

ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ СО РАН

Вып. 27

SB RAS INTEGRATED PROJECTS

Issue 27

RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES
SIBERIAN BRANCH
INSTITUTE OF COMPUTATIONAL MATHEMATICS AND MATHEMATICAL GEOPHYSICS
TROFIMUK INSTITUTE OF PETROLEUM-GAS GEOLOGY AND GEOPHYSICS
INSTITUTE OF AUTOMATICS AND ELECTROMETRY
SOBOLEV INSTITUTE of MATHEMATICS
INSTITUTE OF MINING
GEOPHYSIC SURVEY
ALTAY-SAYAN DIVISION OF GEOPHYSIC SURVEY
FAR EAST BRANCH
COMPUTING CENTER
KAMCHATKA DIVISION OF GEOPHYSIC SURVEY OF RAS

**METHODS FOR DIRECT AND INVERSE PROBLEMS
OF SEISMOLOGY, ELECTROMAGNETISM,
AND EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS
IN PROBLEMS OF STUDYING GEODYNAMIC
PROCESSES IN THE EARTH'S CRUST
AND UPPER MANTLE**

Editor-in-chiefs:
Academician B. G. Mihajlenko, academician M. I. Epov



NOVOSIBIRSK
PUBLISHING HOUSE OF THE SIBERIAN BRANCH
OF THE RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES
2010

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ
ИНСТИТУТ НЕФТЕГАЗОВОЙ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ им. А. А. ТРОФИМУКА
ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ И ЭЛЕКТРОМЕТРИИ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ им. С. Л. СОБОЛЕВА
ИНСТИТУТ ГОРНОГО ДЕЛА
ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ СЛУЖБА
АЛТАЕ-САЯНСКИЙ ФИЛИАЛ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ДАЛЬНЕВОСТОЧНОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР
КАМЧАТСКИЙ ФИЛИАЛ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ РАН

**МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ
ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ СЕЙСМОЛОГИИ,
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ
ИССЛЕДОВАНИЯ В ПРОБЛЕМАХ ИЗУЧЕНИЯ
ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В КОРЕ
И ВЕРХНЕЙ МАНТИИ ЗЕМЛИ**

Ответственные редакторы:
академик Б. Г. Михайленко, академик М. И. Эпов



НОВОСИБИРСК
ИЗДАТЕЛЬСТВО СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
2010

УДК 519.6:550.3
ББК 22.19 + 26.3
М54

Редакционная коллегия серии:

академик В. М. Фомин (главный редактор), академик Ю. И. Шокин, член-корреспондент РАН В. А. Ламин, член-корреспондент РАН В. Н. Опарин, доктор биологических наук В. В. Глулов, доктор экономических наук В. Ю. Малов, доктор химических наук В. П. Федин, кандидат физико-математических наук Н. Г. Никулин (ответственный секретарь)

Серия основана в 2003 г.

Методы решения прямых и обратных задач сейсмологии, электромагнетизма и экспериментальные исследования в проблемах изучения геодинамических процессов в коре и верхней мантии Земли / [А. С. Алексеев] и др.] ; отв. ред. Б. Г. Михайленко, М. И. Эпов ; Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т вычислительной математики и математической геофизики [и др.]. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2010. — 310 с. — (Интеграционные проекты СО РАН; вып. 27).

В коллективной монографии изложены материалы теоретических и экспериментальных исследований, ориентированные на проблемы изучения и мониторинга геодинамических процессов в коре и верхней мантии Земли.

В книге представлены новые материалы, связанные с построением физико-математической модели формирования полей в дилатантных зонах, работы по прямым и обратным задачам моделирования сейсмических волновых процессов, исследованы вопросы распространения сейсмических волн в этих средах, представлен метод решения трехмерных задач дифракции акустических волн в интегральных постановках, приводятся программные средства для решения прямой и обратной задач электромагнитных зондирований, а также результаты экспериментальных работ по вибротсейсмическому зондированию грязевых вулканов. Изложена концепция вибротсейсмического зондирования Земли с использованием вибраторов 1000-тонного класса.

Книга рассчитана на широкий круг специалистов в области наук о Земле, а также аспирантов и студентов, обучающихся по этим дисциплинам.

Утверждено к печати

Ученым советом Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Рецензенты:

докт. техн. наук В. П. Пяткин,
докт. техн. наук И. Е. Ельцов,
докт. физ.-мат. наук С. И. Фадеев

Авторы:

А. С. Алексеев, Б. М. Глинский, В. В. Ковалевский, С. И. Смагин, А. Г. Фатьянов, В. С. Белоносов, О. Ю. Дашевский, Ю. А. Дашевский, П. Г. Дядьков, А. Ф. Еманов, Н. Е. Ершов, Л. В. Илларионова, Х. Х. Имомназаров, С. И. Кабанихин, А. Л. Карчевский, А. А. Каширин, В. Н. Кашун, М. И. Миненко, А. А. Михайлов, О. А. Михеев, Н. Н. Невердова, В. М. Павлов, В. Г. Романов, С. В. Сердюков, В. В. Сказка, О. А. Соболев, В. М. Соловьев, М. В. Фокин, В. Г. Хайдуков, М. С. Хайретдинов, Г. М. Цибульчик, В. А. Чеверда, И. С. Чичинин, М. А. Шишленин, В. И. Юшин

Работа выполнена в рамках интеграционных проектов СО РАН № 16 «Развитие и применение методов активной сейсмологии в геотехнологиях с использованием мощных вибрационных источников» и № 57 «Методы решения прямых и обратных задач электро-магнетизма и сейсмологии в проблемах изучения зон подготовки землетрясений и вулканической деятельности»

ISBN 978-5-7692-1135-5
(вып. 27)
ISBN 978-5-7692-0669-6

© Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, 2010
© Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, 2010
© Институт автоматизации и электротехники СО РАН, 2010
© Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, 2010
© Институт горного дела СО РАН, 2010
© Геофизическая служба СО РАН, 2010
© Алтае-Саянский филиал геофизической службы СО РАН, 2010
© Вычислительный центр ДВО РАН, 2010
© Камчатский филиал геофизической службы РАН, 2010
© Оформление. Издательство СО РАН, 2010

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая монография подготовлена коллективом авторов — сотрудников Института вычислительной математики и математической геофизики (ИВМиМГ — головная организация), Института нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука (ИНГГ), Института математики им. С. Л. Соболева (ИМ), Института автоматизации и электрометрии (ИАиЭ), Алтае-Саянского филиала Геофизической службы (АСФ ГС), Геофизической службы (ГС), Института горного дела (ИГД СО РАН), Вычислительного центра (ВЦ), Камчатского филиала Геофизической службы РАН (КФ ГС РАН), участников интеграционных проектов, грантов РФФИ и др.

В монографии развивается комплексный подход к изучению геодинамических процессов, протекающих в коре и верхней мантии Земли. В частности, рассматривается задача сейсмического мониторинга сейсмоопасных зон земной коры и объектов, имеющих особо важное государственное значение. К настоящему времени разработан ряд методов и проведены регулярные наблюдения над поведением различных физических полей в процессе подготовки землетрясений, извержений магматических и грязевых вулканов: сейсмических, электрических, электромагнитных, акустических, тектономагнитных, в результате выявлены корреляционные связи между ними и обнаружены «перекрестные эффекты», например, сейсмо-электрические, сопровождающие и предвещающие землетрясения. Но природа многих закономерностей пока не ясна, и она не будет понята без создания адекватных математических моделей, без комплексного изучения этих сложнейших природных процессов, без применения активных методов изучения сейсмоопасных объектов. Именно этой проблеме и посвящена данная монография.

Особое внимание уделено вибросейсмическим методам исследований, основанным на применении мощных, контролируемых источников излучения [Активная сейсмология, 2004]. Сейсмическая гетерогенность земной коры является ее фундаментальным свойством и присуща многим ее областям: зонам подготовки природных катастроф (землетрясений, извержений вулканов), разломным зонам, нефтяным коллекторам и др. Данный тип гетерогенности характеризуется локальными неоднородностями, различающимися масштабом (геометрическими параметрами), контрастностью, структурной организацией, плотностью распределения. В частности, геодинамические процессы зарождения и развития сейсмического очага в сейсмоопасных зонах увязывают с процессами трещинообразования [Журков, 1977; Алексеев и др., 1998]. С учетом этого, в качестве количественной характеристики базового процесса, порождающего аномалии-предвестники, А. С. Алексеевым предложено использовать пространственно-временную функцию плотно-

сти числа трещин в области готовящегося очага и в зонах аномальных геофизических полей на поверхности Земли. В качестве такой функции может быть применена интегральная функция вида $\theta(x, y, t) = \text{div} \mathbf{U}$ (где \mathbf{U} — геофизическое поле, регистрируемое на поверхности Земли), с помощью которой можно пытаться приближенно описать плотность трещин в среде [Alekseev et al., 1998a]. Функция $\theta(x, y, z, t)$ может быть названа функцией разуплотнения среды. Создание методов определения функции $\theta(x, y, z, t)$, в частности метода вибротомографического мониторинга сейсмоопасных районов, следует отнести к числу важных проблем «активной сейсмологии».

Наиболее детальные сведения о структуре областей среды с изменяющейся во времени трещиноватостью способен дать сейсмический метод наблюдения продольных и поперечных волн от мощных контролируемых вибротомографических источников.

В монографии представлены новые результаты, связанные с построением физико-математической модели формирования полей в очаговой зоне дилатансии сейсмоопасных районов. На основе этой модели предложен метод мониторинга сейсмоопасных зон с использованием мощных вибраторов. Сделаны оценки чувствительности метода активного мониторинга с гармоническими сигналами. Разработана концепция зондирования коры и мантии Земли с помощью вибраторов 1000-тонного класса. Предложен метод решения задачи восстановления источника волн. Разработаны методы численного моделирования распространения сейсмических волн в упругопористой среде.

В частности, предлагается новый подход к обработке и интерпретации данных сейсмического мониторинга, базирующийся на решении обратной динамической задачи дифракции волн и использующий в качестве входных данных наблюдения достаточно плотной площадной решетки датчиков. Основная идея метода состоит в том, чтобы поле, наблюдаемое площадной апертурой датчиков, продолжить внутрь исследуемой области по сходящейся системе волн. Здесь имеется явная аналогия с методами формирования изображений в оптике, в которых сходящаяся система волн фокусируется на неоднородностях среды, что позволяет видеть образ рассеивающего тела. Но в отличие от оптики, учитывая достаточно низкие частоты в сейсмике и численный подход к решению, предлагаемый метод продолжения поля позволяет получить и количественные характеристики скоростных аномалий.

Для учета разномасштабной неоднородности реальной среды использован статистический подход и получено уравнение распространения сферических сейсмических волн в сложно построенных средах. Разработан алгоритм решения уравнения для распространения разномасштабных волн. Исследованы спектральные характеристики волновых полей в зависимости от основных параметров разномасштабности. Проведено сравнение модельных данных и экспериментальных наблюдений для грядевого вулкана Шуго.

Численно решена система линеаризованных уравнений для распространения сейсмических волн в пористых средах в случае двумерной постановки задачи в отсутствие диссипации энергии. Для этого был использован метод комплексирования аналитического преобразования Лагерра по временной координате и конечно-разностного метода по пространству.

Рассмотрены обратные задачи сейсмического зондирования о восстановлении акустического импеданса одномерной вертикально-неоднородной среды по результатам измерений волновых полей. Показано, что спектральные методы решения таких задач неустойчивы по отношению к погрешностям измерений в низкочастотном диапазоне. Предложен новый метод низкочастотной регуляризации, основанный на использовании дополнительной информации о волновых числах поверхностных волн Лява, позволяющий регуляризовать процедуру решения обратных задач и добиться необходимой устойчивости. С учетом того, что при использовании мощных вибраторов для определения структуры верхней части разрывов основная энергия сигналов сосредоточена в низкочастотной области, полученный результат имеет важное практическое значение.

Разработан метод совместного использования информации о фазовых характеристиках волн Лява и Релея для определения параметров слоистой среды. По установленной зависимости основной моды от частоты удается восстановить оптимизационными методами параметры слоистой среды с достаточно высокой точностью, позволяющей провести расчет сейсмограммы в низкочастотной области и использовать полученную информацию как дополнительную при дальнейшем исследовании среды спектральными методами.

Решена задача об одновременном определении параметров слоев (плотности и параметров Ламе) в слоистом упругом трехмерном полупространстве, состоящем из счетного числа слоев, и параметров формы импульсного точечного источника типа взрыва, приложенного внутри первого слоя. В качестве информации для их определения задаются смещения точек границы полупространства для конечного интервала времени наблюдения. При достаточно естественных предположениях о форме источника описана алгоритмическая процедура однозначного определения искомых параметров упругой среды до глубины, которая определяется временем наблюдения.

Другая задача связана с восстановлением не только компоненты вектора смещения на разломе, но также и поверхности разлома, а также и скорости распространения разрыва вдоль разлома. Для этого применен оптимизационный подход для реализации метода наименьших квадратов с использованием в качестве входной информации поля смещений. Заметим, что любая оптимизация требует наличия эффективного численного метода для моделирования полного волнового поля на свободной поверхности. В настоящей работе использован алгоритм, основанный на аналитической формуле, описывающей волновое поле, возникающее в результате разрыва, распространяющегося в однородной упругой среде. Преимущество этого метода в сравнении с представлением через функцию Грина заключается в том, что взамен двумерного интегрирования получаются простые аналитические формулы, которые можно непосредственно использовать в расчетах. Это упрощает задачу моделирования волнового поля, существенно экономит вычислительные ресурсы и, следовательно, позволяет организовать эффективную итерационную процедуру минимизации соответствующего функционала. Численными исследованиями установлено, что существует принципиальная возможность детального восстановления геометрических и механических свойств упрощенных моделей очагов землетрясения по информации от нескольких станций, расположенных в ближней зоне очага землетрясения.

Рассмотрены и решены следующие задачи: разработан и численно реализован метод решения трехмерных задач дифракции акустических волн в интегральных постановках с одной неизвестной функцией; выполнена численная реализация алгоритмов решения задач оптимального управления для стационарных пространственных задач дифракции акустических волн; проведены численные эксперименты по математическому моделированию в акустическом приближении процесса вибросейсмического зондирования сред с локальными трехмерными неоднородностями; создана и программно реализована усовершенствованная методика расчета полных сейсмограмм на поверхности слоистой упругой среды для силовых дипольных источников. Данная методика позволяет, в частности, рассчитывать теоретические сейсмограммы для региональных землетрясений; разработаны и программно реализованы на вычислительном кластере в стандарте MPI алгоритмы распределенных вычислений для численного решения задач математического моделирования 3D электромагнитных полей в плоскостойких средах с вытянутыми двумерно-неоднородными включениями и импульсными источниками; получены оценки сейсмической составляющей скорости поддвига Тихоокеанской плиты под Камчатку по двум видам данных: по СМТ (Centroid Moment Tensor) механизмам и подпоследовательности сильнейших землетрясений Камчатки. Показано, что 85—90 % скорости обеспечивают сильнейшие землетрясения с моментной магнитудой $M_w \approx 9$.

Приводятся результаты изучения геоэлектрического строения и закономерности процесса консолидации среды на основе решения прямых и обратных задач для комплекса электромагнитных данных в эпицентральной зоне Алтайского землетрясения.

В монографии представлена концепция вибропросвечивания коры и мантии Земли, рассмотрены методические и экспериментальные вопросы применения вибросейсмических технологий.

В частности, рассматриваются конструктивные схемы 1000-тонного вибратора, применение которого позволит освещать толщу мантии Земли до внешнего и внутреннего ядер с помощью рефрагированных и отраженных волн. Предлагается проект просвечивания мантии Земли с использованием сети сейсмических станций на территории США (USAgray) и источника 1000-тонного класса, расположенного на территории Сибири или Алтая. Сделаны оценки разрешающей способности предлагаемой системы для исследования неоднородностей мантии.

В экспериментальном плане приводятся результаты работ по методологии построения 3D пьезомагнитной модели участка земной коры с неоднородным распределением магнитных и пьезомагнитных свойств горных пород, исследованы процессы генерации, переноса и преобразования сейсмической энергии в ближней зоне мощных стационарных вибраторов, выявлены наиболее значимые физические параметры, влияющие на эффективность сейсмического излучения.

Исследованы характеристики сейсмических волновых полей при вибросейсмическом зондировании грязевых вулканов Шуго, Ахтанизовский, гора Карabetова Таманской грязевулканической провинции. Сложность строения среды в районах грязевых вулканов обуславливает значительно выраженные вариации волновых форм в первых вступлениях вдоль регистрирующего профиля, охватывающего зону вулкана и прилегающие к нему области. Имеют место выраженные различия волновых форм на прямом и обратном годографах, а также в зависимости от

азимутального положения «источник—приемник», обусловленные дилатантным строением вулканической среды. В спектрах вибрационных сейсмограмм на фоне их широкополосной части преобладают узкополосные составляющие, характеризующие селективные свойства сред с выраженной неоднородностью. На основе анализа результатов экспериментальных и теоретических исследований, полученных авторами с помощью вибросейсмического метода зондирования поротрещинных и флюидонасыщенных сред грязевых вулканов и зон тектонических разломов, выявлены информативные параметры структурных изменений полей поперечных и рассеянных волн в результате их распространения через рассматриваемые среды. Полученные параметры связаны с процессами вариаций волновых форм, эффектами нелинейной трансформации волновых полей в частотной области и вариациями времен пробега объемных волн. Учет новых параметров открывает возможность решения проблемы вибросейсмического мониторинга сейсмовулканоопасных зон в виде многофакторной задачи, что способствует повышению чувствительности и достоверности метода активного мониторинга геодинамических процессов.

Экспериментальными исследованиями установлена эквивалентность волновых полей, возбуждаемых мощными вибраторами и мощными химическими взрывами, что доказывает возможность применения дебалансных вибраторов для глубоких исследований земной коры и верхней мантии. Установлены вариации параметров волновых полей от мощных вибраторов, связанные с сезонными изменениями упругих характеристик земной коры в зоне крупного водохранилища, что доказывает высокие возможности вибрационного метода при мониторинге сейсмоопасных зон.

В монографии также затрагиваются вопросы программно-алгоритмического обеспечения для изучения геодинамических процессов в коре и верхней мантии Земли. В частности, приводятся программно-алгоритмические средства для решения прямой и обратной задач электромагнитных зондирований с учетом анизотропии среды.

Затрагиваются также вопросы расчета синтетических сейсмограмм. Предлагаемый метод является развитием метода Фатъянова. Вводятся вспомогательные функции (импедансы) непосредственно для векторов движения—напряжения; импеданс — это матрица, на которую нужно умножить вектор движения, чтобы получить вектор напряжения. Это, с одной стороны, упростило логику алгоритма, а с другой, улучшило его численную эффективность.

В монографии изложены результаты, полученные при выполнении следующих интеграционных проектов:

№ 57. Методы решения прямых и обратных задач электромагнетизма и сейсмологии в проблемах изучения зон подготовки землетрясений и вулканической деятельности. (2006 г., координаторы: докт. техн. наук Глинский Б. М. — СО РАН, член-корр. РАН Смагин С. И. — ДВО РАН).

№ 16. Развитие и применение методов активной сейсмологии в геотехнологиях с использованием мощных вибрационных источников (2006 г., координатор академик [Алексеев А. С.]).

№ 16. Развитие методов активной сейсмологии с использованием мощных виброисточников, решения прямых и обратных задач геофизики для изучения геодинамических процессов в коре и верхней мантии Земли (2007—2008 гг., коорди-

наторы: академик **Алексеев А. С.**, докт. техн. наук Глинский Б. М. — СО РАН, член-корр. РАН Смагин С. И. — ДВО РАН).

Ряд научных результатов получен при финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 16 и Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 07-05-00775, 07-07-00214, 07-07-00214а, 07-05-00858-а, 08-07-10000к, 05-05-64503, 06-05-65110, 08-П-СО-001 ДВО РАН, 08-01-00947, 06-01-96024, 06-И-П14-053 ДВО РАН, 06-08-00386, 05-01-00171, 08-01-00312, 07-05-00301, 07-05-00986), а также проекта № 3 ОНЗ-7, Интеграционного проекта 06-П-СО-01-001 (Президиумы ДВО и СО РАН), № 42 СО РАН, а также гранта Фонда содействия отечественной науке («Доктора наук РАН»).

Главы коллективной монографии подготовили:

Глава I. Теоретические основы многодисциплинарного и вибросейсмического мониторинга в изучении зон подготовки землетрясений и вулканической деятельности. **А. С. Алексеев**, *Х. Х. Имомназаров*, **Г. М. Цибульчик**, *А. А. Михайлов*, *В. В. Ковалевский*, *В. Г. Хайдуков*, *В. А. Чеверда*, *В. С. Белонососов*, *С. И. Кабанихин*, *А. Л. Карчевский*, *В. Г. Романов*, *В. В. Сказка*, *М. В. Фокин*, *М. А. Шишленин*, *А. Г. Фатьянов*, *Н. Е. Еришов*, *Л. В. Илларионова*, *А. А. Каширин*, *С. И. Смагин*.

Глава II. Теоретические и экспериментальные исследования по применению вибросейсмических технологий. **А. С. Алексеев**, *В. В. Ковалевский*, *И. С. Чичинин*, *В. И. Юшин*, *Н. И. Геза*, *С. С. Полозов*, *В. С. Селезнев*, *А. Ф. Еманов*, *В. М. Соловьев*, *В. Н. Кашун*, *С. А. Елагин*, *С. В. Сердюков*, *Б. М. Глинский*, *М. С. Хайретдинов*.

Глава III. Построение геоэлектрической и пьезомагнитной моделей и изучение временной динамики параметров среды в области очага землетрясения на основе решения прямых и обратных задач для слоистых и сложно построенных сред. *Н. Н. Неведрова*, *Ю. А. Дашевский*, *П. Г. Дядьков*, *М. И. Миненко*, *О. А. Михеев*, *О. А. Соболев*, *М. С. Хайретдинов*.

Глава IV. Методическое и программно-алгоритмическое обеспечение для изучения геодинамических процессов в коре и верхней мантии Земли. *Н. Н. Неведрова*, *Ю. А. Дашевский*, *О. Ю. Дашевский*, *В. М. Павлов*.

Глава 1

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ВИБРОСЕЙСМИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА В ИЗУЧЕНИИ ЗОН ПОДГОТОВКИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И ВУЛКАНИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

1.1. ПОСТРОЕНИЕ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОВ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛЕЙ В ПОВЕРХНОСТНОЙ И ОЧАГОВОЙ ЗОНАХ ДИЛТАНСИИ СЕЙСМООПАСНЫХ РАЙОНОВ

Перед крупными землетрясениями в районе формирования будущего очага землетрясений возникают аномальные геофизические поля разной геофизической природы (гравитационное поле смещений поверхности, поле сейсмичности, уровня грунтовых вод, электропроводности и др.).

Эти аномалии полей ведут себя во времени и пространстве весьма сложным образом [Mei Shirong, 1992], формируясь в окрестности эпицентральной зоны будущих землетрясений и мигрируя в ходе подготовки землетрясений по площади до расстояний 200—300 км и более, в зависимости от силы будущего землетрясения.

Китайские сейсмологи, организовавшие полигоны комплексного мониторинга геофизических полей разной геофизической природы и создавшие большие базы данных свойств аномалий сильных землетрясений ($M \geq 6$), отмечают [Zhang Guomin, Zhang Zhaocheng, 1992], что не все аномалии можно рассматривать как предвестники землетрясений. Но аномалии возникают не всегда. Иногда при использовании их в качестве предвестников (из-за их повторяемости для разных землетрясений) они противоречат друг другу.

Сложная взаимосвязь аномалий-предвестников между собой и со свойством очага, а часто — отсутствие видимой связи [Ma Li et al., 1995] усложняют развитие многодисциплинарных методов прогноза и создание непротиворечивого комплекса предвестников — интегрального предвестника [Alekseev, 1993].

Получается, что наличие большого числа предвестников, к которому сейсмологи всегда стремятся, чтобы не пропустить подготовку сильного землетрясения, весьма затрудняет прогноз из-за увеличения «количества степеней свободы выбора». Интуитивно ясно, что чисто статистические методы поиска решающего правила приводят к резкому возрастанию объема экспериментальных выборок при добавлении каждого нового признака, вследствие необходимости оценивания статистических взаимоотношений нового признака со всеми старыми признаками, что деформирует предшествующее многомерное распределение.

Интуитивно также ясно, что за всеми взаимоотношениями признаков (предвестников) между собой и со свойствами очага стоит некоторая универсальная физическая причина. Учет ее и возможность вывода из нее свойств отдельных предвестников способны избавить исследователя от «проклятия многомерности».

Такой физической причиной, по-видимому, является наиболее универсальный процесс при подготовке землетрясений — эволюция поля микротрещин в среде под действием концентрации напряжений. В ходе этой эволюции происходят укрупнение микротрещин, появление новых областей повышенной трещиноватости и, наконец, развитие магистральных трещин — разрывов среды, выделяющих сейсмическую энергию землетрясений.

В качестве количественной характеристики базового процесса, порождающего аномалии-предвестники, естественно использовать пространственно-временную функцию плотности числа трещин в области готовящегося очага и в зонах аномальных геофизических полей на поверхности Земли.

Такое предложение основывается:

на результатах кинетической теории разрушения, развитой С. Н. Журковым с сотрудниками [Журков, 1968; Журков и др., 1977];

на экспериментальных и теоретических исследованиях процессов подготовки землетрясений, выполненных сотрудниками ИФЗ РАН В. И. Мячкиным, Б. В. Костровым, Г. А. Соболевым, О. Г. Шаминой [Мячкин и др., 1974, 1975];

на приводимых ниже результатах численного анализа «очаговых» и «поверхностных» зон дилатансии.

Явление образования «пограничного слоя дилатансии» — разуплотнения протяженных зон верхней части земной коры под действием касательных и растягивающих тектонических напряжений вблизи свободной от напряжений дневной поверхности было обнаружено в результате вычислительных экспериментов.

1.1.1. Основные свойства областей формирования предвестников разной физической природы

Землетрясения реализуются через разрушение горных пород, начиная с разрушения пород в очаговой зоне. Поэтому для прогноза землетрясений первостепенное значение имеют изучение процессов подготовки разрушения и мониторинг этих процессов. В результате изучения процессов разрушения образцов различных материалов в лабораторных условиях, а также крупномасштабных природных объектов, в том числе блоков земной коры при землетрясениях, сейчас выявлены общие закономерности процесса разрушения.

Наиболее общим принципом является поэтапный характер развития этого процесса во времени. В работах С. Н. Журкова и его коллег из Физико-технического института РАН в Санкт-Петербурге установлен ряд кинетических законов и представлений о разрушении [Журков, 1968; Журков и др., 1977], которые близки к представлениям сотрудников Института физики Земли РАН о схеме разрушения крупномасштабных объектов земной коры при землетрясениях. В работе Г. А. Соболева [1978] сформулированы три закономерности, имеющие «ключевое значение для проблем поиска предвестников и прогноза землетрясений»:

1. Представление о развитии системы трещин в области подготовки очага землетрясений в результате роста объемной плотности числа микротрещин, через стадии укрупнения размеров трещин и уменьшения их числа до образования магистральных разрывов.

2. Закономерность ступенчатого перехода размеров трещин от мелких к более крупным при достижении некоторого критического числа трещин, соответственно концентрационному критерию С. Н. Журкова [Журков, 1968]

$$K^* = L^{-1} N^{-(1/3)}, \quad (1.1.1)$$

где N — число трещин размера L ; K^* — критическое среднее расстояние между трещинами в единицах средней длины трещин, а $N^{-(1/3)}$ — объемная концентрация трещин. При уменьшении среднего расстояния ниже критического происходит резкая перестройка всей системы трещин с увеличением средних размеров трещин в некоторой геометрической пропорции и уменьшением средней объемной их концентрации. При этом трещины приобретают тенденцию локализоваться в области будущего макроразрыва. Эти закономерности универсальны для любого масштабного уровня и любого режима нагружения.

Перестройка системы трещин проявляется в изменении некоторых характеристик среды в созревающем очаге, а также в образовании аномалий ряда геофизических полей. В частности, концентрация процесса трещинообразования может выражаться в пространственно-временном изменении режима сейсмичности для слабых землетрясений, в изменении механизма очагов предшествующих микроземлетрясений, в появлении анизотропии свойств пород в будущем очаге. Последнее наиболее четко проявляется в образовании аномалий величин скоростей отношений распространения продольных и поперечных сейсмических волн перед крупными землетрясениями [Нерсесов и др., 1971].

Анализ поля напряжений в районах подготовки землетрясений [Miao Liangtian, 1993; Wang Chunhua et al., 1996] и результаты численного моделирования условий возникновения зон «дилатансии», приведенные ниже, позволяют допускать возможность образования трещин некоторого масштабного уровня на расстояниях 200—300 км от очага будущего землетрясения.

Таким образом, выбор функции плотности трещин в качестве меры подготовки разрушения имеет ряд достоинств благодаря участию этой функции в формулировке всех трех основных закономерностей, имеющих ключевое значение для проблем прогноза.

1.1.2. О «пограничном слое» дилатансии земной коры

В результате взаимодействия региональных и локальных тектонических сил в сейсмоактивных зонах могут возникать области высокой концентрации тектонических напряжений. В какой-либо из этих областей спустя какое-то время произойдет разрушение среды, вызывающее землетрясение.

Процесс подготовки землетрясений, хотя и растянут во времени на несколько лет, тем не менее, является энергонасыщенным процессом. Происходят крупные реологические изменения в среде и формируются аномальные зоны геофизических полей разной природы. Наиболее универсальным механизмом развития изменений в среде является раскрытие трещин в зонах повышенных значений сдвиговых и растягивающих напряжений. Такие зоны образуются в окрестности очагов будущих землетрясений, если здесь неравномерно в пространстве распределены силы. Начальную стадию раскрытия трещин и последующее состояние среды, при кото-

ром развиваются процессы разрушения, большинство сейсмологов связывают с состоянием дилатансии среды, описанным в [Brace et al., 1966; Николаевский, 1982].

Дилатансия — это нелинейное разуплотнение среды за счет образования трещин сдвига вследствие превышения наибольшими касательными напряжениями некоторого порога. К области дилатансии относят множество точек упругой среды, для которых при заданном поле напряжений $\{\sigma_{ij}\}$ в среде выполнено условие

$$D_{\tau} \equiv \tau - \alpha(P + \rho g z) - Y \geq 0, \quad (1.1.2)$$

где ρ — плотность породы; g — ускорение свободного падения, z — глубина точки, P — гидродинамическое давление $P = -\frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$; α — коэффициент внутреннего трения, Y — сцепление породы, τ — интенсивность касательных напряжений:

$$\tau = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2) \right]^{1/2}. \quad (1.1.3)$$

Условие (1.1.2) совпадает с **критерием Шлейхера—Надаи** разрушения материала под действием скальвающих нагрузок. Он удовлетворительно описывает начало процесса разрушения горных пород, применим он и в стадии «предразрушения» (при нагрузке до 60—90 % от критической) для качественного описания формы областей активизации раскрытия трещин.

На примере простейшей модели земной коры — первоначально однородного, изотропно-упругого полупространства покажем сложный характер зон дилатансии. Эта сложность проявляется даже в случаях, когда источником тектонических напряжений является единичная сосредоточенная сила. В реальном очаге имеется более сложное наложение сил.

Для моделирования поля напряжений в упругом полупространстве были использованы известные точные решения для упругих смещений и напряжений от точечного источника, удовлетворяющие условиям отсутствия напряжений на границе $z = 0$.

На рис. 1.1.1 изображена граница области $D_{\tau} = 0$ из формулы (1.1.2) для источника — одна простая сила на глубине 15 км. Параметры упругого полупространства здесь выбраны следующими:

$$\begin{aligned} v_p &= 6000 \text{ м/с}, \quad v_s = v_p / \sqrt{3}, \quad \lambda = \mu = \rho v_s^2 = 3,48 \cdot 10^{10} \text{ Па}, \\ \rho &= 2900 \text{ кг/м}^3, \quad g = 9,9 \text{ м/с}^2, \quad Y = 3 \cdot 10^6 \text{ Па}, \quad \alpha = 0,5, \quad F = 10^6 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Внутри области $D_{\tau} \geq 0$ касательные напряжения доминируют над сжимающими. Сопrotивление среды скальвающим усилиям за счет сцепления здесь преодолено и сложились условия, благоприятные для роста числа трещин. Сами механизмы раскрытия трещин и реологические изменения среды в зоне $D_{\tau} \geq 0$ используемыми решениями не описываются. Решения относятся лишь к определению границы перехода упругого состояния в состояние нелинейного разуплотнения с образованием системы трещин.

Интересным фактом оказывается образование двух зон дилатансии: «очаговой», в окрестности точки приложения силы и «пограничной» — в слое около сво-

бодной поверхности. Здесь поле напряжений от источника может содержать сильный вклад касательных напряжений на фоне слабого влияния сжимающих напряжений и гидростатического давления в связи с близостью поверхности, свободной от внешних напряжений.

В зависимости от параметров (h — глубины источника, F — интенсивности источника, угла θ — ориентации силы в источнике, величины Y — сцепления элементов среды), «пограничная» зона дилатансии ведет себя довольно изменчиво. Она может исчезать при увеличении глубины источника или соединяться с «очаговой» зоной — при увеличении интенсивности источника (как на рис. 1.1.1). В некоторых случаях «пограничная» зона имеет горизонтальную протяженность 200 км и более, а также весьма сложную форму в проекции на поверхность Земли. Легко убедиться, что при действии нескольких, разнесенных в пространстве источников переменной во времени интенсивности картина перемещения дилатансных зон по поверхности может быть сложной.

Поскольку с поверхностными зонами дилатансии естественно связывать зоны аномальных значений различных геофизических полей, то для исследования источников и механизмов образования этих аномалий требуется возможно более точно учитывать положение дилатансных зон.

Условие разуплотнения пород земной коры с учетом механизмов образования трещин

$$0 \leq D_{\sigma} \equiv \begin{cases} \frac{1}{2} \sigma_1 (1 - \sin \phi) - \frac{1}{2} \sigma_3 (1 + \sin \phi) - Y \cos \phi, & \text{если } -\sigma_3 \geq \sigma_p, \\ -\sigma_3 - \sigma_p, & \text{если } -\sigma_3 < \sigma_p, \end{cases} \quad (1.1.4)$$

где σ_1 и σ_3 — наибольшее и наименьшее главные напряжения (соответственно); ϕ — угол внутреннего трения, Y — сцепление, σ_p — прочность среды при растяжении. Этот критерий определяет зоны дилатансии в условиях, когда среда вы-

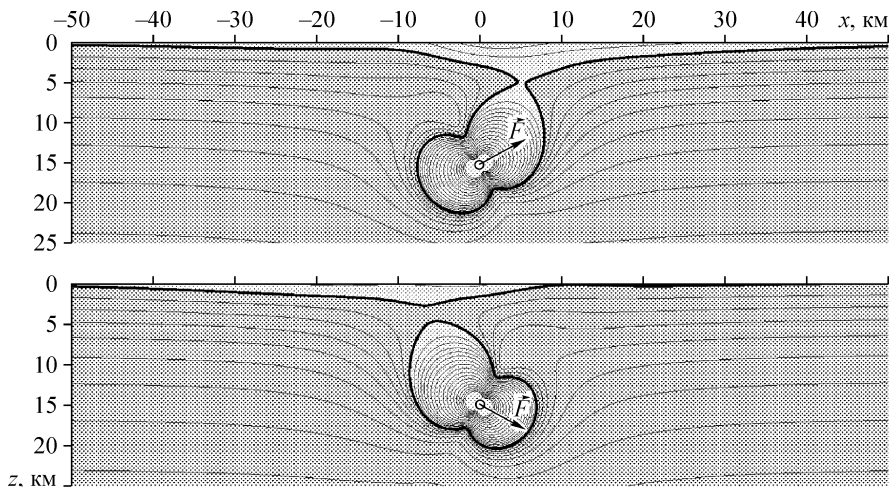


Рис. 1.1.1. Формы очаговой и поверхностной зон дилатансии в сечении $y = 0$ при различной ориентации силы в источнике.

держивает большие скалывающие напряжения, но меньше сопротивляется растягивающим усилиям.

Нужно отметить, что существование «пограничных» зон дилатансии в реальных условиях пока следует считать гипотезой. Внесение этой гипотезы в сферу практического анализа накопленного обширного материала по мониторингу аномалий различных геофизических полей вызвано попыткой найти причины пространственно-временной подвижности аномалий этих полей и механизмы их взаимосвязи. В частности, важную роль для выявления таких зон и слежения за их развитием могут играть наряду с сейсмическим зондированием также методы электромагнитного зондирования, которые позволяют осуществлять мониторинг электрической проводимости и анизотропии среды (см. пункт 3.1). Эти параметры тесно связаны с флюидонасыщенностью горных пород и должны реагировать на изменения их свойств при дилатансионных явлениях. О преобладании условий разуплотнения или уплотнения в среде может свидетельствовать характер действующего напряженного состояния, данные о котором могут быть получены на основе как изучения типа механизмов очагов землетрясений, так и интерпретации результатов тектономагнитных исследований (см. пункт 3.2).

Прежде чем излагать интегральную обобщенную модель дилатансионной зоны в очаге на основе многодисциплинарного мониторинга, целесообразно указать на механизм связи процессов образования трещин в «очаговой» и «пограничной» областях дилатансии.

Энергетической средой, в которой осуществляется взаимосвязь «очаговой» и «пограничных» зон, является единое поле напряжений, созданное силами в источнике готовящегося землетрясения.

Линии наибольших касательных (или растягивающих) напряжений дают оценку доминирующей ориентации трещин, возникающих в зонах «очагового» и «пограничного» типов.

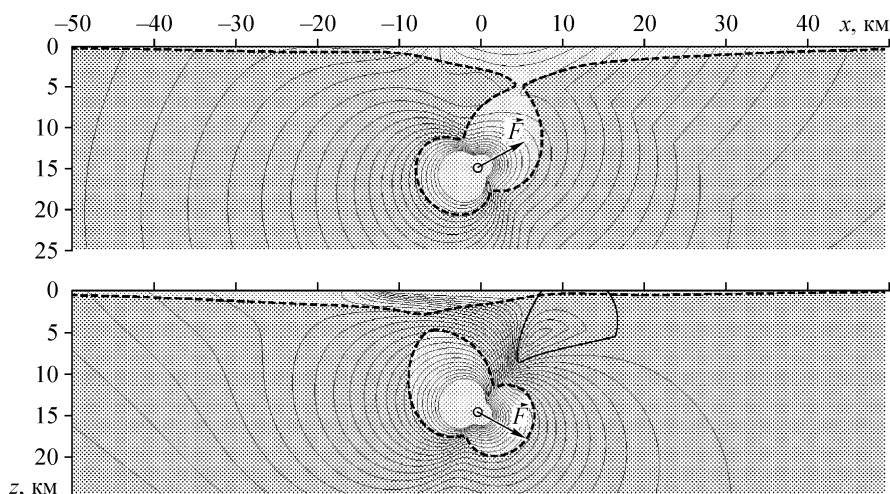


Рис. 1.1.2. Очаговая и поверхностная зоны дилатансии в поле главных нормальных напряжений σ_1 при различной ориентации силы в источнике.

В тех случаях, когда дилатантные зоны двух типов объединяются в одну, имеется единая область трещиноватости, соединяющая поверхностные зоны аномальных полей с очаговой зоной, развитие процесса разрушения которой может напрямую влиять на изменение геофизических аномалий. В случае разделения областей дилатансии «очаговая» зона может сохранять свое прямое влияние на аномалии некоторых полей (например, на значения скоростей v_p и v_s) через единую область наложенной анизотропии среды. При этом можно ожидать, что в процессе укрупнения трещин коэффициенты анизотропии будут меняться специальным образом, из-за сохранения ориентации осей симметрии. Это может упростить задачу оценки среднего числа трещин вибросейсмическим методом высокого разрешения.

1.2. АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА ОБРАЗОВАНИЯ АНОМАЛИЙ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ КАК ВОЗМОЖНЫХ ПРЕДВЕСТНИКОВ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ АКТИВНОГО ГЕОФИЗИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА

1.2.1. Интегральная (обобщенная) модель дилатантной зоны и совмещенные обратные задачи мониторинга

Проведенный анализ основных положений о ключевой роли процессов разрушения и закономерностей развития систем трещин на стадиях подготовки землетрясений показывает, что проблема прогноза сейсмических событий должна включать решение задач по определению основных пространственно-временных характеристик процессов развития систем трещин в сейсмоопасной зоне. Такие исследования прежде всего необходимо осуществлять в зонах дилатансии, где образуются и развиваются системы трещин.

Принципиальную возможность определения функции плотности числа трещин предоставляют наблюдения над аномалиями геофизических полей. В предыдущих разделах было высказано предположение о взаимосвязи процесса раскрытия трещин в зонах дилатансии с механизмами образования аномальных полей. В качественном отношении образование аномалий таких полей как гравитационное, поле электропроводности, уровня грунтовых вод, газовой и флюидной проницаемости вполне можно объяснить раскрытием трещин. Представление о «пограничной» зоне дилатансии открывает и количественный подход к определению характеристик трещиноватости (интегрального предвестника) на основе данных об аномалиях геофизических полей.

Введем функцию $\theta(x, y, t)$, с помощью которой можно попытаться приближенно описать плотность трещин в среде. В процессе деформации среды до нарушения сплошности разуплотнение среды характеризуют объемным расширением (дилатацией) $\theta = \text{div}U$. Если рассматривается малый объем v_0 , который после деформации равен v_1 , то $v_1 = v_0(1 + \theta)$. При этом, если среда имела плотность ρ_0 , то после деформации плотность окажется равной $\rho_1 = \rho_0 / (1 + \theta)$. Для больших объемов деформированной среды это разуплотнение существенно. Оно создает аномалию гравитационного поля $V(x, y, 0) = V^0(x, y)$, по которой, решая обратную задачу

$$\Delta V = -4\pi\rho_1(\theta), \quad V|_{z=0} = V^0(x, y) \quad (1.2.1)$$

об определении плотности $\rho_1(x, y, z) = \rho_0 / (1 + \theta(x, y, z))$, можем, в принципе, найти разуплотнение θ . (Если эта обратная задача может быть решена единственным образом, а исходная плотность известна.) Основная трудность, вынуждающая рассматривать многодисциплинарные (совмещенные) постановки обратных задач, состоит в том, что задача (1.2.1) не имеет единственного решения. В ней имеется некорректность: по двумерной известной функции $V^0(x, y)$ делается попытка найти трехмерную функцию $\rho_1(x, y, z)$, т. е. без дополнительной (внешней) информации однозначно определить ее невозможно.

Значение совмещенных постановок обратных задач в том и состоит, чтобы привлекать дополнительную информацию из новой обратной задачи относительно той же физической величины.

В дальнейших постановках задач будем стараться привлечь возможно больше дополнительной информации о величине $\theta(x, y, z, t)$ — объемном расширении среды. В обратной задаче (1.2.1) для определения плотности $\rho_1 = \rho_0 / (1 + \theta)$ функцию $\theta(x, y, z, t)$ можно назвать *функцией разуплотнения среды*. Ее допустимо считать кусочно-непрерывной, не связывая ее определение с дилатацией $\theta = \text{div}U$, и приравнять суммарному объему трещин в единице объема среды. Число трещин в единице объема можно определить формулой $N = \theta / \theta_L$, где θ_L — относительный средний объем одиночной трещины длины L . Эту величину в задачах мониторинга числа трещин предстоит определить из оценки механических параметров среды, средних размеров трещин на предыдущем масштабном уровне развития процесса в очаге с учетом концентрационного критерия (1.1.1).

Основываясь на *принципе дополненности* геофизических методов [Алексеев, 1992, 1993], для получения надежных оценок функции $\theta(x, y, z, t)$ рассмотрим совмещенные обратные задачи для гравитационного и электроразведочного методов, для задачи описания уровня грунтовых вод и сейсмического метода измерения эффективных коэффициентов анизотропии для трещиноватых пород.

Каждый из этих методов основывается на измерении в точках поверхности $z = 0$ соответствующего геофизического поля: $U_v(x, y, 0, t_k) = U_v^0(x, y, t_k)$, где $t_k = kT_v$; T_v — интервал времени между моментами регистрации величины поля при его мониторинге.

Для всех геофизических полей, используемых в проблеме прогноза землетрясений, имеются методы решения прямых и обратных задач. В прямых задачах предполагаются заданными уравнение поля:

$$L_v(U_v, \alpha_v, \beta_v) = f_v(x, y, z, t),$$

граничные условия: $l_v(U_v, \alpha_v, \beta_v)|_S = h_v(s, t)$,

и начальные данные: $U_v(x, y, z, t)|_{t=0} = U_v^0(x, y, z)$.

Здесь $\alpha_v(x, y, z)$, $\beta_v(x, y, z)$ — физические и геометрические характеристики среды; $f_v(x, y, z, t)$ — внешние объемные источники поля; $h_v(s, t)$ — источники на поверхности S (рис. 1.2.1).

В настоящее время существуют эффективные численные методы решения на компьютерах прямых задач любого типа из упомянутых выше. При их решении должны быть заданы характеристики среды $\alpha_v(x, y, z)$, $\beta_v(x, y, z)$, источники поля и граничная поверхность S . В обратных задачах задается поле $U_v^0(s_i, t)$ в се-

рии точек s_i на поверхности S , указываются искомые характеристики среды α_v и β_v или другие элементы задачи (форма поверхности S , какие-либо источники f_v или h_v). Все остальные элементы задачи должны быть заданы, как и в прямых задачах.

При постановке обратных задач возможны следующие варианты (см. рис. 1.2.1):

- 1) раздельно ставятся индивидуальные обратные задачи для каждого метода;
- 2) ставится одна совмещенная обратная задача для группы m методов, дающих достаточную информацию для определения нужной характеристики среды.

Индивидуальные обратные задачи имеют, как правило, тот принципиальный недостаток, что испытывают дефицит информации. Хорошим примером тому является упомянутая выше обратная задача для гравитационного поля, в которой трехмерная функция плотности среды не может быть определена.

В задаче определения **интегрального предвестника** $\theta(x, y, z, t)$ — функции относительной плотности трещин используется модель многодисциплинарной (совмещенной) обратной задачи. При этом все геометрические и физические параметры среды, кроме функции $\theta(x, y, z, t)$, считаются известными, а функция $\theta(x, y, z, t)$ — не зависящей от времени в течение каждого сеанса измерения полей $t_k = kT_v$. Для решения совмещенной обратной задачи применяется метод оптимизации.

Наиболее детальные данные о структуре областей среды с изменяющейся во времени трещиноватостью способен давать сейсмический метод наблюдения продольных и поперечных волн от мощных контролируемых вибросейсмических источников. В случае передвижных мощных источников с использованием систем наблюдений с многократным перекрытием такой метод дает в сейсмологии результаты, близкие по разрешающей способности к широко известным результатам сейсмологии в нефтяной сейсморазведке.

Оставляя в стороне ряд возможностей активной сейсмологии [Alekseev et al., 1997a, b] с мощными вибраторами, регистрируемыми до расстояний 500—1000 км, изложим лишь схему вибросейсмического просвечивания дилатантных зон «очагового» и «пограничного» типов с целью повышения надежности и точности.

1.3. СХЕМА ВИБРОСЕЙСМИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА СЕЙСМООПАСНЫХ ЗОН

В Сибирском отделении РАН имеются уникальные экспериментальные данные полевых наблюдений [Alekseev et al., 1997a, b]. С помощью созданных образцов вибраторов силой 50, 100, 250 т и систем регистрации с длительным накоплением сигналов получены сейсмограммы на расстояниях до 400 км и записи гармонических сигналов до 1000 км. На этой основе развиваются методы «активной сейсмологии», в которых вместо неуправляемого источника сейсмических сигналов — землетрясения используется хорошо управляемый механический источник с точно известными координатами эпицентра и временем начала работы.

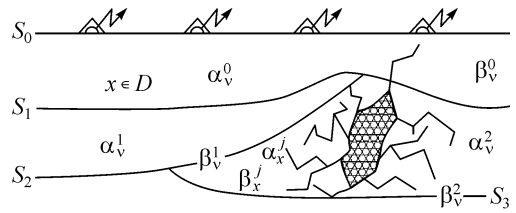


Рис. 1.2.1. Общая схема постановки совмещенной обратной задачи.

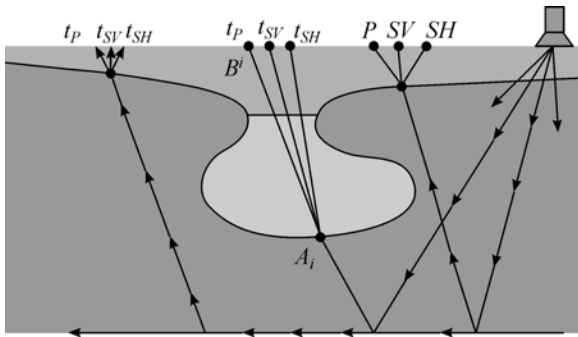


Рис. 1.3.1. Схема профиля вибросейсмических наблюдений P -, SV -, SH -волн для мониторинга функции $\theta(z, y, z)$ в дилатансной зоне.

систем трещин в очаге землетрясения и в зонах образования аномалий геофизических полей. Для определения функции $\theta(x, y, z, t_k)$ можно применить схему глубинного сейсмического зондирования (ГСЗ) совместно со схемой общей глубинной точки (ОГТ) на профилях длиной 150—200 км над очагом готовящегося землетрясения (рис. 1.3.1). Предложенная схема применялась при непрерывных режимных вибросейсмических просвечиваниях с мощным виброисточником в северо-западной части Алтае-Саянской складчатой области (см. пункт 2.4) и вибросейсмическом зондировании грязевых вулканов и тектонических разломов (описанных в пунктах 2.7 и 3.3 данной монографии).

На стадии долгосрочного прогноза период между зондированиями можно выбирать равным полгоду—год, на более краткосрочной стадии прогноза нужно учащать зондирования, одновременно детализируя системы наблюдений.

Достаточно частые периодические зондирования среды дают возможность повысить точность определения параметров среды, характеризующих трещиноватость. Можно предполагать, что за периоды времени между зондированиями характеристики среды мало изменятся (именно так и должны выбираться эти периоды). Эти малые изменения свойств среды можно сделать основными элементами изменчивости сейсмических разрезов с помощью метода «межкадровой корреляции» (по существу, путем вычитания последовательных изображений среды одно из другого и анализа приращений).

Из анализа экспериментов по разрушению можно заключить, что изменчивость размеров трещин выше, чем изменчивость доминирующего направления ориентации трещин [Nur, 1971]. Иногда размеры трещин меняются скачкообразно при переходе на следующий масштабный уровень разрушения [Журков, 1968]. Эта особенность задачи мониторинга процессов разрастания систем трещин позволяет упростить и уточнить алгоритмы обработки вибросейсмических наблюдений.

Общая схема мониторинга показана на рис. 1.3.1. Автоматизация обработки наблюдений по такой схеме предполагает развитие методов миграции, а затем и решения обратных динамических задач для полной системы уравнений теории упругости в анизотропной среде:

Для методов «активной сейсмологии» доступны сейсморазведочные схемы наблюдений, алгоритмы и пакеты программ обработки данных.

К числу важных проблем «активной сейсмологии» нужно отнести создание метода вибросейсмического мониторинга сеймоопасных районов и, в частности, метода определения функции $\theta(x, y, z, t_k)$, характеризующей развитие

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial V}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2}, \quad (1.3.1)$$

с обобщенным законом Гука:

$$\sigma_{ij} = C_{ik} (v_s, K_s, K_f, e) \varepsilon_{kj}, \quad (1.3.2)$$

где σ_{ij} — напряжения; ε_{kj} — деформации; V — гравитационный потенциал; C_{ik} — эффективные параметры анизотропии для трещиноватой среды; v_s — коэффициент Пуассона для вмещающей (упругой изотропной) среды; K_s — модуль объемной деформации вмещающей среды; K_f — модуль объемной деформации жидкой или газообразной фазы в поровом пространстве; e — объемная плотность трещин.

Уравнения (1.3.1) (часто без члена с гравитационным потенциалом) и (1.3.2) широко применяются сейчас в геофизике для описания сейсмических волн в трещиноватых средах. Существует несколько версий формулировки обобщенного закона Гука (1.3.2) с коэффициентами анизотропии, аппроксимирующими волновые процессы в трещиноватых средах для достаточно больших длин волн (значительно больших, чем средний размер трещин) [Budiansky, O'Connell, 1976; Crampton, 1978, 1984].

В законе (1.3.2) явным образом присутствует величина e (плотность трещин), которая зависит от предполагаемой формы трещин. В работе [Hoenig, 1979] дана формула

$$e = \frac{2NA^2}{\pi P}, \quad (1.3.3)$$

пригодная для плотной параллельной упаковки плоских эллиптических трещин с площадью A и периметром P . Утверждается, что она справедлива для любых плоских трещин с выпуклой формой границы.

Уравнения (1.3.1), (1.3.2) лежат в основе развиваемых в нефтяной сейсморазведке и в сейсмологии методов обработки наблюдений. На практике пока используют упрощенные кинематические подходы (включая методы миграции волновых полей в ОГТ и ГСЗ).

На рис. 1.3.1 изображена схема профильных наблюдений отраженных и преломленных волн от границы Мохоровичича в земной коре при вибросейсмическом зондировании «очаговой» и «поверхностных» зон дилатансии. Наличие трещин в этих зонах и изменение их объемной плотности в течение периодов между сеансами мониторинга можно определить по изменению коэффициентов анизотропии и скоростей распространения волн. Происходит расщепление поперечной волны S на две: SV и SH на границах зон дилатансии. По запаздываниям Δt_{SV} , Δt_{SH} , моментов вступления соответствующих волн в точки B_{SV}^i , B_{SH}^i относительно порождающих их волн в точке A_i можно хорошо известными методами определить глубину и форму границ, а также величины скоростей волн.

Для модели трещиноватости типа [Hoenig, 1979] скорости всех трех типов волн v_P , v_{SV} , и v_{SH} приближенно определяются формулой

$$v = \frac{v_0}{\sqrt{1 + ef(\gamma)}}, \quad (1.3.4)$$

где v_0 — скорость волны в среде до появления трещин; $f(\gamma)$ — функция, одна и та же для всех типов волн [Garbin, Knopoff, 1975]; γ — угол между направлением распространения волны и направлением, нормальным к ориентации плоских трещин.

Величина e из (1.3.2) и (1.3.3) является у нас искомой функцией $\theta(x, y, z, t_k)$. Эта величина может быть определена не только из наблюдений по схеме вибромониторинга, но и по режимным сейсмологическим наблюдениям скоростей $v_P(t_k)$, $v_{SV}(t_k)$ и $v_{SH}(t_k)$ на сейсмостанциях. В этом случае она определяется менее детально и точно из-за меньшей плотности точек наблюдения и более низкой точности определения времен запаздывания волн. Ее рискованно использовать в качестве «хорошего» начального приближения для многодисциплинарного мониторинга функции плотности трещин.

1.4. МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА ЛАГЕРРА

Сейсмические методы, основанные на распространении сейсмических волн в акустической или идеально упругой среде, успешно применялись к различным геофизическим задачам для идентификации геологических структур. В таких исследованиях свойства поровой жидкости типа плотности, модуля объемной деформации, флюидонасыщенности и вязкости игнорировались. Пористая среда, состоящая из упругодеформируемой матрицы, заполненной вязкой жидкостью, является реалистической моделью, которая позволяет объяснять наблюдаемые эффекты сейсмических исследований свойств горных пород при наличии поровой жидкости. В последние годы на численное моделирование распространения сейсмических волн в флюидонасыщенных жидкостью пористых средах обращено значительное внимание из-за его практического применения в различных областях геофизики, биомеханики и нефтяной разработки. В качестве математической модели, как правило, используется модель Френкеля—Био [Френкель, 1944; Biot, 1956]. Особенность этих моделей состоит, наряду с распространением поперечной и продольной сейсмических волн, в наличии дополнительной второй продольной волны. Скорости распространения таких волн являются функциями четырех упругих параметров в теории Френкеля—Био для заданных значений физических плотностей матрицы, жидкости и пористости [Там же]. В 1989 году В. Н. Доровский [Blokhin, Dorovsky, 1995], основываясь на общих первых физических принципах, построил нелинейную математическую модель для пористых сред. Так же как в теории Френкеля—Био, в модели В. Н. Доровского есть три типа звуковых колебаний: поперечный и два типа продольных. В отличие от моделей типа Френкеля—Био в линеаризованной модели В. Н. Доровского среда описывается тремя упругими параметрами [Доровский и др., 1993; Blokhin, Dorovsky, 1995]. Эти упругие параметры взаимнооднозначно выражаются тремя скоростями упругих колебаний. Это обстоятельство является важным для численного моделирования распространения упругих волн в пористых средах, когда известны распределения скоростей акустических волн и физических плотностей матрицы, насыщающей жидкости и пористости.

Конечно-разностные методы решения задач для системы уравнений Био были сформулированы несколькими способами: центрально-разностный метод в термини-

нах смещений [Zhu, Me Mechan, 1991; Zeng et al., 2001], предиктор-корректор метод для системы уравнений скоростей-напряжений [Dai et al., 1995]. Полуаналитический метод для системы уравнений Био в терминах смещений предложен в работах [Philippasopoulos, 1988; Мирошников, Фатьянов, 1993].

Нами численно решалась система линеаризованных уравнений пористых сред из [Доровский и др., 1993; Blokhin, Dorovsky, 1995] для двумерной постановки задачи в отсутствие диссипации энергии. Исходная система записывалась в виде гиперболической системы в терминах скоростей матрицы, скорости насыщающей жидкости, тензора напряжений и давления жидкости. Для численного решения поставленной задачи был использован метод комплексирования аналитического преобразования Лагерра по временной координате и конечно-разностного метода по пространству. Данный метод решения динамических задач был впервые рассмотрен для теории упругости в работах [Konyukh, Mikhailenko, 1998; Mikhailenko, 1999], а затем развит и для задач вязкоупругости [Mikhailenko et al., 2003a, b]. Предлагаемый метод решения можно рассматривать как аналог известного спектрально-разностного метода на основе фурье-преобразования, только вместо частоты ω мы имеем параметр m — степень полиномов Лагерра. Однако, в отличие от Фурье, применение интегрального преобразования Лагерра по времени позволяет свести исходную задачу к решению системы уравнений, в которой параметр разделения присутствует только в правой части уравнений и имеет рекуррентную зависимость.

Постановка задачи

Пусть полуплоскость $x_2 > 0$ заполнена пористой средой, насыщенной жидкостью. Тогда распространение сейсмических волн в данной среде при отсутствии потери энергии описывается следующей начально-краевой задачей [Доровский и др., 1993; Blokhin, Dorovsky, 1995; Imomnazarov, 1996]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho_{0,s}} \frac{\partial h_{ik}}{\partial x_k} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} &= F_i, \\ \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} &= F_i, \\ \frac{\partial h_{ik}}{\partial t} + \mu \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + \left(\frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} K - \frac{2}{3} \mu \right) \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{u} - \frac{\rho_{0,s}}{\rho_0} K \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \end{aligned} \quad (1.4.1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} - (K - \alpha \rho_0 \rho_{0,s}) \operatorname{div} \mathbf{u} + \alpha \rho_0 \rho_{0,l} \operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

$$u_i|_{t=0} = v_i|_{t=0} = h_{ik}|_{t=0} = p|_{t=0} = 0, \quad (1.4.2)$$

$$h_{22} + p|_{x_2=0} = h_{12}|_{x_2=0} = \frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} p|_{x_2=0} = 0, \quad (1.4.3)$$

где $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ и $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$ — векторы скорости упругого пористого тела с парциальной плотностью $\rho_{0,s}$ и жидкости с парциальной плотностью $\rho_{0,l}$ соответст-

венно; p — поровое давление; h_{ik} — тензор напряжений; $\vec{F} = (F_1, F_2)$ — вектор массовых сил, $\rho_0 = \rho_{0,l} + \rho_{0,s}$, $\rho_{0,s} = \rho_{0,s}^f(1 - d_0)$, $\rho_{0,l} = \rho_{0,l}^f d_0$, $\rho_{0,s}^f$ и $\rho_{0,l}^f$ — физические плотности упругого пористого тела и жидкости соответственно; d_0 — пористость; δ_{ik} — символ Кронекера; $K = \lambda + 2\mu/3$, $\lambda > 0$, $\mu > 0$, — коэффициенты Ламе, $\alpha = \rho_0 \alpha_3 + K/\rho_0^2$, $\rho_0^3 \alpha_3 > 0$, — модуль объемного сжатия жидкой компоненты гетерофазной среды. Упругие модули K , μ , α_3 выражаются через скорость распространения поперечной волны c_s и две скорости продольных волн c_{p_1} , c_{p_2} следующими формулами [Имомназаров, 2000; Imomnazarov, 2000]:

$$\mu = \rho_{0,s} c_s^2,$$

$$K = \frac{\rho_0 \rho_{0,s}}{2 \rho_{0,l}} \left(c_{p_1}^2 + c_{p_2}^2 - \frac{8 \rho_{0,l}}{3 \rho_0} c_s^2 - \sqrt{\left(c_{p_1}^2 - c_{p_2}^2 \right)^2 - \frac{64 \rho_{0,l} \rho_{0,s}}{\rho_0^2} c_s^4} \right),$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2 \rho_0^2} \left(c_{p_1}^2 + c_{p_2}^2 - \frac{8 \rho_{0,s}}{3 \rho_0} c_s^2 + \sqrt{\left(c_{p_1}^2 - c_{p_2}^2 \right)^2 - \frac{64 \rho_{0,l} \rho_{0,s}}{\rho_0^2} c_s^4} \right).$$

Алгоритм решения

Для решения поставленной задачи (1.4.1)—(1.4.3) применим интегральное преобразование Лагерра по времени:

$$\mathbf{W}_m(x_1, x_2) = \int_0^\infty \mathbf{W}(x_1, x_2, t) (ht)^{-\frac{\alpha}{2}} l_m^\alpha(ht) d(ht), \quad (1.4.4)$$

с формулами обращения

$$\mathbf{W}(x_1, x_2, t) = (ht)^{\frac{\alpha}{2}} \sum_{m=0}^\infty \frac{m!}{(m+\alpha)!} \mathbf{W}_m(x_1, x_2) l_m^\alpha(ht), \quad (1.4.5)$$

где $l_m^\alpha(ht)$ — функции Лагерра.

В результате данного преобразования исходная задача (1.4.1)—(1.4.3) сводится к двумерной пространственной дифференциальной задаче в спектральной области:

$$\frac{h}{2} u_i^m + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \sigma_{ik}^m}{\partial x_k} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P^m}{\partial x_i} = f_i^m - h \sum_{n=0}^{m-1} u_i^n,$$

$$\frac{h}{2} v_i^m + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P^m}{\partial x_i} = f_i^m - h \sum_{n=0}^{m-1} v_i^n,$$

$$\frac{h}{2} \sigma_{ik}^m + \mu \left(\frac{\partial u_k^m}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i^m}{\partial x_k} \right) + \left(\lambda - \frac{\rho_s}{\rho_0} K \right) \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{u}^m - \frac{\rho_s}{\rho_0} K \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{v}^m = -h \sum_{n=0}^{m-1} \sigma_{ik}^n, \quad (1.4.6)$$

$$\frac{h}{2} P^m - (K - \alpha \rho_0 \rho_s) \operatorname{div} \mathbf{u}^m + \alpha \rho_0 \rho_l \operatorname{div} \mathbf{v}^m = -h \sum_{n=0}^{m-1} P^n,$$

$$\sigma_{22}^m + P^m \Big|_{x_2=0} = \sigma_{12}^m \Big|_{x_2=0} = \frac{\rho_l}{\rho_0} P^m \Big|_{x_2=0} = 0.$$

Для решения приведенной задачи воспользуемся конечно-разностной аппроксимацией производных по пространственным координатам на сдвинутых сетках с 4-м порядком точности [Levander, 1987]. Для этого в расчетной области введем в направлении координаты $z = x_1$ сетки ωz_1 и $\omega z_{1/2}$ с шагом дискретизации Δz , сдвинутые относительно друг друга на $\Delta z / 2$:

$$\omega z_1 = (x, j\Delta z, t), \quad \omega z_{1/2} = \left(x, j\Delta z + \frac{\Delta z}{2}, t \right), \quad j = 0, \dots, M.$$

Аналогично, введем в направлении координаты $x = x_2$ сетки ωx_1 и $\omega x_{1/2}$ с шагом дискретизации Δx , сдвинутые относительно друг друга на $\Delta x / 2$:

$$\omega x_1 = (i\Delta x, z, t), \quad \omega x_{1/2} = \left(i\Delta x + \frac{\Delta x}{2}, z, t \right), \quad i = 0, \dots, N.$$

На заданных сетках введем операторы дифференцирования D_x и D_z , аппроксимирующие производные $\frac{\partial}{\partial x}$ и $\frac{\partial}{\partial z}$ с четвертым порядком точности по координатам $z = x_1$ и $x = x_2$:

$$D_x u(x, z) = \frac{9}{8\Delta x} \left[u\left(x + \frac{\Delta x}{2}, z\right) - u\left(x - \frac{\Delta x}{2}, z\right) \right] - \frac{1}{24\Delta x} \left[u\left(x + \frac{3\Delta x}{2}, z\right) - u\left(x - \frac{3\Delta x}{2}, z\right) \right],$$

$$D_z u(x, z) = \frac{9}{8\Delta x} \left[u\left(x, z + \frac{\Delta z}{2}\right) - u\left(x, z - \frac{\Delta z}{2}\right) \right] - \frac{1}{24\Delta x} \left[u\left(x, z + \frac{3\Delta z}{2}\right) - u\left(x, z - \frac{3\Delta z}{2}\right) \right].$$

Определим искомые компоненты вектора решения в следующих узлах сеток:

$$u^m(x, z), v_1^m(x, z) \in \omega x_1 \times \omega z_1,$$

$$u_2^m(x, z), v_2^m(x, z) \in \omega x_{1/2} \times \omega z_{1/2},$$

$$\sigma_{11}^m(x, z), \sigma_{22}^m(x, z), P^m(x, z) \in \omega x_{1/2} \times \omega z_1,$$

$$\sigma_{12}^m(x, z) \in \omega x_1 \times \omega z_{1/2}.$$

В результате конечно-разностной аппроксимации задачи (1.4.6) получим систему линейных алгебраических уравнений. Представим искомый вектор решения \mathbf{W} в следующем виде:

$$\mathbf{W}(m) = (\mathbf{V}_0(m), \mathbf{V}_1(m), \dots, \mathbf{V}_{M+N}(m))^T,$$

$$\mathbf{V}_{i+j} = \left(u_1^{i,j}, u_2^{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}, v_1^{i,j}, v_2^{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}, \sigma_{11}^{i+\frac{1}{2}, j}, \sigma_{22}^{i+\frac{1}{2}, j}, \sigma_{12}^{i, j+\frac{1}{2}}, P^{i+\frac{1}{2}, j} \right)^T.$$

Тогда данная система линейных алгебраических уравнений в векторной форме может быть записана как

$$\left(A_\Delta + \frac{h}{2} E \right) \mathbf{W}(m) = \mathbf{F}_\Delta(m-1).$$

В результате используемых преобразований матрица системы сведенной задачи имеет хорошую обусловленность, что позволяет использовать быстрые мето-

ды решения систем линейных алгебраических уравнений на основе итерационных методов, типа сопряженных градиентов, сходящиеся к решению с требуемой точностью всего за несколько итераций. На этом этапе проведения вычислений была реализована распараллеленная версия метода сопряженных градиентов. На уровне входных данных, при задании модели среды, это равносильно декомпозиции исходной области на множество подобластей, равных количеству процессоров. Такой подход дает возможность распределения памяти как при задании входных параметров модели, так и при дальнейшей численной реализации алгоритма в подобластях.

Численные результаты

Ниже представлены численные результаты моделирования сейсмических волновых полей для тестовой модели среды. Заданная модель среды состоит из двух однородных слоев: верхний слой — упругая среда, нижний — пористая среда. Физические характеристики слоев были заданы следующими.

1. Верхний слой: $\rho = 1,2 \text{ г/см}^3$, $c_p = 1,5 \text{ км/с}$, $c_s = 1 \text{ км/с}$.
2. Нижний слой: $\rho_{0,s}^f = 1,5 \text{ г/см}^3$, $\rho_{0,l}^f = 1 \text{ г/см}^3$, $c_{p1} = 2 \text{ км/с}$, $c_{p2} = 0,45 \text{ км/с}$, $c_s = 1,3 \text{ км/с}$, $d = 0,1$.

Толщина верхнего слоя — 18 км. Волновое поле моделировалось от точечного источника типа центра расширения с координатами $x_0 = 24 \text{ км}$, $z_0 = 12 \text{ км}$, находящегося в верхнем упругом слое. Временной сигнал в источнике задавался в виде

$$f(t) = \exp\left(-\frac{2\pi f_0(t-t_0)^2}{\gamma^2}\right) \sin(2\pi f_0(t-t_0)),$$

где $\gamma = 4$, $f_0 = 1 \text{ Гц}$, $t_0 = 1,5 \text{ с}$.

Результаты численных расчетов волнового поля для заданной модели среды представлены на рисунках 1.4.1—1.4.3. На данных рисунках изображены мгновенные снимки волнового поля для $u_z(x, z)$ компоненты скорости смещений в фиксированные моменты времени при $T = 6, 12$ и 15 с . Из представленных рисунков видно, что при падении продольной волны, излучаемой источником типа центра расширения, на границу раздела слоев образуются соответствующие типы волн для упругой и пористой среды. В верхнем слое — продольная и поперечная волны, а в нижнем пористом слое — две продольных и поперечная волны.

Зависимость отношений скоростей первой продольной волны к поперечной от пористости

В звуковых волнах скорости смещений упругого пористого тела и жидкости в каждой точке пористого пространства испытывают малые колебания относительно произвольно выбранного термодинамического равновесного состояния [Блохин, Доровский, 1994]. В насыщенных пористых упругодеформируемых средах существуют три вида звуковых колебаний: две продольные звуковые волны со скоростями V_{p1} , V_{p2} и одна поперечная со скоростью V_s . Экспериментальное указание на наличие второго продольного звука в насыщенных пористых средах приведено в [Рюпа, 1980]. В [Блохин, Доровский, 1994] получены выражения для

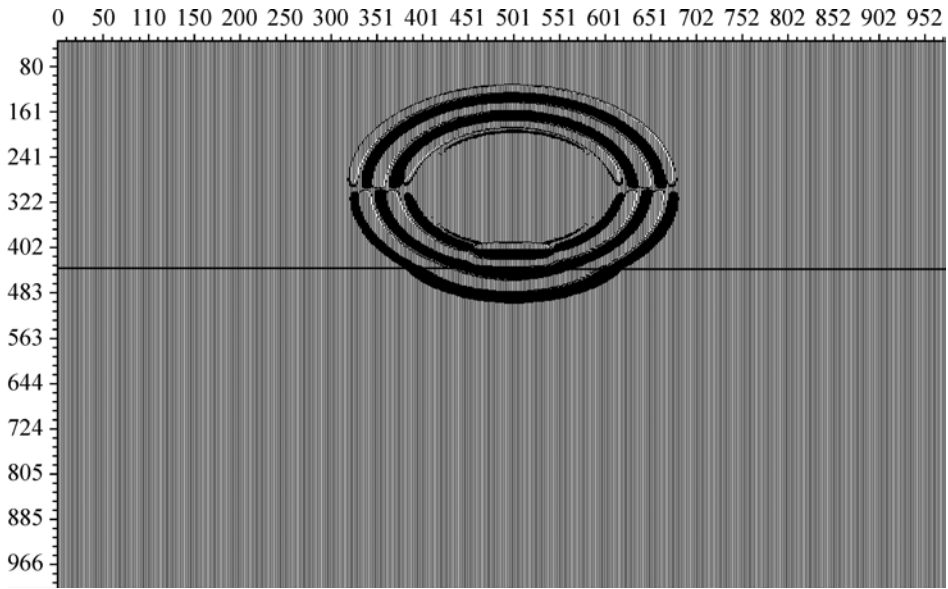


Рис. 1.4.1. Мгновенный снимок волнового поля для $u_z(x, z)$ компоненты скорости смещений в момент времени $T = 6$ с.

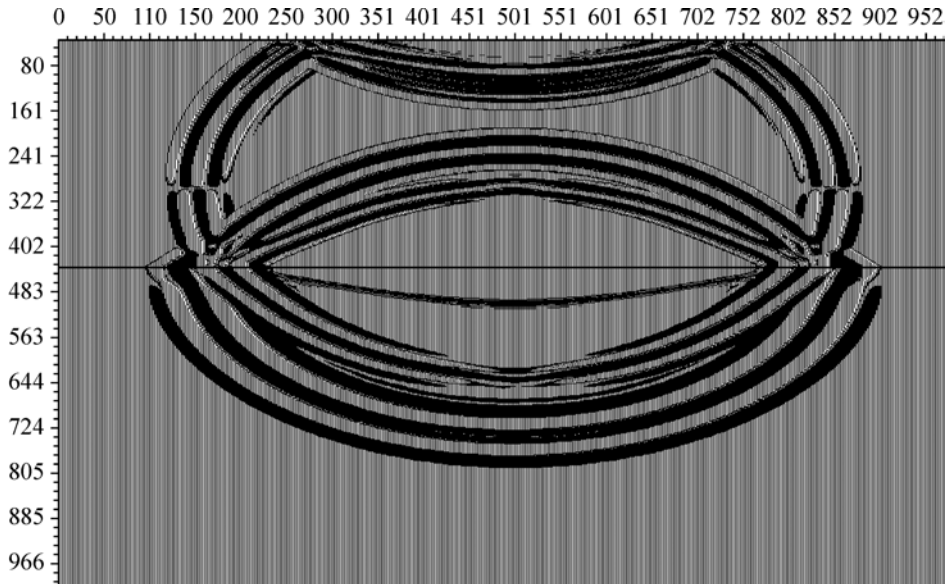


Рис. 1.4.2. Мгновенный снимок волнового поля для $u_z(x, z)$ компоненты скорости смещений в момент времени $T = 12$ с.

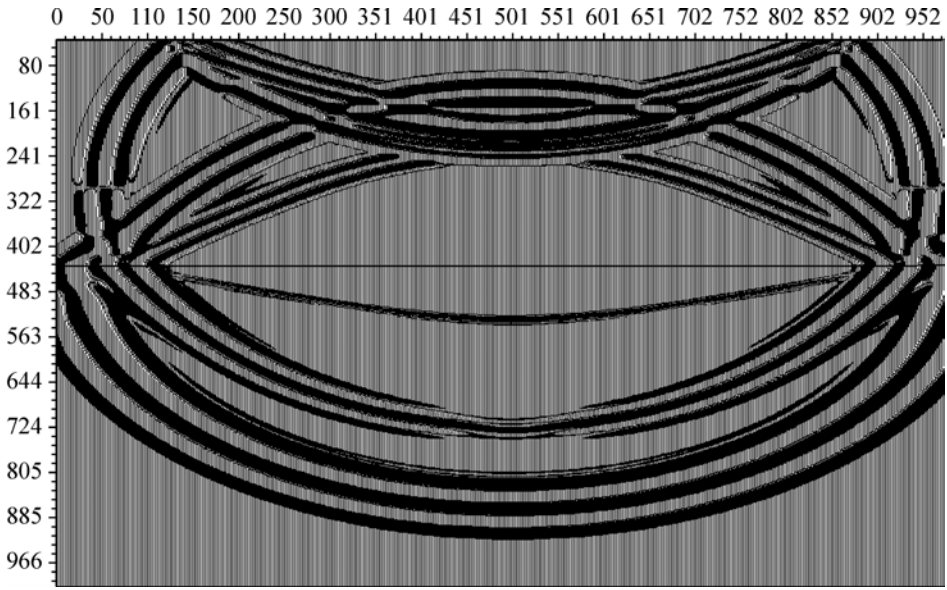


Рис. 1.4.3. Мгновенный снимок волнового поля для $u_z(x, z)$ компоненты скорости смещений в момент времени $T = 15$ с.

скоростей V_{p1} , V_{p2} и V_s тремя упругими параметрами λ, μ, α_3 , двумя физически-ми плотностями упругого пористого тела $\rho_{0,s}^f$, жидкости $\rho_{0,l}^f$ и пористостью d_0 :

$$V_{p1}^2 = B_* \left(1 + \sqrt{1 - \frac{b_*}{B_*^2}} \right), \quad V_{p2}^2 = B_* \left(1 - \sqrt{1 - \frac{b_*}{B_*^2}} \right), \quad V_s^2 = \frac{\mu}{\rho_{0,s}}, \quad (1.4.7)$$

$$b_* = (\lambda + 2\mu) \left(\frac{1}{\rho_{0,s}} - \frac{1}{\rho_0} \right) \left[\frac{K}{\rho_0} \left(1 - \frac{K}{\lambda + 2\mu} \right) + \rho_0^2 \alpha_3 \right],$$

$$B_* = \frac{\rho_0^2 \alpha_3}{2} + \frac{K}{2\rho_0} \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \frac{2}{3}\mu} \frac{\rho_0}{\rho_{0,s}} - 1 \right), \quad K = \lambda + \frac{2}{3}\mu,$$

$$\rho_0 = \rho_{0,s} + \rho_{0,l}, \quad \rho_{0,l} = \rho_{0,l}^f d_0,$$

$$\rho_{0,s} = \rho_{0,s}^f (1 - d_0).$$

На рис. 1.4.4 представлена функциональная зависимость отношений скоростей первой продольной волны к поперечной от пористости для следующих параметров среды

$$\alpha_3 = \frac{K}{\rho_0^2 \rho_{0,s}^f}, \quad \rho_{0,l}^f = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

$$\rho_{0,s}^f = 2700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad \lambda = 9,7 \cdot 10^{10} \text{ Па},$$

$$\mu = 3,48 \cdot 10^{10} \text{ Па}.$$

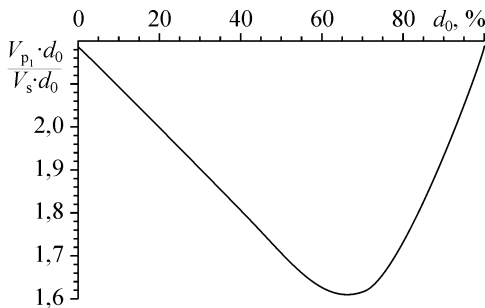


Рис. 1.4.4. Зависимость отношений скоростей первой продольной волны к поперечной от пористости.

Уравнение движения для насыщенных пористых сред

Процесс распространения сейсмических волн в насыщенных пористых средах в отсутствие диссипации энергии описывается замкнутой относительно скоростей смещений упругого пористого тела \mathbf{u} и жидкости \mathbf{v} системой дифференциальных уравнений частных производных второго порядка [Блохин, Доровский, 1994]

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \frac{\mu}{\rho_{0,s}} \Delta \mathbf{u} - a_1 \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} + a_1 \nabla \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} + a_3 \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} - a_4 \nabla \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \end{aligned} \quad (1.4.8)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\lambda + \mu}{\rho_{0,s}} + \rho_{0,s} \left(\rho_0 \alpha_3 + \frac{K}{\rho_0^2} \right) - \frac{2K}{\rho_0}, \\ a_2 &= \frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} \left(\frac{K}{\rho_{0,s}} - \left(\rho_0^2 \alpha_3 + \frac{K}{\rho_0} \right) \right), \\ a_3 &= \frac{K}{\rho_0} - \frac{\rho_{0,s}}{\rho_0} \left(\rho_0^2 \alpha_3 + \frac{K}{\rho_0} \right), \\ a_4 &= \frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} \left(\frac{K}{\rho_0} - \rho_0^2 \alpha_3 \right). \end{aligned}$$

Следует отметить, что линеаризованная модель В. Н. Доровского в отличие от моделей Френкеля—Био содержит три упругих параметра. Этот факт имеет большое значение при рассмотрении обратных задач для уравнений насыщенных пористых сред.

Уравнение движения для электропроводящих насыщенных пористых сред

Математическое моделирование приобретает все большее значение при изучении различных геофизических процессов, в частности, при изучении физических предвестников землетрясений, мониторинга месторождений, прямых поисков нефти и газа и т. д. При этом для понимания ряда физических явлений возникла необходимость в использовании более сложных математических моделей, учитывающих пористость, проводимость, трещиноватость горных пород, их насыщенность флюидами.

Одно из важных предположений метода электромагнитного мониторинга геодинамических процессов заключается в том, что под действием тектонических процессов меняются электрические свойства геологической среды. В соответствии с дилатантно-диффузионной теорией, активное трещинообразование в процессе формирования очага землетрясений изменяет структуру геологического массива, сопровождается перераспределением насыщающих горные породы водных растворов и приводит к изменению удельного сопротивления геологических тел [Добровольский, 1984].

В работе [Dorovsky, Imomnazarov, 1994] построена нелинейная математическая модель, объединяющая уравнения континуальной теории фильтрации и уравнения Максвелла, описывающая движение проводящей жидкости в пористой проводящей упругодеформируемой среде для случая единичных диэлектрической и магнитной проницаемостей. Приведем полную систему нелинейных дифференциальных уравнений, объединяющую уравнения Максвелла и уравнения континуальной теории фильтрации в обратимом МГД-приближении:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} &= 0, & \rho &= \rho_l + \rho_s, \\ \frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div} \left(\frac{S}{\rho} \mathbf{j} \right) &= 0, & \mathbf{j} &= \rho_s \mathbf{u} + \rho_l \mathbf{v}, \\ \frac{\partial j_i}{\partial t} + \partial_k \left(\Pi_{ik} - \frac{\mu_0}{4\pi} H_i H_k + \frac{\mathbf{H}^2}{8\pi} \left(\mu_0 - \rho \frac{\partial \mu_0}{\partial \rho} \right) \delta_{ik} \right) &= 0, \\ \Pi_{ik} &= \rho_s u_i u_k + \rho_l v_i v_k - \sigma_{ik}, & \sigma_{ij} &= -p \delta_{ij} - h_{ik} g_{kj}, \\ \frac{\partial g_{ik}}{\partial t} + g_{kj} \partial_i u_j + g_{ij} \partial_k u_j + u_j \partial_j g_{ik} &= 0, & \rho_s &= \operatorname{const} \sqrt{\det(g_{ik})}, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{\rho_s}{2\rho} \nabla (\mathbf{u} - \mathbf{v})^2 - \frac{h_{ik}}{2\rho} \nabla g_{ik} + \\ &+ \frac{\mu_0 \sigma_l}{4\pi \rho_l \sigma} [\operatorname{rot} \mathbf{H}, \mathbf{H}] - \frac{1}{8\pi \rho} \nabla \left(\rho \mathbf{H}^2 \frac{\partial \mu_0}{\partial \rho} \right) - \frac{\mathbf{H}^2}{8\pi \rho} \nabla \mu_0, \\ \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \operatorname{rot} \left[\frac{\sigma_s}{\sigma} \mathbf{u} + \frac{\sigma_l}{\sigma} \mathbf{v}, \mu_0 \mathbf{H} \right] &= 0, & \operatorname{div}(\mu_0 \mathbf{H}) &= 0, \\ e_0 &= e_0(\rho, S, \mathbf{j}_0, g_{ik}, \mathbf{H}). \end{aligned} \quad (1.4.9)$$

Последняя функциональная зависимость содержит известный термодинамический произвол. Закон сохранения энергии

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \operatorname{div} \left(\mathbf{Q} - \frac{\mu_0 \sigma_s}{4\pi \sigma} [[\mathbf{u}, \mathbf{H}], \mathbf{H}] - \frac{\mu_0 \sigma_l}{4\pi \sigma} [[\mathbf{v}, \mathbf{H}], \mathbf{H}] \right), \quad (1.4.10)$$

а также закон сохранения массы проводящего упругого тела не входят в полную систему уравнений, поскольку являются тождественными следствиями исходной системы.

В (1.4.9) g_{ik} — тензор метрической деформации; p — поровое давление; μ_0 — магнитная проницаемость; \mathbf{H} — напряженность магнитного поля, $\sigma = \sigma_l + \sigma_s$, σ_s — проводимость упругого пористого тела, σ_l — проводимость жидкости. В квазистационарном приближении электрическое поле вычисляется через скорость упругого пористого тела и жидкости согласно формуле

$$\mathbf{E} = - \left[\frac{\sigma_l}{c\sigma} \mathbf{v} + \frac{\sigma_s}{c\sigma} \mathbf{u}, \mathbf{H} \right]. \quad (1.4.11)$$

1.5. ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН В ПРОБЛЕМЕ АКТИВНОГО СЕЙСМИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА ОЧАГОВОЙ ЗОНЫ

К числу проблем геофизики, выдвинувшихся на рубеже 21-го века на передний план исследований, относится проблема сейсмического мониторинга сейсмоопасных зон земной коры и объектов, имеющих особо важное государственное значение и расположенных на этих участках. В своем первоначальном виде идея геофизического мониторинга совершенно прозрачна и «состоит в наблюдении и диагностике состояния среды по сумме геофизических симптомов» [Дзевонский и др., 1984]. Был разработан ряд методов и проведены регулярные наблюдения над поведением различных физических полей в процессе подготовки землетрясений: сейсмических, электрических, электромагнитных, акустических, в результате которых были выявлены корреляционные связи между ними и обнаружены «перекрестные эффекты», например, сейсмoeлектрические, сопровождающие и предвещающие землетрясения. Но «природа многих закономерностей пока не ясна и она не будет понята без наблюдений пространственной картины процессов, т. е. без геофизической томографии» [Дзевонский, Андерсон, 1984]. Поэтому наряду с работой по накоплению базы данных необходимо совершенствовать имеющиеся и развивать новые методы и алгоритмы обработки этих данных с целью доведения их до современного уровня развития научного инструментария.

Практические приемы количественной обработки и интерпретации материалов наблюдения сейсмических и акустических волн основываются сейчас на физических представлениях и математическом аппарате лучевого метода [Алексеев, Гельчинский, 1961; Алексеев и др., 1961]. Этот метод точен лишь в задачах для простых моделей однородных сред (типа однородно-слоистой среды, в которой распространяются плоские волны, и т. п.). Для таких моделей справедлива и достаточно полна лучевая классификация типов волн: объемных (продольных, поперечных — в сейсмике, ортогонально-поляризованных — в электродинамике), поверхностных и неоднородных. Строгий характер имеют геометрические понятия луча и фронта волны, а также кинематические представления о скоростях распространения, законах отражения и преломления волн разного типа и об их амплитудах.

В более общих задачах эти физические представления и количественные лучевые формулы имеют часто лишь асимптотический смысл в области достаточно высоких частот. От классического лучевого метода в этих случаях приходится переходить либо к его нетривиальным физико-математическим расширениям [Бабич и др., 1985], либо к использованию общих численных методов решения задач для дифференциальных уравнений. Это касается прямых задач расчета волновых полей. Еще более сложны обратные задачи для сложных моделей сред.

Такая ситуация характерна для задач дифракции волн на двумерных и трехмерных включениях. Использование в подобных задачах лучевого метода и основанных на нем кинематических подходов к задачам определения формы и физических свойств тела (к так называемым задачам томографии) сразу встречает принципиальные трудности. Как известно, зона геометрической тени, расположенная позади тела и простирающаяся по законам геометрической оптики до бесконечности, на самом деле «залечивается» динамически.

Ниже предлагается новый подход к обработке и интерпретации данных сейсмического мониторинга, базирующийся на решении обратной динамической задачи дифракции волн и использующий в качестве входных данных наблюдения достаточно плотной площадной решетки датчиков. Основная идея метода состоит в том, чтобы поле, наблюдаемое площадной апертурой датчиков, продолжить внутрь исследуемой области по сходящейся системе волн. Здесь имеется явная аналогия с методами формирования изображений в оптике, в которых сходящаяся система волн фокусируется на неоднородностях среды, что позволяет видеть образ рассеивающего тела. Но в отличие от оптики, учитывая достаточно низкие частоты в сейсмике и численный подход к решению, предлагаемый метод продолжения поля позволяет получить и количественные характеристики скоростных аномалий.

