

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

**ЕСТЕСТВЕННОЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ
И ИССЛЕДОВАНИЯ
ВНУТРЕННЕГО
СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ**

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ЗЕМЛИ им. О. Ю. ШМИДТА

550.3:525.2

ЕСТЕСТВЕННОЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ
И ИССЛЕДОВАНИЯ
ВНУТРЕННЕГО
СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
МОСКВА 1971



1239

В сборнике рассматриваются вопросы распространения естественного электромагнитного поля с учетом взаимного влияния магнитосферы и Земли, изучения структуры этого поля как неоднородной плоской волны, влияния горизонтальных неоднородностей среды на результаты магнитотеллурических исследований, вопросы методики наблюдений и обработки вариаций естественного электромагнитного поля и их интерпретации и некоторые геологические результаты, полученные на основе магнитотеллурических исследований.

Издание рассчитано на геофизиков, занимающихся исследованием структуры и природы естественного электромагнитного поля и использованием последнего для изучения внутреннего строения Земли.

ОТВЕТСТВЕННЫЕ РЕДАКТОРЫ

кандидаты физико-математических наук

Н. В. ЛИПСКАЯ, Н. Н. НИКИФОРОВА

ПРЕДИСЛОВИЕ

Зависимость, существующая между поведением электромагнитного поля и электрическими характеристиками среды, в которой это поле распространяется, служит физическим обоснованием электромагнитных методов изучения внутреннего строения Земли. Работами последних лет показано, что для целей зондирования Земли могут быть с успехом использованы вариации естественного электромагнитного поля.

В настоящее время открываются новые возможности применения вариаций естественного электромагнитного поля в целях получения информации о состоянии внешней среды, заполняющей околоземное пространство, которое является объектом пристального внимания геофизиков.

Названные факты объясняют появление большого количества работ, направленных на изучение процессов, происходящих в естественном электромагнитном поле.

В настоящем сборнике, посвященном этому кругу вопросов, рассмотрены теоретические задачи о распространении электромагнитного поля в сложной неоднородной и анизотропной среде, данные о моделировании электромагнитных полей в неоднородных средах, результаты исследования специфических особенностей поведения естественного поля, представлены примеры использования вариаций естественного поля для решения задач магнитотеллурического зондирования и даны рекомендации по методике обработки этих вариаций.

Представленные в сборнике работы выполнены в основном научными сотрудниками Института физики Земли АН СССР.

Статьи «Поле кольцевого тока на поверхности многослойной Земли» и «Оценка числа слоев геоэлектрического разреза при интерпретации кривых электромагнитных зондирований» написаны сотрудниками кафедры физики земной коры Ленинградского Государственного университета. Работа «Кривые магнитотеллурического зондирования в двухслойной среде с негоризонтальным залеганием поверхности идеально проводящего основания» выполнена совместно сотрудниками Вычислительного центра Московского государственного университета В. И. Дмитриевым и Н. В. Гущиной, Института физики Земли АН СССР Н. В. Липской и научным сотрудником Института геофизики Польской академии наук А. Шиманьским. Статья «Магнитотеллурические исследования в западной части Русской платформы» написана сотрудниками Института физики Земли АН СССР и Сектора физики Земли АН БССР.

НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕОДНОРОДНОГО ПОЛЯ В ГОРИЗОНТАЛЬНО ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Н. В. ЛИПСКАЯ

Основой магнитотеллурического метода явились связи, существующие между распределением электрических свойств вещества внутри Земли и поведением вариаций естественного электромагнитного поля на ее поверхности. Возможность использования данных о естественном поле для изучения внутреннего строения Земли была указана А. Н. Тихоновым.

В первые годы развития метода в основу теории интерпретации была положена задача о плоской волне, распространяющейся в горизонтально однородной проводящей толще. С накоплением экспериментального материала было установлено, что названная задача не всегда удовлетворяет реальным условиям, и экспериментальные результаты в большинстве случаев расходятся с теоретическими. Причинами подобных расхождений являются не учитываемые теорией отклонения принятой модели среды и поля от их структуры, существующей в действительности.

В настоящее время выполнено много работ, учитывающих влияние различных типов неоднородностей электропроводности внутри Земли на распределение поля на ее поверхности. Значительное внимание уделяется проблеме, связанной с распространением в Земле неоднородного и достаточно сложного по своей структуре переменного поля. Очень интересные работы посвящены изучению природы внешнего поля и процессов его деформации при прохождении через слои ионосферы.

Данная работа относится к тому же кругу вопросов. В ней рассмотрена задача геологической интерпретации результатов регистрации вариаций естественного электромагнитного поля в предположении, что поле имеет сложный характер, а подстилающая среда горизонтально однородна.

Рассмотрим поле достаточно общего вида, которое может быть представлено в виде суперпозиции элементарных волн

$$\begin{aligned}\bar{E} &= \bar{e}(z) e^{-i(\omega t - \lambda x - l y)}, \\ \bar{H} &= \bar{h}(z) e^{-i(\omega t - \lambda x - l y)},\end{aligned}\quad (1)$$

где x, y, z — система декартовых координат с осью z , направленной вертикально вниз; $\bar{e}(z)$ и $\bar{h}(z)$ есть векторные функции координаты z ; λ и l — постоянные, характеризующие закон распределения поля на поверхности; ω — круговая частота; i — мнимая единица.

Задача о распространении поля подобного рода была впервые рассмотрена В. И. Дмитриевым [1]. Сформулированная им постановка задачи существенно отличалась от предположений, сделанных в предшествующих исследованиях [2—8], тем, что в рассмотрение была введена отличная от нуля вертикальная составляющая электрического поля. До этого времени она всегда предполагалась тождественно равной нулю.

Для последнего предположения имелись достаточно веские основания. Сопоставление значений электропроводности верхних слоев Земли и воздуха в приземном слое [9, 10] $\sigma^i \sim 10^{-2} - 10^{-1}$ (ом·м) $^{-1}$ и $\sigma^e \sim 2 \cdot 10^{-14}$ (ом·м) $^{-1}$ свидетельствовало о том, что в силу справедливости условия непрерывности нормальной составляющей электрического тока на границе Земля — воздух

$$(\sigma e_n)_\text{гр}^i = (\sigma e_n)_\text{гр}^e,$$

между нормальными составляющими поля в Земле e_n^i и воздухе e_n^e должно существовать соотношение

$$e_n^i \sim (10^{-13} - 10^{-12}) e_n^e.$$

Экспериментальными исследованиями установлено, что нормальная составляющая поля в Земле примерно на четыре порядка меньше тангенциальной. Заметим, что последнее утверждение не является строго доказанным — имеются работы [11, 12], показывающие, что в некоторых случаях амплитуды вариаций названных составляющих поля в Земле могут быть соизмеримы друг с другом. Однако даже в случае справедливости заключения об исключительной малости компоненты e_n^i относительно e_n^e и e_t^i этот факт еще не может служить достаточным основанием для того, чтобы не рассматривать вертикальную составляющую электрического поля.

Можно показать, что предположение $e_n \equiv 0$, вполне оправданное в задачах с горизонтально однородным полем, перестает

быть бесспорным в задачах с произвольным распределением поля.

Действительно, подставляя выражение элементарной волны (1) в уравнения Максвелла, легко приходим к соотношениям

$$e_z = \frac{-l}{\sigma}(lh_x - \lambda h_y), \quad h_z = \frac{-1}{\omega\mu_0}(le_x - \lambda e_y),$$

$$e'_z = -i(\lambda e_x + le_y), \quad h'_z = -i(\lambda h_x + lh_y),$$
(2)

где $e'_z = \frac{\partial e_z}{\partial z}$ и $h'_z = \frac{\partial h_z}{\partial z}$.

В этих равенствах вертикальные составляющие поля связаны с градиентами тангенциальных. По-видимому, именно эти соотношения должны служить основанием для выяснения возможности пренебрежения вертикальными составляющими.

При известном h_z равенства (2) могут быть использованы для определения значений параметров λ и l , характеризующих степень неоднородности поля вдоль осей x , y .

В случае горизонтально однородного поля (λ и $l=0$ одновременно) обе его вертикальные составляющие должны отсутствовать: $e_z \equiv 0$ и $h_z \equiv 0$.

Если поле неоднородно (обе или хотя бы одна из постоянных λ и l отличны от нуля), то должны быть отличными от нуля либо одна из двух вертикальных составляющих поля, либо обе одновременно. В первом случае в силу (2) колебания векторов поля должны оказаться линейно (при λ и l действительных) или эллиптически (при λ и l комплексных) поляризованы, причем эллипсы поляризации должны быть подобны, а их главные оси (или сами векторы) взаимно ортогональны.

Если обе вертикальные составляющие не равны нулю, то на поле не накладывается никаких ограничений.

Анализ экспериментальных данных о поведении поля должен показать, какая из названных возможностей более соответствует действительности. Во всяком случае, данных, подтверждающих безусловную необходимость пренебрежения e_z , еще не имеется.

Равенства (2) были использованы нами для оценок величин λ , l и e_z поля суточных вариаций. Результаты хорошо согласовались с оценками тех же величин, найденных другими методами.

Подстановка уравнений (1) в уравнения Максвелла может привести к соотношениям, связывающим между собой горизонтальные компоненты поля

$$\begin{aligned}
 e_x &= \frac{\lambda l}{v^2} \left[i\omega\mu_0 \frac{h_z}{h'_z} + \frac{e'_z}{\sigma e_z} \right] h + \frac{1}{v^2} \left[i\omega\mu_0 l^2 \frac{h_z}{h'_z} - \lambda^2 \frac{e'_z}{\sigma e_z} \right] h_y, \\
 e_y &= \frac{-1}{v^2} \left[i\omega\mu_0 \frac{h_z}{h'_z} \lambda^2 - l^2 \frac{e'_z}{\sigma e_z} \right] h_x - \frac{\lambda l}{v^2} \left[i\omega\mu_0 \frac{h_z}{h'_z} + \frac{e'_z}{\sigma e_z} \right] h_y,
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

где $v^2 = \lambda^2 + l^2$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ эч/м, $f' = \frac{\partial f}{\partial z}$.

В. И. Дмитриев, задаваясь полем в форме (1) и исключая далее из рассмотрения его вертикальные составляющие, доказал существование тензорной связи между горизонтальными компонентами. Полученные им элементы тензора (главных и дополнительных импедансов) являлись функциями периода вариаций и параметров подстилающей горизонтально однородной слоистой среды.

Равенства (3) представляют ту же тензорную форму связи, однако здесь элементы тензора — множители при компонентах h_x и h_y — выражены явно через вертикальные составляющие поля, чем подчеркивается зависимость их выражений от формы задания поля. Легко установить, что в силу равенств (2) и (3) при $e_z \equiv 0$ дополнительные импедансы исчезают, а главные становятся с точностью до знака равными друг другу, что характерно для задачи с полем, не имеющим вертикальной компоненты e_z и распространяющемся в горизонтально однородной среде.

Отметим, что в выражения импедансов вертикальные составляющие поля входят только в виде соотношений

$$i\omega\mu_0 \frac{h_z}{h'_z} \text{ и } \frac{e'_z}{\sigma e_z}, \tag{4}$$

численные значения которых могут оказаться достаточно большими даже при очень малых значениях самих составляющих.

Соотношения (4) могут быть записаны в аналитической форме. Легко доказывается справедливость тождеств

$$\frac{e'_z}{\sigma e_z} \equiv X(z), \quad \frac{h'_z}{h_z} \equiv Y(z) \tag{5}$$

и

$$i\omega\mu_0 \frac{h_z}{h'_z} \equiv -Z(z), \tag{6}$$

где $X(z)$, $Y(z)$ и $Z(z)$ — функции, введенные В. И. Дмитриевым и С. П. Сривастава.

Функции $X(z)$ и $Y(z)$ определены в слое номера m $z_{m-1} < z < z_m$ при помощи рекуррентных формул

$$X(z) = \frac{-i\tilde{k}_m}{\sigma_m} \frac{(i\tilde{k}_m - \sigma_m X_m) - (i\tilde{k}_m + \sigma_m X_m) e^{2i\tilde{k}_m(z-z_m)}}{(i\tilde{k}_m + \sigma_m X_m) + (i\tilde{k}_m - \sigma_m X_m) e^{2i\tilde{k}_m(z-z_m)}}, \quad (7)$$

$$Y(z) = -i\tilde{k}_m \frac{(i\tilde{k}_m - Y_m) - (i\tilde{k}_m + Y_m) e^{2i\tilde{k}_m(z-z_m)}}{(i\tilde{k}_m - Y_m) + (i\tilde{k}_m + Y_m) e^{2i\tilde{k}_m(z-z_m)}}, \quad (8)$$

где

$$\tilde{k}_m^2 = i\omega\mu_0\sigma_m - v^2, \quad X_m = X(z_m), \quad Y_m = Y(z_m),$$

σ_m — проводимость слоя m , $m=1, 2, \dots, n$. При помощи тождеств

$$\operatorname{th} \alpha \equiv \frac{1 - e^{-2\alpha}}{1 + e^{2\alpha}}, \quad \operatorname{arth} \alpha \equiv \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \equiv \operatorname{arcth} \frac{1}{\alpha}, \quad (|\alpha| < 1)$$

уравнения (7) и (8) на поверхности многослойной среды $z=0$ приводятся к виду

$$X(0) = \frac{i\tilde{k}_1}{\sigma_1} \operatorname{th} \left[-i\tilde{k}_1 h_1 + \operatorname{arth} \left[\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \frac{i\tilde{k}_2}{i\tilde{k}_1} \operatorname{th} \left[-i\tilde{k}_2 h_2 + \operatorname{arth} \left[\frac{\sigma_2}{\sigma_3} \frac{i\tilde{k}_3}{i\tilde{k}_2} \operatorname{th} \left[\dots + \operatorname{arth} \left[\frac{\sigma_{n-1}}{\sigma_n} \frac{i\tilde{k}_n}{i\tilde{k}_{n-1}} \right] \dots \right] \right] \right] \right]; \quad (9)$$

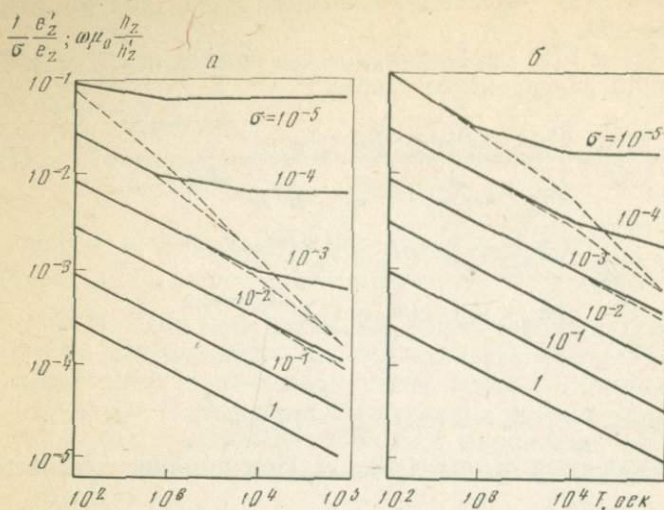
$$Y(0) = i\tilde{k}_1 \operatorname{th} \left[-i\tilde{k}_1 h_1 + \operatorname{arth} \left[\frac{i\tilde{k}_2}{i\tilde{k}_1} \operatorname{th} \left[-i\tilde{k}_2 h_2 + \operatorname{arth} \left[\frac{i\tilde{k}_3}{i\tilde{k}_2} \operatorname{th} \left[\dots + \operatorname{arth} \left[\frac{i\tilde{k}_n}{i\tilde{k}_{n-1}} \right] \dots \right] \right] \right] \right], \quad (10)$$

где h_m — толщина слоя с номером m .

Выражение $Z(z)$ на поверхности многослойной среды может быть записано в форме

$$Z(0) = \frac{i\omega}{\theta_1} \operatorname{cth} \left[\theta_1 h_1 + \operatorname{arcth} \left[\frac{\theta_1}{\theta_2} \operatorname{cth} \left[\theta_2 h_2 + \operatorname{arcth} \left[\frac{\theta_2}{\theta_3} \operatorname{cth} \left[\theta_3 h_3 + \dots + \operatorname{arcth} \left[\frac{\theta_{n-1}}{\theta_n} \right] \dots \right] \right] \right] \right], \quad (11)$$

где $\theta_m^2 = 4\pi i\omega\sigma_m + v^2$. Различие в обозначениях, использованных в (11) и (7)–(10), вызвано различным выбором единиц и знаков



Кривые зависимости модулей слагаемых импеданса $|X(0)| = \frac{1}{\sigma} \left| \frac{e'_z}{e_z} \right|_{z=0}$ (сплошные кривые) и $\left| \frac{\omega \mu_0}{Y} \right| = \left| \omega \mu_0 \left| \frac{h_z}{h'_z} \right|_{z=0} \right|$ (пунктирные кривые) от периода вариаций T вблизи поверхности однородной среды при разных значениях ее проводимости σ , $(\text{ом} \cdot \text{м})^{-1}$
 а — параметр $\nu = 2\pi \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}$; б — параметр $\nu = \pi/2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}$

в показателе множителя $e^{\pm i\omega t}$ (система МКС в работе [1] и система CGS μ и $e^{\pm i\omega t}$ в работе [5, 6]).

Функция $Z(0)$ является выражением импеданса на поверхности $z=0$, найденным С. П. Сривастава для задачи с неоднородным полем (с $e_z \equiv 0$) и использованным им при построении альбома палеток [6]. В силу тождества (6) поведение одного из слагаемых, входящих в выражения импедансов в равенствах (3), может быть достаточно полно определено в различных областях изменения периода T и при разных типах разрезов при помощи кривых альбома, приведенного в работе [6].

Оценки второго слагаемого могут быть получены без расчетов для некоторых частных случаев.

В случае однородной среды, заполняющей нижнее полупространство, на поверхности $z=0$ в силу $\nu h_1 \rightarrow \infty$ $X(0) \rightarrow i\tilde{k}_1/\sigma_1$ и $Y(0) \rightarrow i\tilde{k}_1$.

Благодаря справедливости соотношений

$$\left| \frac{\tilde{k}_1}{\sigma_1} \right| = \left| \frac{\sqrt{\nu^2 - i\omega\mu_0\sigma_1}}{\sigma_1} \right| \geq \left| \frac{\sqrt{\nu^2 - i\omega\mu_0\sigma_1}}{\sigma_1 + i\nu^2/\omega\mu_0} \right| = \left| \frac{i\omega\mu_0}{\tilde{k}_1} \right|$$

при любых значениях T выполняется неравенство

$$\left| \frac{1}{\sigma} \frac{e'_z}{e_z} \right|_{z=0} \geq \left| i\omega\mu_0 \frac{h_z}{h'_z} \right|_{z=0}.$$

Равенство между обоими выражениями соблюдается только в области малых T ($\omega\mu_0\sigma_1 \gg v^2$). С ростом T левый член начинает преобладать над правым. Ход значений этих выражений с изменением T показан на рис. 1.

В многослойных средах в области малых T в силу тех же условий справедливо равенство

$$\frac{1}{\sigma} \frac{e'_z}{e_z} \Big|_{z=0} = -i\mu_0\omega \frac{h_z}{h'_z} \Big|_{z=0}.$$

В этом случае дополнительные импедансы исчезают, а главные становятся независимыми от v и совпадают по значению друг с другом и импедансом задачи с неоднородным полем. При уменьшении значения v границы рассматриваемой области расширяются, и в пределе при $v \rightarrow 0$ задача переходит в задачу с однородным полем.

В многослойных средах в области больших значений T в силу $\omega\mu_0\sigma_m \ll v^2$ справедливо равенство $\tilde{k}_m^2 = -v^2$ или $-i\tilde{k}_m = v$. В этом случае с ростом T выражение $\frac{e'_z}{\sigma e_z}$ стремится к действительному пределу

$$X(0) = \frac{v}{\sigma_1} \text{th} \left[v h_1 + \text{arth} \left[\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \text{th} \left[v h_2 + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \text{arth} \left[\frac{\sigma_2}{\sigma_3} \text{th} \left[\dots \text{arth} \frac{\sigma_{n-1}}{\sigma_n} \right] \dots \right] \right] \right],$$

значение которого зависит от параметров всех слоев разреза.

Выражение $i\omega\mu_0 \frac{h_z}{h'_z}$ стремится в то же время к чисто мнимому пределу

$$i\omega\mu_0 \frac{h_z}{h'_z} \Big|_{z=0} \rightarrow i\omega\mu_0 \frac{1}{v},$$

не зависящему от параметров разреза. Значение его модуля падает с ростом T , как $1/T$.

Таким образом, при любом типе разреза при достаточно больших значениях T второе слагаемое, стоящее в выражении импедансов, начинает преобладать над первым.

Определяющим членом в этой области окажется тот, который до сих пор не учитывался в большинстве работ, и поэтому ход правых ветвей кривых зондирования в условиях неоднородного поля изменится по сравнению с полученным ранее. В общем случае при различных значениях постоянных λ и l , иными словами, при различном ходе волны поля вдоль горизонтальных осей x и y кривые зондирования, построенные по различным парам ортогональных составляющих поля, должны в области больших T разойтись друг с другом.

Возможность подобного расхождения кривых, обусловленная неоднородностью падающего поля, должна учитываться в дальнейшем. До сих пор в большинстве работ предполагалось, что расхождение кривых вызывается только свойствами подстилающей среды.

Если неоднородности в распределении интенсивности вариаций естественного поля на земной поверхности окажутся значительными, то этот факт может привести к существенной перестройке всего аппарата интерпретации. Вариации поля различных периодов, используемые при построении экспериментальных кривых зондирования, характеризуются не только своей амплитудой, но и обладают различными особенностями — происхождением, областью распространения, степенью неоднородности и пр., — а следовательно, должны иметь различные значения параметров λ и l .

Изменяемость значений λ или l от одного значения периода к другому или при переходе от одного типа вариаций к другому должна учитываться при интерпретации экспериментальных данных. Теоретические кривые, построенные для одного параметра, неизменного во всем диапазоне изменения периодов (как это сделано, например, в альбоме кривых С. П. Сривастава), делают невозможным сопоставление теоретических и экспериментальных кривых. Это заключение во всяком случае относится к той области периодов, в которой неоднородность поля заметно сказывается на форме кривых.

В заключение можно добавить, что тождества (5), левые части которых содержат логарифмические производные вертикальных составляющих поля, позволяют получить их аналитические выражения. Это может представлять интерес при изучении изменяемости этих компонент поля с глубиной.

Литература

1. В. И. Дмитриев. Импеданс слоистой среды для неоднородной плоской волны. — Изв. АН СССР, Физики Земли, 1969, № 2.
2. J. R. Wait. On the relation between telluric currents and the earth's magnetic field. — Geophys., 1954, 19, N 2.
3. A. T. Price. The theory of magnetotelluric methodes where the source field is considered. — J. Geophys. Res., 1962, 67, N 5.

4. *J. R. Wait*. Theory of magnetotelluric fields Radio propagation.—*J. Res. Nat. Bureau Standards*, 1962, **66**, N 5.
5. *S. P. Srivastava*. Method of interpretation of magnetotelluric data when source field is considered.—*J. Geophys. Res.*, 70, 1965, N 4, p. 945—954.
6. *S. P. Srivastava*. Magnetotelluric two- and threelayer master curver.—*Publ. Domin. Observ. Ottawa*, 1967, **35**, N 7.
7. *Н. В. Липская*. Некоторые оценки влияния сферичности Земли на результаты глубинных магнитотеллурических исследований. — В сб. «Магнитотеллурические методы изучения строения земной коры и верхней мантии», № 4. М., «Наука», 1969.
8. *S. P. Srivastava*. Theory of the magnetotelluric method for a spherical conductor.—*Geophys. J. Roy. Astron. Soc.*, 1966, № 11.
9. *S. Warzecha*. Travaux de l'Observatoire géophysique de St. Kalinowski a Swider, Publication jubilaire 1910—1960. Łódz—Warszawa, 1962, p. 89—102.
10. *В. В. Зыкова*. Градиент электрического потенциала атмосферы в г. Южно-Сахалинске за 1933—1946 гг. — Труды Главной Геофизической обсерватории им. А. И. Воейкова, вып. 58/120. «Атмосферное электричество». Л., Гидрометиздат, 1956.
11. *F. W. Jones, L. P. Geldart*. Vertical telluric currents.—In: *Earth and planetary science letters*, v. 2, N 1. Amsterdam, North—Holland Publ. Co., 1967.
12. *F. W. Jones, L. P. Geldart*. Vertical telluric currents at separated locations.—In: *Earth and planetary science letters*, v. 2, N 3. Amsterdam, North—Holland Publ. Co., 1967.

К ТЕОРИИ ЕСТЕСТВЕННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

МЕТОД ИЗБЫТОЧНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ ДЛЯ ГИРОТРОПНЫХ СРЕД

Д. Н. ЧЕТАЕВ

Короткопериодные вариации земного электромагнитного поля, распространяющиеся в магнитосфере, отражаясь и преобразуясь на нижней границе ионосферы, доносят до земной поверхности определенную информацию о состоянии магнитосферы. Извлечение этой информации составляет благодарную задачу исследования естественного поля. Электромагнитные поля содержат большой объем информации и о строении земной коры, которую надо уметь извлечь для возможности суждения о внутреннем строении Земли и залегании осадочных толщ.

При исследовании естественного электромагнитного поля мы имеем дело с полем, приходящим из анизотропной среды — плазмы, ионизованного газа в магнитном поле.

Данная статья посвящена развитию метода решения задач электродинамики анизотропных сред при помощи общих электромагнитных потенциалов [1—7] для случая гиротропных сред. Эти среды представляют электромагнитные свойства плазмы в магнитном поле, причем тензор относительной электрической

проницаемости с главной осью z , направленной по внешнему магнитному полю, имеет вид [8]

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & i\varepsilon_a & 0 \\ -i\varepsilon_a & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

Название гиротропных сред связано с тем, что этот тензор приводится к каноническому виду с собственными значениями ε_z , $\varepsilon \pm \varepsilon_a$ в комплексном пространстве с главными осями $x = \pm iy$, вращающимся вокруг оси z .

Компоненты тензора (1) зависят от характеристик плазмы и частоты электромагнитного поля. Например, для двухкомпонентной холодной плазмы при пренебрежении соударениями имеют место следующие выражения [9]:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 1 + \frac{A^2 M (M - x^2)}{(1 - x^2) (M^2 - x^2)}, & \varepsilon_a &= \frac{A^2 M (M - 1) x}{(1 - x^2) (M^2 - x^2)}, \\ \varepsilon_z &= 1 - \frac{A^2 M}{x^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где M — отношение массы иона к массе электрона, равное 1836 для электронно-протонной плазмы; x — отношение частоты волны к гирочастоте ионов

$$x = \frac{\omega}{\omega_{ni}} = \frac{cm_i \omega}{eB_0}; \quad (3)$$

A — отношение скорости света к альфвеновской скорости, т. е. соответствующий показатель преломления

$$A^2 = \frac{c^2}{v_A^2} = \frac{4\pi c^2 n_i (m_i + Zm_e)}{B_0^2}. \quad (4)$$

Теоретическое исследование вопросов преобразования волн различных типов на границе с изотропной средой наталкивается на известные трудности решения краевых задач для гиротропных сред даже для плоских волн [8] при произвольных ориентациях волнового вектора и внешнего поля относительно границы раздела.

Еще большие трудности связаны с исследованием неплоских волн, так как задачи об их возбуждении в присутствии границы раздела решены лишь для наиболее благоприятных случаев взаимной ориентации плоскости раздела, возбуждающего диполя и подмагничивающего поля. Первая работа в этом направлении принадлежит К. А. Барсукову [10]. Применению потенциалов к таким задачам посвящены работы автора [4, 11].

Затруднения при решении краевых задач в этом случае связаны с ограниченными возможностями удовлетворения краевым условиям при прямом рассмотрении полей (или векторных потенциалов без скалярных). Эти затруднения преодолеваются при помощи рассматриваемого метода, при котором регулярность удовлетворения граничным условиям достигается сознательным и до некоторой степени произвольным усложнением общего вида, в котором ищется решение.

Для гиротропных сред вводились некоторые потенциалы, однако не для целей регулярного удовлетворения граничным условиям. Например, А. Г. Гуревичу [12] удалось получить одну скалярную функцию, дифференцированием которой можно получить все компоненты соответствующего электромагнитного поля.

Основное уравнение. Уравнения Максвелла для гиротропной среды, предполагаемой немагнитной и квазинейтральной,

$$\operatorname{rot} \bar{E} + ik_0 \bar{H} = 0, \quad \operatorname{div} \bar{H} = 0, \quad (5)$$

$$\operatorname{rot} \bar{H} - ik_0 \hat{\epsilon} \bar{E} = 0, \quad \operatorname{div} \hat{\epsilon} \bar{E} = 0,$$

где $k_0 = \omega/c$ и временная зависимость выбрана в виде $\exp i\omega t$, будем решать при помощи общих электромагнитных потенциалов, определяющих поле по формулам

$$\bar{H} = \operatorname{rot} \bar{A}, \quad \bar{E} = -ik_0 \bar{A} - \operatorname{grad} \Phi \quad (6)$$

и удовлетворяющих системе четырех уравнений

$$\Delta \bar{A} - \operatorname{grad} \operatorname{div} \bar{A} - ik_0 \hat{\epsilon} \operatorname{grad} \Phi + k_0^2 \hat{\epsilon} \bar{A} = 0; \quad (7)$$

$$\operatorname{div} \hat{\epsilon} \operatorname{grad} \Phi + ik_0 \operatorname{div} \hat{\epsilon} \bar{A} = 0. \quad (8)$$

Эта система расписывается в координатах, связанных с внешним магнитным полем, следующим образом:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \epsilon \right) A_x + \left(-\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + k_0^2 i \epsilon_a \right) A_y - \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial z} - ik_0 \left(\epsilon \frac{\partial}{\partial x} + i \epsilon_a \frac{\partial}{\partial y} \right) \Phi = 0; \quad (9)$$

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} - k_0^2 i \epsilon_a \right) A_x + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \epsilon \right) A_y - \frac{\partial^2 A_z}{\partial y \partial z} - ik_0 \left(\epsilon \frac{\partial}{\partial y} - i \epsilon_a \frac{\partial}{\partial x} \right) \Phi = 0,$$

$$-\frac{\partial^2 A_x}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 A_y}{\partial z \partial y} + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2 \epsilon_z \right) A_z - ik_0 \epsilon_z \frac{\partial}{\partial z} \Phi = 0,$$



12.39

$$ik_0 \left(\varepsilon \frac{\partial}{\partial x} - i\varepsilon_a \frac{\partial}{\partial y} \right) A_x + ik_0 \left(i\varepsilon_a \frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial y} \right) A_y + \quad (10)$$

$$+ ik_0 \varepsilon_z \frac{\partial A_z}{\partial z} + \left[\varepsilon \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \varepsilon_z \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \Phi = 0.$$

Рассмотрим определитель матрицы операторных коэффициентов системы (9) — (10)

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon k_0^2 & -\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + i\varepsilon_a k_0^2 & -\frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & -ik_0 \left(\varepsilon \frac{\partial}{\partial x} + i\varepsilon_a \frac{\partial}{\partial y} \right) \\ -\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} - i\varepsilon_a k_0^2 & \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \varepsilon k_0^2 & -\frac{\partial^2}{\partial y \partial z} & -ik_0 \left(-i\varepsilon_a \frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial y} \right) \\ -\frac{\partial^2}{\partial z \partial x} & -\frac{\partial^2}{\partial z \partial y} & \Delta_{xy} + \varepsilon_z k_0^2 & -ik_0 \varepsilon_z \frac{\partial}{\partial z} \\ ik_0 \left(\varepsilon \frac{\partial}{\partial x} - i\varepsilon_a \frac{\partial}{\partial y} \right); & ik_0 \left(i\varepsilon_a \frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial y} \right); & ik_0 \varepsilon_z \frac{\partial}{\partial z} & \varepsilon \Delta_{xy} + \varepsilon_z \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \end{vmatrix} \quad (11)$$

разложив его по элементам последней строчки

$$D \equiv ik_0 \left(\varepsilon \frac{\partial}{\partial x} - i\varepsilon_a \frac{\partial}{\partial y} \right) A_{41} + ik_0 \left(i\varepsilon_a \frac{\partial}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial y} \right) A_{42} + \quad (12)$$

$$+ ik_0 \varepsilon_z \frac{\partial}{\partial z} A_{43} + \left[\varepsilon \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \varepsilon_z \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] A_{44},$$

где A_{4i} — алгебраические дополнения элементов четвертой строки.

Прямые вычисления дают

$$A_{41} = ik_0 \frac{\partial}{\partial x} L, \quad A_{42} = ik_0 \frac{\partial}{\partial y} L, \quad A_{43} = ik_0 \frac{\partial}{\partial z} L, \quad A_{44} = k_0^2 L, \quad (13)$$

где L — дифференциальный оператор четвертого порядка,

$$L \equiv \Delta_{xy} \Delta_{xy} + \left(1 + \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon} \right) \Delta_{xy} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \quad (14)$$

$$+ k_0^4 \left(\varepsilon_z + \frac{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}{\varepsilon} \right) \Delta_{xy} + 2k_0^2 \varepsilon_z \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^4 \varepsilon_z \frac{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}{\varepsilon}$$

при сокращенных обозначениях

$$\Delta_{xy} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (15)$$

Подставив (13) в разложение (12), убеждаемся, что определитель (11) тождественно обращается в ноль, а это означает, что уравнения системы (9) — (10) не являются независимыми и, в частности, последнее уравнение выполняется при условии достаточной гладкости функций, как следствие удовлетворения трех первых уравнений (9).

Кроме того, из уравнений (9) вытекает, что между четырьмя неизвестными существуют зависимости, которые условно можно выразить известным соотношением линейной алгебры через алгебраические дополнения A_{4i} соответствующих элементов определителя (11)

$$A_x: A_y: A_z: \Phi = A_{41}: A_{42}: A_{43}: A_{44}. \quad (16)$$

Смысл последней записи в том, что

$$A_{44}A_x = A_{41}\Phi; \quad A_{44}A_y = A_{42}\Phi; \quad A_{44}A_z = A_{43}\Phi \quad (17)$$

или в развернутом виде

$$-ik_0LA_x = \frac{\partial}{\partial x}L\Phi, \quad -ik_0LA_y = \frac{\partial}{\partial y}L\Phi, \quad -ik_0LA_z = \frac{\partial}{\partial z}L\Phi. \quad (18)$$

Отсюда следует, что все функции, определяющие ненулевое поле, удовлетворяют единому уравнению, которое мы будем называть основным,

$$LX = 0 \quad (X = A_x, A_y, A_z, \Phi) \quad (19)$$

с оператором L , определяемым выражением (14).

Этому же основному уравнению удовлетворяют и компоненты потенциалов второго рода.

Заметим, что оператор (14), определяющий единое уравнение и для компонент поля [12, 13], в отличие от оператора основного уравнения для одноосных сред, не может быть разложено на два оператора второго порядка.

Обобщенное условие Лоренца и избыточное уравнение. Мы выяснили, что уравнение (10) исходной системы выполняется как следствие удовлетворения первых трех уравнений (9), кроме того, что скалярный потенциал, соответствующий ненулевому полю, удовлетворяет тому же основному уравнению, что и каждая компонента векторного потенциала.

Последнее требование мы можем выполнить в процессе детерминизации системы трех уравнений относительно четырех неизвестных (9), задавшись произвольной линейной зависимостью Φ от компонент \bar{A} . Такая зависимость может быть даже интегро-

дифференциальной, использованной нами в работе [11], где полагалось

$$\Phi = -\frac{1}{ik_0\varepsilon} \left(i\varepsilon_a k_0^2 \theta + \frac{\partial}{\partial z} A_z \right),$$

причем

$$A_x = \frac{\partial \theta}{\partial y}, \quad A_z = -\frac{\partial \theta}{\partial x}.$$

Функция θ может зависеть от всех цилиндрических координат, хотя в указанной работе предполагалось отсутствие зависимости от угла θ .

Мы воспользуемся классом обобщенных условий Лоренца

$$\Phi = -\frac{1}{ik_0} \operatorname{div} \hat{\varepsilon} \bar{A}, \quad (20)$$

где $\hat{\varepsilon}$ — некоторый тензор, структуру которого в рассматриваемом случае естественно ограничить следующей формой:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} e & i\varepsilon_a & 0 \\ -i\varepsilon_a & e & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (21)$$

Подставив выражение (20) в систему (9), исключим из последней скалярный потенциал. Предварительно заметим, что два первых уравнения системы (9) являются линейными комбинациями уравнений

$$\begin{aligned} & \left[\varepsilon \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + i\varepsilon_a \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + k_0^2 (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) \right] A_x - \left[\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \right. \\ & \left. + i\varepsilon_a \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] A_y - \left[\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} - i\varepsilon_a \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \right] A_z - \\ & - ik_0 (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) \frac{\partial}{\partial x} \Phi = 0, \\ & - \left[\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} - i\varepsilon_a \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] A_x + \left[\varepsilon \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) - i\varepsilon_a \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} + \right. \\ & \left. + k_0^2 (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) \right] A_y - \left[\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} + i\varepsilon_a \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \right] A_z - \\ & - ik_0 (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0, \end{aligned}$$

Подставляя в последние уравнения и в третье уравнение системы (9) скалярный потенциал (20), получим систему трех уравнений с тремя неизвестными функциями

$$\begin{aligned}
& \left\{ (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) e \frac{\partial^2}{\partial x^2} + [i\varepsilon_a - ie_a(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2)] \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \right. \\
& \left. + k_0^2 (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) \right\} A_x + \left\{ [-i\varepsilon_a + ie_a(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2)] \frac{\partial^2}{\partial x^2} - ie_a \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \right. \\
& \left. + [\varepsilon(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) - \varepsilon] \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right\} A_y + \left\{ [(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) e_z - \varepsilon] \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + \right. \\
& \left. + i\varepsilon_a \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \right\} A_z = 0, \\
& \left\{ [i\varepsilon_a - ie_a(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2)] \frac{\partial^2}{\partial y^2} + [e(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) - \varepsilon] \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + i\varepsilon_a \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} A_x + \\
& \left\{ e \frac{\partial^2}{\partial x^2} + [-i\varepsilon_a + ie_a(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2)] \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) e \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \right. \\
& \left. + \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) \right\} A_y + \left\{ [(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) e_z - \varepsilon] \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} - \right. \\
& \left. - i\varepsilon_a \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \right\} A_z = 0, \\
& \left\{ (e\varepsilon_z - 1) \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} - ie_a e_z \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \right\} A_x + \left\{ (e\varepsilon_z - 1) \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} + \right. \\
& \left. + ie_a e_z \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \right\} A_y + \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \varepsilon_z e_z \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \varepsilon_z \right\} A_z = 0. \quad (22)
\end{aligned}$$

Умножив первые два уравнения этой системы на ε_z , а последнее — на $\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2$, представим матрицу ее операторных коэффициентов в характеристическом виде

$$\begin{pmatrix} a_{11} + L & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} + L & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} + L \end{pmatrix} \quad (23)$$

при

$$L = k_0^2 \varepsilon_z (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2).$$

Разложим определитель матрицы (23) по степеням

$$D = L^3 + L^2 S + L T + D_0, \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
S &= a_{11} + a_{22} + a_{33} = [\varepsilon \varepsilon_z + (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) + \varepsilon_z (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) e] \Delta_{xy} + \\
&+ [2\varepsilon \varepsilon_z + \varepsilon_z (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) e_z] \frac{\partial^2}{\partial z^2};
\end{aligned}$$

$$T = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
&= \varepsilon_z (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) \left\{ [\varepsilon + \varepsilon \varepsilon_z e + (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) e] \Delta_{xy} \Delta_{xy} + \varepsilon_z (1 + 2\varepsilon e_z) \times \right. \\
&\times \frac{\partial^4}{\partial z^4} + [\varepsilon + \varepsilon_z + \varepsilon \varepsilon_z e + 2\varepsilon \varepsilon_z e + (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) e_z] \Delta_{xy} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left. \right\}; \\
D_0 &= |a_{ik}| = \varepsilon_z^2 (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2)^2 \left\{ \varepsilon e \Delta_{xy} \Delta_{xy} \Delta_{xy} + (\varepsilon e + \varepsilon e_z + \varepsilon_z e) \times \right. \\
&\times \Delta_{xy} \Delta_{xy} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + (\varepsilon e_z + \varepsilon_z e + \varepsilon_z e_z) \Delta_{xy} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \varepsilon_z e_z \frac{\partial^6}{\partial z^6} \left. \right\}.
\end{aligned}$$

Подставляя полученные выражения в разложение (24) операторного определителя рассматриваемой однородной линейной системы с постоянными коэффициентами, получаем

$$D = |a_{ik} - L\delta_{ik}| = \varepsilon_z^2 (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) LL_s, \quad (25)$$

где L — оператор основного уравнения (19), имеющий вид (14), а L_s — оператор второго порядка:

$$L_s \equiv e \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + e_z \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2. \quad (26)$$

Таким образом, введение обобщенного условия Лоренца (20) с тензором \hat{e} , имеющим структуру (21), приводит к появлению уравнения второго порядка

$$L_s x = 0, \quad (27)$$

которому могут удовлетворять компоненты потенциалов помимо основного уравнения (19), хотя эти компоненты, очевидно, не могут порождать ненулевое поле, и с этой точки зрения представляются лишними, избыточными решениями.

Уравнение для функций градиентного преобразования. Появление избыточного уравнения связано с возможностью градиентных преобразований потенциалов, определяющих одно и то же электромагнитное поле

$$\bar{A}' = \bar{A} - \frac{1}{ik_0} \text{grad } \Psi, \quad \Phi' = \Phi + \Psi. \quad (28)$$

При этом если потенциалы \bar{A} , Φ и \bar{A}' , Φ' связаны соответственно обобщенными условиями Лоренца

$$\Phi = -\frac{1}{ik_0} \text{div } \hat{e} \bar{A}, \quad \Phi' = -\frac{1}{ik_0} \text{div } \hat{e}' \bar{A}',$$

то функция Ψ градиентного преобразования (28) должна удовлетворять уравнениям

$$\text{div } \hat{e} \text{ grad } \Psi + k_0^2 \Psi = \text{div } (\hat{e} - \hat{e}') A'; \quad (29)$$

$$\text{div } \hat{e}' \text{ grad } \Psi + k_0^2 \Psi = \text{div } (\hat{e} - \hat{e}') A. \quad (30)$$

В том частном случае, когда градиентное преобразование касается потенциалов, соответствующих одному выбранному условию $\hat{e}' \equiv \hat{e}$, уравнения (29) и (30) принимают вид

$$\operatorname{div} \hat{e} \operatorname{grad} \Psi + k_0^2 \Psi = 0, \quad (31)$$

совпадающий с видом избыточного уравнения (27) при тензоре \hat{e} , имеющем структуру (21).

Таким образом, скалярная функция градиентного преобразования потенциалов удовлетворяет избыточному уравнению.

Покажем теперь, что и компоненты потенциалов, удовлетворяющие избыточному уравнению, всегда представляются градиентом скалярной функции. При этом мы получим особые обобщенные условия Лоренца, при которых вырождаются дифференциальные связи между компонентами, вследствие чего такие условия представляются оптимальными для практического применения к решению задач.

Связи между компонентами векторного потенциала, удовлетворяющими системе (22). Компоненты векторного потенциала A_x , A_y и A_z , удовлетворяющие каждая либо основному, либо избыточному уравнениям, не являются независимыми решениями этих уравнений, а связаны уравнениями системы (22).

