

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Ухтинский государственный технический университет
(УГТУ)

А. Н. Рочев, О. М. Корохонько

МАТНСАД ДЛЯ ИНЖЕНЕРА-НЕФТЯНИКА

Учебное пособие

Ухта 2010

УДК 004.45: 622.276 (075.8)
Р 80

Рочев, А. Н.

Mathcad для инженера-нефтяника [Текст]: учеб. пособие / А. Н. Рочев, О. М. Корохонько. – Ухта : УГТУ, 2010. – 59 с.

ISBN 978-5-88179-602-0

Учебное пособие содержит примеры, позволяющие получить основные навыки работы в программе Mathcad, а также задачи, решаемые инженером-нефтяником. Приведенные примеры иллюстрируют применение математических методов для решения задач нефтедобычи. Набор задач подобран таким образом, чтобы охватить разные аспекты деятельности: анализ разработки, обработка результатов исследований скважин, расчет показателей и др.

Учебное пособие предназначено для студентов специальности «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений» (130503) при изучении дисциплины «Применение ЭВМ в нефтегазодобыче».

Учебное пособие рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом Ухтинского государственного технического университета

Рецензенты: Петраков Д. Г., доцент, заместитель декана Нефтегазового факультета Санкт-Петербургского государственного горного института имени Г. В. Плеханова (технического университета), кандидат технических наук;
Косицын Р. И., заместитель директора по геологии и разработке ООО «КВАНТ».

© Ухтинский государственный технический университет, 2010

© Рочев А. Н., Корохонько О. М., 2010

ISBN 978-5-88179-602-0

Учебное издание

Рочев Алексей Николаевич
Корохонько Оксана Михайловна

MATHCAD ДЛЯ ИНЖЕНЕРА-НЕФТЯНИКА

Учебное пособие

Редактор Л. А. Кокшарова
Технический редактор Л. П. Коровкина

План 2010 г., позиция 14. Подписано в печать 29.06.2010 г.
Компьютерный набор. Гарнитура Times New Roman Суг.
Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Печать трафаретная.
Усл. печ. л. 3,5. Уч.-изд. л. 3,3. Тираж 120 экз. Заказ № 243.

Ухтинский государственный технический университет.
169300, Республика Коми, г. Ухта, ул. Первомайская, д. 13.
Отдел оперативной полиграфии УГТУ.
169300, Республика Коми, г. Ухта, ул. Октябрьская, д. 13.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Википедия – свободная энциклопедия (н. д./2008). Статья о Mathcad. [Электронный ресурс] [WWW document]. URL <http://ru.wikipedia.org/wiki/Mathcad>
2. Инструкция по комплексному исследованию газовых и газоконденсатных пластов и скважин [Текст] / под ред. Г. А. Зотова, З. С. Алиева. – М. : Недра, 1980. – 301 с.
3. Кирьянов, Д. В. Mathcad 14 [Текст] / Д. В. Кирьянов. – СПб. : Изд-во «БВХ-Петербург», 2007. – 704 с. – +Видеокурс (на CD-ROM). – (в подлиннике).
4. Компьютер для студентов. Самоучитель. Быстрый старт [Текст]: учеб. пособие / под ред. В. Б. Конягина. – М. : Изд-во ТРИУМФ, 2003. – 400 с.
5. Сборник задач по разработке нефтяных месторождений. [Текст] / Ю. П. Желтов [и др.]. – М. : Недра, 1985. – 158 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1. Основы работы в Mathcad.....	6
1.1. Общие сведения о Mathcad.....	6
1.2. Интерфейс Mathcad.....	6
1.3. Простые арифметические действия.....	9
1.4. Вычисление значений функций, построение графиков.....	12
1.5. Операции с массивами.....	17
1.6. Импорт данных.....	26
2. Решение задач нефтедобычи с применением Mathcad.....	29
2.1. Анализ показателей разработки.....	29
2.2. Предельный безгазовый дебит скважины.....	35
2.3. Расчет коэффициента сверхсжимаемости газа.....	38
2.4. Построение депрессионной воронки.....	41
2.5. Определение количества скважин.....	43
2.6. Обработка кривой восстановления давления.....	46
2.7. Распределение давления в пласте.....	52
Библиографический список.....	58

ВВЕДЕНИЕ

Вычислительная машина ценна ровно настолько, насколько ценен использующий ее человек. Она может позволить ему продвинуться дальше Но он обязан иметь идеи.

Н. Винер

В настоящее время нефтедобывающие предприятия в своей деятельности применяют широкий спектр программных продуктов, – от простейших текстовых редакторов до сложных и дорогостоящих пакетов гидродинамического моделирования месторождений. Развитие рынка программного обеспечения привело к тому, что для решения многих инженерных задач уже существуют специализированное программное обеспечение. Несмотря на это, перед инженером нередко возникают задачи, не имеющие готового решения, что приводит к необходимости самостоятельной реализации алгоритма. Часто возникает ситуация, когда задача может быть решена несколькими методами. В этом случае от инженера требуется способность выбрать наиболее оптимальный из них, что потребует от него не только умения работать с конкретной программой, но и теоретических знаний и опыта самостоятельного решения задач. По этим причинам основная цель курса – научить студента решать задачи, встающие перед инженером-нефтяником в его производственной деятельности, с применением персонального компьютера. В рамках курса студенту преподаются основы работы с системой математических и технических расчетов Mathcad. Примеры, приведенные в пособии, также решены с применением данной системы.

Изучение курса предполагает наличие следующих навыков:

- умение работать с персональным компьютером (включение, выключение, работа с мышью);
- знание основ и принципов пользовательского интерфейса программ под управлением операционных систем класса Windows (запуск программ, поиск, создание и копирование файлов и каталогов);
- для составления алгоритмов решения наиболее сложных задач – владение основами программирования (функции, операторы цикла, условные операторы).

Поскольку пособие ориентировано на решение задач в области нефтегазодобычи предполагается, что студентом пройдены (и освоены) дисциплины по

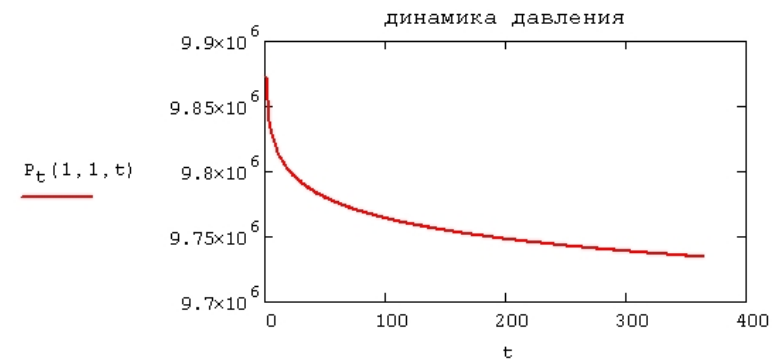
Окончание листинга 2.7

Рассмотрим в какой-нибудь точке пласта, как изменяется давление в пласте со временем. Например, в точке пласта с координатами $x=1$, $y=1$ (т. е. примерно в центре пласта). Для этого необходимо определить давление как функцию от времени:

$$P_t(x, y, t) := P_0 + \frac{\mu}{4 \cdot \pi \cdot k \cdot h} \cdot \sum_{i=0}^n \left[Q_i \cdot \text{Ei} \left[\frac{(x - X_{C_i})^2 + (y - Y_{C_i})^2}{4 \cdot \chi \cdot t \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} \right] \right]$$

и задать ряд значений времени (время задаем в сутках, а переход к секундам произведем в определении функции):

$$t := 1 \dots 365$$



Задавать повторно давление как функцию от времени и координат потребовалось по той причине, что функция **CreateMesh**, использовавшаяся для построения трехмерного графика, требует, чтобы вводимая в качестве аргумента функция зависела только от двух переменных.

Продолжение листинга 2.7

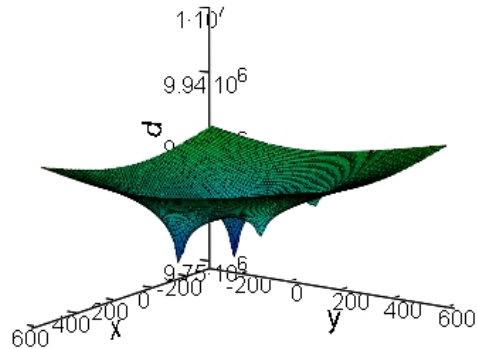
Построим распределение давления в пласте. Для этого воспользуемся функцией `CreateMesh`.

Параметры N_x , N_y определяют, на какое количество интервалов разбивается диапазон изменения x и y :

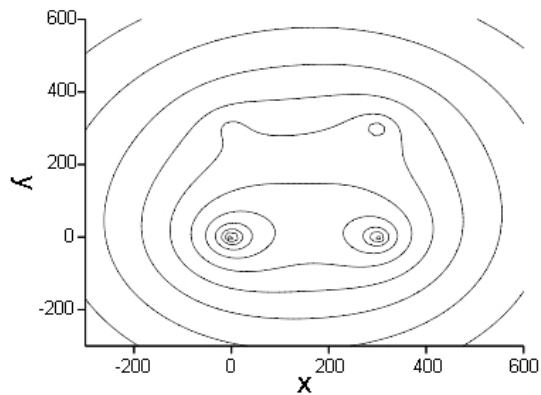
$$N_x := 80 \quad N_y := 80$$

$$p := \text{CreateMesh}(P, X_{\min}, X_{\max}, Y_{\min}, Y_{\max}, N_x, N_y)$$

На рисунке ниже представлен трехмерный график распределения давления в пласте.



Тот же график в виде контурной проекции (т. е. карта изобар) на момент времени t .



специальности «Разработка нефтяных месторождений», «Подземная гидромеханика» и пр., хотя к большинству упражнений прилагаются необходимые для решения теоретические сведения.

Пособие состоит из двух глав. Первая глава посвящена основам работы в системе Mathcad. Описание приведено для версии Mathcad 14. Следует отметить, что полное описание системы выходит далеко за рамки одного учебного пособия в силу ее широких возможностей и огромного количества встроенных функций (описание системы, входящее в комплект установки представляет собой файл объемом 480 страниц). По этой причине в пособии приведены только основы работы с системой и функции, необходимые для решения задач, встречающихся в пособии.

Вторая глава пособия содержит примеры применения Mathcad для решения задач нефтегазодобычи.

Автор заранее благодарен всем читателям, которые готовы сообщить свое мнение о пособии. Все пожелания можно отправлять по электронной почте по адресу (arochev@ugtu.net).

Работа выполнена в рамках гранта, предоставленного Некоммерческой организацией «Благотворительный фонд «ЛУКОЙЛ».

Авторы выражают благодарность Максютину Александру и Косицыну Роману за помощь в подготовке к изданию учебного пособия.

1. ОСНОВЫ РАБОТЫ В MATHCAD

1.1. Общие сведения о Mathcad

Mathcad относится к классу систем научных и инженерных расчетов. К этой же категории программ относятся такие известные продукты как: **Maple**, **Matlab**, **Mathematica**. Среди них **Mathcad** является, пожалуй, наиболее простой и доступной в освоении. Именно это и обеспечило программе широкую популярность, особенно среди студентов.

История системы начинается с 1986 года. Создана она была Алэном Рэздой в Массачусетском технологическом институте. На сегодняшний день **Mathcad** является продуктом корпорации Parametric Technology Corporation, последняя версия системы имеет номер 14 (2007 год).

Основные возможности **Mathcad**:

- решение дифференциальных уравнений (как обыкновенных так и в частных производных) различными численными методами;
- построение двух- и трёхмерных графиков функций;
- выполнение вычислений в символьном режиме;
- выполнение операций с векторами и матрицами;
- аппроксимация кривых;
- поиск корней многочленов и функций;
- поиск собственных чисел и векторов;
- вычисления с единицами измерения.

1.2. Интерфейс Mathcad

После запуска программы на экране появляется окно системы **Mathcad** (рис. 1.1). Оно имеет ту же структуру, что и большинство приложений **Windows**.

В интерфейс пользователя Mathcad входят следующие основные элементы. Заголовок рабочего окна содержит название программы и редактируемого документа. Ниже заголовка окна расположена *строка меню* с основными командами для работы в программе **Mathcad**. Ниже строки меню находятся *панели инструментов*, служащие для быстрого выполнения наиболее часто применяемых команд. Все действия, которые можно выполнить с помощью панелей инструментов, доступны и через строку меню.

Определим пьезопроводность пласта:

$$\chi := \frac{k}{\mu \cdot \beta} \quad \chi = 2$$

Введем индекс скважин **i**:

$$n := \text{last}(Q) \quad i := 0..n \quad n+1 = 4$$

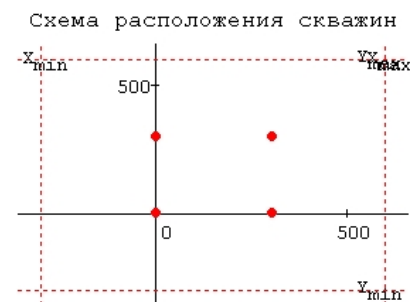
Определим прямоугольную область, на которой будем строить распределение давления:

$$X_{\min} := -\max(Xc) \quad X_{\max} := 2 \cdot \max(Xc)$$

$$Y_{\min} := -\max(Yc) \quad Y_{\max} := 2 \cdot \max(Yc)$$

Построим схему расположения скважин.

Скважины обозначены точками, границы области - пунктиром.



Для расчета интегральной показательной функции воспользуемся разложением в ряд:

$$Ei(z) := \gamma + \ln(z) + \sum_{j=1}^M \frac{z^j}{j \cdot j!}$$

где γ - постоянная Эйлера $\gamma := 0.577215$

M - количество слагаемых в сумме, примем равным $M = 10$

Далее определим функцию для расчета давления в точке с координатами **x, y** на момент времени **t**:

$$P(x, y) := P_0 + \frac{\mu}{4 \cdot \pi \cdot k \cdot h} \cdot \sum_{i=0}^n \left[Q_i \cdot Ei \left[\frac{(x - Xc_i)^2 + (y - Yc_i)^2}{4 \cdot \chi \cdot t} \right] \right]$$

Расстояние от скважины до точки пласта с координатами x, y определяет по формуле:

$$r = \sqrt{(x - Xc)^2 + (y - Yc)^2}, \quad (2.22)$$

где Xc, Yc – координаты скважины.