Метод определения формы дифрагирующего тела и его физических характеристик, предлагаемый в данном разделе, основывается на использовании информации о динамических свойствах волн в точках регистрации [Алексеев, Цибульчик, 1997]. Поэтому данный метод не имеет смысла относить к методам томографии. Условно его можно назвать динамическим методом томографии, если читателю хочется сохранить этот звучный, но имеющий лишь технологический смысл, термин — «томография». Более корректно такие задачи относить к классу обратных динамических задач дифракции волн, хотя бы потому, что в них не только преследуется чисто прагматическая цель построить образ рассеивающего тела, но и изучаются проблемы единственности их решения при разных схемах наблюдения, а также вопросы устойчивости решения при постоянно присутствующем дефиците измерительной информации и существовании ошибок измерения и других шумов. В первых работах по двумерным обратным кинематическим задачам [Алексеев и др., 1971], где был построен двумерный разрез верхней мантии Земли по сейсмологическим измерениям кинематического типа вдоль профиля Памир—Байкал, авторы преодолели соблазн ввести вычислительно-популистский термин «сейсмотомография». Этот термин появился в более поздних работах европейских и американских сейсмологов [Дзевонский, Андерсон, 1984; Сейсмическая томография, 1990]. В этих терминах данный раздел работы можно назвать: «динамическая томография» трехмерных объектов в скалярном волновом поле.

1.5.1. Обратная задача восстановления источника волн

Математической моделью процесса излучения и распространения волн служит следующая постановка задачи в \mathbb{R}_+^3 :

$$\left. \begin{aligned} \left(\Delta - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u(x, t) &= f(x, t) && \text{для } x \in \mathbb{R}_+^3, t > 0, \\ u(x, t) &\equiv 0 && \text{для } x \in \mathbb{R}_+^3, t < 0, \\ \frac{\partial}{\partial z} u(x, t) &= 0 && \text{для } z = 0, t > 0, \end{aligned} \right\} \quad (1.5.1)$$

где скорость $c_0 = \text{const}$, \mathbb{R}_+^3 — полупространство $z > 0$, а носитель функции источников $\mathbf{B} \equiv \text{supp } f = \mathbf{D} \times [0, t_1]$ является компактом в \mathbb{R}_+^3 (здесь t_1 — время оконча-

ния действия источников). Предполагается, что $f(\mathbf{x}, t) \equiv 0$ для $t < 0$, т. е. источники, возбуждающие волны, удовлетворяют принципу причинности.

Волновой процесс, генерируемый источниками $f(\mathbf{x}, t)$, распространяется в \mathbb{R}_+^3 , $t > 0$ и регистрируется на плоскости $z = 0$ (рис. 1.5.1). **Обратная задача** состоит в том, чтобы по этой информации восстановить источники $f(\mathbf{x}, t)$. Здесь и далее используются обозначения

$$\mathbf{x}' \equiv (x, y, 0); \quad u_0(\mathbf{x}', t) \equiv u(x, y, 0, t). \quad (1.5.2)$$

Для плоской поверхности работает метод зеркальных отражений [Морс, Фешбах, 1960, 1978; Stakgold, 1968], с помощью которого можно построить надлежащую функцию Грина и тем самым освободиться от необходимости знания нормальной производной поля на плоскости $z = 0$.

Альтернативный подход состоит в том, чтобы продолжить четным образом функцию источников на все \mathbb{R}^3 , полагая в (1.5.1) в качестве правой части выражение

$$F(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}, t) + f(x, y, -z, t), \quad (1.5.3)$$

а для построения процедуры продолжения поля использовать фундаментальное решение G_* , а не функцию Грина:

$$G_*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t - \tau) = G_-(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t - \tau) - G_+(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t - \tau), \quad (1.5.4)$$

где $G_-(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t - \tau) \equiv 0$ для $t < \tau$ (запаздывающее решение); $G_+(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t - \tau) \equiv 0$ для $t > \tau$ (опережающее решение).

Фундаментальное решение $G_*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t - \tau)$ есть решение следующей задачи Коши:

$$\left. \begin{aligned} \square G_*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t - \tau) &= 0 && \text{для } \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3, t \in \mathbb{R}^1; \boldsymbol{\xi} \in D_0, \tau > 0; \\ G_*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, 0) &= 0 && \text{для } t = \tau; \\ \frac{\partial}{\partial t} G_*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, 0) &= -c_0^2 \delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) && \text{для } t = \tau. \end{aligned} \right\} \quad (1.5.5)$$

В (1.5.5) через \square обозначен волновой оператор, действующий по переменным (\mathbf{x}, t) , а $(\boldsymbol{\xi}, \tau)$ играют роль параметров.

В однородной среде $c_0 = \text{const}$ решение G_* имеет явный вид [Морс и др., 1958, 1960; Владимиров, 1991]:

$$G_*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t - \tau) = -\frac{1}{4\pi} \left\{ |\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|^{-1} \delta \left(t - \tau - \frac{|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|}{c_0} \right) - |\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|^{-1} \delta \left(t - \tau + \frac{|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|}{c_0} \right) \right\}. \quad (1.5.6)$$

Применяя тождество Грина к паре функций: полю u и G_* , получаем основное интегральное уравнение типа свертки в

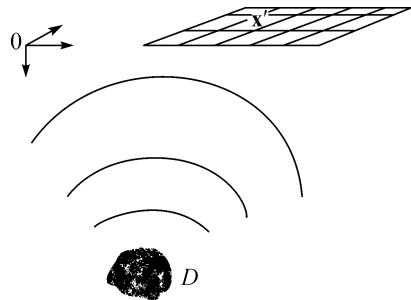


Рис. 1.5.1. К решению обратной задачи восстановления волн.

\mathbb{R}^{3+1} , которое связывает продолженное поле $w_*(\mathbf{x}, t)$ с функцией источников $F(\mathbf{x}, t)$ [Цибульчик, 1975а, б, 1981, 1985]:

$$F(\mathbf{x}, t) * G_*(\mathbf{x}, t) = w_*(\mathbf{x}, t)$$

или

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi F(\xi, \tau) G_*(\mathbf{x} - \xi, t - \tau) = w_*(\mathbf{x}, t). \quad (1.5.7)$$

Продолженное поле w_* определяется поверхностным интегралом в формуле Грина, распространенным по плоскости наблюдения [Там же]:

$$\begin{aligned} w_*(\mathbf{x}, t) &= 2 \iint_{-\infty}^{\infty} d\tau d\xi_1 d\xi_2 u_0(\xi', \tau) \frac{\partial}{\partial x_3} G_*(\mathbf{x} - \xi, t - \tau) = \\ &= \frac{-1}{2\pi} \iint_{R^2} d\xi_1 d\xi_2 \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ |\mathbf{x} - \xi'|^{-1} u_0\left(\xi', t + \frac{|\mathbf{x} - \xi'|}{c_0}\right) - |\mathbf{x} - \xi'|^{-1} u_0\left(\xi', t - \frac{|\mathbf{x} - \xi'|}{c_0}\right) \right\} = \\ &= u_0(\mathbf{x}', t) * H(x_1, x_2, t; x_3), \end{aligned} \quad (1.5.8)$$

где символ $*$ означает свертку по переменным $x_1 \equiv x, x_2 \equiv y, t$ а $x_3 \equiv z$ играет роль параметра:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}' &\equiv (x_1, x_2, 0); \quad \xi' \equiv (\xi_1, \xi_2, 0); \\ |\mathbf{x} - \xi'| &= \left[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 + x_3^2 \right]^{1/2}; \\ H(x, y, t; z) &= -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ |\mathbf{x}|^{-1} \delta\left(t + \frac{|\mathbf{x}|}{c_0}\right) - |\mathbf{x}|^{-1} \delta\left(t - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0}\right) \right\}. \end{aligned} \quad (1.5.9)$$

Для выражения (1.5.9) выполняются следующие предельные равенства [Там же]:

$$\begin{aligned} \lim_{x_3 \rightarrow +0} \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ |\mathbf{x}|^{-1} \delta\left(t - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0}\right) \right\} &= (-2\pi) \delta(x_1, x_2, t); \\ \lim_{x_3 \rightarrow +0} \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ |\mathbf{x}|^{-1} \delta\left(t + \frac{|\mathbf{x}|}{c_0}\right) \right\} &= (-2\pi) \delta(x_1, x_2, t); \\ H(x, y, t; 0) &= 0. \end{aligned} \quad (1.5.10)$$

Поле $w_*(\mathbf{x}, t)$ является нечетным относительно $x_3 = 0$, равно нулю при $x_3 = 0$ и удовлетворяет однородному волновому уравнению всюду в \mathbb{R}^{3+1} : $\square w_*(\mathbf{x}, t) = 0$.

Уравнение (1.5.7) не имеет единственного решения. Те функции $f_a(\mathbf{x}, t)$, которые удовлетворяют однородному интегральному уравнению

$$f_a(\mathbf{x}, t) * G_*(\mathbf{x}, t) = 0,$$

получили название «неизлучающих» источников [Bleistein, Cohen, 1977; Алексеев, Цибульчик, 1978]: такие источники, рассматриваемые как правая часть уравнения

(1.5.1), не дают вклада в поле u_0 , наблюдаемое на плоскости $x_3 = 0$. Они остаются «невидимыми» с точки зрения наблюдателя, находящегося на плоскости $x_3 = 0$.

Однако, в случае специальной структуры, например мгновенно включаемых источников:

$$F(\mathbf{x}, t) = -c_0^2 F(\mathbf{x})\delta(t), \quad (1.5.11)$$

единственность решения уравнения (1.5.7) имеет место и в силу свойств фундаментального решения G_* (см. третье условие в (1.5.5)), оно может быть получено фиксацией продолженного поля в момент $t = 0$:

$$w_*(\mathbf{x}, 0) = f(x_1, x_2, x_3) \text{ для } x_3 > 0. \quad (1.5.12)$$

Так как само продолженное поле w_* имеет структуру трехмерной свертки (1.5.8) наблюдаемого поля u_0 с ядром H из (1.5.9), то наиболее эффективным способом продолжить поле с плоской поверхности можно в спектральной области с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье [Цибульчик, 1975а, б, 1981, 1985].

Решение интегрального уравнения (1.5.7) в спектральном пространстве $(\mathbf{k}, \omega > 0)$ есть

$$\frac{1}{i\omega} \hat{F}(\mathbf{k}, \omega) \delta\left(\frac{\omega}{c_0} - |\mathbf{k}|\right) = \frac{1}{\pi c_0} \hat{W}_*(\mathbf{k}, \omega). \quad (1.5.13)$$

Здесь «крышка» сверху означает операцию преобразования Фурье по соответствующим пространственным переменным. При получении (1.5.13) учтено, что преобразование Фурье \mathbf{F} ядра $H(x, y, t, z)$ из (1.5.9) по переменным (x, y, t) имеет вид

$$\mathbf{F}[H] = 2i \sin(zk_z^0), \quad (1.5.14)$$

где

$$k_z^0 = + \sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k_x^2 - k_y^2}, \quad (1.5.15)$$

а спектральное представление в пространстве (\mathbf{k}, ω) фундаментального решения $G_*(\mathbf{x}, t)$:

$$\begin{aligned} \hat{G}_*(\vec{k}, \omega) &\equiv \hat{G}_*(k, \omega) = -i2\pi(\text{sign}\omega) \delta\left(\frac{\omega^2}{c_0^2} - |\mathbf{k}|^2\right) = \\ &= -i\frac{\pi}{k} \left\{ \delta\left(\frac{\omega}{c_0} - |\mathbf{k}|\right) - \delta\left(\frac{\omega}{c_0} + |\mathbf{k}|\right) \right\}. \end{aligned} \quad (1.5.16)$$

Выражение (1.5.13) показывает, что в процессе продолжения поля (1.5.8) участвует не весь спектр источника поля, а только компоненты спектра, соответствующие однородным плоским волнам [Бреховских, 1957]. Поэтому спектр источника $\hat{F}(\mathbf{k}, \omega)$ может быть определен только в точках коноида (рис. 1.5.2, 1.5.3):

$$|\mathbf{k}| = \frac{\omega}{c_0}, \quad \omega > 0. \quad (1.5.17)$$

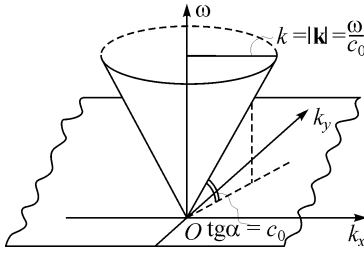


Рис. 1.5.2. Пространство (ω, k_x, k_y, k_z) .
Сечение $k_z = 0$.

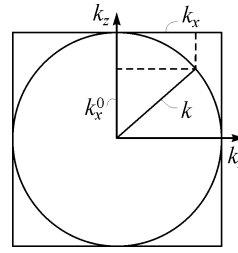


Рис. 1.5.3. Пространство (k_x, k_y, k_z) .
Сечение $k_y = 0$.

В остальных точках четырехмерного пространства спектр $\hat{F}(\mathbf{k}, \omega)$ остается неопределенным. В этом и состоит «секрет неединственности» решения обратной задачи по восстановлению источников поля $F(\mathbf{x}, t)$: продолжить спектр с конической поверхности (1.5.17) на все (\mathbf{k}, ω) -пространство можно различными способами, не меняя при этом значения поля $u_0(\mathbf{x}, t)$ на поверхности наблюдения. Полученное таким образом множество спектров соответствует источникам «неизлучающего типа»: их излучение оказывается «невидимым» наблюдателю на поверхности наблюдения.

В случае мгновенно действующих источников типа (1.5.11) картина становится иной:

$$\hat{F}(\mathbf{k})\delta\left(\frac{\omega}{c_0} - |\mathbf{k}|\right) = \frac{1}{\pi c_0} \hat{W}_*(\mathbf{k}, \omega). \quad (1.5.18)$$

Теперь при непрерывном изменении частоты от 0 до ∞ сфера $|\mathbf{k}| = \omega/c_0$ «пробегает» все точки трехмерного пространства (k_x, k_y, k_z) , позволяя определить трехмерный спектр источника $\hat{F}(\mathbf{k})$ по известному четырехмерному спектру продолженного поля $\hat{W}(\mathbf{k}, \omega)$:

$$\text{для } \omega > 0, \quad k_z > 0 \quad \hat{F}(k_x, k_y, k_z) = \frac{1}{(i\omega)\pi} ik_z^0 \hat{U}_0(k_x, k_y, \omega). \quad (1.5.19)$$

1.5.2. Обратная задача рассеяния волн

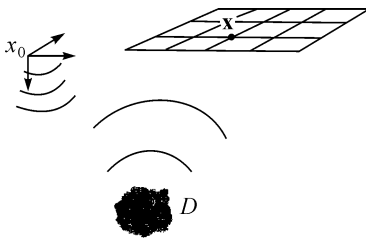


Рис. 1.5.4. К решению обратной задачи рассеяния волн.

Кратко рассмотрим обратную задачу рассеяния волн на неоднородностях среды (рис. 1.5.4) в линеаризованной постановке для системы наблюдений с фиксированным источником [Алексеев, Цибульчик, 1997] и покажем, как приведенные в предыдущих разделах спектральные формулы обращения работают в этом случае.

Вместо (1.5.1) теперь рассматривается следующая постановка задачи:

$$\left. \begin{aligned} \left(\Delta - \frac{1}{(c(\mathbf{x}))^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u(\mathbf{x}, t) &= 0 && \text{для } x \in \mathbb{R}_+^3, t \in \mathbb{R}^1, \\ u(\mathbf{x}, t) &\equiv 0 && \text{для } \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^3, t < 0, \\ \frac{\partial}{\partial z} u(\mathbf{x}, t) &\equiv \delta(t) \delta(x' - \mathbf{x}_0) && \text{для } z = 0, t \in \mathbb{R}^1. \end{aligned} \right\} (1.5.20)$$

Волновое поле возбуждается сосредоточенным источником, действующим в точке \mathbf{x}_0 плоскости $x_3 \equiv z = 0$ и срабатывающим в момент $t = 0$, а скорость волн представляется в виде суммы

$$c^{-2}(\mathbf{x}) = c_0^{-2} + m(\mathbf{x}), \quad (1.5.21)$$

в которой $c_0 = \text{const}$ считается известной (референц-модель), а искомая добавка малой. При этом предполагается, что аномалия $m(\mathbf{x})$ занимает локальную область D (в предыдущих параграфах служащую носителем функции источников поля), целиком расположенную в полупространстве $x_3 \equiv z > 0$.

Так же как и в предыдущем пункте, плоскость $x_3 = 0$ является граничной поверхностью, в точках которой действует сосредоточенный источник и фиксируется след волнового поля $u_0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0)$. Предполагается, что переменная скорость $c(\mathbf{x})$ обладает надлежащей гладкостью, так что границы со скачкообразным изменением скорости отсутствуют, не возникает поэтому и потребность постановки дополнительных условий контакта сред.

Обратная задача рассеяния состоит в том, чтобы определить скоростную аномалию $m(\mathbf{x})$ (а, значит, и скорость $c(\mathbf{x})$) по полю $u_0(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_0)$, наблюдаемому на плоскости $x_3 = 0$, которой принадлежат точки приемника $\mathbf{x}' \equiv (x_1, x_2, 0)$ и источника $\mathbf{x}_0 \equiv (x_{01}, x_{02}, 0)$.

В соответствии с идеей линеаризации полное поле представляется в виде суммы двух слагаемых:

$$u(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0) = u_{\text{in}}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0) + u_S(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0), \quad (1.5.22)$$

в которой «падающее» поле (зондирующий сигнал) u_{in} обязано действию в референтной среде c_0 (без аномалии) сосредоточенного источника, а рассеянное поле u_S определяется условиями

$$\left. \begin{aligned} \left(\Delta - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u_S(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0) &= m(\bar{x}) \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_{\text{in}}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0) && \text{для } \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^3, t > 0, \\ u_S(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0) &\equiv 0 && \text{для } \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^3, t < 0, \\ \frac{\partial}{\partial z} u_S(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0) &= 0 && \text{для } z = 0, t \in \mathbb{R}^1. \end{aligned} \right\} (1.5.23)$$

Линеаризация задачи состоит в том, что в правой части уравнения (1.5.23) фигурирует «падающее» поле u_{in} вместо полного поля u , которое должно было бы появиться при точном переходе от (1.5.20) к (1.5.23). Такое приближение известно в литературе как «борновское» и в физическом отношении означает, что в рассмотрении участвуют только однократно рассеянные волны [Морс, Фембах, 1960; Stakgold, 1968].

В дальнейшем рассматривается система наблюдений с фиксированным источником, точку которого удобно принять за начало координат:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_0 = 0; \quad \mathbf{x} = r \mathbf{e}_x, \\ r = |\mathbf{x}|; \quad \mathbf{e}_x = \frac{\mathbf{x}}{r}. \end{aligned} \right\} \quad (1.5.24)$$

В работе [Алексеев, Цибульчик, 1997] показано, что в этом случае обратная задача рассеяния в пространственно-временном представлении сводится к преобразованию Радона:

$$\iint_{-\infty}^{\infty} d\xi f(\xi) \delta\left(\frac{r}{2} - \bar{\xi} \cdot \mathbf{e}_x\right) = w(r\mathbf{e}_x), \quad (1.5.25)$$

в котором искомая функция $f(\mathbf{x})$ связана с аномалией $m(\mathbf{x})$ соотношением

$$f(\mathbf{x}) = -\frac{c_0}{(4\pi)^2} \frac{m(\mathbf{x})}{|\mathbf{x}|^2}, \quad (1.5.26)$$

а продолженное поле берется в момент $t = 0$:

$$w(\mathbf{x}) \equiv w_*(\mathbf{x}, 0).$$

При этом в среду продолжается след не полного поля u из (1.5.22), а рассеянного поля u_s , причем его только низкочастотная часть

$$\left. \begin{aligned} u_0(\mathbf{x}', t) = u_s(\mathbf{x}', t), \\ v_0(\mathbf{x}', t) = t_+ * u_0(\mathbf{x}', t), \end{aligned} \right\} \quad (1.5.27)$$

где

$$t_+ = t\theta(t) = \theta(t) * \theta(t),$$

$\theta(t)$ — функция Хевисайда, знак $*$ означает свертку во времени.

С учетом сделанных замечаний алгоритм продолжения поля дается цепочкой равенств:

$$\begin{aligned} w(\mathbf{x}) &= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 d\xi_2 \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ \frac{v_0\left(\xi', \frac{|\mathbf{x}-\xi'|}{c_0}\right)}{|\mathbf{x}-\xi'|} \right\} = [v_0(\mathbf{x}', t) * H(\mathbf{x}', t; z)]_{t=0} = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{\Omega_0} 2i \sin(zk_z^0) \hat{V}_0(k_x, k_y; \omega) e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y d\omega, \end{aligned} \quad (1.5.28)$$

в которых символ $*$ означает свертку по переменным (x, y, t) . Функция H дается (1.5.14), k_z^0 — (1.5.15), Ω_0 есть область существования однородных плоских волн:

$$k_x^2 + k_y^2 \leq \frac{\omega^2}{c_0^2}. \quad (1.5.29)$$

Решение обратной задачи в рассматриваемой постановке, в принципе, дается формулой обращения преобразования Радона (1.5.25), которое имеет вид [Хелгасон, 1983]

$$f(\xi) = -\frac{1}{2\pi^2} \iint_{S_1} d\Omega \left\{ \frac{d^2}{dr^2} w(\mathbf{e}_x, r) \right\}_{r=2\xi\mathbf{e}_x}, \quad (1.5.30)$$

где S_1 — сфера направлений единичного радиуса, $d\Omega$ — элемент телесного угла.

Ниже дается более детальная разработка альтернативного, спектрального подхода к решению этой же задачи, лишь схематично намеченного в работе [Алексеев, Цибульчик, 1997].

Предварительно введем дополнительные обозначения: через $\hat{D}(k_x, k_y, k_z)$ будем обозначать трехмерный спектр продолженного в момент $t = 0$ поля $w(x, y, z)$, т. е.

$$\hat{D}(\mathbf{k}) = \iiint_{R^3} d\mathbf{x} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} w(\mathbf{x}) \quad (1.5.31a)$$

с соответствующей формулой обращения

$$w(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{R^3} d\mathbf{k} e^{+i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \hat{D}(\mathbf{k}). \quad (1.5.31b)$$

В дальнейшем нам понадобятся эти же спектральные преобразования в сферических координатах:

$$\left. \begin{aligned} \hat{D}(k, \theta, \phi) &= \int_0^\infty dr r^2 \iint_{S_1} d\Omega_x w(r, \alpha, \beta) e^{-ikr(\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{e}_x)}, \\ w(r, \alpha, \beta) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty dk k^2 \iint_{S_1} d\Omega_k \hat{D}(k, \theta, \phi) e^{ikr(\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{e}_x)}, \end{aligned} \right\} \quad (1.5.32)$$

где S_1 — сфера направлений единичного радиуса; $d\Omega_x \sin \alpha d\alpha d\beta$ — элемент телесного угла в координатном пространстве (x, y, z) ; $d\Omega_k \sin \theta d\theta d\phi$ — элемент телесного угла в спектральном пространстве (k_x, k_y, k_z) ; $\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{e}_x = \cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta \cos(\phi - \beta)$ — «косинус угла», заданного направлениями ортов \mathbf{e}_k и \mathbf{e}_x ; $\mathbf{e}_x = (\sin \alpha \cos \beta, \sin \alpha \sin \beta, \cos \alpha)$ — орт направления в координатном пространстве (x, y, z) ; $\mathbf{e}_k = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$ — орт направления в спектральном пространстве (k_x, k_y, k_z) ; $\mathbf{x} \equiv (x, y, z) = r\mathbf{e}_x$; $\mathbf{k} \equiv (k_x, k_y, k_z) = k\mathbf{e}_k$.

Основываясь на замечании [Хелгасон, 1983], что N -мерное преобразование Фурье есть композиция одномерного преобразования Фурье и преобразования Радона, введем в рассмотрение одномерные спектры $\hat{W}(k; \alpha, \beta)$ того же самого продолженного поля $w(r; \alpha, \beta)$, вычисляемые по правилу

$$\hat{W}(k; \alpha, \beta) = \int_{-\infty}^{\infty} dr e^{-ikr} w(r; \alpha, \beta), \quad (1.5.33)$$

т. е. для каждого направления, задаваемого углами (α, β) в координатном пространстве (x, y, z) , берется одномерное преобразование Фурье по параметру r ,

формально распространив функцию четным образом на отрицательные значения этого параметра:

$$w(r; \alpha, \beta) = w(-r; \alpha, \beta).$$

Подставляя в (1.5.33) вторую формулу из (1.5.32), получим

$$\hat{W}(k; \alpha, \beta) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} dk' k'^2 \iint_{S_1} d\Omega_k \hat{D}(k', \theta, \phi) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} dr e^{+ir(k'e_k \cdot e_x - k)} \right\}.$$

В силу свойств дельта-функции [Владимиров, 1991]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dr e^{+ir(k'e_k \cdot e_x - k)} = 2\pi \delta(k'e_k \cdot e_x - k), \quad (1.5.34)$$

получаем следующую связь между одномерным \hat{W} и трехмерным \hat{D} спектрами одного и того продолженного поля w :

$$\hat{W}(k; \alpha, \beta) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk' k'^2 \iint_{S_1} d\Omega_k \hat{D}(k', \theta, \phi) \delta(k'e_k \cdot e_x - k), \quad (1.5.35)$$

или компактно в декартовых координатах:

$$\hat{W}(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{k}' \hat{D}(\mathbf{k}') \delta(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{e}_x - k), \quad (1.5.36)$$

где

$$\begin{cases} \mathbf{k} \equiv (k_x, k_y, k_z) = k\mathbf{e}_x, \\ \mathbf{k}' \equiv (k'_x, k'_y, k'_z) = k'\mathbf{e}_k. \end{cases}$$

Таким образом, с вектором пространственных частот \mathbf{k} связан одномерный спектр \hat{W} , а вектору \mathbf{k}' соответствует трехмерный спектр \hat{D} . Между ними существует интегральная связь (1.5.36) типа преобразования Радона, но уже в спектральном пространстве, так как в аргументе дельта-функции (1.5.36) стоит выражение плоскости

$$\mathbf{k}' \cdot \mathbf{e}_x = k \quad (1.5.37)$$

по переменным (k'_x, k'_y, k'_z) , проведенной через точку \mathbf{k} ортогонально радиус-вектору $\mathbf{k} = k\mathbf{e}_x$ (рис. 1.5.5).

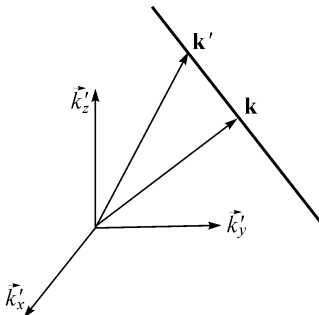


Рис. 1.5.5. Плоскость (1.5.37).

Применяя теперь к обеим частям равенства

$$(1.5.25) \text{ оператор Фурье } \int_{-\infty}^{\infty} dr e^{-ikr}, \text{ где } p = \frac{r}{2}, \text{ по-}$$

лучаем следующую цепочку равенств:

с правой стороны (1.5.25) имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} dr e^{-ikr} w(\mathbf{e}_x, 2p) = \frac{1}{2} \hat{W}\left(\mathbf{e}_x, \frac{k}{2}\right), \quad (1.5.38)$$

с левой стороны равенства (1.5.25) имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} dp e^{-ikp} \left\{ \iiint_{-\infty}^{\infty} d\xi f(\xi) \delta(p = \xi \cdot \mathbf{e}_x) \right\} = \iint_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi f(\xi) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} dp e^{-ikp} \delta(p = \xi \cdot \mathbf{e}_x) \right\} = \\ = \iint_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi f(\xi) e^{-ik(\xi \cdot \mathbf{e}_x)} = \hat{f}(k\mathbf{e}_x). \quad (1.5.39)$$

Из сравнения (1.5.38) и (1.5.39) следует, что решение обратной задачи рассеяния в спектральной области имеет вид

$$\hat{f}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \hat{W} \left(\frac{1}{2} \mathbf{k} \right), \quad (1.5.40)$$

а в координатном пространстве искомая функция находится обращением Фурье:

$$f(\mathbf{x}) = F^{-1}[\hat{f}(\mathbf{k})], \quad (1.5.41)$$

где $\mathbf{k} = k\mathbf{e}_x$ и $k = \frac{\omega}{2c_0}$.

В решении (1.5.40) функция $\hat{W} \left(\frac{k}{2}, \alpha, \beta \right)$ представляет одномерный спектр продолженного поля $w(r; \alpha, \beta)$, вычисляемый по правилу (1.5.33) и связанный с трехмерным спектром $\hat{D}(k, \theta, \phi)$ интегральным преобразованием (1.5.35). В этих соотношениях длина вектора пространственных частот \mathbf{k} связана с частотой ω и скоростью c_0 в виде

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{4c_0^2}. \quad (1.5.42)$$

Асимптотический анализ интеграла типа (1.5.35), проведенный в работе [Морс, Фембах, 1960. Гл. 11] методом перевала, показал, что при больших значениях $kr \rightarrow \infty$ основной вклад в интеграл вносит область углов (θ, ϕ) , близких к (α, β) , т. е. в дальней зоне наблюдения имеем

$$\hat{W}(k, \alpha, \beta) \approx \hat{D}(k, \theta = \alpha, \phi = \beta). \quad (1.5.43)$$

В этом случае с учетом (1.5.8), (1.5.9), (1.5.14), (1.5.15) и (1.5.27) решение (1.5.40) принимает простой вид:

$$\text{для } \omega > 0, k_z > 0 \quad \hat{f}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \hat{V}_0 \left(k_x, k_y, \frac{\omega}{2} \right) \delta(k_z - k_z^0), \quad (1.5.44)$$

где $k_z^0 = + \sqrt{\frac{\omega^2}{4c_0^2} - k_x^2 - k_y^2}$ и согласуется с (1.5.42); \hat{V}_0 — преобразование Фурье \mathbf{F} поля v_0 из (1.5.27) по переменным (x, y, t) .

Как и в случае алгоритма (1.5.19) из предыдущего раздела, в решении (1.5.44) обходится наиболее трудоемкий в вычислительном отношении этап, связанный с продолжением поля. Вместо него осуществляется последовательность из прямого

и обратного трехмерного преобразования Фурье данных наблюдения, позволяющая восстановить спектр вторичного источника $\hat{f}(\mathbf{k})$, а по спектру саму функцию $f(\mathbf{x})$ и, следовательно, аномалию $m(\mathbf{x})$ из (1.5.26).

Система, в которой точка источника совпадает с точкой приемника, т. е. $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$, оказывается наиболее эффективной с точки зрения решения рассматриваемой задачи определения неоднородности среды. В работах [Цибульчик, 1981, 1985] удалось найти преобразование, выполняемое только во временной области:

$$V(\mathbf{x}, t) = \frac{8\pi}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \{t[t_+ * V(\mathbf{x}, t; \mathbf{x})]\}, \quad (1.5.45)$$

которое позволяет свести задачу рассеяния волн, в этом случае для функции V , к задаче с мгновенно действующими источниками (роль таких источников выполняет аномалия скорости):

$$\left. \begin{aligned} \left(\Delta - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) V(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}) &= -\frac{4}{c_0^2} m(\mathbf{x}) \delta'(t) && \text{для } \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3, t \in \mathbb{R}^1, \\ V(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}) &\equiv 0 && \text{для } \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3, t < 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.5.46)$$

Решение обратной задачи в этом случае получается простой фиксацией продолженного поля в момент $t = 0$:

$$w(\mathbf{x}, 0) = m(\mathbf{x}), \quad (1.5.47)$$

где продолженное поле вычисляется по алгоритму (1.5.28) с заменой функции v на V .

Таким образом, для двух рассмотренных систем наблюдения продолжение поля в обращенном времени в принципе приводит к решению линеаризованной обратной задачи рассеяния. Но в случае системы наблюдения с фиксированным источником срез продолженного поля в момент $t = 0$ дает лишь преобразование Радона искомой функции, тогда как для системы, в которой точка источника совпадает с точкой приемника, т. е. $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$, эта же процедура восстанавливает саму функцию.

В заключение отметим, что рассмотренная линеаризованная обратная задача рассеяния для различных конфигураций «источник—приемник» тесно связана с проблемами интегральной геометрии [Романов, 1969]. Так, для системы наблюдения с фиксированным источником решение соответствующего уравнения сводится к задаче восстановления функции, если известны интегралы от нее, взятые по софокусным эллипсоидам, один центр которых (источник) фиксирован, а другой (приемник) заполняет плоскость наблюдения. Для системы с конфигурацией $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ обратная задача рассеяния сводится к задаче Куранта восстановления функции по сферическим средним.

1.6. ОЦЕНКА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МЕТОДА АКТИВНОГО МОНИТОРИНГА С ГАРМОНИЧЕСКИМИ СИГНАЛАМИ

Для определения возможностей метода активного вибросейсмического мониторинга при исследовании геодинамических процессов в сейсмоактивных зонах

необходимо рассмотреть задачу связи вариаций параметров виброрейсмического волнового поля с вариациями параметров среды во внутренних областях, влияющих на характеристики волн, проходящих через эти области. В общем виде решение такой задачи представляет значительные сложности, так как требует расчета полного волнового поля для среды с областью дилатансии. Представляет интерес получение аналитических оценок чувствительности метода виброрейсмического мониторинга к изменениям характеристик среды для относительно простых моделей, учитывающих основные геометрические и механические параметры задачи. Ниже приведены результаты математического моделирования виброрейсмического мониторинга с использованием стационарного волнового поля, устанавливающегося в среде при длительном излучении вибратором гармонических сигналов с постоянными характеристиками: частотой, амплитудой и фазой.

1.6.1. Модель и система уравнений

Схематично метод мониторинга дилатантной зоны показан выше на рис. 1.3.1. Для получения аналитических оценок чувствительности метода рассматривается прямая задача виброрейсмического мониторинга в приближении волнового уравнения и модели системы земная кора—мантия в виде упругого слоя на упругом полупространстве с различными величинами скоростей упругих волн. Вибрационный источник предполагается точечным и работающим в гармоническом режиме с постоянной частотой колебаний. Область изменений характеристик в среде взята сферической с радиусом от долей до нескольких длин волн (рис. 1.6.1).

Система уравнений с граничными условиями имеет вид

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) u(\mathbf{r}, t) = F_0 \delta(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) & \text{при } 0 \leq z \leq H, \\ \left(\frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) u_1(\mathbf{r}, t) = 0 & \text{при } H \leq z, \\ \left. \frac{\partial u(\mathbf{r}, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \\ u(\mathbf{r}, t)|_{z=H} = u_1(\mathbf{r}, t)|_{z=H}; \quad \left. \frac{\partial u(\mathbf{r}, t)}{\partial z} \right|_{z=H} = \left. \frac{\partial u_1(\mathbf{r}, t)}{\partial z} \right|_{z=H}, \end{cases} \quad (1.6.1)$$

где $u(\mathbf{r}, t)$, $u_1(\mathbf{r}, t)$ — функции перемещений в слое и в полупространстве; c , c_1 — скорости волн в слое и полупространстве; F_0 , ω — интенсивность и частота точечного гармонического источника соответственно; H — толщина слоя.

Волновые уравнения и граничные условия для модели земная кора—мантия

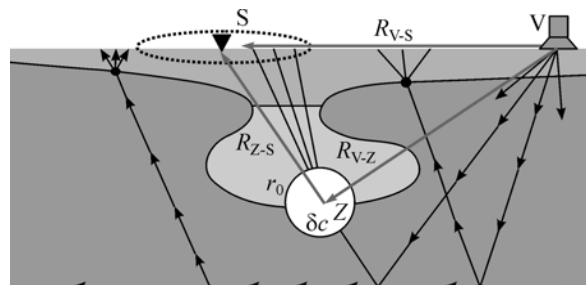


Рис. 1.6.1. Схема расчета.

V — вибратор, S — сейсмометр в точке регистрации, Z — зона изменений параметров среды.

учитывают наличие гармонического источника в слое, отсутствие напряжений на свободной поверхности и равенство напряжений и скоростей на границе слой—полупространство и имеют следующий вид для изменений волнового поля, вызванных малыми изменениями скоростей сейсмических волн в некоторой области Z , с точностью до членов второго порядка:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) \delta u(\mathbf{r}, t) = -\frac{2\delta c(\mathbf{r})}{c^3} \frac{\partial^2 u(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \quad \text{при } 0 \leq z \leq H, \\ \delta c(\mathbf{r}) \neq 0 \quad \text{при } \mathbf{r} \in Z, \\ \left(\frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) \delta u_1(\mathbf{r}, t) = 0 \quad \text{при } H \leq z, \\ \left. \frac{\partial \delta u(\mathbf{r}, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \\ \left. \delta u(\mathbf{r}, t) \right|_{z=H} = \left. \delta u_1(\mathbf{r}, t) \right|_{z=H}; \quad \left. \frac{\partial \delta u(\mathbf{r}, t)}{\partial z} \right|_{z=H} = \left. \frac{\partial \delta u_1(\mathbf{r}, t)}{\partial z} \right|_{z=H}, \end{array} \right. \quad (1.6.2)$$

где $\delta u(\mathbf{r}, t)$, $u_1(\mathbf{r}, t)$ — вариации решений для перемещений в слое и в полупространстве; δc — вариация скорости волн в области Z , находящейся в слое. В случае сферической области, она характеризуется координатами центра R_0 и радиусом r_0 .

Таким образом, искажения волнового поля, появляющиеся при возникновении области малых изменений скоростей сейсмических волн, описываются волновыми уравнениями для исходной среды с объемным источником в области Z . Функция в правой части (1.6.2) описывает плотность объемного источника. Она пропорциональна произведению изменения скорости на начальное решение поля, полученное для вибрационного источника $F_0 \delta u(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$ и отлична от нуля только в области Z .

1.6.2. Решение для начального поля в лучевом приближении

Начальное решение для поля перемещений точечного вибрационного источника в слое на полупространстве для невозмущенной среды может быть найдено в лучевом приближении. Оно представляет собой суперпозицию сферических волн, претерпевших многократные отражения от свободной поверхности и границы раздела слой—полупространство:

$$\left\{ \begin{array}{l} u(\mathbf{r}, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{R_1} \exp(i\mathbf{k}_1 \mathbf{R}_1 - i\omega t + im\phi_1) \alpha_1^m \beta^{m-1} + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{R_2} \exp(i\mathbf{k}_2 \mathbf{R}_2 - i\omega t + im\phi_2) \alpha_2^m \beta^m, \\ \mathbf{R}_1 = \mathbf{r} + \mathbf{z}_m, \quad \mathbf{k}_1 = (\omega/c) \mathbf{R}_1 / R_1, \\ \mathbf{R}_2 = \mathbf{r} - \mathbf{z}_m, \quad \mathbf{k}_2 = (\omega/c) \mathbf{R}_2 / R_2, \\ \mathbf{z}_m = (0, 0, m \cdot 2H), \end{array} \right. \quad (1.6.3)$$

где $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ — волновые векторы волн, кратно отразившихся от свободной поверхности и полупространства; m — кратность отражения от полупространства; $\beta, \alpha_1, \alpha_2$ — коэффициенты отражения от свободной поверхности и границы раздела; ϕ_1, ϕ_2 — фазовый сдвиг при закритическом отражении от границы раздела. В случае свободной границы коэффициент отражения для перемещений $\beta = -1$.

Коэффициенты отражения и фазового сдвига определяются формулами Френеля:

$$\begin{cases} \alpha_i = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}}, & \phi_i = 0, \quad \text{при } \theta_i < \arcsin \frac{c}{c_1}, \\ \alpha_i = 1, & \phi_i = -2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{\cos \theta_i} \quad \text{при } \arcsin \frac{c}{c_1} < \theta_i < \frac{\pi}{2}, \\ \theta_i = \operatorname{arctg} \frac{R_{ix}}{R_{iy}}, \end{cases} \quad (1.6.4)$$

где $i = 1, 2$ — индекс для различных волн из (1.6.3).

1.6.3. Решение для вариаций волнового поля

Для решения задачи (1.6.2) необходимо знать решение в области Z . Если радиус сферической области изменений параметров значительно меньше расстояния до вибрационного источника $r_0 \ll R_0$, то сферические волны из решения (1.6.3) в этой области можно приближенно рассматривать как локально плоские. Для этого в решении (1.6.3) в знаменателях формул, описывающих сферическое расхождение волн, и формулах, определяющих волновые векторы, в качестве радиуса-вектора r подставляется радиус-вектор центра сферы R_0 . При этом решение $u(\mathbf{r}, t)$ для задачи (1.6.2) принимает вид

$$\left\{ u(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j \exp(i\mathbf{k}_j \mathbf{r} - i\omega t + i\psi_j) \quad \text{при } \mathbf{r} \in Z, \right. \quad (1.6.5)$$

где A_j , \mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2 , ψ_i — амплитуды волн, волновые векторы и фазы плоских волн, определяются из (1.6.3).

Рассмотрим решение первого волнового уравнения из (1.6.3) для случая, когда поле перемещений, входящее в правую часть, представляет собой одну плоскую волну, распространяющуюся вдоль оси x . Это решение отлично от нуля только в сферической области Z . В теории антенн источники такого типа называются антеннами бегущей волны и рассматриваются в гидроакустике и радиолокации. В нашем случае область изменения параметров формирует вариации волнового поля как объемная антенна бегущей волны:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) \delta u(\mathbf{r}, t) = -\frac{2\delta c(\mathbf{r})}{c^3} \frac{\partial^2 u(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}, \\ u(\mathbf{r}, t) = A_0 \exp(ikx - i\omega t), \\ \delta c(\mathbf{r}) \neq 0 \quad \text{при } \mathbf{r} \in Z. \end{cases} \quad (1.6.6)$$

Поле в направлении под углом θ относительно оси X (диаграмма направленности) определяется как интеграл поля от элементарных точечных источников на области Z , с учетом их амплитуд и фаз в каждой точке области. Поле от элементарного объема $dxdydz$ дается выражением

$$\delta u = dx dy dz \frac{2\delta c \omega^2}{c^3} A_0 \exp(ikx - i\omega t - ik(x \cos \theta + z \sin \theta)), \quad (1.6.7)$$

где член $k(x \cos \theta + z \sin \theta)$ учитывает набег фазы относительно центра сферы.

В случае, когда область V представляет собой сферу $x^2 + y^2 + z^2 \leq r_0$, интеграл, определяющий диаграмму направленности $u(\theta)$, имеет вид

$$u(\theta) = \int_{-r_0}^{r_0} dx \int_{-\sqrt{r_0^2 - x^2}}^{\sqrt{r_0^2 - x^2}} dz \int_{-\sqrt{r_0^2 - x^2 - z^2}}^{\sqrt{r_0^2 - x^2 - z^2}} \exp(ikx - ik(x \cos \theta + z \sin \theta)) dy. \quad (1.6.8)$$

Таким образом, вариации волнового поля, которые формируются сферической областью при гармонической плоской волне, могут аппроксимироваться на расстояниях, больших размера области, следующим выражением:

$$\delta u(\mathbf{r}, t) = \frac{2\delta c \omega^2 A_0}{rc^3} \frac{4\pi r_0^3}{\left(2kr_0 \sin \frac{\theta}{2}\right)^2} \times \left[\frac{\sin\left(2kr_0 \sin \frac{\theta}{2}\right)}{2kr_0 \sin \frac{\theta}{2}} - \cos\left(2kr_0 \sin \frac{\theta}{2}\right) \right] \exp(ikr - i\omega t), \quad (1.6.9)$$

где \mathbf{r} — координата точки относительно центра области, θ — угол между вектором \mathbf{r} и осью x .

В выражении (1.6.9) функция, зависящая от угла, определяет диаграмму направленности виртуального источника, создающего вариации волнового поля. Примеры расчета диаграммы направленности показывают, что для отношений $r/\lambda = 0,1$ диаграмма направленности близка к круговой, что соответствует случаю дифракции волны на малом включении. При увеличении отношения r/λ проявляется свойство направленности максимума вариаций поля вдоль луча проходящей волны, что соответствует лучевой модели.

Представляет интерес рассмотреть несколько предельных случаев решения (1.6.9).

1. При размерах области V много меньше длины волны диаграмма направленности не зависит от угла, т. е. малая область изменения параметров формирует вариации поля как точечный источник, это известный эффект дифракции на малых включениях:

$$\begin{cases} r_0 \rightarrow 0 \quad \text{или} \quad \theta \rightarrow 0, \\ \delta u(\mathbf{r}, t) \rightarrow \frac{2\delta c \omega^2 A_0}{rc^3} \frac{4\pi r_0^3}{3} \exp(ikr - i\omega t). \end{cases} \quad (1.6.10)$$

2. Для области любых конечных размеров вариации поля вдоль оси x имеют максимальное значение, которое дается тем же выражением (1.6.10), т. е. вдоль оси x источник бегущей волны излучает, как единичный точечный источник с интен-

сивностью, пропорциональной объему, это основное свойство антенн типа бегущей волны.

3. При увеличении размера области по сравнению с длиной волны диаграмма направленности приобретает хорошо выраженный, «острый» характер. Максимум в направлении оси x остается неизменным, а излучение во всех остальных направлениях уменьшается из-за большого значения знаменателя в формуле (1.6.9).

Как показано выше, волновое поле в области изменения параметров можно рассматривать как суперпозицию локально плоских волн (1.6.3), (1.6.5). Для каждой плоской волны возмущение поля сферической областью с изменением скорости определяется выражением (1.6.9). Поэтому суммарные вариации волнового поля будут формироваться областью как суммой источников со своими амплитудами и диаграммами направленности:

$$\delta u(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j \frac{2\delta c \omega^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}_0| r c^3} \frac{4\pi r_0^3}{\left(2k_j r_0 \sin \frac{\theta_j}{2}\right)^2} \left(\frac{\sin\left(2k_j r_0 \sin \frac{\theta_j}{2}\right)}{2k_j r_0 \sin \frac{\theta_j}{2}} - \cos\left(2k_j r_0 \sin \frac{\theta_j}{2}\right) \right) \times \exp(ik_j |\mathbf{r} - \mathbf{R}_0| - i\omega t + i\psi_j), \quad (1.6.11)$$

где A_j — амплитуда волн из (1.6.5); θ_j — угол между волновым вектором \mathbf{k}_j и вектором направления на точку регистрации из центра сферы ($\mathbf{r} - \mathbf{R}_0$); ψ_j — начальные фазы составляющих волн из (1.6.5).

Решение (1.6.11) можно рассматривать как первое приближение определения вариаций стационарного волнового поля, вызванных наличием области малых изменений скорости в слое. Оно учитывает влияние всех волн, проходящих от вибрационного источника через область изменения параметров. Поле на поверхности определяется выбором вектора \mathbf{r} с нулевой компонентой z . Следующим приближением является учет наличия свободной поверхности и границы раздела слой—полупространство, что может быть сделано в лучевом приближении, которое применялось выше для расчета невозмущенного волнового поля.

На рис. 1.6.2, *a* приведена схема решения задачи для вариаций волнового поля в случае малого отношения радиуса области к длине волны. При этом максимум вариаций поля наблюдается на поверхности непосредственно над областью изменения параметров в среде. На рис. 1.6.2, *б* схематично показана лучевая картина вариаций волнового поля при отношении $r/\lambda = 1$ и области максимальных вариаций параметров волнового поля, регистрируемого на поверхности. При увеличении отношения r/λ область максимальных вариаций смещается в сторону выхода лучей, прошедших через область изменений параметров и отраженных от границы земная кора — мантия.

Изменение геометрии области максимальных вариаций волнового поля на поверхности в зависимости от положения области изменения параметров среды, ее размеров и длины волны гармонического сигнала было исследовано в серии расчетов и анализа решения (1.6.3). Численные решения показывают, что хорошо прослеживается характер перемещения области максимума вариаций амплитуд, опи-

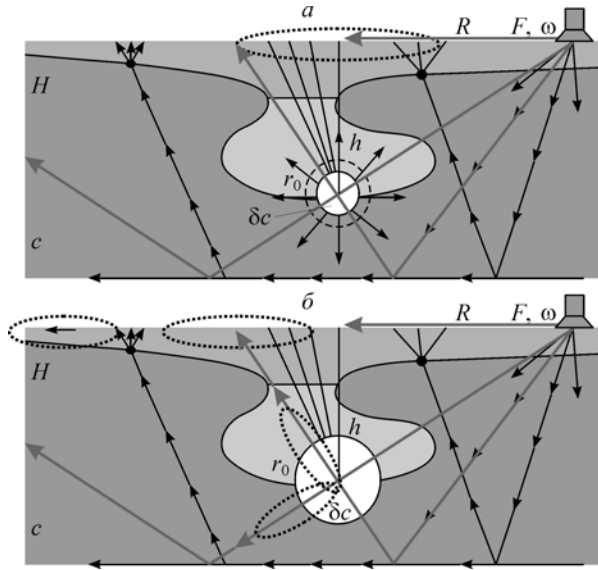


Рис. 1.6.2. Вариации волнового поля при отношении радиуса области к длине волны:

$$a - r/\lambda = 0,1; \quad b - r/\lambda = 1.$$

санный выше. Этот результат представляется важным при планировании экспериментов по мониторингу сейсмоопасных зон.

1.6.4. Аналитические оценки чувствительности метода мониторинга со стационарными волновыми полями

Рассмотренная выше задача определения вариаций параметров стационарного волнового поля при изменении характеристик во внутренней области среды позволяет получить аналитические оценки чувствительности метода активного мониторинга в принятой модели. Такие оценки могут быть получены при учете основных факторов, определяющих решение задачи: геометрических параметров расположения источника, приемника и области изменений, а также при учете основных волн, вносящих наибольший вклад в волновое поле. Схема расчета приведена на рис. 1.6.1.

В экспериментах по методике мониторинга регистрируются параметры волнового поля на поверхности на удалении R_{v-s} от источника, а также их вариации, вызванные изменениями в среде. Наибольший вклад в регистрируемое волновое поле в принятой модели вносит прямая волна, амплитуда которой при учете закона сферического расхождения может быть оценена как

$$u = \frac{A_0}{R_{v-s}}, \quad (1.6.12)$$

где A_0 — характерная амплитуда на единичном расстоянии от источника, R_{V-S} — расстояние вибратор—сейсмометр.

Вариации амплитуд регистрируемого поля на поверхности определяются из (1.6.11) и для прямой волны, приходящей в область изменений параметров в направлении максимальных вариаций, могут быть оценены как

$$\delta u = \frac{4}{3}(2\pi)^3 \alpha \frac{A_0}{R_{V-Z}} \frac{r_0}{R_{Z-S}} \frac{\delta c}{c} \left(\frac{r_0}{\lambda} \right)^2, \quad (1.6.13)$$

где A_0 — характерная амплитуда на единичном расстоянии от источника; R_{V-Z} — расстояние вибратор—область изменения параметров; R_{Z-S} — расстояние от области изменений до точки регистрации (сейсмометра); r_0 — радиус области изменения параметров, λ — длина волны зондирующего сигнала, $\delta c/c$ — относительные вариации скорости волн в области изменения параметров; α — коэффициент отражения, который для принятой модели и скоростей волн в коре и мантии лежит в пределах 0,15—1,0.

Относительные вариации скорости в области изменения параметров связаны с относительными вариациями амплитуд регистрируемого сигнала соотношением

$$\frac{\delta c}{c} = 3 \cdot 10^{-3} \alpha \frac{\delta u}{u} \left(\frac{R_{V-Z} R_{Z-S}}{R_{V-S} r_0} \right) \left(\frac{\lambda}{r_0} \right)^2. \quad (1.6.14)$$

Как видно из (1.6.14), относительные вариации скорости в области изменения параметров, которые могут быть определены методом активного мониторинга с использованием гармонических сигналов, пропорциональны относительным вариациям амплитуд зарегистрированного сигнала; коэффициенту, связанному с отношением характерных расстояний источник—приемник, источник—область изменений параметров, область изменений параметров—приемник, размер области изменений параметров, а также пропорциональны квадрату отношения длины волны зондирующего сигнала к радиусу области изменения параметров и коэффициенту отражения на границе кора—мантия.

Полученная оценка (1.6.14) является оценкой чувствительности метода активного мониторинга с использованием гармонических сигналов и измерения вариаций стационарного волнового поля. Она позволяет получить числовые оценки для возможных значений вариаций скоростей в области изменений параметров, которые могут быть определены по вариациям зарегистрированных амплитуд колебаний.

Как показывает опыт, на расстояниях 100—400 км от вибратора при существующем уровне микросейсмического шума возможно определение вариаций амплитуд гармонических сигналов с точностью 10^{-2} . Поэтому при мониторинге на частоте $f = 6$ Гц (длина волны $\lambda = 1$ км) и характерных расстояниях источник—регистратор, источник—область изменений 50—100 км для области изменений параметров с радиусом 1—10 км получают следующие оценки возможного определения относительных вариаций скорости сейсмических волн:

$$\text{при } r_0 = 1 \text{ км } \delta c/c = (10^{-2}—10^{-3}), \text{ при } r_0 = 10 \text{ км } \delta c/c = (10^{-5}—10^{-6}). \quad (1.6.15)$$

Полученные оценки (1.6.15) показывают очень высокую для сейсмологических методов чувствительность метода активного мониторинга, что доказывает

его ключевую роль при слежении за изменениями напряженно-деформированного состояния среды в области подготовки землетрясений.

1.7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И МЕХАНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ РАЗРЫВА, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В УПРУГОЙ СРЕДЕ

Определение геометрических и механических параметров очага землетрясения — одна из главных проблем сейсмологии. Решение ее дает возможность получить информацию об основных особенностях процесса излучения энергии, происходящего в результате разрушения среды и вызванного действием тектонических напряжений в земной коре. Таким образом, знание механизма очага землетрясения позволяет сделать некоторые важные заключения об особенностях протекания тектонических процессов.

Наиболее распространенный подход к решению этой задачи — выделение, детальный анализ и интерпретация отдельных компонент полного волнового поля — времен первых вступлений, их знаков, амплитуды и поляризации, спектрального состава для продольных и поперечных волн, аналогичный анализ для поверхностных волн и др. [Aki, Richards, 1980]. Однако, такое разделение возможно только лишь для дальней зоны, когда волновое поле становится схожим с волновым полем сосредоточенного источника. Естественно, что в этом случае определение детальной структуры реального источника уже весьма проблематично. Таким образом, изучение волнового поля в ближней зоне является совершенно необходимым для изучения детальной структуры очага землетрясения. Но в этой зоне становится уже невозможным разделение волнового поля на отдельные P - и S -компоненты и поверхностные волны. В связи с этим мы попытались осуществить полное обращение волнового поля.

Первое обращение волнового поля, полученного непосредственно над зоной разлома, с целью определения пространственного положения разлома было выполнено в работе [Trifunac, 1974] для землетрясения в Сан-Фернандо (Калифорния), произошедшего 09.02.1971. Эта работа продемонстрировала большие потенциальные возможности метода обращения и, в то же время, отметила некоторые открытые проблемы.

В дальнейшем полное обращение волновых полей по записям сильных движений (акселерограмм) выполнялось в работах [Archuleta, 1984; Olson, Apsel, 1984; Hartzell, Heaton, 1986; Jordanovski et al., 1986]. Все эти авторы занимались восстановлением максимальных значений сдвиговых компонент вектора смещения на известной поверхности разлома S . Их рассуждения при этом базировались на хорошо известном представлении вектора смещений с помощью использования эквивалентных объемных сил [Aki, Richards, 1980]:

$$\mathbf{u}_k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_S B_i(\xi, \tau) c_{ijpq} n_j \frac{\partial G_k^p(\mathbf{x}, \xi, t - \tau)}{\partial \xi_q} ds,$$

где B_i — компоненты вектора смещений по разрыву; G — матрица Грина; n — направление нормали к поверхности разрыва S ; \mathbf{u} — вектор смещения, c — тензор упругих параметров. На основе метода наименьших квадратов, после дискретиза-

ции этого интеграла, получается система линейных алгебраических уравнений в искомые компоненты вектора перемещений B на разрыве.

1.7.1. Анализ поля смещений

Мы будем рассматривать существенно более сложную математическую задачу — необходимо восстановить не только компоненты вектора смещения на разломе, но также и саму поверхность разлома и скорость распространения разрыва вдоль разлома (в устоявшейся терминологии — скорость вспарывания разрыва).

Для решения этой задачи применялся оптимизационный подход, реализующий метод наименьших квадратов, с использованием в качестве входной информации поля смещений на поверхности Земли. Заметим, что любая оптимизация требует наличия эффективного численного метода для моделирования полного волнового поля на свободной поверхности. В настоящей работе мы будем использовать для этой цели алгоритм, основанный на приближенном решении, описывающем ближнее волновое поле, возникающее при разрыве в однородной упругой среде. Впервые решение для чисто сдвиговых компонент смещения на разрыве было получено в работе [Madariaga, 1978] при рассмотрении модели Хаскелла, представляющей из себя прямоугольный разрыв, распространяющийся в однородной упругой среде. Впоследствии этот результат был обобщен на случай нескольких прямоугольных разрывов, в том числе с ветвлением и при наличии отрывной компоненты, в работах [Vykovtsev, 1986; Vykovtsev, Kramarovsky, 1987]. Преимущество этого метода в сравнении с представлением через функцию Грина заключается в том, что взамен двумерного интегрирования получают достаточно простые аналитические формулы, которые можно непосредственно использовать в расчетах. Это упрощает задачу моделирования волнового поля, существенно экономит вычислительные ресурсы и, следовательно, позволяет организовать эффективную итерационную процедуру минимизации соответствующего функционала.

Пока будем рассматривать двумерную модельную ситуацию (рис. 1.7.1): плоскость разрыва бесконечна в направлении оси y (на практике это означает, что ширина разрыва гораздо больше его длины) и представляет из себя участок плоскости, проходящей через ось y . Будем рассматривать антиплоский сдвиг (смещение в направлении оси y полагается равным нулю). В такой постановке вектор скорости разрыва лежит в этой плоскости и перпендикулярен оси y .

Мы хотим исследовать принципиальные аспекты оптимизационного процесса. Для начала рассмотрим основные свойства волнового поля, возбуждаемого данным источником. Хотя пакеты продольных и поперечных волн в ближней зоне еще не успевают полностью разделиться, тем не менее основные характеристики волн могут быть изучены. Эти волны имеют

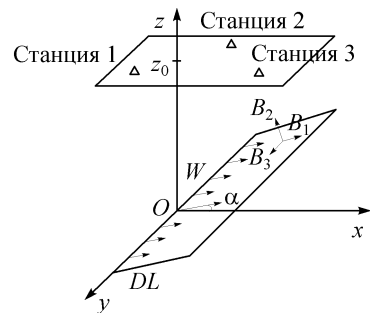


Рис. 1.7.1. Геометрические и механические параметры 2D разрыва ($W \gg DL$):

z_0 — гипоцентр, α — угол наклона, DL — длина разрыва, W — ширина разрыва, B_1 , B_2 , B_3 — компоненты вектора смещений на разрыве.

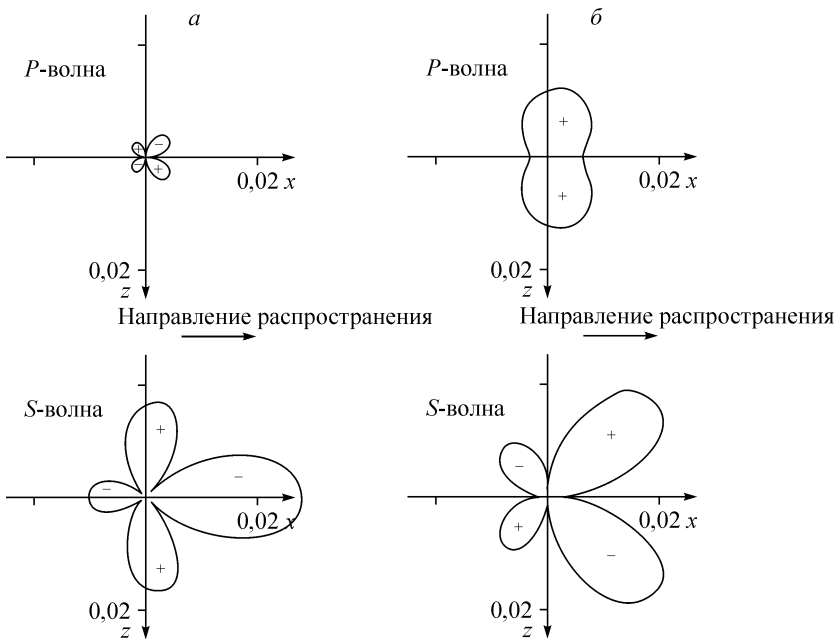


Рис. 1.7.2. Диаграммы направленности для разрывов с чисто сдвиговым (а) и нормальным (б) смещениями.

плоскую поляризацию только в своих первых вступлениях, которая совпадает с поляризацией P - и S -волн. На рис. 1.7.2 изображены диаграммы направленности излучения, вычисленные по первым вступлениям P - и S -волн для разрыва со сдвиговой и нормальной компонентами вектора смещений. Эти диаграммы рассчитаны для скорости распространения разрыва $V_r = 0,6V_s$. Ясно выраженный антисимметричный эффект, обусловленный распространением разрыва, наблюдается на всех диаграммах. Векторное поле упругих смещений в вертикальной плоскости, ортогональной к разрыву, для разрыва с чисто сдвиговыми смещениями представлено на рис. 1.7.3, и для разрыва с чисто нормальным смещением — на рис. 1.7.4. Диаграммы вычислены для времени t , равного времени распространения продольной волны на расстояние, равное 46 размерам очага землетрясения. Диаграммы демонстрируют сложный характер поляризации между вступлениями P - и S -волн. Диаграммы направленности хорошо согласуются с результатами, полученными по другой методике и приведенными в книге [Аки, Ричардс, 1980]. Для моделей с более сложной конфигурацией разрыва и вектора смещений диаграммы направленности излучения имеют неквадратное распределение знаков первых вступлений [Вукотцев, Крамаровский, 1987]. В соответствии с точкой зрения, принятой в сейсмологии, вектор смещения на разрыве (разломе) должен иметь только сдвиговые компоненты в силу очень большого гидростатического давления на этих глубинах. Это предположение подтверждается квадратным распределением знаков первых вступлений для большинства экспериментальных данных. Однако существует достаточно много исключений, которые не могут быть объяснены только

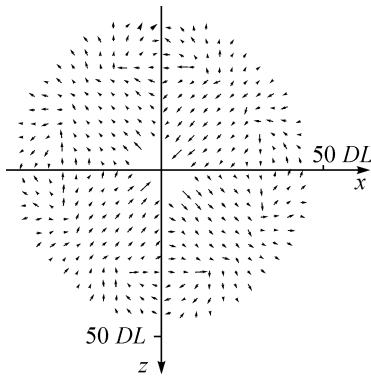


Рис. 1.7.3. Векторное поле упругих смещений в вертикальной плоскости, ортогональной к разрыву (разрыв с чисто сдвиговым смещением).

DL — длина разрыва.

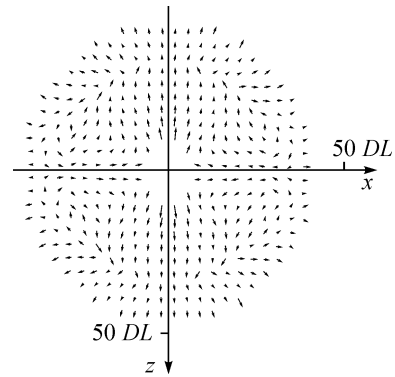


Рис. 1.7.4. Векторное поле упругих смещений в вертикальной плоскости, ортогональной к разрыву (разрыв с нормальным смещением).

DL — длина разрыва.

сдвиговым характером вектора смещений на плоском разрыве. Такие ситуации возможны, в частности, когда вектор смещений имеет нормальную компоненту либо сам разрыв имеет более сложную форму.

1.7.2. Обращение по методу наименьших квадратов

В данной работе рассматривается следующая постановка обратной задачи: пусть в момент времени $t = 0$ в упругой среде от оси y в направлении, задаваемом углом α с осью x , начинает распространяться разрыв со скоростью V_r . Смещение вдоль этого разрыва задано вектором \mathbf{B} с компонентами B_1, B_2, B_3 (см. рис. 1.7.1). Этот разрыв бесконечен вдоль оси y и имеет конечную длину DL в плоскости (x, z) . Задача заключается в определении параметров разрыва и начальной глубины z_0 по волновому полю $\mathbf{U}(M_j, t)$, зарегистрированному в точках наблюдений M_j на поверхности Земли. Обозначим вектор параметров Ψ . Будем считать, что смещения в направлении оси y (B_3) равны нулю. В такой постановке он записывается как $\Psi = (B_1, B_2, DL, V_r, \alpha, z_0)$. Как уже упоминалось выше, мы используем оптимизационный подход. Таким образом, решением обратной задачи будет вектор Ψ_m , обеспечивающий минимум функционалу невязки данных Φ , характеризующему квадратичное отклонение между наблюдаемыми и рассчитанными сейсмограммами для текущего вектора параметров:

$$\Phi(\Psi) = \sum_{j=1}^N \int_0^T |\mathbf{U}(M_j, t) - \mathbf{U}_s(M_j, t, \Psi)|^2 dt.$$

Здесь \mathbf{U} — данные N регистрирующих станций с координатами M_j ; \mathbf{U}_s — решение прямой задачи, полученное упомянутым выше способом; T — время регистрации. Эта задача является стандартной задачей нелинейной оптимизации, и первый вопрос, который возникает при ее постановке, — вопрос единственности решения.

К сожалению, теоретическое исследование этой проблемы в общем случае не представляется возможным, поэтому все наши усилия были сосредоточены на детальном численном исследовании свойств целевой функции.

1.7.3. Результаты и их обсуждение

Во всех экспериментах интервал изменения параметров выбирался достаточно широким и нормировался к единичным значениям (обезразмеривался). В качестве модели мы взяли разрыв со следующими безразмерными параметрами из упомянутого интервала: $B_1 = 0,25$; $B_2 = 0,5$; $DL = 0,5$; $V_r = 0,625$; $\alpha_0 = 0$; $z_0 = 0,5$. Для этой модели вычислялось поперечное сечение целевой функции для каждой пары параметров (остальные параметры фиксировались). Число регистрирующих станций варьировалось ($N = 1, 3, 5$). Здесь мы продемонстрируем различные сечения целевой функции в случае одной регистрирующей станции, расположенной на расстоянии $R = 46DL$ от начальной точки разрыва в направлении 45° с осью x .

Анализ представления волнового поля [Bykovtsev, Kramarovsky, 1987] показывает его линейную зависимость по отношению к компонентам вектора смещений на разрыве. Таким образом, целевая функция должна быть квадратичной по параметрам B_1, B_2, B_3 , что и подтверждают расчеты, представленные на рис. 1.7.5. Численные оценки показывают, что матрица Гессе целевой функции положительно определена и ее число обусловленности достаточно мало. Эта ситуация может быть использована для улучшения сходимости итерационного процесса.

Наиболее сложной является функциональная зависимость от угла наклона разрыва (рис. 1.7.6, 1.7.7). Форма линий уровня в сечениях, где присутствует угол наклона, довольно изометрична, но характерно наличие побочных минимумов. Устойчивый и довольно глубокий локальный минимум присутствует для значений, отличающихся от истинного значения на 180° . Структура целевой функции повторяет симметрию лучевой диаграммы.

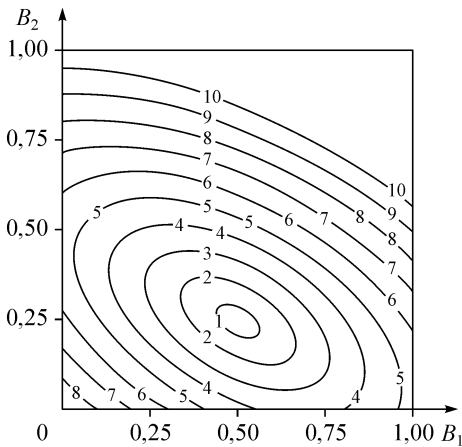


Рис. 1.7.5. Сечение функционала невязки данных в плоскости (B_1, B_2) .

Знание закономерностей распределения локальных минимумов по параметру α позволяет применить алгоритм, основанный на исчерпывании локальных минимумов. Сравнение результатов решения при использовании различных начальных приближений может выбрать точку глобального минимума. Существует определенное улучшение сходимости решения с увеличением числа регистрирующих станций.

Как и следовало ожидать, особенностями функционала невязки данных по параметру глубины очага z_0 являются наличие довольно узких «оврагов» и сложная структура его линий уровня (рис. 1.7.8). Этот факт, вместе с возможной недифференцируемостью

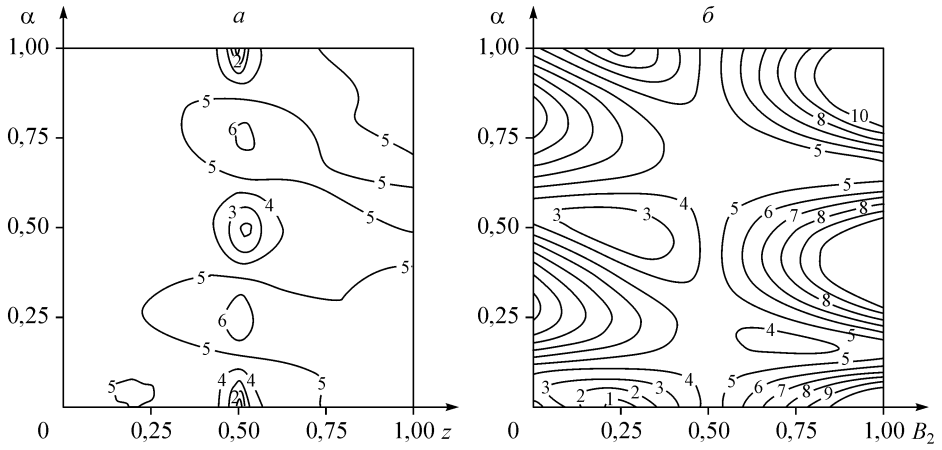


Рис. 1.7.6. Сечение функционала невязки данных в плоскостях (z, α) (а) и (B_2, α) (б).

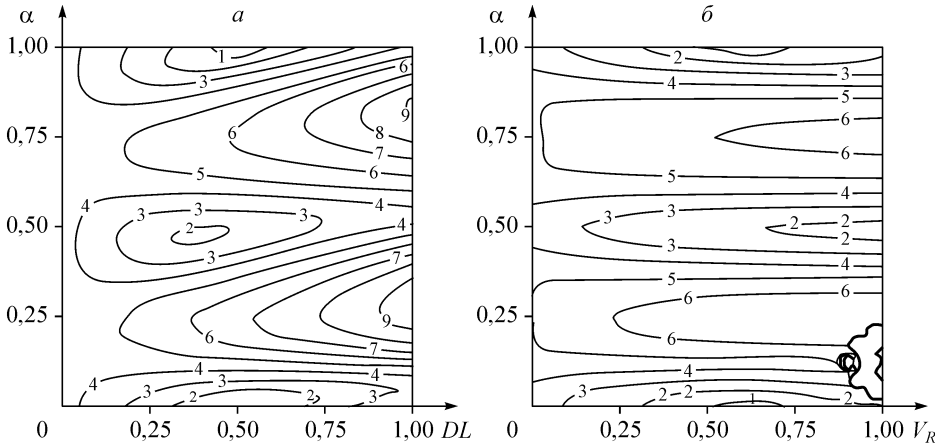


Рис. 1.7.7. Сечение функционала невязки данных в плоскостях (DL, α) (а) и (V_r, α) (б).

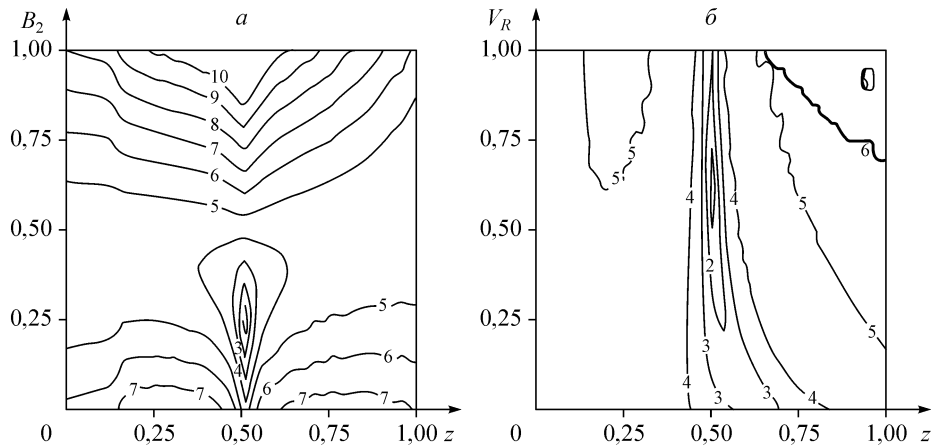


Рис. 1.7.8. Сечение функционала невязки данных в плоскостях (z_0, B_2) (а) и (z_0, V_r) (б).

этого функционала, что предположительно и приводит к появлению больших кризисн вплоть до изломов в линиях уровня в некоторых поперечных сечениях, существенно затрудняет выбор эффективного итерационного процесса. С другой стороны, как видно на рисунках, целевая функция по этому параметру не имеет локальных минимумов, а «овраги» имеют прямолинейную форму и вытянуты вдоль сопутствующих переменных. Этот факт облегчает поиск минимума.

По переменным B_1, B_2, DL, V_r функционал не имеет побочных минимумов, а линии уровней имеют гладкую и изометричную форму (рис. 1.7.9), что также облегчает решение поставленной задачи.

Численное исследование функционала невязки данных для некоторых конкретных моделей разрыва позволило предположить, что для организации процесса минимизации наиболее подходит симплекс-метод [Nelder, Meed, 1964]. Основное достоинство этого метода — возможность не использовать производные функционала невязки данных.

Серия вычислительных экспериментов была проделана для того, чтобы исследовать влияние начального приближения на устойчивость итерационного процесса и точность определения точки минимума. Получены следующие результаты:

в случае, когда уклонение начального приближения от истинного значения не превосходит 20 %, итерационный процесс сходится устойчиво и достаточно быстро к истинному значению;

когда это значение варьирует в пределах 30—40 %, тогда существуют параметры, которые не могут быть определены достаточно точно, хотя другие находятся с хорошей точностью. Как ни странно, такие параметры, как глубина и угол, определяются достаточно устойчиво и точно. Это может быть объяснено тем фактом, что «овраги» функционала невязки данных по этим параметрам являются прямолинейными и параллельны другим осям;

при больших уклонениях начального приближения от истинного значения сходимость итерационного процесса становится проблематичной из-за сложного поведения функционала в окрестности начального приближения.

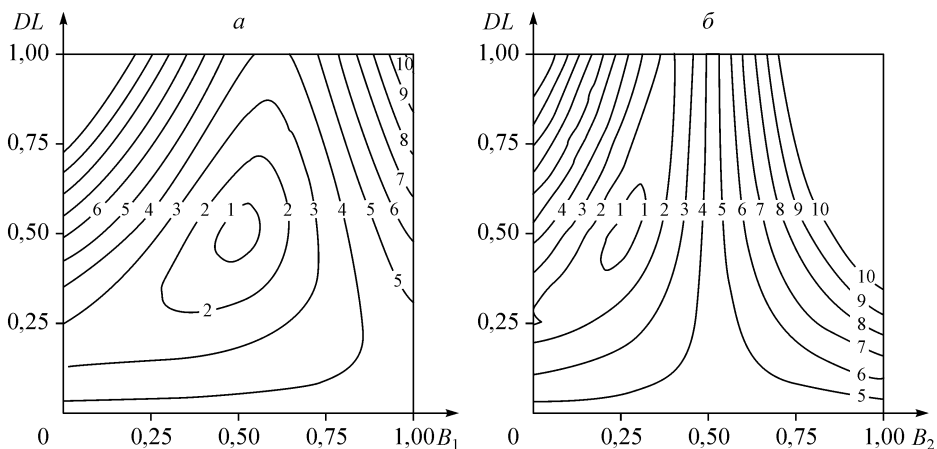


Рис. 1.7.9. Сечение функционала невязки данных в плоскостях (B_1, DL) (а) и (B_2, DL) (б).

Принимая во внимание эти результаты, весь процесс минимизации функционала невязки данных может быть разделен на две части:

поиск z_0 и α ;

поиск других параметров с фиксированными глубиной и углом.

Сходимость существенно улучшается с увеличением числа регистрирующих станций.

Нужно указать на одно не очень характерное свойство поведения функционалов — появление при некоторых условиях резких возмущений функционала на в целом гладком, стационарном фоне. Эти «бифуркации» иногда появляются на конце интервала параметра V_r , когда V_r стремится к V_s (см. рис. 1.7.7, б, 1.7.8, б). По-видимому, это связано с заданием нереалистичных значений скорости вспарывания разрыва, которая по некоторым оценкам, сделанным в цитируемых работах, не должна превышать $0,6V_s$.

Итак, установлено, что существует принципиальная возможность детального восстановления геометрических и механических свойств очагов землетрясения, описываемых моделью плоского разрыва, по записям нескольких станций, расположенных в ближней зоне очага землетрясения.

1.8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТРУКТУРЫ ВЕРХНЕЙ ЧАСТИ МАНТИИ ПРИ ПОМОЩИ МОЩНЫХ ВИБРАТОРОВ И ВЗРЫВОВ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ МЕТОДОВ В СОЧЕТАНИИ С РАНЕЕ РАЗВИТЫМИ СПОСОБАМИ РЕШЕНИЯ ЛОКАЛЬНО-ОДНОМЕРНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛОСКИХ ВОЛН, ПОЗВОЛЯЮЩИМИ НАЙТИ СТРУКТУРУ ЛОКАЛЬНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ НА ФОНЕ ВЕРТИКАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ

1.8.1. О восстановлении средних скоростей по фазовым характеристикам волн Лява или Релея

В полном поле сейсмических колебаний та его часть, которая обычно называется поверхностными волнами, имеет ряд особенностей. Динамические характеристики поверхностных волн в точке наблюдения (фазовая и групповая скорости, а также некоторые другие) слабо зависят от предыстории движения волнового пакета и, в основном (в первом приближении), определяются местом, где эта волна проходит в момент наблюдения. Вторая особенность этих волн заключается в том, что на их поведение на поверхности Земли в большей степени влияют усредненные характеристики строения Земли под точкой наблюдения, нежели более тонкая структура строения Земли. Кроме того, поверхностные волны несут существенную часть всей энергии полного волнового поля (до 70 %).

Эти особенности поверхностных волн используются в сейсмологии для изучения строения Земли. В основном, эти исследования касались внутреннего строения Земли для выявления крупных блоков, присутствующих в земной коре.

Задача определения интегральных свойств среды по фазовым характеристикам поверхностных волн распадается на два этапа:

1. Регистрация поверхностных волн и определение фазовых характеристик.
 2. Определение интегральных характеристик среды по полученным данным.
- Остановимся коротко на каждой из этих проблем.

1. Поверхностные волны рассматриваются как некоторая часть полного волнового поля, проявляющая себя в полном соответствии с теорией только асимптотически. Оценочно считается, что полностью формирование поверхностных волн происходит на расстоянии приблизительно ста длин волн от источника возмущений. То же можно говорить и о полной перестройке поверхностных волн при прохождении их через достаточно крупные неоднородности в земной коре. Поэтому информация о поверхностных волнах используется, в основном, для выявления крупных блоков в земной коре.

Однако, при достаточно плотной системе регистрации сейсмических полей, можно использовать не только асимптотическую теорию распространения волн, но и учитывать полное волновое поле, измеренное на поверхности Земли. Эта информация дает возможность определять фазовые характеристики не самих поверхностных волн, а «гипотетических поверхностных волн», распространяющихся в полупространстве, параметры которого зависят только от глубины и соответствуют параметрам непосредственно под точкой наблюдения.

С математической точки зрения, такая процедура может быть строго обоснована только асимптотически (в первом приближении). Оценки точности подобных процедур содержат константы, величины которых не могут быть оценены с достаточной для практического применения точностью. Тем не менее, численные расчеты, проведенные при анализе синтетических сейсмограмм, а также некоторых реальных, показывают значительно более высокую точность восстановления фазовых характеристик «гипотетических поверхностных волн», чем можно было бы ожидать исходя из существующей асимптотической теории поверхностных волн.

2. Математическое исследование восстановления интегральных параметров среды по фазовым характеристикам поверхностных волн производилось в рамках изотропной модели, описываемой обычными уравнениями теории упругости. Наиболее полные результаты были получены для волн Лява. Было показано, что можно определить среднюю скорость распространения поперечных волн до заданной глубины с достаточно большой точностью и указать априорную оценку возможной ошибки. Для волн Релея точных математических утверждений, содержащих приемлемые для практических целей оценки, в настоящее время не существует. Имеются только численные результаты, показывающие, что при известном соотношении V_P / V_S можно добиться восстановления средней скорости до глубины, составляющей длину волны Релея на данной частоте, если известна ее фазовая скорость на этой частоте.

В разведочной геофизике информация о фазовых характеристиках поверхностных волн может быть применена для восстановления средних скоростей в ВЧР. Процедура восстановления фазовых характеристик «гипотетических поверхностных волн» выглядит следующим образом.

Этап первый. По всем имеющимся сейсмограммам выделить фазовые характеристики гипотетических волн Релея. Как правило, на сейсмограммах, используемых в геологоразведке, напрямую волн Релея не видно. Здесь сказываются несколько факторов. Первый из них — это то, что визуально наблюдаемые волны Релея еще не успели образоваться, хотя в полном волновом поле и присутствует та его часть, которая соответствует полюсу Релея, причем очень большая по энергетике. Но визуально все остальные волны ее перебивают. Здесь также ска-

зывается и группирование, применяемое в сейсморазведке как раз для подавления поверхностных волн. И, наконец, длина записи при стандартных схемах наблюдений такова, что волна Релея, как правило, еще не успела добежать до дальней зоны. И хотя любая волна, проходящая через неоднородность, также генерирует «свою волну Релея», — энергетически их вклад очень незначителен.

Надо отметить, что эти проблемы, хоть и вносят достаточно большую трудность для вычисления фазовых скоростей поверхностных волн Релея, в конечном счете, можно обойти. При одном неперменном условии. В данных не должно быть искажений динамических характеристик волнового поля. Во всяком случае на численных примерах, когда данные были расчетные, группирование не мешало восстанавливать фазовые скорости поверхностных волн.

Реальные, применяемые на практике, сейсмоприемники приспособлены к кинематике, и их динамические характеристики не слишком хороши. Это приводит к тому, что удастся восстанавливать только *усредненные по достаточно большому интервалу частот групповые скорости*.

Был разработан специализированный метод многократной автокорреляции для восстановления усредненных групповых скоростей поверхностных волн в условиях сильного зашумления. По нашему мнению, он и на имеющемся на практике материале дает неплохие результаты.

На втором этапе по полученным групповым скоростям надо восстановить средние скорости в ВЧР до определенной глубины. Эта глубина составляет приблизительно длину волны Релея на рассматриваемой частоте.

Но прежде чем приводить полученные результаты, отметим следующее. Как правило, при измерениях регистрируется только вертикальная компонента поля. И это приводит к тому, что возможно выделить фазовые характеристики только волн Релея. Проблема заключается в том, что, зная еще фазовые характеристики волн Лява, можно восстановить средние скорости V_P и V_S . Зная же только групповую скорость волн Релея, более или менее точно можно восстановить только V_S , если мы не знаем V_P / V_S . Проиллюстрируем это на следующем примере.

Была выбрана среда, показанная на рис. 1.8.1. В верхнем слое варьировались в некоторых пределах V_P, V_S . При каждом значении вычислялась групповая скорость первой моды волны Релея. Полученные результаты представлены на рис. 1.8.2. На нем изображены уровни групповых скоростей волн Релея на частоте 6 Гц. По осям координат отложены средние скорости до глубины 100 м.

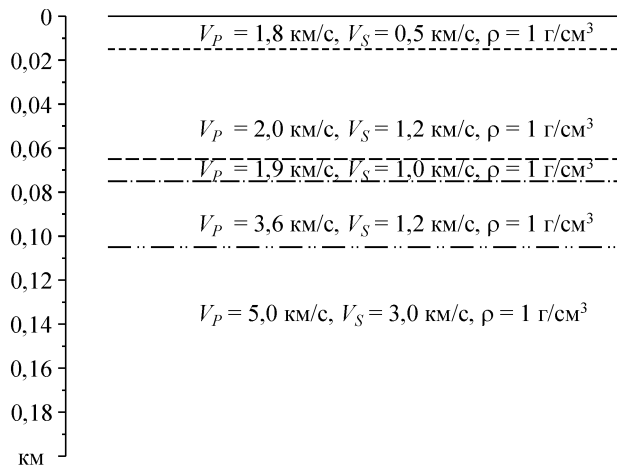


Рис. 1.8.1. К восстановлению средних скоростей.

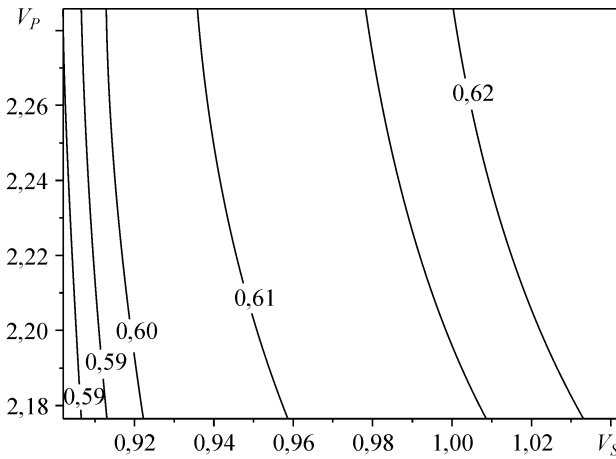


Рис. 1.8.2. Результаты восстановления групповой скорости волн Релея.

Поясн. см. в тексте.

бо. И будем подбирать скорости в верхнем слое так, чтобы групповая скорость в окрестности частоты 6 Гц была бы наиболее близка к групповой скорости, полученной из многослойной модели. В результате скорость получается с относительной погрешностью 10—12 %.

Если же нам соотношение средних скоростей V_p/V_S неизвестно, то только по этим данным, как нетрудно видеть, можно восстанавливать с некоторой точностью лишь V_S .

Если бы была трехмерная съемка, то можно было бы найти и групповые скорости «гипотетических волн Лява» и по этим данным восстановить средние скорости без знания отношения V_p/V_S .

В заключение приведем результат обработки реального профиля (рис. 1.8.3). Он был уже ранее обработан и статические поправки для него были ранее получены кинематическими методами. Способ нашей обработки заключался в том, что над каждой точкой мы вычисляли групповые скорости «гипотетических волн Релея» в диапазоне частот, необходимых для вычисления средних скоростей до той же глубины. Так как данные о соотношении частот нам не были известны, то мы попросту положили, что скорость V_p в 2,4 раза больше, чем средняя групповая

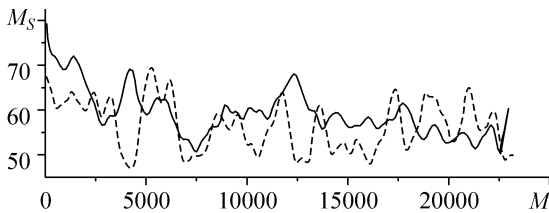


Рис. 1.8.3. Результат обработки реального профиля.

Поясн. см. в тексте.