Из рассмотрения уравнений попарно можно получить попарные связи между компонентами, условно выраженные через миноры матрицы (23) известными формулами линейной алгебры

$$A_x : A_y : A_z = A_{i1} : A_{i2} : A_{i3}, \quad (32)$$

где A_{i1} , A_{i2} , A_{i3} — алгебраические дополнения соответствующих элементов строки элементов строки опущенного уравнения, например,

$$A_{31} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} + L & a_{23} \end{vmatrix}, \quad A_{32} = \begin{vmatrix} a_{13} & a_{11} + L \\ a_{23} & a_{21} \end{vmatrix}, \quad A_{33} = \begin{vmatrix} a_{11} + L & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} + L \end{vmatrix}.$$

Условная запись (32) означает, что

$$A_{32} A_x = A_{31} A_y, \quad (33)$$

$$A_{33} A_x = A_{31} A_z, \quad (34)$$

$$A_{33} A_y = A_{32} A_z. \quad (35)$$

Попарные связи между компонентами представляют определенное преимущество при практическом решении задач по сравнению со связями, накладываемыми самими уравнениями системы, которые принято использовать при решении задач без введения потенциалов [14].

Для системы (22)

$$A_{31}/\varepsilon_z^2 (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) = -i\varepsilon_a \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} L_s + \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} M, \quad (36)$$

где

$$M \equiv (1 - \varepsilon e_z + \varepsilon_a e_a) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + (1 - \varepsilon e_z) \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 [\varepsilon - (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) e_z]; \quad (37)$$

$$A_{32}/\varepsilon_z^2 (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) = i\varepsilon_a \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} L_s + \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} M; \quad (38)$$

$$A_{33}/\varepsilon_z^2 (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) = \varepsilon \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \frac{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}{\varepsilon} \right) L_s + \frac{\partial^2}{\partial z^2} M. \quad (39)$$

Связь между компонентами потенциала, удовлетворяющими избыточному уравнению. Связи (33)—(35) при алгебраических дополнениях (36)—(39) относятся как к решениям основного уравнения, так и к решениям избыточного. Однако, будучи примененным к последним, оператор дает нуль, и отношения (32) принимают для решений избыточного уравнения вид

$$A_x^s : A_y^s : A_z^s = M \frac{\partial}{\partial x} : M \frac{\partial}{\partial y} : M \frac{\partial}{\partial z}.$$

Если оператор (37) при этом не обращается тождественно в нуль, то равенства (33)—(35) принимают вид

$$\frac{\partial A_x^s}{\partial y} - \frac{\partial A_y^s}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial A_x^s}{\partial z} - \frac{\partial A_z^s}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial A_y^s}{\partial z} - \frac{\partial A_z^s}{\partial y} = 0.$$

Отсюда

$$\text{rot } \bar{A}^s = 0, \quad (40)$$

и, значит, существует функция Φ^s , через которую \bar{A}^s представляется в виде

$$\bar{A}^s = -\frac{1}{ik_0} \text{grad } \Phi^s. \quad (41)$$

Конечно, представление (41) следует для функций, не удовлетворяющих основному уравнению из общих формул (18), а решение избыточного уравнения второго порядка не может одновременно быть решением основного уравнения четвертого по-

рядка, поскольку в случае гиротропных сред последнее не распадается. При этом представление (41) справедливо независимо от того, обращается ли оператор (37) в нуль или нет.

Однако проведенное рассмотрение, исходившее из уравнений связи, позволило нам найти условие вырождения этих уравнений, соответствующее условиям обращения в нуль оператора (37).

Вырожденный случай. Так как для решений избыточного уравнения

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) X^s \equiv -\left(\frac{e_z}{e} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{k_0^2}{e}\right) X^s,$$

то оператор (37) в применении к этим решениям принимает вид

$$M = [(1 - \varepsilon e_z)(\vartheta - e_z) - \varepsilon_a e_a e_z] \frac{\partial^2}{\partial z^2} + [\varepsilon \vartheta - \varepsilon_a e_a + \varepsilon e_z - (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) e e_z - 1] k_0^2. \quad (42)$$

Условия его тождественного обращения в нуль будут

$$e - e_z + \varepsilon e_z^2 - \varepsilon e e_z - \varepsilon_a e_a e_z = 0; \quad (43)$$

$$1 - \varepsilon e - \varepsilon e_z + \varepsilon_a e_a + (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) e e_z = 0. \quad (44)$$

Сложим эти уравнения, предварительно умножив второе на e_z . После сокращения на e получим

$$(\varepsilon e_z - 1)^2 = \varepsilon_a^2 e_z^2,$$

откуда

$$e_z = \frac{1}{\varepsilon \mp \varepsilon_a} = \frac{\varepsilon \pm \varepsilon_a}{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}. \quad (45)$$

Подставив формулу (45) в (42), найдем

$$e \mp e_a = \frac{\varepsilon \pm \varepsilon_a}{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}.$$

Таким образом, уравнения связей вырождаются при обобщенном условии Лоренца со следующими компонентами тензора:

$$e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}, \quad e_a = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}, \quad e_z = \frac{\varepsilon \pm \varepsilon_a}{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}, \quad (46)$$

найденного автором совместно с М. Г. Савиным [7].

В этом случае операторы (36), (38) и (39) уравнений дифференциальных связей (33)–(35) принимают вид

$$A_{31}/\varepsilon_z^2(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) = -i\varepsilon_a \frac{\partial}{\partial z} L_s \left(\frac{\partial}{\partial y} \mp i \frac{\partial}{\partial x} \right),$$

$$\hat{A}_{32}/\varepsilon_z^2(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) = i\varepsilon_a \frac{\partial}{\partial z} L_s \left(\frac{\partial}{\partial x} \pm i \frac{\partial}{\partial y} \right),$$

$$A_{32}/\varepsilon_z^2(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) = L_s \left[\varepsilon \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + (\varepsilon \mp \varepsilon_a) \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) \right],$$

а сами связи существенно понижают порядок и выражаются

$$A_x = \mp i A_y, \quad (47)$$

$$\begin{aligned} & \left[\varepsilon \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + (\varepsilon \mp \varepsilon_a) \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) \right] A_x = \\ & = -i\varepsilon_a \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial}{\partial y} \mp i \frac{\partial}{\partial x} \right) A_z. \end{aligned} \quad (48)$$

Оптимальные нормировочные соотношения для гиротропных сред. Рассмотрим оптимальные обобщенные условия Лоренца (46), выбрав для определенности нижний знак

$$e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}, \quad e_a = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}, \quad e_z = \frac{\varepsilon - \varepsilon_a}{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}, \quad (49)$$

тогда уравнения связей будут

$$A_x = -i A_y, \quad (50)$$

$$\left[\varepsilon \Delta + \varepsilon_a \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) \right] A_y = \varepsilon_a \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial}{\partial y} + i \frac{\partial}{\partial x} \right) A_z. \quad (51)$$

Избыточное уравнение (27) приведет к такому виду

$$\left[\varepsilon \Delta - \varepsilon_a \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) \right] \Phi^s = 0. \quad (52)$$

Скалярный потенциал, определяемый обобщенным условием Лоренца (20), в этом случае благодаря уравнению связи (50) выразится формулой

$$\Phi = - \frac{1}{ik_0} \frac{\varepsilon - \varepsilon_a}{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2} \operatorname{div} \bar{A}. \quad (53)$$

При оптимальном условии Лоренца скалярный потенциал в гиротропной среде оказывается пропорциональным дивергенции векторного потенциала, подобно случаю обычного условия Лоренца в изотропных средах.

При выборе другого знака в условии (46) изменяются знаки в формулах (50) — (52) как перед ϵ_a , так и перед i , а в формуле (53) — только перед ϵ_a .

Отличия условий с разными знаками хорошо могут быть выяснены на примере распространения плоской волны вдоль магнитного поля, когда

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial z} = ik_0 n$$

при зависимости от z в виде $\exp ik_0 n z$.

В этом случае уравнения (51) и (52) дают, соответственно,

$$(\epsilon + \epsilon_a) n_1^2 - (\epsilon^2 - \epsilon_a^2) = 0, \quad (54)$$

$$(\epsilon - \epsilon_a) n_2^2 - (\epsilon^2 - \epsilon_a^2) = 0, \quad (55)$$

откуда

$$n_1^2 = (\epsilon - \epsilon_a), \quad n_2^2 = (\epsilon + \epsilon_a).$$

Поскольку при выбранной зависимости от времени на частотах, близких к нулю, $\epsilon_a < 0$, первый корень отвечает [9] волне альфвеновского типа, вращающейся вокруг магнитного поля согласно (50) по направлению вращения положительных ионов, а второй корень соответствует магнитозвуковой волне.

Для прямых плоских волн, идущих по магнитному полю, основное уравнение (19) разделяется так, что избыточное уравнение (52) теряет свой особый характер и его решения уже могут давать реальные волны.

При особом условии с противоположным знаком уравнения (54) и (55) меняются местами в соответствии с изменением знака в условии (50), приводящим к противоположному вращению магнитозвуковой волны.

Таким образом, условие (49) удобнее при рассмотрении отражений заданных волн собственно альфвеновского типа, а второе — для магнитозвуковых волн, хотя это и не является обязательным.

ОТРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОТ ГРАНИЦЫ НАКЛОННО-ПОДМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЫ

В качестве примера приложения метода решения краевых задач для гиротропных сред при помощи избыточных решений рассмотрим отражение электромагнитных волн от плоской границы изотропной среды и плазмы при произвольном направлении подмагничивающего поля.

Имея в виду, что поле произвольного источника может быть разложено по плоским волнам, сосредоточим свое внимание на

отражении плоских волн, представляющем и самостоятельный интерес, причем на направление волнового вектора не будем накладывать ограничений.

С геофизической точки зрения расчет отражений в предположении однородности плазмы является определенным приближением в теории короткопериодических колебаний земного электромагнитного поля, оптическая длина пути которых в сильно стратифицированной ионосфере мала вследствие крайне низких частот.

Несмотря на чисто качественный характер выводов, которые можно сделать на основании численных расчетов случая, примерно соответствующего условиям отражения КПК типа жемчужин, оказывается возможным объяснить ряд известных закономерностей электромагнитного поля Земли. Так, отклонение от девяноста градусов угла между осями эллипсов поляризации электрического и магнитного полей, которое приходилось объяснять влиянием неоднородностей земной коры, оказывается первичным свойством полей, просачивающихся в изотропную среду при полном внутреннем отражении, как правило, имеющем место для наклонных волн в плазме.

Уравнения для гиротропных сред в координатах, повернутых относительно магнитного поля. Выше мы получили уравнения для гиротропных сред в декартовых координатах x, y, z , связанных с направлением внешнего магнитного поля. Перейдем к координатам ξ, η, ζ , ось η которых совпадает с осью y , а оси x, ξ и z, ζ повернуты на угол φ , так что

$$\xi = x \cos \varphi + z \sin \varphi,$$

$$\zeta = -x \sin \varphi + z \cos \varphi.$$

Производные будут преобразовываться следующим образом:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \cos \varphi \frac{\partial f}{\partial \xi} - \sin \varphi \frac{\partial f}{\partial \zeta},$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial \eta},$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \sin \varphi \frac{\partial f}{\partial \xi} + \cos \varphi \frac{\partial f}{\partial \zeta}.$$

Оператор основного уравнения представлен в виде

$$\begin{aligned} L = & \Delta \left[\varepsilon \left(\cos^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - 2 \sin \varphi \cos \varphi \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \zeta} + \sin^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) + \right. \\ & \left. + \varepsilon_z \left(\sin^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + 2 \sin \varphi \cos \varphi \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \zeta} + \cos^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \right) \right] + \\ & + k_0^2 (\varepsilon \varepsilon_z + \varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) \left(\cos^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - 2 \sin \varphi \cos \varphi \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \zeta} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sin^2 \varphi \left(\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) + 2k_0^2 \varepsilon \varepsilon_z \left(\sin^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + 2 \sin \varphi \cos \varphi \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \zeta} + \right. \\
 & \left. + \cos^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \right) + k_0^2 \varepsilon_z (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2). \quad (56)
 \end{aligned}$$

При особом обобщенном условии оператор избыточного уравнения выразится так:

$$\begin{aligned}
 L_s = \varepsilon \Delta - \varepsilon_a \left(\sin^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + 2 \sin \varphi \cos \varphi \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \zeta} + \cos^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \right) + \\
 + k_0^2 (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2). \quad (57)
 \end{aligned}$$

Второе уравнение связи примет вид

$$\begin{aligned}
 & \left[\varepsilon \Delta + \varepsilon_a \left(\sin^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + 2 \sin \varphi \cos \varphi \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \zeta} + \cos^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \right) + \right. \\
 & \left. + k_0^2 (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) \right] A_y = \varepsilon_a \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\sin \varphi \frac{\partial}{\partial \xi} + \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \zeta} \right) + \right. \\
 & \left. + i \left(\sin \varphi \cos \varphi \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - \sin \varphi \cos \varphi \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \zeta} \right) + (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \zeta} \right] A_z. \quad (58)
 \end{aligned}$$

Наконец, остается первое уравнение связи

$$A_x = -i A_y. \quad (59)$$

Заметим, что уравнения (58) и (59) связывают компоненты потенциалов в старых координатах. Переходить в них к новым компонентам

$$\begin{aligned}
 A_\xi &= A_x \cos \varphi + A_z \sin \varphi, \\
 A_\eta &= A_y, \\
 A_\zeta &= -A_x \sin \varphi + A_z \cos \varphi
 \end{aligned} \quad (60)$$

нецелесообразно, так как уравнения связи были специально получены для выражения компонент через одну из них.

Разделение переменных. При решении краевых задач методом разделения переменных в декартовых координатах (или при специальном рассмотрении плоских волн) частные решения ищутся в виде

$$e^{ik_0(n_\xi \xi + n_\eta \eta)} \cdot e^{ik_0 n_\zeta \zeta} \quad (61)$$

при условии, что множитель

$$\varepsilon = e^{ik_0(n_\xi \xi + n_\eta \eta)} \quad (62)$$

для рассматриваемого частного решения одинаков во всем пространстве, так что условие постоянства параметров разделения

$$n_{\xi} = \text{const}, \quad n_{\eta} = \text{const} \quad (63)$$

представляет собой выражение законов преломления и отражения волн на границе двух сред.

При отражении плоской волны значения n_{ξ} и n_{η} определяются параметрами заданной волны, для которой, кроме того, известно значение $n_{\zeta} = n_{\zeta}^{(1)}$.

В гиротропной среде, как и в общем случае анизотропных сред, при определенных n_{ξ} и n_{η} могут распространяться четыре волны, соответствующие значениям $n_{\zeta}^{(1)}, n_{\zeta}^{(2)}, n_{\zeta}^{(3)}, n_{\zeta}^{(4)}$. Эти значения определяются из основного уравнения с оператором (56), принимающего для решения (61) вид алгебраического уравнения четвертого порядка относительно $n_{\zeta} = x$:

$$\begin{aligned} & x^4 \left(\cos^2 \varphi + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_z} \sin^2 \varphi \right) + x^3 n_{\xi} 2 \sin \varphi \cos \varphi \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_z} \right) + \\ & + x^2 \left[-\varepsilon - \varepsilon \left(\cos^2 \varphi + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_z} \sin^2 \varphi \right) + \frac{\varepsilon_a^2}{\varepsilon_z} \sin^2 \varphi + \right. \\ & + \left. \left(1 + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_z} \right) n_{\xi}^2 + \left(\cos^2 \varphi + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_z} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_z} \sin^2 \varphi \right) \cdot n_{\eta}^2 \right] + \\ & + x (n_{\xi} 2 \sin \varphi \cos \varphi) \left[-\varepsilon + \frac{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}{\varepsilon_z} + \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_z} \right) (n_{\xi}^2 + n_{\eta}^2) \right] + \\ & + \left\{ (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) - \left(\varepsilon + \varepsilon \sin^2 \varphi + \frac{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}{\varepsilon_z} \cos^2 \varphi \right) n_{\xi}^2 - \right. \\ & - \left. \left(\varepsilon + \frac{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2}{\varepsilon_z} \right) n_{\eta}^2 + (n_{\xi}^2 + n_{\eta}^2) \left[\left(\sin^2 \varphi + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_z} \cos^2 \varphi \right) n_{\xi}^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_z} n_{\eta}^2 \right] \right\} = 0. \quad (64) \end{aligned}$$

В том случае, когда одна из волн задана и $n_{\zeta}^{(1)}$ известно, порядок уравнения (64) понижается до третьего.

Для регулярного удовлетворения краевым условиям мы привлекаем решения избыточного уравнения с оператором (57), сводящееся для плоских волн (61) к алгебраическому уравнению второго порядка относительно $n_{\zeta}^{(s)} = x$, имеющему вид

$$\begin{aligned} & x^2 (\varepsilon - \varepsilon_a \cos^2 \varphi) - x \varepsilon_a 2 \sin \varphi \cos \varphi n_{\xi} - \\ & - [(\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2) - \varepsilon (n_{\xi}^2 + n_{\eta}^2) + \varepsilon_a \sin^2 \varphi n_{\xi}^2] = 0. \quad (65) \end{aligned}$$

Таким образом, решение для каждой из старых или новых компонент векторного потенциала, удовлетворяющих основному уравнению, складывается из четырех решений

$$A_u = \varepsilon \sum_l L_u^l e^{ik_0 n_{\xi}^l \tau} \quad (l = 1, 2, 3, 4), \quad (66)$$

из которых два соответствуют падающим волнам и для данной границы являются заданными, тогда как две отраженные волны определяются из граничных условий.

Избыточный скалярный потенциал представляется суммой двух членов

$$\Phi^{(s)} = \varepsilon \sum_m S^m e^{ik_0 n_{\xi}^{sm}} \quad (m = 1, 2), \quad (67)$$

из которых «падающий» также должен рассматриваться как заданный для данной границы в том смысле, что он определяется из условий на других границах, если таковые рассматриваются.

Постоянные L_x^l, L_y^l, L_z^l при определенном l , включая падающие волны, не являются независимыми, но связаны условиями (58) и (59)

$$L_x^l = -iL_y^l \quad (l = 1, 2, 3, 4), \quad (68)$$

$$\begin{aligned} & [\varepsilon (n_{\xi}^2 + n_{\eta}^2 + n_{\zeta}^2) + \varepsilon_a (\sin^2 \varphi n_{\xi}^2 + 2 \sin \varphi \cos \varphi n_{\xi} n_{\zeta}^l + \\ & + \cos^2 \varphi n_{\zeta}^2) - (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2)] L_y^l = \varepsilon_a \{n_{\eta} (\sin \varphi n_{\xi} + \cos \varphi n_{\zeta}^l) + \\ & + i [\sin \varphi \cos \varphi (n_{\xi}^2 - n_{\zeta}^2) + (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) n_{\xi} n_{\zeta}^l]\} L_y^l \\ & (l = 1, 2, 3, 4). \end{aligned} \quad (69)$$

Последние уравнения позволяют выразить L_x^l и L_z^l через L_y^l . Так как из формул (60) вытекает

$$\begin{aligned} L_{\xi}^l &= L_x^l \cos \varphi + L_z^l \sin \varphi, \\ L_{\eta}^l &= L_y^l \quad (l = 1, 2, 3, 4), \\ L_{\zeta}^l &= -L_x^l \sin \varphi + L_z^l \cos \varphi, \end{aligned} \quad (70)$$

то теперь и коэффициенты для новых компонент L_{ξ}^l и L_{ζ}^l выражаются через $L_{\eta}^l = L_y^l$ при всех l .

Таким образом, из двенадцати коэффициентов L остаются неопределенными всего два коэффициента L_{η} , соответствующие отраженным волнам двух типов, которыми мы только и можем располагать при удовлетворении краевым условиям.

Кроме того, мы ввели коэффициент S , соответствующий избыточной отраженной волне, также являющийся неопределенным.

Граничные условия на поверхности раздела. Пусть плоскость $\zeta=0$ отделяет полупространство $\zeta<0$, занятое подмагниченной плазмой, от полупространства $\zeta>0$, электрические свойства которого изотропны.

Потенциалы в изотропной среде представляются в виде

$$A_u^p = \varepsilon \sum_v L_u^{pv} e^{ik_0 n_\zeta^{pv} \zeta} \quad (v=1, 2), \quad (71)$$

$$\Phi^p = -\frac{1}{ik_0} \operatorname{div} \bar{A}^p = -\varepsilon \sum_v (n_\zeta L_\zeta^{pv} + n_\eta L_\eta^{pv} + n_\xi^{pv} L_\xi^{pv}) e^{ik_0 n_\zeta^{pv} \zeta}, \quad (72)$$

где n_ζ^p определяется из дисперсионного уравнения для изотропной среды

$$k_p^2 - k_0^2 (n_\xi^2 + n_\eta^2 + n_\zeta^{pv2}) = 0. \quad (73)$$

Заметим, что один из членов в выражениях (71) и (72) соответствует падающей волне, которая должна рассматриваться как заданная.

Все падающие волны как в изотропной среде, так и в плазме соответствуют условиям (63), так что произвольно задавать можно только их амплитуду.

Прежде чем переходить к условиям непрерывности потенциалов, выразим компоненты избыточного векторного потенциала в соответствии с выражением

$$\bar{A}^s = -\frac{1}{ik_0} \operatorname{grad} \Phi^s \quad (74)$$

следующим образом:

$$\begin{aligned} A_\xi^s &= -n_\xi \varepsilon \sum_m S^m e^{ik_0 n_\zeta^{sm} \zeta} = -n_\xi \Phi^s; \\ A_\eta^s &= -n_\eta \varepsilon \sum_m S^m e^{ik_0 n_\zeta^{sm} \zeta} = -n_\eta \Phi^s; \\ A_\zeta^s &= -\varepsilon \sum_m n_\zeta^{sm} S^m e^{ik_0 n_\zeta^{sm} \zeta} \quad (m=1, 2) \end{aligned} \quad (75)$$

и скалярный потенциал, соответствующий решениям основного уравнения

$$\Phi = -\frac{1}{ik_0} \frac{\varepsilon - \varepsilon_a}{\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2} \operatorname{div} \bar{A}, \quad (76)$$

представим через коэффициенты L

$$\Phi = -\frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_a} \varepsilon \sum_{l=1}^4 (n_{\xi} L_{\xi}^l + n_{\eta} L_{\eta}^l + n_{\zeta}^l L_{\zeta}^l) e^{ik_{\nu} n_{\xi}^l \zeta}. \quad (77)$$

Таким образом, условия непрерывности компонент векторного потенциала A_{ξ} , A_{η} и A_{ζ} можно записать в виде трех уравнений

$$\sum_{l=1}^4 L_{\xi}^l - n_{\xi} \sum_{m=1}^2 S^m = \sum_{\nu=1}^2 L_{\xi}^{p\nu}; \quad (78)$$

$$\sum_{l=1}^4 L_{\eta}^l - n_{\eta} \sum_{m=1}^2 S^m = \sum_{\nu=1}^2 L_{\eta}^{p\nu}; \quad (79)$$

$$\sum_{l=1}^4 L_{\zeta}^l - \sum_{m=1}^2 n_{\zeta}^{sm} S^m = \sum_{\nu=1}^2 L_{\zeta}^{p\nu}. \quad (80)$$

Условия непрерывности нормальных производных тангенциальных компонент векторного потенциала дают еще два уравнения

$$\sum_{l=1}^4 n_{\zeta}^l L_{\xi}^l - n_{\xi} \sum_{m=1}^2 n_{\zeta}^{sm} S^m = \sum_{\nu=1}^2 n_{\zeta}^{p\nu} L_{\xi}^{p\nu}; \quad (81)$$

$$\sum_{l=1}^4 n_{\zeta}^l L_{\eta}^l - n_{\eta} \sum_{m=1}^2 n_{\zeta}^{sm} S^m = \sum_{\nu=1}^2 n_{\zeta}^{p\nu} L_{\eta}^{p\nu}, \quad (82)$$

и, наконец, условие непрерывности скалярного потенциала

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_a} \sum_{l=1}^4 (n_{\xi} L_{\xi}^l + n_{\eta} L_{\eta}^l + n_{\zeta}^l L_{\zeta}^l) - \sum_{m=1}^2 S^m = \\ & = \sum_{\nu=1}^2 (n_{\xi} L_{\xi}^{p\nu} + n_{\eta} L_{\eta}^{p\nu} + n_{\zeta}^{p\nu} L_{\zeta}^{p\nu}) \end{aligned} \quad (83)$$

завершает систему.

Эта система шести уравнений определяет шесть независимых коэффициентов — два коэффициента L_{η} , коэффициент S и три коэффициента L^p для амплитуд соответствующих отраженных волн.

Полученная система охватывает все случаи падающих волн и сохраняет свой вид как часть общей системы при наличии других границ раздела, параллельных рассматриваемой.

При рассмотрении отражений плоских волн естественно рассматривать каждую из падающих волн отдельно.

Так, при рассмотрении волны определенного типа, падающей из плазмы, система уравнений примет вид, в котором мы припи-

шем индекс i падающей волне, индекс r — отраженной волне того же типа и t — преобразованной волне, т. е. отраженной волне другого типа,

$$L_{\xi}^i + L_{\xi}^r + L_{\xi}^t - n_{\xi} S = L_{\xi}^p; \quad (84)$$

$$L_{\eta}^i + L_{\eta}^r + L_{\eta}^t - n_{\eta} S = L_{\eta}^p; \quad (85)$$

$$L_{\zeta}^i + L_{\zeta}^r + L_{\zeta}^t - n_{\zeta}^s S = L_{\zeta}^p; \quad (86)$$

$$n_{\xi}^i L_{\xi}^i + n_{\xi}^r L_{\xi}^r + n_{\xi}^t L_{\xi}^t - n_{\xi} n_{\xi}^s S = n_{\xi}^p L_{\xi}^p; \quad (87)$$

$$n_{\eta}^i L_{\eta}^i + n_{\eta}^r L_{\eta}^r + n_{\eta}^t L_{\eta}^t - n_{\eta} n_{\eta}^s S = n_{\eta}^p L_{\eta}^p; \quad (88)$$

$$\frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_a} (n_{\xi} L_{\xi}^i + n_{\eta} L_{\eta}^i + n_{\zeta}^i L_{\zeta}^i + n_{\xi} L_{\xi}^r + n_{\eta} L_{\eta}^r + n_{\zeta}^r L_{\zeta}^r + n_{\xi} L_{\xi}^t + n_{\eta} L_{\eta}^t + n_{\zeta}^t L_{\zeta}^t) - S = n_{\xi} L_{\xi}^p + n_{\eta} L_{\eta}^p + n_{\zeta}^p L_{\zeta}^p. \quad (89)$$

Расчет примера отражения прямой альфвеновской волны, наклонно падающей на границу вдоль магнитного поля. Исходные данные: рассмотрим теоретический пример, приблизительно отвечающий условиям отражений КПК типа жемчужин от нижней границы магнитосферы.

В приближении холодной протонной плазмы без соударений тензор диэлектрической проницаемости определим по формулам (2) при значениях

$$x = \frac{\omega}{\omega_{nt}} = \frac{1}{25}, \quad A = \frac{c}{v_A} = 75.$$

Значение A близко к характеристике плазмы, применяемой при оценочных расчетах распространения свистящих атмосфериков в нижней экзосфере, и соответствует альфвеновской скорости, примерно вдвое больше средней скорости пробега жемчужин по силовой линии.

Значения компонент тензора (2) при этом оказываются следующими: $\varepsilon = 5635,0$; $\varepsilon_a = -225,34$; $\varepsilon_z = -64547 \cdot 10^5$. Модуль показателя преломления альфвеновской волны равен $\sqrt{\varepsilon - \varepsilon_a} = 76,552$.

Мы произвели расчеты в предположении, что прямая альфвеновская волна падает под углом 16° к вертикали, что примерно соответствует магнитной силовой линии с параметром Мак-Илвайна, равным четырем, т. е. для силовой линии дипольного поля, встречающей поверхность Земли на магнитной широте 60° .

Считая ось ζ ориентированной вниз, ось ξ — на север, а ось η — на восток, как это принято в теории магнетизма, получаем отсюда $n_{\eta} = 0$; $n_{\xi} = -21,1007$; $n_{\zeta}^i = -73,587$.

Вычисление потенциалов. Прежде всего из уравнения (64) находим корни, соответствующие отраженным альфвеновской и магнито-

звуковой волнам, $n_{\zeta}^r = 84,325$; $n_{\zeta}^t = 71,825$. Четвертый корень, равный — 70,462 и соответствующий падающей косою магнито-звуковой волне, при которой отраженные волны пойдут по тем же направлениям, но, разумеется, с другими амплитудами, мы отбрасываем.

Из уравнения (65) получаем корень избыточного решения $n_{\zeta}^s = 70,891$, а из дисперсионного уравнения (73) корень n_{ζ}^p для вакуума, т. е. для изотропной непроводящей атмосферы, предполагаемой безграничной

$$n_{\zeta}^p = ix, \text{ где } x = 21,0770.$$

Результаты последующего решения системы (86) — (89) при условиях (68) — (70) сведены в табл. 1. В ней представлены действительные и мнимые части коэффициентов L_u^l , отнесенные к L_{η}^l , принятому за единицу. Столбцы соответствуют компонентам L_{ζ}^l , L_{η}^l и L_{ξ}^l , а строки — типам волн (i — падающая прямая альфвеновская волна; r — отраженная косою альфвеновская волна; t — отраженная косою магнито-звуковая волна; p — волна в воздухе, являющаяся поверхностной).

Таблица 1

l	L_{ζ}^l		L_{η}^l		L_{ξ}^l	
	Re	Im	Re	Im	Re	Im
i	0,000000	-0,96126	1,000000	0,000000	0,000000	0,27564
r	0,032201	-0,58667	0,128981	0,0070793	0,086613	-0,57804
t	0,24858	-0,33350	0,71470	0,53272	-1,06577	1,42935
p	0,49497	-1,69634	1,84368	0,53980	-1,69376	-0,49439

При этом избыточное решение, участвующее в удовлетворении граничных условий, имеет вид

$$S = (\delta + i\tau) L_{\eta}^i,$$

где $\delta = 0,0101510$; $\tau = 0,0087718$.

Амплитуды магнитного и электрического полей. При помощи найденных коэффициентов для потенциалов легко рассчитать амплитуды электрического и магнитного полей для каждого типа волн. Табл. 2 и 3 дают значения коэффициентов \bar{H}_u^l и \bar{E}_u^l , через которые соответствующие поля выражаются следующим образом:

$$H_u^l = ik_0 L_{\eta}^i \bar{H}_u^l \cdot \varepsilon e^{ik_0 n_{\zeta}^l \zeta}; \quad (90)$$

$$E_u^l = ik_0 L_{\eta}^i \bar{E}_u^l \cdot \varepsilon e^{ik_0 n_{\zeta}^l \zeta}.$$

Приведенные числа согласно формулам (90) пропорциональны амплитудам полей, поэтому простой обзор данных табл. 2 и 3 показывает, что, отвлекаясь от затухания поверхностной волны, поля в плазме и вакууме имеют одинаковый порядок максимальных значений, отличающихся в ту или другую сторону примерно в 2 раза.

Таблица 2

l	\bar{H}_{ξ}^l		\bar{H}_{η}^l		\bar{H}_{ζ}^l	
	Re	Im	Re	Im	Re	Im
i	73,587	0,00000	0,00000	76,552	-21,1007	0,000000
r	-10,8764	-0,59697	4,5429	-82,769	-2,7216	-0,149379
t	-51,333	-33,262	-4,6342	6,2173	-15,0806	-11,2407
p	11,3773	-33,859	-0,091290	-0,000592	-38,903	-11,3901

Таблица 3

l	\bar{E}_{ξ}^l		\bar{E}_{η}^l		\bar{E}_{ζ}^l	
	Re	Im	Re	Im	Re	Im
i	0,000000	0,96126	-1,000000	0,000000	0,000000	-0,27564
r	-0,058038	1,05742	-0,123931	-0,0070793	0,0166422	-0,30321
t	0,070453	-0,094521	-0,71470	-0,53272	-0,020193	0,027092
p	0,0124153	1,92416	-1,84368	-0,53930	1,92632	-0,0124294

Таблица 4

l	\bar{S}_{ξ}^l	\bar{S}_{η}^l	\bar{S}^l
i	42,201	147,17	153,10
r	-24,820	-89,192	92,581
t	16,504	-57,935	60,238

Коэффициенты отражений и преобразования падающей альфвеновской волны. В силу представлений (90) вектор Пойнтинга для каждой волны будет пропорционален

$$\bar{S}^l = \text{Re}[\bar{E}^l \bar{H}^{l*}]. \quad (91)$$

В табл. 4 приведены вычисленные по данным табл. 2 и 3 компоненты и модуль вектора (91).

Отсюда видно, что средний поток энергии в отраженной косой альфвеновской и в отраженной косой магнито-звуковой волне составляет 60,5 и 39,4% от среднего потока энергии в падающей прямой альфвеновской волне.

Из приведенных данных можно определить и направление вектора (91), определяющего направление групповой скорости или луча в плазме. Углы наклона этого вектора с осью ξ рядом с углами для соответствующих волновых векторов

$$\theta_k^l = \arctg \frac{h_\xi^l}{h_\xi^l}, \quad \theta_s^l = \arctg \frac{\bar{S}_\xi^l}{S_\xi^l}$$

следующие:

l	θ_k°	θ_s°
i	16,00	16,00
r	-14,05	15,55
t	-16,37	-15,89

Обратим внимание на то, что средний поток энергии в отраженной волне направлен назад, практически по магнитному полю, как и должно быть для альфвеновских волн.

Кроме случая падения прямой волны, были рассмотрены косые альфвеновские падающие волны с волновым вектором, отклонившимся от направления магнитного поля на 8° в плоскости магнитного меридиана. Коэффициент отражения альфвеновской волны в обоих случаях превысил коэффициент отражения при падении прямой волны и равнялся 67% при отклонении волнового вектора вверх и 80% при отклонении вниз. Несмотря на большой угол между волновым вектором и магнитным полем в отраженных волнах, направление вектора среднего потока энергии в них оказалось значительно ближе к направлению магнитного поля, чем в падающих.

Имеет место как бы фокусировка пучка при отражении. Возможно, что этим можно объяснить наблюдаемое увеличение амплитуд жемчужин в начале серии.

Взаимная ориентация эллипсов поляризации горизонтальных компонент в воздухе. Угол наклона к оси ξ главных осей эллипса поляризации вектора с комплексными компонентами

$a_\xi + ib_\xi, a_\eta + ib_\eta$ определяется формулой

$$\operatorname{tg} 2\Psi = \frac{2(a_\xi a_\eta + b_\xi b_\eta)}{(a_\xi^2 + b_\xi^2) - (a_\eta^2 + b_\eta^2)}$$

Так как по (90) поля пропорциональны коэффициентам \bar{H}_u^l и \bar{E}_u^l , элементы эллипсов поляризации определяются последними, в частности, для воздуха коэффициентами \bar{H}_u^p и \bar{E}_u^p .

Ниже приведены углы наклона большой оси эллипсов в горизонтальной плоскости в воздухе в зависимости от θ_k — угла наклона волнового вектора падающей альфвеновской волны к оси ξ

θ_k°	24	16	8
$\psi_{\text{магн}}^\circ$	0,0	-0,037	0,0
$\psi_{\text{эл}}^\circ$	-27	-44,84	-16,5

Прежде всего обратим внимание на отклонение углов между осями эллипсов поляризации электрического и магнитного полей от прямого. Подобные отклонения, как правило, наблюдаются при экспериментах и объясняются неоднородностью строения земной коры в горизонтальном направлении. Проведенные расчеты показывают, что эти отклонения являются первичным свойством полей, просачивающихся в изотропную атмосферу при полном внутреннем отражении наклонных волн в плазме.

Однако отметим, что горизонтальные неоднородности могут повлиять на этот эффект, но обусловить его могут лишь при падении волны с почти вертикальным волновым вектором, когда в воздухе будет не поверхностная, а распространяющаяся волна.

Эффект В. А. Троицкой. Соотношение осей эллипса поляризации определяется числом

$$N_x = ikN_y,$$

где k определяется формулой

$$k = \frac{(a_\eta b_\xi - a_\xi b_\eta) (\cos^2 \Psi - \sin^2 \Psi)}{(a_\eta^2 + b_\eta^2) \cos^2 \Psi - (a_\xi^2 + b_\xi^2) \sin^2 \Psi}.$$

В некоторых случаях, например в нашем для электрического поля, эта формула может давать большую потерю точности при вычислениях. В этом случае можно воспользоваться выражением

$$\frac{\bar{H}_x}{\bar{H}_y} = \frac{\bar{H}_\xi \cos \Psi + \bar{H}_\eta \sin \Psi}{\bar{H}_\eta \cos \Psi - \bar{H}_\xi \sin \Psi},$$

вынося из числителя и знаменателя общий комплексный множитель.

Для центрального случая падения прямой альфвеновской волны из данных табл. 2 и 3 при найденных углах ψ получаем $k_{\text{магн}} = +463$, $k_{\text{эл}} = -1,344$. Эллипс поляризации магнитного поля оказывается сильно вытянутым в отличие от близкого к кругу эллипса электрического поля.

Однако направление вращения этих векторов оказывается противоположным. В силу выбранной временной зависимости

электрическое магнитное поле в данном примере вращается по направлению часовой стрелки, а электрическое поле — против.

Экспериментально эффект противоположных вращений магнитного и электрического полей был обнаружен В. А. Троицкой [15], однако не привлек к себе достаточного внимания, хотя свидетельствует о сложности закономерностей естественного электромагнитного поля Земли, без овладения которым трудно рассчитывать на успех в практическом использовании этого поля.

Литература

1. А. Н. Тихонов. О распространении переменного электромагнитного поля в слоистой анизотропной среде. — Докл. АН СССР, 1959, 126, № 5.
2. Д. Н. Четаев. Новый метод решения основной задачи теории дипольных электромагнитных зондирований. — Геол. и геофиз., 1962, № 2.
3. Д. Н. Четаев. О поле низкочастотного электрического диполя, лежащего на поверхности однородного анизотропного проводящего полупространства. — ЖТФ, 1962, 32, № 11.
4. Д. Н. Четаев. Метод решения осесимметричных задач электродинамики гиротропной среды. — Радиотехн. и электроника, 1963, 8, № 1.
5. Д. Н. Четаев. Об электромагнитных потенциалах в слоистых анизотропных средах. — Изв. АН СССР, Физика Земли, 1966, № 10.
6. Д. Н. Четаев. Уравнения электродинамики анизотропных сред. — Докл. АН СССР, 1967, 174, № 4.
7. Д. Н. Четаев, М. Г. Савин. Об электромагнитных потенциалах в гиротропных средах. — Докл. АН СССР, 1967, 174, № 6.
8. В. Л. Гинзбург. Распространение электромагнитных волн в плазме. М., Физматгиз, 1960.
9. В. Д. Шафранов. Электродинамика плазмы. — В сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 3. М., Госатомиздат, 1963.
10. К. А. Барсуков. Об изучении точечного источника электромагнитных волн в гиротропной среде с границей раздела. — Радиотехн. и электроника, 1959, 4, № 11.
11. Д. Н. Четаев. О диполе над гиротропной средой. — ЖТФ, 1963, 33, № 6.
12. А. Г. Гуревич. Ферриты на сверхвысоких частотах. М., Физматгиз, 1960.
13. П. Эпштейн. Теория распространения электромагнитных волн в гиротропной среде. — Успехи физ. наук, 1958, 65.
14. Р. Курант. Уравнения с частными производными. М., «Мир», 1964.
15. V. A. Troitskaya. Rapid variations of the electromagnetic field of the Earth. — Research in Geophysics, v. 1. Copyright by the Massachusetts Institute of Technology, 1964.

О ПОЛЯРИЗАЦИИ ПАДАЮЩЕГО ЕСТЕСТВЕННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Н. М. АЛЬТГАУЗЕН

Естественные короткопериодические колебания электромагнитного поля Земли, генерируемые в верхних частях ионосферы и в магнитосфере и регистрируемые наблюдателем на поверхности Земли, с одной стороны, характеризуют источник, возбудивший эти колебания, и, с другой — информацию о свойствах среды, в которой сигнал распространяется, в том числе и об электропроводности пород на больших глубинах под поверхностью Земли. Одной из важных характеристик электромагнитных колебаний является поляризация электрического и магнитного полей. В данной статье излагаются некоторые соображения о факторах, влияющих на поляризацию поля, и приведены результаты расчета поляризации магнитного поля падающей волны, соответствующей колебаниям типа жемчужин (рассматривается дневная модель ионосферы).

В работе [1] Д. Н. Четаевым развит метод решения краевых задач электродинамики анизотропных сред. При помощи этого метода рассмотрим решение задачи о распространении плоской электромагнитной волны в слоистой анизотропной среде. Для простоты ограничимся рассмотрением гиротропных слоев. Пусть имеется слоистая среда, состоящая из гиротропных слоев, электромагнитные свойства которых характеризуются тензором относительной диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}$

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon & \epsilon_a & 0 \\ -i\epsilon_a & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

Главная ось тензора z совпадает с направлением внешнего магнитного поля B_0 и может быть произвольно ориентирована относительно слоистости среды (плоскости $\xi\eta$) (рисунок).

Будем рассматривать распространение плоской электромагнитной волны, падающей под некоторым углом φ на верхнюю границу слоистой пачки.

В любом слое пачки электромагнитные поля должны удовлетворять уравнениям Максвелла

$$\begin{aligned} \text{rot } \bar{E} + ik_0 \bar{H} &= 0, & \text{div } \bar{H} &= 0, \\ \text{rot } \bar{H} - i\hat{\epsilon} \bar{E} &= 0, & \text{div } \hat{\epsilon} \bar{E} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

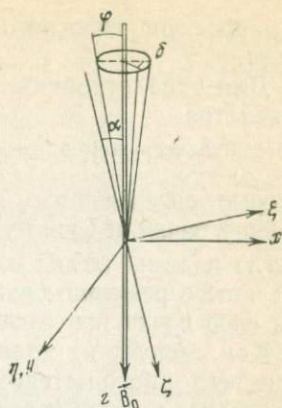
где $k_0 = \omega/c$ и e — экспоненциальная зависимость выбрана в виде $\exp i\omega t$.

Уравнения (2) решаются методом [1] при помощи электромагнитных потенциалов \bar{A} и Φ , определяющих поля соотношениями

$$\bar{H} = \text{rot } \bar{A}, \quad \bar{E} = -ik_0 \bar{A} - \text{grad } \Phi. \quad (3)$$

Как следует из уравнений (2) и выражений (3), компоненты векторного потенциала и скалярный потенциал связаны соотношениями

$$A_x: A_y: A_z: \Phi = M_1: M_2: M_3: M_4, \quad (4)$$



Ориентировка координатных осей

где M_i — некоторые дифференциальные операторы второго порядка, которые при рассмотрении плоских электромагнитных волн, когда решение уравнений ищется в виде $\exp(k_\xi \xi + k_\eta \eta + k_z z)$, преобразуются в линейные связи. При наложении на потенциалы нормировочного соотношения — оптимальных обобщенных условий Лоренца в виде [2]

$$\Phi = -\frac{1}{ik_0} \frac{\varepsilon \mp \varepsilon}{\varepsilon^2 - \varepsilon_\alpha^2} \text{div} \bar{A} \quad (5)$$

связи между компонентами векторного потенциала существенно упрощаются:

$$A_x^l = \pm i A_y^l, \quad A_z^l = m_z^l A_y^l, \quad (6)$$

$$m_z^l = \frac{\varepsilon (k_\xi^2 + k_\eta^2 + k_z^2) \pm \varepsilon_\alpha (\sin^2 \alpha k_\xi^2 + 2 \sin \alpha \cos \alpha k_\xi k_\eta + \cos^2 \alpha k_\eta^2) - (\varepsilon^2 - \varepsilon_\alpha^2)}{\varepsilon_\alpha \{k_\eta (\sin \alpha k_\xi + \cos \alpha k_\eta) \pm i [\sin \alpha \cos \alpha (k_\xi^2 - k_\eta^2) + (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) k_\xi k_\eta]\}}$$

или в системе координат $\xi\eta z$, связанных со слоистостью,

$$\begin{aligned} A_\xi^l &= m_\xi^l A_\eta^l; \quad A_z^l = m_z^l A_\eta^l; \\ m_\xi^l &= \mp i \cos \alpha + m_z^l \sin \alpha; \\ m_z^l &= \pm i \sin \alpha + m_z^l \cos \alpha. \end{aligned} \quad (7)$$

В формулах (5) и (6) используются обозначения k_ξ и k_η — горизонтальные проекции волнового вектора соответственно на оси ξ и η ;

k_{ξ}^l — проекция волнового вектора волны l на нормаль к слоистости среды.

