



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Б. К. Норель, Ю. В. Петров, Н. С. Селютина

Энергетические и временные характеристики *предельного состояния горных пород*



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Б. К. Норель, Ю. В. Петров, Н. С. Селютина

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ
И ВРЕМЕННЫЕ
ХАРАКТЕРИСТИКИ
ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ
ГОРНЫХ ПОРОД

2-е издание



ИЗДАТЕЛЬСТВО САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

УДК 539.424

ББК 22.251

H82

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. С. А. Атрошенко (ИПМаш РАН);
д-р физ.-мат наук А. А. Груздков (С.-Петербург. гос. технолог. ин-т (техн. ун-т))

Авторы: Б. К. Норель (гл. 1–3), Ю. В. Петров (гл. 4–6), Н. С. Селютина (гл. 4–6)

*Рекомендовано к публикации Научной комиссией
в области математики и механики
Санкт-Петербургского государственного университета*

Норель Б. К., Петров Ю. В., Селютина Н. С.

H82 Энергетические и временные характеристики предельного состояния горных пород, 2 изд. — СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2019. — 132 с.
ISBN 978-5-288-05918-6

Первое издание вышло в 2018 г. при финансовой поддержке РФФИ. В монографии рассмотрены критерии прочности горных пород, испытывающих действие статического и динамического нагружения, в том числе с учетом различных видов объемных напряженных состояний. Предложен метод использования установок трехосного сжатия при выполнении необходимого комплекса механических испытаний образцов пород для определения параметров критериев квазистатического разрушения. Он основан на анализе результатов, полученных путем математического моделирования механического состояния горных пород в массиве. Также представлен активно разрабатываемый в последние годы структурно-временной подход, применяемый для прогноза динамической прочности горных пород в широком диапазоне скоростей деформации, основанный на понятии инкубационного времени. Расчет временных зависимостей динамической прочности с соответствующей оценкой инкубационного времени разрушения горных пород позволяет объяснить природу многих принципиальных эффектов динамического разрушения пород. Хорошее соответствие результатов расчета с экспериментальными данными и удобная расчетная схема показывают высокую эффективность предложенного подхода

Издание предназначено научным и инженерно-техническим работникам горнодобывающей промышленности, а также широкому кругу специалистов, решающих задачи в области вопросов прочности, разрушения и надежности горных пород и неметаллических твердых тел; может быть рекомендовано в качестве учебного пособия преподавателям и студентам соответствующего направления.

УДК 539.424

ББК 22.251

Научное издание

НОРЕЛЬ Бронислав Константинович, ПЕТРОВ Юрий Викторович, СЕЛЮТИНА Нина Сергеевна
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ И ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Редактор А. Б. Иванова Корректор Е. В. Величина Компьютерная верстка Ю. Ю. Тауриной Обложка Е. Р. Куныгин

Подписано в печать 30.10.2018. Формат 70×100^{1/16}. Усл. печ. л. 10,9.

Плановый тираж 500 экз. (1-й завод 100 экз.). Заказ №

Издательство Санкт-Петербургского университета. 199004, С.-Петербург, В.О., 6-я линия, 11.

Типография Издательства СПбГУ. 199034, С.-Петербург, Менделеевская линия, д. 5.

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2018

ISBN 978-5-288-05918-6

© Б. К. Норель, Ю. В. Петров, Н. С. Селютина, 2018

Оглавление

Предисловие	5
Глава 1. Обзор аналитических подходов механики горных пород при статическом нагружении.....	7
1.1. Экспериментальные наблюдения разрушения горных пород вблизи выработок	7
1.2. Экспериментально-аналитические методы анализа механического состояния массива в ходе горных работ	15
1.3. Развитие теории механических моделей на основе данных лабораторных экспериментов по трехосному нагружению	17
Глава 2. Анализ изменения деформаций и прочностных характеристик горных пород при действии объемных нагрузок	23
2.1. Механические испытания горных пород.....	23
2.2. Условия проведения испытаний.....	25
2.3. Особенности нагружения деформируемых неоднородных твердых тел и горных пород при различных объемных напряженных состояниях и вблизи горных выработок	29
2.4. Инварианты объемного напряженного состояния равновесной среды как основные характеристики механического состояния деформируемого твердого тела	31
2.5. Инварианты и девиаторы объемного напряженного состояния как механические характеристики соотношений связи между напряжениями и деформациями твердого тела	36
2.6. Механические свойства дополнительного физического параметра μ_σ , характеризующего объемное напряженное состояние горных пород в массиве.....	37
2.7. Результаты механических испытаний образцов горных пород...	39

2.8. Определение двух предельных состояний: обобщенный сдвиг и обобщенное растяжение.....	59
2.9. Паспорт распределения параметров механического состояния горных пород для различных видов объемного напряженного состояния.....	64
Глава 3. Механическая модель анизотропных горных пород	67
3.1. Задача исследования.....	67
3.2. Физические показатели механического состояния горных пород вблизи выработок	69
3.3. Изменение объемных характеристик горных пород при действии объемных нагрузок (согласно теории разрушения твердых тел Надаи).....	71
3.4. Формирование зон различных видов объемных нагрузок горных пород вблизи выработок.....	74
Глава 4. Общая формулировка структурно-временного подхода к расчету прочности горных пород и бетона при их хрупком разрушении из-за высокоскоростного воздействия.....	81
4.1. Расчетная схема прочности в широком диапазоне скоростей деформаций	85
4.2. Примеры.....	87
Глава 5. Динамические эффекты прочности при хрупком разрушении под влиянием гетерогенности структуры.....	91
5.1. Эффект инверсии прочности как следствие скоростной чувствительности материала.....	91
5.2. Доминирующее значение водонасыщенности и влияние воды в целом на динамическую прочность бетона при раскалывании	98
5.3. Прочность армированного бетона под действием динамических нагрузок.....	105
Глава 6. Определение прочности на различных масштабных уровнях. Различие размерного и масштабного эффектов	110
6.1. Определение масштабного уровня разрушения.....	110
6.2. Различия размерного и масштабного эффектов прочности.....	115
6.3. Изменение прочности бетона в зависимости от поперечного сечения образца	117
6.4. Изменение прочности образца горной породы в зависимости от его поперечного сечения	120
Список литературы	124

Предисловие

Чтобы совершенствовать способы ведения подземных и открытых горных работ при добыче полезных ископаемых и создавать строительные конструкции в породном массиве, особенно в сложных горно-геологических условиях, необходимы фундаментальные исследования физических процессов, протекающих при объемном (реальном) нагружении горных пород. К таким процессам относятся динамические и газодинамические явления, вывалы и обрушения пород, провалы и смещения, отрывы (по терминологии горных понятий — отжимы) и пучения, а также другие проявления горного давления и динамических воздействий.

Мы представили в настоящей монографии ряд аналитических исследований (например, [Феннер, 1961; Борисов, 1977; Надаи, 1969; Турчанинов и др., 1977; Freudental and Geiringer, 1958]), авторы которых вносят определенные изменения в возможности использования математических зависимостей общей теории напряженного и деформированного состояния в элементе сплошной среды. Однако существующие аналитические подходы совместно с экспериментальными исследованиями не позволяют спрогнозировать большой класс протекающих в массиве процессов, характерная черта которых — значительные деформации и различные виды разрушений в породах кровли и пластах горного массива. Подобные процессы специфичны при формировании газодинамических и динамических ситуаций, при разрушениях пород на сопряжениях различных выработок, при отрывах и т. д.

Развитие теоретических методов направлено на получение новых технологий ведения горных работ в сложных горно-геологических условиях и на разработку средств борьбы с нежелательными проявлениями горного давления и разрушения породного массива.

Анализ механических процессов в горных породах и горных явлений предусматривает применение современных теорий физики и механики деформируемых сред. Разрабатываемые теории апробируют, используя экспериментальные данные, полученные в лабораторных исследованиях горных пород и при натурных испытаниях в шахтных условиях.

Исследования изменений механического состояния горных пород и массивов позволяют сформировать представления об их прочности. В свою очередь,

широкий набор данных о прочности используется в технических и геофизических расчетах при моделировании строительных конструкций, в том числе связанных с проведением горных работ.

Развитие теорий прочности и механики разрушения позволяет объяснять механические эффекты, наблюдаемые в экспериментах с горными породами, а также прогнозировать начало динамических и газодинамических явлений в породном массиве.

В первых трех главах настоящей монографии мы рассматриваем критерии прочности горных пород при статическом нагружении в условиях различных видов объемного напряженного состояния (обобщенное сжатие, чистый сдвиг, обобщенное растяжение). На основе этих критериев мы предлагаем новую методику аналитического исследования механического состояния и прочности горных пород и массивов. Она учитывает пространственное нагружение на среду в массиве при разрушении и представления энергетического критерия горных пород. В рамках разработанной нами методики были установлены новые параметры и критерии закономерного изменения механического состояния горных пород в массиве вблизи выработок.

Кроме того, мы предлагаем метод использования установок трехосного сжатия, на которых выполняется необходимый комплекс механических испытаний образцов горных пород, а также метод анализа полученных экспериментальных результатов при разработке математических моделей, описывающих механическое состояние горных пород в массиве (далее — механических моделей).

В трех последних главах монографии мы представляем активно разрабатываемый последние годы структурно-временной подход к прогнозированию динамической прочности деформируемых сред (в частности, горных пород) для широкого диапазона скоростей деформации. Он основан на введении специального параметра — инкубационного времени, который рассматривается как свойство материала, определяющее его реакцию на скоростное динамическое воздействие, и может считаться мерой его динамической прочности. Содержащие данный параметр структурно-временные критерии (предельные условия) позволяют интегрально учесть предшествующие макроскопическому разрыву материала релаксационные процессы, в ходе которых развиваются дефекты его структуры на микро- и мезоуровнях.

В качестве иллюстрации нашей теории мы приводим недавние результаты обработки экспериментальных данных для горных пород, полученные при помощи структурно-временного подхода. Моделирование с оценкой инкубационного времени разрушения материала позволяет объяснить ряд принципиально важных динамических явлений, которые становятся следствием структурно-временной природы динамического разрыва пород. Хорошее соответствие теоретических и экспериментальных данных для рассмотренных пород, а также удобная схема расчета показывают высокую эффективность разработанного нами структурно-временного подхода.

Глава 1

ОБЗОР АНАЛИТИЧЕСКИХ ПОДХОДОВ МЕХАНИКИ ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

1.1. Экспериментальные наблюдения разрушения горных пород вблизи выработок

Чтобы обосновать физические положения разрушения горных пород, рассмотрим общие черты деформирования и разрушения пластов и вмещающих пород вблизи выработок, подтвержденные натурными наблюдениями и фотографиями характерных участков обнажений. Особенно интересно выделить различия в этапах механических процессов нагружения, деформирования и разрушения пластов вблизи очистных и подготовительных выработок. О них речь идет в гл. 1 и 2 настоящей монографии.

Отметим, что не только чисто теоретически, но и по многочисленным результатам натурных наблюдений в лавах и подготовительных выработках были установлены зоны опорного давления (зоны влияния выработок) и зоны предельных состояний (зоны частично разрушенных пластов и вмещающих пород) в массиве. При разработке неоднородных и малопрочных пластов также можно наблюдать общие закономерности влияния механических свойств и внешних нагрузок на размеры зон опорного давления. Например, эти закономерности прослеживаются в данных натурных исследований, проведенных с целью установить размеры зон опорного давления и их зависимость от глубины залегания и прочности горных пород, слагающих более чем 30 пологих пластов в шахтах производственных объединений «Донецкуголь», «Макеевуголь» и «Красноармейскуголь» [Пиховкин, 1974]. С увеличением прочности горных пород и глубины залегания и разработки пластов размеры этих зон (в соответствии с общими законами механики сплошных сред) изменяются.

Более тонкие эксперименты позволяют обнаружить и границы зон предельных состояний, на которых реализуются максимальные сжимающие напряжения. Результатами этих экспериментов подтверждаются теоретические расчеты зон предельных состояний в породном массиве при формировании и реализации в нем динамических и газодинамических явлений, проведенные

отечественными и зарубежными учеными [Динник, 1937; Холланд и Томас, 1956; Баренблатт и Христианович, 1955; Авершин, 1963].

Часть исследователей [Eckart, et al., 1966; Баклашов и Картозия, 1975; Христианович и Салганик, 1960; Марков, 1974] принимают положение о разрушении пласта и пород по всей зоне предельных состояний путем сдвига по площадкам скольжения в условиях значительного всестороннего сжатия и поэтому оценивают размеры зон предельных состояний, сравнивая значения максимального касательного напряжения, как компонента матрицы напряжения

$$\tau_{13} = 0,5(\sigma_1 - \sigma_3),$$

и значения $\tau_{\text{макс}}$, выбираемые по паспорту прочности горных пород и углей. Однако в ходе натуральных экспериментов и визуальных наблюдений выяснилось [Айзаксон, 1961], что кроме плоскостей скольжения реализуются трещины отрыва, а разность между главными напряжениями не соответствует теоретическим расчетам. Довольно часто отрыв происходит путем выдавливания некоторой части пласта, разделенной плоскостями, параллельными обнажению забоя (особенно на малопрочных пластах полезного ископаемого).

В различных публикациях приведены фотографии реальных трещин в породах массива, форма которых соответствует форме выработок или различных каверн. Характерный пример таких трещин приведен в работе [Айзаксон, 1961]. В ней отмечено, что напряжения вокруг выработки способны совершенно изменить первоначальную слоистость (складчатость) массива. Вторичную слоистость можно часто наблюдать в глубоких рудниках. Так, по данным той же работе [Айзаксон, 1961], в штреке, пересекающем дайку долерита на глубине около 2900 м, совершенно изменилась горная порода, первоначально не имевшая ясно выраженного преимущественного направления кливажа (рис. 1.1). Примечательно, что изгиб поверхности вторичной складчатости точно следует форме поперечного сечения штрека. Конечно, довольно трудно объяснить такую форму складчатости с позиции разрушения пород путем сдвига. Но если предположить, что вблизи выработки реализуется такой вид напряженного состояния, как обобщенное растяжение, то все становится на свои места. Далее мы рассматриваем примеры таких состояний.

Экспериментальные замеры напряжений, результаты которых приведены в работах [Петухов и др., 1968; Марков, 1974], позволяют заключить, что в глубоких рудниках района Талнах (п-ов Таймыр) и вблизи горных выработок на месторождениях Кольского п-ова могут формироваться три различающихся по направлениям главных напряжения:

- два значительных сжимающих напряжения, причем в ряде случаев они примерно равны;
- одно незначительное напряжение, направленное в сторону свободного пространства выработки.



Рис. 1.1. Вторичная складчатость (расслоение, вызванное напряжениями) пород кровли вблизи крепи [Айзаксон, 1961]

Мы предполагаем, что напряженное состояние в этих случаях соответствует обобщенному растяжению, которое оценивается по значению параметра А.Надаи μ_σ , приблизительно равному -1 [Надаи, 1969] (данный параметр подробно рассмотрен в гл. 2). Здесь же отметим, что механическое состояние образцов деформируемых твердых тел и горных пород определяется по результатам испытаний для трех классических видов напряженных состояний, а по классификации Надаи — с формированием трех значений параметра μ_σ , которые соответствуют трем известным напряженным состояниям:

- 1) обобщенному сжатию ($\mu_\sigma = 1$),
- 2) чистому сдвигу ($\mu_\sigma = 0$),
- 3) обобщенному растяжению ($\mu_\sigma = -1$).

Результаты замеров напряжений на опасных по динамическим проявлениям пластах Воркутинского месторождения приведены в работе [Гусельников, 1978]. Напряжения замерялись методами разгрузки и возмущений поля напряжений в охранных целиках, расположенных в угольном массиве, прилегающем к оконтуривающим выемочный столб выработкам. Прочность угля на одноосное сжатие составляла $\sigma_{сж} = 20,3$ МПа, модуль упругости $E = 1,4$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,44$. Глубина залегания участков замеров от поверхности $H = 650...670$ м. Из полученных Л.М.Гусельниковым экспериментальных данных и результатов вычислений следует, что размер зоны предельных состояний равен примерно 10 м, а вертикальное и горизонтальное напряжения в зоне максимальных сжимающих напряжений различаются. Важным результатом этих исследований представляется тот факт, что осевое

напряжение, характеризующее несущую способность (прочность) угольного пласта на кромке забоя, больше прочности угля на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$ и намного больше показателя прочности R_p , соответствующего обобщенному растяжению пород. Данные Л. М. Гусельникова не противоречат общей схеме оценки механического состояния пласта.

Существуют также и другие исследования отечественных и зарубежных ученых [Зорин, 1978; Христианович и Салганик, 1960; Eckart, et al., 1966], подтверждающие положение о том, что вблизи горных выработок может реализоваться обобщенное растяжение пород.

Особенно четко прослеживается направление плоскостей разрушения горных пород в массиве после выброса пород и газа [Зорин, 1978], которое параллельно свободной поверхности выработки (рис. 1.2). Например, на фотографии каверны, образовавшейся после выброса горных пород на шахте им. А. А. Скочинского в Донецком бассейне (Донецко-Макеевский район), обращает на себя внимание факт, что плоскости разрушения параллельны плоскости обнажения выработки. Из этого можно заключить, что и в данном случае разрушение пород путем отрыва вблизи свободной поверхности выработки в определенном смысле соответствует обобщенному растяжению ($\mu_\sigma = -1$).



Рис. 1.2. Форма полости при выбросе породы в выработку [Зорин, 1978]

При расчетах механического состояния массива учитываются характерные параметры разрабатываемых малопрочных угольных пластов, насыщенных газом. Например, в работе [Христианович и Салганик, 1960] показано, что одна из наиболее существенных особенностей опасных зон по выбросам — наличие участков, в которых трещины направлены перпендикулярно линии движения забоя.

Характерные формы вторичной складчатости боковых стенок полостей выбросов отмечены на рудниках Германии и Польши. Интересны фотографии систем трещин, возникших в ходе выброса породы после отслоения полости (рис. 1.3–1.5): линии трещин точно следуют форме полостей [Eckart, et al., 1966]. Определенная система трещин, параллельных контуру полости, прослеживается и на других выработках. Подобная форма слоистости зафиксирована на участке месторождения меднистых сланцев «Мансфельд» (рис. 1.4). Четкая слоистость горных пород прослеживается в сильно нагруженном целике одного из калийных рудников в Германии: здесь линии трещин точно следуют форме полости (рис. 1.5).



Рис. 1.3. Слоистость боковой стенки полости в забое шахты Южного горного бассейна (Германия) [Eckart, et al., 1966]



Рис. 1.4. Слоистость в выработках месторождения медистых сланцев «Мансфельд» (Германия) [Eckart, et al., 1966]

Обращает на себя внимание положение о том, что форма глобальной трещины должна соответствовать форме поверхности, обнажающейся в ходе разрушения породного массива.

Так называемым шлотмановским трещинам, т. е. трещинам разломов, уделяется большое место в работе [Слесарев, 1935], посвященной теории горного

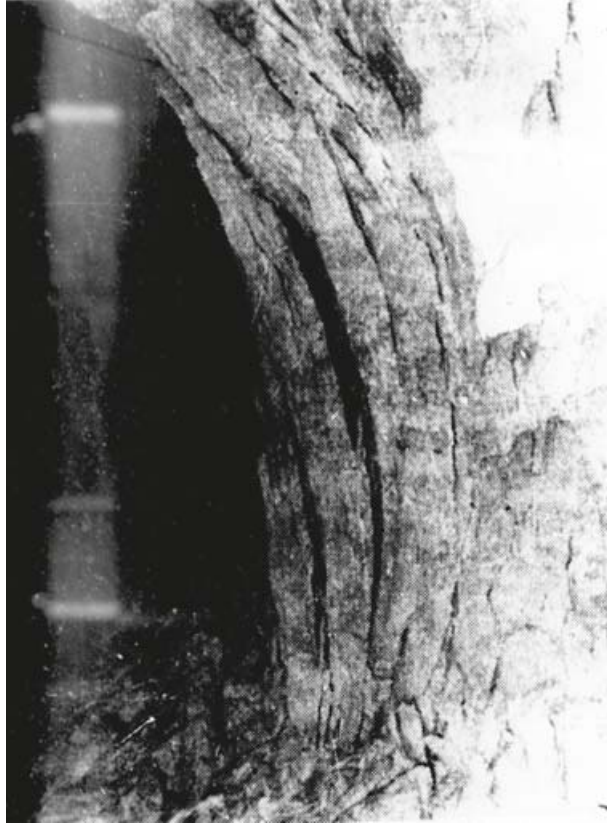


Рис. 1.5. Слоистость в сильно нагруженном целике одного из калийных рудников в Германии [Eckart, et al., 1966]

давления. В ней отмечается, что трещины впереди очистного забоя появляются под действием напряжений, которые возникают в массиве горных пород из-за нарушения их равновесия в ходе выработок. Ряд схематично изображенных наклонных и вертикальных трещин в пласте забоя (рис. 1.6) обосновывает эти положения в указанной работе.

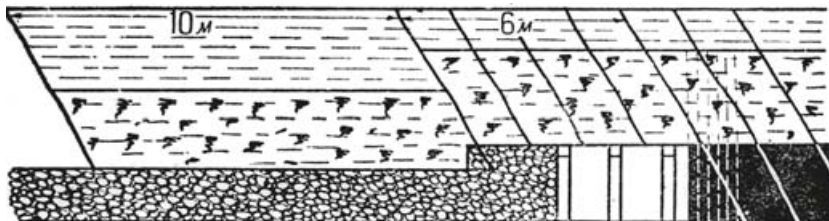


Рис. 1.6. Трещины в призабойной зоне пласта и породах кровли, направленные «с наклоном назад» [Слесарев, 1935]

На основании результатов натуральных наблюдений и шахтных экспериментов мы проанализировали общую черту процессов разрушения горных пород и пластов вблизи выработок — вертикальные трещины, которые имеют место при разработке пластовых месторождений полезных ископаемых в сложных горно-геологических условиях. Считается, что вертикальные трещины в пласте не характерны для высокопрочных пластов, расположенных на средних глубинах [Петросян и др., 1983]. Однако в настоящее время наличие таких трещин представляется закономерным, если работы ведутся на пластах полезного ископаемого, залегающих на больших глубинах, т.е. в условиях, близких к предельным для изменения механического состояния пород.

Теоретический вывод о закономерном изменении главных напряжений в соответствии с направлением трещин в пластах полезного ископаемого могут подтвердить результаты шахтных исследований, выполненных при промышленной апробации методов локального, текущего и сейсмоакустического прогноза опасных выбросов газа в угольных пластах на шахтах Донецкого, Кузнецкого, Карагандинского бассейнов, Воркутинского и Сучанского месторождений [Петросян и др., 1983].

При прогнозе вероятности выбросов газа в качестве параметров состояния пласта полезного ископаемого обычно выбирают показатели механических, сорбционных и фильтрационных свойств среды. Также для этого определяют следующее [Пиховкин, 1974]:

- характерные точки на кривых опорного¹ давления и выделения объемов газа;
- размеры зоны предельно-напряженного состояния,
- максимум напряжений зоны опорного давления,
- максимальное и минимальное значение скорости выделения газа из массива g — соответственно g_{\max} и g_{\min}
- расстояние от кромки забоя до характерных точек (рис. 1.7).

Совмещение графиков зависимости опорного давления (σ_j) и скорости выделения газа (g) в призабойной зоне массива горных пород от расстояния до кромки массива (рис. 1.7) не позволяет установить соответствие между расстоянием l_2 и l_n . Однако совмещение кривых изменения всех трех главных напряжений σ_1 , σ_2 , σ_3 и кривой скорости выделения газа показывает соответствие между расстояниями до кромки забоя g_{\max} и l_2 .

Факт того, что вторичная слоистость (вызванная разрушением в условиях определенного объемного напряженного состояния) повторяет форму забоя или выработки (т.е. соответствует обобщенному растяжению), стал су-

¹ Опорное горное давление — нормальные к пласту сжимающие напряжения, действующие вблизи опорного контура.

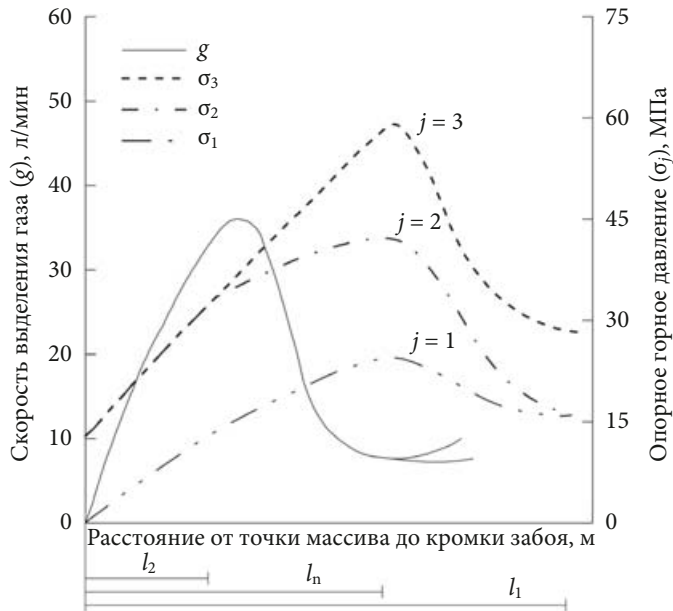


Рис. 1.7. Зависимости скорости выделения газа и опорного давления от расстояния между характерной точкой массива и кромкой забоя [Пиховкин, 1974]:

l_1 — расстояние до точки массива; l_2 — расстояние до точки, в которой наблюдается максимальная скорость выделения газа; l_n — расстояние до точки, в которой наблюдается максимальное опорное горное давление; σ_j (где $j = 1, 2, 3$) — главные напряжения ($\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$)

щественным при решении задач в следующих областях [Петросян и др., 1983; Бойко, 1969; Ходот, 1961]:

- в теории нагружения, деформирования и изменения механической прочности угольных пластов, находящихся в объемном напряженном состоянии;
- в прикладных исследованиях проблемы внезапных выбросов;
- при описании процессов нагружения и изменения механической прочности угольных пластов впереди забоев очистных и подготовительных выработок в ходе добычи полезных ископаемых в сложных горно-геологических условиях.

Далее в гл. 3 и 4 мы рассмотрели составление новых физических соотношений, описывающих изменение механического состояния пород от начала нагружения до их разрушения в зоне предельных состояний, на основе классических схем накопления поврежденности в моделях прочности пород и суммирования их повреждений.

Рассмотрим в следующих разделах два направления исследований в области горного давления и механики горных пород, которые велись до последнего времени.

1.2. Экспериментально-аналитические методы анализа механического состояния массива в ходе горных работ

Первое направление — экспериментально-аналитические методы анализа — основано на практическом опыте в области горных работ, и длительное время полученные результаты детальных исследований в этой области не использовались в других дисциплинах. Но на определенных этапах развития науки о горном давлении и изучения механических состояний эти данные нашли свое применение в разделах физического и математического моделирования. Особенно это относится к разработке критериев прочности, обсуждаемых в гл. 4.

При изменении горно-геологических условий разработки деформация и разрушение пластов (средней мощности и тонких) могут иметь вид высыпаний и обрушений. В ходе горных работ на малопрочных и газоносных, крутых и пологих угольных пластах в ряде случаев наблюдаются интенсивные отрывы и газодинамические явления. На более прочных пластах могут происходить горные удары. Поэтому на шахтах Крайнего Севера при выемке пластов на больших глубинах важно учитывать меняющиеся термодинамические параметры — температуру T и энтропию S . Вышеуказанные и другие механические процессы в массиве изучаются по результатам натурных наблюдений, физических экспериментов и аналитических исследований. Однако в силу того, что механические процессы в массиве реализуются по-разному, методики их исследования всегда основаны на наиболее приемлемых для данных условий гипотезах проявления горного давления, или, короче, гипотезах горного давления. Применение таких гипотез при изучении механических процессов в массиве позволяет составить рекомендации о наиболее важных (основных) показателях, характеризующих изучаемый процесс.

Эти гипотезы целесообразно анализировать соответственно развитию фундаментальной горной науки — механики горных пород — и связывать их с накоплением экспериментальных данных о механических свойствах углей и других горных пород и горных массивов в целом, а также с требованиями горной практики. Естественно, что с развитием физики твердого тела, механики деформируемых сред, вычислительной математики и электронно-вычислительной техники механические процессы изучаются глубже. При этом используемые гипотезы горного давления усложняются с увеличением числа факторов, влияющих на изучаемые механические явления в массиве горных пород.

Вначале остановимся на *первом направлении* развития гипотез горного давления. К ним можно отнести так называемые гипотезы сил — гипотезы «свода» и «балки». В их основе лежит физическое положение о том, что близлежащие породы непосредственной и, частично, основной кровли над горной выработкой либо разрушаются по форме свода, либо расслаиваются в виде плит — балок. Появление этих гипотез можно объяснить следующими причинами:

- 1) техническое развитие угольной промышленности в 1920-х годах не предусматривало широкой механизации горных работ, и поэтому требования практики к прогнозированию устойчивости горных выработок вполне удовлетворились простыми решениями задач в области сопротивления материалов;
- 2) экспериментальные исследования в области сдвижения толщи пород в массиве не проводились из-за отсутствия необходимой техники;
- 3) в ряде случаев не был собран и обобщен материал по натурным наблюдениям;
- 4) еще недостаточно разработанными были аналитические методы описания процессов нагружения, деформирования и разрушения таких сложных систем, как вмещающие породы и пласты.

Отметим, что гипотеза «свода», обосновывающая сводообразную форму разрушения пород кровли над выработкой, наряду со своей простотой правильно учитывает динамику слабой кровли. В свое время она имела достаточно много видных приверженцев [Цимбаревич, 1948; Слесарев, 1935; Квапил, 1959]. М. М. Протодяконов получил результаты механических испытаний сыпучих материалов, подтверждающие разрушение в виде свода. По указанной схеме анализа гипотезы «свода» единственной характеристикой среды можно принять коэффициент крепости по Протодяконову $f_{кр}$ или предел прочности на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$.

Значительно менее распространена гипотеза «балки», которая соответствует случаю разрушения пород кровли средней крепости при изгибе в виде консоли или в виде балки.

С течением времени условия разработки угольных пластов меняются:

- ширина очистных выработок значительно увеличивается, достигая сотен метров;
- скорость продвижения забоев в лаве также значительно увеличивается;
- при работах с обрушением в движение приходят огромные массы окружающих пород.

Все перечисленное приводит к тому, что вопросы горного давления приобретают особую остроту. Возникает сложная проблема управления горным

давлением, и предложенные ранее теории горного давления для описания новых условий оказываются недостаточными. Чтобы изучить проблему, исследователи начали широко применять опытные наблюдения и проводить эксперименты, привлекая для этого новейшие средства изучения явлений (моделирование, оптический и сейсмический методы и др.). В результате появились новые теории горного давления.

1.3. Развитие теории механических моделей на основе данных лабораторных экспериментов по трехосному нагружению

Второе направление развития гипотез горного давления — развитие механических моделей сплошных сред, теории разрушения и анализа критериев прочности с использованием данных лабораторных экспериментов на установках неравнокомпонентного сжатия (УНТС) [А.с. 394692 СССР, 1987] по специальным программам трехосного нагружения — характеризуется повышением интереса к исследованиям свойств среды — пород массива и пласта полезного ископаемого. Накопленный в этот период опыт (особенно в части замеров смещений пород при помощи глубинных реперов) свидетельствовал о наличии зон с различными проявлениями деформаций пород массива и пласта полезного ископаемого. Например, А. П. Максимов, объясняя процессы деформирования обнажений в горных выработках, детализирует различные типы деформационных процессов вокруг выработок и выделяет три этапа их развития [Максимов, 1973]:

- 1) период устойчивого состояния горных пород,
- 2) образование свода естественного равновесия в пластических слоистых породах,
- 3) образование зоны разрушения пород в кровле и по бокам выработки.

Из них наиболее развит третий этап, в котором выделяются, в свою очередь, три разновидности процессов [Максимов, 1973]:

- 1) упруго-вязкие деформации,
- 2) длительное разрушение пород,
- 3) условно-мгновенное разрушение пород.

Аналогичные выводы, но с более сложным теоретическим описанием перераспределения напряжений вблизи стволов шахт при накоплении поврежденности и с новыми схемами деформирования среды, представлены в работе [Норель, 1983].

Ко *второму направлению* развития теории горного давления и механики горных пород относятся исследования, описанные в работах [Лабасс, 1961;

Феннер, 1961; Динник, 1937; Шевяков, 1946; Шпакелер, 1961]. В них на основе результатов физического моделирования, натуральных наблюдений и аналитических расчетов сформулированы основные положения механизмов взаимодействия крепи и боковых пород, а также определены основные показатели, характеризующие различные виды процессов во вмещающих породах и пластах полезного ископаемого.

В работе [Лабасс, 1961] сделаны допущения о состоянии среды (принято, что она сыпучая, несвязная) и включены в механическую модель такие параметры, как угол внутреннего трения и коэффициент разрыхления. Эти предположения учтены в работе [Баклашов и Картозия, 1975], в которой предложен более строгий метод решения, использующий физические показатели среды — коэффициент сцепления в неупругой зоне (K_c), модуль сдвига (G), угол внутреннего трения породы (ρ).

Определенное влияние на развитие методов расчета напряженно-деформированного состояния породного массива оказали работы [Христианович и Салганик, 1960; Христианович и Кузнецов, 1965; Шпакелер, 1961]. Подробнее об этом изложено в разделах 2.7 и 2.8.

Другие принципы (в отличие от перечисленных в работах [Лабасс, 1961; Феннер, 1961; Динник, 1937; Шевяков, 1946; Шпакелер, 1961; Баклашов и Картозия, 1975; Христианович и Салганик, 1960; Христианович и Кузнецов, 1965]) заложены в работах [Салустович, 1963; Ержанов, 1962, 1973; Глушко, 1973], в которых постулируется, что полная деформация горных пород массива может состоять из упругой и вязкой составляющих. В связи с этим в данных теориях не рассматриваются критерии пластичности и пластические составляющие деформации. Предложенная в работах [Салустович, 1963; Ержанов, 1962; Ержанов и др., 1973; Глушко и др., 1973] группа гипотез (гипотезы деформаций) создается на более широкой основе — решениях задач механики сплошной среды, а в последние годы — на реологических уравнениях [Глушко, 1971; Зборщик и др., 1970; Крупенников, 1966]. Такое направление более перспективно, поскольку исходные положения уравнения состояния, закладываемые в решения, ближе отражают механизм процессов, происходящих в подземных выработках.

Наиболее сложный момент в применении гипотез деформаций при попытках объяснить различные механические процессы — описание механических свойств сплошной среды, известной в механике как материал деформируемого твердого тела. К такой среде относятся и горные породы. Это обстоятельство имеет большое значение в практических приложениях гипотез деформаций.

Основные положения гипотез горного давления, близкие к упомянутым в рамках двух направлений развития гипотезам, детально рассматриваются в работе [Максимов, 1973] и представляют интерес в настоящей монографии

только с позиций закономерностей развития гипотез горного давления, более точного учета механических свойств горных пород.

В процессы динамических явлений вовлекаются большие массы горных пород. Отдельные частичные объемы этих пород деформируются по-разному, поэтому чрезвычайно сложно выявлять и описывать закономерности их деформирования. Из-за этого обстоятельства трудно использовать гипотезу деформаций при анализе динамики массивов пород.

Практика горной промышленности ставит перед теоретиками все более сложные задачи, описывающие изменение механики массивов в различных рабочих ситуациях:

- при увеличении глубины разработки,
- при проведении горных работ в зонах сложных горно-геологических условий,
- при увеличении скорости продвижения забоя,
- при увеличении нагрузки на лаву.

Все перечисленное приводит к возникновению предельных нагрузок в породах массива и пластах полезного ископаемого. Физическая причина этих процессов лежит в сложных взаимодействиях физических, химических, термодинамических полей в глубине массива, и эффекты горного давления (механические процессы) могут проявляться не только в виде деформаций, но и в виде глобальных сдвигов, разрушений, высыпаний и т. д. Поэтому анализ данных явлений следует начинать с обоснования их механизмов. Только после этого целесообразно переходить к анализу результатов экспериментов по разрушению и деформированию пород и углей на контуре выработки и к подбору соответствующих математических зависимостей.

К третьему этапу второго направления развития гипотез горного давления можно отнести аналитические методы решения механических задач, в которых используются энергетические и термодинамические переменные и параметры. Следует учитывать определенные аналогии между философскими законами материализма и физическими законами сохранения, и в том числе наиболее общим и важным из них — законом сохранения энергии. Насколько многообразными могут быть движения материи, настолько же многообразными могут быть формы сохранения энергии. По-видимому, Р.Квапил был одним из первых, кто сформулировал исключительно важную в философском смысле идею: «Все естественные процессы и явления подчинены закону о сохранении энергии. Положение о вечности энергии и временном характере силы вполне приложимо и к таким явлениям, как горное давление и горные удары. Есть все основания утверждать, что правильный путь исследования причин горного давления и горных ударов — изучение отдельных явлений с точки зрения изменения потенциальной энергии» [Квапил, 1959]. Исследуя вопросы об опережении напряжения деформациями, о превышении предела

упругости пород при накоплении ими потенциальной энергии, он подробно остановился только на влиянии потенциальной энергии на процессы равновесия и потери устойчивости пород вблизи выработок. Однако механизм перехода из одного вида энергии в другой Квапил связывал только с изменением угла внутреннего трения, чем существенно сузил возможности объяснить сложные механические процессы в массиве. Кроме того, потенциальная энергия, описанная Квапилом в виде

$$\sigma_{\text{упр}}^2 / 2E,$$

(где $\sigma_{\text{упр}}$ — предел упругости, E — модуль Юнга) характеризует лишь упругое деформирование при одноосном сжатии. Но так как породы массива и пласты полезного ископаемого могут деформироваться не упруго, создавая значительные зоны разрушения вблизи выработок, то следует более четко определять взаимосвязи энергетических параметров и условий перехода из одного вида энергии в другой. В целом отметим значительный вклад Квапила в понятие физической сущности горного давления и горных ударов.

В основных принципах безопасного ведения горных работ предусматриваются меры, позволяющие снижать горное давление, т. е. снижать способность пласта полезного ископаемого накапливать потенциальную энергию вблизи выработки, и управлять хрупким разрушением такого пласта.

Перечислим известные в настоящее время исследования в области горных ударов, в которых в той или иной мере используются энергетические принципы. Например, в работе [Авершин, 1963] установлены энергетические соотношения в процессах, реализующихся при горных ударах, и приблизительно рассчитана энергия упругой деформации угля. В работе [Петухов и др., 1968] большое место уделено прогнозу формирования горных ударов, разработке и внедрению комплексов мер по борьбе с этим явлением.

