РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК



# МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ СЕЙСМОДЕФОРМАЦИОННОГО МОНИТОРИНГА ТЕХНОГЕННЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И ГОРНЫХ УДАРОВ Том 2



	Вып. 25	
<b>ПРОЕКТЫ СО РАН</b>		
ИНТЕГРАЦИОННЫЕ		
	I	
		Issue 25

SB RAS INTEGRATED PROJECTS

RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES SIBERIAN BRANCH INSTITUTE OF MINING NOVOSIBIRSK BRANCH OF A. V. RZHANOV INSTITUTE OF SEMICONDUCTOR PHYSICS TDI OF APPLIED MICROELECTRONICS INSTITUTE OF LASER PHYSICS A. A. TROFIMUK INSTITUTE OF OIL-AND-GAS GEOLOGY AND GEOPHYSICS INSTITUTE OF COAL AND COAL CHEMISTRY TECHNOLOGICAL DESIGN INSTITUTE OF SCIENTIFIC INSTRUMENT-MAKING URAL BRANCH INSTITUTE OF MINING INSTITUTE OF GEOPHYSICS MINING INSTITUTE KOLA SCIENTIFIC CENTER MINING INSTITUTE MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF RISSIAN FEDERATION FEDERAL AGENCY OF EDUCATION NOVOSIBIRSK STATE TECHNICAL UNIVERSITY SIBERIAN STATE ACADEMY OF GEODESY NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE INSTITUTE OF MINING GEOLOGY. GEOPHYSICS AND SURVEYING

# METHODS AND INSTRUMENTS FOR SEISMIC-AND-DEFORMATION MONITORING OF TECHNOGENIC EARTHQUAKES AND ROCK-BURSTS

Volume 2

Editor Academician N. N. Melnikov



NOVOSIBIRSK PUBLISHING HOUSE OF THE SIBERIAN BRANCH OF THE RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES 2010

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ ИНСТИТУТ ГОРНОГО ДЕЛА НОВОСИБИРСКИЙ ФИЛИАЛ ИНСТИТУТА ФИЗИКИ ПОЛУПРОВОДНИКОВ им. А. В. РЖАНОВА КТИ ПРИКЛАДНОЙ МИКРОЭЛЕКТРОНИКИ ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНОЙ ФИЗИКИ ИНСТИТУТ НЕФТЕГАЗОВОЙ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ им. А. А. ТРОФИМУКА ИНСТИТУТ УГЛЯ И УГЛЕХИМИИ КТИ НАУЧНОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ ИНСТИТУТ ГОРНОГО ДЕЛА ИНСТИТУТ ГЕОФИЗИКИ ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ КОЛЬСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ ΦΕЛЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ СИБИРСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ ИНСТИТУТ ГОРНОЙ ГЕОЛОГИИ, ГЕОФИЗИКИ И МАРКШЕЙДЕРСКОГО ДЕЛА

# МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ СЕЙСМОДЕФОРМАЦИОННОГО МОНИТОРИНГА ТЕХНОГЕННЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И ГОРНЫХ УДАРОВ

Том 2

Ответственный редактор академик Н. Н. Мельников



НОВОСИБИРСК ИЗДАТЕЛЬСТВО СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК 2010 УЛК 550.3+55:531 ББК 26.21+26.3+38.58 M54

### Редакционная коллегия серии:

академик В. М. Фомин (главный редактор), академик Ю. И. Шокин, член-корреспондент РАН В. А. Ламин, член-корреспондент РАН В. Н. Опарин, доктор биологических наук В. В. Глупов, доктор экономических наук В. Ю. Малов, доктор химических наук В. П. Федин, кандидат физико-математических наук Н. Г. Никулин (ответственный секретарь)

### Серия основана в 2003 г.

Методы и системы сейсмодеформационного мониторинга техногенных землетрясений и горных ударов: Том 2 / [В. Н. Опарин и др.]; отв. ред. Н. Н. Мельников; Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т горного дела [и др.]. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2010. — 261 с. — (Интеграционные проекты СО РАН; вып. 25).

Монография посвящена разработке методов и созданию систем сейсмодеформационного мониторинга техногенных землетрясений и горных ударов для натурных исследований деформационноволновых процессов в блочных массивах горных пород. Рассмотрены вопросы описания поведения структурных геосред при упругом и неупругом деформировании, прикладные задачи, связанные с движением волн в таких средах. Представлены разработки измерительной аппаратуры и систем сейсмодеформационного мониторинга для рудников и шахт Сибири, Урала, Кольского полуострова, Донбасса (Украина).

Издание адресовано геомеханикам, геофизикам, научному и инженерно-техническому персоналу научно-исследовательских, проектно-изыскательских институтов, технологам горно-добывающих предприятий, разработчикам систем измерений деформаций и сейсмических сигналов в геосредах, будет полезна преподавателям, аспирантам и магистрантам университетов и вузов горного профиля.

Утверждено к печати

Ученым советом Института горного дела СО РАН Ученым советом Конструкторско-технологического института научного приборостроения СО РАН Ученым советом Института лазерной физики СО РАН

Реиензенты:

доктор физико-математических наук Л. А. Назаров, локтор геолого-минералогических наук А. Л. Лучков. доктор технических наук В. Л. Шкуратник

Авторы:

В. Н. Опарин, С. Н. Багаев, А. А. Маловичко, В. Л. Яковлев, А. А. Еременко, В. М. Серяков, И. Ф. Матвеев, А. В. Щетинин, О. В. Зотеев, А. В. Зубков, В. А. Орлов, Е. Н. Шер, В. Е. Миренков, А. И. Чанышев, В. М. Жигалкин, А. А. Барях, В. И. Асанов, В. А. Еременко, Д. А. Маловичко, В. И. Востриков, В. А. Сарайкин, Н. И. Александрова, О. М. Усольцева, И. Л. Паньков, М. Д. Парушкин, Ю. Н. Фомин, А. В. Серяков

> Работа выполнена в рамках интеграционного проекта СО РАН № 93 «Разработка методов и создание систем сейсмодеформационного мониторинга техногенных землетрясений и горных ударов» (2006—2008 гг.)

ISBN 978-5-7692-1134-8 (вып. 25) ISBN 978-5-7692-0669-6

- © Институт горного дела СО РАН, 2010
  - Новосибирский филиал института физики полупроводников им. А. В. Ржанова СО РАН КТИ прикладной
- микроэлектроники, 2010 © Институт лазерной физики СО РАН, 2010

- Онститут лазерной физики СО РАН, 2010
   Институт нефтегазовой геологии и геофизики им А. А. Трофимука СО РАН, 2010
   Институт угля и углехимии СО РАН, 2010
   КТИ научного приборостроения СО РАН, 2010
   Институт горного дела УрО РАН, 2010
   Институт геофизики УрО РАН, 2010
   Горный институт УрО РАН, 2010
   Горный институт КНЦ РАН, 2010
   Новосибирский государственный технический университет, 2010 2010
- Сибирская государственная геодезическая академия, 2010

© Оформление. Издательство СО РАН, 2010

<sup>©</sup> Институт горной геологии, геомеханики и маркшейдерского дела НАН Украины, 2010

### ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемый вниманию читателя второй том монографии, являющейся итогом выполнения междисциплинарного интеграционного проекта № 93 Сибирского отделения РАН с участием Уральского отделения РАН, Кольского научного центра РАН, Национальной Академии наук Украины, ряда высших учебных заведений г. Новосибирск, содержит продолжение изложения достигнутых результатов научного поиска в области нелинейной геомеханики, полученных коллективами институтов Горного дела и Лазерной физики Сибирского отделения РАН, Горного института Уральского отделения РАН с участием специалистов Заполярного филиала ОАО Горно-металлургическая компания «Норильский никель» и Таштагольского филиала ОАО «Евразруда» и не вошедших в первый том.

Во втором томе основное внимание уделено обобщению и развитию экспериментально-теоретической базы построения систем деформационно-волнового мониторинга техногенных землетрясений и горных ударов, обсуждению и объяснению полученных экспериментальных результатов. В основу создания мониторинговых систем в горном деле положены, в первую очередь, современные технические достижения научного приборостроения в области нелинейной геомеханики и геофизики, представленные в первом томе, а также потребность в учете включенности геомеханических пространств отрабатываемых месторождений полезных ископаемых в более общее — геодинамическое. В этом направлении наиболее значимые результаты достигнуты в совместных работах ИГД и ИЛФ СО РАН по интерпретации продольных и поперечных деформаций в структурах горного массива при натурных исследованиях нелинейных деформационно-волновых процессов в блочных геосредах, зарегистрированных с использованием многоканального измерительно-вычислительного комплекса типа МОЭД-1п для измерения смещений геоблоков, а также с помощью лазерного деформографа ИЛФ СО РАН, установленного в штольне на сейсмостанции «Талая» Байкальской рифтовой зоны.

Разработка экспериментально-методических основ решения проблемы контроля состояния горного массива, подверженного воздействию техногенных факторов, в условиях железорудных месторождений Кузбасса (Таштагол, Горная Шория), проведение экспериментальных исследований, установление корреляционных связей кинематических и динамических параметров активных и пассивных волновых полей с плотностью геодинамических проявлений (горные удары, техногенные землетрясения, внезапные выбросы угля и газа и др.) в горном массиве, изучение развития во времени и пространстве проявления в исследуемых параметрах упругих волн геодинамических процессов в горной среде на подрабатываемых территориях осуществлялся ИГД СО РАН совместно с ОАО «Евразруда».

Проведение высокоразрешающих деформационных и сейсмологических наблюдений пространственными группами в окрестностях тектонических нарушений на горно-добывающих предприятиях Урала и Сибири с установлением влияния солнечной активности на пульсирующие напряжения в верхней части земной коры на Урале, определение координат очагов сейсмических событий, а также их деформационных (сейсмический момент) и силовых (выделившаяся сейсмическая энергия) характеристик осуществлялось в институтах горно-геологического профиля Уральского отделения РАН (ГИ и ИГД). Картирование тектонических нарушений, построение моделей породного массива для этапов ведения горных работ, соответствующих периодам высокоразрешающих сейсмологических наблюдений, расчеты напряженно-деформированного состояния, обоснование критериев разрушения для пород тектонического нарушения, анализ пространственной и временной корреляции модельных очагов разрушения с сейсмичностью выполнялся в ГИ УрО РАН.

Крупные достижения в области разработки механико-математических основ описания нелинейных геомеханических процессов в напряженных блочных геосредах получены в ИГД СО РАН. Были проведены работы по механико-математическому моделированию особенностей распространения нелинейных упругих волн (волн маятникового типа) в одномерных структурах блочно-иерархических геосред, устойчивости слоистых откосов с позиции пластических деформаций, деформирования и разрушения первоначально изотропных сред с условием нарушения прочности Мизеса, исследованию совместно с ГИ УрО РАН напряженно-деформированного состояния образцов горных пород на запредельной стадии деформирования.

В выполнении исследований кроме авторов приняли участие от Института горного дела СО РАН — И. М. Абдулин, О. Е. Белоусова, Л. Л. Ефименко, А. С. Изотов, В. Н. Колтышев, О. В. Малеева, Е. И. Рахов, П. А. Цой, А. Г. Черников, В. Ф. Юшкин; Института лазерной физики СО РАН — В. М. Семибаламут, С. В. Панов, А. Ю. Рыбушкин; Горного института УрО РАН — Р. А. Дягилев, Ф. Г. Верхоланцев, Д. Ю. Шулаков.

Авторы выражают искреннюю признательность специалистам горных предприятий, содействовавшим в проведении экспериментальных работ на шахтах и рудниках Норильска, Таштагола и Горной Шории: Б. П. Бадтиеву, Е. А. Бабкину, И. Л. Громовой, В. К. Климко, А. В. Пестереву, В. В. Пивеню, В. Н. Филиппову, В. А. Штирцу, О. В. Шипееву.

# Глава 6

## МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАЗВИТИЯ И ПРИМЕНЕНИЯ МОНИТОРИНГОВОЙ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ УДАРООПАСНОСТИ И ТЕХНОГЕННЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ НА РУДНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЯХ ГОРНОЙ ШОРИИ

В последние годы на базе сейсмостанции «Таштагол» разработана автоматизированная система контроля геомеханического состояния массива горных пород при отработке удароопасного Шерегешевского месторождения. Это позволило оценить параметры наиболее мощных динамических явлений, зарегистрированных здесь. На их основе проведена оценка удароопасности участков месторождения с использованием энергетического критерия. При этом осуществлялись также: анализ влияния массы зарядов взрывчатых веществ, используемых для проведения массовых и технологических взрывов, на мощность динамических явлений; оценка степени влияния очистных работ на состояние выработок при динамических явлениях в различных горно-геологических условиях отработки Таштагольского и Шерегешевского железорудных месторождений; построение и анализ моделей деформирования горных пород, описывающих геомеханическое состояние массива горных пород и позволяющих установить возникновение и развитие в нем динамических явлений; а также разработка квазистатической модели действия взрыва на массив горных пород, которая на основе экспериментальных фактов о пространственно-временном распределении афтершоков Кочуринского землетрясения дала возможность оценить скорость распространения деформационных волн (волн маятникового типа) и время их прихода в наиболее удароопасные зоны массива. В результате была обоснована необходимость изучения явления формирования медленных деформационных волн, инициированных проведением массовых взрывов различной мощности.

### 6.1. УЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО ХАРАКТЕРА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ ПРИ ПРОГНОЗЕ УДАРООПАСНОСТИ

Подход к прогнозированию динамических явлений в массиве горных пород основан на пространственно-временном анализе и предложен в работах [1, 2]. Теоретической основой методики является двухстадийная модель разрушения [3—6], по сути, представляющая собой синтез кинетической и лавинно-неустойчивой моделей. Согласно ей, структурная неоднородность материала приводит к неравномерному распределению приложенной внешней нагрузки. В результате появляются области, вероятность разрушения которых в силу пониженного термоактивационного барьера выше средней для всего тела. Трещины, возникающие при разрушении таких случайно распределенных в пространстве объемов, стабилизируются на границах гетерогенности структуры. На первой стадии процесса происходит множественное дисперсное накопление невзаимодействующих трещин, размер которых определяется соответствующим рангом структурной неоднородности. В процессе накопления дефектов в некоторой области их концентрация случайным образом превышает среднее для всего тела значение.

При локальном достижении трещинами в данной области, называемой очагом разрушения, пороговой концентрации между трещинами возникает взаимодействие, что, в свою очередь, стимулирует дальнейшее дефектообразование. Формируются условия, при которых образуется дефект следующего ранга, соответствующего следующему размеру гетерогенности. Если в материале существует иерархия размеров блоков, присущая горным породам, то модель предполагает подобное развитие процесса разрушения на всех имеющихся масштабных уровнях. Появляющиеся в процессе нагружения дефекты можно представить в виде потока дискретных событий, каждое из которых характеризуется координатой на временной оси и в пространстве, а также размером соответствующего дефекта. Такому потоку можно сопоставить экспериментально зарегистрированную сейсмическую или акустоэмиссионную измерительную информацию, в которой характеристикой размера дефекта служат энергетические параметры сигнала.

Предлагаемый алгоритм прогнозирования включает:

а) выделение пространственных областей подготовки горного удара (кластера);

б) прогноз времени разрушения.

При определении областей подготовки разрушения используется процедура минимаксного расстояния, которая не зависит от масштаба и типа распределения события. В основе процедуры лежит поиск события, расстояние от которого до ближайшего центра кластера является максимальным. Если это расстояние больше некоторого среднего расстояния между центрами кластеров, то событие объявляется центром нового кластера или области подготовки горного удара. В качестве центра стартового кластера берется произвольное событие. Затем, в результате использования указанной процедуры, первым становится центр самого многочисленного по количеству динамических явлений кластера. По окончании процесса выделяются независимые друг от друга пространственные области подготовки крупного разрушения.

На основе экспериментальных исследований техногенной сейсмичности, возникающей при ведении горных работ в условиях удароопасного железорудного Шерегешевского месторождения Горно-Шорского филиала ОАО «Евразруда», разработана автоматизированная система непрерывного мониторинга и контроля состояния массива горных пород на базе сейсмостанции «Таштагол» (рис. 6.1). Структурная схема системы (рис. 6.2) включает семь сейсмических павильонов, подземные блоки телеметрической аппаратуры, устройства передачи данных, блок сбора и обработки телеметрической информации на поверхности и ряд другой аппаратуры.

Унификация измерительной аппаратуры позволила объединить сейсмические комплексы Таштагольского и Шерегешевского месторождений по сетевому принципу и получить качественно новые возможности сейсмического контроля потенциально опасных зон в подземных выработках. Система обеспечивает проведение регистрации и обработку микросейсмических событий как в результате проявления горного давления, так и после проведения технологических взрывов. На







*Рис. 6.2.* Структурная схема системы микросейсмического мониторинга Горно-Шорского филиала:

1 — геофоны; 2 — подземные блоки телеметрической аппаратуры; 3 — блок сбора телеметрической информации; 4 — аппаратура селекции и накопления сейсмосигналов; 5 — промежуточный сервер, обеспечивающий вход в волоконно-оптическую сеть; 6 — приемопередатчики; 7 — компьютер.

рис. 6.3 показан пример регистрации сейсмособытия (трехкомпонентная точка, павильон 5) по блоку № 9 при подрыве заряда массой BB, равной 140 т.

Установлено, что система мониторинга Горно-Шорского филиала позволяет давать оценку поля векторных скоростей распространения сейсмических колебаний в массиве горных пород шахтного поля месторождения. Для условий отработки Таштагольского месторождения с помощью методов кластерного анализа и рассмотрения геологических карт породного массива выделены области концентрации сейсмических событий при проведении промышленных взрывов и установлены особенности строения этих областей (рис. 6.4, см. вклейку).

Удароопасность участков массива определяется [7—9] путем рассмотрения времени активизации расположенных в них областей концентрации сейсмособытий, скоростей распространения волн деформаций до сейсмоактивных зон после взрывов, среднего энергетического класса входящих в кластер сейсмособытий. Выявлены следующие признаки формирования мощного динамического проявления в массиве: увеличение количества областей концентрации сейсмических событий на рассматриваемом участке; смещение областей концентрации сейсмособытий на нижний горизонт отрабатываемого этажа; формирование областей концен-



Рис. 6.3. Аксеперограммы колебаний у ствола (трехкомпонентная точка; 5-й сейсмопавильон).

трации сейсмособытий около крупных тектонических нарушений; уменьшение времени активизации и возрастание среднего энергетического класса для областей концентрации динамических явлений.

### 6.2. ГЕОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ ОТРАБОТКЕ РУДНЫХ УЧАСТКОВ НА ШЕРЕГЕШЕВСКОМ МЕСТОРОЖДЕНИИ

Шерегешевское месторождение разведано на глубину до 1 км. На горизонтах +325 м и ниже Главного участка общее падение рудного тела составляет 50—60°. Бо́льшая часть запасов участка сосредоточена в этажах (+325)—(+115) м, затем до

гор. –25 м происходит постепенное выклинивание 15 рудных тел. Средняя их мощность 19,5 м. Общая мощность рудной зоны 160—180 м. Магнетитовые руды, как правило, окружены скарнами.

На Болотном участке рудная зона падает под углом 55—60°. Основная часть запасов заключена в двух рудных телах вытянутой формы, расположенных примерно параллельно друг другу. Мощность их колеблется от 5 до 45 м. Со стороны лежачего бока на расстоянии 5—10 м от полевого штрека расположено крупное тектоническое нарушение с углом падения 85°.

На участке Новый Шерегеш рудная зона падает в среднем под углом 40—45°. На участке насчитывается более 10 рудных тел мощностью от 2 до 90 м, основная их часть расположена в интервале горизонтов +325 и +45 м.

На Подрусловом участке падение рудной зоны составляет 40—45°. Верхняя кромка рудных тел расположена в 300 м от поверхности. По падению рудные тела вытягиваются на 600 м. Мощность их колеблется от 2 до 40 м, средняя — 10 м (средняя горизонтальная мощность 25 м). Волнистый характер формы отдельных рудных тел приводит к тому, что угол их падения изменяется от 10 до 80°. Основная часть запасов на участке расположена в интервале горизонтов +255 и –165 м (рис. 6.5— 6.7).

Таким образом, геологическое строение каждого участка имеет отличительные черты. Угол падения рудной зоны постепенно выполаживается в направлении от участка Главный к участку Новая Промплощадка. Очистные работы достигли глубины 470 м, горно-капитальные — 600 м. В течение года проходится 435,5 м подготовительных и более 10000 м нарезных выработок, добывается 3,1 млн т руды.

Рассматривая условия отработки Шерегешевского месторождения, следует отметить следующие особенности: месторождение характеризуется наличием блоковой структуры и высокими тектоническими полями напряжений, в которых горизонтальные напряжения в 1,4-3,0 раза больше вертикальных; появление динамических явлений в форме микроударов 6-9 энергетического класса; увеличение объемов обрушения горных пород ( $8-10 \text{ м}^3$ ); вспучивание почвы и искривление рельсовых путей; наличие рудных и породных блоков-целиков, охранных целиков, пустот и реки на земной поверхности; около 80 % проявлений горного давления в динамической форме происходит на горизонте подсечки блоков, при оформлении компенсационных камер и ведении взрывных работ и др. (табл. 6.1).

Оценка степени удароопасности при подготовке и отработке блоков осуществляется следующими методами: естественного электромагнитного излучения, электрометрии, контурных реперов, щелевой разгрузки и математического моделирования. Однако данные методы не позволяют достаточно оперативно и качественно осуществлять прогнозирование и определять местоположение зон концентрации напряжений и динамических явлений. Поскольку в перспективе с переходом горных работ на более глубокие горизонты будет осуществляться отработка рудных запасов в предохранительных целиках и под рекой, то значение этой проблемы для безопасности работ будет существенно возрастать.

Для более точной оценки удароопасности горных пород на месторождении был использован энергетический критерий удароопасности  $K_E$ , характеризующий глобальное напряженное состояние среды в районе отработки [10]. За период 2006 г. на руднике на участках Болотный и Главный проведено три массовых





МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ СЕЙСМОДЕФОРМАЦИОННОГО МОНИТОРИНГА...





МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ СЕЙСМОДЕФОРМАЦИОННОГО МОНИТОРИНГА...

Таблица 6.1
Динамические явления на Шерегешевском месторождении

Дата	Динами- ческое явление	Место проявления	Характеристика динамического события, условия проявления	Примечание
1	2	3	4	5
18.01.05 г.	Толчок, 18 <sup>54</sup> ч	Вмещающий массив участка Главный	Толчок ощущался в шахте и на поверхности. Сейсмо- станцией «Таштагол» зареги- стрировано событие энерге- тическим классом 6,5. Разру- шений в выработках при ос- мотрах не обнаружено	Технологический взрыв по подсечке блока № 6 участка Болотный. Macca BB 600 кг (гор. +255 м)
20.02.05 г.	Интен- сивное заколооб- разование, 02 <sup>08</sup> ч	Буровые выработки блока 12/13 и кровля выработки	Падение заколов. Разрушение стенки по ходовой сбойке. Район сложен магнетитовой рудой. Трещины вертикаль- ные, пересекающиеся поло- гими; разноориентированы	Одновременно взрывные работы в двух забоях
23.02.05 г.	Интен- сивное заколооб- разование, 07 <sup>29</sup> ч	Блок 12/13. Буровые выработки. Кровля и борта вы- работок по орту 1—20 м, по орту 2—4 м	После взрыва выпадение заколов вокруг ходовой сбой- ки, по ортам 1 и 2. Разруше- ние перекрытия. Материал крупнообломочный, до 3 м. Район сложен скарнами. Трещины вертикальные, пересекающиеся пологими; разноориентированы. На гор. +325 м установлена категория «Опасно». На гор. +255 м «Неопасно». Отстаивание выработок 1 сут.	Технологический взрыв. Масса ВВ 9970 кг. Создан разгрузочный веер по оформлению щели между обру- шениями участков Главный и Болот- ный для снижения напряженного со- стояния массива
11.04.05 г.	Стреляние	Гор. +255 м блока 9. Разрезной штрек № 1 на сопряже- нии с тран- шейным ортом 1	При проходке разрезного штрека 1 на сопряжении на- чалось куполообразование. После взрывных работ был слышен треск, наблюдалось падение заколов. Район сло- жен порфиритами. Трещины пологопадающие, разно- ориентированы	Стреляние горных пород после взрывных работ в забое в течение суток
28.04.05 г.	Стреляние	Гор. +185 м. Орт 55, ВДПУ-1	Стреляние пород в забое после взрывных работ. Треск в кровле. Выпадение заколов	Стреляние проис- ходило после взрывных работ

1	2	3	4	5
02.05.05 г.	Толчок, 02 <sup>30</sup> ч	Буровые выработки блока 12/13 (І очередь). Буровой орт 1 по правому борту в рай- оне пучков скважин	Произошел толчок, в результате которого обрушились слабо устой- чивые породы по трещинам. Мате- риал мелкообломочный. Объем горной массы до 1 м <sup>3</sup> . Толчок ощу- щался в шахте	Обрушение горных пород произошло после взрыв- ных работ в забое
02.05.05 г.	Толчок, 22 <sup>07</sup> ч	Буровые выработки блока 12/13 гор. +311 м (І очередь). Буровой орт 2 в районе крепи. Буро- вой штрек 1, ходовая сбойка	Произошел толчок, который ощущался на поверхности и в шахте. Сейсмостанцией «Таштагол» зарегистрировано событие энергетическим классом 6,6. На гор. +311 м в буровом орте 2 произошло обрушение горных пород с кровли и левого борта. Ма- териал крупнообломочный. Паде- ние заколов с кровли и северного борта орта. Количество обрушен- ной горной массы 15 м <sup>3</sup>	Взрывные работы ве- лись в забое буровой ка- меры
05.06.05 г.	Толчок, 12 <sup>45</sup> ч	Вмещающий массив горных пород участка Главный	Толчок ощущался в шахте. Сейсмостанция «Таштагол» зарегистрировала событие энергетическим классом 6,9. Нарушений в шахте не установлено	-
04.07.05 г.	Толчок, 13 <sup>20</sup> ч	Гор. +255 м, участок Главный. Сопряжение штрека с ортами 12—15	Объем разрушенной горной массы в орте 12 от сопряжения со штре- ком до ВДПУ-3 —320 м <sup>3</sup> . Повреж- дена крепь. В орте возле ВДПУ-1 и ВДПУ-2 завален под кровлю. Орт 13 от сопряжения со штреком до ВДПУ объем разрушенной горной массы 170 м <sup>3</sup> . В орте 14 от сопряжения со штре- ком объем разрушенной горной массы — 140 м <sup>3</sup> . В орте 15 на сопряжении со штреком объем разрушенной горной массы — 20 м <sup>3</sup> . Все нарушения наблюдаются по левому борту и кровле выработок	Массовый взрыв по бло- ку 12/13 с ВВ, равным 224 т. Энерге- тический класс 8,7

Окончание табл. 6.1

<u> </u>	
-	
0	
•	
_	
_	
-	
- <b>U</b>	
_	
~	
<b>ET</b>	
_	
<b>—</b>	
111	
the second se	
and the second sec	
_	

1	2	3	4	5
20.07.05 г.	Толчок, 07 <sup>41</sup> ч		Толчок с энергетическим классом 6,5. На поверх- ности и в шахте толчок не ощущался. Поврежде- ний не отмечено	19.07.05г. в 23 <sup>22</sup> ч тех- нологический взрыв, в блоке 56 гор. +185 м. Подсечка, участок Главный. Масса ВВ 3980 кг. Сейсмическое событие энергетиче- ским классом 7
10.08.05 г.	Толчок, 13 <sup>37</sup> ч		Зарегистрировано собы- тие энергетическим клас- сом 7,5. Толчок ощущался на поверхности и в шахте. Разрушений в шахте не обнаружено. На поверх- ности наиболее сильно толчок ощущался в пос. Старый Шерегеш	
21.11.05 г.	Интен- сивное заколооб- разование	Район сопря- жения штрека 12 с ортом 4	Падение заколов. Образо- вание заколов вслед за их оборкой в выработке	Технологические взрывы по оформле- нию подсечного про- странства блока 4
06.12.05 г.	Толчок, 06 <sup>02</sup> ч		Толчок ощущался на по- верхности. Зарегистриро- вано событие энергетиче- ским классом 5,6. Разру- шений в выработках не установлено	Массовый взрыв 04.12.05 г. в 14 <sup>25</sup> ч по блоку 4 гор. +325 ÷ +255 м. Масса ВВ 305093 кг
17.12.05 г.	Толчок, 09 <sup>04</sup> ч		Толчок ощущался в шах- те. Событие зарегистри- ровано энергетическим классом 5,2. Разрушений в шахте не выявлено	16.12.05 г. в 07 <sup>18</sup> ч технологический взрыв в блоке 22 гор. +255 м на участке Новый Шерегеш. Масса ВВ 6500 кг. 17.12.05 г. в 07 <sup>22</sup> ч технологиче- ский взрыв в блоке 57 гор. +255 м. Подсечка. Участок Главный. Масса ВВ 4800 кг

взрыва (табл. 6.2, 6.3), а также технологические взрывы по оформлению компенсационных камер и подсечек блоков (табл. 6.4). Установлено, что концентрация напряжений в массиве горных пород наблюдалась в основном на участках Новый Шерегеш, Главный и Подрусловый. Критерий  $K_E$  варьировал от  $10^{-4}$  до  $10^{-3}$ , при этом сейсмическая энергия изменялась в пределах  $10^6 - 10^8$  Дж, что характеризовало толчки, стреляния и заколообразование.

Проведена регистрация и обработка микросейсмических событий после технологического взрыва по блоку № 9 с массой ВВ, равной 140 т (табл. 6.5).

according polymona		200
Дата	Блок, горизонт	Масса ВВ, кг
11.09.88	24, +325 ÷ +255 м	80500
09.07.89	19, +325 ÷ +255 м	246000
08.07.90	20, +325 ÷ +255 м	412690
16.02.92	21, +325 ÷ +255 м	456940
11.04.93	22, +325 ÷ +255 м	131119
16.01.94	25/26, +325 ÷ +255 м	143544
18.12.94	27—29, +325 ÷ +255 м	260000
16.03.97	18, +325 ÷ +255 м	245800
23.05.99	23, +325 ÷ +255 м	213353
18.03.01	17, +325 ÷ +255 м	239568
21.10.01	16, +325 ÷ +255 м	351000
14.07.02	15, +325 ÷ +255 м	247600
21.03.04	14 (1 оч.), +325 ÷ +255 м	228000
20.06.04	14 (2 оч.), +325 ÷ +255 м	312423
03.07.05	12/13(1 оч.), +325 ÷ +255 м	222757
02.07.06	12/13(2 оч.), +325 ÷ +255 м	309623
01.06.06	9 (1 оч.), +325 ÷ +255 м	151772

Таблица 6.2			
Массовые взрывы на участк	е Главный на горизонтах	+325 ÷ +255 м	v

*Таблица 6.3* Массовые взрывы на участке Болотный на горизонтах +325 ÷ +255 м

-		
Дата	Блок, горизонт	Масса ВВ, кг
16.07.95	8—10 гор. +325 ÷ +255 м	406800
19.12.99	9ª гор. +325 ÷ +255 м	247200
23.09.01	8 <sup>а</sup> гор. +325 ÷ +255 м	180000
17.11.02	7 <sup>а</sup> гор. +325 ÷ +255 м	225500
15.06.03	6 гор. +325 ÷ +255 м	189700
19.09.04	5 гор. +325 ÷ +255 м	241000
01.06.06	9 гор. +325 ÷ +255 м	305093

### Таблица 6.4

Технологические и массовые взрывы на Шерегешевском месторождении и динамические явления

Дата	время	Блок, горизонт	Вид взрыва	Участок	Масса ВВ, кг	Энергетичес- кий класс	Энергия взрыва Е, Дж	Крите- рий уда- роопас- ности, <i>К<sub>Е</sub></i>
1	2	3	4	5	6	7	8	9
12.01.06	7 <sup>15</sup>	57, +185 м	Подсечка	Главный	3800	6,3	$4,2 \times 10^{6}$	$3,1 \times 10^{-4}$
14.01.06	$7^{20}$	25, +325 м	Комп.	Н. Шерегеш	8500	5,9	$3,8 \times 10^{5}$	$1,3 \times 10^{-5}$
			камера					
22.01.06	12 <sup>15</sup>	57, +185—	Массовый	Главный	280000	8,8	$7,5 \times 10^{8}$	$7,5 \times 10^{-5}$
		+255 м	взрыв					
27.01.06	$7^{22}$	25, +325 м	Комп. ка-	Н. Шерегеш	10500	7,7	$5,8 \times 10^{7}$	$1,6 \times 10^{-3}$
			мера					
28.01.06	$7^{20}$	14, +255 м	Подсечка	Главный	4200	6,3	$4,5 \times 10^{6}$	$3,0 \times 10^{-4}$
04.02.06	$7^{25}$	25, +325 м	Комп.	Н. Шерегеш	15300	7,5	5,6 × 10′	$1,0 \times 10^{-3}$
	20		камера				G	4
07.02.06	$7^{20}$	4, +255 м	Подсечка	Болотный	4800	6,2	$4,1 \times 10^{6}$	$2,4 \times 10^{-4}$
09.02.06	722	12/14, +255 м	Подсечка	Главный	2200	6,0	$3,9 \times 10^{\circ}$	$5,0 \times 10^{-4}$
11.02.06	720	25, +325 м	Комп.	Н. Шерегеш	13100	7,2	$5,2 \times 10^{7}$	$1,1 \times 10^{-5}$
1	-30		камера				1.0.1.06	<b>a</b> 4 a - 3
16.02.06	-7 <sup>50</sup>	57, +185 м	Подсечка	Главный	500	6,3	$4,2 \times 10^{\circ}$	$2,4 \times 10^{-4}$
12.03.06	801	25, +325-	Массовый	Н. Шерегеш	236000	8,1	$6,4 \times 10^{\circ}$	7,6 × 10 <sup>+</sup>
<b>22</b> 02 07	<b>a</b> a18	+255 M	взрыв		2200		4.4 1.06	10 10-4
22.03.06	2310	57, +185 м	Подсечка	Главный	3200	6,5	$4,4 \times 10^{\circ}$	$4,9 \times 10^{-4}$
28.03.06	23	12/14, +255 м	Подсечка	I лавныи	4200	6,4 7	$4,3 \times 10^{\circ}$	$3,9 \times 10^{-3}$
30.03.06	23	1, +185 м	Подсечка	Подрус-	4200	/	$5,0 \times 10^{\circ}$	$3,3 \times 10^{-5}$
00 04 06	725	57 195	Пологии	ЛОВЫИ Гларии й	2026	60	$4.7 \times 10^{6}$	$4.7 \times 10^{-4}$
11 04 06	$2^{2}$	$37, \pm 105 \text{ M}$ $12/12, \pm 255 \text{ M}$	Подсечка	I лавный Глории и	2830	0,0 5.2	$4,7 \times 10$ $2.2 \times 10^5$	$4,7 \times 10$ 7 1 × 10 <sup>-5</sup>
13.04.06	$\frac{25}{7^{21}}$	$12/13, \pm 255$ M	Подсечка	I лавный Гларии ий	3500	5,5 6.2	$3,3 \times 10$ $4.1 \times 10^{6}$	$7,1 \times 10$ $3.3 \times 10^{-4}$
15.04.06	$7^{24}$	12/13, +235  M 12/13, +325  M	Комп	Главный Главный	2500	5.8	$3.8 \times 10^5$	$4.3 \times 10^{-5}$
15.04.00	'	12/13, +323 W	камера	1 Jublible	2500	5,0	5,6 × 10	ч,5 × 10
18 04 06	$7^{25}$	12/13 +325 м	Комп	Главный	6300	7	$5.0 \times 10^{7}$	$2.2 \times 10^{-3}$
10.01.00	,	12/10, · 020 m	камера	1 stubilbiti	0500	,	2,0 × 10	2,2 ~ 10
19 04 06	$7^{20}$	12/13 +325 м	Комп	Главный	6300	57	$3.7 \times 10^{5}$	$1.7 \times 10^{-5}$
19.0 1.00		12, 10, 1020 m	камера	1 114211211	0200	0,,	5,,	1,, 10
20.04.06	$7^{18}$	4, +255 м	Подсечка	Болотный	3400	7.2	$5.2 \times 10^{7}$	$4.3 \times 10^{-3}$
21.04.06	$7^{20}$	, 12/13, +325 м	Комп.	Главный	8400	6	$3.9 \times 10^{6}$	$1.3 \times 10^{-4}$
		,	камера				, -	, -
22.04.06	7 <sup>25</sup>	57, +185 м	Подсечка	Главный	4200	7,1	$5,1 \times 10^{7}$	$3,4 \times 10^{-3}$
27.04.06	7 <sup>21</sup>	3, +185 м	Подсечка	Подрус-	500	6,8	$4,7 \times 10^{6}$	$2,6 \times 10^{-3}$
				ловый				

Продолжение	табл.	6.4
-------------	-------	-----

	-	-		-				
1	2	3	4	5	6	7	8	9
05.05.06	7 <sup>19</sup>	12/13, +255 м	Подсечка	Главный	1700	5	$3,1 \times 10^{5}$	$5,1 \times 10^{-5}$
11.05.06	7 <sup>19</sup>	12/13, +255 м	Подсечка	Главный	2100	6,9	$4,8 \times 10^{6}$	$6,4 \times 10^{-4}$
12.05.06	$7^{48}$	12/13, +255 м	Подсечка	Главный	3800	6,8	$4,7 \times 10^{6}$	$3,5 \times 10^{-4}$
16.05.06	$7^{29}$	57, +185 м	Подсечка	Главный	2200	6,1	$4,0 \times 10^{6}$	$5,1 \times 10^{-4}$
17.05.06	$7^{26}$	12/13, +325 м	Комп.	Главный	1200	6	$3,9 \times 10^{6}$	$9,1 \times 10^{-4}$
			камера					
18.05.06	$7^{23}$	12/13, +325 м	Комп.	Главный	1200	5,2	$3,3 \times 10^{5}$	$7,7 \times 10^{-5}$
			камера					
20.05.06	8 <sup>54</sup>	12/13, +325 м	Комп.	Главный	6600	6	$3,9 \times 10^{6}$	$1,7 \times 10^{-4}$
			камера					
24.05.06	$7^{20}$	4, +255 м	Подсечка	Болотный	2700	6,4	$4,3 \times 10^{6}$	$3,9 \times 10^{-4}$
26.05.06	$7^{15}$	12/13, +255 м	Подсечка	Главный	4400	6,5	$4,4 \times 10^{6}$	$2,8 \times 10^{-4}$
27.05.06	$7^{22}$	12/13, +255 м	Подсечка	Главный	2600	6,8	$4,7 \times 10^{6}$	$5,0 \times 10^{-4}$
30.05.06	$7^{53}$	1, +255 м	Комп.	Подрус-	2500	5,7	$3,7 \times 10^{5}$	$4,2 \times 10^{-5}$
			камера	ловый				
01.06.06	$7^{22}$	1, +255 м	Комп.	Подрус-	6300	6,8	$4,7 \times 10^{6}$	$2,1 \times 10^{-4}$
			камера	ловый				
02.06.06	$23^{35}$	12/13, +255 м	Подсечка	Главный	4000	6,0	$3,9 \times 10^{6}$	$2,7 \times 10^{-4}$
04.06.06	$7^{16}$	30, +255 м	Подсечка	Н. Шерегеш	1500	4,7	$3,0 \times 10^{4}$	$5,6 \times 10^{-6}$
05.06.06	23 <sup>39</sup>	30, +255 м	Подсечка	Н. Шерегеш	4200	5,2	$3,3 \times 10^{5}$	$2,2 \times 10^{-5}$
06.06.06	$15^{28}$	9, +255 м	Подсечка	Главный	300	5,7	$3,7 \times 10^{5}$	$3,5 \times 10^{-4}$
07.06.06	$7^{58}$	30, +255 м	Подсечка	Н. Шерегеш	4000	6,6	$4,5 \times 10^{6}$	$3,2 \times 10^{-4}$
08.06.06	$7^{23}$	12/13, +255 м	Подсечка	Главный	5000	7	$5,0 \times 10^{7}$	$2,8 \times 10^{-3}$
09.06.06	$7^{33}$	1, +255 м	Комп.	Подрус-	7700	6,3	$4,2 \times 10^{6}$	$1,5 \times 10^{-4}$
			камера	ловый				
09.06.06	23 <sup>22</sup>	30, +255 м	Подсечка	Н. Шерегеш	4200	6,4	$4,3 \times 10^{6}$	$2,9 \times 10^{-4}$
10.06.06	$7^{23}$	30, +325 м	Комп.	Н. Шерегеш	2100	5,6	$3,6 \times 10^{5}$	$4,8 \times 10^{-5}$
			камера					
10.06.06	$7^{32}$	12/13, +325 м	Комп.	Главный	4200	7,4	$5,4 \times 10^{7}$	$3,6 \times 10^{-3}$
			камера					
11.06.06	7 <sup>29</sup>	9, +255 м	Подсечка	Главный	2100	5,5	$3,5 \times 10^{5}$	$4,7 \times 10^{-5}$
14.06.06	$7^{48}$	1, +255 м	Комп.	Подрус-	3400	7,4	$5,4 \times 10^{7}$	$4,5 \times 10^{-3}$
	21		камера	ловый			-	2
15.06.06	$7^{31}$	30, +325 м	Комп.	Н. Шерегеш	6300	7,5	$5,6 \times 10^{7}$	$2,5 \times 10^{-3}$
	22		камера					5
15.06.06	$7^{32}$	9, +255 м	Подсечка	Главный	3000	5,9	$3,8 \times 10^{5}$	$3,6 \times 10^{-5}$
17.06.06	733	30, +325 м	Комп.	Н. Шерегеш	8100	6,7	$4,6 \times 10^{6}$	$1,6 \times 10^{-4}$
	_42		камера					
17.06.06	742	1, +255 м	Комп.	Подрус-	6800	7	$5,0 \times 10^{7}$	$2,1 \times 10^{-3}$
	42		камера	ловый				4
20.06.06	2345	57, +185 м	Подсечка	Главный	3200	6,5	$4,4 \times 10^{6}$	$3,9 \times 10^{-4}$
22.06.06	$7^{28}$	12/13, +325 м	Комп.	Главный	2100	6,4	$4,3 \times 10^{6}$	$5,8 \times 10^{-4}$
			камера					

ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

1	2	3	4	5	6	7	8	9
22.06.06	$0^{22}$	4, +255 м	Подсечка	Болотный	2600	6,7	$4,6 \times 10^{6}$	$5,0 \times 10^{-4}$
02.07.06	$12^{28}$	12/13, +325 —	Массовый	Главный	309623	8,7	$7,4 \times 10^{8}$	$6,7 \times 10^{-4}$
		+255 м (вто-	взрыв					
		рая очередь)						
11.07.06	$7^{32}$	57, +185 м	Подсечка	Главный	6000	6,4	$4,3 \times 10^{6}$	$2,1 \times 10^{-4}$
11.07.06	$7^{40}$	25, +255 м	Комп. камера	Н. Шерегеш	4000	5,8	$5,8 \times 10^{5}$	$4,1 \times 10^{-5}$
12.07.06	23 <sup>34</sup>	12/13, +255 м	Подсечка	Главный	500	5.1	$3.2 \times 10^{5}$	$1.8 \times 10^{-4}$
16.07.06	$8^{08}$	1, +255 м	Комп.	Подрус-	25600	7.5	$5.6 \times 10^{7}$	$6.1 \times 10^{-4}$
		,	камера	ловый		,	<i>.</i>	
20.07.06	7 <sup>30</sup>	4, +255 м	Подсечка	Болотный	1594	5,6	$3,6 \times 10^{5}$	$6,3 \times 10^{-5}$
21.07.06	$17^{10}$	57, +185 м	Подсечка	Главный	4200	6,6	$4,5 \times 10^{6}$	$3,0 \times 10^{-4}$
22.07.06	7 <sup>27</sup>	30, +255 м	Подсечка	Н. Шерегеш	8396	7,1	$5,1 \times 10^{7}$	$1,7 \times 10^{-3}$
29.07.06	$7^{20}$	12/13, +255 м	Подсечка	Главный	6300	5,6	$3,6 \times 10^{5}$	$1,6 \times 10^{-5}$
2.08.06	23 <sup>54</sup>	12/13, +255 м	Подсечка	Главный	4000	6,7	$4,6 \times 10^{6}$	$3,2 \times 10^{-4}$
3.08.06	$7^{21}$	4, +255 м	Подсечка	Болотный	2100	6	$3,9 \times 10^{6}$	$5,2 \times 10^{-4}$
4.08.06	$7^{20}$	30, +255 м	Подсечка	Н. Шерегеш	8600	6,7	$4,6 \times 10^6$	$1,6 \times 10^{-4}$
08.08.06	7 <sup>25</sup>	57, +185 м	Подсечка	Главный	2700	5,3	$3,3 \times 10^{5}$	$3,4 \times 10^{-5}$
9.08.06	7 <sup>19</sup>	12/13, +255 м	Подсечка	Главный	6200	5,9	$3,8 \times 10^{5}$	$1,7 \times 10^{-5}$
10.08.06	7 <sup>22</sup>	4, +255 м	Подсечка	Болотный	2100	6,1	$4,0 \times 10^{6}$	$5,4 \times 10^{-4}$
11.08.06	7 <sup>19</sup>	9, +255 м	Подсечка	Главный	2100	5,6	$3,6 \times 10^{5}$	$4,8 \times 10^{-5}$
12.08.06	23 <sup>14</sup>	9, +255 м	Подсечка	Главный	4400	5,2	$3,3 \times 10^5$	$2,2 \times 10^{-5}$
16.08.06	7 <sup>19</sup>	9, +255 м	Подсечка	Главный	4800	5,9	$3,8 \times 10^{5}$	$2,2 \times 10^{-5}$
19.08.06	$7^{20}$	9, +255 м	Подсечка	Главный	7400	6,8	$4,7 \times 10^{6}$	$1,8 \times 10^{-4}$
21.08.06	23 <sup>26</sup>	2, +185 м	Подсечка	Подрус- повый	3100	6,9	$4,8 \times 10^{6}$	$4,3 \times 10^{-4}$
26 08 06	7 <sup>30</sup>	30 +325 м	Комп	H IIIepereiii	6000	62	$4.1 \times 10^{6}$	$1.9 \times 10^{-4}$
20.00.00	,	50, 7 <b>520</b> M	камера		0000	•,-	1,1 10	1,,, 10
29.08.06	7 <sup>24</sup>	2, +185 м	Подсечка	Подрус-	1000	6,3	$4,2 \times 10^{6}$	$1,2 \times 10^{-3}$
		-		ловый				
03.09.06	$8^{01}$	2, +255 м	Комп.	Подрус-	69762	8	$6,3 \times 10^{8}$	$2,6 \times 10^{-3}$
			камера	ловый				
06.09.08	7 <sup>22</sup>	9, +325 м	Комп.	Главный	2700	5,6	$3,6 \times 10^{5}$	$3,7 \times 10^{-5}$
			камера					
07.09.06	$7^{21}$	30, +325 м	Комп.	Н. Шерегеш	1500	5,6	$3,6 \times 10^{5}$	$6,7 \times 10^{-5}$
	~~		камера				_	-
07.09.06	$7^{25}$	9, +325 м	Комп.	Главный	3000	5,8	$3,8 \times 10^{5}$	$3,6 \times 10^{-5}$
00.00.01	-21	0	камера	-	1000		<b>a</b> a <b>a a a a a a a a a</b>	<b>a i a</b> 4
08.09.06	741	9, +325 м	Комп.	Главный	4900	5,8	$3,8 \times 10^{5}$	$2,4 \times 10^{-4}$
			камера					

# Продолжение табл. 6.4

		-						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
09.09.06	7 <sup>20</sup>	30, +325 м	Комп. камера	Н. Шерегеш	4182	6	$3,6 \times 10^{6}$	$1,9 \times 10^{-5}$
12.09.06	7 <sup>24</sup>	30, +325 м	Комп. камера	Н. Шерегеш	5500	5,8	$3,8 \times 10^{5}$	$1,8 \times 10^{-5}$
13.09.06	7 <sup>22</sup>	9, +325 м	Комп. камера	Главный	7400	5,8	$3,8 \times 10^{5}$	$1,4 \times 10^{-5}$
14.09.06	7 <sup>22</sup>	12/13, +255 м	Подсечка	Главный	3100	6,0	$3,9 \times 10^{6}$	$3,5 \times 10^{-4}$
19.09.06	7 <sup>22</sup>	12/13, +255 м	Подсечка	Главный	4200	6,1	$4,0 \times 10^{6}$	$4,0 \times 10^{-4}$
20.09.06	7 <sup>40</sup>	9, +325 м	Комп. камера	Главный	700	6,6	$4,5 \times 10^{6}$	$4,5 \times 10^{-3}$
21.09.06	7 <sup>22</sup>	9, +255 м	Подсечка	Главный	10600	6,5	$4,4 \times 10^6$	$4,4 \times 10^{-4}$
01.10.06	12 <sup>07</sup>	9, +325 — +255 м	Массовый взрыв	Главный	151772	7,7	$6,3 \times 10^{7}$	$1,2 \times 10^{-4}$
04.10.06	7 <sup>39</sup>	2, +185 м	Подсечка	Подрус- ловый	3900	6,6	$4,5 \times 10^{6}$	3,2 × 10 <sup>-4</sup>
18.10.06	7 <sup>28</sup>	2, +185 м	Подсечка	Подрус- ловый	3100	5,8	3,8 × 10 <sup>5</sup>	$3,5 \times 10^{-5}$
20.10.06	7 <sup>38</sup>	30, +325 м	Комп. камера	Н. Шерегеш	19000	7,2	$5,2 \times 10^{7}$	$7,7 \times 10^{-5}$
21.10.06	7 <sup>28</sup>	57, +185 м	Подсечка	Главный	10016	6,2	$4,1 \times 10^{6}$	$1,1 \times 10^{-5}$
26.10.06	7 <sup>36</sup>	30, +325 м	Комп. камера	Н. Шерегеш	11100	7,3	$5,3 \times 10^{7}$	1,3 × 10 <sup>-4</sup>
01.11.06	7 <sup>22</sup>	12/13, +255 м	Подсечка	Главный	5000	5,8	$3,8 \times 10^5$	$2,1 \times 10^{-5}$
03.11.06	7 <sup>28</sup>	9, +255 м	Подсечка	Главный	2512	5,2	$3,3 \times 10^5$	$3,7 \times 10^{-5}$
10.11.06	7 <sup>30</sup>	9, +255 м	Подсечка	Главный	1800	5,8	$3,8 \times 10^5$	$5,9  imes 10^{-5}$
11.11.06	7 <sup>26</sup>	57, +185 м	Подсечка	Главный	2300	6	$3,9 \times 10^{6}$	$4,8 \times 10^{-4}$
15.11.06	7 <sup>25</sup>	30, +325 м	Комп. камера	Н. Шерегеш	4200	6,2	$4,1 \times 10^{6}$	$2,7 \times 10^{-4}$
16.11.06	7 <sup>23</sup>	9, +255 м	Подсечка	Главный	2400	6,2	4,1x 10 <sup>6</sup>	$4,8 \times 10^{-4}$
22.11.06	7 <sup>53</sup>	23, +325 м	Комп. камера	Н. Шерегеш	16390	7,3	5,3x 10 <sup>7</sup>	9,1 × 10 <sup>-4</sup>
23.11.06	7 <sup>20</sup>	9, +255 м	Подсечка	Главный	2100	5,6	3,6x 10 <sup>5</sup>	$4,8 \times 10^{-5}$
24.11.06	7 <sup>30</sup>	57, +185 м	Подсечка	Главный	4400	6,5	4,4x 10 <sup>6</sup>	$2,8 \times 10^{-4}$
25.11.06	7 <sup>38</sup>	30, +255 м	Подсечка	Н. Шерегеш	7200	6,7	4,6x 10 <sup>6</sup>	$1,8 \times 10^{-4}$

 

 Таблица 6.5

 Каталог сейсмических событий после технологического взрыва в блоке № 9 участка Главный

 Время

Лата	Время,	X	Y	Z	Энергия,	Длитель-
Auru	ч:мин.:с		-	2	Дж	ность, с
20.10.2006	01:02:55	29020,6	18293	286,8	39,4538	0,5844
20.10.2006	01:20:12	28995,6	18307,1	294,6	16,8647	0,4295
20.10.2006	01:38:22	28852,7	17588,7	194	9,3087	0,3463
20.10.2006	01:43:32	28975,3	18040,8	256,8	7,2352	0,3161
20.10.2006	01:54:07	28987,2	18468,7	185	31,6714	0,5397
20.10.2006	01:59:42	29214,5	18276,5	105,3	67,3548	0,7093
20.10.2006	02:15:54	28843,3	17860,6	113,5	11,8591	0,3781
20.10.2006	02:30:45	28987,2	18468,7	185	20,9832	0,4649
20.10.2006	02:52:34	28856,6	17602	190,1	18,3495	0,4428
20.10.2006	03:04:01	28914,4	18225,2	245,1	24,7326	0,4934
20.10.2006	03:06:20	29012	18296,2	272,7	22,4423	0,4763
20.10.2006	03:40:47	28934,7	18473,7	254,8	7,0349	0,3129
20.10.2006	04:07:35	29609,7	23048,7	1254,8	1183,6151	2,004
20.10.2006	04:07:47	28799,6	17230,9	182,2	165,6185	0,9827
20.10.2006	04:36:01	28793,6	18285	188,7	72,1244	0,7271
20.10.2006	04 : 50 : 06	28912,1	17984	182,2	14,6085	0,4077
20.10.2006	04 : 51 : 12	28975,3	18040,8	256,8	73,0028	0,7303
20.10.2006	05:10:11	29051,3	18268,7	213,1	18,2828	0,4423
20.10.2006	05:28:55	28909,7	18196,3	246,6	13,5097	0,3963
20.10.2006	05:36:48	29006,6	18284,5	265,8	15,3435	0,415
20.10.2006	05:44:08	28944,8	18164,1	989,1	9,9995	0,3554
20.10.2006	06:05:20	28856,1	18267	239,5	121,9085	0,8795
20.10.2006	06:05:28	29070,6	18375,1	317,2	951,5142	1,8516
20.10.2006	06:06:47	28987,2	18468,7	185	715,7812	1,6701
20.10.2006	06 : 19 : 16	28919,8	18206,4	239,6	18,3114	0,4425
20.10.2006	06:30:17	28915,9	18257,3	291,5	15,187	0,4135
20.10.2006	06:30:30	28457,3	18442,2	867,2	5155,287	3,4153
20.10.2006	06:32:58	28987,2	18468,7	185	265,462	1,1659
20.10.2006	06:33:59	28880,1	18028,5	204,9	443,5343	1,4042
20.10.2006	06:34:07	28757,4	17127,7	193,2	38,4169	0,5788
20.10.2006	06:34:12	28741,8	17137,9	321,3	56,5857	0,666
20.10.2006	06:36:13	28864,4	17954,3	219,7	143,0341	0,9319
20.10.2006	07:39:19	28892,6	17678,5	337,7	18087,871	5,3819
20.10.2006	10:46:06	29012,2	18464	-65	322,5082	1,2511
20.10.2006	11:00:57	28894,8	18163,5	210,7	11,8977	0,3785
20.10.2006	11:42:42	28935,4	18399,3	404	90,5334	0,7896

За октябрь 2006 г. на месторождении зарегистрировано более 30 сейсмических событий. Их энергия колебалась от 10 до 10<sup>5</sup> Дж, что указывало на формирование и перераспределение зон повышенной концентрации энергии при ведении горных работ. Таким образом, можно сделать вывод о целесообразности обработки и интерпретации данных, полученных микросейсмическим методом, позволяющих характеризовать напряженное состояние блочного горного массива и давать оценку категории его удароопасности при отработке железорудных месторождений Горной Шории.

### 6.3. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ МАССЫ ЗАРЯДОВ ВВ ПРИ ВЗРЫВАНИИ НА СЕЙСМИЧЕСКУЮ ЭНЕРГИЮ ВЗРЫВОВ И ДИНАМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

В настоящее время при подземной отработке Шерегешевского месторождения применяется система разработки этажного принудительного обрушения. При этой системе рудный массив блока обуривается пучками сближенных скважин, которые располагаются в два—четыре ряда по ширине блоков. Обрушение рудного массива производится одновременно на зажимающую среду и компенсационные камеры.

Проведен анализ информации по ряду блоков с целью установления влияния массы зарядов ВВ на сейсмическую энергию взрывов и динамических явлений. Регистрация сейсмических событий осуществлялась микросейсмическим методом на базе сейсмостанции «Таштагол» (сейсмоприемники установлены на Шерегешевском месторождении).

Блоки отрабатывались на участках Главный (№ 18, 310, 30—32, 302, 30—32, 29, 29—32, 17, 29, 29—32, 16, 311, 15, 14, 56, 57, 12/13, 9 в этаже 395—325 м), Новый Шерегеш (№ 24, 19—20, 250, 280, 22, 25, 30 в этажах 325—185 м), Болотный (№ 9а, 8а, 7а, 5, 4 в этаже 325—255 м) и Подрусловый (№ 1 в этаже 255—185 м).

Толчки происходили после взрывов спустя несколько секунд, часов и суток. Сейсмическая энергия взрывов изменялась от  $10^7$  до  $10^{10}$  Дж, а динамических явлений в форме толчков и микроударов — от  $10^3$  до  $10^9$  Дж.

На участке Главный энергетический класс взрывов K колеблется от 8,2—9,5 до 10,4, масса зарядов ВВ изменяется от 22—25 до 700 т [7]. При этом произошло более 16 толчков и микроудар с энергетическими классами 3(5)—9,4 (рис. 6.8, см. вклейку). Следует отметить, что при взрывании зарядов ВВ за период с июля по сентябрь 2007 г. с массой 22—300 т увеличение K происходило незначительно (кроме участка Новый Шерегеш), однако с ростом массы зарядов ВВ до 700 т произошло увеличение K до 10,4. Динамические явления провоцировали обрушение горных пород в шахте и вспучивание почвы в ортах (участок Главный).

При проведении массовых взрывов на участке Новый Шерегеш K колеблется от 8,1—8,4 до 9,4; масса BB — от 82 до 307 т. В этот период зарегистрировано 13 толчков с K, равным 4,0—7,7. В выработках происходило обрушение горных пород. На участке Болотный K изменялось от 8,4 до 8,7 при массе зарядов BB 180—309 т, при обрушении блока № 5 произошел толчок с (K = 5, 6) без видимых нарушений в выработках. Исследования показали, что зоны концентрации толчков формируются на всех участках; наиболее активными являются Главный, Новый Шерегеш при взрывании зарядов BB с массой от 200 до 700 т.

### 6.4. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ОЧИСТНЫХ РАБОТ НА СОСТОЯНИЕ ВЫРАБОТОК ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЯХ В РАЗЛИЧНЫХ ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

С 1992 по 2007 г. горные работы на Таштагольском месторождении проводились на семи горизонтах трех участков: Восточного, Юго-Восточного и Северо-Западного, на глубине от земной поверхности 590—852 м. Произведено более 30 массовых и 450 технологических взрывов с сейсмической энергией 10<sup>3</sup>—10<sup>8</sup> Дж.

За этот период произошел ряд ударов горно-тектонического типа. Рассмотрим некоторые из них. Так, после массового взрыва по блоку № 7 (II очередь) в этаже  $-280 \div -210$  м через 2 и 7 с произошли динамические явления 7—8 энергетических классов. Выявлено, что в районе ортов № 4—8 гор. -210 м и гор. -280 м, где располагаются дайки микросиенитов, порфиритов, а также серия разноориентированных трещинных зон и тектоническая зона мощностью 10 м с углом падения 50—90°, произошло нарушение бетонного трапа, поднятие рельсовых путей и обрушение горных пород объемом 35 м<sup>3</sup> (табл. 6.6). Причиной удара горно-тектонического типа явилось перераспределение напряжений в массиве вследствие проведенного взрыва.

Обрушение блока № 21 в этаже –280 ÷ –210 м вызвало толчки через 3, 18 и 34 с и более в количестве 64 шт. с энергией от 10<sup>2</sup> до 1,3·10<sup>6</sup>—6,2·10<sup>8</sup> Дж. Нарушение крепи и обрушение горных пород отмечено в ортах 21—25 на юго-восточном фланге Восточного участка, где располагаются две системы крутопадающих тектонических разломов Диагональный и Нагорный с амплитудой смещения по вертикали 150—200 м с углами падения 5—15°, мощностью 60—80 м.

После взрыва по блоку 13 в этаже –280 ÷ –210 м через 96 с произошел удар горно-тектонического типа с энергией 2,3·10<sup>9</sup> Дж. Район динамического явления охватывал блоки № 8—16 гор. –280 м и № 6—17 гор. –210 м. В этой зоне находились Диагональный разлом и пологопадающее геологическое нарушение. Визуальный осмотр показал, что в выработках произошло нарушение крепи, поднятие почвы, рельсовых путей и обрушение горных пород.

Вышеуказанные динамические явления инициированы массовыми взрывами, приурочены к району двух крупных тектонических нарушений. 19.11.2006 г. в 12:00:09 ч произведен массовый взрыв по обрушению блока 18 в этаже  $-350 \div -280$  м. Масса заряда ВВ составляла 167,8 т, сейсмический эквивалент по ВВ 206,8 т, а энергия взрыва 1,2·10<sup>9</sup> Дж. После взрыва в течение суток произошла серия толчков в количестве 108 шт. с сейсмической энергией  $10^2 \div 3,7 \cdot 10^4$  Дж (рис. 6.9).

Выявлено, что в ортах № 18—21 гор. –350 м произошло нарушение железобетонной крепи, поднятие рельсовых путей на 0,6 м на протяжении 28 м, обрушение горных пород в объеме 31 м<sup>3</sup> и другие разрушения (табл. 6.7). Затраты на ремонтно-восстановительные работы составили 858970,46 руб. (табл. 6.8).

В зоне нарушений в районе ортов 18—21 находится рудная линза, мощностью 100 м, вертикального падения, граничащая со скарново-сланцевой толщей и секущей дайкой диоритового порфирита, мощностью 3 м. За рудным телом прослеживается серия параллельных вертикальных трещин общей мощностью до 1 м, выполненных перемятым материалом диоритового порфирита. С запада располагает-

ождении	Предшествующие технологические операции, причина динамического явления	7	После массового взрыва по разрезно- му блоку 17 (II очередь) в этаже -280 + -210 м через 2 с произошло динамическое событие, через 7 с — динамическое событие 7 – 8 нерге- тического класса. Отмечено перерае- пределение напряжений в массиве после взрыва	Одновременно с взрывной отбойкой забоя в заходке ВДПУ-4ТМ в блоке 9 произошло динамическое явление, которое ощущалось на дневной по- верхности. Перераспределение зон опорного давления после технологи- ческого взрыва по блоку 7; район тектонического нарушения, где рас- положены подсечные выработки	Произведен массовый взрыв по блоку 16 в этаже -280 ÷ -210 м. Масса ВВ 214 т. Через 7 с произошел толчок с энергией 10 <sup>8</sup> Дж. Перемешение зоны опорного давления и наложение ее на область концентрации высоких на- пряжений в массиве горных пород
на Шерегешевском место	Геологическая характеристика	6	Строение рудных тел ослож- нено дайками микросиенитов, порфиритов. Тектоника рай- она представлена серией раз- ноориентированных трещин- ных зон. Наиболее крупная мощность тектонического на- рушения до 10 м северо-за- падного простирания с углом падения 50—90°	Сиениты и скарны, дайки диоритов рассекают рудное тело и вмещающие породы под углом 60—80°, обильная тектоническая нарушенность	Падение рудного тела под углом 90°, дайки микродио- ритов под углом 30° в южном направлении
динамических явлениях	Место проявления, объем нарушения	5	Орты 14—18 гор. –280 м. На гор. –280 м нарушен бетон- ный трап и подняты рельсо- вые пути. В ортах 16 и 18 произошлю обрушение гор- ных пород объемом 35 м <sup>3</sup>	Блоки 9—10, горизонт под- сечки. В буровой нише блока 9 на протяжении 20 м про- изошло обрушение кровли вы- работки, объем горной массы составил 20 м <sup>3</sup>	Орт 16 гор. –280 м, поднятие почвы, нарушение бетонного трапа и рельсового пути в выработках
наиболее крупных	Сейсмическая энер- гия динамического явления (Дж// энер- гетический класс/ эквивалент ВВ (т)	4	2,7.10 <sup>8</sup> /8/32	4,7-107/7/5	10 <sup>8</sup> . 50—5,4·10 <sup>6</sup> / 6—8/230
ения о н	Глу- бина, гори- зонт	3	730 м, гор. -280 м	660 m, rop. -210 ÷ -140 m	730 m, opt 16, rop. -280 m
б еские свед	Дата, время	2	14.01.90 08:02:43	19.02.92 7:28:00	14.06.92 12 : 00 : 17
<i>Таблица 6.</i> Статистич	Наимено- вание динамиче- ского явления	-	Горно- текто- ничес- кий удар	Горный удар	удар удар

26

7	Произведены массовый взрыв блока 16 в этаже –280 — -210 м и техноло- гический взрыв блока 10 в этаже –210 ÷ –140 м. Микроудар ошущался на дневной поверхности в виде толч- ка в течение 5 с. После взрывов обра- зовалась деформационная волна, ко- торая перемещалась со скоростью 180 м/сут., достигла пригруженного участка массива горных пород	30.08.92 в 12 : 00 : 09 произведен мас- совый взрыв по обрушению блока 10 в этаже -210 ÷-140 м, масса ВВ 235,96 т. Через 11,5 с произошло динамическое явление, перераспре- ласление зоны опорного давления	Через 1 сут. после массового взрыва по блоку 10 произошел микроудар, ощущаемый на дневной поверхности. Падение выработок складов ВМ в зону опорного давления от очистного пространства	31.06.94 в 12:00:10 произведен мас- совый взрыв по обрушению блока 9 в этаже -210 +-140 м; масса ВВ 242, 8 т. Через 1 мин. 12 с после взры- ва произошел толчок, затем через 51 с еще один с сотрасением массива, ощущаемым на дневной поверхности. Спровоцированы массовым взрывом и «мгновенным» перераспределением зон пригрузки в динамически актив- ном районе
6	Туфосланцы с тонкой верти- кальной рассланцовкой севе- ро-западного направления. Тектоническое нарушение мощностью 0,5 м, падение под углом 80°	Дайки диоритов рассекают рудное тело и вмещающие породы по простиранию с северо-восточным и юго-за- падным падением под углом 60-80°	В восточной части выработки склада ВМ прослеживается тектоническая трещина севе- ро-западного простирания и западного крутого падения под углом 80°	Тектоническая зона «Диаго- нальный разлом». В западной части тектоническая зона «Три Д» мощностью 5 м вер- тикального падения. Ниже гор. –210 м пологопадающая зона с углом 10—15° северо- западного падения
5	Северный квершлаг. Выра- ботки руддвора закреплены железобетонной крепью	Гор. –70, –280 м ВДПУ-4ТМ № 8 и 10 в блоке 9 гор. –210 м. Образование трешин в бетонной крепи, шевеление почвы, отслоение кусков гор- ных пород	Гор. –210 м в складе ВМ и СЗПШ. Разрушение бетонной крепи на протяжении 60 м, объем – 17 м <sup>3</sup> , поднятие поч- вы выработки, крепь с закла- дочного борта выдавлена в выработку	Орт 5, 6 гор. –140 м, орт 9 гор. –210 м. Поднятие почвы и рельсовых путей до 0,3— 0,7 м; нарушение бетонной крепи в виде сколов, трещин и отслоений бетона
4	1,5.10 <sup>4</sup> /4,2/10	2,9.10 <sup>8</sup> /8/260	2,5-10%/40	9,5-10 <sup>6</sup> и 4,3-10 <sup>7</sup> /260
3	660 м, руд- двор ствола «Северный» в этаже -210 ÷ -140 м	660 м, гор. -210 м, блок 9	660 м, гор. -210 м, склад ВМ	590—660 м, горизонты –140 м, 210 м
2	25.06.92 22:41:00	30.08.92 12:00:20	31.08.92 19:46:09	31.07.94 12:01:22 12:02:13
1	Микро- удар	улар	улар	удары

Продолжение табл. 6.6

						Продолжение табл. 6.6
1	2	3	4	5	9	7
Горно-тек- тоничес- кий удар	29.03.98 112 : 30 : 26	730 м, горизонты -280, - 210 м	6,2-10 <sup>8</sup> /8,7/ 253	Орты 21—25, юго-восточный фланг Восточного участка. Нарушение крепи и обруше- ние горных пород	Две системы кругопадающих тектонических нарушений, Диагональный и Нагорный разломы с амплитудой сме- шения (сброс-слвиг) по вер- тикали 180—200 м. Полого- падающее тектоническое на- рушение северо-восточного простирания с углом падения 5—15° мощностью 60—80 м. Породы: сиениты, скарны, известняки и сланцы	Через 3 с после массового взрыва по блоку 21 в этаже -280 ÷ -210 м мас- сой BB 215,9 т произошел толчок, затем еще два через 18 и 34 с (всего 64 сейсмособытия). Перераспределе- ние напряжений в массиве горных пород, наличие тектонических зон и даек
Горно- тектониче- ский удар	24.10.99 12 : 00 : 37	660—730 м, горизонты -280, -210 м	2,3.10°/9/140	Блоки 8—16 гор280 м, блоки 6—17 гор210 м. Нарушение крепи, коммуни- каций, поднятие почвы, рель- совых путей и обрушение горных пород в выработках	«Диагональное» нарушение, пологопадающая зона и опс- ряющие нарушения	24.10.99 в 12:00:11 произведен массовый взрыв по блоку 13, масса ВВ 129 т. После взрыва через 26 с произошел толчок. Динамическое явление инициировано массовым взрывом, приурочено к району двух крупных тектонических нарушений с наличием высоких напряжений в массиве
Микро- удар	14.11.03 17:38:33	590 м, гор. –140 м	2,4-10 <sup>3</sup> /3/10	Северо-западный разведоч- ный квершлаг. Обрушение горных пород из кровли выработки объемом 1,5 м <sup>3</sup>	Пересечение туфов дайкой диюритового порфирита. Вер- тикальная рассланцовка — прожилки пирита, кальцита, гематита	Увеличение сечения выработки в кровле, крепление анкерной крепью. Перераспределение горного давления после технологического взрыва по блоку 11, который приурочен к кон-такту разномолульных пород
удар	13.04.04 07 : 04 : 18	812 м, горизонты -280, -210 м	8,5.10°/6,9/30	Блок 17, компенсационная камера. Обрушение пород с борта камеры объемом 10 м <sup>3</sup> , отслоение пород и бетонной крепи в кровле выработок под ВДПУ-4ТМ.	Расположено два крупных тектонических нарушения: Диагональный и Восточный; разломы мощностью 0,5—5 м. Размеры тектонических бло- ков составляют 300 × 400 м, массив блоков разбит трещи- нами	В орте 17 гор350 м производился выпуск горной массы из компенсаци- онных камер. Высокий уровень на- пряжений на контуре компенсацион- ной камеры

МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ СЕЙСМОДЕФОРМАЦИОННОГО МОНИТОРИНГА...

 6 7	их по- Контакт сланцев с сиенит- поение порфиром, контакт тектони- ческий, простирание с северо- высокие напряжения, обусловленные запада на юго-восток, паде- ние на северо-восток, паде- расположением орта 24 в зоне опор- ние на северо-восток под углом 80°. Породы трещино- ватые и разбиты на блоки в длину 1—1,5, в ширину- 0,5—0,6 м, толщину 0,2—0,3 м	почвы В 4 м от контакта дайки мик- в 51 м росиенитов и 8 м от контакта дайки мик- зоны с рудным телом 6—9 тазажа; осуществлялись взрывы на анства анства ата подзтаже гор. –210 м, а также в орте 18 и на подсечке блока 18 гор. –350 м. Перераспределение горного давления после массовых взрывов по разрезным блокам 17 и 30 г 2 м <sup>3</sup> ; рта 19 почвы	20 м и Скарны эпидот-гранатовые Проволились взрывные работы и вы- мелкозернистые, трещинова- тые. Тектоническое наруше- ние северо-восточного на- правления под углом 25° к роудара на юго-восточном участке оси выработки с падением на (около 1,5 км) в этаже +70 ÷ +117 м северо-запад под углом 65°, произведен массовый взрыв по об- Нарушение представлено раз- рушение 3, осно 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
5	Орт 24, вывалы горны род объемом 4 м <sup>3</sup> , отсл крепи в кровле до 0,5 м	На глубине 39 м от торга 20 гор. –280 м; в ниже днища выработанного простра выработанного простра в 15 м выше кровли огодечки блока 18 гор. –350 м. На гор. подсечки блока 18 гор. в северном орте обругов северном орте обругов северном орте обругов заходках и в выраб вод ВДПУ-4ТМ отслос выброс пород объемом в центральной части ор гор. –350 м поднятие 1 на высоту 5 см	Межлу гор350 и -42 блоками 14—15
4	2.10 <sup>2</sup> /2/1	2,6-10 <sup>6</sup> /6,4/31	2,4-10 <sup>3</sup> /3,4/32
3	620 м, гор. –350 м	772 м, между горизонтами -350 ÷ -280 м	852 m
2	19.07.05 21:58:01	02.11.05 13 : 51 : 02	22.12.05 20:57:02
1	удар удар	Микро- удар	Микро- удар

29

Окончание табл. 6.6

7	-350 м (блоки 17 и 30) и притока энергии от деформационной волны после взрыва по блоку 1 — локальная концентрация напряжения на контуре орта 14 гор350 м	В блоке 18 произведен технологиче- ский взрыв по образованию компен- сационных камер с массой ВВ 4,5 т на расстоянии 200 м от очага микро- удара. Перераспределение горного давления после взрыва по блоку 18. Суммарный энергетический класс взрывов составил 8,8	Произведен массовый взрыв по блоку 18 гор. –350÷–280 м. Масса ВВ 167,8 т, эквивалент по ВВ 206,5 т, сейсмическая энергия взрыва 1,2 × × 10° Дж. В течение 1 сут. после взрыва произошло 108 голчков с минимальной энергией 3,2-10° Дж. Перераспределение напряжений в массиве горных пород при взрыве блока 18
9		Скарны, сиениты вертикаль- ного падения. Тектоническое нарушение под углом 80— 90°, мощностью 3 м под углом 35—40° к оси орта 24	Магнетитовая массивная руд- ная линза мощностью 100 м вертикального падения, гра- ничащая со скарново-слан- цевой вмещающей толшей и секушей дайкой диоритово- го порфирита мощностью до 3 м
5		Орт 24, гор. –350 м. Обруше- ние горных пород объемом 60 м <sup>3</sup> , на протяжении 8 м нарушена анкерная крепь; падение кусков горных пород	Орты 18—21 гор. –350 м. Нарушение железобетонной крепи ВДПУ-4ТМ в орте 18 на гор. –350 м в объеме 63 м <sup>3</sup> ; подняты рельсовые пути на 0,6 м на протяжении 28 м; в 0,6 м на протяжении 28 м; в орте 19 нарушена бетонная крепь; в орте 20 выданнута бетонная крепь в борте выра- ботки на 42 см на протяже- нии 70 м; в орте 21 обруше- ние пород объемом 16 м <sup>3</sup>
4		4,4.10 <sup>2</sup> /2,6/16	3,2-10°,9/206,5
3		852 м, между горизонтами -350 и -280 м	Горизонты -350÷-280 м
2		03.09.06 08:01:03	19.11.06 12 : 00 : 09
1		Микро- удар	Горно-тек- тоничес- кий удар (серия микро- ударов)

50 M	Объем восстановительных работ	Торкретирование свода и частично бортов выработки ( $\Delta$ = 50 мм), $S$ = 85 м²	Торкретирование свода и частично бортов выработки ( $\Delta$ = 50 мм), $S$ = 78 ${\rm M}^2$	Торкретирование свода и частично бортов выработки ( $\Delta$ = 50 мм), $S$ = 220 м^2	Перестилка рельсовых путей с поддиром почвы на расстояни 100 м. Уборка горной массы объемом 120 м <sup>3</sup>	Демонтаж нарушенного крепления, восстановление и замен металлического крепления бортовин (6 т), бетонирование. Обт ем бетонной крепи 15 м <sup>3</sup>	Демонтаж бетонного крепления объемом 60 м <sup>3</sup> , уборка горно массы от вывалов в объеме 140 м <sup>3</sup> . Возведение бетонного крепления в объеме 140 м <sup>3</sup> . Демонтаж бетонного крепления объемо 26 м <sup>3</sup> , уборка горной массы от вывалов в объеме 90 м <sup>3</sup> . Возведе ние бетонного крепления в объеме 26 м <sup>3</sup>	Демонтаж бетонного крепления объемом 50 $m^3$ , уборка горно массы от вывалов в объеме 75 $m^3$ . Возведение бетонного крепления в объеме 50 $m^3$	Оборка заколов, демонтаж нарушенного временного креплени и уборка горной массы от вывалов в объеме 16 м <sup>3</sup> . Восстановле ние сталеорганного крепления	да и бортов выработки.
ний и объемы восстановительных работ на гор. –3	Характеристика нарушений	Нарушена железобетонная крепь с трещинами по своду и бортам	Нарушена железобетонная крепь с трещинами по своду и бортам	В районе ВДПУ-7, 9, 12, 14, 16 и между ними нару- шена железобетонная крепь в своде выработки.	Подняты железнодорожные пути на высоту 0,6 м на участке длиной 100 м	Нарушено крепление бортовин ВДПУ-4ТМ	В интервале 25 м от т. 496 на запад и 10,3 м на восток бетонная крепь южного борта частично нарушена и смещена на север до 0,8 м. В интервале т. 499 от 1,5 м до 12 м северный борт бетонной крепи полностью разрушен	В районе ПК16+5—ПК18+5 южный борт выработки смещен на север на 0,42 м. Бетонная крепь частично нарушена	Вывалы из бортов выработки на протяжении 30 м	олщина торкретбетона, мм; S — площадь торкретирования сво.
<i>Таблица 6.7</i> Характер нарушен	Выработка, район	Орт 18 ВДПУ-1, 4, 6	ВДПУ-3, 5, 8	ВДПУ-7, 9, 12, 14, 16	ПК14-ПК24	ВДПУ-12, 14, 16	Орт 19	Орт 20	Opr 21	Примечание. Δ — т

31

*Таблица 6.8* Затраты на ремонтно-восстановительные работы после горно-тектонического удара (гор. –350 м)

Итого затрат, тыс. руб.	15,9	14,6	41,1	2 71	C'0/	121	52,4		235,6			102,1			196,4		3,5	859,1
Зарплата, ЕСН и СТО, тыс. руб.	8,3	7,6	21,4	66.6	00,00	28,9	25,3		124			53,7			103,3		3	439,1
Стоимость материалов, тыс. руб.	5,5	5,1	14,3	I	I	76,3	20,2		81			35,1			67,4		I	304,4
Объем работ	85	78	220	100	120	6	15	60	140	60	26	90	26	50	75	50	16	
Ед. изм.	$\mathrm{M}^2$	$M^2$	$\mathrm{M}^2$	W	м <sup>3</sup>	Т	M <sup>3</sup>	м <sup>3</sup>	м <sup>3</sup>	м <sup>3</sup>	м <sup>3</sup>	$M^{3}$	M <sup>3</sup>	м <sup>3</sup>	м <sup>3</sup>	<sup>3</sup>	M <sup>3</sup>	
Вид восстановительных работ	Торкретирование свода и частично бортов выработки	Торкретирование свода и частично бортов выработки	Торкретирование свода и частично бортов выработки	Перестилка рельсовых путей с поддиром почвы	Уборка груза	Демонтаж нарушенного крепления, восстановление и замена металлического крепления бортовин	Бетонирование бетонной крепи	Демонтаж бетонного крепления	Уборка горной массы	Возведение бетонного крепления	Демонтаж бетонного крепления	Уборка горной массы	Возведение бетонного крепления	Демонтаж бетонного крепления	Уборка горной массы	Возведение бетонного крепления	Оборка заколов и уборка горной массы от вывалов	
Выработка, район	Орт 18 ВДПУ-1, 4, 6	ВДПУ-3, 5, 8	ВДПУ-7, 9, 12, 14, 16		+7/111-+1/111	ВДПУ № 12, 14, 16				One 10	Opt. 19				Opr 20		Opr 21	Hroro



11450—11750 и 12050—12450 — координаты Х и У.

ся тектоническая трещина с углом падения  $20-30^{\circ}$  на запад, мощностью 0,5—0,7 м. Данный участок также пересекает тектоническое нарушение в виде серии трещин с углом падения  $70-85^{\circ}$  на северо-запад, общей мощностью от 0,2 до 1 м (рис. 6.10).

Рассмотрим геомеханическую обстановку за 3 месяца до горно-тектонического удара.

С августа 2008 г. возобновились еженедельные технологические взрывы по формированию компенсационных камер по 18 блоку в этаже –350 ÷ –280 м. Было взорвано 3421 кг ВМ (класс 6,4, эквивалент — 3,62 т); 20.08.06 — 4522 кг (класс 6,3, эквивалент 4,79 т); 27.08.06 — 4009 кг (класс 5,2, эквивалент 4,9 т). Реакция массива после них выражалась в нескольких толчках 1—4 класса непосредственно сразу после взрыва: в районе от орта 8 на севере до орта 21 на юге по западным и восточным частям южных ортов и по центру блока 8. Глубина сейсмических событий — ниже отметки –304 м. Осмотром горных выработок было установлено:



*Рис. 6.10.* Схема расположения ортов в зоне геологического нарушения. Р. Т. 6+9 — рудное тело, 425—588 — геологические скважины.

1 — известняки, 2 — сланцы метаморфические по вулканогенно-осадочным породам; 3 — диориты, микродиориты, диоритовые порфириты; 4 — скарны эпидот-гранат-магнетитовые, эпидот-гранат-полевошпатовые метасоматиты; 5 — а — сиениты, б — микросиениты; 6 — руда; 7 — тектоническое нарушение; 8 — контакты горных пород прослеженные; 9 — контур рудного тела геологический.

незначительные дополнительный вывал в зоне нарушения и подвижки почвы в орте 19 горизонта – 350 м;

в орте 20 этого же горизонта в зоне нарушения бетонного крепления отмечены отброшенные сколы бетонного крепления с северного борта к южному;

более значительны изменения по востоку орта 21 (гор. –350 м), где появились новые вывалы с надпочвенной части бортов;

в течение недели увеличение класса событий (не менее 15 толчков) не наблюдалось;

толчок класса 2,6 на южном фланге (между СВШ и восточной частью орта 21, -339 м) 25 августа в 10 : 59 спровоцировал вывал горной массы с южного борта орта 22, дополнительный вывал в орте 21 и пригрузку (категория «Опасно») контура орта 24 гор. –350 м (явление классифицировано как микроудар);

03.09.2006 был произведен очередной, четвертый технологический взрыв по формированию компенсационной камеры (восточной) блока 18 в этаже –280 ÷ ÷ –350 м. Фактический вес заряда BB 4116,4 кг спровоцировал событие класса 8,8 (эквивалент 262 т) с эпицентром в районе западной части орта 18 с отметкой –306 м. После взрыва (до 05 : 41, 04.09.06) прошло 40 сейсмособытий 1—3 класса (последних — два толчка). Все толчки зафиксированы в районе от западного створа орта 13 (–291 м) до восточного створа орта 24 (–350 м) и востока орта 26 (–386 м) с разбросом по глубине от –479 м до –182 м.

Осмотр горных выработок показал, что сейсмособытие такого класса сопровождалось:

поднятием почвы (горизонт –140 м, южный треугольник) — от сопряжения заходки в служебный павильон 17 участка (сколы бетона у сопряжения) до северного треугольника (сколы бетона по полевому штреку до перемычки, изменения ширины трещин по замерам маяков);

подвижками с подновлением и осыпанием старых отслоений бетонного крепления в районе северного треугольника горизонта –280 м;

подвижками фрагментов бетонной крепи в CBК-280 в районе его сопряжения с ортами 18—21. По станции глубинных реперов № 6 зафиксированы подвижки блоков с приращениями до +3—5 мм;

разрушением и выбросом обломков крепления и горной массы объемом около 2 м<sup>3</sup> на СВК-280, между ортами 21 и 22;

вывалом горной массы объемом 50—60 м<sup>3</sup> (горизонт –350 м, орт 24) с кровли выработки с разрывом отдельных анкеров. Кровля обрушилась в той части, где заканчивается небольшой участок бетонной крепи, возведенный в данном месте после микроудара 19.07.2005 г. Геодинамическое явление было спровоцировано взрыванием забоя, после которого через 9 мин. зафиксирован толчок класса 2,6;

сколами горной массы с надпочвенной части северного борта орта 22 (гор. -350 м).