Для удовлетворения закона Снеллиуса должны выполняться равенства

$$k_{\xi} = \text{const}, k_{\eta} = \text{const}, \quad (8)$$

которые определяются параметрами волны, падающей на первую границу пачки, и зависят от электромагнитных свойств первого слоя и угла падения волны на первую границу. k_{ξ}^l — представляют собой четыре решения дисперсионного уравнения в любом анизотропном слое пачки при заданных k_{ξ} и k_{η} .

Как следует из уравнения (6) — (8), связь между компонентами векторного потенциала, а следовательно, поляризация электрического и магнитного полей волны данного типа в любом слое определяется тензором относительной диэлектрической проницаемости данного слоя, первого слоя пачки, в котором задается волна, и углом падения волны и не зависит от электромагнитных свойств других слоев. Все остальные слои пачки могут влиять только на интенсивность волны данного типа в рассматриваемом слое.

Для определения интенсивности парциальных волн в слоях необходимо удовлетворить граничным условиям на контактах между слоями, требующими непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей. Д. Н. Четаевым [1] это условия были все записаны в виде системы 6 линейных уравнений с комплексными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \left(\sum_{l=1}^6 A_{\xi}^l \right)_1 &= \left(\sum_{l=1}^6 A_{\xi}^l \right)_2; \\ \left(\sum_{l=1}^6 A_{\eta}^l \right)_1 &= \left(\sum_{l=1}^6 A_{\eta}^l \right)_2; \\ \left(\sum_{l=1}^6 A_{\zeta}^l \right)_1 &= \left(\sum_{l=1}^6 A_{\zeta}^l \right)_2; \\ \left(\sum_{l=1}^6 k_{\zeta}^l A_{\xi}^l \right)_1 &= \left(\sum_{l=1}^6 k_{\zeta}^l A_{\xi}^l \right)_2; \\ \left(\sum_{l=1}^6 k_{\zeta}^l A_{\eta}^l \right)_1 &= \left(\sum_{l=1}^6 k_{\zeta}^l A_{\eta}^l \right)_2; \\ \left(\sum_{l=1}^6 \Phi^l \right)_1 &= \left(\sum_{l=1}^6 \Phi^l \right)_2. \end{aligned} \quad (9)$$

Рассуждая подобным образом, приходим к одному матричному уравнению

$$[N_1] \bar{A}_1 = [N_2] [\epsilon_2]^{-1} [N_2]^{-1} [N_3] [\epsilon_3] [N_3]^{-1} \dots [N_{n-1}] [\epsilon_{n-1}]^{-1} [N_{n-1}]^{-1} [N_n] A_n, \quad (14)$$

что эквивалентно системе шести линейных уравнений с комплексными коэффициентами. Волны, падающие на первую границу сверху и на последнюю снизу, должны быть заданы, тогда амплитуда соответствующих отраженных волн определяется из системы (14).

Амплитуда (а следовательно, поляризация) суммарной волны в каждой точке пространства определяется как алгебраическая сумма амплитуд парциальных падающих и отраженных волн, т. е. уже зависит от электромагнитных свойств всех слоев рассматриваемой пачки. Однако параметры поляризации этой волны (ориентировка большой оси эллипсоида поляризации, его сжатие) по-прежнему определяются лишь свойствами данного слоя, первого слоя пачки и углом падения исходной волны. Если через слоистую пачку происходит «перекачка» энергии из верхнего полупространства в нижнее, то, по-видимому, в каждом из слоев будет преобладать интенсивность волн, поляризация которой соответствует типу падающей волны.

Для иллюстрации приведем результаты расчета поляризации магнитного поля альфвеновской волны с частотой 1 гц, падающей на слоистую ионосферу, на высоте 6000 км под углом φ к направлению внешнего магнитного поля \bar{B}_0 . Направление магнитного поля составляет с нормалью к слоистости угол, равный 16° , что соответствует геомагнитным широтам около 60° . Угол δ характеризует отклонение волнового вектора исходной волны от магнитного меридиана: если $\delta = 0$, то вектор \bar{k} лежит в плоскости магнитного меридиана; при $\delta = 90^\circ$ — в плоскости, перпендикулярной плоскости магнитного меридиана. Результаты расчетов сведены в табл. 1, в которой приведены следующие данные: $\psi_{\text{рад}}$ — угол отклонения от направления на север (оси ξ) большой оси горизонтальной проекции эллипсоида поляризации магнитного поля; k_ψ — отношение большой оси к малой оси горизонтального эллипса поляризации; $\gamma_{\text{рад}}$ — угол, характеризующий наклон главной оси эллипсоида поляризации магнитного поля к горизонту, и k_γ — сжатие проекции эллипсоида на плоскость ($\xi\zeta$).

Параметры поляризации $\psi_{\text{рад}}$, k_ψ , $\gamma_{\text{рад}}$, k_γ рассчитаны для двух проходящих волн (1 и 2), которые могут возникать на нижней границе ионосферы, т. е. на высоте 60 км от волны, падающей на ионосферу сверху. Для расчетов использовались параметры ионосферы, приведенные в работе [4]. Тензор $\hat{\epsilon}$ рассчитывался по приведенным в работе [4] формулам. Результаты расчетов составляющих тензора $\hat{\epsilon}$ сведены в табл. 2.

Таблица 1

φ°	$\delta=0^\circ$								$\delta=30^\circ$							
	1				2				1				2			
	$\psi_{\text{рад}}$	k_ψ	$\gamma_{\text{рад}}$	k_γ	$\psi_{\text{рад}}$	k_ψ	$\gamma_{\text{рад}}$	k_γ	$\psi_{\text{рад}}$	k_ψ	$\gamma_{\text{рад}}$	k_γ	$\psi_{\text{рад}}$	k_ψ	$\gamma_{\text{рад}}$	k_γ
-60	0,59	0,57	0,63	0,63	-0,43	-0,54	0,58	0,76	1,21	0,54	0,89	0,39	0,23	-0,52	-0,35	-0,83
-45	0,70	0,72	0,55	0,53	-0,55	-0,71	0,48	0,60	1,41	0,68	0,83	0,22	0,21	-0,67	-0,23	-0,72
-30	0,82	0,92	0,31	0,27	-0,66	-0,91	0,27	0,32	-1,33	0,87	0,51	0,09	0,32	-0,87	-0,18	-0,47
-15	0,87	0,99	-0,02	-0,02	-0,70	-0,99	-0,02	0,02	-0,35	0,97	0,03	0,02	1,38	-0,97	0,24	-0,07
0	0,82	0,89	-0,36	-0,31	-0,63	-0,89	-0,29	-0,36	0,82	0,89	-0,36	-0,31	-0,63	-0,89	-0,29	-0,36
15	0,69	0,66	-0,62	-0,53	-0,50	-0,68	-0,48	-0,64	0,96	0,63	-0,72	-0,42	-0,25	-0,70	-0,25	-0,70
30	0,59	0,52	-0,74	-0,71	-0,40	-0,55	-0,54	-0,77	0,96	0,53	-0,87	-0,49	0,04	-0,56	-0,06	-0,83
45	0,52	0,43	-0,80	-0,78	-0,33	-0,47	-0,56	-0,83	0,95	0,44	-0,93	-0,55	0,03	-0,47	0,15	0,88
60	0,48	0,33	-0,84	-0,82	-0,30	-0,42	-0,56	-0,86	0,95	0,39	-0,95	0,59	0,16	-0,43	0,33	0,89
φ°	$\delta=60^\circ$								$\delta=90^\circ$							
	1				2				1				2			
	$\psi_{\text{рад}}$	k_ψ	$\gamma_{\text{рад}}$	k_γ	$\psi_{\text{рад}}$	k_ψ	$\gamma_{\text{рад}}$	k_γ	$\psi_{\text{рад}}$	k_ψ	$\gamma_{\text{рад}}$	k_γ	$\psi_{\text{рад}}$	k_ψ	$\gamma_{\text{рад}}$	k_γ
-60	-1,38	-0,49	1,04	0,16	0,84	0,48	-0,93	-0,58	-0,89	-0,44	1,00	0,56	1,28	0,50	-1,09	-0,16
-45	-1,17	-0,60	0,89	0,31	0,88	0,59	-0,81	-0,51	-0,72	-0,52	0,82	0,64	1,54	0,56	-1,00	-0,11
-30	-0,84	-0,76	0,57	0,43	0,96	0,76	-0,62	-0,32	-0,33	-0,66	0,46	0,63	1,53	0,66	-0,85	-0,04
-15	-0,18	-0,89	0,09	0,45	1,49	0,89	-0,47	-0,03	-0,08	-0,80	-0,06	-0,61	-1,35	0,81	-0,62	-0,12
0	0,82	-0,89	-0,36	-0,31	-0,63	0,89	-0,29	-0,36	0,82	-0,89	-0,36	-0,31	-0,63	0,88	-0,29	-0,36
15	1,24	-0,72	-0,74	-0,22	-0,02	0,74	-0,02	-0,67	1,53	-0,79	-0,64	-0,02	0,18	0,80	0,13	0,58
30	1,36	-0,57	-0,95	-0,17	0,29	0,59	0,37	0,78	-1,34	-0,65	-0,85	-0,17	0,63	0,66	0,59	0,61
45	1,39	-0,47	-1,07	-0,15	0,49	0,49	0,69	0,77	-1,25	-0,52	-0,99	-0,26	0,89	0,53	0,89	0,53
60	1,42	-0,41	-1,14	-0,13	0,62	0,49	0,88	0,73	-1,18	-0,45	-1,03	-0,31	1,07	0,45	1,05	0,43

Таблица 2

Составляющие тензора $\hat{\epsilon}$	$\xi=6000$ км		$\xi=60$ км		
	$\xi=6000$ км	$\xi=60$ км	Составляющие тензора $\hat{\epsilon}$	$\xi=6000$ км	$\xi=60$ км
Re ϵ	$+0,324 \cdot 10^4$	$+0,999$	Im ϵ_α	$+0,151 \cdot 10^{-6}$	$-0,480 \cdot 10^{-4}$
Im ϵ	$-0,783 \cdot 10^{-5}$	$-0,104 \cdot 10^4$	Re ϵ_z	$-0,643 \cdot 10^{11}$	$+0,999$
Re ϵ_α	$-0,312 \cdot 10^2$	$+0,189 \cdot 10^3$	Im ϵ_z	$-0,306 \cdot 10^{10}$	$-0,108 \cdot 10^4$

Знак k_i соответствует направлению вращения вектора магнитного поля: при положительном значении k вращение вектора совпадает с направлением вращения электрона в магнитном поле.

Как видно из рассмотрения табл. 1, параметры поляризации магнитного поля волны, падающей из ионосферы, существенно зависят от направления распространения исходной волны, падающей на слоистую ионосферу с высоты 6000 км под углом φ к слоистости и δ к плоскости магнитного меридиана. Наиболее сильно из всех параметров изменяется угол ψ , в особенности в тех случаях, когда падение волны приближается к нормальному.

Сопоставление результатов расчетов поляризации для дневных и ночных условий показывает, что в обоих случаях поляризация магнитного поля падающих волн содержит в себе информацию об исходной волне и существенно зависит от угла падения исходной волны в первом слое, несмотря на то что эта информация во втором случае несколько сильнее завуалирована свойствами последнего слоя пачки.

Литература

1. Д. Н. Четаев. Метод решения краевых задач электродинамики анизотропных сред с помощью общих электромагнитных потенциалов и его геофизические приложения. Автореферат докт. дисс. М., ИФЗ, 1966.
2. Д. Н. Четаев, М. Г. Савин. Об электромагнитных потенциалах в гиротропных средах. — Докл. АН СССР, 1967, 174, № 6.
3. М. Г. Савин. О распространении электромагнитных полей в магнитосфере. — Изв. АН СССР, Физика Земли, 1968, № 7.
4. Я. Л. Альперт, Э. Г. Гусева, Д. С. Флигель. Распространение низкочастотных электромагнитных волн в волноводе Земля — ионосфера. М., «Наука», 1967.

К РАСЧЕТУ ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ МАГНИТОСФЕРЫ И ЗЕМЛИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЕСТЕСТВЕННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

М. Г. САВИН

В связи с возросшим интересом к изучению естественного электромагнитного поля Земли особую важность приобрела задача теоретического осмысливания огромного наблюдательного материала. Попытки интерпретации КПК геомагнитного поля, как правило, носили эмпирический и полуэмпирический характер и давали лишь качественное объяснение явлениям. В то же время был проведен ряд расчетов полей плоских электромагнитных волн в магнитосфере [1, 2], правда, при некоторых предположениях (волновой вектор k нормален к магнитному полю \vec{B}_0 , совпадающим с границами раздела и т. д.). Недостаток моделей указанных работ выражается, кроме того, в том, что не учитывалось влияние земли, это снижало ценность результатов.

Прогресс в этом направлении в значительной мере сдерживался отсутствием строгих методов решения соответствующих краевых задач.

В 1966 г. Д. Н. Четаевым [3] был предложен метод решения краевых задач электродинамики анизотропных сред, развитой им совместно с автором для гиротропных сред [4]. Надежность и удобство метода подтвердила серия последующих расчетов на ЭВЦМ. В работе [5] автором этим методом решена задача о поле плоской электромагнитной волны в слоистой магнитоактивной плазме при произвольной ориентации \vec{k} и \vec{B}_0 . Модель учитывала влияние однородной изотропной среды. В итоге задача сведена к системе $6(N-1)$ линейных алгебраических уравнений относительно компонент электромагнитных потенциалов (N — число слоев).

В настоящей статье приведены результаты расчетов полей плоской электромагнитной волны при некоторых усредненных параметрах магнитосферной плазмы с учетом нейтральной атмосферы и однородной изотропной Земли.

Пусть полупространство $\zeta \leq 0$ заполнено однородной магнитоактивной плазмой с тензором диэлектрической проницаемости

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon & i\epsilon_\alpha & 0 \\ -i\epsilon_\alpha & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix}$$

Ось z направлена по внешнему магнитному полю \vec{B}_0 и составляет угол φ_0 с осью ζ . Область $0 < \zeta \leq h$ — вакуум, а полупрост-

ранство $\zeta > h$ — однородная изотропная среда, аппроксимирующая свойства Земли.

Плоская волна альфвеновского типа падает из области $\zeta < 0$ на границу $\zeta = 0$. Все функции пропорциональны $\exp i\omega t \times \times \exp ik_0 (n_{\xi}\xi + n_{\zeta}\zeta)$. Волновой вектор \vec{k} лежит в плоскости магнитного меридиана и составляет угол φ с осью ζ . При $\zeta \leq 0$ решается система уравнений Максвелла

$$\Delta A - \text{grad div } \vec{A} - ik_0 \hat{\varepsilon} \text{grad } \Phi + k_0^2 \hat{\varepsilon} \vec{A} = 0; \quad (1)$$

$$\text{div } \hat{\varepsilon} (\text{grad } \Phi + i\vec{k}_0 \vec{A}) = 0. \quad (2)$$

В вакууме характеристические корни для падающей и отраженной волн находятся из уравнения

$$n^2 = 1 - n_{\xi}^2. \quad (3)$$

При $\zeta > h$ волновое число определяется из дисперсионного уравнения

$$k^2 = k_0^2 \varepsilon \mu - k_0^2 \frac{4\pi\sigma\mu}{\omega} i. \quad (4)$$

Решение поставленной задачи приведено в работе [5].

Компоненты тензора ε в частном случае бесстолкновительной плазмы вычисляются по формулам

$$\varepsilon = 1 - \frac{A^2 M (\kappa^2 - M)}{(\kappa^2 - 1)(\kappa^2 - M^2)};$$

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{A^2 M (M - 1) \kappa}{(\kappa^2 - 1)(\kappa^2 - M^2)};$$

$$\varepsilon_z = 1 - \frac{A^2 M}{\kappa^2},$$

где $A = c/v_A$, $\kappa = \omega/\omega_H$; c — скорость света; v_A — альфвеновская скорость; ω_H — гирочастота протонов.

Расчет произведен при следующих значениях параметров:

$$1) A = 75, \quad \kappa = 0,04, \quad \varphi_0 = 16^\circ;$$

$$2) A = 150, \quad \kappa = 0,1, \quad \varphi_0 = 16^\circ;$$

$$3) A = 75, \quad \kappa = 0,04, \quad \varphi_0 = 30^\circ.$$

Угол φ_1 варьировался по формуле $\varphi = \pi m / 2N$, где $N = 20$, а $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Величина $h = 100$ км, а проводимость Земли $\sigma = 8 \cdot 10^9$ ед. CGS. Полагая, что A_1 — компонента падающей

волны равна единице, получаем следующие значения для полей \bar{E} и \bar{H} на поверхности Земли (табл. 1—3).

По этим данным построены эксцентриситеты эллипсов поляризации в горизонтальной плоскости $\xi\eta$ при $\zeta=h$ (рис. 1—4). Характерно, что эллипсы для \bar{E} и \bar{H} не подобны.

Теоретический расчет полного внутреннего отражения альфвеновских волн на границе подмагниченной плазмы с вакуумом [3] показал, что просачивающееся в вакуум поле имеет сложные фазовые соотношения между горизонтальными компонентами электрического и магнитного векторов. Оси их эллипсов поляризации могут составлять угол, отличный от прямого.

Этот факт, несмотря на всю идеализацию теоретической задачи, имеет принципиальное значение для теории естественного электромагнитного поля Земли, особенно для использования этого поля с целью изучения электрических свойств земной коры и верхней мантии. Неортогональность осей эллипсов поляризации горизонтальных составляющих полей на поверхности Земли является, по данным экспериментов, скорее правилом, чем исключением. В случае горизонтально неоднородных сред, соответствующих районам сложного геологического строения, указанный эффект может быть связан с изменением электрических свойств сред в горизонтальном направлении. Однако экстраполяция такого объяснения на районы с горизонтальным залеганием осадочного чехла приводит к заключению о слабой помехозащищенности метода магнитотеллурических зондирований, интерпретация результатов которых основывается на схеме горизонтально-слоистого строения среды, и к необходимости перехода на тот или другой метод профилирования даже для таких районов, где электрическая неоднородность в горизонтальном направлении маловероятна.

Возможность объяснения эффекта неортогональности осей неоднородностью поля, падающего на Землю, представляет, таким образом, важный аргумент в защиту идеи магнитотеллурических зондирований и одновременно указывает на необходимость дальнейшей разработки методики интерпретации результатов наблюдений.

Однако поскольку при упомянутых расчетах [3] не учитывалось влияние проводящей Земли и отсутствовал поток энергии по направлению к ней, то можно было надеяться, что при учете подстилающей однородной проводящей среды указанные особенности падающего поля не сохранятся для поля на поверхности проводника.

Результаты расчетов процессов отражения альфвеновских волн для трехслойной модели (см. табл. 1—3) позволяют качественно оценить взаимное влияние магнитосферы и Земли на процесс отражения альфвеновских волн, распространяющихся в

Таблица 1

φ , град	$\operatorname{Re} H_{\xi}$	$\operatorname{Im} H_{\xi}$	$\operatorname{Re} H_{\eta}$	$\operatorname{Im} H_{\eta}$	$\operatorname{Re} E_{\xi}$	$\operatorname{Re} E_{\xi}$	$\operatorname{Im} E_{\xi}$	$\operatorname{Re} E_{\eta}$	$\operatorname{Im} E_{\eta}$
52	44,64	-2,825	-1,126	0,001040	-0,8689	-1,604	-1,556	-0,01187	-0,01045
43	91,21	-18,47	-0,9187	0,001671	-1,580	-1,155	-1,099	-0,02742	-0,01818
34	110,32	-28,54	-0,7010	0,002516	-1,542	-0,7999	-0,7792	-0,03472	-0,02044
25	121,47	-35,42	-0,6012	0,004407	-1,278	-0,6508	-0,6437	-0,03922	-0,02151
7	132,26	-42,71	-7,315	0,2933	-0,411	-8,238	-7,604	-0,04374	-0,02239
-11	129,8	-41,11	-11,88	0,1533	0,6891	-13,00	-12,68	-0,04274	-0,02218
-20	119,56	-321,96	-6,052	0,02120	1,228	-6,441	-6,457	-0,03863	-0,02115
-29	90,76	-20,95	-4,316	0,05873	1,438	-4,197	-4,363	-0,02793	-0,01745

Таблица 2

φ , град	Re H_{ξ}	Im H_{ξ}	Re H_{η}	Im H_{η}	Re E_{ξ}	Re E_{ξ}	Im E_{ξ}	Re E_{η}	Im E_{η}
43	148,19	-53,37	-0,09343	0,000793	-5,910	-0,3365	-0,2193	-0,05039	-0,02370
34	175,97	-84,40	-0,09423	0,001336	-5,937	-0,04175	-0,08264	-0,06509	-0,02239
25	190,95	-106,1	-0,1187	0,002446	-4,994	-0,01448	-0,09402	-0,07425	-0,02122
7	204,12	-129,58	-1,443	0,03403	-1,618	-1,580	-1,522	-0,03342	-0,01864
-11	200,8	-124,81	-1,300	0,01112	2,674	-1,318	-1,370	-0,03141	-0,01900
-20	187,64	-105,61	-0,6142	0,00249	4,715	-0,1707	-0,5148	-0,0733	-0,02051
-29	146,3	-62,54	-0,4229	0,000776	5,423	1,137	0,2227	-0,05221	-0,0209

Таблица 3

φ , град	Re H_{ξ}	Im H_{ξ}	Re H_{η}	Im H_{η}	Re E_{ξ}	Im E_{ξ}	Re E_{η}	Im E_{η}
21	125,09	-37,75	-0,7547	0,006449	-0,7924	-0,7932	-0,04071	-0,02184
12	130,66	-41,47	-4,604	0,05775	-5,026	-4,912	-0,04303	-0,02223
3	134,27	-41,16	-146,47	22,44	-183,0	-134,4	-0,04386	-0,02323
-6	131,29	-41,38	-59,03	1,81	-65,94	-62,027	-0,04317	-0,02248
-15	181,25	-35,44	-13,73	0,05425	-14,86	-14,68	-0,03842	-0,02070
-24	67,84	-15,41	-7,219	0,00808	-6,523	-6,934	-0,02081	-0,01311

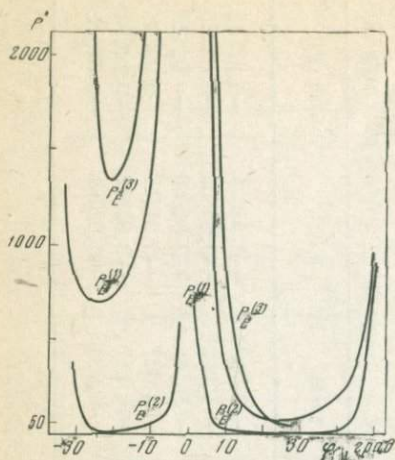


Рис. 1. Отношение осей эллипсов поляризации электрического поля

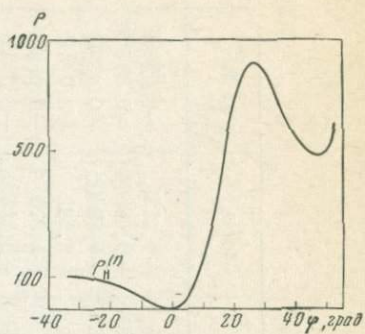


Рис. 2. Отношение осей эллипсов поляризации магнитного поля. Вариант I

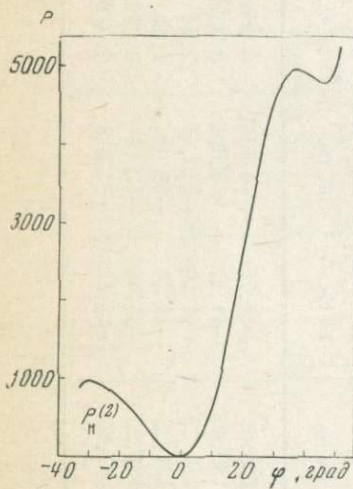


Рис. 3. Отношение осей эллипсов поляризации магнитного поля. Вариант II

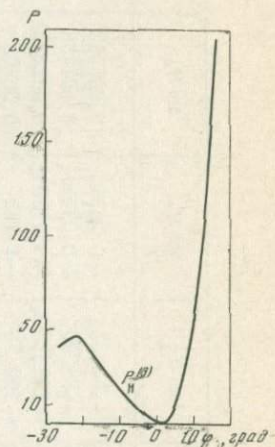


Рис. 4. Отношение осей эллипсов поляризации магнитного поля. Вариант III

плоскости магнитного меридиана. В пренебрежении изменениями электрических свойств нижних слоев магнитосферы (оптическая длина пути для короткопериодических колебаний геомагнитного поля, для которых только и разумна аппроксимация плоской волной, мала) свойства магнитосферы аппроксимировались холодной протонной плазмой без соударений. Процесс распространения волн при этом определяется заданием отношения $\chi = \omega/\omega_{H_i}$ частоты к гирочастоте ионов и отношения $A = c/v_A$ скорости света в вакууме к альфвеновской скорости. Процесс отражения зависит от угла наклона φ_0 магнитного поля относительно вертикали и угла наклона φ волнового вектора относительно магнитного поля.

По результатам расчетов поля на поверхности $a_\xi + ib_\xi$, $a_\eta + ib_\eta$ наклон осей эллипса поляризации относительно оси ξ , расположенной в плоскости магнитного меридиана, определяется формулой

$$\operatorname{tg} 2\chi = \frac{2(a_\xi a_\eta + b_\xi b_\eta)}{(a_\xi^2 + b_\xi^2) - (a_\eta^2 + b_\eta^2)}.$$

Результаты изображены на рис. 5, а, б в функции угла φ для трех вариантов.

Из обзора графиков видно, что при нормальном падении волн и близком к нему, когда в вакууме имеются распространяющиеся волны, главные оси эллипсов поляризации горизонтальных составляющих векторов \vec{E} и \vec{H} строго ортогональны. Однако при условии полного внутреннего отражения волн от границы анизотропной плазмы эти оси составляют угол, отличный от прямого.

Таким образом, неортогональность осей эллипсов поляризации электрического и магнитного полей, обуславливаемая неоднородностью поля, может встречаться и при полной однородности среды в горизонтальном направлении.

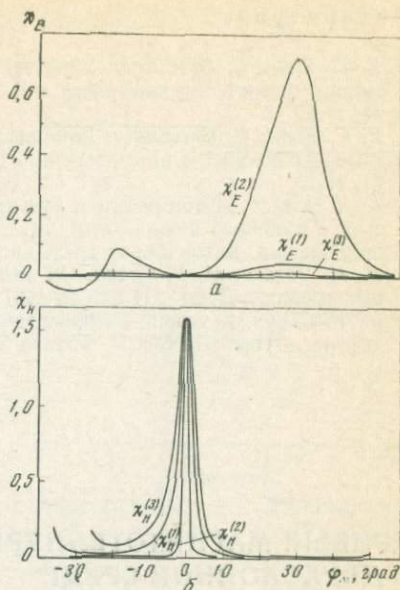


Рис. 5. Угол наклона главных осей эллипсов поляризации поля к оси ξ
а — электрического; б — магнитного

Литература

1. E. C. Field, C. Greifinger. Equatorial transmission of geomagnetic micropulsations through the ionosphere and lower exosphere.—*J. Geophys. Res.*, 1965, 70, N 19.
2. E. C. Field, C. Greifinger. Equatorial transmission of geomagnetic micropulsations through the ionosphere and lower exosphere.—*J. Geophys. Res.*, 1965, 71, N 13.
3. Д. Н. Четаев. Метод решения краевых задач электродинамики анизотропных сред с помощью общих электромагнитных потенциалов и его геофизические приложения. Автореферат докт. дисс. М., ИФЗ, 1966.
4. Д. Н. Четаев, М. Г. Савин. Об электромагнитных потенциалах в гиротропных средах.—*Докл. АН СССР*, 1967, 174, № 6.
5. М. Г. Савин. К теории распространения электромагнитных волн в магнитосфере. — *Изв. АН СССР, Физика Земли*, 1968, № 7.

КРИВЫЕ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ В ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЕ С НЕГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ЗАЛЕГАНИЕМ ПОВЕРХНОСТИ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕГО ОСНОВАНИЯ

В. И. ДМИТРИЕВ, Н. В. ГУЩИНА, Н. В. ЛИПСКАЯ,
А. ШИМАНЬСКИЙ

В работе приведены результаты исследования распространения плоской монохроматической электромагнитной волны в двухслойной среде с дискретно меняющейся глубиной идеально проводящего основания. Сопротивление верхнего слоя переменной мощности предполагается конечным, поверхности раздела в среде — горизонтальными. Рассмотрены частные случаи двумерных структур: сброс, грабен и горст с вертикальными бортами. Задача решена для случая H -поляризации поля, при которой электромагнитная волна распространяется по вертикали, электрический вектор направлен вкрест, а магнитный — по простиранию оси структуры.

Вывод расчетных формул. На рис. 1 представлены три модели двухслойной среды с вертикальным сбросом, грабеном и горстом на поверхности идеально проводящего основания. Положение осей декартовой системы координат показано на чертеже. Ось Z направлена вертикально вниз, ось X — по простиранию, ось Y — вкрест простирания. В задаче со сбросом ось X лежит в плоскости сброса. В задачах с грабеном и горстом ось X лежит на плоскости симметрии структуры.

Рассмотрим слой, обладающий конечной электропроводностью σ . Его верхняя граница есть плоскость $z=0$, нижняя граница задана в форме

$$z = \begin{cases} h & \text{при } y < 0 \\ H & \text{при } y > 0, \end{cases}$$

причем $H > h$.

В случае H -поляризации поля составляющие E_x , H_y и H_z равны нулю. Остальные составляющие внутри слоя удовлетворяют уравнениям

$$E_y = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_x}{\partial z}, \quad E_z = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_x}{\partial y}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} + k^2 H_x = 0, \quad (2)$$

где $k = (1 + i)\kappa$,

$$\kappa = \sqrt{\omega \mu \sigma / 2}.$$

На границах слоя выполняются краевые условия

$H_x = 1$ при $z=0$; $\frac{\partial H_x}{\partial y} = 0$ при $y=0$ и $h < z < H$; $\frac{\partial H_x}{\partial z} = 0$ при $z=h$, $y < 0$ и при $z=H$, $y > 0$. На бесконечности при $|y| \rightarrow \infty$ имеем $\frac{\partial H_x}{\partial y} \rightarrow 0$. Представим поле H_x в виде

$$H_x = \frac{\cos k(h-z)}{\cos kh} + \sum_{n=0}^{\infty} b_n e^{\Gamma_n \cdot y} \sin\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi z}{h} \quad \text{при } y < 0, \quad (3)$$

$$H_x = \frac{\cos k(H-z)}{\cos kH} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{-\gamma_n y} \sin\left(h + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi z}{H} \quad \text{при } y > 0, \quad (4)$$

где $\Gamma_n = \sqrt{\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \frac{\pi^2}{h^2} - k^2}$, $\gamma_n = \sqrt{\left(h + \frac{1}{2}\right)^2 \frac{\pi^2}{H^2} - k^2}$,

причем $\text{Re} \Gamma_n > 0$, $\text{Re} \gamma_n > 0$.

Представленная в таком виде функция H_x удовлетворяет уравнению, краевым условиям при $z=0$, $z=h$ и $z=H$ и условию на бесконечности.

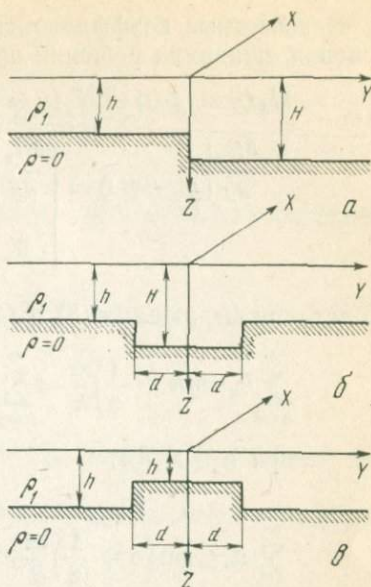


Рис. 1. Модели двухслойной среды со сбросом (а), грабеном (б) и горстом (в) на поверхности основания

Неизвестные коэффициенты разложения a_n и b_n находим из условия сшивания решений при $y=0$

$$H_x(y = +0) = H_x(y = -0) \quad \text{при } 0 < z < h, \quad (5)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial y} \Big|_{y = +0} = \begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial y} \Big|_{y = -0} & \text{при } 0 < z < h, \\ 0 & \text{при } h < z < H. \end{cases} \quad (6)$$

Подставив выражения (3) и (4) в условия (5) и (6), получим

$$\sum_{n=0}^{\infty} b_n \sin\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi z}{h} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi z}{H} + \{\operatorname{tg} kH - \operatorname{tg} kh\} \operatorname{sinc} kz$$

при $0 < z < h$, (7)

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \gamma_n \sin\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi z}{H} = \begin{cases} - \sum_{n=0}^{\infty} b_n \Gamma_n \sin\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi z}{h} & \text{при } 0 < z < h \\ 0 & \text{при } h < z < H. \end{cases} \quad (8)$$

Умножив (7) на $\sin\left(m + \frac{1}{2}\right) \pi z/h$ и проинтегрировав от нуля до h , найдем

$$b_m = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{mn} a_n + f_m, \quad (9)$$

где

$$\beta_{mn} = \frac{(-1)^{m/2} (2n+1) Hh}{\pi [(2m+1)^2 H^2 - (2n+1)^2 h^2]} \cos\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi h}{H}, \quad (10)$$

причем при $(2m+1)H = (2n+1)h$ имеем $\beta_{mn} = 1$,

$$f_m = \frac{(-1)^{m/2} kh \cos kh}{H^2 (2m+1)^2 - 4k^2 h^2} (\operatorname{tg} kH - \operatorname{tg} kh). \quad (11)$$

Аналогично, умножив (8) на $\sin\left(m + \frac{1}{2}\right) \pi z/H$ и проинтегрировав от нуля до H , найдем

$$a_m = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{mn} b_n, \quad (12)$$

где

$$\alpha_{mn} = \frac{\Gamma_n}{\gamma_m} \frac{(-1)^n 4h^2 (2m+1) \cos\left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi h}{H}}{\pi [(2m+1)^2 h^2 - (2n+1)^2 H^2]}, \quad (13)$$

причем при $(2n+1)H = (2m+1)h$ имеем $\alpha_{mn} = -h/H$.

Подставив (12) в (9), получим систему уравнений для определения b_m

$$b_m = \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} b_n + f_m, \quad (14)$$

где $A_{mn} = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_{mi} \alpha_{in}$.

Удобнее находить вначале именно b_m , так как b_m убывает быстрее при $m \rightarrow \infty$.

Зная b_m , согласно (12) находим a_m . Отсюда легко определяется импеданс

$$Z = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_x}{\partial z} \quad \text{при } z = 0. \quad (15)$$

Согласно уравнениям (3) и (4) получим

$$Z = -\frac{k}{\sigma} \operatorname{tg} kh + \frac{\pi}{\sigma h} \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2}\right) b_n e^{\Gamma_n y} \quad \text{при } y < 0, \quad (16)$$

$$Z = \frac{-k}{\sigma} \operatorname{tg} kH + \frac{\pi}{\sigma H} \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2}\right) a_n e^{-\gamma_n y} \quad \text{при } y > 0. \quad (17)$$

При решении системы (14) она урезывается до некоторого порядка N .

Рассмотрим второй случай локального изменения мощности слоя, когда нижняя граница задана в виде

$$z = \begin{cases} h & \text{при } y < 0 \\ H & \text{при } 0 < y < 2d, H > h \\ h & \text{при } y > 2d \end{cases}$$

(при подобном задании нижней границы точка начала отсчета сдвинута на расстояние d в сторону отрицательных значений y по сравнению с ее положением, указанным на чертеже; численные расчеты производились в системе осей, показанных на рис. 1, а).

Так как при этом поле симметрично по y относительно оси $y = d$, то можно ограничиться рассмотрением решения в области $y \leq d$.

Магнитное поле может быть представлено в виде

$$H_x = \frac{\cos k(h-z)}{\cos kh} + \sum_{n=0}^{\infty} b_n e^{\Gamma_n y} \sin\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi z}{h} \quad \text{при } y < 0, \quad (18)$$

$$H_x = \frac{\cos k(H-z)}{\cos kH} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{[e^{-\Gamma_n y} + e^{\Gamma_n(y-2d)}]}{1 + e^{-2\Gamma_n d}} \sin\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi z}{H} \quad (19)$$

при $0 < y < d$.

Очевидно, при $d \rightarrow \infty$ мы приходим к уравнениям (3) и (4).

Производя сшивания H_x и $\frac{\partial H_x}{\partial y}$ при $y = 0$, найдем

$$b_m = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{mn} a_n + f_m, \quad (20)$$

$$a_m = \delta_m \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{mn} b_n, \quad (21)$$

где

$$\delta_m = \frac{1 + e^{-2\gamma_m d}}{1 - e^{-2\gamma_m d}}. \quad (22)$$

Величины α_{mn} , β_{mn} , f_m определяются формулами (10)–(13) из предыдущего случая. Система уравнений для определения b_m имеет вид

$$b_m = \sum_{n=0}^{\infty} B_{mn} b_n + f_m, \quad B_{mn} = \sum_{i=0}^{\infty} \delta_i \beta_{mi} \alpha_{in}. \quad (23)$$

В третьем случае при локальном поднятии границы основания она может быть задана в виде

$$z = \begin{cases} H & \text{при } y < -2d \\ h & \text{при } -2d < y < 0 \\ H & \text{при } y > 0, H > h \end{cases}$$

(здесь точка начала отсчета сдвинута на расстояние d в сторону положительных значений y относительно ее положения, указанного на рис. 1 и принятого при расчете).

Удобно рассматривать поле H_x при $y > -d$, представив его в виде

$$H_x = \frac{\cos k(h-z)}{\cos kh} + \sum_{n=0}^{\infty} b_n \frac{e^{\Gamma_n y} + e^{-\Gamma_n(y+2d)}}{1 + e^{-2\Gamma_n d}} \sin\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi z}{h} \quad (24)$$

при $-d < y < 0$,

$$H_x = \frac{\cos k(H-z)}{\cos kH} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{-\gamma_n y} \sin\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi z}{H} \quad \text{при } y > 0. \quad (25)$$

Производя сшивание H_x и $\frac{\partial H_x}{\partial y}$ при $y = 0$, найдем

$$b_m = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{mn} a_n + f_m, \quad (26)$$

$$a_m = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\delta_n} \alpha_{mn} b_n, \quad (27)$$

где α_{mn} , β_{mn} , f_m и δ_n определяются выражениями (10) — (13) и (22).

Система уравнений для определения b_m имеет вид

$$b_m = \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} b_n, \quad C_{mn} = \frac{1}{\delta_n} \sum_{i=0}^{\infty} \beta_{mi} \alpha_{in} = \frac{1}{\delta_n} A_{mn}. \quad (28)$$

Таким образом, получен единый алгоритм расчета для всех трех случаев неоднородной нижней границы слоя. Так как сходимость достаточно медленная, то при численном расчете приходится брать 40—50 коэффициентов ряда Фурье, при этом сшивание решений происходит с точностью до трех-четырех знаков.

Результаты расчетов. Полученные выше выражения поля были использованы для расчета значений модуля и аргумента импеданса и кажущегося сопротивления. Расчет производился для различных точек профиля, направленного вдоль оси y вкrest простираения структуры. При расчетах варьировались значения глубины погружения и ширины структуры и длины волны колебаний поля. Все линейные величины — координаты точек профиля, ширина структуры и длина волны — нормировались к величине h — минимальной толщине слоя, которая во всех расчетах принималась равной единице. Величина H (также нормированная к h и всегда превышающая ее) являлась в первой модели разреза толщиной слоя над опущенным крылом сброса, во второй — толщиной слоя над грабенom, в третьем — толщиной слоя в горизонтально однородных частях разреза. Величине H придавались значения 1,25; 1,5; 2,0 при расчетах в задаче со сбросом и 1,25; 2,0 — в задачах с грабенom и горстом. В двух последних задачах был введен еще один параметр d , равный половине ширины структуры. Ему придавались значения 0,1; 0,25; 0,5; 1,0; 3,0; 8,0.

Результаты расчетов были систематизированы в виде таблиц и графиков. В настоящей статье изложены только основные результаты и в виде иллюстраций приведены некоторые из графиков.

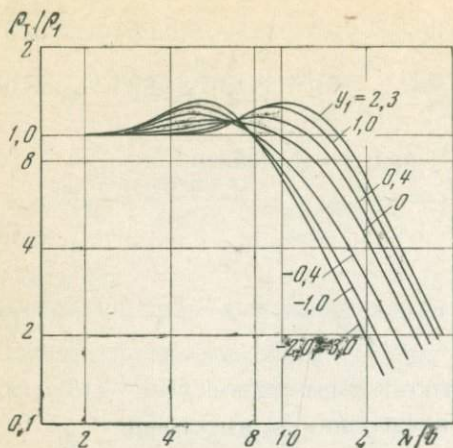


Рис. 2. Кривые кажущегося сопротивления ρ_T/ρ_1 для точек профиля, пересекающего сброс

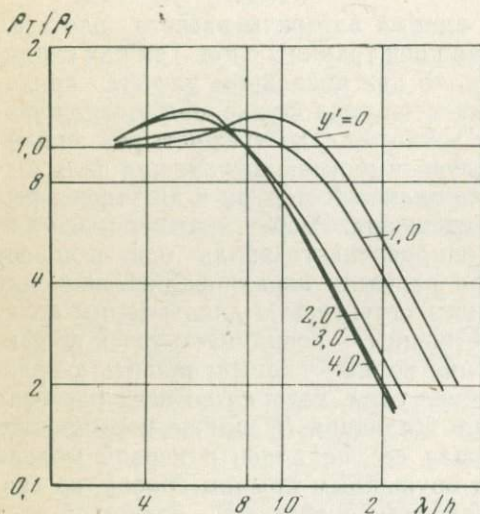


Рис. 3. Кривые кажущегося сопротивления ρ_T/ρ_1 для точек профиля, пересекающего грабен

На рис. 2 изображены кривые кажущегося сопротивления, отнесенного к значению сопротивления верхнего слоя ρ_T/ρ_1 . Кривые построены для различных пунктов профиля, пересекающего сброс. Величина $H=2,0$. Числа, стоящие возле каждой кривой, показывают координаты пунктов наблюдения $y_1=y/h$. Точка начала отсчета ($y=0$) — над плоскостью сброса.

В области малых периодов все кривые выходят на общую асимптоту $\rho_T/\rho_1=1$. В области больших периодов они ложатся на

параллельные друг другу, сдвинутые вдоль оси абсцисс прямые, падающие под углом 63° . Крайние левая и правая кривые семейства, соответствующие неограниченно большим значениям координат y_1 , являются неискаженными двухслойными кривыми кажущегося сопротивления, отвечающими двум горизонтально однородным разрезам с толщиной верхнего слоя: $h=1$ (левая кривая) и H (правая кривая). Остальные кривые размещаются между названными предельными и неограниченно приближаются к ним с возрастанием абсолютного значения параметра y_1 . Кривые, построенные для пунктов, расположенных вблизи или непосредственно над сбросом ($y_1=0$), оказываются наиболее разреженными и искаженными. При изменении значения H общие закономерности хода кривых сохраняются. Однако крайние кривые расходятся между собой тем меньше и промежуточные кривые приближаются к ним тем быстрее, чем меньше значение H .

