнозируемых событий. Критерии, основанные на правдоподобии, наоборот, относительно больший вес придадут областям низкой вероятности событий (включая пропуски цели). Для критериев, основанных на правдоподобии, кроме того, часто возникает проблема нулевых или очень низких вероятностей. В случае пропуска цели ведь не так существенно, насколько низко оценивалась вероятность события, важно, что она была много ниже значений, при которых события обычно реализуются. А «штраф» за один пропуск цели часто может компенсировать в критерии большое число очень успешных реализаций прогноза. Эта проблема легко компенсируется введением некоторого минимума вероятности события в модели: более низкие значения заменяются этим пороговым значением. Поскольку при этом возрастает суммарная вероятность, приходится производить перенормировку. Для критерия LG мы используем порог для плотности вероятности $g(M_{1,i}; t, T)$, равный 0.001.

Оценка параметров модели

В тех случаях, когда используемых данных немного, получаемые оценки параметра неустойчивы, что, с учетом нелинейности, может существенно сказываться на оценках величины $M_1(t, T)$ даже при использовании Байесовского подхода с неинформативным (однородным) распределением параметра. Как показали ретроспективные тесты, из-за особенностей афтершоковых серий достаточно часто максимум апостериорного распределения параметра оказывается у границы задаваемых априорных пределов, что в конечном счете и приводит к ошибочным оценкам величины $M_1(t, T)$. Для регуляризации оценок мы решили использовать более детальную априорную информацию о параметрах. Были построены эмпирические функции распределения параметров по большому числу афтершоковых серий. Из 777 серий были отобраны серии, у которых имеется хотя бы 20 афтершоков с магнитудой не ниже представительной, произошедших позднее 0.1 суток после основного толчка – всего 334 серии. Представительная магнитуда M_c оценивалась методом Maximum Crurvature (MAXC) [Wiemer, Wyss, 2000; Woessner, Wiemer, 2005].

Значение параметра b оценивалось по методике работы [Bender, 1983] (краткое описание метода приведено в работе [Vorobieva et al., 2013]). С этой целью автором совместно с П.Н. Шебалиным была разработана специальная программа для ЭВМ [Баранов, Шебалин, 2018б], которая допускает использование как неинформативного (равномерного) априорного распределения параметра, так и произвольного информативного априорного распределения. На данном этапе нам была недоступна информация о распределении оценок параметра b , поэтому мы использовали равномерное априорное распределение на интервале $[0.5, 1.5]$. По 334 рассмотренным сериям было построено эмпирическое распределение полученных оценок и его аппроксимация нормальным распределением (рис. 5.1).

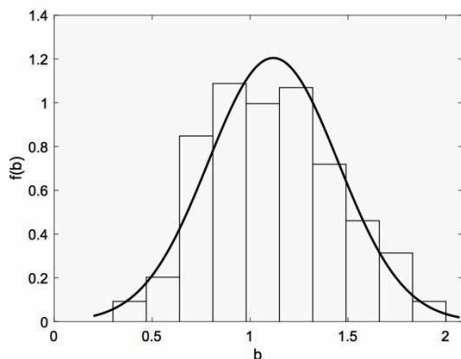


Рис. 5.1. Эмпирическое распределение оценок параметра b . Плотность $f(b)$ (гистограмма) построена по 334 сериям афтершоков от землетрясений мира с $M_m \geq 6.5$. Жирная линия – аппроксимация нормальным распределением со средним $Eb = 1.12$ и стандартным отклонением $\sigma b = 0.3$

Байесовская оценка апостериорного распределения оцененных значений параметров и p закона Омори-Утсу проводилась методом работы [Holschneider et al., 2012]. Следуя рекомендациям указанной работы, для параметра поиск оптимального значения осуществлялся для величины $\lg(c)$. Для выполнения расчетов автором совместно с П.Н. Шебалиным была разработана новая программа для ЭВМ [Баранов, Шебалин, 2018г], допускающая использование произвольного априорного распределения параметров (в текущей версии оригинальной программы допускается использование лишь равномерного априорного распределения). Аналогично оценке параметра b на данном этапе использовались равномерные априорные распределения параметра p в интервале $[0.5, 2.5]$ и $\lg(c)$ в интервале $[-3, 1.7]$. Полученные по 334 сериям эмпирическое распределение полученных оценок и его аппроксимация нормальным распределением показаны на рисунке 5.2.

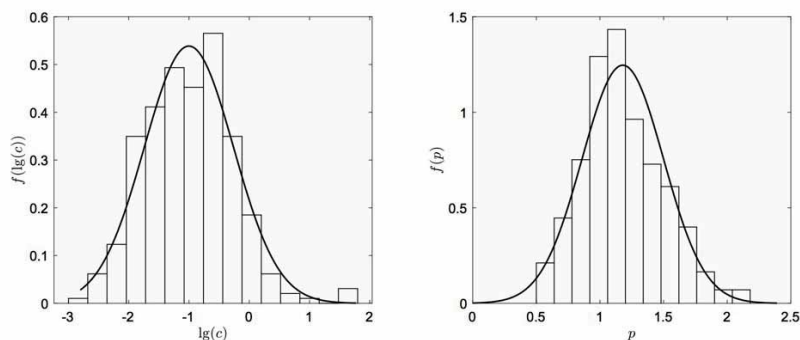


Рис. 5.2. Эмпирические распределения оценок параметров $\lg(c)$ (слева) и p (справа). Гистограммы построены по 334 сериям афтершоков от землетрясений мира с $M_m \geq 6.5$. Жирная линия – аппроксимация распределением Гаусса со средними $E\lg(c) = -2.3$ и $E p = 1.05$, $\sigma \lg(c) = 1.706$ и $\sigma p = 0.25$

На этапе оценки величины $M_1(t, T)$ полученные аппроксимации нормальными распределениями используются в качестве информативных априорных распределений параметров b, c, p для оценивания значений этих параметров на интервале (t_{start}, t) для каждой серии афтершоков.

Оптимизация параметра t_{start}

Важное влияние на качество оценок величины $M_1(t, T)$ оказывает выбор параметра t_{start} . Очевидно, что сразу после сильного землетрясения часть афтершоков не попадает в каталог главным образом из-за наложения их сейсмограмм на сейсмограмму основного толчка и взаимного наложения сейсмограмм афтершоков. Helmstetter et al. [2006] установили для каталога землетрясений Калифорнии приблизительную связь магнитуды основного толчка M_m , порога представительной магнитуды M_c и времени t_{start} , начиная с которого каталог для $M \geq M_c$ полон:

$$M_c = M_m - 4.5 - 0.76 \lg(t_{start}),$$

где время выражено в сутках относительно основного толчка. Для рассмотренных случаев в ретроспективных тестах эта оценка, по мнению автора, во многих случаях существенно занижена. Hainzl [2016] предложил подход для оценивания пары значений (M_c, t_{start}) , основанный на представлении о том, что каталог становится неполным, если число событий в единицу времени слишком велико. Для этого подхода необходим подбор параметров, однако универсального критерия для такого подбора нет.

Здесь используются две конкурирующие оценки. В обоих случаях сначала мы находим значение представительной магнитуды M_c на интервале $(0.01, t)$ методом Maximum Curvature (MAXC) [Wiemer, Wyss, 2000; Woessner, Wiemer, 2005]. Задержка 0.01 сут. вводится для того, чтобы избежать завышения оценок M_c за счет отсутствия более слабых событий в начале серии афтершоков. Величина t_{start} определяется для найденной оценки M_c .

Первый подход, предложенный в работе [Shebalin, Baranov, 2017] и затем усовершенствованный в работе [Шебалин, 2018], состоит в нахождении такого значения t_{start} , при котором стабилизируется параметр b закона Гутенберга-Рихтера. В качестве критерия стабилизации используется первое достижение краткосрочным средним значением магнитуды, получаемым усреднением магнитуды 10 последовательных афтершоков, относительно долгосрочного среднего значения, получаемого по серии афтершоков за весь рассматриваемый период $(0, t)$. При таком подходе мы опираемся на соотношение Аки [Aki, 1965], устанавливающее однозначное соответствие средней магнитуды и параметра b , а также предполагаем, что низкие значения параметра b (и, соответственно, большие значения средней магнитуды) в начале серии обусловлены отсутствием в каталоге части более слабых событий.

Второй вариант значительно проще. Будем исходить из того, что значение параметра c для афтершоков сильного землетрясения в реальности невелико и значительно меньше получаемой оценки при типичных для регио-

на и периода времени значениях M_c [Holschneider et al., 2012]. Фактическая оценка параметра c , таким образом, может служить определением величины t_{start} для соответствующего значения M_c . На интервале $(0.0001, t)$ суток при $M \geq M_c$ оцениваются параметры и p закона Омори-Утсу (5.1). Затем полагаем $t_{start} = c$ и по данным из $[t_{start}, t]$ с $M \geq M_c$ снова оцениваем параметры c, p , которые используются для расчета плотности распределения $M_1(t, T)$. Оценки проводятся методом работы [Holschneider et al., 2012].

Мы сравнили два подхода путем интегрального сопоставления результатов ретроспективной оценки величины $M_1(t, T)$ по данным на интервале $[t_{start}, t]$ для всех 777 рассмотренных серий для 9 значений t (0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8, 16, 32 и 64 сут.). В качестве значения T везде принимался 1 год. В качестве интегральной оценки принималось среднее по 9 значениям LG и 9 значениям $PG_{0.5}$ соответствующих разным значениям t ; обозначим эту величину LPG . Результаты по двум методам оказались малоразличимыми (табл. 5.1). Для сравнения мы рассмотрели также вариант, в котором значение t_{start} находилось по соотношению работы [Helmstetter et al., 2006]. Результат неожиданно оказался лишь незначительно хуже (табл. 5.1).

Таблица 5.1. Критерии качества результатов ретроспективной оценки магнитуды сильнейшего на интервале $(t, 365$ сут.) афтершока, усредненные по 9 прогнозным интервалам времени, в зависимости от способа определения величины t_{start}

Метод определения t_{start}	Среднее число серий ⁽¹⁾ с минимум 5 афтершоками в (t_{start}, t)	Среднее значение по 9 интервалам $(t, 365$ сут.), $t=0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64$ сут.		
		LG	$PG_{0.5}$	$(LG + PG_{0.5})/2$
По работе [Shebalin et al., 2017]	409	1.288	1.081	1.184
По фактической оценке параметра c	402	1.282	1.102	1.192
По работе [Helmstetter et al., 2006]	401	1.277	1.121	1.199
$\lg(t_{start}) = \frac{1}{0.7}(M_m - M_c - 3.5)$	343	1.273	1.172	1.223

⁽¹⁾ Учитывается число афтершоков представительной магнитуды, может меняться для разных методов определения t_{start} .

Для того, чтобы выяснить причину малого расхождения качества оценок, полученных при использовании трех вариантов определения величины t_{start} , потребовалось провести ряд дополнительных численных экспериментов. В частности, были рассчитаны варианты с несколькими фиксированными значениями t_{start} , не зависящими ни от M_m , ни от M_c . Эти оценки интегрально оказались хуже всех трех рассмотренных выше вариантов. Но лишь для $t_{start} \geq 0.2$ сут. различие составило более 0.01. По-видимому, влияние t_{start} на качество оценок величины $M_1(t, T)$ обусловлено двумя противодействующими факторами. С одной стороны, определение t_{start} для каждой серии по данным об афтершоках дает не очень устойчивые оценки этого параметра, которые не демонстрируют какой-либо зависимости от разности магнитуд $M_m - M_c$ (рис. 5.3а). С другой стороны, завышенные или заниженные оценки частично компенсируются фактическими оценками параметра c , которые в данном случае отражают не физическое явление, а неполноту каталога.

Особенно существенно нестабильность определений t_{start} обоими способами проявляется при небольшом количестве данных. При большом числе, наоборот, оценки, сохраняя большой разброс значений, уже проявляют зависимость от разности магнитуд $M_m - M_c$ (рис. 5.3б). При этом для значительной доли серий эти оценки существенно больше значений по соотношению работы [Helmstetter et al., 2006], что представляется естественным, так как это соотношение было получено для района Калифорнии, где высока плотность сейсмических станций. Для глобальной сейсмичности, очевидно, это соотношение должно быть уточнено. С этой целью мы провели огибающую облака точек на графике (рис. 5.3б), которая описывается соотношением:

$$t_{start} = 10^{(M_m - M_c - 3.5)/0.7}. \quad (5.9)$$

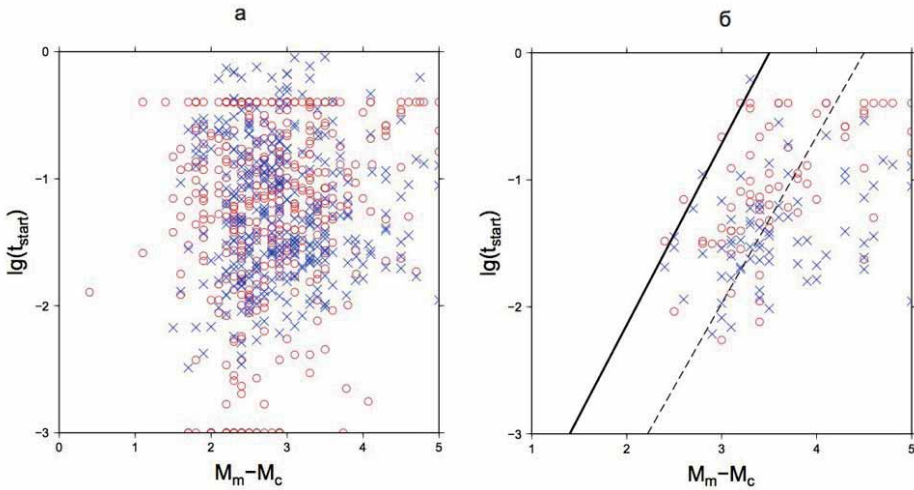


Рис. 5.3. Зависимости определений величины t_{start} от разности магнитуд $M_m - M_c$, полученные по скользящему среднему (кружки) и по фактической оценке параметра c (крестики): а) для всех серий, б) для серий с числом афтершоков магнитуды M_c и выше не менее 100. Параметр M_c определялся методом MAXC на интервале $[0.01, 4]$

Жирная линия – огибающая точек на графике, определяется уравнением $\lg(t_{start}) = (M_m - M_c - 3.5)/0.7$, штриховая линия соответствует соотношению работы [Helmstetter et al., 2006] $\lg(t_{start}) = (M_m - M_c - 4.5)/0.76$.

Использование соотношения (5.9) существенно улучшает интегральную оценку результатов (см. табл. 5.1). Везде в дальнейшем мы будем использовать этот способ определения t_{start} .

Результаты ретроспективных тестов. Для проверки разработанной здесь методики были проведены ретроспективные тесты с использованием 777 серий афтершоков от сильных землетрясений мира с $M_m \geq 6.5$ для времен t , изменяющихся по геометрической прогрессии от 0.25 сут. до 64 сут. с двукратным изменением на каждом шаге: $t = 2^j, j = -2, -1, \dots, 6$.

Оценки проводятся, если число афтершоков представительной магнитуды на интервале (t_{start}, t) составляет не менее N_0 . В противном случае применяется оценка по динамическому закону Бота. Поскольку при оценивании качества метода за референс-модель принимается динамический закон Бота, такие случаи при оценивании исключаются. Величина N_0 является единственным свободным параметром метода. После тестов с вариацией параметра N_0 в пределах от 4 до 20 было выбрано оптимальное значение $N_0 = 5$. Это значение затем было использовано во всех тестах.

Результаты тестирования основного метода приведены в таблице 5.2. Для всех рассмотренных времен t значения критериев LG и $PG_{0.5}$ оказались больше 1 и в среднем составили 1.22. Таким образом, представленная здесь методика, за счет использования информации об уже произошедших афтершоках, в среднем дает существенно лучшие зависящие от времени оценки магнитуды последующего сильнейшего афтершока по сравнению с оценками по динамическому закону Бота. В среднем выигрыш по вероятности составляет около 22%.

Таблица 5.2. Результаты ретроспективного тестирования методики прогноза величины $M_1(t, T)$

t , сут.	$N^{(1)}$	Основной метод (по точечным оценкам параметров)		Метод с использованием Байесовского подхода для оценки $M_1(t, T)$		По работе [Scherbakov et al., 2017]	
		LG	$PG_{0.5}$	LG	$PG_{0.5}$	LG	$PG_{0.5}$
0.25	107	1.392	1.337	1.222	1.215	1.081	0.743
0.5	180	1.354	1.292	1.224	1.006	1.078	0.756
1	257	1.243	1.218	1.136	1.007	1.036	0.812
2	318	1.273	1.146	1.176	1.034	1.084	0.839
4	362	1.266	1.155	1.201	1.103	1.121	0.929
8	407	1.302	1.093	1.203	1.056	1.116	0.923
16	447	1.148	1.096	1.139	1.045	1.096	0.961
32	486	1.216	1.055	1.178	1.033	1.155	1.014
64	523	1.265	1.159	1.220	1.147	1.206	1.062
Среднее	343	1.273	1.172	1.189	1.072	1.108	0.893
		1.223		1.130		1.000	

⁽¹⁾ N – число серий, для которых на интервале (t_{start}, t) число афтершоков представительной магнитуды составляет 5 или более.

Различия наиболее вероятного значения величины $M_1(t, T)$ по полученным оценкам и наблюдаемого значения варьируют в довольно широких пределах, лишь немного более узких по сравнению с оценками по динамическому закону Бота (рис. 5.4). Преимущество используемого здесь подхода по отношению к оценкам по динамическому закону Бота состоит в том, что ширина каждого отдельного распределения (3.15) оценки величины $M_1(t, T)$ (ширина, например, может быть определена как разность квантилей уровней 0.9 и 0.1) существенно меньше ширины распределения (5.5) динамического закона Бота. В показанном на рисунке 5.5 примере при близких значениях максимумов распределений ширина первого распределения значительно меньше, а значение плотности вероятности в точке наблюдаемого значения M_1 больше.

Отношение значений плотности вероятности двух оценок составляет основу критерия LG , равного среднему геометрическому значению этого отношения по всем сериям афтершоков. Для интервала (0.25 сут., 365 сут.), например, этот критерий оказался равен 1.392, что обусловлено в среднем относительно большими значениями плотности первого распределения (рис. 5.6а). Диаграмма ошибок для этого интервала показана на рисунке 5.6б. Существенное отклонение диаграммы от диагонали, соответствующей случайному прогнозу, также обусловлено более узким распределением оценок $M_1(t, T)$ по данной работе. Точки на диаграмме соответствуют разным значениям расстояния в единицах магнитуды до максимума (моды) распределений, при этом величина v – это доля серий, для которых фактическое значение M_1 отстоит от моды распределения (5.5) на большее расстояние, а величина τ – вероятность случайной реализации значения M_1 на меньшем расстоянии от моды распределения (5.5). И хотя, как следует из рисунка 5.4, расстояния фактического значения M_1 до моды двух распределений в среднем различаются незначительно, вероятности случайного попадания в интервалы одинаковой ширины для двух распределений различны. Это различие можно характеризовать величиной $PG_{0.5}$. Для 9 вариантов на рисунке 5.4 значения $PG_{0.5}$ показаны графически на рисунке 5.7 (незаштрихованные квадраты). Величина $PG_{0.5}$, напомним, равна тангенсу наклона прямой, соединяющей точки (0,1) и $(\tau^*, v^* = 0.5)$.

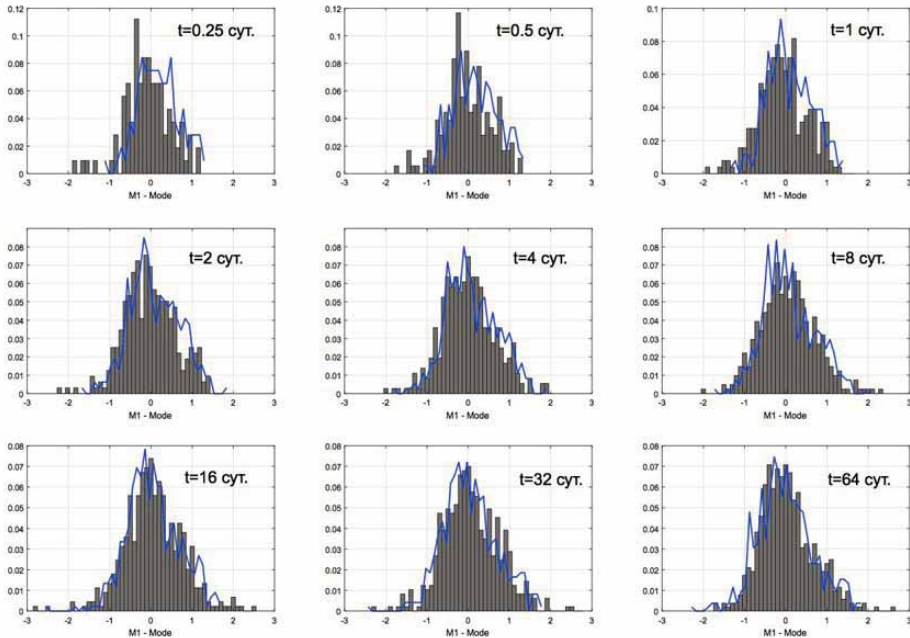


Рис. 5.4. Распределения разности фактической магнитуды сильнейшего на интервале $(t, 365)$ суток афтершока и максимума распределения (моды) оценки этой величины основным методом для 9 значений времени t . Распределения показаны гистограммами, нормированными на число рассмотренных серий афтершоков. Тонкой линией для сравнения показаны аналогичные распределения для оценок по динамическому закону Бота

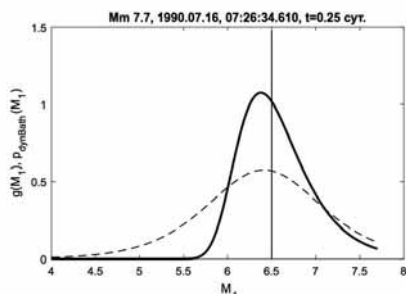


Рис. 5.5. Пример оценок величины $M_1(0.25, 365)$ сут. для афтершоков землетрясения магнитудой 7.7, произошедшего 07.07.1990. Жирная линия – плотность распределения по основному методу данной работы, соответствует функции распределения (3.15), штриховая линия – по динамическому закону Бота, соответствует функции распределения (5.5). Наблюденная магнитуда сильнейшего афтершока показана вертикальной линией

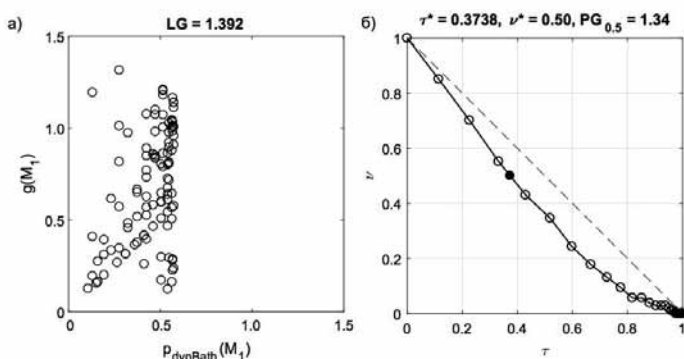


Рис. 5.6. Оценивание качества прогноза величины $M_1(0.25, 365)$ сут. относительно динамического закона Бота. Соотношение плотностей распределений оценки по данным о предыдущих афтершоках (3.15) и по динамическому закону Бота (5.5) при фактически наблюдаемых значениях величины (а); диаграмма ошибок (б)

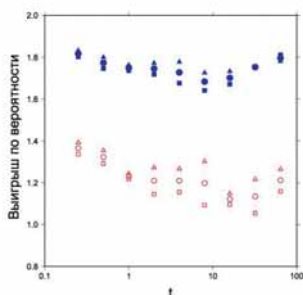


Рис. 5.7. Сравнение критериев качества относительно динамического закона Бота для ретроспективных оценок по основному варианту и для «идеального прогноза», в котором оценка числа событий представительной магнитуды на прогнозных интервалах ($t, 365$) сут. заменена на их фактическое число. Треугольниками показаны значения критерия LG , квадратами $PG_{0.5}$, кружками – $(LG + PG_{0.5})/2$. Заштрихованы символы, соответствующие «идеальному прогнозу»

Одновременно с разработкой данного подхода, над аналогичной задачей работала объединенная группа коллег из Канады и Японии, которые также использовали байесовский подход для оценки максимальной магнитуды последующих афтершоков по данным о предыдущих. Результаты их работы опубликованы в начале 2018 г. [Shcherbakov et al., 2018]. Наиболее существенные отличия этого подхода от нашего описаны во введении к главе. Первоначально мы также использовали байесовский подход как для оценки параметров, так и для оценки величины $M_1(t, T)$; результаты тестирования этого варианта приведены в таблице 5.2. Сравнение этих результатов с результатами по основному методу показывали существенное преимущество основного варианта, в котором используются точечные оценки параметров. На том же ретроспективном материале было проведено сравнение оценок по нашему методу с оценками по методу работы [Shcherbakov et al., 2018]. Эти результаты также приведены в таблице 5.2. Как оказалось, оценки по работе [Shcherbakov et al., 2018] значительно хуже и в среднем не дают выигрыша по отношению к оценкам, полученным по динамическому закону Бота.