В случае, когда в пласте расположено несколько добывающих скважин, для решения пользуются принципом суперпозиции. В этом случае формула для определения изменения давления принимает вид:

$$P_0 - P(t) = -\frac{\mu_n}{4 \cdot \pi \cdot k \cdot h} \cdot \sum_{i=1}^n Q_i \cdot Ei \left(-\frac{(x - Xc_i)^2 + (y - Yc_i)^2}{4 \cdot \chi \cdot t} \right), \quad (2.23)$$

где i – индекс скважины;
 n – количество скважин;
 Q_i – дебит i -ой скважины.
 Xc_i, Yc_i – координаты i -ой скважины.

Решение.


Листинг 2.7

Введем исходные данные в системе единиц измерения СИ:

$\mu := 1 \cdot 10^{-3}$ $k := 1 \cdot 10^{-12}$ $h := 12$

$\beta := 5 \cdot \frac{10^{-4}}{10^6}$ $P_0 := 10 \cdot 10^6$ $t := 120 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$

Координаты и дебиты скважин импортируем из внешнего файла, в котором первый столбец - координата Xc , второй - координата Yc , третий - дебит Q :

Data :=  ...\Example7_data.xls Data = $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 120 \\ 300 & 0 & 100 \\ 300 & 300 & 50 \\ 0 & 300 & 30 \end{pmatrix}$

$Xc := \text{Data}^{(0)}$ $Yc := \text{Data}^{(1)}$

$Q := \text{Data}^{(2)}$ $Q := \frac{Q}{86400}$

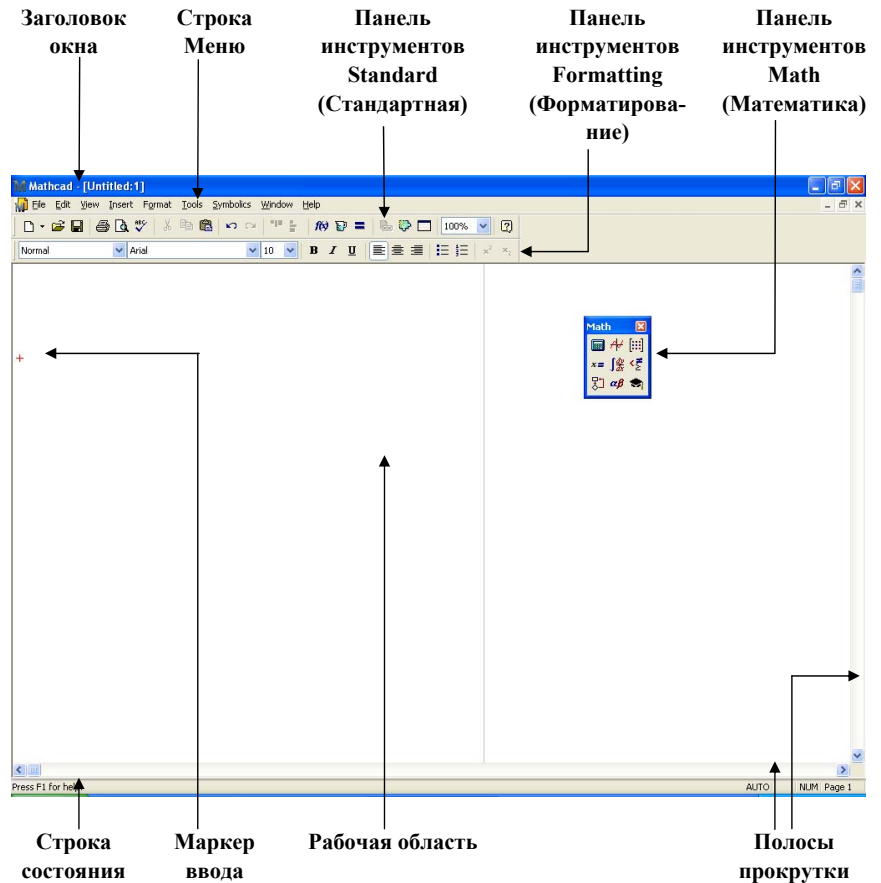


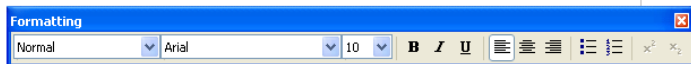
Рис. 1.1. Окно системы Mathcad с пустым документом

К основным панелям инструментов относятся:

- **Standard** (Стандартная) – служит для выполнения большинства операций, таких как: действия с файлами, редакторская правка, вставка объектов и доступ к справочным системам;












- **Formatting** (Форматирование) – служит для форматирования (изменения типа и размера шрифта, выравнивания и т.п.) текста и формул;

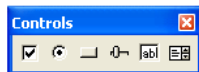


- **Math** (Математика) – предназначена для вызова на экран девяти панелей инструментов, с помощью которых и происходит вставка математических операций в документы:

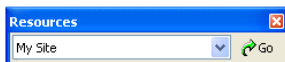


- **Calculator** (Калькулятор) , **Graph** (График) , **Vector and Matrix** (Вектор и Матрица) , **Evaluation** (Выражения) $x =$ , **Calculus** (Вычисления) , **Boolean** (Булевы операторы) $< \leq$ , **Programming** (Программирование) , **Greek Symbol** (Греческие символы) $\alpha \beta$ , **Symbolic Keyword** (Символика) 

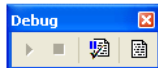
- **Controls** (Элементы управления) – для вставки в документы стандартных элементов управления интерфейса пользователя (флажок проверки, полей ввода и т. п.);



- **Resources** (Ресурсы) – для быстрого вызова ресурсов **Mathcad** (примеров, учебников, электронных книг и т. п.);



- **Debug** (Отладка) – для управления отладкой **Mathcad**-программ.



Открыть и закрыть необходимую панель инструментов можно с помощью пункта **Toolbars** (Панели инструментов) меню **View** (Вид).

Маркер ввода, отображающийся на экране в виде небольшого красного крестика, отмечает незаполненное место в документе, куда в текущий момент можно вводить формулы и текст. Управление маркером ввода производится с помощью мыши или клавишами-стрелками.

нефтяной, так и водоносной частей пласта одинаковы, причем $\beta = 5 \cdot 10^{-4}$ МПа. Вязкость нефти $\mu_n = 1$ мПа·с. Начальное пластовое давление $P_0 = 10$ МПа. Расстояние между скважинами $L = 300$ м (см. табл. 2.3).

Требуется построить распределение давления в пласте в момент времени $t = 120$ суток после пуска скважин.

Таблица 2.3

Исходные данные для примера 2.7

Индекс скважины i	Координата X_{c_i} , м	Координата Y_{c_i} , м	Дебит Q , м ³ /сут.
1	0	0	120
2	300	0	100
3	300	300	50
4	0	300	30

Теоретические сведения.

Если бы в пласте (в начале координат) находился один точечный сток, то изменение давления в нефтяном пласте определялось бы по основной формуле упругого режима:

$$P_0 - P(t) = -\frac{Q \cdot \mu_n}{4 \cdot \pi \cdot k \cdot h} \cdot Ei\left(-\frac{r^2}{4 \cdot \chi \cdot t}\right), \quad (2.19)$$

- где P_0 – начальное пластовое давление, Па;
- $P(t)$ – давление в момент времени t (с) на расстоянии r (м) от стока, Па;
- Q – дебит скважины, м³/с;
- μ_n – вязкость нефти в пластовых условиях, Па·с;
- k – проницаемость пласта, м²;
- h – эффективная толщина пласта, м.
- $Ei(z)$ – интегральная показательная функция равная:

$$-Ei(-z) = \int_z^{\infty} \frac{e^{-z}}{z} dz; \quad (2.20)$$

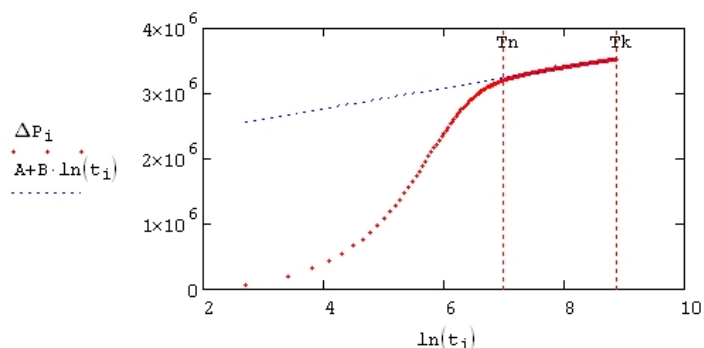
χ – пьезопроводность пласта, м²/с:

$$\chi = \frac{k}{\mu_n \cdot \beta}, \quad (2.21)$$

где β – коэффициент упругости пласта, Па⁻¹.

Окончание листинга 2.6

Для проверки того, не совершили ли мы где-либо ошибку, нанесем прямую с параметрами A и B на график. Как видно из рисунка, ошибки нет. Наша прямая проходит именно по тем точкам, которые входят в выделенный нами диапазон.



Теперь осталось лишь определить гидродинамические характеристики пласта.

Гидропроводность, $\text{м}^2 \cdot \text{м} / \text{Па} \cdot \text{с}$:

$$\varepsilon := \frac{Q \cdot b}{4 \cdot \pi V} \quad \varepsilon = 1.04 \times 10^{-9}$$

Проницаемость, м^2 :

$$k := \varepsilon \cdot \frac{\mu_H}{h} \quad k = 1.3 \times 10^{-13}$$

2.7. Распределение давления в пласте

Пример 2.7. Постановка задачи⁵.

В неограниченном продуктивном пласте, насыщенном за контуром нефтеносности водой, обладающей вязкостью, примерно равной вязкости нефти, пущены в эксплуатацию одновременно четыре добывающие скважины с дебитами, приведенными в табл. 2.3. Толщина пласта и его проницаемость в нефтеносной части и за контуром нефтеносности одинаковы и составляют соответственно $h = 12 \text{ м}$, $k = 1 \text{ мкм}^2$. Коэффициенты упругости как

⁵ Постановка задачи взята из источника [5].

1.3. Простые арифметические действия

Для того, чтобы выполнить простые арифметические вычисления, необходимо:

- 1) установить маркер ввода в определенное место в документе, где должно появиться выражение;
- 2) ввести левую часть выражения;
- 3) ввести знак численного равенства = (клавиша $\langle \Rightarrow \rangle$ или кнопка $\boxed{=}$ на математической панели **Calculator** (Калькулятор)) или символического равенства \rightarrow (сочетание клавиш $\langle \text{Ctrl} \rangle \langle + \rangle \langle \cdot \rangle$ или кнопка $\boxed{\rightarrow}$ на математической панели **Evaluation** (Выражение)). В первом случае будет рассчитано численное значение выражения, а во втором (если это возможно) – аналитическое.

Продemonстрируем простейшие вычисления примером.

Пример 1.1. Вычислить произведение двух чисел **51** и **12**.

Решение:

1. Установите маркер ввода верхней части рабочей области окна с помощью щелчка мыши.
2. Введите число **51**. Вокруг числа появится темная прямоугольная рамка, **маркер ввода** примет вид горизонтальной и вертикальной линии синего цвета $\boxed{\quad}$ (**линия ввода**). **Линия ввода** выделяет в формуле определенную часть. Линия ввода будет справа от введенной цифры. Рамка показывает границы текущего блока.

$\boxed{51}$

3. Нажмите клавишу $\langle * \rangle$ или кнопку $\boxed{\times}$ математической панели **Calculator**. На экране появится небольшой черный квадрат справа от знака умножения.

$\boxed{51 \cdot}$

4. Введите число **12**.
5. Нажмите клавишу $\langle \Rightarrow \rangle$. На экране появится значение умножения двух чисел.

$\boxed{51 \cdot 12 = 612}$

6. Нажмите клавишу $\langle \text{Enter} \rangle$. Рамка блока исчезнет, а маркер ввода примет вид красного крестика (рис. 1.2).

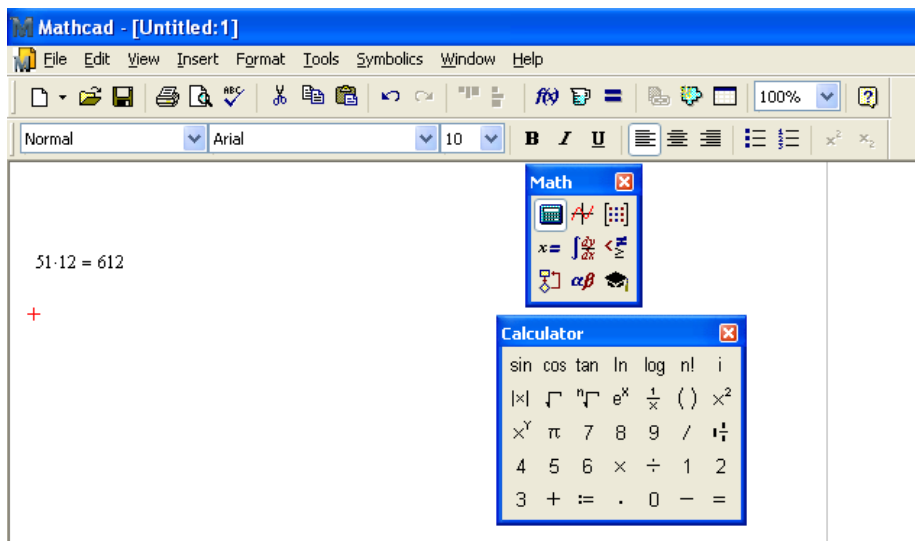


Рис. 1.2. Расчет простого выражения (решение примера 1.1)

Перемещать **линию ввода** в пределах формулы можно одним из следующих способов:

- 1) щелкая мышью;
- 2) нажимая на клавиатуре клавиши: **стрелки, пробел** и **<Ins>**.

Иногда поместить линию ввода в нужное место формулы с помощью указателя мыши непросто, поэтому учитесь пользоваться клавиатурой.

Для более сложных расчетов удобно использовать переменные.

Переменной называется обладающий именем объект, способный хранить разные данные. Иными словами, можно присваивать переменной данные и выводить ее значение.

