

Г. И. КАРАТАЕВ, Б. П. ВАТЛИН, Т. Л. ЗАХАРОВА

**МЕТОДИКА
КОМПЛЕКСНОЙ
ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ
ИНТЕРПРЕТАЦИИ
ГРАВИТАЦИОННЫХ
И МАГНИТНЫХ
АНОМАЛИЙ**

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА» · СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ТРУДЫ ИНСТИТУТА ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

Выпуск 19

Г. И. КАРАТАЕВ, Б. П. ВАТЛИН, Т. Л. ЗАХАРОВА

МЕТОДИКА КОМПЛЕКСНОЙ
ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ
ИНТЕРПРЕТАЦИИ
ГРАВИТАЦИОННЫХ
И МАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ

Ответственный редактор
член-корреспондент АН СССР *Э. Э. Фотиади*

В работе излагаются теория и методика комплексной геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий на основе корреляционной схемы геологической интерпретации и соотношения Пуассона. Даны обобщенные алгоритмы, позволяющие вести совместную обработку геологической и гравимагнитной информации на ЭВМ. Приведен широкий круг геологических примеров из области региональной тектоники, структурной геологии и тектоники рудных полей.

Монография предназначена для геологов и геофизиков, занимающихся вопросами комплексной интерпретации геолого-геофизических данных.

К $\frac{0295-1470}{042(02)-73}$ 478-72



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»,
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ, 1973.

При комплексной геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий, как известно, давно применяются принципы, разработанные в свое время А. Д. Архангельским, В. В. Федынским и Э. Э. Фотиади.

Основанные на этих принципах методы интерпретации носили в основном качественный характер. Количественные решения с использованием оригинальных вычислительных схем для решения прямой и обратной задач теории потенциала, для трансформаций аномальных полей создавались лишь для некоторых частных случаев. С появлением ЭВМ возникли возможности решения сложных задач интерпретации геофизических данных регионального характера.

Лаборатория гравиметрии и магнитометрии Института геологии и геофизики СО АН СССР уже много лет занимается вопросами применения ЭВМ для целей интерпретации гравитационных и магнитных данных. Первые работы («Временное руководство по математической обработке гравитационных и магнитных наблюдений на электронной цифровой машине М-20», «Применение электронных цифровых машин при решении некоторых задач геофизики») были посвящены переводу существовавших методов интерпретации на ЭВМ. В последующие годы в лаборатории созданы новые методы для решения обобщенного цикла задач интерпретации («Корреляционная схема геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий», «Моделирование процесса геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий на ЭВМ»).

Рассматривая схему геологической интерпретации аномальных полей, сформулированную в работах Э. Э. Фотиади, можно заключить, что, во-первых, эта схема наиболее полно описывает процесс анализа совместно геологических и геофизических данных в областях, где заданы и те и другие элементы, а также процесс прогноза геологических элементов по данным геофизики в тех районах, где геологические элементы непосредственно изучены быть не могут (по крайней мере в данный момент); во-вторых, она может быть описана количественно, математически, что в свою очередь позволяет исследовать взаимосвязь одно-

временно большого числа геолого-геофизических параметров, устанавливать количественно степень геологической информативности данных гравиметрии и магнитометрии, так сказать, степень геологической эффективности этих методов разведки, четко указывать границы применимости полученных результатов, автоматизировать процесс анализа данных и прогноз геологических элементов. В этой связи разработана количественная модель геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий, методика непосредственного преобразования аномальных полей в геологические элементы.

В настоящей работе описаны методы корреляционной геологической интерпретации аномалий гравитационного и магнитного полей. Эта методика оказалась весьма динамичной относительно разнообразия форм представления геолого-геофизической информации — одновременно совместно может математически анализироваться как числовая, так и описательная разнородная информация. Диапазон применения различных математических методов решения частных задач, в том числе существующих методов интерпретации полей, в рамках этой методики неограничен. Это значит, что корреляционная модель интерпретации не является конкретным методом интерпретации в обычном понимании. Она организационно увязывает различные методы интерпретации, в том числе и ряд предлагаемых нами конкретных способов преобразования геофизической информации в геологическую, делает их менее консервативными в смысле комплексности интерпретации, понижает степень неоднозначности решения обратных задач геофизики в конкретных геологических условиях.

Работа над корреляционной схемой интерпретации показала, что статистический подход к интерпретации геолого-геофизических данных, обладая многими достоинствами (возможность совместного анализа разнородной по представительности, точности и характеру задания информации; выявление качественных и количественных закономерностей и т. п.), все же не обеспечивает полноту описания исходной информации за счет усреднения, в результате чего многие тонкие эффекты теряются. Этого можно избежать, если объединить статистический и детерминированный подходы к интерпретации, чтобы, с одной стороны, при помощи статистических методов решать задачи в первом, более сглаженном приближении, а при помощи детерминированных — давать второе, более детальное приближение. С другой стороны, в качестве исходного материала для применения статистических методов можно использовать результаты детерминированного анализа наблюдаемых полей, т. е. при интерпретации применять такую последовательность действий: исходные данные — детерминированные методы — статистические методы — детерминированные методы — результат. Примером подобной последовательности действий при решении задач региональной геофизики может послужить следующая:

1. Районирование полей методом совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий на основе соотношения Пуассона.

2. Построение границ раздела в земной коре статистическими методами — в каждой уже выделенной ранее зоне при помощи своего оператора прогноза.

3. Уточнение границ детерминированными методами (например, методами аналитического продолжения, подбора и т. д.), базой для применения которых являются результаты статистических методов.

В настоящей монографии наряду с новыми теоретическими разработками по корреляционной схеме геологической интерпретации аномалий и по методу совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий на основе соотношения Пуассона приводятся новые обобщающие алгоритмы для решения задач комплексного анализа данных гра-

виметрии, магнитометрии и геологии на ЭВМ, а также решения ряда наиболее характерных геологических задач на основе методических разработок авторов.

Первая часть работы написана: Г. И. Каратаевым — глава I, в главе II — § 2.1, 2.2, 2.3 и 2.4; Т. Л. Захаровой — § 2.5 и 2.6. Часть вторая — Т. Л. Захаровой и Г. И. Каратаевым с участием Н. А. Колмогоровой и Б. Н. Шечкова (§ 3.3), Ю. М. Гусева и А. В. Черного (§ 4.1) и Б. Д. Микова (§ 4.2). Б. П. Ватлин подготовил к печати третью часть монографии.

В подготовке рукописи к печати, подборе конкретных геологических примеров авторам большую помощь оказали Б. Е. Большаков, Н. Е. Гайдуков, С. И. Кесельман, А. П. Федянин, Н. Н. Черная, В. А. Чибриков, М. Л. Шемякин и др. Всем им авторы выражают искреннюю признательность.

Авторы благодарны рецензентам Б. Д. Микову и Г. Ф. Кузнецову за конкретные предложения по улучшению рукописи, а также В. Н. Стрехову за ряд конструктивных критических замечаний.

Наконец, авторы особенно признательны М. М. Лаврентьеву и Э. Э. Фотиади за постоянную творческую поддержку при разработке вопросов, излагаемых в монографии.

*1968—1970 гг.
Новосибирск*

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ СХЕМА
ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ
ГРАВИТАЦИОННЫХ
И МАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ

ГЛАВА I

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ
МЕЖДУ ЭЛЕМЕНТАМИ ЗЕМНОЙ КОРЫ
И АНОМАЛИЯМИ ГРАВИТАЦИОННОГО
И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ

§ 1.1

Схема качественной интерпретации

Вопросы геологической значимости гравитационных и магнитных аномалий, возможности использования данных гравиметрии для решения задач геотектоники, вопросы комплексирования геофизических методов исследования земной коры впервые (в 1924 г.) были поставлены и изучены академиком А. Д. Архангельским [18—20]. До его работ данные гравиметрии и магнитометрии использовались главным образом для изучения особенностей геологического строения на весьма локализованном участке, чаще всего в связи с непосредственными поисками и разведкой месторождений полезных ископаемых, и совершенно не изучались общие закономерности между аномальными полями и геологическим строением земной коры. Это обусловило и соответствующую методику интерпретации — метод подбора [209, стр. 434].

А. Д. Архангельский и В. В. Федьинский в результате анализа совместно данных гравиметрии, магнитометрии и геологии на большой территории Восточной Европы установили геологическую природу региональных гравитационных и магнитных аномалий, отметив при этом, что «гравитационное поле имеет свой особый характер для каждого геотектонического региона» [236, стр. 199], «сила тяжести может меняться в зависимости от изменений глубины залегания складчатого фундамента и мощности покрывающих его пород, увеличиваясь обычно на выступах фундамента и уменьшаясь во впадинах» [19, стр. 273]. Сила тяжести меняется в зависимости... от смены в нем (фундаменте — Г. К.) более тяжелых пород более легкими» [19, стр. 273]. «Срезание магнитных аномалий одного простираения другими, имеющими иное простираение, служит указанием на более молодой возраст формации, с которой связаны срезающие магнитные аномалии» [236, стр. 286].

Авторы наметили основные пути качественной геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий: «Для геологических целей было бы, конечно, несравненно важнее выяснить характер и распространение... гораздо более многочисленных слабых аномалий и установить их связь со структурой складчатого фундамента...; если бы оказалось, что такая связь существует, мы получили бы возможность строить более или менее вероятные предположения о тектонике этого фун-

дамента в его целом» [19, стр. 234]. «Исходя из проделанного анализа, мы можем смело утверждать, что аномалии силы тяжести связаны со структурой поверхностных частей земной коры, и изучение их при тщательном выяснении существующих здесь связей может быть использовано для уяснения этой структуры» [18, стр. 11].

Особенно четко качественная схема геологической интерпретации аномальных полей была сформулирована Э. Э. Фотиади, занимавшимся сравнительным изучением аномалий силы тяжести и магнитных аномалий и геологическим строением Русской платформы и установившим влияние на гравитационное поле различных фациально-литологических комплексов. Так, он пишет: «В общем плане... региональных геофизических исследований главное значение подобных работ мы видим в возможности непосредственного сопоставления полученных результатов с данными геологического картирования обнаженных складчатых комплексов; в первую очередь предполагается сопоставление геологической карты этих районов с картами гравитационных и магнитных аномалий. Очевидно, что в результате подобных сопоставлений последуют определенные указания для расшифровки аналогичных геофизических данных в районах, где складчатый фундамент залегает на значительной глубине под покровом рыхлых осадочных отложений» [237, стр. 220—221].

В сущности, А. Д. Архангельский, В. В. Федынский и Э. Э. Фотиади разработали качественную схему использования данных гравиметрии и магнитометрии для решения задач региональной и прикладной геотектоники; они создали схему, порядок, организацию процесса анализа совместно геологических и геофизических данных и схему прогноза по гравитационным и магнитным аномалиям геологических элементов земной коры. Из их работ следует: если в какой-либо не изученной в тектоническом отношении области по гравитационным и магнитным аномалиям необходимо указать возможный характер проявления того или иного геологического элемента (например, необходимо установить возраст консолидации участка фундамента, закрытого осадочным чехлом), то прежде всего в подобном по структурно-геологическому развитию, хорошо геологически изученном регионе устанавливается характер связи аномалий с интересующим исследователя геологическим элементом (понятием). Затем — теперь уже по известному характеру связи в исследуемом районе по аномальным полям — прогнозируется искомым геологический элемент, к примеру, указывается возраст консолидации фундамента.

Такое направление качественной геологической интерпретации аномальных полей впервые было намечено именно советскими исследователями. По этому поводу А. Д. Архангельский в своем выступлении на июньской сессии, посвященной проблемам Урало-Кузнецкого комбината в 1932 г., сказал: «...из геологов, занимающихся специально этими вопросами в общей форме в СССР, я могу назвать, к величайшему сожалению, только одного себя..., и в Западной Европе и в Америке, вместе взятых, также не найдется и десятка лиц...», но «...они исходят из совершенно неправильных теоретических предпосылок, почему их работы нельзя использовать для практических целей» [18, стр. 2].

В настоящее время все геологи так или иначе при интерпретации аномалий руководствуются общей схемой Архангельского — Федынского — Фотиади, их основными критериями интерпретации, приведенными выше. Эта схема сейчас стала настолько очевидной, что ее авторы чаще всего не упоминаются, она вошла во все учебные пособия по гравиразведке и магниторазведке [88, 158, 209 и др.].

А. Д. Архангельский, В. В. Федынский и Э. Э. Фотиади, работая над сравнительной характеристикой гравитационных и магнитных аномалий и геологии, т. е. над схемой непосредственного преобразования

аномалий в геологические элементы (понятия), обратили внимание на то обстоятельство, что заданная геофизическая информация для описания геологических элементов может быть (и должна) существенно генерализована. Так, при изучении тектоники докембрийского фундамента Восточно-Европейской платформы, по данным магнитометрии, А. Д. Архангельский пользовался в основном одним признаком аномального поля — простираемостью осей аномалий [19]. Э. Э. Фотиади вводит и оперирует такими понятиями, как «изомерная аномалия», «линейная аномалия», «мозаичные аномалии», «слабоаномальные поля» [237]. Кроме того, вводится соотношение знаков гравитационной и магнитной аномалий, соответствующих друг другу по площади. Широко используется такой признак, как знак аномалии, интенсивность [237].

Такое направление генерализации геофизической информации, награвление формализации аномального поля в дальнейшем так или иначе развивалось многими специалистами по геологической интерпретации аномалий, в особенности в связи с решением задач тектонического районирования. Однако классификации аномалий в подавляющем большинстве случаев либо не выходят за пределы классификации Э. Э. Фотиади (может быть, лишь с добавлением других классов типа «линейность поля», «степень пестроты поля»), либо носят частный характер, привязанный к конкретно исследуемому геологическому региону и имеющий только для него значения [1, 2, 6, 8, 23, 44, 52, 60, 69, 97, 98, 101, 102, 104, 118, 119, 143, 145, 153, 160, 180, 186, 188, 222, 235, 253, 260, 261, 264]. Количественное описание морфологии аномального поля, строгая формализация его практически никем не разрабатывались.

Несколько лучше обстоит дело, когда геологический элемент согласно целевой установке задачи должен выражаться числом, например, когда решается задача построения по аномалиям какой-либо полого залегающей геологической границы, точнее говоря, «при перенесении отметок глубин до поверхности фундамента от пунктов, в которых они известны по каким-либо данным (бурение, сейсморазведка или электроразведка), в некоторые другие, близко к ним расположенные, где подобные глубины неизвестны» [237, стр. 30]. В этом случае связь между наблюдаемыми гравитационными аномалиями и глубинами залегания исследуемой поверхности описывается корреляционными методами. Первыми в этом направлении работами были исследования Б. В. Нумерова вариометрических съемок на льду Шуваловского озера [169]. В последующем степень корреляции наблюдаемых значений аномалий с глубинами до какой-либо границы выяснялась многими исследователями [51, 147, 169, 211]. Эти построения в основном носили частный характер, они были приурочены к конкретному геологическому району, каких-либо обобщений не выполнялось, и потому такие исследования не имели существенного методического значения.

Направление количественной корреляции наблюдаемых аномалий силы тяжести с геологическими элементами активно развивалось в связи с изучением мощности земной коры. Первые графики корреляций наблюдаемых гравитационных аномалий и мощности земной коры были построены Р. М. Деменицкой в 1957 г. [93—95]. Она отмечала, «что универсальный подход к интерпретации аномалий Буге путем выбора одного стандарта для материков, океанов и переходных областей противоречит разнообразию природных условий земного шара. Наоборот, доказано, что строение земной коры этих областей совершенно различно и поэтому вряд ли допустимо подходить к интерпретации аномалий силы тяжести с одной и той же меркой на материках и океанах» [95, стр. 39].

В последующем подобные построения выполнялись многими геофизиками и геологами [45, 9, 33, 66, 89, 90, 124, 137, 194, 224]. Из анализа гра-

фигов корреляционной зависимости установлено, что форма связи аномалий силы тяжести и мощности земной коры существенно различна для разнородных по структурно-геологическому развитию областей. Так, поле корреляций Р. М. Деменицкой [95, стр. 41] свидетельствует о том, что связь в складчатых (геосинклинальных) областях, платформенных областях с включением щитов и шельфов, океанических плитах различна (углы наклона прямых регрессий разные). Из графика, приведенного в работе [90], видно, что связь в Карибском море отлична от связи в Атлантическом океане и желобе Пуэрто-Рико и т. п. [45]. Кроме того, рядом исследователей отмечается хорошая корреляция одновременно между мощностью земной коры, гравитационными аномалиями и рельефом земной поверхности [45, 90, 95 и др.].

Таким образом, А. Д. Архангельским, В. В. Федынским и Э. Э. Фотиади разработана качественная теория геологической интерпретации, организующая порядок анализа совместно геологических и геофизических данных в областях, где заданы и те и другие элементы, и указывающая правило прогнозирования тех или иных геологических элементов по данным гравиметрии и магнитометрии. Геологические элементы могут быть двух типов: 1) определенными некоторыми количественно неизмеряемыми элементарными понятиями, «названиями», — например, понятие «вещественный состав», оно принимает значение — кислые породы, средние, основные, ультраосновные (или что-либо другое); 2) определенными количественно измеряемыми величинами, например, глубинами залегания какой-либо поверхности. В первом случае с целью удобства анализа гравитационные и магнитные аномальные поля классифицируются по характеру морфологии и в таком формализованном виде используются для описания формы их связи с геологическими элементами. Во втором случае связь геологических и геофизических элементов описывается уравнениями регрессии, строящимися по корреляционным полям (графикам). Иначе говоря, в зависимости от типа задания геологического элемента в соответствии с целевой установкой решения конкретной геологической задачи, вид оператора, способ его построения будет различен.

Как собственно схема процесса геологической интерпретации аномалий, так и методы построения ее операторов до сих пор не рассматривались с позиций их общего количественного описания, хотя необходимость математического описания качественного хода интерпретации очевидна: именно количественный анализ позволяет находить количественные взаимосвязи между изучаемыми геолого-геофизическими элементами, тем самым направляя ход дальнейших исследований; с другой стороны, появление электронных вычислительных машин определило задачу автоматизации процесса вообще и процесса геологической интерпретации аномальных полей в частности; решение этой задачи на ЭВМ состоит в количественном моделировании процесса.

Количественная теория гравиразведки и магниторазведки разрабатывалась главным образом в направлении создания частных способов решения обратной задачи теории потенциала, оригинальных вычислительных схем. Однако вопросы количественного моделирования процесса геологической интерпретации не затрагивались, более того, качественная схема геологической интерпретации Архангельского — Федынского — Фотиади, став привычной обязательной схемой анализа и прогноза, вообще не обсуждалась ни с качественных, ни с количественных позиций.

Целью настоящей работы и явилось количественное описание существующей качественной схемы геологической интерпретации аномалий гравитационного и магнитного полей, теоретический анализ ее возможностей в решении геологических задач и опробование этой

модели на следующих примерах: при построении глубинных геолого-сейсмических границ; при тектоническом районировании как в части оценки степени разновозрастности фундамента платформенных территорий, так и в части классификации земной коры по всей истории ее развития; при поисках локальных поднятий в осадочном чехле; при изучении особенностей строения поверхности фундамента плит; при оценке возраста интрузивных образований; при поисках железорудных месторождений и решении ряда других задач геологии и геофизики.

Работая над качественной схемой Архангельского — Федынского — Фотиади, анализируя опыт совместного анализа карт гравитационных и магнитных аномалий и различных геологических карт и схем глубинного строения земной коры по данным сейсморазведки, бурения и глубинного сейсмического зондирования, опыт применения при интерпретации аномалий метода аналогий, опыт проверки результатов количественной и качественной интерпретации гравитационных и магнитных аномалий, мы пришли к заключению, что эта схема базируется в основном на следующих закономерностях:

1. Морфология гравитационных и магнитных аномалий одинакова (в статистическом смысле) для участков земной коры, характеризующихся однотипным структурно-геологическим развитием, и различна для участков земной коры, существенно различающихся по геологическому строению.

Учитывая, что между степенью возмущающего влияния геолого-геофизических факторов и особенностями структурно-геологического развития того или иного района существуют причинные связи, производится обычно районирование гравитационных и магнитных аномальных полей по характеру форм амплитуд и взаимного расположения аномалий, а зоны однородных, в некотором смысле, полей отождествляются с участками земной коры того или иного структурно-геологического развития (тектоническое районирование, например). Свидетельством существования такой закономерности могут быть работы А. Д. Архангельского, Ю. Н. Година, И. В. Дербилова, П. А. Кукина, В. Д. Наливкина, Н. Н. Ростовцева, В. В. Федынского, Э. Э. Фотиади и других специалистов качественной геологической интерпретации аномалий.

2. Геологические элементы, такие как состав пород, их мощность, форма залегания, корреляционно связаны с наблюдаемыми значениями гравитационных и магнитных аномалий. Подтверждением существования такой связи является сходимость в статистическом смысле результатов количественной интерпретации аномалий с данными бурения, сейсморазведки и глубинного сейсмического зондирования (Б. А. Андреев, Б. К. Балавадзе, Г. А. Гамбурцев, Р. М. Деменицкая, А. А. Логачев, И. М. Пудовкин, Т. Н. Симоненко, Э. Э. Фотиади и др.).

3. Форма корреляционной связи аномалий с элементами земной коры в районах с идентичным структурно-геологическим развитием, при прочих равных условиях, одинакова, но может быть разной для районов, отличных по своему геологическому строению и развитию. Например, коэффициенты корреляционных уравнений прямых, описывающих связь между аномалиями Буге и мощностью земной коры, для океанических областей одни, а для континентальных — другие, последние могут быть подразделены еще на ряд областей (А. А. Борисов, Р. М. Деменицкая, В. А. Цареградский, В. В. Федынский и др.). Эта закономерность требует предварительного расчленения земной коры на такие участки, в пределах каждого из которых форму связи геологических и геофизических величин в той или иной геолого-гравитационно-магнитной ситуации можно было бы считать единой. Нетрудно

видеть, что подразделение земной коры на такие участки можно осуществлять на основании первой закономерности.

Схематизируя и формализуя эти наиболее существенные черты выявленных А. Д. Архангельским, В. В. Федынским и Э. Э. Фотиади закономерностей и представляя их в форме математических предложений, мы разработали предлагаемую ниже теорию геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий.

Но прежде чем переходить непосредственно к описанию модели, рассмотрим вопросы представления исходных данных в виде, удобном для использования.

§ 1.2.

Описание элементов земной коры и морфологии аномалий гравитационного и магнитного полей с помощью статистических методов

1°. Пусть задана некоторая схема геологической классификации T_1, T_2, \dots, T_k , например, схема классификации интрузий на кислые T_1 , средние T_2 , основные T_3 и ультраосновные T_4 .

Геологические образования, относимые, в соответствии с этой классификацией, к одному и тому же классу, обозначим через $T_{j1}, T_{j2}, \dots, T_{jn}$ ($j=1, 2, \dots, k$ — номер класса). Например, $T_{j1}, T_{j2}, \dots, T_{jn}$ есть конкретные кислые интрузии. Участки земной поверхности, соответствующие классифицируемым геологическим образованиям, обозначим через R_{jv} , $j=1, 2, \dots, k$, $v=1, 2, \dots, n$. И пусть на каждом из R_{jv} определена гравитационная (или магнитная) аномалия $\lambda_{jv}(r)$, $r \in R_{jv}$, при этом λ_{j1} соответствует геологическому образованию T_{j1} , $\lambda_{j2} \sim T_{j2}, \dots, \lambda_{jn} \sim T_{jn}$.

Геологические образования $T_{j1}, T_{j2}, \dots, T_{jn}$, согласно принципам классификации и вследствие некоторых локальных особенностей строения и развития земной коры в каждой области $R_{j1}, R_{j2}, \dots, R_{jn}$, в той или иной степени будут отличаться друг от друга. В силу же корреляционной связанности с ними гравитационных (и магнитных) аномалий, последние, т. е. $\lambda_{j1}, \lambda_{j2}, \dots, \lambda_{jn}$, также будут несколько различаться, поэтому и форма связи между геологическими и геофизическими элементами в разных областях $R_{j1}, R_{j2}, \dots, R_{jn}$, относимых к одному классу, может быть различной. Такие различия носят случайный характер. Таким образом, для геологических образований, относимых к одному и тому же классу, будем иметь некоторую совокупность одноименных элементов $(\lambda_{j1}, \lambda_{j2}, \dots, \lambda_{jn})$, различающихся между собой случайным образом. В теории случайных функций такую совокупность конечного или бесконечного числа детерминированных функций $\lambda_{j1}, \lambda_{j2}, \dots, \lambda_{jn}$ при условии, что она связана единичными вероятностными соотношениями, называют случайной функцией (или случайным полем), будем обозначать ее через λ_j^c , каждую из отдельных функций этого множества называют реализацией случайной функции, т. е. $\lambda_{j1}, \lambda_{j2}, \dots, \lambda_{jn}$ есть неслучайные функции реализации случайной функции λ_j^c [7, 48, 59, 62, 87, 100, 138, 148, 149, 150, 164, 170, 181, 187, 195, 245].

Случайные функции характеризуются в основном их математическим ожиданием $\bar{\lambda}_j(r) = M[\lambda_j^c(r)]$ — средним по реализации при каждом значении аргумента r — и корреляционной (автокорреляционной) функцией $k_{\lambda_j}(r, r') = M[\{\lambda_j^c(r) - \bar{\lambda}_j(r)\} \{\lambda_j^c(r') - \bar{\lambda}_j(r')\}]$ — корреляционным моментом при каждой паре значений аргумента (r, r') по всем реализациям. Связь между двумя случайными функциями λ_ϕ^c и λ_ψ^c ха-

рактически при задании нескольких реализаций $\lambda_{j1}, \lambda_{j2}, \dots, \lambda_{jn}$ случайной функции λ_j^c ее математическое ожидание приближенно может быть найдено по формуле

$$\tilde{\lambda}_j(r) = \frac{1}{n} \sum_{\nu=1}^n \lambda_{j\nu}(r), \quad (1.2.1)$$

а корреляционная функция — по формуле

$$k_j(r, r') = \frac{1}{n-1} \sum_{\nu} [\lambda_{j\nu}(r) - \tilde{\lambda}_j(r)] [\lambda_{j\nu}(r') - \tilde{\lambda}_j(r')]. \quad (1.2.2)$$

С целью выяснения применимости таких статистических характеристик для описания гравитационных и магнитных аномалий были выполнены соответствующие расчеты математических ожиданий и корреляционных функций: 1. Гравитационных и магнитных аномалий, соответствующих различным типам земной коры; 2. Гравитационных и магнитных аномалий, соответствующих различным тектоническим зонам обрамления Западно-Сибирской плиты (для каждого типа земной коры и для каждой тектонической зоны брались по несколько реализаций до двух тысяч километров) и т. д. Рассчитывались двумерные, одномерные и корреляционные функции. Опыт показал, что характеристики случайных функций вполне могут быть использованы для описания гравитационных и магнитных аномалий, поскольку математические ожидания и корреляционные функции аномалий для разноименных типов земной коры и тектонических зон различны, а для одноименных одинаковы.

2°. В ряде геолого-гравитационно-магнитных ситуаций (например, при изучении вещественного состава возмущающих масс) в качестве аномалии рассматривается аномальное поле, обусловленное отдельно взятым возмущающим телом и заданное на области, ограниченной замкнутым контуром изоаномалы, значение которой составляет часть экстремального значения данного поля (например, четверть).

Такие аномалии можно представить в виде некоторого набора $N_{j\nu}$ количественных признаков $n_{j\nu\xi}$, $\xi=1, 2, \dots, x$, достаточно полно, но в сжатой форме характеризующих представляемую ими аномалию. Опыт показал практически достаточным следующий набор признаков:

1) n_1 — амплитуда аномалии; 2) n_2 — максимальный горизонтальный градиент; 3) n_3 — степень асимметрии аномалии — отношение расстояний от экстремальной точки (вкост простирания аномалии) до изолинии, соответствующей четверти амплитуды аномалий, взятых слева и справа от экстремальной точки; 4) n_4 — эксцесс («узость») аномалии — отношение амплитуды к абсциссе точки перегиба; 5) n_5 — степень извилистости изолинии, соответствующей четверти амплитуды аномалии, — отношение фактической длины этой изолинии к сглаженной эллипсом длине той же изолинии, умноженное на число пересечений фактической и эллиптической изолиний; 6) n_6 — степень линейности аномалий — отношение ширины аномалии к ее длине по изолинии, соответствующей четверти амплитуды аномалии; 7) n_7 — степень изрезанности области максимума — отношение площади локальных аномалий, расположенных в пределах контура изолинии, соответствующей трем четвертям амплитуды аномалии, к площади, околнуренной этой изолинией, умноженное на количество локальных аномалий.

Вместо реализации $\lambda_{jv}(r)$ будем в этом случае иметь набор признаков $N_{jv} = (n_{jv1}, n_{jv2}, \dots, n_{jvx})$, $N_{jv} \sim \lambda_{jv}(r)$, $r \in R_{jv}$, $v = 1, 2, \dots, m$. Соответственно вместо случайной функции λ_j^c можно рассматривать случайный набор признаков $N_j^c = (n_{jv\xi}^c, \xi = 1, 2, \dots, x)$, т. е. совокупность значений одноименных количественных признаков $n_{j1\xi}, n_{j2\xi}, \dots, n_{jm\xi}$, связанных одним законом распределения, есть не что иное, как случайная величина — $n_{j\xi}^c$. Следовательно, в конечном счете гравитационные и магнитные аномалии могут быть описаны матрицей математических ожиданий случайных величин $n_{j\xi}^c$, матрицей их центральных моментов различного порядка и матрицей смешанных (корреляционных) моментов

$$K_{n_{j\varphi} n_{j\psi}} = M[(n_{j\varphi}^c - \bar{n}_{j\varphi})(n_{j\psi}^c - \bar{n}_{j\psi})].$$

Формула для приближенного вычисления математических ожиданий имеет вид:

$$\bar{n}_{j\xi} = \frac{1}{m} \sum_{v=1}^m n_{jv\xi}, \quad (1.2.3)$$

для дисперсии —

$$D_{j\xi} = \frac{1}{m-1} \sum_{v=1}^m (n_{jv\xi} - \bar{n}_{j\xi})^2, \quad (1.2.4)$$

и для корреляционных моментов —

$$K_{n_{j\varphi} n_{j\psi}} = \frac{1}{m-1} \sum_{v=1}^m (n_{jv\varphi} - \bar{n}_{j\varphi})(n_{jv\psi} - \bar{n}_{j\psi}). \quad (1.2.5)$$

3°. Особенности строения рельефа гравитационных и магнитных аномалий можно описать следующим образом.

Пусть на некоторых областях $R_{j1}, R_{j2}, \dots, R_{jn}$ определены аномальные поля соответственно $\lambda_{j1}, \lambda_{j2}, \dots, \lambda_{jn}$, которые будем рассматривать как реализацию некоторой случайной функции $\lambda_j^c(r), r \in R_j$. Представим каждую функцию $\lambda_{jv}(r)$, $v = 1, 2, \dots, m$, на области $R_{jv} \ni r$ в виде матрицы значений аномалий $\lambda_{jv}(r_\sigma)$, $r_\sigma \in R_{jv}$, $\sigma = 1, 2, \dots, s_v$, и каждую из них будем рассматривать как вариант (конкретное значение) некоторой случайной величины $\lambda_{jv}^c(r_v)$, $r_v \in R_{jv}$ (r_v — координата центра области R_{jv}), а матрицу — как статистическую совокупность конкретных значений этой случайной величины. Вычисляя средние значения и центральные моменты различного порядка, получим числовые характеристики случайной величины $\lambda_{jv}^c(r_v)$, описывающие некоторые формы рельефа функции $\lambda_{jv}(r)$, $r \in R_{jv}$. Однако такие характеристики не в полной мере выражают наиболее существенные особенности «внутренней» структуры аномального поля $\lambda_{jv}(r)$, $r \in R_{jv}$, поэтому, кроме предыдущего, будем считать, что каждый столбец и каждая строка матрицы есть совокупность вариантов некоторых случайных величин $\lambda_1^c, \lambda_2^c, \dots, \lambda_p^c$; $\lambda_1^c, \lambda_2^c, \dots, \lambda_q^c$ (p и q — соответственно число столбцов и строк в матрице $p \times q$). Тогда для области R_{jv} можно вычислить матрицу ковариаций (корреляционных моментов связи) для этой системы случайных величин.

4°. При решении многих задач тектонического районирования, как мы видели в § 1.1, нередко полезно качественно формализовать аномальные поля и структурные элементы земной коры [237. и др.].

В этом случае признаками в векторе будут некоторые «названия».

а. Гравитационные аномалии:

n_1 — минимум: n_{11} — отрицательное поле с положительными аномалиями в центральной части (Прикаспийский минимум), n_{12} — расплывчатый минимум средней интенсивности, n_{13} — ярко выраженный интенсивный минимум.

n_2 — «узел» — совокупность положительных аномалий, имеющих тенденцию к огибанию некоторого единого центра: n_{21} — узел слабо интенсивных расплывчатых аномалий, n_{22} — узел сильно интенсивных, ярко выраженных аномалий, n_{23} — узел средних по интенсивности, расплывчатых по форме аномалий.

n_3 — «система» линейных аномалий — система чередующихся положительных и отрицательных вытянутых относительно узких аномалий: n_{31} — ярко выраженные аномалии типа уральских, n_{32} — система расплывчатых по интенсивности аномалий типа среднеазиатских.

n_4 — «максимум»: n_{41} — «монокристаллический» максимум с широкой сильно изрезанной центральной областью, n_{42} — слабо положительное аномальное поле, n_{43} — сильно интенсивное положительное поле типа Охотского.

б. Магнитные аномалии:

n_5 — «минимум»: n_{51} — ярко выраженное отрицательное поле, окаймленное слабыми положительными аномалиями, n_{52} — слабое по интенсивности отрицательное поле, n_{53} — относительно спокойное, близкое к нормальному поле с мелкими редкими слабыми положительными аномалиями.

n_6 — «узел» — система положительных аномалий, имеющих тенденцию к огибанию некоторого единого центра: n_{61} — слабые по интенсивности аномалии, n_{62} — средние по интенсивности аномалии, n_{63} — сильно интенсивные аномалии.

n_7 — «система линейных аномалий» — система чередующихся положительных и отрицательных относительно вытянутых аномалий: n_{71} — ярко выраженные линейные, сильно интенсивные аномалии типа уральских, n_{72} — средние по интенсивности линейные аномалии, n_{73} — слабые, расплывчатые по форме аномалии типа среднеазиатских полосовых аномалий.

n_8 — «максимум» — «монокристаллический» максимум с широкой сильно изрезанной центральной областью.

n_9 — «система разноориентированных максимумов», не образующих «узла»: n_{91} — средние по интенсивности изомерные максимумы, n_{92} — слабые расплывчатые с изгибами максимумы, n_{93} — система средне интенсивных мелких максимумов типа Илийской зоны (Средняя Азия), n_{94} — сильно интенсивные расплывчатые «монокристаллические» максимумы.

в. Структурные элементы земной коры:

n_{10} — «глубина залегания» — M ; M_0 — средняя глубина залегания поверхности Мохоровичича около 37—40 км; M_1 — менее M_0 ; M_{+1} — более M_0 .

n_{11} — «форма» — относительное поднятие (+) по поверхности Мохоровичича, относительное опускание (—) по поверхности Мохоровичича.

n_{12} — мощность базальтового слоя — v ; v_0 — средняя мощность слоя примерно в 15—16 км; v_{-1} — меньше v_0 ; v_{+1} — больше v_0 .

n_{13} — мощность гранитного слоя g ; g_0 — средняя мощность слоя, равная примерно 15—16 км; g_{-1} — меньше g_0 ; g_{+1} — больше g_0 .

5°. Таким образом, каждую функцию $\lambda_{jv}(r)$ на области R_{jv} можно представить в виде упорядоченного набора некоторых вероятностных числовых характеристик (среднее значение, центральные моменты раз-

личного порядка, ковариации), отнеся их к центральной точке r_v области R_{jv} .

Обозначим такую совокупность числовых (или качественных) характеристик через $N_{jv}(r_v) = (n_{jv1}, n_{jv2}, \dots, n_{jvi})_{R_{jv}}$, которая описывает основные формы рельефа функции $\lambda_{jv}(r)$, т. е. $\lambda_{jv} \sim N_{jv}$. Соответственно для случайной функции λ_j^c можно получить случайный набор N_j^c признаков $n_{j\tau}^c$, $\tau = 1, 2, \dots, t$, реализациями которых являются значения $n_{jv\tau}$. Вычисляя для каждого $n_{j\tau}^c$ числовые характеристики, окончательно для λ_j^c получим следующий набор признаков: $N_j[\lambda_j^c, r_v] = (n_{j\xi}^c)_{R_{jv}}$, $\xi = 1, 2, \dots, x$, x — количество числовых характеристик для каждой случайной величины $n_{j\tau}^c$, $\tau = 1, 2, \dots, t$. Совокупность таких и рассмотренных ранее характеристик, в сжатой форме описывающих основные черты аномальных полей, можно рассматривать как многомерный вектор количественных признаков $N(\lambda, r_v)$ по области R_{jv} , а сами характеристики n_1, n_2, \dots, n_x — как составляющие векторы в x -мерном пространстве: $N(\lambda, r_v) = \{n_1(r_v), n_2(r_v), \dots, n_x(r_v)\}_{R_{jv}}$, причем во многих задачах количественные признаки по области R_{jv} будем относить к центру r_v этой области.

В области R_{jv} выделим множество точек $\{r_1, r_2, \dots, r_k\}$ и для каждой из них по некоторой области R_0 , являющейся частью области R_{jv} , построим вектор признаков $N(\lambda_{jv}, r_\varphi)$, $\varphi = 1, 2, \dots, k$. Если точки r_1, r_2, \dots, r_k выбирать на столь близком расстоянии друг от друга, что огибающую величин $n_{j\xi}$, $\xi = 1, 2, \dots, x$, можно считать непрерывной функцией, то для любой реализации λ_{jv} вектор признаков будет выражаться совокупностью вещественных функций, т. е. $N(\lambda_{jv}, r) = \{n_{j\xi}(r)\}_{R_0}$, $\xi = 1, 2, \dots, x$.

Таким образом, любую реализацию $\lambda_{jv}(r)$ описанным выше способом можно перевести на R_{jv} в некоторую функцию $N(\lambda_j, v, r)_{R_0}$.

Заметим, что вектор признаков можно построить одновременно для нескольких функций. Например,

$$N(\lambda_j, r) = \{n_{j\xi}(r)\}, \quad i = 1, 2, \dots, h; \quad \xi = 1, 2, \dots, x_i.$$

В последующем, если это не оговаривается, под $N = (n_1, n_2, \dots, n_x)$ будем подразумевать некоторую неслучайную совокупность функций $n_\xi(r)$, т. е. $N(\lambda, r) = \{n_\xi(r)\}_{R_0}$, $\xi = 1, 2, \dots, x$ (или $N(\lambda_i, r) = \{n_{i\xi}(r)\}_{R_0}$, $i = 1, 2, \dots, h$), полученную описанным выше преобразованием случайной λ^c или конкретной λ функции (или функций).

Будем считать, что два вектора признаков N_φ и N_ψ каких-либо функций λ_φ и λ_ψ равны, если выполнены следующие неравенства:

$$\|n_{\varphi\xi}(r) - n_{\psi\xi}(r)\| \leq \Delta\xi, \quad (1.2.6)$$

где $\Delta\xi$ есть некоторые числа, определяемые из условия совпадения линейных операторов A_φ и A_ψ (§ 2.1).

§ 1.3

Операторы количественного и качественного заданий геолого-геофизических элементов

1°. При сопоставлении карты гравитационных аномалий с картой магнитных аномалий обнаруживается, как известно, неплохое соответствие форм, простираений и взаимного расположения отдельных аномалий. На основании такой закономерности решаются задачи оценки вещественного состава, возраста консолидации отдельных блоков фундамента, поиска локальных структур в осадочном чехле и т. п. [19, 23, 69, 97, 101, 180, 186, 237 и 241]. Опыт геологического истолкования

такой качественной связи аномалий свидетельствует о том, что многие геолого-геофизические факторы, обуславливающие как гравитационные, так и магнитные аномалии, существенно пересекаются между собой — магнитные аномалии связываются в основном с вещественным составом фундамента, гравитационные — как с ним, так и с рядом других геолого-геофизических факторов.

Другой пример. Из сравнений в одних и тех же точках земной поверхности значений наблюдаемых аномалий силы тяжести в редукции Буге со значениями мощности земной коры замечено, что для одного и того же значения аномалии существует целый статистический ряд значений мощности земной коры, причем ряды распределения последних с изменением значений аномалий также меняются (закономерно) [9, 33, 45, 66, 89, 90, 124, 137, 224 и др.]. Это обстоятельство объясняется по крайней мере тем, что возмущающее влияние колебаний рельефа подошвы земной коры является лишь одним из геолого-геофизических факторов, создающих наблюдаемые гравитационные аномалии.

В теории корреляции о случайных величинах (функциях), для которых множества факторов воздействия пересекаются, т. е. кроме общих факторов имеются еще и специфические для каждого из сравниваемых случайных величин факторы, говорят, что между ними существует корреляционная связь [7, 48, 59, 62, 87, 100, 138, 148, 149, 150, 164, 170, 181, 187, 195, 245 и др.]. В описанных примерах можно говорить, что (1) гравитационные и магнитные аномалии, (2) аномалии силы тяжести и мощности земной коры взаимно коррелируют. В отличие от функциональных связей, когда одной величине соответствует вполне определенное значение другой, при корреляционных связях, в силу наличия неучитываемых специфических факторов, каждому значению одной величины соответствует ряд распределения функций, причем с закономерным изменением первой величины эти ряды также закономерно изменяют свое положение.

2°. Если геологические элементы задаются в **количественном** виде, то в качестве показателя формы связи между коррелированными случайными величинами рассматривают уравнение регрессии одной случайной величины по другой, представляющее собой условное математическое ожидание случайной величины λ_0^c при конкретном значении другой случайной величины $\lambda_{nv}^c = \lambda_{nv}$, $v = 1, 2, \dots, m$, т. е.

$$\bar{\lambda}_0 = M[\lambda_0^c / \lambda_{nv}^c]; \quad \bar{\lambda}_0 = M[\lambda_0^c] \text{ при } \lambda_{nv} = \text{const.}$$

Такое уравнение привлекает тем, что по измеренным значениям случайной величины λ_{nv}^c можно при помощи уравнения регрессии судить, с определенной наперед заданной надежностью, о возможных значениях некоторой случайной величины λ_0^c , коррелируемой с λ_{nv}^c . В этой связи функция $M[\lambda_0^c / \lambda_{nv}^c]$ аппроксимируется функцией $\eta \approx \lambda_0$, аналитическое выражение которой задается априори, например, по полю корреляции (по графику зависимости случайных величин); такое уравнение иногда называют корреляционным. Например, корреляционная связь между аномалиями силы тяжести и мощностью земной коры описывается уравнением прямой, уравнением гиперболического тангенса, синусоидой, полиномом некоторой степени и т. п.

Априорная аппроксимация корреляционной зависимости некоторым полиномиальным или неполономиальным уравнением $\eta \approx M[\lambda_0^c / \lambda_{nv}^c]$ с последующим определением числовых параметров аппроксимирующей функции под условием близости, в некотором смысле, эмпирических данных с их приближением позволяет по заданным конкретным зна-

чениям одной случайной величины $\lambda_n^c(\lambda_{n1}, \lambda_{n2}, \dots, \lambda_{nm})$ с определенной надежностью предсказывать (прогнозировать) некоторую величину, близкую к вероятному значению $\bar{\lambda}_0 = M[\lambda_0^c/\lambda_{nv}]$, и пределы ее возможного колебания (доверительные границы). Это дает основание широко использовать корреляционные уравнения при геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий.

Рядом исследователей по результатам анализа корреляционных связей геологических элементов земной коры и аномалий гравитационных и магнитных полей отмечено, что такие связи могут быть, в зависимости от геолого-гравитационно-магнитной ситуации, описаны разными по форме уравнениями [53, 95, 105, 156, 169, 237 и др.].

Все они, как показано ранее [121], могут быть представлены в более общем виде так:

$$\eta(r) = \alpha_{00} + \sum_{i=1}^h \int_{R_{0i}} q_i(r-r') f_i[\lambda_{ni}(r')] dr' \approx \alpha_{00} + \sum_{i=1}^h \sum_{\mu=0}^{m_i} a_{i\mu} \times \overline{f_i[\lambda_{ni}(r + \Delta r_{i\mu})]}, \quad (1.3.1)$$

где $q(r-r')$ — ядро преобразования; $\alpha_{i\mu}$ — некоторые числовые параметры, от которых зависит оператор; $r \in R$, $r' \in R_0$, R — область определения функции η ; R_0 — область определения функции α_{ni} ; $\Delta r_{i\mu}$ — параметр интегрирующей палетки R_0 . В случае решения трехмерных задач $r = (x, y, z)$ или $r = (x, y)$; $r' = (\xi, \eta, \zeta)$ или $r' = (\xi, \eta)$, $\Delta r = (x-\xi, y-\eta)$ или $\Delta r_\mu = (x-\xi_\mu, y-\eta_\mu)$; в случае двумерной задачи $r = (x, z)$, $r' = (\xi, \zeta)$ или $r = (x)$, $r' = (\xi)$, $\Delta r = (x-\xi)$. Если применяется изотропный оператор, то $\Delta r = (x-\xi, y-\eta) | \Delta^2 = \text{const}$, $\Delta^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2$, при этом $\overline{f[\lambda_{ni}(r + \Delta r_{i\mu})]}$ есть среднее значение функции $f\{\lambda_{ni}[r + (\Delta r_{i\mu}, \varphi)]\}$ на отрезке $[0, 2\pi] \ni \varphi$.

Учитывая, что в ряде геолого-гравитационно-магнитных ситуаций элементы $\lambda_{n1}, \lambda_{n2}, \dots, \lambda_{nh}$ могут быть коррелированными, уравнение (1.3.1) запишем в виде:

$$\eta(r) = \alpha_{00} + \sum_{i=1}^h \sum_{\mu=0}^{m_i} \alpha_{i\mu} \overline{f_i[\lambda_{ni}(r + \Delta r_{i\mu})]} + \sum_{j=1}^h \sum_{\nu=0}^{m_j} \sum_{i=1}^h \sum_{\mu=0}^{m_i} \beta_{j\nu i\mu} f_j[\lambda_{nj}(r + \Delta r_{j\nu})] f_i[\lambda_{ni}(r + \Delta r_{i\mu})]. \quad (1.3.2)$$

Вообще говоря, предлагаемый оператор может быть и неизотропным. Пусть

$$\bar{f}_i(r_\nu + \Delta r_{i\mu}) = \sum_{j=1}^k \beta_{ij} f_i(r_\nu + \Delta r_{i\mu j}),$$

тогда, в частности, вместо (1.3.1) можно записать:

$$\eta(r) = \alpha_{00} + \sum_{i=1}^h \int_{R_{0i}} dr' \int_{R_{0i}} q'_i(r-r', \varphi) f_i[\lambda_{ni}(r', \varphi)] d\varphi \approx \approx \alpha_{00} + \sum_{i=1}^h \sum_{\mu=0}^{m_i} \sum_{j=1}^{k_\mu} \alpha_{i\mu j} f_i[\lambda_{ni}(r + \Delta r_{i\mu j})]. \quad (1.3.3)$$

В последующем во всех тех задачах, в которых геологический элемент должен быть, по условию, представлен в виде функции или упорядоченного набора чисел, достаточно хорошо описывающего геомет-

рический образ искомого геологического элемента, будем корреляционную связь между аномальными полями λ_{ni} и геологическими элементами λ_0 описывать одним из корреляционных уравнений вида (1.3.1), (1.3.2) (1.3.3), определяя тем самым по конкретным значениям λ_{ni} вероятное значение искомой геологической величины и пределы ее возможного колебания. Этими уравнениями будем пользоваться при построении различных глубинных границ в земной коре, при оценке элементов залегания и физических характеристик возмущающих масс, при проверке гипотез о строении того или иного участка земной коры, при преобразовании гравитационных аномалий в магнитные и обратно, при выделении из наблюдаемого аномального поля элементарных аномалий конкретной геологической природы и т. п.

Все те задачи, которые будут в последующем связаны с решением уравнений типа (1.3.1), будем условно называть количественными (количественная интерпретация).

Практически системы уравнений вида (1.3.1) могут быть плохо устойчивыми вследствие того, что некоторые элементы, входящие в (1.3.1), могут быть линейно зависимы. Это замечено как при решении обратной задачи в случае определения элементов залегания (или ломаного контура) возмущающего тела по наблюдаемым аномалиям, обладающим ошибками, так и построении ядер линейных преобразований аномальных полей; и это хорошо известно в связи с эквивалентностью кривых аномалий для разных возмущающих тел (в пределах некоторой точности наблюдений).

Известен ряд способов решения систем с плохо обусловленными матрицами [125, 226, 232, 233, 251]. Здесь мы покажем способы, вытекающие из обработки статистических данных.

При установлении степени линейной зависимости элементов, входящих в уравнения (1.3.1), возникают две задачи: 1) степень связи между элементами $f_i(\lambda_{ni\mu})$, степень их корреляции; очевидно, чем лучше они коррелируют, тем больше их линейная зависимость; 2) степень связи элемента λ_0 с каждым из элементов $f_i(\lambda_{ni\mu})$; здесь чем теснее связаны такие элементы, тем лучше, в смысле точности, аналитическое описание связи.

Итак, пусть задана матрица значений элементов $f_i(\lambda_{ni\mu})$. Для простоты пронумеруем все члены правой части в (1.3.1) подряд и обозначим их соответственно через f_{jv} , где $j=1, 2, \dots, m$ — номер элемента, $v=1, 2, \dots, n$ — номер уравнения. Получим матрицу

$$\|F_{jv}\| = \begin{vmatrix} f_{11}f_{12} \dots f_{1m} \\ f_{21}f_{22} \dots f_{2m} \\ \dots \dots \dots \\ f_{n1}f_{n2} \dots f_{nm} \end{vmatrix}.$$

Каждый столбец такой матрицы будем рассматривать как статистическую совокупность значений некоторой случайной величины f_j^c (это следует из предыдущего описания). Тогда степень тесноты связи между элементами f_j^c , $j=1, 2, \dots, m$, можно оценить по известной формуле для коэффициента корреляции [7, 48, 59, 62, 87, 100, 138, 148, 150, 164, 170, 181 и др.]:

$$\theta_{jk} = \frac{\sum_{v=1}^n (f_{jv} - \bar{f}_j)(f_{kv} - \bar{f}_k)}{\sqrt{\sum_{v=1}^n (f_{jv} - \bar{f}_j)^2 \cdot \sum_{v=1}^n (f_{kv} - \bar{f}_k)^2}} \quad (1.3.4)$$

где $\bar{f}_j = M[f_j^c]$; $j, k = 1, 2, \dots, m$.

В результате расчетов получим матрицы коэффициентов корреляции:

$$\|\theta_{jk}\| = \begin{vmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} & \dots & \theta_{1m} \\ & \theta_{22} & \dots & \theta_{2m} \\ & & \dots & \dots \\ & & & \theta_{mm} \end{vmatrix}$$

(здесь $\theta_{jk} = 1$ при $j=k$). Пусть для каждой функции f_j^c априори задана средняя ошибка ϵ_j , тогда выражение (1.3.4) приближенно можно записать так:

$$\tilde{\theta}_{jk} = \theta_{jk} + \frac{(n-1)\epsilon_j\epsilon_k}{\sqrt{\sum_{v=1}^n (f_{jv} - \bar{f}_j)^2 \cdot \sum_{v=1}^n (f_{kv} - \bar{f}_k)^2}}, \quad (1.3.5)$$

где второй член определяет величину колебания коэффициента корреляции, в случае, когда исходные данные заданы с ошибкой.

Будем теперь говорить, что две случайные величины f_j^c и f_k^c линейно зависимы, если коэффициент корреляции для них θ_{jk} удовлетворяет неравенству

$$|\theta_{jk}| \geq 1 - |\delta\theta|,$$

где $\delta\theta$ — второй член правой части уравнения (1.3.5).

Все те элементы f_j^c , для которых выполняется такое неравенство, исключаются из исходного уравнения (1.3.1).

С другой стороны, совокупность элементов в (1.3.1) может быть излишней в смысле обеспечения априорной требуемой точности оператора (1.3.1) — ϵ_0 . Или, наоборот, включенные после анализа на линейную зависимость в уравнение (1.3.1) элементы f_j^c не обеспечивают требуемой точности оператора. Решение этой задачи осуществим следующим образом.

Будем считать, что между элементами λ_0^c и $f_i(\lambda_{ni\mu}^c)$ (в уравнении (1.3.1) существует корреляционная связь, т. е. элемент $f_i(\lambda_{ni\mu}^c)$ должен быть принят в расчет, если частный коэффициент корреляции λ_0^c с $f_i(\lambda_{ni\mu}^c)$ будет больше или равен некоторому, наперед разумно заданному коэффициенту корреляции, $\theta_{0,ni\mu} \geq \theta_0$).

Как известно, частный коэффициент корреляции между случайным элементом λ_0^c и случайным элементом $f_i(\lambda_{ni\mu}^c)$ есть коэффициент корреляции между этими элементами после того, когда влияние на λ_0^c остальных элементов в (1.3.1) устранено.

Таким образом, схема установления «рабочего», т. е. оптимального в смысле θ_0 , количества элементов $f_i(\lambda_{ni\mu}^c)$ в (1.3.1) и соответственно коэффициентов $\alpha_{i\mu}$ при помощи частных коэффициентов корреляций будет выглядеть так.

По формуле

$$\theta_{0,j} = \frac{\theta_{0,j}}{\sqrt{\bar{\theta}_{0,0} \cdot \bar{\theta}_{j,j}}} \quad (1.3.6)$$

вычисляются частные коэффициенты корреляции. Здесь $\bar{\theta}_{0,j}$, $\bar{\theta}_{0,0}$, $\bar{\theta}_{j,j}$ есть миноры, соответствующие элементам $\theta_{0,j}$, $\theta_{0,0}$, $\theta_{j,j}$ в определителе

$$\bar{\theta} = \begin{vmatrix} 1 & \theta_{0,1} & \theta_{0,2} & \dots & \theta_{0,k} \\ \theta_{1,0} & 1 & \theta_{1,2} & \dots & \theta_{1,k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \theta_{k,0} & \theta_{k,1} & \theta_{k,2} & \dots & 1 \end{vmatrix} \quad (1.3.7)$$

Затем все элементы f_i^c упорядочиваются по степени убывания их коэффициента частной корреляции. Последовательно добавляя в уравнение (1.3.1) элементы f_i^c начиная с обладающего большим коэффициентом корреляции, вычисляются ошибки таких уравнений: ε_1 — с включением первого элемента f_1^c в упорядоченном множестве, ε_2 — с включением первого и второго, $\varepsilon_3, \dots, \varepsilon_m$ — с включением всех m элементов. В расчет и дальнейший анализ принимается то уравнение из перечисленных, для которого первый раз будет иметь место неравенство $\varepsilon_\varphi \leq \varepsilon_0$.

3°. В ряде геолого-гравитационно-магнитных ситуаций по условиям задачи по гравитационным и магнитным аномалиям требуется отнести тот или иной участок земной коры к какому-либо классу из заданной схемы геологической классификации, т. е. требуется подразделить геологические элементы по понятиям, без числовой характеристики геологических элементов. Например, требуется (1) дать оценку вещественного состава возмущающих масс в градации: кислые, средние, основные, ультраосновные, (2) указать — аномалия «рудная» или «безрудная», (3) имеются на данном участке локальные структуры или отсутствуют, (4) оценить возраст консолидации складчатых структур фундамента в градации: докембрийские, каледонские, герцинские, мезозойские, (5) отметить наличие или отсутствие какого-либо месторождения полезных ископаемых и т. п. В этих случаях применение уравнения (1.3.1) весьма ограничено, поэтому будем гравитационные и магнитные аномалии представлять в виде набора количественных признаков — $N = (n_1, n_2, \dots, n_x)$ и в соответствующей ситуации считать, что два вектора признаков описывают один и тот же геологический элемент, если выполняются неравенства (1.2.6). Задачи, связанные с описанием гравитационных и магнитных аномалий вектором признаков, со сравнением их между собой, с подразделением геологических элементов по понятиям, будем условно называть качественными задачами (качественная интерпретация).

Очевидно, в этом случае степень линейной зависимости признаков может быть оценена также с помощью коэффициентов корреляционной матрицы признаков при рассмотрении каждого из них как случайной величины.

При прогнозе возможных значений λ_0^c по значениям λ_{pi} надежность его можно установить (разумеется, приближенно) по тем эталонным данным ($\lambda_0^3, \lambda_{pi}^3$), которые не включались в расчеты числовых параметров корреляционного уравнения связи или другого исследуемого оператора (§ 2.3).

ГЛАВА 2

ПОСТРОЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ СХЕМЫ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГРАВИТАЦИОННЫХ И МАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ

§ 2.1.

Основные определения и предложения

1°. Пусть $\Lambda^p = \{\lambda_{pi}\}$, $i = 1, 2, \dots, h$, есть множество геофизических элементов λ_{pi} , $\Lambda^0 = \{\lambda_0\}$ — множество геологических элементов λ_0 , с которыми исследователь оперирует в той или иной геолого-гравитационно-

магнитной ситуации. И пусть R_1, R_2, \dots, R_m есть области определения элементов $\lambda \in \Lambda = \Lambda^0 \cup \Lambda^n$, такие, что $R_\varphi \cup R_\psi = 0$ при $\varphi \neq \psi$ ($\varphi, \psi = 1, 2, \dots, m$). В соответствии с областью определения элементов $\lambda_0, \lambda_{pi}, \lambda$ будем различать $\Lambda^0 = \{\lambda_0(r^\mu)\}$, $\Lambda^n = \{\lambda_{pi}(r^\mu)\}$, $\Lambda_\mu = \{\lambda(r^\mu)\}$, если $r^\mu \in R_\mu$; $\Lambda = \{\lambda(r)\}$, $\Lambda^0 = \{\lambda_0(r)\}$, $\Lambda^n = \{\lambda_{pi}(r)\}$, если $r \in R = \bigcup_{\mu=1}^m R_\mu$.

Под элементами $\lambda \in \Lambda$ будем понимать любые элементарные геологические и геофизические понятия — «названия», а также любые количественно измеряемые геологические и геофизические величины и их априори заданные функции $f(\lambda)$; в последующем всегда будем иметь в виду, что вместо λ можно взять $f(\lambda)$, где вид функции известен.

Будем считать, что каждому из множеств Λ^0, Λ^n на области R (или ее подобласти R_μ) или отдельному элементу $\lambda \in \Lambda$ всегда можно сопоставить некоторый вектор признаков — $N^0(R) = N^0$ или $N^0(R_\mu) = N_\mu^0$; $N^n(R) = N^n$ или $N^n(R_\mu) = N_\mu^n$, причем такой, что

$$\|N(R_\varphi) - N(R_\psi)\| \geq \|N(R_\varphi) - N(R_\varphi \cup R_\psi)\|, \quad (2.1.1)$$

$\varphi, \psi = 1, 2, \dots, m$, если считать, что способ построения векторов признаков на R_φ, R_ψ и на $R_\varphi \cup R_\psi$ один и тот же. (Способы, критерии сравнения векторов см. в § 2.3.)

Имея в виду известные принципиальные положения качественной схемы геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий (А. Д. Архангельский, В. В. Федьинский, Э. Э. Фотиади) и основные закономерности между геологическими и геофизическими элементами, сформулируем следующие математические предложения количественной теории геологической интерпретации аномальных полей.

Предложение 1.

Если векторы геологических признаков $N_\varphi^0 - N_\psi^0$, определенных на R_φ, R_ψ , в некотором смысле равны, т. е. $\|N_\varphi^0 - N_\psi^0\| \geq \delta^0$, то соответствующие им векторы признаков N_φ^n, N_ψ^n , определенных на R_φ, R_ψ , также равны, т. е. $\|N_\varphi^n - N_\psi^n\| \leq \delta^n$; и обратно $\|N_\varphi^n - N_\psi^n\| \leq \delta^n \Rightarrow \|N_\varphi^0 - N_\psi^0\| \leq \delta^0$. Здесь δ^0, δ^n есть некоторые наперед заданные величины.

Введем **определение 1**. Будем говорить, что на R_μ задан оператор или отображение $A_\mu: \Lambda_\mu^n \rightarrow \Lambda_\mu^0$ $\{\lambda_0(r^\mu) = A_\mu \lambda_{pi}(r^\mu), r^\mu \in R_\mu\}$, если каждому элементу $\lambda_{pi} \in \Lambda^n$ поставлен в соответствие элемент λ_0 из Λ^0 , $\mu = 1, 2, \dots, m$.

Предложение 2.

На области $R_\mu \subset R$ существует отображение (оператор) A_μ множества Λ_μ^n во множество Λ_μ^0 заданного класса N_A .

Определение 2. Будем говорить, что два каких-либо оператора $A_\varphi: \Lambda_\varphi^n \rightarrow \Lambda_\varphi^0$ и $A_\psi: \Lambda_\psi^n \rightarrow \Lambda_\psi^0$, определенных соответственно на R_φ, R_ψ , совпадают, если выполняются неравенства:

$$\begin{aligned} \|\lambda_0(r^\varphi) - A_\psi \lambda_{pi}(r^\varphi)\| &\leq \varepsilon_0, \\ \|\lambda_0(r^\psi) - A_\varphi \lambda_{pi}(r^\psi)\| &\leq \varepsilon_0, \end{aligned}$$

(ε_0 — некоторая наперед заданная величина — ошибка прогноза).

Если такие неравенства не выполняются, т. е.

$$\|\lambda_0(r^\varphi) - A_\psi \lambda_{pi}(r^\varphi)\| > \varepsilon_0,$$

то мы говорим, что операторы A_φ и A_ψ не совпадают.

Предложение 3.

Если операторы A_φ и A_ψ , определенные на R_φ, R_ψ , совпадают, то векторы признаков N_φ^0, N_ψ^0 , определенных на соответствующих областях R_φ, R_ψ , равны в смысле $\|N_\varphi^0 - N_\psi^0\| = \delta_{\varphi\psi}^0 \leq \delta^0$. И обратно: из неравенства $\|N_\varphi^0 - N_\psi^0\| \leq \delta^0$ следует, что A_φ и A_ψ совпадают.

Если же операторы A_φ и A_ψ не совпадают, то векторы признаков N_φ^0 и N_ψ^0 не равны, т. е. $\|N_\varphi^0 - N_\psi^0\| > \delta^0$.

Будем постулировать следующие положения:

1. Существует некоторое эталонное подмножество $R^0 = \bigcup_{\mu=1}^m R_\mu^0$ множества R , на котором одновременно заданы элементы $\lambda_0^0 \in \Lambda^{00}$ и элементы $\lambda_{\mu i}^0$ из Λ^{00} . На некоторой прогнозной (конкретной) области R^k , являющейся дополнением R^0 в R , всегда определены элементы $\lambda_{\mu i}^k \in \Lambda^{kk}$. Очевидно, что $R_\mu^0 \cup R_\mu^k = R_\mu, R_\mu, \mu = 1, 2, \dots, m$.

2. Задана некоторая возрастающая (по числу классов) последовательность классификаций вектора признаков $N^0: C_1, C_2, \dots, C_p$; будем считать, что каждому j -классу C_i -классификации ($i = 1, 2, \dots, p$) можно поставить в соответствие некоторый набор векторов признаков $(N_{ij1}^0, N_{ij2}^0, \dots, N_{ijm_j}^0)$, определенных соответственно на областях $R_{ij\mu}, \mu = 1, 2, \dots, m_j$.

Таким образом, элементы $N_{ij\mu}^0, \mu = 1, 2, \dots, m$, для каждого j -го класса C_i -классификации определены на области $R_{ij} = \bigcup_{\mu=1}^{m_j} R_{ij\mu}$.

3. Для векторов признаков N_μ^{00}, N_μ^{0k} , определенных на непересекающихся областях $R_\mu^0, R_\mu^k (R_\mu^0 \cup R_\mu^k = R_\mu)$, справедливы неравенства:

$$\sup_{\mu} \|N_\mu^{00} - N^{00}\| \geq \sup_{\nu} \|N_\nu^{0k} - N^{00}\|, \quad (2.1.2)$$

$$N^{00} = N^0 \left(R^0 = \bigcup_{\mu=1}^m R_\mu^0 \right), \mu = 1, 2, \dots, m.$$

На основании введенных математических предложений (аксиом) и постулатов можно доказать ряд теорем, определяющих решение задачи комплексной геологической интерпретации аномалий гравитационного и магнитного полей.

Теорема 1. Элементы $N_\mu^{00}, N^{00}, N_\mu^{0k}, N^{0k}$ принадлежат единой гиперсфере диаметра $\delta^{00} = \sup_{\mu, \nu} \|R_\mu^{00} - N_\nu^{00}\|$ с центром в точке N^{00} ; $\mu, \nu = 1, 2, \dots, m$.

Справедливость этого утверждения вытекает из сравнения неравенств:

$$\sup_{\mu} \|N_\mu^{00} - N^{00}\| \geq \sup_{\nu} \|N_\nu^{0k} - N^{00}\|,$$

$$\sup_{\mu, \nu} \|N_\mu^{00} - N_\nu^{00}\| \geq \sup_{\xi} \|N_\xi^{00} - N^{00}\|$$

(последнее записано на основании (2.1.1)).

Теорема 2. Пусть задана некоторая классификация $C_i, i = 1, 2, \dots, p$, и пусть для каждого j -го класса C_i -классификации на областях $R_{ij\mu}, \mu = 1, 2, \dots, m_j$ (таких, что $\bigcup_{\mu=1}^{m_j} R_{ij\mu} = R_{ij}, R_{ij\varphi} \cap R_{ij\psi} = 0$ при $\varphi \neq \psi, \varphi, \psi = 1, 2, \dots, m_j$) определены: 1) векторы признаков $N_{ij\mu}^0, \mu = 1,$

2, ..., m_j , принадлежащие j -классу, 2) операторы $A_{ij\mu}$, $\mu=1, 2, \dots, m_j$, с ошибкой $\varepsilon_{ij\mu} \leq \varepsilon_0$.

Если операторы $A_{ij1}, A_{ij2}, \dots, A_{ijm_j}$ совпадают, то оператор A_{ij} , построенный на области $R_{ij} = \bigcup_{\mu=1}^{m_j} R_{ij\mu}$, совпадает с каждым оператором из совокупности $\{A_{ij1}, A_{ij2}, \dots, A_{ijm_j}\}$, т. е. имеет место неравенство $\|\lambda_0(r^\mu) - A_{ij}\lambda_{ni}(r^\mu)\| \leq \varepsilon_0, r^\mu \in R_{ij}$.

Действительно, так как операторы $A_{ij\varphi}, A_{ij\psi}$ совпадают по условию, то, согласно предложению 3, находим:

$$\sup_{\mu, \nu} \|N_\mu^0 - N_\nu^0\| \leq \delta^0; \mu, \nu = 1, 2, \dots, m_j.$$

Но вектор признаков N_{ij}^0 , построенный на R_{ij} и соответствующий оператору A_{ij} , по определению удовлетворяет неравенству

$$\sup_{\mu, \nu} \|N_{ij\mu}^0 - N_{ij\nu}^0\| \geq \sup_{\xi} \|N_{ij\xi}^0 - N_{ij}^0\|, \xi, \mu, \nu = 1, 2, \dots, m_j,$$

откуда разность $\sup_{\xi} \|N_{ij\mu}^0 - N_{ij}^0\|$ и подавно меньше δ^0 , в связи с чем по предложению 3 операторы $A_{ij\mu}$ и A_{ij} совпадают.

Из этой теоремы следует: 1) для каждого j -го класса C_j -классификации, для которого операторы $A_{ij\mu}$, $\mu=1, 2, \dots, m_j$, попарно совпадают, величина δ^0 определяется из выражения

$$\delta_{ij}^0 = \sup_{\mu, \nu} \|N_\mu^{0a} - N_\nu^{0a}\|; \quad (2.1.3)$$

2) поскольку векторы геологических признаков $N_{ij\mu}^0$ и $N_{ij\nu}^0$ равны, то согласно определению 1, векторы геофизических признаков $N_{ij\mu}^n$ и $N_{ij\nu}^n$ также равны и величина δ^n определяется из выражения

$$\delta_{ij}^n = \sup_{\mu, \nu} \|N_{ij\mu}^{na} - N_{ij\nu}^{na}\|. \quad (2.1.4)$$

Теорема 3. Пусть для j -го класса C_j -классификации задано разбиение множества R_{ij} на $R_{ij}^a = \bigcup_{\mu} R_{ij\mu}^a$ и $R_{ij}^k = \bigcup_{\mu} R_{ij\mu}^k$, $\mu=1, 2, \dots, m_j$, и на каждом из $R_{ij\mu}^a, R_{ij\mu}^k$ определены элементы $N_{ij\mu}^a, N_{ij\mu}^k, A_{ij\mu}^a, A_{ij\mu}^k$, $\mu=1, 2, \dots, m_j$. И пусть на R_{ij}^a определен оператор A_{ij}^a .

Если операторы $A_{ij1}^a, A_{ij2}^a, \dots, A_{ijm_j}^a$ попарно совпадают, то операторы $A_{ij1}^k, A_{ij2}^k, \dots, A_{ijm_j}^k$ совпадают с оператором A_{ij}^a .

Так, из совпадения операторов $A_{ij\varphi}^a$ и $A_{ij\psi}^a$, согласно теореме 2, получаем, что оператор A_{ij}^a совпадает с операторами $A_{ij\mu}^a$, $\mu=1, 2, \dots, m_j$. Из неравенств же (2.1.1) и (2.1.2) имеем:

$$\sup_{\mu, \nu} \|N_{ij\mu}^{0a} - N_{ij\nu}^{0a}\| \geq \sup_{\xi} \|N_{ij\xi}^{0k} + N_{ij}^{0a}\|.$$

Отсюда, в силу совпадения операторов $A_{ij\varphi}^a$ и $A_{ij\psi}^a$, находим, что операторы $A_{ij\mu}^k$ и A_{ij}^a совпадают.

Из этого утверждения следует, что операторы A_μ^a и A_μ^k , определенные соответственно на непересекающихся областях R_μ^a и R_μ^k , совпадают.

Теорема 4. Пусть: $N_{i\varphi}^0$ и $N_{i\psi}^0$ есть векторы признаков, определенные на $R_{i\varphi}$ и $R_{i\psi}$ и принадлежащие соответственно φ -му и ψ -му классам некоторой C_i -классификации ($\varphi, \psi=1, 2, \dots, k_i$). И пусть на областях

$R_{i\varphi}$ и $R_{i\psi}$ заданы операторы $A_{i\varphi}$, $A_{i\psi}$, ошибки которых меньше или равны ϵ_0 , т. е. $\epsilon_{i\varphi} \leq \epsilon_0$, $\epsilon_{i\psi} \leq \epsilon_0$. Если для оператора $A_{i\sigma}$, построенного на области $R_{i\sigma} = R_{i\varphi} \cap R_{i\psi}$, справедливо хотя бы одно из неравенств:

$$\|\lambda_0(r^\varphi) - A_{i\sigma}\lambda_\pi(r^\varphi)\| > \epsilon_0,$$

$$\|\lambda_0(r^\psi) - A_{i\sigma}\lambda_\pi(r^\psi)\| > \epsilon_0,$$

то операторы $A_{i\varphi}$ и $A_{i\psi}$ не совпадают. Доказательство: поскольку по условию $A_{i\sigma}$ не совпадает с $A_{i\varphi}$ и $A_{i\psi}$, то в соответствии с неравенством (2.1.1) получаем:

$$\|N_{i\varphi}^0 - N_{i\psi}^0\| \geq \|N_{i\varphi}^0 - N_{i\sigma}^0\| > \delta^0;$$

откуда следует, что операторы $A_{i\varphi}$ и $A_{i\psi}$ и подавно не совпадают.