Попытка использовать первое и второе начало термодинамики для создания общей теории горного давления сделана в работе [Цимбаревич, 1948]. В ней сформулированы основные позиции в общей теории, позволяющие учесть влияние всех без исключения действующих факторов, а также сделан анализ показателей внутренней энергии I , работы горного давления A и энтропии S в пласте, чтобы объяснить взаимодействие компонентов системы обнажение—крепь. Центральная часть выводов П. М. Цимбаревича — утверждение о том, что работа горного давления в замкнутой системе обнажение—крепь, стремящейся к равновесию, пропорционально изменению энтропии [Цимбаревич, 1948]:

$$dA = T(S' - S), \quad (1.1)$$

где $(S' - S)$ — разность энтропии для двух различных состояний системы.

Отметим, что понятия «работа горного давления» и «энтропия» здесь имеют исключительно общий физический смысл и поэтому могут включать в себя соотношение между разными физическими параметрами процессов.

Однако в разработках Цимбаревича есть неточность, состоящая в том, что значения свободной энергии не будут совпадать для двух различных состояний при условии неравенства $S' \neq S$, поэтому зависимость (1.1) недостаточно корректна в физическом смысле.

Конечно, незначительные погрешности не могут повлиять на истинность идей Цимбаревича как автора общей теории горного давления, в смысле использования общих физических законов при учете влияния многих факторов в исследованиях взаимодействия системы обнажение—крепь. Его подход к созданию общей теории горного давления вполне закономерен.

В работе [Докукин и др., 1981] на основе анализа механических состояний массива горных пород выведены математические выражения для комплекса компонент нормальных и касательных напряжений и определены соотношения параметров потенциальной энергии и упругого энергетического потенциала, позволяющие оценить механическое состояние исследуемой сплошной среды — горного массива вблизи горных выработок.

Отметим связанное с принципами термодинамики положение И. И. Гольденблата: «Более легким оказывается термодинамический (или энергетический) метод решения задач. Этот метод основан на том, что всякое изменение, происходящее в некоторой системе, рассматривается с точки зрения выделения или поглощения энергии, преобразования одних видов энергии в другие. Как показывают исследования, энергетический анализ во многих случаях не только существенно облегчает решение различных задач механики грунтов, но и делает более ясной физическую сущность рассматриваемых проблем» [Гольденблат, 1969].

Энергетические и термодинамические принципы играют важную роль при разработке теории внезапных выбросов угля, породы и газа. С положениями теорий Цимбаревича, Квапила, Авершина и ряда других специалистов в целом согласуются известные представления В. В. Ходота об энергетическом характере возникновения и протекания внезапного выброса: «основными видами энергии, превращающейся в работу внезапного выброса, являются: кинетическая энергия вмещающих угольный пласт горных пород; потенциальная энергия деформации угольного пласта; внутренняя и кинетическая энергия газа, заключенного в угле; потенциальные энергии положения угля, реализуемые при движении его в наклонных выработках» [Ходот, 1961].

На основе изложенного заключим, что объяснить природу различных явлений в горных массивах в ходе аналитического решения крупных прикладных задач (связанных, например, с горными ударами, взаимодействием крепи с кровлей, внезапными выбросами угля, породы и газа) можно на основе энергетических и термодинамических позиций. В настоящем разделе мы

упомянули лишь известные широкому кругу специалистов объемные исследования, посвященные объяснению механических процессов и явлений в массиве.

Отметим, что вопросы планомерного использования энергетических и термодинамических параметров для анализа различных механических процессов еще далеко не решены, хотя в области физики твердого тела выполняются определенные исследования, касающиеся механики деформируемых сред.

Мы ожидаем, что аналитические методы решения задач механики горных пород будут в дальнейшем развиваться на основе энергетических и термодинамических позиций, т. е. путем корректного использования исключительно широких возможностей закона сохранения энергии, позволяющих связать изменение энергетических и термодинамических параметров с механикой массива пород.

* * *

В гл. 1 мы представили читателю известные работы в области анализа изменения механического состояния породного массива, когда под воздействием различных силовых нагрузок (при образовании открытых поверхностей, укрепления породных слоев, строительстве туннелей, стволов и т. д.) в нем формируются различные виды деформации и разрушения.

При наличии множества экспериментальных и теоретических подходов к изучению влияния различных видов горных работ возникают определенные трудности в ходе определения параметров горных пород. Например, по-прежнему чрезвычайно сложно определять такие важные характеристики среды, как закономерности, формирующие ее отклик на влияние механического воздействия.

По нашему мнению, анализ конечного результата механического воздействия на породу, которое проявляется в виде специфичных трещин после проведенных горных работ, позволяет в ряде случаев сформулировать логическую и методическую схему изучения отдельных последовательно протекающих процессов.

Представленные экспериментальные и теоретические работы позволили нам сформировать определенные положения о видах деформирования и разрушения, проявляющихся в виде направленных трещин отрыва вблизи открытых поверхностей в горных выработках. Такие же трещины могут возникать в туннелях, породных хранилищах и в глубоких отвалах. Значительные трещины в большинстве случаев крайне опасны, особенно при развитии динамических явлений, наблюдаемых в породных массивах. Теоретические исследования этих механических процессов описаны в упомянутых нами работах [Холланд и Томас, 1956; Зорин, 1978; Квапил, 1959; Норель, 1983; Феннер, 1961; Христианович и Кузнецов, 1965; Борисов, 1977; Надаи, 1969].

Глава 2

АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ И ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ ДЕЙСТВИИ ОБЪЕМНЫХ НАГРУЗОК

Упомянутые в гл. 1 методические положения аналитических и экспериментальных исследований механики сложно напряженных горных пород позволили добавить к стандартным параметрам исследуемых сред физические параметры, которые характеризуют влияние различных нагрузок на физико-механические и прочностные свойства горных пород.

Эти показатели дополнили параметры механической модели для описания оценки изменения состояний горных пород при различных воздействиях. Они же позволили получить новые параметры механического состояния и прочностных характеристик горных пород в различных зонах породного массива.

2.1. Механические испытания горных пород

Методы физического и аналитического описания изменения механических свойств образцов горных пород, находящихся в объемном напряженном состоянии, в условиях лаборатории — одно из основных направлений в решении задач горной физики и механики недр. Аналитические исследования в области механики горных пород остаются достаточно трудоемкими, так как для составления математической схемы анализа механического состояния породы и для применения в нем физических законов воздействия и механических нагрузок среды требуется наличие множества показателей структурных физических факторов среды, влияющих на образец.

Отечественные и зарубежные ученые — классики разделов горной науки, изучающих горное давление, разрушение пород и динамические явления, — развивали не только методы решения механических задач, но и новые отдельные направления исследований в данной области [Бриджмен, 1955; Волярович и др., 1979; Кузнецов, 1947; Мюллер и др., 1971; Надаи, 1969]. Механическую структуру горных пород и породного массива сложно описать аналитически при помощи классических механических моделей деформируемых сред и теории механики горных пород. В связи с этим целесообразно обратиться

к трудам известных ученых, разработавших математические модели применительно к механике сплошных сред и термодинамике [Надаи, 1969; Безухов, 1961; Качанов, 1974; Новожилов, 1948; Сергеев, 1978; Фисенко, 1976; Фрейденталь и Гейрингер, 1962; Христианович, 1974; Христианович и Кузнецов, 1965].

Как указывал И. И. Гольденблат, первое и второе начала термодинамики, а также основные принципы термодинамики необратимых процессов можно применить к деформации твердых тел при их объемном нагружении. Это, в свою очередь, приведет к ряду фундаментальных соотношений, описывающих конкретные процессы деформации различных сред. Важность этих соотношений заключается, в частности, в том, что они позволяют сократить общий объем экспериментов, необходимых для разработки конкретной теории деформации тех или иных материалов [Гольденблат, 1969].

Механические свойства горных пород, находящихся в объемном напряженном состоянии при всевозможных внешних воздействиях, по вполне понятным причинам изучены еще далеко не в полном объеме. И каждый раз при решении конкретных задач приходится корректировать значения показателей, характеризующих эти свойства при данных условиях нагружения, путем введения специальных коэффициентов.

Реальные деформируемые материалы — горные породы и другие поликристаллические твердые тела — проявляют свои механические свойства в зависимости от условий нагружения во время стандартных испытаний. Это касается и силовых, и деформационных характеристик. То же самое относится и к термодинамическим характеристикам твердых тел и сплошных сред [Работнов, 1987; Родионов и др., 1986]. Поэтому простые методы анализа можно применять только к таким условиям нагружения, при которых проявление определенного отклика материала на внешнее воздействие преобладает, а влиянием других характеристик можно пренебречь.

Показатели механических свойств образцов различных пород, полученные при испытаниях в стандартных условиях (одноосное сжатие/растяжение, изгиб и сдвиг), дают определенную, но не полную информацию о сопротивлении горных пород деформированию и нагружению. Однако изучать деформационные и прочностные характеристики горных пород в различных сложных напряженных состояниях, а также получать прочностные показатели и устанавливать закономерности деформирования и разрушения таких пород можно при помощи механических испытаний на УНТС, в ходе которых образцы породы подвергаются действию разных по значению главных напряжений по всем трем осям нагружения независимо друг от друга [А. с. 394692 СССР, 1987; Алексеев и Недодаев, 1982; Протодьяконов и Ильницкая, 1971]. Особенно важно, что условия нагружения в этих испытаниях близки к нагрузкам исследуемой конструкции или объекта [Воларович и др., 1979; Надаи, 1969; Алексеев и др., 1983; Norel, 1990].

Сущность испытаний — установить зависимости между задаваемыми усилиями (по трем взаимно перпендикулярным координатным осям нагружения) и получаемыми смещениями по тем же осям, необходимые для изучения видов разрушений. Общие требования и методика отбора проб пород к данным испытаниям соответствуют известным стандартам.

В институте физики горных процессов Национальной академии наук Украины (ИФГП НАНУ) при проведении механических испытаний образцов углей и горных пород в объемном напряженном состоянии используются упомянутая выше УТНС [А. с. 394692 СССР, 1987], вспомогательные приборы и соответствующие методики для определения плотности образцов, их высушивания и прозвучивания с целью получить динамические характеристики. УТНС позволяет независимо регулировать главные напряжения σ_1 , σ_2 и σ_3 в пределах от 0,1 до 500 МПа для кубических образцов с ребром примерно 50 мм. Методика испытаний горных пород на УТНС учитывает главное теоретическое положение — соответствие объемных нагрузок, действующих в массиве и задаваемых в условиях опытов на этих установках.

Результаты проведенных на УТНС механических испытаний горных пород обычно используются при выводе математических уравнений, описывающих соотношения между полями напряжений и полями деформаций горных пород в объемном неравнокомпонентном сжатии. Анализ опытных и расчетных данных позволил нам сделать вывод о значительной изменчивости прочностных и деформационных характеристик от различных видов нагружения и от других факторов. Природа этой изменчивости заложена в самой структуре горных пород.

2.2. Условия проведения испытаний

Рассмотрим условия проведения механических испытаний: образцы горных пород являются поликристаллическими твердыми телами при обычной температуре и находятся в объемном напряженном состоянии при мало изменяющихся во времени нагрузках. Заготовки для образцов получают, выбуривая куски породы из пласта. Затем на камнерезной машине из заготовок делают образцы кубической формы со сторонами размером 45–55 мм. Их торцевые поверхности при необходимости обрабатывают шлифовальным порошком.

Специальные требования предъявляют к параллельности и перпендикулярности поверхностей образцов. Параллельность контролируют при помощи индикатора по двум взаимным перпендикулярным плоскостям. Допустимые отклонения от параллельности — не более 0,1 мм. Перпендикулярность торцевых поверхностей контролируется при помощи поверочного угольника в четырех точках торцевых поверхностей. Допустимые отклонения каждого размера от высоты образца в каждой из параллельных плоскостей — не более 0,1 мм.

Для образцов пород выборочно определяют плотность γ и другие постоянные характеристики материала путем прозвучивания при помощи специальной аппаратуры. После этого образцы определенным образом сушат, чтобы придать им заданную влажность, и затем снова анализируют их при помощи прозвучивания. Выполнив эти процедуры, образцы помещают в нагружающую камеру УТНС и приводят в действие нагружающие устройства с заданной скоростью нагружения, которая примерно постоянна до момента разрушения образца или до достижения максимальной сжимающей нагрузки. Во время испытаний фиксируют нагрузки (в килограммах) и смещение нагружаемых поверхностей образцов (в миллиметрах) по всем трем осям.

В связи со спецификой испытаний на УТНС и значительным объемом получаемой во время каждого опыта информации целесообразно проанализировать общий подход к оценке условий нагружения при проведении экспериментов, а также к методике обработки результатов испытаний.

Возможные структурные разложения основных видов объемных нагрузок образцов материалов кубической формы приведены на рис. 2.1.

Правила знаков и нумерации главных напряжений и главных деформаций применяются для того, чтобы можно было без соответствующего корректирования использовать различные соотношения из математического аппарата механики деформируемых сред в объемном напряженном состоянии.

Значения главных напряжений σ_1 , σ_2 и σ_3 , получаемые в ходе механических испытаний УТНС, соответствуют напряжениям сжатия, поэтому им присваивается знак «минус».

Для деформаций сохранялось то же правило знаков. Если

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3,$$

то и для реализующихся деформаций по соответствующим осям нагружения будет выполняться неравенство

$$\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$$

(т. е. ε_1 по оси σ_1 больше, чем ε_2 по оси σ_2 , которое больше, чем ε_3 по оси σ_3).

Так как при проведении механических испытаний образцов горных пород на УТНС устанавливают режим трехосного неравнокомпонентного сжатия (при котором $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$) и при этом максимальное усилие сжатия действует по вертикальной оси, то этой оси присваивают номер 3, а максимальное напряжение сжатия по ней обозначают σ_3 .

Объемное напряженное состояние образцов горных пород (в лабораторных условиях) и массивов (в натуральных условиях) при математическом моделировании изменяется от обобщенного сжатия на удалении от горной выработки до обобщенного растяжения вблизи нее. Это геометрическое направление по оси x позволяет наблюдать характер изменения трех главных напряжений σ_1 , σ_2 и σ_3 , а главное — фиксировать изменение параметра Надаи μ_0 .

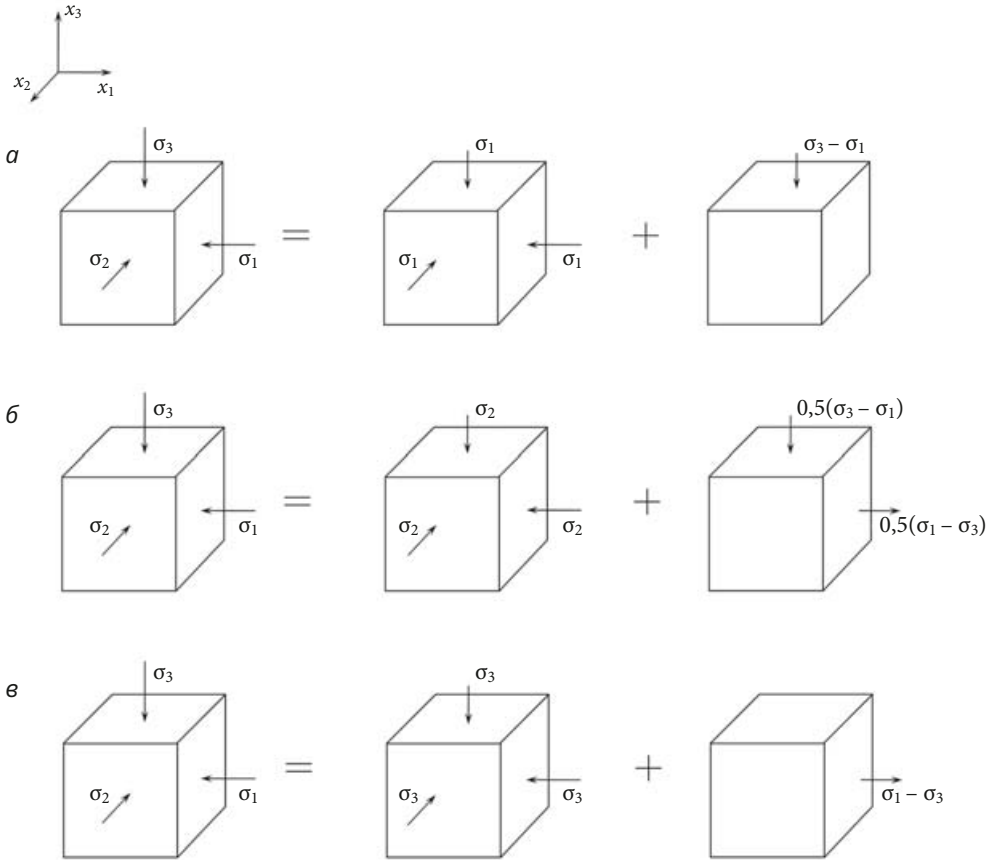


Рис . 2.1. Структурные разложения характерных объемных напряженных состояний образцов твердых тел при нагружении на УНТС:

а — $\sigma_2 = \sigma_1$; б — $\sigma_2 = 0,5(\sigma_1 + \sigma_3)$; в — $\sigma_2 = \sigma_3$

Таким образом, мы формулируем условия для нагрузки объемно-напряженных образцов горных пород на УНТС по определенным программам нагружения. При проведении механических испытаний образцов деформируемых твердых тел и горных пород по схеме Кармана (обобщенное сжатие, см. рис. 2.1, а) должны быть выполнены следующие условия нагружения:

- 1) напряжение σ_3 , действующее по оси x_3 , должно быть наибольшим по абсолютному значению, а для двух других координатных осей главные напряжения можно выбирать произвольно, но при этом должно выполняться условие равенства $\sigma_1 = \sigma_2$. Если по одной из осей указанных двух главных напряжений нагружение реализуется с минимальной силой сжатия, то соответствующему напряжению присваивается обозначение σ_1 ;

- 2) для обобщенного сдвига промежуточное напряжение σ_2 должно быть равно половине суммы главных напряжений — $\sigma_2 = 0,5(\sigma_1 + \sigma_3)$;
- 3) обобщенное растяжение должно соответствовать варианту, приведенному на рис. 2.1, в. Промежуточное главное напряжение σ_1 должно быть равно максимальному сжимающему напряжению σ_3 .

На УНТС образец нагружают, перемещая штоки трех гидроцилиндров, а возникающие при этом напряжения рассчитывают по формулам

$$\sigma_{1i} = -\frac{P_{1i} S_{\text{шт}}}{\Pi_1}; \quad \sigma_{2i} = -\frac{-P_{2i} S_{\text{шт}}}{\Pi_2}; \quad \sigma_{3i} = -\frac{P_{3i} S_{\text{шт}}}{\Pi_3}, \quad (2.1)$$

где P_{1i} , P_{2i} и P_{3i} — показания манометров по трем направлениям движения штоков; $S_{\text{шт}}$ — площадь штока; Π_1 , Π_2 и Π_3 — площади опорных поверхностей образцов угля или горных пород формы параллелепипеда.

Осевые деформации образца рассчитываются по перемещениям плит, сжимающих образец, по формулам

$$\varepsilon_{1i} = \frac{L_{1i} - L_{1_0}}{L_{1_0}}; \quad \varepsilon_{2i} = \frac{L_{2i} - L_{2_0}}{L_{2_0}}; \quad \varepsilon_{3i} = \frac{L_{3i} - L_{3_0}}{L_{3_0}}, \quad (2.2)$$

где L_{1_0} и L_{1i} , L_{2_0} и L_{2i} , L_{3_0} и L_{3i} — линейные размеры образца соответственно в исходном состоянии и при нагружении по трем осям.

Пространственные условия нагружения образцов до настоящего времени недостаточно анализировались при исследованиях изменения механических свойств исследуемых материалов для различных характерных зон объемного нагружения.

Особенность сопротивления неоднородных твердых тел действию внешних нагрузок в опытах на УНТС — различие значений прочностных и деформационных характеристик образцов при различных условиях нагружения материала в объемном напряженном состоянии.

Программа экспериментальных исследований механических свойств горных пород включала в себя опыты, в которых направленно варьировались значения параметра Надаи μ_σ и равномерного начального всестороннего сжатия σ_0 . Результаты экспериментов, в которых изменялись указанные параметры, позволили оценить влияние различных видов объемного напряженного состояния на механические свойства образцов горных пород.

Таким образом, условия нагружения при проведении механических испытаний образцов твердых тел и горных пород обычно выбирают в соответствии с характером изменения напряженного состояния исследуемого материала. При анализе механического состояния образцов горных пород вблизи выработок следует учитывать изменение основных физических и механических параметров пластов по мере приближения к выработке.

2.3. Особенности нагружения деформируемых неоднородных твердых тел и горных пород при различных объемных напряженных состояниях и вблизи горных выработок

С позиций теории, изменения механического состояния массива горных пород начинают формироваться в его незатронутой горными работами зоне при термодинамическом равновесии. На большом расстоянии от выработки объемное напряженное состояние пород изменяется незначительно, а его вид сохраняется. Но по мере приближения к выработке (к зоне активного нагружения) комплекс трех главных напряжений значительно меняется, поэтому меняется и вид объемного напряженного состояния. При формировании активного нагружения в массиве сначала реализуется неравновесное термодинамическое состояние в зоне влияния выработки. Затем с момента начала разрушения пород (путем сдвига) и последующего перехода пород к предельным состояниям в массиве происходят сложные физические процессы, обуславливающие объемное напряженное состояние.

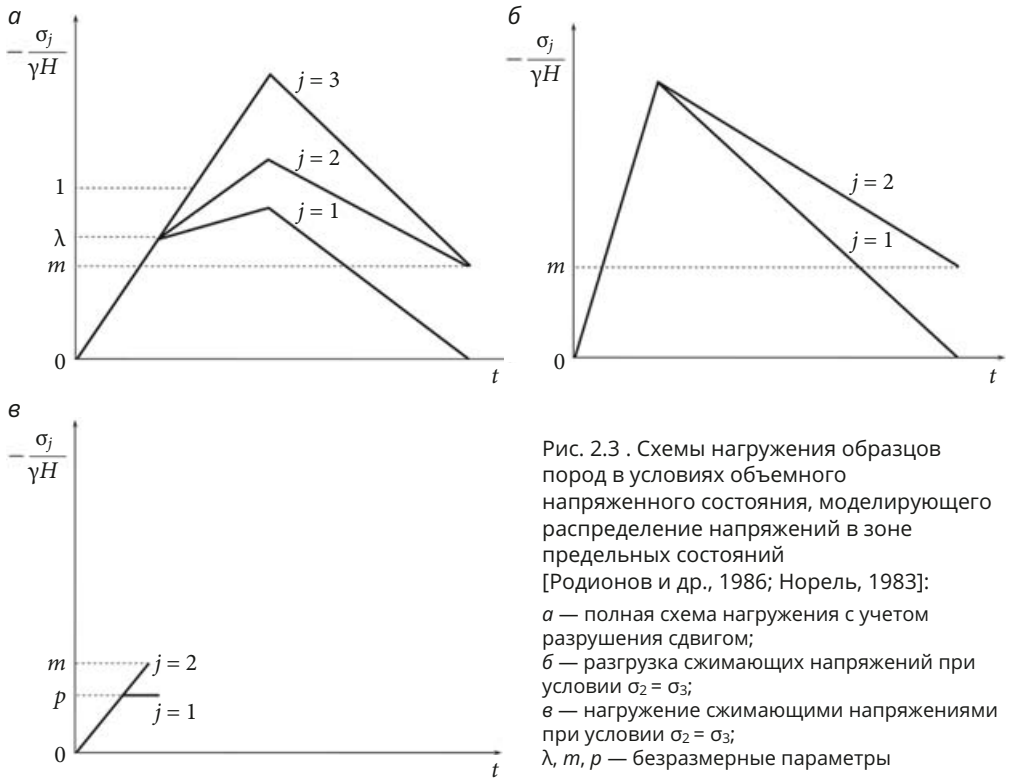
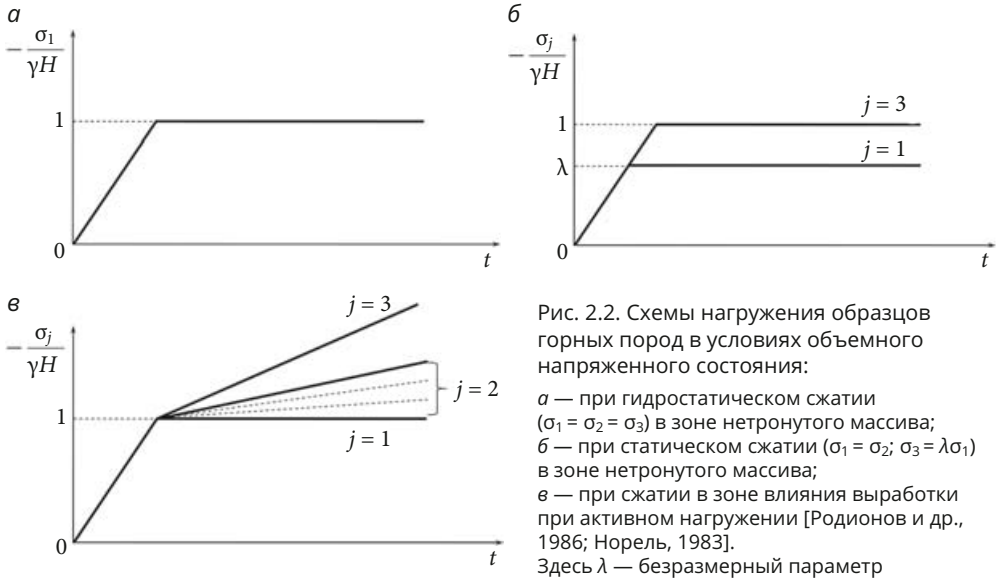
По результатам анализа условий нагружения пласта предлагаются аналогичные этим условиям схемы нагружения образцов [Родионов и др., 1986; Норель, 1983] для зон, где массив нетронутый, и для зон влияния выработки во время разрушения массива (рис. 2.2), а также для зон предельных состояний (рис. 2.3). Общая черта указанных схем — совпадающий вид напряженного состояния в конце нагружения перед разрушением (см. рис. 2.2, в, и рис. 2.3, в). Эти схемы нагружения представительны для реального изменения механического состояния пород в массиве [Родионов и др., 1986; Норель, 1983]. Механические свойства горных пород также изменяются при разгрузке напряжений (см. рис. 2.3, б).

Существенные требования к анализу объемного напряженного состояния горных пород и массивов — целесообразность и необходимость использования тех или иных математических формул и характеристик среды применительно к условиям, в которых находится исследуемый материал.

Как уже отмечалось выше, УТНС [А.с. 394692 СССР, 1987] предоставляет достаточно широкие возможности для моделирования объемных нагрузок образцов горных пород. На ней испытывались образцы неоднородных горных пород при различных условиях объемного напряженного состояния, оцениваемого по следующим значениям параметра μ_σ (по теории пластичности Надаи):

- 1) $\mu_\sigma = -1$ — обобщенное растяжение при $\sigma_2 = \sigma_3$ (рис. 2.1, в);
- 2) $\mu_\sigma = 0$ — обобщенный сдвиг при $\sigma_2 = 0,5(\sigma_1 + \sigma_3)$ (рис. 2.1, б);
- 3) $\mu_\sigma = 1$ — обобщенное сжатие при $\sigma_2 = \sigma_1$ (рис. 2.1, а).

Следующий логический этап анализа — обоснование выбора параметров напряженного и деформированного состояния сплошной среды (в частности,



для массива горных пород) и установление механических характеристик материала, находящегося в объемном напряженном состоянии, а также составление на их основе уравнений, позволяющих получить показатели механического состояния деформируемых твердых тел.

Отметим, что математическое моделирование — не только выбор методов решения математических уравнений. На первом этапе создания математической модели неизбежно выводятся исходные уравнения условий задачи, соответствующие модели изучаемого процесса.

Ограничиваясь изучением нагружения породного массива, его деформирования и потери им прочности, можно принять, что общая черта этих процессов — непрерывное и закономерное изменение механических показателей в зависимости от расстояния до выработки и от смены вида объемного напряженного состояния. Вследствие этого характерные переменные и параметры указанных процессов можно определить по математическим уравнениям, описывающим законы сохранения в механике сплошных сред, поэтому интерпретирующую (формализующую основные черты механических явлений) физическую систему можно определить как энергетическую и термодинамическую с выбором определенных физических параметров и показателей.

Процессы перераспределения напряжений, реализация деформаций и снижение механической прочности в массиве можно рассматривать как следствия нарушения существующего равновесного состояния реальной среды и перехода ее в новое равновесное состояние. Схема анализа включает в себя решение следующих задач:

- каким было исходное (начальное) равновесное состояние;
- какими были причины, побудившие переход среды в новое (конечное) равновесное состояние;
- как проходил переход среды в новое равновесное состояние;
- каким стало новое равновесное состояние среды.

2.4. Инварианты объемного напряженного состояния равновесной среды как основные характеристики механического состояния деформируемого твердого тела

Теоретическую направленность уже выполненных и выполняемых в настоящее время исследований в области разработки механических моделей горных пород, находящихся в напряженном состоянии, мы показали на основе работ [Надаи, 1969; Безухов, 1961; Качанов, 1974; Работнов, 1987; Родионов и др., 1986; Mohr, 1900].

На начальном этапе аналитического исследования, приведенного в настоящей монографии, мы применили общую теорию напряженного и деформи-

рованного состояния в сплошной среде к схемам построения и использования математических моделей инвариантов главных напряжений и главных деформаций [Безухов, 1961], чтобы описать изменение механического состояния массива неоднородных горных пород.

Анализ изменения равновесных состояний породного массива позволяет принять, что устойчиво равновесным будет деформированное состояние с реализацией упругих и малых неупругих деформаций, а неустойчивое состояние будет неравновесным, когда значительные участки массива значительно деформированы и разрушены.

Большинство способов анализа плоского напряженного состояния хотя и позволяют определять значения компонент напряжения в зоне активного нагружения [Фрейденталь и Гейрингер, 1962], но не дают информации о соотношении трех главных напряжений (особенно это относится к промежуточному главному напряжению σ_2). Однако значение σ_2 существенно влияет на оценку вида напряженного состояния и характера разрушения, а также прочностных и деформационных характеристик горных пород. В связи с этим целесообразно ввести дополнительные физические условия и характеристики, уточняющие изменения механических свойств исследуемых деформируемых образцов твердых тел (в том числе и неоднородных горных пород) в условиях объемных напряженных состояний среды.

Напряженное и деформированное состояние в точке массива вполне определено, если заданы тензоры напряжений и деформаций для этой точки [Безухов, 1961]. Выбор и определение главных напряжений объемного напряженного состояния пород и параметров изменения этого состояния для разработки математических моделей деформируемых твердых тел можно найти, к примеру, в работе [Фрейденталь и Гейрингер, 1962], в которой предложен следующий порядок действий:

- 1) прежде всего выбираются исходные компоненты полных полей напряжений и деформаций для условий объемного деформированного состояния;
- 2) далее принимается, что исходные компоненты тензора осевых напряжений представляют собой девять напряжений, действующих по трем взаимно перпендикулярным осям координат x, y, z , а комбинация касательных напряжений в этом тензоре симметрична относительно его главной диагонали.

Тензор компонент напряжений объемно напряженного массива горных пород имеет следующий вид [Безухов, 1961]:

$$T_{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

где в первой—третьей строках расположены все компоненты напряжений, имеющие направления, параллельные осям x , y и z , при этом $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$.

Таким же образом составляется тензор деформаций для соответствующего поля деформаций.

Переменные компоненты объемного напряженного состояния, записанного в тензоре (2.3) для поля напряжений, включаются в математическую модель определения компонент главных напряжений σ_1 , σ_2 , σ_3 , соответствующих осям x , y и z , и далее выполняются следующие математические операции.

Выбирается так называемый шаровой тензор из компонент искомого значения объемного напряженного состояния σ :

$$T_{SCH} = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Затем составляется система алгебраических уравнений (см. (2.5)), левая часть которых представляет собой разность между компонентами тензора напряжений объемного напряженного состояния (2.3) и компонентами шарового тензора (2.4), а правая часть представляется в виде нулевого вектора третьего порядка. Эта система позволяет определить значения тензора главных напряжений, у которого отличны от нуля только компоненты напряжений по главной диагонали.

Раскрывая составленный для этой системы тензорных уравнений определитель третьего порядка

$$T_{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{bmatrix} = 0, \quad (2.5)$$

получаем уравнение относительно искомого напряжения σ в третьей степени:

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0. \quad (2.6)$$

Три взаимно перпендикулярные оси координат образуют главные плоскости, которым соответствуют экстремальные значения главных напряжений. Эти напряжения нормальны к осям координат, а компоненты касательных напряжений нулевые:

$$\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{xz} = 0.$$

Корни уравнения (2.6) являются главными напряжениями и не зависят от положения осей координат, а поэтому и параметры I_1 , I_2 , I_3 представляются в форме инвариантов, которые так же не зависят от этих осей и определяются соотношениями главных напряжений:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \quad I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3, \quad I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3. \quad (2.7)$$

По таким же математическим операциям, согласно общей теории напряженного и деформированного состояния в элементе сплошной среды, составляются инварианты для главных деформаций:

$$\Sigma_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3, \quad \Sigma_2 = \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_3\varepsilon_1, \quad \Sigma_3 = \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3. \quad (2.8)$$

Представленные три инварианта напряжений и деформаций могут не отражать всех возможных комбинаций из компонентов напряжений и деформаций (которые также инвариантны к ортогональному преобразованию координат), если включают в себя три главных напряжения или три главные деформации в форме однородных функций.

Инварианты (2.7) и (2.8) мы рассматриваем как базисные, потому что другие инварианты могут выражаться как функции исходных инвариантов.

Когда деформации малы, зависимость между компонентами главных напряжений и главных деформаций полностью определяется при задании первого и второго инвариантов тензора главных напряжений в виде функций первого и второго инвариантов главных деформаций.

Если на элементарной площадке тела реализуются деформации, характеризующие его механическое состояние в рамках общей теории напряженного и деформированного состояния, то зависимости между компонентами тензоров главных напряжений и главных деформаций можно определить при помощи трех уравнений состояния, выражающих три инварианта тензоров главных напряжений и главных деформаций.

В ходе аналитических исследований механическая модель среды была дополнена соотношениями вторых и третьих инвариантов для главных напряжений и главных деформаций [Freudenthal and Geiringer, 1958]:

$$\bar{\mu} = \frac{I'_3}{(2I'_2)^{3/2}}, \quad \bar{\Delta} = \frac{\Psi'_3}{(2\Psi'_2)^{3/2}}, \quad (2.9)$$

где

$$\begin{aligned} I'_3 &= (1/27)(2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)(2\sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_1)(2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2), \\ I'_2 &= (1/6)\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2\right], \\ \Psi'_3 &= \frac{1}{27}(2\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3)(2\varepsilon_2 - \varepsilon_3 - \varepsilon_1)(2\varepsilon_3 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2), \\ \Psi'_2 &= \frac{1}{6}\left[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2\right], \end{aligned} \quad (2.10)$$

а также условием подобия тензоров главных напряжений и главных деформаций:

$$\mu_G = \bar{\mu}, \quad \mu_\Sigma = \bar{\Delta}, \quad \mu_G = \mu_\Sigma. \quad (2.11)$$

Формулы (2.9) и (2.11) определяют форму тензоров для третьих инвариантов главных напряжений и главных деформаций, а равенства (2.11) устанавливают критерий подобия этих тензоров. Существенно, что при этом в выражения третьих инвариантов главных напряжений и главных деформаций вносятся отклонения между значениями удвоенного промежуточного главного напряжения и гидростатического напряжения, которые можно использовать для уточнения механических свойств деформируемых твердых тел.

Отметим, что третьи инварианты главных напряжений и главных деформаций также являются решениями алгебраических уравнений типа (2.6) для напряжений и для деформаций, и поэтому допустимо использовать их вместе с критерием подобия (2.11), чтобы определять физические зависимости в механических моделях материала в рамках общей теории напряженного и деформированного состояния сплошной среды [Безухов, 1961].

Тензор главных напряжений в форме

$$T_G = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

с тремя инвариантами типа (2.7) позволяет составить инварианты для главных напряжений в общей теории напряженного и деформированного состояния в элементе сплошной среды [Безухов, 1961].

Для линейно упругого деформируемого твердого тела в условиях объемного напряженного состояния связь между компонентами тензоров инвариантов и девиаторов напряжений и деформаций устанавливается путем распространения частного случая на общий случай пространственного напряженного состояния в зоне действия механических законов Гука для одноосного растяжения—сжатия и чистого сдвига в идеальном упругом теле.

Рассмотренные нами механические закономерности соблюдаются при следующих условиях:

- 1) одновременное наличие всех компонентов напряжений, а также их действие порознь не переводят материал в неупругое состояние;
- 2) материал практически считается изотропным;
- 3) деформации ничтожно малы по сравнению с размерами изучаемого тела;
- 4) деформация предполагается вначале изотермическим процессом.

Приведенные условия позволяют применять принцип независимости действия сил и элементарные механические законы (при одноосном растяжении и сдвиге) для расчета компонент деформации по любому направлению внутри рассматриваемого твердого тела, имеющего форму параллелепипеда. При этих условиях законы упругости можно сформулировать для изотропного

тела следующим образом: компоненты тензора деформации в данной точке тела находятся в линейной зависимости от компонентов тензора напряжений в той же точке. С учетом этого можно выразить составляющие деформации через соответствующие формулы напряжений. Система таких зависимостей в форме тензоров напряжений и тензоров деформаций соответствует формулам теории упругости в работах [Безухов, 1961; Фрейденталь и Гейрингер, 1962].

Состояние упругой среды можно представить в виде степенного ряда инвариантов с коэффициентами главных напряжений, зависящими от объемного напряженного состояния. Для случая бесконечно малых деформаций такой среды в работе [Фрейденталь и Гейрингер, 1962] проанализированы и установлены следующие зависимости:

$$\Phi(I_E, II_E) = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = \frac{1}{6} (3K - 2G) I_E^2 - 2G II_E = \frac{1}{2} K I_1^2 + 2G I_2', \quad (2.13)$$

где $I_1 = I_G$, $I_2' = II_G$, $I_\Sigma = J_\Sigma$, $II_\Sigma = J_2$.

2.5. Инварианты и девиаторы объемного напряженного состояния как механические характеристики соотношений связи между напряжениями и деформациями твердого тела

Исследования механических свойств неупругих материалов при их деформировании были расширены при помощи комплекса известных физических характеристик, описывающих механическую модель неупругого изотропного тела и позволяющих определить предельное или преднарушенное состояние исследуемой механической среды [Новожилов, 1948]. Среди этих характеристик — три подлежащие определению из опыта функции инвариантов деформации:

- 1) обобщенный модуль объемного расширения K ,
- 2) обобщенный модуль сдвига K ,
- 3) фаза подобия тензоров комплектов главных напряжений и главных деформаций.

Отметим аналитические зависимости, представленные в общей теории напряженно-деформированного состояния твердого тела [Безухов, 1961] и описывающие механику твердых тел в их объемном напряженном состоянии, которые используются при построении механико-математической модели твердых тел. Согласно первому обобщенному закону упругости твердого тела, находящегося в объемном напряженном состоянии, первые инварианты

напряжений и деформаций пропорциональны друг другу. Связь между вторыми инвариантами компонент главных напряжений и инвариантами компонент главных деформаций имеет вид

$$\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \right]^{1/2} = 2G \left[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2 \right]^{1/2}, \quad (2.14)$$

где G — модуль сдвига для объемного напряженного состояния.