Разные способы определения параметра t_{start} были подробно исследованы в отдельном параграфе данной главы. При сопоставлении результатов ретроспективного тестирования с применением разных оценок t_{start} оказалось, что предпочтительными являются не индивидуальные оценки по имеющимся данным для каждой серии, а значения, определяемые разностью магнитуды основного толчка M_m и представительной магнитуды M_c . Такое соотношение, предложенное в работе [Helmstetter et al., 2006] для Калифорнии, как оказалось, дает заниженные значения величины t_{start} . Используя оценки этой величины двумя способами при большом количестве данных, было получено аналогичное соотношение (5.9) для глобальной сейсмичности. Использование значений t_{start} , рассчитанных по этому соотношению, привело к улучшению получаемых оценок $M_1(t, T)$.

Другой важный элемент разработанной здесь методики – регуляризация оценок параметров с помощью байесовского подхода с использованием аппроксимаций нормальными распределениями полученных здесь глобальных эмпирических распределений параметров $\lg(c)$, p , b афтершоковых последовательностей. Чтобы оценить роль использования более детальной априорной информации о параметрах (не только их пределов, как часто принимается в байесовских оценках, но и наиболее вероятных значений и формы распределения), выполнено сравнение результатов ретроспективных оценок в основном варианте с результатами аналогичных оценок, но с заменой априорных распределений на равномерные на заданных отрезках (табл. 5.3). Результаты с регуляризацией оценок параметров с нормальными априорными распределениями оказались существенно лучше.

Таблица 5.3. Критерии качества результатов ретроспективной оценки магнитуды сильнейшего на интервале ($t, 365$) сут. Афтершока, усредненные по 9 прогнозным интервалам времени, в зависимости от вида априорных распределений для Байесовских оценок параметров b, c, p

Вид априорных распределений для оценки параметров	Среднее значение по 9 интервалам ($t, 365$ сут.), $t=0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64$ сут.		
	LG	$PG_{0.5}$	$(LG + PG_{0.5})/2$
Нормальная аппроксимация эмпирических распределений	1.273	1.172	1.223
Равномерные априорные распределения	1.229	0.976	1.103

Таким образом, учет неполноты каталога в начале афтершоковой серии и регуляризация оценок параметров являются важнейшими факторами для эффективных оценок величины $M_1(t, T)$.

Первоначально в рамках данного исследования планировалось учитывать две особенности закона Гутенберга-Рихтера для последовательностей афтершоков. Во-первых, распределение магнитуды афтершоков может быть естественным образом ограничено в области больших значений из-за эффекта конечного объема [Romanowicz, 1992]. Но наши тесты показали, что учет этого эффекта влияет на результирующие оценки незначительно по сравнению с другими факторам, и им можно пренебречь.

Вторая возможная особенность – это излом графика повторяемости (см. раздел 3.4), также приводящий к снижению вероятности сильнейших событий. Для этого случая также были получены аналоги формул (3.15) и (5.4), а также разработана программа оценки параметров графика повторяемости с изломом. Однако увеличение числа оцениваемых параметров и соответствующее снижение устойчивости не дали улучшить оценки величины $M_1(t, T)$, и от учета возможного излома графика повторяемости пришлось отказаться. Фактически излом учитывается использованием достаточно высоких пороговых значений магнитуды.

В качестве модели убывания интенсивности афтершоков здесь использован степенной закон Омори-Утсу [Utsu, 1961]. Вместе с тем известно, что иногда завершение серии афтершоков происходит быстрее [Narteau et al., 2002]. Это характерно для очагов с подвижкой по «незрелому» разлому, образовавшемуся сравнительно недавно или непосредственно при землетрясении [Narteau et al., 2003], что является редким явлением. На начальных стадиях данного исследования в качестве вариантов вместо закона Омори-Утсу рассматривалась его суперпозиция с экспоненциальным спаданием интенсивности афтершоков, а также модель работы [Narteau et al., 2002]. Оказалось, что незначительное улучшение оценок для нескольких землетрясений с лихвой компенсируется общим ухудшением за счет неустойчивости оценок параметров, число которых увеличивается на 1.

Выигрыш по вероятности полученных ретроспективных оценок по отношению к динамическому закону Бота составляет немногим более 20%. Есть ли какая-либо возможность улучшить этот показатель? Для ответа на этот вопрос был рассмотрен вариант «идеального прогноза», в котором оценки

числа событий представительной магнитуды на прогнозных интервалах заменены на фактическое их число. Таким образом, оценки параметров c и p не используются. Параметр b оценивается так же, как и в основном варианте. Результаты ретроспективных «идеальных прогнозов» приведены на рисунке 5.7. Соответствующие значения критериев LG и $PG_{0.5}$ являются тем переделом сверху, которого в принципе могут достичь оценки величины $M_1(t, T)$ по разработанной здесь методике.

Для «идеального прогноза» значения критериев качества составляют около 1.8. Это тот предел, который может быть в принципе достигнут. На этом фоне выигрыш около 20% и тем более 40% уже не представляется большим. Обращает на себя внимание, что оценки качества слабо зависят от времени t начала прогнозного интервала. Это связано, по-видимому, с тем, что разброс оценок как по формуле (3.15), так и по формуле (5.5) не зависит от t [Баранов, Шебалин, 2019a].

Рисунок 5.7 свидетельствует об ограничениях статистического подхода для оценки магнитуды сильнейших последующих афтершоков. Принципиальное улучшение таких оценок возможно, по-видимому, только при использовании информации о физических свойствах очага основного землетрясения. Перспективным в этом направлении представляется анализ волновых форм землетрясения и спутниковых данных о ко - сейсмических и постсейсмических деформациях.

В процессе разработки методики на одном из последних этапов было принято решение отказаться от байесовской оценки величины $M_1(t, T)$. Тот факт, что использование точечных оценок параметров (но, по-прежнему, полученных с помощью байесовского подхода с использованием информации о распределении параметров в афтершоковых последовательностях глобальной сейсмичности) дает лучшие ретроспективные результаты по сравнению с полной схемой байесовских оценок величины $M_1(t, T)$, является контринтуитивным и требует пояснения. Действительно, оценка числа событий на прогнозном интервале в полной схеме байесовских оценок (рис. 5.8б) несколько лучше, чем при использовании точечных оценок параметров (рис. 5.8а), среднеквадратичный разброс почти вдвое меньше (0.21 против 0.39). Однако при использовании точечных оценок ширина распределения оценки $M_1(t, T)$ сравнительно невелика, среднеквадратичный разброс, независимо от прогнозного интервала, составляет примерно 0.45. При использовании полной байесовской схемы усредняются не оценки ожидаемого числа событий на прогнозном интервале, а распределения оценки $M_1(t, T)$, что приводит к «размазыванию» этого распределения и приближает его форму к форме динамического закона Бота, имеющего среднеквадратичный разброс примерно 0.66.

Таким образом, использование точечных оценок параметров (при условии их регуляризации описанным выше способом) действительно предпочтительно по сравнению с полной байесовской схемой оценок величины $M_1(t, T)$. Дополнительное небольшое улучшение оценок может быть получено использованием промежуточного варианта с использованием Байесовских оценок величины $\Lambda(t, T)$ в формуле (3.15). Тесты показали, что такой

подход в среднем улучшает выигрыш по вероятности ретроспективных оценок еще примерно на 1%.

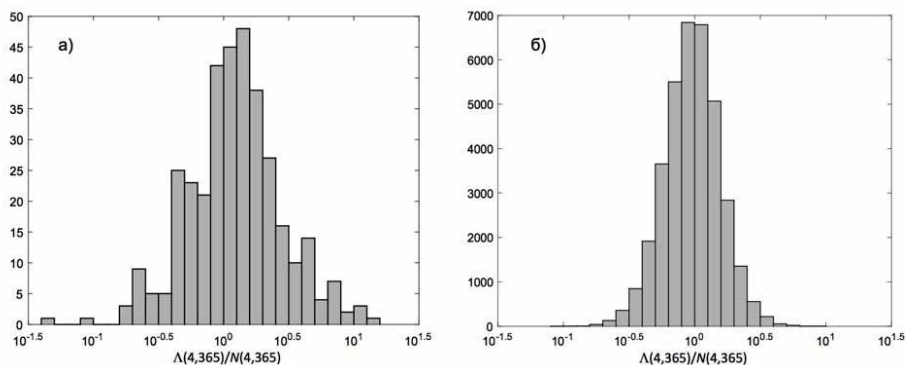


Рис. 5.8. Гистограммы отношения оценки числа $\Lambda(4,365)$ афтершоков представительной магнитуды на интервале (4, 365) сут. по формулам (5.3) и (3.22) к наблюдаемому числу $N(4,365)$ для рассмотренных 362 серий (см. табл. 5.2). а) для каждой серии одна оценка с использованием точечных оценок параметров (максимумы Байесовских апостериорных распределений); б) для каждой серии 100 оценок методом Монте-Карло по апостериорным распределениям параметров

Разработанная методика может использоваться для прогноза максимальной магнитуды последующих повторных толчков после сильных землетрясений с использованием информации об уже произошедших афтершоках. Эти оценки включены в разработанную автоматизированную систему оценки опасности сильных афтершоков AFCAST (www.afcast.org/afcast).

ГЛАВА 6. ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ОПАСНОГО ПЕРИОДА АФТЕРШОКОВОЙ АКТИВНОСТИ

В данной главе рассматривается задача оценки времени, в течение которого после сильного землетрясения следует ожидать афтершоки, которые могут представлять самостоятельную опасность. Будет построена модель распределения этой величины, зависящая от трех параметров закона. Модель хорошо совпадает с фактическими распределениями этой величины на глобальном и региональных уровнях при использовании соответствующих усредненных оценок параметров. Ключевым параметром в модели является ожидаемое число афтершоков заданной магнитуды. Согласно закону продуктивности землетрясений (раздел 3.3), эта величина имеет экспоненциальное распределение и варьирует в широких пределах от землетрясения к землетрясению, что определяет широкий доверительный вариант оценок по усредненным параметрам. Поэтому для целей прогноза длительности опасного периода будем использовать два варианта оценок. Первый вариант основан только на усредненных оценках параметров для рассматриваемой области и значении магнитуды землетрясения. Его использование возможно непосредственно после сильного землетрясения. Во втором варианте используется информация об афтершоках за первые часы после землетрясения, что позволяет значительно улучшить прогноз.

Целью данной главы является главным образом разработка методики для получения чисто практических результатов, которые, в том числе, могут быть использованы в разрабатываемой автоматизированной системе прогнозирования опасности афтершоков AFCAST (www.afcast.org). Вместе с тем впервые построенная модель распределения длительности опасного периода афтершоков, дающая хорошее совпадение с наблюдениями, служит и уточнению физических представлений о сейсмогенезе.

Здесь ставится задача оценить распределение вероятности времени, в течение которого после сильного землетрясения могут продолжаться опасные афтершоки. Под опасными понимаются афтершоки с магнитудой $M_m - 2$ или выше (M_m – магнитуда основного толчка). Однако в конце главы приводится формула пересчета оценок длительности периода для афтершоков с магнитудой выше произвольного порога.

Эта задача на первый взгляд кажется эквивалентной задаче оценивания длительности периода афтершоков. В такой задаче порог по магнитуде обычно устанавливается равным представительной магнитуде каталога для рассматриваемого региона. Но распределение длительности афтершоков, как будет показано ниже, сильно зависит от рассматриваемой минимальной магнитуды, поэтому просто оценка длительности афтершоков не может использоваться для оценки периода опасных афтершоков. Кроме того, хорошо известно, что число афтершоков в единицу времени убывает со временем по степенному закону (закон Омори-Утсу [Utsu, 1961]; для удобства мы повторяем здесь формулу 5.1):

$$\lambda(t) = \frac{K}{(t + c)^p}. \quad (6.1)$$

Очевидно, что при $p \leq 1$ последовательность афтершоков формально является бесконечной, что невозможно физически, поэтому такая зависимость возможна лишь на конечном отрезке времени. Возможны и весьма растянутые во времени реальные серии афтершоков длительностью десятки и более лет, например, после серии Нью-Мадридских землетрясений 1811–1812 гг., $M = 7.0\text{--}7.4$ [Stein, Liu, 2009]. Столь длительные периоды вряд ли представляют существенный практический интерес. Соответственно, мы вводим ограничение по времени, T , и рассматриваем задачу в этом условном варианте, оценивая вероятность того, что на отрезке (t, T) не произойдет афтершоков магнитудой выше заданной.

Афтершоки часто сами сопровождаются сериями вторичных афтершоков. Включение этих афтершоков в общую последовательность приводит к отклонению убывания общего числа афтершоков в единицу времени от монотонного спадания, описываемого законом Омори-Утсу (6.1). Для описания таких процессов И. Огата [Ogata, 1989, 1999] предложил модель эпидемического типа ETAS (1.20). Эта модель получила широчайшее распространение в научной литературе. Вместе с тем, как показано в разделах 1.3.2, 3.2 и 3.3, модель ETAS, несмотря на общепринятый в западной литературе статус парадигмы в решении задач прогнозирования активности афтершоков, для поставленной в данной работе задачи не применима, во всяком случае в существующих в настоящее время модификациях.

Другой парадигмой в западных публикациях по исследованию афтершоков является модель, основанная на нелинейном трении (rate-and-state friction) [Dieterich, 1994], подробно рассмотренная в разделе 1.2. Интенсивность потока афтершоков в этой модели определяется скачком напряжений ΔS и задается формулой (1.7а), которая совпадает с законом Омори-Утсу при $p = 1$ и значениях параметров K и c , определяемых формулами (1.14). Период затухания афтершоков t_a , определяемый выражением (1.8), обратно пропорционален скорости тектонической деформации $\dot{\tau}$: $t_a = A\sigma/\dot{\tau}$. При приближении t к t_a интенсивность потока афтершоков сливается с фоном. Из модели, в силу (1.14), следует, что длительность афтершоков тем больше, чем больше величина c . В работе [Shebalin, Narteau, 2017] было установлено, что значение c зависит от глубины очага. Таким образом, в рассматриваемой здесь задаче необходимо учитывать глубину очага.

Еще один параметр, определяющий масштаб времени афтершокового процесса в соответствии с моделью rate-state, – скорость тектонических деформаций. В работе [Toda, Stein, 2018] утверждается, что в районах медленных тектонических движений длительность процесса афтершоков может достигать сотен и даже тысяч лет, поэтому в таких районах афтершоковая сейсмичность преобладает над фоновой. В этой связи при оценке длительности афтершоков важным элементом является алгоритм выделения афтершоков, выбору которого посвящен следующий раздел.

Исходные данные. Для сопоставления теоретических и фактически наблюдаемых выборочных распределений вероятности длительности опасного периода афтершоков мы используем следующие данные:

- глобальный каталог землетрясений ANSS ComCat геологической службы США (USGS) [ANSS...];
- каталог землетрясений Камчатки и Командорских островов Камчатского филиала ФИЦ ЕГС РАН [Каталог землетрясений Камчатки...];
- каталог землетрясений Кавказа ФИЦ ЕГС РАН, в который были добавлены данные сейсмологического бюллетеня Кавказа за 1971-1986 гг. [Сейсмологический...] и исключены взрывы [Каталог землетрясений Кавказа...];
- каталог землетрясений Байкала и Забайкалья Иркутского филиала ФИЦ ЕГС РАН [Каталог землетрясений Байкальского...].

Для построения эмпирических закономерностей и их сопоставления с теоретическими расчетами в работе рассматриваются серии афтершоков от землетрясений мира с магнитудой 6.5 и выше за период с 1980 по 2017 г., Камчатки и Курильских островов – с 1962 по октябрь 2018 г. с магнитудой 6 или выше, Кавказ и Крым – с 1960 по май 2016 г. с магнитудой 5 или выше, Байкал и Забайкалье – с 1960 по 2014 г. с магнитудой 5.5 или выше.

Модель длительности опасного периода

Задача оценки опасного периода афтершоков может рассматриваться и в несколько другой формулировке. Многими авторами рассматривалась задача оценки времени сильнейшего афтершока [Saichev, Sornette, 2005; Tahir et al., 2002; Shcherbakov et al., 2018]. Эта задача может решаться одновременно с задачей оценки магнитуды сильнейшего афтершока [Shcherbakov et al., 2018]. С практической точки зрения, по мнению автора, более актуальна задача в формулировке оценки времени последнего афтершока с магнитудой выше заданной, поскольку не только наиболее сильный, но и другие сильные афтершоки могут представлять серьезную опасность.

Теоретическое решение поставленной задачи строится на модели афтершокового процесса, в соответствии с законом Омори-Утсу и с распределением Пуассона для числа афтершоков. Магнитудные пороги для прогноза и для оценки параметров могут различаться, в этом случае для экстраполяции используется закон Гутенберга-Рихтера. Сравнение теоретических оценок с фактическими усредненными распределениями в разных регионах и для разных интервалов глубины очага показало хорошее совпадение теоретических и фактических распределений.

Здесь мы проводим построение функций распределения длительности опасного периода афтершоков с магнитудой не ниже заданной как для конкретной серии, так и для усредненного случая.

Будем рассматривать афтершоки, имеющие магнитуду выше некоторого заданного порога. Порог может задаваться в зависимости от того, насколько опасны в данном регионе события такой магнитуды. Мы предполагаем, что изменение интенсивности потока афтершоков подчиняется закону Омори-Утсу [Utsu, 1961] (6.1). Плотность и функция распределения времени t про-

извольного афтершока для условного случая, когда рассматриваются времена в пределах некоторого интервала T (везде далее мы используем значение $T = 365$ сут.) после основного толчка, имеют вид [Holschneider et al., 2012]:

$$f(t) = \frac{D_{c,p}(0, T)}{(1 + t/c)^p}, \quad F(t) = \frac{D_{c,p}(0, T)}{D_{c,p}(0, t)}, \quad (6.2)$$

где

$$D_{c,p}(t_1, t_2) = \begin{cases} \frac{(1-p)/c}{(1 + t_2/c)^{1-p} - (1 + t_1/c)^{1-p}}, & p \neq 1, \\ \frac{1/c}{\ln(1 + t_2/c) - \ln(1 + t_1/c)}, & p = 1. \end{cases} \quad (6.3)$$

Также будем предполагать, что для каждой серии число афтершоков в интервале $(0, T)$ имеет распределение Пуассона со средним Λ :

$$p_{\Lambda}(k) = \frac{\Lambda^k}{k!} e^{-\Lambda}. \quad (6.4)$$

Вероятность того, что все k афтершоков произойдут ранее момента τ , при условии $\tau < T$, равна $F(\tau)^k$. Учитывая распределение (6.4) для величины k , по формуле полной вероятности получаем распределение вероятности времени τ последнего афтершока заданной магнитуды (при условии $\tau < T$):

$$F_{\Lambda}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} F(\tau)^k \frac{\Lambda^k}{k!} e^{-\Lambda} = e^{-\Lambda[1-F(\tau)]}. \quad (6.5)$$

Дифференцирование (6.5) дает выражение для плотности вероятности:

$$f_{\Lambda}(\tau) = \Lambda f(\tau) e^{-\Lambda[1-F(\tau)]}. \quad (6.6)$$

Отметим, что выражение (6.5) не обращается в 0 при $\tau = 0$. Это связано с тем, что всегда существует вероятность того, что у землетрясения не будет ни одного афтершока рассматриваемой магнитуды, которая тем больше, чем меньше величина Λ . Эта величина при прочих равных условиях может варьировать от землетрясения к землетрясению на два порядка и более [Marsan, Helmstetter, 2017]. Как установлено в главе 3 (раздел 3.3), при фиксированном пороге рассматриваемых магнитуд относительно магнитуды соответствующего основного толчка глобальное и региональные распределения величины Λ имеют экспоненциальный вид:

$$f(\Lambda) = \frac{1}{\Lambda_0} e^{-\Lambda/\Lambda_0}. \quad (6.7)$$

Оценкой Λ_0 является среднее число афтершоков в серии. Согласно свойствам продуктивности (раздела 3.2), Λ_0 убывает с глубиной основного толчка на глобальном (рис. 3.15) и региональном (рис. 3.18) уровнях. Это свойство является дополнительным аргументом необходимости учета глубины в настоящем исследовании.

Таким образом, величина Λ_0 в конкретных сериях часто имеет значения, близкие к 0. Для таких серий уже через короткое время после основного толчка вероятность сильных повторных толчков невелика. Для усредненных оценок, очевидно, необходимо учитывать распределение (6.7). Исходя из (6.5) и (6.6), получаем усредненные функцию распределения $\overline{F_\Lambda}(\tau)$ и плотность $\overline{f_\Lambda}(\tau)$ величины τ (при условии $\tau < T$):

$$\overline{F_\Lambda}(\tau) = \int_0^\infty F_\Lambda(\tau) f(\Lambda) d\Lambda = \frac{1}{\Lambda_0} \int_0^\infty e^{-\Lambda/\Lambda_0} e^{-\Lambda[1-F(\tau)]} d\Lambda = \frac{1}{1 + \Lambda_0[1 - F(\tau)]}, \quad (6.8)$$

$$\overline{f_\Lambda}(\tau) = \frac{\Lambda_0 f(\tau)}{\{1 + \Lambda_0[1 - f(\tau)]\}^2}. \quad (6.9)$$

Ключевым параметром в распределении (6.8) является величина Λ_0 , которая определяет значение функции вероятности при $\tau = 0$. Чем меньше значение Λ_0 , тем выше вероятность вообще не иметь афтершоков соответствующей магнитуды. Величина Λ_0 зависит от выбранного магнитудного порога относительно магнитуды основного толчка. Удобной величиной этого порога является -2.0 . Это существенно ниже средней разности магнитуды сильнейшего афтершока и основного толчка (закон Бота [Båth, 1965; Баранов, Шебалин, 2018a]), но достаточно высоко, чтобы в большинстве случаев обеспечить превышение порога представительной магнитуды. Везде в данной главе мы будем использовать именно такой относительный порог по магнитуде. Соответственно, для величин Λ_0 и τ в (6.8) и (6.9) будут использоваться обозначения Λ_2 и τ_0 . Для параметра Λ , определяемого для каждой серии афтершоков, мы сохраним при данном пороге то же обозначение везде далее, кроме специально оговоренных случаев. Мы предполагаем [Баранов, Шебалин, 2019a], что в афтершоковой последовательности магнитуды не зависят от времени и распределены по закону Гутенберга-Рихтера, поэтому величины Λ_0 и Λ могут быть пересчитаны для любого относительного порога магнитуды, а распределение длительности опасного периода τ затем пересчитано по формулам (6.5), (6.8).

