

Выделены основные этапы и подведены итоги развития конечноэлементного подхода к количественной интерпретации данных гравиразведки. Даётся наиболее общее описание монтажного метода решения обратных задач. Рассматриваются различные итерационные схемы и конкретные приемы учета априорных ограничений на параметры источников поля. Приводятся модельные и практические примеры моделирования аномалиеобразующих объектов с использованием монтажных алгоритмов, в том числе – при интервальном задании значений плотности этих объектов. С целью наиболее полного извлечения достоверной информации из результатов гравиметрических измерений предлагается использование гарантированного подхода, достоинства которого уже оценили в различных разделах прикладной математики. В развитие обновленной концепции гарантированного подхода приводится метод структурирования геологического пространства, допускающий оценку вероятности обнаружения источников поля в различных его точках. В качестве основного рабочего инструмента для реализации такой оценки используются монтажные алгоритмы. Эффективность связи «гарантированный подход – монтажный метод» иллюстрируется на примерах.

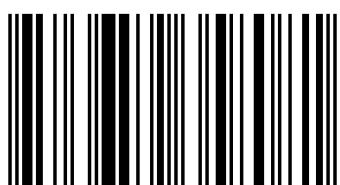


Петр Балк
Александр Долгаль



Петр Балк

Доктор физ.-мат. наук, профессор. Работал в различных институтах Академии наук СССР (г. Иркутск), институте разведочной геофизики (г. Алма-Ата), институте прикладной геодезии (г. Потсдам, Берлин). Область научных интересов – теория, методология и методы интерпретации потенциальных полей. Автор 80 статей в научных журналах.



978-3-659-35808-1

Конечноэлементные технологии моделирования в гравиразведке

Монтажный метод и гарантированный
подход при решении обратных задач

LAP
 LAMBERT
Academic Publishing

Петр Балк
Александр Долгаль

**Конечноэлементные технологии моделирования в
гравиразведке**

**Петр Балк
Александр Долгаль**

**Конечноэлементные
технологии моделирования в
гравиразведке**

**Монтажный метод и гарантированный
подход при решении обратных задач**

Impressum / Выходные данные

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Alle in diesem Buch genannten Marken und Produktnamen unterliegen warenzeichen-, marken- oder patentrechtlichem Schutz bzw. sind Warenzeichen oder eingetragene Warenzeichen der jeweiligen Inhaber. Die Wiedergabe von Marken, Produktnamen, Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen u.s.w. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Библиографическая информация, изданная Немецкой Национальной Библиотекой. Немецкая Национальная Библиотека включает данную публикацию в Немецкий Книжный Каталог; с подробными библиографическими данными можно ознакомиться в Интернете по адресу <http://dnb.d-nb.de>.

Любые названия марок и брендов, упомянутые в этой книге, принадлежат торговой марке, бренду или запатентованы и являются брендами соответствующих правообладателей. Использование названий брендов, названий товаров, торговых марок, описаний товаров, общих имён, и т.д. даже без точного упоминания в этой работе не является основанием того, что данные названия можно считать незарегистрированными под каким-либо брендом и не защищены законом о брэндах и их можно использовать всем без ограничений.

Coverbild / Изображение на обложке предоставлено: www.ingimage.com

Verlag / Издатель:

LAP LAMBERT Academic Publishing

ist ein Imprint der / является торговой маркой

AV Akademikerverlag GmbH & Co. KG

Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Deutschland / Германия

Email / электронная почта: info@lap-publishing.com

Herstellung: siehe letzte Seite /

Напечатано: см. последнюю страницу

ISBN: 978-3-659-35808-1

Copyright / АВТОРСКОЕ ПРАВО © 2013 AV Akademikerverlag GmbH & Co. KG

Alle Rechte vorbehalten. / Все права защищены. Saarbrücken 2013

Содержание

Введение.....	3
Глава 1.	
Монтажные алгоритмы решения обратной задачи гравиразведки.....	7
Глава 2.	
Монтажные алгоритмы при неполной информации о плотностях.....	29
Глава 3.	
Оценка достоверности результатов количественной интерпретации гравитационных аномалий.....	39
Глава 4.	
Суть концепции гарантированного подхода.....	45
Глава 5.	
Неопределенность в априорной информации и гарантированный подход.....	55
Заключение.....	61
Библиография.....	63

ВВЕДЕНИЕ

Метод конечных элементов – численный метод, используемый для решения широкого круга задач механики твердого тела, теплообмена, гидродинамики и др. Так, метод конечных элементов является важнейшим инструментом построения геоэлектрических моделей сложных геологических сред по измерениям нестационарных электромагнитных полей [Тригубович, Персова, Соловейчик, 2009]. Метод не имеет строгих очертаний, правильнее было бы говорить о группе методов, объединенных идеей приближенной замены континуальной задачи математической физики на конечномерную. Для гравиразведки, где измерения поля дискретны и любые континуальные постановки обратных задач заведомо нарушают принцип информационной обеспеченности, идея дискретизации плотностной среды, при которой возмущающие тела представлены в виде объединения определенного числа простых геометрических фигур (элементов) и оценке подлежит лишь конечное число параметров модели, выглядит вполне логично.

В теории и практике интерпретации гравитационных аномалий можно выделить несколько этапов наиболее пристального внимания специалистов к сеточным моделям геоплотностной среды. Начало исследований в этом направлении положили работы А.А. Юнькова и Е.Г. Булаха [Юньков, Булах, 1958]. В конце 1960-х – начале 1970-х годов, по мере того, как все большее число геофизиков-теоретиков овладевает методами решения условно-экстремальных задач, появляется ряд работ, объединенных идеей сращивания конечноэлементного описания среды и методов линейного программирования [Ломтадзе, 1968; Дядюра, Шалаев, 1968; Перфильев, 1972; Шалаев, 1972] и др. Немаловажную роль в становлении нового направления, безусловно, сыграла и работа академика Л.В. Канторовича [1962] по применению линейного программирования для получения двухсторонних оценок избыточной массы в рамках модели источников гравитационного поля в виде пакета однородных призм. Параллельно с разработкой методов решения линейных обратных задач

для оценки значений эффективной плотности в каждом элементе (объеме) сеточной структуры среды предпринимаются попытки модификации полученных методов с целью решения сугубо нелинейной обратной задачи локализации источников поля. Надежды возлагались на различного рода «штрафные слагаемые» в минимизирующем функционале, позволяющие находить близкие к кусочно-постоянным распределения плотностей, с помощью которых нетрудно было бы оконтурить границы аномалиеобразующих тел. Отсутствие значимых результатов (проблемы возникли уже на стадии формализации условия связности носителя масс), а также ощущение тупиковости выбранного пути, с одной стороны, и пришедшийся на эти же годы пик всеобщего увлечения методами решения некорректно поставленных задач в функциональных пространствах, с другой, на какое-то время привели к свертыванию работ по созданию численных алгоритмов решения нелинейных обратных задач на базе дискретных описаний плотностной среды.

Универсальность и эффективность – два свойства, плохо уживающиеся друг с другом. В большинстве серьезных работ, посвященных общим методам решения условно-экстремальных задач, неизменно подчеркивается, что математическая состоятельность метода не является гарантией успеха его применения на практике. Решающее значение здесь приобретает эвристика и учет особенностей конкретной задачи, а наиболее эффективными, скорее всего, могут оказаться какие-то частные, узконаправленные методы, не претендующие на общность [Бахвалов, Жданов, Кобельков, 2006]. В середине 1970-х годов с небольшим разрывом во времени выходят работы А.В. Овчаренко [1975] и В.Н. Страхова в соавторстве с М.И. Лапиной [Страхов, Лапина, 1976], в которых предлагался принципиально новый, не опирающийся на классические методы минимизации, геофизически содержательный подход к решению нелинейных обратных задач в сеточных классах источников поля, названный В.Н. Страховым монтажным. Уже при беглом знакомстве с ним становится ясно, что многие типы априорных

ограничений, проблемы с формализацией которых возникали прежде, здесь учесть несложно, а какие-то (как требование связности носителя) выполняются попросту автоматически. Очевидные достоинства нового подхода в вопросе учета разнородной априорной информации не могли остаться не замеченными; идеи, заложенные в этот подход, легли в основу ряда алгоритмов, предложенных в работах других авторов [Булах, Корчагин, 1978; Завойский, Неисжал, 1979; Schäfer, 1990; Балк, Шефер, 1992; Schäfer, Balk, 1993; Долгаль, 1993]. Несколько позже был опубликован цикл работ П.И. Балка, частично в соавторстве с Т.В. Балк [Балк, 1993, 1997; Балк, Балк, 1994, 1995, 1996], в которых идеи монтажного подхода были распространены на некоторые новые постановки обратных задач, изучены возможности использования различных типов априорной информации, прежде всего, топологического характера. Если в постановках В.Н. Страхова и А.В. Овчаренко сеточное разбиение геологического пространства присутствует явно и оно априори фиксировано, то в некоторых появившихся вслед работах конечноэлементное представление среды явным образом не вводится, хотя скрытно присутствует, а его структура может пересматриваться от итерации к итерации (наиболее яркий пример – некоторые методы решения обратной задачи для контактных поверхностей [Пруткин, 1986; Балк и др., 1988]). Однако, главное, что при этом объединяет все сеточные алгоритмы, созданные начиная со второй половины 1970-х годов, и что их кардинально отличает от первых конечноэлементных алгоритмов, состоит в том, что на каждом шаге итерационного процесса в текущее приближение к решению обратной задачи вносятся лишь локальные (“местные”) изменения. Благодаря этому параметрическая размерность задачи оптимизации, возникающей на каждом шаге итерационного монтажного процесса, невелика и не совпадает (как это обычно бывает) с параметрической размерностью самой модели источников поля, которая устанавливается лишь на выходе из итерационного процесса. Такого рода структурирование итерационного процесса позволяет снять с повестки проблему одновременного учета разнородной априорной информации.

Первая часть монографии посвящена монтажному методу решения обратной задачи гравиразведки, который в настоящий период, образно выражаясь, переживает ренессанс. Заложенное в монтажные алгоритмы соотношение между объемами вычислений, которые приходятся на простой перебор, с одной стороны, и на реализацию простейших процедур минимизации, с другой, при современной мощности вычислительных средств оказалось весьма удачным.

Появилась реальная возможность решения сложных трехмерных обратных задач, возможность создания более передовых технологий количественной интерпретации гравитационных аномалий (основным элементом которых могут стать монтажные алгоритмы построения единичных решений обратной задачи), базирующихся на идее построения некоторого представительного подмножества допустимых вариантов интерпретации, совместный анализ которых позволяет выделить из совокупных данных некоторый объем достоверной (при условии адекватности всех предпосылок) информации об изучаемом объекте и, тем самым, объективно оценить фактические возможности геофизического метода в конкретных условиях интерпретации. Более 30 лет назад эта идея была оформлена одним из авторов в виде гарантированного подхода к обратным задачам гравиразведки [Балк, 1980], суть и достоинства которого предполагается обсудить во второй части монографии.

1. МОНТАЖНЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИРАЗВЕДКИ

Основная терминология и обозначения. Монтажный подход, безусловно, является наиболее известной и “продвинутой” реализацией идеи метода конечных элементов в проблематике нелинейных обратных задач гравиразведки рудного типа. Сущность его составляет неразрывное единство конечноэлементного представления ограниченной части пространства $S \in \mathbf{R}^3$, заведомо содержащей аномалиеобразующие геологические тела S_k^T , $k=1, 2, \dots, m$, известной постоянной избыточной плотности $\delta_k^T > 0$, и специального, геофизически обоснованного способа построения приближенного решения обратной задачи $\Omega^* = \{\Omega_1^*, \Omega_2^*, \dots, \Omega_m^*\}$, когда (парциальные) аппроксимации Ω_k^* тел S_k^T собираются (монтажируются) из некоторого числа конечных элементов ω_α , участвующих в аппроксимации области S . В качестве конечных элементов ω_α могут выступать простейшие геометрические фигуры, образующие замощение $\{\omega_\alpha\}$ области S . Для практики наибольший интерес представляют регулярные замощения, где все конечные элементы ω_α конгруэнтны и каждая точка X области S принадлежит хотя бы одному элементу замощения ω_α (если точка X принадлежит нескольким элементам ω_α , то она лежит на их границах). Среди простейших регулярных замощений (фактически лишь они и используются сегодня в известных компьютерных программах) отметим замощение кубами (в трехмерных монтажных технологиях решения обратной задачи грави- и магнитометрии) и замощения квадратами и правильными шестиугольниками (в случае плоской обратной задачи). Элементы регулярного замощения ω_α допускают естественную нумерацию (в трехмерном случае α – трехкомпонентный вектор $\alpha = (i, j, k)$, в плоском – двухкомпонентный вектор $\alpha = (i, k)$), а их пространственное положение однозначно определяется по номеру α и координатам центра тяжести какого-то одного из элементов замощения

(центра замощения). Независимо от характера замощения компьютерная программа работает не с самими элементами ω_α (как геометрическими фигурами), а с их номерами α , что позволяет значительно ускорить расчеты благодаря использованию целочисленной арифметики.

Модельный класс A всевозможных комбинаций попарно непересекающихся множеств, представляющих собой связные односвязные объединения любого числа элементов замощения ω_α , принято называть конфигурационным, а сами объединения – конфигурациями. Здесь связность – это свойство, не допускающее разделение тела на два и более тел, попарно не граничащих между собой, а свойство односвязности предполагает отсутствие “пустот” (“дыр”) внутри тела. Распределение масс с плотностями δ_k^T по носителям Ω_k^* принято называть конфигурационным. Основные операции в конфигурационном классе A выполняются с использованием понятий ядра $\mathcal{Y}[\Omega]$, оболочки $O[\Omega]$, внутреннего ядра $\mathcal{Y}_0[\Omega]$ и границы $\Gamma[\Omega]$ конфигурации Ω : $\mathcal{Y}[\Omega]$ – множество элементов $\omega_\alpha \subset \Omega$, из которых составлена конфигурация Ω ; $O[\Omega]$ – множество всех элементов замощения, не принадлежащих ядру, но граничащих с его элементами; $\mathcal{Y}_0[\Omega]$ – множество элементов $\omega_\alpha \in \mathcal{Y}[\Omega]$, чья оболочка $O[\omega_\alpha] \subset \mathcal{Y}[\Omega]$; $\Gamma[\Omega]$ – множество элементов $\omega_\alpha \in \mathcal{Y}[\Omega]$, не вошедших в $\mathcal{Y}_0[\Omega]$ (рис. 1).

На основе монтажного подхода может быть создано целое семейство итерационных алгоритмов, различающихся структурой итерационного шага. Однако в любом случае их реализации всегда предшествует выбор интерпретатором конкретного замощения $\{\omega_\alpha\}$. Проблема выбора замощения сродни традиционной, трудно формализуемой проблеме выбора параметрической размерности модели источников поля и также требует компромиссного решения.

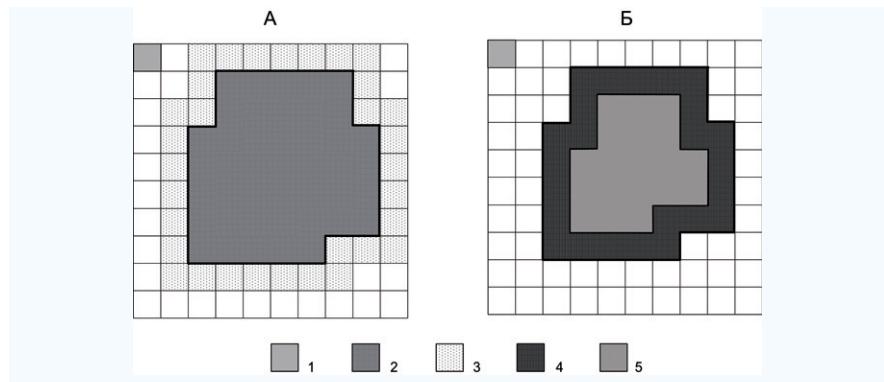


Рис. 1. Графическая иллюстрация основных понятий, используемых в монтажном методе: оболочки $O[\Omega]$ и ядра $\mathcal{Y}[\Omega]$ (А); границы $\Gamma[\Omega]$ и внутренности $B[\Omega]$ (Б) конфигурации:

1 – отдельный элемент замощения ω_α ; элементы замощения ω_α , принадлежащие:
 2 – ядру $\mathcal{Y}[\Omega]$, 3 – оболочке $O[\Omega]$, 4 – границе $\Gamma[\Omega]$,
 5 – внутренности $B[\Omega]$ двухмерной конфигурации Ω

С одной стороны, увеличение размеров элементов замощения ω_α снижает вычислительные затраты на поиск допустимого решения Ω^* и, в некоторой степени, повышает его устойчивость (в этом смысле определенный интерес представляют нерегулярные замощения, такие, например, где средние значения поля всех элементов ω_α единичной плотности равны между собой). С другой стороны, степень дискретизации области S геологического пространства должна быть такой, чтобы при оценке допустимого значения невязки подбора поправкой за неадекватность конечноэлементного представления источников поля можно было бы пренебречь. К тому же, критерии гладкости приближенного решения, используемые для отбраковки геологически малосодержательных вариантов интерпретации, как правило, срабатывают лишь в определенном, хотя и достаточно широком диапазоне размеров элементов замощения ω_α . И, наконец, размеры элементов ω_α должны быть малы настолько, чтобы спорный случай, при котором телу S_k^T принадлежит лишь часть элемента, можно было бы по желанию трактовать как $\omega_\alpha \subset S_k^T$, либо как $\omega_\alpha \not\subset S_k^T$.

Опыт показывает, что общие соображения и интуиция интерпретатора вполне достаточны для выбора приемлемого замощения (к тому же, в резерве всегда остается имитационное моделирование).