В 2006 г. завершился период электромагнитных наблюдений приборами РЭМИ за состоянием геодинамической активности зоны западного контакта рудного тела, вскрытого в ортах 16—20 гор. –350 м. РЭМИ регистрировалась периодически возникающая активизация процессов сдвижения в этом районе Восточного участка. Серии совместных (ЭМИ, ускорения силы тяжести, сдвижения) режимных измерений 22 сентября и 18 ноября 2006 г. позволили установить, что при уменьшении силы тяжести зона контакта приобретает склонность к сдвижению.

Под действием сил упругости происходит поднятие почвы выработки. Это установлено по изменению замеряемой при помощи лазерной рулетки базовой длины (84075 мм). 22 сентября максимальное приращение горизонтальных сдвижений в зоне контакта (увеличение на 9 мм за 4 ч 05 мин.) составило 0,0107 %. Через месяц, 18 ноября — 7 мм за 3 ч 55 мин. (0,0083 %), а 21 ноября, после массового взрыва блока 18 и спровоцированной им серии микроударов, за 2 ч 05 мин. изменение длины базового расстояния не превысило  $\pm 1$  мм (0,0012 %).

Изменение силы тяжести в эти же периоды составило 22 сентября — 1,2 мГал, 18 ноября — 1,6 мГал. Вариации электромагнитного поля составили: 22.09.06 РЭМИ — 14,0/28,0; РЭМИ-Я — 4,0/9,0; ИЭМИ — 72,7/85,3; 18.11.06 РЭМИ — 13,7/35,0; РЭМИ-Я — 4,0/23,0; ИЭМИ — 95,3/112,3. Первая серия замеров (22.09.06) совпала с подготовкой и сейсмособытием в орте 27 (-347 м). Вторая серия замеров проведена перед массовым взрывом блока 18 (19.11.06) и последовавшим после него динамическим явлением.

В целом подготовка и обрушение второго блока (№ 18) в этаже –350 ÷ –280 м в 2006 г. сопровождалась активизацией горного давления:

25.08.06, 22 орт гор. -350 м — выброс горной массы объемом 2,5 м<sup>3</sup>;

03.09.06, нарушения в ортах 19-21 и в орте 24 гор. -350 м;

30.07.06 и 19.11.06 отмечены нарушения в ортах 19—24 гор. -350 м и ортах 19—20 гор. -280 м.

По характеру выбросов горной массы, нарушениям крепления, отслоения породных блоков с незакрепленных участков борта выработки, обязательному рыхлению набойки, смещению путей устанавливается место ударного воздействия со стороны почвы. При таком направлении действия ударной силы наибольшие объемы выбросов (вывалов) горной массы с кровли фиксировались в выработках, где
установлена бетонная крепь (восток орта 21, орт 24). Участки этих же выработок, закрепленных сеткой с анкерами, на ударное воздействие реагировали отслоениями горной массы с припочвенной части бортов выработок, где крепление отсутствовало.

Описанные особенности ударного воздействия наблюдались ранее в выработках горизонта –280 м (восток орта 28 и запад орта 8), а также ряд других фактов позволяют сделать следующие выводы. Периодические подвижки почвы выработок (по данным РЭМИ, электрометрии, визуальным наблюденим) в виде выдавливания, отжима или смещения породных блоков происходят постоянно. В случае возведения на таких участках почвы бетонного крепления последние становятся накопителями напряжений сжатия (как в самой крепи, так и в ближайшем контуре выработки). Активизированные взрывами, а также сейсмическими событиями очаги напряжений реализуются в виде удара с почвы. «Мгновенным» нагрузкам подвергаются сначала надпочвенные части бортов, затем контур в участке пяты свода и лишь в последнюю очередь кровля выработки.

При подготовке к отработке блока 9 в этаже  $-210 \div -140$  м в период производства взрывной отбойки в заходке под ВДПУ-4TM зарегистрировано динамическое явление с энергией  $4,7\cdot10^7$  Дж и эквивалентом по BB 5 т.

В зоне обильной тектонической нарушенности, даек диоритов и контактов сиенитов и скарнов, на горизонте подсечки блока обнаружено обрушение горных пород с кровли выработки, объемом порядка 20 м<sup>3</sup> (см. табл. 6.2). Причиной горного удара явилось перераспределение зоны опорного давления после технологического взрыва в районе тектонического нарушения. Горные выработки на месторождениях располагаются в основном в зонах тектонических нарушений и в условиях действия высоких природных напряжений. Микроудары происходят вследствие массовых и технологических взрывов, при выпуске горной массы из компенсационной камеры и проходке выработок (см. табл. 6.2).

Так, после массового взрыва по блоку 16 в этаже  $-280 \div -210$  м и технологического взрыва по блоку 10 в этаже  $-210 \div -140$  м произошел микроудар с энергией  $1,5\cdot10^4$  Дж. Нарушение железобетонной крепи в северном квершлаге зарегистрировано в районе расположения тектонического нарушения мощностью 0,5 м с углом падения  $80^\circ$  и туфосланцев с вертикальной рассланцовкой. В дальнейшем на контакте рудного тела и дайки микродиоритов с углом падения  $30^\circ$  в орте 16 гор. -280 м после массового взрыва выявлены поднятие почвы, нарушение бетонного трапа и рельсовых путей, причем рельсы были разорваны, энергия динамических явлений составила  $5,4\cdot10^6-10^8$  Дж. Микроудар произошел через 1 сут. после массового взрыва по блоку 10 в складе ВМ, где в восточной части прослеживается тектоническая трещина под углом  $80^\circ$ .

При увеличении сечения кровли выработки в северо-западном разведочном штреке на гор. -140 м в месте пересечения туфов дайкой диоритового порфирита зарегистрировано обрушение горных пород объемом 1,5 м<sup>3</sup>. В процессе выпуска горной массы из компенсационной камеры произошел микроудар с энергией  $8,5 \cdot 10^6$  Дж. Динамическое явление произошло в зоне расположения Диагонального и Восточного разломов (мощностью 0,5—5 м) и тектонических трещин. Обрушение горных пород в объеме 10 м<sup>3</sup> наблюдалось с борта камеры. Кроме того, зарегистрировано отслоение бетонной крепи в кровле выработки под ВДПУ-4ТМ.

▲XI.04 n h № 4793 -340,5 -309,4 ▲IX.04 X.98 r  $V_{\rm B} \approx 5 - 6 \, {\rm M}^3$ Забой 40,3 AT VIII.98 r. 36,8 № 3106 Ô 566 ITI 4,6 5,4 3,4 -309,4 VII.04 ΞĽ VII.98 r. 0 I -280 VI 0 /I 98 г -350 516 04 № № 97 -70 -280 I +320 0 -345 Т V.98 Īμ -350 -340 ļЦ 1 495 IV.98 г. 23.12.05 г. \_\_\_ № 3660 ©-280 -350 AXIL05 r. 1 OO 4 III.98 r.4 557 և I II.98 r. № 239 XI.05 г. @+145 No 3135 I.00 -445 4 0 Ы ▲ X.98 F. I.98 r. X.05 r. VIII.98 r. XII.97 г. ▲ XI.04 г. 14 490 219 VIL96 r. 4 T١ 593 № 3667 ł ▲ VII.98 г. **▲** X.04jr 461 9 VI.96 г. 11.97 № 212 VI.98 r. 455 ıH O +275 2/12 297 -445 μ № 305 96 V 98 **O**+145 -400 444ш Ą X 1X.04 r. . 1.96 г. и ġ 577 X I IV.98 ſŢ Γ, ffi V.97 1 VIL.04 r. ▲ XL95 r 465 III.97 I 1 **Opr 14** XI.96 г. 16 15. IX.95 r X.96 Opr ] ORT VI.04 г.

интеграционные проекты

*Рис. 6.11.* Схема расположения выработок на гор. –350 м. 23.12.05 г. — время и местоположение очага микроудара; на врезке — состояние орта после микроудара.



При ведении взрывных работ и выпуске горной массы в блоках 18, 9 и 10 в районе тектонических нарушений между горизонтами -350 и -420 м произошел толчок с энергией  $2,4\cdot10^3$  Дж, который вызвал микроудар в орте 14 (рис. 6.11). Технологические взрывы на буровом и подсечном горизонтах также в блоке 18 спровоцировали динамическое явление с энергией  $2,6\cdot10^6$  Дж в орте 20 гор. -280 м на контакте дайки микросиенитов и рудного тела (рис. 6.12). В районе тектониче-



*Рис. 6.12.* Расположение очага микроудара на гор. –280 м (*a*) и в вертикальной проекции (*б*). I — очаг микроудара; –140 ÷ –350 м — горизонты в шахте; 11,6 ÷ 12,3 — координаты X и Y; I — микросиениты; Р. Т. — рудное тело.

ского нарушения и контакта сиенита со сланцами в борте на гор. –350 м произошло обрушение горных пород из кровли выработки на глубину 1,5—1,7 м объемом 3—4 м<sup>3</sup> (рис. 6.13).

При производстве взрыва шпуровых зарядов ВВ в забое орта 24 в районе контактов сланцев с сиенит-порфиром с падением под углом  $80^{\circ}$  зарегистрирован микроудар с обрушением горных пород в кровле объемом 4 м<sup>3</sup>. В районе тектонического нарушения под углом 80— $90^{\circ}$  мощностью 3 м и расположения скарнов и сиенитов в орте 24 гор. –350 м в результате микроудара произошли обрушение горных пород объемом  $60 \text{ м}^3$ , нарушение анкерной крепи, а также падение отдельных кусков горных пород.

На рис. 6.14 приводятся результаты измерения электрометрического коэффициента ( $K_p$ ) одной из выработок [10], а также масса взорванного ВВ при массовых и технологических взрывах. Установлено, что при технологическом взрыве по блоку 18  $K_p$  увеличился от 0,5 до 3,3 при измерениях по всем горизонтам, однако на гор. –70 м в ЮВПШ снизился от 3,2 до 1,3.







*Рис. 6.13.* План горных работ гор. –350 м (*a*), сечение орта 24 до и после микроудара (*б*).

Следует отметить, что в декабре 2003 г. и марте 2004 г. произошли микроудары на участке Главный в районе блока 14, вызванные накоплением напряжений в массиве горных пород в результате взрывных работ (табл. 6.9). Динамические явления зарегистрированы энергетического класса 6,3 и 9,4. В горных выработках выявлены места нарушений, такие как вспучивание почвы и поднятие рельсовых путей, обрушение пород в объеме 8—10 м<sup>3</sup> и др.

С понижением горных работ, за период с 1980 по 2006 г., произошло 194 динамических явления в форме интенсивного заколообразования, стреляния, внезапного обрушения горных пород, толчков и микроударов (табл. 6.10). Проведена оценка состояния выработок при толчках различной интенсивности на Таштагольском месторождении. За период с 2000 по 2007 г. на Таштагольском месторождении зарегистрировано более 15000 подземных толчков (рис. 6.15, табл. 6.11).

Из табл. 6.11 видно, что, начиная с 1997 г., наблюдается увеличение общего количества толчков за год. В то же время количество событий 3—9 классов практически не меняется (кроме 2004 и 2006 гг.). В эти годы проведено наибольшее количество технологических взрывов и

начались работы на новом, более глубоком горизонте (-350 м) месторождения. Из общего количества толчков, зарегистрированных в 2007 г., события с энергией 1000 Дж, зафиксированные без проведения взрывных работ в выработках, составляют 3,0 %. В табл. 6.12 приводятся данные о подземных толчках, вызвавших нарушения в горных выработках.

Динами- ческое явление	Место проявления	Характер и объем динамического явления	Примечание
1	2	3	4
Толчок	Вмещающий массив участка Главный	Толчок ощущался в шахте и на поверхности. Сейсмостан- цией «Таштагол» зарегистрировано событие энергетиче- ским классом 6,5. Разрушений в выработках при осмотрах не обнаружено	Технологический взрыв по подсеч- ке блока 6 участка Болотный. Мас- са BB 600 кг (гор. +255 м)
Интенсивное заколообра- зование	Буровые выработки бло- ка 12/13 и кровля выра- ботки	Падение заколов. Разрушение стенки по ходовой сбойке. Район сложен магнетитовой рудой. Трещины вертикаль- ные, пересекающиеся пологими, разноориентированы	Одновременно взрывные работы в двух забоях
Интенсивное заколообра- зование	Блок 12/13. Буровые вы- работки. Кровля и борта выработок по орту 1—	После взрыва. Выпадение заколов вокруг ходовой сбойки, по ортам 1 и 2. Разрушение перекрытия. Материал круп- нообломочный, до 3 м. Район сложен скарнами. Трешины	Технологический взрыв. Масса ВВ 9970 кг. Разгрузочный всер по оформлению шели между обруше-
	20 м, по орту 2 — 4 м	вертикальные, пересекающиеся пологими, разноориенти- рованы. На гор. +325 м установлена категория «Опасно». На гор. +255 м «Неопасно». Отстаивание выработок 1 сут.	ниями участков I лавный и Болот- ный для снижения напряженно-де- формированного состояния мас- сива
Стреляние	Горизонт +255 м блок 9 разрезной штрек 1 на со- пряжении с траншейным ортом 1	При проходке разрезного штрека 1 началось куполение на сопряжении. После взрывных работ слышен треск, на- блюдалось падение заколов. Район сложен порфиритами. Трещины пологопадающие, разноориентированы	Стреляние горных пород после взрывных работ в забое в течение суток
Стреляние	Горизонт +185 м. Орт 55, ВДПУ-1	Стреляние забоя после взрывных работ. Треск по кровле. Выпадение заколов	Стреляние происходило после взрывных работ
Толчок	Буровые выработки блок 12/13 (1 очередь). Буро- вой орт 1 по правому борту в районе скважин	Произощел толчок, в результате которого обрушились слабо устойчивые породы по трешинам. Материал мелко- обломочный. Объем горной массы до 1 м <sup>3</sup> . Толчок ощу- шался в шахте	Обрушение горных пород про- изошло после взрывных работ в забое
Толчок	Буровые выработки блок 12/13 гор.+311 м (1 очередь). Буровой орт 2 в районе крепи. Буровой штрек 1, ходовая сбойка	Произошел толчок, который ощущался на поверхности и в шахте. Сейсмостанцией «Таштагол» зарегистрировано событие энергетическим классом 6,6. На гор. +311 м в буровом орте 2 обрушение горных пород с кровли и лево- го борта. Материал крупнообломочный. Падение заколов	Взрывные работы в забое буровой камеры

*Таблица 6.9* Динамические явления на Шерегешевском месторождении в 2005 г.

ONORTHING MUCH. U.	4	1	Массовый взрыв по блоку 12/13 с ВВ, равным 224 т. Энергетический класс 8,7	19.07.05г. в 23 <sup>22</sup> ч технологический взрыв. Масса ВВ 3980 кг. Сейсмо- событие энергетического класса 7		Технологические взрывы по оформлению подсечного простран- ства блока 4	Массовый взрыв 04.12.05 г. Масса ВВ 305093 кг	16.12.05 г. в 07 <sup>18</sup> ч технологичес- кий взрыв. Масса BB 6500 кг. 17.12.05 г. в 07 <sup>22</sup> ч технологический взрыв. Масса BB 4800 кг
	3	с кровли и северного борта орта. Объем обрушенной гор- ной массы 15 м <sup>3</sup> Толчок ощущался в шахте. Сейсмостанция «Таштагол» зарегистрировала событие энергетическим классом 6,9. Нарушений в шахте нет	Орт 12 от сопряжения со штреком до ВДПУ-3 — 320 м <sup>3</sup> . Јевый борт и кровля. Повреждена крепь. Орт возле ВДПУ-1 и ВДПУ-2 перевален под кровлю. Орт 13 от со- пряжения со штреком до ВДПУ, объем разрушенной гор- ной массы 170 м <sup>3</sup> . Орт 14 от сопряжения со штреком — горной массы — 140 м <sup>3</sup> . Орт 15 на сопряжении со штре- ком, объем разрушенной горной массы 20 м <sup>3</sup> . Все нару- шения наблюдаются по левому борту и кровле выработок	Толчок с энергетическим классом 6,5. На поверхности и в шахте толчок не ощущался. Повреждений не отмечено	Зарегистрировано событие энергетическим классом 7,5. Толчок ощущался на поверхности и в шахте. Разрушений в шахте не обнаружено. На поверхности сильно толчок ощущался в поселке Старый Шерегеш	Падение заколов. Образование заколов вслед за их обор- кой в выработке	Толчок ошущался на поверхности. Зарегистрировано со- бытие энергетическим классом 5,6. Разрушений в выра- ботках не установлено	Толчок ощущался в шахте. Событие зарегистрировано энергетическим классом 5,2. Разрушений в шахте не вы- явлено
	2	Вмещающий массив гор- ных пород участка Глав- ный	Гор. +255 м, участок Главный. Сопряжение штрека с ортами 12—15	Блок 56 гор. +185 м. Под- сечка, участок Главный		Сопряжение штрека 12 с ортом 4	Блок 4 горизонтов +325+255 м	Блок 22 гор. +255 м на участке Новый Шере- геш. Подсечка. Участок Главный
	1	Толчок	Толчок	Толчок	Толчок	Интенсивное заколообра- зование	Толчок	Толчок

Окончание табл. 6.9

ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ СЕЙСМОДЕФОРМАЦИОННОГО МОНИТОРИНГА...



*Рис. 6.14.* Изменение *K<sub>p</sub>* по Юго-Восточному полевому штреку гор. –280 м. *1* — масса заряда ВВ; *2* — электрометрический коэффициент.

### Таблица 6.10

Виды и количество проявлений горного давления в динамической форме за период 1980—2006 гг.



*Рис. 6.15.* Распределение динамических явлений энергетического класса более 5 в течение 25 лет.

ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

*Таблица 6.11* Динамическая и

месторождении
Таштагольском
На
активность
гехнологическая
ИТ
намическая

	Maccob	ые взрывы			Тинамич	еские яв	ления к	CIACCOB	3—9		Daaro	II.
Год	Спе- циаль- ные	Техноло- гические	CBR33 c Macci B3phi	інные Эвыми вами	Связа с «отпе	нные цлкой»	Остал	IbHble	Bcero (100 %)	На 1 массо- вый взрыв	всего явлений за год	ил них классов 3—9
	шТ.	шТ.	ШТ.	%	шТ.	%	IIIT.	%	шТ.	шт.	urr.	%
1987	9	35	69	27	115	46	67	27	251	6,1	299	84
1988	7	37	41	41	38	38	21	21	100	2,3	133	75
1989	5	40	39	41	31	33	25	26	95	2,1	293	32
1990	4	29	59	41	44	31	41	28	144	4,4	1213	12
1991	3	41	38	40	33	35	23	24	94	2,1	314	30
1992	4	30	32	37	35	40	20	23	87	2,6	294	30
1993	ŝ	28	21	24	44	51	21	24	86	2,8	204	42
1994	3	37	31	29	34	32	42	39	107	2,7	284	38
1995	2	26	20	24	27	33	35	43	82	2,9	205	40
1996	2	19	77	39	42	23	69	38	188	9,0	245	77
1997	-	17	48	40	30	25	42	35	120	6,7	534	22
1998	3	25	47	42	30	27	35	31	112	4,0	438	26
1999	2	19	17	20	39	46	29	34	85	4,0	498	17
2000	З	29	37	31	31	26	52	43	120	3,7	507	24
2001	ŝ	27	37	34	24	22	48	44	109	3,6	812	13
2002	3	29	32	32	34	33	36	35	102	3,2	1124	6
2003	2	24	36	32	33	29	45	39	114	4,4	1640	8
2004	4	42	79	44	49	28	49	28	177	3,8	1864	6
2005	4	40	45	47	22	23	28	30	95	2,1	1160	8
2006	4	44	55	34	61	38	44	28	160	3,3	1846	6
2007	5	36	42	30	55	40	42	30	139	3,4	1391	10
Итого	73	654	902	I	851	I	814	I	2567	I	15298	Ι
Среднее	3,5	31	43	35	40	33	39	32	122	3,5	728	17

В 2006 г. толчок вызвал обрушение горных пород с южного борта северной подсечки в блоке 18 гор. –350 м. После толчка в грузовом квершлаге гор. –210 м обнаружены заколы в торкрет-бетоне на протяжении 30 м; площадь охвата нарушениями составила 100 м<sup>2</sup> (табл. 6.12). В орте 21 гор. –350 м наблюдалось обрушение горных пород, объем которых составил 3,7 м<sup>3</sup> (рис. 6.16, см. вклейку). В 2007 г. перед образованием гезенка произошел толчок по южному буровому орту. Объем горной массы равен 1 м<sup>3</sup>. Толчки происходили во время взрывной отбойки забоев, причем в орте 26 гор. –350 м наблюдалось обрушение части кровли вместе с временным креплением в объеме 5 м<sup>3</sup>. В 20 м от сопряжения орта 15 с северо-западным рабочим штреком 2 зарегистрирован выброс щебня с надпочвенной части объемом 1,5 м<sup>3</sup> (сиенит).

Толчок спровоцировал разрушение бетонного трапа в районе контакта скарнов и руды. В зоне расположения сиенитов и сланцев разрушен свод бетонного крепления. В районе сопряжения штрека 1 гор. ±0 м с вентиляционным ортом 1 (треугольник) обрушилась кровля с анкерным креплением. Толчок спровоцирован взрывом по созданию перепускной щели. При взрывании подсечки по блоку 16 произошел толчок в районе сопряжения орта 17; в результате взрыхлена почва в выработке и наблюдались трещины в кровле.

В 2007 г. на гор. –280 м сейсмостанцией зарегистрировано 54 события. Самое крупное — с энергией 8,14·10<sup>8</sup> Дж — произошло в западной части орта 29, с отметкой –264 м, и связано с массовым взрывом блока 27. Наибольшее количество из зафиксированных сейсмостанцией толчков имеет 3 класс, и приурочены они в основном к местам проведения массовых взрывов.

На Шерегешевском месторождении за период с 1980 по 2006 г. произошло 194 динамических явления. Так, после технологического взрыва по подсечке блока 29 гор. +325 м зарегистрирован толчок с энергетическим классом 7,5, затем через 3 сут. отмечен еще один толчок с энергетически классом 8,5, при этом в выработках наблюдалось интенсивное заколообразование и стреляние горных пород.

После массового взрыва по блокам 30—32, в этаже  $+325 \div +355$  м на участке Главный в результате толчка с энергетическим классом 8 отмечены нарушение бетонной крепи и падение кусков горной породы объемом 5 м<sup>3</sup>. Массовый взрыв по блоку 19—20 на участке Новый Шерегеш спровоцировал три толчка с энергетическим классом 6,4—9,4; отмечено падение заколов, обрушение горных пород до 3 м<sup>3</sup>. На участке Болотный после технологического взрыва по блоку 6 произошел толчок с энергетическим классом 6,3, который спровоцировал обрушение горных пород в орте 6 гор. +255 м.

За период 2007 г. отмечено семь толчков с энергетическим классом выше 4, 349 толчков с классом менее 2. Наибольшее количество сейсмособытий приходится на участок Главный в районе горизонтов +255 и +185 м (рис. 6.17, см. вклейку). В результате толчков с энергетическим классом 4,8—5,8, произошедших после технологических взрывов, наблюдалось падение заколов в выработках во всех случаях. Причиной толчков являлось наличие удароопасных пород, тектонических нарушений различной направленности, контакты руды и пород в условиях перераспределения высоких напряжений, спровоцированных взрывными работами. ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

Таблица 6.12

Проявления горного давления на Таштагольском месторождении в 2006-2007 гг.

Работы перед динамическим явлением	7		Работы не велись	Работы не велись	Взрыв по образова- нию подсечки и раз- воротов блока 18	Взрыв по образова- нию подсечки и раз- воротов блока 18	Бурение шпуров под крепление
Описание	6	2006 r.	Вывал горной массы с южного борта северного подсечного орта на прогяжении 15 м от сопряжения с западной буровой нишей, заколы на горизонте подсечки. Вывал горной массы в разворотах 10, 12, 14 до 2 м <sup>3</sup> в каждом. Руда	После толчка произошло обрушение заколов, тор- крет-бетона на протяжении 30 м по грузовому квершлагу и СЗК, на протяжении 30-40 м от со- пряжения с грузовым квершлагом. Площадь — 100 м <sup>2</sup>	Расслоение и обрушение горной массы в выработ- ку с кровли и бортов в районе пучков 16, 53, 15 до 20 м <sup>3</sup> . Плошадь — 50 м <sup>2</sup> . Руда	Вывал горной массы с южного борта около 2,5 ${\rm M}^3,$ а также растрескивание бетонной крепи на расстоянии 22,5 м	Вывал около 1,5 м <sup>3</sup> горной массы с юго-западного борта выработки при бурении шпура под анкерное крепление с образованием пыли и др. признаков микроудара. Площадь — 5 м <sup>2</sup> . Объем — 2 м <sup>3</sup> . Дай- ка с магнетитом, порфирит
Место проявления	5		Горизонт подсечки	Пк 30, 30 м на восток от диаго- нальной сбойки	Северный и южный бу- ровые орты	Маркшей- дерская точка 499	Маркшей- дерская точка 608 +22 м
Выработка	4		Северный подсечной орт блока 18, гор. -350 м	Грузовой квершлаг, гор. –210 м	Буровой горизонт блока 18, гор. –280 м	Орт 19, гор. –350 м	Орт 22, гор. –350 м
Тип сейсмо- события	3		Толчок	Толчок	Взрыв	Толчок	Толчок
Время сейс- мособытия местное	2		01.04.2006 22 : 00 : 58	03.05.2006 14 : 08 : 43	30.07.2006 8 : 00 : 09	30.07.2006 8:02:13	25.08.2006 10 : 59 : 31
Время об- наружения	1		02.04.2006 20 : 00 : 00	03.05.2006 15 : 00 : 00	31.07.2006 10:00:00	31.07.2006 10 : 00 : 00	25.08.2006 11 : 00 : 00

7	Отпалка забоя в каме- ре ВДПУ-7	Произведен массовый взрыв по обрушению блока 18 в этаже (-350)-(-280) м Вос- точного участка. Вес заряда ВВ составил 167,834 т		Работы не велись	Отпалка забоя	Работы не велись
9	Вывал горной массы (обрушение кровли до 20 м <sup>3</sup> ) в районе ВДПУ-12 во время отпалки в камере под ВДПУ-7. Площадь — 30 м <sup>2</sup> . Объем — 50 м <sup>3</sup>	В интервале 25 м от маркшейдерской точки 496 на запад и 10,3 м на восток бетонная крепь южного борта частично разрушена и подвинута на север до 60 см. В интервале маркшейдерской точки 499 от 1,5 м до 12 м на север северный борт бетонной полностью разрушен. Площадь — 47 м <sup>2</sup> . Объем — 31 м <sup>3</sup>	2007 г.	Перед отпалкой гезенка в 07 : 09 произошел тол- чок, при этом был нарушен южный борт по юж- ному буровому в объеме около 0,5 м <sup>3</sup> , а также отмечено падение заколов по всему южному буро- вому орту	Во время отпалки забоя произошел толчок, в результате которого произошло обрушение части кровли вместе с временным креплением в объеме около 5 м <sup>3</sup> . Площадь — 5 м <sup>2</sup> .	Выброс обломков с северного борта. Объем — 1,5 м <sup>3</sup> . Порфириты рассланцованные
5	ВДПУ-12	Маркшей- дерская точка 469 +10,3 м, маркшей- дерская точка 499 +12 м		Район ЦОЩ, борг южный по южному буровому орту	Маркшей- дерская точка 628 +14,6 м	Сопряже- ние с ортом 15
4	Орт 8, гор. –280 м	Орт 19, гор. –350 м		V п/этаж блока 8, гор. –210 м	Орт 26, гор. –350 м	СЗРШ 2, гор. –280 м
3	Толчок	Взрыв	. ,	Толчок	Толчок	Толчок
2	05.09.2006 15 : 22 : 45	19.11.2006 12 : 00 : 09		26.04.2007 7:05:11	30.05.2007 21:58:24	15.06.2007 23 : 17 : 40
-	06.09.2006 17 : 00 : 00	20.11.2006		26.04.2007 9:00:00	31.05.2007 1:00:00	19.06.2007 10 : 10 : 00

Окончание табл. 6.12	7	Работы не велись	Работы не велись	Работы не велись	Работы не велись	Работы не велись	За 30 мин. до толчка производились отпал- ки (зафиксировано 55 выпалов) по подсечке блока 16, 5 п/э блока 16, блока 13 СЗУ
	9	Выброс щебнистых обломков с надпочвенной части северного борта. Объем — 1,5 м <sup>3</sup> . Сиенит	Выброс сколов руды с надпочвенной части борта, размером до 0,7 × 0,5 × 0,4 м. Объем 0,2 м <sup>3</sup> . Маг- нетитовая руда	Лопнул бетонный трап, при этом упали стоявшие у южного борта 5-миллиметровые листы железа размером 2,5 × 1,0 м. Контакт скарнов и руды	Разбита и взрыхлена почва на площади размером 4,5 × 2,0 м по внешней северо-восточной стороне кольца, пересыпаны поднятые пути. Площадь — 9 м <sup>2</sup> . Приконтактовая часть скарнов с линзой руды	Свод бетонного крепления разбит о кровлю (массив) выработки. Отверстие $d = 0,7$ м, обломки бетона размером до $0,4 \times 0,3 \times 0,2$ м. Сиенит, сланцы	Нарушения после толчка обнаружены в районе ПК12, орт 15, гор. –350 (взрыхлена почва), на- рушения по кровле орта 18 в районе ВДПУ-8—10, на сопряжении орта 16 и СВК гор. –280 м подня- тие почвы. На подэтажах нарушений не обнару- жено
	5	20 м от сопряжения с СЗРШ 2	ПК 5, южный борт	ПК 4, трап с южной стороны	Восток ортов 5—6, северо- восточная часть кольца	ПК 30	Сопряже- ние с ортом 17, в районе стрелочно- го перевода
	4	Opr 15 C3Y, rop280 m	Орт 2, гор. –210 м	Орт 3, rop. –210 м	Сопряже- ние (коль- цо) ортов 5 и 6, гор. –210 м	C3IIIII, rop. –210 m	Орт 16, гор. –350 м
	3	Толчок	Толчок	Толчок	Толчок	Толчок	Толчок
	2	15.06.2007 23 : 17 : 40	09.08.2007 11 : 58 : 08	09.08.2007 11 : 58 : 08	09.08.2007 11:58:08	09.08.2007 11 : 58 : 08	11.10.2007 7:00:00
	-	19.06.2007 10 : 20 : 00	14.08.2007 10 : 10 : 00	14.08.2007 10:20:00	14.08.2007 10 : 40 : 00	14.08.2007 11 : 10 : 00	11.10.2007 10 : 00 : 00

ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

### 6.5. МОДЕЛИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД, ОПИСЫВАЮЩИЕ ВОЗНИКНОВЕНИЕ И РАЗВИТИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Отработка месторождений полезных ископаемых с применением той или иной технологии выемки сырья сопровождается проявлениями горного давления. Последние представляют собой динамические явления, которые возникают в различных горно-геологических условиях [7, 8]. Известны многочисленные случаи возникновения мощных динамических явлений типа горных ударов при отработке угольных и соляных месторождений, где взрывные работы сведены к минимуму или вовсе не применяются [9]. Там же, где для разрушения горных пород используются массовые и технологические взрывы, а это, как правило, рудные месторождения, отмечается большое число динамических явлений малой мощности, а количество сейсмических событий высоких энергетических классов невелико [10]. Все это говорит о том, что процесс формирования, возникновения и развития динамических явлений — многофакторный, неоднозначный, и установление его параметров представляет сложную задачу, решение которой должно быть основано на использовании закономерностей деформирования и разрушения геосреды [11].

Изучение причин возникновения динамических явлений тесно связано с разработкой моделей разрушения горных пород. В настоящее время существует ряд гипотез разрушения геоматериалов. Известна теория лавинно-неустойчивого трещинообразования (ЛНТ), основанная на эффекте дилатансии — объемном расширении пород в запредельной области деформирования при их всестороннем сжатии. Данная модель была предложена специалистами Института физики Земли РАН [12]. Основу модели составляют два явления: взаимодействие полей напряжений около трещин и локализация процесса трещинообразования. Предполагается, что эти явления происходят перед разрушением любого материала и, в частности, горной породы при условии длительного действия медленно меняющихся по величине нагрузок. Учение о длительной прочности исходит из того факта, что число и размер трещин (дефектов) постепенно растут из-за постоянно действующих напряжений. После достижения некоторой критической плотности трещин материал переходит в стадию быстрого макроразрушения.

Динамика перехода от состояния критической плотности трещин к макроразрушению исследована слабо. В рамках ЛНТ-модели предполагается, что этот процесс происходит путем слияния трещин в результате взаимодействия их полей напряжений. Теоретически показано, что устойчивость системы благоприятно расположенных трещин резко падает при уменьшении расстояния между трещинами [13]. Например, в случае взаимодействия двух неравных по длине трещин отрыва малая трещина может замедлить свой рост или остановиться, если она находится над или под плоскостью большой трещины, и ускориться, если расположена на продолжении большой трещины. Таким образом, при статистически равномерном распределении трещин в среде и постепенном увеличении их числа и размеров вследствие медленно возрастающих нагрузок или при воздействии активной среды, благоприятно расположенные трещины будут сливаться, образуя трещины большого размера [14]. Эта теория была широко опробована для прогноза горных ударов на месторождениях России и за рубежом. Тем не менее, приемлемого критерия прогноза горных ударов с помощью этой теории получить не удалось. Употребительной является кинетическая теория прочности, основанная на рассмотрении трещинообразования в твердых телах как термофлуктуационного процесса генерации трещин. Этот процесс включает два взаимосвязанных этапа: возникновение в сплошном теле зародышевых трещин и накопление их в зоне разрушения до критической концентрации, при которой тело теряет устойчивость и разрушается. Зарождение и развитие трещин зависят от напряженного состояния пород, которое меняется со временем. Модель, учитывающую зависимость интенсивности процесса разрушения от изменения напряженного состояния массива, можно построить с использованием кинетической концепции прочности С. Н. Журкова [15]. Согласно этой теории время до разрушения *t* определяется по формуле

$$t = t_{o} \exp\left(\frac{U_{o} - \gamma\sigma}{kT}\right),\tag{6.1}$$

где  $t_0$  — период собственных колебаний атома около положения равновесия; k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура;  $\sigma$  — действующее напряжение. Важнейшими прочностными характеристиками материала являются энергия активации разрушения  $U_0$  (характеризует энергию связи элементарных частиц в твердом теле) и структурно-чувствительный коэффициент  $\gamma$ , называемые кинетическими константами прочности. Величина ( $U_0 - \gamma \sigma$ ) называется эффективной энергией активации и обозначается  $U_{3\phi}$ . Прикладываемое напряжение  $\sigma$  уменьшает энергию  $U_{3\phi}$  и тем самым снижает потенциальный барьер, препятствующий атому покинуть свое положение равновесия. Чем меньше  $U_{3\phi}$ , тем меньше атому требуется времени ожидания для выхода из потенциальной ямы [16, 17].

В основе другого представления о механизме деформирования и разрушения массива лежит иерархическая модель геофизической среды и сейсмического процесса, развитая в работах академика М. А. Садовского и его учеников, основанная на предположении об образовании иерархической последовательности блоков различных размеров [18]. Блоки находятся в постоянном взаимодействии друг с другом в процессе деформирования, уплотняются, переупаковываются, реагируя на внешнее воздействие как единое целое. При этом блоки могут менять конфигурацию, делиться на более мелкие. Все эти изменения будут происходить в моменты потери устойчивости при достижении ими критической величины энергонасыщенности за счет поступления энергии извне. В эти моменты происходит сброс избыточной энергии в виде упругих волн. В настоящее время эта модель считается одной из наиболее приемлемых и находит применение при прогнозе широкого класса динамических явлений.

В теоретических и практических исследованиях причин возникновения и прогноза мощных динамических явлений в массиве горных пород используется также модель разрушения, разработанная ВНИМИ [7, 11]. Условие, необходимое для реализации процесса разрушения некоторой области породного массива, формулируется в виде

$$W_p \ge \int_{S} q_o ds,$$

где  $W_p$  — изменение потенциальной энергии пород вне зоны запредельных деформаций;  $q_0$  — потеря энергии при запредельной деформации объема V на единице площади S.

Предложенные модели деформирования и разрушения массива горных пород позволяют выявить основные факторы, определяющие условия зарождения и развития очагов динамических явлений, установить роль естественных и техногенных полей напряжений, горно-технической обстановки в районе ведения очистных работ в формировании удароопасной ситуации. Однако однозначный и достоверный прогноз места и времени возникновения опасного динамического явления до сих пор пока трудно осуществить. Связано это с тем, что массив горных пород представляет неоднородную, разбитую системами трещин разного уровня среду, детальную оценку напряженного состояния которой теоретически осуществить чрезвычайно сложно. Экспериментальное же определение напряженно-деформированного состояния массива во всем его объеме в окрестности отрабатываемого пространства в настоящее время выполнить практически невозможно, поэтому в реальных условиях степень удароопасности пород оценивается с помощью регионального и локального прогноза горных ударов.

### 6.6. РЕГИОНАЛЬНЫЙ ПРОГНОЗ УДАРООПАСНОСТИ С ПОМОЩЬЮ МИКРОСЕЙСМИЧЕСКОГО РАЙОНИРОВАНИЯ

Все теоретические представления о механизме возникновения опасных динамических явлений предполагают, что подготовка необходимых условий возникновения горных ударов занимает вполне определенный период времени, в течение которого имеется возможность их прогнозирования и предупреждения. Основные стадии зарождения и протекания динамических явлений зависят от особенностей распределения в массиве горных пород полей напряжений и деформаций. Характер же их изменения тесно связан с закономерностями поведения горных пород под нагрузкой. В настоящее время общепризнанно, что процесс деформирования породного образца можно разделить на четыре стадии [8, 16]. На первой стадии деформирования — участок ОА — происходит закрытие пор и микротрещин и порода ведет себя упруго (рис. 6.18).

На второй стадии деформирования пород, когда превзойден предел упругости, но не достигнут предел прочности (участок AB), происходит более значительное изменение физико-механических свойств пород. При достижении предела упругости

появляются трещины отрыва, сдвига. Далее начинается процесс сдвижения по ним, который приводит к появлению новых микротрещин, что в свою очередь вызывает рост сейсмической активности с более высокой энергией импульсов. Участок диаграммы, описывающий изменение состояния пород от предела упругости до предела прочности, характеризует однородность деформации по всему нагружаемому объекту.

При достижении породами предела прочности деформация в ис-





**ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ** 

следуемом объеме перестает быть однородной. Разрушение локализуется на наиболее слабых плоскостях сдвига, остальные плоскости из процесса исключаются. Происходит снижение общего усилия, необходимого для продолжения деформации. Эта ситуация соответствует максимуму на диаграмме напряжение—деформация (точка В на рис. 6.18). Процесс разрушения продолжается дальше при постоянно снижающейся нагрузке. В целом, деформация реализуется в виде скольжения с трением частей породного образца по плоскостям разрушения. В реальном массиве происходит резкий рост скорости притока энергии в область разрушения. Эта стадия деформирования пород (от предела прочности до уровня остаточной прочности — участок ВС на рис. 6.18) является по существу областью, где возможно возникновение горного удара, если рассматривать всю систему нагружаемый элемент—окружающий массив. Скорость притока энергии при достаточном ее количестве может достигнуть критической величины, что вызовет «мгновенное» разрушение в виде толчка или горного удара.

Последняя, четвертая стадия процесса деформирования массива горных пород (участок CD) характеризуется переходом пород в состояние остаточной прочности и, с точки зрения физических процессов, происходящих в очаге горных ударов, соответствует афтершоковой области.

Все рассмотренные стадии деформирования горных пород позволяют обоснованно подойти к региональному и локальному прогнозу степени удароопасности массива. В настоящее время региональный прогноз степени удароопасности при отработке месторождений осуществляется путем микросейсмического районирования. Для этой цели на многих удароопасных месторождениях построены сейсмостанции, позволяющие регистрировать и расшифровывать поступающие из окружающего массива импульсы, вызванные сейсмическими событиями. Каждому сейсмическому событию ставятся в соответствие пространственные координаты (x, y, z), энергия E и время проявления t, и таким образом, за все время наблюдения на исследуемых месторождениях имеются полные данные обо всех сейсмических событиях. Кроме энергии динамических явлений к числу наиболее важных параметров сейсмического состояния массива относятся уровень сейсмической активности, под которым понимается количество N сейсмических событий некоторого диапазона изменения  $\Delta t$  в определенном объеме массива  $\Delta V$ .

Соответственно, по изолиниям можно установить области наиболее опасной концентрации указанных параметров сейсмической активности. Причем для каждого месторождения границы опасных зон устанавливаются, исходя из имеющегося опыта эксплуатации. Для конкретного месторождения они имеют, вообще говоря, свою специфику. Обычно с помощью микросейсмического районирования выделяются области с наибольшими значениями сейсмической активности и их изменения с течением времени.

Микросейсмическое районирование не позволяет, однако, однозначно определить место и время возникновения опасных сейсмических событий, оно лишь устанавливает области массива, где достигается предельное напряженное состояние среды. Информации о том, что происходит в зоне повышенных напряжений, идет ли постепенная релаксация напряжений или, напротив, уровень напряжений здесь повышается, получить не удается. Требуется привлечение дополнительных сведений для разработки методик прогноза динамических явлений больших энергетических классов. Все это говорит о том, что необходимо вести дальнейшие теоретические и практические исследования в направлении прогноза и предотвращения мощных динамических явлений на рудниках. Одним из перспективных направлений здесь представляется детальный пространственно-временной анализ данных микросейсмического районирования месторождений.

# 6.7. УЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО ХАРАКТЕРА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ ПРИ ПРОГНОЗЕ УДАРООПАСНОСТИ

Один из путей учета пространственно-временных параметров микросейсмичности при прогнозе значительных сейсмических событий предложен специалистами ГИ КНЦ РАН [19—22]. В качестве первого шага в этом направлении одновременно рассматриваются два однопараметрических критерия, отражающих временное и пространственное изменение микросейсмичности. Они названы вариацией временны́х интервалов (ВВИ) между сейсмическими событиями и изменением фрактального распределения сейсмических событий (ФР) соответственно [23].

Критерий ВВИ характеризует временные параметры сейсмических явлений: временной интервал между сейсмособытиями и коэффициент вариации этого интервала. При практическом определении временных параметров авторы рассматривали последовательность, состоящую из семи следующих друг за другом сейсмособытий. Изменение элементов последовательности предполагает включение в нее очередного и исключение последнего сейсмособытия. Предвестником возникновения мощного динамического явления считается ситуация, при которой средний временной интервал между событиями уменьшается, а коэффициент вариации растет в трех и более последовательностях.

Критерий, относящийся к пространственному распределению динамических явлений, предлагается связать с тангенсом угла наклона прямой, аппроксимирующей зависимость между  $\lg C(r)$  и  $\lg r$ , где C(r) — корреляционный интеграл гипоцентрального распределения событий  $(p_1, p_2, ..., p_n)$ , т. е. C(r) это количество пар событий, у которых  $|p_i - p_j| < r$ , где r — радиусы от 50 до 250 м от центра распределения сейсмособытий, N — количество событий в рассматриваемой выборке динамических явлений; i, j = 1, ..., N.

Значение критерия пространственного распределения сейсмособытий должно уменьшаться перед возникновением динамических явлений больших энергетических классов. Уменьшение тангенса угла наклона зависимости  $\lg C(r)$  от  $\lg r$  с физической точки зрения означает концентрацию сейсмособытий в небольшой окрестности места будущего крупного динамического явления. Применение предложенного способа учета пространственно-временного распределения микротолчков на Хибинских апатитовых рудниках привело к увеличению степени надежности прогноза мощных сейсмических событий.

Другой подход к прогнозированию динамических явлений в массиве горных пород основан на пространственно-временном анализе и предложен в [1, 2]. Теоретической основой методики является двухстадийная модель разрушения [3—6], по сути представляющая собой синтез кинетической и лавинно-неустойчивой моделей. Согласно ей, структурная неоднородность материала приводит к неравно-

мерному распределению приложенной внешней нагрузки. В результате появляются области, вероятность разрушения которых в силу пониженного термоактивационного барьера выше средней для всего тела. Трещины, возникающие при разрушении таких случайно распределенных в пространстве объемов, стабилизируются на границах гетерогенности структуры. То есть на первой стадии процесса происходит множественное дисперсное накопление невзаимодействующих трещин, размер которых определяется соответствующим рангом структурной неоднородности. В процессе накопления дефектов в некоторой области их концентрация случайным образом превышает среднее для всего тела значение. При локальном достижении трещинами в данной области пороговой концентрации, называемой очагом разрушения, между трещинами возникает взаимодействие, что в свою очередь стимулирует дальнейшее дефектообразование. Формируются условия, при которых образуется дефект следующего ранга, соответствующего следующему размеру гетерогенности. Если в материале существует иерархия размеров блоков, присущая горным породам, то модель предполагает подобное развитие процесса разрушения на всех имеющихся масштабных уровнях. Появляющиеся в процессе нагружения дефекты можно представить в виде потока дискретных событий, каждое из которых характеризуется координатой на временной оси и в пространстве, а также размером соответствующего дефекта. Такому потоку можно сопоставить экспериментально зарегистрированную сейсмическую или акустико-эмиссионную информацию, в которой характеристикой размера дефекта служат энергетические параметры сигнала. Предлагаемый алгоритм прогнозирования включает: а) выделение пространственных областей подготовки горного удара (кластера); б) прогноз времени разрушения.

При определении областей подготовки разрушения используется процедура минимаксного расстояния, которая не зависит от масштаба и типа распределения события. В основе процедуры лежит поиск события, расстояние от которого до ближайшего центра кластера максимально. Оно объявляется центром нового кластера или области подготовки горного удара, если это расстояние больше некоторого среднего расстояния между центрами кластеров. В качестве центра стартового кластера берется произвольное событие. Затем, используя указанную процедуру, первым становится центр самого многочисленного по количеству динамических явлений кластера. По окончании процесса выделяются не зависимые друг от друга пространственные области подготовки крупного разрушения.

Далее анализируется геодинамическое состояние каждого кластера. В качестве параметров его оценки выбраны: изменение пространственных и временных интервалов между последовательными микросейсмическими явлениями. В соответствии с выбранной моделью разрушения перед крупными динамическими явлениями эти величины будут уменьшаться. Для выявления характера поведения каждого параметра их изменение аппроксимируется прямой, коэффициенты которой устанавливаются по нескольким явлениям. Положительный тангенс угла наклона прямой говорит о росте значений, отрицательный — об уменьшении. Если уменьшение обоих параметров отмечается в некоторой области (кластере), то следующее динамическое явление в ней считается опасным.

Указанный алгоритм показал свою эффективность и перспективность при отработке данных наблюдений, зафиксированных сейсмостанцией на Североуральском бокситовом руднике. Рассмотренные подходы к изучению пространственно-временного характера распределения динамических явлений на рудных месторождениях значительно увеличили точность прогноза времени и места проявления мощных сейсмических событий в пределах шахтного поля. Вместе с тем, они не решают в полной мере поставленную проблему, так как все рассмотренные способы ее решения базируются на анализе происшедших событий. Очевидно, что без разработки новых представлений о деформировании реального массива горных пород, установления новых закономерностей его геомеханического поведения дальнейшее продвижение в вопросах прогноза динамических явлений невозможно.

Интенсивные теоретические и практические исследования в этом направлении ведутся в ИГД СО РАН [24—40]. Опорной точкой работ является положение о блочном строении массива горных пород. В [24] изложены основы формирования и проявления медленных волн, которые выражаются в «гармоническом» поведении участков горных пород в пространстве и времени. Установлена знакопеременная реакция горных пород на динамическое воздействие, заключающаяся в том, что если при *k*-й серии взрывов произошло относительное уплотнение массива, то (k + 1)-я серия приводит к относительному разуплотнению участков массива. Предложена одномерная механическая модель, описывающая воздействие взрыва на блочную среду.

На основе фактических материалов рудников Горной Шории и Талнахско-Октябрьского месторождения в [25] установлено, что величина  ${}^{i}\mu_{\Delta}(\delta) = \delta_{i} / \Delta_{i}$  изменяется в весьма малом интервале. Здесь  $\delta_{i}$  — среднее расстояние между берегами трещин *i*-го иерархического уровня;  $\Delta_{i}$  — характерный линейный размер блока *i*-го уровня. То есть  $\mu_{\Delta}(\delta)$  можно считать универсальной паспортной характеристикой геоматериалов наряду с известными механическими константами. В работе также

проведена оценка величины  $\mu_{\Delta}(\delta)$ :  $\mu_{\Delta}(\delta) \approx \Theta \cdot 10^{-2}$ , где  $\frac{1}{2} \le \Theta \le 2$ .

В работах [26—28] на основе анализа выполненных ранее исследований по распространению волн напряжений в горных породах, учета важных геомеханических результатов последних двух десятилетий о структурной иерархии массива горных пород и феномена знакопеременной реакции его на динамические явления была выдвинута гипотеза о существовании волн маятникового типа, носителями которых служат геоблоки разных масштабных уровней за счет осциллирующих трансляционных и вращательных движений. Для ее проверки был разработан специальный измерительно-вычислительного комплекс, создана методика проведения натурных экспериментов и выполнена большая серия лабораторных теоретических и экспериментальных исследований деформационных процессов, инициированных в массиве горных пород технологическими взрывами [29—33]. В значительной степени этому способствовало и появление работ [34, 35], в которых были сформулированы основные направления в решении задач нелинейной геомеханики.

Следует отметить разработку комплекса аппаратуры, предназначенной для измерения деформаций и смещений блоков вдоль пробуренной скважины как в сплошном массиве, так и в геосредах с естественной и наведенной трещиноватостью [36, 37]. С его помощью осуществлены долгосрочные исследования деформационных процессов в массиве горных пород, индуцированных технологическими взрывами, на рудниках «Октябрьский» и «Таймырский» ОАО ГМК «Норильский никель» [38—40]. Необходимо отметить ряд теоретических работ [41, 42], в которых при исследовании процесса распространения волн напряжений в составном стержне с прослойками в месте контакта составляющих элементов из другого материала выделены волны маятникового типа и установлены скорости их распространения.

Анализ отмеченных работ позволяет выделить ряд обстоятельств, которые необходимо учитывать при проведении исследований геомеханического состояния среды в районе отработки сейсмоопасных месторождений. Во-первых, это факт существования в массиве волн с различными скоростями распространения за счет трансляционных и вращательных движений геоблоков. Во-вторых, формирование деформационных волн, инициируемых проведением технологических взрывов различной мощности. Причина их появления — динамическое воздействие на массив, приводящее к нарушению статического состояния геоблоков на больших расстояниях от места взрыва, при этом основной вклад в нарушение равновесного состояния вносят повороты структурных элементов [43, 44].

### 6.8. Математическая модель квазистатического действия взрыва на массив горных пород

Как уже отмечалось выше, основным проявлением действия волн напряжений на массив горных пород в дальней зоне является трансляционное и вращательное движение составляющих его геоблоков [26-28, 43, 44]. Это вызывает деформацию межблочных контактов, их сжатие, растяжение и взаимный сдвиг. Дополнительные поля напряжений, инициированные распространением волн напряжений, вызывают нарушение равновесного состояния среды. После прохождения возмущений в массиве горных пород начинаются релаксационные процессы, приводящие к относительно медленному распространению деформационных волн от источника возникновения динамических нагрузок — обрушаемого технологического блока [45-49]. Так как деформационные и прочностные характеристики межблочных контактов на порядок и более меньше соответствующих характеристик сплошной среды, то деформирование массива после взрыва осуществляется преимущественно по границам относительно сплошных блоков [50-52]. Здесь же реализуется сдвиг блоков по межблочным контактам за счет действия касательных напряжений [53—55]. Вызывается это значительно меньшими пределами прочности межблочных контактов на сдвиг, чем на сжатие.

Еще одна причина такого характера деформирования блочного массива состоит в том, что сжатие межблочного контакта с упругим модулем ограничено его толщиной, величиной весьма незначительной, а для раскрытия межблочного контакта в блочной среде, не нарушенной горными выработками, требуется действие значительных внешних усилий [50]. Таким образом, распространение в массиве горных пород деформационных волн, вызванных массовыми взрывами, происходит за счет сдвигов относительно сплошных блоков по межблочным контактам под действием касательных напряжений.

Приняв это, установленное в теоретических и экспериментальных исследованиях, положение, рассмотрим, каким образом можно дать оценку скоростей распространения деформационных волн, инициированных массовыми взрывами. Следует отметить, что процессы разрушения в межблочных контактах, как и в сплошном массиве, носят временной характер. Чем меньше уровень касательных напряжений, тем большее время необходимо для реализации условий сдвига контактирующих блоков. Степень воздействия волн напряжений, вызванных взрывом технологических блоков, на разные участки массива горных пород свяжем с максимальными касательными напряжениями, достигаемыми здесь за время их прохождения. Это вполне обоснованно, так как характеризует степень отклонения рассматриваемого микрообъема среды от состояния равновесия. Зависимость времени релаксации подвижки блоков по межблочным контактам от величины касательных напряжений в первом приближении примем в виде

$$t = \frac{A}{\left(\tau\right)^n},\tag{6.2}$$

где A, n — некоторые константы, большие нуля,  $\tau$  — максимальное касательное напряжение, достигаемое в данной точке за все время прохождения волнового возмущения.

Такая зависимость качественно согласуется с законом изменения времени разрушения в сплошном теле от действующих напряжений, отраженном в формуле Журкова (6.1). Вместе с тем, формула (6.2) отражает наиболее важные физические особенности характера деформирования блочного массива: при  $\tau \to 0, t \to \infty$ , а при  $\tau \to \infty, t \to 0$ . Неизвестные параметры *A* и *n* предполагается установить по фактическим данным пространственно-временного распределения динамических явлений и афтершоков Кочуринского землетрясения.

Кочуринское землетрясение силой 5 баллов произошло 5 февраля 1988 г. в непосредственной близи от г. Таштагол. Эпицентр землетрясения находился в долине р. Кочура на расстоянии 800 м от впадения ее в р. Кондома и 4 км от шахтного поля Таштагольского месторождения. Очаг землетрясения располагался на глубине 0,8—1,5 км от земной поверхности. Каких-либо предвестников землетрясения не наблюдалось, и сейсмостанцией «Таштагол» форшоков в эпицентральной зоне зарегистрировано не было. После первого толчка в тот же день последовало несколько афтершоков с энергией от 10<sup>2</sup> до 10<sup>9</sup> Дж.

Интенсивное высвобождение сейсмической энергии в очаге землетрясения продолжалось в течение февраля 1988 г. За день в эпицентральной зоне происходило от двух до семи сейсмических событий с суммарной энергией от  $10^4$  до  $10^7$  Дж. В начале марта 1988 г. количество афтершоков уменьшилось, а временной промежуток между ними возрос до 1—2 сут. В период с 1989 по 1997 г. сейсмическая активность очага землетрясения продолжала уменьшаться. При этом, если в 1990 г. зарегистрированные афтершоки были достаточно равномерно распределены по всему годичному временному интервалу, то уже в 1993 г. основная масса событий произошла в марте—мае. Стоит отметить, что именно в этот период происходит таяние льда и достигается максимальный приток воды в шахту и глубинные тектонические разломы. На рис. 6.19 представлен энергетический класс *K* распределения афтершоков по времени для 1990, 1993 и 2001 гг., а также обозначены массовые взрывы, проводимые на месторождении в этот период.



В 1998 г. количество сейсмических событий, произошедших в эпицентральной зоне землетрясения, увеличилось. В течение 1998 и 1999 гг. активность очага землетрясения отмечалась каждый месяц. При этом массовые взрывы вызывали отклик в эпицентральной зоне через 3—5 сут. С 2001 г. количество событий в эпицентральной зоне уменьшилось, а время их проявления вновь сдвинулось на конец первого — начало второго квартала (см. рис. 6.19, *в*).

Анализируя общее количество афтершоков N по годам, начиная с 1988 г., следует отметить, что с 1988 по 1992 г. наблюдалось резкое снижение параметра N до некоторого среднего годового значения, а с 1993 по 2002 г. идут его периодические возрастание и убывание. Период такого колебания составляет 5 лет. Активизация эпицентра землетрясения происходит после мощного взрывного воздействия на блочный массив, интенсивность которого определяется массой взрывчатки и расположением технологического блока.

Таким образом, математическая модель взаимодействия массовых взрывов и эпицентра Кочуринского землетрясения заключается в следующем. С помощью комплекса программ, устанавливающих распределение динамических напряжений в массиве горных пород после взрывов технологических блоков, в каждой расчетной точке определяется максимальная величина  $\tau_{max}$ , достигаемая здесь за все время прохождения волн напряжений. Затем с помощью зависимости (6.2) рассчитывается время прихода деформационной волны в каждую точку расчетной области. Так как напряжения, возникающие в волновом поле, имеют максимальные значения в ближайшей окрестности взрываемого блока, а затем по мере удаления от его границ затухают, то и скорость деформационной волны будет уменьшаться

при удалении от центра блока. Зная распределение в массиве наибольших величин  $\tau_{max}$ , можно установить конфигурацию и границу распространения деформационной волны в любой момент времени.

# 6.8.1. Методика определения входных параметров модели на основе фактических данных

Основой для определения параметров модели, предложенной выше, послужила уникальная геомеханическая обстановка, сложившаяся на месторождении после взрыва 24.10.99 блока 13 в этаже –280 ÷ –210 м. Через 25 с после отбойки блока в его ближайшей окрестности произошел горный удар с сейсмической энергией 2,3·10<sup>9</sup> Дж. Такое мощное динамическое воздействие на окружающий породный массив вызвало через 5 дней и 11 ч один из самых сильных афтершоков Кочуринского землетрясения, зарегистрированных за предшествующие 10 лет.

Для определения параметров A и n был проведен расчет поля напряжений, возникающих в массиве после отбойки блока 13. Краевые условия задачи, заключающиеся в задании нормальных напряжений на границах, отвечали реальной ситуации. При вычислении численных значений граничной нагрузки были также учтены параметры горного удара, что оправданно из-за близости центра взрываемого блока и места возникновения горного удара. В соответствии с этим, изменение давления на границах обрушенного блока от времени имело вид

$$P = P_{o} \exp(-kt). \tag{6.3}$$

Экспоненциальное убывание давления соответствует экспериментально установленным зависимостям [56]. Совместный учет действия взрыва и горного удара был использован для расчета наибольшего значения максимального касательного напряжения при прохождении волновых полей через эпицентр Кочуринского землетрясения. При расчетах использовалось значение  $P_0$ , равное 200 МПа. Математическое моделирование показало, что наибольшая величина главных касательных напряжений в эпицентре землетрясения равна 0,1782 МПа. Так как время прихода деформационной волны сюда известно — 5 дней 11 ч (530000 с), то первым уравнением, связывающим неизвестные параметры A и n, стало следующее:

$$530000 = \frac{A}{0,1782^n}.$$
 (6.4)

Здесь время *t* представлено в секундах.

Предполагая, что через 25 с после взрыва блока деформационная волна, вызванная взрывом блока, достигла места проявления горного удара, получим второе уравнение. При расчете наибольшей величины максимального касательного напряжения в этой области величина давления на границах взорванного блока была уменьшена и составляла 120 МПа. В результате моделирования получено, что  $\tau_{max}$ в районе горного удара имеет значение 54,77 МПа. Тогда

$$25 = \frac{A}{54,77^n}.$$
 (6.5)

В результате решения (6.4), (6.5) получено, что A = 28237; n = 1,7. Эти величины и были использованы в дальнейшем при расчете и анализе процесса распространения деформационных волн, вызванных производством массовых взрывов на Таштагольском месторождении.

## 6.8.2. Некоторые результаты математического моделирования воздействия взрывной отбойки рудных блоков на массив горных пород и эпицентральную зону Кочуринского землетрясения

Для установления взаимосвязи факта прохождения деформационной волны с динамическими явлениями, произошедшими после массового взрыва блока 13, было проанализировано время возникновения динамических событий и расположение к этому моменту границы деформационной волны. На рис. 6.20 для одних и тех же моментов времени приведены величины расстояний до мест проявлений конкретных динамических явлений и до фронта распространения деформационной волны в направлении возникновения данного события. Видно, что в первые две минуты после обрушения блока эти расстояния несколько различаются, затем в период 2—10 мин. практически совпадают (см. рис. 6.20, a). Далее, все динамические явления возникают через некоторый, весьма малый промежуток времени после прохождения деформационной волны (см. рис. 6.20,  $\delta$ ).

Расчет волновых полей напряжений и определение максимальных величин касательных напряжений в каждой точке массива при прохождении этих волн позволяет установить в любой момент времени форму фронта деформационной волны. На рис. 6.21 показаны расположения фронта деформационной волны через 25 с, 2, 10 мин. и 1 ч после взрыва блока 13. Конфигурация фронта в начальные моменты времени процесса распространения деформационной волны близка к форме эллипса (см. рис. 6.21, *a*,  $\delta$ ). Это вполне объяснимо: главная полуось эллипса имеет направление, совпадающее с направлением действия наибольших усилий, приложенных к границам взорванного блока. Затем фронт деформационной волны принимает более сложную конфигурацию (см. рис. 6.21, *в*, *г*). Наибольшая скорость распространения волны достигается в направлениях, идущих от углов прямоугольной области, представляющей собой границу блока; наименьшая — от торцов блока.



Рис. 6.20. Изменение со временем расстояния от центра взорванного блока до динамических явлений (сплошная линия) и положение фронта деформационной волны в направлении этих событий (штриховая линия).

а, б — см. в тексте.



Рис. 6.21. Форма фронта деформационной волны и характер распределения динамических явлений через 25 с (*a*), 2 мин. (*б*), 10 мин. (*в*), 1 ч (*г*) после взрыва.

1 — фронт волны; 2 — динамические явления; 11600—12600 — координаты маркшейдерской сетки, м.

Величина скорости с течением времени уменьшается: это следствие основных положений модели. На рис. 6.21, *в*, *г* приведены также месторасположения динамических явлений, произошедших после взрыва блока во время прохождения деформационной волны. Анализ пространственно-временного распределения динамических явлений и расположения фронта деформационной волны показал, что более половины всех динамических явлений можно связать с фактом прохождения деформационной волны через соответствующую область массива горных пород. Оценка динамических явлений, произошедших во время прохождения деформационной волны, показала, что большинство (60 %) значительных по мощности явлений связано именно с этим фактом.

Расчет скорости распространения деформационной волны V в направлении очага Кочуринского землетрясения по расстоянию, которое она преодолела за 1 мин. 25 с с момента возникновения горного удара, дал численное значение 0,32 м/с. Сравнивая это значение с экспериментально определенными двумя радиальными скоростями для областей концентраций динамических явлений, получаем

*Таблица 6.13* Характеристики Кочуринского землетрясения

	Диапазон изме-	Диапазон изме-	Средний
	нения скорости	нения скорости	энергетиче-
Область, реагирующая	деформационной	деформационной	ский класс
на взрывное воздействие	волны от очага	волны в рассмат-	динамиче-
	взрыва v <sub>0</sub> ,	риваемой области	ских явле-
	10 <sup>-2</sup> м/с	<i>v</i> , 10 <sup>-2</sup> м/с	ний, К
Ансамбль параллельных трещин	0,5—37,2	0,05—1,6	3
Контакты пород (руда, сиенит, скарны)	4,5-52,3	0,06—10,0	2,6
Тектонические трещины	0,1-32,9	0,2—26,2	3
Дайки	0,2—17,7	0,1—2,7	1,6

совпадение с максимальными значениями скоростей V<sub>rad</sub> (табл. 6.13). Радиальная скорость динамических явлений вычисляется по формуле

$$V_{\rm rad}^{i} = \frac{R_{i}}{t_{i}}, R_{i} = \sqrt{(x_{i} - x_{0})^{2} + (y_{i} - y_{0})^{2} + (z_{i} - z_{0})^{2}},$$

где *i* — номер динамического явления (*i* = 0 — массовый взрыв,  $V_{rad}^{o}$  не вычисляется);  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$  — координаты *i*-го динамического явления;  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$  — координаты центра взорванного блока;  $t_i$  — время, прошедшее с момента взрыва до события.

Итак, создание и ввод в действие автоматизированной системы контроля деформированного состояния массива горных пород на Шерегешевском месторождении позволяет оценить параметры динамических явлений, возникающих на этом месторождении после проведения массовых взрывов, и с их помощью установить степень удароопасности участков месторождения.

На всех участках Шерегешевского месторождения при взрывании зарядов ВВ до 300 т происходит незначительное увеличение энергетического класса взрывов. Значительный рост этого показателя наблюдается в диапазоне изменения массы зарядов от 400 до 700 т.

Изменение геодинамической активности Таштагольского месторождения показало, что за последнее десятилетие наблюдается увеличение общего количества толчков за год. В то же время количество событий 3—9 классов практически не меняется, несмотря на то, что в эти годы велись работы на новом, более глубоком горизонте месторождения.

Построена математическая модель распространения квазистатических деформационных процессов в массиве горных пород от очага взрыва на Таштагольском месторождении. Установлены особенности конфигурации фронта деформационной волны и определены значения скоростей ее движения в зависимости от времени, прошедшего с момента обрушения блока.

#### Список литературы к главе 6

1. Герман В. И., Мансуров В. А. К вопросу о формализации процедуры прогнозирования динамических явлений в массиве горных пород // Тр. Межд. конф. «Геодинамика и на-

пряженное состояние недр Земли» (2—4 октября 2001 г.). Новосибирск: ИГД СО РАН, 2002.

- 2. Герман В. И., Мансуров В. А. Мониторинг индуцированной сейсмичности и процедура выделения очагов горных ударов // ФТПРПИ. 2002. № 4.
- 3. *Mansurov V. A.* Laboratory experiments: their role in the problem of rock burst prediction // Comprehensive Rock Engineering. Oxford: Pergamon Press, 1993. V. 3.
- 4. Мансуров В. А. Прогнозирование разрушения горных работ. Фрунзе: Илим, 1990.
- 5. *Томилин Н. Г.* Иерархические свойства акустической эмиссии при разрушении горных пород. СПб., 1997. (Препринт РАН, ФТИ; № 1692).
- 6. Дамаскинская Е. Е., Куксенко В. С., Томилин Н. Г. Двухстадийная модель разрушения горных пород // Физика Земли. 1994. № 10.
- 7. *Петухов И. М., Егоров П. В., Винокур Б. Ш.* Предотвращения горных ударов на рудниках. М.: Недра, 1984.
- Прогноз и предотвращение горных ударов на рудниках / Под ред. И. М. Петухова, А. М. Ильина, К. Н. Трубецкого. М.: Недра, 1997.
- 9. Петухов И. М. Горные удары в угольных шахтах. М.: Недра, 1972.
- 10. Курленя М. В., Еременко А. А., Шрепп Б. В. Геомеханические проблемы разработки железорудных месторождений Сибири. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 2001.
- 11. *Петухов И. М., Линьков А. М.* Механика горных ударов и выбросов. М: Недра, 1982.
- Мячкин В. К., Костров Б. В., Соболев Г. А., Шамина О. Г. Основы физики очага и предвестника землетрясений // Физика очага землетрясений. М.: Наука, 1975.
- 13. Панасюк В. В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. Киев: Наук. думка, 1968.
- Мартынюк П. А., Шер Е. Н. Статистическая модель разрушения горных пород при сжатии // ФТПРПИ. 2002. № 6.
- 15. Регель В. Р., Слуцкер А. К., Томашевский Э. З. Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука, 1974.
- 16. Ставрогин А. Н., Протосеня А. Г. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах. М.: Недра, 1985.
- 17. Никифоровский В. С., Шемякин Е. И. Динамическое разрушение твердых тел. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1979.
- Садовский М. А. Естественная кусковатость горной породы // Докл. АН СССР. 1979. Т. 247, № 4.
- Козырев А. А., Панин В. И., Мальцев В. А., Аккуратов М. В. Изменение геодинамического режима и проявления техногенной сейсмичности при ведении крупномасштабных горных работ на апатитовых рудниках в Хибинском массиве // Проблемы геодинамической безопасности. СПб., 1997.
- 20. *Melnikov N. N.* Status of the disposal prajuf for low and intermediate level waste in the North Western Russia // Proc. «Waste Management-99» conf. Rotterdam: Balcema, 1999.
- Kozyrev A. A., Maltsev V. A., Panin V. I., Akkuratov M. V. An experimental study of regularities of geological deformation for prediction of mining-induced earthquake in mining // Prediction and Performance in Rock Mechanics and Rock Engineering. Rotterdam: Balkema, 1996.
- 22. Козырев А. А., Панин В. И., Мальцев В. А., Аккуратов М. В. Геодинамический мониторинг при крупномасштабных горных работах и некоторые предвестники мощных динамических явлений на рудниках // Тр. Межд. конф. «Геодинамика и напряженное состояние недр Земли» / ИГД СО РАН. Новосибирск, 1999.
- 23. Xie H., Pariseau W. G. Fractal character and mechanism of rock bursts // Int. J. Rock Mech. and Mining Sci. 1993. V. 30, N 4.

- ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ
- 24. Курленя М. В., Опарин В. Н., Ревуженко А. Ф., Шемякин Е. И. О некоторых особенностях реакции горных пород на взрывное воздействие в ближней зоне // Докл. АН СССР. 1987. Т. 293, № 1.
- 25. *Курленя М. В., Опарин В. Н., Еременко А. А.* Об отношении линейных размеров блоков горных пород к величинам раскрытия трещин в структурной иерархии массивов // ФТПРПИ. 1993. № 3.
- 26. Курленя М. В., Опарин В. Н., Востриков В. И. Волны маятникового типа. Ч. I: Состояние вопроса и измерительно-вычислительный комплекс // ФТПРПИ. 1996. № 3.
- 27. *Курленя М. В., Опарин В. Н., Востриков В. И.* Волны маятникового типа. Ч. II: Методика эксперимента и результаты физического моделирования // ФТПРПИ. 1996. № 4.
- 28. Курленя М. В., Опарин В. Н., Востриков В. И. Волны маятникового типа. Ч. III: Данные натурных наблюдений // ФТПРПИ. 1996. № 5.
- 29. Опарин В. Н., Акинин А. А., Востриков В. И. и др. О деформационных процессах, индуцированных технологическими взрывами / Тр. Межд. конф. «Геомеханика и напряженное состояние недр Земли» / ИГД СО РАН. Новосибирск, 2002.
- 30. Опарин В. Н., Юшкин В. Ф., Жигалкин В. М. и др. Особенности разрушения одномерной модели блочных сред при длительном одноосном нагружении // ФТПРПИ. 2002. № 4.
- 31. Опарин В. Н., Юшкин В. Ф., Акинин А. А. и др. Нелинейные деформационные процессы в окрестности выработок. Ч. I // ФТПРПИ. 2003. № 4.
- 32. Опарин В. Н., Юшкин В. Ф., Акинин А. А. и др. Нелинейные деформационные процессы в окрестности выработок. Ч. II // ФТПРПИ. 2003. № 6.
- 33. Опарин В. Н., Востриков В. И., Тапсиев А. П. и др. О пульсирующем режиме сейсмовыделения на напряженных участках шахтных полей / Тр. Межд. конф. «Проблемы и перспективы развития горных наук» (1—5 ноября 2004 г., Новосибирск). Т. 1/ Геомеханика / ИГД СО РАН. Новосибирск, 2005.
- Курленя М. В., Опарин В. Н. Проблемы нелинейной геомеханики. Ч. І // ФТПРПИ. 1999. № 3.
- 35. *Курленя М. В., Опарин В. Н.* Проблемы нелинейной геомеханики. Ч. II // ФТПРПИ. 2000. № 4.
- 36. Востриков В. И., Акинин А. А. Измерительный комплекс для регистрации смещений и деформаций в массиве горных пород // ФТПРПИ. 2003. № 4.
- 37. Востриков В. И., Акинин А. А. Система дистанционного геомониторинга деформационно-волновых процессов в горном массиве // ФТПРПИ. 2004. № 6.
- 38. Опарин В. Н., Тапсиев А. П., Востриков В. И. и др. О возможных причинах увеличения сейсмической активности шахтных полей рудников «Октябрьский» и «Таймырский» Норильского месторождения в 2003 г. Ч. I: Сейсмический режим // ФТПРПИ. 2004. № 4.
- Опарин В. Н., Тапсиев А. П., Востриков В. И. и др. О возможных причинах увеличения сейсмической активности шахтных полей рудников «Октябрьский» и «Таймырский» Норильского месторождения в 2003 г. Ч. II: Рудник «Октябрьский» // ФТПРПИ. 2004. № 5.
- Опарин В. Н., Тапсиев А. П., Востриков В. И. и др. О возможных причинах увеличения сейсмической активности шахтных полей рудников «Октябрьский» и «Таймырский» Норильского месторождения в 2003 г. Ч. III: Рудник «Таймырский» // ФТПРПИ. 2004. № 6.
- 41. Александрова Н. И. О распределении упругих волн в блочной среде при импульсном нагружении // ФТПРПИ. 2003. № 6.
- 42. Александрова Н. И., Шер Е. Н. Моделирование процесса распространения волн в блочных средах // ФТПРПИ. 2004. № 6.
- 43. Адушкин В. В., Спивак А. А. Геомеханика крупномасштабных взрывов. М.: Недра, 1993.

- 44. *Адушкин В. В., Спивак А. А.* Разрушающее действие взрыва в предварительно напряженной среде // ФТПРПИ. 2002. № 4.
- 45. Викторов С. Д., Кочанов А. Н. Изучение процессов разгрузки образцов горных пород после взрывного нагружения // ФТПРПИ. 2004. № 2.
- 46. *Рыжков Ю. А., Еременко А. А., Гоголин В. А., Ермакова И. А.* Оценка устойчивости очистных блоков и компенсационных камер при увеличенных размерах этажа // Вестник КузГТУ. 2005. № 1.
- Рыжков Ю. А., Ермакова И. А., Гоголин В. А Геомеханическое обоснование способов выпуска руды в системах разработки с обрушением руды и вмещающих пород /. Вестник РАЕН. Зап.-Сиб. отд-ние. Томск: ТПИ, 2005. Вып. 7.
- 48. Шрепп Б. В., Квочин В. А., Бояркин В. И., Костоглюд Б. М. Условия формирования очагов горных ударов на железорудных месторождениях Сибири // Безопасность труда в промышленности. 1984. № 8.
- 49. Курленя М. В., Адушкин В. В., Гарнов В. В. и др. Знакопеременная реакция горных пород на динамическое воздействие // Докл. РАН. 1992. Т. 323, № 2.
- 50. *Троллоп Д. Х.*, *Бок Х.*, *Бест Б. С. и др.* Введение в механику скальных пород. М.: Мир, 1983.
- 51. Витке В. Механика скальных пород. М.: Недра, 1990.
- 52. Курленя М. В., Серяков В. М., Еременко А. А. Техногенные геомеханические поля напряжений. Новосибирск: Наука, СИФ РАН, 2005.
- 53. Александрова Н. И., Шер Е. Н. Моделирование разрушения блочных горных пород взрывом цилиндрического заряда // ФТПРПИ. 2006. № 1.
- 54. *Каспарьян* Э. В. Устойчивость выработок в скальных породах. Л.: Наука, Ленингр. отдние, 1985.
- 55. Кузнецов С. В., Одинцев В. Н., Слоним М. Э., Трофимов В. А. Методология расчета горного давления. М.: Наука, 1981.
- 56. *Падуков В. А., Маляров И. П.* Механика разрушения горных пород при взрыве. М.: Недра, 1985.

# Глава 7

## ОЦЕНКА СИЛОВЫХ И ДЕФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОЧАГОВ СЕЙСМИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ

Важной составляющей современных систем мониторинга землетрясений и горных ударов являются программные комплексы обработки данных, позволяющие максимально полно извлекать из записей сейсмических событий информацию об очаговых процессах. Практикуемая на рудниках нашей страны обработка материалов сейсмического мониторинга, как правило, включает оценку координат очагов, времен инициации очаговых процессов и параметры их интенсивности (в большинстве случаев, в виде количества выделившейся сейсмической энергии). На рудниках Кольского полуострова и Северного Урала также исследуются механизмы очагов в рамках сдвиговой модели.

В то же время возможна еще более детальная параметризация очагов. Так, мало внимания уделяется исследованию деформационных характеристик очагов скалярного и тензорного сейсмических моментов. Длительное время факту фундаментального различия между сейсмической энергией и сейсмическим моментом не уделялось должного внимания. В частности, при обработке сейсмологических материалов широкое распространение имели корреляционные связи между этими очаговыми параметрами. Опыт наблюдений последних десятилетий демонстрирует, что отклонения от подобных корреляционных зависимостей как для землетрясений, так и для сейсмических событий в рудниках могут достигать двух порядков. И как раз подобные отклонения являются ценным источником информации о состоянии массива горных пород.

Важность тензора сейсмического момента заключается в том, что он отражает не только интенсивность неупругой деформации в очаге, но и также ее геометрию. На основе тензоров сейсмического момента решаются разнообразные задачи — выявляется природа событий, оцениваются параметры напряженного состояния массива.

Таким образом, расширение оцениваемых при мониторинге очаговых параметров позволяет корректно проводить интерпретацию сейсмологических данных, открывает возможность их более глубокого и физически обоснованного комплексирования с геолого-геофизическими материалами и результатами численного моделирования напряженно-деформированного состояния.

Применение современных методов обработки в практике мониторинга на горно-добывающих предприятиях сдерживается отсутствием кондиционных данных. Действующие на удароопасных рудниках стационарные системы сейсмологического мониторинга не всегда позволяют регистрировать сейсмические сигналы в надлежащих динамическом и частотном диапазонах. Как правило, это обусловлено использованием аналоговых телеметрических каналов для передачи сейсмических сигналов с подземных сейсмопавильонов на наземные регистрирующие модули. Ограничение динамического диапазона выражается в том, что волновые формы крупных сейсмических событий часто оказываются «зарезанными», а записи слабых событий могут иметь значения амплитуд на уровне аппаратурных шумов. Для подобных материалов проблематично выполнить корректную оценку силовых и деформационных параметров очагов. В связи с этим представляется целесообразным проведение высокоразрешающих сейсмологических наблюдений для получения материалов, кондиционных для упомянутых методов обработки.

# 7.1. Общие сведения о характеристиках очагов и их использовании при сейсмическом мониторинге на горно-добывающих предприятиях

Одна из базовых задач сейсмологического мониторинга состоит в полном восстановлении информации о процессах в очагах зарегистрированных сейсмических событий. Как в «большой» сейсмологии, так и при сейсмических наблюдениях в рудниках и шахтах ввиду ряда факторов (ограниченное число сейсмических станций, высокий поток событий, затрудняющий детальную интерпретацию каждой сейсмической записи) данная задача, как правило, сводится к оценке ограниченного набора очаговых параметров. Такими параметрами выступают — положение очага в пространстве (x, y, z), время его инициации t, а также скалярные и тензорные характеристики интенсивности очагового процесса (магнитуда M, сейсмическая энергия  $E_s$ , сейсмический момент  $M_0$ , тензор сейсмического момента  $M_{ij}$ ). Формируемые каталоги приведенных параметров служат основой для оценки свойств и состояния исследуемого массива, а также для пространственного и временно́го прогнозирования крупных сейсмических событий.

При сейсмическом мониторинге в рудниках и шахтах определяется только одна из характеристик, отражающих интенсивность очаговых процессов сейсмических событий (как правило  $E_s$ ). Это связано с тем, что в практике мониторинга не всегда осознается ценность каждой из указанных характеристик. Объективно существующее различие между ними, подчас, «затуманивается» наличием разнообразных корреляционных формул (наподобие зависимости Гутенберга—Рихтера, связывающей магнитуду и энергию).

Кратко напомним суть указанных характеристик.

Сейсмическая энергия  $E_s$  — суммарная энергия сейсмических колебаний, излученных очагом и наблюдаемых в дальней зоне в однородном непоглощающем пространстве.

Сейсмический момент  $M_0$  — скалярная характеристика произошедшей неупругой деформации в очаге. Для «классической» модели очага в виде поверхности, на которой реализуется сдвиг, сейсмический момент равен произведению трех величин: модуля сдвига  $\mu$ , площади подвижки *S* и средней величины сдвига *A*.

Магнитуда *М* служит для экспресс-оценки интенсивности очагового процесса. Существует несколько разновидностей магнитуд. Так, изначально введенная Ч. Рихтером локальная магнитуда *M*<sub>1</sub> представляет собой максимальную амплитуду колебаний на стандартном сейсмическом приемнике (сейсмографе Вуда—Ан**ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ** 

дерсона) на стандартном удалении (100 км). Используемые в «большой» сейсмологии шкалы  $M_s$ ,  $m_b$  построены таким образом, что позволяют получать по амплитудам сейсмических записей величины, которые коррелируют с сейсмической энергией. Как видно, понятие магнитуды имеет не вполне четкую связь с механикой очагового процесса. Так, величина локальной магнитуды оказывается зависимой не только от особенностей процесса, но и от свойств среды между очагом и пунктом на стандартном удалении (100 км). Чтобы сгладить подобную «неполноценность» шкалы магнитуд, в последние десятилетия получили распространение энергетическая и моментная магнитуды ( $M_e$  и  $M_W$ ), которые рассчитываются по известным значениям  $E_s$  и  $M_0$ .

Таким образом, видно, что существующие в сейсмологической практике характеристики интенсивности очаговых процессов имеют различную физическую суть. Так, сейсмическая энергия описывает быстроту протекания процесса в очаге (например, скорость вспарывания/прорастания сдвиговой или отрывной трещины). Сейсмический момент, в свою очередь, отображает деформационную сторону процесса — разницу между начальной и конечной конфигурациями пород в очаговой области (обратите внимание, что  $M_0$  не указывает, насколько быстро состоялся переход между этими конфигурациями).

Объективно существующее различие этих величин демонстрирует рис. 7.1. На этом рисунке представлены результаты сейсмологического мониторинга в одном из глубоких рудников ЮАР. Символами отмечены положения очагов сейсмических событий, причем отображены события, имеющие примерно равную величину сейсмического момента  $M_0$ . Размер символа для каждого из событий пропорционален сейсмической энергии. Как видно, различие в энергетике процессов составляет два порядка.



*Рис. 7.1.* Сейсмическая активность на руднике в ЮАР. Показаны события с одинаковой магнитудой. Размер символов пропорционален отношению сейсмической энергии к сейсмическому моменту. Отношение варьирует в пределах двух порядков (100 раз) [20].

Другой наглядный пример различия деформационных и силовых характеристик очагов сейсмических событий приведен в «Новом руководстве IASPEI по практике сейсмологических наблюдений» [9]. В табл. 7.1 приведены параметры очагов двух крупных землетрясений. Землетрясения имеют примерно одинаковые координаты очага и моментную магнитуду  $M_W$  (т. е. одинаковый сейсмический момент  $M_0$ ). В то же время сейсмическая энергия различается более чем в 100 раз (отличие энергетической магнитуды  $M_e$  на 1,4 единицы). Это различие транслируется в макросейсмические проявления — в примечании сказано, что первое землетрясение лишь ощущалось на небольшой территории, второе же вызвало существенные разрушения зданий, оползневые явления, привело к гибели и травмам людей.

Перечисленные очаговые характеристики в силу своего физического смысла и представляют самостоятельный интерес и служат основой для построения и вычисления других параметров сейсмических источников. Так, для тектонических землетрясений [1, 28] было предложено понятие кажущегося напряжения (apparent stress):

$$\sigma_{app} = \eta \overline{\tau},$$

где  $\eta$  — сейсмический коэффициент полезного действия, определяемый как отношение сейсмической энергии к полному изменению упругой энергии среды во время сейсмического события;  $\overline{\tau}$  — среднее сдвиговое напряжение, действующее на поверхности разрыва.

В предположении равномерного распределения  $\overline{\tau}$  по сдвиговой поверхности кажущееся напряжение может быть вычислено через сейсмическую энергию и сейсмический момент:

$$\sigma_{\rm app} = \frac{\mu E_{\rm s}}{M_0}.$$

Таблица 7.1 Пример двух землетрясений с близкими параметрами очагов [9]

Дата	Широта, град.	Долгота, град.	Глубина, км	M <sub>e</sub>	$M_W$	$m_b$	$M_{\rm s}$	σ <sub>app</sub> , бар	Тип подвижки
6 июля	-30,06	-71,87	23,0	6,1	6,9	5,8	6,5	1	Межплитовая
1997 <sup>4</sup> 15 окт. 1997 <sup>2</sup>	-30,93	-71,22	58,0	7,5	7,1	6,8	6,8	44	надвиговая Внутриплитовая нормальная

<sup>1</sup> Ощущалось (3 балла) в Кокуимбо, Ла Серена, Овалль и Викуна.