Выбор алгоритма идентификации афтершоков

Время возникновения последнего афтершока заданной магнитуды может существенно зависеть от определения афтершоков, то есть от алгоритма их идентификации. Во второй главе был дан достаточно подробный обзор ме-

тодов выделения афтершоков. Фактические значения величины τ зависят от того, какие события считаются афтершоками определенного основного толчка. Здесь будет рассмотрено четыре разных алгоритма, подробно описанных в главе 2, и построены эмпирические распределения величины τ для серий афтершоков от землетрясений мира с магнитудой $M_m \geq 6.5$, выделенных этими способами.

Метод 1. Алгоритм Г.М. Молчана и Е.О. Дмитриевой [Молчан, Дмитриева, 1991; Molchan, Dmitrieva, 1992]. Как было отмечено в разделе 2.4, этот метод является оптимальным при достаточно большом количестве афтершоков. Однако при малом числе афтершоков алгоритм может идентифицировать очевидные афтершоки как независимые (фоновые) события. В результате число землетрясений без афтершоков оказывается завышенным. Другой недостаток этого подхода – идентификация статуса каждого события (афтершок или фоновое событие) зависит не только от предыстории, но и от будущих событий.

Метод 2. Двойной оконный метод. Большинство оконных методов (см. раздел 2.1) являются изотропными, в них не учитываются ни протяженность очага основного толчка, ни его ориентация в пространстве. Здесь предлагается очень простая модификация оконного метода, в которой хотя бы частично эти недостатки устраняются. Будем полагать, что афтершоки в течение первых 12 часов после основного толчка происходят в пределах его очага. Поэтому идентификация афтершоков производится в два этапа. На первом шаге стандартным оконным методом выделяются «базовые» афтершоки, которые произошли в течение 12 часов. На втором шаге тем же оконным методом уже в полном временном «окне» отыскиваются остальные афтершоки, при этом расстоянием до гипоцентра основного толчка считается расстояние до гипоцентра ближайшего к рассматриваемому кандидату базового афтершока. В качестве пространственного окна принимается шар радиуса $r_0 = cf10^{0.5M_m}$. В данной задаче в качестве временного окна принимается интервал $0 < t \leq T$.

На обоих шагах исключаются события, являющиеся афтершоками другого землетрясения с $M \geq 6.5$, гипоцентры которых расположены на меньшем относительном расстоянии до его гипоцентра. Относительное расстояние определяется путем деления фактического расстояния на соответствующую величину r_0 .

Метод 3. Афтершоки «первого ранга» – модификация метода Заляпина–Бен-Зиона [Zaliapin, Ben-Zion, 2013, 2016] (см. раздел 2.2.3). Афтершоками землетрясения i магнитудой $M_i \geq 6.5$ считаются события с величиной η_j (2.16), не превышающей значение η_0 . Для исключения случайной идентификации в качестве афтершоков далеких событий вводится дополнительное ограничение $r_{ij} \leq cf10^{0.5M_i}$. Исключаются также события с индексом j и величиной $\eta_{kj} < \eta_{ij}$, если есть такое событие k , не являющееся афтершоком события i , что $t_k < t_i$ и $M_k > M_i$. Этот подход уже использовался в работах [Shebalin, Narteau, 2017; Shebalin et al., 2018].

Метод 4. Афтершоки с учетом протяженного очага основного толчка – модификация метода Заляпина–Бен-Зиона [Zaliapin, Ben-Zion, 2013, 2016]. В этом методе используется идея двойного оконного метода. Отличие со-

стоит в том, что вместо пространственного и временного окон используется порог η_0 для величины η_{ij} (2.16). На первом шаге тем не менее вводится ограничение по времени 12 часов. На обоих шагах, как и в методе 3, вводится дополнительное ограничение $r_{ij} \leq cf10^{0.5M_i}$. Для исключения афтершоков других землетрясений вместо относительного расстояния до ближайшего базового афтершока используется функция близости (2.16). При этом в качестве потенциальных основных толчков исключаемого события, так же как и в методе 3, могут быть любые предшествующие события с магнитудой большей или равной его магнитуде и не являющиеся рассматриваемым основным толчком, ни его афтершоками.

На рисунке 6.1 для каждого из четырех методов показаны эмпирические функции распределения времени τ_2 последнего афтершока с $M \geq M_m - 2$ на интервале (0,365) суток афтершока с магнитудой $M \geq M_m - 2$, а также суммарные функции распределения всех времен t и гипоцентральных расстояний r афтершоков относительно соответствующих основных толчков и кумулятивные графики повторяемости числа афтершоков K_2 с магнитудой $M \geq M_m - 2$. Параметры cf и η_0 для методов 2, 3 и 4 выбраны таким образом, чтобы распределения времен t и расстояний r минимально отличались от соответствующих распределений для метода 1.

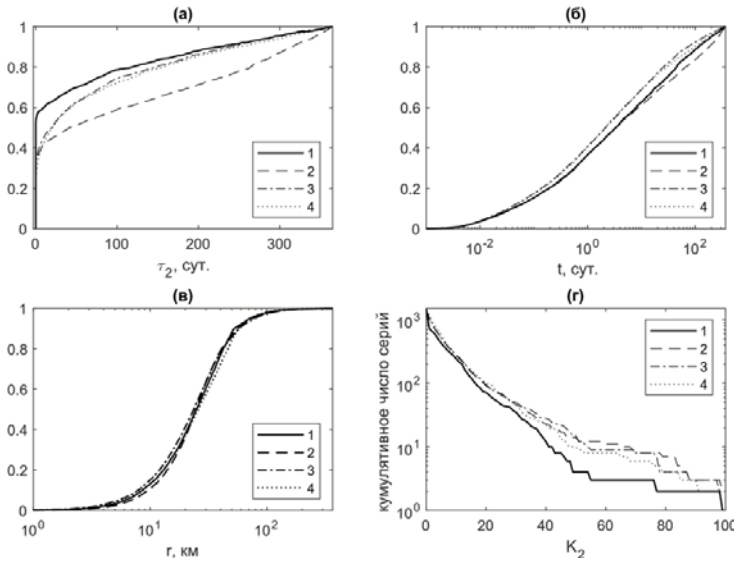


Рис. 6.1. Эмпирические функции распределения длительности опасного периода афтершоков τ_2 (а), времен (б) и гипоцентральных расстояний (в) для всех рассмотренных афтершоков относительно соответствующих основных толчков и кумулятивный график повторяемости числа афтершоков магнитудой $M \geq M_m - 2$ для всех рассмотренных основных толчков (г). Графики повторяемости числа афтершоков K_2 с магнитудой $M \geq M_m - 2$. 1 – афтершоки выделены по методу 1; 2 – по методу 2; 3 – по методу 3; 4 – по методу 4 ($\eta_0 = 0.000002$, $cf = 0.02$ сут., $b = 1$, $d_f = 1.3$)

Как видно из рисунка 6.1, распределение величины τ_2 для афтершоков, выделенных двойным оконным методом, значительно отличается. При $\tau_2 > 20$ суток начинает увеличиваться наклон графика, что, скорее всего, означает преобладание фоновых событий для этих времен. Таким образом, метод 2 требует доработки и пока не может использоваться для целей данной работы. Методы 3 и 4 дают очень близкие распределения величины τ_2 . При этом обращает на себя внимание огромное различие значений параметра η_0 . Значения параметров для метода 3 совпадают со значениями по работе [Zaliapin, Ben-Zion, 2016], а в методе 4 значение η_0 почти на два порядка меньше. Поскольку в методе 4 неявным образом учитываются размеры и форма очага основного толчка, в данной главе мы отдаем предпочтение именно этому методу, и все дальнейшие результаты получены для афтершоков, выделенных этим методом.

Определение параметров модели

Как было обосновано выше, в усредненной модели необходимо учитывать глубину очага. Усредненная модель для афтершоков с $M \geq M_m - 2$ определяется формулой (6.8) и, с учетом распределения времен афтершоков по закону Омори-Утсу, согласно формуле (6.2) зависит от трех параметров: Λ_2 , c , p . Ключевым является параметр Λ_2 , так как именно этим параметром определяется вероятность полного отсутствия афтершоков с $M \geq M_m - 2$ (значение функции (6.8) при $\tau_2 = 0$).

Параметры c и p влияют на форму распределения: чем больше p и/или меньше c , тем быстрее значение функции распределения (6.8) приближается к 1 и тем меньше наиболее вероятное значение времени последнего на интервале $(0, T)$ афтершока. Стоит отметить, что такая зависимость τ от параметра c соответствует модели Дитриха [Dieterich, 1994], рассмотренной в разделе 1.2, и представлениям о том, что параметр c определяет масштаб времени афтершокового процесса.

В разделе 3.2 было установлено, что параметр Λ_2 имеет значительные региональные отличия. Там же было установлено, что количество афтершоков у более глубоких землетрясений в среднем меньше по сравнению с менее глубокими очагами. На рисунке 6.2 показана зависимость от глубины очага параметра Λ_2 для афтершоковых последовательностей от сильных землетрясений мира ($M_m \geq 6.5$) и Камчатки и Курильских островов ($M_m \geq 6.0$). В качестве оценки величины Λ_2 принималось среднее по всем сильным землетрясениям количество афтершоков с магнитудой $M \geq M_m - 2$. Действительно, оказалось, что значения параметра Λ_2 могут меняться в зависимости от глубины в десятки раз. При этом в обоих случаях оказалось, что эта зависимость имеет экспоненциальный характер в интервале глубин от 10 до 100 км.

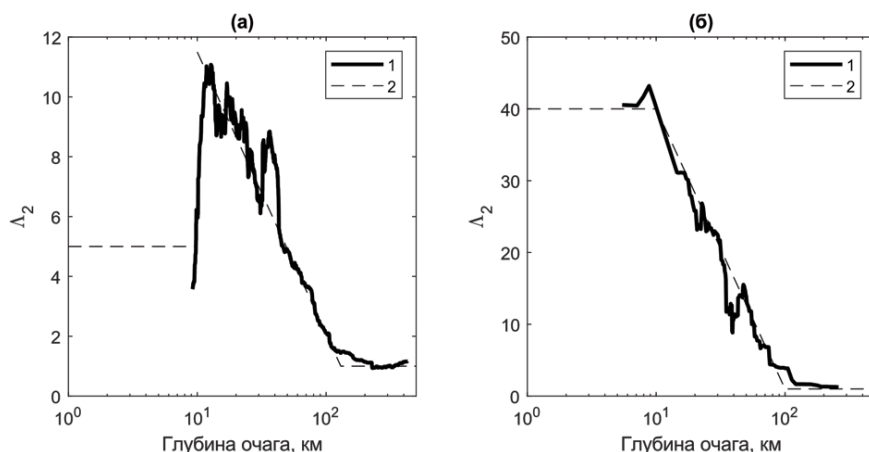


Рис. 6.2. Зависимость параметра Λ_2 от глубины очага для афтершоковых последовательностей (а) от землетрясений мира с $M_m \geq 6.5$, 1980–2018 гг.; (б) от землетрясений с $M_m \geq 6.0$ в Курило-Камчатском регионе. 1 – оценки параметра Λ_2 по основным толчкам, упорядоченным по возрастанию глубины очага в скользящем окне 50 событий с шагом 5 событий (в качестве значения глубины принимается среднее по 50 событиям); 2 – кусочно-линейная аппроксимация в логарифмическом масштабе (см. текст)

Эти зависимости в логарифмическом масштабе глубин могут быть аппроксимированы кусочно-линейными соотношениями (6.10а) для глобального каталога и (6.10б) для Камчатки и Курильских островов (рис. 6.2).

$$\Lambda_2 = \begin{cases} 5.0, & h < 10 \text{ км}, \\ 19.5 - 8.5 \lg h, & 10 \text{ км} \leq h \leq 150 \text{ км}, \\ 1.0, & h > 150 \text{ км}, \end{cases} \quad (6.10a)$$

$$\Lambda_2 = \begin{cases} 40.0, & h < 10 \text{ км}, \\ 79.0 - 39.0 \lg h, & 10 \text{ км} \leq h \leq 100 \text{ км}, \\ 1.0, & h > 100 \text{ км}. \end{cases} \quad (6.10b)$$

Для проверки, насколько модель (6.8) совпадает с эмпирическими данными по глобальному каталогу, мы рассмотрели 4 интервала глубины и оценили для них значение Λ_2 (табл. 6.1). Для Байкальского и Кавказского регионов данных для оценки зависимости параметра Λ_2 от глубины недостаточно, поэтому в этих регионах мы используем полученные общие по всем глубинам оценки (табл. 6.1).

Таблица 6.1. Усредненные значения параметров для оценки длительности опасного периода афтершоков

Интервал глубин для мирового каталога или регион	Λ_2	c , сут.	p	Число основных толчков
0-10 км	5.0	0.01	1.25	233
10-30 км	8.5	0.005	1.14	674

30-50 км	6.6	0.001	1.06	410
50-100 км	1.75	0.01	1.00	401
Курилы-Камчатка, $M_m \geq 6.0$	12.0	0.002	1.20	218
Кавказ, $M_m \geq 5.0$	2.8	0.001	1.05	152
Байкал, $M_m \geq 5.5$	3.2	0.001	1.11	443

Оценить реальные значения параметра c для афтершоковых серий после сильных землетрясений не представляется возможным, но возможно получить косвенные оценки параметра, используя афтершоки небольших землетрясений, рассматривая совместно большое число серий [Narteau et al., 2009]. В работе [Shebalin, Narteau, 2017] была установлена зависимость параметра c от глубины основного толчка. Более того, оказалось, что параметр c мало зависит от магнитуды как основного толчка, так и афтершоков. Для разломов сдвигового типа в Калифорнии значения c варьируют в пределах $10^{-4} - 10^{-1}$ суток, демонстрируя устойчивую тенденцию уменьшения c с увеличением глубины в интервале 2–15 км, в котором в этом регионе происходит основная масса землетрясений. В процессе работы над диссертацией была получена аналогичная тенденция для зоны субдукции в Японии (рис. 6.3а) в интервале до 40 км, в котором параметр c уменьшается от 10^{-2} до 10^{-3} суток. Здесь мы повторили процедуру анализа этой работы по данным каталога землетрясений Курило-Камчатского региона [Каталог землетрясений Камчатки ...] (рис. 6.3б). Оказалось, что в интервале глубин до 40 км параметр c аналогичным образом убывает от значения 10^{-2} суток до значения 10^{-3} суток, а в интервале от 40 до 100 км снова несколько увеличивается. Можно предположить, что в других зонах субдукции параметр c изменяется с глубиной аналогичным образом примерно в таких же пределах. Землетрясения в зонах субдукции составляют основную массу землетрясений мира, поэтому в среднем по всем сильным землетрясениям величина c должна иметь тот же порядок значений. С учетом этого были приняты значения параметра c для четырех интервалов глубины, используемых для проверки модели (табл. 6.1).

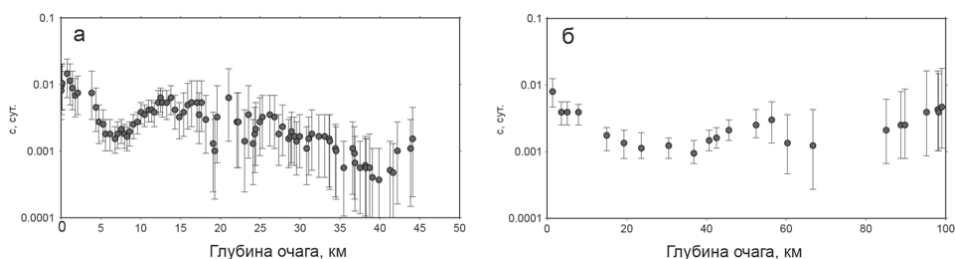


Рис. 6.3. Зависимость оценок параметра c закона Омори-Утсу от глубины очага основного толчка, полученных по методике работы [Shebalin, Narteau, 2017]: а) землетрясения в зонах субдукции вблизи Японии, б) землетрясения Курило-Камчатского региона. На графиках отмечены оценки максимального правдоподобия (кружки) и доверительные интервалы на уровне 95%

Для Кавказа и Байкальского региона имеющиеся данные не позволяют оценить зависимость параметра c от глубины, поэтому по методике работы [Shebalin, Narteau, 2017] мы получили лишь усредненные оценки (табл. 6.1).

Для оценки параметра p закона Омори-Утсу (6.1) использование афтершоковых серий от сильных землетрясений вполне допустимо при условии исключения из рассмотрения начальной части серии. Для глобального каталога и Курило-Камчатских данных мы получили зависимости параметра p от глубины очага (рис. 6.4). Для глобального каталога, кроме того, были получены аналогичные оценки для четырех рассматриваемых интервалов глубины (табл. 6.1). Рассматривались афтершоки с относительным порогом магнитуды $M \geq M_m - 2$. При таком пороге каталог афтершоков можно считать полным, начиная с момента $t = 10^{(2-3.5) \cdot 0.7} = 0.007$ сут. (см. ниже). Оценки параметра p были получены с помощью Байесовского подхода [Holschneider et al., 2012] в интервале $[0.01, 365]$ сут. Оценки проводились для набора, состоящего из всех афтершоков отобранной группы основных толчков [Narteau et al., 2009].

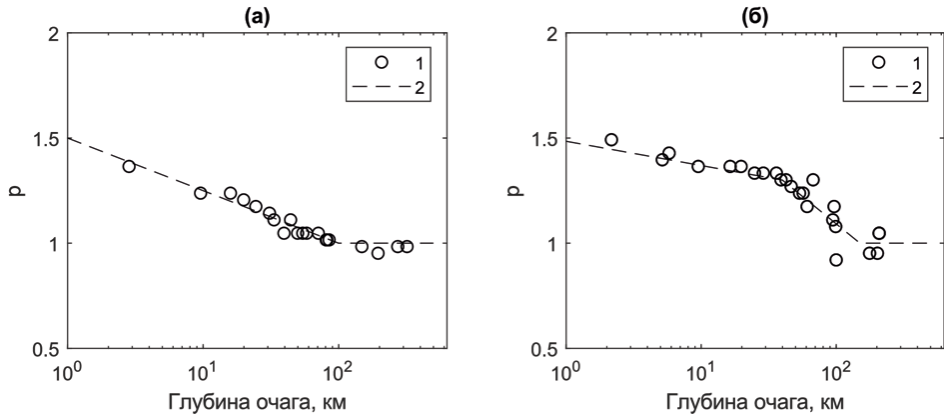


Рис. 6.4. Зависимость параметра p от глубины очага для афтершоковых последовательностей: (а) землетрясений мира с $M_m \geq 6.5$, 1980–2018 гг.; (б) землетрясений с $M_m \geq 6.0$ в Курило-Камчатском регионе. 1 – оценки параметра p по основным толчкам, упорядоченным по возрастанию глубины очага в скользящем окне 50 событий с шагом 5 событий (в качестве значения глубины принимается среднее по 50 событиям); 2 – кусочно-линейная аппроксимация в логарифмическом масштабе (см. текст)

Аппроксимация зависимостей значений параметра p от глубины очага кусочно-линейной функцией в логарифмическом масштабе определяется соотношениями (6.11a) для глобального каталога и (6.11b) для Камчатки и Курильских островов (рис. 6.4).

$$p = \begin{cases} 1.5, & h < 1 \text{ км}, \\ 1.5 - 0.25 \lg h, & 1 \text{ км} \leq h \leq 100 \text{ км}, \\ 1.0, & h > 100 \text{ км}. \end{cases} \quad (6.11a)$$

$$p = \begin{cases} 1.6 - 0.187 \lg h, & 1 \text{ км} \leq h < 40 \text{ км}, \\ 2.138 - 0.523 \lg h, & 40 \text{ км} \leq h \leq 150 \text{ км}, \\ 1.0, & h > 150 \text{ км}. \end{cases} \quad (6.11b)$$

Для Кавказа и Байкальского региона были получены усредненные для всего диапазона глубин оценки параметра p . Аналогичная усредненная оценка была получена и для Курило-Камчатского региона (табл. 6.1).

Проверку модели распределения величины τ_2 мы провели путем сравнения теоретических и эмпирических функций распределения этой величины для четырех интервалов глубины по глобальному каталогу и по трем региональным каталогам (рис. 6.5). Теоретические распределения построены по формуле (6.8) со значениями параметров из таблицы 6.1. Эмпирические распределения в целом значительно различаются между собой, но при этом теоретические распределения отличаются от соответствующих эмпирических в значительно меньшей степени. Наилучшее совпадение достигается для $h \geq 50$ км по глобальному каталогу (доверительный уровень 0.99 по критерию Колмогорова), наихудшее для $h = 30\text{--}50$ км (доверительный уровень 0.52). С учетом того, что в каждой серии афтершоков возможны локальные по времени отклонения от закона Омори-Утсу (6.1) и что зависимости модели (6.8) от параметров c и p этого закона существенно не линейны, полученные результаты можно считать хорошим подтверждением модели. Хорошее совпадение теоретических и эмпирических распределений также подтверждает правомерность использования косвенных (а не невозможных прямых) оценок параметра c , значения которого существенно влияют на форму распределения.

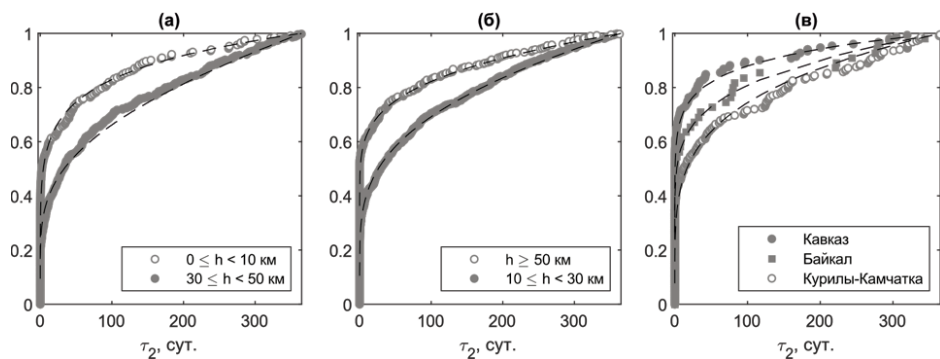


Рис. 6.5. Эмпирические и теоретические функции распределения длительности опасного периода афтершоков τ_2 для глобального каталога, $M_m \geq 6.5$ (а и б) для интервалов глубин: $0 \leq h < 10$, $10 \leq h < 30$, $30 \leq h < 50$, $h \geq 50$ км; и региональных каталогов (в): Курило-Камчатского региона, $M_m \geq 6.0$, Байкальского региона, $M_m \geq 5.5$, Кавказского региона, $M_m \geq 5.0$. Теоретические функции распределения (6.8) с параметрами из табл. 6.1 показаны штриховыми линиями

Учет информации о первых афтершоках

Можно предположить, что информация о первых афтершоках может существенно улучшить оценки длительности опасного периода. Время t_{start} , начиная с которого каталог можно считать полным, зависит от разности магнитуды основного толчка M_m и порога магнитуды афтершоков M_c [Helmstetter et al., 2006; Баранов и др., 2019]. В работе [Баранов и др., 2019] для глобального каталога ANSS получено соотношение (см. подробнее главу 5, раздел 5.3):

$$t_{start} = 10^{(M_m - M_c - 3.5)/0.7}. \quad (6.12)$$

Оценкой параметра Λ в (6.4) при любом пороге магнитуды служит число афтершоков в исследуемом интервале [Holschneider et al., 2012]. Эта оценка может быть пересчитана для произвольного интервала. Величина Λ в соотношении (6.5) относится к интервалу $[0, T]$. Для оценки параметра Λ могут использоваться данные об афтершоках представительной магнитуды. В этом случае необходимо оценить (или задать) также параметр b закона Гутенберга-Рихтера и пересчитать в соответствии с этим законом величину Λ для интересующей магнитуды. Таким образом, если известно число афтершоков $n_c(t_{start}, t_0)$ с магнитудой $M \geq M_c$ в интервале $[t_{start}, t_0]$, то оценка величины λ в соотношении (6.5) для относительного порога $M_m - 2$ определяется по формуле:

$$\Lambda = n_c(t_{start}, t_0) 10^{b(M_c - M_m + 2)} \frac{D_{c,p}(t_{start}, t_0)}{D_{c,p}(0, T)}, \quad (6.13)$$

где функция $D_{c,p}$ задается формулой (6.3).