Общая схема итерационных монтажных алгоритмов. В общем виде монтажный принцип построения (допустимого) решения $\Omega^* = (\Omega_1^*, \Omega_2^*, \dots, \Omega_m^*)$ обратной задачи в выбранном модельном классе A состоит в том, чтобы отправляясь от некоторого начального приближения $\tilde{\Omega}^{(0)} = (\tilde{\Omega}_1^{(0)}, \tilde{\Omega}_2^{(0)}, \dots, \tilde{\Omega}_m^{(0)})$ к неизвестному (многосвязному при $m \geq 2$) носителю $S^T = (S_1^T, S_2^T, \dots, S_m^T)$ выстроить конечную последовательность $\tilde{\Omega}^{(1)}, \tilde{\Omega}^{(2)}, \dots, \tilde{\Omega}^{(L)}$, $\tilde{\Omega}^{(j)} = (\tilde{\Omega}_1^{(j)}, \tilde{\Omega}_2^{(j)}, \dots, \tilde{\Omega}_m^{(j)})$, $\tilde{\Omega}^{(j)} \in A$, такую, при которой конфигурационное распределение $\Omega^* = \tilde{\Omega}^{(L)}$ удовлетворяет всем априорным предпосылкам о геометрии носителей S_k^T и их положении в пространстве, а распределение масс в объемах $\Omega_k^* = \Omega_k^{(L)}$ с известными плотностями δ_k^T , $k=1, 2, \dots, m$, обеспечивает приемлемую невязку подбора значений Δg_i гравитационного поля, измеренного в точках произвольного рельефа земной поверхности. Выбор наилучшего варианта перехода от $(j-1)$ -го приближения $\tilde{\Omega}^{(j-1)}$ к j -му $\tilde{\Omega}^{(j)}$ осуществляется из множества A_j пробных вариантов, тогда как на протяжении всего итерационного процесса плотности масс, заполняющих парциальные носители $\tilde{\Omega}_k^{(j)}$, считаются свободными (оптимизируемыми) параметрами. Структура и мощность множества A_j предопределяется структурой предшествующего приближения $\tilde{\Omega}^{(j-1)}$ и принятой структурой итерационного шага алгоритма. В основе монтажных алгоритмов лежит принцип наследования текущим приближением $\tilde{\Omega}^{(j)}$ свойств предшествующего приближения $\tilde{\Omega}^{(j-1)}$, предписанных априорной информацией. С этой целью из множества A_j предварительно отбирается подмножество A_j^0 допустимых к сравнению вариантов $\Omega^{(r)} = (\Omega_1^{(r)}, \Omega_2^{(r)}, \dots, \Omega_m^{(r)})$, удовлетворяющих ограничениям на связность и односвязность парциальных носителей S_k^T и все дальнейшие построения фактически ведутся с этим подмножеством.

В алгоритме А.В. Овчаренко избыточная масса источника аномалии считается априори известной, а плотность исключается из рассмотрения. В работе В.Н. Страхова и М.И. Лапиной также рассматривается случай $m=1$, но предварительная оценка избыточной массы не предусматривается (в принципе ничего не меняется, если носитель S^T является многосвязным множеством, но плотность масс всюду одна и та же).

Важным этапом в развитии монтажного подхода стало обобщение алгоритма из [Страхов, Лапина, 1976] на случай произвольного числа m связных однородных геологических тел различной плотности [Балк, Балк, 1994]. В этом случае в рассмотрение необходимо ввести вектор $\delta = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m)$ плотностей масс, заполняющих пробные носители $\Omega_k^{(r)}$, и ограничить свободу выбора значений его отдельных компонент δ_k достаточно гладкими непрерывными функциями $\delta_k = \varphi_k(\delta_1)$, $k=2, 3, \dots, m$, обеспечивающими одновременный выход подбираемых плотностей на истинные значения δ_k^T : $\delta_k \rightarrow \delta_k^T$ при $\delta_1 \rightarrow \delta_1^T$. Опробованы и рекомендуются следующие зависимости: мультипликативная – $\delta_k = \delta_1 \delta_k^T (\delta_1^T)^{-1}$ и аддитивная – $\delta_k = \delta_1 + (\delta_k^T - \delta_1^T)$. Теперь для каждого пробного варианта r выбора очередного приближения $\Omega^{(r)} \in A_j^0$ вычисляются (при условиях $\delta_k = \varphi_k(\delta_1)$) значения плотностей $\delta_k = \delta_k^{(r)}$ масс, заполняющих носители $\Omega_k^{(r)}$, при которых достигается наименьшее значение невязки. Та из допустимых многосвязных конфигураций $\Omega^{(r)}$, на которой достигнуто наименьшее значение невязки, принимается за текущее j -е приближение $\tilde{\Omega}^{(j)}$, а соответствующий вектор $\delta^{(r)} = (\delta_1^{(r)}, \delta_2^{(r)}, \dots, \delta_m^{(r)})$ плотностей, обеспечивший этот минимум, – за вектор $\tilde{\delta}^{(j)} = (\tilde{\delta}_1^{(j)}, \tilde{\delta}_2^{(j)}, \dots, \tilde{\delta}_m^{(j)})$.

Ясно, что рассмотрение всех пробных вариантов может вестись одновременно, независимо друг от друга, а это значит, что время, необходимое для компьютерной реализации алгоритма, можно кардинально сократить за счет распараллеливания алгоритма на многопроцессорных вычислительных системах. Заметное снижение времени счета – теперь уже благодаря

уменьшению общего объема вычислений – может быть достигнуто, если воспользоваться приближенными формулами вычисления поля элементов ω_α , расположенных “вдали” от дневной поверхности (например, поле куба заменять полем точечной массы).

Перевод известных параметров δ_k^T в число свободных (оптимизируемых) – одна из основных особенностей монтажных алгоритмов, не свойственная другим методам решения обратной задачи гравиметрии. С позиций физики это вполне оправдано: компенсируя различие в объемах $\Omega_k^{(r)}$ и S_k^T значениями плотностей (по сути – сохраняя истинное значение гармонического момента масс нулевого порядка) можно уже на первых итерациях выйти на сравнительно небольшое значение невязки. Это, в свою очередь, позволяет монтажным алгоритмам отказаться от стандартного требования задания начального приближения, близкого по полю к изучаемому распределению масс. Критерием завершения итерационного процесса является выход на некоторой итерации $j=L$ значения $\tilde{\delta}_l^{(L)}$ в достаточно малую окрестность истинного значения плотности δ_l^T (непрерывность и гладкость зависимостей Φ_k обеспечивает при этом выход и остальных плотностей $\tilde{\delta}_k^{(L)}$ в малые окрестности значений δ_k^T). Таким образом, при любом числе m геологических тел на каждом пробном шаге приходится минимизировать функцию невязки лишь одной переменной (δ_l), причем в случае среднеквадратической невязки задача сводится к решению линейного уравнения. Гарантия выхода значения $\tilde{\delta}_l^{(j)}$ в малую окрестность значения δ_l^T на некотором шаге L должна следовать из геофизического смысла и обеспечиваться структурой итерационного шага алгоритма (на практике итерационный процесс обрывается на шаге $j=L$, если на числовой оси значения $\tilde{\delta}_l^{(L)}$ и $\tilde{\delta}_l^{(L-1)}$ оказались по разные стороны от δ_l^T).

Если на последней итерации $j=L$ значение невязки не превысило максимально допустимое ϵ , то конфигурационное распределение $\tilde{\Omega}^{(L)}$ принимается за приближенное решение Ω^* (нелинейной) обратной задачи.

В отношении общей схемы итерационных монтажных алгоритмов остается сказать, что начальное приближение $\tilde{\Omega}^{(0)}$ может быть обусловлено априорной информацией (данными бурения, например), либо назначено интерпретатором, исходя из каких-то эвристических соображений. Если выбрана схема, по которой для приближений $\tilde{\Omega}^{(j-1)}$ и $\tilde{\Omega}^{(j)}$ выполняются включения $\tilde{\Omega}_k^{(j-1)} \subseteq \tilde{\Omega}_k^{(j)}$, $k=1, 2, \dots, m$, то в последнем случае рекомендуется ограничиться одним элементом замощения (парциальным центром кристаллизации) на каждое из m тел – $\tilde{\Omega}_k^{(0)} = \omega_{\alpha(k)}$.

Необходимо также отметить, что в монтажных алгоритмах – и в этом также проявляется их специфика – параметрическая размерность каждого текущего приближения, которую здесь можно определить по-разному (например, как число элементов замощения в ядре текущего приближения $\tilde{\Omega}^{(j)}$), не является фиксированной, а изменяется от итерации к итерации по мере вовлечения в итерационный процесс тех элементов замощения области S , без которых невозможно обойтись при построении очередного приближения к решению обратной задачи.

Далее следует конкретизировать структуру итерационного шага алгоритма и описать способы учета априорных ограничений.

Выбор структуры итерационного шага. В принципе итерационный шаг j монтажного алгоритма может представлять собой процедуру обмена произвольным числом элементов замощения ω_α с каждой стороны между ядром $\mathcal{J}[\tilde{\Omega}^{(j-1)}]$ и оболочкой $O[\tilde{\Omega}^{(j-1)}]$ предшествующего приближения $\tilde{\Omega}^{(j-1)}$. Определенные теоретические наработки на этот счет имеются [Балк, Балк, 2000], однако трудоемкость вычислений, обусловленная необходимостью применения целочисленного программирования, оказалась неоправданной. В настоящее время опробованы и зарекомендовали себя три версии монтажных алгоритмов, использующие разные модификации итерационного шага: метод регулируемой направленной кристаллизации (МНРК), метод регулируемой

направленной раскристаллизации (MPHP) и метод регулируемой направленной перекристаллизации (MPHP).

В современной трактовке метода РНК очередное приближение $\tilde{\Omega}^{(j)}$ образуется путем наращивания ядра одного из парциальных носителей (пусть t его номер), входящих в предшествующее приближение $\tilde{\Omega}^{(j-1)}$, на один элемент замощения ω_α , взятый из множества $O[\tilde{\Omega}_t^{(j-1)}]$. Таким образом, $\tilde{\Omega}_k^{(j)} = \tilde{\Omega}_k^{(j-1)}$ для всех $k \neq t$ и $\tilde{\Omega}_t^{(j)} = \tilde{\Omega}_t^{(j-1)} \cup \omega_\alpha$. Номер t определяется в ходе сравнения невязок, достигнутых во всех опробованных вариантах наращивания каждого из ядер $\mathcal{A}[\tilde{\Omega}_k^{(j-1)}]$, $k=1, 2, \dots, m$, на один элемент замощения, взятый из оболочки $O[\tilde{\Omega}_k^{(j-1)}]$. Заметим, что если конфигурация $\tilde{\Omega}_t^{(j-1)}$ является связной, то конфигурация $\tilde{\Omega}_t^{(j)}$ автоматически это свойство наследует, что нельзя сказать об односвязности; все пробные варианты, нарушающие условие наследования свойства односвязности отбраковываются еще на стадии формирования множества A_j^0 вариантов, допускаемых к сравнению. Так как для каждого $k=1, 2, \dots, m$ парциальные носители $\tilde{\Omega}_k^{(j)}$ образуют последовательность вложенных множеств $-\Omega_k^{(0)} \subseteq \Omega_k^{(1)} \subseteq \dots \subseteq \Omega_k^{(j-1)} \subseteq \Omega_k^{(j)} \dots$, то из геофизических соображений ясно, что при условии $\delta_k^T > 0$, $k=1, 2, \dots, m$, итерационный процесс обязательно прервется на какой-то итерации $j=L$, а критерием прерывания будет выполнение двух неравенств: $\tilde{\delta}_1^{(L-1)} > \delta_k^T$, $\tilde{\delta}_1^{(L)} \leq \delta_k^T$. В генерализованном виде блок-схема алгоритма метода РНК приведена на рис. 2.

Метод РНР, предложенный в работе [Долгаль, Мичурин, 2010], является зеркальным отображением метода РНК. Здесь каждое очередное приближение $\tilde{\Omega}^{(j)}$ образуется путем изъятия из границы $\Gamma[\Omega_t^{(j-1)}]$ какого-то из парциальных носителей $\Omega_t^{(j-1)}$ опять же одного элемента ω_α . Начальное приближение $\Omega^{(0)} = (\Omega_1^{(0)}, \Omega_2^{(0)}, \dots, \Omega_m^{(0)})$ должно при этом удовлетворять следующему условию: каждый из парциальных носителей $\Omega_k^{(0)}$ заведомо содержит тело S_k^T , а любые два из них не имеют общих точек. Если носитель $\tilde{\Omega}_t^{(j-1)}$ является связным и односвязным, то процедура РНР обеспечивает наследование конфигурацией

$\tilde{\Omega}_t^{(j)} = \tilde{\Omega}_t^{(j-1)} / \omega_\alpha$ свойства односвязности, но допускает нарушение условия связности. Метод РНР может иметь преимущества перед методом РНК при моделировании эшелонированных по вертикали геоплотностных неоднородностей, локализованных в определенных горизонтах геологического разреза. Приуроченность этих неоднородностей к определенным слоям или структурам в методе РНР может быть учтена уже в начальном приближении.

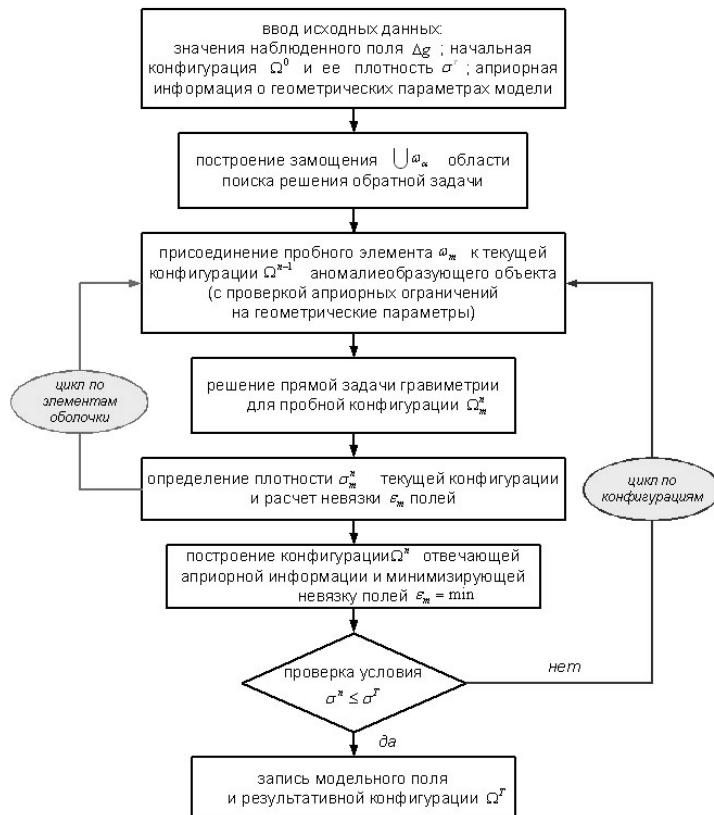


Рис. 2. Блок-схема алгоритма решения нелинейной трехмерной обратной задачи гравиразведки методом РНК

Оба метода – МРНК и МРНР – заведомо не относятся к так называемым «жадным алгоритмам», когда оптимальность на каждом отдельном шаге

обеспечивает оптимальность итогового решения задачи [Кормен, Лейзерсон, Ривест, 2005]. В случае МРНК элемент замощения ω_α , “неудачно” внесенный в ядро $\mathcal{Y}[\Omega_t^{(j-1)}]$ на j -й итерации, автоматически войдет в ядро итогового решения Ω^* (аналогичное высказывание, но уже относительно элемента, “неудачно” изъятого из ядра текущего приближения, имеет место в случае метода РНР). Разумеется, если итерационный процесс “вышел” на допустимое решение обратной задачи, то высказанный упрек в адрес методов РНК и РНР можно отозвать обратно.

Тем не менее, вопрос о принципиальной возможности корректировать построения, выполненные на промежуточных итерациях, не возникает в третьем из предлагаемых методов – методе РНП. Эта модификация монтажного алгоритма была предложена еще в работе [Балк, 1993], но в то время не могла быть реализована из-за недостаточной мощности компьютеров. Каждую итерацию метода РНП можно представить как сумму взаимосвязанных и согласованных итераций, выполняемых в методах РНК и РНР, когда $\Omega_t^{(j)} = \Omega_t^{(j-1)} \cup \omega_\alpha$, $\Omega_q^{(j)} = \Omega_q^{(j-1)} \setminus \omega_\beta$, $1 \leq t, q \leq m$ и $\Omega_k^{(j)} = \Omega_k^{(j-1)}$ для всех $k \neq t, q$. Номера t, q парциальных носителей и номера α, β элементов замощения, участвующих в построении очередного приближения $\tilde{\Omega}^{(j)}$, определяются в ходе перебора всевозможных пар ($k(1)=k(2)$), $1 \leq k(1), k(2) \leq m$ (включая случай $k(1)=k(2)$) и опробования всех допустимых вариантов наращивания ядра $\mathcal{Y}[\tilde{\Omega}_{k(1)}^{(j-1)}]$ на элемент $\omega_\alpha \in O[\tilde{\Omega}_{k(1)}^{(j-1)}]$ и изъятия из ядра $\mathcal{Y}[\tilde{\Omega}_{k(2)}^{(j-1)}]$ элемента $\omega_\beta \in \Gamma[\tilde{\Omega}_{k(2)}^{(j-1)}]$.

Ясно, что здесь уже необходим контроль соблюдения условий наследования обоих топологических свойств носителя – связности и односвязности. Понятно также, что на протяжении всего итерационного процесса РНП число элементов замощения, составляющих ядра многосвязных конфигураций $\tilde{\Omega}^{(j)}$, остается неизменным (при этом, естественно, допускается “перекачивание” элементов из ядра одного парциального носителя в ядро другого). В этой связи процедуру РНП можно считать самостоятельным методом, если только ее предваряли процедуры РНК или РНР, с помощью

которых было построено некоторое решение Ω^* , оказавшееся недопустимым по невязке. В этом случае корректировка конфигурации может быть успешно выполнена с помощью метода РНП.

Как показывает опыт, в силу достаточно высокого уровня помех геологического характера, обе из рассмотренных простейших реализаций монтажного подхода – РНК и РНР – обычно обеспечивают выход на допустимое значение невязки. В более сложных случаях можно порекомендовать гибридные алгоритмы РНК+РНП и РНР+РНП, в которых происходит чередование определенного числа итераций, выполненных по методам РНК или РНР, с некоторым числом итераций по методу РНП.