Зная соотношение средних скоростей V_p/V_S и групповую скорость на рассматриваемой частоте, мы можем восстановить среднюю скорость до глубины 100 м следующим образом. Рассмотрим двухслойную модель, где в верхнем слое скорости неизвестны, но их соотношение задано. В подложке задаются какие-нибудь правдоподобные значения. Или те, что в примере; можно взять, например, $V_p = 6$ км/с; $V_S = 3,6$ км/с. На ответ это влияет сла-

бо. Это соответствует, приблизительно соотношению $V_p/V_S = 2,2$. При тех динамических характеристиках приемников, которые имеются, этот простой пересчет при фиксированных V_p/V_S меньше ошибок вносит, чем погрешности, возни-

кающие из-за группирования и ошибок в измерении динамики. На рис. 1.8.3 сплошной чертой приведены статические поправки, полученные ранее другими методами. Наши показаны штриховой линией. Некоторые расхождения могут быть следствием резких изменений вдоль профиля отношения V_p/V_s .

1.8.2. О совместном использовании фазовых характеристик волн Лява и Релея

Если искать решение уравнений Ламе с коэффициентами, зависящими только от глубины (от переменной z), в виде

$$\begin{aligned} u &= 0, \\ v &= l_1(k, z, \omega) \exp[i(kx - \omega t)], \\ w &= 0, \end{aligned} \tag{1.8.1}$$

то для нахождения l_1 получается следующая система обыкновенных дифференциальных уравнений [Аки, Ричардс, 1983]:

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mu(z)^{-1} \\ k^2 - \omega^2 \rho(z) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}, \tag{1.8.2}$$

описывающая в терминах «движение—напряжение» волну Лява.

Аналогично, если искать решение уравнений Ламе в виде

$$\begin{aligned} u &= r_1(k, z, \omega) \exp[i(kx - \omega t)], \\ v &= 0, \\ w &= ir_2(k, z, \omega) \exp[i(kx - \omega t)], \end{aligned} \tag{1.8.3}$$

получается уравнение для описания волны Релея в терминах «движение—напряжение»

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & k & \mu(z)^{-1} & 0 \\ -k\lambda(z)[\lambda(z) + 2\mu(z)]^{-1} & 0 & 0 & [\lambda(z) + 2\mu(z)]^{-1} \\ k^2\xi(z) - \omega^2\rho(z) & 0 & 0 & k\lambda(z)[\lambda(z) + 2\mu(z)]^{-1} \\ 0 & -\omega^2\rho(z) & -k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}. \tag{1.8.4}$$

В (1.8.2), (1.8.4) λ, μ — коэффициенты Ламе, ρ — плотность, $\xi(z) = 4\mu(z)[\lambda(z) + \mu(z)]/[\lambda(z) + 2\mu(z)]$.

Граничные условия для поверхностных волн определяются следующим образом:

$$l_2|_{z=0} = 0; \lim_{z \rightarrow \infty} l_1 = 0 \tag{1.8.5}$$

и

$$r_3|_{z=0} = r_4|_{z=0} = 0; \lim_{z \rightarrow \infty} r_1(z) = \lim_{z \rightarrow \infty} r_2(z) = 0. \tag{1.8.6}$$

Для каждого ω существует не более чем конечное число констант $k = kl_n(\omega)$, при котором система (1.8.2), (1.8.4) имеет нетривиальное решение. Аналогично,

нетривиальное решение системы (1.8.4), (1.8.6) также существует не более чем для конечного числа констант $k = kr_n(\omega)$. Будем называть кривые $kl_n(\omega)$, $kr_n(\omega)$ дисперсионными кривыми мод с номером n волн Лява и Релея соответственно. Отношения $\omega/(kl_n(\omega))$, $\omega/(kr_n(\omega))$ — фазовые скорости волн Лява и Релея.

Рассмотрим следующую задачу, актуальную для получения статических поправок в георазведке. Пусть нам известны фазовые кривые для волн Лява и Релея. Нужно найти среднее время пробега волн до некоторой заданной глубины. Различные подходы для этого были предложены, например [Левшин и др., 1987; Fokin, Skazka, 1999]. Отметим только, что там искались средние скорости волн, используя только дисперсионную кривую моды с номером 1 (главной моды) волны Лява или Релея по отдельности.

В данной работе мы рассмотрим возможность вычисления средних скоростей, используя одновременно информацию об обеих дисперсионных кривых. Отметим, что фазовые скорости поверхностных волн в большей степени зависят от скоростей поперечных волн V_S , в то время как на практике нужны средние скорости продольных волн V_P . Ранее нами была показана невозможность уверенного восстановления средних скоростей продольных волн в верхней части разреза без априорного знания отношения скоростей продольных и поперечных волн по одним фазовым скоростям волны Релея. От плотности эти кривые зависят значительно менее, чем от скоростей. Поэтому при численных экспериментах будем считать плотность постоянной и равной единице.

Итак, пусть у нас имеется некоторая среда, свойства которой зависят только от глубины. И мы можем измерить для нее дисперсионные кривые первых мод волн Лява и Релея: $\hat{kl}_1(\omega)$ и $\hat{kr}_1(\omega)$. Нашей целью будет найти среду, у которой всего один слой, лежащий на бесконечной подложке, и такую, что у данной среды будут дисперсионные кривые $kl_1(\omega)$ и $kr_1(\omega)$, доставляющие минимум функционалу (1.8.7).

Точнее, рассмотрим среду, представленную рис. 1.8.4. Ниже глубины 0,1 км скорости полагаются постоянными. Плотность везде полагается равной 1. Именно для этой среды были вычислены $\hat{kl}_1(\omega)$ и $\hat{kr}_1(\omega)$. На рис. 1.8.5 их графики представлены сплошными линиями. Мы будем говорить о параметрах и решениях для

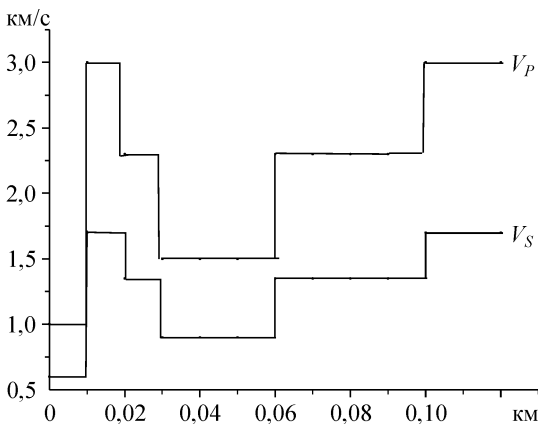


Рис. 1.8.4. Скоростная модель среды.

этой среды как об «истинных» (аналог измеренных данных). В качестве модельной среды мы будем рассматривать среду, у которой скорости продольных и поперечных волн в слое от нуля и до 0,1 км будут постоянными и подлежащими определению, а ниже этой границы параметры полагаются равными параметрам «истинной» модели. Плотность везде полагается равной единице. Рассчитываемые для этой модели дисперсионные кривые обозначаются $kl_1(\omega)$ и $kr_1(\omega)$.

Для поиска параметров модельной среды будем использовать метод минимизации целевого функционала, а именно, решается задача минимизации следующего функционала:

$$\sum_{k=1}^N \left[\left(1 - \frac{kl_1(\omega_k)}{\hat{k}l_1(\omega_k)} \right)^2 + \left(1 - \frac{kr_1(\omega_k)}{\hat{k}r_1(\omega_k)} \right)^2 \right] \rightarrow \min. \quad (1.8.7)$$

Здесь ω_k — некоторый набор частот, в котором мы имеем «наблюдения» дисперсионных кривых. Функционал (1.8.7) зависит от двух параметров — скоростей V_P и V_S в двухслойной модели. Минимум функционала ищется по этим переменным.

Результаты эксперимента таковы. Под средними скоростями мы будем понимать скорости, с которыми продольные и поперечные волны достигают границы на глубине 0,1 км. Для исходной модели получены средние скорости $V_P = 1,71215880893300$, $V_S = 1,01886792452830$. В то же время задача минимизации функционала (1.8.7) дала следующий результат: $V_P = 1,78245049197080$, $V_S = 1,00579764567585$.

Совпадение вполне хорошее.

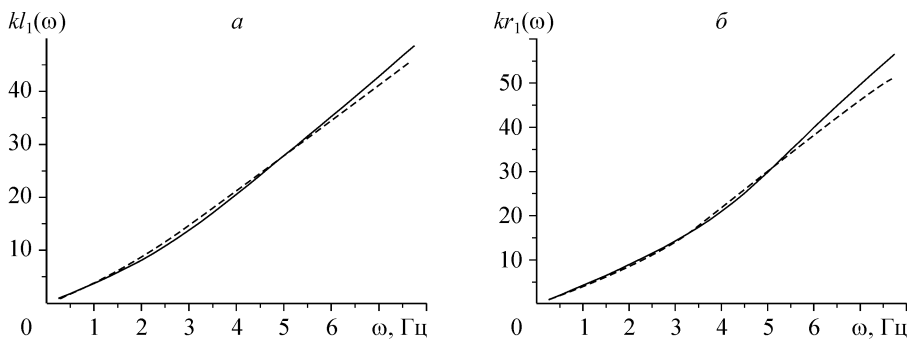


Рис. 1.8.5. Дисперсионные кривые. Кривые первой моды волны Лява (а) и кривые первой моды волны Релея (б).

«Истинные» — сплошная линия, расчетные для найденных параметров — штриховая линия.

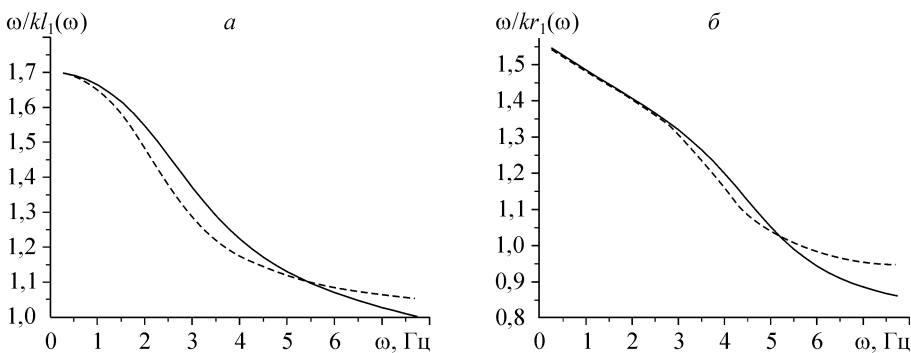


Рис. 1.8.6. Фазовые скорости волн Лява (а) и Релея (б).

«Истинные» — сплошная линия, расчетные для найденных параметров — штриховая линия.

Получившиеся при этом дисперсионные кривые (рис. 1.8.5, пунктир) для полноты картины приведем совместно с фазовыми скоростями первых мод волн Релея и Лява (рис. 1.8.5, сплошные линии).

Остановимся теперь немного на том, что нам дает совместный учет волн Релея и Лява. Ранее отмечалось, что, используя только волны Релея, восстановить средние скорости продольных волн затруднительно, если не знать соотношения между продольными и поперечными скоростями.

Поэтому наряду с функционалом (1.8.7) рассмотрим аналогичный функционал, учитывающий только волну Релея:

$$\sum_{k=1}^N \left(1 - \frac{kr_1(\omega_k)}{\hat{k}r_1(\omega_k)} \right)^2. \tag{1.8.8}$$

На рис. 1.8.7, 1.8.8 показаны линии уровня логарифма от значения функционалов в некоторой окрестности средних скоростей. Логарифмы выбраны для удобства визуализации:

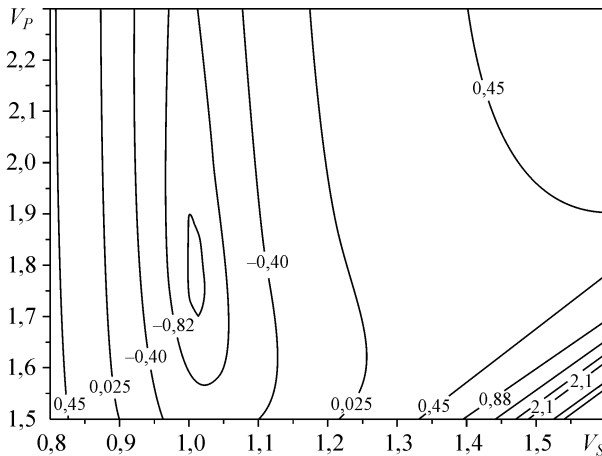


Рис. 1.8.7. Линии уровня логарифма функционала (1.8.7).

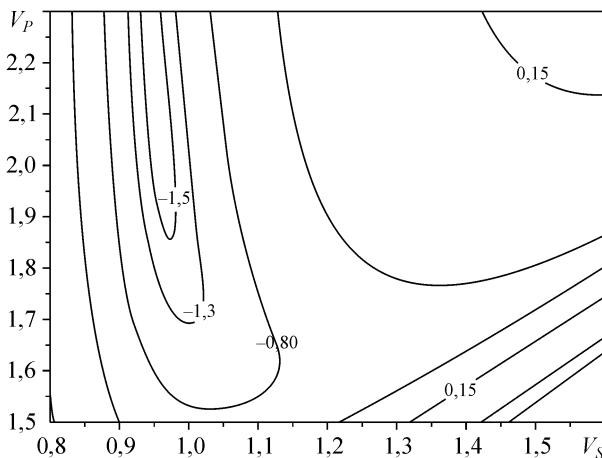


Рис. 1.8.8. Линии уровня логарифма функционала (1.8.8).

Как видно из последнего рисунка, среднюю скорость V_S можно было восстановить и при минимизации (1.8.8), хотя и с несколько меньшей точностью. Однако восстановить нормально скорость V_P не удалось, почему мы и не приводим соответствующих результатов по минимизации функционала (1.8.8). Хотя и для функционала (1.8.7) вид оврагов показывает, что поперечные скорости восстанавливаются лучше, что и ожидалось.

1.8.3. Описание алгоритма для параллельных вычислений

Опишем теперь, как решалась задача минимизации функционала (1.8.7). Для параллельного варианта программы в MPI нахождения значений функционала, а также его градиента была выбрана топология «линейка». Различные слагаемые функционала, а также производные этих слагаемых вычислялись на различных процессорах. И в дальнейшем из этих значений формировались значения функционала и его градиента. Последующая минимизация велась с помощью метода сопряженных градиентов.

1.8.4. Низкочастотная регуляризация обратной динамической задачи сейсмического зондирования

Рассмотрим процесс распространения плоских SH -волн в упругом пространстве $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $z \geq 0$, механические свойства которого зависят только от z . Считается, что волны поляризованы вдоль некоторой прямой, параллельной плоскости $z = 0$, а напряжения на границе полупространства не зависят от переменных x, y . При этих условиях смещение u точек среды зависит только от времени t и глубины z и удовлетворяет уравнению акустики

$$\rho(z)u_{tt} = (\mu(z)u_z)_z. \quad (1.8.9)$$

Здесь $\rho(z)$ — плотность среды, а $\mu(z)$ — модуль сдвига на глубине z . Как известно, модуль сдвига выражается через плотность и скорость распространения волн $v(z)$ по формуле $\mu(z) = \rho(z)v^2(z)$. Всюду далее предполагается, что при $z \geq z_0 > 0$ функции ρ, μ, v постоянны и равны некоторым известным значениям ρ_0, μ_0, v_0 .

Допустим, что поверхность $z = 0$ свободна от внешних воздействий, т. е.

$$u_z|_{z=0} = 0, \quad (1.8.10)$$

а деформация среды вызвана волной вида $f(t + z/v_0)$, которая движется из области $z > z_0$ по направлению к границе $z = 0$. Будем считать, что функция $f(\tau)$ обращается в нуль при $\tau < z_0/v_0$. Это значит, что волна имеет передний фронт, перемещающийся вдоль оси z . Пока передний фронт не достигнет области $z < z_0$, полное волновое поле будет совпадать с иницилирующей волной. Другими словами, выполнено условие

$$u|_{t \leq 0} = f(t + z/v_0). \quad (1.8.11)$$

Предметом наших исследований являются традиционные прямые и обратные задачи сейсмического зондирования, связанные с системой (1.8.9)—(1.8.11). За-

дача о нахождении решения $u(z, t)$ этой системы при известных μ , ρ и f называется прямой. Обратная задача состоит в определении акустического импеданса $\sigma = \rho v$, если известны форма $f(\tau)$ инициирующей волны и порожденное ею волновое поле на поверхности среды (сейсмограмма) $g(t) = u(0, t)$. Как прямая, так и обратная задачи подробно изучены в [Алексеев, 1962, 1967; Алексеев, Меграбов, 1972; Carroll, Santosa, 1981, 1984; Alekseev, Belonosov, 1994, 1995, 1999], где найдены достаточные условия существования решений и предложены конструктивные численные методы их построения.

Напомним изложенную в [Alekseev, Belonosov, 1994, 1995, 1999] общую схему решения обратной задачи, основанную на классической теореме о восстановлении коэффициентов дифференциального оператора Штурма — Лиувилля по его спектральной функции распределения [Наймарк, 1969; Левитан, 1984]. Пусть $F(\omega)$, $G(\omega)$ — образы фурье-функций f, g соответственно, $\sigma_0 = \rho_0 v_0$. Положим

$$K(\eta) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos(\omega\eta) \left[\frac{\sigma(0) |G(\omega)|^2}{4\sigma_0 |F(\omega)|^2} - 1 \right] d\omega$$

и составим интегральное уравнение

$$\varphi(\eta, 2\xi) + \int_0^{2\xi} K(\eta - \zeta) \varphi(\zeta, 2\xi) d\zeta = 1, \quad 0 \leq \eta \leq 2\xi.$$

Искомый импеданс выражается через решение этого уравнения по формуле

$$\sigma(z) = \sigma(0) \cdot \varphi^2(2\xi, 2\xi), \quad \text{где} \quad \xi = \int_0^z \frac{d\zeta}{v(\zeta)}.$$

Переменная ξ равна времени пробега волны из глубины z до границы полупространства.

Наиболее трудоемкий этап этого алгоритма — решение интегрального уравнения — можно реализовать при помощи известного метода Левинсона. В итоге получается эффективная процедура, позволяющая с высокой точностью решать обратные динамические задачи сейсмического зондирования. Рассмотрим, например, псевдореальную модель среды, построенную на основе измерений плотности и скорости в настоящей скважине вплоть до глубины $z_0 = 3362$ м. Соответствующие графики изображены на рис. 1.8.9, 1.8.10 непрерывными линиями. В качестве инициирующей волны $f(\tau)$ выберем функцию на рис. 1.8.11 и вычислим по этим данным решение $u(z, t)$ прямой задачи (1.8.9)—(1.8.11). Если затем решить обратную задачу, используя функцию $g(t) = u(0, t)$ вместо сейсмограммы, то исходный импеданс восстановится с очень высокой точностью. В наших экспериментах относительная погрешность не превышала 0,1 %. График восстановленного импеданса как функции переменной ξ показан непрерывной линией на рис. 1.8.12.

Проведенные расчеты выявили также слабую сторону предлагаемого подхода — высокую чувствительность к погрешностям исходных данных f, g в

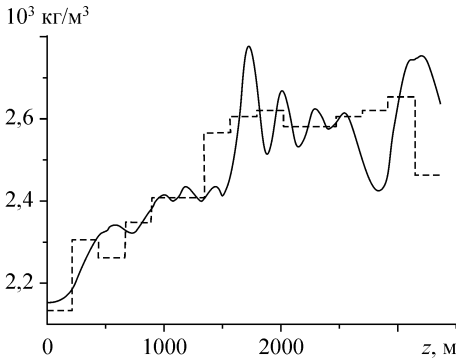


Рис. 1.8.9. Плотности: истинная и восстановленная.
Поясн. см. в тексте.

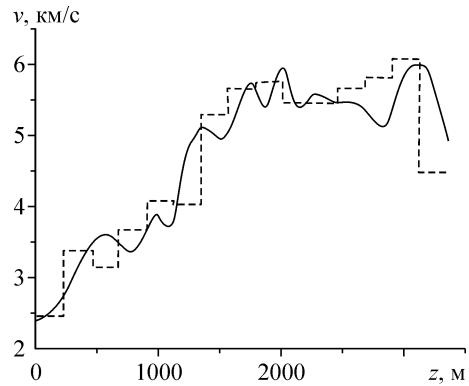


Рис. 1.8.10. Скорости: истинная и восстановленная.
Поясн. см. в тексте.

низкочастотном диапазоне. Поясним сказанное следующим примером. Вычислим наряду с $u(z, t)$ решение $u_1(z, t)$ прямой задачи с теми же плотностью и инициирующей волной, что и выше, но в качестве скорости возьмем линейную функцию, соединяющую начальную и конечную точки непрерывной кривой (рис. 1.8.10). Пусть $G(\omega)$ и $G_1(\omega)$ — фурье-образы $g(t) = u(0, t)$ и $g_1(t) = u_1(0, t)$ соответственно. Обозначим через $\tilde{g}(t)$ прообраз фурье-функции

$$\tilde{G}(\omega) = \begin{cases} G(\omega), & |\omega| > 4\pi, \\ G_1(\omega), & |\omega| \leq 4\pi. \end{cases}$$

Синтетическая сейсмограмма $\tilde{g}(t)$ отличается от точной $g(t)$ в сравнительно узком диапазоне циклических частот 0—2 Гц. Однако, если теперь восстановить импеданс при помощи \tilde{g} , то результат окажется совершенно неудовлетворительным (см. штриховую линию на рис. 1.8.12).

К сожалению, современная измерительная аппаратура не может обеспечить достаточную точность сейсмограмм именно в низкочастотной области. Поэтому применимость спектральных методов при решении практических задач без дополнительной регуляризации является ограниченной. Цель настоящей работы — предложить способ регуляризации, основанный на приближенном восстановлении среды по фазовым скоростям волн Лява.

Как известно, линейно-поляризованные поверхностные плоские

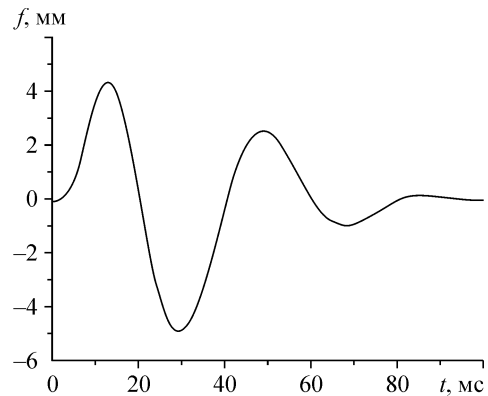


Рис. 1.8.11. Иницирующая волна.
Поясн. см. в тексте.

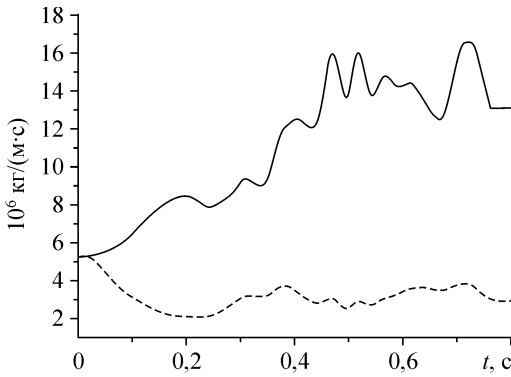


Рис. 1.8.12. Импедансы: истинный и восстановленный без регуляризации.

Поясн. см. в тексте.

волны — волны Лява — в вертикально-неоднородной среде описываются уравнением

$$-\omega^2 \rho(z) \psi = (\mu(z) \psi_z)_z - k^2 \mu(z) \psi. \quad (1.8.12)$$

Это уравнение получается при поиске решения (u, v, w) системы уравнений Ламе в виде $u = w = 0$, $v = \psi(z, \omega) \exp[i(kx - \omega t)]$. Те числа k , для которых уравнение (1.8.12) имеет нетривиальное решение, удовлетворяющее условиям

$$\psi_z|_{z=0} = 0, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \psi = 0, \quad (1.8.13)$$

называются горизонтальными волновыми числами. При определенных условиях для каждого ω существует конечное множество волновых чисел [Alekseev, 2007]. Наибольшее волновое число, отвечающее основной моде волны Лява на данной частоте, обозначим через $k_{\max}(\omega)$.

Укажем практический способ подсчета волновых чисел, пригодный не только для непрерывных, но и для кусочно-непрерывных μ , ρ . Сначала при фиксированном ω решим задачу Коши для уравнения (1.8.12) с начальными данными

$$\psi|_{z > z_0} = \exp(-z \sqrt{k^2 \mu_0 - \omega^2 \rho_0}). \quad (1.8.14)$$

Условие (1.8.14) — это второе из условий (1.8.13) в случае $k^2 \mu_0 - \omega^2 \rho_0 > 0$ (если $k^2 \mu_0 - \omega^2 \rho_0 \leq 0$, то задача (1.8.12)—(1.8.13) решения не имеет). В каждой точке, где коэффициент μ имеет скачок, нужно дополнительно потребовать, чтобы ψ и $\mu \psi_z$ были непрерывными. Далее, варьируя k , методом пристрелки найдем те значения, для которых выполняется первое из условий (1.8.13).

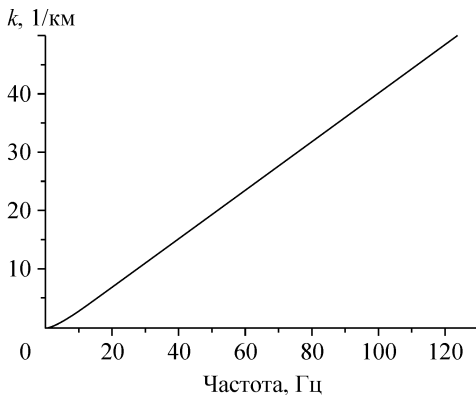


Рис. 1.8.13. Максимальное волновое число.

Если применить этот алгоритм к рассмотренной выше псевдореальной модели среды, то для $k_{\max}(\omega)$ получится кривая, представленная на рис. 1.8.13. В геофизической практике $k_{\max}(\omega)$ обычно находят другими методами, например, по сейсмограммам землетрясений при обработке результатов сейсмических наблюдений [Левшин и др., 1987].

Теперь предположим, что структура среды неизвестна, но $k_{\max}(\omega)$ тем или иным способом

определено, и попытаемся приближенно восстановить среду. Разделим промежуток $[0, z_0]$ на n равных частей $[a_i, a_{i+1})$, $i = 1, \dots, n$. Будем искать неизвестные скорость и плотность в классе кусочно-постоянных функций, принимающих значения v_i и ρ_i на промежутках $[a_i, a_{i+1})$.

Известно, что между плотностями и скоростями прохождения волн существует достаточно хорошая корреляция. Мы полагаем, что выполнено соотношение

$$\rho_i = \alpha v_i^\beta, \quad (1.8.15)$$

где α , β — некоторые коэффициенты, также подлежащие определению при решении обратной задачи.

Выберем произвольно v_1, \dots, v_n , α и β , а ρ_i найдем из соотношений (1.8.15). Для соответствующих кусочно-постоянных скорости и плотности вычислим наибольшее волновое число $k_{\max}(\omega; v_1, \dots, v_n, \alpha, \beta)$. Решением обратной задачи о приближенном восстановлении среды считается набор переменных $(v_1, \dots, v_n, \alpha, \beta)$, который доставляет минимум функционалу

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} |k_{\max}(\omega; v_1, \dots, v_n, \alpha, \beta) - k_{\max}(\omega)|^2 d\omega.$$

Здесь $k_{\max}(\omega)$ — заданная зависимость горизонтальных волновых чисел от частоты. Пределы интегрирования ω_1 , ω_2 фиксированы и в каждом конкретном случае выбираются из практических соображений. Минимум ищется стандартными методами и подробности мы опускаем.

Приведем результаты приближенного восстановления среды по волновому числу $k_{\max}(\omega)$, изображенному на рис. 1.8.13. Пусть $n = 15$, $\omega_1 = 0$, $\omega_2 = 2\pi \cdot 20$ (во многих приложениях верхний предел циклической частоты близок к 20 Гц). При этих условиях описанная выше процедура минимизации приводит к кусочно-постоянным скорости и плотности, которые показаны пунктиром на рис. 1.8.9, 1.8.10. Параметры α и β оказываются равными соответственно 1,71 и 0,241. Эти значения близки к отмечавшимся ранее в литературе.

Несмотря на то, что полученные приближения для скорости и плотности очень грубые, они пригодны для регуляризации сейсмограмм в низкочастотной области при восстановлении импеданса спектральными методами. В самом деле, вернемся к исходной задаче о восстановлении импеданса по форме инициирующей волны $f(\tau)$ и соответствующей сейсмограмме $g(t)$. Как было показано, результат решения обратной задачи будет далек от истины, если сейсмограмма не содержит достоверной информации в диапазоне низких частот. В таком случае попытаемся приближенно восстановить среду по горизонтальным волновым числам волн Лява. Для этого приближения и при той же форме $f(\tau)$ инициирующей волны заново рассчитаем соответствующую сейсмограмму $g_1(t)$. Наконец, составим синтетическую сейсмограмму \tilde{g} , которая в области высоких частот совпадает с g , а в диапазоне низких частот — с g_1 . Если теперь опять восстановить импеданс, используя в качестве исходных данных f и \tilde{g} , то результат может оказаться вполне приемлемым.

Нами проведен соответствующий численный эксперимент для рассмотренной выше псевдореальной модели среды. Форма инициирующей волны показана на

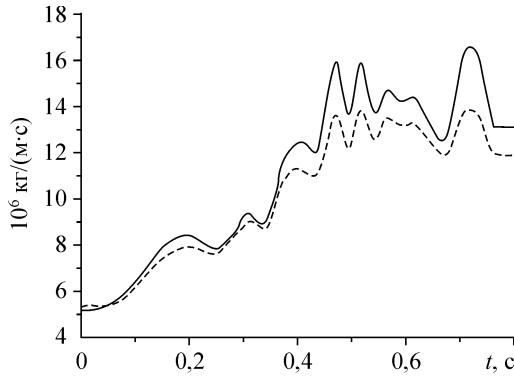


Рис. 1.8.14. Эффект регуляризации.

рис. 1.8.11, а кусочно-постоянные приближения для скорости и плотности — на рис. 1.8.9 и 1.8.10. Регуляризация сейсмограммы производилась в диапазоне циклических частот 0—2 Гц. На рис. 1.8.14 штриховой показан восстановленный импеданс, а непрерывной линией — исходный. Полученный результат гораздо лучше приведенного на рис. 1.8.12.

1.8.5. Две обратные задачи для уравнений упругости

Изложим результаты исследования двух обратных задач, заключающихся в определении коэффициентов для системы линейных уравнений упругости.

В первой из задач отыскиваются плотность и один из упругих модулей среды. Предполагается, что свойства упругой среды и внешние силы не зависят от одной из координат. В этом случае соответствующая компонента вектора смещений удовлетворяет скалярному уравнению второго порядка, в который входят в качестве коэффициентов плотность среды ρ и модуль упругости μ . Предполагается, что параметры ρ и μ являются известными положительными постоянными всюду вне некоторой компактной области $D \subset R^2$, а внутри D — неизвестны. Рассматривается задача об определении этих коэффициентов в D по информации о решении двух прямых задач, заданной на границе области D для некоторого конечного временного интервала. Основным результатом исследования этой задачи — оценка условной устойчивости ее решения.

Во второй задаче рассматривается слоистое упругое трехмерное полупространство, состоящее из счетного числа слоев, и изучается возможность одновременного определения параметров слоев (плотности и параметров Ламе) и параметров формы импульсного точечного источника типа взрыва, приложенного внутри первого слоя. В качестве информации для их определения задаются смещения точек границы полупространства для конечного интервала времени наблюдения. При достаточно естественных предположениях о форме источника описывается процедура однозначного определения искомых параметров упругой среды до глубины, которая определяется временем наблюдения. Дается алгоритмическая процедура построения искомых параметров.

Оценка устойчивости решения в двумерной обратной задаче для уравнений упругости. Рассмотрим систему линейных уравнений изотропной упругости с нулевыми начальными данными. Она может быть записана в виде

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho F_i, \quad u_i|_{t=0} \equiv 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (1.8.16)$$

Здесь ρ — плотность среды; u_i — компоненты вектора смещений; F_i — массовые силы, а σ_{ij} — компоненты тензора напряжений, связанные с u_i законом Гука:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (1.8.17)$$

в котором λ, μ — модули упругости среды. Предположим, что ρ, λ, μ и F_3 не зависят от координаты x_3 и $F_1 = F_2 = 0$. Тогда $u_1 = u_2 = 0$, а компонента $u_3 = u(x, t)$ является решением задачи Коши для уравнения второго порядка

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \nabla \cdot (\mu \nabla u) + \rho F(x, t), \quad u|_{t=0} \equiv 0, \quad (1.8.18)$$

в котором $x = (x_1, x_2)$, $\nabla = (\partial / \partial x_1, \partial / \partial x_2)$ и $F = F_3$.

В связи с этим двумерная обратная задача упругости может рассматриваться как задача об определении в уравнении (1.8.18) коэффициентов ρ и μ . Именно эта задача и рассматривается ниже при специальных предположениях о коэффициентах и функции $F(x, t)$.

Обратные задачи для системы уравнений теории упругости рассматривались в ряде работ. Практически все эти работы связаны с сильно переопределенными постановками задач, когда размерность задаваемой информации превосходит размерность искомым коэффициентов. В нашем исследовании используется информация о решении некоторых прямых задач для уравнения (1.8.18), близкая к минимальной. Мы основываемся на методе получения оценок условной устойчивости решения, первоначально предложенном в [Романов, 1998, 1999; Romanov, Yamamoto, 1999] и детально описанном в монографии [Романов, 2005].

Рассмотрим решение задачи (1.8.18) для случая, когда функция $F(x, t)$ имеет вид

$$F(x, t) = \delta'(t) \delta(x \cdot v). \quad (1.8.19)$$

Здесь $v = (v_1, v_2)$ — единичный вектор, $x \cdot v$ — скалярное произведение векторов $x = (x_1, x_2)$ и v . Решение задачи (1.8.18), (1.8.19) зависит от параметра v , т. е. $u = u(x, t, v)$.

Предположим, что коэффициенты ρ и μ совпадают с положительными постоянными ρ_0 и μ_0 соответственно всюду вне круга $D = \{x \in R^2 \mid |x - x^0| < r\}$ радиуса r с центром в точке x^0 и область D содержится в полуплоскости $x \cdot v > 0$. Примем также, что $\rho(x)$ и $\mu(x)$ являются гладкими функциями во всей плоскости R^2 (более подробно об этом см. ниже).

Обозначим через $c = \sqrt{\mu / \rho}$ скорость распространения упругих поперечных волн, а через $c_0 = \sqrt{\mu_0 / \rho_0}$ — ее значение вне D . Введем функцию $\tau(x, v)$ как решение следующей задачи Коши для уравнения эйконала:

$$|\nabla\tau|^2 = c^{-2}(x), \quad \tau|_{x \cdot v=0} = 0. \quad (1.8.20)$$

Анализ задачи (1.8.18), (1.8.19) показывает, что ее решение может быть представлено в виде

$$u(x, t, v) = \frac{1}{2} e^{\phi(x, v)} [\delta(t - \tau(x, v)) + \bar{u}(x, t, v) \theta_0(t - \tau(x, v))], \quad (1.8.21)$$

в котором $\phi(x, v)$, $\bar{u}(x, t, v)$ — некоторые гладкие функции, а $\theta_0(t)$ — функция Хевисайда: $\theta_0(t) = 1$ для $t \geq 0$ и $\theta_0(t) = 0$ для $t < 0$.

Пусть $G(v, \tau)$ — цилиндрическая область:

$$G(v, \tau) = \{(x, t) | x \in D, \tau(x, v) < t < T + \tau(x, v)\},$$

где T — некоторое положительное число. Боковую часть границы этой области обозначим через $S(v, \tau)$, а ее нижнее основание через $\Sigma(v, \tau)$, т. е.

$$\begin{aligned} S(v, \tau) &= \{(x, t) | x \in \partial D, \tau(x, v) \leq t \leq T + \tau(x, v)\}, \\ \Sigma(v, \tau) &= \{(x, t) | x \in D, t = \tau(x, v)\}, \quad \partial D = \{x \in R^2 \mid |x - x^0| = r\}. \end{aligned}$$

Рассмотрим задачу об определении коэффициентов $\rho(x)$, $\mu(x)$ по следующей информации: для двух различных значений параметра $v = v^{(k)}$, $k = 1, 2$, таких что $|v^{(1)} \times v^{(2)}| > 0$, задаются функции $\tau(x, v^{(k)}) = \tau^{(k)}(x)$, $\phi(x, v^{(k)}) = \phi^{(k)}(x)$ на ∂D и следы решения задачи (1.8.18), (1.8.19) и его нормальной производной на $S(v^{(k)}, \tau^{(k)}) = S_k$, т. е. считаются известными

$$\tau(x, v^{(k)}) = \tau^{(k)}(x), \quad \phi(x, v^{(k)}) = \phi^{(k)}(x), \quad x \in \partial D, \quad (1.8.22)$$

$$u(x, t, v^{(k)}) = f^{(k)}(x, t), \quad \frac{\partial}{\partial n} u(x, t, v^{(k)}) = g^{(k)}(x, t), \quad (x, t) \in S_k, \quad k = 1, 2.$$

Требуется по функциям $\tau^{(k)}(x)$, $\phi^{(k)}(x)$, $f^{(k)}(x, t)$, $g^{(k)}(x, t)$, $k = 1, 2$, найти $\rho(x)$ и $\mu(x)$ внутри D . Через n здесь обозначен единичный вектор внешней нормали к ∂D .

Заметим, что задание нормальной производной $\partial u / \partial n$ на S_k эквивалентно заданию третьей (и единственной ненулевой) компоненты вектора напряжений, действующего на касательной площадке к ∂D .

Пусть $\Lambda(\varepsilon_0, q_0, \tau_0, d)$ — множество функций (ρ, μ) , удовлетворяющих при некоторых фиксированных положительных числах $\varepsilon_0, q_0, \tau_0, d$ следующим условиям:

$$\text{supp}(\rho(x) - \rho_0, \mu(x) - \mu_0) := \Omega \subset D, \quad \text{dist}(\partial D, \Omega) \geq d,$$

1. $0 < \varepsilon_0 \rho_0 \leq \rho(x)$, $0 < \varepsilon_0 \mu_0 \leq \mu(x)$, $0 < \varepsilon_0 c_0 \leq c(x)$.
2. Риманово пространство, определяемое метрикой $ds^2 = c^{-2}(x)(dx_1^2 + dx_2^2)$, имеет неположительную кривизну, и область D содержится внутри некоторого риманова шара, диаметр которого не превосходит τ_0 .
3. $\|\rho - \rho_0\|_{C^4(R^2)} \leq q_0$, $\|\mu(x) - \mu_0\|_{C^4(R^2)} \leq q_0$.

Заметим, что диаметр упомянутого выше риманова шара допускает оценку (довольно грубую) $\tau_0 \leq 2r / (c_0 \varepsilon_0)$.

Основным результатом проведенного исследования являются следующие теоремы устойчивости и единственности решения обратной задачи.

Теорема 1. Пусть (ρ_j, μ_j) , $j=1, 2$, и данные $\{\tau_j^{(k)}, \phi_j^{(k)}, f_j^{(k)}, g_j^{(k)}\}$ соответствуют решению задачи (1.8.18), (1.8.19) при $\rho = \rho_j(x)$, $\mu = \mu_j(x)$ и $v = v^{(k)}$, $k=1, 2$, $j=1, 2$. Тогда найдутся положительные числа q_0 и C , зависящие от $T, r, \varepsilon_0, \rho_0, \mu_0, d$ и $|v^{(1)} \times v^{(2)}|$, такие что при выполнении условия $T > 2\tau_0$ имеет место неравенство

$$\begin{aligned} \|\rho_1 - \rho_2\|_{\mathbb{H}^1(D)}^2 + \|\mu_1 - \mu_2\|_{\mathbb{H}^1(D)}^2 \leq C \sum_{k=1}^2 \left(\|\hat{f}_1^{(k)} - \hat{f}_2^{(k)}\|_{\mathbb{H}^1(S')}^2 + \|\hat{g}_1^{(k)} - \hat{g}_2^{(k)}\|_{L^2(S')}^2 + \right. \\ \left. + \|\phi_1^{(k)} - \phi_2^{(k)}\|_{\mathbb{H}^2(\partial D)}^2 + \|\tau_1^{(k)} - \tau_2^{(k)}\|_{\mathbb{H}^4(\partial D)}^2 \right) \end{aligned} \quad (1.8.23)$$

для любых $(\rho_j, \mu_j) \in \Lambda(\varepsilon_0, q_0, \tau_0, d)$, $j=1, 2$. В этом неравенстве $S' = \partial D \times [0, T]$ и $\hat{f}_j^{(k)}(x, t) = f_j^{(k)}(x, t + \tau_j^{(k)}(x))$, $\hat{g}_j^{(k)}(x, t) = g_j^{(k)}(x, t + \tau_j^{(k)}(x))$.

Теорема 2. Пусть (ρ_j, μ_j) , $\{\tau_j^{(k)}, \phi_j^{(k)}, f_j^{(k)}, g_j^{(k)}\}$ имеют тот же смысл, что и в теореме 1. Тогда найдется число $q_0 > 0$ такое, что при любых $(\rho_j, \mu_j) \in \Lambda(\varepsilon_0, q_0, \tau_0, d)$, $j=1, 2$, из равенств

$$\begin{aligned} \tau_1^{(k)}(x) = \tau_2^{(k)}(x), \quad \phi_1^{(k)}(x) = \phi_2^{(k)}(x), \quad x \in \partial D; \\ f_1^{(k)}(x, t) = f_2^{(k)}(x, t), \quad (x, t) \in S(v^{(k)}, \tau_1^{(k)}), \quad k=1, 2, \end{aligned} \quad (1.8.24)$$

при условии $T > 2\tau_0$, следует, что $\rho_1(x) = \rho_2(x)$, $\mu_1(x) = \mu_2(x)$.

Теорема 2 вытекает из теоремы 1 и установленной в статье [Романов, 2003] леммы 4.1, которая утверждает, что из выполнения условий (1.8.24) следует совпадение на $S(v^{(k)}, \tau_1^{(k)})$ функций $g_1^{(k)}(x, t)$ и $g_2^{(k)}(x, t)$, $k=1, 2$. Теорема 1 доказана в работе [Романов, 2006].

Об одновременном определении параметров упругой слоистой среды и формы точечного импульсного источника. Рассмотрим в полупространстве $R_+^3 = \{x \in R^3 \mid x_3 > 0\}$ систему уравнений линейной упругости

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i, \quad u_i|_{t=0} \equiv 0, \quad \sigma_{i3}|_{x_3=0} = 0, \quad i=1, 2, 3, \quad (1.8.25)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} (\nabla \cdot u) + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j=1, 2, 3, \quad (1.8.26)$$

в которой $u = (u_1, u_2, u_3)$, $(\nabla \cdot u)$ — дивергенция вектора u , δ_{ij} — символ Кронекера. Предположим, что параметры λ, μ упругой среды и ее плотность ρ являются кусочно-постоянными функциями переменной x_3 , причем выполняются условия $\lambda(x_3) + \mu(x_3) > 0$, $\mu(x_3) > 0$. Предположим далее, что вектор $F = (F_1, F_2, F_3)$ определен формулой

$$F(x, t) = \bar{f}(t) \nabla \delta(x - x^0), \quad x^0 = (0, 0, x_3^0), \quad x_3^0 > 0. \quad (1.8.27)$$

Такое задание функции $F(x, t)$ определяет импульсный источник типа взрыва, широко используемый в технике геофизических работ.

Задача (1.8.25)—(1.8.27) имеет осевую симметрию относительно оси x_3 , в силу которой ее решение также обладает осевой симметрией. Поэтому удобно ввести цилиндрическую систему координат r, ϕ, z , определив соответствие между декартовыми и цилиндрическими переменными обычными формулами: $x_1 = r \cos \phi$, $x_2 = r \sin \phi$, $x_3 = z$, и соответствующие этой системе компоненты $u_r = u_1 \cos \phi + u_2 \sin \phi$, $u_\phi = u_1 \sin \phi - u_2 \cos \phi$, $u_z = u_3$ вектора u . При этом $u_\phi \equiv 0$, а $u_r = u_r(r, z, t)$, $u_z = u_z(r, z, t)$.

В дальнейшем нас будет интересовать обратная задача об определении кусочно-постоянных функций λ , μ и ρ по заданным при $z = 0$ смещениям

$$u_z|_{z=0} = g_1(r, t), \quad u_r|_{z=0} = g_2(r, t), \quad r \in [0, \infty), \quad t \in (0, T), \quad T > 0. \quad (1.8.28)$$

Пусть полубесконечный интервал $[0, \infty)$ разбит точками $z_0 = 0$, z_k , $k = 1, 2, \dots$, на конечное или счетное число интервалов (в последнем случае с единственной точкой сгущения для множества $\{z_k\}$ на бесконечности). Пусть далее

$$\lambda = \lambda_k, \quad \mu = \mu_k, \quad \rho = \rho_k, \quad z \in [z_{k-1}, z_k], \quad k = 1, 2, \dots, \quad (1.8.29)$$

причем $(\lambda_k, \mu_k, \rho_k) \neq (\lambda_{k+1}, \mu_{k+1}, \rho_{k+1})$.

В обратной задаче определению подлежат точки z_k и параметры λ_k , μ_k , ρ_k , $k = 1, 2, \dots$

Для скалярного волнового уравнения, когда скорость распространения волн является непрерывной функцией, подобная задача рассматривалась при известной функции $\bar{f}(t)$ в ряде работ (см., например, [Благовещенский, 1969, Романов, 1984, 1989, 1999; Белишев, Благовещенский, 1999]), для системы уравнений упругости — в [Благовещенский, 1966; Romanov et al., 2003]. В этих работах установлен ряд теорем единственности и устойчивости решения соответствующих обратных задач. При неизвестной функции $\bar{f}(t)$ обратные задачи для волнового уравнения рассматривались в [Гервер, 1974; Романов, 2007а, б]. Изучаемая задача отличается от рассмотренных в работах [Благовещенский, 1966; Romanov et al., 2003] видом источника, а также тем, что здесь функция $\bar{f}(t)$ считается неизвестной. Эти отличия приводят к принципиальному изменению вычислительного алгоритма. Детально этот алгоритм изложен в [Романов, 2008] (см. также [Романов, 2007в]).

Основные предположения, принятые при исследовании сформулированной выше обратной задачи, следующие:

1. Форма импульса в источнике имеет структуру

$$\bar{f}(t) = a \delta(t) + \hat{f}(t) \theta_0(t), \quad a \neq 0, \quad (1.8.30)$$

где $\theta_0(t)$ — функция Хевисайда: $\theta_0(t) = 1$ при $t \geq 0$ и $\theta_0(t) = 0$ при $t < 0$, функция $\hat{f}(t)$ непрерывна на $[0, T]$ и у нее существует конечная производная в нуле $\hat{f}'(0)$.

2. В точках z_k , $k \geq 1$, импеданс $I(z) = \rho(\lambda + 2\mu)$ имеет конечный разрыв, т. е. $I_k = \rho_k(\lambda_k + 2\mu_k) \neq I_{k+1} = \rho_{k+1}(\lambda_{k+1} + 2\mu_{k+1})$.

Сформулируем полученные результаты. Для этого введем в рассмотрение скорости продольных c_1 и поперечных c_2 упругих волн равенствами

$$c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}; \quad c_1 = c_{1k}, \quad c_2 = c_{2k}, \quad z \in [z_{k-1}, z_k],$$

и вспомогательную переменную $\zeta = \zeta(z)$, определив ее формулой

$$\zeta = \int_0^z \frac{ds}{c_1(s)} = \zeta_{k-1} + \frac{z - z_{k-1}}{c_{1k}}, \quad z \in [z_{k-1}, z_k], \quad k = 1, 2, \dots, \quad (1.8.31)$$

в которой

$$\zeta_0 = 0, \quad \zeta_k = \sum_{j=1}^k \frac{z_j - z_{j-1}}{c_{1j}}, \quad k = 1, 2, \dots$$

Пусть $x_3^0 = z_*$, $\zeta_* = z_* / c_{11}$. Обратную к $\zeta(z)$ функцию обозначим через $z(\zeta)$. Введем преобразования Фурье—Бесселя функций $v_1 = u_z$, $v_2 = u_r$ формулами

$$\tilde{v}_1(v, z, t) = \int_0^\infty v_1(r, z, t) J_0(vr) r dr, \quad \tilde{v}_2(v, z, t) = \int_0^\infty v_2(r, z, t) J_1(vr) r dr \quad (1.8.32)$$

и положим $w_1(v, \zeta, t) = \tilde{v}_1(v, z(\zeta), t)$, $w_2(v, \zeta, t) = \tilde{v}_2(v, z(\zeta), t) / v$.

Функции $w_1(v, \zeta, t)$, $w_2(v, \zeta, t)$ удовлетворяют равенствам

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 w_1}{\partial \zeta^2} + v^2(c_{1k}^2 - c_{2k}^2) \frac{1}{c_{1k}} \frac{\partial w_2}{\partial \zeta} - v^2 c_{2k}^2 w_1, \quad w_1|_{t=0} = 0, \quad (1.8.33)$$

$$\frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} = \frac{c_{2k}^2}{c_{1k}^2} \frac{\partial^2 w_2}{\partial \zeta^2} - v^2(c_{1k}^2 - c_{2k}^2) \frac{1}{c_{1k}} \frac{\partial w_1}{\partial \zeta} - v^2 c_{1k}^2 w_2, \quad w_2|_{t=0} = 0, \quad (1.8.34)$$

$$\zeta_0 < \zeta_* < \zeta_1 < \dots < \zeta_k < \zeta_{k+1} < \dots,$$

граничным условиям

$$\left(c_{11} \frac{\partial w_1}{\partial \zeta} + v^2(c_{11}^2 - 2c_{21}^2) w_2 \right)_{\zeta=0} = 0, \quad \left(\frac{1}{c_{11}} \frac{\partial w_2}{\partial \zeta} - w_1 \right)_{\zeta=0} = 0, \quad (1.8.35)$$

условию в источнике

$$\begin{aligned} [w_1]_{\zeta=\zeta_*} &= -2f(t), \quad \left[\frac{\partial w_1}{\partial \zeta} \right]_{\zeta=\zeta_*} = 0, \\ [w_2]_{\zeta=\zeta_*} &= 0, \quad \left[\frac{\partial w_2}{\partial \zeta} \right]_{\zeta=\zeta_*} = 2c_{11} f(t), \quad f(t) = \frac{1}{4\pi c_{11}^2} \bar{f}(t), \end{aligned} \quad (1.8.36)$$

условиям непрерывности смещений и напряжений на границах разрыва параметров среды

$$\begin{aligned} [w_1]_{\zeta=\zeta_k} &= 0, \quad \left[\rho c_1 \frac{\partial w_1}{\partial \zeta} + v^2 \rho (c_1^2 - 2c_2^2) w_2 \right]_{\zeta=\zeta_k} = 0, \\ [w_2]_{\zeta=\zeta_k} &= 0, \quad \left[\rho c_2^2 \left(\frac{1}{c_1} \frac{\partial w_2}{\partial \zeta} - w_1 \right) \right]_{\zeta=\zeta_k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (1.8.37)$$

В равенствах (1.8.36) символ $[w]_{\zeta=\zeta_*}$ означает разность предельных значений функции w в точках $\zeta = \zeta_* + 0$ и $\zeta = \zeta_* - 0$. Подобное обозначение принято и в формулах (1.8.37).

Информация о решении, используемая для решения обратной задачи, записывается в терминах функций w_1, w_2 в виде

$$w_1|_{\zeta=0} = \tilde{g}_1(v, t), \quad \tilde{g}_1(v, t) = \int_0^\infty g_1(r, t) J_0(vr) r dr, \tag{1.8.38}$$

$$w_2|_{\zeta=0} = \frac{\tilde{g}_2(v, t)}{v}, \quad \tilde{g}_2(v, t) = \int_0^\infty g_2(r, t) J_1(vr) r dr, \quad t \in (0, T).$$

Основой для решения обратной задачи является построение специального решения, которое аккумулирует в себе сингулярную часть решения прямой задачи, а также все разрывы этого решения и его частной производной по переменной t . Это специальное решение имеет вид суперпозиции плоских волн, распространяющихся от источника вправо и влево со скоростями продольных и поперечных волн, отражающихся от границы $\zeta = 0$ и испытывающих на границах $\zeta = \zeta_k, k = 1, 2, \dots$, преломление и отражение в соответствии с формулами, обеспечивающими непрерывность смещений и напряжений. Решение имеет вид

$$w_1^* = \sum_{s \geq 1} (\alpha_i^j \delta(t + \chi_i^j \zeta - \tau_i^j) + \beta_i^j(v, \zeta) \theta_0(t + \chi_i^j \zeta - \tau_i^j) + \gamma_i^j(v, \zeta) \theta_1(t + \chi_i^j \zeta - \tau_i^j)), \tag{1.8.39}$$

$$w_2^* = \sum_{s \geq 1} (\eta_i^j \theta_0(t + \chi_i^j \zeta - \tau_i^j) + \omega_i^j(v, \zeta) \theta_1(t + \chi_i^j \zeta - \tau_i^j)).$$

Здесь $\theta_1(t) = t\theta_0(t)$, нижний i и верхний j индексы являются мультииндексами, $i = (i_1, \dots, i_s), j = (j_1, \dots, j_s)$. Индекс i состоит из номеров границ, записанных в той последовательности, в которой плоская волна, выходящая от источника, их достигает. При этом всегда $i_1 = 0$, или $i_1 = 1$ и $i_s = i_{s-1} + 1$, или $i_s = i_{s-1} - 1$ при $s \geq 1$. Число s показывает, как много актов отражения или преломления совершила волна, дошедшая от источника до границы $\zeta = \zeta_{i_s}$. Суммирование осуществляется по всевозможным $s \geq 1$. Заметим, что в любой ограниченной области на плоскости переменных ζ, t суммируется только конечное число компонент. Верхний мультииндекс j состоит из последовательности чисел, элементами которой служат 1 и 2. При этом значению $j_s = 1$ соответствует продольная плоская волна, а значению $j_s = 2$ — поперечная волна. Мультииндекс j прослеживает «историю» преобразований продольных волн в поперечные и наоборот, в полном соответствии с «историей» прохождения волн через границы слоев. Таким образом, фиксированное значение j_s относится к слою (ζ_{k-1}, ζ_k) , где $k = \max(i_{s-1}, i_s)$ при $s \geq 2$ и $k = 1$ при $s = 1$.

Параметр χ_i^j принимает при $j_s = 1$ значения, равные -1 или $+1$ в зависимости от направления распространения волны, а при $j_s = 2$ значения $\pm c_{1k} / c_{2k}$, где $k = 1$, если $s = 1$, и $k = \max(i_{s-1}, i_s)$, если $s \geq 2$. Знак плюс соответствует волне, движущейся вдоль оси ζ влево, знак минус — волне, движущейся вправо. Параметр τ_i^j выбирается так, чтобы отрезки прямых линий $t + \chi_i^j \zeta = \tau_i^j$ образовывали в области $\{(t, \zeta) | t \geq 0, \zeta \geq 0\}$ непрерывную (вообще говоря) ломаную линию. В частности, при $s = 1$:

$$\chi_1^1 = -1, \quad \chi_1^2 = -\frac{c_{11}}{c_{21}}, \quad \chi_0^1 = 1, \quad \chi_0^2 = \frac{c_{11}}{c_{21}}, \quad \tau_i^j = \chi_i^j \zeta_*, \tag{1.8.40}$$

при $s = 2$:

$$\chi_i^j = \begin{cases} -1, & i = (0, 1), \quad j = (1, 1), \\ -c_{11}/c_{21}, & i = (0, 1), \quad j = (1, 2), \\ 1, & i = (1, 0), \quad j = (1, 1), \\ c_{11}/c_{21}, & i = (1, 0), \quad j = (1, 2), \\ -1, & i = (1, 2), \quad j = (1, 1), \\ -c_{12}/c_{22}, & i = (1, 2), \quad j = (1, 2), \end{cases} \quad (1.8.41)$$

$$\tau_i^j = \begin{cases} \tau_0^1, & i = (0, 1), \quad j = (1, 1) \text{ и } (1, 2), \\ \tau_1^1 + (\chi_i^j - \chi_1^1)\zeta_1, & i = (1, 0) \text{ и } (1, 2), \quad j = (1, 1) \text{ и } (1, 2). \end{cases} \quad (1.8.42)$$

Амплитудные коэффициенты α_i^j , β_i^j , γ_i^j , η_i^j , ω_i^j полагаются при $s=1$ тождественным нулем вне отрезка $[\zeta_0, \zeta_*]$, если $i=0$, и вне отрезка $[\zeta_*, \zeta_1]$, если $i=1$. При $s \geq 2$ эти коэффициенты полагаются нулем вне отрезка $[\zeta_{k-1}, \zeta_k]$, где $k = \max(i_{s-1}, i_s)$. Процедура построения этих коэффициентов подробно описана в [Романов, 2008]. Функции w_1^* , w_2^* строятся так, что разности $w_1 - w_1^* = \bar{w}_1$, $w_2 - w_2^* = \bar{w}_2$ являются гладкими функциями при $\zeta \neq \zeta_*$. А именно, имеет место

Теорема 3. Пусть справедливо равенство (2.6), в котором функция $\hat{f}(t) \in C[0, T - \zeta_*]$ и у нее существует в нуле конечная производная. Тогда функции $\bar{w}_1(v, \zeta, t)$, $\bar{w}_2(v, \zeta, t)$ тождественно равны нулю при $t \leq |\zeta - \zeta_*|$ и непрерывны в области $D(T) = \{(\zeta, t) \mid |\zeta - \zeta_*| > 0, 0 \leq t < T - \zeta\}$ вместе с первыми производными по переменной t .

Из этой теоремы следует, что функция $\tilde{g}_1(v, t)$ является следом при $\zeta = 0$ суммы двух функций $w_1^*(v, 0, t)$ и $\bar{w}_1(v, 0, t)$, причем след второй из них представляет собой непрерывно дифференцируемую по t функцию, в то время как след первой состоит из сингулярной функции (суммы дельта-функций, сосредоточенных в отдельных точках) и кусочно-линейной функции, имеющей конечные разрывы как самой функции, так и ее производной. Аналогично, функция $\tilde{g}_2(v, t)$ является следом при $\zeta = 0$ суммы функции $w_2^*(v, 0, t)$ и непрерывно дифференцируемой по t функции $\bar{w}_2(v, 0, t)$. Функция $w_2^*(v, 0, t)$ является кусочно-линейной функцией, содержащей конечные разрывы этой функции и ее производной. Из сказанного выше следует, что следы функций w_1^* , w_2^* при $\zeta = 0$ полностью определяются заданием $\tilde{g}_1(v, t)$, $\tilde{g}_2(v, t)$ и, следовательно, известны. Более того, формулы, полученные в [Романов, 2008], показывают, что коэффициенты представления (1.8.39) α_i^j и η_i^j не зависят от v , ζ , коэффициенты β_i^j , ω_i^j являются линейными функциями параметра v^2 и переменной ζ , а коэффициент γ_i^j является квадратичной функцией параметра v^2 и переменной ζ . Поэтому задание функций $\tilde{g}_1(v, t)$, $\tilde{g}_2(v, t)$ для трех фиксированных различных значений $v > 0$ однозначно определяет функции $w_1^*(v, 0, t)$, $w_2^*(v, 0, t)$ для всех $v > 0$ и $t \in (0, T)$.

С другой стороны, коэффициенты α_i^j , β_i^j , γ_i^j , ω_i^j , η_i^j выражаются явным образом через параметры среды. Из проведенного в настоящей работе анализа вытекает следующая теорема.

Теорема 4. Пусть имеет место представление (1.8.30), в котором $\bar{a} \neq 0$, функция $\hat{f}(t) \in C[0, T - \zeta_*]$ и у нее существует в нуле конечная производная $\hat{f}'(0)$. Пусть, кроме того, $I_k = \rho_k(\lambda_k + 2\mu_k) \neq I_{k+1} = \rho_{k+1}(\lambda_{k+1} + 2\mu_{k+1})$. Тогда задание

функций $(g_1(v, t), g_2(v, t)) \neq 0$ для $t \in (0, T)$ и трех различных значений $v > 0$ однозначно определяет:

1) числа \bar{a} , $\hat{f}(0)$, $\hat{f}'(0)$, ζ_* , характеризующие параметры импульсного источника и точку его приложения,

2) скорость продольных c_{11} и поперечных c_{21} волн в первом слое и границу $z = z_1$,

3) отношение импедансов I_{k+1} / I_k и границы разрыва $\zeta = \zeta_k$ параметров среды для всех $k \leq k^*$, удовлетворяющих условию $\zeta_{k^*} < (T - \zeta_*) / 2$,

4) величины c_{1k} , z_k для всех $k \leq k^*$, если $k^* \geq 2$,

5) числа c_{2k} для всех $k \leq n^*$, $2 \leq n^* \leq k^*$, если целое число n^* таково, что выполняется неравенство $\zeta_{n^*-1} - \zeta_* + \sum_{k=1}^{n^*-1} (\zeta_k - \zeta_{k-1})c_{1k} / c_{2k} < T$.

Теорема 4 доказана в [Романов, 2008]. Она дает конструктивный алгоритм последовательного построения всех параметров, указанных в теореме. Из теоремы следует, что относительная плотность ρ_{k+1} / ρ_1 однозначно определяется для $1 \leq k \leq k^*$. Таким образом, искомые параметры среды ρ_k , λ_k , μ_k определяются для всех $k \leq k^*$ с точностью до задания плотности ρ_1 первого слоя.

1.9. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ ДЛЯ МОДЕЛИ РАЗНОМАСШТАБНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ЗОН ВУЛКАНИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Неоднородная среда часто устроена так, что ее характерные размеры, например по глубине, меняются в широких пределах. Известно [Аки, Ричардс, 1983], что в этом случае практически невозможно рассматривать такую задачу в рамках детерминированного подхода. Для учета структурной неоднородности реальной среды используется статистический подход. Исследована постановка краевой задачи распространения сферических сейсмических волн в структурно-неоднородных средах, разработан алгоритм ее решения и создана программа моделирования. Исследованы спектральные характеристики волновых полей в зависимости от основных параметров структурной неоднородности. Проведено сравнение модельных данных и экспериментальных наблюдений для грязевого вулкана Шуго.

1.9.1. Построение уравнения для разномасштабной неоднородной среды

Построение математической модели среды в сейсмически опасных зонах вулканических извержений основывается на современных представлениях о закономерности процесса поэтапного разрушения пород в очаговой зоне в виде развития разномасштабной системы неоднородностей и трещин [Алексеев др., 2004]. Описание такого процесса осуществляется с помощью телеграфного случайного процесса следующим образом. После перехода в спектральную область параметры соответствующих уравнений заменяются случайными функциями. Применительно к практическим приложениям рассматриваются средние значения сейсмического поля $\langle u \rangle$. Затем осуществляется переход в физическую область.

В декартовой системе координат задача формулируется следующим образом. Необходимо определить координаты вектора смещения (u_x, u_y, u_z) для случайно-неоднородной среды, которые удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + F_x f(t), \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} + F_y f(t), \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} + F_z f(t), \end{aligned} \quad (1.9.1)$$

с начальными условиями при $t = 0$

$$u_x = \frac{\partial u_x}{\partial t} = u_y = \frac{\partial u_y}{\partial t} = u_z = \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0 \quad (1.9.2)$$

и граничными данными при $z = 0$

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0. \quad (1.9.3)$$

Здесь напряжения (σ_x, τ_{xy} и т. д.) связаны с деформациями известными соотношениями, в которых коэффициенты Ламе являются случайными функциями.

Построение уравнения для структурно-неоднородной среды для наглядности иллюстрируется на примере волнового уравнения в цилиндрической системе координат:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (1.9.4)$$

с нулевыми начальными данными

$$u = \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (1.9.4a)$$

и краевым условием при $z = 0$

$$\frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{1}{2\pi} f(t) \cdot \frac{\delta(r)}{r}. \quad (1.9.4b)$$

Для построения модели используется телеграфный случайный процесс. Каждая реализация телеграфного случайного процесса представляет собой функцию, имеющую некоторое случайное количество скачков на заданном промежутке. Величины скачков берутся равными флуктуациям скоростей в среде. А характерные размеры масштаба неоднородности для одной реализации будут определяться количеством скачков, которое подчиняется закону распределения Пуассона.

Из литературы известно, что телеграфный случайный процесс может быть представлен следующим образом (например, [Кляцкин, 2001]):

$$\xi(z) = a(-1)^{n(0,z)}, \quad (\xi(0) = a, \quad \xi^2(z) = a^2). \quad (1.9.5)$$

Здесь $n(z_1, z_2)$ — случайная последовательность целых чисел, описывающая количество скачков на интервале (z_1, z_2) . Вероятность выпадения n точек на интервале (z_1, z_2) определяется формулой Пуассона

$$P_{n(z_1, z_2)=n} = \frac{\langle n(z_1, z_2) \rangle^n}{n!} e^{-\langle n(z_1, z_2) \rangle}.$$

Здесь $\langle n(z_1, z_2) \rangle$ — среднее значение точек на интервале (z_1, z_2) . При этом $\langle n(z_1, z_2) \rangle = \nu |z_2 - z_1|$, где ν — среднее число точек, приходящихся на единицу расстояния. Длина интервала между соседними скачками при этом имеет экспоненциальное распределение.

Перейдем к получению уравнения распространения волн в разномасштабной среде. После преобразования Фурье—Бесселя волновое уравнение (1.9.4) будет выглядеть следующим известным образом (несущественные индексы опущены):

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = k^2 u - \frac{\omega^2}{c^2} u \equiv \nu_p^2 u. \quad (1.9.6)$$

Для рассмотрения разномасштабной среды в (1.9.6) используем (1.9.5) следующим образом:

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = k^2 u - \frac{\omega^2}{c^2} [1 + \xi(z)] u. \quad (1.9.7)$$

При этом решение уравнения (1.9.7) как некий функционал от $\xi(z)$ имеет случайный характер. Применительно к практическим приложениям рассмотрим среднее значение флуктуирующего поля $\langle u \rangle$. Для телеграфного случайного процесса известно точное замкнутое уравнение для среднего значения поля. Оно выглядит следующим образом:

$$\frac{d^2 \langle u \rangle}{dz^2} = \nu_p^2 \langle u \rangle + \frac{\omega^3}{c^3} a^2 \int_0^z e^{-(z-\xi)} \sin\left(\frac{\omega}{c}(z-\xi)\right) \langle u(\xi) \rangle d\xi. \quad (1.9.8)$$

Интегродифференциальное уравнение (1.9.8) после несложных преобразований сведено к дифференциальному уравнению четвертого порядка для среднего значения поля:

$$\begin{aligned} & \frac{d^4 \langle u \rangle}{dz^4} + 4\nu \frac{d^3 \langle u \rangle}{dz^3} + \left(4\nu^2 + \frac{\omega^2}{c^2} - \nu_p^2\right) \frac{d^2 \langle u \rangle}{dz^2} - \\ & - 4\nu \nu_p^2 \frac{d \langle u \rangle}{dz} - \left(\frac{\omega^4}{c^4} a^4 + 4\nu^2 \nu_p^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \nu_p^2\right) \langle u \rangle = 0. \end{aligned} \quad (1.9.9)$$

1.9.2. Метод решения

Применяя процедуру осреднения к «обычному» краевому условию для (1.9.4б), получим

$$\left. \frac{d \langle u \rangle}{dz} \right|_{z=0} = \frac{1}{2\pi} F(\omega). \quad (1.9.10)$$

Уравнение (1.9.9) — обыкновенное дифференциальное уравнение четвертого порядка. Используя обратные преобразования Фурье—Бесселя, нетрудно получить соответствующие уравнения в физической области. Поскольку далее решение

строится в спектральной области, уравнения для разномасштабных волн в физической области не приводятся. Решение краевой задачи (1.9.9)—(1.9.10) находится полуаналитическим методом, разработанным в [Фатьянов, 1990, 2005]. Для наглядности приведем его для случая $v = 0$. Характеристическое уравнение для (1.9.9) в этом случае примет следующий вид:

$$\lambda^4 + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - v_p^2 \right) \lambda^2 - \left(\frac{\omega^4}{c^4} a^4 + \frac{\omega^2}{c^2} v_p^2 \right) = 0. \quad (1.9.11)$$

Биквадратное уравнение (1.9.11) имеет следующие корни:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \pm \sqrt{-\frac{\frac{\omega^2}{c^2} - v_p^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\frac{\omega^2}{c^2} - v_p^2}{4}\right)^2 + \left(\frac{\omega^4}{c^4} a^2 + \frac{\omega^2}{c^2} v_p^2\right)}}, \\ \lambda_{3,4} &= \pm \sqrt{-\frac{\frac{\omega^2}{c^2} - v_p^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{\frac{\omega^2}{c^2} - v_p^2}{4}\right)^2 + \left(\frac{\omega^4}{c^4} a^2 + \frac{\omega^2}{c^2} v_p^2\right)}}. \end{aligned} \quad (1.9.12)$$

Нетрудно показать с использованием формулы Вьета, что $\lambda_{3,4}$ являются чисто мнимыми величинами. В этом случае, используя условия ограниченности решения и принцип излучения Зоммерфельда, получим прообраз смещения для средних значений флуктуаций для произвольных z :

$$\langle u \rangle = \frac{1}{2\pi} F(\omega) \frac{1}{\lambda_2} e^{\lambda_2 z}. \quad (1.9.13)$$

Нетрудно убедиться, что при отсутствии разномасштабности выражение (1.9.13) совпадает с решением «обычного» волнового уравнения. Окончательно, с использованием преобразований Фурье—Бесселя получим искомые сферические волновые разномасштабные поля в физической области t, z, r .

Численное моделирование показывает, что волновая картина при $v = 0$ имеет вид одиночной уединенной волны.

На рис. 1.9.1 приведена волновая картина для структурно-неоднородной среды для акустического однородного полупространства (левый график). Выдача осуществлена на свободной поверхности для различных эпицентральных расстояний. Два других графика на рис. 1.9.1 — волновые поля для слагающих неоднородность «обычных» сред. Из рисунка видно, что волновая картина в этом случае полностью эквивалентна распространению волн в «простой» акустической среде, но с некоторой средней скоростью распространения волны.

Из сравнения волновой картины для разномасштабной среды (рис. 1.9.2, левый график), выдача производится по радиусу, и диаграммы направленности для соответствующей эффективной анизотропной среды (рис. 1.9.2, правый график) видно, что так построенная разномасштабная среда обладает анизотропными свойствами и эквивалентна соответствующей эффективной анизотропной среде.

Данный алгоритм разработан также для распространения упругих волн в структурно-неоднородных средах. В силу его громоздкости он здесь не приводится. Отметим только, что построение решения в этом случае основывается на разложении искомого поля на потенциалы продольных и поперечных волн.

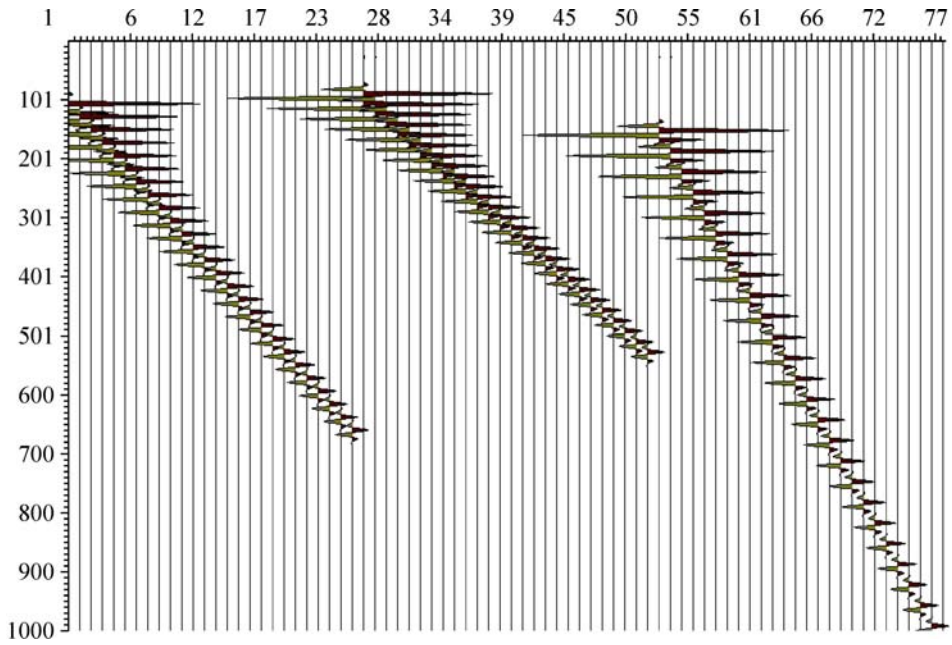


Рис. 1.9.1. Волновая картина для разномасштабного полупространства (акустика).

Поясн. см. в тексте.

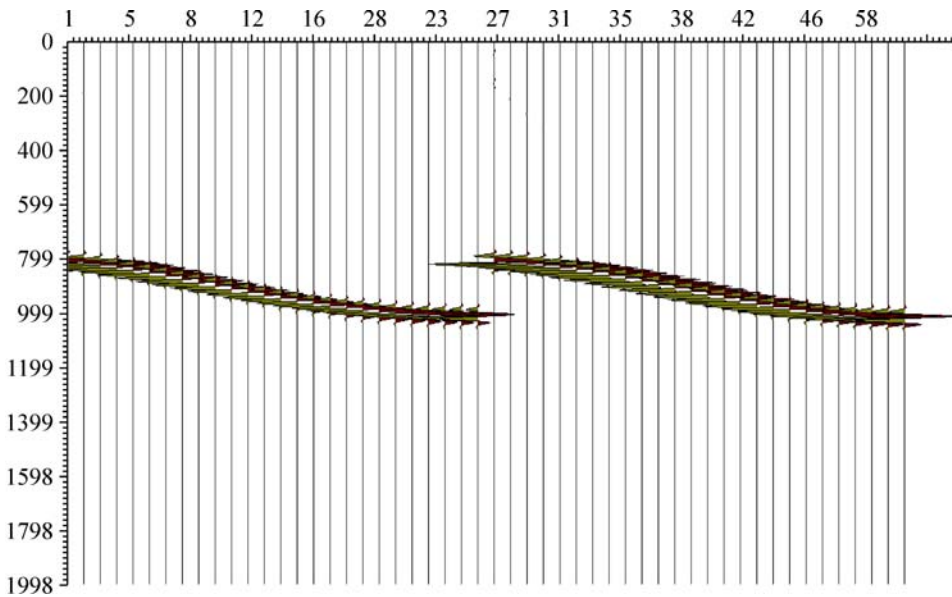


Рис. 1.9.2. Диаграммы направленности для разномасштабной и анизотропной сред.

Поясн. см. в тексте.

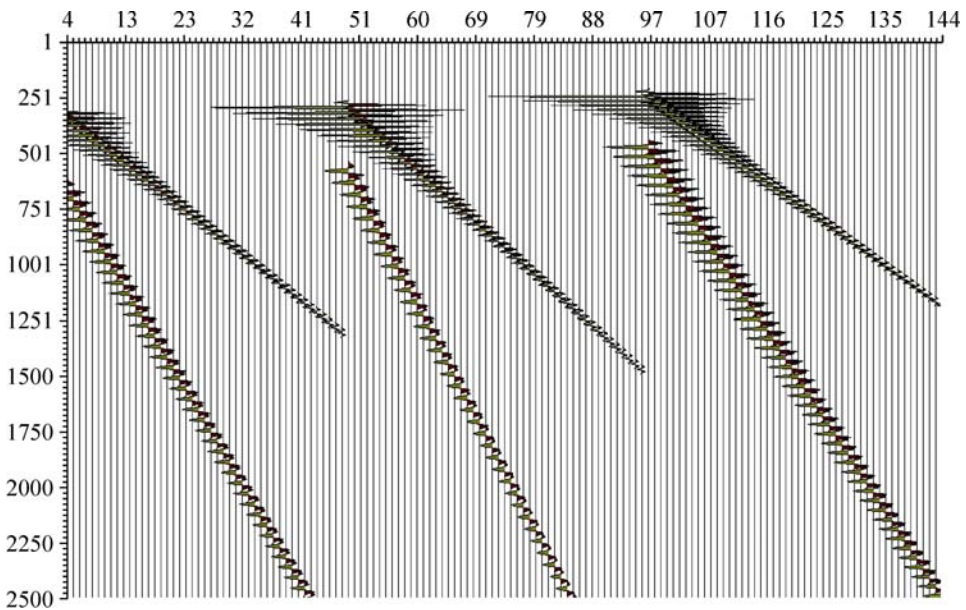


Рис. 1.9.3. Волновая картина для разномасштабного полупространства (упругость).

На рис. 1.9.3 приведена волновая картина (P - SV) для разномасштабной среды в случае источника типа «центр давления» для однородного полупространства (левый график). Выдача осуществлена на свободной поверхности для различных эпицентральных расстояний. Два других графика на рис. 1.9.3 — волновые поля для слагающих неоднородность «обычных» сред. Рисунок демонстрирует, что волновое поле для разномасштабной среды и в этом случае по физике явления полностью эквивалентно волновому полю для упругого полупространства. Отчетливо видны продольная и поверхностная релеевская волны (левый график). Только скорости их распространения являются некими средними величинами скоростей распространения продольных и поперечных волн для слагающих разномасштабность «обычных» сред.

Данные иллюстрации позволяют говорить о правомерности применения такой модели для описания сложно построенных геофизических сред.

Уравнение вида (1.9.7) часто используется в задачах распространения плоских волн в случайно-неоднородных средах. Отметим, что известно о существовании замкнутой системы уравнений для средних только в приближении дельта-коррелированности флуктуаций параметров среды [Татарский, 1969] или, например, малости параметров неоднородности [Muller et al., 1992]. Так как получение общего решения уравнения (1.9.7) в квадратурах невозможно, то для нахождения его решения обычно используют различные приближенные методы. Это является источником ошибок, накапливающихся с увеличением расстояния, которое проходит волна. Использование же телеграфного случайного процесса позволяет получить точное детерминированное уравнение для среднего поля (1.9.8). Это дает возможность проводить моделирование сферических волновых полей для произвольных частот и расстояний.

В геофизике, например, случайная среда, как правило, используется в виде малой добавки к некоторой «основной» среде [Николаев, 1972; Чернов, 1975]. То есть среда представляется в виде некоторого среднего значения и малой случайной добавки. Искомое поле также разбивается на две части — среднее поле и его флуктуация. Многими авторами проведены многочисленные исследования флуктуации амплитуды, фазы, направления распространения и других параметров. Рассмотрены мелко-масштабные и крупномасштабные неоднородности и т. д. Отличие данного подхода от других исследований заключается в том, что так построенная разномасштабная среда позволяет точно рассматривать среднее поле для мелко- и крупномасштабных неоднородностей. Это приводит к решению детерминированного уравнения для средних и в плане вычислительных затрат сопоставимо с затратами для «обычных» уравнений теории упругости. Иначе говоря, если известно, например, среднее значение скорости, то, задавая вокруг нее некоторый разброс скоростей, получаем, вообще говоря, случайное поле для такой среды. Его осреднение дает поле с соответствующим средним значением. Это трудоемкая задача. Для ее решения нужно, например, знать функцию распределения вероятности для случайного поля. Использование телеграфного случайного процесса существенно облегчает задачу. В этом случае нужно найти решение детерминированного уравнения для среднего значения поля, имеющего интегродифференциальный вид в физической области.

Известна зависимость упругих характеристик горных пород от трещиноватости и действующих напряжений. Характерной особенностью трещиноватых материалов, в том числе и горных пород, является существенное различие модулей упругости при растяжении и сжатии. Рядом авторов (например, [Ляховский, 1990]) для учета скачкообразного изменения моделей упругости используется нелинейная связь тензоров напряжения и деформации. Отметим, что при рассмотрении структурно-неоднородной среды скачкообразное изменение модулей упругости автоматически «заложено» в модель.

Кроме того, аналогично структурной неоднородности, можно рассмотреть модель структурной трещиноватости. Для этого в соответствующей эквивалентной анизотропной среде достаточно заменить анизотропные коэффициенты $c_{i,j}$ случайными функциями $c_{i,j}[1 + \xi_{i,j}(z)]$. Аналогично (1.9.8) получаются уравнения для среднего поля в среде со структурной трещиноватостью.

Отметим, что уравнение (1.9.8) совпадает с приближением гауссовского дельта-коррелированного случайного процесса с экспоненциальной корреляционной функцией. Таким образом, (1.9.8) можно приближенно интерпретировать как уравнение распространения случайных волн в среде с флуктуирующими неоднородностями с конечным радиусом корреляции: $r_0 = 1/(2\nu)$ [Кляцкин, 2001]. А это означает, что так построенную модель разномасштабной неоднородности в первом приближении можно интерпретировать как модель с конечным радиусом корреляции, которая имеет прозрачный физический смысл. При этом неоднородности могут быть не только малыми [Николаев, 1972; Чернов, 1975], но и произвольного размера.

1.9.3. Исследование спектральных характеристик модели разномасштабной неоднородности в зависимости от ее основных параметров

Существует большое количество работ по исследованию флуктуаций амплитуды, фазы, направления распространения и других параметров стохастических

волновых процессов. Однако рассмотрение сильных флуктуаций (кроме мелко- и крупномасштабных неоднородностей) затруднено сложностью соответствующего математического аппарата. Как говорится в [Чернов, 1975], размеры рассеивающего объема и масштаб неоднородности не должны быть слишком велики, а частоты не должны быть слишком высоки, поскольку иначе уже нельзя пренебречь многократным рассеянием. В этом случае (в случае сильных флуктуаций) второе и более высокие приближения будут давать существенный вклад в среднее поле. В данной работе нет никаких ограничений на рассмотрение величины неоднородности. Поскольку получено точное замкнутое уравнение для средних и разработан алгоритм его решения, нет никаких ограничений для рассмотрения среднего волнового поля флуктуаций для сред с произвольным радиусом корреляции $r_0 = 1/(2\nu)$.

На рис. 1.9.4—1.9.9 приведены волновые поля для разномасштабной среды в случае сильных неоднородностей при изменении ее радиуса корреляции. Выдача осуществляется на свободной поверхности. Волновая картина для крупномасштабных неоднородностей (большой радиус корреляции r_0) (см. рис. 1.9.4) соответствует волновому полю для упругой среды.

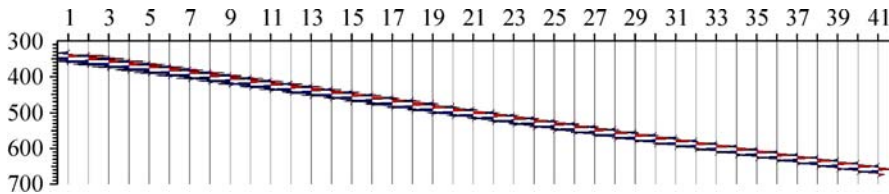


Рис. 1.9.4. Волновая картина для крупномасштабного полупространства.

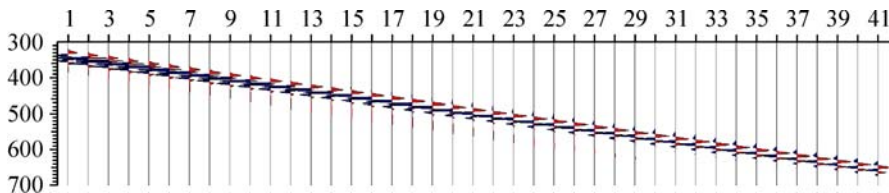


Рис. 1.9.5. Волновая картина для радиуса корреляции $r_0 = \lambda$.

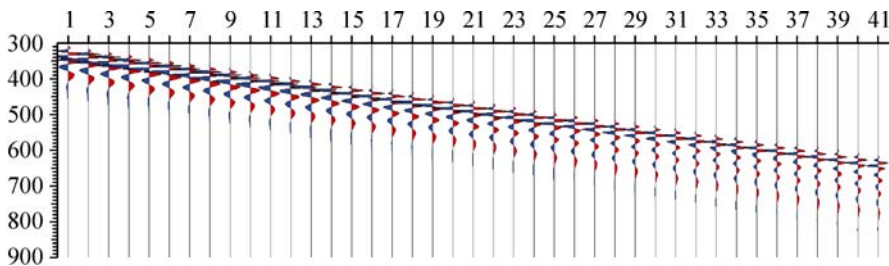


Рис. 1.9.6. Волновая картина для радиуса корреляции $r_0 = \lambda/4$.

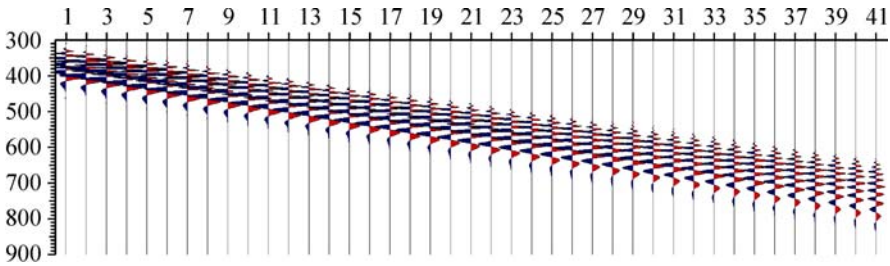


Рис. 1.9.7. Волновая картина для радиуса корреляции $r_0 = \lambda/8$.

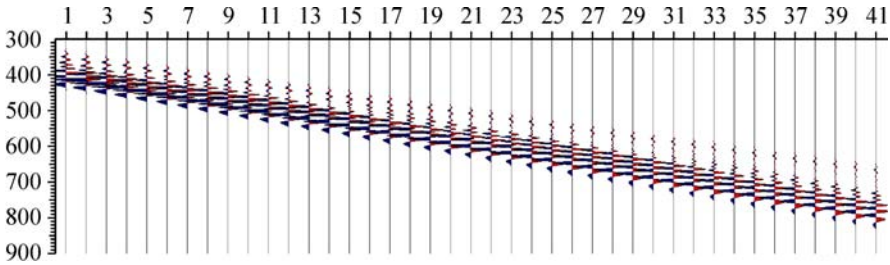


Рис. 1.9.8. Волновая картина для радиуса корреляции $r_0 = \lambda/16$.

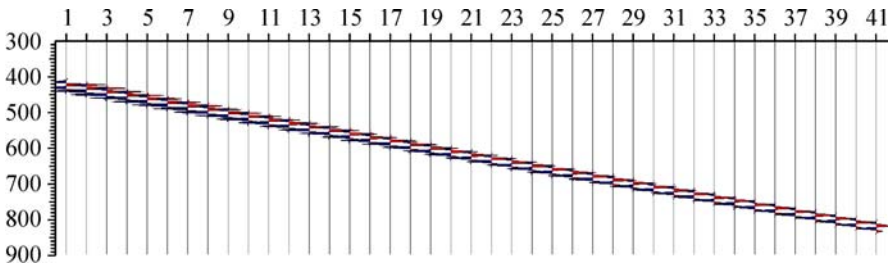


Рис. 1.9.9. Волновая картина для мелкомасштабного полупространства.

При уменьшении радиуса корреляции волновая картина начинает принципиально изменяться. В волновом поле начинают проявляться низкочастотные составляющие, оно разбивается на ряд мод, каждая из которых распространяется со своей скоростью, возникает дисперсия и т. п.

Отметим, что в случае крупно- и мелкомасштабности (см. рис. 1.9.4, 1.9.9) волновое поле становится идентичным случаю «простой» упругой среды.

Моделирование показывает, что так построенная разномасштабная среда эквивалентна эффективной анизотропной. На рис. 1.9.10 приведено сравнение волновых полей для разномасштабной (см. рис. 1.9.10, слева) и эффективной анизотропной (см. рис. 1.9.10, справа) сред. Это сравнение показывает их хорошее совпадение.

Вулканические зоны часто имеют большое пространственное распределение. На рис. 1.9.11, 1.9.12 приведены волновые поля для значительного удаления системы источник—приемник. Первый приемник расположен на расстоянии 30λ от источника, последний — 300λ .