Параметр c и p при наличии достаточного количества данных на интервале $[t_{start}, t_0]$ также могут быть оценены [Баранов и др., 2019]. Однако, как указывалось выше, оценка параметра c в данной задаче не применима, и значения этого параметра следует задавать по косвенным данным. Значение параметра b оценивалось по методике работы [Bender, 1983] (краткое описание метода приведено в работе [Vorobieva et al., 2013]) с использованием разных вариантов априорного распределения аналогично работе [Баранов и др., 2019]. Для этой цели авторы разработали специальную программу [Баранов, Шебакин, 2018б]. Была проведена серия экспериментов с различными способами оценки или задания параметров c , p , b . Для глобального и региональных каталогов оптимальными оказались варианты с оценкой параметра Λ по формуле (6.13), но с использованием заданных значений c , p и b . Это связано с тем, что оценки параметров для отдельных серий недостаточно устойчивы.

Оценивание результатов с использованием данных о первых афтершоках проводилось аналогично работе [Баранов и др., 2019] по критерию информационного выигрыша LG оцениваемого метода по отношению к референс-модели (см. главу 4). Информационный выигрыш LG определяется

как отношение правдоподобия полученных реализаций для двух моделей в пересчете на один прогноз [Schorlemmer et al., 2007]:

$$LG(N) = \left\{ \prod_{i=1}^N f_{\Lambda}(\tau_i) / \prod_{i=1}^N \bar{f}_{\Lambda}(\tau_i) \right\}^{1/N}. \quad (6.14)$$

В формуле (6.14) в качестве референс-модели (обозначена $\bar{f}_{\Lambda}$) используется усредненная модель (6.9), зависящая от глубины очага сильного землетрясения.

Были рассмотрены ретроспективные прогнозы величины τ_2 для одного фиксированного времени $t_0 = 0.5$ сут. Это время представляется нам оптимальным с практической точки зрения. Для глобального каталога и для Курило-Камчатского региона параметр Λ_2 в референс-модели и параметр p для обеих моделей определялись из соотношений (6.10a) и (6.11a) или (6.10b) и (6.11b) соответственно, а значения параметра c для обеих моделей в обоих случаях брались из таблицы 6.1. Для регионов Байкал и Кавказ для обеих моделей значения параметров c и для референс-модели параметра Λ_2 определялись из таблицы 6.1. В тестируемой модели, аналогично работе [Баранов и др., 2019], оценка параметра Λ проводилась при условии $n_c(t_{start}, t_0) \geq 5$. Информационный выигрыш (6.14) оценивался для совокупности только таких серий афтершоков. Результаты приведены в таблице 6.2.

Таблица 6.2. Результаты ретроспективного теста оценок длительности опасного периода афтершоков $M \geq M_m - 2$ с использованием информации об афтершоках на интервале $[0, 0.5]$ сут.

Каталог	Число серий N с $n_c(t_{start}, t_0) \geq 5$	$LG(N)$
Глобальный каталог ANSS, $M_m \geq 6.5$	181	1.48
Курило-Камчатский регион, $M_m \geq 6.0$	32	1.59
Кавказ, $M_m \geq 5.0$	10	1.39
Байкал, $M_m \geq 5.5$	4	1.64

Как следует из таблицы 6.2, выигрыш при использовании данных об афтершоках за первые 0.5 сут. значителен по сравнению с усредненной моделью, он составляет в среднем около 50%.

Разработанная здесь методика позволяет оценить функцию распределения величины τ_2 . На практике при прогнозе в реальном времени может быть удобнее оперировать конкретными значениями. Следуя подходу работы [Баранов и др., 2019], на основе функций распределения можно определить «мягкий», «жесткий» и «нейтральный» прогнозы как 10%, 90% и 50% квантили.

В заключение отметим, что в данной главе была разработана методика оценки длительности опасного периода афтершоковой активности на основе полученных моделей времени последнего афтершока с магнитудой не ниже заданной. Согласно методике, оценка проводится в два этапа. На первом этапе, сразу после сильного землетрясения, используется усредненная

модель распределения величины τ_2 . Входной информацией для этой модели может являться только глубина очага. Параметры модели заранее определены. На втором этапе прогноз величины τ_2 может быть уточнен за счет информации о первых афтершоках, например, в течение первых 12 часов после землетрясения. Параметры модели для серий с большим числом афтершоков в принципе могут быть оценены, но оказалось, что результаты лучше совпадают с реальными значениями времени последнего афтершока, если использовать заранее заданные значения параметров, по возможности зависящие от глубины очага. Поэтому фактически для оценок на втором этапе используется только число афтершоков представительной магнитуды.

Для практического применения методики оценены параметры модели по глобальному каталогу землетрясений и отдельно для Курило-Камчатского, Байкальского и Кавказского регионов. Для глобального каталога и Курил и Камчатки параметры зависят от глубины очага. Ретроспективная проверка первого этапа методики показала хорошее совпадение теоретической модели с эмпирическими распределениями величины τ_2 . Уточнение прогноза на втором этапе, как показал второй ретроспективный тест, действительно целесообразно, поскольку позволяет получить информационный выигрыш в среднем около 50%.

Целью данной главы являлось главным образом создание методики для получения чисто практических результатов, которые, в том числе, будут использованы в разрабатываемой автоматизированной системе прогнозирования опасности афтершоков AFCAST (www.afcast.org). Вместе с тем в работе получены новые результаты, которые могут послужить уточнению физических представлений о сейсмогенезе. В частности, установлена сильная зависимость от глубины очага среднего количества афтершоков с относительным порогом магнитуды. Эта величина экспоненциально уменьшается с глубиной, изменяясь более чем на порядок.

Важным отрицательным результатом данной главы является вывод о неправомерности использования широко распространенной, особенно в западной научной литературе, модели ETAS для прогноза длительности опасного периода афтершоков. Главная причина в том, что количество афтершоков у каждого события определенной магнитуды считается параметром модели, однако в природе эта величина варьирует в очень широких пределах, подчиняясь экспоненциальному распределению, имеющему максимум в нуле.

Значительное внимание в главе уделено проблеме идентификации афтершоков. Была проведена модификация метода Заляпина–Бен-Зиона [Zaliapin, Ben-Zion, 2013, 2016], в которой неявным образом учитываются размеры и направление простирания очага сильного землетрясения. Этот алгоритм позволяет выделять последовательности афтершоков, близко совпадающие при большом числе афтершоков с последовательностями, выделенными с методом Молчана–Дмитриевой [1991], при этом алгоритм лишен его недостатков при малом числе афтершоков. Оказалось, однако, что пороговое значение функции близости примерно на два порядка меньше порога в стандартном методе. Это фактически означает, что «иерархическая» схема выделения афтершоков в методе Заляпина–Бен-Зиона в виде ветвящейся цепочки «родитель–потомки» фактически имеет лишь чисто технический

смысл, без фактических причинно-следственных связей. Таким образом, методика Заляпина–Бен-Зиона и иерархические модели афтершокового процесса вообще требуют переосмысления.

ГЛАВА 7. АВТОМАТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ ОПАСНОСТИ АФТЕРШОКОВ

В данной главе приводится описание автоматической информационной системы оценки опасности сильных афтершоков (AFCAST). Система создана на основе результатов, описанных в главах 3–6. Система работает в режиме времени, близком к реальному, используя данные глобального каталога ANSS ComCat [ANSS...] Геологической службы США (USGS), доступного в сети Интернет. Данный каталог является представительным для всей Земли начиная с магнитуды 4.5. Менее чем через час после того, как произошло представительное землетрясение, информация о нем появляется в каталоге. Результаты системы AFCAST доступны в сети Интернет³.

Система AFCAST каждые 4 часа (изменяемый параметр) загружает данные из каталога ANSS ComCat. Оценка опасности сильных афтершоков выполняется для землетрясений мира с магнитудой 6.5 или выше, которые считаются основными толчками. Как только сведения о землетрясении с $M \geq 6.5$ поступают в систему, выполняются следующие оценки по информации об основном толчке:

- оценка области, где ожидается афтершоковая активность по алгоритму, описанному в главе 4, раздел 4.1.4;
- оценка магнитуды сильнейшего афтершока, ожидаемого за время $(t, 365)$ суток после основного толчка ($t = 0.01, 2^j, j = -2, \dots, 7$) с вероятностью 10, 50 и 90%;
- оценка длительности опасного периода для землетрясений с $M_m - 2$ или выше (M_m – магнитуа основного толчка) с вероятностями 10, 50 и 90% (см. раздел 6.4).

По прошествии 12 часов с момента основного толчка при условии достаточности данных (не менее 10 афтершоков с представительными магнитудами из области ожидаемой афтершоковой активности) выполняется оценивание областей, где ожидаются афтершоки с $M \geq 5.5$ по алгоритму из раздела 4.2.6. Рассчитываются два типа областей (эллипс и стадион), размеры которых определяются согласно «мягкой», «нейтральной» и «жесткой» стратегиям. «Жесткая» стратегия рекомендуется к применению, если сильный афтершок может привести к катастрофическим последствиям при отсутствии соответствующих превентивных мер – низкая вероятность пропуска цели. В случае, если необходимо минимизировать размер области тревоги с целью сокращения расходов на превентивные меры, то рекомендуется применять «мягкую» стратегию. Если же последствия пропуска сильного афтершока и затраты на превентивные меры примерно равны или неизвестны, то наиболее подходящей является «нейтральная» стратегия.

Уточнение оценки магнитуды сильнейшего афтершока ожидаемого в течение $(2^j, 365)$ суток после основного толчка выполняется по данным за 2^j , $j = -2, \dots, 7$ суток по методике главы 5. Оценивание производится для вероятностей 10, 50 и 90%. Расчеты выполняются при условии достаточности

³ URL: <https://afcast.org/afcast/>

данных (не менее 5 представительных афтершоков из области ожидаемой афтершоковой активности), иначе используется оценка по динамическому закону Бота (см. раздел 3.4).

Уточнение оценки длительности опасного периода проводится по данным за 12 часов после основного толчка по методике из раздела 6.5. Расчеты выполняются при условии достаточности данных (не менее 5 представительных афтершоков из области ожидаемой афтершоковой активности), иначе используется усредненная оценка (см. раздел 6.4).

В базе данных системы AFCAST, помимо текущих прогнозов, содержатся результаты прогнозирования для афтершоковых серий начиная с 2004 г. Результаты работы системы могут быть использованы органами власти при планировании мер по снижению ущерба после сильного землетрясения.

Система AFCAST состоит из двух частей: расчетной и пользовательской. Расчетная часть (программа на языке MATLAB) отвечает за загрузку данных из каталога ANSS ComCat, проведение расчетов и передачу данных и результатов расчетов в пользовательскую часть. Пользовательская часть представляет собой WEB-приложение на удаленном сервере. В задачу этой части входит представление результатов оценивания опасности сильных афтершоков в удобном для пользователя виде, включающем интерактивные карты, графики и таблицы. WEB-приложение AFCAST доступно в сети Internet, URL: <https://afcast.org/afcast/>.

В последующих разделах подробно рассматриваются вопросы передачи данных между расчетной и серверной частями системы AFCAST, а также программно-аппаратная организация серверной и интерфейсной частей системы.

7.1. РАСЧЕТНАЯ ЧАСТЬ СИСТЕМЫ AFCAST

Расчетная часть системы AFCAST представляет собой программу AFS, написанную на языке MATLAB (рис. 7.1).

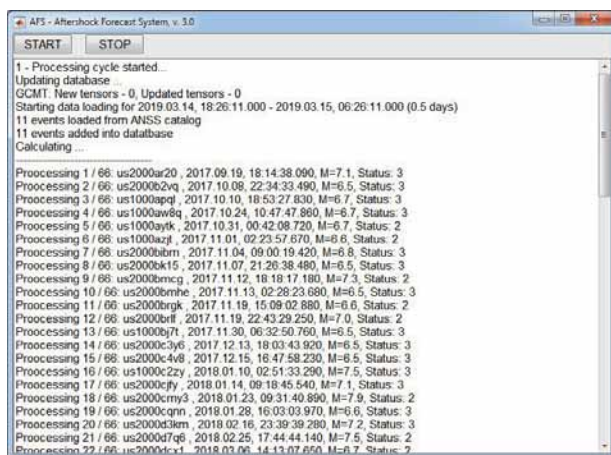


Рис. 7.1. Снимок экрана программы AFS. Кнопки «START», «STOP» служат для запуска и

приостановки работы программы

Для работы программы AFS необходим компьютер, на который должна быть установлена система научных расчетов MATLAB компании Mathworks⁴ версии не ниже R2016a с пакетами (toolboxes) Statistics and Machine Learning Toolbox, Mapping Toolbox, Database Toolbox. Также необходимо установить систему управления базами данных MySQL Server Community Edition⁵. Поскольку системы MATLAB и MySQL являются кроссплатформенными (способны работать на нескольких аппаратных платформах и операционных системах), то выбор аппаратной платформы и операционной системы определяется требованиями этих программных продуктов. Минимальная конфигурация компьютера с процессором Intel следующая: процессор не ниже Intel Core I5, оперативная память не ниже 4 Гб, жесткий диск не менее 100 Гб. Операционная система: Microsoft Windows 7 или выше, Ubuntu 14.04 LTS – 15.10, Red Hat Enterprise Linux 6 и 7, SUSE Linux Enterprise Desktop 11 и 12, Debian 7.x, 8.x либо Mac OS X 10.11 (El Capitan) или Mac OS X 10.10 (Yosemite).

Программа AFS организована по модульному принципу и выполняет следующие действия в автоматическом режиме: загрузка данных о землетрясениях по всему миру из каталога ANSS ComCat [ANSS...], выделение основных толчков и их афтершоков, оценка магнитуды предстательности афтершоковых серий, расчет областей возникновения сильных афтершоков для «нейтральной», «жесткой» и «мягкой» стратегий, оценка распределения магнитуды сильнейшего афтершока, передача результатов расчетов на удаленный сервер для отображения в сети Интернет в удобном для пользователя виде.

Загрузка данных о землетрясениях выполняется автоматически каждые 4 часа (параметр может быть изменен пользователем) из каталога ANSS ComCat с сервера⁶ Геологической службы США (USGS), загрузка тензоров сейсмического момента землетрясений осуществляется из глобального каталога CMT⁷. Менее чем через 1 час после землетрясения информация о нем появляется на сервере USGS. В течение 12 часов появляется информация о тензоре скалярного сейсмического момента в каталоге Quick CMT (часть каталога CMT, содержащая «быстрые» оценки тензоров).

Выделение основных толчков и их афтершоков выполняется по следующей схеме. Как только в систему поступило землетрясение с магнитудой не ниже 6.5, оно считается потенциальным основным толчком, для него рассчитывается вмещающий круг (область, содержащая все ожидаемые афтершоки) с центром в эпицентре основного толчка и радиусом, зависящим от его магнитуды (M_m): $R_m = 0.03 \times 10^{M_m/2}$ км (см. раздел 4.1). Афтершоками данного основного толчка считаются все землетрясения, произошедшие во вмещающем круге в течение года.

⁴ Сайт компании Mathsoft: <https://nl.mathworks.com>.

⁵ Сайт СУБД MySQL: <https://www.mysql.com>.

⁶ Сайт каталога ANSS ComCat: <http://earthquake.usgs.gov/data/comcat/>.

⁷ Сайт глобального каталога CMT [Ekström et al., 2012]: <http://www.globalcmt.org/>.

Если после основного толчка произошло менее 12 часов (настраиваемый параметр), то афтершоковая серия получает статус 0 – ожидание 12 часов после основного толчка; если от 12 часов до 365 суток, то статус 1; если больше 365 суток, то статус 3 (серия закончена).

После определения статуса серия передается в расчетные модули: *estArea* – построение областей, в которых ожидаются сильные афтершоки с $M \geq 5.5$; *est_rMI* – оценивание магнитуды сильнейшего афтершока; *estDuration* – оценка длительности опасного периода афтершоков с $M \geq M_m$ – 2.

Модуль оценивания областей сильных афтершоков *estArea*. Этот модуль использует информацию об уже зарегистрированных афтершоках сильного землетрясения. Модуль *estArea* является зарегистрированной программой, разработанной авторами [Баранов, Шебалин, 2018г] (№ госрегистрации 2018660099). Под сильными афтершоками понимаются повторные толчки с $M \geq 5.5$.

Модуль *estArea* выполняет расчеты по следующей схеме. Если прошло менее 12 часов после основного толчка, то в качестве оценки области афтершоковой активности используется вмещающий круг с центром в эпицентре основного толчка и радиусом, зависящим от его магнитуды (M_m): $R_m = 0.03 \times 10^{M_m/2}$ км (см. раздел 4.1). Эта область содержит все ожидаемые афтершоки.

Если уже прошло 12 часов после основного толчка, то оценивается локальная представительная магнитуда M_c методом MAXC [Wiemer, Wyss, 2000; Woessner, Wiemer, 2005] по данным за 5 лет до и 12 часов после основного толчка из вмещающего круга. Эта магнитуда используется для оценивания области сильных афтершоков. Если у серии за 12 часов после основного толчка произошло менее 7 (настраиваемый параметр) афтершоков с $M \geq M_c$, дальнейший расчет областей, где ожидаются сильные афтершоки, не производится, и за оценку принимается вмещающий круг.

Если у афтершоковой серии за 12 часов после основного толчка произошло не менее 7 афтершоков с $M \geq M_c$, то рассчитываются области, где в течение 365 суток ожидаются афтершоки с $M \geq 5.5$ по алгоритму из раздела 4.2. Строятся два типа областей – эллипс и стадион, которые ранжируются в зависимости от целей прогноза согласно стратегиям («мягкой», «жесткой» и «нейтральной»). Эти стратегии, разработанные в результате анализа диаграммы ошибок, определяют вероятность, с которой предстоящие афтершоки попадут в область. «Нейтральная» стратегия – соответствует минимуму функции потерь, который достигается при $q = 0.95$ (доля афтершоков за 12 часов после основного толчка, принадлежащая области). Область, соответствующая этой стратегии, применяется, когда цены ошибок двух родов примерно одинаковы или неизвестны. «Жесткая» стратегия определяется пороговым значением, начиная с которого увеличение q не приводит к уменьшению пропусков цели – в нашем случае это значение равно 0.99. «Жесткая» стратегия применяется, когда высока цена возможного пропуска сильного афтершока. «Мягкая» стратегия определяется пороговым значением, начиная с которого даже малое изменение площади тревоги за счет уменьшения q приведет к большому росту вероятности пропуска цели [Shebalin et al.,

2014] – в нашем случае это значение равно 0.87. Подчеркнем, что эти стратегии основаны на апробированном инструментарии оценки качества прогноза и имеют выраженную практическую направленность, позволяя определять размер области, где ожидаются сильные афтершоки, в зависимости от важности прогноза.

Модуль оценки магнитуды предстоящих сильнейших афтершоков *est_rMI*. Этот модуль также использует информацию об уже зарегистрированных афтершоках сильного землетрясения. Модуль *est_rMI* является зарегистрированной программой, разработанной авторами [Баранов, Шебалин, 2018д] (№ госрегистрации 2018661090).

Модуль *est_rMI* выполняет расчеты по следующей схеме. Если у серии произошло менее 6 часов после основного толчка, то в качестве оценки распределения магнитуды предстоящих сильнейших афтершоков используется динамический закон Бота в виде (3.23), рассмотренный в разделе 3.4. Оценивание выполняется для интервала времени $(t, 365)$ суток после основного толчка, где $t = 0.01, 2^j$ при $j = -2, -1, \dots, 7$.

Если у серии прошло не менее 0.25 суток (6 часов) после основного толчка, то, при условии достаточности данных (не менее 10 событий для оценивания M_c и не менее 5 событий с $M \geq M_c$ для оценивания параметров законов Гутенберга-Рихтера и Омори-Утсу), рассчитывается распределение магнитуды предстоящих сильнейших афтершоков, rM_1 , по информации об уже зарегистрированных афтершоках (см. главу 5, раздел 5.3). Если данных недостаточно, то используется распределение rM_1 по динамическому закону Бота (3.23).

Результатом работы модуля *est_rMI* является распределение магнитуд rM_1 предстоящих сильнейших афтершоков (на интервале времени $(t, 365)$ после основного толчка и значения rM_1 для вероятностей 10, 50, 90%, которые соответствуют оптимистической, нейтральной и пессимистической стратегиям.

В модуле *est_rMI* используются следующие программы, разработанные авторами:

- * программа байесовских оценок параметров закона Гутенберга-Рихтера с произвольным априорным распределением (*bayGR*), номер госрегистрации 2018618074 [Баранов, Шебалин, 2018б];

- * программа байесовских оценок параметров закона Омори-Утсу с произвольным априорным распределением (*bayMOL*), номер госрегистрации 201866049 [Баранов, Шебалин, 2018в].

Модуль оценивания длительности опасного периода *estDuration*. Модуль оценивает время τ афтершоков, в течение которого могут происходить афтершоки с магнитудой $M \geq M_m - 2$. Расчеты выполняются по следующей схеме. Если у серии произошло менее 12 часов после основного толчка, то распределение величины τ оценивается по усредненной модели (6.8), параметры которой зависят от глубины основного толчка согласно формулам (6.10a) и (6.11a), см. раздел 6.4.

По истечении 12 часов после основного толчка выполняется оценивание длительности опасного периода с учетом информации об уже зарегистрированных афтершоках по модели для афтершоковой серии (6.5). При этом ожидаемое число афтершоков на интервале $(t, 365)$ берется из оценки магнитуды сильнейшего афтершока по информации о предшествующих афтершоках (см. предыдущий раздел), если такая оценка возможна, и приводится к пороговой магнитуде $M_m - 2$ по формуле (6.13) с параметрами и p , зависящими от глубины основного толчка, формулы (6.10а) и (6.11а). В случае если данных для оценки магнитуды сильнейшего афтершока недостаточно, для оценивания длительности опасного периода используется усредненная модель.

Результатом работы модуля *estDuration* является распределение длительности опасного периода τ афтершоков с $M \geq M_m - 2$ и значения длительности τ с $(t, 365)$ после основного толчка, и значения rM_1 для вероятностей 10, 50, 90%, которые соответствуют оптимистической, нейтральной и пессимистической стратегиям.

7.2. ИНТЕРФЕЙСНАЯ ЧАСТЬ СИСТЕМЫ AFCAST

Интерфейсная часть системы AFCAST представляет собой WEB-приложение, функционирующее на WEB-сервере, к которому должен быть подключен интерпретатор языка php с установленными библиотеками для доступа к базе данных MySQL. Также на серверном компьютере должны быть установлены ftp-сервер и СУБД MySQL Server Community Edition.

Интерфейсная часть системы AFCAST состоит из следующих модулей:

- **index** – модуль, реализующий интерфейс пользователя для доступа к информации об основных толчках (землетрясения с $M \geq 6.5$) – стартовый экран системы AFCAST;
- **aseq** – модуль, реализующий интерфейс пользователя для доступа к оценкам областей, в которых ожидаются сильные ($M \geq 5.5$) афтершоки;
- **m1** – модуль, реализующий интерфейс пользователя для доступа к оценкам магнитуды предстоящих сильнейших афтершоков;
- **tau** – модуль, реализующий интерфейс пользователя для доступа к оценкам длительности опасного периода афтершоков с $M \geq M_m - 2$ (M_m – магнитуда основного толчка).