<sup>2</sup> В Пуэбло Нуэво, Кокуимбо, Ла Чимба разрушено 5000 домов, 5700 домов получили серьезные повреждения, 10000 домов повреждены незначительно, вышли из строя электроснабжение и телефонная связь, имеются оползни и обвалы в эпицентральной зоне. Имеются разрушения в Ла Серена (7 баллов) и Овалль (6 баллов). Ощущалось (6 баллов) в Альто дель Кармен и в Иллапель; 5 баллов — в Копиапо, Хуаско, Сан-Антонио, Сантьяго и Велленаре; 4 балла — в Кальдере, Чанараль, Ранкагуа и Тьера Амарилла; 3 балла — в Талька; 2 балла — в Концепсьон и Талталь. На юге ощущалось в Вальдивии. В провинциях Мендоза и Сан-Хуан (Аргентина) ощущалось с интенсивностью 5 баллов. Ощущалось в провинциях Буэнос-Айрес, Катамарка, Кордоба, Федеральном округе и Ла Риоха (Аргентина). Также ощущалось в различных районах Боливии и Перу.

Данные экспериментов свидетельствуют, что оцениваемая по сейсмическим записям величина  $\sigma_{app}$  является индикатором уровня напряжений в очаговой зоне. Этот факт нашел приложение в шахтной сейсмологии. С помощью пространственного распределения  $\sigma_{app}$  осуществляется ранжирование участков шахтного поля по уровню действующих напряжений [11, 19].

Примерно тот же физический смысл, что и кажущееся напряжение  $\sigma_{app}$ , имеет энергетический индекс *EI*. Данная величина описывает отклонение сейсмической энергии события с моментом  $M_0$  от средней энергии событий, имеющих такой же сейсмический момент.

В работе [18] введена еще одна характеристика очага — кажущийся объем:

$$V_A = \frac{M_0^2}{2\mu E_s}$$

Суммируя  $V_A$  для очагов, расположенных в определенной области, получаем кумулятивный кажущийся объем  $\sum V_A$ , который дает интегральную оценку происходящей в этой области деформации.

Отслеживая динамику параметров EI и  $\sum V_A$  для определенного объема горных пород, можно идентифицировать фазы нагружения и разупрочнения. Фаза нагружения отмечается возрастанием EI при обычной скорости роста  $\sum V_A$ , фаза разупрочнения — падением EI с одновременным ускоряющимся возрастанием  $\sum V_A$ . Подобные модели поведения параметров неоднократно проявлялись перед многими крупными сейсмическими событиями в рудниках ЮАР (рис. 7.2) и являются в настоящее время своеобразным индикатором удароопасности, используемым в плановой интерпретации материалов сейсмического мониторинга [27].

Еще одной важной и универсальной характеристикой сейсмического очага является тензор сейсмического момента  $M_{ij}$ , который отражает пространственную



Рис. 7.2. Понижение энергетического индекса (1) и увеличение кумулятивного кажущегося объема (2) за 6 ч до сейсмического события с магнитудой 1,9 на руднике TauTona (ЮАР). Фаза разупрочнения детектирована за 6 ч до события и оставалась неизменной до проявления неустойчивости [17].

геометрию произошедшей в очаге неупругой деформации. Так,  $M_{ij}$  позволяет сделать вывод о виде преобладающей деформации в очаге — доминирует ли изменение формы или объема. В рамках сдвиговой модели очага, по тензору сейсмического момента можно оценить два возможных варианта пространственной ориентировки плоскости сдвига и направления подвижки.

Удобным для анализа способом визуализации тензора сейсмического момента является отображение на окружающей очаг виртуальной сфере полярностей продольных волн (фаз сжатия, либо растяжения), возбуждаемых очагом с рассматриваемым  $M_{ij}$  в дальней зоне. Подобная сфера с вынесенными полярностями изображается, как правило, в виде проекции на горизонтальную плоскость. Для случая сдвигового очага фокальная сфера разделяется двумя нодальными плоскостями на четыре квадранта с чередующимися полярностями (рис. 7.3, *a*). Для других очагов области фаз сжатия и растяжения могут иметь различные конфигурации. Например, в случае сложного разрушения, включающего одновременное развитие сдви-



*Рис. 7.3.* Распределение полярностей первых вступлений на фокальной сфере для различных вариантов сдвигового очага (*a*) [29]. Механизм очага в случае комбинированного сдвигового и отрывного разрушения (*б*) [15].
говой и отрывной трещин, механизм очага содержит изотропную компоненту (расширение), обусловливающую бо́льшую площадь области положительных полярностей по сравнению с областями отрицательных знаков *P*-волны (рис. 7.3, *б*).

Преимущества оценки тензора сейсмического момента для событий на горнодобывающих предприятиях заключаются в следующем.

1. В случае возникновения крупного толчка или горного удара, как правило, возникает вопрос о его механизме. При наличии качественных сейсмических записей есть возможность дать ответ на данный вопрос — к примеру, оценить  $M_{ij}$  и определить по нему возможные варианты пространственного расположения сдвиговой плоскости и направления подвижки. Эти сведения обычно увязывают с геологической информацией (геометрией блоков, ориентировкой тектонических нарушений) и делают выводы о факторах, спровоцировавших толчок или удар.

2. В последние десятилетия методики реконструкции напряженного состояния массивов горных пород, основанные на анализе пространственного положения сколовых нарушений и направлений подвижек по ним, были адаптированы для использования в них в качестве входных данных сейсмологической информации. В результате, подобные алгоритмы позволяют по совокупности механизмов событий в виде  $M_{ij}$  в некотором объеме пород оценить ориентировку главных компонент напряжения, а также соотношение их амплитуд (т. е. вид напряженного состояния: сдвиг, одноосное сжатие, одноосное растяжение). Применение таких алгоритмов к материалам сейсмического мониторинга рудников перекликается с рекомендациями по геодинамическому районированию месторождений, активно использующему информацию о естественном и возмущенном напряженном состоянии разрабатываемого массива.

Таким образом, вышесказанное свидетельствует о важности и практической значимости силовых (сейсмическая энергия  $E_s$  и, в определенной степени, магнитуда  $M_1$ ) и деформационных (сейсмический момент  $M_0$ , тензор сейсмического момента  $M_{ij}$ ) характеристик сейсмических очагов. В связи с этим актуальным является задача корректной оценки этих величин.

#### 7.2. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ СПОСОБОВ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК ОЧАГОВ СЕЙСМИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ

Для многих горно-добывающих предприятий при обработке материалов сейсмического мониторинга допустимо использовать модель среды в виде однородного пространства, описываемого следующими параметрами:

скоростями распространения продольных и поперечных волн  $v_P$  и  $v_S$ ; плотностью  $\rho$ ;

показателями добротности  $Q_P$  и  $Q_S$ , характеризующими потерю энергии продольными и поперечными волнами за один период колебаний соответственно.

Данная модель среды приводит к сравнительно простой картине сейсмических записей на удалении от очага — наличию двух четких и изолированных во времени пакетов прямых волн — продольной и поперечной (рис. 7.4). При этом движение частиц в данных волнах характеризуются линейной поляризацией.

Безусловно, упомянутая модель среды не всегда адекватна действительности. Неизбежно присутствующие в массиве контакты между породами с различными

ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ



а

Рис. 7.4. Слабое (*M* = −1,9) сейсмическое событие (*a*) и спектральные характеристики записей продольной (*б*) и поперечной (*в*) волн, зарегистрированные в подземной исследовательской лаборатории в Манитобе (Канада) [12].

скоростными и плотностными характеристиками, участки нарушенных пород, а также горные выработки могут существенно искажать приведенную выше простую картину сейсмических сигналов — приводить к образованию отраженных и преломленных монотипных и обменных волн. На Верхнекамском месторождении, к примеру, даже отмечаются интенсивные волны поверхностного типа (Рэлея), обусловленные выдержанной слоистостью массива и свободной (земной) поверхностью [6].

Приняв в первом приближении модель однородного пространства, можно допустить возможность выделения на сейсмических записях, полученных при сейсмологических наблюдениях, пакетов продольных и поперечных волн. Сигналы в данных пакетах обладают универсальными свойствами, справедливыми для широкого класса очаговых процессов (в частности, актов образования сдвиговых и отрывных трещин, взрывных воздействий). Эти свойства наиболее явственно проявляются в частотной области — если для сигналов рассчитать спектры смещений, учесть в них амплитудно-частотные характеристики сейсмических датчиков и поглощающие свойства среды (по добротностям  $Q_P$  и  $Q_S$ ), то на полученных спектрах будет отмечаться (рис. 7.4):

низкочастотное плато;

спад в высокочастотной области.

Участки плато и спада разделяет так называемая угловая частота  $f_c$ .

Описанные свойства спектров можно эффективно использовать при оценке силовых и деформационных параметров очагов. В частности, выполнив аппроксимацию спектров сигналов в объемных волнах, можно далее по аналитическим формулам оценить сейсмический момент и сейсмическую энергию. Решение такой задачи реализуется следующим образом (рис. 7.5, см. вклейку). Исходными данными являются трех-, двух- или однокомпонентные записи, полученные в некоторых точках среды  $\mathbf{x}_i$ . На записях, где это возможно, установлены метки вступления *P*- и *S*-волн. Также заданы координаты очага  $\mathbf{x}_0$  и время инициации очагового процесса.

1. На всех записях выделяются участки присутствия Р-и S-волн.

2. Выполняется расчет амплитудных спектров смещений, соответствующих *P*-и *S*-волнам:

$$A_C(\mathbf{x}_i, f)$$
,

где индекс C обозначает тип волны (C = P — продольная, C = S — поперечная), f — частота.

3. Далее выполняется корректировка спектров за характеристики сейсмических датчиков, поглощение и геометрическое расхождение:

$$\tilde{A}_{C}(\mathbf{x}_{i}, f) = A_{C}(\mathbf{x}_{i}, f) \frac{1}{H(f)} \exp\left(\frac{|\mathbf{x}_{i} - \mathbf{x}_{0}| 2\pi f}{v_{C} Q_{C}}\right) |\mathbf{x}_{i} - \mathbf{x}_{0}|,$$

где H(f) — амплитудно-частотная характеристика сейсмического датчика.

4. Совокупность спектров *P*- и *S*-волн аппроксимируют в билогарифмическом масштабе кусочно-линейной модельной кривой (см. рис. 7.4):

$$\lg \tilde{A}_C(f) = \begin{cases} \lg \tilde{A}_C^0, \ f \le f_c^C; \\ \lg \tilde{A}_C^0 - n_C(\lg f - \lg f_c^C), \ f > f_c^C. \end{cases}$$

Это дает возможность получить оценки уровней низкочастотного плато ( $\tilde{A}_P^0$  и  $\tilde{A}_S^0$ ), угловых частот ( $f_c^P$  и  $f_c^S$ ), а также характеристик спада высокочастотной части спектра ( $n_P$  и  $n_S$ ) отдельно для P- и S-волн.

5. Сейсмический момент можно оценить по уровню плато [14]:

$$M_0^C = \frac{\tilde{A}_0^C}{F_{\theta\varphi}^C} 4\pi\rho \upsilon_C^3,$$

где  $F_{\theta\phi}^{C}$  — осредненный коэффициент, учитывающий направленность излучения *P*- или *S*-волн. Рекомендуется [8] использовать следующие значения:  $F_{\theta\phi}^{P} = 0,44$  и  $F_{\theta\phi}^{S} = 0,60$ .

6. Сейсмический момент события определяется как среднее от  $M_0^P$  и  $M_0^S$ :

$$M_0 = (M_0^P + M_0^S) / 2.$$

7. Величину выделившейся сейсмической энергии можно рассчитать по формуле [23]

$$E_{\rm s} = 32\pi^{3}\rho \left( v_{P} \left[ \frac{\tilde{A}_{0}^{P}}{F_{\theta\varphi}^{P}} \right] (f_{c}^{P})^{3} \left[ \frac{1}{3} + \frac{1}{2n_{P} - 3} \right] + v_{S} \left[ \frac{\tilde{A}_{0}^{S}}{F_{\theta\varphi}^{S}} \right] (f_{c}^{S})^{3} \left[ \frac{1}{3} + \frac{1}{2n_{S} - 3} \right] \right].$$

В данном случае  $F_{\theta\phi}^{P} = 0,52$  и  $F_{\theta\phi}^{S} = 0,63$ , согласно [8].

Описанный алгоритм был опробован при исследовании энергетической классификации сейсмических событий на шахтах ОАО «Севуралбокситруда» и анализе данных Западно-Уральской сейсмологической сети и шахтной сети СУБРа ОАО «Севуралбокситруда».

Определение тензора сейсмического момента  $M_{ij}$  представляет более сложную задачу, по сравнению с оценкой  $E_s$  и  $M_0$ . В упрощенном виде изучение  $M_{ij}$  осуществляется посредством анализа полярностей первых вступлений. При этом подразумевается сдвиговая модель очага. Подобный подход применяется на горно-добывающих предприятиях Урала и Кольского п-ова [2, 7]. В работе [18] описана технология оценки компонент тензора сейсмического момента по спектральным амплитудам смещений для P- и S-волн и знакам вступлений данных волн. В [26] амплитуды смещений в объемных волнах предложено оценивать во временной области.

Упомянутые методики нельзя считать универсальными. Одна из проблем их использования состоит в необходимости задания знака вступлений объемных волн. С одной стороны, выбор знака, в особенности для *S*-волн, не всегда является очевидным. С другой стороны, ошибку в выборе знака трудно трансформировать в результирующую погрешность оценки компонент  $M_{ij}$ . В принципе, информацию о знаке сигнала содержит фазовая часть его спектра. Рисунок 7.6 демонстрирует это. В верхней его части показана модельная сейсмическая запись, осложненная случайным шумом. В нижней части представлены амплитудный и фазовый спектры смещений в *P*- и *S*-волнах. Как видно, в амплитудном спектре закономерно присутствует низкочастотное плато (в диапазоне менее 10 Гц). Фазовый спектр смещений (при расчете фазовых спектров нулевое время выбиралось в середине каждого сигнала — обозначено штриховыми линиями на рис. 7.6) в области данного плато принимает постоянные значения: 0 радиан для *P*-волны (что соответствует положительной полярности) и  $\pi$  радиан для *S*-волны (что соответствует отрицательной полярности).

Таким образом, можно построить алгоритм оценки тензора сейсмического момента, использующий комплексные спектральные амплитуды вместо абсолютных амплитуд сигналов в объемных волнах и их знаков. Реализованный вариант алгоритма показан на рис. 7.7 (см. вклейку).



Рис. 7.6. Модельный сейсмический сигнал и спектры смещений в Р-и S-волнах.

Исходными данными, как и в вышеописанном алгоритме оценки  $M_0$  и  $E_s$ , являются трех-, двух- или однокомпонентные записи с установленными метками вступления P- и S-волн. Также заданы координаты очага и время инициации очагового процесса.

1. На первом этапе для трехкомпонентных записей выполняется трансформация в лучевую систему координат *P–SV–SH*. Одно- и двухкомпонентные записи остаются без изменения.

2. Для всех записей выполняется расчет амплитудных спектров смещений сигналов в *P*- и *S*-волнах, скорректированных за геометрическое расхождение и поглощение. При расчете спектров учитываются амплитудно-частотные характеристики сейсмических датчиков.

3. Полученные спектры аппроксимируют кусочно-линейной модельной кривой, что дает возможность получить оценки угловых частот для P- и S-волн —  $f_c^P$  и  $f_c^S$ .

4. Далее производится расчет амплитудных и фазовых спектров сигналов в *P*и *S*-волнах. Для каждого из спектров выбирается рабочий интервал  $(f_0, f_1)$  в пределах низкочастотного плато. При выборе интервала учитываются полученные значения угловых частот  $f_c^P$  и  $f_c^S$ , а также гипоцентральное расстояние.

5. Значения спектральных амплитуд A(f) и фаз  $\varphi(f)$  из выбранных интервалов позволяют скомпоновать, как правило, переопределенную систему линейных уравнений, в которой неизвестными являются шесть независимых компонент тензора сейсмического момента  $\mathbf{M} = (M_{11}, M_{12}, M_{13}, M_{22}, M_{23}, M_{33})^T$ :

 $\mathbf{G} \cdot \mathbf{M} = \begin{pmatrix} A_j(f_k) \exp(i\varphi_j(f_k)) \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix},$ 

где матрица G, связывающая компоненты тензора сейсмического момента с комплексными амплитудами сигналов, построена на основе функции Грина для модели однородного изотропного пространства [1], индекс j идентифицирует спектр сигнала (в *P*- либо *S*-волне), индекс k задает частоту из рабочего интервала для данного спектра.

6. Система решается с использованием алгоритма Singular Value Decomposition [22]. В результате получают оценки компонент тензора сейсмического момента и их стандартных отклонений:

$$(M_{11}, M_{12}, M_{13}, M_{22}, M_{23}, M_{33})$$
 и  $(\sigma_{M_{11}}, \sigma_{M_{12}}, \sigma_{M_{13}}, \sigma_{M_{22}}, \sigma_{M_{23}}, \sigma_{M_{33}}).$ 

Для визуализации полученного тензора сейсмического момента служит отображение на окружающей очаг (фокальной) сфере полярностей продольных волн (см. рис. 7.3). Также реализован один из стандартных видов разложения  $M_{ij}$  на составляющие — изотропную часть (*ISO*), компенсированный линейный векторный диполь (*CLVD*) и двойную пару сил (*DC*) (рис. 7.8, *a*).

Данные построения помогают производить интерпретацию найденных механизмов очагов сейсмических событий. При наличии существенной составляющей *DC* можно сделать вывод о преобладании сдвигового разрушения в очаге. Две плоскости, разделяющие области положительных и отрицательных полярностей на фокальной сфере, дают два возможных варианта сдвиговой плоскости. Значительная изотропная составляющая тензора сейсмического момента (*ISO*) свидетельствует о деформации сжатия или растяжения в очаге. Появление изотропной составляющей в механизмах событий отмечается в случае разрушений на контуре горных выработок, при которых происходит уменьшение объема последних [13].

Важным аспектом использования получаемых тензоров сейсмического момента является учет их погрешностей. Как было показано, разработанный алго-



*Рис.* 7.8. Визуализация тензора сейсмического момента и его разложения на составляющие (*a*); отображение погрешности полного тензора (*б*) и его *DC*-составляющей (*в*).

ритм дает величины стандартных отклонений компонент  $M_{ij}$ :  $\sigma_{\mathbf{M}} = (\sigma_{M_{11}}, \sigma_{M_{12}}, \sigma_{M_{13}}, \sigma_{M_{22}}, \sigma_{M_{23}}, \sigma_{M_{23}}, \sigma_{M_{33}})^T$ . Однако сами по себе величины  $\sigma_{M_{ij}}$  не являются достаточно информативными. К примеру, данные величины не позволяют напрямую сказать, насколько устойчива близость полученного решения к двойной паре сил: возможна ситуация, когда у найденного тензора сейсмического момента доминирует *DC*-составляющая, однако при этом у тензоров с возмущениями компонент в пределах стандартных отклонений  $\sigma_{M_{ij}}$  возможен гораздо меньший вес *DC*-составляющей.

На практике важно знать достоверность параметров *DC*-составляющей  $M_{ij}$ . Например, насколько большие вариации возможны для нодальных плоскостей? Или, другими словами, какие отклонения могут испытывать векторы **T** и **P**, характеризующие пространственную геометрию данных плоскостей (см. рис. 7.3), а также перпендикулярный им вектор **N**?

Для того чтобы можно было ответить на подобные вопросы, в работе [24] было предложено для имеющегося тензора сейсмического момента проводить построение единичных векторов  $\lambda$ , **i**, **l**, **l'** и **d**. Вектор **i** характеризует изотропную (*ISO*) составляющую  $M_{ij}$ , векторы **l** и **l'** — составляющую, связанную с компенсированным векторным линейным диполем (*CLVD*), и, наконец, вектор **d'** — составляющую, связанную с двойной парой сил (*DC*). Вектор  $\lambda$  описывает тензор  $M_{ij}$  в целом. Данные векторы визуализируются путем проецирования их концов на горизонтальную плоскость. Отстраивая вокруг проекции  $\lambda$  доверительную область и исследуя, какие из проекций **i**, **l**, **l'** и **d** попадают в данную область, можно сделать заключение об устойчивости разложения  $M_{ij}$  на составляющие (см. рис. 7.8,  $\delta$ ).

Аналогично, отстраивая на фокальной сфере концы векторов **T**, **P** и **N**, а также их доверительные области, можно оценить вариации нодальных плоскостей (см. рис. 7.8,  $\epsilon$ ).

#### 7.3. ТЕСТИРОВАНИЕ СПОСОБОВ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК ОЧАГОВ СЕЙСМИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ

Работоспособность предложенных способов оценки силовых и деформационных параметров очагов была проверена на ряде примеров. Суть проверки заключается в следующем:

задаются сейсмический очаг, система наблюдений и среда;

моделируются сейсмограммы;

по модельным сейсмограммам оцениваются сейсмическая энергия и сейсмический момент;

полученные оценки сопоставлялись с теоретическими значениями для заданного очага.

Очаг сейсмического события задавался в виде мгновенно вскрывающейся круговой сдвиговой трещины (модель Брюна) с параметрами:

радиус  $r_0 = 40$  м;

сброс сдвигового напряжения на бортах  $\Delta \tau = 400$  кПа.

Для этих параметров модели очага имеем теоретические значения:

сейсмического момента  $M_0^{\text{теор}} = \frac{16}{7} \Delta \tau r_0^3 = 5,9 \cdot 10^{10} \text{ H} \cdot \text{м};$ 

угловой частоты  $f_c = \frac{2,34\upsilon_S}{2\pi r_0} = 29,6$  Гц;

сейсмической энергии  $E_S^{\text{теор}} = 7 \cdot 10^5 \text{ Дж.}$ 

Были рассмотрены четыре варианта пространственного расположения плоскости сдвига и направления подвижки (рис. 7.9, б):

вертикальный сброс, азимут простирания 90°;

нормальный сброс, азимут простирания 90°, угол падения 45°;

вертикальный сдвиг, азимут простирания 0°;

сдвиг, азимут простирания 0°, угол падения 45°.

Окружающая среда была задана как однородное изотропное пространство со следующими параметрами: скорость продольных волн  $v_P = 5500$  м/с, скорость поперечных волн  $v_S = 3180$  м/с, плотность  $\rho = 2700$  кг/м<sup>3</sup>, добротности  $Q_P = Q_S = 1500$ . Пункты регистрации (виртуальные сейсмоприемники) располагались в горизонтальной плоскости на удалении 2 км от очага под азимутами 180, 205, 230, 255, 280, 305, 330 и 355° (рис. 7.9, *a*). Расчеты сейсмограмм осуществлялись мето-дом численного интегрирования в области волнового числа [5,10, 16].

На рис. 7.10 приведено сравнение рассчитанных значений  $E_s$  и  $M_0$  с теоретическими величинами (5,9·10<sup>10</sup> Н·м и 7·10<sup>5</sup> Дж соответственно). Маркеры на графиках отображают значения  $E_s$  и  $M_0$ , полученные для виртуальных сейсмоприемников. Как видно из рис. 7.10, *a*, отклонение рассчитанных значений  $E_s$  от теоретического достигает в ряде случаев 10 раз. В целом среднеквадратичное отклонение lg  $E_s$  от lg  $E_s^{\text{теор}}$  составляет 0,55. Графики на рис. 7.10 демонстрируют, что вариации энергии обусловлены неравномерной направленностью излучения. Для сейсмического момента  $M_0$  также отмечается расхождение значений (см. рис. 7.10, *б*). Среднеквадратическое отклонение рассчитанных lg  $M_0$  от lg  $M_0^{\text{теор}}$  составляет 0,33.

Таким образом, согласно расчетам, точность оценки  $E_{\rm s}$  и  $M_0$  составляет ~0,5 порядка.

Тестирование алгоритма оценки *M<sub>ij</sub>* проводилось схожим образом. Для шести точек (виртуальных сейсмоприемников) однородного изотропного пространства



Рис. 7.9. Параметры тестирования способов оценки энергии локальных событий: *а* — схема расположения очага (1) и пунктов регистрации (2); *б* — фокальные механизмы очагов (нижняя полусфера).





*1*—4 — варианты механизмов очага соответственно.

были рассчитаны сейсмограммы для модели очага в виде сдвиговой трещины. В качестве примера на рис. 7.6 показан вид одной из модельных записей. Исходной информацией, помимо сейсмограмм, являлись координаты очага и время начала вспарывания. Устойчивость решения проверялась добавлением к модельным сейсмограммам шума, а также неточным заданием положения очага.

Оценка качества решения осуществлялась посредством сравнения исходных параметров сдвиговой трещины (азимута простирания  $\Phi_s$ , угла наклона  $\delta$  и направления подвижки  $\lambda$ ) и аналогичных параметров, содержащихся в найденном тензоре сейсмического момента  $M_{ij}$ . Для примера, в табл. 7.2 представлены результаты подобного сравнения для случая нормального сброса (азимут простирания  $\Phi_s = 180^\circ$ , угол наклона  $\delta = 45^\circ$ , направление подвижки  $\lambda = -90^\circ$ ).

Как видно из таблицы, качество оценки параметров сдвиговой трещины достаточно высокое — даже в случае зашумленных записей (среднее отношение сигнал/помеха = 3) погрешности в определении ориентировки сдвиговой плоскости и направлении подвижки не превышают 7°.

#### Таблица 7.2

Ошибка в координатах очага.	Среднее отношение сигнал/помеха для <i>Р</i> -и <i>S</i> -волн									
% от среднего гипоцентрального		x			10			3		
расстояния	$\Phi_{\rm s}$	δ	λ	$\Phi_{\rm s}$	δ	λ	$\Phi_{\rm s}$	δ	λ	
0	0,2	0,1	0,2	1,2	1,0	2,0	2,7	4,4	3,1	
3	0,7	0,3	1,0	1,8	1,0	3,5	3,8	5,0	3,7	
10	0,5	0,5	0,5	3,0	1,3	3,2	5,2	6,9	4,5	

Погрешность восстановления параметров сдвигового очага

# 7.4. Получение представительных данных о сейсмической активности, обусловленной ведением горных работ

Высокоразрешающие инструментальные исследования сейсмичности, инициированной ведением горных работ, проводились силами Горного института УрО РАН на Таштагольском руднике ОАО «Евразруда» (Кемеровская область). Большую помощь в организации наблюдений оказал главный инженер рудника «Таштагольский» В. К. Климко.

Выбор Таштагольского рудника для проведения инструментальных исследований обусловлен сочетанием благоприятных природных, технологических и технических факторов. С одной стороны, рудник характеризуется высоким уровнем естественных напряжений, большим количеством тектонических нарушений, высокой прочностью горных пород и большой глубиной залегания рудных тел [4]. С другой стороны, используемая технология добычи подразумевает применение массовых взрывов для дробления извлекаемых блоков руды (масса заряда BB составляет от десятков до сотен тонн). Подобное сочетание природных и технологических факторов обусловливает высокую сейсмическую активность горного массива, особенно в течение первых суток после проведения массового взрыва. Заметим, что на руднике действует стационарная система сейсмического мониторинга, разработанная с участием ИГД СО РАН.

Целью измерений, которые производились с 17 по 22 ноября 2006 г., а также с 27 июня по 1 июля 2008 г. сейсмологическим отрядом Горного института УрО РАН, являлась регистрация сейсмического отклика горного массива на проведение массовых взрывов.

**Измерения 2006 г.** Отрабатываемый при взрыве блок пород был расположен между 18 и 19 ортами на горизонтах –280 ÷ –350 м. Масса заряда составила 180 т. Взрыв был произведен 19 ноября 2006 г. в 12 : 00 местного времени. Для измерений использовался 9-канальный сейсмометрический комплекс «ИСК-3», разработанный в Горном институте УрО РАН [3], а также комплект сейсмоприемников GS20-DX. Данный комплект аппаратуры обеспечивал регистрацию сейсмических сигналов в диапазоне от 10 до 100 Гц с разрядностью 14 бит.

Для изучения микросейсмического фона и нормального сейсмического режима наблюдения были начаты за двое суток до взрыва. В связи с отсутствием технической возможности размещения сейсмических датчиков на разных горизонтах, в качестве системы наблюдений была выбрана малоапертурная группа, состоящая из установленного в центре трехкомпонентного сейсмоприемника и четырех вертикальных датчиков, разнесенных на расстояние от 90 до 170 м (рис. 7.11, см. вклейку). Расстояние от сейсмоприемников до взрываемого блока составляло от 55 до 310 м.

За двое суток сейсмологических наблюдений до проведения массового взрыва было зарегистрировано свыше 100 сейсмических событий, большую часть которых представляют технологические взрывы, но имеются также слабые сейсмические события как тектонического происхождения, так и неустановленной природы. В течение нескольких часов перед массовым взрывом, а также в течение суток после взрыва буровзрывные работы в шахте не проводились, что исключает регистрацию в этот период сигналов техногенных событий. Проведение массового взрыва с такой величиной заряда вызвало активизацию сейсмичности и спровоцировало горный удар в выработках на горизонте –350 м. В течение нескольких часов после взрыва было зарегистрировано более 180 сейсмических событий.

По результатам обработки материалов наблюдений 2006 г. была усовершенствована методика проведения последующих наблюдений по ряду направлений:

осуществление бо́льшего заглубления сейсмоприемников в тело массива. Этот аспект связан с получением на записях достаточно интенсивных колебаний, обусловленных либо резонансными эффектами непосредственно выработок и приконтурных нарушенных участков пород, либо контактными условиями установки сейсмоприемников. Подобные факты отмечаются и на записях стационарной системы сейсмического мониторинга Таштагольского рудника, имеющей в составе аналогичные по конструкции и методу установки сейсмоприемники;

использование двух локальных автономных систем сейсмического мониторинга, обеспечивающих пространственный охват области наблюдения. В 2006 г. большинство очагов событий оказалось за пределами расстановки датчиков, что сказалось на качестве результатов измерений;

применение сейсмических регистраторов с высокой разрядностью АЦП (24 бита).

**Измерения 2008 г.** Отрабатываемый блок пород был расположен на юговосточном участке шахтного поля между вентиляционными ортами 1 и 2 на горизонте +70 м. Масса заряда составляла 160 т. Взрыв произведен 29 июня 2008 г. в 12 : 09 местного времени.

При организации наблюдений за сейсмическим откликом массива на данный взрыв были учтены упомянутые выше корректировки методики измерений. В частности:

использовались две локальные расстановки сейсмических датчиков, размещенные на различных горизонтах: пять вертикальных сейсмоприемников были установлены на горизонте 0 м, три вертикальных и один трехкомпонентный сейсмоприемник — на горизонте –70 м (рис. 7.12, см. вклейку);

большинство сейсмических датчиков было установлено в шпуры глубиной 1 м, пробуренные в кровлю выработок. Для обеспечения наилучшего контакта сейсмоприемников с массивом скважины были полностью зацементированы;

для измерений на обеих расстановках применялись 24-разрядные регистраторы SAQS производства южно-африканской компании ISS International [25].

В результате, используемый комплект аппаратуры обеспечивал регистрацию сейсмических сигналов в диапазоне от 10 до 2000 Гц с разрядностью 24 бита. Как и при предыдущих измерениях, после проведения взрыва отмечался существенный всплеск сейсмической активности. В итоге в течение 2 сут. было зарегистрировано несколько сотен сейсмических событий.

## 7.5. Обработка материалов детальных наблюдений за сейсмической активностью, вызванной ведением горных работ

#### 7.5.1. Стандартная обработка

Для обработки были отобраны события, произошедшие в интервалы времени, когда в руднике не велись работы, — непосредственно перед взрывами и в бли-

жайшие сутки после массовых взрывов. Это позволило исключить из анализа события техногенной природы.

При анализе материалов наблюдений было отмечено наличие двух видов событий, различающихся по частотному составу сигналов. Ряд событий имел сигналы существенно низкочастотного состава — основная энергия волн сосредоточена в диапазоне 10—30 Гц (рис. 7.13, *a*, *в*). В таких сигналах сложно выделить момент вступления продольной волны и идентифицировать поперечные волны. Другие события характеризовались высокочастотными сейсмическими записями — максимум в спектре находится в диапазоне выше 100 Гц (рис. 7.13, *г*). Для этих событий моменты вступлений продольных и поперечных волн выделялись вполне уверенно (рис. 7.13, *б*).

Слабая коррелируемость сигналов низкочастотных событий на разных сейсмопавильонах (см. рис. 7.13, *a*) указывает на близость их очага. Тот факт, что низкочастотные события связаны по времени с проведением взрыва, свидетельствует о взаимосвязи процессов, протекающих в массиве после взрыва. Таким образом, не располагая количественными параметрами очагов низкочастотных событий, можно предполагать, что их источником являются процессы разрушения массива после взрыва со слабой динамикой (к примеру, обрушения пород). Вероятно, что в



*Рис. 7.13.* Сопоставление двух видов событий: записи низкочастотного и высокочастотного событий (a,  $\delta$ ) и их спектры (b, c).

дальней зоне (на расстояниях, больших длин волн) на записях событий первого типа можно выделить поперечные волны и, соответственно, производить обработку стандартными методами. Однако при наблюдениях в ближней зоне такой возможности не представляется.

Таким образом, последующая обработка была сосредоточена на событиях второго типа (с высокочастотными сигналами).

#### 7.5.2. Оценка сейсмической энергии и сейсмического момента

При помощи процедур локации, реализованных в ГИ УрО РАН и в программе Jmts (входящей в пакет систем ISS), была выполнена обработка записей событий — определены координаты очагов и время инициации очаговых процессов. Далее с использованием алгоритмов, описанных в п. 7.3, осуществлялась оценка сейсмической энергии  $E_s$  и сейсмического момента  $M_0$ . На основе материалов 2006 г. величины  $M_0$  и  $E_s$  удалось получить только для 11 событий. Положение очагов событий, для которых проведена углубленная обработка, показано на рис. 7.11. Размеры символов, отображающих очаги, пропорциональны сейсмической энергии.

Взаимосвязь величин сейсмической энергии и сейсмического момента для событий 2006 г. иллюстрирует рис. 7.14. Каждый символ данного графика соответствует одному событию. «Усами» показаны стандартные отклонения как для  $M_0$ , так и для  $E_s$ . Значения энергии и момента хорошо коррелируют между собой в пределах погрешностей их определения.

По результатам измерений 2008 г. оценки  $M_0$  и  $E_s$  были получены для 53 событий. Местоположение очагов событий показано на рис. 7.12. Видно, что сейсмическая активность сосредоточена на северо-восточной, восточной и юго-восточ-



Рис. 7.14. Сейсмическая энергия и сейсмический момент для событий 2006 г.



Рис. 7.15. Сейсмическая энергия и сейсмический момент для событий 2008 г.

ной сторонах взрываемого блока (чувствительность системы наблюдений была примерно равномерной по всему периметру блока). Очаги находятся, главным образом, на уровне взрываемого блока или под ним.

Взаимосвязь величин  $M_0$  и  $E_s$  для событий 2008 г. показана на рис. 7.15. Через поле точек проведена корреляционная прямая. Однако некоторые события не вполне соответствуют данной зависимости. Обращает на себя внимание область событий со значениями  $M_0$  в диапазоне  $10^7$ — $10^8$  Н·м, которые имеют небольшие величины  $E_s$  по сравнению с общим трендом. Природа подобного отклонения наглядно расшифровывается на рис. 7.16 и 7.17.

На рис. 7.16 показаны волновые формы двух сейсмических событий, зафиксированных одинаковыми датчиками. Гипоцентральные расстояния отображены справа от сейсмотрасс (R). Показанные события имеют примерно одинаковую величину сейсмического момента  $M_0$ . На графиках рис. 7.16, e—e изображены спектры смещений в объемных и поперечных волнах, скорректированные за характеристики датчиков, геометрическое расхождение и поглощение (см. п. 7.3). Также спектры были нормированы таким образом, чтобы по вертикальной оси иметь размерность сейсмического момента (H·м). Штриховой линией показана модельная аппроксимация спектров, используемая в расчетах (см. п. 7.3).

Как видно, низкочастотное плато спектров для обоих событий расположено на одинаковом уровне, что определяет равенство их сейсмического момента  $M_0$ . В то же время высокочастотная часть спектров имеет различный вид. Для первого события спад спектров начинается в районе 200 Гц, для второго события плато продолжается вплоть до 300—500 Гц. Именно эта особенность спектра (большая угловая частота  $f_c$  для второго события) определяет то, что второе событие имеет на порядок большую сейсмическую энергию  $E_s$  (29 Дж против 2,9 Дж).





*Рис. 7.16.* Сопоставление событий, имеющих близкие величины сейсмического момента. Поясн. см. в тексте.

Интерпретация различия очаговых параметров заключается в следующем. Близость величин  $M_0$  указывает на то, что очаги событий имели одинаковые деформационные характеристики (произведение площади плоскости подвижки на среднюю величину сдвига), однако скорость деформации была различной — во втором случае разрушение в очаге протекало быстрее.

Другой пример различия очаговых параметров приводится на рис. 7.17. В этом случае события имеют примерно равные величины сейсмической энергии



*Рис. 7.17.* Сопоставление событий, имеющих близкие величины сейсмической энергии. Поясн. см. в тексте.

 $E_{\rm s}$ , однако их сейсмический момент  $M_0$  различается почти на порядок. Сравнение спектров показывает, что малая амплитуда низкочастотного плато для второго события компенсируется его большим простиранием в высокочастотную область (более высоким значением угловой частоты  $f_c$ ).

Таким образом, изложенное демонстрирует различие характеристик интенсивности очаговых процессов, а именно сейсмической энергии и сейсмического момента. Совместная оценка этих характеристик при сейсмомониторинге на горно-добывающих предприятиях дает возможность оперировать с дополнительной информацией — к примеру с отклонениями  $M_0$  и  $E_s$  одиночных событий от трендовой зависимости между этими параметрами для некоторой совокупности событий. Данное отклонение характеризует энергетический индекс *EI* (см. п. 7.2)

На рис. 7.18 (см. вклейку) показано распределение EI для событий 2008 г. На этом рисунке размер символов определяется не абсолютной величиной  $M_0$  и  $E_s$ , а степенью отклонения точек на графике рис. 7.15 от аппроксимирующей прямой. Энергетический индекс является индикатором уровня напряжений или прочностных свойств массива. Большие значения EI свидетельствуют о более высоком уровне напряжений (сейсмическая энергия больше — вскрытие трещин протекает быстрее) или о большей прочности разрушающегося объема пород.

Как видно, в рассматриваемом случае события с большими значениями EI находятся под блоком (между горизонтами +70 и 0), а события с небольшими EI — в непосредственной близости от взрываемого блока. Соответствующая картина перераспределения напряжений и разупрочнения при проведении массового взрыва (разгрузка массива по периметру блока и повышение напряжений на удалении от него) выглядит правдоподобной.

Другой вариант совместной оценки сейсмического момента и сейсмической энергии заключается в сопоставлении корреляционных зависимостей между  $M_0$  и  $E_s$  для разных участков шахтного поля или для одного участка в разные моменты времени. На рис. 7.19 (см. вклейку) приведены взятые из работы [18] корреляционные зависимости между  $M_0$  и  $E_s$  для одного из золотодобывающих рудников ЮАР (прямые *WDL–CLR* и *WDL–VCR*). Как видно из сопоставления очаговых параметров 2006 и 2008 гг. на этом рисунке, между результатами двух измерений отмечается существенное различие — если смотреть на события с одинаковой величиюй  $M_0$ , то для 2008 г. величина сейсмической энергии на полтора порядка больше. Данное различие не может объясняться систематическими погрешностями в измерительной аппаратуре — постоянная ошибка в коэффициентах преобразования приводила бы к одинаковому эффекту при оценке  $M_0$  и  $E_s$ .

Для слабых событий, зафиксированных в 2006 г., могло происходить занижение сейсмической энергии вследствие ограниченного частотного диапазона сейсморегистрирующих каналов (полоса пропускания до 100 Гц). Однако для крупных событий с сейсмическим моментом более  $10^9$  Н·м основная энергия сигналов расположена в пределах полосы пропускания каналов (угловая частота  $f_c$  меньше 200 Гц), и в связи с этим оценку сейсмической энергии для них можно считать корректной. Таким образом, различие корреляционных зависимостей на рис. 7.19 (особенно в области крупных событий) позволяет сделать заключение, что в районе проведения массового взрыва в октябре 2006 г. прочность пород или уровень напряжений меньше, по сравнению с областью в районе массового взрыва в июне 2008 г.

#### 7.6. Анализ механизмов сейсмических событий

По материалам 2006 и 2008 гг. выполнено исследование механизмов очагов событий, базирующееся на оценке тензора сейсмического момента  $M_{ij}$  с использованием описанного в п. 7.3 алгоритма. В результате получены тензоры  $M_{ij}$  для 10 событий 2006 г. и 13 — 2008 г.

На рис. 7.20 показаны параметры оценки для события, сейсмические записи которого приведены в левой части рис. 7.16. На проекциях в нижней части рис. 7.20 с использованием серых символов отображаются 95%-е доверительные области для векторов  $\lambda$ , **T**, **N** и **P**. Как видно, для вектора  $\lambda$  доверительная область весьма размыта, что указывает на сравнительно малую степень достоверности разложения  $M_{ij}$  на составляющие (*ISO*, *CLVD* и *DC*). В то же время доверительные области для векторов **T**, **N** и **P** имеют существенно меньшие размеры и занимают устойчивое положение. Это свидетельствует о том, что геометрия сдвиговой деформации в очаге данного события оценена с большей степенью достоверности.

Подобные особенности (небольшая достоверность разложения на составляющие, более высокое качество определения геометрии сдвиговой деформации в очаге) характерны для оценок тензора сейсмического момента и остальных событий. В силу более компактного расположения очагов событий, зафиксированных в 2008 г., а также их пространственной связи со взрываемым блоком, в дальнейшем речь пойдет об анализе механизмов только этой группы событий.

На рис. 7.21 (см. вклейку) изображены механизмы распределения полярностей *P*-волн на фокальных сферах очагов (аналогично рис. 7.3). Видно, что в большинстве механизмов присутствует изотропная составляющая (причем обоих знаков, т. е. в одних случаях соответствующая деформации сжатия, в других деформации растяжения), однако определенной корреляции в ее проявлении с пространственным положением очага или временем в очаге не прослеживается. В то же время точность оценки изотропной составляющей механизмов невысока. Больший интерес представляет *DC*-составляющая тензоров сейсмического момента, соответствующая сдвиговой деформации в очаге (рис. 7.22, см. вклейку). Ее параметры характеризуют два варианта возможной пространственной ориентировки сдвиговой плоскости (см. рис. 7.3).



*Рис. 7.20.* Визуализация тензора сейсмического момента для одного из событий. Поясн. см. в тексте.

Как видно из рис. 7.22, распределение сдвиговой деформации для очагов событий неоднородное — для трех событий очаги соответствуют сдвигам, для четырех — надвигам, для шести событий имеет место сброс. При этом рассмотрение пространственных положений нодальных плоскостей для различных событий в совокупности не позволяет достоверно выделить плоскости, которые можно было бы ассоциировать с активным геологическим нарушением.

Полученное многообразие механизмов сейсмических событий можно объяснить: неоднородностью поля напряжений в окрестности взрываемого блока;

неоднородностью строения массива горных пород (наличием различным образом ориентированных нарушений и контактов пород).

Единственный вариант практического использования полученных в рассматриваемом случае механизмов заключается в оценке на их основе параметров напряженного состояния.

Методики реконструкции напряженного состояния массивов горных пород, основанные на анализе пространственного положения сколовых нарушений и направлений подвижек по ним, уже давно занимают видное место в тектонофизике. В последние десятилетия данные методики были адаптированы для использования в них в качестве входных данных сейсмологической информации, а именно механизмов очагов сейсмических событий. В результате, полученные алгоритмы позволяют по совокупности механизмов событий в некотором объеме пород оценить ориентировку главных компонент напряжения ( $\sigma_1$  — сжатие,  $\sigma_3$  — растяжение), а также соотношение их амплитуд  $R = (\sigma_2 - \sigma_1)/(\sigma_3 - \sigma_1)$ , характеризующее вид напряженного состояния (сдвиг, одноосное сжатие, одноосное растяжение).

Для апробирования описанного подхода была выделена группа событий к северу от блока (помечена на рис. 7.22 штриховой линией), для которых можно предполагать сравнительную однородность поля напряжений (по сравнению с другими событиями). Далее была осуществлена оценка направления главных напряжений и параметра R с использованием алгоритма, изложенного в работе [21]. Результаты расчетов представлены на рис. 7.23 (см. вклейку).

Полученное решение имеет следующие особенности:

напряженное состояние близко к сдвиговому ( $R \approx 0,5$ );

ось сжатия  $\sigma_1$  имеет близко горизонтальную ориентировку в направлении C—CB;

ось растяжения  $\sigma_3$  ориентирована в направлении 3–C3.

Данные параметры можно считать правдоподобными. Действительно, ось растяжения  $\sigma_3$  направлена приблизительно в сторону взрываемого блока. Ось  $\sigma_1$  корреспондирует с осью максимального сжатия естественного поля, которая в условиях Таштагольского рудника ориентирована горизонтально в С—СЗ направлении [4].

Таким образом, выполненный комплекс исследований позволил:

1. Реализовать алгоритмы оценки силовых и деформационных параметров очагов сейсмических событий (сейсмической энергии  $E_s$ , скалярного сейсмического момента  $M_0$ , а также тензора сейсмического  $M_{ij}$ ), адаптировать их для использования при обработке материалов наблюдений на горно-добывающих предприятиях.

2. Осуществить детальные наблюдения за сейсмической активностью, вызванной ведением горных работ. С помощью локальных временных расстановок сейсмических датчиков получены данные о сейсмической активности, обусловленной проведением двух массовых взрывов на Таштагольском руднике ОАО «Евразруда».

3. Провести стандартную и углубленную обработку материалов детальных наблюдений на Таштагольском руднике. Показаны дополнительные возможности интерпретации сейсмологических данных, возникающие при совместной оценке силовых и деформационных характеристик очагов событий ( $E_s$  и  $M_0$ ). Продемонстрировано использование механизмов сейсмических событий для оценки параметров напряженного состояния участка массива — направлений главных осей тензора напряжений и соотношения их амплитуд.

#### Список литературы к главе 7

- 1. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: теория и методы. М.: Мир, 1983.
- Воинов К. А., Селивоник В. Г. Оценка напряжений и подвижности структурных блоков по результатам обработки механизмов очагов сейсмических событий // Горная геофизика. Межд. конф. 22—25 июня 1998 г., С.-Петербург, Россия. СПб.: ВНИМИ, 1998.
- Дягилев Р. А. Исследовательский сейсмометрический комплекс ИСК-3 [Электронный pecypc] / http://seismo.mi-perm.ru/doc/isk.pdf.
- 4. *Курленя М. В., Еременко А. А., Шрепп Б. В.* Геомеханические проблемы разработки железорудных месторождений Сибири. Новосибирск: Наука, СИФ РАН, 2001.
- Маловичко Д. А. Сравнительный анализ методов математического моделирования сейсмических волновых полей // Геофизика и математика: Матер. II Всерос. конф., Пермь, 10—14 декабря 2001 г. Пермь: ГИ УрО РАН, 2001.
- Маловичко Д. А. Изучение очагов низкочастотных сейсмических событий в рудниках Верхнекамского месторождения калийных солей // Техногенная сейсмичность при горных работах: модели очагов, прогноз, профилактика. Сб. докл. Междунар. совещ. Апатиты: КНЦ РАН, 2004.
- Юнга С. Л., Федотова Ю. В. Исследования механизмов очагов сейсмических событий малой энергии в Хибинском массиве // Геодинамика и техногенез: Матер. Всерос. совещ., 12—15 сентября 2000 г., Ярославль: Ярославль: ФГУП НПЦ «Недра», 2000.
- Boore D. M., Boatwright J. Average body-wave radiation coefficients // Bull. Seism. Soc. Am., 1984. V. 74.
- 9. *Bormann P*. The IASPEI new manual of seismological observatory practice. Potsdam: GFZ, 2002.
- Bouchon M. A simple method to calculate Green's function for elastic layered media // Bull. Seism. Soc. Am. 1981. V. 71.
- Dunn M. J. Seismicity in a scattered mining environment a rock engineering interpretation // Proc. of the 6th Symposium on Rockburst and Seismicity in Mines, Perth, 2005 / Eds. Y. Potvin and M. Hadyma. Perth: ACG, 2005.
- 12. *Gibowicz S. J., Kijko A.* An introduction to mining seismology. San Diego: Academic Press Inc., 1994.
- 13. Hasegawa H. S., Wetmiller R. J., Gendzwill D. J. Induced seismicity in mines in Canada An overview // Pure Appl. Geophys. 1989. V. 129.
- 14. Hanks T. C., Wyss M. The use of body-wave spectra in the determination of seismic-source parameters // Bull. Seism. Soc. Am. 1972. V. 62.
- 15. Julian B. R., Miller A. D., Fougler G. R. Non-double-couple earthquakes. 1. Theory // Reviews of Geophysics. 1998. V. 36.

- Kennet B. L. N., Kerry N. J. Seismic waves in a stratified half space // Geophys. J. R. Astr. Soc. 1979. V. 57.
- 17. *Lynch R., Mendecki A. J.* Gap601a: Experimental and theoretical investigations of fundamental processes in mining induced fracturing and rock instability close to excavations-research project for safety in mines research advisory council. ISS International Limited, 2004.
- Mendecki A. J. Real-time quantitative seismology in mines / Rockbursts and seismicity in mines. Proceedings of the 3rd International Symposium / Ed. P. Young. Rotterdam: Balkema, 1993.
- 19. Mendecki A. J. Seismic Monitoring in Mines. London: Chapman and Hall, 1997.
- 20. Mendecki A. J., van Aswegen G., Mountfort P. A guide to routine seismic monitroing in mines / A Handbook of Rock Engineering Practice for Tabular Gard Rock Mines / Eds. A. J. Jager, J. A. Ryder. Cape Town: Creda Communications, 1999.
- 21. *Michael A. J.* The use of focal mechanisms to determine stress: a control study // J. Geophys. Res. 1987. V. 92.
- 22. Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P. Numerical Recipes in C. The Art of Scientific Computing. Cambridge: CUP, 1992.
- 23. Randall M. J. The spectral theory of seismic sources // Bull. Seism. Soc. Am. 1973. V. 63.
- 24. *Riedesel M. A., Jordan T. H.* Display and assessment of seismic moment tensors // Ibid. 1989. V. 79.
- 25. *Standalone QS (SAQS)*. Description and Technical Specifications. ISS International Ltd, 2005 // http://www.issi.co.za/ftp/manuals/saqsinfo.pdf
- 26. Trifu C.-I., Angus D., Shumila V. A fast evaluation of the seismic moment tensor for induced seismicity // Bull. Seism. Soc. Am. 2000. V. 90.
- 27. *Van Aswegen G.* Routine seismic hazard assessment in some South African mines // Proc. of the 6<sup>th</sup> Symposium on Rockburst and Seismicity in Mines, Perth, 2005 / Eds. Y. Potvin and M. Hadyma. Perth: ACG, 2005.
- 28. Wyss M., Brune J. N. Seismic moment, stress and source dimensions for earthquakes in the California-Nevada region // J. Geophys. Res. 1968. V. 73.
- 29. Focal Mechanisms. USGS, 1996 // http://quake.wr.usgs.gov/recenteqs/beachball.html

## Глава 8

### ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ ОБЪЕМНОГО РАЗРУШЕНИЯ ОЧАГОВЫХ ЗОН И ВОЛНЫ МАЯТНИКОВОГО ТИПА

# 8.1. Энергетический критерий объемного разрушения горных пород в очаговых зонах землетрясений, горных ударов, взрывов и от ударных воздействий

Разрушение горных пород и их массивов — важнейший процесс в технологиях добычи и переработки твердых полезных ископаемых. Фундаментальную роль этот процесс играет при формировании (локализации) и последующем развитии очаговых зон природных и техногенных катастрофических событий (землетрясения, горные удары, внезапные выбросы угля и газа...). А по существу, все многообразие видов техногенной деятельности можно свести к осуществлению двух разнонаправленных процессов: композиции (агрегированию) и декомпозиции (расчленению) вещества Земли. И в том, и в другом случае существует одна проблема: как осуществляется (следует осуществить) переход (перевод) природного объекта (вещества Земли) из заданного начального состояния в заданное конечное.

При ответе на этот общий вопрос, естественно, не следует терять из виду, что «желания» человека и природы должны совпадать: необходимость достижения минимума затрачиваемой энергии при осуществлении перевода исходного природного объекта и его вещества в их «конечные» состояния.

#### 8.1.1. О прочности горных пород и современных открытиях в области нелинейной геомеханики

Для теоретического описания разрушения хрупких горных пород при разных видах внешнего на них воздействия обычно используется анализ условий возникновения и развития трещин в пространстве [1—3]. Развитие современных представлений о прочности твердых тел и конструкционных материалов, а также массивов горных пород связано с именами Треска, Сен-Венана, Мизеса, Губера, Кулона, Мора, Лодэ, Надаи, Друккера, Прагера, Прандтля, Христиановича, Шемякина, Новожилова, Журкова, Ильюшина, Ишлинского, Панина и многих других видных ученых [4].

Под прочностью горных пород обычно понимается их способность сопротивляться разрушению при воздействии механических нагрузок, температурных, электромагнитных и иных полей [5]. Количественно прочность определяется соотношениями главных напряжений (предела прочности), при которых происходит разрушение горных пород или геоматериалов. Выделяют виды прочности: статическая, динамическая и длительная, они связаны с режимами воздействия физических полей на соответствующие объемы горных пород. При механических нагрузках различают пределы прочности: на одноосные сжатие или растяжение, на сдвиг, объемное нагружение — а по существу, на разные виды напряженно-деформированного состояния горных пород, характеризуемые значениями параметра Лодэ—Надаи:

$$\mu_{\sigma} = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3),$$

который изменяется в пределах от -1 до +1, где  $\sigma_i$  (i = 1, 2, 3) — главные компоненты тензора напряжений.

Наибольшей прочностью горные породы, как правило, обладают в условиях всестороннего сжатия, наименьшей — при одноосном растяжении, что принципиально при оценке объемной прочности природных и техногенных «геоконструкций».

В течение минувшего века и по настоящее время (особенно в России и странах бывшего СССР) специалистами в области «практического» горного дела при оценке прочности свойств горных пород для принятия технологических решений используется коэффициент крепости (f), предложенный проф. М. М. Протодьяконовым еще в начале XX столетия, который можно рассматривать как своего рода феноменологический критерий объемной прочности для различных горных пород — их сопротивляемости разрушению к внешним усилиям в виде комбинации элементарных сопротивлений растяжению, сжатию и сдвигу [6].

Выполненный в работе [7] анализ позволил заключить, что широко применяемые ныне в мире различные классификации горных пород по их прочностным характеристикам, в общем, можно свести в единую — нелинейную зависимость, если воспользоваться введенной в [8] канонической шкалой структурно-иерархических представлений.

И, тем не менее, как отмечает акад. В. Е. Панин в [4], проблемы пластичности и прочности твердых тел до середины XX в. рассматривались исключительно на основе феноменологических подходов механики сплошной среды («макромасштабный подход»). Рассчитать же кривую напряжение—деформация на основе только микроскопических представлений теории дислокаций не удалось до сих пор. При этом В. Е. Паниным особо подчеркивается необходимость учета роли структурного фактора вещества.

В этом аспекте, и небезосновательно, многие специалисты полагают, что именно трещиноватой структурой массивов горных пород и геоматериалов во многом определяется характер их разрушения при деформировании. А с другой стороны, непросто описать реальные трещины в исходном веществе и, тем более, учесть их механические свойства.

Следовательно, без поиска структурно-иерархических «инвариантов» для реальных массивов горных пород и геоматериалов, где роль экспериментаторов трудно переоценить, вряд ли можно рассчитывать на дальнейшее успешное развитие теории прочности твердых тел, обладающей необходимым для практических приложений конструктивным началом. В этом направлении исследований нам хотелось бы отметить лишь два результата. Во-первых, это ныне широко известная и используемая концепция акад. М. А. Садовского и его учеников о блочно-иерархическом строении объектов геосреды [9, 10]. Будучи в свое время довольно смелой гипотезой, теперь она широко применяется в науках о Земле. Правда, вопрос о характере и коэффициенте вложения геоблоков (фракталей) одного иерархического уровня в другой — до сих пор дискуссионный [11, 12]. Во-вторых, как весьма существенное дополнение к рассматриваемой концепции М. А. Садовского, заслуживает внимания введенный В. Н. Опариным в [13] геомеханический инвариант  $\mu_{\Delta}(\delta)$ , имеющий статистическую природу и отражающий отношение среднего расстояния  $\delta_i$  между берегами трещин (разломов) к диаметрам  $\Delta_i$  геоблоков любого *i*-го иерархического уровня, отделяемых этими трещинами:

$$\mu_{\Delta}(\delta) = \frac{\delta_i}{\Delta_i} = \left(\frac{1}{2} \div 2\right) \cdot 10^{-2} \,\forall_{(i)}.$$

«Реальное» раскрытие v<sub>i</sub> трещин в породных массивах оценивается величинами на один-два порядка меньше, чем δ<sub>i</sub>:

$$v_i = (10^{-1} \div 10^{-2})\delta_i$$
.

В этом отражается, по сути, роль «заполнителей» дефектов разного иерархического уровня в массивах горных пород.

Отмеченные результаты являются принципиальными, поскольку позволили не только дать объяснение ряду экспериментально обнаруженных феноменов в геомеханике и геофизике, но и предсказать существование неизвестных [11, 14, 15]. Среди них — явление знакопеременной реакции горных пород на взрывные воздействия [16, 17], волны маятникового типа [18], квазирезонансный механизм высвобождения упругой энергии из зон повышенной концентрации напряжений массивов горных пород [19]. Работой [19] обосновывается возможность и целесообразность развития подхода к решению проблемы разрушения горных пород именно с энергетических позиций.

## 8.1.2. Волны маятникового типа и энергетическое условие их возникновения

Согласно явлению знакопеременной реакции горных пород на взрывные (динамические) воздействия, бо́льшая часть энергии взрывов или других источников импульсного типа передается в виде кинетической энергии структурным блокам геоматериалов различного иерархического уровня. В качестве одного из следствий геомеханического эффекта явилось предсказание возможности существования волн нового типа, обусловленных соответственно трансляционным и вращательным движением отдельных блоков горных пород в стесненных условиях массивов как «абсолютно твердых» тел: В. Н. Опариным дано им название волн маятникового типа (µ-волн).

Для проверки этого положения в работе [18] был выполнен комплекс экспериментальных исследований, связанный с изучением особенностей формирования упругих волновых пакетов при импульсном возбуждении моделей блочных сред тарированными по энергии ударами. Эксперименты проводились на моделях, выполненных из песчано-цементной смеси в соотношении 1 : 1. Применялись модели двух типов. Модель первого типа представляла собой блок, сложенный из четырех подблоков размерами 297 × 295 × 290 мм и массой 43,9 кг каждый. Для обеспечения акустического контакта между подблоками использовалась пластиковая стяжка в виде жгута. Модель второго типа представляла собой сплошной бетонный блок размерами 1190 × 297 × 282 мм и массой 172 кг.

Для регистрации и обработки экспериментальной информации был разработан и использован специальный измерительно-вычислительный микросейсмический комплекс (ИВМК), позволяющий производить: многоканальный съем микросейсмической информации с различных моделей при помощи первичных преобразователей; запись ее в аналоговом виде на 4-канальный магнитофон; преобразование аналоговой записи в цифровую; получение спектральных характеристик сигнала; вывод полученных результатов в виде графиков и т. д. ИВМК позволяет снимать информацию по шести каналам. В качестве первичных преобразователей применялись пьезоэлектрические датчики ускорения. В данных экспериментах использовали датчики KD91 с резонансной частотой 56 кГц и коэффициентом передачи 0,54—0,56 мВ/с<sup>2</sup>.

В качестве запускающего использовали датчик KD45. Сигналы с первичных преобразователей усиливались усилителями напряжения типа 2638 Brüel & Kjær. Частотный диапазон усилителей устанавливался от 0,1 Гц до 2,0 МГц с коэффициентами усиления  $K_y$  в диапазоне от 0 до 60 дБ. Первичные преобразователи типа KD91 при помощи воска крепились по центрам боковых поверхностей с одной стороны каждого из подблоков в случае составного блока или условно выделяемых поверхностей четырех одинаковых подблоков в случае сплошного блока. Запускающий преобразователь типа KD45 также крепился при помощи воска на расстоянии 30 мм от места нанесения тарированных по энергии ударов (торцевые поверхности блоков).

В качестве источника импульсных воздействий заданной энергии применяли стальной шарик диаметром 38 мм и массой 226,9 г при вертикально расположенном на полу (бетонное перекрытие с прослоем линолеума) составном блоке; стальные шарики диаметрами 15,8 и 38 мм массами 14 и 226,9 г — соответственно при горизонтальном расположении на полу сплошного и составного блоков. В последнем случае составной блок располагался непосредственно на сплошном блоке. Скорость распространения звуковых волн  $V_p$  в бетоне равнялась 2022 м/с.

В первой серии экспериментов, при горизонтальном расположении моделей сплошной и блочной сред, энергия удара менялась путем отклонения подвешенных на нити шариков массами 14 или 226,9 г от направления равновесия на углы 10, 20, ..., 90°. Расчет энергии при этом осуществлялся по формуле для потенциальной энергии, равной по условиям эксперимента кинетической энергии в момент соударения. Во второй серии экспериментов, при вертикальном расположении моделей, энергия импульсного воздействия менялась путем изменения высоты падения шарика массой 226,9 г от 50 до 400 мм.

Количественная оценка изменения спектрального состава волновых пакетов для соответствующих блоков в зависимости от энергии импульсных воздействий производилась по дискретному аналогу для параметра т:

$$\tau = \int A(f) df / \int f A(f) df , \qquad (8.1)$$

где f и A(f) — соответственно частота и амплитуда гармоник для спектрального образа аналогового сигнала. Параметр  $\tau$  можно рассматривать, очевидно, как величину, пропорциональную средневзвешенному периоду волнового пакета. В качестве меры энергетического воздействия на блочную систему использовался безразмерный параметр k:

$$k = \frac{W}{MV_p^2},\tag{8.2}$$

где W — энергия импульсного воздействия; M — масса одиночного блока (подблока);  $V_p$  — скорость продольной волны в сплошном блоке.

Не останавливаясь на подробном анализе большой выборки экспериментальных данных, ограничимся иллюстрацией лишь некоторых наиболее важных, с нашей точки зрения, моментов, не только доказывающих возможность существования µ-волн, но и раскрывающих до известной степени механизм их возникновения.

Для наглядного представления различия формирования упругих волновых пакетов в сплошной и блочной средах на рис. 8.1 приведены типичные осциллограммы и спектрограммы, зарегистрированные на различных удалениях от места нанесения ударов внутри сплошного блока; на рис. 8.2 и 8.3 — для составных блоков, расположенных соответственно горизонтально и вертикально. Если характерные изменения волновых пакетов и их амплитудно-частотных характеристик для сплошного блока (см. рис. 8.1) являются, по существу, «монотонными» и соответствуют известным теоретическим представлениям, то иная ситуация в случае блочных моделей (см. рис. 8.2, 8.3).

Как видно из приведенных осциллограмм, с удалением от подблока к подблоку широкополосный по спектральному составу исходный сейсмоимпульс последовательно трансформируется в волновой пакет с линейчатым спектром. Причем второй (в принятой последовательности) блок становится резонатором преимущественно гармоник, кратных основной собственной частоте подблока относительно скорости продольной волны  $V_p$  и его характерного размера  $\Delta$  (т. е.  $f_i \cong iV_p/2\Delta$ , i == 1, 2, ...). В третьем блоке происходит сильное подавление этих частот с одновременным усилением низкочастотных гармоник дробно-рационального ряда относительно собственной частоты  $f_1$ : происходит «перекачка» энергии от высокочастотных компонент импульса к низкочастотным. Примечательно, что в этом блоке впервые амплитуда инфразвуковых частот сравнима либо больше обертонов исходного сейсмического импульса, а в четвертом блоке (см. рис. 8.3) превышает последние более чем на порядок. С этого момента практически завершается формирование µ-волны с низкими несущими частотами (~ $f_1/m$ ; m— целые числа; в приведенных случаях  $m \in 5$ —15).

Отмеченная последовательность эволюции спектра регистрируемых волновых пакетов для вертикально и горизонтально расположенных блоков является при  $k \in \theta_1 \cdot 10^{-11} - \theta_2 \cdot 10^{-9}$  (рис. 8.4) типичной, с некоторой поправкой на 4-й подблок горизонтально расположенного блока: в последнем случае блок находится в «свободном» состоянии и картина существенно смазывается дополнительным наложением сравнимых по амплитуде высокочастотных отраженных от свободной поверхности *P*- и *S*-волн.



*Рис. 8.1.* Характерное изменение формы волнового пакета (б) и его амплитудно-частотного спектра (a) с удалением (преобразователи 1, 2, 3, 4) от места импульсного воздействия сплошного блока; m = 226,9 г; W = 0,673 Дж.  $K_y = 2$  дБ. На врезках — схемы экспериментов.



*Рис. 8.2.* Характерное изменение формы волнового пакета (б) и его амплитудно-частотного спектра (а) в горизонтально расположенном составном блоке: 1, 2, 3, 4 — номера подбло-ков; *m* = 226,9 г; *W* = 0,315 Дж.

Ост. поясн. см. на рис. 8.1.





*Рис. 8.3.* Характерное изменение формы волнового пакета (б) и его амплитудно-частотного спектра (*a*) в вертикально расположенном составном блоке: 1, 2, 3, 4 — номера подблоков; m = 226.9 г; W = 0.222 Дж.

Ост. поясн. см. на рис. 8.1.

Анализ всего объема первичной информации позволил заключить, что с увеличением энергетической характеристики импульсных воздействий k (пропорциональной W) ярко выраженной начальная фаза µ-волны становится лишь при энергиях, соответствующих  $k \approx \theta_2 \cdot 10^{-9}$  (см. рис. 8.4),  $\theta_2 \in 1$ —4. При  $k \approx 4 \cdot 10^{-9}$  блочная система имеет собственно механическое квазирезонансное состояние, аналоговые сигналы весьма существенно обогащаются высокочастотными компонентами по сравнению со смежными диапазонами энергий, о чем свидетельствует на рис. 8.4 локальный минимум параметра  $\tau$  из (8.1) по всем подблокам составных блоков. Следовательно, предложенная в [16] модель «самонапряженных» геоматериалов, представляющая собой комбинацию элементов сухого трения и упругих элементов, имеет глубокий физический смысл и может с достаточным основанием использоваться в построении теории волн маятникового типа [20, 21].

Развитию феноменологических основ и механико-математическому моделированию распространения волн маятникового типа в последние годы уделялось пристальное внимание, и в этом направлении исследований получен ряд важных результатов, представленных в [15]. Этим циклом работ экспериментально и теоретически было доказано, что наблюдаемая группа медленных волн (волн маятникового типа), по существу, обусловлена блочно-иерархической структурой напряженных массивов горных пород и реальными свойствами межблоковых промежутков (трещин). На рис. 8.5—8.9 приведены некоторые примеры записей подобного рода нелинейных волн, зарегистрированных экспериментально как с применением шахтных сейсмологических станций, так и с помощью специально разработанных для этих целей приборных комплексов контроля деформационно-волновых процессов [15].

На примере «одномерных» блочных систем Е. Н. Шером и Н. И. Александровой теоретически доказано, что рассмотрение блоков как массивных недеформируемых тел (первое приближение) позволяет выделить из сложно динамически деформированной блочной среды ту ее часть, которая определяется деформированием прослоек между блоками. При этом в волне деформации, вызванной ударной нагрузкой, выделяются маятниковые волны с относительно слабым затуханием [22, 23].

Сравнение данных теоретического и физического моделирования позволило установить, что скорость распространения маятниковых волн, период, степень их затухания определяются массой геоблоков — носителей этих волн, а также сущест-



Рис. 8.4. Влияние энергоимпульсного воздействия на спектральную характеристику τ волновых пакетов.



*Рис. 8.6.* Корреляционная связь между структурами: a — сейсмограммы от взрыва, б — соответствующего ей графика сканирующей функции  $\Omega_{\lambda}(t)$ .

Моменты вступления продольной ( $t_p$ ), поперечной ( $t_s$ ), маятниковой ( $t_\mu$ ) волн и граница записи пакета  $\mu$ -волн ( $t_*$ ) связаны с точками излома графика сканирующей функции (штриховая линия).



Рис. 8.7. Графики смещения датчиков по скважине В от горного толчка.



Рис. 8.8. Скорость распространения волны смещения.



*Рис. 8.9.* Смещение датчика ВМ4 зонда В (*a*), фронт движения датчика ВМ4 (детальный вид с дискретизацией по времени 10 мс) (*б*).

венно зависят от реологических свойств контактных прослоек. Удовлетворительное согласие теории и экспериментов удалось получить на базе применения вязкоупругой модели деформирования контактных прослоек, состоящей из двух пар упругих и демпфирующих элементов, соединенных последовательно и параллельно.

Из представленного на рис. 8.4 графика очевидно, что при  $k \cong 4 \cdot 10^{-9}$  блочная система входит в квазирезонансный режим работы, причем аналоговые сигналы существенно обогащаются высокочастотными компонентами как важными предпосылками реализации эффекта аномально низкого трения [24], по сравнению со смежными диапазонами энергий (локальный минимум параметра  $\tau$ ). В этой связи особое внимание обратим на диапазоны энергетической характеристики k (энергетические зоны), соответствующие нисходящей ветви параметра  $\tau$  (зона I: от точки перегиба «плато» до локального минимума) и его восходящей ветви (зона II: после локального минимума до точки выхода на другое «плато»).

Учитывая физический смысл µ-волны [14], логично предположить, что первая энергетическая зона связана с увеличивающимися амплитудами собственных колебаний геоблоков системы, ограниченных сверху величиной естественных «зазоров» между ними в заданной упаковке. При дальнейшем возрастании энергии внешних импульсных воздействий (с началом второй энергетической зоны) происходит исчерпание этих «зазоров» и реализуется процесс согласованного движения смежных блоков рассматриваемой системы. Это было подтверждено прямыми методами измерений и результатами исследований, представленных в [24].

Если предположить, что роль упругого шарика как элемента, сообщающего внешнюю энергию ненапряженной блочной системе, играет упругий потенциал или его интеграл по заданной очаговой зоне («удар» изнутри!); а излучение упругой энергии очаговой зоны может происходить необязательно за счет разрушения слагающих ее геоблоков, но, например, за счет процесса «переупаковки» структурных блоков геосреды (небольших поворотов и трансляционных смещений относительно центров масс блоков в исходном состоянии. Такая возможность благодаря геомеханическому инварианту  $\mu_{\Delta}(\delta)$  всегда существует в реальных массивах горных пород), а акт излучения упругой энергии геокластером или структурным блоком очаговой зоны может сопровождаться резким уменьшением или даже исчезновением напряжений в рассматриваемом объеме, по крайней мере, на неко-



*Рис. 8.10.* Траектория движения источников сейсмического энерговыделения во времени от массовых взрывов при отработке Таштагольского месторождения: a — обобщенный график,  $\delta$  — гистограмма распределения ординат экспериментальных точек сканирующих функций  $r_{E}^{*}(t, \tau)$  для совокупности взрывных блоков N.  $r_{E}^{*}(t, \tau) = \sum_{t=0}^{N(t, \tau)} r_{t}E_{t} / \Omega\left(\sum_{t=0}^{N(t, \tau)} E_{t}\right);$  $\Omega(x) = 1$ , при x = 0 и  $\Omega(x) = x$ , при  $x \neq 0$ .

торое время, диктуемое достаточной длительностью фазы упругопластического «восстановления». О реальности развития такого сценария событий могут свидетельствовать, например, обширные экспериментальные данные [25] по действию мощных технологических взрывов в массивах пород (рис. 8.10), а также последействию горных ударов и землетрясений (афтершоки).

#### 8.1.3. Энергетическое условие реализации подземных взрывов, коровых землетрясений и горных ударов

Для проверки конструктивности изложенных выше идей в [19] были использованы результаты экспериментальных и теоретических исследований по действию землетрясений разных энергетических классов и взрывов широкого диапазона веса взрывчатых веществ [27—29], а также горных ударов [30, 31]. Эта выборка данных, охватывающая энергетический диапазон от десятков до 4,2·10<sup>12</sup> Дж, является вполне представительной и относится к разным регионам земного шара.

Поскольку в используемых нами публикациях не всегда приводились необходимые для использования формулы (8.2) данные о скоростях продольных волн и плотности вещества, то в расчетах принимались средние оценки упомянутых характеристик для горных пород:

$$\rho \cong 2, 8 \cdot 10^3 \text{ kr/m}^3; V_p \in (3-5) \cdot 10^3 \text{ m/c.}$$
 (8.3)

Коровые землетрясения и подземные взрывы. По-видимому, первым, кто обратил внимание на существование простой зависимости между сейсмической энергией  $E_c$  и объемом очаговой зоны  $V_c$  для землетрясений, был С. Тсубои [26]:

$$E_c = aV_c, \tag{8.4}$$

где *а* — плотность сейсмической энергии.

М. А. Садовским и др. позднее была получена аналогичная связь при  $a = 10^3$  (энергия — в эргах; объем — в кубических сантиметрах). Воспользуемся данными работы [27] по сравнительной оценке динамических параметров коровых землетрясений и подземных взрывов, полученных в предположении равенства коэффициента a для этих источников излучения сейсмических колебаний ( $E_c$ ,  $V_c$  и длина разрыва L в зависимости от полной энергии очаговой зоны  $E_0$ ). Сравнимые величины определялись для очагов землетрясений и взрывов с энергией  $E_0 = 4,2 \cdot (10^{19}, 10^{20}, 10^{21} и 10^{22})$  эрг, что эквивалентно взрывам в 1, 10, 100 и 1000 кт тротила, по формулам:

для плотных пород

$$\begin{cases} \lg E_c = 1,451 \lg E_0 - 11,5 \text{ для } \lg E_c < 20,5, \\ \lg E_c = 1,031 \lg E_0 - 2,06 \text{ для } \lg E_c \ge 20,5; \end{cases}$$

$$(8.5)$$

для рыхлых пород (взрывы)

$$\lg E_c = 1,181 \, \lg E_0 - 6,55 \, (\lg E_c \cong 20). \tag{8.6}$$

Соответствующая информация приведена в табличном виде (табл. 8.1). С учетом табличных обозначений формула (8.2) примет вид

$$k = \frac{\alpha E_0}{\rho \overline{V_c} V_p^2}.$$
(8.7)

В соответствии с этой формулой оценим k для табличного случая:

$$E_0 = 4,2 \cdot 10^{19} \text{ эрг} = 4,2 \cdot 10^{12} \text{ Дж}; V_p \in (3-5) \cdot 10^3 \text{ м/c};$$
  
$$k = \frac{0,15 \cdot 10^{-2} \times 4,2 \cdot 10^{12}}{2,8 \cdot 10^3 \times 6,3 \cdot 10^7 (9-25) \cdot 10^6} \cong \begin{cases} 3,97 \cdot 10^{-9} & \text{для} & V_p = 3 \cdot 10^3 \text{ м/c}; \\ 1,43 \cdot 10^{-9} & \text{для} & V_p = 5 \cdot 10^3 \text{ м/c}, \end{cases}$$

т. е.  $k \in (1,4-4,0)\cdot 10^{-9}$ . Легко убедиться, что такой же диапазон для k получается при подстановке в формулу (8.7) параметров  $\alpha = (0,3; 0,6; 1,2)\cdot 10^{-2}$  и  $E_0 = 4,2(10^{20}; 10^{21}; 10^{21})$  эрг соответственно.

Приведем еще один пример из [32] с описанием взрыва «Бенхэм» мощностью 1100 кт (~4,6·10<sup>15</sup> Дж), произведенного в Неваде (США). После этого взрыва объем афтершоковой зоны оказался равным  $V_* \cong (6 \times 20, 5 \times 28)$  км<sup>3</sup> = 3444 км<sup>3</sup>. Причем 99 % афтершоков расположилось на площади 15 × 9 км (или  $V_0 \cong 810$  км<sup>3</sup>). Используя значение для коэффициента сейсмического действия подземных взры-

ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

Таблица 8.1

Динамические параметры очагов коровых землетрясений и подземных взрывов по [27]

	<i>Е</i> <sub>0</sub> , эрг	lg $\overline{E}_c$ , эрг	<i>V</i> <sub>c</sub> , см <sup>3</sup>	<u>Г</u> <sub>с</sub> , км	Расчетный коэффициент сейсмического действия подземных взрывов, %				
<i>Ү</i> , кТ					α, для любых пород	α <sub>1</sub> , для рыхлых пород	α <sub>2</sub> , для средних и плотных по- род		
1	4,2·10 <sup>19</sup>	<u>17 – 16,6</u> 16,8	6,3·10 <sup>13</sup>	0,7	0,15	0,1	0,3		
10	4,2·10 <sup>20</sup>	<u>18,4 – 17,8</u> 18,1	1,25·10 <sup>15</sup>	1,8	0,3	0,15	0,8–1		
100	4,2·10 <sup>21</sup>	<u>19,8 – 19,0</u> 19,4	2,5·10 <sup>16</sup>	5,0	0,6	0,2	2–4		
1000	4,2·10 <sup>22</sup>	$\frac{21,2-20,2}{20,7}$	5,0·10 <sup>17</sup>	13,5	1,2	0,3	3—5		

Примечание. Черта над математическими символами — средние величины; в числителе диапазон  $\lg E_c$  для плотных и рыхлых пород.

вов  $\alpha \cong 1,2 \cdot 10^{-2}$  (в табл. 8.1 соответствует  $E_0 \cong 4,2 \cdot 10^{22}$  эрг), а также  $V_p \in (3-5)$  км/с, из формулы (8.7) с заменой  $\overline{V_c}$  на  $V_*$  и  $V_0$  соответственно получим

$$k_* \in (2, 3 \div 6, 4) \cdot 10^{-10} \quad \text{для} \quad V_*,$$
  

$$k_0 \in (1, 0 \div 2, 7) \cdot 10^{-9} \quad \text{для} \quad V_0.$$
(8.8)

Из (8.8) следует, что именно для 99%-й афтершоковой зоны выполняется критериальное отношение возникновения геомеханических квазирезонансов в геоматериалах:

$$k \in (1 \div 4) \cdot 10^{-9}$$
.

Таким образом, проведенная проверка высказанной выше идеи о возможности обобщения энергетического критерия (8.2) на случаи подземных взрывов и коровых землетрясений дает весьма обнадеживающие результаты. В этом аспекте формула (8.7) может рассматриваться как обобщение для феноменологических зависимостей (8.5) и (8.6).

**Горные удары и техногенные землетрясения.** Для анализа, подобного проведенному выше, использованы сведения, опубликованные в работах [30, 31, 33]. С этой целью приведем фрагмент из таблицы классификации горных ударов по энергии, выделяемой в процессе динамических событий [30] (табл. 8.2).

Чтобы воспользоваться формулой (8.2), в данном случае необходимо было конкретно оценить соотношения между объемами очаговых зон горных ударов и сейсмическими энергиями, им соответствующими, поскольку здесь приведены лишь диапазоны по этим характеристикам. Учитывая оценочный характер проводимого анализа, представлялось разумным в качестве искомых отношений взять соотношения между верхними граничными значениями сопоставленных в табл. 8.2 интервалов объемно-площадных и энергетических характеристик ( $E_i, S_i, V_i, i \in \overline{1, 6}$ ) по типу:
*Таблица 8.2* Из классификации горных ударов по энергии [30]

		Энергия	Геометрические характеристики			
Класс	Горный удар	удара, Дж	площади видимых проявле- ний в пределах горизонта, м <sup>2</sup>	объем видимых проявлений, м <sup>3</sup>		
Ι	Очень слабый	$< 10^{4}$	<55	<300		
II	Слабый	$10^4 - 10^5$	55—260	$3 \cdot (10^2 - 10^3)$		
III	Сильный	$10^{5} - 10^{6}$	260—1200	$3 \cdot (10^3 - 10^4)$		
IV	Очень сильный	$10^{6}$ — $10^{7}$	1200—5600	$3 \cdot (10^4 - 10^5)$		
V	Мощный	$10^{7}$ — $10^{8}$	5600—26000	$3 \cdot (10^5 - 10^6)$		
VI	Особо мощный	$10^{8}$ — $10^{9}$	26000—120000	$3 \cdot (10^6 - 10^7)$		
VII	Техногенное	>109	$>1,2.10^{5}$	$>3.10^{7}$		
	землетрясение					

$$E_{1} \cong 10^{4} \ \exists \mathfrak{K} \leftrightarrow S_{1} \cong 55 \ \mathsf{M}^{2} \leftrightarrow V_{1} \cong 300 \ \mathsf{M}^{3},$$

$$E_{2} \cong 10^{5} \ \exists \mathfrak{K} \leftrightarrow S_{2} \cong 260 \ \mathsf{M}^{2} \leftrightarrow V_{2} \cong 3 \cdot 10^{3} \ \mathsf{M}^{3},$$

$$E_{6} \cong 10^{9} \ \exists \mathfrak{K} \leftrightarrow S_{6} \cong 1, 2 \cdot 10^{5} \ \mathsf{M}^{2} \leftrightarrow V_{6} \cong 3 \cdot 10^{7} \ \mathsf{M}^{3}.$$
(8.9)

Поскольку в практике ведения горно-добычных работ оценка площадей видимых разрушений в пределах горизонтов производится, как правило, с большой точностью, то ниже, помимо  $V_i$  из (8.9), использовались для сравнения также объемные характеристики очаговых зон деструктивного проявления горных ударов в предположениях о кубической  $V_i^{\kappa}$ ,  $i \in (1-6)$  и сферической  $V_i^{c}$ ,  $i \in (1-6)$  симметрии очагов горных ударов. В таких предположениях параметры  $V_i^{\kappa}$  и  $V_i^{c}$  определяются для  $S_i$  по следующим формулам (для i = 1, ..., 6):

$$V_i^{\kappa} = S_i \sqrt{S_i}, \qquad (8.10)$$

$$V_i^{\rm c} = \frac{4}{3} S_i \sqrt{\frac{S_i}{\pi}}.$$
 (8.11)

Использование значений  $S_i$  из табл. 8.2 с применением формул (8.10) и (8.11) дает следующие оценки для  $V_i^{\kappa}$  и  $V_i^{c}$ , м<sup>3</sup>:

$$V_{1}^{\kappa} = 4, 1 \cdot 10^{2}; V_{2}^{\kappa} = 4, 2 \cdot 10^{3}; V_{3}^{\kappa} = 4, 2 \cdot 10^{4} V_{4}^{\kappa} = 4, 2 \cdot 10^{5}; V_{5}^{\kappa} = 4, 2 \cdot 10^{6}; V_{6}^{\kappa} = 4, 2 \cdot 10^{7} \end{cases},$$
(8.12)

$$V_1^{c} = 3, 1 \cdot 10^2; V_2^{c} = 3, 2 \cdot 10^3; V_3^{c} = 3, 1 \cdot 10^4 \\ V_4^{c} = 3, 2 \cdot 10^5; V_5^{c} = 3, 2 \cdot 10^6; V_6^{c} = 3, 1 \cdot 10^7 \end{bmatrix}.$$
(8.13)

Подстановка в формулу (8.7) вместо  $\overline{V_c}$  поочередно значений  $V_i$  из табл. 8.2 и  $V_i^{\kappa}$ ,  $V_i^{c}$  из (8.12)—(8.13), а вместо  $\alpha E_0 - E_i$  из (8.9) для соответствующих *i* дает диапазоны энергетической характеристики *k*, представленные в табл. 8.3. Из этой таблицы следует, что несмотря на достаточно слабое различие влияния анализируемых геометрических форм очаговых зон горных ударов отмеченных энергетиче-

e						
.9)						
8.12)						
8.13)						
.9) 8.1 8.1						

*Таблица 8.3* Диапазоны энергетической характеристики *k* для различных по силе горных ударов

ских классов (от слабых до особо мощных и техногенных землетрясений), критерий k для горных ударов пересекается по значениям  $(0,4-1,3)\cdot10^{-9}$  с соответствующим его диапазоном для землетрясений и мощных взрывов  $(1-4)\cdot10^{-9}$  (!).

Приведем еще два конкретных примера из [31].