Введем **определение 3**. Классификацию C_k с наименьшим числом классов (k), для каждого класса которой справедлива теорема 2, а для каждой пары классов — теорема 4, будем называть решающей классификацией.

Будем говорить, что решающая классификация C_k определена на R , если для каждого ее j -го класса ($j=1, 2, \dots, k$):

1) задано разбиение области $R_j: R_{j1}, R_{j2}, \dots, R_{jm_j}$, такое, что $R_{j\mu} \cap R_{j\nu} = 0$ при $\mu \neq \nu$ ($\mu, \nu=1, 2, \dots, m_j$) и $\bigcup_{\mu} R_{j\mu} = R_j$;

2) на области R_j построен оператор A_j с ошибкой $\epsilon_j \leq \epsilon_0$; согласно определению решающей классификации любые два оператора A_φ и A_ψ при $\varphi \neq \psi$ не совпадают ($\varphi, \psi=1, 2, \dots, k$);

3) на областях $R_{j1}, R_{j2}, \dots, R_{jm_j}$ построены векторы признаков $N_{j1}^n, N_{j2}^n, \dots, N_{jm_j}^n$ по которым по (2.1.4) определена величина δ_j^n ; на области же R_j определен вектор признаков N_j^n , удовлетворяющий неравенству (2.1.1).

В силу несовпадения операторов A_φ и A_ψ ($\varphi, \psi=1, 2, \dots, k$) векторы признаков N_φ^n и N_ψ^n для любых двух классов C_k -классификации не равны.

Согласно теореме 3, решающей классификации C_k можно поставить в соответствие некоторую эталонную решающую классификацию C_k^2 , определенную на $R^2 \subset R$.

Будем говорить, что на эталонной области $R^2 \subset R$ задана эталонная решающая классификация C_k^2 , если для каждого ее j -го класса

1) задано разбиение $R_j^2: R_{j1}^2, R_{j2}^2, \dots, R_{jm_j}^2$, такое, что векторы признаков $N_{j1}^{2a}, N_{j2}^{2a}, \dots, N_{jm_j}^{2a}$, определенные на $R_{j\mu}^2$, $\mu=1, 2, \dots, m_j$, принадлежат j -му классу C_k^2 -классификации;

2) на области R_j^2 определен оператор A_j^2 с ошибкой $\epsilon_j \leq \epsilon_0$; операторы A_φ^2 и A_ψ^2 для двух классов C_k^2 -классификации не совпадают;

3) на областях $R_{j\mu}^2$, $\mu=1, 2, \dots, m_j$, построены векторы признаков $N_{j\mu}^{2a}$, а на области R_j^2 построен вектор признаков N_j^{2a} , удовлетворяющий неравенству (2.1.1), и вычислен радиус гиперсферы

$$\rho_j^{2a} = \sup_{\mu} \|N_{j\mu}^{2a} - N_j^{2a}\| \quad (2.1.5)$$

с центром в точке N_j^{2a} , или, что точнее, для каждого класса строится вариационная кривая $\rho_{j\mu}^{2a}$, характеризующая плотность распределения ρ_j^{2a} (см. § 2.3).

Совокупность перечисленных определений, предложений и условий образует количественную модель геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий, которая может быть использована как для анализа взаимосвязей между геологическими и геофизически-

ми элементами, так и для прогноза возможных значений геологических элементов по геофизическим данным. Процесс описания геолого-геофизических элементов осуществляется путем генерализации наблюдаемых данных и представления их в упорядоченном виде в качестве вектора признаков. Процесс анализа состоит в построении операторов и выяснении степени геологической информативности геофизических данных последовательно для каждой из заданных геологических классификаций. На основании анализа строится эталонная решающая классификация. Прогноз качественных и количественных геологических элементов по аномальным полям с требуемой точностью ϵ_0 осуществляется при помощи эталонной решающей классификации. При этом исследователю всегда известно, когда построенная им эталонная решающая классификация не может осуществить прогноз с требуемой точностью.

2°. Пусть в некоторой конкретной области R_ω^k заданы элементы $\lambda_{ni}^k(r^\omega)$, $r^\omega \in R_\omega^k$, гравитационные и магнитные аномалии и пусть по λ_{ni}^k с точностью ϵ_0 необходимо на R_ω^k построить какой-либо геологический элемент $\lambda_0^k(r^\omega)$, $r^\omega \in R_\omega^k$. При этом будем считать, что задана некоторая эталонная область R^3 , на которой определены элементы λ_0^3 и λ_{ni}^3 , образующие эталонную совокупность $\Lambda^3 = \{\lambda_0^3, \lambda_{ni}^3\}$. Предполагается, что задана возрастающая последовательность классификаций области R по геологическим признакам $N^0: C_1, C_2, \dots, C_p$. Например, пусть $N_0 = (n_1, n_2, n_3)$ и каждый признак n_ξ , $\xi = 1, 2, 3$, принимает значения: либо 1, либо 0. Тогда C_1 есть такая классификация, когда область R по геологическим признакам не подразделяется, т. е. C_1 составлена из одного класса; подразделение области R по признаку n_1 дает два класса, образующих классификацию C_2 ; подразделение R по n_1 и n_2 — четыре класса — C_3 ; и подразделение R по n_1, n_2, n_3 приводит к образованию классификации C_4 из восьми классов.

Решение поставленной задачи согласно изложенной корреляционной модели геологической интерпретации аномалий осуществляется следующим образом.

Принимаем первую классификацию $C_1(R)$ и на области $R^3 \subset R$ по эталонным элементам множества Λ^3 , определенным на R^3 , строим оператор $A^3: \Lambda^{n^3} \rightarrow \Lambda^{0^3}$, существование которого определяется вторым предложением теории. Если при этом ошибка оператора $\epsilon(R^3) \leq \epsilon_0$, то классификация C_1^3 является эталонной решающей классификацией, которая задана своим единственным оператором A^3 и вектором признаков N^{n^3} , построенным на множестве Λ^{n^3} . И тогда определение λ_0^k на R_ω^k по элементам λ_{ni}^k выполняется при помощи оператора A^3 .

Если же $\epsilon(R^3) > \epsilon_0$, то исследуется C_2 -классификация, составленная, например, из двух классов, т. е. $C_2(R_1, R_2)$. Здесь уже строятся два оператора $A_1^3: \Lambda_1^{n^3} \rightarrow \Lambda_1^{0^3}$, $A_2^3: \Lambda_2^{n^3} \rightarrow \Lambda_2^{0^3}$, причем отдельно для каждой эталонной области $R_1^3 \subset R_1$ и $R_2^3 \subset R_2$. Если при этом оказывается, что $\epsilon(R_1^3) \leq \epsilon_0$, $\epsilon(R_2^3) \leq \epsilon_0$, то C_2^3 -классификация считается эталонной решающей классификацией. Если же, например, $\epsilon(R_1^3) \leq \epsilon_0$, а $\epsilon(R_2^3) > \epsilon_0$, то исследуется третья классификация, в которой область R_1^3 не подразделяется, а область R_2^3 по второму геологическому признаку подразделяется на две подобласти — R_{21}^3 и R_{22}^3 , для каждой из которых вновь строятся операторы, и так далее.

Пусть в результате таких операций построена C_k^3 — эталонная решающая классификация, т. е. построен набор операторов $\{A_1^3, A_2^3, \dots, A_k^3\}$, набор векторов геофизических признаков $\{N_1^{n^3}, N_2^{n^3}, \dots, N_k^{n^3}\}$, набор величин радиусов $\{\rho_1^{n^3}, \rho_2^{n^3}, \dots, \rho_k^{n^3}\}$.

Теперь построение элемента λ_0^k по элементам λ_{ni}^k на R_ω^k с помощью эталонной решающей классификации C_k^3 в соответствии с теоремой 5 изложенной теории выполняется следующим образом.

На области R_ω^k по элементам λ_{ni}^k строится вектор N_ω^{pk} и вычисляется величина

$$\rho_\omega^k = \inf_j \|N_\omega^{pk} - N_j^{p3}\| = \|N_\omega^{pk} - N_\Phi^{pk}\|, \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

Если $\rho_\omega^k \leq \rho_\Phi^{p3}$, * то $\lambda_0^k(r^\omega) = A_\Phi^3[\lambda_{ni}^k(r^\omega)] \pm \epsilon_\Phi$ и, таким образом, задача решена. Если же $\rho_\omega^k > \rho_\Phi^{p3}$, то, следовательно, набор экспериментальных (наблюденных) данных был неполным и его надо расширить (возможно также, что открыт новый геологический класс).

При практическом построении эталонной решающей классификации C_k^3 полезно из области R^3 выделить некоторую контрольную подобласть R^{3k} , на которой эталонная классификация проверяется.

§ 2.2

Набор эталонных линейных операторов при количественной интерпретации аномалий

1°. Корреляционная связь между случайным элементом λ_0^c и случайными элементами λ_{ni}^c , $i=1, 2, \dots, h$, т. е. закономерное изменение рядов распределения λ_0^c с изменением $\lambda_{ni}^c = \lambda_{ni}$ описывается, как известно, гиперповерхностью регрессии

$$\bar{\lambda}_0 = M[\lambda_0^c / \lambda_{ni}^c = \lambda_{ni}].$$

В теории корреляции доказывается, что такая гиперповерхность регрессии λ_0^c на λ_{ni}^c является функцией наилучшего среднеквадратического приближения случайного элемента λ_0^c в классе всех возможных функций значений случайных элементов λ_{ni}^c , $i=1, 2, \dots, h$.

Для решения задачи прогноза значений случайного элемента λ_0^c по конкретным значениям случайных элементов λ_{ni}^c , $i=1, 2, \dots, h$, аппроксимируем гиперповерхность регрессии λ_0^c на λ_{ni}^c линейной средней квадратической регрессией λ_0^c на $f_i(\lambda_{ni}^c)$ гиперплоскостью, например вида (для уравнения 1.3.1):

$$\bar{\lambda}_0(r) \approx \eta(r) = A[\lambda_{ni}(r'), r] = \alpha_{00} + \sum_{i=1}^h \sum_{\mu=0}^{m_i} \alpha_{i\mu} f_i[\lambda_{ni}(r + \Delta r_{i\mu})], \quad (2.2.1)$$

минимизирующей среднюю квадратическую ошибку приближения элемента λ_0^c в классе линейных функций**.

Здесь $f_i[\lambda_{ni}(r + \Delta r_{i\mu})]$ — среднее весовое значение функции $f_i(\lambda_{ni})$ на окружности радиуса $\Delta r_{i\mu}$; $\alpha_{i\mu}$ — числовые параметры, от которых зависит линейный оператор A ; r — точки области определения реализации случайного элемента λ_0^c , $r' = r + \Delta r_{i\mu}$ — точки области R_V определения реализации случайных элементов λ_{ni} ; h — объем совокупности Λ^p (количество элементов, по которым производится прогноз значений элемента λ_0^c), $\Delta r_{i\mu}$ — радиусы области R_{0i} интегрирования.

Неопределенные числовые параметры $\alpha_{i\mu}$ аппроксимирующей функции $\eta(r)$ будем отыскивать под условием обращения в минимум суммы квадратов отклонений известных из эксперимента (наблюдения) значе-

* О способах сравнения ρ_ω^k с ρ_Φ^{p3} см. § 2.3.

** Очевидно, что подобным образом аппроксимируются и выражения (1.3.2), (1.3.3).

ний λ_0^3 случайного элемента λ_0^c от их приближений η , т. е. из условия:

$$M [\lambda_0^3 - \eta^3]^2 = \min_{\alpha}$$

Очевидно, что в этом случае вместо числовых параметров $\alpha_{i\mu}$ мы будем находить их приближенные значения — оценки. Из опыта геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий можно заключить, что на земной поверхности многие геологические элементы, аномалии гравитационного и магнитного полей распределены по закону, практически не отличающемуся от нормального закона распределения случайных величин при 10—20%-ном уровне значимости. Учитывая, кроме того, что дисперсии случайных элементов λ_0^c и λ_{ni}^c , а также смешанные моменты часто получить затруднительно, числовые параметры будем находить по методу наименьших квадратов в предположении, что случайные элементы распределены нормально с центром распределения λ_0^c в точке η . Эта операция, как известно, тождественна построению такого линейного оператора, когда получаемая в результате преобразований функция $\eta^3(r)$ близка функции $\lambda_0^3(r)$ в смысле метрики гильбертова функционального пространства, которому принадлежат функции $\lambda_0^c, \lambda_{ni}^c, \eta$, т. е.

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 &= \|\lambda_0^3 - \eta^3\|^2 = \int_{R_v^3} \rho(r) [\lambda_0^3(r) - \eta^3(r)]^2 dr = \\ &= \inf_{\eta^3 \in H_{L_2} \subset L} \int_{R_v^3} \rho(r) [\lambda_0^3(r) - \eta^3(r)]^2 dr, \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

где L_2 — гильбертово функциональное пространство, H_L — его линейное многообразие. При практическом построении ядер преобразований $q(r-r') = \alpha(r-r') = \alpha(\rho)$ вместо непрерывных функций $\lambda_0^3, \lambda_{ni}^3$ и $\alpha(\rho)$ будем иметь дело с дискретными функциями $\lambda_0^3(r_v), \lambda_{ni}^3(r_v), \alpha_{i\mu}$.

В этой связи за меру близости дискретных функций λ_0^3 и η^3 следует принять величину

$$\varepsilon^2 = \sum_{v=1}^n \rho(r_v) [\lambda_0^3(r_v) - \eta^3(r_v)]^2 = \min_{\eta^3 \in H_Q \subset Q} \sum_{v=1}^n \rho(r_v) [\lambda_0^3(r_v) - \eta^3(r_v)]^2, \quad (2.2.3)$$

где Q — некоторое множество функций $\lambda(r_v)$, для которого норма элемента есть $\|\lambda\|^2 = \sum_{v=1}^n \rho(r_v) \lambda^2(r_v)$, $\rho(r_v)$ — вес, а две функции λ_1 и λ_2 считаются тождественными, если для любого $v=1, 2, \dots, n$ имеет место равенство $\lambda_1(r_v) = \lambda_2(r_v)$; H_Q — подмножество Q , составленное из элементов η [34, стр. 434].

2°. Пусть в некоторой конкретной области R^k при помощи оператора (2.2.1) необходимо с ошибкой, не превышающей ε_0 , построить элемент $\lambda_0^k(r), r \in R^k$, по заданным на R^k элементам $\lambda_{1n}^k(r), \lambda_{2n}^k(r), \dots, \lambda_{pn}^k(r)$. Например: 1) пусть требуется по рельефу местности $H_p^k(r)$ и $\Delta g_n^k(r)$ с ошибкой не более ε_0 определить глубины залегания поверхности Мохоровичича $H_m^k(r)$ или 2) пусть по $\Delta g_n^k(r)$ необходимо определить глубину залегания ξ^k возмущающего тела, его аномальную плотность и прочие элементы залегания.

Будем считать, что в распоряжении исследователя всегда имеется представительный набор экспериментальных наблюдаемых данных Λ^3 .

Так, в первом примере в ряде точек имеются определения глубин залегания поверхности Мохоровичича $H_M^3(r_v)$ и заданы функции Δg_n^3 и H_p^3 , а во втором — путем решения прямой задачи гравиразведки для разных по форме и размерам возмущающих тел построен набор кри-вых аномалий V_z^3 .

Кроме того, положим: в соответствии с целевой установкой множество экспериментальных данных подразделено на множество Λ^{03} и множе-ство $\Lambda^{п3}$. Так, в первом примере, согласно задаче, имеем $\Lambda^{03} = \{\lambda_0^3 = H_M^3\}$, $\Lambda^{п3} = \{\lambda_{п1}^3 = H_p^3, \lambda_{п2}^3 = \Delta g_n^3\}$, во втором — $\Lambda^{03} = \{\lambda_{01}^3 = \xi^3, \lambda_{02}^3 = \sigma^3, \dots\}$, $\Lambda^{п3} = \{\lambda_{п1}^3 = \Delta g^3 \approx V_z^3\}$.

Согласно предыдущему, для построения по $\lambda_{пi}^k(r)$, $i=1, 2, \dots, h$, элемента $\lambda_0^k(r)$ в некоторой конкретной области R^k необходимо по дан-ным наблюдений, т. е. по λ_0^3 и $\lambda_{пi}^3$, $i=1, 2, \dots, h$, построить линейный оператор (2.2.1) $A: \Lambda^{п3} \rightarrow \Lambda^{03}$, при помощи которого элементы $\lambda_{пi}^k$ мож-но было бы, согласно описанной схеме интерпретации, преобразовать по (2.2.1) в элемент λ_0^k с ошибкой, не превышающей ε_0 .

В соответствии с описанной выше корреляционной схемой интерпре-тации построение набора эталонных линейных операторов прогноза бу-дем выполнять следующим образом.

Пусть в n точках $r_v \in R^3$ заданы значения $\lambda_0^3(r_v)$, $v=1, 2, \dots, n$, и на всей области R определены значения элементов $\lambda_{пi}^c$ ($\lambda_{пi}^3$), $i=$
 $=1, 2, \dots, h$. Кроме того, пусть задана ошибка прогнозирования ε_0 .

1. Сначала для каждой точки r_v по всем экспериментальным на-блюдательским данным (принимая C_1 -классификацию с одним клас-сом) составим простейшее уравнение погрешностей вида*:

$$\lambda_0^3(r_v) + \varepsilon_v = \alpha_{00} + \alpha_{10}f_1^3(r_v) + \alpha_{20}f_2^3(r_v) + \dots + \alpha_{h0}f_h^3(r_v) = \eta^3(r_v),$$

где $f_i^3(r_v + \Delta r_{i0})$ есть значения функции $f_i(\lambda_{пi})$ в точках r_v при $\Delta r_{i0} =$
 $=0$, т. е. будем исследовать линейный оператор

$$\eta(r) = \alpha_{00} + \sum_{i=1}^h \alpha_{i0}f_i(\lambda_{пi}(r)) \quad (2.2.4)$$

(в (2.2.4) взяты только первые элементы, обладающие наибольшей тес-нотой связи с элементом λ_0).

Неизвестные числовые параметры будем отыскивать под условием:

$$\bar{\varepsilon}^2 = \sum_{v=1}^n \left[\lambda_0^3(r_v) - \alpha_{00} - \sum_{i=1}^h \alpha_{i0}f_i^3(r_v) \right]^2 = \min_{\alpha_{i0}}. \quad (2.2.5)$$

Рассмотрим здесь $\bar{\varepsilon}^2$ как функцию числовых параметров $\bar{\varepsilon}^2 = \varphi(\lambda_{i0})$. Для отыскивания минимума этого выражения необходимо, как извест-но, приравнять нулю частные производные $\varphi(\lambda_{i0})$ по α_{i0} , тогда после несложных преобразований получим так называемую систему нормаль-ных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{00} \sum_{00}^{00} + \alpha_{10} \sum_{10}^{00} + \dots + \alpha_{h0} \sum_{h0}^{00} &= \sum_{00}^{00} \\ \alpha_{00} \sum_{00}^{10} + \alpha_{10} \sum_{10}^{10} + \dots + \alpha_{h0} \sum_{h0}^{10} &= \sum_{00}^{10} \\ \dots &\dots \\ \alpha_{00} \sum_{00}^{h0} + \alpha_{10} \sum_{10}^{h0} + \dots + \alpha_{h0} \sum_{h0}^{h0} &= \sum_{00}^{h0} \end{aligned} \right\}$$

* Вид функции $f(\lambda_{пi})$ устанавливается путем анализа поля корреляции рядов распределений случайных величин λ_0^c и $\lambda_{пi}^c$ по их значениям в точках (r_v) ; см § 1.3, п.3°.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i0}^{k0} &= \sum_{v=1}^n f_i^3 [\lambda_{\pi i}(r_v)] \cdot f_k^3 [\lambda_{\pi k}(r_v)], \\ \sum_{i0}^{k0} &= \sum_{v=1}^n f_k^3 [\lambda_{\pi k}(r_v)] \cdot \lambda_0^3(r_v), \end{aligned} \right\}$$

$f_0^3 = 1$, $i, k = 1, 2, \dots, h$, решая которую, найдем $h+1$ числовых параметров α_{i0} , ошибки их определения и ошибку линейного оператора ε_1 , вычисляемую по формуле

$$\varepsilon_1^2 = \frac{1}{n-h-1} \sum_{v=1}^n [\lambda_0^3(r_v) - \eta^3(r_v)]^2, \quad (2.2.6)$$

где $\eta^3(r_v)$ определяется по вычисленным числовым параметрам. Если окажется, что $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_0$, то будем говорить, что построили оператор прогнозирования, т. е. оператор (2.2.2) вполне пригоден для построения элемента λ_0^k по элементам $\lambda_{\pi i}^k$, $i = 1, 2, \dots, h$, в любой конкретной области $*R^k$.

Если же $\varepsilon_1 > \varepsilon_0$ то, следовательно, построить единственный оператор прогноза ** $A: \Lambda^{\pi^3} \rightarrow \Lambda^{o^3}$ с требуемой точностью для C_1 -классификации нельзя. В этом случае оператор (2.2.2) необходимо либо усложнить, либо подразделить экспериментальные (наблюденные) данные на такие совокупности $\Lambda_1^3, \Lambda_2^3, \dots$, чтобы линейный оператор вида (2.2.2) был оператором прогнозирования (см. определение) для каждой совокупности эталонных данных $\Lambda_1^3, \Lambda_2^3, \dots$. Однако, поскольку второй путь связан с распознаванием образов, имеет смысл сначала попытаться построить для всей совокупности эталонных данных единый линейный оператор разумной сложности. И только тогда, когда это не удастся, пойти по пути подразделения эталонных данных по геологическим классификациям и построения для каждого класса своего линейного оператора прогнозирования.

2. Итак, во втором приближении подвергнем исследованию оператор вида

$$\eta(r) = \alpha_{00} + \sum_{i=1}^h \sum_{\mu=1}^1 \alpha_{i\mu} f_i [\lambda_{\pi i}(r + \Delta r_{i\mu})], \quad (2.2.7)$$

т. е. для каждой точки r_v составим уравнение погрешностей вида

$$\lambda_0^3(r_v) + \varepsilon_v = \alpha_{00} + \sum_{i=1}^h \sum_{\mu=0}^1 \alpha_{i\mu} f_i^3 [\lambda_{\pi i}^3(r_v + \Delta r_{i\mu})] = \eta^3(r_v),$$

где $f_i^3(r_v + \Delta r_{i1})$, $i = 1, 2, \dots, h$ есть среднее весовое значение *** функции $f_i^3(\lambda_{\pi i})$ на окружности радиуса Δr_{i1} с центром в точке r_v . Из практических соображений удобно принять $\Delta r_{11} = \Delta r_{21} = \dots = \Delta r_{h1}$. Решая теперь систему n таких уравнений погрешностей по способу наименьших квадратов, получим числовые параметры $\alpha_{00}, \alpha_{i0}, \alpha_{i1}, i = 1, 2, \dots, h$, а также ошибку оператора ε_2 .

Если теперь $\varepsilon_2 \leq \varepsilon_0$, то оператор пригоден для построения по $\lambda_{\pi i}^k$ элемента λ_0^k . Если же $\varepsilon_2 > \varepsilon_0$, то область интегрирования R_0 увеличивается еще на одну окружность Δr_{i2} , т. е., увеличивая размеры интегрирующей палетки R_0 на Δr_{i2} , получаем новый оператор, имеющий вид:

$$\eta(r) = \alpha_{00} + \sum_{i=1}^h \sum_{\mu=0}^2 \alpha_{i\mu} f_i [\lambda_{\pi i}(r + \Delta r_{i\mu})]. \quad (2.2.8)$$

* Для которой выборка элементов на R^3 достаточно представительна.

** Видимо, можно говорить, что элементы λ_0 и $\lambda_{\pi i}$ по всей области R не стационарны в смысле ε_0 .

*** Оператор (2.2.1), вообще говоря, не обязательно изотропен (см. § 1.3).

Составив соответствующие уравнения погрешностей и вычислив по эталонным данным числовые параметры α_{00} , α_{ij} и ошибку ε_3 , вновь сравниваем ε_3 с ε_0 .

3. Простейший оператор (2.2.4) усложняется до тех пор, пока это усложнение, т. е. увеличение радиуса интегрирующей палетки R_0 или добавление нового элемента $f_{i+k}[\lambda_{pi(i+k)}]$, $i=1, 2, \dots, h$, $k=1, 2, \dots, q$, во-первых, разумно с практической точки зрения, во-вторых, пока ошибка оператора не будет монотонно изменяться, в-третьих, пока ошибки числовых параметров не будут соизмеримы с величинами последних.

3°. В тех случаях, когда удобную для практических вычислений с заданной точностью ε_0 , единую для всех эталонных данных Λ^3 форму связи вида (2.2.2), подобрать не удается, необходимо эти данные подразделить, согласно C_2 -классификации, на два или более класса, для которых эталонные данные определены на существенно разных по степени возмущающего влияния геолого-геофизических факторов областях, например, $\Lambda^3 = \Lambda_1^3 \cup \Lambda_2^3$.

Теперь отдельно для каждой из таких совокупностей эталонных данных вновь путем последовательного усложнения простейшего оператора так же, как и раньше, делается попытка построить удобный для практического применения и достаточно точный линейный оператор прогнозирования. При этом в первом классе эталонных данных Λ_1^3 вычисление числовых параметров оператора проводится по n_1 данным, а во втором — по n_2 данным, $n_1 + n_2 = n$; n_1, n_2 должны быть больше числа неизвестных параметров.

Если же для какой-нибудь из этих совокупностей, например, для Λ_1^3 желаемый линейный оператор прогноза (2.2.1) построить не удается, то только эта (и только эта) совокупность эталонных данных снова подразделяется на группы, согласно C_3 -классификации, и для каждой из них отдельно делается попытка, по указанному выше правилу, построить линейный оператор прогнозирования.

Подразделение эталонных данных на группы выполняется до тех пор, пока в один класс C_p -й геологической классификации включается такое число данных, по которым еще устойчиво определяются параметры оператора.

Сделаем одно замечание. В ряде случаев, особенно при теоретических исследованиях или необходимости получения ядер интегральных преобразований в аналитическом виде, вместо выражения (2.2.1) полезно анализировать его непрерывный аналог (1.3.1). При этом решение задачи отыскания весовой функции можно представить следующим образом. Пусть $\lambda_0^3(r)$ — тот геофизический или геологический элемент, который в данной ситуации отыскивается на области $(0, +\infty)$. Связь между элементами $\lambda_0^3(r)$ и $\lambda_{ni}^3(r)$ опишем линейным уравнением вида (1.3.1) таким образом:

$$\lambda_0^3(r) + \varepsilon(r) = \sum_{i=1}^h \int_{-\infty}^{+\infty} q_i(\rho) \lambda_{ni}^3(r - \rho) d\rho. \quad (2.2.9)$$

Будем считать, что элемент λ_0^3 может быть коррелирован со всеми h элементами λ_{ni}^3 , а каждый элемент λ_{ni}^3 — со всеми остальными элементами λ_{ni}^3 .

Полагая, что на отрезке $(-\infty, 0)$ элементы λ_0^3 и λ_{ni}^3 заданы и в связи с этим $q_i(\rho) = 0$ при $\rho < 0$, построим ядра преобразований $q_i(\rho)$ такими, чтобы обеспечивался минимум средней квадратической ошибки выражения

$$\bar{\varepsilon}_{\min}^2 = M \left[\lambda_0^3(r) - \sum_{i=1}^h \int_0^{\infty} q_i(\rho) \lambda_{ni}^3(r - \rho) d\rho \right]^2 = \min_{q_i}. \quad (2.2.10)$$

В работе [207] показывается, что минимум этого выражения достигается при условии

$$k_{0ni}(\rho) = \sum_{i=1}^h \int_0^{\infty} k_{nij}(r-\rho) q_j(\rho) d\rho, \quad (2.2.11)$$

где $k_{0ni}(\rho)$ — корреляционные функции связи элементов λ_0^3 и λ_{ni}^3 , а $k_{nij}(\rho)$ — элементов λ_{ni}^3 и λ_{nj}^3 , $j, i, = 1, 2, \dots, h$.

Соответствующая этому выражению система спектральных функций будет иметь вид:

$$S_{0ni}(\omega) = \sum_{i=1}^h S_{nij}(\omega) \cdot Q_j(\omega).$$

Решая эту систему относительно $Q_j(\omega)$, получим [207]:

$$q_j(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sum_{i=1}^h (-1)^{i+j} S_{0ni}(\omega) \cdot \Delta_{ij}}{\Delta} e^{i\omega\rho} d\omega, \quad (2.2.12)$$

где Δ — главный определитель системы соотношения спектральных функций, Δ_{ij} — минор, соответствующий элементу $S_{nij}(\omega)$ в главном определителе (i — номер вычеркиваемой строки, j — номер вычеркиваемого столбца).

К недостаткам описанного способа построения сейсмо-геологических границ по гравитационным и магнитным аномалиям (и другим коррелируемым с Δg и ΔT известным элементам) относятся: 1) необходимость априорного задания элементов λ_0 и λ_{ni} на бесконечном интервале $(-\infty, 0)$, 2) знание корреляционных функций связи этих элементов и 3) предположение о случайном характере элементов λ_0 и λ_{ni} , введение условия стационарности и эргодичности для этих элементов.

4°. Пусть в результате такого анализа построена C_k^3 эталонная решающая классификация, т. е. получено k совокупностей эталонных данных (эталонных пространств) $\bar{A}^3 = \{A_1^3, A_2^3, \dots, A_k^3\}$, k -соответствующих эталонных линейных операторов $A_1^3, A_2^3, \dots, A_k^3$, $A^3 = (A_1^3, A_2^3, \dots, A_k^3)$, причем каждый оператор A_j^3 построен по n_j ($j=1, 2, \dots, k$) эталонным данным, $n_1+n_2+\dots+n_k=n$, и для каждого A_j^3 ошибка оператора ϵ_j меньше или равна ϵ_0 и пусть для каждого эталонного пространства построены векторы признаков $N_j^{33} = (n_{j1}, n_{j2}, \dots, n_{jx})$ (см. ниже).

Если теперь в некоторой точке $r_\omega \in R^k$ конкретной области R^k необходимо по элементам λ_{ni}^k , заданным на R^k , вычислить значение элемента λ_0^k , то следует поступать так.

В точке r_ω по области палетки R_0 по элементам λ_{ni}^k , определенным на R^k , строится вектор признаков $N_\omega^{kk} = (n_{i1}^k, n_{i2}^k, \dots, n_{ix}^k)$, $i=1, 2, \dots, h$ и по его расстоянию до множества $\bar{N}^{33} = \{N_1^{33}, N_2^{33}, \dots, N_k^{33}\}$ (см. ниже) определяется номер $\varphi \in \{1, 2, \dots, k\}$ того эталонного линейного оператора прогноза A_φ^3 из набора $\bar{A}^3 = \{A_1^3, A_2^3, \dots, A_k^3\}$, при помощи которого затем в точке r_φ вычисляется значение функции $\lambda_0^k(r_\omega)$.

С этой целью интегрирующая палетка R_0 накладывается на карту, изображающую рельеф того или иного элемента λ_{ni}^k , так чтобы центр палетки совпадал с точкой r_ω . Затем по каждой окружности палетки R_0 (ее структура, согласно предыдущему, известна) вычисляются средние весовые значения $f_i^k(r_\omega + \Delta r_{i\mu})$, которые затем умножаются на соот-

ветствующие числовые параметры $\alpha_{i\mu}$ оператора A_{Φ}^3 , и сумма произведений по (2.2.1) дает искомое значение элемента $\lambda_0^k(r_\omega)$. Согласно § 1.3, производится оценка надежности величины $\lambda_0^k(r_\omega)$.

5°. Как выше указывалось, в корреляционной модели геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий в качестве корреляционного уравнения, связывающего геологический и геофизический параметры, принимается оператор вида

$$\lambda_0(r) = \sum_{i=1}^h \int_{R_i} q_i(r-r') f_i[\lambda_{ni}(r')] dr'. \quad (2.2.13)$$

В практике корреляционной геологической интерпретации геофизических данных обычно используется аналог этого уравнения, а именно:

$$\lambda_0(r) \approx \sum_{i=1}^h \sum_{\mu=0}^{m_i} a_{i\mu} f_i[\lambda_{ni}(r + \Delta r_{i\mu})]. \quad (2.2.14)$$

Например, при построении какой-либо структурной границы только по одним данным гравиметрии уравнение (2.2.14) будет иметь вид:

$$H(r) = \alpha_{00} + \alpha_{10} \Delta g(r) + \alpha_{11} \overline{\Delta g}(r + \Delta r_{11}) + \dots + \alpha_{1m_1} \overline{\Delta g} \times \\ \times (r + \Delta r_{1m_1}). \quad (2.2.15)$$

Если в ряде точек r_ν известны значения функции $H(r_\nu)$, $\nu = 1, 2, \dots, n$, и задано поле $\Delta g(r)$, $r \in R$, то по способу наименьших квадратов могут быть определены коэффициенты α_{00} , $\alpha_{i\mu}$, $\mu = 1, 2, \dots, m_i$. При этом нередко считают, что уравнение (2.2.15) есть не что иное, как уравнение множественной регрессии, рассматривая $\Delta g(r)$, $\overline{\Delta g}(r + \Delta r_{11})$, $\overline{\Delta g}(r + \Delta r_{12})$, \dots , $\overline{\Delta g}(r + \Delta r_{1m_1})$ как конкретные значения некоторых различных случайных величин $\Delta g^c(r_\nu)$, $\Delta g^c(r_\nu + \Delta r_{11})$, \dots , $\Delta g^c(r_\nu + \Delta r_{1m_1})$. При таком подходе для каждой из этих случайных величин могут быть вычислены частные коэффициенты корреляции их со случайными величинами $H^c = \{H(r_\nu)\}$, $\nu = 1, 2, \dots, n$. Очевидно, что по частным коэффициентам корреляции можно судить лишь о степени связи H^c отдельно с каждым из элементов правой части в уравнении (2.2.15) при условии неизменности других членов. Такой подход, на наш взгляд, недостаточно полно отражает суть той геолого-геофизической ситуации, с которой мы обычно встречаемся. Действительно, пусть в уравнении (2.2.13) имеется всего два геофизических параметра: $\lambda_{n1} = \Delta g$ и $\lambda_{n2} = \Delta T$. Тогда в подавляющем большинстве задач нам важно знать степень тесноты связи элемента λ_0 не с отдельными элементами функции Δg или функции ΔT (хотя и это, как говорилось ранее, не исключено), а в целом с гравитационным полем или с магнитным, или с тем и с другим одновременно. В этом случае обычные подходы к оценке частных коэффициентов корреляции будут не пригодны.

Для выяснения степени связи функции λ_0 с той или иной функцией λ_{ni} , $i = 1, 2, \dots, h$, или с какими-либо их сочетаниями удобно и правильно использовать вместо коэффициента корреляции корреляционное отношение, обычно определяемое формулой

$$\Theta_{yx} = \frac{\sqrt{\sum_{\nu=1}^n (\tilde{y}_\nu - \bar{y})^2}}{\sqrt{\sum_{\nu=1}^n (y_\nu - \bar{y})^2}}, \quad (2.2.16)$$

где y_v ($v=1, 2, \dots, n$) — значения некоторой случайной величины Y , коррелирующей со случайной величиной X ; \bar{y}_v — значения случайной величины Y , вычисленные по уравнению регрессии Y на X ; \bar{y} — среднее значение из величин y_v .

Такая величина, как известно, применяется для установления степени тесноты связи случайных величин Y и X в общем случае нелинейной регрессии, она меняется от 0 до 1.

Пусть, например, необходимо установить степень тесноты связи между геологическим элементом $\lambda_0(r)$ и гравитационным полем в целом, а не с отдельными его частями: $\Delta g(r), \Delta g(r + \Delta r_{11}), \dots, \Delta g(r + \Delta r_{1m_1})$. Примем, что уравнение регрессии имеет вид:

$$\tilde{\lambda}_0(r) = \int_{R_1} q(r-r') \Delta g(r') dr' = \lambda_0(r) + \varepsilon(r) \quad (2.2.17)$$

или

$$\tilde{\lambda}_0(r_v) = \sum_{\mu=0}^m \alpha_\mu \overline{\Delta g}(r_v + \Delta r_\mu) = \lambda_0(r_v) + \varepsilon(r_v), \quad (2.2.18)$$

где $\lambda_0(r)$ и $\lambda_0(r_v)$ — действительные значения геологического элемента, ε — ошибка определения λ_0 по уравнениям (2.2.17) или (2.2.18).

Тогда для корреляционного отношения получим:

$$\Theta_{\lambda_0 \Delta g} = \frac{\sqrt{\int_R \left[\int_{R_1} q(r-r') \Delta g(r') dr' - \bar{\lambda}_0 \right]^2 dr}}{\sqrt{\int_R [\lambda_0(r) - \bar{\lambda}_0]^2 dr}} \quad (2.2.19)$$

или

$$\Theta_{\lambda_0 \Delta g} = \frac{\sqrt{\sum_{v=1}^n \left[\sum_{\mu=0}^m \alpha_\mu \overline{\Delta g}(r_v + \Delta r_\mu) - \bar{\lambda}_0 \right]^2}}{\sqrt{\sum_{v=1}^n [\lambda_0(r_v) - \bar{\lambda}_0]^2}}, \quad (2.2.20)$$

где R — область определения $\lambda_0(r)$; R_1 — область определения функции $\Delta g(r)$; $\bar{\lambda}_0$ — среднее значение функции $\lambda_0(r)$.

Поскольку числитель и знаменатель формул (2.2.19) и (2.2.20) представляют собой корреляционные моменты (автокорреляционные функции при $\tau=0$), вместо (2.2.19) и (2.2.20) запишем:

$$\Theta_{\lambda_0 \Delta g} = \frac{\sqrt{k_{\lambda_0 \Delta g}^{\sim}(0)}}{\sqrt{k_{\lambda_0}^{\sim}(0)}}. \quad (2.2.21)$$

Это выражение можно обобщить, записав его для любого геофизического параметра λ_{pi} или их сочетания:

$$\Theta_{\lambda_0 \lambda_{pi}} = \frac{\sqrt{k_{\lambda_0 \lambda_{pi}}^{\sim}}}{\sqrt{k_{\lambda_0}^{\sim}(0)}}, \quad (2.2.22)$$

где $k_{\lambda_0 \lambda_{pi}}^{\sim}(0)$ — корреляционная функция при $\tau=0$ для λ_0 , вычисленного по λ_{pi} по уравнению (2.2.13) или (2.2.14); $k_{\lambda_0}^{\sim}(0)$ — корреляционная функция при $\tau=0$ для заданного λ_0 .

Величину $\Theta_{\lambda_0 \lambda_{pi}}$ определяемую формулой (2.2.20), в силу того, что она характеризует связь геологических элементов λ_0 с интегральным выражением его через геофизические элементы, будем называть интегральным коэффициентом корреляции. Если геологический элемент λ_0 вычисляются по совокупности геофизических данных $\lambda_{pi1}, \lambda_{pi2}, \dots, \lambda_{pih}$,

например, по данным гравиметрии Δg и магнитометрии ΔT , то уравнением регрессии будет:

$$\lambda_0(r) = \int_{R_1} q_1(r-r') \Delta g(r') dr' + \int_{R_1} q_2(r-r') \Delta T(r') dr' \quad (2.2.23)$$

(см. выражение (2.2.13)).

В этом случае для установления степени тесноты связи между λ_0 и каждым из геофизических параметров Δg и ΔT в целом надо вычислять интегральные частные коэффициенты $\Theta_{\lambda_0 \Delta g}^0$, $\Theta_{\lambda_0 \Delta T}^0$:

$$\Theta_{\lambda_0 \Delta g}^0 = \frac{\bar{\Theta}_{\lambda_0 \Delta g}}{\sqrt{\bar{\Theta}_{\lambda_0 \lambda_0} \bar{\Theta}_{\Delta g \Delta g}}}, \quad \Theta_{\lambda_0 \Delta T}^0 = \frac{\bar{\Theta}_{\lambda_0 \Delta T}}{\sqrt{\bar{\Theta}_{\lambda_0 \lambda_0} \bar{\Theta}_{\Delta T \Delta T}}}, \quad (2.2.24)$$

где $\bar{\Theta}_{\lambda_0 \Delta g}$, $\bar{\Theta}_{\lambda_0 \Delta T}$, $\bar{\Theta}_{\lambda_0 \lambda_0}$, $\bar{\Theta}_{\Delta g \Delta g}$, $\bar{\Theta}_{\Delta T \Delta T}$ — миноры, соответствующие элементам $\Theta_{\lambda_0 \Delta g}$, $\Theta_{\lambda_0 \Delta T}$, $\Theta_{\lambda_0 \lambda_0}$, $\Theta_{\Delta g \Delta g}$, $\Theta_{\Delta T \Delta T}$ в определителе D :

$$D = \begin{vmatrix} \Theta_{\lambda_0 \lambda_0} & \Theta_{\lambda_0 \Delta g} & \Theta_{\lambda_0 \Delta T} \\ \Theta_{\Delta g \lambda_0} & \Theta_{\Delta g \Delta g} & \Theta_{\Delta g \Delta T} \\ \Theta_{\Delta T \lambda_0} & \Theta_{\Delta T \Delta g} & \Theta_{\Delta T \Delta T} \end{vmatrix}$$

Элементами этого определителя служат интегральные коэффициенты корреляции, вычисляемые по формуле (2.2.22).

Для уравнения (2.2.23) интегральные частные коэффициенты получим в виде:

$$\Theta_{\lambda_0 \Delta g}^0 = \frac{\sqrt{k_{\lambda_0 \Delta g}^{\sim}(0) k_{\Delta T}(0)} - \sqrt{k_{\lambda_0 \Delta T}^{\sim}(0) k_{\Delta T \Delta g}(0)}}{\sqrt{[k_{\Delta T}(0) - k_{\Delta T \Delta g}(0)][k_{\lambda_0}(0) - k_{\lambda_0 \Delta T}(0)]}}; \quad (2.2.25)$$

$$\Theta_{\lambda_0 \Delta T}^0 = \frac{\sqrt{k_{\lambda_0 \Delta g}^{\sim}(0) k_{\Delta T \Delta g}(0)} - \sqrt{k_{\lambda_0 \Delta T}^{\sim}(0) k_{\Delta T}(0)}}{\sqrt{[k_{\Delta T}(0) - k_{\Delta T \Delta g}(0)][k_{\lambda_0}(0) - k_{\lambda_0 \Delta g}(0)]}}, \quad (2.2.26)$$

где $k_{\lambda_0 \Delta g}^{\sim}(0)$, $k_{\lambda_0 \Delta T}^{\sim}(0)$, $k_{\Delta T \Delta g}(0)$ — корреляционные функции при $\tau=0$ соответственно для λ_0 , вычисленного по Δg ; для λ_0 , вычисленного по ΔT , и для связи Δg и ΔT ; $k_{\Delta T}(0)$, $k_{\Delta g}(0)$, $k_{\lambda_0}(0)$ — корреляционные функции при $\tau=0$ соответственно для заданных ΔT и Δg , λ_0 .

Таким образом, степень тесноты связи между геологическими и геофизическими элементами необходимо характеризовать с помощью интегральных коэффициентов корреляции, вычисляемых по формулам (2.2.22), (2.2.25) и (2.2.26).

§ 2.3

Набор эталонных линейных операторов при качественной интерпретации аномалий

1°. Пусть, согласно некоторой схеме геологической классификации, элементы λ_{01} , λ_{02} , ..., λ_{0t} будут символами некоторых элементарных геологических понятий, «названий» понятий, которым сопоставлены непересекающиеся совокупности геофизических количественных признаков $N_\tau = (n_{\tau 1}, n_{\tau 2}, \dots, n_{\tau x})$, где $n_{\tau \xi}$ ($\tau=1, 2, \dots, t$; $\xi=1, 2, \dots, x$) есть количественно измеренные признаки, описывающие гравитационные и магнитные аномалии $\lambda_{0\tau} \sim N_\tau \equiv n_{\tau \xi}$. Например, λ_{01} есть «рудная аномалия», λ_{02} — «безрудная», т. е. по условию задачи аномалии достаточно подразделить на два класса, или λ_{01} , λ_{02} , ..., λ_{0t} — названия типов земной коры; если, например, требуется по аномалиям в пределах некоторой области R_0 указать, есть здесь локальная структура или нет, то λ_{01} — «имеется локальная структура», λ_{02} — «локальная структура отсут-

ствуется»; при оценке вещественного состава возмущающих масс, например, λ_{01} — «породы кислого состава», λ_{02} — «породы ультраосновного состава» и т. п. Количественные признаки $n_{\tau\xi}$, согласно § 1.3, могут являться статистическими моментами различного порядка гравитационных и магнитных аномалий в пределах некоторой области R_0 или параметрами аномалий; x -мерное фазовое пространство совокупностей N_τ геофизических признаков (образов*) E_x будем рассматривать как x -мерное (конечно-мерное) векторное (евклидово) пространство, в котором упорядоченные вещественные числа $n_{\tau\xi}$ есть координаты вектора N_τ .

Пусть требуется по вектору признаков $N_\tau = (n_{\tau 1}, n_{\tau 2}, \dots, n_{\tau x})$ установить класс геологического понятия (из заданной совокупности $\lambda_{01}, \lambda_{02}, \dots, \lambda_{0t}$), к которому могут быть отнесены соответствующие им в плане возмущающие массы. Например, необходимо по аномалиям определить вещественный состав возмущающих масс в градации: кислые, средние, основные, ультраосновные.

Очевидно, что по ряду геолого-геофизических причин для одного и того же элементарного геологического понятия $\lambda_{0\tau}$, $\tau = 1, 2, \dots, t$, одноименные количественные признаки из $N_\tau \sim \lambda_{0\tau}$, взятые в разных областях, будут случайным образом различаться. Например, амплитуда магнитных аномалий над ультраосновными интрузиями из разных областей различна. В этой связи в пространстве образов E_x для одного и того же элементарного понятия $\lambda_{0\tau}$ мы будем иметь некоторую совокупность векторов признаков $\bar{N}_\tau = \{N_{\tau 1}, N_{\tau 2}, \dots, N_{\tau s_\tau}\}$, т. е. серию точек в s_τ -мерном пространстве. Если из них построить некоторый средний вектор признаков N_τ^0 , то определение номера геологического понятия из заданной их совокупности $\lambda_{01}, \lambda_{02}, \dots, \lambda_{0t}$, которому соответствует некоторый конкретный вектор признаков N^κ , можно осуществить, применяя идеи и методы распознавания образов.

Пусть в распоряжении исследователя имеется представительный эталонный набор векторов признаков, для каждого из которых априори известен класс геологического понятия, т. е. пусть задана схема классификации $\lambda_{01}, \lambda_{02}, \dots, \lambda_{0t}$ и им соответствующие векторы признаков $N_{\tau 1}^{\pi\sigma}, N_{\tau 2}^{\pi\sigma}, \dots, N_{\tau s_\tau}^{\pi\sigma}$, $\tau = 1, 2, \dots, t$; $\lambda_{0\tau} \in \bar{N}_\tau^{\pi\sigma} = \{N_{\tau\sigma}^{\pi\sigma}\}$, $\sigma = 1, 2, \dots, s_\tau$. Для каждой совокупности $\bar{N}_\tau^{\pi\sigma}$ вычислим средний вектор N_τ^0 (очевидно, что $N_\tau^0 \in \lambda_{0\tau}^{\pi\sigma}$), который можно рассматривать как статистическое среднее некоторого случайного вектора признаков N_τ^{0c} , полученное по конкретным его значениям $N_{\tau 1}^{\pi\sigma}, N_{\tau 2}^{\pi\sigma}, \dots, N_{\tau s_\tau}^{\pi\sigma}$ представительной выборки. Если множества $\bar{N}_1^{\pi\sigma}, \bar{N}_2^{\pi\sigma}, \dots, \bar{N}_t^{\pi\sigma}$ есть выпуклые непересекающиеся множества, то для определения (распознавания) по какому-либо конкретному вектору геофизических признаков $N^{\text{пк}}$ класса ему соответствующего геологического понятия достаточно установить, к какому из средних векторов признаков** $N_1^0, N_2^0, \dots, N_t^0$ ближе всего, в некотором смысле, конкретный вектор $N^{\text{пк}}$.

Поскольку векторы признаков можно рассматривать как векторы x -мерного эквивалента пространства, близость двух векторов в этом случае оценивается в смысле линейного пространства, т. е. будем считать, что конкретный вектор признаков $N^{\text{пк}}$ описывает тот класс элементар-

* Под образом здесь понимается совокупность наиболее характерных черт геофизических полей, рассматриваемых как изображения геологического объекта.

** Предполагается, что набор средних векторов признаков $N_1^0, N_2^0, \dots, N_t^0$ полон в том смысле, что любой конкретный вектор $N^{\text{пк}}$ всегда является конкретным значением одного из случайных векторов N_τ^{0c} .

ного геологического понятия $\lambda_{0\varphi}$, для которого расстояние между $N^{\text{пк}}$ и N_{φ}^0 в евклидовом пространстве наименьшее из всех возможных:

$$\rho(N^{\text{пк}}, \bar{N}^0) = \min_{N_{\tau}^0 \in \bar{N}^0} \|N^{\text{пк}} - N_{\tau}^0\| = \|N^{\text{пк}} - N_{\varphi}^0\|, \bar{N}^0 = \{N_1^0, N_2^0, \dots, N_t^0\}, \quad (2.3.1)$$

$$\rho(N^{\text{пк}}, \bar{N}^0) = \min_{N_{\tau}^0 \in \bar{N}^0} \left| \sqrt{\sum_{\xi=1}^x (n_{\xi}^{\text{к}} - n_{\tau\xi}^0)^2} \right| = \left| \sqrt{\sum_{\xi=1}^x (n_{\xi}^{\text{к}} - n_{\varphi\xi}^0)^2} \right|. \quad (2.3.2)$$

Можно также распознавание класса геологических понятий из заданной схемы классификации осуществлять по величине угла между векторами $N^{\text{пк}}$, N_{τ}^0 , т. е.

$$\min_{N_{\tau}^0 \in \bar{N}^0} \left| \arccos \frac{(N^{\text{пк}}, N_{\tau}^0)}{\|N^{\text{пк}}\| \cdot \|N_{\tau}^0\|} \right| = \left| \arccos \frac{(N^{\text{пк}}, N_{\varphi}^0)}{\|N^{\text{пк}}\| \cdot \|N_{\varphi}^0\|} \right|, \quad (2.3.3)$$

где

$$(N^{\text{пк}}, N_{\tau}^0) = \sum_{\xi=1}^x n_{\xi}^{\text{к}} n_{\tau\xi}^0, \|N\| = \sqrt{\sum_{\xi=1}^x n_{\xi}^2}.$$

Рассматривая составляющие сравниваемых векторов признаков $N^{\text{пк}}$ и N_{τ}^0 как варианты некоторых случайных величин $n^{\text{кс}}$ и n_{τ}^0 , определить номер искомого класса можно по величине максимального коэффициента корреляции, характеризующего, как известно, степень тесноты связи случайных величин, а именно:

$$\begin{aligned} \max_{\tau} & \left| \frac{\sum_{\xi=1}^x (n_{\xi}^{\text{к}} - \bar{n}^{\text{к}}) (n_{\tau\xi}^0 - \bar{n}_{\tau}^0)}{\sqrt{\sum_{\xi=1}^x (n_{\xi}^{\text{к}} - \bar{n}^{\text{к}})^2 \cdot \sum_{\xi=1}^x (n_{\tau\xi}^0 - \bar{n}_{\tau}^0)^2}} \right| = \\ & = \left| \frac{\sum_{\xi=1}^x (n_{\xi}^{\text{к}} - \bar{n}^{\text{к}}) (n_{\varphi\xi}^0 - \bar{n}_{\varphi}^0)}{\sqrt{\sum_{\xi=1}^x (n_{\xi}^{\text{к}} - \bar{n}^{\text{к}})^2 \cdot \sum_{\xi=1}^x (n_{\varphi\xi}^0 - \bar{n}_{\varphi}^0)^2}} \right|. \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

Если для каждого набора экспериментальных данных $N_{\tau 1}^{\text{пэ}}, N_{\tau 2}^{\text{пэ}}, \dots, N_{\tau s_{\tau}}^{\text{пэ}}$ определить гиперсферу $S_{\tau}(N_{\tau}^0, r_{\tau})$ с центром в N_{τ}^0 и радиусом

$$\rho(N_{\tau\sigma}^{\text{пэ}}, N_{\tau}^0) = \max_{N_{\tau\sigma}^{\text{пэ}} \in N_{\tau}^0} \|N_{\tau\sigma}^{\text{пэ}} - N_{\tau}^0\| = r_{\tau}, \quad (2.3.5)$$

то задача распознавания состоит в определении номера той сферы (из совокупности S_1, S_2, \dots, S_t), в которую попадает конкретный вектор $N^{\text{пк}}$. Для этого определяется расстояние между векторами $N^{\text{пк}}$ и N_{τ}^0 , которое сравнивается с величинами r_1, r_2, \dots, r_t , при этом вектор $N^{\text{пк}}$ относится к классу ψ тогда, когда $\|N^{\text{пк}} - N_{\varphi}^0\| \leq r_{\varphi}$.

В случае разделения только двух понятий в пространстве образов строят разделяющую его на два полупространства гиперплоскость и т. п. [37, 49, 54, 75, 76, 185, 210, 234, 243, 257 и др.].

2°. Анализ конкретных геолого-геофизических ситуаций показывает, что гипотеза о концентрации концов векторов геолого-геофизических признаков, принадлежащих одному и тому же классу, в одной гипер-

сфере не всегда является удовлетворительной. Например, при решении задачи разделения магнитных аномалий на «рудные» и «безрудные» в Алтае-Саянской области оказалось, что гиперсфера «рудных» аномалий полностью лежит в гиперсфере «безрудных» аномалий, но векторы внутри каждой гиперсферы распределены неравномерно, причем так, что в гиперсферическое кольцо «рудных» аномалий ни один «безрудный» вектор практически не попадает. В такой ситуации применение гипотезы о гиперсфере к прогнозу номера класса испытуемого вектора не позволяет дать правильный ответ, так как гиперсферы «рудных» и «безрудных» аномалий существенно пересекаются. В этой связи предлагается вместо гипотезы гиперсферы принять гипотезу о гиперсферических кольцах с неравномерным распределением в них концов векторов геолого-геофизических признаков.

Пусть векторы первого класса описываются системой гиперсферических колец

$$K'_1(\rho'_{11}, \rho'_{12}), K'_2(\rho'_{21}, \rho'_{22}), \dots, K'_a(\rho'_{a1}, \rho'_{a2}),$$

а второго класса соответственно

$$K''_1(\rho''_{11}, \rho''_{12}), K''_2(\rho''_{21}, \rho''_{22}), \dots, K''_b(\rho''_{b1}, \rho''_{b2}),$$

($\rho_{ij}, \rho_{i(j+1)}$ — радиусы гиперсфер, ограничивающих кольцо). Предполагается, что в каждом кольце плотность распределения векторов может быть неравномерной. На рис. 1 показан один из возможных примеров. Для построения гиперсферических колец необходимо вычислить по заданным наборам векторов первого $\{N_{11}, N_{12}, \dots, N_{1m_1}\}$ и второго $\{N_{21}, N_{22}, \dots, N_{2m_2}\}$ класса средние векторы для каждого класса \bar{N}_1 и \bar{N}_2 , расстояния между каждым вектором и соответствующим ему средним вектором, т. е. $\{\rho_{11}, \rho_{12}, \dots, \rho_{1m_1}\}$ и $\{\rho_{21}, \rho_{22}, \dots, \rho_{2m_2}\}$, расстояния между средними векторами Δ_{12} , а затем построить картину плотности распределения этих точек (вариационные кривые). По поведению вариационной кривой оцениваются размеры гиперсферических колец, области пересечения таких колец для разных классов и т. п.

Для оценки номера класса, к которому принадлежит испытуемый вектор N^k , достаточно вычислить его расстояние от \bar{N}_1 и от \bar{N}_2 , т. е. найти ρ_1^k, ρ_2^k . По величинам ρ_1^k, ρ_2^k устанавливаются гиперсферические кольца, в которые попадает вектор N^k , и оценивается надежность от-

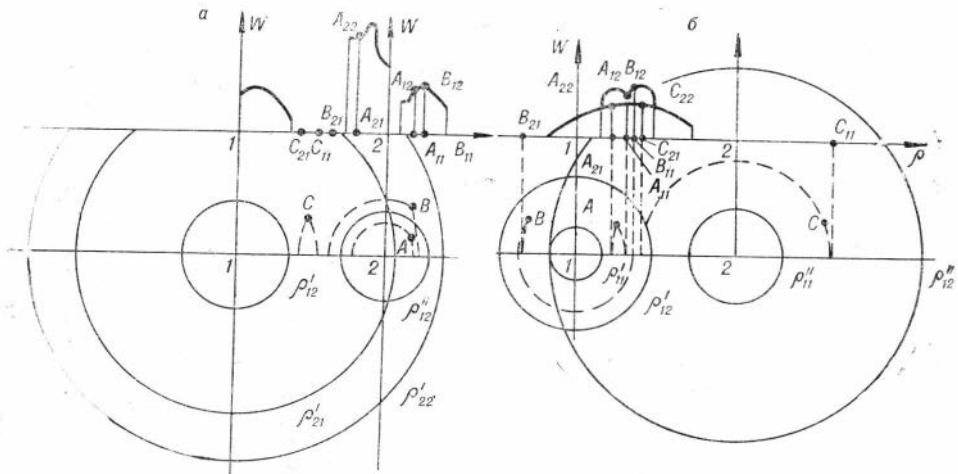


Рис. 1. а — график плотности распределения векторов признаков первого класса, б — график плотности распределения векторов признаков второго класса.

несения этого вектора к первому или второму классу. При этом, если, например, вектор находится в точке B (см. рис. 1, a), то по графику плотности распределения получается, что вероятность отнесения N_B^K к первому классу равна $P_{1B} = \frac{B_{11}B_{12}}{B_{11}B_{12} + 0}$, а ко второму — $P_{2B} = 0$, так как точка B_{21} не попадает в область вариационной кривой. Отсюда заключаем, что вектор N_B^K принадлежит к первому классу с плотностью распределения $W_B = B_{11}B_{12}$. Для точки A получим P_{1A} и P_{2A} , не равные нулю, и тем самым вопрос о принадлежности к тому или иному классу определенно не решается. В данном случае имеем:

$$P_{1A} = \frac{A_{11}A_{12}}{A_{11}A_{12} + A_{21}A_{22}}, \quad P_{2A} = \frac{A_{21}A_{22}}{A_{11}A_{12} + A_{21}A_{22}}$$

(на нашем чертеже $P_{1A} < P_{2A}$, следовательно, с вероятностью P_{2A} точка A относится ко второму классу). Здесь решение может быть принято либо по большему значению вероятности, либо по большему значению длины вектора $Q = (W, P)$, строящегося для обоих классов (т. е. $Q_{1A} = (W_{1A}, P_{1A})$, $Q_{2A} = (W_{2A}, P_{2A})$).

Для точки C , как видно из рисунка, имеем $P_{1C} = P_{2C} = 0$, т. е. вектор N_C^K не принадлежит ни к первому, ни ко второму классу.

Опыт исследования гипотезы гиперсферических колец показал ее большую надежность в решении геолого-геофизических задач.

3°. Итак, пусть в некоторой области R_0 необходимо с надежностью не менее P_0 указать по совокупности количественных признаков аномалий $N^{nk} = (n_1, n_2, \dots, n_x)$ название элементарного геологического понятия из априори заданной классификации $\lambda_{01}, \lambda_{02}, \dots, \lambda_{0i}$; например, по количественным признакам магнитной аномалии необходимо указать, является ли она «рудной» или «безрудной» согласно принятому априори определению «рудности» аномалий.

Будем считать, что по каждому классу $\lambda_{01}, \lambda_{02}, \dots, \lambda_{0i}$ имеется представительный набор векторов признаков $\bar{N}_\tau^{n^3} = \{N_{\tau 1}^{n^3}, N_{\tau 2}^{n^3}, \dots, N_{\tau 3\tau}^{n^3}\}$. Например, по данным бурения известны аномалии «рудные» и аномалии «безрудные».

В соответствии с общей корреляционной схемой геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий и определениями п. 1° этого параграфа поступаем следующим образом.

По всем эталонным данным (C_1 -классификации) для каждого класса геологических понятий вычисляем средние векторы $N_1^0, N_2^0, \dots, N_i^0$, а затем, сравнивая по одному из описанных в п. 1°, 2° способов каждый из заданных векторов с $N_1^0, N_2^0, \dots, N_i^0$, определяем номер того класса, к которому можно было бы по данной схеме распознавания отнести эталонный вектор признаков. Для тех эталонных векторов признаков, для которых такое сравнение укажет их действительный класс, припишем единицу; для которых сравнение с векторами $N_1^0, N_2^0, \dots, N_i^0$ по вышеуказанным формулам укажет не его класс — нуль. Сумма таких нулей и единиц, поделенная на число заданных векторов признаков, будет характеризовать надежность принятого оператора (способа распознавания) установления по геофизическим данным геологического элемента в заданной классификации (это будет частота W_1).

Если $W_1 \geq P_0$, то такой способ определения по набору количественных признаков геологического элемента можно применять для прогноза. Если же $W_1 < P_0$, то все эталонные данные следует подразделить на группы согласно C_2 -классификации. А затем для каждой из групп повторить указанный выше процесс.

Пусть в результате сравнения заданных векторов $N_{\tau\sigma}^{\pi_3}$ со средними $-N_{\tau}^0$ для первой группы имеем частоты W_{21} , а по второй $-W_{22}$ и т. д. Если теперь для одной из групп, например, первой, $W_{21} < P_0$, то эталонные данные, входящие в эту группу, вновь, согласно геологической C_2 -классификации, подразделяются на группы и для каждой из них в отдельности вычисляются средние векторы признаков, с которыми сравниваются относящиеся к этой группе эталонные векторы признаков. Процесс подразделения повторяется до отыскания эталонной решающей C_k^3 -классификации.

Таким образом, как и при количественной интерпретации, получим k наборов средних векторов признаков $\bar{N}_1^0, \bar{N}_2^0, \dots, \bar{N}_k^0$ (где $\bar{N}_j^0 = \{N_{j1}^0, N_{j2}^0, \dots, N_{ji}^0\}$, $j=1, 2, \dots, k$), по которым возможна классификация геофизических данных по заданной геологической классификации $\lambda_{01}, \lambda_{02}, \dots, \lambda_{0t}$, а также набор обобщенных векторов признаков $N_1^{\pi_3}, N_2^{\pi_3}, \dots, N_k^{\pi_3}$, описывающих статистические свойства каждого из k эталонных пространств (классов) C_k^3 -классификации.

Если теперь в некоторой области R_0 по элементам $\lambda_{\pi i}^k$ необходимо указать из совокупности $\lambda_{01}, \lambda_{02}, \dots, \lambda_{0t}$ название геологического понятия, то необходимо:

1. Построить конкретный вектор признаков $N^{\pi k}$ по элементам $\lambda_{\pi i}^k$;
2. Сравнив $N^{\pi k}$ с каждым вектором признаков $N_1^{\pi_3}, N_2^{\pi_3}, \dots, N_k^{\pi_3}$ по одному из описанных в п. 1° способов, — указать номер эталонного пространства (класса) и соответствующий ему номер набора средних векторов признаков $\bar{N}_{\varphi}^0 = \{N_{\varphi 1}^0, N_{\varphi 2}^0, \dots, N_{\varphi t}^0\}$;
3. Сравнив по формулам п. 1° настоящего параграфа конкретный вектор $N^{\pi k}$ с векторами $N_{\varphi 1}^0, N_{\varphi 2}^0, \dots, N_{\varphi t}^0$, — определить номер Ψ -класса геологической классификации $\lambda_{0\Psi} \in \{\lambda_{01}, \lambda_{02}, \dots, \lambda_{0t}\}$ и ему соответствующее название элементарного геологического понятия.

§ 2.4

Разделение эталонных данных на группы

1°. Подразделение эталонных данных на группы, согласно теории корреляционной модели, осуществляется в соответствии с априори заданным набором геологических классификаций. Последние задаются на основании геологических сведений об исследуемом районе в зависимости от типа решаемых задач, причем в каждой конкретной ситуации набор геологических классификаций может быть разным. Ниже мы опишем еще один путь построения условной геолого-физической классификации.

Пусть в распоряжении исследователя имеется некоторый набор эталонных данных Λ^3 , по которому необходимо построить линейные операторы прогноза $-A_1, A_2, \dots, A_k$, т. е. пусть в n точках r_v ($v=1, 2, \dots, n$) известны значения элемента $- \lambda_0^3(r_v)$ и на всей эталонной области R^3 определены элементы $\lambda_{\pi i}^3(R^3)$ ($i=1, 2, \dots, h$). И пусть известно, что гравитационные (или магнитные) аномалии обусловлены t_1, t_2, \dots, t_c физико-геологическими факторами, каждый из которых описывается некоторым набором количественных признаков $N_{i\sigma} = (n_{\sigma 1}, n_{\sigma 2}, \dots, n_{\sigma c})$, $\sigma=1, 2, \dots, c$. Например, известно, что интенсивность аномалий силы тяжести зависит от наличия или отсутствия в разрезе земной коры того или иного слоя (t_1), от соотношений мощностей отдельных слоев земной коры (t_2) и т. п.

Согласно предыдущему, в тех случаях, когда единый для всех эталонных данных оператор прогноза построить не удастся, эти данные последовательно подразделяются согласно S_j -классификациям. Учитывая это, подразделение множества Λ^3 на непересекающиеся и исчерпывающие его подмножества $\Lambda_1^3, \Lambda_2^3, \dots, \Lambda_k^3$ будем производить так.

Множество физико-геологических факторов $\vec{t} = \{t_1, t_2, \dots, t_c\}$ упорядочим по степени возмущающего воздействия каждого фактора. Пусть гравитационный (или магнитный) эффект фактора t_1 больше гравитационных эффектов факторов t_2, t_3, \dots, t_c , гравитационный эффект фактора t_2 больше гравитационных эффектов факторов t_3, t_4, \dots, t_c и т. д., т. е. t_1, t_2, \dots, t_c . И пусть каждый из факторов описывается каким-либо количественным признаком, принимающим лишь два значения $n_{\sigma 1}$ и $n_{\sigma 2}$, $\sigma = 1, 2, \dots, c$, т. е. $N_{i\sigma} = (n_{\sigma 1}, n_{\sigma 2})$. Будем считать, что в каждой точке r_v , в которой заданы значения элемента λ_0^3 , можно указать либо $n_{\sigma 1}$, либо $n_{\sigma 2}$.

Первое разбиение множества Λ^3 выполним по первому физико-геологическому фактору $t_1 \sim N_{11} = (n_{11}, n_{12})$, т. е. по фактору, обуславливающему наибольший гравитационный (или магнитный) эффект. С этой целью все те точки r_v эталонных данных, которым соответствует количественный признак n_{11} , отнесем в одну группу Λ_1^3 , а точки, которым соответствует количественный признак n_{12} , — в другую Λ_2^3 .

Второе разбиение осуществляется по количественным признакам уже двух физико-геологических факторов $t_1, t_2, N_{11} = (n_{11}, n_{12}), N_{12} = (n_{21}, n_{22})$, при этом эталонные данные подразделяются на 4 группы.

В табл. 1 приведена логическая схема классификации * эталонных данных по трем физико-геологическим факторам t_1, t_2, t_3 .

Пусть, например, эталонные данные заданы в областях, в которых известно, что геологический разрез содержит осадочный чехол, составленный в одних районах из терригенных пород, а в других — из карбонатных и терригенных, причем фундаментом осадочного чехла в одних районах являются палеозойские породы, а в других — докембрийские. Обозначим терригенные породы через s_1 , карбонатные через s_2 и фундамент разрезом земной коры для этой частной задачи (здесь для s_1 и s_2 величины n_{s_1} и n_{s_2} принимают значения 0, если в разрезе соответствующий слой отсутствует, и 1, если он присутствует; $n_{s_3} = 0$, если фундамент палеозойский, и $n_{s_3} = 1$, если фундамент докембрийский).

Согласно условию, правая половина таблицы отпадает, так как терригенные породы всегда присутствуют. Таким образом, в данной

Таблица 1

N_{11}	n_{11}				n_{12}			
N_{12}	n_{21}		n_{22}		n_{21}		n_{22}	
N_{13}	n_{31}	n_{32}	n_{31}	n_{32}	n_{31}	n_{32}	n_{31}	n_{32}
Группа	1	2	3	4	5	6	7	8

* О принципах классификации см., например: Ю. А. Воронин. «Опыт анализа и построения геологических классификаций на основе представлений конечной математики». Отчет, 1963 г. Библ. ИГиГ СО АН СССР. Кемень Д. Ж. и др. «Введение в конечную математику». ИЛ, 1963.

n_{s1}	1				0			
n_{s2}	1		0		1		0	
n_{s3}	1	0	1	0	1	0	1	0
Классы разрезов	1	2	3	4	5	6	7	8

ситуации эталонные данные могут быть подразделены максимум на четыре группы. Пусть, например, присутствие или отсутствие карбонатных пород существенно изменяет характер гравитационного аномального поля (наиболее важный физико-геологический фактор t_1). Тогда при первом разбиении эталонные данные, относящиеся к первому и второму классу, включаются в первую группу, а относящиеся к третьему и четвертому классу — во вторую. При втором разбиении будем иметь четыре группы, соответствующие некоторым четырем классам, описываемым заданным набором геолого-геофизических факторов.

Получаемый при таком подразделении эталонных данных набор T_1, T_2, \dots, T_k областей есть, вообще говоря, набор областей земной коры, различных не в структурно-геологическом отношении, а лишь по степени воздействия на гравитационные и магнитные поля геолого-физических факторов.

§ 2.5

Обобщенный алгоритм количественной интерпретации

1°. Пусть на некоторой области R^k заданы какие-либо геофизические функции λ_{pi}^k , например, $\lambda_{p1}^k = \Delta g$, $\lambda_{p2}^k = \Delta T$ и т. д. Необходимо на этой области построить какой-либо геологический элемент λ_0^k с ошибкой не более ε_0 . И пусть на области R^3 , такой, что $R^3 \cup R^k = R$, заданы и геофизические функции λ_{pi}^3 и тот геологический элемент λ_0^3 , значения которого необходимо найти на области R^k . Кроме того, будем считать, что задана некоторая геологическая классификация эталонных данных на R^3 с указанием числа эталонных данных, относящихся к каждому классу. Например, C_1 соответствует области R^3 с включением всех n эталонных данных λ_0^3 (один класс) ($k=1$), C_2 — области R^3 , в которой эталонные данные делятся на два класса, такие, что $n_{21} + n_{22} = n$ ($k=2$); C_3 — области R^3 , в которой три класса, т. е. $n_{31} + n_{32} + n_{33} = n$ ($k=3$) и т. д. $C_k \sim n_{k1} + n_{k2} + \dots + n_{kp}$ ($k=k$). Задача сводится: 1) к определению лучшей классификации C_Φ^3 в том смысле, чтобы средняя квадратическая ошибка построения геологического элемента λ_0^3 удовлетворяла условиям $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_0$, $\varepsilon_2 \leq \varepsilon_0$, \dots , $\varepsilon_k \leq \varepsilon_0$ и чтобы число классов в C_Φ^3 -классификации при этом было минимально, 2) к разделению области R^k на k классов и 3) к прогнозированию геологического элемента на R^k .