Результаты аналитических исследований в области механики твердого тела подтверждают, что отклонение фазы подобия между главными направлениями, записанными в форме тензоров главных напряжений и деформаций, согласно работе [Новожилов, 1948], незначительно влияют на несовпадение отдельных формул и зависимостей в общей теории напряженного и деформированного состояния элемента сплошной среды [Алексеев и др., 1983].

Действительно, к физическим характеристикам прочных материалов относятся такие свойства, как сплошность, инвариантность и однородность, а в условиях объемного напряженного состояния к ним добавляется также механическое свойство — упругость. Однако в структуре горных пород, пласты которых находятся в напряжении, реализуются свойства инвариантности, неоднородности и накопления нарушений при естественном состоянии пород и при действии на них внешних нагрузок в различных условиях деформирования и разрушения. Поэтому физическая гипотеза о подобии тензоров главных напряжений и главных деформаций, принятая в общей теории напряженно-деформированного состояния твердого тела [Безухов, 1961], — это сильное требование, и ее следует аналитически представить для механических свойств реальной горной породы согласно положениям теории пластичности и разрушения твердых тел Надаи.

2.6. Механические свойства дополнительного физического параметра μ_{σ} , характеризующего объемное напряженное состояние горных пород в массиве

При разработке комплекса математических зависимостей, описывающих механику значительного деформирования и начала разрушения горных пород в условиях объемного напряженного состояния, особое место уделяется параметру Надаи. Этот параметр позволяет уточнить связи между напряжениями и деформациями и выбрать физические показатели паспорта прочности и энергетического критерия прочности горных пород в объемном напряженном состоянии. Отметим следующие принципиальные положения Надаи об установлении фундаментальных положений в механике горных пород.

Эти положения устанавливают соответствия механических понятий о сплошной среде и три соотношения в аналитической механике горных пород — обобщенного сжатия, обобщенного растяжения и обобщенного сдвига — с граничными условиями, определяемыми предельной поверхностью разрушения О. Мора [Mohr, 1900], и включение нового показателя — параметра Надаи — в уточнение видов объемных напряженных состояний горных пород. При помощи этого параметра уточняются определяющие уравнения связи между напряжениями и деформациями и выбираются физические показатели паспорта прочности и энергетического критерия прочности горных пород в объемном напряженном состоянии.

Соотношение, связывающее компоненты главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ по определенным механическим законам, можно записать в форме параметра Надаи:

$$\mu_\sigma = \frac{2\sigma_2 - (\sigma_1 + \sigma_3)}{\sigma_1 - \sigma_3}. \quad (2.15)$$

Отметим, что для компонент главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ выполняется следующее неравенство:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3, \quad (2.16)$$

которое фиксирует порядок расположения главных напряжений по конкретным осям координат.

Максимальное (по абсолютному значению) сжимающее напряжение σ_3 минимально из-за учета знака — оно отрицательно, при этом минимальное сжимающее напряжение σ_1 положительно и максимально, т.е. при выполнении неравенства (2.16) действует правило знаков, используемое в механике твердого тела и сплошных сред.

Чтобы выявить эти закономерности в изменении механики горных пород и элементов массива, можно выделить также компоненты напряженного состояния при изменении объема и формы элемента сплошной среды. При выводе условия пластичности для идеально пластического тела Надаи ввел в рассмотрение механически равновесную площадку (рис. 2.4) в качестве элемента неупругой сплошной среды в объемном напряженном состоянии. На ней представлены нормальные и касательные напряжения (нормали которых определяются направляющими косинусами), одинаково наклоненные относительно главных осей (рис. 2.4). На этой площадке квадрат полного напряжения равен среднему из суммы квадратов главных напряжений. Такие площадки получили название октаэдрических плоскостей [Надаи, 1969]. Нормальное напряжение на октаэдрических плоскостях обозначим как $\sigma_{\text{окт}}$, а касательное — как $\tau_{\text{окт}}$ и выразим $\sigma_{\text{окт}}$ в форме

$$\sigma_{\text{окт}} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3); \quad \tau_{\text{окт}} = \frac{1}{3} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right]^{1/2}. \quad (2.17)$$

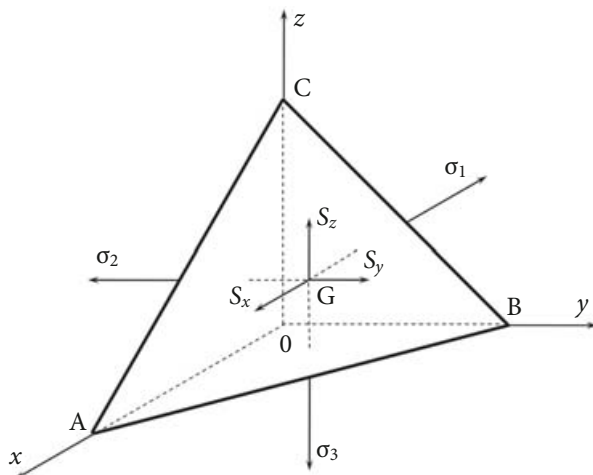


Рис . 2.4. Тетраэдр напряжений со схемами распределения главных напряжений ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) и их девиаторов (S_x, S_y, S_z) по классификации Надаи [Надаи, 1969]

Как мы уже отмечали выше, вид объемного напряженного состояния породного массива характеризуется параметром Надаи, изменяющимся от -1 до 1 в зависимости от механических и прочностных свойств горных пород и от зон породного массива.

2.7. Результаты механических испытаний образцов горных пород

Экспериментальные исследования механических свойств углей и горных пород, как и любых других твердых тел, представляют собой комплекс испытаний, результатом которых должно стать получение прочностных и деформационных характеристик изучаемого материала. Если для многих видов твердых тел (таких как металлы, полимеры, конструкционные и строительные материалы) характеристики их деформации и прочности изучаются одновременно, то для горных пород и углей положение другое.

Несмотря на обширность литературы о механических свойствах горных пород, в которой детально рассмотрены показатели прочности (см., например, [Бриджмен, 1955; Воларович и др., 1979; Кузнецов, 1947; Алексеев, 1982]), до последнего времени деформационные характеристики оценивались только по отрывочным сведениям о модулях деформации и коэффициентах Пуассона,

причем некоторые из них просто пересчитывались по эмпирическим зависимостям при помощи предела прочности на одноосное сжатие.

Приведем высказывание видного специалиста по механике сплошных сред В. Прагера о положении дел в теории пластичности: «Учитывая то внимание, которое уделялось исследованию сравнительно небольшого различия между почти адекватными условиями пластичности, приходится удивляться, что установлению зависимости между напряжениями и деформациями в пластической области уделялось так мало внимания» [Прагер, 1948]. Эти его слова целиком подходят и к случаю изучения деформационных характеристик горных пород.

Ясно, что роль прямых попыток получить прочностные и деформационные характеристики горных пород всегда останется достаточно высокой, а при использовании результатов этих попыток в решениях задач механики горных пород повышается надежность теоретических расчетов. Чтобы изучить закономерности деформирования и разрушения (потери прочности) твердых тел (образцов углей марки «Т») и установления новых зависимостей были выполнены девять программ испытаний [Алексеев и др., 1983]. Для каждого из видов напряженных состояний (обобщенного растяжения при $\mu_\sigma = -1$, обобщенного сдвига при $\mu_\sigma = 0$, обобщенного сжатия при $\mu_\sigma = 1$) проводились также три серии испытаний для трех значений начальных равномерных всесторонних сжатий σ_0 .

В первую программу входили механические испытания образцов углей в напряженном состоянии обобщенного растяжения с предварительным равномерным обжатием (сжатием). В каждом виде испытания предусматривалось проведение пяти опытов на образцах кубической формы, линейные размеры которых менялись от 4,9 до 5,4 см.

В серии опытов, которую назвали шестой, каждый образец из пяти нагружался путем равномерного всестороннего сжатия по трем осям до напряжения $-4,96$ МПа, т. е.

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_0 = -4,96 \text{ МПа.}$$

Затем по осям 2 и 3 увеличивались сжимающие нагрузки при условии $\sigma_2 = \sigma_3$. Схема нагружения приведена на рис. 2.5.

При анализе результатов механических испытаний образцов горных пород в объемном напряженном состоянии принималась схема установления размерностей (для трех нормальных напряжений 100 кгс/см^2). В табл. 2.1 приведены данные изменения компонент напряжения и деформации по трем осям нагружения образца 6.5 (при $\sigma_2 = \sigma_3$, $\mu_\sigma = -1$) для объемного обобщенного растяжения (номер образца означает, что были выбраны результаты механических испытаний 5-го образца из 6-й серии опытов).

Из зависимостей, показанных на рис. 2.5–2.8 и в табл. 2.1, представлены результаты испытаний напряжений и деформаций. Обращают на себя вни-

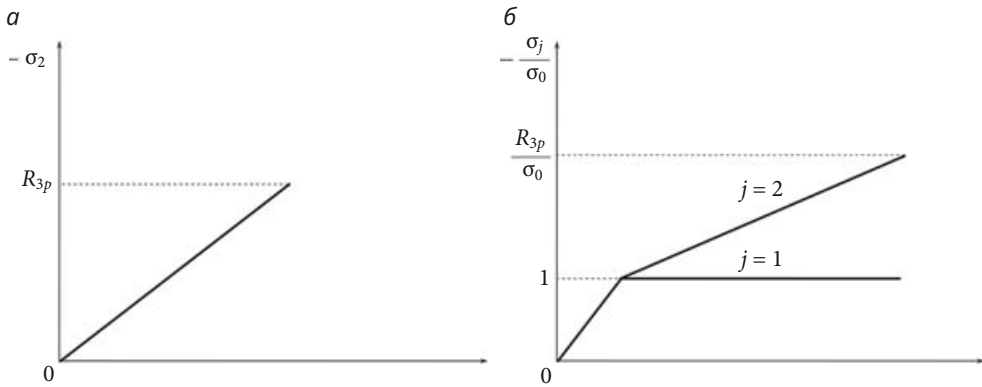


Рис. 2.5. Схемы нагружения образцов угля при обобщенном растяжении ($\mu_\sigma = -1$) [Алексеев и др., 1983]:

a — $\sigma_0 \neq 0, \sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3$; b — $\sigma_0 \neq 0, \sigma_1 = \sigma_0, \sigma_2 = \sigma_3$

Таблица 2.1. Компоненты главных напряжений и главных деформаций угля марки «Т» в условиях обобщенного растяжения ($\mu_\sigma = -1, \sigma_0 = 4,96$ МПа) по экспериментальным данным [Алексеев и др., 1983]

σ_1 , МПа	ϵ_1 , %	σ_2 , МПа	ϵ_2 , %	σ_3 , МПа	ϵ_3 , %
0,62	0	-0,65	0	1,06	0
-3,97	-0,19	-4,16	-0,258	4,23	-0,503
-4,96	-0,266	-5,20	-0,378	5,29	-0,584
-4,96	-0,247	-10,4	-0,457	10,6	-0,785
-4,96	-0,228	-20,8	-0,577	-21,2	-0,986
-4,96	-0,171	-31,2	-0,895	-31,7	-1,27
-4,96	-0,057	-41,6	-1,27	42,3	-1,71
-4,96	-0,019	-52,0	-1,57	-52,9	-1,93
-4,96	0,228	-62,4	-1,83	-63,5	-2,15
-4,96	0,323	-64,5	-1,91	-65,6	-2,22
-4,96	0,684	-66,6	-2,01	-67,7	-2,37
-4,96	1,31	-68,7	-2,27	-69,8	-2,60
-4,96	2,02	-70,8	-2,60	-72,0	-2,92

мание высокие значения максимальных сжимающих напряжений σ_2 и σ_3 , равные 72 МПа, т.е. 720 кгс/см². Этот факт можно объяснить тем, что об-

разец угля предварительно был нагружен путем равномерного всестороннего сжатия, при котором выполнялось условие

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_0 = -4,96 \text{ МПа}.$$

Таким образом, реализовалось обобщенное растяжение образца при высоких значениях сжимающего октаэдрического нормального напряжения $\sigma_{\text{окт}}$.

По точкам зависимостей $\sigma_2(\epsilon_2)$ и $\sigma_3(\epsilon_3)$ можно заключить, что они имеют общую тенденцию. Примерное совпадение углов наклона зависимостей $\sigma_2(\epsilon_2)$ и $\sigma_3(\epsilon_3)$ свидетельствует об одинаковой степени деформирования образца по двум осям действия наибольших сжимающих напряжений. Различие в значениях деформаций по этим осям на начальных участках можно объяснить следующим образом. Несмотря на предварительную обработку поверхности образца, по-видимому, не удастся исключить наличия на ней различных дефектов, которые могут распространяться и в глубь материала, поэтому деформирование на начальном участке нагружения может и не соответствовать законам механики сплошных сред.

Закономерен следующий экспериментально установленный факт: деформации ϵ_2 и ϵ_3 образца угля, нагружаемого по режиму двухосного сжатия, близки между собой и отличны от нуля. Таким образом, из наших опытов следует, что предположение о нулевой деформации по оси x_2 (деформация поперек простираения забоя «запрещена») (см. рис. 2.1) при анализе напряженного состояния пласта в призабойной зоне (когда $\sigma_2 \approx \sigma_3$) невозможно подтвердить результатами стандартных механических испытаний на УТНС при обобщенном растяжении. То есть для его подтверждения требуется разработка новых программ нагружения и методов анализа.

Важный результат, который мы получили при объяснении процессов деформирования пласта полезного ископаемого в объемном напряженном состоянии вблизи кромки забоя, — закономерная деформация образца по оси действия минимального напряжения сжатия: сначала деформация ϵ_1 будет сжимающей примерно до значения 0,266 %, а затем она уменьшается, переходит через ноль и становится растягивающей, достигая значения 2,020 %. Особенно существен рост растягивающей деформации при напряжениях, близких к разрушающим нагрузкам.

Для проверки одного из постулатов теории пластичности проследим характер изменения компонент тензоров девиаторов напряжения и деформации. На рис. 2.6 приведены экспериментальные точки опыта образца 6.5, которые в достаточной степени подтверждают нелинейный характер деформирования образцов углей по всем трем осям нагружения.

Сравним предельные значения компонент девиаторов деформации и напряжения. При данном виде напряженного состояния компоненты девиатора деформации при разрушении соответственно равны

$$e_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_{cp} = 3,18\%, \quad e_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_{cp} = -1,44\%, \quad e_3 = \varepsilon_3 - \varepsilon_{cp} = 1,75\%. \quad (2.18)$$

Учитывая структурную неоднородность образцов горной породы, а также обычные погрешности при проведении механического опыта, можно считать более чем удовлетворительным отклонение в результатах μ_σ и μ_ε , которое меньше 25 %.

Результаты механических испытаний и расчетные значения компонент напряжения и деформации и их девиаторов позволяют утверждать (рис. 2.6), что постулат деформационной теории пластичности о пропорциональности девиаторов тензоров напряжения и деформации выполняется при моделировании механических свойств малопрочных углей в указанных режимах нагрузок.

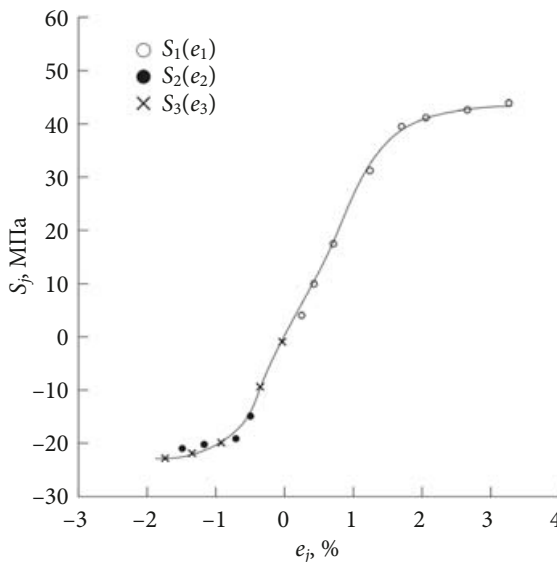


Рис. 2.6. Экспериментальные зависимости компонент тензоров девиатора напряжения (S_j) и девиатора деформации (e_j) при обобщенном растяжении образца угля ($\mu_\sigma = -1$, $\sigma_0 = 4,96$ МПа) [Алексеев и др., 1983]

Нагружение образца в объемном напряженном состоянии характеризуют зависимости между нормальным напряжением σ_{cp} и нормальной деформацией ε_{cp} и между интенсивностью напряжения σ_i и интенсивностью деформации ε_i . На рис. 2.7–2.9 приведены зависимости $\sigma_{cp}(\varepsilon_{cp})$ и $\sigma_i(\varepsilon_i)$, полученные по программе механических испытаний при деформировании образца малопрочного угля в состоянии обобщенного растяжения.

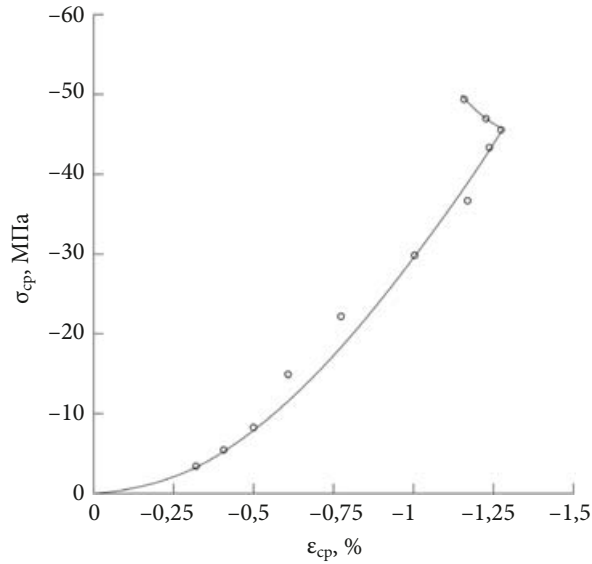


Рис. 2.7. Зависимость сжимающего среднего напряжения $\sigma_{ср}$ от объемной сжимающей деформации $\epsilon_{ср}$ образца угля при обобщенном растяжении ($\mu_{\sigma} = -1$, $\sigma_0 = -4,96$ МПа) [Алексеев и др., 1983]

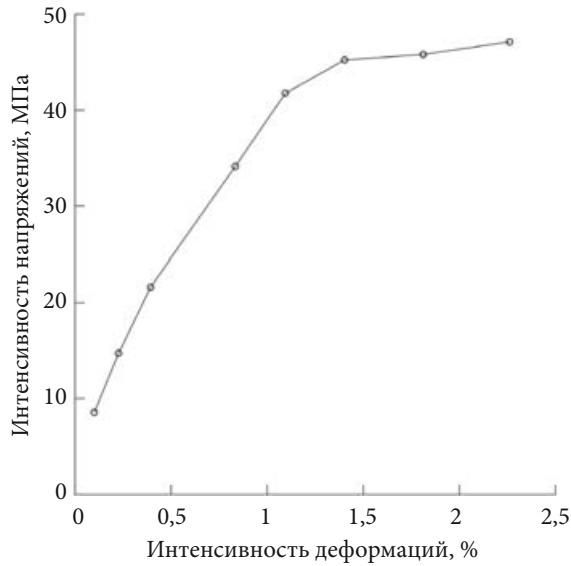


Рис. 2.8. Зависимость интенсивности напряжения от интенсивности деформации образца угля при $\mu_{\sigma} = -1$, $\sigma_0 = -4,96$ МПа [Алексеев и др., 1983]

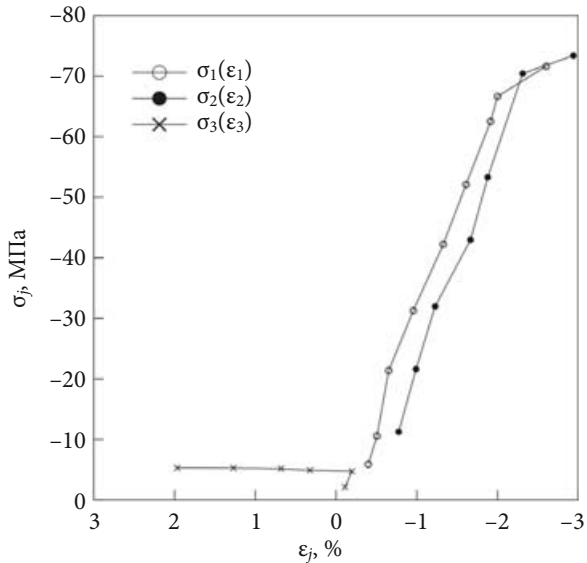


Рис. 2.9. Зависимости «напряжение — деформация» при обобщенном растяжении ($\mu_0 = -1$, $\sigma_0 = -4,96$ МПа) образца угля [Алексеев и др., 1983]

На графике зависимости $\sigma_{ср}(\epsilon_{ср})$ (рис. 2.7) выделяются три участка деформирования с различными значениями градиента напряжения $\Delta\sigma_{ср} / \Delta\epsilon_{ср}$:

- на первом участке (деформация до 0,30 %) «выбираются» поры, закрываются трещины и ослабления в образце угля;
- на втором участке (деформация 0,30–1,27 %) образец деформируется относительно закономерно, и этот процесс не имеет особенностей. Абсолютное значение градиента напряжения для второго участка деформирования выше, чем для первого. Это свидетельствует о некоторой стабилизации процессов «выбирания» пор, закрытия трещин и ослаблений, а также о деформировании образца по типу объемного сжатия, близкого к упругому;
- на третьем участке деформирования (деформация 1,17–1,27 %) при незначительном увеличении сжимающего усилия $\sigma_{ср}$ уменьшается сжимающая объемная деформация, т. е., по существу, увеличивается объем образца, что может свидетельствовать об его разрыхлении во время разрушения при увеличении сжимающих напряжений σ_2 и σ_3 .

На графике зависимости $\sigma_i(\epsilon_i)$ (см. рис. 2.8) выделяются два участка, соответствующие различной степени деформации образца угля:

- 1) при деформации до 1,1 % механический процесс близок к упругой схеме деформирования материала;

- 2) при деформации более 1,1 % вплоть до разрушения образца реализуется неупругое деформирование.

Вид разрушенного образца 6.5 показан на рис. 2.10. Важно то, что он разрушился по плоскости, перпендикулярной направлению действия минимального сжимающего напряжения.

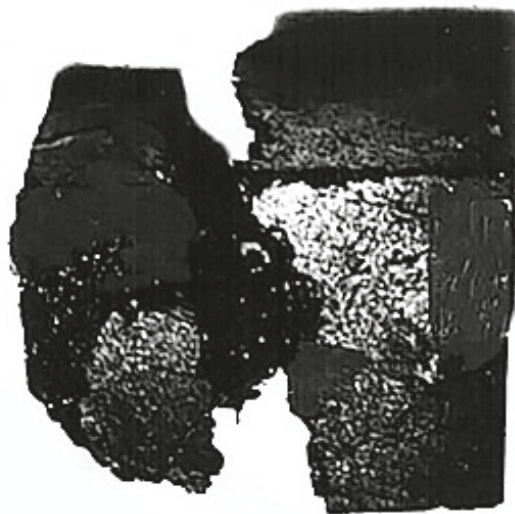


Рис. 2.10. Характер разрушения образца угля [Алексеев и др., 1983] при обобщенном растяжении ($\mu_\sigma = -1$, $\sigma_0 = -4,96$ МПа)

При обобщенном растяжении считаем, что нагрузка путем растяжения, равная разности ($\sigma_1 - \sigma_3$), но не касательное напряжение, инициирует разрушение образца путем отрыва и перемещение плоскости разрушения по направлению минимального сжимающего напряжения σ_1 . Обращает на себя внимание ровная зернистая поверхность образца в месте разрушения (см. рис. 2.10), что указывает на характер разрушения путем отрыва. Когда образцы из песчано-цементной смеси деформируются по одному и тому же режиму нагружения, то значения деформаций ϵ_2 и ϵ_3 совпадают друг с другом, и при обобщенном растяжении образцы из угля и из песчано-цементных смесей разрушаются аналогично — путем отрыва.

По результатам прозвучивания каждого из образцов 6-й серии испытаний, скорости продольных волн изменяются от 850 до 1480 м/с при среднем значении 1280 м/с. Относительные погрешности определения скоростей продольных волн по различным осям измерения для каждого образца не превышают 25%.

Данные механических испытаний образцов в сложном напряженном состоянии стали основой для расчета следующих характеристик [Алексеев и др., 1983]:

- потенциальной энергии изменения объема (W_o) и формы (W_ϕ);
- начального равномерного обжатия и параметра Надаи μ_σ , характеризующих вид напряженного состояния;
- модуля сдвига G , объемного модуля K , параметра Надаи—Лоде для деформаций μ_ϵ , характеризующих деформационные свойства сложнапряженных углей.

Результаты расчета некоторых из них приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2. Характерные показатели нагружения образца угля при обобщенном растяжении ($\mu_\sigma = 1$, $\sigma_0 = -4,96$ МПа) [Алексеев и др., 1983]

$\sigma_{ср}$, МПа	σ_i , МПа	E , ГПа	ν	μ_ϵ	W_o , МДж/м ³	W_ϕ , МДж/м ³
-8,65	3,71	3,26	0,188	0,218	0,016	0,002
-15,6	11,1	4,90	0,188	0,081	0,028	0,010
-22,6	18,6	4,57	0,238	-0,320	0,063	0,037
-29,6	26,0	3,81	0,283	-0,470	0,125	0,098
-36,6	33,4	3,99	0,287	-0,622	0,178	0,145
-43,6	40,8	3,79	0,319	-0,728	0,209	0,233
-45,0	42,3	3,66	0,328	-0,760	0,216	0,266
-46,4	43,8	3,16	0,360	-0,760	0,200	0,365
-47,8	45,3	2,53	0,396	-0,832	0,177	0,545
-49,2	46,8	2,06	0,419	-0,873	0,170	0,768

При увеличении сжимающих нагрузок будут возрастать значения $\sigma_{ср}$, σ_i , W_o , W_ϕ .

Модуль деформации E изменяется закономерно: сначала он возрастает, вследствие того что уплотняется образец и устраняются поверхностные несовершенства, затем убывает, так как при увеличении нагрузок упругое деформирование сменяется на пластическое. Таким же образом можно объяснить и изменение коэффициента Пуассона ν .

Рассмотрим различные комбинации величин μ_σ и μ_ϵ . Их соответствие имеет существенное значение в теории пластичности. В работе [Шемякин, 1974] при рассмотрении постулатов пластичности обращается внимание на то, что значения μ_σ и μ_ϵ не могут полностью совпадать в случае идеальной

пластичности, когда в качестве критерия последней принимается условие Треска. В описанном в работе [Лоде, 1948] ряде экспериментов делается попытка доказать, что для пород, находящихся в сложном напряженном состоянии, вплоть до момента их разрушения значения μ_σ и μ_ϵ совпадают во всем интервале изменения $\mu_\sigma \in [-1, 1]$. Но в работе [Прагер, 1948] отмечается, что данные Лоде имеют большой разброс, а потому недостаточно достоверны. Однако более ранние исследования, направленные на изучение пластических свойств твердых тел (меди, алюминия и мягкой стали) [Teylor and Quinney, 1931], показали, что примерное совпадение μ_σ и μ_ϵ подтверждается, но только в интервале $\mu_\sigma \in [-1, 0]$. Заметим, что такое уменьшение интервала совпадения μ_σ и μ_ϵ не случайно, а вызвано характером разрушения образцов при отрыве и сдвиге.

Согласно условиям опыта, в образце 6.5 значение μ_σ должно быть равно -1 . По данным табл. 2.2, при обобщенном растяжении под нагрузкой значение μ_ϵ близко к -1 ($\mu_\epsilon = -0,741$). Конечно, различие μ_σ и μ_ϵ при начале нагружения вызывается в большей мере начальными дефектами, а не условиями нагружения. Отметим, что при росте главных напряжений в ходе испытаний значения μ_ϵ непрерывно приближаются к соответствующим значениям μ_σ .

При механических испытаниях образцов угля марки «Т» на УНТС по программе обобщенного растяжения оценивалось также влияние начального сжатия σ_0 на показатели прочности и на деформационные характеристики углей. Так, при его увеличении существенно изменились все характерные величины:

- показатель прочности возрос более чем в 2 раза,
- предельная максимальная сжимающая деформация возросла в 4 раза,
- возросли энергетические показатели,
- несколько уменьшился коэффициент поперечной деформации.

При увеличении σ_0 точки на зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформаций (рис. 2.11) приближаются к оси интенсивности напряжений, т. е. увеличивается упругость образца. В то же время при уменьшении σ_0 на обеих линиях графика происходит как бы прогиб в сторону оси абсцисс, т. е. более резкое выделение участков, соответствующих деформированию образцов с сильно развитой пористостью. Краткая информация о результатах испытаний приведена на рис. 2.11.

В табл. 2.3 показаны предельные значения компонент напряжения и деформации, а также энергетические показатели серий образцов угля марки «Т», испытанных по программе обобщенного растяжения при различных значениях σ_0 .

Согласно второй программе проводились механические испытания образцов углей при обобщенном сдвиге с предельным равномерным сжатием. В 14-й серии каждый образец вначале нагружался путем равномер-

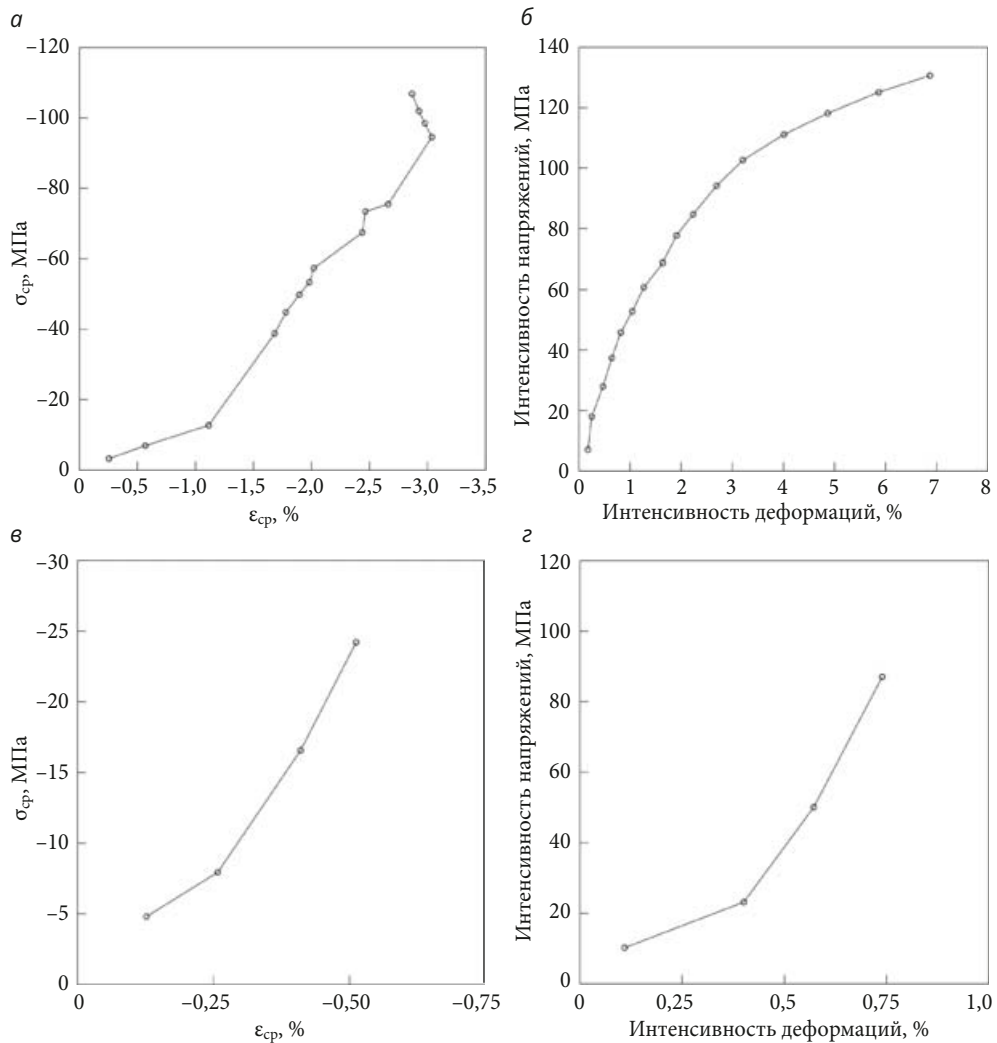


Рис. 2.11. Зависимости среднего напряжения ($\sigma_{ср}$) от средней деформации ($\epsilon_{ср}$) (а, в) и интенсивности напряжений от интенсивности деформации (б, г) образцов угля при разных параметрах обобщенного растяжения [Алексеев и др., 1983]:

а и б — $\mu_{\sigma} = -1$, $\sigma_0 = -7,76$ МПа; в и г — $\mu_{\sigma} = -1$, $\sigma_0 = 0$

ного всестороннего сжатия по трем осям до напряжения $-20,6$ МПа, т.е. $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_0 = -20,6$ МПа. Затем по осям 2 и 3 увеличивалась сжимающая нагрузка, но по оси 2 образец нагружался таким образом, что выполнялось условие $\sigma_2 = 0,5(\sigma_1 + \sigma_3)$. Ясно, что в этом случае $\mu_{\sigma} = 0$, а напряженное состояние соответствует обобщенному сдвигу. Схема нагружения показана на рис. 2.12.

Таблица 2.3. Значения механических и энергетических показателей образца угля марки «Т» [Алексеев и др., 1983] при испытаниях на обобщенное растяжение ($\mu_\sigma = -1$)

σ_0 , МПа	R_3 , МПа	ϵ_3 , %	W_0 , МДж/м ³	W_ϕ , МДж/м ³	ν	μ_σ
0	46,7	-1,44	0,0216	0,151	0,471	-1,0
-4,96	65,6	-2,21	0,216	0,266	0,328	-0,760
-7,76	96,2	-3,50	0,425	0,809	0,375	-1,0

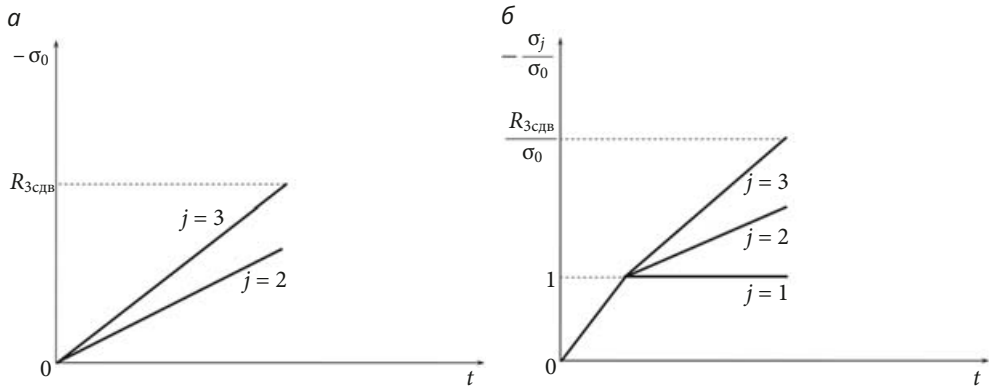


Рис. 2.12. Изменение параметров нагружения образца угля при обобщенном сдвиге: а — нагружение при $\sigma_0 = 0$ и $\sigma_1 = 0$; б — нагружение при $\sigma_0 \neq 0$ и $\sigma_1 = \sigma_0$; $j = 1, j = 2$ и $j = 3$ — соответственно зависимость напряжений σ_1, σ_2 и σ_3

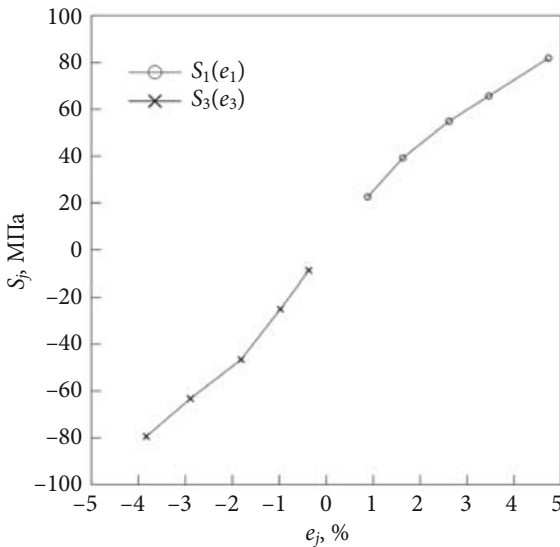


Рис. 2.13. Зависимость компонент девиатора напряжений от девиатора деформации при обобщенном сдвиге ($\mu_\sigma = 0, \sigma_0 = -20,6$ МПа) для угля [Алексеев и др., 1983]

В табл. 2.4. приведены данные изменения компонент напряжения и деформации по всем осям нагружения образца 14.3.

Для обобщенного сдвига представительны зависимости компонент девиаторов напряжения и деформации (рис. 2.13).

Таблица 2.4. Изменение компонент напряжения и деформации образца угля марки «Т» [Алексеев и др., 1983] при обобщенном сдвиге ($\mu_\sigma = 0$, $\sigma_0 = -20,6$ МПа)

σ_1 , МПа	ε_1 , %	σ_2 , МПа	ε_2 , %	σ_3 , МПа	ε_3 , %
-3,8	-0,40	-5,2	-0,40	-9,71	-0,48
-10,3	-0,80	-10,5	-0,78	-16,2	-0,94
-20,6	-1,26	-41,9	-2,25	-70,1	-3,23
-20,6	-1,09	-52,3	-2,60	-91,7	-3,98
-20,6	-0,82	-62,8	-2,91	-113,0	-4,70
-20,6	-0,50	-73,2	-3,22	-135,0	5,50
-20,6	-0,25	-83,7	-3,32	-156,0	6,55
-20,6	0,63	-88,9	-3,38	-167,0	6,91
-20,6	1,02	-94,2	-3,42	-178,0	7,09
-20,6	1,59	-99,4	-3,48	-189,0	4,49

Прежде всего из рис. 2.13 следует, что компоненты e_1 и e_3 противоположны по знаку и относительная погрешность их абсолютных значений — около 10%. Вначале графики $S_1(e_1)$ и $S_3(e_3)$ представляют собой прямые, наклон которых к оси деформации совпадает, затем на обоих графиках наблюдается характерный перегиб. Предельные значения компонент девиатора деформации соответственно равны $e_1 = 4,72\%$, $e_2 = -0,35\%$ и $e_3 = -4,36\%$.