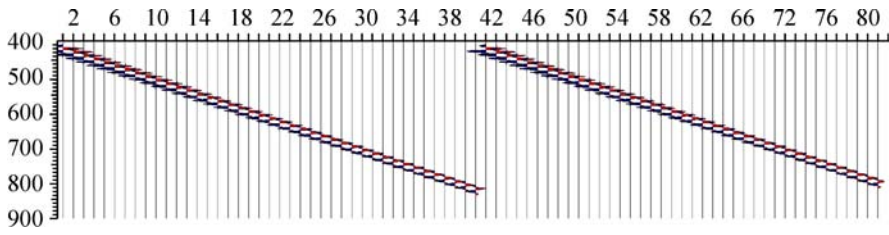


Рис. 1.9.10. Сравнение волновых полей для мелкомасштабной и эффективной анизотропных сред (справа).

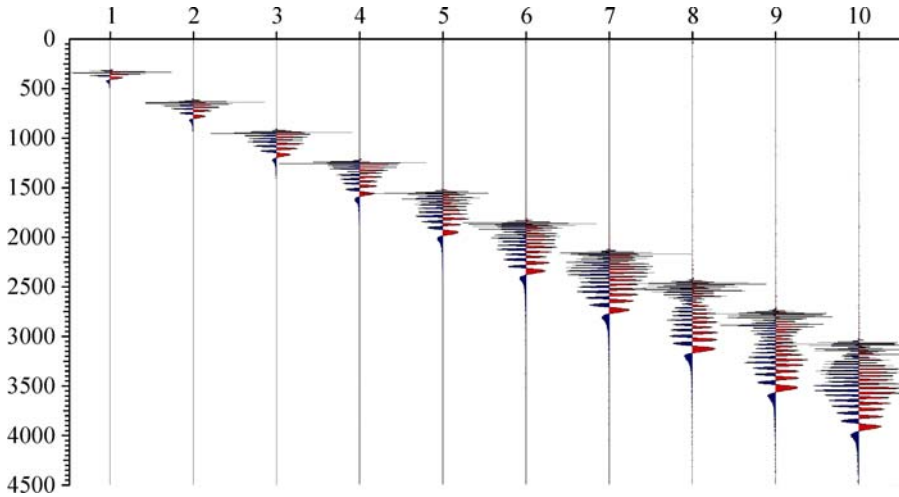


Рис. 1.9.11. Большая флуктуация неоднородности.
Характерный размер неоднородности $\lambda/4$.

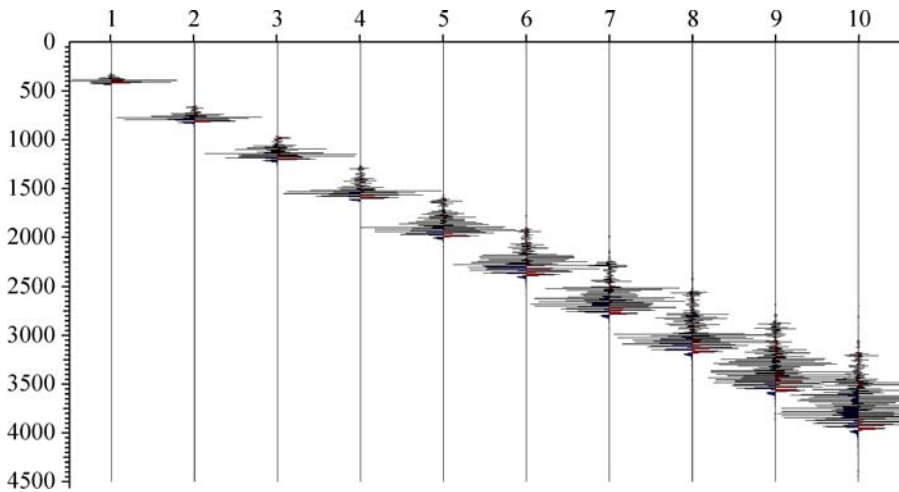


Рис. 1.9.12. Большая флуктуация неоднородности.
Характерный размер неоднородности $\lambda/16$.

Волновые эффекты, присутствующие на рис. 1.9.4—1.9.9, в этом случае существенно усиливаются. На малых расстояниях эффекты разномасштабности значительно меньше, чем на больших. С удалением приемника от источника волновая картина заметно изменяется. Энергия существенно перераспределяется в область низких частот для разных радиусов корреляции неоднородностей (см. рис. 1.9.11—1.9.12).

На рис. 1.9.13, 1.9.14 приведены волновые поля, соответствующие рисунку 1.9.11, но с малыми флуктуациями неоднородности. В этом случае эффекты, связанные с разномасштабностью, стали значительно меньше. Однако они по-преж-

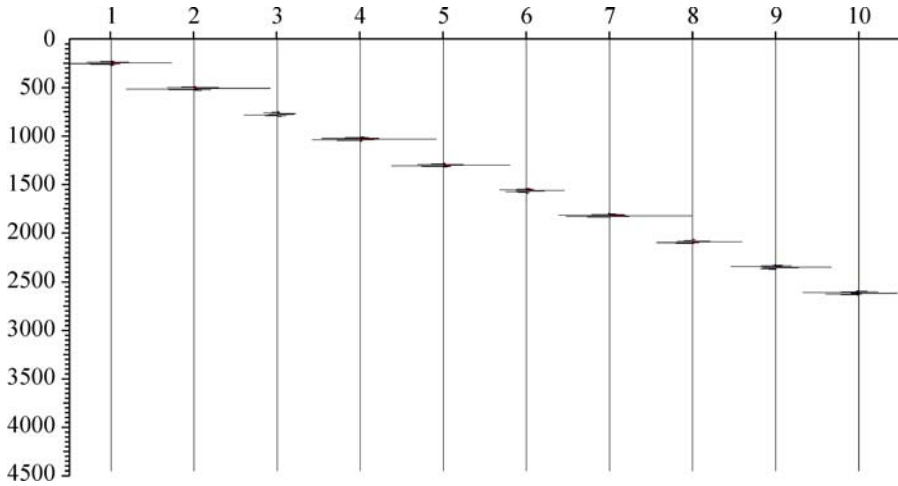


Рис. 1.9.13. Малая флуктуация неоднородности (10 %).

Характерный размер неоднородности $\lambda/4$.

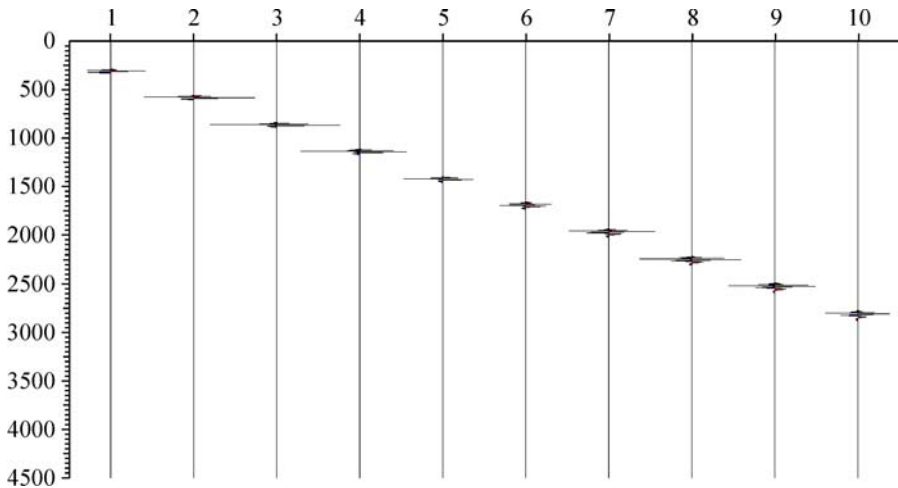


Рис. 1.9.14. Малая флуктуация неоднородности (20 %).

Характерный размер неоднородности $\lambda/4$.

нему проявляются, в этом случае — на больших расстояниях. Так, из рис. 1.9.14 видно, что с ростом расстояния происходит перераспределение энергии в область низких частот. С учетом, как правило, значительных пространственных размеров вулканических зон можно сделать вывод, что эффекты разномасштабности для них будут выражены как для больших, так и для малых флуктуаций и характерных размеров неоднородностей.

Таким образом, как показывают результаты моделирования, волновая картина в структурно-неоднородной среде существенно зависит от радиуса корреляции, а сама среда обладает анизотропными свойствами. Моделирование показало, кроме того, что в так построенной структурно-неоднородной среде возникает «собственное» поглощение, как и, например, в трещиноватых средах, теория которых строится на других принципах. При этом эффект разномасштабности накапливается с расстоянием.

1.9.4. Сравнение экспериментальных и теоретических виброграмм для модели среды в районе вулкана Шуго

Данные вибросейсмических зондирований, проведенных на вулкане Шуго, позволяют принять модель трехслойной горизонтально-слоистой среды со скоростями волн $V_1 = 1130$ м/с, $V_2 = 1740$ м/с, $V_3 = 3400$ м/с и с границами раздела $H_1 = 70$ м, $H_2 = 632$ м.

Для уточнения параметров трехслойной модели, полученной в результате зондирований, была разработана методика моделирования вибросейсмических волновых полей.

Вибратор в данном случае моделировался распределенным источником типа вертикальной силы [Чичинин, 1984]. Численные эксперименты показали, что данные численных расчетов и реальных виброграмм для трехслойной модели различаются. Это сравнение делалось следующим образом. Была взята модель среды, полученная по данным сейсмических зондирований. Для нее было рассчитано волновое поле и проведено сравнение с экспериментальным. Это сравнение показало сильное различие в кинематике первых вступлений. Путем подбора модели среды, с учетом имеющейся априорной информации по данному региону, удалось добиться совпадения кинематики реального и теоретического полей (рис. 1.9.16) за счет выбора скорости в полупространстве $V_3 = 4000$ м/с. На рис. 1.9.15 с01—с12 — обозначения сейсмодатчиков. Расстояние от первого датчика до источника — 3290 м.

Проведенное численное моделирование подтверждает данные вибросейсмических зондирований о качественной возможности представления сложнопостроенной среды в районе вулкана Шуго трехслойной моделью.

При анализе экспериментальных данных полевых работ в районе вулкана Шуго была выяснена особенность волнового поля, связанная с появлением ряда резонансов в низкочастотном диапазоне частот. При этом резонанс монотонно смещается в область более низких частот с увеличением расстояния регистрации [Глинский и др., 2008], что не имеет наглядного физического объяснения. Это явление может быть просто объяснено структурно-неоднородными эффектами. Как видно из рис. 1.9.11, волновое поле в структурно-неоднородной среде имеет низкочастотную составляющую. Более детальный анализ этого волнового поля показывает, что частота разно-

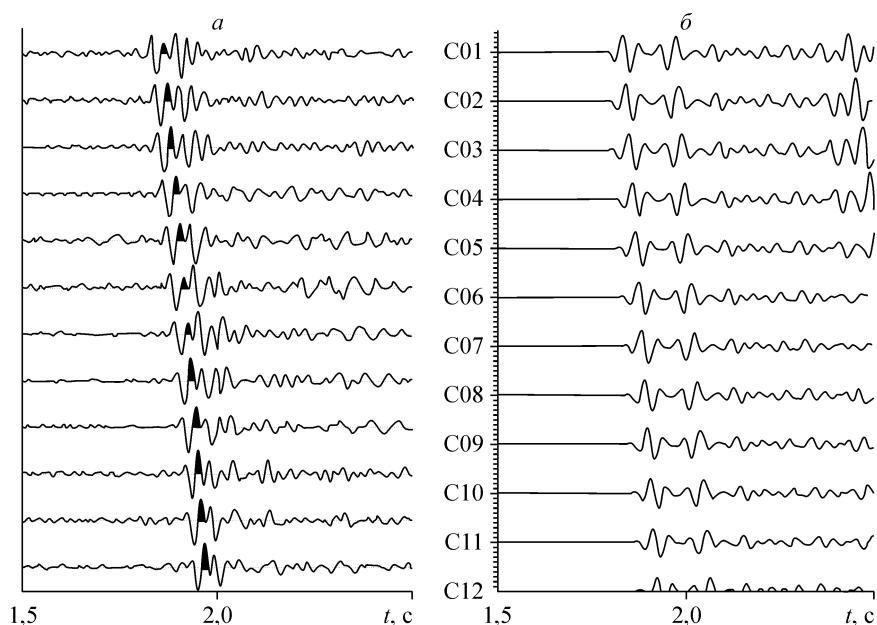


Рис. 1.9.15. Экспериментальные (а) и теоретические (б) виброграммы.

масштабной волны монотонно убывает с ростом расстояния. Это наглядно объясняет эффект монотонного уменьшения частоты с ростом расстояния, обнаруженный при практических наблюдениях. Таким образом, как отмечено в [Аки, Ричардс, 1983], «то, что крайне трудно проинтерпретировать с детерминистских позиций, оказывается весьма простым при статистическом подходе».

1.10. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ТРЕХМЕРНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

Рассматриваются вопросы численного решения пространственных задач дифракции акустических волн в интегральных постановках. С помощью представлений решений исходных задач в виде поверхностных потенциалов простого слоя исходные задачи формулируются в виде смешанных систем слабо сингулярных граничных интегральных уравнений Фредгольма I и II рода на поверхности включения [Цецохо, 1964; Цецохо и др., 1988; Смагин, 1988, 1990; Ершов, Смагин, 1993, 2002]. Такой подход позволяет снизить размерность решаемой задачи с трехмерной до двумерной, локализовать поиск неизвестных функций на ограниченной замкнутой поверхности включения, а затем рассчитать потенциалы волновых полей в любых точках внутренней и внешней областей пространства. При этом ядра полученной системы интегральных уравнений имеют более простой вид, чем в интегральных уравнениях прямого варианта. Корректная разрешимость полученной задачи, а также ее эквивалентность исходной задаче дифракции в классической и обобщенной постановках исследованы в [Смагин, 1988; Каширин, Смагин, 2006].

Хорошо известно, что аппроксимация интегральных уравнений с особенностями в ядрах сеточными методами приводит к системам алгебраических уравнений с плотно заполненными матрицами коэффициентов больших размерностей. Поэтому вычислительная сложность таких алгоритмов в значительной мере определяется объемом вычислений, необходимых для расчетов коэффициентов алгебраических систем с требуемой точностью, особенно при решении многомерных задач.

В настоящее время при численном решении граничных интегральных уравнений наибольшее распространение получил метод граничных элементов, сильной стороной которого следует считать его теоретическую прозрачность [Колтон, Кресс, 1987; Atkinson, 1997]. Коэффициенты получающихся при этом алгебраических систем выражаются в виде многомерных интегралов от сложных выражений с особенностями при совпадении аргументов, вычисление которых требует значительных ресурсов ЭВМ. Применение других, более экономичных методов, хорошо зарекомендовавших себя при решении одномерных уравнений, к которым, прежде всего, можно отнести метод коллокации, сдерживается серьезными трудностями их теоретического обоснования, особенно для уравнений I рода [Цецохо, 1964; Цецохо и др., 1988; Atkinson, 1997]. В данной работе применяется численный метод, сочетающий в себе простоту реализации метода коллокации с возможностью полного теоретического обоснования. Он был предложен и впервые использовался в упрощенной форме для решения граничных уравнений I рода в [Смагин, 1988; Ершов, Смагин, 1993].

Аппроксимация интегральных уравнений системой линейных алгебраических уравнений осуществляется при помощи разбиения единицы на границе включения, связанного с системой узловых точек, а также согласованного с порядком дискретизации метода осреднения слабо сингулярных ядер интегральных операторов. В его основе лежит возможность приближения поверхностных потенциалов выражениями для объемных потенциалов, плотности которых локализованы вблизи граничной поверхности. Возникающие при дискретизации шестикратные интегралы вычисляются аналитически. Это позволяет получать в явном виде формулы для аппроксимации граничных интегральных операторов с особенностями в ядрах и использовать их для вычисления коэффициентов систем линейных алгебраических уравнений. При этом не требуется предварительная триангуляция поверхности, а достижение необходимой точности, как показали результаты численных экспериментов, происходит при сравнительно небольшом количестве точек дискретизации.

В данном разделе рассмотрены основные этапы численной реализации используемого метода, а также некоторые аспекты его применения для решения задач дифракции на включениях, границы которых допускают взаимно-однозначное отображение на некоторую «стандартную» поверхность, например, эллипсоид [Ершов, Смагин, 2002]. Приведены результаты тестовых и иллюстративных расчетов, характеризующие возможности данного метода для решения задач дифракции в трехмерных постановках.

1.10.1. Постановка задачи

Рассмотрим стационарную задачу дифракции акустических волн в однородной безграничной среде с включением (см. [Колтон, Кресс, 1987; Купрадзе, 1950]):

$$\Delta\Phi_{i(e)} + k_{i(e)}^2\Phi_{i(e)} = 0 \quad x \in \Omega_{i(e)}, \quad (1.10.1)$$

$$\rho_i\Phi_i - \rho_e\Phi_e = \rho_e\Phi_0, \quad \frac{\partial\Phi_i}{\partial n} - \frac{\partial\Phi_e}{\partial n} = \frac{\partial\Phi_0}{\partial n} \quad x \in S, \quad (1.10.2)$$

$$\frac{\partial\Phi_e}{\partial|x|} - ik_e\Phi_e = o(|x|^{-1}) \quad \text{при } |x| \rightarrow \infty. \quad (1.10.3)$$

Здесь Ω_i — ограниченная область из R^3 со связной границей $S \in C^{1,\beta}$ ($\beta > 0$), $\Omega_e = R^3 \setminus \bar{\Omega}_i$; $\mathbf{n} = \mathbf{n}(x)$ — нормаль к S , направленная вне Ω_i , в точке $x = (x^1, x^2, x^3)$; константы $\gamma_{i(e)}$, $\rho_{i(e)}$, $c_{i(e)}$ характеризуют коэффициент поглощения, плотность и скорость звука сред, заполняющих $\Omega_{i(e)}$, $\gamma_{i(e)} \geq 0$, $\rho_{i(e)}, c_{i(e)} \geq 0$; ω — круговая частота колебаний; Φ_0 — заданная комплексная амплитуда потенциала смещений акустических волн в Ω_e ; Φ_i , Φ_e — комплексные амплитуды потенциалов смещений проходящих и дифрагированных акустических волн в Ω_i и Ω_e ; $k_{i(e)}$ — волновые числа $\Omega_{i(e)}$, $k_{i(e)} = \omega(\omega + i\gamma_{i(e)}) / c_{i(e)}^2$.

Классическим решением задачи дифракции (1.10.1)—(1.10.3) называют функции $\Phi_i \in C^2(\Omega_i) \cap C^1(\bar{\Omega}_i)$, $\Phi_e \in C^2(\Omega_e) \cap C^1(\Omega_e \cup S)$, удовлетворяющие уравнениям Гельмгольца (1.10.1), условиям сопряжения (1.10.2) и условию Зоммерфельда (1.10.3).

Решение задачи (1.10.1)—(1.10.3) будем искать в виде потенциалов простого слоя

$$\Phi_{i(e)}(x) = (A_{i(e)}q_{i(e)})(x) \equiv \int_S G_{i(e)}(x, y)q_{i(e)}(y)dS_y, \quad x \in \Omega_{i(e)}. \quad (1.10.4)$$

Здесь $q_{i(e)}$ — неизвестные плотности вспомогательных источников, $G_{i(e)}$ — фундаментальные решения уравнений (1.10.1),

$$G_{i(e)}(x, y) = \frac{\exp(ik_{i(e)}r)}{4\pi r}, \quad r = |x|.$$

Функции, определенные формулами (1.10.4), удовлетворяют уравнениям (1.10.1) и условию излучения на бесконечности (1.10.3). Подставив их в условия сопряжения (1.10.2) и воспользовавшись формулами для скачка нормальных производных потенциала простого слоя [Купрадзе и др., 1976], получаем систему интегральных уравнений Фредгольма первого и второго рода со слабыми особенностями в ядрах:

$$\begin{aligned} \rho_i(A_iq_i)(x) - \rho_e(A_eq_e)(x) &= \rho_e\Phi_0(x), \\ \frac{1}{2}(q_i(x) + q_e(x)) + (B_iq_i)(x) - (B_eq_e)(x) &= \Phi_1(x), \quad x \in S, \end{aligned} \quad (1.10.5)$$

где $\Phi_1 = \partial\Phi_0/\partial n$,

$$(B_{i(e)}q_{i(e)})(x) \equiv \int_S \frac{\partial}{\partial n_x} G_{i(e)}(x, y)q_{i(e)}(y)dS_y, \quad x \in S.$$

Теорема 1.10.1 [Колтон, Кресс, 1987; Купрадзе, 1950]. *Задача дифракции (1.10.1)—(1.10.3) имеет не более одного классического решения.*

Теорема 1.10.2 [Смагин, 1990, 1995]. *Пусть $S \in C^{l,\beta}$ ($l+\beta \geq 1$); k_ε^2 не является собственной частотой задачи*

$$\Delta\Phi + k_\varepsilon^2\Phi = 0 \quad x \in \Omega_i, \quad \Phi = 0 \quad x \in S.$$

Тогда система интегральных уравнений (1.10.5) корректно разрешима при любой правой части $\Phi_0 \in C^{l,\beta}(S)$, $\Phi_1 \in C^{l-1,\beta}(S)$ в пространстве пар плотностей $q_i, q_e \in C^{l-1,\beta}(S)$, при этом формулы (1.10.4) дают решение задачи дифракции (1.10.1)—(1.10.3).

Вопрос о существовании и единственности обобщенного решения интегральных уравнений задачи дифракции (1.10.1)—(1.10.3) рассмотрен в [Каширин, Смагин, 2006].

1.10.2. Аппроксимация интегральных уравнений

Методику аппроксимации задачи (1.10.5) системой линейных алгебраических уравнений рассмотрим на примере следующего уравнения:

$$a(x)q(x) + \int_S K(x,y)q(y)dS_y = f(x), \quad x \in S, \quad (1.10.6)$$

где a, K, f — заданные функции; q — неизвестная плотность; ядро K может быть представлено в виде суммы $K = B + T$; T — гладкая на S функция; B — функция с особенностью, которая может иметь вид

$$|x-y|^{-1}, \quad \frac{\partial}{\partial x^p} \frac{1}{|x-y|}, \quad p=1, 2, 3.$$

Пусть $\{S_i\}_{i=1}^N$ — покрытие S вида $S_i = \{x \in S : |x-x_i| < h_i\}$, где x_i — точки на S , а $\{\phi_i\}_{i=1}^N$ — множество функций, образующих разбиение единицы на S , подчиненное этому покрытию, т. е.

$$\text{supp } \phi_i \subset S_i, \quad 0 \leq \phi_i \leq 1, \quad \sum_{i=1}^N \phi_i(x) = 1, \quad \forall x \in S.$$

В качестве ϕ_i будем использовать удобные для вычисления функции

$$\phi_i(x) = \frac{\phi_i^*(x)}{\sum_{k=1}^N \phi_k^*(x)}, \quad \phi_i^*(x) = \begin{cases} \left(1 - |x-x_i|^2/h_i^2\right)^3, & x \in S_i, \\ 0, & x \notin S_i. \end{cases} \quad (1.10.7)$$

Здесь

$$0 < h^* \leq |x_i - x_j|, \quad i \neq j, \quad h^* \leq \sigma_i \leq h_i \leq h, \quad h/h_i \leq q_0 < \infty, \quad i, j = 1, 2, \dots, N,$$

h^*, h — положительные числа, зависящие от N , q_0 не зависит от N ,

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{2 \bar{\phi}_i}{\pi \underline{\phi}_i}}, \quad \bar{\phi}_i = \int_S \phi_i dS, \quad \underline{\phi}_i = \int_S \frac{\phi_i(y)}{|x_i - y|} dS_y \quad (1.10.8)$$

или

$$\sigma_i = \sigma = |S|^{1/2} (2\pi N)^{-1/2}, \quad |S| = \int_S dS_y.$$

Вместо неизвестной функции q , заданной на S , будем искать обобщенную функцию $q\delta_S$, действующую по правилу

$$(q\delta_S, \phi)_{R^3} = \langle q, \phi \rangle_S,$$

где $\langle \cdot, \cdot \rangle_S$ — отношение двойственности на $H^{-\alpha+1/2}(S) \times H^{\alpha-1/2}(S)$, обобщающее скалярное произведение в $H^0(S)$ (определения и описания свойств функциональных пространств $H^\alpha(S)$ см., напр., в [Обэн, 1977]),

$$\langle q, v \rangle_S \equiv \int_S qv dS, \quad \forall q, v \in H^0(S).$$

Обобщенную функцию $q\delta_S$ будем приближать выражением

$$q(x)\delta_S(x) \approx \sum_{i=1}^N \psi_i(x)q_i,$$

где q_i — компоненты неизвестного вектора $q^h = (q_1, q_2, \dots, q_N)$,

$$\psi_i(x) = (\pi\sigma_i^2)^{-3/2} \exp\left(-\frac{(x-x_i)^2}{\sigma_i^2}\right).$$

Тогда уравнение (1.10.6) можно аппроксимировать системой линейных алгебраических уравнений

$$\alpha_i q_i + \sum_{j=1}^N \bar{\phi}_i \bar{\phi}_j (B_{ij} + T_{ij}) q_j = f_i, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Здесь

$$\alpha_i = \int_S \alpha \phi_i dS, \quad B_{ij} = \int_{R^3} \int_{R^3} S(x, y) \psi_i(x) \psi_j(y) dy dx, \quad T_{ij} = T(x_i, x_j), \quad f_i = \int_S f \phi_i dS.$$

Интегралы B_{ij} вычисляются аналитически, с использованием формул

$$\int_{R^3} \int_{R^3} \frac{\psi_i(x) \psi_j(y)}{|x-y|} dy dx = \frac{\text{erf}(\gamma_{ij})}{r_{ij}},$$

$$\frac{\partial}{\partial x^p} \int_{R^3} \int_{R^3} \frac{\psi_i(x) \psi_j(y)}{|x-y|} dy dx = -\frac{x_i^p - x_j^p}{r_{ij}^3} \text{erf}(\gamma_{ij}) (2 - \mu_{ij}), \quad (1.10.9)$$

$$\lim_{h_i \rightarrow 0} \left[\int_{R^3} \psi_i(x) g(x) dx - \int_S \frac{\phi_i(x)}{\phi_i} g(x) dS \right] = 0, \quad \forall i \neq j, \quad p = 1, 2, 3,$$

полученных в [Ершов, Смагин, 2002] для вычисления пределов при $r_{ij} \rightarrow 0$. Здесь $\text{erf}(x)$ — интеграл ошибок [Градштейн, Рыжик, 1963]; $g(x)$ — любая непрерывная в окрестности узловой точки x_i и интегрируемая в R^3 функция,

$$\sigma_{ij} = (\sigma_i^2 + \sigma_j^2)^{1/2}, \quad \mu_{ij} = 1 - \frac{2\gamma_{ij} \exp(-\gamma_{ij}^2)}{\pi^{1/2} \text{erf}(\gamma_{ij})}, \quad \gamma_{ij} = r_{ij} / \sigma_{ij}, \quad r_{ij} = |x_i - x_j|.$$

Интегралы (1.10.9) для $i = j$ находятся предельным переходом при $x_j \rightarrow x_i$ в выражениях для правых частей соответствующих равенств

$$\lim_{x_j \rightarrow x_i} \frac{\text{erf}(\gamma_{ij})}{r_{ij}} = \frac{2}{\pi^{1/2} \sigma_{ii}}, \quad \lim_{x_j \rightarrow x_i} \frac{x_i^p - x_j^p}{r_{ij}^3} \text{erf}(\gamma_{ij}) (2 - \mu_{ij}) = 0, \quad p = 1, 2, 3. \quad (1.10.10)$$

1.10.3. Численное решение задачи

При аппроксимации системы интегральных уравнений ядра интегральных операторов представляются в виде суммы двух слагаемых, одно из которых содержит особенность при совпадении аргументов, а другое гладкое. Интегралы, содержащие слагаемые с особенностями в ядрах, вычисляются аналитически по формулам (1.10.9)—(1.10.10), а интегралы без особенностей — по квадратурным формулам прямоугольников. В результате получаем систему линейных алгебраических уравнений для отыскания приближенного решения q_i^h , q_e^h системы (1.10.5) следующего вида:

$$\sum_{j=1}^N \bar{\Phi}_j (\rho_i A_{ikj} q_{ij} - \rho_e A_{ekj} q_{ej}) = \rho_e \Phi_{0k}, \quad (1.10.11)$$

$$(q_{ik} + q_{ek})/2 + \sum_{j=1}^n \bar{\Phi}_j (B_{ikj} q_{ij} - B_{ekj} q_{ej}) = \Phi_{1k}, \quad k = 1, 2, \dots, N.$$

Здесь

$$A_{kj} = \bar{\Phi}_k^{-1} \int_S \Phi_0(x) \phi_k(x) dS_x, \quad \Phi_{1k} = \bar{\Phi}_k^{-1} \int_S \Phi_1(x) \phi_k(x) dS_x,$$

$$A_{kj} = A(r_{kj}) = \frac{1}{4\pi r_{kj}} (\text{erf}(\gamma_{kj}) + \exp(ikr_{kj}) - 1),$$

$$B_{kj} = \frac{\partial A(r_{kj})}{\partial n_k} = -\frac{n_{kj}}{4\pi r_{kj}^2} (\text{erf}(\gamma_{kj}) \mu_{kj} + \exp(ikr_{kj})(1 - ikr_{kj})),$$

$$n_{kj}^* = \frac{1}{r_{kj}} \sum_{p=1}^3 (x_k^p - x_j^p) n_k^p, \quad \mathbf{n}_k = \mathbf{n}(x_k), \quad \text{при } k \neq j,$$

$$A_{kk} = \sigma_{kk} (1 + ik\sigma_{kk}) / (4\pi), \quad B_{kk} = 0, \quad n_{kk}^* = 0.$$

Для повышения точности вычисления коэффициентов системы (1.10.11) при $i = k$, которые по модулю больше остальных, и получения приближенного реше-

ния системы (1.10.5) с меньшей погрешностью применяются тождества, полученные с помощью теоремы Гаусса [Купрадзе и др., 1976]:

$$\frac{q(x)}{2} \pm \frac{1}{4\pi} \int_S q(y) \frac{\partial}{\partial n_x} \frac{1}{r} dS_y = \frac{q(x) \mp q(x)}{2} \pm \frac{1}{4\pi} \int_S \left(q(y) \frac{\partial}{\partial n_x} + q(x) \frac{\partial}{\partial n_y} \right) \frac{1}{r} dS_y. \quad (1.10.12)$$

Улучшения связаны с тем, что тождества позволяют выделить главную часть соответствующего интеграла и избавиться от особенности в подынтегральном выражении при совпадении аргументов.

При этом интегралы в правой части равенства (1.10.12) аппроксимируются по правилам:

$$\int_S \left(q(y) \frac{\partial}{\partial n_k} + q(x_k) \frac{\partial}{\partial n_y} \right) \frac{1}{r_k} dS_y \approx \sum_{j=1, j \neq k}^N (q_j n_{kj}^* + q_k n_{jk}^*) \frac{\bar{\phi}_j}{r_{kj}^2},$$

$$r_k = |x - x_k|, \quad k = 1, 2, \dots, N.$$

Приближенное решение задачи (1.10.1)—(1.10.3) в любых точках областей Ω_i и Ω_e находим, заменяя интегралы (1.10.4) выражениями

$$\Phi_{i(e)}(x) \approx \sum_{j=1}^N \left(G_{i(e)}(x, x_j) - \frac{1 - \operatorname{erf}(r_j/\sigma_j)}{4\pi r} \right) q_{i(e)j} \bar{\phi}_j, \quad x \in \Omega_{i(e)}.$$

1.10.4. Аппроксимация интегральных уравнений на «звездной» поверхности

Существует достаточно широкий класс замкнутых поверхностей S , допускающих взаимно-однозначное гладкое отображение на трехосный эллипсоид Γ . Это позволяет свести задачу решения системы (1.10.5) на такой поверхности к решению системы на поверхность Γ , которую будем использовать в качестве «стандартной» поверхности. Полуоси эллипсоида при этом могут выбираться исходя из возможности использования почти равномерных сеток на нем.

Определим сначала процедуру локальной параметризации эллипсоида Γ . Пусть Γ — эллипсоид, который в декартовой системе координат $Ox^1x^2x^3$ задается уравнением

$$\sum_{p=1}^3 (x^p/a_p)^2 = 1.$$

Зададим сетку $\{x_j\} \in \Gamma, j=1, 2, \dots, N$ и локальные координаты Oy_j^1, y_j^2, y_j^3 так, чтобы в окрестности узловой точки $x_j \in \Gamma$ уравнение поверхности Γ имело вид $y_j^3 = f_j(y_j^1, y_j^2)$.

Сетку на эллипсоиде Γ выберем, равномерно располагая узловые точки на эллипсах, которые образуются при его пересечении с плоскостями, ортогональными оси x^2 и равноотстоящими друг от друга в метрике Γ . Параметризацию Γ в окрестности узловой точки x_j осуществим проектированием ее на касательную плоскость, проходящую через x_j . Пусть $\mathbf{n}_j = (n_j^1, n_j^2, n_j^3)$ — нормаль к этой плоскости. Выберем направляющий вектор \mathbf{I}_p ($p \in \{1, 2, 3\}$) системы $Ox^1x^2x^3$ из условия

$$|\mathbf{n}_j \mathbf{I}_p| = \min_{m \in \{1, 2, 3\}} |\mathbf{n}_j \mathbf{I}_m|.$$

Орты $\mathbf{e}_{j1}, \mathbf{e}_{j2}, \mathbf{e}_{j3}$ локальной системы координат Oy_j^1, y_j^2, y_j^3 определим выражениями

$$\mathbf{e}_{j1} = \frac{\mathbf{I}_p - \mathbf{n}_j (\mathbf{n}_j \mathbf{I}_p)}{|\mathbf{I}_p - \mathbf{n}_j (\mathbf{n}_j \mathbf{I}_p)|}, \quad \mathbf{e}_{j2} = \mathbf{n}_j \times \mathbf{e}_{j1}, \quad \mathbf{e}_{j3} = \mathbf{n}_j.$$

Рассмотрим теперь вопрос об аппроксимации интегральных уравнений на «звездной» поверхности $S \in C^{l,\beta}$ ($\beta > 0$). Такая поверхность состоит из точек, которые в декартовых координатах определяются формулами

$$(x^1, x^2, x^3) = R(\varphi, \theta)(a_1 \cos \varphi \sin \theta, a_2 \sin \varphi \sin \theta, a_3 \cos \theta), \quad (1.10.13)$$

$$0 \leq \varphi < 2\pi, \quad 0 \leq \theta \leq \pi,$$

где $R \in C^{l,\beta}([0, 2\pi] \times [0, \pi])$ — некоторая функция, удовлетворяющая условиям:

$$R(\varphi, \theta) > 0 \quad \text{для всех } \varphi \in [0, 2\pi], \quad \theta \in [0, \pi];$$

$$\lim_{v_1 \rightarrow 0} \frac{\partial^k R(v_1, v_2)}{\partial v_1^k} = \lim_{v_1 \rightarrow 2\pi} \frac{\partial^k R(v_1, v_2)}{\partial v_1^k}, \quad \lim_{v_2 \rightarrow 0, \pi} \frac{\partial^k R(v_1, v_2)}{\partial v_2^k} = 0, \quad p = 0, 1, \quad k = 1, 2.$$

Обозначим через Γ эллипсоид с центром в точке $x = 0$ и полуосями a_1, a_2, a_3 , т. е. в декартовых координатах точки Γ определяются формулами

$$(x^1, x^2, x^3) = (a_1 \cos \varphi \sin \theta, a_2 \sin \varphi \sin \theta, a_3 \cos \theta), \quad 0 \leq \varphi < 2\pi, \quad 0 \leq \theta \leq \pi.$$

Заданные на поверхности S интегральные операторы системы (1.10.5), используя соотношение (1.10.11), преобразуем следующим образом [Ершов, Смагин, 1993, 2002]

$$\begin{aligned} \int_S K(x, y) q(y) dS_y &= \int_{\Gamma} \tilde{K}(\tilde{x}, \tilde{y}) \tilde{q}(\tilde{y}) J(\tilde{y}) d\Gamma_{\tilde{y}} = \\ &= \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} \tilde{K}(\tilde{x}, \tilde{y}) \phi_j(\tilde{y}) \tilde{q}(\tilde{y}) J(\tilde{y}) d\Gamma_{\tilde{y}} = \\ &= \sum_{j=1}^N \int_{D_j} \tilde{K}'(\tilde{x}', \tilde{y}') \phi'_j(\tilde{y}') \tilde{q}'(\tilde{y}') |g_j(\tilde{y}')| d\tilde{y}'^1 d\tilde{y}'^2, \end{aligned} \quad (1.10.14)$$

где $K(x, y)$ — ядра интегралов системы (1.10.5); q — неизвестные функции, определенные в точках на поверхности S ; $\tilde{K}, \tilde{K}', \tilde{q}, \tilde{q}', \phi_j, \phi'_j$ — выражения для K, q и ϕ_j в координатах поверхности Γ и локальных координатах $\tilde{y}'_j = (\tilde{y}'_j^1, \tilde{y}'_j^2, \tilde{y}'_j^3)$; J — модуль якобиана преобразования координат точек поверхности S к координатам точек поверхности Γ ; $(\tilde{y}'_j^1, \tilde{y}'_j^2)$ — локальные координаты поверхности Γ в окрестности Γ_j ; $\tilde{y}'_j^p = \tilde{y}'_j^p(\tilde{y}'_j)$ ($p = 1, 2, 3$), $\tilde{y}'^{(j)'} \in D_j$; D_j — прообраз Γ_j в системе (\tilde{y}'_j) ; $|g_j(\tilde{y}'_j)|$ — дискриминант метрической формы поверхности в этой системе.

Компоненты единичного вектора внешней нормали к поверхности S в любой точке x определим из соотношений

$$n^p(x) = P_p \left(\sum_{l=1}^3 P_l^2 \right)^{-1/2}, \quad p \in 1, 2, 3,$$

где

$$P_p = \sum_{t,m=1}^3 \varepsilon_{pmt} \frac{\partial x^t}{\partial \theta} \frac{\partial x^m}{\partial \varphi}, \quad \frac{\partial x^t}{\partial v_k} = \frac{\partial R(\theta, \varphi)}{\partial v_k} \tilde{x}^t + R(\theta, \varphi) \frac{\partial \tilde{x}^t}{\partial v_k},$$

$$\frac{\partial \tilde{x}_t}{\partial v_k} = a_t b_{tk}, \quad k = 1, 2, \quad t = 1, 2, 3,$$

$$v_1 = \theta, \quad v_2 = \varphi, \quad b_{11} = \omega_2 \omega_4, \quad b_{21} = \omega_2 \omega_3, \quad b_{31} = -\omega_1,$$

$$b_{12} = -\omega_1 \omega_3, \quad b_{22} = \omega_1 \omega_4, \quad b_{32} = 0,$$

$$\omega_1 = \sin \theta, \quad \omega_2 = \cos \theta, \quad \omega_3 = \sin \varphi, \quad \omega_4 = \cos \varphi,$$

ε_{pmt} — символ Леви-Чивиты.

1.10.5. Вычисление поверхностных интегралов

Интегралы $\bar{\phi}_j$, ϕ_j , определенные формулами (1.10.8) и входящие в коэффициенты системы (1.10.11), учитывая соотношения (1.10.13), (1.10.14), запишем в виде функций точек \tilde{x} «стандартной» поверхности Γ :

$$\bar{\phi}_j = \int_{\Gamma} \phi_j(\tilde{y}) J(\tilde{y}) d\Gamma_{\tilde{y}}, \quad \phi_j = \int_{\Gamma} \frac{\phi_j(\tilde{y}) J(\tilde{y})}{|x_j - y(\tilde{y})|} d\Gamma_{\tilde{y}}, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (1.10.15)$$

Их значения могут быть найдены численным интегрированием.

При вычислении интегралов $\bar{\phi}_j$ перейдем сначала к параметрическому представлению Γ в системе локальных координат (\tilde{y}'_j) , а затем введем полярные координаты и приведем $\bar{\phi}_j$ к виду

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_j &= \int_{D_j} \tilde{\phi}'_j(\tilde{y}'_j) J(\tilde{y}'_j) \sqrt{g_j(\tilde{y}'_j)} dD_{\tilde{y}'_j} = \int_{D_j} \Phi'_j(\tilde{y}'_j) (1 - |\tilde{y}'_j/h_j|^2)^3 dD_{\tilde{y}'_j} = \\ &= h_j^2 \int_0^1 (1 - \rho^2)^3 \rho \int_0^{2\pi} \Phi'_j(\rho, \varphi) d\varphi d\rho. \end{aligned} \quad (1.10.16)$$

Здесь $\tilde{y}^{(p)} = \tilde{y}^{(p)}(\tilde{y}^{(j)'})$ ($\tilde{y}^{(j)'} \in D$, $p = 1, 2, 3$), $g_j \tilde{y}^{(j)'}$ — дискриминант метрической формы поверхности в системе $\tilde{y}^{(j)'}$; $\tilde{\phi}'_j$ — выражения ϕ_j в локальных координатах, связанных с узловой точкой x_j ; Φ'_j — непрерывная функция, гладкость которой определяется гладкостью поверхности S и функций, образующих разбиение единицы. Так как интегралы (1.10.16) от любого одночлена, содержащего нечетную степень какой-либо координаты, равняются нулю [Крылов, 1967], то после замены переменной $z = \rho^2$ получаем

$$\bar{\phi}_j = \frac{h_j^2}{2} \int_0^1 (1 - z)^3 \int_0^{2\pi} \Phi'_j(z, \varphi) d\varphi dz \approx \frac{\pi h_j^2}{N_\varphi} \sum_{k=1}^{N_z} C_k \sum_{l=1}^{N_\varphi} \Phi'_j \left(z_k, \frac{2\pi l}{N_\varphi} \right). \quad (1.10.17)$$

Оптимальные веса C_k и узлы z_k для (1.10.17) при различных N_z имеются в [Крылов, Шульгина, 1966]. Положим $N_\varphi = 4N_z$. Тогда алгебраические порядки точности квадратурных формул по z и φ будут одинаковыми и равными $4N_z - 1$.

Интегралы $\underline{\phi}_j$ содержат особенности в ядрах при $y \rightarrow x_j$. Их можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \underline{\phi}_j &= \int_{D_j} \frac{\bar{\Phi}_j(\tilde{y}'_j) J(\tilde{y}'_j)}{|x_j - y(\tilde{y}'_j)|} \sqrt{g_j(\tilde{y}'_j)} dD_{\tilde{y}'_j} = \int_{D_j} \Phi_j''(\tilde{y}'_j) (1 - \rho/h_j)^3 \rho^{-1} dD_{\tilde{y}'_j} = \\ &= h_j \int_0^1 (1-z)^3 \int_0^{2\pi} \Phi_j''(zh_j, \varphi) d\varphi dz. \end{aligned} \quad (1.10.18)$$

Приближенные значения интегралов (1.10.18) получим заменой интегралов по z и φ квадратурными формулами, имеющими вид

$$\underline{\phi}_j \approx \frac{2\pi h_j}{N_\varphi} \sum_{k=1}^{N_z} \omega_k \sum_{l=1}^{N_\varphi} \Phi_j''\left(z_k h_j, \frac{2\pi l}{N_\varphi}\right). \quad (1.10.19)$$

В соотношениях (1.10.19) ω_k и z_k выберем такие, которые обеспечивают максимальный алгебраический порядок точности при интегрировании с весом $(1-z)^3$. Тогда при $N_\varphi = 4N_z$ порядок точности формулы (1.10.18) будет равным $4N_z - 1$ (см. [Крылов, 1967; Крылов, Шульгина, 1966]).

1.10.6. Результаты численных экспериментов

Изложенный выше алгоритм достаточно просто реализуется как на регулярных, так и на нерегулярных сетках и позволяет получать приближенные решение задач дифракции с необходимой точностью при сравнительно небольшом количестве точек дискретизации. На его основе создан комплекс программ на ЭВМ для численного решения трехмерных задач дифракции акустических волн на «звездных» включениях.

Применение предварительного сведения системы граничных интегральных уравнений к системе уравнений по «стандартной» поверхности в виде трехосного эллипсоида существенно упрощает процедуру построения сеток и делает алгоритм более универсальным. Ранее такой подход использовался для построения сеток при численной реализации алгоритма решения методом коллокации интегральных уравнений пространственной задачи дифракции акустических волн на упругом теле [Ершов, Смагин, 1993, 2002].

Для численного решения системы (1.10.11) с не очень большим числом узлов дискретизации N ($N < 500$) применялся метод Гаусса с выбором ведущего элемента в строке, а при $N > 500$ — обобщенный метод минимальных невязок (GMRES) [Saad, Schultz, 1986].

Введем обозначения: Φ_i^{ap} , Φ_e^{ap} — приближенное решение задачи, полученное в результате численных расчетов; Φ_i , Φ_e — точное решение

$$\delta_i = \frac{\|\Phi_i^{ap} - \Phi_i\|_i}{\|\Phi_i\|_i} \times 100, \quad \delta_e = \frac{\|\Phi_e^{ap} - \Phi_e\|_e}{\|\Phi_e\|_e} \times 100$$

— относительные погрешности решения, $\|\cdot\|_i, \|\cdot\|_e$ — сеточные L^2 -нормы в областях Ω_i и $\tilde{\Omega}_e$, $\tilde{\Omega}_e$ — шар, содержащий Ω_i , с радиусом $\approx 10R$, где R — характерный размер области Ω_i .

Для проверки правильности работы алгоритмов и созданного программного комплекса решались следующие тестовые задачи (примеры 1.10.1—1.10.3).

Пример 1.10.1. Первая внутренняя (внешняя) краевая задача. Найти функцию Φ_i (Φ_e), удовлетворяющую в Ω_i (Ω_e) уравнению (1.10.1) и краевому условию

$$\Phi_i(x) = \exp(ik_i x^3) \quad (\Phi_e(x) = \exp(ik_e r)/(4\pi r)), \quad x \in S$$

(а также условию излучения (1.10.3) в случае внешней задачи); Ω_i — внутренность эллипсоида с центром в точке $(0, 0, 0)$ и полуосями $(0, 75, 1, 0, 5)$,

$$\omega_i = 1, \quad \gamma_{i(e)} = 0, \quad \rho_i = 1, \quad \rho_e = 2, \quad c_{i(e)} = 1.$$

Здесь и далее $r = |x|$. Точное решение задачи имеет вид

$$\Phi_i = \exp(ik_i x^3), \quad x \in \Omega_i \quad (\Phi_e(x) = \exp(ik_e r)/(4\pi r), \quad x \in \Omega_e). \quad (1.10.20)$$

На рис. 1.10.1, а приведены графики зависимости относительных погрешностей δ_i и δ_e внутренней и внешней задач соответственно от числа N точек дискретизации.

Пример 1.10.2. Вторая внутренняя (внешняя) краевая задача. Она заключается в отыскании функции Φ_i (функции Φ_e), удовлетворяющей в Ω_i (в Ω_e) уравнению (1.10.1) и краевому условию

$$\frac{\partial \Phi_i(x)}{\partial n} = ik_i n^3(x) \exp(ik_i x^3) \quad \left(\frac{\partial \Phi_e(x)}{\partial n} = \frac{ik_e r - 1}{4\pi r^2} \exp(ik_e r) \sum_{p=1}^3 \frac{n^p(x) x^p}{r} \right), \quad x \in S$$

(а также условию излучения (1.10.3) в случае внешней задачи); Ω_i — шар с центром в начале координат единичного радиуса,

$$\omega_i = 1, \quad \gamma_{i(e)} = 0, \quad \rho_i = 1, \quad \rho_e = 2, \quad c_{i(e)} = 0,05,$$

Точное решение определяется формулами (1.10.20). На рис. 1.10.1, б приведены графики зависимости относительных погрешностей δ_i и δ_e внутренней и внешней задач соответственно от числа N точек дискретизации.

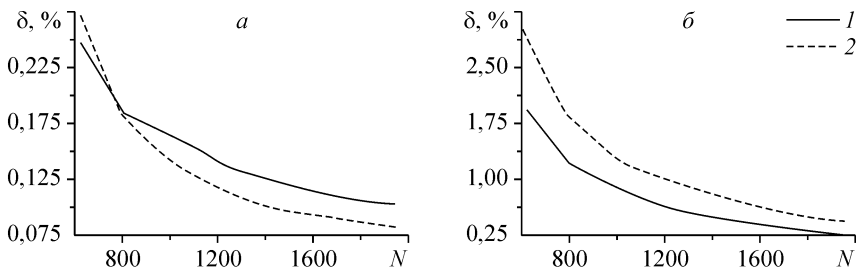


Рис. 1.10.1. Погрешности δ_i (1) и δ_e (2) для первой (а) и второй (б) краевых задач.

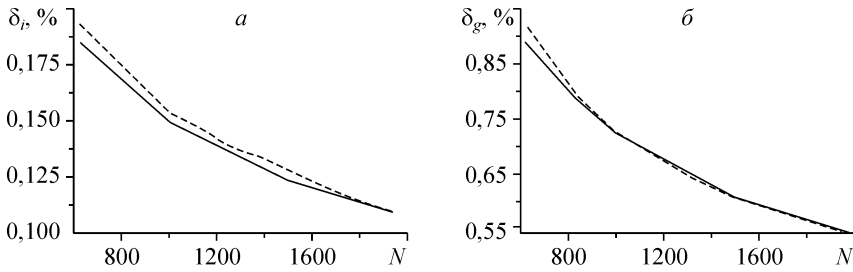


Рис. 1.10.2. Погрешности δ_i (а) и δ_e (б).

Поясн. см. в тексте.

Пример 1.10.3. Задача дифракции (1.10.1)—(1.10.3). Пусть Ω_i — внутренность эллипсоида S с центром $(0, 0, 0)$ и полуосями $(0, 75, 1, 0, 5)$. Параметры сред $\omega = 1$, $\rho_i = 1$, $\rho_e = 2$, $\gamma_{i(e)} = 0$. Положим

$$\Phi_0 = \frac{\rho_i}{\rho_e} \Phi_i^* - \Phi_e^*, \quad \frac{\partial \Phi_0}{\partial n} = \frac{\partial \Phi_i^*}{\partial n} - \frac{\partial \Phi_e^*}{\partial n},$$

где

$$\Phi_i^*(x) = \exp(ik_i x^3), \quad \Phi_e^*(x) = \frac{\exp(ik_e |x - x_0|)}{4\pi |x - x_0|}, \quad x_0 = (0, 0, 0, 3).$$

Тогда решением задачи дифракции (1.10.1)—(1.10.3) являются функции $\Phi_i = \Phi_i^*$, $x \in \Omega_i$, $\Phi_e = \Phi_e^*$, $x \in \Omega_e$. На рис. 1.10.2 приведены графики зависимостей относительных погрешностей δ_i и δ_e от числа N точек дискретизации для следующих двух вариантов: $c_i = 0,8$, $c_e = 1$ (сплошная линия); $c_i = 0,6$, $c_e = 0,5$ (штриховая линия).

Пример 1.10.4. Рассматривается задача дифракции (1.10.1)—(1.10.3). Поверхность включения $S = S_1$, где S_1 (рис. 1.10.3, а) состоит из точек x , определяемых формулами

$$(x^1, x^2, x^3) = R(\theta)(a_1 \cos \phi \sin \theta, a_2 \sin \phi \sin \theta, a_3 \cos \theta), \quad \theta \in [0, \pi], \phi \in [0, 2\pi], \quad (1.10.21)$$

$$R(\theta) = 2 - (\theta/1, 1)^{1,1} ((\pi - \theta)/1, 8)^{1,5}, \quad \alpha_1 = 0,75, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = 0,5.$$

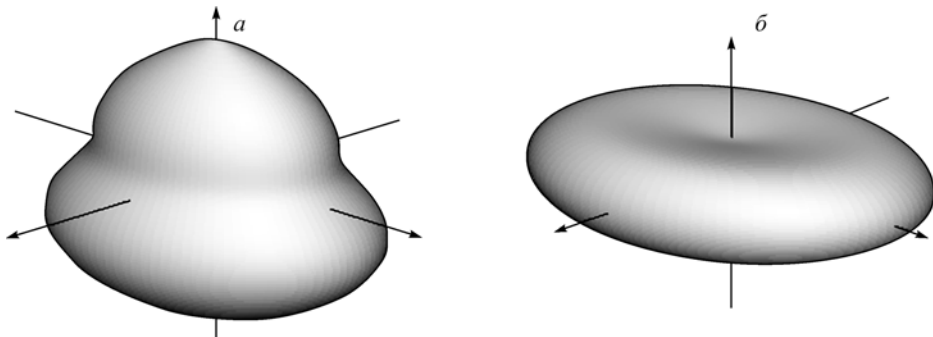


Рис. 1.10.3. Поверхности S_1 (а) и S_2 (б).

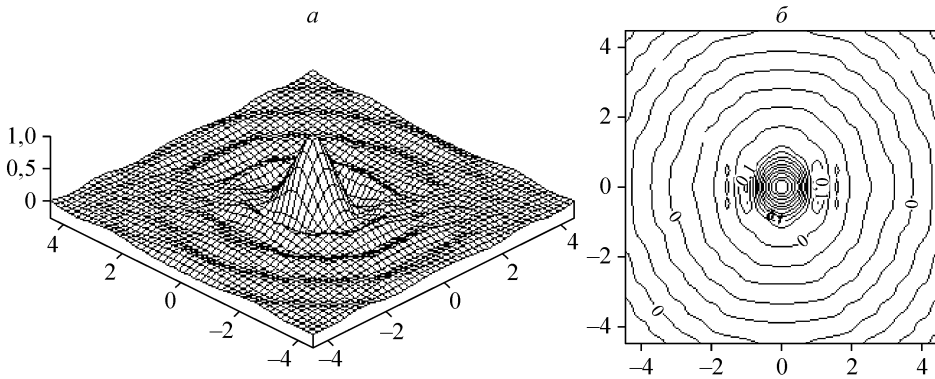


Рис. 1.10.4. Линии уровня $\eta(\Phi)$ (а) и проективная поверхность $\eta(\Phi)$ (б) для примера 1.10.4.

Источник акустических волн — плоская волна вида

$$\Phi_0(x) = \exp(ik_e x^3).$$

Параметры среды и включения:

$$c_i = 0,1, \quad c_e = 0,18, \quad \rho_i = 1, \quad \rho_e = 3, \quad \omega = 1, \quad \gamma_{i(e)} = 0.$$

Количество точек дискретизации $N = 970$.

На рис. 1.10.4 изображены линии уровня и проективная поверхность функции

$$\eta(x) = |\Phi^{ap}(x) + \Phi_0(x)| - |\Phi_0(x)|$$

на квадрате $|x^{1,2}| \leq 4,5$, $x^3 = 0$.

Рисунки 1.10.4, а и 1.10.4, б позволяют судить о местоположении, размерах и форме тела, а также о физических параметрах вмещающей среды и включения. Видно, что область наибольших значений функции $\eta(x)$ находится над телом и ее размеры вдоль оси x^2 больше, чем вдоль оси x^1 . Точка максимума расположена над центром тела. Плоскости $x^1 = 0$ и $x^2 = 0$ являются плоскостями симметрии задачи.

Пример 1.10.5. Отличия от примера 1.10.4: $S = S_2$, поверхность S_2 (рис. 1.10.3, б) определяется формулами (1.10.21), где

$$R(\theta) = -0,5 \left(\cos 2\theta + (1,1 - \sin^2 2\theta)^{1/2} \right)^{1/2} + 1,25, \quad \alpha_1 = 0,75, \quad \alpha_2 = 1, \quad \alpha_3 = 0,5,$$

параметры среды:

$$c_i = 0,4, \quad c_e = 0,27, \quad \rho_i = 1, \quad \rho_e = 1, \quad \gamma_{i(e)} = 0.$$

На рис. 1.10.3, б изображена поверхность S_2 , на рис. 1.10.5 — результаты расчетов.

Как и для примера 1.10.4, рисунки 1.10.5, а, б позволяют определить местоположение, размер и форму тела. Изменение формы тела и значений параметров включения приводит к тому, что здесь линии уровня имеют несколько иной вид.

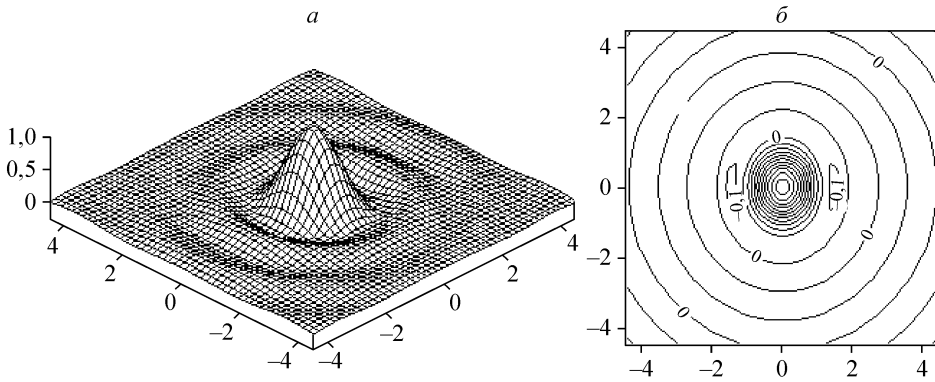


Рис. 1.10.5. Линии уровня $\eta(\Phi)$ (а) и проективная поверхность $\eta(\Phi)$ (б) для примера 1.10.5.

Пример 1.10.6. Отличается от примера 1.10.5 тем, что включение имеет другую ориентацию в пространстве. Углы наклона осей включения, отложенные от положительного направления осей Ox^2 и Ox^3 против часовой стрелки, равны $\pi/4$. Из результатов расчетов (рис. 1.10.6) видна симметричность линий уровня относительно оси x^2 . Область наибольших значений функции $\eta(\Phi)$, в отличие от рисунков 1.10.4, а, б смещена в сторону положительных значений оси x^2 .

Пример 1.10.7. В отличие от примера 1.10.5 падающее поле создается точечным источником вида

$$\Phi_0(x) = \frac{\exp(ik_e|x-x_0|)}{|x-x_0|},$$

расположенным в точке $x_0 = (0, -2, 2)$; параметры сред:

$$c_i = 0,4, \quad c_e = 0,2, \quad \rho_i = 3, \quad \rho_e = 2, \quad \gamma_{i(e)} = 0.$$

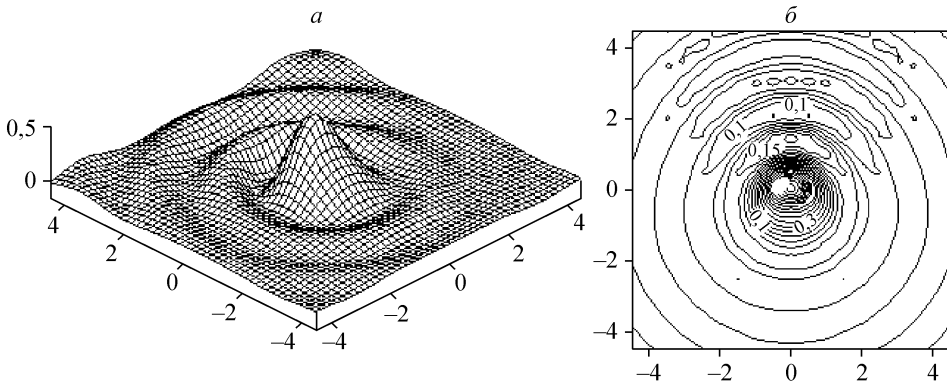


Рис. 1.10.6. Линии уровня $\eta(\Phi)$ (а) и проективная поверхность $\eta(\Phi)$ (б) для примера 1.10.6.

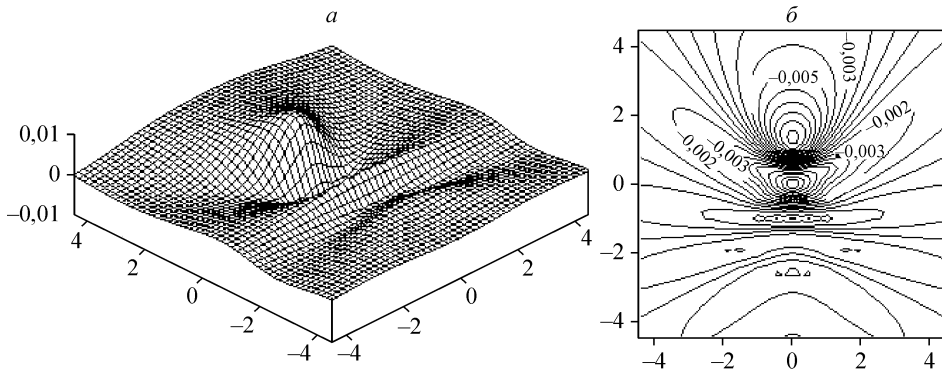


Рис. 1.10.7. Линии уровня $\eta(\Phi)$ (а) и проективная поверхность $\eta(\Phi)$ (б) для примера 1.10.7.

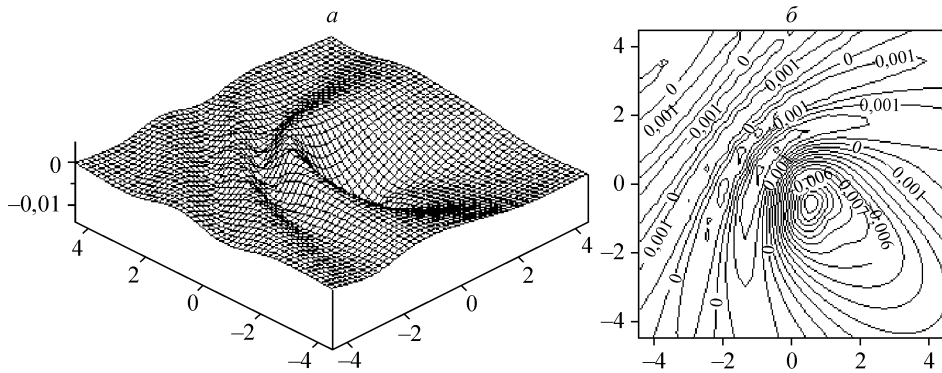


Рис. 1.10.8. Линии уровня $\eta(\Phi)$ (а) и проективная поверхность $\eta(\Phi)$ (б) из примера 1.10.8.

Результаты расчетов функции $\eta(x)$ на квадрате $|x^{1,2}| \leq 4,5$, $x^3 = 0$ изображены на рис. 1.10.7. Линии уровня симметричны относительно оси x_2 и указывают на расположение источника акустических волн. Исчез локальный максимум в центре тела включения.

Пример 1.10.8. Отличается от примера 1.10.7 только расположением источника. Он находится в точке $x_0 = (-2, 2, -2)$. Численные результаты представлены на рис. 1.10.8. Изменение координат источника приводит к изменению симметрии линий уровня (в данном случае они симметричны относительно плоскости $X^1 = -X^2$).

Результаты численных экспериментов показывают, что применяемый метод позволяет с высокой точностью находить приближенные решения достаточно широкого круга трехмерных задач дифракции акустических волн. При этом он не требует слишком больших вычислительных ресурсов и обеспечивает приемлемую точность вычислений даже при весьма небольшом числе узлов дискретизации.

1.11. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ТРЕХМЕРНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ УПРУГИХ ВОЛН

Рассматриваются вопросы численного решения пространственных задач дифракции стационарных упругих волн в однородной среде с упругим включением.

Серьезные трудности при решении таких задач обусловлены наличием разрывов у параметров сред, их зависимостью от трех пространственных переменных и необходимостью учета условий на бесконечности.

Важнейшую роль при исследовании процессов дифракции упругих волн играют численные методы: конечно-разностные и проекционно-сеточные методы [Самарский, 1977; Марчук и др., 1981], а также численные алгоритмы, основанные на преобразовании исходных дифференциальных задач к эквивалентным им интегральным уравнениям при помощи прямого варианта метода интегральных уравнений [Купрадзе и др., 1976; Партон и др., 1977; Колтон и др., 1987].

В данной работе используется непрямой вариант метода интегральных уравнений. При помощи потенциалов простого слоя задача сводится к системе из двух векторных интегральных уравнений по границе включения для определения неизвестных внутренних и внешних плотностей вспомогательных источников упругих волн.

Рассматриваемый подход позволяет численно решать системы интегральных уравнений (СИУ), заданные на поверхностях произвольной формы. Ранее он применялся в [Воронин, 1978; Ершов, Смагин, 1993, 2002].

Для сведения интегральных уравнений к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) используется разбиение единицы на поверхности включения, подчиненное ее покрытию системой стандартных окрестностей узловых точек, что позволяет обойтись без предварительной триангуляции поверхности. Для повышения точности вычисления диагональных элементов системы используется интеграл Гаусса [Купрадзе и др., 1976].

Коэффициенты СЛАУ представляются простыми математическими выражениями, поэтому, как показали численные эксперименты, приближенное решение задачи с приемлемой точностью находится без значительных затрат времени ЭВМ. В работе изложены результаты тестовых расчетов и численных экспериментов, характеризующие возможности метода.

1.11.1. Постановка задачи

В пространстве R^3 , заполненном однородной изотропной средой, имеется однородное ограниченное изотропное включение Ω_i , ограниченное замкнутой поверхностью $S \in C^{1,\beta}$, $\beta > 0$, $\Omega_e = R^3 / \bar{\Omega}_i$; $\lambda_{i(e)}$, $\mu_{i(e)}$, $\rho_{i(e)}$ — параметры Ламе и плотность в Ω_i и Ω_e соответственно.

Пусть в области Ω_e имеются источники упругих колебаний, \mathbf{u}_0 — комплексная амплитуда поля смещений упругих волн в Ω_e , возбужденного ими. Упругие волны распространяются в пространстве и, достигая включения, рассеиваются на нем. В результате в области Ω_e возникают отраженные волны, а в области Ω_i появляются проходящие волны. Комплексная амплитуда \mathbf{u} полного поля потенциалов смещения равна \mathbf{u}_i в Ω_i и $\mathbf{u}_e + \mathbf{u}_0$ в Ω_e , где \mathbf{u}_i , \mathbf{u}_e — комплексные амплитуды поля смещений проходящих и рассеянных упругих волн в Ω_i и Ω_e . Они удовлетворяют однородным уравнениям

$$\mu_{i(e)} \Delta \mathbf{u}_{i(e)} + (\lambda_{i(e)} + \mu_{i(e)}) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_{i(e)}) + \omega^2 \rho_{i(e)} \mathbf{u}_{i(e)} = 0 \quad x \in \Omega_{i(e)}, \quad (1.11.1)$$

условию жесткого контакта на границе сред

$$\Omega_e = R^3 \setminus \bar{\Omega}_i \quad \rho_{i(e)} \quad \mathbf{u}_i = \mathbf{u}_e + \mathbf{u}_0, \quad T_i \mathbf{u}_i = T_e (\mathbf{u}_e + \mathbf{u}_0) \quad x \in S, \quad (1.11.2)$$

и условиям излучения на бесконечности

$$\frac{\partial \mathbf{u}_e^{(p)}}{\partial |x|} - ik_{e1} \mathbf{u}_e^{(p)} = O(|x|^{-1}), \quad \frac{\partial \mathbf{u}_e^{(s)}}{\partial |x|} - ik_{e2} \mathbf{u}_e^{(s)} = O(|x|^{-1}) \quad \text{при } |x| \rightarrow \infty, \quad (1.11.3)$$

где

$$T_{i(e)} \mathbf{u} \equiv 2\mu_{i(e)} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial n} + \lambda_{i(e)} \mathbf{n}(\nabla \mathbf{u}) + \mu_{i(e)} \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{u}),$$

$$k_{i(e)1}^2 = \frac{\rho_{i(e)} \omega^2}{\lambda_{i(e)} + 2\mu_{i(e)}}, \quad k_{i(e)2}^2 = \frac{\rho_{i(e)} \omega^2}{\mu_{i(e)}},$$

$\mathbf{n} = \mathbf{n}(x)$ — единичный вектор внешней нормали к S в точке $x = (x_1, x_2, x_3)$, $\mathbf{u}_e^{(p)}, \mathbf{u}_e^{(s)}$ — комплексные амплитуды продольных и поперечных волн, $\mathbf{u}_e = \mathbf{u}_e^{(p)} + \mathbf{u}_e^{(s)}$, $\nabla \mathbf{u}_e^{(p)} = 0$, $\nabla \times \mathbf{u}_e^{(s)} = 0$ (определения см. в [Купрадзе и др., 1976]).

Задача дифракции упругих волн заключается в нахождении комплекснозначных функций $\mathbf{u}_{i(e)}$, удовлетворяющих уравнениям (1.11.1)—(1.11.3).

Функции $\mathbf{u}_i \in C^2(\Omega_i) \cap C^1(\bar{\Omega}_i)$, $\mathbf{u}_e \in C^2(\Omega_e) \cap C^1(\Omega_e \cup S)$, удовлетворяющие уравнениям (1.11.1)—(1.11.3), называются классическим решением задачи (1.11.1)—(1.11.3).

1.11.2. Сведение к граничным интегральным уравнениям

Решение задачи (1.11.1)—(1.11.3) будем искать в виде потенциалов простого слоя

$$\mathbf{u}_{i(e)}(x) = (W_{i(e)} \xi_{i(e)})(x) \equiv \int_S \Gamma_{i(e)}(x, y) \xi_{i(e)}(y) dS_y, \quad x \in \Omega_{i(e)}. \quad (1.11.4)$$

Здесь $\xi_{i(e)} = (\xi_{i(e)}^1, \xi_{i(e)}^2, \xi_{i(e)}^3)$ — неизвестные плотности вспомогательных источников; $\Gamma_{i(e)}$ — матрица фундаментальных решений уравнений (1.11.1) с элементами

$$\Gamma_{i(e)}^{pt}(x, y) = \sum_{l=1}^2 \left(\delta_{pl} \alpha_{li(e)} + \beta_{li(e)} \frac{\partial^2}{\partial x^p \partial x^l} \right) \frac{\exp(ik_{li(e)} |x - y|)}{|x - y|}, \quad p, t = 1, 2, 3,$$

$$\alpha_{li(e)} = \frac{\delta_{2l}}{2\pi\mu_{i(e)}}, \quad \beta_{li(e)} = \frac{(-1)^l}{2\pi\omega^2\rho_{i(e)}}, \quad |x - y| = \left(\sum_{k=1}^3 (x_k - y_k)^2 \right)^{\frac{1}{2}},$$

δ_{pt} — символ Кронекера.

Функции, определенные формулами (1.11.4), удовлетворяют уравнениям (1.11.1) и условию излучения на бесконечности (1.11.3). Подставив их в условия сопряжения (1.11.2) и воспользовавшись формулами для скачка нормальных производных потенциала простого слоя [Купрадзе и др., 1976], получаем систему трех интегральных уравнений Фредгольма первого рода со слабыми особенностями в ядрах и трех сингулярных интегральных уравнений относительно двух неизвестных вектор-функций ξ_i и ξ_e на поверхности включения S :

$$\begin{aligned} (W_i \xi_i)(x) - (W_e \xi_e)(x) &= \mathbf{u}_0(x), \\ \frac{1}{2}(\xi_i(x) + \xi_e(x)) + (R_i \xi_i)(x) - (R_e \xi_e)(x) &= \mathbf{u}_1(x) \quad x \in S, \end{aligned} \quad (1.11.5)$$

где $\mathbf{u}_1 = T_e \mathbf{u}_0$,

$$(R_{i(e)} \xi_{i(e)})(x) \equiv \int_S T_{i(e)} \Gamma_{i(e)}(x, y) \xi_{i(e)}(y) dS_y, \quad x \in \Omega_{i(e)}.$$

Корректная разрешимость системы (1.11.5) в пространствах Гельдера доказана в [Ершов и др., 1993].

1.11.3. Численное решение задачи

Методика аппроксимации задачи (1.11.1)—(1.11.3) системой линейных алгебраических уравнений аналогична изложенной в разделе 1.10.3. При аппроксимации системы интегральных уравнений (1.11.1)—(1.11.3) ядра интегральных операторов представляются в виде суммы двух слагаемых, одно из которых содержит особенность при совпадении аргументов, а другое гладкое. Интегралы, содержащие слагаемые с особенностями в ядрах, вычисляются по формулам (1.10.9). В результате получаем систему линейных алгебраических уравнений для отыскания приближенного решения ξ_i^h, ξ_e^h системы (1.11.5) следующего вида:

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_k \sum_{j=1}^N \bar{\phi}_j \left(\sum_{p=1}^3 (\Gamma_{ikj}^{pt} \xi_{ij}^p - \Gamma_{ekj}^{pt} \xi_{ej}^p) \right) &= \bar{\phi}_k u_{0k}^t, \\ \bar{\phi}_k \sum_{j=1}^N \left(\delta_{kj} (\xi_{ik}^t + \xi_{ek}^t) / 2 + \bar{\phi}_j \sum_{p=1}^3 (T_{ikj}^{pt} \xi_{ij}^p - T_{ekj}^{pt} \xi_{ej}^p) \right) &= \bar{\phi}_k u_{1k}^t, \end{aligned} \quad (1.11.6)$$

$$t = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2, \dots, N.$$

Здесь

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{0k} &= \bar{\phi}_k^{-1} \int_S \mathbf{u}_0(x) \phi_k(x) dS_x, \quad \mathbf{u}_{1k} = \bar{\phi}_k^{-1} \int_S \mathbf{u}_1(x) \phi_k(x) dS_x, \\ \Gamma_{i(e)kj}^{pt} &= \Gamma_{i(e)}^{pt}(x_k, x_j) = \frac{\text{erf}(\gamma_{kj})}{4r_{kj}} \left(\frac{\delta_{pt}}{\pi \mu_{i(e)}} + \delta_{pt} \mu'_{i(e)} A_{kj} - \right. \\ &\quad \left. - \mu'_{i(e)} \tau_{jk}^p \tau_{jk}^t (3A_{kj} + 4) \right) + \Gamma_{2i(e)}^{pt}(x_k, x_j), \\ T_{i(e)kj}^{pt} &= T_{i(e)}^{pt}(x_k, x_j) = -P_{4i(e)} \text{erf}(\gamma_{kj}) \frac{\mu_{i(e)}}{r_{kj}^2} \left((\delta_{pt} n_{kj}^* + n_k^p \tau_{jk}^t) (B_{kj} + P_{2i(e)} \mu_{kj}) + \right. \\ &\quad \left. + n_k^t \tau_{jk}^p (B_{kj} + P_{3i(e)} \mu_{kj}) + \tau_{jk}^p \tau_{jk}^t n_{kj}^* r_{jk}^3 (5B_{kj} + 4\mu_{kj}) \right) + T_{2i(e)}^{pt}(x_k, x_j), \\ \mathbf{x}_{jk} &= (x_{jk}^1, x_{jk}^2, x_{jk}^3), \quad \boldsymbol{\tau}_{jk} = \mathbf{x}_{jk} / r_{jk}, \quad x_{jk}^p = x_k^p - x_j^p, \quad p = 1, 2, 3, \quad \eta_{kj}^{pt} = \frac{n_k^p x_{jk}^t}{r_{jk}} \\ R_{1i(e)} &= \frac{\lambda_{i(e)}}{2\pi(\lambda_{i(e)} + 2\mu_{i(e)})}, \quad P_{2i(e)} = \frac{2(\lambda_{i(e)} + 2\mu_{i(e)})}{\lambda_{i(e)} + \mu_{i(e)}}, \end{aligned}$$

$$P_{3i(e)} = 4\pi P_{1i(e)}, \quad P_{4i(e)} = (4\pi P_{2i(e)})^{-1}, \quad n_{kj}^* = \sum_{p=1}^3 n_j^p \frac{x_k^p - x_j^p}{r_{jk}}.$$

Выражения $\Gamma_{2i(e)}^{pt}$ и $T_{2i(e)}^{pt}$ вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \Gamma_{2i(e)}^{pt} &= \Gamma_{2i(e)}^{pt}(x_k, x_j) = \sum_{l=1}^2 (\delta_{pt}(\alpha_{li(e)} E_{li(e)kj} - \beta_{li(e)} F_{li(e)kj}) + \\ &\quad + \tau_{jk}^p \tau'_{jk} \beta_{li(e)} (-k_{li(e)}^2 E_{li(e)kj} + 3F_{li(e)kj})), \\ T_{2i(e)}^{pt} &= T_{2i(e)}^{pt}(x_k, x_j) = \frac{1}{2\pi} \left(-\delta_{pt} \frac{\partial E_{2i(e)kj}}{\partial n_k} + n_k^t \frac{\partial E_{2i(e)kj}}{\partial x_k^p} \right) + \\ &\quad + P_{1i(e)} \frac{n_k^p}{2} \frac{\partial E_{2i(e)kj}}{\partial x_k^p} + \mu_{i(e)} \frac{\partial \Gamma_{2i(e)kj}^{pt}}{\partial n_k}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} E_{li(e)kj} &= \frac{\exp(r'_{li(e)kj}) - 1}{r_{kj}}, \quad r'_{li(e)kj} = ik_{li(e)} r_{kj}, \\ F_{li(e)kj} &= 1 - \frac{r'_{li(e)kj}}{r_{kj}^3} \exp(r'_{li(e)kj}) + \frac{k_{li(e)}^2}{2r_{kj}}, \\ \lambda'_{i(e)} &= \frac{\lambda_{i(e)} + 3\mu_{i(e)}}{4\pi\mu_{i(e)}(\lambda_{i(e)} + 2\mu_{i(e)})}, \quad \mu'_{i(e)} = \frac{1}{2\pi\mu_{i(e)}} - \lambda'_{i(e)}. \end{aligned}$$

При $k = j$ элементы матрицы СЛАУ находятся из выражений

$$\Gamma_{i(e)kk}^{pt} = \frac{\delta_{pt}}{4\pi} \left(\frac{\sigma_{kk}}{3\mu_{i(e)}} \frac{2\lambda_{i(e)} + 5\mu_{i(e)}}{\lambda_{i(e)} + 2\mu_{i(e)}} + i \left(\frac{k_{2i(e)}}{\mu_{i(e)}} - \frac{k_{2i(e)}^3 - k_{1i(e)}^3}{3\rho_{i(e)}\omega^2} \right) \right) \dots \quad T_{i(e)kk}^{pt} = 0.$$

Для повышения точности вычисления коэффициентов системы (1.11.11) при $k = j$, которые по модулю больше остальных, и получения приближенного решения системы (1.11.5) с меньшей погрешностью применяются тождества, полученные с помощью теоремы Гаусса [Купрадзе и др., 1976]:

$$\begin{aligned} \frac{\xi(x)}{2} \pm \int_S T_x \Gamma_1(x, y) \xi(y) dS_y &= \frac{\xi(x) \mp \xi(x)}{2} \pm \\ \pm \int_S T_x \Gamma_1(x, y) \xi(y) dS_y \mp \frac{\xi(x)}{2} \int_S K(x, y) dS_y, \quad x \in S, \end{aligned} \quad (1.11.7)$$

где

$$\begin{aligned} K_{i(e)}^{pt}(x, y) &= \frac{P_{5i(e)}}{r^3} \left(\left(\delta_{pt} + P_{6i(e)} \frac{(x^p - y^p)(x^t - y^t)}{r^2} \right) \sum_{l=1}^3 n^l(y)(x^l - y^l) - \right. \\ &\quad \left. - n^p(y)(x^t - y^t) + n^t(y)(x^p - y^p) \right), \quad p, t = 1, 2, 3, \\ P_{5i(e)} &= \frac{\mu_{i(e)}}{2\pi(\lambda_{i(e)} + 2\mu_{i(e)})}, \quad P_{6i(e)} = \frac{3(\lambda_{i(e)} + \mu_{i(e)})}{\mu_{i(e)}}. \end{aligned}$$

При этом последние интегралы в правых частях равенства (1.11.12) аппроксимируются выражениями

$$\int_S K_{i(e)}^{pt}(x_j, y) dS_y \approx P_{5i(e)} \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq j}}^N \frac{\bar{\phi}_j}{r_{kj}^2} \left((\delta_{pt} + P_{6i(e)} \tau_{jk}^p \tau_{jk}^t) n_{kj}^* - \tau_{jk}^t n_j^p + \tau_{jk}^p n_j^t \right), \quad p, t = 1, 2, 3.$$

Приближенное решение задачи (1.11.1)—(1.11.3) в любых точках областей Ω_i и Ω_e находим, заменяя интегралы (1.11.4) выражениями

$$\mathbf{u}_{i(e)}(x) \approx \sum_{j=1}^N \left(\tilde{\Gamma}_{1i(e)}(x, x_j) + \Gamma_{2i(e)}(x, x_j) \right) \xi_{i(e)j} \bar{\phi}_j, \quad x \in \Omega_{i(e)}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{1i(e)}(x, x_j) &= \left(\tilde{\Gamma}_{1i(e)}^{pt}(x, x_j) \right), \quad \tilde{\Gamma}_{1i(e)}^{pt}(x, x_j) = \frac{\text{erf}(\gamma_j)}{4r_j} \left(\frac{\delta_{pt}}{\pi \mu_{i(e)}} + \right. \\ &+ \left. \mu'_{i(e)} \left(\delta_{pt} A_j - \frac{(x^p - x_j^p)(x^t - x_j^t)}{r_j^2} (3A_j + 4) \right) \right), \quad p, t = 1, 2, 3, \\ \gamma_j &= \frac{r_j}{\sigma_{jj}}, \quad A_j = \frac{2}{\gamma_j^2} \left(1 - \frac{\gamma_j \exp(\gamma_j^2)}{\sqrt{\pi} \text{erf}(\gamma_j)} - \gamma_j^2 \right). \end{aligned}$$

Подробное изложение вопросов аппроксимации интегральных уравнений на эллипсоиде и «звездной поверхности», а также вычисление поверхностных интегралов $\bar{\phi}_i$ и $\underline{\phi}_i$ приведено в [Ершов и др., 1993, 2002, 2006] и разделе 1.10.

1.11.4. Результаты численных экспериментов

Изложенный выше алгоритм достаточно просто реализуется как на регулярных, так и на нерегулярных сетках и позволяет получать приближенные решения задач дифракции с необходимой точностью при сравнительно небольшом количестве точек дискретизации. Ранее такой подход применялся при решении пространственной задачи дифракции акустических волн на упругом теле [Ершов и др., 1993, 2002] и задачи дифракции акустических волн на акустическом трехмерном включении [Блохин и др., 2004]. Для численного решения системы (1.11.11) с не очень большим числом узлов дискретизации N ($N < 500$) применялся метод Гаусса с выбором ведущего элемента в строке, а при $N > 500$ — обобщенный метод минимальных невязок (GMRES) [Saad et al., 1986].

Введем обозначения: \mathbf{u}_i^{ap} , \mathbf{u}_e^{ap} — приближенное решение задачи, полученное в результате численных расчетов; \mathbf{u}_i , \mathbf{u}_e — точное решение;

$$\delta_i = \frac{\|\mathbf{u}_i^{ap} - \mathbf{u}_i\|}{\|\mathbf{u}_i\|} \times 100, \quad \delta_e = \frac{\|\mathbf{u}_e^{ap} - \mathbf{u}_e\|}{\|\mathbf{u}_e\|} \times 100 \quad \left(\|\mathbf{u}\|^2 = \sum_{p=1}^3 \|u^p\|^2 \right)$$

— относительные погрешности решения, $\|\cdot\|_i, \|\cdot\|_e$ — сеточные L^2 -нормы в областях Ω_i и $\tilde{\Omega}_e$, $\tilde{\Omega}_e$ — шар, содержащий Ω_i , с радиусом $\approx 10R$, где R — характерный размер области Ω_i .

Для проверки правильности работы алгоритмов и созданного программного комплекса решались следующие тестовые задачи (примеры (1.11.1)—(1.11.3)).

Пример 1.11.1а. Первая внутренняя (внешняя) краевая задача. Найти вектор-функцию \mathbf{u}_i (\mathbf{u}_e), удовлетворяющую в Ω_i (в Ω_e) уравнению (1.11.1) и краевому условию

$$\mathbf{u}_i(x) = \mathbf{u}_{0i}(x) \quad (\mathbf{u}_e(x) = \mathbf{u}_{0e}(x)), \quad x \in S$$

(а также условию излучения (1.11.3) в случае внешней задачи). Здесь

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{0i}(x) &= (-2i \exp(ik_{1i}x^3), 2i \exp(ik_{1i}x^3), i \exp(ik_{2i}x^3)), \\ \mathbf{u}_{0e}(x) &= (\Gamma_e^{11}(x, 0), \Gamma_e^{12}(x, 0), \Gamma_e^{13}(x, 0)), \end{aligned}$$

Ω_i — внутренность эллипсоида с центром в точке $(0, 0, 0)$ и полуосями $(0, 75, 1, 0, 5)$,

$$\lambda_i = 3, \quad \mu_i = 1, \quad \rho_i = 1, \quad \lambda_e = 2, \quad \mu_e = 4, \quad \rho_e = 2.$$

Точное решение этой задачи имеет вид

$$\mathbf{u}_i(x) = (-2i \exp(ik_{1i}x^3), 2i \exp(ik_{1i}x^3), i \exp(ik_{2i}x^3)), \quad x \in \Omega_i, \quad (1.11.8)$$

$$(\mathbf{u}_e(x) = (\Gamma_e^{11}(x, 0), \Gamma_e^{12}(x, 0), \Gamma_e^{13}(x, 0)), \quad x \in \Omega_e). \quad (1.11.9)$$

На рис. 1.11.1, а приведены графики зависимости относительных погрешностей δ_i и δ_e внутренней и внешней задачи соответственно от числа N точек дискретизации.

Пример 1.11.1б. Вторая внутренняя (внешняя) краевая задача. Найти функцию \mathbf{u}_i (\mathbf{u}_e), удовлетворяющую в Ω_i (Ω_e) уравнению (1.11.1) и краевому условию

$$\begin{aligned} T^{(n)}\mathbf{u}_i(x) &= \mathbf{u}_{1i}^{(n)}, \quad \mathbf{u}_{1i}^{(n)} = T^{(n)}\mathbf{u}_{0i}(x), \quad x \in S, \\ (T^{(n)}\mathbf{u}_e(x) &= \mathbf{u}_{1e}^{(n)}, \quad \mathbf{u}_{1e}^{(n)} = T^{(n)}\mathbf{u}_{0e}(x), \quad x \in S) \end{aligned}$$

(а также условию излучения (1.11.3) в случае внешней задачи), где вектор-функции \mathbf{u}_{0i} , \mathbf{u}_{0e} , область Ω_i и параметры сред те же, что и в примере 1.11.1а.

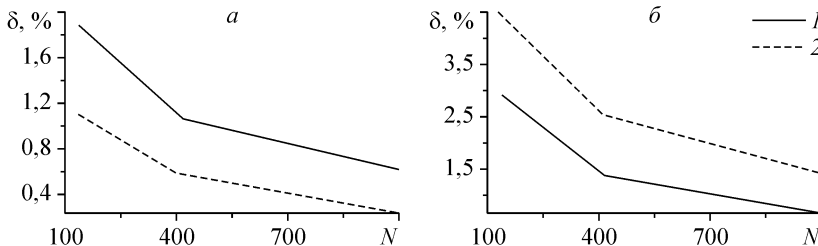


Рис. 1.11.1. Погрешности δ_i (1) и δ_e (2) для первой (а) и второй (б) краевых задач.

Точное решение этой задачи также имеет вид

$$\mathbf{u}_i(x) = (-2i \exp(ik_{1i}x_3), 2i \exp(ik_{1i}x_3), i \exp(ik_{2i}x_3)), \quad x \in \Omega_i, \quad (1.11.10)$$

$$(\mathbf{u}_e(x) = (\Gamma_e^{11}(x, 0), \Gamma_e^{12}(x, 0), \Gamma_e^{13}(x, 0)), \quad x \in \Omega_e). \quad (1.11.11)$$

На рис. 1.11.1, б приведены графики зависимости относительных погрешностей δ_i и δ_e внутренней и внешней задачи соответственно от числа N точек дискретизации.