Для того чтобы присвоить некоторой переменной определенное значение, необходимо использовать не знак равенства, а специальный символ **<:=>**, чтобы подчеркнуть его отличие от *операции численного вывода*. Оператор присваивания вводится с помощью клавиши двоеточия **<:>** или кнопки **:=** панели **Calculator**. *Знак равенства* говорит о вычислении значения *слева направо*, а *символ присвоения* – о присваивании значения *справа налево*.

Для того, чтобы вычислить значения выражения, содержащего некоторую переменную, следует просто ввести его, а затем применить оператор численного вывода. При этом необходимо, чтобы этой переменной ранее в документе было присвоено какое-либо значение.

$$\text{FindIndex}(\mathbf{V}, z) := \begin{cases} \Delta \leftarrow \overrightarrow{|V - z|} \\ I_{\min} \leftarrow \text{match}(\min(\Delta), \Delta) \end{cases}$$

Поясним работу функции **FindIndex**(**V**, **z**). Величина **Δ** представляет собой вектор, каждый элемент которого равен разности между элементом исходного вектора **v** (в котором идет поиск) и искомой величиной **z**. Очевидно, что ближайшим к искомому **z** элементом вектора **v** будет то значение, для которого **Δ** минимально. Поиск этого минимального значения производится во второй строке функции **FindIndex** с помощью уже известной функции **match**.

Теперь с помощью составленной функции определим начальный и конечный индексы элементов, которые вошли в выделенный нами диапазон:

$$I_n := \text{FindIndex}(t, e^{Tn}) \quad I_n = (73)$$

$$I_k := \text{FindIndex}(t, e^{Tk}) \quad I_k = (476)$$

Теперь можно, используя функцию **submatrix**, выделить нужный нам диапазон значений времени и давления.

Функция **submatrix** требует, чтобы в качестве границ выделяемых массивов были введены скалярные величины. Однако перед ее применением обратим внимание на то, что величины **I_n** и **I_k** представляют собой вектора (об этом свидетельствует то, что при просмотре соответствующие им значения заключены в круглые скобки). И не смотря на то, что полученные нами вектора **I_n** и **I_k** содержат лишь по одному значению, попытка использовать их в функции **submatrix** приведет к ошибке.

Этой трудности легко избежать. Для этого достаточно указать, какой именно элемент **I_n** и **I_k** следует использовать:

$$\Delta_p := \text{submatrix}(\Delta_p, I_n, I_k, 0, 0)$$

$$\tau := \text{submatrix}(t, I_n, I_k, 0, 0)$$

Теперь найдем угол наклона **v** и отрезок отсекаемый на оси ординат **A**:

$$A := \text{intercept}(\ln(\tau), \Delta_p) \quad A = 2.14 \times 10^6$$

$$B := \text{slope}(\ln(\tau), \Delta_p) \quad B = 1.575 \times 10^5$$

Продолжение листинга 2.6

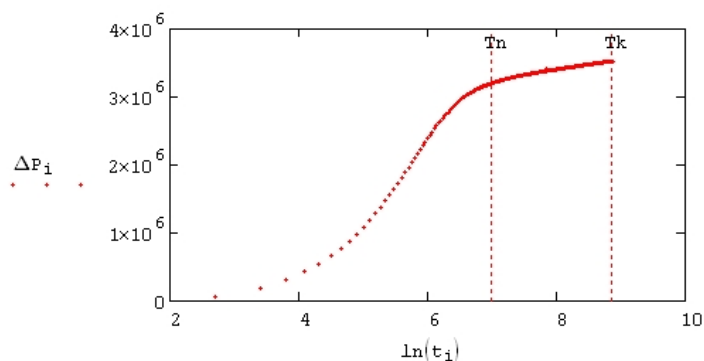
Тогда индекс замера i изменяется в диапазоне от 0 до n :

$$i := 0 .. n$$

$$\Delta P_i := P_i - P_0$$

Далее необходимо на графике выделить прямолинейный участок. Для этого зададим переменные T_n и T_k определяющие соответственно левую и правую границы выделенного интервала в координатах оси абсцисс ($\ln(t)$):

$$T_n := 7 \quad T_k := \ln(t_n)$$



Определим угол наклона и отрезок, отсекаемый на оси ординат. Для этого необходимо из всего массива значений времени и давления выбрать те, что вошли в выделенный диапазон, т. е. из массива $\ln(t)$ нужно выбрать только те числа, которые лежат в диапазоне от T_n до T_k .

К сожалению, в **Mathcad** отсутствует функция, которая позволяла бы сделать это "напрямую". К тому же мы не определили интервалы для массива ΔP .

Среди стандартных функций для работы с матрицей есть функция:

$$\mathbf{match}(z, \mathbf{V}),$$

которая возвращает индекс элемента z в векторе \mathbf{v} . Однако она требует точного совпадения, т. е., если мы ищем, на каком месте в массиве находится число z , то мы должны быть уверены, что оно там точно есть. В нашем случае это означало бы, что для переменных T_n и T_k можно задавать только те значения, которые есть в массиве $\ln(t)$.

Однако это неудобно. По этой причине нам придется создать функцию подобную \mathbf{match} , которая не требовала бы точного равенства искомых величин. Эта функция приведена ниже:

Следует помнить, что расположенные блоки в документе выполняются программой *слева направо* и *сверху вниз*. Если, например, в выражении используется переменная, которой присваивается значение в расположенном ниже блоке, то вычислить данное выражение не удастся.

Пример 1.2. Вычислить формулу $\sqrt{z} - \cos(z)$, при $z = 8$.

Решение:

1. Установите маркер ввода необходимой части рабочей области.
2. Введите имя переменной z , которое появится в указанном маркером месте.
3. Вызовите математическую панель инструментов **Calculator** с арифметическими операциями, нажав кнопку на панели инструментов **Math**.
4. Нажмите кнопку $:=$ на панели инструментов.
5. Введите число **8** (справа от символа присвоения), которое нужно присвоить переменной z .
6. Щелкните мышью ниже созданного блока для ввода формулы или нажмите клавишу **<Enter>**.
7. Нажмите кнопку $\sqrt{\quad}$ на панели инструментов **Calculator**. Появится изображение квадратного корня.
8. Введите имя переменной z .
9. Щелкните мышью или нажмите клавишу **<пробел>**, для того чтобы установить линию ввода после символа квадратного корня.

$$z := 8$$



10. Нажмите кнопку $-$ на панели инструментов **Calculator** или соответствующую клавишу на клавиатуре. В блоке появится операция вычитания.
11. Нажмите кнопку $\cos(\quad)$ на панели инструментов **Calculator**. В блоке появится функция $\cos()$, при этом маркер ввода и черный квадрат будут установлены внутри круглых скобок.
12. Введите имя переменной z .
13. Нажмите кнопку $=$ на панели инструментов **Calculator** или соответствующую клавишу на клавиатуре. В блоке появится результат вычислений (рис. 1.3).
14. Нажмите клавишу **<Enter>**. Рамка блока исчезнет.

Для вычисления по той же формуле, но с другим значением переменной z необходимо:

- щелкнуть мышью на блоке с присваиванием переменной z ;
- нажать клавишу **<Backspace>** для удаления числа **8** справа налево или нажать клавишу **<Delete>** для удаления числа слева направо;
- ввести новое число;
- нажать клавишу **<Enter>**. В блоке с квадратным корнем появится результат вычисления с новым значением переменной.

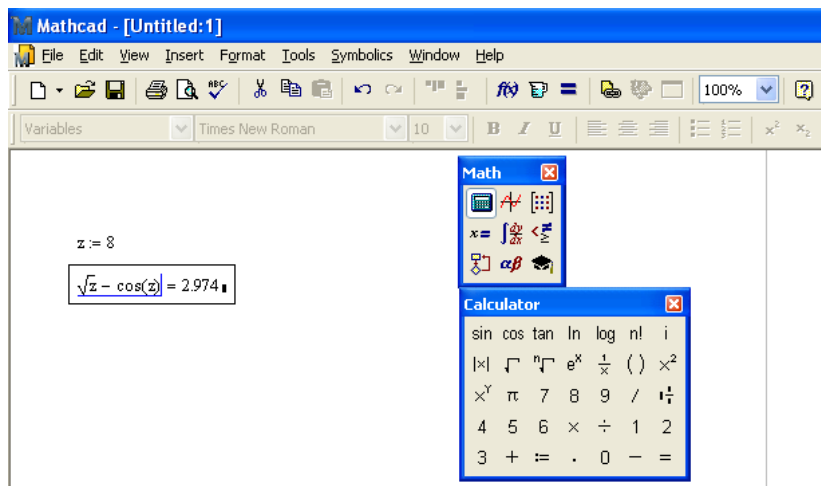



Рис. 1.3. Вычисление с переменной (решение примера 1.2)

1.4. Вычисление значений функций, построение графиков

Выделяют встроенные функции и функции пользователя.


Встроенные функции заложены разработчиками в систему **Mathcad**. Система содержит большое количество встроенных функций. Некоторые просто рассчитывают определенное значение, а некоторые реализуют сложные численные алгоритмы.

Чтобы избежать ошибок в написании встроенных функций необходимо:

- нажать кнопку  на стандартной панели инструментов;
- в появившемся диалоговом окне **Insert Function** (Вставить функцию) (рис. 1.4) в списке **Function Category** (Категория функции) выбрать категорию, к которой принадлежит функция;
- в списке **Function Name** (Имя функции) выбрать имя встроенной функции, под которым она фигурирует в **Mathcad**. В случае затруднения с выбором следует ориентироваться на подсказку, появляющуюся при выборе функции в нижнем текстовом поле диалогового окна;
- нажать кнопку **ОК** – функция появится в документе.

$$\beta_H := 1 \cdot \frac{10^{-4}}{10^6} \quad \beta_\Pi := 1 \cdot \frac{10^{-5}}{10^6} \quad \mu_H := 1.6 \cdot 10^{-3} \quad b := 1.23$$

Значения времени и давления импортируются из файла:

Data := 

C:\Documents and Set...Example6_data.xls

	0	1
0	0	29.485
1	15	29.554
2	30	29.677
3	45	29.807
4	60	29.922
5	75	30.036
6	90	30.148
7	105	30.257
8	120	...

Data =

$$t := \text{Data}^{(0)} \quad P := \text{Data}^{(1)} \cdot 10^6$$

Дискретность времени в импортированном массиве составляет 15 секунд. В постановке задачи приведен сокращенный вариант массива (см. табл. 2.2).

Построим кривую восстановления давления:

Перестраиваем кривую в координатах $\Delta P - \ln(t)$. Для этого определяем последний индекс замера:

$$n := \text{last}(P)$$

$$B = \frac{Q \cdot \mu_n}{4 \cdot \pi \cdot k \cdot h}; \quad (2.17)$$

$$A = B \cdot \ln\left(\frac{2.25 \cdot \chi}{r_c^2}\right), \quad (2.18)$$

где i – индекс замера; t_i – время i -ого замера, с;
 P_0 – давление в момент времени $t_0 = 0$;
 P_i – давление в момент времени t_i ;
 Q – дебит скважины в пластовых условиях, м³/с;

$$Q = Q_{нов} \cdot b;$$

μ_n – вязкость нефти в пластовых условиях, Па·с;
 k – проницаемость пласта, м²; h – эффективная толщина пласта, м;
 r_c – радиус скважины, м; χ – пьезопроводность пласта, м²/с.

Обработка КВД состоит в определении по графику в координатах $\Delta P_i - \ln(t_i)$ отрезка A и угла наклона B и последующего расчета параметров пласта. Порядок обработки следующий.

1. Исходный массив значений времени и давления перестраивается в координатах $\Delta P_i - \ln(t_i)$.
2. На графике выделяется прямолинейный участок. По точкам, вошедшим в выделенный диапазон, методом наименьших квадратов определяются отрезок A , отсекаемый на оси ΔP и угол наклона B .
3. Из выражения (2.17) определяется гидропроводность пласта, м²·м/Па·с:

$$\varepsilon = \frac{kh}{\mu}.$$

4. По найденному значению гидропроводности определяется проницаемость пласта k , м².

Решение.

Листинг 2.6

Ведем исходные данные в системе единиц измерения СИ:

$$Q := \frac{144.8}{86400} \quad r_c := 0.108 \quad h := 12.8 \quad \mu := 0.07$$

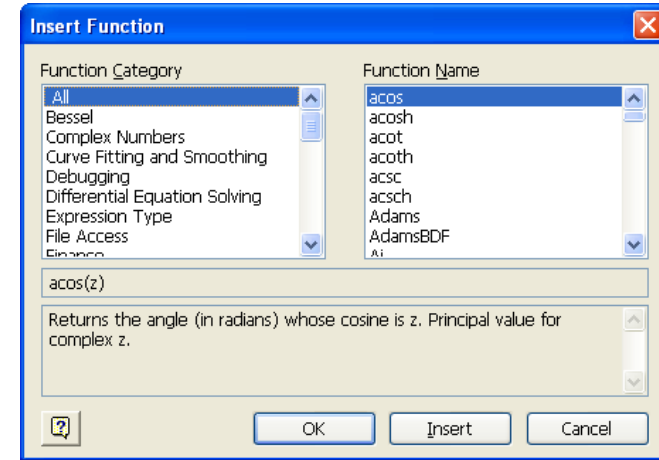


Рис. 1.4. Диалоговое окно **Insert Function**

При расчетах необходимо создавать новые функции (функции пользователя), к которым затем можно обращаться по их именам. Ввод новой функции имеет следующий вид:

Имя_функции(Аргументы):=Выражение.


В круглых скобках указываются аргументы функции: переменные, разделяемые запятыми. Выражение, которое определяет функцию, включает операции, другие функции, указанные аргументы.

Пример 1.3. Вычислить значения функции $d(x)$, при $x = -1, 3.5$:

$$d(x) = 2.3 \cdot x^2 + 5.6.$$

Решение:

1. Установите маркер ввода необходимой части рабочей области.
2. Введите имя функции d с аргументом x : $d(x)$.
3. Нажмите кнопку \equiv на панели инструментов **Calculator**.
4. С помощью клавиатуры введите выражение, определяющее функцию, $2.3 \cdot x^2 + 5.6$.
5. Нажмите клавишу **<Enter>**. Функция $d(x)$ будет создана.
6. Введите строку $d(-1)$, для вычисления функции при аргументе, равном -1 .
7. Нажмите кнопку \equiv на панели инструментов **Calculator** или соответствующую клавишу на клавиатуре. В блоке появится результат расчета функции (рис. 1.5).
8. Нажмите клавишу **<Enter>**. Рамка блока исчезнет.
9. Введите строку $d(3.5)$ для вычисления функции при аргументе, равном 3.5 .