Первый из них касается горного удара с энергией ~10<sup>9</sup> Дж на руднике «Умбозеро» (АО «Севредмет») с последствием в виде обрушений в очистных выработках на площади до  $8 \cdot 10^4$  м<sup>2</sup> (заколообразование, вывалы пород). В соответствии с формулами (8.10) и (8.11) имеем следующие оценки для объема очаговой зоны горного удара:  $V^{\kappa} \cong 2,3 \cdot 10^7$  м<sup>3</sup>,  $V^{c} \cong 1,7 \cdot 10^7$  м<sup>3</sup>. Из формулы (8.1) при  $\rho \cong 2,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> и  $V_{p} \in (3-5) \cdot 10^3$  м/с следует, что

$$k_{V^{\kappa}} \in (0, 6 - 1, 7) \cdot 10^{-9},$$
  
 $k_{V^{c}} \in (0, 8 - 2, 3) \cdot 10^{-9},$ 

T. e.  $k \in (0, 6-2, 3) \cdot 10^{-9}$ .

Второй пример связан с характеристиками разрушений в массиве горных пород, много меньших по линейным размерам, чем рассмотренные выше. Так, согласно «Инструкции по безопасному ведению горных работ на рудных и нерудных месторождениях, склонных к горным ударам» (Л.: ВНИМИ, 1980), к собственно горным ударам относятся динамические проявления в форме разрушения одной—двух рам деревянной крепи и вывалов пород (руда, уголь) в (1—2) м<sup>3</sup>, причем такое явление характеризуется энергией  $\leq 10^2$  Дж.

Пользуясь оценками «сверху», нетрудно видеть, что k согласно (8.2) определяется из диапазонов:  $k \in (0,7-2,0)\cdot 10^{-9}$  для  $V \cong 2$  м<sup>3</sup> и  $(1,4-4,0)\cdot 10^{-9}$  для 1 м<sup>3</sup>, т. е. опять попадаем в диапазон  $(1-4)\cdot 10^{-9}$ .

# 8.1.4. Об энергетическом условии оптимального взаимодействия породоразрушающего инструмента с геоматериалами

Как известно, процесс разрушения породы и его энергоемкость в большой мере определяются удельной величиной нагрузки на забой горной выработки или скважины. Под ее воздействием может происходить либо усталостное, либо менее энергоемкое объемное разрушение с получением разных фракций или шлама. Поэтому определение условий получения объемного разрушения, установление обеспечивающих эти условия параметров рабочего инструмента и их сочетания с оптимальным энергетическим воздействием являются ключевой задачей повышения эффективности бурения или, скажем, работы проходческих комбайнов.

Под оптимальным энергетическим воздействием здесь понимается минимально необходимое и достаточное по энергетическим показателям воздействие породоразрушающего органа машины на забой скважины или горной выработки при их проходке — для того, чтобы, с одной стороны, мог происходить самый процесс разрушения горных пород, а с другой стороны, не происходило переизмельчение и выход негабарита. С этих позиций, конечно, не может не привлечь к себе внимание безразмерный критерий объемного разрушения горных пород и их массивов в представлениях (8.2) или (8.7).

В этой связи большой интерес представляет работа [35], а энергетический критерий механического воздействия породоразрушающего инструмента на горный массив удобно представить в более общем виде:

$$k = \frac{W}{M \cdot V_p^2} = \Theta \cdot 10^{-\gamma}, \tag{8.14}$$

где M — масса пород очаговой зоны объемного разрушения;  $V_p$  — скорость продольной волны для соответствующего типа пород объемом V ( $M = \rho \cdot V$ ,  $\rho$  — плотность пород);  $\theta$  и  $\gamma$  — коэффициенты с положительными значениями, лежащими в достаточно ограниченном диапазоне; W — энергетическая характеристика для очаговой зоны разрушения, которая может иметь различное представление в зависимости от использования той или иной «априорной» информации.

Как отмечалось выше, в «свободном состоянии» контактирующих между собой геоблоков массой M возникновение волны маятникового типа происходит лишь при внешних энергетических воздействиях W, при которых  $\theta \in 1-4$ ,  $\gamma = 9$ .

А для очаговых зон землетрясений или горных ударов практически всех энергетических классов W — это значение излучаемой сейсмической энергии из соответствующих этим зонам породных объемов (V). Какая доля накопленной потенциальной энергии  $U_0$  в очаге при этом излучается в сейсмическую энергию — вопрос в значительной мере открытый, хотя многие исследователи полагают, что ее можно оценивать по значению коэффициента  $\alpha$  — сейсмического действия взрывов соответствующей энергии (отвечающей сравниваемому классу землетрясения или горного удара), т. е.  $W = \alpha(V)U_0$ .

Как видно из табл. 8.1, возрастание энергии взрывов на три порядка приводит к возрастанию коэффициента сейсмического действия подземных взрывов лишь на один порядок. Поэтому можно ожидать, что при механическом разрушении горных пород для  $E_0 \sim 10^3$  Дж коэффициент  $\alpha \cong 1,5 \cdot 10^{-6}$ , а для  $E_0 \sim$  единицы джоулей коэффициент  $\alpha \cong 1,5 \cdot 10^{-7}$ .

Эти оценки, безусловно, требуют экспериментальной проверки хотя бы на уровне отмеченных порядков малости. Это особенно важно еще и потому, что для рыхлых ( $\alpha_1$ ) и плотных ( $\alpha_2$ ) пород имеется известное отличие по сравнению с коэффициентом  $\alpha$  (оценочно — для любых пород). Следовательно, можно ожидать, что на коэффициент сейсмического воздействия подземных взрывов (более общо — коэффициент импульсного механического воздействия) помимо объема разрушаемой области V будет влиять и вид исходного напряженного состояния пород в очаговой зоне.

Систематических исследований (особенно экспериментальных) по отмеченным направлениям не проводилось. Поэтому для оценки коэффициента а (в данном случае импульсного породоразрушающего воздействия механического инструмента на горный массив), а также определения оптимального расстояния между инденторами бурового инструмента был проведен специальный эксперимент, выполненный В. В. Тимониным [35].

Для экспериментального исследования процесса объемного разрушения был спроектирован стенд, представленный на рис. 8.11 (см. вклейку), состоящий из станины *1*, установленного на ней импульсного нагрузочного устройства *2*, плиты *3* с закрепленным на ней блоком *4* исследуемого материала, имитирующего горный массив. В качестве импульсного нагрузочного устройства применялся пневмоударник П105. Пневмоударник оснащался специальным породоразрушающим инструментом с различным количеством и расположением твердосплавных штырей. В экспериментах использовался инструмент с одним штырем, двумя штырями на расстояниях 15, 20 и 25 мм соответственно, а также с тремя штырями, расположенными в углах равносторонних треугольников со сторонами 15, 20 и 25 мм по торцу инструмента (рис. 8.12).

Объекты импульсного воздействия представляли собой блоки из органического стекла, а также горных пород: мрамора и гранита, размерами 200 × 200 × 200 мм. Эксперимент позволял визуально наблюдать процесс трещинообразования и проявления взаимодействия полей напряжений от соседних инденторов при одновре-





Рис. 8.12. Образцы породоразрушающего инструмента.

менном их динамическом вдавливании. Поверхности образцов тщательно обрабатывались путем их шлифовки. По специальной методике определялись объем разрушенного материала и подводимая энергия.

Оценка эффективности использования подводимой энергии осуществлялась по энергоемкости разрушения, которая определялась по формуле

$$A_{\rm of} = \frac{A_{\rm yg}}{V},\tag{8.15}$$

где *А*<sub>уд</sub> — энергия удара ударника, Дж; *V* — объем разрушенной породы, м<sup>3</sup>. Эксперименты проводились в три этапа:

динамическое внедрение одного индентора диаметром 10 мм с формой разрушающей поверхности в виде сферы;

внедрение инструмента, оснащенного двумя инденторами на расстояниях 15, 20 и 25 мм соответственно;

внедрение инструмента с тремя инденторами, расположенными в углах равностороних треугольников со сторонами 15, 20 и 25 мм по торцу инструмента.

При повышении энергии удара последовательно наблюдались следующие разрушения:

пятна контактов;

три кратера разрушения от каждого из штырей, не пересекающихся друг с другом;

соединение этих кратеров так называемыми «каналами»;

выкол породы из объема, ограниченного «каналами», свидетельствующий о сложении полей напряжений, создаваемых соседними инденторами.

Оказалось, что начиная с некоторого порогового значения, дальнейшее увеличение энергии удара не приводило к значительному увеличению глубины внедрения инструмента. Эксперименты позволили построить графики, отображающие зависимость энергоемкости процесса разрушения от энергии единичного удара для каждой комбинации инденторов по торцу породоразрушающего инструмента (рис. 8.13, 8.14).

Результаты опытов с инструментами, оснащенными твердосплавными инденторами и характерными зависимостями энергоемкости процесса разрушения от энергии единичного удара представлены на рис. 8.13.

На рис. 8.14 приведены графики зависимостей энергетического критерия k от энергии единичного удара ударника при каждом варианте вооружения породоразрушающего инструмента. При этом использовалась формула (8.2) в ее модифицированном к условиям эксперимента варианте:

$$k = \frac{\alpha E_0}{\rho V V_p^2} = \theta \cdot 10^{-\gamma}, \tag{8.16}$$

где  $E_0$  — подводимая на разрушаемую поверхность энергия от породоразрушающего инструмента.

Значения  $\rho$ , V,  $V_p$  для испытуемых геоматериалов определялись экспериментально,  $E_0$  задавалось в определенном диапазоне (см. рис. 8.13 и 8.14).

Как оказалось, при  $\theta \in 1-4$ ,  $\gamma = 9$  коэффициент  $\alpha$  принимает значение, равное 1,5·10<sup>-6</sup>. Это — удовлетворительная оценка, учитывая приведенный выше прогноз



*Рис. 8.13.* Зависимости энергоемкости процесса разрушения гранита от энергии единичного удара для породоразрушающих инструментов, оснащенных тремя штырями на расстоянии 15 (*a*,  $y = 44315x^2 - 1 \cdot 10^{07}x + 7 \cdot 10^{08}$ ), 20 ( $\delta$ ,  $y = 30166x^2 - 7 \cdot 10^{06}x + 6 \cdot 10^{08}$ ) и 25 мм (*e*,  $y = 17900x^2 - 5 \cdot 10^{06}x + 5 \cdot 10^{08}$ ) друг от друга.

порядковых величин для α (путем экстраполяции табличных данных М. А. Садовского), а также то обстоятельство, что испытуемые модели находились в «свободном состоянии» на поверхности земли и, следовательно, не испытывали существенных внутренних напряжений, обусловливаемых действием горного давления в глубине массива горных пород.

При этом наиболее эффективное разрушительное действие ударный импульс оказывает при значении безразмерного критерия, близком к минимальному для отмеченного диапазона. Из графиков следует, что минимум энергоемкости разрушения и минимальное значение критерия практически совпадают. Это подтверждает вывод о том, что подведенная к породному массиву энергия, при которой энергоемкость разрушения минимальна, идет в основном на разрушение и отделение породы от массива.

Таким образом, установлено, что при ударном разрушении породного материала инструментом, оснащенным инденторами со сферической торцевой поверхностью, существует пороговое значение энергии удара, обеспечивающее объемное разрушение материала с минимальной энергоемкостью. Одновременное совпадение критерия k с энергетическим условием возникновения волн маятникового типа свидетельствует о том, что в зоне минимальной энергоемкости возникают геомеханические квазирезонансные явления [19].



*Рис. 8.14.* Зависимости безразмерного критерия *k* от энергии единичного удара ударника для гранита при вооружении породоразрушающего инструмента тремя штырями на расстоянии 15 (*a*,  $y = 4 \cdot 10^{-13}x^2 - 8 \cdot 10^{-11}x + 8 \cdot 10^{-09}$ ), 20 (*б*,  $y = 6 \cdot 10^{-13}x^2 - 1 \cdot 10^{-10}x + 9 \cdot 10^{-09})$  и 25 мм (*в*,  $y = 2 \cdot 10^{-13}x^2 - 4 \cdot 10^{-11}x + 6 \cdot 10^{-09})$  друг от друга [35].

## 8.1.5. Об одном подходе к оценке предельных напряжений в очаговых зонах землетрясений и горных ударов

В настоящее время экспериментально определить объемные предельно-прочностные свойства массивов горных пород в очаговых зонах землетрясений и горных ударов прямыми методами, по известным причинам, практически невозможно. Однако, в связи с изложенным выше появляется интересная (и практически значимая) возможность оценки средних значений напряжений  $\sigma$  в очаговых зонах по сейсмическим записям землетрясений и горных ударов, используя коэффициент а сейсмического действия подземных взрывов заданных энергетических классов (см. табл. 8.1):  $\alpha = \alpha(V)$ .

Действительно, приведенные выше результаты позволяют заключить, что при реализации динамического события с энергией W (по сейсмическим записям) в очаговой зоне объема V должно выполняться условие

$$W = \alpha U_0, \ U_0 = \frac{3}{2} (1 - 2\nu) \frac{\sigma^2}{E} V, \tag{8.17}$$

где *Е* — модуль Юнга; v — коэффициент Пуассона; о — средние значения напряжений в очаговой зоне [30].

Следовательно, с использованием энергетического критерия k возникновения геомеханических квазирезонансов (для определенности положим, что  $k = 0.10^{-9}$ , где  $\theta \in 1-4$ ) формула (8.2) дает соотношение

$$\frac{\alpha \frac{3}{2} (1 - 2\nu) \frac{\sigma^2}{E} V}{\rho V V_{\rho}^2} = \theta \cdot 10^{-9},$$
(8.18)

или с учетом  $\alpha = \alpha(V)$ :

$$\frac{\alpha(V) \cdot \frac{3}{2} (1 - 2\nu) \sigma^2}{\rho V_p^2 E} = \theta \cdot 10^{-9},$$
(8.19)

откуда для  $\sigma$  получается соотношение

$$\sigma \simeq 10^{-4} \cdot V_p \sqrt{\frac{\theta \rho E}{15(1-2\nu)\alpha(V)}}.$$
(8.20)

Очевидно, значение о из (8.20) в данном случае (учитывая тот факт, что динамическое событие свершилось) может одновременно рассматриваться и как объемно-прочностная характеристика для породного массива очаговой зоны.

# 8.2. Сопряженная группа волн маятникового типа и критериальный параметр перехода зон концентрации напряжений в удароопасное состояние на примере Талнахско-Октябрьского месторождения полиметаллов

Современные методы инженерной геофизики относятся к наукоемким технологиям и позволяют решать сложные задачи изучения геомеханического состояния подземного пространства. Из всех видов инструментальных наблюдений в геомеханике и геофизике сейсмический мониторинг, безусловно, является ведущим методом [36, 37]. В России осуществлен качественный скачок в технологии обработки сейсмической информации. На приемных центрах телеметрических систем начала внедряться цифровая регистрация сейсмических сигналов, разработано методическое и программное обеспечение обработки получаемых сигналов. Эти достижения позволяют обрабатывать огромные массивы экспериментальных данных и открывают благоприятную возможность изучения механизма катастрофических проявлений горного давления, особенностей развития сейсмических и деформационно-волновых процессов в формирующихся очаговых зонах и их окрестностях.

В работах [38—41] отмеченные возможности использованы для исследования причин увеличения сейсмической активности шахтных полей рудников «Октябрьский» и «Таймырский» в 2003 г. При этом весьма эффективными оказались теоретические подходы, развиваемые в нелинейной геомеханике [14, 18, 25]. Особая роль здесь принадлежит открытию волн маятникового типа [14], а также оригинальному методу сканирования шахтной сейсмологической информации, описан-

ному в [25]. Это позволило в [38] ввести такие важные для обработки шахтной сейсмологической информации понятия, как приведенный центр сейсмоэнерговыделения, а также кажущаяся скорость «миграции» сейсмособытий для контролируемых объемов горных массивов.

Первое из них является, по существу, обобщением известного в механике понятия центра масс, но применительно к сейсмособытиям заданной энергии в пределах некоторого объема породного массива [25]:

$$R_E(t,\tau) = \sum_{i=1}^{N(t,\tau)} r_i E_i / \Omega\left(\sum_{i=1}^{N(t,\tau)} E_i\right),$$
(8.21)

где  $R_E(t, \tau)$  — расстояние приведенного центра сейсмоэнерговыделения относительно фиксированной точки контролируемого объема пород  $O(x_0, y_0, z_0)$  в декартовой системе координат; t — текущий момент времени;  $\tau$  — временной интервал осреднения сейсмособытий с энергией  $E_i$  (для *i*-го события) на расстоянии  $r_i$ от точки  $O(x_0, y_0, z_0)$ ;  $N(t, \tau)$  — количество зарегистрированных сейсмособытий для временного интервала  $(t - \tau, \tau)$ ;

$$\Omega(x) = \begin{cases} 1, \ x = 0, \\ x, \ x \neq 0. \end{cases}$$
(8.22)

Координаты точки О определялись в [38] по формуле

$$(x_0, y_0, z_0) = \sum_{i=1}^{N_0} (x_i, y_i, z_i) \cdot E_i / \sum_{i=1}^{N_0} E_i, \qquad (8.23)$$

в которой  $N_0$  — число сейсмособытий, зарегистрированных в контрольной зоне за год. В принципе, положение точки  $O(x_0, y_0, z_0)$  может быть фиксированным для всего периода шахтных сейсмологических наблюдений независимо от контролируемой зоны, например, привязано к месту расположения наблюдательной сейсмостанции. Расстояния  $r_i$  вычислялись по формуле

$$r_i = [(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2]^{1/2}.$$
(8.24)

Тогда скорость движения приведенного центра сейсмоэнерговыделения равна, очевидно, производной по *t* в (8.21):

$$V_E = \frac{\partial}{\partial t} R_E(t, \tau).$$
(8.25)

Второе понятие — кажущаяся скорость «миграции» сейсмособытий — связывается с постулируемым в [38] наличием статистической связи между отдельными актами сейсмоэмиссии из массива горных пород и актами «соударения» между смежными геоблоками в очаговых зонах соответствующего структурно-иерархического уровня. В этом смысле определенным ориентиром могут служить известные формулы С. Тсубои [26] и акад. М. А. Садовского с соавторами [27], устанавливающие статистическую связь между размерами очаговых зон землетрясений и излучаемой ими сейсмической энергией. Важным обобщением отмеченной связи применительно к техногенным землетрясениям и горным ударам является работа [19], где соответствующая эмпирическая зависимость анализируется с энергетических позиций возникновения механических квазирезонансов в геоматериалах и блочных геосредах, а также волн маятникового типа. Отмеченные обстоятельства приводят к заключению о наличии причинно-следственной связи между сейсмоэмиссионными актами в пределах зон концентрации упругой энергии для массивов горных пород. Эта гипотеза позволила авторам [38] предложить для описания таких процессов метод «кажущихся» скоростей. Сущность метода заключается в том, что весь каталог сейсмособытий для контролируемого объема горных пород представляется в виде последовательности, упорядоченной по времени их проявления:

$$E_{i} = E_{i}(x_{i}, y_{i}, z_{i}, t_{i}), \quad i \in \overline{1, N_{0}},$$
(8.26)

где  $N_0$  — объем каталога сейсмособытий;  $E_i$  — энергия;  $(x_i, y_i, z_i)$  — координаты;  $t_i$  — время проявления *i*-го сейсмособытия  $(t_i < t_{i+1})$ .

Кажущейся скоростью V<sub>к</sub> «миграции» *i*-го сейсмособытия в пределах контрольной зоны породного массива названа величина, определяемая по формуле

$$V_{\kappa}(i) = \frac{\Delta r(i, i-1)}{\Delta t(i, i-1)},\tag{8.27}$$

в которой  $\Delta r(i, i-1) = [(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2 + (z_i - z_{i-1})^2]^{1/2}; \Delta t(i, i-1) = t_i - t_{i-1}.$ 

В качестве критериального отношения уровня напряжений, испытываемых контролируемыми участками горного массива, в [38] предложено использовать кинематическое отношение

$$\chi(t) = \frac{V_E}{V_{\kappa}}(t). \tag{8.28}$$

Ниже сделана попытка оценить эффективность критериальной характеристики (8.28) на примере достаточно грозного динамического проявления горного давления, имевшего место на руднике «Октябрьский» Талнахско-Октябрьского месторождения в 2005 г. В этой связи рассмотрим временной характер изменения предложенного кинематического соотношения (8.28) для контрольной зоны горного массива, где имело место сейсмособытие с энергией около 1,4·10<sup>5</sup> Дж, которое произошло 21 августа 2005 г. в панели десятого восточного фланга отработки предохранительного целика ВЗС-ВСС рудника «Октябрьский» (рис. 8.15). Это крупнейшее сейсмособытие за весь период геомеханических наблюдений сейсмостанцией «Норильск», начиная с 1993 г., оно квалифицируется как горный толчок в массиве почвы рудного тела.

Расследование установило, что горные работы в данном районе велись на основании и в соответствии с проектно-технической и нормативной документацией. В горных выработках, прилегающих к гипоцентру толчка, выявлено нарушение крепи, отмечено обрушение ранее отслоившихся участков горных пород с кровли и боков выработок. При этом в выработках, расположенных в районе сейсмособытия, были выполнены все мероприятия по приведению краевой части массива в неудароопасное состояние, а в некоторых имелись разгрузочные скважины.

На рис. 8.16 приведена карта сейсмоактивности шахтных полей рудников «Октябрьский» и «Таймырский» за 2005 г. с выделением восьми зон наибольшей концентрации сейсмособытий. В табл. 8.4 эти зоны упорядочены в соответствии со средними за 2005 г. значениями кинематического отношения  $V_E/V_{\kappa}$ : от наиболее напряженной (зона 1) до наименее напряженной (зона 3). Согласно [40], величина



*Рис. 8.15.* План расположения шахт 1 и 2 рудников «Октябрьский» и «Таймырский» (серым цветом обозначен закладочный массив. Треугольники — места расположения сейсмопавильонов).

этого кинематического отношения по мере роста уровня напряженности контролируемого объема массива пород должна уменьшаться.



*Рис. 8.16.* Карта сейсмической активности рудников «Октябрьский» и «Таймырский» за 2005 г. с выделенными зонами.

средние зна тепия кинемати теских характеристик за 2005 г.						
Номер зоны концентрации сейсмособытий <sup>*</sup>	<i>V<sub>E</sub></i> ·10 <sup>6</sup> , м/с	<i>V</i> <sub>к</sub> ∙10 <sup>3</sup> , м/с	$\chi = V_E / V_{\kappa} \cdot 10^3$			
1	1,54	101,93	0,015			
4	0,28	10,04	0,03			
8	0,17	4,08	0,04			
7	0,65	12,98	0,05			
6	1,29	10,32	0,13			
2	1,73	11,36	0,15			
3	4.47	13.15	0.34			

Таблица 8.4 Средние значения кинематических характеристик за 2005 г.

 Упорядочены по значению параметра χ: от наиболее напряженной (зона 1) до наименее напряженной (зона 3).

Показательны в этом отношении графики (рис. 8.17) помесячного распределения в сравниваемых зонах количества N произошедших сейсмособытий (a), их суммарной энергии  $E(\delta)$  и удельной энергоемкости  $E/N(\epsilon)$  в течение 2005 г. По всем трем параметрам зона 1 явно отличается от зоны 3 как более напряженная. Вместе с тем, по структуре этих графиков вряд ли можно делать какие-либо прогнозы относительно крупных сейсмособытий в той или иной зоне.

Учитывая, что крупный толчок с энергией порядка  $1,4\cdot10^5$  Дж произошел в зоне 1, то для сравнительного анализа выбраны зона 1 и 3 как, соответственно, наиболее и наименее напряженные. Из графиков  $V_{\kappa}$ ,  $V_E$  и кинематического отношения  $V_E/V_{\kappa}$  с месячным сканированием за период с 1 января по 27 ноября 2005 г. для этих зон (рис. 8.18), очевидны порядковые отличия характеристики  $\chi$ .

Обращают на себя внимание следующие особенности: для зоны 3 достаточно четко проявляется сезонная цикличность в структуре графика характеристики  $\chi$ , в то время как для зоны 1 с начала 2005 г. и вплоть до момента проявления крупного толчка имело место практически монотонное уменьшение ее от уровня  $4,4\cdot10^{-5}$  до  $5,4\cdot10^{-6}$  (т. е. на порядок). После произошедшего динамического события в пределах зоны 1 характеристики  $\chi$  возросла более чем на порядок. Это означает, что здесь породный массив стал существенно менее напряженным, даже в сравнении с его состоянием на начало 2005 г. Сезонная цикличность в поведении параметра  $\chi$  для зоны 3, по всей видимости, обусловлена ее приуроченностью к системе блокообразующих глубинных разломов в поле рудника «Таймырский» [40]. Влияние обводненности через температурный фактор в подобного рода зонах вполне может коррелировать с сезонными изменениями в геомеханическом состоянии породных массивов даже на больших глубинах.

Таким образом, выполненный анализ позволяет оценить предложенное в [38] кинематическое отношение как весьма перспективное для диагностики и прогнозирования критических состояний массивов горных пород, особенно в формирующихся зонах концентрации напряжений. В этом аспекте параметр  $\chi$  заслуживает широкой промышленной апробации на примере шахтных сейсмологических записей по крупнейшим горно-добывающим предприятиям России, где имеются соответствующие мониторинговые системы и накоплен достаточный для ретро-



Рис. 8.17. Гистограммы сейсмоактивности для шахтных полей рудников «Октябрьский» и «Таймырский» за 2005 г. 1 — вся область; 2 — зона 1; 3 — зона 3. Ост. поясн. см. в тексте.

спективного анализа фактический материал, сходный с описываемым нами в работах [38—41].

По-видимому, отсутствуют существенные ограничения в использовании рассмотренного методического подхода для анализа массива экспериментальных данных, накопленного в сейсмологии за многие десятилетия.

Итак, на основании обширных сведений по связям между размерами очаговых зон коровых землетрясений, анализа действия породоразрушающего инструмента на геоматериалы подземных взрывов различных энергетических классов, а также горных ударов и техногенных землетрясений выдвинута гипотеза о квазирезонансном механизме их возникновения. При этом геомеханические условия возникновения квазирезонансов связаны с индуцированием волн маятникового типа, характеризуются безразмерным энергетическим критерием *k*:



*Рис. 8.18.* Графики параметра  $\chi = V_E/V_{\kappa}$  для зон 1, 3 по месяцам за 2005 г. *1*— зона 1; 2— зона 3; 3— сейсмический толчок зоны 1 (*E* = 140000 Дж).

$$k = \frac{W}{MV_p^2} = (1-4) \cdot 10^{-9}$$

где W — излучаемая сейсмическая энергия из очаговой зоны динамических проявлений горного давления (землетрясения, горные удары и т. п.) либо полная упругая энергия очаговой зоны  $U_0$ , умноженная на коэффициент сейсмического действия взрывов соответствующей полной энергии; M — масса пород очаговой зоны;  $V_p$  — скорость распространения продольных волн в геоблоках. При реализации квазирезонансного механизма горного давления или взрывов существенная роль, по-видимому, принадлежит проявлению эффекта аномально низкого трения в геоблоках.

По результатам выполненных исследований в лаборатории бурения ИГД СО РАН разработан и в натурных условиях рудников ОАО «Евразруда» Горно-Шорского филиала испытан погружной пневмоударник с питающе-разрядной системой

воздухораспределения и новым породоразрушающим инструментом. Реализация полученных результатов в реальной конструкции пневмоударника обеспечила увеличение на 50 % скорости бурения в сравнении с отечественными аналогами при достаточной стойкости штыревого породоразрушающего инструмента.

Все это свидетельствует о том, что введенный безразмерный энергетический критерий объемного разрушения горных пород и геоматериалов целесообразно использовать и при проектировании породоразрушающих машин и оборудования в горном и строительном деле.

#### Список литературы к главе 8

- 1. *Новожилов В. В.* К основам теории равновесия трещин в упругих телах // ПММ. 1969. Т. 33, вып. 5.
- 2. *Meach M., Koehler J. S.* The forces exerted on dislocations and the stress fields produced by them // Phys. Rev. 1950. V. 80, N 3.
- 3. *Yaoming Mi*. Three-dimensional analysis of crack growth // Topics in engineering. Computational Mechanics Publications Southampton UK and Boston USA. 1996. V. 28.
- 4. *Проблемы* механики деформируемых твердых тел и горных пород. Сб. статей к 75-летию Е. И. Шемякина. М.: Физматлит, 2006.
- 5. *Российская* угольная энциклопедия. В 3 т. Т. 2 (К—П). М.; СПб.: Изд-во СПб картографической фабрики ВСЕГЕИ, 2006.
- 6. Барон Л. И. Коэффициент крепости горных пород. М.: Наука, 1972.
- 7. Опарин В. Н., Танайно А. С., Юшкин В. Ф. О дискретных свойствах объектов геосреды и их каноническом представлении // ФТПРПИ. 2007. № 3.
- Опарин В. Н., Юшкин В. Ф., Акинин А. А., Балмашнова Е. Г. О новой шкале структурноиерархических представлений как паспортной характеристике объектов геосреды // ФТПРПИ. 1998. № 5.
- 9. *Садовский М. А.* О естественной кусковатости горных пород // Докл. АН СССР. 1979. Т. 247, № 4.
- 10. Родионов В. Н., Сизов И. А., Цветков В. М. Основы геомеханики. М.: Недра, 1986.
- 11. Курленя М. В., Опарин В. Н. Проблемы нелинейной геомеханики. Ч. І // ФТПРПИ. 1999. № 3.
- Иофис М. А., Одинцев В. Н., Блохин Д. И., Шейнин В. И. Экспериментальное выделение пространственной периодичности наведенных деформаций массива горных пород // ФТПРПИ. 2007. № 2.
- Курленя М. В., Опарин В. Н., Еременко А. А. Об отношении линейных размеров блоков горных пород к величинам раскрытия трещин в структурной иерархии массива // ФТПРПИ. 1993. № 3.
- 14. *Курленя М. В., Опарин В. Н.* Проблемы нелинейной геомеханики. Ч. II // ФТПРПИ. 2000. № 4.
- 15. Опарин В. Н., Аннин Б. Д., Чугуй Ю. В. и др. Методы и измерительные приборы для моделирования и натурных исследований нелинейных деформационно-волновых процессов в блочных массивах горных пород. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2007.
- 16. *Курленя М. В., Опарин В. Н., Ревуженко А. Ф., Шемякин Е. И.* О некоторых особенностях реакции горных пород на взрывные воздействия в ближней зоне // Докл. АН СССР. 1987. Т. 293, № 1.
- 17. *Курленя М. В., Адушкин В. В., Опарин В. Н. и др.* Знакопеременная реакция горных пород на динамическое воздействие // Докл. РАН. 1992. Т. 323, № 2.
- Курленя М. В., Опарин В. Н., Востриков В. И. О формировании упругих волновых пакетов при импульсном возбуждении блочных сред. Волны маятникового типа U<sub>µ</sub> // Там же. № 4.

- 19. *Курленя М. В., Опарин В. Н., Востриков В. И.* О геомеханических условиях возникновения квазирезонансов в геоматериалах и блочных средах // ФТПРПИ. 1998. № 5.
- 20. Курленя М. В., Опарин В. Н., Балмашнова Е. Г., Востриков В. И. О динамическом поведении «самонапряженных» блочных сред. Ч. I: Одномерная механико-математическая модель // Там же. 2001. № 1.
- 21. Опарин В. Н., Балмашнова Е. Г., Востриков В. И. О динамическом поведении напряженных блочных сред. Ч. II: Сравнение теоретических и экспериментальных данных // Там же. 2001. № 5.
- 22. Александрова Н. И., Шер Е. Н. Моделирование процесса распространения волн в блочных средах // Там же. 2004. № 6.
- 23. Александрова Н. И., Черников А. Г., Шер Е. Н. Экспериментальная проверка одномерной расчетной модели распространения волн в блочной среде // Там же. 2005. № 3.
- 24. Курленя М. В., Опарин В. Н., Востриков В. И. Об эффекте аномально низкого трения в блочных средах // Там же. 1997. № 4.
- 25. Курленя М. В., Опарин В. Н., Еременко А. А. Об одном методе сканирования шахтной сейсмологической информации // Докл. РАН. 1993. Т. 333, № 6.
- 26. Tsuboi C. // J. Phys. Earth. 1956. V. 4, N 2.
- 27. Садовский М. А., Кедров О. К., Пасечник И. П. О сейсмической энергии и объеме очагов при коровых землетрясениях и подземных взрывах // Докл. АН СССР. 1985. Т. 283, № 5.
- 28. Садовский М. А., Писаренко В. Ф., Штейнберг В. В. О зависимости энергии землетрясений от объема сейсмического очага // Там же. 1983. Т. 271, № 3.
- 29. Садовский М. А. Еще о зависимости объема очага землетрясения от его энергии // Там же. 1984. Т. 275, № 5.
- Шемякин Е. И., Курленя М. В., Кулаков Г. И. К вопросу о классификации горных ударов // ФТПРПИ. 1986. № 5.
- 31. Ловчиков А. В. Горно-тектонические удары на российских рудниках: статистика и некоторые закономерности // Там же. 1997. № 2.
- Crowiey B. K., Germain L. S. Energy released in the BENHAM aftershocks // Bull. Seism. Soc. Amer. 1971. V. 61, N 5.
- Еременко А. А. Геомеханическое обоснование разработки рудных месторождений на больших глубинах в регионе повышенной сейсмической активности: Докт. дисс. Новосибирск, 1995.
- 34. Курленя М. В., Опарин В. Н., Матасова Г. Г. О методике построения карт нарушенности массивов горных пород по данным геофизического каротажа. Ч. IV: Некоторые практические приложения // ФТПРПИ. 1992. № 2.
- 35. Тимонин В. В. Оценка процесса разрушения горных пород при динамическом вдавливании группы инденторов с точки зрения нелинейной геомеханики / Сб. трудов конф. «Геодинамика и напряженное состояние недр Земли». Новосибирск: ИГД СО РАН, 2007.
- 36. Курленя М. В., Опарин В. Н., Востриков В. И. и др. Стратегия развития автоматизированной системы контроля геодинамической безопасности на рудниках ОАО Горно-металлургической компании «Норильский никель» // Тр. Межд. конф. «Геодинамика и напряженное состояние недр Земли». Новосибирск: ИГД СО РАН, 2001.
- Федеральная система сейсмологических наблюдений и прогноза землетрясений / Информационно-аналитический бюллетень. Спец. выпуск. М.: Изд-во МЧС России, 1995.
- 38. Опарин В. Н., Тапсиев А. П., Востриков В. И. и др. О возможных причинах увеличения сейсмической активности шахтных полей рудников «Октябрьский» и «Таймырский» Норильского месторождения в 2003 г. Ч. I: Сейсмический режим // ФТПРПИ. 2004. № 4.

- 39. Опарин В. Н., Тапсиев А. П., Востриков В. И. и др. О возможных причинах увеличения сейсмической активности шахтных полей рудников «Октябрьский» и «Таймырский» Норильского месторождения в 2003 г. Ч. II: Рудник «Октябрьский» // Там же. 2004. № 5.
- 40. Опарин В. Н., Тапсиев А. П., Востриков В. И. и др. О возможных причинах увеличения сейсмической активности шахтных полей рудников «Октябрьский» и «Таймырский» Норильского месторождения в 2003 г. Ч. III: Рудник «Таймырский» // Там же. 2004. № 6.
- 41. Опарин В. Н., Тапсиев А. П., Востриков В. И. и др. О возможных причинах увеличения сейсмической активности шахтных полей рудников «Октябрьский» и «Таймырский» Норильского месторождения в 2003 г. Ч. IV: Влияние площадей подработки налегающих породных массивов // Там же. 2005. № 1.

## Глава 9

### КРУПНОМАСШТАБНЫЕ СЕЙСМОДЕФОРМАЦИОННЫЕ ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

#### 9.1. Пульсирующие напряжения в верхней части земной коры на Урале

Напряженное состояние и геодинамическая активность верхней части земной коры как среды обитания и техногенной деятельности человека всегда были в центре внимания. Периодически изменяющаяся интенсивность геодинамических явлений в виде землетрясений и горных ударов свидетельствует об изменяющемся уровне напряжений в недрах, где отмечается 11-летний цикл, совпадающий с циклом солнечной активности (СА) [1-3]. Согласно этим представлениям, в годы минимума солнечной активности Земля максимально сжата, геодинамические явления имеют максимальную энергетику. В годы нарастания солнечной активности напряженное состояние земной коры уменьшается и наблюдается максимальное число геодинамических явлений, но меньшей энергии. В годы максимума солнечной активности напряжения минимальны и количество геодинамических явлений становится минимальным. В годы спада солнечной активности напряжения растут и число геодинамических явлений со средним уровнем энергии увеличивается. В то же время в мировой практике нет данных об абсолютной величине переменных тектонических напряжений от в земной коре в течение цикла солнечной активности.

Для контроля изменения напряжений во времени используются следующие приемы:

1) анализ накопленных результатов измерения напряжений на рудниках, полученных на различных глубинах и в различные периоды времени;

2) установка наблюдательных станций под землей и на поверхности и фиксирование изменения напряжений с периодичностью 3—4 раза в год.

Исследования пульсирующих напряжений в верхней части земной коры Урала были начаты Институтом горного дела УрО РАН в 1998 г. Для этого в рудниках Краснотурьинска, Нижнего Тагила, Березовского и Гая на глубинах –400, –500, –600, –700 и –830 м были оборудованы наблюдательные деформационные станции (табл. 9.1). Измерения производились 3—4 раза в год.

При исследовании тектонических напряжений нужно знать не абсолютную величину расстояния между реперами, а изменение этого расстояния. Поэтому для измерений была применена технология гибких нитей, позволяющая оценить изменения базы 50 м с погрешностью не более 0,3 мм при следующих условиях (натяжение нити определяется автоматически):

Таблица 9.1			
Характеристика	районов	проведения	наблюдений

Город (район), время заложения измерительных станций	Глубина от земной поверхности, м	Первоначальные вертикаль- ные напряжения $\sigma_{z}^{n}$ МПа	Первоначальные горизон- тальные минимальные сжи- мающие напряжения $\sigma_{l}^{n}$ , МПа	Первоначальные горизон- тальные максимальные сжи- мающие напряжения $\sigma_2^n$ , МПа	Первоначальный азимут действия максимальных сжимающих напряжений $\alpha_b^n$ град.
Краснотурьинск, с 1998 по 2000 г.	800	-24	-30	-52	137
и с 2003 г.	620	-18	-17	-22	90
Нижний Тагил, с 1998 г.	460	-73	-90	-115	144
Березовский, с 1998 по 2000 г.	712	-20,0	-34,0	-42,0	22
и с 2003 по 2008 г.	512	-14,0	-29,0	-35,0	112
Среднеуральск — В. Пышма, с 1998 г.	0	0,0	_	_	_
Гай, с 1998 г.	830	-22,8	-17,6	-39,4	101

изменение превышения одного репера над другим  $\Delta h \le 2$  мм (измеряется нивелиром);

колебания температуры  $\Delta t \leq 0,2$  °C;

длина гибкой нити  $\Delta S_0 = 0,1$  мм.

Методика исследования характера переменных напряжений заключалась в следующем:

1. Выбиралась база измерения длиной L<sub>0</sub>, относительно которой оценивали изменение длины реперной линии при последующих замерах.

 На каждом пункте измерения по каждому направлению реперных линий изучалось геолого-тектоническое строение участка и оценивались упругие параметры массива [2]:

$$E_{\rm M} = 0,9^n \cdot E_0, \tag{9.1}$$

где  $E_{\rm M}$ ,  $E_0$  — модули упругости массива и образца; n — число рангов геоблоков на базе реперных линий.

3. Раз в 3—4 месяца проводились замеры длин реперных линий и вычислялись их изменения.

4. По полученным изменениям длины линий  $\Delta(L_i - L_0)$  определяли относительную деформацию массива горных пород  $\varepsilon_i$ .

5. По комбинации измерений на трех наблюдательных линиях определялись изменения величины действующих горизонтальных напряжений и азимута их действия:

$$tg2\alpha_{1-1} = \frac{(E_1\varepsilon_1 - E_{11}\varepsilon_{11})\sin^2\alpha_{1-111} - (E_1\varepsilon_1 - E_{111}\varepsilon_{111})\sin^2\alpha_{1-11}}{(E_1\varepsilon_1 - E_{111}\varepsilon_{111})\sin 2\alpha_{1-11} - (E_1\varepsilon_1 - E_{11}\varepsilon_{111})\sin 2\alpha_{1-111}},$$
(9.2)

$$\Delta \sigma_{1,2} = \frac{A(1+\mu) \pm (E_1 \varepsilon_1 - E_{11} \varepsilon_{11})(1-\mu)}{B(1-\mu^2)},$$

где  $A = E_1 \varepsilon_1 \cos 2(\alpha_{1-1} + \alpha_{1-111}) - E_{111} \varepsilon_{111} \cos 2\alpha_{1-1}; B = \cos 2(\alpha_{1-\nu} + \alpha_{1-111}) - \cos 2\alpha_{1-1}; \alpha_{1-11}, \alpha_{1-111} -$ углы, отсчитываемые от первой реперной линии ко второй и третьей против хода часовой стрелки, град.;  $\alpha_{1-1}$  - азимут действия  $\Delta \sigma_1$ , отсчитываемый от направления  $E_1 \varepsilon_1$  по часовой стрелке, град.;  $E_1, E_{11}, E_{111}$  - модули деформации массива, рассчитываемые по реперным линиям с учетом тектонического строения массива;  $\mu$  - коэффициент Пуассона массива;  $\varepsilon_1, \varepsilon_{11}, \varepsilon_{111}$  - относительная деформация массива на длине реперных линий.

6. После статистической обработки оценивались средние значения Δσ<sub>1</sub>, Δσ<sub>2</sub> и азимут действия максимального сжимающего напряжения α<sub>1</sub>.

7. За период наблюдений находили средний азимут действия  $\Delta \sigma_1$  или  $\Delta \sigma_2$ , который принимается за ось *X*, и находили  $\Delta \sigma_x$ ,  $\Delta \sigma_y$ ,  $\Delta \tau_{xy}$  так, чтобы среднее значение  $\Delta \tau_{xy}$  было минимальным.

Под землей наблюдательные станции включают три—пять разноориентированных реперных линий на базах 30—50 м, где расстояния между реперами измеряли рулетками по технологии гибких нитей с погрешностью 0,1 мм. Впоследствии, когда выяснили, что изменение базы превышает 10 мм, стали применять лазерные рулетки.

В г. Краснотурьинск наблюдениями с апреля 1998 г. по февраль 2000 г. была зафиксирована пульсация напряжений с частотой 12 мес. и амплитудой 5—10 МПа. Следующий цикл наблюдений проводился на глубине 620 м с января 2003 г. К июлю 2008 г. зафиксирован рост сжатия массива на 6—7 МПа. В г. Нижний Тагил наблюдения на глубине 460 м проводились с сентября 1998 г. по август 2008 г. С 1998 г. по 2001—2003 гг. сжатие массива уменьшилось на 25 МПа, затем стало возрастать и достигло 10 МПа. В г. Березовский наблюдения проводились с октября 1998 г. по июль 2000 г. на глубине 720 м. Вновь наблюдения возобновились с апреля 2003 г. Зафиксирован рост сжатия на 6 МПа.

В г. Гай наблюдения проводились с ноября 1998 г. на глубине 830 м. К 2001–2003 гг. было зафиксировано уменьшение сжатия массива на 15 МПа, с 2004 г. отмечен рост сжатия на 7—15 МПа. В районе городов Верхняя Пышма—Среднеуральск на поверхности в период с июля 1998 г. по 2001—2003 гг. сжатие массива уменьшилось на 1 МПа, а к 2008 г. возросло на 0,1 МПа. Если принять, что 23-й цикл солнечной активности имел минимум в 1995—1997 гг., а следующий ожидается в 2008—2009 гг., то наблюдениями 1999—2008 гг. максимальное сжатие земной коры на Урале пока не зафиксировано. Поэтому наблюдения в 2009—2011 гг. чрезвычайно важны.

Прямым подтверждением активизации геодинамических явлений в период минимума солнечной активности является регистрация в г. Нижний Тагил в 1994— 1998 гг. 30 горных ударов в шахте и техногенных землетрясений на прилегающей территории, по энергетике эквивалентных взрыву до 100 т заряда взрывчатого вещества. Сжатие земной коры с середины 1998 г. до середины 1999 г. уменьшилось на 25 МПа (это часть возможной амплитуды пульсации). В результате в 1999— 2002 гг. было зарегистрировано четыре слабых горных удара. В марте 2003 г. отмечен подземный толчок с энергией до 60 т заряда взрывчатого вещества, магнитудой M = 2,3, который привел к уменьшению сжатия массива на 8 МПа. Через 2 мес. сжатие увеличилось на 6 МПа. В 2006 г. горный удар соответствовал 30 т заряда взрывчатого вещества, в сентябре 2007 г. имел M = 3,1, в феврале 2008 г. — M = 1,6.

Следует отметить, что самые крупные сейсмические события в районе шахты «Естюнинская» (г. Нижний Тагил) произошли в Тимано-Кокчетавской тектонической зоне, которая расположена параллельно рудному телу на расстоянии 2—4 км.

На подземном руднике в г. Гай измерения абсолютных величин напряжений были произведены в ноябре 1998 г. на глубине 830 м и в январе 2004 г. на глубине 910 м, на шахте «Естюнинская» — в марте 2005 г. В обоих случаях прослеживалось изменение горизонтальных напряжений за период наблюдений. За точку отсчета  $\sigma_{m}$  принималось время измерения напряжений; полученные приращения напряжений приплюсовывались к ранее определенным значениям (рис. 9.1, см. вклейку). Аналогично построены графики изменения горизонтальных напряжений на шахте «Северопесчанская» (г. Краснотурьинск) и «Центральная» (г. Березовский) (рис. 9.2).

В начале обработки полученных результатов была проведена проверка возможности объяснения зарегистрированного переменного поля напряжений за счет случайных ошибок измерений. Она выполнялась методом математической статистики с помощью проверки закона распределения по критерию согласия Пирсона  $\chi^2$ . При этом результаты измерений рассматривались как случайные величины. В том случае если изменение напряжений определяется только случайной ошибкой измерений, распределение величин должно быть близко к распределению по нормальному закону. Отличие распределений свидетельствует о том, что на изменение величин напряжений влияют и другие факторы. Полученные результаты статистической обработки измерений позволяют с достаточной надежностью (с вероятностью 0,95) утверждать, что зарегистрированные изменения горизонтальных напряжений во времени обусловлены не ошибками измерений, а иными причинами, в частности, возможным влиянием солнечной активности.

На рис. 9.3 видно, что в период минимума солнечной активности горизонтальные напряжения о имеют максимальные значения, а в период максимума напряжения минимальны. Одновременно прослеживается активизация геодинамических событий, приуроченная к минимуму солнечной активности и эквивалентная взрыву заряда взрывчатого вещества в несколько тонн.







*Рис. 9.3.* Графики изменения измеренных горизонтальных напряжений на фоне 21-го, 22-го и 23-го циклов СА и геодинамическая активность в зоне горных работ и на прилегающей территории шахты «Естюнинская».

На Урале измерения первичных напряжений проводились в течение 40 лет, т. е. охвачено четыре цикла СА: 20-й (1965—1975 гг.), 21-й (1976—1986 гг.), 22-й (1987—1997 гг.) и 23-й (1998—2008 гг.). На рудниках за этот период было сделано по несколько измерений на разных глубинах:

на шахте «Северопесчанская» (г. Краснотурьинск) измерения были сделаны в 1968, 1982, 1984 и 1988 гг. на глубинах *H* от 300 до 540 м;

на шахте «Южная» (г. Кушва) — в 1969, 1980, и 1988 гг. на глубинах от 170 до 760 м;

на Узельгинском руднике — в 1990, 1994, 1996 и 1999 гг. на глубинах от 550 до 640 м.

На этих месторождениях горизонтальные напряжения изменялись с глубиной на величину, соответствующую изменению гравитационной составляющей. С учетом этого, накладывая друг на друга циклы солнечной активности и результаты измерений напряжений, приведенных к одной глубине, можно получить данные для построения графиков изменения горизонтальных напряжений  $\sigma_r^n$  в течение цикла. На этих графиках просматривается амплитуда изменения  $\sigma_{rn}$ . В табл. 9.2 приведены  $\sigma_m$ , полученные при измерении деформаций массива по реперным линиям на наблюдательных станциях, и величины относительных деформаций є массива.

Если принять, что результирующие напряжения в горном массиве  $\sigma_r$  являются суммой гравитационных, тектонических фоновых и тектонических пульсирующих  $\sigma_{\tau\pi}$  (изменяющихся во времени), то анализ результатов измерения напряжений на рудниках Урала показывает:

ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

#### *Таблица 9.2* Деформации верхней части земной коры Урала в результате пульсации напряжений

Место измерений,	По измеренным напряжениям		По измеренным деформациям		σ <sub>сж</sub> , МПа
временные периоды	$σ_{\text{tri}},$ ΜΠa	$\epsilon \cdot 10^4$	$σ_{\text{tri}},$ ΜΠα	$\epsilon \cdot 10^4$	Ivii la
Краснотурьинск	6—8	1—3	6—7	1,0	80—100
1968—1982—1984—1988 гг.					
Нижний Тагил 1998—2008 гг.			10—25	1,5—3,8	300—400
Кушва 1969—1980—1988 гг.	9—10	2,0			100
Березовский 1998—2008 гг.			6	1,0	105
Узельгинский рудник	6—12	1,5—3			100—120
1990—1996 гг.					
Гай 1998—2008 гг.			13	3,0	100—160
В-Пышма 1998—2008 гг.			-0,30,6	-0,08-0,16	
Система GPS				$\varepsilon_p pprox 0$	

на Северопесчанском месторождении пульсирующие напряжения  $\sigma_{rn} = 6 \text{ M}\Pi a$  при уровне максимальных  $\sigma_r^n = 18$ —21 МПа и прочности пород  $\sigma_{cw} = 80$ —100 МПа;

на шахте «Южная» (г. Березовский)  $\sigma_{\tau\pi} = 7$  МПа при  $\sigma_{r}^{\pi} = 23$ —27 МПа и  $\sigma_{c\pi} = 105$  МПа;

на Узельгинском руднике  $\sigma_{\tau\pi} = 6$ —10 МПа при  $\sigma_r^{\pi} = 31$ —38 МПа и  $\sigma_{c\pi} = 100$ —120 МПа;

на Гайском подземном руднике (г. Гай)  $\sigma_{rn} = 20$ —25 МПа при  $\sigma_r^n = 40$ —60 МПа  $\sigma_{cw} = 100$ —160 МПа;

на шахте «Естюнинская»  $\sigma_{rn}$  = 35 МПа при  $\sigma_r^n$  = 130—150 МПа и  $\sigma_{cw}$  = 300—400 МПа.

Учитывая широкий диапазон геомеханических характеристик массивов магматических и метаморфических пород Урала в целом на территории, исключая кору выветривания, можно ожидать изменение  $\sigma_{\tau\pi}$  в пределах от 6 до 35 МПа, т. е. в среднем до 15—20 МПа. Учитывая, что  $\sigma_{\tau\pi}$  получены в пределах глубин 300— 900 м, их можно распространить, вероятно, на упругую часть земной коры, т. е. до глубин 5—15 км и более. По-видимому,  $\sigma_{\tau\pi}$  является главным «спусковым механизмом» катастрофических землетрясений.

Анализ полученных результатов также показывает, что в массивах магматических и метаморфических пород Северного, Срединного и Южного Урала на протяжении 900 км в пределах глубин 300—900 м  $\sigma_{\rm rm}$  составляет 6—25 МПа и им соответствует относительная деформация массива  $\epsilon \approx (1,0-3,8)\cdot 10^{-4}$ . На рисунках видно, что изменение горизонтальных напряжений в ортогональных направлениях одинаково. Следовательно, деформация массива на Урале за счет  $\sigma_{\rm rm}$  по всем азимутам одинакова, т. е. Урал с началом цикла солнечной активности достаточно равномерно расширяется, а с середины цикла равномерно сжимается в среднем на величину  $\epsilon \approx 1,9\cdot 10^{-4}$ .

На полигоне под г. Верхняя Пышма деформация массива  $\varepsilon_p$  близка к нулю, т. е. она подобна «неизменной» длине базовых линий, по которым корректируются орбиты спутников GPS.

Следовательно, полигон на Урале и базовые линии GPS, считающиеся также «неизменными» по длине, деформируются с относительной деформацией  $\varepsilon \approx \approx 1.9 \cdot 10^{-4}$ .

## 9.2. Землетрясения в районе Байкальской рифтовой зоны и сопряженные с ними деформационно-волновые процессы в земной коре

Существующий обширный экспериментальный материал свидетельствует о том, что земная кора является активной средой, в которой генерируются механические деформационные волны в широком диапазоне периодов колебаний. Сложную пространственно-временную структуру нестационарного деформационного поля создают различные физические процессы, происходящие на поверхности и в недрах планеты, проявляемые в виде сейсмических, собственных, приливных, сезонных и техногенных колебаний Земли. В прикладном плане исследование этих колебаний касается проблемы прогноза катастрофических явлений, таких как землетрясения и горные удары. Ниже представлены результаты регистрации землетрясений и деформаций земной коры в двух ортогональных направлениях, методика выделения и анализа микродеформационного шума в широком диапазоне периодов колебаний. Исследовано динамическое поведение амплитуды и спектрального состава микродеформационного шума перед землетрясениями, во время сейсмособытий и после них.

#### 9.2.1. Метод лазерных деформографических наблюдений

Первостепенной задачей лазерных деформографических наблюдений, проводимых с помощью оригинального автоматизированного лазерного комплекса в штольне на сейсмостанции «Талая» Байкальской рифтовой зоны (БРЗ), является изучение динамических особенностей и явлений в земной коре накануне землетрясений. Главная цель этих исследований — отработка методики регистрации среднесрочных и краткосрочных предвестников землетрясений. Поскольку Байкальская рифтовая зона является сейсмически опасным регионом, где часто происходят землетрясения, то необходимо, прежде всего, изучить аномалии деформационных процессов, сопровождающих местные сейсмособытия.

Для выполнения исследований по отработке методики среднесрочных и краткосрочных предвестников землетрясений в течение 2006—2008 гг. с помощью лазерного деформографического комплекса была проведена регистрация сигналов деформаций в двух взаимно-ортогональных интерферометрических плечах и одном коротком плече. Схема его оптической части показана на рис. 9.4. В состав комплекса входит гетеродинный интерферометр, который состоит из четырех независимых оптических каналов — трех измерительных и одного опорного. Они выполнены по схеме несимметричного интерферометра Майкельсона, где в качестве опорного оптического излучения используется излучение гетеродинного лазера, смещенного по частоте на 1 МГц относительно зондирующего, посылаемого на перемещающийся объект. В нем рабочие излучения от лазерных источников поступают на светоделительные зеркала *10, 11, 12, 13, 17, 18*, с помощью которых распределяются по оптическим каналам.



Рис. 9.4. Оптическая схема интерферометра.

#### Поясн. см. в тексте.

Зеркалами 19, 25 дается настройка зондирующего излучения на зеркальные концевые отражатели измерительных каналов и схему компенсации. Зеркала 3, 4, 5, 7, 8, 9, 12, 13 предназначены для пространственного совмещения прошедших измерительные трассы зондирующих излучений с гетеродинным, а зеркала 11, 18, 23, 24 — для совмещения излучения из компенсирующего канала с гетеродинным излучением. На фотодетекторах 1, 6, 14, 22 происходит выделение информационных сигналов на разностной частоте 1 МГц. Для согласования апертур прошедшего измерительную трассу излучения с гетеродинным используются приемные коллиматоры 2, 21.

Опорный оптический канал предназначен для получения сигнала на рабочей частоте измерительных фазовых детекторов 1 МГц, относительно которого выполняется измерение фазового набега в радиосигналах, поступающих от фотодетекторов 1, 6, 22. Он образован зеркалами 10, 15, 16 и фотодетектором 14 с предварительным высокочастотным усилителем на сигнал F3. Измерительный канал 1 образован светоделительными зеркалами 7, 8, 12, 19. В него также входят концевой отражатель канала I, приемный коллиматор 2 и фотодетектор 6 с предварительным усилителем высокой частоты на сигнал F2. Измерительный канал 2 состоит из светоделительных зеркал 3, 4, 13, 17, 20, 25, концевого отражателя II, приемного коллиматора 21 и фотодетектора I с предварительным усилителем на сигнал F1.

В данную конструкцию деформографа входит оптический узел, предназначенный для компенсации влияния атмосферы и частотной нестабильности лазеров. Он содержит фотодетектор 22, светоделительные зеркала 11, 18, 23, 24 и зеркала 26, 27, 28, укрепленные на штанге. Штанга длиной 1,2 м изготовлена из сплава 36Н (инвар) с температурным расширением  $\frac{1}{L}\frac{dL}{dT} = 8 \cdot 10^{-7}$  град<sup>-1</sup>. На фотодетекторе 22 выделяется радиочастотный сигнал F4, изменение фазы которого пропорционально вариациям длины волны лазерного источника и показателя преломления воздуха в штольне, но свободно от влияния деформаций горных пород.

Длина обоих измерительных плеч равна 25 м. Запись сигналов деформографа производится с помощью компьютера с частотой дискретизации 0,5 Гц. Особенностью разработанного для измерений в штольне автоматизированного лазерного деформографического комплекса является то, что он обладает в присутствии атмосферы высокой относительной чувствительностью порядка  $10^{-9}$ — $10^{-10}$  к малым перемещениям в широком диапазоне периодов колебаний  $10^{0}$ — $10^{7}$  с и позволяет регистрировать собственные и приливные колебания Земли, детерминированные суточные вариации микродеформационного шума, а также особенности деформационных процессов в земной коре, сопровождающих сейсмичность.

#### 9.2.2. Лазерные деформографические наблюдения

Штольневые измерения проводились в непрерывном режиме. Следует отметить, что за прошедший период был сделан ряд кратковременных остановок регистрации. Прерывания на несколько суток в основном были связаны с отключениями электроэнергии на сейсмостанции «Талая». Получаемая информация о непрерывных деформографических наблюдениях поступала на обработку по электронной почте в виде файлов с периодичностью в 2 недели. Пример непрерывной записи представлен на рис. 9.5.

Одним из интересных результатов, полученных в третьем квартале 2006 г., является раскачка длиннопериодных колебаний, когда на графиках деформаций, соответствующих каждому из регистрирующих интерферометрических плеч в отдельности, отчетливо проявилось возмущение приливных колебаний за 1,5—2 суток перед землетрясениями 12-го энергетического класса, произошедшими на рас-



а — землетрясение 15.06.2006 06:35 GMT, Lat. 45.37, Long. 97.44, Magn. 5.1.

стоянии 526 км от станции наблюдения «Талая» (рис. 9.6, 9.7). Литосферное возмущение в виде цуга деформационного шума зарегистрировано в полосе периодов колебаний 0,5—2 ч. Аналогичные факты были засвидетельствованы результатами деформографических наблюдений в 2003—2005 гг. Примеры такого поведения иллюстрируют результаты 2003 г. (рис. 9.8, 9.9) и 2004 г. (рис. 9.10, 9.11).

На рис. 9.8 демонстрируются наблюдения II квартала 2003 г. Два сильных далеких землетрясения (Япония, Индонезия) с магнитудой M = 7 и одно ощутимое



*a* — землетрясение в Иркутской области 03.08.2006, 11:56 GMT, Lat. 55.40, Long. 110.41, *K* 12.0; *б* — землетрясение в Иркутской области 03.08.2006, 16:57 GMT, Lat. 55.41, Long. 110.40, *K* 12.2.



региональное среднего энергетического класса K = 12,5 отмечены соответственно буквами А, В и С. Несмотря на достаточно большую удаленность  $S \sim 350$  км очага местного сейсмособытия, произошедшего в Байкальской рифтовой зоне, на деформограммах отчетливо проявилось возмущение приливных колебаний за 1,5—2 суток перед землетрясением. На это указывает (см. рис. 9.9) отфильтрованный сигнал деформационных возмущений в полосе периодов колебаний от 0,5 до 2 ч. Деформографические наблюдения 2004 г. подтверждают этот вывод (см. рис. 9.10 и 9.11).



Рис. 9.8. Фрагмент деформограмм, полученных на с/с Талая:

А — землетрясение в Японии 26.05.2003, 09:24 GMT, Lat. 38.86, Long. 141.49, Magn. 7.0;
 В — землетрясение в Индонезии 26.05.2003, 19:23 GMT, Lat. 2.42, Long. 128.80, Magn. 7.0;
 С — землетрясение в Иркутской области 30.05.2003, 04:32 GMT, Lat. 51.33, Long. 98.52, K 12.5.



*Рис. 9.9.* Сигнал измерительного плеча деформографа, отфильтрованный в полосе 30—120 мин.



*Рис. 9.10.* Фрагмент деформограмм, полученных на с/с Талая: *а* — землетрясение в Иркутской области 03.01.2004, 07:23 GMT, Lat. 51.66, Long. 102.26, *К* 10.1.



*Рис. 9.11.* Сигнал измерительного плеча деформографа, отфильтрованный в полосе 30—120 мин.

Таким образом, регистрация деформаций в 2006 г. (см. рис. 9.6 и рис. 9.7) подтвердила закономерность проявления наблюдаемой особенности. Вопрос о происхождении этого явления в настоящее время активно разрабатывается.

Наиболее интересный результат получен в 2007 г. (рис. 9.12), когда на графиках деформаций, соответствующих каждому из регистрирующих интерферометрических плеч в отдельности, отчетливо проявилось возмущение приливных колебаний за 2—3 сут. перед землетрясениями энергетического класса 14, произошедшего на расстоянии ~530 км от станции наблюдения. Мощное литосферное возмущение в виде цуга деформационного шума зарегистрировано в часовом диапазоне периодов колебаний. Наблюдаемая шумовая раскачка накануне землетрясения имела амплитуду, соизмеримую с амплитудой приливной волны, и проявлялась вплоть до вступления обсуждаемого сейсмособытия. Тот факт, что наблюдаемые аномалии проявляются одинаково в обоих горизонтальных ортогонально расположенных друг к другу плечах, указывал на то, что источник, вызывающий наблюдаемые деформационные возмущения, очевидно, воздействует перпендикулярно к поверхности Земли. На эту роль, с точки зрения авторов [4, 5], хорошо подходили колебания внутреннего ядра Земли. Для того чтобы регистрировать наблюдаемые возмущения, амплитуда колебаний ядра должна составлять несколько десятков метров. В соответствии с этой идеей, такие колебательные движения твердой составляющей ядра Земли должны вызывать не только часовые вариации в литосферных деформациях, но и в атмосферном давлении, а кроме того, являться спусковым механизмом для быстрого развития землетрясений. Действительно, изучение колебаний в наблюдаемых цугах показывает наличие хорошей корреляции деформационных колебаний земной коры с вариациями атмосферного давления (рис. 9.13).

В ходе обработки и анализа данных лазерного деформографического комплекса за 2008 г. было получено много новой информации, касающейся геодина-



компенсационного короткого плеча:

а — землетрясение в Иркутской области 04.07.2007, 01:23 GMT, Lat. 55.42, Long. 110.42, К 14.1.

мического влияния очага близкого сильного землетрясения на деформации земной коры. Благодаря уникальному случаю, позволившему наблюдать за подготовкой очага землетрясения, расположенного на удалении ~30 км, были получены данные, которые позволили вскрыть некоторые новые особенности и подтвердить ранее наблюдавшиеся аномалии в ходе подготовки очага землетрясения.

Во второй половине 2008 г. произошло сильное землетрясение с энергетическим классом  $K \sim 15,5$ . Его эпицентр находился в южной части акватории озера Байкал на расстоянии  $S \sim 30$  км. Оно состоялось 27 августа в 01:35:31 по GMT. Одновременное сочетание высокого энергетического класса и сравнительно малого удаления от станции наблюдения делает это землетрясение весьма редким и ценным событием для исследований в области поиска предвестниковых аномалий и особенностей в период его подготовки.

Само землетрясение сопровождалось обилием афтершоков с энергетическим классом K = 9,6-13. Координаты эпицентра  $\varphi = 51,61^{\circ}$  и  $\lambda = 104,07^{\circ}$  и нескольких афтершоков, сопровождавших сильное землетрясение, указаны на рис. 9.14 (см. вклейку) и приведены в табл. 9.3. На карте также нанесены разломы плит и направление сдвига плиты, на которой расположены станция наблюдения и очаг землетрясения, в результате главного толчка.

Первую особенность рассматриваемого сейсмособытия можно наблюдать на кривых деформаций, предшествующих землетрясению. Для этого обратимся к рис. 9.15 (см. вклейку). На нем изображены кривые деформации, соответствующие двум измерительным плечам, и их разности за полгода. Буквой А отмечена кривая нефильтрованного сигнала измерительного плеча, расположенного в направлении север—юг. Буквой В — кривая нефильтрованного сигнала измерительного плеча, расположенного в направлении восток—запад. Буквой С — прямая разность сигналов, полученных в двух ортогонально расположенных плечах. По оси ординат отложена величина сигнала деформаций в единицах цифрового фазометра (положительное направление изменения кривой соответствует сжатию плеча). По оси абсцисс отложен отрезок времени с началом записи 27 марта 2008 г. и окончанием 29 сентября 2008 г.

В начале деформограмм зарегистрировано катастрофическое землетрясение, произошедшее в Китае 12 мая в 06:28:01 по GMT. Эпицентр магнитудой 8 баллов имел угловые координаты  $\varphi = 103,36^\circ$  и  $\lambda = 30,99^\circ$ . Удаленность станции лазерных

	1				
Толчок	Время	Широта, град.	Долгота, град.	Энергетический класс	Удаленность, км
Главный*	27.08.2008 01:35:31	51,61	104,07	15,2	30
1	27.08.2008 01:41:32	51,61	104,06	13,0	29
2	27.08.2008 02:07:56	51,65	103,93	12,0	20
3	27.08.2008 03:29:14	51,65	104,0	10,5	25
4	27.08.2008 05:00:45	51,65	103,91	9,6	19
5	27.08.2008 20:34:50	51,66	103,87	9,6	16

#### Таблица 9.3 Характеристики землетрясений

\* См. рис. 9.14.

наблюдений от очага сейсмособытия составляло величину  $S \sim 2000$  км. Землетрясение сопровождалось обилием последующих толчков с магнитудой до 6 баллов. За период с 12 по 14 мая их количество составляло ~1180. Большая удаленность эпицентра от станции наблюдения практически не отразилась на результатах деформографических измерений. Тот факт, что перед землетрясением оба плеча испытывают сжатие, не стоит трактовать в качестве процесса подготовки этого сейсмособытия. Во-первых, сжатие происходит синхронно в обоих измерительных плечах, не прекращаясь после самого землетрясения, и по разностной кривой можно сделать вывод о сезонной причине этого поведения. Во-вторых, из-за большой удаленности очага, вряд ли можно было наблюдать существенные изменения деформационного поля, вызванные подготовкой этого сейсмособытия.

На первой половине представленных графиков видно постепенное сжатие в обоих измерительных плечах деформографа. Горизонтальное направление хода разностной деформации говорит о том, что это сжатие происходит в обоих плечах практически синхронно, а причина подобного поведения носит сезонный характер и заключается в изменении метеопараметров. Синхронное сжатие продолжается вплоть до 16 июня, после чего начинается несинхронное поведение монотонной части деформаций в плечах. В земной коре по направлению восток-запад начинается растяжение, в то время как в направлении север-юг не происходит заметных монотонных изменений. По разностной кривой можно наблюдать за накоплением избыточной упругой деформации в одном из измерительных плеч. Подобное поведение деформационных кривых свидетельствует о накоплении потенциальной энергии, а выход разностной кривой на горизонтальную прямую говорит о готовящейся разрядке. Что и происходит через 5 дней — 27 августа. После землетрясения плита, на которой расположены станция наблюдения и очаг сейсмического события, испытала смещение в западном направлении. Растяжение в земной коре по направлению восток-запад за те 72 дня, в течение которых происходил медленный дрейф, имело величину ~22 мкм на длине штольни в 25 м.

Другая особенность в подготовке «Байкальского» землетрясения проявилась в аномальном поведении деформационного шума с характерными периодами колебаний порядка нескольких десятков секунд. Эта особенность проиллюстрирована на рис. 9.16. На нем отображены в едином масштабе времени три графика за период с 18 по 26 августа. Наблюдаемый факт состоит в том, что на фоне постоянно присутствующей и повторяющейся с периодом 24 ч шумовой составляющей за трое—четверо суток перед землетрясением регистрируется резкое возбуждение шумового компонента. На двух верхних кривых изображены сигналы измерительных плеч деформографа, отфильтрованные в узкой полосе периодов от 20 до 40 с. На нижнем графике изображена разность первых двух сигналов. Окно для фильтрации подбиралось экспериментально, для того чтобы как можно отчетливее выделить суточную вариацию деформографического шума.

Каждые сутки отчетливо проявляется возрастание микродеформационного шума с амплитудой в 2—2,5 раза выше постоянной составляющей. Интересно то, что подобное периодическое возрастание шума регистрируется в те моменты, когда Солнце находится в зените, и проявляется в обоих измерительных плечах одинаково. Об этом также свидетельствует поведение разностного канала, в котором шум практически не регистрируется из-за вычитания. Несмотря на подобное по-



*Рис. 9.16.* Вариации деформационного шума в полосе от 20 до 40 с накануне близкого землетрясения в БРЗ.

стоянство в проявлении суточной периодичности этого сигнала, накануне регионального землетрясения этот шум имеет аномальное поведение. В нашем случае это выражается практически в полном нарушении отмеченной периодичности, например, в исчезновении цуга этих колебаний 25 августа и проявлении дополнительных цугов 19 августа и ровно за трое суток перед землетрясением 24 августа, не укладывающихся в суточную повторяемость. Природа генерации этого шума неизвестна, но подобное поведение накануне региональных землетрясений отмечается не впервые.

Наибольший интерес среди приливных колебаний представляет 12-часовая гармоника, так как информация, содержащаяся в этом сигнале, менее зашумлена, в то время как 24-часовая приливная гармоника, как правило, искажается суточными вариациями метеорологических параметров. Отфильтрованный полусуточный прилив представляет собой промодулированный квазигармонический сигнал. На рис. 9.17 (см. вклейку) кривыми А и В отображены приливные цуги в двух измерительных плечах, отфильтрованные в диапазоне 708—768 мин. Амплитуда этого сигнала меняется с периодом порядка 14 дней в зависимости от положения Солнца и Луны относительно Земли. Из рисунка видно, что амплитуда прилива в направлении восток-запад, как и положено из теории, меньше по сравнению с приливом по направлению север-юг. Однако во временной области, близкой к землетрясению, произошедшему на Байкале, отчетливо проявляется обратный эффект. За трое суток перед исследуемым сейсмособытием амплитуда прилива в направлении восток—запад стала заметно превышать амплитуду прилива в ортогональном направлении. Чтобы не вдаваться в подробности поведения приливного отклика на одном периоде колебания и не учитывать влияние различного рода относительных фазовых задержек в измерительных плечах, было предложено анализировать амплитуды огибающих полусуточных приливных гармоник.

На рис. 9.17 кривыми С и D отображены 14-дневные огибающие полусуточного прилива. Как видно из графиков, вблизи землетрясения фазовая задержка

между огибающими резко изменяется и достигает максимального значения ~4 сут. Для иллюстрации аномального поведения огибающей полусуточного прилива приведена кривая *E*, описываемая функцией:

$$E(t) = \frac{S_{01}(t) - S_{02}(t)}{S_{02}(t)},$$

где  $S_{01}(t)$  — огибающая полусуточного прилива в плече, расположенном вдоль направления восток—запад, а  $S_{02}(t)$  — вдоль направления север—юг.

Левая часть графика E(t) отображает обычное поведение деформационного процесса вплоть до аномального участка, связанного с землетрясением. За несколько суток перед сейсмособытием значения E(t) начинают резко возрастать, приобретая максимум за 2 сут. перед землетрясением. Достигнув максимума, значения этой функции убывают в течение 5 дней, выходя на нормальный свой ход примерно за неделю после землетрясения. Поведение этой кривой напоминает поведение диэлектрической восприимчивости при сегнетоэлектрическом фазовом переходе. Эта аналогия правомерна, если считать, что откликом на внешнюю гравитационную приливную силу является деформируемость земной коры, которая возрастает вследствие понижения жесткости горных пород перед разрушением (землетрясением).

## 9.2.3. Наблюдения сверхдлиннопериодных деформационных колебаний и их связь с сейсмичностью

Сверхдлиннопериодными колебаниями (СДПК) Земли называют деформационные колебания, имеющие период в диапазоне 1—12 ч. Исследованиями показано, что СДПК Земли обладают рядом характерных особенностей: они носят планетарный характер, т. е. регистрируются в различных регионах Земли; рассматриваемые колебания не имеют четко выраженной связи с землетрясениями; спектр этих колебаний нестационарен, поскольку интенсивность как самих колебаний, так и соответствующих гармоник в спектре меняется во времени; существует механизм влияния литосферных колебаний на волновые процессы в атмосфере. Доказательством реальности существования СДПК и планетарного характера этого явления служат многочисленные наблюдения и исследования [4-23]. Изучение этих колебаний, физическая природа которых была не известна, а также особенностей в их поведении накануне землетрясений позволило не только выдвинуть гипотезу о механизме возбуждения таких колебаний, но и по-новому подойти к разгадке связи сейсмичности Земли с солнечной активностью. В научных кругах существование такой связи обсуждается давно, однако ее причина неоправданно сводилась к прямому влиянию солнечного ветра на напряженно-деформированное состояние земной коры [1-3, 18-20].

Собственное изучение СДПК литосферы и атмосферы выявило несколько важных особенностей этих колебаний, что позволило судить об их источнике. Обнаружено, что эти колебания, регистрируемые в литосфере и в атмосферном давлении, проявляются в виде цугов. Причем цуги атмосферных и литосферных пульсаций, несмотря на существование шумов, связанных с нестационарностью атмосферы, достаточно хорошо скоррелированы во времени (рис. 9.18).



Рис. 9.18. Регистрация СДПК при фильтрации в узкой полосе. а — колебания атмосферного давления, б — деформационные колебания литосферы.

Это также подтверждалось совпадением спектров этих колебаний, что согласуется с гипотезой [4, 5] о том, что СДПК обусловлены слабыми вариациями гравитационного поля, вызванными сдвиговыми движениями внутреннего ядра Земли во внешнем жидком. Кроме того, абсолютные значения амплитуд пульсаций атмосферы и литосферы, а также их соотношения соответствовали полученной оценке смещения ядра ~30 м [21], которая была сделана с использованием известных геофизических параметров Земли [7]. Смещения именно такой величины вызывают искомые вариации гравитационного поля  $\Delta g \sim 10^{-7}$  м/с<sup>2</sup>. Однако, вопрос об источнике, вызывающем сдвиговые колебания ядра Земли, оставался открытым.

Эффекты возбуждения деформационных возмущений перед землетрясениями. В ходе непрерывной регистрации деформационных процессов в земной коре с целью поиска предвестников землетрясений обнаружен закономерно повторяющийся эффект. Суть эффекта состоит в том, что на графиках деформаций, соответствующих каждому из регистрирующих интерферометрических плеч в отдельности, отчетливо проявляется необычное возмущение на фоне приливных колебаний за 1,5—2 суток перед землетрясениями. Подобные литосферные возмущения регистрировались в виде цугов деформационного шума с максимумом амплитуды в полосе периодов колебаний 0,5—2 часа. Тот факт, что подобные аномалии проявляются одинаково в обоих горизонтальных ортогонально расположенных друг к другу плечах, указывает на то, что источник, вызывающий наблюдаемые деформационные возмущения, очевидно, воздействует перпендикулярно к поверхности Земли. На эту роль, с точки зрения авторов [4, 5], также хорошо подходят колебания внутреннего ядра Земли. Кроме того, наблюдаемые пульсации с периодами в области от 0,5 до 2 часов попадают в диапазон генерирования СДПК. Таким образом, на основании всей совокупности наблюдаемых фактов была высказана идея, что колебательные движения внутреннего ядра Земли не только вызывают длиннопериодные вариации в литосфере и атмосферном давлении, но и могут провоцировать землетрясения, горные удары и вулканические извержения, т. е. являться спусковым механизмом для быстрого их развития.

Периодичность геодинамической активности и солнечные вспышки. В настоящее время считается, что совпадение периодов для многих частотных характеристик во многих солнечных и земных процессах является твердо установленным фактом [18, 19]. В частности, на основе анализа природных и техногенных событий установлено проявление 11-летнего цикла геодинамической активности, играющего ключевую роль в повторяемости горных ударов, землетрясений и вулканических извержений. Сопоставление распределения горных ударов по годам со среднегодовыми вариациями чисел Вольфа показывает наличие обратной корреляции в рассматриваемых процессах. Сейсмическая активность Земли также имеет 11-летний цикл [16, 19]. Однако объяснение этого факта связывалось с изменением интегрального потока протонов и нейтронов в межпланетном пространстве. Подобное объяснение представляется весьма сомнительным, поскольку солнечный ветер не может существенно изменять жесткость и напряженность земной коры. Такая трактовка существующей связи не дает ответа на вопрос, почему в годы минимума солнечной активности литосфера Земли максимально напряжена. Этот вывод связывали с тем, что в данный период возрастает количество сильных землетрясений. Поскольку в годы максимума солнечной активности количество геодинамических явлений со средней и большой энергетикой становится минимальным, был сделан вывод, что земная кора в этот период слабо напряжена. Однако, земная кора может быть, действительно, слабо напряжена и в ней тогда происходит мало сильных землетрясений, если на Земле происходит много достаточно слабых сейсмособытий, снимающих упругие напряжения в твердых породах. Вопрос лишь в том — каким образом солнечная активность в период ее максимума провоцирует множество слабых и средних землетрясений?

Одним из самых мощных проявлений солнечной активности являются вспышки на Солнце. Энергия большой солнечной вспышки может достигать  $10^{32}$ —  $10^{33}$  эрг. Такая гигантская энергия, выделяемая на Солнце за несколько минут, соответствует средней мощности ~ $10^{29}$ — $10^{30}$  эрг/с. Обычно за день происходит несколько слабых вспышек. Сильные вспышки — весьма редкое явление. Характерная особенность вспышек на Солнце состоит в том, что часть громадной энергии магнитного поля выделяется в виде энергии жесткого электромагнитного излучения и кинетической энергии выбросов ионизованного вещества, движущегося в короне и межпланетном пространстве со скоростью до 1000 км/с. Периодический процесс появления и развития на Солнце активных областей, характеризующихся выходом на поверхность сильных магнитных полей, перестройка которых вызывает вспышки, называют солнечным циклом. Наиболее характерным проявлением солнечного цикла является изменение количество солнечных пятен в составе активных областей за период ~11,2 года.

Гравитационный механизм влияния солнечных вспышек на сейсмичность Земли. В развитие идеи о том, что источником сдвиговых движений ядра Земли являются ее радиальные колебания при устойчивом орбитальном движении вокруг Солнца, в [4, 5] было высказано предположение о том, что последние, в частности, могут возбуждаться посредствам солнечных вспышек. В этой концепции ощутимые колебательные движения ядра, вызывающие изменения гравитационного поля и соответствующие деформационные возмущения в земной коре, обусловлены механическим импульсом отдачи, получаемым Солнцем при его мощном
неизотропном выбросе во время вспышки. Возмущение в виде резкого механического перемещения, получаемое Солнцем после вспышки, с некоторой временной задержкой достигает Земли, вызывая ее колебания на орбите. Эти колебания относительно нового положения орбиты являются искомым источником сдвиговых пульсаций внутреннего ядра, что не только приводит к вариациям гравитационного поля, порождающего СДПК на поверхности Земли, но и является спусковым механизмом для провоцирования геодинамических событий. В периоды между сильными вспышками длиннопериодные колебания поддерживаются слабой солнечной активностью и постоянно существующими галактическими возмущениями.

Очевидно, что если бы Солнце постоянно находилось в состоянии динамического покоя, то наша планета, следуя за Солнцем, должна находиться на стационарной орбите и причины для ее колебания на этой орбите отсутствовали бы. Но если Солнце, при своем движении относительно галактического центра, испытывает по какой-либо причине резкие смещения, то возможны два сценария дальнейшего развития в механике движения планет. В первом случае решение классической кеплеровской задачи приводит к тому, что каждая планета принимает новую орбиту согласно новым параметрам (момент импульса, энергия) и физическая причина для колебаний планет отсутствует. Во втором варианте, при условии устойчивости орбит, после толчка, полученного Солнцем, и соответствующего гравитационного возмущения планеты будут выведены из положения равновесия, что приведет к их колебаниям относительно нового устойчивого положения. Поскольку Земля имеет три основные подвижные составляющие: ядро, литосферу и атмосферу, резко различающиеся по плотности, последние также будут испытывать некоторое время колебания относительно общего центра масс планеты.

Экспериментальные результаты и их обсуждение. Используя известные данные о физических параметрах сильной неизотропной солнечной вспышки, таких как энергия, масса и характерное время выброса, была сделана оценка на величину смещения Солнца во время этого события. Полученное оценочное значение ~20 м оказалось соизмеримым с величиной сдвиговых смещений ядра Земли, способных вызвать наблюдаемые относительные вариации гравитационного поля  $10^{-9}$ — $10^{-8}$ , опосредованно регистрируемые с помощью лазерных деформографических измерений. Эта величина существенно превышает амплитуду относительных вариаций гравитационного поля  $\sim 10^{-10}$ , связанную с поправкой к прямому гравитационному взаимодействию Земли с Солнцем.

В подтверждение высказанной гипотезы ниже приведены аргументы, основанные на экспериментальных наблюдениях. Были проанализированы данные лазерного деформографа, приуроченные к землетрясениям и солнечным вспышкам. Для этого дополнительно использовались каталоги планетарной сейсмичности и спутниковые данные о потоке рентгеновского излучения. При использовании данных о рентгеновской радиации полагалось, чем сильнее поток этого излучения, тем крупнее массовый выброс на Солнце. Информацию о вариациях рентгеновского потока получали, основываясь на данные спутников GOES (The Geostationary Operational Environmental Satellite Program), принадлежащих National Oceanic And Atmospheric Administration (NOAA). На этих спутниках размещены специальные фотоприемные камеры, способные регистрировать поток рентгеновского излучения от Солнца в различных диапазонах длин волн. Такая регистрация ведется в непрерывном режиме, но съем информации о рентгеновском потоке поступает на Землю с интервалом 1 или 5 мин. К этой информации, размещенной на специально организованном ftp-сервере, имеется свободный доступ.

Проиллюстрируем на одном из примеров экспериментальный материал, подтверждающий высказанную концепцию. Для этого обратимся к серии графиков, приведенных на рис. 9.19 (см. вклейку). На нем представлены следующие экспериментальные кривые: a — сигнал вариаций атмосферного давления, отфильтрованный в диапазоне периодов от 30 с до 7 ч с целью снять суточный дрейф и приливные колебания,  $\delta$  — отфильтрованный в диапазоне периодов от 30 до 120 мин. сигнал одного из измерительных плеч деформографа, s — нефильтрованный сигнал того же плеча, c — временные вариации мощности потока рентгеновского излучения.

На графиках за трехдневный период регистрации хорошо видно, что в период «затишья» на Солнце в деформационных колебаниях Земли и пульсациях атмосферного давления нет ярких особенностей. Однако, после мощных вспышек, когда поток рентгеновского излучения превышает средний показатель почти на 3— 4 порядка, в записях деформографа наблюдаются резкие всплески сигнала в атмосфере и литосфере, величина которых сравнима с амплитудой приливных вариаций. При этом яркий всплеск на деформограммах отстает от крутого переднего фронта вспышки на время порядка 1 ч. что не противоречит причинно-следственным отношениям. Регистрируемая большая временная задержка между вспышкой и деформационным откликом, возможно, указывает на то, что скорость распространения продольного гравитационного возмущения в несколько раз меньше скорости света. Заметим, что регистрируемое возмущение не следует относить к слабым поперечным гравитационным волнам, теоретически предсказанным А. Эйнштейном. Следует также отметить, что вслед за импульсным возмущением на деформограмме видно возрастание амплитуды колебаний в диапазоне 30—120 мин., а их раскачка продолжает существовать ~8—12 ч. Поскольку сигнал в атмосфере ведет себя аналогичным образом, то это хорошо укладывается в нашу концепцию о первичном толчке Земли вследствие импульсного гравитационного сигнала, пришедшего от Солнца после вспышки на нем, и о последующей раскачке колебаний внутреннего ядра Земли. В частности это относится к событиям 26 мая (15 ч GMT), 27 мая (23 ч GMT) и 28-го мая (1 ч GMT), когда мощность потока рентгеновского излучения резко возрастала. После других вспышек, представленных на данном отрезке времени, также видны отклики в литосфере и атмосфере, но они менее выражены. Одной из особенностей анализируемых явлений за рассматриваемый отрезок времени является наличие сильного землетрясения с магнитудой 7,0, произошедшего 26 мая в Японии в 9:24 GMT. Как видно из деформограммы, момент прихода сейсмических волн на станцию наблюдения отстает от времени начала вспышки на Солнце на величину порядка 3,5 ч. Не исключается возможность того, что это землетрясение произошло бы гораздо позднее и большей силы, если бы не было солнечной вспышки 26 мая в 6 ч GMT. Ведь согласно обсуждаемой гипотезе, мощная солнечная вспышка, вызывающая колебания ядра Земли, приводит к длиннопериодным деформационным пульсациям в земной коре, которые могут инициировать локальные растрескивания напряженных горных пород и таким образом приводить к землетрясениям раньше, чем это следовало бы в отсутствие сильных возмущений.