Девиатор главных деформаций образца 14.3, находящегося в состоянии обобщенного сдвига перед разрушением, несмотря на известное свойство анизотропии в прочностных характеристиках, определяется следующим соотношением:

$$D_E = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \begin{bmatrix} 1,10 & 0 & 0 \\ 0 & -0,07 & 0 \\ 0 & 0 & -1,08 \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

Если учесть, что тензор девиатора главных напряжений представляется в форме (2.19), то можно утверждать, что выполняется постулат деформационной теории пластичности, согласно которому в условиях обобщенного сдвига девиатор напряжения деформированного образца горной породы пропорционален девиатору деформации последнего.

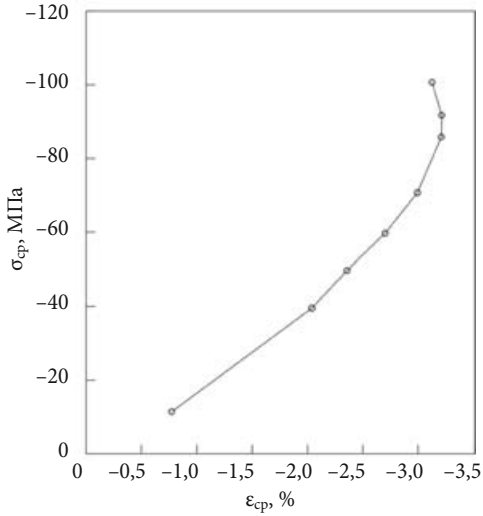


Рис. 2.14. Зависимость $\sigma_{ср}(\epsilon_{ср})$ при механических испытаниях образца угля [Алексеев и др., 1983] при обобщенном сдвиге ($\mu_{\sigma} = 0$, $\sigma_0 = -20,6$ МПа)

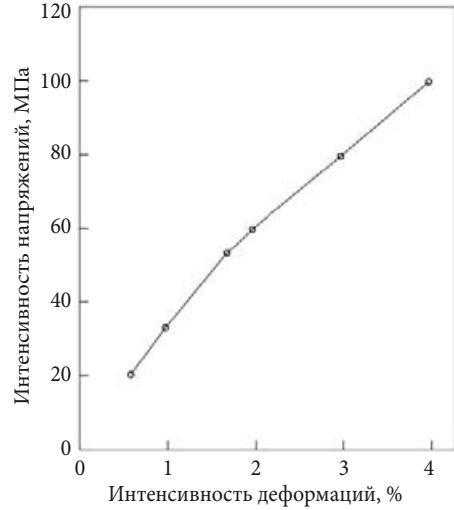


Рис. 2.15. Зависимость интенсивности напряжений от интенсивности деформаций образца угля при обобщенном сдвиге при механических испытаниях ($\mu_{\sigma} = 0$, $\sigma_0 = -20,6$ МПа) [Алексеев и др., 1983]

Однако для малопрочных горных пород предварительно осуществляется равномерное значительное обжатие образца горной породы от $\sigma_0 = -20,6$ МПа.

Как и при обобщенном растяжении (см. рис. 2.7), на графике зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформаций $\sigma_{ср}(\epsilon_{ср})$ для образца угля 14.3 в состоянии обобщенного сдвига выделяются три участка деформирования с различными значениями градиента напряжения (рис. 2.14 и 2.15):

- первый участок, характерный для деформирования пористых сред, выделяется слабо;
- на втором участке образец деформируется относительно закономерно, и этот процесс не имеет особенностей;
- на третьем участке при незначительном увеличении сжимающего напряжения $\sigma_{ср}$ объем образца возрастает, что может свидетельствовать о его разрыхлении во время разрушения.

На зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформаций вообще отсутствует первый участок, характерный для деформирования пористых сред. Это можно объяснить значительным равномерным сжатием $\sigma_0 = -20,6$ МПа, а также тем, что в условиях обобщенного сдвига напряжение начинает действовать на уже значительно обжатый образец.

Зависимость интенсивности напряжений от интенсивности деформаций имеет характерную криволинейную формулу, и ее можно аппроксимировать



Рис. 2.16. Вид разрушения образца угля марки «Т» [Алексеев и др., 1983] при обобщенном сдвиге ($\mu_\sigma = 0$, $\sigma_0 = -20,6$ МПа)

двумя прямыми линиями. Для такого вида неупругого деформирования среды в работе [Безухов, 1961] показана схема обработки результатов механических испытаний с целью получить соотношения для функции влияния А. А. Ильюшина $\omega(\sigma_i)$. Разрушенный образец 14.3 показан на рис. 2.16. Характерные черты этого процесса — направление движения плоскости разрушения (скольжения) и наличие зеркал скольжения на этой плоскости.

Результаты расчетов механических показателей образца угля приведены в табл. 2.5.

По условиям опыта для образца 14.3 значение μ_σ должно быть равно 0. По данным табл. 2.5, в условиях обобщенного сдвига значение μ_ϵ при нагру-

Таблица 2.5. Энергетические параметры и характерные показатели образца угля при обобщенном сдвиге ($\mu_\sigma = 0$, $\sigma_0 = -20,6$ МПа)

$\sigma_{ср}$, МПа	σ_i , МПа	E , ГПа	ν	μ_ϵ	A_0 , МДж/м ³	A_ϕ , МДж/м ³
-44,2	26,4	0,321	0,228	-0,038	0,49	0,02
-54,9	39,6	0,316	0,255	-0,047	0,64	0,17
-65,5	52,9	0,310	0,279	0,078	0,80	0,38
-76,2	66,1	0,298	0,299	0,089	0,98	0,68
-86,2	79,3	0,267	0,336	0,050	1,09	1,22
-92,2	85,9	0,262	0,348	-0,064	1,10	1,48
-97,6	92,5	0,263	0,358	-0,094	1,05	1,68
-103,0	99,1	0,263	0,372	-0,116	1,01	2,08

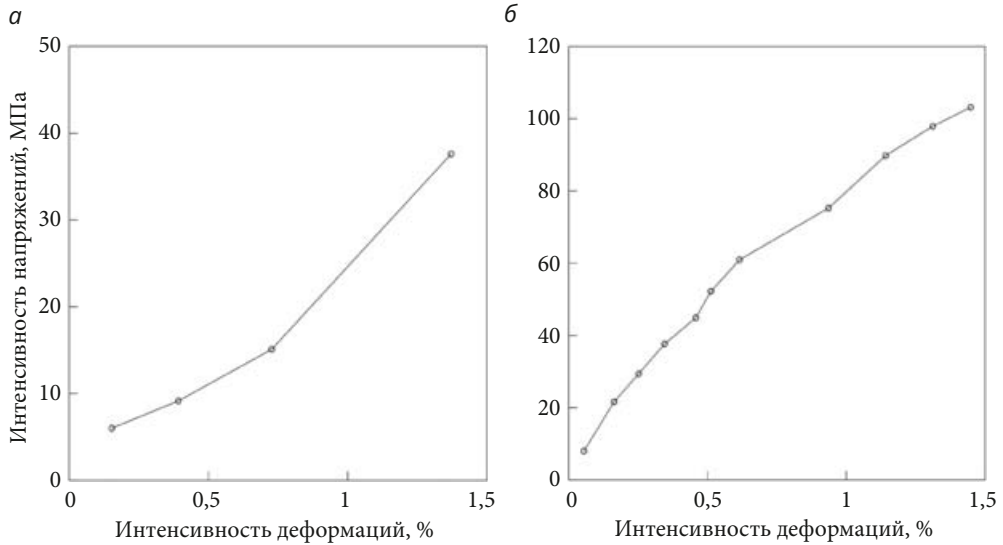


Рис. 2.17. Зависимость интенсивностей напряжения и деформации при обобщенном сдвиге ($\mu_\sigma = 0$) на основе экспериментальных данных [Алексеев и др., 1983]:

а — при $\sigma_1 = \sigma_0 = 0$; б — при $\sigma_1 = \sigma_0 = -46,5$ МПа

жении приближается к 0, затем снижается до $-0,116$ уже в зоне разрыхления (рис. 2.17).

Механические испытания образцов угля марки «Т» по программе обобщенного сдвига выполнялись также и на других сериях, когда исследовалось влияние σ_0 на показатели прочности и деформационные характеристики.

В целом закономерности измерения, отмеченные при механических испытаниях обобщенного растяжения, сохраняются и в этом случае.

В табл. 2.6 показаны предельные значения компонент напряжения, деформации, энергетических параметров и μ_ϵ образцов угля марки «Т», испытанных по программе обобщенного сдвига.

По третьей программе исследования механических свойств углей в объемном напряженном состоянии опыты проводились на образцах углей марки «Т» при обобщенном сжатии с предварительным равномерным сжатием σ_0 .

В 27-й серии каждый образец вначале нагружался путем равномерного всестороннего сжатия при $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_0 = -44,4$ МПа. Затем по одной из осей увеличивалось сжимающее напряжение σ_3 , а по двум другим осям напряжения оставались постоянными, т. е. $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_0$. Ясно, что в этом случае $\mu_\sigma = 1$ и вид напряженного состояния соответствует обобщенному сжатию. Схема нагружения приведена на рис. 2.18.

В табл. 2.7 приведены данные изменения компонент напряжения и деформации по трем осям нагружения образца 27.3 при механических испытаниях углей в состоянии обобщенного сжатия.

Таблица 2.6. Предельные значения механических и энергетических параметров угля марки «Т» при испытаниях на обобщенный сдвиг ($\mu_\sigma = 0$)

σ_0 , МПа	R_{3j} , МПа	ϵ_{3j} , %	W_o , МДж/м ³	W_ϕ , МДж/м ³	ν	μ_ϵ
0	47,4	-2,15	0,105	0,196	0,392	-0,451
20,6	167,0	-6,91	1,10	1,48	0,348	-0,064
46,5	180,0	-5,19	1,12	1,15	0,385	-0,103

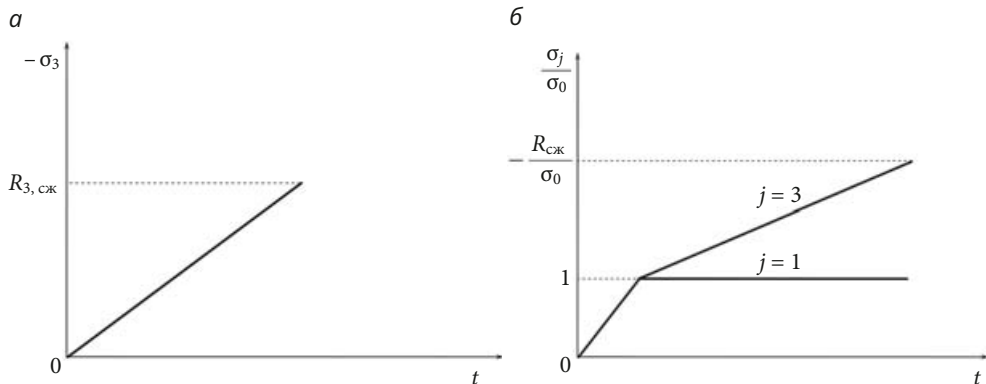


Рис. 2.18. Нагружение образцов угля при обобщенном сжатии [Алексеев и др., 1983]:

$R_{3, сж}$ — прочность материала на одноосное сжатие;

а — схема нагружения при $\sigma_0 = 0$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$;

б — схема нагружения при $\sigma_0 \neq 0$, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_0$

Таблица 2.7. Изменение компонент напряжения и деформации угля марки «Т» [Алексеев и др., 1983] при обобщенном сжатии ($\mu_\sigma = 1$, $\sigma_0 = -44,4$ МПа)

σ_1 , МПа	ϵ_1 , %	σ_2 , МПа	ϵ_2 , %	σ_3 , МПа	ϵ_3 , %
23,5	-0,46	-23,5	-0,50	-27,2	-0,56
-44,4	-0,73	-44,0	-0,80	-79,3	-1,41
-44,4	-0,57	-44,0	-0,68	-102,0	-1,77
-44,4	-0,37	-44,0	-0,56	-125,0	-2,33
-44,4	-0,02	-44,0	-0,38	-147,0	-2,93
-44,4	0,46	-44,0	-0,06	-170,0	-3,76
-44,4	0,73	-44,0	0,14	-181,0	-4,22
-44,4	1,86	-44,0	0,37	-204,0	-5,16
-44,4	-2,44	-44,0	0,58	-213,0	-5,80

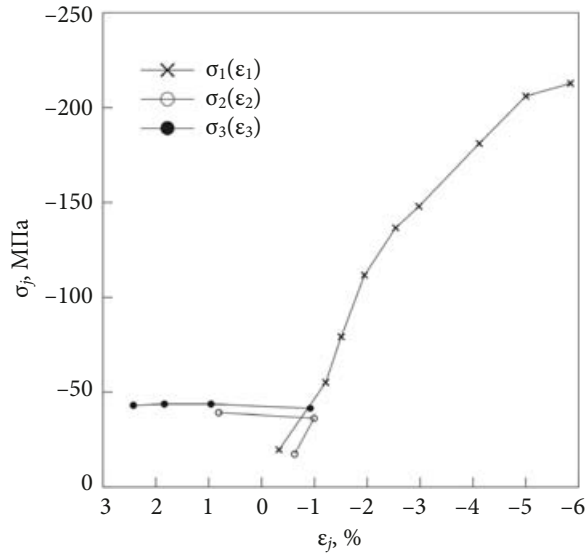


Рис. 2.19. Зависимость «напряжение — деформация» образца угля при обобщенном сжатии ($\mu_\sigma = 1$, $\sigma_0 = -44,4$ МПа) [Алексеев и др., 1983]

Характер кривых $\sigma_1(\epsilon_1)$, $\sigma_2(\epsilon_2)$, $\sigma_3(\epsilon_3)$ вполне закономерен с механических позиций: в направлении максимального сжимающего напряжения σ_3 наблюдается значительный рост компоненты деформации сжатия (рис. 2.19).

Изменение компонент тензора девиатора напряжения и соответственно компонент тензора девиатора деформации показано на рис. 2.20. Отметим, что наклон кривой $S_3(\epsilon_3)$ больше, чем кривых $S_1(\epsilon_1)$ и $S_2(\epsilon_2)$, а в остальном эти кривые подобны деформационным зависимостям для упруго-пластических твердых тел.

Тензор (2.12) менее всех других видов напряженных состояний соответствует структуре тензора девиатора главных напряжений при обобщенном сжатии. Однако это отличие существенно, только перед самым разрушением. Этот факт имеет физическое объяснение. При нагрузках, значительно ниже предельных, постулат деформационной теории пластичности о пропорциональности девиаторов напряжения и деформации удовлетворительно выполняется и для малопрочных углей, если предварительно осуществить равномерное обжатие образца напряжением $\sigma_0 = -44,4$ МПа.

По приведенным на рис. 2.21 и 2.22 графику $\sigma_{ср}(\epsilon_{ср})$ и зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформаций образца 27.3 можно проследить усредненное по всем трем осям деформирование образцов угля в сложном состоянии обобщенного сжатия.

Укажем, что на зависимости $\sigma_{ср}(\epsilon_{ср})$ наиболее выделяются два участка деформирования — участок неупругого деформирования (сжатия) твердого

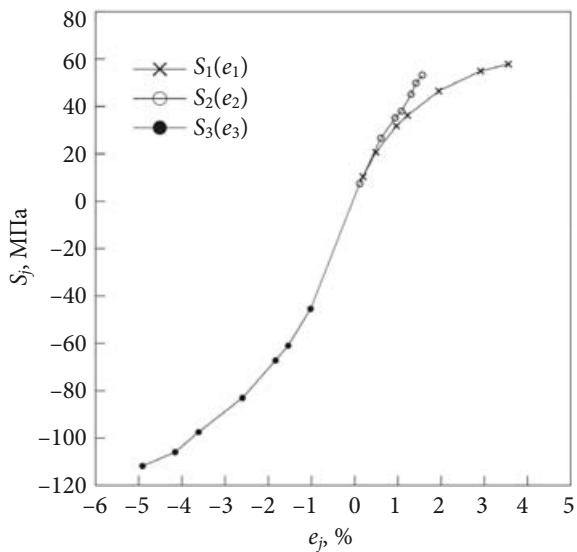


Рис. 2.20. Зависимости между компонентами тензоров девиатора напряжения и девиатора деформации образца угля при напряженном сжатии [Алексеев и др., 1983]

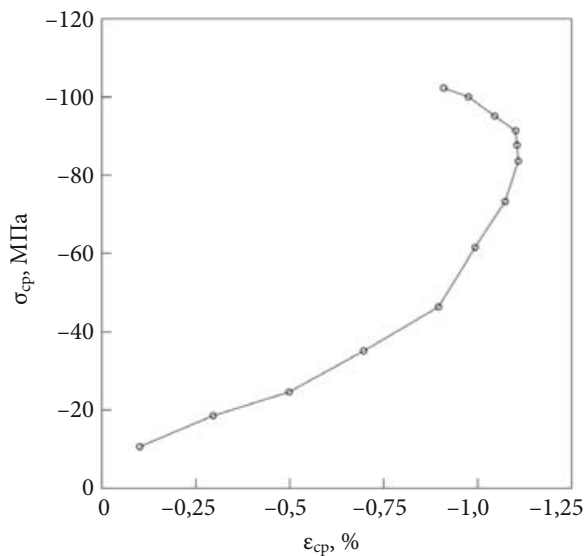


Рис. 2.21. Зависимость среднего сжимающего напряжения от объемной сжимающей деформации при обобщенном сжатии ($\mu_\sigma = 1, \sigma_0 = -44,4 \text{ МПа}$) образцов угля [Алексеев и др., 1983]

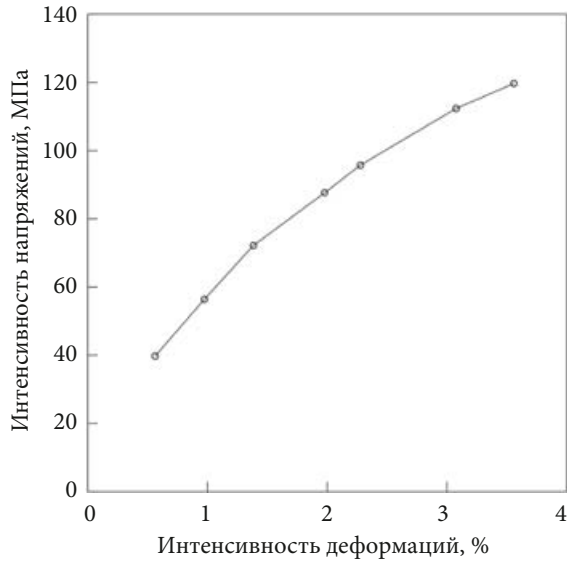


Рис. 2.22. Зависимость интенсивности напряжения от интенсивности деформации образца угля [Алексеев и др., 1983] при обобщенном сжатии ($\mu_0 = 1$, $\sigma_0 = -44,4$ МПа)

тела до частичного разрушения и участок разрыхления после частичного разрушения. На графике $\sigma_i(\epsilon_i)$ отсутствует первый участок деформирования, характерный для пористой среды под нагрузкой.

Объяснение этого факта, по-видимому, должно быть таким же, как и для случая деформирования образца 14.3 в объемном напряженном состоянии обобщенного сдвига. Плоскость разрушения образца 27.3 не параллельна ни одной из граней образца и примерно соответствует виду разрушения сдвигом, но не отрывом.

Результаты расчетов параметров деформирования образца угля по формулам (2.13) сведены в табл. 2.8.

В ходе механических испытаний образца угля на обобщенное сжатие параметр Надаи для деформаций μ_ϵ при нагружении уменьшается с 0,834 до 0,547 (табл. 2.8). Но в этих условиях он должен быть равен 1.

Механические испытания образцов угля марки «Г» по программе обобщенного сжатия выполнялись и на других сериях, когда исследовалось влияние предварительного обжатия σ_0 на показатели прочности и деформационные характеристики. В табл. 2.9 приведены некоторые данные выполненных экспериментов.

В целом изменения переменных и параметров закономерны, но, в отличие от результатов механических испытаний (см. табл. 2.3 и 2.6), для образцов углей при обобщенном растяжении и обобщенном сдвиге μ_ϵ не приближается к 1.

Таблица 2.8. Показатели механических параметров при обобщенном сжатии ($\mu_\sigma = 0$, $\sigma_0 = -44,4$ МПа) по экспериментальным данным [Алексеев и др., 1983]

$\sigma_{ср}$, МПа	σ_1 , МПа	μ_ϵ
-57,7	-24,0	0,834
-65,2	-40,0	0,824
-72,8	-56,1	0,804
-80,3	-72,1	0,725
87,9	88,1	0,755
91,7	96,1	0,758
99,2	112,0	0,575
102,0	119,0	0,547

Таблица 2.9. Предельные значения энергетических параметров и характерных механических показателей угля марки «Т» [Алексеев и др., 1983] при механических испытаниях на обобщенное сжатие ($\mu_\epsilon = 1$)

σ_0 , МПа	ϵ_z , %	W_o , МДж/м ³	W_ϕ , МДж/м ³	μ_ϵ
0	-3,51	0,005	0,110	0,801
25	-5,49	3,360	1,04	0,773
44	-3,76	0,361	1,06	0,755

При увеличении σ_0 наблюдается отклонение μ_ϵ от 1. Особенно это характерно при разрушении в зоне разрыхления. Так, для образца 27-й серии μ_ϵ изменился от 0,755 до 0,547, для образца 26-й серии — от 0,773 до 0,546 и для образца 28-й серии — от 0,801 до 0,040.

2.8. Определение двух предельных состояний: обобщенный сдвиг и обобщенное растяжение

Выбор компоненты промежуточного напряжения σ_2 в комплексе трех главных напряжений и использование параметра Надаи μ_σ для оценки видов объемного напряженного состояния в схеме геометрических построений гипотезы горного давления Кулона—Мора позволили объективно выбирать условия проведения экспериментальных опытов для различных видов объемных напряженных состояний.

Надаи установил соответствия механических понятий и соотношений в аналитической механике горных пород — обобщенного сжатия, обобщенного растяжения и обобщенного сдвига — с граничными условиями предельной определяющей поверхностью разрушения Мора и значениями параметра Надаи.

Эксперименты с образцами горных пород в виде кубиков, проведенные на специальной УНТС [А. с. 394692 СССР, 1987] по методу механических испытаний [Надаи, 1969], позволили уточнить закономерности изменения механического состояния неоднородных твердых тел, находящихся в условиях объемного напряженного состояния. Используя теорию горного давления Мора [Mohr, 1900] и теорию пластичности металлов Надаи [Надаи, 1969], мы разработали математический аппарат для анализа деформирования сплошной среды, происходящего в ходе испытания от начала опыта вплоть до момента, когда образец горных пород разрушался.

В качестве основных физических параметров, определяющих объемное напряженное состояние образцов горных пород при механических испытаниях и зон массива вблизи горных выработок, мы приняли выявленные в ходе предварительных исследований механические характеристики объемного напряженного состояния горной породы [Мюллер и др., 1971; Леванковский и др., 2010; Протождяконов, 1930].

Результаты механических испытаний позволяют количественно оценить изменение механического состояния среды по изменению параметра Надаи (μ_σ), характеризующего вид объемного напряженного состояния. При этом определяются изменения физических состояний и прочностных параметров горных пород под действием внешних сил, а также характеризуется вид разрушения образцов в различных условиях действия нагрузок.

Рассмотрим дополнительно геометрический смысл параметра μ_σ . В работе [Надаи, 1969] он представлен как коэффициент, определяющий направление относительного отклонения промежуточного главного напряжения σ_2 от направления гидростатического сжатия и равный $0,5(\sigma_1 + \sigma_3)$.

Если рассматривать параметр μ_σ как часть коэффициентов при скобках в формуле (2.6), то необходимо иметь в виду соотношение

$$\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) = \frac{\mu_\sigma}{2}(\sigma_1 - \sigma_3), \quad (2.20).$$

левая часть которого — разность между промежуточным главным напряжением σ_2 и гидростатического сжатия, а правая часть равенства показывает произведение максимального касательного напряжения и параметра Надаи μ_σ .

Рассматривая эту формулу с геометрических позиций, следует принять, что параметр Надаи представляет собой отношение отрезка между промежуточным главным напряжением σ_2 и половиной суммы главных напряжений

к разности максимального (σ_1) и минимального (σ_3) действующих главных напряжений.

Когда этот параметр равен 0, в напряженном состоянии реализуется чистый сдвиг для тензора-инварианта, а при отклонении промежуточного главного напряжения σ_2 от гидростатического напряжения для плоского напряженного состояния традиционное разрушение деформируемого твердого тела путем сдвига изменится.

Для анализа различных видов равновесных объемных напряженных состояний проведем следующие операции.

Согласно геометрической схеме теории горного давления Мора, на отрезке координатной оси напряженных состояний, на которой отложены значения главных напряжений σ_1 , σ_2 и σ_3 , находится предельная окружность напряженного состояния с диаметром, равным разности максимального (σ_1) и минимального (σ_3) действующих главных напряжений, и с центром, соответствующим гидростатическому напряжению σ_G .

Добавим отрицательные приращения к компонентам главных напряжений σ_1 , σ_2 и σ_3 , а также придадим наибольшее отрицательное приращение максимальному сжимающему напряжению σ_3 и меньшие приращения — остальным компонентам. При этом станет отличным от 0 параметр μ_σ , характеризующий объемное напряженное состояние, согласно расчетам по формуле (2.16) с учетом выполнения условия неравенства (2.17).

Таким же образом уменьшим абсолютное значение максимального сжимающего напряжения σ_3 , прибавляя к нему растягивающее напряжение. В этом случае отрицательное приращение должно быть таким, чтобы наиболее всего уменьшилось значение σ_1 , приближаясь к значению σ_2 , но так, чтобы не нарушалось неравенство (2.6). Также изменится вид объемного напряженного состояния и соответственно уменьшится значение μ_σ согласно расчету по формуле (2.16). При выполнении правила знаков — условия (2.17) — все равновесные объемные напряженные состояния будут соответствовать пределам изменения μ_σ от -1 до 0 , когда изменяются приращения напряжений и виды напряженных состояний.

Использование параметра μ_σ для прогнозирования двух видов разрушения — путем сдвига или отрыва (по классификации Надаи) — позволяет устанавливать тензорные зависимости соответствия механических характеристик и соотношений в аналитической механике горных пород (обобщенного сжатия, обобщенного растяжения и обобщенного сдвига) с прочностными показателями предельной поверхности разрушения Мора. Логично соотнести формулы тензоров главных напряжений с видами разрушений горных пород в объемном напряженном состоянии, реализованными в ходе трех программ механических опытов на УНТС.

Для *обобщенного сдвига* (при котором компонента промежуточного главного напряжения $\sigma_2 = 0,5(\sigma_1 + \sigma_3)$, а параметр Надаи $\mu_\sigma = 0$) тензор объемного

напряженного состояния с главными напряжениями $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ можно описать в следующей форме:

$$T_G^{\text{СДВ}} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.21).$$

Математическая процедура разделения состояния обобщенного сдвига при помощи тензорного исчисления позволяет выделять из тензора напряжений с тремя компонентами главного напряжения σ два простых напряженных состояния. Тензор главных напряжений при этом представляется в виде суммы двух произведений:

- 1) произведения гидростатического напряжения (половина суммы компоненты минимального главного напряжения и компоненты максимального главного напряжения $\sigma_1 + \sigma_3$) на единичный шаровой тензор;
- 2) произведения максимального касательного напряжения на единичный тензор — девиатор.

Для этого вида разрушения горной породы характерна главная трещина сдвига с определенной направленностью по всему исследуемому образцу (рис. 2.23).



Рис. 2.23. Разрушенный образец горной породы при обобщенном сдвиге и всестороннем начальном сжатии ($\mu_0 = 0, \sigma_0 = -20,6$ МПа) [Алексеев и др., 1983]

Согласно результатам математической обработки компонент трех главных деформаций при механических испытаниях на обобщенный сдвиг [Надаи, 1969], имеют место незначительные искажения в формах определяющих тензоров главных напряжений и главных деформаций и, соответственно, в значениях параметров Надаи μ_σ (для напряжений) и μ_ϵ (для деформаций). Этот экспериментальный факт применяется при исследовании параметров прочностных свойств деформируемого твердого тела и выводе функции состояния для механической модели среды.

Для *обобщенного растяжения* параметр Надаи $\mu_\sigma = -1$, а вычисляемое по формуле (2.19) промежуточное главное напряжение σ_2 , равно σ_3 , кроме того, выполняются операции с тензором компонент главного напряжения σ :

$$T_G(\mu_G = -1) = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} = \sigma_3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (\sigma_1 - \sigma_3) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Как и для обобщенного сдвига, разделение объемно-напряженного обобщенного растяжения позволяет выделять из тензора напряжений с тремя компонентами главного напряжения σ два более простых напряженных состояния. Одно из них описывается произведением компоненты главного максимального сжимающего напряжения σ_3 на единичный шаровой тензор, а второе — произведением удвоенного максимального касательного напряжения на единичный одномерный тензор. При обобщенном растяжении характерно «столбчатое» разрушение (путем отрыва) по всему деформируемому образцу горной породы с трещиной, направленной перпендикулярно максимальной растягивающей деформации (рис. 2.24).

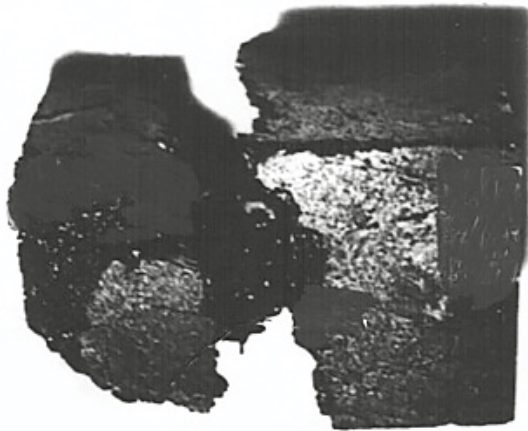


Рис. 2.24. Разрушение образца горной породы [Алексеев и др., 1983] при обобщенном растяжении ($\mu_\sigma = -1$, $\sigma_0 = -4,96$ МПа)

Лабораторные эксперименты с образцами горных пород подтвердили, что установленные в расчетах виды объемных напряженных состояний, в которых находятся элементы сплошной среды, соответствуют видам разрушения (путем сдвига или растяжения).

Кроме того, в результате проведенных механических испытаний образцов горных пород на УНТС для различных объемных напряженных состояний были установлены два различных вида разрушений:

- 1) путем сдвига (см. рис. 2.23),
- 2) путем отрыва (см. рис. 2.24).

2.9. Паспорт распределения параметров механического состояния горных пород для различных видов объемного напряженного состояния

Математическая обработка результатов испытаний образцов горных пород для различных видов объемных напряженных состояний направлена на создание паспорта механического состояния образца перед наступлением разрушения [Безухов, 1961]. При решении задач механики горных пород составляют математические зависимости так, чтобы отразить в них изменение наиболее существенных факторов, влияющих на изучаемый механический процесс, и выполнить условия моделирования изучаемого процесса при лабораторных испытаниях.

Одно из требований, определяющих объемное напряженное состояние неоднородных горных пород, — его инвариантность относительно координатных осей. Кроме того, предполагается и определяется путем лабораторных испытаний на установках всестороннего объемного неравномерного сжатия следующее физическое свойство материала: изменения первого инварианта главных напряжений и равномерного всестороннего сжатия материала не соответствуют соотношениям в упомянутых выше схемах упругого деформирования среды.

Существенно, что характеристики неоднородных горных пород, находящихся в условиях объемного напряженного состояния вблизи подземных выработок, можно описывать известными математическими уравнениями, выражающими изменение инвариантов и девиаторов главных напряжений исследуемой сплошной среды в сложном напряженном состоянии [Леванковский и др., 2010].

Согласно методике механических испытаний горных пород в объемном напряженном состоянии, для каждого вида объемного напряженного состояния среды на УНТС проводились три серии контрольных опытов с различными значениями начального равномерного объемного сжатия [А.с.

394692 СССР, 1987]. Рассмотрим результаты экспериментов на горных породах для различных видов объемных напряженных состояний, схематично приведенные на рис. 2.25.

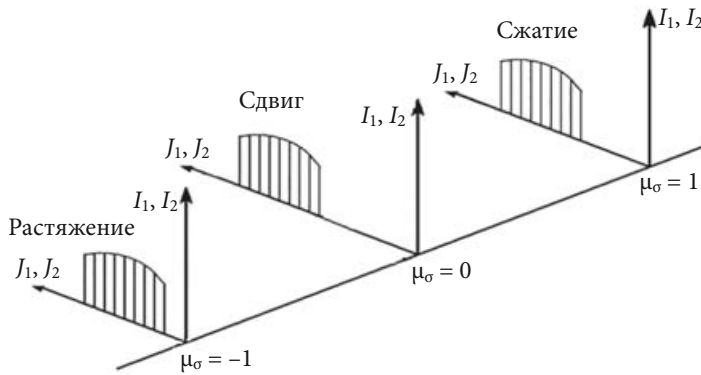


Рис. 2.25. Распределение инвариантов главных напряжений (I_1, I_2) и деформаций (J_1, J_2) при различных видах объемного напряженного состояния

Путем механических испытаний образцов горных пород для каждой главной плоскости объемного напряженного состояния (в соответствии с известной теорией пластичности Надаи) были получены значения инвариантов главных напряжений и главных деформаций. Для плоскостей растяжения, сдвига и сжатия также установлены значения этих показателей. Оценка по параметру Надаи позволяет выбрать три основных физических параметра, позволяющих построить паспорт механического состояния горных пород для всех главных плоскостей приложения нагрузки.

Все виды механических состояний элемента горной породы должны реализоваться (в установленных пределах изменения их значений) для любого значения параметра Надаи. И каждое из этих состояний можно идентифицировать при помощи комплекса переменных функции состояния. Выбираем три комбинации главных видов объемных напряженных состояний основных направлений, определяемых для трех основных объемных напряженных состояний. Для каждого из видов объемных напряженных состояний рассчитываем механические характеристики и параметры. На рис. 2.25 приведены три параллельные плоскости их распределения:

- 1) сжатия — с фиксированным значением $\mu_\sigma = 1$,
- 2) сдвига — с фиксированным значением $\mu_\sigma = 0$,
- 3) растяжения — с фиксированным значением $\mu_\sigma = -1$.

Целесообразно выделять эти плоскости при помощи перпендикулярных им плоскостей изменения инвариантов (с соответствующими параметрами

Надаи, изменяющимися в интервале $[-1, 1]$), по которым проходит прямая линия, соединяющая значения $\mu_\sigma = 1$, $\mu_\sigma = 0$, $\mu_\sigma = -1$.

Пространственную геометрическую фигуру, приведенную на рис. 2.25, назовем паспортом распределения параметров механического состояния горных пород для различных видов объемного напряженного состояния.

Формулы для инвариантов напряжений на рис. 2.25 составляются по известной схеме соотношений:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \quad I_2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2. \quad (2.23)$$

По таким же зависимостям определяются инварианты для главных деформаций J_1, J_2 , только вместо главных напряжений подставляются главные деформации.

* * *

Основа полученных теоретических результатов — применение апробированных теоретических моделей механики сплошных сред к горным породам, находящимся в различных видах состояний (от их начального механического равновесного состояния до значительного деформирования и вплоть до разрушения), когда необходимо описать изменение механических показателей этих пород под действием изменяющегося вида объемного нагружения.

Значимым результатом исследований следует считать выбор параметров двух инвариантов для главных напряжений и деформаций при разработке механической модели деформируемых объемно-напряженных твердых тел. Отметим, что искомые равенства энергетических соотношений для полей напряжений и деформаций можно получить только после детального анализа физических свойств такой сложной среды, как неоднородные анизотропные поликристаллические элементы, каковыми являются горные породы и массивы.

Глава 3

МЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АНИЗОТРОПНЫХ ГОРНЫХ ПОРОД

3.1. Задача исследования

На основе работ [Докукин и др., 1981; Леванковский и др., 2010; Норель, 1983; Норель и др., 2014; Норель и Боровков, 2013] настоящее исследование предусматривает разработку теории изменения параметров механического состояния, прочности и процессов разрушения разрабатываемых пластов полезного ископаемого в горном массиве в условиях объемного напряженного состояния. В первых двух главах настоящей работы предусматривается использование положений классических теорий механического состояния, прочности и разрушения твердых тел [Галеркин, 1931; Егер, 1961; Жариков и др., 2015; Новожилов, 1948] с включением новых показателей — физических инвариантов и девиаторов для математического описания механических моделей неоднородных твердых тел.

При этом выделяются исследования [Докукин и др., 1981; Леванковский и др., 2010; Норель, 1983; Норель и др., 2014; Норель и Боровков, 2013], в которых рассматриваются механические процессы и математические модели компонент напряжений и деформаций, прочностные характеристики состояний с изменением свойств неоднородной структуры горной породы в объемном напряженно-деформированном состоянии; различные виды сопротивления горной породы разрушению при условиях значительного деформирования и высоких значениях параметров соответствующего объемного напряженного состояния.

Представленные аналитические зависимости, полученные путем теоретических и экспериментальных исследований механических свойств образцов горных пород при различных видах объемных напряженных состояний, позволяют устанавливать физические соотношения между характерными параметрами протекания механических процессов в породном массиве, формулировать методические положения физического моделирования механических процессов при действии объемных нагрузок в различных зонах пласта. В ходе исследований были также получены математические описания компонент объемного напряженного состояния пород кровли и деформационных харак-

теристик в объемном напряженном и деформационном состоянии массива вблизи горной выработки [Докукин и др., 1981].

Обоснованная новая теоретическая модель механического состояния среды — неоднородных горных пород в различных сложных объемных напряженных состояниях позволила построить математические зависимости и разработать вычислительный метод решения с учетом выбора естественных граничных условий. Новые физические параметры механического состояния среды — инварианты и девиаторы главных напряжений и главных деформаций в условиях объемного напряженного состояния горных пород — позволили установить новый энергетический критерий прочности неоднородных горных пород в объемном напряженном состоянии и обобщенный вид предельной поверхности разрушения породного массива вблизи горных выработок.

На первом этапе исследований при помощи математических соотношений теории упругости (математической модели равновесия массива в объемном напряженном состоянии) были получены математические зависимости, описывающие шесть компонент напряжений, и численные значения последних [Докукин и др., 1981; Галеркин, 1931] на основе выбранных естественных граничных условий. Были также определены путем вычислений работ на ЭВМ аналитические зависимости изменения компонент объемного напряженного состояния в различных зонах породного массива [Докукин и др., 1981].

Анализируя условия изменения механических характеристик полей напряжений и деформаций, комплекс механических и прочностных показателей горных пород, мы оценили параметры изменения их физического и механического состояния при различных видах объемных нагрузок. Для этого мы использовали значения компонент напряжений, полученные при определении упругости образцов горных пород и отдельных зон породного массива в случаях пространственного деформирования и разрушения [Докукин и др., 1981; Норель и др., 2014; Новожилов, 1948; Родионов и др., 1986] в условиях объемного напряженного состояния.

При расчете определенных значений параметров объемного напряженного состояния породного массива мы выявили предпосылки, позволяющие формулировать условия определения инвариантов напряженного состояния породного массива и видов объемных напряженных состояний вблизи зон открытых пространств выработок на опорных поверхностях.