10. Нажмите кнопку  на панели инструментов **Calculator**. В блоке появится результат расчета функции (см. рис. 1.5).
11. Нажмите клавишу **<Enter>**. Рамка блока исчезнет.

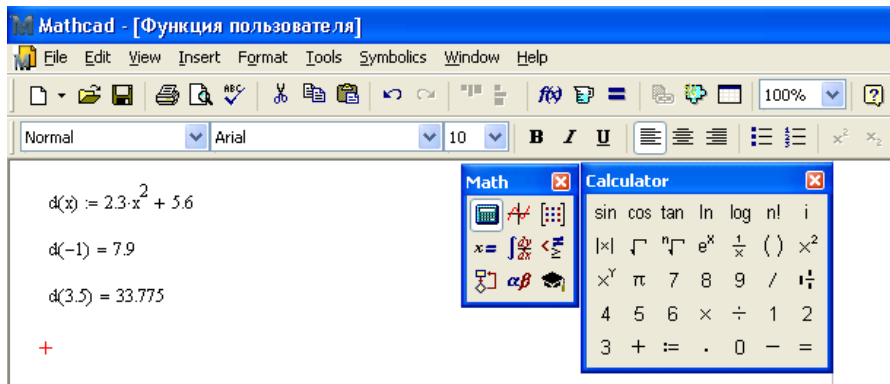


Рис. 1.5. Вычисление функции пользователя (решение примера 1.3)

Текстовые комментарии облегчают восприятие формул. Для введения комментария:

- нажмите клавишу **<<>**, чтобы начать ввод комментария. Маркер ввода примет форму линии ввода текста – вертикальной черты красного цвета, на экране появится темная рамка блока с черным квадратом внутри;
- введите строку комментария (рис. 1.6).

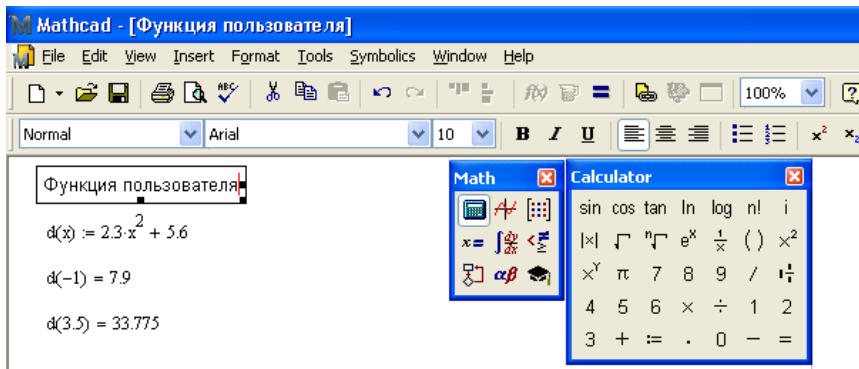


Рис. 1.6. Ввод комментария

Таблица 2.2.

Исходные данные для примера 2.6

Время, с	Давление, МПа	Время, с	Давление, МПа
0	29.48	1200	32.71
15	29.55	1500	32.77
30	29.67	1800	32.8.1
45	29.80	2100	32.83
60	29.92	2700	32.87
120	30.36	3300	32.90
180	30.77	3900	32.93
240	31.13	4500	32.95
300	31.44	5100	32.97
420	31.92	5700	32.98
540	32.23	6300	32.99
720	32.49	6900	33.01
900	32.61	7140	33.01

Необходимо определить фильтрационные параметры пласта методом касательной при следующих данных:

- дебит скважины до остановки $Q_{ног} = 144.8 \text{ м}^3/\text{сут.}$;
- радиус скважины $r_c = 0.108 \text{ м}$;
- эффективная толщина пласта $h = 12.8 \text{ м}$;
- пористость пласта $m = 0.07$;
- объемный коэффициент нефти $b = 1.23$;
- вязкость нефти в пластовых условиях $\mu_n = 1.6 \text{ мПа}\cdot\text{с}$.
- коэффициент сжимаемости нефти $\beta_n = 1 \cdot 10^{-4} \text{ МПа}^{-1}$;
- коэффициент сжимаемость породы пласта $\beta_n = 1 \cdot 10^{-5} \text{ МПа}^{-1}$.

Скважина предполагается гидродинамически совершенной.

Теоретические сведения.

Основная расчетная формула метода касательной:

$$\Delta P_i = A - B \cdot \ln(t_i), \tag{2.15}$$

где

$$\Delta P_i = P_i - P_0; \tag{2.16}$$

Окончание листинга 2.5

Теперь осталость только решить полученное уравнение. Для этого скопируем (через буфер обмена) правую часть предыдущего выражения:

$$\frac{14000000.0000}{n_1^2} - \frac{1799280.000000}{(150 - n_1)^2}$$

Установим линию ввода на переменную n_1 и решим это уравнение с помощью опции **solve** главного меню **Symbolics-Variable**:

$$\begin{pmatrix} 110.41615494716716287 \\ 233.82582421471836520 \end{pmatrix}$$

Так как уравнение квадратное, то имеется два решения. Однако второе решение мы отбрасываем, так как число скважин **233 больше** общего числа **150**. Таким образом, искомое количество скважин на первом объекте будет равно:

$$n_1 := 110$$

Тогда на втором объекте количество скважин:

$$n_2 := n - n_1 \quad n_2 = 40$$

Рассчитаем плотность сетки скважин для полученных значений n_1 и n_2 :

$$s_{c1} := \frac{s_1}{n_1} \quad s_{c1} = 4.545 \times 10^5$$

$$s_{c2} := \frac{s_2}{n_2} \quad s_{c2} = 3 \times 10^5$$

Таким образом, получается, что для извлечения максимального количества запасов необходимо второй объект (с меньшим количеством запасов) разрабатывать по более плотной сетке скважин.

2.6. Обработка кривой восстановления давления

Пример 2.6. Постановка задачи.

При гидродинамическом исследовании нефтяной скважины снята кривая восстановления давления на забое (КВД). Исходные данные для обработки КВД приведены в табл. 2.2.



Графики позволяют наглядно представить результаты расчетов. Все графики создаются с помощью математической панели инструментов **Graph** (График).



Пример 1.4. Построить график функции $d(x)$:

$$d(x) = 2.3 \cdot x^2 + 5.6.$$

Решение:

1. Установите маркер ввода необходимой части рабочей области.
2. Введите выражение функции $d(x)$ (см. пример 1.3) и нажмите клавишу **<Enter>**.
3. Вызовите математическую панель инструментов **Graph** нажатием кнопки с изображением графиков  на панели инструментов **Math**.
4. Нажмите на панели **Graph** кнопку **X-Y Plot**  для создания графика в декартовой системе координат. На экране появится шаблон для построения графика (рис. 1.7). Линия ввода установлена рядом с черным квадратом (**местозаполнитель**) в нижней части шаблона: здесь указывается имя аргумента в графике функции.
5. Введите имя переменной (аргумента) x .
6. Щелкните мышью в местозаполнитель данных по оси **Y** (черный квадратик в левой части шаблона). Введите имя функции $d(x)$.
7. Нажмите клавишу **<Enter>**. Если имена данных введены правильно, график набранной функции появится на экране (рис. 1.8). **Mathcad** сам создает график функции в пределах значений аргумента, по умолчанию принятых равными от **-10** до **10**.

Диапазон значений аргумента можно корректировать. Созданный график можно изменять и форматировать.

На одном графике может быть отложено до **16** различных зависимостей. Для построения кривых нескольких функций на одном графике требуется ввести имена функций через запятую возле оси **Y**. Чтобы на одном и том же графике отложить функции разного аргумента, следует ввести имена этих аргументов через запятую на оси **X**.

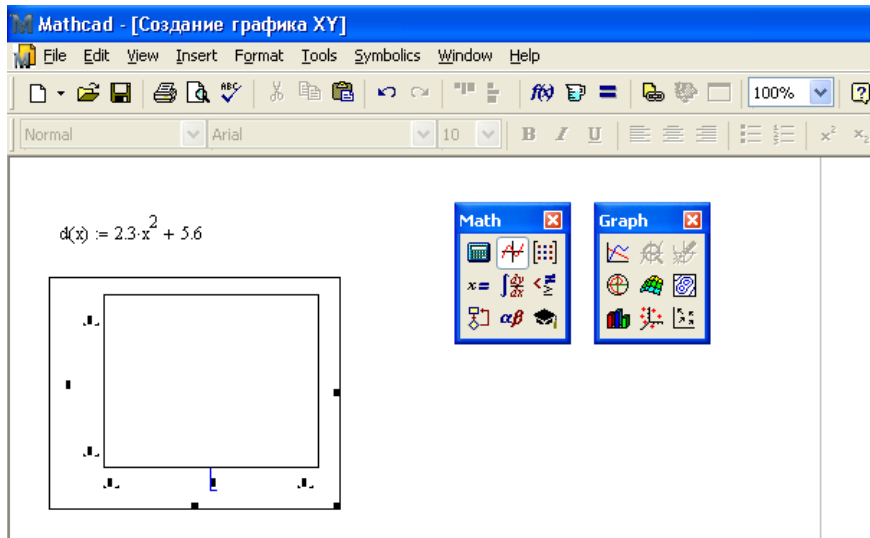


Рис. 1.7. Создание декартового графика

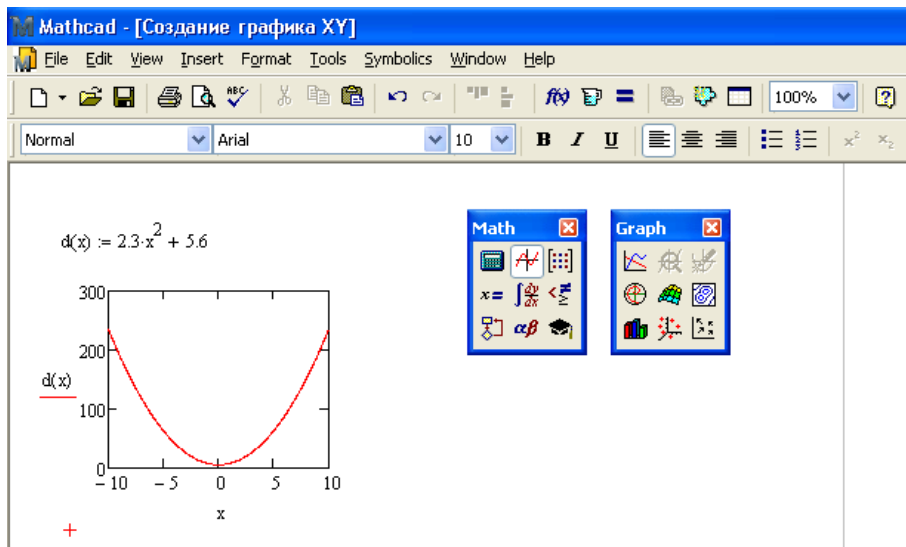


Рис. 1.8. Создание декартового графика функции (пример 1.4)

$$s_{C2} := \frac{s_2}{n - n_1}$$

Обозначим число скважин, которое следует пробурить на первый объект, через n_1 , а число скважин, бурящихся на второй объект, - n_2 . Ясно, что:

$$n_2 := n - n_1$$

Тогда выражения для η_{21} и η_{22} (с учетом числовых значений переменных) примут вид:

$$\eta_{21} := 1 - 0.005 \cdot s_{C1}$$

$$\eta_{22} := 1 - 0.00833 \cdot s_{C2}$$

$$\eta_{21} \rightarrow 1 - \frac{250000.0}{n_1}$$

$$\eta_{22} \rightarrow \frac{99960.0}{n_1 - 150} + 1$$

Извлекаемые запасы из первого и второго объектов будут равны:

$$N_1 := G_1 \cdot \eta_{11} \cdot \eta_{21}$$

$$N_2 := G_2 \cdot \eta_{12} \cdot \eta_{22}$$

$$N_1 \rightarrow 56.0 - \frac{1.4e7}{n_1}$$

$$N_2 \rightarrow \frac{1.79928e6}{n_1 - 150} + 18.0$$

Общие извлекаемые запасы:

$$N := N_1 + N_2$$

$$N \rightarrow \frac{1.79928e6}{n_1 - 150} - \frac{1.4e7}{n_1} + 74.0$$

Оптимальному количеству скважин соответствует максимум функции N . Для нахождения максимума требуется найти производную функции N :

$$\frac{d}{dn_1} (N) \rightarrow \frac{1.4e7}{n_1^2} - \frac{1.79928e6}{(n_1 - 150)^2}$$

$$\eta_{22} = 1 - 0.00833 \cdot S_{c2}, \quad (2.12)$$

где S_{c1} и S_{c2} в 10^4 м²/скваж.

Геологические запасы нефти в пластах первого объекта $G_1 = 80$ млн т, а в пластах второго объекта $G_2 = 30$ млн т. Площадь нефтеносности первого объекта $S_1 = 5000 \cdot 10^4$ м², а второго $S_2 = 1200 \cdot 10^4$ м². На оба объекта решено пробурить $n = 150$ скважин. Найти, какое число скважин следует пробурить на каждый объект разработки с тем, чтобы суммарные извлекаемые запасы для месторождения в целом получились максимальными.

Теоретические сведения.

По определению плотность сетки скважин

$$S_c = \frac{S}{n}, \quad (2.13)$$

где S – нефтеносная площадь, м²; n – количество скважин.

Извлекаемые запасы, которые могут быть извлечены из объекта, определяются по формуле

$$N = G \cdot \eta_1 \cdot \eta_2, \quad (2.14)$$

где G – геологические запасы, млн т;

η_1 – коэффициент вытеснения; η_2 – коэффициент охвата вытеснением.

Решение.