Модуль выбора основных толчков. Экран модуля *index* (рис. 7.2) разделен на три части, в которых сгруппированы элементы интерфейса, управляющие визуализацией однотипной информации. Модуль *index* (рис. 7.2) предоставляет пользователю следующие возможности: выбор интервала времени для загрузки афтершоковых серий (доступны сведения с 2004 г.); просмотр информации о загруженных основных толчках и характеристиках афтершоковых серий в виде списка и интерактивной карты. Также имеется возможность выбора пользователем топографической основы интерактивной карты из 8 вариантов, включая цифровые модели рельефа и подроб-

ные карты проекта Open Street Map, подробно показывающие городскую застройку.

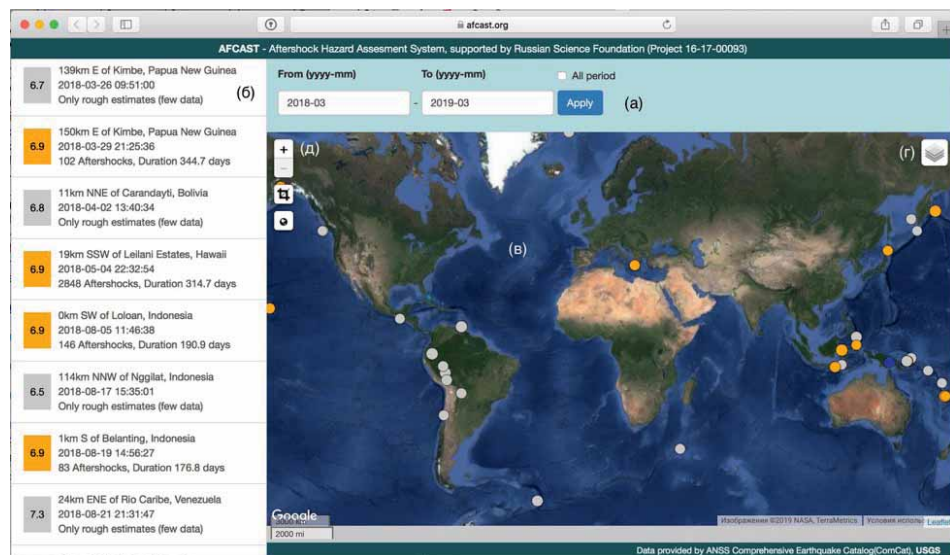


Рис. 7.2. Стартовый экран интерфейсной части системы AFACST. (а) – инструмент для выбора интервала времени для загрузки данных (формат гггг-мм); (б) – список основных толчков с магнитудами, временами в очаге: синий квадрат – законченные серии (больше года после основного толчка), оранжевый квадрат – незаконченные серии (меньше года после основного толчка), серый квадрат – серии, для которых возможны только усредненные оценки и характеристики афтершоковых серий (число афтершоков и длительность серии); (в) – интерактивная карта с основными толчками: цвет кружка соответствует цвету фона магнитуды (б), размер кружка пропорционален магнитуде основного толчка; (г) – инструмент для выбора топографической основы интерактивной карты (в); (д) – инструмент масштабирования интерактивной карты (в)

Щелчок мышью по элементу списка (рис. 7.2б) или по эпицентру интерактивной карты (рис. 7.2в) открывает карточку основного толчка (рис. 7.3) с более подробной информацией о соответствующей серии афтершоков. Карточка появляется в эпицентре основного толчка на карте. Щелчок мышью по кнопкам (рис. 7.3в) осуществляет переход к модулям визуализации оценок областей сильных афтершоков (в.1), магнитуд предстоящих сильнейших афтершоков (в.2) и длительности опасного периода (в.3).

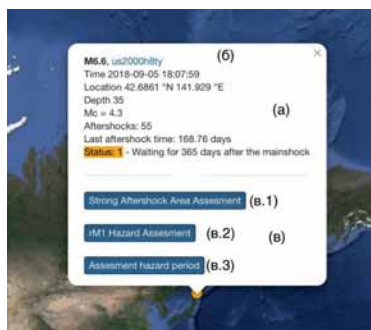


Рис. 7.3. Фрагмент основного экрана системы AFCAST с карточкой, содержащей подробную информацию о выбранной пользователем автершоковой серии. (а) – карточка с информацией о времени в очаге и гипоцентре основного толчка, а также локальная представительная магнитуда M_c , количестве автершоков, относительном времени последнего автершока в сутках после основного толчка и статусе серии; (б) – ссылка на страницу на сайте USGS с информацией об основном толчке; (в) – кнопки для перехода к визуализации оценок областей сильных автершоков (в.1), магнитуд предстоящих сильнейших автершоков (в.2) и длительности опасного периода (в.3)

Модуль оценок областей сильных автершоков *aseq*. Модуль визуализации оценок областей, в которых ожидаются сильные автершоки, вызывается пользователем при помощи щелчка мышью по кнопке (в.1) в карточке события (рис. 7.3в). Экран модуля *aseq* разделен на две части, в которых сгруппированы элементы интерфейса, управляющие визуализацией однотипной информации.

В первой части экрана (рис. 7.4) приведены характеристики автершокового процесса выбранного основного толчка: сведения о магнитуде и времени сильнейшего автершока, локальная представительная магнитуда серии M_c (рис. 7.4а). Также приведены интерактивные графики, показывающие ход автершокового процесса (рис. 7.4 б, в). Пользователь может изменять масштаб графиков, замерять те или иные значения и сохранять график в файле в формате png.

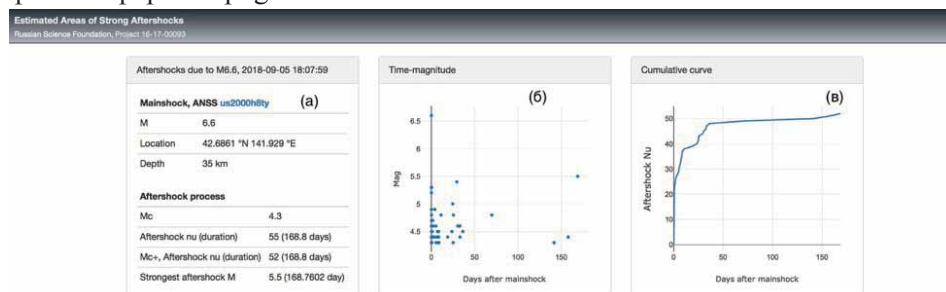


Рис. 7.4. Фрагмент экрана модуля *aseq* системы AFCAST с информацией о ходе автершокового процесса. (а) – информация о выбранном пользователем основном толчке и автершоковой серии; (б) – интерактивный график зависимости магнитуды автершоков от времени; (в) – интерактивный график зависимости суммарного количества автершоков от времени. Блок информации об автершоковом процессе содержит информацию, аналогичную карточке (рис. 5), сведения о магнитуде и времени сильнейшего автершока

Под блоком информации о ходе афтершокового процесса расположен раздел, в котором приводятся области, где ожидаются сильные афтершоки (рис. 7.5). В таблице (рис. 7.5а) приведены области, где ожидаются сильные афтершоки. Области ранжированы по степени важности прогноза, согласно стратегиям, отражающим степень важности прогноза (см. выше). Пользователь имеет возможность включать или выключать отображение той или иной области на карте (рис. 7.5 б). Функции интерактивной карты (рис. 7.5б) аналогичны функциям карты на основном экране системы AFCAST (рис. 7.2в). Слева от интерактивной карты расположена ее легенда (рис. 7.5в), которая также позволяет пользователю включать или отключать отображение элементов (основной толчок, афтершоки, вмещающий круг, разрыв, направление осей механизма очага по данным USGS и GCMT) на интерактивной карте. Сильные афтершоки на интерактивной карте показаны красным цветом (рис. 7.5в).

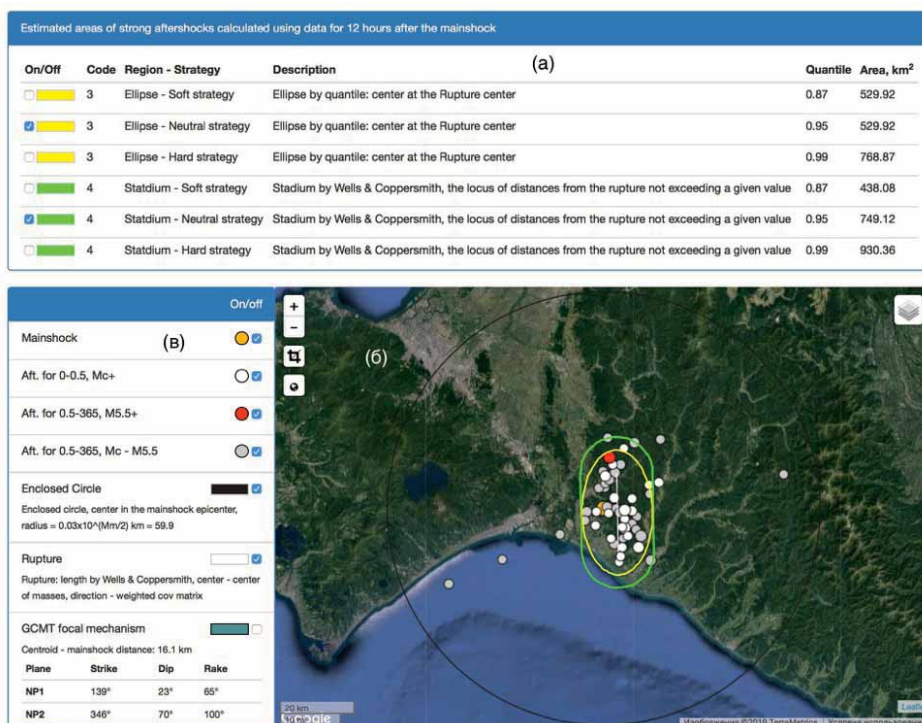


Рис. 7.5. Фрагмент экрана модуля *aseq* системы AFCAST с информацией об областях, где ожидаются сильные афтершоки, ранжированных согласно стратегиям, определяемых степенью важности прогноза. (а) – интерактивная таблица областей и их описание (пользователь может включать или выключать отображение областей на карте); (б) – интерактивная карта, на которой показаны основной толчок, афтершоки и области, где ожидаются сильные афтершоки; (в) – легенда карты, на которой пользователь может включать или отключать показ информации на карте (б)

Модуль *aseq* (рис. 7.4, 7.5) предоставляет пользователю следующие возможности: просмотр информации об основном толчке, включая переход по

ссылке на соответствующую страницу в каталоге ANSS ComCat; просмотр информации о временном ходе афтершокового процесса и его пространственного распределения на интерактивных графиках и карте; просмотр параметров оценок областей, где ожидаются сильные афтершоки и их отображение на интерактивной карте. Также имеется возможность выбора пользователем топографической основы интерактивной карты из 8 вариантов, включая цифровые модели рельефа и подробные карты проекта Open Street Map, подробно показывающие городскую застройку.

Модуль визуализации оценок магнитуд сильнейших афтершоков *m1*. Этот модуль вызывается пользователем при помощи щелчка мышью по кнопке (в.2) в карточке события (рис. 7.3в). Экран модуля *m1* разделен на три части, в которых сгруппированы элементы интерфейса, управляющие визуализацией однотипной информации. Первая часть такая же, как и в модуле визуализации оценок областей, где ожидаются сильнейшие афтершоки, *aseq* (рис. 7.4). Эта часть содержит информацию о выбранном основном толчке, магнитуде и времени сильнейшего афтершока и временном ходе афтершокового процесса.

Под блоком информации об афтершоковом процессе расположена вторая часть, в которой представлены оценки магнитуды предстоящих сильнейших афтершоков rM_1 по динамическому закону Бота (рис. 7.6). Оценки показаны для интервала времени $(t, 365)$ суток после основного толчка для вероятностей неперевышения 10, 50 и 90%, которые представляют стратегии пессимиста, нейтральную и оптимиста. Также показаны фактические значения магнитуды сильнейшего афтершока на интервале времени $(t, 365)$ суток или до фактически прошедшего времени после основного толчка, если оно меньше года.

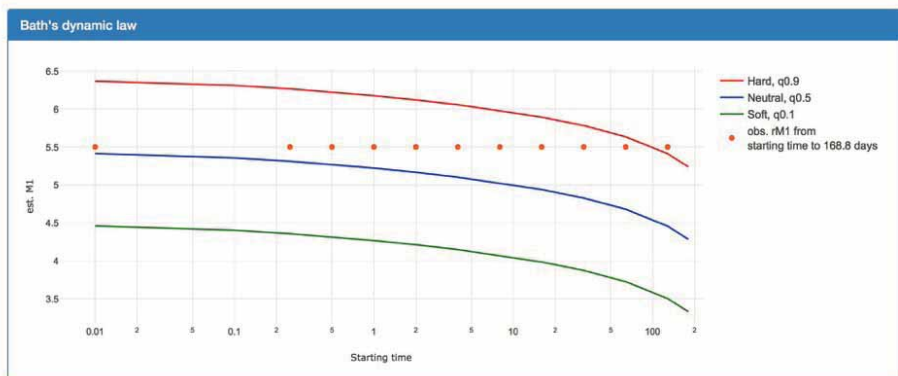


Рис. 7.6. Фрагмент экрана модуля *m1* системы AFCAST с оценками магнитуды предстоящих сильнейших афтершоков rM_1 по динамическому закону Бота. Красные точки – фактические значения магнитуды сильнейшего афтершока rM_1 на интервале времени $(t, 365)$ суток или до фактически прошедшего времени после основного толчка, если оно меньше года. Зеленая, синяя, и красная кривые – оптимистическая, нейтральная и пессимистическая оценки магнитуды сильнейшего афтершока на интервале $(t, 365)$ суток после основного толчка (t – starting time), соответствующие вероятностям неперевышения 10, 50 и 90%

Третья часть (рис. 7.7) содержит информацию об оценках магнитуды предстоящих сильнейших афтершоков по информации об уже зарегистрированных афтершоках (см. раздел 7.1.2).

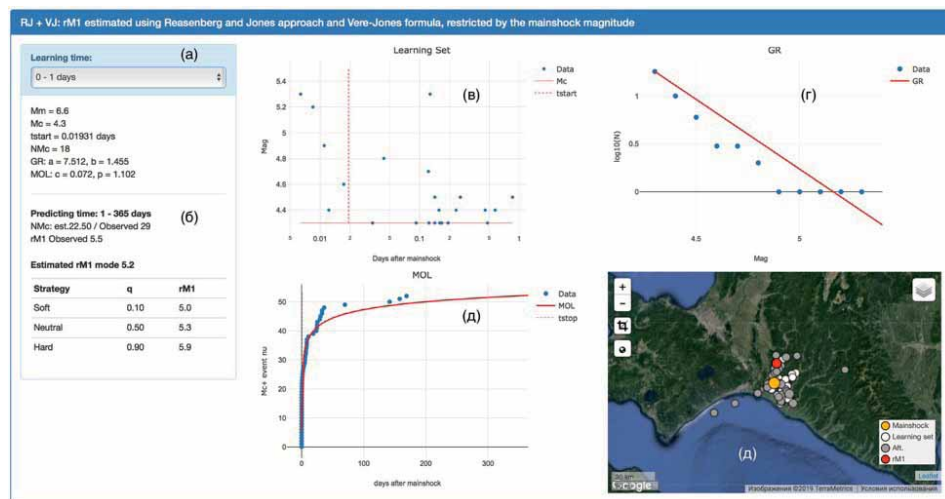


Рис. 7.7. Фрагмент экрана модуля *m1* системы AFCAST с оценками магнитуды предстоящих сильнейших афтершоков rM_1 по информации об уже зарегистрированных афтершоках. (а) – Выбор доступных времен $[0, t]$, по которым выполнялось оценивание и оценки параметров модели: пара M_c, t_{start} – магнитуда и время, начиная с которых серия является полной; NMc – число представительных событий на $[t_{start}, t]$; параметры закона Гутенберга-Рихтера (a, b) и Омори-Утсу (p). (б) – Оцененные и наблюдаемые значения числа представительных афтершоков NMc , фактическая магнитуда сильнейшего афтершока rM_1 на интервале $(t, 365)$ суток, а также оценки магнитуды предстоящих сильнейших афтершоков с вероятностями неперевышения 10, 50 и 90%. (в) – Зависимость магнитуды от времени для афтершоков, произошедших на интервале $[0, t]$ суток в логарифмическом масштабе времени: горизонтальная прямая соответствует M_c , вертикальная пунктирная прямая – t_{start} . (г) – График повторяемости магнитуд афтершоков, произошедших на интервале $[0, t]$ суток: точки фактические данные, прямая – оценка по закону Гутенберга-Рихтера. (д) – Зависимость суммарного количества афтершоков от времени: точки – фактических данных, сплошная линия – оцененные по закону Омори-Утсу значения с параметрами в секции (а). (е) – Интерактивная карта: основной толчок показан оранжевым кружком, белые кружки – представительные афтершоки за время $[0, t]$ суток, серые кружки – представительные афтершоки за время $(0, 365)$ суток, красный кружок – сильнейший афтершок

Экран модуля *m1* разделен на две части, в которых сгруппированы элементы интерфейса, управляющие визуализацией однотипной информации. Первая часть такая же, как и в модуле визуализации оценок областей, где ожидаются сильнейшие афтершоки, *aseq* (рис. 7.4). Эта часть содержит информацию о выбранном основном толчке, магнитуде и времени сильнейшего афтершока и временном ходе афтершокового процесса.

Пользователю предоставляется выбор из списка (рис. 7.7а) времени, по которому выполнялось оценивание. Для выбранного значения показываются параметры модели (см. раздел 5.3): пара (M_c, t_{start}) – магнитуда и время, начиная с которых серия является полной; NMc – число представительных

событий за время $[t_{start}, t]$; параметры закона Гутенберга-Рихтера (a, b) и Омори-Утсу (c, p), оцененные с помощью априорной информации. Показаны (рис. 7.7б): фактическое значение и оценка числа представительных афтершоков на интервале $(t, 365)$ суток; фактическое (если доступно) и оцененное значение магнитуды сильнейшего афтершока rM_1 ; фактические значения (если доступны) и оценки магнитуды предстоящих сильнейших афтершоков с вероятностями неперевышения 10, 50 и 90%.

Для контроля оценки параметров приводятся графики: зависимость магнитуды от времени для афтершоков, произошедших на интервале $[0, t]$ суток в логарифмическом масштабе времени (рис. 7.7в): горизонтальная прямая соответствует M_c , вертикальная пунктирная прямая – t_{start} ; график повторяемости магнитуд афтершоков (рис. 7.7г), произошедших на интервале $[0, t]$ суток; зависимость суммарного количества афтершоков от времени (рис. 7.7д), на графике показаны фактические данные и оцененные по закону Омори-Утсу значения с параметрами из секции (а). На интерактивной карте показаны (рис. 7.7д): эпицентры основного толчка; представительные афтершоки за время t суток, по которым выполнялось оценивание; доступные эпицентры представительных афтершоков за $(t, 365)$ суток, а также сильнейший афтершок (если доступен), произошедший за $(t, 365)$ суток после основного толчка.

Модуль визуализации оценок длительностей опасного периода афтершоков с $M \geq M_m - 2 \tau$ вызывается пользователем при помощи щелчка мышью по кнопке (в.3) в карточке события (рис. 7.3в). Экран модуля **τ** разделен на две части, в которых сгруппированы элементы интерфейса, управляющие визуализацией однотипной информации. Первая часть такая же, как и в модуле визуализации оценок областей, где ожидаются сильнейшие афтершоки, ***aseq*** (рис. 7.4). Эта часть содержит информацию о выбранном основном толчке, магнитуде и времени сильнейшего афтершока и временном ходе афтершокового процесса.

Вторая часть (рис. 7.8) содержит информацию об оценках длительности опасного периода афтершоков с $M \geq M_m - 2$, представленную как в табличном виде (рис. 7.8а), так и на интерактивных графиках (рис. 7.8в), допускающих масштабирование и сохранение изображения в файле в формате png. Также приводятся значения длительностей опасного периода (рис. 7.8б), соответствующие вероятностям 10, 50 и 90%.

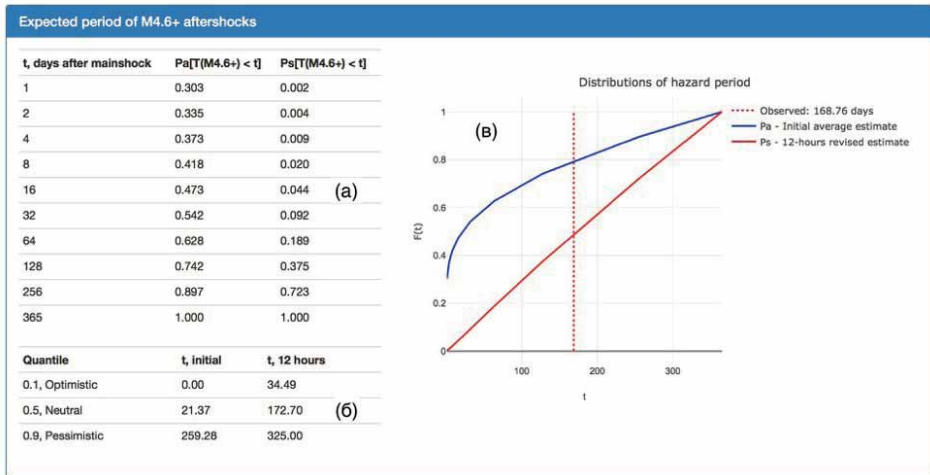


Рис. 7.8. Фрагмент экрана модуля *tau* системы AFCAST с оценками длительности опасного периода афтершоков с $M \geq M_m - 2$. (а) – Значения длительности опасного периода в сутках и соответствующие им вероятности непревышения, рассчитанные по усредненной модели (P_a) и модели, оцененной по данным за 12 часов после основного толчка (P_s). (б) – Значение длительностей опасного периода, рассчитанные для вероятностей 10, 50 и 90% по усредненной модели ($t, initial$) и модели, оцененной по данным за 12 часов после основного толчка. (в) – Интерактивные графики функции распределения длительности опасного периода, рассчитанные по усредненной модели (синяя линия) и по модели, оцененной по данным за 12 часов после основного толчка (красная линия)

7.3. ХРАНЕНИЕ ДАННЫХ И ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ МЕЖУ РАСЧЕТНОЙ И ИНТЕРФЕЙСНОЙ ЧАСТЯМИ

При разработке системы AFCAST возникла необходимость в хранении и передаче больших объемов данных (каталог землетрясений с информацией об основных толчках и их афтершоках, тензоры сейсмического момента основных толчков, оценки областей афтершоковой активности, магнитуды предстоящих сильнейших афтершоков и длительности опасного периода) между расчетной и пользовательской частями.

Для хранения данных в расчетной и интерфейсной частях системы AFCAST используется кроссплатформенное реляционное СУБД MySQL Server Community Edition⁸ с открытым исходным кодом.

Выбор MySQL Server Community Edition в качестве СУБД системы AFCAST обусловлен следующими причинами. Во-первых, как уже отмечалось, MySQL является кроссплатформенной СУБД, а значит может работать на разных типах ЭВМ с различными операционными системами (Microsoft Windows, Linux, MAC OS X и т.д.). Это свойство является важным, поскольку позволяет устанавливать расчетную и интерфейсную части системы AFCAST на различные программно-аппаратные платформы. Например, расчетная часть AFS работает на ЭВМ типа IBM PC с операционной

⁸ Сайт СУБД MySQL: <https://www.mysql.com>.