Кривые ρ_T/ρ_1 , построенные для профиля пересекающего грабен, изображены на рис. 3. Рассматривается случай, при котором $H=2,0$ и $d=1,0$. Начало координат совмещено с плоскостью симметрии структуры, поэтому кривые, отвечающие значениям $+y_1$ и $-y_1$, совпадают друг с другом. Крайней правой является кривая, построенная для центральной плоскости структуры ($y_1=0$), крайней левой — кривая, полученная в результате слияния множества кривых с достаточно большими абсолютными значениями координаты y_1 , отвечающая участкам горизонтально однородного разреза, удаленным от структуры. Числа, стоящие возле кривых, вновь равны координатам пунктов наблюдения. В связи с переносом точки начала отсчета оцифровка кривых не совпадает с принятой на рис. 2. Например, пункт над бортом имеет координату $y_1=1$ вместо $y_1=0$ на рис. 2.

Все кривые рис. 3, за исключением крайней левой, искаженные по форме. Положение их правых абсцисс не отвечает действительным значениям мощности слоя. Однако с увеличением значения параметра d поведение кривых меняется. При $d>3$ крайняя правая кривая превращается в неискаженную двухслойную кривую, соответствующую однородному разрезу с толщиной слоя, равной H .

При дальнейшем увеличении параметра d на крайнюю правую кривую накладываются кривые близких пунктов наблюдения и все семейство кривых по форме и расположению его элементов становится неотличимым от семейства, изображенного на рис. 2. Подобное поведение кривых вполне естественно, так как решение задачи с сбросом является предельным случаем для решений задач с грабеном и горстом при $d \rightarrow \infty$. При достаточно большой ширине структуры воздействия на поле ее бортов проявляется раздельно и на участке профиля, расположенном вблизи одного из бортов, кривые ведут себя так, как будто второго борта не существует.

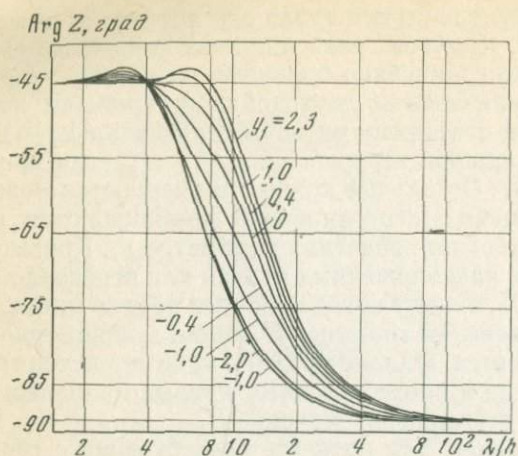


Рис. 4. Кривые аргумента импеданса $\text{arg } Z$ для точек профиля, пересекающего сброс

При небольшой ширине структуры или ее глубоком погружении ее влияние на поле становится незначительным. По мере уменьшения значения d кривые ρ_T/ρ_1 на профиле y сближаются друг с другом и в пределе сливаются с кривой, соответствующей однородной части разреза.

Несмотря на существенное различие, обе последние задачи обладают некоторыми общими чертами, обусловленными тем, что рассматриваемые в них структуры основания — грабен и горст — являются зеркальным отображением одна другой, а задача со сбросом — общим предельным случаем. Вследствие этого многие закономерности поведения кривых повторяются в обеих задачах, и описание их для случая с горстом может быть опущено. Отметим только, что кривые ρ_T/ρ_1 над горстом меняют свое взаимное расположение. Кривые с малыми значениями координаты y_1 (центр структуры) располагаются слева, с большими абсолютными значениями y_1 — справа. Перестановка кривых вызвана тем, что толщина слоя в ненарушенных частях разреза больше, чем над структурой. Зависимость значений аргумента импеданса от переменного λ/h для разных точек профиля, пересекающего сброс, показана на рис. 4. Толщина слоя над опущенным крылом сброса равна $H=2,0$. Как и в рассмотренном выше случае, обе крайние кривые соответствуют однородным двухслойным разрезам с мощностью слоя h (левая кривая) и H (правая кривая). Промежуточные кривые искажены. Все кривые семейства слева и справа выходят на горизонтальные асимптоты.

Кривые $\text{arg } Z$ для грабена и горста сохраняют тот же характер хода. Одна из них отвечает однородному разрезу, другая —

характеризует ход $\arg Z$, наблюдаемый в центре нарушения. Взаимное расположение кривых в обоих случаях обратное. Расхождение между крайними кривыми растет с увеличением параметра d . При достаточно больших значениях d семейства, построенные для двух последних моделей среды, оказываются идентичными семейству, вычерченному для сброса.

Анализ искажений, возникающих при интерпретации кривых. Результаты расчетов показали, что нарушения горизонтального залегания поверхности проводящего основания вызывают искажения кривых зондирования в широком интервале периодов вариаций. В области средних значений периодов меняется форма кривых. В области больших значений периодов происходит смещение правой ниспадающей асимптоты. Степень искажения зависит от размеров неоднородности, глубины ее погружения, а также от значения электропроводности основания. При конечном значении сопротивления основания влияние неоднородностей сказалось бы значительно слабее.

Интерпретация искаженных кривых, произведенная при помощи палеток, построенных для горизонтально однородных сред, приводит к результатам, в какой-то мере отличающимся от истинных.

Изменение значений кажущейся глубины основания h_k на профиле, пересекающем сброс, показано на рис. 5 (сплошные кривые). На рис. 6, *a*, *б* показан ход кажущейся глубины h_k на профиле, пересекающей грабен. Значения h_k определены известным приемом по ниспадающим асимптотам кривых, вычерченных для некоторых точек профиля при различных значениях H и d . Числами, стоящими у кривых, показаны значения параметра d . Кривые h_k на профиле, пересекающем горст, являются зеркальным изображением (относительно оси $h_k = H$) кривых, построенных для грабена, и поэтому здесь не вычерчиваются.

Значения глубины h_k совпадают с действительными в некотором удалении от структуры и отличаются от них в непосредственной близости и над структурой. Отличие кажущейся глубины от действительной тем значительнее, чем больше размах и ширина структуры и меньше глубина ее погружения.

Кривые h_k меняются плавно, скрадывая скачок, существующий в ходе действительных глубин основания, и асимптотически приближаются справа и слева к горизонталям, изображающим значение действительной глубины в областях однородного разреза. На участках профилей, расположенных вблизи центральных осей грабена и горста, кривые h_k стремятся приблизиться в какой-то мере к уровню, характеризующему значение глубины поверхности основания над структурой. Этот уровень достигается только в случаях, когда ширина структуры настолько велика, что влияние ее бортов сказывается раздельно. Несмотря на значительную разность хода кривых h_k при различных значениях ши-

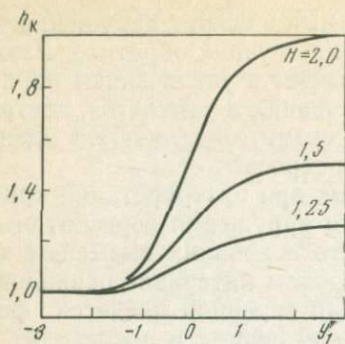


Рис. 5. Кривые кажущейся глубины основания h_k на профиле, пересекающем сброс

рины структуры, их спад до нормального уровня при удалении от бортов происходит почти одинаково быстро. Отклонение h_k от действительной глубины не превышает нескольких процентов уже на расстоянии h от борта структуры.

Изменение аргумента импеданса на профиле, пересекающем сброс, показывает, что поведение аргумента на профиле во мно-

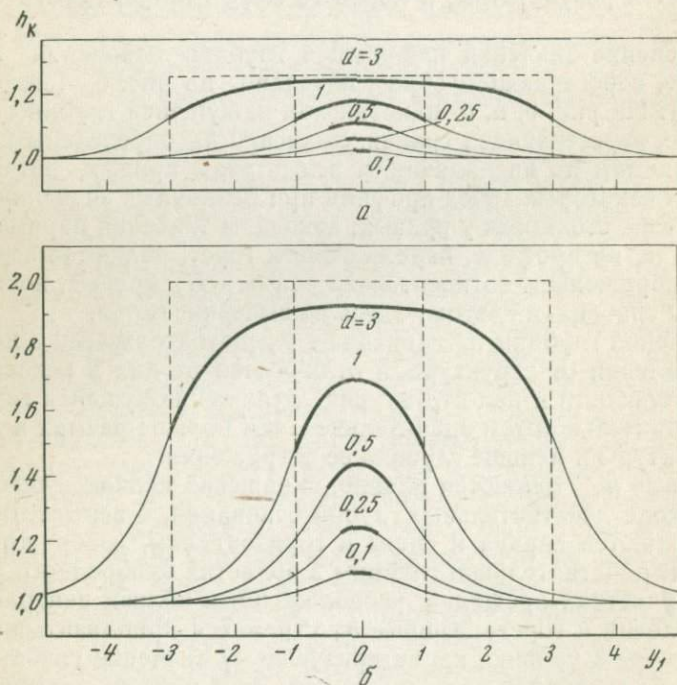


Рис. 6. Кривые кажущейся глубины основания h_k на профиле, пересекающем грабен

а — $H=1,25$; б — $H=2,0$

том напоминает поведение величины h_k . Вдали от неоднородности его значение совпадает с тем, которое должно наблюдаться при выбранном значении λ/h над однородным разрезом. С приближением к структуре значение аргумента плавно меняется, стремясь приблизиться к уровню, соответствующему однородному разрезу с толщиной слоя, равной его толщине над структурой. Это предельное значение достигается только при условии достаточно большой ширины структуры.

При малых геометрических размерах неоднородности и большой глубине ее залегания изменения аргумента импеданса не превышают нескольких градусов и могут остаться незаметными на фоне общего разброса этой величины. При достаточно больших размерах структуры и неглубоком ее погружении значение аргумента меняется на несколько десятков градусов. Подобный ход кривых на профиле, несомненно, должен быть отмечен при обработке и может оказаться дополнительным признаком для выявления присутствия неоднородности в разрезе.

ПОЛЕ КОЛЬЦЕВОГО ТОКА НА ПОВЕРХНОСТИ МНОГОСЛОЙНОЙ ЗЕМЛИ

А. А. КОВТУН, М. А. КАГАН

Изучается поле кольцевого тока на поверхности сферической многослойной Земли. Целью исследований является выяснение возможностей применения подобных источников для глубинных исследований электропроводности Земли в рамках магнитотеллурических и магнитовариационных зондирований. Задача, близкая этой, рассматривалась в работах М. В. Гохберга [1], В. В. Сокольникова [2] при упрощенном предположении, что токовое кольцо расположено в экваториальной плоскости и радиус кольцевого тока ρ_0 значительно больше радиуса Земли r_1 . Рассматриваемый ими случай хорошо описывает поле D_{st} -вариаций на Земле. Однако часть вариаций, применяемых при глубинных зондированиях, вызвана источниками, расположенными в нижней ионосфере, причем некоторые из них, такие, как полярные возмущения или спокойные суточные вариации, могут быть в первом приближении описаны полем кругового тока с $\frac{\rho_0}{r_1} \leq 1$. В связи с этим при проведении данного исследования мы не будем вносить ограничение на величину отношения ρ_0/r_1 .

1. Построения решения для многослойной Земли. Круговой ток, зависящий от времени $e^{-i\omega t}$, течет в тонком сферическом слое радиуса r_0 на широте $\Phi = 90^\circ - \theta_0$ (рис. 1). Интенсивность тока в источнике описывается выражением

$$\vec{j} = e_\varphi \frac{\delta(r - r_0) \delta(\theta - \theta_0)}{2\pi r_0^2 \sin^2 \theta_0},$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака. При выбранной зависимости плотности тока от θ_0 , r магнитный момент витка остается постоянным, не зависящим от θ_0 . Центр сферической поверхности совпадает с центром Земли. Земля состоит из N однородных сферических слоев с электромагнитными параметрами $\epsilon_i, \mu_i, \sigma_i$, где i — номер слоя, меняющийся от $i=0$ в воздухе до $i=N$ в центре. Верхняя граница каждого i -го слоя имеет радиус r_i . В случае выбранного источника решения можно построить через однокомпонентный вектор Герца $\vec{Z} = \Pi \vec{e}_r$, зависящий только от θ и r . Компонента вектора Герца удовлетворяет в каждом слое уравнению

$$\Delta \Pi_i + k_i^2 \Pi = 0, \quad (1)$$

где Δ — оператор Лапласа в сферической системе координат, а

$$k_i^2 = \epsilon_i \mu_i \omega^2 + i \sigma_i \mu_i \omega.$$

Компоненты поля определяются по формулам

$$E_{i\varphi} = -i\mu_i \omega \frac{\partial \Pi_i}{\partial \theta}, \quad E_r = 0, \quad E_\theta = 0,$$

$$H_{ir} = -\frac{1}{r} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \Pi_i, \quad H_\varphi = 0, \quad (2)$$

$$H_{i\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta} \Pi_i r.$$

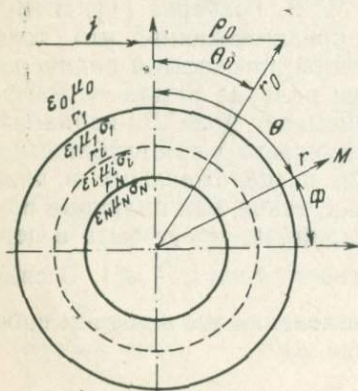


Рис. 1. Токое кольцо над многослойной Землей

Решение в каждом слое будем искать в виде ряда по полиномам Лежандра

$$\Pi_i = \sum_{n=1}^{\infty} q_{in}(r) P_n(\cos \theta).$$

Учитывая вид разложения первичного поля кольцевого тока по полиномам Лежандра (приложение), а также условие ограниченности решения (1) при $r=0$, возьмем в качестве

$$q_{in}(r) = \frac{1}{k_i r} \begin{cases} A_{in} \psi_n(k_i r) + B_{in} \tilde{\varphi}_n(k_i r), & i = 0; \\ A_{in} \varphi_n(k_i r) + B_{in} \tilde{\varphi}_n(k_i r), & 0 < i < N; \\ A_{in} \psi_n(k_i r), & i = N, \end{cases} \quad (3)$$

где

$$\psi_n(x) = \sqrt{x} J_{n+1/2}(x), \quad \varphi_n(x) = \sqrt{x} H_{n+1/2}^{(2)}(x),$$

$$\tilde{\varphi}_n(x) = \sqrt{x} H_{n+1/2}^{(1)}(x),$$

а

$$J_{n+1/2}(x), \quad H_{n+1/2}^{(1)(2)}(x)$$

— функции Бесселя и Ханкеля первого и второго рода полуцелого значка.

Коэффициенты A_{0n} определяются из разложения первичного поля токового кольца по полиномам Лежандра и равны в нашем случае

$$A_{0n} = \frac{a_n^0}{4ir_0} \tilde{\varphi}_n(k_0 r_0),$$

где

$$a_n^0 = \frac{2n+1}{2n(n+1)} \frac{P'_n(\cos \theta_0)}{\sin \theta_0},$$

а остальные $2n$ коэффициентов определяются из граничных условий, сводящихся к требованию непрерывности касательных составляющих поля E_φ и H_θ , или, что то же самое, непрерывности радиальных функций,

$$\mu_i q_{in} \text{ и } \frac{1}{r} \frac{\partial (q_{in} r)}{\partial r}.$$

Для того чтобы избежать громоздких выкладок, необходимых для нахождения коэффициентов A_{in} и B_{in} , введем понятие импе-

данса n — сферической гармонике, в i -м слое:

$$Z_{in}(r) = -\frac{E_{\varphi in}}{H_{\theta in}} = i\mu_i\omega \frac{q_{in}r}{\partial(q_{in}r)}. \quad (4)$$

В дальнейшем значок n у Z будем опускать. Используя (4), нетрудно получить рекуррентную формулу для определения $V_{in} = B_{in}/A_{in}$ при $i \neq 0$

$$V_{in} = \frac{\varphi_n(k_i r_{i+1}) - Z_{i+1} \frac{k_i}{i\mu_i\omega} \varphi_n'(k_i r_{i+1})}{\tilde{\varphi}_n'(k_i r_{i+1}) Z_{i+1} \frac{k_i}{i\mu_i\omega} - \tilde{\varphi}_n(k_i r_{i+1})}, \quad (5)$$

где Z_{i+1} — импеданс на верхней границе $(i+1)$ -го слоя, а $\varphi_n(x)$ и $\tilde{\varphi}_n(x)$ — производные от функций $\varphi_n(x)$ и $\tilde{\varphi}_n(x)$.

В свою очередь импеданс на верхней границе i -го слоя определится по формуле

$$Z_i = \frac{i\mu_i\omega}{k_i} \frac{\varphi_n(k_i r_i) + V_{in} \tilde{\varphi}_n(k_i r_i)}{\varphi_n'(k_i r_i) + V_{in} \tilde{\varphi}_n'(k_i r_i)}. \quad (6)$$

Учитывая, что импеданс Z_N на границе с ядром известен

$$Z_N = \frac{i\mu_N\omega}{k_N} \frac{\psi_n(k_N r_N)}{\psi_n'(k_N r_N)}, \quad (7)$$

имеем возможность, используя формулы (5) и (6), построить решение с точностью до коэффициента A_{in} в любом слое Земли. При $i=0$, учитывая условие (3), получим несколько другое выражение для V_{0n} :

$$V_{0n} = \frac{\psi_n(k_0 r_1) - Z_1 \frac{k_0}{i\mu_0\omega} \psi_n'(k_0 r_1)}{\tilde{\varphi}_n'(k_0 r_1) Z_1 \frac{k_0}{i\mu_0\omega} - \tilde{\varphi}_n(k_0 r_1)}. \quad (8)$$

Используя одно из граничных условий, легко получить рекуррентное соотношение для определения A_{in} через A_{0n} . При $i \neq 1$ имеем

$$A_{in} = A_{i-1,n} \frac{\mu_{i-1}}{\mu_i} \frac{k_i}{k_{i-1}} \frac{\varphi_n(k_{i-1} r_i) + V_{in} \tilde{\varphi}_n(k_{i-1} r_i)}{\varphi_n(k_i r_i) + V_{i+1,n} \tilde{\varphi}_n(k_i r_i)}. \quad (9)$$

Если $i=1$, то

$$A_{1n} = A_{0n} \frac{\mu_0 k_1 \psi_n(k_0 r_1) + V_{0n} \tilde{\varphi}_n(k_0 r_1)}{\mu_1 k_0 \varphi_n(k_1 r_1) + V_{1n} \tilde{\varphi}_n(k_1 r_1)}. \quad (10)$$

В дальнейшем нас будет интересовать решение на поверхности Земли, в связи с чем приведем решение только при $i=0$

$$\Pi = \frac{1}{k_0 r} \sum_{n=1}^{\infty} A_{0n} (\psi_n(k_0 r) + V_{0n} \tilde{\varphi}_n(k_0 r)) P_n(\cos \theta), \quad (11)$$

где V_{0n} определяется по формуле (8), а Z_1 — по рекуррентным формулам (5), (6). В случае большого числа слоев Z_1 сложным образом зависит от n , и его конкретизировать пока не будем. Компоненты поля вычисляются по формулам (3) и в точках на поверхности Земли описываются выражениями

$$E_{\varphi} = \frac{i \mu_0 \omega}{k_0} A \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n F_n \frac{P'_n(\cos \theta) P_n(\cos \theta_0)}{n(n+1)}; \quad (12)$$

$$H_{\theta} = -A \sum_{n=1}^{\infty} F_n \frac{P'_n(\cos \theta) P'_n(\cos \theta_0)}{n(n+1)};$$

$$H_r = \frac{1}{k_0 r_1} A \frac{\partial \sin \theta}{\partial \theta} \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n F_n \frac{P'_n(\cos \theta) P'_n(\cos \theta_0)}{n(n+1)},$$

где

$$\delta_n = Z_1 \frac{k_0}{i \mu_0 \omega}, \quad F_n = \frac{(2n+1) \varphi_n(k_0 r_0)}{\tilde{\varphi}'_n(k_0 r_1) \delta_n - \tilde{\varphi}_n(k_0 r_1)},$$

$$A = \frac{1}{2 \pi r_0 r_1 \sin \theta_0}. \quad (13)$$

Нас интересует случай, когда $k_0 r_0 \ll 1$, т. е. длина волны в воздухе значительно больше r_0 и r_1 . В связи с этим выражение (13) можно упростить, воспользовавшись представлением цилиндрических функций при малых аргументах

$$\psi_n(x) = \sqrt{x} J_{n+1/2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{x^{n+1}}{2n+1!!} \left[1 + O\left(\frac{x^2}{2n}\right) \right]; \quad (14)$$

$$\tilde{\psi}_n(x) = i \sqrt{x} (-1)^n (J_{n+1/2}(x)) =$$

$$= i \sqrt{\frac{2}{\pi}} x^{-n} (2n+1)!! \left[1 + O\left(\frac{x^2}{2n}\right) \right]$$

И СВЯЗЬЮ

$$\tilde{\varphi}_n = \varphi_n - \tilde{\psi}_n; \varphi_n = \psi_n + \tilde{\psi}_n.$$

Подставляя уравнение (14) в (13), получим

$$F_n = (2n + 1) \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^n \frac{1}{1 + \delta_n \frac{n}{k_0 r_1}} [1 + O(\kappa_0^2)], \quad (15)$$

где

$$\kappa_0 = k_0 r_1.$$

Ряды (12) сходятся как геометрическая прогрессия со знаменателем $q = r_1/r_0$, вследствие чего не представляет труда проводить вычисления компонент поля по формулам (12) при $\frac{r_1}{r_0} \ll 1$. В случае D_{st} -вариаций $\frac{r_1}{r_0} < 0,3$ и для расчетов с точностью до 1% достаточно взять первые пять членов ряда. Однако в случае источников, расположенных в нижней ионосфере ($\frac{r_1}{r_0} \approx 0,98$), необходимо удержать около 400 слагаемых, что весьма затруднительно даже при наличии современной техники.

Чтобы получить удобные расчетные формулы, в этом случае необходимо прибегнуть к дополнительным упрощающим предположениям. Представляется возможным рассмотреть два крайних случая: $|k_i r_i| \gg 1$ или $|k_i r_i| \ll 1$. Первый случай достаточно подробно проанализирован в работе Н. В. Липской [3]. Показано, что при $|k_i r_i| \gg 1$ выражение для частного импеданса Z_1 в (12) не зависит от n у первых n_0 -гармоник ($n_0 < |k_i r_i|$) и совпадает с выражением для импеданса плоской волны. Если n_0 настолько велико, что Z_1 не зависит от n у первых 100 гармоник, то практически можно считать, что ряды, описывающие E_φ и H_θ , отличаются только на множитель Z_1 , и импеданс поля токового кольца даже в случае $\frac{r_i}{r_0} \approx 0,98$

будет равен импедансу плоской волны над плоской Землей.

Случай, когда в каждом слое $|k_i r_i| \ll 1$, не представляет интереса, поскольку при $|k_i r_i| \ll 1$ Земля будет прозрачна, и поле на поверхности Земли будет мало отличаться от поля кольцевого тока в свободном пространстве.

Практический интерес представляет случай, когда только в одном из слоев выполняется условие $|k_i r_i| \ll 1$. Возьмем для простоты двухслойную Землю — идеально проводящее ядро окружено высокоомной оболочкой. Учет конечной проводимости ядра и введение тонкого верхнего проводящего слоя в оболочке суще-

ственно не меняют результата, но значительно усложняют проведение исследований. Полагая в уравнении (5) $Z_{i+1} = Z_N = 0$, где $N=2$, и заменяя в (6) цилиндрические функции их представлениями при малых аргументах (14), получим

$$\delta_n = \frac{Z_1 k_0}{i \mu_0 \omega} k_0 r_1 \frac{1 - p^{2n-1}}{n + 1 + np^{2n-1}}; \quad (16)$$

$$F_n = q^n (n + 1 + np^{2n-1}), \quad (17)$$

где

$$q = \frac{r_1}{r_0}, \quad p = \frac{r_2}{r_1}.$$

Теперь, используя известные соотношения для полиномов Лежандра

$$\int_0^\pi P_n(\cos \gamma) \cos \varphi d\varphi = -\pi \frac{P'_n(\cos \theta_0) P'_n(\cos \theta)}{n(n+1)},$$

где

$$\cos \gamma = \cos \theta \cos \theta_0 - \sin \theta \sin \theta_0 \cos \varphi$$

и

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \gamma) \eta^n = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\eta \cos \gamma - \eta^2}},$$

где $\eta < 1$, получим простые формулы для вычисления компонент поля

$$\begin{aligned} E_\varphi &= i \mu_0 \omega r_1 A [I(q) - pI(s)] (1 + O(\kappa_1^2)); \\ H_r &= A \left\{ \operatorname{ctg} \theta [I(q) - pI(s)] + \left[\frac{\partial I(q)}{\partial \theta} - p \frac{\partial I(s)}{\partial \theta} \right] (1 + O(\kappa_1^2)); \right. \\ H_\theta &= -A \left\{ I(q) + q \frac{\partial I(q)}{\partial q} + ps \frac{\partial I(s)}{\partial s} \right\} (1 + O(\kappa_1^2)). \end{aligned} \quad (18)$$

В этих формулах

$$s' = qp^2, \quad A = \frac{1}{2 \pi r_0 r_1 \sin \theta_0}, \quad \kappa_1 = |k_1 r_1|,$$

$$I(\eta) = -2(a/b)^2 \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} K(\kappa) + \frac{2\sqrt{a^2 + b^2}}{b^2} E(\kappa),$$

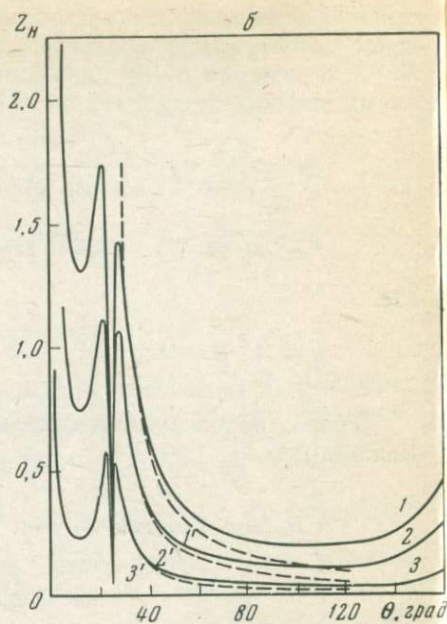
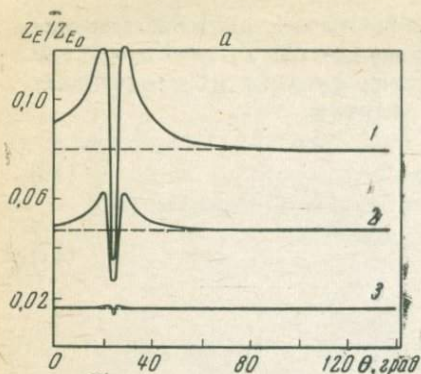


Рис. 2. Поведение импеданса Z_E (а) и отношения магнитных компонент Z_H (б) на поверхности двухслойной Земли при разных мощностях высокоомного слоя

1—500 км; 2—300 км; 3—100 км. Источник расположен на высоте 100 км при $\theta_0=25^\circ$. Пунктир на рис. 2, а — импеданс плоской волны над плоской землей, на рис. 2, б — значения Z_H , вычисленные по формуле (20) для линейного тока над плоской Землей. Импеданс Z_E нормирован на величину $Z_{E0} = \mu_0 \omega r_1$

где $K(x)$ и $E(x)$ — полные эллиптические интегралы,

$$a^2 = 1 + \eta^2 - 2\eta \cos \theta_0 \cos \theta, \quad b^2 = 2\eta \sin \theta \sin \theta_0,$$

$$x^2 = \frac{2b^2}{a^2 + b^2}.$$

Вычисления компонент поля по формулам (18) и величин, имеющих существенное значение при магнитотеллурических и магнитовариационных исследованиях $Z_E = E_\phi / H_\theta$ и $Z_H = H_r / H_\theta$, проводились на ЭВМ при различных параметрах токового кольца θ_0 , r_0 и различных мощностях высокоомного слоя $h_1 = r_1 - r_2$, что позволило уточнить область применимости формул для импеданса плоской волны и магнитовариационного зондирования. Отдельные результаты расчетов приведены на рис. 2—4. Остановимся на основных выводах.

1. Импеданс поля кругового тока Z_E имеет зависимость от периода такую же, как и импеданс плоской волны над плоской Землей Z_0 , но при $r_0/r_1 \approx 1$ отличается от Z_0 по величине и полосе широт, примыкающей к θ_0 (см. рис. 2, а). Причем это отличие тем больше, чем больше h_1/r_1 . Так при $h_1/r_1 \approx 0,1$ расхождение

превышает 10% в области $\theta_0 - 20^\circ < \theta' < \theta_0 + 20^\circ$, достигая 50% при $\theta = \theta_0 \pm 5^\circ$. В указанной области значения Z_E больше Z_0 , и при вычислении мощности высокоомного слоя по формуле

$$h_i = \frac{TZ_E}{2\pi\mu_0}, \quad (19)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ гн/м, получим завышенные значения мощности высокоомного слоя. В области $\theta > \theta_0 + 20^\circ$ Z_E совпадает с Z_0 . Если h_1/r_1 мало ($h_1/r_1 < 0,01$), импеданс Z_E практически не отличается от Z_0 при любых θ .

2. При $r_0/r_1 \approx 1$ и $\theta_0 + 10^\circ < \theta < \theta_0 + 30^\circ$ отношение магнитных компонент Z_H зависит от θ так же, как отношение соответствующих магнитных компонент линейного тока над плоской Землей (см. рис. 2, б). При $\theta > \theta_0 + 30^\circ$ начинает сказываться сферичность Земли, и вычисление мощности высокоомного слоя по формуле МВЗ.

$$h_1 = \frac{y}{2} Z_H, \quad (20)$$

где y — расстояние в километрах до источника по поверхности Земли, приводит к большим ошибкам. В области $\theta < \theta_0$ Z_H существенно зависит от θ , аппроксимация линейным током возможна только при $\theta_0 > 60^\circ$ (см. рис. 3).

3. При вычислении мощности плохопроводящего слоя по формулам МВЗ (20) и МТЗ (19) в случае бухтообразных возмущений в ряде пунктов земного шара могут возникнуть существенные расхождения. Особенно велико расхождение вблизи токового кольца $\theta_0 - 20^\circ < \theta < \theta_0 + 20^\circ$. В этом интервале широт величина мощности по МТЗ в 2—3 раза превосходит мощность по МВЗ.

4. Если $r_0/r_1 > 2$, то при любом расположении токового кольца и любом h_1/r_1 получим значение Z_E , совпадающее с импедансом плоской волны во всем интервале широт (см. рис. 4, а).

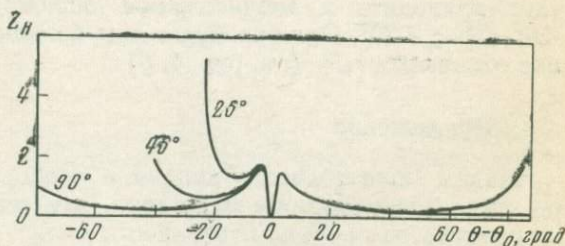


Рис. 3. Поведение Z_H при разных θ_0 . Токовое кольцо расположено на высоте 100 км, мощность высокоомного слоя 500 км

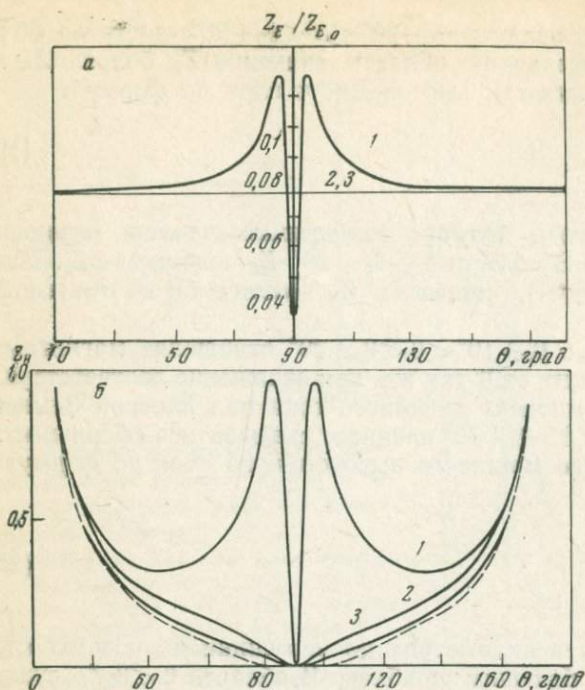


Рис. 4. Поведение Z_E (а) и Z_H (б) в случае, когда токовое кольцо находится в экваториальной плоскости на расстоянии 1—100 км; 2—6378 км; 3— $3 \cdot 6378$ км от поверхности Земли. Пунктиром показаны значения Z_H , вычисленные по формуле (21) для Земли в однородном магнитном поле

5. Если токовое кольцо расположено в экваториальной плоскости, то вычисление h_1 по формуле для D_{st} -вариаций [1, 2]

$$h_1 = \frac{r_1}{2 \operatorname{tg} \Phi} Z_H \quad (21)$$

будет приводить к значительным ошибкам в полосе широт $-20^\circ < \Phi < +20^\circ$. Ошибка будет тем больше, чем ближе к единице отношение r_0/r_1 (см. рис. 4, б).

Приложение

Найдем поле токового кольца в свободном пространстве в виде ряда по полиномам Лежандра, для чего решим уравнение (1), полагая, что $i=0$ на поверхности $r=r_0$:

$$H_\theta^{01} - H_\theta^{011} = j_\varphi; \quad E_\varphi^{01} - E_\varphi^{011} = 0, \quad (22)$$

где значки I, II указывают на принадлежность поля к области $r < r_0$ и $r > r_0$ соответственно. Решение ищем в виде

$$\Pi^0 = \sum_{n=1}^{\infty} q_{0n}(k_0 r) P_n(\cos \theta),$$

где

$$q_{0n}(k_0 r) = \frac{1}{k_0 r} \begin{cases} A_{0n}^I \Psi_n(k_0 r), & r < r_0, \\ A_{0n}^{II} \tilde{\varphi}_n(k_0 r), & r > r_0, \end{cases}$$

в последнем выражении $\Psi_n(x) = \sqrt{x} J_{n+1/2}(x)$; $\tilde{\varphi}_n(x) = \sqrt{x} H_n^{(1)}(x)$,

A_{0n}^I и A_{0n}^{II} находим из условий (22)

$$A_{0n}^I \Psi_n(k_0 r_0) - A_{0n}^{II} \tilde{\varphi}_n(k_0 r_0) = 0,$$

$$A_{0n}^I \Psi_n'(k_0 r_0) - A_{0n}^{II} \tilde{\varphi}_n'(k_0 r_0) = r_0 a_n,$$

где a_n — коэффициенты разложения плотности тока при $r = r_0$ по присоединенным полиномам Лежандра $P_n'(\cos \theta)$:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{4 \pi r_0^2 \sin^2 \theta_0} \frac{2n+1}{n(n+1)} \int_0^\pi \delta(\theta - \theta_0) P_n'(\cos \theta) \sin \theta d\theta = \\ &= \frac{1}{4 \pi r_0^2 \sin \theta_0} \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n'(\cos \theta_0). \end{aligned}$$

При $\theta_0 \rightarrow 0$ $a_n \rightarrow \frac{2n+1}{8 \pi r_0^2}$ соответствует коэффициентам раз-

ложения магнитного диполя, помещенного на оси ($\theta_0 = 0$). В результате несложных вычислений получим выражение для интересующего нас коэффициента

$$A_{0n}^I = \frac{\pi}{2i} a_n r_0 \tilde{\varphi}_n(k_0 r_0).$$

Литература

1. М. Б. Гохберг. К использованию магнитных бурь для глубинных зондирований Земли. — В сб. «Магнитотеллурические методы изучения строения земной коры и верхней мантии», № 4. М., «Наука», 1969.
2. В. В. Сочельников. Проводимость глубоких слоев Земли. — Изв. АН СССР, Физика Земли, 1968, № 7.
3. Н. В. Липская. Некоторые оценки влияния сферичности Земли на результаты глубинных магнитотеллурических исследований. — Сб. «Магнитотеллурические методы изучения строения земной коры и верхней мантии». № 4. М., «Наука», 1969.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ВАРИАЦИЙ ЕСТЕСТВЕННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СТРУКТУРНОЙ ГЕОЛОГИИ

Н. П. ВЛАДИМИРОВ

1. Некоторые характеристики естественного поля в диапазоне 0,06—30 гц. В последние годы для решения задач структурной геологии стали использоваться вариации естественного электромагнитного поля частотой выше 0,06 гц. Внедрение в практику геологоразведочных работ высокочастотных вариаций объясняется необходимостью получения начальной ветви кривой зондирования, что значительно повышает эффективность магнитотеллурических исследований.

Естественное электромагнитное поле в диапазоне выше 0,06 гц обусловлено геомагнитными и грозowymi явлениями. Вариации поля, имеющие геомагнитную природу, по современным представлениям ограничены максимальной частотой порядка 5,0 гц. Возмущения в диапазоне 0,1—5,0 гц регистрируются редко. Особое положение в рассматриваемом диапазоне занимают возмущения поля, связанные с грозовой деятельностью. Эти возмущения распространяются с большой скоростью по волноводу, ограниченному Землей и ионосферой, и оббегают вокруг земного шара примерно за $\frac{1}{8}$ сек. Форма наблюдаемого сигнала зависит от интенсивности и удаления очага от пункта наблюдения. При близких грозах отмечаются вариации самой низкой частоты, состоящие из одного или двух колебаний. Минимальная видимая частота их около 0,8 гц. Атмосферические (возмущения от молниевых разрядов, находящихся на расстоянии более 500 км) проявляются в форме высокочастотных всплесков частотой около 5 кгц и следующим за ними колебанием 70—200 гц [1, 2]. После высокочастотных всплесков, как показывает анализ осциллограмм, отмечаются также колебания частотой 8 гц, обусловленные резонансными особенностями эндовибратора Земля — ионосфера. При благоприятных условиях, когда мощные атмосферические следуют примерно через $\frac{1}{8}$ сек, на осциллограммах может регистрироваться группа восьмизерцовых вариаций с постепенно уменьшающейся амплитудой [3].

Согласно многочисленным теоретическим и экспериментальным исследованиям эндовибратор обладает следующими резонансными частотами: 7,8; 14,1; 20,3; 26,4 гц... [4]. Таким образом, грозовая деятельность обуславливает возмущения различной частоты. Постоянная распространения этих возмущений очень мала по сравнению с волновым числом слоев k_i и, следовательно, она не вносит искажений в значения импеданса.

Синхронная запись поля на пунктах, расположенных на расстоянии около 4000 км один от другого (с. Исаковцы Хмельницкой области, с. Боровое Кокчетавской области), подтверждает теоретические выводы о высоких скоростях распространения атмосфериков. Анализ осциллограмм показал, что все атмосферики регистрируются одновременно (с точностью до 0,5 сек) при полном сохранении формы сигнала [3].

На небольших расстояниях, но в несколько раз превышающих длину волны в слое, электромагнитное поле на частоте 8 гц может быть однородным. В частности, однородность электромагнитного поля отмечена на отрезке профиля Казанск — Баяново протяженностью около 70 км (Припятская впадина). Амплитуды синхронно записанных возмущений на обоих пунктах были практически одинаковы. Расхождения между напряженностями компонент электрического поля редко превышали 5% от среднего значения, а магнитного поля — 10%. Эти расхождения находятся в пределах точности наблюдений.

Однородность электромагнитного поля и ортогональность между осями поляризации векторов E и H в диапазоне частот атмосфериков значительно упрощает обработку осциллограмм, так как при этих условиях можно использовать выводы из классической теории Тихонова — Каньяра без всяких ограничений.

Нельзя не отметить высокую повторяемость сигналов от грозовой деятельности. Многочисленными наблюдениями, выполненными в различных районах в разное время года, установлено, что в диапазоне 6—30 гц отмечается более 10 вариаций каждой частоты в минуту, а в интервале 100—700 гц — более 10 вариаций в секунду [2]. Высокая повторяемость сигналов позволяет очень быстро зарегистрировать необходимое количество вариаций для построения начальной ветви кривой зондирования.

Отмеченные выше особенности возмущений поля позволяют использовать их для решения задач структурной геологии. В настоящей статье приведены некоторые результаты работ, выполненные Институтом физики Земли АН СССР в 1964—1965 гг. на территории Припятской впадины.

2. Результаты исследований на территории Припятской впадины. Исследования на территории Припятской впадины ставились с целью выяснения возможностей магнитотеллурического метода для изучения рельефа кристаллического фундамента, скрытого под мощной толщей соленосных осадков, которые, как известно, служат экраном для методов электроразведки на постоянном токе. Малая продольная проводимость подсолевых осадочных отложений, а также неровности различной формы в поверхности соленосных осадков и кристаллического фундамента внесли значительное осложнение в интерпретацию экспериментального материала. Однако достаточная изученность территории Припятской впадины бурением и различными методами гео-

физической разведки создавала благоприятные условия для контроля данных интерпретации метода МТЗ.

Магнитотеллурические исследования выполнены главным образом вблизи роторных скважин.

Геозлектрический разрез Припятской впадины согласно каротажу состоит по крайней мере из пяти толщ, различных по электрическому сопротивлению.

Первый слой (сверху вниз) сопротивлением 30—100 *ом·м* и мощностью 300—400 *м* объединяет пески, мергели и известняки третичного и частично мезозойского возраста.

Второй слой состоит из чередований прослоев глин, доломитов и мергелей, относящихся к нижнему триасу — верхнему девону. Удельное сопротивление этого слоя 1,0—2,0 *ом·м*, а мощность изменяется от 300 до 2500 *м*.

Третий слой представлен соленосными осадками девона, обладающими очень высоким сопротивлением и мощностью 900—3400 *м*. На общем фоне погружения этого слоя в восточном и юго-восточном направлениях имеются локальные неровности рельефа его поверхности, достигающие нескольких сот метров.

Подсолевые отложения, соответствующие четвертому слою разреза, имеют мощность около 600 *м* и характеризуются продольным сопротивлением 0,5—3,3 *ом·м*. Они состоят из песчаников, доломитов, пестроцветных глин и относятся к среднему девону — нижнему кембрию.

Пятый слой геозлектрического разреза объединяет породы кристаллического фундамента, обладающие практически бесконечно большим сопротивлением. В формировании рельефа кристаллического фундамента большую роль играли разломы субширотного простирания. Изменение глубин залегания фундамента в районе разломов достигает 1000 *м*.

Неровности в рельефе фундамента, обладающего очень высоким сопротивлением, оказывают, как известно, влияние на результаты магнитотеллурических работ. Экспериментально установлено, что при наклонном залегании фундамента достоверность интерпретации кривых зондирования определяется характером поляризации электромагнитного поля. Наиболее правильные результаты получаются в том случае, когда электрическое поле ориентировано по падению высокоомного основания. При направлении электрического поля по простиранию неровности замеров кажущегося электрического сопротивления ρ_T оказываются завышенными [5].

В случае неровности погребенного рельефа в форме уступа искажения в замерах ρ_T имеют сложный характер. Так, например, при склоне в 45° значения ρ_T над опущенной гранью оказываются завышенными примерно на 42%, а над приподнятой гранью занижены на 16% [6].

В условиях сложного рельефа кристаллического фундамента Припятской впадины магнитотеллурические исследования могли проводиться только в опытном порядке. Они выполнены на участках с различной формой погребенного рельефа: на площади Казанского поднятия, в районе Мозырской депрессии и на Червонослободской структуре, где кристаллический фундамент осложнен сбросами. Результаты исследований приведены на рис. 1—3.