Решение такой количественной задачи интерпретации геофизических данных делится на два этапа:

1) отыскание оптимальных, в смысле среднеквадратического критерия, операторов, выражающих зависимость между геологическим элементом λ_0^3 и геофизическими элементами λ_{pi}^3 , заданными на этой же области R^3 для наименьшего числа классов классификации при $\varepsilon_j \leq \varepsilon_0$;

2) прогноз по геофизическим элементам, заданным на области R^k , геологического элемента λ_0^k .

Назовем первый этап решения количественной задачи интерпретации геофизических данных эталонным. Как было сказано выше, он заключается в отыскании оптимальных, в смысле среднеквадратического критерия, операторов. Общий вид оператора, выражающего зависимость между геологическим элементом λ_0^a и геофизическими элементами или функциями этих геофизических элементов $f_i[\lambda_{pi}]$ запишется так:

$$\lambda_0^a(r) + \varepsilon(r) = \alpha_{00} + \sum_{i=1}^h \sum_{\mu=0}^{m_i} \alpha_{i\mu} f_i [\lambda_{pi}^a(r + \Delta r_{i\mu})], \quad (2.5.1)$$

здесь $\alpha_{i\mu}$ — некоторые коэффициенты, подлежащие определению.

Пусть исходные данные представлены, например, так, как это указано на рис. 2.

Область интегрирования R_0 пусть имеет размеры $\alpha \times \beta$. Размеры всей исходной матрицы есть $p \times q$. Число геофизических функций, представленных на области R , равно h .

На рис. 2, а, R — область определения элементов для C_1 -классификации; R_1 и R_2 — области определения элементов при подразделении их на два класса (C_2 -классификации); R_{11}, R_{12}, R_{13} — области определения элементов при подразделении R_1 на три подкласса, а R_{21}, R_{22} — соответственно при подразделении R_2 на два подкласса; R_{11}, R_{12}, R_{13} и R_{21}, R_{22} в целом являются областями определения элементов в случае C_3 -классификации. Таким образом, в данном примере можно построить в принципе от одного до пяти операторов указанного вида.

Необходимо установить наименьшее число операторов, для которых их ошибки будут меньше наперед заданной ε_0 .

Для каждого эталонного геологического элемента λ_0^a независимо от заданных классификаций строится уравнение вида (2.5.1).

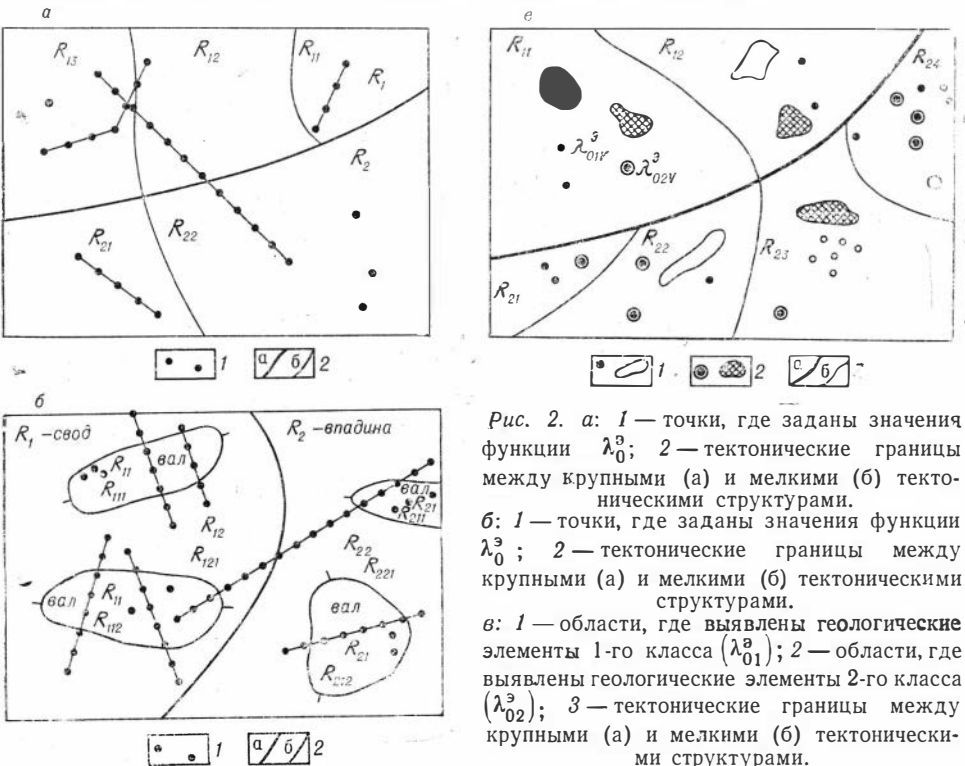


Рис. 2. а: 1 — точки, где заданы значения функции λ_0^a ; 2 — тектонические границы между крупными (а) и мелкими (б) тектоническими структурами.

б: 1 — точки, где заданы значения функции λ_0^a ; 2 — тектонические границы между крупными (а) и мелкими (б) тектоническими структурами.

в: 1 — области, где выявлены геологические элементы 1-го класса (λ_{01}^a); 2 — области, где выявлены геологические элементы 2-го класса (λ_{02}^a); 3 — тектонические границы между крупными (а) и мелкими (б) тектоническими структурами.

Для этого на области R^3 с центром в точке, в которой известно значение геологического элемента, выделяется область R_0 размером $\alpha \times \beta$. Значения геофизической функции в точках области R_0 суммируются по окружности различных радиусов $\Delta r_{i\mu}$. Получим матрицу чисел, где единица соответствует α_{00} :

$$\begin{pmatrix} 1, & \lambda_{n1}^3(r_1 + \Delta r_0), & \lambda_{n1}^3(r_1 + \Delta r_1), & \dots, & \lambda_{nh}^3(r_1 + \Delta r_m) \\ 1, & \lambda_{n1}^3(r_2 + \Delta r_0), & \lambda_{n1}^3(r_2 + \Delta r_1), & \dots, & \lambda_{nh}^3(r_2 + \Delta r_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1, & \lambda_{n1}^3(r_n + \Delta r_0), & \lambda_{n1}^3(r_n + \Delta r_1), & \dots, & \lambda_{nh}^3(r_n + \Delta r_m) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_0^3(r_1) \\ \lambda_0^3(r_2) \\ \dots \\ \lambda_0^3(r_n) \end{pmatrix}.$$

Эта матрица чисел представляет собой систему уравнений погрешностей. Далее производится построение оптимального, в смысле среднеквадратического критерия, оператора вида (2.5.1). Операторы строятся также для всех заданных классификаций по каждому классу. Затем окончательно выбираются операторы, построенные для такого деления эталонного материала, при котором все полученные среднеквадратические ошибки меньше заданной ϵ_0 . Так, в нашем примере первым строится оператор для $k_1=1$, т. е. все эталонные области R^3 относятся к одной геологической зоне (классу). По всем полученным уравнениям погрешностей составляется и решается система нормальных уравнений. В результате решения системы нормальных уравнений получим коэффициенты $\{\alpha_{i\mu}\}$ и среднеквадратическую ошибку ϵ_1 . Если $\epsilon_1 \leq \epsilon_0$, то принимаем решение: построенный оператор можно применять для определения геологического элемента на всей области R^k без подразделения геологических зон. В этом случае геологический элемент λ_0^k будет вычисляться в каждой точке R^k с ошибкой ϵ_1 , не превышающей ошибки ϵ_0 , заданной интерпретатором. Если же $\epsilon_1 > \epsilon_0$, то построенный оператор не может быть применен для прогноза геологического элемента λ_0^k на области R^k . В этом случае обращаемся к следующей классификации — C_2 . В нашем примере $k_2=2$. Все эталонные области R^3 разделены на два геологических класса R_1^3 и R_2^3 . Тем самым уравнения погрешностей также разделены на две группы соответственно принятой классификации. Для каждой группы уравнений погрешностей вновь составляется система нормальных уравнений, в результате решения которых получим коэффициенты $\{\alpha_{i\mu}\}_1$ и $\{\alpha_{i\mu}\}_2$ и две среднеквадратические ошибки ϵ_1 и ϵ_2 . Если каждая из полученных ошибок меньше заданной, т. е. $\epsilon_1 \leq \epsilon_0$ и $\epsilon_2 \leq \epsilon_0$, то окончательно принимается решение: для определения λ_0^k на R^k следует принять два оператора.

Но если хотя бы одно значение из ϵ_i больше заданного, то анализируется следующая из заданных классификаций, т. е. анализ продолжается до тех пор, пока вычисленные среднеквадратические ошибки для всех классов не будут меньше ϵ_0 , т. е. $\epsilon_1 \leq \epsilon_0, \epsilon_2 \leq \epsilon_0, \dots, \epsilon_k \leq \epsilon_0$. В нашем примере последняя анализируемая — C_3 -классификация. Если в этом случае получатся среднеквадратические ошибки больше, чем ϵ_0 , то построенные операторы можно условно принять за исходные для определения λ_0^k на R^k , но геологические элементы λ_0^k на R^k при этом будут вычисляться с ошибкой, большей ϵ_0 . Пусть окончательно в резуль-

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{01}^3(r) + \epsilon_1(r) &= a'_{00} + \sum_{i=1}^h \sum_{\mu=0}^{m_i} \alpha'_{i\mu} f'_{i\mu} [\lambda_{ni}^3(r + \Delta r_{i\mu})] \\ \lambda_{02}^3(r) + \epsilon_2(r) &= a''_{00} + \sum_{i=1}^h \sum_{\mu=0}^{m_i} \alpha''_{i\mu} f''_{i\mu} [\lambda_{ni}^3(r + \Delta r_{i\mu})] \\ \lambda_{03}^3(r) + \epsilon_3(r) &= a'''_{00} + \sum_{i=1}^h \sum_{\mu=0}^{m_i} \alpha'''_{i\mu} f'''_{i\mu} [\lambda_{ni}^3(r + \Delta r_{i\mu})] \end{aligned} \right\} \quad (2.5.2)$$

тате анализа эталонных областей R^3 будем иметь, например, такие три k_0 оператора:

По этим трем операторам требуется определить в каждой точке области R^k значения геологического элемента λ_0^k . Но для этого необходимо выбрать, по какому из трех операторов следует прогнозировать λ_0^k в конкретной точке области R^k , т. е. следует разделить каким-то образом область R^k на k_0 геологических классов, в нашем примере на три, и для каждой геологической зоны при прогнозе λ_0^k пользоваться оператором из (2.5.2), соответствующим этой геологической зоне. Для разделения R^k на k_0 геологических классов для всех аномальных точек каждого геологического класса из k_0 строится статистический вектор признаков следующим образом. Нами принято, что каждый геологический элемент λ_0^3 описывается значениями h геофизических функций, взятых на области $R_0 \in R^3$ с центром в точке, в которой известно значение λ_0^3 . По каждой области для каждого геологического элемента и строится вектор признаков, состоящий из следующих статистических характеристик: 1) математического ожидания аномального поля, вычисленного по области R_0 , 2) дисперсий поля, 3) третьего центрального момента, 4) четвертого центрального момента, 5) корреляционных моментов внутри одной геофизической функции, описывающих структурные особенности поля на области R_0 . Такие же статистические характеристики вычисляются для других геофизических функций из заданных h функций, а затем — центральные смешанные моменты для каждой пары геофизических функций из числа сочетаний C_h^2 .

Все статистические характеристики определяются по известным формулам. Корреляционные моменты вычисляются так. Пусть одна область R_0 с центром в точке r_0 закреплена, а другая точно такая же область является подвижной. Сдвинем подвижную область R_0 относительно неподвижной так, чтобы второй столбец неподвижной области совпал с первым столбцом подвижной, третий столбец неподвижной области — со вторым столбцом подвижной и т. д. При этом будем считать, что первый столбец неподвижной области совпадает с последним столбцом подвижной области. Тогда первый корреляционный момент для одной функции вычисляется по формуле

$$k_{01} = \frac{k'_{01} + k''_{01}}{2},$$

где k'_{01} — корреляционный момент, вычисленный при движении подвижной области R_0 слева направо, k''_{01} — корреляционный момент, вычисленный при движении подвижной области R_0 сверху вниз (можно k'_{01} и k''_{01} рассматривать как отдельные компоненты вектора признаков). Смешанные корреляционные моменты для пары геофизических функций из заданных h функций вычисляются так же, как и для одной функции с той лишь разницей, что неподвижной областью является одна из функций $\lambda_{n\varphi}$, а подвижной — другая $\lambda_{n\psi}$; $\varphi, \psi = 1, 2, \dots, h$ при $\varphi \neq \psi$.

Таким образом, для каждой эталонной области R_0 размером $\alpha \times \beta$ с центром в точке r_0 с известным значением геологического элемента λ_0^3 имеем статистический вектор признаков $N_{r_0}^{n3} = (n_1^3, n_2^3, \dots, n_x^3)$; всего таких векторов признаков в нашем примере для классификации из k_0 классов будет $n = n_1 + n_2 + \dots + nk_0$. По всем n векторам признаков вычисляется средний вектор признаков $\bar{N}^{n3} = (\bar{n}_1^3, \bar{n}_2^3, \dots, \bar{n}_x^3)$, а затем — дисперсии каждого признака, т. е. отклонения каждого эталонного вектора признаков от среднего вектора признаков. Получаем вектор признаков, составленный из дисперсий каждого признака $N_D^{n3} = (\sqrt{D_1},$

$\sqrt{D_2}, \dots, \sqrt{D_x}$). Чтобы привести признаки вектора к единой размерности, нормируем все эталонные векторы признаков по дисперсионному вектору признаков. Тогда они будут иметь вид:

$$N_v^{пэ} \sim \Gamma^{пэ} = \left(\frac{n_1^э}{\sqrt{D_1}}, \frac{n_2^э}{\sqrt{D_2}}, \dots, \frac{n_x^э}{\sqrt{D_x}} \right).$$

Как было уже отмечено выше, в результате выбора оптимальных, в смысле среднеквадратических ошибок, операторов вектора вида (2.5.1) выбрана некоторая классификация, состоящая из k_0 классов (в нашем примере $k_0=3$). Для каждого из k_0 классов вычисляются средние векторы признаков $\bar{\Gamma}_1^{пэ} = (\bar{\gamma}_{1\xi})$,

$$\bar{\Gamma}_2^{пэ} = (\bar{\gamma}_{2\xi}), \bar{\Gamma}_3^{пэ} = (\bar{\gamma}_{3\xi}), \xi = 1, 2, \dots, x, \bar{\gamma}_\xi = \frac{\bar{n}_\xi^э}{\sqrt{D_\xi}}.$$

Затем вычисляются расстояния ρ_{jv_j} в каждом из k_0 классов между средним вектором признаков и каждым вектором признаков, принадлежащим данному классу:

$$\rho_{jv_j} = \sqrt{\sum_{\xi=1}^x (\gamma_{jv_j\xi} - \bar{\gamma}_{j\xi})^2}, \quad j = 1, 2, \dots, k_0.$$

Таких расстояний в нашем примере для первого класса n_1 , для второго — n_2 и для третьего — n_3 .

В каждом классе определяется либо максимальное расстояние — ρ_j^{\max} , $j = 1, 2, \dots, k_0$ (определяющее гиперсферу каждого класса), либо строятся вариационные кривые распределения величин расстояний. На этом первый этап решения количественной задачи интерпретации геофизических данных заканчивается. В результате имеем:

1) K_0 операторов вида (2.5.2), оптимальных в смысле среднеквадратического критерия, т. е. $\epsilon_1 \leq \epsilon_0$, $\epsilon_2 \leq \epsilon_0$, \dots , $\epsilon_{k_0} \leq \epsilon_0$, 2) радиусы ρ_j^{\max} , $j = 1, 2, \dots, x$, гиперсфер каждого из выделенных k_0 классов или вариационные кривые распределения величин расстояний (см. § 2.3). Далее необходимо на области R^k провести районирование по k_0 классам и для каждой точки области R^k по соответствующему ей оператору вычислить геологический элемент λ_0^k .

В каждой точке прогнозной области вычисляется статистический вектор признаков, состоящий из характеристик, описанных выше, $N^{пк} = (n_1^k, n_2^k, \dots, n_x^k)$. Вычисленный прогнозный вектор признаков нормируется по дисперсионному вектору $N_D^{пэ}$, получаем $\Gamma^{пк} = (\gamma_\xi^k)$, $\xi = 1, 2, \dots, x$. Далее необходимо провести анализ с целью определения класса из k_0 , к которому относится прогнозный вектор признаков. Для этого вычисляются расстояния $\rho_j^{пк}$, $j = 1, 2, \dots, k_0$, между прогнозными вектором признаков и средним вектором признаков каждого класса. Каждое из вычисленных $\rho_j^{пк}$ сравнивается с соответствующим ему радиусом гиперсферы класса. Прогнозный вектор признаков относится к тому классу, для которого выполняется неравенство $\rho_\Phi^k \leq \rho_\Phi^{\max}$. В случае же анализа конкретного (прогнозного) вектора признаков на вариационных кривых также устанавливается номер класса. Затем выбираются коэффициенты $\{\alpha_{i\mu}\}_\Phi$ оператора, соответствующего выбранному классу, и по ним вычисляется значение геологического элемента λ_0^k .

2°. Рассмотрим структуру моделирующего алгоритма решения количественной задачи интерпретации геофизических данных в операторном виде.

- Φ_1 — анализ общей информации для решения первой части количественной задачи интерпретации — эталонной.
- Φ_2 — анализ эталонных областей R^0 и подготовка программы для решения задачи.
- A_3 — составление уравнения погрешностей, связывающих геологический элемент λ_0^0 и геофизические функции, для одной точки эталонной области.
- A_4 — построение вектора признаков $N_v^{пэ} = (n_{1v}^0, n_{2v}^0, \dots, n_{zv}^0)$ для одной точки эталонной области.
- P_5 — проверка условия: для всех ли точек одной эталонной области R построены уравнения погрешностей и статистические векторы признаков.
- P_6 — проверка условия: для всех ли эталонных областей построены уравнения погрешностей и статистические векторы признаков.
- A_7 — составление и решение системы нормальных уравнений по матрице коэффициентов уравнения погрешностей для всех заданных классификаций $C_j, j=1, 2, \dots, p$.
- A_8 — вычисление среднеквадратических ошибок ϵ для всех заданных классификаций C_j .
- Φ_9 — подготовка оперативной памяти электронно-вычислительной машины (ОЗУ ЭВМ) для ввода программы, решающей вторую часть задачи, а именно, прогнозную.
- Φ_{10} — ввод в ОЗУ ЭВМ прогнозной программы и матрицы числовых значений геофизических функций на R^k .
- A_{11} — выделение прогнозной матрицы из области R .
- P_{12} — анализ полученных среднеквадратических ошибок для каждой классификации из заданных k . Выбор окончательной классификации C_Φ^0 , для которой $\epsilon_j \leq \epsilon_0, j=1, 2, \dots, k_0$.
- A_{13} — вычисление дисперсионного вектора признаков $N_D^{пэ}$.
- A_{14} — нормирование эталонных векторов признаков.
- A_{15} — вычисление средних статистических векторов признаков для каждого класса выбранной классификации $\bar{N}_1^{пэ}, \bar{N}_2^{пэ}, \dots, \bar{N}_{k_0}^{пэ}$.
- A_{16} — вычисление расстояний ρ_{jv_j} в каждом классе от каждого эталонного вектора признаков до среднего вектора признаков своего класса.
- P_{17} — выбор ρ_j^{\max} из всех вычисленных ρ_{jv_j} в каждом классе.
- A_{18} — вычисление статистического вектора признаков для одной точки прогнозной матрицы $N_v^{пк}$.
- A_{19} — нормирование прогнозного вектора признаков по дисперсионному вектору признаков.
- A_{20} — вычисление расстояний от прогнозного вектора признаков до средних векторов признаков каждого класса $\rho_j^{пк}$.
- P_{21} — выбор расстояния из вычисленных $\rho_j^{пк}, j=1, 2, \dots, k_0$, для которого соблюдается условие $\rho_\Phi^{пк} \leq \rho_\Phi^{\max}$.
- P_{22} — выбор коэффициентов $\{\alpha_{i\mu}\}_\Phi$, соответствующих классу, к которому относится анализируемый прогнозный вектор признаков.
- A_{23} — вычисление коэффициентов уравнения погрешностей для точек прогнозной матрицы.
- A_{24} — вычисление геологического элемента в точке прогнозной матрицы по выбранному оператору.
- P_{25} — сравнение числа точек прогнозной матрицы, для которых определены значения λ_0^k , с ее размером по стороне $(p-\alpha+1)$.
- P_{26} — сравнение числа строк прогнозной матрицы, для которых решена задача, с числом заданных строк.

A_{27} — вывод результатов анализа принадлежности к определенному классу прогнозных векторов признаков по строке матрицы на печатающее устройство ЭВМ.

A_{28} — вывод результатов вычисления геологического элемента λ_0^k по строке прогнозной матрицы на печатающее устройство ЭВМ.

Φ_{29} — перекомпоновка матрицы R^k для определения значений λ_0^k на следующей строке прогнозной матрицы.

P_{30} — сравнение числа прогнозных матриц, для которых решена количественная задача интерпретации, с заданным числом h прогнозных матриц.

Φ_{31} — подготовка ОЗУ ЭВМ для решения прогнозной задачи по следующим из заданных h прогнозных матриц.

R — конец решения задачи.

Структура моделирующего алгоритма процесса решения количественной задачи интерпретации геофизических данных запишется так: $\Phi_1 \Phi_2 A_3 A_4 P_5^{+3+6} P_6 A_7 A_8 \Phi_9 \Phi_{10} A_{11} P_{12} A_{13} A_{14} A_{15} A_{16} P_{17} A_{18} A_{19} A_{20} P_{21} P_{22} A_{23}^{+3+24} A_{24} P_{25}^{+18+26} P_{26}^{+18+27} A_{27} A_{28} \Phi_{29} P_{30}^{+18+R} \Phi_{31} R$.

При записи операторной схемы соблюдались следующие правила:

1. Знаки операторов записываются в строку и снабжаются справа внизу порядковыми номерами. Нумерация в схеме «сквозная».

2. Если два оператора написаны рядом, то стоящий слева передает управление стоящему справа.

3. Если от данного оператора управление передается не соседнему оператору, то справа сверху ставится номер того оператора, которому передается управление.

4. Стрелка, поставленная справа вверх от символа логического оператора и направленная вверх, обозначает направление передачи управления в случае, когда условие, проверенное логическим оператором, не выполнено, и вниз — в противном случае.

3°. Опишем работу операторной схемы.

Φ_1 — оператор формирования — анализирует общую информационную перфокарту, определяет число эталонных областей R^0 , записывает программу во внешнюю память ЭВМ на магнитный барабан (МБ). Этот же оператор вычисляет размер эталонных областей, проверяет наличие и отсутствие признака весовой функции, анализирует число h заданных геофизических функций. В соответствии с числом p оператор Φ_2 формирует рабочие ячейки программы, вычисляет координаты точек области R_0 на R^0 , подлежащие суммированию при составлении уравнений погрешностей, вычисляет число точек, в которых должны быть составлены уравнения. Оператор A_3 вычисляет по области R_0 коэффициенты уравнений погрешностей в каждой из $(p-\alpha+1)$ точек области R^0 и записывает коэффициенты на МБ. Оператор A_4 вычисляет статистические характеристики вектора признаков (математическое ожидание, третий и четвертый центральные моменты, корреляционные моменты) для всех заданных геофизических функций λ_{pi} и их комбинаций. Характеристики вектора признаков записываются во внешнюю память ЭВМ (на МБ). Построение уравнений погрешностей и вектора признаков выполняется для каждой точки, в которой задано значение геологического элемента λ_0^k . Это контролируется работой логического оператора P_5 . Уравнения погрешностей и векторы признаков строятся для всех заданных эталонных областей. Оператор P_6 проверяет, совпадает ли число эталонных областей, для которых построены уравнения и векторы признаков, с данным числом областей.

По построенным уравнениям погрешностей составляются нормальные уравнения. Таких уравнений 6 при $h=1$, 11 — при $h=2$. Система уравнений решается по стандартной программе, имеющейся в памяти

ЭВМ. Составление и решение системы нормальных уравнений в программе выполняет оператор A_7 . А оператор A_8 вычисляет среднюю квадратическую ошибку ϵ_j . Причем составляется и решается система нормальных уравнений для каждого класса заданной классификации, т. е. получаем $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_k$. Оператор Φ_9 освобождает память ЭВМ для введения в нее второй части программы. Производится чистка ячеек, в которых была записана первая часть программы, и оператор Φ_{10} вводит в память ЭВМ вторую (прогнозную) часть программы. Этим же оператором вводится первая прогнозная матрица R_1^k . Оператор A_{11} определяет границы матрицы R_1^k , в которых вычисляются значения геологического элемента, т. е. $(p-\alpha+1) \times (q-\beta+1)$, где p — число столбцов в матрице, q — число строк матрицы. Оператор P_{12} в результате анализа полученных среднеквадратических ошибок ϵ_j выбирает C_Φ^* -классификацию, для которой все ϵ будут меньше ϵ_0 , и принимает ее за основу при определении геологического элемента λ_0^k на R^k . Для характеристики каждого класса выбранной классификации вычисляются средние векторы признаков по всему эталонному материалу, среднеквадратическое отклонение (стандарт) каждой характеристики от значения идентичной характеристики среднего вектора признаков. Все векторы признаков в выбранной классификации нормируются по вектору признаков, состоящему из стандартов. Эти операции выполняют операторы A_{13}, A_{14} и A_{15} . Оператор A_{16} вычисляет расстояния между средним вектором признаков класса и всеми векторами признаков этого класса. В каждом классе выбирается ρ_j^{\max} , которое характеризует размер гиперболы данного класса — логический оператор P_{17} . Оператор A_{18} вычисляет статистические характеристики для каждой точки прогнозной матрицы. Для приведения всех характеристик в векторе к единой размерности оператор A_{19} нормирует прогнозный вектор признаков. Затем оператором A_{20} вычисляются расстояния от прогнозного вектора признаков до среднего вектора признаков каждого класса выбранной классификации. По меньшему из вычисленных расстояний логический оператор P_{21} определяет номер класса, к которому принадлежит прогнозный вектор признаков, а оператор P_{22} выбирает коэффициенты $\{\alpha_{ij}\}_\Phi$, соответствующие этому классу. Упорядочиваются коэффициенты уравнений погрешностей для точки прогнозной матрицы — оператор A_{23} . Оператор A_{24} , умножая коэффициенты уравнения погрешностей на $f(\lambda_{pi}^k)$ вычисляет λ_0^k . Логические операторы P_{25} и P_{26} передают управление ЭВМ на решение операторов с 18 по 24 до тех пор, пока геологические элементы не будут вычислены по всей прогнозной матрице. Операторы A_{27} и A_{28} выводят на печатающее устройство результаты анализа прогнозных векторов признаков по строкам матрицы. Анализируется число заданных прогнозных матриц логическим оператором P_{30} . Если прогнозных матриц задано больше одной, то оператор Φ_{31} подготавливает программу для анализа точек следующей прогнозной матрицы и повторяет решение, начиная с 18 оператора.

§ 2.6

Обобщенный алгоритм качественной интерпретации геофизических данных

1°. Пусть в некоторой конкретной области R^k необходимо с вероятностью P_0 по заданным геофизическим полям λ_n решить качественную задачу интерпретации*. Область R^k задана h матрицами геофизических

* Под качественной интерпретацией понимается задача установления номера, названия геологического класса какого-либо геологического объекта по геофизическим данным.

функций, в нашей программе $h \leq 3$. Размеры каждой из матриц $p \times q$, где p — число столбцов матриц, q — число строк каждой из h матриц. Размеры всех h матриц одинаковы. Область R^k может быть разделена по какому-либо геологическому признаку максимум на s областей, в нашем примере $s \leq 3$. Из комбинаций этих областей строятся геологические S -классификации. На области R^k своими координатами (c_i, d_j) , где c_i — номер столбца в матрице, d_j — номер строки, $i=1, 2, \dots, p$; $j=1, 2, \dots, q$, а также своими размерами $p_{0\mu} \times q_{0\mu}$ (где $p_{0\mu}$ — число столбцов, а $q_{0\mu}$ — число строк) заданы эталонные области R_μ^a , $\mu=1, 2, \dots, m$. Каждая эталонная область R_μ^a отнесена к одной из s областей (на рис. 2, в показаны варианты задания исходных данных). Каждой эталонной области по своей качественной характеристике поставлен в соответствие определенный геологический класс. Всего таких классов (геологических понятий) может быть t , в нашем примере $t \leq 4$. Известно число m_j областей R_μ^a , $\mu=1, 2, \dots, m_j$; $j=1, 2, \dots, t$, для каждого класса из t в каждой области s . Поскольку $i=1, 2, \dots, s$; $j=1, 2, \dots, t$; $\mu=1, 2, \dots, m_j$, то эталонную область, относящуюся к j -му классу i -ой зоны, обозначим $R_{ij\mu}^a$. Каждая точка области R^k описывается элементарной областью R_0 размером $\alpha \times \beta$. Такая область в результате решения качественной задачи интерпретации должна быть отнесена к одному из t классов (номер найденного класса приписывается центру области R_0).

Решение задачи качественной интерпретации состоит из двух этапов. Первый (эталонный) состоит из 1) построения по заданным областям $R_{ij\mu}^a$ векторов признаков $N_{ij\mu}^{ns} = (n_\xi)$, $\xi=1, 2, \dots, x$, на области R_0 , 2) построения вектора признаков дисперсии $D = (n_\xi^d)$ для нормирования всех векторов признаков $N_{ij\mu}^{ns}$, 3) анализа геологических S -классификаций и построения эталонной решающей классификации на основании анализа гистограмм для каждой пары из s зон и для каждой пары из t классов каждой i -й зоны.

Второй (прогнозный) этап решения качественной задачи интерпретации геофизических данных состоит из 1) вычисления вектора признаков в каждой точке области R^k , 2) анализа вычисленного вектора признаков на эталонных гистограммах с целью установления номера зоны из s областей и номера геологического класса (понятия) согласно гистограммам классов из этой зоны.

Рассмотрим первый (эталонный) этап решения качественной задачи интерпретации. Пусть число геологических областей, выделенных априори интерпретатором на области R^k , равно 3 ($s=3$), а число классов $t=4$. Тогда число эталонных областей R_μ^a в первой геологической зоне ($R_{1\mu}$) первого класса — m_{11} , второго класса — m_{12} , третьего класса — m_{13} , четвертого класса — m_{14} , число эталонных областей соответственно для каждого класса второй ($R_{2\mu}$) зоны — $m_{21}, m_{22}, m_{23}, m_{24}$. и для третьей зоны — $R_{3\mu}$ — $m_{13}, m_{32}, m_{33}, m_{34}$. По совокупности геофизических данных λ_n^a на эталонной области R_0^a строится вектор признаков, который состоит из следующих статистических характеристик: 1) математического ожидания $\bar{\lambda}_n$, 2) амплитуды геофизических характеристик на области R_0^a , 3) центральных моментов $\mu_{00}, \mu_{01}, \dots, \mu_{0\left(\frac{\alpha-1}{2}\right)}$ для каждой геофизической функции λ_n^a , 4) центральных смешанных моментов между каждой парой функций $\lambda_{n\varphi}^a$ и $\lambda_{n\psi}^a$, $\varphi, \psi=1, 2, \dots, h$, из числа сочетаний C_h^2 . Число характеристик в векторе признаков в зависимости от числа h заданных геофизических функций и размера

элементарной области $R_0^3 - \alpha \times \beta$ можно определить по формуле

$$x = h \left(\frac{\alpha - 1}{2} + 3 \right) + C_h^2 \left(\frac{\alpha - 1}{2} + 1 \right).$$

В каждой точке каждой эталонной области R_μ^3 вычисляется вектор признаков, состоящий из статистических характеристик, описанных выше — $N^{n_3} = (n_1, n_2, \dots, n_x)$. Для приведения статистических характеристик к единой размерности вычисляется вектор признаков, состоящий из стандартов каждой статистической характеристики относительно среднего вектора признаков, вычисленного из всех эталонных векторов признаков — $N_D = (\sqrt{D_1}, \sqrt{D_2}, \dots, \sqrt{D_x})$. Эталонные векторы признаков в нормированном виде следующие:

$$\Gamma^3 = \left(\frac{n_1}{\sqrt{D_1}}, \frac{n_2}{\sqrt{D_2}}, \dots, \frac{n_x}{\sqrt{D_x}} \right) = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_x).$$

После такой подготовки исходных данных сначала анализируется C_1 -классификация, когда предполагается, что область R^k является единой геологической зоной, т. е. все вычисленные эталонные векторы признаков группируются только по t -классам, $R^3 = \bigcup R_{ij\mu}^3$. Для каждого класса по эталонным векторам признаков вычисляются средние векторы признаков $\bar{N}^{n_3} = (\bar{n}_1, \bar{n}_2, \dots, \bar{n}_x)$, характеризующие j -й класс в целом.

В каждом классе вычисляются расстояния эталонных векторов, принадлежащих этому классу, до среднего вектора своего класса:

$$\rho_j = \sqrt{\sum_{\xi=1}^x (\gamma_{j\xi\mu} - \bar{\gamma}_{j\xi})^2}, \quad \mu = 1, 2, \dots, m_j.$$

Вычисляются расстояния Δ между средними векторами признаков каждой пары из t классов, например,

$$\Delta_{j,j+1} = \sqrt{\sum_{\xi=1}^x (\bar{\gamma}_j - \bar{\gamma}_{j+1})^2}$$

и на этом отрезке Δ строятся гистограммы для каждого сочетания классов по два из t классов, т. е. таких гистограмм для первой C_1 -классификации будет C_4^2 , в нашем номере $C_4^2 = 6$. По гистограммам определяется число Δn векторов признаков каждого класса, попавших в зону пересечения, и вычисляются частоты. Так, по гистограммам первого и второго класса W_{12} вычисляются $W_1 = \frac{\Delta m_1}{m_1}$, $W_2 = \frac{\Delta m_2}{m_2}$, по гистограмме первого и третьего класса W_{13} вычисляются $W_1 = \frac{\Delta m_1}{m_1}$, $W_3 = \frac{\Delta m_3}{m_3}$ и т. д.

Вычисляется средняя частота для каждого класса $\bar{W}_j = \frac{\sum W_{ji}}{t-1}$. Величина $W'_j = 1 - \bar{W}_j$ характеризует надежность выделения класса. Полученные величины W'_j сравниваются с заданной интерпретатором надежностью разделения классов P_0 . Если все $W'_j > P_0$, то классификация C_1 принимается за основу при прогнозировании геологических понятий на R^k , в противном случае анализируется классификация $C_2 - R_{1\mu}^3 \cup R_{2\mu}^3, R_{3\mu}^3$, т. е. все эталонные векторы признаков относятся к двум зонам. По каждой зоне проводится анализ описанным выше способом и вычисляются W'_{1j}, W'_{2j} , которые сравниваются с P_0 . Если хотя бы одно из вычисленных значений W'_j окажется меньше P_0 , то анализируется классификация $C_3 - R_{1\mu}^3, R_{2\mu}^3 \cup R_{3\mu}^3$. Анализ различных классификаций проводит-

ся до тех пор, пока все вычисленные W'_j не будут удовлетворять неравенству $W'_j \geq P_0$. Пусть в результате анализа деления R^k на зоны построена C_4 — эталонная решающая классификация, т. е. эталонные данные разделены на три группы. Вычислим средние векторы признаков по каждой зоне: $\bar{\Gamma}_1^g = (\bar{\gamma}_{11}, \bar{\gamma}_{12}, \dots, \bar{\gamma}_{1x})$, $\bar{\Gamma}_2^g = (\bar{\gamma}_{21}, \bar{\gamma}_{22}, \dots, \bar{\gamma}_{2x})$, $\bar{\Gamma}_3^g = (\bar{\gamma}_{31}, \bar{\gamma}_{32}, \dots, \bar{\gamma}_{3x})$. Определим расстояния в каждой зоне между векторами признаков, принадлежащими этой зоне независимо от класса, и средним вектором признаков зоны:

$$\rho_{1\mu_i} = \sqrt{\sum_{\xi=1}^x (\gamma_{1\mu_i \xi} - \bar{\gamma}_{1\xi})^2}, \quad \rho_{2\mu_i} = \sqrt{\sum_{\xi=1}^x (\gamma_{2\mu_i \xi} - \bar{\gamma}_{2\xi})^2},$$

$$\rho_{3\mu_i} = \sqrt{\sum_{\xi=1}^x (\gamma_{3\mu_i \xi} - \bar{\gamma}_{3\xi})^2}, \quad \mu_i = 1, 2, \dots, m_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Найдем максимальные и минимальные расстояния ρ^{\max} , ρ^{\min} в каждой области R_i^g . Вычислим расстояния между средними векторами признаков зон:

$$\Delta_{12} = \sqrt{\sum_{\xi=1}^x (\bar{\gamma}_{1\xi} - \bar{\gamma}_{2\xi})^2}, \quad \Delta_{13} = \sqrt{\sum_{\xi=1}^x (\bar{\gamma}_{1\xi} - \bar{\gamma}_{3\xi})^2},$$

$$\Delta_{23} = \sqrt{\sum_{\xi=1}^x (\bar{\gamma}_{2\xi} - \bar{\gamma}_{3\xi})^2}.$$

На отрезках Δ_{ij} построим вариационные кривые W_{ij} плотностей распределения величин $\rho_{i\mu}$. В нашем примере строятся следующие гистограммы: W_{12} — вариационные кривые плотностей распределения $\rho_{1\mu_i}$ и $\rho_{2\mu_i}$ на отрезке Δ_{12} , W_{13} — вариационные кривые плотностей распределения $\rho_{1\mu_i}$ и $\rho_{3\mu_i}$ на отрезке Δ_{13} , W_{23} — вариационные кривые плотностей распределения $\rho_{2\mu_i}$ и $\rho_{3\mu_i}$ на Δ_{23} . При этом для удобства построения гистограмм вычисляются величины:

$$\rho'_{j\mu} = \Delta_{ij} - \rho_{j\mu}, \quad i = 1, 2, 3; \quad j = 1, 2, 3.$$

На гистограммах анализируются величины $\rho_{i\mu}$ на предмет попадания их в тот или иной разряд гистограммы. Вычисляются частоты каждого разряда $W = \frac{\Delta m}{m}$, где Δm — число радиусов векторов одной зоны, попавших в один из разрядов гистограммы. Затем строятся гистограммы для каждой пары из t классов в каждой выделенной зоне. В нашем примере при $t=4$ и $s=3$ число гистограмм для одной зоны равно $C_t^s = 6$. По этим гистограммам устанавливается надежность прогноза. На этом первая (эталонная) часть качественной задачи интерпретации геофизических данных заканчивается. Второй этап качественной задачи интерпретации является прогнозным. Прогнозная область R^{nk} отличается от области R^k своими размерами. Размер прогнозной области зависит от размеров области R_0 , т. е. по столбцу $(p-\alpha+1)$ и по строке $(q-\beta+1)$. Первая прогнозная точка имеет координаты соответственно по столбцу и строке матрицы $R^k - \left(\frac{\alpha-1}{2}, \frac{\beta-1}{2}\right)$. По области R_0 , взятой на R^k с центром в первой прогнозной точке, вычисляется прогнозный вектор признаков $N^{nk} = (n_1^k, n_2^k, \dots, n_x^k)$, который затем анализируется на гистограммах областей с целью отнесения его к конкретной геологической зоне из s . Для этого вычисляются расстояния между прогнозным вектором признаков и средними векторами признаков зон:

$$\rho_i^k = \sqrt{\sum_{\xi=1}^x (\gamma_{\xi}^k - \bar{\gamma}_i)^2}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Каждое из вычисленных расстояний $\rho_1^k, \rho_2^k, \rho_3^k$ анализируется на вариационных кривых зон W_{12}, W_{13}, W_{23} . Определяется, в какой из интервалов гистограммы W_{12} попадут расстояния $\rho_1^k, \rho_2^k = \Delta_{12} - \rho_2^k$; в какой из интервалов гистограммы W_{13} — расстояния $\rho_1^k, \rho_3^k = \Delta_{13} - \rho_3^k$ и в какой из интервалов гистограммы W_{23} — расстояния $\rho_2^k, \rho_3^k = \Delta_{23} - \rho_3^k$. Частоты интервалов, в которые попадают анализируемые расстояния, принимаются за надежность отнесения прогнозного вектора признаков к той или иной зоне. Максимальная из них определяет номер зоны из s , к которой принадлежит вычисленный вектор признаков. Для установления номера класса, к которому может быть отнесен исследуемый вектор, производится анализ на вариационных кривых классов выбранной зоны. Пусть прогнозные векторы признаков в результате анализа на гистограммах зон отнесены к φ -й зоне, например, к первой зоне, $i=1$. Тогда для выяснения номера класса, к которому относится анализируемый прогнозные векторы признаков, вычисляются расстояния $\rho_{\varphi j}^k$ от прогнозного вектора признаков до средних векторов признаков каждого класса первой зоны:

$$\rho_{\varphi j}^k = \sqrt{\sum_{\xi=1}^x (\gamma_{\xi}^k - \bar{\gamma}_{\varphi j})^2}, \quad \varphi = 1, 2, 3; \quad j = 1, 2, \dots, t.$$

Таких расстояний в нашем примере четыре. Полученные $\rho_{\varphi j}^k$ анализируются на гистограммах классов выбранной геологической зоны. На вариационной кривой W_{φ}^{12} установленной φ -й зоны определяются P_{φ}^1 и P_{φ}^2 — надежности отнесения прогнозного вектора признаков соответственно к первому и второму классу, на W_{φ}^{13} — $P_{\varphi}^1, P_{\varphi}^3$ — надежности отнесения прогнозного вектора признаков к первому и третьему классу, на W_{φ}^{14} — P_{φ}^1 и P_{φ}^4 , на W_{φ}^{23} — $P_{\varphi}^2, P_{\varphi}^3$, на W_{φ}^{24} — $P_{\varphi}^2, P_{\varphi}^4$, на W_{φ}^{34} — $P_{\varphi}^3, P_{\varphi}^4$.

Таким образом, для каждого класса имеем три значения P . Вычисляются средние надежности для каждого класса $\bar{P}_{\varphi 1}, \bar{P}_{\varphi 2}, \bar{P}_{\varphi 3}, \bar{P}_{\varphi 4}$. По максимальной надежности определяется номер геологического класса для прогнозного вектора признаков. Аналогично анализируются все точки прогнозной области R^{nk} .

2°. Опишем структуру моделирующего алгоритма качественной задачи интерпретации геофизических данных. При этом будем применять такие обозначения: ОЗУ — оперативное запоминающее устройство, ЭВМ — электронно-вычислительная машина, А — арифметический оператор, Р — логический оператор, Ф — оператор формирования.

В самом общем виде структура алгоритма для решения качественной задачи интерпретации запишется в следующих операторах:

- Ф₁ — оператор формирования размеров областей R_0, R^k в зависимости от исходных данных α, β, p, q .
- Ф₂ — формирование координат начала первого эталонного элемента.
- Ф₃ — организация циклов по числу заданных функций h , размерам элементарной области $\alpha \times \beta$, размерам матрицы $p \times q$.
- Ф₄ — выделение элементарной области R_0 с центром в анализируемой эталонной точке.
- А₅ — вычисление математического ожидания $\bar{\lambda}_n$ для одной функции из заданных h .
- А₆ — определение максимальной и минимальной величин геофизической функции в области R_0 .
- А₇ — вычисление амплитуды геофизической функции по области R_0 .
- Ф₈ — подготовка области R_0 для вычисления корреляционных моментов внутри одной геофизической функции $\mu_{00}, \mu_{01}, \dots$

- A_9 — вычисление корреляционных моментов внутри одной геофизической функции.
- P_{10} — сравнение числа заданных геофизических функций h с теми, для которых вычислены статистические характеристики.
- P_{11} — проверка условия $h \neq 1$.
- Φ_{12} — подготовка элементарных областей R_0 для вычисления корреляционных моментов сочетаний геофизических функций из заданных h функций.
- A_{13} — вычисление смешанных корреляционных моментов геофизических функций.
- P_{14} — сравнение числа эталонных точек области R_{μ}^3 , для которых вычислены векторы признаков, и области размером $p_0 \times q_0$.
- P_{15} — сравнение числа эталонных элементов, для которых вычислены векторы признаков, с числом заданных эталонных элементов.
- A_{16} — определение размера вектора признаков x в зависимости от заданных величин α, β, h .
- A_{17} — вычисление среднего вектора признаков на области $R^3 = \cup R_{i\mu}^3$.
- A_{18} — вычисление дисперсионного вектора признаков для нормирования эталонных векторов признаков N_D .
- A_{19} — вычисление нормированных эталонных векторов признаков Γ .
- A_{20} — вычисление числа векторов признаков в каждом классе из t общей геологической зоны C_1 -классификации.
- A_{21} — вычисление средних векторов признаков для каждого класса C_1 -классификации.
- A_{22} — вычисление расстояний $\rho_{j\mu}^3$ в каждом классе из t между векторами признаков, принадлежащими этому классу, и средним вектором признаков этого класса.
- A_{23} — выбор из $\rho_{j\mu}^3$ в каждом классе ρ_j^{\max} , $j = 1, 2, \dots, t$.
- P_{24} — построение вариационных кривых W_{1j} сочетаний классов для C_1 -классификации.
- A_{25} — вычисление надежностей W_{1j} разделения на классы для C_1 -классификации.
- P_{26} — сравнение вычисленных надежностей W_{1j} с заданной P_0 .
- P_{27} — анализ числа заданных геологических областей s .
- Φ_{28} — подготовка программы для анализа C_2 -классификации.
- A_{29} — вычисление надежности W_{2j} разделения на классы C_2 -классификации.
- P_{30} — сравнение вычисленных надежностей W_{2j} с заданной P_0 .
- Φ_{31} — подготовка программы для анализа C_3 -классификации.
- A_{32} — вычисление числа векторов признаков t классов в каждой из зон классификации C_3 .
- A_{33} — вычисление надежностей W_{3j} разделения на классы в каждой геологической области C_3 -классификации.
- P_{34} — сравнение вычисленных надежностей W_{3j} с P_0 .
- Φ_{35} — подготовка программы для анализа C_4 -классификации.
- A_{36} — вычисление надежностей W_{4j} разделения области на s геологических областей по C_4 -классификации.
- A_{37} — печать результатов выбора решающей классификации.
- P_{38} — определение номера выбранной классификации.
- A_{39} — построение вариационных кривых зон для выбранной классификации.
- A_{40} — построение вариационных кривых классов для каждой зоны из выбранной классификации.
- Φ_{41} — подготовка ОЗУ ЭВМ и программы для решения прогнозной части задачи.

- Φ_{42} — организация циклов для решения прогнозной части задачи.
 A_{43} — вычисление прогнозного вектора признаков для одной точки.
 A_{44} — вычисление нормированного прогнозного вектора признаков $\Gamma^{пк} = (\gamma_1^k, \gamma_2^k, \dots, \gamma_x^k)$.
 P_{45} — проверка условия: не совпадает ли выбранная в результате анализа эталонного материала классификация с C_1 -классификацией.
 A_{46} — вычисление расстояний от прогнозного вектора признаков до средних векторов признаков каждой из выделенных геологических областей.
 A_{47} — анализ прогнозного вектора признаков на гистограммах зон.
 A_{48} — вычисление надежностей W_i принадлежности прогнозного вектора признаков к каждой зоне из выбранной C_Φ -классификации.
 P_{49} — установление названия зоны, к которой принадлежит анализируемый прогнозный вектор признаков.
 P_{50} — выбор гистограмм классов, соответствующих выбранной зоне.
 A_{51} — анализ прогнозного вектора признаков на гистограммах классов C_Φ -классификации.
 A_{52} — вычисление надежностей W_{Φ_j} принадлежности прогнозного вектора признаков к каждому из t классов выбранной C_Φ -классификации.
 P_{53} — определение номера класса, к которому принадлежит прогнозный вектор признаков.
 P_{54} — организация цикла для построения и анализа вектора признаков в следующей точке строки матрицы.
 A_{55} — печать результатов решения прогнозной части задачи для одной строки матрицы.
 P_{56} — организация цикла для построения и анализа векторов признаков следующей строки матрицы $R^{пк}$.
Я — конец задачи.

Структуру моделирующего алгоритма процесса решения качественной задачи интерпретации в операторном виде можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} & \Phi_1 \Phi_2 \Phi_3 \Phi_4 A_5 A_6 A_7 \Phi_8 A_9 P_{10}^{\uparrow 5 \downarrow 11} P_{11}^{\uparrow 14 \downarrow 12} \Phi_{12} A_{13} P_{14}^{\uparrow 5 \downarrow 15} \\ & P_{15} A_{16} A_{17} A_{18} A_{19} A_{20} A_{21} A_{22} A_{23} P_{24}^{\uparrow 22 \downarrow 25} A_{25} P_{26}^{\uparrow 37 \downarrow 27} \\ & P_{27}^{\uparrow 37 \downarrow 28} \Phi_{28} A_{29} P_{30}^{\uparrow 37 \downarrow 31} \Phi_{31} A_{32} A_{33} P_{34}^{\uparrow 37 \downarrow 35} \Phi_{35} A_{36} A_{37} \\ & P_{38} A_{39} A_{40} \Phi_{41} \Phi_{42} A_{43}^{\uparrow 4 \downarrow 12} A_{44} P_{45}^{\uparrow 51 \downarrow 46} A_{46} A_{47} A_{48} \\ & P_{49} P_{50} A_{51} A_{52} P_{53} P_{54}^{\uparrow 43 \downarrow 55} A_{55} P_{56}^{\uparrow 43} Я. \end{aligned}$$

3°. Работа операторной схемы алгоритма модели решения качественной задачи интерпретации геофизических данных состоит в следующем. В момент начала работы в соответствии с входной информацией (p и q — размеры матрицы R^k ; α , β — размеры области R_0 ; h — число заданных геофизических функций) оператор Φ_1 подготавливает программу для работы. Оператор Φ_2 определяет номер ячейки ОЗУ, с которой начинается числовая матрица первой из h геофизических функций. Для этого определяется общее число заданных эталонных областей — m . Каждая эталонная область определена интерпретатором четырьмя координатами: C_i — номер столбца первого элемента эталонной области на R^k , d_i — номер строки первого элемента эталонной области на R^k , $p_0 \times q_0$ — размеры эталонной области соответственно по строке и столбцу матрицы R^k . Так как матрицы геофизических функций вводятся в ЭВМ после входной информации, описывающей эталонные области, номер ячейки в ОЗУ начала матрицы геофизических функций определится из формулы $25001 + 4m$, где 25001 — номер ячейки, с которой вводится

информация, описывающая эталонные области, 4 — число координат, описывающих каждую эталонную область, m — общее число заданных эталонных областей. Этот же оператор находит номер ячейки ОЗУ, в которой записано значение первого элемента первой эталонной области R_1^3 на R^k —

$$25001 + 4m + p \left(d - \frac{\beta - 1}{2} \right) + \left(c - \frac{\alpha - 1}{2} \right).$$

Оператор Φ_3 формирует число циклов (повторений) в зависимости от значений h, α, β, p, q . Для вычисления статистических характеристик вектора признаков оператор Φ_4 выделяет область R_0 с центром в первом элементе эталонной области для всех h геофизических функций и помещает их в отведенное для них место ОЗУ ЭВМ, после чего операторы $A_5, A_6, A_7, \Phi_8, A_9$ вычисляют статистические характеристики вектора признаков. Оператор P_{10} проверяет, для всех ли геофизических функций из h вычислены статистические характеристики. В случае отрицательного ответа повторяется работа операторов с 5-го по 9-й, а затем выход на оператор Φ_{11} , который «вынимает» элементарные области R_0 двух функций из h (при $h > 1$) из области R^k и засылает их в определенное место ОЗУ ЭВМ (при $h = 1$ — условие, проверяемое оператором P_{11} , работы операторов 12-го и 13-го пропускается). Оператор A_{13} вычисляет корреляционные моменты сочетаний геофизических функций из h по две — C_h^2 . Если $h = 3$, то вычисляются корреляционные моменты, например сочетаний $(\Delta g, \Delta T), (\Delta g, H_p), (\Delta T, H_p)$. Таким же образом операторы с 5-го по 12-й вычисляют характеристики вектора признаков каждого элемента эталонной области, после чего оператор P_{14} сравнивает число эталонных элементов, для которых вычислены векторы признаков с числом $\tau = p_0 \times q_0$. При $\tau_{\text{выч}} < \tau$ повторяется работа операторов с 5-го до 12-го, в противном случае в работу вступает оператор P_{15} . Этот оператор проверяет, для всех ли m эталонных областей вычислены векторы признаков. При отрицательном ответе повторяется работа операторов с 5-го до 13-го. Оператор A_{16} определяет размер эталонного вектора признаков, который зависит от входной информации h, α, β и определяется по формуле

$$x = h \left(\frac{\alpha - 1}{2} + 3 \right) + \left(\frac{\alpha - 1}{2} + 1 \right) \frac{h(h-1)}{2},$$

где $\left(\frac{\alpha - 1}{2} + 1 \right)$ — число корреляционных моментов, $\frac{h(h-1)}{2} = C_h^2$ — число сочетаний из h функций по две. Для приведения статистических характеристик в векторе признаков к единой размерности оператор A_{18} вычисляет дисперсии каждого вектора признаков относительно среднего вектора признаков, вычисленного оператором A_{17} по всем эталонным векторам признаков, оператор A_{19} — стандарты $\sigma_z = \sqrt{D_z}$ и нормирует эталонные векторы признаков

$$\Gamma^z = \left(\frac{n_1}{\sigma_1}, \frac{n_2}{\sigma_2}, \dots, \frac{n_x}{\sigma_x} \right).$$

Начиная с оператора 20-го по 36-й производится проверка правильности деления всего геофизического материала, представленного на R^k , на геологические зоны в зависимости от заданного P_0 — надежности выделения каждого класса.

В первом приближении предполагается, что R^k является одной геологической зоной. Оператор A_{20} вычисляет число векторов признаков в каждом из t классов для общей геологической зоны. Затем оператор A_{21} вычисляет для каждого из t классов средний вектор признаков. Опе-

ратором A_{22} определяются расстояния от каждого вектора признаков каждого класса до среднего вектора признаков своего класса, и оператор A_{23} в каждом классе из всех $\rho_{j\mu}$ находит ρ_j^{\max} , ρ_j^{\min} . Оператор P_{24} анализирует каждую пару из t классов на предмет пересечения гиперколец. Определяется число векторов признаков, попавших в зону пересечения гиперколец каждого из двух классов, и вычисляются W_{1j} — надежности выделения классов. Сравниваются вычисленные надежности W_{1j} с P_0 , это делает оператор P_{26} ; если $W_{1j} < P_0$, то проверяется условие $s=1$. При выполнении этого условия анализ деления R^k на геологические зоны прекращается и в работу вступает оператор A_{37} , все промежуточные операторы между 27-м и 37-м пропускаются. Если же $s=2$, то пропускаются операторы, начиная с 28-го по 35-й. И только при $s=3$ начинает работать оператор Φ_{28} , который предполагает, что область R^k делится на три геологические зоны: первая и вторая, выделенные интерпретатором, объединяются в общую зону, а третья остается самостоятельной, т. е. имеет место C_2 -классификация. Операторами Φ_{28} и A_{29} производится весь анализ деления R^k на такие две геологические зоны, т. е. вычисляется число эталонных векторов признаков каждого класса зоны $R_{1\mu}^3 \cup R_{2\mu}^3$ и число эталонных векторов признаков для каждого класса зоны $R_{3\mu}^3$, затем определяются средние векторы признаков каждого класса отдельно для зоны $R_{1\mu}^3 \cup R_{2\mu}^3$ и зоны $R_{3\mu}^3$. В каждой геологической зоне для каждого класса вычисляются радиусы гиперсфер. Для каждой зоны в отдельности проводится анализ на предмет разделения классов внутри зон. Вычисляются надежности W_{2j} выделения классов в зонах. Оператор P_{30} сравнивает полученные W_{2j} с P_0 . Если хотя бы одно значение из вычисленных W_{2j} будет меньше P_0 , в работу вступает оператор Φ_{31} , в противном случае анализ деления на геологические зоны области R^k заканчивается и операторы с 31-го по 37-й опускаются. Оператор Φ_{31} делит область R^k на области в соответствии с C_3 -классификацией. Оператор A_{32} вычисляет число эталонных векторов признаков в каждом классе каждой из анализируемых зон, а затем повторяется работа оператора Φ_{28} . Вычисляются надежности W_{3j} выделения классов при принятом делении на геологические зоны. Вычисленные W_{3j} сравниваются с заданной вероятностью выделения классов P_0 . При $W_{3j} < P_0$ в работу вступает оператор Φ_{35} , в противном случае он пропускается и начинается работа с оператора A_{37} . Оператор Φ_{35} анализирует геологические зоны, выделенные интерпретатором. При $s=2$ анализируются зоны $R_{1\mu}^3$ и $R_{2\mu}^3$, при $s=3$ — геологические зоны $R_{1\mu}^3$, $R_{2\mu}^3$, $R_{3\mu}^3$. При этом оператор Φ_{35} вычисляет число эталонных векторов признаков каждого класса в каждой зоне в отдельности, средние векторы признаков классов и расстояния от эталонного вектора и признаков до среднего вектора признаков класса по каждой геологической зоне в отдельности. Анализ выделения классов в каждой геологической зоне проводится операторами Φ_{28} и A_{29} . Оператор A_{37} завершает решение первой части качественной задачи интерпретации — эталонной. На печатающее устройство ЭВМ выдаются результаты проведенного анализа деления области R^k на геологические зоны. Оператор P_{38} выясняет, сколько и какие геологические зоны приняты при анализе деления R^k на геологические зоны. Для решения второй части — прогнозной задачи качественной интерпретации геофизических данных — для каждой пары выделенных анализом геологических зон строятся вариационные кривые (гистограммы) — оператор A_{39} . Этим же оператором вычисляются средние векторы признаков для выделенных геологических зон и расстояния между средним вектором каждой зоны и принадлежащими этой зоне эталонными векторами признаков. Вычисляется интервал для построения вариационной кривой.

а затем определяются частоты (вероятности) каждого интервала. Точно так же оператором A_{40} строятся вариационные кривые классов по каждой выделенной зоне в отдельности, после чего оператор Φ_{41} очищает место в ОЗУ ЭВМ для решения прогнозной задачи, т. е. для вычисления прогнозных векторов признаков и их анализа на построенных вариационных кривых геологических зон и классов. Для решения прогнозной задачи оператор Φ_{42} организует циклы (повторения) — определяет количество прогнозных векторов признаков в строке матрицы R^{nk} и в столбце ее. Оператор A_{43} определяет координаты центра прогнозного элемента и передает управление на решение по операторам с 4-го по 12-й, которые вычисляют статистические характеристики прогнозного вектора признаков. Затем оператор A_{44} вычисляет нормированные характеристики прогнозного вектора признаков. Для отнесения прогнозного вектора признаков к какой-либо из выделенных геологических зон определяются расстояния от прогнозного вектора признаков до среднего вектора признаков каждой зоны. Эти операции делает оператор A_{46} . После этого полученные расстояния анализируются на вариационных кривых зон (оператор A_{47}) и вычисляются вероятности принадлежности прогнозного вектора признаков к той или иной геологической зоне (оператор A_{48}). Логический оператор P_{49} определяет максимальную вероятность и номер зоны, к которой окончательно относится прогнозный вектор признаков. Следующий логический оператор P_{50} выбирает вариационные кривые классов, соответствующих выбранной геологической зоне, а операторы A_{51} , A_{52} , P_{53} анализируют прогнозный вектор на вариационных кривых классов, вычисляют вероятности и выбирают максимальную вероятность. По выбранной максимальной вероятности устанавливается номер класса, к которому относится анализируемый прогнозный вектор признаков.

Оператор A_{54} организует переход на следующую точку строки матрицы R^{nk} . Результаты анализа по одной строке матрицы оператором A_{55} выдаются на печатающее устройство ЭВМ в таком порядке: 1) надежности W принадлежности каждой точки строки матрицы R^{nk} к определенной геологической зоне, 2) названия зон в каждой точке строки прогнозной матрицы, 3) надежности принадлежности каждой точки строки матрицы R^{nk} к определенному классу, 4) номера классов в каждой точке строки прогнозной матрицы. Логически оператор P_{56} сравнивает число строк матрицы, для которых решена прогнозная часть качественной задачи интерпретации, с числом $p-\beta+1$ и организует цикл (повторение) для решения задачи по следующей строке матрицы.

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ
ТИПИЧНЫХ ГЕОЛОГО-ГРАВИТАЦИОННО-
МАГНИТНЫХ СИТУАЦИЙ

ГЛАВА 3

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД
ИНТЕРПРЕТАЦИИ АНОМАЛЬНЫХ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ
ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ РЕГИОНАЛЬНОЙ ТЕКТониКИ

§ 3.1

Изучение расслоения земной коры
по гравитационным аномалиям

В связи с проблемой глубинного строения и развития земной коры геологами и геофизиками большое внимание уделяется изучению морфологии поверхности Мохоровичича, поверхности базальтового слоя, мощностям гранитного и базальтового слоев, их соотношениям. Основным методом изучения структуры глубинных границ является метод глубинного сейсмического зондирования. Однако в силу трудоемкости работ с помощью этого метода глубинное строение земной коры изучено методом ГСЗ слабо (в СССР имеется всего 55 000—60 000 пог. км профилей). В этой связи, учитывая корреляцию гравитационного поля с мощностью земной коры, многие исследователи пытаются построить более или менее точные способы прогнозирования глубин залегания главным образом поверхности Мохоровичича по данным гравиметрии с привлечением нередко и рельефа земной поверхности [9, 26, 33, 45, 64, 66, 67, 68, 89, 90, 93, 94, 95, 108, 123, 137, 194, 224, 231]. Точность таких построений, как правило, невелика вследствие того, что используется мало взаимосвязанных геолого-физических факторов. Например, в большинстве подобных работ отдельно строится простейшее корреляционное поле для аномалий силы тяжести и для рельефа местности, причем показывается, что и та и другая функция в той или иной степени связана с мощностью земной коры. Раздельная корреляция дает — в целом для земного шара — ошибки порядка 7—10 км и более. Некоторые авторы в связи с этим даже считают, что математическое описание корреляционных графиков бессмысленно [90].

Ниже, на основании предложенной корреляционной модели интерпретации аномалий и обобщенного уравнения типа (1.3.1), предлагается несколько способов решения задачи построения глубинных геологических границ, существенно повышающих точность построений.

1°. Пусть в некоторой конкретной области R^k по наблюдаемому полю аномалий силы тяжести $\Delta g_n(r)$ необходимо построить некоторую контактную поверхность H_0 ; $\Lambda^o = \{H_0\}$, $\Lambda^n = \{\Delta g_n\}$. Очевидно, что решение этой задачи можно искать двумя путями: 1) установить ядра преобразований элемента Δg_n в элемент H_0 по данным в эталонных областях; 2) вначале выделить из элемента Δg_n элементарную аномалию Δg_0 , обусловленную искомой контактной поверхностью H_0 , а затем построить

линейный оператор, преобразующий элемент Δg_0 в элемент H_0 . Можно заранее указать, что в большинстве случаев точность прогноза элемента H_0 по Δg_0 будет меньше, чем при прогнозировании H_0 по Δg_n . Заметим также, что при прогнозировании H_0 по аномалии Δg_0 можно использовать уже существующие классические решения интегрального уравнения контактной поверхности [88, 130, 145, 158, 175, 252].

При решении задачи о прогнозировании контактной поверхности H_0 как по наблюдаемым Δg_n , так и по элементарным аномалиям Δg_0 , получаемым путем преобразования Δg_n в Δg_0 , следует иметь в виду то обстоятельство, что в наблюдаемые аномалии входят в качестве их составляющих элементарные аномалии нескольких контактных поверхностей, среди которых некоторые обладают одинаковыми или весьма близкими статистическими характеристиками. Последние, согласно теории фильтрации, линейными методами не разделяются. Поэтому для надежного построения по аномалиям силы тяжести контактной поверхности, коррелирующей с рядом других поверхностей раздела сред в земной коре, необходимо гравитационное воздействие последних учитывать. Это можно выполнить, включив во множество Λ^n , кроме Δg_n , также функции H_1, H_2, \dots , коррелирующие с H_0 .

Из совместного анализа данных ГСЗ, гравиметрии, магнитометрии и топографии известно, что глубины залегания поверхности Мохоровичича хорошо коррелируют как со значениями аномалий силы тяжести, так и со значениями высот рельефа местности над уровнем моря. Кроме того, по крайней мере для территории СССР, известна хорошая качественная коррелируемость магнитных и гравитационных аномалий, в силу того, что вещественный состав фундамента является возмущающим геологическим фактором и для гравитационного, и для магнитного полей. Магнитное аномальное поле в какой-то мере может быть использовано для подавления в наблюдаемом аномальном гравитационном поле возмущающего влияния вещественного состава фундамента, а рельеф местности — для учета его влияния на гравитационное поле и усиления тесноты связи.

Таким образом, оператор контактной глубинной гравитирующей поверхности в общем виде может быть представлен так:

$$H_0(r) = \alpha_{00} + \int_{R_0} q_g(r-r') f_g[\Delta g_n(r')] dr' + \sum_{i=1}^n \int_{R_0} q_i(r-r') f_i[H_i(r')] dr' + \int_{R_0} q_m(r-r') f_m[\Delta T_n(r')] dr'. \quad (3.1.1.)$$

Рассмотрим некоторые ситуации.

2°. Пусть в ряде районов земного шара R_1^3, R_2^3, \dots по данным глубинного сейсмического зондирования построены основные границы — поверхность кристаллического фундамента, поверхность базальтового слоя и поверхность Мохоровичича (соответственно H_Φ^3, H_B^3, H_M^3). Кроме того, в этих же районах по данным гравиметрических наблюдений вычислены аномалии силы тяжести, задан рельеф местности H_p^3 и магнитное поле ΔT_n^3 . Пусть, далее, в некотором конкретном районе R^k , предполагая, что все указанные поверхности являются гравитирующими, необходимо по наблюдаемым аномалиям силы тяжести Δg_n^k , рельефу местности H_p^k и магнитным аномалиям ΔT_n^k построить с ошибкой, не превышающей ϵ_0 , поверхность Мохоровичича (или поверхность базальтового слоя, или какую-либо другую поверхность).

Из опыта известно, что наблюдаемые аномалии обуславливаются гравитационным влиянием как всех перечисленных границ, так и рядом других возмущений, причем известно, что при некоторых условиях из

наблюденного аномального поля можно выделить суммарное влияние перечисленных границ. В связи с этим решение задачи разобьем на два этапа: вначале вычислим по наблюдаемым аномалиям суммарный гравитационный эффект от основных границ раздела в земной коре — Δg_r , затем построим оператор, преобразующий выделенные аномалии Δg_r совместно с H_p в глубины залегания поверхности Мохоровичича (или поверхности базальтового слоя).

Решение первой задачи состоит в построении линейного оператора, преобразующего наблюдаемую аномалию в интересующую исследователя некоторую аномалию конкретной геологической природы, в частности $\Delta g_r = A \Delta g_n$. Будем считать, что нам известны способы отыскания числовых параметров оператора и его ошибки, а также способы построения векторов признаков. Пусть также разумно задана ошибка ε_0 , с которой необходимо вычислить искомую в конкретной области функцию Δg_r .

Итак, пусть на каждом из множеств R^3 заданы плотности σ^3 , рельеф гравитирующих границ H_Φ^3, H_B^3, H_M^3 и магнитное поле ΔT_n . Путем решения прямой задачи гравиразведки построим для каждой эталонной области R^3 функции Δg_r^3 как результат суммарного гравитационного влияния этих трех возмущающих границ (предполагая заранее, что разделение эффектов от каждой из них будет затруднительно вследствие коррелированности границ). Будем считать, что корреляционная связь между Δg_r и Δg_n описывается уравнением вида (2.2.1):

$$\Delta g_r(r) = \alpha_{00} + \int_{R_0} q_g(r-r') f_g[\Delta g_n(r')] dr' + \int_{R_0} q_m(r-r') f_m[\Delta T_n(r')] dr'. \quad (3.1.2.)$$

Подставляя в (3.1.2) данные по эталонной области, по способу наименьших квадратов (при $n > m$) отыскиваем числовые параметры α_{ij} и ошибку ε_1 прогноза Δg_r по $\Delta g_n, \Delta T_n$. Если $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_0$, то такой оператор используем для выделения из Δg_n аномалии Δg_r ; если же $\varepsilon_1 > \varepsilon_0$, то все эталонные данные подразделяем, согласно описанию § 2.2 и 2.4, на группы, для каждой из которых вновь вычисляются числовые параметры и ошибки прогноза.

Эта задача решается и несколько иначе, если по результатам анализа аномалий Δg_r^3 можно принять, что функции $\Delta g_n, \Delta g_1, \Delta g_2, \dots; \Delta g_n = \Delta g_1 + \Delta g_2 + \dots + \Delta g_h$ могут быть аппроксимированы полиномом одной и той же степени, например h , только и только на разных по величине отрезках $\Delta R_1, \Delta R_2, \dots$, т. е. на одном и том же по величине отрезке все функции представимы полиномами различной степени. Для любой из этих функций, таким образом, можно записать:

$$\Delta g_j(r) = \alpha_{00} + \sum_{i=1}^h \alpha_i f_i(r) = \Delta g_n(r) + \varepsilon(r), \quad r \in \Delta R_j, \quad f_1(r) = r, \quad f_2(r) = r^2, \dots, \quad f_h(r) = r^h. \quad (3.1.3.)$$

Из всего ряда $\Delta R_1, \Delta R_2, \dots$ выберем максимальный по величине отрезок ΔR_e , на котором, очевидно, функция Δg_e представима полиномом степени h , все остальные, в том числе и функция $\Delta g_n = \sum_j \Delta g_j$, — полиномами более высоких степеней.

Отыскание параметров α_i выполняется так, как это указано в § 2.2 (при заданной сетке $\Delta r \in \Delta R_j$), при этом коэффициенты α_i зависят только от f и Δg_n . По получении α_i по формуле (3.1.3) находим Δg_e .

Далее получаем новую функцию $\Delta g_n = \Delta g_n - \Delta g_e$ и, исключив из ряда $\Delta R_1, \Delta R_2, \dots$ величину ΔR_e , выбираем из оставшихся членов макси-

мальный отрезок, например ΔR_m , для которого по аналогии с предыдущим находим относительно функции Δg_n вторую искомую функцию Δg_m , и т. д.

Рассмотрим теперь вопрос определения в эталонном пространстве таких множеств ΔR_λ , $\lambda=1, 2, \dots$, на которых функции $\Delta g_1, \Delta g_2, \dots$ могут быть представлены полиномами только одной степени h . Известно, что функции типа Δg (или ΔT) на отрезке между точками перегиба с высокой точностью могут быть аппроксимированы полиномом второй степени [96].