системой Microsoft Windows, а интерфейсная часть – на удаленном сервере под операционной системой Linux, которая традиционно используется в качестве серверной системы для WEB приложений. Во-вторых, используемая в системе редакция MySQL Server Community Edition является бесплатным СУБД с открытым исходным кодом, которая имеет несколько совместимых кроссплатформенных ответвлений (MariaDB, Percona Server) с различными типами лицензирования. Таким образом, в случае прекращения поддержки или перевода на платную схему основной ветки Community Edition компанией Oracle, остальные ответвления не пострадают. И, в-третьих, MySQL является вторым по популярности и самым популярным бесплатным СУБД для WEB приложений, по данным сети KeyCDN⁹. Это гарантирует, что имеется множество апробированных решений для типичных и нетипичных задач манипулирования данными, а также наличие библиотек для работы с этим СУБД в различных языках программирования и средствах разработки.

Структура базы данных. База данных, которая расположена на компьютере с установленной расчетной частью, называется «локальной», а база, расположенная на сервере с установленной интерфейсной частью, называется «удаленной». Таким образом, в системе AFCAST используются две базы данных – локальная и удаленная. Структуры этих баз совпадают.

База данных системы AFCAST состоит из 6 связанных таблиц (рис. 7.9): catalog, mains, aftersh, regions, m1, tau. Ниже приводится краткое описание этих таблиц и связей между ними.

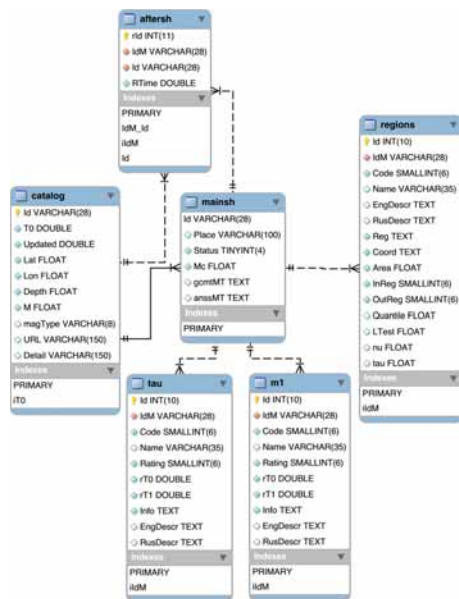


Рис. 7.9. Структура локальной и удаленной баз данных системы AFCAST

⁹

Сайт KeyCDN, <https://www.keycdn.com/blog/popular-databases>.

Таблица catalog (рис. 7.9) содержит сведения (уникальный идентификатор события Id, время в очаге, координаты гипоцентра, магнитуду, ее тип, URL страницы события на сайте USGS и URL с детальной информацией о событии) обо всех землетрясениях с 2004 г. из каталога ANSS ComCat. Уникальный идентификатор события Id является первичным ключом таблицы. Также таблица проиндексирована по времени в очаге T_0 для ускорения поиска события из заданного временного интервала.

Таблица mainsh (рис. 7.9) содержит сведения об основных толчках (землетрясения с $M \geq 6.5$): уникальный идентификатор события Id, место (Place), статус (Status), локальная представительная магнитуда (M_c), тензор сейсмического момента из каталога Global CMT (gcmtMT), тензор сейсмического момента из каталога ANSS ComCat (anssMT). Поля gcmtMT и anssMT служат для хранения информации в формате JSON; текстовый тип этих полей используется для совместимости с ранними версиями СУБД MySQL, которые не поддерживали формат JSON. Уникальный идентификатор Id является первичным ключом таблицы, по которому она связана отношением «один к одному» с таблицей catalog. Это позволяет быстро извлекать данные об основном толчке из каталога землетрясений по первичному ключу Id.

Таблица aftersh (рис. 7.9) содержит сведения об афтершоках: уникальный идентификатор записи в таблице (rId), идентификатор основного толчка (IdM), уникальный идентификатор события в каталоге (Id), время в сутках после основного толчка (RTime). Таблица aftersh связана с таблицей mainsh отношением «многие к одному» (множество афтершоков вызвано одним основным толчком) по полям IdM-Id, соответственно. Такая связь позволяет быстро находить все афтершоки для заданного основного толчка. Также mainsh связана отношением «один к одному» с таблицей catalog по полям Id для быстрого нахождения сведений из каталога для выбранного афтершока.

Таблица regions (рис. 7.9) содержит результаты оценивания областей, где ожидаются сильные ($M \geq 5.5$) афтершоки: уникальный идентификатор записи в таблице (Id), идентификатор основного толчка (IdM), код области (Code), имя области (Name), описание области на русском (RusDescr) и английском (EngDescr) языках, параметры области (Reg), координаты границы области (Coord), площадь области (Area), число доступных афтершоков внутри (InReg) и вне (OutReg) области, квантиль, для которого строилась область (Quantile), значения L-теста (LTest), доля доступных афтершоков с $M \geq 5.5$ вне области, отношение площадей области и вмещающего круга (nu). Последние три поля являются служебными. Поля Reg и Cord служат для хранения информации в формате JSON; текстовый тип этих полей используется для совместимости с ранними версиями СУБД MySQL, которые не поддерживали формат JSON. Таблица проиндексирована по уникальному идентификатору основного толчка (IdM) и связана отношением «многие к одному» с таблицей основных толчков mainsh. Это позволяет быстро находить области для выбранного основного толчка.

Таблица m1 (рис. 7.9) содержит результаты оценки магнитуд предстоящих сильнейших афтершоков: уникальный идентификатор записи (Id), идентификатор основного толчка (I), тип оценки (Code), интервал времени, по которому выполнялось оценивание (rT0, rT1), значения параме-

тров моделей (Info), описание модели на русском (RusDescr) и английском (EngDescr) языках, название оценки (Name). Поле Rating является служебным. Поле Info служит для хранения информации в формате JSON; текстовый тип этого поля используется для совместимости с ранними версиями СУБД MySQL, которые не поддерживали формат JSON. Таблица проиндексирована по уникальному идентификатору основного толчка (IdM) и связана отношением «многие к одному» с таблицей основных толчков mainsh. Это позволяет быстро находить области для выбранного основного толчка.

Таблица tau (Рис. 7.9) содержит результаты оценивания длительности опасного периода афтершоков с $M \geq M_m - 2$: уникальный идентификатор записи (Id), идентификатор основного толчка (IdM), тип оценки (Code), интервал времени, по которому выполнялось оценивание (rT0, rT1), значения параметров моделей (Info), описание модели на русском (RusDescr) и английском (EngDescr) языках, название оценки (Name). Поле Rating является служебным. Поле Info служит для хранения информации в формате JSON; текстовый тип этого поля используется для совместимости с ранними версиями СУБД MySQL, которые не поддерживали формат JSON. Таблица проиндексирована по уникальному идентификатору основного толчка (IdM) и связана отношением «многие к одному» с таблицей основных толчков mainsh. Это позволяет быстро находить области для выбранного основного толчка.

Поддержка целостности данных. Целостность локальной и удаленной баз данных поддерживается средствами СУБД MySQL Server Community Edition. Здесь под нарушением целостности данных понимаются следующие ситуации:

- наличие основного толчка в таблице mainsh, уникальный идентификатор которого (Id) отсутствует в таблице catalog;
- наличие афтершока в таблице aftersh, уникальный идентификатор которого (Id) отсутствует в таблице catalog;
- наличие афтершоковой серии в таблице aftersh, у которой уникальный идентификатор основного толчка (Id) отсутствует в таблице catalog;
- наличие оценок областей будущей афтершоковой активности (таблица regions), магнитуды сильнейших афтершоков (таблица m1), длительностей опасного периода (таблица tau) для основного толчка, уникальный идентификатор которого (IdM) отсутствует в таблице основных толчков (mainsh) и/или в таблице catalog.

Возникновение любой из этих ситуаций приводит к логической противоречивости в данных (нарушение целостности базы). Для исключения таких ситуаций в локальной и удаленной базах данных системы AFCast используются внешние ключи (FOREIGN KEY) с параметрами каскадного обновления (ON UPDATE CASCADE) и удаления (ON DELETE CASCADE) по полям «уникальный идентификатор события» и/или «уникальный идентификатор основного толчка».

Задание таких внешних ключей при добавлении информации, например, в таблицу основных толчков (mainsh), автоматически инициирует проверку

наличия добавляемого основного толчка в таблице catalog. И если такого землетрясения в каталоге нет, то возникает ошибка. При добавлении информации в любую таблицу с оценками (regions, m1 и tau) автоматически выполняется каскадная проверка. Таким образом, проверяется наличие соответствующего основного толчка в таблице mainsh, а затем в каталоге землетрясений (таблица catalog). При удалении сведений об основном толчке из таблицы mainsh автоматически удаляется вся связанная с ним информация из таблиц с оценками (regions, m1 и tau). А при удалении информации о землетрясении из каталога (таблица catalog) автоматически происходит каскадное удаление. Таким образом, удаляется связанная с ним информация (при ее наличии) из таблицы основных толчков (mainsh), что в свою очередь приводит к автоматическому удалению связанной информации из таблиц с оценками (regions, m1 и tau).

Передача информации между локальной и удаленными базами данных. После каждого цикла загрузки новых данных из каталога ANSS ComCat и их обработки расчетная часть системы AFCAST сохраняет данные и результаты их обработки в локальной базе данных. После этого необходимо передать данные и результаты расчетов в удаленную базу данных, для их использования интерфейсной частью при обращении пользователя к WEB приложению. Рационально передавать в удаленную базу данных только новую информацию из локальной базы. Таким образом, задача обмена информацией между локальной и удаленной базами разбивается на две подзадачи. Первая подзадача – получение расчетной частью системы AFCAST текущего состояния удаленной базы данных с целью определения различий в базах. Вторая подзадача – передача данных на удаленный сервер и помещение их в удаленную базу.

Для решения первой подзадачи были разработаны скрипты на языке php, которые выполняются на удаленном сервере. Расчетная часть обращается к этим скриптам и получает информацию о текущем состоянии удаленной базы (за какой период времени в базе имеются данные). При обращении к скриптам, с целью обеспечения безопасности, выполняется проверка прав доступа посредством передачи пароля в зашифрованном виде. Скрипт на удаленном сервере проверяет соответствие пароля заранее сгенерированному хэшу. В этом случае хранение пароля на удаленном сервере не требуется, а в случае утечки хэша восстановить по нему пароль невозможно.

После получения информации о состоянии удаленной базы данных расчетная часть определяет, какие данные отсутствуют на удаленном сервере. Это новые данные или данные, которые были по каким-то причинам изменены. Например, в течение 12 часов после сильного землетрясения изменили параметры его гипоцентра или тензора сейсмического момента.

Для решения второй подзадачи (передача данных на удаленный сервер и помещения их в базу данных) предложена следующая схема. Данные, подлежащие передаче на удаленный сервер, сохраняются в текстовые файлы и помещаются в zip-архив для уменьшения объема. Затем полученный архивный файл передается на удаленный сервер по sftp-протоколу. После передачи файла расчетная часть выполняет запрос к php-скрипту, который

распаковывает полученный архивный файл и помещает переданную информацию в удаленную базу данных посредством транзакции. В случае сбоя при помещении какой-либо порции данных в базу выполняется так называемый откат транзакции и база данных приводится в состояние как до начала процедуры добавления информации.

Отчет о том, как прошла процедура по распаковке и добавлению новой информации в удаленную базу, передается обратно в расчетную часть системы AFCAST. В случае если процедура прошла успешно, система AFCAST ожидает 4 часа (настраиваемый параметр) до следующего цикла (загрузка новых данных, затем следует их обработка и передача в удаленную базу). В случае если по каким-то причинам произошел сбой, расчетная часть системы AFCAST сигнализирует об этом пользователю и предпринимает повторную попытку передать данные на удаленный сервер. После трех неудачных попыток AFCAST переходит в режим 4-часового ожидания. Эксплуатация системы AFCAST показала надежность такой схемы.

В заключение необходимо отметить, что тестирование системы AFCAST в близком к реальному времени, начиная с 2016 г., подтвердили эффективность и возможность применения в реальных системах оценивания сейсмической опасности теоретических положений данной монографии, включая фундаментальные свойства афтершоковых процессов, установленные в главе 3, и разработанные на их основе методики оценки опасности афтершоков (главы 5, 6).

Результаты работы системы AFCAST могут быть использованы органами власти при планировании мер по снижению ущерба после сильного землетрясения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные в монографии результаты исследований афтершоковых процессов с точки зрения оценивания опасности предстоящих повторных толчков позволили выявить ряд общих теоретико-методологических закономерностей этих переходных режимов сейсмического процесса.

Обосновано представление афтершокового процесса суперпозиций временной модели и закона Гутенберга-Рихтера как следствие независимости времен афтершоков от их магнитуд (гипотеза П. Ризенберга и Л. Джонс).

Установлен закон продуктивности землетрясений. Под продуктивностью понимается способность землетрясения инициировать последующие толчки. Установлено, что количество инициированных событий, подсчитываемых в интервале магнитуд фиксированной ширины относительно магнитуды инициирующего события, подчиняется экспоненциальному распределению. По данным многолетних сейсмологических наблюдений, проводимых на глобальном и региональном уровнях, показано, что вид распределения не зависит от: нижнего порога магнитуд рассматриваемых инициированных событий, магнитуд и глубин событий-триггеров, а также вида функции близости. Более того, установлено, что параметр распределения продуктивности резко снижается с ростом глубин очагов событий-триггеров.

Установлен динамический закон Бота. Этот закон не только обосновывает оригинальный эмпирический закон Бота, но и обобщает его с учетом фактора времени. Теоретически обосновано и подтверждено данными глобальной статистики афтершоков, что разность магнитуды сильнейшего афтершока и основного толчка может быть аппроксимирована логистическим распределением, близко совпадающим при определенных параметрах с распределением Гаусса. Аналитически выведено, что это распределение со временем, не меняя формы, смещается в область меньших магнитуд. При этом величина этого смещения зависит от α -значения закона Гутенберга-Рихтера, параметров c , p закона Омори-Утсу и рассматриваемого интервала времени. Динамический закон Бота может использоваться как референс-модель при тестировании методик оценки магнитуды предстоящего сильнейшего афтершока по данным об уже произошедших афтершоках, а также непосредственно использоваться для прогноза при недостатке таких данных.

По данным глобальной статистики афтершоков, подтверждена связь размера области афтершоковой активности и магнитуды основного толчка. В качестве модели области использовался круг с центром в эпицентре основного толчка и радиусом, зависящим от его магнитуды. Эта модель позволяет с заданной вероятностью оценить размер области, будущей афтершоковой активности по информации только об основном толчке, а также может использоваться как референс-модель при тестировании методик прогноза области, где ожидаются афтершоки.

Разработана методика прогноза области, где ожидаются сильные афтершоки, по данным о землетрясениях за первые 12 часов после основного толчка. Методика основана на выявленной связи между пространственным

распределением представительных афтершоков, произошедших за первые 12 часов после основного толчка. В качестве модели области сильных афтершоков используется «стадион» – геометрическое место точек, расположенных на расстояниях не больше заданного от отрезка прямой, представляющего собой проекцию разрыва очага основного толчка на дневную поверхность. Такая модель имеет ясную физическую интерпретацию – афтершоки происходят на некотором удалении от плоскости разрыва очага основного толчка.

Разработана методика оценивания магнитуды предстоящих сильнейших афтершоков в зависимости от интервала времени после основного толчка с учетом уже зарегистрированных афтершоков. Построена модель распределения разности магнитуды основного толчка и сильнейшего на этом интервале афтершока. Параметры модели определяются по методу Байеса с использованием априорной информации о распределениях параметров. Для учета неполноты каталога в начале серии афтершоков получено оптимальное соотношение, связывающее период исключения данных и представительную магнитуду.

Методика дает выигрыш по вероятности от 20 до 40% по сравнению с оценками, полученными по динамическому закону Бота. С учетом предельного выигрыша 80% для «идеального прогноза» (используются фактические значения параметров, определенные по уже завершившейся серии афтершоков) такие результаты представляются успешными. Тесты показали также, что методика дает более качественные прогнозы по сравнению с лишь недавно появившимися в мировой практике аналогичными подходами. Главными отличиями разработанной методики от таких подходов является учет неполноты каталога и использование усредненных распределений параметров в качестве априорной информации для их оценок по методу Байеса.

Разработаны модели для оценки длительности опасного периода афтершоков с магнитудой не ниже заданной. На основе предположения о независимости магнитуд и времен афтершоков и закона продуктивности землетрясений аналитически выведено распределение времени последнего в серии афтершока с магнитудой не ниже заданной. Это распределение позволяет не только с заданной вероятностью оценить длительность опасного периода, оно также может использоваться как референс-модель при тестировании методик оценки длительности с учетом уже зарегистрированных афтершоков. В этой «усредненной» модели используется информация только о магнитуде и времени основного толчка.

Разработана также модель для оценивания длительности опасного периода афтершоков с использованием данных за 12 часов после основного толчка. Последовательное использование двух моделей составляет суть двухэтапной методики оценки длительности опасного периода афтершоков. На первом этапе, сразу после сильного землетрясения, используется первая (усредненная) модель распределения длительности опасного периода. Входной для этой модели информацией является только магнитуда и глубина очага основного толчка. Параметры модели заранее определены. На втором этапе прогноз длительности опасного периода может быть уточнен

за счет информации об уже зарегистрированных афтершоках. В этом случае используется распределение длительности опасного периода для афтершоковой серии.

Практическим приложением представленных в монографии теоретических положений, методов и методик является созданная система AFCAST автоматической оценки опасности сильных афтершоков землетрясений, функционирующая с 2017 г. в режиме времени, близком к реальному. Система периодически загружает данные о землетрясениях по всему миру из глобального каталога ANSS ComCat Геологической службы США (USGS); тензоры сейсмического момента загружаются их глобального каталога CMT. Результаты работы системы AFCAST доступны в сети Интернет, URL: <https://afcast.org/afcast/>. В настоящее время в системе осуществляется автоматизированный прогноз опасности афтершоков после землетрясений с магнитудой 6.5 и выше.

Разработанная методика основана на апробированном инструментарии оценки качества прогноза и имеет выраженную практическую направленность, позволяя прогнозировать область, где ожидаются сильные афтершоки, магнитуду сильнейшего афтершока и длительность опасного периода в зависимости от степени важности прогноза.

Для каждого из элементов прогноза определяется три варианта, соответствующих «мягкой», «нейтральной» и «жесткой» стратегиям, ранжированным по степени важности прогноза. «Мягкая» стратегия (или «стратегия оптимиста») определяется пороговым значением функции потерь, начиная с которого даже малое снижение параметра тревоги (уменьшение площади, снижение магнитуды, сокращение периода времени) приведет к большому росту вероятности пропуска цели. «Нейтральная» стратегия соответствует минимуму функции потерь. «Жесткая» стратегия («стратегия пессимиста») определяется пороговым значением функции потерь, начиная с которого увеличение параметра тревоги уже не приводит к уменьшению пропусков цели. «Мягкая» стратегия рекомендуется к применению, если необходимо минимизировать расходы на превентивные меры. «Жесткую» стратегию следует применять, если сильный афтершок может привести к катастрофическим последствиям при отсутствии соответствующих превентивных мер – низкая вероятность пропуска цели. Если же последствия пропуска сильного афтершока и затраты на превентивные меры примерно равны или неизвестны, то применяется «нейтральная» стратегия.

Результаты работы системы AFCAST могут быть использованы органами власти при планировании мер по снижению ущерба после сильного землетрясения с учетом предлагаемых трех стратегий.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают признательность: сотрудникам Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федеральный исследовательский центр «Единая геофизическая служба Российской академии наук» (ФИЦ ЕГС РАН), принимающим участие в формировании каталогов землетрясений и подготовке ежегодных сборников «Землетрясения России» и «Землетрясения Северной Евразии», данные которых были использованы в представленных исследованиях: Артемовой Елене Витальевне, Виноградову Юрию Анатольевичу, Гилевой Надежде Алексеевне, Левиной Валерии Ивановне, Мельниковой Валентине Ивановне, Михайловой Раисе Степановне, Петровой Наталье Владимировне, Пойгиной Светлане Германовне, Старовойту Олегу Евгеньевичу, Чебровой Анастасии Юрьевне.

Отдельная благодарность Габсатаровой Ирине Петровне (ФИЦ ЕГС РАН), сотруднику Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Геофизический центр Российской Академии Наук» (ГЦ РАН) Дзедобову Борису Аркадьевичу за огромную работу, проделанную при подготовке «Каталога землетрясений Кавказа», и участие в исследовании закона повторяемости количества афтершоков, и сотруднику Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт физики Земли» Павленко Василию Александровичу, участвовавшему в работе над методом оценки магнитуды сильнейшего афтершока.

Мы также благодарны нашим зарубежным коллегам за предоставление данных для исследований: сотрудникам Геологической службы США (USGS), формирующим глобальный каталог землетрясений ANSS ComCat; Центру данных о землетрясениях Северной Калифорнии (Northern California Earthquake Data Center); Центру данных о землетрясениях Южной Калифорнии (Southern California Earthquake Data Center); Японскому метеорологическому агентству (JMA); проекту GeoNet, Новая Зеландия, и их спонсорам EQC, GNS Science и LINZ; Национальному институту Геофизики и вулканологии Италии (Istituto Nazionale Di Geofisica E Vulcanologia); проекту The Global Centroid-Moment-Tensor (CMT).

Исследования были выполнены при поддержке Российского научного фонда (проект № 16-17-00093 – отдельные разделы главы 7), Российского фонда фундаментальных исследований: проекты № 17-05-00749 «Оценивание состояния и параметров среды методами статистической сейсмологии» (отдельные разделы глав 1–3) и № 19-05-00812 «Оценка опасности повторных толчков в Хибинской природно-техногенной системе» (отдельные разделы глав 4–6) в рамках Госзадания ИТПЗ РАН по теме НИР № АААА-А19-119011490127-6 «Оценка сейсмической опасности, разработка и апробация методов прогноза землетрясений», при поддержке гранта Министерства науки и образования 14.W03.31.0033, Госзадания ФИЦ ЕГС РАН по теме НИР АААА-А16-116070550057-7 «Проведение непрерывного сейсмологического, геофизического и геодинамического мониторинга на глобальном, федеральном и региональном уровнях, разработка и внедрение новых технологий обработки и системного анализа больших объемов сейсмологических и геофизических данных». Авторы выражают благодарность Отделению наук о Земле РАН, предоставившему средства для публикации этой монографии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баранов С.В. Афтершоковый процесс землетрясения 21.02.2008 г. в проливе Стур-фиорд (архипелаг Шпицберген) // Вулканология и сейсмология. 2013. № 3. С. 1-15.
2. Баранов А.А., Баранов С.В., Шебалин П.Н. Количественная оценка степени воздействия морских приливов на активность афтершоков в районе Камчатки // Вулканология и сейсмология. 2019. №. 1. С. 67-82.
3. Баранов С.В., Габсатарова И.П. Афтершоковые процессы сильных землетрясений западного Кавказа // Физика Земли. 2015. № 3. С. 34-144. DOI: 10.7868/S0002333715030011.
4. Баранов С.В., Герман В.И., Осеев В.Г. Афтершоковый процесс Тувинского землетрясения 27.12.2011 г. // Геофизические исследования. 2013. Т. 14. № 1. С. 16-30.
5. Баранов С.В., Чебров Д.В. Моделирование и прогнозирование афтершоковых процессов Камчатки // Физика Земли. 2012а. № 11-12. С. 35-46.
6. Баранов С.В., Чебров Д.В. Моделирование афтершоковых процессов сильных землетрясений Камчатки // Вестник ДВО РАН. 2012б. № 2. С. 46-54.
7. Баранов С.В., Шебалин П.Н. О прогнозировании афтершоковой активности. 1. Адаптивные оценки на основе законов Омори и Гутенберга-Рихтера. // Физика Земли. 2016. №. 3. С. 82-101. DOI: 10.7868/S0002333716020034.
8. Баранов С.В., Шебалин П.Н. О прогнозировании афтершоковой активности. 2. Оценка области распространения сильных афтершоков // Физика Земли. 2017. № 3. С. 43–61. DOI: 10.7868/S0002333717020028.
9. Баранов С.В., Шебалин П.Н. О прогнозировании афтершоковой активности. 3. Динамический закон Бота // Физика Земли. 2018а. № 6. С. 129-136. DOI: 10.1134/S0002333718060029.
10. Баранов С.В., Шебалин П.Н. Программа Байесовских оценок параметров закона Гутенберга-Рихтера с произвольным априорным распределением (bayGR). Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2018618074 от 23 августа 2018(б).
11. Баранов С.В., Шебалин П.Н. Программа Байесовских оценок параметров закона Омори-Утсу с произвольным априорным распределением (bayMOL). Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2018660490 от 23 августа 2018(в).
12. Баранов С.В., Шебалин П.Н. Программа оценки области предстоящих сильных афтершоков по информации об уже зарегистрированных афтершоках сильного землетрясения (estArea). Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2018660099 от 16 августа 2018 (г).
13. Баранов С.В., Шебалин П.Н. Программа оценки магнитуды предстоящих сильнейших афтершоков по информации об уже зарегистрированных афтершоках сильного землетрясения (estM1). Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2018661090 от 27 июля 2018 (д).