Листинг 2.5

Введем исходные данные:

$$\begin{aligned} \eta_{11} &:= 0.7 & \eta_{12} &:= 0.6 \\ G_1 &:= 80 & G_2 &:= 30 \\ S_1 &:= 5000 \cdot 10^4 & S_2 &:= 1200 \cdot 10^4 \\ n &:= 150 \end{aligned}$$

В соответствии с определением плотности сетки скважин имеем:

$$S_{c1} := \frac{S_1}{n_1}$$

1.5. Операции с массивами


Массивами называют упорядоченные последовательности чисел или элементов массива. Доступ к любому элементу массива возможен по его индексу, т. е. номеру в последовательности чисел.

В **Mathcad** выделяют два типа массивов:




- векторы (одноиндексные массивы), матрицы (двухиндексные) и тензоры (многоиндексные);
- ранжированные переменные – векторы, элементы которых определенным образом зависят от их индекса.

Пример 1.5. Создать вектор **Vektor1** (ранжированную переменную), элементы которого меняются от **1** до **5** с шагом **1**.

Решение:

1. Нажмите кнопку  на панели инструментов **Math** (Математика): на экране появится математическая панель инструментов **Matrix** (Матрицы) для работы с матрицами.



2. Установите маркер ввода необходимой части рабочей области.
3. Введите имя переменной **Vektor1** и нажмите кнопку  на панели инструментов **Calculator**. В созданном блоке появится операция присваивания.
4. Введите начальный элемент вектора **1**.
5. Нажмите кнопку **Range Variable**  на панели инструментов **Matrix**. В блоке появится значок перечисления в виде двух точек, означающий, что вводится ранжированная переменная. **Шаг 1 в Mathcad предполагается по умолчанию.**
6. Введите последний элемент вектора **5**.
7. Нажмите клавишу **<Enter>**. Ранжированной переменной **Vektor1** будет присвоен вектор **(1,2,3,4,5)**.
8. Убедитесь, что в переменной **Vektor1** хранится вектор. Для этого введите имя переменной **Vektor1** и нажмите кнопку  на панели инструментов **Calculator**. В блоке появится введенный вектор (рис. 1.9).
9. Нажмите клавишу **<Enter>**. Граница блока исчезнет.

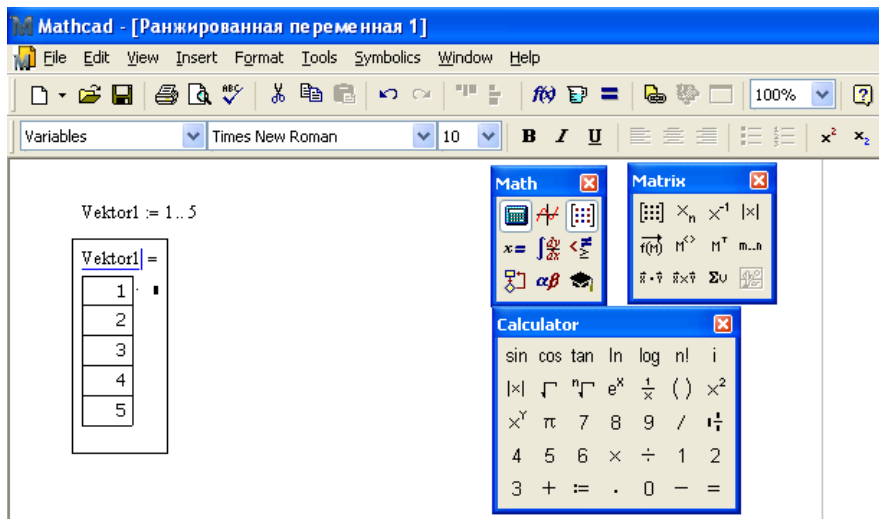
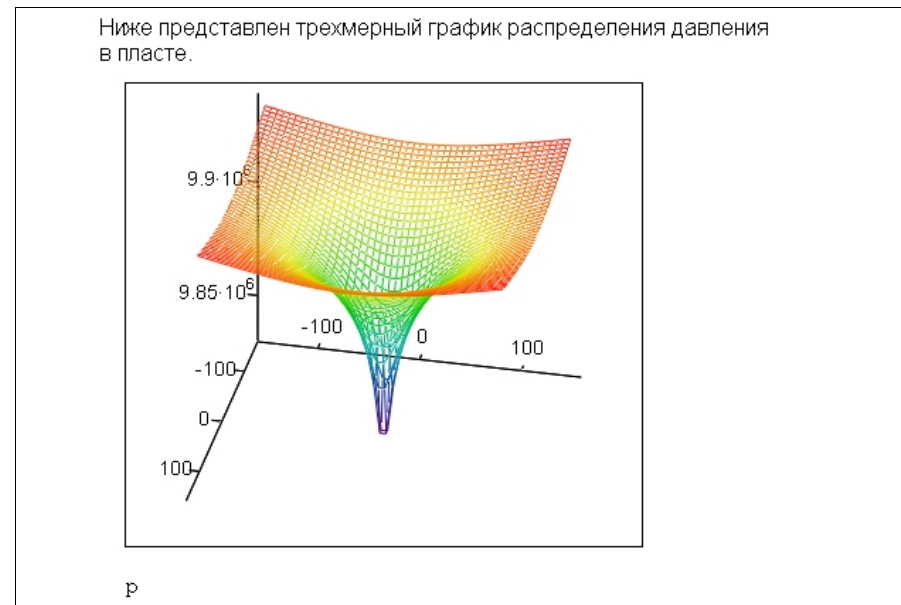


Рис. 1.9. Создание ранжированной переменной (пример 1.5)

Пример 1.6. Создать вектор *Vektor2* (ранжированную переменную), элементы которого меняются от 10 до 5 с шагом -1.

Решение:

1. Установите маркер ввода необходимой части рабочей области.
2. Введите имя переменной **Vektor2** и нажмите кнопку $\mathbf{:=}$ на панели инструментов **Calculator**. В созданном блоке появится операция присваивания.
3. Введите начальный элемент вектора **10**.
4. Введите запятую, нажав клавишу <,>. Запятая означает, что далее нужно ввести следующий элемент вектора.
5. Введите второй элемент вектора **9**.
6. Нажмите кнопку **Range Variable** $m..n$ на панели инструментов **Matrix**. В блоке появится значок перечисления в виде двух точек, означающий, что вводится ранжированная переменная.
7. Введите последний элемент вектора **5**.
8. Нажмите клавишу <Enter>. Ранжированной переменной **Vektor2** будет присвоен вектор **(10,9,8,7,6,5)** (рис. 1.10).



2.5. Определение количества скважин

Пример 2.5. Постановка задачи⁴.

При проектировании разработки нефтяного месторождения в нем было выделено два объекта разработки. Пласты характеризуются неоднородным строением и содержат много пропластков и линз. В результате лабораторного изучения процесса вытеснения нефти из пород-коллекторов определены коэффициенты вытеснения $\eta_{11} = 0.7$ и $\eta_{12} = 0.6$ соответственно для первого и второго объектов, а на основе построения зональных распространения отдельных пропластков и линз и наложения на нефтеносную часть месторождения различных схем расположения скважин получены зависимости коэффициентов охвата первого и второго объектов воздействием η_{21} и η_{22} от соответствующих параметров плотности сеток скважин S_{c1} и S_{c2} . Эти зависимости оказались линейными. Они имеют вид

$$\eta_{21} = 1 - 0.005 \cdot S_{c1}; \tag{2.11}$$

⁴ Постановка задачи взята из источника [5].

Решение.

Листинг 2.4

Введем необходимые для решения исходные данные в системе единиц измерения СИ:

$$\mu_n := 1 \cdot 10^{-3} \quad k := 0.5 \cdot 10^{-12} \quad h := 12 \quad \beta := 5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-6}$$

$$Q := \frac{86.4}{86400} \quad P_0 := 10 \cdot 10^6 \quad t := 29 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$$

Определим пьезопроводность пласта:

$$\chi := \frac{k}{\mu_n \cdot \beta} \quad \chi = 1$$

Для расчета интегральной показательной функции Ei воспользуемся разложением в ряд:

$$Ei(z) := \gamma + \ln(z) + \sum_{j=1}^M \frac{z^j}{j \cdot j!}$$

где γ - постоянная Эйлера, $\gamma := 0.577215$

M - количество слагаемых в сумме, примем равным $M = 10$

Далее определим функцию для расчета давления в точке с координатами x, y на момент времени t :

$$P(x, y) := P_0 + \frac{\mu_n \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot k \cdot h} \cdot Ei\left(\frac{x^2 + y^2}{4 \cdot \chi \cdot t}\right)$$

Построим распределение давления в пласте. Для этого воспользуемся функцией **createMesh**, которая предназначена для подготовки массива к построению трехмерного графика.

Диапазон изменения значений по осям x и y определяется величинами:

$$x_{\min} := -150 \quad x_{\max} := 150$$

$$y_{\min} := -150 \quad y_{\max} := 150$$

Параметры N_x и N_y определяют, на какое количество интервалов разбивается диапазон изменения x и y :

$$N_x := 50 \quad N_y := 50$$

$$p := \text{CreateMesh}(P, x_{\min}, x_{\max}, y_{\min}, y_{\max}, N_x, N_y)$$

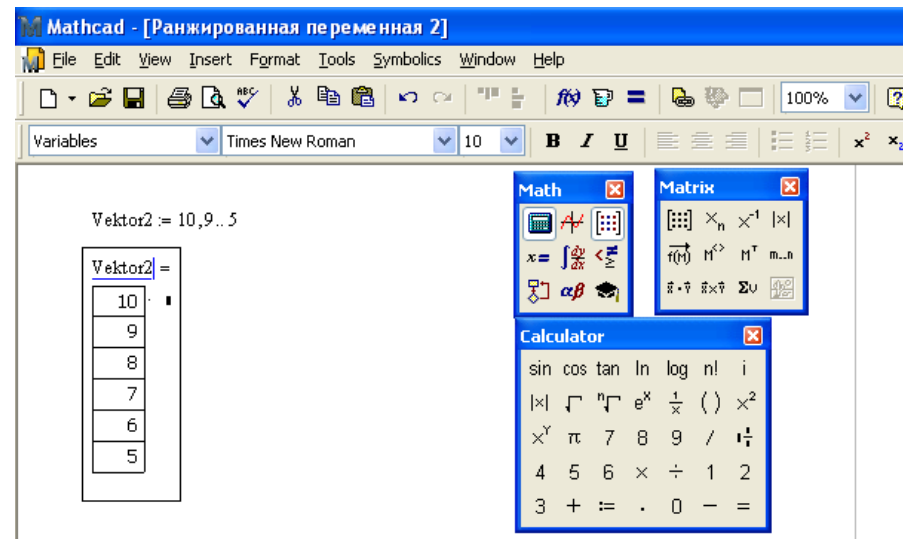


Рис. 1.10. Создание ранжированной переменной (пример 1.6)

Пример 1.7. Построить график функции $\ln(x)$, где x изменяется от **1** до **20** с шагом **0.2**.

Решение:

1. Установите маркер ввода необходимой части рабочей области.
2. Создайте ранжированную переменную x , указав диапазон и шаг ее изменения (см. пример 1.6).
3. Нажмите клавишу **<Enter>**. Ранжированной переменной x будет присвоен вектор **(1.0,1.2,1.4,...,20.0)**.
4. Вызовите математическую панель инструментов **Graph** нажатием кнопки с изображением графиков  на панели инструментов **Math**.
5. Нажмите на панели **Graph** кнопку **X-Y Plot**  для создания графика в декартовой системе координат.
6. Введите имя ранжированной переменной x в местозаполнитель данных по оси **X**.
7. Щелкните мышью в местозаполнитель данных по оси **Y** и введите функцию **$\ln(x)$** .
8. Нажмите клавишу **<Enter>**. На экране появится график набранной функции (рис. 1.11).

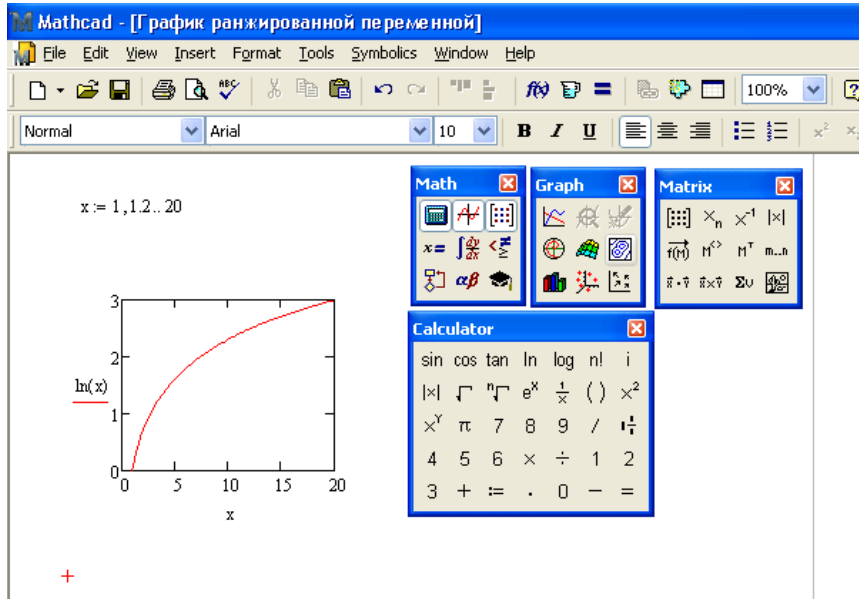



Рис. 1.11. Построение графика с использованием ранжированной переменной (пример 1.7)

Для создания вектора или матрицы с заданными элементами необходимо выполнить следующее:

- нажмите кнопку **Matrix or Vector**  на панели инструментов Matrix или выберите пункт меню **Insert**→**Matrix** (Вставка→Матрица);
- в появившемся диалоговом окне **Insert Matrix** (Вставка матрицы) (рис. 1.12) введите число столбцов и строк создаваемой матрицы. Для создания вектора достаточно ввести число **1** в поле **Columns**;

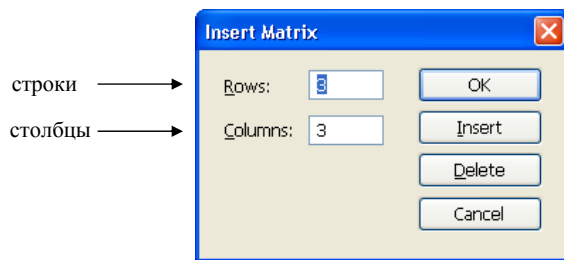


Рис. 1.12. Диалоговое окно **Insert Matrix** (Вставка матрицы)

2.4. Построение депрессионной воронки

Пример 2.4. Постановка задачи³.