В этой связи в некотором эталонном пространстве Λ^0 , где функции $\Delta g_1, \Delta g_2, \dots$ известны, для каждой из них определим величины отрезков ΔR_λ , соответствующих, например, ширине аномалии между точками перегиба, если рассматривается двумерная задача, или являющихся средним радиусом (диаметром) зоны по изолинии точки перегиба, если рассматривается трехмерная задача, в результате для каждой функции Δg (или ΔT) будем иметь такой ряд: $\Delta R_{\lambda_1}, \Delta R_{\lambda_2}, \dots$; $\lambda=1, 2, \dots$

Для каждого такого ряда построим вариационную кривую $W_\lambda(\Delta R)$, которая будет представлять собой некоторую статистическую характеристику того свойства функции Δg_λ , которое используется для выделения ее из суммарного поля Δg_n . В теории информации, как известно, показывается, что если кривые W_1, W_2, \dots перекрываются, функции $\Delta g_1, \Delta g_2, \dots$ описанным выше способом либо не разделяются, либо разделяются с ошибкой, пропорциональной величине перекрытия. Очевидно, что для каждой функции Δg_λ необходимо найти такое значение ΔR_0 , чтобы описанным способом можно было выделить искомую функцию с минимальной ошибкой. Пусть, например, $\Delta g_n = \Delta g_1 + \Delta g_2$ и требуется с минимальной ошибкой воспроизвести функцию Δg_2 , которой соответствует вариационная кривая W_2 , определенная на отрезке $[a, b]$. Компромиссное решение будем искать под условием, что ошибка выделения функции Δg_2 и ошибка, вызванная влиянием подавляемых функций, были бы равны или их соотношение задано, т. е.

$$\int_a^{c_0} W_2(\Delta R) d\Delta R = k \int_{c_0}^b W_1(\Delta R) d\Delta R.$$

Это условие позволяет найти оптимальное, в таком смысле, ΔR_0 , соответствующее некоторой точке $c_0 \in [a, b]$.

Для территории Советского Союза аномалии, связанные с рельефом Мохоровичича, могут быть выделены с ошибкой, равной примерно 20—25% [121].

После выбора величины отрезка ΔR_0 для отыскания коэффициентов α_i в формуле (3.1.3) необходимо: 1) наметить на отрезке ΔR_0 некоторое количество узлов*, 2) решить систему нормальных уравнений по n уравнениям погрешностей типа (3.1.3).

При построении собственно глубинных поверхностей множество Λ^n определим как множество, составленное из элементов $\Delta g_r, H_p, H_\Phi$ (последний включен в связи с тем, что Δg_r зависит от H_Φ), а множество Λ^0 — как множество, составленное из элементов H_M, H_B . В этой связи линейный оператор для преобразования Λ^n в Λ^0 запишется так:

$$H_M(r) = \alpha_{00} + \int_{R_0} q_1(r-r') f_1[\Delta g_r(r')] dr' + \int_{R_0} q_2(r-r') f_2[H_p(r')] dr' + \int_{R_0} q_3(r-r') f_3[H_\Phi(r')] dr', \quad (3.1.4)$$

$$H_B(r) = \alpha_{00} + \int_{R_0} q_4(r-r') f_4[\Delta g_r(r')] dr' + \dots \quad (3.1.5)$$

* Например, расстояние между узлами можно взять равным шагу съемки.

Как известно, глубинное строение земной коры, степень насыщенности магматическими образованиями в разных областях существенно различны, в связи с чем их возмущающее воздействие также различно. Учитывая это, в качестве исследуемых геологических классификаций будем брать следующие классификации, построенные по известным геотектоническим подразделениям земной коры [30, 52, 96, 198, 240, 256 и др.].

Классификация C_1 — это классификация, состоящая из одного класса, здесь все эталонные данные анализируются совместно.

Классификацию C_2 возьмем состоящей уже из двух классов: первый класс — «материковый класс» — включает в себя платформы, геосинклинальные окраинные и межматериковые пояса, островные дуги, внутриплатформенные, эпиплатформенные, орогенные пояса и шельфовые морские бассейны типа Балтийского, Красного и Желтого морей; второй класс — океанические области — содержит талассократоны, субокеанические срединные массивы, глубоководные желобы, срединно-океанические пояса (срединные валы).

C_3 -классификация может состоять уже из пяти классов: первый — эпиплатформенные орогенные пояса типа Тянь-Шаня, Забайкалья, Прибайкалья; второй — геосинклинальные подвижные пояса, окраинно-материковые и межматериковые, а также островные дуги — Урал, Верхоянская система, Восточный Саян, Сихотэ-Алинь и другие области; третий — субконтинентальные срединные массивы типа Таримского, Чешского, Колымского, Закавказского, Монголо-Тувинского и др.; четвертый — океанические платформы, субокеанические срединные массивы (окраинные моря и котловины типа Центрально-Черноморской, Южно-Каспийской, Средиземноморской), глубоководные желобы; пятый — срединно-океанические орогенные пояса (срединные валы), внутри-океанические подвижные пояса.

В C_4 -классификации каждый класс C_3 -классификации еще подразделяется на ряд классов, а именно: первый — эпиплатформенные орогенные пояса; второй — геосинклинальные межматериковые пояса; третий — геосинклинальные окраинные пояса; четвертый — островные дуги; пятый — срединные массивы, отличающиеся от платформ интенсивным интрузивно-эффузивным магматизмом; шестой — молодые платформы; седьмой — древние платформы; восьмой — талассократоны; девятый — субокеанические срединные массивы и глубоководные желобы; десятый — срединные валы.

В качестве следующей C_5 -классификации можно взять C_4 -классификацию, в которой подразделяются еще геосинклинальные пояса на 1) интрагеоантиклинали, 2) миогеосинклинали, 3) эвгеосинклинали, 4) мегантиклинории, 5) прогибы (в свою очередь — передовые, межгорные впадины, поперечные); островные дуги — на молодые и зрелые; платформы — на щиты и плиты; талассократоны — на талассосинеклизы и талассоантеклизы.

Если потребуются дальнейшее геотектоническое дробление, то в C_6 -классификации за основу берется C_5 -классификация, в которой, например, плиты подразделяются уже на антеклизы, синеклизы и авлакогены.

Наконец, C_7 -классификация может представлять собой такую классификацию, каждый класс которой содержит геотектоническую структуру с конкретным наименованием, например, в этой классификации класс-орогенные эпиплатформенные пояса составлены из классов конкретных структур: 1) Тянь-Шань, 2) Забайкалье, 3) Прибайкалье и т. д.

В каждой конкретной геолого-геофизической ситуации можно брать некоторую локальную классификацию. Например, если исследователя интересует прогнозирование глубин залегания кристаллического

фундамента в пределах Русской платформы, то в качестве первой C_1 -классификации берется вся Русская платформа; в качестве C_2 -классификации принимается классификация из двух классов — щиты и плиты; в третьей классификации плиты могут быть подразделены на три класса — антеклизы, синеклизы и авлакогены; наконец, в четвертой каждая из этих структур рассматривается отдельно: Украинский щит, Воронежский массив, Балтийский щит, Прикаспийская синеклиза, Верхнекамская впадина и т. д.

При изучении мощности земной коры в качестве C_2 -классификации может быть принята классификация по типам земной коры: 1) континентальная кора, 2) океаническая кора, 3) промежуточная кора, а в качестве C_3 -классификации — по типам: 1) континентальная кора I, II и III подтипа, 2) промежуточная кора субконтинентального и субокеанического подтипов, а также океанического типа.

Итак, если в распоряжении исследователя имеются данные глубинных сейсмических зондирований и гравиметрических наблюдений, например, для платформенных Λ_1^3 , складчатых Λ_2^3 и океанических Λ_3^3 областей, то вначале строится единый для всех множеств, т. е. для $\Lambda^3 = \Lambda_1^3 \cup \Lambda_2^3 \cup \Lambda_3^3$, линейный оператор. Затем в случае $\epsilon_1 > \epsilon_0$ множество Λ^3 подразделяется на подмножество элементов, определенных на континентальных участках $\Lambda_{12}^3 = \Lambda_1^3 \cup \Lambda_2^3$, подмножество элементов, определенных на океанических участках Λ_3^3 . Если и в этом случае ошибки операторов будут больше заданной, то производится следующий этап измельчения множества Λ^3 на Λ_1^3 , Λ_2^3 , Λ_3^3 в соответствии с принятой классификацией.

Пусть в общем случае получено $\Lambda_1^3, \Lambda_2^3, \dots, \Lambda_k^3$ соответственно $A_1^3, A_2^3, \dots, A_k^3$ и $N_1^{п3}, N_2^{п3}, \dots, N_k^{п3}$. Если теперь в некоторой области R необходимо вычислить $H_M(H_B)$, то сначала находится функция Δg_r^k , а затем, после сравнения $N^{пк}$ с $\{N_1^{п3}, N_2^{п3}, \dots, N_k^{п3}\}$, устанавливается номер идентичного эталонного пространства способами, изложенными в § 2.3. Действуя после этого выбранным из набора $\{A_1^3, A_2^3, \dots, A_k^3\}$ соответствующим оператором на функции $\Delta g_r^k, H_p^k, H_\Phi^k$, находится искомая функция $H_M^k(H_B^k)$.

§ 3.2.

Связи морфологии раздела Мохоровичича с гравитационным полем и рельефом дневной поверхности

Для получения формул, пригодных для практического осуществления прогноза поверхности Мохоровичича и поверхности базальтового слоя по гравитационным аномалиям и рельефу земной поверхности, нами в первую очередь были подвергнуты анализу следующие выражения:

$$H_M(r) = \alpha_{00} + \sum_{\mu=0}^{15} \alpha_{1\mu} \sum_{\mu} \Delta g_r(r + \Delta r_\mu) + \sum_{\mu=0}^{15} \alpha_{2\mu} \sum_{\mu} H_p(r + \Delta r_\mu),$$

$$H_M(r) = \alpha_{00} + \sum_1^{15} \alpha_{1\mu} \sum_{\mu} \Delta g_r(r + \Delta r_\mu),$$

$$H_M(r) = \alpha_{00} + \sum_1^{15} \alpha_{2\mu} \sum_{\mu} H_p(r + \Delta r_\mu),$$

$$\begin{aligned}
H_M(r) &= \alpha_{00} + \alpha_{10}\Delta g_r(r) + \alpha_{20}\Delta g_r^2(r) + \alpha_{30}H_B(r) + \alpha_{40}H_B^2(r), \\
H_M(r) &= \alpha_{00} + \alpha_{10}\Delta g_r(r) + \alpha_{20}\Delta g_r^2(r) + \alpha_{30}H_P(r) + \alpha_{40}H_P^2(r), \\
H_M(r) &= \alpha_{00} + \alpha_{10}\Delta g_r(r) + \alpha_{20}\Delta g_r^2(r), \\
H_B(r) &= \alpha_{00} + \sum_1^{15} \alpha_{1\mu} \sum_{\mu} \Delta g_r(r + \Delta r_{\mu}) + \sum_1^{15} \alpha_{2\mu} \sum_{\mu} H_P(r + \Delta r_{\mu}), \\
H_B(r) &= \alpha_{00} + \sum_1^{15} \alpha_{1\mu} \sum_{\mu} \Delta g_r(r + \Delta r_{\mu}), \quad (3.2.1.)
\end{aligned}$$

где $\mu = 0, 1, 2, \dots, 15$; $\Delta r_0 = 0$, $\Delta r_1 = \Delta r$, $\Delta r_2 = \Delta r\sqrt{2}$,

$$\Delta r_3 = \Delta r\sqrt{5}, \quad \Delta r_4 = 3\Delta r, \quad \Delta r_5 = \Delta r\sqrt{13}, \quad \Delta r_6 = 5\Delta r,$$

$$\Delta r_7 = \Delta r\sqrt{34}, \quad \Delta r_8 = 7\Delta r, \quad \Delta r_9 = \Delta r\sqrt{65}, \quad \Delta r_{10} = 9\Delta r,$$

$$\Delta r_{11} = \Delta r\sqrt{106}, \quad \Delta r_{12} = 11\Delta r, \quad \Delta r_{13} = \Delta r\sqrt{157}, \quad \Delta r_{14} = 13\Delta r,$$

$\Delta r_{15} = \Delta r\sqrt{338}$ — радиусы окружностей интегрирующей палетки, Σ_{μ} — суммы значений аномалий силы тяжести Δg_r и значений рельефа H_P , взятых в точках на соответствующих окружностях Δr_{μ} палетки, Δg — аномалии силы тяжести, связанные с глубинными возмущающими факторами.

В качестве эталонных данных были приняты данные глубинного сейсмического зондирования на профилях ГСЗ общей протяженностью порядка 7000—10 000 пог. км (в основном данные ГСЗ на 1961 г.); при этом в расчетах участвовали данные по профилям на Балтийском щите, в Волго-Уральской провинции, на Тянь-Шане, Бухаро-Хивинской провинции, в районе пос. Коркино, г. Барабинска, в Северном Казахстане, в районе Магадана, на Черном, Охотском и Каспийском морях и др. [27, 64, 67, 68, 74, 78, 79, 80, 86, 116, 117, 132, 133, 166, 167, 171, 173, 174, 180, 189, 191, 206, 254 и др.].

Для первой C_1 -классификации, когда все эталонные данные рассматривались принадлежащими одному и тому же геологическому классу, т. е. в целом для территории СССР, для этих формул в результате анализа было получено следующее:

$$\begin{aligned}
H_M(r) &= 36,1 - 0,116 \Delta g_r(r_0) + 0,0240 \sum_1 \Delta g_r(r_1) + 0,0439 \sum_2 \Delta g_r(r_2) - \\
&- 0,0254 \sum_3 \Delta g_r(r_3) + 0,0036 H_P(r_0) - 0,00092 \sum_1 H_P(r_1) - \\
&- 0,00043 \sum_2 H_P(r_2) + 0,00073 \sum_3 H_P(r_3), \quad \varepsilon_1 = 6,6 \text{ км}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_M(r) &= 35,9 - 0,172 \Delta g_r(r_0) + 0,0267 \sum_1 \Delta g_r(r_1) + \\
&+ 0,0441 \sum_2 \Delta g_r(r_2) - 0,0419 \sum_3 \Delta g_r(r_3) + 0,0032 \sum_4 \Delta g_r(r_4) + \\
&+ 0,0155 \sum_5 \Delta g_r(r_5), \quad \varepsilon_1 = 7,1 \text{ км}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_M(r) &= 36,7 + 0,0043 H_P(r_0) - 0,00179 \sum_1 H_P(r_1) + 0,00049 \sum_2 H_P(r_2) + \\
&+ 0,00059 \sum_3 H_P(r_3) + 0,00037 \sum_4 H_P(r_4) + \\
&+ 0,00026 \sum_5 H_P(r_5), \quad \varepsilon_1 = 6,9 \text{ км}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_M(r) &= 25,0 - 0,087 \Delta g_r(r) - 0,000032 \Delta g_r^2(r) + 0,957 H_B(r) - \\
&- 0,017022 H_B^2(r), \quad \varepsilon_1 = 6,8 \text{ км}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_M(r) &= 36,3 = 0,083 \Delta g_r(r) - 0,000119 \Delta g_r^2(r) + 0,0010 H_P(r) + \\
&+ 0,0000037 H_P^2(r), \quad \varepsilon_1 = 6,4 \text{ км}
\end{aligned}$$

$$H_M(r) = 36,4 - 0,096\Delta g_r(r) - 0,000064\Delta g_r^2(r), \quad \varepsilon_1 = \pm 6,9 \text{ км}$$

$$H_B(r) = 19,0 - 0,151\Delta g_r(r_0) + 0,0269 \sum_1 \Delta g_r(r_1) + 0,0016 \sum_2 \Delta g_r(r_2) + \\ + 0,0020 \sum_3 \Delta g_r(r_3) - 0,0022 H_P(r_0) + 0,00153 \sum_1 H_P(r_1) + \\ + 0,00011 \sum_2 H_P(r_2) - 0,00034 \sum_3 H_P(r_3), \quad \varepsilon_1 = \pm 5,3 \text{ км}$$

$$H_B(r) = 18,7 - 0,160\Delta g_r(r_0) + 0,0298 \sum_1 \Delta g_r(r_1) + 0,0177 \sum_2 \Delta g_r(r_2) - \\ - 0,0087 \sum_3 \Delta g_r(r_3) - 0,0175 \sum_4 \Delta g_r(r_4) + 0,0086 \sum_5 \Delta g_r(r_5), \quad \varepsilon_1 = \pm 5,5 \text{ км}$$

Здесь H_M и H_B взяты в километрах, H_P — в метрах, а Δg_r — в миллигалах, $\Delta r_1 = 25$ км, $r_0 = r$, $r_1 = r + \Delta r_1$, $r_2 = r + \Delta r_2$, $r_3 = r + \Delta r_3$, $r_4 = r + \Delta r_4$, $r_5 = r + \Delta r_5$, Σ_1 состоит из четырех значений $f(\lambda_{pi})$, Σ_2 — из четырех, Σ_3 — из восьми, Σ_4 — из четырех, Σ_5 — из восьми.

Отсюда видно, что комплексирование данных гравиметрии и топографии улучшает точность построений, тем не менее в целом для территории СССР точность формул низка. Учитывая последнее, была принята вторая C_2 -классификация, т. е. эталонные данные были подразделены на три эталонные пространства: Λ_1^3 — пространство элементов, определенных в складчатых областях, Λ_2^3 — пространство элементов, определенных в платформенных областях, Λ_3^3 — пространство элементов, определенных на морских областях. При этом получено*:

для складчатых областей:

$$H_M(r) = 41,9 - 0,219 \Delta g_r(r_0) + 0,0958 \sum_1 \Delta g_r(r_1) - \\ - 0,0881 \sum_2 \Delta g_r(r_2) + 0,0176 \sum_3 \Delta g_r(r_3), \quad \varepsilon_2 = \pm 6,1 \text{ км},$$

для платформенных областей:

$$H_M(r) = 37,4 - 0,038\Delta g_r(r_0) + 0,2002 \sum_1 \Delta g_r(r_1) - 0,0911 \sum_2 \Delta g_r(r_2) - \\ - 0,0213 \sum_3 \Delta g_r(r_3), \quad \varepsilon_2 = \pm 4,3 \text{ км},$$

для океанических областей:

$$H_M(r) = 31,3 + 0,078\Delta g_r(r_0) + 0,0066 \sum_1 \Delta g_r(r_1) - 0,0916 \sum_2 \Delta g_r(r_2) + \\ + 0,0240 \sum_3 \Delta g_r(r_3), \quad \varepsilon_2 = \pm 5,5 \text{ км}.$$

При таком подразделении земной коры простая интегро-формула с одним Δg -параметром дает несколько лучшие результаты. О том, что интегрирование Δg улучшает точность прогнозирования, свидетельствует следующая формула для континентальных областей, построенная по параметру Δg , взятому лишь в точке определения глубины залегания поверхности Мохоровичича (как это обычно делают):

$$H_M(r) = 35,8 - 0,091\Delta g_r(r), \quad \varepsilon = \pm 8,3 \text{ км}.$$

Включение в расчетную формулу других параметров, коррелирующих с H_M , таких как глубина залегания поверхности базальтового слоя, еще лучше моделирует связь геолого-геофизических параметров.

Если же в качестве классов некоторой C_r -классификации брать конкретные геотектонические структуры, то точность операторов, даже при использовании только одних гравиметрических данных, существенно улучшается.

* Для использования формул при шаге Δr_1 , отличном от 25 км, необходимо при $\Delta r_1 = 25$ км построить график коэффициентов α_μ и аппроксимировать функцию $\alpha_\mu(\Delta r)$ в зависимости от Δr , а затем подставить нужное Δr_1 .

Для территории Кавказа (складчатая область) по данным ГСЗ и гравиметрии была получена следующая формула:

$$H_M(r) = 48,0 + 0,3\Delta g_r(r_0) - 0,12 \sum_1 \Delta g_r(r_1) + 0,05 \sum_2 \Delta g_r(r_2) - 0,008 \sum_3 \Delta g_r(r_3) - 0,04 \sum_4 \Delta g_r(r_4), \quad \varepsilon = \pm 2,5 \text{ км.}$$

Для этой же территории Кавказа (не включая эталонные данные) и геосинклинальной части Предкавказья (данные ГСЗ) были оценены ошибки построения поверхности Мохоровичича, по данным гравиметрии методов Р. М. Деменицкой, А. К. Маловичко, Б. В. Нумерова, Цубои, нашей общей формулы:

по Р. М. Деменицкой

$$H_M = 37,34 - 40,52 \operatorname{th}(0,00287 \Delta g + 0,088), \quad \varepsilon_D = \pm 7,5 \text{ км;}$$

по А. К. Маловичко

$$h = \frac{u' - \Delta g}{2\pi f \sigma}; \quad u' \approx \frac{1}{n} \sum \Delta g, \quad \varepsilon_M = \pm 6,7 \text{ км;}$$

по Б. В. Нумерову

$$h = \frac{u - \Delta g}{2\pi f \sigma}, \quad u = \frac{1}{m \cdot n} \sum \sum \Delta g \Delta(\cos \varphi), \quad m = \frac{2\pi}{\Delta \alpha},$$

$$n = \frac{1}{\Delta(\cos \varphi)}, \quad \varepsilon_H = \pm 6,5 \text{ км;}$$

по Цубои

$$h = \frac{M}{\Delta \sigma}, \quad M = \frac{b}{2\pi f} \cdot \frac{1}{n^2 + 1} (\pm e^n - 1) = b\varphi(n), \quad \varepsilon_C = \pm 5,7 \text{ км;}$$

по нашей общей формуле для складчатых областей

$$\varepsilon_S = 5,9 \text{ км;}$$

и по нашей же формуле собственно для Кавказа

$$\varepsilon_K = 2,5 \text{ км.}$$

Нетрудно видеть преимущества подразделения эталонных данных (т. е. данных ГСЗ и гравиметрии на эталонных профилях) на подгруппы и построения формул для каждой такой группы отдельно.

Ниже приведем данные построения операторов типа (1.3.1) для различных районов Советского Союза.

В табл. 3 выписаны коэффициенты операторов и их ошибки только для гравитационного поля для следующих районов СССР*:

Таблица 3

Глубина поверхности	Номер профиля	Коэффициенты операторов						Ошибка оператора*, км	Ошибка по контрольным точкам, км
		α_{00}	α_{10}	α_{11}	α_{12}	α_{13}	α_{14}		
H_M	А	40,6	-0,004	-0,01	+0,02	-0,006	+0,0007		0,9
	Б	36,6	0,009	0,036	-0,002	-0,036	+0,04	2,0/0,94	2,0
	В	46,1	0,043	0,004	-0,03	0,0006	0,008	0,6/0,97	—
		48,3	0,31	-0,13	-0,053	-0,008	-0,04	2,5/0,91	2,8
H_B	А	26,5	0,002	-0,05	+0,008	+0,02	+0,0006	1,0/0,9	1,3
	Б	18,6	-0,20	+0,094	-0,005	-0,03	-0,044	2,0/0,9	2,0
	Г	21,1	-0,01	0,0005	-0,01	-0,01	+0,04	2,5/0,9	2,9

* В знаменателе — надежность (достоверность) вычисления ошибок.

* Расчеты выполнены Б. Е. Большаковым.

А. Профиль ГСЗ № VII в Прикаспийской впадине (меридионального направления). Контрольная проверка выполнялась по профилю р. Белая — р. Урал (Волго-Уральская область) — докембрийская Русская платформа.

Б. Эпигерцинская Туранская плита — профиль ГСЗ Ашхабад — Ташауз. Контрольный профиль Карши-Бекташ — Карабогазгол — Карашор.

В. Эпигерцинская Скифская плита — профиль ГСЗ г. Волгоград — р. Терек, профиль проходит примерно по меридиану 46°.

Г. Альпийская складчатая область (Кавказ) — профиль г. Волгоград — Шомхор (Кавказский участок). Контрольный профиль Гали — Сафаралиев.

В табл. 4, 5 помещены глубины исследуемых поверхностей как по данным ГСЗ, так и по расчетам для всех перечисленных основных и контрольных профилей (см. также рис. 3, а, б, в).

Таблица 4

А				Б				В*		Г			
Эталон		Контроль		Эталон		Контроль		Эталон		Эталон		Контроль	
ГСЗ	расчет	ГСЗ	расчет	ГСЗ	расчет	ГСЗ	расч.	ГСЗ	расч.	ГСЗ	расчет	ГСЗ	расчет
37,0	37,5	38,0	37,2	41,0	40,1	37,5	37,9	41,0	40,2	44,0	46,0	50,0	52,0
37,5	37,5	39,0	38,1	39,0	37,1	36,0	37,0	41,0	40,8	44,0	47,0	47,0	49,0
37,5	37,5	39,0	38,1	37,0	37,8	35,0	36,1	42,0	42,3	44,5	47,0	47,0	49,0
38,0	38,2	39,0	39,9	36,0	35,0	36,0	34,2	42,0	42,2	44,5	48,0	48,0	51,0
38,0	38,3	40,0	41,0	36,0	34,1	37,0	34,6	43,0	43,1	44,5	48,0	39,0	43,0
38,0	38,6	40,0	41,0	36,0	33,0	37,0	35,0	43,0	42,6	45,0	46,0	43,0	45,0
38,5	39,1	42,0	41,5	36,0	36,6	37,0	35,7	43,5	43,2	45,8	47,0	46,0	47,0
39,0	39,6	41,0	41,5	37,0	34,7	34,4	34,0	43,0	43,3	46,6	49,0	47,0	48,0
39,0	39,4	41,0	39,8	37,0	34,7	33,0	34,5	43,0	43,2	47,4	50,0	40,0	42,0
39,5	40,0	40,0	38,8	38,0	35,8	32,0	31,0	44,0	43,8	48,0	49,0	42,0	44,0
40,0	40,0	40,0	38,9	39,0	36,6	32,0	30,7	45,0	45,4	48,8	50,0	44,0	43,0
41,0	40,8	38,0	39,0	40,5	37,8	31,5	29,5	45,0	45,8	50,0	51,0	46,0	44,0
41,0	40,7	37,0	38,2	40,5	39,9	31,0	29,0	44,0	44,6	50,6	51,0	48,0	45,0
41,5	41,0	37,0	37,4	39,5	39,8	31,0	28,6	43,5	44,0	51,0	48,0	46,0	44,0
41,5	41,3	39,0	40,0	39,0	41,2	31,0	29,3	43,0	43,5	51,0	49,0	46,0	43,0
41,5	41,4	40,0	40,5	39,0	41,6	30,6	29,0	43,0	42,3	50,6	48,0	45,0	44,0
41,5	41,4	40,0	40,5	39,0	41,6	30,6	29,0	43,0	42,3	50,6	48,0	45,0	44,0
42,0	41,7	41,0	41,0	38,3	40,4	30,3	27,7	43,0	42,7	50,4	48,0		
41,5	41,9	42,0	42,9	38,1	40,3	30,0	28,9	42,5	42,1	50,4	47,0		
41,0	41,3	42,0	42,5	38,2	39,6			41,5	41,3	51,6	48,0		
40,5	40,3	40,0	41,0	39,0	40,4			44,0	44,0	54,0	51,0		
40,0	40,0			40,1	42,4			44,0	43,2	58,0	56,0		
40,0	40,0			40,0	40,6			45,0	44,5	60,0	59,0		
40,0	40,3			40,5	41,3			46,0	45,6	61,0	59,0		
41,0	41,3			41,0	42,8			47,4	46,8	61,0	59,0		
41,0	41,4			41,0	43,6			48,8	48,0	60,8	58,0		
40,5	41,0			42,3	44,1			50,0	50,6	60,0	58,0		
40,5	40,7							51,0	51,7	55,0	57,0		
40,0	40,2							50,0	50,6	51,6	53,0		
40,0	40,5							50,6	51,3	51,0	53,0		
40,0	40,6							51,6	52,4	50,6	48,0		
40,0	40,7							60,0	60,3	50,0	48,0		
40,0	40,4							59,0	59,5	49,4	51,0		
39,5	40,2									48,0	51,0		
39,5	40,2									47,0	49,0		
40,0	40,0									47,0	49,0		
40,0	39,8									48,0	50,0		
40,0	40,0									49,6	51,0		
40,0	40,4									50,2	52,0		
40,5	41,0									51,0	53,0		
40,5	41,0									51,2	53,0		
41,0	41,0									52,0	53,0		
41,0	41,0									52,0	54,0		

* Контроль отсутствует.

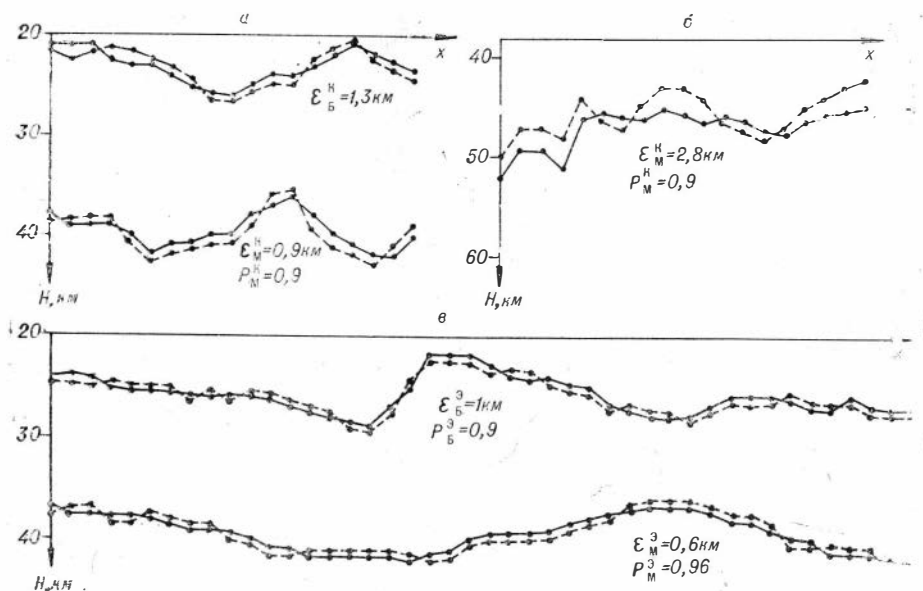


Рис. 3. а — контрольный профиль ГСЗ, Прикаспийская впадина; б — контрольный профиль ГСЗ, Гали — Сарафалиев; в — эталонный профиль ГСЗ № VIII, Прикаспийская впадина.

Интересно заметить, что по маршруту Целиноград — Карабутаг и Ашхабад — Ташауз задолго до получения результатов ГСЗ детально по данным гравиметрии была построена поверхность Мохоровичича по формулам класса континентальные платформенные области (из С₂-классификации). В последующем, после сравнения с данными ГСЗ, было установлено, что построенная нами поверхность несколько сглажена относительно данных ГСЗ; мелкие формы, установленные по ГСЗ, в ряде случаев не нашли отражения на графике, построенном по данным гравиметрии, причем отклонения мелких форм от осредненной поверхности не превышают точности прогнозирования. Анализируя эти данные, мы нашли, что в оператор прогнозирования следует включить рельеф кристаллического фундамента, существенно влияющий на гравитационное поле, но плохо коррелирующий с поверхностью Мохоровичича.

Подобный анализ совместно данных ГСЗ, гравиметрии, магнитометрии и рельефа местности проводился и на ряде других участков, и везде формы прогнозной и сейсмической границ соответствовали друг другу.

Проведенный анализ показал, что наилучшей расчетной формулой для изучения поверхности Мохоровичича является формула, включающая в себя параметры гравитационного и магнитного полей, рельефа земной поверхности, поверхности базальтового слоя (и в некоторых случаях — поверхности кристаллического фундамента):

$$H_M(r) = \alpha_{00} + \sum_{\mu=0}^m \alpha_{1\mu} \overline{\Delta g}(r + \Delta r_\mu) + \sum_{\mu=0}^m \alpha_{2\mu} \overline{H_P}(r + \Delta r_\mu) + \sum_{\mu=0}^m \alpha_{3\mu} \overline{\Delta T}(r + \Delta r_\mu) + \sum_{\mu=0}^m \alpha_{4\mu} \overline{H_B}(r + \Delta r_\mu), \quad (3.2.2)$$

где

$$\overline{H_B}(r) = \sum_{\mu=0}^m \alpha_{5\mu} \overline{\Delta g}(r + \Delta r_\mu),$$

H_M, H_B — соответственно глубины залегания поверхности Мохоровичича и Конрада, $\Delta g(r + \Delta r_\mu), H_P(r + \Delta r_\mu), \Delta T(r + \Delta r_\mu)$ и т. д. есть средние значения либо на окружности радиуса Δr_μ , либо на площади круга радиуса Δr_μ .

Различные варианты применения этой формулы сведены в логическую табл. 6.

Лучший результат (наименьшая ошибка) достигается, когда в формуле используются все члены (класс 1-й), худшие, — когда используется только магнитное поле (класс 14-й); ошибка такого оператора, включающего только член с H_P (класс 12-й), несущественная в вероятностном смысле при уровне значимости 0,10, отлична от ошибки оператора, построенного по всем четырем параметрам (класс 1-й); ошибки операторов классов 5, 6, 7, 8, 13, 14, 15, 16 существенны, в том же смысле отличны от ошибок операторов классов 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12.

Анализируя такую таблицу для данных профилей сейсмического глубинного зондирования территории СССР, приходим к выводу, что региональное изучение поверхности Мохоровичича с точностью до $\pm 3-4$ км в районах с выраженным рельефом местности вполне достаточно осуществлять единым для территории СССР оператором только по одним высотам рельефа местности. И лишь в районах слабой выраженности рельефа местности необходимо привлекать еще данные гравиметрии и магнитометрии.

Таблица 5

А				Б				Г			
Эталон		Контроль		Эталон		Контроль		Эталон		Контроль	
ГСЗ	расчет	ГСЗ	расчет	ГСЗ	расчет	ГСЗ	расчет	ГСЗ	расчет	ГСЗ	расчет
24,0	24,9	21,0	22,1	22,0	20,0	21,0	19,0	22,0	20,0	16,0	18,0
24,0	24,8	21,0	22,3	21,0	19,3	19,0	17,0	22,0	20,0	15,0	17,0
24,3	23,2	21,0	21,8	20,0	18,0	16,0	15,0	23,0	21,0	15,0	17,0
25,0	24,0	22,5	21,3	19,0	17,0	17,0	19,5	23,0	20,5	18,0	20,0
25,5	24,5	23,0	21,8	18,0	17,7	18,0	20,5	23,5	21,5	17,0	20,0
25,5	25,3	23,0	22,5	16,0	17,9	20,0	22,0	24,0	21,5	16,0	20,0
25,5	25,2	24,0	23,5	15,0	17,5	21,0	22,8	24,0	22,0	15,0	18,0
25,5	26,0	25,0	23,7	14,0	16,1	20,0	22,0	24,0	22,0	14,0	17,0
26,0	26,3	25,0	24,4	14,0	16,5	26,0	24,0	24,0	22,5	14,0	16,0
26,0	26,2	26,0	26,1	13,0	15,1	24,5	22,3	24,0	22,0	15,0	17,0
26,0	25,8	26,0	25,5	14,0	16,2	23,0	21,1	24,5	22,0	16,0	18,0
26,0	25,7	25,0	24,1	14,0	16,3	23,0	22,0	24,5	22,0	16,0	18,0
26,0	26,3	24,0	22,1	15,0	17,0	22,5	20,5	25,0	23,0	16,0	17,0
27,0	27,9	24,0	22,3	16,0	16,7	22,0	20,0	26,0	27,0	16,5	18,5
27,5	28,7	23,0	20,9	17,0	18,2	21,5	19,0	27,0	27,0	15,0	17,5
28,0	29,0	22,0	22,7	17,0	18,3	21,0	19,5	27,8	25,0	17,0	19,5
28,5	29,3	21,0	21,3	18,0	19,5	20,5	21,6	27,4	24,0		
29,0	28,7	22,0	22,5	18,0	19,4	20,0	21,6	25,0	22,0		
27,0	27,5	23,0	21,8	18,0	19,4	19,0	23,0	22,4	20,0		
25,0	24,1			20,0	20,9			19,8	18,0		
22,0	21,0			20,0	21,5			18,8	17,0		
22,0	21,0			22,0	23,6			18,0	16,0		
23,0	22,1			23,0	24,7			17,0	15,0		
23,0	24,5			23,0	23,9			17,0	16,0		
24,0	24,5			22,0	23,5			16,0	14,0		
25,0	25,7			21,0	23,1			16,0	14,0		
27,0	27,8			20,0	22,5			16,0	15,0		
27,0	27,9							16,0	17,0		
28,0	28,8							17,0	19,0		
27,0	26,3							18,0	20,0		
27,0	26,0							18,5	20,0		
27,0	26,5							18,5	21,0		
26,5	26,0							19,0	22,0		
26,5	26,0							19,0	22,0		
								20,0	22,0		
								20,9	23,0		

Δg	Е (Есть)								Н (Нет)							
	Е				Н				Е				Н			
H_p	Е		Н		Е		Н		Е		Н		Е		Н	
	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н
ΔT	Е		Н		Е		Н		Е		Н		Е		Н	
	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н
H_B	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н
	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	ε_5	ε_6	ε_7	ε_8	ε_9	ε_{10}	ε_{11}	ε_{12}	ε_{13}	ε_{14}	ε_{15}	ε_{16}
Класс	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Повышения точности вычисления глубин залегания поверхности Мохоровичича можно достигнуть, районировав земную кору по геологическим параметрам, иначе говоря, отыскивая эталонную решающую классификацию из некоторой заданной последовательности геологических классификаций. Например, подразделяя Западно-Сибирскую плиту всего на две зоны (северную докембрийскую и южную эпигерцинскую) и строя для каждой из них свой оператор указанного вида, можно изучать структурно-морфологические формы поверхности Мохоровичича с точностью до 1,0—1,5 км.

Кроме того, повысить точность можно за счет увеличения мощности причинно связанного с глубинными границами геолого-геофизического пространства параметров. При этом прогнозирование рекомендуется осуществлять совместно (в комплексе) по гравитационным и магнитным аномалиям, рельефу местности, дисперсии скоростей поверхностных сейсмических волн и рельефу кристаллического фундамента (в областях его существенного возмущающего влияния на гравитационное поле и некоррелируемости с рельефом искомой границы).

Опыт показал, что для отдельных, единичных в некотором геотектоническом смысле, областей, например, для таких, как Прикаспийская впадина, Балтийский щит, Печорская впадина, Тиман и т. п., можно применять вышеприведенные конкретные расчетные формулы, построенные в целом для всего Советского Союза. Такие формулы обеспечивают достаточно точное определение форм поверхности Мохоровичича в пределах такого рода структур (с ошибкой, как правило, не более 1—1,5 км), но в целом для всей структуры общая глубина залегания поверхности Мохоровичича может быть ошибочна на величину, указанную при соответствующей рабочей формуле.

§ 3.3.

Совместное использование данных гравиметрии и поверхностных сейсмических волн при изучении поверхности Мохоровичича

В настоящем параграфе* на основании корреляционной схемы геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий сделана попытка построить некоторую математическую линейную модель, описывающую с заданной точностью следующую совокупность данных

* Параграф написан совместно с Б. Н. Шечковым.

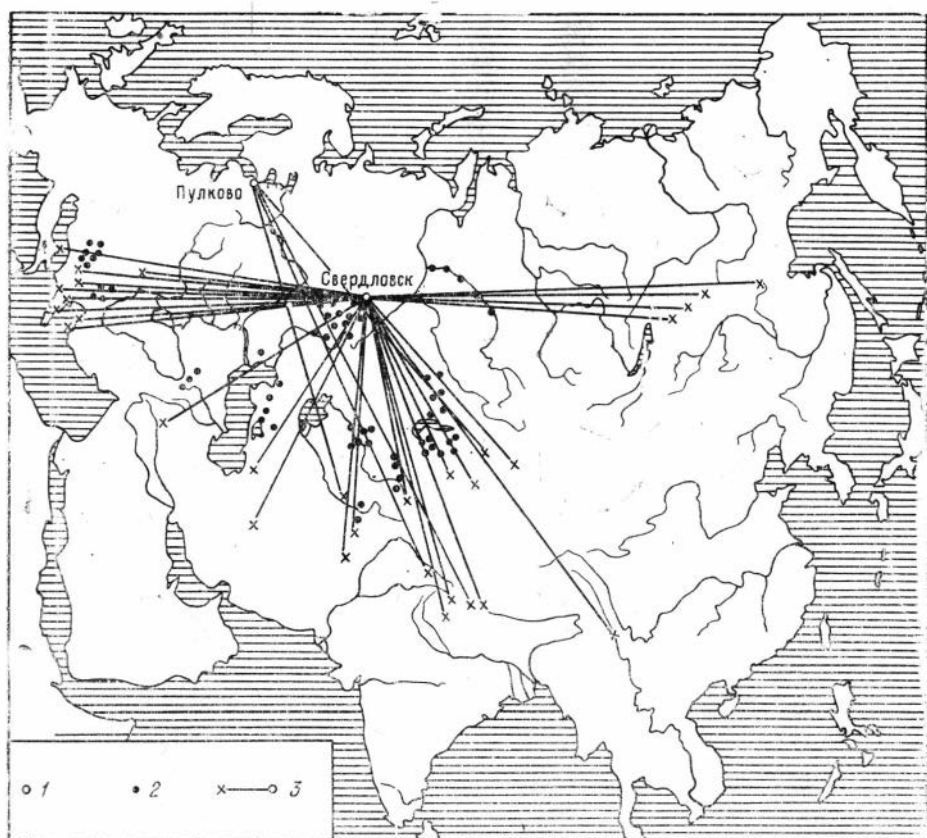


Рис. 4. 1 — местоположение сейсмических станций и их названия; 2 — участки профилей ГСЗ; 3 — трассы поверхностных волн.

о земной коре: гравитационные аномалии Буге, рельеф местности, дисперсия групповых скоростей поверхностных волн Лява, результаты глубинного сейсмического зондирования (ГСЗ) поверхности Мохоровичича. Именно такой набор геоморфолого-геофизических данных выбран в связи с известной корреляцией данных гравиметрии, геоморфологии и дисперсии скоростей поверхностных волн с мощностью земной коры. Имея в виду неоднозначность в определении мощности земной коры при использовании перечисленных элементов в отдельности, мы стремимся построить такую схему совместной обработки их, которая бы позволила по комплексу геоморфолого-геофизических данных прогнозировать с априори заданной точностью глубины залегания поверхности Мохоровичича.

В этом разделе описываются первые шаги в комплексировании гравитационных и геоморфологических данных с данными о дисперсии групповых скоростей волн Лява.

На рис. 4 показаны использованные в работе трассы распространения поверхностных сейсмических волн и участки профилей глубинного сейсмического зондирования. И те и другие выбирались таким образом, чтобы в зоне трассы имелось несколько участков профилей ГСЗ, проходящих в областях существенной разницы в глубинах залегания поверхности Мохоровичича.

Для каждой трассы известными способами для четырех периодов $T_1=20$, $T_2=25$, $T_3=30$ и $T_4=35$ с вычислены значения групповых скоростей u_1 , u_2 , u_3 , u_4 .

В первом приближении мы пытались построить едицую для всей Евразии форму описания геоморфолого-геофизических данных, поэтому были выбраны наиболее протяженные трассы, пересекающие различные в структурно-геологическом отношении области.

В 165 эталонных точках по данным ГСЗ определены глубины залегания поверхности Мохоровичича (см. рис. 4). На картах гравитационных аномалий и рельефа местности в каждой из этих точек устанавливалась сетка (палетка) с равномерно заданными узлами; первоначальные размеры сетки были равны 1300×1300 км, шаг — 50 км. В каждом узле такой сетки отдельно для каждой эталонной точки, т. е. точки, в которой была определена глубина залегания поверхности Мохоровичича, с указанных карт снимались значения аномалий Буге и рельефа местности (центр сетки совмещался с эталонной точкой, нанесенной на эти карты).

Предполагалось, что совокупность данных гравиметрии, геоморфологии и поверхностных волн в конечном счете может быть описана уравнением вида:

$$H_M(r) + \varepsilon(r) = \alpha_{00} + \sum_{\mu=0}^{m_1} \alpha_{1\mu} f_1[\Delta g(r + \Delta r_{1\mu})] + \\ + \sum_{\mu=0}^{m_2} \alpha_{2\mu} f_2[H_P(r + \Delta r_{2\mu})] + \sum_{\mu=0}^{m_3} \alpha_{3\mu} u(r + \Delta r_{3\mu}), \quad (3.3.1)$$

где $H_M(r)$ — глубины залегания поверхности Мохоровичича; $f_1(\Delta g)$, $f_2(H_P)$ — суммы значений соответственно гравитационных аномалий и высот рельефа местности на окружностях с центром в точке r радиусов $\Delta r_{1\mu}$ и $\Delta r_{2\mu}$; f_1 и f_2 — некоторые функции заданного класса; $U(r)$ — значения групповых скоростей волн Лява на трассах.

В первых расчетах по формуле (3.3.1) мы приняли: $n=165$, $\Delta r_{1\mu} = \Delta r_{2\mu}$, $m_1 = m_2 = m$, $m_3 = 3$, $f_1(\Delta g) = \Delta g$, $f_2(H_P) = H_P$.

Исследования состояли: 1) в установлении разумного радиуса интегрирования элементов Δg и H_P , т. е. в определении разумных значений m_1 и m_2 , 2) в установлении информативности в смысле полезности каждого из элементов Δg , H_P , U , стоящих в правой части уравнения; 3) в определении оптимальной в смысле минимума средней квадратической ошибки параметров $\alpha_{i\mu}$; 4) в установлении степени пригодности уравнения (3.3.1) для прогнозирования глубин залегания поверхности Мохоровичича по данным гравиметрии, геоморфологии и поверхностных волн.

В этой связи из имеющихся 165 уравнений вида (3.3.1) 105 уравнений было взято для анализа, остальные 60 оставлены для «экзамена», т. е. для установления пригодности уравнения (3.3.1) для прогнозирования.

Решение первой задачи осуществлялось путем изучения картины поведения ε_j при последовательном увеличении радиуса интегрирования Δr_{μ} . При этом принималось, что относительный радиус равен: $\Delta r'_0 = 0$, $\Delta r'_1 = 1$, $\Delta r'_2 = \sqrt{2}$, $\Delta r'_3 = 1 + \frac{\sqrt{5}}{2}$, $\Delta r'_4 = \sqrt{10}$, $\Delta r'_5 = 2 + \frac{\sqrt{18}}{2}$, $\Delta r'_6 = \sqrt{29}$, $\Delta r'_7 = \sqrt{34}$, $\Delta r'_8 = 7$, $\Delta r'_9 = \sqrt{65}$, $\Delta r'_{10} = 9$, $\Delta r'_{11} = \sqrt{106}$, $\Delta r'_{12} = 11$, $\Delta r'_{13} = \sqrt{157}$, $\Delta r'_{14} = 13$, $\Delta r'_{15} = \sqrt{338}$, $\Delta r_{\mu} = \Delta r_1 \cdot \Delta r'_{\mu}$, $\Delta r_1 = 50$ км.

Оказалось, что вначале с увеличением номера радиуса средняя квадратическая ошибка уменьшается, а начиная с $\Delta r'_6 = \sqrt{29}$ эта закономерность пропадает. В этой связи принято $m_1 = m_2 = m = 6$, $\Delta r_6 = 50 \sqrt{29}$ км.

Исследование информативности элементов $\Delta g, H_P, U$ выполнялось путем последовательного исключения из уравнения (3.3.1) того или иного элемента из совокупности $\{\Delta g, H_P, U\}$ и сравнения соответствующих среднеквадратических ошибок уравнений. Анализу подвергались следующие уравнения вида (3.3.1):

$$\begin{aligned} H_M + \varepsilon_1 &= \varphi_1(\Delta g, H_P, U), & H_M + \varepsilon_2 &= \varphi_2(\Delta g, H_P), \\ H_M + \varepsilon_3 &= \varphi_3(\Delta g, U), & H_M + \varepsilon_4 &= \varphi_4(\Delta g), \\ H_M + \varepsilon_5 &= \varphi_5(H_P, U), & H_M + \varepsilon_6 &= \varphi_6(H_P), \\ H_M + \varepsilon_7 &= \varphi_7(U), & H_M + \varepsilon_8 &= \alpha_{00}. \end{aligned}$$

Ошибки каждого из этих уравнений приведены в табл. 7. Перепишем их в порядке возрастания и определим степень значимости расхождений между ними по F -распределению Фишера [62, 164].

Т а б л и ц а 7

Δg	Е (Есть)				Н (Нет)			
	Е		Н		Е		Н	
H_P								
U	Е	Н	Е	Н	Е	Н	Е	Н
ε , км	2,9	4,0	5,0	5,7	3,4	5,3	6,0	10,0
φ	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8

Если принять в качестве уровня значимости величину 0,10—0,15, т. е. считать, что вероятность события равенства двух ошибок $\varepsilon_i^2 = \varepsilon_j^2$, $i=1, 2, \dots, 8$; $j=1, 2, \dots, 8$, весьма мала и равна 0,10—0,15, то теоретическое F_T распределение при уровне значимости 0,10—0,15 для 105 экспериментальных данных будет равно 1,3. Это значит, что если эмпирическое F_3 распределение меньше 1,3, то разность $\varepsilon_i^2 - \varepsilon_j^2$ незначима в указанном смысле; если же $F_3 > 1,3$, разность $\varepsilon_i^2 - \varepsilon_j^2$ значима, т. е. существенна в указанном смысле.

Из табл. 8 нетрудно теперь установить соотношение точностей различных моделей описания связей геофизических элементов. Прежде всего видно, что ошибки можно сгруппировать так: $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_5\}$, $\{\varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_6, \varepsilon_7\}$, $\{\varepsilon_8\}$; соответственно сгруппируются и исследуемые уравнения, т. е. $\Phi_1 = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_5\}$, $\Phi_2 = \{\varphi_3, \varphi_4, \varphi_6, \varphi_7\}$, $\Phi_3 = \{\varphi_8\}$. Таким образом, описание по формулам вида Φ_1 позволяет осуществлять прогноз с ошибкой порядка 2,9—4 км, использование же геофизических элементов, включенных в группу Φ_2 , дает прогноз с ошибкой в 5—6 км. Вариант Φ_3 , по-видимому, не представляет практического интереса.

Таким образом, приходим к выводу, что такие комплексы геофизических данных, как $(\Delta g, H_P, U)$, $(\Delta g, H_P)$, (H_P, U) , дают лучшие прогнозы глубин залегания поверхности Мохоровичича. При этом комплекс $(\Delta g, H_P)$ оказывается худшим, нежели $(\Delta g, H_P, U)$, а комплекс (H_P, U) , в свою очередь, хуже, чем $(\Delta g, H_P, U)$.

Т а б л и ц а 8

ε	2,9	3,4	4,0	5,0	5,3	5,7	6,0	10,0
φ	φ_1	φ_5	φ_2	φ_3	φ_6	φ_4	φ_7	φ_8
F_3	1,37	1,38	1,56	1,12	1,15	1,12	2,78	

Табл. 8 позволяет оценить место каждого из геофизических методов. Так, прогнозы по гравитационным аномалиям φ_4 и рельефу местности φ_6 оказываются в указанном смысле равноценными. Но поскольку ε_4 несущественно отлично от ε_7 , а ε_6 существенно отлично от ε_7 , можно заключить, что прогноз только по одним данным рельефа местности φ_6 предпочтительнее, чем прогноз только по одним данным гравиметрии. То же самое следует из сравнения ошибок $\varepsilon_3 (\Delta g, U)$ и $\varepsilon_5 (H_P, U)$.

Чтобы убедиться в правильности сделанных качественных выводов и в представительности анализируемой выборки экспериментальных данных, последние случайным образом были подразделены на две группы: Λ_1^3 при $n_1 = 81$ и Λ_2^3 при $n_2 = 72$. По каждой такой выборке в отдельности решались уравнения вида $H_M + \varepsilon_1 = \varphi_1 (\Delta g, H_P, U)$. В результате получены два набора коэффициентов: $A_1 = \{\alpha_{i\mu}\}_1$ и $A_2 = \{\alpha_{i\mu}\}_2$, $A_1 \sim \Lambda_1^3 (R_1^3)$, $A_2 \sim \Lambda_2^3 (R_2^3)$, где R_1^3 и R_2^3 — области определения элементов $\Delta g, H_P, U$. Затем, при помощи оператора A_1 , т. е. по формуле вида (3.3.1) с коэффициентами $\{\alpha_{i\mu}\}_1$ вычислены глубины залегания \tilde{H}_M'' на области R_2^3 , а при помощи коэффициентов $\{\alpha_{i\mu}\}_2$ по уравнению вида (3.3.1) спрогнозированы глубины \tilde{H}_M на области R_1^3 . Поскольку до

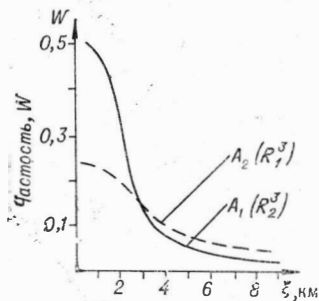


Рис. 5. Сглаженные вариационные кривые ошибок прогнозирования глубин.

выполнения этих вычислений глубины залегания поверхности Мохоровичича были известны из результатов глубинного сейсмического зондирования на R_1^3 и R_2^3 , то, сравнивая их с прогнозными глубинами $\tilde{H}_M, \tilde{H}_M''$, находим (рис. 5): 1) исследуемая выборка представительна, 2) для построения удовлетворительного оператора вида (3.3.1) с 19 числовыми параметрами достаточно иметь 80—100 эталонных уравнений погрешностей вида (3.3.1).

Числовые параметры линейного оператора (3.3.1) определялись под условием минимума среднеквадратической ошибки методом Гаусса. Мы приводим одну из лучших предварительных формул для расчета глубин залегания поверхности Мохоровичича по данным гравиметрии, геоморфологии и поверхностных волн в континентальной части территории Евразии:

$$\begin{aligned}
 H_M(r) = & 52,79 + 0,1473 \Delta g(r) - 0,00512 \sum_1 \Delta g(r + \\
 & + \Delta r_1) + 0,04273 \sum_2 \Delta g(r + \Delta r_2) - 0,03597 \sum_3 \Delta g(r + \Delta r_3) + \\
 & + 0,03559 \sum_4 \Delta g(r + \Delta r_4) + 0,01363 \sum_5 \Delta g(r + \Delta r_5) + \\
 & + 0,00095 \sum_6 \Delta g(r + \Delta r_6) + 0,02395 H_P(r) - 0,005233 \sum_1 H_P(r + \Delta r_1) - \\
 & - 0,000136 \sum_2 H_P(r + \Delta r_2) + 0,001349 \sum_3 H_P(r + \Delta r_3) + \\
 & + 0,000879 \sum_4 H_P(r + \Delta r_4) + 0,002522 \sum_5 H_P(r + \Delta r_5) - \\
 & - 0,000214 \sum_6 H_P(r + \Delta r_6) - 5,9135 U_{20} + 0,2342 U_{25} - 1,7114 U_{30} + \\
 & + 2,2716 U_{35},
 \end{aligned} \tag{3.3.2}$$

где $H_M(r)$ — прогнозные глубины залегания поверхности Мохоровичича, Σ_1 и Σ_2 — суммы четырех значений, Σ_3 — сумма 12 значений, Σ_4 — сумма восьми значений, Σ_5, Σ_6 — суммы восьми значений $\Delta g, H_P$ на палетке; индекс при U означает период в секундах.

Эта формула была испытана на 60 «экзаменационных» данных. В результате сравнения прогнозных и «экзаменационных» глубин получено, что формула (3.3.2) осуществляет прогноз с ошибкой порядка $\pm 2,6$ км в целом для Евразии.

В дальнейшем рекомендуется выполнить следующий комплекс исследований.

1. Получение дисперсии групповых скоростей волн Лява и Рэлея для отдельных однородных в структурно-геологическом отношении блоков земной коры Евразии и использование этих данных а) для предварительного прогноза по формуле (3.3.2) глубин залегания поверхности Мохоровичича на всей территории Евразии, б) для построения корреляционных зависимостей и прогнозирования глубин залегания поверхности Мохоровичича в каждом таком блоке.

2. Комплексование данных гравиметрии и геоморфологии с данными о фазовых скоростях (C) волн Лява и Рэлея и магнитометрии.

3. Комплексование одновременно данных о фазовых и групповых скоростях волн Лява и Рэлея основного тона и высших мод.

4. Улучшение модели путем введения в (3.3.1) функций $f_1(\Delta g)$, $f_2(H_P)$, $f_3(U)$ и членов, учитывающих корреляцию между $(\Delta g$ и $h)$, $(\Delta g$ и $U, C)$, $(H_P$ и $U, C)$, $(U$ и $C)$.

§ 3.4

Геофизическая классификация для целей тектонического районирования

Аномальные магнитные и гравитационные поля подразделяются по своим морфологическим признакам на некоторые классы, которые существенно коррелируют с геотектонической классификацией. Так, во многих случаях аномальные поля в пределах одного и того же типа земной коры, в геотектонических зонах одного и того же класса в той или иной степени однородны по морфологическим признакам, но существенно различны для участков с разным типом земной коры, геотектонических зон, относимых к разным классам. Это обстоятельство, как уже отмечалось, лежит в основе существующей качественной геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий и является главным фактором, определяющим применимость гравиметрии и магнитометрии в решении геологических задач, особенно в решении задачи геотектонического районирования. Несмотря на большую значимость геофизических аномальных полей при тектоническом районировании, «...существующая методика геологической интерпретации гравимагнитных данных с целью геотектонического районирования разработана совершенно недостаточно и имеет в основном качественный характер. Вопросы же количественного выражения характера и особенностей того или иного магнитного поля, включающего целый ряд отдельных аномалий и отличающегося какими-либо чертами, связанными с типом геологического строения отдельного района, у нас практически не разрабатываются» [97, стр. 36]. Введенное выше понятие вектора геофизических признаков позволяет задачу тектонического районирования решать количественно путем сравнения таких векторов, построенных для разных геотектонических структур. Районирование геофизических аномалий следует выполнять относительно некоторой геотектонической классификации, интересующей исследователя. Для этого вектор геофизических признаков должен содержать в себе такие параметры, с совокупности которых данной геотектонической классификации может быть адекватно, в некотором смысле, построена геофизическая классификация.

Выяснение величины разброса векторов (точек), соответствующих геологическим объектам одного и того же класса, области пересечения облаков точек разных классов, установление возможностей переноса того или иного геологического объекта из класса в класс, выяснение оптимального пространства признаков, изучение их информативности и другие задачи — все это может быть выполнено путем логического ана-

лиза специальных векторов признаков с помощью известных методов распознавания образов.

Основываясь на опыте геологической интерпретации региональных геофизических данных по территории СССР и районирования в ее пределах гравитационных и магнитных аномалий, для построения геофизической классификации, адекватной некоторой геотектонической классификации, нами было принято следующее формальное описание конкретных структурно-морфологических особенностей аномальных полей и некоторых элементов структуры земной коры, в принципе отмеченное в § 1. 2, п. 4°. Здесь эти признаки в значительной степени повторены для цельности изложения данного раздела.

Признаки гравитационного аномального поля 1. «Минимум» — m . Выделяются три типа аномалий: m_1 — отрицательное, резко очерченное поле с положительными аномалиями в центральной части (например, Прикаспийский минимум), m_2 — расплывчатый минимум средней интенсивности (например, Балхашский), m_3 — ярко выраженный сильно интенсивный минимум (например, Зеравшанский).

2. «Максимум» — μ . Аналогично «минимуму» выделяются три типа: μ_1 — «моноклитный» максимум с широкой, сильно изрезанной центральной областью (например, Печорский), μ_2 — слабое положительное аномальное поле (Каская впадина Западно-Сибирской плиты), μ_3 — сильно интенсивное поле типа Южно-Охотского максимума (Южная впадина Охотского моря).

3. «Узел» — u — совокупность положительных аномалий, имеющих тенденцию к огибанию некоторого единого центра, — принимает три значения: u_1 — узел слабо интенсивных расплывчатых аномалий (например, Балтийский щит), u_2 — узел сильно интенсивных ярко выраженных аномалий (Токмовский свод), u_3 — узел средних по интенсивности, расплывчатых по форме аномалий (Северо-Казахская область).

4. «Система линейных аномалий» — l — система чередующихся вкрест простирающихся положительных и отрицательных линейно вытянутых относительно узких аномалий. Различаются два типа: l_1 — ярко выраженные линейные аномалии типа уральских, l_2 — система расплывчатых слабых по интенсивности аномалий типа аномалий в южной половине Туранской плиты.

Признаки магнитного аномального поля. 1. «Минимум» — m' : m'_1 — ярко выраженное отрицательное поле, окаймленное слабыми положительными аномалиями (например, Прикаспийский минимум), m'_2 — слабое по интенсивности отрицательное поле типа поля над Камским сводом или Обско-Тазовской синеклизой, m'_3 — относительно спокойное, близкое к нормальному поле с мелкими редкими слабыми положительными аномалиями (Зеравшан).

2. «Максимум» — μ' : μ'_1 — «моноклитный» максимум с широкой и сильно изрезанной центральной областью (например, Печорская синеклиза).

3. «Система линейных аномалий» — l' — система чередующихся положительных и отрицательных относительно вытянутых аномалий: l'_1 — ярко выраженные линейные сильно интенсивные аномалии типа тиманских, l'_2 — слабые, расплывчатые по форме аномалии типа аномалий южной половины Туранской плиты.

4. «Узел» — u' — система положительных аномалий, имеющих тенденцию к огибанию некоторого единого центра: u'_1 — слабые по интенсивности аномалии (например, Северо-Казахская область), u'_2 — средние по интенсивности аномалии (Балтийский щит), u'_3 — сильно интенсивные аномалии (Токмовский свод).

5. «Система разноориентированных максимумов» — s' , не образующих узла: s_0 — средние по интенсивности изомерные максимумы (Вахско-Тымский выступ), s_1 — слабые расплывчатые с изгибами максимумы (Ханты-Мансийская впадина), s_2 — система среднеинтенсивных мелких максимумов типа Илийской зоны, s_3 — сильно интенсивные расплывчатые «моноклитные» максимумы (например, Украинский щит).

Признаки элементов структуры земной коры. 1. Поверхность Моховичича — M : M_0 — средняя глубина залегания около 37—40 км, M_{-1} — менее M_0 , M_{+1} — более M_0 ; форма — M^* : относительное поднятие (+), относительный прогиб (—).

2. Мощность базальтового слоя — b : b_0 — средняя мощность около 15—16 км; b_{-1} — менее b_0 , b_{+1} — более b_0 .

3. Мощность гранитного слоя — g : g_0 — средняя мощность около 15—16 км, g_{-1} — менее g_0 , g_{+1} — более g_0 .

4. Соотношение мощностей гранитного и базальтового слоев — h : h_0 — мощности слоев примерно одинаковы, h_{-1} — мощность гранитного слоя существенно больше мощности базальтового слоя, h_{+1} — мощность гранитного слоя существенно меньше мощности базальтового слоя.

5. Плотность вещества верхней мантии — σ : $\sigma_0 = 3,20$ — $3,25$ г/см³, σ_1 — менее σ_0 , σ_{+1} — более σ_0 .

Обозначив каждый из вышеперечисленных признаков через n_{ξ} , $\xi = 1, 2, \dots$, а именно $n_1 = u$, $n_2 = m$, $n_3 = l$, $n_4 = \mu$, $n_5 = u'$, $n_6 = m'$, $n_7 = l'$, $n_8 = \mu'$, $n_9 = s'$, $n_{10} = b$, $n_{11} = M$, $n_{12} = M^*$, $n_{13} = g$, $n_{14} = h$, $n_{15} = \sigma$, строим векторы описательных признаков $N = (n_1, n_2, \dots, n_{15})$ для различных типов геотектонических структур, используя карту масштаба 1:10 000 000 [42]. Таким образом, можно решать задачу тектонического районирования земной коры путем сравнения (анализа) таких векторов на ЭВМ.

Конкретные векторы описательных признаков построены и проанализированы для 42 геологических объектов, выделенных на тектонической карте СССР (табл. 9). На картах гравитационных и магнитных аномалий для каждого из названных геологических объектов устанавливалось: какому из перечисленных признаков отвечает наблюдаемое над изучаемым объектом аномальное поле, и в таблицу в строке, соответствующей номеру этой геологической структуры, вносился нужный индекс. Например, под номером 1 в таблице значится Балтийский кристаллический щит, которому отвечает гравитационное поле типа u_1 и магнитное поле типа u'_2 и т. д. Затем подбирались необходимые данные о глубинной структуре земной коры, ее расслоении и плотности верхней мантии. В нашем случае такие данные были получены с соответствующих карт [69, 124].

Для Балтийского щита, в частности, имеют место следующие признаки: b_0 , M_{-1} , (—), g_{-1} , h_{+1} , σ_{-1} . Полный вектор, построенный по всей совокупности нужных признаков для Балтийского щита, имеет вид:

$$N_1 = (u_1, 0, 0, 0, u'_2, 0, 0, 0, 0, b_0, M_{-1}, (—), g_{-1}, h_{+1}, \sigma_{-1}).$$

Каждый из перечисленных признаков при счете на ЭВМ соответственно нумеруется. Отсутствие какого-либо признака фиксируется нулем.

Анализ такого рода векторов описательных признаков можно осуществлять с помощью схем логических возможностей (так называемых логических деревьев) и других методов распознавания.

В настоящем разделе рассмотрены главным образом векторы описательных признаков (о возможностях использования векторов числовых признаков говорится выше).

Таблица 9

№ п/п	Гравиметрия Δg				Магнитометрия ΔT					Элементы коры						Число совпадений						
	u	m	l	ν	u'_1	m'	l'	ν'	s'	b	M	M^0	g	h	σ	$\Delta g, \Delta T,$ кора	Δg	ΔT	кора	$\Delta g, \Delta T$	$\Delta g, \Delta T$	$\Delta T, \Delta g$
1	u_1				u'_2					b_0	M_{-1}	—	g_{-1}	h_{+1}	σ_{-1}		9		2			
2	u_1				u'_3					b_0	M_{+1}	—	g_0	h_{+1}	σ_{-1}		9	5	1	2		
3	u_2				u'_3				s'_3	b_{+1}	M_{+1}	+	g_0	h_0	σ_{+1}		1					
4	u_2				u'_3					b_0	M_0	+	g_0	h_0	σ_{-1}		1	5				
5			l_1							b_0	M_{-1}	+	g_{-1}	h_{+1}	σ_{-1}		3		2			1
6				μ_1						b_{+1}	M_{-1}	—	g_{-1}	h_{+1}	σ_{-1}		2	5		1		
7				μ_1						b_{+1}	M_{-1}	+	g_{-1}	h_{+1}	σ_{-1}		2	5	1	1		
8			l_1			m'_2				b_{+1}	M_{+1}	—	g_{-1}	h_{+1}	σ_{-1}		3	3				
9		m_1				m_1				b_{+1}	M_0	—	g_{-1}	h_0	σ_{-1}			4				
10			l_2							b_{+1}	M_{-1}	+	g_{-1}	h_{+1}	σ_{-1}		1	2	1			
11			l_2							b_{+1}	M_{+1}	—	g_{-1}	h_{+1}	σ_{+1}		1	2	1			
12			l_1							b_0	M_{+1}	—	g_0	h_{+1}	σ_{-1}		3	2	1			
13		m_3				m'_3				b_{-1}	M_{+1}	—	g_{+1}	h_0	σ_{-1}		1	3				
14		m_2				m'_2				b_0	M_0	+	g_{+1}	h_0	σ_{-1}		9	3			2	
15		m_2							s'_2	b_{+1}	M_{+1}	—	g_{-1}	h_{+1}	σ_{+1}		9	2	1	1		
16	u_3				u'_1					b_0	M_0	+	g_0	h_0	σ_{+1}			1	1			
17	u_1								s'_1	b_{-1}	M_{-1}	+	g_{-1}	h_0	σ_{-1}		9	1				
18		m_2				m'_2				b_{-1}	M_{-1}	—	g_{-1}	h_0	σ_{-1}		9	3			2	
19	u_1								s'_0	b_0	M_{-1}	+	g_{-1}	h_0	σ_{-1}		9					
20		m_2							s'_1	b_0	M_{-1}	—	g_{+1}	h_0	σ_0		9	1				
21		m_3								b_{+1}	M_{+1}	+	g_{+1}	h_0	σ_{+1}		1	2				
22		m_2								b_0	M_{-1}	—	g_{-1}	h_{+1}	σ_{-1}		9	2	2			

23		l_1		l'_3		b_0	M_{-1}	+	g_{-1}	h_{+1}	σ_{-1}	3	2	2	1
24	u_1			u_3		b_{+1}	M_{-1}	+	g_{-1}	h_0	σ_{-1}	9	4		2
25	u_1			m_1'		b_0	M_{-1}	-	g_0	h_0	σ_0	9	4		
26	u_1			m_1		b_{+1}	M_0	+	g_0	h_0	σ_0	9	4		
27			μ_2			b_0	M_0	+	g_0	h_0	σ_{+1}	6	5	1	2
28		m_2		u_3		b_{+1}	M_{+1}	-	g_{+1}	h_0	σ_{+1}	9	5		
29			μ_2			b_0	M_0	+	g_{-1}	h_0	σ_{-1}	6	5		2
30		m_2				b_{+1}	M_{+1}	-	g_{+1}	h_{+1}	σ_0	9	2		1
31			μ_2			b_0	M_0	-	g_0	h_0	σ_{-1}	6	5		2
32		m_2		m_2'		b_0	M_{-1}	+	g_{-1}	h_0	σ_0	9	3	1	2
33	u_1			m_1'		b_0	M_{-1}	+	g_{-1}	h_0	σ_0	9	4	1	
34	u_1			u_3		b_0	M_{-1}	+	g_0	h_{+1}	σ_0	9	5		2
35	u_1					b_{+1}	M_{+1}	-	g_0	h_{+1}	σ_0	9	5		
36			μ_2	u_1		b_0	M_0	+	g_{+1}	h_{-1}	σ_{-1}	6	1		
37		m_2		m_3'		b_0	M_{-1}	-	g_{-1}	h_{+1}	σ_{-1}	9	3	2	1
38		m_2		m_3		b_{+1}	M_{+1}	-	g_{-1}	h_0	σ_{+1}	9	3		1
39			μ_1	u_3		b_0	M_{-1}	+	g_{-1}	h_{+1}	σ_{-1}	2	5	2	
40			μ_2	m_1		b_{-1}	M_{-1}	+	g_{-1}	h_{+1}	σ_{-1}	6	4		
41			μ_2			b_0	M_{-1}	-	g_{-1}	h_0	σ_{+1}	6	2		
42			μ_2	m_3		b_0	M_{-1}	-	g_{-1}	h_{+1}	σ_{+1}	6	3		

Примечания: 1. Балтийский щит; 2. Мазовецко-Белорусская антеклиза; 3. Украинский кристаллический щит; 4. Токмовский свод; 5. Тиманиды; 6. Печорская синеклиза; 7. Предуральский краевой прогиб; 8. Камский свод; 9. Прикаспийская синеклиза; 10. Скифская плита, южная часть Туранской плиты; 11. Большой Кавказ; 12. Уральская складчатая зона; 13. Зеравшанская складчатая зона; 14. Тургайский прогиб; 15. Балхашская впадина; 16. Северо-Казахская складчатая область; 17. Ханты-Мансийская впадина; 18. Обско-Тазовская синеклиза; 19. Вахско-Тымский выступ; 20. Мегантиклинорий Алтая; 21. Чингизский антиклинорий; 22. Таймырская складчатая зона; 23. Пясицкая впадина; 24. Анабарский массив; 25. Тунгусская синеклиза (северная часть); 26. Ангаро-Илимская зона; 27. Кия-Кемчугская впадина; 28. Минусинская впадина; 29. Касская впадина; 30. Байкало-Витимская складчатая зона; 31. Мархинская зона; 32. Вилюйская синеклиза; 33. Хатангский прогиб; 34. Лено-Алданская зона; 35. Алданский щит; 36. Зейско-Бурейнская впадина; 37. Средне-Амурская впадина; 38. Янская синклинальная зона; 39. Қолымский срединный массив; 40. Охотская впадина; 41. Пенжинская впадина; 42. Анойская зона.

Распознавание аномальных полей наиболее содержательно тогда, когда оно выполняется на основе некоторой заранее известной эталонной информации о строении и развитии изучаемых геологических участков, упорядоченной по какой-либо геотектонической классификации. При этом задача распознавания сводится к построению такого пространства геофизических признаков, которое включает в себя минимум параметров, обеспечивающих построение геофизической классификации, тождественной изучаемой геотектонической.