Пример 1.11.2. Задача дифракции (1.11.1)—(1.11.3). Пусть Ω_i — внутренность эллипсоида S с центром $(0, 0, 0)$ и полуосями $(0, 75, 1, 0, 5)$. Параметры сред $\lambda_i = 3, \mu_i = 1, \lambda_e = 2, \rho_e = 2$. Положим

$$\mathbf{u}_0 = \mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e, \quad \mathbf{u}_1^{(n)} = T^{(n)}\mathbf{u}_i - T^{(n)}\mathbf{u}_e, \quad x \in S,$$

где

$$\mathbf{u}_i(x) = (-2i \exp(ik_{1i}x_3), 2i \exp(ik_{1i}x_3), i \exp(ik_{2i}x_3)),$$

$$\mathbf{u}_e(x) = (\Gamma_e^{11}(x, 0), \Gamma_e^{12}(x, 0), \Gamma_e^{13}(x, 0)).$$

Тогда решением задачи дифракции (1.11.1)—(1.11.3) являются функции $\mathbf{u}_i(x), x \in \Omega_i, \mathbf{u}_e(x), x \in \Omega_e$. На рис. 11.2 приведены графики зависимостей относительной погрешности δ_i (δ_e) от числа N точек дискретизации для следующих двух вариантов: $\rho_i = 3, \mu_e = 2$ (сплошная линия); $\rho_i = 1, \mu_e = 4$ (штриховая линия).

Пример 1.11.3. Рассматривается задача дифракции (1.11.1)—(1.11.3). Пусть S — эллипсоид с полуосями $(0, 75, 1, 0, 5)$ и центром в точке $(0, 0, -1)$. Источник акустических волн — плоская волна вида

$$\mathbf{u}_0(x) = (-2i \exp(ik_{1e}x^3), 2i \exp(ik_{1e}x^3), i \exp(ik_{2e}x^3)).$$

Параметры среды и включения: $\lambda_i = 2, \mu_i = 1, \rho_i = 1, \lambda_e = 10, \mu_e = 1, \rho_e = 1$. Количество точек дискретизации $N = 970$.

На рис. 1.11.3 показаны линии уровня и проективные поверхности компонент

вектор-функции $\boldsymbol{\eta}(x) = (\eta^1(x), \eta^2(x), \eta^3(x)), \quad \eta^p = \left| (u_e^p)^{ap} + u_0^p \right| - |u_0^p|, \quad p = 1, 2, 3$

на квадрате $|x^{1,2}| \leq 4,5, x^3 = 1$.

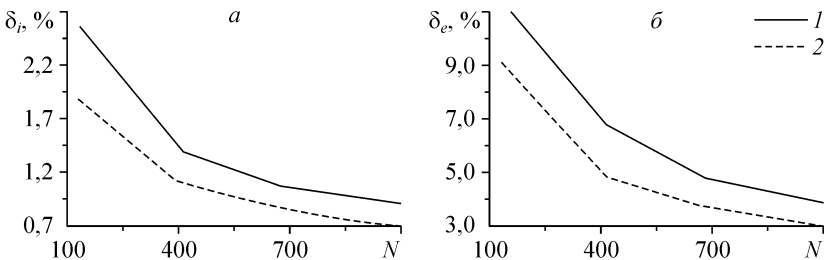


Рис. 1.11.2. Погрешности δ_i (а) и δ_e (б).

Поясн. см. в тексте.

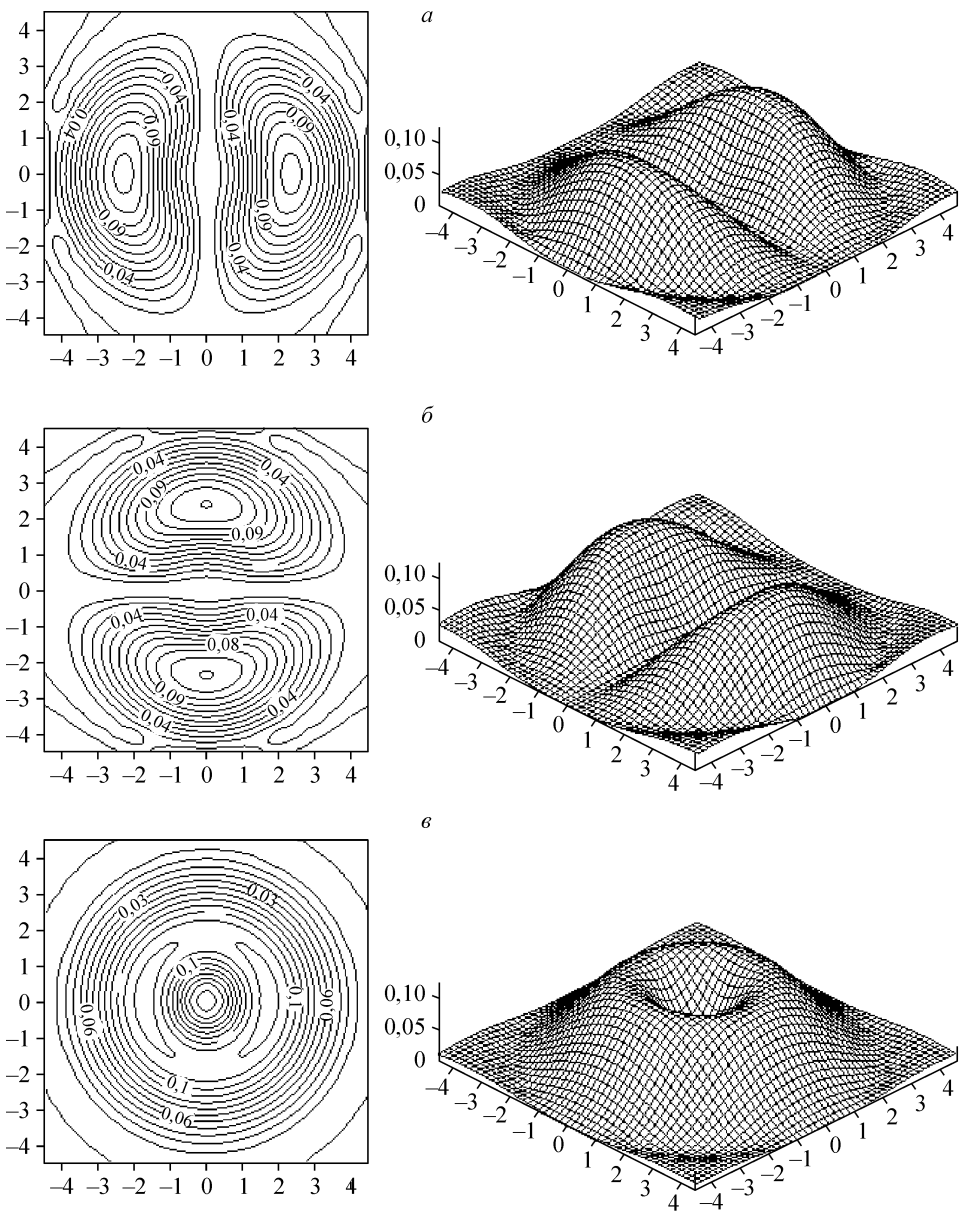


Рис. 1.11.3. Линии уровня и проективные поверхности (пример 1.11.3): η_c^1 (а); η_c^2 (б); η_c^3 (в).

Пример 1.11.4. В отличие от примера 1.11.3 поверхность включения $S = S_1$, где S_1 состоит из точек x , определяемых формулами

$$(x^1, x^2, x^3) = R(\theta)(\alpha_1 \cos \varphi \sin \theta, \alpha_2 \sin \varphi \sin \theta, \alpha_3 \cos \theta), \quad \theta \in [0, \pi], \quad \varphi \in [0, 2\pi), \quad (1.11.1)$$

$$R(\theta) = -0,5 \left(\cos 2\theta + (1,1 - \sin^2 2\theta)^{1/2} \right)^{1/2} + 1,25, \quad \alpha_1 = 0,75, \quad \alpha_2 = 1, \quad \alpha_3 = 0,5.$$

На рис. 1.11.4 приведены результаты численных расчетов.

Пример 1.11.5. Отличается от примера 1.11.3 значением параметра ρ_e . В данном примере $\rho_e = 8$. Полученные результаты представлены на рис. 1.11.4.

Пример 1.11.6. В отличие от примера 1.11.3 падающее поле создается точечным источником, расположенным в точке $y_0 = (0, 0, 2)$,

$$u_0(x) = (\Gamma_e^{11}(x, y_0), \Gamma_e^{12}(x, y_0), \Gamma_e^{13}(x, y_0)),$$

Результаты расчетов на квадрате $|x^{1,2}| \leq 4,5, x^3 = 1$ изображены на рис. 1.11.6.

Пример 1.11.7. Отличается от примера 1.11.6 координатами источника упругих волн, который расположен в точке $y_0 = (0, 5, 0, 5)$.

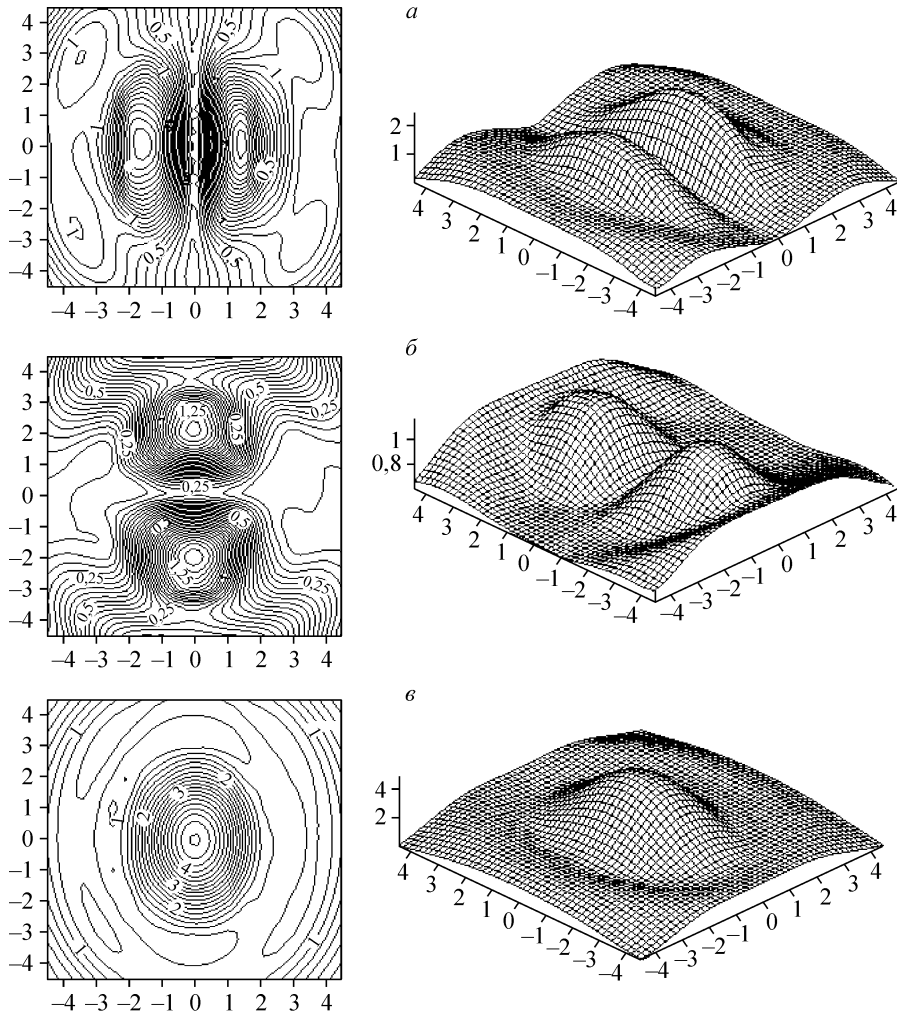


Рис. 1.11.4. Линии уровня и проективные поверхности (пример 1.11.4): η_e^1 (а); η_e^2 (б); η_e^3 (в).

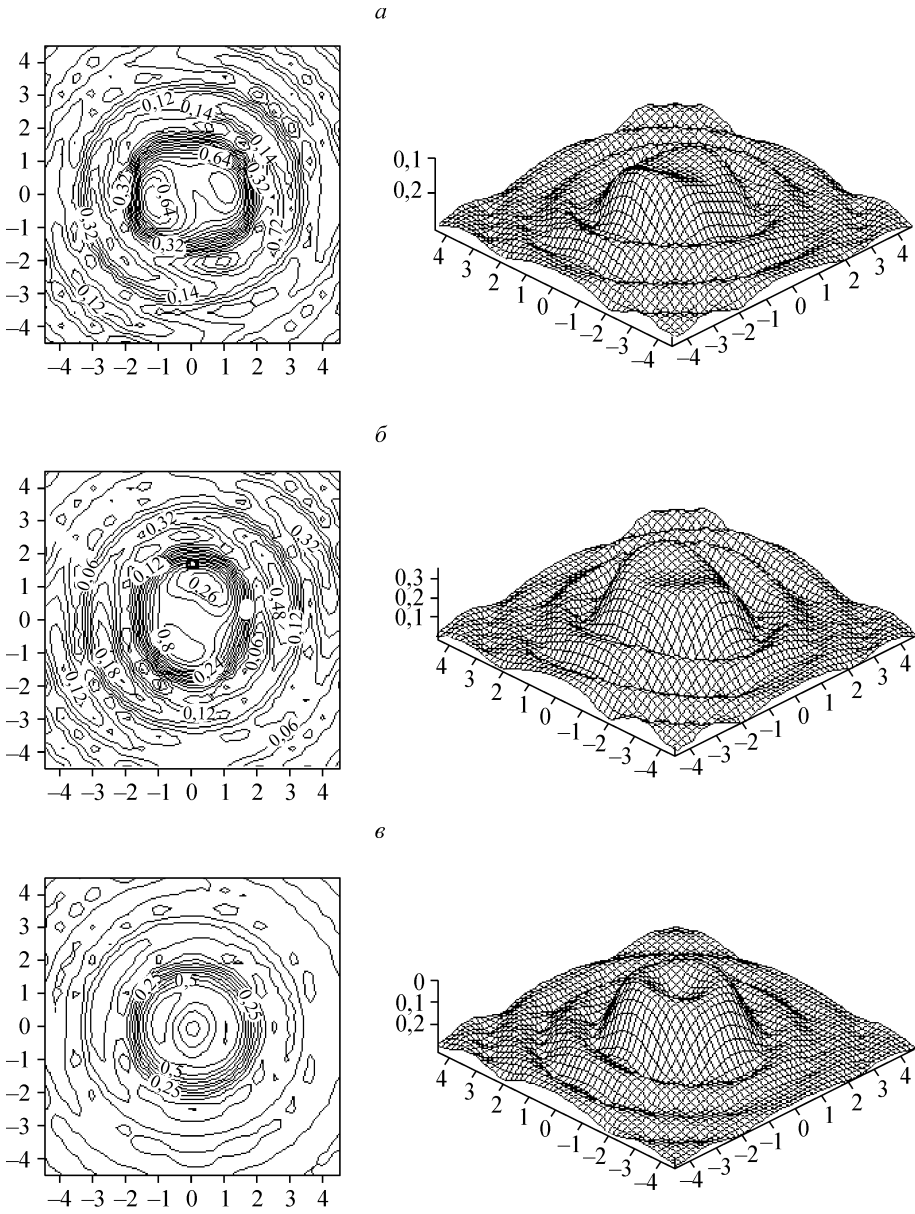


Рис. 1.11.5. Линии уровня и проективные поверхности (пример 1.11.5):
 η_e^1 (a); η_e^2 (б); η_e^3 (в).

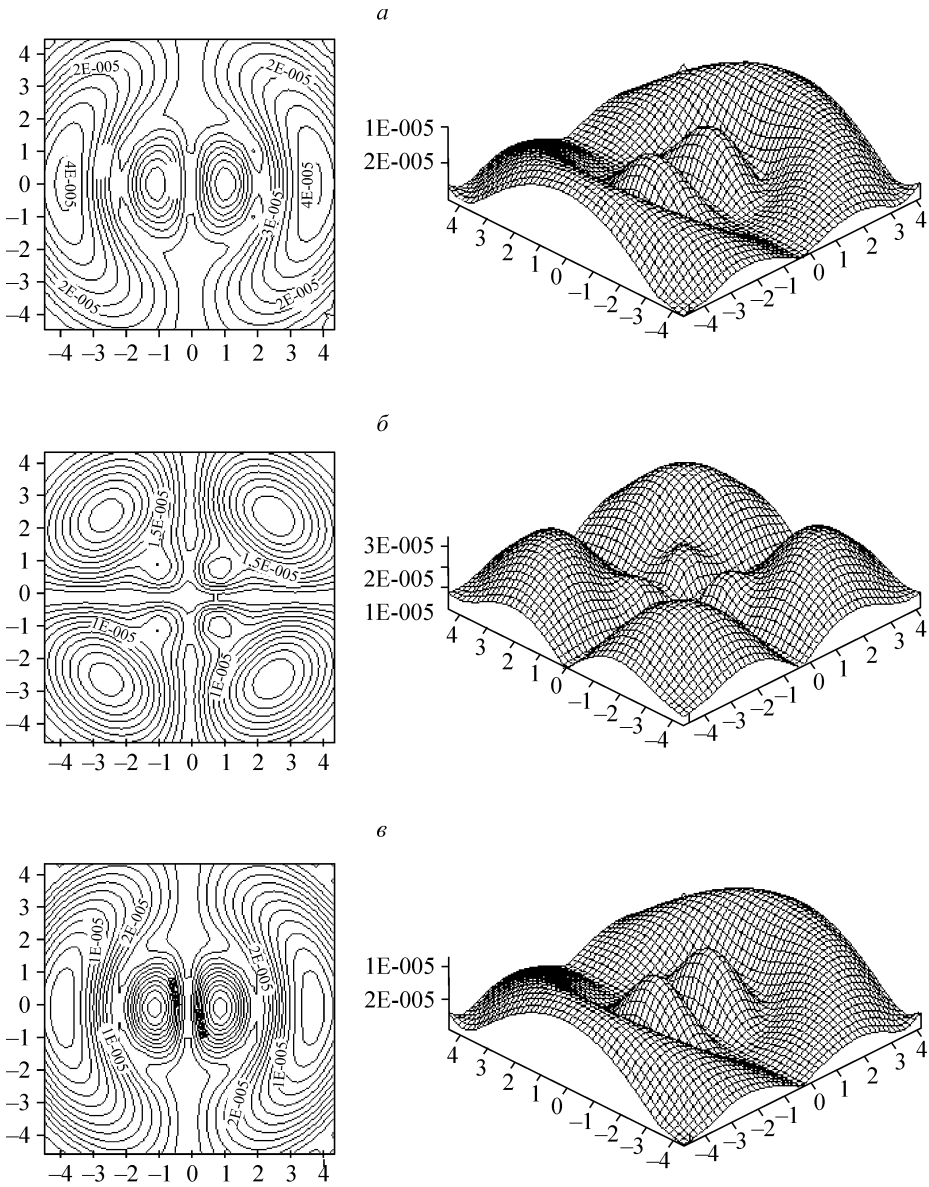


Рис. 1.11.6. Линии уровня и проективные поверхности (пример 1.11.6): η_e^1 (а); η_e^2 (б); η_e^3 (в).

Результаты расчетов даны на рис. 1.11.7.

Пример 1.11.8. В отличие от примера 1.11.6 $\rho_e = 4$. Результаты расчетов представлены на рис. 1.11.8.

Результаты численных экспериментов показывают, что применяемый метод позволяет с высокой точностью находить приближенные решения достаточно ши-

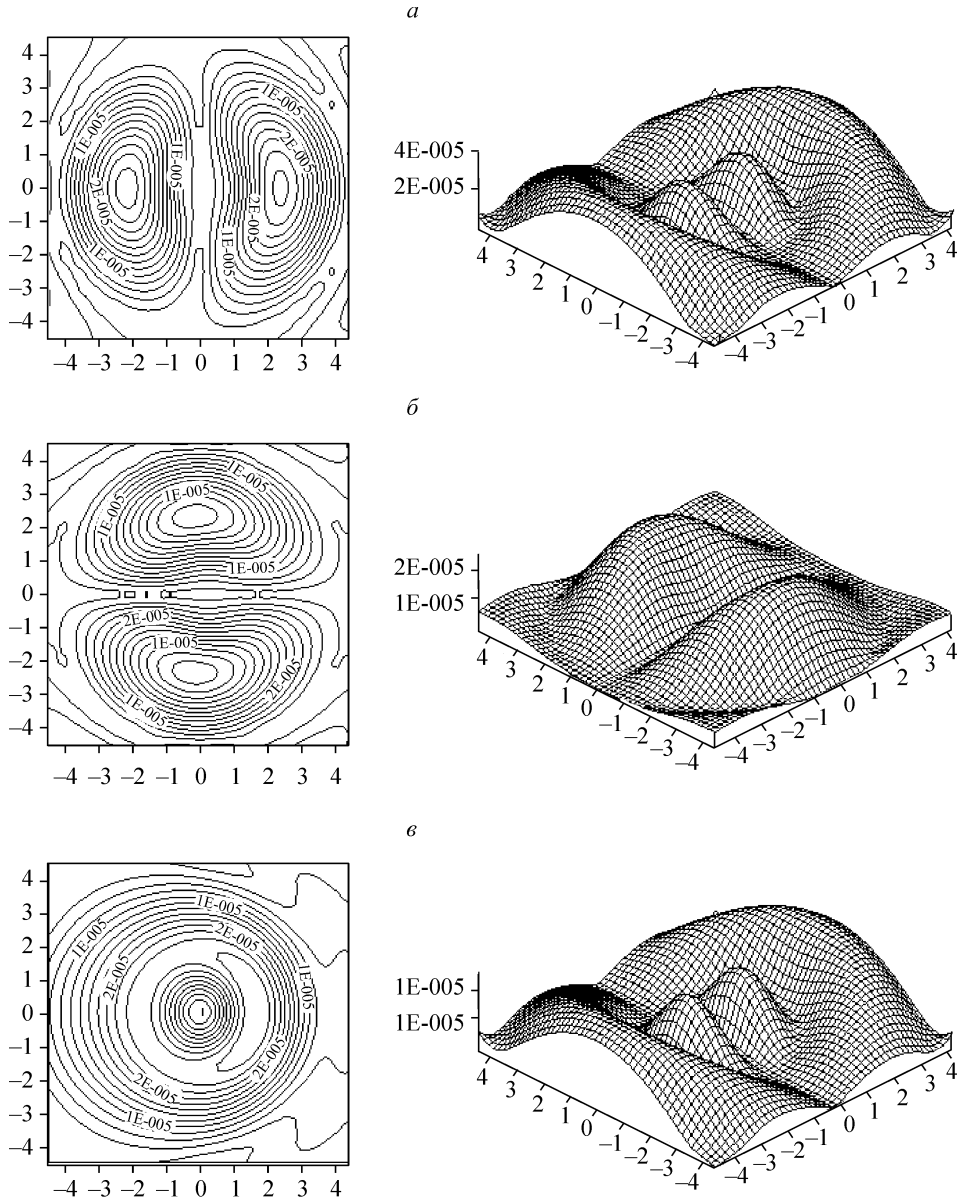


Рис. 1.11.7. Линии уровня и проективные поверхности (пример 1.11.7): η_e^1 (а); η_e^2 (б); η_e^3 (в).

рокого круга трехмерных задач дифракции упругих волн. При этом он не требует слишком больших вычислительных ресурсов и обеспечивает приемлемую точность вычислений даже при весьма небольшом числе узлов дискретизации.

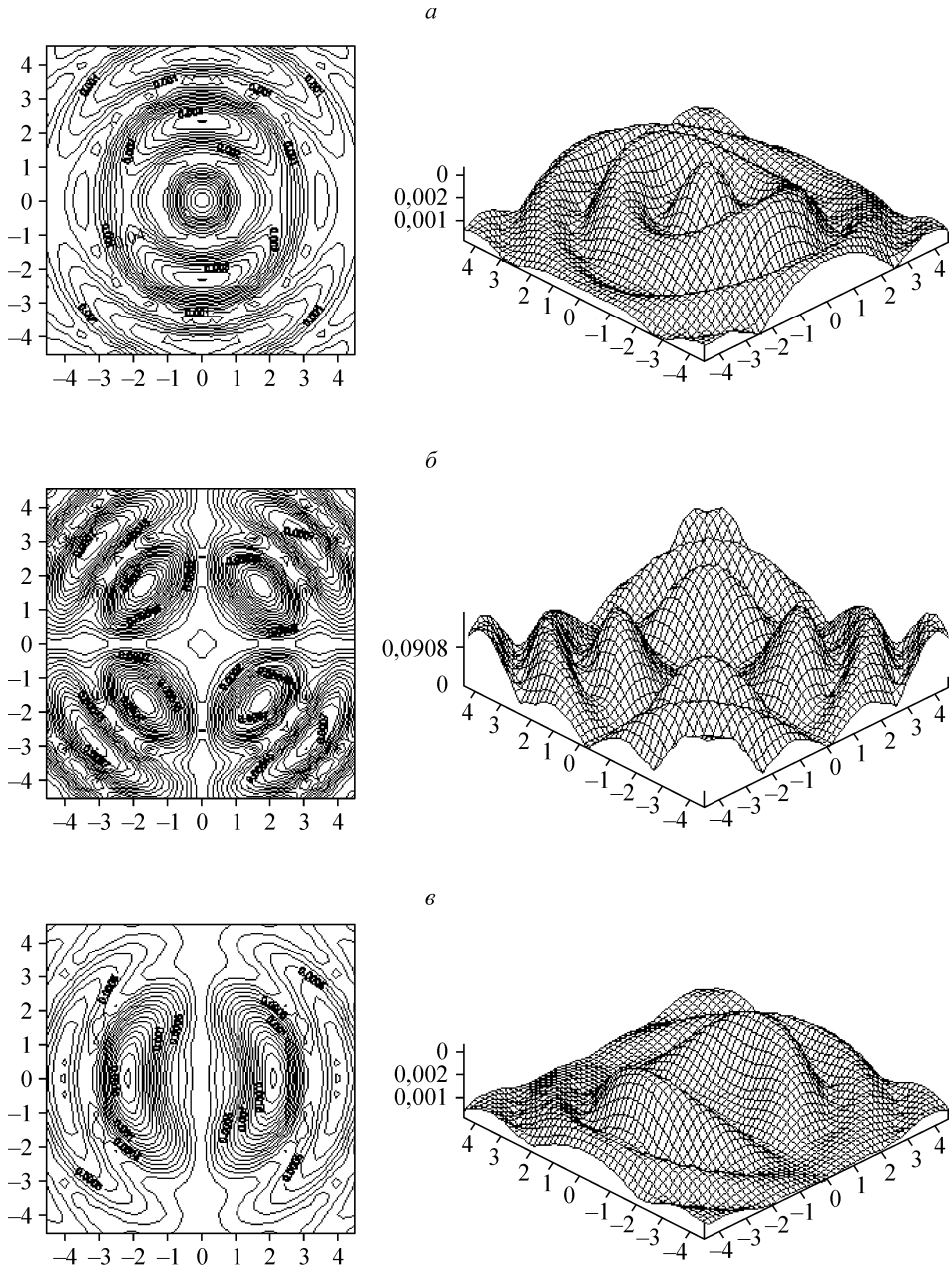


Рис. 1.11.8. Линии уровня и проективные поверхности (пример 1.11.8): $\eta_e^1(a)$; $\eta_e^2(b)$; $\eta_e^3(в)$.

1.12. ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ ДИФРАКЦИИ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

Рассматривается задача оптимального управления для стационарных уравнений дифракции акустических волн на трехмерном включении в безграничной однородной среде. Она заключается в минимизации L^2 -отклонения поля давлений звукового поля во включении от некоторого заданного за счет изменения источников поля во внешней среде. Доказана разрешимость задачи. Предложен алгоритм решения и обоснована его сходимости.

1.12.1. Постановка задачи

Пусть в пространстве R^3 , заполненном однородной изотропной средой, имеется однородное ограниченное изотропное включение Ω_i , ограниченное замкнутой поверхностью S . Обозначим $\Omega_e = R^3 \setminus \Omega_i$; $\rho_{i(e)}$, $c_{i(e)}$, $\gamma_{i(e)}$ — плотность, скорость распространения акустических колебаний и коэффициент поглощения в Ω_i и Ω_e соответственно.

Пусть в области Ω_e имеются источники звука. Обозначим через Φ_0 комплексную амплитуду поля давлений, возбужденного ими. Звуковые волны распространяются в пространстве и, достигая включения, рассеиваются на нем. В результате в области Ω_e возникают отраженные волны, а в области Ω_i появляются проходящие волны. Комплексная амплитуда $\tilde{\Phi}$ полного поля давлений равна Φ_i в Ω_i и $\tilde{\Phi}_e + \Phi_0$ в Ω_e , где Φ_i , $\tilde{\Phi}_e$ — комплексные амплитуды поля давлений проходящего и отраженного волновых полей. Они удовлетворяют уравнениям Гельмгольца

$$\Delta \Phi_i + k_i^2 \Phi_i = 0 \text{ в } \Omega_i, \quad \Delta \tilde{\Phi}_e + k_e^2 \tilde{\Phi}_e = 0 \text{ в } \Omega_e, \quad (1.12.1)$$

условиям непрерывности полного поля давлений и нормальных составляющих поля смещений при переходе через границу включения S

$$\Phi_i - \tilde{\Phi}_e = \Phi_0, \quad p_i \frac{\partial \Phi_i}{\partial n} - p_e \frac{\partial \tilde{\Phi}_e}{\partial n} = p_e \frac{\partial \Phi_0}{\partial n} \text{ на } S, \quad (1.12.2)$$

а также условию излучения

$$\frac{\partial \tilde{\Phi}_e}{\partial |x|} - ik_e \tilde{\Phi}_e = o(|x|^{-1}) \text{ при } |x| \rightarrow \infty, \quad (1.12.3)$$

которое заключается в требовании отсутствия волн, приходящих из бесконечности [Владимиров, 1988]. Здесь $\mathbf{n} = \mathbf{n}(x)$ — вектор единичной нормали к поверхности S (направленный в сторону Ω_e),

$$k_{i(e)}^2 = \frac{\omega(\omega + i\gamma_{i(e)})}{c_{i(e)}^2}, \quad p_{i(e)} = \frac{1}{\rho_{i(e)}\omega(\omega + i\gamma_{i(e)})}, \quad (1.12.4)$$

ω — круговая частота колебаний.

Отметим, что условия излучения Зоммерфельда (1.12.3) можно заменить на условие принадлежности решения некоторому функциональному пространству

[Ильинский и др., 1991]. В дальнейшем, при введении понятия обобщенного решения задачи дифракции, оно фактически будет заменено на $\tilde{\Phi}_e \in H^1(\Omega_e)$.

Задача дифракции акустических волн в однородной безграничной среде с включением заключается в нахождении комплекснозначных функций Φ_i , $\tilde{\Phi}_e$, удовлетворяющих уравнениям (1.12.1)—(1.12.3).

Исследованию задачи (1.12.1)—(1.12.3) посвящено большое число работ. Вопросы существования и единственности классического решения исследованы в [Смагин, 1990, 1995]. Для численного решения задачи применялись конечно-разностные и проекционно-сеточные методы [Самарский, 1977; Марчук, Агошков, 1981], а также алгоритмы, основанные на преобразовании исходных дифференциальных задач к эквивалентным им интегральным уравнениям при помощи прямого [Купрадзе и др., 1976; Колтон, Кресс, 1987] и непрямого [Смагин, 1990, 1995; Ершов, Смагин, 1993, 2002] вариантов метода интегральных уравнений.

Различные обратные задачи и задачи оптимизации для уравнений акустики рассматривались ранее в [Kirsch, 1982; Колтон, Кресс, 1987; Горюнов, Сасковец, 1989; Habbal, 1998; Kress, Rundell, 2001; Yanzhao Cao, Stanescu, 2002; Angell, Kirsch, 2004; Савенкова, 2007].

Целью настоящей работы является исследование следующей задачи оптимального управления: изменяя источники звука в Ω_e (т. е. управлением является Φ_0), минимизировать отклонение поля давлений в Ω_i (либо на некотором $Q \subset \Omega_i$) от некоторого требуемого. При этом изменение источников звука не должно быть «большим». Эти условия можно записать в виде

$$\frac{1}{2} \int_Q |\Phi_i - \Phi_d|^2 dx + \frac{\lambda}{2} \|\Phi_0 - F_d\|^2 \rightarrow \min,$$

где $\lambda \geq 0$, $\|\cdot\|$ — некоторая норма. Сделаем замену

$$\tilde{\Phi}_e = \Phi_e - \Phi_F,$$

где Φ_F — решение внешней задачи Дирихле:

$$\begin{aligned} \Delta \Phi_F + k_e^2 \Phi_F &= 0 \text{ в } \Omega_e, \\ \Phi_F &= \Phi_0 \text{ на } S, \\ \frac{\partial \Phi_F}{\partial |x|} - ik_e \Phi_F &= o(|x|^{-1}) \text{ при } |x| \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Тогда сформулированная выше задача управления принимает вид

$$\Delta \Phi_i + k_i^2 \Phi_i = 0 \text{ в } \Omega_i, \tag{1.12.5}$$

$$\Delta \Phi_e + k_e^2 \Phi_e = 0 \text{ в } \Omega_e, \tag{1.12.6}$$

$$\Phi_i - \Phi_e = g \text{ на } S, \quad p_i \frac{\partial \Phi_i}{\partial n} - p_e \frac{\partial \Phi_e}{\partial n} = f, \text{ на } S, \tag{1.12.7}$$

$$\frac{\partial \Phi_e}{\partial |x|} - ik_e \Phi_e = o(|x|^{-1}) \text{ при } |x| \rightarrow \infty, \tag{1.12.8}$$

где $g = 0$, $f = \rho_e \partial \left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial n} - \frac{\partial \Phi_F}{\partial n} \right) / \partial n$ — неизвестная функция (управление). Экстремальное условие можно записать в виде

$$\frac{1}{2} \int_Q |\Phi_i - \Phi_d|^2 dx + \frac{\lambda}{2} \int_S |f - f_d|^2 ds \rightarrow \min, \quad f \in K, \quad (1.12.9)$$

где f_d — заданная на S функция, K — некоторое множество функций, заданных на S .

Отметим, что если функцию $\tilde{\Phi}_e$ искать в виде $\tilde{\Phi}_e = \Phi_e - \Phi_F$, где Φ_F — решение внешней задачи Неймана:

$$\begin{aligned} \Delta \Phi_F + k_e^2 \Phi_F &= 0 \quad \text{в } \Omega_e, & \frac{\partial \Phi_F}{\partial n} &= \frac{\partial \Phi_0}{\partial n} \quad \text{на } S, \\ \frac{\partial \Phi_F}{\partial |x|} - ik_e \Phi_F &= o(|x|^{-1}) \quad \text{при } |x| \rightarrow \infty, \end{aligned}$$

то задача управления принимает вид

$$\begin{aligned} \Delta \Phi_i + k_i^2 \Phi_i &= 0 \quad \text{в } \Omega_i, & \Delta \tilde{\Phi}_e + k_e^2 \Phi_e &= 0 \quad \text{в } \Omega_e, \\ \Phi_i - \Phi_e &= g \quad \text{на } S, & p_i \frac{\partial \Phi_i}{\partial n} - p_e \frac{\partial \Phi_e}{\partial n} &= 0, \quad \text{на } S, \\ \frac{\partial \Phi_e}{\partial |x|} - ik_e \Phi_e &= o(|x|^{-1}) \quad \text{при } |x| \rightarrow \infty, \\ \frac{1}{2} \int_Q |\Phi_i - \Phi_d|^2 dx + \frac{\lambda}{2} \|g - g_d\|^2 &\rightarrow \min, \end{aligned}$$

где $g = \Phi_0 - \Phi_F$ — неизвестная функция (управление), g_d — заданная на S функция. Однако, такая математическая формулировка неудобна по следующей причине. Если выбрать норму $\|\cdot\| = \|\cdot\|_{L^2(\Gamma)}$, то не удастся доказать существование решения задачи (в классе $\Phi \in H^1$). Если же положить $\|\cdot\| = \|\cdot\|_{H^{1/2}(\Gamma)}$, то решение задачи существует. Однако, норму $\|\cdot\|_{H^{1/2}(\Gamma)}$ вычислить практически невозможно.

В настоящей работе проведено исследование корректности задачи (1.12.5)—(1.12.9), предложен алгоритм решения и обоснована его сходимость.

Далее всюду считаем, что $S \in C^{1,\beta}$, $\beta > 0$; $Q \subset \Omega_i$ — область с границей из $C^{0,1}$ либо поверхность класса $C^{0,1}$; ω , $c_{i(e)}$, $\rho_{i(e)} > 0$, λ , $\gamma_{i(e)} \geq 0$ — заданные вещественные числа, комплексные $k_{i(e)}$ и $p_{i(e)}$ определяются (1.12.4). Отметим, что

$$p_{i(e)} k_{i(e)}^2 = c_{i(e)}^{-2} \rho_{i(e)}^{-1} > 0.$$

1.12.1. Разрешимость задачи дифракции

В этом разделе мы введем понятие обобщенного решения задачи дифракции (1.12.5)—(1.12.8), докажем его существование и единственность.

Введем обозначения: $W_p^s(D)$ ($s \in \mathbb{R}$, $p \in [1, \infty)$) — пространство Соболева комплекснозначных функций, заданных на множестве D , которое может быть областью либо поверхностью в \mathbb{R}^d . $H^s(D) = W_2^s(D)$, $L^p(D) = W_p^0(D)$. Далее всюду обозначаем

$$\Phi_i = \Phi|_{\Omega_i}, \quad \Phi_e = \Phi|_{\Omega_e}$$

для любой функции Φ , заданной в $\Omega_i \cup \Omega_e$. Аналогично, если функции Φ_i и Φ_e заданы в областях Ω_i и Ω_e соответственно, то через Φ обозначаем функцию

$$\Phi = \begin{cases} \Phi_i & \text{в } \Omega_i, \\ \Phi_e & \text{в } \Omega_e. \end{cases}$$

$H^1(\mathbb{R}^3/S)$ — гильбертово пространство, состоящее из всех функций Φ , для которых $\Phi_i \in H^1(\Omega_i)$, $\Phi_e \in H^1(\Omega_e)$. Через $v|_S$ обозначаем след функции v на S . Если X — некоторое нормированное пространство, то X^* — пространство линейных непрерывных функционалов, определенных на X . Значение функционала $f \in X^*$ на элементе $x \in X$ обозначаем $\langle f, x \rangle$.

Лемма 1.12.1. Пусть коэффициент поглощения $\gamma_e > 0$. Тогда любое решение $\Phi_i \in C^1(\bar{\Omega}_i) \cap C^2(\Omega_i)$, $\Phi_e \in C^1(\Omega_e \cup S) \cap C^2(\Omega_e)$ задачи дифракции (1.12.5)–(1.12.8) удовлетворяет соотношениям

$$\Phi \in H^1(\mathbb{R}^3 \setminus S),$$

$$\begin{aligned} p_i \int_{\Omega_i} (\nabla \Phi_i \nabla v + k_i^2 \Phi_i v) dx + p_e \int_{\Omega_e} (\nabla \Phi_e \nabla v + k_e^2 \Phi_e v) dx = \\ = \langle f, v|_S \rangle \quad \forall v \in H^1(\mathbb{R}^3), \end{aligned} \tag{1.12.10}$$

$$\Phi_i|_S - \Phi_e|_S = g. \tag{1.12.11}$$

Доказательство. Так как $\gamma_e > 0$, то $\text{Im } k_e^2 > 0$, $\text{Im } p_e > 0$. Докажем сначала, что $\Phi_e \in H^1(\Omega_e)$. Пусть R — достаточно большое положительное вещественное число. $S_R = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| = R\}$. Как хорошо известно (см. [Колтон, Кресс, 1987; Владимиров, 1988]),

$$\Phi_e(x) = O(|x|^{-1}) \quad \text{при } |x| \rightarrow +\infty.$$

Из последнего и условия излучения (1.12.8) вытекает

$$\|\Phi_e\|_{L^2(S_R)} \leq C_2, \quad \left\| \frac{\partial \Phi_e}{\partial |x|} - ik_e \Phi_e \right\|_{L^2(S_R)} \leq C_1, \tag{1.12.12}$$

постоянные C_1 и C_2 не зависят от R . Умножим уравнение (1.12.6) на $\bar{\Phi}_e$ и проинтегрируем по области $\Omega_R = \{x \in \Omega_e : |x| < R\}$. Используя первую формулу Грина, получаем

$$-\int_{\Omega_R} \nabla \Phi_e \nabla \bar{\Phi}_e dx + k_e^2 \int_{\Omega_R} |\Phi_e|^2 dx = \int_S \frac{\partial \Phi_e}{\partial n} \bar{\Phi}_e ds - \int_{S_R} \frac{\partial \Phi_e}{\partial |x|} \bar{\Phi}_e dS. \tag{1.12.13}$$

Из неравенства Гельдера вытекает

$$\begin{aligned} \left| \int_{S_R} \frac{\partial \Phi_e}{\partial |x|} \bar{\Phi}_e ds \right| &= \left| \int_{S_R} \left(\frac{\partial \Phi_e}{\partial |x|} - ik_e \Phi_e \right) \bar{\Phi}_e ds + \int_{S_R} ik_e \Phi_e \bar{\Phi}_e ds \right| \leq \\ &\leq \left\| \frac{\partial \Phi_e}{\partial |x|} - ik_e \Phi_e \right\|_{L^2(S_R)} \|\Phi_e\|_{L^2(S_R)} + |k_e| \|\Phi_e\|_{L^2(S_R)}^2. \end{aligned}$$

Возьмем мнимую часть (1.12.13). Используя (1.12.12), последнее неравенство и условие $\text{Im} k_e^2 > 0$, получаем

$$\int_{\Omega_R} |\Phi_e|^2 dx \leq C_3,$$

где C_3 не зависит от R . Рассматривая вещественную часть (1.12.13), приходим к выводу

$$\int_{\Omega_R} \nabla \Phi_e \nabla \bar{\Phi}_e dx \leq C_4,$$

C_4 не зависит от R . Так как два последних неравенства выполняются для сколь угодно большого R , то

$$\Phi_e \in H^1(\Omega_e).$$

Осталось доказать выполнение (1.12.10). Возьмем любую функцию $v \in H^1(R^3)$. Умножим уравнение (1.12.5) на $p_i v$ и проинтегрируем по Ω_i , уравнение (1.12.6) умножим на $p_e v$ и интегрируем по Ω_R . Сложим полученные уравнения, используем первую формулу Грина и второе из условий сопряжения (1.12.7). В итоге получим

$$\begin{aligned} &-p_i \int_{\Omega_i} \nabla \Phi_i \nabla v dx + p_i k_i^2 \int_{\Omega_i} \Phi_i v dx - \\ &-p_e \int_{\Omega_R} \nabla \Phi_e \nabla v dx + p_e k_e^2 \int_{\Omega_R} \Phi_e v dx = -\langle f, v|_S \rangle - \int_{S_R} \frac{\partial \Phi_e}{\partial |x|} v dS. \end{aligned} \quad (1.12.14)$$

Нетрудно заметить, что

$$\left\| \frac{\partial \Phi_e}{\partial |x|} - ik_e \Phi_e \right\|_{L^2(S_R)} \rightarrow 0, \quad \|\Phi_e\|_{L^2(S_R)} \rightarrow 0, \quad \|v\|_{L^2(S_R)} \rightarrow 0 \quad \text{при } R \rightarrow +\infty.$$

Первый предел вытекает из (1.12.8), второй и третий — из принадлежности $\Phi_e, v \in H^1(\Omega_e)$. Следовательно, при $R \rightarrow +\infty$ имеем

$$\left| \int_{S_R} \frac{\partial \Phi_e}{\partial |x|} v dS \right| \leq \left\| \frac{\partial \Phi_e}{\partial |x|} - ik_e \Phi_e \right\|_{L^2(S_R)} \|v\|_{L^2(S_R)} + |k_e| \|\Phi_e\|_{L^2(S_R)} \|v\|_{L^2(S_R)} \rightarrow 0.$$

Переходя к пределу в (1.12.14) при $R \rightarrow +\infty$ получаем (1.12.10). Лемма доказана.

Определение. Функцию $\Phi \in H^1(R^3, S)$, удовлетворяющую (1.12.10), (1.12.11) будем называть *обобщенным решением* задачи дифракции (1.12.5)—(1.12.8).

Согласно лемме 1.12.1, любое классическое решение задачи (1.12.5)—(1.12.8) является обобщенным. Далее (следствие 1.12.1) мы докажем, что при достаточно гладких исходных данных обобщенное решение является классическим. Значит, определение введено корректно.

Лемма 1.12.2. Пусть $\gamma_{i(e)} > 0$, $F \in (H^1(R^3))^*$. Тогда существует единственное решение $\Phi \in H^1(R^3)$ уравнения

$$-p_i \int_{\Omega_i} \nabla \Phi \nabla v \, dx + p_i k_i^2 \int_{\Omega_i} \Phi v \, dx - p_e \int_{\Omega_e} \nabla \Phi \nabla v \, dx + p_e k_e^2 \int_{\Omega_e} \Phi v \, dx = \langle F, v \rangle \quad \forall v \in H^1(R^3), \quad (1.12.15)$$

причем имеет место априорная оценка:

$$\|\Phi\|_{H^1(R^3)} \leq C \|F\|_{(H^1(R^3))^*}, \quad (1.12.16)$$

где постоянная C не зависит от Φ и F .

Доказательство. Введем оператор $A: H^1(R^3) \rightarrow (H^1(R^3))^*$, действующий по правилу: $\langle A\Phi, v \rangle$ равно левой части в (1.12.15) для любых $\Phi, v \in H^1(R^3)$. Очевидно, что A линейный и непрерывный. Уравнение (1.12.15) эквивалентно $A\Phi = F$.

Докажем сначала оценку (1.12.16). Рассмотрим мнимую часть уравнения

$$\langle A\Phi, \bar{\Phi} \rangle = \langle F, \bar{\Phi} \rangle.$$

Так как $\text{Im}(p_{i(e)} k_{i(e)}^2) = 0$, $\text{Im} p_{i(e)} > 0$, то нетрудно заметить, что

$$\|\nabla \Phi\|_{L^2(R^3)}^2 \leq C_1 \|F\|_{(H^1(R^3))^*} \|\Phi\|_{H^1(R^3)}.$$

Тогда, рассматривая вещественную часть этого же уравнения и учитывая, что $\text{Re}(p_{i(e)} k_{i(e)}^2) > 0$, получаем

$$\|\Phi\|_{L^2(R^3)}^2 \leq C_2 \|F\|_{(H^1(R^3))^*} \|\Phi\|_{H^1(R^3)}.$$

Постоянные C_1 и C_2 не зависят от Φ и F . Из двух последних неравенств вытекает (1.12.16). Значит, ядро A нулевое. Докажем, что $\ker A^*$ (ядро сопряженного к A оператора) также нулевое. Пусть $\Phi \in \ker A^*$. Тогда

$$0 = \langle A^* \Phi, \bar{\Phi} \rangle = \langle A^* \bar{\Phi}, \Phi \rangle$$

и, повторяя приведенные выше рассуждения, получаем $\Phi = 0$. Значит, $\ker A^* = \{0\}$. Следовательно, образ A плотен в $(H^1(R^3))^*$ (см. [Треногин, 1980]). Априорная оценка (1.12.16) эквивалентна неравенству

$$\|\Phi\|_{H^1(R^3)} \leq C \|A\Phi\|_{(H^1(R^3))^*},$$

из которого вытекает, что образ A замкнут [Там же]. Значит, он совпадает с $(H^1(R^3))^*$. Следовательно, уравнение $A\Phi = F$ имеет единственное решение для любого $F \in (H^1(R^3))^*$. Лемма доказана.

Теорема 1.12.1. Пусть $\gamma_{i(e)} > 0$, $g \in H^{1/2}(S)$, $f \in H^{-1/2}(S)$. Тогда существует единственное обобщенное решение задачи дифракции (1.12.5)—(1.12.8), причем

$$\|\Phi\|_{H^1(R^3, S)} \leq C \left(\|f\|_{H^{-1/2}(S)} + \|g\|_{H^{1/2}(S)} \right), \quad (1.12.17)$$

а постоянная C не зависит от Φ , f и g .

Доказательство. Функцию g можно непрерывным образом продолжить в Ω_i до функции из $H^1(\Omega_i)$. Обозначим продолжение через $\tilde{g} \in H^1(\Omega_i)$. Будем искать решение в виде $\Phi = \Phi_g + \Psi$, где

$$\Phi_g = \begin{cases} \tilde{g} & \text{в } \Omega_i, \\ 0 & \text{в } \Omega_e. \end{cases}$$

Новая неизвестная функция $\Psi \in H^1(R^3, S)$ должна удовлетворять уравнению (1.12.15), в котором заменяем Φ на Ψ и полагаем

$$\langle F, v \rangle = p_i \int_{\Omega_i} (\nabla \tilde{g} \nabla v - k_i^2 \tilde{g} v) dx - \langle f, v|_S \rangle,$$

а также граничному условию

$$\Psi_i|_S - \Psi_e|_S = 0.$$

Последнее эквивалентно $\Psi \in H^1(R^3)$. Согласно лемме 1.12.1, функция Ψ существует и единственна, причем

$$\|\Psi\|_{H^1(R^3)} \leq C \|F\|_{(H^1(R^3))'} \leq C_1 \|g\|_{H^{1/2}(S)} + C_2 \|f\|_{H^{-1/2}(S)}.$$

Из последней оценки и очевидного неравенства

$$\|\Phi\|_{H^1(R)} \leq C_3 \left(\|g\|_{H^{1/2}(S)} + \|\Psi\|_{H^1(R)} \right)$$

вытекает (1.12.17). Теорема доказана.

Следствие 1.12.1. Пусть $\gamma_{i(e)} > 0$, $f \in C^{0,\alpha}(S)$, $g \in C^{1,\alpha}(S)$ ($\alpha > 0$). Тогда обобщенное решение задачи дифракции (1.12.5)—(1.12.8) является классическим.

Доказательство. Из условия следствия вытекает, что классическое решение существует и единственно (см., например, [Смагин, 1995. С. 62]). Согласно лемме 1.12.1, оно является обобщенным. По теореме 1.12.1, обобщенное решение единственно. Значит, классическое и обобщенное решения совпадают. Следствие доказано.

Из теоремы 1.12.1 вытекает, что линейное отображение, которое каждой паре $f \in H^{-1/2}(S)$, $g \in H^{1/2}(S)$ ставит в соответствие обобщенное решение Φ задачи дифракции (1.12.5)—(1.12.8), является непрерывным. Вложение $L^2(S) \subset H^{-1/2}(S)$ компактно. Значит, имеет место.

Следствие 1.12.2. Пусть $\gamma_{i(e)} > 0$, $g \in H^{1/2}(S)$. Тогда аффинное отображение, которое каждой функции $f \in L^2(S)$ ставит в соответствие обобщенное решение Φ задачи дифракции (1.12.5)—(1.12.8), является усиленно непрерывным.

Напомним, что отображение называется усиленно непрерывным, если оно слабо сходящиеся последовательности переводит в сильно сходящиеся.

1.12.2. Разрешимость задачи оптимального управления

Обозначим, для краткости, целевой функционал через

$$J(\Phi, f) = \frac{1}{2} \int_Q |\Phi_t - \Phi_d|^2 dx + \frac{\lambda}{2} \int_S |f - f_d|^2 dS.$$

Считаем, что множество допустимых управлений $K \subset L^2(S)$. Определим множество допустимых пар «состояние—управление»:

$$U = \{(\Phi, f) \in H^1(R^3, S) \times K : \Phi \text{ — обобщенное решение (1.12.5)—(1.12.8)}\}.$$

Определение. Пару (Φ^*, f^*) , удовлетворяющую соотношениям

$$(\Phi^*, f^*) \in U, \quad J(\Phi^*, f^*) \leq J(\Phi, f) \quad \forall (\Phi, f) \in U,$$

будем называть решением задачи управления (1.12.5)—(1.12.9).

Лемма 1.12.3. Пусть $\gamma_{i(e)} > 0$, $g \in H^{1/2}(S)$, K — выпуклое замкнутое множество в $L^2(S)$. Тогда множество U выпуклое и слабо замкнутое в $H^1(R^3, S) \times L^2(S)$.

Доказательство. Выпуклость U очевидна. Из замкнутости K и следствия 1.12.2 вытекает замкнутость множества U . Значит, U слабо замкнуто [Треногин, 1980]. Лемма доказана.

Теорема 1.12.2. Пусть $\gamma_{i(e)} > 0$, $g \in H^{1/2}(S)$, $\Phi_d \in L^2(Q)$, $f_d \in L^2(S)$, K — выпуклое замкнутое непустое множество из $L^2(S)$, причем либо $\lambda > 0$, либо множество K ограничено. Тогда существует единственное решение задачи управления (1.12.5)—(1.12.9).

Доказательство. Единственность решения вытекает из выпуклости множества U и строгой выпуклости функционала J . Докажем существование. Функционал J ограничен снизу. Значит, он имеет точную нижнюю грань на U . Следовательно, существует минимизирующая последовательность

$$(\Phi_n, f_n) \in U, \quad J(\Phi_n, f_n) \rightarrow j = \inf_{(\Phi, f) \in U} J(\Phi, f).$$

Последовательность f_n ограничена. Если $\lambda > 0$, то это вытекает из очевидно-го неравенства

$$\frac{\lambda}{2} \|f_n - f_d\|_{L^2(S)}^2 \leq J(\Phi_n, f_n).$$

Если $\lambda = 0$, то из ограниченности множества K .

Значит, можно извлечь подпоследовательность $f_{n_k} \rightarrow f^*$ слабо в $H^{1/2}(S)$. Тогда $\Phi_{n_k} \rightarrow \Phi^*$ в $H^1(R^3, S)$ (следствие 1.12.2). Так как множество U слабо замкнуто, то $(\Phi^*, f^*) \in U$. Функционал J конечный и выпуклый. Следовательно, он слабо полунепрерывен снизу. Значит,

$$J(\Phi^*, f^*) \leq \liminf_{n_k \rightarrow \infty} J(\Phi_{n_k}, f_{n_k}) = \lim_{n_k \rightarrow \infty} J(\Phi_{n_k}, f_{n_k}) = j.$$

Это возможно только при $J(\Phi^*, f^*) = j$, т. е. (Φ^*, f^*) — решение задачи (1.12.5)—(1.12.9). Теорема доказана.

1.12.3. Конечномерная аппроксимация задачи оптимального управления

Так как пространство $L^2(S)$ сепарабельно, то существует счетное множество

$$\{e_k\}_{k=1}^{\infty} \subset L^2(S),$$

линейная оболочка которого плотна в $L^2(S)$. Возьмем любое натуральное n . Положим

$$K_n = K \cap \text{Span} \{e_k\}_{k=1}^n.$$

Здесь $\text{Span} \{e_k\}_{k=1}^n$ — линейная оболочка множества $\{e_k\}_{k=1}^n$. Очевидно, что последовательность множеств K_n возрастающая. Если множество K выпуклое и замкнутое, то K_n также выпуклое и замкнутое.

Через U_n обозначим множество пар (Φ, f) таких, что $f \in K_n$, Φ — обобщенное решение задачи (1.12.5)—(1.12.8), т. е.

$$U_n = \{(\Phi, f) \in U : f \in K_n\} \text{ — подмножество } U.$$

Поставим задачу. Найти функции $(\Phi^{(n)}, f^{(n)})$, удовлетворяющие соотношениям:

$$(\Phi^{(n)}, f^{(n)}) \in U_n, \quad J(\Phi^{(n)}, f^{(n)}) \leq J(\Phi, f) \quad \forall (\Phi, f) \in U_n. \quad (1.12.18)$$

Замечание. Задачу (1.12.18) можно рассматривать как конечномерную в следующем смысле. $\Phi^{(n)}$ однозначно определяется управлением $f^{(n)}$. Значит, можно считать неизвестной только функцию $f^{(n)}$, которая ищется в конечномерном пространстве.

Теорема 1.12.3. Пусть линейная оболочка множества $\{e_k\}_{k=1}^{\infty}$ плотна в $L^2(S)$, $\gamma_{i(e)} > 0$, $g \in H^{1/2}(S)$, $\Phi_d \in L^2(Q)$, $f_d \in L^2(S)$, K — выпуклое замкнутое множество из $L^2(S)$, имеющее внутренние точки, причем либо K ограничено, либо $\lambda > 0$. Тогда:

а) существует номер N такой, что для любого $n \geq N$ существует единственное решение задачи (1.12.18);

б) при $n \rightarrow \infty$

$$\Phi^{(n)} \rightarrow \Phi^* \text{ сильно в } H^1(R^3, S), \quad f^{(n)} \rightarrow f^* \text{ слабо в } L^2(S), \quad (1.12.19)$$

$$J(\Phi^{(n)}, f^{(n)}) \rightarrow J(\Phi^*, f^*), \quad (1.12.20)$$

где (Φ^*, f^*) — решение задачи управления (1.12.5)—(1.12.9);

в) если дополнительно $\lambda > 0$, то

$$\|f^{(n)} - f^*\|_{L^2(S)} \rightarrow 0. \quad (1.12.21)$$

Доказательство теоремы разобьем на несколько этапов в виде лемм.

Лемма 1.12.4. Пусть выполняются условия теоремы 1.12.3. Тогда для любой пары $(\Phi, f) \in U$ существует последовательность $(\Phi_n, f_n) \in U_n$ такая, что

$$\Phi_n \rightarrow \Phi \text{ в } H^1(R^3, S), \quad f_n \rightarrow f \text{ в } L^2(S) \quad \text{при } n \rightarrow \infty.$$

Доказательство. $(\Phi, f) \in U$. Так как множество K выпуклое и имеет внутренние точки, то любая его граничная точка является пределом некоторой после-

довательности внутренних точек. Тогда используя плотность $\text{Span} \{e_k\}_1^\infty$ в $L^2(S)$ и вложения

$$K_1 \subset K_2 \subset \dots K_n \subset \dots,$$

нетрудно доказать существование последовательности

$$f_n \in K_n, \quad f_n \rightarrow f \text{ в } L^2(S).$$

Пусть Φ_n — обобщенное решение (1.12.5)—(1.12.8) при $f = f_n$. Тогда $\Phi_n \rightarrow \Phi$ в $H^1(R^3, S)$ (следствие 1.12.2). Так как $(\Phi_n, f_n) \in U_n$, то лемма доказана.

Согласно лемме 1.12.4, множество K_n не пусто при любом достаточно большом n . Утверждение (а) теоремы 1.12.3 вытекает из теоремы 1.12.2. Осталось доказать утверждения (б) и (в).

Лемма 1.12.5. Пусть выполняются условия теоремы 1.12.3. Тогда последовательность решений $(\Phi^{(n)}, f^{(n)})$ равномерно ограничена по n , т. е. существует постоянная C , не зависящая от n , такая что

$$\|\Phi^{(n)}\|_{H^1(R^3, S)} + \|f^{(n)}\|_{L^2(S)} \leq C.$$

Доказательство. В силу априорной оценки (1.12.17) и непрерывности вложения $L^2(S) \subset H^{-1/2}(S)$ достаточно показать ограниченность последовательности $f^{(n)}$. Если $\lambda = 0$, то это вытекает из ограниченности множества K . Пусть $\lambda > 0$. Возьмем любое N такое, что $K_N \neq \emptyset$. Так как $U_N \subset U_n$ при $n \geq N$, то, по определению $(\Phi^{(n)}, f^{(n)})$,

$$\frac{\lambda}{2} \|f^{(n)} - f^*\|_{L^2(S)} \leq J(\Phi^{(n)}, f^{(n)}) \leq J(\Phi^{(N)}, f^{(N)}) \quad \forall n \geq N.$$

Следовательно, последовательность f_n ограничена. Лемма доказана.

Лемма 1.12.6. Пусть выполняются условия теоремы 1.12.3, $(\Phi^{(n)}, f^{(n)})$ — подпоследовательность решений задач (1.12.18). Тогда, если

$$f^{(n)} \rightarrow f^* \text{ слабо в } L^2(S), \tag{1.12.22}$$

то f^* , вместе с соответствующим решением Φ^* задачи (1.12.5)—(1.12.8), является решением задачи управления (1.12.5)—(1.12.9), причем

$$J(\Phi^{(n)}, f^{(n)}) \rightarrow J(\Phi^*, f^*). \tag{1.12.23}$$

Если дополнительно $\lambda > 0$, то выполняется (1.12.21).

Доказательство. По следствию 1.12.2, выполняется сходимости $\Phi^{(n)} \rightarrow \Phi^*$ в $H^1(R^3, S)$. Так как $U_n \subset U$, множество U слабо замкнуто, то $(\Phi^*, f^*) \in U$. Докажем, что (Φ^*, f^*) — решение задачи (1.12.5)—(1.12.9). Возьмем любую пару $(\Phi, f) \in U$. Согласно лемме 1.12.4, существует последовательность

$$(\Phi_n, f_n) \in U_n, \quad \|\Phi_n - \Phi\|_{H^1(R^3, S)} + \|f_n - f\|_{L^2(S)} \rightarrow 0.$$

По определению $(\Phi^{(n)}, f^{(n)})$,

$$J(\Phi^{(n)}, f^{(n)}) \leq J(\Phi_n, f_n).$$

Непрерывный функционал J слабо полунепрерывен снизу. Следовательно,

$$J(\Phi^*, f^*) \leq \liminf_{n \rightarrow \infty} J(\Phi^{(n)}, f^{(n)}) \leq \lim_{n \rightarrow \infty} J(\Phi_n, f_n) = J(\Phi, f).$$

Значит, (Φ^*, f^*) — решение задачи (1.12.5)—(1.12.9). Согласно лемме 1.12.4, существует последовательность $(\Phi_n, f_n) \in U_n$ такая, что $\|\Phi_n - \Phi^*\|_{H^1(R^3, S)} + \|f_n - f^*\|_{L^2(S)} \rightarrow 0$.

Справедливость соотношения (1.12.23) вытекает из неравенства

$$J(\Phi^*, f^*) \leq J(\Phi^{(n)}, f^{(n)}) \leq J(\Phi_n, f_n) \rightarrow J(\Phi^*, f^*) \quad \text{при } n \rightarrow \infty.$$

Пусть $\lambda > 0$. Докажем (1.12.21). Вложение $H^1(\Omega_i) \subset L^2(Q)$ непрерывно, следовательно,

$$\int_Q |\Phi^{(n)} - \Phi|^2 dx \rightarrow 0.$$

Тогда из (1.12.23) следует

$$\|f^{(n)} - f_d\|_{L^2(S)}^2 \rightarrow \|f^* - f_d\|_{L^2(S)}^2.$$

Пространство $L^2(S)$ является гильбертовым. Следовательно, последнее соотношение и (1.12.22) эквивалентны

$$\|f^{(n)} - f^*\|_{L^2(S)}^2 \rightarrow 0.$$

Лемма доказана.

Докажем теперь утверждения (б) и (в) теоремы 1.12.3.

Пусть (1.12.19) неверно. Если $f^{(n)} \rightarrow f^*$ слабо, то $\Phi^{(n)} \rightarrow \Phi^*$. Следовательно, $f^{(n)} \not\rightarrow f^*$ слабо в $L^2(S)$. Это означает, что существуют функция $F \in L^2(S)$, число $\varepsilon > 0$ и подпоследовательность $f^{(n_k)}$ такие, что

$$\left| \int_S F \cdot (f^{(n_k)} - f^*) ds \right| \geq \varepsilon. \quad (1.12.24)$$

Согласно лемме 1.12.5, последовательность $f^{(n_k)}$ ограничена. Значит, из нее можно извлечь подпоследовательность

$$f^{(n_k)} \rightarrow f \quad \text{слабо в } L^2(S).$$

Согласно лемме 1.12.6, функция f вместе с соответствующей Φ являются решением (1.12.5)—(1.12.9). Оно единственно по теореме 1.12.2. Значит, $f = f^*$. Получили $f^{(n_k)} \rightarrow f^*$ слабо в $L^2(S)$. Это противоречит (1.12.24). Сходимость (1.12.19) доказана, (1.12.20), (1.12.21) вытекают из (1.12.19) и леммы 1.12.6. Теорема 1.12.3 полностью доказана.

1.12.4. Решение конечномерной задачи

Рассмотрим конечномерную задачу (1.12.18), в которой

$$K = L^2(S).$$

Тогда

$$K_n = \text{Span} \{e_k\}_{k=1}^n.$$

Пусть функция $\Psi^{(0)}$ является решением задачи

$$\begin{aligned} \Delta \Psi_{i(e)}^{(0)} + k_{i(e)}^2 \Psi_{i(e)}^{(0)} &= 0 \quad \text{в } \Omega_{i(e)}, \\ \Psi_i^{(0)} - \Psi_e^{(0)} = g, \quad p_i \frac{\partial \Psi_i^{(0)}}{\partial n} - p_e \frac{\partial \Psi_e^{(0)}}{\partial n} &= 0 \quad \text{на } S, \\ \frac{\partial \Psi_e^{(0)}}{\partial |x|} - ik_e \Psi_e^{(0)} &= o(|x|^{-1}) \quad \text{при } |x| \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (1.12.25)$$

Ищем решение задачи (1.12.18) в виде

$$\Phi^{(n)} = \Psi^{(0)} + \Psi.$$

Новая неизвестная функция Ψ должна быть решением задачи

$$\Delta \Psi_{i(e)} + k_{i(e)}^2 \Psi_{i(e)} = 0 \quad \text{в } \Omega_{i(e)}, \quad (1.12.26)$$

$$\Psi_i - \Psi_e = 0, \quad p_i \frac{\partial \Psi_i}{\partial n} - p_e \frac{\partial \Psi_e}{\partial n} = f^{(n)} \quad \text{на } S, \quad (1.12.27)$$

$$\frac{\partial \Psi_e}{\partial |x|} - ik_e \Psi_e = o(|x|^{-1}) \quad \text{при } |x| \rightarrow \infty, \quad (1.12.28)$$

$$\frac{1}{2} \int_Q |\Psi - \Psi_d|^2 dx + \frac{\lambda}{2} \int_S |f^{(n)} - f_d|^2 dS \rightarrow \min, \quad f^{(n)} \in K_n. \quad (1.12.29)$$

Здесь $\Psi_d = \Phi_d - \Psi^{(0)}$. Отображение, которое каждому $f^{(n)} \in L^2(S)$ ставит в соответствие решение Ψ задачи (1.12.26)—(1.12.28), линейно. Обозначим его через A . Тогда задачу (1.12.26)—(1.12.29) можно записать в виде

$$\frac{1}{2} \int_Q |Af^{(n)} - \Psi_d|^2 dx + \frac{\lambda}{2} \int_S |f^{(n)} - f_d|^2 dS \rightarrow \min, \quad f^{(n)} \in K_n. \quad (1.12.30)$$

Функция $f^{(n)}$ представима в виде $f^{(n)} = \sum_{k=1}^n \xi_k e_k$, где $\xi_k \in R$. Подставляя последнее в (1.12.30) и используя линейность отображения A , получаем конечномерную задачу минимизации:

$$\varphi(\xi_1, \dots, \xi_n) \equiv \frac{1}{2} \int_Q \left| \sum_{k=1}^n \xi_k A e_k - \Psi_d \right|^2 dx + \frac{\lambda}{2} \int_S \left| \sum_{k=1}^n \xi_k e_k - f_d \right|^2 dS \rightarrow \min, \quad \xi_k \in R.$$

Очевидно, что

$$\varphi(\xi) = \frac{1}{2} \sum_{k,j=1}^n a_{jk} \xi_j \xi_k - \sum_{k=1}^n b_k \xi_k + \frac{1}{2} \int_Q |\Psi_d|^2 dx + \frac{\lambda}{2} \int_S |f_d|^2 dS.$$

Здесь

$$\begin{aligned} a_{jk} &= \int_Q \operatorname{Re}(\Psi_k \bar{\Psi}_j) dx + \lambda \int_S \operatorname{Re}(e_k \bar{e}_j) dS, \\ b_j &= \int_Q \operatorname{Re}(\Psi_d \bar{\Psi}_j) dx + \lambda \int_S \operatorname{Re}(f_d \bar{e}_j) dS, \end{aligned} \quad (1.12.31)$$

где $\Psi_k = Ae_k$ — решение задачи

$$\begin{aligned} \Delta \Psi_{k,i(e)} + k_{i(e)}^2 \Psi_{k,i(e)} &= 0 \quad \text{в } \Omega_{i(e)}, \\ \Psi_{k,i} - \Psi_{k,e} &= 0, \quad p_i \frac{\partial \Psi_{k,i}}{\partial n} - p_e \frac{\partial \Psi_{k,e}}{\partial n} = e_k \quad \text{на } S, \\ \frac{\partial \Psi_k}{\partial |x|} - ik_e \Psi_k &= o(|x|^{-1}) \quad \text{при } |x| \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (1.12.32)$$

Здесь $\Psi_{k,i(e)} = \Psi_k|_{\Omega_{i(e)}}$. Квадратичная функция φ строго выпукла. Значит, она имеет единственную точку минимума, которая является решением системы

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \xi_j} = 0 \quad j = \overline{1, n}.$$

Вычислив производные, получаем СЛАУ

$$\sum_{k=1}^n a_{jk} \xi_k = b_j \quad j = \overline{1, n}. \quad (1.12.33)$$

Так как квадратичная функция $\varphi(\xi)$ строго выпукла, то матрица $((a_{jk}))$ положительно определена, следовательно, ее определитель не равен нулю.

Таким образом, предлагаемый алгоритм имеет следующий вид:

1. Находим функции $\Psi^{(0)}$, Ψ_k как решения задач дифракции (1.12.25) и (1.12.32) соответственно.
2. Вычисляем коэффициенты a_{jk} и b_j по формулам (1.12.31).
3. Находим ξ_k как решение СЛАУ (1.12.33).
4. В качестве приближенного решения задачи берем

$$\Phi \approx \Phi^n = \Psi^{(0)} + \sum_{k=1}^n \xi_k \Psi_k, \quad f \approx f^{(n)} = \sum_{k=1}^n \xi_k e_k.$$

Отметим, что основной объем вычислений приходится на решение задач дифракции (1.12.32).

1.12.6. Численные эксперименты

Численные эксперименты проводились при следующих условиях:

$\Omega_i = Q$ — шар с центром в начале координат радиуса 1.

Множество допустимых управлений $K = L^2(S)$.

Через N обозначаем число точек дискретизации, использованных при решении задач дифракции.

В качестве e_k выбирались функции, половина которых в сферических координатах (ρ, φ, θ) , ($\rho = |x|$, φ — долгота, θ — широта) определяются формулами (функции-«шапочки» в координатах (φ, θ))

$$e_k(\varphi, \theta) = h_\delta \left(\sqrt{|\varphi_j - \varphi|^2 + |\theta_m - \theta|^2} \right)$$

при $k = jM_\theta + m$, $j = \overline{0, M_\varphi - 1}$, $m = \overline{0, M_\theta}$,

$$h_\delta(t) = \begin{cases} \exp(t^2/(t^2 - \delta^2)) & \text{при } |t| < \delta, \\ 0 & \text{при } |t| \geq \delta, \end{cases}$$

$$\varphi_j = 2j\pi/M_\varphi, \quad \theta_m = m\pi/M_\theta, \quad \delta = \pi.$$

Вторая половина функций e_k получена из определенных выше умножением на мнимую единицу, $M_\varphi = 2M_\theta$. Число функций e_k обозначим M .

Пример 1.12.1. Пусть функция

$$\Phi_d = \begin{cases} \Phi_{d,i} & \text{в } \Omega_i, \\ \Phi_{d,e} & \text{в } \Omega_e. \end{cases}$$

удовлетворяет уравнениям Гельмгольца (1.12.5)—(1.12.7) и условию излучения (1.12.8).

Тогда, если положить

$$f = p_i \frac{\partial \Phi_{d,i}}{\partial n} - p_e \frac{\partial \Phi_{d,e}}{\partial n}, \quad g_d = \Phi_{d,i} - \Phi_{d,e} \quad \text{на } S,$$

то очевидным решением задачи (1.12.5)—(1.12.9) является пара (Φ_d, g_d) . То есть в этом случае точное решение нам известно.

На рис. 1.12.1 приведены графики зависимости относительной погрешности δ от числа M (число функций e_k) при различных значениях N (число точек дискретизации задачи дифракции),

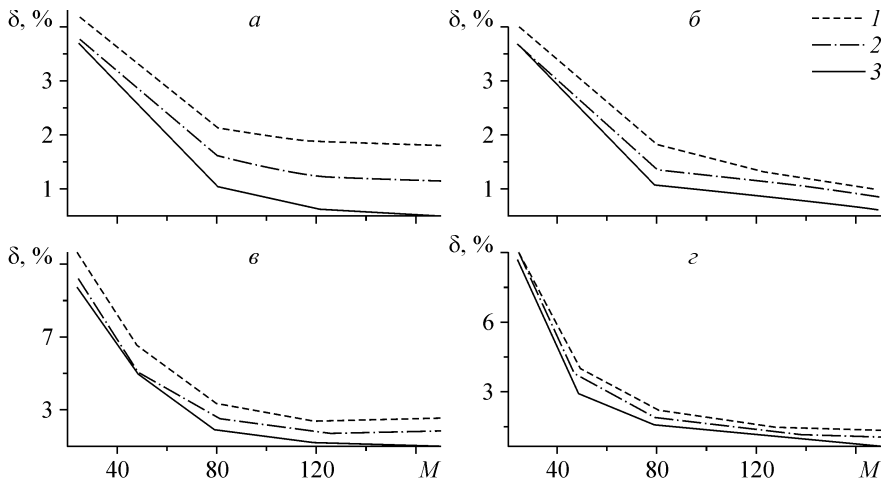


Рис. 1.12.1. Зависимость относительной погрешности δ от числа M .

$N = 128$ (1), 248 (2), 616 (3). Ост. поясн. см. в тексте.

$$\delta = \frac{\|\Phi^{(n)} - \Phi_d\|_{L^2(\Omega_i)}}{\|\Phi_d\|_{L^2(\Omega_i)}},$$

при следующих условиях: $\rho_i = 5$, $c_i = 1$, $\gamma_i = 0,02$, $\rho_e = 3$, $c_e = 0,5$, $\gamma_e = 0,05$;

$$\Phi_d(x) = \begin{cases} e^{ik_e x_3} & \text{в } \Omega_i, \\ |x|^{-1} e^{ik_e |x|} & \text{в } \Omega_e. \end{cases}$$

Параметр $\lambda = 0$ для рис. 1.12.1, а и $\lambda = 5$ для рис. 1.12.1, б.

Пример 1.12.2. Отличие от примера 1.12.1:

$$\Phi_d(x) = \begin{cases} (x_1 + 1)(x_2 + 1) \cos(k_i x_3) & \text{в } \Omega_i, \\ |x|^{-1} e^{ik_e |x|} & \text{в } \Omega_e. \end{cases}$$

Результаты приведены на рисунке 1.12.1: параметр $\lambda = 0$ (а); $\lambda = 5$ (б).

Анализируя результаты проведенных тестовых расчетов, приходим к выводу, что численный метод сходится и позволяет эффективно решать задачи оптимизации акустических полей.

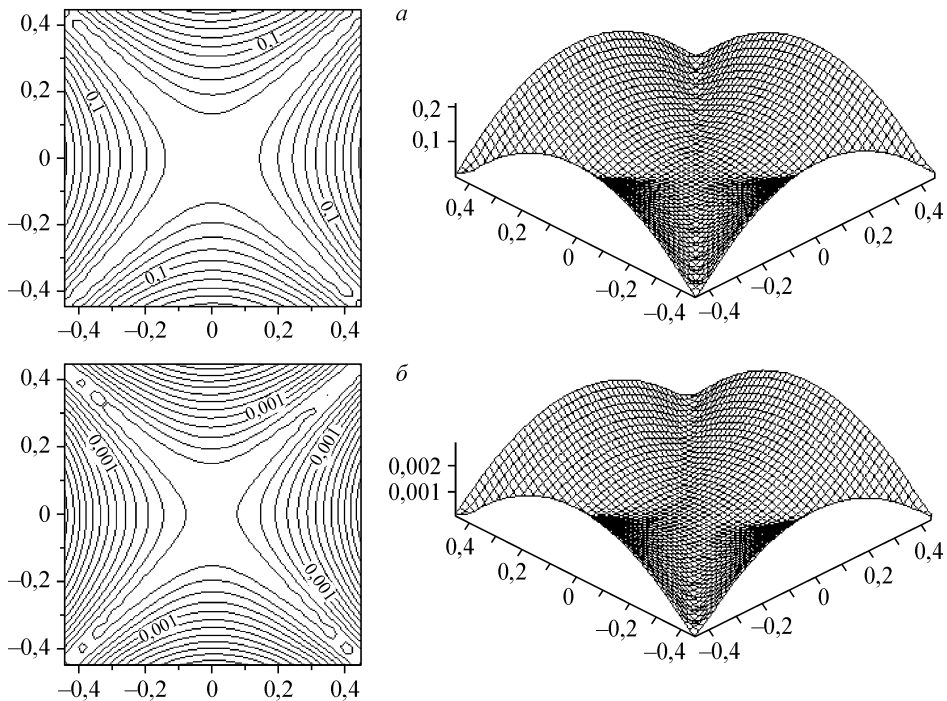


Рис. 1.12.2. Линии уровня и проективные поверхности Φ_i для примера 1.12.3.

Поясн. см. в тексте.

Пример 1.12.3. Рассматривается задача оптимального управления (1.12.5)—(1.12.9) при следующих исходных данных:

$$\Phi_d = x_1^2 - x_2^2, \quad f_d = 0, \quad \lambda = 0, \quad \rho_i = 5, \quad c_i = 1, \quad \gamma_i = 0,02, \quad \rho_e = 3, \quad c_e = 0,5, \quad \gamma_e = 0,05.$$

На рис. 1.12.2 изображены линии уровня и проективные поверхности модуля функции Φ_i на квадрате $|x_{1,2}| \leq 0,45, x_3 = 0, \lambda = 0$ (а), $\lambda = 5$ (б).

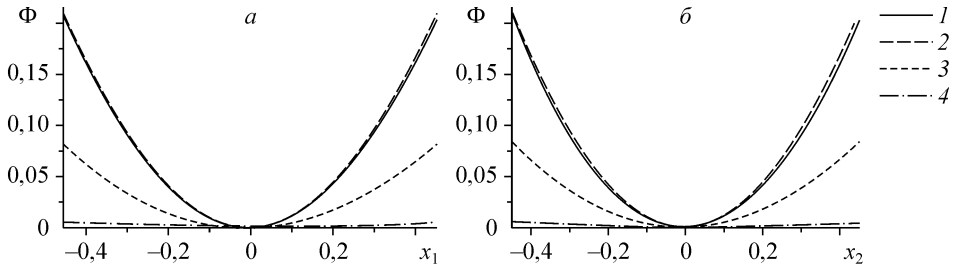


Рис. 1.12.3. Проективные кривые для примера 1.12.3.

1 — Φ_d , 2—4 — Φ_i (2 — $\lambda = 0$, 3 — $\lambda = 0,1$, 4 — $\lambda = 5$). Ост. поясн. см. в тексте.

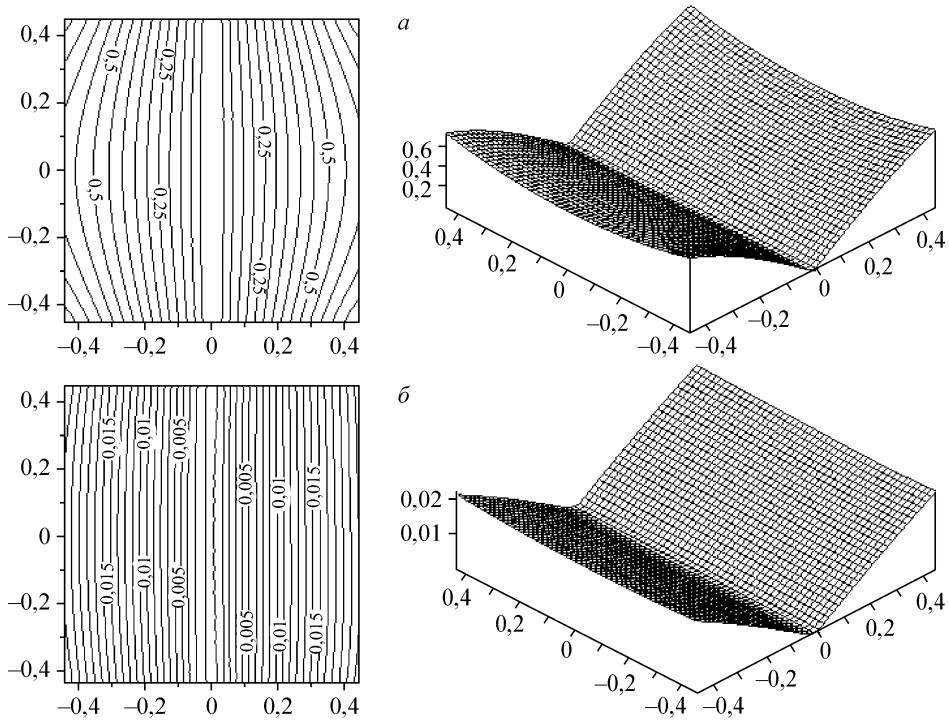


Рис. 1.12.4. Линии уровня и проективные поверхности Φ_i для примера 1.12.4.

Поясн. см. в тексте.

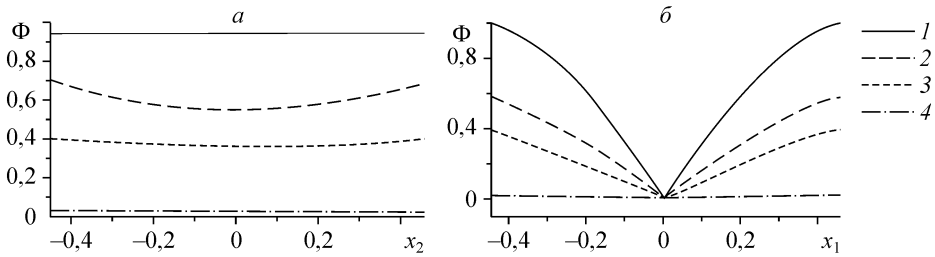


Рис. 1.12.5. Проективные кривые для примера 1.12.4.

$x_{2,3} = 0$ (а), $x_{1,3} = 0$ (б). 1—4 см. рис. 1.12.3.

На рис. 1.12.3 изображены проективные кривые модулей функций Φ_d и Φ_i при разных значениях параметра λ . На рисунке 1.12.3, а $|x_1| \leq 0,45$, $x_2 = 0,4$, $x_3 = 0$. На рисунке 1.12.4, б $|x_2| \leq 0,45$, $x_{1,3} = 0$.

Пример 1.12.4. В отличие от примера 1.12.3 $\Phi_d = \sin(\pi x_1)$. Полученные результаты приведены на рис. 1.12.4: $\lambda = 0$ (а); $\lambda = 5$ (б). Проективные кривые модулей функций Φ_d и Φ_i при разных значениях параметра λ даны на рис. 1.12.5.

Рисунки 1.12.3, 1.12.5 позволяют судить о влиянии параметра λ на поле оптимального давления. По рисункам 1.12.3, 1.12.5 можно сравнить значение заданной функции Φ_d со значением оптимального давления Φ_i . Уменьшение параметра λ приводит к уменьшению разности $|\Phi_d - \Phi_i|$.

Приведенные результаты численного решения задачи оптимизации свидетельствуют об эффективности предложенного алгоритма ее решения.

Глава 2

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ПРИМЕНЕНИЮ ВИБРОСЕЙСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

2.1. ВИБРАЦИОННОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ КОРЫ И МАНТИИ ЗЕМЛИ, ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ МОЩНЫХ ВИБРАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ

2.1.1. Концепции вибропросвечивания коры и мантии Земли с использованием мощных вибраторов

Определение и многодисциплинарное исследование геометрических, вещественных и термических неоднородностей верхней и нижней мантии, а также ядра Земли является актуальной научной проблемой современного естествознания. Детальная информация о структурных неоднородностях и оценка геодинамической неравновесности, энергонасыщенности и тенденций их механофизической и химической эволюции позволит построить многодисциплинарную количественную (математическую) модель происхождения и эволюции планеты Земля, а также формирования на ее поверхности уникального комплекса условий для возникновения и длительного существования биосферы. Эти модели могут быть полезными для общей планетологии.

Изучаемые геологами процессы тепломассопереноса: подъем магматических и газовых плюмажей, опускание в мантию (и, возможно, в ядро) участков верхней литосферы, конвективные течения и их ячеистые структуры, являются актуальными индикаторами эволюции Земли и законов образования и размещения минеральных и углеводородных залежей в земной коре вблизи дневной поверхности [Белоусов, 1954; Вотак, 1979; Добрецов, Кирдяшкин, 1994; Летников, Дорогокупец, 2001].

В последние годы интенсивно развивается концепция глубинного прогноза и поиска нефтегазоносных провинций, а также оценки их продуктивности, основанная на выявлении каналов глобальной водородной дегазации Земли [Мясникова, Шпильман, 2005]. Эти каналы газовой и флюидной динамики многие исследователи предлагают рассматривать как зоны возможного каталитического взаимодействия водорода, поднимающегося из ядра Земли, и минеральных компонентов мантии, при котором создаются углеводороды [Ионе, 2003]. Возможно, здесь присутствует механизм всплывания газовых плюмажей.

Все эти обстоятельства приводят к необходимости изучения детальной структуры неоднородностей мантии и ядра Земли как для решения актуальных проблем естествознания, так и для развития научных основ недропользования.

Среди геофизических методов исследования глубинного строения Земли наиболее информативен сейсмический метод. Используя землетрясения как источники сейсмических волн, отражающихся от неоднородностей в коре и мантии Земли и выходящих на дневную поверхность, сейсмологи определяют ряд механических и геометрических характеристик этих неоднородностей. Привлечение гравитационных, тепловых и электромагнитных полей для анализа выделенных глубинных неоднородностей наполняет сейсмическую картину недр геологическим содержанием. Без структурной сейсмической информации даже в геологоразведке верхних слоев земной коры не удастся получить количественную картину геологического строения этих толщ.

В классический период появления первых сейсмических результатов на основе инструментальных данных записи землетрясений А. Мохоровичичем была определена сейсмическая граница (1909 г.) и сейсмологами разных стран доказано ее повсеместное присутствие. Эта граница была принята в качестве подошвы земной коры и вместе с поверхностью фундамента выделила земную кору как структурный элемент планеты. В последующие 10—15 лет в ряде регионов была выделена граница между слоями гранита и базальта (так называемая граница Конрада). Из-за обнаруженной многослойности коры идентификация этой границы во многих регионах была затруднена. Расширение сети сейсмологических станций, чему способствовало изобретение Б. Голицыным удачной конструкции сейсморегирующих приборов, привело к открытию целого ряда новых глобальных границ в мантии на глубинах около 400, 700 км.

В 40—50-е гг. XX в. английскими геофизиками Г. Джеффрисом и К. Булленом были обобщены накопленные данные по регистрации землетрясений и разработана глобальная модель строения Земли [Джеффрис, 1960]. В мантии Земли были выделены три зоны: верхняя мантия — от границы Мохоровичича до глубины примерно 400 км, нижняя мантия — в диапазоне глубин от 1000 до 2900 км и расположенная между ними переходная зона. Мантия примыкает к ядру, внутри которого выделяется жидкое внешнее ядро (с аномально сильным затуханием поперечных волн) и глубже 5000 км — внутреннее ядро с центром на глубине 6380 км.

В работах американского сейсмолога Б. Гуттенберга [Гуттенберг, 1963] была построена близкая количественно модель. Создание сферически-симметричной модели сейсмического (скоростного) строения Земли сыграло важную роль в развитии глобальной геологии и геофизики благодаря формированию фундаментальных понятий этих наук и теории процессов в коре и мантии Земли.