В неограниченном продуктивном пласте, насыщенном за контуром нефтеносности водой, обладающей вязкостью, примерно равной вязкости нефти, пущена в эксплуатацию скважина с дебитом $Q = 86.4 \text{ м}^3/\text{сут}$. Толщина и проницаемость пласта составляют соответственно $h = 12 \text{ м}$, $k = 0.5 \text{ Д}$. Коэффициенты упругости как нефтяной, так и водоносной частей пласта одинаковы, причем $\beta = 5 \cdot 10^{-4} \text{ МПа}^{-1}$. Вязкость нефти $\mu_n = 1 \text{ МПа} \cdot \text{с}$. Начальное пластовое давление $P_0 = 10 \text{ МПа}$.

Требуется построить распределение давления в пласте в момент времени $t = 29 \text{ сут}$.

Теоретические сведения.

Изменение давления в нефтяном пласте определяется по основной формуле упругого режима [5]:

$$P_0 - P(t) = -\frac{Q \cdot \mu_n}{4 \cdot \pi \cdot k \cdot h} \cdot Ei\left(-\frac{r^2}{4 \cdot \chi \cdot t}\right), \quad (2.8)$$

- где $P(t)$ – давление в момент времени t на расстоянии r от стока;
 Q – дебит скважины в пластовых условиях, $\text{м}^3/\text{с}$;
 μ_n – вязкость нефти в пластовых условиях, $\text{Па} \cdot \text{с}$;
 k – проницаемость пласта, м^2 ; h – толщина пласта, м ;
 $Ei(z)$ – интегральная показательная функция равная

$$-Ei(-z) = \int_z^\infty \frac{e^{-z}}{z} dz; \quad (2.9)$$

χ – пьезопроводность пласта, $\text{м}^2/\text{с}$:

$$\chi = \frac{k}{\mu_n \cdot \beta}, \quad (2.10)$$

где β – коэффициент упругости пласта, МПа^{-1} .

³ Постановка задачи взята из источника [5].

Окончание листинга 2.3

Рассчитаем коэффициенты **a** и **b** для компонентов и смеси:

$$b_i := 8.67 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{T_{кр_i}}{P_{кр_i} \cdot T} \quad a_i := \sqrt{42.78 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{(T_{кр_i})^{2.5}}{P_{кр_i} \cdot T^{2.5}}}$$

$$a_{CM} := \sum_{i=0}^n (a_i \cdot x_i) \quad a_{CM} = 0.057$$

$$b_{CM} := \sum_{i=0}^n (b_i \cdot x_i) \quad b_{CM} = 0.00122$$

Введем функцию для **h(z)**:

$$h(z) := \frac{P \cdot b_{CM}}{z}$$

Перенесем в уравнении (2.2) неизвестные в правую часть и приравняем полученное выражение к нулю. Тогда для функции **f(z)** получим:

$$f(z) := \frac{1}{1 - h(z)} - \frac{a_{CM}^2}{b_{CM}} \cdot \frac{h(z)}{1 + h(z)} - z$$

Решение будем искать численно с применением функции **root**. В функции **root** реализован итерационный алгоритм, который называется методом секущих. Для применения этой функции необходимо предварительно определить первое приближение для **z**. Для реальных газов величина **z** лежит в пределах от 0.5 до 2:

$$z := 7 \cdot 10^{-1}$$

$$z_{rez} := \text{root}(f(z), z)$$

$$z_{rez} = 0.796$$

- нажмите кнопку **OK** или **Insert**. В документ будет вставлен шаблон матрицы с заданным числом столбцов и строк;
- введите значения в местозаполнители элементов матрицы. Переходить от одного элемента матрицы к другому можно с помощью указателя мыши, клавиш со стрелками, клавиши **<Tab>**.

Для доступа к элементу матрицы следует у нужной переменной указать индексы, т. е. номера строки и столбца, в которых расположен необходимый элемент. Нумерация индексов массивов начинается с нуля.

Над векторами и матрицами, как единичными объектами, и их элементами можно производить различные операции (действия).

К простым матричным операциям относятся операции:

- транспортирование – операция, переводящая матрицу размерности **m×n** в матрицу размерности **n×m**, делая столбцы исходной матрицы строками, а строки – столбцами (кнопка **m^T** на математической панели инструментов **Matrix**);

- сложения;
- вычитания;
- умножения и др.

К сложным матричным операциям относятся действия, такие как:

- вычисление определителей и обращения матриц;
- вычисление собственных векторов;
- решение систем линейных уравнений;
- различные матричные разложения.

При сложении и вычитании матриц (формулы (1.1), (1.2)) они должны иметь одинаковую размерность, иначе будет выдано сообщение об ошибке.


$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g & h \\ l & k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+g & b+h \\ c+l & d+k \end{pmatrix}; \quad (1.1)$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} g & h \\ l & k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-g & b-h \\ c-l & d-k \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Для вычисления суммы всех элементов вектора или матрицы воспользуйтесь вспомогательным оператором, задаваемым кнопкой **Vector Sum** **Σ_v** на панели инструментов **Matrix**. Демонстрация выполнения суммирования элементов матрицы приведена ниже (формула (1.3)):

$$\sum \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a+b+c+d. \quad (1.3)$$

Суммирование диагональных элементов квадратной матрицы организовано встроенной функцией **tr**. Эту сумму называют *следом матрицы*.

Умножать матрицу размерности **m×n** (**m** – количество строк, **n** – количество столбцов) допустимо только на матрицу размерности **n×p** (**p** может быть любым). В результате получается новая матрица **m×p** (**m** – количество строк, **p** – количество столбцов). Чтобы произвести умножение необходимо ввести символ умножения: с помощью клавиши **<*>** или кнопки **Dot Product** (Умножение)  на математической панели инструментов **Matrix** (формула (1.4)).

$$\begin{pmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{0,0} & b_{0,1} \\ b_{1,0} & b_{1,1} \\ b_{2,0} & b_{2,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{0,0} \cdot b_{0,0} + a_{0,1} \cdot b_{1,0} + a_{0,2} \cdot b_{2,0} & a_{0,0} \cdot b_{0,1} + a_{0,1} \cdot b_{1,1} + a_{0,2} \cdot b_{2,1} \\ a_{1,0} \cdot b_{0,0} + a_{1,1} \cdot b_{1,0} + a_{1,2} \cdot b_{2,0} & a_{1,0} \cdot b_{0,1} + a_{1,1} \cdot b_{1,1} + a_{1,2} \cdot b_{2,1} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

На рис. 1.13 приведены примеры вычисления перемножения матриц. В первом случае вычисление происходит, а во втором случае возникает ошибка (не допустимая размерности матриц при умножении).

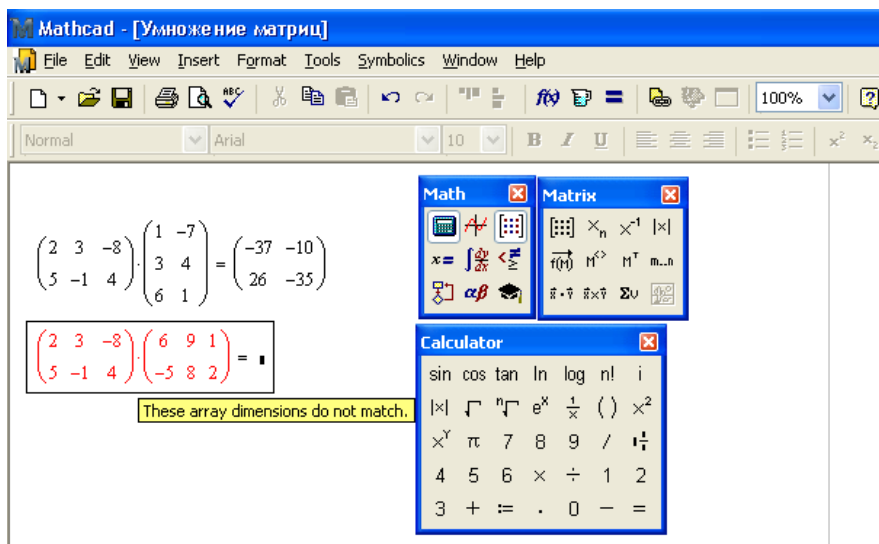


Рис. 1.13. Вычисление перемножения матриц

$$a_i = \sqrt{0.4278 \cdot \frac{T_{kpi}^{2.5}}{P_{kpi} \cdot T^{2.5}}} \quad (2.7)$$

В выражениях (2.2)–(2.5) приняты следующие обозначения:

- P_{kpi}, T_{kpi} – критические давление (кгс/см²) и температура (К) *i*-го компонента в смеси;
- P, T – давление (кгс/см²) и температура (К) смеси;
- n – количество компонентов смеси;
- x_i – молярная доля *i*-го компонента в смеси.

Решение.

Листинг 2.3

```

Определим исходные данные:

P := 150      T := 303

Мольные доли и критические значения компонентов импортируются
из файла:

Data :=
    C:\... \Example3_data.xls      Data = ( 0.92  190.55  46.95
      0.06  305.43  49.76
      0.02  369.82  43.33 )

x := Data<0>
Tkp := Data<1>
Pkp := Data<2>

Определим индекс последнего элемента вектора x:

n := last(x)

Тогда индекс компонента изменяется от 0 до n:

i := 0..n

Осуществим проверку: сумма мольных долей компонентов смеси должна
равняться единице:

∑ x = 1
    
```

2.3. Расчет коэффициента сверхсжимаемости газа

Пример 2.3. Постановка задачи².

Определить коэффициент сверхсжимаемости газа при температуре $T = 303$ К и давлении $P = 150$ кгс/см² (или $P \approx 14.71$ МПа) для газа следующего состава:

$\text{CH}_4 - 0.92$;

$\text{C}_2\text{H}_6 - 0.06$;

$\text{C}_3\text{H}_8 - 0.02$.

Теоретические сведения.

Для расчета коэффициента сверхсжимаемости можно воспользоваться уравнением [2]

$$z = \frac{1}{1-h} - \frac{a_{cm}^2}{b_{cm}} \cdot \frac{h}{1+h}, \quad (2.2)$$

где

$$h = \frac{P \cdot b_{cm}}{z}. \quad (2.3)$$

Коэффициенты a_{cm} и b_{cm} для смеси определяются по формулам

$$a_{cm} = \sum_{i=1}^n a_i x_i; \quad (2.4)$$

$$b_{cm} = \sum_{i=1}^n b_i x_i, \quad (2.5)$$

где

$$b_i = 0.0867 \cdot \frac{T_{kpi}}{P_{kpi} \cdot T}; \quad (2.6)$$

² Постановка задачи взята из источника [2].


Пример 1.8. Создайте новую матрицу X , которая вычисляется как произведение матрицы D на скалярную величину k . Обратитесь к элементам новой матрицы $X_{0,1}$ и $X_{2,3}$.

$$D = \begin{pmatrix} 0.2 & 7.0 & 5.9 & -1.3 \\ -1.3 & 2.1 & -4.7 & 0.5 \\ 9.2 & 0.8 & 2.0 & 3.4 \\ -6.3 & 6.4 & 3.1 & 0.1 \end{pmatrix}; \quad k = 0.6.$$

Решение:

1. Установите маркер ввода необходимой части рабочей области.
2. Введите имя матрицы и символ присвоения.

$$D :=$$

3. Нажмите кнопку **Matrix or Vector**  на панели инструментов **Matrix** и введите число столбцов **4** и строк **4** создаваемой матрицы.
4. Нажмите кнопку **OK** в диалоговом окне.
5. Введите значения в местозаполнители элементов матрицы.
6. Нажмите клавишу **<Enter>**. Матрица **D** будет создана.
7. Введите имя скалярной величины **k** и присвойте ей значение. Нажмите клавишу **<Enter>**.


$$k := 0.6$$

8. Введите имя создаваемой матрицы X и присвойте ей выражение:

$$X := D \cdot k$$

9. Нажмите клавишу **<Enter>**. В результате будет создана матрица X .
10. Убедитесь, что матрица X создана по правилу (1.5). Для этого введите имя матрицы X и символ **<=>** (рис. 1.14). Нажмите клавишу **<Enter>**.

$$X = \begin{pmatrix} D_{0,0} & D_{0,1} & D_{0,2} & D_{0,3} \\ D_{1,0} & D_{1,1} & D_{1,2} & D_{1,3} \\ D_{2,0} & D_{2,1} & D_{2,2} & D_{2,3} \\ D_{3,0} & D_{3,1} & D_{3,2} & D_{3,3} \end{pmatrix} \cdot k = \begin{pmatrix} D_{0,0} \cdot k & D_{0,1} \cdot k & D_{0,2} \cdot k & D_{0,3} \cdot k \\ D_{1,0} \cdot k & D_{1,1} \cdot k & D_{1,2} \cdot k & D_{1,3} \cdot k \\ D_{2,0} \cdot k & D_{2,1} \cdot k & D_{2,2} \cdot k & D_{2,3} \cdot k \\ D_{3,0} \cdot k & D_{3,1} \cdot k & D_{3,2} \cdot k & D_{3,3} \cdot k \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

11. Обратитесь к элементу матрицы $X_{0,1}$. Для этого введите имя матрицы X , нажмите кнопку **Subscript** (Нижний индекс)  на математической панели инструментов **Matrix** и через запятую укажите номер строки **0** и столбца **1** элемента матрицы.
12. Введите символ **<=>**. В создаваемой блоке появится значение элемента матрицы (см. рис. 1.14).

13. Обратитесь к элементу матрицы $X_{2,3}$.