К настоящему времени нами проанализировано с использованием геофизических данных несколько тектонических классификаций различной степени детальности, построенных применительно к районированию либо по типам развития, либо только по возрасту консолидации структур изучавшихся районов. Такой анализ проведен по весьма обобщенным классификациям, в которых земная кора подразделяется лишь на материковый, океанический и переходный типы (классы). Затем следовало большее усложнение (бралось большее число классов); например, для классификаций, предполагающих: 1) эпиплатформенные орогенные пояса, 2) геосинклинальные окраинно-материковые и межплатформенные подвижные пояса, 3) материковые платформы, 4) субконтинентальные срединные массивы, 5) окраинные, шельфовые моря, 6) глубоководные желоба, 7) островные дуги, 8) океанические платформы, 9) срединноокеанические орогенные пояса (срединные валы), 10) субокеанические срединные массивы и т. д. [30, 46, 240 и др.].

Наибольший интерес, с нашей точки зрения, для изучения территории СССР представляет такая геотектоническая классификация, в которой каждую относительно крупную структуру рассматривают как самостоятельный класс. В этом случае задача сводится к построению такой системы подразделения геофизических параметров (геофизической классификации), для которой любые из двух геологических объектов будут обязательно различны между собой по минимуму геофизических параметров и которую можно было бы рассматривать как эталонную и по ней выявлять участки земной коры, тождественные по строению и развитию тому или иному объекту (классу) классификации.

Данные для анализа помещены в табл. 9. Сначала предполагалось, что каждый геологический объект, приведенный в таблице, является типичным представителем только одного класса. Сравнение между собой векторов признаков для 42 объектов — структур — дает основание отметить следующее:

1. Если геологический объект описывается полным вектором, т. е. одновременно всеми тремя геофизическими параметрами — Δg , ΔT , элементами земной коры*, — то среди анализируемых объектов не обнаруживается ни одной пары с одинаковыми векторами, т. е. устанавливается отчетливое различие каждого класса объекта не только в геотектоническом, но и в геофизическом отношении.

2. Если геологические объекты описать только по аномалиям ΔT и элементам расслоения земной коры с учетом плотности верхней мантии, то существенные различия между объектами сохраняются.

3. Если же вектор признаков для каждого геологического объекта — структуры — строится только по аномалиям Δg и элементам земной коры с учетом плотности верхней мантии, то различия между анализируемыми объектами делаются менее отчетливыми и для некоторых из них векторы геофизических признаков будут одинаковы. Подобное же положение наблюдается и при описании геологических структур только по данным гравиметрии и магнитометрии.

* С учетом плотностной неоднородности подкорového вещества.

4. Наконец, если вектор признаков строить лишь по одной из его компонент — либо по Δg , либо по ΔT , либо по элементам земной коры (с учетом плотностной неоднородности верхней мантии), то для многих геологических объектов их векторы признаков будут одинаковы.

Среди перечисленных комбинаций лучше всего различие между геологическими объектами выявляют элементы расслоения земной коры совместно с плотностью верхней мантии. Несколько хуже действует параметр ΔT и наименее информативным оказывается параметр Δg . В последнем случае, несомненно, влияет и меньшая точность существующих региональных карт Δg по сравнению с картами ΔT .

Приведенные в табл. 9 векторы геофизических признаков и поставленные им в соответствие геологические объекты могут быть использованы как некоторый эталон, с помощью которого для какого-либо неизвестного в тектоническом отношении участка земной коры, например, перекрытого осадочным чехлом, в таблице можно указать подобный ему геологический объект. С этой целью для исследуемого участка по элементам земной коры, определенным по данным либо ГСЗ, либо соответствующего корреляционного анализа ΔT и Δg , а также по картам аномалий ΔT , строится упорядоченная система — вектор геофизических признаков. Сопоставляя полученный вектор с векторами табл. 9 (без параметра Δg), находим аналог для исследуемого объекта (геологической структуры).

Помимо анализа с акцентом на структурные признаки был проведен анализ с акцентом на возрастное расчленение исследуемых объектов. Используемая классификация состояла из следующих классов: древние (докембрийские) платформы и древние срединные массивы, складчатые сооружения байкалид, каледонид, герцинид, мезозонд, альпид, точнее, кайнозойские структуры. Для каждого из перечисленных классов в табл. 9 имеется несколько примеров реальных геологических объектов. В задачу ставилось выяснение вопроса: нельзя ли для каждого класса этой обобщенной классификации построить такую минимальную систему векторов признаков, чтобы векторы одного класса не были равны векторам любого другого класса, но чтобы в одном классе разные по наименованиям геологические объекты могли (и это лучше) иметь равные им векторы.

В результате такого анализа выяснилось, что древние платформы и срединные массивы, в том числе предполагаемый массив «Охотия» в северной части Охотского моря, а также гипотетическая Гиперборейская платформа, описываются следующими обобщенными векторами признаков: $(u_1, 0, 0)$, $(u_2, 0, 0)$, $(l_1, m', 0)$, $(l_1, 0, M_{-1})$, $(m_1, 0, 0)$, $(\mu_1, 0, 0)$, $(\mu_2, m', 0)$, $(\mu_2, u', 0)$, $(\mu_2, \mu', 0)$. Структурам области байкальской складчатости отвечает вектор $(m_2, 0, \sigma_0)$. Для сооружений каледонид характерны векторы вида $(u_3, u', 0)$, $(m_2, l', 0)$, $(m_2, u', 0)$, $(m_2, m_2', 0)$; для герцинид — $(l_2, 0, M_{-1})$, (l, l', M_{+1}) ; мезозонд — $(m_2, m_3, 0)$; для кайнозойских структур — $(\mu_2, s', 0)$.

Рассмотренные 42 структуры по таким векторам в отношении возраста их консолидации группируются следующим образом: а) докембрийские структуры — 1—9, 17, 19, 23—27, 29, 31, 33, 34, 35, 36, 39, 40, 42; б) байкалиды — 30, 32; в) каледониды — 14, 16, 18, 22, 28; г) герциниды — 10—13, 15, 20, 21; д) мезозонды — 37, 38; е) кайнозойские структуры — 41. Из этих данных видно, что и в рассмотренной геологической классификации для двух любых ее классов нет ни одной пары одинаковых векторов геофизических признаков. Следовательно, использованная нами тектоническая карта, построенная по геологическим материалам, хорошо описывается геофизической моделью, построенной главным образом по гравитационным и магнитным данным.

Описанную выше классификацию по возрасту консолидации структур вместе с соответствующей ей системой векторов геофизических признаков можно, конечно с определенными оговорками, принять за основу для установления геотектонического класса (возраста консолидации) строения геологических неизученных территорий и акваторий, но для которых известны геофизические поля. С этой целью для такой области опять же строится свой вектор геофизических признаков, по результатам сопоставления которого с эталонной системой векторов признаков и определяется возраст консолидации изучаемого участка земной коры (по названию класса, где будет найден эталонный вектор). В частности, эти данные позволяют предполагать, что, например, фундамент Ханты-Мансийской впадины и Вахско-Тымского выступа Западно-Сибирской плиты на основании анализа вышеописанных систем векторов признаков относится к классу докембрийских структур. То же самое можно сказать и о возрасте фундамента Касской впадины. Фундамент Тургайского прогиба относится к классу каледонской консолидации. Подтверждается одновозрастность фундамента Скифской и Туранской плит.

Таковы общие результаты проведенного исследования. И хотя оно было выполнено в весьма крупном плане, полученные данные, бесспорно, свидетельствуют о правомочности и перспективности логического анализа методами дискретной (конечной) математики многопризнаковых описательных векторов геолого-геофизических параметров. Несомненно, что дальнейшая работа в этом направлении вскроет конкретные возможности для более глубокого и детального анализа по различным районам.

ГЛАВА 4

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ИНТЕРПРЕТАЦИИ АНОМАЛЬНЫХ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ СТРУКТУРНОЙ И РУДНОЙ ГЕОЛОГИИ

§ 4.1

Изучение структурного плана полого залегающих разделов в осадочном чехле и поверхности фундамента плит на примере Западно-Сибирской плиты

1°. В настоящем параграфе рассмотрены возможности корреляционной модели геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий при изучении как региональных, так и локальных форм поверхности фундамента осадочного чехла или каких-либо других стратиграфических границ в осадочном чехле.

По данным гравиметрии и магнитометрии, строение поверхности фундамента осадочного чехла Западно-Сибирской низменности и других геологических регионов ранее изучалось в основном путем расчета по локальным аномалиям глубин до поверхности магнитоактивных масс, расположенных, как нередко свидетельствуют данные бурения, вблизи поверхности фундамента [69, 157, 162, 179, 182, 184, 237], реже — по гравитационным аномалиям [157]. По полученным глубинам «простым интерполированием» строился квазирельеф поверхности магнитных масс, отождествлявшийся затем с поверхностью кристаллического фундамента. При этом исследователи отмечают, что ошибки в «отождествленных» глубинах при сопоставлении их с данными бурения и сейсморазведки составляют около 20—30%, а нередко и 50—100%.

Правило «простого интерполирования» глубин до магнитных масс с последующим отождествлением построенной поверхности с рельефом поверхности фундамента не везде может быть применено в силу того, что поверхность магнитоактивных масс кусочно-прерывиста. Кроме того, возникает вопрос: структуры какого порядка могут быть выделены по правилу «простого интерполирования»? Например, в Западно-Сибирской низменности структуры III порядка имеют амплитуду около 100—200 м, II — 200—600 м и залегают в среднем на глубине 2—3 км. Последнее означает, что ошибки в определении «отождествленных» глубин составляют 400—1000, а иногда и более метров. Следовательно, ошибки в определении «отождествленных» глубин по магнитным аномалиям в ряде случаев соизмеримы, а иногда и больше амплитуд структур II и III порядка, т. е. правило «простого интерполирования» с последующим отождествлением глубин может быть применено в основном к выявлению региональных структур, и только в отдельных случаях — структур II порядка.

Применение при построении рельефа поверхности фундамента одного лишь правила «простого интерполирования» имело смысл только тогда, когда кроме магнитных данных на изучаемой территории не проводились другие геофизические и геологические съемки, в особенности когда еще не выполнялась сейсморазведка фундамента. Сейчас для территории Западно-Сибирской плиты имеется много данных сейсмопрофилирования, которые могут служить эталоном для построения поверхности фундамента по гравитационным и магнитным аномалиям.

Далее, простейшие расчеты по известной формуле притяжения плоскопараллельного слоя показывают, что положительные структуры, расположенные в районах, прилегающих к палеозойскому обрамлению низменности, должны создавать аномальные гравитационные возмущения соответственно: структуры II порядка — порядка +8—+10 мгл и более, структуры III порядка — около 1,5—3,0 мгл. В центральных районах низменности эти возмущения, вызванные вариациями рельефа поверхности фундамента, должны быть значительно меньше в силу уменьшения разности плотностей на контактной поверхности и большой глубины залегания поверхности фундамента.

Таким образом, в районах, прилегающих к обрамлению низменности, можно ожидать, что положительным структурам II и III порядка будут соответствовать и положительные гравитационные аномалии того же простираения, и наоборот: в центральных районах это прямое соотношение должно быть завуалировано возмущающим влиянием вещественного состава и внутренней структуры фундамента.

Таким образом, обычные методы интерпретации гравитационных и магнитных аномалий для построения поверхности фундамента в Западной Сибири не могут дать удовлетворительной точности. Ниже рассмотрим новые пути построения поверхности фундамента Западно-Сибирской плиты, — как ее региональных, так и локальных форм, — приемлемые и при изучении поверхности фундамента в других областях.

2°. Изучение по данным гравиметрии и магнитометрии локальных структур в осадочном чехле Западно-Сибирской плиты и других районов СССР обычно осуществляется путем сопоставления известных локальных поднятий с аномальными полями и выяснения тех морфологических особенностей поля, к которым приурочены локальные поднятия [97, 172, 237]. При этом отмечается хорошая приуроченность локальных поднятий либо к зонам повышенных градиентов гравитационного поля, либо к определенным типам аномалий на картах высших производных потенциала и т. п.

В своих исследованиях локальных структурных форм в осадочном чехле (локальных поднятий, локальных впадин, моноклиналей и т. п.)

по гравитационным и магнитным аномалиям мы пошли тремя путями: 1) путем построения детальной поверхности фундамента или какой-либо другой границы внутри платформенного чехла с точностью порядка ± 50 — ± 70 м с последующим выделением искомым структурных форм; 2) путем построения вектора геофизических признаков для интересующих исследователя понятий локальных структурных форм, например для понятий «локальные поднятия» (первый класс) и «остальные локальные структурные формы» (второй класс), и последующего анализа таких векторов признаков по вышеописанной количественной схеме интерпретации; 3) путем совместного количественного анализа гравитационных и магнитных аномалий на основе соотношения Пуассона.

Опробование всех трех направлений осуществлялось на материале по центральной части Западно-Сибирской плиты. Приведем результаты этих исследований.

3°. Совместный анализ структурной карты по подошве мезокайнозойских осадков, карты магнитных аномалий, полученной по данным аэромагнитной съемки, и данных бурения о вещественном составе фундамента показал, что на значительной части центральных и северных районов Западно-Сибирской плиты поверхность фундамента сложена эффузивными магнитными образованиями. Эффузивные покровы, по-видимому, облекали доюрский фундамент на разных стадиях его развития, заполняли его впадины. В результате на поднятиях фундамента эффузивные покровы значительно тоньше, чем во впадинах. Такой вывод следует из особой структуры аномального магнитного поля над известными локальными поднятиями: здесь в эпицентре поднятия максимум аномалии раздваивается (утоняется магнитный пласт). Облекание поверхности фундамента эффузивной толщей в конечном итоге обуславливает корреляцию магнитного аномального поля с поверхностью фундамента. При этом следует ожидать, что степень облекания в разных структурно-геологических районах, видимо, может быть различной, а следовательно, и форма корреляции магнитных аномалий с поверхностью фундамента для разных районов может быть неодинаковой. Имея это в виду и учитывая, что поверхность доюрского фундамента является гравитирующей поверхностью, мы сделали попытку установить количественную связь типа (1.3.1) между магнитными и гравитационными аномалиями и глубинами залегания поверхности фундамента в районах, где последние известны по данным бурения и сейсморазведки. Исследованию подвергались различные аналитические выражения при различных геологических классификациях земной коры района исследования. При этом принималась S_1 -классификация, когда вся Западно-Сибирская плита считается одной геотектонической единицей, S_2 -классификация, составленная из двух классов: первый — южная, эпигерцинская плита, второй — северная, эпипалеозойская плита (докембрийская), граница между которыми проходит примерно по широтному колену р. Оби, S_3 -классификация, составленная из четырех классов — каждый класс классификации S_2 делится еще на два класса: региональные поднятия и региональные впадины.

Вообще говоря, при изучении локальных структурных форм единый оператор в целом для такой огромной области вряд ли имеет смысл строить. По-видимому, в этой задаче в качестве исследуемой классификации следует принять такую, в которой каждый класс есть конкретная структура II порядка (или несколько таких структур единого геологического развития). Это подтверждается нашими исследованиями. Так, для вышеприведенной S_1 -классификации точность прогнозирования глубин составляет ± 300 — ± 400 м, что соответствует точности прежнего подхода к интерпретации магнитных аномалий при изучении региональных структур. Классификация S_2 позволяет прогнозировать глубины

уже с точностью ± 200 м, а C_3 — порядка ± 50 — ± 100 м. Эта же классификация для конкретных структур II порядка дает ошибку ± 30 — ± 50 м при глубинах до фундамента около 2500—3000 м.

В этой связи рассмотрим C_3 -классификацию.

На территории исследования имеется несколько сейсмических профилей, где мощности осадочной толщи известны. Они были использованы в качестве эталонных (H^3), причем, учитывая разнородность геологического строения центральной и северной исследуемых областей, исходные данные априори подразделялись на две группы — Λ_1^3 и Λ_2^3 . В нашей задаче $\Lambda_0 = \{H\}$, $\Lambda^n = \{\Delta g, \Delta T\}$, при этом $A: \{\Delta g, \Delta T\} \rightarrow \{H\}$.

Будем считать, что связь между элементами множеств Λ^0 и Λ^n может быть описана уравнением вида

$$H(r) = \alpha_{00} + \int_{R_0} q_1(r-r') \Delta g(r') dr' + \int_{R_0} q_2(r-r') \Delta T(r') dr'. \quad (4.1.1)$$

В исследуемых районах функция $H(r)$ задана по всей области приближенно, исключая лишь линии сейсмических профилей, где она известна точно. Поэтому исследование рельефа поверхности фундамента можно выполнить «дифференциальными» методами.

Пусть $H_T(r)$ — точная функция рельефа поверхности фундамента, а $H_{II}(r)$ — приближенная. Путем решения прямой задачи для функции $H_{II}(r)$ можно построить гравитационный и магнитный эффекты, вычитая которые из соответствующих наблюдаемых аномалий, получим, вообще говоря, некоторые остаточные аномалии, зависящие, в частности, от разности $\Delta z(r) = H_T(r) - H_{II}(r)$. Учитывая это, будем считать, что связь между Δz , Δg , ΔT и H_{II} может быть описана линейным уравнением вида

$$\Delta z(r) = \alpha_{00} + \int_{R_0} q_3(r-r') \Delta g(r') dr' + \int_{R_0} q_4(r-r') \Delta T(r') dr' + \int_{R_0} q_5(r-r') H_{II}(r') dr', \quad (4.1.2)$$

где третий интеграл играет роль (косвенную) прямого гравитационно-магнитного эффекта. Очевидно, что по этому уравнению может быть получено с требуемой точностью только Δz , H_{II} во втором приближении найдем по $H_{II}'(r) = H_{II}(r) + \Delta z(r)$.

Чтобы установить возможность применения такого оператора для определения $\Delta z(r)$ в любой точке исследуемых областей, следует образовать эталонную совокупность $\Lambda^{03} = \{\Delta z^3\}$, $\Delta z^3 = H_C - H_{II}$ (H_C — по сейсмическим данным) и соответствующую эталонную совокупность $\Lambda^{n3} = \{\Delta g^3, \Delta T^3, H_{II}^3\}$, между которыми предполагается существование отображения вида (4.1.2).

Решая (4.1.2) для эталонных областей по способу наименьших квадратов, находим оценки искоемых числовых параметров $\alpha_{i\mu}$ и среднюю квадратическую ошибку оператора.

Образуем теперь для двух соседних точек r_v и r_{v+1} разности соответствующих величин, входящих в уравнение (4.1.1), т. е.

$$H(r_{v+1}) - H(r_v) = \Delta H_{v,v+1} = \sum_{\mu=0}^{m_1} \alpha_{1\mu} [\Delta g(r_{v+1} + \Delta r_{1\mu}) - \Delta g(r_v + \Delta r_{1\mu})] + \sum_{\mu=0}^{m_2} \alpha_{2\mu} [\Delta T(r_{v+1} + \Delta r_{2\mu}) - \Delta T(r_v + \Delta r_{2\mu})]. \quad (4.1.3)$$

Чтобы исключить в этом операторе ошибку за счет регионального изменения глубины залегания поверхности фундамента, введем в (4.1.3)

величину $\alpha_{00} + \alpha_{30} \bar{H}_{v,v+1}$, где $\bar{H}_{v,v+1}$ — среднее значение глубины H_{II} на участке $r_{v+1} - r_v$. Тогда вместо уравнения (4.1.3) будем иметь:

$$\Delta H_{v,v+1} = \alpha_{00} + \sum_{\mu=0}^{m_1} \alpha_{1\mu} [\Delta g(r_{v+1} + \Delta r_{1\mu}) - \Delta g(r_v + \Delta r_{1\mu})] + \sum_{\mu=0}^{m_2} \alpha_{2\mu} [\Delta T(r_{v+1} + \Delta r_{2\mu}) - \Delta T(r_v + \Delta r_{2\mu})] + \alpha_{30} \bar{H}_{v,v+1}, \quad (4.1.4)$$

$$H_v = H_0 + \Delta H_{v,v+1}. \quad (4.1.5)$$

Исследование алгоритмов, реализующих эти формулы, было проведено на материалах сейсморазведки, крупномасштабных гравиметрической и аэромагнитной съемок участков, расположенных в южных частях Александровского и Ново-Васюганского валов (ныне Каймысовского свода), которые закартированы по поверхности доюрского фундамента Западно-Сибирской плиты. Была поставлена задача по совокупности всех перечисленных данных построить такие операторы, которые позволили бы по гравитационным и магнитным аномалиям выявить в рельефе поверхности фундамента следующие формы-моноклинали, локальные поднятия и локальные впадины*. В частности, в пределах Александровского вала требовалось выделить моноклинали и ее осложнение в виде локального поднятия в северо-восточном углу участка (рис. 6, а), а в пределах Ново-Васюганского вала — локальную впадину в юго-западном и поднятие в северо-восточном углах участка (рис. 7, а). На этих же валах, но в других, северных районах, с карт изогипс поверхности доюрского фундамента, гравитационных и магнитных аномалий по равномерной сети с шагом в 2 км были сняты соот-

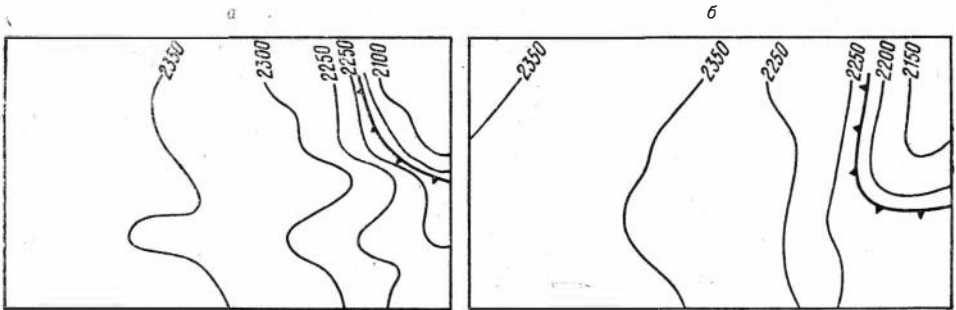


Рис. 6. а — схема исходных изогипс поверхности фундамента в пределах южной части Александровского вала Западно-Сибирской низменности; б — схема прогнозных изогипс поверхности фундамента.

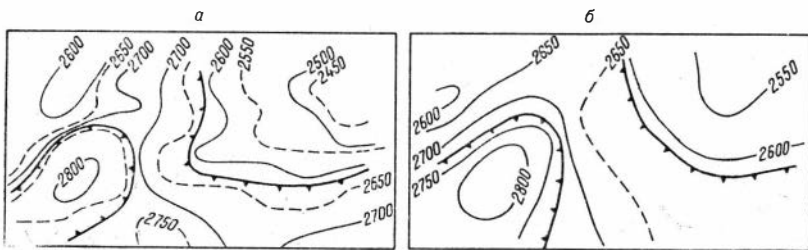


Рис. 7. а — схема исходных изогипс поверхности фундамента в пределах южной части Ново-Васюганского вала Западно-Сибирской низменности; б — схема прогнозных изогипс поверхности фундамента.

* Под локальным поднятием и локальной впадиной будем понимать структуры размером от 10×10 до 20×20 км.

ветственно значения Δg и ΔT . Затем при помощи описанных ранее программ для каждого вала по уравнению (4.1.4), в котором вместо ΔH подставлены заданные значения ΔH_z , были составлены системы нормальных уравнений, решаемые по способу наименьших квадратов. В результате получено по два набора коэффициентов для того и другого эталонных участков и одновременно вычислены ошибки операторов ϵ , которые приняты за ошибки прогноза значений ΔH и H .

В табл. 10 и 11 приведены коэффициенты и средние квадратические ошибки прогноза величины, H , полученные соответственно при решении системы уравнений погрешностей вида (4.1.4) по способу наименьших квадратов.

Далее при известных коэффициентах по этим же формулам для участков, заданных на рис. 6, а и 7, а, вычислены значения ΔH и H и построены карты изогипс поверхности доурского фундамента (при этом величины ΔH , полученные по формуле (4.1.4), привязаны к значениям глубин первого столбца матрицы H). Результаты прогноза по формуле (4.1.5) изображены на рис. 6, б и 7, б. По характеру изолиний выделены согласно заданной схеме классификации формы рельефа этой поверхности. Поставленную задачу подразделения рельефа фундамента по его формам алгоритмы решают удовлетворительно. При прогнозе по формуле (4.1.4) по Александровскому валу не выделилось лишь локальное поднятие в северо-восточном углу участка. Использование же формулы (4.1.5) приводит не только

Таблица 10

Эталонный участок	α_{00}	α_{10}	α_{11}	α_{12}	α_{13}	α_{14}	α_{15}	α_{16}	α_{20}	α_{21}	α_{22}	α_{23}	α_{24}	α_{25}	α_{26}	$\epsilon_H, \text{м}$	$\epsilon_H, \%$
Александровский	-17,89	-6,41	1,30	1,53	0,731	-1,78	-2,59	2,93	-0,341	-0,0045	0,001	0,017	-0,064	-0,054	-0,052	± 20	20—50
Ново-Васюганский	4,37	-5,29	-3,25	6,03	0,964	7,12	-6,87	-0,678	1,07	-0,090	0,353	-0,151	-0,380	-0,129	+0,456	± 26	43—65

Таблица 11

Эталонный участок	α_{00}	α_{10}	α_{11}	α_{12}	α_{13}	α_{14}	α_{15}	α_{16}	α_{20}	α_{21}	α_{22}	α_{23}	α_{24}	α_{25}	α_{26}	$\epsilon_H, \text{м}$	$\epsilon_H, \%$
Александровский	2266	-8,47	-3,47	-1,48	0,665	0,488	0,826	-2,82	0,184	0,088	0,026	-0,035	-0,176	-0,033	-0,037	± 32	1,3—1,5
Ново-Васюганский	2691	23,55	7,26	-8,93	-2,57	-4,62	10,08	5,11	0,545	0,146	0,986	-0,021	-0,791	-0,238	-0,934	± 52	1,8—2,0

к хорошему качественному выделению локальных форм рельефа доюрского фундамента, но и к очень малой относительной погрешности в определении глубин (1,5—2%). Ввиду этого формула (4.1.5) может быть применена также и для количественного прогноза глубин, т. е. для построения карты изогипс поверхности фундамента.

Приведенные выше коэффициенты уравнений могут быть (в соответствии с корреляционной схемой геологической интерпретации аномалий) использованы для выделения моноклиналей, локальных поднятий и локальных впадин, а также для прогнозирования возможных значений глубин залегания поверхности фундамента в тех районах Западно-Сибирской плиты, геологическое строение которых идентично геологическому строению Александровского или Ново-Васюганского валов. Методика установления степени сходства в структурно-геологическом отношении двух каких-либо участков опишем на примере сопоставления геолого-геофизических данных по Александровскому и Ново-Васюганскому валам.

Предположим, что геологическое строение Александровского и Ново-Васюганского валов настолько одинаково, что коэффициенты регрессии, полученные на одном из них, могут быть использованы для прогноза с требуемой точностью форм рельефа поверхности и глубин на другом вале. В результате построения структурной карты Александровского вала по формуле (4.1.5) с коэффициентами, определенными на Ново-Васюганском вале (см. табл. 11, вторая строка коэффициентов), и соответственно структурной карты Ново-Васюганского вала с коэффициентами, определенными на Александровском вале (см. табл. 11, первая строка коэффициентов), оказалось, что все искомые локальные формы рельефа поверхности фундамента практически не выделяются, а глубины определяются с ошибкой значительно большей, чем указано в табл. 10 и 11. В связи с этим, согласно третьему условию корреляционной схемы геологической интерпретации аномалий, геологическое строение Александровского и Ново-Васюганского валов неодинаково; геологические данные также свидетельствуют о существенной разнородности структурно-геологического развития этих валов, т. е. имеем два геологических класса. Для Александровского и Ново-Васюганского валов методом, описанным в § 2.3 и 2.6, по гравитационным и магнитным аномалиям построены векторы количественных признаков — соответственно N_A и N_B . Кроме того, в пределах Западно-Сибирской плиты отобран еще ряд валов, геологическое строение которых сходно либо с Александровским, либо с Ново-Васюганским. Сопоставляя векторы признаков аномалий на этих валах с векторами признаков аномалий Александровского и Ново-Васюганского валов, получим, что радиус гиперсферы с центром в N_A равен $r_A = 26$ ед., а радиус гиперсферы с центром в N_B равен $r_B = 16$ ед., при этом расстояние между векторами N_A и N_B равно 40 ед. Отсюда видно, что множества векторов, группирующихся соответственно вокруг N_A и N_B , являются практически непересекающимися, в связи с чем можно предложить следующий порядок установления степени сходства по геологическому строению какого-либо вала в пределах Западно-Сибирской плиты с Александровским или Ново-Васюганским валами. Для такого вала R строится вектор признаков $H^{nk} = (n_1^k, n_2^k, \dots, n_x^k)$, затем определяются расстояния ρ_1 и ρ_2 от конца этого вектора соответственно до точек N_A и N_B по формуле

$$\rho_{1(2)}(N^{nk}, N_{1(2)}^n) = \sqrt{\sum_{\xi=1}^x (n_{\xi}^k - n_{\xi 1(2)}^n)^2}.$$

Из величин ρ_1 и ρ_2 выбирается меньшая ρ_{Φ} . Если при этом $\rho_{\Phi} \leq r_{\Phi}$, то исследуемый участок по геологическому строению сходен с областью R_{Φ}^n

(которой соответствует вектор N_{Φ}). Если же $\rho_{\Phi} > r_{\Phi}$, то считаем, что по своему геологическому строению область R^k отлична как от области R_A^a , так и от области R_B^a . В случае $\rho_{\Phi} \leq r_{\Phi}$ оператор A_{Φ} (соответствующий набор коэффициентов в табл. 10 и 11) применяется для прогноза глубин и выделения форм рельефа поверхности.

4°. Опробование второго пути изучения локальных структурных форм в осадочном чехле выполнялось в центральной части Западно-Сибирской плиты. Здесь для 40 локальных поднятий (размером порядка от 10×10 до 20×20 км) — первый класс — и для 46 участков, где заведомо известно, что локальных поднятий нет, по гравитационным и магнитным аномалиям были построены векторы геофизических признаков. Анализ таких векторов по алгоритму, изложенному в § 2.6, показал, что такие два геологические класса по геофизическим полям существенно различаются между собой, и прогноз локальных поднятий может быть осуществлен с надежностью 0,80—0,85.

§ 4.2

Поиски рудных месторождений на примере железорудных месторождений Алтае-Саянской складчатой области

Опробование возможностей корреляционной модели интерпретации аномалий при прямых поисках месторождений полезных ископаемых выполнялось на примере поиска железорудных месторождений. Эта задача привлекает по трем причинам: поиск слепых (скрытых) рудных тел имеет большое народнохозяйственное значение, условия залегания, структура и форма рудных тел таковы, что обуславливают, как правило, пространственно-локализованные аномальные поля замкнутой формы; локализация рудных тел в пределах рудного поля (узла) четкая. Последние два обстоятельства позволяют построить простую корреляционную модель благодаря тому, что, во-первых, эталонная решающая геофизическая классификация может быть построена непосредственно для данного рудного узла или рудной зоны, поскольку границы их, как правило, известны по данным геологии; во-вторых, собственно магматические и контактово-метасоматические (скарновые) месторождения железных руд связаны соответственно с интрузивами основного (ультраосновного) и кислого составов [61, 103, 172, 199], обуславливающими локализованные аномалии, заведомо известные по результатам геофизического съемки и по которым очень просто строится вектор геофизических признаков; и, в-третьих, как магматические, так и контактово-метасоматические месторождения железных руд в большинстве представлены обособлениями вкрапленных или массивных магнетитовых (титано-магнетитовых) руд, нередко целиком залегающих внутри интрузивного массива и имеющих пластособразную, штокообразную и линзообразную формы, непосредственно вызывающие локальные магнитные аномалии, которые и могут явиться объектом исследования (рис. 8). В качестве исследуемых геологических пояса, классификаций здесь могут быть взяты: C_1 — металлогенические пояса, C_2 — металлогенические провинции, C_3 — рудные зоны (пояса), C_4 — рудные узлы (поля) и, наконец, C_5 — каждый класс классификации есть конкретно рудное поле (узел).

Опыт геофизических исследований показал, что неглубоко залегающие магнетитовые месторождения отмечаются интенсивными положительными магнитными аномалиями и их геологическая природа, таким образом, определяется однозначно. Глубоко же залегающие (слепые) рудные тела создают слабые магнитные аномалии до 2000—5000 γ , соизмеримые по интенсивности и характеру морфологии с аномалиями

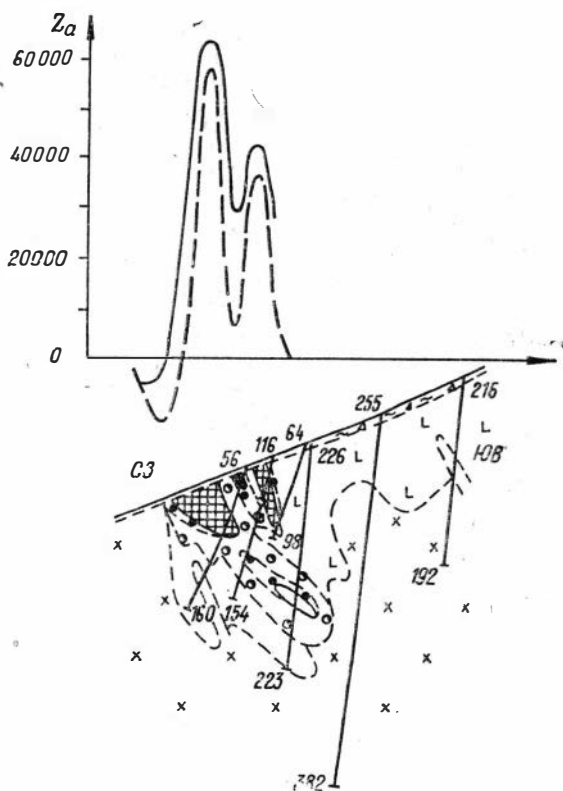


Рис. 8. Локальная магнитная аномалия Z_a .

Порода	σ , г/см ³	$\times 10^{-6}$ CGSM
Магнетитовые руды	4,23	142 000
Рудные скарны	3,58	45 000
Порфириты	2,89	12 000
Альбитофиры	2,55	780
Диабазы	2,80	2200
Сиениты	2,76	3600

ными в одних условиях, как правило, не могут быть использованы в других структурно-геологических ситуациях [14, 17, 25, 140 и др.].

К таким критериям относятся, например, петрографический состав и магнитные характеристики пород, развитых на площади аномалии, наличие явлений метасоматоза и положение аномалии в структурно-геологическом плане района. В частности, одним из признаков перспективности магнитной аномалии на железоруденение являются повышенные значения магнитной восприимчивости образцов пород, отобранных из коренных обнажений, горных выработок и делювия на площади аномалии. По геолого-структурным признакам наиболее перспективными могут считаться аномалии, располагающиеся в непосредственной близости от известных месторождений или рудопроявлений, на структурном продолжении или в рудном поле группы месторождений и в эндо- или экзоконтакте гранодиоритовых, диоритовых и сиенитовых интрузий с эффузивно-осадочными толщами, содержащими горизонты карбонатных пород [43]. Однако выявление и практическое использование этих признаков требуют детальных геологических наблюдений в районе аномалий, что часто бывает крайне затруднительно из-за мощного покрова рыхлых отложений и коры выветривания.

Из геофизических признаков наиболее информативным является интенсивность намагничения объекта, обусловившего аномалию. Предыдущими исследователями установлено, что к рудным относятся объекты,

от различных других пород с повышенным, но промышленно некондиционным содержанием магнитных минералов. Установление природы такого типа магнитных аномалий и является предметом известной проблемы разделения слабых магнитных аномалий на «рудные», т. е. с промышленным содержанием железа в возмущающих массах, и на «безрудные», т. е. с промышленно некондиционным содержанием железа в возмущающем теле. Попытки решить эту задачу с помощью различных полевых методов (типа искусственного подмагничивания, естественных вариаций магнитного поля и т. п.), а также путем качественного анализа структуры магнитных аномалий пока не привели к желаемым результатам [13, 17, 25, 43, 140, 201]. Известно лишь несколько геологических критериев оценки степени «рудности» магнитных аномалий, которые, будучи пригод-

характеризующиеся в основном интенсивностью намагничения свыше $20\,000 \cdot 10^{-6}$ CGSM, а к безрудным — объекты с интенсивностью намагничения менее $10\,000 \cdot 10^{-6}$ CGSM [14, 65, 188, 146]. К классу с неясной геологической природой относятся объекты, характеризующиеся интенсивностью намагничения примерно от $10\,000 \cdot 10^{-6}$ до $20\,000 \cdot 10^{-6}$ CGSM. Именно этой группе и принадлежит большинство аномалий, обусловленных глубокозалегающими рудными телами, а также аномалии, связанные с породами, имеющими большие, но непромышленные содержания магнетита и других магнитных минералов.

Опыт проведения магнитных съемок в Алтас-Саянской складчатой области показал, что рудные и безрудные объекты, характеризующиеся примерно одинаковыми магнитными аномалиями, могут отличаться по интенсивности намагничения, размерам и форме самого объекта, по глубине его залегания, по характеристике намагниченности поверхностных и окружающих объект пород, а также по некоторым другим признакам, непосредственно вычисляемым по наблюдаемому магнитному полю [188].

На характер магнитного поля большое влияние оказывает рельеф местности, особенно когда породы рельефа сами магнитны. Особенно трудными при разделении магнитных аномалий на рудные и безрудные являются случаи, когда аномалия, обусловленная рудным телом, складывается с аномалиями от магнитных разностей пород.

При разделении магнитных аномалий на рудные и безрудные наиболее рациональным, конечно, является комплексное использование всех признаков (геологических и геофизических) с привлечением данных гравиразведки, электроразведки, скважинных и других геофизических методов. В последние годы в экономически освоенных районах, а также вблизи известных железорудных месторождений на основе слабых магнитных аномалий открыты слепые рудные тела и расширены фланги некоторых месторождений [69]. В отдаленных и труднодоступных районах, где нет кондиционных геологических съемок, где трудно установить приуроченность магнитных аномалий к определенным структурно-тектоническим элементам или к известным рудным полям железорудных месторождений, особое значение приобретает разработка методики разделения слабых магнитных аномалий на рудные и безрудные только по наблюдаемому магнитному полю.

Имея в виду известную значительную информативность в разделении аномалий на «рудные» и «безрудные» такого параметра, как интенсивность аномалий, и учитывая, что структурно-геологические условия в «рудной» магнитной аномальной зоне в той или иной степени должны быть отличны от условий геологического развития «безрудной» аномальной зоны и это отличие так или иначе должно отразиться в магнитном поле (может быть незаметное «на глаз»), мы сделали попытку решить задачу разделения магнитных аномалий на «рудные» и «безрудные» с помощью корреляционной модели интерпретации для района юго-западного крыла Восточно-Саянского антиклинория (юго-западные предгорья Восточного Саяна). В этом районе расположены широко известные крупные магнетитовые месторождения Краснокаменской, Ирбинской, Таятской и других групп (рис. 9). Было отобрано 32 «рудных» магнитных аномалии, наблюдающиеся над такими месторождениями, как Гранатовое, Безымянное, Знаменское, Бурлукское, Тереховское и другие, и 24 «безрудных» аномалии («безрудность» их заранее установлена по данным бурения). Для каждой из «рудных» и «безрудных» аномалий был построен вектор геофизических признаков, включающий в себя основные количественные характеристики морфологии аномального поля, а также такие характеристики, как вертикальная мощность возмущающего тела, его горизонтальные размеры, намагниченность, глубина

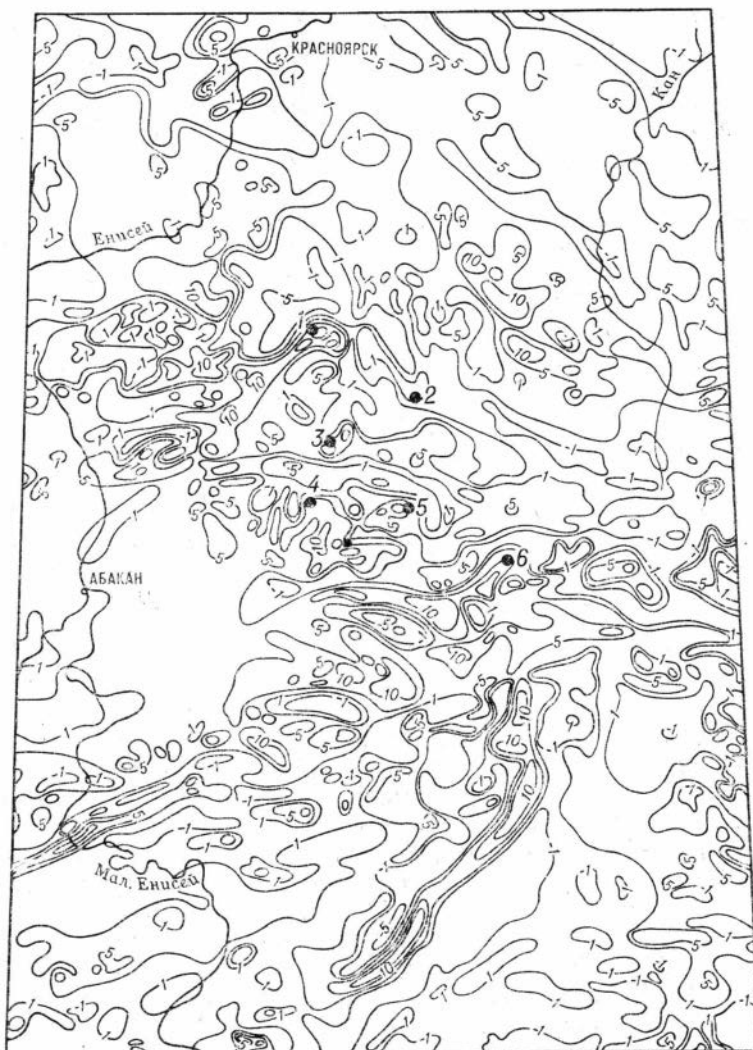


Рис. 9. Карта магнитных аномалий ΔT юго-западного крыла Восточно-Саянского антиклинория (юго-западные предгорья Восточного Саяна).

залегания и т. п., определенные путем обычных расчетов по магнитным аномалиям.

В тектоническом отношении исследуемый район располагается в основном на юго-западном крыле Восточно-Саянского антиклинория, где простирание структур широтное и северо-восточное. Здесь по характеру складчатости, степени метаморфизма и структурным взаимоотношениям выделяются три структурных этажа. Первый охватывает все отложения до палеозоя, второй — эффузивно-осадочные породы кембрия, третий — нижнедевонские образования. Породы первого этажа являются осевой частью Восточно-Саянского антиклинория, они претерпели глубокий региональный метаморфизм. К отдельным складкам первого этажа приурочены интрузивные массивы, имеющие промышленное содержание магнетита. Второй структурный этаж по наблюдающемуся угловому несогласию подразделяется на два подэтажа; из них верхний с более крутыми падениями складок, нежели нижний. Нижнедевонские породы залегают на размытой поверхности второго и первого структурных этажей. Складки здесь весьма пологие.

Во всем районе складчатые структуры осложнены разрывными нарушениями, отмечаемыми в отложениях протерозоя, синия и кембрия. Направление разрывных дислокаций соответствует простиранию складчатых структур (иногда встречаются и секущие).

Наибольшее распространение здесь имеют контактово-метасоматические (скарновые) месторождения магнетитовых руд, приуроченные к контактам гранитоидных интрузивов с вулканогенно-осадочными и осадочными породами. Например, Ирбинское месторождение приурочено к прерывистой полосе скарнов субмеридионального простирания; форма рудных тел линзообразная с падением под углом до 80° (рудные запасы на 1964 г.— около 47 млн. т). Знаменское месторождение приурочено к контакту карбонатных пород нижнего кембрия с интрузией диоритового состава (запасы на 1965 г.— около 22 млн. т.). Бурлукское месторождение расположено в контакте известняков и эффузивов с интрузивными породами; форма рудных тел линзовидная; запасы на 1965 г.— 34 млн. т. Подробное описание взятых для исследований месторождений приведено в работах [13, 14, 15, 17, 25, 65, 70, 103, 140, 142, 146 и др.]. Список принятых для анализа месторождений приведен в табл. 12. В этой же таблице дана характеристика соответствующих месторождениям магнитных аномалий по ширине и длине «половинной» изолинии. Эти величины использовались для установления оптимальных размеров интегрирующей палетки (прямоугольной сетки), по которой составлялась матрица аномального поля (см. § 2.6).

Таблица 12

Аномалия	Длина, м	Ширина, м	Анализ		Аномалия	Длина, м	Ширина, м	Анализ	
			по рас- стоянию	по углу				по рас- стоянию	по углу
<i>«Рудные» аномалии</i>					<i>«Безрудные» аномалии</i>				
Нижне-Чинжебинская (вост.)	1700	1400	0	0	Маргоз VI	900	900	1	0
Западно-Знаменская	1100	1200	0	1	Маргоз II	2700	1900	1	1
Нижне-Чинжебинская	1300	1000	0	1	Маргоз I	1100	1100	1	0
Бурлукская	1400	800	0	1	Маргоз IV	1200	1100	1	0
Ирбинская (центр. II)	1500	1700	1	1	Красная горка	1800	1700	0	0
Ирбинская (центр. I)	1200	1600	0	1	Маргоз II (Нерудная)	1700	1700	0	0
Безымянная	1200	600	0	1	Осередок	400	300	0	0
Гранатовая	1000	600	1	1	Шадат II	2500	1000	0	0
Хайбалык	1100	800	1	1	Шадат I	2200	1000	0	0
Одиночная	3000	1500	0	1	Рудный каскад А-III	1100	900	0	0
Краснокаменная	2100	1700	0	1	Рудный каскад А-IV	110	1000	0	0
Табратская	1400	700	1	0	Аномалия А-II	800	400	0	0
Березовская I	1500	600	1	0	Высота 828	1300	1100	0	0
Березовская II	1100	600	1	0	Оловянная	1500	1000	0	0
Березовская III	1200	500	0	0	Эстафетная	2400	1200	0	0
Мульчинская	1600	1000	1	0	Неожиданная	1700	1300	0	0
Изыгская IV	1000	500	0	1	Пионер IV	1100	1000	0	0
Изыгская «Д»	900	500	0	1	Пионер II	1000	900	0	0
Глухариная (сев.)	1800	1300	0	1	Пионер VI	800	700	0	0
Тереховская	1000	500	1	1	Пионер V	1000	1000	0	0
Глухариная	1200	1000	0	1	Пионер III	1700	900	0	0
Тереховская (юго-вост.)	1100	800	0	1	Пионер VII	900	1000	0	0
Глухариная (центр.)	900	1000	0	1	Аномалия А-4	800	400	0	0
Аномалия А-9	700	800	0	1	Пионер I	1300	1000	0	0
Маргоз V	1500	1100	1	0	Аномалия А-13	1400	700	0	0
Аномалия А-7	1300	1000	0	1	Аномалия А-15	1600	800	0	0
Курская	1100	900	0	1	Аномалия А-14	1600	800	0	0
Кордовская II	600	300	0	1	Аномалия А-3	1400	800	0	0

Анализ векторов признаков магнитных аномалий по методу «включения в гиперсферу» показал следующее. Расстояние между обобщенными «рудными» и «безрудными» векторами существенно меньше, чем соответствующие радиусы гиперсфер. Векторы признаков «безрудных» аномалий группируются значительно плотнее, нежели векторы признаков «рудных» аномалий. При этом подавляющее количество концов последних располагается за пределами внутренней гиперсферы «безрудных» аномалий. В этой связи выработано следующее правило прогноза магнитных аномалий на «рудность» или «безрудность». Прогнозируемый вектор признаков сравнивается с обобщенным «рудным» и «безрудным» векторами. Если разность больше радиуса гиперсферы, для «безрудных» аномалий, но меньше радиуса «рудной» гиперсферы, то прогнозируемая аномалия относится к классу «рудных», если меньше, то прогнозируемая аномалия является «безрудной». Кроме того, проведен анализ векторов признаков по методам «расстояние между векторами», «угол между векторами» (см. табл. 12).

Нетрудно видеть, что эти модели четко выделяют «безрудные» аномалии, в таблице оба метода дают нули — признак безрудности. Что касается «рудных» аномалий, то оба метода дают положительный ответ только для Ирбинской, Гранатовой, Хайбалыкской, Тереховской, Маргозской IV рудных магнитных аномалий. Для Березовской III рудной аномалии дан ответ: «аномалия безрудная». Анализ геологических данных по этой аномалии показал, что она должна быть отнесена к классу «безрудных» аномалий.

Для всех остальных рудных аномалий либо тот, либо другой метод дает положительный ответ. Отсюда можно сформулировать следующее правило прогноза магнитных аномалий на степень их рудности: «если оба метода дают нули, то аномалия «безрудная», если хотя бы один метод дает единицу, то аномалия «рудная».

Контрольный прогноз на шести аномалиях, не включенных в эталонный анализ, позволяет считать это направление решения проблемы разделения магнитных аномалий на «рудные» и «безрудные» весьма перспективным, обеспечивающим надежность 0,80—0,95.

Очевидно, что дальнейшие исследования должны пойти по линии привлечения и других геолого-геофизических параметров, увеличивающих размерность вектора геофизических признаков.

Подобный метод представляется полезным применять и при поисках других месторождений полезных ископаемых, как рудных (металлических — серных, цветных, легких, редких, благородных, редкоземельных), так и нерудных (неметаллических) и горючих (нефть, газ, и т. п.).

СОВМЕСТНЫЙ АНАЛИЗ ГРАВИТАЦИОННЫХ
И МАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ
НА ОСНОВЕ СООТНОШЕНИЯ ПУАССОНА

ГЛАВА 5

ТЕОРИЯ СОВМЕСТНОГО АНАЛИЗА

§ 5.1

Задачи, решаемые методом совместного анализа

Известно, что гравитационный и магнитный потенциалы одного и того же источника связаны функционально, наблюдаемые же суммарные гравитационные и магнитные поля, являющиеся результатом влияния различных по своей природе физико-геологических факторов, связаны уже стохастически. В качественном виде эта связь всегда используется при интерпретации гравитационных и магнитных аномалий, например, при тектоническом районировании в региональной геофизике и решении ряда задач разведочной геофизики. Попытки использования количественных соотношений между гравитационными и магнитными аномалиями неоднократно предпринимались рядом советских (Н. Р. Малкин, Т. Н. Розе, Г. И. Каратаев, В. Н. Страхов, О. А. Соловьев и др.) и зарубежных (З. Хаммер, В. Баранов, Г. Д. Гарланд и др.) геофизиков. При этом исследования велись в двух направлениях: первое — определение различных характеристик аномального тела по изолированным гравитационным и магнитным аномалиям и второе — разделение полей различных особенностей геологического строения.

При интерпретации изолированных аномалий определяются такие характеристики источника, как отношение интенсивности намагниченности I к избыточной плотности σ и угол намагничения. Расчеты величины I/σ широко используются при решении ряда геофизических задач: знание отношения I/σ позволяет в ряде случаев выяснить причины тех или иных аномалий; кроме того, величина I/σ иногда может быть использована для классификации аномалий, в частности, для разделения наблюдаемых гравитационных и магнитных аномалий на «рудные» и «безрудные».

Отношение I/σ определяется обычно путем сравнения функций Z (Z — вертикальная производная магнитного потенциала U) и V_{zz} (V_{zz} — вторая вертикальная производная гравитационного потенциала V) либо U и V_z в метрике какого-либо пространства.

Так как на практике обычно измеряются только вертикальные производные Z и V_z магнитного и гравитационного потенциалов, то для определения отношения I/σ необходимо пересчитать V_z в V_{zz} либо Z в U .

В настоящее время разработаны способы определения отношения I/σ [213, 214, 202, 203, 204, 205] и угла намагниченности для двумерной задачи. Кроме того, В. Н. Страховым [214] получена приближенная формула для определения отношения интенсивности намагниченности к избыточной плотности в случае трехмерного распределения возмущающих масс и исследована ошибка этой формулы.

Другой весьма важной областью применения совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий является задача разделения полей. Вследствие того, что в настоящее время методы решения обратной задачи гравиметрии и магнитометрии разработаны еще недостаточно (особенно в области их практического применения), зачастую перед ними ставится задача только обнаружения на исследуемой территории аномалий некоторого интересующего нас класса, т. е. по данным гравитационной и магнитной съемки требуется определить, имеются ли на исследуемой территории аномалии некоторого типа, и указать в плане положение этих аномалий. В таком аспекте данные магниторазведки используются, например, при поисках кимберлитовых трубок под наносами [159]: по данным аэромагнитной съемки выделяется магнитная аномалия, она подтверждается наземной съемкой и если оказывается аномалией «трубочного типа», то в точке земной поверхности, соответствующей максимуму аномалии, пробуривается скважина. Так же используются в некоторых районах данные гравиметрии при поисках локальных структур в осадочном чехле: по наблюдаемому полю Δg выделяется аномалия, «похожая» на аномалию структуры, а вся информация об источнике ее получается в результате применения более точных (соответственно более дорогих) методов, таких как сейсморазведка и бурение.

При таком подходе к использованию данных гравиметрии и магнитометрии задача разделения полей представляет самостоятельный интерес и является важнейшей при интерпретации. В этой постановке разделение полей можно уже рассматривать как известную в теории информации задачу обнаружения сигнала на фоне помех [176].

При разделении полей «традиционными» методами, то есть такими, в основу которых положено различие частотных характеристик разделяемых аномалий, результат фильтрации определяется выбором параметров разделяющего оператора; эти параметры задаются в большинстве случаев априори, так как частотные характеристики аномалий заранее либо неизвестны, либо известны лишь приблизительно. Добиться однозначного решения задачи разделения полей можно только за счет привлечения некоторой дополнительной информации. Одним из путей использования дополнительной информации при разделении полей является совместное использование данных гравиметрии и магнитометрии.

Разделение полей методом совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий использовалось при поисках локальных структур осадочного чехла на платформах [258, 123, 250].

Кроме того, весьма перспективным является применение метода совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий в рудной геофизике, где, как правило, различные комплексы горных пород и руд резко отличаются по плотности и интенсивности намагниченности.

Метод поисков структур осадочного чехла, предложенный Г. И. Каратаевым [123], кратко состоит в следующем: аномалии собственно кристаллического фундамента «моногеничны» (каждой гравитационной аномалии соответствует магнитная аномалия), аномалии немагнитного осадочного чехла «амоногеничны» (гравитационной аномалии не обязательно отвечает магнитная аномалия); амоногеничные аномалии могут быть обнаружены хотя бы по изменению величины I/σ . При выделении

аномалий структур осадочного чехла использовалось остаточное магнитное поле ΔZ , которое вычислялось, в частности, по формуле

$$\Delta Z = \frac{I}{f\sigma} V_{zz} - Z, \quad (5.1.1)$$

где отношение I/σ бралось равным I/σ для фундамента.

Для разделения полей по схеме (5.1.1) необходимо знать отношение I/σ для помехи (в данном случае для кристаллического фундамента), а также, как и для определения I/σ , достаточно точно пересчитать V_z в V_{zz} либо Z в U .

Таким образом, как для определения отношения I/σ , так и для разделения полей методом совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий требуется построить расчетные формулы для пересчетов V_z в V_{zz} , V_{zz} и т. д. либо Z в U . Весьма важным при этом является оценка точности вычисляемых трансформаций, так как результат трансформации в методе совместного анализа сравнивается затем с полем, наблюдаемым непосредственно.

§ 5.2.

Некоторые соотношения между производными гравитационного и магнитного потенциалов

В этом параграфе приводятся некоторые соотношения между производными гравитационного и магнитного потенциалов в пространстве L_2 , которые будут использованы в дальнейшем.

1. Двумерное распределение возмущающих масс.

Нормой функции $f(x)$ в пространстве $L_2(-\infty, \infty)$ называется величина

$$\|f\| = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx}, \quad (5.2.1)$$

скалярным произведением функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ —

$$(f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(x) dx. \quad (5.2.2)$$

Если рассматриваемые функции f_1 и f_2 , будучи интегрируемыми в квадрате на всей числовой оси, также удовлетворяют условиям Дирихле, т. е. $f_1 f_2 \in L_1(-\infty, \infty) \cap L_2(-\infty, \infty)$, то для вычисления нормы и скалярного произведения могут быть использованы следующие соотношения:

$$\|f\| = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega} \quad (5.2.3)$$

(равенство Парсеваля),

$$(f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\omega) S_2(-\omega) d\omega \quad (5.2.4)$$

(равенство Планшереля), где $S(\omega)$ — преобразование Фурье функции $f(x)$:

$$S(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{i\omega x} dx. \quad (5.2.5)$$

Пусть гравитационный V и магнитный U потенциалы порождаются массами некоторой конечной области P . Тогда, например, для производной V_z на прямой $z=0$ можно записать:

$$V_z(x) = 2f \int_P \frac{\xi \sigma(\xi, \zeta)}{(x-\xi)^2 + \zeta^2} d\xi d\zeta, \quad (5.2.6)$$

для преобразования Фурье этой функции:

$$S_z(\omega) = f \sqrt{2\pi} \int_P \sigma(\xi, \zeta) e^{i\omega\xi - \zeta|\omega|} d\xi d\zeta, \quad (5.2.7)$$

для функций V_x , V_{zz} и V_{zx} соответственно:

$$S_x = -\frac{i\omega}{|\omega|} S_z(\omega), \quad (5.2.8)$$

$$S_{zz}(\omega) = |\omega| S_z(\omega) \quad (5.2.9)$$

и

$$S_{zx}(\omega) = -i\omega S_z(\omega). \quad (5.2.10)$$

Получим следующие равенства:

$$\|V_z\| = \|V_x\| \quad (5.2.11)$$

и

$$\|V_{zz}\| = \|V_{zx}\|. \quad (5.2.12)$$

Чтобы доказать, например, равенство (5.2.12), очевидно, достаточно показать, что (5.2.12) выполняется для любого элементарного источника с произвольными координатами $\xi_1, \zeta_1 \in P$ и, кроме того, для любой пары элементарных источников из P с координатами ξ_1, ζ_1 и ξ_2, ζ_2 :

$$(V_{zx}^{(1)}, V_{zx}^{(2)}) = (V_{zz}^{(1)}, V_{zz}^{(2)}), \quad (5.2.13)$$

Не нарушая общности, можно положить $\xi_1=0$. Тогда, согласно (5.2.3), (5.2.4), (5.2.9) и (5.2.10), для полей элементарных источников будем иметь:

$$\|V_{zx}^{(1)}\|^2 = 2\pi f^2 (dm_1)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 e^{-2\zeta_1|\omega|} d\omega, \quad (5.2.14)$$

$$\|V_{zz}^{(1)}\|^2 = 2\pi f^2 (dm_1)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^3 e^{-2\zeta_1|\omega|} d\omega \quad (5.2.15)$$

$$(V_{zx}^{(1)}, V_{zx}^{(2)}) = 2\pi f^2 dm_1 dm_2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 e^{-(\zeta_1+\zeta_2)|\omega| - i\omega\xi_2} d\omega, \quad (5.2.16)$$

и

$$(V_{zz}^{(1)}, V_{zz}^{(2)}) = 2\pi f^2 dm_1 dm_2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^3 e^{-(\zeta_1+\zeta_2)|\omega| - i\omega\xi_2} d\omega, \quad (5.2.17)$$

где dm_1 и dm_2 — элементарные массы источников с координатами ξ_1, ζ_1 и ξ_2, ζ_2 соответственно.

Сравнивая равенства (5.2.14), (5.2.15), (5.2.16) и (5.2.17), нетрудно убедиться в справедливости (5.2.12). Аналогичным путем доказываются и равенство (5.2.11).

Теперь докажем ортогональность следующих пар производных гравитационного потенциала, порождаемого массами области P : V_z и V_x , V_z и V_{zz} , V_x и V_{zx} или, что то же самое, равенства:

$$(V_z, V_x) = (V_z, V_{zz}) = (V_x, V_{zx}) = (V_{zz}, V_{zx}) = 0. \quad (5.2.18)$$

Ограничимся равенством

$$(V_{zz}, V_{zx}) = 0, \quad (5.2.19)$$

так как остальные доказываются аналогично. Чтобы доказать (5.2.19), очевидно, достаточно показать, что для любой пары элементарных источников из P имеет место равенство

$$(V_{zx}^{(1)}, V_{zz}^{(2)}) = - (V_{zx}^{(2)}, V_{zz}^{(1)}) \quad (5.2.20)$$

и, кроме того, для любого элементарного источника

$$(V_{zx}^{(1)}, V_{zz}^{(1)}) = 0. \quad (5.2.21)$$

Воспользуемся опять равенством Планшереля и запишем:

$$(V_{zz}^{(1)}, V_{zx}^{(1)}) = 2\pi i f^2 (dm_1)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega |\omega| e^{-2\zeta_1 |\omega|} d\omega = 0, \quad (5.2.22)$$

$$(V_{zx}^{(1)}, V_{zz}^{(2)}) = 2\pi i f^2 dm_1 dm_2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega |\omega| e^{-(\zeta_1 + \zeta_2) |\omega| - i\omega \xi_2} d\omega \quad (5.2.23)$$

и

$$(V_{zx}^{(2)}, V_{zz}^{(1)}) = 2\pi i f^2 dm_1 dm_2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega |\omega| e^{-(\zeta_1 + \zeta_2) |\omega| + i\omega \xi_2} d\omega. \quad (5.2.24)$$

Из (5.2.22) — (5.2.24) следуют равенства (5.2.19), (5.2.20), (5.2.21), и равенство (5.2.19) доказано.

В случае постоянной плотности и однородного намагничения связь между гравитационным и магнитным потенциалами описывается известным уравнением Пуассона:

$$U = \frac{I}{f\sigma} \cos \varphi V_z + \frac{I}{f\sigma} \sin \varphi V_x, \quad (5.2.25)$$

где φ — угол между осью z и вектором намагничения. Используя равенства (5.2.11) и (5.2.18) для нормы U , найдем

$$\|U\| = \frac{I}{f\sigma} \|V_z\|. \quad (5.2.26)$$

Умножая скалярно уравнение (5.2.25) на V_z и учитывая (5.2.18), получим:

$$(U, V_z) = \frac{I}{f\sigma} \cos \varphi \|V_z\|^2. \quad (5.2.27)$$

Для Z -составляющей магнитного поля уравнение Пуассона имеет вид:

$$Z = \frac{I}{f\sigma} \cos \varphi V_{zz} + \frac{I}{f\sigma} \sin \varphi V_{zx}. \quad (5.2.28)$$

Из (5.2.28), аналогично (5.2.26) и (5.2.27), находим:

$$\|Z\| = \frac{I}{f\sigma} \|V_{zz}\| \quad (5.2.29)$$

и

$$(Z, V_{zz}) = \frac{I}{f\sigma} \cos \varphi \|V_{zz}\|^2. \quad (5.2.30)$$

2. Трехмерное распределение возмущающих масс.

Нормой функции $f(x, y)$ в пространстве $L_2(-\infty, \infty; -\infty, \infty)$ будет называться интеграл от квадрата этой функции уже по всей плоскости:

$$\|f\| = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x, y) dx dy}, \quad (5.2.31)$$

и скалярным произведением функций $f_1(x, y)$ и $f_2(x, y)$:

$$(f_1 f_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x, y) f_2(x, y) dx dy. \quad (5.2.32)$$

Равенства Парсеваля и Планшереля для этого случая соответственно примут вид:

$$\|f\| = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\lambda, \mu)|^2 d\lambda d\mu} \quad (5.2.33)$$

и

$$(f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\lambda, \mu) S_2(-\lambda, -\mu) d\lambda d\mu, \quad (5.2.34)$$

где $S(\lambda, \mu)$ — двумерное преобразование Фурье функции $f(x, y)$:

$$S(\lambda, \mu) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{i(\lambda x + \mu y)} dx dy. \quad (5.2.35)$$

Пусть гравитационный и магнитный потенциалы порождаются массами некоторой произвольной конечной области T , тогда будем иметь для вертикальной производной гравитационного потенциала на плоскости $z=0$

$$V_z(x, y) = f \int_T \frac{\zeta \sigma(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta}{[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + \zeta^2]^{3/2}}, \quad (5.2.36)$$

для преобразования Фурье:

$$S_z(\lambda, \mu) = f \int_T \sigma(\xi, \eta, \zeta) e^{-\zeta \sqrt{\lambda^2 + \mu^2} + i(\lambda \xi + \mu \eta)} d\xi d\eta d\zeta. \quad (5.2.37)$$

Двумерные преобразования Фурье функций V_x , V_y , V_{zz} , V_{zx} и V_{zy} запишутся таким образом:

$$S_x(\lambda, \mu) = -\frac{i\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} S_z(\lambda, \mu), \quad (5.2.38)$$

$$S_y(\lambda, \mu) = -\frac{i\mu}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} S_z(\lambda, \mu), \quad (5.2.39)$$

$$S_{zz}(\lambda, \mu) = \sqrt{\lambda^2 + \mu^2} S_z(\lambda, \mu), \quad (5.2.40)$$

$$S_{zx} = -i\lambda S_z(\lambda, \mu) \quad (5.2.41)$$

и

$$S_{zy} = -i\mu S_z(\lambda, \mu). \quad (5.2.42)$$

Модуль преобразования Фурье функции V_z , как нетрудно видеть, можно представить в виде:

$$|S_z(\lambda, \mu)|^2 = f^2 \int_T \sigma(\xi_1, \eta_1, \zeta_1) d\xi_1 d\eta_1 d\zeta_1 \int_T \sigma(\xi_2, \eta_2, \zeta_2) \times \\ \times e^{-\zeta_1 + \zeta_2} \sqrt{\lambda^2 + \mu^2} + i[(\lambda(\xi_1 - \xi_2) + \mu(\eta_1 - \eta_2))] d\xi_2 d\eta_2 d\zeta_2. \quad (5.2.43)$$

Согласно равенствам (5.2.38) — (5.2.42), для других производных гравитационного потенциала будут иметь место равенства:

$$|S_x(\lambda, \mu)|^2 = \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + \mu^2} |S_z(\lambda, \mu)|^2, \quad (5.2.44)$$

$$|S_y(\lambda, \mu)|^2 = \frac{\mu^2}{\lambda^2 + \mu^2} |S_z(\lambda, \mu)|^2, \quad (5.2.45)$$

$$|S_{zz}(\lambda, \mu)|^2 = (\lambda^2 + \mu^2) |S_z(\lambda, \mu)|^2, \quad (5.2.46)$$

$$|S_{zx}(\lambda, \mu)|^2 = \lambda^2 |S_z(\lambda, \mu)|^2 \quad (5.2.47)$$

и

$$|S_{zy}(\lambda, \mu)|^2 = \mu^2 |S_z(\lambda, \mu)|^2. \quad (5.2.48)$$

Из (5.2.43) — (5.2.48) следуют два соотношения:

$$|S_z(\lambda, \mu)|^2 = |S_x(\lambda, \mu)|^2 + |S_y(\lambda, \mu)|^2 \quad (5.2.49)$$

и

$$|S_{zz}(\lambda, \mu)|^2 = |S_{zx}(\lambda, \mu)|^2 + |S_{zy}(\lambda, \mu)|^2, \quad (5.2.50)$$

которые, если учесть (5.2.33), приводят к весьма важным равенствам:

$$\|V_z\|^2 = \|V_x\|^2 + \|V_y\|^2 \quad (5.2.51)$$

$$\|V_{zz}\|^2 = \|V_{zx}\|^2 + \|V_{zy}\|^2, \quad (5.2.52)$$

справедливым, как это следует из постановки, для произвольного трехмерного тела с произвольным распределением плотности.

Рассмотрим теперь два элементарных источника из T с координатами ξ_1, η_1, ζ_1 и ξ_2, η_2, ζ_2 . Так же, как и в случае двумерной задачи, найдем скалярные произведения, например, производных V_z и V_x , порождаемых этими источниками. Для скалярного произведения $(V_z^{(1)}, V_x^{(2)})$, согласно (5.2.32), (5.2.34), (5.2.37) и (5.2.38), найдем:

$$(V_z^{(1)}, V_x^{(2)}) = i f^2 (dm_1)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \lambda d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2z} \sqrt{\lambda^2 + \mu^2} \frac{d\mu}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} = 0. \quad (5.2.53)$$

Аналогично получим:

$$(V_z^{(1)}, V_x^{(2)}) = - (V_z^{(2)}, V_x^{(1)}), \quad (5.2.54)$$

откуда следует, что для произвольного источника с произвольным распределением плотности в нем

$$(V_z, V_x) = 0. \quad (5.2.55)$$

Таким же способом доказываются следующие равенства:

$$(V_z, V_y) = 0, \quad (5.2.56)$$

$$(V_x, V_y) = 0, \quad (5.2.57)$$

$$(V_{zz}, V_{zx}) = 0, \quad (5.2.58)$$

$$(V_{zz}, V_{zy}) = 0, \quad (5.2.59)$$

$$(V_{zx}, V_{zy}) = 0. \quad (5.2.60)$$

Пусть теперь плотность и интенсивность намагничивания в пределах области T постоянны. Тогда на основании теоремы Пуассона для магнитного потенциала будем иметь

$$U = \frac{J}{f\sigma} (V_z \cos \varphi + V_x \sin \varphi \cos \theta + V_y \sin \varphi \sin \theta), \quad (5.2.61)$$

здесь φ — угол между вектором интенсивности намагничения и осью z ; θ — угол между проекцией вектора \vec{I} на горизонтальную плоскость и осью x . Для нормы U с использованием (5.2.51), (5.2.55) и (5.2.57) получим:

$$\|U\|^2 = \frac{I^2}{f^2\sigma^2} [\|V_z\|^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \sin^2 \theta) + \|V_x\|^2 \sin^2 \varphi (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)]. \quad (5.2.62)$$

Умножая скалярно U на V_z и U на V_x , найдем еще два равенства:

$$(U, V_z) = \frac{I}{f\sigma} \|V_z\|^2 \cos \varphi, \quad (5.2.63)$$

$$(U, V_x) = \frac{I}{f\sigma} \|V_x\|^2 \sin \varphi \cos \theta, \quad (5.2.64)$$

которые вместе с (5.2.62) образуют систему из трех уравнений относительно трех неизвестных: $\frac{I}{\sigma}$, φ и θ .

Аналогично для вертикальной составляющей напряженности магнитного поля Z получим:

$$\|Z\|^2 = \frac{I^2}{f^2\sigma^2} [\|V_{zz}\|^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \sin^2 \theta) + \|V_{zx}\|^2 \sin^2 \varphi (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)], \quad (5.2.65)$$

$$(Z, V_{zz}) = \frac{I}{f\sigma} \|V_{zz}\|^2 \cos \varphi, \quad (5.2.66)$$

$$(Z, V_{zx}) = \frac{I}{f\sigma} \|V_{zx}\|^2 \sin \varphi \cos \theta. \quad (5.2.67)$$

В том случае, когда заданы производные V_{zx} и V_{zy} (что имеет место при использовании вариометрических съемок), вместо равенств (5.2.65) — (5.2.67) можно взять следующие:

$$\|Z\|^2 = \frac{I^2}{f^2\sigma^2} [\|V_{zx}\|^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \cos^2 \theta + \|V_{zy}\|^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \sin^2 \theta)], \quad (5.2.68)$$

$$(Z, V_{zx}) = \frac{I}{f\sigma} \|V_{zx}\|^2 \sin \varphi \cos \theta \quad (5.2.69)$$

и

$$(Z, V_{zy}) = \frac{I}{f\sigma} \|V_{zy}\|^2 \sin \varphi \sin \theta. \quad (5.2.70)$$

§ 5.3

Эффективность метода совместного анализа при разделении полей

Очевидно, что случаем, рассмотренным Г. И. Каратаевым [123], область применения метода совместного анализа для разделения полей далеко не исчерпывается. В связи с этим возникает вопрос, когда вообще возможно разделение полей (в смысле обнаружения аномалий некоторого класса) путем совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий? Рассмотрим поэтому некоторые общие положения этого метода.