Выше были обозначены только контуры нового явления. В эксперименте желательно изучать последействие сильных солнечных вспышек, а последние, как известно, являются редкими событиями. Однако, не любая, даже мощная солнечная вспышка может быть наблюдена на деформограммах. Авторы связывают это с тем, что возбуждение ядерных колебаний происходит наиболее эффективно, когда станция наблюдения, центры Земли и Солнца находятся на одной прямой. Кроме того, высокий поток рентгеновского излучения не гарантирует большой импульс отдачи в направлении Земля—Солнце. То, что в спутниковых данных фиксируется только половина всех солнечных вспышек, также является важным обстоятельством. Не исключено, что раскачка длиннопериодных колебаний 28 мая в 12 ч GMT, представленных на рис. 9.19, является результатом вспышек на невидимой части Солнца, поскольку для станции наблюдения эта временная фаза является наиболее удобной. Существуют также трудности в оценках физических параметров вспышки, которые не имеют однозначной связи с мощностью и динамикой рентгеновского потока.

Представленный экспериментальный материал и его анализ являются обоснованием выдвинутой концепции о том, что длиннопериодные колебания, наблюдаемые лазерным деформографом, могут возбуждаться посредством солнечных вспышек. В этой концепции ощутимые колебательные движения ядра, вызывающие изменения гравитационного поля и соответствующие деформационные возмущения в земной коре, обусловлены механическим импульсом отдачи, получаемым Солнцем при его мощном выбросе во время вспышки. С точки зрения современной науки, концепция имеет право на существование, если планетарные орбиты устойчивы.

Выдвинув новую концепцию и подтвердив ее экспериментальными данными, мы нашли источник сверхдлиннопериодных колебаний земной коры. Кроме этого, стал понятен факт существования обратной корреляции солнечной активности с сейсмичностью Земли. Этот факт теперь можно трактовать следующим образом. В годы со слабой солнечной активностью мощных вспышек на Солнце происходит мало и, поскольку сильная раскачка ядерных колебаний отсутствует, то в земной коре могут накапливаться большие деформационные напряжения, приводящие к геодинамическим явлениям большого энергетического класса. Напротив, в годы сильной солнечной активности происходит множество вспышек большой мощности и, следовательно, ядро Земли постоянно снимает напряжение в земной коре, генерируя множество слабых землетрясений и горных ударов, не давая, таким образом, накопиться упругой энергии для сильных сейсмических событий.

Для детального изучения обнаруженной связи необходимо расширить круг используемых методик, дополнив высокочувствительные лазерные измерения сейсмическими, гравиметрическими, магнитовариационными. Совокупное привлечение вышеперечисленных методов позволит получить более точные количественные характеристики наблюдаемого явления и не только построить адекватные теоретические модели влияния солнечной активности на сейсмичность Земли, но и использовать их на практике при прогнозировании геодинамических проявлений.

#### 9.2.4. Наблюдение маятниковой волны лазерным методом

В рамках проводимых исследований ИЛФ СО РАН на основе данных высокочувствительных лазерных измерений в Байкальской рифтовой зоне решалась зада-

ча обнаружения волн маятникового типа с точки зрения развиваемых в ИГД СО РАН представлений о горных породах как о дискретной многоуровневой среде [22, 23]. В такой среде разрушение земной коры описывается в рамках модели иерархии блоков, распространяемой на большие пространственные масштабы и энергетические параметры геодинамических явлений. В такой модели наряду с обычными сейсмическими волнами, сопровождающими разрушения твердой породы, существуют медленные деформационные волны, сопровождающие процесс распространения энергии упругой деформации посредством взаимодействия отдельных блоков, имеющих собственные колебательные степени свободы. Положительный результат в поисках таких волн позволил бы развить новые методики прогнозирования не только горных ударов, но и землетрясений. На первый взгляд, упоминавшееся выше землетрясение 14-го энергетического класса, произошедшее 4 июля 2007 г., могло бы стать хорошим примером для попытки зарегистрировать на станции лазерных наблюдений маятниковую волну. Действительно, обратившись к каталогу сейсмособытий, произошедших в течение первых и последующих суток после землетрясения, обнаружили, что главный толчок сопровождался обилием афтершоков. Только землетрясений с K = 9-10 насчитывалось несколько десятков. Используя эти данные и полагая, что часть афтершоков есть результат прихода в место сейсмособытия маятниковой волны, порожденной основным сильным землетрясением, оценили скорость ее распространения. Обработка двух десятков мелких землетрясений выявила значение скорости в пределах от 0.5 до 2 м/с. Учитывая довольно большой разброс в скорости, а также значительное расстояние ~530 км, которое должна была преодолеть маятниковая волна, однозначно ее идентифицировать в сигналах деформографа оказалась невозможно. Кроме того, поскольку попытка обнаружить маятниковую волну осуществлялась впервые, отсутствовало представление о том, каким образом она должна себя проявить. В связи с этим при поиске маятниковой волны основывались на следующих соображениях:

основное землетрясение в регионе должно иметь наибольший энергетический класс;

очаг сейсмособытия должен иметь наименьшее удаление от станции наблюдений;

искомая волна должна хорошо проявлять себя на деформограмме в разностном канале регистрации;

деформационные колебания, связанные с приходом маятниковой волны, должны отличаться от сейсмического сигнала.

Таким критериям удовлетворяло землетрясение 25.02.1999 г. с K = 14,6 и, соответственно, с координатами  $\varphi = 51,64^{\circ}$  и  $\lambda = 104,82^{\circ}$ , удаленное от места наблюдения на 82 км (рис. 9.20, см. вклейку). На рис. 9.21 показаны деформограммы, соответствующие обсуждаемому периоду времени. На рис. 9.21, *а* представлена деформограмма в одном из измерительных плеч лазерного интерферометра. На рис. 9.21, *б* приведена аналогичная пропись, соответствующая разностной деформации двух ортогонально расположенных плеч. В обоих случаях лазерная система зарегистрировала приливную волну амплитудой ~0,5 мкм и несколько сейсмособытий.

Главное сейсмическое событие на деформограммах изображено слева. Поскольку разностный канал зашумлен меньше, на нем наряду с землетрясениями, в ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

конце суточной записи обнаруживает себя также деформационный цуг, который по своей временной структуре отличается от сейсмического сигнала, характерного для землетрясений. Более контрастно этот сигнал был выделен путем фильтрации разностного деформационного сигнала в полосе периодов от 10 до 40 с (рис. 9.22, *a*). На более коротком временном интервале обнаруженный сигнал изображен на рис. 9.22, *б*. Временной интервал между сильным землетрясением и зарегистрированным возмущением составил порядка 22 ч. Рассматривая этот сигнал как маятниковую волну, можно оценить ее скорость. Полученное значение составило величину порядка 1 м/с. Особое внимание обращает на себя прерывание записи на деформограмме как результат прихода на станцию наблюдения маятниковой волны, которая резким возмущением приводит к разрушению фазовой синхронизации лазерных источников деформографического комплекса.

Близкое сильное землетрясение в августе 2008 г. удовлетворяло всем критериям по регистрации маятниковой волны. На рис. 9.23 (см. вклейку) представлена



ка сигнала.



деформограмма, соответствующая отфильтрованной прямая разности деформаций полученных из сигналов двух соответствующих ортогональных направлений, фильтрованных в диапазоне периодов от 6 до 40 с после рассматриваемого сильного регионального землетрясения. На графике также нанесены линии, соответствующие землетрясениям в БРЗ, точное время, координаты и энергетический класс этих сейсмособытий уже были указаны в табл. 9.3 и наглядно проиллюстрированы на рис. 9.14. Полагая, что афтершоки есть результат прихода в место сейсмособытия маятниковой волны, порожденной основным сильным землетрясением, оценили скорости распространения этой волны: среднее значение ~1,76 м/с.

На фильтрованной разностной деформограмме (см. рис. 9.23), соответствующей интервалу времени 2 сут., проявили себя все региональные землетрясения, отмеченные в табл. 9.3. Однако наряду с сейсмособытиями присутствует деформационный цуг, который по своей временной структуре отличается от сейсмического сигнала, характерного для землетрясения. Кроме того, на область А этого рисунка не приходится как близких, так и далеких землетрясений, что позволяет более отчетливо выделить искомый полезный сигнал, именуемый маятниковой волной. На более коротком временном интервале обнаруженные сигналы, связанные с зарегистрированной маятниковой волной, изображены на рис. 9.24. Временной интервал между сильным землетрясением и зарегистрированным возмущением составил порядка 5 ч 47 мин. Учитывая время запаздывания маятниковой волны по отношению к основному землетрясению, оценили скорость ее распространения: порядка 1,43 м/с.

Таким образом, в широком диапазоне периодов колебаний проведены регистрация, обработка и анализ экспериментальных данных, полученных с помощью высокочувствительного лазерного деформографа за период 2006—2008 гг., в течение которых произошел ряд сильных далеких и региональных землетрясений, проявивших себя рядом особенностей в деформационном процессе в период подготовки сейсмособытий и их разрядки.

Используемая лазерная аппаратура для геофизического мониторинга в сейсмически активной зоне способна надежно регистрировать особенности деформационного процесса в земной коре, сопровождающие региональные землетрясения.

Получено подтверждение существования явления возбуждения «деформационной раскачки» с периодами колебаний в полосе 0,5—2 ч за 1,5—2 сут. перед сейсмособытиями, систематически наблюдаемого на протяжении последних 6 лет.

За два месяца до сильного землетрясения энергетического класса K = 15,2, произошедшего в акватории озера Байкал на расстоянии  $S \sim 30$  км от станции лазерных деформографических наблюдений, в измерительном плече, ориентированном в направлении восток—запад, зарегистрирован немонотонный деформационный дрейф, соответствующий растяжению с абсолютным значением 22 мкм накануне землетрясения.

Накануне сильного близкого землетрясения зарегистрировано аномальное возбуждение деформационного шума с периодами колебаний в диапазоне нескольких десятков секунд, проявляемое в обоих измерительных плечах за 3— 4 сут. перед сейсмособытием. Это явление наблюдалось неоднократно и требует дальнейшего изучения.

Перед сильным близким землетрясением в БРЗ (август 2008 г.) за трое суток перед сейсмособытием обнаружена особенность в поведении амплитуды полусуточной приливной деформации в направлении восток—запад, заключающаяся в резком возрастании на 20—30 % деформационного отклика земной коры на совместное гравитационное приливное воздействие Луны и Солнца на Землю, с последующей релаксацией, отмеченной аномальной восприимчивостью, в течение нескольких суток после землетрясения.

Проведен целенаправленный поиск по обнаружению медленной деформационной маятниковой волны, сопровождающей сильное близкое землетрясение как его последействие. На основе анализа афтершоковой активности нескольких сильных сейсмических событий в Байкальской рифтовой зоне и деформационного процесса, регистрируемого лазерным методом, задетектирована искомая медленная деформационная волна в диапазоне скоростей ~1,4—1,8 м/с.

Список литературы к главе 9

- 1. *Яковлев Д. В., Тарасов Б. Г.* О генезисе геодинамической активности // Горная геомеханика и маркшейдерское дело: сб. науч. тр. СПб.: ВНИМИ, 1999.
- 2. Зубков А. В. Геомеханика и геотехнология. Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 2001.
- Яковлев Д. В., Тарасов Б. Г. О взаимосвязи геодинамических событий в шахтах и рудниках с циклами солнечной активности // Тр. Междунар. конф. «Геодинамика и напряженное состояние недр Земли». Новосибирск: Изд-во ИГД СО РАН, 2001.
- Орлов В. А., Пятигорец А. В. Лазерные деформографические исследования длиннопериодных колебаний Земли // Материалы Межд. конф. «Активный геофизический мониторинг литосферы Земли», 12—16 сентября 2005 г. Новосибирск: Гео, 2005.
- 5. Орлов В. А., Панов С. В., Парушкин М. Д., Фомин Ю. Н. О связи сейсмичности с солнечной активностью по результатам прецизионных деформографических наблюдений // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Тр. Международной научной конференции, 2—5 октября 2007 г. Новосибирск: Изд-во ИГД СО РАН, 2008.
- 6. Альтерман З., Ярош Х., Пеккерис Х. Л. Собственные колебания Земли. М.: Мир, 1964.

- 7. Авсюк Ю. Н. О движении внутреннего ядра Земли // Докл. АН СССР. 1973. Т. 212, № 5.
- 8. Долгих Г. И., Ковпиллем У. Х., Павлов А. Н. Наблюдение собственных колебаний Земли лазерным деформометром // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1983. № 2.
- 9. Линьков Е. М. Сейсмические явления. Л.: Изд-во ЛГУ, 1987.
- 10. Линьков Е. М., Петрова Л. Н., Зурошвили Д. Д. Сейсмогравитационные колебания Земли и связанные с ними возмущения атмосферы // Вестник ЛГУ. Сер. 4. 1988. Вып. 4, № 25.
- 11. Гармаш С. В., Линьков Е. М., Петрова Л. Н. и др. Возбуждение колебаний атмосферы сейсмогравитационными колебаниями Земли // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1989. Т. 25, № 12.
- 12. Беляков А. С., Кузнецов В. В., Николаев А. В. Акустическая эмиссия в верхней части земной коры // Физика Земли. 1991. № 10.
- 13. Багаев С. Н., Орлов В. А., Фомин Ю. Н., Чеботаев В. П. Гетеродинные лазерные деформографы для прецизионных геофизических измерений // Там же. 1992. № 1.
- 14. Чехов В. Н., Нестеров В. В., Иванов Ю. Б. и др. Сверхдлиннопериодные литосферные деформации, возбуждаемые сейшевыми колебаниями // Докл. РАН. 1994. Т. 336, № 3.
- 15. Давыдов А. В., Долгих Г. И. Регистрация сверхнизкочастотных колебаний 52,5-м лазерным деформографом // Физика Земли. 1995. № 3.
- Соболев Г. А., Шестопалов И. П., Харин Е. П. Геоэффективные солнечные вспышки и сейсмическая активность Земли // Там же. 1998. № 7.
- 17. Петрова Л. Н., Карпинский В. В., Орлов Е. Г. Интенсивность сейсмогравитационных колебаний Земли и сильная сейсмичность // Информационный бюлл. РФФИ. 1999. Т. 7, № 5.
- Яковлев Д. В., Тарасов Б. Г. Горная геомеханика и маркшейдерское дело // Сб. науч. тр. СПб.: ВНИМИ, 1999.
- Шестопалов И. П., Харин Е. П. О связи сейсмичности Земли с солнечной и геомагнитной активностью / Ш Межд. конф. «Солнечноземные связи и электромагнитные предвестники землетрясений», 16—21 августа 2004. Сб. докладов. Петропавловск-Камчатский: ИКИР ДВО РАН, 2004.
- 20. Яковлев Д. В., Тарасов Б. Г., Цирель С. В. О 22-летней периодичности геодинамической активности // Российский геофизический журнал. 2006. № 41/42.
- 21. Bagayev S. N., Orlov V. A., Pyatigorets A. V. Observation of Earth's oscillations by a laser interferometric method // Proc. of SPIE. 2006. V. 6284.
- 22. Опарин В. Н., Аннин Б. Д., Чугуй Ю. В. и др. Методы и измерительные приборы для моделирования и натурных исследований нелинейных деформационно-волновых процессов в блочных массивах горных пород. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2007.
- Опарин В. Н., Сашурин А. Д., Кулаков Г. И. и др. Современная геодинамика массива горных пород верхней части литосферы: истоки, параметры, воздействие на объекты недропользования. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008.

## Глава 10

### МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УПРУГИХ ВОЛН В БЛОЧНО-ИЕРАРХИЧЕСКИ ПОСТРОЕННЫХ СРЕДАХ

#### 10.1. Изучение особенности распространения упругих волн в одномерных геоструктурах

В последнее время в геомеханике и геофизике применяются подходы к описанию деформирования породного массива как блочной среды сложного иерархического строения. Согласно этой концепции, горный массив представляет собой систему вложенных друг в друга блоков разных масштабных уровней [1]. Анализ размеров блоков в масштабах от кристаллов, фракций породного массива до геоблоков земной коры показал, что отношение размеров блоков, соседних по масштабу,  $a = l_{N+1}/l_N$ , обладает определенной устойчивостью  $a \sim 1.41$  [2]. Другим важным экспериментально найденным статистическим инвариантом блочной структуры является  $\mu_{\lambda}(\delta)$ , отношение толщины прослойки  $\delta$  между блоками одного масштаба к характерному размеру блока. Было, например, найдено [2], что для пород рудников Норильска  $\mu_{\star}(\delta) \sim (0.5-2) \cdot 10^{-2}$ . Исследования деформационных свойств прослоек между блоками разных размеров сейсмическими методами [3] показали, что жесткость прослоек изменяется обратно пропорционально размеру блоков. Часто прослойки между блоками представлены слабыми, трещиноватыми породами. Наличие таких податливых прослоек приводит к тому, что деформирование блочного массива как в статике, так и в динамике происходит в основном за счет деформации прослоек.

Были проведены теоретические и экспериментальные исследования волноводных свойств одномерных моделей блочных сред, представленных цепочкой упругих блоков, разделенных податливыми прослойками [4—11]. Показано, что для описания распространения волн в таких средах хорошим приближением является представление о движении блоков как недеформируемых тел. При этом достаточно точно описываются возникающие при импульсном воздействии низкочастотные волны маятникового типа (MB). Как показали эксперименты, высокочастотные волны, характерные для собственных колебаний блоков, достаточно быстро затухают.

Сравнение данных расчетов по разработанным моделям с экспериментом показало, что скорость распространения маятниковых волн, период, степень их затухания определяются массой блоков и существенно зависят от реологических свойств прослоек, таких как увеличение их жесткости с ростом скорости и величины нагружения, наличие гистерезиса в циклах растяжение—сжатие. Удовлетворительное согласие теории и эксперимента удается получить с использованием вязкоупругой модели деформирования прослоек, состоящей из двух пар упругих и демпфирующих элементов, соединенных последовательно и параллельно [9].

В целом, экспериментально и теоретически определено, что при распространении возмущений в иерархической блочной среде кроме низкочастотной маятниковой волны появляются высокочастотные колебания, обусловленные структурой среды. При этом наличие диссипативных свойств у прослоек приводит к быстрому затуханию высокочастотных волн. Увеличивается затухание и низкочастотных волн маятникового типа. Так, степень затухания максимальных амплитуд скоростей масс и деформаций в системе с вязкими прослойками пропорциональна  $t^{-1/2}$ , ускорений —  $t^{-1}$ , в то время как без вязкости степень затухания амплитуд скоростей пропорциональна  $t^{-1/3}$ , ускорений —  $t^{-2/3}$ .

Полученные аналитические зависимости скорости одномерного распространения маятниковых волн, спектра их частот, степени затухания от свойств блочного массива являются базой для определения свойств массива по данным сейсмического зондирования.

#### 10.1.1. О затухании одномерных волн в блочной среде с вязкоупругими прослойками

При распространении одномерных волн в блочной среде, вызванных импульсным нагружением, появляются слабозатухающие низкочастотные волны маятникового типа [4—6]. Из экспериментов по ударному нагружению модельных систем с небольшим количеством (19—20) блоков, разделенных прослойками типа резины, следует, что степень затухания волны в основном определяется демпфирующими свойствами прослоек [9—11]. Представляет практический интерес определить закон их затухания.

В [9] для описания поведения прослоек между стержнями предложено одновременно использовать два варианта соединения вязких и упругих элементов: параллельного и последовательного. Ниже в математической модели используется только параллельное соединение [11]. Такое упрощение позволяет получить простые аналитические выражения, описывающие затухание одномерных маятниковых волн. Для оценки адекватности принятой модели проведены экспериментальные исследования распространения волн при ударном нагружении системы стержней, разделенных резиновыми прослойками.

**Теоретическая модель.** Для описания процесса распространения маятниковых волн рассматривается цепочка масс, соединенных вязкоупругими прослойками (рис. 10.1). Уравнения движения такой системы:

$$m\ddot{u}_{n} = k_{2}(u_{n-1} - 2u_{n} + u_{n+1}) + \lambda_{2}(\dot{u}_{n-1} - 2\dot{u}_{n} + \dot{u}_{n+1}), \quad n = 1, ..., N - 1,$$
(10.1)  
$$m\ddot{u}_{0} = k_{2}(u_{1} - u_{0}) + \lambda_{2}(\dot{u}_{1} - \dot{u}_{0}) + Q(t), \quad u_{N} = 0,$$

где  $u_n$  — перемещение *n*-й массы;  $k_2$  — жесткость пружин;  $\lambda_2$  — вязкость демпферов; *m* — масса. Начальные условия нулевые. Масса в конце цепочки жестко закреплена. В момент времени t = 0 к нулевой массе прикладывается полусинусоидальная нагрузка с амплитудой  $P_0$ :



Рис. 10.1. Вязкоупругая модель прослойки.

 $Q(t) = P_0 \sin(\omega_* t) H_0(\pi - \omega_* t) H_0(t).$ (10.2)

Здесь  $\omega_*$  — частота воздействия;  $H_0$  — функция Хевисайда.

Асимптотические оценки. Для того чтобы получить аналитическое решение, будем полагать, что цепочка

масс бесконечна. К системе уравнений (10.1) с нагрузкой (10.2) применим преобразование Лапласа по времени с параметром *p* (верхний индекс — *L*)

$$f^{L}(p) = \int_{0}^{\infty} f(t)e^{-pt}dt, \quad f(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} f^{L}(p)e^{pt}dp$$

и дискретное преобразование Фурье по продольной координате n с параметром q (верхний индекс  $F_d$ )

$$f^{F_d}(q) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} f_n e^{iqnl}, \quad f_n = \frac{l}{2\pi} \int_{-\pi/l}^{\pi/l} f^{F_d}(q) e^{-iqnl} dq$$

где *l* — расстояние между массами.

Из (10.1), (10.2) получим решение в изображениях

$$u^{LF_d} = \frac{Q^L}{mD(p,q)}, \quad D(p,q) = p^2 + \frac{4}{m} \sin^2\left(\frac{ql}{2}\right)(\lambda_2 p + k_2), \quad (10.3)$$

в котором D(p,q) — дисперсионный оператор системы.

Из дисперсионного уравнения  $D(i\omega, q) = 0$  определим частоты  $\omega$  бегущих волн в системе в зависимости от их длины:

$$\omega^{I,II} = 2i\sin^2\left(\frac{ql}{2}\right)\frac{\lambda_2}{m} \pm \omega_0 \sin\left(\frac{ql}{2}\right)\sqrt{1 - \frac{\lambda_2^2}{mk_2}\sin^2\left(\frac{ql}{2}\right)}, \quad \omega_0 = 2\sqrt{\frac{k_2}{m}}.$$
 (10.4)

Поскольку фазовая и групповая скорости первой моды (знак «—» в формуле (10.4)) дисперсионной кривой при  $q \rightarrow 0$  равны по величине:

$$c_{f}^{I}\Big|_{q\to 0} = c_{g}^{I}\Big|_{q\to 0} = c_{*}, \ c_{*} = l\sqrt{\frac{k_{2}}{m}},$$
 (10.5)

то длинные волны движутся без дисперсии и формируют квазифронт [12]. Скорость длинных волн  $c_*$  та же, что и в случае  $\lambda_2 = 0$ .

С помощью метода обращения преобразований в окрестности луча x = ct (x = nl)  $(c = c_* + c', c' \rightarrow 0)$  [12] получена асимптотика длинноволновых возмущений  $(|q| < \varepsilon)$  при  $t \rightarrow \infty$  в окрестности квазифронта  $x = c_*t$ :

$$\begin{aligned} \ddot{u}_{n} &= \frac{2P_{0}c_{*}l}{m\omega_{*}(\gamma t)^{2/3}} \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} \sin(\eta z + z^{3}/3) e^{-\mu z^{2}} z dz, \\ \dot{u}_{n} &= -\frac{c_{*}}{l} \Delta u_{n} = \frac{2P_{0}l}{\omega_{*}m(\gamma t)^{1/3}} \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} \cos(\eta z + z^{3}/3) e^{-\mu z^{2}} dz, \end{aligned}$$
(10.6)  
$$\gamma &= \frac{c_{*}l^{2}}{8} \left( 1 + \frac{3\lambda_{2}^{2}}{mk_{2}} \right), \quad \eta = \frac{nl - c_{*}t}{(\gamma t)^{1/3}}, \quad \mu = \frac{\alpha t}{(\gamma t)^{2/3}}, \quad \alpha = \frac{\lambda_{2}l^{2}}{2m}. \end{aligned}$$

Из формул (10.6) следует, что при  $\lambda_2 = 0$  экспоненциальное затухание подынтегральных выражений отсутствует ( $\mu = 0$ ), и формулы приводятся к виду

$$\ddot{u}_{n} = \frac{2P_{0}c_{*}l}{m\omega_{*}(\gamma t)^{2/3}} \frac{dAi(\eta)}{d\eta}, \quad \dot{u}_{n} = \frac{2P_{0}l}{\omega_{*}m(\gamma t)^{1/3}} Ai(\eta), \quad (10.7)$$

$$\gamma = \frac{c_* l^2}{8}, Ai(\eta) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos(\eta z + z^3/3) dz.$$

Здесь  $Ai(\eta)$  — функция Эйри [13]. Видно, что с ростом времени амплитуда скоростей масс и разности смещений уменьшается пропорционально  $t^{-1/3}$ , ускорений —  $t^{-2/3}$ .

Максимальная амплитуда скоростей и разности смещений достигается на первой полуволне и составляет

$$\max_{t} \dot{u}_{n} \approx \frac{2.14 P_{0}}{m\omega_{*}} n^{-1/3}, \ n \to \infty.$$
 (10.8)

Максимальная амплитуда ускорений в районе квазифронта падает с ростом номера массы как  $n^{-2/3}$ :

$$\max_{t} \ddot{u}_{n} \approx \frac{2,07 P_{0} c_{*}}{m \omega_{*} l} n^{-2/3}, \ n \to \infty.$$
(10.9)

Наличие вязкости приводит к дополнительному затуханию. В случае  $\lambda_2 \neq 0$  при  $n \rightarrow \infty$  формулы (10.6) упрощаются:

$$\ddot{u}_{n} = \frac{4P_{0}c_{*}}{\omega_{*}l\lambda_{2}t} \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} \sin(\tilde{\eta}z) e^{-z^{2}} z dz = \frac{P_{0}c_{*}}{\omega_{*}l\lambda_{2}\sqrt{\pi}} \frac{\tilde{\eta}}{t} \exp\left(-\frac{\tilde{\eta}^{2}}{4}\right), \quad (10.10)$$

$$\dot{u}_n = \frac{2P_0 l}{\omega_* m \sqrt{\alpha t}} \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos(\tilde{\eta} z) e^{-z^2} dz = \frac{P_0 l}{\omega_* m \sqrt{\pi \alpha t}} \exp\left(-\frac{\tilde{\eta}^2}{4}\right), \quad \tilde{\eta} = \frac{n l - c_* t}{\sqrt{\alpha t}}.$$

Максимальные амплитуды скоростей масс уменьшаются пропорционально  $n^{-1/2}$ , ускорений —  $n^{-1}$ :

$$\max_{t} \dot{u}_{n} \to \frac{P_{0}}{\omega_{*}} \sqrt{\frac{2c_{*}}{\pi m l \lambda_{2}}} n^{-1/2}, \quad n \to \infty,$$
(10.11)

$$\max_{t} \ddot{u}_{n} \to \frac{P_{0}k_{2}}{\omega_{*}m\lambda_{2}}\sqrt{\frac{2}{\pi e}}n^{-1}, \quad n \to \infty.$$

В случае  $\lambda_2 = 0$  и  $\omega_* = \omega_0$  обращение преобразований Лапласа и Фурье в окрестности особой точки  $q = \pi/l$ ,  $p = i\omega_0$  приводит к асимптотической формуле

$$\ddot{u}_n \to \frac{P_0(-1)^{n+1}}{m} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega_0 t}} \cos\left(\frac{2n}{\omega_0 t}\right) \sin(\omega_0 t) H_0(c_* t - nl).$$
(10.12)

Из нее видно, что максимум ускорения пропорционален  $n^{-1/2}$ :

$$\max_{t} \ddot{u}_{n} \to \frac{P_{0}\sqrt{\pi}}{m} n^{-1/2}, \quad n \to \infty.$$
(10.13)



Рис. 10.2. Степень затухания скорости масс в зависимости от их номера при различных значениях параметра λ<sub>2</sub>.

Поясн. см. в тексте.

Таким образом, из формул (10.9) и (10.13) следует, что при  $\lambda_2 = 0$  амплитуда ускорений на фронте волны  $x = c_* t$  падает быстрее, чем за фронтом.

Для выяснения пределов применимости полученных оценок проводилось их сравнение с решениями системы уравнений (10.1) методом конечных разностей по явной схеме типа «крест».

На рис. 10.2 представлены графики функций f(n) =

= ln(max  $\dot{u}_n$ /max  $\dot{u}_{n-1}$ )/ ln(n/(n-1), характеризующих степень затухания скорости вблизи n-й массы. Скорости  $\dot{u}_n$  вычислялись методом конечных разностей для различных значений параметра вязкости  $\lambda_2 = 0$ , 0,1, 0,5, 1 кг/мс. Остальные параметры задачи принимались следующими:  $k_2 = 4,4$  кг/мс<sup>2</sup>, m = 0,3822 кг, l = 0,1 м,  $\omega_* = 3,14$  мс<sup>-1</sup>,  $\tau = 0,001$  мс ( $\tau$  — шаг сетки по времени). Пунктирные линии на рис. 10.2 соответствуют предельным значениям, полученным из формул (10.8) и (10.11):

$$\lim_{n \to \infty} f(n) = \begin{cases} -1/3, & \lambda_2 = 0, \\ -1/2, & \lambda_2 \neq 0. \end{cases}$$
(10.14)

Из рисунка видно, что при  $\lambda_2 = 0$  степень падения максимальной амплитуды скорости с ростом *n* стремится к –1/3. Если  $\lambda_2 \neq 0$ , то с ростом *n* функция f(n) стремится к –1/2, причем, чем больше  $\lambda_2$ , тем быстрее f(n) достигает своего предельного значения. Эти результаты подтверждают теоретические оценки (10.14). На рис. 10.3 приведены



Рис. 10.3. Зависимость максимальной амплитуды скорости от номера массы при различных значениях параметра λ<sub>2</sub>.

Поясн. см. в тексте.

 $\max \dot{u}_n$ , полученные графики конечно-разностным методом (толстые кривые) и из аналитических формул (10.8), (10.11) (тонкие кривые) при различных значениях  $\lambda_2$  ( $\lambda_2 = 0$ ; 0,1; 0,5; 1 кг/мс). Остальные параметры задачи те же, что и выше. Сравнение численных и аналитических решений показывает, что если  $\lambda_2 = 0$ , то простая оценка (10.8), начиная с *n* = 200, с погрешностью менее 5 % описывает максимумы скоростей, если же  $\lambda_2 \neq 0$ , то чем



*Рис. 10.4.* Зависимость значений функции g(n) от номера массы при различных значениях  $\lambda_2$ .

больше коэффициент вязкости, тем ближе от начала воздействия разница численных и аналитических результатов (10.11) становится малой.

На рис. 10.4 приведены графики функций  $g(n) = \ln(\max_{t} \ddot{u}_{n} / \max_{t} \ddot{u}_{n-1}) / \ln(n/(n-1))$ , полученных численно из уравнений (10.1), (10.2) для значений  $\lambda_2 = 0$ ; 0,001; 0,01; 0,1; 0,2; 0,5 кг/мс<sup>2</sup>. Остальные параметры задачи те же, что и выше. Штриховые линии соответствуют предельным значениям:



*Рис. 10.5.* Осциллограммы ускорений массы с номером n = 100, рассчитанные при различных значениях  $\lambda_2$ .

 $\lambda_2 = 0$  (*a*), 0,01 (б), 0,1 кг/мс (*в*). Ост. поясн. см. в тексте.



*Рис. 10.6.* Сравнение экспериментальных (1) и теоретических (2) данных для ускорений. 3 — асимптотика.

Из рисунка видно, что при  $\lambda_2 = 0$  с ростом *n* степень падения максимумов ускорений стремится к -1/2, при  $\lambda_2 \neq 0$  к -1, что полностью совпадает с аналитическими оценками (10.15).

На рис. 10.5 представлены графики осциллограмм ускорений для массы с номером n = 100, рассчитанные конечно-разностным методом (толстые кривые) и по асимптотической формуле (10.6) (тонкие кривые). Остальные параметры имеют те же значения, что и на предыдущем рисунке. Сравнение результатов показывает, что при  $\lambda_2 = 0,1$  кг/мс асимптотика и результаты численного эксперимента совпадают с точностью до погрешностей построения графиков. С уменьшением  $\lambda_2$  количественное соответствие асимптотики (10.6) и численного счета достигается только в районе квазифронта.

Экспериментальное моделирование распространения волн в составной стержневой системе. Исследования проводились на системе стержней, разделенных резиновыми прослойками и расположенных в вертикально установленной трубе с продольными прорезями для вывода кабелей, регистрирующих движение датчиков [9]. В качестве таких датчиков использовались акселерометры КД-91, встроенные продольно в стержни. Акселерометры распределялись по длине верхней части сборки в стержнях 1—4 и 11. По свободному торцу верхнего стержня производился удар, интенсивность которого фиксировалась акселерометром, установленным на ударнике. Длина сборки (2 м) позволяла регистрировать колебания стержней до прихода волн, отраженных от нижнего торца сборки.

На рис. 10.6 представлены осциллограммы ускорений, полученные в одном из экспериментов (тонкие кривые), а также результаты расчетов по уравнениям (10.1), (10.2) (толстые кривые) при  $k_2 = 5,5$  кг/мс<sup>2</sup>,  $\lambda_2 = 0,7$  кг/мс, m = 0,3822 кг, l = 0,1 м,  $\omega_* = 31,4$  мс<sup>-1</sup>. Штриховые кривые соответствуют асимптотике (10.6). Начиная с номера n = 11, достигается хорошее совпадение асимптотики и численного счета. Видно, что математическая модель при данных значениях параметров жесткости и вязкости в рамках проведенного эксперимента удовлетворительно описывает поведение стержневой системы с резиновыми прослойками при импульсном возбуждении.

Таким образом, на примере сборки из стальных стержней, соединенных резиновыми прослойками, показано, что модель цепочки масс, соединенных вязкоупругими пружинами, хорошо описывает распространение низкочастотных маятниковых волн в одномерной блочной среде. В результате численных расчетов и аналитических исследований получены асимптотические законы затухания одномерных маятниковых волн, возбуждаемых ударным воздействием в блочной среде с вязкоупругими прослойками, и определены пределы их применимости.

#### 10.1.2. Теоретические и экспериментальные исследования влияния иерархической структуры блочных горных пород на особенности распространения сейсмических волн

Как указывалось выше, по современным представлениям, горный массив являет собой систему вложенных друг в друга блоков разного масштабного уровня [1—3]. Исследование влияния такой структуры на распространение сейсмических волн — достаточно сложная задача. Часто прослойки между блоками представлены более слабыми, трещиноватыми породами. В этом случае наличие податливых прослоек приводит к тому, что деформирование блочного массива как в статике, так и в динамике происходит в основном за счет деформации прослоек. Последнее обстоятельство, как уже показано, позволяет для теоретического исследования влияния иерархии блочности горных пород на закономерности распространения сейсмических волн применить маятниковое приближение, при котором блоки разных уровней принимаются как жесткие [14].

Блочные системы с упругими прослойками

**Блочно-иерархические модели волноводов.** Пусть периодическая система блочно-иерархического строения состоит из одинаковых структурных блоков, схематически изображенных на рис. 10.7, каждый из которых содержит вложенную друг в друга систему подблоков.

Будем называть эту систему системой *n*-го порядка, если порождающий ее элемент имеет *n* степеней свободы. На рис. 10.7 приведен пример системы 16-го порядка, полученной в результате четырех ступеней вложения.

Рассмотрим системы с дискретными элементами — массами и безынерционными связями — пружинами. Простейшая периодическая цепочка масс (ЦМП), соединенных пружинами, исследованная ранее [8—10], является системой первого порядка.

Для нее было показано, что:

1. Стационарное распространение волн возможно только в полосе частот  $0 < \omega < \Omega$ , где  $\Omega = 2\sqrt{k/m}$ , k — жесткость пружин, m — масса.

2. Фазовая скорость низкочастотных длинных волн ( $\omega = cq \rightarrow 0, q \rightarrow 0$ ) описывается асимптотикой

$$c = c_* \left( 1 - \alpha q^2 + O(q^4) \right) \tag{10.16}$$

с интегральными параметрами

$$c_* = l \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \alpha = \frac{l^2}{24},$$
 (10.17)

где *l* — расстояние между массами.

3. При ударном возбуждении вдоль ЦМП наблюдается распространение волны, описываемой асимптотически при больших временах следующими формулами для смещений  $u_n(t)$ , деформаций  $\varepsilon_n(t)$ , массовых скоростей  $\dot{u}_n(t)$  и ускорений  $\ddot{u}_n(t)$ :



Рис. 10.7. Схематический фрагмент периода иерархической одномерной блочной модели масс (светлые) и прослоек (серые прямоугольники) 16-го порядка.

$$\varepsilon_n = -\frac{\dot{u}_n}{c_*} \approx -\frac{c_*I}{(3c_*\alpha t)^{1/3}} A_i(\eta), \quad \ddot{u}_n \approx \frac{2c_*^3I}{3(3c_*\alpha t)^{2/3}} \frac{dA_i(\eta)}{d\eta}.$$
 (10.18)

Здесь I — величина импульса внешней силы f(t).

Полученный результат имеет следующий физический смысл. Со скоростью  $c_*$  движется квазифронт  $nl = c_*t$  с низкочастотным пакетом колебаний в своей окрестности. За ним с убывающей скоростью движутся более высокочастотные составляющие. Распространяющиеся от области воздействия возмущения имеют колебательный характер и расплываются со временем (расстоянием от источника) как  $t^{1/3}(n^{1/3})$ . Смещения осциллируют относительно среднего значения  $U = Ic_*$  с амплитудой и периодом, максимальными вблизи квазифронта, там же достигаются максимумы скоростей и деформаций, но последние, в отличие от смещений, убывают со временем как  $t^{1/3}$ . Ускорения же убывают с течением времени как  $t^{2/3}$  и имеют максимальные амплитуды не в районе квазифронта, а на некотором (увеличивающемся как  $t^{1/3}$ ) расстоянии от него.

Необходимо описать дополнительные волновые эффекты, проявляющиеся в волноводах высших уровней. Одним из примеров системы второго уровня является так называемая цепочка Борна [15] с ячейкой длины *l*, содержащей четыре элемента, две массы и две связи (рис. 10.8).

Уравнения движения такой системы

$$m_1 \ddot{u}_n + k_1 (u_n - v_{n-1}) + k_2 (u_n - v_n) = 0, \quad m_2 \ddot{v}_n + k_1 (v_n - u_{n-1}) + k_2 (v_n - u_n) = 0$$

определяют две моды колебаний по числу степеней свободы порождающего элемента, акустическую (I) и оптическую (II) (рис. 10.9).

Система обладает тремя резонансными частотами. Частоты  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  в точке  $q = \pi/2$  соответствуют коротковолновым колебаниям, частота  $\Omega_3$  в точке q = 0 — длинноволновым. Не ограничивая общности, приведем их выражения в случае  $m_1 = m_2 = m$ :

$$\Omega_{1,2} = \Omega_0 \sqrt{1 \pm \sqrt{1 - \beta}}, \quad \Omega_3 = \sqrt{\frac{2(k_1 + k_2)}{m}}, \quad \Omega_0 = \sqrt{\frac{(k_1 + k_2)}{m}}, \quad \beta = \frac{4k_1k_2}{(k_1 + k_2)^2}.$$
(10.19)

Зоны  $\Omega_1 \leq \omega \leq \Omega_2$  и  $\omega \geq \Omega_3$  соответствуют полосам запирания — распространение гармонических волн с такими частотами невозможно.

Фазовая скорость низкочастотных длинных волн описывается асимптотикой (10.16) с интегральными параметрами

$$c_*^{\rm I} = l \sqrt{\frac{k_1 k_2}{2(k_1 + k_2)m}}, \quad \alpha = \frac{l^2}{24} \left(1 - \frac{3}{4}\beta\right).$$
 (10.20)



Рис. 10.8. Цепочка Борна.



*Рис. 10.9.* Ветви первой I и второй II мод дисперсионных зависимостей для частот  $\omega$  (*a*) и групповых скоростей  $c_g(\delta)$ , рассчитанные при  $m_1 = m_2 = 1$ , l = 1,  $k_1 = 0,34$ ,  $k_2 = 1$ .

Асимптотический анализ длинноволновых продольных возмущений в зоне квазифронта  $nl = c_*^{I}t$  показывает, что они описываются асимптотикой (10.18) с параметрами (10.20).

На рис. 10.10 приведены осциллограммы ускорений 40-й и 80-й масс при ударном нагружении цепочки Борна полусинусоидальным импульсом длительности T = 0,02765, полученные конечно-разностным методом. В цепочке Борна, в отличие от системы ЦМП, возмущения, распространяющиеся на периферию от действия локального импульса, имеют ярко выраженную двухволновую структуру. Низкочастотная МВ, бегущая со скоростью  $c_i^{I}$ , по характеру та же, что и в



*Рис. 10.10.* Распространение волны в цепочке Борна при действии импульсной нагрузки. Расчеты осциллограмм ускорений для 40-й (*a*) и 80-й ( $\delta$ ) масс проведены для  $m_1 = m_2 = 1$ ,  $l = 1, k_1 = 0,34, k_2 = 1$ .

ЦМП. Однако, здесь она не одна: за ней движется высокочастотная составляющая, скорость огибающей которой равна максимальной групповой скорости второй моды  $c_*^{II} = \max c_g^{II} = c_g^{II}(q^*)$ , с частотой равной  $\Omega_4 = \omega(q^*)$  (см. рис. 10.9). Вертикальные штриховые линии на рис. 10.10 показывают моменты времени  $t_*^{II} = nl/c_*^{II}$  и  $t_*^{II} = nl/c_*^{II}$ , соответствующие квазифронтам длинноволновых и коротковолновых возмущений.

Общий случай модели периодической блочной структуры. Рассмотрим общий случай периодической системы блочно-иерархического строения, состоящей из одинаковых структурных блоков, каждый из которых содержит конструкции различного типа (включающие простейшие ячейки ЦМП, иерархические системы, аналогичные изображенной на рис. 10.7, и, например, трехмерные тела конечных размеров). Общее движение системы происходит в продольном направлении.

Конструкция блоков во многом произвольна — безынерционные связи, дискретные конструкции со многими степенями свободы или континуальные элементы — требуется лишь возможность ассоциировать «смещение блока»  $U_n(t)$ ,  $(n = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$  со смещением какой-нибудь принадлежащей ему материальной точки.

Итак, предположим, что мы имеем систему динамических уравнений элементов блока и необходимый набор граничных условий. Для решения нестационарной задачи используется преобразование Лапласа по времени с параметром преобразования p (верхний индекс L). Избавляясь в линейных уравнениях для изображений по Лапласу от смещений внутренних элементов блока, получим уравнения, связывающие  $U_n^L$ ,  $U_{n+1}^L$ ,  $U_{n-1}^L$ , поскольку они входят в граничные условия для уравнения движения *n*-го блока.

Теперь задача сводится к решению бесконечной системы уравнений

$$\Phi(U_{n-1}^{L}, U_{n}^{L}, U_{n+1}^{L}; p) = Q_{n}^{L}, \qquad (10.21)$$

где  $\Phi$  — линейная функция  $U_n^L$ ,  $U_{n+1}^L$ ,  $U_{n-1}^L$ , а  $Q_n^L$  — изображение по Лапласу внешней нагрузки.

Далее применяется дискретное преобразование Фурье (с параметром q, значок  $F_d$ ). Формальное решение в изображениях, которое может быть получено из (10.21), имеет вид

$$U^{LF_d} = \frac{Q^{LF_d} \cdot A(p, q, K)}{D(p, q, K)},$$
(10.22)

$$D(p,q,K) = \sin^2(ql/2) - \beta(p,K), \qquad (10.23)$$

где A — оператор, соответствующий типу связей между элементами блока; K — все параметры (константы) задачи; D — дисперсионный оператор системы.

Можно показать, что низкочастотное приближение дисперсионного уравнения имеет следующий вид:

$$\sin^{2}(ql/2) = \alpha_{1}(K)\omega^{2} - \alpha_{2}(K)\omega^{4} + O(\omega^{6}); \ \alpha_{1}, \ \alpha_{2} \in R; \ \alpha_{1}, \ \alpha_{2} > 0,$$

а его длинноволновая асимптотика

$$c = c_* (1 - \alpha q^2 + O(q^4))$$

в точности соответствует структуре асимптотики (10.18) для ЦМП, но со своими константами: скоростью длинных волн  $c_*$  и параметром дисперсии  $\alpha$ , зависящими от свойств конкретной структуры:

$$c_* = \frac{l}{2\sqrt{\alpha_1}}, \quad \alpha = \frac{l^2\alpha_2}{8\alpha_1^2}.$$

Таким образом, реакция любой протяженной дискретно-периодической конструкции на нестационарное воздействие описывается одним и тем же асимптотическим решением (10.18). Различаются только коэффициенты  $\alpha$  и  $c_*$ . Вычислив эти коэффициенты, можно по ним определить для сложной блочно-иерархической структуры эквивалентную ей ЦМП.

Для иерархической блочной системы, аналогичной изображенной на рис. 10.7, скорость распространения длинных волн  $c_*$  в асимптотике (10.18) может быть определена как скорость распространения звука в эквивалентной континуальной упругой среде с усредненным значением модуля деформации  $E_0$ . Рассмотрим для простоты случай жестких блоков и податливых прослоек. Пусть основной период одномерной блочной системы имеет длину l, сечение s, массу m и жесткость ограничивающих его прослоек k. Если внутри периода прослоек нет, то усредненный модуль  $E_0 = kl/s$  и скорость распространения волн  $V_0 = \sqrt{E_0/\rho} = l\sqrt{k/m}$ . Это выражение совпадает со значением  $c_*$  для ЦМП.

Разобьем основной блок на два равных подблока и введем между ними внутреннюю прослойку  $k_1$ . В соответствии с экспериментальными данными о соотношении свойств прослоек между блоками разных масштабных уровней [2, 3]примем  $k_1 = 2k$ . Тогда, проводя усреднение, получим  $E_1 = (2/3)E_0$  и  $V_1 = V_0\sqrt{2/3}$ . Последнее выражение совпадает со значением  $c_*$  для цепочки Борна при  $m_1 = m_2 = m$ ,  $k_2 = 2k_1 = 2k$ .

Для ј ступеней вложения имеем

$$E_{j} = \left(\frac{2}{2+j}\right) E_{0}, \quad V_{j} = V_{0} \sqrt{\frac{2}{2+j}}.$$

Отсюда, для рассматриваемой иерархической системы *n*-го порядка скорость длинных волн

$$c_* = l \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{\frac{2}{2 + \log_2 n}}.$$

Из этой формулы видно, что с увеличением порядка иерархической системы *n* скорость длинных маятниковых волн убывает достаточно медленно.

Блочные иерархические системы с вязкоупругими прослойками

Исследования по распространению сейсмических волн в регулярных блочных системах 1-го порядка показали [8—11, 16], что скорость распространения маятниковых волн, период, степень их затухания определяются массой блоков и существенно зависят от реологических свойств прослоек. В настоящем исследовании распространения сейсмических волн в блочных иерархических средах использовалась вязкоупругая модель деформирования прослоек Максвелла. Экспериментально исследуется распространение волн маятникового типа в системе стальных стержней, разделенных чередующимися прослойками из резины и пенопласта, при ударном нагружении [17]. Предложена математическая модель, описывающая данную систему в виде цепочки масс, соединенных упругими пружинами и вязкими демпферами. При больших временах от начала процесса получены асимптотические оценки скоростей и ускорений масс системы. Проведено сопоставление численных расчетов, аналитических решений и экспериментальных данных. Определены границы области применимости аналитических оценок. Показано, что данная модель адекватно описывает поведение возмущений в системе стержней с чередующимися вязкоупругими прослойками.

Экспериментальное исследование распространения волн по одномерной модели блочной среды. Эксперименты проводились на составной сборке, выполненной из стальных стержней длиной l = 0,1 м и массой m = 0,3822 кг с прослойками из разных материалов. Стержни располагались в вертикально установленной трубе с продольными прорезями для вывода кабелей датчиков, регистрирующих движение. В качестве таких датчиков использовались акселерометры КД-91, встроенные продольно в стержни. Акселерометры распределялись по длине верхней части сборки в 3-, 4-, 5-, 12- и 13-м стержнях. По свободному торцу верхнего стержня производился удар, интенсивность которого фиксировалась акселерометром, установленным на ударнике. Длина сборки (2 м) позволяла регистрировать колебания стержней до прихода волн, отраженных от нижнего торца сборки. Сигналы акселерометров регистрировались в цифровом виде с помощью АЦП Е-440. Это позволяло проводить их математическую обработку и, в частности, спектральный БПФ-анализ.

Типичные экспериментальные осциллограммы ускорений стержней  $\ddot{u}_i(t)$ 

$$(j$$
 — номер массы) и их спектральные плотности  $G_j(\omega) = \left| \int_{0}^{T} \ddot{u}_j(t) e^{-i\omega t} dt \right|$  для со-

ставных систем, отличающихся прослойками, приведены на рис. 10.11—10.13 сплошными линиями. Штриховые и сплошные тонкие линии — данные теоретических расчетов, описание которых приведено ниже. Системе с одинаковыми прослойками из пенопласта соответствует рис. 10.11, из пористой резины — рис. 10.12. Данные представлены для 4-го и 12-го стержней. На рис. 10.13 показаны осциллограммы ускорений и их спектральных плотностей для системы стержней с чередующимися прослойками из пористой резины и из пенопласта для 3-го и 13-го стержней. Этот эксперимент соответствует моделированию распространения волн по иерархической среде второго порядка [14], блоки которой содержат подблоки аналогично цепочке Борна.

На осциллограммах рис. 10.11, 10.12 можно видеть процесс распространения по составной стержневой системе первого порядка (без подблоков) низкочастотной маятниковой волны, вызванной ударом. От свойств прослоек зависят скорость маятниковой волны, ее спектральный состав и коэффициент затухания. Система с прослойками из пенопласта отличается максимальной скоростью распространения (114 м/с), широкой полосой частот (до 300 Гц) и малым затуханием по сравнению с системой с прослойками из пористой резины, для которой скорость распространения



Рис. 10.11. Осциллограммы ускорений 4-го (а) и 12-го (б) стержней и их спектральные плотности при ударе по составной стержневой системе с прослойками из пенопласта. Ост. поясн. см. в тексте.



*Рис. 10.12.* Осциллограммы ускорений 4-го (*a*) и 12-го (*б*) стержней и их спектральные плотности при ударе по составной стержневой системе с прослойками из пористой резины. Ост. поясн. см. в тексте.

ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ



Рис. 10.13. Осциллограммы ускорений 3-го (а) и 13-го (б) стержней и их спектральные плотности при ударе по составной стержневой системе с прослойками из пенопласта и из пористой резины, размещенных последовательно.

Ост. поясн. см. в тексте.

нения 77 м/с, полоса частот до 230 Гц. Для системы из поочередно расположенных пенопластовых и резиновых прослоек, представляющей пример цепочки Борна, характер распространения возмущений более сложный (см. рис. 10.13). На первых стержнях наблюдается двухволновая конфигурация. Впереди бежит низкочастотная маятниковая волна и за ней высокочастотная. По мере распространения возмущения высокочастотная волна быстро затухает, в отличие от случая системы с упругими пружинами [14], и уже на 13-м стержне ее нет, регистрируется только низкочастотная маятниковая волна, распространяющаяся со скоростью 65 м/с, меньшей, чем в системе с пористой резиной (77 м/с). В соответствии с этим спектр возмущения на первых стержнях имеет два максимума, отвечающих двухволновой конфигурации. Видно также, что по мере распространения возмущения амплитуда высокочастотной волны затухает сильнее, чем низкочастотной, и к 13-му стержню в эксперименте второй максимум не наблюдается.

Полученное в экспериментах существенное влияние диссипации энергии в прослойках на процесс распространения волн в блочной системе приводит к необходимости теоретического моделирования этого процесса. Одна из причин диссипации — вязкоупругое поведение прослоек. Влияние вязкости успешно учтено при моделировании распространения волн в однородной цепочке масс с двумя парами упругих и демпферных элементов, включенных последовательно и параллельно [9, 10].

Для теоретического анализа распространения волн использована модель прослойки с упругим и демпфирующим элементами, включенными параллельно. **Постановка задачи.** Рассматривается цепочка масс, соединенных вязкоупругими прослойками согласно рис. 10.14.

Используется два типа прослоек, которые чередуются через одну массу. Уравнения движения такой системы имеют вид

$$\begin{split} m\ddot{u}_{1,n} &= k_2(u_{2,n} - u_{1,n}) - k_1(u_{1,n} - u_{2,n-1}) + \lambda_2(\dot{u}_{2,n} - \dot{u}_{1,n}) - \lambda_1(\dot{u}_{1,n} - \dot{u}_{2,n-1}), \quad n = 2, \dots, N, \\ m\ddot{u}_{2,n} &= -k_2(u_{2,n} - u_{1,n}) + k_1(u_{1,n+1} - u_{2,n}) - \lambda_2(\dot{u}_{2,n} - \dot{u}_{1,n}) + \lambda_1(\dot{u}_{1,n+1} - \dot{u}_{2,n}), \\ n &= 1, \dots, N-1, \\ m\ddot{u}_{1,1} &= k_2(u_{2,1} - u_{1,1}) + \lambda_2(\dot{u}_{2,1} - \dot{u}_{1,1}) + Q(t), \quad u_{2,N} = 0. \end{split}$$
(10.24)

Здесь  $u_{1,n}$ ,  $u_{2,n}$  — перемещения первой и второй масс в *n*-м блоке;  $k_1$ ,  $k_2$  — жесткости пружин;  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  — вязкости демпферов; *m* — масса; *l* — расстояние между массами. Начальные условия нулевые. Масса в конце цепочки жестко закреплена. В момент времени t = 0 к первой массе приложена полусинусоидальная нагрузка с амплитудой  $P_0$ :

$$Q(t) = P_0 \sin(\omega_* t) H_0(\pi - \omega_* t) H_0(t), \qquad (10.25)$$

где ω<sub>\*</sub> — частота воздействия; *H*<sub>0</sub> — функция Хевисайда. Эта система отличается от рассмотренной в [14] цепочки Борна наличием демпферов.

На рис. 10.11—10.13 штриховые кривые соответствуют решению системы уравнений (10.24), (10.25) конечно-разностным методом по явной схеме типа «крест». Связь между номерами массы *j* в цепочке, блока *n* и массы *k* в блоке осуществляется по формуле j = 2n - 2 + k. Параметры вязкости и жесткости разных прослоек при численном моделировании подбирались из условия совпадения скоростей распространения маятниковой волны и периода ее колебаний в окрестности фронта по данным экспериментов с однородными системами (см. рис. 10.11, 10.12). Величина  $\omega_*$  также определялась из эксперимента. Для прослоек из пористой резины:  $\lambda_1 = \lambda_2 = 20$  кг/с,  $k_1 = k_2 = 0, 2 \cdot 10^6$  кг/с<sup>2</sup>,  $\omega_* = 3, 14$  Гц; из пенопласта:  $\lambda_1 = \lambda_2 = 35$  кг/с,  $k_1 = k_2 = 0, 5 \cdot 10^6$  кг/с<sup>2</sup>,  $\omega_* = 13, 66$  Гц.

В численных расчетах для составной сборки с прослойками из пенопласта и пористой резины параметры вязкости и жесткости брались те же, что и для однородных сборок:  $\lambda_1 = 20$  кг/с,  $\lambda_2 = 35$  кг/с,  $k_1 = 0, 2 \cdot 10^6$  кг/с<sup>2</sup>,  $k_2 = 0, 5 \cdot 10^6$  кг/с<sup>2</sup>, только отличалось значение  $\omega_* = 15,71$  Гц. Остальные параметры были в соответствии с экспериментом одинаковыми для всех расчетов: l = 0,1 м, m = 0,3822 кг,  $\tau = 0,001$  мс ( $\tau$  — шаг разностной схемы по времени). Сравнение численных и экспериментальных кривых показывает, что модель цепочки масс с вязкоупругими связями хорошо описывает экспериментальные осциллограммы и спектры на ма-



Рис. 10.14. Схематическое изображение периода модели иерархической системы второго порядка длиной 21 с вязкоупругими связями масс.

лых расстояниях от места воздействия (3—5-й стержень). На больших расстояниях затухание амплитуды маятниковой волны в эксперименте оказывается заметно больше, чем в расчетах, хотя в скорости распространения и в форме сигнала больших расхождений нет. Это обстоятельство показывает, что проблема диссипации энергии при распространении волн в блочной среде требует дальнейших исследований и усовершенствования теоретической модели.

**Асимптотические оценки.** Для того чтобы получить аналитическое решение, предположим, что цепочка масс бесконечна. Применив к системе уравнений (10.24) с нагрузкой (10.25) преобразование Лапласа по времени и дискретное преобразование Фурье по продольной координате *n*, получим решение в изображениях:

$$u_1^{LF_d} = \frac{Q^L[p^2 + p(\lambda_1 + \lambda_2)/m + (k_1 + k_2)/m]}{mD(p, q)}, \quad u_2^{LF_d} = \frac{Q^L[(\lambda_1 p + k_1)e^{-2iql} + (\lambda_2 p + k_2)]}{mD(p, q)},$$

$$D(p,q) = p^4 + \frac{2}{m}p^2(\lambda_1 p + k_1 + \lambda_2 p + k_2) + \frac{4}{m^2}(\lambda_1 p + k_1)(\lambda_2 p + k_2)\sin^2(ql).$$

Здесь D(p,q) — дисперсионный оператор системы; p, q — параметры преобразования Лапласа и Фурье соответственно.

Проведем анализ дисперсионного уравнения D(iqc, q) = 0. Будем исследовать первые две моды дисперсионных кривых. На рис. 10.15 изображены зависимости первой (I) и второй (II) мод частоты  $\omega = qc$ , фазовой и групповой скоростей от волнового числа q, рассчитанные при тех же значениях параметров, что и на рис. 10.13. Так же как и в случае отсутствия вязкости ( $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ), для частоты есть две зоны запирания (распространение гармонических волн с такими частотами невозможно):  $\Omega_1 \le \omega \le \Omega_2$  и  $\omega \ge \Omega_3$ , где  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  при малых значениях параметров вязкости с большой точностью совпадают с аналогичными значениями для цепочки Борна без демпферов [14]:

$$\Omega_{1,2} \approx \Omega_0 \sqrt{1 \pm \sqrt{1 - \beta}}, \quad \Omega_0 = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}, \quad \Omega_3 = \sqrt{\frac{2(k_1 + k_2)}{m} - \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}{m^2}},$$
$$\beta = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}.$$
(10.26)

Вертикальные штриховые линии на графиках спектральной плотности (см. рис. 10.13) и горизонтальные линии на рис. 10.15 соответствуют значениям Ω<sub>1</sub>, Ω<sub>2</sub>,



 $\Omega_3$ , рассчитанным по формулам (10.26). Анализ графиков показывает, что оценки (10.26) согласуются как с экспериментальными спектрами, так и с теоретическими, полученными конечно-разностным методом.

Исследование зависимости фазовой скорости c(q) показало, что асимптотика скорости бесконечно длинных волн  $(q \rightarrow 0)$  определяется по формуле

$$c = c_*(1 - \alpha q^2), \quad c_* = l \sqrt{\frac{2k_1k_2}{(k_1 + k_2)m}}, \quad \alpha = \frac{l^2}{6}(1 - 3\delta),$$
 (10.27)

$$\begin{split} \delta &= -\frac{(k_1 + k_2)m}{k_1 k_2} \left\{ \alpha_1^2 \left( 10 + \frac{4(k_1 + k_2)m}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2} \right) - \frac{8\alpha_1}{m} \left( \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{\lambda_1 k_2 + \lambda_2 k_1}{k_1 + k_2} - \frac{k_1 k_2 m}{(k_1 + k_2)(\lambda_1 + \lambda_2)} \right) - \frac{4(\lambda_1 k_2 + \lambda_2 k_1)}{m^2 (k_1 + k_2)} \left( \frac{2\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{(\lambda_1 k_2 + \lambda_2 k_1)m}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2} \right) \right\}, \quad \alpha_1 = \frac{(\lambda_1 k_2^2 + \lambda_2 k_1^2)}{m (k_1 + k_2)^2}. \end{split}$$

Видно, что скорость  $c_*$ , с которой распространяются длинноволновые возмущения, формирующие квазифронт, не зависит от вязкости демпферов.

С помощью метода Слепяна обращения двукратных интегральных преобразований в окрестности луча  $x = c_* t$  [12] получена асимптотика низкочастотных возмущений в районе квазифронта  $x = c_* t$  при бесконечно большом времени с начала процесса:

$$\ddot{u}_{k,n} = \frac{2P_0 c_* l}{m \omega_* (\gamma t)^{2/3}} \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \sin(\eta_k z + z^3/3) e^{-\mu z^2} z dz, \qquad (10.28)$$

$$\dot{u}_{k,n} = \frac{2P_0 l}{m\omega_* (\gamma t)^{1/3}} \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos(\eta_k z + z^3/3) e^{-\mu z^2} dz, \quad k = 1, 2;$$
  
$$\eta_1 = \frac{(2n-2) - c_* t}{(\gamma t)^{1/3}}, \quad \eta_2 = \frac{(2n-1) - c_* t}{(\gamma t)^{1/3}}, \quad \gamma = 3c_* \alpha, \quad \mu = \frac{\alpha_1 l^2 t}{(\gamma t)^{2/3}}.$$

При  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$  экспоненциальный множитель под интегралами отсутствует ( $\mu = 0$ ) и формулы (10.28) принимают вид

$$\ddot{u}_{k,n} = \frac{2P_0 c_* l}{m \omega_* (\gamma t)^{2/3}} \frac{d \operatorname{Ai}(\eta)}{d \eta} \bigg|_{\eta = \eta_k}, \quad \dot{u}_{k,n} = \frac{2P_0 l}{m \omega_* (\gamma t)^{1/3}} \operatorname{Ai}(\eta_k), \quad k = 1, 2; \quad (10.29)$$
$$\gamma = \frac{c_* l^2}{2} \left( 1 - \frac{3}{4} \beta \right), \quad \operatorname{Ai}(\eta) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos(\eta z + z^3 / 3) dz.$$

Здесь Ai( $\eta$ ) — функция Эйри. При нулевой вязкости максимальная амплитуда ускорений вблизи квазифронта уменьшается с увеличением номера блока пропорционально  $n^{-2/3}$ , скоростей — пропорционально  $n^{-1/3}$ :

$$\max_{t} \ddot{u}_{1,n} = \frac{0.52 P_0 c_*}{m \omega_* l} (2n-2)^{-2/3}, \quad \max_{t} \dot{u}_{1,n} = \frac{1.07 P_0}{m \omega_*} (2n-2)^{-1/3}, \quad n \to \infty.$$

Наличие вязкости приводит к дополнительному затуханию. В случае, когда  $\lambda_1, \lambda_2 \neq 0$  одновременно, при  $n \to \infty$  формулы (10.28) упрощаются:

$$\dot{u}_{k,n} = \frac{P_0}{m\omega_*\sqrt{\pi\alpha_1 t}} \exp\left(-\frac{\tilde{\eta}_k^2}{4}\right), \quad \ddot{u}_{k,n} = \frac{P_0 c_*}{m\omega_*\alpha_1 l\sqrt{\pi}} \frac{\tilde{\eta}_k}{t} \exp\left(-\frac{\tilde{\eta}_k^2}{4}\right), \quad k = 1, 2; \quad (10.30)$$
$$\tilde{\eta}_1 = \frac{(2n-2)l - c_* t}{l\sqrt{\alpha_1 t}}, \quad \tilde{\eta}_2 = \frac{(2n-1)l - c_* t}{l\sqrt{\alpha_1 t}}.$$

Максимальные амплитуды скоростей масс уменьшаются пропорционально  $t^{-1/2}$ , ускорений — пропорционально  $t^{-1}$ :

$$\max_{t} \dot{u}_{n} = \frac{P_{0}}{m\omega_{*}\sqrt{\pi\alpha_{1}t}}, \quad \max_{t} \ddot{u}_{n} = \frac{P_{0}c_{*}}{\omega_{*}ml\alpha_{1}t\sqrt{2\pi e}}, \quad n \to \infty.$$
(10.31)

Сравнение с аналитическими решениями для однородной сборки [8] показывает, что при больших значениях параметров вязкости  $\lambda_1, \lambda_2 \neq 0$  и  $n \rightarrow \infty$  длинноволновые возмущения ведут себя так же, как и в эквивалентной однородной сборке с приведенными параметрами жесткости  $k_{\rm np}$  и вязкости  $\lambda_{\rm np}$ :

$$k_{\rm np} = \frac{2k_1k_2}{k_1 + k_2}, \ \lambda_{\rm np} = 2m\alpha_1 = \frac{2(\lambda_1k_2^2 + \lambda_2k_1^2)}{(k_1 + k_2)^2}.$$

Если вязкость прослоек мала или отсутствует, то параметры эквивалентной однородной сборки определяются из условий равенства скоростей длинных волн и коэффициента α в формулах (10.27):

$$k_{\rm np} = \frac{k_1 k_2}{4\sqrt{k_1^2 - k_1 k_2 + k_2^2}}, \ l_{\rm np} = 2l\sqrt{1 - \frac{4k_1 k_2}{3(k_1 + k_2)^2}}.$$

Получим аналитическое выражение для спектральной плотности. Для этого применим к уравнениям и граничным условиям (10.24), (10.25) преобразование  $f^{\tilde{L}} = \int_{0}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$ . Из линейной системы уравнений найдем выражения для изо-

бражений смещений:

$$\ddot{u}_{k,n}^{\tilde{L}} = \frac{Q^{\tilde{L}} R_k \omega^2 e^{-2i\gamma n}}{(k_1 + i\omega\lambda_1)F}, \quad k = 1, 2;$$
(10.32)

$$\begin{aligned} R_1 &= (k_1 + i\omega\lambda_1)e^{2i\gamma} + k_2 + i\omega\lambda_2, \quad R_2 = -m\omega^2 + k_1 + i\omega\lambda_1 + k_2 + i\omega\lambda_2, \\ F &= -m\omega^2 e^{2i\gamma} + (k_1 + i\omega\lambda_1)(e^{2i\gamma} - 1), \end{aligned}$$

где у есть решение уравнения

$$\cos 2\gamma = 1 - A + iB,$$

$$A = \frac{\omega^2 m [\omega^4 m \lambda_1 \lambda_2 + \omega^2 \{2(\lambda_1^2 k_2 + \lambda_2^2 k_1) - m k_1 k_2\} + 2(k_1 + k_2) k_1 k_2]}{2(k_1^2 + \omega^2 \lambda_1^2)(k_2^2 + \omega^2 \lambda_2^2)}$$
$$B = \frac{\omega^3 m [\omega^2 \{2\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2) - m(\lambda_1 k_2 + \lambda_2 k_1)\} + 2(k_1^2 \lambda_2 + k_2^2 \lambda_1)]}{2(k_1^2 + \omega^2 \lambda_1^2)(k_2^2 + \omega^2 \lambda_2^2)}.$$

Выражения для спектральных плотностей находим из (10.32):

$$\left|\ddot{u}_{k,n}^{\tilde{L}}\right| = \frac{\left|Q^{L}\right| \left|R_{k}\right| \omega^{2} z^{-n}}{\left(k_{1}^{2} + \omega^{2} \lambda_{1}^{2}\right)^{1/2} \left|F\right|} \quad (k = 1, 2), \quad \left|Q^{\tilde{L}}\right| = \frac{2Q_{0}\omega_{*}\cos(\pi\omega/2\omega_{*})}{\omega_{*}^{2} - \omega^{2}}, \quad (10.33)$$

$$\begin{split} \left| F \right| &= \left[ (k_2^2 + \omega^2 \lambda_2^2 - 2k_2 m \omega^2 + m^2 \omega^4) z + (1 - 2x) * (k_2^2 + \omega^2 \lambda_2^2) + 2k_2 m x \omega^2 + 2\lambda_2 m y \omega^3 \right]^{1/2}, \\ \left| R_1 \right| &= \left[ k_2^2 + \omega^2 \lambda_2^2 + (k_1^2 + \omega^2 \lambda_1^2) z + 2x (k_1 k_2 + \omega^2 \lambda_1 \lambda_2) + 2y \omega (k_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1) \right]^{1/2}, \\ \left| R_2 \right| &= \left[ (-m \omega^2 + k_1 + k_2)^2 + \omega^2 (\lambda_1 + \lambda_2)^2 \right]^{1/2}, \\ z &= \left| e^{2i\gamma} \right| = x^2 + y^2, \quad x = x_1 + 1 - A, \quad y = y_1 + B, \\ y_1 &= (-1)^r \sqrt{\alpha/2 + \sqrt{D}}, \quad x_1 = (-1)^r \sqrt{-\alpha/2 + \sqrt{D}} \operatorname{sign}[B(1 - A)], \quad r = 1, 2, \\ \alpha &= B^2 + 1 - (1 - A)^2, \quad D = \sqrt{\alpha^2/4 + B^2(1 - A)^2}. \end{split}$$

Значение параметра r выбираем так, чтобы выполнялось условие  $z \ge 1$ , что соответствует убывающим на бесконечности решениям.

На рис. 10.13 тонкими линиями представлены графики спектральных плотностей ускорений 3-й и 13-й масс, соответствующие аналитическому решению (10.33). Анализ теоретических графиков показывает, что наличие вязкости, как и в эксперименте, приводит к более быстрому затуханию высокочастотных колебаний по сравнению с низкочастотными по мере распространения возмущений по системе. При данных значениях параметров вязкости и  $n \ge 10$  максимальная амплитуда высокочастотных колебаний в области  $\Omega_2 \le \omega \le \Omega_3$  составляет менее 1 % от максимума в области  $\omega \le \Omega_1$ .

Для определения границ области применимости полученных аналитических решений проводилось их сравнение с конечно-разностными решениями системы уравнений (10.24), (10.25).



Рис. 10.16. Ускорения 20-й (а) и 80-й (б) масс для составной сборки с вязкостью.

Поясн. см. в тексте.

На рис. 10.16 представлены ускорения 20-й (рис. 10.16, а) и 80-й масс (рис. 10.16, б), полученные для составной сборки при тех же параметрах, что и на  $(\lambda_1 = 20 \text{ kg/c},$ рис. 10.13  $\lambda_2 =$  $= 35 \text{ kr/c}, \quad k_1 = 0, 2 \cdot 10^6 \text{ kr/c}^2, \quad k_2 = 0$  $= 0.5 \cdot 10^6 \text{ Kr/c}^2, \quad \omega_* = 15.17 \text{ }\Gamma_{\text{H}}, \quad \tilde{l} =$ = 0,1 м, *m* = 0,3822 кг). Сплошная кривая рассчитана методом конечных разностей по явной схеме типа «крест» ( $\tau = 0.001$  мс), штриховая линия 1 соответствует асимптотике (10.28), а 2 — асимптотике (10.31). Сравнение показывает, что соответствие конечно-разностного решения и асимптотики (10.28) для составной сборки достигается значительно дальше от места воздействия ( $n \sim 10$ ), чем для однородной сборки ( $n \sim 5$ ). Асимптотика (10.30), полученная из (10.28) в предположении, что  $n \to \infty$ , удовлетворительно описывает результаты конечно-разностного решения, начиная с  $n \sim 40$ . Сравнение (10.30) с численными расчетами показывает, что чем больше значение параметра вязкости, тем быстрее наступает соответствие двух решений.

Для иллюстрации влияния вязкостных свойств прослоек проведены расчеты без их учета. Осциллограммы ускорения и спектральной плотности ускорения 20-й массы при  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$  иллюстрирует рис. 10.17. Остальные параметры те же, что и на рис. 10.16. Сплошная кривая на графике спектральных плотностей ускорений рассчитана для конечно-разностного решения, штриховая соответствует аналитическому решению (10.33), вертикальные линии — значения  $\Omega_{k}$  (10.26). Сравнение осциллограмм ускорений для 20-й массы на рис. 10.16 и 10.17 показывает, что наличие вязкости приводит к очень большому (на порядки) затуханию высокочастотных колебаний, движущихся позади квазифронта  $x = c_* t$ , и к уменьшению максимальной амплитуды ускорений низкочастотной маятниковой волны вблизи квазифронта (для данных параметров коэффициент уменьшения равен 1,5). Этот же вывод подтверждается и на графиках спектров плотностей (см. рис. 10.13 и 10.17): при отсутствии вязкости высокочастотные колебания с ростом *n* затухают гораздо медленнее, чем в системе с вязкостью. Аналитическое решение и качественно, и количественно хорошо описывает спектральные плотности, полученные для конечно-разностного решения. Некоторое различие в этих решениях связано с наличием численной дисперсии.

Таким образом, отраженный выше комплекс исследований позволяет отметить следующие основные результаты:

1. На примере экспериментальной сборки из стальных стержней, соединенных резиновыми прослойками, показано, что модель цепочки масс, соединенных вязкоупругими пружинами, хорошо описывает распространение низкочастотных маятниковых волн в одномерной блочной среде. В результате численных расчетов и



*Рис. 10.17.* Осциллограмма ускорения и спектральная плотность ускорения 20-й массы для составной сборки без учета вязкости прослоек.

Поясн. см. в тексте.

аналитических исследований получены асимптотические законы затухания одномерных маятниковых волн, возбуждаемых ударным воздействием в блочной среде с вязкоупругими прослойками.

2. Исследована модель блочно-иерархического строения 2-го порядка (цепочка Борна) с упругими связями, рассчитаны нестационарные волновые процессы, установлено существование двух групп волн, низкочастотной — маятниковой и высокочастотной, определены скорости их распространения.

3. Проведен анализ длинных волн в одномерной периодической системе произвольного иерархического строения с упругими связями и показано, что структура маятниковой волны (длина волны, скорость ее распространения и степень затухания) определяется по асимптотически эквивалентной модели периодической цепочки масс с двумя интегральными параметрами, зависящими от свойств конкретной системы.

4. Определено значение скорости маятниковой волны в автомодельной блочной иерархической системе с упругими связями заданной степени вложенности.

5. Исследовано влияние вязкоупругих свойств прослоек на распространение волн в блочной иерархической среде. Экспериментально и теоретически показано, что наличие диссипативных свойств у прослоек приводит к увеличению затухания сейсмических волн в блочной среде. Так, степень затухания максимальных амплитуд скоростей масс и деформаций в системе с вязкими прослойками пропорциональна  $t^{-1/2}$ , ускорений —  $t^{-1}$ , в то время как без вязкости степень затухания амплитуд скоростей пропорциональна  $t^{-1/3}$ , ускорений —  $t^{-2/3}$ . Особенно быстро затухают высокочастотные волны, порождаемые структурой блоков.

6. Полученные в результате исследований аналитические зависимости скорости одномерного распространения маятниковых волн, спектра их частот, степени затухания от свойств блочного массива являются базой для решения обратной задачи: определения свойств массива по данным сейсмического зондирования.

# 10.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН В БЛОЧНЫХ ГЕОСРЕДАХ ОТ ИСТОЧНИКОВ ИМПУЛЬСНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

В данном параграфе рассмотрим математическое описание поведения блочных геосред с учетом размеров геоблоков и условий на контактах. Предполагается, что вся деформация локализуется в межблоковых промежутках. Исследуются одномерные и двумерные модели блочных геоматериалов; с механической точки зрения они соответствуют первоначально ортотропному телу, причем в расчетах учитываются повороты блоков.

#### 10.2.1. Переходные одномерные процессы в слоистой среде

На примере периодической структуры, состоящей из упругих слоев, разделенных упругими безынерционными прослойками, исследованы волноводные свойства блочной среды. Многослойный пакет находится в контакте с упругим полупространством. Построено аналитическое решение задачи, пригодное для расчетов точного решения и изучения особенностей распространения упругих волн в одномерных геоструктурах. Как частный случай блочной среды [18—20], рассматривается слоистая структура, состоящая из упругих слоев, разделенных тонкими прослойками. В работах [21—24], посвященных изучению волновых процессов в средах такого рода, отсутствуют аналитические решения задач. В них исследованы только принципы учета отражения и преломления волн на границах раздела слоев, построены различные способы описания, в том числе матричные, передачи волнового процесса от одного слоя к другому при сопряжении решений в соседних слоях. Отсутствие исчерпывающего результата и, как следствие, полной картины явления связано со сложностью представления искомого решения задач в двумерной и трехмерной постановках.

Необходимость в таких решениях и в исследовании на их основе влияния структуры среды на динамические процессы, по крайней мере, на примере сред с простым строением, диктуется следующими соображениями. При распространении волн в среде, составленной из блоков, основной интерес представляет изменение низкочастотной составляющей спектра возмущений, которая при распространении волны от источника возмущений приходит в точку наблюдения с наименьшими искажениями, сохраняя при этом информацию об основных свойствах среды. Поэтому была разработана математическая модель среды из абсолютно жестких блоков, в которой уже при выводе определяющих уравнений был заложен учет только низкочастотной составляющей возмущений [20]. Для изучения свойств волнового процесса в рамках этой модели и сравнения с точной постановкой можно прибегнуть к численному анализу, применив метод конечных разностей [9, 10]. Однако численные методы решения обладают своей спецификой, а именно, при дискретизации фактически вводится «блочность численной реализации» со своими частотами, обусловленными шагом расчетной разностной схемы, которые могут исказить картину рассчитываемого явления. Было бы желательно изучить переходной процесс и его частоты без такого дополнительного осложнения, т. е. иметь эталонное аналитическое решение. В частности, основы таких сведений можно получить и в простейшем случае, исследовав прохождение одномерной волны сквозь многослойный пакет, — в рамках одномерной модели блочной среды.

В этом направлении выполнена работа [8], в которой изучено движение бесконечной системы стержней, взаимодействующих через пружины. Решение задачи было получено в виде изображений Лапласа—Фурье. Были исследованы выражения для первых двух мод спектра. Там же проведено сопоставление мод колебаний с аналогичными характеристиками волнового процесса в бесконечной цепочке масс, соединенных пружинками. В работе, предлагаемой здесь, система стержней (слоев) содержит конечное число элементов, т. е. учитывается влияние волн, отраженных от границ такого многослойного пакета.

Рассмотрим распространение плоской одномерной волны через многослойную систему. Система составлена из (N + 1)-го упругого слоя одинаковой толщины H, отделенных друг от друга упругими прослойками. Если направить ось xперпендикулярно слоям и выбрать начало координат на поверхности первого слоя (рис. 10.18), то в пределах слоя с номером k введенная таким образом переменная меняется в диапазоне  $(k - 1)L \le x \le (k - 1)L + H$  (k = 1, 2, 3, ..., N + 1).

Период многослойной структуры L = H + h включает толщину h тонких межслойных прослоек ( $h \ll H$ ). Координаты прослоек таковы:

C	)
Н	k = 1
L + H	k=2
2L	
2L+H	<i>k</i> = 3
3L	
	k = N
(N-1)L + H	
	k = N + 1
NL + H	
NL + L'	
× x	

Рис. 10.18. Многослойная структура.

 $(k-1)L + H \le x \le kL$  (k = 1, 2, 3, ..., N).

Последняя (N+1)-я прослойка имеет другую толщину h'. Ее расположение задается неравенствами

$$NL + H \le x \le NL + L' \quad (L' = H + h')$$

Эта прослойка отделяет многослойный пакет с регулярным чередованием элементов структуры от упругого полупространства x > NL + L'.

Будем далее обозначать через  $\rho$ ,  $\rho_0$ ,  $\rho_\infty$ , *c*, *c*<sub>0</sub>, *c*<sub>∞</sub>, — плотность материала в слое, прослойке, полупространстве и, соответственно, скорости распространения волны в них. В переходной прослойке для плотности и скорости полагаем обозначения  $\rho'_0$ , *c*'<sub>0</sub>.

Перемещение  $u_k(t, x)$  в *k*-м слое описывается волновым уравнением (штрихом обозначены производные по пространственной координате, точками — по времени)

$$u_k'' = c^{-2}\ddot{u}_k$$
 (k = 1, 2, 3, ..., N+1),

а напряжение вычисляется по формуле

$$\sigma_k = \rho c^2 u'_k$$
 (k = 1, 2, 3, ..., N+1)

В уравнениях для полупространства следует изменить величины соответствующих постоянных. Отметим, что данные уравнения отличаются от уравнений продольных колебаний стержня лишь значениями скорости волн. Ввиду малой толщины прослоек пренебрежем инерцией движения в них, поэтому перемещения  $V_k$  в прослойках будем искать в виде линейной функции координаты

$$V_k = C_k x + D_k,$$

при этом напряжения  $\Sigma_k$  не зависят от координаты, т. е. одинаковы по толщине прослойки:

$$\Sigma_{k} = \rho_{0} c_{0}^{2} V_{k} = \rho_{0} c_{0}^{2} C_{k} \quad (k = 1, 2, 3, ..., N), \quad \Sigma_{N+1} = \rho_{0}' c_{0}'^{2} C_{N+1}$$

Начальные условия задачи нулевые.

**Решение** задачи. Источником возмущений является нормальная составляющая вектора напряжений, динамически приложенная на внешней поверхности x = 0 в момент времени t = 0:

$$\sigma_1(t,0) = \rho c^2 u_1'(t,0) = -\sigma(t).$$

В качестве граничных условий на границах раздела полагаем условия полного контакта, т. е. задаем непрерывное изменение перемещений и напряжений при переходе из *k*-го слоя в прослойку и, затем, в следующий (*k* + 1)-й слой:

$$u_{k}(t, kL - L + H) = C_{k}[kL - L + H] + D_{k},$$

$$u_{k+1}(t, kL) = C_{k}kL + D_{k},$$

$$\rho c^{2}u_{k}'(t, kL - L + H) = \rho_{0}c_{0}^{2}C_{k},$$

$$\rho c^{2}u_{k+1}'(t, kL) = \rho_{0}c_{0}^{2}C_{k} \quad (k = 1, 2, 3, ..., N).$$

Если исключить постоянные, связанные с решением в прослойке, то данные связи на границах раздела можно представить в виде

$$u_{k+1}(t, kL) = u_k(t, kL - L + H) + 2(c/\gamma)u'_k(t, kL - L + H),$$
(10.34)  
$$u'_{k+1}(t, kL) = u'_k(t, kL - L + H) \quad (k = 1, 2, 3, ..., N), \quad \gamma = \frac{2\rho_0 c_0^2}{\rho ch}.$$

Условия, при помощи которых учитывается взаимодействие через прослойку последнего слоя с полупространством, получаются аналогичным образом:

$$u_{\infty}(t, NL + L') = u_{N+1}(t, NL + H) + 2(c / \gamma')u_{N+1}'(t, NL + H), \qquad (10.35)$$
$$u_{\infty}'(t, NL + L') = \frac{\rho c^2}{\rho_{\infty} c_{\infty}^2} u_{N+1}'(t, NL + H), \ \gamma' = \frac{2\rho_0' c_0'^2}{\rho c h'}.$$

Здесь  $u_{\infty}(t, x)$  — перемещение в полупространстве.