При рассмотрении начальной ветви экспериментальных кривых зондирований можно заметить, что величины кажущегося электрического сопротивления для $T = \text{const}$ по двум ортогональным направлениям одинаковы. Расхождения в замерах ρ_T , определенных по разным направлениям, наблюдаются с некоторого значения периода T , зависящего от мощности надсолевых отложений. Так, например, на кривых зондирования расхождения в замерах ρ_T отмечены с периода 0,66 и 2,0 сек при мощности надсолевых отложений соответственно 630 и 990 м (см. рис. 1 и 3). Расхождения в замерах ρ_T для $T = \text{const}$ объясняются также характером топографии погребенного рельефа. При горизонтальном залегании соленосных осадков оно незначительно (см. рис. 3) и достаточно велико при углах наклона около 10° (см. рис. 1 и 2). Таким образом, неровности в рельефе соленосных осадков оказывают влияние на замеры кажущегося электрического сопротивления.

Влияние наклонного высокоомного пропластка, залегающего в проводящих отложениях, на результаты магнитотеллурических наблюдений рассмотрено в работе [6]. В ней показано, что высокоомный пропласток прозрачен для магнитотеллурического метода только в том случае, когда электрическое поле ориентировано вдоль неровности рельефа (E -поляризация). При ортогональном направлении электрического поля (H -поляризация) результаты исследований находятся в зависимости от величины поперечного сопротивления пропластка и формы его рельефа. При крутых углах падения пропластка и высоких значениях поперечного сопротивления влияние подстилающих пород может быть не замечено и магнитотеллурические наблюдения дадут лишь информацию о толще, лежащей выше высокоомного пропластка.

Рельеф соленосных осадков, в общих чертах отражающий характер поверхности кристаллического фундамента, на территории Припятской впадины часто отличен от двумерной модели, рассмотренной в работе [6]. На Казанской площади осадки имеют локальное поднятие, а на Мозырской площади — депрессию почти широтного простирания с крутизной склонов соответственно в 7 и 15° .

На примерах интерпретации экспериментальных кривых зондирований установим степень соответствия результатов наблюдений на территории Припятской впадины с данными теории,

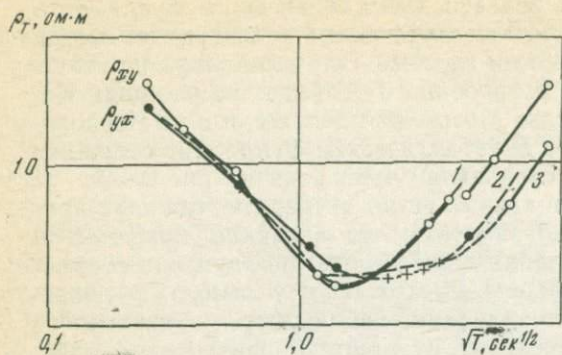


Рис. 1. Кривые зондирования в сопоставлении с теоретическими палетками 1, 2, 3. Казанск, 1965 г.

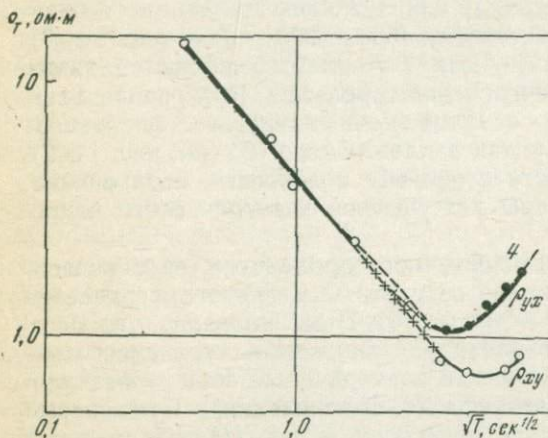


Рис. 2. Кривые зондирования в сопоставлении с теоретической палеткой 4. Слободка, 1965 г.

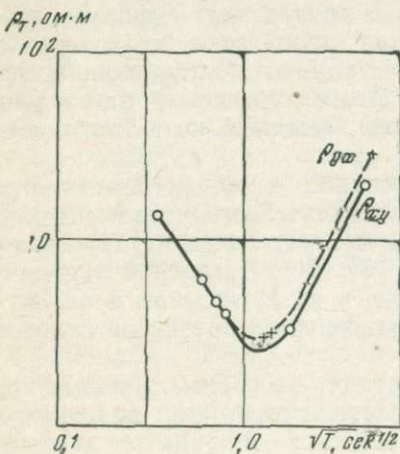


Рис. 3. Кривые зондирования. Проходы, 1964 г.

приведенными в работе [6]. Интерпретация кривых, построенных по значениям $|Z|$, равным большой и малой полуосям круговых диаграмм, осуществлена при помощи теоретических палеток, рассчитанных по параметрам геоэлектрических разрезов скважин Припятской впадины. Шифр теоретических палеток приведен ниже.

№ кривых	ν_2	μ_2	ν_3	μ_3	ν_4	μ_4	ν_5	μ_5
1	1,6	0,11	∞	3,12	—	—	—	—
2	1,6	0,11	4,75	6,25	1,53	0,125	∞	18,7
3	1,6	0,11	4,75	6,25	2,10	0,125	∞	18,7
4	4,0	0,063	∞	∞	—	—	—	—

Примечание. $\nu_i = \frac{h_i}{h_1}$, $\mu_i = \frac{\rho_i}{\rho_1}$, где h_i — мощность, а ρ_i — сопротивление i -го слоя.

Кривые зондирования, полученные у Казанской скважины (см. рис. 1), интерпретируются при помощи теоретических палеток 1—3. Результаты интерпретации кривой ρ_{xy} , построенной по наибольшим для каждой частоты значениям $|Z|$, таковы: $h_1 = 434$ м, $\rho_1 = 15,5$ ом·м, $S_1 = 28,0$ мо, $h_2 = 695$ м, $\rho_2 = 1,72$ ом·м, $S_2 = 400$ мо. Таким образом, мощность надсолевых отложений $h_1 + h_2$, по данным интерпретации, получается равной 1120 м, в то время как истинная ее величина 996 м.

Кривая ρ_{yx} , построенная по минимальным значениям $|Z|$, по конфигурации оказалась идентичной теоретическим палеткам 2, 3, рассчитанным по параметрам Казанской и Северо-Домановической скважин. Геоэлектрические разрезы 2, 3 незначительно различаются между собой по мощности четвертого слоя, отвечающего подсолевым осадочным отложениям. Интерпретация кривой при помощи указанных палеток приводит к следующим данным: $h_1 = 435$ м, $\rho_1 = 15,5$ ом·м, $S_1 = 28,0$ мо, $h_2 = 695$ м, $\rho_2 = 1,72$ ом·м, $S_2 = 400$ мо, $h_3 = 2060$ м, $\rho_3 = 96,0$ ом·м, $S_3 = 21,4$ мо, $h_4 = 685 - 910$ м, $\rho_4 = 1,93$ ом·м, $S_4 = 356 - 470$ мо, $h_5 = \infty$, $\rho_5 = 280$ ом·м. Глубина залегания кристаллического фундамента в пункте наблюдения по материалам МТЗ соответствует 3865—4090 м, а по данным КМПВ — около 3600 м. Таким образом, результаты интерпретации кривых зондирования находятся в удовлетворительном состоянии с данными бурения и других геофизических методов разведки.

Кривые зондирования, характеризующие геоэлектрический разрез Мозырской площади, приведены на рис. 2. На этой площади низкоомные отложения имеют большую мощность. Продольное сопротивление надсолевых отложений равно 0,9 ом·м, а подсолевых согласно минимуму кривой — примерно 0,5 ом·м.

Кривая ρ_{yx} , построенная по значениям $|Z|$, равным большой

полуоси круговых диаграмм, характеризует трехслойный разрез и интерпретируется при помощи палетки 4. Результаты интерпретации следующие: $h_1=470$ м, $\rho_1=14,0$ ом·м, $S_1=33,5$ мо, $h_2=1880$ м, $\rho_2=0,9$ ом·м, $S_2=2090$ мо. Следовательно, мощность надсолевых отложений h_1+h_2 примерно 2350 м, а их продольная проводимость 2123 мо. Глубина залегания соленосных осадков по данным бурения равна 2513 м.

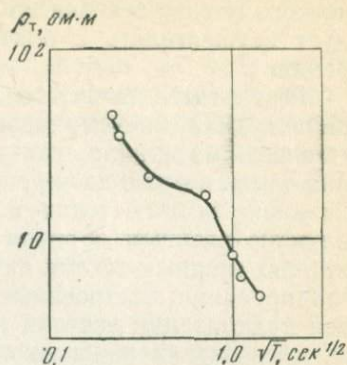
Величины кажущегося электрического сопротивления в зоне минимума кривой ρ_{xy} , построенной по минимальным значениям импеданса, не превышают 0,7 ом·м. Такие низкие величины сопротивлений по данным каротажа не характерны для надсолевых отложений. Однако глубокий минимум кривой не может быть обусловлен и проводящими подсолевыми отложениями. На это указывает несовпадение экспериментального графика с теоретической палеткой, рассчитанной для разреза с минимальным сопротивлением подсолевых пород (0,5 ом·м). По-видимому, на конфигурации экспериментального графика отразилось влияние сложной формы погребенного рельефа (крутизна склонов около 15°).

Из приведенных материалов видно, что наиболее достоверные данные получаются при интерпретации кривых, построенных по максимальным значениям импеданса (электрическое поле ориентировано по простиранию структур). Эти кривые позволяют определить мощность надсолевых отложений с погрешностью, не превышающей 12%, и свидетельствуют о возможности использования магнитотеллурического метода в сложных условиях Припятской впадины для изучения рельефа соленосных осадков.

Кривые зондирования, построенные по минимальным значениям импеданса под влиянием неровностей погребенного рельефа, претерпевают значительные искажения, и интерпретация их при помощи палеток становится невозможной. Для выяснения практической возможности использования этих кривых необходимо выполнить специальные теоретические исследования.

Кривые зондирования, полученные по материалам наблюдений около Червонослободской скважины, приведены на рис. 3. На этой площади соленосные осадки сложены в пологую складку с широким сводом, так что в пункте наблюдения осадочные породы можно считать лежащими почти горизонтально. Кристаллический фундамент осложнен сбросами субширотного простирания. Согласно ВЭЗ на постоянном токе продольная проводимость надсолевых отложений равна 180 мо. По данным МТЗ, проводимость осадочных отложений составляет 325—360 мо. Следовательно, соленосные осадки при горизонтальном залегании оказываются прозрачными при различной поляризации электромагнитного поля. Влияние сбросов и поднятия в кристаллическом фундаменте, в полном соответствии с теоретическими соображениями, сказалось в сильно завышенных значениях ρ_T . По этой

Рис. 4. Кривые зондирования. Величковичи, 1961 г.



причине количественная интерпретация кривых зондирования не приводится.

Соленосные осадки, как видно из рис. 1, четко не проявляются на пятислойных теоретических палетках, несмотря на высокие значения сопротивления, превышающие в 50 раз сопротивление вмещающих пород. Влияние этих осадков отчетливо заметно лишь в разрезах, в которых проводимость подсолевых отложений значительно больше проводимости надсолевой толщи. Такая особенность геоэлектрического разреза характерна для Шатилковской депрессии. В пункте наблюдения, расположенном в 30 км к юго-западу от г. Старобина, по геологическим данным, соленосные осадки замещены 350-метровой толщей известняков высокого сопротивления. Продольная проводимость надизвестняковой толщи равна 60 мО, а подизвестняковой толщи по общим геолого-геофизическим соображениям — несколько сот мО. Известняки обусловили четкий перегиб кривой зондирования, изображенной на рис. 4. По крутой нисходящей ветви, образующей угол 60° с осью абсцисс, можно определить глубину залегания подстилающего низкоомного слоя по известному соотношению $h = 365 \sqrt{T_1}$. Глубина залегания этого слоя, соответствующего среднедевонским проводящим глинам, оказалась равной 1100 м. Эти данные интерпретации подтверждаются геологическим разрезам Старобинской скважины, вскрывшей среднедевонские глины в интервале глубин 1124—1371 м.

Кривая зондирования, полученная на территории Шатилковской депрессии, дает возможность осуществления послойной интерпретации. При малых значениях продольной проводимости подсолевых отложений, что имеет место в центральной части Припятской впадины, соленосные осадки четко не проявляются на экспериментальных кривых зондирования, в связи с чем разрешающая способность метода становится незначительной и послойная интерпретация теряет достоверность. В таких условиях, как показано в работе [7], возможности магнитотеллури-

ческого метода становятся ограниченными и применение его следует осуществлять с обязательной привязкой к опорному бурению.

Результаты магнитотеллурических исследований в использованном диапазоне периодов, как показывает анализ экспериментального материала, связаны с закономерностями распределения земных токов на территории Припятской впадины. На канализацию земных токов и поляризацию вектора E оказывают влияние главным образом неровности соленосных осадков, покрытых мощным чехлом низкоомных отложений. Поэтому кривые зондирования, построенные по преимущественному направлению оси поляризации вектора E , несут информацию лишь о физических свойствах надсолевой толщи. По преимущественному направлению поляризации электрического поля всегда ориентируется большая ось круговых диаграмм модуля импеданса.

Таким образом, результаты экспериментальных исследований указывают на более сложный характер искажений электромагнитного поля под влиянием неровностей, чем это отмечалось в работе [6]. В условиях Припятской впадины неровности погребенного рельефа соизмеримы с длиной волны в слое, а поэтому их следует рассматривать в качестве трехмерных. К сожалению, влияние таких неровностей на структуру естественного электромагнитного поля до сих пор почти не изучено.

Анализ экспериментального материала позволяет сделать следующие выводы.

Соленосные осадки при горизонтальном залегании прозрачны для магнитотеллурического метода при различной поляризации электромагнитного поля. Однако в районах разломов кривые зондирования сильно искажены неровностями кристаллического фундамента, и количественная интерпретация их становится невозможной.

Экспериментальные кривые зондирования, полученные на площадях с неровным рельефом соленосных осадков (крутизна склонов до 7°), находятся в удовлетворительном согласии с теоретическими палетками, рассчитанными для горизонтальнослоистой среды по параметрам геоэлектрических разрезов Припятской впадины.

Кривые зондирования, построенные по значениям $|Z|$, равным большей полуоси круговых диаграмм, дают сведения о надсолевой толще. Погрешность интерпретации не превышает 12%. Таким образом, доказана возможность применения магнитотеллурического метода на площадях с негоризонтальным залеганием слоев для изучения мощности надсолевых отложений.

Отсутствие теоретических расчетов не позволяет оценить искажающее влияние неровностей в рельефе соленосных осадков и кристаллического фундамента на результаты магнитотеллурических исследований. В связи с этим возможности интерпрета-

ции кривых, построенных по минимальным значениям $|Z|$, нельзя считать окончательно выясненными.

Применение магнитотеллурического метода на территории Припятской впадины осложняется непостоянством мощности соленосных осадков и электрического сопротивления подсолевых отложений. Применение метода из-за его слабой разрешающей способности должно осуществляться с обязательной привязкой к данным опорного бурения.

Литература

1. Н. Г. Клейменова. Некоторые замечания о природе естественных электромагнитных вариаций в диапазоне 100—1000 гц.—Изв. АН СССР, Физика Земли, 1965, № 2.
2. Н. П. Владимиров. Некоторые особенности микровариаций естественного электромагнитного поля Земли.—Изв. АН СССР, Физика Земли, 1965 № 6.
3. Н. П. Владимиров, С. М. Крылов. Характеристики микровариаций естественного электромагнитного поля.—Изв. АН СССР, Геофиз., 1964, № 6.
4. M. Balser, C. A. Wagner. Observation of earth-ionosphere cavity resonances.—Nature, 1960, 188, N 4751.
5. Г. Н. Анищенко. К вопросу о методике магнитотеллурических зондирований.—Прикладная геофизика, вып. 44, 1965.
6. М. Н. Бердичевский. Электрическая разведка методом магнитотеллурического профилирования. М., «Недра», 1968.
7. Н. П. Владимиров, В. И. Дмитриев. О разрешающей способности магнитотеллурического метода в условиях пятислойного геоэлектрического разреза Припятской впадины.—Изв. АН СССР, Физика Земли, 1969, № 1.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ РЕЗОНАНСОВ ПОЛОСТИ ЗЕМЛЯ — ИОНОСФЕРА В МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКИХ ЗОНДИРОВАНИЯХ

С. М. КРЫЛОВ

Постановка задачи. Как известно, теория МТЗ базируется на представлениях о плоской однородной линейно-поляризованной волне, проникающей нормально в плоскостонное проводящее полупространство [1, 2]. Однако такая идеализация допустима лишь в известных пределах. Первичное поле, особенно на низких частотах ($T > 1000$ сек) не всегда однородно по площади. Учет пространственного распределения поля, необходимый для вычисления неискаженных входных импедансов, сводится к замене волновых чисел слоев k_n в рекуррентных формулах для входного

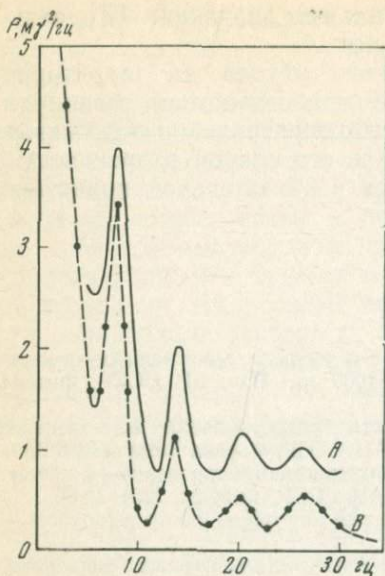


Рис. 1. Спектр естественного поля
 А — экспериментальный; В — теоретический

импеданса на величины

$$V - (v^2 + k_n^2),$$

где v — пространственная частота поля или постоянная распространения (для случая вертикально-поляризованных радиоволн).

Вариации естественного поля с частотами $f > 1$ гц генерируются преимущественно молниевыми разрядами (в отличие от более низкочастотных вариаций, возбуждаемых в резонансных полостях магнитосферы).

На частотах $f > 1$ гц ионосфера приобретает свойства отражающей поверхности, и поэтому становится возможной волноводная передача энергии в воздушной полости, ограниченной Землей и ионосферой. Поля существуют в полости в виде неоднородных электромагнитных волн типа ТЕМ (transverse electromagnetic) [3].

На частотах $f > 4-5$ гц вследствие замкнутого характера полости начинают проявляться ее резонансные свойства, причем колебательный процесс возбуждается преимущественно вертикальными грозowymi разрядами. Полость (эндовибратор) резонирует на частотах 7,8; 14,1; 20,3 гц, соответствующих максимумам спектра поля в диапазоне 5—40 гц (рис. 1). Часть энергии колебаний поглощается несовершенной проводящей Землей. При магнитотеллурических исследованиях регистрируются горизонтальные компоненты электрического и магнитного поля, образующие компоненту вектора Пойнтинга, направленную вертикально вниз.

Резонансное поле в полости Земля — ионосфера можно представить в виде стоячей волны, возникающей в результате интерференции прямой (direct) и обратной (antipodal) волн-ТЕМ от молниевых разрядов [4], и тем самым задачу о возбуждении стоячих волн в резонаторе с несовершенными проводящими стенками свести к задаче о распространении простой ТЕМ-волны в полости, ограниченной полубесконечной ионосферой и неоднородной в вертикальном направлении геологической средой.

В некоторой ограниченной области, линейные размеры которой по крайней мере в несколько раз превышают длину волны в проводящей среде, пренебрежем сферичностью Земли и пред-

ставим каждую из двух интерферирующих волн (от единичного молниевых разряда) в виде плоской неоднородной волны с вертикальной поляризацией, в которой три компоненты поля E_z , E_x , H_y удовлетворяют граничным условиям и обеспечивают перенос энергии вдоль горизонтальных границ раздела. Строго говоря, такое возмущение представляет собой одно из решений соответствующей краевой задачи. Так как толщина сферической полости ($a=60 \div 100$ км) на частотах 5—40 гц много меньше длины волны в воздухе, в полости возможен только один вид волны, в которой силовые линии электрического поля по кратчайшему пути соединяют хорошо проводящую Землю и ионосферу.

Предполагается, что в уравнении Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = -k^2 H_y, \quad (1)$$

где $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon = \omega^2 / v^2$ и $\epsilon = \epsilon' \left(1 + \frac{\sigma}{i\omega \epsilon'} \right)$, зависимость поля от горизонтальной координаты определяется множителем $e^{i\omega t - \gamma x}$, где γ — комплексная постоянная распространения волны. Это предположение не противоречит реально наблюдаемой физической картине, так как регистрация большинства резонансных всплесков ведется в дальней зоне разряда.

А. Н. Тихонов и Д. Н. Шахсуваров, а позднее С. М. Шейнман [5], рассматривали задачу о распространении волны с компонентами E_z , E_x , H_y , направляемой границей раздела воздух — двухслойная геологическая среда без учета влияния ионосферы. Однако, как будет показано ниже, влияние ионосферы на величину постоянной распространения γ , определяющую искажения входных импедансов, преобладает по сравнению с остальными слоями.

В дальнейшем нам понадобятся результаты вычисления средних по всему земному шару постоянных распространения сверхнизкочастотных волн в полости (без учета анизотропии, довольно сложного профиля проводимости ионосферы и различия ее свойств на дневной и ночной стороне). Эти вычисления были выполнены Чепменом и Джонсом [4] на основе экспериментальных наблюдений свойств резонансных полей.

Плоская неоднородная волна в воздушной полости, ограниченной полубесконечной ионосферой и двухслойной Землей. Расположим начало координат (рис. 2) на границе раздела Земля — воздух (ось z направлена вниз). Если

$$H_y(x, t) = H_y e^{i\omega t - \gamma x},$$

то уравнение (1) можно будет переписать в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = K^2 H_y,$$

где

$$K^2 = -(\gamma^2 + k^2). \quad (2)$$

Магнитное поле в каждом из слоев будет представлять собой сумму положительных и отрицательных экспонент, причем в полубесконечной ионосфере отсутствует отрицательная экспонента, а в фундаменте положительная

$$H_{y0} = e^{i(\omega t - \gamma_0 x)} (C_0 e^{-K_0 z} + D_0 e^{K_0 z}) \text{ — воздух,} \quad (3)$$

$$H_{y1} = e^{i(\omega t - \gamma_1 x)} (C_1 e^{-K_1 z} + D_1 e^{K_1 z}) \text{ — наносы,} \quad (4)$$

$$H_{y-1} = e^{i(\omega t - \gamma_{-1} x)} D_{-1} e^{K_{-1} z} \text{ — ионосфера,} \quad (5)$$

$$H_{y2} = e^{i(\omega t - \gamma_2 x)} C_2 e^{-K_2 z} \text{ — фундамент.} \quad (6)$$

Из граничных условий для тангенциальных компонент поля легко показать, что $\gamma_0 = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_{-1} = \gamma_i$.

Используя уравнения для компонент rot H

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = i\omega \varepsilon E_x; \quad (7)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = i\omega \varepsilon E_z, \quad (8)$$

можно найти вертикальные и горизонтальные компоненты электрического поля. Так, например,

$$E_{x0} = \frac{K_0}{i\omega \varepsilon_0} e^{i(\omega t - \gamma x)} (C_0 e^{-K_0 z} - D_0 e^{K_0 z}); \quad (9)$$

$$E_{z0} = \frac{-\gamma}{i\omega \varepsilon_0} e^{i(\omega t - \gamma x)} (C_0 e^{-K_0 z} + D_0 e^{K_0 z}). \quad (10)$$

Используя граничные условия $E_{t1} = E_{t2}$ и $H_{t1} = H_{t2}$ на уровнях $z = a$, $z = 0$, $z = b$, получаем трансцендентное уравнение, в ко-

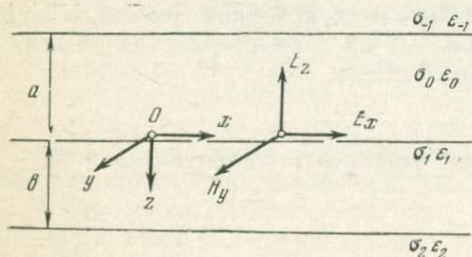


Рис. 2. Плоская неоднородная волна в четырехслойной среде

торое γ входит в соотношении $K_n^2 = -(\gamma^2 + k_n^2)$:

$$e^{2K_0 a} \frac{\varepsilon_{-1} K_0 + \varepsilon_0 K_{-1}}{\varepsilon_{-1} K_0 - \varepsilon_0 K_{-1}} \left[e^{2K_1 b} \frac{\varepsilon_2 K_1 + \varepsilon_1 K_2}{\varepsilon_2 K_1 - \varepsilon_1 K_2} \left(1 + \frac{\varepsilon_0 K_1}{\varepsilon_1 K_0} \right) + \left(1 - \frac{\varepsilon_0 K_1}{\varepsilon_1 K_0} \right) \right] =$$

$$= e^{2K_1 b} \frac{\varepsilon_2 K_1 + \varepsilon_1 K_2}{\varepsilon_2 K_1 - \varepsilon_1 K_2} \left(1 - \frac{\varepsilon_0 K_1}{\varepsilon_1 K_0} \right) + \left(1 + \frac{\varepsilon_0 K_1}{\varepsilon_1 K_0} \right). \quad (11)$$

Оценим по абсолютной величине второй член в выражениях $1 + \frac{\varepsilon_0 K_1}{\varepsilon_1 K_0}$ и $1 - \frac{\varepsilon_0 K_1}{\varepsilon_1 K_0}$. Пренебрегая токами смещения в осадочном слое и токами проводимости в воздухе и учитывая, что в системе MKSA $\varepsilon_0 = 1/36\pi \cdot 10^{-9}$ ф/м и $\mu_0, 1, 2 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ гн/м, получаем

$$\frac{\varepsilon_0 K_1}{\varepsilon_1 K_0} = \frac{0,9 \cdot 10^{-11} i \omega \sqrt{-\gamma^2 - \omega \mu_1 \sigma_1}}{\sigma_1 \sqrt{-\gamma^2 - \omega^2 10^{-17}}}.$$

При $|\gamma| \rightarrow \infty$ и $\omega < 10^3$ $\sigma_1 > 10^{-5}$ ом·м⁻¹

$$\left| \frac{\varepsilon_1 K_1}{\varepsilon_1 K_0} \right| \ll 1. \quad (12)$$

Если $|\gamma| \rightarrow 0$, пределы возможных значений ω и σ_1 , при которых выполняется неравенство (12), несколько уже ($\omega < 10^2$, $\sigma_1 > 10^{-4}$ ом·м⁻¹).

Для того чтобы выяснить, при каких условиях можно, воспользовавшись неравенством (12), упростить исходное уравнение, разложим $e^{2K_1 b}$ в ряд по степеням $2K_1 b$: $e^{2K_1 b} = 1 + 2K_1 b + \dots$, причем необходимое число членов разложения зависит, очевидно, от величины $2K_1 b$.

В левой и правой частях равенства (11) будут присутствовать произведения

$$[1 + (2K_1 b + \dots)] \left(1 \pm \frac{\varepsilon_0 K_1}{\varepsilon_1 K_0} \right).$$

Членом $\varepsilon_0 K_1 / \varepsilon_1 K_0$ можно пренебречь по сравнению с единицей в том случае, если выполняется неравенство $2K_1 b + \dots \gg \varepsilon_0 K_1 / \varepsilon_1 K_0$. Тогда уравнение (11) существенно упрощается

$$e^{2K_0 a} \frac{\varepsilon_{-1} K_0 + \varepsilon_0 K_{-1}}{\varepsilon_{-1} K_0 - \varepsilon_0 K_{-1}} = 1. \quad (13)$$

Как видно из полученного равенства, в нем отсутствуют члены, определяющие зависимость γ от параметров первого и второго слоя. Следует отметить, что на второй слой никаких ограничений при этом не накладывается. Отсутствие в полученном равенстве параметров второго слоя объясняется экранирующим

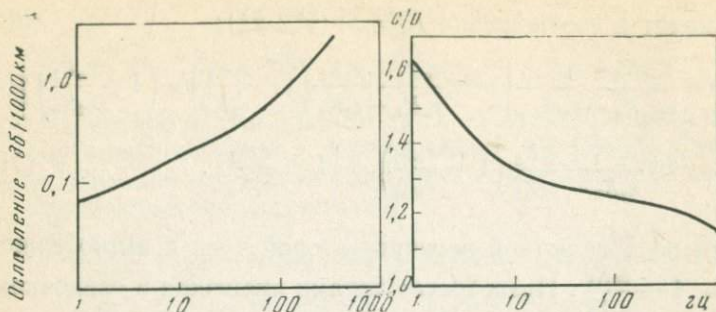


Рис. 3. Ослабления и фазовые скорости волны-ТЕМ в полости Земля — ионосфера (по Чепмену и Джонсу)

влиянием хорошо проводящего слоя осадков. При выполнении неравенства $2K_1b + \dots \gg \epsilon_0 K_1 / \epsilon_1 K_0$ вся электромагнитная энергия поглощается в верхнем слое. В то же время при указанных пределах изменения проводимости верхнего слоя границу раздела Земля — воздух можно рассматривать как почти идеальную отражающую поверхность, не оказывающую существенного влияния на постоянные затухания, и сдвиг фазы ТЕМ-волны в полости.

Уравнение (13) следует рассматривать как тождество, в котором γ имеет смысл средней по всему земному шару величины и, следовательно, может быть определена из данных Чепмена и Джонсона [4]. Воспользовавшись графиками, изображенными на рис. 3, найдем действительную и мнимую части постоянной распространения на частоте 8 ц (первый резонансный мод)

$$\gamma_{\text{ср}} = \alpha + i\beta = 1,3 \cdot 10^{-8} + i 2,26 \cdot 10^{-7} \pm \Delta\gamma,$$

$\Delta\gamma$ обозначает поправку, зависящую от параметров геологической среды в точке наблюдения.

Таким образом, в данном случае поправки к импедансам не зависят от параметров разреза и в интересующем нас интервале частот пренебрежимо малы.

Рассмотрим случай, когда мощность осадочного слоя мала, так что в разложении e^{2K_1b} можно ограничиться двумя членами.

$$e^{2K_1b} = 1 + 2K_1b.$$

Величиной $2K_1b$ можно пренебречь по сравнению с единицей в том случае, если $2K_1b \ll \frac{\epsilon_0 K_1}{\epsilon_1 K_0}$, что возможно, когда проводимость осадков конечна. Этот случай соответствует трехслойной структуре с той лишь разницей, что воздушная прослойка и проводящая среда меняются здесь местами. При достаточно малом

$2K_1b$ в уравнении отсутствуют параметры осадочного слоя

$$e^{2K_0a} \frac{\varepsilon_{-1}K_0 + \varepsilon_0K_{-1}}{\varepsilon_{-1}K_0 - \varepsilon_0K_{-1}} (\varepsilon_2K_0 + \varepsilon_0K_2) = \varepsilon_2K_0 - \varepsilon_0K_2. \quad (14)$$

Здесь e^{2K_0a} представляет собой множитель, определяющий изменение амплитуды и запаздывание по фазе компонент поля в воздушном слое в направлении оси z . Но так как толщина воздушного слоя ($a=60 \div 100$ км) много меньше длины волны в воздухе на частотах $1 \text{ гц} < f < 100 \text{ гц}$, разностью амплитуд и фаз на верхней и нижней стенках воздушной полости можно пренебречь, т. е. принять $e^{2K_0a} = 1$.

Вообще говоря, постоянная распространения γ , входящая в K_0 и зависящая в общем случае от параметров всех слоев, может сделать e^{2K_0a} достаточно большим. Однако вычисленные Чепменом и Джонсом средние по земному шару ослабления и фазовые скорости волн ТЕМ в полости, даже если они окажутся в особенно неблагоприятных ионосферных и геологических условиях завышенными на 4—5 порядков, не внесут существенных искажений в структуре волны ТЕМ.

При таких предположениях уравнение (14) приобретает весьма простой вид

$$\varepsilon_{-1}K_2 + \varepsilon_2K_{-1} = 0 \quad (15)$$

или, пренебрегая токами смещения в Земле,

$$\gamma = \sqrt{\frac{\gamma \mu \varepsilon_{-1} \sigma_2}{\omega \varepsilon_{-1} - i \sigma_2}}, \quad (16)$$

т. е. постоянная распространения определяется проводимостью Земли и комплексной диэлектрической проницаемостью ионосферы. При достаточно больших σ $\gamma = \omega \sqrt{\mu \varepsilon_{-1}}$, т. е. если потери в Земле меньше некоторой величины, постоянная распространения волны в полости равна волновому числу ионосферы.

Эффективная проводимость ионосферы, вычисленная Чепменом и Джонсом [4], представляет собой среднее между проводимостями D- и E-слоев ионосферы и по абсолютному значению равна приблизительно $3 \cdot 10^{-6} \text{ ом} \cdot \text{м}^{-1}$. Таким образом, на поверхности среды с сопротивлением менее $10^6 \text{ ом} \cdot \text{м}$ $\gamma = \omega \sqrt{\mu_{-1} \varepsilon_{-1}}$.

Суммируя изложенное, можно сказать, что в случае вертикально поляризованной волны-ТЕМ постоянная распространения определяется только параметрами ионосферы, причем ее абсолютное значение настолько мало, что соотношения Тихонова — Каньяра выполняются с высокой точностью.

Отметим еще одну особенность каждой из двух интерферирующих волн. Используя уравнения (4) и (7), найдем горизон-

тальную компоненту электрического поля

$$E_{x1} = \frac{K_1}{i\omega\epsilon_1} e^{i(\omega t - \gamma x)} (C_1 e^{-K_1 z} - D_1 e^{K_1 z}).$$

Найдем входной импеданс на уровне $z=0$

$$Z_{вх} = \frac{E_{x1}}{H_{y1}} = \frac{K_1}{i\omega\epsilon_1} \cdot \frac{C_1 - D_1}{C_1 + D_1}.$$

В то же время на границе $z=0$

$$\frac{E_{x0}}{E_{z0}} = -\frac{K_0}{\gamma} \cdot \frac{C_0 - D_0}{C_0 + D_0}.$$

Из граничных условий $C_0 + D_0 = C_1 + D_1$; $C_0 - D_0 = \frac{(C_1 - D_1) K_1 \epsilon_0}{K_0 \epsilon_1}$.

Комбинируя полученные равенства, найдем

$$Z_{вх} = \frac{\gamma}{i\omega\epsilon_0} \cdot \frac{E_{x0}}{E_{z0}}.$$

Таким образом, для измерения входного импеданса в тех случаях, когда можно пренебречь одной из волн (прямой или обратной), нет необходимости регистрировать магнитное поле, импеданс определится из тангенса угла наклона фронта волны с учетом поправки, вносимой постоянной распространения γ .

При использовании резонансных колебаний полости Земля — ионосфера для вычисления импедансов разреза исходным является суммарное поле (прямая плюс обратная волна). Чтобы найти выражение для магнитного поля обратной волны, необходимо учесть ее ослабление и фазовый сдвиг в зависимости от положения точки наблюдения относительно источника. Геометрические особенности векторной картины в резонаторе позволяют определить ослабление множителем $\left(1 - \frac{\pi}{Q} + \frac{Q}{\theta}\right)$, где Q — добротность резонатора ($Q=5,5-6$ при $f=8$ гц); θ — широта точки наблюдения (полярная ось проходит через источник). В антиподной точке ($\theta=\pi$) амплитуды прямой и обратной волн равны, в точке разряда ($\theta=0$) ослабление обратной волны максимально.

Запаздывание по фазе приближенно определяется множителем $e^{2ni(\pi-\theta)}$, где n — номер резонансного тона.

Заметим, что ослабление и фазовый сдвиг не зависят от вертикальной координаты. Это следует также из условий равенства постоянных распространения всех слоев. Таким образом, в обратной волне

$$\vec{H}_{y0} = e^{i(\omega t - \gamma x)} e^{2ni(\pi-\theta)} \left(1 - \frac{\pi}{Q} + \frac{\theta}{Q}\right) (C_0 e^{-K_0 z} + D_0 e^{K_0 z}).$$

Аналогичные выражения можно написать и для остальных слоев. Соответствующие тангенциальные компоненты электрического поля определяются при помощи уравнения (7), следовательно, множители $\left(1 - \frac{\pi}{Q} + \frac{\theta}{Q}\right)$ и $e^{2ni(\pi - \theta)}$ при дифференцировании по z сохраняются в выражениях для E_{x0} , E_{x1} , E_{x2} , E_{x-1} . Легко убедиться, что при этом входной импеданс на уровне $z=0$.

$$Z_{xy} = \frac{E_{x1} + \bar{E}_{x1}}{H_{y1} + \bar{H}_{y1}}$$

не будет зависеть от ослабления и фазового угла обратной волны и, следовательно, от координаты точки наблюдения и будет равен импедансу единичной поверхностной волны.

Экспериментальные оценки неоднородности поля по площади. С целью экспериментальной проверки однородности первичного поля по площади на частотах 5—40 гц была проведена синхронная регистрация поля в двух пунктах, разнесенных на расстояния 10 км (Липово — Тимошковщина, БССР), 70 км (Казанск — Бояново, БССР), 4000 км (Исаковцы, УССР — Боровое, КазССР).

Регистрация проводилась при помощи аппаратуры, описанной в работе [6]. Запись велась на высоких чувствительностях (до 10^4 мм/γ). Синхронизация наблюдений осуществлялась по радио с точностью не менее 0,01 сек. Пример синхронной записи поля показан на рис. 4.

При обработке результатов наблюдений особое внимание обращалось на одиночные импульсы и на случаи ударного возбуждения земного эндовибратора близкими одиночными грозовыми разрядами.

Необходимость исследования поверхностного распределения полей для таких сигналов обусловлена следующими обстоятельствами.

1. Приведенные выше оценки справедливы лишь для дальней зоны грозового разряда, где затухание поля с расстоянием хорошо аппроксимируется функцией $e^{-\gamma x}$. Если прием сигналов ведется в ближней зоне, возможны искажения импедансов за счет повышенной пространственной частоты поля. Если импульс сопровождается серией 8-герцовых колебаний, то, несомненно, что это региональное явление, происходящее одновременно по всему земному шару, и, следовательно, пространственная частота близка к нулю. Однако иногда после одиночного импульса, представленного, как правило, двумя полуволнами, колебательный процесс не возбуждается. Этим обусловлена необходимость экспериментальной оценки возможных значений пространственной

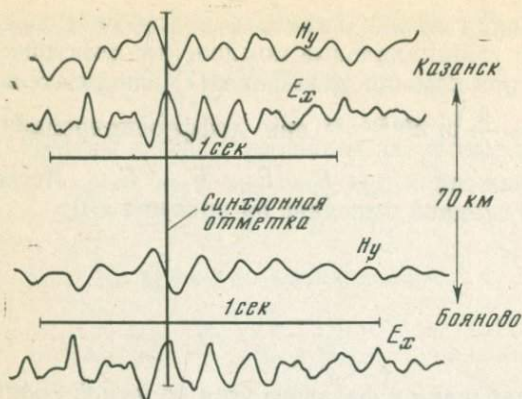


Рис. 4. Пример синхронной записи поля в двух разнесенных пунктах

частоты с целью выяснения пределов применимости формул Тихонова — Каньяра для таких сигналов.

2. Использование резонансных колебаний для вычисления импедансов разреза дает более надежные результаты, так как пространственная частота поля в этом случае мала, однако, экспоненциальное затухание каждой из двух интерферирующих волн может нарушиться в ближней зоне разряда. Механизм резонансных явлений позволяет интерпретировать каждый из импульсов квазисинусоидальной серии колебаний (ударное возбуждение резонатора) как результат сложения двух волн, многократно обогнувших Землю и пришедших с противоположных направлений вследствие сферичности Земли. Следовательно, влияние ближней зоны может сказаться только в начальной стадии процесса. В этом случае нарушится соотношение

$$Q = \frac{\pi}{\theta},$$

где Q — добротность резонатора ($Q=6$); θ — декремент затухания, численно равный относительному уменьшению амплитуды

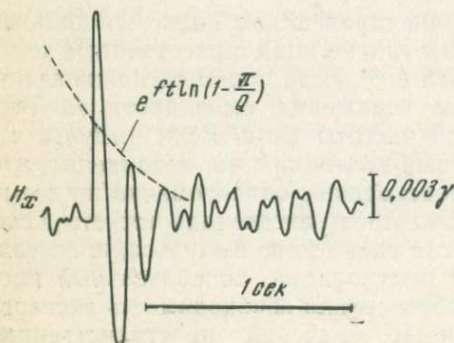


Рис. 5. Отбраковка импульсов ближней зоны разряда

каждого последующего импульса по сравнению с предыдущим.

Исходя из этого, отбраковку импульсов ближней зоны разряда можно проводить следующим образом. Соединяя вершины импульсов огибающей $e^{ft \ln \left(1 - \frac{\pi}{Q}\right)}$ (f — частота колебаний, t — время), устанавливаем, насколько вершина первого импульса совпадает с проведенной кривой (рис. 5). Если вершина отсечена, прием велся в ближней зоне разряда, и соотношение $\frac{E_x}{H_y}$

отличается от импеданса плоской волны. Однако первый импульс в серии обладает наибольшей амплитудой и, следовательно, измеряется с большой точностью. Поэтому представляют интерес экспериментальные оценки его пространственной частоты.

В результате анализа синхронных записей установлено следующее.

1. В пределах точности наблюдений на расстояниях до 70 км по магнитным каналам амплитуды и фазы всех квазисинусоидальных импульсов с преимущественной частотой 8 гц совпадают (см. рис. 4).

2. Направления больших осей годографов магнитного поля одинаковы в двух точках, ориентировка вектора E меняется в некоторых ограниченных пределах, что связано с различием геологического строения районов.

3. Не отмечено ни одного резонансного всплеска, который по соотношению амплитуды первого импульса в серии с огибающей $e^{ft \ln(1-Q)}$ в одной из точек попадал бы в ближнюю зону грозового разряда, а в другой — в дальнюю. Отсюда следует, что разнос 70 км слишком мал по сравнению с расстояниями, на которых существенно меняется быстрота затухания поля.

4. На расстоянии 4000 км квазисинусоидальные всплески с частотой 8 гц проходят синхронно. Малая развертка записей не позволила в данном случае точно оценить фазовые сдвиги между одноименными компонентами и сравнить поляризацию колебаний.

5. Амплитуды и фазы большинства сверхнизкочастотных атмосфериков с преимущественными частотами 1—4 гц в пределах точности наблюдений одинаковы, что говорит о пренебрежимо малых пространственных частотах таких сигналов.

Постоянные распространения сверхнизкочастотных (5—40 гц) волн-ТЕМ в полости Земля — ионосфера определяются в основном состоянием ионосферы и не зависят от геологического строения в точке наблюдения. Действительные и мнимые части постоянных распространения достаточно малы, что позволяет пренебречь искажениями импедансов за счет неоднородности поля по площади. Входные импедансы для случая стоячей волны (шумановские резонансы) с высокой точностью соответствуют импедансам плоской волны.

Сравнение осциллограмм с записью вариаций с частотами 5—40 гц, зарегистрированных синхронно в двух разнесенных пунктах, позволило оценить верхний предел постоянных распространения. Региональный характер поля допускает использование модели плоской волны при выполнении магнитотеллурических исследований.