Пусть в полуплоскости $z > 0$ (двумерный случай, ось z направлена вниз) имеются две непересекающиеся, не обязательно односвязные области S и P и пусть на оси x ($z=0$) заданы суммарные магнитные и

гравитационные поля, например, вертикальные составляющие Z и V_z , порождаемые массами областей S и P :

$$Z = Z^{(s)} + Z^{(p)}, \quad (5.3.1)$$

$$V_z = V_z^{(s)} + V_z^{(p)}. \quad (5.3.2)$$

Пусть далее функции $Z(x)$ и $V_z(x)$ удовлетворяют условиям Дирихле и квадратично интегрируемы на всей числовой оси; будем считать поля, порождаемые массами области S , полезным сигналом, а поля области P — помехой.

Оценить эффективность разделения по норме в L_2 некоторым оператором A , например, магнитного поля можно путем введения функционала $F[s, p]$, определяемого следующим образом [196]:

$$F[s, p] = \frac{\|AZ^{(s)}\|^2 \cdot \|Z^{(p)}\|^2}{\|Z^{(s)}\|^2 \cdot \|AZ^{(p)}\|^2}, \quad (5.3.3)$$

где $\|Z\|$ — норма функции $Z(x)$ в пространстве $L_2(-\infty, \infty)$. При этом оператор A будет разделяющим, если $F[s, p] > 1$.

Пусть имеется некоторый линейный оператор A_0 пересчета гравитационного поля в магнитное, тогда для равенства (5.3.2) можно записать:

$$A_0 V_z = A_0 V_z^{(s)} + A_0 V_z^{(p)}. \quad (5.3.4)$$

Рассмотрим преобразование магнитного поля вида:

$$\tilde{Z} = Z - A_0 V_z. \quad (5.3.5)$$

Функционал $F[s, p]$ этого преобразования, согласно (5.3.3), запишется так:

$$F[s, p] = \frac{\|Z^{(s)} - A_0 V_z^{(s)}\|^2 \cdot \|Z^{(p)}\|^2}{\|Z^{(s)}\|^2 \cdot \|Z^{(p)} - A_0 V_z^{(p)}\|^2}. \quad (5.3.6)$$

Очевидно, что эффективность преобразования (5.3.5) будет максимальной, если A_0 есть оператор точного пересчета гравитационного поля помехи в ее магнитное поле.

Если оператор A_0 реализует корреляционную связь гравитационного и магнитного полей помехи P и ε — его ошибка, то его эффективность определится из следующего равенства:

$$F[s, p] = \frac{1}{\varepsilon^2} \left\| Z^{(s)} - A_0 V_z^{(s)} \right\|^2 \frac{\|Z^{(p)}\|^2}{\|Z^{(s)}\|^2}. \quad (5.3.7)$$

При постоянных плотности и намагниченности связь между магнитными и гравитационными полями описывается известным уравнением Пуассона

$$Z = \frac{1}{j\sigma} (I_x V_{zx} + I_z V_{zz}),$$

где I_x и I_z — составляющие вектора интенсивности намагничивания \vec{I} по осям. Обозначим через s и p отношение $I/j\sigma$ областей S и P соответственно и через t — значение $I/j\sigma$, принятое при расчетах (поскольку точное значение параметра p заранее неизвестно), и для (5.3.6) запишем:

$$F[s, p] = \frac{\|(s_x - t_x) V_{zx}^{(s)} + (s_z - t_z) V_{zz}^{(s)}\|^2 \cdot \|\rho_x V_{zx}^{(p)} + \rho_z V_{zz}^{(p)}\|^2}{\|s_x V_{zx}^{(s)} + s_z V_{zz}^{(s)}\|^2 \cdot \|\rho_x - t_x) V_{zx}^{(p)} + (\rho_z - t_z) V_{zz}^{(p)}\|^2}, \quad (5.3.8)$$

где $s_x, s_z, \rho_x, \rho_z, t_x$ и t_z — составляющие векторов \vec{s} , $\vec{\rho}$ и \vec{t} по осям x и z .

Используя равенства (5.2.12) и (5.2.19), приведем (5.3.8) к виду:

$$F[s, p] = \frac{[(s_x - t_x)^2 + (s_z - t_z)^2](p_x^2 + p_z^2)}{(s_x^2 + s_z^2)[(p_x - t_x)^2 + (p_z - t_z)^2]}. \quad (5.3.9)$$

Рассмотрим подробно случай, когда источники S и P намагничены вертикально. Условие разделяемости полей в этом случае запишется так:

$$\frac{(s - t)^2 p^2}{s^2 (p - t)^2} > 1. \quad (5.3.10)$$

При различных значениях параметров среды s и p могут возникнуть следующие ситуации (отметим сразу, что отношение $I/f\sigma$ равно 0 только в том случае, если $I=0$, и $I/f\sigma$ равно $\pm\infty$ только тогда, когда $\sigma=0$):

1) $s = \pm\infty$, $p = 0$ (либо наоборот). В этом случае один источник создает только магнитную аномалию, а второй — только гравитационную, и надобности в разделении полей нет.

2) $s = \pm\infty$, $p = \pm\infty$ (либо $s = 0$ и $p = 0$). В этом случае оба источника создадут только или магнитные аномалии, или гравитационные, и совместный анализ здесь неприменим.

3) Один параметр равен 0 или $\pm\infty$, а второй принимает конечное ненулевое значение, тогда один источник создает только или гравитационную аномалию, или магнитную, а второй — и гравитационную, и магнитную. Поля разделяются путем пересчета гравитационного поля в магнитное (или наоборот) и последующего вычитания из наблюдаемого магнитного (или гравитационного). Случай $s = 0$ и $0 < |p| < \infty$ подробно рассмотрен в работе [123].

4) $p = s$ — поля не разделяются совместным анализом.

5) $0 < p < s < \infty$ — поля разделяются при $0 < t < \frac{2ps}{p+s}$.

6) $0 < s < p$ — поля разделяются при $t < 0$ и $t > \frac{2ps}{p+s}$.

7) $p < s < 0$ — поля разделяются при $\frac{2ps}{p+s} < t < 0$.

8) $s < p < 0$ — поля разделяются при $t < \frac{2ps}{p+s}$ и $t > 0$.

9) $p > 0$, $s < 0$, $|p| < |s|$ — поля разделяются при $0 < t < \frac{2ps}{p+s}$.

10) $p > 0$, $s < 0$, $|p| > |s|$ — поля разделяются при $t < \frac{2ps}{p+s}$ и $t > 0$.

11) $p < 0$, $s > 0$, $|p| < |s|$ — поля разделяются при $\frac{2ps}{p+s} < t < 0$.

12) $p < 0$, $s > 0$, $|p| > |s|$ — поля разделяются при $t < 0$ и $t > \frac{2ps}{p+s}$.

13) p и s имеют разные знаки, но $|p| = |s|$ — поля разделяются при любом t одного знака с p .

При практических расчетах условие (5.3.10) может оказаться недостаточным; пусть для визуального разделения полей необходимо изменить отношение норм разделяемых полей в k раз, $k > 1$. Тогда, например, при $s > p > 0$, параметр преобразования t должен определяться уже из интервала $\left(\frac{ps(k-1)}{ks-p}, \frac{ps(k+1)}{ks+p}\right)$, т. е. при больших k точность определения p должна резко повышаться.

Обычно при решении конкретных геофизических задач точные значения параметров среды s и p неизвестны, но их можно считать случайными с некоторой плотностью распределения $f(x, y)$. В этом случае

можно определить вероятность разделения полей с наперед заданной эффективностью, т. е. вероятность неравенства

$$\frac{(s-t)^2 p^2}{s^2 (p-t)^2} > k^2, \quad (5.3.11)$$

которая будет равна:

$$P\{F[s, p] > k^2\} = \iint_D f(x, y) dx dy, \quad (5.3.12)$$

где D — область значений s и p , удовлетворяющих (5.3.11). Расписывая (5.3.11) и (5.3.12) более подробно, получим при $t > 0$:

$$\begin{aligned} P\{F[s, p] > k^2\} = & \int_{-\infty}^{-\frac{t}{k-1}} dx \int_{y_2}^{y_1} f(x, y) dy + \int_{-\frac{t}{k-1}}^0 dx \int_{y_2}^{\infty} f(x, y) dy + \int_0^{\frac{t}{k+1}} dx \int_{y_1}^{\infty} f(x, y) dy + \\ & + \int_{\frac{t}{k+1}}^t dx \int_{y_1}^{y_2} f(x, y) dy + \int_{-\frac{t}{k-1}}^0 dx \int_{-\infty}^{y_1} f(x, y) dy + \int_0^{\frac{t}{k+1}} dx \int_{-\infty}^{y_2} f(x, y) dy + \int_t^{\infty} dx \int_{y_2}^{y_1} f(x, y) dy \end{aligned} \quad (5.3.13)$$

и при $t < 0$:

$$\begin{aligned} P\{F[s, p] > k^2\} = & \int_{-\infty}^t dx \int_{y_1}^{y_2} f(x, y) dy + \int_{\frac{t}{k+1}}^0 dx \int_{y_2}^{\infty} f(x, y) dy + \int_{-\frac{t}{k-1}}^0 dx \int_0^{\infty} f(x, y) dy + \\ & + \int_{\frac{t}{k+1}}^t dx \int_{y_1}^{y_2} f(x, y) dy + \int_{\frac{t}{k+1}}^0 dx \int_{-\infty}^{y_1} f(x, y) dy + \int_0^{-\frac{t}{k-1}} dx \int_{-\infty}^{y_2} f(x, y) dy + \int_{-\frac{t}{k-1}}^{\infty} dx \int_{y_1}^{y_2} f(x, y) dy, \end{aligned} \quad (5.3.14)$$

где

$$y_1 = \frac{kxt}{x(k-1) + t}$$

и

$$y_2 = \frac{kxt}{x(k+1) - t}.$$

В заключение отметим, что все рассуждения, приведенные в настоящем параграфе, легко распространяются и на трехмерный случай.

ГЛАВА 6

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СХЕМЫ МЕТОДА СОВМЕСТНОГО АНАЛИЗА

§ 6.1

Выбор густоты сети измерения гравитационных и магнитных полей и их восстановление (интерполирование) по дискретно измеренным значениям

Одним из способов вычисления трансформаций гравитационных и магнитных полей, которые необходимы при реализации метода совместного анализа, является начальное интерполирование измеренного поля по

какой-либо интерполяционной формуле и последующая его трансформация уже как функции, заданной в аналитической форме. Кроме того, разработка алгоритмов восстановления (интерполирования) гравитационных и магнитных полей по их дискретно измеренным значениям представляется весьма важной и с точки зрения автоматизации процессов ввода и вывода геофизической информации с ЭВМ. Восстановление наблюдаемых гравитационных и магнитных полей находится в самой тесной взаимосвязи с выбором оптимальной, в некотором смысле, сети наблюдений.

Очевидно, что восстановить произвольную функцию по ее дискретным значениям даже приближенно невозможно. Однако если на эту функцию наложить некоторые ограничения (т. е. отнести к какому-либо классу), то задача восстановления может быть решена однозначно. Одним из таких ограничений является отнесение интерполируемой функции к классу функций со спектром ограниченной протяженности [50]. Возможно, такой подход позволит более обоснованно планировать и интерпретировать геолого-геофизические исследования и, кроме того, дальнейшую детализацию исследований можно рассматривать как переход к более высоким граничным частотам.

Рассмотрим вещественную функцию $f(x)$. Пусть $f(x) \in L_1(-\infty, \infty) \cap L_2(-\infty, \infty)$. Будем говорить, что $f(x) \in B_\alpha$, если имеется такое $\alpha (0 < \alpha < \infty)$, что

$$|S_f(\omega)| \equiv 0 \text{ при } |\omega| > \alpha.$$

Если $f(x) \in B_\alpha$, то $f(x)$ может быть представлена рядом Котельникова:

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(x - k\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(x - k\Delta)}, \quad (6.1.1)$$

где $\Delta \leq \frac{\pi}{\alpha}$. Для частичной суммы ряда (6.1.1)

$$f_n(x) = \sum_{k=-n}^n f(k\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(x - k\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(x - k\Delta)} \quad (6.1.2)$$

имеет место следующая оценка [249]:

$$|f(x) - f_n(x)| \leq \delta_n(x) = \frac{1}{\pi} \|f\| \left| \sin \frac{\pi}{\Delta} x \sqrt{\frac{2n\Delta^2}{n^2\Delta^2 - x^2}} \right|. \quad (6.1.3)$$

Если $g(x) \in L_1(-\infty, \infty) \cap L_2(-\infty, \infty)$, но ее спектр имеет неограниченную протяженность ($g \notin B_\alpha$) и отсчеты функции $g(x)$ в точках $k\Delta$ совпадают с отсчетами функции $f(x)$, то $g(x)$ может быть приближена рядом (6.1.1); для этого приближения имеет место оценка [229]

$$\rho^2(\alpha) \leq \|g - f\|^2 \leq (3 + Q) \rho^2(\alpha), \quad (6.1.4)$$

где $\alpha = \frac{\pi}{\Delta}$,

$$\rho^2(\alpha) = 2 \int_{\alpha}^{\infty} |S_g(\omega)|^2 d\omega \quad (6.1.5)$$

и

$$Q = \frac{4}{\rho(\alpha)} \sum_{m=1}^{\infty} \rho[(2m+1)\alpha]. \quad (6.1.6)$$

Приведенные соотношения могут быть использованы для выбора шага измерения и интерполирования гравитационных и магнитных по-

лей. Выбор шага можно рассматривать как нахождение такой граничной частоты α , при которой ошибка интерполирования не превосходит наперед заданной величины.

На основании априорных данных можно задаться моделью изучаемой среды и для этой модели рассчитать измеряемое поле и его спектр, который вообще-то говоря, не ограничен. Так как наблюдаемые реализации полей всегда конечны, то шаг измерения поля $\Delta = \frac{\pi}{\alpha}$ определится из неравенства

$$\|f - f_n\|_{L_2(-a,a)}^2 + (3 + Q) \rho^2(\alpha) \leq \sigma^2, \quad (6.1.7)$$

где σ^2 — наперед заданная ошибка интерполирования функции на интервале $(-a, a)$, значения $\|f - f_n\|_{L_2(-a,a)}$, ρ и Q рассчитываются по (6.1.3), (6.1.5) и (6.1.6) соответственно.

При совместной интерпретации данных гравитационных и магнитных съемок одним из условий, облегчающих интерпретацию, является условие одинаковой информационной способности измеренных полей (гравитационного и магнитного), иначе говоря, когда шаг измерения гравитационного поля и шаг измерения магнитного поля подобраны так, что относительные ошибки интерполирования обоих физических полей одинаковы.

Пусть Δ_1 — шаг измерения гравитационного поля (функции Δg), Δ_2 — шаг измерения магнитного поля (функции Z). Будем говорить, что поля обладают одинаковой информационной способностью, если Δ_1 и Δ_2 выбраны так, что относительные ошибки интерполирования функций Δg и Z по их дискретно измеренным значениям равны. Так как минимальная ошибка интерполирования функции, согласно (6.1.4), описывается энергией высокочастотной части спектра, то условие одинаковой информационной способности полей запишется в следующем виде:

$$\frac{\int_{\alpha}^{\infty} |S_g|^2 d\omega}{\|\Delta g\|^2} = \frac{\int_{\beta}^{\infty} |S_z|^2 d\omega}{\|Z\|^2}, \quad (6.1.8)$$

где $\alpha = \frac{\pi}{\Delta_1}$ и $\beta = \frac{\pi}{\Delta_2}$; S_g и S_z — преобразования Фурье гравитационного и магнитного полей соответственно. Приведенное соотношение (6.1.8) может быть использовано при выборе шага измерения гравитационных и магнитных полей.

Известно, что гравитационное поле обычно меняется более плавно, чем магнитное, поэтому шаг измерения гравитационного поля подбирается, как правило, большим, чем шаг измерения магнитного поля. Попробуем, используя равенство (6.1.8), установить количественное соотношение между шагами измерений гравитационного и магнитного полей.

Пусть гравитационная и магнитная аномалии создаются источником, представляющим собой горизонтальный цилиндр радиуса r (двумерный случай, $I = \text{const}$; $\sigma = \text{const}$, намагничение вертикальное). Гравитационная и магнитная аномалии цилиндра запишутся в виде:

$$\Delta g = 2f\pi r^2 \sigma \frac{h}{x^2 + h^2} \quad (6.1.9)$$

и

$$Z = 2\pi r^2 I \frac{h^2 - x^2}{(x^2 + h^2)^2}. \quad (6.1.10)$$

Из (6.1.9) и (6.1.10) будем иметь для норм:

$$\|\Delta g\| = f\pi r^2 \sigma \sqrt{\frac{2\pi}{h}} \quad (6.1.11)$$

и

$$\|Z\| = \pi r^2 I \sqrt{\frac{\pi}{h^3}}; \quad (6.1.12)$$

для преобразований Фурье:

$$S_g(\omega) = \sqrt{2} \int \pi^{3/2} r^2 \sigma e^{-h|\omega|} \quad (6.1.13)$$

и

$$S_z(\omega) = \sqrt{2} \pi^{3/2} r^2 I |\omega| e^{-h|\omega|}. \quad (6.1.14)$$

В соответствии с (6.1.8) потребуем, чтобы относительные ошибки интерполирования гравитационной и магнитной аномалий совпадали. Запишем равенство (6.1.8) для цилиндра:

$$\frac{2f^2 \pi^3 r^4 \sigma^2 \int_{\alpha}^{\infty} e^{-2h\omega} d\omega}{f^2 \pi^2 r^4 \delta^2 \frac{2\pi}{h}} = \frac{2\pi^3 r^4 I^2 \int_{\beta}^{\infty} \omega^2 e^{-2h\omega} d\omega}{\pi^2 r^4 I^2 \frac{\pi}{h^3}}, \quad (6.1.15)$$

откуда, сокращая, получим:

$$\int_{\alpha}^{\infty} e^{-2h\omega} d\omega = 2h^2 \int_{\beta}^{\infty} \omega^2 e^{-2h\omega} d\omega. \quad (6.1.16)$$

Далее, интегрируя, придем к выражению:

$$e^{-2h\alpha} = 2h^2 e^{-2h\beta} \left(\beta^2 + \frac{\beta}{h} + \frac{1}{2h^2} \right). \quad (6.1.17)$$

Обозначим шаг измерения гравитационного поля Δ_1 и магнитного Δ_2 в долях глубины: $\Delta_1 = yh$ и $\Delta_2 = xh$; тогда решение уравнения (6.1.17) будет иметь вид:

$$y = \frac{2\pi x}{2\pi - x \ln \left(2 \frac{\pi^2}{x^2} + 2 \frac{\pi}{x} + 1 \right)}. \quad (6.1.18)$$

Значения функции $y(x)$ приведены в табл. 13.

Наибольший интерес для практики представляет случай, когда шаг измерения поля составляет десятые доли глубины. Из средней части табл. 13 видно, что в этом случае отношение шага измерения магнитного поля к шагу измерения гравитационного поля в среднем гораздо ближе к 1:1,5, чем к величине 1:2, которая обычно принимается на практике.

Метод Котельникова восстановления (интерполирования) функций

Т а б л и ц а 13					
x	y	x	y	x	y
0,01	0,0102	0,1	0,1138	1	2,1038
0,02	0,0207	0,2	0,2498	2	6,7134
0,03	0,0315	0,3	0,4065	3	14,6453
0,04	0,0426	0,4	0,5836	4	26,7811
0,05	0,0538	0,5	0,7816	5	44,0182
0,06	0,0654	0,6	1,0009	6	67,2610
0,07	0,0772	0,7	1,2420	7	97,4166
0,08	0,0891	0,8	1,5058	8	135,3944
0,09	0,1014	0,9	1,7928	9	182,1045
0,10	0,1138	1,0	2,1038	10	238,4576

но (6.1.3) и (6.1.4), может быть значительной. Покажем один прием уменьшения ошибки интерполирования рядом Котельникова.

Представим восстанавливаемую функцию

$$f(x) = \begin{cases} f(x) & \text{при } |x| \leq a \\ 0 & \text{при } |x| > a \end{cases} \quad (6.1.19)$$

в виде

$$f(x) = P_m(x) + \varphi(x),$$

где

$$P_m(x) = \sum_{l=0}^m b_l x^l -$$

алгебраический полином степени m , который будем строить так, чтобы его расхождение с $f(x)$ уменьшалось к концам интервала $(-a, a)$ обратно пропорционально огибающей ошибке (6.1.3) и на концах интервала выполнялись равенства:

$$P_m(\pm a) = f(\pm a),$$

а функция $\varphi(x)$ в точках $\pm a$ обращалась в нуль.

Коэффициенты полинома b_l найдем из условия:

$$\sum_{k=-n}^n p(k\Delta) [f(k\Delta) - P_m(k\Delta)]^2 = \min,$$

где $p(x)$ — весовая функция, равная огибающей функции $\delta_n(x)$ (6.1.3):

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Тогда коэффициенты полинома b_l определятся из системы линейных уравнений:

$$p_m(\pm n\Delta) = f(\pm n\Delta),$$

$$\sum_{k=1-n}^{n-1} \frac{[f(k\Delta) - P_m(k\Delta)] k^v}{\sqrt{n^2 - k^2}} = 0, \quad v = 0, 1, 2, \dots, m-2.$$

Таким образом, задача восстановления $f(x)$ свелась к восстановлению функции отклонения $\varphi(x)$. Окончательно формула интерполирования запишется в виде:

$$f(x) \simeq P_m(x) + \sum_{k=-n}^n [f(k\Delta) - P_m(k\Delta)] \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(x - k\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(x - k\Delta)}. \quad (6.1.20)$$

Ошибка интерполирования формулой (6.1.20) будет меньше ошибки интерполирования рядом (6.1.2). Действительно, функция $f(x)$ вида (6.1.19) имеет разрывы в точках $\pm a$ и ее спектр при больших значениях частоты ω убывает как $1/\omega$, а функция отклонения $\varphi(x)$ непрерывна и имеет разрывы первой производной в этих точках, а следовательно, ее спектр убывает как $1/\omega^2$ [50], т. е. согласно (6.1.4), ошибка восстановления $\varphi(x)$ будет меньше ошибки восстановления $f(x)$. Кроме того, за счет уменьшения абсолютных значений $\varphi(x)$ к концам интервала ошибка интерполяционной формулы (6.1.20) будет приблизительно одинаковой на всем интервале.

Вычисление интегралов в конечных пределах

Так как большинство интегральных преобразований гравитационных и магнитных полей представляет собой интегралы от быстро убывающих функций в бесконечных пределах, то вычисление преобразований можно рассматривать как вычисление определенных интегралов в конечных пределах, кроме того, к вычислению определенных интегралов сводится задача расчета поправок за притяжение рельефа. Вычислению простых интегралов (от функций одной переменной) посвящено значительное количество работ, например весьма полно этот вопрос рассмотрен в фундаментальной работе В. И. Крылова [141]. Поэтому в настоящем параграфе будет рассмотрено только вычисление двойных интегралов вида

$$Af = \iint_S f(x, y) p(x, y) dx dy, \quad (6.2.1)$$

где S — некоторая конечная область.

Интеграл (6.2.1) будем вычислять по приближенной формуле

$$Af \approx \sum_{j=1}^n c_j f(x_j, y_j). \quad (6.2.2)$$

В работе Л. А. Люстерника [152] строится формула интегрирования в единичном круге $S: x^2 + y^2 \leq 1$:

$$\iint_S f(x, y) dx dy \approx \pi \left[c_0 f(0) + \sum_{j=1}^n \frac{c_j}{4n+2} \sum_{i=0}^{4n+1} f\left(\rho_j, \frac{i\pi}{2n+1}\right) \right]; \quad (6.2.3)$$

значения коэффициентов c_j и узлов ρ_j определяются из равенств:

$$c_0 + \sum_{j=1}^n c_j = 1, \quad (6.2.4)$$

$$\sum_{j=1}^n c_j \alpha_j^k = \frac{1}{k+1}, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

$$\rho_j = \sqrt{\alpha_j},$$

где α_j — корни полинома

$$L_n(x) = \frac{d^{n+1}}{dx^{n+1}} [x^n (x-1)^{n+1}].$$

Алгебраическая степень точности формулы (6.2.3) с коэффициентами и узлами, определенными из (6.2.4), равна $4n+1$.

Метод Люстерника — Диткина [151] применим для построения формулы интегрирования в единичном круге [57]:

$$\iint_S f(x, y) dx dy \approx \pi \sum_{j=0}^n \frac{c_j}{4n} \sum_{i=0}^{4n-1} f\left(\rho_j, \frac{i\pi}{2n}\right), \quad (6.2.5)$$

степень точности которой будет $4n-1$ при выполнении

$$\sum_{j=1}^n c_j \alpha_j^k = \frac{1}{k+1}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1, \quad (6.2.6)$$

где α_j — корни полинома

$$Q_n(x) = \frac{d^n}{dx^n} [x^n (x-1)^n],$$

и для интегрирования в кольце S_1 : $R_1^2 \leq x^2 + y^2 \leq R_2^2$:

$$\int \int_{S_1} f(x, y) dx dy \approx \pi (R_2^2 - R_1^2) \sum_{j=1}^n \frac{c_j}{4n} \sum_{i=0}^{4n-1} f\left(\rho_j, \frac{i\pi}{2n}\right), \quad (6.2.7)$$

где

$$\sum_{j=1}^n c_j \alpha_j^k = \frac{\lambda^{k+1} - 1}{(\lambda - 1)(k + 1)},$$

$$\lambda = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \text{ и } \alpha_j = \left(\frac{\rho_j}{R_1}\right)^2, \quad (6.2.8)$$

α_j — корни полинома

$$R_n(x) = \frac{d^n}{dx^n} [(x - 1)^n (x - \lambda)^n].$$

При обработке данных площадных съемок удобно пользоваться формулами, узлы которых совпадают с узлами квадратной сети. Пусть задана квадратная сеть с шагом Δ , все точки этой сети будут лежать на окружностях с радиусами Δ , $\Delta\sqrt{2}$, 2Δ , $\Delta\sqrt{5}$ и т. д. Принимая для ρ_j значения этих радиусов и решая системы уравнений (6.2.4), (6.2.6) и (6.2.8) относительно только c_j , получим кубатурные формулы, алгебраическая степень точности которых уменьшится на величину $2n$.

Укажем еще один способ построения кубатурных формул, узлы которых совпадают с узлами квадратной сети. Из (6.2.8) при $n=1$ найдем:

$$c_1 = 1; R_2^2 = 2\rho^2 - R_1^2.$$

Если взять $R_1 = \Delta$, $\rho = \Delta\sqrt{2}$, то $R_2 = \Delta\sqrt{3}$, т. е. получим формулу, верную для полиномов степени не выше 3 в кольце $\Delta^2 \leq x^2 + y^2 \leq 3\Delta^2$. Для следующего кольца примем $R_1 = \Delta\sqrt{3}$, $\rho = 2\Delta$ и получим: $c_1 = 1$, $R_2 = \Delta\sqrt{5}$ и т. д.

Таблица 14

n	j	c_i	ρ_j	c_j	ρ_i	b_j	ρ_j	$R_2^{(n)}$
1	0	0,2500						
	1	0,7500	0,8164	1,0000	0,7071	1	$\Delta\sqrt{2}$	$\Delta\sqrt{3}$
2	0	0,1111						
	1	0,5125	0,5959	0,5000	0,4595	1	2Δ	$\Delta\sqrt{5}$
	2	0,3764	0,9192	0,5000	0,8881			
3	0	0,0625						
	1	0,3288	0,4608	0,2778	0,3357	3	$2\sqrt{2}\Delta$	$\Delta\sqrt{11}$
	2	0,3882	0,7685	0,4444	0,7071			
	3	0,2205	0,9547	0,2778	0,9420			
0	0,0400							
4	1	0,2131	0,3738	0,1739	0,2635	2	$\Delta\sqrt{13}$	$\Delta\sqrt{15}$
	2	0,3218	0,6453	0,3261	0,5745			
	3	0,2814	0,8504	0,3261	0,8185			
	4	0,1437	0,9710	0,1739	0,9647			
	0	0,0278						
5	1	0,1598	0,3139	0,1185	0,2166	1	4Δ	$\Delta\sqrt{17}$
	2	0,2427	0,5518	0,2393	0,4804			
	3	0,2605	0,7497	0,2844	0,7071			
	4	0,2085	0,8955	0,2393	0,8775			
	5	0,1008	0,9799	0,2844	0,9763			
	0	0,0278						
Формула		(6.2.3.)		(6.2.5.)			(6.2.9)	

Принимая для ρ_j значения приведенных выше радиусов, выведем формулу интегрирования в кольце $S_1^{(n)}: \Delta^2 \leq x^2 + y^2 \leq R_2^2$:

$$\int\int_{S_1^{(n)}} f(x, y) dx dy \simeq \frac{\pi \Delta^2}{2} \sum_{j=1}^n b_j \bar{f}_{\rho_j}. \quad (6.2.9)$$

При вычислении интеграла в центральном круге $x^2 + y^2 \leq \Delta^2$ можно заменить подынтегральную функцию некоторым полиномом (например, Лагранжа) и этот полином проинтегрировать.

Фактически в результате дробления области интегрирования на малые кольца степень точности формулы (6.2.9) будет выше 3.

Коэффициенты и узлы формул (6.2.3), (6.2.5) и (6.2.9) приведены в табл. 14.

§ 6.3

Вычисление интегралов типа свертки

При расчете трансформаций аномальных полей весьма важным является вопрос оценки остаточного члена. Если рассматривать трансформацию поля только как вычисление соответствующего определенного интеграла, то оценки при такой постановке получить весьма трудно, так как выражаются они через производные высокого порядка, оценить которые даже грубо зачастую невозможно. Кроме того, получаемые приближенные формулы существенно искажают частотную характеристику преобразования.

Очевидно, более плодотворным является подход к реализации трансформаций полей как к вычислению интегралов типа свертки [212].

В настоящем параграфе рассматривается вычисление интегралов свертки и приводятся оценки ошибок, вызванных тем, что наблюдаемые поля заданы дискретно и на конечном интервале.

1°. Линейный интегральный оператор типа свертки

$$Af(x) = \int_{-\infty}^{\infty} k(x - \xi) f(\xi) d\xi \quad (6.3.1)$$

будем приближать выражением вида

$$\tilde{A}f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k f(x + k\Delta), \quad (6.3.2)$$

где $f(x) \in L_1(-\infty, \infty) \cap L_2(-\infty, \infty)$ — функция, подлежащая трансформации; $k(x) \in L_1(-\infty, \infty) \cap L_2(-\infty, \infty)$ — ядро преобразования; Δ — шаг задания $f(x)$ и c_k — коэффициенты квадратурной формулы, которые требуется определить.

Коэффициенты c_k будем искать из условия минимума функционала

$$\|Af - \tilde{A}f\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} k(x - \xi) f(\xi) d\xi - \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k f(x + k\Delta) \right\}^2 dx, \quad (6.3.3)$$

который при использовании равенства Парсеваля, теоремы об интегральной свертке и теоремы смещения для преобразования Фурье (6.3.3) запишем так:

$$\|Af - \tilde{A}f\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 \cdot |K(\omega) - \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{-i\omega k\Delta}|^2 d\omega, \quad (6.3.4)$$

где $F(\omega)$ и $K(\omega)$ — преобразования Фурье функций $f(x)$ и $k(x)$ соответственно, например:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{i\omega x} dx.$$

Минимизация функционала $\|Af - \tilde{A}\tilde{f}\|^2$ приводит к определению коэффициентов c_k как коэффициентов в разложении в ряд Фурье функции $K(\omega)$ на отрезке $|\omega| \leq \frac{\pi}{\Delta}$:

$$c_k = \frac{\Delta}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} k(\omega) e^{i\omega k \Delta} d\omega. \quad (6.3.5)$$

Строго говоря, такие значения для коэффициентов приближенной формулы (6.3.2) получаются в предположении, что преобразование Фурье $F(\omega)$ исходной функции $f(x)$ удовлетворяет условиям:

$$|F(\omega)| = \text{const} > 0 \text{ при } |\omega| \leq \alpha = \frac{\pi}{\Delta}, \quad (6.3.6)$$

$$|F(\omega)| \equiv 0 \text{ при } |\omega| > \alpha = \frac{\pi}{\Delta}. \quad (6.3.7)$$

Покажем это. Разделив действительную и мнимую части $K(\omega)$:

$$K(\omega) = A(\omega) + iB(\omega),$$

для (6.3.4) будем иметь:

$$\|Af - \tilde{A}\tilde{f}\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 \cdot \left\{ \left[A(\omega) - \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \cos \omega k \Delta \right]^2 + \left[B(\omega) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \sin \omega k \Delta \right]^2 \right\} d\omega. \quad (6.3.8)$$

Дифференцируя под знаком интеграла по c_m и приравнявая производные нулю, найдем условия минимума функционала (6.3.8), т. е. систему линейных уравнений относительно коэффициентов c_k :

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 \cos \omega(k-m)\Delta d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 [A(\omega) \cos \omega m \Delta - B(\omega) \sin \omega m \Delta] d\omega, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty. \quad (6.3.9)$$

Накладывая на $F(\omega)$ условия (6.3.6) и (6.3.7), определим коэффициенты c_k :

$$c_k = \frac{\Delta}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} [A(\omega) \cos \omega k \Delta - B(\omega) \sin \omega k \Delta] d\omega. \quad (6.3.10)$$

Учитывая очевидные равенства

$$\begin{aligned} \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} [A(\omega) \sin \omega k \Delta] d\omega &= \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} \sin \omega k \Delta d\omega \int_{-\infty}^{\infty} k(x) \cos \omega x dx = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} k(x) dx \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} \sin \omega k \Delta \cos \omega x d\omega = 0, \\ \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} B(\omega) \cos \omega k \Delta d\omega &= \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} \cos \omega k \Delta d\omega \int_{-\infty}^{\infty} k(x) \sin \omega x dx = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} k(x) dx \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} \cos \omega k \Delta \sin \omega x d\omega = 0, \end{aligned}$$

получим для коэффициентов c_k выражение (6.3.5).

Задавая исходное поле в узлах с шагом Δ , мы тем самым предполагаем, что спектр функции $f(x)$ имеет ограниченную протяженность, т. е. выполняется условие (6.3.7). Функции преобразования Фурье которых удовлетворяют условию (6.3.7), будем относить к классу B_α — классу функций с ограниченным спектром. В таком случае функция $g(x) \in B_\alpha$ может быть точно восстановлена по ее дискретным значениям в точках $x=0, \pm\Delta, \pm 2\Delta, \dots, \pm k\Delta (k=\infty)$ рядом (6.1.1):

$$g(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(k\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(x - k\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(x - k\Delta)}.$$

Пусть отсчеты функции $g(x)$ в точках $0, \pm\Delta, \pm 2\Delta, \dots, \pm k\Delta (k=\infty)$ совпадают с отсчетами функции $f(x)$; тогда:

$$g(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(x - k\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(x - k\Delta)}. \quad (6.3.11)$$

Найдем преобразование (6.3.1) функции $g(x)$:

$$Ag(x) = \int_{-\infty}^{\infty} k(x - \xi) g(\xi) d\xi. \quad (6.3.12)$$

Представим (6.3.12) в виде

$$Ag(x) = \int_{-\infty}^{\infty} k(\xi) g(x - \xi) d\xi. \quad (6.3.12a)$$

Так как, согласно (6.3.11), можно записать:

$$g(\xi) = \int_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(\xi - k\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(\xi - k\Delta)},$$

$$g(x + \xi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(x + k\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(\xi - k\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(\xi - k\Delta)}$$

и

$$g(-\xi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(\xi + k\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(\xi + k\Delta)},$$

то окончательно

$$g(x - \xi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(x + k\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(\xi + k\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(\xi + k\Delta)}. \quad (6.3.13)$$

Подставляя (6.3.13) в (6.3.12a), получим:

$$Ag(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (f(x + k\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(\xi + k\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(\xi + k\Delta)} - k(\xi) d\xi. \quad (6.3.14)$$

Воспользуемся обобщенной теоремой Планшереля и перепишем (6.3.14) в виде

$$Ag(x) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(x + k\Delta) \int_{-\infty}^{\infty} K(\omega) \Phi(-\omega) d\omega, \quad (6.3.15)$$

где $\Phi(\omega)$ — преобразование Фурье функции $\frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(\xi + k\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(\xi + k\Delta)}$:

$$\begin{aligned} \Phi(-\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(\xi + k\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(\xi + k\Delta)} e^{-i\omega\xi} d\xi = \frac{\pi}{\Delta} e^{i\omega k\Delta} \left[\operatorname{sign}\left(\frac{\pi}{\Delta} + \omega\right) + \right. \\ \left. + \operatorname{sign}\left(\frac{\pi}{\Delta} - \omega\right) \right] = \begin{cases} \Delta e^{i\omega k\Delta} & \text{при } |\omega| \leq \frac{\pi}{\Delta} \\ 0 & \text{при } |\omega| > \frac{\pi}{\Delta} \end{cases}. \end{aligned} \quad (6.3.16)$$

Окончательно, подставив (6.3.16) в (6.3.15), найдем для $Ag(x)$:

$$Ag(x) = \frac{\Delta}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(x + k\Delta) \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} K(\omega) e^{i\omega k\Delta} d\omega. \quad (6.3.17)$$

Сравнивая (6.3.1), (6.3.2), (6.3.12) и (6.3.17), получим:

$$\tilde{A}f(x) = Ag(x). \quad (6.3.18)$$

Таким образом, минимизация функционала (6.3.3) при выполнении (6.3.6) и (6.3.7) приводит к известной формуле Ренбоу.

Мы установили, что формула (6.3.2) абсолютно точна для функций с ограниченным спектром.

Рассмотрим ошибку, которую дает формула (6.3.2) при вычислении преобразования (6.3.1) от произвольной функции, т. е. от функции с неограниченным спектром. На основании (6.3.18) можно записать

$$\|Af - \tilde{A}f\|^2 = \|A(f - g)\|^2, \quad (6.3.19)$$

где $f(x)$ — функция с неограниченным спектром ($f \in L_1 \cap L_2$), $g(x)$ — функция с ограниченным спектром, отсчеты которой в точках, кратных Δ , совпадают с отсчетами функции $f(x)$.

Применим к (6.3.19) неравенство Коши — Буняковского [255]:

$$\|Af - \tilde{A}f\|^2 = \|A(f - g)\|^2 \leq \|A\|_{L_2}^2 \cdot \|f - g\|^2, \quad (6.3.20)$$

где $\|A\|$ — норма оператора A :

$$\|A\|_{L_2} = \sup_{\|x\| \leq 1} \|Ax\|_{L_2}. \quad (6.3.21)$$

Свойства операторов трансформаций потенциальных полей подробно исследовались в работах О. А. Соловьева [201, 202, 203], некоторые из них рассмотрены в фундаментальной работе Н. Данфорда и Д. Т. Шварца [92], поэтому на оценках $\|A\|$ мы останавливаться не будем.

Величина $\|f - g\|$ есть не что иное, как ошибка интерполирования функции с неограниченным спектром рядом Котельникова; оценка этой ошибки дается неравенством (6.1.4).

Сразу отметим, что если оператор A ограничен по норме сверху, то, согласно (6.1.4), ошибка формулы (6.3.2) может быть сделана сколько угодно малой за счет уменьшения шага съёмки Δ .

Приведем некоторые оценки величины $\|Af - \tilde{A}f\|^2$. Так, используя равенство Парсеваля, получим:

$$\|Af - \tilde{A}f\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |K(\omega) [F(\omega) - G(\omega)]|^2 d\omega, \quad (6.3.22)$$

где $G(\omega)$ — преобразование Фурье функции $g(x)$. Очевидно, минималь-

ное значение интеграла в правой части (6.3.22) достигается, если

$$F(\omega) \equiv G(\omega) \text{ при } |\omega| < \alpha = \frac{\pi}{\Delta}. \quad (6.3.23)$$

Это минимальное значение (обозначим его через $r^2(\alpha)$) будет равно:

$$r^2(\alpha) = \int_{-\infty}^{-\alpha} |K(\omega) F(\omega)|^2 d\omega + \int_{\alpha}^{\infty} |K(\omega) F(\omega)|^2 d\omega. \quad (6.3.24)$$

Максимальное значение ошибки можно получить аналогично (6.1.4):

$$\|Af - \tilde{A}f\|^2 \leq [3 + Q(r)] r^2(\alpha), \quad (6.3.25)$$

где $Q(r)$ определяется как

$$Q(r) = \frac{4}{r(\alpha)} \sum_{m=1}^8 r[(2m+1)\alpha]. \quad (6.3.26)$$

Окончательно для ошибки приближенной формулы (6.3.2) будем иметь:

$$r^2(\alpha) \leq \|Af - \tilde{A}f\|^2 \leq [3 + Q(r)] r^2(\alpha), \quad (6.3.27)$$

где $r(\alpha)$ и $Q(r)$ определяются из (6.3.24) и (6.3.26) соответственно.

Для оценок (6.3.20) и (6.3.27) необходимо знать либо преобразование Фурье трансформируемого поля, либо некоторую мажоранту этого преобразования. Воспользуемся следующей оценкой для преобразования Фурье $F(\omega)$ потенциального поля $f(x)$ [212]:

$$|F(\omega)| \leq \|f\|_{L_1} e^{-|\omega|H}, \quad (6.3.28)$$

где H — глубина до верхней особенности поля $f(x)$. Подставляя (6.3.28) в (6.1.5), получим:

$$\rho^2(\alpha) \leq \frac{\|f\|_{L_1}^2}{H} e^{-2\alpha H} \quad (6.3.29)$$

и для $Q(\rho)$ на основании (6.1.6):

$$Q(\rho) \leq 4e^{\alpha H} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-H[(2m+1)\alpha]} = 4 \left[\sum_{m=0}^{\infty} e^{-2m\alpha H} - 1 \right] = 4 \frac{e^{-2\alpha H}}{1 - e^{-2\alpha H}}. \quad (6.3.30)$$

Так как шаг съемки Δ выбирается всегда в несколько раз меньшим, чем глубина H до верхней особенности потенциала ($\Delta < \frac{H}{k}$, где k — некоторое целое число), то $\alpha > \frac{k\pi}{H}$ и из (6.3.30) следует, что всегда

$$Q(\rho) \ll 1. \quad (6.3.31)$$

Окончательно на основании (6.3.20), (6.1.4), (6.3.29) и (6.3.31) получим:

$$\|Af - \tilde{A}f\|^2 \leq 3 \|A\|^2 \frac{\|f\|_{L_1}^2}{H} e^{-2\alpha H}. \quad (6.3.32)$$

Естественно, что оценка (6.3.32) применима только в том случае, когда для преобразования Фурье наблюдаемого поля имеет место оценка (6.3.28).

Нетрудно получить и оценки, аналогичные (6.3.27), т. е. такие, в которых не используется величина нормы применяемого оператора. Для этого следует вместе с (6.3.28) подставить в (6.3.24) и (6.3.26) преобразование Фурье $K(\omega)$ ядра оператора, аналитическое выражение которого обычно известно.

Отметим, что оценки (6.3.22), (6.3.27) и (6.3.32) удобны тем, что в них не используются значения производных высокого порядка, как,

например, в формулах Гаусса и Ньютона — Котеса, а используются величины, которые могут быть легко рассчитаны по значениям наблюдаемого поля либо оценены на основании геологических данных.

На практике мы всегда имеем дело с полями, которые измерены дискретно и на конечном интервале, причем интервал измерения поля часто оказывается довольно-таки небольшим по своим размерам. В связи с этим рассмотрим вычисление интегралов типа свертки при наличии только конечного числа точек задания поля и ошибки, которые при этом возникают.

Преобразование (6.3.1) будем вычислять по усеченной формуле (6.3.2):

$$\tilde{A}^{(n)} f(x) = \sum_{k=-n}^n c_k f(x + k\Delta), \quad (6.3.33)$$

где коэффициенты c_k те же, что и в формуле (6.3.2). Для формулы (6.3.33), как нетрудно видеть, имеет место оценка

$$|\tilde{A} f(0) - \tilde{A}^{(n)} f(0)| \leq \int_{-n\Delta}^{n\Delta} \delta_n(\xi) k(\xi) d\xi, \quad (6.3.34)$$

где $\delta_n(\xi)$ описывается равенством (6.1.3). Что касается величины $\|A f(x) - \tilde{A}^{(n)} f(x)\|^2$, то для того, чтобы оценить ее, поступим следующим образом.

Будем считать, что функция $f(x)$ при $|x| > n\Delta$ тождественно равна нулю, т. е.

$$f(x) \equiv 0 \text{ при } |x| > n\Delta. \quad (6.3.35)$$

Спектр такой функции всегда имеет неограниченную протяженность, причем при больших значениях частоты ω убывает пропорционально величине $\frac{1}{\omega}$, т. е.

$$|F(\omega)| \simeq \frac{1}{|\omega|}. \quad (6.3.36)$$

Ошибку восстановления этой функции рядом (6.1.1) можно найти, воспользовавшись соотношениями (6.1.4), (6.1.5) и (6.1.6). Так, для $\rho(\alpha)$ будем иметь

$$\rho^2(\alpha) \simeq 2 \int_{\alpha}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega^2} = \frac{2}{\alpha}, \quad (6.3.37)$$

где $\alpha = \frac{\pi}{\Delta}$, а для $Q(\rho)$

$$Q(\rho) \simeq 4 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2m+1}}. \quad (6.3.38)$$

Ряд (6.3.38) расходится и указать поэтому верхний предел ошибки восстановления функции $f(x)$ вида (6.3.35) невозможно. В соответствии с этим для таких функций невозможен и способ оценок вычисления трансформаций полей вида (6.3.20). Нижний предел ошибки восстановления будет, согласно (6.3.37), прямо пропорционален шагу измерения функции.

Рассмотрим теперь оценку (6.3.25). Для величины $r(\alpha)$, входящей в оценку (6.3.25), согласно (6.3.24) и (6.3.36), запишем:

$$r^2(\alpha) \simeq 2 \int_{\alpha}^{\infty} |K(\omega)|^2 \frac{d\omega}{\omega^2} \quad (6.3.39)$$

(для простоты будем считать, что преобразование Фурье ядра преобра-

зования (6.3.1) либо чисто вещественная, либо чисто мнимая функция частоты). Что же касается величины $Q(r)$:

$$Q(r) = \frac{4}{r(\alpha)} \sum_{m=1}^{\infty} r[(2m+1)\alpha], \quad (6.3.40)$$

то ряд (6.3.40) сходится, если спектр ядра преобразования (6.3.1) убывает как

$\omega^{-\left(\frac{1}{2} + \delta\right)}$, т. е. если

$$|K(\omega)| \leq |\omega|^{-\left(\frac{1}{2} + \delta\right)}, \quad (6.3.41)$$

где $\delta > 0$. Если выполняется условие (6.3.41), то можно воспользоваться оценкой (6.3.25) и указать верхний предел ошибки формулы (6.3.33); если оператор вида (6.3.1) ограничен по норме снизу, то, согласно (6.3.20) и (6.1.4), можно воспользоваться (6.3.37) и дать оценку снизу.

Вообще говоря, используя формулу (6.3.33) для вычисления интегралов типа свертки, мы пренебрегаем в спектре трансформируемого поля частотами и выше $\frac{\pi}{\Delta}$, и ниже $\frac{\pi}{n\Delta}$. Будем определять коэффициенты c_k формулы (6.3.33) в предположении, что спектр трансформируемого поля удовлетворяет условиям (6.3.6) и (6.3.7) и, кроме того,

$$|F(\omega)| \equiv 0 \text{ при } |\omega| < \frac{\pi}{n\Delta}. \quad (6.3.42)$$

Минимизация функционала $\|Af - \tilde{A}^{(n)}f\|^2$ в таком случае приводит к следующей системе линейных уравнений относительно c_k :

$$2 \sum_{k=-n}^n c_k \int_{\frac{\pi}{n\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} \cos \omega(k-m)\Delta d\omega = \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{-\frac{\pi}{n\Delta}} [A(\omega) \cos \omega m\Delta - B(\omega) \sin \omega m\Delta] d\omega \times \\ \times \int_{\frac{\pi}{n\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} [A(\omega) \cos \omega m\Delta - B(\omega) \sin \omega m\Delta] d\omega, \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n. \quad (6.3.43)$$

Существенным недостатком формул вида (6.3.33) с коэффициентами, определяемыми из (6.3.43), является то, что каждый раз при изменении длины палетки (изменении n) приходится снова определять коэффициенты. Поэтому целесообразно, по-видимому, использовать формулу (6.3.33) с коэффициентами, удовлетворяющими системе уравнений (6.3.43) только при вычислении тех трансформаций, спектр ядра которых имеет особенность при $\omega = 0$ (например, при пересчете вертикальной составляющей напряженности магнитного поля Z в магнитный потенциал U).

Отметим два способа повышения точности вычисления интегралов типа свертки. Первый состоит в том, что коэффициенты формулы (6.3.2) определены в предположении, что преобразование Фурье $F(\omega)$ трансформируемой функции $f(x)$ удовлетворяет условиям (6.3.6) и (6.3.7). Условие (6.3.7) вынуждены сохранить, так как, задавая функцию $f(x)$ с шагом Δ , мы тем самым пренебрегаем в ее спектре частотами, большими $\frac{\pi}{\Delta}$. Что же касается условия (6.3.6), то его выполнение вовсе не обязательно. Очевидно, что если при определении коэффициентов c_k учитывать действительные значения спектра трансформируемой функции, то ошибка приближенной формулы (6.3.2) только уменьшится.

Пусть на отрезке $\left[0, \frac{\pi}{\Delta}\right]$ известна функция $F(\omega)$, тогда коэффициенты c_k приближенной формулы (6.3.2), согласно (6.3.7) и (6.3.9), определяются из системы линейных уравнений:

$$\sum_{k=-n}^n c_k \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} |F(\omega)|^2 \cos \omega(k-m) \Delta d\omega = \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} |F(\omega)|^2 [A(\omega) \cos \omega m \Delta - B(\omega) \sin \omega m \Delta] d\omega, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n. \quad (6.3.44)$$

Вместо функции $|F(\omega)|$ можно использовать ее оценку (6.3.28). Тогда система линейных уравнений (6.3.44) запишется таким образом:

$$\sum_{k=-n}^n c_k \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} e^{-2|\omega|H} \cos \omega(k-m) \Delta d\omega = \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} e^{-2|\omega|H} [A(\omega) \cos \omega m \Delta - B(\omega) \sin \omega m \Delta] d\omega, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm n$$

или

$$\sum_{k=-n}^n \frac{c_k}{4H^2 + (k-m)^2 \Delta^2} \left[1 - e^{-2\pi H / \Delta} (-1)^{k-m} \right] = \frac{1}{2H} \times$$

$$\times \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} e^{-2|\omega|H} [A(\omega) \cos \omega m \Delta - B(\omega) \sin \omega m \Delta] \omega,$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n. \quad (6.3.45)$$

Для решения системы (6.3.45) необходимо определить глубину F до верхней особенности трансформируемого поля, что не всегда возможно, кроме того, для каждого H при пользовании формулами с коэффициентами из (6.3.45) необходимо всякий раз снова определять коэффициенты c_k , поэтому целесообразно использовать подобные формулы в тех случаях, когда необходима высокая точность вычислений (например, для аналитического продолжения поля в нижнее полупространство).

Другой прием состоит в применении интерполяционной формулы (6.1.20). Как мы уже выяснили, минимизация остатка в метрике L_2 приводит к тем же значениям для коэффициентов формулы (6.3.2), что и интерполирование исходного поля рядом Котельникова и его последующее интегрирование. Отсюда следует, что одним из путей повышения точности вычисления интегралов типа свертки является уменьшение ошибок интерполирования исходной функции по ее дискретно заданным значениям. Подставляя (6.1.20) в (6.3.1) и используя (6.3.18), найдем:

$$Af(0) \approx \int_{-n\Delta}^{n\Delta} P_m(\xi) k(\xi) d\xi + \sum_{k=1-n}^{n-1} c_k [f(k\Delta) - P_m(k\Delta)], \quad (6.3.46)$$

где коэффициенты c_k определяются равенством (6.3.5).

2°. Двойной интеграл типа свертки

$$Af(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) k(x - \xi, y - \eta) d\eta \quad (6.3.47)$$

будем приближать двойной суммой:

$$\tilde{A}f(x, y) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{k,l} f(x + k\Delta, y + l\Delta). \quad (6.3.48)$$

Как и прежде, будем считать, что $f, k \in L_1(-\infty, \infty; -\infty, \infty) \cap L_2(-\infty, \infty; -\infty, \infty)$.

Коэффициенты $c_{k,l}$ формулы (6.3.48) будем искать, минимизируя функционал

$$\|Af - \tilde{A}f\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) k(x - \xi, y - \eta) d\eta - \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{k,l} f(x + k\Delta, y + l\Delta) \right\}^2 dy, \quad (6.3.49)$$

который, используя равенство Парсеваля, теорему об интегральной свертке и теорему смещения для преобразования Фурье функций двух переменных [47], перепишем в виде:

$$\|Af - \tilde{A}f\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} |F(\lambda, \mu)|^2 \left| K(\lambda, \mu) - \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{k,l} e^{-i\Delta(k\lambda + l\mu)} \right|^2 d\mu, \quad (6.3.50)$$

где $F(\lambda, \mu)$ и $K(\lambda, \mu)$ — преобразования Фурье функций f и k соответственно.

Дифференцируя равенство (6.3.50) по $c_{m,p}$ и приравнявая производные нулю, получим систему линейных уравнений относительно коэффициентов $c_{k,i}$:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{k,i} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} |F(\lambda, \mu)|^2 \cos \Delta [(k-m)\lambda + (l-p)\mu] d\mu = \\ & = \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} |F(\lambda, \mu)|^2 [A(\lambda, \mu) \cos \Delta (m\lambda + p\mu) - B(\lambda, \mu) \sin \Delta (m\lambda + \\ & \quad + p\mu)] d\mu, \quad m, p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty, \end{aligned} \quad (6.3.51)$$

где обозначено:

$$K(\lambda, \mu) = A(\lambda, \mu) + iB(\lambda, \mu).$$

Пусть теперь преобразование Фурье $F(\lambda, \mu)$ функции $f(x, y)$ удовлетворяет условиям, аналогичным (6.3.6) и (6.3.7), т. е.

$$|F(\lambda, \mu)| = \text{const} > 0 \text{ при } \lambda, \mu \in \tau \quad (6.3.52)$$

и

$$|F(\lambda, \mu)| \equiv 0 \text{ при } \lambda, \mu \notin \tau, \quad (6.3.53)$$

где τ — квадрат: $|\lambda| \leq \frac{\pi}{\Delta}$ и $|\mu| \leq \frac{\pi}{\Delta}$.

Тогда для коэффициентов $c_{k,l}$ будем иметь:

$$c_{k,l} = \frac{\Delta^2}{4\pi^2} \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} d\lambda \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} [A(\lambda, \mu) \cos \Delta (k\lambda + l\mu) - B(\lambda, \mu) \sin \Delta (k\lambda + l\mu)] d\mu \quad (6.3.54)$$

или, учитывая очевидные равенства

$$\begin{aligned} & \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} d\lambda \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} A(\lambda, \mu) \sin \Delta (k\lambda + l\mu) d\mu = 0, \\ & \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} d\lambda \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} B(\lambda, \mu) \cos \Delta (k\lambda + l\mu) d\mu = 0, \end{aligned}$$

представим (6.3.54) в виде:

$$c_{k,l} = \frac{\Delta^2}{4\pi^2} \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} d\lambda \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} K(\lambda, \mu) e^{i\Delta(k\lambda+l\mu)}. \quad (6.3.55)$$

Таким образом, мы получили, что коэффициенты формулы (6.3.48) при выполнении (6.3.52) и (6.3.53) определяются как коэффициенты ряда Фурье функции $K(\lambda, \mu)$ в квадрате τ .

Не будем останавливаться на оценках ошибок формулы (6.3.48). Отметим только, что ошибка вычисления двойного интеграла типа свертки (6.3.47) по формуле (6.3.48), так же как и для функций одной переменной, будет описываться энергией высокочастотной части спектра трансформируемой функции. Что же касается повышения точности формулы (6.3.48), то очевидно, что все приемы, рассмотренные при вычислении интегралов типа свертки от функций одной переменной, могут быть использованы и при вычислении двойных интегралов типа свертки.

Рассмотрим способ вычисления двойных интегралов типа свертки по формулам, совпадающим по конструкции с формулами § 2 настоящей главы. Интегральный оператор (6.3.47) будем приближать следующим выражением:

$$\tilde{A}f(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \bar{f}_{\rho_k}(x, y), \quad (6.3.56)$$

где $\bar{f}_{\rho_k}(x, y)$ — среднее значение функции $f(x, y)$ на окружности радиуса ρ_k .

$$\bar{f}_{\rho_k}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x + \rho_k \cos \varphi, y + \rho_k \sin \varphi) d\varphi. \quad (6.3.57)$$

Коэффициенты c_k формулы (6.3.56) будем также искать из условия минимума функционала $\|Af - \tilde{A}f\|^2$, который в полярной системе координат $\lambda = \omega \cos \theta$, $\mu = \omega \sin \theta$ аналогично (6.3.50) запишется в виде

$$\|Af - \tilde{A}f\|^2 = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} |F(\omega, \theta)|^2 \cdot \left| K(\omega, \theta) - \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{\infty} c_k \int_0^{2\pi} e^{-i\omega\rho_k \cos(\theta-\varphi)} d\varphi \right|^2 \omega d\omega d\theta,$$

откуда

$$\|Af - \tilde{A}f\|^2 = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} |F(\omega, \theta)|^2 \cdot \left| K(\omega, \theta) - \sum_{k=0}^{\infty} c_k I_0(\omega\rho_k) \right|^2 \omega d\omega d\theta. \quad (6.3.58)$$

Пусть преобразования Фурье $F(\omega, \theta)$ и $K(\omega, \theta)$ функций $f(x, y)$ и $k(x, y)$ не зависят от переменной θ , тогда из (6.3.58) будем иметь:

$$\|Af - \tilde{A}f\|^2 = 2\pi \int_0^{\infty} F^2(\omega) \left[K(\omega) - \sum_{k=0}^{\infty} c_k I_0(\omega\rho_k) \right]^2 \omega d\omega, \quad (6.3.59)$$

где $F(\omega)$ и $k(\omega)$ — преобразования Ханкеля функций f и k :

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} f(\rho) I_0(\omega\rho) \rho d\rho.$$

Минимизация функционала (6.3.59) приводит к системе линейных уравнений относительно коэффициентов c_k

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_k \int_0^{\infty} F^2(\omega) I_0(\omega\rho_k) I_0(\omega\rho_m) \omega d\omega = \int_0^{\infty} F^2(\omega) K(\omega) I_0(\omega, \rho_m) \omega d\omega, \quad (6.3.60)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots, \infty.$$

Предположим, что выполняются условия:

$$F(\omega) = \begin{cases} \text{const} & \text{при } \omega \leq \frac{\pi}{\Delta} \\ 0 & \text{при } \omega > \frac{\pi}{\Delta} \end{cases} \quad (6.3.61)$$

Тогда система уравнений (6.3.60) примет следующий вид:

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_k \int_0^{\frac{\pi}{\Delta}} I_0(\omega \rho_k) I_0(\omega \rho_m) \omega d\omega = \int_0^{\frac{\pi}{\Delta}} K(\omega) I_0(\omega \rho_m) \omega d\omega, \quad (6.3.62)$$

$$m=0, 1, 2, \dots, \infty.$$

Для усеченной формулы вида (6.3.48)

$$\tilde{A}^{(n)} f(x, y) = \sum_{k=-n}^n \sum_{l=-n}^n c_{k,l} f(x+k\Delta, y+l\Delta) \quad (6.3.63)$$

в предположении, что преобразование Фурье трансформируемого поля удовлетворяет условиям (6.3.52), (6.3.53) и

$$|F(\lambda, \mu)| = 0 \text{ при } \lambda, \mu \in \tau_1, \quad (6.3.64)$$

где τ_1 — квадрат: $|\lambda| < \frac{\pi}{n\Delta}$ и $|\mu| \leq \frac{\pi}{n\Delta}$, будем иметь:

$$\sum_{k=-n}^n \sum_{l=-n}^n c_{k,l} \int_{\tau_1} \int_{\tau_1} \cos \Delta [(k-m)\lambda + (l-p)\mu] d\lambda d\mu = \int_{\tau_1} \int_{\tau_1} [A(\lambda, \mu) \cos \Delta \times$$

$$\times (m\lambda + p\mu) - B(\lambda, \mu) \sin \Delta (m\lambda + p\mu)] d\lambda d\mu, \quad (6.3.65)$$

$$m, p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n.$$

Аналогично для формулы

$$\tilde{A}^{(n)} f(x, y) = \sum_{k=0}^n c_k \bar{f}_{\rho_k}(x, y) \quad (6.3.66)$$

в предположении, что преобразование Фурье трансформируемого поля равно некоторой постоянной, большей нуля, в кольце $S_1: \frac{\pi}{n\Delta} \leq \sqrt{\lambda^2 + \mu^2} \leq \frac{\pi}{\Delta}$, а вне его тождественно равно нулю, для коэффициентов будем иметь систему линейных уравнений:

$$\sum_{k=0}^n c_k \int_{\frac{\pi}{n\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} I_0(\omega \rho_k) I_0(\omega \rho_m) \omega d\omega = \int_{\frac{\pi}{n\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} K(\omega) I_0(\omega \rho_m) \omega d\omega, \quad (6.3.67)$$

$$m=0, 1, 2, \dots, n.$$

Так же, как и формулу (6.3.33), формулы (6.3.63) и (6.3.66) с коэффициентами, определяемыми из (6.3.65) и (6.3.67), целесообразно использовать в случае, если преобразование Фурье ядра преобразования имеет особенность в точке $\lambda = \mu = 0$.

§ 6.4

Формулы для вычисления трансформаций гравитационных и магнитных полей

1°. Аналитическое продолжение поля в верхнее полупространство. Аналитическое продолжение потенциального поля в верхнее полупространство на высоту h в случае двумерного распределения возмущаю-

щих масс осуществляется, как известно, посредством интеграла Пуассона

$$A_h f(x) = \frac{h}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\xi) d\xi}{(x-\xi)^2 + h^2}. \quad (6.4.1)$$

Интеграл в правой части (6.4.1) сходится очень быстро, и его значение легко может быть найдено по известным формулам Гаусса либо Ньютона — Котеса. Оценить ошибки, возникающие при использовании формул этого типа, как уже отмечалось, довольно трудно, поэтому интеграл (6.4.1) будем вычислять как интеграл типа свертки. Преобразование Фурье ядра оператора (6.4.1) имеет вид

$$K(\omega) = e^{-|\omega| h} \quad (6.4.2)$$

и для коэффициентов формулы типа (6.3.2) при выполнении (6.3.6) и (6.3.7) из (6.3.5) определим

$$c_h = \frac{\Delta}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\Delta}} e^{-\omega h} \cos \omega k \Delta d\omega = \frac{h \Delta}{\pi (h^2 + k^2 \Delta^2)} \left(1 - e^{-\frac{h \pi}{\Delta} \cos k \pi} \right). \quad (6.4.3)$$

Коэффициенты c_h для пересчета поля на высоты $h = \frac{\Delta}{2}$ и $h = \Delta$ приведены в табл. 15.

Для формулы (6.3.2) с коэффициентами, определенными из равенства (6.4.3), согласно (6.3.20), получим оценку:

$$\|A_h f - \tilde{A}_h f\|^2 \leq \|A_h\|_{L_2}^2 \cdot \|f - g\|^2, \quad (6.4.4)$$

а так как [92, 202]

$$\|A_h\|_{L_2}^2 \leq 1, \quad (6.4.5)$$

то

$$\|A_h f - \tilde{A}_h f\|^2 \leq \|f - g\|^2, \quad (6.4.6)$$

где величина $\|f - g\|^2$ определяется из (6.1.4).

Если для преобразования Фурье трансформируемой функции имеет место оценка (6.3.28), то, согласно (6.3.32), можно записать:

$$\|A_h f - \tilde{A}_h f\|^2 \leq \frac{3 \|f\|_{L_1}}{H} e^{-2\alpha H}, \quad (6.4.7)$$

где $\alpha = \frac{\pi}{\Delta}$.

Оценки (6.4.6) и (6.4.7) получены с использованием оценки (6.4.5) для нормы оператора A_h , но оценка (6.4.5) не дает возможности оценить ошибку вычислений поля в верхней полуплоскости снизу, т. е. указать минимальную ошибку вычислений. Воспользуемся поэтому оценкой

Таблица 15

κ	c_κ		κ	c_κ	
	$h = \frac{\Delta}{2}$	$h = \Delta$		$h = \frac{\Delta}{2}$	$h = \Delta$
0	0,50428	0,304554	6	0,003478	0,008231
1	0,15379	0,166033	7	0,003903	0,006641
2	0,02966	0,060911	8	0,001962	0,004685
3	0,02078	0,033206	9	0,002366	0,004050
4	0,007782	0,017915	10	0,001258	0,003015
5	0,007614	0,012772			

(6.3.27). Согласно (6.3.24) и (6.4.2), минимальным значением будет величина

$$r^2(\alpha) = 2 \int_{\alpha}^{\infty} e^{-2\omega h} |F(\omega)|^2 d\omega, \quad (6.4.8)$$

а максимальным —

$$[3 + Q(r)] r^2(\alpha). \quad (6.4.9)$$

Если для преобразования Фурье трансформируемой функции применима оценка (6.3.28), то

$$r^2(\alpha) = \frac{\|f\|_{L_1}^2}{H+h} e^{-2\alpha(H+h)} \quad (6.4.10)$$

и

$$Q(r) = \frac{4e^{-2\alpha(H+h)}}{1 - e^{-2\alpha(H+h)}}. \quad (6.4.11)$$

А так как обычно $H+h > \Delta$, то без большой погрешности можно положить $Q(r) = 0$.

Окончательно, согласно (6.3.27), получим:

$$\frac{\|f\|_{L_1}^2}{H+h} e^{-2\alpha(H+h)} \leq \|A_h f - \tilde{A}_h f\| \leq 3 \frac{\|f\|_{L_1}^2}{H+h} e^{-2\alpha(H+h)}, \quad (6.4.12)$$

т. е. при выполнении (6.3.28) ошибка вычисления поля в верхней полуплоскости будет заключена между минимальным значением (6.4.10) и максимальным, которое превышает его в 3 раза, причем оценка (6.4.12) является более строгой, нежели оценка (6.4.7).

Рассмотрим теперь вычисление $A_h f(x)$, когда трансформируемая функция $f(x)$ задана на конечном промежутке, например, только при $-a \leq x \leq a$ ($a > 0$). Будем считать, что

$$f(x) \equiv 0 \text{ при } |x| > a.$$

В этом случае модуль преобразования Фурье функции $f(x)$ при больших значениях частоты ω будет убывать как $1/|\omega|$, т. е.

$$F(\omega) \approx \frac{1}{|\omega|},$$

и для величины $r(\alpha)$ получим следующее выражение:

$$r(\alpha) \approx 2 \int_{\alpha}^{\infty} \frac{e^{-2\omega h}}{\omega^2} d\omega. \quad (6.4.13)$$

Интегрируя его, найдем:

$$r(\alpha) \approx -4h \operatorname{Ei}(-2h\alpha) + 2 \frac{e^{-2h\alpha}}{\alpha}, \quad (6.4.14)$$

где $\operatorname{Ei}(x)$ — интегральная показательная функция

$$\operatorname{Ei}(x) = - \int_{-x}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt, \quad x < 0.$$

Что же касается оценки сверху, то в § 3 настоящей главы было показано, что ряд для величины $Q(r)$ сходится, если модуль преобразования Фурье ядра преобразования убывает быстрее, чем $\omega^{-\frac{1}{2}}$, т. е. если

$$|K(\omega)|^2 < \frac{1}{\omega}. \quad (6.4.15)$$

Подставим (6.4.2) в (6.4.15) и прологарифмируем:

$$-2\omega h \leq -\ln \omega; \quad (6.4.16)$$

неравенство (6.4.16) очевидно, и в силу этого, а также равенства (6.4.14) ошибка при пересчете поля вверх при наличии конечной реализации будет ограничена.

Для величины $|\tilde{A}_h f(x) - \tilde{A}^{(n)} f(x)|$, согласно (6.3.34), получим:

$$|\tilde{A}_h f(0) - A_h^{(n)} f(0)| \leq \frac{h}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\delta_n(\xi)}{\xi^2 + h^2} d\xi. \quad (6.4.17)$$

При трехмерном распределении возмущающих масс пересчет вверх осуществляется посредством двойного интеграла Пуассона

$$A_h f(x, y) = \frac{h}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\xi, \eta) d\eta}{[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + h^2]^{3/2}}; \quad (6.4.18)$$

преобразование Фурье ядра для этого преобразования имеет вид

$$K(\lambda, \mu) = e^{-h \sqrt{\lambda^2 + \mu^2}}, \quad (6.4.19)$$

для коэффициентов приближенной формулы (6.3.48), согласно (6.3.55) и (6.4.19), получим

$$c_{k,l} = \frac{\Delta^2}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{\Delta}} \cos k\lambda' \Delta d\lambda' \int_0^{\frac{\pi}{\Delta}} e^{-h \sqrt{\lambda'^2 + \mu'^2}} \cos l\mu' \Delta d\mu'. \quad (6.4.20)$$

Делая замену переменных $\lambda_1 \Delta = \lambda$ и $\mu_1 \Delta = \mu$ и обозначая $h = a\Delta$, выводим окончательную формулу для коэффициентов

$$c_{k,l} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi} \cos k\lambda d\lambda \int_0^{\pi} e^{-a \sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} \cos l\mu d\mu. \quad (6.4.21)$$

Коэффициенты, представленные в таком виде, вычислялись по способу Филона методом повторного интегрирования, отрезок интегрирования от 0 до π разбивался на 100 частей (таким образом, вся область интегрирования разбивалась на 10000 частей), причем коэффициент $c_{10,10}$, вычисленный при дроблении отрезка $[0, \pi]$ на 120 частей, отличался от того же коэффициента, вычисленного при дроблении отрезка $[0, \pi]$ на 100 частей, только в четвертом знаке после запятой. Коэффициенты для пересчета поля на высоту $h = \Delta$ приведены в табл. 16.

Таблица 16

10											54
9										74	63
8								107		88	73
7							160	129		104	88
6						254	197	155		122	97
5					436	324	244	184		142	110
4				841	581	412	294	217		162	124
3			1929	1194	770	506	351	247		182	138
2		5899	3029	1656	965	606	398	276		197	146
1		32597	10359	4615	1932	1232	608	687		240	127
0	137185	59650	12420	5903	1761	1529	474	619	171	316	71
$l \backslash k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Примечание. Результат вычислений по формуле (6.3.63) следует разделить на 1 000 000.

2°. Дифференцирование наблюдаемого поля. Коэффициенты c_k приближенной формулы (6.3.2) для вычисления производной

$$D_x f(x) = \frac{df(x)}{dx} \quad (6.4.22)$$

можно определить, воспользовавшись опять равенством (6.3.5) либо дифференцируя ряд Котельникова этой функции.