Для верхней мантии были построены две различные скоростные модели: упомянутая модель Джеффриса—Буллена без слоя с понижением скорости (без волновода) и модель Б. Гуттенберга с волноводом ниже границы Мохоровичича до глубин около 200 км. Модель Б. Гуттенберга была широко использована геологами при разработке геотектонических гипотез потому, что она соответствовала распространенным к тому времени геологическим представлениям о существовании глобального пластичного слоя Земли, с помощью которого можно объяснить ряд геотектонических процессов (явления изостазии, скорости постледниковых движений и т. д.).

Однако относительно сейсмологической обоснованности модели Б. Гуттенберга возникла острая дискуссия со сторонниками Г. Джеффриса. Она длилась

более 20 лет и имела большое значение для развития геофизики, хотя и не выявила до 1970-х гг. достоверного результата.

Главным результатом этой длительной и поучительной дискуссии был общий вывод о недостаточной разрешающей способности сейсмологии (с землетрясениями в качестве источников волн) для решения задач о деталях строения верхней мантии. С еще большим основанием этот вывод был отнесен к нижней мантии и ядру. Этот вывод следует отнести и к многочисленным результатам по трехмерной сейсмотомографии Земли в работах А. Дзевонского и др. [Dziewonsky, 1984]. Лишь достаточно протяженные (в несколько сот километров по глубине и по горизонтали) и не очень глубоко расположенные аномалии скоростей в мантии оказались возможным принимать в качестве реальных геологических образований. Из-за больших погрешностей в определении времен в очагах землетрясений, координат гипоцентров и большой неустойчивости обратных кинематических задач сейсмологии большое число аномальных флуктуаций скорости (в пределах 2—5 % от средних) либо дают размытое (интегральное) изображение объектов, либо являются фантомами и могут порождать необоснованные геологические гипотезы.

Важной ступенью в повышении разрешающей способности сейсмологии стало использование наряду с землетрясениями больших, в том числе ядерных, взрывов в качестве источников колебаний.

Одним из первых результатов совместного использования взрывов и землетрясений было построение горизонтально-неоднородной (зональной) структуры слоя астеносферы вдоль профиля Памир—Байкал. На нем использовались как записи ядерных взрывов на Семипалатинском и Невадском полигонах, так и записи местных землетрясений на плотной сети сейсмических станций обнаружения ядерных взрывов [Алексеев и др., 1971]. Эту работу можно считать первой работой по сейсмотомографии. Но она была опубликована только на русском языке и редко цитируется на Западе.

Регистрация взрывов в различных регионах способствовала уточнению результатов классической сейсмологии по строению верхней мантии. Оказалось, что в платформенных областях волновод практически отсутствует, а в тектонически-активных областях (Кордильеры, Памир, Гиндукуш, Байкальская зона и т. д.) он присутствует с существенным понижением скоростей в нем, причем граница на глубине 400 км в этих областях испытывает подъем (на 50—100 км) [Алексеев, Рябой, 1976; Алексеев и др., 1978].

Выявленные за счет повышения разрешающей способности сейсмологии с использованием взрывов закономерности поведения волновода объясняют расхождения моделей Г. Джеффриса и Б. Гуттенберга. Первый использовал сеймостанции, расположенные равномерно в платформенных и тектонически-активных областях, а Б. Гуттенберг — преимущественно в сейсмоактивных. Приведенная дискуссия и ее результаты требуют существенного уточнения используемых методов возбуждения и регистрации сейсмических волн для изучения детальных свойств геологических объектов.

В конце 1940-х гг. Г. А. Гамбурцев создал сейсморазведочный метод КМПВ (корреляционный метод преломленных волн) и его модификацию для изучения глубинного строения земной коры. Этот метод глубинного сейсмического зондирования (ГСЗ) на десять лет опередил зарубежные методы исследования деталь-

ных структурно-физических свойств коры. Он основывался на использовании довольно больших (до нескольких тонн тротила) взрывов в скважинах и водоемах с регистрацией их на расстояниях до 500—700 км по сейсморазведочной системе встречных и нагоняющих годографов. В 1970-х годах В. В. Федьинский организовал работы ГСЗ на «сверхдлинных профилях» (до 2—3 тыс. км) с помощью малых ядерных взрывов в скважинах и автономных портативных сейсмостанций. Эти исследования были направлены на изучение строения коры и верхней мантии (до глубин 50—70 км) в труднодоступных, перспективных на нефть и газ районах севера и запада Сибири.

В нефтяной геологоразведке осадочного комплекса слоев с середины 1930-х гг. широко используется сейсмический метод исследования с помощью небольших (около 10—100 кг тротила) взрывов в скважинах. Методы отраженных (МОВ) и преломленных (КМПВ) волн достигли больших успехов в поиске и разведке нефтяных месторождений. Разрешающая способность в среднем для МОВ оценивается в единицы и первые десятки метров по глубине слоев и в 10—15 % по оценке скоростных параметров.

В 1960-е гг. в нефтяной геологоразведке американскими геофизиками был создан метод «Вибросейсм», в котором источником волн стал не взрыв, а механический вибратор, излучающий сигналы гармонического типа с изменением частоты в определенных пределах (10—100 Гц) по заданному от компьютера закону достаточно длительное время (до 2 мин.). Система накопления сигнала создавала запись как от импульса в источнике, эквивалентного десяткам килограммов тротила. Метод «Вибросейсм» представлял технологические удобства: экологичность — возможность расположения источников в населенных районах (даже в крупных городах); возможность многократно повторять идентичные сигналы и, следовательно, синтезировать многоэлементную приемную антенну с острой направленностью и высокой чувствительностью.

Высокая результативность метода «Вибросейсм» в отношении разрешающей способности, производительности, технологичности и безопасности привлекла интерес геофизиков из Сибирского отделения Академии наук СССР к созданию более эффективного и удобного для сибирских условий вибрационного метода глубинных исследований. В Институте геологии и геофизики совместно со СНИИГТиМС в 1960-х гг. был создан метод «Вибролокатор», использующий оригинальный электромеханический дебалансный метод возбуждения существенно более длительных сеансов возбуждения сигналов (до нескольких часов), чем в методе «Вибросейсм», где эта длительность из-за конструктивных особенностей виброисточника (гидравлического привода) не превышала 2 мин. из-за перегрева. «Вибролокатор» создавал гораздо более протяженные и глубоко проникающие системы профильных наблюдений МОВ и КМПВ.

В 1974 г., в книге А. В. Николаева, Е. В. Артюшкова, И. С. Чичинаина, И. Н. Галкина был спрогнозирован перечень крупных задач региональной геологии и геофизики, которые можно решить, создав существенно более крупные виброисточники [Николаев и др., 1974].

Эти обстоятельства побудили сибирских геофизиков начать в 1979 г. разработку мощного и длительно работающего виброисточника для глубинной сейсморазведки и сейсмологии [Алексеев и др., 1982]. Основная трудность этой задачи состоя-

ла в сложности закачки в грунт большой энергии низкочастотных колебаний. Тяжелый вибратор совместно с примыкающими слоями грунта образовывал в большой степени автономную колебательную систему, не «забирающую» энергию в Землю.

В СО АН СССР в 1979—1985 гг. совместными усилиями институтов: Горного дела, Гидродинамики, Геологии и геофизики и Вычислительного центра, были созданы сеймовибраторы на электромеханическом, гидроударном и гидрорезонансном принципах [Ковалевский 1979; Чичинин, 1984]. За счет длительных (от десят-



Рис. 2.1.1. Сейсмические вибраторы, созданные в Сибирском отделении АН СССР.

ков минут до нескольких часов) сеансов излучения с использованием прецизионных накопительных систем регистрации [Геза, Юшин, 1981; Глинский и др., 1999] эти сейсмовибраторы создавали наблюдаемый волновой эффект (сейсмограммы), сравнимый со средним землетрясением. Проведенные в те годы эксперименты показали возможность получения качественных сейсмограмм до расстояний в 500 км и регистрации гармонических сигналов на расстояниях более 2000 км в зависимости от конструкции вибратора и режимов излучения.

Такой источник волн оказался востребованным в сейсмологии благодаря контролируемости излучаемого сигнала, точности задания эпицентральных координат и времени включения, а также благодаря возможности использования его в несейсмичных районах даже вблизи населенных пунктов при полной экологической безопасности.

Появление мощных сейсмовибраторов означало не просто пополнение арсенала средств сейсмологии новым инструментом, а возникновение дисциплины, предоставляющей новые методы более точного решения ряда фундаментальных задач сейсмологии:

- о детальном строении коры и верхов мантии (вибрационный метод ГСЗ стал промышленным);

- об оценке напряженного состояния, степени анизотропии среды и реологического состояния сейсмоопасных участков коры, о сейсмотомографическом мониторинге этих участков;

- о тестировании зданий, крупных инженерных сооружений, мостов, плотин, энергоблоков АЭС в отношении их сейсмостойкости, о сейсмомониторинге этих объектов;

- о динамической калибровке сейсмических станций;

- о волновых технологиях воздействия на нефтяные месторождения и пласты с целью интенсификации добычи и увеличения извлекаемости.

Сибирские геофизики проводили с 1979 г. успешные теоретические, конструкторские и полевые работы по решению этих задач. Их результаты опубликованы в большой серии статей и монографий. Обобщение результатов дано в сводной монографии «Активная сейсмология с мощными вибрационными источниками» [Алексеев и др., 2004].

Разработанные в СО РАН методы активной сейсмологии с 2003 г. начали развивать и японские сейсмологи, изготовившие сейсмовибраторы собственной конструкции меньшей мощности, чем ЦВ-100 (центробежный вибратор — 100 тонн), созданные в СО РАН. В настоящее время возникла международная кооперация по развитию теории, техники и методики активной сейсмологии, а также по организации сети полигонов активного геофизического мониторинга в США (Паркфилд), Исландии, Греции (Коринфский полигон), России (Быстровский, Байкальский), Японии (Тоно).

О международной активности в развитии направления активной сейсмологии говорит список посвященных ей конференций и симпозиумов:

1. Вибросейсмические методы исследования Земли, Всесоюзная конференция. 1982 г. Новосибирск.

2. Сейсмология в Сибири на рубеже тысячелетий. Международная геофизическая конференция. 2000 г. Новосибирск.

3. Проблемы сейсмологии III тысячелетия. Международная конференция. 2003 г. Новосибирск.

4. 1st International Workshop on Active Monitoring in the Solid Earth Geophysics (IWAMO4), 2004. Mizunami, Japan.

5. International Workshop on Active Monitoring in the Solid Earth Geophysics (AGU-2004), Dec. San. Francisco. USA.

6. Активный геофизический мониторинг литосферы Земли. Международный симпозиум. 2005 г. Новосибирск.

Основные результаты получены в кооперации ряда институтов СО РАН:

Институт геофизики в составе ОИГГМ — разработка принципов виброизлучения сейсмических волн, систем управления электромеханическими вибраторами и метода накопления сигналов; эксперименты по изучению свойств виброполей и др.;

Институт горного дела — завершение изготовления макета вибратора ЦВ-100 (совместно с СКБ прикладной геофизики, организованным вначале при ВЦ СО РАН); изготовление малой серии на заводе; проведение опытно-промышленных работ по вибровоздействию на нефтяные пласты;

Институт гидродинамики — изготовление первого макета мощного, около 200 т, низкочастотного вибратора и участие в регистрации сигналов до 2000 км;

Вычислительный Центр, а сейчас ИВМиМГ, — СКБ прикладной геофизики СО РАН, СКБ вычислительной техники СО РАН — разработка принципа и макета гидрорезонансного вибратора ГРВ-50, участие в создании теории метода активной сейсмологии, в организации и проведении экспериментальных работ, в определении реальной разрешающей способности глубинного вибросейсмического метода;

Геофизическая служба СО РАН — проведение опытных и промышленных работ, создание метода вибромониторинга сейсмоустойчивости сооружений.

Общая координация работ осуществлялась Научным советом СО АН «Вибропросвечивание Земли» — ВПЗ. Совет проработал с 1978 по 1990 г. как один из научно-координационных советов СО АН. После прекращения централизованного финансирования со стороны ГКНТ, Мингео СССР и других министерств Совет продолжает работать в инициативном порядке.

Важным и перспективным результатом работы институтов СО РАН по проекту ВПЗ, помимо решения приведенных научно-технических задач и создания ряда новых геофизических технологий, явилось формирование и стабилизация многодисциплинарного коллектива исследователей, профессионально подготовленных в ходе работ по ВПЗ к решению более масштабных задач сейсмологии, общей геофизики и техники сейсмических наблюдений.

В настоящее время стоит задача создания нового метода сейсмологических исследований строения коры, верхней и нижней мантии Земли, адекватного по разрешающей способности, математическим принципам обработки и визуализации результатов сейсморазведки на нефть и газ. Предполагается создать стационарную профильную систему встречных и нагоняющих схем наблюдений сейсмических полей от серии достаточно мощных вибрационных источников. Эти системы должны позволить получать в накопительном режиме сейсмические записи на расстояниях до 5000 км, освещать толщу мантии Земли до внешнего и внутреннего ядра с помощью рефрагированных и отраженных упругих волн (рис. 2.1.2).

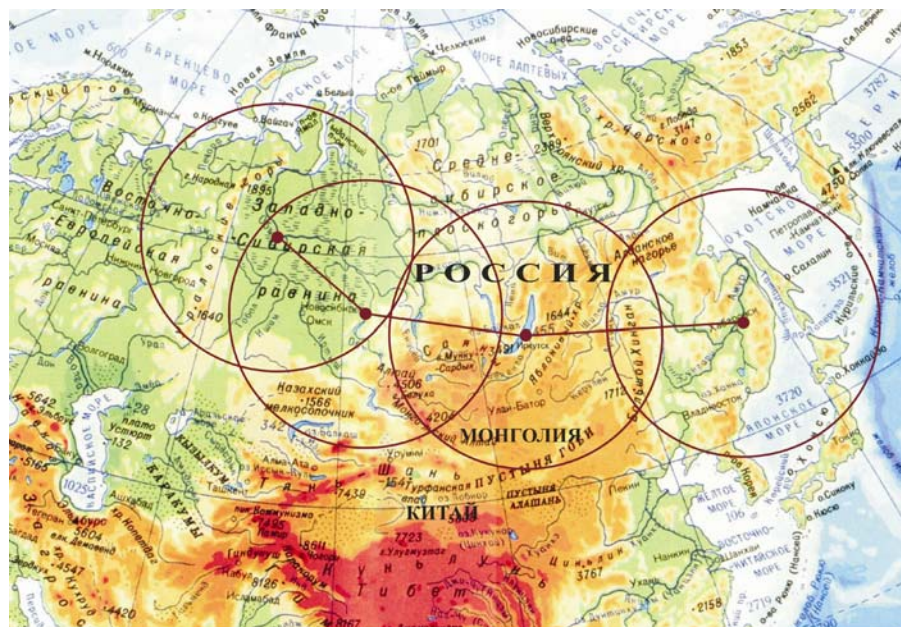


Рис. 2.1.2. Проект транссибирского профиля с 1000-тонными вибраторами.

Для практической реализации целей проекта предполагается создать два виброрейсмических стационарных центра излучения: под Новосибирском (в пос. Быстровка) и около оз. Байкал (в пос. Бабушкин) и в последующем удлинить профиль за счет центров в Ханты-Мансийском округе и вблизи г. Хабаровск. Запись колебаний может выполняться имеющимися в СО РАН передвижными цифровыми системами регистрации. Их можно использовать как с расположением вдоль основного профиля, так и с выносом по поперечным направлениям до 500—1000 км от профиля. Будет возможна организация наблюдений по сейсморазведочным схемам 2D- и 3D-сеймики, и, следовательно, возможно получение трехмерных изображений и численных моделей тектонических элементов в мантии Земли. Не исключена возможность использования записей промышленных сейсмостанций, ведущих геолого-разведочные работы в регионе.

Существенной и принципиально важной научно-технической проблемой является создание мощного (1500—2000 т), прецизионно управляемого, относительно дешевого, экологически безопасного виброисточника. Разработка проекта такого источника уже ведется. В техническом отношении он может основываться на принципах, предложенных и опробованных на 40- и 100-тонных вибраторах дебалансного типа (ЦВ-100) или гидрорезонансного типа (ГРВ-50) в ходе многолетних работ по вибрационному просвечиванию Земли. Источники 1000-тонного класса показаны на рис. 2.1.3.

Основным требованиям создания источников 1000-тонного класса, приведенным выше, могут удовлетворять конструкции, в которых реализованы резонансные схемы построения источников. Это источники с массой порядка 1000—2000 т, установленной на пневмопружине, либо использующие упругие свойства грунта,

а также в виде обоймы заполненных водой двойных по объему нефтяных железнодорожных цистерн, заглубленных в землю и синхронно управляемых программой компьютера (см. рис. 2.1.3). Для создания сверхмощных сейсмоизлучателей на гидрорезонансном принципе могут быть использованы пустые шахты для запуска баллистических ракет. Конструктивно они полностью соответствуют техническим требованиям для создания источников, необходимых для глобальной сейсмотомографии (по два—три на каждом континенте). Физико-математическая модель такого источника дана в [Ковалевский, Конюх, 2000].

В сейсмологии на основе обобщения записей землетрясений, взрывов и больших вибраторов в ВПЗ получена «калибровочная кривая», дающая осредненную оценку мощности источника, позволяющей уверенно зарегистрировать сейсмические волны на расстояниях до 10000 км [Алексеев и др., 2004]. В диапазоне 2500—6000 км эта кривая отражает весьма малое затухание волн из-за кривизны земной поверхности и рефракции волн благодаря возрастанию скорости их распространения с глубиной (рис. 2.1.4). Из предварительных оценок следует, что виброисточник должен развивать усилия 1000—2000 т, излучать частоты 1—5 Гц («окно прозрачности» мантии Земли). При этом длительность накопления для регистрации на расстояниях 1000—2000 км может составлять порядка 1 ч, что сейчас используется при работах ГСЗ со 100-тонными вибраторами для регистрации на расстояниях 300—500 км (см. рис. 2.1.4).

В настоящее время разрабатывается проект просвечивания мантии Земли с использованием сети сейсмических станций на территории США (USAgrau) и источника 1000-тонного класса, расположенного на территории России (Сибирь, Алтай) (рис. 2.1.5). Взаимное расположение сети сейсмических станций USAgrau и

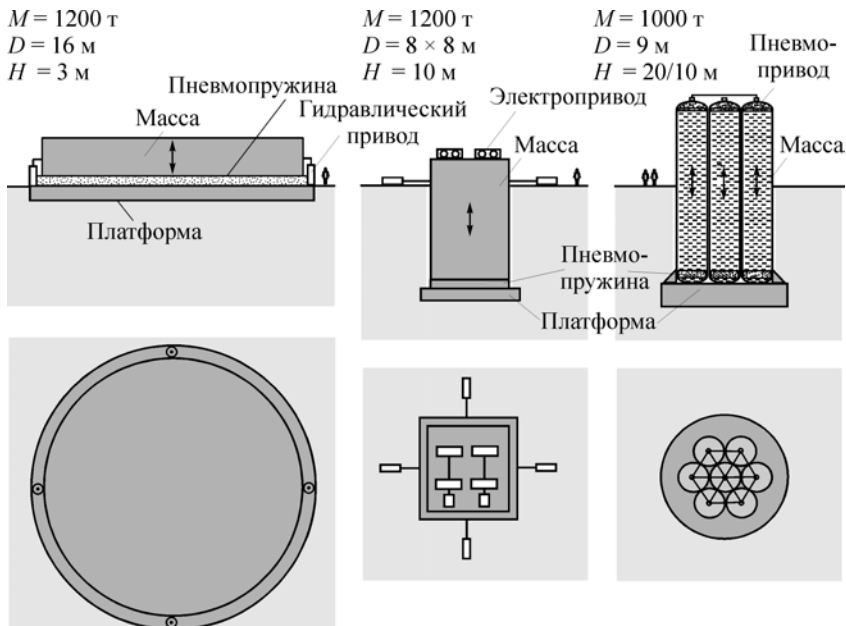


Рис. 2.1.3. Конструктивные схемы вибраторов 1000-тонного класса.

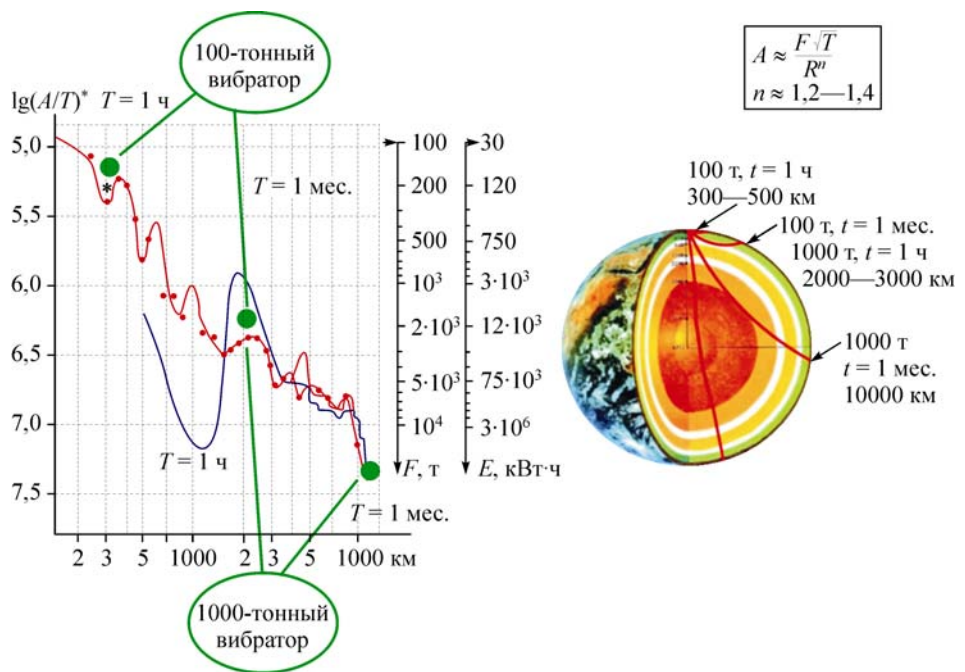


Рис. 2.1.4. График затухания амплитуд сейсмических волн в зависимости от расстояния. Отмечены расстояния, на которых могут регистрироваться волны от 100- и 1000-тонного вибраторов при длительности накопления 1 ч и 1 мес.

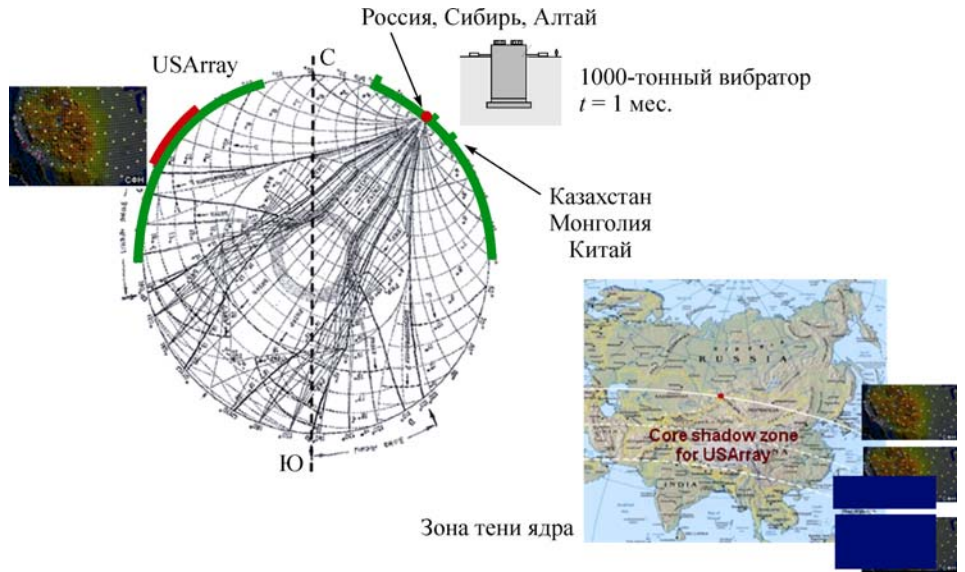


Рис. 2.1.5. Проект просвечивания мантии Земли с использованием сети сейсмических станций на территории США (USAArray) и источника 1000-тонного класса, расположенного на территории России (Сибирь, Алтай).

источника позволяет рассчитывать на регистрацию волн, касающихся ядра, а также исследовать зону тени от ядра на этой сети. При этом длительность накопления для регистрации на расстояниях 10000 км должна составлять порядка 1 мес. Эксперименты со столь длительной регистрацией слабых сейсмических сигналов выполнялись японскими учеными при работах с вибраторами ACROSS, когда было проведено накопление периодических свип-сигналов в течение 7 мес. от непрерывно работавшего вибратора.

Разрешающую способность предлагаемой системы исследования неоднородностей мантии Земли с учетом высокой точности координат источника (метры) и времени его включения (не хуже 0,5 с) можно оценить на основе кинематического критерия Релея: $\Delta R \approx \frac{1}{2} \lambda_g$, где ΔR — ошибка в определении геометрических па-

раметров элемента неоднородности в мантии, λ_g — максимальная длина волны вблизи неоднородности. Для мантии скорость продольных волн не превосходит $v_p \approx 14$ км/с, при минимальной частоте волн в 1 Гц имеем $\Delta R \approx 14$ км. Эта оценка не учитывает накопления разности времен пробега волны от источника до отстоящих друг от друга на ΔR элементов неоднородности. Для гладкого закона изменения скоростей с вариациями от среднего около 5 % (по оценкам добротности мантии в сейсмологии [Мясникова, Шпильман, 2005]) ошибка невелика. К тому же, разрешающая способность может быть повышена за счет использования динамических методов решения задач обработки данных. С появлением суперкомпьютеров возникла возможность решать динамические обратные задачи.

На практике оценка точности обычно отличается не более чем на порядок от теоретической оценки, т. е. в нашем случае порядок ошибки может достичь 100—200 км. Для изучения основных неоднородностей в мантии Земли (включая нижнюю мантию и границу внешнего ядра) такая точность может обеспечить качественно новые возможности геодинамических исследований.

В качестве основных результатов планируемых исследований с использованием 1000-тонных вибраторов можно ожидать:

создание нового сейсмического метода «вибропросвечивание мантии Земли» (ВПМЗ) — расширяющего метод активной сейсмологии в направлении его развития как глобального метода изучения структурно-физического строения и эволюции Земли;

создание опытных образцов вибросейсмических источников повышенной мощности (1000—2000 т), способных генерировать сейсмические волны в диапазоне 1—4 Гц и порождать рефрагированные волны P и S в мантии и отраженные (и обменные) на границе с ядром Земли;

такой мощности сеймовибраторы могут иметь много приложений, включая эффективное волновое воздействие на обводненные нефтяные пласты и месторождения для повышения нефтеотдачи и интенсификации добычи;

реализация метода вибропросвечивания мантии на профилях Новосибирск—Байкал (I этап) и Ханты-Мансийск—Хабаровск (II этап) и создание сибирского сегмента глубинных исследований строения и эволюции мантии Земли;

создание стационарной сети наблюдений на этих профилях для осуществления мониторинга сибирского сегмента мантии с целью изучения динамики отдельных участков мантии;

просвечивание мантии Земли с использованием сети сейсмических станций на территории США (USArray) и источника 1000-тонного класса, расположенного на территории России (Сибирь, Алтай).

Получение новой методики и технических средств позволят сейсмологии решить ряд геологических проблем: выяснение форм и энергетики ряда геодинамических процессов; детальное описание материальных неоднородностей, структуры конвективных потоков и сети дренажных каналов глубинной флюидогазодинамики в мантии; определение формы границы внешнего ядра, характера и энергетики механизмов тепломассопереноса между мантией и ядром Земли.

Строение мантии по профилю Ханты-Мансийск—Хабаровск важно в нескольких аспектах геодинамики.

Будет выявлено строение континентальной литосферы в зоне сочленения Сибирской платформы с толстой литосферой и Западно-Сибирской платформы с тонкой литосферой. Впервые инструментальными методами будет определена толщина литосферы южной окраины Сибирской платформы и уточнено положение ее юго-западной границы.

В области активного рифтогенеза (Байкальского рифта) будет получена информация о строении верхней мантии, что позволит либо подтвердить, либо опровергнуть гипотезу существования мантийного диапира под Байкалом. Тем самым будет решена задача об активном либо пассивном механизме раскрытия Байкальской рифтовой зоны.

В ряде предполагаемых горячих точек Тувы, Монголии и Забайкалья можно будет выяснить структуру мантийных восходящих потоков. Эти данные внесут вклад в решение проблемы происхождения Сибирского суперплюма (его глубинность, связь мантийных источников с областями траппового вулканизма).

После открытия плитовой тектоники и выхода на современный измерительный и аналитический уровень исследований кинематических закономерностей движения верхних слоев мантии Земли образовалась диспропорция между накопленной большой кинематической информацией и гипотетическими знаниями о внутренних динамических процессах. Геология оказалась вынужденной «заглублять приоритеты» своих исследований. Как образно сформулировал геолог Ричард Керр, «внешнее наблюдение за движением стрелок на часах башни Биг-Бен дает мало понимания о том, как и почему работают эти часы» [Керр, 2005].

2.1.2. Принципы построения и оценка характеристик виброисточников 1000—10000-тонного класса

Создание сверхмощных источников для глобальных геофизических исследований Земли считалось ранее почти неосуществимой задачей при существующем уровне техники. Однако выполненные теоретические и экспериментальные исследования с мощными вибраторами позволили разработать нетрадиционный подход к решению задачи создания сверхмощных источников. В процессе этих работ был выяснен механизм резонансного излучения сейсмических волн, разработаны новые схемы источников с механическим колебательным контуром и созданы экспериментальные конструкции гидрорезонансных вибраторов. Это позволило разработать проекты сверхмощных вибраторов для целей глобальной сейсмологии с

усилием 10000 т и частотным диапазоном 0,5—5 Гц [Николаев и др., 1974; Еманов и др., 1998; Kovalevsky, Reshetova, 2002].

Основные трудности создания сверхмощных вибраторов связаны с крупномасштабностью таких установок и очень высокой энерговооруженностью. Для того чтобы обеспечить требуемые усилия, источник должен содержать подвижную инерционную массу порядка 10000 т, которая должна колебаться как единое целое в соответствии с заданными частотными характеристиками излучаемого сигнала. Такая масса сравнима с массой одного-двух железнодорожных составов, и поэтому неудивительно, что при использовании машиностроительной технологии эта задача является очень сложной.

Энергетическими характеристиками вибратора являются величины активной и реактивной мощностей. Активная мощность определяет энергию сейсмических волн, излучаемых вибратором, и зависит от амплитуды вибрационных усилий, частоты, механических характеристик грунта и схемы силового нагружения среды.

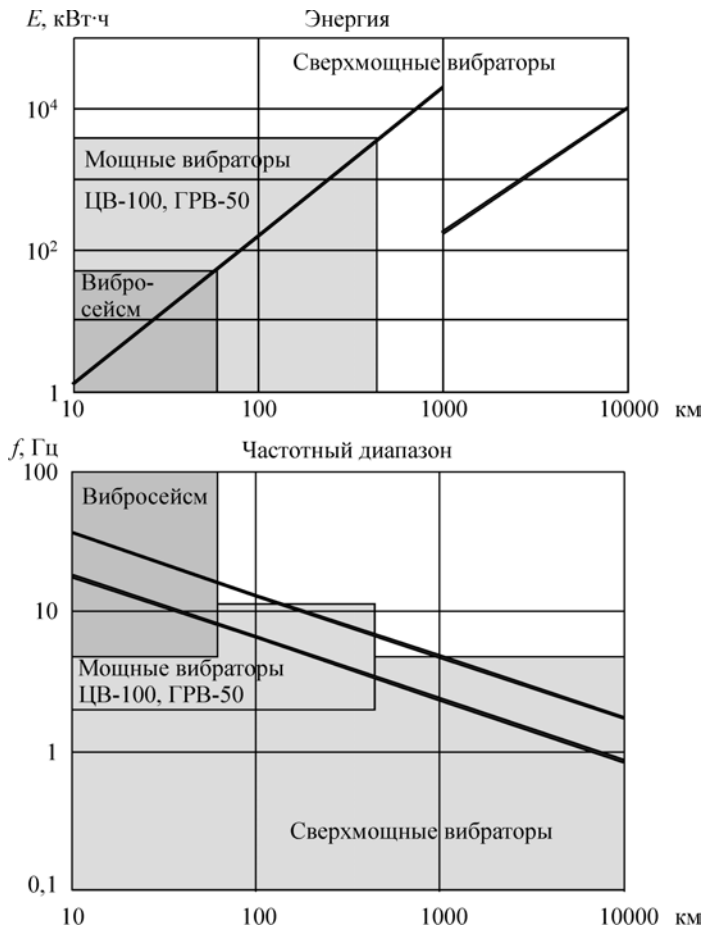


Рис. 2.1.6. Энергетические и частотные характеристики вибрационных источников различных классов.

Эта мощность, совместно с мощностью потерь в самом вибраторе, обеспечивается энергетической установкой. Для сверхмощных вибраторов тысячетонного класса она может достигать нескольких тысяч киловатт. Энергетические установки такой мощности вполне доступны при современном уровне техники.

Реактивная мощность характеризует обратимый обмен энергией между вибратором и средой, а также циркуляцию энергии внутри вибратора. Она связана с энергией периодической деформации грунта и колебательным характером движения инерционной массы. Теоретические оценки энергетических параметров поверхностных вибраторов для модели упругого полупространства допускают простую асимптотику. Эти оценки показали, что реактивная мощность, связанная с деформацией грунта, растет прямо пропорционально частоте, а связанная с колебаниями инерционной массы — обратно пропорционально. Поэтому на низких частотах вторая составляющая реактивной мощности становится преобладающей. Величина активной и реактивной мощностей вибратора может быть оценена как

$$N \approx \frac{F^2 \omega^2}{\rho V_S^3}; \quad W_1 \approx \frac{F^2 \omega}{\rho V_S^3 r_0}; \quad W_2 \approx \frac{F^2}{M \omega},$$

где N , W_1 , W_2 — активная и реактивные мощности источника; F , M — амплитуда силы и инерционная масса вибратора; ω — частота колебаний; ρ , V_S — плотность и скорость поперечных волн в среде; r_0 — характерный размер источника.

Значения энергетических характеристик 10000-тонного сверхмощного вибратора, рассчитанные для грунта с $\rho = 2 \cdot 10^3$ кг/м³ и $V_S = 2 \cdot 10^3$ м/с, приведены в табл. 2.1.1.

Для вибраторов с инерционной массой порядка 1000 т величина реактивной мощности на частотах 1 Гц и ниже может превышать 1000 кВт (для вибраторов с усилием 10000 т эти цифры будут на два порядка выше). Чтобы такая мощность не циркулировала между вибратором и энергетической установкой, необходимо построение вибратора по резонансной схеме, т. е. образование в нем механического колебательного контура. Варианты таких источников приведены на рис. 2.1.3.

Одним из вариантов создания 1000-тонного вибратора является компоновка нескольких 100-тонных дебалансных источников. Мы хотим, чтобы сила F_i , генерируемая дебалансами, была равна 1000 т на частотах от 3—4 до 8—12 Гц. Наш коллектив умеет изготавливать и эксплуатировать 100-тонные вибраторы. Эти

Таблица 2.1.1

Энергетические характеристики 10000-тонного вибратора

Частота, Гц	Амплитуда колебаний, мм	Активная мощ- ность N , кВт	Реактивная мощ- ность W_2 , МВт	Отношение W_2/N
0,5	1000	6	300	$48 \cdot 10^3$
1	250	25	150	$6 \cdot 10^3$
2	63	100	75	750
3	28	225	50	222
4	16	400	37,5	94
5	10	625	30	48

вибраторы управляются по частоте и фазе, т. е. они могут работать в группе (в антенне) синхронно с отклонением фазы от задающего (программного) свип-сигнала не более 5° .

Стоимость одного 100-тонного вибратора составляет около 300 тыс. долларов. Таким образом, 10 таких вибраторов обошлось бы в 3 млн долларов.

Исполнители описываемой части проекта основное внимание сосредоточили на том, чтобы стоимость 1000-тонного вибратора была не 3 млн, а в 2 или 3 раза меньше. Они пришли к заключению, что 1000-тонный вибратор должен состоять из 10 блоков, соединенных между собой карданным валом. Эти блоки могут запускаться в работу по отдельности. Это особенно важно при пусконаладочных и ремонтных работах. Для вращения дебалансов 1000-тонного вибратора не потребуются электродвигатели в 1000 кВт, можно будет обойтись электродвигателями общей мощностью около 100—200 кВт. Предлагается запуск такой системы осуществлять при нулевом дебалансе, т. е. как хорошо сбалансированный маховик. При пуске дополнительно к основным двигателям будут подключаться электро-стартеры, применяемые при запуске дизельных двигателей.

При нулевом дебалансе система раскручивается до частоты 12—15 Гц (до 720—900 оборотов в минуту). После этого дебалансные массы медленно раскрываются, частота вращения уменьшается, т. е. вибратор работает в режиме «даун-свип» (down-sweep). Если даже к основным двигателям питание почему-либо не будет подаваться, раскрученные маховики (т. е. дебалансы) когда-то перестанут вращаться, т. е. рабочий сеанс даун-свип-вибрации будет все равно исполнен, но только сеанс вибрации может оказаться слишком коротким. Поэтому часть электродвигателей работают только для того, чтобы длительность вибрации была достаточно протяженной.

В штатном режиме, как правило, делается два сеанса вибрации, в одном из них дебалансы крутятся по часовой стрелке, во втором — против. Полученные на этих сеансах две сейсмограммы потом на компьютере суммируются. В результате получается такая сейсмограмма, как если бы использовался вибратор с вертикальной ориентацией силы. Потом из этих двух исходных сейсмограмм делается разностная сейсмограмма. В результате получается такая сейсмограмма, как если бы использовался вибратор с горизонтальной ориентацией силы.

Параметры одного (из 10) дебаланса определяются формулой

$$F_i = M_i \cdot U_i \omega^2, \quad U_i \cdot M_i = F/\omega^2,$$

где U_i — расстояние от центра массы M_i — до оси вращения.

На частоте вращения 4 Гц ($\omega^2 = 40 \cdot 16 = 640$) должно быть:

$$F_i = 100 \text{ т} = 10^6 \text{ Н.}$$

Отсюда:

$$U_i \cdot M_i = F/\omega^2 = 10^6/640 = 1,56 \cdot 10^3.$$

Пусть дебаланс имеет форму полукруга с радиусом R .

Тогда

$$U_i = \frac{\frac{2}{3} R \sin \alpha}{\alpha} \cdot \frac{2}{3} R \frac{2}{\pi} = 0,425 R.$$

Берем $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Если диаметр $2R = 1,65$ м,

то

$$U_i = 0,425 \cdot R = 0,35 \text{ м,}$$

и поскольку

$$U_i \cdot M_i = 1,56 \cdot 10^3,$$

получаем

$$M_i = 1,56 \cdot 10^3 / 0,35 = 4,46 \cdot 10^3 \text{ кг,}$$

т. е. масса $M_i = 4,5$ т колеблется с размахом

$$2U_i = 2 \cdot 0,34 \text{ м} = 0,68 \text{ м.}$$

Излучающая платформа одного 100-тонного блока имеет площадь 2×2 м. 10 таких блоков выстраиваются в одну линию, т. е. длина излучающей антенны равна 20 м. Антенна располагается в траншее глубиной 3 м. Павильон антенны выступает над земной поверхностью на 1—2 м. По потолку павильона проложена кран-балка, по которой переносятся тяжелые грузы.

Сцепление с грунтом осуществляется не только по дну, но и по боковой ребристой поверхности павильона. Боковая поверхность павильона имеет клиновидный скос под углом около $15\text{—}20^\circ$. Поэтому если со временем антенна будет погружаться вглубь, то за счет этого скоса условия контакта вибратора с грунтом будут только улучшаться.

Рабочие сеансы вибрации осуществляются зимой, когда излучающие поверхности антенны хорошо вмерзли в окружающий грунт. Если имеется потребность работать летом, то этот грунт замораживается. Павильон облицован хорошим теплоизоляционным материалом, чтобы внутри павильона (и в окружающем грунте) круглый год поддерживалась отрицательная температура. В окружающем грунте под метровым почвенным слоем проложены трубы для поддержания условий вечной мерзлоты. Прижимная масса отсутствует.

2.2. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ГЕНЕРАЦИИ, ПЕРЕНОСА И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ МОЩНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ ВИБРАТОРОВ. ПОИСК И ВЫЯВЛЕНИЕ НАИБОЛЕЕ ЗНАЧИМЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ СЕЙСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

2.2.1. Об оценках энергетической эффективности сейсмических источников

Невзрывные методы возбуждения сейсмических волн играют все возрастающую роль среди сейсмических методов исследования Земли. Невзрывные источники колебаний, как вибрационные, так и импульсные, предназначены для работы на дневной поверхности и, следовательно, на мягком грунте. Один из наименее разработанных вопросов связан с проблемой эффективности преобразования механической энергии таких источников в сейсмическую. В процессе развития вибрационной сейсморазведки в 1970-е гг. неоднократно возникала задача определения энергетической эффективности сейсмических вибраторов. Теория, основанная на линейной модели упругой среды [Чичинин, 1984], не могла объяснить многие

экспериментально наблюдаемые явления [Юшин, 1994]. Пытаясь решить эту задачу, большинство геофизиков обходились простым качественным сопоставлением вибрационных и взрывных сейсмограмм. Материалы таких сопоставлений можно найти во множестве полевых отчетов опытно-методических вибросейсмических партий тех лет.

Впервые на энергетическую проблему вибрационной сейсморазведки со строгой физической точки зрения обратил внимание И. С. Чичинин. Для испытаний одного из первых разработанных сейсмических вибраторов им была реализована методика экспериментального определения сейсмической энергии через измерение плотности потока внутри среды, для чего была создана соответствующая скважинная измерительная аппаратура и выполнен уникальный по трудоемкости эксперимент [Васильев и др., 1976]. Еще более актуальной эта проблема стала в 1980-е гг. в связи с разработкой межотраслевой научной программы «Вибрационное просвечивание Земли» [Проблемы..., 1977], включавшей в себя создание мощных вибраторов, пригодных для замены многотонных взрывов при глубинном сейсмическом зондировании экологически чистыми источниками. В эти годы при участии авторов настоящей работы были проведены эксперименты, позволившие косвенно оценить сравнительную сейсмическую эффективность мощных вибраторов и мощных взрывов. Поскольку по ряду причин результаты этих работ не были в свое время опубликованы в широко доступной литературе, и в обозримом будущем их повторение маловероятно, мы сочли целесообразным включить их в содержательную часть нашего изложения.

В целом, в данной работе излагаются и обсуждаются методы и результаты энергетических измерений сейсмических колебаний на ряде источников как очень большой, так и очень малой мощности. Основная цель этих исследований — сравнительная оценка их сейсмической эффективности, или коэффициентов «полезного» сейсмического действия, а также поиск наиболее значимых физических и конструктивных параметров таких источников.

2.2.2. Относительная оценка сейсмических энергий источников по критерию равной помехоустойчивости, или теоретическое обоснование того, что интуитивно практикам давно известно

Рассмотрим теоретическую задачу сопоставления энергий «полезных» сейсмических волн при импульсном и вибрационном зондировании. Если при импульсном зондировании рассматривать прямую регистрацию отклика среды как конечную информацию сейсморазведки, то соответствующим вибрационным эквивалентом импульсной сейсмограммы будет кросскоррелограмма виброграммы и зондирующего сигнала. В понятиях статистической теории сигналов операция корреляции виброграммы представляет собой процедуру оптимального приема сигнала известной формы, или согласованной фильтрации [Тихонов, 1983]. С несущественными оговорками коррелятор играет роль оптимального по энергетическому критерию фильтра, согласованного по форме с зондирующим сигналом. Выходной сигнал коррелятора является наилучшим минимально-квадратическим приближением к импульсной сейсмограмме среды [Чичинин, 1965]. Из теории

[Тихонов, 1983] известно, что энергетическое отношение сигнал/шум (ОСШ) θ^2 на выходе оптимального приемника определяется фундаментальным соотношением

$$\theta^2 = 2E/N, \quad (2.2.1)$$

где E — энергия входного сигнала $x(t)$ независимо от его формы и длительности:

$$E = \int_0^{\infty} x^2(t) dt, \quad (2.2.2)$$

N — двусторонняя, т. е. определенная на всей оси частот, включая отрицательные, энергетическая спектральная плотность входного шума, который здесь принимается равномерным («белым») нормальным стационарным. Сейсмограмму импульсного источника также можно рассматривать как результат оптимального приема, так как согласованная фильтрация импульсной сейсмограммы с импульсным же зондирующим сигналом практически не изменяет ее. С другой стороны, мы имеем право определить это же самое выходное ОСШ (1.2.2) непосредственно по сейсмограмме взрыва или по коррелограмме вибровоздействия, просто вычислив отношение

$$\theta^2 = A_{\max}^2 / \sigma_N^2, \quad (2.2.3)$$

где A_{\max} — максимальная амплитуда в импульсной сейсмограмме или коррелограмме, σ_N — среднеквадратическое значение стороннего шума на этой же сейсмограмме, которое можно измерить, например, до первых вступлений сейсмических волн.

Равенство выражений (2.2.1) и (2.2.3) дает ключ к простейшему способу энергетического сравнения источников сейсмических волн — непосредственно по сейсмограммам. Условия корректности такого сравнения состоят лишь в том, чтобы оба эксперимента были поставлены в одних и тех же сейсмогеологических условиях и при одних и тех же сторонних шумах, а достигнутое в импульсной сейсмограмме и в коррелограмме ОСШ было бы приблизительно одинаковым. При этих условиях достаточно сопоставить общие затраты энергии на выполнение взрыва и на генерацию вибровоздействия, чтобы оценить соотношение их сейсмических КПД. Действительно, полагая, что квадрат амплитуды A_{\max}^2 пропорционален сейсмической энергии E_S , которая, в свою очередь, выражается через полную исходную энергию E источника и сейсмический КПД γ как $E_S = \gamma E$, после несложных рассуждений приходим к выводу, что отношение КПД источников обратно отношению их полных *исходных* энергий:

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{E_2}{E_1}. \quad (2.2.4)$$

Рассмотрим практическое применение таких оценок в двух уникальных экспериментах.

2.2.3. Сравнительная оценка сейсмических КПД «сверхтяжелых» вибраторов и мощных взрывов

В первом эксперименте объектами сравнения были вибратор ЦВ-100 (рис. 2.2.1) Новосибирского (Быстровского) вибросейсмического полигона Сибирь-

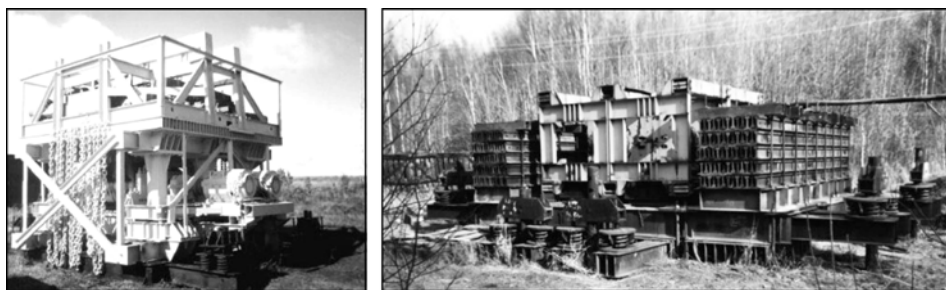


Рис. 2.2.1. Сверхтяжелые дебалансные сейсмические вибраторы: ЦВ-100 (слева) на вибросейсмическом полигоне под Новосибирском и ЦВО-100 (справа) на Байкальском прогностическом полигоне, г. Бабушкин.

Частотный диапазон: 5—10 Гц, амплитуда силы — до 100 т.

ского отделения РАН и карьерный взрыв. Регистрация и вибратора, и взрыва проводилась на одну и ту же приемную расстановку в один день, что гарантировало одинаковый уровень внешнего шума. Оба пункта возбуждения располагались почти на одном азимуте от пункта приема. Приемная расстановка располагалась на удалении 315 км в южном направлении от вибратора в предгорьях Горного Алтая.

Пункт взрыва находился на расстоянии 275 км от точки приема, в каменном карьере. Вибратор работал 45 мин. с однократной линейной разверткой частоты в диапазоне от 5,5 до 8,5 Гц, причем регистрирующая аппаратура выполняла корреляцию вибросигнала в реальном масштабе времени. Карьерный взрыв был отвальным, с заложением зарядов в несколько 20-метровых скважин, пробуренных у борта карьера. Было взорвано 4,5 т тротила с замедлением 2×15 мс. На рис. 2.2.2 представлены результаты этого эксперимента.

Разное число каналов в этих двух сейсмограммах связано с особенностями аппаратуры при регистрации вибраторов и взрывов. Хотя волновые картины обеих сейсмограмм на рис. 2.2.2 значительно различаются, что, возможно, вызвано длительным сейсмическим последствием карьерного взрыва, для нас здесь главное то, что по ним можно судить о близости результирующего ОСШ в обоих экспериментах, а это и требуется для такого сравнения. Очевидно, что механическая работа, выполненная вибратором в процессе зондирования, не может быть выше затрат электроэнергии, питающей вибратор. Точно так же механическая работа взрыва не может превышать тепловой энергии, заключенной в теплотворной способности заряда ВВ. Затраты энергии на работу вибратора выражаются произведением мощности, потребляемой из электросети, на длительность свип-сигнала ($60 \text{ кВт} \times 45 \text{ мин.} \times 60 \text{ с}$), т. е. 162 МДж. Полная энергия взрыва определяется произведением теплотворной способности тротила (около 4 МДж/кг) на его массу, что составляет 18000 МДж. Отсюда видно, что при взрыве высвобождено тепловой энергии более чем в 100 раз больше электрической энергии, затраченной на работу вибратора. На основе методики сравнительной оценки источников, основанной на пропорции (2.2.4), можно утверждать, что сейсмический КПД вибратора во столько же раз выше КПД взрыва.

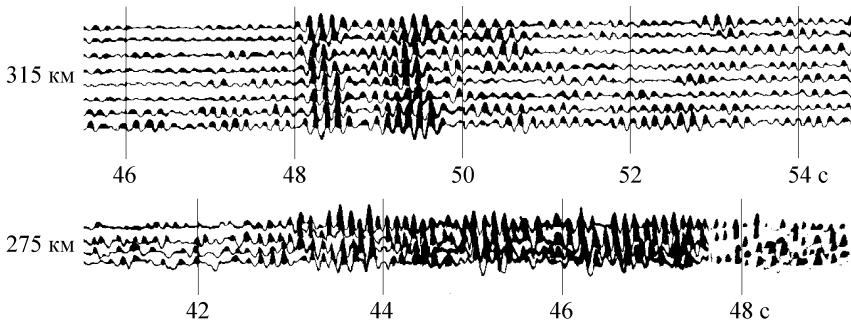


Рис. 2.2.2. Сравнение коррелограммы вибратора (вверху) и прямой записи взрыва (внизу). Вибратор ЦВ-100 с амплитудой силы до 100 т, частотный диапазон 5,5—8,5 Гц, длительность зондирования 45 мин.; взрыв карьерный отвальный, 4,5 т тротила с замедлением 2 × 15 мс; прием в один день на одну и ту же аппаратуру.

На рис. 2.2.3 проиллюстрировано второе аналогичное сопоставление взрывной и вибрационной сейсмограмм, относящееся к другому региону — к Байкальской рифтовой зоне. 100-тонный дебалансный вибратор ЦВО-100 (см. рис. 2.2.1, б), несколько отличной от ЦВ-100 конструкции, но близкий к нему по характеристикам, был установлен на восточном берегу Байкала вблизи г. Бабушкин. 12-канальная приемная расстановка размещалась на расстоянии 125,5 км северо-западнее, вблизи пос. Харат Усть-Ордынского Бурятского АО, и имела шаг между каналами 100 м.

Вибратор генерировал одиночный свип-сигнал с нелинейной разверткой частоты, выравнивающей частотную характеристику вибратора, длительностью 20 мин. в полосе от 5,5 до 9,8 Гц [Юшин и др., 1999]. Коррелограмма (см.

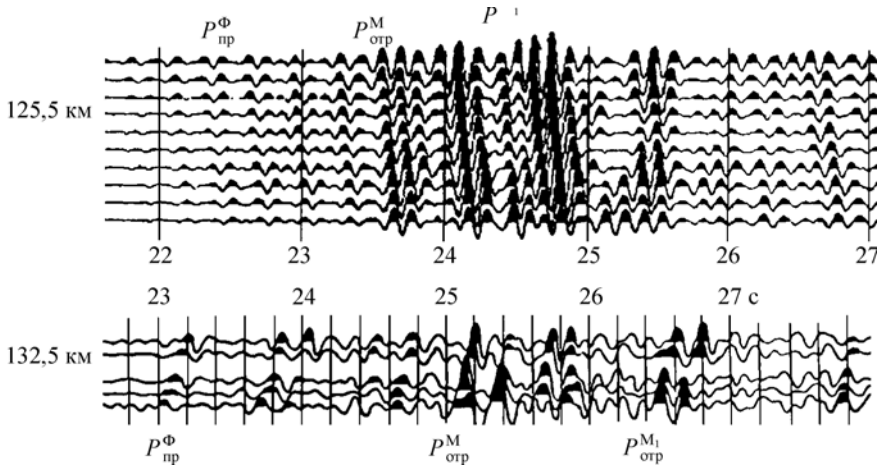


Рис. 2.2.3. Сравнение сейсмограмм: коррелограммы вибратора (вверху) и прямой записи взрыва (внизу).

Вибратор ЦВО-100 с амплитудой силы до 100 т, частотный диапазон 5,5—9,8 Гц, длительность зондирования 20 мин.; взрыв 3 т тротила в мелком водоеме.

рис. 2.2.3, а), как и в первом случае, была вычислена в реальном масштабе времени. Поскольку во время вибрационного эксперимента сейсмические взрывы были уже повсеместно запрещены, мы взяли для сопоставления ранее полученную в этом же районе взрывную сейсмограмму ГСЗ (см. рис. 2.2.3, б) из опубликованной работы [Недра..., 1981]. Сейсмограмма была получена при одномоментном взрыве 3 т тротила в мелком водоеме и записана с помощью аппаратуры «Тайга» на удалении 132,5 км. По опыту ГСЗ, взрыв в водоеме дает максимальный сейсмический эффект по сравнению с другими способами заложения заряда. Несмотря на незначительное различие в выносах при вибрационном и взрывном экспериментах, которое для удобства сравнения сейсмограмм на рис. 2.2.3 скомпенсировано их взаимным графическим смещением на 1 с, можно заметить, что все явно выраженные сейсмические волны, в частности отраженные от кристаллического фундамента (глубина 5 км), подошвы земной коры (глубина 40 км) и рефрагированные в верхней части мантии, удовлетворительно взаимно отождествляются на обеих сейсмограммах. Полагая, что ОСШ на обеих сейсмограммах одинаковы, выполним энергетический расчет: взрыв выделяет $4 \text{ МДж/кг} \times 3000 \text{ кг} = 12000 \text{ МДж}$ тепловой энергии, тогда как вибратор затрачивает — $60 \text{ кВт} \times 20 \text{ мин.} \times 60 \text{ с} = 72 \text{ МДж}$ электрической энергии. Итого получаем близкий по порядку величины результат: 167 — во столько раз сверхтяжелый вибратор ЦВО-100 затратил меньше первичной энергии на генерацию одной и той же со взрывом энергии упругих волн. Таким образом, из этих двух экспериментов можно сделать следующий вывод. Даже если принять сейсмический КПД вибратора за 100 %, то сейсмический КПД взрыва в данном случае следует признать не превышающим 1 %.

2.2.4. Альтернативная оценка сейсмической энергии и КПД сверхтяжелого виброисточника ЦВ-40 по измерениям в ближней зоне

Одной из серьезных трудностей расчета механической энергии вибратора являются технологические проблемы измерения силы воздействия платформы на грунт. Выручает высокий, до 90 %, электромеханический КПД электродвигателей, позволяющий по затратам легко измеримой электрической энергии достаточно достоверно оценить механическую работу вибратора. Виброисточник ЦВ-40 (рис. 2.2.4) относится к тому же конструктивному типу, что и вышеупомянутые ЦВ-10 и ЦВО-100. Он является вибратором дебалансного типа с вертикальной ориентацией вынуждающей силы и прецизионным управлением по частоте и фазе с исполнительным силовым синхронно-следающим приводом на двигателях постоянного тока.

Рассмотрим результаты эксперимента, направленного на оценку сейсмической мощности и КПД этого виброисточника. Заметим, что ранее проведенные прямые измерения сейсмической энергии импульсного источника в этом же месте показали [Полозов, Юшин, 2008], что более 70 % энергии уносится поверхностными волнами в тонком 10—12-метровом слое рыхлых осадков, который в данном районе лежит на скальном фундаменте. Естественно допустить, что такое же соотношение поверхностных и объемных волн справедливо и для вибратора. Поверхностные и скважинные наблюдения показали, что преобладающей волной в ближней и средней зоне, по крайней мере до удаления 400 м, является волна Релея со скоростью около 200 м/с. Это дает основание рассматривать поверхностную волну



Рис. 2.2.4. Вибрационный источник ЦВ-40.

на удалении 250 м от вибратора, где находится измерительная скважина, как плоскую и применить для оценки плотности потока Φ простую формулу Саваренского [1972]

$$\Phi = \frac{\rho V_R v^2}{2} \left[\frac{\text{Дж}}{\text{с}^3} \right], \quad (2.2.5)$$

где V_R — скорость поверхностной волны; ρ — плотность грунта; $v^2 = v_z^2 + v_x^2$ — усредненная по глубине скважины квадратичная сумма амплитуд колебательных скоростей Z - и X -компонент.

Предположим, что среда горизонтально однородна, т. е. все азимуты для разбегающихся от вибратора сейсмических волн равноценны. Интегрируя плотность потока (2.2.5) по цилиндрическому кольцу радиусом 250 и шириной (глубиной) 12 м, получим энергию, переносимую сейсмической волной в единицу времени, или сейсмическую мощность. Поскольку колебательная скорость зависит от частоты вибратора, то и сейсмическая мощность является функцией частоты. Эта функция, рассчитанная по скважинным измерениям, представлена на рис. 2.2.5 на верхнем графике. На нижнем графике этого рисунка показаны измеренные затраты электрической мощности на работу электропривода вибратора.

Как видим, сейсмическая энергия одних только поверхностных волн достигает 50 % электрической мощности, причем это наблюдается не вблизи источника, а на довольно значительном (250 м) удалении. Если добавить еще хотя бы 15 % на «неохваченные измерениями» объемные волны, учесть электромеханический КПД моторов постоянного тока (85—90 %) и поглощение поверхностных волн на интервале пробега 250 м, то окажется, что суммарная сейсмическая эффективность сверхтяжелого дебалансного вибратора по всем типам волн близка к 90 %. Отметим также, что данный эксперимент подтверждает выполненный Чичининым в

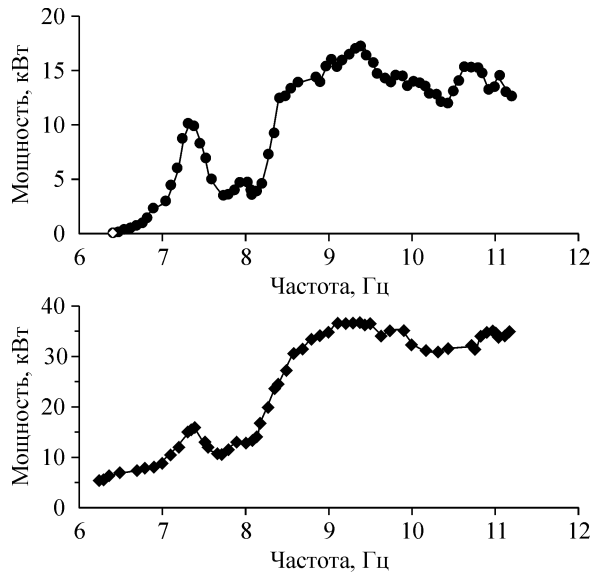


Рис. 2.2.5. Мощность гармонических поверхностных волн в 12-метровой толще, пробегающих сквозь цилиндрическую поверхность радиусом 250 м от вибратора (вверху), и соответствующие затраты электрической мощности силового привода вибратора на генерацию этих колебаний (внизу).

работе [Активная сейсмология..., 2004] теоретический расчет излучаемой мощным вибратором сейсмической мощности.

2.2.5. Прямые измерения сейсмической энергии импульсного источника

К прямым измерениям мы относим расчеты полного потока сейсмической энергии, выполненные по записям колебаний во внутренних точках среды калиброванными в абсолютных единицах движений датчиками, размещенными по достаточно густой сетке наблюдений на некоторой референц-поверхности, охватывающей источник. Если исследуемый источник мобилен, требуемую детальную систему наблюдений внутри среды можно воссоздать с помощью одной-двух измерительных скважин, повторяя воздействия при разных выносах источника. По такой методике были выполнены прямые измерения энергии сейсмических волн, образованных ударом кувалды, опубликованные в [Полозов, Юшин, 2008]. Основным результатом данного эксперимента воспроизведен на рис. 2.2.6, где представлена зависимость измеренной сейсмической энергии и сейсмического КПД от радиуса цилиндрической референц-поверхности, концентрически охватывающей точку удара в нижнем полупространстве, при фиксированной глубине «дна» референц-поверхности 5,5 м. Затухание сейсмической энергии на референц-поверхностях в интервале радиусов от 2 до 15 м оказалось возможным аппроксимировать степенной функцией радиуса с показателем степени $-0,9$ (см. тонкую сплошную линию на рис. 2.2.6):

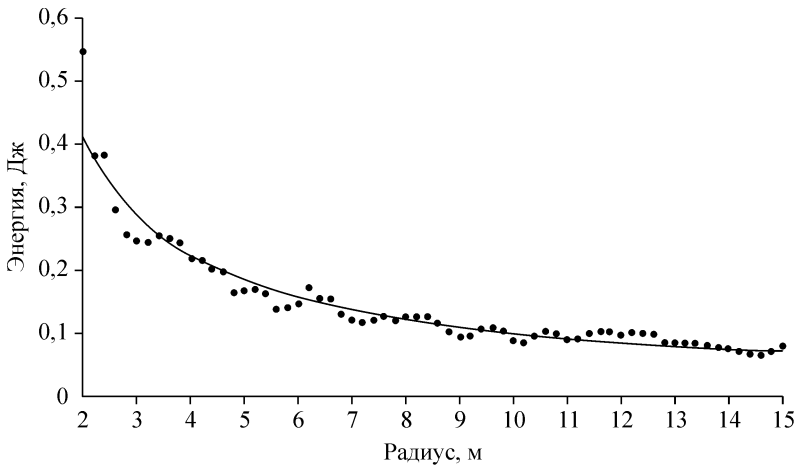


Рис. 2.2.6. Энергия сейсмических волн в грунте, возбужденных ударом с кинетической энергией 100 Дж в зависимости от радиуса R цилиндрической референц-поверхности.

Точки — эксперимент, линия — минимально-квадратичная аппроксимация экспериментального ряда функцией $E = 0,74 R^{-0,9}$. (В данном случае сейсмический КПД удара в процентах численно совпадает с энергией в джоулях).

$$E = 0,74 R^{-0,9}. \quad (2.2.6)$$

Как видим, максимальный измеренный КПД, соответствующий 2-метровому радиусу референц-поверхности, составил 0,55 %. На референц-поверхностях, расположенных ближе 2 м, расчет энергии по тем же экспериментальным данным и методике, основанной на определении вектора Умова—Пойнтинга, оказался, по видимому, некорректным, поскольку дал более низкий результат, противоречащий физическому смыслу. Возможных причин этого, по крайней мере, две: перегрузки датчиков в области интенсивных колебаний и недостаточная детальность сети наблюдений для больших градиентов амплитуд вблизи точки воздействия.

Попытаемся уточнить область аномально высоких потерь энергии, сузив ее до возможного минимума, используя другие подходы. Хотя очевидно, что полученная аппроксимирующая функция (2.2.6) не может быть продолжена до слишком малых радиусов, это отнюдь не означает, что наблюдаемый степенной закон затухания сейсмической энергии не соблюдается на радиусах и несколько менее 2 м. Допустим, что граница аномально высокого затухания лежит ближе к точке удара и рассмотрим два других независимых подхода к оценке радиуса аномально высокого поглощения механической энергии удара. Первый подход — теоретический, вытекающий из фундаментальных физических законов сохранения энергии и импульса. Второй — экспериментальный, основанный на прямых измерениях динамических напряжений в грунте.

2.2.6. Альтернативная оценка размеров зоны повышенных потерь энергии импульсного источника на основе законов сохранения энергии и импульса

Зная исходную кинетическую и измеренную сейсмическую энергию и пользуясь законами сохранения энергии и импульса, оценим объем области упруговязко-нелинейного полупространства, в которой происходит аномально высокая диссипация энергии. Естественно принять, что энергия потерь равна разности между исходной кинетической и максимальной измеренной сейсмической энергией. Удар кувалды по грунту в приемлемом приближении можно считать абсолютно неупругим. Поскольку закон сохранения импульса справедлив только для консервативных систем, чтобы им воспользоваться, необходимо локализовать два соударяющихся тела, на которые не действовали бы внешние силы. Одно из этих тел — это ударник (кувалда) с его кинетической энергией, а вот другим, строго говоря, является вся планета Земля. Ясно, что такая модель соударения будет непродуктивна. Но мы уже знаем, что главные потери происходят в ограниченной области среды вокруг очага удара, и это знание дает ключ к решению проблемы. «Оторвем» мысленно от целика тот массив сплошного полупространства, в котором, как показали вышеупомянутые эксперименты, происходит потеря около 99 % сейсмической энергии. Вообразим, что этот массив грунта висит отдельно и неподвижно как бы в невесомости, а после удара начнет двигаться с постоянной скоростью вместе с «прилипшей» к нему кувалдой. Потребуем, чтобы кинетическая энергия этого массива оказалась равной измеренной сейсмической энергии. Тем самым мы как бы подменим «полезную» сейсмическую энергию «полезной» же кинетической энергией этого виртуального блока среды и, главное, сохраним в грунте величину измеренной в натурном эксперименте энергии диссипации. Это и даст нам возможность оценить тот объем реальной среды, в котором и происходит главная потеря энергии. Если этот объем окажется не более того, который был заключен в минимальной экспериментально апробированной референц-поверхности, то результат прямых измерений сейсмической энергии и сейсмического КПД можно будет считать не противоречащим физическим законам сохранения энергии и импульса и даже продолжить (экстраполировать) интерполирующую степенную функцию в область несколько меньших референц-радиусов. В противном случае результаты измерений сейсмической энергии следует подвергнуть сомнению.

Пусть m — масса ударника, V_1 — его конечная скорость в момент соударения, M — масса грунта, в которой происходит аномально высокое поглощение энергии удара. После удара эта масса свободно движется со скоростью V_2 . Кинетическая энергия ударника равна

$$E_1 = \frac{mV_1^2}{2}, \quad (2.2.7)$$

а кинетическая энергия движения после соударения масс M и m равна

$$E_2 = \frac{(M + m)V_2^2}{2}. \quad (2.2.8)$$

Закон сохранения энергии в этом случае мы должны записать так:

$$E_1 = E_2 + \Delta E, \quad (2.2.9)$$

где ΔE — энергия потерь, поглощенная в ближней зоне удара. В то же время закон сохранения импульса должен быть записан следующим образом:

$$mV_1 = (M + m)V_2, \quad (2.2.10)$$

откуда

$$V_2 = \frac{m}{M + m}V_1. \quad (2.2.11)$$

Подставляя (2.2.7), (2.2.8) и (2.2.11) в (2.2.9), находим энергию потерь

$$\Delta E = \frac{M}{M + m} E_1. \quad (2.2.12)$$

Полагая, что кинетическая энергия E_2 воображаемого массива M после соударения численно равна измеренной сейсмической энергии E_S и, следовательно, может быть выражена через сейсмический КПД η :

$$E_2 = E_S = \eta E_1, \quad (2.2.13)$$

энергия потерь представляется как

$$\Delta E = E_1 - E_S = (1 - \eta) E_1. \quad (2.2.14)$$

Приравнивая (2.2.12) и (2.2.14), получаем выражение для искомой массы грунта зоны аномальных потерь:

$$M = \frac{1 - \eta}{\eta} m, \quad (2.2.15)$$

причем поскольку в большинстве практически значимых случаев $\eta \ll 1$, можно принять

$$M = \frac{m}{\eta}. \quad (2.2.16)$$

Теперь можно оценить объем и радиус зоны потерь, что мы и сделаем исходя из предположения о полусферической форме последней. Выразим массу M через плотность грунта ρ и радиус полусферы r :

$$M = \frac{2}{3} \pi \rho r^3, \quad (2.2.17)$$

откуда

$$r = \sqrt[3]{\frac{3m}{2\pi\rho\eta}} = \sqrt[3]{\frac{3M}{2\pi\rho}}. \quad (2.2.18)$$

Пример. Используя соотношение (2.2.16) и принимая экспериментальную оценку сейсмического КПД удара кувалды в соответствии с [Полозов, Юшин, 2008] равной $\eta = 0,006$, находим массу грунта области аномальных потерь:

$$M = \frac{m}{\eta} = \frac{3}{0,006} = 500 \text{ кг},$$

что согласно (2.2.18) при плотности грунта 2000 кг/м^3 приводит к радиусу полусферы

$$r = \sqrt[3]{\frac{3M}{2\pi\rho}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 500}{2\pi \cdot 2000}} \cong 0,5 \text{ м.}$$

Напомним, что минимальный радиус референц-поверхности, найденный в натурном эксперименте, составлял 2 м. Таким образом, выполненная на основе законов сохранения энергии и импульса оценка размеров области высоких потерь не противоречит фактическим габаритам минимальной экспериментальной референц-поверхности, по которой был измерен полный поток энергии. Если экстраполировать степенной закон (2.2.6) до 0,5 м, то получим сейсмический КПД около 1,5 %, что также следует признать весьма низким значением. Таким образом, данный анализ наводит на мысль, что главные потери энергии локализованы значительно ближе к точке контакта ударника со средой.

Интересно также оценить, при каких результатах измерений сейсмической энергии законы сохранения энергии и импульса оказались бы нарушены. Из формул (2.2.16) и (2.2.18) следует, что недопустимые результаты измерения сейсмического КПД выражаются неравенством

$$\eta \leq \frac{3m}{2\pi r^3}, \quad (2.2.19)$$

где r — минимальный радиус референц-поверхности, соответствующий максимальной экспериментально измеренной величине сейсмической энергии. Таким образом, недостоверными могли бы оказаться слишком низкие значения КПД, полученные в натурном эксперименте. Так, в нашем примере при минимальном радиусе 2 м граница допустимости лежит при получении значения КПД на этом радиусе менее 0,01 % (при практически измеренном значении КПД 0,55 %).

2.2.7. Экспериментальная оценка размера области повышенных потерь на основе прямых измерений напряжения в очаге удара

Размеры области аномально высоких потерь помогает также оценить эксперимент по прямому измерению импульса давления в грунте в момент удара. Радиус, при котором амплитуда импульса снижается до неразрушающих значений (радиус разрушений), можно принять за максимальный радиус аномально высокого поглощения, а величину сейсмической энергии и КПД, ему соответствующие, получить экстраполяцией найденной выше на больших радиусах аппроксимирующей зависимости (2.2.6) до найденного радиуса разрушений.

Так, с помощью мембранных тензорезисторных датчиков, аналогичных примененным в [Васильев и др., 1969], нами были выполнены измерения импульсов давления (нормальных напряжений) в грунте в момент удара. На рис. 2.2.7 воспроизведены три серии таких импульсов, записанных при повторных ударах кувалды по стальной платформе диаметром 14 см, при разных глубинах заложения датчиков. Как можно видеть, амплитуда давления в контакте с платформой ударника достигает 50 атм. и на глубине 30 см снижается до 8 атм., что также выходит за пределы неразрушающих напряжений. На больших глубинах давление в этих экспериментах не измерялось, но теоретическая экстраполяция затухания амплитуды давления функцией расхождения R^{-2} прогнозирует ее снижение до 1 атм. на

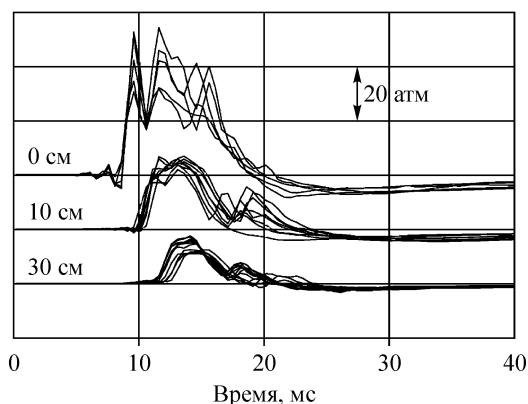


Рис. 2.2.7. Записи импульсов давления в грунте на разных глубинах при повторных ударах кувалды с кинетической энергией 100 Дж.

глубине около 1 м. Если теперь провести встречную экстраполяцию экспериментального ряда значений КПД, показанного на рис. 2.2.6, степенной тренд-функцией (2.2.6) до радиуса 1 м, то мы получим значение сейсмического КПД около 0,7—0,8 %, что по-прежнему представляется крайне низким значением в сравнении с КПД мощного вибратора. Кстати, измеренная с помощью таких же мембранных датчиков амплитуда колебательного давления под платформой сверхтяжелого вибратора оказалась не более 3 атм.

2.2.8. Экспериментальное сравнение сейсмической эффективности трех типов импульсных источников на основе амплитудно-энергетического принципа

Амплитудно-энергетическим принципом (АЭП) мы называем гипотезу о том, что амплитуда сейсмической волны пропорциональна квадратному корню из энергии воздействия:

$$A \sim \sqrt{E}. \quad (2.2.20)$$

АЭП по определению справедлив только для линейной системы, зато в системе с нелинейными характеристиками его использование позволяет сделать сравнительные оценки разных источников с точки зрения их сейсмической эффективности. Фактически мы этим принципом уже воспользовались выше при сравнении КПД мощного взрыва и мощного вибратора и выяснили, что вибратор на два порядка экономичнее взрыва.

Рассмотрим теперь результаты эксперимента по сравнительной оценке сейсмических КПД трех маломощных импульсных источников — кувалды, «падающего груза» и взрыва. Эксперимент состоял в следующем. Все источники размещались поочередно в одном и том же пункте возбуждения: первые два на поверхности, а контейнер с зарядом — в скважине глубиной 1 м. Сейсмические колебания регистрировались одной и той же системой наблюдений — в другой скважине, находящейся на удалении 33 м, и с помощью радиальной поверхностной расстановки с выносом 33 м и межканальным шагом 10 м.

На рис. 2.2.8 приведены в удобном для сравнения (нормированном по амплитуде) виде поверхностные сейсмограммы от всех трех источников — они оказались более информативны, чем скважинные, так как охватывают 110-метровый интервал удалений от точки возбуждения. Для последующего анализа мы выбрали наиболее яркую из объемных волн — преломленную на неглубоко залегающем кристаллическом фундаменте. Она находится в первом вступлении. Несколько

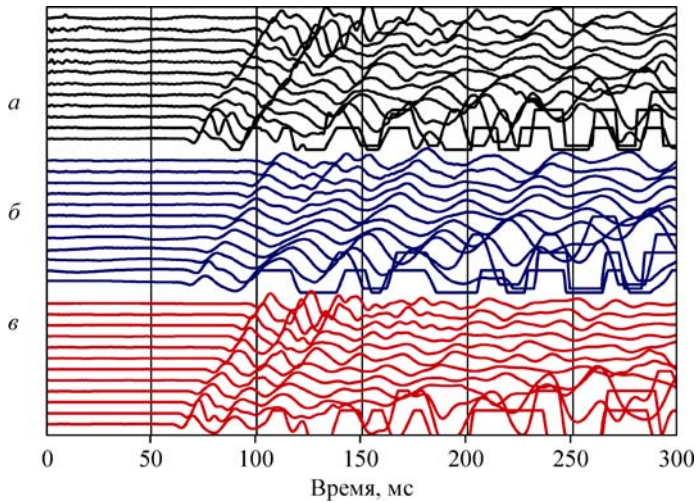


Рис. 2.2.8. Поверхностные сейсмограммы от трех импульсных источников: удара кувалды (а), броска груза (б) и взрыва порохового заряда в скважине (в).

Приемная расстановка: вынос 33 м, шаг между каналами 10 м. В первом вступлении — преломленная P -волна. Амплитуды нормированы по первому вступлению.

периодов слабо затухающих колебаний вслед за первой фазой вызваны, как мы полагаем, собственными колебаниями грунта или системы ударная масса—грунт. Можно заметить, что при взрыве эти колебания выражены несколько слабее, что объясняется заглублением заряда.

Для всех трех источников можно оценить первичную энергию в абсолютных единицах физическими методами. Энергии кувалды и падающего груза рассчитываются соответственно как кинетическая и потенциальная энергии ударных масс. Так, энергия удара кувалды оказалась близкой к 100 Дж, «падающего груза» — 900 Дж. Первичная энергия взрыва была определена через теплотворную способность пороха, взрыв 50 г которого, по расчету, выделил 210 кДж тепловой энергии. Таким образом, по законам физики, исходные энергии «груза» и взрыва относятся к исходной энергии кувалды как 9 : 1 и 2100 : 1 соответственно. При этом амплитуды одной и той же объемной сейсмической волны для «груза» и взрыва, измеренные по сейсмограммам, оказались в соотношении с амплитудой удара кувалды соответственно как 6,5 : 1 и 35 : 1. Если бы КПД всех трех источников были бы одинаковы, то на основе гипотезы АЭП следовало бы ожидать, что первичные энергии «груза» и кувалды должны соотноситься в соответствии с квадратами сейсмических амплитуд как 42 : 1, а энергии взрыва и кувалды — как 1225 : 1. Полученную разницу с первичной энергией, рассчитанной физическими методами, можно объяснить различием сейсмических КПД этих трех источников. Так, КПД кувалды оказывается в $42 : 9 = 4,5$ раза ниже КПД «падающего груза», но в 2 раза выше КПД взрыва. Зная абсолютное значение КПД одного из источников, легко найти КПД остальных. Приняв, согласно [Полозов, Юшин, 2008] и вышеизложенным уточнениям, КПД кувалды равным 1 %, получим для падающего груза 4,5 %, а для взрыва 0,5 %.

Из изложенного как будто бы следует, что импульсные источники (взрыв в скважине и механический удар по поверхности) имеют сейсмический КПД одного порядка, причем весьма низкий, не более 5 %. Вибратор же характеризуется высоким КПД, близким к 100 %. Однако воздействие вибратора, на наш взгляд, принципиально отличается от механического удара только значением амплитуды скорости движения в контакте платформы с грунтом, и, казалось бы, уменьшение энергии удара за счет снижения только скорости соударения (при неизменной ударной массе) должно приводить к повышению КПД. В действительности этого не происходит. Наши дополнительные эксперименты по проверке АЭП методом варьирования высоты сбрасывания груза показали справедливость формулы (2.2.20) с относительной погрешностью не более 10 % в диапазоне скоростей соударения от 5 до 0,7 м/с. Последняя цифра всего лишь в 3 раза выше максимальной колебательной скорости, развиваемой сверхтяжелым вибратором, КПД которого, как показано выше, по крайней мере, по ближней зоне, весьма высок. Поэтому трудно ожидать, что дополнительное 3-кратное снижение скорости удара может радикально повысить КПД импульсного источника, приблизив его к вибрационному. Все это заставляет предположить, что причина существенной разницы в КПД маломощного импульсного источника и мощного вибратора заключается в чем-то другом, как например, в их конструкции или размерах. Отчасти эту мысль подтверждает и вышеприведенный сравнительный эксперимент между практически однотипными источниками — кувалдой и падающим грузом. Последний значительно массивнее и больше по габаритам, чем кувалда, и, как результат, его сейсмический КПД почти в 5 раз выше. Кроме того, значительное влияние на КПД, бесспорно, оказывает и разница в частотных диапазонах источников.

Из приведенных экспериментальных результатов следует, что:

1. Мощный низкочастотный вибратор дебалансного типа на два порядка энергетически эффективнее мощного взрыва. Такой вибратор обладает сейсмическим КПД, близким к 90 %, из которого не менее 70 % приходится на поверхностные волны.

2. КПД поверхностного импульсного невзрывного и скважинного взрывного источников имеют порядок от долей до первых процентов. Основные потери энергии импульса в мягком грунте происходят в области контакта источника с грунтом.

3. Хотя, в целом, физический механизм, ответственный за энергетическую сейсмическую эффективность невзрывного сейсмического источника, по-прежнему остается недостаточно понятным, наблюдается явная закономерность повышения КПД с увеличением массогабаритных характеристик источника и снижением преобладающей полосы частот.

2.3. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ ОТ ВЗРЫВОВ, ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И МОЩНЫХ ВИБРАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ ПРИ НАБЛЮДЕНИЯХ В «БЛИЖНЕЙ» И «ДАЛЬНОЙ» ЗОНАХ

Для изучения вопроса соответствия вибрационных записей волновым полям от мощных химических взрывов был выполнен ряд специальных экспериментов,

которые проводились на профиле 2ДВ в Охотско-Чукотском регионе и в Алтае-Саянской складчатой области (рис. 2.3.1, 2.3.2). Так, в одном эксперименте [Соловьев и др., 2000; Алексеев и др., 2004] вибрационное излучение и взрыв производились практически в одной точке: расстояние между 40-тонным вибратором и местом взрыва (взрыв 2,5 т тротила в водоеме глубиной 3 м) составляло 50 м. В результате интерпретации было установлено, что при применении соответствующих фильтров на записях (сейсмограмме и коррелограмме) уверенно отождествляются опорные волны (преломленные продольные и поперечные волны от поверхности фундамента) с одними и теми же временами регистрации.

Проведенный анализ характеристик излучения взрывных и мощных вибрационных источников показывает, что диапазон излучения мощных виброисточников от 6 до 12,5 Гц практически совпадает со спектральным составом от химических взрывов повышенной мощности при работах ГСЗ. В качестве примера на рис. 2.3.3 приведены спектры от взрывов колымита (по бризантным свойствам 0,7—0,8 от



Рис. 2.3.1. Схема глубинных сейсмических исследований в Охотско-Чукотском регионе.

1 — положение проектного опорного профиля 2ДВ п-ов Конни—о. Врангеля, 2 — отработанные участки профиля 2ДВ (I — г. Магадан — пос. Усть-Среднекан, II — пос. Усть-Омчуг — р. Герба — р. Омсукчан, III — р. Омсукчан — верховье р. Лев. Кедон, IV — р. Коркодон — пос. Омолон — р. Олой, V — пос. Омолон — р. Мал. Анюй, VI — р. Паляваам — о. Врангеля, VII — г. Певек — пос. Дальнее, VIII — пос. Дальнее — пос. Валунистое, IX — пос. Валунистое — г. Анадырь, X — г. Анадырь — пос. Хатырка).

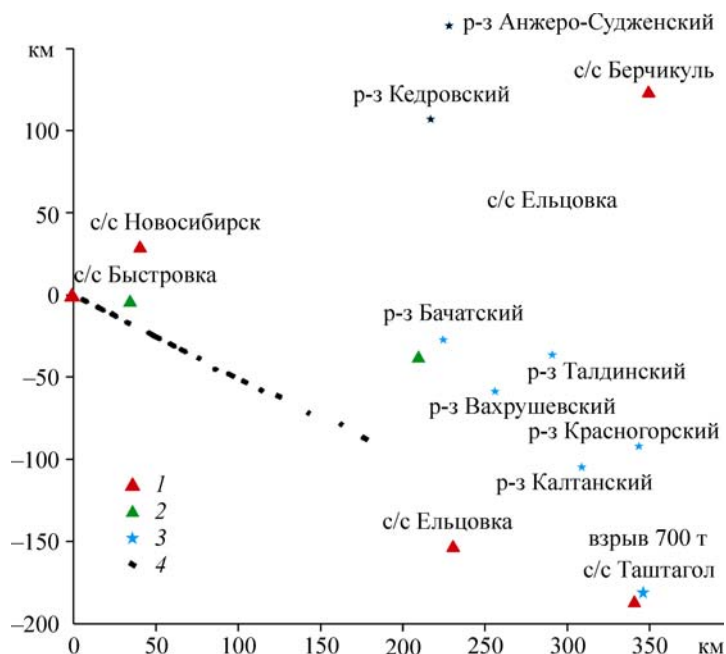


Рис. 2.3.2. Схема наблюдений (по регистрации карьерных взрывов и мощных вибраторов) в Алтае-Саянской складчатой области.

1 — сейсмостанции Алтае-Саянского региона; 2 — временные пункты регистрации; 3 — промвзрывы; 4 — регистрация на профиле Быстровка—Новокузнецк.

тротила) весом от 3 до 6 т в озерах и болотах и от 40-тонного передвижного виброисточника на одном из участков профиля 2ДВ в Охотско-Чукотском регионе [Соловьев и др., 2003; Сурков и др., 2004, 2007]. Волновые поля от взрывных и вибрационных источников на больших расстояниях, полученные при встречной регистрации, представлены на рис. 2.3.4. Их анализ позволяет сделать определенные выводы о регистрируемых волновых полях от столь разных типов источников возбуждения.

Прежде всего, отметим общие характеристики взрывов и вибратора в ближней зоне (для вибрационных источников — это материалы регистрации непосредственно под вибратором, для взрывных — на удалениях до километра).

В целом диапазоны излучения виброисточника составляли 6,5—9,7 Гц (при использовании тяжелых дебалансов) и 7,5—11,04 Гц (при использовании средних дебалансов). Подобный спектр излучения сохранялся в ближней зоне виброисточников на ряде точек возбуждения (мест установки вибратора по профилю) при малой амплитуде кратных и полукратных гармоник; для другого же ряда точек возбуждения был отмечен более узкий спектр излучения (смещенный в область высоких частот) и наличие значительных по амплитуде однократных и двукратных гармоник.