Учет априорной информации. Возможность одновременного учета разнородной априорной информации – основное достоинство монтажных алгоритмов. Прежде всего имеющуюся информацию необходимо перефразировать в терминах структурных элементов модельного класса. Так, если известно, что часть пространства $S_k^+ \subset \mathbf{R}^3$ является фрагментом геологического тела S_k^T , а S_k^- – часть пространства, не имеющая с носителем S_k^T общих точек, то в рассмотрение вводятся конфигурации Ω_k^+ и Ω_k^- , ядра которых состоят из всех элементов замощения ω_α , принадлежащих S_k^+ и S_k^- , соответственно. Налагается ограничение: в искомом приближенном решении Ω^* обратной задачи элементы $\omega_\alpha \in \mathcal{Y}[\Omega_k^+]$ должны присутствовать в ядрах $\mathcal{Y}[\Omega_k^*]$ парциальных носителей Ω_k^* (в методе РНК это достигается путем включения соответствующих элементов в начальные приближения $\tilde{\Omega}_k^{(0)}$), тогда как включение элементов $\omega_\alpha \in \mathcal{Y}[\Omega_k^-]$ в ядра текущих приближений $\tilde{\Omega}_k^{(j)}$ не допускается. Понятно, что зная положение элементов замощения в системе координат, не представляет особого труда следить за соблюдением ограничений на минимально и максимально возможные глубины залегания кровли и подошвы аномалиеобразующих объектов S_k^T , на их вертикальную и горизонтальную мощности, на предельно (и минимально) допустимые

расстояния между отдельными телами. Так, предположение о том, что тела S_p^T и S_q^T не граничат друг с другом, сводится к запрету на выполнение неравенства $O[\tilde{\Omega}_p^{(j)}] \cap \mathcal{Y}[\tilde{\Omega}_q^{(j)}] \neq \emptyset$ на каждой итерации j . Не поддающиеся контролю свойства помех геологического характера автоматически снимают проблему учета априорной информации о каких-то “тонких” особенностях ошибок в измерениях поля. Что же касается использования различных функционалов невязки, то поскольку на каждом шаге j итерационного процесса приходится минимизировать функцию одной лишь переменной $(\tilde{\delta}_l^{(j)})$ и проблема глобального минимума не играет при этом решающей роли, то в этом вопросе возможности монтажного метода, по сути, не ограничены.

Несколько особняком стоят ограничения на топологию подбираемых носителей Ω_k^* и их отдельных фрагментов. Речь идет о соблюдении условия связности и односвязности парциальных конфигурационных носителей Ω_k^* , а также об отсутствии малосодержательных фрагментов границ $\Gamma[\Omega_k^*]$. В конфигурационном модельном классе последнее условие можно формализовать с помощью понятия отростка $H(\Omega)$ конфигурации Ω , как любого связного фрагмента границы $\Gamma[\Omega]$, не граничащего с элементами $\omega_\alpha \in \mathcal{Y}_0[\Omega]$ ее внутреннего ядра, и введения ограничения на максимальное число $L(\Omega)$ (его логично назвать длиной отростка) элементов замощения, составляющих любой из отростков. Во многих случаях условие гладкости границы конфигурационного носителя может заключаться в требовании его безотростковости: $\{\omega_\alpha \in \Gamma[\Omega] : O[\omega_\alpha] \cap \mathcal{Y}_0[\Omega] \neq \emptyset\} = \emptyset$. Введенный в рассмотрение фрагмент $H(\Omega)$ конфигурации Ω является, кстати, удобным объектом для иллюстрации привязанности не только критериев гладкости носителя (об этом говорилось выше), но и самого понятия “отросток”, к структуре выбранного замощения. Так, фрагмент $\Omega_0 \subset \Omega$, являющийся по определению отростком при данном замощении, может уже не являться таковым при более детальном («мелком») замощении, если из Ω_0 удастся выделить хотя бы одно

подмножество, которое в новом замощении становится элементом внутреннего ядра конфигурации. Можно использовать и другие характеристики гладкости границы носителя, в том числе и интегральные, такие, например, как индекс компактности $v(\Omega)$ конфигурации – отношение числа элементов замощения, входящих в оболочку $O[\Omega]$ конфигурации Ω , к числу элементов, входящих в ее ядро $\mathcal{Y}[\Omega]$ (рис. 3).

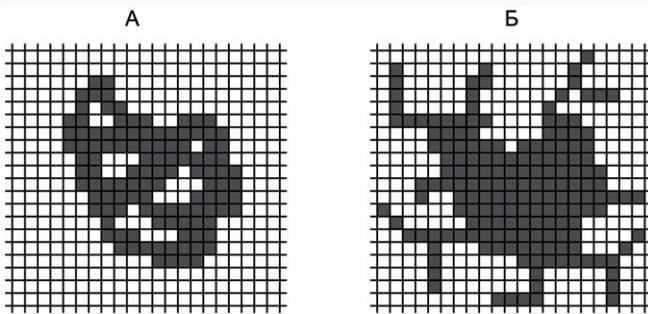


Рис. 3. Топологические особенности конфигураций Ω : неодносвязная безостростковая конфигурация (А), $v(\Omega)=0.56$; односвязная конфигурация с отростками, $v(\Omega)=1.02$ (Б)

В работе [Балк, 1989] предложены быстродействующие компьютерные процедуры для установления связности и односвязности произвольной конфигурации, дополнения ее до минимальной связной односвязной конфигурации (в случае, если установлено, что этими свойствами она не обладает), определения значения $L(\Omega)$ и дополнения ядра конфигурации Ω до ядра конфигурации Ω' , чей максимальный отросток имеет длину, не превышающую заданного $L' < L$. В качестве примера приведем описание процедуры установления односвязности связной конфигурации Ω . Для произвольно взятого элемента $\omega_\alpha \notin \mathcal{Y}[\Omega]$ организуем итерационный процесс $\mathcal{Y}[\Omega^{(i)}] = \mathcal{Y}[\Omega^{(i-1)}] \cup (O[\Omega^{(i-1)}] \setminus \mathcal{Y}[\Omega])$, $i=1, 2, \dots$, где ядро конфигурации $\Omega^{(0)}$ содержит лишь один элемент ω_α . Поскольку замощение содержит конечное число элементов, то на некотором шаге $i=n$ выполнится равенство $\mathcal{Y}[\Omega^{(n)}] = \mathcal{Y}[\Omega^{(n-1)}]$. Если при этом множество $\mathcal{Y}[\Omega^{(n)}] \cup \mathcal{Y}[\Omega]$ не совпадет со всем замощением, то

конфигурация Ω не является односвязной, а элементы замощения, не вошедшие в указанное множество, образуют в этой конфигурации “пустоты”. В случае регулярных замощений можно задать формулы для определения номеров элементов замощения, граничащих с данным элементом, что значительно упрощает не только сами вычисления, но и программирование процедур анализа топологических особенностей текущих конфигурационных приближений.

Наиболее просто перечисленные топологические задачи решаются в монтажных алгоритмах, когда требуется лишь осуществлять контроль за соблюдением условия наследования конфигурациями $\tilde{\Omega}_k^{(j)}$ свойств, присущих конфигурациям $\tilde{\Omega}_k^{(j-1)}$ и являющихся отражением априорной информации. Указанный контроль осуществляется с помощью локальных критериев, требующих анализа одной лишь оболочки $O[\omega_\alpha]$ элемента замощения ω_α , подключаемого (в процедуре РНК) к ядру предшествующего приближения, или изымаемого (в процедуре РНР) из него. Так в отношении плоских замощений $\{\omega_\alpha\}$ установлено, что конфигурация $\Omega_i = \Omega \cup \omega_\alpha$, $\omega_\alpha \in O[\Omega]$, наследует свойство односвязности конфигурации Ω , если множество $O[\omega_\alpha] \cap \mathcal{Y}[\Omega]$ является ядром связной конфигурации.

Невозможность учесть все априорные ограничения в начальном приближении $\tilde{\Omega}^{(0)}$ (так, нулевое приближение $\Omega_k^{(0)}$ не будет удовлетворять ограничению на минимально допустимую мощность тела S_k^T , если ядро $\mathcal{Y}[\Omega_k^{(0)}]$ этого приближения состоит из одного элемента замощения – центра кристаллизации) подводит к идею разбиения итерационного процесса на две стадии. Можно потребовать, чтобы на начальных итерациях в число допустимых к сравнению вариантов перехода к очередному приближению $\tilde{\Omega}^{(j)}$ входили лишь те, что позволяют приблизиться к выполнению априорных ограничений (формализовать это требование не составляет труда). Можно поступить и так: на первых порах вообще не обращать внимание на априорную информацию, которая не “укладывается” в начальное приближение, и, используя принцип наследования свойств предшествующего приближения,

построить допустимое решение, отвечающее оставшейся части априорной информации, а затем с помощью метода РНП подкорректировать это решение уже с учетом ранее исключенных из рассмотрения априорных ограничений. Эта идея анонсируется впервые и, конечно же, требует апробации на модельном и практическом материале.

Понятно, что наибольший интерес представляют результаты успешного применения монтажных алгоритмов при изучении сугубо трехмерных геологических тел и структур: гранитоидных батолитов, вулканотектонических депрессий, рифогенных образований, соляных куполов, астроблем и т.п. Тем не менее, будет логично начать рассмотрение с более наглядного и доходчивого модельного примера решения обратной задачи в двухмерной постановке.

Пример 1. Источником гравитационного поля Δg , заданного на профиле в $n=51$ точке с шагом 250 м, является шестиугольная призма S^T избыточной плотности 0.2 г/см³. “Измерения” Δg_i содержат помеху, распределенную по нормальному закону $N(0, \sigma)$ со значением $\sigma=0.15$ мГал (около 5% от амплитуды аномалии). Результаты интерпретации представлены на рис. 4.

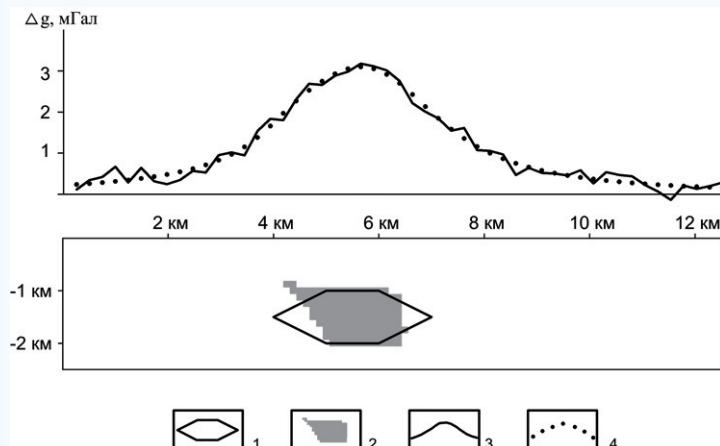


Рис. 4. Результат решения обратной задачи гравиразведки для локального однородного тела:
 1 – аномалиеобразующий объект S^T ; 2 – подобранный объект Ω^* ;
 3 – график исходного поля Δg ; 4 – дискретные значения подобранныго поля

Динамику итерационного процесса можно отследить по рис. 5.

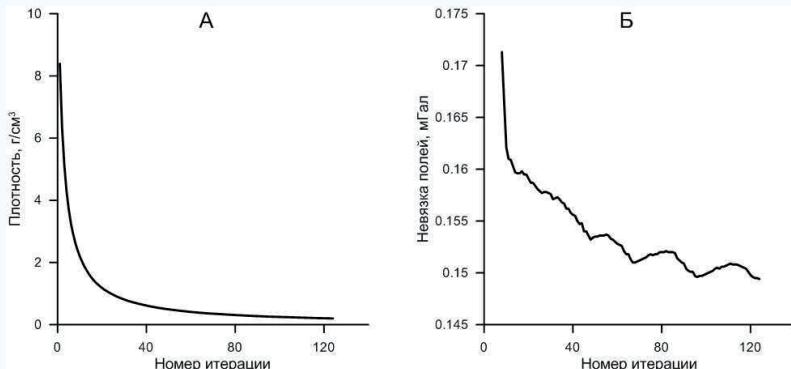


Рис. 5. Характеристики итерационного процесса: изменение плотности подбираемого объекта (А); изменение невязки исходного и модельного полей (Б)

Немонотонное поведение невязки иллюстрирует возможности монтажных алгоритмов преодолевать локальные экстремумы минимизируемого функционала невязки; это свойство достаточно высоко ценится в теории решения многоэкстремальных задач, на нем основан широко используемый метод, реализующий концепцию “тяжелого шарика” [Евтушенко, 1982]. Достигнутое значение 0.149 мГал невязки оказалось ниже уровня помех, что позволяет считать подобранный конфигурационный носитель Ω^* допустимым приближенным решением обратной задачи.

Пример 2. Несмотря на то, что первая компьютерная реализация трехмерного монтажного алгоритма появилась 20 лет тому назад [Schäfer, Balk, 1993], интенсивно “трехмерное направление” начало развиваться лишь в последние годы [Балк, Долгаль, 2009]. Рассмотрим модельный пример, в котором за источник гравитационного поля Δg взято однородное тело в виде объединения трех соприкасающихся между собой прямоугольных призм, расположенных в интервале глубин 1 – 4.5 км. Размеры призм: 2×2×1, 2×2×2 и 1×1×1.5 км. Их избыточная плотность 0.25 $\text{г}/\text{см}^3$ считается известной. Поле задано в 441 точке регулярной сети с шагом 500 м. При этом значения поля Δg

лежат в интервале от 0.13 до 2.24 мГал (рис. 6). Априорная информация об источнике поля представлена ограничениями на минимальную (0.2 км.) и максимальную (7.0 км.) глубины погружения нижней и верхней кромок объекта, а также предпосылкой о его связности и безотростковости (в указанном выше смысле). Для реализации монтажного метода (в варианте метода регулируемой направленной кристаллизации) выбрано моноэдральное замощение сprotoэлементом T в форме куба со стороной 0.3 км. В качестве начального приближения Ω_0^* к решению обратной задачи взят элемент замощения, содержащий центр тяжести возмущающих масс, вычисленный по заданному полю с помощью известной методики. Достигнутая на нулевом приближении невязка (при минимизирующем ее значении плотности) составила около ± 0.1 мГл. Результат интерпретации - конфигурация Ω^* , составленная из 503 элементов замощения. Как видно из рис. 7, она сохраняет основные особенности геометрии исходного возмущающего объекта. При этом итоговая невязка подбора поля в евклидовой метрике составила ± 0.0028 мГал. Заметим также, что исключение из постановки хотя бы одного из априорных ограничений ведет к существенному снижению качества интерпретации.

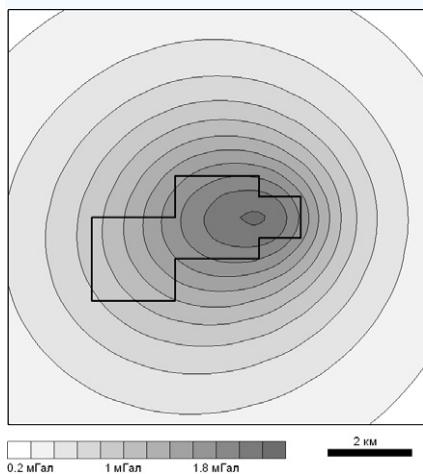


Рис. 6. Гравитационное поле и контур возмущающего объекта

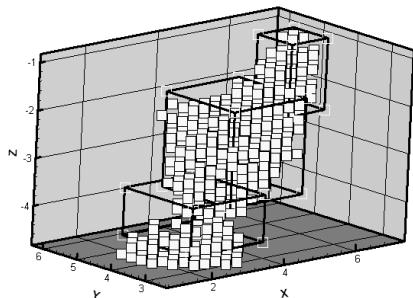


Рис. 7. Трехмерное изображение возмущающего объекта и конфигурации Ω^* , построенной в результате решения обратной задачи

Пример 3. Далее приведем практических пример применения 3D монтажного метода при интерпретации локальной аномалии, зафиксированной при выполнении гравиметрической съемки масштаба 1:50000 в пределах южной части Енисейского кряжа – одной из наиболее значимых золоторудных провинций России. Указанная аномалия отрицательного знака имеет амплитуду до 3.1 мГал, эллипсоидальную форму, ее размеры составляют примерно 9.2×3.6 км (рис. 8). С высокой степенью вероятности можно предположить, что интерпретируемая аномалия создается мощной корой выветривания. Объекты такого типа оцениваются как перспективные на обнаружение золотого оруденения, однако в этой части Енисейского кряжа они до настоящего времени остаются недостаточно изученными.

Использовались материалы гравиметрической съемки масштаба 1:50000, в пределах участка, на котором расположена 451 точка наблюдений. Избыточная плотность аномалиеобразующего объекта принималась равной -0.4 г/см³ (в абсолютном выражении около 2.35 г/см³). Для замощения изучаемой части нижнего полупространства взяты кубы со стороной 200 м. Алгоритму понадобилось около 400 итераций для достижения невязки наблюденного и модельно полей порядка 0.15 мГал, что сопоставимо с точностью выполненной гравиметрической съемки.