Преобразование Фурье ядра оператора дифференцирования, как известно, записывается в виде

$$K(\omega) = i\omega \quad (6.4.23)$$

(преобразование Фурье функции $f(x)$ нами было определено как

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{i\omega x} dx.$$

Подставляя (6.4.23) в (6.3.5), найдем:

$$c_k = \frac{\Delta}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\Delta}} \omega \sin \omega k \Delta d\omega,$$

откуда

$$\begin{aligned} c_0 &= 0, \\ c_k &= \frac{1}{k\Delta} \cos k\pi. \end{aligned} \quad (6.4.24)$$

Группируя в (6.3.2) члены с одинаковым k и учитывая, что $c_k = -c_{-k}$, получим приближенную формулу для вычисления производной $\frac{df(x)}{dx}$:

$$\tilde{D}_x f(x) = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} [f(x - k\Delta) - f(x + k\Delta)]. \quad (6.4.25)$$

Ряд (6.4.25) в общем случае расходится и поэтому указать оценку величины

$$\|D_x f - \tilde{D}_x f\|^2$$

для произвольной функции невозможно. Будем считать, что преобразование Фурье функции $f(x)$ удовлетворяет неравенству (6.3.28). Тогда для величины r^2 получим:

$$r^2 \simeq \frac{\|f\|_{L_1}^2}{H} e^{-2\alpha H} \left(\alpha^2 + \frac{\alpha}{H} + \frac{1}{2H^2} \right), \quad (6.4.26)$$

а для Q

$$Q \simeq \frac{4}{\sqrt{\alpha^2 + \frac{\alpha}{H} + \frac{1}{2H^2}}} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-2m\alpha H} \sqrt{(2m+1)^2 \alpha^2 + \frac{(2m+1)\alpha}{H} + \frac{1}{2H^2}}. \quad (6.4.27)$$

Ряд в правой части (6.4.27) сходится абсолютно, поэтому ошибка вычисления производной будет ограничена сверху и, если шаг измерения функции $f(x)$ выбран так, чтобы выполнялось

$$Q \leq 1,$$

то

$$\|D_x f - \tilde{D}_x f\|^2 \leq 4 \frac{\|f\|_{L_1}^2}{H} e^{-2\alpha H} \left(\alpha^2 + \frac{\alpha}{H} + \frac{1}{2H^2} \right). \quad (6.4.28)$$

3°. **Вычисление вертикального градиента.** Вертикальный градиент наблюдаемой функции $f(x)$ в случае двумерного распределения возмущающих масс вычисляется, как известно, по формуле

$$D_z f(x) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x-\xi) - f(x)}{(x-\xi)^2} d\xi. \quad (6.4.29)$$

Преобразование Фурье ядра преобразования имеет вид

$$K(\omega) = |\omega|. \quad (6.4.30)$$

Согласно (6.3.5), для коэффициентов приближенной формулы (6.3.2) в случае вычисления вертикального градиента будем иметь

$$c_k = \frac{\Delta}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\Delta}} \omega \cos \omega k \Delta d\omega, \quad (6.4.31)$$

откуда

$$c_0 = \frac{\pi}{2\Delta}; \quad c_k = \frac{1}{\pi k^2 \Delta} (\cos k\pi - 1). \quad (6.4.32)$$

Группируя члены в формуле (6.3.2) и учитывая, что

$$c_k = c_{-k},$$

получим окончательную формулу для вычисления вертикального градиента

$$\begin{aligned} \tilde{D}_z f(x) = \frac{1}{\Delta} \left\{ \frac{\pi}{2} f(x) - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} [f(x + (2k-1)\Delta) + \right. \\ \left. + f(x - (2k-1)\Delta)] \right\}. \end{aligned} \quad (6.4.33)$$

Рассмотрим ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2}.$$

Этот ряд сходится, и его сумма равна $\frac{\pi^2}{8} \cong 1,2337$, а сумма первых двух членов — приблизительно 1,1; отсюда ясно, что основной вклад в значение вертикального градиента вносят значения функции $f(x)$ в пяти точках: x , $x \pm \Delta$ и $x \pm 3\Delta$.

В том случае, если для преобразования Фурье функции $f(x)$ имеет место оценка (6.3.28), то для величины

$$\|D_z f - \tilde{D}_z f\|^2$$

справедлива оценка (6.4.28).

При трехмерном распределении масс вертикальный градиент вычисляется по формуле

$$D_z f(x, y) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x-\xi, y-\eta) - f(x, y)}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]^{3/2}} d\xi d\eta. \quad (6.4.34)$$

Преобразование Фурье ядра этого преобразования имеет вид:

$$K(\lambda, \mu) = \sqrt{\lambda^2 + \mu^2}, \quad (6.4.35)$$

и для коэффициентов приближенной формулы (6.3.48), согласно (6.3.55) и (6.4.35), будем иметь

$$c_{k,l} = \frac{\Delta^2}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{\Delta}} \cos k\lambda' \Delta d\lambda' \int_0^{\frac{\pi}{\Delta}} \sqrt{\lambda'^2 + \mu'^2} \cos l\mu' \Delta d\mu'. \quad (6.4.36)$$

Делая замену переменных $\lambda_1 \Delta = \lambda$ и $\mu_1 \Delta = \mu$, получим для коэффициентов $c_{k,l}$ выражение

$$c_{k,l} = \frac{1}{\Delta \pi^2} \int_0^{\pi} \cos k\lambda d\lambda \int_0^{\pi} \sqrt{\lambda^2 + \mu^2} \cos l\mu d\mu. \quad (6.4.37)$$

Значения коэффициентов для вычисления вертикального градиента приведены в табл. 17.

4°. **Вычисление градиентов на высоте и градиентов осредненного поля.** Как следует из формул (6.4.23) и (6.4.30), основной вклад в значения градиентов, вычисляемых по формулам (6.4.25) и (6.4.33), вносит высокочастотная составляющая наблюдаемого поля, которая обусловлена ошибками наблюдений и влиянием поверхностных неоднородностей. При этом, как было показано в настоящем параграфе, ошибки вычислений могут быть значительными.

Рассмотрим оператор $D_x A_h$; преобразование Фурье его ядра запишется так:

$$k(\omega) = -i\omega e^{-|\omega|h}, \quad (6.4.38)$$

для коэффициентов формулы (6.3.2) определяем:

$$c_k = \frac{\Delta}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\Delta}} \omega e^{-\omega h} \sin \omega k \Delta d\omega, \quad (6.4.39)$$

откуда

$$c_k = \frac{\Delta}{\pi(h^2 + k^2 \Delta^2)} \left\{ \frac{2hk\Delta}{h^2 + k^2 \Delta^2} \left[1 - e^{-\frac{h\pi}{\Delta}} \cos k\pi \right] - k\pi e^{-\frac{h\pi}{\Delta}} \cos k\pi \right\}. \quad (6.4.40)$$

Коэффициенты для вычисления производной на высотах $h = \frac{\Delta}{2}$ и $h = \Delta$ приведены в табл. 18.

Имеет место следующая оценка [202]:

$$\|D_x A_h\|^2 \leq \frac{1}{\pi h}, \quad (6.4.41)$$

Таблица 17

10												-0,006								
9												-0,008	-0,006							
8												-0,011	-0,009	-0,008						
7												-0,013	-0,010	-0,008						
6												-0,027	-0,017	-0,010	-0,010					
5												-0,047	-0,032	-0,026	-0,018	-0,015	-0,011			
4												-0,092	-0,058	-0,044	-0,029	-0,023	-0,016	-0,013		
3												-0,223	-0,119	-0,085	-0,049	-0,038	-0,023	-0,020	-0,012	
2												-0,768	-0,309	-0,194	-0,091	-0,070	-0,036	-0,032	-0,017	-0,017
1												-0,940	-0,727	-0,100	-0,202	-0,014	-0,087	-0,002	-0,046	0,005
0	240,394	-7,899	-43,381	5,094	-3,719	1,509	-1,251	-0,706	-0,618	-0,406	-0,367	0,263								
$l \backslash k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10									

Примечание. Результат вычислений по формуле (6.3.63) следует разделить на 100 Δ .

т. е. оператор дифференцирования на высоте ограничен по норме сверху, чего нельзя сказать об операторе дифференцирования на уровне наблюдений. Согласно (6.4.41) и (6.3.20), для ошибки формулы (6.3.2) с коэффициентами, определенными по формуле (6.4.40), получим такую оценку:

$$\|D_x A_h f - \tilde{D}_x A_h f\|^2 \leq \frac{1}{\pi h} \|f - g\|^2, \quad (6.4.42)$$

величина $\|f - g\|^2$ определяется из (6.1.4).

Аналогично (6.4.40) для вычисления вертикального градиента на высоте получаем:

$$c_k = \frac{\Delta}{\pi(h^2 + k^2\Delta^2)} \left\{ \frac{h^2 - k^2\Delta^2}{h^2 + k^2\Delta^2} \left[1 - e^{-\frac{\pi h}{\Delta}} \cos k\pi \right] - \frac{\pi h}{\Delta} e^{-\frac{\pi h}{\Delta}} \cos k\pi \right\}. \quad (6.4.43)$$

Коэффициенты для вычисления вертикального градиента на высотах $h = \frac{\Delta}{2}$ и $h = \Delta$ приведены в табл. 19.

Таблица 18

κ	c _κ	
	h = $\frac{\Delta}{2}$	h = Δ
0	0	0
1	0,41237	0,18764
2	0,06991	0,03144
3	0,08090	0,03289
4	0,04735	0,00174
5	0,04418	0,01322
6	0,03326	0,00434
7	0,03066	0,00791
8	0,02540	0,00416
9	0,02355	0,00563
10	0,02048	0,00368

Таблица 19

κ	c _κ	
	h = $\frac{\Delta}{2}$	h = Δ
0	0,59280	0,26134
1	-0,10140	0,02161
2	-0,076840	-0,01336
3	-0,02808	-0,02006
4	-0,02144	-0,01835
5	-0,01081	-0,01013
6	-0,00973	-0,00895
7	-0,00562	-0,00551
8	-0,00551	-0,00342
9	-0,00342	-0,00342
10	-0,00354	-0,00338

Примечание. Результат вычислений по формуле (6.3.2) следует разделить на Δ.

Минимальные ошибки при вычислении горизонтального и вертикального градиентов на высоте h , очевидно, равны между собой и, согласно (6.3.24) и (6.4.38), величина минимальной ошибки

$$r^2 \doteq 2 \int_{\alpha}^{\infty} \omega^2 e^{-2\omega h} |F(\omega)|^2 d\omega, \quad (6.4.44)$$

тогда как при вычислении градиентов на уровне наблюдений она равна:

$$r^2 = 2 \int_{\alpha}^{\infty} \omega^2 |F(\omega)|^2 d\omega. \quad (6.4.45)$$

Из сравнения (6.4.44) и (6.4.45) видно, что ошибки при вычислении градиентов на высоте будут значительно меньше, чем ошибки вычисления градиентов на уровне наблюдений, к тому же при вычислении градиентов на высоте резко ослабевает влияние высокочастотной составляющей наблюдаемого поля, которая, как правило, связана с ошибками наблюдений и поверхностными неоднородностями.

Если спектр наблюдаемого поля меняется при больших частотах как $1/\omega$ (конечный ряд наблюдений), то из (6.4.44) будем иметь

$$r^2 \simeq \frac{e^{-2\alpha h}}{h}, \quad (6.4.46)$$

для величины Q :

$$Q \approx 4 \frac{e^{-2\alpha h}}{1 - e^{-2\alpha h}}, \quad (6.4.47)$$

т. е. даже при наличии конечного ряда наблюдений ошибка вычисления градиентов на высоте невелика.

В случае трехмерного распределения масс для вычисления вертикального градиента на высоте h аналогично (6.4.21), (6.4.37) и (6.4.43) найдем коэффициенты $c_{h,l}$:

$$c_{h,l} = \frac{1}{\pi^2 \Delta} \int_0^\pi \cos k\lambda d\lambda \int_0^\pi \sqrt{\lambda^2 + \mu^2} e^{-a\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} \cos l\mu d\mu, \quad (6.4.48)$$

где $a = h/\Delta$, и для вычисления $D_x A_h f(x)$:

$$c_{h,l} = \frac{1}{\pi^2 \Delta} \int_0^\pi \lambda \sin k\lambda d\lambda \int_0^\pi e^{-a\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} \cos l\mu d\mu. \quad (6.4.49)$$

Коэффициенты $c_{h,l}$ для вычисления вертикального градиента на высоте $h = \Delta$ приведены в табл. 20, для вычисления $D_x A_h f(x)$ на высоте $h = \Delta$ — в табл. 21.

Таблица 20

10												-0,53
9												-0,73
8												-0,87
7												-1,04
6												-1,26
5												-1,49
4												-1,92
3												-2,41
2												-3,11
1												-4,06
0	2159,78	408,04	48,30	-38,36	-24,31	-13,41	-8,86	-5,49	-3,85	-2,58	-1,96	-1,38
												-1,09
												-1,19
												-1,34
												-1,44
												-1,94
												-3,56
l/k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Примечание. Результат вычислений по формуле (6.3.63) следует разделить на 10000 Δ .

Таблица 21

4	0	-0,00016	0,00095	0,00097	0,00125
3	0	0,00174	0,00213	0,00273	0,00173
2	0	0,00332	0,00745	0,00483	0,00386
1	0	0,03438	0,01407	0,01599	-0,00097
0	0	0,09677	0,00641	0,03932	-0,02059
l/k	0	1	2	3	4

Примечание. Результат вычисления по формуле (6.3.63) следует разделить на Δ .

Рассмотрим формулы для вычисления градиентов осредненного поля. Спектр ядра преобразования, осуществляемого при осреднении с радиусом R , преобразуется:

$$K(\omega) = \frac{\sin \omega R}{\omega R}, \quad (6.4.50)$$

для вычисления горизонтального градиента осредненного поля аналогично (6.4.39) и (6.4.40) определим коэффициенты формулы (6.3.2):

$$c_h = \frac{\Delta}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\Delta}} \omega \frac{\sin \omega R}{\omega R} \sin k\Delta d\omega = \frac{k\Delta^2 \sin \frac{\pi R}{\Delta} \cos k\pi}{\pi R (R^2 - k^2 \Delta^2)} \quad (6.4.51)$$

Если брать радиус осреднения R кратным шагу съёмки Δ , как это обычно и делается, то коэффициенты c_k , как следует из (6.4.51), обращаются в нуль. Чтобы этого не произошло, будем брать радиус осреднения R не кратным Δ , примем, например

$$R = n\Delta + \frac{\Delta}{2}.$$

Тогда из (6.4.51) находим

$$c_k = \frac{8k \sin \frac{\pi(2n+1)}{2} \cos k\pi}{\pi\Delta(2n+1)\{(2n+1)^2 - 4k^2\}}. \quad (6.4.52)$$

При вычислении вертикального градиента коэффициенты определяются выражением

$$c_k = \frac{\Delta}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\Delta}} \omega \frac{\sin \omega R}{\omega R} \cos \omega k \Delta d\omega \quad (6.4.53)$$

или

$$c_k = \frac{\Delta \left(1 - \cos \frac{\pi R}{\Delta} \cos k\pi \right)}{R^2 - k^2 \Delta^2}. \quad (6.4.54)$$

Минимальная ошибка при вычислении градиентов осредненного с радиусом R поля равна:

$$r^2 = 2 \int_{\alpha}^{\infty} \frac{\sin^2 \omega R}{R^2} |F(\omega)|^2 d\omega. \quad (6.4.55)$$

В случае трехмерной задачи преобразование Фурье ядра оператора осреднения в круге радиуса R описывается выражением

$$K(\lambda, \mu) = \frac{2I_1(R\sqrt{\lambda^2 + \mu^2})}{R\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}}, \quad (6.4.56)$$

и для коэффициентов формулы (6.3.48) получаем:

$$c_{k,l} = \frac{2}{\pi^2 R} \int_0^{\pi} \cos k\lambda d\lambda \int_0^{\pi} I_1\left(\frac{R}{\Delta}\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}\right) \cos l\mu d\mu \quad (6.4.57)$$

при вычислении вертикального градиента поля, осредненного с радиусом R , и

$$c_{k,l} = \frac{2}{\pi^2 R} \int_0^{\pi} \lambda \sin k\lambda d\lambda \int_0^{\pi} \frac{I_1\left(\frac{R}{\Delta}\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}\right)}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} \cos l\mu d\mu \quad (6.4.58)$$

при вычислении горизонтального градиента (в данном случае производной $\frac{df}{dx}$).

5°. **Вычисление магнитного потенциала: пересчет V_z в V_x .** Спектр ядра преобразования, осуществляемого при пересчете вертикальной составляющей Z в магнитный потенциал U , имеет вид.

$$K(\omega) = \frac{1}{|\omega|}. \quad (6.4.59)$$

Так как спектральная функция $K(\omega)$ обладает особенностью в нуле, магнитный потенциал вычислим по формуле (6.3.33) в предположении,

что спектр трансформируемого поля удовлетворяет условиям (6.3.6), (6.3.7) и (6.3.42). Тогда, согласно (6.3.43) и (6.4.59), для коэффициентов c_k формулы (6.3.33) получим систему уравнений:

$$\sum_{k=-n}^n c_k \int_{\frac{\pi}{n \cdot \Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} \cos \omega' (k - m) \Delta d\omega' = \int_{\frac{\pi}{n \cdot \Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} \frac{\cos \omega' m \Delta}{\omega'} d\omega', \quad (6.4.60)$$

$$m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n.$$

Делая замену переменной $\omega' \Delta = \omega$, перепишем (6.4.60) так:

$$\frac{1}{\Delta} \sum_{k=-n}^n c_k \int_{\frac{\pi}{n}}^{\pi} \cos (k - m) \omega d\omega = \int_{\frac{\pi}{n}}^{\pi} \frac{\cos m \omega}{\omega} d\omega, \quad (6.4.61)$$

$$m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n.$$

Вычисление левой части системы уравнений (6.4.61) не представляет труда; что касается правой, представим свободные члены в виде:

$$\int_{\frac{\pi}{n}}^{\pi} \frac{\cos m \omega}{\omega} d\omega = Ci(\pi) - Ci\left(\frac{\pi}{n}\right),$$

где $Ci(x)$ — интегральный косинус:

$$Ci(x) = - \int_x^{\infty} \frac{\cos x}{x} dx$$

при $x > 0$. Представим интегральный косинус в виде ряда. Тогда

$$\int_{\frac{\pi}{n}}^{\pi} \frac{\cos m \omega}{\omega} d\omega = \ln n + \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{1^{\rho}}{2\rho} \left[\frac{2\rho}{\prod_{s=1}^{\rho} (m-1) \pi} - \frac{2\rho}{\prod_{s=1}^{\rho} m \pi} \right].$$

При вычислениях бралось 48 членов ряда, что обеспечивало точность определения свободного члена при $m=10$ в 10^{-10} , причем при $m=0$ свободный член, как легко видеть, равен $\ln n$. Система линейных уравнений решалась методом Зейделя с точностью 0,00001. Значения коэффициентов c_k , определенных из системы линейных уравнений (6.4.61) при $n=10$, приведены в табл. 22.

В общем случае ошибка вычисления магнитного потенциала по формуле (6.3.33) с коэффициентами, определенными из (6.4.61), не ограничена, причем обусловлена в основном влиянием низкочастотной составляющей магнитного поля, и особенно постоянной составляющей. Что же касается ошибки из-за влияния высокочастотной составляющей, то она невелика. Так, даже если для спектра трансформируемого поля использовать оценку (6.3.36), то

$$r^2 = 2 \int_{\alpha}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega^3} = \frac{2}{3\alpha^2} \quad (6.4.62)$$

$$Q \leq 4 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^{3/2}} < 8. \quad (6.4.63)$$

В случае трехмерной задачи пересчет Z в U может быть осуществлен по формуле (6.3.63). Коэф-

Таблица 22

k	c_k
0	0,814372
1	1,620463
2	1,354023
3	1,140907
4	1,208957
5	1,021082
6	0,855507
7	0,091067
8	0,486734
9	0,285619
10	0,129993

коэффициенты формулы (6.3.63) определяются в предположении, что спектр трансформируемого поля удовлетворяет условиям (6.3.52), (6.3.53) и (6.3.64). Двумерное преобразование Фурье ядра оператора пересчета Z в U имеет вид

$$K(\lambda, \mu) = \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} \quad (6.4.64)$$

Подставляя (6.4.64) в (6.3.65), получим систему линейных уравнений относительно коэффициентов $C_{k,l}$:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta^2} \sum_{k=-n}^n \sum_{l=-n}^n C_{k,l} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{n}} d\lambda \int_{\frac{\pi}{n}}^{\pi} \cos[(k-m)\lambda + (l-p)\mu] d\mu + \right. \\ & \left. + \int_{\frac{\pi}{n}}^{\pi} d\lambda \int_0^{\pi} \cos[(k-m)\lambda + (l-p)\mu] d\mu \right\} = \int_0^{\frac{\pi}{n}} d\lambda \int_{\frac{\pi}{n}}^{\pi} \frac{\cos(m\lambda + p\mu)}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} d\mu + \\ & + \int_{\frac{\pi}{n}}^{\pi} d\lambda \int_0^{\pi} \frac{\cos(m\lambda + p\mu)}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} d\mu, \quad m, p = 0 \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n. \quad (6.4.65) \end{aligned}$$

Для определения коэффициентов $C_{k,l}$ необходимо решить систему из $\frac{(n+2)(n+1)}{2}$ уравнений; так, при $n=4$ потребовалось решать систему из 15 уравнений: система линейных уравнений решалась методом простой итерации с точностью 0,00001. Значения коэффициентов $C_{k,l}$ для вычисления потенциала приведены в табл. 23.

Таблица 25

4					0,017160
3				-0,010321	-0,011025
2			-0,039667	-0,025298	-0,023048
1		0,651521	0,234954	0,089900	-0,014111
0	1,349011	0,478278	0,278479	0,153133	0,037216
$k \backslash l$	0	1	2	3	4

При пересчете вертикальной производной гравитационного потенциала V_z в производную V_x спектр ядра преобразования имеет вид

$$K(\omega) = -\frac{i\omega}{|\omega|}, \quad (6.4.66)$$

и для коэффициентов формулы (6.3.2) из (6.3.5) и (6.4.66) следует

$$c_k = \frac{2}{k\pi} \sin^2 k \frac{\pi}{2}. \quad (6.4.67)$$

Очевидно, что ошибка пересчета вертикального градиента в горизонтальный равна ошибке восстановления функции по ее дискретно измеренным значениям.

В случае трехмерной задачи спектр ядра записывается таким образом:

$$K(\lambda, \mu) = -\frac{i\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}}, \quad (6.4.68)$$

откуда для коэффициентов формулы (6.3.48) получается выражение

$$C_{k,l} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\pi \int_0^\pi \frac{\lambda \sin k\lambda \cos l\mu d\lambda d\mu}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}}. \quad (6.4.69)$$

6°. **Аналитическое продолжение поля в нижнее полупространство.** Преобразование Фурье ядра оператора аналитического продолжения поля в нижнее полупространство определяется выражением

$$K(\omega) = e^{|\omega|h} \quad (6.4.70)$$

и, согласно (6.3.5) и (6.4.70), для коэффициентов c_k формулы (6.3.2) получим

$$C_k = \frac{a}{\pi(a^2 + k^2)} (e^{a\pi} - 1), \quad (6.4.71)$$

где

$$a = \frac{h}{\Delta}.$$

Минимальная ошибка вычисления поля в нижней полуплоскости равна

$$r^2 = 2 \int_0^\infty e^{2\omega h} |F(\omega)|^2 d\omega. \quad (6.4.72)$$

Пусть теперь для трансформируемой функции $f(x)$ имеет место оценка (6.3.28), тогда для r^2 получим

$$r^2 \leq 2 \|f\|_{L_1}^2 \int_0^\infty e^{-2\omega(H-h)} d\omega, \quad (6.4.73)$$

откуда

$$r^2 \leq \frac{\|f\|_{L_1}^2}{H-h} e^{-2\alpha(H-h)}. \quad (6.4.74)$$

Значение Q определим из (6.3.26) и (6.4.74), приняв $H > h$:

$$Q \leq \frac{4e^{-2\alpha(H-h)}}{1 - e^{-2\alpha(H-h)}}. \quad (6.4.75)$$

Окончательно для величины $\|A_h^{-1}f - \tilde{A}_h^{-1}f\|^2$ (здесь A_h^{-1} — оператор пересчета поля вниз на глубину h) получим оценку:

$$\|A_h^{-1}f - \tilde{A}_h^{-1}f\|^2 \leq \frac{3 + e^{-2\alpha(H-h)}}{1 - e^{-2\alpha(H-h)}} \frac{\|f\|_{L_1}^2}{H-h} e^{-2\alpha(H-h)} \quad (6.4.76)$$

или, обозначив $H-h = a\Delta$:

$$\|A_h^{-1}f - \tilde{A}_h^{-1}f\|^2 \leq \frac{\|f\|_{L_1}^2}{a\Delta} \frac{3 + e^{-2\pi a}}{1 - e^{-2\pi a}} e^{-2\pi a}. \quad (6.4.77)$$

Из неравенства (6.4.77) видно, что при уменьшении α (т. е. при приближении h к H или увеличении Δ , когда $h = \text{const}$) ошибка растет очень быстро. Так, пусть поле (гравитационное или магнитное) от кристаллического фундамента, находящегося на средней глубине $H = 2$ км, измерено с шагом $\Delta = 1$ км. Тогда относительная среднеквадратическая ошибка аналитического продолжения на глубину $h = 1500$ м составит 12%, а при глубине пересчета $h = 1700$ м — уже 140% (предполагается, что поле измерено абсолютно точно и помехи отсутствуют). В этом же примере для пересчета поля на глубину $h = 1950$ м с относительной среднеквадратической ошибкой, не превышающей 10%, необходимо измерить поле с шагом не более 50 м.

Таким образом, из неравенства (6.4.77) следует, что пересчет поля в нижнее полупространство осуществляется с хорошей точностью до глубины пересчета:

$$h \leq H - \Delta;$$

при дальнейшем приближении к особенности поля ошибки пересчета резко возрастают. Ошибка определения координат особенностей методом аналитического продолжения поля в нижнее полупространство также будет, по-видимому, порядка Δ , т. е. для более уверенного решения обратной задачи необходимо использовать съемки с малым шагом измерения.

§ 6.5

Алгоритмы совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий

1°. **Интерпретация изолированных аномалий.** При интерпретации изолированных аномалий методом совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий определяются такие характеристики аномального тела, как отношение $I/f\sigma$ и угол намагничивания. При двумерном распределении аномальных масс отношение $I/f\sigma$ и угол намагничивания могут быть определены из равенств (5.2.26) и (5.2.27):

$$\frac{I}{f\sigma} = \frac{\|U\|}{\|V_{zz}\|} \quad (6.5.1)$$

и

$$\cos \varphi = \frac{(U, V_z)}{\|U\| \cdot \|V_z\|}, \quad (6.5.2)$$

либо из равенств (5.2.29) и (5.2.30):

$$\frac{I}{f\sigma} = \frac{\|Z\|}{\|V_{zz}\|} \quad (6.5.3)$$

и

$$\cos \varphi = \frac{(Z, V_{zz})}{\|Z\| \cdot \|V_{zz}\|}. \quad (6.5.4)$$

Равенства (6.5.3) и (6.5.4) были получены ранее В. Н. Страховым [213] и О. А. Соловьевым [205, 202].

Для вычисления отношения $I/f\sigma$ и угла намагничивания φ по формулам (6.5.1) и (6.5.2) требуется наблюдаемую вертикальную составляющую Z напряженности магнитного поля пересчитать в магнитный потенциал U . Эта операция, как уже отмечалось, связана с большими ошибками, вызванными в основном влиянием низкочастотной составляющей наблюдаемого магнитного поля и, как следует из равенств (6.4.59) и (6.4.61), неограниченным влиянием постоянной составляющей поля, учесть которые, имея небольшие по своим размерам реализации полей, не всегда возможно. Поэтому вычисленные величины $\|U\|$ и (U, V_z) , входящие в формулы (6.5.1) и (6.5.2), могут оказаться в значительной степени искаженными. Точно так же и величина $\|V_z\|$ вычисляется по ограниченной реализации гравитационного поля, со значительной ошибкой. Будем поэтому пользоваться формулами (6.5.3) и (6.5.4). Наблюдаемое магнитное поле Z , как известно, в своем спектре содержит значительно меньше низких частот, чем потенциал U ; что касается гравитационного поля V_z , то при пересчете V_z в V_{zz} низкочастотная составляющая, как это следует из (6.4.30), в значительной степени подавляется, а постоянная составляющая исключается вовсе. Высокочастот-

ные составляющие наблюдаемого магнитного поля и трансформированного в V_{zz} гравитационного поля, связанные с ошибками наблюдений и поверхностными неоднородностями, заметно не влияют на результат вычисления $\|Z\|$, $\|V_{zz}\|$ и (Z, V_{zz}) по формулам (5.2.1) и (5.2.2). Чтобы еще больше снизить влияние ошибок исходных данных и вычислений на значения I/σ и φ , магнитное поле следует пересчитать на некоторую высоту или осреднить с некоторым радиусом, а вертикальный градиент гравитационного поля вычислить на той же высоте или вычислить градиент для гравитационного поля, осредненного с тем же радиусом, что и магнитное. В этом случае ошибка вычисления вертикального градиента будет небольшой. Аналогичные рассуждения справедливы и в случае использования следующих формул:

$$\frac{I}{f\sigma} = \frac{\|Z\|}{\|V_{zx}\|} \quad (6.5.5)$$

и

$$\sin \varphi = \frac{(Z, V_{zx})}{\|Z\| \cdot \|V_{zx}\|} \quad (6.5.6)$$

Формулы для вычисления градиентов V_{zz} и V_{zx} , для пересчета поля в верхнее полупространство, а также для вычисления градиентов на высоте и градиентов осредненного поля и ошибки этих формул подробно рассмотрены в предыдущем параграфе.

В соотношениях (6.5.3), (6.5.4), (6.5.5) и (6.5.6) используются нормы и скалярные произведения функций в пространстве $L_2(-\infty, \infty)$; на практике же мы имеем дело с полями, заданными дискретно и на конечном интервале. Очевидно, что это вносит дополнительные ошибки в вычисленные значения I/σ и φ . Какова величина их, рассмотрим на следующем примере.

Пусть гравитационная и магнитная аномалии порождаются точечным источником, находящимся на глубине $h=1$ с плотностью $f\sigma=2$, с интенсивностью намагниченности $I=5$ и намагниченным под углом 30° от вертикали. Поля Z , V_{zz} и V_{zx} заданы в промежутке $[-2, 2]$ с шагом 0,1. Величины $\|Z\|$, $\|V_{zz}\|$, $\|V_{zx}\|$ и (Z, V_{zz}) вычислялись в пространстве $L_2(-2, 2)$; интегралы определялись методом Симпсона. В этом случае отношение $I/f\sigma$ рассчитывалось по формуле (6.5.3) с ошибкой 2,4%, по формуле (6.5.5) с ошибкой 1,1% и угол φ по формуле (6.5.4) с ошибкой 6,1%, причем все вычисленные значения оказались завышенными.

В этом же примере при шаге задания полей 0,01 ошибка определения $I/f\sigma$ по формуле (6.5.3) составила также 2,4%, а ошибка определения угла φ по формуле (6.5.4) — 5%; и опять вычисленные значения оказались завышенными.

Как видно из приведенного примера, и отношение I/σ , и угол намагниченности могут быть определены с большей точностью по коротким реализациям полей (в данном случае поля были заданы в интервале от $-2h$ до $2h$) и с довольно-таки большим шагом (0,1 h), причем дальнейшее сгущение сети задания исходных данных даже в 10 раз почти не улучшает точности определений I/σ и φ .

В этом же примере магнитное и гравитационное (Δg) поля были заданы с шагом 0,1 и с ошибкой, распределенной равномерно в интервале $(-0,05 M, 0,05 M)$, где M — максимальное значение поля, затем магнитное поле было пересчитано на высоту 0,1, а для гравитационного поля был вычислен вертикальный градиент на высоте 0,1. Вычисления проводились по формулам предыдущего параграфа при $n=10$.

Ошибка определения $I/f\sigma$ в этом случае составила 4,2%, а ошибка определения угла — 13,8%. Очевидно, что при увеличении высоты пересчета ошибки уменьшаются.

В случае трехмерного распределения возмущающих масс решение системы уравнений (5.2.65), (5.2.66) и (5.2.67) приводит к следующим выражениям для $I/f\sigma$, φ и θ :

$$\frac{I}{f\sigma} = \sqrt{\frac{\|Z\|^2 \cdot \|V_{zz}\|^4 \cdot \|V_{zx}\|^4 + \|V_{zz}\|^6 \cdot (Z, V_{zx})^2 - \|V_{zx}\|^6 \cdot (Z, V_{zz})^2 - 2\|V_{zz}\|^4 \cdot \|V_{zx}\|^2 (Z, V_{zx})^2}{\|V_{zz}\|^4 \cdot \|V_{zx}\|^4 \cdot (\|V_{zz}\|^2 - \|V_{zx}\|^2)}} \quad (6.5.7)$$

$$\cos \varphi = \frac{f\sigma (Z, V_{zz})}{I \|V_{zz}\|^2} \quad (6.5.8)$$

и

$$\cos \theta = \frac{\|V_{zz}\|^2 \cdot (Z, V_{zx})}{\|V_{zz}\|^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{I}{f\sigma}\right)^2 \cdot \|V_{zz}\|^4 - (Z, V_{zz})^2}} \quad (6.5.9)$$

При интерпретации результатов вариометрических съемок, когда измерены Z , V_{zx} и V_{zy} , $I/f\sigma$, φ и θ определяются решением системы уравнений (5.2.68), (5.2.69) и (5.2.70).

Для тел, симметричных относительно вертикальной оси, т. е. когда $\|V_{zx}\|^2 = \|V_{zy}\|^2 = \frac{1}{2} \|V_{zz}\|^2$, уравнение (5.2.65) принимает вид:

$$\|Z\|^2 = \left(\frac{I}{f\sigma}\right)^2 \cdot \|V_{zz}\|^2 \frac{1 + \cos^2 \varphi}{2}, \quad (6.5.10)$$

откуда для отношения I/σ получим следующую формулу:

$$\frac{I}{f\sigma} = \frac{\sqrt{2\|Z\|^2 \cdot \|V_{zz}\|^2 - (Z, V_{zz})^2}}{\|V_{zz}\|^2} \quad (6.5.11)$$

Относительная ошибка определения I/σ по формуле (6.5.11) для тел, несимметричных относительно вертикальной оси, согласно (5.2.65) и (6.5.10), следующая:

$$\delta = \sqrt{\frac{2[\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \cdot \sin^2 \theta + k \sin^2 \varphi (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)]}{1 + \cos^2 \varphi}} - 1, \quad (6.5.12)$$

где $k = \frac{\|V_{zx}\|^2}{\|V_{zz}\|^2}$ — характеристика вытянутости возмущающего тела; при k , близком к единице, тело вытянуто вдоль оси y и ошибка определения I/σ по формуле (6.5.11) равна:

$$\delta \simeq \sqrt{\frac{2(\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \cos^2 \theta)}{1 + \cos^2 \varphi}} - 1. \quad (6.5.13)$$

Из (6.5.13) следует, что ошибка определения I/σ в этом случае может оказаться значительной (при $\varphi = \theta = \frac{\pi}{2}$ близка к -100%), но это не столь существенно, так как с уменьшением углов φ и θ она быстро уменьшается. Так, при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и $\theta = \frac{\pi}{3}$ $\delta = -29,3\%$, при $\varphi = \theta = \frac{\pi}{3}$ $\delta = -16\%$, при $\varphi = \theta = \frac{\pi}{4}$ $\delta = 0$ и при $\varphi = \theta = \frac{\pi}{6}$ $\delta = 3,5\%$. Тем более, что

при $k \simeq 1$ в подавляющем большинстве случаев для определения I/σ и φ можно использовать формулы для двумерной задачи. С уменьшением k от 1 до $\frac{1}{2}$ ошибка формулы (6.5.11) быстро уменьшается и при

$k = \frac{1}{2}$ становится равной нулю. Например, при $k = \frac{2}{3}$, т. е. когда

$\frac{\|V_{zx}\|^2}{\|V_{zy}\|^2} = 2$, максимальное значение ошибки

$$\delta = \sqrt{\frac{2\left(\cos^2 \varphi + \frac{1}{3} \sin^2 \varphi \cdot \sin^2 \theta + \frac{2}{3} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta\right)}{1 + \cos^2 \varphi}} - 1 \quad (6.5.14)$$

равно — 18% (при $\varphi = \theta = \frac{\pi}{2}$); при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и $\theta = \frac{\pi}{3}$ ошибка составит — 8,7%.

При вертикальном намагничении для I/σ из (5.2.65) получим простое равенство

$$\frac{I}{f\sigma} = \frac{\|Z\|}{\|V_{zz}\|}. \quad (6.5.15)$$

Рассмотрим ошибку, которую дает формула (6.5.15) для произвольного намагниченного тела. Из (5.2.65) и (6.5.15) для относительной ошибки следует:

$$\delta_1 = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi \cdot \sin^2\theta + k \cdot \sin^2\varphi (\cos^2\theta - \sin^2\theta)} - 1. \quad (6.5.16)$$

Ошибка формулы (5.5.15) будет значительно выше ошибки формулы (6.5.11). При $k \approx 1$

$$\delta_1 \approx \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi \cdot \cos^2\theta} - 1, \quad (6.5.17)$$

и для $\varphi = \frac{\pi}{2}$ $\theta = \frac{\pi}{3}$, $\delta_1 = -50\%$; для $\varphi = \theta = \frac{\pi}{3}$ $\delta_1 = -34\%$. При $k = \frac{2}{3}$ максимальное значение ошибки δ_1 :

$$\delta_1 = \sqrt{\cos^2\varphi + \frac{1}{3} \sin^2\varphi \sin^2\theta + \frac{2}{3} \sin^2\varphi \cos^2\theta} - 1, \quad (6.5.18)$$

при $\varphi = \theta = \frac{\pi}{2}$ оно равно — 42,3%, а при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и $\theta = \frac{\pi}{3}$ $\delta_1 = -35,4\%$. С уменьшением φ , θ и k ошибка формулы (6.5.15) уменьшается и при $k = \frac{1}{2}$ (т. е. для тел, симметричных относительно вертикальной оси) запишется в виде

$$\delta_1 = \sqrt{\frac{1 + \cos^2\varphi}{2}} - 1, \quad (6.5.19)$$

максимальное ее значение равно — 29,3%. Отметим, что во всех случаях приближенное значение I/σ , определенное из равенства (6.5.15), меньше истинного.

Таким образом, для определения I/σ при трехмерном распределении масс получили три формулы: (6.5.7), (6.5.11) и (6.5.15); формула (6.5.7) верна для тел произвольной формы и произвольно намагниченных, формула (6.5.11) — для тел, симметричных относительно вертикальной оси, и формула (6.5.15) — для вертикального намагничения. Причем ошибки формулы (6.5.11) во всех случаях невелики и значительно меньше ошибок формулы (6.5.15).

Как уже было показано для двумерной задачи, шаг съемки и ошибки исходных данных слабо влияют на точность определения I/σ и угла намагничения (при $\Delta = 0,1h$ уже обеспечивается высокая точность определения этих величин). Рассмотрим поэтому ошибки, обусловленные тем, что гравитационная и магнитная аномалии заданы на конечном интервале. Пусть опять гравитационная и магнитная аномалии порождаются точечным источником, находящимся на глубине $h=1$ с плотностью $f\sigma=2$, интенсивностью намагничения $I=5$ и намагниченным под углом 30° от вертикали; проекция вектора намагничения на горизонтальную плоскость составляет 30° с осью x ; поле задано с шагом 0,1 в квадрате $-2 \leq x \leq 2$; $-2 \leq y \leq 2$. Значения $I/f\sigma$, φ и θ , определенные по формулам (6.5.11), (6.5.8) и (6.5.9), соответственно составили: $I/f\sigma=2,41$ (—3,6%); $\varphi=26^\circ 20'$ (—11%) и $\theta=\theta^\circ$ (—100%) (в скобках указаны ошибки в процентах). Для аномалий, заданных в квадрате $-4 \leq x \leq 4$; $-4 \leq y \leq 4$, $I/f\sigma=2,44$ (—2,4%), $\varphi=28^\circ 40'$ (—4,4%) и $\theta=30^\circ 30'$ (1,7%).

Как видно из приведенного примера, наиболее неустойчиво по коротким реализациям аномалий определяется угол θ .

Для этого же источника ошибка определения I/σ по приближенной формуле (6.5.15), согласно (6.5.19), должна составить $-6,4\%$; практически определенное значение $I/f\sigma$ по формуле (6.5.15) в первом случае составило $2,20$ (-12%) и во втором $-2,21$ ($-11,6\%$). Таким образом, точность определения I/σ по формуле (6.5.15) значительно ниже, чем по формулам (6.5.7) и (6.5.11).

2°. **Разделение полей.** При разделении полей «традиционными» методами, т. е. такими, в основу которых положено различие частотных характеристик полезных аномалий и аномалий-помех, результат фильтрации определяется параметрами применяемого преобразования (при осреднении — радиусом осреднения, при аналитическом продолжении поля в верхнее полупространство — высотой пересчета, при применении метода вариаций Андреева — внутренним и внешним радиусами кольца и т. д.). А так как частотные характеристики разделяемых аномалий заранее либо неизвестны, либо известны недостаточно точно, параметры разделяющих операторов задаются априори и геологическая природа выделенных аномалий весьма часто оказывается не совсем ясной.

Рассмотрим преобразования гравитационного и магнитного полей вида:

$$\widetilde{\Delta Z} = SZ - \frac{I}{f\sigma} SD_z \Delta g \cos \varphi - \frac{I}{f\sigma} SD_x \Delta g \sin \varphi \quad (6.5.20)$$

и

$$\widetilde{\Delta g} = \Delta g \cos \varphi + T_x \Delta g \sin \varphi - \frac{I\sigma}{J} D_z^{-1} Z \quad (6.5.21)$$

(двумерный случай), где отношение I/σ и угол φ приняты равными для помехи; D_z и D_x — операторы вычисления вертикального и горизонтального градиентов; D_z^{-1} — оператор вычисления магнитного потенциала U по заданной вертикальной составляющей Z ; T_x — оператор пересчета V_z в V_x и S — некоторый оператор, режущий высокочастотные составляющие наблюдаемых полей (пересчет вверх, осреднение и т. д., причем, например при пересчете вверх, высота пересчета подбирается такой, чтобы обеспечить необходимую точность вычисления градиентов гравитационного поля).

В том случае, если известны частотные характеристики разделяемых аномалий, преобразования вида (6.5.20) и (6.5.21) можно сочетать с частотной фильтрацией. Тогда или параметры оператора S следует подбирать уже и из соображений частотной фильтрации, или комбинировать преобразования (6.5.20) и (6.5.21) с подобранным частотным фильтром P . В последнем случае преобразование, например (6.5.20), запишется в виде

$$\Delta Z = SPZ - \frac{I}{f\sigma} SPD_z V_z \cos \varphi - \frac{I}{f\sigma} SPD_x V_z \sin \varphi. \quad (6.5.22)$$

Что касается того, какое преобразование использовать: (6.5.20) или (6.5.21), то очевидно, что если полезная аномалия более локализована в магнитном поле, целесообразно преобразование (6.5.20), если в гравитационном — преобразование (6.5.21).

При разделении полей различных особенностей геологического строения плотности и интенсивности намагничивания источников, поля которых предстоит разделить, как правило, более или менее известны и на основании имеющейся геологической информации всегда можно задаться плотностями распределения вероятностей величин I/σ сигнала и помехи и по формулам (5.3.13) и (5.3.14) оценить вероятность разделения аномалий с требуемой эффективностью.

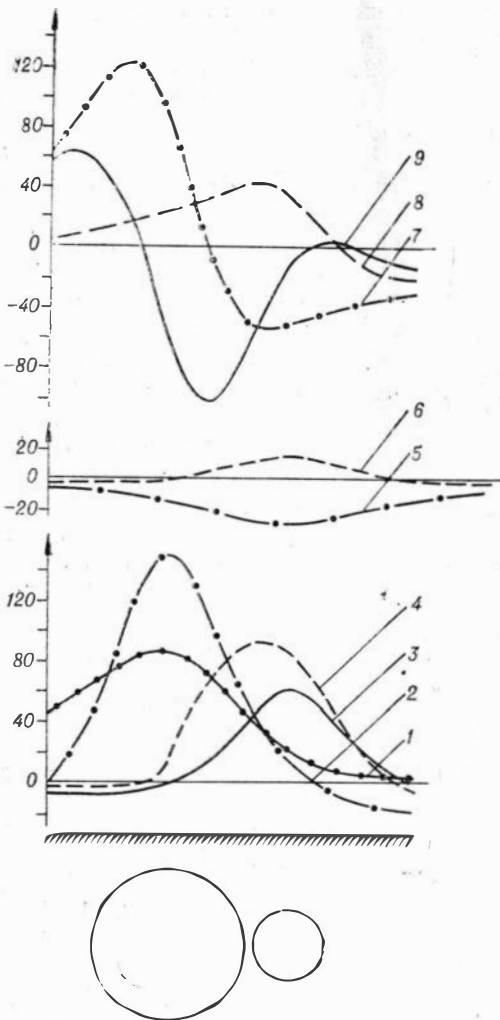


Рис. 10. 1 — кривая V_z — суммарная гравитационная; 2 — кривая Z — суммарная магнитная; 3 — кривая ΔZ без учета угла; 4 — кривая ΔZ с учетом угла; 5 — кривая V_z выделяемого цилиндра; 6 — кривая Z выделяемого цилиндра; 7 — кривая Z — суммарная при косом намагничении; 8 — кривая ΔZ , для косого намагничения без учета угла; 9 — кривая ΔZ для косого намагничения с учетом угла.

ра. При $\varphi=0$ максимум кривой остаточного поля немного меньше (но достаточно велик для уверенного выделения аномалии цилиндра II), зато точно совпадает с центром цилиндра II. При намагничении цилиндра I под углом 30° для $I/f\sigma$ получим значение 2,829, для $\varphi = -61^\circ$. В результате преобразования (6.5.20) в этом случае аномалия цилиндра II выделяется гораздо слабее, зато, если положить $\varphi=0$, четко. Таким образом, при косом намагничении источников лучше пользоваться преобразованиями (6.5.20) и (6.5.21), положив угол φ равным нулю (конечно, за исключением тех случаев, когда угол намагничения источника помехи известен заранее).

На практике редко возникают ситуации, когда требуется выделить полезное поле на фоне помех, создаваемых источниками с равными

Рассмотрим следующий пример. Гравитационное и магнитное поля порождаются двумя горизонтальными цилиндрами I и II (двумерное распределение масс), находящимися на одинаковой глубине $h=2$ и расстоянии $\Delta\xi=2$ друг от друга (рис. 10), причем цилиндр I имеет площадь поперечного сечения $\lambda_1=5$, интенсивность намагничения $I_1=6$, плотность $f\sigma_1=2$ и угол намагничения $\varphi_1=0$; цилиндр II: $\lambda_2=1$, $I_2=3$, $f\sigma_2=-3$ и $\varphi_2=0$. Задача состоит в том, чтобы по наблюдаемым суммарным гравитационному V_z и магнитному Z полям обнаружить цилиндр II, который на фоне цилиндра I создает локальные аномалии V_z и Z . Если в формулах (6.5.20) и (6.5.21) принять $\frac{I}{f\sigma} = 3$ и $\varphi=0$, то в результате преобразований (6.5.20) или (6.5.21) останутся только или магнитная, или гравитационная аномалия выделяемого цилиндра. Пусть теперь I/σ и φ источников заранее неизвестны. Определим величины $I/f\sigma$ и φ по формулам (6.5.3) и (6.5.4), используя суммарные гравитационное и магнитное поля. Для $I/f\sigma$ получим значение 3,033, для $\varphi = 22^\circ 50'$. В результате преобразования (6.5.20) с $I/f\sigma$ и φ , определенными по суммарным гравитационному и магнитному полям, аномалия цилиндра II выделяется достаточно хорошо, но максимум кривой остаточного магнитного поля смещен относительно центра цилиндра.

I/σ (или с одной и той же плотностью распределения вероятности I/σ); источников помех чаще бывает несколько и с совершенно различными плотностями σ и намагниченностями I . Будем определять тогда I/σ и угол намагничения по формулам (6.5.3) и (6.5.4) в двумерном случае и по формулам (6.5.7), (6.5.8) и (6.5.9) в трехмерном, используя суммарные наблюдаемые поля Δg и Z .

Тогда в результате преобразований (6.5.20) и (6.5.21) будут выделяться поля тех источников, которые по отношению I/σ и углу намагничения φ , θ резко отличаются от средних в некотором смысле I/σ и угла намагничения для всего исследуемого участка. В формулу (6.5.4) для определения угла намагничения в двумерном случае и в формулы (6.5.7), (6.5.8) и (6.5.9) для определения I/σ и угла намагничения в трехмерном входят скалярные произведения (Z , V_{zz}) и (Z , V_{zx}) (по прямой или по плоскости соответственно). При наличии нескольких источников функции Z , V_{zz} и V_{zx} будут сильно осциллировать, скалярные произведения Z на V_{zz} и Z на V_{zx} окажутся заниженными, в результате чего направление вектора намагничения, определенное по формулам (6.5.4), (6.5.8) и (6.5.9), окажется искаженным, например по формулам (6.5.4) — близким к горизонтальному (даже если все источники намагничены вертикально), а отношение I/σ , определенное по формуле (6.5.7), не соответствующим действительности; эффективность преобразований (6.5.20) и (6.5.21) в этом случае будет невысокой.

Рассмотрим пример. Гравитационное и магнитное поля порождаются пятью горизонтальными круговыми цилиндрами (рис. 11). Цилиндр I: $\xi_1=2$, $h_1=2$, $\lambda_1=3$, $I_1=6$, $f\sigma_1=4$, $\varphi_1=18^\circ$; цилиндр II: $\xi_2=4$, $h_2=0,25$, $\lambda_2=0,2$, $I_2=8$, $f\sigma_2=5$, $\varphi_2=9^\circ$; цилиндр III: $\xi_3=6$, $h_3=2$, $\lambda_3=4$, $I_3=3$, $f\sigma_3=-3$, $\varphi_3=0$; цилиндр IV: $\xi_4=8$, $h_4=3$, $\lambda_4=2$, $I_4=7$, $f\sigma_4=5$, $\varphi_4=0$; цилиндр V: $\xi_5=10$, $h_5=0,5$, $\lambda_5=0,1$, $I_5=5$, $f\sigma_5=4$, $\varphi_5=-9^\circ$. Арифметическое среднее отношений $I/f\sigma$ цилиндров I, II, IV и V составляет 1,44, а $I/f\sigma$ цилиндра III равно -1 . Будем выделять аномалию цилиндра III, который резко отличается по отношению $I/f\sigma$

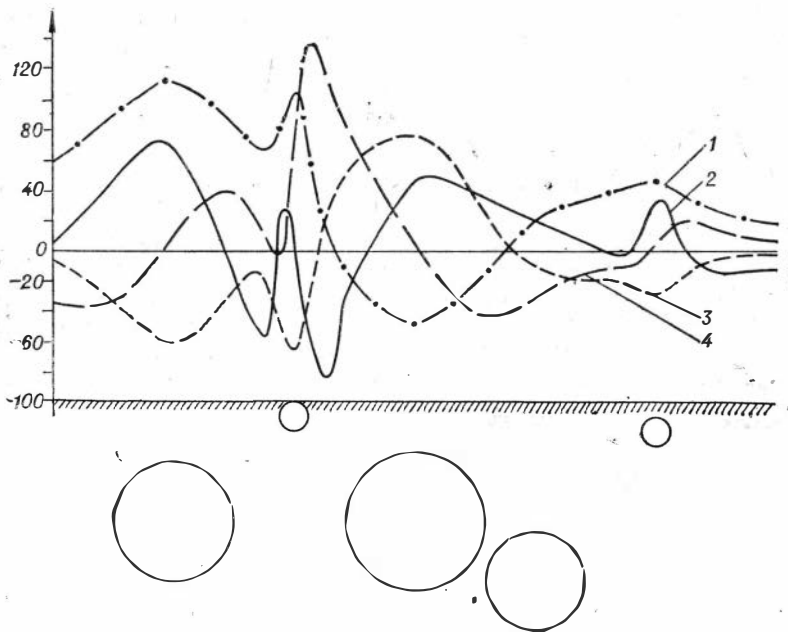


Рис. 11. 1 — кривая V_z ; 2 — кривая Z ; 3 — кривая ΔZ без учета угла; 4 — кривая ΔZ с учетом угла.

от остальных. По формулам (6.5.3) и (6.5.4), где Z и V_{zz} определены на высоте $h=0,25$, получим $I/f\sigma=1,39$ и $\varphi=88^\circ 28'$. В результате преобразования (6.5.20) с определенными значениями $I/f\sigma$ и φ аномалия цилиндра III не выделяется, зато при $\varphi=0$ выделяется очень четко.

Таким образом, преобразования (6.5.20) и (6.5.21) для разделения полей при наличии нескольких источников запишутся в виде:

$$\tilde{\Delta Z} = SZ - \frac{\|SZ\|}{\|SD_z \Delta g\|} SD_z \Delta g \quad (6.5.23)$$

и

$$\tilde{\Delta g} = \Delta g - \frac{\|SD_z \Delta g\|}{\|SZ\|} D_z^{-1} Z^* \quad (6.5.24)$$

Преобразования (6.5.23) и (6.5.24) аналогично (6.5.22) можно при необходимости комбинировать с частотной фильтрацией. Формулы для разделения полей в этом случае примут вид:

$$\tilde{\Delta Z} = SP_1 Z - k_1 SP_2 D_z \Delta g \quad (6.5.25)$$

и

$$\tilde{\Delta g} = P_3 \Delta g - k_2 P_4 D_z^{-1} Z, \quad (6.5.26)$$

где $P_i (i=1, 2, 3, 4)$ — некоторые частотные фильтры, которые не обязательно совпадают; k_1 и k_2 — нормирующие множители. Выбор операторов P_1, P_2, P_3 и P_4 должен осуществляться в каждом конкретном случае, исходя из специфики решаемой задачи; то же самое можно сказать и о выборе множителей k_1 и k_2 . Вопрос о том, какой множитель использовать, например, в формуле (6.5.25), $\frac{\|SZ\|}{\|SD_z \Delta g\|}$ или $\frac{\|SP_1 Z\|}{\|SP_2 D_z \Delta g\|}$ и т. д., должен решаться в каждом конкретном случае отдельно.

ГЛАВА 7

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СОВМЕСТНОГО АНАЛИЗА ГРАВИТАЦИОННЫХ И МАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

§ 7.1

Выделение аномалий от кимберлитовых тел в условиях развития траппов

Одной из сложных задач, появившихся в отечественной геофизике за последнее время, является поиск на территории Сибирской платформы коренных месторождений алмазов — кимберлитовых трубок. Решение этой проблемы в значительной степени затруднено тем, что проявления ультраосновного (кимберлитового) и основного (траппового) магматизма на территории Сибирской платформы частично совмещены во времени и пространстве.

Для поисков кимберлитовых тел используются крупномасштабные аэромагнитная и наземная гравитационная и магнитная съемки. И если при поисках кимберлитовых трубок в открытых районах (т. е. не пере-

* В формуле (6.5.24) вместо кажущейся естественной нормировки $\frac{\|\Delta g\|}{\|D_z^{-1} Z\|}$ используется подобный нормирующий множитель ввиду того, что при вычислении магнитного потенциала могут быть большие ошибки в определении постоянной составляющей; точно так же наблюдаемые аномалии Δg весьма часто определяются с неверным нулевым уравнением.

крытых траппами) применяемые геофизические методы оказались достаточно результативными, то в закрытых вообще возможность обнаружения кимберлитовых трубок геофизическими методами в настоящее время проблематична.

1°. **Методика геофизических исследований, применяемых для поисков кимберлитовых тел на территории Сибирской платформы.** С открытием в Западной Якутии первых коренных месторождений алмазов — кимберлитовых трубок, возникла задача поисков аналогичных объектов на большой малоизученной территории и в сравнительно короткие сроки.

С 1954 г. для решения этой задачи стали применяться геофизические методы разведки: вначале — наземные магнитная и гравитационная съемки, затем с 1956 г., — аэромагнитные съемки. Аэромагнитная съемка применяется непосредственно для поисков аномалий трубчатого типа *. Последние детализируются с воздуха аэромагнитной съемкой более крупного масштаба.

На участках детализированных аэромагнитных аномалий и на перспективных по геологическим признакам площадях производится наземная магнитная съемка. Детализированные наземной магнитной съемкой аномалии трубчатого типа заверяются горными и буровыми работами.

Описанная методика геофизических работ в течение ряда лет позволяет довольно успешно решать задачу поисков аномалий трубчатого типа на площадях практически немагнитных образований верхнего палеозоя — нижнего мезозоя.

Однако выяснилось, что аномалии трубчатого типа могут иметь существенно различную геологическую природу при сходных внешних признаках. По данным горных работ и бурения, аномалии трубчатого типа могут быть обусловлены следующими геологическими объектами: кимберлитовыми трубками; трубчатыми телами, выполненными агломератовыми туфами или траппами; останцами траппов; карбонатитовыми телами, залегающими в виде трубок, аналогичных кимберлитовым; железненными известняками и скарновыми образованиями; «гореликами» (магнитными породами, образовавшимися в зонах обжига при выгорании участков угольных пластов или битуминозных сланцев).

Из общего числа аномалий трубчатого типа лишь около 30% обусловлены кимберлитовыми трубками.

Значительно более сложными условиями в смысле поисков кимберлитовых трубок отличаются закрытые районы, в пределах которых трубки перекрыты осадочными породами перми и пластовыми интрузиями траппов.

Не менее сложны условия поисков кимберлитовых тел, находящихся в траппах.

В этих условиях описываемый комплекс геофизических методов неосостоятелен ввиду того, что траппы создают магнитное поле исключительно сложного характера, на фоне которого выделить визуально аномалии трубчатого типа практически невозможно.

2°. **Геологическая характеристика коренных месторождений алмазов Сибирской платформы.** Большинство кимберлитовых тел изучено сравнительно детально, и результаты исследований подробно освещены в печати [5, 38].

Повсеместно кимберлитовые тела представляют собой вертикальные штокообразные образования, распространяющиеся на значительные

* Термин «магнитная аномалия трубчатого типа» был впервые введен П. Н. Меньшиковым (1957). Аэромагнитная аномалия трубчатого типа — это узколокальная, фиксируемая на 1—3 маршрутах съемки масштаба 1:25 000, аномалия средней интенсивности. Наземные магнитные аномалии трубчатого типа — это изометричные или вытянутые в плане овальные локальные аномалии различных размеров и интенсивностей.

глубины; лишь в единичных случаях встречены кимберлиты в виде даек и жил.

Форма кимберлитовых трубок в плане различна; чаще всего это изометричные тела с эллипсовидным или овальным сечением. Реже встречаются вытянутые в плане трубки, размеры которых в горизонтальном сечении по одной оси превышают в несколько раз размеры по другой оси. Горизонтальные размеры кимберлитовых тел колеблются в широких пределах: от 20—30 до 500—600 м в поперечнике.

Обычно кимберлитовые трубки группируются по площади, образуя кимберлитовые поля.

Как уже указывалось, в пределах Сибирской платформы проявления ультраосновного (кимберлитового) и основного (траппового) магматизма частично совмещены в пространстве. Вследствие этого на территории большинства районов распространения кимберлитовых тел продукты траппового магматизма пользуются довольно широким развитием, занимая иногда свыше 60% площади (Далдыно-Алаakitский район).

Форма и размеры трапповых тел чрезвычайно разнообразны.

По условиям залегания и форме почти все изученные трапповые тела относятся к пологосекущим интрузиям, которые на отдельных участках приближаются к пластовым либо вертикально секущим телам.

В пределах отдельных алмазоносных районов траппы не представляют собой единого, выдержанного в плане и разрезе тела. Это весьма сложная система отдельных тел, имеющих самую разнообразную форму. Контакты их с вмещающими породами лишь в пределах отдельных, весьма ограниченных участков могут быть согласными, а в основном они секущие и располагаются с заметным наклоном к горизонтальной поверхности.

Мощность трапповых интрузий может быть различной — от десятков сантиметров до 150 м и более. Очень часто мощность трапповых тел резко колеблется даже на расстоянии первых десятков метров. Характерной особенностью тел долеритов является их сложение апофизами, которые по мере удаления от основного тела выклиниваются. Апофизы имеют обычно клиновидную форму и резкие контакты с вмещающими породами.

Вмещающими породами трапповых и кимберлитовых тел являются карбонатно-осадочные отложения нижнего палеозоя и терригенно-осадочные, а также туфогенные образования верхнего палеозоя — нижнего мезозоя.

Характерной формой залегания туфов является линзообразная. При этом линзы туфов имеют ограниченное площадное распространение и большие мощности. Туфовые тела обычно имеют слоистое строение. Мощность туфогенной толщи колеблется в пределах от нескольких метров до 45—50 м.

3°. Физические свойства основных литолого-петрографических комплексов районов развития кимберлитового магматизма. Физические свойства горных пород алмазоносных районов изучались в весьма широких масштабах [193]. При этом основное внимание уделялось измерению плотностных и магнитных характеристик горных пород. Наиболее полно изучены физические свойства кимберлитов.

При сопоставлении средних физических параметров отдельных групп кимберлитовых трубок прежде всего обращает внимание исключительное разнообразие кимберлитов по физическим свойствам. Например, магнитная восприимчивость χ меняется от $50-80 \cdot 10^{-6}$ до $5000-8000 \cdot 10^{-6}$ ед. CGSM; отношение остаточного намагничивания к индуцированному (I_r/I_i) — от 0,8 до 6,0; плотность σ — от 2,1 до 2,70 г/см³.

Район	Кимберлиты			Траппы			Осадочные породы
	$\times 10^6$ ед. CGSM	I_r / I_i	σ , г/см ³	$\times 10^6$ ед. CGSM	I_r / I_i	σ , г/см ³	σ , г/см ³
Алданский	50—300	—	2,35	2500	1,1	2,92	2,60—2,65
Мало-Ботуобинский	440	1,5	2,36	1800	3,5	2,90	2,40—2,45
Алаkitский	1310	0,8	2,33	1500	3,1	2,94	2,45—2,50
Далдынский	1610	0,8	2,35	1200	7,0	2,92	2,45—2,50
Мунский	2450	1,2	2,38	2000	4,5	2,92	2,50—2,55
Оленекский	1450	2,0	2,60	3100	2,0	2,91	2,55—2,60

Наиболее часто встречающиеся значения магнитной восприимчивости кимберлитов составляют $1500—2500 \cdot 10^{-6}$ ед. CGSM, отношения I_r/I_i — 0,5—0,9 и плотности — 2,30—2,50 г/см³.

В табл. 24 приведены средние значения физических свойств кимберлитов, траппов и осадочных пород алмазоносных районов Западной Якутии, взятые из работы Д. П. Саврасова [193].

По результатам изучения физических свойств пород трапповой формации алмазоносных районов Якутии установлено, что благодаря довольно однородному минералогическому составу эти породы характеризуются сравнительно выдержанными значениями магнитной восприимчивости, средние величины которых заключены в пределах $1100—3000 \cdot 10^{-6}$ ед. CGSM.

В отличие от магнитной восприимчивости величина остаточного намагничивания траппов, зависящая от условий их образования, изменяется в довольно широких пределах (от 1,1 до 8,0 единиц). В крупных пластовых интрузиях долеритов отмечается значительный разброс векторов \vec{I}_r , как по наклонению, так и по величине склонения.

Наиболее выдержаны направления векторов \vec{I}_r в мелких долеритовых телах даечного типа. Они часто образуют группировки определенного азимута склонения, который примерно совпадает с эпохой их образования.

Плотностные свойства траппов также значительно более выдержаны, чем у кимберлитов. Средняя величина плотности траппов составляет 2,80—2,90 г/см³.

Вулканогенные породы алмазоносных районов генетически можно подразделить на две основные группы — агломератовые туфы и нормально отложенные туфы и туффиты. Эти две разновидности пород значительно отличаются друг от друга по магнитным свойствам.

Среди агломератовых туфов преобладают сильно магнитные разновидности, магнитная восприимчивость которых в среднем превышает $2000—3000 \cdot 10^{-6}$ ед. CGSM, а остаточное намагничивание — в 5—15 раз превышает индуцированное. Знак остаточного намагничивания положительный. Векторы \vec{I}_r , образуя довольно кучную группировку, имеют крутые углы наклонения. Благодаря этому, над туфобрекциями должны фиксироваться весьма интенсивные аномалии магнитного поля.

Нормально отложенные пепловые туфы и туффиты характеризуются небольшими величинами магнитной восприимчивости порядка $50—500 \cdot 10^{-6}$ ед. CGSM, отношение I_r/I_i не превышает 2—3 единиц.

По плотностным свойствам обе разновидности вулканогенных пород дифференцируются слабо. Средняя плотность их составляет величину порядка 2,10—2,20 г/см³.

Карбонатно-осадочные отложения нижнего палеозоя и терригенно-осадочные отложения верхнего палеозоя — нижнего мезозоя алмазонос-

ных районов практически немагнитны. Исключение составляют «горелики», магнитная восприимчивость которых достигает величины $1000-1500 \cdot 10^{-5}$ ед. CGSM, а остаточное намагничение иногда в 4—5 раз превышает индуцированное. Горелики могут иметь разнополярную намагниченность.

Плотность комплекса осадочных пород изменяется в диапазоне $2,40-2,75$ г/см³.

Таким образом, в результате анализа измерений физических свойств основных литолого-петрографических комплексов алмазоносных районов можно отметить следующее:

1. Кимберлиты почти во всех известных трубках магнитны ($\chi \geq 50 \cdot 10^{-6}$ ед. CGSM); диапазон изменения магнитной восприимчивости кимберлитов различных алмазоносных районов очень широк; остаточное намагничение также имеет большие пределы изменения.

2. Плотность кимберлитов меняется в весьма широких пределах — от $2,20$ до $2,70$ г/см³, но почти всегда она меньше плотности вмещающих пород и траппов.

3. Магнитная восприимчивость траппов является величиной сравнительно стабильной. Однако величина и направление вектора \vec{I}_r , остаточной намагниченности в траппах изменяются в значительных пределах. В среднем величина \vec{I}_r траппов превышает на несколько единиц величину \vec{I}_r кимберлитов.

4. Вулканогенные образования типа агломератовых туфов по магнитности в среднем превосходят траппы. Плотность же их ниже плотности всех остальных пород алмазоносных районов и составляет в среднем $2,10-2,20$ г/см³.

5. Горелики также магнитны, но по магнитности в среднем уступают траппам.

6. В большинстве случаев намагничение всех пород алмазоносных районов близко к вертикальному.

7. По отношению I/σ (здесь имеется в виду избыточная плотность) кимберлиты, как правило, резко отличаются от траппов (у траппов I/σ положительно, у кимберлитовых — отрицательно), более всего приближаясь к агломератовым туфам (их отношения I/σ в ряде случаев почти совпадают) и менее — к гореликам (величины I кимберлитов и гореликов близки, зато кимберлиты имеют отрицательную избыточную плотность, а горелики — около нуля).

8. Для Далдыно-Алаkitского района, следуя данным табл. 12, а также результатам моделирования аномалий трубчатого типа, можно указать следующие средние пределы изменения физических свойств основных комплексов горных пород:

а) Избыточная плотность кимберлитов меняется от $-0,3$ до $-0,1$ г/см³, траппов — от $0,3$ до $0,6$ г/см³; агломератовые туфы имеют отрицательную избыточную плотность по абсолютной величине несколько большую плотности кимберлитов; плотность гореликов близка к нулю.

б) Интенсивность намагничения кимберлитов меняется от $0,5$ до $1,5 \cdot 10^{-3}$ ед. CGSM, траппов — от 1 до $2 \cdot 10^{-3}$ ед. CGSM, интенсивность намагничения агломератовых туфов такая же, как у траппов, или несколько выше; интенсивность намагничения гореликов близка к кимберлитам; направление вектора намагничения близко к вертикальному.

4°. **Анализ основных осложняющих факторов при поисках кимберлитовых тел и постановка задачи интерпретации геофизических данных.** Как было показано выше, для большинства алмазоносных районов Сибирской платформы характерны следующие основные литолого-петрографические комплексы:

1) кимберлиты, залегающие в виде вертикальных трубок взрыва и изредка — тел даечного типа и жил;

2) породы трапповой формации, залегающие в виде пластовых интрузий различной формы и размеров и реже даечных тел;

3) карбонатно-осадочные отложения верхнего палеозоя и терригенно-осадочные, а также вулканогенные образования верхнего палеозоя — нижнего мезозоя.

В практике поисково-разведочных работ могут иметь место три основных случая возрастного и пространственного взаимоотношения перечисленных типов пород:

1. Кимберлитовые тела имеют более ранний возраст по сравнению с трапповыми породами и пространственно совмещены с ними полностью или частично.

2. Кимберлитовые тела моложе трапповых интрузий и пространственно совпадают с ними.

3. Кимберлиты и породы трапповой формации разновозрастны и пространственно разобщены.

Сравнительно более распространенным является первый случай. Например, в пределах Далдыно-Алакитского района трапповые интрузии, перекрывающие допермские кимберлитовые трубки, занимают около 60% его площади.

Магнитное поле, измеряемое на таких участках, носит весьма сложный характер, характеризуется резкой сменой интенсивных аномалий положительного и отрицательного знаков (рис. 12), располагающихся в плане без всякой видимой закономерности. Сложный характер магнитного поля обусловлен колебаниями вертикальной мощности трапповых тел, неустойчивостью вектора I_r (как по величине, так и по направлению склонения и наклонения) и т. д. Выделить визуально в таком поле аномалии, принадлежащие кимберлитовым трубкам, в подавляющем большинстве случаев невозможно.

В гравитационном поле кимберлитовые тела ввиду дефекта плотности должны отмечаться отрицательными аномалиями силы тяжести. В то же время, вследствие широкого диапазона изменения плотностных свойств, кимберлиты могут и не создавать аномалий Δg . Кроме того, колебания вертикальной мощности пластовых интрузий траппов создают дополнительное число аномалий силы тяжести как положительного, так и отрицательного знака (рис. 13).

Причем как в магнитном, так и в гравитационном полях аномалии от кимберлитовых тел по амплитуде сравнимы с аномалиями, создаваемыми трапповой толщей.

Во втором случае, когда кимберлитовые трубки залегают среди траппов, прорывая их, на наблюдаемые физические поля влияют перечисленные выше осложняющие факторы, причем в такой степени, что прямые поиски кимберлитовых

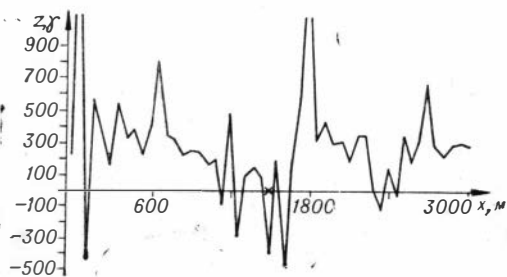


Рис. 12. Магнитное поле траппов.

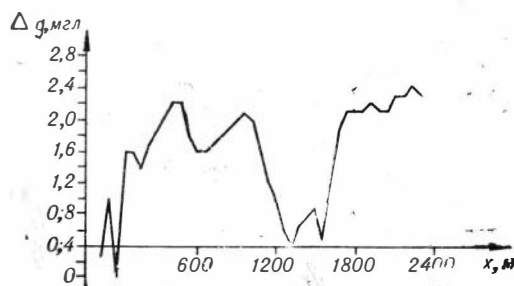


Рис. 13. Гравитационное поле траппов.

тел, как и в первом случае, оказываются невозможными как отдельными методами, так и их комплексом.

Третий случай характеризуется наличием в пределах площадей алмазоносных районов участков, на которых аномалии трубочного типа вызываются объектами существенно различной геологической природы. Однозначная геологическая классификация аномалий трубочного типа, вероятно, возможна с помощью комплекса геофизических методов, однако осложняющими факторами являются колебания в широком диапазоне основных физических характеристик геологических объектов, создающих аномалии трубочного типа.