Подобная картина сохраняется и в дальней зоне (см. рис. 2.3.3): наблюдаются либо равномерные спектры в диапазоне частот 8—10,5 Гц (от ряда источников), либо узкие спектры в диапазоне 9,6—11 Гц (примеры спектров на удалениях 170,

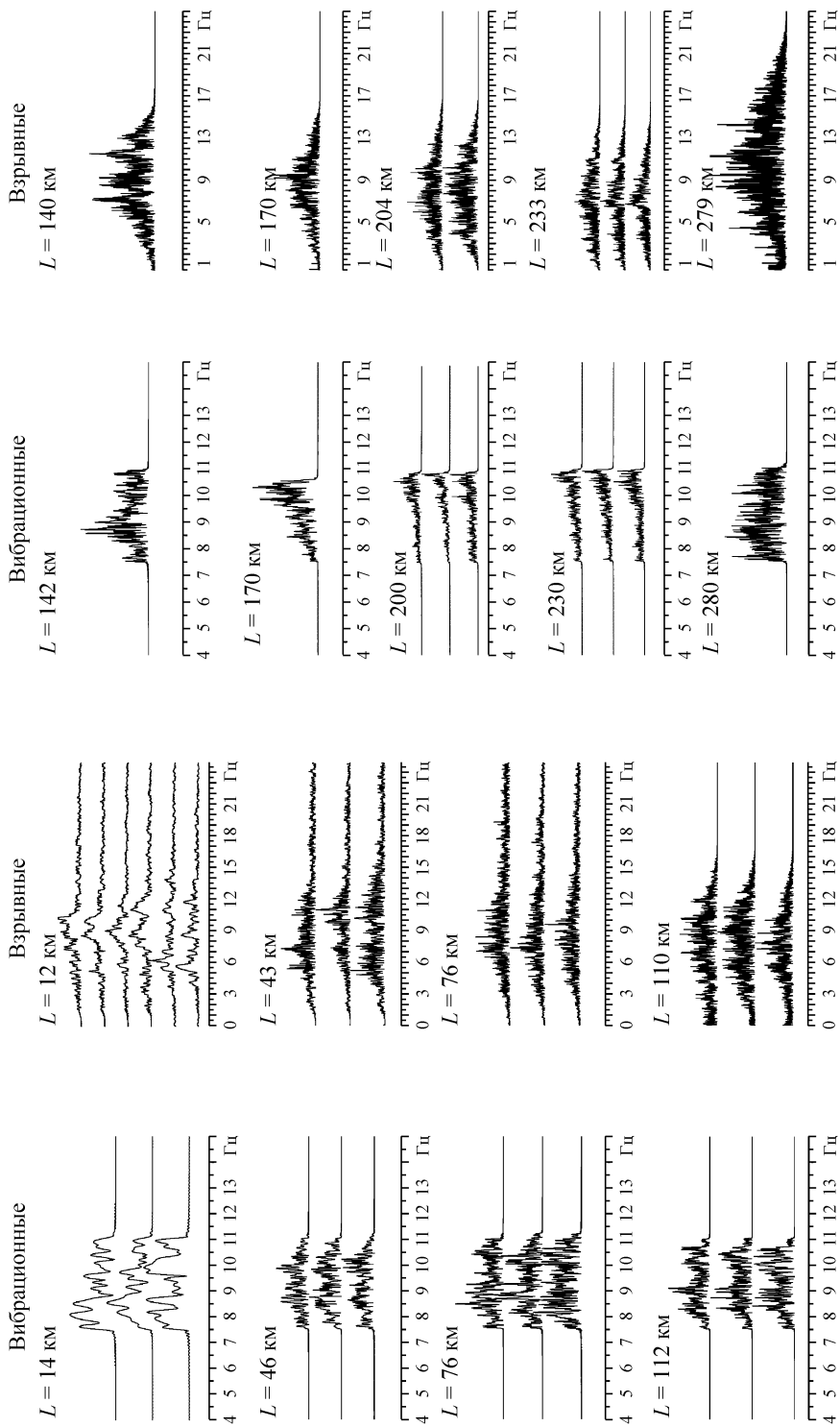


Рис. 2.3.3. Амплитудные спектры от взрывных и вибрационных источников на профиле 2ДВ г. Магадан—о. Врангеля.

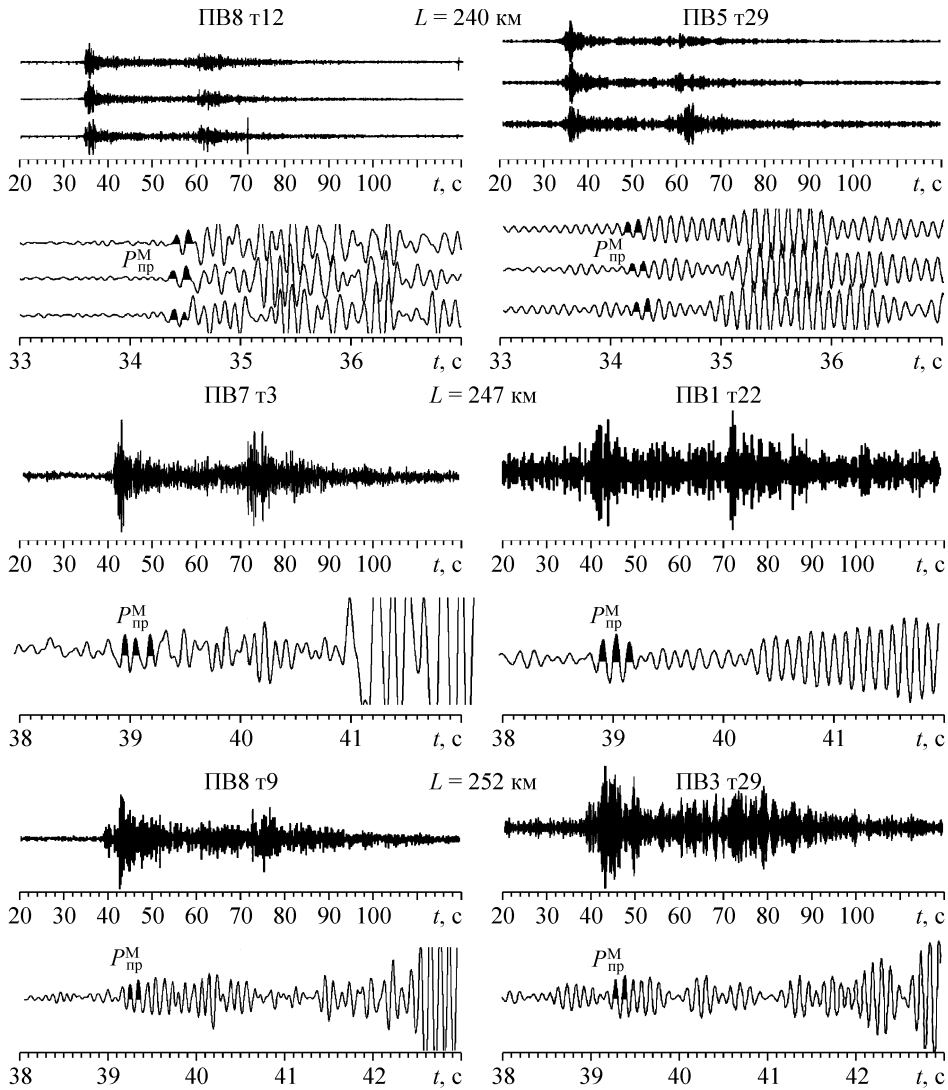


Рис. 2.3.4. К сравнению взрывных (слева) и вибрационных (справа) записей на профиле 2ДВ г. Магадан—о. Врангеля.

200 и 230 км на рис. 2.3.3). Спектры от взрывов в ближней зоне более широкополосные, чем от виброисточников, и лежат в диапазоне от 3 до 15—25 Гц. На больших удалениях максимумы спектров от взрывов лежат в диапазоне 5—11 Гц (см. рис. 2.3.3), что в целом близко к излучаемому диапазону от виброисточника. Анализ коррелограмм и взрывных записей, полученных во взаимных точках (см. рис. 2.3.4), показывает достаточно схожий характер зарегистрированных волновых полей. Как видно из обзорных и развернутых записей во взаимных точках, на одних и тех же временах регистрируются одни и те же опорные P - и S -волны от границ в земной коре и верхней мантии. Отмечены также и различия в волновых пакетах

тах. Так, на сейсмограммах на удалениях в 247 км (см. рис. 2.3.4) отмечается различие в соотношении интенсивностей первой (преломленной волны от поверхности Мохоровичича) и последующих волн для взрывных и вибрационных записей. Это может быть связано с более низкочастотным составом волны во вторых вступлении, которая лучше выражена от низкочастотного взрывного источника ПВ7.

В рамках сравнительного анализа волновых полей от мощных виброисточников и волновых полей от мощных химических взрывов проводилось сопоставление записей от мощных (100 т силы и 40 т силы) вибраторов и мощных промышленных взрывов из ряда карьеров территории Кузбасса (с общим суммарным зарядом аммонита от десятков до сотен тонн). Использовались фактически калибровочные взрывы, для которых известны были параметры рассредоточения, отметка взрывов и зарегистрированы волновые поля в ближней и в дальней зонах. Регистрация промышленных взрывов осуществлялась сеймостанциями «Reftek» (150 комплектов) на региональном сейсмическом профиле Быстровка—Новокузнецк, цифровыми станциями «ВИРС», «РОСА», сеймостанциями Алтае-Саянской сейсмологической сети [Алексеев и др., 1998, 2002, 2004; Соловьев и др., 2000]. Мощность взрывов достигала от нескольких до 200 т, вес максимальных единичных зарядов при отдельных (специальных) взрывах достигал от 3 до 7 т.

Анализ записей в ближней зоне показывает, что от взрывов в карьерах формируется мощное низкочастотное поле поперечных и поверхностных волн, превосходящее в 4—6 раз поле продольных волн. По результатам данных в ближней и дальней зоне установлено, что условия взрывания (вмещающие породы, в которых производятся заряды, мощности взрывов, рассредоточение и др.) играют преимущественную роль в формировании спектрального состава излучаемых волн. Как правило, эти условия очень существенны и различны для различных карьеров. Взрывы производились как в Кузнецкой котловине, так и в горно-рудных регионах Кузнецкого Алатау. С другой стороны, на волновое поле очень сильно влияет глубинная геология региона и, особенно, неоднородная в структурном плане верхняя часть земной коры, раздробленная рядом протяженных разломов. Это, прежде всего, высокоскоростные зоны Салаирского кряжа и Кузнецкого Алатау, Кузнецкая впадина с мощной 10-километровой толщей осадков, низкоскоростная Бийско-Барнаульская впадина, Томь-Колыванская складчатая зона. Поэтому цуг колебаний продольных волн на рассматриваемых удалениях в 180—300 км, формируемый, в основном, волнами P_n и P_g , очень сильно зависит как от места возбуждения, так и регистрации. Более сильно неоднородная верхняя часть влияет на прямые P_g -волны от взрывов, искажая их первоначальный спектральный состав. Волны P_n , проходя, в большей степени, по поверхности Мохоровичича, могут в этой связи иметь более высокочастотный состав, что и проявляется на ряде записей.

Сравнительный анализ записей от мощных взрывов и вибраторов (рис. 2.3.5 и 2.3.6) показывает, что в первых вступлениях отмечаются достаточно похожие записи, как по форме (волновым пакетам), так и по соотношению интенсивностей. Действительно, как видно из коррелограмм, полученных на станциях «Reftek», наблюдается практически одинаковый характер записей — слабая двух—трехфазная невыразительная волна впереди на временах, близких к 33 с, и очень сильная четырехфазная волна через 0,3—0,4 с от первой волны. Кажущиеся скорости первых волн на сейсмограммах близки и составляют ~8—9 км/с, что близко к зна-

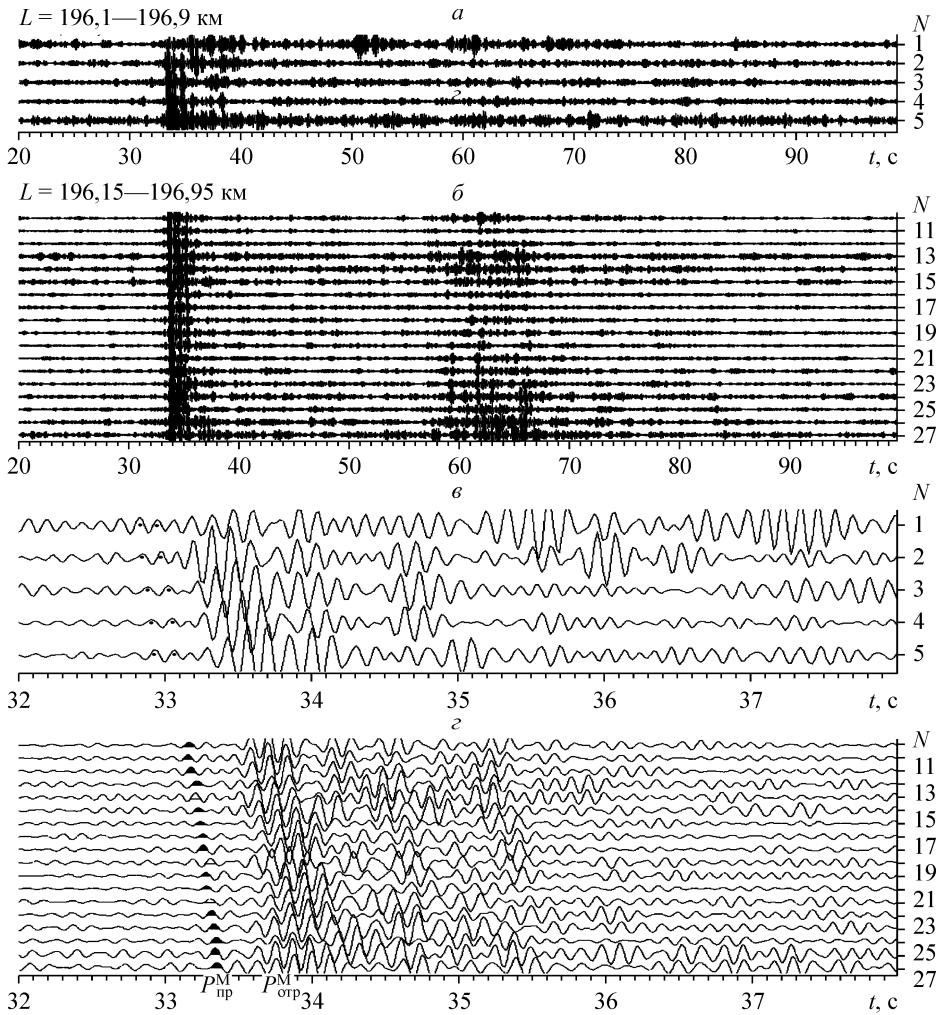


Рис. 2.3.5. К сравнению волновых полей от мощных взрывов в карьерах и вибраторов (40 и 100 т).

a — записи взрыва из Бачатского разреза на аппаратуре «Вирс-К» 10.08.01 г.; фильтрация 6,25—9,57 Гц; *б* — коррелограммы, полученные аппаратурой «Reftek» от совместной работы ЦВМ-100 и ЦВП-40; диапазон излучения 6,25—9,57 Гц; *в* — записи взрыва, удаления 196,1—196,9 км, фильтрация 6,25—9,57 Гц; *г* — коррелограммы, полученные на расстоянии 196,15—196,95 км; диапазон изучения 6,25—9,57 Гц.

чениям скоростей $P_{\text{пр}}^M$ -волн от поверхности Мохоровичича. Похожий характер записи со слабой волной в первых вступлениях и сильной волной в последующей части отмечается и на экспериментальных записях от других источников (рис. 2.3.6). В последующих частях записей на рис. 2.3.6 за сильной волной отмечаются более слабые группы волн и далее за ними — отсутствие даже слабых групп волн (запись практически на уровне фона).

Из представленных данных для больших удалений (250 км) видно (рис. 2.3.7), что на временах 39,3—39,7 с (на коррелограммах) выделяется интенсивная волна с

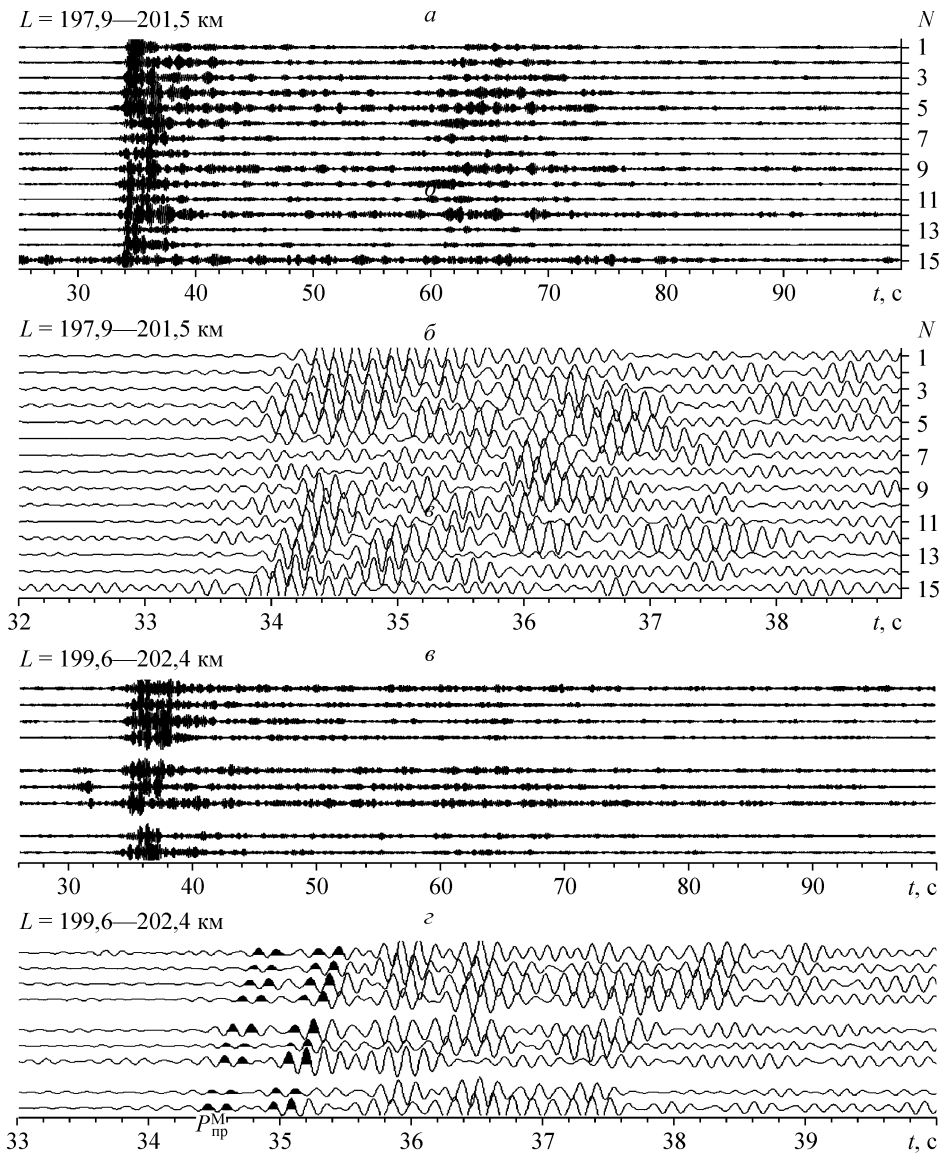


Рис. 2.3.6. Записи взрывов из разрезов Талдинский и Бачатский на удалении 197—202 км. *a, б* — записи обзорные (*a*) и развернутые (*б*) взрыва (51,5 т) из Талдинского разреза 9.08.01 г. на аппаратуре «Reftek»; фильтрация 6,25—9,57 Гц; *e, z* — записи обзорные (*e*) и развернутые (*z*) взрыва (80 т) из Бачатского разреза 10.08.01 г. на аппаратуре «Reftek»; фильтрация 6,25—9,57 Гц.

кажущимися скоростями на сейсмограммах 8—9 км/с, относящаяся к преломленной волне от поверхности Мохоровичича. Ей соответствует (с учетом разницы в расстояниях) двухфазная волна на записи из разреза Красногорский (от 330-тонного взрыва) на временах ~40 с. За этой волной на сейсмограмме и коррелограмме выделяются через 0,5 с волны с низкими значениями кажущихся скоростей на

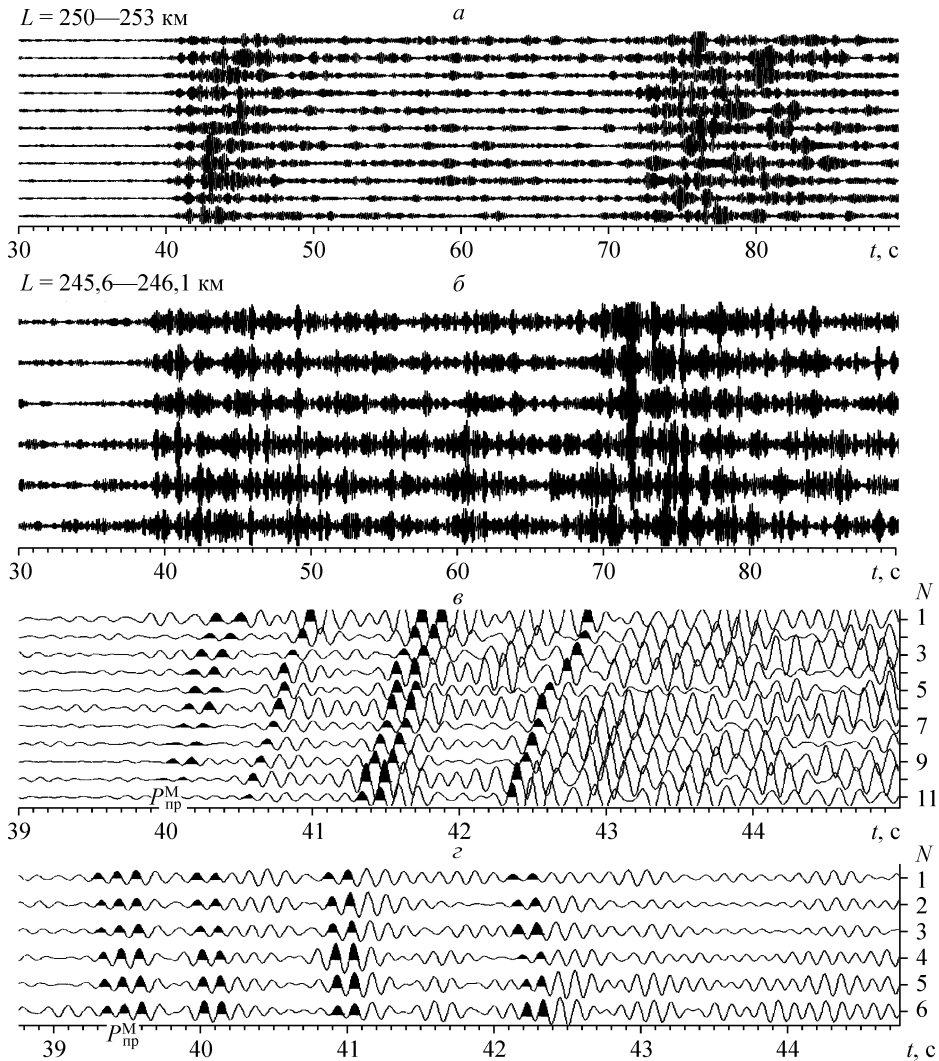


Рис. 2.3.7. К сравнению взрывных и вибрационных записей на удалении 250 км; а, б — обзорные записи, в, з — фрагменты записей в области продольных волн.

а — записи взрывов (330 т) из Красногорского разреза 28.07.01 г. на аппаратуре «Reftek»; фильтрация 6,25—9,57 Гц; б — коррелограммы от совместной работы ЦВМ-100 и ЦВП-40; $\Delta f = 6,25—9,57$ Гц; в — записи взрыва на удалении 253—250 км; фильтрация 6,25—9,57 Гц; з — коррелограммы от совместной работы ЦВМ-100 и ЦВП-40 на удалении 245,6—246,1 км; $\Delta f = 6,25—9,57$ Гц.

сейсмограммах, которые могут быть отнесены к группе волн P_g - или $P_{отр}^M$ -волн. Далее, через 0,8—1 с от этой волны, выделяется еще одна группа P -волн и за ней, на временах свыше 42 с, еще одна P -волна.

В целом по результатам исследований волновых полей от мощных стационарных и передвижных вибраторов и совместного анализа вибрационных и взрывных записей на взаимных, близких расстояниях можно сделать следующие выводы:

При вибрационном воздействии от мощных вибраторов генерируется поле продольных и поперечных волн от основных опорных границ земной коры и верхней мантии (преломленные и отраженные P - и S -волны от поверхности фундамента и коровых границ, преломленные и отраженные P - и S -волны от поверхности Мохоровичича).

Сравнение качественных взрывных и вибрационных записей на близких (или почти взаимных) расстояниях при одних и тех же частотных диапазонах в целом показывает практическое совпадение волновых полей, сохранение форм записи опорных волн и их кинематических параметров.

Отмеченные выше обстоятельства позволяют использовать вибрационные материалы как для глубинных сейсмических построений, так и для выполнения калибровочных оценок.

Наряду с сопоставлением данных от виброисточника и взрывов различной мощности (от 3 до 300 т), в ряде случаев при работах в Алтае-Саянском регионе, Байкальской рифтовой зоне и Охотско-Чукотском регионе были записаны ощути-

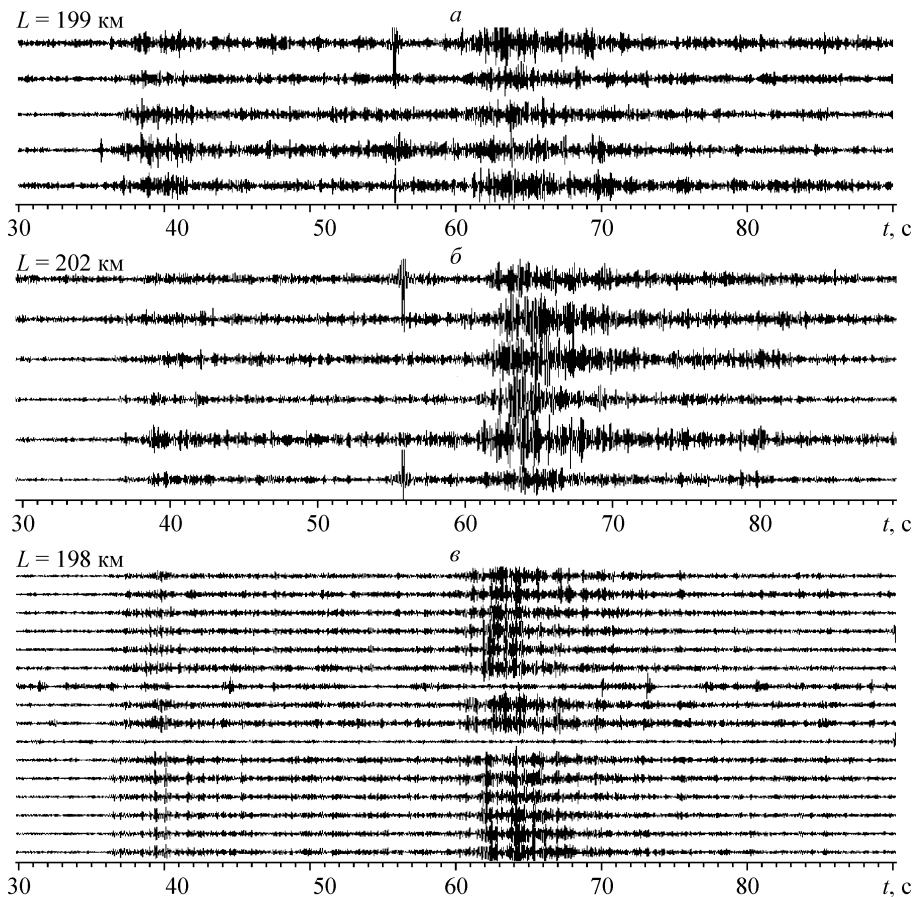


Рис. 2.3.8. Записи землетрясений аппаратурой «Байкал» (а, б) и «СТС-24Р» (в).

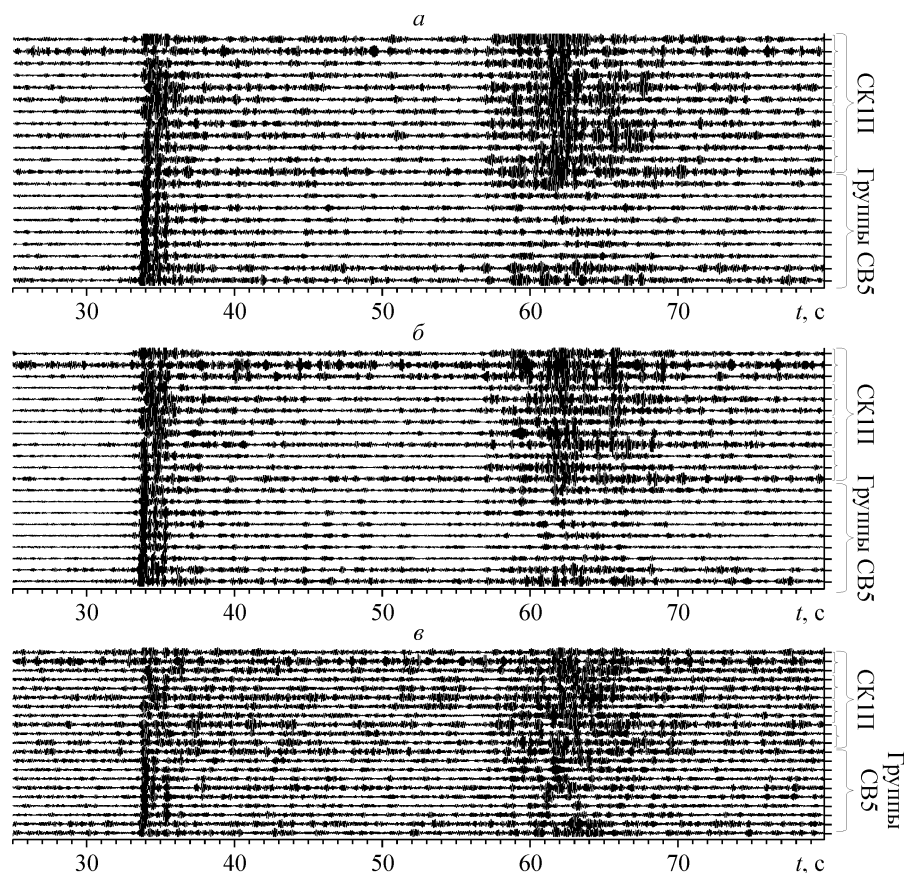


Рис. 2.3.9. Коррелограммы, записанные аппаратурой «СТС-24П» на удалении 196—197 км. *а* — при работе ЦВМ-100; *б* — при совместной работе ЦВМ-100 и ЦВП-40; *в* — при работе ЦВП-40.

мые землетрясения станциями «Байкал», «СТС-24Р» и «Reftek». В целом, региональные землетрясения имеют более широкий спектр излучения, чем вибратор, и более близки по характеристикам к мощным взрывам. Из сравнения волновых полей от землетрясения и виброисточников (в том числе и групп вибраторов) на больших расстояниях (около 200 км) видно (рис. 2.3.8 и 2.3.9), что от землетрясения более мощное и выразительное поле поперечных волн, в то время как от вибратора более четкие вступления продольных волн.

2.4. ПРОВЕДЕНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ РЕЖИМНЫХ ВИБРОСЕЙСМИЧЕСКИХ ПРОСВЕЧИВАНИЙ С МОЩНЫМ ВИБРОИСТОЧНИКОМ В СЕВЕРО-ЗАПАДНОЙ ЧАСТИ АЛТАЕ-САЯНСКОЙ СКЛАДЧАТОЙ ОБЛАСТИ

Алтае-Саянская складчатая область относится к числу одних из самых сейсмоактивных в Российской Федерации. Повышенной сейсмичностью здесь в последние годы отмечены зоны на юге Алтая (Чуйско-Курайская) и в юго-западной

части Алтае-Саянской складчатой области (Бусингольская). Развитие активизации из этих зон на север и северо-запад представляет исключительную опасность для крупных промышленных и гражданских центров Сибири (Кемеровской области (с огромным объемом горных выработок), Новосибирской области, юга Красноярского края и др.).

Российской академией наук (СО РАН), администрациями областей, организациями МПР России реализуется ряд мероприятий по обеспечению сейсмобезопасности данных территорий, включающих развитие сети сейсмологических станций и мониторинг геофизических полей на обширной территории юга Алтая и др. В рамках обширных научных программ в области прогноза землетрясений здесь отрабатываются также методы активной сейсмологии с использованием мощных вибраторов, схема применения которых была описана выше. Изучены волновые поля от мощных виброисточников и глубинное строение земной коры и верхней мантии северо-западной части Алтае-Саянского региона, разработана техника проведения активного вибросейсмического мониторинга и накоплены длительные экспериментальные ряды режимных вибросейсмических просвечиваний в районе крупного искусственного водохранилища под Новосибирском [Еманов и др., 1999; Алексеев и др., 2004].

Трасса мониторинга (с регулярными наблюдениями с 1997 г.) протяженностью 49,1 км (направление от виброисточников к станции 1 (сейсмостанция «Новосибирск» в пос. Ключи на рис. 2.4.1, 2.4.2)) проходит вдоль Новосибирского водохранилища и пересекает район крупного Бердского землетрясения 1882 г. 15-го энергетического класса ($M = 5,7$). В геологическом плане это область сочленения разновозрастных геологических структур — Томь-Колыванской складчатой зоны, Салаира и Барнаульской складчатой системы, которая может активизироваться под воздействием глобальных полей напряжений от коллизии Индостан—Евразия. По материалам длительных режимных вибросейсмических наблюдений от 100-тонного вибратора (с 1997 по 2004 г.) установлено изменение ряда рассматриваемых зависимостей: времен пробега продольных и поперечных волн, распространяющихся практически прямолинейно в верхней части земной коры, разницы времен прихода P - и S -волн (рис. 2.4.3, *а*) и отношения времен прихода данных групп волн (рис. 2.4.3, *б*). Установленные в эксперименте в течение нескольких лет изменения в скоростях продольных и поперечных волн составляют 0,3—0,6 % и в большей мере связаны с сезонными изменениями объемов воды в крупнейшем водохранилище. Анализ спектра зависимости отношений времен прихода P - и S -волн (t_S/t_P на рис. 2.4.3, *д*) и изменений уровня воды в водохранилище (рис. 2.4.3, *з*) от времени наблюдений показывает, что максимум составляют годовые вариации; однако присутствуют значимые полугодовые и менее выраженные 120-дневные вариации. Наряду с этим отмечено значительное уменьшение в целом всего графика разности времен пробега P - и S -волн примерно с конца 2002 г. (см. рис. 2.4.3, *в*), не объяснимого из графиков сезонных изменений объемов воды в водохранилище. Могут ли эти изменения иметь связь с глобальными процессами подготовки и сейсмической активностью на юге Алтая в конце 2003 г., ответить пока затруднительно, хотя общеизвестно, что радиус зоны проявления предвестников крупных землетрясений с магнитудой 5—7 может составлять несколько сотен километров [Алексеев и др., 2002, 2004].

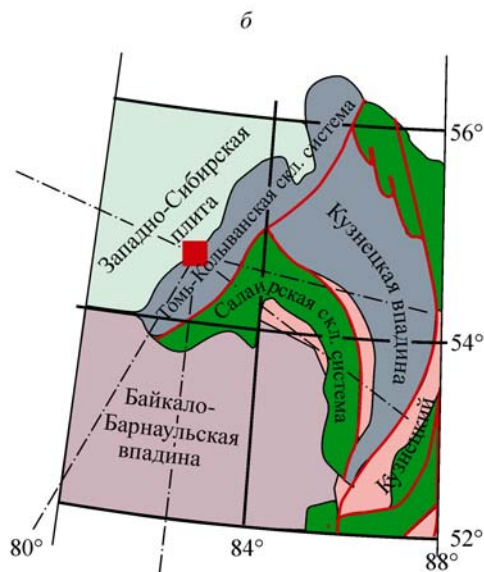
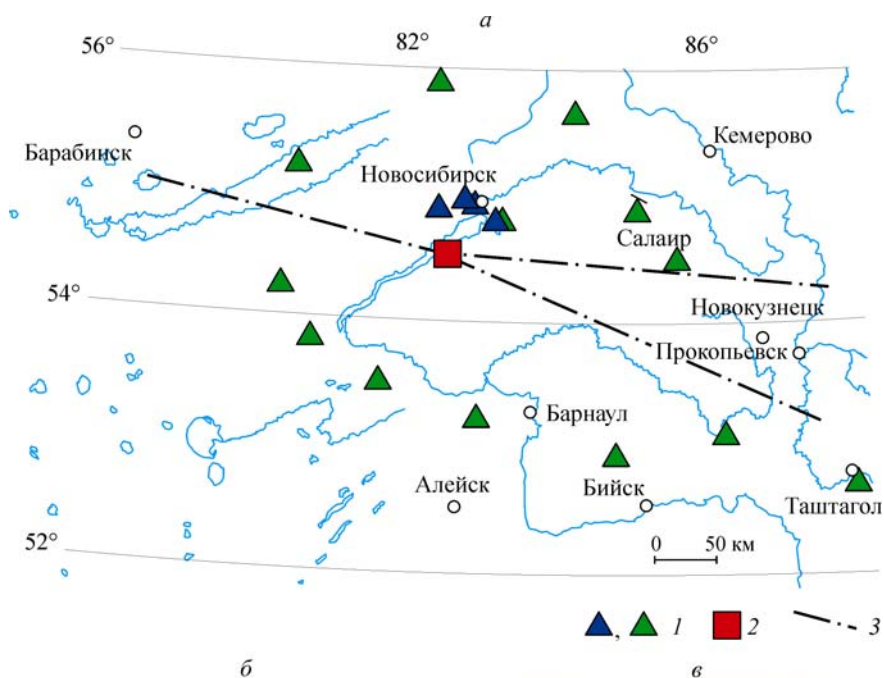


Рис. 2.4.1. К иллюстрации глубинных вибросейсмических исследований в северо-западной части Алтае-Саянской складчатой области.

a — схема, *б* — тектоника региона. Стационарный ЦВМ-100 (*z*) и передвижной ЦВ-10 (*z*) виброисточники. 1 — станции площадных и режимных вибросейсмических наблюдений, 2 — мощные виброисточники, 3 — вибросейсмические профили.



Рис. 2.4.2. Схема режимных вибросейсмических наблюдений в районе г. Новосибирск.

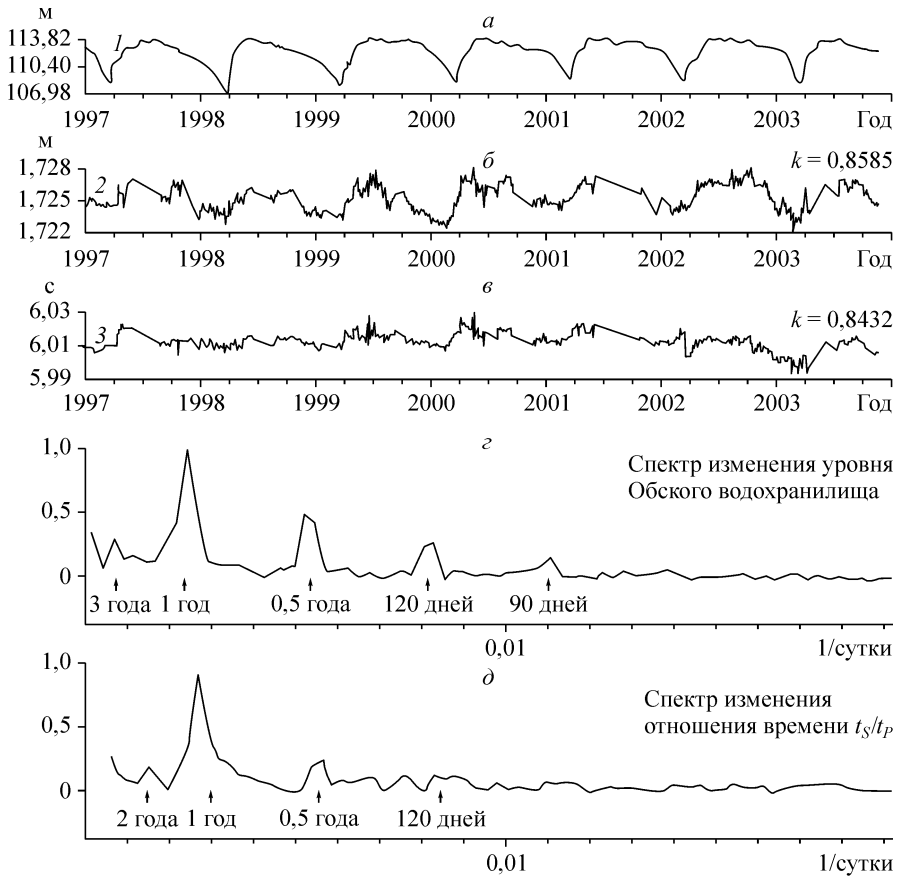


Рис. 2.4.3. Графики уровня Новосибирского водохранилища (а), отношений (t_S/t_P) и разности ($t_S - t_P$) времен регистрации P - и S -волн (б, в); спектры изменений уровня водохранилища (з) и отношений (t_S/t_P) (д).

С 2004 г. наблюдения проводятся со стационарным дебалансным виброисточником с излучающей мощностью 40 т. Диапазон возбуждаемых частот 6,25—9,57 Гц и 7,91—11,23 Гц. Установлен вибратор вблизи пос. Быстровка, в 200 м от береговой линии Новосибирского водохранилища. Сеть активного мониторинга расширена и включает дополнительные регистрирующие станции «Матвеевка» (MT) и «Крохалевка» (KR) (см. рис. 2.4.2). Регистрирующие станции — цифровые 24-разрядные сейсмологические станции «Байкал-АС» с трехкомпонентными сейсмоприемниками СК-1П и группами вертикальных приборов СВ-5, установленные в следующих помещениях (рис. 2.4.4): на специальном бетонном постаменте в павильоне сейсмологической станции «Новосибирск» (пос. Ключи), на бетонном полу в гаражном боксе на с/ст «Матвеевка», в погребе на земляном полу (плотные глины) на глубине от поверхности 3,5 м на с/ст «Крохалевка». Удаления от виброисточника до приемных станций составляют соответственно 49,1, 44 и 62 км.

Регистрация велась также в ближней зоне виброисточника; приемник находился на глубине 3 м под источником.



Рис. 2.4.4. К характеристикам условий возбуждения (вибратор ЦВП-40 на Быстровском полигоне) и приема (павильоны «Матвеевка» (а), «Крохалевка» (б) и «Ключи» (в)) при режимных вибросейсмических наблюдениях.

Перед установкой станций с целью изучения волнового поля проведена регистрация по направлениям на поселки Ключи и Крохалевка. Установлено, что в первых вступлениях по данным направлениям регистрируются продольные волны с высокими кажущимися скоростями (5,65—6,0 км/с). В поле S -волн на горизонтальных приборах прослеживаются поперечные аналоги продольных волн (менее выражены они на с/ст «Крохалевка»).

Непрерывные наблюдения проводятся по следующему графику: в течение одной ночи (вторник—среда) осуществлялась серия из шести зондирований (четыре свипа и двух монохромов) через 1 ч, следующая серия производилась через одну-две недели. В рамках такого графика осуществлялась регистрация на с/ст «Ключи». Менее регулярно проводилась регистрация на сеймостанциях «Матвеевка» и «Крохалевка».

Регистрируемые в первых вступлениях P - и S -волны распространяются вдоль поверхности фундамента, залегающего в исследуемом районе на незначительных глубинах 0,2—0,5 км.

Реализованная сеть станций позволяет накапливать ряды вибросейсмических наблюдений как по разным направлениям от виброисточника (что весьма важно при изучении объемных неоднородных сред), так и с различной протяженностью трасс просвечивания вдоль Обского водохранилища (см. рис. 2.4.2).

Регистрируемое волновое поле (за непродолжительный годовой цикл) и графики кинематических характеристик преломленных P - и S -волн (времен вступления, разностей времен вступления и отношений времен прихода) представлены на рис. 2.4.5 и 2.4.6. В целом по результатам предварительного анализа кинематических и динамических характеристик можно сделать следующие выводы:

в течение года наблюдений, как и ранее, отмечаются сезонные вариации (приблизительно 0,02—0,03 с) времен пробега как P -, так и S -волн;

анализ графиков времен прихода P - и S -волн в течение года (если не рассматривать отдельные резкие «выбросы» в данных, которые могут быть связаны с резким оттаиванием грунта под виброисточником, отсутствием поправок за ближнюю зону вибратора из-за сбоя работы последнего и др.) позволяет сделать вывод, что реальная «чувствительность» метода не хуже $\pm 0,005$ с;

по разным направлениям отмечаются различные вариации параметров, особенно отчетливо проявляется это различие на графиках отношения времен регистрации разнополяризованных P - и S -волн для направления на с/ст «Матвеевка» (МТ) и с/ст «Ключи» (см. рис. 2.4.6).

По-видимому, кроме влияния условий под источником (соответственно характеристик излучения) на регистрируемые поля в ближней и дальней зоне, имеют место изменения упругих характеристик верхней части земной коры исследуемого района, которые, как и ранее, могут быть связаны с сезонными изменениями объемов воды в водохранилище. Однако, физические процессы, приводящие к вариациям измеряемых параметров, могут быть разные. Если ранее (по наблюдениям на с/ст «Ключи») предполагалось, что повышение (или понижение) уровня воды в водохранилище вызывает изменение обводненности верхней части земной коры, что в свою очередь приводит к различному изменению скоростей распространения продольных и поперечных волн, то теперь добавились кондиционные данные по с/ст «Матвеевка», где просто одной обводненностью объяснить выявленные вариации параметров затруднительно. Возможно, определенную роль играет еще изменение напряженного состояния среды при колебаниях нагрузки (пласта воды в водохранилище в несколько метров). Минимальные вариации времен продольных волн на с/ст «Крохалева» (в целом по рассматриваемому периоду наблюдений, не принимая во внимание отдельные большие отскоки значений), находящейся на удалении от водохранилища, подтверждают вывод о значительной роли водохранилища в отмечаемых вариациях на других станциях (сеймостанций «Ключи», «Матвеевка»). Необходимы дальнейшее накопление рядов наблюдений, очистка рядов от некондиционных данных из-за отсутствия записей в ближней зоне вибратора, с высоким уровнем шумов и др. и совместный их анализ с рядами уровня воды в водохранилище и геологией региона.

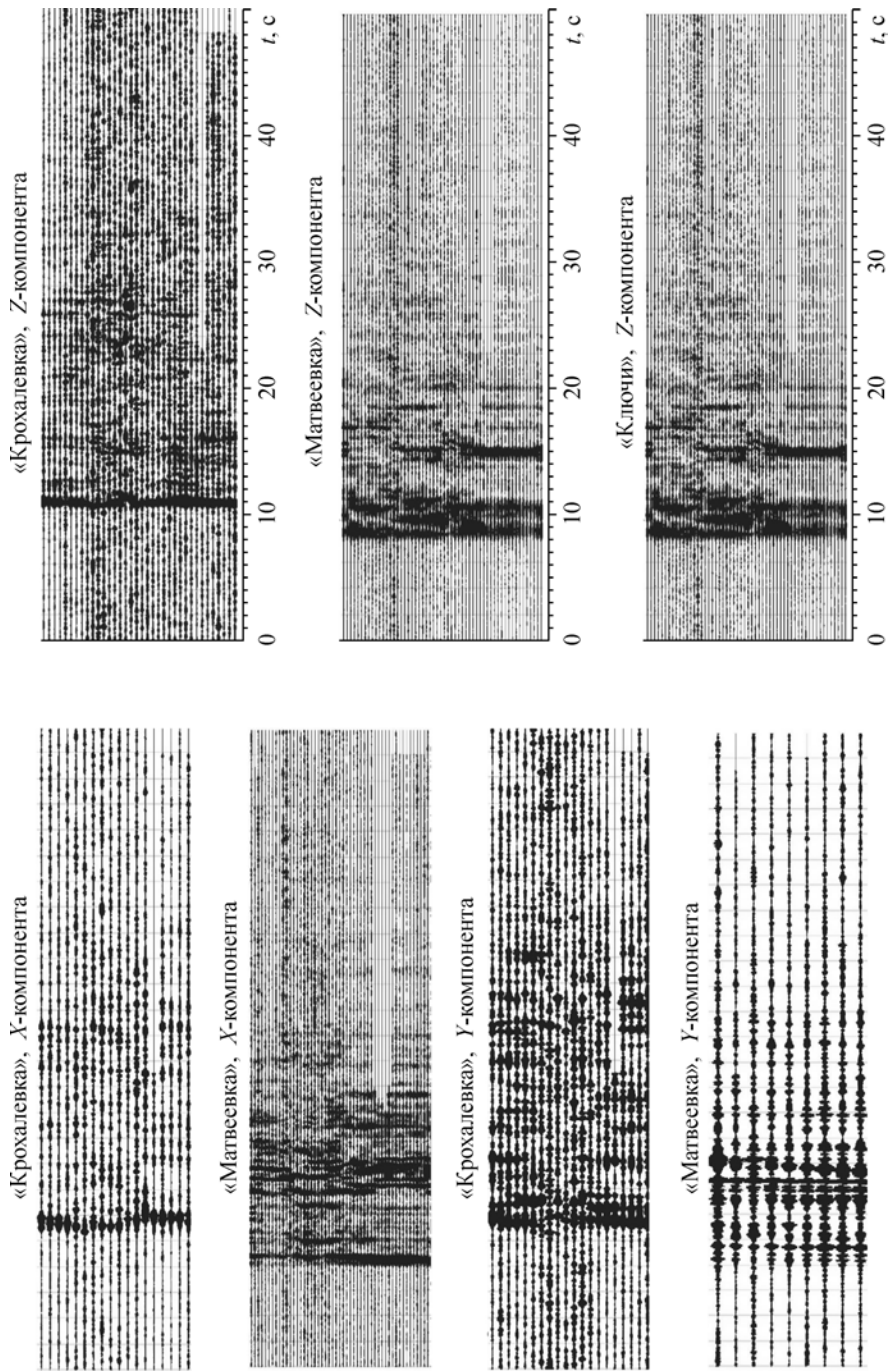


Рис. 2.4.5. Ряды мониторинга от 40-тонного вибратора с 25.03.05 г. по 28.03.06 г.

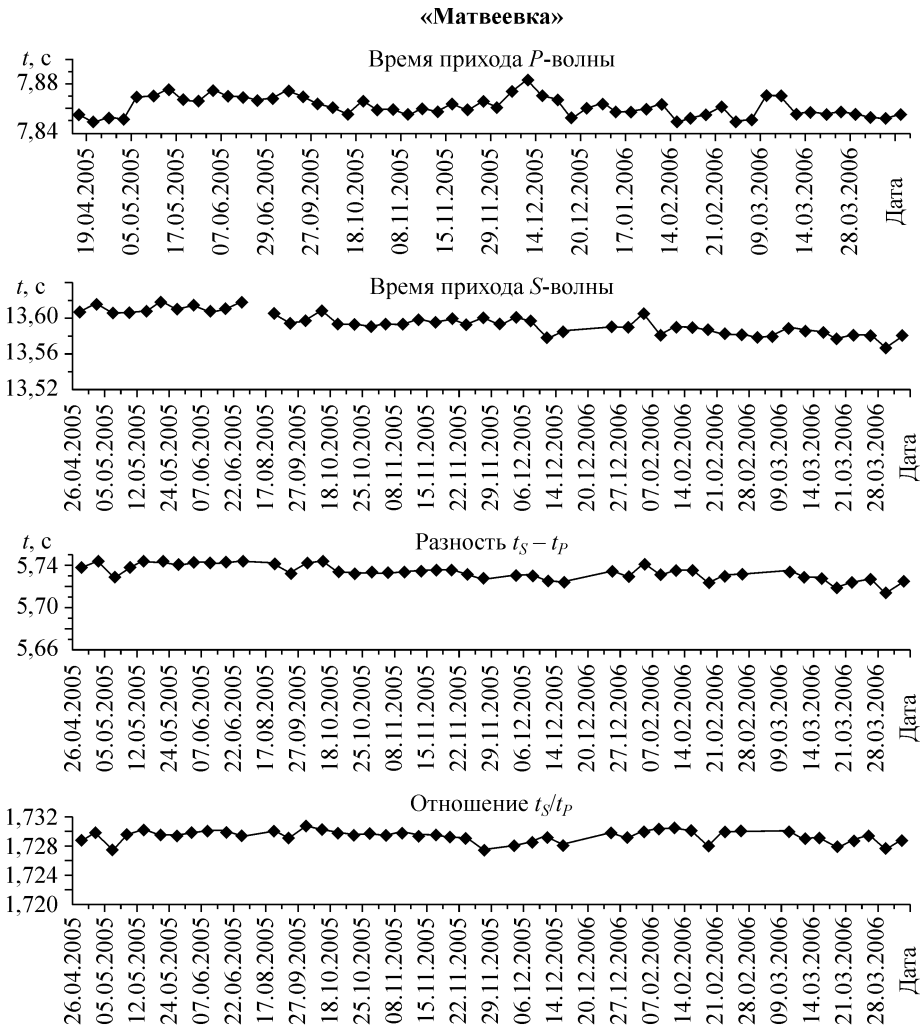
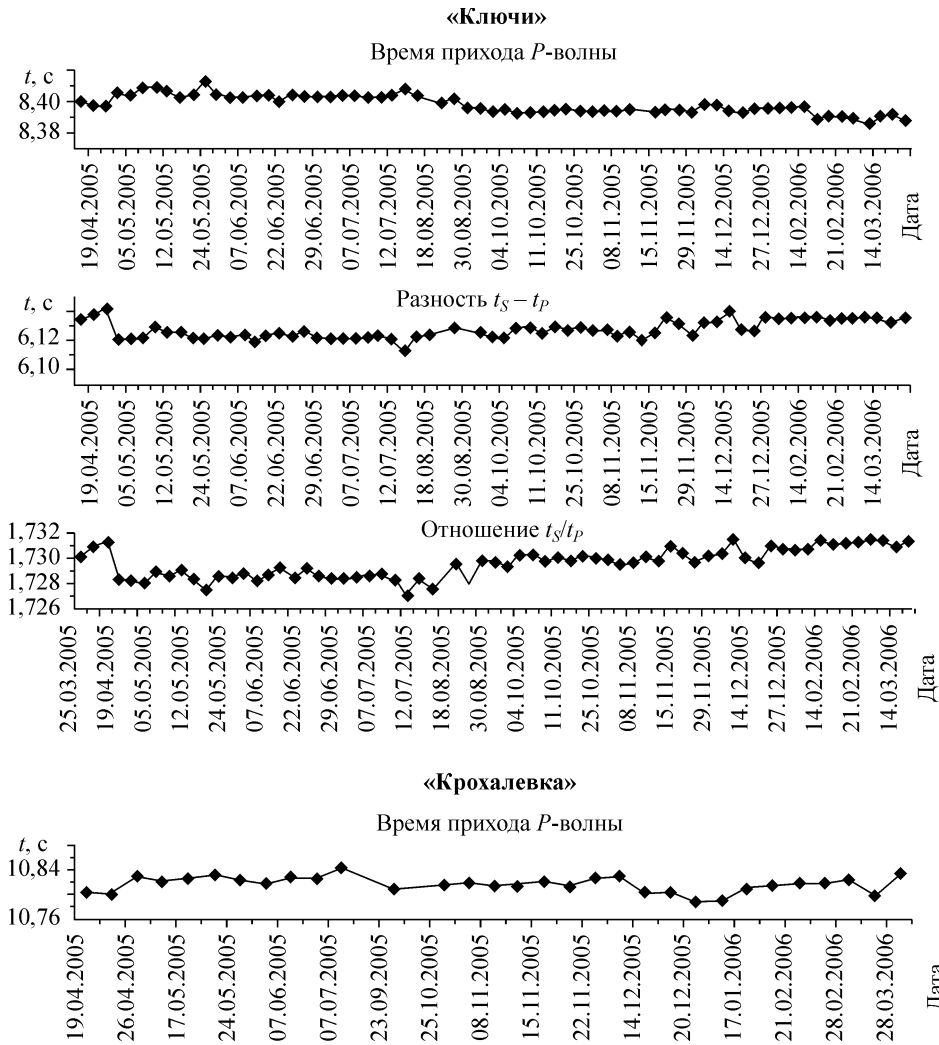


Рис. 2.4.6. Графики кинематических параметров P - и S -волн при режимных вибро



сейсмических наблюдениях в северо-западной части Алтае-Саянской складчатой области.

2.5. РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ И СРЕДСТВ ВОЗБУЖДЕНИЯ СЕЙСМОАКУСТИЧЕСКОГО ЭМИССИОННОГО ПОЛЯ В ГЛУБОКОЗАЛЕГАЮЩИХ ПЛАСТАХ. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭМИССИОННЫХ ПОЛЕЙ

2.5.1. Эмиссионный способ изучения состояния нефтепродуктивного пласта

Аномально высокая чувствительность неравновесного массива горных пород к слабым сейсмическим воздействиям ставит вопрос о взаимосвязи эмиссионного отклика массива с его внутренним строением и состоянием. Основная идея предлагаемого метода изучения состояния горной среды состоит в сравнении эмиссии горных пород до и после волнового воздействия малой интенсивности и установлении корреляции между изменениями параметров эмиссионного излучения, режимом воздействия и свойствами среды. Такой подход принципиально отличен от хорошо известных пассивных эмиссионных исследований и мониторинга состояния активных сред периодическим просвечиванием сейсмическими или электромагнитными волнами. В первых изучается «естественное» эмиссионное излучение, отражающее поведение среды в состоянии медленной спокойной релаксации, во втором — контролируются изменения среды, усредненные в пространстве и времени. Метод активного эмиссионного зондирования направлен на определение способности массива горных пород к изменению свойств за счет высвобождения накопленной внутренней энергии и на выявление структуры среды, отвечающей за этот процесс. Схематично метод активного эмиссионного зондирования приведен на рис. 2.5.1.

Рассмотрим возможности активного эмиссионного зондирования в приложении к задачам изучения нефтепродуктивных пластов — основного объекта геофизических скважинных исследований. Ограничимся только сейсмоакустическим

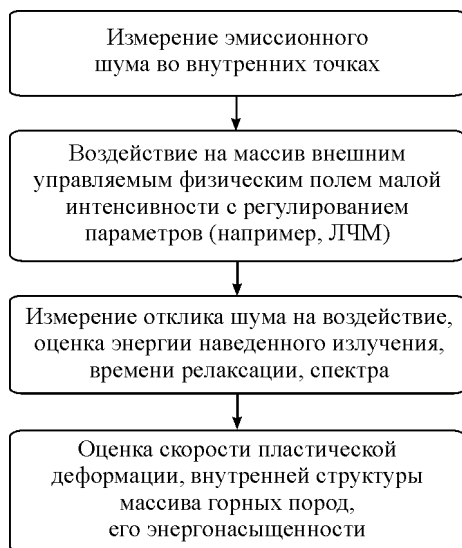


Рис. 2.5.1. Схема метода активного эмиссионного зондирования.

эмиссионным откликом, поскольку другие излучения, например электромагнитное, менее доступны для измерения в промысловых скважинах, обсаженных колонной стальных труб.

Как показали натурные эксперименты, сейсмическое воздействие амплитудой колебаний всего в несколько нанометров существенно меняет свойства продуктивных пластов, что проявляется в дискретном характере наведенной сейсмичности, связанных с этим аномалий поглощения сейсмических волн, а также с возникновением вторичного высокочастотного излучения, которое будет рассмотрено ниже. Указанные явления могут быть применены, во-первых, для определения типа фрагментированной структуры пласта (кластерный или иерархический), линейного размера доминирующего эле-

мента в пластической деформации среды и некоторых других ее свойств; во-вторых, для оптимизации режима сейсмического воздействия на залежь, в том числе частотного диапазона, длительности обработки, пороговой амплитуды, поляризации колебаний и др. Другая возможность состоит в использовании отклика высокочастотной эмиссии для исследования нефтенасыщенности и установлении гидродинамической связи между скважинами.

2.5.2. Метод сейсмического возбуждения высокочастотной акустической эмиссии

В ходе проведения натуральных экспериментов обнаружен эффект долговременного усиления эмиссии нефтепродуктивного пласта в высокочастотном (акустическом) диапазоне 1—26 кГц. Результаты сравнения энергетических спектров акустических шумов, измеренных в продуктивном пласте до (G_{a0}) и после (G_a) низкочастотного сейсмического воздействия на массив горных пород, приведены на рис. 2.5.2. Длительность реализации акустических шумов, подвергнутых спектральному анализу, составляла 30 мин. График показывает, что под влиянием сейсмического воздействия на нефтепродуктивный пласт спектральная плотность его акустического шума увеличилась во всем исследованном диапазоне частот. Максимальное значение отношения G_a/G_{a0} составляет около 18 дБ и зафиксировано на частотах 10—11 кГц. Менее значительный пик в 11,3 дБ зарегистрирован в диапазоне частот 2—3 кГц (при дискретности анализа по шкале частот 0,5 кГц).

Получено также, что при увеличении A с 3,5 до 5,0 нм отношение плотностей акустического шума G_a/G_{a0} пласта Π в диапазоне частот 10—11 кГц растет на 2,5—4,0 дБ, т. е. наблюдается приблизительно прямопропорциональная зависимость реакции высокочастотной сейсмической эмиссии горных пород от амплитуды вибросейсмических колебаний.

Влияние вибросейсмического воздействия малой интенсивности на сейсмическую эмиссию нефтепродуктивного пласта в акустическом диапазоне прослеживается длительное время. Так, мощность акустических шумов пласта Π в терцоктавной полосе частот 10,5—14,5 кГц через двое суток после двухчасового вибросейсмического воздействия превышает соответствующую мощность до воздействия в 2,13 раза (рис. 2.5.3). Микромасштабные явления, отвечающие за акустическую эмиссию, в силу своей большой продолжительности после окончания сейсмического воздействия, могут быть следствием только медленных процессов. В соответствии с механизмом сейсмической стимуляции добычи нефти [Сердюков, 2006; Сердюков, Курленя, 2007], причинами длительного усиления высокочастотного излучения являются механические процессы, отражающие усиление пластической де-

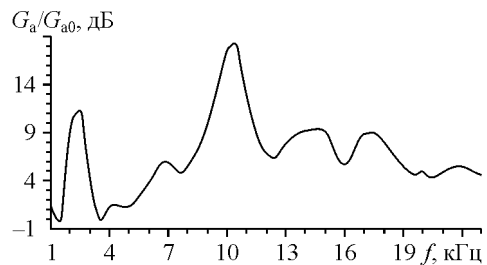


Рис. 2.5.2. Изменение спектральной плотности высокочастотной составляющей сейсмоакустической эмиссии пласта Π Мортымья-Тетеревского месторождения под влиянием вибрационной обработки.

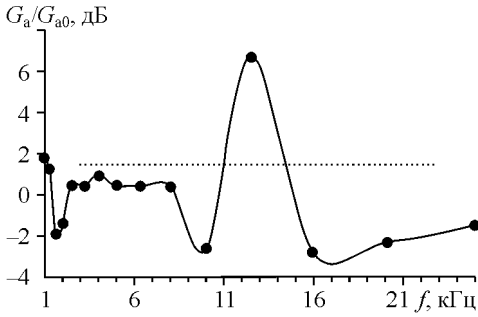


Рис. 2.5.3. Высокочастотная сейсмическая люминесценция пласта II Мортымья-Тетеревского месторождения через 2 сут. после вибрационной обработки.

Время существования первого эмиссионного пика совпадает с периодом релаксации низкочастотной наведенной сейсмичности. Результаты исследования процесса ее релаксации на частоте $f_d = 14,8$ Гц (момент $t = 0$ соответствует остановке виброисточников) приведены на рисунке 2.5.4. После прекращения сейсмического воздействия спектральная плотность микросейсмов на собственной частоте пласта сначала растет, достигая максимума на 9—14 мин., а потом быстро падает. Возвращение к фоновому значению, имевшему место до вибросейсмического воздействия на массив горных пород, наблюдается приблизительно к 28-й минуте после остановки вибраторов.

Наведенная сейсмичность, в соответствии с [Сердюков, 2006; Сердюков, Курленя, 2007], рассматривается нами как следствие усиления пластической деформации неравновесной среды сейсмическим полем. Связанный с нею пик акустической эмиссии в диапазоне частот 2—3 кГц отражает механические микропроцессы, ассоциированные со сдвигами и активизацией микротрещин. Этот пик, наряду с наведенной сейсмичностью, может быть использован как поисковый признак неравновесных пластов в геофизических исследованиях промысловых скважин.

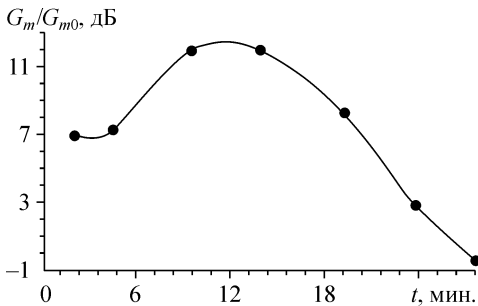


Рис. 2.5.4. Релаксация наведенной сейсмичности продуктивного пласта к фоновому значению после окончания сеанса волновой обработки.

формации, а также фильтрация по водонасыщенным каналам газа, выделившегося из нефти.

Обратим внимание на то, что пик эмиссионного отклика в диапазоне 2—3 кГц наблюдается в течение короткого времени после окончания вибрационной обработки пласта, и, напротив, второй пик на частотах немного выше 10 кГц сохраняется долгое время (см. рис. 2.5.2, 2.5.3). Напрашивается вывод о том, что отдельные пики высокочастотной сейсмической люминесценции горных пород обусловлены разными микроявлениями.

Более высокочастотный пик связан с появлением в поступающей в скважины жидкости свободного газа и генерацией ультразвуковых колебаний при течении газожидкостной смеси в пористой среде. Этот пик может быть использован как поисковый признак слоев с высокой остаточной нефтенасыщенностью вне интервалов перфорации.

Идея метода исследования нефтяных залежей с использованием низкочастотного возбуждения высо-

кочастотной акустической эмиссии состоит в одновременном измерении эмиссионного отклика в двух диапазонах частот: 2—3 и 10—14 кГц для отдельного определения параметров, связанных с влиянием разработки на напряженно-деформированное состояние и остаточные запасы. В отличие от акустического метода каротажа, развитого в работах В. П. Дрягина [2001], сейсмическое поле создается в одной скважине, а изучается в окружающих скважинах.

Основная схема применения метода выглядит следующим образом:

1. В одной из скважин, выбор которой осуществляют исходя из решаемых задач, устанавливают скважинную систему сейсмического воздействия, возбуждающую сейсмические низкочастотные волны в продуктивной толще в двух последовательно применяемых вариантах: 1) механически в матрице продуктивной толщи безотносительно к существующим интервалам перфорации; 2) гидравлически через интервалы перфорации, воздействуя преимущественно на пластовые флюиды.

Таблица 2.5.1

Алгоритм качественной интерпретации данных эмиссионных наблюдений и сейсмического просвечивания

Код реакции	Усиление акустической эмиссии		Сейсмическое просвечивание гидравлическим импульсом	Общая характеристика состояния	Рекомендуемое мероприятие
	Диапазон 2—3 кГц	Диапазон 10—14 кГц			
1a	-	-	Есть прохождение	Пласт не разрабатывается, запасов нефти нет, вскрыт перфорацией, водонасыщен	Изоляционные работы
1b			Нет прохождения	Пласт не разрабатывается, запасов нефти нет, не перфорирован	-
2a	+	-	Есть прохождение	Пласт разрабатывается, запасы нефти незначительны, вскрыт перфорацией	Изоляционные работы
2b			Нет прохождения	Пласт разрабатывается, запасы нефти незначительны, не перфорирован	-
3a	-	+	Есть прохождение	Пласт не разрабатывается, есть запасы нефти, вскрыт перфорацией	Дострел пласта, селективный гидроразрыв, форсированный отбор
3b			Нет прохождения	Пласт не разрабатывается, есть запасы нефти, не перфорирован	Перфорация, перевод скважин
4a	+	+	Есть прохождение	Нормальное состояние разработки	-
4b			Нет прохождения	Пласт разрабатывается, есть запасы нефти, между данной парой скважин нет гидродинамической связи	Селективная перфорация при показаниях разработки

2. В заданных окружающих скважинах комбинированной аппаратурой сейсмометрии и широкополосной акустической шумометрии проводят сначала фоновые измерения без сейсмического воздействия, а затем повторные после начала воздействия с определением соотношения плотности энергии в первом и втором из указанных выше диапазонов частот, а также прохождения сейсмического сигнала во втором варианте возбуждения сейсмического поля.

3. Сравнивают полученные данные и проводят качественную интерпретацию по схеме табл. 2.5.1.

Качественная интерпретация дополняется количественными оценками относительной перспективности того или иного слоя в разрезе конкретной скважины по величине изменения спектральной плотности акустического шума слоев во втором диапазоне частот.

Предлагаемый метод обладает большей информативностью по сравнению с обычным гидропрослушиванием, позволяя, помимо установления гидродинамической связи, выделять неперфорированные нефтенасыщенные слои и качественно оценивать интенсивность их разработки.

2.5.3. Метод наведенной сейсмичности

Возбуждение низкочастотной сейсмической эмиссии было первым методом определения оптимальных частот сейсмического воздействия наземными виброисточниками. Переход к обработке залежей на частотах максимального уровня наведенной сейсмичности позволил резко увеличить эффективность и повысить успешность вибросейсмических обработок. Установление взаимосвязи таких частот с аномальным затуханием сейсмических волн привело к более удобной методике, построенной на сравнении входного и проходящего сейсмических полей.

Эмиссионные измерения в низкочастотном диапазоне сохранили свое значение для определения чувствительности нефтепродуктивного пласта к внешнему сейсмическому воздействию, связанной со степенью изменения его термодинамического состояния, интенсивностью пластической деформации, наличием и параметрами активной внутренней структуры.

В обычном состоянии микросейсмический шум неравновесного нефтепродуктивного пласта близок к равномерному в низкочастотной области и снижается в области верхних частот. С точки зрения релаксационного процесса пластической деформации среды с внутренней структурой объяснение этому состоит в том, что в релаксации участвуют элементы структуры, начиная с некоторого линейного размера, достаточного для накопления критических напряжений. Известно, что объем дефектов структуры постоянен для различных масштабов, т. е. чем больше элемент, тем реже он встречается. С другой стороны, чем больше элемент, тем больше энергии он сбрасывает в сейсмическое излучение, тем более низкочастотен спектр его излучения и тем больше размеры ближней зоны, в которой интенсивность излучения наиболее существенна. В произвольной точке наблюдения регистратор находится в ближних зонах излучения элементов структуры разного масштаба. Преобладание малых масштабов компенсируется более высокой интенсивностью излучения крупных, в результате чего суммарный спектр близок к равномерному. Ситуация меняется при наложении внешнего сейсмического поля,

избирательно действующего на узкий диапазон размеров элементов структуры нефтепродуктивного пласта. Скорость пластической деформации в этом диапазоне усиливается, формируя дискретный спектр наведенной сейсмичности, каждый пик которой связан с соответствующим масштабом (рис. 2.5.5). Это высвечивает особенности структуры нефтепродуктивного пласта. Повторные циклы воздействие — наблюдение через разные промежутки времени позволяют определить время восстановления запаса энергии в инициируемом масштабе, что в совокупности с определением его линейного размера позволяет оценить скорость подвода энергии, скорость пластической деформации среды.

Схема исследования активных энергонасыщенных сред методом наведенной сейсмичности выглядит следующим образом:

1. Во внутренних точках среды измеряем фоновое значение микросейсмического шума, его вариации во времени, наличие периодических составляющих с использованием сейсмических скважинных приборов.

2. Проводим пробные обработки объекта линейным частотно-модулированным сигналом (ЛУМ), варьируя временем развертки и диапазоном частот. Определяем режим воздействия, обеспечивающий стабильное становление наведенной сейсмичности.

3. Проводим воздействие в выбранном режиме с определением состава пиковых частот и времени релаксации микросейсмического шума к фоновому значению.

4. По полученным значениям собственных частот пласта определяем тип его структуры: иерархический или кластерный. В первом случае определяем коэффициент вложения, в другом — элементарную частоту и степень интеграции. Рассчитываем линейный масштаб доминирующего элемента структуры в диапазоне воздействия.

5. Проводим повторные воздействия переменной длительности с оценкой спектральной плотности энергии и времени релаксации. Определяем время, необходимое для восстановления пиковых значений наведенной сейсмичности разных

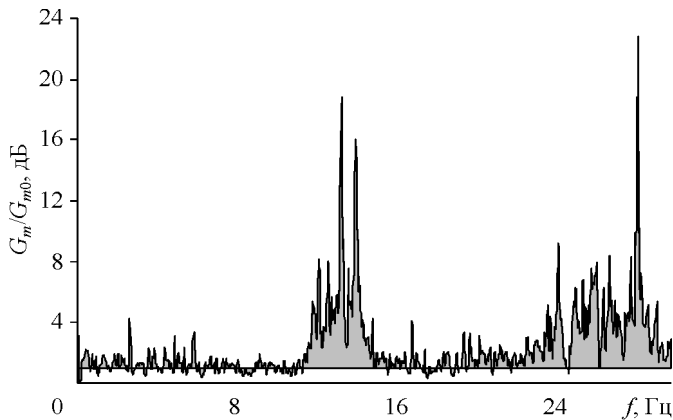


Рис. 2.5.5. Спектр наведенной сейсмичности Башкиро-Намюрской нефтяной залежи Ярино-Каменноложского месторождения от вибросейсмического воздействия частотой 12 Гц продолжительностью 40 мин.

собственных частот. Определяем скорость подвода энергии и классифицируем объект по активной энергонасыщенности относительно исследованных прежде, по которым известна эффективность сейсмической стимуляции добычи нефти. Делаем заключение по чувствительности данного продуктивного пласта к сейсмическому воздействию малой интенсивности.

2.6. СХЕМЫ И КОНСТРУКТИВНЫЕ РЕШЕНИЯ РАЗРАБОТКИ МОЩНЫХ ВИБРОИСТОЧНИКОВ

Существует два основных направления низкочастотного сейсмического воздействия на нефтепродуктивный пласт, отличающиеся точкой ввода сейсмической энергии в нефтяную залежь: либо через покрывающую толщу горных пород с дневной поверхности, либо непосредственно в продуктивный пласт. В первом из них (ВСВ) применяют вибрационные наземные системы, в другом — виброимпульсные скважинные установки.

Среди оборудования технологии ВСВ лидируют геофизические сейсмические источники, что связано, во-первых, с налаженным серийным производством, а во-вторых, с развернутым обслуживанием и обеспечением техническим персоналом в системе сервисных геофизических компаний. Основным недостатком виброисточников является высокая стоимость постоянного мониторинга состояния среды и, соответственно, эпизодическое применение в малых объемах.

Скважинные установки отличаются большим разнообразием, в лучшем случае малосерийным производством и, в основном, незначительным масштабом применения конкретной технической реализации. Как правило, скважинные системы возбуждают либо импульс давления, передаваемый в пласт через столб жидкости в

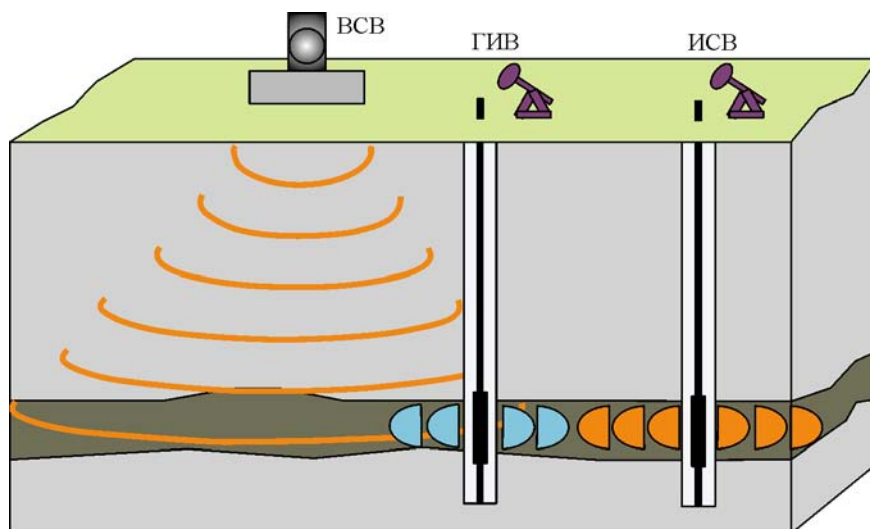


Рис. 2.6.1. Основные разновидности сейсмического воздействия на нефтяные залежи. ВСВ — вибросейсмическое, ГИВ — гидроимпульсное, ИСВ — имплозионно-сейсмическое воздействия.

скважине и интервал перфорации, либо — волну сжатия в механическом волноводе, контактирующем с горной породой или обсадной колонной в интервале залегания продуктивного пласта через цементный мост, являющийся излучателем сейсмических волн в матрицу нефтяного коллектора. При этом сам генератор колебаний может располагаться как в скважине, так и на ее устье, что не существенно с позиции закачки сейсмической энергии в продуктивный пласт. Первая разновидность технологий получила название гидроимпульсного воздействия (ГИВ) и может быть отнесена к сейсмическим технологиям в тех случаях, когда обработке подвергаются удаленные зоны нефтяной залежи (рис. 2.6.1). Вторая разновидность не имеет устоявшегося названия и обозначена здесь по форме применяемого сигнала как импульсные сейсмические технологии. Указанные подходы отличаются друг от друга фазой пласта (пластовая жидкость или твердая матрица), подвергаемой воздействию, и, соответственно, энергетическим балансом между различными волновыми компонентами сейсмического поля, создаваемого в пористой флюидонасыщенной среде.

Для определения требований и выбора направления создания технологии и технического комплекса рассмотрим основные технологические схемы и системы сейсмического возбуждения акустической эмиссии в продуктивном пласте через эксплуатационные скважины, получившие практическое распространение.

2.6.1. Анализ существующих скважинных систем сейсмического воздействия на нефтепродуктивные пласты

Гидроимпульсное воздействие осуществляют либо в нагнетательных скважинах регулированием потока жидкости, либо в добывающих скважинах импульсами давления. В первом случае наибольшее распространение получили гидравлические желонки, свистки и пульсаторы различных конструкций, во втором — искровые разрядники, устройства многократной имплозии, штанговые насосы с верхним всасыванием и системы сжатия жидкости, также со штанговым приводом.

Импульсное сейсмическое воздействие осуществляют либо устьевыми, либо погружными скважинными источниками. В первом случае обычно применяют электрические или механические ударные генераторы в комплексе со скважинным волноводом большой длины, во втором — системы со штанговым приводом и коротким волноводом.

Наиболее технологичными, на наш взгляд, в нагнетательных скважинах являются системы с регулированием потока жидкости, в добывающих — системы со штанговым приводом, преимущества которых:

- постоянное (долговременное) воздействие на залежь;
- воздействие на протяженную область продуктивного пласта;
- не требуется присутствие операторов (безлюдная технология);
- простота технического обслуживания в промысловых условиях;
- возможность масштабного внедрения на постоянной основе;
- стандартный штанговый привод со станком-качалкой;
- в конструкции используются проверенные практикой узлы серийных штанговых насосов.

В оборудовании импульсного волнового воздействия со штанговым приводом для создания импульса используют различные эффекты, в том числе многократ-

ную имплозию, подъем и сброс на забой массивного тела, сжатие упругого объема жидкости, переходные процессы в штанговых глубинных насосах, гидравлический удар. Рассмотрим наиболее распространенные штанговые системы (схему оборудования, характерные особенности и недостатки), в том числе импульсную сейсмическую технологию дилатансионно-волнового воздействия ДВВ, гидроимпульсное воздействие технологий ISS, ГИВ, виброимплозионную технологию волнового воздействия ВВ.

Импульсная сейсмическая технология «ДВВ». В технологии применяют серийные глубинно-насосные установки со штанговым приводом (обычно вставные), которые в отличие от штатного способа эксплуатации опирают на забой скважины через механический волновод переменного сечения, составленный из труб двух-трех типов с расположением более массивных труб в нижней части волновода (рис. 2.6.2, а). Сила воздействия, передаваемая волноводом на забой скважины, определяется переходными процессами в насосной установке, давление в цилиндре которой при ходе плунжера вверх равно давлению окружающей жидкости в стволе скважины, а при ходе вниз — давлению в насосно-компрессорных трубах выкидной линии.

Для насоса диаметром 32 мм и динамического уровня жидкости в скважине 400—800 м изменение силы в момент смены направлений движения плунжера составляет 3—6 кН. В штатном режиме эксплуатации насос подвешен на насосно-компрессорных трубах (НКТ), и указанное изменение силы совершает работу по удлинению штанг, оценку которой выполним для колонны НКТ диаметром 73 мм и высотой 1100—1400 м. Расчетное значение удлинения не превышает $\Delta = 0,15—0,2$ м, откуда совершаемая работа равна $A = F \cdot \Delta / 2 = 0,5—1,2$ кДж. При опоре насоса на забой не более 50 % этой работы используется для генерации сейсмического импульса, энергия возбуждения которого, таким образом, не может превышать 600 Дж (энергия самого импульса, с учетом низкого значения к. п. д. процесса передачи сейсмических колебаний в горные породы, много ниже). Низкое значение энергии возбуждения сейсмического импульса позиционирует данную технологию как низкочастотный волновой метод обработки призабойной зоны продуктивного пласта, что лежит вне основных целей сейсмического воздействия. Другим недостатком рассматриваемой технологии является передача воздействия в пласт волноводом через забой скважины, что не эффективно в случае расположения забоя скважины глубже подошвы пласта более чем на 7—10 м.

Гидроимпульсная технология «ISS». Гидроимпульсное оборудование ISS, разработанное компанией ASR (США), состоит из связанной пары плунжеров разного диаметра, межплунжерной камеры, нижнего цилиндра с открытым торцом с установленной воронкой формирователя гидравлической волны (рис. 2.6.2, б). При движении колонны штанг с плунжерной парой вверх плунжер малого диаметра выходит, а плунжер большого диаметра входит в межплунжерную камеру, свободный объем которой в результате уменьшается, что вызывает сжатие жидкости, ограниченное редукционным клапаном. В момент выхода нижнего конца плунжерной пары в камеру происходит ее разгерметизация и сжатый объем жидкости разряжается в ствол скважины, формируя гидравлическую волну сжатия, распространяющуюся по столбу жидкости в стволе скважины. Максимальное значение давления в межплунжерной камере ограничено ее прочностью на растяжение и

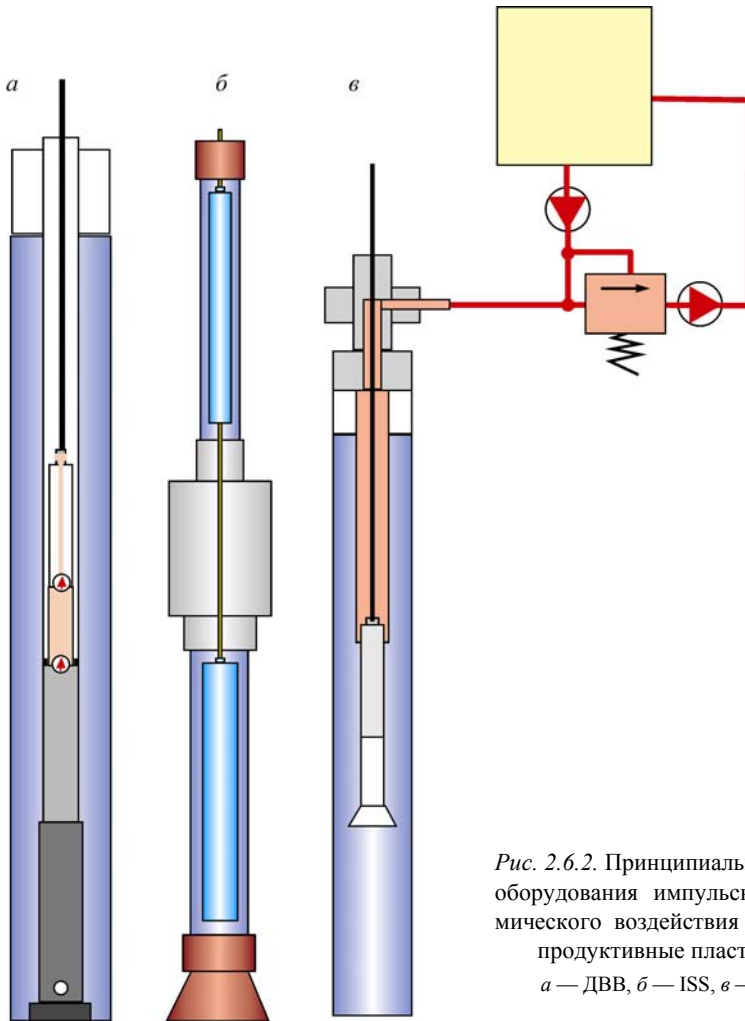


Рис. 2.6.2. Принципиальные схемы оборудования импульсного сейсмического воздействия на нефтепродуктивные пласты.
 а — ДБВ, б — ИСС, в — ГИВ.

нагрузочной способностью штангового привода. Последняя сильно ограничена отдачей на станок-качалку в момент разгерметизации межплунжерной камеры, связанной с резким снижением силы сопротивления движению плунжеров, а также с разрядением упругой энергии, накопленной штангами в состоянии максимального растяжения, в период сжатия жидкости в генераторе импульса. При длине камеры $L = 3$ м (связано с ограничением скважинных устройств по длине в 9 м из-за условий монтажа и транспортировки), внутреннем диаметре $D = 44$ мм, максимальном избыточном давлении не более $P = 10$ МПа (дополнительная нагрузка на привод 60 кН, или 50 % тяги) и сжимаемости жидкости сильно обводненной скважины $\beta \sim 4,7 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$ (значение β при высоком давлении) получаем следующую оценку энергии возбуждения импульса $E \sim \frac{\pi}{4} D^2 L \beta P^2 = 2,1\text{--}4,2$ кДж. Кроме сред-

ней по величине энергии возбуждения импульса, оборудование ISS имеет следующие принципиальные недостатки, не устранимые в данной конструкции:

нет откачки нефти из скважины и, как следствие, возникают проблемы со смазкой и охлаждением зеркального штока на устье;

нет возможности извлечения плунжеров без подъема насосно-компрессорных труб (низкая ремонтпригодность);

сильная отдача на станок-качалку в момент разгерметизации межплунжерной камеры;

возможность образования устойчивой эмульсии в стволе скважины при многократном прохождении гидравлической волны и, как следствие, сильное поглощение энергии импульса.

Говорить о перспективности такой системы не приходится.

Гидроимпульсная технология ГИВ. Технология ГИВ похожа на ISS и исторически является предшественницей последней. В отличие от ISS, в технологии ГИВ сжатие жидкости осуществляется в выкидной линии, на выходе которой устанавливаются редукционный клапан, ограничивающий максимальное значение давления жидкости заданной величиной (рис. 2.6.2, в), и бак с жидкостью для компенсации потери объема при разряжении импульса давления в ствол скважины. Если ограничить избыточное давление значением $P = 10$ МПа, то упругий объем жидкости при глубине подвески (НКТ 76 мм) устройства 200 м составит для дегазированной воды 3,2 л. Объем откачки насосом диаметром 44 мм при ходе плунжера 3 м составляет 4,6 л, откуда следует, что максимальная глубина подвески оборудования ГИВ ограничена значением около 250 м. Следует учесть, что на небольших глубинах жидкость в скважине содержит пузырьки газа, выделяющиеся из добываемой жидкости при снижении давления в верхней части ствола скважины. Поэтому реальная сжимаемость той же воды выше примерно на порядок, чем в условиях больших глубин, и даже при малых глубинах подвески устройства объема откачки насоса не хватает для создания высоких значений избыточного давления. Например, при длине выкидной линии $L_1 = 200$ м, ее внутреннем диаметре $D_1 = 64$ мм, длине хода плунжера $L_2 = 3$ м, диаметре насоса $D_2 = 44$ мм и сжимаемости $\beta \sim 4,7 \cdot 10^{-9}$ Па⁻¹, избыточное давление равно $P = D_2^2 L_2 / (D_1^2 L_1 \beta) \sim 1,5$ МПа, откуда энергия возбуждения сейсмического импульса не превышает $E = P \frac{\pi}{4} D_2^2 L_2 \sim 7$ кДж.

Исключая проблему смазки зеркального штока на устье скважины, оборудование ГИВ обладает теми же основными недостатками, что и ISS:

сильная отдача на станок-качалку в момент разгерметизации выкидной линии; нет откачки нефти из скважины;

образование устойчивой эмульсии в стволе скважины при многократном прохождении гидравлической волны и, как следствие, сильное поглощение энергии импульса.

Кроме того, дополнительно появляется необходимость доливки выкидной линии после разрядки импульса давления в скважину, неизбежно сопровождаемого частичным стравливанием жидкости в ствол. Это приводит к неудобной необходимости периодического технологического обслуживания и контроля установки.