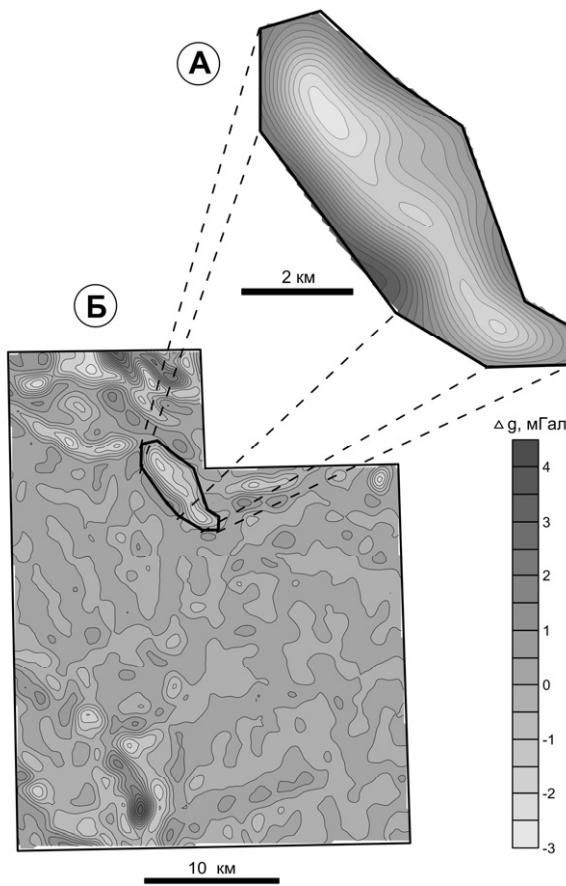


Рис. 8. Локальная аномалия силы тяжести, предположительно обусловленная древней корой выветривания (А) и ее местоположение на карте гравитационного поля (Б). Южная часть Енисейского кряжа (по материалам Гравиметрической экспедиции № 3)

Построенный аномалиеобразующий объект северо-западного простирания имеет крутое падение, вытянутую форму и характеризуется максимальной глубиной залегания нижней кромки около 1.2 км (в юго-восточной части). По своим морфологическим особенностям и петроплотностным параметрам его вполне можно отнести к древней коре выветривания, перекрытой рыхлыми отложениями (рис. 9).

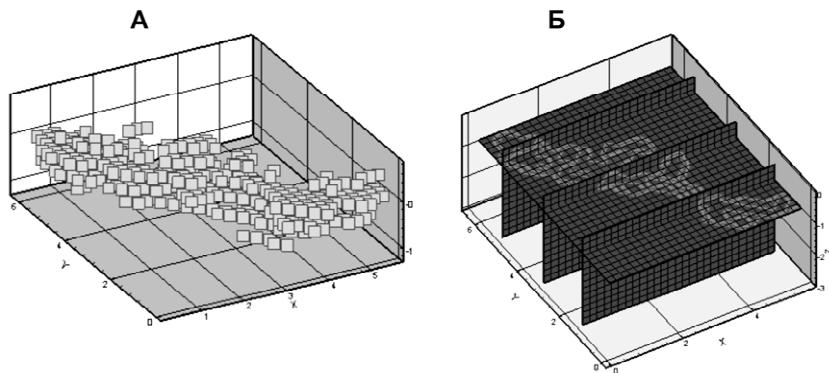


Рис. 9. Объемная модель коры выветривания (А), построенная по результатам количественной интерпретации гравитационного поля и сечения этой модели плоскостями $Y = 1.36$ км, $Y = 3.20$ км, $Y = 5.18$ км, $Z = 0.61$ км (Б).

Пример 4. Приведем еще один пример применения монтажного метода для решения сугубо трехмерной обратной задачи – интерпретация материалов площадной гравиметрической съемки масштаба 1:25 000, выполненной на Западном Урале с целью поисков хромитов. Вытянутая в меридиональном направлении положительная локальная аномалия гравитационного поля амплитудой более 2 мГал предположительно связана с интрузивным массивом ультраосновного состава каледонского возраста, перспективным на хромитовое оруденение (рис. 10.а).

Решение обратной задачи получено с использованием регулярного замощения с кубическими элементами со стороной 0.25 км. Достигнутая невязка полей – 0.16 мГал. В результате количественной интерпретации была построена 3D-модель аномалиеобразующего объекта с избыточной плотностью 0.25 г/см³, отождествляемого с крутопадающим перидотитовым массивом. Морфология массива охарактеризована серией меридиональных и широтных разрезов, а также горизонтальными срезами при шаге глубин 250 м (рис. 10.б,в,г). Массив имеет крутое падение, его кровля залегает на глубинах 0.1-0.4 км, подошва – 1.2-1.5 км; блоковое строение массива обусловлено развитием постинтрузивных субширотных дизъюнктивных нарушений.

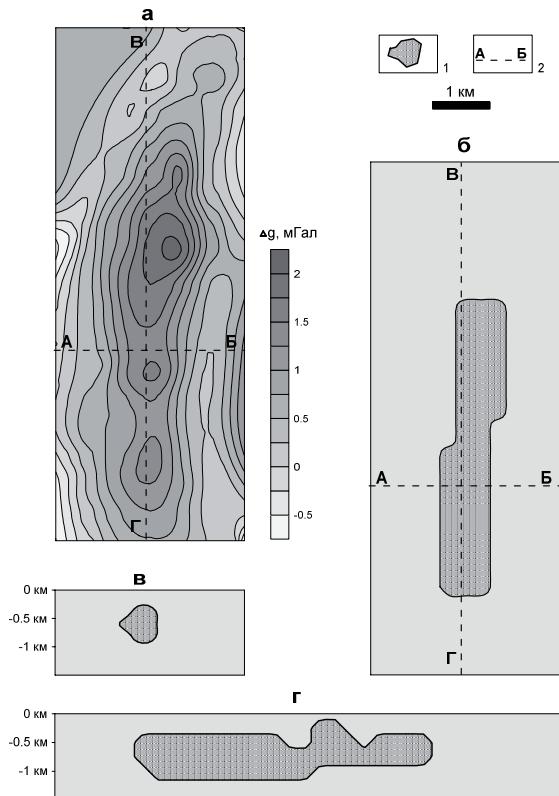


Рис. 10. Интерпретация гравитационного поля над интрузивным массивом, перспективный на хромитовое оруденение (Западный Урал):
а – карта локальной составляющей гравитационного поля; б – горизонтальный срез геологической среды на глубине 875 м; в – разрез по линии АБ;
г – разрез по линии ВГ.

Следует отметить, что участки сравнительно неглубокого залегания кровли перидотитов, установленные по гравиметрическим данным, отвечают аномалиям магнитного поля ΔT величиной до 300-500 нТл. Это свидетельствует о развитии процессов серпентинизации пород в верхней части массива, что является благоприятным признаком для обнаружения хромитов.

Пример 5. Рассмотрим результаты применения монтажного метода при интерпретации данных профильной гравиразведки на Боотанкагской площади (п-ов Таймыр). Основной задачей являлось выделение и оконтурирование в

разрезе объекта повышенной плотности – интрузивного тела, перспективного на платино-медно-никелевое оруденение.

С целью получения геологически содержательных решений при моделировании каждого конкретного разреза учитывались (формализовано): данные бурения; направление предполагаемого падения тел ; предполагаемая форма интрузий; достаточно гладкий характер границ интрузивных образований с вмещающей средой; ограничения на максимальную мощность тел. Во всех случаях предполагалась двухмерность и односвязность подбираемых тел.

Результаты моделирования доказывают, что в большинстве случаев можно достаточно уверенно провести оконтуривание в разрезе основного гравитирующего объекта площади исследований - дифференцированной интрузии базит-гипербазитов, состоящей из нескольких ветвей (рис. 11). Из пяти рекомендованных скважин четыре вскрыли ожидаемые геологические объекты.

Δg , усл. ед.

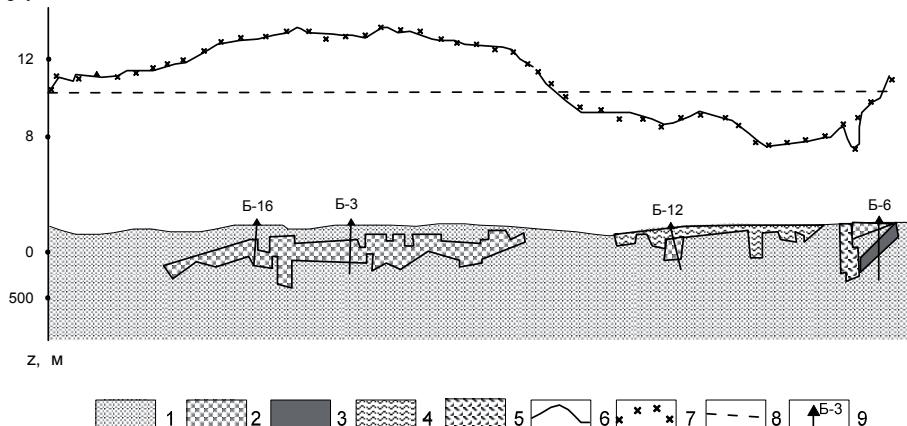


Рис. 11. Результаты моделирования геологического разреза по гравитационному полю монтажным методом. Боттанкагская площадь:

- 1 - осадочные породы; 2 - интрузии габбро-долеритов; 3 - силлы долеритов;
- 4 - рыхлые отложения; 5 - зоны дробления горных пород; 6 - исходное поле;
- 7 - поле подобранной модели; 8 - фоновая составляющая поля; 9 - буровые скважины

2. МОНТАЖНЫЕ АЛГОРИТМЫ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ О ПЛОТНОСТЯХ

По своей структуре монтажные алгоритмы это методы решения нелинейной обратной задачи при заданных плотностях источников поля. Однако горные породы – это сложные гетерогенные образования, а сложенные ими геологические тела являются неоднородными по физическим характеристикам мультифрактальными объектами [Блох, 2004; Кобрунов, 2008]. Иначе говоря, в реальных условиях интерпретации неопределенность в отношении физических параметров это неотъемлемый атрибут любой постановки обратной задачи. Постоянную плотность можно рассматривать лишь как некое условное “среднее” (“эффективное”) $\bar{\delta}$ значение, обуславливающее приблизительно то же самое поле, что и истинное распределение физического параметра. Существование такого “эффективного” параметра обеспечивает присущая обратным задачам ε -эквивалентность, но установить его априори невозможно по ряду причин, в числе которых различие физических свойств горных пород, определенных на образцах и в естественном залегании [Вахромеев, Давыденко, 1987]. Таким образом, отказ от предпосылки об известных точных значениях физических параметров следует рассматривать как обязательный элемент любой постановки обратной задачи, претендующей на адекватность реалиям геофизической практики.

Коль скоро монтажные алгоритмы открыты для использования разнородных априорных ограничений, то возникает естественное желание внести в уже изученные модификации методов РНК, РНР и РНП решения сугубо нелинейных обратных задач еще одно дополнительное ограничение $\delta'_k \leq \bar{\delta}_k \leq \delta''_k$, $k=1, 2, \dots, m$, где $\bar{\delta}_k$ – те самые “эффективные” значения плотностей масс, и, как говорится, не выделять этот случай в “отдельную строку”. Но плотность в монтажных алгоритмах – это “особый” параметр, который управляет всем итерационным процессом и присутствует в критерии его завершения. Требуется не просто обеспечить одновременное попадание на

некотором шаге j всех m значений $\tilde{\delta}_k^{(j)}$ в интервалы $[\delta'_k, \delta''_k]$ и удерживать в этих интервалах соответствующие значения плотностей на всех последующих итерациях. Необходимо, чтобы при вхождении плотностей $\tilde{\delta}_k^{(j)}$ в указанные интервалы не произошло скачкообразного увеличения значения невязки. С этой целью итерационный процесс (для определенности возьмем РНК) разбивается на две стадии [Балк, Долгаль, Христенко; 2011]. На первой из них плотности δ_k , $k=2, 3, \dots, m$, связаны с плотностью δ_1 непрерывными зависимостями $\delta_k = \varphi_k(\delta_1)$, подчиняющимися условию $\varphi_k(\delta_1) \rightarrow \delta''_k$ при $\delta_1 \rightarrow \delta''_1$. В частности, можно использовать те же мультиплекативные и аддитивные зависимости, которые предлагались ранее в случае известных плотностей δ_k^T . Как только на некотором шаге j плотность $\tilde{\delta}_1^{(j)}$, минимизирующая совместно с другими $m-1$ плотностями $\tilde{\delta}_k^{(j)}$ текущее значение невязки, удовлетворит неравенству $\tilde{\delta}_1^{(j)} \leq \delta''_1$, начинается вторая стадия итерационного процесса. На ней минимизирующие невязку плотности $\tilde{\delta}_k$ должны выбираться уже из допустимых интервалов $[\delta'_k, \delta''_k]$. Для этого достаточно связать плотности δ_k , $k \geq 2$, с δ_1 зависимостями $\delta_k = \psi_k(\delta_1)$, удовлетворяющими условиям: $\psi_k(\delta_1) \rightarrow \delta'_k$ при $\delta_1 \rightarrow \delta'_1$ (например, $\delta_k = \delta'_k(\delta'_1)^{-1}\delta_1$). Как только на каком-то шаге $j=L$ достигнуто допустимое значение невязки, процесс прерывается и текущее приближение $\tilde{\Omega}^{(L)} = (\tilde{\Omega}_1^{(L)}, \tilde{\Omega}_2^{(L)}, \dots, \tilde{\Omega}_m^{(L)})$ есть одно из допустимых решений обратной задачи. Если же достигнута итерация j , на которой $\tilde{\delta}_1^{(j)} \leq \delta'_1$, то следует вывод, что априорные ограничения противоречивы и множество допустимых решений обратной задачи пусто (поскольку проблему глобального минимума многоэкстремальных функций монтажные алгоритмы, как и любые известные методы, не решают, то теоретически возможно, что при иной организации итерационного процесса последний мог бы выйти на более глубокое, и теперь уже допустимое, значение невязки).

Результаты численных экспериментов. Прежде всего, определимся в том, какую смысловую нагрузку могут нести модельные расчеты в случае,

когда от алгоритма требуется построить одно (безразлично какое) из допустимых решений обратной задачи.

Прежде всего, вычислительный эксперимент позволяет снять вопрос о конструктивности алгоритма. Не замалчивая его актуальность в отношении предлагаемого алгоритма, сошлемся здесь на успешный опыт практической реализации трехмерных монтажных технологий [Балк и др., 2009] решения сугубо нелинейных обратных задач, а также на наличие эффективных методов решения задачи квадратичного программирования, возникающей дополнительно на каждой итерации предлагаемого алгоритма (тем более, что число K оптимизируемых параметров здесь невысоко). Больше того, когда речь идет не об отыскании единственного в своем роде «оптимального» решения, а всего лишь о выделении из множества допустимых решений любого одного из них, то можно воспользоваться и не «оптимальным», а каким-то упрощенным и более экономичным алгоритмом поиска. В методологическом плане установка на результат интерпретации как на любое допустимое решение обратной задачи освобождает от необходимости подбора «удачных» примеров, иллюстрирующих высокие разрешающие способности предлагаемого метода. При таком подходе высокое или низкое качество результатов интерпретации это не достоинство или недостаток предложенного метода, а всего лишь демонстрация реальных возможностей геофизического метода, иллюстрация интегральной природы потенциальных полей.

С учетом вышесказанного будем рассматривать модельные расчеты как дополнительную мотивацию практической целесообразности и актуальности выполненных построений, а также как конкретную иллюстрацию затронутых в монографии методологических аспектов проблемы (особый акцент сделаем на связку «допустимость – оптимальность»). Для большей наглядности примеры взяты из двухмерной постановки.

В расчетах опробован более экономичный адаптивный алгоритм, в котором условно-экстремальная задача решается лишь один раз. Введем в рассмотрение вспомогательный (опорный) вектор $\lambda = (1, \lambda_2, \dots, \lambda_K)$,

определяющий очередьность и направление разрастания ядер парциальных носителей $\Omega_{k,j}^*$. На каждой итерации j вектор λ подлежит корректировке, что служит признаком адаптивности предлагаемого алгоритма. В качестве λ_0 можно взять вектор, компоненты которого принимают произвольные значения из интервалов $[\delta'_k, \delta''_k]$, например, $\lambda_{k,0} = (\delta'_k + \delta''_k)/2$, $k = 2,3,\dots,K$. На каждом шаге j из числа допустимых пробных вариантов перехода от к Ω_j^* выбирается тот, на котором достигается минимум функционала невязки

$$\Phi(\delta_1) = \sum_{i=1}^n \left(\Delta \tilde{g}(X_i) - \sum_{k=1}^K \Delta g(\Omega_{k,j}^*; X_i) (\lambda_{k,j} \delta_1) \right)^2$$

при условии, что плотность δ_1 тела $\Omega_{1,j}^*$ является (единственным) свободным параметром, а плотности δ_k других тел жестко связаны с δ_1 функциональной зависимостью $\delta_k = \lambda_{k,j} \delta_1$ (здесь $\Delta g(\Omega_{k,j}^*; X_i)$ - поле масс единичной плотности, распределенных по объему $\Omega_{k,j}^*$). Предположим, что среди опробованных минимум $\Phi(\delta_1)$ достигнут в некотором варианте $\Omega_j^* = \{\Omega_{1,j}^*, \Omega_{2,j}^*, \dots, \Omega_{K,j}^*\}$ при $\delta_1 = \delta_{1,j}^*$. Полагая, что $\langle \Omega_{k,j}^* \rangle_{k=1}^K; \delta_{1,j}^* \rangle$ - не подлежащий пересмотру фрагмент j -го приближения к решению обратной задачи, берем в качестве оптимальных значений плотностей масс, заполняющих носители $\Omega_{2,j}^*, \Omega_{3,j}^*, \dots, \Omega_{K,j}^*$, значения $\delta_k = \delta_{k,j}^*$, минимизирующие функционал

$$\Phi(\delta_2, \delta_3, \dots, \delta_K) = \sum_{i=1}^n \left(\Delta \tilde{g}(X_i) - \left(\delta_{1,j}^* \Delta g(\Omega_{1,j}^*) + \sum_{k=2}^K \Delta g(\Omega_{k,j}^*; X_i) \delta_k \right) \right)^2$$

при ограничениях $\delta''_k \leq \delta_k \leq \varphi_k(\delta_{1,j}^*)$, $k = 2,3,\dots,K$, в случае $\delta_{1,j}^* \geq \delta''_1$ и $\delta'_k \leq \delta_k \leq \delta''_k$, $k = 2,3,\dots,K$, в случае $\delta'_1 \leq \delta_{1,j}^* < \delta''_1$. Итерация завершается корректировкой опорного вектора для использования на следующей итерации:

$$\lambda_{k,j+1} = \delta_{k,j}^* / \delta_{1,j}^*, \quad k = 2,3,\dots,K.$$

При обсуждении модельных примеров степень близости приближенного решения $\langle \Omega^*, \delta^* \rangle$ к истинному $\langle \hat{S}, \hat{\delta} \rangle$ будем характеризовать средним

значением показателей точности $\rho_k^{(S)}, \rho_k^{(\delta)}$ оценивания парциальных носителей и плотностей, соответственно:

$$\rho^{(S,\delta)} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \rho_k^{(S,\delta)},$$

$$\rho_k^{(S,\delta)} = \sqrt{\rho_k^{(S)} \rho_k^{(\delta)}},$$

$$\rho_k^{(S)} = \mu(\hat{S}_k \cap \Omega_k^*) / \mu(\hat{S}_k \cup \Omega_k^*),$$

$$\rho_k^{(\delta)} = 1 - |\delta_k^* - \hat{\delta}_k| / (\delta_k'' - \delta_k').$$

Глобальные и парциальные показатели являются нормированными величинами; $[0,1]$ - интервал их возможных значений, причем максимальное значение $\rho^{(S,\delta)} = 1$ соответствует идеализированному случаю совпадения точного и приближенного решений.