Таким образом, задачу поисков кимберлитовых трубок под траппами можно условно подразделить на три. Первая — это выделение в пределах основных алмазоносных районов зон, перспективных на кимберлитовые трубки по геологическим данным и результатам региональных геофизических исследований, вторая — выделение аномалий трубочного типа из сложного наблюдаемого поля (гравитационного и магнитного) и третья — разделение уже выделенных аномалий на собственно кимберлитовые и некимберлитовые. Мы будем рассматривать только две последние. Задача поисков кимберлитовых трубок под траппами значительно облегчается, если ее рассматривать как задачу только обнаружения сигнала на фоне помех. Причем решение ее тем эффективнее, чем больше используется различной информации геологического и геофизического характера.

В этом смысле весьма перспективным представляется метод совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий. В силу того, что отношения I/σ для кимберлитов и траппов имеют разные знаки, следует ожидать, что в результате преобразований (6.5.20), (6.5.21), (6.5.23) и (6.5.24) аномалии, создаваемые трапповой толщей, уменьшатся, а аномалии кимберлитовых трубок, наоборот, возрастут. Эффективность метода совместного анализа можно еще значительно повысить за счет использования преобразований вида (6.5.25), но для этого следует исследовать частотные характеристики гравитационных и магнитных аномалий кимберлитов и траппов. Конечно, результаты метода совместного анализа будут неоднозначны, например этим методом также будут выделяться аномалии тел изометричной формы, выполненных агломератовыми туфами.

Что касается классификации выделенных аномалий, то для закрытых районов эта задача представляется весьма сложной и скорее всего не имеет решения. В открытых районах классификация изолированных аномалий трубочного типа может быть выполнена на основе отношения I/σ , которое может быть рассчитано по полученным выше формулам для трехмерной задачи. Как мы уже отмечали, кимберлиты по отношению I/σ близки к агломератовым туфам и в редких случаях — к гореликам. От остальных геологических объектов, вызывающих аномалии трубочного типа, перечисленных в пункте 1° настоящего параграфа, по величине I/σ кимберлиты должны значительно отличаться.

5°. Эффективность линейных операторов разделения сложных гравитационных и магнитных полей при поисках кимберлитовых трубок под траппами. Очевидно, при аналитическом продолжении в нижнее полупространство аномалии, создаваемые трапповой толщей, будут возрастать гораздо быстрее, чем аномалии от кимберлитовых тел. В поле производных неоднородности в строении трапповой толщи будут отображаться также в большей степени, чем в строении кимберлитовых трубок. Поэтому рассматриваются только такие преобразования, как пересчет в верхнее полупространство, осреднение в круге и осреднение в кольце. В качестве оценки эффективности разделения полей был использован функционал $F[s, p]$; (5.3.3).

Как уже отмечалось, трапповая толща отличается сложным и крайне непостоянным строением. Поэтому источник-помеха не моделировался, а были взяты непосредственно наблюдаемые гравитационные и магнитные поля траппов на одном из участков, где кимберлитовые трубки, по данным бурения, отсутствуют.

Были отобраны три различных профиля, с которых брались значения магнитного (см. рис. 12) и гравитационного (см. рис. 2) полей, каждый профиль длиной 3000 м выбирался таким образом, чтобы были охвачены наиболее характерные изменения гравитационных и магнитных аномалий в пределах этого участка.

В качестве модели трубки был взят вертикальный круговой полубесконечный цилиндр радиуса R с глубиной верхней кромки h , плотность $\sigma = -0,2$ г/см³ и $I = 10^{-3}$ ед. CGSM (отметим, что при вычислении $\|Af\|/\|f\|$ значения плотности сокращаются и на значение функционала $F[s, \rho]$ не влияют). Значения Z и Δg цилиндра над его осью приведены в табл. 25 и 26.

Таблица 25

$R, m \backslash h, m$	20	50	100	200
20	188	395	505	565
50	45	188	345	477
100	12	66	188	345
200	3	19	66	188

Таблица 26

$R, m \backslash h, m$	20	50	100	200
20	-0,07	-0,28	-0,69	-1,51
50	-0,03	-0,17	-0,52	-1,31
100	-0,02	-0,10	-0,35	-1,04
200	-0,01	-0,05	-0,20	-0,70

Как видно из табл. 25 и 26 и рис. 12 и 13, даже большие трубки (с радиусом 200 м), находящиеся на малой глубине ($h=200$ м), создают аномалии, сравнимые по амплитуде в лучшем случае с аномалиями трапповой толщи.

Значения функционала рассчитывались для каждого профиля, для цилиндров с радиусами 20, 50, 100 и 200 и глубиной верхней кромки 20, 50, 100 и 200 м.

Рассмотрим полученные значения эффективности разделения для каждого преобразования.

1. Пересчет вверх и осреднение.

Эффективность разделения обоими методами примерно одинакова. Гравитационные поля трубок этими методами не выделяются. Значения функционала порядка 1,00—1,10 для гравитационного поля говорят скорее о том, что эти операторы не меняют соотношения сигнал/помеха. Магнитные поля разделяются гораздо лучше. В частности, при осреднении с радиусом 300 м $F=2,6-2,7$, и эта величина имеет тенденцию к увеличению при увеличении радиуса осреднения.

2. Осреднение в кольце.

Для небольших трубок, залегающих на небольшой глубине, этот метод дает вообще наибольшие значения эффективности: 4,5—4,9. Причем для магнитного поля значение F с возрастанием внешнего и внутреннего радиусов кольца уменьшается, а для гравитационного возрастает.

6°. **Эффективность разделения полей кимберлитовых трубок и трапповой толщи методом совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий.** Значения функционала $F[s, \rho]$ для таких преобразований, как пересчет вверх, осреднение в круге и осреднение в кольце, редко превышают значение $F[s, \rho]=2$, и только в единичных случаях $F>4$. Кроме того, эффективность этих операторов существенно зависит от особенностей строения траппов и параметров кимберлитовых трубок.

Значения функционала $F[s, p]$ для одного и того же оператора очень резко меняются от профиля к профилю без всякой видимой закономерности.

Определим вероятность, с которой оператор вида (5.3.5) меняет отношение норм сигнала и помехи не менее чем в 2 раза ($F > 4$). Будем считать, что кимберлиты и траппы намагничены вертикально, их интенсивности намагничения и плотности независимы и распределены равномерно в интервалах: траппы — I : $(10^{-3}; 2 \cdot 10^{-3})$ ед. CGSM, σ : $(0,3; 0,6 \text{ г/см}^3)$; кимберлиты — I : $(0,5 \cdot 10^{-3}; 1,5 \cdot 10^{-3})$ ед. CGSM, σ : $(-0,3; -0,1) \text{ г/см}^3$.

Для плотности распределения величины $I/f\sigma$ найдем:

$$f_1(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -\frac{9}{4} \cdot 10^5 \text{ и } x > -\frac{1}{4} \cdot 10^5 \\ \frac{27 \cdot 10^5}{32x^2} - \frac{1}{6 \cdot 10^5} & \text{при } -\frac{9}{4} \cdot 10^5 < x \leq -\frac{3}{4} \cdot 10^5 \\ \frac{3}{2 \cdot 10^5} - \frac{3 \cdot 10^5}{32x^2} & \text{при } -\frac{3}{4} \cdot 10^5 < x \leq -\frac{1}{4} \cdot 10^5 \end{cases} \quad (7.1.1)$$

для кимберлитов и для траппов.

$$f_2(y) = \begin{cases} 0 & \text{при } y \leq \frac{1}{4} \cdot 10^5 \text{ и } y > 10^5 \\ 4 \cdot 10^{-5} - \frac{10^5}{4y^2} & \text{при } \frac{1}{4} \cdot 10^5 < y \leq \frac{1}{2} \cdot 10^5 \\ \frac{10^5}{y^2} - 10^{-5} & \text{при } \frac{1}{2} \cdot 10^5 < y \leq 10^5 \end{cases} \quad (7.1.2)$$

Из (7.1.1) и (7.1.2) для математических ожиданий величины $I/f\sigma$ кимберлитов и траппов получим значения $-\frac{3}{4} \cdot 10^5 \ln 3$ ед. CGSM и $\frac{3}{4} \cdot 10^5 \ln 2$ ед. CGSM соответственно.

При расчетах примем значение $t = \frac{3}{4} \cdot 10^5 \ln 2$ (математическое ожидание $I/f\sigma$ траппов). Тогда вероятность неравенства $F[s, p] > k^2$, согласно (5.3.13), при $k=2$ будет равна:

$$P\{F[s, p] > 4\} = 1 - \int_{-\infty}^{x_2} f_1(x) dx \int_{-\infty}^{y_2} f_2(y) dy \simeq 0,985;$$

здесь $x_2 = \frac{10^5 \ln 2}{4(2 \ln 2 - 1)}$ и $y_2 = \frac{2 \cdot 10^5 x \ln 2}{4x - 10^5 \ln 2}$.

Таким образом, для метода совместного анализа мы получили весьма высокую вероятность разделения ($P=0,985$), но при этом было предположено, что вертикальная производная гравитационного поля вычисляется точно и породы намагничены вертикально. Какова же практическая эффективность метода совместного анализа, рассмотрим на конкретном примере.

Непосредственно по наблюдаемым магнитному и гравитационному полям кимберлитовая трубка «Москвичка» визуально не выделяется.

К наблюдаемым гравитационному и магнитному полям было применено преобразование вида (6.5.23). В качестве сглаживающего оператора S использовался пересчет в верхнее полупространство на высоту $h=20$ м. Пересчет вверх на высоту $h=\Delta$ магнитного поля и вычисление вертикального градиента гравитационного поля на высоте $h=\Delta$ осуществлялись по формулам вида:

$$Af = \sum_{k=-n}^n \sum_{l=-n}^n c_{k,lf}(k\Delta, l\Delta),$$

коэффициенты которых определялись из равенства (6.4.21) и (6.4.48) соответственно; число n по мере удаления от границы участка увеличилось от 4 до 10.

Значения $\|A_h Z\|^2$ и $\|A_h D_z \Delta g\|^2$ вычислялись как интегралы от квадратов этих функций по всей области их определения (920×920 м) — методом повторного интегрирования по способу Симпсона.

Так как основной вклад в суммарные гравитационные и магнитные поля вносят аномалии трапповой толщи, то и значение $\|A_h Z\|/\|A_h D_z \Delta g\|$ будет близко к отношению $I/f\sigma$ для траппов. Действительно, значение $\|A_h Z\|/\|A_h D_z \Delta g\|$ для участка «Москвичка» оказалось равным $3,09 \cdot 10^4$ ед. CGSM, ранее определенное математическое ожидание $I/f\sigma$ для траппов составляет $\frac{3}{4} \cdot 10^5 \ln 2 = 5,20 \cdot 10^4$ ед. CGSM (выше было показано, что формула

$$\frac{I}{f\sigma} \approx \frac{\|Z\|}{\|V_{zz}\|}$$

в случае трехмерного распределения масс для наклонного намагничивания дает заниженные значения $I/f\sigma$).

Предположим, что плотность и интенсивность намагничивания кимберлитов и траппов постоянны, намагничивание вертикальное, отношения $I/f\sigma$ кимберлитов и траппов равны их определенным выше математическим ожиданиям. Тогда, согласно (5.3.9), для эффективности разделения полей (функционала F) при $t = 3,09 \cdot 10^4$ получим $F \sim 11$, т. е. достаточно большую величину.

Кимберлитовая трубка «Москвичка» в остаточном поле $\widetilde{\Delta Z}$ отмечается хорошо локализованной положительной аномалией, которая намного превышает по абсолютной величине значения поля $\widetilde{\Delta Z}$ по всему участку.

Остаточное гравитационное поле вычислялось по формуле (6.5.24); магнитный потенциал — по формуле вида (6.4.32) при $n=4$. Остаточное поле Δg участка «Москвичка» приведено на рис. 14.

В остаточном поле $\widetilde{\Delta g}$ трубка «Москвичка» отмечается четким минимумом изометричной формулы.

Таким образом, методом совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий кимберлитовая трубка «Москвичка» выделяется вполне уверенно. Эффективность преобразований (6.5.23) и (6.5.24) примерно одинакова; как в остаточном магнитном поле $\widetilde{\Delta Z}$, так и в остаточном гравитационном $\widetilde{\Delta g}$ аномалия трубки локализована приблизительно в одинаковой степени. Поэтому при поисках кимберлитовых трубок в условиях развития траппов целесообразно вычислять аномалии, как $\widetilde{\Delta Z}$, так и $\widetilde{\Delta g}$.

Эффективность метода совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий при поисках трубок может быть значительно повышена путем комбинирования этого метода с частотной фильтрацией. Для этого следует исследовать частотные характеристики гравитационных и магнитных полей траппов (для трубок это не представляет труда).

Таким образом, приведенный пример дает основания для надежды, что задача поисков кимберлитовых трубок под траппами может быть решена геофизическими методами.

В заключение этого параграфа еще раз подчеркнем основное преимущество метода совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий перед другими методами разделения полей. При выделении аномалии трубки не использовались никакие априорные данные, параметры преобразований (6.5.23) и (6.5.24) были определены по наблюдаемым полям Z и Δg (высота пересчета $h=20$ м была взята только из соображений уменьшения ошибок вычислений).

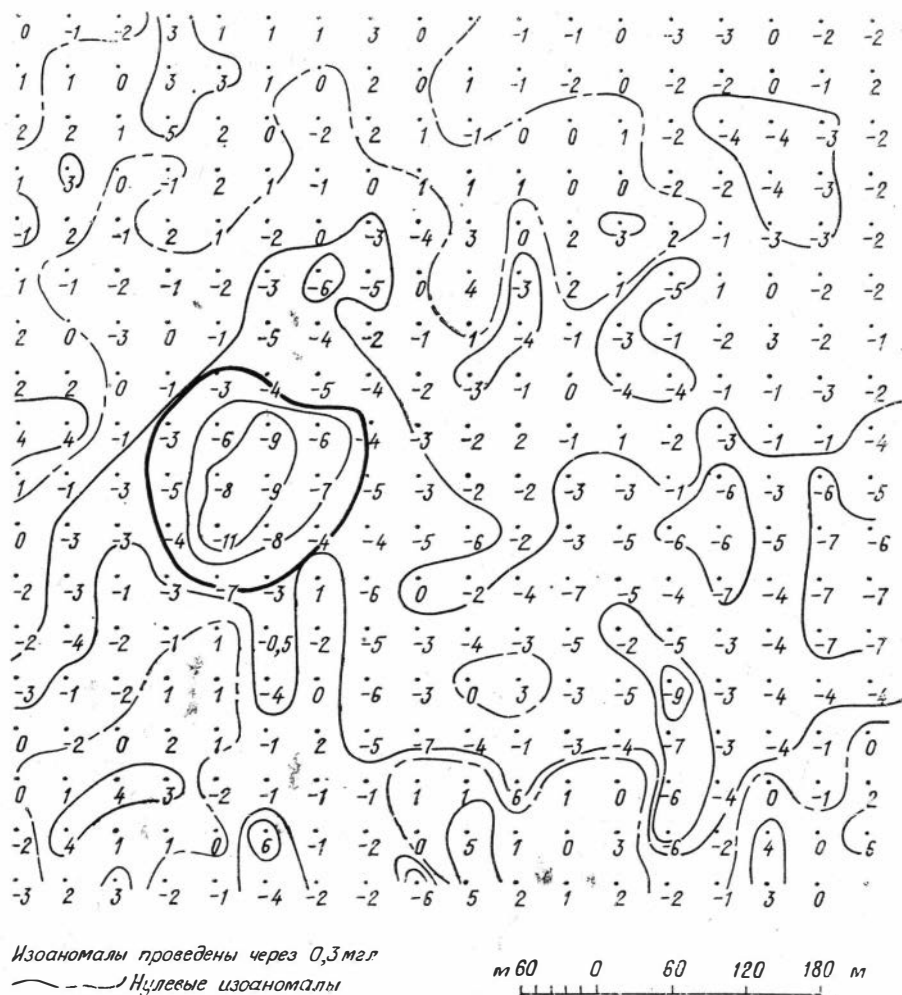


Рис. 14. Остаточные аномалии Δg , участок «Москвичка».

§ 7.2

Интерпретация гравитационных и магнитных аномалий при поисках структур осадочного чехла в Западно-Сибирской низменности

В Западной Сибири многие локальные структуры осадочного чехла (так называемые структуры III порядка), с которыми связаны месторождения нефти и газа, вызывают аномалии силы тяжести величиной около 2—4 мгл. Однако вследствие того, что структуры осадочного чехла в Западной Сибири носят унаследованный характер по отношению к структурам фундамента, эти аномалии часто совершенно незаметны на фоне аномалий фундамента, а последние могут быть обусловлены как структурами фундамента, так и его неоднородным составом. Причем намагнитченные породы фундамента создают слабые (до нескольких десятков гамм) аномалии магнитного поля; породы осадочного чехла практически немагнитны.

Задачу интерпретации гравитационных и магнитных полей в этом случае можно условно подразделить на две. Первая — это классификация наблюдаемых гравитационных и магнитных аномалий. Решение этой задачи дает ответ на вопрос, чем вызвана данная аномалия — или структурой фундамента, или только изменением его вещественного состава. Вторая задача состоит в обнаружении аномалий собственно структур III порядка и, если это возможно, в картировании обнаруженных структур.

Пусть наблюдаемые гравитационная ($\Delta g^{(s)}$) и магнитная ($Z^{(s)}$) аномалии обусловлены структурой фундамента. Тогда в силу унаследованности этой структуре будет соответствовать и структура осадочного чехла; в результате наблюдаемая гравитационная аномалия будет суммарной:

$$\Delta g^{(s)} = \Delta g_{\phi}^{(s)} + \Delta g_{\psi}^{(s)}, \quad (7.2.1)$$

где индекс ϕ означает аномалии фундамента, а индекс ψ — аномалии структур осадочного чехла. Если же наблюдаемые гравитационная ($\Delta g^{(p)}$) и магнитная ($Z^{(p)}$) аномалии вызваны только изменением вещественного состава фундамента, то

$$\Delta g^{(p)} = \Delta g_{\phi}^{(p)}. \quad (7.2.2)$$

Магнитные аномалии в обоих случаях обусловлены только влиянием фундамента, т. е.

$$Z^{(s)} = Z_{\phi}^{(s)} \quad (7.2.3)$$

и

$$Z^{(p)} = Z_{\phi}^{(p)}. \quad (7.2.4)$$

Теперь по наблюдаемым гравитационному и магнитному полям определим величину отношения I/σ и направление намагничивания (по формулам (6.5.3) и (6.5.4) для двумерного распределения масс и по (6.5.7), (6.5.8) и (6.5.9) для трехмерного распределения возмущающих масс). Используя эти величины, на основании соотношения Пуассона пересчитаем гравитационное поле Δg в псевдомагнитное Z_g . В первом случае (т. е. когда аномалии Δg и Z вызваны структурой фундамента) вычисленная псевдомагнитная аномалия будет больше отличаться от наблюдаемой, чем во втором (т. е. когда аномалии Δg и Z обусловлены только изменением вещественного состава), т. е. можно записать:

$$\|Z^{(s)} - Z_g^{(s)}\| > \|Z^{(p)} - Z_g^{(p)}\|. \quad (7.2.5)$$

В идеальном случае (когда связь между $Z^{(p)}$ и $\Delta g^{(p)}$ точно описывается соотношением Пуассона и ошибки наблюдений и вычислений отсутствуют) правая часть неравенства (7.2.5) должна обращаться в нуль. На практике же можно говорить о большем или меньшем соответствии наблюдаемых гравитационных и магнитных аномалий теореме Пуассона.

Так как величина $\|Z - Z_g\|$ существенно зависит от интенсивности наблюдаемых аномалий Z и Δg , их градиентов, а кроме того, в разных случаях аномалии Z и Δg измеряются с различным шагом и на участках различной протяженности, то вместо величины $\|Z - Z_g\|$ в качестве критерия классификации аномалий целесообразно использовать величину

$$C = \left\| \frac{Z}{\|Z\|} - \frac{Z_g}{\|Z_g\|} \right\|. \quad (7.2.6)$$

Тогда неравенство (7.2.5) примет вид:

$$\left\| \frac{Z^{(s)}}{\|Z^{(s)}\|} - \frac{Z_g^{(s)}}{\|Z_g^{(s)}\|} \right\| > \left\| \frac{Z^{(p)}}{\|Z^{(p)}\|} - \frac{Z_g^{(p)}}{\|Z_g^{(p)}\|} \right\|. \quad (7.2.7)$$

Пусть теперь для класса S аномалий, обусловленных строением фундамента,

$$A = \inf \left\| \frac{Z^{(s)}}{\|Z^{(s)}\|} - \frac{Z_g^{(s)}}{\|Z_g^{(s)}\|} \right\| \quad (7.2.8)$$

и для класса P аномалий, обусловленных неоднородным составом фундамента,

$$B = \sup \left\| \frac{Z^{(p)}}{\|Z^{(p)}\|} - \frac{Z_g^{(p)}}{\|Z_g^{(p)}\|} \right\|. \quad (7.2.9)$$

Если для исследуемой аномалии $C > A$ (C определяется из равенства (7.2.6)), эта аномалия обусловлена структурой фундамента, если $C < B$ — изменением состава и если $B < C < A$ — не принадлежит ни классу S , ни классу P , а некоторому новому классу (имеется в виду, что A всегда $> B$).

В настоящее время накопилось большое количество аномалий, природа которых уже известна. Можно определить границы A и B классов S и P достаточно уверенно.

Что касается обнаружения аномалий структур III порядка, то могут быть использованы преобразования вида (6.5.23) и (6.5.24).

Описанные выше алгоритмы привлекались при интерпретации гравитационных и магнитных съемок на Западно-Сургутском нефтяном месторождении.

Остаточное поле $\tilde{\Delta}Z$ вычислялось по формуле (6.5.23), где в качестве сглаживающего оператора использовался пересчет в верхнее полупространство на высоту $h=500$ м.

Пересчет вверх магнитного поля и вычисление вертикального градиента гравитационного поля на высоте осуществлялись по формуле вида (6.3.63) при $n=4$, где коэффициенты $c_{k,m}$ определялись из равенства (6.4.21) (см. табл. 17) и (6.4.48) (см. табл. 21) соответственно.

Остаточное поле $\tilde{\Delta}g$ рассчитывалось по формуле (6.5.24), где магнитный потенциал вычислялся также по формуле вида (6.3.63) при $n=4$; коэффициенты формулы определялись из системы (6.5.65) (см. табл. 24).

В остаточном поле Δg не исключено полностью влияние фундамента (поле $\tilde{\Delta}g$ в общих чертах напоминает наблюдаемое гравитационное поле); тем не менее локальная структура осадочного чехла отмечается в поле $\tilde{\Delta}g$ четким максимумом, который хорошо заметен на фоне региональных аномалий фундамента. Изолинии локальной аномалии $\tilde{\Delta}g$ довольно точно повторяют изогипсы структурной карты месторождения.

В поле $\tilde{\Delta}Z$ структура отмечается локальным минимумом и выделяется на фоне региональных аномалий фундамента примерно с той же эффективностью, что и в поле $\tilde{\Delta}g$; изолинии $\tilde{\Delta}g$ и $\tilde{\Delta}Z$ над структурой почти не различаются. Поэтому при поисках структур желательно вычислять и аномалии Δg , и аномалии ΔZ .

Поиски коренных месторождений бокситов в условиях Енисейского края

1. При поисках бокситовых месторождений на территории Енисейского края в настоящее время применяется комплекс геофизических методов, включающих аэромагнитную съемку, электроразведку методами симметричного двухразностного профилирования и частично ВЭЗ и детальные наземные съемки. На Порожнинском, Верхне-Киргитейском, Сухом и других месторождениях бокситов магнитной съемкой обнаружено большое количество магнитных аномалий. Из числа проверенных бурением около 70% аномалий не связано с бокситами. В одних случаях они вызваны железистыми красными «магнитными» глинами бокситоносной толщи, а в других — древними аллювиальными отложениями или же отдельными разновидностями сланцев и глинистыми известняками, обогащенными разпыленным магнетитом. Изверженные породы в этом районе отсутствуют.

Рудные залежи бокситов располагаются, как правило, среди рыхлых мел-палеогеновых пород в карстовых воронках и над углубленной частью эрозионно-карстовых депрессий на глубинах 30 м и более в виде крупных тел и мелких обособленных линз. размерами от 40×50 до 150×1200 м, вытянутых по простиранию депрессий. В раздувах они имеют мощность до 40 м и сложены каменистыми, рыхлыми и глинистыми разностями бокситов. Приповерхностные залежи бокситов содержат значительное количество (до 30% и более) каменистых разностей. С увеличением глубины залегания количество каменистых бокситов уменьшается — они замещаются глинистыми и рыхлыми разностями. По составу бокситы подразделяются на высококремнистые и высокожелезистые разности.

2°. Карстовые воронки и эрозионно-карстовые депрессии, к которым приурочены рудные залежи бокситов в гравитационном поле, отмечаются пониженными значениями силы тяжести; в результате преобразований вида (6.5.23) и (6.5.24) будут в большей степени выделяться аномалии намагниченных тел, приуроченных к карстовым воронкам и депрессиям. Тем самым количество аномалий, подлежащих классификации, т. е. разделению на два класса — «рудные» и «безрудные», можно значительно уменьшаться.

Гравитационные аномалии карстовых воронок и эрозионно-карстовых депрессий слабо локализованы, магнитные же аномалии, обусловленные рудными залежами бокситов, наоборот, локализованы хорошо. Поэтому при поисках месторождений бокситов целесообразно вычислять остаточное магнитное поле $\Delta\tilde{Z}$ (6.5.23). Ввиду того, что рудные залежи бокситов приурочены, как правило, к углубленным частям депрессий, рудные залежи будут в большинстве случаев совпадать с минимумом $D_2\Delta g$ (а, значит, с максимумом $\Delta\tilde{Z}$).

Если в качестве сглаживающего оператора в формуле (6.5.23) использовать, например, пересчет в верхнее полупространство, то высоту пересчета следует брать минимальной (но достаточной для того, чтобы обеспечить необходимую точность вычислений), так как при увеличении высоты пересчета ослабевает локализованность аномалий $\Delta\tilde{Z}$ и, кроме того, в этих аномалиях уменьшается влияние приповерхностной части залежи, наиболее богатой каменистыми разностями.

Остаточное поле $\Delta\tilde{Z}$ было вычислено для разведываемого в настоящее время Сухого месторождения, где рудные залежи приурочены в основном к вытянутой (шириной 7—10 км) депрессии, заполненной мел-палео-

геновыми отложениями: гравитационное поле имеет здесь волнообразный характер, и депрессия в нем явно не выделяется; магнитные же хорошо локализованные аномалии средней интенсивности около 50 γ разбросаны по площади без видимой закономерности. Остаточное поле $\Delta\tilde{Z}$ вычислялось по формуле (6.5.23) для двумерной задачи; в качестве сглаживающего оператора был использован пересчет в верхнее полупространство на высоту 10 м. Пересчет вверх магнитного поля и вычисление вертикального градиента на высоте осуществлялись по формуле вида (6.3.33), коэффициенты c_n , которой определялись из равенств (6.4.3) (см. табл. 15) и (6.4.43) (см. табл. 19) соответственно (шаг измерения магнитного поля здесь 20 м, а гравитационного 40 м, но значения гравитационного поля путем линейного интерполирования были определены с шагом 20 м).

В остаточном поле $\Delta\tilde{Z}$ все рудные залежи выделились четкими, хорошо локализованными положительными аномалиями. Причем углубленной части депрессии, где сосредоточены рудные залежи, соответствует сильно локализованная, интенсивная (100—150 γ), вытянутая согласно депрессии положительная аномалия $\Delta\tilde{Z}$.

Эта аномалия хорошо прослеживается и в том случае, если расстояние между профилями, где измерены Δg и Z , увеличить до 2—3 км.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абакеллиа М. С. О классификации гравитационных и магнитных аномалий.— Тр. Ин-та геофиз. АН ГССР, т. XX, 1962.
2. Акопянц Ц. Г. О некоторых закономерных соотношениях между магнитными и гравитационными полями в Араратской котловине Армянской ССР.— Докл. АН АССР, 1958, т. 26, № 4.
3. Александров П. С. Введение в общую теорию множеств и функций. М.—Л., Гостехиздат, 1948.
4. Алехин Ю. М. Статистические прогнозы в геофизике. Л., изд. ЛГУ, 1963.
5. Алмазы Сибири. Под. ред. А. П. Бурова и В. С. Соболева. М., Госгеолтехиздат, 1957.
6. Анашин Ю. Ф., Иванов О. Д. Некоторые принципы использования данных геофизики в металлогенических целях.— В сб. «Вопросы рудной геофизики в Казахстане». Алма-Ата, 1966.
7. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ. М., Физматгиз, 1963.
8. Андреев Б. А. Геофизические методы в региональной структурной геологии. М., Госгеолтехиздат, 1960.
9. Андреев Б. А. Гравитационные аномалии и мощность земной коры континентальных областей.— Докл. АН СССР, 1958, т. 119, № 2.
10. Андреев Б. А. Задачи разведочной геофизики, связанные с проблемой Дирихле.— Материалы ВСЕГЕИ. Геофизика. Сб. 13, 1948.
11. Андреев Б. А., Клущин И. Г. Геологическое истолкование гравитационных аномалий. М., Гостоптехиздат, 1962.
12. Андреев Б. А. Расчеты пространственного распределения потенциальных полей и их истолкование в разведочной геофизике.— Изв. АН СССР, серия геогр. и геофиз., 1947, № 1; серия геофиз., 1949, № 3; 1952, № 2; 1954, № 1.
13. Андреев В. И. Геофизические исследования на Таштагольском и Шерегешском железорудном месторождениях.— Инф. бюлл. ЗСГУ, 1958, № 2.
14. Андреев В. И., Куприн В. И. Геолого-геофизическая оценка перспектив железорудного поля на глубоких горизонтах на примере Таштагольского месторождения.— Геол. и геофиз., 1961, № 8.
15. Андреев В. И. Об определении вектора остаточного намагничивания с использованием при этом текстурных особенностей магнетитовых руд Таштагольского месторождения.— Геол. и геофиз., 1960, № 5.
16. Андреев Н. И. Методы по определению оптимальной динамической системы по критерию экстремума функционала.— Докл. на I-м Межд. геол. конгрессе ИФАК по автомат. управлению. М., 1960.
17. Аристов В. В. и др. Сочетание геологических и геофизических методов при изучении известных рудных районов. М., Госгеолтехиздат, 1960.
18. Архангельский А. Д. Значение гравиметрии в геологии и проблема изучения Западно-Сибирской низменности.— Бюлл. МОИП, 1932, № 3.
19. Архангельский А. Д. Избр. тр., т. 2. М., Изд-во АН СССР, 1954.
20. Архангельский А. Д. О соотношениях между аномалиями силы тяжести, аномалиями магнитными и геологическим строением в Восточной Европе.— Тр. Ком. по иссл. Курск. магн. аномал., вып. 5, 1924.
21. Архангельский А. Д., Федынский В. В. Геологические результаты гравиметрических работ в Восточном Азербайджане.— Бюлл. МОИП, 1932, № 3, 4.
22. Архангельский В. М. Дисперсия поверхностных волн и строение земной коры.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1960, № 9.
23. Ахметжанов Х. С., Каратаев Г. И., Кутуков А. В. О связи геофизических аномалий с геологическим строением складчатых областей, обрамляющих Западно-Сибирскую плиту.— Тр. СНИИГГиМСа, вып. 7. Л., Гостоптехиздат, 1961.
24. Бабищ В. М. и др. Линейные уравнения математической физики. М., «Наука», 1964.
25. Бакшт Ф. Б. и др. О возможности применения геофизических методов разведки на Синюхинском месторождении.— В сб. «Новое по геологии Алтайского края». Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962.
26. Балавадзе Б. К. Гравитационное поле и строение земной коры в Грузии. Изд-во АН ГрузССР, 1957.

27. Балавадзе Б. К., Твалтвадзе Г. К. Строение земной коры в Грузии по геофизическим данным.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1958, № 9.
28. Балакшин Г. Д. Разработка рационального комплекса геофизических методов для поисков и разведки алмазных месторождений.— В сб. «Геология алмазных месторождений», вып. 9. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1963.
29. Бартлетт М. С. Теория случайных функций. М., ИЛ, 1958.
30. Белоусов В. В. Основные вопросы геотектоники. М., Госгеолтехиздат, 1962.
31. Белхен Д. Г., Блендхол Э. К экспериментальному определению статистических свойств сигналов и помех автоматического управления. Межд. федерация по автомат. управлению. М., Изд-во АН СССР, 1960.
32. Беляевский Н. А., Борисов А. А., Вольвовский И. С. Глубинное строение территории СССР.— Сов. геол., 1967, № 11.
33. Беляевский Н. А., Федьинский В. В. Глубокое бурение как метод изучения земной коры.— Изв. АН СССР, серия геол., 1963, № 5.
34. Березин И. С., Жидков И. П. Методы вычислений, т. 1, 2. Физматгиз, 1959.
35. Бернштейн С. Н. Аналитическая природа решений дифференциальных уравнений эллиптического типа. Харьков, Изд-во Харьковского гос. ун-та, 1956.
36. Берч Ф., Шерер Д., Спайсер Г. Справочник для геологов по физическим константам. М., ИЛ, 1949.
37. Блох Э. Л. Некоторые пути практического решения задачи опознания.— Изв. АН СССР, Технич. кибернетика, 1963, № 2.
38. Бобривич А. П. и др. Алмазные месторождения Якутии. М., Госгеолтехиздат, 1959.
39. Богацкий В. В. Железородные месторождения юга Красноярского края. Фонды КГУ, 1956.
40. Богацкий В. В. Перспективы увеличения железородной базы на юге Красноярского края.— Сб. «Полезные ископаемые Красноярского края». М., Изд-во АН СССР, Технич. кибернетика, 1963, № 2.
41. Богацкий В. В. Особенности метасоматического магнетического оруденения северных районов Западного Саяна. Материалы по геол. Красноярского края. М., Госгеолтехиздат, 1960.
42. Богданов А. А. Тектоническая карта СССР. М-б 1 : 10 000 000. М., 1961.
43. Борзенко Ю. З., Ладыгин П. П., Лысенко П. А. Геофизические методы при поисках и разведке магнетитовых месторождений и их промышленное значение.— В сб. «Состояние и перспективы развития разведочной геофизики». М., Гостоптехиздат, 1961.
44. Борисов А. А. Аномалии силы тяжести горных областей.— Прикл. геофиз., 1959, вып. 21.
45. Борисов А. А. Геологические факторы, создающие аномалии силы тяжести и нарушающие изостазию. Докл. сов. геол. на Межд. геол. конгрессе, XXII с. Изостазия. М., «Наука», 1964.
46. Борисов А. А. Глубинная структура территории СССР по геофизическим данным. М., «Недра», 1967.
47. Бохнер С. Лекция об интегралах Фурье. М., Физматгиз, 1962.
48. Бочаров М. К., Николаев С. А. Математико-статистические методы в картографии. М., Геодиздат, 1957.
49. Браверман Э. М. Опыт по изучению машины распознавания зрительных образов.— Автом. и телемех., 1962, т. XXIII, № 3.
50. Бриллюэн Л. Наука и теория информации. М., Физматгиз, 1959.
51. Брюсов Б. А. Интерпретация возможности метода статистической корреляции гравиметрических и сейсмических данных.— Сб. № 1 «Геофиз. исследования». М., изд. МГУ, 1964.
52. Бубнов С. Н. Основные проблемы геологии. М., изд. МГУ, 1960.
53. Буланже Ю. Д. Об определении температурных коэффициентов кварцевых гравиметров.— Тр. ГеофиАН, № 16 (143). М., Изд-во АН СССР, 1952.
54. Буш Р., Мостеллер Ф. Стохастические модели обучаемости. М., Физматгиз, 1962.
55. Вайнштейн Л. А., Зубаков В. Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. М., изд-во «Сов. радио», 1960.
56. Ватлин Б. П. К вычислению изостатических аномалий.— Тр. конф. молодых ученых и аспирантов ИГиГ СО АН СССР. Новосибирск, изд. ИГиГ СО АН СССР, 1967.
57. Ватлин Б. П. О формулах численного интегрирования для решения некоторых задач геофизики.— Геол. и геофиз., 1968, № 10.
58. Ватлин Б. П., Изаров В. Т., Миков Б. Д. Оценка эффективности линейных методов разделения полей при поисках кимберлитовых трубок под траппами.— Тр. СНИИГГМСа, вып. 92, 1969.
59. Ван-дер-Варден Б. Л. Математическая статистика. М., ИЛ, 1960.
60. Вашилов Ю. Я. К вопросу о глубинных разломах и их геологических признаках.— В сб. «Геофиз. исследования», № 2. М., изд. МГУ, 1966.
61. Великий А. С. Структуры рудных полей. Л., изд. ЛГУ, 1961.

62. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1962.
63. Вольвовский И. С., Рябой В. З., Шрайбман В. И. О природе региональных гравитационных аномалий Бухаро-Хивинской провинции и сопредельных районов.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1962, № 5.
64. Вольвовский И. С., Рябой В. З., Шрайбман В. И. Применение частотного анализа и синтеза при интерпретации гравитационного поля в Бухаро-Хивинской провинции.— Прикл. геофиз., вып. 33. М., Гостоптехиздат, 1962.
65. Воробьев М. В. Использование параметра магнитных свойств коэрцитивной силы при поисках магнетитовых месторождений.— Иф. бюлл. ЗСГУ, 1957, № 2.
66. Гайнанов А. Г., Корякин Е. Д. Геофизические исследования земной коры Атлантического океана. М., «Недра», 1967.
67. Гамбурцев Г. А., Вейцман П. С. Сопоставление данных глубинного сейсмического зондирования о строении земной коры в районе Северного Тянь-Шаня с данными сейсмологии и гравиметрии.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1956, № 9.
68. Гамбурцев Г. А., Вейцман П. С., Тулина Ю. В. Строение земной коры в районе Северного Тянь-Шаня по данным глубинного сейсмического зондирования.— Докл. АН СССР, 1955, т. 105, № 1.
69. Геологические результаты геофизических исследований в Сибири и на Дальнем Востоке. Под ред. Э. Э. Фотиади. Новосибирск, «Наука», 1967.
70. Геологическое строение СССР. Западно-Сибирская низменность. Т. XIV. «Геология СССР». М., «Недра», 1964.
71. Герасименко В. И. Геология и закономерности размещения эндогенных железорудных месторождений с.з. части Восточного Саяна. Фонды КГУ, 1960.
72. Гихман И. И., Скороход А. В. Введение в теорию случайных процессов. М., «Наука», 1965.
73. Гладкий К. В. Разделение суммарных гравитационных полей как процесс частотной фильтрации.— Прикл. геофиз., 1960, вып. 25.
74. Глубинное сейсмическое зондирование земной коры в СССР. Л., Гостоптехиздат, 1962.
75. Глушков В. М. Введение в кибернетику. Киев, Изд-во АН УССР, 1964.
76. Глушков В. М. и др. Алгоритм обучения машины распознаванию простейших геометрических фигур.— В сб. «Принципы построения самообучающихся систем». Киев, Гостехиздат, 1962.
77. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М., «Наука», 1965.
78. Годин Ю. Н., Вольвовский Б. С., Вольвовский И. С., Фоменко К. Е. Изучение строения земной коры при региональных сейсмических исследованиях на Русской платформе и в Средней Азии.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1961, № 10.
79. Годин Ю. Н. Комплексные геофизические исследования глубинного строения земной коры на примере Закаспия.— Докл. на Межд. геол. конгрессе, XX с., т. I. М., Гостоптехиздат, 1958.
80. Годин Ю. Н. Региональные геофизические исследования.— Геол. нефти, 1957, № 6.
81. Голизра Г. Я. О вычислительных схемах для аналитического продолжения двумерных потенциальных полей на основе интерполирования.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1964, № 6.
82. Голизра Г. Я. О построении вычислительных схем для аналитического продолжения двумерных потенциальных полей при помощи интерполирования по Лагранжу.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1963, № 2.
83. Голизра Г. Я. Распределение особых точек гравитационного поля для одного класса двумерных тел.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1963, № 11.
84. Гольдман С. Теория информации. М., ИЛ, 1957.
85. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм рядов и произведений. М., Физматгиз, 1963.
86. Грачев Ю. Н., Дехнич М. Я., Литвиненко И. В., Некрасова К. А., Сосновская А. В. Глубинные геофизические исследования на территории Балтийского щита.— Докл. на Межд. конгрессе, XXI с. М., Госгеолтехиздат, 1960.
87. Гренандер У. Случайные процессы и статистические выводы. М., ИЛ, 1961.
88. Грушинский Н. П. Введение в гравиметрию и гравиметрическую разведку. М., изд. МГУ, 1961.
89. Грушинский Н. П. О связи поверхности Мохоровичича с рельефом и аномалиями силы тяжести.— Сообщ. ГАИШ, № 119. М., изд. МГУ, 1961.
90. Гуларий Г. З., Соловьева И. А. Строение земной коры по геологическим данным.— Тр. ГИН, вып. 98. М., Изд-во АН СССР, 1963.
91. Давенпорт В. Б., Рут В. Л. Введение в теорию случайных сигналов и шумов. М., ИЛ, 1960.
92. Данфорд Н., Шварц Дж. Т. Линейные операторы. Общая теория. М., ИЛ, 1962.
93. Деменницкая Р. М. Кора и мантия Земли. М., «Недра», 1967.
94. Деменницкая Р. М. О некоторых закономерностях морфологии субстрата коры.— Иф. бюлл. НИИГА, 1957, вып. 6.
95. Деменницкая Р. М. Основные черты строения коры Земли по геофизическим данным. Тр. НИИГА, т. 115. Л., Гостоптехиздат, 1961.

96. Демидович Б. П. и др. Численные методы анализа. М., Физматгиз, 1962.
97. Дерби́ков И. В. и др. Элементы тектоники Западной-Сибирской низменности и вопросы методики ее исследования.— Тр. СНИИГГиМСа, вып. II. Л., Гостоптехиздат, 1960.
98. Дергачев Н. И. О связи гравитационных и магнитных аномалий с тектоническим строением в Пермской области.— Уч. зап. Пермского Гос. ун-та, 1960, т. 15, вып. 2.
99. Диткин В. А., Прудников А. П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. Физматгиз, 1961.
100. Длин А. М. Математическая статистика в технике. М., изд-во «Сов. наука», 1958.
101. Добрев Т., Пищаров С. Разделение магнитных аномалий на рудные и безрудные при поисках и изучении бокситовых месторождений.— Техника, 1959, № 8, 5.
102. Донабедов А. Г., Сидоров В. А. О соотношениях между современными вертикальными движениями земной коры, геофизическими полями и геоструктурными элементами на территории европейской части СССР. В сб. «Современные движения земной коры», № 1. М., Изд-во АН СССР, 1963.
103. Железородная база черной металлургии СССР. Под ред. акад. И. П. Бардина. Изд-во АН СССР, 1957.
104. Загороднов А. М., Залипухин М. И. К вопросу о тектоническом строении Пур-Таз-Енисейского междуречья.— Тр. СНИИГГиМСа, вып. 10. Л., Гостонттехиздат, 1960.
105. Закашанский М. С. О плотности мезокайнозойских отложений Западно-Сибирской низменности.— Прикл. геофиз., вып. 23. М., Гостоптехиздат, 1959.
106. Заморев А. А. Исследования двумерной обратной задачи потенциала.— Изв. АН СССР, серия географ. и геофиз., 1941, № 4, 5.
107. Заморев А. А. Об определении производных и соотношений между моментами возмущающих масс по производной, заданной на плоскости.— Изв. АН СССР, серия географ. и геофиз., 1939, № 3.
108. Земная кора. Сб. под ред. А. Полдверта. М., ИЛ, 1957.
109. Иванов В. К. Об определении гармонических моментов возмущающих масс по производной гравитационного потенциала, заданной на плоскости.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1950, № 5.
110. Иванов В. К. О распределении особенностей потенциала.— УМН, 1956, т. II, вып. 5/71.
111. Иванов В. К., Чудинова А. А. Об одном способе нахождения гармонических моментов возмущающих масс.— Изв. АН СССР. Физика Земли, 1966, № 3.
112. Идельсон Н. И. Теория потенциала. М., ОНТИ, 1936.
113. Изаров В. Т. и др. О возрасте кимберлитовых тел Далдыно-Алакитского района.— Геол. и геофиз., 1963, № 9.
114. Изаров В. Т., Миков Б. Д., Мосиенко Б. А. К вопросу интерпретации геофизических материалов при поисках кимберлитовых трубок под траппами.— Тр. СНИИГГиМСа, вып. 73. Новосибирск, 1968.
115. Изаров В. Т., Миков Б. Д., Мосиенко Б. А., Ватлин Б. П., Романов Н. Н. Статистический анализ магнитного и гравитационного полей траппов.— Тр. СНИИГГиМСа, вып. 92. Новосибирск, 1969.
116. Казанли Д. Н., Попов А. А., Антоненко А. Н. Глубинное сейсмическое зондирование в Центральном Казахстане.— Вести. АН КазССР, 1959, № 4 (169).
117. Казанли Д. Н., Попов А. А. Характеристика глубинных волн, зарегистрированных в Центральном Казахстане.— Сб. докл. по ГСЗ. Л., Изд-во АН СССР, 1962.
118. Карасик М. А., Бугайло В. А. О генетической связи Магнитогорского массива гранитоидов с изверженными породами основного состава.— Тр. ГИ Ур. фил. АН СССР, вып. 30, 1957.
119. Каратаев Г. И., Ахметжанов Х. С. К использованию аномальных геофизических полей при изучении тектоники осадочного чехла Западно-Сибирской низменности.— Тр. СНИИГГиМСа, вып. 17. Л., Гостоптехиздат, 1961.
120. Каратаев Г. И. и др. Моделирование процесса геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий на ЭВМ. М., «Наука», 1970.
121. Каратаев Г. И. Корреляционная схема геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. Новосибирск, «Наука», 1966.
122. Каратаев Г. И. Определение отношения интенсивности намагничивания к избыточной плотности по гравитационным и слабым ΔI -аномалиям.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1959, № 6.
123. Каратаев Г. И. Основные вопросы метода совместного анализа магнитных и гравитационных аномалий.— Тр. ИГиГ СО АН СССР, вып. II, сб. 2. Новосибирск, 1966.
124. Каратаев Г. И. Строение земной коры в Западной Сибири по геофизическим данным.— Геол. и геофиз., 1960, № 11.
125. Каратаев Г. И., Черный А. В., Гусев Ю. М. Построение линейных операторов в корреляционной схеме геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий.— Изв. АН СССР. Физика Земли, 1966, № 12.

126. Каратаев Г. И., Черный А. В. Корреляционная модель геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий и методы проверки геолого-геофизических гипотез.— Тр. XXIII сессии МГК (Прага). М., 1968.
127. Каратаев Г. И., Щечков Б. Н., Кегелева Н. А. Изучение поверхности Мохоровичича по данным гравиметрии и поверхностным сейсмическим волнам.— Изв. АН СССР. Физика Земли, 1968, № 8.
128. Кованько А. С., Соколов И. Г. Теория функций действительного переменного и основы функционального анализа. Львов, изд. Львовского гос. ун-та, 1961.
129. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., изд. МГУ, 1960.
130. Колюбакин В. В., Лапина М. И. Обзор способов решения прямой и обратной задач магнитной разведки.— Тр. ГЕОФИ АН СССР, № 13 (180). М., 1960.
131. Константинов Г. Н., Филатов В. А. К вопросу об оценке перспективности магнитных аномалий.— Геол. и геофиз., 1963, № 6.
132. Косминская И. П., Зверев С. М. и др. Основные черты строения земной коры Охотского моря и Курило-Камчатской зоны Тихого океана по данным глубинного сейсмического зондирования.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1963, № 1.
133. Косминская И. П. Строение земной коры по сейсмическим данным.— Бюлл. МОИП, отд. геол., 1958, т. 33, вып. 4.
134. Косминская И. П., Тулина Ю. В. Опыт применения метода ГСЗ при изучении строения земной коры в некоторых районах Западной Туркмении.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1957, № 7.
135. Косыгин Ю. А. Тектоника Сибири. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962.
136. Коровкин П. П. Линейные операторы и теория приближений. М., Физматгиз, 1959.
137. Корякин Е. Д. Зависимость между гравитационными аномалиями Буге и мощностью земной коры в области Атлантического океана.— Докл. АН СССР, 1959, т. 129, № 6.
138. Крамер Г. К. Математические методы статистики. М., ИЛ, 1948.
139. Красносельский М. А. и др. Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций. М., «Наука», 1966.
140. Крутиховская З. А., Шмидт Н. Г. Геофизические методы поисков и разведки железорудных месторождений. М., Госгеолтехиздат, 1961.
141. Крылов В. И. Приближенное вычисление интегралов. М., Физматгиз, 1959.
142. Кузнецов В. В. Железорудные месторождения Алтае-Саянской горной области, т. 1, кн. 1. М., Изд-во АН СССР, 1958.
143. Курбанов М., Потапова А. О. О количественной интерпретации гравиметрических исследований Предкопетдагского краевого прогиба.— Изв. АН СССР, серия физ., 1966, № 6.
144. Курцерайте Е. Д. Магнетитовое оруденение области сочленения Западного и Восточного Саяна. Фонды КГУ, 1960.
145. Лаврентьев М. М. О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962.
146. Лапин С. С. Об использовании магнитной восприимчивости горных пород и магнетитовых руд при структурно-геологическом картировании железорудных месторождений.— Геол. и геофиз., 1960, № 5.
147. Лебедев Т. С., Собакаръ Г. Т. Тектоника северо-восточного Приазовья. Киев, Изд-во АН УССР, 1962.
148. Леман Э. Проверка статистических гипотез. М., «Наука», 1964.
149. Лукомский Я. И. Теория корреляции и ее применение к анализу производства. М., Статиздат, 1958.
150. Лэнинг Д. ж. Х., Бэттин Р. Г. Случайные процессы в задачах автоматического управления. М., ИЛ, 1958.
151. Люстерник Л. А., Диткин В. А. Построение приближенных формул для вычисленных кратных интегралов.— Докл. АН СССР, 1948, т. 61, № 3.
152. Люстерник Л. А. Некоторые кубатурные формулы для двукратных интегралов.— Докл. АН СССР, 1948, т. 62, № 4.
153. Ляхов В. А., Ляхова М. Е. Тектоническое строение Мамо-Зырянской впадины и сопредельных структур по данным региональных геофизических исследований.— В сб. «Геологическое строение и нефтегазоносность восточной части Сибирской платформы и прилегающих районов». Якутск, 1966.
154. Мазмишвили А. И., Беляев Б. И. Способ наименьших квадратов. М., Геодиздат, 1959.
155. Малкин Н. Р. О принципах интерпретации магнитных наблюдений, в частности, для эллипсоидальных залежей и о зависимости между гравитационными и магнитными аномалиями.— Инф. сб. по земн. магнет. и электр., 1937, № 3.
156. Маловичко А. К. Методы аналитического продолжения аномалий силы тяжести и их приложения к задачам гравиразведки. М., Гостоптехиздат, 1956.
157. Маловичко А. К. Об определении глубины кристаллического фундамента по аномалиям общей гравиметрической съемки.— Уч. зап. Пермского ун-та, т. XIV, вып. 1. Пермь, 1959.

158. Маловичко А. К. Основной курс гравиразведки. Изд. Пермского гос. ун-та, Пермь, 1960.
159. Меньшиков П. Н. Опыт применения геофизических методов разведки при поисках кимберлитовых трубок.—Разв. и охрана недр, 1957, № 4.
160. Миков Д. С. и др. Применение геофизических методов для изучения вопросов региональной геологии и тектоники отдельных районов.—В сб. «Практическое применение геофизических методов разведки». Томск, 1966.
161. Миков Б. Д., Мосиенко Б. А., Изаров В. Т. Методика расчета и интерпретации аномалий «трубчатого» типа.—Тр. СНИИГГиМСа. вып. 73. Новосибирск, 1968.
162. Михайлов Н. Н. К вопросу построения структурных схем по материалам аэромагнитных региональных наблюдений.—Сов. геол., 1960, № 4.
163. Михлин С. Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям. М., Физматгиз, 1959.
164. Налимов В. В. Применение математической статистики при анализе вещества. М., Физматгиз, 1960.
165. Натансон И. П. Теория функций вещественной переменной. М., Гостехиздат, 1957.
166. Некрасов О. И., Остроумов А. С., Осадчая Д. В. Докембрийский магматизм Западно-Сибирской низменности. Геологическое строение СССР, т. 2. Магматизм. М., Госгеолтехиздат, 1958.
167. Непрочнов Ю. П. Глубинное строение земной коры под Черным морем по сейсмическим данным.—Бюлл. МОИП, отд. геол., 1960, т. 35, вып. 4.
168. Новиков П. С. Об единственности решения обратной задачи потенциала.—Докл. АН СССР, 1938, т. 18, № 3.
169. Нумеров Б. Результаты гравитационных наблюдений на Шуваловском озере зимой 1927 и 1928 гг.—Тр. ГГРУ ВСНХ СССР, вып. 36. М.—Л., 1931.
170. Обухов А. М. Статистическое описание непрерывных полей.—Тр. ГЕОФИ АН СССР, № 24 (151), 1954.
171. Оливер Д. Ж., Юинг М. Пресс Ф. Изучение строения земной коры арктических областей по волнам L_g .—В сб. «Строение земной коры по сейсмическим данным». М., ИЛ, 1959.
172. Павленкова Н. И. О методике и результатах гравиметрических исследований в Среднем Приобье.—Новости нефт. техн., 1959, № 8.
173. Панасенко Г. Д. Структура земной коры Кольского полуострова по сейсмическим данным.—Материалы Межд. геол. конгресса, XXI с. М., Госгеолтехиздат, 1960.
174. Пашутина С. Р., Петрова В. В. и др. Глубинные сейсмические исследования в Западной Сибири.—Сб. докладов по ГСЗ. Л., Изд-во АН СССР, 1962.
175. Петров Л. В. Об одном способе решения обратной задачи гравиметрии.—Прикл. геофиз., вып. 16. Л., 1957.
176. Пинтерсон В., Бердсал Т., Фокс В. Теория обнаружения сигналов.—В сб. «Теория информации и ее приложения». М., Физматгиз, 1959.
177. Померанцева И. В. О скоростной характеристике, строении и возможном составе кристаллической толщи земной коры.—Прикл. геофиз., вып. 38. М., Госгеолтехиздат, 1964.
178. Попов А. П., Антоненко А. Н., Аргентов В. В., Дубровкин Г. К., Останов А. Б. Отчет о работах по ГСЗ в северном Казахстане и Приджеказганском районе. Алма-Ата. Изд-во АН КазССР, 1960.
179. Проводников Л. Я. Рельеф складчатого фундамента Западно-Сибирской низменности.—Геол. и геофиз., 1960, № 11.
180. Проводников Л. Я. Схема структурных элементов, вещественного состава и рельефа фундамента Западно-Сибирской низменности по геологическим данным. Изд. ВФ АН СССР, № 6, 1957.
181. Пугачев В. С. Теория случайных функций. М., Физматгиз, 1960.
182. Пятницкий В. К., Каратаев Г. И. Построение поверхности фундамента по магнитным данным.—Тр. Науч.-техн. геофиз. конф. М., 1959.
183. Розе Т. Н. Определение некоторых характеристик залежи по магнитным и гравитационным наблюдениям.—Сб. ВСЕГЕИ, нов. серия, вып. 8. М., Госгеолтехиздат, 1956.
184. Розе Т. Н. Схема изогипс поверхности магнитных масс складчатого фундамента Западно-Сибирской низменности.—Докл. АН СССР, 1956, т. 106, № 5.
185. Романов В. П. Интегральные методы опознавания.—В сб. «Читающие устройства». М., Изд-во АН СССР, 1962.
186. Ростовцев Н. Н., Симоненко Т. Н. и др. Геологическое строение перспективы нефтегазоносности Западно-Сибирской низменности.—Тр. ВСЕГЕИ. М., Госгеолтехиздат, 1958.
187. Саати Т. Математические методы исследования операций. М., Воениздат, 1962.
188. Савадский О. А. Принцип количественной характеристики и классификации аномальных магнитных данных.—Геол. и геофиз., 1963, № 6.

189. Саваренский Е. Ф., Вальднер Н. Г. Волны L_g и R_g от землетрясений Черноморского бассейна и некоторые соображения об их природе.— В сб. «Сейсмические исследования», № 4. М., Изд-во АН СССР, 1960.
190. Саваренский Е. Ф., Кирнос Д. П. Элементы сейсмологии и сейсмометрии. М., Гостехиздат, 1955.
191. Саваренский Е. Ф., Шечков Б. Н. Строение земной коры Сибири и Дальнего Востока по дисперсии волн Лява и Релея.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1961, № 5.
192. Саврасов Д. И. Некоторые сведения об эффективности методов магниторазведки при поисках коренных месторождений алмазов.— Геол. и геофиз., 1962, № 8.
193. Саврасов Д. И. Некоторые сведения о физических свойствах кимберлитов.— Геол. и геофиз., 1962, № 12.
194. Сажина Н. Б. Мощность земной коры и связь ее с рельефом и аномалиями силы тяжести.— Сов. геол., 1962, № 8.
195. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. Л., Судпромгиз, 1961.
196. Сербуленко М. Г. Линейные методы разделения потенциальных полей.— В сб. «Приложение некоторых методов математики к интерпретации геофизических данных». Новосибирск, «Наука», 1967.
197. Симопенко Т. Н. Использование результатов аэромагнитной съемки для выяснения структуры поверхности фундамента Западно-Сибирской низменности.— Инф. сб. ВСЕГЕИ, № 3. М., Госгеолтехиздат, 1956.
198. Ситтер Л. У. Структурная геология. М., ИЛ, 1960.
199. Смирнов В. И. Геология полезных ископаемых. М., «Недра», 1965.
200. Соболев В. В. Нахождение гармонических моментов возмущающих масс и аналитическое предположение трехмерных потенциальных полей.— Тр. СНИИГГиМСа, вып. 73. Новосибирск, 1968.
201. Соловьев О. А. К вопросу об аналитическом продолжении потенциальных функций в нижнее полупространство.— Геол. и геофиз., 1968, № 10.
202. Соловьев О. А. О некоторых свойствах нормированного пространства потенциальных функций.— В сб. «Приложение некоторых методов математики к интерпретации геофизических данных». Новосибирск, «Наука», 1967.
203. Соловьев О. А. Приложение алгебры линейных операторов к исследованию линейных преобразований потенциальных полей.— В сб. «Приложение некоторых методов математики к интерпретации геофизических данных». Новосибирск, «Наука», 1967.
204. Соловьев О. А., Романов В. Г. Некоторые вопросы частотного анализа магнитных и гравитационных аномалий на электронных цифровых машинах.— Тр. ИГиГ СО АН СССР, вып. 21. Новосибирск, 1963.
205. Соловьев О. А. Способ определения отношения I/σ косонамагнитных тел произвольной формы по значениям Z_a и V_z — Тр. ИГиГ СО АН СССР, вып. 1. Новосибирск, 1960.
206. Сологуб В. Б. Результаты глубинных сейсмических зондирований на Украине.— В сб. «Верхняя мантия», № 5. М., «Наука», 1967.
207. Солодовников В. В. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. М., Физматгиз, 1960.
208. Солодовников В. В., Усков А. С. Статистический анализ объектов регулирования. М., Машгиз, 1960.
209. Сорокин Л. В. Гравиметрия и гравиметрическая разведка. М.—Л., Гостоптехиздат, 1953.
210. Сочивко В. П. Электронные опознающие устройства. М., изд-во «Энергия», 1964.
211. Степанов В. П. Магнитное аномальное поле Татарской АССР и его связь с геологическим строением.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1960, № 5.
212. Страхов В. Н. К вопросу о построении наилучших вычислительных схем для трансформаций потенциальных полей.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1963, № 12.
213. Страхов В. Н. Об определении величины I/σ косонамагнитных двумерных тел.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1963, № 2.
214. Страхов В. Н. О применении формул Парсевеля из теории преобразований Фурье к интерпретации магнитных и гравитационных аномалий.— Геол. и геофиз., 1963, № 10.
215. Страхов В. Н. О путях построения математической теории интерпретации магнитных и гравитационных аномалий.— В сб. «Прикладная геофизика», вып. 35. М., Гостоптехиздат, 1962.
216. Страхов В. Н. О сглаживании наблюдаемых значений потенциальных полей.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1964, № 10, 11.
217. Страхов В. Н. О численном решении некорректных задач, представляемых интегральными уравнениями типа свертки.— Докл. АН СССР, 1968, т. 178, № 2.
218. Строение и развитие земной коры. (Материалы 11 Всес. совещ. по проблемам тектоники). М., «Наука», 1964.

219. Субботин С. И. О состоянии подкорового вещества в зонах прогибов и поднятий земной коры.—Геол. ж. АН УССР, 1954, вып. 2.
220. Сурков В. С. Складчатые структуры Урала и Западной Сибири, их отображение в гравитационном и магнитном аномальных полях.—Геол. и геофиз., 1964, № 4.
221. Суслов А. П. Магматизм Восточного Саяна.—Сов геол., 1960, № 6.
222. Тарков А. П. Природа аномального гравитационного поля Минусинских котловин.—Прикл. геофиз., вып. 23. М. Гостоптехиздат, 1959.
223. Тектоника Евразии (монография и карта м-ба 1 : 5 000 000 Геол. ин-та АН СССР). М., «Наука», 1966.
224. Тимофеев А. Н. О строении земной коры по гравиметрическим и сейсмическим данным.—Изв. АН СССР, серия геофиз., 1964, № 10, 11.
225. Титчмарш Е. Введение в теорию интегралов Фурье. М., ОГИЗ, 1948.
226. Тихонов А. Н. Об устойчивости алгоритмов для решения вырожденных систем алгебраических уравнений.—Ж. вычислит. и матем. физ., 1965, т. 5, № 4.
227. Тихонов А. Н. О регуляризации некорректно поставленных задач.—Докл. АН СССР, 1963, т. 153, № 3.
228. Тихонов А. Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации.—Докл. АН СССР, 1963, т. 153, № 1.
229. Турбович И. Т. Некоторое обобщение теоремы Котельникова.—Радиотехника, 1956, т. 11, № 14.
230. Уорсинг Л., Геффнер Дж. Методы обработки экспериментальных данных М., ИЛ, 1949.
231. Уэрзел Дж. Л., Шербет Г. Л. Интерпретация аномалий силы тяжести на основании стандартных колонок земной коры для океанов и материков.—Сб. «Земная кора». М., ИЛ, 1957.
232. Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М., Физматгиз, 1963.
233. Фаддеева В. Н. Сдвиг для систем с плохо обусловленными матрицами.—Ж. вычислит. и матем. физ., 1965, т. 5, № 5.
234. Файн В. С. Опознавание пространственных объектов.—В сб. «Проблемы передачи информации», вып. 10. М., Изд-во «Технич. кибернетика», 1961.
235. Фатин В. И. Применение геофизических методов для поисков месторождений цинкеля.—В сб. «Практическое применение геофизических методов разведки». Томск, 1966.
236. Федынский В. В. Разведочная геофизика. М., «Недра», 1964.
237. Фотиади Э. Э. Геологическое строение Русской платформы по данным региональных геофизических исследований и опорного бурения. М., Гостоптехиздат, 1958.
238. Фотиади Э. Э., Каратаев Г. И. Многопризнаковый геотектонический анализ региональных геофизических данных методами дисперсной математики.—Геол. и геофиз., 1968, № 11.
239. Фотиади Э. Э. Крупные черты тектонического строения Сибири в свете региональных геологических и геофизических данных.—Тр. СНИИГГиМСа. Региональная геология, вып. 57. М., «Недра», 1967.
240. Ханн В. Е. Общая геотектоника. М., «Недра», 1964.
241. Хаммер З. Современные методы интерпретации материалов гравиметрической и магнитной разведок. М., Гостоптехиздат, 1956.
242. Харкевич А. А. О выборе признаков при машинном опознании.—Изв. АН СССР. Технич. киберн., 1963, № 2.
243. Харкевич А. А. Опознавание образов.—Радиотехника, 1959, т. 14, № 5.
244. Харкевич А. А. Спектры и анализ. М., Физматгиз, 1962.
245. Хинчин А. Я. Об аналитическом аппарате физической статистики.—Тр. Ин-та математики АН СССР, т. 33. М.—Л., 1950.
246. Хиршман И. И., Уиддер Д. В. Преобразования типа свертки. М., ИЛ, 1958.
247. Хургин Я. И., Яковлев В. П. Методы теории целых функций в радиофизике, теории связи и оптике. М., Физматгиз, 1962.
248. Хьюз Д., Мак-Кун Р. Плотность основных горных пород при очень высоких давлениях.—В сб. «Динамика исследования твердых тел при высоких давлениях». М., изд-во «Мир», 1965.
249. Цыбаков Б. С., Яковлев В. П. О точности восстановления функции с помощью конечного числа членов ряда Котельникова.—Радиотехника и электроника, 1959, т. IV, вып. 3.
250. Чернова Е. Д. О выделении локальных структур методом совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий.—Тр. ИГиГ СО АН СССР, вып. II, сб. 2. Новосибирск, 1961.
251. Черный А. В. О численном решении систем линейных уравнений с плохо обусловленными матрицами, возникающих из практических задач интерпретации гравитационных и магнитных аномалий.—В сб. «Приложение некоторых методов математики к интерпретации геофизических данных». Новосибирск, «Наука», 1967.

252. Шванк О. А., Люстих Е. Н. Интерпретация гравитационных наблюдений. М.—Л., Гостоптехиздат, 1947.
 253. Шванк О. А. О природе гравиметрических аномалий в Саратовском Поволжье.— Прикл. геофиз., вып. 12. М., Гостоптехиздат, 1955.
 254. Шечков Б. Н. Строение земной коры в Евразии по депрессии поверхностных волн.— Изв. АН СССР, серия геофиз., 1961, № 5.
 255. Шилов Г. Е. Математический анализ. М., Физматгиз, 1960.
 256. Шлыгин Е. Д. Краткий курс геологии СССР. М., Госгеолтехиздат, 1959.
 257. Якубович В. А. Машинные обучающиеся распознаванию образов.— Сб. «Методы вычислений», вып. 2. Л., изд. ЛГУ, 1963.
 258. Ваганов V. A new method for interpretation of aeromagnetic maps; pseudogravimetric anomalies.— Geophysics, 22, № 2 1957.
 259. Garland G. D. Combined analysis of gravity and magnetic anomalies.— Geophysics, 16, № 1, 1951.
 260. Gough D. J. Magnetic anomalies and crustal structure in the Gulf of Mexico.— Bull. Amer. Assoc. Petrol., Geol., 51, № 2, 1967.
 261. Talwani M., Pichou X., Heirtzler G. R. Pattern of magnetic anomalies over the midoceanic ridge.— Paper. Geol. Surv. Canada, № 14, 1966.
 262. Ман О. On the problem of computing derived fields in magnetic and gravity interpretation.— Studia geoph. et geod., № 3, 1968.
 263. Наиды Р. Spectrum of potential field due to randomly distributed sources.— Geophysics, 33, № 2, 1968.
 264. Парма Н., Талвие J. Some relations between geophysical information and tectonics in Finland.— Suom. tiedekaf. toimituks, S. A. III, № 90, 1966.
-

О Г Л А В Л Е Н И Е

Введение	3
--------------------	---

Часть первая

Корреляционная схема геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий

<i>Глава 1.</i> Основные соотношения между элементами земной коры и аномалиями гравитационного и магнитного полей	6
§ 1.1. Схема качественной интерпретации	6
§ 1.2. Описание элементов земной коры и морфологии аномалий гравитационного и магнитного полей с помощью статистических методов	11
§ 1.3. Операторы количественного и качественного заданий геолого-геофизических элементов	15
<i>Глава 2.</i> Построение корреляционной схемы геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий	20
§ 2.1 Основные определения и предложения	20
§ 2.2. Набор эталонных линейных операторов при количественной интерпретации аномалий	26
§ 2.3. Набор эталонных линейных операторов при качественной интерпретации аномалий	34
§ 2.4. Разделение эталонных данных на группы	39
§ 2.5. Обобщенный алгоритм количественной интерпретации	41
§ 2.6. Обобщенный алгоритм качественной интерпретации геофизических данных	48

Часть вторая

Корреляционный анализ типичных геолого-гравитационно-магнитных ситуаций

<i>Глава 3.</i> Корреляционный метод интерпретации аномальных геофизических полей при решении задач региональной тектоники	58
§ 3.1. Изучение расслоения земной коры по гравитационным аномалиям	58
§ 3.2. Связи морфологии раздела Мохоровичича с гравитационным полем и рельефом дневной поверхности	63
§ 3.3. Совместное использование данных гравиметрии и поверхностных сейсмических волн при изучении поверхности Мохоровичича	70
§ 3.4. Геофизическая классификация для целей тектонического районирования	75
<i>Глава 4.</i> Корреляционный метод интерпретации аномальных геофизических полей при решении задач структурной и рудной геологии	82
§ 4.1. Изучение структурного плана полого залегающих разделов в осадочном чехле и поверхности фундамента плит на примере Западно-Сибирской плиты	82
§ 4.2. Поиски рудных месторождений на примере железорудных месторождений Алтае-Саянской складчатой области	89

Часть третья

Совместный анализ гравитационных и магнитных аномалий на основе соотношения Пуассона

<i>Глава 5.</i> Теория совместного анализа	95
§ 5.1. Задачи, решаемые методом совместного анализа	95
§ 5.2. Некоторые соотношения между производными гравитационного и магнитного потенциалов	97
§ 5.3. Эффективность метода совместного анализа при разделении полей	102
<i>Глава 6.</i> Вычислительные схемы метода совместного анализа	105
§ 6.1. Выбор густоты сети измерения гравитационных и магнитных полей и их восстановление (интерполирование) по дискретно измеренным значениям	105
§ 6.2. Вычисление интегралов в конечных пределах	110
§ 6.3. Вычисление интегралов типа свёртки	112
§ 6.4. Формулы для вычисления трансформаций гравитационных и магнитных полей	122
§ 6.5. Алгоритмы совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий	135
<i>Глава 7.</i> Применение метода совместного анализа гравитационных и магнитных аномалий для решения некоторых геологических задач	142
§ 7.1. Выделение аномалий от кимберлитовых тел в условиях развития траппов	142
§ 7.2. Интерпретация гравитационных и магнитных аномалий при поисках структур осадочного чехла в Западно-Сибирской низменности	152
§ 7.3. Поиски коренных месторождений бокситов в условиях Енисейского края	155
Литература	157

*Герман Иванович Каратаев,
Борис Петрович Ватлин,
Тамара Леонидовна Захарова*

**МЕТОДИКА КОМПЛЕКСНОЙ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ
ГРАВИТАЦИОННЫХ И МАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ**

Ответственный редактор
Эпаминонд Эпаминондович Фотиади



Редактор *Н. Г. Рязанова*
Художественный редактор *В. И. Шумаков*
Технический редактор *Т. К. Овчинникова*
Корректоры *Р. В. Герасимчук, В. В. Бухалова*

Сдано в набор 25 октября 1972 г. Подписано к печати 10 июля 1973 г. МН 00206. Бумага тип. № 2, ф-т 70×108¹/₁₆. 10,5 печ. л., 14,7 усл.-печ. л., 14,0 уч.-изд. л. Тираж 1000 экз. Заказ № 4и. Цена 1 р. 40 к.

Издательство «Наука», Сибирское отделение. 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18.
4-я типография издательства «Наука». 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.