Предположение о безынерционности деформируемых прослоек означает, что при передаче усилий от слоя к слою их действие эквивалентно действию пружин. Действительно, при сближении соседних слоев на расстояние  $\Delta x$  для силы, отнесенной к единице площади, из граничных условий (10.34) имеем

$$\Sigma_{k} = E u_{k}'(t, kL - L + H) = E u_{k+1}'(t, kL) = \frac{\gamma E}{2c} (u_{k+1}(t, kL) - u_{k}(t, kL - L + H)) = \frac{E_{0}}{h} \Delta x,$$

где  $E_0/h$  — есть жесткость пружины, т. е. модель контакта слоев та же, что в работе [8]. Такой учет взаимодействия имеет разрешающую способность при идентификации межслойного взаимодействия, ограниченную условием  $\gamma = \gamma'$ , т. е. прослойки становятся неотличимыми, если  $E_0/h = E'_0/h'$ . В этом случае для выявления различий на контактах необходимо иметь более точное описание волнового процесса, включающее учет динамики деформирования прослоек.

Аналитическое решение задачи будем искать при помощи преобразования Лапласа [25] по времени *t* с параметром преобразования *s*:

$$u^{L}(s, x) = \int_{0}^{\infty} u(t, x)e^{-st}dt.$$

Изображение искомого решения в каждом слое состоит из падающих и отраженных от границ раздела волн

$$u_k^L(s, x) = A_k e^{s\tau_x} + B_k e^{-s\tau_x}, \quad \tau_x = (x - kL + L)/c \quad (k = 1, 2, 3, ..., N+1), \quad (10.36)$$

а в полупространстве распространяется только одна волна, излученная с границы раздела на бесконечность:

$$u_{\infty}^{L}(s, x) = Be^{-s(x-NL-L')/c_{\infty}}.$$
(10.37)

Постоянные коэффициенты  $A_k$ ,  $B_k$ , B находятся из граничных условий (10.34), (10.35). Так, подставив (10.36) в (10.34), получаем систему уравнений

$$\vec{A}_{k+1} = S \, \vec{A}_k \ (k = 1, 2, 3, ..., N),$$
 (10.38)

где *S* — матрица перехода, имеющая равный единице определитель:

$$S = \begin{pmatrix} (1+s/\gamma)/\xi & -\xi s/\gamma \\ s/(\gamma\xi) & (1-s/\gamma)\xi \end{pmatrix}, \quad \xi = e^{-sH/c} = e^{-s\tau_1}, \quad \tau_1 = H/c,$$

а вектор  $\vec{A}_k$  является, исходя из смысла выполняемой математической операции, либо вектором-строкой  $\vec{A}_k = (A_k, B_k)$ , либо вектором-столбцом с указанными координатами.

Удовлетворив граничному условию на поверхности x = 0, можно при помощи цепочки соотношений (10.38) выразить решение в каждом слое через одну постоянную величину  $A_1$ . После этого матричное представление искомого решения запишется в виде произведения вектора-строки из экспонент, умноженной последовательно на (k - 1)-ю степень матрицы перехода и на вектор-столбец, содержащий искомую постоянную

$$u_{k}^{L}(s, x) = \left(e^{s\tau_{x}}, e^{-s\tau_{x}}\right) S^{k-1} \begin{pmatrix} A_{1} \\ A_{1} + \frac{\sigma^{L}(s)}{\rho cs} \end{pmatrix}.$$
 (10.39)

Вычислив (k – 1)-ю степень матрицы перехода, получим компактную форму ее представления

$$S^{k-1} = \begin{pmatrix} (1+s/\gamma)\xi^{-1}U_{k-2}(z) - U_{k-3}(z) & -\xi s U_{k-2}(z)/\gamma \\ s U_{k-2}(z)/(\gamma\xi) & (1-s/\gamma)\xi U_{k-2}(z) - U_{k-3}(z) \end{pmatrix}$$
  
(k = 1, 2, 3, ..., N+1),

$$U_{-2}(z) = -1, \quad U_{-1}(z) = 0,$$

где функци<br/>и $U_{\scriptscriptstyle m}(z)$ являются полиномами Чебышева 2-го рода [26] относительно переменной

$$z = \operatorname{ch}(sH/c) + (s/\gamma)\operatorname{sh}(sH/c).$$

Так как при вещественных значениях параметра преобразования Лапласа  $s \ge 0$  переменная *z* удовлетворяет неравенству  $z \ge 1$ , то необходимо воспользоваться представлением полиномов Чебышева на полуинтервале  $z \in [1, \infty)$ 

$$U_m(z) = \frac{\operatorname{sh}\left[(m+1)\operatorname{Arch}z\right]}{\sqrt{z^2 - 1}} = \frac{1}{2\sqrt{z^2 - 1}} \left[ \left(z + \sqrt{z^2 - 1}\right)^{m+1} - \left(z - \sqrt{z^2 - 1}\right)^{m+1} \right],$$
$$U_{m+1}(z) = 2zU_m(z) - U_{m-1}(z).$$

Для комплексных значений параметра *s* данные выражения аналитически продолжаются с вещественной полуоси.

Чтобы записать решение задачи в изображениях, остается найти коэффициенты *A*<sub>1</sub>, *B*. Определим их из граничных условий (10.34). Подставив (10.37), (10.39), имеем

$$B = \left( (1 + 2s/\gamma')/\xi, (1 - 2s/\gamma')\xi \right) S^{N} \begin{pmatrix} A_{1} \\ A_{1} + \frac{\sigma^{L}(s)}{\rho cs} \end{pmatrix},$$
$$B = -\frac{\rho c}{\rho_{\infty} c_{\infty}} (1/\xi, -\xi) S^{N} \begin{pmatrix} A_{1} \\ A_{1} + \frac{\sigma^{L}(s)}{\rho cs} \end{pmatrix}.$$

Из данных равенств получаем уравнение относительно А1

$$\left(\alpha_{1}/\xi,\alpha_{2}\xi\right)S^{N}\begin{pmatrix}A_{1}\\A_{1}+\frac{\sigma^{L}(s)}{\rho cs}\end{pmatrix}=0,$$
$$\alpha_{1}=1+\beta+2s/\gamma',\quad\alpha_{2}=1-\beta-2s/\gamma',\quad\beta=\frac{\rho c}{\rho_{\infty}c_{\infty}}.$$

Решив уравнение, найдем вектор-столбец, содержащий искомую постоянную величину

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_1 + \frac{\sigma^L(s)}{\rho cs} \end{pmatrix} = \frac{\sigma^L(s)}{\rho cs\Delta} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \left( S^N \right)^T \begin{pmatrix} \alpha_1 / \xi \\ \alpha_2 \xi \end{pmatrix},$$

$$\Delta = \left( \alpha_1 / \xi, \alpha_2 \xi \right) S^N \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Здесь символ  $(\cdots)^{T}$  означает операцию транспонирования матрицы.

Учитывая, что матрица перехода имеет единичный определитель, а значит, справедливо

$$S^{k-1} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \left( S^{N} \right)^{T} = \det \left( S^{k-1} \right) \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \left( S^{N-k+1} \right)^{T} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \left( S^{N-k+1} \right)^{T},$$

можем представить изображение искомого решения в виде произведений векторастроки на матрицу и на вектор-столбец

$$u_{k}^{L}(s, x) = \frac{\sigma^{L}(s)}{\rho c s \Delta} \left( e^{-s\tau_{x}}, -e^{s\tau_{x}} \right) \left( S^{N-k+1} \right)^{T} \begin{pmatrix} \alpha_{1}/\xi \\ \alpha_{2}\xi \end{pmatrix},$$
  
(k-1)L \le x \le (k-1)L + H (k = 1, 2, 3, ..., N+1),  
$$u_{\infty}^{L}(s, x) = \frac{2\sigma^{L}(s)}{\rho_{\infty} c_{\infty} s \Delta} e^{-s(x-NL-L')/c_{\infty}} \quad (x > NL + L'),$$
$$\Delta = \left( \alpha_1 / \xi, \alpha_2 \alpha \xi \right) S^N \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Перемножив матрицы, представим изображения ускорений в слоях и полупространстве в развернутом виде:

$$\begin{aligned} \ddot{u}_{k}^{L}(s,x) &= -\frac{s\sigma^{L}(s)}{\rho c\Delta} \Big[ \Big( \alpha_{2} e^{s(\tau_{x}-\tau_{1})} - \alpha_{1} e^{-s(\tau_{x}-\tau_{1})} \Big) U_{N-k+1}(z) - \Big( \alpha_{2}' e^{s\tau_{x}} - \alpha_{1}' e^{-s\tau_{x}} \Big) U_{N-k}(z) \Big], \\ (k-1)L &\leq x \leq (k-1)L + H \qquad (k=1,2,3,\ldots,N+1), \tag{10.40} \\ \ddot{u}_{\infty}^{L}(s,x) &= \frac{2s\sigma^{L}(s)}{\rho_{\infty}c_{\infty}\Delta} e^{-s(x-NL-L')/c_{\infty}} \quad (x > NL+L'), \\ \Delta &= (\alpha_{1}/\xi + \alpha_{2}\xi)U_{N}(z) - 2U_{N-1}(z), \\ \alpha_{1}' &= 1 + \beta + 2(1/\gamma' - 1/\gamma)s, \quad \alpha_{2}' = 1 - \beta - 2(1/\gamma' - 1/\gamma)s. \end{aligned}$$

Постановка задачи позволяет изучить различные предельные случаи. Если  $\rho_{\infty}c_{\infty} \to \infty$ , то из (10.40) получим решение задачи об одномерных волнах в слоистом пакете  $0 \le x \le NL + H$ , взаимодействующем с абсолютно жестким полупространством через подложку толщины h'. Этому случаю соответствует граничное условие

$$V_{N+1} = 0$$
  $(x = NL + L').$ 

Как вариант, при значении h' = 0 подложка отсутствует, следовательно, нижняя (тыльная) поверхность последнего слоя остается неподвижной:

$$u_{N+1} = 0$$
 (*x* = *NL* + *H*).

Если же  $\rho_{\infty}c_{\infty} \to 0$ , то после предельного перехода получим решение задачи о волнах в многослойном пакете со свободной тыльной стороной  $\sigma_{N+1} = 0$  (x = NL + H).

Обращение изображения Лапласа решения (10.40) осуществим путем его разложения по отраженным и преломленным на границах слоев волнам (см. например, [12, 27, 28]). Идею этого метода поясним на примере обращения изображения следующей простой функции:

$$f^{L}(s, x) = \frac{g^{L}(s, x)}{\operatorname{ch}(sH/c)} = \frac{2e^{-sH/c}g^{L}(s, x)}{1 + e^{-2sH/c}} = 2g^{L}(s, x)\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n}e^{-sH(2n+1)/c}$$

где ряд из отрицательных степеней экспонент — это бесконечная геометрическая прогрессия со знаменателем  $|e^{-2sH/c}| < 1$ , а оригиналом для изображения  $g^L(s)$  является известная функция g(t) переменной t.

Такие разложения в ряд по отрицательным степеням экспонент соответствуют решению волнового уравнения, описывающего волновой процесс, в котором волны возникают с запаздыванием. Действительно, с учетом того, что произведению изображений соответствует свертка по времени (далее обозначается символом \*) соответствующих им оригиналов функций [25]

$$\varphi^{L}(s)\psi^{L}(s) \longrightarrow \varphi(t) * \psi(t) = \int_{0}^{t} \varphi(t-\tau)\psi(\tau)d\tau,$$

после обращения преобразования Лапласа из разложения получим представление искомой функции в виде ряда

$$f(t, x) = 2g(t, x) * \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \delta(t - (2n+1)H/c) =$$
  
=  $2\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n g(t - (2n+1)H/c, x) \eta(t - (2n+1)H/c) =$   
=  $2g(t - H/c, x) \eta(t - H/c) - 2g(t - 3H/c, x) \eta(t - 3H/c) +$   
 $2g(t - 5H/c, x) \eta(t - 5H/c) - \cdots$ 

Здесь и далее при выкладках будем обозначать символами  $\eta(t-\tau) = \begin{cases} 1 & (t > \tau), \\ 0 & (t < \tau) \end{cases}$ 

ступенчатую функцию Хевисайда и  $\delta(t-\tau) = \frac{d\eta(t-\tau)}{dt}$  — ее обобщенную производную — дельта-функцию Дирака, сосредоточенную в точке  $t = \tau$ .

Каждый последующий член ряда, представляющего функцию f(t, x), имеет относительно предыдущего запаздывание во времени, равное  $\tau_2 = 2H/c$ , поэтому при расчете изменения функции на конечном отрезке времени понадобится удержать только конечное число первых слагаемых. Например, если t < 5H/c, то в этом интервале функция определена точным равенством

$$f(t, x) = 2g(t - H/c, x)\eta(t - H/c) - 2g(t - 3H/c, x)\eta(t - 3H/c).$$

Чтобы получить подобное разложение по отрицательным степеням экспонент, представим в полученном изображении решения (10.40) полиномы Чебышева в виде сумм

$$U_{N}(z) = \frac{1}{2\sqrt{z^{2}-1}} \sum_{m=0}^{N+1} {N+1 \choose m} \left[ 1-(-1)^{m} \right] z^{N-m+1} \left( z^{2}-1 \right)^{m/2} = \\ = \sum_{r=0}^{\left\lceil \frac{N}{2} \right\rceil} {N+1 \choose 2r+1} z^{N-2r} \left( z^{2}-1 \right)^{r}, \qquad (10.41)$$

где символ  $\left[\frac{N}{2}\right]$  означает целую часть дроби.

Обозначив, для краткости записи, экспоненту  $\xi = e^{-sH/c}$  и представив переменную *z* в виде

$$z = \frac{1+a\xi^2}{(1+a)\xi}, \quad a = \frac{\gamma-s}{\gamma+s},$$

можно преобразовать знаменатель изображения решения следующим образом:

$$\Delta = (\alpha_1 / \xi + \alpha_2 \xi) U_N(z) - 2U_{N-1}(z) =$$

$$= \frac{z^N}{\xi} \left\{ (\alpha_1 + \alpha_2 \xi^2) \sum_{r=0}^{\left\lceil \frac{N}{2} \right\rceil} {\binom{N+1}{2r+1}} \left( 1 - \frac{1}{z^2} \right)^r - 2 \frac{(1 + a\xi^2)}{1 + a} \sum_{r=0}^{\left\lceil \frac{N-1}{2} \right\rceil} {\binom{N}{2r+1}} \left( 1 - \frac{1}{z^2} \right)^r \frac{1}{z^2} \right\} =$$

$$=\frac{z^{N}}{\xi}\left\{\left(\alpha_{1}+\alpha_{2}\xi^{2}\right)\sum_{r=0}^{\left[\frac{N+1}{2}\right]}\frac{N-2r+1}{N+2}\binom{N+2}{2r+1}\left(1-\frac{1}{z^{2}}\right)^{r}-2\frac{(1+a\xi^{2})}{1+a}\sum_{r=0}^{\left[\frac{N-1}{2}\right]}\binom{N}{2r+1}\left(1-\frac{1}{z^{2}}\right)^{r}\frac{1}{z^{2}}\right\}.$$

Далее, применив формулу бинома

$$\left(1 - \frac{1}{z^2}\right)^r = \sum_{q=0}^r (-1)^q \binom{r}{q} \frac{1}{z^{2q}},$$
(10.42)

поменяв затем порядок суммирования и, переменив нумерации во второй сумме (при этом  $q \rightarrow q-1$ ,  $k \rightarrow k-1$ ), получим представление знаменателя

$$\Delta = \frac{z^{N}}{\xi} \left\{ 2^{N} (\alpha_{1} + \alpha_{2}\xi^{2}) + \sum_{q=1}^{\left\lfloor \frac{N+1}{2} \right\rfloor} (-1)^{q} \frac{1}{z^{2q}} \left[ (\alpha_{1} + \alpha_{2}\xi^{2}) \Pi_{1}(N,q) + \frac{1 + a\xi^{2}}{1 + a} \Pi_{2}(N,q) \right] \right\},$$

.

где числовые коэффициенты рассчитываются по формулам

$$\Pi_{1}(n,q) = \sum_{r=q}^{\left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor} \frac{n-2r+1}{n+2} \binom{n+2}{2r+1} \binom{r}{q} = \sum_{r=q}^{\left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor} \frac{n-2r+1}{n+2} \prod_{i=1}^{2r+1} \binom{n+3}{i} - 1 \prod_{j=1}^{q} \binom{r+1}{j} - 1,$$

$$\Pi_{1}(n,0) = 2^{n},$$
(10.43)

$$\Pi_{2}(n,q) = 2 \sum_{r=q}^{\left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor} {n \choose 2r-1} {r-1 \choose n-1} = 2 \sum_{r=q}^{\left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor} \prod_{i=1}^{2r-1} {n+1 \choose i} \prod_{j=1}^{q-1} {r \choose j}, \quad \Pi_{2}(n,1) = 2^{n}.$$

Так как  $a\xi^2 < 1$ , разложим по формуле геометрической прогрессии выражение

$$\frac{1}{z^{2q}} = \left(\frac{(1+a)\xi}{1+a\xi^2}\right)^{2q} = \left((1+a)\xi\sum_{m=0}^{\infty}(-a)^m\xi^{2m}\right)^{2q} = = (1+a)^{2q}\xi^{2q}\sum_{m=0}^{\infty} {2q+m-1 \choose m} (-a)^m\xi^{2m} \quad (q \ge 1),$$
(10.44)

а затем, после повторного преобразования при помощи геометрической прогрессии, с учетом того, что  $|Q^L| < 1$ , получим разложение знаменателя в ряд по отрицательным степеням экспонент:

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{\xi}{\alpha_1 (2z)^N (1 + R^L(s))} = \frac{\xi}{\alpha_1 (2z)^N} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left( R^L(s) \right)^n,$$
(10.45)

$$R^{L}(s) = \frac{\alpha_{2}}{\alpha_{1}}\xi^{2} + 2^{-N}\sum_{q=1}^{\left\lfloor\frac{N+1}{2}\right\rfloor} \left\{ \left(-1\right)^{q} \left(1+a\right)^{2q} \left[ \left(1+\frac{\alpha_{2}}{\alpha_{1}}\xi^{2}\right) \Pi_{1}(N,q) + \frac{1+a\xi^{2}}{(1+a)\alpha_{1}} \Pi_{2}(N,q) \right] \times \right\}$$
$$\times \sum_{m=0}^{\infty} \binom{2q+m-1}{m} \left(-a\right)^{m} \xi^{2(m+q)} = \frac{\alpha_{2}}{\alpha_{1}}\xi^{2} + 2^{-N}\sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\min\left(p, \left\lfloor\frac{N+1}{2}\right\rfloor\right)} \binom{p+q-1}{p-q} a^{p-q} \left(1+a\right)^{2q} \times$$

$$\times \left[ (1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \xi^2) \Pi_1(N, q) + \frac{1 + a \xi^2}{(1 + a) \alpha_1} \Pi_2(N, q) \right] (-1)^p \xi^{2p}.$$

Числовые коэффициенты вычисляются по формулам (10.43).

r

Аналогичные преобразования, выполненные в числителе решения (10.40), позволяют с учетом (10.41), (10.42) привести его к виду

$$-\left(\alpha_{2}e^{s(\tau_{x}-\tau_{1})}-\alpha_{1}e^{-s(\tau_{x}-\tau_{1})}\right)U_{N-k+1}(z)+\left(\alpha_{2}'e^{s\tau_{x}}-\alpha_{1}'e^{-s\tau_{x}}\right)U_{N-k}(z)=$$

$$=-\frac{\alpha_{1}(2z)^{M}}{\xi}\left\{P^{L}+2^{-M}\sum_{q=1}^{\left[\frac{M+1}{2}\right]}\frac{(-1)^{q}}{z^{2q}}\left[P^{L}\Pi_{1}(M,q)+\frac{\xi z}{2}Q^{L}\Pi_{2}(M,q)\right]\right\}, M=N-k+1.$$

Чтобы получить разложение решения по степеням экспонент, остается, применив здесь разложение (10.44), поменять порядок суммирования и подставить в (10.45). В результате имеем

$$\begin{aligned} \ddot{u}_{k}^{L}(s,x) &= -\frac{s\sigma^{L}(s)}{2^{k-1}\rho c} \Biggl\{ P^{L}(1+a)^{k-1}\xi^{k-1} + P^{L}\sum_{p=1}^{\infty} (-1)^{p}\xi^{2p+k-1} \Biggl[ \left( \frac{p+k-2}{p} \right)(1+a)^{k-1}a^{p} + \\ &+ 2^{k-N-1}\sum_{q=1}^{\min\left(p,\left\lceil \frac{M+1}{2} \right)\right)} \Biggl( \frac{p+q+k-2}{p-q} (1+a)^{2q+k-1}a^{p-q} \Biggl( P^{L}\Pi_{1}(M,q) + \frac{1+a\xi^{2}}{2(1+a)}Q^{L}\Pi_{2}(M,q) \Biggr) \Biggr] \Biggr\} \times \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n} \left( R^{L} \right)^{n}, \ P^{L} = \frac{\alpha_{2}}{\alpha_{1}}\xi^{2}e^{s\tau_{x}} - e^{-s\tau_{x}}, \ Q^{L} = \frac{\alpha_{2}'}{\alpha_{1}}e^{s\tau_{x}} - \frac{\alpha_{1}'}{\alpha_{1}}e^{-s\tau_{x}}. \end{aligned}$$
(10.46)

Приступим к обращению данного решения. Так как имеют место формулы обращения

Отсюда можно получить значения остальных функций. Например,

$$P^{L} \longrightarrow P(t) = \left(-\delta(t) + \gamma' e^{-At} \eta(t)\right) * \delta(t + \tau_{x} - \tau_{2}) - \delta(t - \tau_{x}),$$

$$Q^{L} \longrightarrow Q(t) = \left(\left(\frac{\gamma'}{\gamma} - 1\right)\delta(t) + \frac{\gamma'}{\gamma}(\gamma - A)e^{-At}\eta(t)\right) * \delta(t + \tau_{x}) + \left(\left(\frac{\gamma'}{\gamma} - 1\right)\delta(t) - \frac{\gamma'}{\gamma}Ae^{-At}\eta(t)\right) * \delta(t - \tau_{x}),$$

а при расчете оригинала, соответствующего разложению в ряд знаменателя, полагая  $\lambda = p - q$ ,  $\mu = 2q$ , имеем

$$a^{p-q}(1+a)^{2q} \longrightarrow \sum_{m=2q}^{p+q} (-1)^{p+q-m} {p-q \choose m-2q} (2\gamma)^m \frac{t^{m-1}}{(m-1)!} e^{-\gamma t} \eta(t).$$

Аналогично получаем

$$1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \xi^2 \xrightarrow{\cdot} \delta(t) - \delta(t - \tau_2) + \gamma' e^{-A(t - \tau_2)} \eta(t - \tau_2),$$
  
$$\frac{1 + a\xi^2}{(1 + a)\alpha_1} = \frac{\gamma'}{4\gamma} \frac{s + \gamma - (s - \gamma)\xi^2}{s + A} \xrightarrow{\cdot} \delta(t) - \delta(t - \tau_2) + (\gamma - A)e^{-At}\eta(t) + (\gamma + A)e^{-A(t - \tau_2)}\eta(t - \tau_2)).$$

Вычислив соответствующие свертки этих выражений, обратим тем самым изображение  $R^{L}(s)$ . Результат вычисления сверток равен

$$\begin{split} R(t) &= -\delta(t) + \delta(t - \tau_2) + 2^{-N} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\min\left(p, \left[\frac{N+1}{2}\right]\right)} \binom{p+q-1}{p-q} \sum_{m=2q}^{p+q} \frac{(-1)^{q+m}}{(m-1)!} \binom{p-q}{m-2q} F_{qm}(t - p\tau_2), \\ F_{qm}(t) &= \left(\Pi_1(N, q) + \frac{\gamma'}{4\gamma} \Pi_2(N, q)\right) \left(t^{m-1} e^{-\gamma t} \eta(t) - (t - \tau_2)^{m-1} e^{-\gamma(t - \tau_2)} \eta(t - \tau_2)\right) + \\ &+ \frac{\gamma'(\gamma - A)(m-1)!}{4\gamma(\gamma - A)^m} \Pi_2(N, q) \left(e^{-At} - e^{-t/\gamma} \sum_{i=0}^{m-1} \frac{1}{i!} (\gamma - A)^i t^i\right) \eta(t) + \\ &+ \frac{\gamma'(m-1)!}{\gamma(\gamma - A)^m} (\gamma \Pi_1(N, q) + (\gamma + A) \Pi_2(N, q)/4) \times \\ &\times \left(e^{-A(t - \tau_2)} - e^{-\gamma(t - \tau_2)} \sum_{i=0}^{m-1} \frac{1}{i!} (\gamma - A)^i (t - \tau_2)^i\right) \eta(t - \tau_2). \end{split}$$

Произведя остальные выкладки, после сверток функций получим решение задачи:

$$\ddot{u}_{k}(t, x) = -\frac{1}{2^{k-1}\rho c}\dot{\sigma}(t) * \Big\{ P_{k}(t) - \Big\}$$

$$-2^{k-N-1} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\min\left(p, \left[\frac{M+1}{2}\right]\right)} {p+q+k-2 \choose p-q} \left[ \Pi_1(M,q) \sum_{m=2q+k-1}^{p+q+k-1} {(-1)^{m+q+k} \times \binom{p-q}{m-2q-k+1}} \frac{(2\gamma)^m}{(m-1)!} \Phi_m(t-p\tau_2-(k-1)\tau_1) - \right]$$

$$-\Pi_{2}(M,q)\sum_{m=2q+k-2}^{p+q+k-2}(-1)^{m+q+k}\binom{p-q}{m-2q-k+2}\frac{(2\gamma)^{m}}{(m-1)!}\Psi_{m}(t-p\tau_{2}-(k-1)\tau_{1})+$$

$$+ \Pi_{2}(M, q) \sum_{m=2q+k-2}^{p+q+k-1} (-1)^{m+q+k} {p-q+1 \choose m-2q-k+2} \frac{(2\gamma)^{m}}{(m-1)!} \Psi_{m}(t-p\tau_{2}-(k+1)\tau_{1}) \bigg] * \\ * \bigg[ \delta(t) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \underbrace{R^{*}R^{*}\cdots^{*}R}_{n} \bigg], \qquad (10.47)$$

$$\int P(t) = \left(-\delta(t) + \gamma' e^{-At} \eta(t)\right) * \delta(t + \tau_x - \tau_2) - \delta(t - \tau_x), \qquad k = 1,$$

$$P_{k}(t) = \left\{ \sum_{p=0}^{\infty} \binom{p+k-2}{p} \sum_{m=k-1}^{p+k-1} (-1)^{m+k-1} \binom{p}{m-k+1} \frac{(2\gamma)^{m}}{(m-1)!} \Phi_{m}(t-p\tau_{2}-(k-1)\tau_{1}), \qquad k > 1, \right\}$$

где суммируются известные функции

$$\begin{split} \Phi_{m}(t) &= -(t + \tau_{x} - \tau_{2})^{m-1} e^{-\gamma(t + \tau_{x} - \tau_{2})} \eta(t + \tau_{x} - \tau_{2}) - (t - \tau_{x})^{m-1} e^{-\gamma(t - \tau_{x})} \eta(t - \tau_{x}) + \\ &+ \frac{\gamma'(m-1)!}{(\gamma - A)^{m}} \bigg[ e^{-A(t + \tau_{x} - \tau_{2})} - e^{-\gamma(t + \tau_{x} - \tau_{2})} \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(\gamma - A)^{i}}{i!} (t + \tau_{x} - \tau_{2})^{i} \bigg] \eta(t + \tau_{x} - \tau_{2}) , \\ \Psi_{m}(t) &= \bigg( \frac{\gamma'}{\gamma} - 1 \bigg) \bigg[ (t + \tau_{x})^{m-1} e^{-\gamma(t + \tau_{x})} \eta(t + \tau_{x}) + (t - \tau_{x})^{m-1} e^{-\gamma(t - \tau_{x})} \eta(t - \tau_{x}) \bigg] + \\ &+ (\gamma - A) \frac{\gamma'(m-1)!}{\gamma(\gamma - A)^{m}} \bigg[ e^{-A(t + \tau_{x})} - e^{-\gamma(t + \tau_{x})} \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(\gamma - A)^{i}}{i!} (t + \tau_{x})^{i} \bigg] \eta(t + \tau_{x}) - \\ &- A \frac{\gamma'(m-1)!}{\gamma(\gamma - A)^{m}} \bigg[ e^{-A(t - \tau_{x})} - e^{-\gamma(t - \tau_{x})} \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(\gamma - A)^{i}}{i!} (t - \tau_{x})^{i} \bigg] \eta(t - \tau_{x}). \end{split}$$
(10.48)

В частности, если материалы слоев и полупространства одинаковы, то  $\beta = 1$ , и если к тому же  $\gamma' = \gamma$ , то  $A = \gamma$ . В этом случае функции (10.48) в решении (10.47) становятся весьма простыми:

$$\Phi_{m}(t) = -(t + \tau_{x} - \tau_{2})^{m-1} e^{-\gamma(t + \tau_{x} - \tau_{2})} \eta(t + \tau_{x} - \tau_{2}) - (t - \tau_{x})^{m-1} e^{-\gamma(t - \tau_{x})} \eta(t - \tau_{x}) + + \frac{\gamma}{m} (t + \tau_{x} - \tau_{2})^{m} e^{-\gamma(t + \tau_{x} - \tau_{2})} \eta(t + \tau_{x} - \tau_{2}),$$
(10.49)  
$$\Psi_{m}(t) = -\frac{\gamma}{m} (t - \tau_{x})^{m} e^{-\gamma(t - \tau_{x})} \eta(t - \tau_{x}).$$

Заметим, что при расчете решения (10.47) для некоторого заданного момента времени бесконечные ряды обрываются, так как в них содержится избыточная информация о тех волнах, которые при отражениях возмущений от границ на данный момент времени еще не успели возникнуть. Рассмотрим ускорение, получаемое по формулам (10.47), (10.49) на поверхности первого слоя под нагрузкой, т. е. при значении x = 0. Так как в этом случае k = 1, то имеем  $\tau_x = 0$ , M = N, следовательно,

$$\ddot{u}_1(t,0) = -\frac{1}{\rho c} \dot{\sigma}(t) * \left\{ -\delta(t) - \delta(t-\tau_2) + \gamma e^{-\gamma(t-\tau_2)} \eta(t-\tau_2) + \right\}$$

$$+2^{-N}\sum_{p=1}^{\infty}\sum_{q=1}^{\min\left(p,\left[\frac{N+1}{2}\right]\right)} \binom{p+q-1}{p-q} \left[\Pi_{1}(N,q)\sum_{m=2q}^{p+q}(-1)^{m+q}\binom{p-q}{m-2q}\frac{(2\gamma)^{m}}{(m-1)!}\Phi_{m}(t-p\tau_{2})-\right.\\\left.-\Pi_{2}(N,q)\sum_{m=2q-1}^{p+q-1}(-1)^{m+q}\binom{p-q}{m-2q+1}\frac{(2\gamma)^{m}}{(m-1)!}\Psi_{m}(t-p\tau_{2})+\right.\\\left.+\Pi_{2}(N,q)\sum_{m=2q-1}^{p+q}(-1)^{m+q}\binom{p-q+1}{m-2q+1}\frac{(2\gamma)^{m}}{(m-1)!}\Psi_{m}(t-(p+1)\tau_{2})\right]\right\}^{*}\\\left.\left.\left.\left.\left(\delta(t)+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{R^{*}R^{*}\cdots^{*}R}{n}\right)\right.\right.\right.\right\}$$

где

$$R(t) = -\delta(t) + \delta(t - \tau_{2}) + 2^{-N} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\min\left(p, \left\lfloor \frac{N+1}{2} \right\rfloor\right)} {p - q \choose p - q} \sum_{m=2q}^{p+q} \frac{(-1)^{q+m}}{(m-1)!} {p - q \choose m-2q} F_{qm}(t - p\tau_{2}),$$

$$F_{qm}(t) = \left(\Pi_{1}(N, q) + \frac{1}{4} \Pi_{2}(N, q)\right) \left(t^{m-1}e^{-\gamma t}\eta(t) - (t - \tau_{2})^{m-1}e^{-\gamma(t - \tau_{2})}\eta(t - \tau_{2})\right) + \frac{\gamma}{m} \left(\Pi_{1}(N, q) + \Pi_{2}(N, q)/2\right) (t - \tau_{2})^{m} e^{-\gamma(t - \tau_{2})} \eta(t - \tau_{2}).$$
(10.50)

Например, если рассчитывается ускорение на поверхности первого слоя для моментов времени  $t < 3\tau_2$  (до прихода в точку наблюдения отражений от третьего слоя), то расчетная формула принимает вид

$$\begin{split} \rho c \ddot{u}_{1}(t,0) &= \dot{\sigma}(t)^{*} \Big\{ \delta(t) + \delta(t-\tau_{2}) - \gamma e^{-\gamma(t-\tau_{2})} \eta(t-\tau_{2}) + \\ &+ 2^{-N} \Pi_{1}(N,1) \Big[ (2\gamma)^{2} \Phi_{2}(t-\tau_{2}) + 2(2\gamma)^{2} \Phi_{2}(t-2\tau_{2}) - (2\gamma)^{3} \Phi_{3}(t-2\tau_{2}) \Big] + \\ &+ 2^{-N} \Pi_{2}(N,1) \Big[ 2\gamma \Psi_{1}(t-\tau_{2}) + 2\gamma \Psi_{1}(t-2\tau_{2}) - (2\gamma)^{2} \Psi_{2}(t-2\tau_{2}) \Big] - \\ &- 2^{-N} \Pi_{1}(N,2)(2\gamma)^{4} \Phi_{4}(t-2\tau_{2}) / 3! \Big]^{*} J(t), \\ J(t) &= 4\delta(t) - 6\delta(t-\tau_{2}) + 4\delta(t-2\tau_{2}) - 4R_{0}(t) + 6R_{0}(t-\tau_{2}) + 4R_{0}(t)^{*} R_{0}(t), \\ R_{0}(t) &= -F_{12}(t-\tau_{2}) - F_{12}(t-2\tau_{2}) + \frac{1}{2}F_{13}(t-2\tau_{2}). \end{split}$$

Функции  $F_{qm}(t)$  определены в (10.50). Отметим, что в целях единообразия записи выражения в приведенной формуле содержится некоторое число слагаемых, которые учитывают частично волны, отраженные от третьего слоя. При расчетах сверток они не внесут вклад в решение, так как эти слагаемые могут проявить себя лишь при значениях времени  $t \ge 3\tau_2$ .

Таким образом, получено аналитическое решение задачи, позволяющее производить расчет одномерного волнового процесса в многослойной среде.

# 10.2.2. Расчет волн, распространяющихся в двумерной сборке из прямоугольных блоков

Необходимость учета дискретности строения реального горного массива отмечена в работе [1]. Влияние блочного строения среды на волновые явления и специфика возмущений, распространяющихся в таких средах, изучена в работе [4]. Новые результаты о распространении волн в блочных средах можно найти в сборнике трудов [29].

В данной работе рассматривается сборка, составленная из  $N \times M$  весомых прямоугольных блоков. Полагается, что каждый блок — элемент сборки, состоит из абсолютно жесткого ядра в виде прямоугольника со сторонами  $2H_{x} \times 2H_{y}$ , окруженного упругой прослойкой, имеющей кусочно-переменную толщину h, по вертикали и  $h_{y}$  по горизонтали. На контакте соседних блоков учитывается смятие, возможное при сжатии, что делает уравнения решаемой задачи нелинейными. Подобный подход, при котором учет блочности реализуется путем выделения жесткого ядра и введения деформируемых приповерхностных контактных элементов между блоками, применялся при решении статических задач устойчивости откосов и арок в скальных породах в [30—32]. Отличия в данной работе заключаются в способе реализации идеи блочности среды и в том, что применительно к динамическим задачам таким путем на уровне математической модели отделяется низкочастотная составляющая возмущений, распространяющихся по среде со структурой. Иные условия на контактах блоков были изучены для динамических задач в рамках одномерной модели блочной среды в работах [8, 9, 14]. В прямоугольной сборке (рис. 10.19) блоки пронумерованы следующим образом: по горизонтали (вдоль оси x) номера блоков *і* изменяются от 0 до N, а по вертикали (вдоль оси y) *j* — от 0 до M.

Таким образом, прослойки образуют между блоками составные слои толщиной  $2h_x$  по вертикали и  $2h_y$  по горизонтали. Считается, что в данной системе блоки всегда находятся в контакте, поскольку имеется начальное равномерное статическое сжатие по двум направлениям: по оси *x* величина приложенного усилия равна

$\sigma_{yy} = \sigma T,  \sigma_{xy} = \tau T$											
0, 0					<i>i</i> , 0						<i>N</i> , 0
0, j					i, j						N, j
0, <i>M</i>					i, M						N, M

 $\sigma_{xy} = \tau B, v = 0, \omega = 0$ 

Рис. 10.19. Вид блочной среды.

*p*, а по оси *y* — *q*. Далее при расчетах будем рассматривать только поле динамических напряжений  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$ , возникающих при действии нестационарной внешней нагрузки. Эти напряжения являются дополнительными к заданному уравновешенному предварительному статическому сжатию.

В момент времени t = 0 на трех сторонах сборки — сверху, слева и справа, начинают действовать приложенные динамически внешние усилия:

$$\sigma_{yy}(t, i, 0) = \sigma^{T}(t, i), \quad \sigma_{xy}(t, i, 0) = \tau^{T}(t, i) \qquad (i = 0, ..., N),$$
  

$$\sigma_{xx}(t, 0, j) = \sigma^{L}(t, j), \quad \sigma_{xy}(t, 0, j) = \tau^{L}(t, j) \qquad (j = 0, ..., M), \qquad (10.51)$$
  

$$\sigma_{yy}(t, N, j) = \sigma^{R}(t, j), \quad \sigma_{yy}(t, N, j) = \tau^{R}(t, j) \qquad (j = 0, ..., M).$$

Сборка стоит на абсолютно жестком основании, т. е. у блоков в нижнем ряду равны нулю вертикальное перемещение v и вращение  $\omega$ , но допускается перемещение u без трения вдоль основания:

$$v(t, i, M) = 0, \quad \omega(t, i, M) = 0, \quad \sigma_{xv}(t, i, M) = \tau^{B}(t, i) = 0 \quad (i = 0, ..., N).$$
 (10.52)

Выбор постановки этой рассчитываемой далее численно граничной задачи обусловлен тем, что в Институте горного дела СО РАН отрабатывается методика проведения экспериментов на двумерной сборке подобного вида. Таким образом, имеется возможность сравнить численные результаты, получаемые в рамках математической модели блочной среды, с результатами натурного эксперимента и, если возникнет необходимость, обоснованно вносить коррективы в разрабатываемую модель блочной среды.

Уравнения движения блочной среды [18—20] имеют вид (приведем только уравнения закона изменения количеств движения блоков, третье уравнение изменения кинетического момента, описывающее повороты блоков, из-за громоздкости последующих действий с ним, здесь опускаем)

$$m\frac{d^{2}u_{i,j}}{dt^{2}} = (\lambda + 2G)\frac{H_{y}}{h_{x}}(u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j} + 2\xi_{i,j}^{v} - 2\xi_{i-1,j}^{v}) + +G\frac{H_{x}}{h_{y}}(u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1} + 2\xi_{i,j}^{h} - 2\xi_{i,j-1}^{h} + H_{y}(\omega_{i,j+1} - \omega_{i,j-1})),$$
(10.53)  
$$m\frac{d^{2}v_{i,j}}{dt^{2}} = G\frac{H_{y}}{h_{x}}(v_{i+1,j} - 2v_{i,j} + v_{i-1,j} - 2\eta_{i,j}^{v} + 2\eta_{i-1,j}^{v} - H_{x}(\omega_{i+1,j} - \omega_{i-1,j})) + + (\lambda + 2G)\frac{H_{x}}{h_{y}}(v_{i,j+1} - 2v_{i,j} + v_{i,j-1} + 2\eta_{j,i}^{h} - 2\eta_{j-1,i}^{h}) + mg,$$

где m, g — масса блока и ускорение в поле гравитации;  $\lambda, G$  — упругие постоянные Ламе материала прослоек.

Величины вида  $\xi_{i,j}^{v}$ ,  $\eta_{i,j}^{v}$  описывают упругое смятие шероховатостей на линии контакта вертикальных прослоек между блоками (i, j) и (i + 1, j) по нормали и, соответственно, в касательном направлении. Слагаемые  $\xi_{i,j}^{h}$ ,  $\eta_{i,j}^{h}$  определяют смятие шероховатостей в касательном направлении и по нормали на контакте горизонтальных прослоек между блоками (i, j) и (i, j+1). Они определены в работе [20] зависимостями

$$\xi_{i,j}^{\nu} = a_0 R \left( \frac{(\sigma_{xx})_{i,j}}{\lambda + 2G} \right)^{2/3},$$

$$\eta_{i,j}^{v} = \frac{b_0}{a_0} k \xi_{i,j}^{v} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{(\sigma_{xy})_{i,j}}{k(\sigma_{xx})_{i,j}} \right)^{2/3} \right],$$
(10.54)

$$\xi_{i,j}^{h} = \frac{b_{0}}{a_{0}} k \eta_{i,j}^{h} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{(\sigma_{yx})_{i,j}}{k(\sigma_{yy})_{i,j}} \right)^{2/3} \right],$$
$$\eta_{i,j}^{h} = a_{0} R \left( \frac{(\sigma_{yy})_{i,j}}{\lambda + 2G} \right)^{2/3},$$

в которых приняты следующие обозначения: k — коэффициент сухого трения; R — весьма малый, по сравнению с толщинами прослоек, параметр, характеризующий среднюю высоту шероховатостей,  $a_0$ ,  $b_0$  — постоянные, зависящие от упругих модулей материала прослойки.

Перемещения  $u_{i,j}$ , повороты  $\omega_{i,j}$  и их скорости в начальный момент времени равны нулю. Вертикальное перемещение имеет начальное значение

$$v_{i,j}^{0} = \frac{mgh_{y}}{2(\lambda + 2G)H_{x}}(M - j)(M + j - 1),$$

определяемое в состоянии статики из второго уравнения (10.53), и нулевую начальную скорость.

Определим связь величины смятия на контакте прослоек с перемещениями соседних блоков. Рассмотрим произвольный вертикальный составной слой и смятие по нормали на поверхности контакта. Пусть напряжение  $\sigma_{xx}$  будет сжимающим (индексы *i*, *j* опускаем):

$$\sigma_{xx} = (\lambda + 2G) \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j} + 2\xi_{i,j}^{\nu}}{2h_x} = (\lambda + 2G)\varepsilon(\gamma - 1) < 0.$$
(10.55)

В (10.55) для наглядности дальнейших выкладок приняты следующие обозначения для безразмерных величин ε и γ:

$$\varepsilon = \frac{u_{i,j} - u_{i+1,j}}{2h_x} > 0, \quad \xi_{i,j} = h_x \varepsilon \gamma.$$

Согласно (10.54) при смятии имеем

$$\sigma_{xx} = -(\lambda + 2G) \left(\frac{h_x \varepsilon}{a_0 R} \gamma\right)^{3/2} < 0,$$

что вместе с законом Гука (10.55) приводит к уравнению, связывающему ү и є:

$$\gamma = 1 - \left(\frac{h_x}{a_0 R}\gamma\right)^{3/2} \cdot \sqrt{\varepsilon}.$$
 (10.56)

Пусть ү≈1. Это возможно, когда выполнено условие

$$\varepsilon << \left(\frac{a_0 R}{h_x}\right)^3 << 1$$

Тогда из (10.56) получаем

$$\gamma = 1 - \left(\frac{h_x}{a_0 R}\right)^{3/2} \cdot \sqrt{\varepsilon} > 0,$$

и соответственно, искомая связь смятия с перемещениями блоков имеет вид

$$\xi_{i,j} = h_x \varepsilon - h_x \left(\frac{h_x}{a_0 R}\varepsilon\right)^{3/2}, \quad \varepsilon = \frac{u_{i,j} - u_{i+1,j}}{2h_x} > 0,$$

где в первом слагаемом учитывается упругое относительное сближение соседних блоков, а второе описывает собственно смятие по теории Герца. При этом силовое взаимодействие между блоками, с точностью до величин, имеющих более малый порядок, нелинейно

$$\sigma_{xx} = -(\lambda + 2G) \left(\frac{\xi_{i,j}}{a_0 R}\right)^{3/2} \approx -(\lambda + 2G) \left(\frac{h_x \varepsilon}{a_0 R}\right)^{3/2}$$

При деформации

$$\varepsilon = \frac{4}{9} \left( \frac{a_0 R}{h_x} \right)^3$$

в рассмотренном приближении смятие становится максимальным:

$$\xi_{i,j} = \frac{4}{27} \left( \frac{a_0 R}{h_x} \right)^3 h_x \ll R.$$

Аналогичное рассуждение можно провести при выводе связи смятия с перемещениями блоков, когда смятие на контакте блоков возникает из-за действия касательных напряжений.

В [20] отмечено, что при выводе уравнений движения граничных блоков необходимо включить действующие на границе области внешние усилия в уравнения. Покажем на примере граничного блока с текущим номером (i, 0), как это осуществлено в данной работе. Рассмотрим на указанной границе уравнения движения блоков (третье уравнение изменения кинетического момента опускаем)

$$m\frac{d^{2}u_{i,0}}{dt^{2}} = \oint_{L_{i0}} \sigma_{nx} dl,$$

$$m\frac{d^{2}v_{i,0}}{dt^{2}} = \oint_{L_{i0}} \sigma_{ny} dl + mg.$$
(10.57)

Здесь  $\sigma_{nx}, \sigma_{ny}$  — проекции вектора напряжений  $\vec{\sigma}_n$ , действующего на сторонах прямоугольного блока, на оси координат,  $\vec{n}$  — вектор внешней нормали на поверхности блока.

Контуром интегрирования является прямоугольник  $L_{i0} = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$ , три стороны которого  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  проходят по линиям раздела между жесткой частью бло-

ка и упругой прослойкой, окружающей жесткое ядро, а на четвертую сторону блока  $l_4$  действует заданное внешнее усилие. Компоненты вектора напряжений, описывающие действие деформируемой прослойки на жесткую часть блока, связаны с перемещениями центров соседних блоков и смятием на контакте прослоек следующим образом:

на поверхности *l*<sub>1</sub> — слева от жесткого ядра блока

$$\sigma_{nx} = -\sigma_{xx} = -\frac{\lambda + 2G}{2h_x} (u_{i,0} - u_{i-1,0} + 2\xi_{i-1,0}^{\nu} - (\omega_{i,0} - \omega_{i-1,0})y),$$
  
$$\sigma_{ny} = -\sigma_{xy} = -\frac{G}{2h_x} (v_{i,0} - v_{i-1,0} - 2\eta_{i-1,0}^{\nu} - H_x(\omega_{i,0} + \omega_{i-1,0}));$$

на поверхности *l*<sub>2</sub> — снизу

$$\sigma_{nx} = \sigma_{xy} = \frac{G}{2h_y} (u_{i,1} - u_{i,0} + 2\xi_{i,0}^h + H_y(\omega_{i,1} + \omega_{i,0})),$$
  
$$\sigma_{ny} = \sigma_{yy} = \frac{\lambda + 2G}{2h_y} (v_{i,1} - v_{i,0} + 2\eta_{i,0}^h + (\omega_{i,1} - \omega_{i,0})x);$$

на поверхности *l*<sub>3</sub> — справа

$$\sigma_{nx} = \sigma_{xx} = \frac{\lambda + 2G}{2h_x} (u_{i+1,0} - u_{i,0} + 2\xi_{i,0}^v - (\omega_{i+1,0} - \omega_{i,0})y),$$
  
$$\sigma_{ny} = \sigma_{xy} = \frac{G}{2h} (v_{i+1,0} - v_{i,0} - 2\eta_{i,0}^v - H_x(\omega_{i+1,0} + \omega_{i,0}));$$

на граничной стороне блока  $l_4$ 

$$\sigma_{nx} = -\tau^T(t, i), \quad \sigma_{ny} = -\sigma^T(t, i)$$

Интегрируя значения компонент вектора напряжений в правых частях (10.57), вместо уравнений (10.53) для блоков  $1 \le i \le N-1$  на верхней границе сборки получаем следующие соотношения:

$$m\frac{d^{2}u_{i,0}}{dt^{2}} = (\lambda + 2G)\frac{H_{y}}{h_{x}}(u_{i+1,0} - 2u_{i,0} + u_{i-1,0} + 2\xi_{i,0}^{v} - 2\xi_{i-1,0}^{v}) + + G\frac{H_{x}}{h_{y}}(u_{i,1} - u_{i,0} - 2\xi_{i,0}^{h} + H_{y}(\omega_{i,1} + \omega_{i,0})) - 2H_{x}\tau^{T}(t, i), m\frac{d^{2}v_{i,0}}{dt^{2}} = G\frac{H_{y}}{h_{x}}(v_{i+1,0} - 2v_{i,0} + v_{i-1,0} - 2\eta_{i,0}^{v} + 2\eta_{i-1,0}^{v} - H_{x}(\omega_{i+1,0} + \omega_{i-1,0})) + + (\lambda + 2G)\frac{H_{x}}{h_{y}}(v_{i,1} - v_{i,0} + 2\eta_{i,0}^{h}) - 2H_{x}\sigma^{T}(t, i) + mg.$$

Выражения для слагаемых, определяющих в этих уравнениях смятия прослоек, получаются из (10.54) при значении *j* = 0. Для угловых блоков вывод уравнений необходимо выполнить отдельно. Например, для углового блока сборки (0, 0), расположенного в начале координат следует проинтегрировать в правой части уравнений (10.57) вдоль контура жесткого ядра блока следующие значения проекций вектора напряжений, действующего на сторонах этого блока:

на вертикальной граничной стороне блока *l*<sub>1</sub>

$$\sigma_{nx} = -\sigma_{xx} = -\sigma^{L}(t, 0), \quad \sigma_{ny} = -\sigma_{xy} = -\tau^{L}(t, 0);$$

на поверхности  $l_2$ 

$$\sigma_{nx} = \sigma_{xy} = \frac{G}{2h_y} (u_{0,1} - u_{0,0} + 2\xi_{0,0}^h + H_y(\omega_{0,1} + \omega_{0,0})),$$
  
$$\sigma_{nx} = \sigma_{ny} = \frac{\lambda + 2G}{2H_y} (v_{0,1} - v_{0,0} + 2\eta_{0,0}^h + (\omega_{0,1} - \omega_{0,0})x);$$

$$\sigma_{ny} = \sigma_{yy} = \frac{\kappa + 20}{2h_y} (v_{0,1} - v_{0,0} + 2\eta_{0,0}^h + (\omega_{0,1} - \omega_{0,0}))$$

на поверхности l<sub>3</sub>

$$\sigma_{nx} = \sigma_{xx} = \frac{\lambda + 2G}{2h_x} (u_{1,0} - u_{0,0} + 2\xi_{0,0}^v - (\omega_{1,0} - \omega_{0,0})y),$$
  
$$\sigma_{ny} = \sigma_{xy} = \frac{G}{2h_x} (v_{1,0} - v_{0,0} - 2\eta_{0,0}^v - H_x(\omega_{1,0} + \omega_{0,0}));$$

на горизонтальной граничной стороне блока l<sub>4</sub>

$$\sigma_{nx} = -\tau^T(t, 0), \quad \sigma_{ny} = -\sigma^T(t, 0).$$

После интегрирования получаем

$$m\frac{d^{2}u_{0,0}}{dt^{2}} = (\lambda + 2G)\frac{H_{y}}{h_{x}}(u_{1,0} - u_{0,0}) + G\frac{H_{x}}{h_{y}}(u_{0,1} - u_{0,0} + H_{y}(\omega_{0,1} + \omega_{0,0})) + +2(\lambda + 2G)\frac{H_{y}}{h_{x}}\xi_{0,0}^{v} + 2G\frac{H_{x}}{h_{y}}\xi_{0,0}^{h} - 2H_{x}\tau^{T}(t,0) - 2H_{y}\sigma^{L}(t,0), m\frac{d^{2}v_{0,0}}{dt^{2}} = G\frac{H_{y}}{h_{x}}(v_{1,0} - v_{0,0} - H_{x}(\omega_{1,0} + \omega_{0,0})) + (\lambda + 2G)\frac{H_{x}}{h_{y}}(v_{0,1} - v_{0,0}) - -2G\frac{H_{y}}{h_{x}}\eta_{0,0}^{v} + 2(\lambda + 2G)\frac{H_{x}}{h_{y}}\eta_{0,0}^{h} - 2H_{x}\sigma^{T}(t,0) - 2H_{y}\tau^{L}(t,0) + mg.$$

Величины смятий прослоек здесь получаются из (10.54) при i = 0, j = 0.

Итак, при заданных граничных условиях движение среды определяется системой из трех дифференциальных уравнений второго порядка вида (10.53). Их специфика заключается в том, что в правых частях стоят не конечно-разностные аналоги производных по пространственным координатам, а конечные приращения, определенные свойствами изучаемой блочной среды. При решении вторые производные по времени представлялись в виде конечных разностей, расчет проводился по явной схеме типа «крест». Единственным параметром, с помощью которого можно было регулировать сходимость численных расчетов, являлся шаг по времени. При расчетах полагалось, что плотности жесткого ядра и прослоек одинаковы и равны  $\rho = 2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, упругие модули деформируемых прослоек имеют значения  $\lambda = 9 \cdot 10^3$  МПа,  $G = 4,5 \cdot 10^3$  МПа. Количество элементов в блочной среде по горизонтали взято N = 2, по вертикали M = 40.

Далее полагаем, что боковые стороны прямоугольной области, составленной из блоков, свободны, а на верхней стороне действует нормальная нагрузка, приложенная во времени скачком и остающаяся неизменной в последующие моменты времени. В этом случае граничные условия в (10.51) имеют вид

$$\sigma^{T}(t, i) = -\sigma_{0}(i) \eta(t), \quad \tau^{T}(t, i) = 0 \quad (i = 0, ..., N),$$
  

$$\sigma^{L}(t, j) = 0, \quad \tau^{L}(t, j) = 0 \quad (j = 0, ..., M),$$
  

$$\sigma^{R}(t, j) = 0, \quad \tau^{R}(t, j) = 0 \quad (j = 0, ..., M),$$
  
(10.58)

где  $\eta(t)$  — единичная функция Хевисайда.

При представлении результатов расчетов применены следующие единицы измерения: для напряжений — мегапаскали, для ускорений — метр на секунду в квадрате, для времени — секунды. Из всех характеристик, описывающих развитие волнового процесса в блочной среде, выбраны две. Первая — это усилие, с которым составная горизонтальная упругая прослойка, заключенная между блоками с номерами (i, j) и (i, j + 1), действует на поверхность блока (i, j), т. е. нормальное напряжение  $\sigma_{yy}(t, i, j)$ . В качестве второй характеристики примем наиболее удобную для инструментальных измерений при проведении эксперимента — вертикальное ускорение блока  $\ddot{v} = \partial^2 v / \partial t^2$ .

Сборка первого вида состояла из блоков, имеющих размеры 0,25 × 0,25 м, т. е. длинная сторона у блоков направлена параллельно основанию. Горизонтальные и вертикальные прослойки между блоками имели толщину 0,001 м.

Предположим, что распространение волн в блочной среде не приводит к смятию на контактах  $a_0 = b_0 = 0$ . Чтобы составить более полное представление о специфике двумерного волнового процесса, рассмотрим вначале одномерную волну. Она будет таковой, если в первом граничном условии (10.58) воздействие по нормали задать одинаковым для всех блоков верхнего слоя. Значение амплитуды  $\sigma_0$  при расчетах полагалось 1 МПа.

На рис. 10.20 представлены зависимости от времени нормального напряжения  $\sigma_{yy}$ , действующего на блоки срединного слоя сборки (напряжение одинаково для всех блоков 20-го слоя), и ускорений блоков на пересечении центральной вертикальной линии с третьем горизонтальным слоем, т. е. вблизи места приложения нагрузки, и со средним 20-м горизонтальным слоем. Отметим, что здесь и далее, для удобства сравнения на одном графике в одинаковом масштабе представлены ускорения в разных блоках. «Ноль» ускорения на нижних графиках соответствует горизонтальной линии, около которой это ускорение колеблется. Пики на графиках соответствуют моментам времени, когда в точку наблюдения приходят отраженные от границ волны. Вступления фронтов отраженных волн для 20-го слоя легче отследить на осциллограмме напряжения.

На рис. 10.21 приведены графики тех же величин в тех же точках для сосредоточенной нормальной внешней нагрузки, действующей на центральный блок (10, 0). Амплитуда  $\sigma_0$  при расчетах по-прежнему полагалась 1 МПа.



*Рис. 10.20.* Напряжения  $\sigma_{yy}$ : *а* — действующие на блок (10, 20) при распространении одномерной волны в сборке первого вида; *б* — ускорения  $\ddot{v}$  блоков (10, 3) (вверху) и (10, 20) (внизу).



*Рис. 10.21.* Напряжения σ<sub>уу</sub> в сборке первого вида: *a* — действующие на блок (10, 20) (*1*) и (3, 20) (*2*); *б* — ускорения *v* блоков (10, 3) (вверху) и (10, 20) (внизу).

На рис. 10.21, *а* тонкой линии соответствует напряжение в блоке (10, 20), расположенном на пересечении линии действия нагрузки со срединным 20-м слоем сборки. Жирной линией обозначено напряжение на том же горизонтальном слое в блоке (3, 20) вблизи боковой поверхности. Здесь неодномерность волнового процесса приводит к тому, что наибольшее значение напряжения вблизи боковой поверхности значительно меньше, чем у напряжения на линии действия нагрузки. Еще раз отметим, что напряжения, действующие на блоки 20-го слоя, вычислены в прослойке со стороны блоков 21-го горизонтального слоя. Видно, что из-за локальности воздействия значения напряжения не только уменьшились, но и из-за перетока возмущений к боковым границам сборки наблюдаются значительный их спад и колебания за фронтами волн. Ускорения имеют меньшую амплитуду и в целом качественно повторяют те колебания, которые получаются в одномерном случае. Из-за перетока возмущений с линии действия нагрузки в стороны, за фронтами на осциллограммах наблюдается более протяженный временной отрезок, на котором ускорения значительно меньше, чем при одномерном движении.

Хаотичность осцилляций, в особенности ускорений, может навести на мысль, что колебания на графиках — «белый шум», порожденный выбором численной разностной схемы, накоплением ошибок при выполнении большого числа арифметических операций. Поэтому, во-первых, был применен режим вычисления с двойной точностью, и, во-вторых, проводился двукратный пересчет задачи с уменьшением шага по времени каждый раз в десять раз. Эта процедура показала, что ход кривых практически не изменялся, несмотря на стократное измельчение шага разностной схемы. Установлено, что относительная погрешность расчетов ускорения в блоке (10, 20) при стократном уменьшении шага по времени не превышает 0,1 %. Таким образом, осцилляции на графиках вызваны сложной волновой картиной изучаемого явления.

При расчете данной задачи с учетом смятия полагалось, что  $a_0 = 1$ ,  $b_0 = 0$ ,  $R = 0, 1h_x = 0,0001$ . Слагаемые, описывающие в уравнениях смятие, учитывались на сторонах блоков только тогда, когда там нормальное динамическое напряжение (дополнительное к начальному полю сжимающих статических напряжений) являлось сжимающим, а смятие не превышало максимального значения. Смятие полагалось равным нулю в двух случаях: если наступало растяжение — для полного напряжения при этом наступала упругая разгрузка в начальное состояние, или, когда в условиях сжатия смятие достигало предельного значения, т. е. шероховатости сминались необратимо и контакт между слоями начинал осуществляться обычным упругим образом. Заметим, что в задаче допускаются растягивающие динамические напряжения, если суммарное, полное, напряжение в блочной среде остается в рассматриваемой точке сжимающим.

На рис. 10.22 показаны те же кривые, что и на рис. 10.21, но с учетом смятия на контактах. Основные отличия заключаются в том, что, во-первых, существенно увеличились и стали менее затухающими колебания, а во-вторых, уменьшилась скорость распространения возмущений. Расчеты показали, что скорость волн в блочной среде сильно зависит не только от толщин прослоек, но и от высоты шероховатостей: чем она меньше (при фиксированной толщине прослоек), тем быстрее распространяются волны.

В сборке второго вида длинная сторона прямоугольных блоков направлена по вертикали. Физические и геометрические параметры, характеризующие блоки и прослойки, оставлены прежними.

Расчет задачи с краевыми условиями (10.56) для нагрузки, действующей на центральный блок границы с номером (10, 0), с амплитудой  $\sigma_0 = 1$  МПа, приведен на рис. 10.23. Заметим, что, из-за различия в геометрии, здесь внешняя сила, приложенная к короткой стороне блока, в 5 раз меньше, чем у сборки первого вида, когда напряжение было распределено вдоль длинной стороны. Смятие на контактах отсутствует. При построении графиков выбраны те же точки, что и в сборке первого вида, но для наглядности в четыре раза увеличен интервал времени, на котором рассматривается волновой процесс. Видно, что волновая картина в этом случае изменилась значительно. Из графиков напряжений на рис. 10.23, *а* следует,



*Рис. 10.22.* Напряжения σ<sub>уу</sub> в сборке первого вида: *a* — действующие на блоки (10, 20) — тонкая линия, и (3, 20) — жирная линия, при смятии на контактах; *б* — ускорения *v* блоков (10, 3) (вверху) и (10, 20) (внизу) с учетом смятия на контактах.



*Рис. 10.23.* Напряжения σ<sub>уу</sub> в сборке второго вида: *a* — действующие на блоки (10, 20) и (3, 20); *б* — ускорения *v* блоков (10, 3) (вверху) и (10, 37) (внизу).

что при движении блоков в вертикальном направлении как на блок (10, 20) в центре сборки, так и на блок (3, 20), расположенный на этой горизонтали, но вблизи свободной боковой поверхности, действуют практически одинаковые усилия, а значит, блоки должны перемещаться одинаково. Отметим, что режим изменения напряжений со временем качественно соответствует одномерному случаю, изображенному на рис. 10.20, *а*. Эта одномерность движения подтверждается для рассматриваемых блоков на графиках их перемещений (здесь не они приводятся).

Ускорения на рис. 10.23,  $\delta$  имеют меньшую частоту колебаний, чем в сборке первого вида. Отражения волн от жесткозакрепленного в вертикальном направлении основания сборки приводят к тому, что в блоке с номером (10, 37), т. е. на расстоянии более 9 м от источника возмущений, максимальная амплитуда ускорений на пиках остается такой же, как в блоке (10, 3) под источником.

Результаты расчета с учетом смятия показаны на рис. 10.24. Относительно влияния смятия на волновой процесс здесь можно сделать такие же выводы, как для сборки первого вида. В этом случае, во-первых, из графика для напряжений видно, что характер движения соответствует некоторому установившемуся одномерному волновому режиму, а во-вторых, запаздывание фронтов волн при смятии прослоек с увеличением пробега волны проявляется более отчетливо.

В заключение отметим, что двумерность процесса и, как следствие, дополнительное геометрическое расхождение волн, идущих от источника колебаний, которого нет в одномерных задачах, не привели к достаточно ощутимому затуханию волн ускорений. Возможно, это связано с тенденцией выхода волнового процесса в рамках предложенной модели на некоторый одномерный режим движения среды, что отчетливо наблюдается для сборки второго вида. По-видимому, основную роль в затухании должны играть диссипативные процессы на контактах —



Рис. 10.24. Напряжения σ<sub>39</sub> в сборке второго вида, действующие на блоки (10, 20) и (3, 20): *a* — при смятии на контактах блоков; *б* — ускорения *ѷ* блоков (10, 3) (вверху) и (10, 37) (внизу) с учетом смятия на контактах блоков.

необратимое смятие и, возможно, необратимые потери на трение при проскальзывании поверхности каждого блока относительно поверхности соседних блоков.

Список литературы к главе 10

- 1. *Садовский М. А.* Естественная кусковатость горной породы // Докл. АН СССР. 1979. Т. 247, № 4.
- 2. Курленя М. В., Опарин В. Н., Еременко А. А. Об отношении линейных размеров блоков горных пород к величинам раскрытия трещин в структурной иерархии массива // ФТПРПИ. 1993. № 3.
- Костюченко В. Н., Кочарян Г. Г., Павлов Д. В. Деформационные характеристики межблоковых промежутков различного масштаба // Физическая мезомеханика. 2002. Т. 5, № 5.
- Курленя М. В., Опарин В. Н., Востриков В. И. О формировании упругих волновых пакетов при импульсном возбуждении блочных сред. Волны маятникового типа V<sub>µ</sub> // Докл. РАН. 1993. Т. 333, № 4.
- 5. *Курленя М. В., Опарин В. Н., Востриков В. И.* Волны маятникового типа. Ч. 1: Состояние вопроса и измерительно-вычислительный комплекс // ФТПРПИ. 1996. № 3.
- 6. Курленя М. В., Опарин В. Н., Востриков В. И. Волны маятникового типа. Ч. 2: Методика экспериментов и основные результаты физического моделирования // Там же. 1996. № 4.
- 7. *Курленя М. В., Опарин В. Н., Востриков В. И. и др.* Волны маятникового типа. Ч. 3: Данные натурных измерений // ФТПРПИ. 1996. № 5.
- 8. Александрова Н. И. О распространении упругих волн в блочной среде при импульсном нагружении // Там же. 2003. № 6.
- 9. Александрова Н. И., Шер Е. Н. Моделирование процесса распространения волн в блочных средах // Там же. 2004. № 6.
- 10. Александрова Н. И., Черников А. Г., Шер Е. Н. Экспериментальная проверка одномерной расчетной модели распространения волн в блочной среде // Там же. 2005. № 3.
- 11. Александрова Н. И., Черников А. Г., Шер Е.Н. О затухании маятниковых волн в блочном массиве горных пород // Там же. 2006. № 5.
- 12. Слепян Л. И. Нестационарные упругие волны. Л.: Судостроение, 1972.
- 13. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1968.
- Шер Е. Н., Александрова Н. И., Айзенберг-Степаненко М. В., Черников А. Г. Влияние иерархической структуры блочных горных пород на особенности распространения сейсмических волн // ФТПРПИ. 2007. № 6.
- 15. Brillouin L. Wave Propagation in Periodic Structures. N.Y.: Dover Publication, 1953.
- 16. Александрова Н. И., Черников А. Г. О затухании волн в стержневой системе с вязкоупругими прослойками / Динамика сплошной среды. Сб. науч. тр. ИГиЛ СО РАН. Вып. 125. Механика структурно-неоднородных сред. Новосибирск, 2007.
- 17. Александрова Н. И., Шер Е. Н., Черников А. Г. Влияние вязкости прослоек на распространение низкочастотных маятниковых волн в блочных иерархических средах // ФТПРПИ. 2008. № 3.
- 18. Сарайкин В. А., Степаненко М. В., Царева О. В. Упругие волны в среде с блочной структурой // Там же. 1988. № 1.
- Сарайкин В. А. Уравнения движения блочной среды. Проблемы механики деформируемых твердых тел и горных пород. Сб. статей к 75-летию Е. И. Шемякина. М.: Физматлит, 2006.
- Сарайкин В. А. Двумерные уравнения движения блочной среды. Труды научной конференции с участием иностранных ученых «Геодинамика и напряженное состояние недр Земли». Новосибирск: ИГД СО РАН, 2006.

- 21. *Некоторые* вопросы теории распространения волн в однородных и изотропных средах, ограниченных плоскостями // Уч. зап. Ленингр. ун-та. 1954. Вып. 28, № 177 (Динамические задачи теории упругости. Ч. IV). Л.: Изд-во ЛГУ, 1954.
- 22. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957.
- 23. Молотков Л. А. Матричный метод в теории распространения волн в слоистых упругих и жидких средах. Л.: Наука, Ленингр. отд-ние, 1984.
- 24. Петрашень Г. И., Молотков Л. А., Крауклис П. В. Волны в слоисто-однородных изотропных упругих средах. Л.: Наука, Ленингр. отд-ние, 1985.
- 25. *Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.* Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1965.
- 26. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: ГИФМЛ, 1963.
- 27. Кильчевский Н. А. Теория соударений твердых тел. Л.; М.: ОГИЗ. 1949.
- 28. *Сарайкин В. А.* Расчет нестационарных упругих волн в изотропном слое // ПМТФ. 1973. № 4.
- 29. Опарин В. Н., Аннин Б. Д., Чугуй Ю. В. Методы и измерительные приборы для моделирования и натурных исследований нелинейных деформационно-волновых процессов в блочных массивах горных пород. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2007. (Интеграционные проекты; Вып. 13).
- Фултон М. Дж. Численное моделирование в механике дискретной среды. Ч. 1: Методы решения задач // Введение в механику скальных пород / Под ред. Х. Бока. М.: Мир, 1983.
- 31. *Троллоп Д. Х.* Численное моделирование в механике дискретной среды. Ч. 2: Применение численных методов // Там же.
- 32. Троллоп Д. Х. Распределение напряжений вокруг подземных выработок. Решения механики зернистой среды / Там же.

# ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

## Глава 11

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД И УСТОЙЧИВОСТИ СЛОИСТЫХ ОТКОСОВ

### 11.1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ОБРАЗЦОВ ПОРОД

Для изучения механизма разрушения горных пород, как правило, необходим комплекс аналитических и экспериментальных исследований. Параметры разрушения зависят от условий нагружения и состояния контактных поверхностей. Контактные задачи сложны и существенно нелинейны вследствие подвижности границ и наличия трения между контактирующими поверхностями. Тонкие физические эффекты связаны с тем, что в области контакта взаимодействующих тел в процессе нагружения могут появляться проскальзывания. В зонах проскальзывания теряется запасенная энергия, поэтому функции нагружения и разгрузки, вообще говоря, не будут линейно упругими, что может вызвать изменение, например, сжимающего усилия.

Чтобы решать такие задачи, в идеале, необходима полная информация о трещинах и включениях, влиянии внешних воздействий на свойства пород, экспериментальные данные на всех доступных для измерения частях образца в процессе нагружения. Процедура определения констант и функций, характеризующих деформирование материала, основана на использовании данных, получаемых при физико-механических испытаниях. Эти проблемы для блочных сред рассматриваются в [1—3].

На рис. 11.1 представлена схема моделирования напряженно-деформированного состояния прямоугольной области  $\Omega$ . Выписана система интегральных уравнений, учитывающая в двумерном случае все компоненты граничных значений неизвестных функций для трех основных задач теории упругости на контуре  $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4$ . Как правило, две из четырех компонент напряжений и смещений формулируются при постановке краевых задач, а остальные вычисляются из предлагаемой системы.

Во многих случаях (испытания образцов пород, расчет деформирования целиков и т. п.) внешние усилия к Ω пе-



Рис. 11.1. Расчетная схема для определения напряженно-деформированного состояния образца пород.

редаются через контакт с другими телами, так что известен, как правило, только главный вектор внешних усилий, прикладываемый к  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_3$ . В области контакта при этом невозможно строго сформулировать условия взаимодействия. Обычно предполагают простейшие варианты граничных условий, плохо моделирующих процесс нагружения, который сводится либо к идеальному проскальзыванию, либо к полному сцеплению в предположении абсолютной жесткости внешних по отношению к  $\Omega$  тел [4].

В свете сказанного возникает задача получения необходимых натурных данных для уточнения контактных условий в рамках экспериментально-аналитического метода [5]. Это же относится и к проблеме обратных задач, например подбора граничных условий, обеспечивающих максимум несущей способности моделируемого объекта. Для области  $\Omega$ , представленной на рис. 11.1, сформулируем граничные условия в виде трех задач:

$$\begin{aligned} & \operatorname{Ha} \Gamma_{1} \ \tau = \tau_{0}(x), \ v = v_{0}(x), \\ & \operatorname{Ha} \Gamma_{3} \ \tau = \tau_{0}(x), \ v = -v_{0}(x); \end{aligned}$$
(11.1)

Ha Γ<sub>1</sub> 
$$u = u_0(x), v = v_0(x),$$
  
Ha Γ<sub>3</sub>  $u = u_0(x), v = -v_0(x);$  (11.2)

$$\begin{aligned} & \operatorname{Ha} \Gamma_{1} \tau = \tau_{0}(x), \quad \sigma_{y} = \sigma_{y0}(x), \\ & \operatorname{Ha} \Gamma_{3} \tau = \tau_{0}(x), \quad \sigma_{y} = -\sigma_{y0}(x), \end{aligned}$$

$$(11.3)$$

для каждой из которых граничные условия на  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_4$  одни и те же:  $\tau = \sigma_x = 0$ . Здесь  $\tau$ ,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  — касательные и нормальные напряжения; u, v — компоненты смещения.

Система уравнений, связывающая граничные значения трех основных задач теории упругости, приведена в [6]:

$$f(t_0) + 2\mu g(t_0) = -\frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f + 2\mu g}{t - t_0} dt,$$

$$k\overline{f} - 2\mu \overline{g} = -\frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{k\overline{f} - 2\mu \overline{g}}{t - t_0} dt - \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} (f + 2\mu g) d\frac{\overline{t} - \overline{t_0}}{t - t_0},$$
(11.4)

где  $f(t) = i \int_{0}^{t} (X_n + iY_n) ds; g = u + iv; X_n, Y_n$  — компоненты напряжений в направле-

нии осей *x* и *y*; черточка над функцией обозначает комплексно сопряженное значение; *i* — мнимая единица; k=3-4v;  $\mu = [2(1+v)]^{-1}$ ; v — коэффициент Пуассона; E — модуль Юнга;  $t \in \Gamma$ ,  $t_0$  — аффикс точки границы  $\Gamma$ .

Разделяя действительные и мнимые части, из (11.4) с учетом (11.1) получим

$$4\mu u_{1}(x) = (k-1)f_{11}(x) - \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-a}^{a} \frac{(k+1)f_{12}}{t-x} dt + \int_{-a}^{a} \frac{4\mu(a-x)u_{2}}{(a-x)^{2}+s^{2}} ds + \int_{-a}^{a} \frac{[(k-1)f_{11}-4\mu u_{3}]h - (k+1)(s-x)f_{12}}{(s-x)^{2}+h^{2}} ds - \int_{-a}^{0} \frac{4\mu(a+x)u_{4}}{(a+x)^{2}+s^{2}} ds + \int_{0}^{h} \frac{4\mu(a-x)\{[(a-x)^{2}-s^{2}]u_{2}+2s(a-x)v_{2}\}}{[(a-x)^{2}+s^{2}]^{2}} ds - \left[(a-x)^{2}+s^{2}\right]^{2} ds - \left[(a-x)^{2}+s^{2}\right]^{$$

$$\begin{split} & -\int_{a}^{a} \frac{2h[(s-x)^{2}-h^{2}](f_{11}+2\mu u_{3})+4h^{2}(s-x)(f_{12}+2\mu v_{3})}{[(s-x)^{2}+h^{2}]^{2}}ds - \\ & -\int_{h}^{b} \frac{4\mu(a+x)[(a+x)^{2}-s^{2}]u_{4}-8\mu s(a+x)^{2}v_{4}}{[(a+x)^{2}+s^{2}]^{2}}ds \Big\}, \\ & 4\mu v_{i}(x) = (k-1)f_{12}(x) + \frac{1}{\pi} \left\{\int_{-a}^{a} \frac{(k+1)f_{11}}{t-x}dt - \int_{0}^{b} \frac{4\mu(a-x)v_{2}}{(a-x)^{2}+s^{2}}ds - \\ & -\int_{a}^{-a} \frac{(k+1)(s-x)f_{11}-h[(k-1)f_{12}+4\mu v_{3}]}{(s-x)^{2}+h^{2}}ds + \int_{h}^{b} \frac{4\mu(a+x)v_{4}}{(a+x)^{2}+s^{2}}ds - \\ & -\int_{0}^{b} \frac{4\mu(a-x)\{2s(a-x)u_{2}-[(a-x)^{2}-s^{2}]v_{2}\}}{[(a-x)^{2}+s^{2}]^{2}}ds + \\ & +\int_{a}^{-a} \frac{4h^{2}(s-x)(f_{11}+2\mu u_{3})+2h[(s-x)^{2}-h^{2}](f_{12}+2\mu v_{3})}{[(s-x)^{2}+h^{2}]^{2}}ds - \\ & -\int_{h}^{b} \frac{4\mu(a+x)\{2s(a+x)u_{4}+[(a+x)^{2}-s^{2}]v_{4}\}}{[(a+x)^{2}+s^{2}]^{2}}ds - \\ & -\int_{a}^{b} \frac{4\mu(a+x)(x)-\frac{k+1}{k}\frac{1}{\pi}\int_{-a}^{a} \frac{\mu v_{1}}{u-x}dt - \frac{1}{\pi} \left\{\int_{0}^{b} \frac{k-1}{k}\mu(a-x)u_{2}+\frac{k+1}{k}\frac{\mu sv_{2}}{(a-x)^{2}+s^{2}}ds - \\ & -\int_{a}^{-a} \frac{h\left(f_{11}+\frac{k-1}{k}\mu u_{3}\right)-\frac{k+1}{k}\mu(s-x)v_{3}}{(s-x)^{2}+h^{2}}ds - \int_{h}^{0} \frac{k-1}{k}\mu(a+x)u_{4}-\frac{k+1}{k}\mu sv_{4}}ds \right\} + \\ & +\frac{1}{2k\pi} \left\{\int_{0}^{b} \frac{4\mu(a-x)\{[(a-x)^{2}-s^{2}]u_{2}+2s(a-x)v_{2}\}}{[(a-x)^{2}+s^{2}]^{2}}ds - \\ & -\int_{a}^{-a} \frac{2h\{[(s-x)^{2}-h^{2}](f_{11}+2\mu u_{3})+2h(s-x)(f_{12}+2\mu v_{3})\}}{[(s-x)^{2}+s^{2}]^{2}}ds - \\ & -\int_{a}^{0} \frac{4\mu(a+x)\{[(a+x)^{2}-s^{2}]u_{4}-2s(a+x)u_{4}\}}{[(a+x)^{2}+s^{2}]^{2}}ds + \\ & +\int_{a}^{-a} \frac{(k+1)\mu(s-x)u_{3}-h[kf_{12}-(k-1)\mu v_{3}]}{(s-x)^{2}+h^{2}}ds + \mu\int_{a}^{b} \frac{(k+1)su_{4}+(k-1)(a-x)v_{4}}{(a-x)^{2}+s^{2}}ds + \\ & +\int_{a}^{a} \frac{(k+1)\mu(s-x)u_{3}-h[kf_{12}-(k-1)\mu v_{3}]}{(s-x)^{2}+h^{2}}ds + \\ & +\int_{a}^{a} \frac{(k+1)\mu(s-x)u_{3}-h[kf_{12}-(k-1)\mu v_{3}]}{(s-x)^{2}+h^{2}}ds + \\ & +\int_{a}^{a} \frac{(k$$

$$+ \int_{0}^{h} \frac{2\mu(a-x)\{2s(a-x)u_{2} - [(a-x)^{2} - s^{2}]v_{2}\}}{[(a-x)^{2} + s^{2}]^{2}} ds - h\int_{a}^{-a} \frac{2h(s-x)(f_{11} + 2\mu u_{3}) - [(s-x)^{2} - h^{2}](f_{12} + 2\mu v_{3})}{[(s-x)^{2} + h^{2}]^{2}} ds + 2\mu(a+x)\int_{h}^{0} \frac{2s(a+x)u_{4} + [(a+x)^{2} - s^{2}]v_{4}}{[(a+x)^{2} + s^{2}]^{2}} ds \bigg\}.$$

Здесь нижние индексы у компонент смещений указывают на их принадлежность соответствующим частям контура Г.

$$\begin{aligned} &\operatorname{Ha}\,\Gamma_{2}\,t=a+is,\ 0\leq s\leq h,\ t_{0}=a+iy,\ 0\leq y\leq h:\\ &4\mu u_{2}(y)=(k-1)f_{11}(y)-\frac{1}{\pi}\bigg\{\int_{-a}^{a}\frac{(k+1)(t-a)f_{12}-y[(k-1)f_{11}-4\mu u_{1}]}{(t-a)^{2}+y^{2}}dt+\\ &+\int_{a}^{a}\frac{(k+1)(s-a)f_{12}+(h-y)[(k-1)f_{11}-4\mu u_{3}]}{(s-a)^{2}+(h-y)^{2}}ds-\int_{h}^{b}\frac{8\mu a u_{4}}{4a^{2}+(s-y)^{2}}ds+\\ &+\int_{-a}^{a}\frac{(f_{11}+2\mu u_{1})2y[(t-a)^{2}-y^{2}]-4y^{2}(t-a)(f_{12}+2\mu v_{1})}{[(t-a)^{2}+y^{2}]^{2}}dt-\\ &-\int_{a}^{a}\frac{2(h-y)[(s-a)^{2}-(h-y)^{2}](f_{11}+2\mu u_{3})+4(h-y)^{2}(s-a)(f_{12}+2\mu v_{3})}{[(s-a)^{2}+(h-y)^{2}]^{2}}ds-\\ &-\int_{h}^{0}\frac{8\mu a [4a^{2}-(s-y)^{2}]u_{4}-32a^{2}(s-y)v_{4}}{[4a^{2}+(s-y)^{2}]^{2}}ds\bigg\}, \end{aligned} \tag{11.6}$$

$$&4\mu v_{2}(y)=(k-1)f_{12}(y)+\frac{1}{\pi}\bigg\{\int_{-a}^{a}\frac{(k+1)(t-a)f_{11}+y[(k-1)f_{12}+4\mu v_{1}]}{(t-a)^{2}+y^{2}}dt+\\ &+\int_{0}^{h}\frac{(k+1)f_{11}}{s-y}ds+\int_{a}^{a}\frac{(k+1)(s-a)f_{11}-(h-y)[(k-1)f_{12}-4\mu v_{3}]}{(s-a)^{2}+(h-y)^{2}}ds-\\ &-\int_{-a}^{a}\frac{4y^{2}(t-a)(f_{11}+2\mu u_{1})+2y[(t-a)^{2}-y^{2}](f_{12}+2\mu v_{1})}{[(t-a)^{2}+y^{2}]^{2}}ds-\\ &-\int_{-a}^{a}\frac{4y^{2}(t-a)(f_{11}+2\mu u_{3})-2(h-y)[(s-a)^{2}-(h-y)^{2}](f_{12}+2\mu v_{3})}{[(s-a)^{2}+(h-y)^{2}]^{2}}ds+\\ &+\int_{0}^{b}\frac{8a^{2}(s-y)(f_{11}+2\mu u_{3})-2(h-y)[(s-a)^{2}-(h-y)^{2}](f_{12}+2\mu v_{3})}{[4a^{2}+(s-y)^{2}]^{2}}ds+\\ &+\int_{h}^{0}\frac{8a^{2}(s-y)(f_{11}+2\mu u_{3})+4(4a^{2}-(s-y)^{2})(f_{12}+2\mu v_{4})}{[4a^{2}+(s-y)^{2}]^{2}}ds+\\ &+\int_{h}^{0}\frac{8a^{2}(s-y)(f_{11}+2\mu u_{3})+2(h-y)^{2}(s-a)^{2}-h(h-y)^{2}(f_{12}+2\mu v_{3})}{[4a^{2}+(s-y)^{2}]^{2}}ds+\\ &+\int_{h}^{0}\frac{8a^{2}(s-y)(f_{11}+2\mu u_{3})+2(h-y)^{2}(s-a)^{2}-h(h-y)^{2}(f_{12}+2\mu v_{3})}{[4a^{2}+(s-y)^{2}]^{2}}ds+\\ &+\int_{h}^{0}\frac{8a^{2}(s-y)(f_{11}+2\mu u_{4})+4[4a^{2}-(s-y)^{2}](f_{12}+2\mu v_{4})}{[4a^{2}+(s-y)^{2}]^{2}}ds+\\ &+\int_{h}^{0}\frac{8a^{2}(s-y)(f_{11}+2\mu u_{4})+4[4a^{2}-(s-y)^{2}](f_{12}+2\mu v_{4})}{[4a^{2}+(s-y)^{2}]^{2}}ds+\\ &+\int_{h}^{0}\frac{8a^{2}(s-y)(f_{11}+2\mu u_{4})+4[4a^{2}-(s-y)^{2}](f_{12}+2\mu v_{4})}{[4a^{2}+(s-y)^{2}]^{2}}ds+\\ &+\int_{h}^{0}\frac{8a^{2}(s-y)(f_{11}+2\mu u_{4})+4[4a^{2}-(s-y)^{2}](f_{12}+2\mu v_{4})}{[4a^{2}+(s-y)^{2}]^{2}}ds+\\ &+\int_{h}^{0}\frac{8a^{2}(s-y)(f_{11}+2\mu u_{4})+4[4a^{2}-(s-y)^{2}](f_{1$$

Учитывая симметрию геометрии и деформирования области  $\Omega$ , системы (11.5), (11.6) дают решение любой из задач (11.1)—(11.3). Их численная реализация осуществлялась последовательными приближениями. За первое приближение принимались величины, получаемые в левых частях от значений, сформулированных при постановке задачи, остальные неизвестные считались равными нулю. Вычисление приближений останавливалось, когда разность двух последних составляла 1 %. Величины, имеющие размерность длины, отнесены к *a*, размерность напряжения — к  $\sigma_{v0}$ .