Для сравнения результаты апробации предложенного алгоритма сопоставим с решением обратной задачи в предположении, что некоторые значения $\tilde{\delta}_k$ являются истинными значениями плотностей масс, распределенных по объемам \hat{S}_k , причем как для случая $\tilde{\delta}_k = \hat{\delta}_k$, так и для случая неадекватности модельных, когда $\tilde{\delta}_k \neq \hat{\delta}_k$.

Пример 1. Аномалия Δg задана в $n = 40$ равноотстоящих точках оси x и обусловлена однородным телом \hat{S} с избыточной плотностью $\delta = 0,3\text{г}/\text{см}^3$. Предполагается, что плотность δ неизвестна и ее возможное значение может лежать в интервале от $0,15\text{г}/\text{см}^3$ до $0,5\text{г}/\text{см}^3$. Выполнены три варианта расчетов:

1. по точным значениям поля $\Delta\hat{g}(x)$;
2. по полю $\Delta\tilde{g}(x)$, осложненному нормально распределенной помехой, среднеквадратическое значение которой составляет 5% от максимального значения аномалии;
3. по полю $\Delta\tilde{g}(x)$, осложненному асимметричной помехой той же интенсивности, что и в варианте 2.

Результаты расчетов представлены на рисунках 12-14, основные числовые характеристики решений вынесены в таблицы 1 и 2.

Таблица 1

Основные параметры решений обратной задачи, отвечающие минимуму невязки наблюденного и подобранных полей

Номер варианта	Число итераций	Невязка, мГал	Подобранные плотности, г/см ³	Точность $p^{s,\delta}$
1	207	0,0061	0,259	0,687
2	177	0,3226	0,294	0,521
3	309	0,3021	0,192	0,614

Таблица 2

Основные параметры решений обратной задачи, при точно заданной плотности аномалиеобразующего объекта

Номер варианта	Число итераций	Невязка, мГал	Подобранные плотности, г/см ³	Точность $p^{s,\delta}$
1	179	0,0082	0,300	0,647
2	185	0,3229	0,300	0,534
3	198	0,3024	0,300	0,484

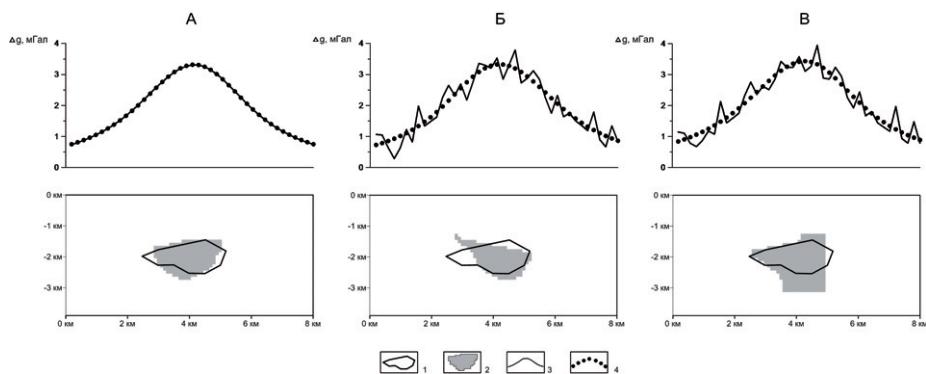


Рис. 12. Допустимые решения смешанной обратной задачи гравиразведки, отвечающие минимуму невязки: А – по точно заданному полю; Б – по полю, осложненному нормально распределенной помехой; В – по полю, осложненному асимметричной помехой:
1 – аномалиеобразующий объект; 2 – подобранный объект; 3 – график исходного поля;
4 – дискретные значения подобранных полей

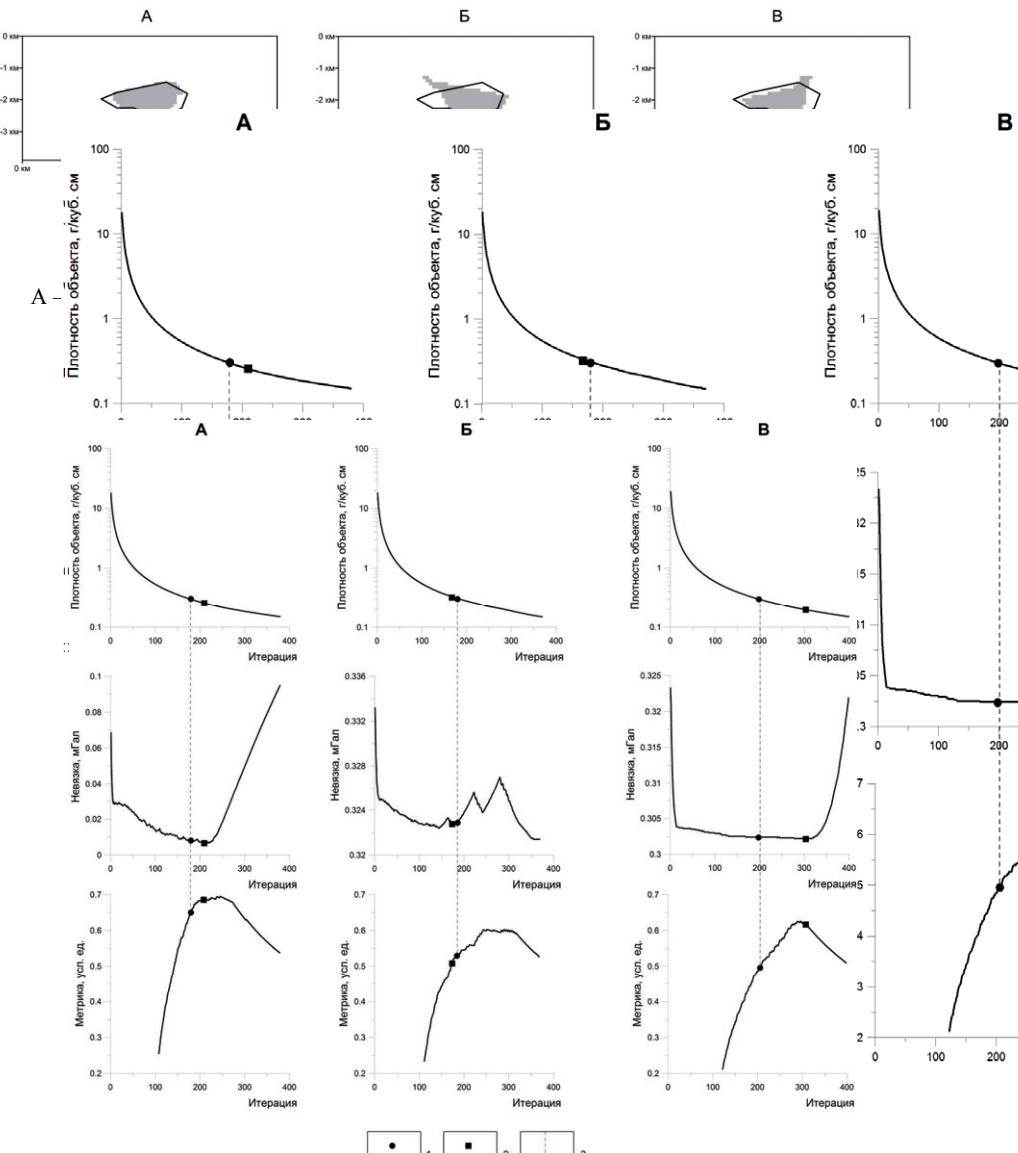


Рис. 14. Графики изменения параметров δ , ε , $\rho^{(S,\delta)}$ в процессе решения смешанной обратной задачи гравиразведки: А – по точно заданному полю; Б – по полю, осложненному нормально распределенной помехой; В - по полю, осложненному асимметричной помехой

1 – решение, отвечающее плотности подобранных объекта $0.3 \text{ г}/\text{cm}^3$; 2 – решение, отвечающее минимуму невязки полей; 3 – вертикальная прямая, соединяющая решения, отвечающие плотности $0.3 \text{ г}/\text{cm}^3$

Отметим, прежде всего, высокую степень близости подобранных и точного поля в варианте 1, что важно с точки зрения оценки способности предлагаемого алгоритма выйти на допустимое значение невязки. Как и ожидалось, во всех вариантах глобальный минимум невязки, качество решения обратной задачи и истинное значение плотности не согласуются друг с другом (все три указанные величины достигаются на различных итерациях). Конкретно, в обеих вариантах с помехами точность приближенных решений, доставляющих минимальное значение невязки, равно как и тех, что отвечают точному значению плотности, не является наивысшим – экстремальными (по значению $\rho^{(S,\delta)}$) оказываются «рядовые» допустимые решения обратной задачи.

По результатам решения примера можно сделать следующий вывод: свойства любых единичных решений обратной задачи являются, вообще говоря, случайными и если плотность неизвестна, то анализ всех допустимых решений смешанной обратной задачи, отвечающих интервалу возможных значений плотности, просто необходим.

Пример 2. Аномалия Δg обусловлена тремя однородными бесконечно протяженными призмами плотности $\hat{\delta}_1 = 0,2\epsilon/cm^3$, $\hat{\delta}_2 = 0,3\epsilon/cm^3$ и $\hat{\delta}_3 = 0,5\epsilon/cm^3$ и задана своими точными значениями в $n = 26$ точках оси x (рис. 15). Элементы замещения – квадраты со стороной 0,25 км. Задействовано большинство ограничений, перечисленных в постановке задачи. Считается известным, что $K = 3$ и все три не соприкасающиеся друг с другом тела \hat{S}_k – односвязные связные области, заполненные массами избыточной плотности $\hat{\delta}_1 \in [0,1;0,3]$, $\hat{\delta}_2 \in [0,1;0,4]$, $\hat{\delta}_3 \in [0,2;0,7]$. Предполагается, что возмущение тела заключено между плоскостями $z = 1\text{km}$ и $z = 12\text{km}$. В качестве их априори известных фрагментов S_k^+ выступают три элемента замещения T_n – по одному элементу на каждое тело (при реализации модифицированного алгоритма РНК они принимаются за центры кристаллизации).

Контроль за невязкой наблюденного и подобранных полей – это всего лишь косвенный способ оценки достигнутой невязки неизвестного точного и

подобранных полей, которая и представляет основной интерес. В этом смысле результаты модельных расчетов, выполненные по точному полю и свободные от особенностей выборки случайных чисел, используемых при конструировании «наблюденного» поля, имеют свои преимущества: все выводы в отношении возможностей алгоритма можно будет сделать, исходя из сравнения достигнутого значения невязки и предполагаемого уровня помех, которые могли бы содержаться в «измеренных» значениях поля.

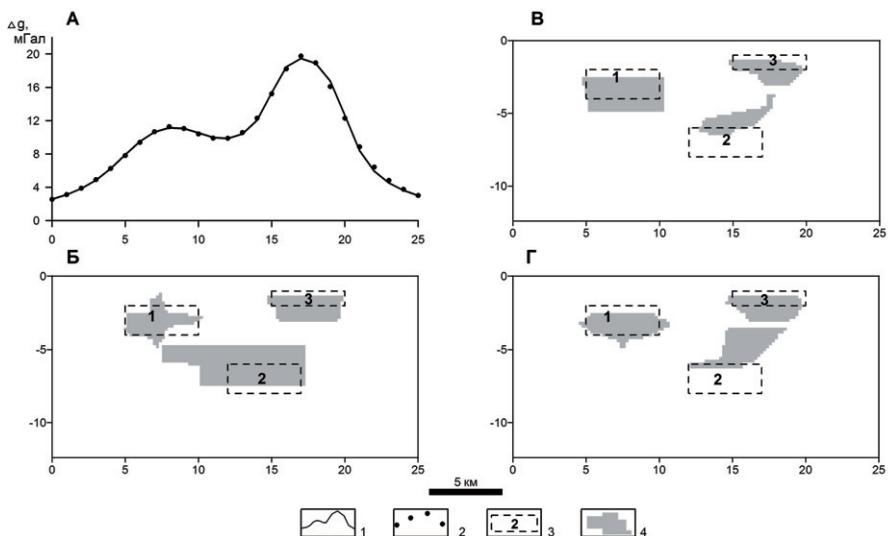


Рис. 15. Результаты решения обратной задачи гравиразведки: при подбираемых значениях плотности тел А – графики наблюденного и модельного полей, Б – геоплотностной разрез, при фиксированных величинах плотности В – отвечающих истинным, Г – не отвечающих истинным значениям
1 – график наблюденного поля; 2 – дискретные значения модельного поля;
3 – аномалиеобразующие тела, их номера; 4 – подобранные конфигурации

Минимум невязки при решении обратной задачи по предложенному методу достигнутый при плотностях $\delta_1^* = 0,235 \text{ г/cm}^3$, $\delta_2^* = 0,106 \text{ г/cm}^3$, $\delta_3^* = 0,486 \text{ г/cm}^3$, составляет $\varepsilon = 0,345 \text{ мГл}$ (при этом $\rho^{(S,\delta)} = 0,486$), и это означает, что при интенсивности помех не менее 1,5% от максимального значения поля метод позволяет выйти на допустимое решение. Для сравнения, при заданных

истинных значениях плотностей невязка составила $0,258 \text{ мГл}$, а точность решения обратной задачи $\rho^{(S,\delta)} = 0,507$. При ошибочно заданных значениях плотностей $\tilde{\delta}_1 = 0,3 \text{ г/cm}^3$, $\tilde{\delta}_2 = 0,15 \text{ г/cm}^3$, $\tilde{\delta}_3 = 0,4 \text{ г/cm}^3$ невязка оказалась наименьшей из всех трех вариантов - $0,161 \text{ мГл}$, тогда как качество решения $\rho^{(S,\delta)} = 0,403$ – наихудшее.

Дополнительные выводы можно сделать из анализа зависимостей, приведенных на рис. 16 (чтобы избежать необходимости введения логарифмических шкал, на графике не представлены результаты первых итераций, на которых плотности и невязка имеют достаточно высокие значения).

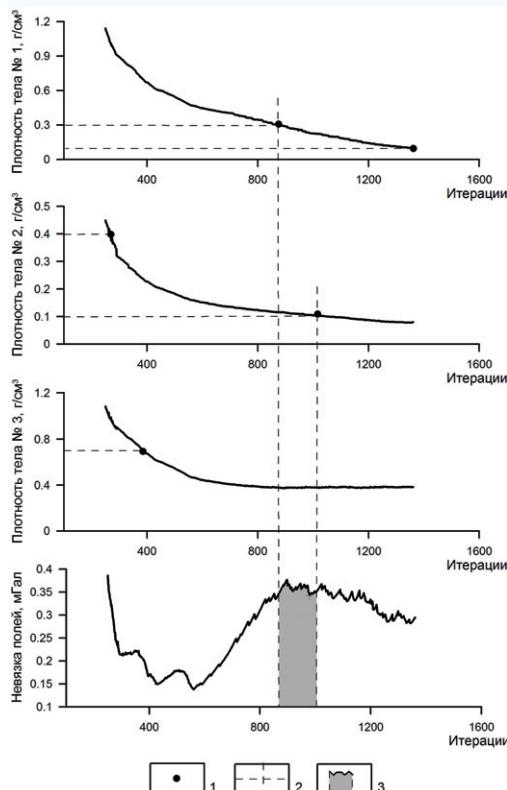


Рис. 16. Графики изменения плотности тел и невязки полей в процессе решения обратной задачи:

- 1 – граничные точки интервалов допустимых изменений плотности;
- 2 – соединительные линии;
- 3 – область допустимых решений обратной задачи, внутри которой плотности всех призм не выходят за пределы заданных значений и невязка полей не превышает $0,4 \text{ мГал}$

3. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГРАВИТАЦИОННЫХ АНОМАЛИЙ

На первый взгляд это может показаться парадоксальным, но в условиях существования множества Q априори равноправных допустимых решений обратной задачи и отсутствия возможности оценить эффективно и содержательно точность каждого из них, объем достоверной информации, извлекаемой из результатов интерпретации в терминах единичных (“оптимальных”) оценок параметров модели, по существу равен нулю. Так, если речь идет о нелинейной обратной задаче, суть которой заключается в оценке геометрического места точек, образующих некую область S^T , занятую источниками поля, то ни за одну точку X подобранныго носителя S^* , по какому бы критерию оптимальности он ни был бы отобран из Q , нельзя поручиться, что она гарантированно является точкой неизвестного носителя S^T (разумеется, не считая тех, чья принадлежность S^T предопределена априорной информацией).