При описании сложных геологических условий особое место принадлежало разработке методов оценки прочности пласта в отдельных зонах его объемного нагружения. Аналитические исследования в части выбора и обоснования физических параметров и механических характеристик (необходимых для описания сложного деформирования и различных видов разрушения горных пород под действием нагрузок в лабораторных и натурных условиях) в последнее время выполнялись в недостаточной степени.

В условиях сложного напряженного состояния образцов пород (при лабораторных экспериментах) и породных массивов вблизи горных выработок могут реализоваться различные виды разрушенных состояний: или значительная деформация, или частичное разрушение.

Классическая теория сопротивления материалов исходит из представления о существовании поверхности разрушения в пространстве независимых параметров нагружения: по мере приближения к некоторой точке этой поверхности из пространства ненарушенного материала по определенному пути нагружения момент разрушения (переход в зону разрушения) фиксируется при определенной комбинации действующих напряжений [Качанов, 1974]. Это положение справедливо, если формируется комбинация действующих напряжений и внешних нагрузок, влияющих на изменение одного независимого показателя в нагружении материала.

В результате анализа условий нагружения пласта на основе решения задачи об объемном напряженном состоянии горных пород в массиве вблизи выработки в зонах нетронутого массива и влияния выработки получена описанная ниже механическая модель изменения главных напряжений в массиве в зависимости от расстояния элемента горной породы до выработки.

3.2. Физические показатели механического состояния горных пород вблизи выработок

В первых двух главах работы мы представили положения физической теории, позволяющие получить новые аналитические зависимости для описания характерных механических свойств твердых тел, деформирующихся в условиях объемного напряженного состояния. При этом мы разделили разработку модели, описывающей механические процессы в деформируемом твердом теле, на несколько самостоятельных этапов.

Рассматриваемые нами аналитические зависимости, описывающие закономерности сохранения физических свойств горных пород при механическом деформировании, можно использовать для описания свойств и других неметаллических сплошных сред.

Изучение изменения напряженного и деформированного состояния образцов неоднородных горных пород и элементов породного массива предусматривает анализ параметров этого состояния с включением нового комплекса физико-механических свойств пород, реализованных при воздействии объемного напряжения с фиксированием деформаций по трем осям нагружения. При выполнении исследований максимально использовались известные работы в области общей теории напряженного и деформированного состояния твердого тела [Новожилов, 1948], прочности и разрушения твердых тел при различных условиях нагружения и деформирования [Надаи, 1969; Родионов

и др., 1986; Филоненко-Бородич, 1961]. Отметим, что в работе [Филоненко-Бородич, 1961] дан анализ разделов прочности и механики твердых тел, а работа [Родионов и др., 1986] посвящена исследованиям механики горных пород, которые выполнялись при натуральных испытаниях и в ходе экспериментальных опытов с горными породами в лабораторных условиях.

Целью исследований, упомянутых в первых двух главах работы, является анализ изменений новых физических характеристик механического состояния горных пород при реализации объемного напряженного состояния в массиве, экспериментальные исследования по которым проводились на УТНС при механических испытаниях образцов горных пород с целью составлений новых механических моделей описания этих изменений. Проведенные исследования позволили составить новые уравнения неоднородных твердых тел в объемном напряженном состоянии. В работе [Родионов и др., 1986] сделано следующее предположение: «Трещины, разломы и блочное строение массива — не просто следы разрушения, а способ существования горного массива при больших деформациях. С этой точки зрения структура разрушения приобретает физический смысл как характеристика состояния породного массива. Породный массив находится в механически неравновесном состоянии и непрерывно получает и диссипирует механическую энергию. Обмен энергий между структурными элементами породного массива определяет его состояние, особенно в случае расчленения его на блоки. Стационарное состояние породного массива отличается от состояния статического равновесия тем, что механическая энергия сохраняется вследствие равенства подвода энергии извне и ее диссипации». Экспериментально проанализированные и детально описанные в работе [Родионов и др., 1986] эффекты динамики массивов горных пород позволили выдвинуть концепцию исследований в области механики горных пород как самостоятельную область науки — геомеханику, изучающую динамику массивов горных пород в их естественном состоянии. В этой же работе отмечается, что предмет геомеханики определен, но ее основы недостаточно разработаны, так как не разработаны модели изучаемой среды и соответствующий аналитический аппарат.

В работе [Мюллер, 1971], посвященной теоретическим исследованиям в области механики горных пород, предлагается учитывать геологические закономерности начальных нарушений породного массива при описании механических процессов в теории горного давления: «В статике напряжения, возникающие в строительном сооружении, определяются на основе известных распределений сил, возникающих деформаций и опасности разрушения. Совершенно иной путь принят в тектонике. Здесь по остаточным деформациям и состоянию разрушенного геологического тела ученые делают вывод о том, что напряжения, явившиеся причиной изменения состояния горного массива, устанавливают распределение для выявления сил, действовавших в данном участке горного массива». Перечисляя свойства горного массива, Л. Мюллер

обращает внимание на возможное совместное влияние множества факторов на свойства массива, изменяющиеся при различных механических явлениях. Среди этих факторов отметим характерные свойства материала пород массива и наличие в нем трещин (их вид, ориентировку и частоту).

Исследования значительного деформирования горных пород массива после тектонических явлений и анализ реализованного разрушения придают разработке аналитической модели механических процессов в нарушенном массиве определенную геологическую направленность. Логически целесообразный этап исследования — разработка методики определения параметров напряженного и деформированного состояния сплошной среды (в частности, для массива горных пород) и установление новых механических характеристик материала в условиях объемного напряженного состояния, а также составление на их основе уравнений, описывающих физические и механические показатели механического состояния деформируемых твердых тел.

Выбор главных напряжений в породном массиве, находящемся в объемном напряженном состоянии, и параметров изменения этого состояния, а также их определение при помощи математических моделей деформируемых твердых тел осуществляются следующим образом.

В ходе стандартных механических испытаний фиксируются различные значения физических показателей образцов породы, зависящие не только от заданных конкретных условий нагрузок, но и от влияния других внешних факторов, и от изменения механической и физической структуры материала сплошной среды.

Изменение механического состояния деформируемого твердого тела определяется непрерывным изменением соотношения определенных функций механических и термодинамических переменных. За такое соотношение можно принимать функциональное уравнение состояния рассматриваемой среды. Оно описывает процессы перехода и преобразования энергетических параметров внутри рассматриваемой среды (в том числе механическую, тепловую и другие формы немеханической энергии) при различных видах объемных напряженных состояний.

3.3. Изменение объемных характеристик горных пород при действии объемных нагрузок (согласно теории разрушения твердых тел Надаи)

Основные механические свойства горных пород и массивов существенно зависят от того, как проявляется анизотропия среды пород в условиях различных видов объемных напряженных состояний.

Совместное использование теории горного давления Мора [Mohr, 1900] и аналитической теории пластичности металлов, изложенной в работе [Надаи,

1969], позволило сформулировать логическую схему и обоснованный математический аппарат, позволяющие численно определить анизотропные механические свойства материала в условиях сложного напряженного состояния горных пород в массиве.

Мы исследуем механические свойства горных пород в условиях различных видов объемных напряженных состояний с целью получить аналитические зависимости, учитывающие характерные механические показатели неоднородных поликристаллических сплошных сред. Для этого примем следующее условие деформирования горных пород: механическое состояние образцов горных пород и элементов горного массива и изменение этого состояния при действии объемных нагрузок определяется непрерывным изменением соотношений между определенными характеристиками объемного напряженного состояния и термодинамическими переменными, в том числе физическими и механическими параметрами изменяющихся полей напряжений и полей деформаций.

Уравнения модели обычно преобразовываются в соотношения между напряжениями и деформациями при упрощающем предположении, заключающемся в том, что все члены таких уравнений, содержащих механические переменные, выражаются также в виде функций одной или нескольких указанных переменных.

Когда внешние нагрузки и различные физические и термодинамические поля воздействуют на горные породы, неоднородное механическое состояние последних значительно влияет на внешние проявления характерных механических свойств и изменения внутренних структур пород. В связи с этим возникают определенные трудности при выборе (особенно из ряда результатов экспериментов) таких параметров и показателей для аналитического описания исследуемых процессов в породном массиве, которые можно было бы включить в объективную представительную выборку.

В гл.2 мы уже отмечали такие особенности механических состояний и структур горных пород, как анизотропия их прочностных и механических свойств в условиях сложного напряженного и деформированного состояния. При механических испытаниях объемно-напряженных горных пород и при проведении горных работ исследуемые образцы и элементы массива вблизи выработок (как твердотельная среда) переходят в новое энергетическое и термодинамическое равновесное или неравновесное состояние. При этом перераспределение напряжений, деформаций и изменения параметров механической прочности в пласте и в массиве протекают при нагрузках, значения которых приближаются к предельным прочностным показателям породного массива. Однако анализируя механические свойства горных пород при различных объемных напряженных состояниях, можно найти такие параметры математических моделей, которые позволят установить инвариантность и однородность характеристик горных пород, соответствующие определенным видам объ-

емных напряженных состояний при определенном воздействии комплексов трех главных напряжений на массив горных пород вблизи выработок.

Подобие между инвариантами главных напряжений и главных деформаций (а также между инвариантами девиаторов главных напряжений и главных деформаций) может выражаться как подобие в изменении анизотропных механических и прочностных свойств структуры горной породы. Параметры механической модели такой структуры можно определить, фиксируя изменения параметров Надаи и энергетических характеристик в соответствии с изменением объемного напряженного состояния.

Чтобы выявить эти закономерности изменения свойств горных пород и элементов массива, связанного с изменением их механического состояния, мы выделяем также компоненты напряженного состояния при изменении объема и формы элемента сплошной среды.

Как мы уже упоминали, в работе [Надаи, 1969] установлены соотношения для октаэдрических напряжений, инвариантов напряжений и параметров Надаи в форме геометрических фигур, соответствующих пространственному расположению главных напряжений в аналитических схемах механики горных пород — обобщенного сжатия, обобщенного растяжения и обобщенного сдвига. Геометрическая интерпретация [Надаи, 1969] расположения промежуточного главного напряжения σ_2 при обобщенных объемных напряженных состояниях в граничных условиях σ_1 и σ_3 с учетом параметра μ_σ приведена на рис. 3.1.

Механические свойства главных напряжений и главных деформаций, выделенные в форме инвариантов, позволяют при определенном группировании комплексов главных напряжений и деформаций добавлять соответственно новые физические и механические характеристики в форме девиаторов.

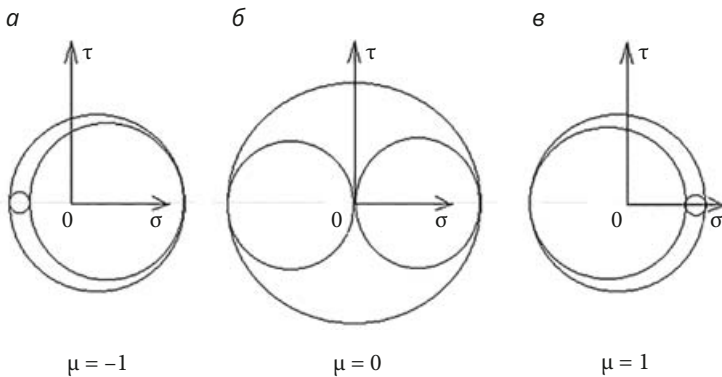


Рис. 3.1. Геометрическая интерпретация октаэдрических напряжений, инвариантов напряжений и параметров Надаи для различных видов объемных механических состояний горных пород:

а — обобщенное растяжение, $\sigma_2 = \sigma_1$; *б* — обобщенный сдвиг, $\sigma_2 = 0,5(\sigma_1 + \sigma_3)$; *в* — обобщенное сжатие, $\sigma_2 = \sigma_3$

3.4. Формирование зон различных видов объемных нагрузок горных пород вблизи выработок

Анализ реализованных явлений разрушения представляется достаточно плодотворным при наличии результатов механических испытаний горных пород, выполненных по определенным программам исследования сложного напряженного состояния массива и данных моделирования физических и механических процессов в нем.

Результаты исследований, приведенные в первых двух главах настоящей монографии, позволяют нам разработать теорию изменения параметров механического состояния и прочности пластов полезного ископаемого в горном массиве и в призабойной зоне пласта в объемном напряженном состоянии.

Известно, что компоненты объемного напряженного состояния определяются по дифференциальным уравнениям равновесия, поэтому характерные переменные и параметры указанных механических процессов (компоненты полей напряжений и деформаций) можно найти из математических уравнений, описывающих физические законы сохранения в механике сплошных сред [Новожилов, 1948; Работнов, 1987; Христианович и др., 1938; Flügge, 1958]. Рисунок 3.2 иллюстрирует изменение механического состояния горных пород в пласте, а именно: изменение трех главных напряжений σ_1 , σ_2 , σ_3 , из которых σ_3 — максимальное сжимающее напряжение, действующее по направлению нормали к пласту, σ_2 — промежуточное главное напряжение, действующее вдоль линии забоя, σ_1 — минимальное сжимающее напряжение, действующее по нормали к плоскости пласта. В таком же направлении (согласно известным математическим уравнениям энергетического равновесия механических систем [Христианович и др., 1938]) должны распространяться и три главные деформации ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 .

Рассмотрим аналитические модели возможных механических процессов в массиве горных пород, протекающих вблизи выработок. В настоящее время можно построить достаточно строгие в физическом смысле схемы, в которых число влияющих на механические процессы факторов может быть более одного. При анализе разных видов напряженно-деформированных состояний породного массива, испытывающего всестороннее неравнокомпонентное сжатие, обычно вводят комплекс нормальных напряжений $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$.

Как мы уже отмечали в гл. 2, два полных комплекса (один — из трех главных напряжений, другой — из трех главных деформаций) представляют собой новую математико-механическую структуру — соответственно тензоры главных напряжений и главных деформаций с дополнительными физическими свойствами. Эти тензоры, называемые инвариантами, позволяют существенно дополнить механическую модель неоднородных горных пород, находящихся в различных объемных напряженно-деформированных состояниях, которые создаются в отдельных зонах массива вблизи горных выработок.

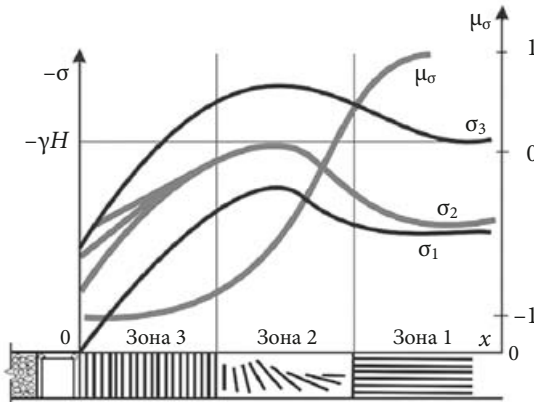


Рис. 3.2. Распределение главных напряжений пласта полезного ископаемого вблизи горной выработки [Леванковский и др., 2010]

При использовании тензоров инвариантов и девиаторов главных напряжений и главных деформаций для описания физических и механических свойств горных пород становится более логичным и последовательным выбор математических моделей, объясняющих сложные механические процессы и явления в массиве.

На первом этапе решения задачи о распределении напряжений, влияющих на механическое состояние среды, из-за большого числа параметров выбираемых образцов горных пород и зон массива используется термодинамический метод исследования. Он позволяет уменьшить число влияющих факторов, не нарушая физическую сущность изучаемого процесса. Значительное деформирование и разрушение пласта и вмещающих пород по физической схеме анализа есть термодинамический процесс, соответствующий изменению внутреннего состояния системы или переходу этой системы в другое состояние. Если изменение термодинамического состояния массива горных пород близко к равновесному процессу, то и состояние этой термодинамической системы будет равновесным. Если же термодинамические характеристики массива при изменении его состояния достигают предельных значений, то такой процесс, вероятно, становится термодинамически неравновесным. И далее, с термодинамических позиций, система переходит из предельного неравновесного состояния в равновесное состояние с более низкими показателями свободной энергии.

Рассмотрим термодинамическую схему такого перехода. Пусть в массиве существует неравновесная термодинамическая система, которая вблизи переходной (предельной) зоны у выработки испытывает определенное внешнее воздействие или изменяется под влиянием внутренних факторов, и в результате этих воздействий она переходит в новое состояние. Однако еще при ис-

ходной термодинамической системе, или точно в момент ее смены, или же немного позже границы зон могут смещаться. Конечно, с учетом сложного комплекса свойств деформируемых твердых тел пространственные нагрузки в массиве при переходе от зоны к зоне могут формироваться при разных видах обобщенного напряженного состояния.

Аналитическая схема протекания механических процессов в массиве с общих термодинамических позиций позволяет выбрать комплекс факторов, влияющих на характер деформирования и разрушения в зоне предельных состояний, и затем разработать математические модели, описывающие физическое состояние среды.

Слои горных пород массива можно разделить в соответствии с теорией горного давления Мора [Mohr, 1900] и классификацией Надаи [Надаи, 1969] в зависимости от различных показателей прочности пород на основании установленных закономерностей изменения трех октаэдрических главных напряжений на соответствующих октаэдрических плоскостях равновесного тетраэдра (см. рис. 2.4 и 3.2):

- первая плоскость соответствует зоне нетронутого массива (зона 1 на рис. 3.2);
- вторая соответствует «допредельной» зоне, в которой напряжение максимального сжатия σ_3 достигает своего максимума (зона 2 на рис. 3.2);
- третья соответствует зоне «до разрушения», в которой все сжимающие напряжения уменьшаются на участке от зоны своего максимума до кромки забоя (зона 3 на рис. 3.2).

Учет промежуточного главного напряжения σ_2 вместе с σ_1 и σ_3 позволяет выделить нагрузки в трех описанных зонах для различных видов объемных напряженных состояний.

Введем различные значения главных напряжений в уравнения расчета энергетических параметров и определим разные виды нагружения (в соответствии с классификацией Надаи) и разрушения в наиболее важной с механических позиций зоне, где могут формироваться динамические явления большой мощности.

Первый участок объемной нагрузки пласта в глубине массива вне зоны влияния выработки характеризуется тем, что три главных напряжения связаны следующими соотношениями:

$$\sigma_3 = \gamma H < 0, \sigma_1 = \sigma_2 = \lambda \gamma H,$$

где γH — максимальное сжимающее напряжение в пласте в зоне нетронутого массива; λ — коэффициент бокового распора.

При этом используется гипотеза о геостатическом напряженном состоянии, реализующемся в зоне нетронутого массива (зона 1 на рис. 3.2). Со-

гласно полученным соотношениям между главными напряжениями, параметр μ_σ , характеризующий вид напряженного состояния, равен 1, т. е. этой зоне нагружения соответствует объемное напряженное состояние обобщенного сжатия.

Вид объемного напряженного состояния в первой зоне нагружения пласта (зона 1 на рис. 3.2) классифицируется следующим образом:

$$T_G^{\text{СЖ}} (\text{при } \sigma_1 = \sigma_2) = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} = \sigma_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (\sigma_1 - \sigma_3) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

В таком случае

$$\mu_\sigma = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3) = 1,$$

а характерный вид напряженного состояния соответствует обобщенному сжатию. Действующие напряжения не вызывают потерю прочности пород горного массива в этой зоне.

Вторая зона объемной нагрузки пласта в глубине массива, в которой начинается разрушение горных пород и значения сжимающих напряжений σ_1 , σ_2 , σ_3 максимальны, характеризуется следующим:

- максимальное сжимающее напряжение σ_3 численно равно $K_k \gamma H$, где K_k — концентратор напряжения;
- минимальное сжимающее напряжение σ_1 изменяется в пределах $[\lambda \gamma H, \gamma H]$;
- промежуточное главное напряжение σ_2 равно половине суммы σ_1 и σ_3 .

Значение μ_σ закономерно значительно отличается от 1, уменьшается и приближается к 0. Механическое состояние этой зоны массива свидетельствует о том, что во второй зоне нагрузки пласт становится «предразрушенным», а вид напряженного состояния физически близок к обобщенному сдвигу. Тензор главных напряжений для породного массива в зоне максимальных сжимающих напряжений (при параметре Надаи $\mu_G = 0$) представляется в виде суммы напряженных состояний — объемного равномерного сжатия и чистого сдвига, описанных соответственно соотношениями (3.2) и (2.21).

Естественно, что механические процессы протекают не только в первой и второй зонах нагрузки, но и непрерывно в каждом элементе пласта. Эти его части представляют собой зону влияния выработки при активной нагрузке. Пласт в ней нагружается и деформируется таким образом, что непрерывно возрастает общая нагрузка системы (увеличиваются сжимающие напряжения). Объемное напряженное состояние изменяется от обобщенного сжатия до обобщенного сдвига.

В зоне влияния выработки в конце второго участка пласта при активной нагрузке выделяются две энергетические стадии протекания механических процессов:

- 1) последовательное изменение напряженного состояния пласта вблизи зоны нагружения (путем обобщенного сдвига) в момент начала «доразрушения» пласта;
- 2) уменьшение накопленной потенциальной энергии (преобразование в «рассеянную» энтропию) в нарушенной части пласта и перераспределение этой энергии в часть кинетической энергии, требующейся для начала активной деформации пласта, распространяющейся в сторону обнажения выработки.

Третий участок объемной нагрузки пласта — зона вблизи кромки забоя, где минимальное сжимающее напряжение σ_1 уменьшается, а разность значений двух других главных напряжений уменьшается и зависит от условий разрушения пласта на участке между второй и третьей зонами нагрузки. Для малопрочных горных пород и пластов максимальное сжимающее напряжение σ_3 на кромке забоя снижается до значения промежуточного главного напряжения σ_2 , что свидетельствует о появлении зон, в которых снижаются прочностные характеристики среды. При этом возрастают размер нарушенной зоны и деформация пород, распространяющаяся в сторону забоя. Таким образом, находящиеся в напряженном состоянии горные породы массива попадают под действие обобщенного растяжения. Разделение тензора напряженного состояния позволяет выделить равномерное объемное сжатие и одноосное растяжение, описанное соотношением (2.22). В этом случае σ_3 — максимальное сжимающее напряжения при объемном растяжении — примерно равно промежуточному главному напряжению σ_2 , а $\mu_\sigma = -1$.

Зона пласта между вторым и окончанием третьего участка нагрузки считается зоной предельных состояний. Механическое состояние и понижение прочности пласта в зоне предельных состояний изменяются наиболее интенсивно. Сопротивление нагрузкам, действующим со стороны пород кровли, все время падает, и свободная поверхность пласта перемещается в сторону очистного забоя. Все это способствует развитию деформирования пласта и может начаться его интенсивное разрушение. С энергетической позиции частично разрушенный пласт в зоне предельных состояний находится в неустойчиво равновесном состоянии. Малопрочный пласт сначала разрушается частично в зоне максимальных сжимающих напряжений, а затем (и окончательно) — в зоне предельных состояний, при этом вид напряженного состояния изменяется от обобщенного сдвига до обобщенного растяжения.

Условия нагрузки для зоны 3 («доразрушения») вблизи очистного забоя при ее взаимодействии с вмещающими породами позволяют описать перерас-

пределение различных видов энергий, реализацию значительных деформаций в очистной забой и формирование разрушений.

В нижней части рис. 3.2 показан возможный характер развития направленного распространения трещин в пласте в условиях, когда вблизи свободной поверхности выработки изменяется вид объемного напряженного состояния горных пород в массиве.

На первый взгляд в зоне предельных состояний главные напряжения σ_1 и σ_2 имеют подобные эпюры. Однако в их распределении есть два принципиальных различия:

- 1) напряжение σ_2 во всей зоне влияния выработки не постоянно, а изменяется от значения, равного σ_1 , до полусуммы главных напряжений в конце зоны 2 (максимальных сжимающих напряжений в зоне активной нагрузки);
- 2) затем в зоне 3 предельных состояний напряжения σ_3 уменьшаются быстрее, чем σ_2 , и поэтому разность между ними стремится к нулю.

В результате механических опытов на УТНС с образцами горных пород получены новые данные по деформированию и разрушению среды на этапах от начала нагрузки до разрушения, что позволяет уточнить протекание механических процессов вблизи выработки в зоне предельных состояний. Механические процессы в массиве горных пород протекают на фоне постоянного взаимодействия различных видов энергий. И описывать эти процессы могут разные закономерности. Значительная часть изменений в ходе процессов зависит от изменения механических свойств горных пород этих зон.

Представленные в разделе 3.4 схемы не только устанавливают закономерности перераспределения главных напряжений и изменения энергетического состояния горной выработки. На основе этих схем можно определить дальнейший выбор характерных параметров различных механических состояний твердых тел, физико-механические свойства которых значительно выходят за рамки свойств, описываемых известными механическими моделями сплошных сред.

* * *

Установленные физические зависимости, позволяющие оценить параметры значительной деформации и начала разрушения пород массива в зоне предельных состояний вблизи выработок, можно использовать при решении практических задач горного дела. Описание физических процессов формирования зон нарушенного массива позволяет прогнозировать реализацию механических и газодинамических явлений. При этом изменение предельных энергетических параметров, способствующее изменению равновесного энергетического состояния, можно определить по представленным энергетическим критериям. Значительное распространение нарушенных зон породного мас-

сива в свободные зоны выработок, в свою очередь, инициирует физические процессы сдвига породных масс до дневной поверхности над подработанным массивом. Теоретические оценки влияния различных факторов на степень разрушения горных пород способствуют повышению безопасности горных работ. Конечно, все эти критерии следует уточнять в лабораторных опытах для большинства условий залегания пластов полезного ископаемого.

Глава 4

ОБЩАЯ ФОРМУЛИРОВКА СТРУКТУРНО-ВРЕМЕННОГО ПОДХОДА К РАСЧЕТУ ПРОЧНОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД И БЕТОНА ПРИ ИХ ХРУПКОМ РАЗРУШЕНИИ ИЗ-ЗА ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Фундаментальный структурно-временной критерий, введенный авторами работ [Петров и Уткин., 1987; Морозов и Петров, 1990; Petrov, 1991], позволил рассматривать разрушение материала в соответствии с пространственно-временной шкалой.

Физическая интерпретация динамического разрушения на основе квантовых аналогий [Petrov, 1991] позволила ввести инкубационное время как независимый временной параметр, характеризующий динамические особенности хрупкого разрушения материала. Структурные параметры в рамках этого подхода [Petrov, 1991] рассматривались без спецификации физического смысла как феноменологические характеристики пространственно-временной элементарной ячейки разрушения, связанной с протеканием подготовительных процессов разрыва на фиксированном масштабном уровне (подробнее понятие масштабного уровня рассмотрено далее в гл. 6 монографии). Определение пространственно-временной ячейки разрушения на основе двух независимых параметров позволило сформулировать следующие положения:

- 1) структурно-временной подход для хрупкого разрушения [Petrov and Morozov, 1994; Петров, 1996a];
- 2) макроскопический критерий прочности металлов [Gruzdkov and Petrov, 1999];
- 3) кинетическую интерпретацию инкубационных процессов [Каштанов и Петров, 2007].

В общей форме структурно-временной подход [Petrov, 1991; Petrov and Morozov, 1994] изначально был сформулирован для хрупких процессов разрушения в виде условия

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t dt' \frac{1}{d} \int_0^d \sigma(t', a) da \leq \sigma_0, \quad (4.1)$$

где τ — инкубационное время разрушения; σ_0 — прочность бездефектного образца при хрупком разрушении в условиях статического воздействия; $\sigma(t', a)$ — растягивающее напряжение вблизи вершины трещины ($a = 0$); d — параметр, характеризующий соотношение прочностных характеристик материала на заданном масштабном уровне [Петров, 1996b; Гольдштейн и Осипенко, 1978].

Согласно условию (4.1), дискретность разрушения связана с поэтапным расходом энергии (импульса) [Petrov, 1991; Петров, 1996b], но не с геометрией модели (разрыв связи в решетке соотносится с локальным критическим напряжением), что позволяет описывать динамические процессы. Параметры критерия (4.1) — τ и d — независимые и измеряемые характеристики разрушения [Петров, 1996b]. Отметим, что дискретность разрушения в рамках этого подхода обеспечивается многостадийностью процесса. Каждая его стадия характеризуется парой независимых параметров (d , τ), устанавливающей пространственно-временной объем разрушения.

Для «бездефектных» материалов в случае высокоскоростного разрушения при отколе в ряде экспериментов [Petrov and Morozov, 1994; Морозов и др., 1992; Морозов и Петров, 1992] было установлено соотношение

$$\tau = d/c,$$

где c — максимальная скорость упругих волн.

Рассмотрим в общем виде предложенный в работах [Morozov and Petrov, 2000; Petrov and Utkin, 1989; Petrov, 2004a; Petrov and Sitnikova, 2004; Morozov and Petrov, 2000] критерий разрушения (критерий инкубационного времени), применяемый для описания хрупкого разрушения материалов:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \left(\frac{F(t')}{F_c} \right)^\alpha dt' \leq 1, \quad (4.2)$$

где τ — инкубационное время, связанное с динамикой релаксационных процессов микрорастрескивания, предшествующих событию макроразрушения; $F(t)$ — интенсивность локального силового поля, вызывающего разрушение среды; F_c — статический предел локального силового поля; t_* — время разрушения, которое соответствует условию достижения равенства в (4.2) (т. е. когда левая часть неравенства (4.2) становится равна 1); α — параметр,

характеризующий чувствительность материала к уровню напряженности силового поля, вызывающего разрушение.

Главной особенностью структурно-временного подхода [Petrov, 1991; Petrov and Morozov, 1994; Morozov and Petrov, 2000] стало введение инкубационного времени как свойства материала. Его природа обусловлена подготовительными релаксационными процессами развития в структуре материала микродефектов, связанных с микрорастрескиванием. Остановимся подробнее на ключевой роли τ при интерпретации разрушения, протекающего при различных скоростях внешнего нагружения. Критерий разрушения (4.2) предполагает наличие инкубационного периода, предвещающего макроскопический разрыв образца. Инкубационный процесс — важный фактор разрушения и при медленных, и при быстрых воздействиях. При быстром способе нагружения он приводит к возникновению ряда эффектов, специфических для динамического разрушения. К их числу можно отнести известную *временную зависимость прочности* (т. е. зависимость прочности от длительности приложенного импульса), а также *скоростную зависимость прочности* (когда прочность зависит от скорости нагружения). В качестве простейшей интерпретации инкубационного процесса при медленных воздействиях рассмотрим пример медленного линейного нагружения, описываемого зависимостью

$$\sigma(t) = \dot{\sigma} t H(t).$$

Тогда, согласно условию (4.2), напряжение в момент разрушения определяется как

$$\sigma(t_*) = \sigma_c + \dot{\sigma}(\tau/2),$$

где σ_c — табличное значение статического предела прочности. Согласно полученному соотношению, проиллюстрированному на рис. 4.1, а, в момент достижения статического предела прочности σ_c материал еще не разрушен. Перед возникновением макроскопического разрыва в материале развивается подготовительный процесс, характеризующийся периодом времени, равным τ .

Рассмотрим один из возможных способов интерпретации параметра τ и его определения на примере механического разрыва материала. Предположим, что растягиваемый стандартный образец из данного материала разрывается на две части при напряжении P , которое возникает в некоторый момент времени $t = 0$; при этом

$$F(t) = PH(t),$$

где $H(t)$ — функция Хевисайда. При квазихрупком разрушении происходит разгрузка материала, и локальное напряжение в месте возникновения разрыва быстро (но не мгновенно) падает от значения P до нуля. При этом порождается соответствующая волна разгрузки, которая распространяется по образцу и может быть зарегистрирована известными методами (например, интерферо-

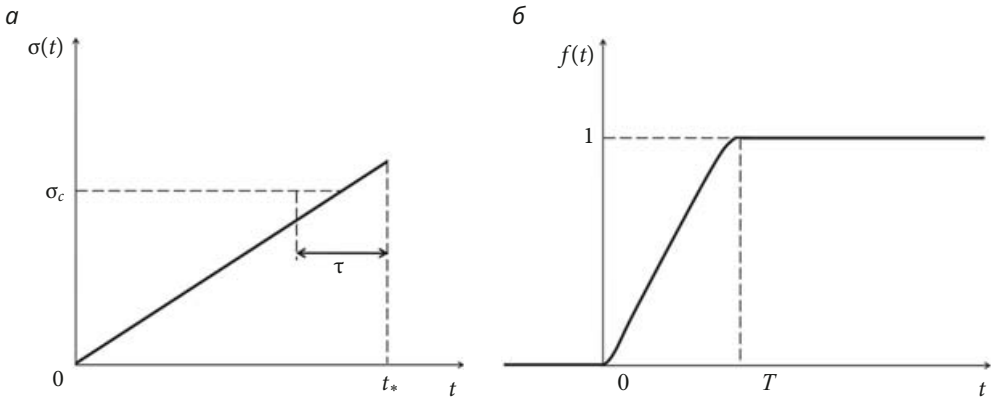


Рис. 4.1. Инкубационный период, предвещающий макроскопический разрыв образца при медленном нагружении (а), и схема кинетики разрушения в месте разрыва (б)

метрическим). Изменение напряжения в месте разрыва условно можно представить зависимостью

$$\sigma(t) = P - Pf(t),$$

где функция $f(t)$ в течение некоторого промежутка времени T меняется от 0 до 1 (рис. 4.1, б).

Классической теории прочности соответствует случай $f(t) = H(t)$, т. е. согласно классическому подходу разрыв происходит мгновенно ($T = 0$). В действительности же разрыв материала (образца) представляет собой процесс, протекающий во времени, а функция $f(t)$ описывает кинетику перехода от условно бездефектного $f(0) = 0$ к полностью разрушенному $f(T) = 1$ состоянию в данной точке. Применяя в такой ситуации критерий разрушения (4.2), получаем $T = \tau$ при $P = F_c$. Период τ можно измерить различными способами в ходе опытов по статическому разрушению образцов: например, измеряя время нарастания давления на фронте волны разгрузки, снятой интерферометрическим способом по профилю скорости точек поверхности образцов.

Критерий инкубационного времени (4.1), который в работах [Petrov, 1991; Petrov and Morozov, 1994; Morozov and Petrov, 2000; Petrov, 2004a; Morozov and Petrov, 2006; Petrov, 2014] применяется для описания динамических эффектов хрупкого разрушения, представим в виде:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \left(\frac{\sigma(s)}{\sigma_c} \right)^\alpha ds \leq 1, \quad (4.3)$$

где τ — инкубационное время, связанное с периодом подготовки материала к разрушению и характеризующее скоростную чувствительность материала; $\sigma(t)$ — некоторая временная зависимость роста среднего напряжения в образце; σ_c — статический предел локального силового поля; α — параметр, ха-

характеризующий чувствительность материала к уровню интенсивности (амплитуде) силового поля, приводящего к разрушению. Условие $\alpha \geq 1$ выполняется для твердых тел. Хорошо соответствуют экспериментальным данным результаты расчетов, выполненных с использованием критерия (4.3) при $\alpha = 1$.

Случаи растяжения и сжатия рассматриваются как две независимые формулировки критерия (4.3) с разными характеристиками разрушения. Другими словами, параметрами σ_c и τ описываются статический предел и инкубационное время при сжатии или растяжении в зависимости от рассматриваемого процесса.

4.1. Расчетная схема прочности в широком диапазоне скоростей деформаций

Построим расчетную схему определения предельного роста локальных напряжений при сжатии или растяжении на основе критерия (4.3) для бездефектных образцов с линейной зависимостью локальных напряжений от времени $\sigma(t)$. Момент разрушения можно определить из условия, когда неравенство (4.3) становится равенством. На практике динамическая прочность оценивается максимальным значением локальных напряжений, при которых материал не имеет разрушения. Здесь мы предлагаем считать динамическую прочность образца как характеристику процесса, а в качестве постоянной материала выбираем такой независимый от истории нагружения параметр, как инкубационное время.

Предполагаем, что до момента начала хрупкого разрушения (когда напряжения становятся максимальными) рост деформаций $\varepsilon(t)$ в материале описывает линейная функция по времени

$$\varepsilon(t) = \dot{\varepsilon} t H(t),$$

где $\dot{\varepsilon}$ — скорость деформации, $H(t)$ — функция Хэвисайда.

Изменение локальных напряжений в материале определяем по закону Гука:

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t),$$

где E — модуль Юнга.

Таким образом, временная зависимость локальных напряжений имеет вид

$$\sigma(t) = E \dot{\varepsilon} t H(t) = \dot{\sigma} t H(t), \quad (4.4)$$

где $\dot{\sigma}$ — скорость нагрузки материала.

Время разрушения, являющееся функцией скорости деформации, определяем из условия (4.4) как корень уравнения

$$\left(\frac{t_*}{\tau}\right)^{\alpha+1} H\left(\frac{t_*}{\tau}\right) - \left(\frac{t_*}{\tau} - 1\right)^{\alpha+1} H\left(\frac{t_*}{\tau} - 1\right) = (\alpha+1) \left[\frac{\sigma_c}{E\dot{\varepsilon}\tau}\right]^\alpha. \quad (4.5)$$

Решение уравнения (4.5) зависит от соотношения инкубационного времени и времени до разрушения. Следует рассмотреть два случая:

$$0 < t_* < \tau \text{ и } t_* \geq \tau.$$

Допустимо условно разделить воздействия на материал на два вида:

- 1) квазистатические (медленные) — когда длительность нагружения t_* сравнима с инкубационным временем τ или больше него ($t_* \geq \tau$);
- 2) динамические — когда длительность нагружения меньше, чем инкубационное время ($t_* < \tau$).

Локальные напряжения в момент разрушения t_* определяются предельным напряжением $\sigma_* = \sigma(t_*)$. Тогда зависимость предела прочности от скорости деформации определяется из уравнения

$$\left(\frac{\sigma_*}{\sigma_c}\right)^{\alpha+1} H\left(\frac{\sigma_*}{\sigma_c}\right) - \left(\frac{\sigma_*}{\sigma_c} - \frac{E\dot{\varepsilon}\tau}{\sigma_c}\right)^{\alpha+1} H\left(\frac{\sigma_*}{\sigma_c} - \frac{E\dot{\varepsilon}\tau}{\sigma_c}\right) = (\alpha+1) \left[\frac{E\dot{\varepsilon}\tau}{\sigma_c}\right]^\alpha. \quad (4.6)$$

Решение (4.6) для случая $\alpha \neq 1$ оценивается методом итераций при условии сходимости выражения

$$\dot{\varepsilon} \leq \sqrt[\alpha]{(\alpha+1)} (\sigma_c / E\tau).$$

В случае $\alpha = 1$ изменение предела прочности описано в явной форме:

$$\sigma_*(\dot{\varepsilon}) = \begin{cases} \sqrt{2\sigma_c E\dot{\varepsilon}\tau}, & \dot{\varepsilon} > \frac{2\sigma_c}{E\tau}; \\ \sigma_c + \frac{1}{2} E\dot{\varepsilon}\tau, & \dot{\varepsilon} \leq \frac{2\sigma_c}{E\tau}. \end{cases} \quad (4.7)$$

Полученная расчетная схема (4.7) описывает изменение свойств материала при медленных ($t_* \geq \tau$) и быстрых ($t_* < \tau$) воздействиях в рамках одного подхода. В качестве необходимых констант для расчета используются предел прочности и модуль Юнга, определяемые из стандартных статических испытаний. При использовании критерия (4.3) параметр чувствительности большинства материалов к амплитуде силового поля предполагается равным единице ($\alpha = 1$), при этом в физическом смысле инкубационное время, как отмечено выше, представляет собой период релаксации, связанной с развитием микродефектов (или дефектной структуры). Рассчитывают это время по методу наименьших квадратов (4.7) на основе экспериментальных данных (скорости

деформации, предела прочности). По набору параметров (σ_c , E , τ) можно построить нелинейную зависимость предела прочности от скорости деформации при динамических нагрузках помимо линейной зависимости при статических нагрузках.