В качестве тестового примера рассматривался вариант граничных условий (11.3), когда  $\tau_0(x) = 0$ ,  $\sigma_{y0} = 1$ . Результаты не приведены ввиду идеального совпадения с точным решением.

Для граничных условий в виде (11.1) принималось

$$t_0 = -Ax$$
,  $2\mu v_0 = 10$ .

На рис. 11.2 представлены результаты расчета деформирования области  $\Omega$  при a = 1, h = 6,  $\mu = 3,846 \cdot 10^4$ , A = 1. Нормальные напряжения под штампом практически постоянны.

Для задачи (11.2) при  $u_0(x) = 0$ ,  $2\mu v_0 = 10$  и той же геометрии, что и в (11.1), результаты расчета показаны на рис. 11.3. Граница области Г развернута в прямую линию так, что  $\Gamma_1$  соответствуют точки от 1 до 21,  $\Gamma_2$  — от 21 до 41,  $\Gamma_3$  — от 41 до 61 и  $\Gamma_4$  от 61 до 81. Результаты, аналогичные рис. 11.2, не приводятся, так как отличие для данного случая заключается в нулевых горизонтальных смещениях точек  $x = \pm a$ . На рис. 11.2 смещения u(a) > 0.

Таким образом, во всех случаях, кроме одного, когда отсутствуют касательные напряжения на контакте, наблюдается бочкообразное деформирование образца. Чем больше касательные напряжения, тем больше деформируется область  $\Omega$ .

Для более точного моделирования условий на контакте (граничные условия на  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_3$ ) необходимо использовать экспериментальные данные [1]. Как правило, при сжатии образца на любой момент



Рис. 11.2. Контур Г: сплошная линия исходный; штриховая — после деформирования.



*Рис. 11.3.* Компоненты смещения контура Ω для задачи (11.2).



*Рис. 11.4.* Компоненты смещений контура Ω для задачи (11.3).

времени нагружения фиксируются уменьшение его длины и сжимающее усилие f(a). Этих данных достаточно, чтобы определить модуль Юнга образца.

На рис. 11.4 приведено решение задачи (11.3) при тех же параметрах, что и в задаче (11.2), но для A = 10,  $\sigma_{v0} = 1$ .

Кроме того, на разных этапах нагружения, задавая  $2\mu v_1$  для задач (11.1) или (11.2) и используя экспериментальное значение *E*, формулируя наиболее правдоподобные предположения на поведение  $\tau_0(x)$  или  $u_0(x)$ , вычисляем f(a). Варьируя значениями  $\tau_0(x)$  и  $u_0(x)$ , в задачах (11.1) и (11.2) стремимся достичь наилучшего совпадения с фиксируемой величиной f(a).

Рассматриваемый математический эксперимент по нагружению области  $\Omega$  дает возможность найти смещения на  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_4$ . Пусть это будут значения u(a, h) и u(a, h/2). Первое из них существенно зависит от условий на контакте и может использоваться для их уточнения, а второе позволит оценить коэффициент Пуассона. Наибольшие деформации  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_4$  достигаются в окрестности  $x = \pm a$  и могут стать местом начала разрушения. В общем случае, на разрушение влияют как геометрия образца, контактные условия, так и структура материала; каждый из этих параметров может стать определяющим [6].

Таким образом, получены уравнения, с помощью которых вычисляются компоненты напряжений и смещений для трех основных задач теории упругости, моделирующих деформирование отдельного блока или образца пород при лабораторных испытаниях.

# 11.2. Определение устойчивости слоистых откосов с позиции пластических деформаций

Существуют различные подходы к оценке устойчивости бортов карьеров [7— 9]. Потерю устойчивости рассматривают с позиции упругости [10] и пластичности [10, 11], при этом иногда [11, 12] массив пород воспринимают как сыпучую среду. В то же время в [7] отмечается, что многочисленные методы оценки устойчивости откосов не учитывают естественных условий залегания пород (слоистости, трещиноватости), характера их прочности, что, по мнению [13], может приводить к большим ошибкам в расчетах.

В данной работе делается попытка учесть слоистость массива пород для оценки устойчивости его обнажений в виде откосов. Исходные положения таковы: имеется карьер, его сечение, изображенное на рис. 11.5. Для данного угла  $\alpha$  требуется установить максимально допустимое значение глубины карьера  $H = H_*$ , при которой откос будет еще оставаться в устойчивом положении.

Чтобы решить задачу, необходимо определить: за счет чего происходит потеря устойчивости откоса и что является критерием потери устойчивости.

Для ответа на первый вопрос будем исходить из того, что потеря устойчивости откоса происходит, прежде всего, за счет веса лежащих выше слоев. Для отыскания сечения, в котором давление вышележащих слоев из-за их веса становится наибольшим, обратимся к рис. 11.5, но с позиции вычисления площадей плоских геометрических фигур в виде трапеций, относя эти площади к длине основания трапеций.

Рассмотрим тот же карьер, его борт и сечение (рис. 11.6). На рисунке изображена одна из возможных трапеций ABCD, две точки из четырех — А и В — лежат в борту карьера, а точка D — на плоскости напластования, которая проходит через точку О, принадлежащую одновременно и основанию карьера, и его борту; точка С находится на дневной поверхности, образуя с D вертикальный отрезок.

Понятно, что площадь трапеции ABCD является функцией глубины h — высоты сечения AD над основанием карьера, причем вес вышележащих слоев над слоем AD пропорционален площади трапеции ABCD. Найдем эту площадь. Обозначим высоту, на которой расположено «опасное» сечение AD, как h. Из треугольника ONA определим

$$AO = \frac{h}{\sin \alpha}.$$
 (11.7)

Находим BK = H - h, AK = (H - h)сtg $\alpha$ .

Рассмотрим треугольник ОАD. Применяя теорему синусов, получаем

$$\frac{AD}{\sin(\alpha-\beta)} = \frac{AO}{\sin\beta},$$

откуда

$$AD = AO \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \beta};$$

с учетом (11.7)

$$AD = h \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha \sin \beta}.$$
 (11.8)

Отсюда находим длину верхнего основания трапеции:



Рис. 11.5. Сечение карьера.

*H*— глубина; α — угол, определяющий наклон борта карьера; *I*, 2 — локальная система координат, связанная с плоскостями напластования пород; β — угол, задающий направление слоистости пород.



*Рис. 11.6.* Трапеция ABCD для нахождения «опасного» сечения AD.

BC = AD - AK = 
$$h \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha \sin \beta} - (H - h) \operatorname{ctg}\alpha$$
,

ее площадь

$$S = \frac{(H-h)}{2} \left[ 2h \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\sin\beta} - (H-h) \operatorname{ctg}\alpha \right].$$

Видно, площадь S при фиксированных  $\alpha$  и  $\beta$  действительно является функцией высоты h. Но нас интересует не площадь (не вес лежащих выше линии AD слоев!), а давление, оказываемое весом пород, заключенных в эту площадь, на основание AD. Поэтому отнесем S к длине AD, имеем:

$$\frac{S}{\text{AD}} = (H-h) \left[ 1 - \frac{(H-h)\cos\alpha\sin\beta}{2h\sin(\alpha-\beta)} \right].$$
(11.9)

Найдем максимальное значение этой величины. Дифференцируя (11.9) по *h* и приравнивая производную к нулю, получаем

$$h = H \sqrt{\frac{\mathrm{tg}\beta}{2\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta}}.$$
 (11.10)

Здесь h — высота, на которой расположено «опасное» сечение AD, которая зависит и от глубины карьера H, и от углов  $\alpha$  и  $\beta$ . Так как рассматривается случай  $\frac{\pi}{2} \ge \alpha \ge \beta \ge 0$ , то  $tg\alpha \ge tg\beta$  и в силу того, что  $tg\alpha \ge 0$ , имеем  $2tg\alpha - tg\beta$  неотрицательным всегда. Последнее означает, что h существует при любых значениях  $\alpha$ ,  $\beta$  из указанного интервала и при любом значении H.

Из (11.10) следует — при  $\alpha = \pi/2$  наиболее нагруженное сечение расположено в основании карьера (h = 0), что объясняется вырождением трапеции в вертикальный отрезок, опирающийся на основание карьера, поэтому давление будет максимальным внизу. Если угол  $\alpha$  стремится по значению к углу  $\beta$  ( $\alpha \rightarrow \beta + 0$ ), то в соответствии с (11.10) получается, что h = H. Этот факт можно объяснить только одним — если  $\alpha$  хотя бы на немного отличается от  $\beta$ , то имеем как бы расширяющийся к верху канал ВОG (см. рис. 11.6), т. е. условия нагружения среды вдоль этого канала различны. Данный факт проявляется в том, что максимальным давление получается в верхней части канала, т. е. при h = H. Что касается других значений h, то можно сказать, что все они находятся в промежутке от h до H.

Если ввести в рассмотрение параметр

$$k = \frac{\mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{tg}\beta},\tag{11.11}$$

который изменяется в пределах от 1 до  $+\infty$ , то в обозначении (11.11) формула (11.10) для определения *h* преобразуется к виду



Рис. 11.7. Расчетная зависимость относительной высоты «опасного» сечения от основания карьера в зависимости от параметра k. При  $k \to \infty$   $\left(\alpha \to \frac{\pi}{2}\right) h/H \to 0$ , при k = 1  $(\alpha = \beta)$  h/H = 1. Штриховая линия отвечает зависимости приведенной величины

 $\frac{S}{\mathrm{AD} \cdot H}$  от параметра k.

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{\sqrt{2k-1}}.$$
(11.12)

На рис. 11.7 представлена зависимость h/H от значений k. Видно, что она носит убывающий монотонный характер.

Вернемся к зависимости S/AD от глубины карьера H. При значениях h из (11.12) находим, что

$$\frac{S}{\text{AD}} = H \frac{k - \sqrt{2k - 1}}{k - 1},$$
 (11.13)

которое при  $k \to \infty$  стремится к значению S / AD = H; при  $k \to 1$ , раскрывая неопределенность, получаем  $S / AD \to 0$ . График зависимости  $S / (AD \cdot H)$  от параметра k см. на рис. 11.7 (штриховая линия).

Сделаем два замечания.

1. Давление *p*, оказываемое вышележащими слоями на «опасное» сечение, определяется формулой

$$p = -\rho gSL / (AD \cdot L) = -\rho gS / AD,$$

где  $\rho$  — плотность материала, кг/м<sup>3</sup>; *g* — ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>; *L* — длина карьера, м.

Из этой формулы следует, что величина *L* не входит в определение *p*. Кроме того, с учетом (11.13), имеем

$$p = -\rho g H \frac{k - \sqrt{2k - 1}}{k - 1}.$$
(11.14)

2. Предполагается, что давление p распределено по отрезку AD равномерно, т. е. p = const на AD. На самом деле оно может иметь более сложный характер распределения. В этом состоит основное допущение работы, по этой причине получаемые здесь формулы следует считать инженерными, а сам подход к исследованию устойчивости — инженерным.

Обратимся теперь к критерию потери устойчивости откоса. Можно рассматривать откос карьера, «опасное» сечение AD, давление на AD. Можно предполагать, что за счет давления в окрестности «опасного» сечения AD образуются пластические области (рис. 11.8, *a*). Но, если область пластической деформации мала и не выходит наружу — на обнажение откоса ОА — так, как показано на рис. 11.8, *б*, то говорить о потере устойчивости массива пород не приходится. Критерий потери устойчивости откоса должен состоять в установлении такой предельной нагрузки  $p = p_{sp}$ , при которой область пластических деформаций выйдет на обнажение ОА. Такая точка зрения совпадает с предложенной В. В. Соколовским [10, 11].

Придерживаясь ее, найдем предельную нагрузку  $p = p_{xp}$ , при превышении которой все, что расположено под отрезком AD (или под штампом), в определенный момент начнет сдвигаться вниз по плоскостям напластования, изображенным на рис. 11.8. В этом случае в обрушаемой части массива пород имеем уравнение

$$\tau_{12} = -\tau_{12}^0, \tag{11.15}$$

где  $\tau_{12}^0 > 0$  — константа среды, характеризующая предел ее упругости на сдвиг (имеет смысл предельной силы трения на плоскостях скольжения).

Кроме (11.15), в данной зоне будем считать выполненными уравнения равновесия

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0. \end{cases}$$
(11.16)

Отметим, что  $\tau_{12}^0$  — касательное напряжение в локальной системе координат, связанной с плоскостями напластования пород (см. рис. 11.8). Для определения нормальных и касательных напряжений имеем



Рис. 11.8. Иллюстрации к определению потери устойчивости борта карьера.

а — потери устойчивости нет, б — потеря устойчивости происходит. Заштрихованная область — область пластической деформации; AD — «опасное» сечение.

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_x \cos^2 \beta + \tau_{xy} \sin 2\beta + \sigma_y \sin^2 \beta, \\ \tau_{12} = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\beta + \tau_{xy} \cos 2\beta \quad (\tau_{12} = \tau_{21}), \\ \sigma_2 = \sigma_x \sin^2 \beta - \tau_{xy} \sin 2\beta + \sigma_y \cos^2 \beta. \end{cases}$$
(11.17)

Решая систему уравнений (11.15)—(11.17) относительно напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ , обнаруживаем, что она гиперболического типа и ее характеристики имеют вид

$$y = x \mathsf{tg}\beta + C_1, \tag{11.18}$$

$$y = -x \operatorname{ctg}\beta + C_2, \qquad (11.19)$$

где  $C_1$ ,  $C_2$  — константы. Кроме этого, находим соотношения на характеристиках: вдоль (11.18) должно выполняться соотношение

$$\sigma_{x} + \tau_{yy} tg\beta = C_{3}, \qquad (11.20)$$

вдоль (11.19) — прямых, ортогональных к (11.18), должна иметь место зависимость

$$\sigma_x - \tau_{xy} \operatorname{ctg}\beta = C_4, \tag{11.21}$$

где  $C_3, C_4$  — константы.

Применим (11.18)—(11.21) для решения поставленной задачи. Характерные точки области деформирования обозначены на рис. 11.6. Будем считать, что на линии AD (т. е. под штампом) трение отсутствует, т. е.

$$\tau_{xy}\Big|_{AD} = 0. \tag{11.22}$$

Кроме того, как уже отмечено в замечании 2, будем считать, что напряжение  $\sigma_y$  под штампом не зависит от координаты *x*. В силу (11.15), (11.17), (11.22) это означает также то, что и напряжение  $\sigma_x$  под штампом не зависит от *x*. Применяя (11.20), (11.21) в треугольнике ADE, имеем соотношения

$$\begin{cases} \sigma_{x} |_{M} + \tau_{xy} |_{M} \operatorname{tg} \beta = \sigma_{x} |_{AD}, \\ \sigma_{x} |_{M} - \tau_{xy} |_{M} \operatorname{ctg} \beta = \sigma_{x} |_{AD}, \end{cases}$$

где М — произвольная точка рассматриваемой области.

Отсюда следует, что во всем треугольнике ADE

$$\tau_{xy} = 0, \quad \sigma_x = \sigma_x \Big|_{AD}.$$

Рассмотрим треугольник ОАЕ. Его сторона ОА свободна от напряжений. Это означает, что вектор Коши  $\vec{p}_n$  с нормалью  $\vec{n} = (-\sin \alpha, \cos \alpha)$ , где  $\alpha$  — угол, характеризующий откос, равен нулю. Отсюда имеем

$$-\sigma_x \sin \alpha + \tau_{xy} \cos \alpha = 0, \quad -\tau_{xy} \sin \alpha + \sigma_y \cos \alpha = 0. \quad (11.23)$$

Подставляя (11.23) в (11.15), находим выражения напряжений в виде

$$\sigma_{x} = -\tau_{12}^{0} \frac{2\cos^{2} \alpha}{\sin 2(\alpha - \beta)}, \sigma_{y} = -\tau_{12}^{0} \frac{2\sin^{2} \alpha}{\sin 2(\alpha - \beta)}, \tau_{xy} = -\frac{\tau_{12}^{0} \sin 2\alpha}{\sin 2(\alpha - \beta)}.$$
 (11.24)

Следует сказать, что формулы (11.24) справедливы только на стороне ОА треугольника ОАЕ. Для определения напряжений на стороне АЕ воспользуемся формулами (11.18)—(11.21).

Рассмотрим характеристику (11.18) — она параллельна стороне ОЕ, вдоль этой характеристики имеем соотношение (11.20), которое в нашем случае имеет вид

$$\sigma_{x}\big|_{OA} + \tau_{xy}\big|_{OA} tg\beta = \sigma_{x}\big|_{AE} = \sigma_{x}\big|_{AD}$$

Откуда, в силу (11.24),

$$\sigma_{x}\big|_{AD} = -\frac{\tau_{12}^{0}\cos\alpha}{\sin(\alpha - \beta)\cos\beta}.$$
(11.25)

С учетом (11.15), (11.17), (11.22), (11.25) получаем

$$\sigma_{y}\Big|_{AD} = -\frac{\tau_{12}^{0}\sin\alpha}{\sin\beta\sin(\alpha-\beta)}.$$
(11.26)

Это и есть искомая предельная нагрузка  $p_{\rm kp}$ . Сила *F*, которую необходимо приложить к границе AD для существования изложенного решения, должна быть следующей:

$$F = -\sigma_v AD \cdot L$$
,

или, в силу (11.7), (11.26),

$$F=\tau_{12}^0\,\frac{hL}{\sin^2\beta},$$

где h — высота, на которой расположено «опасное» сечение; L — ширина карьера. Эту формулу можно получить вычислением силы при условии (11.15) на площадке OD рис. 11.6 и проектированием ее на ось ординат *у*.

Проанализируем зависимость (11.26). Перепишем ее, воспользовавшись обозначением (11.10), тогда

$$\frac{\sigma_{y}}{\tau_{12}^{0}} = -\frac{k}{k-1} \left( tg\beta + \frac{1}{tg\beta} \right).$$
(11.27)

При  $k \to 1$   $(\alpha \to \beta)$  напряжение  $\sigma_y / \tau_{12}^0$  стремится к бесконечности, при  $k \to \infty$   $\left(\alpha \to \frac{\pi}{2}\right)$  оно по модулю стремится к величине  $2/\sin 2\beta$ . При фиксиро-

ванном *k* эта величина, рассматриваемая как функция параметра  $\beta$ , имеет минимум, достигаемый при  $\beta = \pi/4$ . В этом случае

$$\sigma_y / \tau_{12}^0 = -\frac{2k}{k-1}.$$

График зависимости  $-\sigma_y$  от *k* показан на рис. 11.9. Из рисунка следует, что если  $\alpha \to \beta$  ( $k \to 1$ ) напряжение  $\sigma_y$  уходит в бесконечность, и потеря устойчивости борта карьера за счет сдвигов становится невозможной (угол  $\alpha$  совпадает с углом естественного откоса массива пород). Это состояние может иметь место не только при углах  $\alpha$ , равных  $\beta$ , но и при углах  $\alpha$ , несколько отличающихся по значению от  $\beta$ .



*Рис. 11.9.* График зависимости – σ<sub>y</sub> от *k.* Потеря устойчивости происходит: *l* — за счет сдвига слоев; *2* — за счет сжатия слоев.

Такую ситуацию можно подправить, если учесть, что потеря устойчивости откоса может также происходить за счет усиленного сжатия слоев вдоль плоскостей напластования.

Рассмотрим этот случай деформаций отдельно. Пусть угол  $\alpha$  не сильно отличается от  $\beta$  и в направлении плоскостей напластования под штампом выполняется условие

$$\sigma_1 = -\sigma_1^0, \qquad (11.28)$$

где 
$$\sigma_1^0 > 0$$
 — константа среды, характери-  
зующая предел упругости слоев на сжатие.

Решая (11.28) вместе с (11.16), находим, что эта система не гиперболического типа, а параболического, т. е. характеристик здесь не две, а одна. Уравнение характеристики

$$y + x \operatorname{ctg} \beta = C_5,$$

где  $C_5$  — константа. Соотношение на характеристике также одно, оно имеет вид (11.20)

$$\sigma_x + \tau_{xv} tg\beta = C_6,$$

где *C*<sub>6</sub> — константа.

Разбираемый случай — вырожденный, рассматриваемые формулы не есть все решение задачи. Чтобы решить поставленную задачу полностью при условии (11.28), перейдем в локальную систему координат I, 2. Пусть  $x_1$ ,  $x_2$  — координаты точки в этой системе;  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\tau_{12}$ , — напряжения. Для определения последних имеем уравнения равновесия

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_2} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_2}{\partial x_2} = 0 \end{cases}$$
(11.29)

и условие пластичности (11.28). Заменяя в первом уравнении (11.29)  $\sigma_1$  на  $-\sigma_1^0$ , получаем  $\partial \tau_{12} / \partial x_2 = 0$ . Откуда  $\tau_{12} = f(x_1)$ , где  $f(x_1)$  — произвольная функция координаты  $x_1$ . Подставляя это решение во второе уравнение (11.29) и интегрируя его, находим

$$\sigma_2 = -x_2 f'(x_1) + \varphi(x_1),$$

где  $\varphi(x_1)$  — также произвольная функция координаты  $x_1$ . Относительно координат  $x_1, x_2$  заметим, что они выражаются через координаты x, y по формулам

$$x_1 = x\cos\beta + y\sin\beta, \quad x_2 = -x\sin\beta + y\cos\beta. \tag{11.30}$$

Это означает, что вдоль линии y = h меняются и координаты  $x_1$ , и координаты  $x_2$ .

Рассмотрим формулы, например (11.17), связывающие напряжения  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{12}$  с напряжениями  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\tau_{12}$ . Исключая из первого и второго уравнений (11.17) напряжение  $\sigma_x$ , получаем

$$\sigma_{v} \sin\beta + \tau_{xv} \cos\beta = \tau_{12} \cos\beta + \sigma_{1} \sin\beta.$$
(11.31)

Исключая это напряжение из первого и третьего уравнений (11.17), имеем

$$\sigma_{y}\cos 2\beta - \tau_{xy}\sin 2\beta = -\sigma_{1}\sin^{2}\beta + \sigma_{2}\cos^{2}\beta.$$
(11.32)

Подставляя сюда условие пластичности (11.28) и принимая во внимание найденные решения системы (11.29), видим, что

$$\begin{cases} \sigma_{y} \sin\beta + \tau_{xy} \cos\beta = f(x_{1}) \cos\beta - \sigma_{1}^{0} \sin\beta, \\ \sigma_{y} \cos 2\beta - \tau_{xy} \sin 2\beta = (-x_{2}f'(x_{1}) + \varphi(x_{1})) \cos^{2}\beta + \sigma_{1}^{0} \sin^{2}\beta. \end{cases}$$
(11.33)

Здесь определитель, составленный из коэффициентов при величинах  $\sigma_{y}$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $-\cos\beta$ , т. е. не ноль. Отсюда можно сделать выводы относительно выбора функций  $f(x_1)$ ,  $\varphi(x_1)$ : если на участке нагружения массива пород AD (y = h) нагружение  $\sigma_y$  постоянно, а  $\tau_{xy}$  равно нулю, то из первого уравнения (11.33) изза соотношений (11.30) следует, что  $f(x_1)$  должно быть константой, если же  $f(x_1)$  — константа, то из второго уравнения (11.33), по тем же причинам, находим, что и  $\varphi(x_1)$  — константа. Учитывая полученные решения системы (11.29), замечаем — напряжения  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  должны быть постоянными в окрестности отрезка AD.

Вернемся к решению поставленной задачи при условии (11.28). Так как граница АО на рис. 11.9 свободна от напряжений, то имеем (11.23). Подставляя (11.23) в (11.28), находим с применением (11.17)

$$\sigma_x = -\frac{\sigma_1^0 \cos^2 \alpha}{\cos^2(\alpha - \beta)}, \ \sigma_y = -\frac{\sigma_1^0 \sin^2 \alpha}{\cos^2(\alpha - \beta)}, \ \tau_{xy} = -\frac{\sigma_{12}^0 \sin 2\alpha}{2\cos^2(\alpha - \beta)}.$$
 (11.34)

Эти напряжения будем считать, в силу вышесказанного (относительно решения системы (11.29) при условии (11.28)), постоянными в треугольнике ОАЕ вплоть до стороны АЕ.

Далее, потребуем непрерывности вектора Коши для напряжений на отрезке АЕ, разделяющем треугольники ОАЕ и АЕD (см. рис. 11.9). Имеем

$$\begin{cases} \sigma_x^+ \cos\beta + \tau_{xy}^+ \sin\beta = \sigma_x^- \cos\beta + \tau_{xy}^- \sin\beta, \\ \tau_{xy}^+ \cos\beta + \sigma_y^+ \sin\beta = \tau_{xy}^- \cos\beta + \sigma_y^- \sin\beta. \end{cases}$$
(11.35)

Здесь знаком «+» отмечены напряжения для области слева от отрезка AE, знаком «-» — справа. Поскольку всюду в треугольнике ADE  $\tau_{xy}^- = 0$ , то применяя (11.34), находим

$$\sigma_x^- = -\frac{\sigma_1^0 \cos \alpha}{\cos \beta \cos(\alpha - \beta)}, \quad \sigma_y^- = -\frac{\sigma_1^0 \sin \alpha}{\sin \beta \cos(\alpha - \beta)}.$$
 (11.36)

Как частный случай отсюда при  $\alpha = \beta$  имеем

$$\sigma_x^+ = -\sigma_1^0 \cos^2 \beta, \quad \sigma_y^+ = -\sigma_1^0 \sin^2 \beta, \quad \tau_{xy}^+ = -\frac{\sigma_1^0 \sin 2\beta}{2}, \\ \sigma_x^- = -\sigma_1^0, \ \sigma_y^- = -\sigma_1^0.$$

Таким образом, для этого решения необходимо на AD задать силу  $F = -\sigma_v \cdot AD \cdot L$ , равную, в силу (11.8), (11.36), следующей величине:

$$F = \frac{\sigma_1^0 h L tg(\alpha - \beta)}{\sin^2 \beta},$$

где h — высота, на которой расположено «опасное» сечение, L — ширина борта карьера. Эту формулу можно получить и так: рассмотреть площадку, перпендикулярную отрезку ОD на рис. 11.9, вычислить в предположении (11.28) силу в направлении оси l и спроектировать ее на ось y.

На рис. 11.9 цифрой 2 изображен график изменения величины  $\sigma_y$  от k в соответствии с (11.36). В этом случае

$$\sigma_y = -\frac{\sigma_1^0 k (1 + tg^2 \beta)}{1 + k tg^2 \beta}.$$
(11.37)

При k = 1 ( $\alpha = \beta$ ) получаем  $\sigma_y = -\sigma_1^0$ , при  $k \to \infty$  ( $\alpha \to \pi/2$ )  $\sigma_y = -\sigma_1^0(1 + \operatorname{ctg}^2\beta)$ . График функции  $-\sigma_y$  от k — возрастающая функция. Из рис. 11.9 видно, что существует значение  $k_*$ , при котором потеря устойчивости откоса может происходить одновременно за счет двух процессов — за счет смятия слоев и за счет сдвигов. Из сравнения (11.37) с (11.25) находим

$$k_{*} = \left( tg\beta + \frac{\tau_{12}^{0}}{\sigma_{1}^{0}} \right) / \left( tg\beta(1 - tg\beta\frac{\tau_{12}^{0}}{\sigma_{12}^{0}}) \right).$$
(11.38)

Учитывая (11.11), получаем отсюда

$$\alpha_* = \beta + \arctan \frac{\tau_{12}^0}{\sigma_1^0}.$$
 (11.39)

Приравняем выражения (11.27), (11.37) формуле (11.14). Отсюда имеем искомую зависимость глубины карьера *H* от параметра *k*. Если параметр *k* изменяется в пределах от 1 до  $k_* \left(\beta \le \alpha \le \beta + \arctan \frac{\tau_{12}^0}{\sigma_1^0}\right)$ , то *H* связано с *k* и тангенсом угла  $\beta$ 

зависимостью

$$H = \frac{\sigma_1^0 (1 + \mathrm{tg}^2 \beta)}{\rho g} \frac{k(k-1)}{(1 + k \mathrm{tg}^2 \beta)(k - \sqrt{2k-1})},$$
(11.40)

если  $k \ge k_*$ , где  $k_*$  определяется (11.38), то имеем:

$$H = \frac{\tau_{12}^{0} (1 + \mathrm{tg}^{2}\beta)}{\rho \mathrm{gtg}\beta} \frac{k}{k - \sqrt{2k - 1}}.$$
 (11.41)

Графики зависимостей *H* от *k* приведены на рис. 11.10.

При  $k \to 1$  зависимости (11.40), (11.41) стремятся к бесконечности. Это означает, что если угол  $\alpha$  совпадает или близок к углу естественного откоса  $\beta$ , то массив будет устойчив. При  $\kappa \to \infty$  ( $\alpha \to \pi/2$ ) (11.40), (11.41) имеют горизонтальные асимптоты. Для (11.40) имеем:

$$\lim_{\kappa\to\infty}H=\frac{\sigma_1^0}{\rho g}(1+\mathrm{ctg}^2\beta),$$



Рис. 11.10. Графики зависимости H(k).

Кривая *I* — построена по формуле (11.15), кривая *2* — по формуле (11.41). В расчетах полагалось  $\alpha = \pi/3$ ,  $\beta = \pi/4$ ,  $\tau_{12}^0 = 0,6$  МПа,  $\rho = 2700$  кг/м<sup>3</sup>.

для (11.41)

$$\lim_{\kappa \to \infty} H = \frac{\tau_{12}^0}{\rho g} \left( tg\beta + \frac{1}{tg\beta} \right)$$

При  $k = k_*$ 

$$H_{*} = \frac{(\sigma_{1}^{0} + \tau_{12}^{0} ctg\beta)\tau_{12}^{0}(1 + tg^{2}\beta)}{\left(\sigma_{1}^{0}tg\beta + \tau_{12}^{0} - \sqrt{\sigma_{1}^{0}tg^{2}\beta + 2\tau_{12}^{0}tg\beta + \tau_{12}^{0}tg^{3}\beta}\sqrt{\sigma_{1}^{0} - \tau_{12}^{0}tg\beta}\right)\rho g}$$

До сих пор речь шла о напряжениях. Попытаемся определить смещения (или скорости смещений) в областях пластичности. Для точности рассмотрим случай, когда пластичность (неупругость) развивается за счет сдвигов, имея в виду то, что во втором случае, когда пластичность развивается за счет сжатия, все действия аналогичны нижеследующим. Будем предполагать, что в направлениях осей 1, 2

$$\varepsilon_1 = 0, \quad \varepsilon_2 = 0.$$

Эти формулы есть следствие двух других:

$$\epsilon_1=\lambda_1\sigma_1,\ \epsilon_2=\lambda_2\sigma_2.$$

Последние определяют слоистость материала откоса, так как отражают в направлениях *1*, *2*, связанных со структурой материала (см. рис. 11.8), деформации простых удлинений [14].

В системе координат ХОУ эти уравнения в силу (11.17) имеют вид

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x}\cos^2\beta + \frac{\partial v}{\partial y}\sin^2\beta + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\sin\beta\cos\beta = 0,\\ \frac{\partial u}{\partial x}\sin^2\beta + \frac{\partial v}{\partial y}\cos^2\beta - \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\sin\beta\cos\beta = 0. \end{cases}$$

Решая эту систему, находим, что она гиперболического типа, причем характеристики ее совпадают с (11.18), (11.19). Вычисляя соотношения на характеристиках, находим

$$u + v \operatorname{tg} \beta = C_{7},$$
  
$$u - v \operatorname{ctg} \beta = C_{8},$$
 (11.42)

где *C*<sub>7</sub>, *C*<sub>8</sub> — константы.

В качестве примера использования соотношений (11.42) рассмотрим случай, когда смещения на AD не зависят от координаты *x* и направлены вдоль плоскостей напластования. Покажем, что в этом случае весь треугольник OAD (см. рис. 11.9) смещается вниз по линии OD как жесткое целое.

Имеем на границе AD

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{v_r}{u_r},$$

где  $u_r, v_r$  — граничные значения смещений u, v.

Подставляя эти значения в (11.42), определяем соотношения на характеристиках (11.18), (11.19):

$$\begin{cases} u + v \operatorname{tg} \beta = \frac{u_r}{\cos^2 \beta}, \\ u - v \operatorname{ctg} \beta = 0. \end{cases}$$
(11.43)

Данные соотношения выполняются вдоль прямых (11.18), (11.19). Анализируя систему (11.43) относительно *u*, *v* в треугольнике AED, находим

$$u = u_r, \ v = u_r \operatorname{tg} \beta. \tag{11.44}$$

Продолжим решать задачу для треугольника ОАЕ (см. рис. 11.9). На границе АЕ имеем (11.44), поэтому вдоль прямых семейства (11.18) получаем зависимость

$$u + v \operatorname{tg} \beta = \frac{u_r}{\cos^2 \beta}.$$
 (11.45)

Для прямых (11.19) в треугольнике ОАЕ в силу непроницаемости границы ОЕ имеем второе соотношение (11.42)

$$u - v \operatorname{ctg} \beta = 0. \tag{11.46}$$

Решая (11.45) и (11.46) относительно *и* и *v*, получаем выражения (11.44). Что означает — весь треугольник ОАD смещается вниз как жесткое целое.

Таким образом: определена зависимость максимально допустимой глубины слоистого карьера от угла наклона бортов и слоев, пределов пластичности слоев на сдвиг и на сжатие; при ее отыскании обнаружено «опасное» сечение борта карьера, на котором вертикальное давление максимально; построены соотношения пластичности слоистого массива горных пород; найдены характеристики гиперболической системы уравнений; по схеме жесткопластического тела определены предельные нагрузки в задаче о вдавливании штампа в массив пород с откосом.

# 11.3. ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ ПЕРВОНАЧАЛЬНО ИЗОТРОПНЫХ СРЕД С УСЛОВИЕМ НАРУШЕНИЯ ПРОЧНОСТИ МИЗЕСА

Сложилось представление о том, что в основе деформаций массивов пород и любых его частей лежат процессы сдвига одних частиц — блоков относительно

других [16—18]. При этом возникают множественные проблемы описания зарождения и развития блочной структуры и применения его для решения задач. Вопросы — от ориентации контактных площадок, от учета трения на этих площадках, от размеров блоков и межблочного пространства до связи их с определяющими соотношениями массива пород в целом и его частей в отдельности при неупругом деформировании, включая разрушение, когда предельная сила трения может падать с ростом подвижек одних блоков относительно других. Их необходимо решать, если за ними стоят проблемы обеспечения безопасности ведения горных работ, повышения извлекаемости полезных ископаемых и т. д.

Ниже на примере первоначального изотропного массива пород делается попытка решения задачи установления его блочной структуры, построения по этой структуре определяющих соотношений пластичности, разрушения, установления связи их с трением на контактных площадках. Показывается, при каких условиях определяющие соотношения потенциальны, то есть работа в каждой точке массива пород не зависит от истории нагружения этой точки. Другой особенностью феноменологической механической модели среды при неупругом деформировании является отказ от введения дополнительной гипотезы об упругом или квазиупругом изменении деформации во втором главном направлении в состоянии неполной пластичности [18]. Для случая плоской деформации исследуются постановки задач разрушения, исходя из установления типа системы дифференциальных уравнений. Показывается, что уравнения разрушения могут принадлежать к гиперболическому или эллиптическому типу. Отправной точкой для исследований примем следующую гипотезу: будем исходить из того, что определяющие соотношения упругости в виде закона Гука уже относятся к блочной модели материала.

То, что напряжения и деформации в этом законе носят осредненный характер (сила «размазывается» по площади, перемещение «размазывается» по длине), позволяет говорить лишь о некоторой осредненной блочной модели среды. Задача по существу носит обратный характер — когда по отклику (в данном случае по закону Гука) восстанавливается сам источник, другими словами, блочная модель среды и законы ее неупругого деформирования.

Для решения задачи введем в рассмотрение прямоугольную декартову систему координат *xOyz*, в которой  $T_{\sigma}$ ,  $T_{\varepsilon}$  — соответственно тензоры напряжений и деформаций. Если обозначить через 1, 2, 3 главные оси тензоров  $T_{\sigma}$  и  $T_{\varepsilon}$  (предполагаем, что они совпадают), то  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  — главные значения  $T_{\sigma}$ ;  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  главные значения  $T_{\varepsilon}$ .

В системе координат 1, 2, 3 рассмотрим произвольную площадку с нормалью  $\vec{n}$  ( $|\vec{n}| = 1$ ) и определим на ней векторы Коши  $\vec{p} = (T_{\sigma}, \vec{n}), \vec{q} = (T_{\varepsilon}, \vec{n}),$  которые представим в виде

$$\vec{p} = p_n \vec{n} + p_l \vec{l} + p_m \vec{m}, \ \vec{q} = q_n \vec{n} + q_l \vec{l} + q_m \vec{m}.$$

Символом (·) обозначается скалярное произведение тензоров и векторов;  $\vec{l}, \vec{m}$  — единичные векторы касательных к данной площадке ( $\vec{l} \cdot \vec{n} = \vec{m} \cdot \vec{n} = \vec{l} \cdot \vec{m} = 0$ ). Для проекций этих векторов имеем формулы

$$p_n = \sigma_1 n_1^2 + \sigma_2 n_2^2 + \sigma_3 n_3^2, \ p_l = \sigma_1 n_l l_1 + \sigma_2 n_2 l_2 + \sigma_3 n_3 l_3,$$
$$p_m = \sigma_1 n_l m_1 + \sigma_2 n_2 m_2 + \sigma_3 n_3 m_3,$$
$$q_n = \varepsilon_1 n_1^2 + \varepsilon_2 n_2^2 + \varepsilon_3 n_3^2, \quad q_l = \varepsilon_1 n_l l_1 + \varepsilon_2 n_2 l_2 + \varepsilon_3 n_3 l_3,$$

$$q_m = \varepsilon_1 n_l m_1 + \varepsilon_2 n_2 m_2 + \varepsilon_3 n_3 m_3.$$
(11.47)

Подставляя в эти формулы соотношения закона Гука

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \left[ \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \right], \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{E} \left[ \sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3) \right], \\ \varepsilon_3 = \frac{1}{E} \left[ \sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2) \right], \\ (11.48)$$

находим, что на любой площадке с нормалью *n* 

$$q_l = \frac{p_l}{2\mu}, q_m = \frac{p_m}{2\mu},$$
 где  $2\mu = \frac{E}{1+\nu},$ 

однако значение  $q_n$  пропорционально  $p_n$  не везде, а только на восьми площадках, которые равнонаклонны к осям 1, 2, 3. Покажем это. Для этого вместо  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  введем в рассмотрение три другие независимые величины:

$$p_{n} = \sigma_{1}n_{1}^{2} + \sigma_{2}n_{2}^{2} + \sigma_{3}n_{3}^{2}, \tau_{1} = \sigma_{1} - \sigma_{3}, \tau_{2} = \sigma_{2} - \frac{\sigma_{1} + \sigma_{3}}{2}$$

Легко проверить, что определитель преобразования здесь равен единице в силу  $|\vec{n}| = 1$ , поэтому  $p_n$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  (как  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ ) — действительно независимые величины. Отсюда имеем

$$\sigma_{1} = p_{n} + \tau_{1} \left( \frac{n_{2}^{2}}{2} + n_{3}^{2} \right) - \tau_{2} n_{2}^{2}, \quad \sigma_{2} = p_{n} + \tau_{1} \left( \frac{n_{3}^{2}}{2} - \frac{n_{1}^{2}}{2} \right) + \tau_{2} \left( n_{3}^{2} + n_{1}^{2} \right),$$

$$\sigma_{3} = p_{n} - \tau_{1} \left( n_{1}^{2} + \frac{n_{2}^{2}}{2} \right) - \tau_{2} n_{2}^{2}.$$
(11.49)

Подставляя эти значения в (11.47), (11.48), находим

$$q_n = \frac{1-2\nu}{E} p_n + \frac{3\nu\tau_1}{2E} (n_1^2 - n_3^2) + \frac{\nu\tau_2}{E} (3n_2^2 - 1).$$

Полагая  $q_n = p_n / k$ , где k — коэффициент пропорциональности, подлежащий определению, получаем

$$\left(\frac{1}{k} - \frac{1 - 2\nu}{E}\right) p_n + \frac{3\nu\tau_1}{2E} (n_1^2 2 - n_3^2) + \frac{\nu\tau_2}{E} (3n_2^2 - 1) = 0.$$

В силу независимости  $p_n$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  следует, что

$$k = \frac{E}{1-2\nu}, \ n_1^2 - n_3^2 = 0, \ 3n_2^2 - 1 = 0.$$

Имея в виду то, что  $|\vec{n}| = 1$ , находим

$$n_1 = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \ n_2 = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \ n_3 = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}.$$
 (11.50)

Это и есть равнонаклонные к осям 1, 2, 3 площадки. Других площадок в случае независимого изменения напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  не существует, в пересечении они образуют октаэдр [19]. На этих площадках, таким образом, имеем равенства

$$q_l = \frac{p_l}{2\mu}, \ q_m = \frac{p_m}{2\mu}, \ q_n = \frac{p_n}{k}.$$
 (11.51)

В силу того, что первые две формулы в (11.51) — это уравнения в проекциях одного векторного равенства, то (11.51) возможно переписать еще в виде

$$\vec{q}_t = \frac{\vec{p}_t}{2\mu}, \ q_n = \frac{p_n}{k},$$
 (11.52)

где  $\vec{p}_t$ ,  $\vec{q}_t$  — векторные проекции векторов  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$  на площадку с нормалью  $\vec{n}$ , определяемую (11.50),  $\vec{t}$  — орт касательной к этой площадке.

Обратим внимание на (11.52). Эти формулы — другое выражение закона Гука (11.49), только записанного на равнонаклонных к осям 1, 2, 3 площадках. Здесь усилия по направлениям  $\vec{n}$  и  $\vec{t}$  вызывают относительные смещения только в направлении «своего» действия. Поскольку в (11.52) ничего не говорится о том, какие по величине должны быть нормальные деформации в поперечном направлении под действием усилий  $p_n$ , то именно в этом месте возможно принять такую гипотезу: все первоначально изотропные материалы состоят из жестких недеформируемых частиц — блоков, образованных пересечением равнонаклонных к осям 1, 2, 3 площадок или плоскостей, по нормали к которым происходит такой вид деформации как простое удлинение (рис. 11.11, *a*) [15], по касательной — простой сдвиг (рис. 11.11, *б*) [15].

То, что блоки жесткие (недеформируемые), означает: в поперечном направлении усилия  $p_n$  вообще никаких деформаций не вызывают (эффект Пуассона отсутствует!). С другой стороны, жесткость блоков означает еще и то, что плоскости скольжения блоков (или контактные площади), определенные в упругости, остаются таковыми же плоскостями скольжения при неупругом деформировании первоначально изотропной среды. Данная гипотеза связывает упругое и неупругое поведение среды. Поэтому справедливость ее будет доказана, если предсказанные упругостью определяющие соотношения пластичности и разрушения будут экспериментально подтверждены.

Поскольку речь идет о блоках, о блочной системе, то здесь же ставится вопрос о размерах самих блоков, и межблочного пространства, вопрос о том, где эта



*Рис. 11.11.* Основные виды деформации блочной структуры. Поясн. см. в тексте.

информация хранится. В завуалированном виде она имеется в константах упругости 2µ, k и других характеристиках среды, отражающих в том числе ее неупругие свойства. Покажем это на примере определения константы k. Для этого рассмотрим разрез блочной структуры, представленный на схеме рис. 11.11, a. Обозначим высоту одного блока как H, толщину межблочного пространства как h, площадь основания блока, к которому приложена внешняя сила  $\vec{F}$ , как S, площадь межблочного пространства как s. Пусть  $E_*$  — модуль Юнга материала межблочного пространства. Так как рассматриваемый элемент среды находится в равновесии, то это означает в силу справедливости закона Ньютона, что к каждому его горизонтальному сечению будут приложены две силы:  $\vec{F}$  и  $-\vec{F}$ . Эти силы вызовут изменение расстояния между блоками за счет растяжения или сжатия податливой прослойки между блоками. Пусть  $\Delta h$  — изменение расстояния для одной такой прослойки. Тогда в силу того, что по вертикали она деформируется упруго, имеем

$$\Delta h = \frac{F}{E_*s} h = \frac{FS}{SE_*s} h = \frac{p_n S}{E_*s} h,$$

где  $p_n = \frac{F}{S}$  — нормальное напряжение на площадке с нормалью  $\vec{n}$ , определяемой (11.50). Так как сами блоки жесткие, то  $\Delta H = 0$ . Складывая все изменения в размерах высот рассматриваемой блочной системы, получаем

$$\Delta L = n\Delta H + (n-1)\Delta h = \frac{(n-1)Sh}{E_*s} p_n,$$

где *п* — число блоков в системе на рис.11.11, *a*, *n* – 1 — число прослоек. Так как первоначальная длина равна

$$L = nH + (n-1)h$$

то отсюда находим

$$\frac{\Delta L}{L} = q_n = \frac{(n-1)Sh}{E_*s[nH + (n-1)h]}p_n$$

и, соответственно, модуль  $k = \frac{p_n}{q_n}$  в виде

$$k = E_* \frac{s}{S} \left[ 1 + \frac{n}{n-1} \frac{H}{h} \right].$$
 (11.53)

В этой формуле  $n \ge 2$ . Из нее видно то, что k не совпадает с модулем Юнга  $E_*$  для одной прослойки, зависит как от отношения размеров блоков и межблочного пространства, так и от отношения площадей этих блоков, т. е. вся информация о блочной структуре здесь имеется.

В связи с (11.53) сделаем замечание. Константа k связывается известным образом со скоростью распространения продольной волны. Если допустить, что ее значение через скорость известно, то формулу (11.53) возможно использовать для определения, например, размера блока, зная размер межблочного пространства. Если знать H, h, S, s, то эту формулу возможно использовать для определения модуля Юнга прослойки  $E_*$ .

Несколько слов о сдвиге одних блоков относительно других. Следует отметить, что сдвиг предполагает действие двух нагрузок — одной нагрузки сдвигающей, другой — прижимающей (или отталкивающей) блоки друг к другу. Понятно то, что при наличии трения между блоками здесь существенную роль играет порядок приложения указанных нагрузок, от которого зависит работа, совершаемая этими силами, величина сдвига. Чтобы избежать неудобства, вызванного слежением за порядком действия нагрузок, можно допустить, что блоки еще в ненагруженном состоянии были прижаты и остаются прижатыми друг к другу при нагружении за счет некоторого усилия N, обусловленного, например, поверхностными силами натяжения и другими силами (межатомными, межмолекулярными и т. д.), так, что суммарное нормальное напряжение между ними есть  $N + p_n$ . Тогда усилие трения, необходимое для напряжения всевозможных неровностей на контактных площадках и перескока одних из них через другие, есть

$$\tau = k_{fr} \left( N + p_n \right), \tag{11.54}$$

где  $k_{fr}$  — коэффициент трения. Очевидно, что коэффициент трения зависит от смещения  $\Delta u$  одного блока относительно другого, причем  $\Delta u = \gamma H$ . От угла  $\gamma$  зависит также периметр фигуры на рис. 11.11,  $\delta$ , от которого в свою очередь зависит сила натяжения N. Если в (11.54) допустить, что  $|N| >> |p_n|$ , т. е. значением  $p_n$  по сравнению с N можно пренебречь, тогда справа в (11.54) будет стоять функция сдвига  $\gamma$  (при фиксированном H!), которая раскладывается в ряд по степеням  $\gamma$ . В зависимости от значений  $\gamma$  и количества сохраняемых слагаемых будем иметь линейную, нелинейную (кубическую) функцию и т. д., что отвечает упругому, неупругому деформированию и т. д. [20].

Гипотеза о жесткости блоков в рассматриваемой блочной феноменологической механической модели первоначально изотропной среды предполагает справедливость следующих соотношений, аналогичных (11.52):

$$\vec{q}_t = \frac{\vec{p}_t}{2\mu_c}, \ \vec{q}_n = \frac{\vec{p}_n}{k},$$
 (11.55)

где  $2\mu_c = 2\mu_c (|\vec{p}_t|)$  — секущий модуль сдвига на диаграмме деформирования материала  $|\vec{p}_t| = f(|\vec{q}_t|)$ , нормаль  $\vec{n}$  в (11.55) определяется (11.50) (первое из уравнений (11.55) следует рассматривать в виде  $\vec{p}_t = 2\mu_c\vec{q}_t$  как соотношение, характеризующее изменение предельной силы трения с ростом сдвига  $|\vec{q}_t|$ ).

Вместе с тем без всякой связи (11.55) с блочной моделью среды эти соотношения неоднократно экспериментально проверялись. Их достоверность для простых (или пропорциональных) путей нагружения не вызывает сомнений [21, 22] они составляют основу широко известной деформационной теории пластичности Генки—Надаи—Ильюшина. Тем самым как бы оказалась экспериментально доказанной гипотеза о жесткости и недеформируемости блоков в рассмотренной модели среды. Остаются вопросы применения (11.55) в случае запредельного деформирования первоначально изотропных сред, когда сопротивление среды деформированию, определяемое  $|\vec{p}_t|$ , падает с ростом сдвига  $|\vec{q}_t|$ . Основные вопросы здесь задание краевых условий, доказательство теорем существования и единственности решения краевых задач. Дело в том, что на ниспадающей ветви диаграммы деформирования касательное напряжение — сдвиг не выполняется постулат Друккера,



Рис. 11.12. Полная диаграмма деформирования материала вдоль направления *t*.

необходимый для обеспечения единственности решения краевых задач в классическом понимании — первая, вторая, третья задачи [15].

Для решения этой задачи предполагается ограничиться рассмотрением случая плоской деформации — записать для этого случая основные уравнения запредельного деформирования, выяснить тип получаемой системы дифференциальных уравнений, исходя из которого установить постановки задач разрушения при условии нарушения прочности Мизеса. При этом предполагается рассмотреть материал с

линейным разупрочнением, как показано на рис. 11.12.

Для установления зависимостей между компонентами тензоров напряжений  $T_{\sigma}$  и деформаций  $T_{\varepsilon}$  в прямоугольной декартовой системе координат *x*, *y*, *z* при плоской деформации в случае запредельного деформирования первоначально изотропной среды введем в рассмотрение девиаторное векторное пространство А. А. Ильюшина, в котором девиатор напряжений будем обозначать в виде векто-

ра 
$$\vec{\tau}$$
 с координатами  $\frac{\sqrt{2}}{3} \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sigma_z \right), \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{6}}, \tau_{xy} \sqrt{\frac{2}{3}}.$  Аналогично в виде век-

тора  $\vec{\gamma}$  с координатами  $\frac{\sqrt{2}}{3} \left( \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \varepsilon_z \right), \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{\sqrt{6}}, \varepsilon_{xy} \sqrt{\frac{2}{3}}$  будем изображать де-

виатор деформаций. Необходимо заметить, что  $|\vec{\tau}| = \tau = |\vec{p}_t|$ ,  $|\vec{\gamma}| = \gamma = |\vec{q}_t|$  и векторы  $\vec{\gamma}$  и  $\vec{\tau}$  мы будем предполагать коллинеарными, как в деформационной теории пластичности. Для характеристики этих векторов попытаемся от указанных перейти к сферическим координатам.

Рассмотрим проекции этих векторов т и ү на плоскость, определяемую ко-

ординатами  $\frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{6}}$ ,  $\tau_{xy}\sqrt{\frac{2}{3}}$  и  $\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{\sqrt{6}}$ ,  $\varepsilon_{xy}\sqrt{\frac{2}{3}}$  соответственно. Обозначим эти

векторные проекции как  $\vec{\tau}'$ ,  $\vec{\gamma}'$ . В результате имеем картину, представленную на рис. 11.13.

Здесь углы 2 $\theta$ , 2 $\Omega$  — определяют главные оси тензоров  $T_{\sigma}$ ,  $T_{\varepsilon}$  в плоскости *x*, *y* (в нашем случае они совпадают). Если обозначить угол между вектором  $\vec{\tau}$  и



Рис. 11.13. Проекции векторов τ и γ на плоскость. Поясн. см. в тексте. его проекцией  $\vec{\tau}'$  как  $\alpha$ , то тогда, рассматривая связь декартовых координат векторов  $\vec{\tau}'$ ,  $\vec{\gamma}'$  с полярными в плоскости рис. 11.16, получаем

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{6}} = \tau \cos \alpha \cos 2\theta,$$
(11.56)
$$\tau_{xy} \sqrt{\frac{2}{3}} = \tau \sin 2\theta \cos \alpha.$$

Сюда следует добавить проекцию вектора  $\vec{\tau}$  на ось, определяемую координатой

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{\sqrt{6}} - \sigma_z \right) : \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{\sqrt{6}} - \sigma_z \right) = \tau \sin \alpha.$$
(11.57)

Введем еще обозначения:

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \sigma, \quad \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z}{3} = \varepsilon.$$
(11.58)

Из (11.56)—(11.58) следуют формулы, выражающие напряжения  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xy}$  через  $\sigma$ ,  $\tau$  20,  $\alpha$ :

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma + \sqrt{\frac{3}{2}}\tau \cos\alpha\cos 2\theta + \frac{\sqrt{2}}{2}\tau \sin\alpha, \\ \sigma_y = \sigma - \sqrt{\frac{3}{2}}\tau \cos\alpha\cos 2\theta + \frac{\sqrt{2}}{2}\tau \sin\alpha, \\ \sigma_z = \sigma - \sqrt{2}\tau \sin\alpha, \\ \tau_{xy} = \sqrt{\frac{3}{2}}\tau \sin 2\theta \cos\alpha. \end{cases}$$
(11.59)

Аналогичные формулы в силу коллинеарности векторов  $\vec{\tau}$  и  $\vec{\gamma}$  имеем для деформаций:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \varepsilon + \sqrt{\frac{3}{2}}\gamma \cos\alpha \cos 2\theta + \frac{\sqrt{2}}{2}\gamma \sin\alpha, \\ \varepsilon_y = \varepsilon - \sqrt{\frac{3}{2}}\gamma \cos\alpha \cos 2\theta + \frac{\sqrt{2}}{2}\gamma \sin\alpha, \\ \varepsilon_z = \varepsilon - \sqrt{2}\gamma \sin\alpha, \\ \varepsilon_{xy} = \sqrt{\frac{3}{2}}\gamma \sin 2\theta \cos\alpha. \end{cases}$$
(11.60)

Сформулируем определяющие соотношения запредельного деформирования исходной среды при плоской деформации. Так как  $\varepsilon_z = 0$ , то это в силу (11.60) означает, что во все время деформирования

$$\varepsilon = \sqrt{2}\gamma \sin \alpha. \tag{11.61}$$

Подставляя (11.61) в другие формулы (11.60), находим, что

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\sin\alpha + \sqrt{\frac{3}{2}}\gamma\cos\alpha\cos2\theta\right)\gamma, \\ \varepsilon_y = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\sin\alpha - \sqrt{\frac{3}{2}}\gamma\cos\alpha\cos2\theta\right)\gamma, \\ \varepsilon_{xy} = \sqrt{\frac{3}{2}}\gamma\sin2\theta\cos\alpha. \end{cases}$$
(11.62)

Для данного материала выполняется второе соотношение (11.55). Учитывая, что  $p_n = \sigma$ ,  $q_n = \varepsilon$ , на основании (11.55) имеем

$$\sigma = k\epsilon$$
.

Подставляя сюда (11.61), находим

$$\sigma = k\varepsilon = k\sqrt{2}\gamma \sin \alpha$$
.

Учитывая на основании рис. 11.12, что

$$\gamma = \gamma_p - \frac{\tau}{2\mu_*},$$

где  $2\mu_*$  — модуль спада, а  $\gamma_p$  — предельный сдвиг, после которого материал течет как жидкость, получаем отсюда, что

$$\sigma = \left(\sqrt{2}\gamma_p k - \frac{\sqrt{2}k\tau}{2\mu_*}\right)\sin\alpha,$$

и тогда

$$\begin{cases} \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \sqrt{\frac{3}{2}}\tau \frac{\sqrt{3}}{3} \left(1 - \frac{k}{\mu_*}\right) \sin \alpha + \sqrt{2}\gamma_p k \sin \alpha, \\ \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \sqrt{\frac{3}{2}}\tau \cos \alpha \cos 2\theta, \\ \tau_{xy} = \sqrt{\frac{3}{2}}\tau \sin 2\theta \cos \alpha, \\ \sigma_z = \sqrt{2}\gamma_p k \sin \alpha - 2\sqrt{\frac{3}{2}}\tau \frac{\sqrt{3}}{3} \sin \alpha \left(1 + \frac{k}{2\mu_*}\right). \end{cases}$$
(11.63)

Соотношения (11.62), (11.63) справедливы, если приращение сдвига  $\gamma$  ( $\Delta\gamma$ ) неотрицательно: если  $\Delta\gamma < 0$ , то приращения напряжений с приращениями деформаций связываются законом Гука.

Из (11.63) следует, что здесь удобно ввести переобозначения:

$$T = \sqrt{\frac{3}{2}}\tau, \ \Gamma_p = \sqrt{\frac{3}{2}}\gamma_p, \ \Gamma = \sqrt{\frac{3}{2}}\gamma,$$
  
$$A = \left(1 - \frac{k}{\mu_*}\right)\frac{\sqrt{3}}{3}, \ B = 2\frac{\sqrt{3}}{3}\Gamma_p k,$$
 (11.64)

после которых имеем

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = (AT + B)\sin\alpha, \quad \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = T\cos\alpha\cos2\theta,$$
  

$$\tau_{xy} = T\sin2\theta\cos\alpha, \quad \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} = \left(\Gamma_p - \frac{T}{2\mu_*}\right)\sqrt{3}\sin\alpha, \quad (11.65)$$
  

$$\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} = \left(\Gamma_p - \frac{T}{2\mu_*}\right)\cos\alpha\cos2\theta, \quad \varepsilon_{xy} = \left(\Gamma_p - \frac{T}{2\mu_*}\right)\sin2\theta\cos\alpha.$$

В этих формулах неизвестные величины Т, 2 $\theta$ ,  $\alpha$ . Для их определения необходимо воспользоваться уравнениями равновесия сил  $\sigma_{ij,j} = 0$ , которые перепишем в виде [23]

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0, \end{cases}$$
(11.66)

и условиями совместности деформаций в форме

$$\begin{cases} \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y} = \frac{\partial \omega_z}{\partial x}, \\ \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial y} = \frac{\partial \omega_z}{\partial y}, \end{cases}$$

которые также преобразуем к виду [23]

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \right) - \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \omega_z}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \right) - \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial y} - \frac{\partial \omega_z}{\partial y} = 0. \end{cases}$$
(11.67)

Подставляя в (11.66), (11.67) выражения (11.65), получим систему четырех уравнений для такого же числа неизвестных Т, 2θ, α, ω<sub>z</sub>. Добавляя сюда выражения полных дифференциалов рассматриваемых функций:

$$\frac{\partial T}{\partial x}dx + \frac{\partial T}{\partial y}dy = dT, \quad \frac{\partial 2\theta}{\partial x}dx + \frac{\partial 2\theta}{\partial y}dy = d2\theta,$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x}dx + \frac{\partial \alpha}{\partial y}dy = d\alpha, \quad \frac{\partial \omega_z}{\partial x}dx + \frac{\partial \omega_z}{\partial y}dy = d\omega_z,$$
(11.68)

имеем систему восьми уравнений для определения такого же количества частных производных  $\frac{\partial \Gamma}{\partial x}, \frac{\partial \Gamma}{\partial y}, \dots, \frac{\partial \omega_z}{\partial y}$ .

На плоскости *xOy* найдем такие кривые (характеристические линии), вдоль которых указанные производные или их комбинации не определяются единственным образом. Для этого определитель системы (11.66), (11.67), (11.68) приравняем к нулю. После громоздких, но сравнительно несложных преобразований приходим к характеристическому уравнению вида

$$A_4\lambda^4 - A_3\lambda^3 + A_2\lambda^2 - A_1\lambda + A_0 = 0.$$
 (11.69)

Здесь  $\lambda = \frac{dy}{dx}$ , коэффициенты  $A_4, A_3, A_2, A_1, A_0$  — функции параметров среды T, 2 $\theta$ ,  $\alpha$ , их выражения приводятся ниже:

где

$$a = \Gamma_p \cos^2 \alpha \left( \Gamma_p - \frac{T}{2\mu_*} + \frac{T}{2k} \right),$$
  

$$b = \frac{T}{2\mu_*} \left( \Gamma_p - \frac{T}{2\mu_*} + \frac{2T}{k} \right) - \frac{\Gamma_p T}{2k} \left( \sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha \right),$$
 (11.71)  

$$c = \frac{\sqrt{3}\Gamma_p T}{2k} \sin^2 \alpha.$$

Следует отметить, что в (11.69) нет видимой симметрии между коэффициентами  $A_4, A_3, A_2, A_1, A_0$ . Между тем корни этого уравнения находятся, причем в явном виде. Для этого решение (11.69) следует искать в виде [23]

 $A_4 = a\sin^2 2\theta - b + c\cos 2\theta,$ 

 $\begin{cases} A_4 = a \sin^2 2\theta - b + c \cos 2\theta, \\ A_3 = -2a \sin 4\theta + 2c \sin 2\theta, \\ A_2 = 2a \sin^2 2\theta - 2b + 4a \cos 4\theta, \\ A_1 = 2a \sin 4\theta + 2c \sin 2\theta, \\ A_0 = a \sin^2 2\theta - b - c \cos 2\theta, \end{cases}$ 

$$\lambda = \operatorname{tg}(\theta + \beta). \tag{11.72}$$

(11.70)

В этом случае для tgβ получается биквадратное уравнение. Если обозначить tg $\beta$  как  $\xi$ , то параметр  $\xi$  будет удовлетворять следующему уравнению:

$$(b-c)\xi^4 - 2(2a-b)\xi^2 + b + c = 0.$$

Определяя отсюда  $\xi^2$ , после преобразований устанавливаем, что  $\xi_{12}^2 =$ 

$$=\frac{\left[\sqrt{\left(\Gamma_{p}-\frac{T}{2\mu_{*}}+\frac{2T}{k}\right)\left(\Gamma_{p}\cos^{2}\alpha-\frac{T}{2\mu_{*}}+\frac{T}{2k}\right)}\pm\sqrt{\Gamma_{p}\cos^{2}\alpha\left(\Gamma_{p}-\frac{T}{2\mu_{*}}\right)}\right]^{2}+\frac{T^{2}}{4\mu_{*}k}\left(1-\frac{4\mu_{*}}{k}\right)}{\frac{T}{2\mu_{*}}\left(\Gamma_{p}-\frac{T}{2\mu_{*}}\right)\left(1-\frac{4\mu_{*}}{k}\right)+\frac{2\Gamma_{p}T}{k}\sin^{2}\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)}$$
(11.73)

Из (11.73) следует, что для вещественности и положительности величины  $\xi^2$ , т. е. для гиперболичности исходной системы дифференциальных уравнений (11.65)—(11.67), необходимо выполнение следующих условий:

a) 
$$\Gamma_p \ge \frac{T}{2\mu_*}, \ \delta$$
)  $k \ge 4\mu_*.$  (11.74)

Первое условие означает то, что запредельному деформированию должен предшествовать неотрицательный сдвиг. Второе условие диктует ограничение на значения констант материала — модуль жесткости k должен быть больше удвоенного значения модуля спада 2µ.

Еще одно ограничение, вытекающее из (11.73), можно получить, если рассмотреть первое подкоренное выражение в числителе (11.73), которое должно быть неотрицательным. Из этого условия следует

$$\Gamma_p \cos^2 \alpha - \frac{T}{2\mu_*} + \frac{T}{2k} \ge 0$$

или ограничение на изменение угла α, при котором

$$\cos^{2} \alpha \ge \frac{T\left(\frac{1}{2\mu_{*}} - \frac{1}{2k}\right)}{\Gamma_{p}}.$$
(11.75)

Выделим некоторые частные случаи, вытекающие из (11.72), (11.73).

Если  $\mu_* \to 0$ , то имеем случай идеального пластического материала, в этом случае выражение (11.73) преобразуется к виду

$$\xi^{2}_{1,2} = \frac{\left[\sqrt{\left(\Gamma + \frac{2\mathrm{T}}{k}\right)\left(-\mathrm{T}\sin^{2}\alpha\right)} \pm \sqrt{\Gamma\mathrm{T}\cos^{2}\alpha}\right]^{2} + \frac{\mathrm{T}^{2}}{k}}{\mathrm{T}\Gamma + \frac{2\mathrm{T}^{2}}{k}\sin^{2}\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)},$$
(11.76)

где Г — текущее значение приведенного сдвига,  $\Gamma = \Gamma_p - \frac{T}{2\mu_*}$ . Из (11.76) следует,

что первое из подкоренных выражений здесь будет неотрицательным, т. е. система уравнений (11.66)—(11.68) будет принадлежать к гиперболическому типу, если  $\sin \alpha$  равен нулю или угол  $\alpha = 0$ . Вспоминая определение угла  $\alpha \left( \sin \alpha = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}\gamma} \right)$ ,

находим, что для этого необходимо, чтобы  $\varepsilon = 0$ . Так как  $\varepsilon = \frac{\sigma}{k}$ , то для обеспечения условия  $\varepsilon = 0$  необходимо, чтобы  $k \to \infty$ . При «бесконечном» значении k из (11.76) следует, что

 $\xi_{1,2}^2 = 1$ 

и угол  $\beta$  в (11.72) (поскольку tg $\beta = \pm 1$ ) становится равным  $\pm \frac{\pi}{4}$ . Тогда получаем результат, совпадающий с [19].

Рассмотрим теперь случай «несжимаемого» материала  $(k = \infty)$  при  $2\mu_* \neq 0$ .

Подставляя значения  $k \to \infty$  в (11.73), находим  $\sin \alpha = 0$  (так как  $\sin \alpha = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\gamma}}$ ) и

$$\xi_{1,2,3,4} = \pm \frac{\sqrt{\Gamma_p - \frac{T}{2\mu_*}} \pm \sqrt{\Gamma_p}}{\sqrt{\frac{T}{2\mu_*}}}.$$

Это результат для случая «несжимаемого» материала, когда условие нарушения прочности Мизеса совпадает с условием Треска, повторяет результат, полученный в [23], где исследовалось разрушение сжимаемого материала при условии нарушения прочности Треска.

Эти примеры показывают, что множество значений параметров Т,  $\alpha$ , k,  $2\mu_*$ , при которых имеет место гиперболичность исходной системы дифференциальных уравнений, не пусто. Можно отметить, что, так как в (11.69)  $A_0 / A_4 \neq 1$ , то характеристики в общем случае не ортогональны.

В заключение приведем соотношения на характеристиках, вытекающие из рассмотрения системы (11.65)—(11.68). Имеем следующие соотношения:

$$\begin{pmatrix} B_{3}\lambda^{3} + B_{2}\lambda^{2} + B_{1}\lambda + B_{0} \end{pmatrix} dT + 4 \left(\Gamma_{p} - \frac{T}{2\mu_{*}}\right) \left(AT + B + \sqrt{3}T\right) T\cos^{2}\alpha (\lambda - 1)\lambda^{2}d\theta + + 4 \left(\Gamma_{p} - \frac{T}{2\mu_{*}}\right) \left(AT + B + \sqrt{3}T\right) (AT + B)\cos^{2}\alpha \cdot \lambda \frac{\xi(\eta^{2} + 1)}{(1 - \xi\eta)^{2}} d\alpha - - 2T \left[\xi^{2} \left(T\sin\alpha - (AT + B)\cos\alpha\right) + T\sin\alpha + (AT + B)\cos\alpha\right] \frac{(\eta + \xi)(\eta^{2} + 1)}{(1 - \xi\eta)^{3}} d\omega_{z} = 0, (11.77) \right]$$
  
где  $\xi = tg\beta, \ \eta = tg\theta, \ величины \ A, \ B$  определяются (11.64), a  
 $B_{3} = \sin 2\theta \sin 2\alpha \left[\Gamma_{p}T + A \left(AT + B + \sqrt{3}T\right) \left(\Gamma_{p} - \frac{T}{2\mu_{*}}\right)\right] - \sin 4\theta \cos^{2}\alpha \Gamma_{p} \left(AT + B\right),$   
 $B_{2} = \frac{\sqrt{3}T^{2}}{\mu_{*}} - 2 \left(\Gamma_{p} - \frac{T}{2\mu_{*}}\right) AT - 4\Gamma_{p} \frac{\sqrt{3}}{3} T\cos^{2}\alpha - 4\Gamma_{p} \left(AT + B\right) \cos^{2}\alpha + + 2A \left(AT + B + \sqrt{3}T\right) \left(\Gamma_{-} - \frac{T}{2\mu_{*}}\right) \cos 2\theta \sin 2\alpha + 6\Gamma_{-} \left(AT + B\right) \sin^{2} 2\theta \cos^{2}\alpha - (11.78)$ 

$$B_{1} = \sin 2\theta \sin 2\alpha \left[ 3\Gamma_{p} - \frac{A}{2\mu_{*}} \right]^{2} \cos 2\theta \sin 2\alpha + \delta \Gamma_{p} \left(AT + B\right) \sin 2\theta \cos \alpha, \qquad (TTA)$$

$$B_{1} = \sin 2\theta \sin 2\alpha \left[ 3\Gamma_{p} T - A \left(AT + B + \sqrt{3}T\right) \left(\Gamma_{p} - \frac{T}{2\mu_{*}}\right) \right] + 3\sin 4\theta \cos^{2} \alpha \Gamma_{p} \left(AT + B\right),$$

$$B_0 = \frac{\sqrt{3}T^2}{\mu_*} - 2\left(\Gamma_p - \frac{T}{2\mu_*}\right)AT - 4\Gamma_p \frac{\sqrt{3}}{3}T\cos^2\alpha + 2\Gamma_p T\cos 2\theta\sin 2\alpha - 2\Gamma_p (AT + B)\sin^2 2\theta\cos^2\alpha.$$

В (11.77), (11.78)  $\lambda = tg(\theta + \beta)$  — корень характеристического уравнения. Если все корни вещественные, то (11.77) и (11.78) — это четыре соотношения на характеристиках.

Для определения граничных значений функций Т, 2 $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $\omega_z$ , как в [23], используются значения компонент вектора напряжений Коши и вектора перемещений на границе там, где происходит разрушение рассматриваемого тела. Двигаясь затем по характеристикам, находят (путем решения в каждой точке тела системы линейных алгебраических уравнений) значения этих функций во всей области разрушения, в том числе определяют границу, с которой началось разрушение. Для отыскания напряжений и смещений в области упругих деформаций получается как бы переопределенная на одной границе задача [15], поскольку на границе, с которой началось разрушение, все напряжения и перемещения находятся без решения упругой (или упругопластической) задачи. Решение задачи теории упругости с переопределенными на одной границе условиями можно найти в [24].

Ситуация, очень похожая на изложенную, получается в том случае, когда вещественных характеристик в области разрушения нет. В этом случае в области разрушения требуется решить уже не гиперболическую, а эллиптическую систему уравнений — не с традиционными краевыми условиями, а с условиями вида Коши, когда на одном и том же контуре задаются одновременно и сама функция (вектор напряжений Коши), и ее производная (вектор смещений). Для этого надо получить либо аналитически, либо численно общее решение задачи разрушения, подобное общему решению задачи теории упругости Колосова—Мусхелишвили. По полученному решению здесь также определяется контур или граница, с которой началось разрушение. На этой границе определяются все напряжения и смещения, и для решения задачи в упругой области деформирования опять имеем ситуацию, описанную в [24].

Таким образом, по соотношениям упругости восстановлена феноменологическая механическая модель первоначально изотропного материала, основными элементами которой считаются жесткие недеформируемые частицы — блоки. Блочная модель среды используется для прогноза неупругого деформирования первоначально изотропной среды и ее поведения при разрушении, когда сопротивление среды деформированию падает с ростом деформаций. Исследованы уравнения запредельного деформирования первоначально изотропной среды при плоской деформации в случае условия нарушения прочности Мизеса и определены условия, при которых система дифференциальных уравнений относится к гиперболическому типу.

## 11.4. ХАРАКТЕРИСТИКИ И СООТНОШЕНИЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКАХ НА ЗАПРЕДЕЛЬНОЙ СТАДИИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Традиционно разрушение рассматривается как последовательность изменяющихся во времени упругих состояний. При этом меняется геометрия задачи, меняются граничные условия и разрушение связывается с достижением какой-либо комбинации напряжений, деформаций заданного значения (критерия разрушения), после чего решается другая, но по-прежнему упругая задача. Это в равной степени относится и к продвижению трещин в деформируемой среде [25—27], и к случаю разрушения массива горных пород вокруг каких-либо сооружений, когда разрушенный материал заменяется другим упругим материалом с пониженными модулями упругости [28—30]. В этой связи можно указать еще работы [31—33], в которых также процесс разрушения подменяется исследованием упругого состояния тела с вычислением градиентов упругого напряженного состояния. Время на развитие разрушения там заменяется временем на развитие градиентов.

Такое положение в теории разрушения не может оставаться неизменным. Изменения, прежде всего, связываются с введением в расчеты запредельного деформирования материалов, когда в расчетные схемы не надо будет закладывать дополнительные гипотезы относительно характера разрушения. Потребуется всего лишь определить кривую запредельного деформирования и использовать ее. Построим и исследуем уравнения запредельного деформирования горных пород, для которых начало разрушения описывается условием Кулона—Мора.

Подойдем к построению уравнений запредельного деформирования чисто формально, основываясь лишь на известных экспериментальных данных. Возьмем, например, данные из [34]. Здесь анализируются различные эксперименты. Сделаем акцент на экспериментах на одноосное сжатие каменной соли при разных температурах. Полная диаграмма деформирования этого материала для разных температур представлена на рис. 11.14 (напряжения, соответствующие сжатию, считаем отрицательными). Ось *z* соответствует направлению сжатия сплошных цилиндрических образцов,  $\varphi$  — тангенциальному направлению (*z*Or $\varphi$  — цилиндрическая система координат). В соответствии с общепринятым правилом обозначения главных осей(( $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$ ) пронумеруем оси 1, 2, 3 так, что ось *z* совпадает с осью 3, ось *r* — с осью 2, ось  $\varphi$  — с осью 1.

Тензоры напряжений и деформаций в главных осях равны:

$$\mathbf{T}_{\sigma} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{3} \end{pmatrix}, \ \mathbf{T}_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{2} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{3} \end{pmatrix}.$$

Для описания экспериментов возьмем сначала тензорный базис вида

$$\mathbf{T}_{1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \ \mathbf{T}_{2} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \ \mathbf{T}_{3} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Орты  $T_1, T_2, T_3$ , как легко проверить, ортогональны и имеют единичную длину (скалярное произведение симметрических тензоров второго ранга определяется выражением  $\sigma_{ii} \varepsilon_{ii}$  [35]).

Проецируя тензоры  $T_{\sigma}$ ,  $T_{\varepsilon}$  на орты  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ , замечаем, что их проекции на направление  $T_3$  в случае равенства  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$  ( $\varepsilon_r = \varepsilon_{\phi}$ ) равны нулю. Последнее условие традиционно используется, так как оно есть следствие гипотезы о равенстве параметров Лодэ—Надаи  $\mu_{\sigma} = \mu_{\varepsilon}$ , справедливой для простых путей нагружения. Поэтому весь характер деформирования каменной соли можно пронаблюдать в плоскости, проходящей через тензоры  $T_1$ ,  $T_2$ .



*Рис. 11.14*. Полные диаграммы деформирования каменной соли при положительных и отрицательных температурах согласно [34].

Поясн. см. в тексте.

Обозначая координаты  ${\rm T}_{\sigma}, {\rm T}_{\varepsilon}$  в базисе  ${\rm T}_1, {\rm T}_2$  как $S_1, S_2, \Omega_1, \Omega_2,$ имеем выражения для последних:

$$S_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_z, \ S_2 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\sigma_z, \ \Omega_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(2\varepsilon_{\varphi} + \varepsilon_z), \ \Omega_2 = \frac{2}{\sqrt{6}}(\varepsilon_{\varphi} - \varepsilon_z).$$

На рис. 11.15 (см. вклейку) представлены зависимости  $S_1 = S_1(\Omega_1)$ ,  $S_2 = S_2(\Omega_2)$ , полученные в соответствии с данными экспериментов, представленных на рис. 11.14. Видно то, что первая из указанных зависимостей не является линейной, отражает эффект дилатансии.

Если теперь повернуть базис  $T_1, T_2$  в плоскости, проходящей через эти орты, на некоторый угол  $\varphi_*$ , то, во-первых, для нового базиса (обозначим его как  $T_m, T_i$ ) будут справедливы формулы

$$T_m = T_1 \cos \phi_* - T_2 \sin \phi_*, \ T_l = T_1 \sin \phi_* + T_2 \cos \phi_*,$$

во-вторых, новые координаты  $T_{\sigma}, T_{\varepsilon}$  в этом базисе будут связаны со старыми координатами соотношениями

$$\begin{split} S_m &= S_1 \cos \varphi_* - S_2 \sin \varphi_* , \quad S_l = S_1 \sin \varphi_* + S_2 \cos \varphi_* , \\ \Omega_m &= \Omega_1 \cos \varphi_* - \Omega_2 \sin \varphi_* , \quad \Omega_l = \Omega_1 \sin \varphi_* + \Omega_2 \cos \varphi_* . \end{split}$$

Определим угол  $\varphi_*$  так, чтобы зависимость  $S_m = S_m(\Omega_m)$  стала линейной. Для этого возьмем две произвольные точки на программе нагружения. Этим точкам (назовем их как 1, 2) на рис. 11.17 соответствуют деформации  $\varepsilon_1^{(i)} = \varepsilon_2^{(i)}, \varepsilon_3^{(i)}$ (i = 1, 2). Им соответствуют выражения  $S_1^{(i)}, S_2^{(i)}, \Omega_1^{(i)}, \Omega_2^{(i)}$  (i = 1, 2). Для определения  $\varphi_*$  и коэффициента пропорциональности  $\lambda$  в зависимости  $S_m = \lambda \Omega_m$  имеем следующие два алгебраических уравнения:

$$S_{1}^{(1)}\cos\phi_{*} - S_{2}^{(1)}\sin\phi_{*} = \lambda \left(\Omega_{1}^{(1)}\cos\phi_{*} - \Omega_{2}^{(1)}\sin\phi_{*}\right),$$
  

$$S_{1}^{(2)}\cos\phi_{*} - S_{2}^{(2)}\sin\phi_{*} = \lambda \left(\Omega_{1}^{(2)}\cos\phi_{*} - \Omega_{2}^{(2)}\sin\phi_{*}\right).$$
(11.79)

Поделив первое уравнение на второе, получаем уравнение для определения  $\phi_*$  вида

$$\begin{vmatrix} S_{2}^{(1)} & S_{2}^{(2)} \\ \Omega_{2}^{(1)} & \Omega_{2}^{(2)} \end{vmatrix} tg^{2}\phi_{*} - \left\{ \begin{vmatrix} S_{2}^{(1)} & S_{2}^{(2)} \\ \Omega_{1}^{(1)} & \Omega_{1}^{(2)} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} S_{1}^{(1)} & S_{1}^{(2)} \\ \Omega_{2}^{(1)} & \Omega_{2}^{(2)} \end{vmatrix} \right\} tg\phi_{*} + \begin{vmatrix} S_{1}^{(1)} & S_{1}^{(2)} \\ \Omega_{1}^{(1)} & \Omega_{1}^{(2)} \end{vmatrix} = 0.$$
(11.80)

Это квадратное уравнение имеет два корня; выбираем тот, который приводит к положительному значению  $\lambda$ . После определения  $\phi_*$  из (11.80) находим  $\lambda$  из (11.79).

Если все эти действия применить к каменной соли, получим  $\varphi_* = 45^\circ$  и  $\lambda = 7,13 \cdot 10^2$  МПа. Диаграммы деформирования  $S_m = S_m(\Omega_m)$ ,  $S_l = S_l(\Omega_l)$  представлены на рис. 11.16 (см. вклейку).

Видно то, что первая зависимость  $(S_m = S_m(\Omega_m))$  стала практически линейной, причем и на запредельной стадии деформирования экспериментальные точки группируются около прямой  $S_m = \lambda \Omega_m$ , где  $\lambda = 7,13 \cdot 10^2$  МПа. Другой характер, отличный от зависимости  $S_2 = S_2(\Omega_2)$ , приобрела кривая  $S_l = S_l(\Omega_l)$ . Во-первых, понизилось предельное напряжение. Если на рис. 11.15 предел прочности по напряжению  $S_2$  составлял 10—15 МПа, то на рис. 11.16 предел прочности по на-



Рис. 11.17. Девиаторная плоскость.

пряжению  $S_l$  составляет 2—3 МПа. Кривые  $S_l = S_l(\Omega_l)$  стали более пологими, чем  $S_2 = S_2(\Omega_2)$ . В [36] приводятся данные по другим материалам, по другим горным породам; показывается, что базис, в одном из направлений которого связь напряжений и деформаций линейная, является собственным, т. е. кривые  $S_m = S_m(\Omega_m)$ ,  $S_l = S_l(\Omega_l)$  — это паспортные кри-

вые материала, не зависящие от вида нагружения среды.

С использованием представленного эффекта обратимся к построению уравнений запредельного деформирования в случае плоской деформации как наиболее часто встречающемуся состоянию в горном деле.

Рассмотрим вначале девиаторную плоскость (рис. 11.17), в которой девиатору  $\vec{\sigma}_{v} - \vec{\sigma}_{v}$ 

напряжений  $D_{\sigma}$  поставим в соответствие вектор  $\vec{T}$  с координатами  $\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$  и  $\tau_{xy}$ ,

девиатору деформаций  $D_{\varepsilon}$  — вектор  $\vec{\Gamma}$  с координатами  $\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}$  и  $\varepsilon_{xy}$ , девиатору

приращений напряжений  $D_{\Delta\sigma}$  — вектор  $\Delta \vec{\tau}$  с координатами  $\frac{\Delta \sigma_x - \Delta \sigma_y}{2}$ ,  $\Delta \tau_{xy}$ .

Длины данных векторов совпадают соответственно с максимальным касательным напряжением, максимальным сдвигом, с максимальным касательным напряжением для приращений напряжений.

Полярные углы здесь связаны с ориентацией главных осей тензоров  $T_{\sigma}, T_{\varepsilon}, T_{\Delta\sigma}, T_{\Delta\varepsilon}$ . Так, например,  $tg 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$  определяет тангенс двойного угла

между первым направлением для тензора  $T_{\sigma}$  и осью  $Ox((2\theta = 2(1, x)))$ .

Введем разложение вектора  $\Delta \vec{\tau}$  на направление вектора  $\vec{T}$  и перпендикулярное ему. Догружение  $\Delta \tau'$  по направлению  $\vec{T}$  в [37] называется простым, догружение  $\Delta \tau''$ , ортогональное  $\vec{T}$ , в [37] называется ортогональным. Для определения этих величин имеем формулы

$$\Delta \tau' = \frac{\Delta \sigma_x - \Delta \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \Delta \tau_{xy} \sin 2\theta,$$
$$\Delta \tau'' = \frac{\Delta \sigma_x - \Delta \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \Delta \tau_{xy} \cos 2\theta.$$

Как и в теории пластического течения, предполагаем, что соответствующее  $\Delta \vec{\tau}''$  приращение деформаций  $\Delta \vec{\gamma}''$  изменяется упруго с модулем сдвига 2µ. В результате имеем соотношение

$$-\frac{\Delta\varepsilon_x - \Delta\varepsilon_y}{2}\sin 2\theta + \Delta\varepsilon_{xy}\cos 2\theta = \frac{1}{2\mu} \left( -\frac{\Delta\sigma_x - \Delta\sigma_y}{2}\sin 2\theta + \Delta\tau_{xy}\cos 2\theta \right).$$
(11.81)

Рассмотрим теперь плоскость, ортогональную девиаторной, проходящую через векторы  $\vec{T}$ ,  $\Delta \vec{\tau}'$  (рис. 11.18).

Здесь по оси абсцисс отклады-

ваются значения  $\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$ ,  $\frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2}$ ,  $\frac{\Delta \sigma_x + \Delta \sigma_y}{2}$ , по оси ординат — значения T,  $\Delta \tau'$ ,  $\Delta \gamma'$ .

Введем два базисных орта  $\vec{l}$  и  $\vec{m}$ , повернутые относительно основного базиса, связанного с горизонтальной и вертикальной осями, на угол  $\phi_*$  так, как показано на



*Рис. 11.18*. Плоскость, ортогональная девиаторной.