Литература

1. А. Н. Тихонов. Об определении электрических характеристик глубоких слоев земной коры. — Докл. АН СССР, 1950, 73, № 2.
2. L. Cagniard. Basic theory of the magnetotelluric method of geophysical prospecting.—Geophysics, 1953, 18.
3. В. Е. Кашировский. Грозы, как источник волн сверхнизких частот в геологоразведке. — В сб. «Теория и элементы систем отбора геофизической информации». Киев, изд-во АН УССР, 1965.
4. F. W. Chapman, D. L. Jones. Observation of earth-ionosphere cavity resonances and their interpretation in terms of two-layer ionosphere model.—Radio Sci. J. Res. NBS, 1964, 68D, N 11.
5. С. М. Шейнман. О возможности использования полей теллурических токов и дальних радиостанций для геологического картирования. — Труды Всесоюзного института методики и техники разведки. М., Гостоптехиздат, 1958.
6. С. М. Крылов, Н. П. Владимиров, И. А. Зеленцов. Аппаратура для измерения слабых электромагнитных полей в диапазоне частот 0,06—100 герц. — В сб. «Магнитотеллурические методы изучения строения земной коры и верхней мантии». № 4. М., «Наука», 1969.

НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ О КОРОТКОПЕРИОДНЫХ ВАРИАЦИЯХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ В РАЙОНЕ ДРЕЙФА СТАНЦИИ «СП-13»

Н. А. ДЕНИСКИН, В. А. ВОРОНИН

В отличие от средних широт, где имеется широкая сеть геофизических обсерваторий и проводятся в больших масштабах полевые наблюдения естественного переменного электромагнитного поля, в области высоких широт, охватывающих север Советского Союза и огромную площадь, занятую Северным Ледовитым океаном, исследования поля производятся на разреженной сети полярных станций, расположенных на побережье и островах океана, и эпизодически на дрейфующих станциях.

Этот объем наблюдений явно недостаточен для изучения очень сложного, изменчивого и неоднородного поля полярной области, и поэтому любые сведения, несущие дополнительную информа-

цию об основных характеристиках поля в этом интересном районе, представляют известный научный интерес. Результаты наблюдений переменной части электромагнитного поля могут быть использованы не только при изучении закономерностей самого поля и его источников, но и в целях проведения магнитотеллурических зондирований в этом малоизученном районе.

В настоящей статье приводятся некоторые характеристики короткопериодных вариаций, полученные при поведении магнитотеллурических зондирований на дрейфующей станции «СП-13» [1]. Характеристики даются по материалам, полученным с середины декабря 1964 г. до конца марта 1965 г. В этот период станция «СП-13» находилась в северной части Восточно-Сибирского моря и дрейфовала над глубинами моря порядка 300 м. К сожалению, кратковременность регистрации вариаций поля в значительной степени ограничила возможность получения достаточно полной характеристики поля в районе дрейфа станции «СП-13». В связи с этим мы ограничимся рассмотрением только частотного спектра, поляризации, величин амплитуд и суточного хода частоты появления короткопериодных вариаций естественного электромагнитного поля Земли для устойчивых колебаний типа P_{c1}—P_{c5}.

В качестве регистрирующей аппаратура использовалась МТЛ-62 [2], позволяющая записывать вариации горизонтальных компонент магнитного и электрического полей в диапазоне колебаний P_{c1}—P_{c5}. Помимо этого в высокочастотном диапазоне (P_{c1}) вариации горизонтальных компонент магнитного поля записывались на аппаратуре индукционного типа конструкции Л. Н. Баранского [3]. Ориентация датчиков магнитного поля и измерительных линий проводилась по геомагнитной широте и меридиану перед началом работ и в дальнейшем не изменялась. Время записи было приурочено к времени максимума частоты появления соответствующего типа вариаций. Наряду с перечисленными формами записей для выявления суточного хода частоты появления короткопериодных вариаций, использовались данные круглосуточной регистрации, полученные на магнитно-полевой вариационной станции (МПВС) и стандартной установке земных токов.

1. P_{c1} обычно проходили на фоне слабозмущенного или спокойного поля в виде серий квазисинусоидальных колебаний в форме биений. Продолжительность их прохождения менялась от нескольких десятков минут до нескольких часов. Наиболее часто встречались колебания в интервале периодов от 2 до 3 сек и значительно реже в интервалах 0,5—1,5 сек и 3,5—4 сек. Амплитуды колебаний в большинстве случаев лежали в интервале от 0,05 до 0,25 γ. Максимальное зарегистрированное значение амплитуды составляло 0,5—0,6 γ. На рис. 1 показаны средние амплитуды пульсаций P_{c1}, найденные для разных дискретных значений

периодов. Как видно из чертежа, с увеличением периода амплитуды $Pc1$ заметно возрастают. Характер поляризации оказался неустойчивым, так как одинаково часто встречались случаи круговой, эллиптической и почти линейной поляризации. Иногда в пределах одного биения можно было проследить изменение характера поляризации в течение непродолжительного интервала времени.

В связи с кратковременностью регистрации поля оказалось невозможным определить распределение частоты появления $Pc1$ во времени. В период наблюдения этот тип пульсаций чаще всего появлялся вскоре после полудня местного времени. Сравнение записей вариаций $Pc1$, зарегистрированных на станции СП-13, с синхронными записями теллурических токов на обсерваториях «Петропавловск-Камчатский», «Борок», «Дружная» показывает, что нет ни одного случая одновременного прохождения $Pc1$ на станции «СП-13» или хотя бы на одной из указанных обсерваторий.

II. $Pc2$ встречались на записях крайне редко и были зарегистрированы только в пяти случаях, приходящихся на январь и начало февраля. Запись вариаций $Pc2$ (рис. 2) показывает, что в высоких широтах колебания этого типа представляют собой непрерывные устойчивые вариации квазисинусоидальной формы с незначительно изменяющейся амплитудой. Как правило, они возникали на фоне невозмущенного поля и продолжались в течение нескольких десятков минут. Встреченные на записях колебания типа $Pc2$ попадали в интервал периодов от 6 до 10 сек с амплитудами по магнитному полю порядка 1—2 γ , а по электрическому полю 0,5—1 мв/км.

Время прохождения колебаний этого типа было приурочено к местному полудню, т. е. суточный ход $Pc2$ аналогичен их суточному ходу в средних широтах.

III. $Pc3$ и $Pc4$ рассматриваются без разделения, так как они возникали на записях одновременно. Из всего класса устойчивых вариаций эти колебания были наиболее регулярными. Они возникали почти ежедневно и продолжались в течение нескольких часов, иногда одновременно с колебаниями типа $Pc5$.

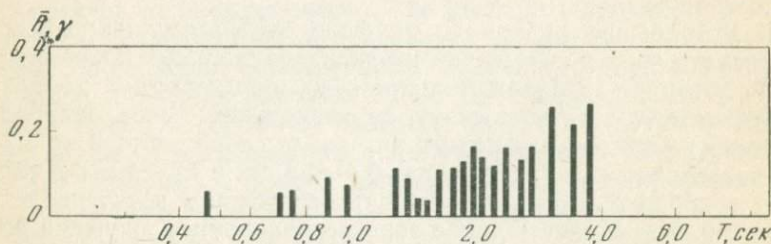


Рис. 1. Средние амплитуды $Pc1$ для дискретных значений периодов

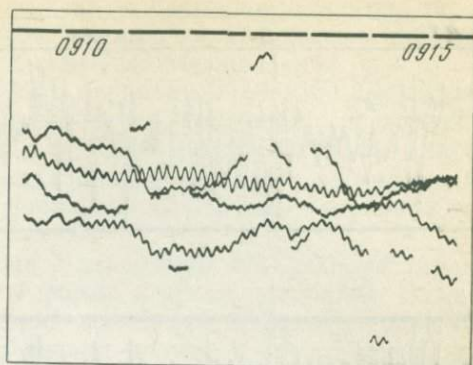


Рис. 2. Характерная запись вариаций типа Pc2

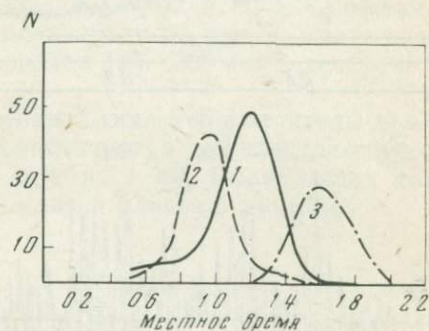


Рис. 3. Суточное распределение частоты появления колебаний

1 — Pc3, Pc4; 2 — Pc5 с $T = 150-300$ сек; 3 — Pc5 с $T = 400-600$ сек

Изучение частотного спектра показывает, что наиболее часто встречаются вариации в интервале 30—40 сек со средними амплитудами по магнитному полю 5—10 γ , а по электрическому — порядка первых единиц милливольт на 1 км. Значительно реже появлялись колебания в интервале периодов от 60 до 100 сек.

Для колебаний типа Pc3—Pc4 наряду с эллиптической и довольно редко встречающейся круговой поляризацией достаточно часто наблюдаются случаи линейной поляризации как электрического, так и магнитного поля в различных азимутах. Для районов суши такое закономерное поведение электромагнитного поля отмечается крайне редко.

При изучении характера поляризации колебаний типа Pc3—Pc4 установлено, что наиболее часто направление оси поляризации для электрического поля близко к широтному, а магнитного — к меридиональному.

Стметим, что в районе дрейфа, так же как в средних широтах, на записях поля встречаются случаи прохождения по двум парам взаимно перпендикулярных составляющих (E_x , H_y и E_y , H_x) вариаций различного спектрального состава.

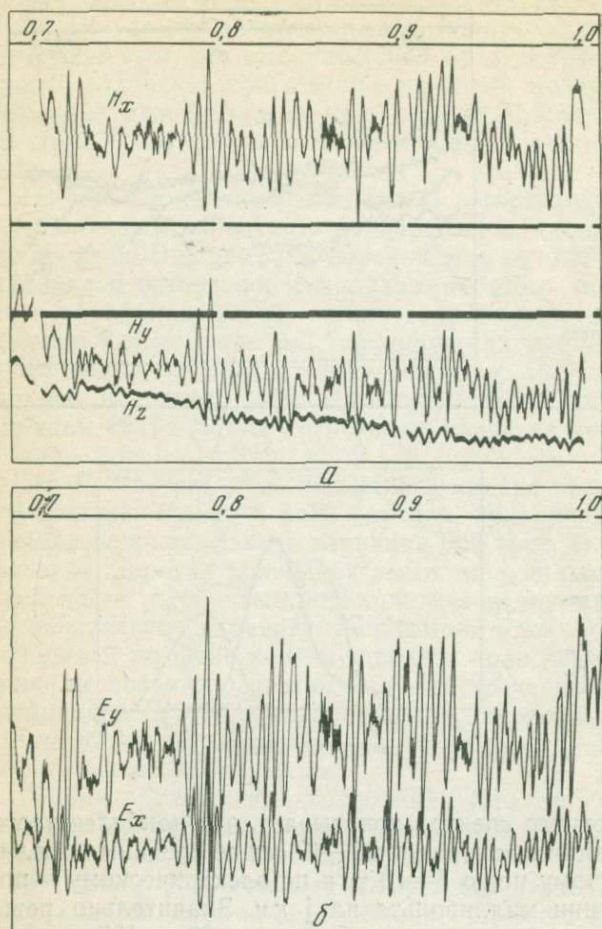


Рис. 4. Типичная запись Рс5 для диапазона $T=150-300$ сек
 a — магнитное поле; b — электрическое поле

Максимум частоты появления колебаний типа Рс3—Рс4 приходится на местный полдень и частично перекрывается с утренним и вечерним максимумами частоты прохождения колебаний типа Рс5 (рис. 3).

IV. Рс5 (гигантские пульсации), как известно, встречаются только в высоких широтах и обычно уже на расстоянии около тысячи километров редко прослеживаются одновременно на нескольких обсерваториях.

Анализ записей, полученных на станции «СП-13», показывает, что в диапазоне колебаний Рс5 возможно выделить два поддиа-

пазона, различающихся не только по частотному спектру, но и характеризующихся различной формой, длительностью прохождения и суточным распределением частоты появления.

Для первого поддиапазона с периодами 150—300 сек характерны устойчивые непрерывные серии колебаний правильной квазисинусоидальной формы, продолжающиеся обычно 2—3 часа. Типичная запись РС5 этого поддиапазона показана на рис. 4, а, б. Наиболее вероятное время появления колебаний — утренние часы местного времени.

Для второго поддиапазона с периодами 400—600 сек характерны колебания, близкие по форме к цугам колебаний. Значительно реже встречаются серии колебаний большей продолжительности. Эти колебания в период полярной ночи встречались крайне редко, и только с наступлением дня возросла вероятность их появления и отчасти продолжительность. Одна из записей этого поддиапазона приведена на рис. 5, а, б. Суточная кривая частоты повторяемости, показанная на рис. 3, имеет два максимума — утренний для периодов 150—300 сек и вечерний для периодов 400—600 сек.

Для всего класса колебаний типа РС5 амплитуды для магнитного поля составляют десятки гамм, а для электрического — единицы — десятки милливольт на 1 км. Поляризация колебаний РС5 в основном эллиптическая и близка к линейной.

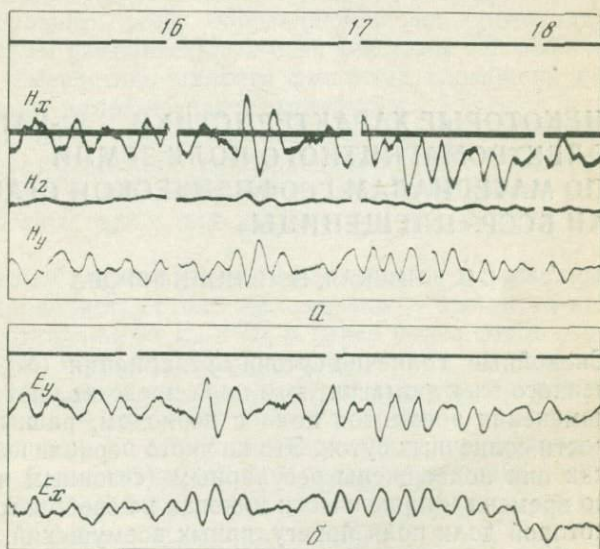


Рис. 5. Типичная запись РС5 для диапазона $T=400-600$ сек
а — магнитное поле; б — электрическое поле

Измерения поля производились на поверхности среды с горизонтально однородным верхним слоем, и поэтому результаты не искажены или слабо искажены неоднородностями подстилающей толщи. В связи с этим можно предполагать, что приведенные данные о вариациях электромагнитного поля характеризуют источник, генерирующий эти колебания.

В заключение отметим, что в высоких широтах устойчивые колебания сохраняют свои морфологические признаки, установленные в основном по данным сети станций, расположенных в средних широтах. Изменениям подвержены только амплитуды, которые заметно увеличиваются по сравнению со средними широтами. Приведенные данные не противоречат сведениям о вариациях, полученным ранее в высоких широтах [4].

Литература

1. Н. А. Денискин, Н. В. Липская. Результаты магнитотеллурических зондирований в районе дрейфа станции «Северный полюс-13» — Докл. АН СССР, 1967, 177, № 6.
2. А. М. Алексеев, М. Н. Бердичевский, А. Е. Ланцов. Магнитотеллурическая лаборатория МТЛ-62. Описание и инструкция по эксплуатации. ВНИИГеофизика, 1963.
3. Л. Н. Баранский. Индукционный приемник магнитных вариаций. — Изв. АН СССР, Физика Земли, 1965, № 1.
4. Б. М. Яновский. Земной магнетизм. Изд-во ЛГУ, 1964.

НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ S_q -ВАРИАЦИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ ПО МАТЕРИАЛАМ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ АН БССР «ПЛЕЩЕНИЦЫ»

Н. В. ЛИПСКАЯ, Н. Н. НИКИФОРОВА

Спокойные солнечно-суточные вариации (S_q -вариации) естественного электромагнитного поля представляют собой регулярные изменения элементов поля с периодом, равным продолжительности солнечных суток. Это не чисто периодические процессы, так как они подвержены регулярным (сезонным и др.) изменениям во времени и практически никогда не свободны от наложения некоторой доли поля иррегулярных возмущений.

Сложная зависимость S_q -вариаций от времени затрудняет их анализ. Вследствие этого количественные характеристики поля этой формы вариаций удобнее получать, исследуя не сами кри-

вые суточного хода, а результаты их разложений на функции более простого вида. Такими функциями могут быть, например, элементы гармонического ряда.

Коэффициенты подобных разложений, определенные для отдельных суток, будут, очевидно, представлять не только периодическую часть поля, но содержать также некоторые слагаемые, зависящие от величины и характера наложенных на нее аперидических процессов. Влияние регулярных и медленно меняющихся во времени процессов обусловит появление регулярного хода коэффициентов гармоник от суток к суткам. Наложение иррегулярной части поля вызовет разброс значений коэффициентов относительно кривой их регулярного хода.

Анализ результатов разложений, выполненных для большого числа суток, позволит оценить раздельно влияние всех названных процессов.

Гармоническому анализу были подвергнуты записи суточных вариаций составляющих естественного электромагнитного поля, полученные на геофизической станции АН БССР «Плещеницы» за 122 наименее возмущенных дня 1962 г. Методика наблюдений и обработки этих записей показана в работе [1]. Одновременно с амплитудами и фазами гармоник трех магнитных и двух горизонтальных электрических составляющих вычислялись значения основных параметров эллипсов поляризации колебаний гармонических слагаемых поля. Были найдены амплитуды и фазы колебаний составляющих, направленных вдоль главных осей эллипсов, и азимуты больших осей, определяющие их ориентацию относительно системы измерительных осей (системы географических координат). Вследствие малости амплитуд гармоник порядка выше третьего далее не рассматриваются.

Для отдельных дней амплитуды и фазы первой гармоники пяти названных составляющих поля, расположенных в последовательности их регистрации, показаны на рис. 1. Подобные распределения построены также для амплитуд и фаз других гармоник.

Амплитуды первой гармоники имеют хорошо выраженный годовой ход. Он проявляется столь же отчетливо у амплитуд второй гармоники составляющих E_x и H_y и виден более слабо у остальных компонент. Значения фаз распределяются по горизонтали. Их годовой ход, если и существует, то маскируется общим разбросом точек.

Сплошными кривыми на рис. 1, а, б показан предполагаемый средний годовой ход амплитуд и фаз. Кривые проведены плавно и притом так, чтобы в их окрестности оказалось возможно большее число точек, отвечающих очень спокойным дням. Разброс остальных точек следует объяснять присутствием иррегулярных возмущений в ходе составляющих за отдельные сутки и ошибками обработки. Характерно, что наибольший разброс точек

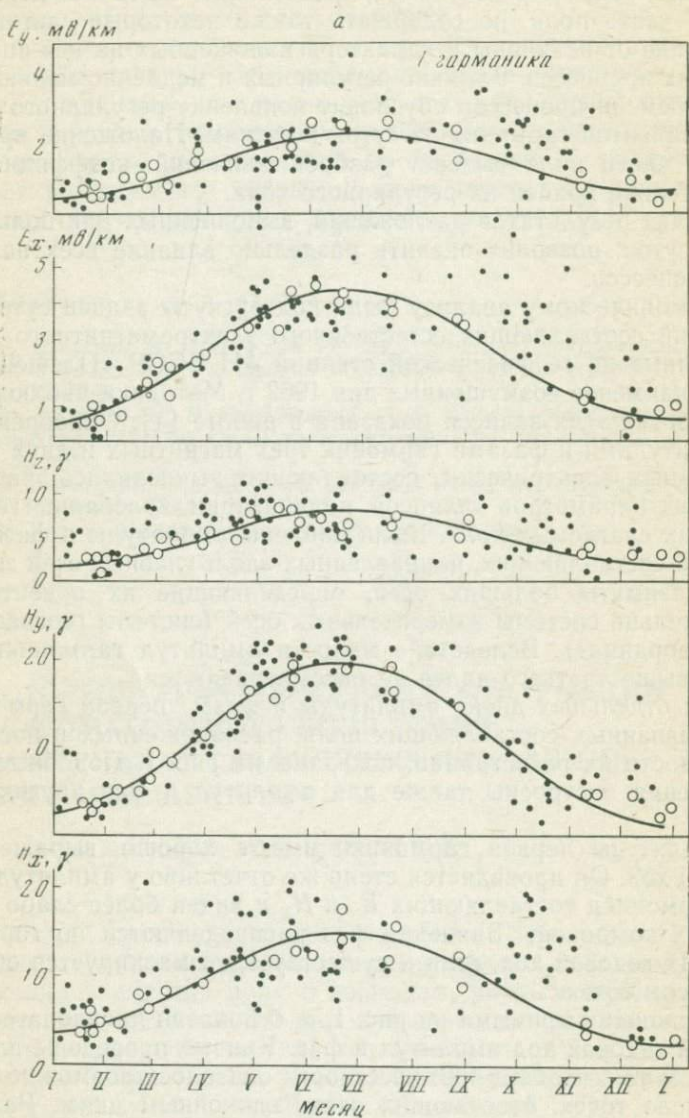


Рис. 1. Годовой ход значений амплитуд (а) и начальных фаз (б) первой гармоники суточных вариаций составляющих естественного электромагнитного поля. Точки — определения по невозмущенным дням, кружки — по «очень спокойным» дням

приходится на сентябрь-октябрь, когда наблюдалась наибольшая возмущенность поля.

Кривые среднего годового хода амплитуд оказались близкими по форме к синусоидам, сдвинутым по вертикали. Кривые фаз очень слабо изогнуты (II гармоника). Фазовые кривые взаимно ортогональных электрической и магнитной составляющих имеют подобный вид.

Кривые Sq -вариаций составляющих поля определяются обычно путем осреднения хода составляющих, записанных за несколько специально отобранных спокойных дней. Применяемый способ всегда вызывает некоторую неудовлетворенность, так как при осреднении малого числа дней результат оказывается не свободным от наложения полей возмущения. При осреднении большого числа дней наряду с иррегулярными полями исключается регулярный годовой ход (рассматриваемых величин, и осредненные кривые оказываются далекими от действительных кривых Sq -вариаций, характерных для данного времени года.

Та же задача выделения суточного хода составляющих поля может быть решена совсем иным способом, а именно — путем определения значений амплитуд и фаз гармоник по кривым регулярного годового хода и последующего синтеза отдельных гар-

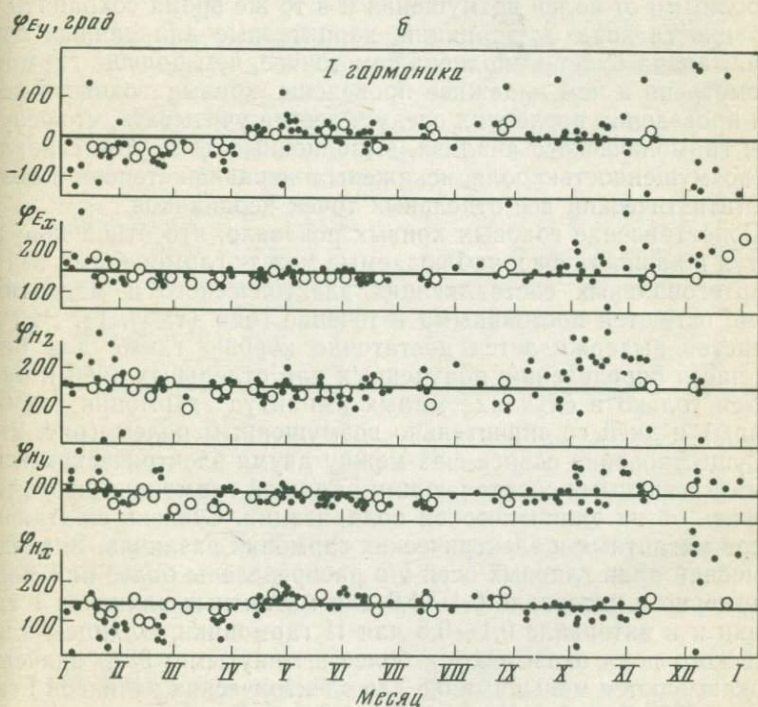


Рис. 1. (продолжение)

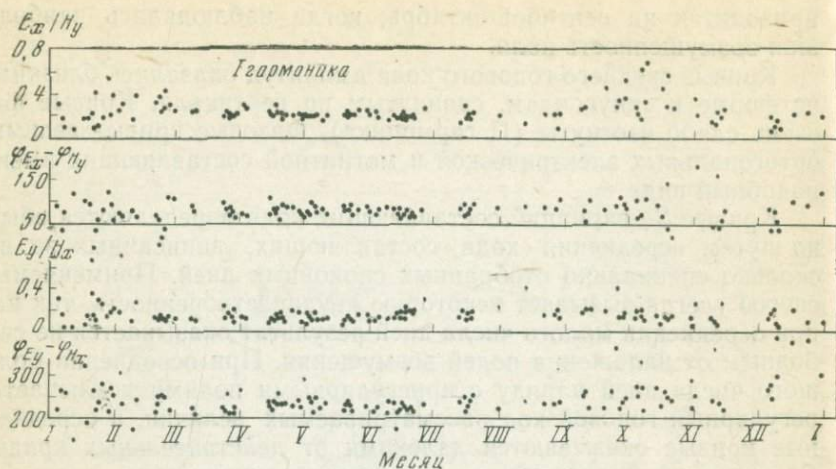


Рис. 2. Распределение отношений амплитуд и разности фаз взаимно ортогональных составляющих электрического и магнитного полей первой гармоника для отдельных дней

монических слагаемых. Результирующие кривые должны быть свободными от полей возмущения и в то же время сохранять все особенности хода Sq -вариаций, характерные для данных суток года. Задача будет выполнена тем точнее, чем больше гармоник рассмотрено и чем надежнее проведены кривые годового хода. При проведении последних следует всегда учитывать, что результаты гармонического анализа, выполненные для суток с различной возмущенностью поля, искажены в неравной степени и поэтому статистический вес отдельных точек неодинаков.

Сопоставление годовых кривых показало, что отношение амплитуд и разность фаз, наблюдаемые между гармониками взаимно ортогональных составляющих электрического и магнитного полей, остаются постоянными в течение года (табл. 1). Это постоянство выдерживается достаточно хорошо также для большей части определений, полученных для отдельных дней и нарушается только в случаях малых амплитуд гармоник (зимние месяцы) и дней со значительно возмущенным полем (рис. 2).

Существование сдвига фаз между двумя электрическими или двумя магнитными составляющими каждой гармоники позволяет говорить об их эллиптической поляризации. Степень сжатия эллипсов магнитных и электрических гармоник различна. Значения отношений длин главных осей b/a распределены более или менее равномерно в интервале 0,1—1,0 для магнитных эллипсов I гармоники и в интервале 0,1—0,5 для II гармоники. Эллипсы электрического поля оказываются более вытянутыми: 93% значений b/a оказываются меньшими 0,5 для электрических эллипсов I гармоники, 83% значений b/a меньше 0,3 для II гармоники.

Параметр	15.I	15.II	15.III	15.IV	15.V	15.VI	15.VII	15.VIII	15.IX	5.X	15.XI	15.XII
<i>I гармоника</i>												
α_H , град	39	55	66	69	70	71	70	69	67	63	45	35
α_E , град	-39	-33	-27	-24	-24	-28	-24	-23	-25	-31	-45	-45
$\Delta\alpha$, град	78	88	93	93	94	94	94	92	92	94	90	80
E_a/H_a	0,214	0,214	0,206	0,203	0,204	0,204	0,204	0,211	0,210	0,200	0,193	0,192
H_y/H_x	0,95	1,10	1,25	1,33	1,36	1,37	1,36	1,32	1,28	1,20	1,02	0,78
E_x/E_y	1,14	1,33	1,58	1,76	1,76	1,78	1,75	1,79	1,67	1,42	1,0	1,0
E_x/H_y	0,20	0,18	0,19	0,19	0,20	0,20	0,19	0,20	0,20	0,18	0,18	0,23
E_y/H_x	0,16	0,15	0,16	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,16	0,15	0,15
H_b/H_a	0,76	0,76	0,71	0,68	0,67	0,67	0,67	0,68	0,70	0,73	0,76	0,72
E_b/E_a	0,46	0,44	0,40	0,375	0,375	0,37	0,37	0,372	0,388	0,425	0,468	0,468

II гармоника

α_H , град	70	75	76	77	78	78	78	78	77	76	74	68
α_E , град	-20	-18	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-18	-19	-20	-22
$\Delta\alpha$, град	90	93	93	94	95	95	95	95	95	95	94	90
E_a/H_a	0,344	0,355	0,330	0,323	0,320	0,317	0,318	0,312	0,317	0,324	0,330	0,329
E_y/H_y	0,34	0,33	0,32	0,32	0,31	0,31	0,31	0,30	0,31	0,31	0,32	0,33
E_y/H_x	0,24	0,25	0,24	0,24	0,25	0,25	0,25	0,25	0,24	0,25	0,25	0,25
H_y/H_x	1,48	1,76	1,85	1,90	2,00	2,00	2,02	1,97	1,91	1,84	1,65	1,41
E_x/E_y	2,09	2,32	2,43	2,48	2,44	2,49	2,50	2,47	2,37	2,27	2,17	2,00
H_b/H_a	0,587	0,509	0,438	0,477	0,455	0,455	0,451	0,462	0,475	0,480	0,538	0,607
E_b/E_a	0,300	0,277	0,267	0,262	0,266	0,261	0,260	0,266	0,272	0,232	0,292	0,311

Примечание. Для разностей фаз были приняты постоянные значения для всего года: I гармоника $\varphi_{H_y} - \varphi_{H_x} = -75^\circ$, $\varphi_{E_x} - \varphi_{E_y} = 130^\circ$;
 II гармоника $\varphi_{H_y} - \varphi_{H_x} = 290^\circ$, $\varphi_{E_x} - \varphi_{E_y} = 135^\circ$.

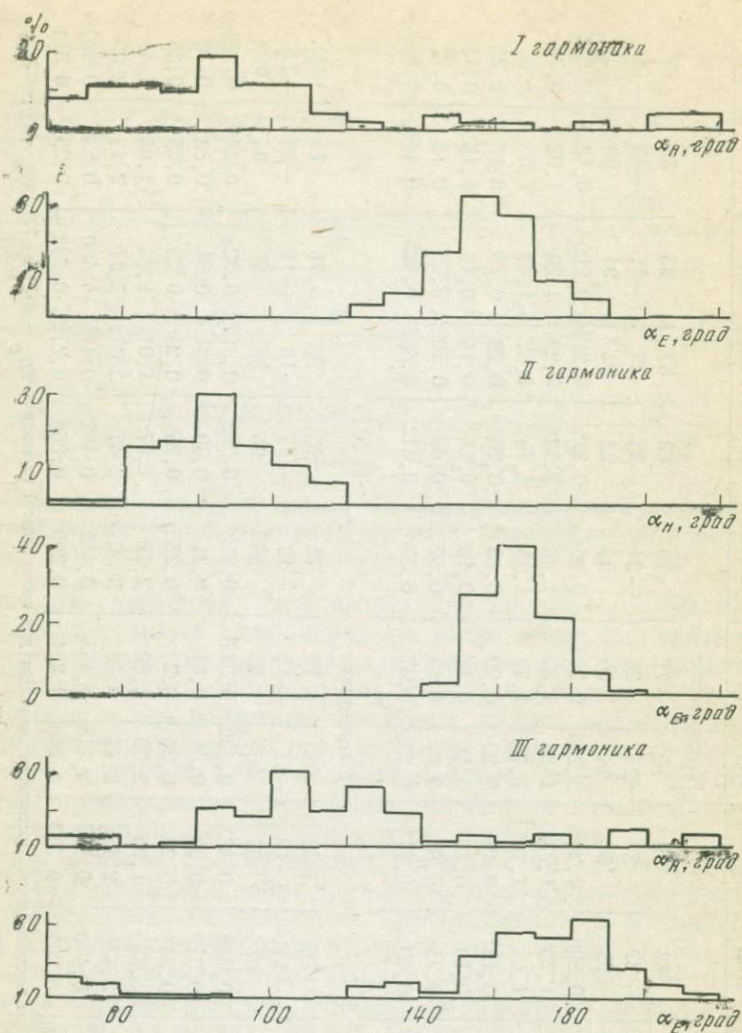


Рис. 3. Распределение значений азимутов больших осей эллипсов колебаний векторов трех первых гармоник магнитного и электрического полей Sq -вариаций (март — август 1962 г.)

Распределение азимутов больших осей эллипсов, полученные за отдельные сутки за период с марта по август, приведены на рис. 3. Для двух первых гармоник магнитного поля выделяется общая область накопления числа случаев с границами от 40 или 60° до 120° . Для эллипсов третьей гармоники эта область размазана. Внутри областей накопления распределение числа случаев более или менее равномерное.

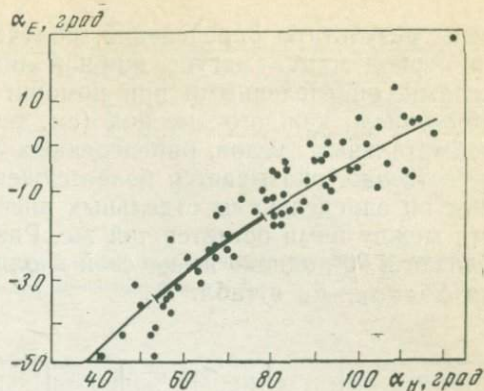


Рис. 4. Кривая зависимости между значениями азимутов больших осей электрического и магнитного эллипсов первой и второй гармоник Sq -вариаций

Азимуты больших осей эллипсов трех гармоник электрического поля имеют общую область накопления числа случаев с границами $140-190^\circ$ и общим отчетливо выраженным максимумом. Таким образом, азимуты больших осей электрических эллипсов оказались приуроченными к суженной области значений углов с границами, не зависящими от номера гармоник.

Несмотря на отмеченные различия в поведении эллипсов магнитного и электрического полей, значения их параметров функционально связаны друг с другом. Зависимость между значениями азимутов больших осей электрических α_E и магнитных эллипсов α_H I и II гармоники показана на рис. 4. Точками нане-

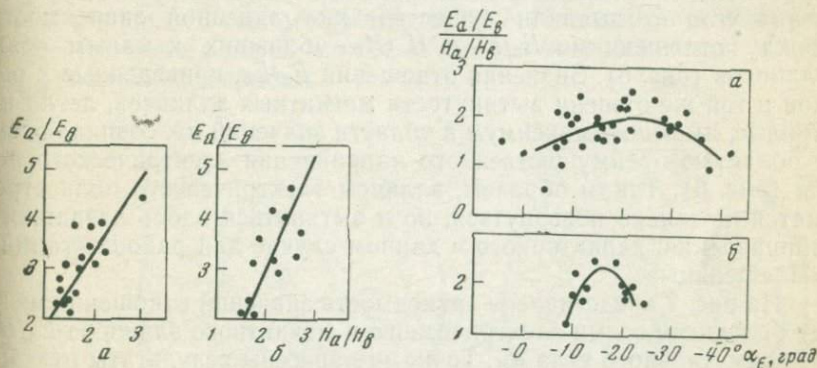


Рис. 5. Кривые зависимости между степенями вытянутости электрических и магнитных эллипсов колебаний первой и второй гармоник Sq -вариаций. Выборка для эллипсов с азимутом $\alpha_E = 10-20^\circ$; $E_b \geq 1$

а — I гармоника; $E_a/E_b = 1,65$ H_a/H_b ; $n = 17$; б — II гармоника; $E_a/E_b = 2,2$ H_a/H_b ; $n = 13$

Рис. 6. Зависимость приведенной степени вытянутости электрических эллипсов первой и второй гармоник Sq -вариаций от азимута α_E

а — I гармоника, $n = 33$ при $E_b \geq 1$; б — II гармоника, $n = 15$ при $E_b \geq 1$

сены результаты определений, полученных для отдельных дней за период март — август, жирной линией — зависимость между углами, определенными при помощи кривых годового хода на 15-е число каждого месяца (см. табл. 1). Область изменения азимутальных углов, определенных по кривым годового хода, естественно, оказывается более суженной, чем у углов, найденных по определениям отдельных дней, однако форма зависимости между ними остается той же. Разность азимутальных углов близка к 90° , однако имеет свой вполне определенный ход (строка $\Delta\alpha = \alpha_E - \alpha_H$ в табл. 1).

Таблица 2

α_H , град	40	50	60	70	80	90	100	110	120
α_E , град	-47	-37	-30	-23	-16	-9	-3	+2	+5
E_a/H_a (I)	0,21	0,22	0,21	0,205	0,195	0,18	0,16	0,14	—
E_a/H_a (II)	0,315	0,34	0,37	0,34	0,315	0,29	0,26	0,23	0,20
$\alpha_H - \alpha_E$, град	87	87	90	93	96	99	103	108	115

Примечание. Азимутальные углы α_E первой и второй гармоник ложатся на общую кривую.

Степень вытянутости эллипсов электрического поля оказалась функцией степени вытянутости эллипсов магнитного поля и их ориентации. Выборки, выполненные для узкого диапазона изменения угла α_E , выявили существование линейной зависимости между отношениями E_a/E_b и H_a/H_b — больших к малым осям эллипсов (рис. 5). Значения отношений E_a/E_b , приведенные к одной и той же степени вытянутости магнитных эллипсов, легли на кривые, имеющие максимум в области значений α_E , совпадающей с областью преимущественного направления электрического поля (рис. 6). Таким образом, эллипсы электрического поля стремятся не только повернуться, но и вытянуться вдоль названного направления, характерного в данном случае для района станции «Плещеницы».

На рис. 7 представлена зависимость значений отношения между большими осями электрического и магнитного эллипсов E_a/H_a от азимутального угла α_H . Точками нанесены результаты отдельных определений, полученных за март — август, жирными линиями — результат вычислений по кривым годового хода. Те и другие данные хорошо согласуются.

Средние значения величин α_E и E_a/H_a , отвечающие разным значениям угла α_H , снятые с рис. 4 и 7, сведены в табл. 2, данные которой использованы для построения распределения приведенных значений длин больших осей электрических эллипсов по азимутальным углам. Направления приведенных по модулю к еди-

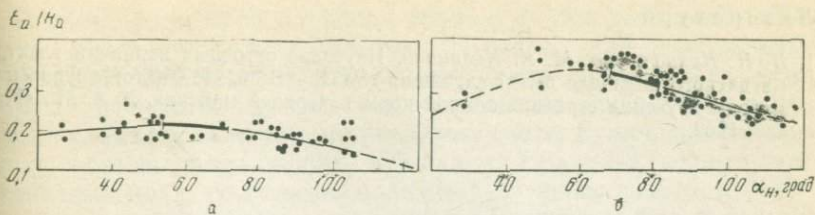


Рис. 7. Кривые зависимости отношений длин больших осей электрических и магнитных эллипсов E_a/H_a от азимута большой оси магнитного эллипса α_H
 а — I гармоника; б — II гармоника

нице больших осей эллипсов магнитного поля, а также отвечающие им по величине и направлению (E_a/H_a и α_E — функции α_H) большие оси эллипсов электрического поля (отрезки лучей с одинаковой оцифровкой) изображены на рис. 8. Концы осей соединены сплошными линиями. Участки дуг между ними показаны пунктирами. Построенные графики ясно подчеркивают ориентацию зоны преимущественного направления и вытянутости эллипсов электрического поля.

Выявленные сложные формы связей между электрическими и магнитными гармониками могут быть обусловлены двумя причинами: сложной структурой первичного поля, проникающего в Землю, а также влиянием горизонтальных неоднородностей в распределении электрических свойств вещества внутри Земли.

Анализ материалов наблюдений нескольких обсерваторий, регистрирующих синхронно вариации естественного магнитного и электрического полей, может оказаться интересным при исследовании обоих вопросов.

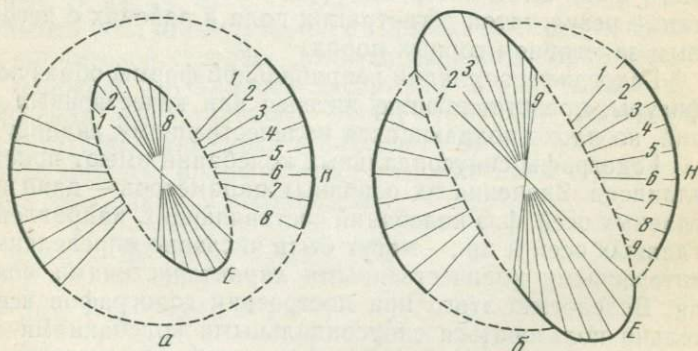


Рис. 8. Полярные диаграммы приведенных значений длин больших осей электрических и магнитных эллипсов
 а — I гармоника; б — II гармоника

1. *Н. Н. Никифорова, М. К. Кравцова.* Изучение суточных вариаций электромагнитного поля для целей глубинного МТЗ.—В сб. «Магнитотеллурические методы изучения строения земной коры и верхней мантии». № 4. М., «Наука», 1969.

ПАЛЕТКИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЛИПСОВ ПОЛЯРИЗАЦИИ СИНУСОИДАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЕСТЕСТВЕННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Н. В. ЛИПСКАЯ

При обработке результатов регистраций естественного электромагнитного поля в целях их дальнейшей геологической интерпретации полезно представлять отдельные вариации поля в виде годографов — фигур, описываемых за некоторый отрезок времени концами проекций векторов поля на координатных плоскостях, — и изучать их изменение во времени.

Форма годографов не зависит от произвольного выбора ориентировки измерительных осей регистрирующих установок, что выгодно отличает их от записей кривых составляющих поля, направленных вдоль этих осей. Массовое сопоставление одновременно записанных — синхронных — годографов магнитного и электрического полей позволяет уяснить картину взаимосвязей при различных формах колебаний и ориентации векторов падающего поля. Этот материал оказывается полезным при интерпретации результатов регистрации поля в районах с негоризонтальным залеганием горных пород.

Годографы вариаций неправильной формы образуют сложные фигуры, представляющие интерес для качественных исследований, но плохо поддающихся количественному анализу.

Годографы синусоидальных колебаний имеют простую форму эллипсов. Значения их основных параметров — длин и азимутов главных осей, фаз колебаний составляющих, направленных вдоль главных осей и др., — могут быть численно определены и служат интересными количественными характеристиками поведения поля. Вследствие этого при построении годографов всегда желательно пользоваться синусоидальными колебаниями составляющих поля. Последние могут быть отображены непосредственно из записей квазисинусоидальных вариаций или получены путем гармонического или спектрального анализа вариаций более сложной формы.

Расчет параметров эллипсов вручную — при массовой обработке весьма трудоемкая операция. Поэтому, если спектральное разложение возмущений поля производится при помощи электронных вычислительных машин, желательно определение параметров эллипсов включить в программу счета. Если синусоидальные колебания составляющих отбираются непосредственно с лент с записями поля, то полезно пользоваться иным способом быстрого перевода измеренных на лентах амплитуд и фаз вариаций составляющих параметры эллипсов, не прибегая к помощи машин.

Один из возможных способов подобного перевода изложен ниже. Он рассчитан на массовую обработку материала наблюдений и практически свободен от трудоемких вычислений и геометрических построений. Определение искомым значений параметров эллипсов по заданным значениям амплитуд и фаз синусоидальных колебаний составляющих поля производится при помощи набора специально рассчитанных и построенных переводных кривых или палеток. Таким образом, работа по пересчету фактически уже выполнена при построении палеток, и вычислителю остается только пользоваться ее результатами.

Ниже показан способ расчета кривых, приведены расчетные формулы, графики, их описание, показана методика работы с ними.

I. Рассмотрим эллипс поляризации поля на плоскости произвольно ориентированной прямоугольной системы измерительных осей x, y .

Заданы амплитуды и начальные фазы колебаний составляющих, направленных вдоль осей $X, Y, \varphi_x, \varphi_y$.

Требуется найти амплитуды и фазы колебаний составляющих, направленных вдоль главных осей эллипса, а также азимут его большой оси $A, B, \varphi_a, \varphi_b, \alpha$.

Азимутальный угол отсчитывается от положительного направления оси x по часовой стрелке. Для однозначного определения ориентации большой оси эллипса достаточно ограничиться областью изменения азимутального угла ($-\pi/2, \pi/2$). Значения фаз будем считать меняющимися в интервале от $-\pi$ до π .