4.2. Примеры

Применим выражение (4.7) для оценки предела прочности мрамора, гранита и известняка. В работах [Zhang and Zhao, 2013; Yuan, et al., 2013; Frew, et al., 2001] приведены результаты испытаний этих горных пород на сжатие на стержнях Гопкинсона (по методу Кольского) [Field, et al., 2004]:

- для мрамора $\sigma_c = 155,0$ МПа, $E = 50$ ГПа [Zhang and Zhao, 2013],
- для гранита $\sigma_c = 78,2$ МПа, $E = 70$ ГПа [Yuan, et al., 2013],
- для известняка $\sigma_c = 70,0$ МПа, $E = 24$ ГПа [Frew, et al., 2001].

В соответствии с этими экспериментальными данными инкубационное время для мрамора равно 100 мкс, для гранита — 7 мкс, для известняка — 30 мкс.

На рис.4.2 показаны теоретические зависимости прочности горных пород [Zhang and Zhao, 2013; Yuan, et al., 2013; Frew, et al., 2001] для широкого диапазона скоростей деформаций, вычисленные по (4.7). Предельная прочность монотонно возрастает с ростом скорости деформации (начиная с 10 c^{-1}) в большей степени для мрамора [Zhang and Zhao, 2013], а для гранита [Yuan, et al., 2013] и известняка [Frew, et al., 2001] имеет место разброс экспериментальных данных относительно теоретической кривой. На основе единой концепции инкубационного времени для одного из динамических экспериментов сравним инкубационное время со временем разрушения:

Материал	τ , мкс	t_* , мкс
Мрамор [Zhang and Zhao, 2013]	100	92
Гранит [Yuan, et al., 2013]	7	20–40
Известняк [Frew, et al., 2001]	30	15–50

Несмотря на одинаковый порядок сравниваемых значений, из концепции инкубационного времени следует, что испытания на горных породах проведены в области воздействий, близких к динамическим. Это подтверждается тем, что при скорости деформации 10^2 c^{-1} динамическая прочность горных пород в 2,0–2,5 раза больше статической (рис. 4.2). Таким образом, метод оценки инкубационных времен дает хорошую качественную оценку предела прочности в широком диапазоне скоростей деформаций.

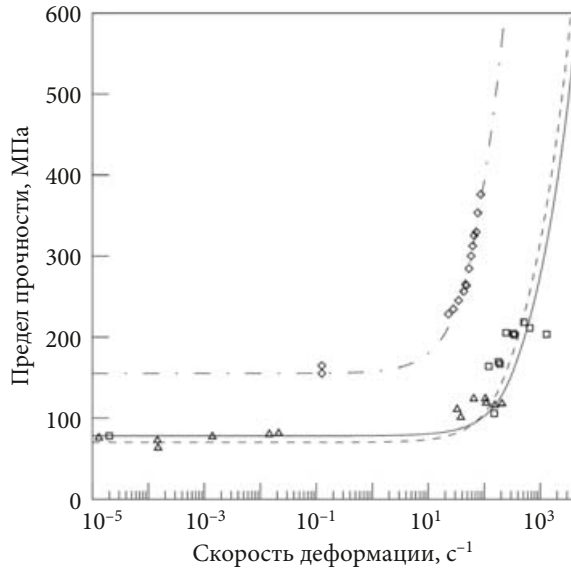


Рис. 4.2. Теоретические зависимости предела прочности (4.7) по критерию разрушения (4.3) и соответствующие экспериментальные данные для различных пород.

Мрамор: ромбы — эксперимент, штрихпунктирная линия — расчет [Zhang and Zhao, 2013];
 гранит: квадраты — эксперимент, сплошная линия — расчет [Yuan, et al., 2013];
 известняк: треугольники — эксперимент, пунктирная линия — расчет [Frew, et al., 2001]

Изменение предельного напряжения горных пород зависит от уровня водонасыщенности. Рассмотрим ряд динамических экспериментов с образцами гранита и туфа:

- на раскалывание — проведены на стержнях Гопкинсона (Ogata et al., 1994) при скоростях деформации $1-10 \text{ с}^{-1}$;
- на откол (Lou, 1994).

Также рассмотрим статические эксперименты с образцами этих же пород (Okubo et al., 1992; Lou, 1994) при скоростях деформации порядка 10^{-3} с^{-1} . Зависимости предельного напряжения водоненасыщенных и водонасыщенных образцов туфа и гранита от скорости деформации показаны на рис. 4.3. Проанализируем изменение прочностей туфа и гранита в широком диапазоне изменения скоростей деформации в зависимости от уровня водонасыщенности. Большая статическая прочность наблюдается для водоненасыщенных образцов туфа и гранита. В диапазоне скоростей деформации $1-10 \text{ с}^{-1}$ предельное напряжение для водоненасыщенных образцов туфа и гранита больше, чем для водонасыщенных образцов. Уменьшение статической прочности с по-

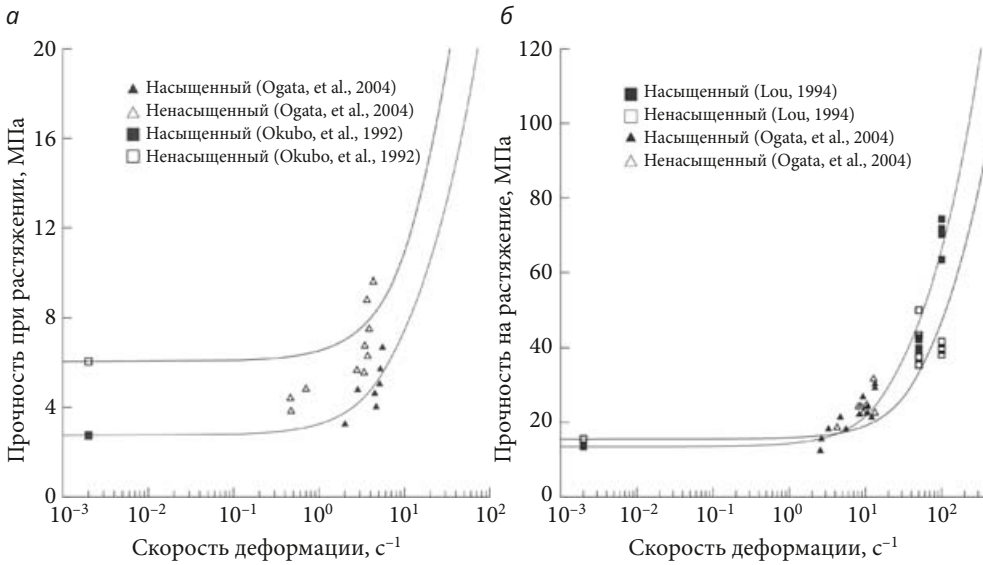


Рис. 4.3. Влияние водонасыщенности на предельное напряжение:

а — туф (Ogata, et al., 2004; Okubo, et al., 1992); б — гранит (Ogata, et al., 2004; Lou, 1994)

вышением водонасыщенности можно объяснить присутствием воды в образце, ускоряющим микрорастрескивание. Это хорошо известный эффект, связанный с действием гидростатического давления в образце, находящемся под статической нагрузкой (10^{-3} с^{-1}). В диапазоне скоростей деформаций $10-10^2 \text{ с}^{-1}$ предельное напряжение водоненасыщенного туфа больше, чем у водонасыщенного. Напротив, для водонасыщенного гранита предельное напряжение в этом же диапазоне скоростей деформаций больше, чем для водоненасыщенного гранита. Противоположное изменение прочности образцов этих пород связано с временными особенностями разрушения помимо гидростатического давления — наличием инкубационного времени, которое характеризуется критерием (4.3). Параметры инкубационного времени водонасыщенного ($\tau = 0,39 \text{ мс}$; $\alpha = 1$) и водоненасыщенного туфа ($\tau = 0,37 \text{ мс}$; $\alpha = 1$) близки. Напротив, для водонасыщенного гранита ($\tau = 21,5 \text{ мкс}$; $\alpha = 1$) эти параметры в 2 раза больше, чем для водоненасыщенного ($\tau = 11,8 \text{ мкс}$; $\alpha = 1$). Напомним, что большее инкубационное время указывает на доминирующее влияние инкубационного процесса в материале, подверженном динамической нагрузке. Таким образом, на скоростях деформации, превышающих 10^2 с^{-1} , смена преобладающего механизма не произошла у туфа, в отличие от гранита. Таким образом, анализ значений инкубационного времени может выявить тот материал, который в фиксируемом диапазоне нагрузок будет иметь высокие значения предельных напряжений.

* * *

В данной главе мы исследовали эффективность применения концепции инкубационного времени [Petrov, 1991; Petrov and Morozov, 1994; Петров, 1996а; Gruzdkov and Petrov, 1999; Каштанов и Петров, 2007; Morozov and Petrov, 2000] применительно к расчетам характеристик хрупкого разрушения горных пород и бетона при кратковременных нагрузках.

Мы предложили алгоритм, позволяющий определять предел прочности в широком диапазоне скоростей деформации как параметр процесса, основываясь на оценке (по результатам динамических испытаний) лишь одной характеристики материала — инкубационного времени, которое не зависит от параметров внешнего воздействия и геометрии образца. Введение инкубационного времени в расчет качественно (и количественно) интерпретирует изменение прочности и при статической, и при динамической кратковременной нагрузке.

Мы получили единую зависимость средней прочности от скорости деформации при статических и динамических нагрузках на основе обсуждаемых в литературе данных различных экспериментов с бетоном и горными породами на стержнях Гопкинсона и результатов бразильского теста на откол при одноосном напряженном состоянии.

Глава 5

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ ПРОЧНОСТИ ПРИ ХРУПКОМ РАЗРУШЕНИИ ПОД ВЛИЯНИЕМ ГЕТЕРОГЕННОСТИ СТРУКТУРЫ

Инкубационное время — независимый от геометрии образца и способа его нагрузки параметр — важнейшая характеристика для оценки прочности конструкционных материалов при высокоскоростном воздействии. Как отмечено выше, качественно оно связано с релаксационными процессами роста микродефектов в структуре материала. Другими словами, увеличение инкубационного времени при изменении внутренней структуры материала (выбор мелкозернистой структуры, армирование волокном) приводит к росту периода подготовки материала к разрушению. С точки зрения концепции прочности это означает, что материал стал более прочным относительно изначальной структуры.

5.1. Эффект инверсии прочности как следствие скоростной чувствительности материала

Выбирая материал для строительства, обычно руководствуются значениями его механических параметров, полученных из квазистатических испытаний. Например, прочность различных конструктивных элементов зданий и конструкций определяют на основе принципа предельного напряжения. Обычно исследуют способность сложных конструкций выдерживать определенные нагрузки в точках, где достигаются критические напряжения. В ГОСТах регламентированы методы расчета прочности материала при квазистатическом растяжении, сжатии, изгибе и других видах нагружения. Однако при динамических нагрузках прочность изменяется в зависимости от параметров нагружения — длительности и амплитуды приложенного импульса, в отличие от ее постоянного значения при квазистатических испытаниях. Поэтому, как показывает практика, изложенный в ГОСТах метод на основе введения коэффициентов запаса прочности при квазистатическом воздействии не всегда позволяет верно оценить изменение свойств материала в целом.

Отметим, что различное изменение статической и динамической прочностей позволяет выявить эффект инверсии прочности двух материалов — изменение доминирующей роли вида прочности при смене вида нагрузки (статики на динамику и наоборот): материал, имевший более низкую прочность в сравнении с другим материалом при квазистатических испытаниях, может иметь бóльшую прочность при динамическом нагружении, а материал, обладающий меньшей динамической прочностью, может иметь бóльшую статическую прочность в сравнении с другим материалом.

Рассмотрим ряд примеров, когда прочностные характеристики материалов, постоянные при квазистатических испытаниях, могут значительно изменяться при динамических воздействиях, возникающих в ходе эксплуатации.

5.1.1. Бетон и строительный раствор

Применим концепцию инкубационного времени к анализу экспериментальных данных [Grote, et al., 2001] о пределе прочности в условиях статических и динамических нагрузок для двух материалов:

- 1) строительного раствора,
- 2) агрегатного бетона с размером агрегатов 9,5 мм.

В работе [Grote, et al., 2001] приведены результаты трех видов экспериментов на сжатие:

- 1) квазистатических (с образцами двух материалов — агрегатного бетона и строительного раствора),
- 2) на стержнях Гопкинсона (с образцами строительного раствора при скорости деформации 10^2 – 10^4 с⁻¹),
- 3) на легкогазовых пушках (когда образцы агрегатного бетона и строительного раствора ударялись о твердое основание, скорость деформации в этом случае была 10^5 с⁻¹).

Инкубационное время, рассчитанное по критерию разрушения (4.3) на основе результатов опытов с образцами строительного раствора на стержнях Гопкинсона, было равно 6,5 мкс. Образцы агрегатного бетона имеют такое же инкубационное время, так как изготовлены из такого же строительного раствора. Зависимость средней прочности на сжатие от скорости деформации по общим прочностным свойствам двух материалов (табл. 5.1) приведена на рис. 5.1.

Предел прочности увеличивается со скоростью деформации. При скорости деформации 1700 с⁻¹ динамическая прочность образцов строительного раствора в 4 раза превышает статическую. Стремительный рост динамической прочности материала наблюдается при скорости деформации порядка 10^2 – 10^3 с⁻¹.

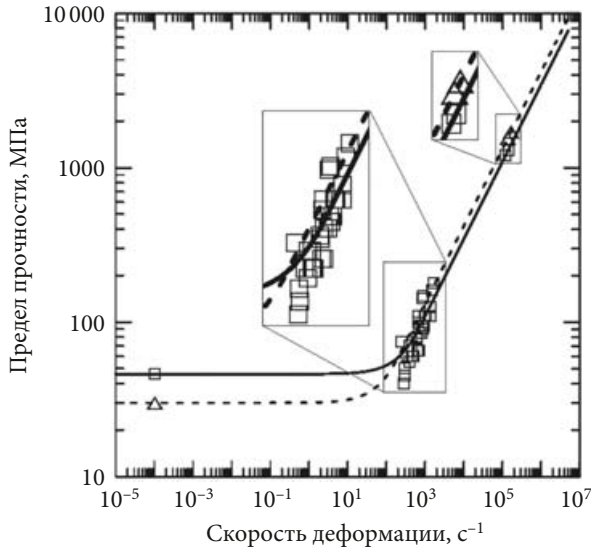


Рис. 5.1. Экспериментальные и расчетные данные изменения прочности образцов агрегатного бетона и строительного раствора, полученные по критерию (4.3) при $\alpha = 1$ в диапазоне скоростей деформации 10^{-5} – 10^7 с $^{-1}$ [Grote, 2001].

Эксперимент: треугольники — агрегатный бетон, квадраты — строительный раствор; расчет: сплошная линия — агрегатный бетон, пунктир — строительный раствор

Таблица 5.1. Сравнение свойств агрегатного бетона и строительного раствора по экспериментальным данным [Grote, et al., 2001] при статических и динамических воздействиях

Материал	Агрегатный бетон	Строительный раствор
Плотность, кг/м ³	2600	2100
Коэффициент Пуассона	0,29	0,20
Модуль Юнга, ГПа	45	20
Статическая прочность, МПа	30	46
Динамическая прочность, ГПа (при скорости удара, м/с)	1,55 (290) 1,70 (330)	1,20 (290) 1,30 (330)
Инкубационное время, мкс	6,5	6,5

Результаты табл. 5.1 показывают, что агрегатный бетон имеет меньшую статическую прочность и больший модуль упругости, чем строительный раствор. Из данных рис. 5.1 и табл. 5.1 видно, что в экспериментах с использо-

ванием легкогазовых пушек предел прочности агрегатного бетона оказался больше на 30 %, чем у строительного раствора. Таким образом, имеет место инверсия прочности: материал, имевший низкий предел прочности при квазистатических экспериментах, имел при динамических воздействиях более высокую прочность, чем материал с более высокой прочностью при статических воздействиях. Наблюдаемый факт подтверждает наше предположение о том, что если у одного материала статическая прочность больше, чем у другого, то динамическая прочность, наоборот, будет больше у материала с меньшей статической прочностью.

Предполагаем, что эффект инверсии прочности напрямую зависит от изменения двух параметров материала — модуля Юнга и инкубационного времени, связанного с релаксационными процессами, предшествующими развитию микроструктурных дефектов в материале. Напомним, что критерий (4.3) учитывает изменение локальных напряжений по линейному закону: скорость роста напряжений определяется модулем Юнга. И если сравнивать два материала с одинаковыми значениями инкубационного времени, то большее напряжение в течение инкубационного периода накопится в материале, обладающем наибольшим модулем Юнга.

Таким образом, при малых ударных скоростях (длительность нагружения сравнима с инкубационным временем или больше него) роль модуля Юнга мала в определении предела прочности и различие свойств двух материалов основано на различии значений их статической прочности. При больших ударных скоростях (инкубационное время больше длительности нагружения) влияние модуля Юнга в определении предела прочности материала становится доминирующим.

На практике инверсия прочности для двух материалов наблюдается, например, при эксплуатации дорожных покрытий, проявляясь в виде одного из дефектов прочности покрытия — так называемой колейности. Крупнозернистые асфальтовые покрытия предназначены для эксплуатации тяжелого (пассажирского, грузового) транспорта, перемещающегося на большой скорости (динамические нагрузки). Мелкозернистые покрытия рассчитаны на движение такого транспорта на небольшой скорости (статические нагрузки). Согласно эффекту инверсии прочности колейность связана с движением тяжелого транспорта на большой скорости на автомагистралях, рассчитанных только для статических воздействий. На основе критерия (4.3) можно повысить работоспособность и срок службы автодорог, если выбирать материал покрытия с таким критическим модулем Юнга для различных объемных долей заполнителя, при котором оно получит необходимую статическую прочность и достигнет допустимого по условиям эксплуатации среднего максимального напряжения. Решение проблемы колейности на основе концепции инкубационного времени позволит увеличить срок службы уже имеющихся автомагистралей и уменьшить затраты на строительство новых.

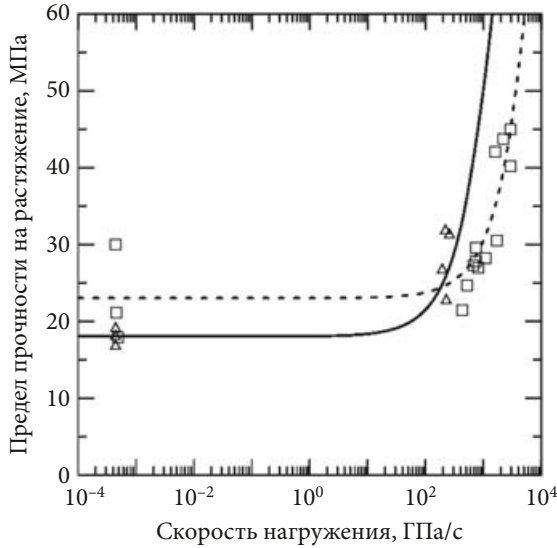


Рис. 5.2. Экспериментальные и расчетные зависимости предела прочности на растяжение от скорости нагружения по критерию (4.3) для габбро-диабазы при $\alpha = 1$, $\tau = 70$ мкс, $\sigma_c = 18$ МПа [Брагов и др., 2003] и для фибробетона при $\tau = 15$ мкс, $\sigma_c = 23$ МПа [Bragov, et al., 2012].

Эксперимент: треугольники — габбро-диабаз, квадраты — фибробетон; расчет: сплошная линия — габбро-диабаз, пунктир — фибробетон

5.1.2. Фибробетон и габбро-диабаз

Изменение доминирующей прочности между двумя материалами при переходе от статики к динамике также можно наблюдать между габбро-диабазом [Брагов и др., 2003] и фибробетоном [Bragov, et al., 2012]. При помощи модифицированного бразильского теста на растяжение [Rodriguez, et al., 1994] были получены результаты по динамической прочности материалов.

Применяя критерий (4.3) к экспериментальным данным [Bragov, 2012; Брагов и др., 2003], можно рассчитать инкубационное время для фибробетона ($\tau = 15$ мкс при $\sigma_c = 23$ МПа) и габбро-диабазы ($\tau = 70$ мкс при $\sigma_c = 18$ МПа). Теоретические скоростные зависимости прочности фибробетона и габбро-диабазы, построенные на основе критерия (4.3), показаны на рис. 5.2. Сравним предельные напряжения образцов габбро-диабазы и фибробетона при скоростях деформации 10^{-4} – 10^{-3} и 10^2 – 10^4 с $^{-1}$. При скорости деформации 10^{-4} – 10^{-3} с $^{-1}$ статическая прочность фибробетона выше, чем габбро-диабазы. Противоположная картина (предельное напряжение габбро-диабазы выше, чем у фибробетона) наблюдается при скоростях деформации 10^2 – 10^4 с $^{-1}$. Отметим,

что изменение статических прочностей габбро-диабазы и фибробетона может не совпадать при высоких скоростях деформации. Напомним, что с точки зрения критерия (4.3) материал, у которого инкубационное время больше, имеет большее предельное напряжение и, соответственно, более высокую сопротивляемость микрорастрескиванию. В данном случае эти требования критерия (4.3) выполнены, так как инкубационное время для габбро-диабазы ($\tau = 70$ мкс) в несколько раз больше, чем для фибробетона ($\tau = 15$ мкс).

Таким образом, определяя инкубационное время материала, мы спрогнозировали эффект превышения прочности фибробетона над прочностью габбро-диабазы при переходе от квазистатических скоростей деформации (10^{-4} – 10^{-3} с $^{-1}$) к динамическим скоростям (10^2 – 10^4 с $^{-1}$). Сравнение этих двух материалов показывает, что на практике лучше использовать фибробетон, когда скорость деформации не превышает значения примерно 200 с $^{-1}$, а габбро-диабаз предпочтительнее, когда она больше этого показателя.

5.1.3. Мрамор «Коелга» и мрамор «Первоуральский»

На примере экспериментов [Bragov, 2015b; Evstifeev, 2016] с двумя видами мрамора («Коелга» и «Первоуральский») покажем важность определения характеристик инкубационного времени, позволяющих анализировать проявление более высоких прочностных свойств этих материалов в широком диапазоне скоростей нагружения. Как и в разделах 5.1.1 и 5.1.2, рассмотрим эффект инверсии прочности только для горных пород с одинаковым модулем Юнга $E = 56$ ГПа и близкими статическими прочностями на растяжение: $\sigma_c = 5,5$ МПа для мрамора «Коелга» и $\sigma_c = 4,5$ МПа для мрамора «Первоуральский».

Расчеты по критерию (4.3) выявили, что инкубационное время для мрамора «Первоуральский» ($\tau = 1,7$ мкс) выше, чем для мрамора «Коелга» ($\tau = 1,0$ мкс). На построенных теоретических зависимостях на рис. 5.5 по критерию (4.3) можно обнаружить, что мрамор «Первоуральский» на скоростях деформации больше ~ 500 с $^{-1}$ превосходит по своим прочностным свойствам мрамор «Коелга». Противоположное изменение прочностей у двух образцов мрамора наблюдается на скоростях деформации меньше ~ 500 с $^{-1}$. Более высокое значение инкубационного времени у мрамора «Первоуральский», чем у мрамора «Коелга», указывает на больший подготовительный период к разрушению и повышенную способность материала к разрушению при динамических нагрузках. Данный пример еще раз показывает, что при динамических нагрузках доминирующую роль играет скоростная чувствительность материала, а не его статическая прочность.

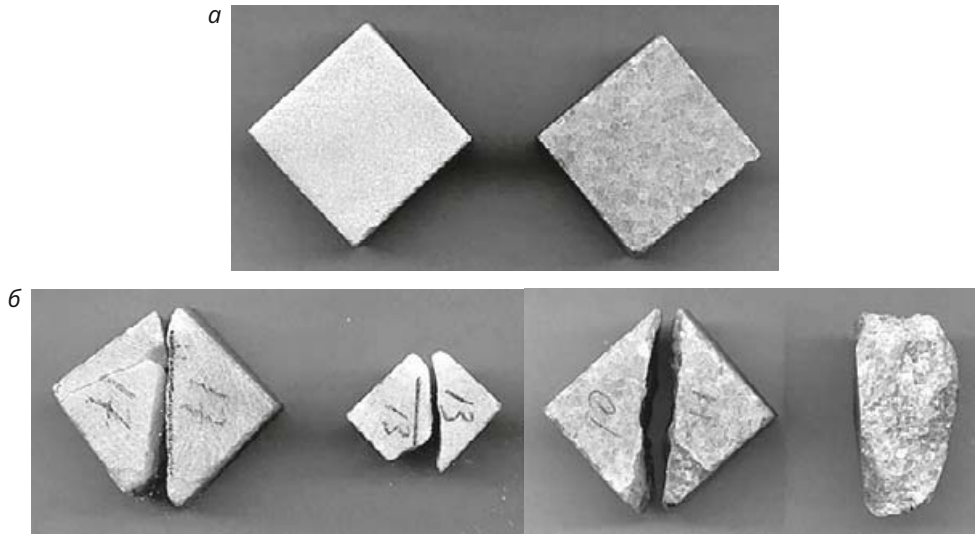


Рис. 5.3. Образцы мрамора «Коелга» (слева) и «Первоуральский» (справа) в исходном состоянии (*a*) и после испытаний на раскалывание (*b*) [Bragov, et al., 2015b; Evstifeev, 2016]. Для мрамора «Первоуральский» показано сечение расколотого образца

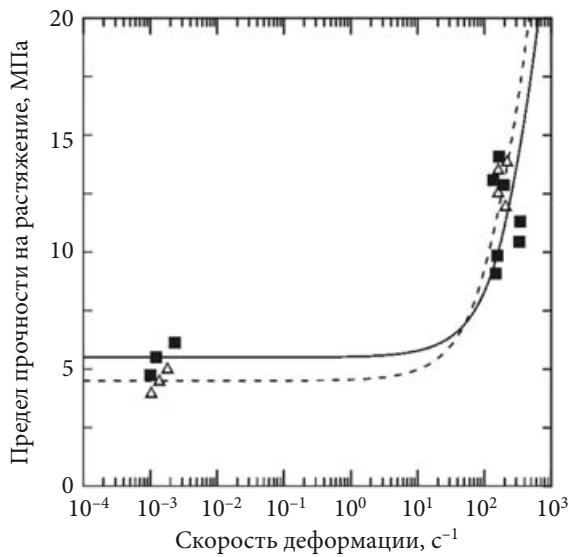


Рис. 5.4. Скоростные зависимости для мрамора сортов «Коелга» (сплошная линия, квадраты) и «Первоуральский» (пунктир, треугольники) по экспериментальным данным [Bragov, et al., 2015b; Evstifeev, 2016]

5.2. Доминирующее значение водонасыщенности и влияние воды в целом на динамическую прочность бетона при раскалывании

В этом разделе на основе критерия (4.3) мы построим зависимости прочности бетона на растяжение при раскалывании от скорости деформации при изменении водонасыщенности бетона и содержания воды в бетонной смеси, оценим инкубационное время материала (τ) и параметр амплитудной чувствительности материала (α) по критерию (4.3), а также обсудим их изменение при изменении содержания воды в бетонной смеси.

Важный момент в расчете динамической прочности бетона — учет среды, в которой будет работать материал. Различные виды его обработки (такие как просушивание, погружение в воду, поддержание определенной влажности окружающей среды) позволяют получить бетон с различной водонасыщенностью (S_r) — от сухого ($S_r = 0\%$) до полностью водонасыщенного ($S_r = 100\%$).

Объемная доля воды в образцах бетона может быть причиной изменения их прочности. В работах [Forquin, 2010; Erzar, 2011] подчеркнута сложность изучения вопроса с неоднородным бетоном: опыты с откольным разрушением показали, что для случаев статики и динамики прочность бетона, подверженного сушке, изменяется иначе, чем прочность бетона, полностью насыщенного водой.

5.2.1. Влияние водонасыщенности на прочность бетона при статических и динамических нагрузках

Рассмотрим описанные в литературе статические и динамические эксперименты с образцами бетона с различной степенью водонасыщенности, в которых соотношение воды и цемента при затворении бетонной смеси было равно 0,46 [Reinhardt, et al., 1990], 0,50 [Rossi, et al., 1994] и 0,51 [Cadoni, et al., 2001].

В работах [Reinhardt, et al., 1990; Rossi, et al., 1994] приведены оценки динамической прочности образцов водонасыщенного бетона ($S_r = 100\%$) и бетона ($S_r = 0\%$), высушенного при 105°C , полученные в ходе испытаний на разрезном стержне Гопкинсона при раскалывании, а также подробно описана структура испытанного бетона. В табл. 5.3 и 5.4 приведены показатели механических свойств бетонов, необходимые для расчетов по критерию (4.3), и инкубационное время для каждого вида бетона. Рассчитанная амплитудная чувствительность образцов бетона (зависимость изменения их прочности от скоростей нагружения и деформации) хорошо соответствовала экспериментальным данным при $\alpha = 1$ [Reinhardt, et al., 1990] и при $\alpha = 15$ [Rossi, et al., 1994] (рис. 5.5 и 5.6).

Таблица 5.3. Механические свойства бетонов с постоянным соотношением воды и цемента в бетонной смеси, равном 0,46, и их оценки по критерию (4.3) при $\alpha = 1$ [Reinhardt, et al., 1990]

Параметр	Водонасыщенность бетона, %	
	0	100
Статическая прочность при раскалывании, МПа	0,84	1,3
Модуль Юнга, ГПа	20,7	24,6
Инкубационное время, мс	0,19	0,65

Таблица 5.4. Механические свойства бетонов с постоянным содержанием воды в смеси затворения и их оценки по критерию (4.3) при $\alpha \neq 1$ [Rossi, et al., 1994]

Параметр	Водонасыщенность бетона, %	
	3,2	409
Статическая прочность при раскалывании, МПа	3,2	3,6
Инкубационное время, мс	1,5	409
Параметр амплитудной чувствительности материала	15	15

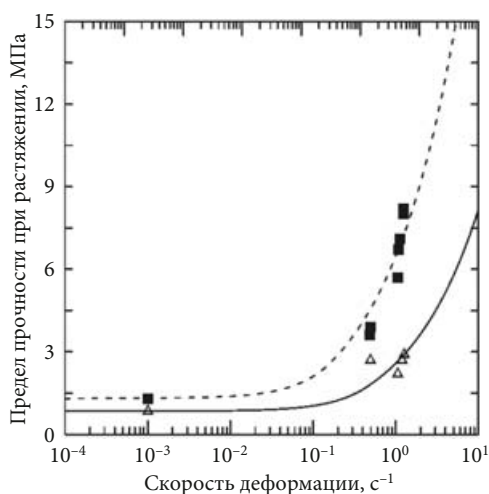


Рис. 5.5. Зависимости прочности при раскалывании для высушенного бетона (сплошная линия) и водонасыщенного бетона (пунктир), вычисленные по критерию (4.3) при $\alpha = 1$, в сравнении с экспериментальными данными [Reinhardt, et al., 1990]

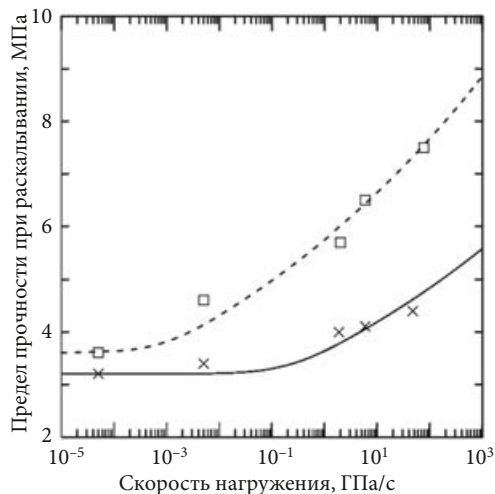


Рис. 5.6. Рассчитанная по критерию (4.3) при $\alpha \neq 1$ зависимость прочности образца при раскалывании для водонасыщенного ($S_r = 100\%$, пунктир — расчет, квадраты — эксперимент) и водоненасыщенного бетона ($S_r = 0\%$, сплошная линия — расчет, кресты эксперимент) от скорости нагружения и экспериментальные данные [Rossi, et al., 1994]

Значения статической прочности при раскалывании у водонасыщенного и высушенного бетона различаются не очень значительно: на 35 [Reinhardt, et al., 1990] и на 11 % [Rossi, et al., 1994] (см. табл. 5.3 и 5.4). Но при этом средняя прочность высушенного бетона в 2,5 раза меньше (при скорости деформации 1 с^{-1} , см. рис. 5.5) и в 1,6 раза меньше (при скорости нагружения 10 ГПа/с, см. рис. 5.6) по сравнению со средней прочностью водонасыщенного бетона.

Эффект существенного увеличения прочности при раскалывании при динамических нагрузках в сравнении со статическими воздействиями можно объяснить действием гидростатического давления в водонасыщенных образцах бетона ($S_r = 100\%$) и ростом влияния этого давления при более высоких скоростях нагружения, что приводит, согласно критерию (4.3), к замедлению инкубационного процесса при микрорастрескивании. Таким образом, большее инкубационное время в образцах с высокой водонасыщенностью способствует увеличению динамической прочности относительно статической. Это подтверждается увеличением инкубационного времени для водонасыщенных образцов бетона [Rossi, et al., 1994] в 3,4 раза (от 0,19 мс для высушенного бетона до 0,65 мс для водонасыщенного) и водонасыщенных образцов бетона [Reinhardt, et al., 1990] в 273 раза (от 1,5 мс для высушенного бетона до 409,0 мс для водонасыщенного).

Отметим, что материал имеет не только скоростную, но и амплитудную чувствительность α (по [Reinhardt, et al., 1990], $\alpha = 1$; по [Rossi, et al., 1994], $\alpha = 15$). Этот параметр для бетонов, описанных в работах [Reinhardt, et al., 1990; Rossi, et al., 1994], под влиянием водонасыщенности не изменялся (табл. 5.3 и 5.4).

Рассмотрим изменение прочности бетона при изменении режима эксплуатации (переходе от статических нагрузок к динамическим) и под влиянием роста водонасыщенности на примере экспериментальных данных [Cadoni, et al., 2001]. Из бетона, затворенного с соотношением воды к цементу, равном 0,51, были приготовлены образцы при температуре 20°C и влажности 95 %. Их помещали в различные условия окружающей среды, в результате чего получились образцы трех типов:

- 1) высушенный бетон (высушивание при 50°C),
- 2) водонасыщенный бетон (высушивание при 50°C и погружение в воду),
- 3) бетон с водонасыщенностью 50 % (поддержание определенной влажности в окружающей среде).

Результаты экспериментов и расчетов, выполненных для трех типов образцов в широком диапазоне скоростей деформации, показаны в табл. 5.5 и на рис. 5.7.

Лучшее соответствие между экспериментальными и расчетными данными было достигнуто при значениях инкубационного времени и амплитудной чувствительности, приведенных в табл. 5.5. При этом инкубационное время с ро-

Таблица 5.5. Механические свойства бетонов, затворенных при соотношении воды и цемента в бетонной смеси, равном 0,51, и их оценки по критерию (4.3) при $\alpha \neq 1$ [Cadoni, et al., 2001] при разной водонасыщенности бетона

Параметр	Водонасыщенность, %		
	0	50	100
Статическая прочность при раскалывании, МПа	3,3	3,53	3
Модуль Юнга, ГПа	43,1		
Инкубационное время, мс	0,054	2,5	3,5
Амплитудная чувствительность материала	8,2	13	6,3

стом водонасыщенности также возрастает, как показано в табл. 5.5. Амплитудная чувствительность образцов бетона при $S_r = 100\%$ в 2 раза меньше, чем при $S_r = 50\%$.

Несмотря на то что у образцов бетона с водонасыщенностью $S_r = 0$ и 50% статическая прочность на раскалывание больше, чем у образцов с $S_r = 100\%$, их

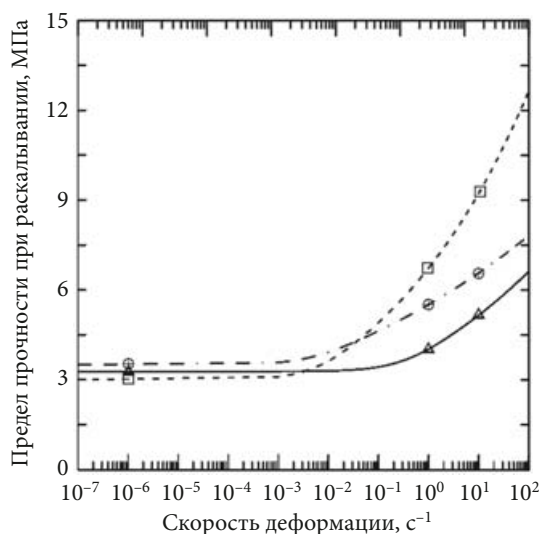


Рис. 5.7. Рассчитанные по критерию (4.3) при $\alpha \neq 1$ и экспериментальные зависимости предела прочности при раскалывании от скорости деформации для бетона с различной водонасыщенностью S_r [Cadoni, et al., 2001]:

$S_r = 0\%$: сплошная линия — расчет, треугольники — эксперимент;
 $S_r = 50\%$: штрихпунктирная линия — расчет, круги — эксперимент;
 $S_r = 100\%$: пунктирная линия — расчет, квадраты — эксперимент

динамическая прочность на раскалывание существенно ниже, чем у водонасыщенного бетона. В общем случае, как уже отмечено выше, это можно объяснить действием гидростатического давления в образце при высоких скоростях нагружения, которое приводит к «сжатию» микродефектов и микротрещин в структуре материала и увеличению инкубационного времени, связанного с замедлением релаксационных процессов. При $S_r = 100\%$ структура бетона содержит наибольшее количество жидкости, поэтому данный эффект наиболее выражен. И, согласно критерию (4.3), полностью насыщенный водой бетон характеризуется большим инкубационным временем.