рис. 11.18. Спроецируем приращения тензоров напряжений и деформаций на эти орты. Будем предполагать, что в направлении  $\vec{l}$  происходит запредельное деформирование горной породы. Введем следующие гипотезы, опирающиеся на экспериментальные данные (одни из этих данных прокомментированы выше при анализе рис. 11.14). Потребуем, чтобы

$$\Delta \Omega_l = -\frac{1}{2\mu_*} \Delta S_l,$$

где  $2\mu_*$  — модуль спада на кривой  $S_l = S_l(\Omega_l)$  (см. рис. 11.16), характеристика материала ( $2\mu_*$  — в общем случае зависит от  $\Omega_l$ ).

Потребуем также, чтобы

$$\Delta \Omega_m = \frac{\Delta S_m}{2k},$$

где 2k — модуль упругости на кривой  $S_m = S_m(\Omega_m)$  (см. рис. 11.16), 2k — константа материала.

Выражая эти зависимости через приращения напряжений и деформаций, получаем следующие соотношения:

$$\Delta\Omega_{l} = \left(\frac{\Delta\varepsilon_{x} - \Delta\varepsilon_{y}}{2}\cos 2\theta + \Delta\varepsilon_{xy}\sin 2\theta\right)\cos\varphi_{*} + \frac{\Delta\varepsilon_{x} + \Delta\varepsilon_{y}}{2}\sin\varphi_{*} = -\frac{1}{2\mu_{*}}\left[\left(\frac{\Delta\sigma_{x} - \Delta\sigma_{y}}{2}\cos 2\theta + \Delta\tau_{xy}\sin 2\theta\right)\cos\varphi_{*} + \frac{\Delta\sigma_{x} + \Delta\sigma_{y}}{2}\sin\varphi_{*}\right], \quad (11.82)$$

$$\Delta\Omega_{m} = -\left(\frac{\Delta\varepsilon_{x} - \Delta\varepsilon_{y}}{2}\cos 2\theta + \Delta\varepsilon_{xy}\sin 2\theta\right)\sin\phi_{*} + \frac{\Delta\varepsilon_{x} + \Delta\varepsilon_{y}}{2}\cos\phi_{*} = \\ = \frac{1}{2k} \left[ -\left(\frac{\Delta\sigma_{x} - \Delta\sigma_{y}}{2}\cos 2\theta + \Delta\tau_{xy}\sin 2\theta\right)\sin\phi_{*} + \frac{\Delta\sigma_{x} + \Delta\sigma_{y}}{2}\cos\phi_{*} \right]. \quad (11.83)$$

Предполагается, что равенство (11.82) справедливо, если  $\Delta \Omega_l \ge 0$ ; если  $\Delta \Omega_l < 0$ , то в (11.82) модуль  $-2\mu_*$  следует заменить на модуль  $2\mu_*$ Выражения (11.79)—(11.81) возможно переписать еще в виде

$$\begin{cases} \frac{\Delta\varepsilon_{x} - \Delta\varepsilon_{y}}{2} = B_{11} \frac{\Delta\sigma_{x} - \Delta\sigma_{y}}{2} + B_{12} \frac{\Delta\sigma_{x} + \Delta\sigma_{y}}{2} + B_{13} \Delta\tau_{xy}, \\ \frac{\Delta\varepsilon_{x} + \Delta\varepsilon_{y}}{2} = B_{12} \frac{\Delta\sigma_{x} - \Delta\sigma_{y}}{2} + B_{22} \frac{\Delta\sigma_{x} + \Delta\sigma_{y}}{2} + B_{23} \Delta\tau_{xy}, \\ \Delta\varepsilon_{xy} = B_{13} \frac{\Delta\sigma_{x} - \Delta\sigma_{y}}{2} + B_{23} \frac{\Delta\sigma_{x} + \Delta\sigma_{y}}{2} + B_{33} \Delta\tau_{xy}, \end{cases}$$
(11.84)

где

$$\begin{cases} B_{11} = C\cos^{2}2\theta + \frac{\sin^{2}2\theta}{2\mu}, \ B_{12} = -B\cos 2\theta, \ B_{13} = (C - 1/2\mu)\cos 2\theta\sin 2\theta, \\ B_{22} = A, \ B_{23} = -B\sin 2\theta, \ B_{33} = C\sin^{2}2\theta + \frac{\cos^{2}2\theta}{2\mu}, \\ A = \frac{\cos^{2}\phi_{*}}{2k} - \frac{\sin^{2}\phi_{*}}{2\mu_{*}}, \ B = \left(\frac{1}{2k} + \frac{1}{2\mu_{*}}\right)\cos\phi_{*}\sin\phi_{*}, \ C = \frac{\sin^{2}\phi_{*}}{2k} - \frac{\cos^{2}\phi_{*}}{2\mu_{*}}. \end{cases}$$
(11.85)

Чтобы решать задачи с применением (11.84), требуется удовлетворить уравнениям равновесия, условиям совместности деформаций, начальным и граничным условиям.

Ограничимся здесь рассмотрением статических задач запредельного деформирования. Запишем уравнения равновесия в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\Delta \sigma_x + \Delta \sigma_y}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\Delta \sigma_x - \Delta \sigma_y}{2} \right) + \frac{\partial \Delta \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\Delta \sigma_x + \Delta \sigma_y}{2} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\Delta \sigma_x - \Delta \sigma_y}{2} \right) + \frac{\partial \Delta \tau_{xy}}{\partial x} = 0. \end{cases}$$
(11.86)

Условие совместности деформаций представим в аналогичной форме:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\Delta \varepsilon_x + \Delta \varepsilon_y}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\Delta \varepsilon_x - \Delta \varepsilon_y}{2} \right) - \frac{\partial \Delta \varepsilon_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \Delta \omega_z}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\Delta \varepsilon_x + \Delta \varepsilon_y}{2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\Delta \varepsilon_x - \Delta \varepsilon_y}{2} \right) - \frac{\partial \Delta \varepsilon_{xy}}{\partial y} - \frac{\partial \Delta \omega_z}{\partial y} = 0, \end{cases}$$
(11.87)

где  $\Delta \omega_z$  — приращение компоненты вектора поворота в направлении оси *z*, вдоль которой  $\varepsilon_z = 0$  (плоская деформация).

После подстановки (11.84), (11.85) в (11.87) с учетом (11.86) получаем систему четырех уравнений в частных производных для определения четырех неизвестных функций  $\frac{\Delta \sigma_x - \Delta \sigma_y}{2}$ ,  $\frac{\Delta \sigma_x + \Delta \sigma_y}{2}$ ,  $\Delta \tau_{xy}$ ,  $\Delta \omega_z$ .

Дополним получившуюся систему уравнений выражениями полных дифференциалов от искомых функций:

$$\begin{cases} d\left(\frac{\Delta\sigma_{x}+\Delta\sigma_{y}}{2}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\Delta\sigma_{x}+\Delta\sigma_{y}}{2}\right)dx + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\Delta\sigma_{x}+\Delta\sigma_{y}}{2}\right)dy, \\ d\left(\frac{\Delta\sigma_{x}-\Delta\sigma_{y}}{2}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\Delta\sigma_{x}-\Delta\sigma_{y}}{2}\right)dx + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\Delta\sigma_{x}-\Delta\sigma_{y}}{2}\right)dy, \\ d\left(\Delta\tau_{xy}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Delta\tau_{xy}\right)dx + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Delta\tau_{xy}\right)dy, \\ d\left(\Delta u_{xy}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Delta u_{xy}\right)dx + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Delta u_{xy}\right)dy. \end{cases}$$
(11.88)

Система уравнений (11.86), (11.87), (11.88) при условиях (11.84), (11.85) — гиперболического типа. Это означает то, что в плоскости xOy в областях запредельного деформирования существуют кривые, определяемые дифференциальным уравнением первого порядка  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ , вдоль которых частные производные от искомых функций определяются неединственным образом. При этом вдоль этих кривых выполняются соотношения на характеристиках, «гарантирующие неопределенность» вычислений частных производных [38].

Приведем вывод уравнений характеристик и соотношений на них. Имеем следующий характеристический определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -B_{23} & B_{12} + B_{22} & -B_{13} & B_{11} + B_{12} & -B_{33} & B_{13} + B_{23} & 1 & 0 \\ B_{12} - B_{22} & B_{23} & B_{11} - B_{12} & B_{13} & B_{13} - B_{23} & B_{33} & 0 & 1 \\ dx & dy & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dy & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & dx & dy & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dy \end{vmatrix} = 0.$$
(11.89)

Здесь первые две строки есть следствие уравнений равновесия, третья и четвертая строки есть результат подстановки (11.84), (11.85) в условия совместности деформаций (11.87), пятая, шестая, седьмая и восьмая строки есть следствие выражений полных дифференциалов (11.88).

Раскрывая (11.89), получаем характеристическое уравнение

$$\begin{bmatrix} B_{11} - 2B_{12} + B_{22} \end{bmatrix} \lambda^4 - \begin{bmatrix} B_{13} - B_{23} \end{bmatrix} 4\lambda^3 + \begin{bmatrix} 2B_{33} - B_{11} + B_{22} \end{bmatrix} 2\lambda^2 + \\ + \begin{bmatrix} B_{13} + B_{23} \end{bmatrix} 4\lambda + \begin{bmatrix} B_{11} + 2B_{12} + B_{22} \end{bmatrix} = 0,$$
(11.90)

где  $\lambda = \frac{dy}{dx}$ , коэффициенты  $B_{11}, B_{12}, ..., B_{33}$  определяются (11.85). Видно то, что уравнение (11.90) не обладает явной симметрией коэффициентов: здесь коэффициент при  $\lambda^4$  не совпадает со свободным членом, коэффициенты при  $\lambda^3$  и при  $\lambda$  также не равны. То есть решить (11.90) аналитически без каких-либо предположений относительно характера решения — задача достаточно сложная.

Решение (11.90) будем искать в виде

 $\lambda = tg(\theta + \beta).$ 

Выбирая решение (11.90) в указанном виде, предполагаем, что если есть характеристики рассматриваемой системы дифференциальных уравнений, то они должны быть симметрично расположенными относительно первого главного направления, определяемого углом  $\theta$ . Это означает, что если есть характеристическое направление, задаваемое углом  $\beta$ , то должно быть характеристическое направление с углом  $-\beta$ , т. е. в терминах  $\beta$  характеристическое уравнение (11.90) должно приводиться к биквадратному уравнению относительно tg $\beta$ , что подтверждено дальнейшими расчетами.

Подставляя это решение в (11.90), учитывая выражение (11.85), после приведения подобных получаем следующее уравнение для определения tgβ:

$$(A+2B+C) \operatorname{tg}^{4} \beta + 2 \left( A - C + \frac{1}{\mu} \right) \operatorname{tg}^{2} \beta + (A-2B+C) = 0$$

где А, В, С определяются (11.85). Корни уравнения (11.90) есть выражения вида

$$tg \beta_{1,2,3,4} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{a+\sqrt{b}}{c}} \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{a-\sqrt{b}}{c}}, \qquad (11.91)$$

где

$$a = \left(1 + \frac{\mu_*}{k}\right) \cos 2\varphi_* + \frac{2\mu_*}{\mu}, \quad b = \left(1 + \frac{\mu_*}{k}\right)^2 \cos^2 2\varphi_* - \frac{4\mu_*}{k},$$
  
$$c = 1 - \frac{\mu_*}{k} - \left(1 + \frac{\mu_*}{k}\right) \sin 2\varphi_*.$$
 (11.92)

Наиболее просто корни (11.90) выражаются в случае  $k = \infty$  (материал несжимаем в направлении вектора  $\vec{m}$ ):

$$(\operatorname{tg}\beta)_{1,2,3,4} = \frac{\pm \sqrt{\cos 2\phi_* + \mu_* / \mu \pm \sqrt{\mu_* / \mu}}}{\cos \phi_* - \sin \phi_*}$$

Если еще положить  $\mu_* = \infty$ , то одни корни равны  $\pm \infty$  (угол  $\beta = \pm \pi/2$ ), два другие получаются равными нулю (угол  $\beta = 0$ ).

В общем случае для вещественности выражений (11.91) необходимо выполнение следующих ограничений:

$$c \ge 0, \ b \ge 0, \ a - \sqrt{b} \ge 0$$

Учитывая, что выражение для b возможно записать в виде

$$b = \left(1 - \frac{\mu_*}{k}\right)^2 - \left(1 + \frac{\mu_*}{k}\right)^2 \sin^2 2\varphi_*,$$

то с учетом выражения для c (11.92) получаем следующие ограничения на значения входных параметров  $\mu_*, k, \phi_*$ :

$$\mu_* \le k, \quad \left| \sin 2\varphi_* \right| \le \left( 1 - \frac{\mu_*}{k} \right) / \left( 1 + \frac{\mu_*}{k} \right).$$
(11.93)

Только при этих значениях параметров  $\mu_*$ , k,  $\phi_*$  характеристическое уравнение (11.90) будет иметь вещественные корни. Легко проверить, что для выполнения условия  $a - \sqrt{b} \ge 0$  достаточно, чтобы  $\cos 2\phi_*$  был неотрицательным, что гарантируется вторым ограничением (11.93).

Обратимся теперь к определению соотношений на характеристиках (11.90) системы дифференциальных уравнений (11.84)—(11.88). Для этого надо в определителе (11.89) заменить любой столбец столбцом из свободных членов указанной системы уравнений (заменим первый). Учтем здесь то, что столбец из свободных членов дают лишь выражения (11.88) — дифференциалы приращений искомых функций. Это объясняется тем, что все представленные формулы (11.84)—(11.88) рассматриваются в малой окрестности радиуса  $\Delta$  исходной точки с координатами x, y, в которой как параметры среды, так и параметры нагружения ( $\mu_*, k, \varphi_*, \sigma, T, \theta, \omega_z$ ) являются величинами постоянными и производные от них обращаются в ноль. Здесь d — это дробная часть  $\Delta$  и соотношения (11.88) показывают, что в окрестности рассматриваемой точки могут меняться лишь производные от приращений искомых функций. Поэтому определитель для получения соотношений на характеристиках будет равен

0	0	1	0	0	1	0	0	
0	1	0	-1	1	0	0	0	
0	$B_{12} + B_{22}$	$-B_{13}$	$B_{11} + B_{12}$	$-B_{33}$	$B_{13} + B_{23}$	1	0	
0	$B_{23}$	$B_{11} - B_{12}$	$B_{13}$	$B_{13} - B_{23}$	$B_{33}$	0	1	
$d\left(\frac{\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y}{2}\right)$	dy	0	0	0	0	0	0	= 0.
$d\left(\frac{\Delta\sigma_x - \Delta\sigma_y}{2}\right)$	0	dx	dy	0	0	0	0	
$d\left(\Delta \tau_{_{XY}}\right)$	0	0	0	dx	dy	0	0	
$d\left(\Delta\omega_z\right)$	0	0	0	0	0	dx	dy	

Приравнивая его к нулю и раскрывая по элементам первого столбца, получаем следующее выражение, связывающее дифференциалы приращений от искомых функций:

$$\left\{ \left(2B_{23} - B_{13}\right)\lambda^{3} + \left(2B_{33} + B_{22} + 2B_{12} - B_{11}\right)\lambda^{2} + \left(3B_{13} + 2B_{23}\right)\lambda + B_{11} + 2B_{12} + B_{22} \right\} d\left(\frac{\Delta\sigma_{x} + \Delta\sigma_{y}}{2}\right) + \left\{ \left(2B_{13} - B_{23}\right)\lambda^{3} + 2\left(B_{11} - B_{33}\right)\lambda^{2} - \left(2B_{13} + B_{23}\right)\lambda \right\} d\left(\frac{\Delta\sigma_{x} - \Delta\sigma_{y}}{2}\right) + \left\{ \left(B_{33} - B_{11} + B_{12}\right)\lambda^{3} + 4B_{13}\lambda^{2} - \left(B_{33} - B_{11} - B_{12}\right)\lambda \right\} d\left(\Delta\tau_{xy}\right) + \left\{ \left(\lambda^{3} + \lambda\right)d\left(\Delta\omega_{z}\right) = 0. \right\}$$

$$(11.94)$$

В этом уравнении коэффициенты  $B_{ij}$  (*i*, *j* = 1, 2, 3) определяются формулами (11.85). Если непосредственно подставить в (11.94) выражения (11.85) и  $\lambda$  заменить на tg( $\theta$ + $\beta$ ), то это уравнение не упростится. Упрощения появятся, если вместо  $d\left(\frac{\Delta\sigma_x - \Delta\sigma_y}{2}\right)$ ,  $d\left(\Delta\tau_{xy}\right)$  подставить их выражения через полярные координаты

векторов  $\vec{T}$ ,  $\vec{\Gamma}$ ,  $\Delta \vec{\tau}$  (см. рис. 11.17):

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = T\cos 2\theta, \text{ тогда } \frac{\Delta \sigma_x - \Delta \sigma_y}{2} = \Delta T\cos 2\theta - 2T\Delta\theta\sin 2\theta,$$
  
$$\tau_{yy} = T\sin 2\theta, \text{ тогда } \Delta \tau_{yy} = \Delta T\sin 2\theta + 2T\Delta\theta\cos 2\theta. \tag{11.95}$$

Другое упрощение появляется при замене слагаемого  $B_{11} + 2B_{12} + B_{22}$  в коэффициенте при  $d\left(\frac{\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y}{2}\right)$  на выражение, следующее из формулы (11.90). Про-

изведя указанные замены, собирая затем слагаемые с  $\Delta T$ ,  $2T\Delta \theta$  и заменяя  $\lambda$  на  $tg(\theta + \beta)$ , получаем искомое выражение в виде

$$\begin{bmatrix} \left(C - \frac{1}{2\mu}\right)\sin 2\beta - \left(A + 2B + C\right)\operatorname{tg}\beta \end{bmatrix} d\left(\frac{\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y}{2}\right) + \left(C - \frac{1}{2\mu}\right)\sin 2\beta \cdot d\Delta T + 2T \left[ \left(C - \frac{1}{2\mu}\right)\cos 2\beta - B \right] d\Delta\theta + d\Delta\omega_z = 0.$$

Это уравнение можно проинтегрировать вдоль характеристик в окрестности  $\Delta$  рассматриваемой точки с координатами *x*, *y*. В результате получаем то же самое, но в правой части будет стоять константа, своя для каждой характеристики:

$$\left[ \left( C - \frac{1}{2\mu} \right) \sin 2\beta - \left( A + 2B + C \right) \operatorname{tg} \beta \right] \frac{\Delta \sigma_x + \Delta \sigma_y}{2} + \left( C - \frac{1}{2\mu} \right) \sin(2\beta) \cdot \Delta T + 2T \left[ \left( C - \frac{1}{2\mu} \right) \cos 2\beta - B \right] \Delta \theta + \Delta \omega_z = \operatorname{const.}$$
(11.96)

Здесь *А*, *B*, *C* определяются (11.85). Получается так, что вдоль каждой характеристики (направления которых меняются!) в деформируемом теле значения этих констант сохраняются. Чтобы решить задачу, надо определить эти константы на границе тела. Для этого требуется в каждой точке границы тела, с которой начинается разрушение, знать значения  $\frac{\Delta \sigma_x + \Delta \sigma_y}{2}$ ,  $\Delta T$ ,  $\Delta \theta$ ,  $\Delta \omega_z$ . Утверждается, что всю эту информацию возможно получить, если на одном и том же контуре задать и вектор приращений напряжений Коши, и вектор приращений перемещений. Покажем это.

Пусть на каком-либо участке контура *L* заданы вектор Коши  $\Delta \vec{p}(s)$  — для приращений напряжений и вектор приращений смещений  $\Delta \vec{G}(s) = (\Delta u, \Delta v)$ , здесь s — длина дуги. Пусть граница *L* не совпадает ни с одной из характеристик рассматриваемой системы дифференциальных уравнений. Как всегда,  $\vec{n}$  — нормаль,  $\vec{t}$  — касательная,  $\varphi$  — угол между нормалью и осью *Ox*,  $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ . Рассмотрим производную по касательной от вектора приращений смещений. Имеем

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{ds} = \Delta g_1(s), \\ \frac{\partial v}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{dy}{ds} = \Delta g_2(s). \end{cases}$$
(11.97)

Здесь  $(\Delta g_1(s), \Delta g_2(s)) = \Delta \vec{G}'(s) = \Delta \vec{g}$  — заданный вектор производной по касательной,  $\frac{dx}{ds} = -\sin \varphi$ ,  $\frac{dy}{ds} = \cos \varphi$ .

Перепишем (11.97) в виде

$$\begin{cases} -\Delta\varepsilon_x \sin\varphi + (\Delta\varepsilon_{xy} - \Delta\omega_z) \cos\varphi = \Delta g_1(s), \\ -(\Delta\varepsilon_{xy} + \Delta\omega_z) \sin\varphi + \Delta\varepsilon_y \cos\varphi = \Delta g_2(s). \end{cases}$$
(11.98)

В этих формулах известны правые части на границе тела, но неизвестны величины  $\Delta \varepsilon_x$ ,  $\Delta \varepsilon_{xy}$ ,  $\Delta \omega_z$ ,  $\Delta \varepsilon_y$ . Из (11.98) составим следующие две линейно независимые комбинации:

$$\begin{cases} \Delta g_n = \Delta \vec{g} \cdot \vec{n} = \Delta g_1(s) \cos \varphi + \Delta g_2(s) \sin \varphi = \\ = -\left(\frac{\Delta \varepsilon_x - \Delta \varepsilon_y}{2}\right) \sin 2\varphi + \Delta \varepsilon_{xy} \cos 2\varphi - \Delta \omega_z, \\ \Delta g_t = \Delta \vec{g} \cdot \vec{t} = -\Delta g_1(s) \sin \varphi + \Delta g_2(s) \cos \varphi = \\ = \frac{\Delta \varepsilon_x + \Delta \varepsilon_y}{2} - \frac{\Delta \varepsilon_x - \Delta \varepsilon_y}{2} \cos 2\varphi - \Delta \varepsilon_{xy} \sin 2\varphi, \end{cases}$$
(11.99)

где  $\Delta \vec{g} = (\Delta g_1(s), \Delta g_2(s)).$ 

Подставим сюда вместо  $\frac{\Delta \varepsilon_x - \Delta \varepsilon_y}{2}$ ,  $\Delta \varepsilon_{xy}$ ,  $\frac{\Delta \varepsilon_x + \Delta \varepsilon_y}{2}$  их выражения через приращения напряжений  $\frac{\Delta \sigma_x - \Delta \sigma_y}{2}$ ,  $\frac{\Delta \sigma_x + \Delta \sigma_y}{2}$ ,  $\Delta \tau_{xy}$  посредством (11.84), при этом вместо  $\frac{\Delta \sigma_x - \Delta \sigma_y}{2}$ ,  $\Delta \tau_{xy}$  введем величины  $\Delta T$ ,  $2T\Delta \theta$  с помощью (11.95).

Результат подстановки приводит к следующим достаточно простым выражениям:

$$\begin{cases} \Delta g_n = (C\Delta T - B\Delta\sigma)\sin 2(\theta - \varphi) + \frac{2T\Delta\theta\cos 2(\theta - \varphi)}{2\mu} - \Delta\omega_z, \\ \Delta g_t = -(C\Delta T - B\Delta\sigma)\cos 2(\theta - \varphi) + \frac{2T\Delta\theta\sin 2(\theta - \varphi)}{2\mu} + A\Delta\sigma, \end{cases}$$

где *А*, *B*, *C* определяются (11.85).

Рассмотрим теперь вектор Коши для приращений напряжений. Для нормальной и касательной составляющих этого вектора имеем следующие формулы:

$$\begin{cases} \Delta p_n = \Delta \sigma_x \cos^2 \varphi + \Delta \sigma_y \sin^2 \varphi + \Delta \tau_{xy} \sin 2\varphi, \\ \Delta p_t = \Delta \tau_{xy} \cos 2\varphi - \frac{\Delta \sigma_x - \Delta \sigma_y}{2} \sin 2\varphi. \end{cases}$$
(11.100)

$$\begin{cases} \Delta p_n = \Delta \sigma + \Delta T \cos 2(\theta - \phi) - 2T\Delta \theta \sin 2(\theta - \phi), \\ \Delta p_t = \Delta T \sin 2(\theta - \phi) + 2T\Delta \cos 2(\theta - \phi). \end{cases}$$
(11.101)

Система уравнений (11.100), (11.101) является полной для определения величин Δσ, ΔΤ, 2ΤΔθ, Δω<sub>z</sub>.

Решая ее, сначала находим Δσ из соотношения

$$\Delta \sigma = \frac{\Delta q_t + \Delta p_n (C - \frac{1}{2\mu}) \cos^2 2(\theta - \varphi) + \frac{\Delta p_n}{2\mu} + \frac{\Delta p_t}{2} (C - \frac{1}{2\mu}) \sin 4(\theta - \varphi)}{B \cos 2(\theta - \varphi) + (C - \frac{1}{2\mu}) \cos^2 2(\theta - \varphi) + \frac{1}{2\mu}}.$$

Затем определяем  $\Delta T$ ,  $2T\Delta \theta$  по формулам

$$\begin{cases} \Delta T = (\Delta p_n - \Delta \sigma) \cos 2(\theta - \phi) + \Delta p_t \sin 2(\theta - \phi), \\ 2T\Delta \theta = -(\Delta p_n - \Delta \sigma) \sin 2(\theta - \phi) + \Delta p_t \cos 2(\theta - \phi), \end{cases}$$

после чего находим Δω, из первого соотношения (11.100):

$$\Delta \omega_z = (C\Delta T - B\Delta \sigma)\sin 2(\theta - \varphi) + \frac{2T\Delta \theta \cos 2(\theta - \varphi)}{2\mu} - \Delta q_n.$$

Таким образом, задача определения граничных значений искомых функций решается до конца. По заданным значениям компонент вектора Коши  $\Delta p_n$ ,  $\Delta p_t$  и смещений на границе, с которой начинается разрушение материала, сначала находим производные от смещений по касательной к этой границе — величины  $\Delta g_1(s)$ ,  $\Delta g_2(s)$ , определяем значения  $\Delta q_n$ ,  $\Delta q_t$ , затем по приведенным выше формулам находим значения величин  $\Delta \sigma$ ,  $\Delta T$ ,  $2T\Delta \theta$ ,  $\Delta \omega_c$  в каждой точке границы.

Выпускаем из границы четыре вида характеристических линий  $\frac{dy}{dx} = tg(\theta + \beta).$ 

Вдоль этих линий справедливы соотношения на характеристиках (11.96). Константа в правой части (11.96) определяется посредством подстановки граничных значений  $\Delta \sigma$ ,  $\Delta T$ ,  $2T\Delta \theta$ ,  $\Delta \omega_z$  в левую часть. Двигаясь вдоль характеристик, в каждой ее точке внутри тела решаем систему четырех линейных уравнений вида (11.96) и определяем внутри тела значения величин  $\Delta \sigma$ ,  $\Delta T$ ,  $2T\Delta \theta$ ,  $\Delta \omega_z$ . Движение происходит до тех пор, пока напряжение  $S_i$  не достигнет пикового значения, после которого должно начаться либо упругопластическое деформирование материала, либо упругое (хрупкий материал). При таком алгоритме без решения всей задачи с учетом упругого или упругопластического деформирования только по граничным данным находится область разрушения, включая границу, с которой начинается разрушение.

В заключение приведем несколько частных случаев рассматриваемой системы уравнений.

Пусть  $\phi_* = 0$  (условие наступления разрушения совпадает с условием Треска). В этом случае из (11.91) имеем

$$tg \beta = \frac{\pm \sqrt{1 + \mu_* / \mu} \pm \sqrt{1 + \mu_* / \mu - (1 - \mu_* / k)}}{\sqrt{1 - \mu_* / k}}.$$

Если ввести обозначения

$$\delta = \pm \sqrt{1 + \mu_* / \mu}, \, \varepsilon = \pm \sqrt{1 - \mu_* / \mu}, \tag{11.102}$$

то формулу для  $tg\beta$  можно записать в виде

$$tg\beta = \frac{\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \varepsilon^2}}{\varepsilon},$$

при этом

$$\sin 2\beta = \frac{\varepsilon}{\delta}, \ \cos 2\beta = \pm \frac{\sqrt{\delta^2 - \varepsilon^2}}{\delta}.$$

В этом случае соотношения на характеристиках (11.96) переписываются с учетом (11.85) в виде

$$\pm \sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)^2} \Delta \sigma - \Delta T \pm \frac{\delta}{\varepsilon} \sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)^2} 2T \Delta \theta + \frac{2\mu_*}{\varepsilon \delta} \Delta \omega_z = \text{const.}$$
(11.103)

Если в этих соотношениях положить  $k \to \infty$ , то є будет равно 1, дальше положить  $\mu_* \to \infty$  ( $\delta \to \infty$ ). Тогда tg  $\beta$  равен либо нулю либо бесконечности и для ограниченности решения необходимо, чтобы  $\Delta \theta = 0$  или  $\theta = \text{const.}$ 

При  $\mu_* = 0$  (случай идеальной пластичности) из (11.103) следует ( $\delta = \pm 1$ ,  $\epsilon = 1$ )  $\Delta T = 0$  или T = const при tg $\beta = \pm 1$ .

Рассмотрим еще случай идеальной пластичности  $\mu_* = 0$  при  $\phi_* \neq 0$ . Он, как и предыдущий, является вырожденным, т. е. вместо четырех соотношений на характеристиках получаем только одно соотношение. Характеристики здесь, определяемые (11.91), имеют вид  $\lambda = tg(\theta + \beta)$ , где

$$tg\beta = \pm \sqrt{tg\left(\frac{\pi}{4} + \varphi_*\right)}.$$
(11.104)

Соотношение на характеристиках (11.96) вырождается в

$$\Delta \sigma \sin \varphi_* + \Delta T \cos \varphi_* = 0$$
 или  $\Delta S_l = 0.$  (11.105)

Чтобы решить задачу для этого случая, требуется вновь вернуться к уравнениям равновесия (11.86) и решить эту систему совместно с условием (11.105). Характеристики в этом случае получаются такого же вида, как и (11.104), и соотношения на них будут следующие:

$$\sqrt{1-tg^2}\,\phi_*\,\Delta T\mp 2T\Delta\theta\,\,tg\,\phi_*=const.$$

Что касается приращений смещений, то для их определения имеем также два уравнения: (11.81) и (11.83). Подставляя сюда выражения приращений деформаций через приращения смещений по формулам Коши, получаем два уравнения в частных производных с характеристиками (11.104) и соотношениями на них вида

$$(d(\Delta u) + \lambda d(\Delta v))(\sin \varphi_* + \cos 2\theta \cos \varphi_*) = \frac{\lambda 2 T \Delta \theta}{\mu} (\cos \varphi_* + \sin \varphi_* (\cos 2\theta + \lambda \sin 2\theta)) dx - \frac{\Delta S_m}{k} \lambda (\sin 2\theta - \lambda \cos 2\theta) dx.$$

Интегрировать это уравнение следует по области  $\Delta$  (точнее — по проекции этой области на ось абсцисс), в которой все параметры среды сохраняются константами. Меняются в ней лишь  $\Delta \theta$ ,  $\Delta S_m$ . Тогда имеем

$$(\Delta u + \lambda \Delta v)(\sin \varphi_* + \cos 2\theta \cos \varphi_*) =$$
  
=  $\frac{\lambda}{\mu} (\cos \varphi_* + \sin \varphi_* (\cos 2\theta + \lambda \sin 2\theta)) \frac{2T}{\mu} \int_{(\Delta)} \Delta \theta \, dx -$   
 $- \frac{\lambda}{k} (\sin 2\theta - \lambda \cos 2\theta) \int_{(\Delta)} \Delta S_m \, dx \,.$  (11.106)

В случае жесткого материала, для которого  $\mu = \infty$ ,  $k = \infty$ , формула (11.106) упрощается, вырождаясь в соотношение

$$\Delta u \cdot \Delta x + \Delta v \cdot \Delta y = 0,$$

означающее то, что проекция вектора приращений смещений на линию скольжения равняется нулю.

Важно отметить, что четыре семейства линий скольжений наблюдаются экспериментально [39].

Таким образом, построена математическая модель запредельного деформирования горных пород, для которых условие начала разрушения совпадает с условием Кулона-Мора. Показано, что для решения задач разрушения горных пород необходимо на одном и том же контуре задавать и вектор смещений (приращений смещений), и вектор Коши для приращений напряжений. В случае идеально хрупкого материала (модуль спада равен бесконечности) характеристики совпадают с главными направлениями тензора напряжений, причем эти направления сохраняются в процессе разрушения ( $\theta = \text{const}$ ). Определены соотношения на характеристиках при угле внутреннего трения, равном нулю, при модуле спада, равном нулю (случай идеальной пластичности). Показано, что при решении задач разрушения всю область деформирования необходимо разбивать на подобласти, в пределах которых рассматривать уравнения равновесия, условия совместности деформаций. При этом все параметры среды следует считать постоянными, от точки к точке внутри подобласти могут меняться лишь приращения основных величин. В рамках этих предположений строятся проинтегрированные соотношения на характеристиках.

# 11.5. Закономерности деформирования квазипластических соляных горных пород при различных условиях и видах нагружения

Важнейшим условием безопасной и эффективной отработки месторождений полезных ископаемых является научно обоснованное управление процессами деформирования и разрушения вмещающих пород. Это особенно актуально для калийных рудников, ведение горных работ на которых связано с необходимостью сохранения сплошности водозащитной толщи, отделяющей водоносные горизонты от выработанного пространства. Обеспечение устойчивости водоупорного целика и, следовательно, защита рудников от затопления достигаются применением камерной системы разработки с поддержанием вышележащей толщи на ленточных междукамерных целиках [40]. Анализ работы междукамерных целиков показывает, что их долговременная устойчивость зависит от ряда факторов: структурнотекстурных особенностей строения массива, прочностных и деформационных свойств пород; формы и размеров грузонесущих элементов подземных конструкций; скорости и времени приложения нагрузки; вида напряженного состояния и т. д. Этот анализ невозможен без исследования механических свойств соляных пород, характера их деформирования и разрушения при различных условиях и видах нагружения.

Методика исследования. Экспериментальные исследования упругопластического деформирования соляных пород при трехосном сжатии выполнялись на образцах сильвинита и каменной соли. Для получения однородных выборок образцы до испытаний сортировали по степени однородности методами ультразвуковой дефектоскопии [41].

Испытания проводились на сервогидравлическом прессе английской фирмы Instron с предельной нагрузкой 350 кН при статических нагружениях, 250 кН — при динамических. Жесткость пресса — не ниже 200 МН/м. В этом случае можно определять прочностные и деформационные свойства в режиме контролируемого

разрушения на цилиндрических образцах с площадью поперечного сечения до 1500 мм<sup>2</sup> и высотой 70 мм. Деформирование образцов за пределом их прочности продолжалось до полной потери ими несущей способности (рис. 11.19). Результаты экспериментов непрерывно записывались в память компьютерного измерительновычислительного комплекса, позволяющего регистрировать в режиме реального времени параметры нагружения (усилия, боковое давление, перемещения в осевом и окружном направлениях цилиндрического образца).

Образцы соляных пород цилиндрической формы (диаметр  $d = 38 \pm 0,015$  мм, высота h = 76 + 0,01 мм) представлены пестрым сильвинитом (пласт Б) и каменной солью (подстилающая толща) Верхнекамского калийного месторождения. С целью минимизации разброса результатов эксперимента образцы каждой серии из-



Рис. 11.19. Схема к определению параметров деформирования: предел прочности  $\sigma_1^{lim}$ , разрушающая деформация  $\varepsilon_1^{lim}$ , остаточный предел прочности  $\sigma_1^{res}$ , деформация остаточной прочности  $\varepsilon_1^{res}$ , поперечная деформация на пределе прочности  $\varepsilon_2^{lim}$ , касательный модуль деформации  $D_{\rm e}$ , секущий модуль деформации  $D_{\rm lim}$ , предельный модуль спада  $M_{\rm lim}$ .



Рис. 11.20. Схема камеры объемного сжатия.

готавливались из единого породного монолита. На рис. 11.20 показана схема камеры трехосного сжатия. Камера высокого давления подробно описана в [42, 43]. Образец помещался между нагружающим штоком и основанием кромки камеры (см. рис. 11.20), центровка осуществлялась сферической поверхностью, установленной между торцом штока и верхней плитой пресса. Обработка торцов каждого образца делалась в специальных оправках, применение которых обеспечивало достаточную парал-

лельность торцов, на прецизионной полировальной машине PM2 (Англия). Образцы изготавливались с высокой точностью обработки боковой поверхности; гидроизоляция при испытаниях достигалась с помощью тонкостенной резиновой трубки (толщина стенки 1 мм).

В экспериментах использовались два способа регистрации деформационных характеристик. В первом применялись экстензометры сопротивления [42]; во втором продольное перемещение образца измерялось через смещение штока. При помощи экстензометра устанавливался момент соприкосновения давильной плиты пресса со штоком. Этот метод позволяет измерять большие деформации образца со снятием полных диаграмм деформирования вплоть до его разрушения.

Траектории нагружения задавались в пространстве главных напряжений ( $\sigma_r - \sigma_{\phi}, \sigma_z$ , где  $\sigma_r, \sigma_{\phi}, \sigma_z$  — радиальное, окружное, осевое напряжения соответственно) и имели вид двух- и многозвенных ломаных. При испытаниях в условиях трехосного сжатия на первых участках траекторий между напряжениями выполнялось соотношение  $\sigma_z = \sigma_{\phi} = \sigma_r$ , затем следовали нагружения при постоянном боковом давлении. В этом случае  $\sigma_z \ge \sigma_r = \sigma_{\phi}$ . Ниже, как и на рис. 11.19, будут приняты обозначения  $\sigma_1 = \sigma_z$ ,  $\sigma_2 = \sigma_{\phi} = \sigma_r$ ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_z$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon_{\phi} = \varepsilon_r$ .

Влияние бокового давления на механические характеристики соляных пород. Эксперименты проводились по следующим схемам нагружения:

осевое сжатие образца при заданной постоянной скорости нагружения с постоянным значением бокового давления до его разрушения;

осевое сжатие образца при боковом давлении с последующим сбросом его при определенном значении осевой деформации.

В первом случае нагружения осуществлялись при следующих значениях бокового давления: 0, 1,0, 2,5, 5,0, 7,5, 10,0, 20,0 МПа. В табл. 11.1 приведены данные о количестве образцов, испытанных при заданном значении бокового давления, и средние значения параметров деформирования. При боковом давлении, превышающем 7,5 МПа, здесь не указаны некоторые значения параметров деформирования, так как при выходе образца на стадию разупрочнения (в момент образова-

## Таблица 11.1

Средние значени	я параметров	деформирования	образцов	пестрого	сильвинита	при
различных боков	ых давлениях	, L				

Боковое	Коли-	Параметры деформирования							
давление, МПа	чество образцов	σ <sup>lim</sup> , MΠa	ε <sup>lim</sup> , %	σ <sup>res</sup> , ΜΠa	$\epsilon_1^{\text{res}}, \frac{0}{0}$	<i>D</i> <sub>e</sub> , ГПа	D <sub>lim</sub> , ГПа	M <sub>lim</sub> , ГПа	ε <sup>lim</sup> , %
0,0	4	21,4	2,3	0,5	5,3	1,7	0,095	0,69	-
1,0	3	34,7	5,5	18,5	11,8	1,9	0,065	0,26	-5,3
2,5	5	45,8	11,9	30,8	22,7	1,8	0,040	0,15	-6,4
5,0	5	61,2	17,3	51,3	24,9	2,4	0,036	0,14	-11,6
7,5	3	67,3	23,1	_	_	2,3	0,030	-	-18,6
10,0	2	75,8	21,6	_	_	3,3	0,038	-	-
20,0	2	109,0	—	-	—	4,0	—	—	—

ния магистральных трещин), как правило, происходил разрыв резиновой манжеты.

Данные экспериментов на образцах представлены на рис. 11.21 (пестрый сильвинит) и рис. 11.22 (каменная соль). Для определения модуля упругости образцов каменной соли на допредельном участке кривой деформирования в осевом направлении образцы разгружались до напряжения, отвечающего боковому давлению, затем шло последующее нагружение при заданном боковом давлении.

Результаты опытов свидетельствуют о том, что отличие одноосного сжатия от объемного нагружения заключается, в первую очередь, в появлении на диаграмме деформирования ветви остаточной прочности, что обусловлено влиянием бокового давления на дезинтегрированные в процессе трещинообразования частицы образца. При переходе от одноосного сжатия к объемному происходил резкий рост несущей способности образца (см. рис. 11.21,  $a, \delta$  и 11.22,  $a, \delta$ ). Как и следовало ожидать, несущая способность образцов в осевом направлении при увеличении бокового давления росла (рис. 11.22, 11.23, см. вклейку).

Изменение средних значений параметров деформирования образцов в осевом направлении в зависимости от величины бокового давления приведено на рис. 11.23. Сравнение полученных зависимостей показывает, что при одинаковом боковом давлении прочность каменной соли на 20—25 % выше аналогичного по-казателя сильвинита.

Изменение максимальной несущей способности ( $\sigma_1^{lim}$ ) образца (см. рис. 11.23, *a*) достаточно хорошо описывается кривой, близкой к параболической огибающей. Влияние бокового давления на величину разрушающей деформации  $\varepsilon_1^{lim}$  в интервале 0—8 МПа с достаточной степенью точности аппроксимируется линейной зависимостью (см. рис. 11.23, *б*). При этом деформационные характеристики для сильвинита и каменной соли практически совпадают.

С повышением бокового давления также наблюдается возрастание касательного модуля упругости  $D_e$ , определяемого по начальному (линейному) участку диаграммы деформирования (см. рис. 11.23, *г*). Несмотря на большой разброс полученных результатов, достаточно четко прослеживается линейный характер изменения данного модуля в зависимости от бокового давления. При этом для ка-



менной соли полученная характеристика изменяется более интенсивно (в 1,5—2 раза), чем для сильвинита.

Результаты определения поперечной деформации  $\varepsilon_2^{\lim}$  в момент достижения образцами предела прочности показаны на рис. 11.23, *д*. Характер ее зависимости от бокового давления близок к параболической. Для образцов каменной соли наблюдалась более высокая степень разуплотнения, чем для сильвинита, что объясняется их более высокой хрупкостью. С увеличением бокового давления возрастают предел остаточной прочности  $\sigma_1^{res}$  и соответствующая остаточная деформация  $\varepsilon_1^{res}$  (см. рис. 11.23, *e*).

В целом большинство исследуемых прочностных и деформационных параметров увеличивается по абсолютной величине с повышением бокового давления. Исключения составляют секущий модуль деформации  $D_{\rm lim}$  и  $\varepsilon_2^{\rm lim}$  — поперечная деформация разрушения, для которых наблюдается резкое снижение значений при изменении давления от 0 до 2 МПа с последующем выходом на асимптоту (см. рис. 11.23, *в*, *з*).

Проведенные исследования показали, что модуль упругости не зависит от бокового давления. Более показательным в этом отношении является параметр нормированной деформации разгрузки, определяемый как отношение деформации,



при которой выполняется разгрузка образца  $\varepsilon_1^e$  (см. рис. 11.19), к величине разрушающей деформации  $\varepsilon_1^{lim}$ . На рис. 11.24 показано возрастание модуля упругости с увеличением нормированной деформации разгрузки. Можно сказать, что параметр нормированной деформации характеризует текущую поврежденность образцов горной породы под действием сжимающих усилий, отражающих нарушение упругих связей минерального скелета.

Рассмотрим данные опытов для второго случая нагружения. На начальной стадии проводилось пропорциональное нагружение — увеличение бокового давления  $\sigma_2$  до 7 МПа (такие же горизонтальные напряжения испытывают породы

Верхнекамского месторождения). При достижении напряжением  $\sigma_1$  значения 20 и 40 МПа осуществлялся резкий сброс бокового давления  $\sigma_2$  до нуля. Подобная схема испытаний моделирует изменение горизонтальной составляющей поля напряжений Верхнекамского месторождения в момент формирования целиков при проведении очистных работ камерной системой отработки.

Сброс бокового давления в режиме жесткого нагружения обусловливает скачкообразное уменьшение осевого сжимающего усилия (рис. 11.25). При значении сброса 7 МПа происходит различное по своей абсолютной вели-



Рис. 11.24. Характер изменения модуля упругости каменной соли в зависимости от нормированной деформации разгрузки.



*Рис. 11.25*. Диаграммы напряжение—деформация образцов пестрого сильвинита при сбросе бокового давления с 7 до 0 МПа.

чине снижение осевого усилия  $\Delta \sigma_1$  в зависимости от достигнутой деформации в осевом направлении. Сброс давления на допредельном участке кривой деформирования при осевой нагрузке  $\sigma_1 \approx 20$  МПа (деформация  $\varepsilon_1 = 0,8-1,5$ %) вызывает уменьшение  $\Delta \sigma_1$  на 4,0-4,5 МПа (см. рис. 11.25, *a*-*b*). При дальнейшем увеличении нагрузки деформирование образца происходит в режиме одноосного сжатия. Сброс бокового давления на пределе несущей способности образца ( $\sigma_1 = 40$  МПа, относительная деформация  $\varepsilon_1 = 2,8-4,4$ %) уменьшает  $\Delta \sigma_1$  до 11,5-12,0 МПа (см. рис. 11.25, *г*, *д*). Дальнейшее деформирование образца проходит в режиме одноосного сжатия.

В геомеханических расчетах представляет интерес сравнение стандартных показателей полной диаграммы деформирования, полученной при одноосном сжатии, с показателями, полученными в испытаниях со сбросом бокового давления на допредельной стадии деформирования (табл. 11.2). Ввиду малого количества экспериментов эти оценки можно считать предварительными. Из табл. 11.2 следует: разрушающие деформации  $\varepsilon_1^{lim}$  при действии объемного сжатия со сбросом бокового докового докового давления на 30 % выше, чем при осевом сжатии.

Таким образом, проведенные эксперименты по исследованию особенностей упругопластического деформирования пестрого сильвинита и каменной соли в

ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

#### Параметры деформирования Вид нагружения $\varepsilon_1^{\lim}, \%$ $σ_1^{lim}$ , ΜΠα $\epsilon_1^{\lim}, \%$ *D*<sub>e</sub>, ГПа M<sub>lim</sub>, ГПа 0.69 Олноосное сжатие 21.4 2.3 5.3 0.95 0,55 Объемное сжатие со сбросом 24,0 3,0 6,8 0,80 бокового давления 60 Эсевое напряжение, МПа 50 40 30 20 10 2 0 4 8 10 6 Осевая деформация, %

# *Таблица 11.2* Сопоставление параметров полных диаграмм деформирования



условиях осевого сжатия при боковом давлении и осевого сжатия со сбросом бокового давления позволили установить зависимости параметров деформирования от уровня бокового давления, от степени достигнутой осевой деформации в случае сброса бокового давления.

Сопоставление диаграмм деформирования  $\sigma_1 = \sigma_1(\epsilon_1)$  в случае осевого сжатия и осевого сжатия со сбросом бокового давления (рис. 11.26) показывает: кривые  $\sigma_1 = \sigma_1(\epsilon_1)$  размещаются в окрестности кривой одноосного сжатия.

Список литературы к главе 11

- 1. *Курленя М. В., Опарин В. Н.* Проблемы нелинейной геомеханики // ФТПРПИ. Ч. І. 1999. № 3; Ч. II. 2000. № 4.
- 2. Опарин В. Н., Балмашнова Е. Г., Востриков В. И. О динамическом поведении напряженных блочных сред. Ч. 2 // ФТПРПИ. 2001. № 5.
- 3. Опарин В. Н., Юшкин В. Ф., Акинин А. А., Балмашнова Е. Г. О новой шкале структурноиерархических представлений как паспортной характеристике объектов геосреды // ФТПРПИ. 1998. № 5.
- 4. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966.
- 5. Грицко Г. И., Власенко Б. В. Прогнозирование и расчет проявлений горного давления. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1980.

- 6. *Миренков В.Е., Шутов В.А.* Аналитические вопросы механики разрушения. Новосибирск: Изд-во НархИ, 1996.
- 7. Фисенко Г. Л. Устойчивость бортов карьеров и отвалов. М.: Недра, 1965.
- 8. *Фисенко Г. Л., Ревазов М. А., Галустьян Э. Л.* Укрепление откосов в карьерах. М.: Недра, 1974.
- 9. Боликов В. Е., Константинова С. А. Прогноз и обеспечение устойчивости капитальных горных выработок. Екатеринбург: Изд-во УРО РАН, 2003.
- 10. *Михлин С. Г.* Об одной основной задаче теории горного давления // Докл. АН СССР. 1945. Т. 49. № 9.
- 11. Соколовский В. В. Статика сыпучей среды. М.: Физматгиз, 1960.
- 12. Соколовский В. В. Теория пластичности. М.: Высшая школа, 1969.
- 13. Бобряков А. П., Ревуженко А. Ф. Некоторые закономерности пластического деформирования сыпучих материалов // ФТПРПИ. 1988. № 4.
- 14. Герман А. П. Свод равновесия и оседания поверхности над горными выработками // Изв. АН СССР. ОТН. 1952. № 6.
- 15. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966.
- Batdorf S. B., Budiansky B. Mathematical theory of plasticity, based on the concept of slip // NASA, Tech. Note. 1949. N 1871.
- 17. *Христианович С. А.* Деформация упрочняющего пластического материала // МТТ. 1974. № 2.
- 18. Шемякин Е. И. Анизотропия пластического состояния // ЧММСС. 1973. Т. 4, № 4.
- 19. Качанов Л. М. Основы теории пластичности М.: Наука, 1969.
- 20. *Чанышев А. И.* О влиянии порядка приложения нагрузок в механике горных пород // ФТПРПИ. 2000. № 5.
- 21. *Жуков А. М.* Пластические деформации сплава АК-6 при простом и сложном нагружениях / Расчеты на прочность. М.: Машиностроение, 1966. Вып. 12.
- 22. Ильюшин А. А. Пластичность. Основы общей математической теории. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
- 23. *Чанышев А. И.* К проблеме разрушения деформируемых сред. Ч.1: Основные уравнения // ФТПРПИ. 2001. № 3.
- 24. Шваб А. А. Некорректные статические задачи теории упругости // МТТ. 1989. № 6.
- 25. *Гудьер Дж*. Математическая теория равновесных трещин // Разрушение. Т. 2. М.: Мир, 1975.
- 26. Си Г., Либовиц Г. Математическая теория хрупкого разрушения // Там же.
- 27. Райс Дж. Математические методы в механике разрушения // Там же.
- 28. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975.
- 29. Муздакбаев М. М., Никифоровский В. С. О прочности материалов на сжатие // ПМТФ. 1978. № 2.
- 30. Серяков В. М. Об одном подходе к расчету напряженно-деформированного состояния горных пород в окрестности выработанного пространства // ФТПРПИ. 1997. № 2.
- Durelli A. J., Jacobson R. H. Brittle-material failures as indicators of stress-concentration factors // Exp. Mech. 1962. V. 2, N 3.
- 32. Lajtai E. Z. Brittle fracture in compression // Int. J. Fract. 1974. V. 10, N 4.
- 33. *Сукнев С. В., Новопашин М. Д.* Критерий образования трещин отрыва в горных породах при сжатии // ФТПРПИ. 2003. № 2.
- 34. Баклашов И. В. Деформирование и разрушение породных массивов. М.: Недра, 1988.
- Новожилов В. В. О формах связи между напряжениями и деформациями в первоначально изотропных неупругих телах (геометрическая сторона вопроса) // ПММ. 1963. Т. 27, вып. 5.

- 36. Чанышев А. И. О соотношениях упругости для горных пород. Деформационная теория пластичности // ФТПРПИ. 1986. № 1.
- 37. *Христианович С. А., Шемякин Е. И.* О плоской деформации пластического материала при сложном нагружении // МТТ. 1969. № 5.
- Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1986.
- 39. *Бобряков А. П.* Линии скольжения в сыпучей среде с первоначальной неоднородностью и анизотропией // ФТПРПИ. 2002. № 5.
- 40. Барях А. А., Константинова С. А., Асанов В. А. Деформирование соляных пород. Екатеринбург: Горный ин-т, 1996.
- Жигалкин В. М., Усольцева О. М., Семенов В. Н. и др. Деформирование квазипластических соляных горных пород при различных условиях нагружения. Сообщение 2: Закономерности деформирования соляных пород при трехосном сжатии // ФТПРПИ. 2008. № 1.
- 42. Ушаков Г. Д. Аппаратура и методы изучения деформаций горных пород. Новосибирск: Наука, 1977.
- 43. Ставрогин А. Н., Тарасов Б. Г. Экспериментальная физика и механика горных пород. СПб.: Наука, 2001.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ К ТОМУ 2

Представленные во втором томе результаты научных исследований коллективов ученых и специалистов из институтов Сибирского (ИГД, ИЛФ) и Уральского (ИГД, ГИ) отделений РАН развивают фундаментальные основы нелинейной геомеханики и методологию оценки силовых и деформационных характеристик очагов сейсмических событий, применения новых мониторинговых систем контроля удароопасности и техногенных землетрясений на рудных месторождениях России. Особое внимание уделено механико-математическому моделированию особенностей распространения нелинейных упругих волн в блочно-иерархических средах, экспериментально-теоретическому изучению напряженно-деформированного состояния образцов горных пород, устойчивости слоистых откосов. Достигнуты принципиальной значимости результаты в направлении изучения крупномасштабных сейсмодеформационных волновых процессов на основе комплексного сейсмодеформационного мониторинга природных и техногенных катастрофических событий (землетрясений, горно-тектонических и горных ударов), их технической и научно-методической реализации, а также апробации на испытательных полигонах геофизиков и геомехаников Сибири и Урала. К наиболее значимым результатам проведенных исследований и разработок 2006—2008 гг. можно отнести следующие.

В направлении создания методологических и методических основ развития и применения мониторинговой системы контроля удароопасности и техногенных землетрясений на рудных месторождениях Горной Шории:

На основе экспериментальных исследований техногенной сейсмичности, возникающей при ведении горных работ в условиях удароопасного железорудного Шерегешевского месторождения Горно-Шорского филиала ОАО «Евразруда», дано развитие методологии непрерывного мониторинга и контроля состояния массива горных пород на базе сейсмостанции «Таштагол». В состав системы входят семь сейсмических павильонов, подземные блоки телеметрической аппаратуры, устройства передачи данных, блок сбора и обработки телеметрической информации на поверхности и ряд другой аппаратуры. Унификация измерительной аппаратуры позволила объединить сейсмические комплексы Таштагольского и Шерегешевского месторождений по сетевому принципу и получить качественно новые возможности сейсмического контроля потенциально опасных зон в подземных выработках. Ввод в действие автоматизированной системы контроля деформированного состояния массива горных пород на Шерегешевском месторождении позволяет контролировать параметры динамических явлений, возникающих на этом месторождении после проведения массовых взрывов, и с их помощью устанавливать степень удароопасности участков месторождения.

На основе регистрации сейсмостанцией «Таштагол» мощных динамических явлений проведена оценка удароопасности участков Шерегешевского месторождения. При этом выполнены также: анализ влияния массы зарядов взрывчатых веществ, используемых для проведения массовых и технологических взрывов, на мощность динамических явлений; оценка степени влияния очистных работ на состояние выработок при динамических явлениях в различных горно-геологических условиях отработки месторождения; анализ деформирования горных пород и возникающих при этом динамических процессов. Установлено, что на всех участках Шерегешевского месторождения при взрывании зарядов ВВ до 300 т происходит незначительное увеличение энергетического класса взрывов. Значительный рост этого показателя наблюдается в диапазоне изменения массы зарядов от 400 до 700 т.

Для более точной оценки удароопасности горных пород на месторождении проведено определение энергетического критерия удароопасности  $K_E$ , характеризующего региональное напряженное состояние среды в районе отработки на основе локализации зон микросейсмической активности горного массива. Разработана методика составления карт эпицентров и выделения зон микросейсмической активности горных массивов для обоснования способов предупреждения динамических явлений в условиях железорудных месторождений Горной Шории. Изучение изменения геодинамической активности Таштагольского месторождения показало, что за последнее десятилетие наблюдается увеличение общего количества толчков за год. В то же время количество событий классов 3—9 практически не меняется, несмотря на то, что в эти годы велись работы на новом, более глубоком горизонте месторождения.

Разработана квазистатическая модель действия взрыва на массив горных пород, которая на основе экспериментальных фактов о пространственно-временном распределении афтершоков Кочуринского землетрясения позволила оценить скорость распространения деформационных волн (волн маятникового типа) и время их прихода в наиболее удароопасные зоны массива. С помощью комплекса программ, устанавливающих распределение динамических напряжений в массиве горных пород после взрывов технологических блоков, в каждой расчетной точке определяется максимальная величина касательных напряжений  $\tau_{max}$ , достигаемая здесь за все время прохождения волн напряжений, и рассчитывается время прихода деформационной волны. Распределение в массиве наибольших величин  $\tau_{max}$  позволяет установить форму, особенности конфигурации фронта, границу распространения и скорость движения деформационной (маятниковой) волны в любой момент времени.

## В направлении оценки силовых и деформационных характеристик очагов сейсмических событий:

Практикуемая на рудниках России обработка материалов сейсмического мониторинга, как правило, включает оценку координат очагов сейсмических событий, времен инициации очаговых процессов и параметры их интенсивности (в виде количества выделившейся сейсмической энергии). На рудниках Кольского полуострова и Северного Урала исследовались механизмы очагов в рамках сдвиговой модели. В то же время возможна еще более детальная параметризация, основанная на исследовании деформационных характеристик очага — скалярного и тензорного сейсмических моментов. Длительное время факту фундаментального различия между сейсмической энергией и сейсмическим моментом не уделялось должного внимания. В частности, при обработке сейсмологических материалов широко использовались корреляционные связи между этими очаговыми параметрами. Применение таких алгоритмов к материалам сейсмического мониторинга рудников перекликается с рекомендациями по геодинамическому районированию месторождений, активно использующему информацию о естественном и возмущенном напряженном состоянии разрабатываемого массива. В этой связи:
- интеграционные проекты
  - Программно реализованы алгоритмы, протестированы и адаптированы для использования при обработке материалов наблюдений на горно-добывающих предприятиях способы оценки силовых и деформационных параметров очагов сейсмических событий (сейсмической энергии, скалярного сейсмического момента и тензора сейсмического момента). Согласно тестовым расчетам, точность оценки данных параметров для случаев региональных и локальных наблюдений составляет 0,5 порядка. Развитие работ по данному направлению связано, в частности, с параметрическим обеспечением реализованных способов — получением для регионов или участков наблюдений (в частности, для Западно-Уральского региона) зависимостей затухания амплитуд сейсмических сигналов с расстоянием.
  - Проведены детальные временные наблюдения локальной сейсмической группой за сейсмической активностью в Таштагольском руднике OAO «Евразруда». С помощью локальных временных расстановок сейсмических датчиков получены волновые формы высокого качества для ста локальных сейсмических событий, произошедших как до, так и после проведения массового взрыва. Выполнена обработка записей крупных сейсмособытий (определены положения очагов). Проведена углубленная обработка записей зарегистрированных событий (с оценкой деформационных и энергетических характеристик по реализованным алгоритмам) и выявлены особенности, связанные с наличием в районе наблюдения крупного тектонического нарушения.
  - Показаны дополнительные возможности интерпретации сейсмологических данных, возникающие при совместной оценке силовых и деформационных характеристик очагов событий (*E<sub>s</sub>* и *M*<sub>0</sub>). Дана иллюстрация способам использования механизмов сейсмических событий при оценке направлений главных осей тензора напряжений и соотношения их амплитуд.

Опыт наблюдений свидетельствует о том, что отклонения от подобных корреляционных зависимостей как для землетрясений, так и для сейсмических событий в рудниках могут достигать двух порядков. Подобные отклонения являются ценным источником информации о состоянии массива горных пород. Важность тензора сейсмического момента заключается в том, что он отражает не только интенсивность неупругой деформации в очаге, но и также ее геометрию. На основе тензоров сейсмического момента возможно решение разнообразных задач — выявление природы событий, оценка параметров напряженного состояния массива. Расширение оцениваемых при мониторинге очаговых параметров позволяет более корректно проводить интерпретацию сейсмологических данных, открывает возможность их более глубокого и физически обоснованного комплексирования с геолого-геофизическими материалами и результатами численного моделирования напряженно-деформированного состояния.

### В направлении развития теории объемного разрушения горных пород и волн маятникового типа:

На основании обширных сведений по связям между размерами очаговых зон горных ударов, техногенных землетрясений, подземных взрывов различных энергетических классов, а также действия породоразрушающего инструмента на геоматериалы предложен квазирезонансный механизм их возникновения. При этом геомеханические условия возникновения квазирезонансов характеризуются безразмерным энергетическим критерием *k*, связанным с индуцированием волн маятникового типа:

$$k = \frac{W}{M V_p^2} = (1 - 4) \cdot 10^{-9}$$

где W — излучаемая сейсмическая энергия из очаговой зоны динамических проявлений горного давления (горные удары и т. п.) либо полная упругая энергия очаговой зоны  $U_0$ , умноженная на коэффициент сейсмического действия взрывов соответствующей полной энергии; M — масса пород очаговой зоны;  $V_p$  — скорость распространения продольных волн в геоблоках. При этом:

- Экспериментально доказано, на примере рудников Талнахско-Октябрьского месторождения, что кинематическое отношение в виде сопряженных групп волн маятникового типа — скоростей движения приведенного центра сейсмоэнерговыделения и миграции сейсмособытий в пределах зон концентрации напряжений для шахтных полей является чувствительным параметром достижения ими критических состояний по удароопасности породных массивов.
- Экспериментально установлено, что введенный безразмерный энергетический критерий объемного разрушения горных пород и геоматериалов целесообразно использовать в практике проектирования породоразрушающих машин и оборудования в горном и строительном деле.

### В направлении изучения крупномасштабных сейсмодеформационных волновых процессов:

Анализ периодически изменяющейся интенсивности геодинамических явлений в виде землетрясений и горных ударов позволил заключить об изменяющемся во времени уровне напряжений в недрах, где отмечается 11-летний цикл, совпадающий с соответствующим периодом солнечной активности (СА). В годы минимума СА земная кора максимально напряжена, геодинамические явления имеют максимальную упругую энергетику. В годы нарастания СА напряженное состояние земной коры уменьшается и наблюдается максимальное число геодинамических явлений малого энергетического класса. В годы максимума СА напряжения минимальны и количество геодинамических явлений высокого энергетического класса становится минимальным. В годы спада СА напряжения в земной коре увеличиваются, и число геодинамических явлений среднего энергетического класса увеличивается.

Выполнен анализ обширного экспериментального материала деформационных наблюдений, который свидетельствует о том, что земная кора является активной средой, в которой генерируются механические деформационные волны в широком диапазоне периодов колебаний. Сложную пространственно-временную структуру нестационарного деформационного поля создают различные физические процессы, происходящие на поверхности и в недрах планеты, проявляемые в виде сейсмических, собственных, приливных, сезонных и техногенных колебаний Земли. Эти колебания связаны также и с катастрофическими явлениями, такими как землетрясения и горные удары. Об этом свидетельствуют результаты регистрации землетрясений и деформаций земной коры в двух ортогональных направлениях, выполненные ИЛФ СО РАН на сейсмостанции «Талая» Байкальской рифтовой зоны с использованием метода выделения и анализа микродеформационного шума в широком диапазоне периодов колебаний:

- На основе лазерных деформографических наблюдений деформаций земной коры в двух ортогональных направлениях с помощью оригинального автоматизированного лазерного комплекса в штольне на сейсмостанции «Талая» проведено изучение динамических особенностей и явлений в земной коре накануне землетрясений.
- Используемая лазерная аппаратура для геофизического мониторинга в сейсмически активной зоне способна надежно регистрировать особенности деформационного процесса в земной коре, сопровождающие региональные землетрясения. Экспериментально обосновано положение о том, что геодинамическое влияние очага землетрясения на деформационный отклик, регистрируемый на станции лазерных наблюдений, зависит от энергетического класса сейсмособытия и его удаленности.
- Исследовано динамическое поведение амплитуды и спектрального состава микродеформационного шума перед землетрясениями, во время сейсмособытий и после них. Получено подтверждение существования явления возбуждения деформационной раскачки с периодами колебаний в полосе 0,5—2 ч за 1,5—2 сут. перед сейсмособытиями, систематически наблюдаемого на протяжении 2006—2009 гг. Предложена гипотеза о происхождении наблюдаемой накануне землетрясений деформационной раскачки в часовом диапазоне периодов, основанная на существовании колебаний внутреннего ядра Земли.
- За два месяца до сильного землетрясения (август 2008 г.) энергетического класса K = 15,2, произошедшего в акватории оз. Байкал на расстоянии S ~30 км от станции лазерных деформографических наблюдений, в измерительном плече, ориентированном в направлении восток—запад, зарегистрирован немонотонный деформационный дрейф, соответствующий растяжению с абсолютным значением 22 мкм накануне землетрясения. Кроме того, за 3—4 сут. перед землетрясением обнаружено возбуждение высокочастотного микродеформационного шума.
- Перед сильным близким землетрясением в БРЗ за трое суток до сейсмособытия обнаружена особенность в поведении амплитуды полусуточной приливной деформации в направлении восток—запад, заключающаяся в резком возрастании на 20—30 % деформационного отклика земной коры на совместное гравитационное приливное воздействие Луны и Солнца на Землю, с последующей релаксацией отмеченной аномальной восприимчивости в течение нескольких суток после землетрясения.
- С помощью лазерного метода проведен целенаправленный поиск по обнаружению медленных деформационных маятниковых волн, сопровождающих землетрясения как их последействие. На основе анализа деформационного процесса и афтершоковой активности нескольких сильных близких сейсмособытий в Байкальской рифтовой зоне искомые медленные деформационные волны зарегистрированы в диапазоне скоростей ~1,4—1,8 м/с.

В направлении механико-математического моделирования особенностей распространения нелинейных упругих волн в блочно-иерархических средах:

• Выполнены исследования затухания маятниковых волн в блочном массиве горных пород, показавшие, что при распространении «одномерных волн» в блочной среде, вызванных импульсным нагружением, появляются слабозату-

хающие низкочастотные волны маятникового типа. Из экспериментальных данных по ударному нагружению модельных систем с небольшим количеством блоков (19—20), разделенных прослойками типа резины, следует, что степень затухания волны в основном определяется демпфирующими свойствами прослоек. Для описания поведения прослоек между стержнями предложено одновременно использовать два варианта соединения вязких и упругих элементов: параллельного и последовательного. В частном случае параллельного соединения удалось получить аналитические выражения для описания скорости распространения, их спектрального состава и затухания одномерных маятниковых волн. Адекватность принятой модели доказана на примере экспериментального исследования распространения волны при ударном нагружении системы стержней, разделенных резиновыми прослойками.

- Впервые изучено влияние вязкоупругих свойств прослоек на динамико-кинематические характеристики маятниковых волн в блочной иерархической среде. Экспериментально и теоретически доказано, что наличие диссипативных свойств у прослоек приводит к увеличению затухания сейсмических волн в блочной среде. Так, степень затухания максимальных амплитуд скоростей масс и деформаций в системе с вязкими прослойками по времени пропорциональна  $t^{-1/2}$ , ускорений —  $t^{-1}$ , в то время как без вязкости степень затухания амплитуд скоростей пропорциональна  $t^{-1/3}$ , ускорений —  $t^{-2/3}$ . Особенно быстро затухают высокочастотные волны, порождаемые структурой блоков. Результаты экспериментальных и теоретических исследований позволили установить характер влияния иерархической структуры блочных горных пород на особенности распространения сейсмических волн, их спектрального состава и законов затухания. Получены асимптотические законы затухания низкочастотных маятниковых волн, возбуждаемых ударным воздействием, в иерархической блочной среде второго порядка с вязкоупругими прослойками.
- Получены новые результаты, связанные с распространением упругих волн в блочных средах на примере рассмотрения сборки, составленной из  $N \times M$  весомых прямоугольных блоков. На контакте соседних блоков учитывается смятие, возможное при сжатии, что делает уравнения решаемой задачи нелинейными. Подобный подход, при котором учет блочности реализуется путем выделения жесткого ядра и введения деформируемых приповерхностных контактных элементов между блоками, применяется при решении статических задач устойчивости откосов и арок в скальных породах. Отличия заключаются в способе реализации идеи блочности среды и в том, что применительно к динамическим задачам таким путем на уровне математической модели отделяется низкочастотная маятниковая составляющая возмущений, распространяющихся по среде со структурой. Установлено, что двумерность процесса и, как следствие, дополнительное геометрическое расхождение волн, идущих от источника колебаний, которого нет в одномерных задачах, не привели к достаточно ощутимому затуханию упругих волн.

В направлении математического моделирования напряженно-деформированного состояния образцов горных пород и устойчивости слоистых откосов:

Для изучения возможных механизмов разрушения горных пород проведен комплекс аналитических и экспериментальных исследований. Получены уравнения, с помощью которых вычисляются компоненты напряжений и смещений для трех основных задач теории упругости, моделирующих деформирование отдельного блока или образца пород при лабораторных испытаниях. Параметры разрушения зависят от условий нагружения и состояния контактных поверхностей. Контактные задачи существенно нелинейны вследствие подвижности границ и наличия трения между контактирующими поверхностями. Тонкие физические эффекты связываются с тем, что в области контакта взаимодействующих тел в процессе нагружения могут появляться проскальзывания; в зонах проскальзывания теряется запасенная энергия, поэтому функции нагружения и разгрузки, вообще говоря, не являются линейно упругими, что вызывает изменение, например, сжимающего усилия.

Теоретически определена зависимость максимально допустимой глубины слоистого карьера от угла наклона бортов и слоев, пределов пластичности слоев на сдвиг и на сжатие. При ее отыскании установлено «опасное» сечение борта карьера, на котором вертикальное давление максимально. Построены соотношения пластичности слоистого массива горных пород, найдены характеристики гиперболической системы уравнений, по схеме жесткопластического тела определены предельные нагрузки в задаче о вдавливании штампа в массив пород с откосом.

Для первоначального изотропного массива пород решена задача определения его блочной структуры, построения по этой структуре определяющих соотношений пластичности, разрушения, установления связи их с трением на контактных площадках блоков. Особенностью данной феноменологической механической модели среды при неупругом деформировании является отказ от введения дополнительной гипотезы об упругом или квазиупругом изменении деформации во втором главном направлении в состоянии неполной пластичности. Указаны два вида деформации, определяющих блочную структуру, — простой сдвиг и простое удлинение. Блочная модель среды используется для прогноза неупругого деформирования первоначально изотропной среды и ее поведения при разрушении, когда сопротивление среды деформированию падает с ростом деформаций. Исследованы уравнения запредельного деформирования первоначально изотропной среды при плоской деформации в случае условия нарушения прочности Мизеса и определены условия, при которых система дифференциальных уравнений относится к гиперболическому типу.

Построена математическая модель запредельного деформирования горных пород, для которых условие начала разрушения совпадает с условием Кулона— Мора. Показано, что для решения задач разрушения горных пород необходимо на одном и том же контуре задавать и вектор смещений, и вектор Коши для приращений напряжений. В случае идеально хрупкого материала характеристики совпадают с главными направлениями тензора напряжений, причем эти направления сохраняются в процессе разрушения. Определены соотношения на характеристиках при угле внутреннего трения, равном нулю, при модуле спада, равном нулю. Показано, что при решении задач разрушения всю область деформирования необходимо разбивать на подобласти, в пределах которых необходимо учитывать уравнения равновесия, условия совместности деформаций. При этом все параметры среды следует считать постоянными, от точки к точке внутри подобласти могут меняться лишь приращения основных величин. В рамках этих предположений строятся проинтегрированные соотношения на характеристиках. Экспериментально установлены новые закономерности упругопластического деформирования образцов пестрого сильвинита при простых и сложных нагружениях с учетом влияния предварительного бокового давления и жесткого сжатия на характер упрочнения материала:

- при величинах осевого напряжения, превышающего предел упругости, резкий сброс бокового давления до нуля приводит к тому, что диаграмма осевое напряжение—осевая деформация претерпевает резкий скачок с уменьшением осевого напряжения и выходит на соответствующие участки аналогичной диаграммы при осевом сжатии (при скорости деформирования  $\dot{\varepsilon} = 2, 2 \cdot 10^{-6} \text{ c}^{-1}$ );
- в условиях простого и сложного нагружения характер деформирования образцов обусловлен только действующими напряжениями; на запредельном участке соответствующие зависимости подобны, что указывает на отсутствие влияния скорости деформирования;
- существует паспортная зависимость в обобщенных координатах максимальное касательное напряжение—деформация сдвига, не зависящая от вида напряженного состояния и истории нагружения.

# оглавление

введение	5
ГЛАВА 6	
МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАЗВИТИЯ И ПРИМЕНЕНИЯ	
МОНИТОРИНГОВОЙ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ УДАРООПАСНОСТИ И ТЕХНОГЕННЫХ	
ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ НА РУДНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЯХ ГОРНОЙ ШОРИИ (А. А. Еременко,	
В. М. Серяков, И. Ф. Матвеев, А. В. Щетинин, В. А. Еременко, А. В. Серяков)	6
6.1 Учет пространственно-временного характера распределения динамических	
явлений при прогнозе удароопасности	. –
6.2. Геомеханический анализ напряженного состояния массива горных пород	
при отработке рудных участков на Шерегешевском месторождении	10
6.3. Исследование влияния массы зарядов ВВ при взрывании на сейсмическую	
энергию взрывов и динамических явлений	. 24
6.4. Исследование влияния очистных работ на состояние выработок при	
динамических явлениях в различных горно-геологических условиях	25
6.5. Модели деформирования горных пород, описывающие возникновение и	
развитие динамических явлений	49
6.6. Региональный прогноз удароопасности с помощью микросейсмического	
районирования	51
6.7. Учет пространственно-временного характера распределения динамических	
явлений при прогнозе удароопасности	53
6.8. Математическая модель квазистатического действия взрыва на массив горных	
пород	56
6.8.1. Методика определения входных параметров модели на основе	
фактических данных	. 59
6.8.2. Некоторые результаты математического моделирования	
воздействия взрывной отбойки рудных блоков на массив горных пород	
и эпицентральную зону Кочуринского землетрясения	60
Список литературы к главе 6	62
ГЛАВА 7	
ОЦЕНКА СИЛОВЫХ И ДЕФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОЧАГОВ	
СЕИСМИЧЕСКИХ СОБЫТИИ (А. А. Маловичко, Д. А. Маловичко)	66

7.4. Получение представительных данных о сейсмической активности,	
обусловленной ведением горных работ	81
7.5. Обработка материалов детальных наблюдений за сейсмической активностью,	
вызванной ведением горных работ	82
7.5.1. Стандартная обработка	-
7.5.2. Оценка сейсмической энергии и сейсмического момента	84
7.6. Анализ механизмов сейсмических событий	88
Список литературы к главе 7	91

## ГЛАВА 8

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ ОБЪЕМНОГО РАЗРУШЕНИЯ ОЧАГОВЫХ ЗОН	
И ВОЛНЫ МАЯТНИКОВОГО ТИПА (В. Н. Опарин, В. И. Востриков)	93
8.1. Энергетический критерий объемного разрушения горных пород в очаговых	
зонах землетрясений, горных ударов, взрывов и от ударных воздействий	_
8.1.1. О прочности горных пород и современных открытиях в области	
нелинейной геомеханики	_
8.1.2. Волны маятникового типа и энергетическое условие	
их возникновения	95
8.1.3. Энергетическое условие реализации подземных взрывов, коровых	
землетрясений и горных ударов 1	105
8.1.4. Об энергетическом условии оптимального взаимодействия	
породоразрушающего инструмента с геоматериалами 1	109
8.1.5. Об одном подходе к оценке предельных напряжений в очаговых зонах	
землетрясений и горных ударов 1	114
8.2. Сопряженная группа волн маятникового типа и критериальный параметр	
перехода зон концентрации напряжений в удароопасное состояние на примере	
Талнахско-Октябрьского месторождения полиметаллов 1	115
Список литературы к главе 8 1	122

### ГЛАВА 9

КРУПНОМАСШТАБНЫЕ СЕЙСМОДЕФОРМАЦИОННЫЕ	
ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ	129
9.1. Пульсирующие напряжения в верхней части земной коры на Урале	
(В. Л. Яковлев, О. В. Зотеев, А. В. Зубков)	-
9.2. Землетрясения в районе Байкальской рифтовой зоны и сопряженные с ними	
деформационно-волновые процессы в земной коре (С. Н. Багаев, В. А. Орлов,	
М. Д. Парушкин, Ю. Н. Фомин)	131
9.2.1. Метод лазерных деформографических наблюдений	-
9.2.2. Лазерные деформографические наблюдения	133
9.2.3. Наблюдения сверхдлиннопериодных деформационных колебаний	
и их связь с сейсмичностью	141
9.2.4. Наблюдение маятниковой волны лазерным методом	146
Список литературы к главе 9	150

В БЛОЧНО-ИЕРАРХИЧЕСКИ ПОСТРОЕННЫХ СРЕДАХ (Е. Н. Шер, Н. И. Александрова,
В. А. Сарайкин)
10.1. Изучение особенности распространения упругих волн в одномерных геоструктурах –
10.1.1. О затухании одномерных волн в блочной среде с вязкоупругими прослойками
10.1.2. Теоретические и экспериментальные исследования влияния
иерархической структуры блочных горных пород на особенности
распространения сейсмических волн
10.2. Математическое моделирование распространения упругих волн
в блочных геосредах от источников импульсных воздействий
10.2.1. Переходные одномерные процессы в слоистой среде
10.2.2. Расчет волн, распространяющихся в двумерной сборке
из прямоугольных блоков
Список литературы к главе 10 197
ГЛАВА 11
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД И УСТОЙЧИВОСТИ СЛОИСТЫХ
остояния обгазцов гогных погод и устоичивости слоистых

откосов	. 199
<ul><li>11.1. Математическое моделирование деформирования образцов пород</li><li>(<i>B. Е. Миренков</i>)</li></ul>	. –
11.2. Определение устойчивости слоистых откосов с позиции пластических деформаций ( <i>А. И. Чанышев</i> )	. 204
11.3. Деформирование и разрушение первоначально изотропных сред с условием нарушения прочности Мизеса (А. И. Чанышев)	. 214
11.4. Характеристики и соотношения на характеристиках на запредельной стадии деформирования горных пород ( <i>А. И. Чанышев</i> )	. 227
11.5. Закономерности деформирования квазипластических соляных горных пород при различных условиях и видах нагружения (В. М. Жигалкин, А. А. Барях,	
В. И. Асанов, И. Л. Паньков, О. М. Усольцева)	. 240
Список литературы к главе 11	. 247
заключение к тому 2	250

Рис. 6.4. Области концентрации (I—XXIV) динамических явлений на гор. –280 м, образовавшиеся после обрушения блоков № 14—21.

УРВ 14—21. ЛИВ 1400—11800, 12000— 12800 — координаты X, Y в маркшейдерской сетке. I — динамические явления после обрушения блоков № 15—19, 2 — динамические явления после массовых взрывов блоков № 20, 14, 21; 3 — очаг горного удара в результаге обрушения блока № 13.





*Рис. 6.8.* Распределение динамических явлений на участках Главный и Болотный с июля по сентябрь 2007 г. при ведении горных работ на Шерегешевском месторождении.

Степень (энергия) сейсмособытий: *I* — от 0 до 1, *2* — от 1 до 2, *3* — от 2 до 3, *4* — от 3 до 4, *5* — от 4 до 5, *6* — от 5 до 6, *7* — от 6 до 9.



*Рис. 6.16.* Динамические события, зарегистрированные сейсмостанцией вблизи гор. –280 м. Энергетические классы сейсмического события: *1* — 0—2, *2* — 2—4, *3* — 4—5, *4* — 5—6, *5* – 6—7, *6* — 7—10.



*Рис. 6.17*. Распределение толчков различных энергетических классов в шахтном поле Шерегешевского месторождения в 2007 г. 16800—18600, 28600—29400 — соответственно координаты *X* и *Y*. Энергетические классы: *1*—0—1, *2*—1,0—1,5, *3*—1,5—2,0, *4*—2,0—2,5, *5*—2,5—3,0, *6*—3—5, 7—5—6, *8*—6—8.









- 0 m 4

0 🗸 📏

Рис. 7.11. Расположение сейсмоприемников при измерениях в октябре 2006 г. и результаты локации очагов крупных событий. а — вид сверху, б — вид с юга. I — сейсмическое событие; 2 — сейсмопавильон; 3 — взрываемый блок; 4 — горная выработка.

Рис. 7.12. Расположение сейсмоприемников при измерениях в июне 2008 г. и результаты локации очагов крупных событий. а — вид сверху, б — вид с юга. Усл. обозн. см. рис. 7.11.







*Puc. 7.19.* Сопоставление параметров очагов, полученных при наблюдениях в 2006 и 2008 гг. *I* — измерения 2008 г.; *2* — 2008 г., аппроксимация; *3* — измерения 2006 г.; *4* — 2006 г., аппроксимация; *5* — аппроксимация *WDL*—*CLR*; *6* — аппроксимация *WDL*—*VCR*.



Изображение DC-составляющей тензора сейсмического момента. а — вид сверху, б — вид свега.

I — сейсмопавильон; 2 — выработка. Механизм очага (полярность *P*-волны): 3 — фаза сжатия (+); 4 — фаза растяжения (–).





¥

0,9

0,8

0,7

0,6

0,5

0,4

0,3

0,2

0,1

0



*Рис. 8.11.* Стенд для исследования породоразрушающего инструмента. Поясн. см. в тексте.



*Рис. 9.1.* Графики изменения горизонтальных напряжений в массиве пород  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  с азимутами их действия на фоне 23-го цикла солнечной активности (W) на шахте «Естюнинская» (г. Нижний Тагил) и на Гайском руднике (г. Гай).



*Рис. 9.14.* Карта южной части акватории озера Байкал с указанием месторасположения сейсмостанции, очагов землетрясений, границ разломов плит и направления смещения плиты в результате главного сейсмотолчка:

Звездочкой отмечено местоположение главного толчка, 1-5 — местоположения последующих афтершоков.



*Рис. 9.15.* Деформационные кривые, зарегистрированные в период времени с 27.03.08 по 29.09.08:

А — сигнал измерительного плеча, расположенного в направлении север—юг; В — сигнал измерительного плеча, расположенного в направлении восток—запад; С — прямая разность первых двух сигналов.



*Рис. 9.17.* Полусуточная приливная гармоника в ортогонально расположенных плечах, огибающие полусуточного прилива и кривая деформационного отклика.

Красным цветом отмечено плечо, расположенное в направлении восток—запад, черным цветом — в направлении север—юг. Ост. поясн. см. в тексте.



*Рис. 9.20.* Карта южной части акватории озера Байкал с указанием месторасположения сейсмостанции и очага землетрясения.



*Рис. 9.19.* Вариации сигналов лазерного деформографа в относительных единицах (*a*, *б*, *в*) и рентгеновского излучения (*г*); дата начала записей 26.05.2003 г., дата окончания регистрации 30.05.2003 г.





1-5 - см. табл. 9.3, ост. поясн. в тексте.



*Рис. 11.15.* Зависимости  $S_1 = S_1(\Omega_1), S_2 = S_2(\Omega_2).$ Температура охлаждения образцов, *К*: 143 (*1*), 193 (*2*), 233 (*3*), 273 (*4*), 293 (*5*).







*Рис. 11.23.* Влияние бокового давления на характер изменения параметров деформирования сильвинита и каменной соли:

*а* — предел прочности; *б* — разрушающая деформация; *s* — секущий модуль деформации; *г* — касательный модуль деформации; *д* — поперечная деформация на пределе прочности; *е* — остаточный предел прочности; *ж* — деформация на остаточной прочности; *з* — модуль спада. *l* — сильвинит, *2* — каменная соль.

Научное издание

# МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ СЕЙСМОДЕФОРМАЦИОННОГО МОНИТОРИНГА ТЕХНОГЕННЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И ГОРНЫХ УДАРОВ ТОМ 2

#### Интеграционные проекты СО РАН Вып. 25

Редактор *Н. А. Лившиц* Технический редактор *Н. В. Бутакова* Корректор *Н. В. Счастнева* 

Подписано в печать с оригинал-макета 16.07.2010 Уч.-изд. л. 25. Усл. печ. л. 22,25. Формат 70×100/16 Тираж 500 экз. Заказ № 195

Издательство СО РАН 630090, Новосибирск, Морской просп., 2 E-mail: psb@ad-sbras.nsc.ru тел. (383) 330-80-50 Интернет-магазин Издательства СО РАН http://www.sibran.ru