Для любого момента времени между амплитудами и фазами составляющих выполняются соотношения

$$Ae^{i\varphi_a} \cos \alpha - Be^{i\varphi_b} \sin \alpha = Xe^{i\varphi_x},$$

$$Ae^{i\varphi_a} \sin \alpha + Be^{i\varphi_b} \cos \alpha = Ye^{i\varphi_y},$$

$$\varphi_a - \varphi_b = \pm \pi/2.$$

Знак плюс в последнем равенстве появляется при вращении радиуса-вектора эллипса по часовой стрелке, знак минус — против часовой стрелки.

Рассмотрим первый случай вращения. Исключая из написанных выше выражений величину φ_b ($\varphi_b = \varphi_a - \pi/2$) и разделяя действительную и мнимую части, получим четыре уравнения для определения оставшихся четырех неизвестных

$$A \cos \alpha = X \cos (\varphi_x - \varphi_a), \quad (1)$$

$$B \sin \alpha = X \sin (\varphi_x - \varphi_a), \quad (2)$$

$$A \sin \alpha = Y \cos (\varphi_y - \varphi_a), \quad (3)$$

$$-B \cos \alpha = Y \sin (\varphi_y - \varphi_a). \quad (4)$$

В случае изменения направления вращения полученные уравнения останутся такими же, только изменится знак перед B .

Из уравнений (1—4) легко получаются выражения, определяющие искомые величины,

$$A = \frac{1}{2} [\sqrt{X^2 + Y^2 + 2XY \sin (\varphi_x - \varphi_y)} +$$

$$+ \sqrt{X^2 + Y^2 - 2XY \sin (\varphi_x - \varphi_y)}],$$

$$B = \frac{1}{2} [\sqrt{X^2 + Y^2 + 2XY \sin (\varphi_x - \varphi_y)} -$$

$$- \sqrt{X^2 + Y^2 - 2XY \sin (\varphi_x - \varphi_y)}],$$

$$\sin 2\alpha = - \frac{2XY \cos (\varphi_x - \varphi_y)}{\sqrt{X^2 + Y^2 + 2XY \sin (\varphi_x - \varphi_y)} \sqrt{X^2 + Y^2 - 2XY \sin (\varphi_x - \varphi_y)}},$$

$$\varphi_a = \frac{\varphi_x + \varphi_y}{2} + \frac{1}{2} \arcsin [\cos 2\alpha \sin (\varphi_x - \varphi_y)].$$

Полученные соотношения, выписанные для случая вращения по часовой стрелке, остаются в силе и при изменении направления вращения. В последнем случае знак разностей фаз $\varphi_x - \varphi_y$, входящих в написанные выражения, и знак перед B меняются на обратные. Сама величина B остается согласно определению положительной.

При вычислениях удобно пользоваться безразмерными величинами. Если ввести безразмерное отношение $q = X/Y$ и перейти от абсолютных значений амплитуд A и B к их относительным величинам, то все расчетные формулы можно записать в следующем виде:

$$\frac{A}{Y} = \frac{1}{2} (Q_+ + Q_-), \quad (5)$$

$$\frac{B}{Y} = \frac{1}{2} (Q_+ - Q_-); \quad (6)$$

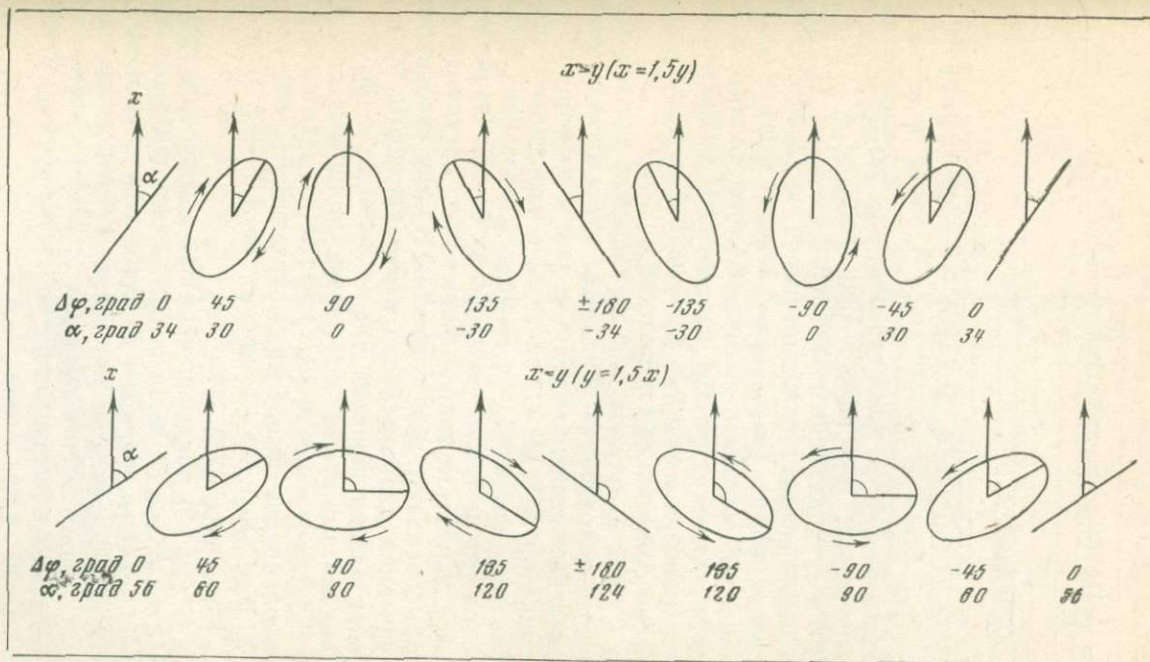


Рис. 1. Изменения формы и ориентации эллипса при изменениях разности фаз $\Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_y$ и значениях $q = X/Y \leq 1$

$$\sin 2\alpha = \frac{2q \cos \Delta\varphi}{Q_+ \cdot Q_-} \text{ или } \cos 2\alpha = \frac{q^2 - 1}{Q_+ \cdot Q_-}; \quad (7)$$

$$\varphi_\alpha = \frac{1}{2} \left\{ (\varphi_x + \varphi_y) + \arcsin \left[\frac{(q^2 - 1) \sin \Delta\varphi}{Q_+ \cdot Q_-} \right] \right\}. \quad (8)$$

Введем обозначения

$$Q_+ = \sqrt{q^2 + 1 + 2q \sin \Delta\varphi}, \quad Q_- = \sqrt{q^2 + 1 - 2q \sin \Delta\varphi}, \quad \Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_y.$$

Выписанные равенства использованы для построения палеток, предназначенных для определения величин A/Y , B/Y или B/A и углов α и φ_α по заданным значениям $q = X/Y$ и $\Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_y$.

Для получения наглядного представления о характере изменчивости эллипсов на рис. 1 показано изменение формы, ориентации и направления вращения радиуса-вектора эллипса с изменением значения разности фаз $\Delta\varphi$, рассмотрены эллипсы с двумя значениями параметра q : $q > 1$ и $q_1 = 1/q < 1$.

II. Приведем описание самих палеток.

Палетка I (рис. 2) служит для определения длины большой полуоси эллипса поляризации. Ординаты точек кривых, соответствующие заданным значениям $\Delta\varphi$ и q , равны значениям безразмерного отношения A/Y , из которого при известном Y определяется A . Значения аргумента $\Delta\varphi$ меняются в пределах $0^\circ < \Delta\varphi < 90^\circ$, значения параметра q — в пределах $0-8,5$. Ординаты точек кривых, соответствующих значениям аргумента $\pm\Delta\varphi$, $\pm(180^\circ - \varphi\Delta)$, совпадают друг с другом. В силу сказанного палетка, вычерченная для интервала изменения $\Delta\varphi(0, 90^\circ)$, пригодна для определения значения A/Y от -180 до $+180^\circ$.

Между ординатами кривых со значениями параметра q и $q_1 = 1/q$ существует соотношение $(A/Y)_q = q(A/Y)_{1/q}$, которое может быть использовано для определения значений A/Y при больших значениях q . При $q=0$ $A/Y=1$; при $q \rightarrow \infty$ $A/Y \rightarrow q$. При $\Delta\varphi=0$ $A/Y = \sqrt{q^2 + 1}$ и при $\Delta\varphi = \pi/2$ $A/Y = q$.

Палетка II (рис. 3) предназначена для определения значений отношения длин полуосей эллипса B/A , из которого при известном A можно получить значение B . Ординаты точек кривых палетки, отвечающих заданным значениям $\Delta\varphi$ и q равны искомой величине B/A , меняющейся в пределах от 0 до 1. Значения аргумента $\Delta\varphi$ меняются в интервале $0-90^\circ$, значения параметра q — в интервале $0-10$.

Ординаты точек со значениями аргумента $\pm\Delta\varphi$, $\pm(180^\circ - \Delta\varphi)$ равны друг другу, и поэтому палетка пригодна для определения значений B/A в расширенном интервале от -180 до 180° .

Кривые со значениями параметра q и $q_1 = 1/q$ накладываются друг на друга: $(B/A)_q = (B/A)_{1/q}$.

Рис. 2. Палетка I. Кривые зависимости значений отношений A/Y от разности фаз $\Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_y$ при разных значениях параметра $q = X/Y$

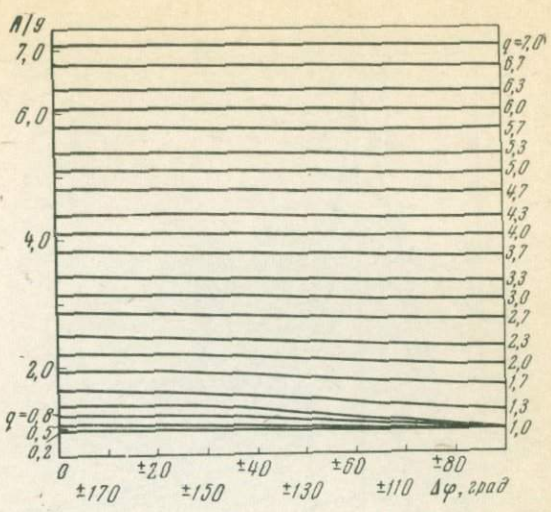
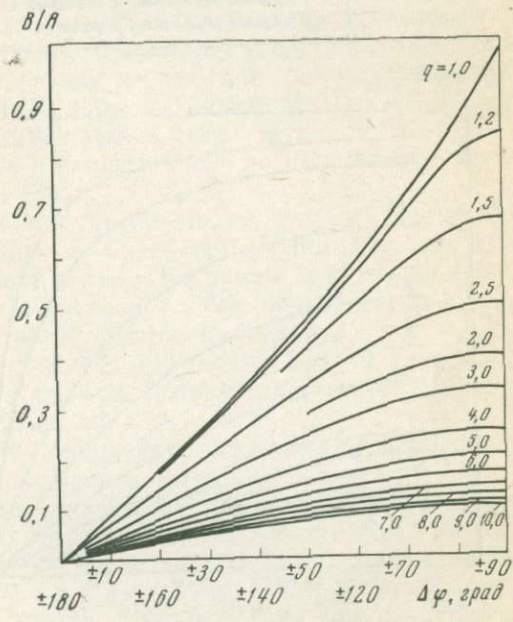


Рис. 3. Палетка II. Кривые зависимости значений отношения B/A от разности фаз $\Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_y$ при разных значениях параметра $q = X/Y$. Случай $q > 1$



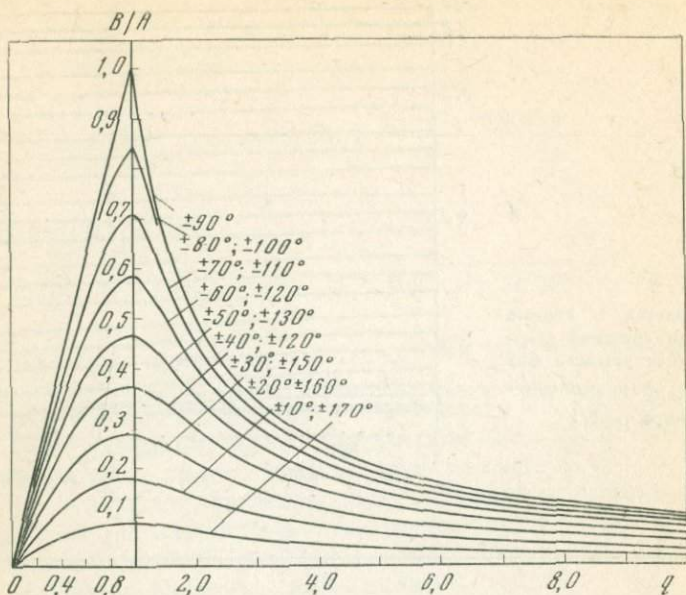
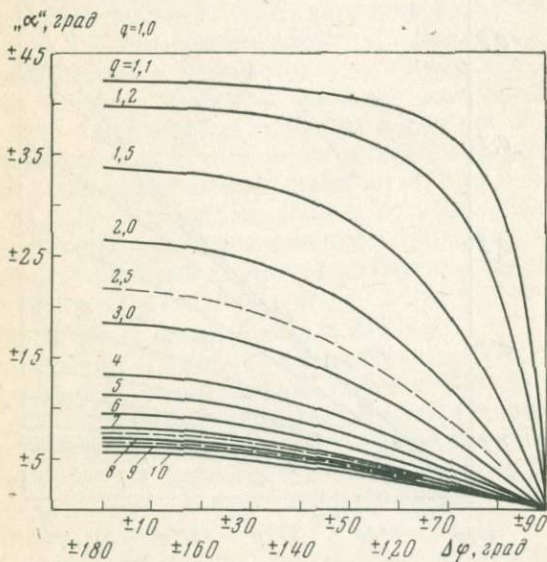


Рис. 4. Палетка III. Кривые зависимости значений отношения B/A от переменной $q=X/Y$ при разных значениях параметра $\Delta\varphi=\varphi_x-\varphi_y$



ис. 5. Палетка IV. Кривые зависимости значений угла « α » от разности фаз $\Delta\varphi=\varphi_x-\varphi_y$ при разных значениях параметра $q=X/Y$. Случай $q>1$

Значения азимута $\alpha = \langle \alpha \rangle$ при $|\Delta\varphi| < 90^\circ$ и $\langle \alpha \rangle$ при $|\Delta\varphi| > 90^\circ$ в области $q > 1$ и $\alpha = 90^\circ - \langle \alpha \rangle$ при $|\Delta\varphi| < 90^\circ$ и $90^\circ + \langle \alpha \rangle$ при $|\Delta\varphi| > 90^\circ$ в области $q < 1$

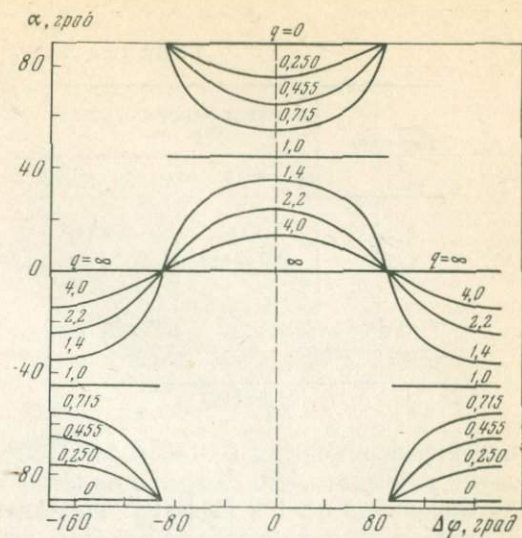


Рис. 6. Общий вид семейства кривых $\alpha=f(\Delta\varphi)$

При $q=0$ и $q \rightarrow \infty$ значение $B/A=0$ (линейная поляризация). При $\Delta\varphi=0$ (линейная поляризация) $B/A=0$. При $\Delta\varphi=\pi/2$ значение $B/A=q$ при $q<1$ и $B/A=1/q$ при $q>1$.

Палетка III (рис. 4) так же, как палетка II, предназначена для определения значений отношения длин полуосей эллипса B/A , однако в данном случае переменная q — аргумент, а $\Delta\varphi$ — параметр. Одновременная работа с палетками II и III позволяет уточнять и проверять получаемый результат.

Значения аргумента q меняются от 0 до 10, значения параметра $\Delta\varphi$ — от -180 до $+180^\circ$.

Каждая кривая (исключая верхнюю) отвечает четырем значениям параметра: $\pm\Delta\varphi$, $\pm(180^\circ-\Delta\varphi)$. Ординаты точек кривых со значениями аргумента q и $q_1=1/q$ равны друг другу: $(B/A)_q=(B/A)_{1/q}$. Последним равенством удобно пользоваться для определения значений B/A при больших значениях q .

При $q=0$ и $q \rightarrow \infty$ $B/A=0$; при $\Delta\varphi=0$ $B/A=0$. При $\Delta\varphi=\pi/2$ кривая превращается в прямую $B/A=q$ в области $q<1$ и в гиперболу $B/A=1/q$ в области $q>1$.

Палетка IV (рис. 5) предназначена для определения значения азимута большой оси эллипса α .

На палетке значения аргумента $\Delta\varphi$ меняются в пределах от -90 до $+90^\circ$, значения параметра q — в пределах от 1 до 10. При $q \rightarrow \infty$ $\alpha \rightarrow 0$ (эллипс вырождается в отрезок прямой, наложенный на ось x); при $q=1$ и $\Delta\varphi \neq \pi/2$ $\alpha=45^\circ$. При одновременном выполнении равенств $q=1$ и $\Delta\varphi=\pi/2$ (круговая поляризация) значение α становится неопределенным.

В силу свойств симметрии кривых « α » $_{\Delta\varphi}=\alpha_{-\Delta\varphi}$ и « α » $_{\Delta\varphi}=\alpha_{(180^\circ-\Delta\varphi)}$ и справедливости равенства « α » $_q=\alpha_{1/q}$ палетка IV может быть использована для работы в расширенном диапазоне

Таблица 1

Параметр	Интервал изменения разности фаз, град	
	от -90 до $+90$	от $+90$ до -180
$q > 1$	« α »	$-«\alpha»$
$q < 1$	$90^\circ - «\alpha»$	$90^\circ + «\alpha»$

Примечание. « α » — значения угла, снятые с палетки.

изменения переменных ($-180^\circ < \Delta\varphi < 180^\circ$ и $0 < q < \infty$). При этом следует учитывать, что снятые с палетки значения угла « α » только в интервале $q > 1$ и $|\Delta\varphi| < 90^\circ$ совпадают с действительными значениями азимутального угла. При использовании палетки в расширенном диапазоне для значений азимута α большой оси эллипса следует пользоваться данными, приведенными в табл. 1.

Поведение угла α становится ясным при рассмотрении рис. 1, изображающего изменение ориентации эллипса, или рис. 6, представляющего общий вид семейства кривых $\alpha = f(\Delta\varphi)$.

Палетка V (рис. 7) так же, как палетка IV служит для определения значений азимутального угла α . Она отличается от предыдущей палетки изменением положения аргумента и параметра.

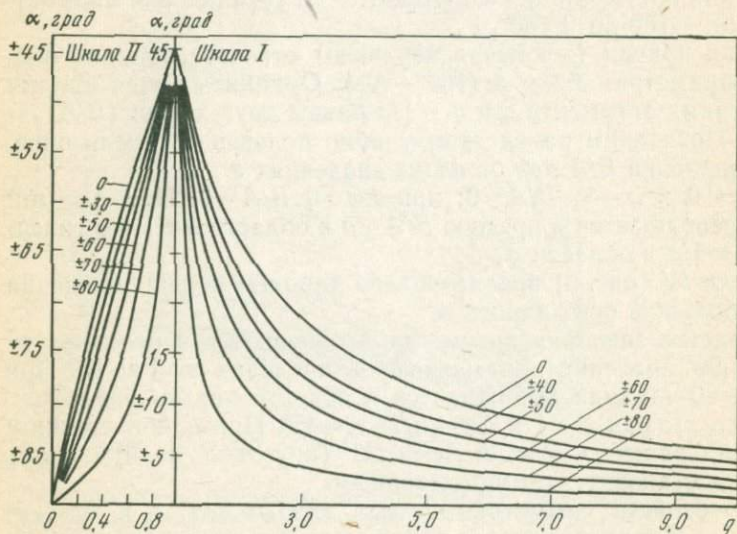


Рис. 7. Палетка V. Кривые зависимости значений угла α от переменной $q = X/Y$

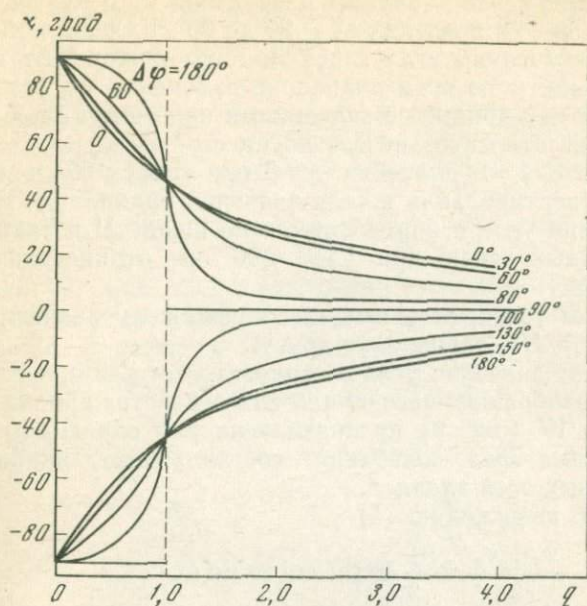


Рис. 8. Общий вид семейства кривых $\alpha = f(q)$

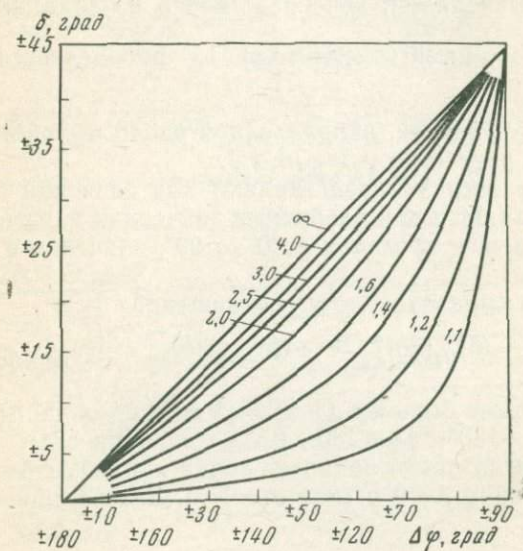


Рис. 9. Палетка VI. Кривые зависимости значений величины $\delta = \frac{1}{2} \arcsin(\cos 2\alpha \cdot \sin \Delta\varphi)$ от переменной $\Delta\varphi$ при разных значениях параметра q . Величина δ — второе слагаемое в выражении фазы φ_α

Значения аргумента q заданы в пределах от 0 до 10, значения параметра $\Delta\varphi$ — в пределах от -90° до 90° . Каждая кривая отвечает двум значениям угла $\pm\Delta\varphi$. Палетка может быть использована для работы во всем диапазоне изменения $\Delta\varphi$ (от -180° до $+180^\circ$), так как кривые со значениями параметра $\Delta\varphi$ и $180^\circ - \Delta\varphi$ симметричны относительно оси абсцисс.

В области $q > 1$ значения $\alpha > 0$ при $|\Delta\varphi| < 90^\circ$ и $\alpha < 0$ при $|\Delta\varphi| > 90^\circ$ (вертикальная шкала значений ординат 1). В области $q < 1$ значения угла α определяются по шкале II и также имеют положительный знак при $|\Delta\varphi| < 90^\circ$ и отрицательный при $|\Delta\varphi| > 90^\circ$.

Ординаты точек, отвечающих сопряженным значениям аргумента q и $q_1 = 1/q$, равны друг другу.

Поведение значения угла α становится ясным при рассмотрении рис. 8, изображающего общий вид семейства кривых $\alpha = f(q)$.

Палетка VI (рис. 9) предназначена для определения значений начальных фаз колебаний составляющих, направленных вдоль главных осей эллипса.

Согласно выражению (5)

$$\varphi_\alpha = \frac{\varphi_x + \varphi_y}{2} + \frac{1}{2} \arcsin(\cos 2\alpha \sin \Delta\varphi)$$

значение фазы составляющей, направленной вдоль большой оси эллипса φ_α , определяется двумя слагаемыми. Первое из них — $\frac{\varphi_x + \varphi_y}{2}$ — вычисляется непосредственно из заданных φ_x и φ_y , второе — $\delta = \frac{1}{2} \arcsin(\cos 2\alpha \sin \Delta\varphi)$ — определяется при помощи палетки.

Фаза составляющей, направленной вдоль малой оси эллипса, находится из равенства $\varphi_b = \varphi_\alpha \pm \pi/2$.

Кривые палетки VI представляют ход значений δ с изменением аргумента $\Delta\varphi$ и при различных значениях параметра q . Значения $\Delta\varphi$ заданы в пределах от 0 до 90° , значения q — в пределах от 1 до ∞ .

Благодаря справедливости соотношений

$$(\delta)_q = -(\delta)_{1/q}; (\delta)_{\Delta\varphi} = -(\delta)_{-\Delta\varphi}; (\delta)_{\Delta\varphi} = (\delta)_{180^\circ - \Delta\varphi}$$

палетка VI может быть использована во всей области изменения переменных: $-180^\circ < \Delta\varphi < 180^\circ$, $0 \leq q < \infty$. При этом абсолютное значение δ всегда равно ординате точки кривой, отвечающей заданным значениям $\Delta\varphi$ и q (или $q_1 = 1/q$). Знак δ определяется из условий:

$$\delta > 0 \text{ при а) } q > 1 \text{ и } \Delta\varphi > 0,$$

$$\text{б) } q < 1 \text{ и } \Delta\varphi < 0;$$

$\delta < 0$ при а) $q > 1$ и $\Delta\varphi < 0$,

б) $q < 1$ и $\Delta\varphi > 0$.

В случае $|\Delta\varphi| < 90^\circ$ значения абсциссы устанавливаются по верхней горизонтальной шкале, в случае $|\Delta\varphi| > 90^\circ$ — по нижней.

Ход кривых δ во всем диапазоне изменения переменных показан на рис. 10.

Значения δ и φ_a для некоторых частных значений q и $\Delta\varphi$ показаны в табл. 2.

Палетка VII (рис. 11) представляет ход зависимости значения слагаемого фазы δ от аргумента q при различных значениях параметра $\Delta\varphi$. Значения q заданы в пределах от 0 до 10, значения $\Delta\varphi$ — в пределах от -180 до $+180^\circ$.

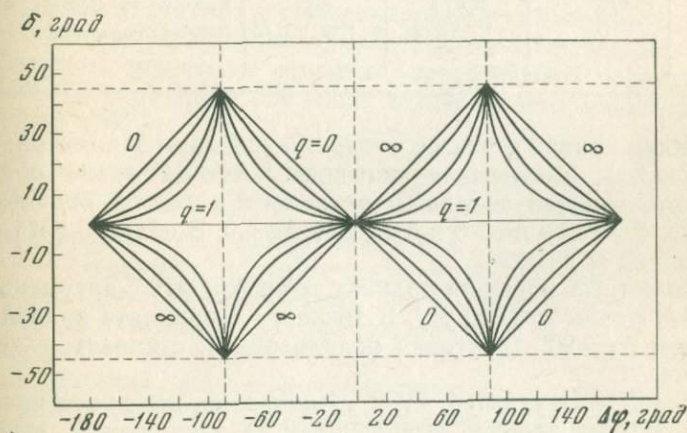


Рис. 10. Общий вид семейства кривых $\delta = f(\Delta\varphi)$

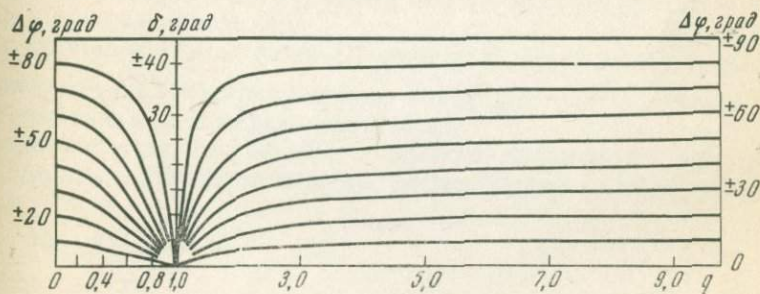


Рис. 11. Палетка VII. Кривые зависимости значений величины $\delta = \frac{1}{2} \arcsin(\cos 2\alpha \cdot \sin \Delta\varphi)$ от переменной q при разных значениях параметра $\Delta\varphi$

q	$\Delta\varphi$	δ	φ_a	Примечание
∞	$-\pi/2, \pi/2$	$\Delta\varphi/2$	φ_x	Линейная поляризация вдоль оси x
0	$-\pi/2, \pi/2$	$\frac{\pi}{2}$ $-\Delta\varphi/2$	φ_y	Линейная поляризация вдоль оси y
1	$\pm\pi/2$	Неопределенно	Неопределенно	Круговая поляризация
1	$\neq \pm\pi/2$	$0, \pm\pi/2$	$\frac{\varphi_x + \varphi_y}{2}$; $\frac{\varphi_x + \varphi_y}{2} \pm \frac{\pi}{2}$	То же
$q > 1$	$\pm\pi/2$	$\pm\pi/4$	φ_x	Большая ось совпадает с осью x
$q < 1$	$\pm\pi/2$	$\pm\pi/4$	φ_y	Большая ось совпадает с осью y
$q \geq 1$	0	$0, \pm\pi/2$	$\varphi_x; \varphi_x \pm \pi/2$	Линейная поляризация

Каждая кривая отвечает четырем значениям параметра: $\pm\Delta\varphi, \pm(180^\circ - \Delta\varphi)$. Абсолютное значение δ всегда равно ординате точки, отвечающей заданным значениям q и $\Delta\varphi$. В области $q > 1$ значение $\delta > 0$ при $\Delta\varphi > 0$ и $\delta < 0$ при $\Delta\varphi < 0$. В области $q < 1$ знак δ меняется на обратный.

Абсолютные значения ординат точек кривых с аргументами q и $q_1 = 1/q$ равны друг другу. В точке $q = 1$ ордината кривой с параметром $\Delta\varphi = 90^\circ$ (круговая поляризация) становится неопределенной.

Работа с палетками I, IV и VI показала, что представленные на них кривые удобнее вычерчивать на двух листах отдельно для значений параметров $q > 1$ и $q < 1$.

ОЦЕНКА ЧИСЛА СЛОЕВ ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЕЗА ПРИ ИНТЕРПРЕТАЦИИ КРИВЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЗОНДИРОВАНИЙ

Л. Н. ПОРОХОВА

В [1, 2] разрабатывается алгоритм интерпретации кривых магнитотеллурических зондирований, в основу которых положены идеи статистическо-информационной теории оптимального приема. В дальнейшем в работе [3] предложен алгоритм для интерпретации любого вида электромагнитных зондирований, но в упомянутых работах решение задачи ищется при закреплённом параметре N — числе слоев геоэлектрического разреза.

В настоящей статье рассматривается случай, когда N отыскивается совместно с другими неизвестными параметрами разреза.

Напомним некоторые основные теоретические предпосылки предлагаемого решения обратной задачи электромагнитных зондирований (ЭМЗ).

1. Постановка обратной задачи следующая: требуется найти $\vec{\theta}$ и N геоэлектрического разреза, где N — число слоев; составляющие вектора $\vec{\theta}$ суть соответственно h_1, \dots, h_{N-1} — мощности; ρ_1, \dots, ρ_N — удельные сопротивления каждого из слоев, и вместе с N они образуют $2N$ неизвестных параметров, если дано:

1) набор кажущихся сопротивлений U_k^1 ($k=1, 2, \dots, K$, где K — число точек на кривой зондирования), полученный в результате наблюдений на дневной поверхности электромагнитного поля, возбуждаемого в Земле каким-либо источником в зависимости от модификаций зондирования, а также некоторой первичной обработки этих наблюдений;

2) решение прямой задачи ЭМЗ, т. е. аналитическая функция искоемых параметров $f(N, \vec{\theta})$, явный вид которой зависит от конкретного вида зондирования.

В интерпретируемом поле U_k наряду с детерминированной компонентной $f_k(N, \vec{\theta})$ присутствуют случайные ошибки, поэтому экспериментальный материал случайный.

Предполагается, что ошибки в области наблюдений, во-первых, нормальны, некоррелированы, центрированы с дисперсиями

$$\sigma_k^2 = \sigma^2 \cdot f_k^2(N, \vec{\theta})$$

1 Экспериментальными данными U_k могут служить и набор фаз, и сами компоненты поля, например, для некоторых источников в методе ЧЗ, и другие характеристики поля.

и, во-вторых, малы по сравнению с полезным сигналом, так что математическую модель экспериментального материала можно представить в виде

$$U_k = f_k(N, \vec{\theta}) + n_k.$$

Для определения $2N-1$ неизвестных параметров $\vec{\theta}_s$ ($s=1, 2, \dots, S$, а S — число неизвестных параметров) используется критерий максимального правдоподобия, который, как известно из теории математической статистики [4], приводит к асимптотически (при достаточно большом объеме выборки U_k) несмещенным (обладающим минимальной дисперсией) и нормальным оценкам.

Функция правдоподобия будет иметь вид

$$L(N, \vec{\theta}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)^k} \prod_{k=1}^K f_k(N, \vec{\theta})} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^K \left(\frac{U_k - f_k(N, \vec{\theta})}{f_k(N, \vec{\theta})} \right)^2 \right].$$

В качестве решения принимаются те значения параметров, при которых $L(N, \vec{\theta})$ или, что то же самое, $\ln L(N, \vec{\theta})$ достигают максимума.

Условие функции $\ln L(N, \vec{\theta})$ на экстремум приводит к системе нелинейных уравнений, которая решается методом итераций Ньютона с заменой вторых производных их средними значениями, подобно тому как это делается в работе [5].

Параметры, найденные из решения системы линейных уравнений, случайные величины, которые в силу критерия максимального правдоподобия распределены нормально с нулевым средним. Поэтому погрешность интерпретации экспериментального материала U_k при заданных N и функции $f_k(N, \vec{\theta})$ полностью определится ковариационной матрицей (матрицей ошибок) совместных оценок искомых параметров.

Упомянутая матрица вычисляется следующим образом:

$$\| A_{ss'} \| = - \left\| \frac{\partial^2 \ln L(N, \vec{\theta})}{\partial \theta_s \partial \theta_{s'}} \right\|;$$

где $s, s' = 1, 2, \dots, S$, а $\theta_s, \theta_{s'}$ — параметры разреза; N фиксировано. Матрица ошибок симметрична, диагональные элементы ее представляют собой дисперсии соответствующих величин θ_s ; недиагональные элементы этой матрицы характеризуют степень зависимости параметров. Если внедиагональные члены $A_{ss'} > 1$, то соответствующие параметры по-разному влияют на поле и определяются легко и устойчиво. Параметры, для которых элементы матрицы близки к единице, совместно неразличимы, так как ва-

риация одного из них влечет за собой вариацию другого, а поле $f(N, \vec{\theta})$ не меняется. Анализ матрицы ошибок при заданном N расширяет установленное в практике экспериментальных зондирований понятие эквивалентности, ибо элементы ее обнаруживают все имеющиеся зависимости между параметрами разреза и характеризуют предельные возможности методов электромагнитных зондирований в рамках выбранной модели.

II. Совместный поиск параметров разреза и числа слоев производится по следующей схеме.

1. Выбирается исходная точка в виде минимально допустимого значения числа слоев N и задается послойное распределение параметров. Чаще всего для полевых кривых можно задавать $N=3$, т. е. изучаемый разрез заменяется трехслойным эквивалентом. Определяются оценки параметров $\hat{h}_1, \hat{\rho}_1, \hat{h}_2, \hat{\rho}_2$ и $\hat{\rho}_3$. Фиксируется максимальное значение логарифма правдоподобия $\ln L_{N=3}$ при $N=3$.

2. Далее предполагается $N=4$. Теперь вычисления проводятся в два этапа. На первом этапе выбирается исходная точка для четырехслойной структуры. Для этого сначала расслаивается первый горизонт. Сопrotивление первого слоя новой структуры задается равным оценке $\hat{\rho}_1$, определенной при $N=3$, за ρ_2 принимается исходное значение ρ_1 , а величина $h_1=h_2$ и равна половине мощности \hat{h}_1 первого слоя, оцененной в случае трехслойного разреза. Находятся оценки четырех параметров, вновь образованных горизонтов ($\hat{h}_1, \hat{\rho}_1, \hat{h}_2, \hat{\rho}_2$) при остальных параметрах ($\hat{h}_3, \hat{\rho}_3, \hat{\rho}_4$), найденных из предыдущих вычислений. Определяется значение логарифма функции правдоподобия. Так как это промежуточное вычисление, обозначим его через l_1 .

Далее сравниваются величины l_1 и $\ln L_{N=3}$, при $l_1 = \ln L_{N=3}$ следует вернуться к прежней структуре и расслаивать по описанной выше схеме второй горизонт. Если $l_2 = \ln L_{N=3}$, то решением задачи будет $N=3$,

Если же либо $l_1 > \ln L_{N=3}$, либо $l_2 > q(\vec{\theta}, N=3)$, то переходим ко второму этапу вычислений, а именно к уточнению всех параметров четырехслойной структуры путем их совместной вариации. Значение $\ln L_{N=4}$, полученное при этом, фиксируется.

3. Затем предполагается, что $N=5$. Аналогично предыдущему случаю последовательно расслаивается каждый горизонт до тех пор, пока какое-либо из значений l_p (p — текущий номер расслаиваемого горизонта) не станет больше величины $\ln L(N, \vec{\theta})$ при $N=4$. Если везде выполняется равенство, то в качестве решения принимается $N=4$, в противном случае следует переходить к совместной вариации девяти параметров пятислойного разреза и продолжать процесс итераций при $N=6$.

После определения параметров шестислойной структуры делается предположение, что $N=7$ и т. д.

Таким образом, на каждом шаге происходит наращивание числа слоев. Сперва поочередно расслаиваются горизонты, и каждый раз сравнивается l_p с величиной логарифма максимального правдоподобия, полученного при числе слоев на номер меньше. Причем с целью экономии машинного времени, слои, параметры которых от шага к шагу не меняют своих значений, дробить не следует. Процесс расслаивания следует продолжать до тех пор, пока найдется хоть один из горизонтов, для которых выполняется неравенство.

Тогда в первую очередь определяются параметры вновь образованных слоев, при этом параметры прочих слоев фиксируются ранее вычисленными значениями. После чего начинается процесс взаимного уточнения всех параметров N -слойного разреза.

Наращивание N следует прекратить, когда функция $\ln L(N, \vec{\theta})$ стабилизировалась в пределах заданного уровня. В качестве оценки числа слоев следует принять $N=p$, соответствующее стабилизированному значению $\ln L_{N=p}$ при совместном отыскании параметров разреза и числа слоев.

III. Описанная процедура совместного поиска числа слоев положена в основу программы, составленной на Алголе-60, и отлаженной системы команд на ЭВМ типа БЭСМ-4.

Вычисления детерминированной функции $f(N, \vec{\theta})$ и ее производных по всем параметрам оформлены в виде процедур, что делает программу универсальной, так как эти процедуры могут быть легко заменены в зависимости от модификации электромагнитных зондирований. Использование же языка Алгол-60 позволяет проводить интерпретацию на машинах с любой системой команд.

Опробование алгоритма проводилось на примере интерпретации кривых магнитотеллурического зондирования (МТЗ).

Для этого типа зондирования значения функции $f(N, \vec{\theta})$ вычисляются по известной формуле для кажущегося сопротивления в случае плоской волны и горизонтальнослоистой структуры.

Таблица 1

Число слоев, N	Удельное сопротивление, ом·м						Мощность, км					Примечание
	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5	ρ_6	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	
3	5	2,8	400	—	—	—	0,4	15	—	—	—	Исходная точка
6	5,113	33,66	2,47	25,9	2,01	409	0,187	0,635	2,09	2,86	8,23	Результат интерпретации
6	5	40	2,5	20	20	400	0,2	0,6	2,2	3	8	Истинные значения

В качестве примера была использована шестислойная модель с известными параметрами (табл. 1).

Значения кажущихся сопротивлений для этой модели при помощи специальной программы были осложнены случайными ошибками, подчиняющимися нормальному закону распределения, с математическим ожиданием, равным нулю, и с некоторыми известными σ_r^2 . Исходная точка задавалась при $N=3$. Параметры приведены в табл. 1.

На рис. 1 показана зависимость функции, пропорциональной $\ln L(N, \vec{\theta})$, от N . Как видно из графика, в промежутке $3 \leq N \leq 5$ $\ln L(N, \vec{\theta})$ быстро растет. При дальнейшем наращивании N возрастание замедляется, и при $N=6$ кривая выходит на асимптоту, соответствующую величине правдоподобия при действительных значениях параметров.

Опираясь на выбранный критерий, а именно на стабилизацию функции правдоподобия в пределах заданного уровня, в качестве решения можно принять любое число, начиная с $N=6$. Кривые зондирования, сосчитанные по результатам проведенной интерпретации при $N=3; 4; 5; 6; 7$, изображены на рис. 2. Крестиками обозначены экспериментальные значения заданной шестислойной модели. Сравнивая рис. 1 и 2, можно видеть, что стабилизация

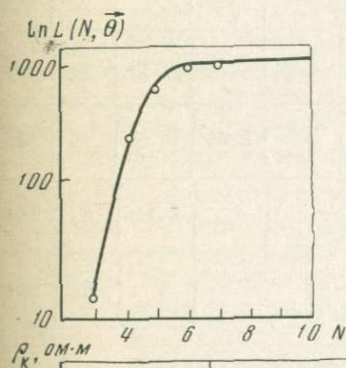


Рис. 1. Зависимость $\ln L(N, \vec{\theta})$ от числа слоев

Рис. 2. Приближение искомой кривой зондирования к действительной при вариации числа слоев N

Цифры на кривых показывают число слоев

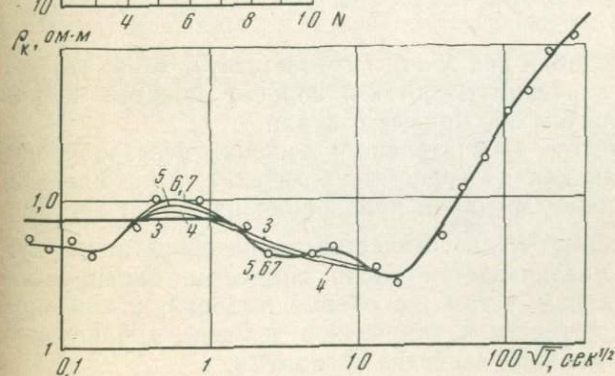


Таблица 2

ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5	ρ_6	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	Параметр	Относительная ошибка γ , %
1	0,23	0,079	0,032	0,016	0,002	0,44	0,27	0,042	0,32	0,23	ρ_1	2
	1	0,46	0,19	0,093	0,0096	0,976	0,98	0,25	0,19	0,16	ρ_2	80
		1	0,56	0,29	0,023	0,37	0,73	0,67	0,55	0,42	ρ_3	11
			1	0,77	0,039	0,153	0,33	0,988	0,9994	0,919	ρ_4	2000
				1	0,16	0,077	0,17	0,71	0,82	0,96	ρ_5	41
					1	0,076	0,016	0,03	0,10	0,16	ρ_6	60
						1	0,84	0,20	0,15	0,11	h_1	14
							1	0,41	0,33	0,25	h_2	14
								1	0,98	0,38	h_3	130
									1	0,91	h_4	240
										1	h_5	65

функции правдоподобия при $N=6, 7$ соответствует тому, что экспериментальные значения (крестики) хорошо ложатся на найденные кривые, причем обе кривые совпали.