Отметим, что инкубационное время полностью высушенного бетона ($S_r = 0\%$) в 46 раз меньше, чем у бетона при $S_r = 50\%$; хотя при $S_r = 50$ и 100% значения этого показателя различаются всего в 1,5 раза. Чем больше инкубационное время, тем выше прочность бетона при высокоскоростном нагружении. Поэтому образец с минимальным инкубационным временем (54 мкс) среди трех видов бетона имеет наименьшую динамическую прочность на скоростях деформации свыше $0,01 \text{ с}^{-1}$. Таким образом, инкубационное время позволяет учесть не только влияние водонасыщенности бетона на его прочность, но и связанный с ним эффект инверсии прочности, при котором на высоких скоростях деформации большую прочность имеет бетон с наиболее насыщенной водой структурой.

5.2.2. Влияние соотношения воды и цемента в смеси при затворении бетона на его прочность

Содержание общего количества воды в образце бетона можно изменить не только за счет водонасыщенности бетона, но и варьируя содержание воды в бетонной смеси при затворении. При его возрастании пористость бетона будет увеличиваться за счет избыточного количества воды, в результате чего будут снижаться прочностные свойства бетона. В работе [Rossi, et al., 1994] помимо показанных экспериментальных данных на рис. 5.8 было проведено исследование по прочности насыщенных образцов бетона ($S_r = 100\%$) с соотношением воды к цементу в бетонной смеси, равным 0,3, 0,5 и 0,7. В табл. 5.6 приведены механические свойства образцов бетона, а также оценки их инкубационного времени и амплитудной чувствительности в зависимости от содержания воды в бетонной смеси при затворении [Rossi, et al., 1994].

На основе критерия (4.3) по данным табл. 5.6 нами были получены зависимости прочности образцов бетона от скорости их нагружения. Их анализ показал, что и при статической, и при динамической нагрузке прочность водонасыщенного бетона и его амплитудная чувствительность снижаются при росте содержания воды в затворенной смеси. Снижение прочности можно объяснить тем, что возникшие в структуре бетона новые поры вкуче с уменьшением массы цемента в смеси относительно массы воды способствуют уменьшению

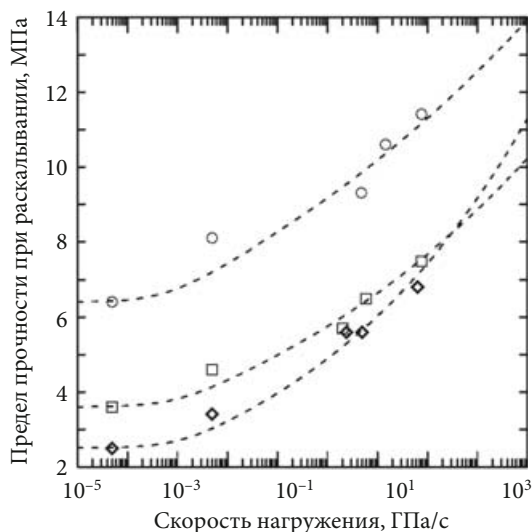


Рис. 5.8. Построенные по критерию (4.3) зависимости прочности при раскалывании от скорости нагружения для водонасыщенных образцов бетона при различном соотношении воды и цемента в затворенной бетонной смеси [Rossi, et al., 1994]

Круги, квадраты и ромбы — соответственно соотношение воды и цемента, равное 0,3; 0,5 и 0,7

Таблица 5.6. Механические свойства полностью водонасыщенных бетонов, затворенных при соотношении воды и цемента в бетонной смеси, равном 0,3, 0,5, 0,7, и их оценки по критерию разрушения (4.3) при $\alpha \neq 1$ [Rossi, et al., 1994]

Показатель	Соотношение воды и цемента при затворении бетонной смеси		
	0,3	0,5	0,7
Предел прочности при раскалывании, МПа	6,4	3,6	2,5
Инкубационное время, с	0,79	0,41	0,365
Параметр амплитудной чувствительности материала	21	15	10

и статической, и динамической прочности бетона. Согласно полученным результатам, более пористый материал обладает большей амплитудной чувствительностью. А согласно теоретической зависимости (рис. 5.9), зоне более высоких скоростей деформации соответствует бетон с меньшей пористостью, имеющий более высокую прочность.

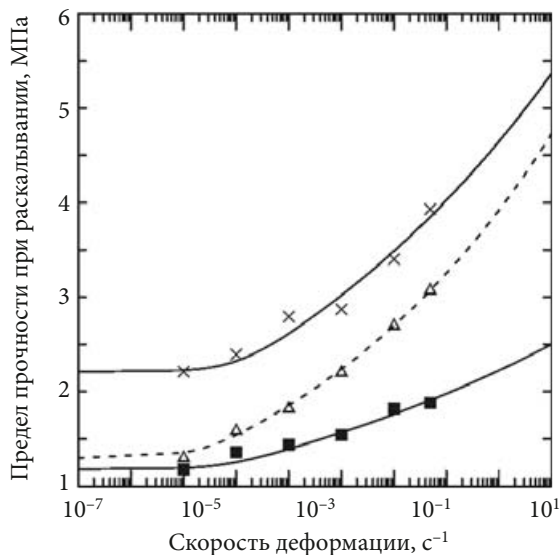


Рис. 5.9. Зависимость предела прочности при раскалывании от скорости деформации бетона [Yan and Lin, 2006] типов А (кресты), В (квадраты) и полностью водонасыщенного бетона типов С (треугольники), вычисленная по критерию (4.3)

В водонасыщенном бетоне вместе с увеличением пористости структуры возникает гидростатическое давление, которое, как отмечено ранее, способствует повышению прочности бетона. Поэтому при повышении скорости деформации доминирующую роль в разрушении бетона играет содержание воды в смеси затворения, а не водонасыщенность бетона.

Интересно рассмотреть с точки зрения критерия (4.3) эксперименты с бетонами, изготовленными при различных соотношениях воды и цемента в смеси затворения. В работе [Yan and Lin, 2006] описаны опыты на раскалывание кубических образцов бетона в диапазоне скоростей деформации 10^{-5} – $1,0 c^{-1}$. Механические свойства каждого, а также значения инкубационного времени и параметра амплитудной чувствительности материала по критерию (4.3) приведены в табл. 5.7. Теоретические зависимости их прочности от скорости деформации приведены на рис. 5.9.

Полученные в экспериментах оценки показывают [Yan and Lin, 2006], что при одинаковом содержании воды в бетонной смеси в ходе затворения бетонов типа А и С инкубационное время у водонасыщенного бетона типа С больше, чем у неводонасыщенного бетона типа А. Причины влияния водонасыщенности уже обсуждались выше. Сравнение бетонов типа А и В показывает, что амплитудная чувствительность больше у материала, имеющего более пористую структуру. Согласно расчетным зависимостям, при скорости де-

Таблица 5.7. Характеристики образцов бетонов согласно [Yan and Lin, 2006] и полученные оценки инкубационного времени и параметра амплитудной чувствительности по критерию (4.3)

Параметр	Тип бетона		
	А	В	С (н)
Соотношение воды к цементу в образце	0,69	1,02	0,69
Содержание воды в образце по массе, %	0,3	0,3	4,8
Предел прочности на растяжение, МПа	2,21	1,18	1,3
Модуль Юнга, ГПа	28,6	20,3	18,9
Инкубационное время по критерию (4.3), с	0,015	0,079	0,441
Амплитудная чувствительность материала по критерию (4.3)	11,4	18,7	11,3

формации более 10 с^{-1} прочность у образцов водонасыщенного бетона типа С выше, чем у образцов бетона типа А и В.

Таким образом, в случае когда при высокоскоростном деформировании на прочность бетона совместно влияют пористость и водонасыщенность, ключевая роль переходит от пористости к водонасыщенности.

5.3. Прочность армированного бетона под действием динамических нагрузок

Армированный бетон широко применяется на практике (в частности, при проектировании дорожных покрытий [Abtahi, et al., 2010]), и основные исследования по улучшению способов его армирования начались еще в 1960-х годах [Roumaldi and Batson, 1963]. Разработка новых материалов, обладающих высокими прочностными свойствами, при модификации арматуры (выбор материала волокна, геометрия армирующей структуры, выбор расстояния между волокнами) является обширной задачей для изучения (в большинстве случаев при исследовании влияния статических нагрузок на армированный материал). В данной монографии мы покажем, что прочность армированного бетона при ударно-волновых нагрузках можно также анализировать на основе критерия (4.3).

Прочностные характеристики армированного бетона под действием динамических нагрузок исследуются в работах [Hao and Hao, 2013a; Yet, et al., 2012; Wang, et al., 2008; Kruszka, et al., 2015] на стержнях Гопкинсона (метод Кольского) [Field, et al., 2004]. Рассматривая экспериментальные данные [Hao and Hao, 2013a; Yet, et al., 2012] для каждой процентной доли армирования стальным волокном, вычислим инкубационные времена по зависимости (4.7).

Таблица 5.8. Свойства армированного бетона [Hao and Hao, 2013a; Yet, et al., 2012]

Характеристика	Бетон [Hao and Hao, 2013a]				Бетон [Yet, et al., 2012]			
Параметры волокна, мм: длина диаметр	30–40 0,5				35 0,55			
Объемная доля волокна, %	0	0,5	1	1,5	0	0,5	1	1,5
Статическая прочность, МПа	35,5	40,6	43,3	44,2	51,0	66,0	70,0	74,4
Инкубационное время, мкс	17,8	21,4	32,0	40,0	8,2	11,3	14,6	13,5

В табл. 5.8 показаны результаты вычислений инкубационного времени для каждого типа образцов в зависимости от процента армирования стальным волокном по экспериментальным данным [Hao and Hao, 2013a; Yet, et al., 2012]. Полученные теоретические зависимости предела прочности от скорости деформации для армированного бетона [Hao and Hao, 2013a] и [Yet, et al., 2012], построенные на основе функции (4.7), приведены на рис. 5.10, а, и рис. 5.11, б, соответственно.

Теоретические кривые на рис. 5.10 хорошо согласуются с экспериментальными данными. Рост статической прочности (порядка 5 и 20 МПа соответственно на рис. 5.10, а и б) в зависимости от доли арматуры незначителен по сравнению с изменением предела прочности под динамическими воздействиями (при скорости деформации 100 с^{-1} — порядка 20 и 50 МПа соответственно на рис. 5.10, а и б). Согласно табл. 5.8, инкубационное время монотонно увеличивается по мере добавления армирующих структур. Как мы уже отмечали, этот не зависящий от геометрии и способа нагрузки образца параметр — важнейшая для оценки прочности характеристика конструкционных материалов при высокоскоростном воздействии. Изменение этого параметра качественно связано с релаксационными процессами, проявляющимися как рост числа и размеров микродефектов в структуре материала [Морозов и Петров, 1997]. Другими словами, увеличение инкубационного времени при добавлении армирующих структур в образцы бетона приводит к росту периода подготовки материала к разрушению. С точки зрения изменения прочности это означает, что материал становится более прочным, чем при изначальной структуре. Таким образом, увеличение предела прочности при высокоскоростном воздействии будет наблюдаться для бетона с большим инкубационным временем.

Рассмотрим результаты расчетов инкубационного времени для армированного бетона, (рис. 5.11, а), проведенных на основе экспериментальных данных при ударно-волновых воздействиях со стальным волокном [Wang, et al., 2008], базальтоволокном [Kruszka, et al., 2015], стекловолокном [Kruszka, et al., 2015] и данных статических экспериментов со стальным волокном [Song

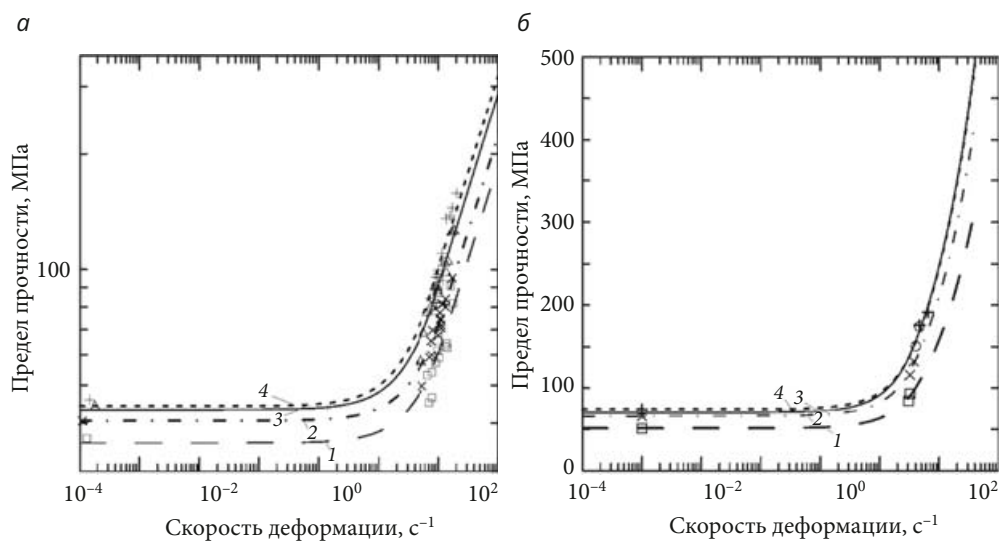


Рис. 5.10. Теоретические зависимости (5) предела прочности армированного бетона с различной объемной долей волокон (1 — 0 %, 2 — 0,5 %, 3 — 1,0 %, 4 — 1,5 %) от скорости деформации:

a — по данным [Hao and Nao, 2013a]; *b* — по данным [Yet, et al., 2012]

and Hwang, 2004]. Сравнение изменения статической прочности и инкубационного времени в зависимости от объемной доли волокна в бетоне показано на рис. 5.11, б. Инкубационное время уменьшается для бетона при увеличении объемной доли волокна от 1,0 до 1,5% по данным [Song and Hwang, 2004] и от 0 до 6,0% по данным [Wang, et al., 2008], т.е. внутренняя структура бетона становится менее устойчивой к разрушению, в то время как его статическая прочность растет. Несоответствие между тенденциями роста статической прочности и инкубационного времени связано с тем, что при увеличении доли арматуры хрупкий характер разрушения бетона может смениться вязким, т.е. требуется уточнение условий хрупко-вязкого перехода.

На примере спирального стального армирования бетона покажем, что два ключевых параметра фибробетона (инкубационное время и статическая прочность) возрастают с повышением гетерогенности его структуры. По данным экспериментов, при достижении определенной доли армирования фибробетона стальными волокнами его прочность (и статическая, и динамическая) начинает уменьшаться. Эффект оптимального армирования, позволяющего повысить прочность бетона, можно прогнозировать по изменению инкубационного времени при помощи структурно-временного подхода.

Анализируя различные экспериментальные данные, мы выяснили, что изменение инкубационного времени в зависимости от доли арматуры в структуре фибробетона не связано с изменением его статической прочности. Фак-

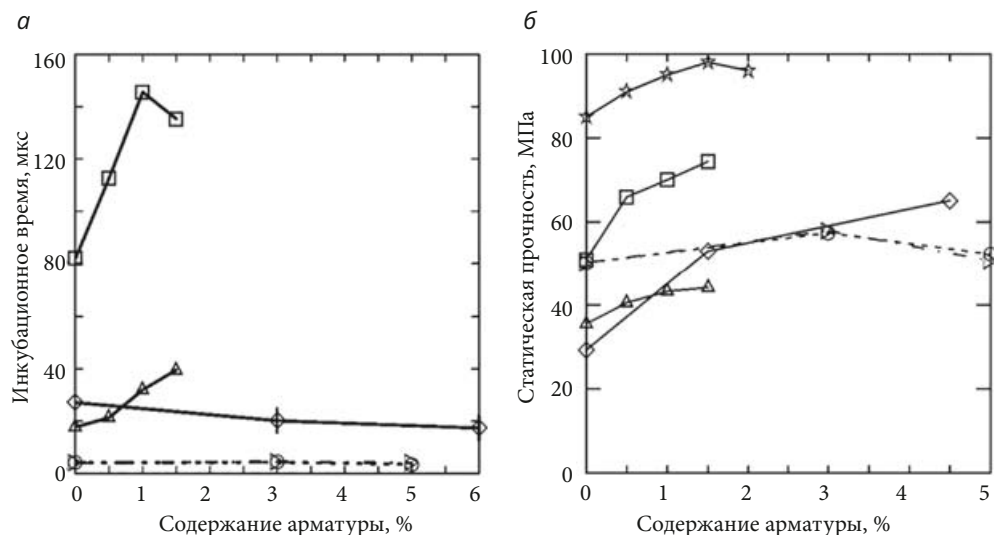


Рис. 5.11. Экспериментальные зависимости инкубационного времени (а) и статической прочности (б) бетона от содержания армирующих структур из различных материалов: стали (сплошная линия, звезды — [Song and Hwang, 2004], квадраты — [Yet, et al., 2012], треугольники — [Hao and Hao, 2013a], ромбы — [Wang, et al., 2008]); стекла (штрихпунктир, треугольники) и базальта (пунктир, круги) [Kruszka, et al., 2015]

тически это означает, что увеличение динамической прочности при изменении гетерогенности структуры фибробетона нельзя объяснять только изменением статической прочности или увеличением степени гетерогенности материала. Необходимо ввести постоянный параметр — инкубационное время, зависящее только от изменений внутренней структуры и характеризующее преимущественно динамический фактор разрушения.

Таким образом, чтобы выбрать оптимальную (с точки зрения структурно-временного подхода) долю армирования бетона, требуется провести на стержнях Гопкинсона лабораторные динамические испытания образцов с различной гетерогенностью структуры. Путем анализа их результатов можно определить зависимость инкубационного времени от армирующей структуры. Начало уменьшения инкубационного времени будет указывать на предельно возможную гетерогенность структуры, при которой прочность фибробетона максимальна в широком диапазоне скоростей деформации.

* * *

В данной главе мы исследовали эффективность применения концепции инкубационного времени к оценке хрупкого разрушения горных пород и бетона под действием кратковременного нагружения. Предел прочности этих материалов при ударно-волновых нагрузках мы находили на основе оценки

только одной характеристики, полученной в ходе динамических испытаний, — инкубационного времени, которое не зависит от условий внешнего воздействия и геометрии образца. Введение этого времени в расчет позволило нам качественно (и количественно) оценить прочностные свойства и при длительных, и при кратковременных нагрузках.

Кроме того, мы получили единую зависимость средней прочности бетона и горных пород при статических и динамических нагрузках от скорости деформации на основе данных различных экспериментов на стержнях Гопкинсона и проведенного бразильскими исследователями теста на откол при одноосном напряженном состоянии. В результате мы выявили эффект инверсии прочности нерегулярно армированного бетона на высоких скоростях деформации. Его можно объяснить за счет доминирующей роли релаксационных процессов в материале, предшествующих развитию в нем микроструктурных дефектов.

На примере спирального стального армирования фибробетона мы показали, что две его ключевые характеристики (инкубационное время и статическая прочность) увеличиваются с повышением степени гетерогенности структуры. Согласно экспериментальным данным, прочность фибробетона (и статическая, и динамическая) начинает уменьшаться, когда превышена определенная доля армирования. Таким образом, обнаруженный эффект оптимального армирования, позволяющего повысить прочностные свойства бетона, можно прогнозировать при помощи структурно-временного подхода на основе изменения инкубационного времени.

Глава 6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОЧНОСТИ НА РАЗЛИЧНЫХ МАСШТАБНЫХ УРОВНЯХ. РАЗЛИЧИЕ РАЗМЕРНОГО И МАСШТАБНОГО ЭФФЕКТОВ

Динамическое разрушение квазихрупких материалов происходит под влиянием процессов, протекающих на различных масштабных уровнях и в той или иной степени зависящих друг от друга. Для модели динамического разрушения таких материалов нужно по возможности учитывать все процессы, которые способствуют общему ходу разрушения. В данной главе мы представляем структурно-временной подход, позволяющий анализировать многомасштабную природу динамического разрушения на основе действия структурно-временной ячейки разрушения для различных масштабных уровней и строить аналитические выражения для возможных взаимосвязей между высокими и низкими масштабными уровнями. Мы считаем, что при увеличении поперечного сечения образца с фиксированной длиной изменяются представительный объем разрушения и соответствующий масштабный уровень, и на основе структурно-временного подхода исследуем изменение динамической прочности бетона и горных пород.

6.1. Определение масштабного уровня разрушения

Многочисленные исследования прочности материалов и условий их разрушения выявили серьезные расхождения и в значениях прочностных характеристик многих материалов, и в качественном характере зависимости этих характеристик от условий нагружения. Одна из основных причин этих расхождений состоит в том, что под термином «разрушение» часто подразумевают явления, происходящие на различных масштабных уровнях и предшествующие различным физическим процессам, часто различающимся масштабами.

Оценка разрушения твердого тела не как критического события, но как процесса, развивающегося во времени на нескольких уровнях, была со временем признана многими учеными, и иерархия различных уровней разрушения

стала больше обсуждаться в литературе [Панин и др., 1990; Панин и др., 1985; Nicolis, 1986; Кукуджанов, 2008; Petrov, et al., 2005]. Разрушение представляет собой совокупность одновременно протекающих процессов, различающихся характерным линейным размером области разрушения, энергией активации, пороговым напряжением и временем релаксации. Этим обстоятельством во многом обусловлены трудности, которые возникают при попытках связать макроскопические параметры материала в модели и микроскопические параметры соответствующих процессов. Здесь важным аспектом является наличие масштабного эффекта, заключающегося в зависимости прочностных характеристик от размеров конструкции. Испытания, соответствующие ГОСТ, чаще всего проводятся на лабораторных образцах. Однако параметры материала, измеренные в лабораторных условиях, как правило, нельзя применять для предсказания прочности ни для выполненных из него микрообъектов, ни для крупномасштабных конструкций. Игнорирование этого факта может привести к некорректностям в расчетах, ошибочной оценке прочностных свойств конструкций и в конечном счете даже к техногенным катастрофам.

Трудностью (и во многих случаях невозможностью) выполнять последовательные испытания материалов на многих масштабных уровнях порождается необходимость определять прочностные характеристики на одном масштабном уровне, используя для этого результаты испытаний, соответствующие другому масштабу. Соответствующих методик, пригодных к непосредственному использованию в инженерной практике, до настоящего времени не разработано. Заслуживает внимания также отсутствие общепринятых представлений о том, что именно следует рассматривать в качестве различных масштабов разрушения материалов.

Фундаментальную важность, с нашей точки зрения, приобрели следующие вопросы:

- как определяется отдельный масштабный уровень?
- какие испытания должны соответствовать данному масштабному уровню?
- возможно ли установить связь между прочностными параметрами материала на различных масштабных уровнях?

Определение связи между характеристиками на разных масштабных уровнях весьма важно для инженерной практики. Как было упомянуто выше, параметры материала, определенные на лабораторных образцах стандартных размеров, могут оказаться непригодными для адекватного анализа характеристик крупногабаритных конструкций, что в настоящее время можно считать общепризнанным фактом.

Изменение свойств материала при хрупком разрушении можно описывать в зависимости от исследуемого масштаба процесса при помощи различных прочностных характеристик (например, прочности, ударной вязкости). Раз-

рушение можно рассматривать с точки зрения теорий прочности (макроуровень) и механики разрушения твердых тел (на микроуровне — зарождение и рост микротрещин), различающихся определением момента разрушения. Прогнозируя изменение прочности материала при кратковременных воздействиях, необходимо учитывать масштабный уровень разрушения [Petrov, et al., 2005; 2012a; 2012b].

Очень важны оценки прочностных характеристик материала, которые принципиально связаны с определением самого события разрушения на данном масштабном уровне. При квазистатических испытаниях термин «разрушение» традиционно означает полное разделение образца на части (фрагментацию). В то же время при проведении испытаний на откол момент разрушения обычно определяется скачком на осциллограмме скорости свободной поверхности образца, что соответствует образованию дефектов внутри него. В силу того что формирование крупного дефекта предваряется возникновением, ростом и слиянием дефектов меньшего масштаба, остается без ответа вопрос о критическом размере дефекта, появление которого можно считать макроскопическим разрушением. Это, возможно, связано в первую очередь с характеристиками используемой измерительной аппаратуры. Также разрушением можно считать разрыв одной элементарной связи на молекулярном уровне.

Проведенные расчеты показывают, что для полиметилметакрилата при импульсном нагружении длительностью в микросекунды значительное изменение сигнала интерферометра, измеряющего скорость свободной поверхности образца, могут вызывать подповерхностные трещины размером 100–200 мкм. В связи с этим естественно ожидать, что при сопоставлении результатов экспериментов по отколу в стержнях и пластинах положения динамических ветвей на графиках могут заметно расходиться. Такое расхождение удалось выявить при обработке экспериментальных данных из работы [Беллендир, 1990] и сопоставлении их с данными работы [Евсеев и др., 1977] (рис. 6.1).

В структурно-временном подходе, описанном выше, разрушение на данном масштабном уровне понимается как образование дефектов, характеризующихся размером разрушенной области d . Появление дефектов малого размера рассматривается как стадия предразрушения. Указанный характерный линейный размер d определяется из сравнения данных по квазистатическому разрушению бездефектных образцов и образцов с концентраторами напряжений K_{IC} (трещинами):

$$d \sim K_{IC}^2 / \sigma_c^2.$$

При этом важно иметь в виду, что некорректно соотносить прочность и трещиностойкость, так как их значения могут быть взяты из испытаний, проведенных на заведомо разных масштабах. Данному линейному размеру

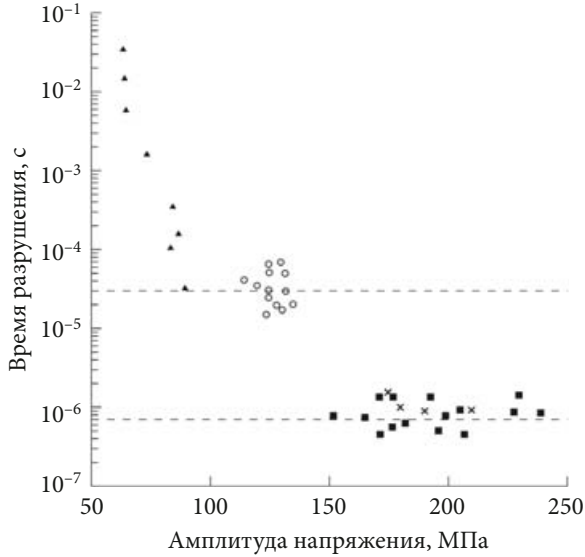


Рис. 6.1. Динамические ветви откольной прочности для полиметилметакрилата [Petrov, et al., 2012b]:
 треугольники — результаты квазистатических испытаний; кружки — откольное разрушение стержней (разделение на части) [Беллендир, 1990]; крестики — многоочаговый откол в пластинах [Беллендир, 1990]; квадраты — данные работы [Евсеенко и др., 1977]

разрушения d соответствуют определенное критическое напряжение σ_c (предельная статическая прочность) и характерное время подготовительных процессов τ (инкубационное время). Параметры σ_c , d , τ (или σ_c , K_{IC} , τ) являются прочностными характеристиками на данном масштабном уровне.

Поскольку под разрушением на данном масштабном уровне понимается образование дефекта с характерным линейным размером d , испытания на образцах меньшего размера оказываются некорректными. Параметры, определенные по результатам таких испытаний, будут соответствовать предразрушению и будут значительно отличаться от параметров, определенных по испытаниям на образцах крупного размера. Следует также учитывать, что разрушение продолжается с участием упругой энергии, накопленной образцом породы при диапазоне размеров, который больше, чем

$$D = \tau c, \quad (6.1)$$

где c — скорость переноса энергии в материале. Таким образом, целесообразно определять прочностные характеристики на масштабном уровне таких образцов, чьи размеры удовлетворяют неравенству

$$d \leq L \leq D. \quad (6.2)$$

Таким образом, масштаб разрушения определяется не одним, а двумя линейными размерами — верхним и нижним. Для корректного определения прочностных характеристик следует сопоставлять результаты испытаний, проведенных на одном и том же масштабном уровне.

Согласно работам [Petrov, et al., 2005; 2012a; 2012b], каждый i -й масштабный уровень имеет два линейных размера — верхний D_i и нижний d_i :

$$D_i = c\tau_i, \quad (6.3)$$

$$d_i = \frac{2 \left(K_{IC}^i \right)^2}{\pi \left(\sigma_c^i \right)^2}, \quad (6.4)$$

где K_{IC}^i — статическая вязкость разрушения и σ_c^i — критическое значение прочности, измеренное при квазистатических экспериментальных условиях нагрузки на i -м масштабном уровне.

Применим концепцию масштабного уровня к представительному объему (d_i, τ_i) для многоуровневой динамической модели разрушения (d_i, D_i), тогда размер испытываемого образца для i -го масштабного уровня попадает в следующий интервал:

$$d_i \leq L \leq D_i, \quad (6.5)$$

который определяется как

$$d_{i+1} = D_i. \quad (6.6)$$

Ясно, что это является масштабной иерархией разрушения. Разрушение на большем масштабном уровне предшествует формированию, росту и объединению микротрещин. Предполагаем, что верхняя граница масштаба соответствует нижней границе на следующем масштабе, т. е. масштабную иерархию можно представить в форме

$$\dots < d_{i-1} < D_{i-1} = d_i < D_i = d_{i+1} < \dots \quad (6.7)$$

Важное следствие этого предположения: различные масштабные уровни связаны через инкубационное время. Более того, последнее можно определить при сравнении данных квазистатических испытаний, соответствующих различным масштабам:

$$\tau_i = \frac{D_i}{c} = \frac{d_{i+1}}{c}. \quad (6.8)$$

То есть i -м инкубационным временем характеризуется i -й масштабный уровень. Согласно соотношению (6.8), динамические испытания позволяют прогнозировать изменение прочности материала на нескольких масштабных

уровнях. Построенная многоуровневая модель разрушения позволяет подробнее описать прочностные свойства материала, если ее применять в различных динамических и квазистатических экспериментах.

Таким образом, данные квазистатических испытаний, проведенных на различных масштабных уровнях, позволяют предсказывать результаты динамических испытаний и, наоборот, данные динамических испытаний позволяют предсказывать прочностные характеристики на следующем масштабном уровне.

6.2. Различия размерного и масштабного эффектов прочности

Введение концепции масштабного уровня разрушения [Petrov, et al., 2005; 2012a; 2012b] позволяет объединить в многоуровневую систему различные виды изменения прочности материала. В качестве характеристики масштабного уровня разрушения в работах [Petrov, et al., 2005; 2012a; 2012b] используется понятие пространственно-временного объема (d, τ). Понятие разрушения на данном масштабном уровне определяется характеристикой образования дефектов с линейным размером d , введенным в (4.1) в качестве связующего параметра между прочностными свойствами материала на заданном масштабном уровне [Петров, 1996b; Гольдштейн и Осипенко, 1978]. Временной характеристикой τ является инкубационное время — параметр скоростной чувствительности материала, обсужденный выше. Таким образом, масштабному уровню соответствуют пространственно-временной объем (d, τ) и статическая прочность, определяемая структурным параметром d .

Масштабный уровень — это совокупность пространственно-временных интервалов, задающих корректное для данного уровня экспериментальное определение события разрушения. По существу, задавая масштаб, мы задаем представительный объем разрушения. Различным масштабным уровням соответствуют различные представительные объемы и, как следствие, различное понимание события разрушения. Параметры структурно-временного критерия разрушения для разных масштабов различаются. Три различных типа разрушения: 1) разрыв одной из межатомных связей в материале (возникающий при использовании приборов в экспериментах), 2) образование регистрируемой микротрещины, 3) разрушение макрообъекта как целого — будут описываться различными прочностными характеристиками материала. В дальнейшем мы будем подразумевать, что разным определениям прочности соответствует разрушение на разных масштабных уровнях, т.е. разрушаются образцы с различным поперечным сечением.

Рассмотрим необходимость применять параметры инкубационного времени в качестве принципиальных характеристик масштабного уровня разру-

шения. В литературе [Сухонос, 2001; Bazant, 1996, 2000; Lockner, 1995; Krauthammer, et al., 2003; Qi, et al., 2014] широко известен эффект уменьшения статической прочности материала при пропорциональном изменении характерных размеров образца — так называемый размерный эффект прочности. Его можно наблюдать при постоянном поперечном сечении образца и различных его длинах. Согласно концепции инкубационного времени, при таких условиях не меняется размер структурно-временной ячейки, задающей масштаб разрушения.

Масштабный эффект в рамках многоуровневой модели разрушения (6.1)–(6.9) следует отличать от размерного эффекта хрупкого разрушения [Сухонос, 2001; Bazant, 1996, 2000], когда статическая прочность уменьшается с увеличением характерных размеров образца. Размерный эффект, наблюдаемый в материалах при хрупком разрушении [Lockner, 1995; Krauthammer, et al., 2003; Qi, et al., 2014], можно интерпретировать на основе статистического подхода прочности по теории В. Вейбулла [Weibull, 1939; Weibull, 1949; Weibull, 1951; Weibull, 1956] («гипотезы слабого звена» [Работнов, 1979]): увеличение характерной длины образца может привести к расширению распространения микродефектов в материале, ослабляющих прочностные свойства материала. Таким образом, масштабный [Petrov, et al., 2005, 2012a, 2012b] и размерный эффекты прочности, характеризующиеся в рамках многоуровневой модели разрушения инкубационным временем (независимым параметром от геометрии образца и параметров внешнего воздействия), являются независимыми друг от друга эффектами прочностных свойств материала.

Рассмотрим данные экспериментального растяжения тонких пленок (толщиной порядка 2 мкм) поликристаллического кремния [Tsuchiya, et al., 1996; Chasiotis and Knauss, 2003] в условиях статических воздействий (табл. 6.1). Несмотря на присутствие размерного эффекта прочности при различных длинах и фиксированной ширине образца, можно заметить, что прочность материала увеличивается при изменении ширины пленки от 5,8 до 19,8 мкм при фиксированной длине. Это противоречие с размерным эффектом прочности можно объяснить с точки зрения многоуровневой модели разрушения (6.1)–(6.9). Изменение ширины пленки при одинаковой длине приводит к увеличению поперечного сечения, и, соответственно, образцы с разной шириной должны обладать разным представительным объемом разрушения. Таким образом, увеличение прочности в рассматриваемом случае связано с увеличением представительного объема разрушения, несмотря на увеличение размеров образца. Необходимо для каждой ширины образца рассматривать разные понятия события разрушения.

Если увеличить поперечное сечение образца и зафиксировать его длину (другими словами, задать новый представительный объем разрушения), то можно обнаружить масштабный эффект роста прочности материала. Далее мы привели примеры высокоскоростного деформирования бетонов, а также

Таблица 6.1. Прочность пленок поликристаллического кремния в зависимости от их размеров (числитель — по данным работы [Tsuchiya, et al., 1996], знаменатель — по данным работы [Chasiotis and Knauss, 2003])

Длина, мкм	Ширина, мкм	Прочность, МПа
250	5,8	3,26/3,27
	19,8	3,47/3,37
1000	5,8	2,87/2,97
	19,8	2,96/3,1

показали, что данный эффект можно наблюдать при испытании образцов горных пород.

Таким образом, различие размерного и масштабного эффектов состоит в понятии: что такое разрушение. В случае размерного эффекта для различных образцов рассматривается одинаковое поперечное сечение образца, перпендикулярно которому оказывается воздействие. В случае масштабного эффекта берутся различные размеры поперечного сечения, увеличение которых, как показывают опыты, увеличивают прочность.

6.3. Изменение прочности бетона в зависимости от поперечного сечения образца

Рассмотрим квазистатические и динамические эксперименты, проведенные в работе [Нао, et al., 2013b] на стержнях Гопкинсона в интервале скоростей деформации $50\text{--}500\text{ с}^{-1}$, на цилиндрических образцах бетона со следующими размерами (D_S и L_S — диаметр и длина испытываемого образца):

- $D_S = 22\text{ мм}$, $L_S = 11\text{ мм}$;
- $D_S = 32\text{ мм}$, $L_S = 10, 20\text{ и }30\text{ мм}$.

На основе критерия (4.3) для каждого образца (табл. 6.2) было получено инкубационное время и построены зависимости предела прочности от скорости деформации (рис. 6.2). Заметим, что при увеличении диаметра (и, соответственно, поперечного сечения) образца от 22 до 32 мм при его длинах 10 и 11 мм наблюдается увеличение предела прочности при статических (на 3,3 МПа) и динамических воздействиях (порядка 100 МПа при скорости деформации 10^3 с^{-1}), а также инкубационного времени (в 2,5 раза). Однако при различных длинах образца и диаметре 32 мм предел прочности и инкубационное время уменьшаются. Размерный эффект прочности (во втором случае) и ее масштабный эффект (в первом случае) в зависимости от поперечного сечения образца наблюдаются при широком диапазоне скоростей деформации.

Таблица 6.2. Механические свойства бетона [Нао, et al., 2013b] в зависимости от размеров образца

L_S , мм	D_S , мм	Прочность на сжатие, МПа	τ , мкс	α
11	22	45,5	50,07	3,7
10	32	48,8	128,0	2,7
20	32	45,3	63,02	2,3
30	32	41,2	40,54	2,3

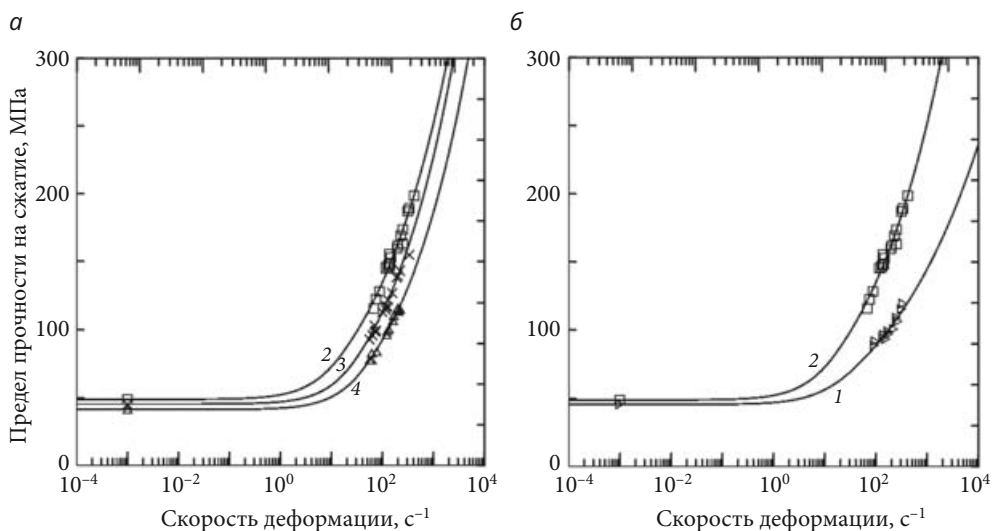


Рис. 6.2. Зависимость предела прочности образцов бетона на сжатие от скорости их деформации [Нао, et al., 2013b]:

a — при фиксированной ширине образца (32 мм) и его различной длине (2, 3 и 4 — соответственно 10, 20 и 30 мм); *б* — при фиксированной длине образца (10–11 мм) и его различной ширине (1 и 2 — соответственно 22 и 32 мм)

Проанализируем эксперименты на растяжение бетонных образцов при динамических воздействиях, в которых наблюдается масштабный эффект изменения прочности при ударно-волновых нагрузках [Weckert, et al., 2011], вычислив инкубационное время: 9,9 мкс ($D_S = 20,0$ мм и $L_S = 20,0$ мм), 14 мкс ($D_S = 20,0$ мм и $L_S = 6,35$ мм). На рис. 6.3 показана зависимость предела прочности от скорости нагружения [Weckert, et al., 2011], построенная по критерию (4.3). Увеличение прочности материала в 10 раз при скорости нагружения 10^5 МПа/с в сравнении со статической прочностью (0,1 МПа) качественно объясняется увеличением инкубационного времени. Заметим, что внутренняя структура бетонных образцов не изменялась с изменением их размеров. Таким образом,

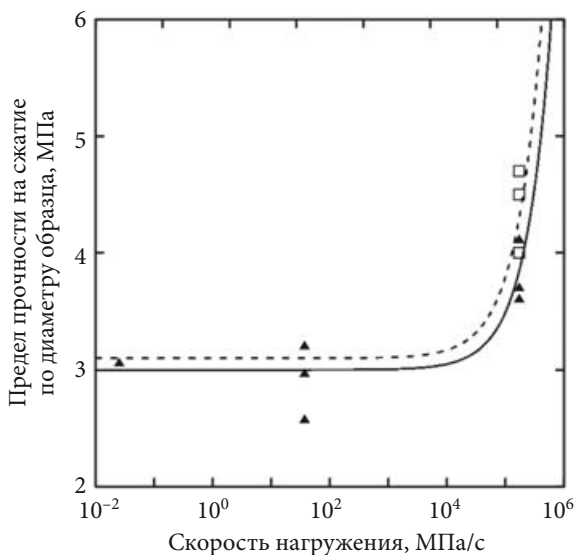


Рис. 6.3. Изменение прочности двух групп образцов бетона на основе экспериментальных данных [Weckert, et al., 2011] на растяжение и теоретические зависимости предела прочности от скорости деформации при фиксированной длине образцов 20,0 мм и их ширине 6,35 (сплошная линия) и 20,0 мм (пунктир)

наблюдаемый эффект можно связать с изменением представительного объема разрушения (d, τ), характеризующегося большим инкубационным временем.