14. Баранов С.В., Шебалин П.Н. Глобальная статистика афтершоков сильных землетрясений: независимость времен и магнитуд // Вулканология и сейсмология. 2019а. № 2. С. 67-76.

15. Баранов С.В., Павленко В.А., Шебалин П.Н. О прогнозировании афтершоковой активности. 4. Оценка максимальной магнитуды последующих афтершоков // Физика Земли. 2019. № 4. С. 15-32.

16. Габсатарова И.П., Борисов П.А. Сильные землетрясения и афтершоковые последовательности Кавказа. Свидетельство о государственной регистрации в Реестре баз данных № 2018620251 от 12 февраля 2018 г.

17. Голицын Г.С. Землетрясения с точки зрения теории подобия // Доклады Академии наук. 1996. Т. 346. № 4. С. 536.

18. Гульельми А.В., Завьялов А.Д. Закон Омори: к 150-летию юбилею Фусакичи Омори // Вулканология и сейсмология. 2018. № 5. С. 1–6. DOI: 10.1134/S0203030618050048.

19. Дещеревский А.В., Мирзоев К.М., Лукк А.А. Критерии группирования землетрясений с учетом пространственной неоднородности сейсмичности. Физика Земли. 2016. №. С. 79-97.

20. Завьялов А.Д. Среднесрочный прогноз землетрясений. Основы, методика, реализация. Москва.: Наука. 2006. 256 с.

21. Завьялов А.Д., Зотов О.Д., Гульельми А.В., Лавров И.П. Эффект сейсмического эха в афтершоковых последовательностях сильных землетрясений: статистический анализ // Триггерные эффекты в геосистемах. Материалы IV всероссийской конференции с международным участием. / Под ред. В.В. Адушкина, Г.Г. Кочаряна. ИДГ РАН. Москва.: ГЕОС. 2017. С. 23-37.

22. Завьялов А.Д., Зотов О.Д., Гульельми А.В., Лавров И.П. Отклонение от закона Омори как результат триггерного воздействия кругосветных поверхностных сейсмических волн на очаговую зону сильных землетрясений // Современные методы обработки и интерпретации сейсмологических данных. Материалы XIII Международной сейсмологической школы. / Под ред. А.А. Маловичко. ФИЦ ЕГС РАН. Обнинск: ООО «Интер-ЕС». 2018. С. 331.

23. Зотов О.Д., Завьялов А.Д., Гульельми А.В., Лавров И.П. О возможном эффекте кругосветных поверхностных сейсмических волн в динамике повторных толчков сильных землетрясений // Физика Земли. 2018. № 1. С. 187-201. DOI: 10.7868/S0002333718010155.

24. Костров Б.В. Сейсмический момент, энергия землетрясения и сейсмическое течение горных масс // Изв. АН СССР, Физика Земли. 1974. № 1. С. 23-40.

25. Кочарян Г.Г. Геомеханика разломов. Москва.: ГЕОС. 2016, 424 с.

26. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. Нелинейная фильтрация и смежные вопросы. Москва.: Наука, 1974. 696 с.

27. Молчан Г.М., Дмитриева О.Е. Идентификация афтершоков: обзор и новые подходы // Вычислительная сейсмология. 1991. Вып. 24. С. 19–50.

28. Писаренко В.Ф., Родкин М.В., Рукавишникова Т.А. Оценка вероятности редких экстремальных событий для случая малых выборок, методика и примеры анализа каталога землетрясений // Физика Земли. 2017. № 6. С. 3-17.

-
29. Прозоров А.Г. Динамический алгоритм выделения афтершоков для мирового каталога землетрясений // Математические методы в сейсмологии и геодинимике. Вычислительная сейсмология. Вып. 19. Москва.: Наука. 1986. С. 58-62.
30. Смирнов В.Б. Оценка длительности цикла разрушения литосферы Земли по данным каталогов землетрясений // Физика Земли. 2003. № 10. С. 13-32.
31. Смирнов В.Б. Прогностические аномалии сейсмического режима. I. Методические основы подготовки исходных данных. // Геофизические исследования. 2009. Т. 10. № 2. С. 7-22.
32. Смирнов В.Б. Закономерности и природа переходных режимов сейсмического процесса: диссертация доктора физико-математических наук. Московский государственный университет, Москва, 2018.
33. Смирнов В.Б., Пономарев А.В. Закономерности релаксации сейсмического режима по натурным и лабораторным данным // Физика Земли. 2004. № 10. С. 26-36.
34. Смирнов В.Б., Пономарев А.В., Бернар П., Патонин А.В. Закономерности переходных режимов сейсмического процесса по данным лабораторного и натурального моделирования // Физика Земли. 2010. № 2. С. 17-49.
35. Смирнов В.Б., Пономарев А.В., Станчиц С.А., Потанина М.Г., Патонин А.В., Dresen G., Narteau C., Bernard P., Строганова С.М. Лабораторное моделирование афтершоковых последовательностей: зависимость параметров Омори и Гутенберга-Рихтера от напряжений // Физика Земли. 2019. № 1. С. 149-165.
36. Соболев Г.А., Закржевская Н.А. К вопросу о влиянии удаленных землетрясений на сейсмичность. // Физика Земли. 2013. № 4. С. 29-42.
37. Соловьев С.Л., Соловьева О.Н. Показательное распределение общего числа последующих толчков землетрясения и убывание с глубиной его среднего значения // Изв. АН СССР, сер. геофиз. 1962. № 12. С. 1685–1694.
38. Шебалин П.Н. Афтершоки как индикаторы напряженного состояния в системе разломов // ДАН. 2004. Т. 398, № 2. С. 249-254.
39. Шебалин П. Математические методы анализа и прогноза афтершоков землетрясений: необходимость смены парадигмы. Чебышевский сборник. Т. XIX. Вып. 4(68). С. 227-242.
40. Шебалин П.Н., Баранов С.В. Экспресс – оценка опасности сильных афтершоков района Камчатки и Курильских островов // Вулканология и сейсмология. 2017. № 4. С. 57-66.
41. Шебалин П.Н., Баранов С.В., Дзедобоев Б.А. Закон повторяемости количества афтершоков // Доклады Академии наук. 2018. Т. 481. № 3. С. 320–323. DOI: 10.31857/S086956520001387-8.
42. ANSS ComprehensiveEarthquake Catalog (ComCat). URL: <https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/search/> (дата обращения 5.06.2017).
43. Aki K. Maximum likelihood estimate of b in the formula $\log N = a - bM$ and its confidence level. // Bull. Earthquake Res. Inst. 1965. V. 43. P. 237–239.
44. Baiesi M., Paczuski M. Scale-free networks of earthquakes and aftershocks // Phys. Rev. E. 2004. V. 69 (6). P. 066106-1 – 066106-8. DOI: 10.1103/PhysRevE.69.066106.

45. Båth M. Lateral inhomogeneities in the upper mantle // *Tectonophysics*. 1965. V. 2. P. 483–514.
46. Bayliss K., Naylor M., Main I.G. Probabilistic identification of earthquake clusters using rescaled nearest neighbor distance networks. // *Geophysical Journal International*. 2019. V. 217 (1). P. 487–503.
47. Beeler N.M., Tullis T.E., Weeks J.D. The roles of time and displacement in the evolution effect in rock friction. // *Geophys. Res. Lett.* 1994. V. 21. P. 1987–1990.
48. Bender B. Maximum likelihood estimation of b-values for magnitude grouped data // *Bull. Seism. Soc. Am.* V. 73. № 3. P. 831–851.
49. Benioff H. Earthquakes and rock creep: (Part I: Creep Characteristics of Rocks and The Origin of Aftershocks) // *Bull. Seism. Soc. Am.* 1951. V. 41. No 1. P. 31–62.
50. Belardinelli M.E., Bizzarri A., Cocco M. Earthquake triggering by static and dynamic stress changes // *J. Geophys. Res.* 2003. V. 108. DOI: 10.1029/2002JB001779.
51. Brodsky E.E. Long-range triggered earthquakes that continue after the wave train passes. // *Geophys. Res. Lett.* 2006. V. 33 (L15313).
52. Catalli F., Cocco M., Console R., Chiaraluce L. Modeling seismicity rate changes during the 1997 Umbria-Marche sequence (central Italy) through rateand state-dependent model. // *J. Geophys. Res.* 2008. V. 113, B11301. DOI: 10.1029/2007JB005356.
53. Chan C.H., Stein R.S. Stress evolution following the 1999 Chi-Chi, Taiwan, earthquake: consequences for afterslip, relaxation, aftershocks and departures from Omori decay. // *Geophys. J. Int.* 2009. V. 177(1). P. 179–192.
54. Chen Y.I., Huang C.S. Time-dependent b value for aftershock sequences. 2005. URL: https://www.ism.ac.jp/~ogata/Statsei4/abstr/Chen_3.pdf.
55. Cocco M., Hainzl S., Catalli F., Enescu B., Lombardi A.M., Woessner J. Sensitivity study of forecasted aftershock seismicity based on Coulomb stress calculation and rate and state-dependent frictional response // *J. Geophys. Res.* 2010. V. 115. No B05307. doi: 10.1029/2009JB006838.
56. Console R., Lombardi A.M., Murru M., Rhoades D. Båth's law and the self-similarity of earthquakes // *J. Geophys. Res.* 2003. V. 108(B2). P. 2128. DOI: 10.1029/2001JB001651.
57. Das S., Scholz C.H. Off-fault aftershock clusters caused by shear-stress increase? // *Bull. Seis. Soc. Am.* 1981. V. 71. P. 1669–1675.
58. Davidsen J., Gu C., Baiesi M. Generalized Omori-Utsu law for aftershock sequences in southern California. // *Geophys. J. Inter.* 2015. V. 201. P. 965–978.
59. Davis C., Keilis-Borok V., Molchan G., Shebalin P., Lahr P., and Plumb C. Earthquake Prediction and Disaster Preparedness: Interactive Analysis // *Natural Hazards Review*. 2010. V. 11. Is 4. P. 173–184.
60. Delouis B., Legrand D. Focal Mechanism Determination and Identification of the Fault Plane of Earthquakes Using Only One or Two Near-Source Seismic Recordings // *Bull. Seismol. Soc. Amer.* 1999. V. 89. No. 6. P. 15581574.
61. Dieterich J.H. Earthquake nucleation on faults with rate- and state-dependent strength // *Tectonophysics*. 1992. V. 211. P. 115–134.

-
62. Dieterich J.H. A constitutive law for rate of earthquake production and its application to earthquake clustering // *J. Geophys. Res.* 1994. V. 99. No B2. P. 2601-2618. doi 10.1029/93JB02581.
63. Dieterich J.H. Applications of rate- and state-dependent friction to models of fault slip and earthquake occurrence. // *Treatise on Geophysics*. 2007. V. 4. P. 107-129.
64. Dieterich J.H., Cayol V., Okubo P. The use of earthquake rate changes as a stress meter at Kilauea volcano. // *Nature*. V. 408. P. 457-460.
65. Ekström G., Nettle M., Dziewonski A.M. The global CMT project 2004-2010: Centroid-moment tensors for 13,017 earthquakes // *Phys. Earth Planet. In.* 2012. V. 200-201. P. 1-9. DOI:10.1016/j.pepi.2012.04.002.
66. Felzer K.R., Rachel E. A., Ekström G. A Common Origin for Aftershocks, Foreshocks, and Multiplets // *Bull. Seism. Soc. Am.* 2004. V. 94, № 1. P. 88-98.
67. Felzer K.R., Brodsky E.E. Decay of aftershock density with distance indicates triggering by dynamic stress. // *Nature*. 2006. V. 441. P. 735-738.
68. Freed A.M. Earthquake triggering by static, dynamic, and postseismic stress transfer // *Annual Rev. Earth. and Planet Sci.* 2005. V. 33. P. 335-367.
69. Freed A.M., Lin J. Accelerated stress buildup on the southern San Andreas fault and surrounding regions caused by Mojave Desert earthquakes. // *Geology*. 2002. V. 30. P. 571-574.
70. Frohlich C., Davis S.D. How variable is the number of triggered aftershocks? // *Geophys. J. Int.* 1990. V. 100. P. 19-32.
71. Gardner J.K., Knopoff L. Is the sequence of earthquakes in Southern California, with aftershocks removed, Poissonian? // *Bull. Seism. Soc. Am.* 1974. V. 64. No. 5. P. 1363-1367.
72. Gasperini P., Lolli B. Correlation between the parameters of the aftershock rate equation: Implications for the forecasting of future sequences. // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 2006. V. 156. Is. 1-2. P. 41-58.
73. Gerstenberger M.C., Wiemer S., Jones L.M., Reasenberg P.A. Real-time forecasts of tomorrow's earthquakes in California // *Nature*. 2005. V. 435. P. 328-331.
74. Goltz C. *Fractal and Chaotic Properties of Earthquakes*. – Berlin: Springer-Verlag, 1997. – P. 178.
75. Gombert J., Beeler N., Blanpied M. On rate-state and Coulomb failure models // *J. Geophys. Res.* 2000. V. 105(B4). P. 7857-7871. DOI: 10.1029/1999JB900438.
76. Gombert J., Reasenberg P., Cocco M., Belardinelli M.E. A frictional population model of seismicity rate change. // *J. Geophys. Res.* V. 110, B05S03. DOI: 10.1029/2004JB003404.
77. Gutenberg B., Richter C.F. Earthquake magnitude, intensity, energy, and acceleration, *Bull. Seismol. Soc. Am.* 1956. V. 46. P. 105-145.
78. Hainzl S. Rate-Dependent Incompleteness of Earthquake Catalogs // *Seismological Research Letters*. 2016. V. 87, No. 2A. P. 337-344.
79. Hainzl S., Enescu B., Cocco M., Woessner J., Catali F., Wang, and Roth F. Aftershock modeling based on uncertain stress calculations. // *J. Geophys. Res.* 2009. V. 114 (B5), B05309. DOI: 10.1029/2008JB006011.

80. Hainzl S., Marsan D. Dependence of the omori-utsu law parameters on main shock magnitude: Observations and modeling. // J. Geophys. Res. 2008. V. 113. B10309. DOI: 10.1029/2007JB005492.
81. Hainzl S., Ogata Y. Detecting fluid signals in seismicity data through statistical earthquake modeling. // JGR. Solid Earth. 2005. V. 110. B05s07, doi:10.1029/2004jb003247.
82. Hainzl S., Steacy S., Marsan D. Seismicity models based on Coulomb stress calculations. Community Online Resource for Statistical Seismicity Analysis. 2010. 25 p. DOI: doi:10.5078/corssa-32035809. Режим доступа <http://www.corssa.org> (дата обращения 25.02.2018).
83. Hainzl S., Zakharova O., Marsan D. Impact of aseismic transients on the estimation of aftershock productivity parameters. // Bull. Seismol. Soc. Am. 2013. V. 103. P. 1723.
84. Hainzl S., Zoëller G., Wang R. Impact of the receiver fault distribution on aftershock activity. // J. Geophys. Res. 2010. V. 115. B05,315, doi: 10.1029/2008JB006224.
85. Hauksson E., Yang W., Shearer P.M. Waveform Relocated Earthquake Catalog for Southern California (1981 to 2011) // Bull. Seismol. Soc. Am. 2012. V 102. No. 5. P. 2239-2244. DOI: 10.1785/0120120010.
86. Hardebeck J.L., Hauksson E. Crustal stress field in southern California and its implications for fault mechanics // Journal of Geophysical Research. 2001. V. 106. № B10. P. 21859-21882.
87. Hardebeck J.L. Okada T. Temporal Stress Changes Caused by Earthquakes: A Review // J. Geophys. Res. Solid Earth. 2018. V. 123(2). P. 1350-1365.
88. Harris R.A. Introduction to special section: Stress triggers, stress shadows, and implications for seismic hazard // J. Geophys. Res. 1998. V. 103. P. 24,347-24,358.
89. Heimpel M., Malin P. Aseismic slip in earthquake nucleation and self-similarity: Evidence from Parkfield, California. // Earth Planet. Sci. Lett. 1998. V. 157. P. 249–254.
90. Helmstetter, A., Shaw B.E. Relation between stress heterogeneity and aftershock rate in the rate-and-state model. 2006. // J. Geophys. Res. V. 111. B07,304.
91. Helmstetter A., Shaw B.E. Afterslip and aftershocks in the rate-and-state friction law // J. Geophys. Res. 2009. V. 114. B01308. DOI:10.1029/2007JB005077.
92. Helmstetter A., Kagan Y.Y., Jackson D.D. Comparison of short-term and timeindependent earthquake forecast models for southern California // Bull. Seism. Soc. Am. 2006. V. 96(1). P. 90-106.
93. Helmstetter A. Sornette D. Subcritical and supercritical regimes in epidemic models of earthquake aftershocks. // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2002. V. 107, ESE–10.
94. Helmstetter A., Sornette D. Baïth's law derived from the Gutenberg–Richter law and from aftershock properties // Geophys. Res. Lett. 2003. V. 30, P. 2069.
95. Henry C., Das S. Aftershock zones of large shallow earthquakes: fault dimensions, aftershock area expansion and scaling relations // Geophys. J. Int. 2001. V. 147. P. 272–293.

-
96. Hicks A. Clustering in multidimensional spaces with applications to statistical analysis of earthquake clustering, MSc Thesis. 2011. – Department of Mathematics and Statistics, University of Nevada.
97. Hill D.P., Reasenbergh P.A., Michael A., Arabaz W.J., Beroza G., Brumbaugh D., Brune J.N., Castro R., Davis S., Depolo D., Ellsworth W.L., Gomberg J., Harmsen S., House L., Jackson S.M., Johnston M.J.S., Jones L., Keller R., Malone S., Munguia L., Nava S., Pechmann J.C., Sanford A., Simpson R.W., Smith R.B., Stark M., Stickney M., Vidal A., Walter S., Wong V., Zollweg J. Seismicity remotely triggered by the magnitude 7.3 Landers. // *Science*. 1993. V. 260. P. 1617-1623.
98. Holschneider M., Narteau C., Shebalin P., Peng Z., Schorlemmer D. Bayesian analysis of the modified Omori law. // *Journal of Geophysical Research*. 2012. V. 117, B05317, DOI: 10.1029/2011JB009054.
99. Ishibe T., Satake K., Sakai S., Shimazaki K., Tsuruoka H., Yokota Y., Nakagawa S., Hirata N. Correlation between Coulomb stress imparted by the 2011 Tohoku-Oki earthquake and seismicity rate change in Kanto, Japan // *Geophys. J. Int.* 2015. V. 201. P. 112–134.
100. Kagan Y. Aftershock zone scaling // *Bull. Seismol. Soc. Am.* 2002. V. 92. No. 2. P. 641–655.
101. Kagan Y. Distribution of incremental static stress caused by earthquakes. // *Nonl. Proc. Geophys.* 1994. V. 1. P. 172-181.
102. Kagan Y. Earthquake spatial distribution: the correlation dimension // *Geophysical Journal International*. 2007. V. 168. № 3. P. 1175-1194. DOI: 10.1111/j.1365246X.2006.03251.x.
103. Kagan Y., Jackson D. Long-term earthquake clustering // *Geophys. J. Intern.* 1991. V. 104(1). P. 117–133. DOI: doi:10.1111/j.1365-246X.1991.tb02498.x.
104. Yan Y. Kagan, Jackson D. Probabilistic forecasting of earthquakes // *Geophys. J. Int.* 2000. V. 143(2). P. 438-453.
105. Kagan Y.Y., Knopoff L. Stochastic synthesis of earthquake catalogs // *J. Geophys. Res.* 1981. V. 86. P. 2853-2862.
106. Kaku R. Theoretical Shape of Aftershock Area // *Journal of the Seismological Society of Japan*. 1985. V. 38. No. 3. P. 343-349.
107. Kanamori H., Anderson D. Theoretical basis of some empirical relations in seismology. // *Bull. Seism. Soc. Am.* 1975. V. 65. No. 5. P. 1073–1095.
108. Keilis-Borok V.I., Knopoff L., Rotvain I.M., Siderenko T.M. Bursts of seismicity as long-term precursors of strong earthquakes // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 1980. V. 85. № B2. P. 803-811. DOI: 10.1029/JB085iB02p00803.
109. Kijko A. Estimation of the Maximum Earthquake Magnitude, M_{max} // *Pure appl. Geophys.* 2004. V. 161. P. 1-27.
110. King G.C.P. Fault interaction, earthquake stress changes, and the evolution of seismicity. // *Treatise on Geophysics*. 2007. V. 4. P. 225-255.
111. King G.C.P., Cocco M. Fault interaction by elastic stress changes: New clues from earthquake sequences. // *Advances Geophys.* 2001. V. 44. P. 1–38.

112. Kisslinger C. The stretched exponential function as an alternative model for aftershock decay rate. // J. Geophys. Res. 1993. V. 98. P. 1913-1921. doi: 10.1029/92JB01852.
113. Knopoff L., and Gardner J.K. Higher Seismic Activity During Local Night on the Raw Worldwide Earthquake Catalogue // Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society. 1972. V 28. P. 311-313.
114. Knopoff L., Kagan Y. Analysis of the Extremes as Applied to Earthquake Problems // J. Geophys. Res. 1977. V. 82. P. 5647–5657.
115. Knopoff L., Kagan Y.Y., Knopoff R. b Values for foreshocks and aftershocks in realand simulated earthquake sequences // Bull. Seimol. Soc. of Am. 1982. V. 72(5). P. 1663-1676.
116. Kostrov B.V., Das S. Idealized models of fault behavior prior to dynamic rupture // Bull. Seimol. Soc. of Am. 1982. V. 72 (3). P. 679-703.
117. Lindman M. Physics of Aftershocks in the South Iceland Seismic Zone. Acta Universitatis Upsaliensis Uppsala. 2009. 130 p.
118. Liu Y., Rice J. R. Aseismic slip transients emerge spontaneously in three-dimensional rate and state modeling of subduction earthquake sequences // J. Geophys. Res. 2005. V. 110. B08307. DOI: 10.1029/2004JB003424.
119. Liu Y., Rice J.R. Spontaneous and triggered aseismic deformation transients in a subduction fault model // J. Geophys. Res. 2007. V. 112. B09404, DOI: 10.1029/2007JB004930.
120. Lombardi A.M. Probabilistic interpretation of Båth's law // Ann. Geophys. 2002. V. 45. P. 455-472.
121. Mai P.M., Beroza G.C. A spatial random field model to charaterize complexity in earthquake slip. // J. Geophys. Res. 2002. V. 107, 2308. DOI: 10.1029/2001JB000588.
122. Mai P.M., Thingbaijam K.K.S. SRCMOD: An Online Database of Finite Fault Rupture Models. // Seismological Research Letters. 2014. V. 85(6). P. 1348-1357.
123. Nalbant S.S., Hubert A., King G.C.P. Stress coupling between earthquakes in northwest Turkey and the North Aegean Sea // J. Geophys. Res. 1998. V. 103. P. 24469–24486.
124. Marone C. Laboratory-derived friction laws and their application to seismic faulting. // Annu. Rev. Earth Planet. Sci. 1998. V. 26. P. 643-696.
125. Marone C.J., Scholz C.H., Bilham R. On the mechanics of earthquake afterslip // J. Geophys. Res. 1991. V. 96. P. 8441-8452.
126. Marsan D. The role of small earthquakes in redistributing crustal elastic stress. // Geophys. J. Int. 2005. V. 163(1). P. 141-151.
127. Marsan D. Can coseismic stress variability suppress seismicity shadows? Insights from a rate-and-state friction model. // J. Geophys. Res. 2006. V. 111. B06,305. DOI: 10.1029/2005JB004060.
128. Marsan D., Helmstetter A. How variable is the number of triggered aftershocks? //J. Geophys. Res. Solid Earth. 2017. V. 122. P. 5544-5560.
129. Marsan D., Lengline J. (2008), Extending Earthquakes' Reach Through Cascading. // Science. 2008. V. 319. P. 1076-1079. DOI: 10.1126/science.1148783.