Однако в качестве окончательного решения целесообразней выбрать $N=6$, так как дальнейшее увеличение числа слоев не влияет ни на величину функции правдоподобия, ни на детерминированную функцию $f(N, \theta)$. Качество же интерпретации ухудшается, так как увеличивается число совместно варьируемых параметров при одном и том же объеме выборки; в конечном счете это может привести к нарушению условий, при которых сохраняются оптимальные свойства алгоритма.

Оценки параметров при $N=6$ приняли значения, которые практически совпали с действительными (см. табл. 1).

Ковариационная матрица найденных оценок параметров приведена в табл. 2. Ее анализ показывает, что, несмотря на хорошее совпадение полученного геоэлектрического разреза с действительным, решение задачи неустойчиво, так как коэффициенты корреляции, выделенные жирным шрифтом, для многих параметров близки к единице. А потому и относительные погрешности

$\gamma_s = \frac{\sqrt{A_{ss}}}{\theta_s}$ в определении этих параметров [2] недопустимо велики (см. табл. 2).

Удовлетворительный результат получен случайно (оценки максимального правдоподобия случайные величины) благодаря тому, что исходная точка выбрана достаточно близко к решению.

При реализации алгоритма на практике встречается много трудностей: во-первых, аппаратура, регистрирующая естественные электромагнитные поля, ограничивает интервал периодов, необходимый для оценки всех неизвестных параметров; во-вторых, зачастую присутствуют систематические ошибки, связанные с поверхностными неоднородностями среды; в-третьих, разброс экспериментальных точек бывает значительно выше, чем на модели. Все это приводит к тому, что стабилизация значений функции правдоподобия не во всех случаях является удачным критерием окончания процедуры совместного поиска параметров разреза и числа слоев N , ибо погрешности в определении параметров могут быть недопустимо большими, несмотря на то что теоретическая кривая достаточно хорошо совпала с экспериментальной. В тех случаях, когда параметры коррелируют между собой, при совместном поиске $\vec{\theta}$ и N можно рекомендовать ориентироваться не на стабилизацию функции правдоподобия, а на возможность добиться того, чтобы при данной выборке экспериментального материала U_k искомые параметры были бы лишь незначительно коррелированы. Это уменьшит число варьируемых параметров и приведет, во-первых, к устойчивости решения обратной задачи электромагнитных зондирований, во-вторых, к снижению погрешности определения искомым параметров.

Таким образом, для раскорреляции параметров и выбора числа слоев N в качестве пороговых условий можно задавать некоторые максимально допустимые значения дисперсий искомым параметров. Однако при этом следует помнить, что экспериментальное и найденное поля могут, вообще говоря, и не совпадать.

Литература

1. Ф. М. Гольцман, А. А. Ковтун, Л. Н. Порохова. Вопросы машинной интерпретации кривых МТЗ.—Изв. АН СССР, Физика Земли, 1969, № 4.
2. Л. Н. Порохова, А. А. Ковтун. Исследование эффективности интерпретации экспериментальных кривых МТЗ.—Прикладная геофизика, 1970, № 61.
3. Л. Н. Порохова. Решение обратной задачи электромагнитных зондирований.— В сб. «Статистические методы интерпретации геофизических наблюдений». Изд-во ЛГУ, 1969.
4. Г. Крамер. Математические методы статистики. М., ИЛ., 1948.
5. Т. Б. Калинина, Ф. М. Гольцман. Статистический алгоритм интерпретации и его применение для решения обратной задачи магниторазведки. — Изв. АН СССР, Физика Земли, 1967, № 7.

МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ЗАПАДНОЙ ЧАСТИ РУССКОЙ ПЛАТФОРМЫ

Н. В. ЛИПСКАЯ, Н. А. ДЕНИСКИН, Н. Н. НИКИФОРОВА,
Е. П. ХОТЬКО, Ю. Н. КУЗНЕЦОВ

1. В течение 1964—1969 гг. Институтом физики Земли АН СССР в содружестве с Сектором физики Земли АН БССР проводились исследования вариаций естественного электромагнитного поля Земли с целью построения глубинных геоэлектрических разрезов методом магнитотеллурического зондирования, а также получения данных об особенностях поведения естественного электромагнитного поля в районах с различным геологическим строением. Помимо названных учреждений в сборе материалов наблюдения в отдельные годы принимали участие сотрудники Белглавгеологии, обсерватории ЛО ИЗМИРАН «Красное» и полевой отряд ГИН АН СССР.

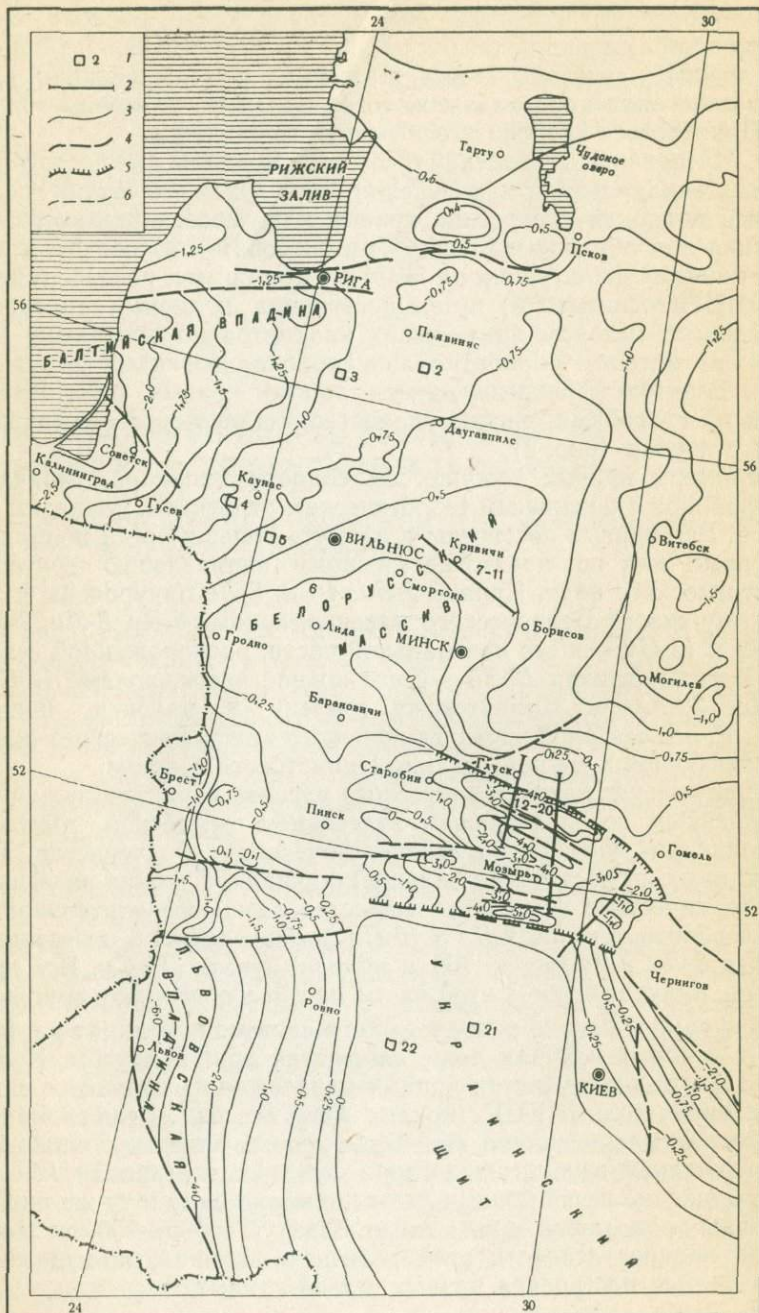
Работы проводились на Белорусском кристаллическом массиве, на его западном склоне, в Припятском грабене и на Украинском щите. Наблюдения поля были поставлены на геомагнитных обсерваториях «Красное» ($\varphi=60^{\circ}30'$, $\lambda=20^{\circ}30'$), «Плещеницы» ($\varphi=54^{\circ}30'$, $\lambda=27^{\circ}53'$), на временных опорных пунктах, работающих в продолжении 1—1,5 месяцев, на кратковременных (1—2 недели) стоянках передвижной аппаратуры. На всех пунктах наблюдения применялась однотипная магнитостатическая аппаратура. Записи длиннопериодных вариаций производились круглосуточно, а короткопериодных колебаний (КПК) — в утренние часы местного времени. В ряде пунктов была поставлена регистрация вариаций с периодами от 0,025 до 10 сек на индукционных станциях конструкции ИФЗ.

Записи поля производились одновременно на нескольких пунктах и увязывались друг с другом при помощи длительно действующих базисных точек или обсерваторий. Схема расположения пунктов наблюдения показана на рис. 1 в виде профилей (сплошные линии) и отдельных точек. На схеме нанесены изолинии глубины залегания кристаллического фундамента, показаны границы Припятского грабена и оси основных разломов.

2. Материалы наблюдений были использованы для построения кривых зондирования и получения общих характеристик поля. Записи поля для построения кривых кажущегося удельного сопротивления обрабатывались тремя способами: а) способом математической фильтрации на ЭВМ по программе, разработанной во ВНИИгеофизики; б) путем построения полярных диаграмм импедансов методом наименьших квадратов по программе ВЦ МГУ; в) методом обработки линейнополяризованных вариаций поля. Взаимно перекрывающиеся участки кривых, построенные разными способами, вполне удовлетворительно согласовывались друг с другом (рис. 2).

Примеры кривых кажущегося сопротивления ρ_k , типичных для районов с различным геологическим строением, показаны на рис. 3. Все кривые построены в азимуте больших осей полярных диаграмм или по преимущественному направлению векторов электрического поля. Кривые *3-Би*, *4-Са*, *5-Ле* приурочены к западному склону Белорусского массива, кривые *6-Во*, *8-Ли*, *9-Кр*, *10-Пл* и *11-См* — к его центральной части, расположенной севернее Минска, кривая *12-Зб* — к его южной части, кривые *18-Сос*, *19-До*, *20-Ю* — к Припятскому грабену и, наконец, кривая *21-К. Р.* — к северной части Украинского кристаллического щита, примыкающей к южной границе Припятского грабена.

Центральная часть Белорусского массива характеризуется ненарушенным горизонтальным залеганием осадочной толщи с постоянными значениями геоэлектрических характеристик, выдержанных на достаточно большой площади. Глубина залегания кристаллического фундамента меняется здесь незначительно: от 480 м вблизи пунктов *9-Кр* и *10-Пл* до 500—520 м в окрестности пункта *8-Ли* и примерно 700 м вблизи пункта *11-См*. Все кривые ρ_k , приуроченные к этой части массива повторяют друг друга по форме и близко расположены в системе координат ρ_k, \sqrt{T} , а в некоторых случаях даже сливаются друг с другом. К ним тесно примыкают участки кривых близлежащих пунктов с записями одних только КПК (кривые *Ком*, *Го*, *Ку*). Высота максимумов рассматриваемого семейства кривых заметно понижается с увеличением глубины залегания фундамента (кривая *11-См*). Ниспадающие ветви кривых дают примерно одну и ту же оценку глубины проводящей зоны мантии, близкую к 600—700 км. Некоторая неопределенность этой величины вызвана, по-видимому, неточностью построения правых ветвей кривых.



Западный склон Белорусского массива полого погружается в сторону Балтийского моря в северо-западном и западном направлениях. Залегание пород спокойное. Вблизи пунктов наблюдения поля *3-Би*, *5-Ле* глубина залегания фундамента составляет примерно 1000—1200 м. Приуроченные к этому склону кривые ρ_k расположены значительно ниже кривых, соответствующих центральной части массива. Только одна из них имеет отчетливо выраженную ниспадающую ветвь. Две другие только достигают максимума или выполаживаются. Положение и форма кривых позволяют считать, что и в этом районе глубина проводящей зоны мантии близка к 500—700 км.

Кривая *12-3б*, относящаяся к пункту, расположенному в южной части массива, по форме и положению на бланке близка к кривым западного склона. Кристаллический фундамент залегает здесь на глубине 800—900 м и имеет слабый уклон на восток. Глубина проводящей зоны мантии, определяемая по правой ветви кривой *12-3б*, равна примерно 500—600 км.

Просмотр кривых, приуроченных к центральной части массива и его склонам, показал, что полученные по разным кривым оценки глубины проводящей зоны мантии оказались близкими друг другу. Таким образом, эти первые результаты интерпретации кривых не содержат явных противоречий.

Припятский грабен характеризуется очень сложным строением. Осадочная толща, разбитая на блоки многочисленными зонами разломов и сбросов, меняет на небольшой площади свою мощность от двух до пяти километров. В прибортовых участках грабена глубина кристаллического фундамента изменяется скачком от 500—700 м на массиве до нескольких километров в северной зоне грабена и от нулевых отметок на Украинском щите до 5—6 км в южной зоне грабена. В первом приближении осадочная толща может быть представлена в виде трех комплексов слоев: 1) верхнего с удельным сопротивлением от нескольких десятков омметров вблизи поверхности до 1—2 ом·м у подошвы; 2) мощным солевым комплексом высокого сопротивления до 1000 ом·м и более и 3) подсолевым комплексом низкого сопротивления порядка 1 ом·м и более. Неровная поверхность кровли солевого комплекса, осложненная многочисленными куполообразными поднятиями и структурами, вызывает изменение мощности верхнего проводящего комплекса, что приводит к значительным изменениям значений суммарной продольной проводимости S всей осадочной толщи. Все это сказывается на форме и расположении кривых зондирования.

Рис. 1. Карта рельефа кристаллического фундамента с профилями и точками наблюдений

1 — пункт наблюдения; 2 — профиль; 3 — изолиния глубины кристаллического фундамента; 4 — граница Припятского грабена; 5 — оси основных разломов.

Остальные обозначения в тексте

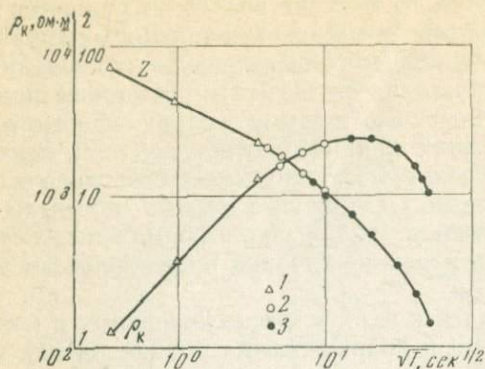


Рис. 2. Пример построения кривых импеданса и кажущегося удельного сопротивления для района Плещеницы

1 — запись поля на индукционной станции (данные Н. П. Владимиров); 2 — обработка способом математической фильтрации на ЭВМ; 3 — обработка линейно поляризованных вариаций

Не задаваясь целью подробно рассматривать результаты магнитотеллурических зондирований в грабене, мы ограничиваемся здесь показом только нескольких кривых ρ_k , а именно: кривой 20-Ю, относящейся к зоне с очень высоким значением продольной проводимости порядка 1800 mo , кривой 19-До, приуроченной к зоне со средним значением S примерно 1200 mo , и кривой 18-Сос в пункте, расположенном вблизи зоны разлома ($S \sim 700 mo$). Опущенная ниже всех кривая 20-10 имеет хорошо выраженную ниспадающую ветвь, дающую оценку глубины проводящего слоя в 50 км. Кривые 19-До и 18-Сос не имеют правых ветвей и достигают только своего максимума или области выполаживания. Учитывая положение этих кривых, можно предположить, что проводящий слой залегает здесь глубже, чем в пункте 20-Ю.

Сопоставляя результаты, полученные в Припятском грабене и на Белорусском массиве, мы замечаем резкое расхождение найденных в обоих случаях оценок глубины проводящей зоны. Если считать результаты зондирования достоверными, то такое расхождение можно объяснить только появлением в районе Припяти новой зоны высокой проводимости, лежащей много ближе к поверхности, чем обнаруженная ранее. Можно предполагать, при этом, что только из-за ограниченности кривых со стороны длинных периодов первая глубинная зона в настоящем случае оказалась незамеченной.

Выше всех лежит кривая, относящаяся к пункту 21-К. Р., расположенному на выходах на поверхность кристаллических пород Украинского щита. Значение S здесь следует считать близким к нулю или первым единицам mo . Положение кривой на логарифмическом бланке свидетельствует о том, что глубина проводящей зоны не может быть меньше 1500 км, что выпадает из всех определений, сделанных выше.

Нам представляется, что последнее чрезмерно высокое значение глубины проводящей зоны, а также отмеченные ранее зна-

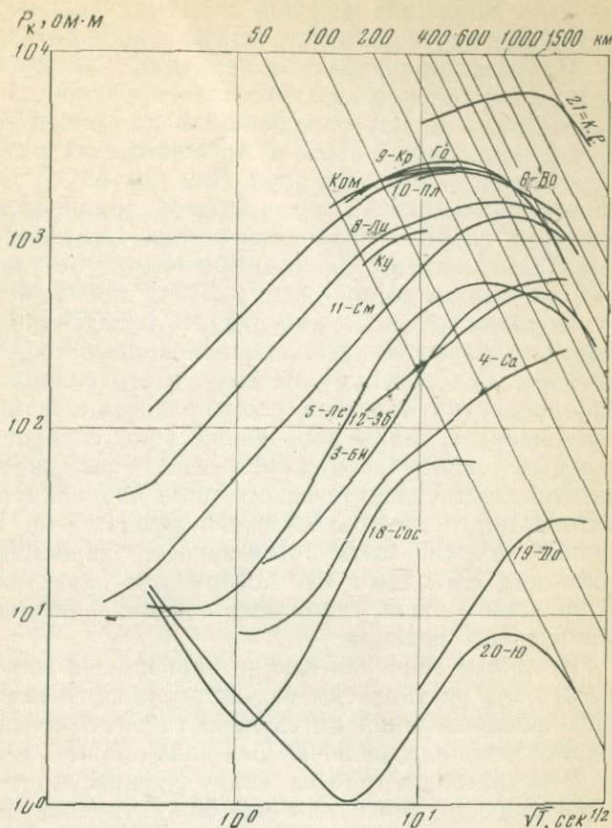


Рис. 3. Кривые кажущегося удельного сопротивления

чительные колебания ее оценок, связанные с переходом от района с одним геологическим строением к другому, не отражают действительного распределения глубин проводящей зоны и вызваны специфическими особенностями метода магнитотеллурического зондирования.

Широко известный факт неравномерного распределения интенсивности вариаций электрического поля всех периодов в верхнем слое Земли, чрезвычайно неоднородном по своим электрическим свойствам, вносит некоторый фактор неопределенности в наблюдаемые величины. Канализация токов в зонах с высокими значениями проводимости приводит к общему понижению напряженности поля в этих зонах и относительному повышению ее в зонах высокого сопротивления. Можно ожидать, что наибольшим искажениям подвергаются вариации длинных периодов, для которых при однородном строении верхний слой был бы проз-

рачным. Вариации, несущие информацию только о верхнем слое, отражают картину более близкую к действительности.

Связь длиннопериодных вариаций с распределением электрических параметров верхнего слоя проявляется в существовании зависимости между определяемой по кривой зондирования глубиной проводящей зоны и значениями суммарной продольной проводимости верхнего слоя. Чем больше S , тем ниже располагается ниспадающая ветвь кривой зондирования, тем меньше значение глубины проводящей зоны. Эти факты, вероятно, уже признаны многими, однако, при оценке результатов зондирования в большом регионе имеет смысл подчеркнуть их еще раз.

Подводя итоги, можно сделать следующие выводы: подобие формы и близость расположения кривых зондирования, относящихся к Белорусскому массиву и его склонам, подтверждают однородность геоэлектрического разреза в этом регионе. Найденные оценки глубины проводящей зоны следует считать относительными, ввиду возможного общего искажения (завышения) интенсивности электрического поля над областью приподнятого высокоомного кристаллического фундамента. Еще более завышенной должна быть интенсивность вариаций электрического поля над выходами на поверхность кристаллических пород Украинского щита, граничащего с зоной низкого сопротивления Припятского грабена.

Истинные значения глубин проводящей зоны в этих регионах могут быть установлены только после получения отчетливой картины распределения интенсивности электрического поля на обширной площади, включающей район нашего исследования.

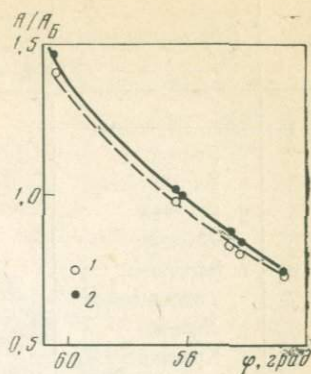
В Припятском грабене, ввиду сложности его строения, задача глубинного зондирования еще более трудная. Вопрос о возможности глубинных исследований в зонах значительных поверхностных неоднородностей должен решаться особо.

3. Полученный нами материал регистраций естественного поля послужил основой для определения некоторых, представляющих интерес для МТЗ характеристик поля. Результаты исследования не претендуют на полноту ввиду ограниченности сроков наблюдения и охваченной площади. Рассматривались только те вариации поля, которые обычно использовались при построении кривых зондирования в диапазоне периодов 20—100 сек и 5—60 мин.

А. С целью оценки степени однородности первичного поля изучалось пространственное распределение амплитуд колебаний и значение азимута горизонтальной составляющей геомагнитного поля, наименее возмущенной источниками внутреннего происхождения.

При сопоставлении линейно поляризованных длиннопериодных вариаций (5—60 мин), записанных синхронно в августе 1969 г. на точках профиля обсерватория «Красное» — Светло-

Рис. 4. Кривые зависимости интенсивности вариаций геомагнитного поля от широты (интенсивность поля в Биржае принята за единицу)
 1 — по полному вектору; 2 — по компоненте H_x



горск, обнаружилось полное совпадение (с точностью до первых градусов) ориентации векторов поля на всем профиле, и была установлена картина убывания амплитуд синхронно записанных вариаций с широтой (рис. 4). На расстоянии около 800 км амплитуда упала примерно в 2 раза. Градиент поля заметно уменьшился с приближением к южной части профиля. В районе наших работ изменение поля оказалось незначительным. Заметной зависимости интенсивности вариаций от долготы не наблюдалось.

Амплитуды горизонтальных составляющих поля всех периодов на профиле в центре массива, близком к широтному направлению, совпали друг с другом на всех пунктах на расстоянии около 200 км. Амплитуды вариаций на профиле через Припятский грабен менялись в пределах 15% от пункта к пункту внутри грабена и упали на 30—40% на его бортах (восточная составляющая). Большинство векторов линейно-поляризованных вариаций геомагнитного поля легло внутри общего для всех пунктов наблюдений раствора азимутальных углов, ограниченного пределами 110—180°. Там же расположились большие оси эллипсов для эллиптически поляризованных вариаций. Согласно имеющимся сведениям подобная же ориентация векторов геомагнитного поля наблюдается в обсерватории «Борок», в Днепровско-Донецкой впадине, обсерватории «Одесса» и других пунктах (таблица). В литературе отмечается наличие суточного хода в ориентации векторов магнитных вариаций вокруг некоторого фиксированного, характерного для данного района направления. Обнаруженная нами тенденция в ориентации векторов подтверждает существование некоторого общего для всей площади работ среднего преимущественного направления геомагнитных векторов, лежащего между азимутами 140—160°. Ограниченные сроки записи не дают нам возможности утверждать, что установленная ориентация векторов всегда сохраняется неизменной. В материалах регистрации поля были отмечены немногочисленные случаи

№ шт	Пункт наблюдения	Азимут в диапазоне периодов				Азимут вектора Визе
		Е		Н		
		20—100 сек	5—60 мин	20—100 сек	5—60 мин	
1	обс. «Красное»				110—140	
2	с. Ванаги				110—140	
3	г. Биржай		40—60		130—160	180
4	с. Саснава		60—80		130—170	121
5	с. Леленис		40—70		110—170	
6	г. Вороново		50—90		140—180	—90
7	с. Тимошковици					—176
8	с. Липово		40—70		120—160	180
9	с. Кривичи		50—120		130—180	—178
10	обс. «Плещеницы»		30—120		130—180	—100
11	с. Смольницы					—20
12	с. Зборск	37—64	30—65	116—158	120—160	
13	с. Глуск	23—64		135—164		
14	с. Стасевка					0
15	с. Косаричи					—25
16	г. Светлогорск				110—140	
17	с. Озаричи					—63
18	с. Сосновка	41—70		135—164		
19	с. Домановичи	30—69	50—70	116—164	120—170	—84
20	с. Юровичи	40—84	70—110	116—172	140—210	—93
21	с. Красная Речка		35—50		120—180	—40
22	г. Корец		30—40		120—165	—79
23	с. Проходы	40—70		116—166		
24	с. Чернин	37—73		135—169		
25	с. Виша	21—58		116—162		
26	с. Замощаны	40—67		116—164		
27	с. Гулевичи	23—68		116—168		
28	с. Ломыш	35—72		116—164		
29	г. Наровля	23—46		116—162		
30	обс. «Одесса»		60—85		130—170	
31	обс. «Борок»			142		
32	Днепровско- Донецкая впадина					
	Бортовая зона	90	20	172	144	
	Грабен	90	104	180	170	

вариаций, выпадающих из этого общего правила. Единообразие преимущественной ориентации векторов можно объяснить причинами только регионального характера или положением внешнего источника поля.

Б. Как и следовало ожидать, характеристики электрического поля не оказались столь выдержанными, однако, и в них обна-

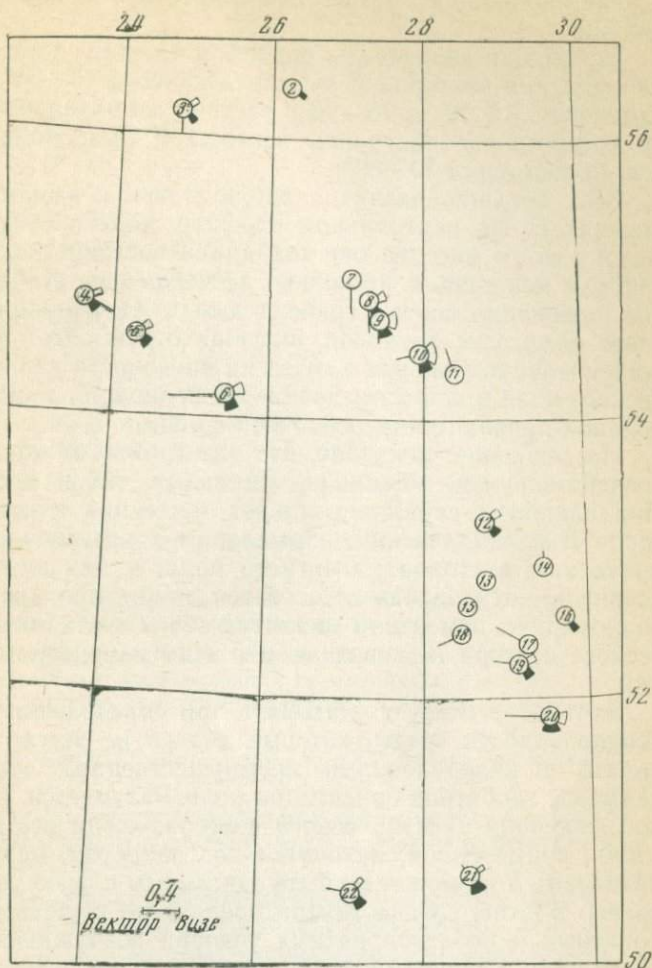


Рис. 5. Схема расположения преимущественных направлений векторов электрического и магнитного полей и векторов Визе

ружились черты, общие для всего района работ. Постоянная для всей площади ориентация векторов геомагнитного поля в какой-то мере определила характер ориентации электрического поля. Почти все векторы поля E оказались лежащими в первой и третьей четвертях азимутальных углов. Средние значения их азимутов отличаются на $85-110^\circ$ от среднего значения азимутов магнитного вектора, в чем сказывается вызванная внешним полем тенденция расположиться по нормали к вектору H . Влияние местных

условий проявилось в отклонениях вектора E от этой общей тенденции.

Не выходя за пределы первой и третьей четвертей, средние направления векторов E менялись на угол $40-50^\circ$. Значительно изменялся (от 10 до $70-90^\circ$) раствор азимутального угла, внутри которого располагались векторы E (для поля H этот угол всегда составлял $30-60^\circ$).

Еще бóльшие различия наблюдались в амплитудах составляющих E . На центральном профиле геологически однородного Белорусского массива они сохраняли постоянство, но на бортах грабена менялись в несколько десятков раз. Наблюдалось резкое понижение внутри грабена амплитуд вариаций электрического поля всех периодов, включая бухты. Этот факт подтверждает наше положение о связи интенсивности вариаций электрического поля в широком диапазоне периодов со значениями продольной проводимости осадочной толщи.

Исследование показало, что электрическое поле подвержено воздействию как общих региональных, так и местных причин. Под влиянием первых возникает тенденция к ориентации векторов E в направлении, нормальном к преимущественному направлению векторов магнитного поля, а под влиянием вторых возникают отклонения от этой тенденции, проявляющиеся в неравномерном изменении амплитуд обеих составляющих электрического вектора и в связанном с этим изменением его ориентации.

Этот факт следует учитывать при определении главных осей неоднородности среды, которые далеко не всегда должны совпадать с направлениями преимущественной ориентации или наименее вероятной ориентации поля. Разумеется, в случае жесткой фиксации электрического вектора, когда все другие ориентации, кроме одной, находятся под запретом, разрешенное направление E не может не быть связанным с осью неоднородности среды. В этом случае можно предвидеть существование благоприятных и неблагоприятных условий возбуждения электрического поля в зависимости от ориентации магнитного вектора.

В. Помимо исследования характеристик поля были вычислены стрелы индукции Визе в пунктах с записями длиннопериодных вариаций поля [1] (рис. 5 и таблица 1). В пунктах с жестко фиксированным направлением E стрелы индукции стремятся стать в направление, близкое к нормальному электрическому полю. В пунктах с меняющейся ориентацией E это правило не выдерживается.

Литература

1. H. Wiese. Geomagnetische Tiefentellurik. Berlin, Akad.-Verl., 1965.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	5
<i>Н. В. Липская.</i> Некоторые закономерности распространения неоднородного поля в горизонтально однородной среде	7
<i>Д. Н. Четаев.</i> К теории естественного электромагнитного поля Земли	15
<i>Н. М. Альтгаузен.</i> О поляризации падающего естественного электромагнитного поля	40
<i>М. Г. Савин.</i> К расчету взаимного влияния магнитосферы и Земли на распространение естественного электромагнитного поля	47
<i>В. И. Дмитриев, Н. В. Гущина, Н. В. Липская, А. Шиманьский.</i> Кривые магнитотеллурического зондирования в двухслойной среде с негоризонтальным залеганием поверхности идеально проводящего основания	54
<i>А. А. Ковтун, М. А. Каган.</i> Поле кольцевого тока на поверхности многослойной Земли	65
<i>Н. П. Владимиров.</i> Результаты использования высокочастотных вариаций естественного электромагнитного поля для решения задач структурной геологии	76
<i>С. М. Крылов.</i> Использование электромагнитных резонансов полости Земля—ионосфера в магнитотеллурических зондированиях	85
<i>Н. А. Денискин, В. А. Воронин.</i> Некоторые сведения о короткопериодных вариаций электромагнитного поля Земли в районе дрейфа станции «СП-13»	96
<i>Н. В. Липская, Н. Н. Никифорова.</i> Некоторые характеристики Sq -вариаций электромагнитного поля Земли по материалам геофизической станции АН БССР «Плещеницы»	102
<i>Н. В. Липская.</i> Палетки для определения параметров эллипсов поляризации синусоидальных колебаний естественного электромагнитного поля	112
<i>Л. Н. Порохова.</i> Оценка числа слоев геоэлектрического разреза при интерпретации кривых электромагнитных зондирований	125
<i>Н. В. Липская, Н. А. Денискин, Н. Н. Никифорова, Е. П. Хотько, Ю. Н. Кузнецов.</i> Магнитотеллурические исследования в западной части Русской платформы	135

Некоторые закономерности распространения неоднородного поля в горизонтально эднородной среде. Липская Н. В.—Сб. «Естественное электромагнитное поле и исследования внутреннего строения Земли». Изд-во «Наука», 1971 г., 7—15

Рассмотрено влияние на результаты магнитотеллурического зондирования неоднородной формы падающего поля. Подстилающая среда — горизонтально-слоистая. Поле обладает шестью отличными от нуля компонентами. Учет неоднородностей поля приводит к необходимости пересмотра методики и аппарата интерпретации экспериментальных данных.

Иллюстраций 1, библиогр. 12 назв.

К теории естественного электромагнитного поля Земли. Четаев Д. Н.—Сб. «Естественное электромагнитное поле и исследования внутреннего строения Земли». Изд-во «Наука», 1971 г., 15—39.

Развивается метод расчета электромагнитных полей в анизотропных средах в потенциалах при помощи обобщенных условий Лоренца для плазмы в магнитном поле. Этот метод позволяет регуляризовать процесс удовлетворения крайним условиям для плоскостной среды за счет усложнения формы решения и привлечения потенциалов, не порождающих поля. Дается способ расчета процесса прохождения плоских волн в слоистых гиротропных средах, представляющих свойства нижней магнитосферы, при произвольной ориентации постоянного магнитного поля относительно границ раздела, позволяющий учитывать вертикальную неоднородность среды, аппроксимируя ее пачкой однородных слоев. Отмечается сложность фазовых соотношений в просачивающемся поле, в частности, перпендикулярность осей эллипсов поляризации горизонтальных компонент электрического и магнитного векторов. Такой наклон, часто встречающийся при наблюдениях естественного электромагнитного поля на поверхности Земли, объясняющийся исключительно влиянием неоднородности земной коры в горизонтальном направлении, может быть связан, таким образом, с особенностями структуры поля, падающего на Землю.

Таблиц 4, библиогр. 15 назв.

О поляризации падающего естественного электромагнитного поля. Альтгаузен Н. М.—Сб. «Естественное электромагнитное поле и исследования внутреннего строения Земли.» Изд-во «Наука», 1971 г., 40—46.

Показано, что поляризация волн разных типов, распространяющихся в данном слое анизотропной пачки, определяется только исходными параметрами волны в первом слое пачки и свойствами данного слоя и не зависит от свойств среды, через которую распространяется волна до и после слоя. Электромагнитные свойства всей среды влияют на интенсивность волн разного типа в данном анизотропном слое.

Таблиц 2, иллюстраций 1, библиогр. 4 назв.

К расчету взаимного влияния магнитосферы и Земли на распространение естественного электромагнитного поля. Савин М. Г.—Сб. «Естественное электромагнитное поле и исследования внутреннего строения Земли». Изд-во «Наука», 1971 г. 47—54.

Рассчитывается теоретический пример распространения электромагнитных волн в трехслойной среде (гиротропная среда, диэлектрик и проводник), моделирующих свойства косо подмагниченной магнитосферной плазмы, воздуха и земной коры, при аппроксимации возбуждающего поля плоской волной альфеновского типа с волновым вектором, произвольно направленным в плоскости магнитного меридиана. Приводятся значения влияния поля на поверхности проводящего полупространства.

На основе расчетов делается вывод о том, что неортогональность главных осей эллипсов поляризации для электрического и магнитного векторов и различие эксцентриситетов этих эллипсов может объясняться лишь свойствами первичного поля, независимо от горизонтальных неоднородностей среды.

Таблиц 3, иллюстраций 5, библиогр. 5 назв.

УДК 550.375

Кривые магнитотеллурического зондирования в двухслойной среде с негоризонтальным залеганием поверхности идеально проводящего основания. Дмитриев В. И., Гущина Н. В., Липская Н. В., Шиманьский А.—Сб. «Естественное электромагнитное поле и исследования внутреннего строения Земли». Изд-во «Наука», 1971 г., 54—65.

Исследовано поле плоской монохроматической электромагнитной волны, распространяющейся в двухслойной среде с дискретно меняющейся глубиной идеально проводящего основания. Найдено аналитическое выражение составляющих поля, импеданса и кажущегося сопротивления вблизи и над двумерными структурами на поверхности основания (сброс, грабен, горст с вертикальными бортами). Выполнены численные расчеты и построены кривые, характеризующие поведение названных величин. Произведен анализ искажений кривых зондирования, обусловленных присутствием горизонтальных неоднородностей в среде.

Иллюстраций 6.

УДК 550.375

Поле кольцевого тока на поверхности многослойной Земли. Ковтун А. А., Каган М. А.—Сб. «Естественное электромагнитное поле и исследования внутреннего строения Земли». Изд-во «Наука», 1971 г., 65—75.

Исследуется решение задачи о поле кольцевого тока над многослойной сферической Землей с целью изучения возможностей МТЗ и МВЗ. Получены формулы, пригодные для расчета компонент поля в случае, когда высокоомный слой ($|k_1 r_1| \ll 1$) лежит на низкоомном ядре. Приведены расчеты компонент поля и импедансов для различных положений токового кольца и разных мощностей высокоомного слоя. Делаются выводы о возможности магнитовариационных и магнитотеллурических зондирований в рамках плоской Земли.

Иллюстраций 4, библиогр. 3 назв.

УДК 550.375

Результаты использования высокочастотных вариаций естественного электромагнитного поля для решения задач структурной геологии. Владимиров Н. П.—Сб. «Естественное электромагнитное поле и исследования внутреннего строения Земли». Изд-во «Наука», 1971 г., 76—85

Изложены результаты магнитотеллурических исследований в диапазоне периодов 0,03—100 сек на территории Припятской впадины. На ряде примеров показано, что кривые зондирования сильно искажены неровностями кристаллического фундамента и их количественная интерпретация становится невозможной. Кривые зондирования, полученные на неровном рельефе соленосных осадков (крутизна склонов до 15°), могут быть проинтерпретированы теоретическими геолетками, рассчитанными для горизонтальнослоистой среды по параметрам геоэлектрических разрезов скважин Припятской впадины.

Иллюстраций 4, библиогр. 7 назв.

УДК 550.375

Использование электромагнитных резонансов полости Земля — ионосфера в магнитотеллурических зондированиях. Крылов С. М.—Сб. «Естественное электромагнитное поле и исследования внутреннего строения Земли». Изд-во «Наука», 1971 г., 85—96.

Рассмотрены некоторые вопросы, возникающие при использовании электромагнитных полей, возбуждаемых молниевыми разрядами, для вычисления импедансов разреза в методе магнитотеллурического зондирования. Оценено, в частности, влияние ионосферы и слоистой Земли на величины постоянных распространения сверхнизкочастотных волн в плоском волноводе Земля — ионосфера и, следовательно, на степень искажения импедансов геологического разреза. Приведены некоторые экспериментальные данные.

Иллюстраций 5, библиогр. 6 назв.

УДК 550.375

Некоторые сведения о короткопериодных вариациях электромагнитного поля Земли в районе дрейфа станции «СП-13». Денискин Н. А., Воронин В. А.—Сб. «Естественное электромагнитное поле и исследования внутреннего строения Земли». Изд-во «Наука», 1971 г., 96—102.

Даны некоторые характеристики короткопериодных вариаций, которые были получены на дрейфующей станции «СП-13» в зимний период 1964—1965 гг. Рассмотрены в основном амплитуды, поляризация и суточные хода вариаций типа Pcl — Pс5.

Иллюстраций 5, библиогр. 4 назв.

УДК 550.375

Некоторые характеристики Sq-вариаций электромагнитного поля Земли по материалам геофизической станции АН БССР «Плещеницы». Липская Н. В., Никифорова Н. Н. Сб. «Естественное электромагнитное поле и исследования внутреннего строения Земли», Изд-во «Наука», 1971 г., 102—112.

Рассмотрены характеристики поля Sq-вариаций, полученные на основе результатов гармонического анализа записей двух электрических и трех магнитных компонент поля по наблюдениям за 1962 г. на геофизической станции «Плещеницы». Исследован годовой ход амплитуд и фаз первых гармоник Sq-вариаций, особенности поляризации электрических и магнитных компонент поля, а также характер взаимосвязи обоих полей.

Таблиц 2, иллюстраций 8, библиогр. 1 назв.

УДК 550.375

Палетки для определения параметров эллипсов поляризации синусоидальных колебаний естественного электромагнитного поля. Липская Н. В.—Сб. «Естественное электромагнитное поле и исследования внутреннего строения Земли». Изд-во «Наука», 1971 г. 112—124.

Предложен набор палеток для перевода измеренных амплитуд и фаз колебаний составляющих поля, направленных вдоль измерительных осей регистрационных установок, в значения параметров эллипсов поляризации поля. Палетки могут быть использованы при массовой обработке квазисинусоидальных колебаний поля.

Таблиц 2, иллюстраций 11.

УДК 550.375

Оценка числа слоев геоэлектрического разреза при интерпретации кривых электромагнитных зондирований. Порохова Л. Н.—Сб. «Естественное поле и исследования внутреннего строения Земли. Изд-во «Наука», 1971 г., 125—132.

Описана процедура вычислений, позволяющая оценить совместно с параметрами геоэлектрического разреза число слоев N . Одновременно проводится анализ ковариационной матрицы (матрицы ошибок) совместных оценок искомых параметров при выбранном N .

В качестве окончания процедуры вычислений предлагается два критерия в зависимости от постановки конкретной задачи: 1) стабилизация функции правдоподобия; 2) достижение некоторых пороговых условий, в качестве которых можно задавать максимально допустимые значения дисперсий искомых параметров. В работе приводится пример реализации предложенного алгоритма.

Таблиц 2, иллюстраций 2, библиогр. 5 назв.

УДК 550.375

Магнитотеллурические исследования в западной части Русской платформы. Липская Н. В., Денискин Н. А., Никифорова Н. Н., Хотько Е. П., Кузнецов Ю. Н.—Сб. «Естественное электромагнитное поле и исследования внутреннего строения Земли». Изд-во «Наука», 1971 г., 132—142.

Результаты магнитотеллурических исследований показали тесную зависимость между оценкой глубины S проводящей зоны мантии и величиной суммарной продольной проводимости S , что заставляет считать полученные оценки глубины относительными. Анализ поведения естественного электромагнитного поля на исследуемой территории свидетельствует об однородности горизонтальных компонент магнитного поля и резкой зависимости характеристик электрического поля от геоэлектрического строения.

Таблиц 1, иллюстраций 5, библиогр. 1 назв.

**Естественное электромагнитное поле
и исследования
внутреннего строения Земли**

Утверждено к печати
Институтом физики Земли
им. О. Ю. Шмидта Академии наук СССР

Редактор **И. Н. Николаева**
Технический редактор **Ю. В. Рылина**

Сдано в набор 16/III 1971 г.
Подписано к печати 1/VII-1971 г.
Формат 60×90^{1/16} Усл. печ. л. 9, 25
Уч.-изд. л. 7,5. Тираж 1150 экз.
Т-10627. Тип. зак. 4549. Бумага № 2
Цена 75 коп.

Издательство «Наука». Москва, К-62,
Подсосенский пер., д. 21
2-я типография Издательства «Наука».
Москва, Г-99, Шубинский пер., 10

ИСПРАВЛЕНИЯ И ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
8	15 сн.	e_n^i	e_n^e
15	1 сн.	электрической	диэлектрической
20	5 сн.	$\frac{\partial^2}{\varepsilon \partial y \partial x}$	$\frac{\partial^2}{\varepsilon \partial y \partial z}$
41	Ф-ла (5)	$\frac{\varepsilon \mp \varepsilon}{\varepsilon^2 - \varepsilon_\alpha^2}$	$\frac{\varepsilon \mp \varepsilon_\alpha}{\varepsilon^2 - \varepsilon_\alpha^2}$
73	Ф-ла (19)	h_i	h_1
126	9 сн.	$\left\ \frac{\partial^2 \ln L(N, \theta)}{\partial \theta_s \partial \theta_{s'}} \right\ $	$\left\ \frac{\partial^2 \ln L(N, \theta)}{\partial \theta_s \partial \theta_{s'}} \right\ ^{-1}$
135	Подпись к рис. 1	4 — 5 —	5 — 4 —

Естественное электромагнитное поле

75 коп.

1239