Дефектность общепринятых представлений о результатах количественной интерпретации гравитационных аномалий как единичного допустимого решения обратной задачи легко просматривается с позиций различных научных теорий. Начнем с теории множеств и того очевидного факта, что элемент множества, какими бы «замечательными» свойствами он ни обладал, не в состоянии сколь-нибудь полно охарактеризовать само множество. Применительно к проблематике обратных задач, где информативность гравиметрических данных всецело определяется структурой и мощностью множества допустимых решений обратной задачи, это означает, что никакое отдельно взятое приближенное решение $S^* \in Q$ не может нести в себе информацию обо всех «оттенках» несоответствия его неизвестному истинному решению S^T ; такая информация может содержаться лишь в множестве Q , либо

в каком-то из его репрезентативных подмножеств. Любые эффективные (неулучшаемые) оценки точности $\|S^* - S^r\| \leq \varepsilon$ (даже если предположить, что их удается построить) также не решат проблемы уже потому, что скалярной величины (ε) недостаточно, чтобы охарактеризовать все особенности структуры множества (Q). Любая попытка наделить выбираемое решение $S^* \in Q$ неким дополнительным свойством «оптимальности», и тем самым оттенить факт существования проблемы неоднозначности выбора, лишь множит противоречия. Так, из общей теории выбора известно [Айзерман, Малишевский, 1981], что оптимальный выбор «лучшего» из множества «допустимых к сравнению» вариантов на основе парно-доминантных отношений типа «если $F(x_1) < F(x_2)$, то вариант x_1 предпочтительней варианта x_2 » не может быть осуществлен ни при каком скалярном критерии оптимальности F (а именно по таким критериям, явно или неявно, происходит отбор оптимального решения в известных методах количественной интерпретации гравитационных полей), если само понятие «лучший» определяется с учетом взаимовлияния альтернативных вариантов и зависит от всего «контекста выбора», каковым в нашем случае является множество Q допустимых решений обратной задачи. При таком критерии выбора «оптимальное» решение не чувствительно к любым изменениям в структуре множества Q , если эти изменения не затрагивают точку минимума функционала F . Не выдерживает критики свойство оптимальности решения и с точки зрения физики изучаемых природных объектов и простейших доводов, взятых из теории вероятностей. Суть в том, что реальные природные соотношения, складывающиеся под влиянием большого числа неконтролируемых случайных факторов, вовсе не обязаны подчиняться неким экстремальным принципам, хотя и не заложенным в априорную информацию, но зато «благоприятным» в плане применения того или иного математического аппарата. Точно также статистические свойства ограниченной выборки случайных чисел, играющих роль помех в измерениях поля, не обязаны

совпадать с предполагаемыми вероятностными характеристиками помехи. К этому можно добавить, что как только вся априорная информация уже нашла отражение в структуре множества Q , введение любого дополнительного свойства решения, позволяющего сделать однозначный выбор из Q , будет носить исключительно субъективный характер. Не случайно в некоторых прикладных науках (взять хотя бы теорию управления [Цыпкин, 1982]), где приходится иметь дело с решением задач в условиях неопределенности, очередная смена парадигм происходила под девизом «оптимальность становится опасной, если ее принимать слишком всерьез».

Причины, по которым очевидные недостатки устоявшихся представлений о результатах интерпретации, как оптимальных (в некотором смысле) точечных оценках параметров модели источников поля, до сих пор не смогли побудить геофизиков-теоретиков к пересмотру ряда важных положений теории интерпретации потенциальных полей, всесторонне рассмотрены в работах [Балк, 2000, 2001, 2002]. Основная из этих причин – столкновение математических и геофизических интересов, которыми руководствуются представители той или иной научной школы, чрезмерная ориентация на критерии состоятельности научных разработок, принятых в абстрактной теории решения некорректно поставленных задач (и это при том, что в силу естественных ограничений на физические и геометрические параметры геологических объектов, обратные задачи гравиразведки не являются, вообще говоря, неустойчивыми в классическом понимании этого термина), и в частности, абсолютизация условия сходимости последовательности приближенных решений – условия носящего на практике исключительно виртуальный характер.

Условие сходимости имеет основополагающее значение при изучении гносеологических проблем принципиальной познаваемости реальной действительности по ее косвенным проявлениям; идеализация экспериментальных данных (стремление помехи измерений к нулю, задание

физического поля на несчетном множестве точек) здесь вполне допустима. Другое дело, когда речь идет об интерпретации практического экспериментального материала, где, в частности, помеха статична, ей (ею) невозможно управлять, да и уровень ее не всегда известен.

Сослагательный характер условия сходимости, когда о качестве решения по конкретным данным предлагается судить по тому, каким бы оно было при других – идеализированных и невыполнимых – обстоятельствах, вызывает возражение. На практике совершенно безразлично, как ведут себя приближенные решения обратной задачи, соответствующие значениям помехи в полуокрестности нуля; интерес представляет лишь интервал $[\varepsilon^{\min}, \varepsilon^{\max}]$ возможного значения нормы ε помехи в измерениях поля. Удивительная вещь, но объективно, при сопоставлении любого расходящегося итерационного процесса с математически состоятельным сходящимся алгоритмом, преимущество будет за первым, если на отрезке возможного значения уровня помех он превосходит по точности второй.

Наиболее отчетливо негативная роль, которую играет условие сходимости в математической теории интерпретации потенциальных полей, проявляется в том, что создавая иллюзию возможности получения результата с наперед заданной точностью, оно автоматически переводит в разряд второстепенных (за отсутствием актуальности в них при наличии этой самой сходимости) такие вопросы, как необходимость использования дополнительной информации (теперь уже это «избыточная» информация, переводящая постановку обратной задачи в разряд «переопределенных»). Трудно согласиться с мнением, что «вопрос использования дополнительной априорной информации для повышения точности приближенного решения корректно поставленной задачи не является принципиальным» [Васин, Агеев, 1993] (такой вывод сделан, видимо, по той лишь причине, что условие сходимости в этом случае не требует дополнительных ограничений на свойства решения), а также с тем, что «при совпадении носителей масс, создающих гравитационное и магнитное поля, можно ограничиться интерпретацией лишь одного из этих полей» [Васин,

Пересторонина, Пруткин и др., 2003] (а это только потому, что в указанном случае обе задачи теоретически эквивалентны). Если условие сходимости отвечает на вопрос, можно ли для желаемой точности δ решения обратной задачи указать ограничение ε на допустимый уровень помех (можно сказать и более общо – на минимально допустимый объем G априорной информации), то на практике требуется все тоже, но с точностью до наоборот, а именно – указать точность δ решения обратной задачи, которую могут обеспечить данные при заданном уровне ε помех (при заданной информации G).

Может возникнуть вопрос, не затрагивает ли заочная полемика со сторонниками классической теории некорректных задач относительно роли и места в теории интерпретации условия сходимости и свойства «оптимальности» решений исключительно теоретические нюансы проблемы, мало значащие для практики интерпретации гравиметрических данных, и сколь заметными в приложениях могут быть реальные потери от игнорирования приведенных выше доводов. Вероятно, будет достаточным сказать, что неэффективность концепции “оптимальных” решений находит проявление в немонотонной зависимости качества результатов интерпретации от объема и качества априорных данных, что может необоснованно поставить под сомнение эффективность идеи комплексирования и явиться серьезной преградой на пути создания теории интерпретации, адекватной геофизическим реалиям. Наглядное подтверждение дефектности привычных форм представления результатов интерпретации можно найти в работе [Балк, 2004]. В ней приведены примеры, подзывающие устоявшиеся представления геофизиков в отношении реальных возможностей известных методов и свойств решений обратных задач, выраженных в терминах оценок параметров модели. В частности, приводятся примеры, когда измерения аномалии гравитационного поля группируются в три различных подмножества и результаты интерпретации, выполненной по данным из каждого этого подмножества, оказываются более точными, чем «оптимальное» решение обратной задачи по всему объему данных, построенное по тому же самому методу. Приводятся

также примеры, когда результаты совместной интерпретации данных измерений двух производных гравитационного потенциала путем минимизации взвешенного функционала невязки, уступают по точности решениям обратных задач по отдельным составляющим поля практически при всех значениях весового коэффициента в минимизирующем функционале. Теоретически обосновывается, что подобные исходы не обязательно являются следствием «патологических раскладов» ошибок измерения значений поля.

Суммируя все вышеприведенные доводы можно сказать, что переориентация теории интерпретации гравитационных аномалий на извлечение *достоверной* информации об объекте исследования предполагает смещение акцентов с единичных оценок параметров модели, их оптимальности и сходимости на содержательный анализ всего множества Q допустимых решений. Цель такого анализа состоит в обнаружении тех геологически содержательных особенностей, которые присущи всем альтернативным вариантам интерпретации, а значит и неизвестному истинному решению обратной задачи, содержащемуся среди этих вариантов. Эта концепция была сформулирована в работе [Балк, 1980] как гарантированный подход к обратным задачам гравиразведки.

4. СУТЬ КОНЦЕПЦИИ ГАРАНТИРОВАННОГО ПОДХОДА

Безусловно, мысль о преимуществе, которое дает использование не одного а сразу нескольких возможных вариантов интерпретации для вынесения более обоснованного суждения о строении аномалиеобразующей среды, звучивалась геофизиками неоднократно. Однако, подобные высказывания – и это важно – всегда предполагали, что результатом совместного анализа построенных вариантов интерпретации будет опять же некое “средневзвешенное” решение обратной задачи, выраженное в тех же терминах единичных допустимых оценок параметров модели. Если говорить о современных представлениях геофизиков о путях решения проблемы достоверности результатов интерпретации гравитационных аномалий, то они хорошо представлены в недавно вышедшей монографии [Кауфман, Хансен, 2011]. Для оценки достижимой точности определения вектора $\theta^T \in \mathbf{R}^n$ параметров модели источников поля в ней предлагается построить несколько допустимых приближенных решений θ_i^* обратной задачи (как именно и сколько не обсуждается), отобрать из них минимальные и максимальные оценки θ_j^{\min} и θ_j^{\max} параметров θ_j^T и далее опираться в своих выводах на неравенства $\theta_j^{\min} \leq \theta_j^T \leq \theta_j^{\max}$, $j = 1, 2, \dots, n$. Безусловно, подобные оценки имеют право на жизнь и это лучше, чем полная неопределенность. Безусловно и то, что это всего лишь половинчатое решение проблемы; считать, что двухсторонние оценки параметров модели закрывают проблему, было бы опрометчиво.

Во-первых, сразу встает вопрос о репрезентативности используемой выборки $\{\theta_i^*\}$ допустимых решений обратной задачи, а значит и о справедливости построенных оценок. Во-вторых, граница множества Q допустимых векторов $\theta^* = (\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*)$, определяемая структурой априорных ограничений, обычно является весьма сложной, тогда как множество векторов, отвечающих указанным неравенствам, это многомерный параллелепипед, описанный около множества Θ , и большинство его точек может оказаться

недопустимыми решениями со всеми вытекающими отсюда последствиями [Балк, Долгаль, 2011]. Раздельные оценки интервалов возможных значений параметров геологических тел не достаточны. Стремясь предвосхитить возможные доводы сторонников информационно-статистического направления, что все это исключительно недостатки детерминистского подхода, которому попросту не хватает аналого ковариационной матрицы, заметим, что наличие этого аналого все равно не решило бы проблемы. Требуются множественные оценки, связывающие воедино все параметры модели, то есть все то же множество допустимых решений обратной задачи. Понятно, что ситуация принципиально не меняется, если неопределенность оценивать с помощью неравенства $\|\theta^T - \theta^{opt}\| \leq \varepsilon$, где θ^{opt} некая “оптимальная” оценка вектора θ^T . Но и это не все. Даже располагая удобным описанием множества Q проблема извлечения из него информации, достаточной для идентификации точек X пространства на предмет выполнения включения $X \in S^T$, по сложности не уступит самой проблеме построения множества Q . Требуется радикальное решение – все перечисленные ступени к созданию эффективных приемов оценки разрешающих возможностей гравиметрии необходимо попросту “перешагнуть”.

В плане реализации концепции гарантированного подхода обратным задачам гравиметрии в некотором смысле “повезло”. В отличие от некоторых других обратных задач, где целевым объектом являются параметры математической модели исследуемого объекта (процесса), в геофизике, как подмечено в [Рокитянский, 1985], оценки параметров модели источников поля не могут рассматриваться как единственная возможная форма представления результатов интерпретации. Это означает, что в конечном счете множество Q , как таковое, не представляет интерес – важны лишь его отдельные характеристики, и это, как будет показано дальше, оставляет возможности для “маневра”. В работе [Балк, 1980] применительно к нелинейной обратной задаче рудного типа для группы геологических тел S_k^T , $k=1, 2, \dots, m$, в качестве

результата интерпретации предложено брать m пар множеств $\langle D_1^{(k)}, D_2^{(k)} \rangle$, $D_1^{(k)}, D_2^{(k)} \subset \mathbf{R}^3$, где для каждого k множество $D_i^{(k)}$ суть минимальная область пространства, гарантированно содержащая неизвестный носитель S_k^T , $D_2^{(k)}$ – максимальная область, гарантированно являющаяся фрагментом носителя S_k^T (естественно, при условии адекватности всех априорных предпосылок), а разность $D_1^{(k)} \setminus D_2^{(k)}$ – область неопределенности, каждую точку которой при имеющемся объеме информации невозможно однозначно идентифицировать на предмет принадлежности носителю S_k^T ; ее мера есть мера проявления ε -эквивалентности (по отношению к задаче оценки геометрии и пространственного положения локального источника поля S_k^T). В содержательном плане $D_1^{(k)}$ есть объединение парциальных носителей Ω_k^* , входящих во все допустимые решения $\Omega^* \in Q$, а $D_2^{(k)}$ есть их пересечение.

Теоретически существование эффективных алгоритмов построения областей $D_1^{(k)}$ и $D_2^{(k)}$ предопределено тем, что множество Q содержит в большом числе (здесь редкая возможность использовать фактор ε -эквивалентности в качестве «союзника») достаточно узкие подмножества Q_0 (репрезентативные семейства) допустимых решений такие, что объединения и пересечения множеств Ω_k^* не зависят от того, выполняются ли эти операции по элементам всего множества Q или его подмножества Q_0 . Конструктивной основой метода построения областей $D_1^{(k)}$ и $D_2^{(k)}$ могут послужить монтажные алгоритмы поиска отдельных допустимых решений нелинейной обратной задачи гравиразведки. Один из возможных приемов построения подходящего подмножества Q_0 предложен в работе [Балк, 1997].

Будем исходить из того, что читатель знаком с работой авторов [Балк, Долгаль, Балк и др., 2012], в которой изложена наиболее полная версия монтажных алгоритмов построения отдельных допустимых решений Ω^* обратной задачи при наличии разнородной априорной информации. Здесь же необходимо напомнить, что монтажные алгоритмы базируются на

конечноэлементном замощении $\{\omega_\alpha\}$ некоторой части S геологического пространства, заведомо содержащей все источники аномалии, а в качестве элементов ω_α обычно выступают элементарные геометрические фигуры достаточно малых размеров. Сами приближенные решения обратной задачи представляют при этом распределения масс по (конфигурационным) носителям Ω_k^* , которые являются объединениями некоторого числа элементов замощения ω_α и удовлетворяют заданным априорным ограничениям. Множество элементов замощения, составляющих некую конфигурацию Ω , принято называть ядром конфигурации и обозначать как $\mathcal{Y}[\Omega]$.

Работа метода, реализующего концепцию гарантированного подхода, начинается с поиска любого допустимого решения обратной задачи $\Omega^* = \{\Omega_1^*, \Omega_2^*, \dots, \Omega_m^*\}$ по одной из версий монтажных алгоритмов. Пусть M_k – множество номеров α элементов замощения ω_α в ядре $\mathcal{Y}[\Omega_k^*]$ парциального носителя Ω_k^* из этого решения, Ω_k^+ – конфигурационная аппроксимация области S_k^+ , являющейся по априорным данным фрагментом носителя S_k^T , Ω_k^- – конфигурационная аппроксимация области S_k^- , заведомо не имеющей (по априорным данным) общих точек с носителем S_k^T (допускается, что для каких-то k множества Ω_k^+ , Ω_k^- могут быть пустыми). Компоненты Ω_k^* многосвязной конфигурации Ω^* принимаются за нулевые приближения к искомым областям $D_1^{(k)}$ и $D_2^{(k)}$:

$$\mathcal{Y}[D_{1,0}^{(k)}] = \mathcal{Y}[D_{2,0}^{(k)}] = \{\omega_\alpha : \alpha \in M_k\}, k=1, 2, \dots, m.$$

Организуем итерационный процесс построения множеств $D_2^{(k)}$, на каждом шаге $j \geq 1$ которого выполняются следующие операции. Формируется множество K_j , состоящее из номеров k всех парциальных носителей S_k^T , для которых выполняется условие: предшествующее приближение $D_{2,j-1}^{(k)}$ к искомой области $D_2^{(k)}$ содержит хотя бы один элемент замощения ω_α , не принадлежащий конфигурационной области Ω_k^+ . Далее, для произвольно взятой пары (k, ω_α) ,

$k \in K_j$, $\omega_\alpha \in \mathcal{Y}[D_{2,j-1}^{(k)}] \setminus \mathcal{Y}[\Omega_k^+]$, не рассматриваемой на предыдущих итерациях, осуществляется поиск очередного допустимого решения Ω^* при одном дополнительном условии: элемент ω_α не должен войти в ядро парциального носителя Ω_k^* . Если такое решение удалось построить, то производится корректировка текущих приближений $D_{2,j-1}^{(k)}$:

$$\mathcal{Y}[D_{2,j}^{(k)}] = \mathcal{Y}[D_{2,j-1}^{(k)}] \cap \mathcal{Y}[\Omega_k^*], \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

В результате ядро текущего приближения к области $D_2^{(k)}$ уменьшается, как минимум, на один элемент ω_α , поскольку удалось обнаружить допустимое решение обратной задачи, в котором ядро парциального носителя Ω_k^* не содержит этот элемент замощения. Попутно автоматически корректировке подвергаются и другие области $D_2^{(k)}$. Итерационный процесс завершается, если возможность выбора пары (k, ω_α) , удовлетворяющей вышенназванным условиям, полностью исчерпана.