130. Marsan D., Lengline O. A new estimation of the decay of aftershock density with distance to the mainshock // *J. Geophys. Res.* 2010. V. 115. B09302. DOI: 10.1029/2009JB007119.
131. McCloskey J., Nalbant S.S., Steacy S. Indonesian earthquake: Earthquake risk from co-seismic stress // *Nature*. 2005. V. 434. P. 291. DOI: 10.1038/434291a.
132. McCloskey J., Nalbant S.S., Steacy S., Nostro C., Scotti O., Baumont D. Structural constraints on the spatial distribution of aftershocks. // *Geophys. Res. Lett.* V. 30(12). DOI: DOI: 10.1029/2003GL017225.
133. Mignan A. Modeling aftershocks as a stretched exponential relaxation. // *Geophys. Res. Lett.* 2015. V. 42 (22). P. 9726-9732, doi: 10.1002/2015GL066232.
134. Mignan A., Woessner J. Estimating the magnitude of completeness for earthquake catalogs. Community Online Resource for Statistical Seismicity Analysis. DOI: 10.5078/corssa-00180805. URL: <http://www.corssa.org> (дата обращения 05.06.2017).
135. Miller S.A. Earthquake scaling and the strength of seismogenic faults // *Geophys. Res. Lett.* 2002. V. 29. No. 10. DOI:10.1029/2001GL014181.
136. Molchan G. Structure of optimal strategies in earthquake prediction // *Tectonophysics*. 1991. V. 193. P. 267–276.
137. Molchan G. Space-time earthquake prediction: the error diagrams. *Pure Appl. Geophys.* 2010. V. 167. No. 8–9. P. 907–917. DOI: 10.1007/s00024-010-0087-z.
138. Molchan G.M., Dmitrieva O.E. Aftershock identification: methods and new approaches // *Geophys. J. Int.* 1992. V. 109. P. 501–516.
139. Molchan G. Kronrod T. On the spatial scaling of seismicity rate // *Geophys. J. Int.* 2005. V. 162. № 3. P. 899–909. DOI: arXiv: 10.1111/j.1365–246X.2005.02693.x.
140. Molchan G., Kronrod T., Nekrasova A. Immediate foreshocks: time variation of the b-value // *Phys. Earth Planet. Int.* 1999. V. 111. P. 129–140.
141. More J.J., Sorensen D.C. Computing a Trust Region Step // *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*. 1983. V. 3. P. 553–572.
142. Murray J., Segall P., Cervelli P. Inversion of GPS data for spatially variable slip rate on the San Andreas Fault near Parkfield. // *Geophys. Res. Lett.* 2001. V. 28. P. 359–362. DOI: 10.1029/2000GL011933.
143. Nanjo K.Z., Hirata N., Obara K., Kasahara K. Decade-scale decrease in b value prior to the M9-class 2011 Tohoku and 2004 Sumatra quakes. // *Geophys. Res. Lett.* 2012. V. 39. L20304, doi: 10.1029/2012GL052997.
144. Narteau C. Classification of seismic patterns in a hierarchical model of rupture: A new phase diagram for seismicity. // *Geophysical Journal International*. 2007. V. 168 (2). P. 710–722.
145. Narteau C., Byrdina S., Shebalin P., Schorlemmer D. Common dependence on stress for the two fundamental laws of statistical seismology // *Nature*. 2009. V. 462. No. 2. P. 642–645.
146. Narteau C., Shebalin P., Hainzl S., Zöller G., Holschneider M. Emergence of a band limited power law in the aftershock decay rate of a slider-block model // *Geophys. Res. Lett.* 2003. V. 30. No. 11. P. 22–1–22–4. doi: 10.1029/2003GL017110.

147. Narteau C., Shebalin P., Holschneider M. Temporal limits of the power law aftershock decay rate // *J. Geophys. Res.* 2002. V. 107. No. B12. doi: 10.1029/2002JB001868.
148. Narteau C., Shebalin P., Holschneider M., Le Mouel J.L., All'egre C. Direct simulations of the stress redistribution in the (SOFT) model // *Geophys. J. Int.* 2000. V. 141. P. 115-135.
149. Nostro C., Chiaraluce L., Cocco M., Baumont D., Scotti O. Coulomb stress changes caused by repeated normal faulting earthquakes during the 1997 Umbria-Marche (central Italy) seismic sequence. // *J. Geophys. Res.* 2005. V. 110(B5). B05S20.
150. Ogata, Y. On Lewis' simulation method for point processes // *IEEE Transactions on Information Theory*. 1981. V. IT-27. № 1. P. 23-31.
151. Ogata Y., Estimation of the parameters in the modified Omori formula for aftershock frequencies by the maximum likelihood procedure // *J. Phys. Earth*. 1983. V. 31. P. 115-124.
152. Ogata Y. Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes // *J. Amer. Statis. Assoc.* 1988. V. 83. P. 9-27.
153. Ogata Y. Statistical models for standard seismicity and detection of anomalies by residual analysis // *Tectonophysics*. 1989. V. 169. P. 159-174.
154. Ogata Y. Seismicity analysis through point-process modeling; a review. // *PAGEOPH.* 1999. V. 155. P. 471-508.
155. Ogata Y., Guo Z. Statistical relations between the parameters of aftershocks in time, space, and magnitude. // *J. Geophys. Res. Solid Earth*. 1997. V. 102. No. B2. P. 2857-2873.
156. Ogata Y., Katsura K. Comparing foreshock characteristics and foreshock forecasting in observed and simulated earthquake catalogs // *J. Geophys. Res. Solid Earth*. 2014. V. 119. P. 8457-8477, doi: 10.1002/2014JB011250.
157. Ogata Y., Matsu'ura R.S., Katsura K. Fast likelihood computation of Epidemic Type Aftershock-Sequence Model // *Geophysical Research Letters*. 1993. V. 20 (19). P. 2143-2146.
158. Omori F. On aftershocks. Report of Imperial Earthquake Investigation Committee. 1894. 2. P. 103-109.
159. Ohnaka M. The Physics of Rock Failure and Earthquakes. Cambridge Univ/ Press. 2013. 270 p.
160. Papadopoulos G.A., Latoussakis I., Daskalaki E., Diakogianni G., Fokaefs A., Kolligri M., Liadopoulou K., Orfanogiannaki K., and Pirentis A. The East Aegean Sea strong earthquake sequence of October–November 2005: lessons learned for earthquake prediction from foreshocks. // *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.* 2006. V. 6. P. 895-901.
161. Parsons T. Toda S., Stein R.S., Barka A., Dieterich J.H. Heightened odds of large earthquakes near Istanbul: An interaction-based probability calculation // *Science*. 2000. V. 288. P. 661–665.
162. Pisarenko V.F., Lyubushin A.A., Lysenko V.B., Golubeva T.V. Statistical Estimation of Seismic Hazard Parameters: maximum possible magnitude and related parameters // *Bull. Seism. Soc. Am.* 1996. V. 86. P. 691-700.

-
163. Ranjith K., Rice J.R. Stability of quasi-static slip in a single degree of freedom elastic system with rate and state dependent friction // *J. Mech. Phys. Solids*. 1999. V. 47. P. 1207-1218.
164. Reasenber P. Second-order moment of central California seismicity, 1969–1982 // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* (1978–2012). 1985. V. 90. Is. B7. P. 54795495.
165. Reasenber P.A., Jones L.M. Earthquake Hazard After a Mainshock in California // *Science*. 1989. V. 242. No. 4895. P. 1173-1176. DOI: 10.1126/science.243.4895.1173.
166. Rodkin M.V., Tikhonov I.N. The typical seismic behavior in the vicinity of a large earthquake // *Physics and Chemistry of the Earth*. 2016. V. 95. P. 73-84.
167. Romanowicz B. Strike-slip earthquakes on quasi-vertical transcurrent faults: Inferences for general scaling relations, *Geophys. Res. Lett.* 1992. V. 19. Is. 5. P. 481–484. DOI: 10.1029/92GL00265.
168. Ruina A.L. Slip instability and state variable frictions laws // *J. Geophys. Res.* 1983. V. 88. P. 10359-10370. DOI: 10.1029/JB088iB12p10359.
169. Saichev A., Sornette D. Distribution of the largest aftershocks in branching models of triggered seismicity: Theory of the universal Bath law // *Phys. Rev. E*. 2005., V. 71(5). P. 056127-1-056127-11. DOI:10.1103/PhysRevE.71.056127.
170. Scholz C.H. Microfractures, aftershocks and seismicity // *Bull. Seismol. Soc. Am.* 1968a. V. 58. P. 1117–1130.
171. Scholz C.H. Earthquakes and friction laws // *Nature*. 1998. V. 391. P. 37-42.
172. Scholz C.H. The mechanics of earthquakes and faulting. Cambridg Univ. Press. 2002. 471 p.
173. Shcherbakov R. A Modified Form of Bath's Law. // *Bull. Seismol. Soc. Am.* 2004. V. 94(5). P. 1968-1975. DOI: 10.1785/012003162.
174. Shcherbakov R. Turcotte D. L. A damage mechanics model for aftershocks. *Pure Appl. Geophys.* 2004. V. 161. P. 2379-2391.
175. Shcherbakov R., Zhuang J., and Ogata Y. Constraining the magnitude of the larges tevent in a foreshock-mainshock-aftershock sequence // *Geophys. J. Int.* 2018. V. 212. P. 1-13, DOI: 10.1093/gji/ggx407.
176. Schorlemmer D., Gerstenberger M. RELM testing center // *Seismol. Res. Lett.* 2007. V 78. Is. 1. P. 30-36.
177. Schorlemmer D., Gerstenberger M., Wiemer S., Jackson D.D., Rhoades D.A. Earthquake likelihood model testing // *Seismol. Res. Lett.* 2007. V. 78. P. 17–29.
178. Shearer P. M. Self-similar earthquake triggering, Bath law, and foreshock/ aftershock magnitudes: Simulations, theory, and results for southern California // *J. Geophys. Res.* 2012. V. 117. B06310.
179. Shebalin P., Baranov S. Long-Delayed Aftershocks in New Zealand and the 2016 M7.8 Kaikoura Earthquake // *Pure Appl. Geophys.* 2017. V. P. 1–14. DOI:10.1007/s00024017-1608-9.
180. Shebalin P.N., Baranov S.V., Dzeboev B. A. The Law of the Repeatability of the Number of Aftershocks // *Doklady Akademii Nauk*, 2018. V. 481. No. 3. DOI: 10.1134/S1028334X18070280.

181. Shebalin P., Narteau C. Depth dependent stress revealed by aftershocks // *Nature Communications*. 2017. V. 8, № 1317. DOI: 10.1038/s41467-017-01446-y.
182. Shebalin P., Narteau C., Holschneider M., Schorlemmer D. Short-term earthquake forecasting using Early Aftershock Statistics. // *Bull. Seimol. Soc. of Am.* 2011. V. 101(4), 297-312.
183. Shebalin P., Narteau C., Holschneider M., Zechar J. Combining earthquake forecast models using differential probability gains // *Earth, Planets and Space*. 2014. V. 66. No. 37. P. 1-14.
184. Shebalin P., Zaliapin I., Keilis-Borok V. 2000. Premonitory raise of the earthquakes' correlation range: Lesser Antilles // *Phys. Earth Planet. Int.*, 2000. V. 122. P. 241-249.
185. Smirnov N. Table for Estimating the Goodness of Fit of Empirical Distributions // *Annals of Mathematical Statistics*. 1948. № 19. P. 279-281.
186. Sobolev G.A., Ponomarev A.V., Koltsov A.V., Smirnov V.B. Simulation of triggered earthquakes in the laboratory // *Pure and Applied Geophysics*. 1996. V. 147, P. 345355. DOI: 10.1007/bf00877487.
187. Sornette D., Helmstetter A. Occurrence of Finite-Time-Singularity in Epidemic Models of Rupture, Earthquakes and Starquakes // *Physical Review Letters*. 2002. V. 89. Is. 15. P. 158501-1 - 158501-4. DOI: 10.1103/PhysRevLett.89.158501.
188. Sornette D., Werner M. J. Apparent clustering and apparent background earthquakes biased by undetected seismicity. // *J. Geophys. Res.* 2005. V. 110(B9), B09303.
189. Souriau M., Souriau A., Gagnepain J. Modeling and detecting interactions between Earth tides and earthquakes with applications to an aftershock sequence in the Pyrenees. // *Bull. Seismol. Soc. Am.* 1982. V. 72. P. 165-180.
190. Steacy S., Gomberg J., Cocco M. Introduction to special section: Stress transfer, earthquake triggering, and time-dependent seismic hazard. // *J. Geophys. Res.* 2005. V. 110(B5). B05S01. DOI: 10.1029/2005JB003692.
191. Steacy S., Marsan D., Nalbant S.S., McCloskey J. Sensitivity of static stress calculations to the earthquake slip distribution. // *J. Geophys. Res.* 2004. V. 109(B4). P. B04303.
192. Steacy S., Nalbant S.S., McCloskey J., Nostro C., Scotti O., Baumont D. Onto what planes should Coulomb stress perturbations be resolved? // *J. Geophys. Res.* 2005b. V. 110(B5). P. B05S15.
193. Stein R.S. The role of stress transfer in earthquake occurrence. // *Nature*. 1999. V. 402(6762). P. 605-609.
194. Stein R.S., Barka A.A., Dieterich J.H. Progressive failure on the Northern Anatolian fault since 1939 by earthquake stress triggering // *Geophys. J. Int.*, 1997. V. 128(3). P. 594-604.
195. Stein R.S., King G.C.P., Lin J. Change in failure stress on the southern San Andreas fault system caused by the 1992 Magnitude = 7.4 Landers earthquake. // *Science*. 1992. V. 258. P. 1328-1332.
196. Stein S., Lia M. Long aftershock sequences within continents and implications for earthquake hazard assessment // *Nature*. 2009. V. 462. P. 87-89. DOI: 10.1038/nature08502.

-
197. Stiphout T., Zhuang J., Marsan D. Seismicity declustering. Community Online Resource for Statistical Seismicity Analysis. 2012. P. 25. DOI:10.5078/corssa52382934. URL: <http://www.corssa.org>.
198. Sun T., Wang K., Iinuma T., Hino R., He J., Fujimoto H., Kido M., Osada Y., Miura S., Ohta Y., Hu Y. Prevalence of viscoelastic relaxation after the 2011 Tohokuoki earthquake. // *Nature*. 2014. V.5 14. P. 84-89. DOI: 10.1038/nature13778.
199. Tahir M., Grasso J.-R., Amorese D. The largest aftershock: How strong, how far away, how delayed? // *Geophys. Res. Lett.* 2002. V. 39. L04301. doi 10.1029/2011GL050604.
200. Tajima F., Kanamori H. Global Survey of aftershock area expansion patterns // *Phys. Earth Planet. In.* 1985. V. 40. P. 77-134. DOI: 10.1016/0031-9201(85)90066-4.
201. Tamaribuchi K., Yagi Y., Enescu B., Hirano H. Characteristics of foreshock activity inferred from the JMA earthquake catalog // *Earth, Planets and Space*. 2018. V. 70. No 1. P. 90. doi:10.1186/s40623-018-0866-9.
202. Toda S., Stein R.S. Why Aftershock Duration Matters for Probabilistic Seismic Hazard Assessment // *Bull. Seism. Soc. Am.* 2018. V. 108. No. 3A. P. 1414-1426. DOI: 10.1785/0120170270.
203. Tsuboi C. Earthquake Energy, Earthquake Volume, Aftershock Area, and Strength of the Earth's Crust, *Journal of Physics of the Earth*. 1956. V. 4. P. 63-66.
204. Uhrhammer R. Characteristics of Northern and Central California Seismicity. // *Earthquake Notes*. 1986. V. 57(1). P. 21.
205. Utsu T. A Statistical study on the occurrence of aftershocks // *Geophysical Magazine*. 1961. V. 30. P. 521-605.
206. Utsu T. Aftershocks and Earthquake Statistics (1): Some Parameters Which Characterize an Aftershock Sequence and Their Interrelations // *Journal of the Faculty of Science, Hokkaido University*. 1970. Series 7, Geophysics. V. 3 (3). P. 129195.
207. Utsu T. Aftershocks and Earthquake Statistics (2): Further Investigation of Aftershocks and Other Earthquake Sequences Based on a New Classification of Earthquake Sequences // *Journal of the Faculty of Science, Hokkaido University*. 1971. Series 7, Geophysics. V. 3(4): P. 197-266
208. Utsu T., Ogata Y., Matsu'ura R. The centenary of the Omori formula for a decay law of aftershocks activity // *Journal of Physics of the Earth*. 1995. V. 43. P. 1-33.
209. Utsu T., Seki A. Relation between the area of the aftershock region and the energy of the mainshock // *Journal of the Seismological Society of Japan*. 1954. V. 7. P. 233-240.
210. Vere-Jones D. A note on the statistical interpretation of Bath's law // *Bull. Seism. Soc. Am.* 1969. V. 59. P. 1535-1541.
211. Vere-Jones D. A limit theorem with application to Båth's law in seismology // *Adv. Appl. Prob.* 2008. V. 40. P. 882-896.
212. Vorobieva I.A. Prediction of a subsequent strong earthquake // *Phys. Earth Planet. Inter.* 1999. V. 111. P. 197-206.

213. Vorobieva I., Narteau C., Shebalin P., Beauducel F., Nercessian F., Clouard V., Bouin M.P. Multiscale Mapping of Completeness Magnitude of Earthquake Catalogs // *Bull. Seis. Soc. Am.* 2013. V. 103. P. 2188-2202.
214. Vorobieva I., Shebalin P., Narteau C. Break of slope in earthquake size distribution and creep rate along the San Andreas fault system // *Geophysical Research Letters*. 2016. V. 43(13). P. 6869-6875.
215. Wald D.J., Heaton T.H. Spatial and temporal distribution of slip for the 1992 Landers, California, earthquake. // *Bull. Seis. Soc. Am.* 1994. V. 84(3). P. 668–691.
216. Wang J.-H. On the correlation of observed Gutenberg-Richter's b value and Omori's p value for aftershocks. // *Bull. Seis. Soc. Am.* 1994. V. 84(6). P. 2008-2011.
217. Wang L., Hainzl S., Sinan Ozeren M., Ben-Zion Y. Postseismic deformation induced by brittle rock damage of aftershocks. // *Journal of Geophysical Research*. 2010a. V. 115. B10422.
218. Wang Q., Schoenberg F.P., Jackson D.D. Standard errors of parameter estimates in the ETAS model. // *Bull. Seis. Soc. Am.* 2010b. V. 100. P. 1989-2001.
219. Wells D.L., Coppersmith K.J. New empirical relationships among magnitude, rupture length, rupture width, rupture area, and surface displacement // *Bull. Seism. Soc. Am.* 1994. V. 84. No. 4. P. 974-1002.
220. Werner M. J., Sornette D. Magnitude uncertainties impact seismic rate estimates, forecasts, and predictability experiments. // *J. Geophys. Res.* 2008. V. 113, B08302. DOI: 10.1029/2007JB005427.
221. Wiemer S., Wyss M. Minimum magnitude of completeness in earthquake catalogs: examples from Alaska, the western United States, and Japan // *Bull. Seis. Soc. Am.* 2000. V. 90. No 4. P. 859-869.
222. Woessner, J., Wiemer, S. Assessing the quality of earthquake catalogues: Estimating the magnitude of completeness and its uncertainty // *Bull. Seis. Soc. Am.* 2005. V. 95. P. 2684–2698. DOI: 10.1785/0120040007.
223. Wu J., Cai Y., Li W., Feng Q. Strong Aftershock Study Based on Coulomb Stress Triggering – A Case Study on the 2016 Ecuador Mw 7.8 Earthquake // *Appl. Sci.* 2017. V. 7(1), 88. DOI: 10.3390/app7010088.
224. Wu W.-N., Zhao L., Wu Y.-M. Empirical Relationships between Aftershock Zone Dimensions and Moment Magnitudes for Plate Boundary Earthquakes in Taiwan // *Bull. Seis. Soc. Am.* 2013. V. 103. No. 1. P. 424–436. DOI: 10.1785/0120120173.
225. Zaliapin I., Ben-Zion Y. Earthquake clusters in southern California I: identification and stability. // *J. Geophys. Res.* 2013. V. 118. P. 2847–2864.
226. Zaliapin I., Ben-Zion, Y. A global classification and characterization of earthquake clusters // *Geophys. J. Int.* 2016. V. 207. P. 608–634.
227. Zaliapin I., Gabrielov A., Keilis-Borok V.I., Wong H. Clustering analysis of seismicity and aftershock identification // *Physical review letters*. 2008. V. 101. P. 018501-1 – 018501-4. DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.018501.
228. Zechar J.D., Gerstenberger M.C., Rhoades D.A. Likelihood-based tests for evaluating space–rate–magnitude earthquake forecasts. *Bull. Seism. Soc. Am.* 2010. V. 100. No. 3. P. 1184-1195. DOI:10.1785/0120090192.

-
229. Zechar J.D., Jordan T.H. Testing alarm-based earthquake predictions // *Geophys J Int.* 2008. V. 172. P. 715–724.
230. Zhuang J. Multi-dimensional second-order residual analysis of space-time point processes and its applications in modelling earthquake data // *J. Royal Stat. Soc.* 2006. V. 68(4). P. 635–653.
231. Zhuang J., Ogata Y., Vere-Jones D. Stochastic declustering of space-time earthquake occurrences // *J. Am. Stat. Assoc.* 2002. V. 97. P. 369–380. DOI: 10.1198/016214502760046925.
232. Zhuang J., Ogata Y., Vere-Jones D. Analyzing earthquake clustering features by using stochastic reconstruction // *J. Geophys. Res.* 2004. V. 109. B05301. DOI:10.1029/2003JB002879.
233. Zöller G., Holschneider M., Hainzl S. The maximum earthquake magnitude in a time horizon: Theory and case studies. // *Bull. Seismol. Soc. Am.* 2013. V. 103(2A). P. 860–875.

С.В. Баранов, П.Н. Шебалин

Закономерности постсейсмических процессов
и прогноз опасности сильных афтершоков

Издатель – Российская академия наук

Публикуется в авторской редакции

Издается по решению Научно-издательского совета
Российской академии наук (НИСО РАН) и
распространяется бесплатно

Подписано в печать 14.10.2019.

Формат 70x100/16. Бумага офсетная. Гарнитура Times.
Уч.-изд. л. 12,84. Усл.-печ. л. 15,65. Заказ № 2591.1. Тираж 300.

Отпечатано в типографии ООО «Принт».
426035, г. Ижевск, ул. Тимирязева, 5.