Таким образом, прочность материала растет за счет увеличения площади поперечного сечения образца. В отличие от размерного эффекта, когда прочность образца уменьшается, в данном случае она увеличивается за счет увеличения представительного объема разрушения. Отметим, что независимость инкубационного времени от геометрии образца и параметров внешнего воздействия позволяет предположить, что в случае перехода на новый масштабный уровень разрушения, в рамках модели [Petrov, et al., 2005; 2012a; 2012b], материал становится наиболее прочным, в связи с увеличением представительного объема разрушения. Таким образом, определяя прочность материала при кратковременных динамических воздействиях, необходимо учитывать масштабный уровень разрушения.

6.4. Изменение прочности образца горной породы в зависимости от его поперечного сечения

Рассмотрим масштабный эффект прочности горных пород и построим скоростные зависимости прочности для каждого размера образца. В статических испытаниях на стандартных установках и в динамических экспериментах на стержнях Гопкинсона при скоростях деформации $36\text{--}360\text{ с}^{-1}$ использовались цилиндрические образцы гранита, песчаника и известняка [Hong, et al., 2008] с различными размерами ($D_S = 22,0\text{ мм}$ и $L_S = 11,0\text{ мм}$, $D_S = 36,0\text{ мм}$ и $L_S = 18,0\text{ мм}$, $D_S = 75,0\text{ мм}$ и $L_S = 37,5\text{ мм}$). Согласно [Li, et al., 2005; Lu, et al., 2010; Frew, et al., 2001], модуль Юнга был равен $63,0\text{ ГПа}$ для гранита, $5,4\text{ ГПа}$ для песчаника, $24,0\text{ ГПа}$ для известняка. Зависимость сжимающей прочности от скорости деформации была вычислена на основе критерия (4.3) (рис. 6.4–6.6, табл. 6.3). Несмотря на большой разброс динамических экспериментальных данных по горным породам, на рис. 6.3–6.5 можно обнаружить, что динамическая прочность выше у больших образцов (при $D_S = 75,0\text{ мм}$ и $L_S = 37,5\text{ мм}$). Подобный эффект на динамических экспериментальных данных был получен для мрамора в работе [Zou and Wong, 2016]. Для статической прочности наблюдается обратная тенденция, т. е. наибольшая средняя прочность — у образцов с минимальными размерами (при $D_S = 22,0\text{ мм}$ и $L_S = 11,0\text{ мм}$).

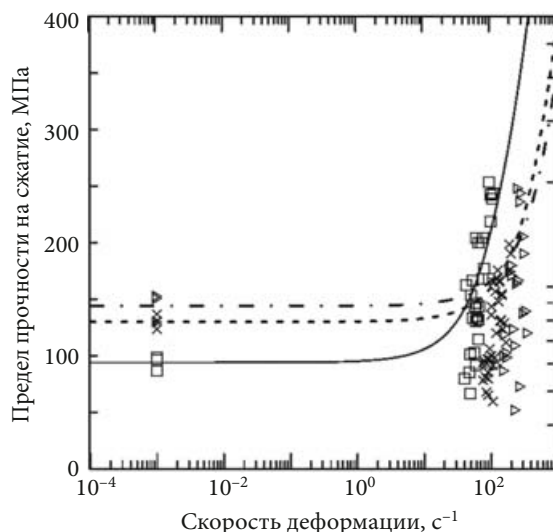


Рис. 6.4. Теоретические зависимости сжимающей прочности от скорости деформации, построенные по критерию (4.3) при $\alpha = 1$, для гранита [Hong, et al., 2008].

Здесь и на рис. 6.5 и 6.6: треугольники — образцы с размерами $D_S = 22\text{ мм}$ и $L_S = 11,0\text{ мм}$, кресты — с размерами $D_S = 36,0\text{ мм}$ и $L_S = 18,0\text{ мм}$, квадраты — с размерами $D_S = 75,0\text{ мм}$ и $L_S = 37,5\text{ мм}$

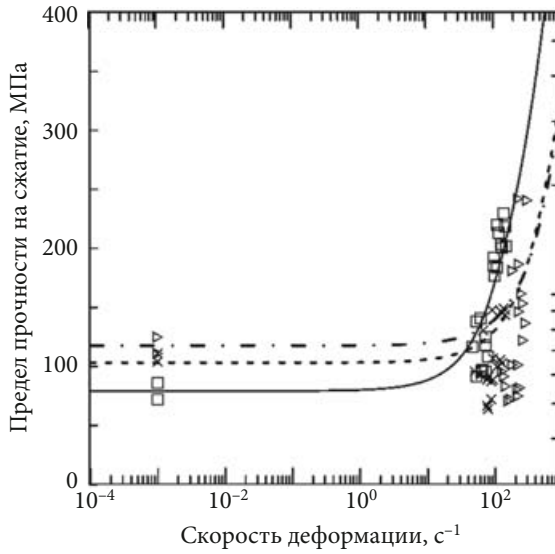


Рис. 6.5 Теоретические зависимости сжимающей прочности от скорости деформации для песка [Hong, et al., 2008], построенные по критерию (4.3) при $\alpha = 1$,

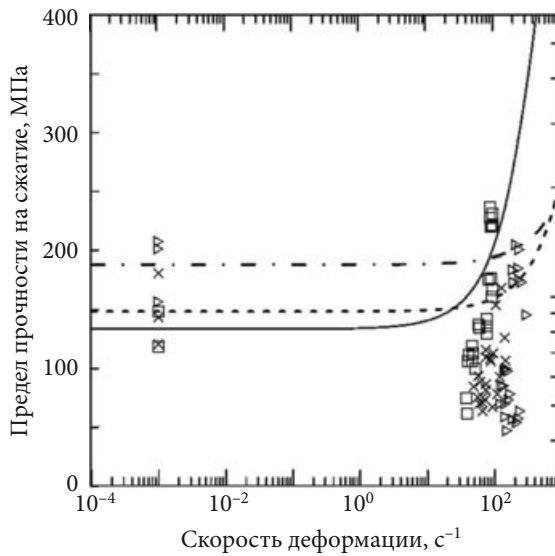


Рис. 6.6. Теоретические зависимости сжимающей прочности от скорости деформации для известняка [Hong, et al., 2008], построенные по критерию (4.3) при $\alpha = 1$

Таблица 6.3. Механические свойства горных пород [Hong, et al., 2008]

Материал	L_s , мм	D_s , мм	Средняя прочность на сжатие, МПа	τ , мкс
Гранит	11,0	22,0	144,0	7
	18,0	36,0	130,0	9,7
	37,5	75,0	94,0	38
Песчаник	11,0	22,0	117,5	84
	18,0	36,0	103,0	103
	37,5	75,0	79,0	350
Известняк	11,0	22,0	188,3	5,3
	18,0	36,0	148,4	9,7
	37,5	75,0	133,5	60

Как показано в табл. 6.3, инкубационное время возрастает с увеличением геометрических размеров образцов. Отметим существенное различие значений инкубационного времени для образцов горных пород [Hong, et al., 2008] при $D_s = 36$ мм, $L_s = 18$ мм и $D_s = 75$ мм, $L_s = 37,5$ мм: в 4 раза — для гранита, в 3,5 раза — для известняка, в 6 раз — для песчаника.

Так как большинство экспериментальных значений динамической прочности на зависимостях, показанных на рис. 6.3–6.5, меньше, чем соответствующая им статическая прочность, то их не использовали при оценках инкубационного времени по критерию (4.3). Указанное расхождение между данными статической и динамической прочности можно отнести к особенностям измерения прочности, описанного в работе [Hong, et al., 2008]. Несмотря на последний факт, на теоретических зависимостях прочности от инкубационного времени существует период инкубационного времени микрорастрескивания, определяющий скоростную чувствительность материала. Пропорциональный рост геометрических размеров цилиндрических образцов горных пород [Hong, et al., 2008] (и, соответственно, поперечного сечения образца) позволил наблюдать масштабный эффект роста прочности материала с увеличением размеров образцов.

* * *

В настоящей главе мы представили многоуровневую модель на основе параметров структурно-временного подхода, описывающую многомасштабную природу разрушения пород и основанную на параметрах структурно-временной ячейки (или представительного объема разрушения). При использовании этой модели такой критерий, как инкубационное время разрушения, позволяет эффективно устанавливать взаимосвязи показателей динамической

прочности на различных масштабных уровнях. В рамках предложенной модели многомасштабности разрушения мы аналитически обозначили нижние и верхние границы для заданного масштабного уровня разрушения. Отметим важность статических и динамических свойств разрушения при определении масштабного уровня, а также значительность оценок инкубационного параметра на каждом масштабном уровне как связующего параметра между масштабами.

Мы привели результаты исследования роста прочности лабораторных образцов бетона и горных пород с изменением их геометрических размеров. На примере бетона (при фиксированной длине образца) и горных пород (при пропорциональном увеличении диаметра и длины цилиндрического образца) показали наличие масштабного эффекта прочности при условии, что под разным определением прочности подразумевается различное поперечное сечение образца. Классический размерный эффект, когда прочность материала уменьшается с ростом геометрических размеров образцов, может наблюдаться при фиксированном поперечном сечении образца. Таким образом, масштабный и размерный эффекты прочности являются отдельными явлениями, связанными с различной физикой процессов разрушения.

Список литературы

- А. с. 394692 СССР, кл. G 01 N 3/08. Установка для испытаний призматических образцов на трехосное сжатие / Т. П. Асеева, А. Д. Алексеев, В. В. Викторов, Ю. В. Кулинич, Г. П. Стариков, И. Д. Сулятицкий. № 3858781/22-03; заявл. 05.12.84; опубл. 23.01.87, Бюл. № 3. 4 с.
- Авершин С. Г.* Возможность аналитических исследований проявлений горного давления и область их целесообразного применения // Математические методы в горном деле. Ч. 2. Новосибирск, 1963. С. 3–14.
- Айзаксон Э.* Давление горных пород в шахтах. М.: Госгортехиздат, 1961. 175 с.
- Алексеев А. Д., Недодаев Н. В.* Предельное состояние горных пород. Киев: Наукова думка, 1982. 200 с.
- Алексеев А. Д., Норель Б. К., Стариков Г. П.* Механические испытания образцов угля на установке трехосного сжатия // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 1983. № 1. С. 106–109.
- Баклашов Ю. М., Картозия Б. А.* Механика горных пород. М.: Недра, 1975. 272 с.
- Баренблатт Г. И., Христианович С. А.* Об обрушении кровли при горных породах // Изв. АН СССР. ОТН. 1955. № 11. С. 73–86.
- Безухов Н. И.* Основы теории упругости, пластичности и ползучести. М.: Высшая школа, 1961, 538 с.
- Беллендир Э. Н.* Экспериментальное исследование хрупкого разрушения твердых тел волне растягивающих напряжений: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Л.: ФТИ им. А. Ф. Иоффе АН СССР, 1990. 171 с.
- Бойко Г. К.* Сопоставление эпюр горного давления и характер сейсмоакустического режима угольного пласта Безымянный // Науч. сообщения ИГД им. А. А. Скочинского. 1969. Вып. 43. С. 66–69.
- Борисов А. А.* О корректности постановки задач механики горных пород // Прикладные задачи механики горных пород. М., 1977. С. 132–136.
- Брагов А. М., Большаков А. П., Гердюков Н. Н., Ломунов А. К. и др.* Исследование динамических свойств некоторых горных пород (Research of dynamic properties of some rocks) // Сб. тезисов докл. междунар. конф. «V Харитоновские тематические научные чтения». Саров, 2003. С. 43–44.

- Бриджмен А. И. Исследование больших пластических деформаций и разрыва. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1955. 444 с.
- Воларович И. П., Томашевская И. С., Будников В. А. Механика горных пород при высоких давлениях. М.: Наука, 1979. 152 с.
- Галеркин Б. Г. К общему решению задачи теории упругости в трех измерениях с помощью функции напряжений и перемещений // Докл. АН СССР. Сер. А. 1931. Т. 10. С. 281–286.
- Гольденблат И. И. Нелинейные проблемы теории упругости. М.: Наука, 1969. 336 с.
- Глушко В. Т. Проявления горного давления в глубоких шахтах. Киев: Наукова думка, 1971. 196 с.
- Глушко В. Т., Долинина Н. И., Розовский М. И. Устойчивость горных выработок. Киев.: Наукова думка, 1973. 206 с.
- Гольдштейн Р. В., Осипенко, Н. М. Разрушение и формирование структуры // Докл. АН СССР. 1978. Т. 240, № 4. С. 829–832.
- Гусельников Л. М. Определение напряжений в угольном массиве методом возмущений поля напряжений в окрестности скважин // Напряженное состояние породных массивов. Новосибирск: Изд. СО АН СССР, 1978. С. 5–7.
- Динник А. Н. Применение теории упругости к решению задач, относящихся к проблеме управления кровлей // Материалы к совещанию по проблеме управления кровлей. М.; Л., 1937. С. 11–24.
- Докукин А. В., Чирков С. Е., Норель Б. К. Моделирование предельно-напряженного состояния угольных пластов. М.: Наука, 1981. 150 с.
- Евсеев Е. П., Зильбербрандт Е. Л., Златин Н. А., Пугачев Г. С. Динамическая ветвь временной зависимости прочности ПММА // Письма в ЖТФ. 1977. Т. 3, № 14. С. 684–687.
- Егер Дж. К. Упругость прочность и текучесть. М.: Гос. научн. техн. изд-во машин. лит., 1961. 169 с.
- Ержанов Е. С. К исследованию ползучести горных пород // Вестник АН КазССР. 1962. № 1. С. 228–236.
- Ержанов Ж. С., Сагинов А. С., Векслер Ю. А. Расчет устойчивости горных выработок, подверженных большим деформациям. Алма-Ата.: Наука, 1973. 176 с.
- Жариков И. Ф., Захаров В. Н., Норель Б. К. Паспорт прочности и уравнения связи между инвариантами напряжений и деформаций для неоднородных горных пород в объемном напряженном состоянии // Изв. РАН. МТТ. 2015. Т. 6. С. 49–60.
- Зорин А. Н. Управление динамическими проявлениями горного давления. М.: Недра, 1978, 175 с.
- Зборищик М. П., Братишко А. С., Прокофьев В. П. Выбор способов охраны и места расположения подготовительных выработок. Киев: Техніка, 1970. 228 с.
- Зукас Дж. А., Николас Т., Свифт Х. Ф. и др. Динамика удара. М.: Мир, 1985.
- Качанов Л. М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 311 с.
- Каштанов А. В., Петров Ю. В. Кинетическое описание инкубационного процесса при динамическом разрушении // Докл. РАН. 2007. Т. 414, № 2. С. 186–189.

- Квапил Р. Новые взгляды в теории горного давления и горных ударов. М.: Углетехиздат, 1959. 108 с.
- Кузнецов Г. Н. Механические свойства горных пород. М.: Углетехиздат, 1947. 179 с.
- Кукуджанов В. Н. Компьютерное моделирование деформирования, повреждаемости и разрушения неупругих материалов и конструкций. М.: Изд. МФТИ, 2008. 212 с.
- Крупенников Г. А. О напряжениях и постановке аналитических исследований в механике горных пород // Физ.-техн. пробл. разработки полез. ископаемых. 1966. № 2. С. 28–30.
- Лабасс А. Давление горных пород в угольных шахтах // Вопросы теории горного давления. М., 1961. С. 59–83.
- Леванковский И. А., Норель Б. К., Каплунов Ю. В., Мулин К. М. Формирование зон объемного нагружения значительного деформирования и разрушения угольного пласта вблизи очистной выработки // Маркшейдерский вестник. 2010. № 6. С. 33–37.
- Лоде В. Влияние среднего главного напряжения на текучесть металлов // Теория пластичности. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1948. С. 168–205.
- Максимов А. П. Горное давление и крепь выработок. М.: Недра, 1973. 287 с.
- Марков Г. А. Статистическая модель напряженного состояния ненарушенного массива горных пород // Измерение напряжений в массиве пород. Ч. 1. Новосибирск, 1974. С. 36–40.
- Морозов Н. Ф., Петров Ю. В. Динамическая вязкость разрушения в задачах иницирования роста трещин // Механика твердого тела. 1990. № 6. С. 108–111.
- Морозов Н. Ф., Петров Ю. В. О концепции структурного времени в теории динамического разрушения хрупких материалов // Докл. РАН. 1992. Т. 324, № 5. С. 964–967.
- Морозов Н. Ф., Петров Ю. В. Проблемы динамики разрушения твердых тел. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 1997. 129 с.
- Морозов Н. Ф., Петров Ю. В., Уткин А. А. Вопросы иницирования разрушения динамической нагрузкой // Тез. докл. регион. конф. «Динамические задачи механики сплошной среды». Краснодар, 1988а. С. 104.
- Морозов Н. Ф., Петров Ю. В., Уткин А. А. К расчету предельной интенсивности импульсных нагрузок // Изв. АН СССР. МТТ. 1988b. № 5. С. 180–182.
- Морозов Н. Ф., Петров Ю. В., Уткин А. А. Об анализе откола с позиций структурной механики разрушения // Докл. АН СССР. 1990b. Т. 313, № 2. С. 276–279.
- Мюллер Л., Тедер Р. И., Протодьяконова М. М. Инженерная геология. Механика скальных массивов. М.: Мир, 1971. 256 с.
- Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. Т. 1. М.: Мир, 1969. 648 с.
- Новожилов В. В. Основы нелинейной теории упругости. М.: Гостехиздат, 1948. 213 с.
- Норель Б. К. Энергетический критерий прочности углей // Создание технологии и средств механизации подземной разработки угля и сланца в сложных горно-геологических условиях. М.: Изд. ин-та горн. дела им. А. А. Скочинского, 1979. С. 69–76.
- Норель Б. К. Изменение механической прочности угольного пласта в массиве. М.: Наука, 1983. 127 с.

- Норель Б. К., Боровков Ю. А. Прочность горных пород в объемном напряженном состоянии. Lambert Academic Publishing, 2014. 112 с.
- Норель Б. К., Боровков Ю. А., Голиков А. Г. Аналитическое исследование механических свойств горных пород при действии объемного напряженного состояния в общей теории напряженно-деформированного состояния элементов твердых тел // Изв. высших учебных заведений. Геология и разведка. 2014. № 1. С. 60–66.
- Панин В. Е., Гриняев Ю. В., Данилов В. И. Структурные уровни пластической деформации и разрушения. Новосибирск: Наука, 1990. 255 с.
- Панин В. Е., Лихачев В. А., Гриняев Ю. В. Структурные уровни деформации твердого тела. Новосибирск: Наука, 1985. 229 с.
- Петров Ю. В. Квантовая аналогия в механике разрушения твердых тел // Физ. тверд. тела. 1996а. Т. 38, вып. 11. С. 3385–3393.
- Петров Ю. В. «Квантовая» макромеханика динамического разрушения твердых тел // Изд. ИПМаш РАН, 1996b. 52 с.
- Петров Ю. В., Уткин А. А. О влиянии скорости нагружения на критические параметры динамического разрушения // 1-я всесоюз. конф. «Механика разрушения материалов». Львов, 1987. С. 65.
- Петров Ю. В., Уткин А. А. О зависимости динамической прочности от скорости нагружения // Физ.-хим. мех. матер. 1989. Т. 25, № 2. С. 38–41.
- Петросян А. Э., Иванов Б. М., Крупеня В. Г. Теория внезапных выбросов. М.: Наука, 1983. 149 с.
- Петухов И. М., Сидоров В. С., Раевская Г. Г. О зоне опорного давления // Сб. науч. тр. ВНИМИ. 1968. № 54. С. 208–216.
- Пиховкин В. С. Размеры зон проявлений опорного давления на пологих пластах Донбасса. Новосибирск: Изд. ФТПРПИ, 1974. С. 115–116.
- Прагер В. Исследование зависимости «напряжения — деформации» в изотропных пластических твердых телах // Теория пластичности. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1948. С. 301–315.
- Протодьяконов М. М. Давление горных пород и рудничное крепление. Ч. 1. М.: Госгортехиздат, 1930. 30 с.
- Протодьяконов М. М., Ильницкая Е. И. Установка для исследования горных пород и твердых материалов в различных условиях трехосного сжатия с тремя неравными компонентами // Физико-технические горные проблемы. М., 1971. С. 106–112.
- Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979. 744 с.
- Работнов Ю. Н. Введение в механику разрушения. М.: Наука, 1987, 80 с.
- Родионов В. Н., Сизов И. А., Цветков В. М. Основы геомеханики. М.: Недра, 1986. 299 с.
- Ртищев А. Д. Исследование влияния влажности бетона на его деструкцию при растяжении // Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева. 2010. Т. 258. С. 65–75.
- Салустович А. Пучение глинистых пород в условиях шахты. М.: Углетехиздат, 1963. 107 с.
- Сергеев В. М. Инженерная геология. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1978. 219 с.
- Слесарев В. Д. Вопросы управления кровлей. М.; Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1935. 232 с.

- Сухонос С. И. Масштабный эффект — неразгаданная угроза. М.: Новый центр, 2001. 68 с.
- Турчанинов И. А., Иофис М. А., Каспарьян Э. В. Основы механики горных пород. Л.: Недра 1977. 503 с.
- Феннер Р. Исследование горного давления // Вопросы теории горного давления. М., 1961. С. 5–58.
- Филоненко-Бородич М. М. Механические теории прочности. М.: Изд. Моск. ун-та, 1961. 90 с.
- Фисенко Г. Л. Предельные состояния горных пород вокруг выработок. М.: Недра, 1976. 272 с.
- Фрейденталь А. Р., Гейрингер Х. Математические теории неупругой сплошной среды. М.: Физматгиз, 1962. 430 с.
- Холланд Ч. Т., Томас Э. Горные удары в угольных шахтах США. М.: Углетехиздат, 1956. 43 с.
- Ходот В. В. Внезапные выбросы угля и газа. М.: Госгортехиздат, 1961. 364 с.
- Христианович С. А. Деформация упрочняющегося пластического материала // Изв. АН СССР. МТТ. 1974. Т. 2. С. 148–174.
- Христианович С. А., Михлин С. Г., Девисон Б. Б. Некоторые новые вопросы механики сплошной среды. М.: Изд. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова АН СССР, 1938. 143 с.
- Христианович С. А., Салганик Р. Л. Внезапные выбросы угля (породы) и газа. Напряжения и деформации. М.: Изд. ин-та проблем механики АН СССР, 1960. 87 с.
- Христианович С. А., Кузнецов С. В. О напряженном состоянии горного массива при проведении очистных работ // Горное давление. 1965. Т. LIX. С. 95–111.
- Цимбаревич П. М. Механика горных пород. М.: Углетехиздат, 1948. 184 с.
- Шевяков Л. Д. Современные задачи управления горным давлением // Изв. АН СССР. ОТН. 1946. Т. 10. С. 1473–1481.
- Шемякин Е. И. О паспорте прочности горных пород // Измерение напряжений в массиве горных пород. Ч. 1. Новосибирск, 1974. С. 9–20.
- Шпакелер Г. Основная проблема горного давления // Вопросы теории горного давления. М., 1961. С. 231–241.
- Abtahi S. M., Sheikhzadeh M., Hejazi S. M. Fiber-reinforced asphalt-concrete — A review // Construction and Building Materials. 2010. Vol. 24. P. 871–877.
- Bazant Z. P. Size effect aspects of measurement of fracture characteristics of quasibrittle material // Advanced Cement Based Materials. 1996. Vol. 4, iss. 3–4. P. 128–137.
- Bazant Z. P. Size effect // Intern. J. of Solids and Structures. 2000. Vol. 37. P. 69–80.
- Berezkin A. N., Krivosheev S. I., Petrov Yu. V., Utkin A. A. Effect of delayed crack nucleation under threshold pulse loading // Dokl. Phys. 2000. Vol. 45, N 11. P. 617–619.
- Bragov A. M., Karihaloo B. L., Petrov Yu. V., Konstantinov A. Yu. et al. High-rate deformation and fracture of fiber reinforced concrete // J. of Applied Mech. and Tech. Phys. 2012a. Vol. 53, is. 6. P. 926–933.
- Bragov A., Konstantinov A., Lomunov A., Forni D. et al. High strain rate response of UHP(FR) C in compression [Электронный ресурс] EPJ Web of Conference. 2015a. URL:

- https://www.researchgate.net/publication/282836602_High_strain_rate_response_of_UHPFRC_in_compression (access date 01.10.2018).
- Bragov A. M., Konstantinov A. Yu., Petrov Yu. V., Evstifeev A. D.* Structural-temporal approach for dynamic strength characterization of rock // *Materials Phys. and Mech.* 2015b. Vol.23. P.61–65.
- Bratov V., Petrov Yu.* Application of incubation time approach to simulate dynamic crack propagation // *Intern. J. of Fracture*, 2007; 146, is. 1. P.53–60.
- Cadoni E., Labibes K., Albertini C., Berra M.* et al. Strain-rate effect on the tensile behaviour of concrete at different relative humidity levels // *Materials and structures*. 2001. Vol. 34. <https://doi.org/10.1007/BF02482196> (access date 01.10.2018).
- Cadoni E., Bragov A. M., Dotta M., Forni D.* et al. Mechanical characterization of rocks at high strain rate // *EPJ Web of Conference*. 2012. Vol.26. <https://doi.org/10.1051/epjconf/20122601021>.
- Chasiotis I., Knauss W.G.* The mechanical strength of polysilicon films. Pt 2. Size effects associated with elliptical and circular perforations // *J. Mech. Phys. Solids*. 2003. Vol. 51. P. 1551–1572.
- Christensen R. J., Swanson S. R., Brown N. S.* Split-Hopkinson bar tests on rock under confining pressure // *Experimental Mech.* 1972. Vol. 22, N 11. P. 508–513.
- Dai F., Huang S., Xia K., Tan Z.* Some fundamental issues in dynamic compression and tension tests of rocks using split Hopkinson pressure bar // *Rock Mech. Rock Eng.* 2010. Vol. 43. P. 657–666.
- Eckart D., Grimm W., Thoma K.* Plötzliche Ausbrüche von Gestein und Gas im Bergbau // *Freiberger Forschungshefte*. 1966. Vol. 409. 235 S.
- Erzar B., Forquin P.* Experiments and mesoscopic modelling of dynamic testing of concrete // *Mechanics of materials*. 2011. Vol. 43. P. 505–527.
- Evstifeev A., Petrov Yu., Bragov A., Konstantinov A.* The strength competition effect at different strain rates. *Procedia Structural Integrity*. 2016. 2. P. 446–451.
- Field J.E., Walley S.M., Proud W.G., Goldrein H. T.* et al. Review of experimental techniques for high rate deformation and shock studies // *Intern. J. of Impact Eng.* 2004. Vol. 30. P. 725–775.
- Forquin P., Erzar B.* Dynamic fragmentation process in concrete under impact and spalling tests // *Intern. J. of Fracture*. 2010. 163. P. 193–215.
- Freudenthal A.M., Geiringer H.* The mathematical theories of the inelastic continuum // *Elasticity and Plasticity*. 1958. Vol. 3/6. P. 241.
- Frew D., Forrestal M., Chen W.* A split Hopkinson pressure bar technique to determine compressive stress-strain data for rock materials // *Exp. Mech.* 2001. Vol. 41, N 1. P. 40–46.
- Freudenthal A.M., Geiringer H.* The mathematical theories of the inelastic continuum // *Encyclopedia of Physics*. Vol. 3/6. *Elasticity and Plasticity*. Springer-Verlag, 1958. P. 241.
- Grote D.L., Park S.W., Zhou M.* Dynamic behavior of concrete at high strain rates and pressures: I. experimental characterization // *Intern. J. of Impact Eng.* 2001. Vol. 25. P. 869–886.

- Gruzdkov A. A., Petrov Yu. V.* On temperature-time correspondence in high-rate deformation of metals // *Dokl. Physics*. 1999. Vol. 44, N 2. P. 114–116.
- Goldsmith W., Sackman J. L.* Wave transmission in rock // *Rock Mech. Symp. Special ASME publication. Applied Mechanics Division*. Vol. 3. Detroit, 1973. P. 73–128.
- Hao Y., Hao H.* Dynamic compressive behaviour of spiral steel fibre reinforced concrete in split pressure bar tests // *Construction and Building Materials*. 2013a. Vol. 48. P. 521–532.
- Hao Y., Hao H., Jiang G. P., Zhou Y.* Experimental confirmation of some factors influencing dynamic concrete compressive strengths in high-speed impact tests // *Cement and Concrete Res.* 2013b. Vol. 52. P. 63–70.
- Hong L., Li X. B., Ma C. D., Yin T. et al.* Study on size effect of rock dynamic strength and strain rate sensitivity // *Chinese J. Rock. Mech. Eng.* 2008. Vol. 27, iss. 3. P. 526–33.
- Krauthammer T., Elfahal M. M., Lim J., Ohno T. et al.* Size effect of high-strength concrete cylinders subjected to axial impact // *Intern. J. of Impact Eng.* 2003. Vol. 28. P. 1001–1016.
- Kruszka L., Mocko W., Fenu L., Cadoni E.* Comparative experimental study of dynamic compressive strength of mortar with glass and basalt fibres // *EPJ Web of Conferences*. 2015. Vol. 94. 05008.
- Li X. B., Lok T. S., Zhao J.* Dynamic characteristics of granite subjected to intermediate loading rate // *Rock Mech. Rock Eng.* 2005. Vol. 38, iss. 1. P. 21–39.
- Lockner D. A.* Rock failure // *Rock Phys. & Phase Relations: a Handbook of Phys. Constants*. Ser. AGU Reference Shelf (Bk 3). American Geophysical Union, 1995. P. 127–147.
- Lou W.* Dynamic fracture behaviour of dry and waterlogged granites // *Explosion and shock waves*. 1994. Vol. 14, iss. 3. P. 249–254.
- Lu X., Xu J., Ge H., Zhao D. et al.* Effect of confining pressure on mechanical behaviors of sandstone under dynamic impact loads // *Chinese J. Rock. Mech. Eng.* 2010. Vol. 29, iss. 1. P. 193–201.
- Mohr O.* Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materials? *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure* 1900. Vol. 44 (45). S. 1524–1530.
- Morozov N. F., Petrov Yu. V.* *Dynamics of Fracture*. Berlin; Heidelberg; New York: Springer, 2000. 98 p.
- Morozov N. F., Petrov Yu.* Incubation time based testing of materials // *European J. of Mech. A/Solids*. 2006. Vol. 25, N 4. P. 670–676. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2006.05.005>.
- Morozov N. F., Petrov Yu. V., Utkin A. A.* Fracture at the crack tip in impact loading // *Soviet. Material Sci.* 1989. Vol. 24, iss. 4. P. 397–399.
- Nicolis J.* *Dynamic of Hierarchical System // An evolutionary approach*. Berlin: Springer, 1986. 397 p.
- Norel B. K.* Thermodynamic criterion of rock strength // *Mechanics of jointed and faulted rock*. Rotterdam: Balkema, 1990. P. 987–991.
- Ogata Y., Jung W., Kubota S., Wada Y.* Effect of the strain rate and water saturation for the dynamic tensile strength of rocks // *Materials Sci. Forum*. 2004. Vol. 465–466. P. 361–366. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.465-466.361>.

- Okubo S., Nishimatsu He C., Chu S.Y.* Loading rate dependency of uniaxial compressive strength of rock under water-saturated condition // J. of the Soc. of Materials Sci. 1992. Vol. 41, iss. 463. P. 403–409.
- Petrov Yu. V.* On the “quantum” nature of dynamic fracture in brittle solids // Sov. Phys. Dokl. 1991. Vol. 36. P. 802–804.
- Petrov Yu. V.* Incubation time criterion and the pulsed strength of continua: fracture, cavitation, and electrical breakdown // Dokl. Phys. 2004a. Vol. 49, iss. 4. P. 246–249.
- Petrov Yu. V.* Fracture, electric breakdown and phase transformations under impact loading // Procedia Materials Sci. 2014. Vol. 3. P. 467–472.
- Petrov Yu. V., Glebovski P.A.* Criterion of the incubation time in the problems of a pulsed fracture and an electric breakdown // Tech. Phys. 2004. Vol. 49, N 11. P. 1447–1451.
- Petrov Yu. V., Gruzdkov A. A., Bratov V. A.* Structural-temporal theory of fracture as a multi-scale process // Phys. Mesomech. 2012b. Vol. 15. P. 232–237.
- Petrov Yu. V., Gruzdkov A. A., Morozov N. F.* The principle of equal powers for multilevel fracture in continua // Dokl. Phys. 2005. Vol. 50, iss. 9. P. 448–451.
- Petrov Yu. V., Karihaloo B. L., Bratov V. V., Bragov A. M.* Multi-scale dynamic fracture model for quasi-brittle materials // Intern. J. of Eng. Sci. 2012a. Vol. 61. P. 3–9.
- Petrov Yu. V., Morozov N. F.* On the modeling of fracture of brittle solids // ASME J. Appl. Mech. 1994. Vol. 61, N 3. P. 710–712.
- Petrov Yu. V., Sitnikova E. V.* Dynamic cracking resistance of structural materials predicted from impact fracture of an aircraft alloy // Tech. Phys. 2004. Vol. 49, iss. 1. P. 57–60.
- Petrov Yu. V., Utkin A. A.* Dependence of the dynamic strength on loading rate // Materials Sci. 1989. Vol. 25, N 2. P. 153–156.
- Qi C., Wang M., Bai J., Li K.* Mechanism underlying dynamic size effect on rock mass strength // Intern. J. of Impact Eng. 2014. Vol. 68. P. 1–7.
- Reinhardt H. W., Rossi P., van Mier J. G. M.* Joint investigation of concrete at high rates of loading // Materials and Structures. 1990. Vol. 23. P. 213–216.
- Rodriguez T., Navarro C., Sanchez-Galvez V.* Some corrections to the data analysis of the dynamic tensile tests in the Hopkinson bar // J. de Phys. IV. 1994. Vol. 4, iss. C8. P. C8-83–C8-88.
- Rossi P., Van Mier J. G. N., Toutlemonde F., Maou F. et al.* Effect of loading rate on the strength of concrete subjected to uniaxial tension // Materials and Structures. 1994. Vol. 27. P. 260–264.
- Roumaldi J. P., Batson G. B.* Mechanics of crack arrest in concrete // J. of Eng. mechanics. 1963. Vol. 89. P. 147–168.
- Song P. S., Hwang S.* Mechanical properties of high-strength steel fiber-reinforced concrete // Construction and Building Materials. 2004. Vol. 18. P. 669–673.
- Taylor G. J., Quinney H.* The plastic distortion of metals // Phil. Trans. Roy. Soc. A. 1931. Vol. 230, iss. 681–693. P. 323–362.
- Tsuchiya T., Tabata O., Sakata J., Taga Y.* Tensile testing of polycrystalline silicon thin films using electrostatic force grip // Trans. IEE Japan. 1996. Vol. 116–E, N 10. P. 441–446.

- Wang Z.-L., Liu Y.-S., Shen R. F. Stress-strain relationship of steel fiber-reinforced concrete under dynamic compression // *Construction and Building Materials*. 2008. Vol.22. P.811–819.
- Weckert S., Weerasooriya T., Gunnarson C. A. Loading rate effect on the tensile failure of concrete and its constituents using diametrical compression and direct tension // *Dynamic Behavior of Materials*. Vol. 1. Proc. of the 2011 Annual Conf. on Experimental and Applied Mechanics. Springer, 2011. P.13–27.
- Weibull W. The phenomenon of rupture in solids // *Proc. Roy. Swedish Inst. of Eng. Research (Ingenioersvetenskaps Akad. Handl.)*. 1939. Vol. 153. P. 1–55.
- Weibull W. A statistical representation of fatigue failures in solids // *Proc. Roy. Inst. of Tech.* 1949. N 27. 12 p.
- Weibull W. A statistical distribution function of wide applicability // *J. of Applied Mech.* ASME. 1951. Vol. 18. P.293–293.
- Weibull W. Basic aspects of fatigue // *Proc. of colloquium on fatigue, Stockholm, May 25–27, 1955. Stockholm, 1956. P.289–298.*
- Yan D., Lin G. Dynamic properties of concrete in direct tension // *Cement and Concrete Res.* 2006. Vol. 36. P.1371–1378.
- Yet T. C., Hamid R., Kasamuri M. Dynamic stress-strain behaviour of steel fiber reinforced high-performance concrete with fly ash // *Advances in Civil Eng.* 2012. Vol.2012. P.1–6.
- Yuan F., Prakash V., Tullis T. Origin of pulverized rocks during earthquake fault rupture // *J. Geophys. Res.* 2011. Vol. 116, iss. B6. P.B06309. <https://doi.org/10.1029/2010JB007721/>.
- Zhang Q. B., Zhao J. Determination of mechanical properties and full-field strain measurements of rock material under dynamic loads // *Int. J. Rock Mech. Min.* 2013. Vol. 60. P.423–439.
- Zou C., Wong L. Size and geometry effects on the mechanical properties of carrara marble under dynamic loadings // *Rock Mech. and Rock Eng.* 2016. 49. P.1695–1708.