По схожей итерационной схеме осуществляется построение областей $D_1^{(k)}$. Здесь на каждом шаге $j \geq 1$ формируется множество K_j , состоящее из номеров k всех парциальных носителей S_k^T , для которых выполняется условие: среди элементов замощения изучаемой части S геологического пространства отыщется хотя бы один элемент ω_α , не принадлежащий ни ядру предшествующего приближения $D_{1,j-1}^{(k)}$, ни ядру множества Ω_k^- . Для произвольной пары (k, ω_α) , $k \in K_j$, $\omega_\alpha \notin (\mathcal{Y}[D_{1,j-1}^{(k)}] \cup \mathcal{Y}[\Omega_k^-])$, не рассматриваемой на предыдущих итерациях, осуществляется поиск очередного допустимого решения Ω^* при одном дополнительном условии: элемент ω_α должен войти в ядро парциального носителя Ω_k^* . Это ограничение вносит в алгоритм поиска допустимого решения Ω^* одну особенность: нулевое приближение к Ω_k^* , как правило, не будет связным (здесь понадобятся процедуры анализа топологических особенностей конфигурационных носителей [Балк, 1989] и анонсированные в [Балк, Долгаль, Балк и др., 2012] двухстадийные

итерационные процессы). Если такое допустимое решение удалось построить, производится корректировка текущих приближений $D_{1,j-1}^{(k)}$:

$$\mathcal{R}[D_{1,j}^{(k)}] = \mathcal{R}[D_{1,j-1}^{(k)}] \cup \mathcal{R}[\Omega_k^*], \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

В результате ядро очередного приближения к $D_1^{(k)}$ получит, как минимум, один новый элемент ω_α , поскольку удалось обнаружить допустимое решение обратной задачи, в ядре соответствующего парциального носителя, в котором этот элемент присутствует. Найденное допустимое решение может попутно внести вклад и в корректировку текущих приближений к другим областям $D_1^{(k)}$ (особо заметны изменения ядер текущих приближений к областям $D_1^{(k)}$ на первых итерациях, что вполне понятно). Критерий останова итерационного процесса такой же, как и в алгоритме построения областей $D_2^{(k)}$. Остается заметить, если построению областей $D_1^{(k)}$ предшествует построение областей $D_2^{(k)}$, то в качестве нулевых приближений $D_{1,0}^{(k)}$ целесообразно брать объединения соответствующих парциальных носителей, входящих в допустимые решения, найденные в ходе построения областей $D_1^{(k)}$.

Апостериори можно констатировать, что допустимые решения обратной задачи, найденные в ходе построения областей $D_1^{(k)}$ и $D_2^{(k)}$, и составляют репрезентативное подмножество \mathcal{Q}_0 .

В технологиях интерпретации, реализующих концепцию гарантированного подхода, монтажные алгоритмы перестают, вообще говоря, играть роль алгоритмов для решения условно-экстремальных задач в их классическом понимании. Все значительно упрощается. Минимум невязки перестает быть целью, а стремление к нему становится всего лишь средством для достижения какого-нибудь приемлемого значения невязки, а значит и допустимого решения обратной задачи; ε -эквивалентность, как бы это ни показалось странным, здесь выступает в роли «союзника», а пологий рельеф минимизируемого функционала только облегчает решение проблемы. Надежность предложенного алгоритма идентификации элементов замощения на предмет принадлежности

областям $D_1^{(k)}$ и $D_2^{(k)}$ повышается также и за счет способности алгоритма корректировать ложные выводы, сделанные на предыдущих итерациях. Если на некотором шаге j при работе с парой (k, ω_α) не было достигнуто приемлемое значение невязки из-за проблем, связанных с многоэкстремальностью минимизируемого функционала, и на этом основании был сделан неверный вывод об отсутствии допустимых решений, в которых $\omega_\alpha \in \Omega_k^*$, а, следовательно, и вывод о принадлежности элемента ω_α области $D_2^{(k)}$, то ситуация может быть исправлена на последующих итерациях, когда при работе с другой парой (k_1, ω_β) удалось построить решение Ω^* , где $\omega_\alpha \notin \mathcal{Y}[\Omega_k^*]$. Аналогичное замечание имеет место и по отношению к корректировке результатов по областям $D_1^{(k)}$. Остроту проблемы достоверности решения в терминах пар $\langle D_1^{(k)}, D_2^{(k)} \rangle$ снижает и то обстоятельство, что в принципе не так важно, если мера областей $D_1^{(k)}$ будет занижена, а мера областей $D_2^{(k)}$, напротив, завышена. Важно, чтобы построенные области $D_1^{(k)}$, $D_2^{(k)}$ обеспечили двухсторонние оценки для неизвестных парциальных носителей: $D_2^{(k)} \subset S_k^T \subset D_1^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots, m$ (при решении модельных примеров в условиях адекватности интерпретационной модели нарушения указанных включений не отмечались). И наконец, на результаты интерпретации в терминах пар $\langle D_1^{(k)}, D_2^{(k)} \rangle$ можно ведь смотреть и так: совокупная априорная информация оставляет неопределенность, при которой по меньшей мере любая точка области $D_1^{(k)}$ может оказаться точкой парциального носителя S_k^T , а области, которые гарантированно можно отнести к фрагментам парциальных носителей S_k^T , лежат внутри построенных областей $D_2^{(k)}$. Если не забывать, что проблема адекватности принятых предпосылок является прерогативой интерпретатора, а не разработчика математического обеспечения, то с учетом всех замечаний приставка «гарантированный» не должна вызывать возражений даже у самых строгих оппонентов предложенного подхода.

Суть гарантированного подхода поясним на одном методическом примере. Аномалия Δg обусловлена двумя однородными призмами S_1^T и S_2^T (рис. 17), плотности которых – 0,15 и 0,1 г/см³ – считаются известными. Чтобы исключить фактор неадекватности модельных представлений, поиск допустимых решений обратной задачи ведется среди пар однородных призм с прямоугольным сечением. Чтобы исключить неопределенность в отношении того, действительно ли в построениях использовалось репрезентативное подмножество Q_0 , осуществлялся прямой перебор геометрических параметров призм на достаточно густой сетке их возможных значений с последующей отбраковкой (по значению невязки) не допустимых решений обратной задачи.

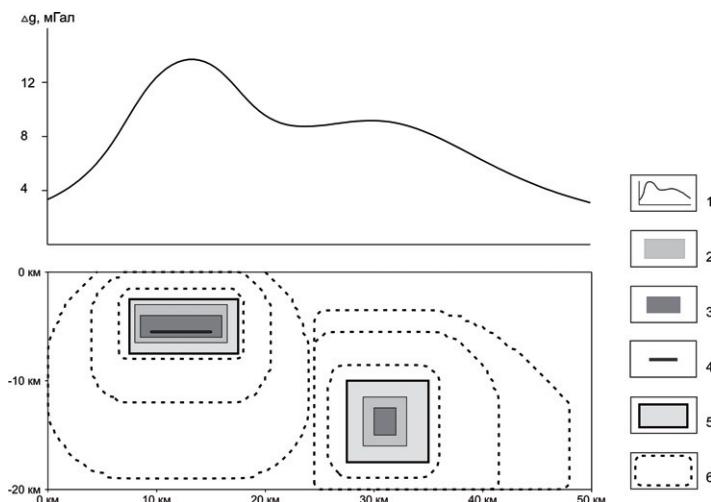


Рис. 17. Результаты решения обратной задачи гравиметрии для двух прямоугольных призм в рамках гарантированного подхода:

1 – поле Δg ; 2-4 - фрагменты среды, гарантированно принадлежащие источникам поля при условии, что уровень помех в измерениях не превосходит: 2 – 0.4 мГал, 3 – 0.7 мГал, 4 – 1.2 мГал; 5 – границы аномалиеобразующих тел; 6 – границы областей, гарантированно содержащие источники аномалии в предположении, что уровень помех не превосходит 0.4, 1.5 и 2.5 мГал, соответственно

Наконец, чтобы не быть связанными с определенной выборкой случайных чисел, имитирующих помехи в измерениях, интерпретация намеренно осуществляется по точному полю, однако это считается неизвестным.

Представлены решения обратной задачи при различных предположениях относительно максимально возможного уровня ε^{\max} помех в измерениях.

Логично было ожидать (и это подтвердилось), что в некотором диапазоне значений ε^{\max} уровень неопределенности позволяет выявить фрагмент лишь одного, менее глубоко залегающего тела S_1^T . Если бы не априорное ограничение, по которому тело S_1^T лежит левее плоскости $x = 25$ км., а тело S_2^T – правее этой плоскости, то можно было бы отметить, как начиная с некоторого ε^{\max} области $D_1^{(1)}$ и $D_1^{(2)}$ начинают пересекаться, и это означало бы такой уровень неопределенности, при котором некоторая часть геологического пространства могла бы быть фрагментом либо первого, либо второго аномалиеобразующего тела.

В завершение раздела попытаемся непредвзято сопоставить традиционный подход к решению обратных задач с гарантированным. Начнем с того, что с точки зрения достоверности обнаружения аномалиеобразующих масс в тех или иных точках X области $S_0 \setminus \bigcup_{k=1}^m (S_k^+ \cup S_k^-)$ информативность отдельно взятого допустимого решения Ω^* обратной задачи равна нулю; как априори, так и апостериори, область S_0 остается информационно однородной и каждая ее точка несет максимальную неопределенность, при которой вероятность $p(X)$ события $X \in S^T$ можно оценить лишь так: $0 \leq p(X) \leq 1$. Результаты интерпретации в терминах пар областей $\langle D_1^{(k)}, D_2^{(k)} \rangle$ вносят, если так можно выразиться, информационную анизотропию в область S_0 . Теперь “белыми пятнами” остаются лишь подобласти $D_1^{(k)} \setminus D_2^{(k)}$, тогда как для оставшихся точек имеет место полная определенность: вероятность события $X \in S_k^T$ для всех $X \in D_2^{(k)}$ равна 1 и для всех точек $X \setminus D_1^{(k)}$ вероятность события $X \in S_k^T$ равна 0. Но справедливо и другое. Пусть μ – классическая мера Лебега в \mathbf{R}^3 и Ω^* – любое (в том числе и оптимальное по какому-то критерию) приближенное решение обратной задачи. Безусловно, при использовании любого алгоритма построения допустимого решения Ω^* совместный фрагмент истинного (S_k^T) и

найденного (Ω_k^*) парциального носителей превзойдет (и, возможно, существенно) по мере гарантированно установленный фрагмент истинного тела – $\mu(\Omega_k^* \cap S_k^T) > \mu(D_2^{(k)})$, правда указать, какие именно точки $X \in \Omega_k^*$ являются также и точками тела S_k^T , в рамках обычного подхода не представляется возможным.

Толерантная точка зрения должна допускать право на существование того и другого подходов. Результатом интерпретации гравитационных аномалий совместно по обеим подходам могла бы стать триада $\langle \Omega^{opt}; D_1, D_2 \rangle$. Желательно лишь, чтобы (условно) оптимальное решение Ω^{opt} не формально зависело от контекста выбора, то есть от множества Q . Конфигурация Ω^{opt} может быть выбрана из множества Q_0 допустимых решений, найденных в ходе построения областей $D_1^{(k)}$ и $D_2^{(k)}$ (пусть L – число таких решений, которые обозначим как $\Omega^*(l)$, $l = 1, 2, \dots, L$). Так, пусть $N(q, r)$ – число элементов замощения ω_α , входящих в ядра $\mathcal{A}[\Omega^*(q)]$ и $\mathcal{A}[\Omega^*(r)]$ двух конфигураций из Q_0 , а $N(q)$ – минимальное из чисел $N(q, r)$, $r = 1, 2, \dots, L$ ($r \neq q$). В качестве Ω^{opt} можно предложить любую конфигурацию $\Omega^*(l^{opt})$ из множества Q_0 (таких конфигураций может оказаться несколько), для которой $N(l^{opt})$ наибольшее из всех $N(l)$, $l = 1, 2, \dots, L$. Такой выбор направлен на максимизацию меры общности $\mu(\Omega^{opt} \cap S^T)$ истинного и приближенного решения в наихудшей ситуации. Если теперь за $N(q)$ принять сумму чисел $N(q, r)$, $r = 1, 2, \dots, L$ ($r \neq q$), а за Ω^{opt} – конфигурацию $\Omega(l^{opt})$, для которой значение $N(l^{opt})$ является наибольшим, то такой выбор будет преследовать цель максимизации математического ожидания меры $\mu(\Omega^{opt}, S^T)$.

5. НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ В АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ И ГАРАНТИРОВАННЫЙ ПОДХОД

Возникает вопрос, являются ли результаты интерпретации в терминах областей $D_1^{(k)}$ и $D_2^{(k)}$ пределом возможностей детерминистского подхода в задачах, связанных с оценкой разрешающей способности гравиметрического метода; можно ли предложить более богатую, чем “трехцветная” (фрагмент изучаемого пространства принадлежит, не принадлежит, не идентифицируем) палитру при изучении проблемы достоверности обнаружения источников поля в пределах изучаемой части S геологического пространства. Речь, таким образом, идет о структурировании области S , позволяющем задать на ней некоторую функцию предпочтения. В этом и последующем разделах будет показано, что с этой точки зрения резервы детерминистского подхода далеко не исчерпаны.

Нечеткость (размытость) априорных представлений о границах допустимых значений параметров в описании интерпретационной модели создает предпосылки для построения сравнительных оценок степени надежности обнаружения аномалий образующих масс в тех или иных фрагментах изучаемого объема геологической среды S . В качестве примера рассмотрим случай, когда данные о фактической величине ε^T нормы помехи ξ в измеренных значениях поля представлены неравенствами: $0 < \|\xi\| \leq \varepsilon_0$, $\varepsilon' \leq \varepsilon_0 \leq \varepsilon''$ (для полной адекватности следовало бы, конечно, рассмотреть случай, когда нижняя оценка нормы помехи также неопределенна). Существует альтернатива: выбрать рискованный путь, назначив ε_0 , близкое к минимальному ε' , либо придерживаться осторожной стратегии и принять $\varepsilon_0 = \varepsilon''$. В первом случае не исключено, что $\varepsilon^T > \varepsilon_0$; тогда истинное решение даже не войдет в множество псевдодопустимых решений обратной задачи и все последующие рассуждения будут некорректны. Напротив, необоснованно завышенный порог невязки приведет к тому, что в множество Q будут включены приближенные решения,

которые заведомо не могут являться истинным решением обратной задачи. Соответственно, за счет необоснованного расширения области D_1 и сужения области D_2 (возможно даже до пустого множества) будут завышены «размеры» области неопределенности $D_1 \setminus D_2$.

Противоречие, возникшее в связи с неопределенностью выбора ε_0 , можно не просто обойти, но и получить при этом некую содержательную информацию о пространственном положении источников поля, недоступную при решении обратной задачи в терминах “оптимальных” оценок параметров носителя масс. Идея чрезвычайно проста. Зададимся достаточно малым $h > 0$ и покроем интервал $[\varepsilon', \varepsilon'']$ возможных значений ε_0 сеткой: $\varepsilon_0^{(j)} = \varepsilon' + jh$, $j = 0, 1, \dots, n$, $h = (\varepsilon'' - \varepsilon')/n$. Пусть $\varepsilon_0^{\max}(\alpha)$ – максимальное из значение $\varepsilon_0^{(j)}$, при котором любое допустимое решение обратной задачи, отвечающее условию $\|\xi\| \leq \varepsilon_0^{\max}(\alpha)$, содержит элемент ω_α . Элементы замощения ω_α , на которых функция $\varepsilon_0^{\max}(\alpha)$ принимает одно и то же значение, можно объединить в класс эквивалентности. Тем самым изучаемая часть пространства S будет разбита на $m+1$ непересекающихся “локальных фрагментов” (не обязательно связных), ранжированных по возрастанию вероятности обнаружения в них аномалиеобразующих масс [Балк, Долгаль, 2010]. Как и в случае приведенного ранее алгоритма построения областей D_1 и D_2 , здесь также нет необходимости знать все множество Q допустимых решений обратной задачи. Для определения значения функции $\varepsilon_0^{\max}(\alpha)$ при каком-то фиксированном α достаточно последовательно для каждого предполагаемого значения $\varepsilon_0^{(j)}$ максимально возможного уровня помех организовать поиск любого допустимого решения Ω^* . Как только для некоторого $\varepsilon_0^{(j)}$ построить допустимое решение не удается, принимается $\varepsilon_0^{\max}(\alpha) = \varepsilon_0^{(j-1)}$.

Следуя сложившимся представлениям, задачу оценки вероятности обнаружения аномалиеобразующих масс в различных точках геологического пространства также следовало бы считать прерогативой информационно-

статистической теории интерпретации. Однако в случае, когда в априорных данных превалирует информация детерминистского характера, более эффективными могут оказаться алгоритмы, базирующиеся на концепции гарантированного подхода.

Поводом для рассматриваемой постановки явилось осознание того, что гарантированный подход в “чистом виде” является в некотором смысле ортодоксальным, чрезмерно категоричным и совершенно не допускает каких-либо компромиссов. Можно представить себе ситуацию, когда некий элемент замощения ω_α не войдет в ядро парциального носителя Ω_k^* лишь одного из всех допустимых решений $\Omega^* \in Q$ и формально этого уже будет достаточно, чтобы отказать элементу ω_α в праве считаться фрагментом тела S_k^T . Аналогично, если включение $\omega_\alpha \in \mathcal{Y}[\Omega_k^*]$ имеет место лишь для одного из допустимых решений Ω^* , то мы обязаны отнести его к области неопределенности $D_1^{(k)} \setminus D_2^{(k)}$ и не исключать возможность, что ω_α является фрагментом тела S_k^T . Но как тогда быть с принципом доверительной вероятности, на котором основано принятие решений во всех сферах практической деятельности? Столь прямолинейное понимание гарантии приводит к тому, что даже в достаточно насыщенных априорной информацией постановках обратной задачи, результаты интерпретации в терминах множеств $D_1^{(k)}$ и $D_2^{(k)}$ оказываются неоправданно пессимистичными и не привносят ничего нового к априорной информации, непосредственно касающейся геометрии и пространственного положения источников поля.

Если вся априорная информация о помехе сводится к заданию максимально возможного значения ее нормы (что довольно типично, имея в виду непредсказуемость свойств помех геологического характера), то допустимые решения $\Omega^* \in Q$ априори равноправны. Соответственно это дает возможность предполагать, что каждое из них с равной вероятностью может оказаться наилучшим приближением к неизвестному носителю S^T . Обозначим через N число всех допустимых решений обратной задачи (здесь оно хотя и

велико, но конечно), а через $N_{k,\alpha}$ число допустимых решений Ω^* , ядро парциального носителя Ω_k^* в каждом из которых содержит элемент замощения ω_α . Тогда $p_{k,\alpha} = N_{k,\alpha}/N$ – вероятность того, что элемент ω_α является локальным фрагментом неизвестного парциального носителя S_k^T [Долгаль, Шархимуллин, 2011]. Если для одного и того же α отыщутся два и более значения k , для которых $p_{k,\alpha} \neq 0$, то, с соответствующими вероятностями, элемент ω_α может оказаться фрагментом того или иного парциального носителя масс.