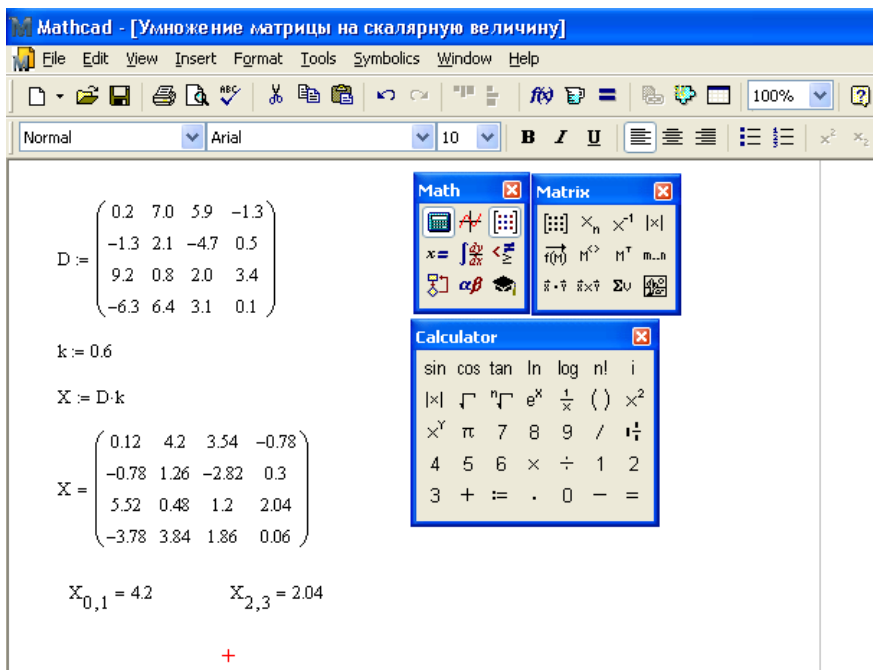


Рис. 1.14. Создание новой матрицы (пример 1.8)

Скалярное произведение векторов определяется как *скаляр*, равный сумме попарных произведений соответствующих элементов (формула (1.6)). При этом векторы должны иметь одинаковую размерность:

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \end{pmatrix} = a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_1. \quad (1.6)$$

Векторное произведение двух векторов обозначается символом \times , который вводится с помощью кнопки **Cross Product** (Векторное произведение) $\vec{a} \times \vec{b}$ на математической панели инструментов **Matrix**.

Пример вычисления векторного произведения приведен в формуле (1.7):

Окончание листинга 2.2

Таким образом, нам известны все величины, необходимые для определения безгазового дебита. Тогда по формуле (2.1) имеем:

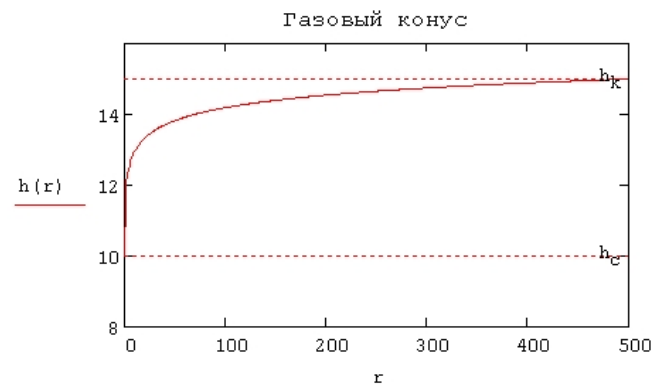
$$q := \frac{\pi \cdot k \cdot \Delta \rho \cdot (h_k^2 - h_c^2)}{\mu_H \cdot \ln\left(\frac{r_k}{r_c}\right)} \quad q = 1.842 \times 10^{-5}$$

Представим визуально схему газового конуса. Для этого из выражения для безгазового дебита найдем формулу нахождения высоты столба нефти на расстоянии r :

$$h(r) := \sqrt{h_c^2 + \frac{q}{\pi \cdot k \cdot \Delta \rho} \cdot \mu_H \cdot \ln\left(\frac{r}{r_c}\right)}$$

Определим ряд значений r :

$$r := r_c .. r_k$$



При решении рассматриваемой задачи используем приближенную методику расчета конусообразования, которая основывается на упрощенной теории фильтрации жидкости со свободной поверхностью.

Приближенно считая, что давление в каждом цилиндрическом сечении пласта определяется высотой столба нефти в данном сечении, для безгазового дебита получаем следующее выражение [5]:

$$q_n = \frac{\pi \cdot k \cdot \Delta\rho \cdot g \cdot (h_k^2 - h_c^2)}{\mu_n \cdot \ln\left(\frac{r_k}{r_c}\right)}, \quad (2.1)$$

где k – проницаемость пласта, м²;

$\Delta\rho$ – разность плотностей, кг/м³:

$$\Delta\rho = \rho_n - \rho_c;$$

g – ускорение свободного падения, м/с²;

h_k – высота столба нефти на контуре, м:

$$h_k = h_0 + h_{пл};$$

h_c – высота столба нефти на стенке скважины, м:

$$h_c = h_{пл};$$

μ_n – вязкость нефти, Па·с;

r_k – радиус контура питания, м; r_c – радиус скважины, м.

Решение.

Листинг 2.2

Определим исходные данные, приведя их к системе единиц измерения СИ:

$$k := 0.5 \cdot 10^{-12} \quad h_0 := 5 \quad h_{пл} := 10 \quad \rho_n := 800$$

$$\rho_c := 0.8 \quad \mu_n := 1 \cdot 10^{-3} \quad L_c := 500 \quad r_c := 0.1$$

Определим $\Delta\rho$ и r_k :

$$r_k := L_c$$

$$\Delta\rho := \rho_n - \rho_c$$

Очевидно, что в нашем случае высоты на контуре и скважине равны соответственно:

$$h_k := h_0 + h_{пл} \quad h_c := h_{пл}$$




$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \\ a_2 \cdot b_0 - a_0 \cdot b_2 \\ a_0 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_0 \end{pmatrix}. \quad (1.7)$$

Векторизация массива позволяет провести однотипную операцию над всеми элементами массива.

Пример 1.9. Создайте новый вектор X , умножив каждый элемент вектора Y на соответствующий элемент другого вектора Z .

$$Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решение:

1. Установите маркер ввода необходимой части рабочей области.
2. Введите имя вектора Y и символ присвоения $<:=>$.
3. Нажмите кнопку **Matrix or Vector**  на панели инструментов **Matrix** и введите число **строк** (Rows) **4** и **столбцов** (Columns) **1** создаваемого массива.
4. Нажмите кнопку **OK** или **Insert** в диалоговом окне.
5. Введите значения в местозаполнители элементов вектора. Нажмите клавишу **<Enter>**. Вектор Y будет создан.
6. Введите имя вектора Z и символ присвоения $<:=>$.
7. Нажмите кнопку **Matrix or Vector**  на панели инструментов **Matrix** и введите число **строк** (Rows) **4** и **столбцов** (Columns) **1** создаваемого массива.
8. Нажмите кнопку **OK** или **Insert** в диалоговом окне.
9. Введите значения в местозаполнители элементов вектора. Нажмите клавишу **<Enter>**. Вектор Z будет создан.
10. Введите имя создаваемого вектора X и символ присвоения.
11. Выполните операцию векторизации с помощью кнопки **Vectorize**  на математической панели инструментов **Matrix** и введите операцию умножения векторов Y и Z .
12. Введите символ $<=>$ для просмотра результата вычисления вектора X (рис. 1.15). Нажмите клавишу **<Enter>**.

Если операция векторизации не будет выполнена, то результат умножения векторов будет равен **20**.

$$X := Y \cdot Z = 20$$

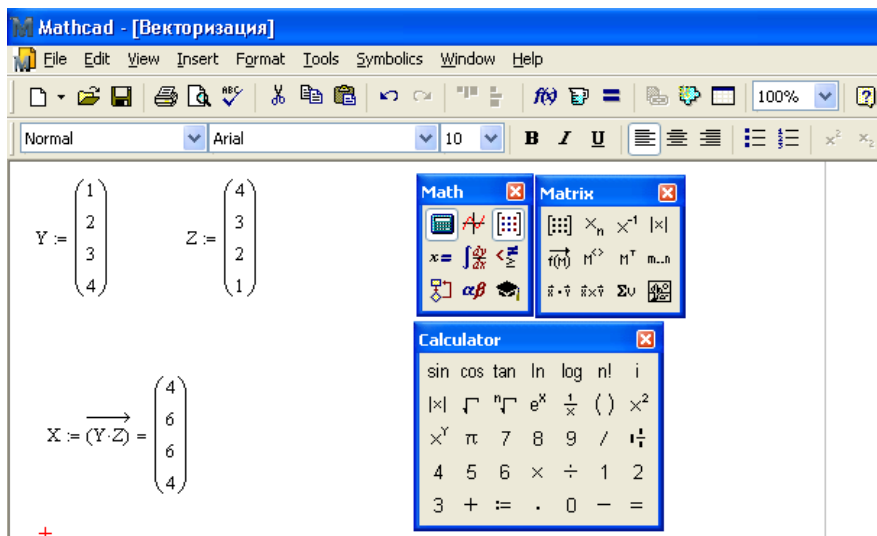


Рис. 1.15. Операция векторизации (пример 1.9)

1.6. Импорт данных

Очень часто при решении задач возникает необходимость импортировать данные из внешних приложений.

Приведенный далее пример иллюстрирует импорт данных.

Пример 1.10. В файле (рис. 1.16), созданном в приложении **Microsoft Excel**, хранятся результаты лабораторного определения состава газа. Необходимо импортировать данные в **Mathcad**.

Решение:

1. В главном меню выберите опцию **Insert**→**Data**→**File Input**. На экране появится окно, представленное на рис. 1.17.
2. В появившемся окне нажмите на кнопку **Browse (Пролистать)** и выберите необходимый файл. Нажмите кнопку **Готово**. На листе появится визуальное изображение опции импорта данных.
3. Введите в поле для ввода имя переменной и просмотрите значения (рис. 1.18).

2.2. Предельный безгазовый дебит скважины

Пример 2.2. Постановка задачи¹.

Скважина, эксплуатирующая нефтяную оторочку нефтегазовой залежи, вскрывает пласт таким образом, что верхние перфорационные отверстия находятся по вертикали на расстоянии $h_0 = 5$ м от газонефтяного контакта, а вся вскрытая скважиной толщина пласта составляет $h_{нп} = 10$ м. Проницаемость пласта $k = 0.5$ Д, вязкость нефти $\mu_n = 1$ мПа·с, плотность нефти $\rho_n = 800$ кг/м³, плотность газа в пластовых условиях $\rho_g = 0.8$ кг/м³. Расстояние между соседними добывающими скважинами $L_c = 500$ м. Радиус скважины $r_c = 0.1$ м.

Требуется определить условный предельный безгазовый дебит скважины.

Теоретические сведения.

Известно, что при эксплуатации скважин, расположенных в подгазовых частях нефтегазовых месторождений, могут образовываться «газовые конусы» (рис. 2.1).

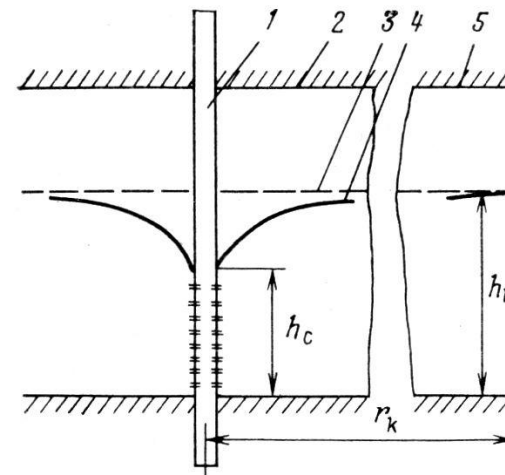


Рис. 2.1. Схема газового конуса:

- 1 – скважина; 2 – кровля пласта;
- 3 – первоначальное положение газонефтяного контакта;
- 4 – динамическое положение газонефтяного контакта;
- 5 – подошва пласта

¹ Постановка задачи взята из источника [5].

Окончание листинга 2.1

$$q_{H3} := \sum_{j = T_{23}+1}^{T_{34}} Q_{Hj} \quad q_{H4} := \sum_{j = T_{34}+1}^{\text{last}(Q_H)} Q_{Hj}$$

Здесь q_{H1} - суммарная добыча нефти за первый этап, q_{H2} - за второй и т. д.

$$q_H = \begin{pmatrix} 10335.8 \\ 12035.3 \\ 11540.6 \\ 2057.9 \end{pmatrix}$$

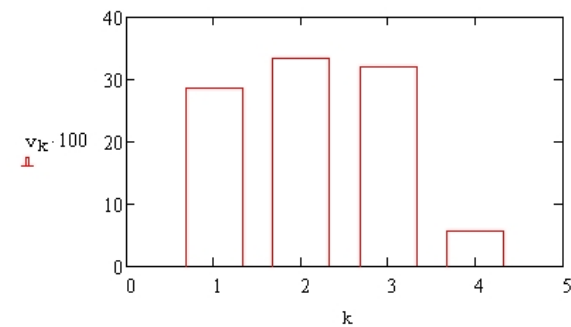
Определим долю каждого этапа в суммарной добыче нефти:

$$v := \frac{q_H}{\sum Q_H}$$

$$v = \begin{pmatrix} 0.287 \\ 0.335 \\ 0.321 \\ 0.057 \end{pmatrix} \quad \sum v = 1$$

Представим полученный результат графически, в процентах.
На диаграмме k - номер этапа.

$$k := 1..4$$



Проведенный анализ показывает, что на завершающий (самый длительный) этап разработки приходится лишь около шести процентов суммарной добычи нефти.

компонент	объемные %	массовые %	Ркрб кгс/с Ткр, К
метан	95.65	91.95	46.95 190.55
этан	0.22	0.4	49.76 305.43
пропан	0.05	0.13	43.33 369.82
изо-бутан	0.04	0.14	37.19 408.13
н-бутан	0.03	0.12	38.71 425.16
изо-пентан	0.02	0.07	34.48 460.39
н-пентан	0.01	0.06	34.35 469.65
гексаны	0.02	0.11	30.72 507.35
азот	3.47	5.82	34.65 126.26
углекислый газ	0.45	1.18	75.27 304.2
гелий	0.04	0.01	2.34 5.2

Рис. 1.16. Исходные данные (пример 1.10)

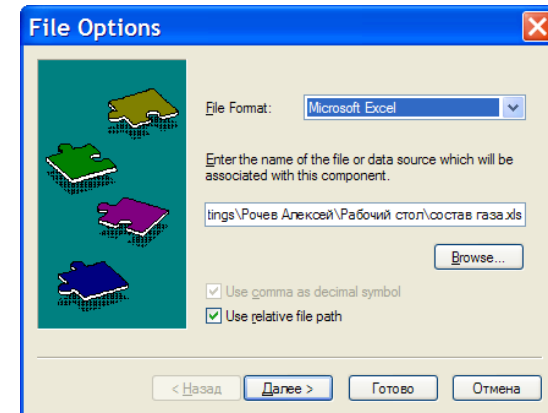


Рис. 1.17. Окно File Option (пример 1.10)

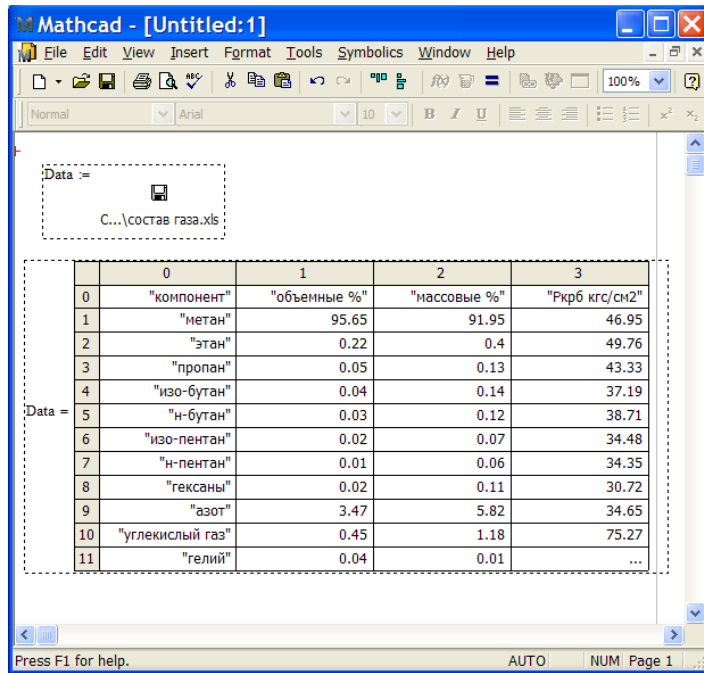
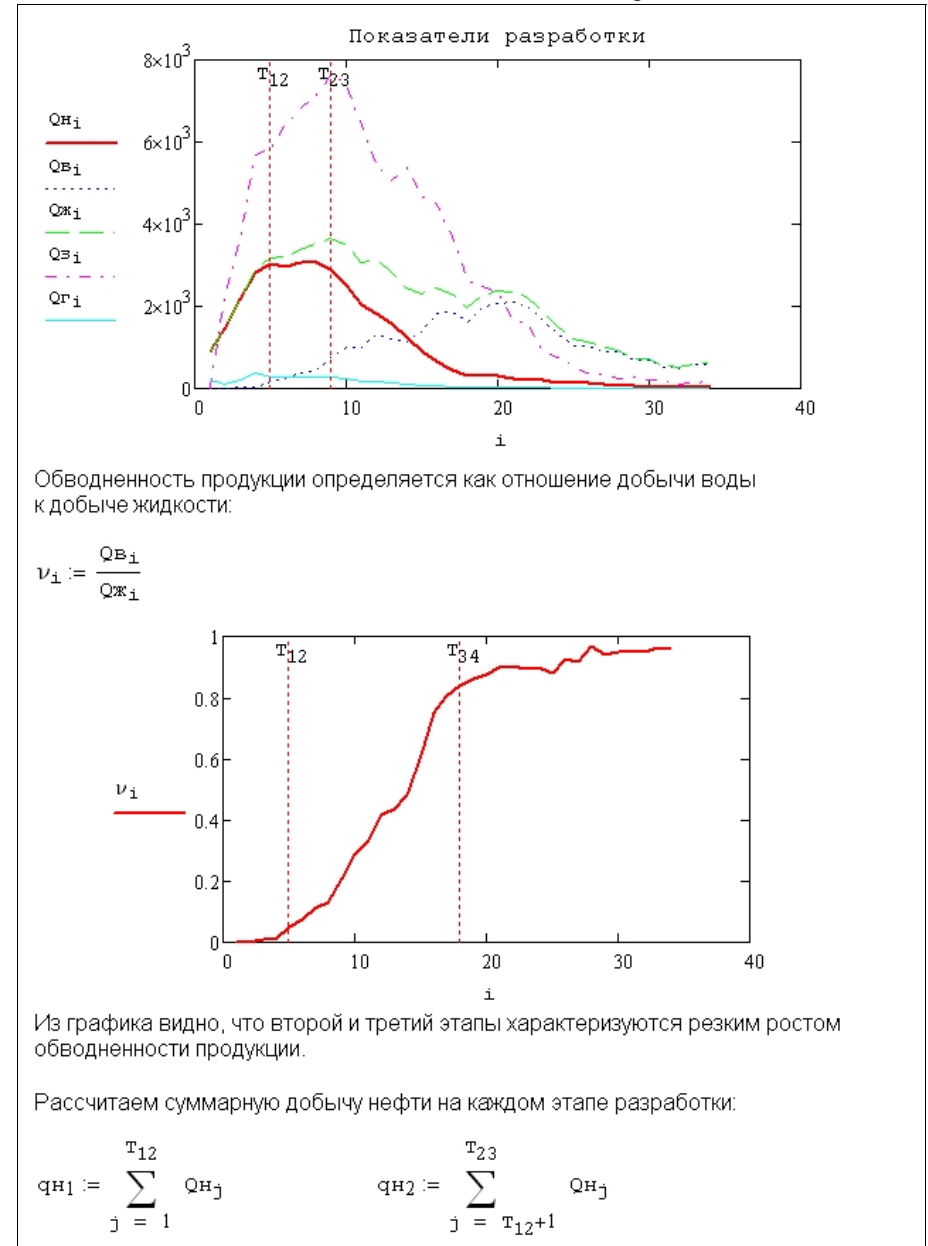


Рис. 1.18. Результат импорта данных (пример 1.10)



Продолжение листинга 2.1

Datav =		1	2	3	4	5	6
1	1	890.4	0	890.4	0	220.9	
2	2	1.438·10 ³	0	1.438·10 ³	2.191·10 ³	119.6	
3	3	2.162·10 ³	17.6	2.179·10 ³	3.631·10 ³	...	

Теперь введем номер (индекс) года:

$i := 1.. \text{last}(Q_n)$

Построим графики показателей разработки. Анализ динамики добычи нефти позволяет выделить четыре этапа разработки. Первый этап называется этап нарастающей добычи, второй этап - постоянной добычи, третий этап - падающей добычи, четвертый этап - завершающий этап разработки.

На первом этапе нарастание объемов добычи нефти обеспечивается в основном введением в разработку новых эксплуатационных скважин в условиях высоких пластовых давлений. Обычно в этот период добывается безводная нефть, а также несколько снижается пластовое давление.

Второй этап начинается после разбуривания основного фонда скважин. Затем темп разбуривания снижают, и некоторое время из залежи отбирают примерно постоянное годовое количество нефти. На этом этапе в продукции скважин проявляется вода.

Третий этап характеризуется снижением нефтедобычи, увеличением обводненности продукции скважин и большим падением пластового давления. Четвертый этап характеризуется сравнительно низкими объемами отбора нефти и большими отборами воды. Он может длиться достаточно долго:

до тех пор, пока добыча нефти будет оставаться рентабельной. В этот период широко применяются вторичные методы добычи нефти по извлечению оставшейся нефти из пласта.

Для нашего случая с первого по пятый год наблюдался устойчивый рост добычи нефти. Определим этот этап как первый.

Этап постоянной добычи продолжался вплоть до девятого года разработки, после чего начинается значительное снижение темпов добычи (начало третьего этапа). Замедление к 18 году темпов снижения свидетельствует о начале завершающего этапа разработки (четвертый этап).

Введем переменные, определяющие время перехода с одного этапа на другой:

$T_{12} := 5$ $T_{23} := 9$ $T_{34} := 18$

В этих переменных 12, 23, 34 это не индексы массивов, а подстрочные подписи, обозначающие переход одного этапа разработки к другому (например, T_{23} - время перехода со второго этапа на третий этап разработки).

Переходы между этапами можно визуальнo отобразить на графике с помощью меток (к сожалению **Mathcad** позволяет для каждой оси вставить лишь две метки, поэтому на графике отображены переходы с первого на второй и со второго на третий этап).

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НЕФТЕДОБЫЧИ С ПРИМЕНЕНИЕМ MATHCAD

2.1. Анализ показателей разработки

Пример 2.1. Постановка задачи.

Известны показатели разработки нефтяного месторождения: добыча нефти (Q_n), воды (Q_v), жидкости ($Q_{ж}$), попутного газа (Q_g) и объем закачки воды (Q_z) за каждый год разработки. Необходимо построить графики показателей разработки. На основе анализа графиков разбить весь период разработки на этапы (растущей, постоянной, падающей добычи, завершающий этап), определить какой процент суммарной добычи нефти был добыт на каждом этапе. Рассчитать обводненность продукции и построить график изменения ее.

Необходимые исходные данные приведены в табл. 2.1

Таблица 2.1

Исходные данные для примера 2.1

Номер года	Q_n , тыс. т	Q_v , тыс. т	$Q_{ж}$, тыс. т	Q_z , тыс. м ³	Q_g , млн м ³
1	2	3	4	5	6
1	890.4	0.0	890.4	0.0	220.9
2	1438.0	0.0	1438.0	2191.1	119.6
3	2161.6	17.6	2179.4	3630.5	196.5
4	2821.6	31.4	2853.1	5713.0	393.4
5	3024.1	165.7	3190.1	5823.8	277.1
6	2970.5	236.4	3219.1	6426.9	277.1
7	3083.5	374.0	3385.5	6815.0	280.0
8	3080.5	451.0	3531.5	7138.4	283.4
9	2900.8	760.2	3661.0	7608.8	265.8
10	2525.8	1008.5	3534.3	7399.9	232.4
11	2030.7	1000.8	3031.5	6410.0	184.8
12	1837.2	1301.9	3139.2	5454.3	165.7
13	1594.6	1218.2	2812.9	5068.2	145.3
14	1248.9	1154.0	2402.9	5375.4	114.7
15	897.6	1397.5	2295.1	4644.9	84.6
16	653.7	1841.8	2458.7	4503.7	59.6
17	445.6	1849.1	2294.7	3681.8	40.2
18	306.6	1610.8	1917.4	2624.5	27.3

Окончание табл. 2.1

1	2	3	4	5	6
19	314.9	1949.9	2264.8	2496.0	27.6
20	296.5	2070.2	2366.7	2343.4	25.8
21	238.7	2088.3	2329.9	1649.2	20.5
22	214.5	2016.3	2230.8	1576.4	18.8
23	198.9	1650.9	1849.8	883.6	17.4
24	153.6	1315.2	1466.5	747.7	13.4
25	148.0	1036.0	1179.8	522.9	11.4
26	139.4	1047.8	1129.2	392.1	8.4
27	87.1	907.1	987.2	360.7	5.7
28	66.3	890.4	919.1	231.0	5.2
29	57.1	676.9	718.6	262.9	3.7
30	41.4	703.3	739.4	212.4	2.7
31	27.7	521.4	549.1	190.9	2.4
32	25.5	475.7	501.2	118.8	2.3
33	23.5	577.4	601.0	143.6	2.1
34	24.7	593.7	618.4	180.9	2.2


Теоретические сведения.

Решение данного примера не представляет теоретических или вычислительных трудностей и может быть проведено без привлечения **Mathcad** (например, в **Excel**). Он приведен для закрепления навыков работы с матрицами, построения графиков, импорта данных.

Решение. Решение примера 2.1 и последующих примеров учебного пособия представлено в виде листинга расчета в программе **Mathcad**.

Листинг 2.1

Предположим, что исходные данные хранятся во внешнем файле, например, формата **Excel**. Для анализа необходимо импортировать данные из **Excel**.

```
Data :=

C:\...\Example1_data.xls
```

Переменная **Data** представляет собой двумерную матрицу, которая содержит импортированные значения.

Продолжение листинга 2.1

```
Data =
```

	0	1	2	3	4	5
0	"Год"	"Qн,тыс.т"	"Qв,тыс.т"	"Qж,тыс.т"	"Qз,тыс.м3"	"Qг,млн.м3"
1	1	890.4	0	890.4	0	220.9
2	2	1.438·10 ³	0	1.438·10 ³	2.191·10 ³	119.6
3	3	2.162·10 ³	17.6	2.179·10 ³	3.631·10 ³	...

Нулевая строка содержит подписи значений, и нам она не нужна для расчета, т. к. не содержит числовых данных. Отбросим ее. Для этого воспользуемся функцией **submatrix**, которая позволяет выделить часть матрицы.

```
Datav := submatrix(Data, 1, rows(Data) - 1, 0, cols(Data) - 1)
```

Напомним, что функции **rows** и **cols** возвращают соответственно количество строк и столбцов матрицы.

Теперь наша матрица исходных данных не содержит подписей данных.

```
Datav =
```

	0	1	2	3	4	5
0		890.4	0	890.4	0	220.9
1	1	1.438·10 ³	0	1.438·10 ³	2.191·10 ³	119.6
2	2	2.162·10 ³	17.6	2.179·10 ³	3.631·10 ³	196.5
3	3	2.822·10 ³	31.4	2.853·10 ³	5.713·10 ³	...

Введем переменные для каждого из показателей разработки. Для этого каждой переменной требуется присвоить соответствующий столбец матрицы **Datav** (например, первый столбец соответствует добыче нефти).

```
добыча нефти      добыча воды      добыча жидкости
Qн := Datav<1>    Qв := Datav<2>    Qж := Datav<3>
```

```
закачка воды      добыча газа
Qз := Datav<4>    Qг := Datav<5>
```

Для построения графиков нам понадобится год разработки (номер года). По умолчанию нумерация строк и столбцов производится с нуля (см. предыдущую таблицу). В данном случае будет более удобным вести нумерацию с единицы, чтобы нумерация строк совпадала с нумерацией года разработки.

Для изменения начального индекса массивов используется переменная **ORIGIN** (по умолчанию ее значение равно нулю). Присвоив переменной **ORIGIN** новое значение, можно изменить начальный индекс массивов.

```
ORIGIN := 1
```

Теперь начальным индексом всех массивов будет значение **1**.