Но можно ли найти приемлемые оценки $\tilde{p}_{k,\alpha}$ вероятностей $p_{k,\alpha}$, ограничившись построением некоторого подмножества $Q_0 \subset Q$ допустимых решений по алгоритму из [Балк, Долгаль, Балк и др., 2012] и каковы должны быть его минимальная мощность и принцип целенаправленного поиска допустимых решений? Достаточно ли в качестве Q_0 воспользоваться тем же семейством допустимых решений, что и при построении множеств D_1 и D_2 ? Будем считать эти вопросы пока открытыми, а предложенную постановку – как задел для будущих исследований, подкрепив ее двумя примерами.

Возьмем рассмотренный ранее модельный пример (рис. 17) и применим к нему только что предложенный подход. На этот раз поле содержит помехи, причем уровень помех (1,2 мГал) тот, при котором гарантированно (!) не удавалось обнаружить сколь-нибудь малый фрагмент более глубоко залегающего тела. Оценки вероятностей $p_{k,\alpha}$ принадлежности элементарных объемов ω_α парциальным носителям S_k^T были получены на основании 7229 найденных допустимых решений обратной задачи. Легко видеть (рис. 18), что области геологического пространства, отвечающие значениям вероятностей $p_{k,\alpha} \geq 0.3$, практически совпадают с изучаемыми геоплотностными неоднородностями.

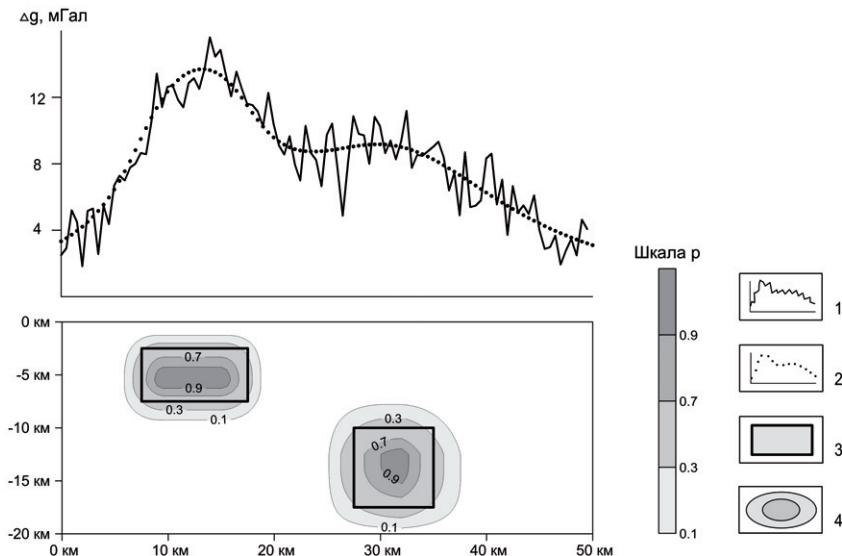


Рис. 18. Оценка вероятности обнаружения двух прямоугольных призм по гравитационному полю с помехой:

1 – поле Δg , осложненное помехой с нормой $\epsilon^T = 1.2 \text{ мГал}$; 2 – поле Δg без помех; 3 – границы аномалиеобразующих тел; 4 – изолинии вероятности $p_{k,\alpha} = 0.1, 0.3, 0.7$ и 0.9

Приведем практический пример интерпретации данных крупномасштабной гравиметрической съемки, выполненной на месторождении платино-медно-никелевых руд Норильск-1 (рис. 19). Значительные размеры аномалиеобразующих объектов по простиранию позволяют использовать двумерную постановку задачи. В основу модели среды положены следующие допущения: аномалия в основном обусловлена рудоносной интрузией базит-гипербазитового состава, ее избыточная плотность (по отношению к вмещающим породам трапповой формации) составляет $0.2 \text{ г}/\text{см}^3$, а суммарное среднеквадратическое значение ϵ^T помехи не превосходит 0.15 мГал .

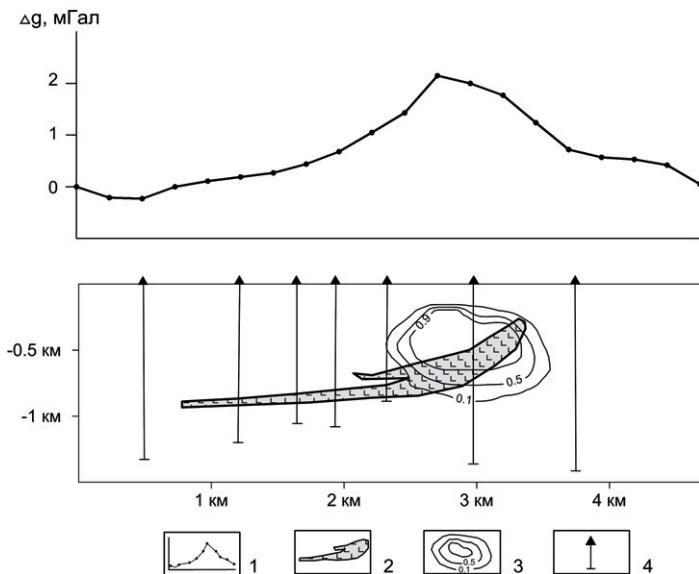


Рис. 19. Результаты интерпретации гравитационного поля месторождения платино-медно-никелевых руд Норильск-1

1 – наблюденное поле Δg ; 2 – рудоносная интрузия; 3 – изолинии вероятности $p_{k,α} = 0.1, 0.5, 0.9$ ($N = 396$); 4 – буровые скважины.

С помощью монтажного метода при различных центрах кристаллизации (начальных приближениях) было построено около 400 различных вариантов конфигурационных распределений масс, удовлетворяющих априорным допущениям. Их синтез позволил построить пространственное распределение вероятностей $p_{k,α}$, локализующее, приближенную к дневной поверхности, наиболее мощную часть интрузии. Смещение изолиний в верхнюю часть разреза (относительно фактического положения рудоносной интрузии) свидетельствует о некоторой неадекватности модели, связанной с неучтенным ореолом уплотнения вмещающих эфузивных пород, что, весьма характерно для надинтрузивных зон месторождений Норильского рудного района [Долгаль, 1993].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При количественной интерпретации данных гравиразведки могут эффективно применяться монтажные технологии решения обратных задач, концепция которых близка к общей идее метода конечных элементов. В их основе лежит традиционное для геотектоники представление о геологическом пространстве как совокупности элементарных объемов с кусочно-однородным распределением характеристик среды (в нашем случае – плотности горных пород) [Косыгин, 1974].

Способность учесть все априорные физико-геологические сведения о моделируемых объектах и обеспечить при этом выход на допустимое значение невязки за приемлемое число итераций – основной критерий состоятельности любого алгоритма решения обратной задачи. Монтажные алгоритмы в достаточно полной мере отвечают этому критерию. По ряду основных признаков их можно рассматривать как принципиально новую генерацию методов минимизации, используемых в геофизике при изучении формы и пространственного положения источников поля.

Авторы убеждены, что теория интерпретации гравитационных (и магнитных) аномалий стоит на пороге новой парадигмы, характеризуемой отходом от традиционных представлений результатов количественной интерпретации данных как отдельного («оптимального») решения обратной задачи. Для подобной смены парадигм уже сегодня имеются достаточные теоретические наработки, реальное воплощение которых вполне обеспечивает мощность современных вычислительных средств.

Принципиальный прорыв в вопросе наиболее полного извлечения достоверной информации из результатов измерений гравитационных и магнитных полей удастся достичь лишь тогда, когда построение отдельных приемлемых вариантов интерпретации станет элементом более общей технологии, реализующей концепцию гарантированного подхода и заключающейся в поисках геологически содержательных инвариантов на

множестве допустимых решений обратной задачи. Монтажным алгоритмам может быть отведена основная роль в реализации этой глобальной проблемы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 12-05-00414-а) и программы исследований ОНЗ РАН (проект 12-Т-5-1012).

БИБЛИОГРАФИЯ

- Айзerman M.A., Малишевский A.B.* Некоторые аспекты общей теории выбора лучших вариантов // Автоматика и телемеханика. 1981. № 2. С.65–83.
- Балк П.И.* О надежности результатов количественной интерпретации гравитационных аномалий // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1980. № 6. С. 43–57.
- Балк П.И.* Использование априорной информации о топологических особенностях источников поля при решении обратной задачи гравиметрии // Докл. АН СССР. 1989. Т. 309, № 5. С.1082–1084.
- Балк П.И.* Использование априорной информации о топологических особенностях источников поля при решении обратной задачи гравиметрии в рамках монтажного подхода // Физика Земли. 1993. № 5. С.59–71.
- Балк П.И.* Проблема параметризации и достоверности решения нелинейной обратной задачи гравиметрии // Физика Земли. 1997. № 10. С.14–32.
- Балк П.И.* Столкновение геофизических и математических интересов – главный источник противоречий в современной теории интерпретации потенциальных полей // Геофизический журнал. 2000. Т. 22, № 4. С.3–20.
- Балк П.И.* Столкновение геофизических и математических интересов – основной источник противоречий в современной теории интерпретации потенциальных полей // Физика Земли. 2001. № 3. С.85–96.
- Балк П.И.* Математический формализм и невостребованные идеи в теории интерпретации потенциальных полей // Геофизика. 2002. № 2. С.41–46.
- Балк П.И.* О принципиальных недостатках общепринятых форм представления результатов математической интерпретации потенциальных полей // Геофизический журнал. 2004. Т. 26, № 5. С.124–132.
- Балк П.И., Балк Т.В.* Структура минимизируемого функционала в монтажных алгоритмах поиска допустимых решений обратной задачи гравиметрии // Физика Земли. 1994. № 7/8. С.98–106.

- Балк П.И., Балк Т.В.* Структурно-рудная обратная задача гравиметрии // Физика Земли. 1995. № 6. С.32–41.
- Балк П.И., Балк Т.В.* Совмещенная обратная задача грави- и магнитометрии // Физика Земли. 1996. № 2. С.16–30.
- Балк П.И., Балк С.П.* О решении нелинейной обратной задачи гравиметрии с использованием конечноэлементных представлений источников поля // Докл. РАН. 2000. Т. 371, № 2. С.231–234.
- Балк П.И., Долгаль А.С.* Трехмерные монтажные технологии интерпретации гравиметрических данных // Докл. РАН. 2009. Т. 427, № 3. С.380–383.
- Балк П.И., Долгаль А.С.* Детерминированный подход к проблеме достоверности результатов интерпретации гравиметрических данных // Докл. РАН. 2010. Т. 431, № 1. С.334–338.
- Балк П.И., Долгаль А.С.* Синтез преимуществ функционально-аналитического и вероятностно-статистического подходов в смешанных алгоритмах решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии // Геоинформатика. 2011. № 1. С.33–42.
- Балк П.И., Долгаль А.С.* Обратные задачи гравиметрии как задачи извлечения достоверной информации в условиях неопределенности// Физика Земли. 2012. №5. С. 85-101.
- Балк П.И., Долгаль А.С., Христенко Л.А.* Синтез линейной и нелинейной постановок обратной задачи в гравиразведке и магниторазведке // Геофизический журнал. 2011. Т. 33, № 5. С.51–65.
- Балк П.И., Долгаль А.С., Балк Т.В., Христенко Л.А.* Конечноэлементные технологии интерпретации данных гравиразведки. Монтажный метод// Геофизические исследования. 2012. №3. С. 18-34.
- Балк П.И., Долгаль А.С., Балк Т.В., Христенко Л.А.* Конечноэлементные технологии интерпретации данных гравиразведки. Гарантированный подход //Геофизические исследования. 2012. № 4. С. 19-33.

- Балк Т.В., Новоселова М.Р., Балк П.И., Турутанов Е. Х.* О точности определения нижней границы геологического объекта по гравиметрическим данным // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1988. № 3. С.81–88.
- Балк Т.В., Шефер У.* Монтажный метод решения совмещенной обратной задачи грави- и магнитометрии // Докл. РАН. 1992. Т. 327, № 1. С.79–83.
- Бахвалов Н.С., Жданов Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы. М.: Изд-во “БИНОМ”, 2006. 636 с.
- Блох Ю. И.* Проблема адекватности интерпретационных моделей в гравиразведке и магниторазведке // Геофизический вестник. 2004. № 6. С.10–15.
- Булах Е.Г., Корчагин И.Н.* О подборе аномальных источников гравитационного поля методом последовательных приращений модели // Докл. АН УССР. Сер. Б. 1978. С.1059–1062.
- Васин В.В., Агеев А.Л.* Некорректные задачи с априорной информацией. Екатеринбург, 1993. 262 с.
- Васин В.В., Пересторонина Г.Я., Пруткин И.Л., Тимерханова Л.Ю.* Решение трехмерных обратных задач гравиметрии и магнитометрии для трехслойной среды// Математическое моделирование. Т. 15, №2. С. 69–76.
- Вахромеев Г.С., Давыденко А.Ю.* Моделирование в разведочной геофизике. М.: Недра, 1987. 192 с.
- Долгаль А.С.* Решение обратной задачи гравиразведки при поисках медно-никелевых руд // Геофизический журнал. № 6. 1993. С.83–88.
- Долгаль А.С., Костицын В.И., Пугин А.В., Шархимуллин А.Ф., Христенко Л.А.* Развитие методов качественной и количественной интерпретации данных гравиразведки. // Геофизика, 2011. № 5. С. 31 - 39.
- Долгаль А.С., Мичурин А.В.* Новая модификация монтажного метода решения нелинейной обратной задачи гравиметрии // Уральский геофизический вестник. № 2 (17). 2010. С.34–40.
- Долгаль А.С., Шархимуллин А.Ф.* Определения параметров одиночных геоплотностных неоднородностей с использованием функции локализации //

Геодинамика. Глубинное строение. Тепловое поле Земли. Интерпретация геофизических полей. Шестые научные чтения памяти Ю.П. Булашевича. 2011. С.121–124.

Дядюра В.А., Шалаев С.В. Определение местоположения локальных геологических объектов по гравитационным аномалиям // Вопросы разведочной геофизики. 1968. Вып. 8. С.31–36.

Евтушенко Ю. Г. Методы решения экстремальных задач и их приложение в системах оптимизации. М., 1982. 432 с.

Завойский В.Н., Неисжал Ю.Е. Декомпозиционно-итерационный метод решения обратной задачи магниторазведки // Геофизический журнал. 1979. Т. 1, № 12. С.46–52.

Канторович Л.В. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений // Сибирский математический журнал. 1962. Т. 3, № 5. С.701–709.

Кауфман А.А., Хансен Р. Принципы метода гравиметрии: Пер. с англ. Тверь: АИС, 2011. 376 с.

Кобрунов А. И. Математические основы теории интерпретации геофизических данных: учеб. пособие. М.: ЦентрЛитНефтеГаз, 2008. 288 с.

Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦМНО, 2005. 1290 с.

Косыгин Ю.А. Основы тектоники. М.: Недра, 1974. 216 с.

Ломтадзе В.В. Интерпретация гравитационных аномалий способом эквивалентных призм // Вопросы разведочной геофизики. 1968. Вып. 8. С.36–40.

Овчаренко А.В. Подбор сечения двухмерного тела по гравитационному полю // Вопросы нефтяной и рудной геофизики. Алма-Ата: Изд-во Казахского политехн. ин-та, 1975. Вып. 2. С.71–75.

Перфильев Л.Г. Некоторые вопросы обработки и интерпретации геологогеофизических данных на ЭЦВМ: Автореф. дисс. канд. тех. наук. М., 1972. 28 с.

- Пруткин И.Л.* О решении трехмерной обратной задачи гравиметрии в классе контактных поверхностей методом локальных поправок // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1986. № 1. С.67–77.
- Рокитянский И.И.* Моделирование в геоэлектрике. 1. Неоднозначность // Геофизический журнал. 1985. Т. 7. №1. С. 15-24.
- Страхов В.Н., Лапина М.И.* Монтажный метод решения обратной задачи гравиметрии // Докл. АН СССР. 1976. Т. 227, № 2. С.344–347.
- Тригубович Г.М., Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г.* 3D-электроразведка становлением поля. Новосибирск: Наука, 2009. 218 с.
- Цыпкин Я.З.* Оптимальность в задачах и методах современной теории управления // Вестник АН СССР. 1982. № 9. С.116–121.
- Шалаев С.В.* Геологическое истолкование геофизических аномалий с помощью линейного программирования. Л.: Недра, 1972. 142 с.
- Юньков А.А., Булах Е.Г.* О точности определения плотности аномальных масс методом сеток // Докл. АН УССР. 1958. № 11. С.1234–1237.
- Schäfer U.* Die Lösung einer inversen Aufgabe für gravimetrische und geomagnetische Anomalien mittels der Montagemethode // Potsdam. Zentralinstitut für Physik der Erde. 1990. 137 s.
- Schäfer U., Balk P.* The Inversion of Potential Field Anomalies by the Assembling Method: The Third Dimension // Proc. IAG Symp. № 112. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag. 1993. P.237–241.



MoreBooks!
publishing



yes i want morebooks!

Покупайте Ваши книги быстро и без посредников он-лайн – в одном из самых быстрорастущих книжных он-лайн магазинов! окружающей среде благодаря технологии Печати-на-Заказ.

Покупайте Ваши книги на
www.more-books.ru

Buy your books fast and straightforward online - at one of world's fastest growing online book stores! Environmentally sound due to Print-on-Demand technologies.

Buy your books online at
www.get-morebooks.com



VDM Verlagsservicegesellschaft mbH

Heinrich-Böcking-Str. 6-8
D - 66121 Saarbrücken

Telefon: +49 681 3720 174
Telefax: +49 681 3720 1749

info@vdm-vsg.de
www.vdm-vsg.de