Гидроимпульсная виброимплозионная волновая технология ВВ. В технологии применяют модернизированные штанговые насосы с заглушенным всасывающим клапаном. Всасывание жидкости осуществляется через боковые отверстия в цилиндре насоса, расположенные на расстоянии около 1 м от его нижнего торца. В начале хода плунжера вверх в нижней заглушенной части цилиндра создается объем без жидкости вплоть до момента, когда нижний конец плунжера не достигает боковых отверстий. Воздействие осуществляют импульсом низкого давления, формирование которого происходит за счет снижения давления в стволе скважины при разгерметизации пустого объема. Передача гидравлического импульса в пласт осуществляется через столб жидкости. К недостаткам этой технологии относятся:

- сильная отдача на станок-качалку в момент разгерметизации пустого объема (имплозии);

- импульсная нагрузка на подвеску (НКТ) за счет гидроудара в заглушенный торец насоса;

- образование устойчивой эмульсии в стволе скважины при многократном прохождении гидравлической волны и, как следствие, сильное поглощение энергии импульса;

- импульсный характер откачки жидкости и, как следствие, снижение дебита насоса.

При глубине подвески устройства ВВ 1200 м забортное давление обычно не превышает 10 МПа, что при объеме имплозионной камеры устройства (нижняя часть цилиндра насоса от торца до всасывающих отверстий) около 1,5 л (44-миллиметровый насос) обеспечивает энергию возбуждения импульса около 15 кДж. Это значение можно считать предельным, поскольку при диаметре насоса более 44 мм возникающая отдача на станок-качалку может приводить к нарушению ее положения.

В целом, рассмотренным системам ISS, ГИВ и ВВ присущи такие недостатки, как сильная отдача на штанговый привод, пропорциональная энергии формирования сейсмического импульса, невозможность одновременной с воздействием добычи нефти из скважины с установленным сейсмическим оборудованием, гидравлический способ передачи импульса в пласт по стволу скважины, вызывающий дегазацию нефти и формирование устойчивой эмульсии, увеличивающей потери энергии сейсмического воздействия на залежь.

2.6.2. Гидроударный способ и система возбуждения сейсмического импульса. Импульсное сейсмическое воздействие (ИСВ)

Выбор гидроударного способа генерации импульса связан с потенциально более высоким значением энергии возбуждения, чем в рассмотренных выше системах. Оборудование ИСВ имеет общие черты с системой ВВ в части использования штангового привода для создания пустого объема и его последующей разгерметизации. Главное отличие состоит в том, что в системе ВВ гидроудар является негативным сопутствующим процессом имплозионного воздействия, а в технологии ИСВ — наоборот, основным элементом формирования сейсмического импульса.

Остановимся на технологии ИСВ, ее технических средствах и результатах промышленных испытаний более подробно, поскольку ряд апробированных тех-

нических решений послужил основой создания эффективного прототипа технического комплекса сейсмического воздействия модульного исполнения в рамках выполнения данного проекта.

Общая характеристика ИСВ. Комплекс технических средств ИСВ состоит из скважинного импульсного генератора, хвостового патрубка, пакера, штанговых колонн насосно-компрессорных труб и штанг глубинно-насосного способа эксплуатации механизированных добывающих скважин, стандартного устьевого оборудования и станка-качалки. Импульсный генератор приводится в действие штанговым приводом обычного исполнения. При движении штанги вверх в генераторе создается запас энергии за счет формирования области низкого давления. Этот запас энергии используется в дальнейшем для генерации кратковременного гидравлического импульса, воздействующего на нефтепродуктивный пласт. Принцип работы технического комплекса ИСВ основан на эффекте гидравлического удара, возникающего в результате быстрого заполнения жидкостью пустого объема пустого сосуда и последующего торможения потока. Создание пустого от жидкости объема (аккумулятора низкого давления) осуществляется плунжерной парой на базе серийных штанговых глубинных насосов. Техническое решение разработано с учетом проверенных на практике узлов, применяемых в серийном нефтепромысловом оборудовании. Энергия возбуждения импульса определяется произведением объема аккумулятора низкого давления на перепад давления между аккумулятором и скважиной в месте подвески устройства. При глубине спуска до 1400 м, динамическом уровне жидкости в скважине до 400 м и объеме аккумулятора до 3 л (оборудование модификации С1) энергия возбуждения импульса составляет не менее $E \geq 30$ кДж, что выделяет систему ИСВ из рассмотренных выше технологий ДВВ ($E \sim 0,5$ кДж), ISS ($E \sim 2$ кДж), ГИВ ($E \sim 7$ кДж) и ВВ ($E \sim 15$ кДж).

Определим амплитуду силы, генерируемой системой ИСВ. По формуле Жуковского, давление гидроудара $P_g = \rho w c$, где ρ — плотность жидкости, w — скорость движения жидкости в момент гидроудара, c — скорость распространения ударной волны в трубах. Приближенное значение w оценим по формуле

$$w = \varphi \sqrt{\frac{2kP_w D}{\rho \lambda l} \left(1 - \exp\left(-\frac{\lambda(l-l_0)}{D}\right) \right)},$$

где φ — коэффициент скорости (определяется конструкцией камеры гидроудара); k — коэффициент повышения давления жидкости в камере сжатия (определяется конструкцией камеры сжатия); P_w — давление столба жидкости в скважине (определяется глубиной спуска устройства в скважину); λ — коэффициент гидравлического сопротивления трения при движении скважинной жидкости по гидроударной камере; D — внутренний диаметр этой камеры (зависит от диаметра НКТ); l — длина камеры (определяется техническими параметрами станка-качалки и расположением впускного клапана нижнего плунжера), l_0 — длина входного участка камеры. Нижняя оценка при глубине спуска оборудования 1500 м составляет $w = 100$ м/с, $P_g = 140$ МПа (т. е. на порядок выше гидростатического давления жидкости в скважине). Это дает амплитуду силы (в импульсе), передаваемой через хвостовик на матрицу коллектора, в 10—15 тс.

Оборудование ИСВ. Гидроударный генератор (модификация оборудования С1) создан на базе глубинного штангового насоса и состоит из цилиндра 1, плунжера 2 с нагнетательным клапаном 3 (рис. 2.6.3).

Верхний конец плунжера через клетку соединен со штоком 5 и далее с колонной штанг привода. Части цилиндра объединены в единую конструкцию инжекционной камерой 4 с продольными каналами. Верхний конец цилиндра оснащен муфтой 6 для подсоединения к колонне насосно-компрессорных труб. В нижнем конце цилиндра установлен формирователь гидравлических импульсов (ФГИ) 7, низ которого соединен с хвостовым патрубком (хвостовиком) длиной до 400 м и пакером. Внутри цилиндра ФГИ свободно перемещается поршень 8 большого диаметра, который изолирует подплунжерное пространство цилиндра 1 от полости хвостовика.

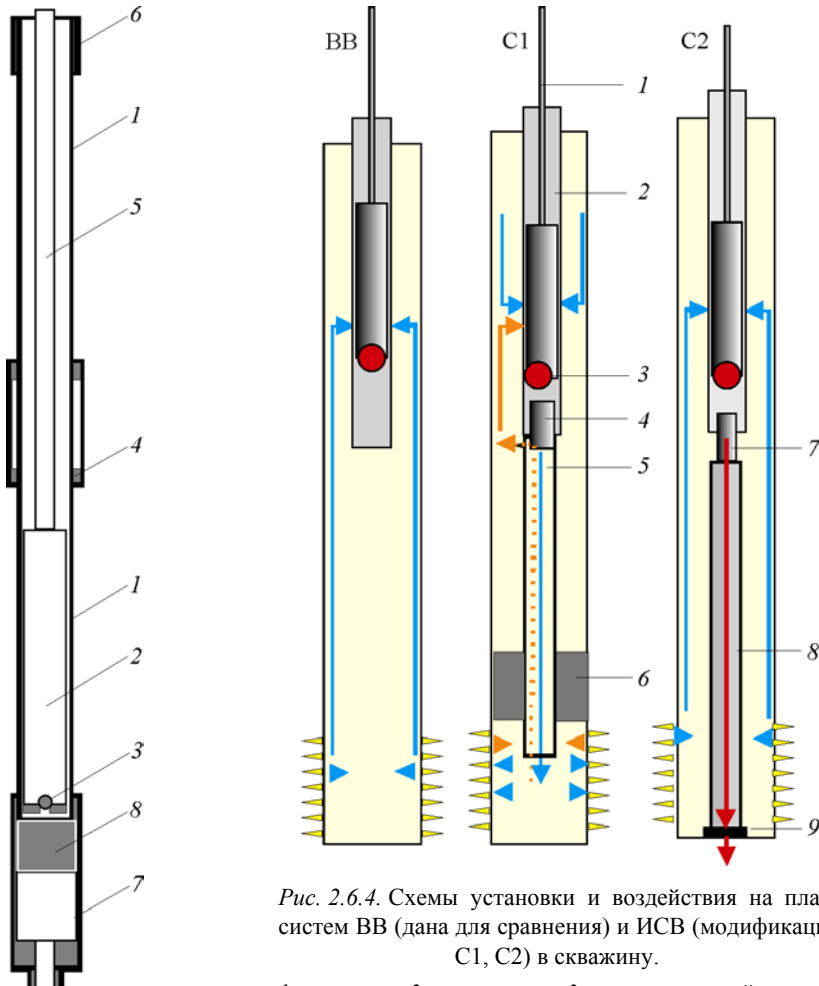


Рис. 2.6.3. Скважинный импульсный генератор технологии ИСВ. Поясн. см. в тексте.

Рис. 2.6.4. Схемы установки и воздействия на пласт систем ВВ (дана для сравнения) и ИСВ (модификации С1, С2) в скважину.

1 — штанга; 2 — генератор; 3 — нагнетательный клапан; 4 — формирователь гидравлических импульсов; 5 — патрубок (хвостовик); 6 — пакер; 7 — силовая развязка; 8 — механический волновод; 9 — опорная плита.

Генератор работает следующим образом. При ходе плунжера 2 вверх в подплунжерном объеме цилиндра 1 (зона аккумулятора) создается разрежение, и поршень 8 гидроцилиндра ФГИ перемещается вверх, открывая сообщение между патрубком и скважинным пространством в окрестности генератора. Когда балансир станка-качалки достигает верхней точки, нижний конец плунжера 2 выходит в инжекторную камеру 4, открывая доступ скважинной жидкости в подплунжерный объем.

Жидкость, достигая поршня гидроцилиндра ФГИ, останавливается и формирует мощный гидравлический импульс высокого давления, передаваемый поршнем в нижнюю открытую часть ФГИ, в которой происходит формирование гидравлической волны, передаваемой далее по хвостовику к интервалу перфорации против продуктивного пласта. Для снижения паразитной реверберации гидравлического импульса в стволе скважины и уменьшения образования эмульсии нижний конец патрубка оснащен пакером, отделяющим зону перфорации от вышележащей части скважины (рис. 2.6.4). Такая подземная компоновка изолирует зоны формирования импульсов низкого и высокого давления и повышает эффективность передачи гидравлической волны в продуктивный пласт.

2.6.3. Модульное оборудование СЗ импульсного сейсмического возбуждения (ИСВ) акустической эмиссии

Разработка модульной системы СЗ технических средств ИСВ проведена с учетом возможности двойного использования оборудования не только в решении задачи воздействия на обширные участки продуктивного пласта, но и для интенсификации добычи из конкретной скважины, что предполагает интегрирование насоса в систему генератора.

При разработке конструкции СЗ ставилась задача использования паразитного импозитного воздействия (падение давления в стволе в момент формирования гидроудара) для повышения эффективности генерации сейсмического импульса в твердой фазе пласта за счет преднапряжения матрицы нефтяного коллектора импульсом депрессии.

Модульная система СЗ. Импульсный генератор-насос СЗ обеспечивает возможность сейсмического воздействия на призабойную зону скважины с одновременным отбором пластовой жидкости и поднятием ее на дневную поверхность за счет совмещения в одну конструкцию импульсного генератора и штангового глубинного насоса.

Принципиальная схема примера импульсного генератора-насоса приведена на рис. 2.6.5. В отличие от системы С1 устройство снабжено вторым цилиндром 9 большего диаметра и соответствующим ему плунжером 10 с нагнетательным клапаном 11. Оба плунжера соединены полым переходником штока 12, а два цилиндра — муфтой 13. Благодаря полому переходнику штока 12 жидкость, которая оказывается внутри плунжера 2, при ходе балансира станка-качалки вниз перетекает в плунжер большего диаметра и далее внутрь НКТ. При ходе плунжера вниз объем жидкости внутри малого цилиндра сжимается, нагнетательный клапан 3 открывается и, благодаря полому переходнику штока 12, перетекает в плунжер большого цилиндра, открывая и нагнетательный клапан 11. Последующим ходом плунжера вверх жидкость поднимается на поверхность.

Для устранения влияния работы генератора на штанговый привод применен модуль гидравлического тормоза (на схеме не показан), в состав которого входят дополнительный плунжер и цилиндр большего диаметра, расположенные в верхней части устройства. Модуль работает следующим образом. При движении связанной пары плунжеров вверх в межплунжерной камере возникает дефицит объема жидкости, который компенсируется свободным ее поступлением из скважинного пространства. Перед открытием пустого объема доступ жидкости в межплунжерную камеру ограничивается гидравлическим дросселем. В момент открытия пустого объема и, соответственно, снижения нагрузки на штангу плунжеры начинают быстрое движение вверх из-за упругого сокращения штанги, которое тормозится ростом дефицита объема в межплунжерной камере, медленно компенсируе-

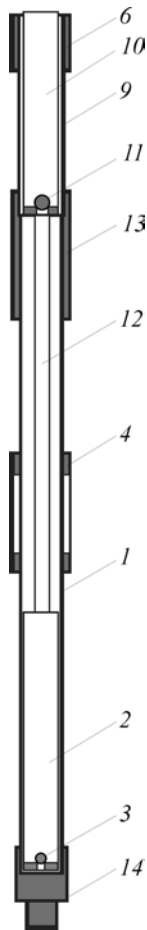


Рис. 2.6.5. Принципиальная схема системы С3.

Поясн. см. в тексте.

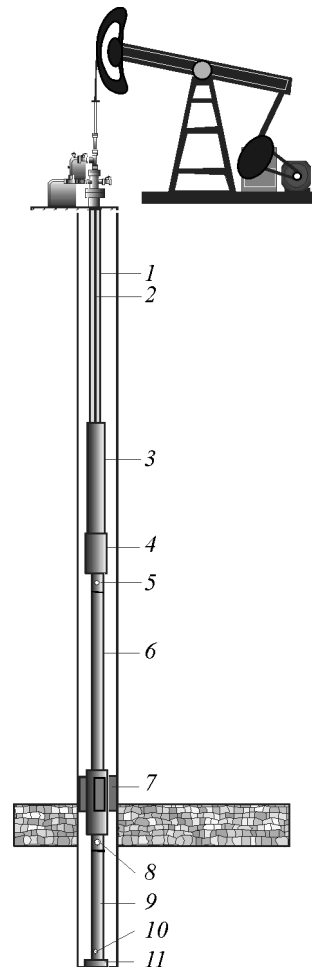


Рис. 2.6.6. Схема подземной компоновки системы С3.

Поясн. см. в тексте.

мого поступлением жидкости через дроссель. В результате скачкообразное изменение нагрузки на привод растягивается во времени, что препятствует возникновению ударной отдачи на станок-качалку.

Подземная компоновка системы СЗ в скважине показана на рис. 2.6.6. Импульсный генератор 3 подвешивается на колонне насосно-компрессорных труб 1 высотой до 1400 м, внутри которой размещается колонна штанг 2, соединяющая генератор с наземным приводом (станком-качалкой). На нижнем конце генератора установлена силовая развязка 4, которая соединяется снизу с опорным хвостовиком (механическим волноводом) 6, выполненным из стандартных насосно-компрессорных труб диаметром 73 мм. Нижний конец волновода, длина которого 100—400 м, связан механически с обсадной колонной через якорь 7 выше на 1—2 м интервала перфорации. Якорь спускается в скважину в закрытом (транспортном) положении и приводится в рабочее состояние поворотом компоновки по часовой стрелке на один—два оборота.

Якорь 7 через упругий элемент опирается на нижний хвостовик 9 высотой до 100 м, выполненный из насосно-компрессорных труб диаметром 89 мм. В нижней части хвостовик 9 содержит опорную плиту 11 и сливное отверстие 10. В нижних патрубках якоря и генератора находятся отверстия 5 и 8, обеспечивающие свободный переток жидкости из-под якоря в пространство скважины между обсадной колонной и НКТ 1. Гидравлический удар передается в волновод и далее через якорь и обсадную колонну в продуктивный пласт. Смещение волновода, дополнительно фиксируемого нижним опорным хвостовиком, компенсируется силовой развязкой 4. За счет применения силовой развязки нагрузка на устьевою арматуру скважины не больше, чем для стандартных штанговых насосов. Основные технические параметры прототипа СЗ:

- L* установки 8,5 м;
- внешний \varnothing не более 114 мм;
- масса 140 кг;
- энергия импульса до 30 кДж;
- синхронное формирование сейсмического и депрессионного импульсов.

Реализация сейсмического воздействия на пласт как постоянного элемента системы мониторинга состояния залежи в целом предусматривает размещение на постоянной основе технических комплексов (сейсмических излучателей) импульсного сейсмического возбуждения в отдельных эксплуатационных скважинах, расположенных по площадной системе на удалении до 1500—3000 м друг от друга (плотность сетки излучателей 900—2500 га/скв.), что гарантирует охват технологией ИСВ пласта в целом.

Итак, разработаны модульное оборудование импульсного сейсмического возбуждения акустической эмиссии в глубокозалегающих пластах, метод активного эмиссионного зондирования с сейсмическим возбуждением высокочастотной акустической эмиссии для определения нефтенасыщенности неперфорированных пластов с одновременной оценкой интенсивности разработки пласта и гидродинамической связи по нему между скважинами, а также основные положения использования наведенной сейсмичности для оценки параметров активных энергонасыщенных горных сред.

2.7. АНАЛИЗ СТРУКТУРНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ ГРЯЗЕВЫХ ВУЛКАНОВ И ТЕКТОНИЧЕСКИХ РАЗЛОМОВ

Сейсмическая гетерогенность земной коры является ее фундаментальным свойством. Она присуща многим областям земной коры: зонам подготовки природных катастроф (землетрясений, извержений вулканов), разломным зонам, нефтяным коллекторам и др. Данный тип гетерогенности характеризуется локальными неоднородностями, различающимися масштабом (геометрическими параметрами), контрастностью, структурной организацией, плотностью распределения. В частности, геодинамические процессы зарождения и развития сейсмического очага в сейсмоопасных зонах увязывают с процессами трещинообразования [Журков и др., 1977; Alekseev et al., 1998a, b]. С учетом этого, в качестве количественной характеристики базового процесса, порождающего аномалии-предвестники, естественно использовать пространственно-временную функцию плотности числа трещин в области готовящегося очага и в зонах аномальных геофизических полей на поверхности Земли. В качестве такой функции А. С. Алексеевым была предложена интегральная функция вида $\theta(x, y, t) = \text{div} \mathbf{U}$ (где \mathbf{U} — геофизическое поле, регистрируемое на поверхности Земли), с помощью которой можно пытаться приближенно описать плотность трещин в среде [Alekseev et al., 1998a, b]. Функция $\theta(x, y, z, t)$ может быть названа *функцией разуплотнения среды*. Создание метода определения функции $\theta(x, y, z, t)$ следует отнести к числу важных проблем «активной сейсмологии».

Наиболее детальные данные о структуре областей среды с изменяющейся во времени трещиноватостью способен дать сейсмический метод наблюдения продольных и поперечных волн от мощных контролируемых вибросейсмических источников. Эффективность вибросейсмического метода мониторинга на основе такого подхода теоретически и методически обоснована в [Алексеев и др., 2004; Глинский и др., 2006, 2007].

Рассматриваемая проблема в общем виде сводится к решению проблемы взаимодействия поле—вещество и схематически представляется в следующем виде (рис. 2.7.1).

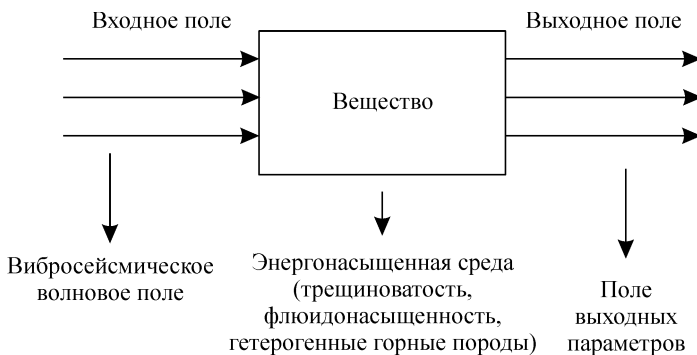


Рис. 2.7.1. Схема взаимодействия поле—вещество.

По полю выходных параметров при известных входных оцениваются характеристики напряженности энергонасыщенной среды.

Зоны развивающейся трещиноватости представляют собой разновидности энергонасыщенных сред, которые присущи сейсмovolканоопасным зонам, зонам тектонических разломов и др. Ранее А. С. Алексеевым и соавторами теоретически была обоснована возможность [Alekseev et al., 1998a, b; Алексеев и др., 2008a, б] определения наличия трещин в зонах разрушения и изменения их объемной плотности по изменению коэффициентов анизотропии и скоростей распространения волн, используя вибрационный метод зондирования Земли.

На основе накопленного опыта проведения экспериментальных исследований и анализа результатов возникли предпосылки дальнейшего развития работ по проблеме активного вибросейсмического мониторинга процессов трещинообразования и дилатансии в сейсмovolканоопасных зонах в направлении учета динамических характеристик волнового поля. Они призваны дополнить ранее предложенный А. С. Алексеевым подход к слежению за изменениями коэффициентов анизотропии среды и скоростей распространения продольных и поперечных волн [Воскобойникова и др., 2008; Woskoboynikova, 2008a]. Это позволит учитывать вариации волновых форм основных и рассеянных волн, а также эффекты нелинейной трансформации волновых полей, связанные с развивающимися геодинамическими процессами в очаговых зонах. Эффективность предлагаемого подхода подтверждена результатами экспериментальных исследований методом вибрационного зондирования грязевых вулканов Таманской грязевулканической провинции и тектонического разлома в Новосибирской области. При этом задача по оцениванию динамики развития геодинамических процессов в очаговых зонах приобретает статус многопараметрической задачи, решение которой возможно методами распознавания образов.

2.7.1. Объекты исследования

Экспериментальная часть работы по анализу сейсмволновых полей в трещиноватых и флюидонасыщенных зонах выполнена на основе изучения вибрационных сейсмограмм, полученных при вибрационном зондировании грязевых вулканов Таманской грязевулканической провинции (вулканы Шуго, Ахтанизовский, Карabetова) [Глинский и др., 2007, 2008], а также зон тектонических разломов в Алтае-Саянском регионе [Воскобойникова и др., 2008]. Принципиальная схема вибросейсмического зондирования была описана в пункте 1.3 данной монографии. Схематически взаимное расположение источника и сейсмоприемников в районах вулканов Шуго и Ахтанизовский представлено на рис. 2.7.2. Здесь в качестве источника использовался передвижной сейсмический вибратор СВ-10/100, в качестве регистратора — многоканальный аппаратный комплекс «Роса» (см. верхнюю часть рисунка).

Регистрация сейсмических сигналов осуществлялась вдоль продольных профилей на траверсах «вибратор — регистрирующая сейсмостанция — грязевой вулкан» и «вибратор — вулкан — регистрирующая сейсмостанция» (см. рис. 2.7.2). В последнем случае вулкан располагался между вибратором и сейсмостанцией.

В принятой технологии полевых работ зондирование геологической среды производилось путем перемещения сейсмического вибратора вдоль указанных траверсов, а также расстановкой сейсмических датчиков в пределах базы «источ-

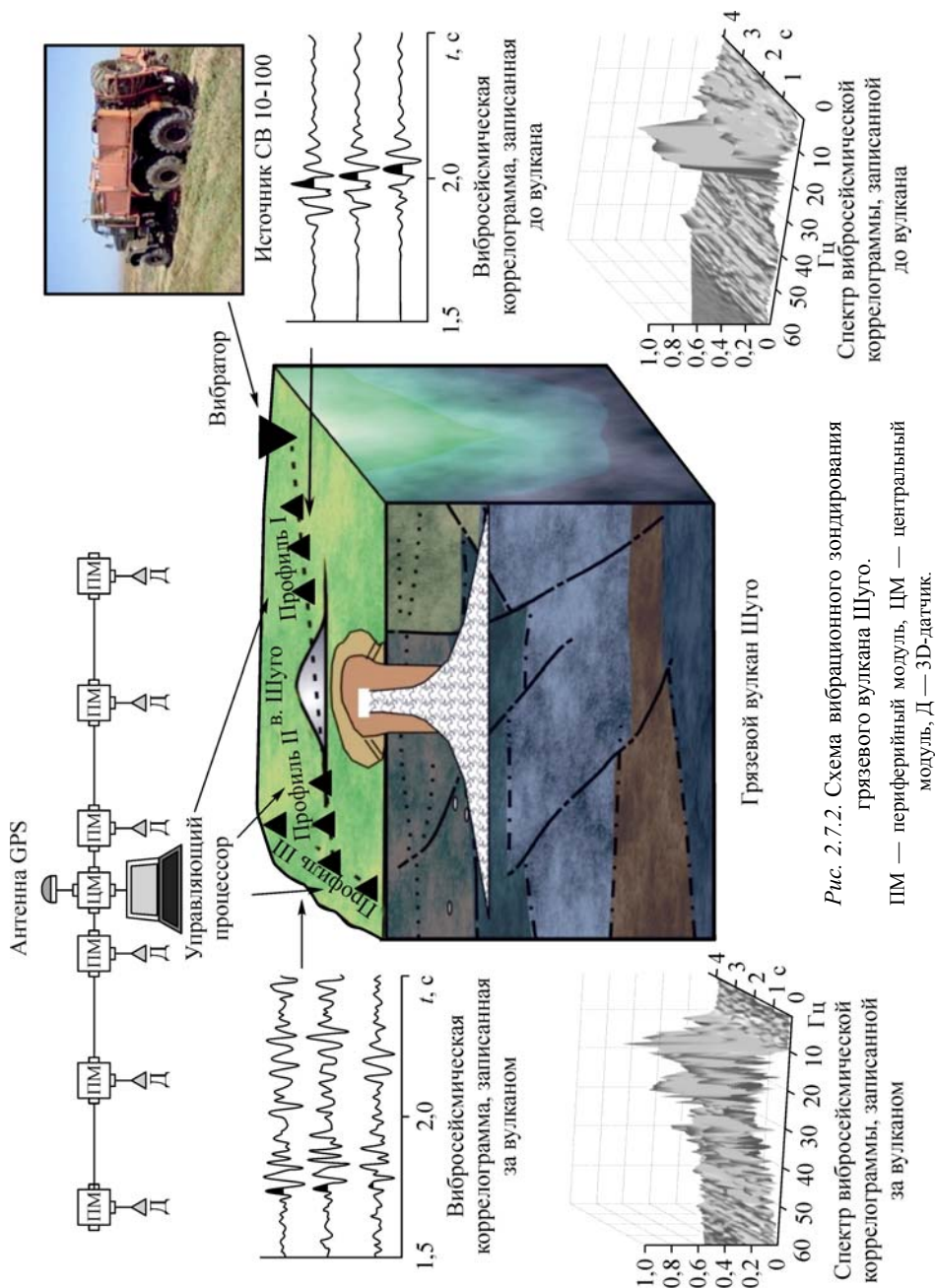


Рис. 2.7.2. Схема вибрационного зондирования грязевого вулкана Шуто.
 ПМ — периферийный модуль, ЦМ — центральный модуль, Д — 3D-датчик.

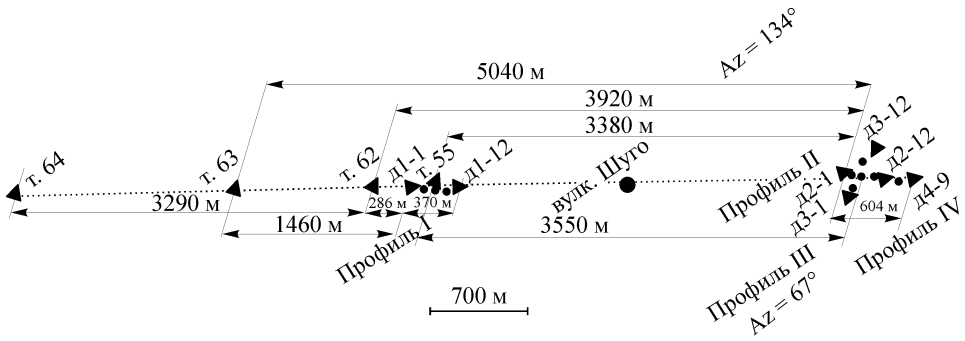


Рис. 2.7.3. Схема расстановок вибратора и датчиков при вибрационном зондировании вулкана Шуго: т. 55, т. 62, т. 63, т. 64 — точки зондирования, Д1-1—Д3-12 — сейсмические группы, профили I—IV — линии расстановки сейсмических групп.

ник—приемник» в диапазоне 500—5500 м. Геометрические параметры расстановок вибратора и сейсмодатчиков при просвечивании вулкана Шуго приведены на рис. 2.7.3.

Количество повторяющихся сеансов зондирований в каждом пункте установки вибратора менялось в пределах пяти—семи. Такого количества было достаточно с точки зрения повышения помехоустойчивости вибрационных сейсмограмм в условиях наличия повышенных сейсмических шумов в районе вулкана.

В качестве примера на рис. 2.7.4 представлены вибрационные сейсмограммы, полученные на траверсе вибратор—вулкан Шуго.

Большую часть информации о гетерогенности среды несет в себе поле рассеянных волн, случайно распределенных во времени и пространстве [Пузырев, 1997;

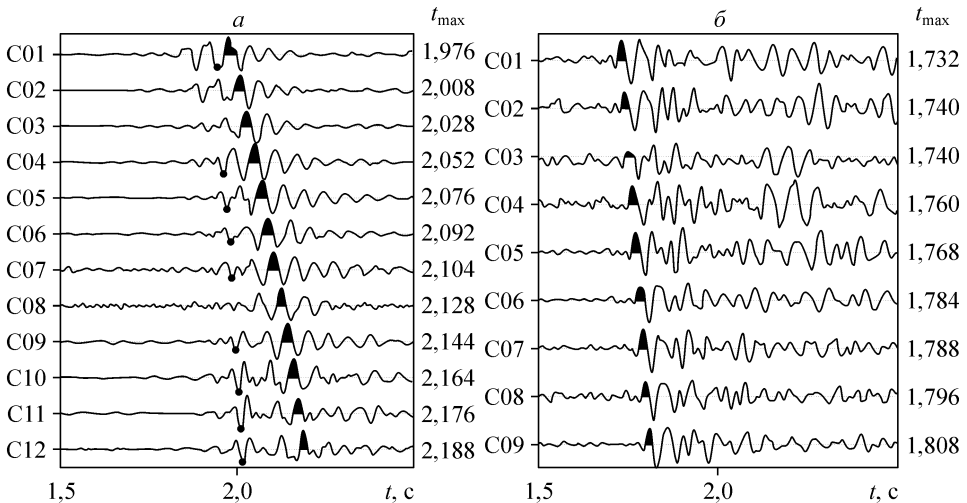


Рис. 2.7.4. Вибрационные сейсмограммы, полученные на траверсе вибратор—вулкан Шуго: а — $R = 3290$ м, т. 64, профиль I (вулкан по одну сторону от вибратора и сеймостанции); б — $R = 3380$ м, т. 55, профиль II (вулкан между вибратором и сеймостанцией).

Гольдин, 2008]. Есть основание выделять их особо высокую чувствительность к тонким структурным перестройкам сложнопостроенной среды в очаговых зонах и, тем самым, способность нести дополнительную информацию о геодинамических процессах. В отличие от вибрационных сейсмограмм, полученных, когда вибратор и сейсмостанция располагались на профиле до вулкана (см. рис. 2.7.4, *a*), хорошо видно усложнение структуры сейсмограмм вслед за головными волнами, полученных при расположении сейсмостанции за вулканом (см. рис. 2.7.4, *б*). Очевидно, что такое усложнение вызвано прохождением вибросейсмических колебаний через тело вулкана.

По отношению к вибрационным сейсмограммам, полученным при обоих вариантах регистрации, вычислялись спектрально-временные функции (СПФ) [Глинский и др., 2007] вида

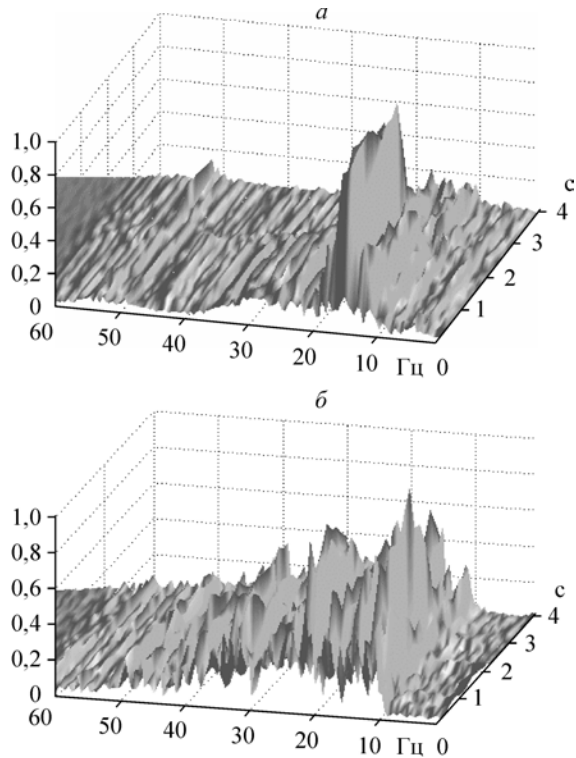


Рис. 2.7.5. Спектрально-временные функции вибрационных коррелограмм, полученных при:
a — $R = 3290$ м (вулкан по одну сторону от вибратора и сейсмостанции); *б* — $R = 3380$ м (вулкан между вибратором и сейсмостанцией).

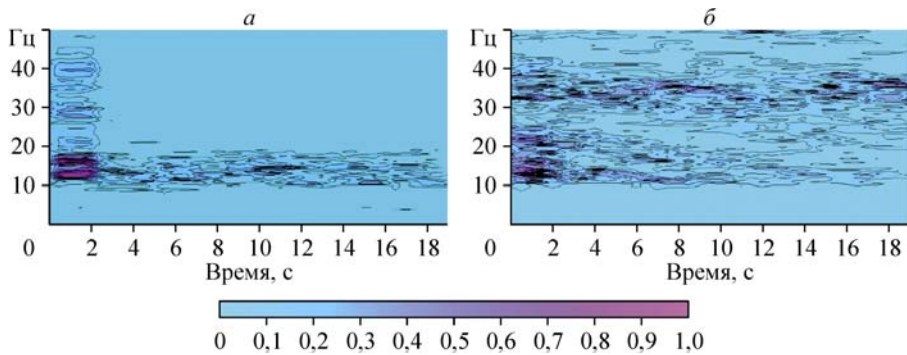


Рис. 2.7.6. Фракталы вибрационных сейсмограмм, полученных на траверсе вибратор—сейсмостанция—вулкан Шуго.
a — $R = 3290$ м (вулкан по одну сторону от вибратора и сейсмостанции); *б* — $R = 3380$ м (вулкан между вибратором и сейсмостанцией).

$$F(\omega_k, t_q) = F(k, q) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{n+q} \exp(-j2\pi kn/N), \quad (2.7.1)$$

где $n = 0, 1, \dots, N_1-1, q = 0, 1, \dots, N_2-1; N_1 N_2 = N; N = T/\Delta t$, T — общее время анализа, Δt — интервал квантования исходных сигналов.

В качестве последовательностей x_{n+q} использовались множества значений вибрационных сейсмограмм, получаемых в виде результатов взаимокорреляционной свертки опорного зондирующего сигнала и зарегистрированного на большом удалении сейсмического сигнала. Частные виды СПФ представлены на рис. 2.7.5, 2.7.6.

Сопоставление двух полученных СПФ наглядно показывает вклад вулканической постройки в широкополосное обогащение спектра колебаний — наблюдается 4—5-кратное расширение преобладающего спектра колебаний. Подобные эффекты представляется возможным связать с трансформацией излучаемых сигналов на нелинейных структурах данной геологической среды.

2.7.2. Характеристики вариаций волновых форм

Дополнительным информативным признаком, характеризующим влияние зон разрушения на проходящие сейсмические волны, являются вариации форм основных типов сейсмических волн. В первую очередь это относится к поперечным

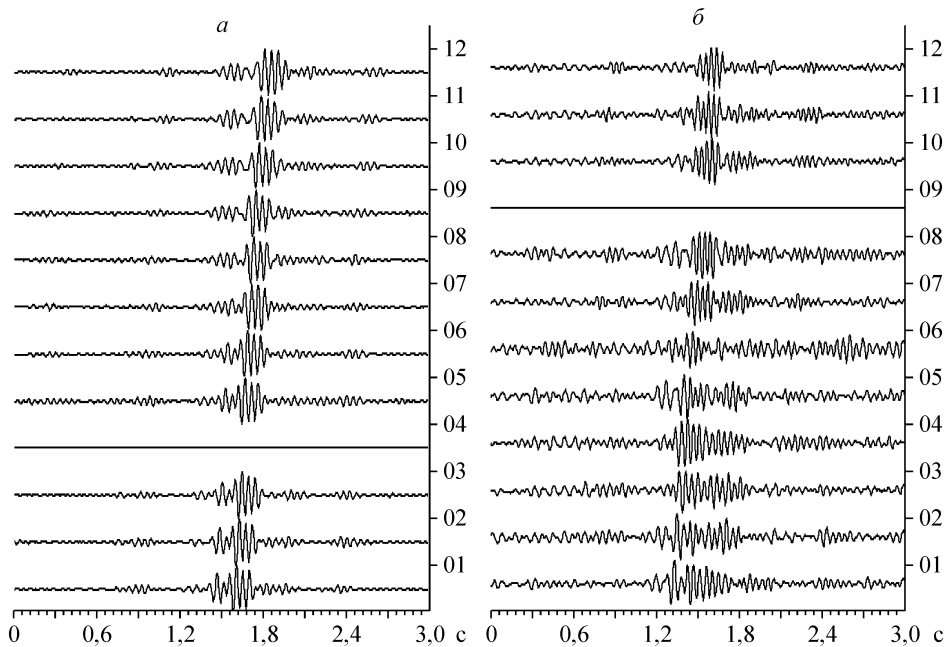


Рис. 2.7.7. Вибрационные сейсмограммы, полученные на трассе вибратор—вулкан Ахтановский.

а — расстояние приемник—вулкан 1640 м (точка GPS «002»), расстояние приемник—источник 3500 м (точка GPS «022»); *б* — расстояние приемник—вулкан 1640 м (точка GPS «002»), расстояние приемник—источник — 3200 м (точка GPS «023», за вулканом).

волнам. Еще в свое время Н. Н. Пузырев [1997] обратил внимание на то, что анизотропия по-разному влияет на прохождение продольных и поперечных волн. В связи с этим было быстро осознано, что сама анизотропия является исключительно яркой характеристикой среды, которая доступна эффективному изучению на основе многоволновой сейсмоки [Пузырев, 1997; Гольдин, 2008]. Изучение вариаций волновых форм проведено в экспериментах по вибрационному зондированию зон грязевых вулканов (Таманская грязевулканическая провинция) и тектонических разломов (Алтае-Саянский регион). Вариации волновых форм в первом случае иллюстрируются с помощью набора вибрационных сейсмограмм, ранее представленных на рис. 2.7.4 (вулкан Шуго), а также дополнительно на рис. 2.7.7 (вулкан Ахтанизовский).

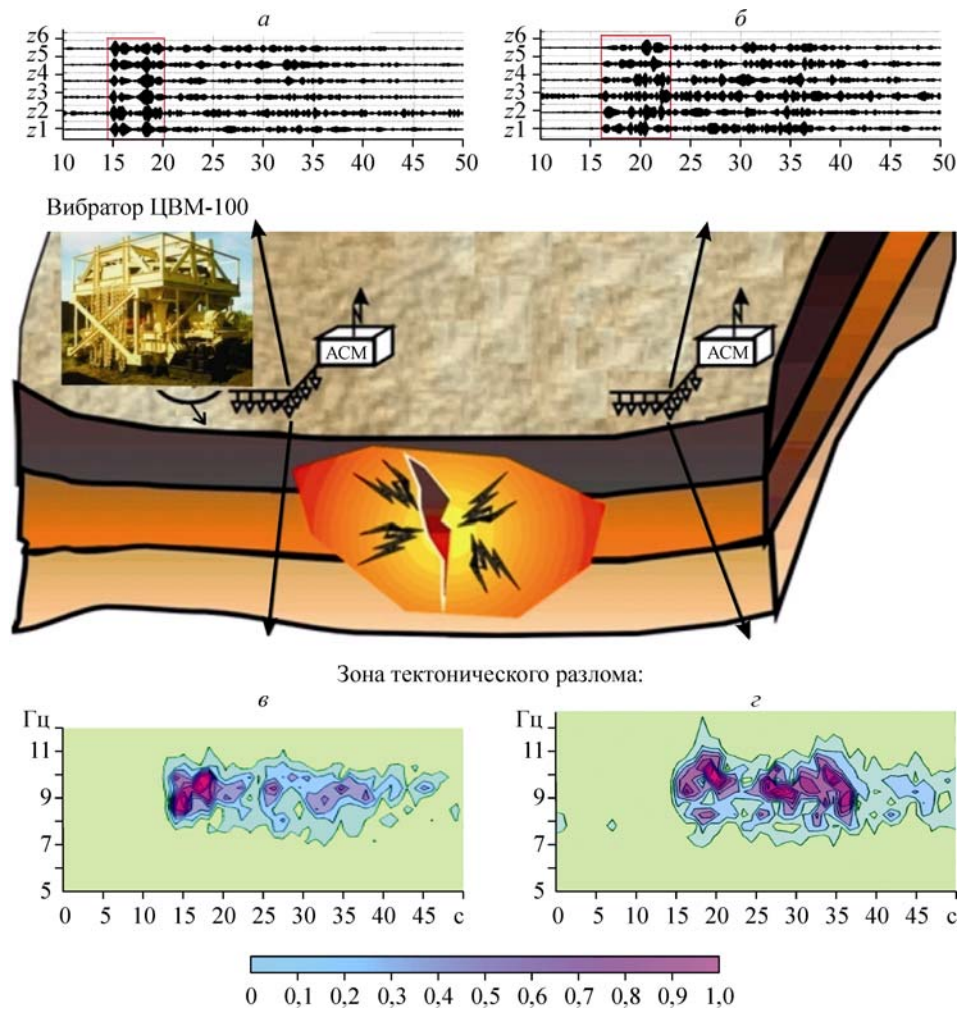


Рис. 2.7.8. Вибрационные сейсмограммы (а, б) и их спектрально-временные функции (в, з).
а, в — до тектонического разлома; б, з — после тектонического разлома.

Особенности этих вариаций уже были рассмотрены выше и связаны, в первую очередь, с появлением дополнительных цугов волн вслед за волнами первых вступлений, обусловленных явлением рассеивания сейсмических колебаний на неоднородностях вулканических структур.

Изучение вариаций волновых форм, обусловленных прохождением сейсмических колебаний через зоны тектонических разломов Алтае-Саянского региона, было выполнено в соответствии со схемой, представленной на рис. 2.7.8.

2.7.3. Мониторинг зон тектонических разломов



Рис. 2.7.9. Фрагмент общего вида разломной зоны.

Как следует из рисунка 2.7.8, регистрация сигналов осуществлялась по обеим сторонам разлома. В верхней части рисунка представлены вибрационные сейсмограммы, полученные по компоненте Z от вибратора типа ЦВ-40. Расстановка сейсмоприемников по обеим сторонам разлома соответствовала удалениям от источника 86,9 и 92,9 км (пос. Старососедово). Из сопоставления сейсмограмм хорошо видно преобразование волновых форм основных типов волн —

продольных и поперечных, вносимых структурами разлома. Нарушение может быть оценено количественно путем измерения коррелированности волновых форм, зарегистрированных до разлома и за разломом. Соответствующие оценки коэффициентов корреляции вибрационных сейсмограмм по компоненте Z даны в табл. 2.7.1 для двух разломов, уже выше упомянутого, и дополнительно участка разлома, расположенного в районе с. Койниха Новосибирской области. Удаления источник—приемник здесь соответственно составляли 36,1 и 39,5 км. Из таблицы видно, что, если в графе «86,9 км» значения коэффициента взаимной корреляции лежат в пределах 0,620—0,840 (до разлома), то в графе «92,9 км» (за разломом) соответствующие оценки имеют диапазон значений 0,377—0,560. Аналогичные оцен-

Таблица 2.7.1

Значения коэффициента взаимной корреляции волновых форм

Компонента датчика	36,1 км	39,5 км	86,9 км	92,9 км
z_1	1,000	1,000	1,000	1,000
z_2			0,620	0,433
z_3	0,513	0,293	0,798	0,509
z_4	0,376	0,333	0,836	0,560
z_5			0,840	0,357
z_6	0,424	0,206	0,789	0,377

ки, полученные по компоненте Z для первого и второго пунктов «Койниха», имеют значения 0,424—0,513 и 0,206—0,333. Соответствующие оценки, полученные по компоненте X для пункта «Койниха», составляют 0,313—0,387 и 0,124—0,177. Таким образом, просматривается тенденция уменьшения коррелированности волновых форм на сейсмограммах, вносимая разломом.

В качестве примера на рис. 2.7.9 приводится фрагмент внешнего вида зоны разлома типа «сброс».

2.7.4. Экспериментальные работы по активному вибросейсмическому просвечиванию грязевого вулкана гора Карabetова

В экспериментальных работах по активному вибросейсмическому просвечиванию грязевого вулкана гора Карabetова использовались сейсмический вибративный источник СВ-10/180 и регистрирующие комплексы REFTEK-125A (40 регистраторов с вертикальными сейсмоприемниками GeoSpace GS-20DX) и «РОСА» (18 каналов с трехкомпонентными датчиками GeoSpace и СМЕ-3011). Общая схема расположения точек излучения и регистрации приведена на рис. 2.7.10.

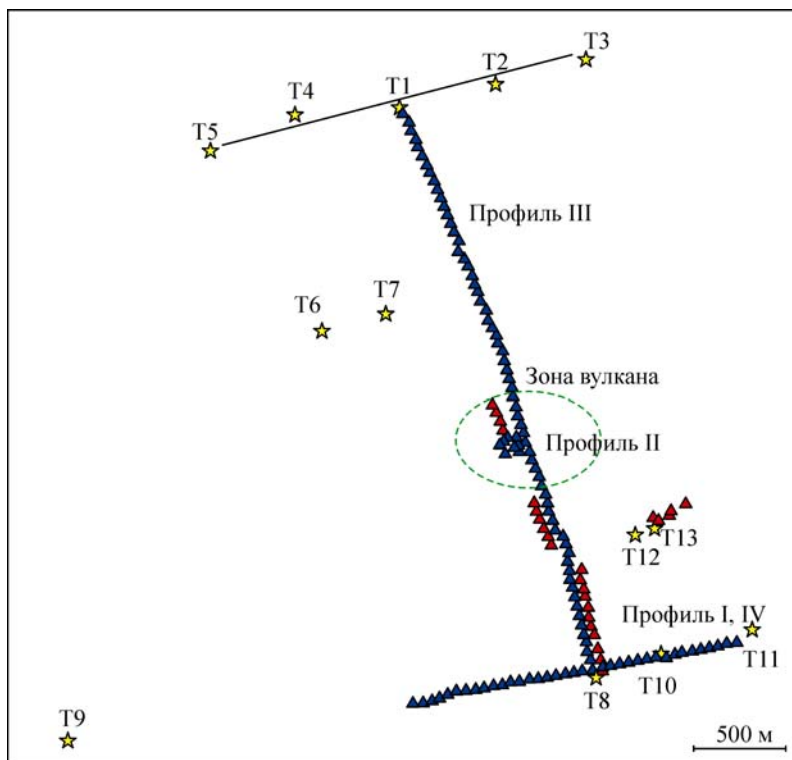


Рис. 2.7.10. Общая схема регистрации вибросигналов системами REFTEK (синие треугольники) и «РОСА» (красные треугольники).

Звездочки — точки излучения сигналов расположением вибратором СВ-10/100, штриховая линия — зона вулкана.

Точки излучения сигналов вибраторами располагались на профиле длиной 2 км — пять точек через 500 м (точки Т1—Т5 на рис. 2.7.10). Регистрация сигналов осуществлялась комплексом REFTEK. Использовалось 37 регистраторов, установленных на линейном профиле длиной 1,8 км с шагом около 50 м (профиль I на рис. 2.7.10). Профили располагались параллельно на противоположных сторонах вулкана на расстоянии 3,4 км. Это было обусловлено сложным рельефом местности вблизи вулкана, наличием оврагов и балок вблизи сопки вулкана, не проходимых для источника. Для излучения были выбраны также две дополнительные точки, более близкие к вулкану, на расстоянии приблизительно 2,2 км от профиля (точки Т6, Т7 на рис. 2.7.10). Выбранное взаимное расположение точек излучения и профиля регистрации позволило просветить зоны вулкана под разными углами, в соответствии с методикой сейсмической томографии на проходящих волнах. С этим же расположением точек излучения сигналов вибратором был отработан поперечный профиль регистрации длиной 3,2 км, пересекающий вулкан. Дополнительно была добавлена точка излучения на конце профиля (точка Т8) с излучением сигналов вибратором во встречном направлении к точкам Т1—Т5.

На профиле одновременно располагались обе регистрирующие системы — REFTEK с вертикальными сейсмоприемниками и «РОСА» с трехкомпонентными сейсмоприемниками. Поперечный профиль через вулкан обрабатывался в два приема, с использованием 37 регистраторов REFTEK (профиль II на рис. 2.7.10) и 31 регистратор REFTEK (профиль III на рис. 2.7.10). Во время отработки профиля III девять регистраторов REFTEK были установлены по кругу радиусом 150 м и в центре поверхностной зоны выхода грязевого вулкана для изучения условий прохождения сейсмических волн в непосредственной близости от поверхностной дилатансионной зоны вулкана.

Для определения строения и скоростных характеристик вмещающей среды была проведена регистрация волнового поля вибраторов на профиле вне зоны вулкана. Излучение сигналов вибраторами осуществлялось в точках вдоль профиля от одного конца до другого (точки Т8—Т11 на рис. 2.7.10) с применением методики сейсморазведки на отраженных волнах.

В качестве зондирующих сигналов вибратора использовались свип-сигналы в диапазоне частот 10—64 Гц с линейной разверткой частоты и длительностью 60 с. Количество зондирований в одной точке составляло 5, 10 и 20 для различных точек. Это позволило поднять помехоустойчивость вибрационных сейсмограмм в условиях регистрации при повышенных сейсмических шумах. Всего было произведено около трехсот сеансов излучения.

Регистрация излучаемого сигнала велась в режиме непрерывного времени с записью файлов волновых форм длиной 3300 с. Временная синхронизация регистрирующих систем осуществлялась при помощи GPS-приемников. Одним из сейсмоприемников REFTEK осуществлялась регистрация сигнала от генератора сигналов вибратора СВ-10/100. Запись формы излучаемого вибратором сигнала велась с целью использования последнего в качестве опорного при вычислении вибрационных сейсмограмм в режиме зондирования широкополосными сигналами, что позволило избежать ошибок временной синхронизации. Второй регистратор REFTEK использовался для записи колебаний грунта в непосредственной близости от вибратора.

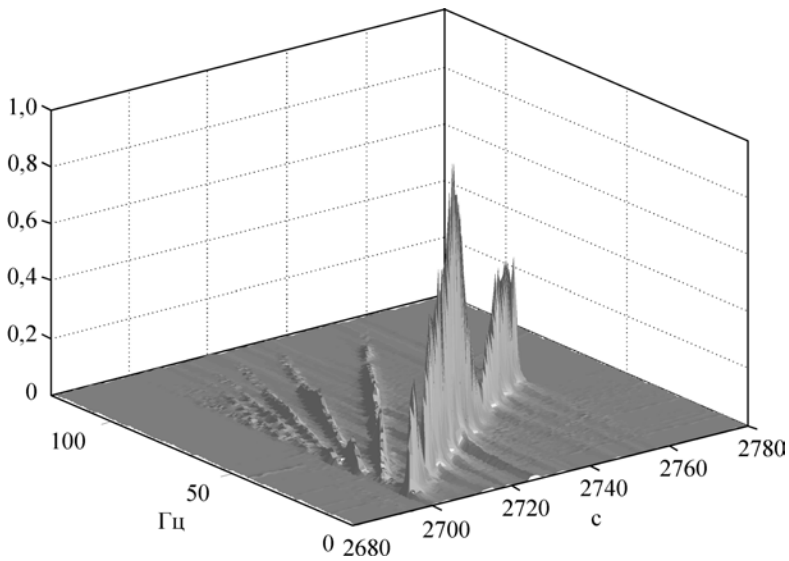


Рис. 2.7.11. Спектрально-временная функция поля излучения.

Для изучения особенностей излучаемого волнового поля вычислялись спектрально-временные функции вида (2.7.1) излучаемых колебаний. Частный вид такой функции приводится на рис. 2.7.11. Поле излучения характеризуется двумя особенностями:

резонансным характером излучения. Это подтверждается видом трехмерной СПФ излучаемых колебаний (см. рис. 2.7.11), а также характером двумерной функции тех же колебаний, приведенной в левом нижнем углу рис. 2.7.12. Основная энергия излучения сосредоточена в полосе частот 10—20 Гц, хотя общий диапазон частот излучения составляет 10—60 Гц;

нелинейностью структуры волнового поля. Последнее описывается спектрами излучаемых колебаний вплоть до пятых гармоник (см. рис. 2.7.11). Очевидно, что это явление существенно понижает к. п. д. излучения, если не учитывать вклад высокочастотных компонент нелинейной трансформации в дальней зоне [Khairtdinov et al., 2008].

2.7.5. Характеристики поля излучения в дальней зоне

Регистрация и обработка данных трехкомпонентной регистрации аппаратурой «РОСА». Трехкомпонентная регистрация осуществлялась аппаратурой «РОСА» одновременно с сейсмостанциями REFTEK на четырех профилях протяженностью 250 м каждый. На каждом профиле размещались шесть трехкомпонентных сейсмодатчиков: датчики № 1, 2, 3, 5, 6 типа GS-3 (производство Уфимского завода геофизического приборостроения), датчик 4 — молекулярно-электронный датчик СМЕ-3011 (разработка Московского физико-технического института). Положения профилей представлены на рис. 2.7.10 красными треугольниками. Дополнительно этой аппаратурой регистрировалось поле вблизи действующих грифонов (рис. 2.7.13). Резонансный характер поля излучения, отмеченный выше, во многом

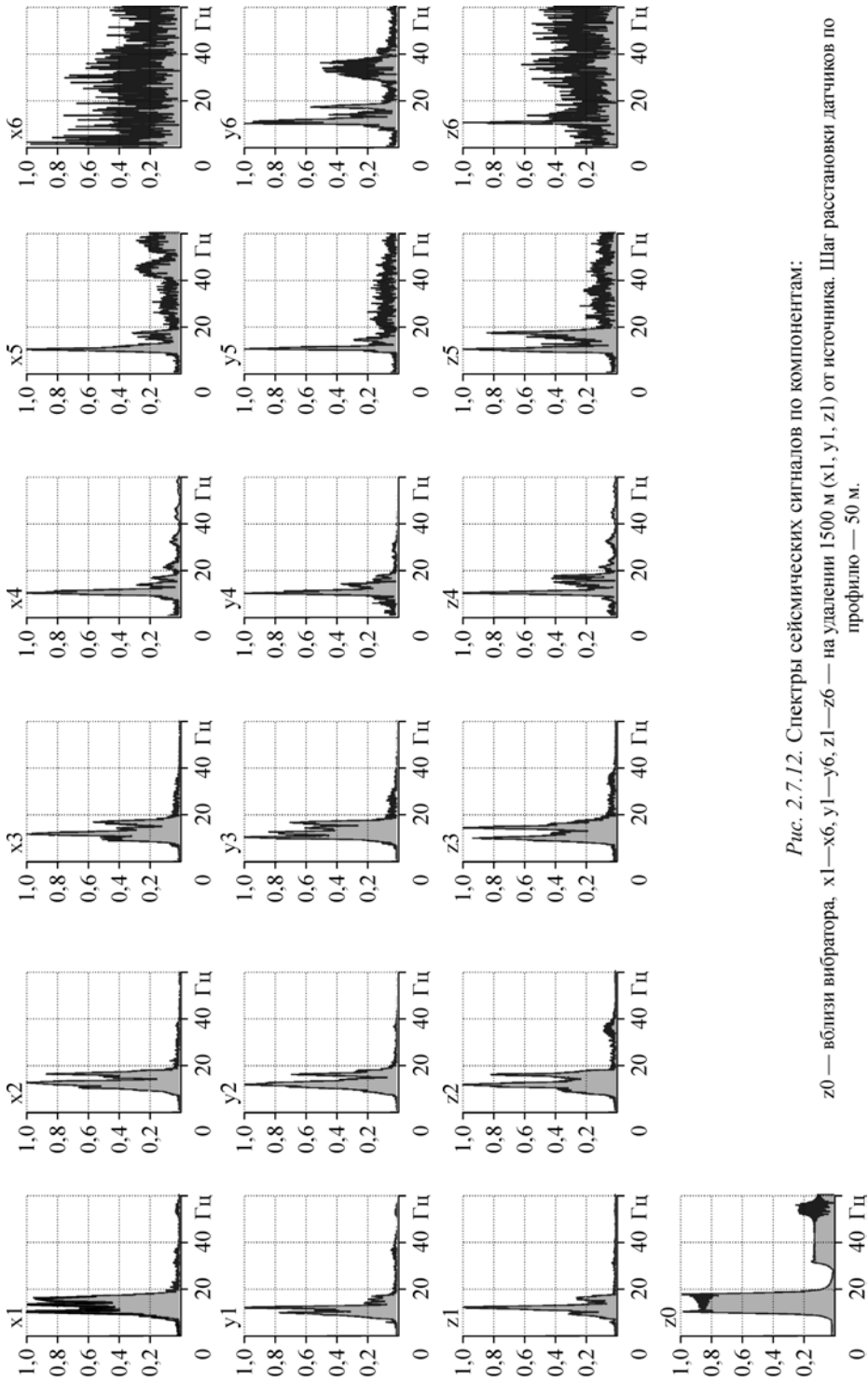


Рис. 2.7.12. Спектры сейсмических сигналов по компонентам:
 z_0 — вблизи вибратора, x_1 — x_6 , y_1 — y_6 , z_1 — z_6 — на удалении 1500 м (x_1 , y_1 , z_1) от источника. Шаг расстановки датчиков по профилю — 50 м.

определяет структуру волнового поля в удаленных точках регистрации. Здесь на резонансный характер излучения накладываются селективные свойства среды распространения сейсмических колебаний. На рис. 2.7.12 представлены спектры вибросейсмических колебаний по компонентам X, Y, Z , зарегистрированных на удалениях 136—320 м от источника с помощью трехкомпонентных датчиков GS-3 (датчики 1, 2, 3, 5, 6) и СМЕ-3011 (датчик 4). Рассматриваемый случай регистрации соответствует излучению в точке 12 (см. рис. 2.7.13).

Как следует из рис. 2.7.12, преобладающий спектр излучения (по компоненте z_0) сосредоточен в полосе частот 10—20 Гц. Спектры сигналов на выходе среды (в области расположения действующих грифонов) имеют резонансный характер. Здесь преобладают моды на частотах 10—11 Гц. В точках регистрации, удаленных от источника (227, 320 м), за вулканом на фоне спектров ослабленных полезных сигналов проявляются спектры внешних шумов — компоненты (x_5, y_5, z_5) , (x_6, y_6, z_6) на рис. 2.7.12. Гистограммы уровней полезных сигналов для этого случая показывают ослабление сигналов по расстоянию в 10—20 раз. Соотношение уровней сигналов по компонентам остается приблизительно одинаковым. Для других точек излучения — 11, 13 также наблюдается резкое ослабление сигналов от вибратора (в 10—20 раз), вносимое телом вулкана. Соответствующие числовые характеристики, относящиеся к гистограммам, представлены в табл. 2.7.2.

Ниже приводятся результаты анализа волновых полей во временной области по записям вибрационных сейсмограмм, полученным по отношению к точке зондирования T13 и расстановке шести трехкомпонентных сейсмоматчиков на удалениях 52—226 м (рис. 2.7.13). Полученные трехкомпонентные вибрационные сейсмограммы (коррелограммы) по двум повторяющимся сигналам зондирования представлены на рис. 2.7.14, 2.7.15.

Из анализа структур сейсмограмм следует, что они содержат в себе высокочастотные прямые продольные волны и низкочастотные поверхностные волны. Прежде всего, такая группа волн хорошо выражена на компонентах $(x_1—x_4)$, $(y_1—y_4)$, $(z_1—z_4)$, что соответствует удалениям от источника 52, 58, 73, 119 м. Измеренные средние значения скоростей волн составляют соответственно около 1000 и 155 м/с.

Следует отметить высокую повторяемость двух картин волн, полученных по двум сеансам зондирования. Для оценивания спектрального состава обоих типов волн рассчитаны их амплитудные спектры на временных интервалах существова-

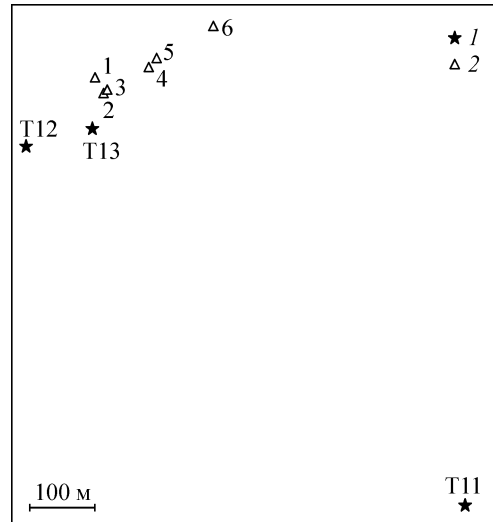


Рис. 2.7.13. Схема расстановки источника и приемников.

1 — точки расположения вибратора, 2 — приемник.

Таблица 2.7.2

Характеристики сигналов по компонентам

Компонента	Номер датчика					
	4	6	5	3	2	1
Точка вибратора 11						
Расстояние, м	774	776	778	785	786	810
X	8,058E-04	6,227E-06	3,398E-05	1,012E-04	4,475E-05	3,048E-05
Y	6,257E-04	2,329E-05	1,863E-05	1,053E-04	4,810E-05	2,986E-05
Z	3,703E-04	1,261E-04	2,726E-05	8,035E-04	2,381E-05	3,645E-05
Точка вибратора 12						
Расстояние, м	2	1	3	4	5	6
X	136	141	142	221	227	320
X	1,583E-03	1,195E-03	1,995E-03	9,137E-03	2,163E-04	5,732E-06
Y	2,606E-03	1,936E-03	1,667E-03	4,448E-03	1,778E-04	3,004E-05
Z	1,692E-03	1,701E-03	1,914E-03	6,531E-03	1,755E-04	1,156E-04
Точка вибратора 13						
Расстояние, м	2	3	1	4	5	6
X	52	58	73	119	136	226
X	3,326E-02	2,052E-02	1,939E-02	4,110E-02	6,717E-04	4,428E-06
Y	1,643E-02	3,832E-02	1,918E-02	1,403E-02	3,950E-04	3,012E-04
Z	1,371E-02	2,878E-02	1,984E-02	2,492E-02	6,461E-04	1,953E-04

ния волн — 0,00—0,59, 0,6—2,60 с. Последний интервал накрывает оба типа волн (рис. 2.7.16). Особенности полученных спектрограмм состоят в следующем:

спектрограммы продольных волн охватывают широкую полосу частот 10—40 Гц, в то время как поверхностные волны лежат в нижней части диапазона зондирования 10—15 Гц;

по уровню поверхностные волны превосходят продольные почти на порядок, вследствие чего на суммарных спектрограммах характер их определяется спектрами поверхностных волн.

2.7.6. Результаты регистрации в дальней зоне

Трехкомпонентная регистрация волновых полей от вибратора СВ-10/100 в других точках зондирования — Т1—Т6, Т8 (см. рис. 2.7.10) — осуществлялась с помощью аппаратуры «РОСА» на четырех последовательных профилях, линия расположения которых была ориентирована перпендикулярно линии перемещения вибратора СВ-10/100 (см. рис. 2.7.10). Образцы сейсмограмм для трех последовательных профилей регистрации, отнесенных к вышеуказанным точкам зондирования, приведены ниже на рис. 2.7.14—2.7.19. Для каждой группы сейсмограмм приводятся параметры: Тх — точка зондирования и ее координаты.

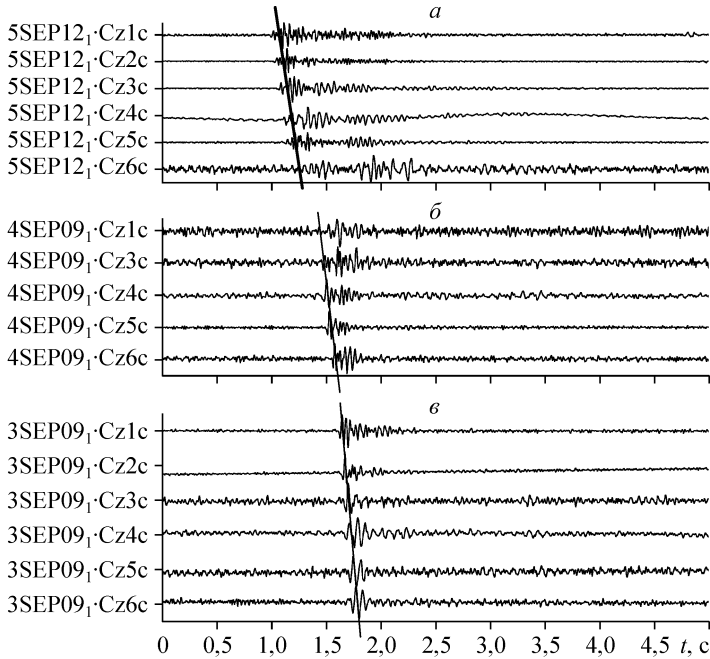


Рис. 2.7.14. Точка Т1 N45 13.263 E36 46.625.

Расстояние до источника: а — 1660 м, б — 2290 м, в — 2730 м.

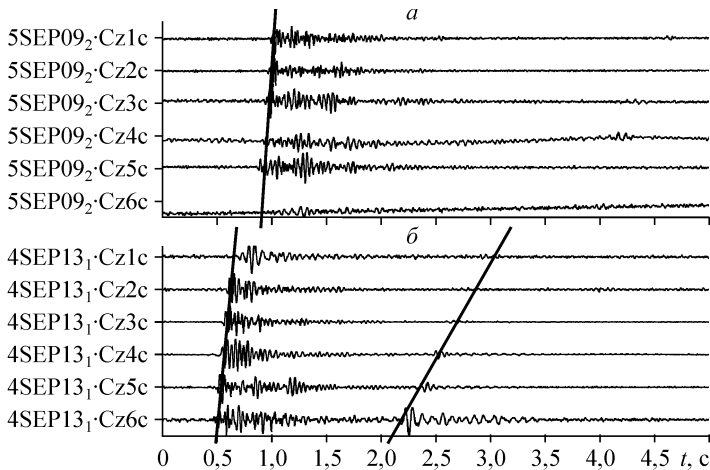


Рис. 2.7.15. Точка Т8 N45 11.607 E36 47.433.

Расстояние до источника: а — 1330 м, б — 760 м.

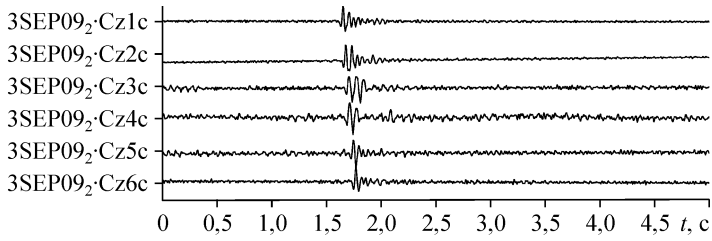


Рис. 2.7.16. Точка Т2 N45 13.340 E36 47.023.

Расстояние до источника 2670 м.

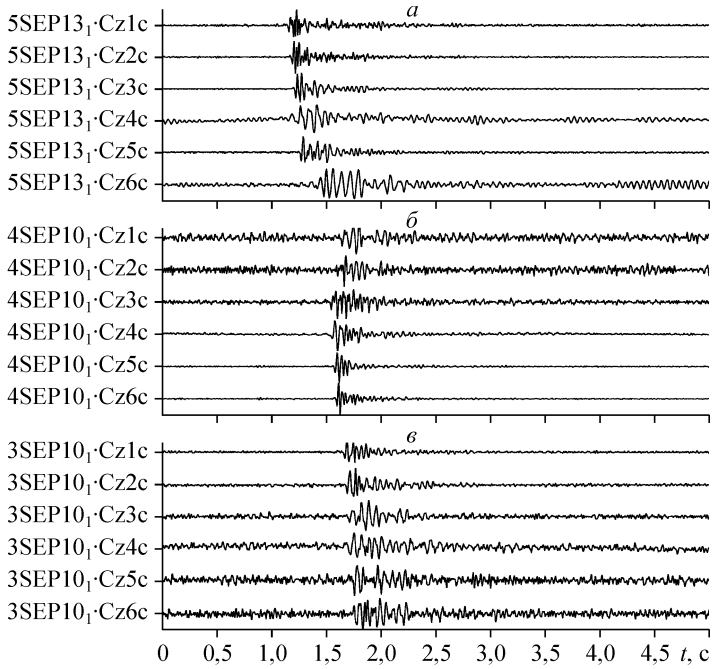


Рис. 2.7.17. Точка Т3 N45 13.410 E36 47.394.

Расстояние до источника: а — 1900 м, б — 2400 м, в — 2800 м.

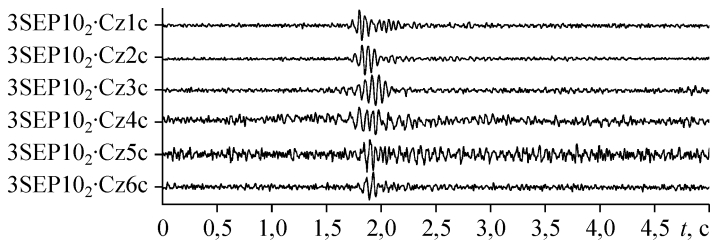


Рис. 2.7.18. Точка Т4 N45 13.242 E36 46.195.

Расстояние до источника 2900 м.

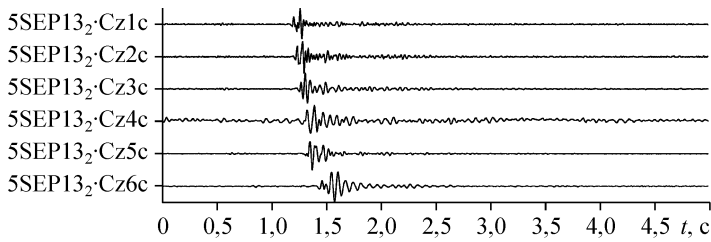


Рис. 2.7.19. Точка T5 N45 13.138 E36 45.845.

Расстояние до источника 2100 м.

По отношению к точке T1 профили 4, 3, 2 отстоят соответственно на 1670, 2250, 2409 м. Особенности полученных вибрационных сейсмограмм можно резюмировать следующим образом:

Наблюдается значительно выраженная вариация волновых форм в первых вступлениях вдоль регистрирующего профиля (см. рис. 2.7.14, а, б), что, по-видимому, объясняется несформированностью волнового фронта вблизи источника. Уже на удалении 2409 м волновые формы стабилизируются и становятся идентичными (см. рис. 2.7.14, в).

Имеют место выраженные различия волновых форм на прямом и обратном годографах, в частности, значительное уширение волнового отклика до 1,5 с на обратном по отношению 0,5 с на прямом (см. рис. 2.7.14 и 2.7.15).

Неоднородность среды в области вулкана приводит также к значительным вариациям волновых форм в зависимости от азимутального положения источник—приемник (см. рис. 2.7.16—2.7.20). Отмеченные различия требуют своего дополнительного количественного анализа с использованием параметра корреляции волновых форм.

Наряду с сейсмическими волнами при определенных климатических условиях регистрируются акустические волны (см. рис. 2.7.15, 2.7.20). Это подтверждается вычисленными оценками скоростей волн.

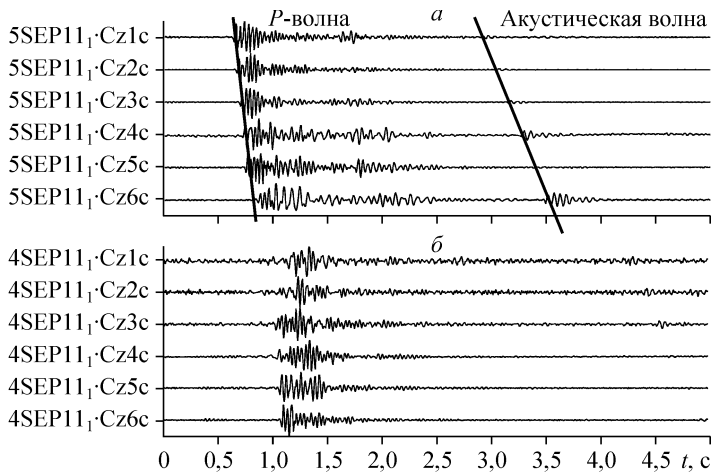


Рис. 2.7.20. Точка T6 N45 12.615 E36 46.313.

Расстояние до источника: а — 1000 м, б — 1500 м.

Таблица 2.7.3

Скорости распространения сейсмических волн от точек установки вибратора

Точка	Профиль	Скорость сейсмической волны, м/с							Скорость акустической волны, м/с						
		1	2	3	4	5	6	V_s	1	2	3	4	5	6	V_a
1	II	1661	1661	1661	1676	1676	1681	1669							
	III	1434	1391	1477	1620	1626	1609	1618							
	IV	1486	1490	1501	1515	1525	1293	1503							
5	II	1610	1614	1611	1622	1624	1633	1616							
	III	1238	1327	1430	1720	1730	1740	1730							
	IV	1635	1641	1645	1656	1662	1490	1648							
8	III	1279	1469	1465	1453	1434	1447	1454	343	343	341	341	338	337	340
	IV	1568	1544	1532	1509	1475		1526	345	343	343	338	341		342
11	V	1607	1570	1568	1599	1569	1577	1582	253	252	249	268			247
12	V	801	734	761	977	1009	1231	919	193	175	171	204	172	200	186
13	V	1304	1019	1036	930	938	897	1021	146	168	118	178	123	156	148

Таблица 2.7.4

Времена прихода волн

Точка излучения	Профиль регистрации		Сейсмическая волна						Акустическая волна						
			Номер датчика												
			1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	
1	II	Время прихода	1,644	1,672	1,700	1,712	1,744	1,768							
		Расстояние	2731	2777	2823	2870	2923	2972							
	III	Время прихода					1,504	1,528	1,576						
		Расстояние	2289	2337	2387	2436	2485	2536							
	IV	Время прихода	1,116	1,144	1,168	1,192	1,216								
		Расстояние	1658	1704	1753	1806	1855	1903							
5	II	Время прихода	1,828	1,852	1,884	1,900	1,928								
		Расстояние	2943	2989	3035	3081	3131	3181							
	III	Время прихода					1,624	1,644	1,664						
		Расстояние	2650	2697	2745	2794	2844	2895							
	IV	Время прихода	1,280	1,300	1,324	1,344	1,368								
		Расстояние	2093	2133	2178	2226	2274	2324							
8	III	Время прихода		0,652	0,620	0,592	0,564	0,524	2,936	2,796	2,660	2,524	2,396	2,252	
		Расстояние	1008	958	908	860	809	758	1008	958	908	860	809	758	
	IV	Время прихода	1,012	0,992	0,968	0,948	0,936		4,604	4,460	4,320	4,228	4,048		
		Расстояние	1587	1532	1483	1431	1381	1331	1587	1532	1483	1431	1381	1331	
	V	Время прихода	0,504	0,500	0,500	0,484	0,496	0,492	3,200	3,116	3,144	2,884			
		Расстояние	810	785	784	774	778	776	810	785	784	774	778	776	
12	V	Время прихода	0,176	0,184	0,188	0,216	0,224	0,260	0,732	0,772	0,836	1,036	1,312	1,604	
		Расстояние	141	135	143	211	226	320	141	135	143	211	226	320	
13	V	Время прихода	0,056	0,052	0,056	0,128	0,144	0,252	0,500	0,316	0,492	0,668	1,096	1,448	
		Расстояние	73	53	58	119	135	226	73	53	58	119	135	226	

Для совокупности полученных сейсмограмм измерены скорости распространения сейсмических волн от точек установки вибратора Т1, Т5, Т8, Т11, Т12, Т13 до каждого из сейсмодатчиков на профиле. Данные измерений сведены в табл. 2.7.3. Наряду с оценками скоростей сейсмических волн, измеряемых с учетом времен первых вступлений сейсмических волн, в таблице приводятся скорости распространения акустических волн по отношению к точке Т8, а также скорости поверхностных сейсмических волн по отношению к точкам зондирования Т11, Т12, Т13. По измеренным данным в табл. 2.7.3 приводятся усредненные значения скоростей сейсмических и акустических волн. Как следует из табличных данных, в пределах расстояний источник—приемник 50—2660 м средняя сейсмическая скорость нарастает от 1000 до 1670 м/с; скорости поверхностных волн лежат в пределах 150—250 м/с, скорости акустических волн составляют в среднем 340 м/с. Другая особенность скоростных свойств среды состоит в том, что в зоне перед вулканом она характеризуется скоростью продольных волн 1500 м/с, за вулканом — 1670 м/с.

По отношению к определенным точкам зондирования и профилям регистрации вычислены времена прихода в секундах сейсмических и акустических волн и соответствующие расстояния в метрах (табл. 2.7.4). С учетом данных таблицы построены годографы сейсмических волн. В качестве примера на рис. 2.7.21 приведены линии годографов, соответствующие прямому и обратному годографам для точек Т1 (а) и Т8 (б). Здесь же приведены линейные уравнения для каждого из годографов. В частности, по отношению к точке зондирования Т1 и профилю ре-

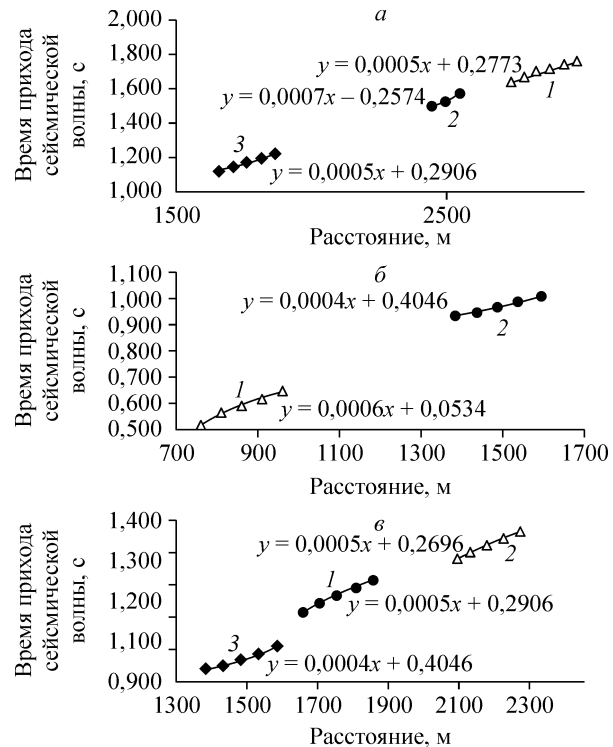


Рис. 2.7.21. Линии годографов волн по отношению к точкам зондирования и профилям регистрации.

а, б — прямой (источник в точке 1) и встречный (источник в точке 8) годографы (а: 1 — профиль 2, 2 — профиль 3, 3 — профиль 4; б: 1 — профиль 3, 2 — профиль 4), в — годографы (профиль 4, 05.09.2008) для различных точек зондирования (1 — 1, 2 — 5, 3 — 8).

гистрации 2 (см. рис. 2.7.21, *a*) получена оценка кажущейся скорости 1943 м/с, по отношению к Т8 и профилю 4 — 2604 м/с. Рисунок 2.7.21, *в* иллюстрирует положение годографов, отнесенных к точкам зондирования Т1, Т8, Т5. Видны отличия всех трех годографов друг от друга: прямого и обратного годографов, выделенных соответственно кружочками и квадратиками, и годографа для Т5, Т1 (см. рис. 2.7.10). Последний соответствует азимутальному направлению, отличному от азимута профильной регистрации.

2.7.7. Анализ спектров вибрационных сейсмограмм

Сейсмическое волновое поле в зоне грязевого вулкана представляет собой сложную структуру как во временной области, так и в частотной. Сложность структуры в первом случае была выявлена выше в связи с высокой варибель-

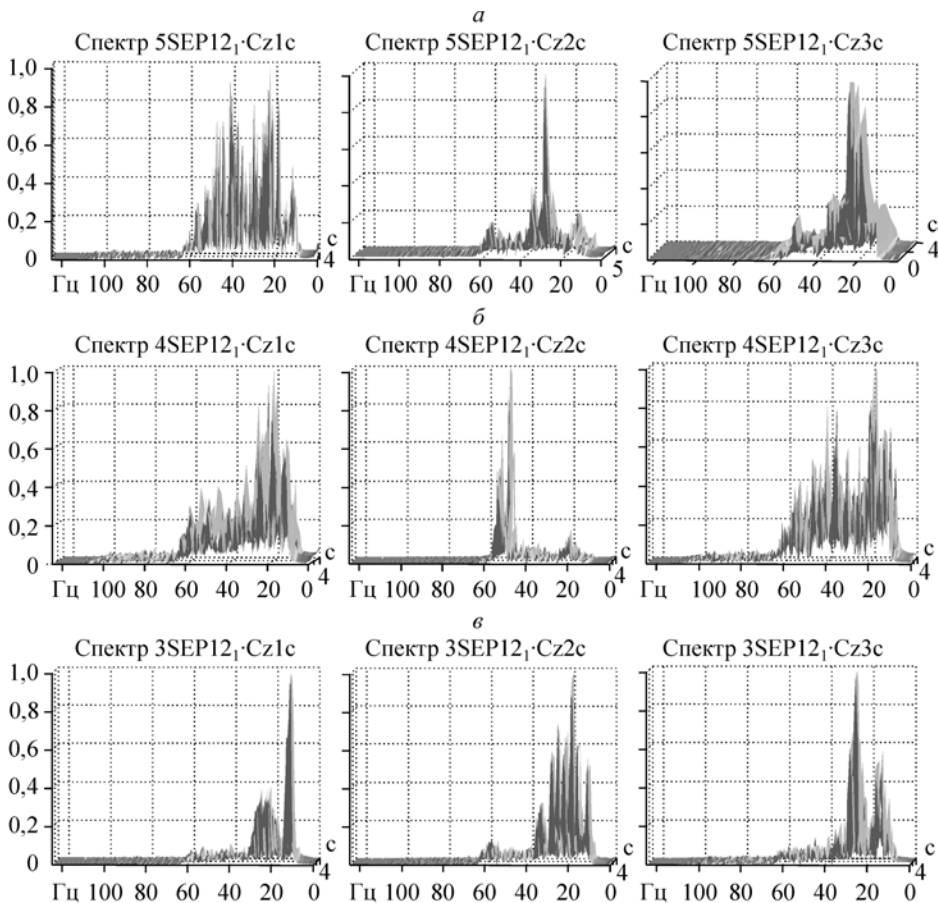


Рис. 2.7.22. Точка зондирования Т1, компоненты Z.

a — профиль регистрации 4 (до вулкана), расстояние от источника 1671 м; *б* — профиль регистрации 3 (за вулканом), расстояние 2250 м; *в* — профиль регистрации 2, расстояние 2409 м.

ностью волновых форм вибрационных сейсмограмм даже в пределах одного профиля регистрации протяженностью 250 м. Дополнительную информацию о характеристиках поля можно получить на основе анализа спектров сейсмограмм. Для изучения спектральных характеристик сейсмических волн были вычислены спектрально-временные функции (СВФ) трехкомпонентных вибрационных сейсмограмм в соответствии с приведенным алгоритмом на участках длительностью 5 с. Наборы СПФ были получены с привязкой к регистрирующим профилям, точкам зондирования и расстояниям источник—приемник (рис. 2.7.22—2.7.24). Можно выделить следующие основные особенности полученных СПФ:

В спектрах вибрационных сейсмограмм преобладают узкополосные составляющие, в первую очередь, на компонентах Z , Y (см. рис. 2.7.22, 2.7.23). Так, на рис. 2.7.22, *a* (спектры перед вулканом) максимумы спектров проявляются в районе 30 Гц, на удалении 2659 м они сдвигаются к 20 Гц.

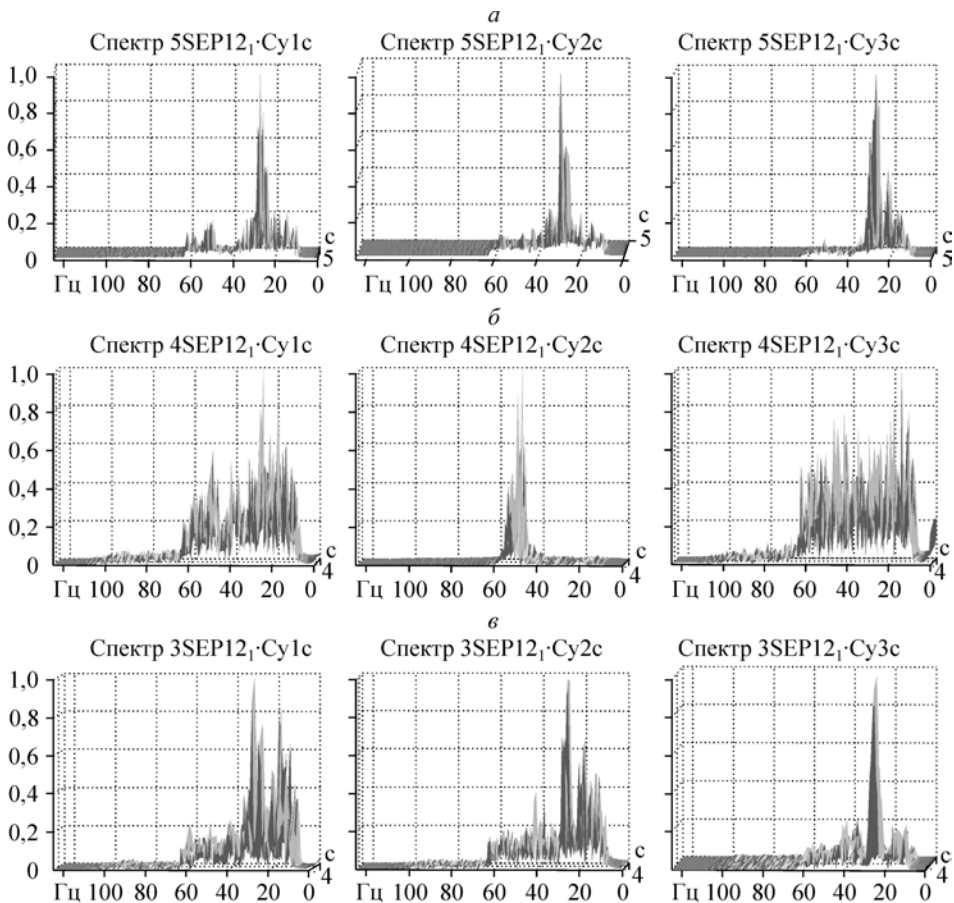


Рис. 2.7.23. Точка зондирования Т1, компоненты Y .

a — профиль регистрации 4 (до вулкана), расстояние 1671 м; *б* — профиль регистрации 3 (за вулканом), расстояние 2250 м; *в* — профиль регистрации 2, расстояние 2409 м.

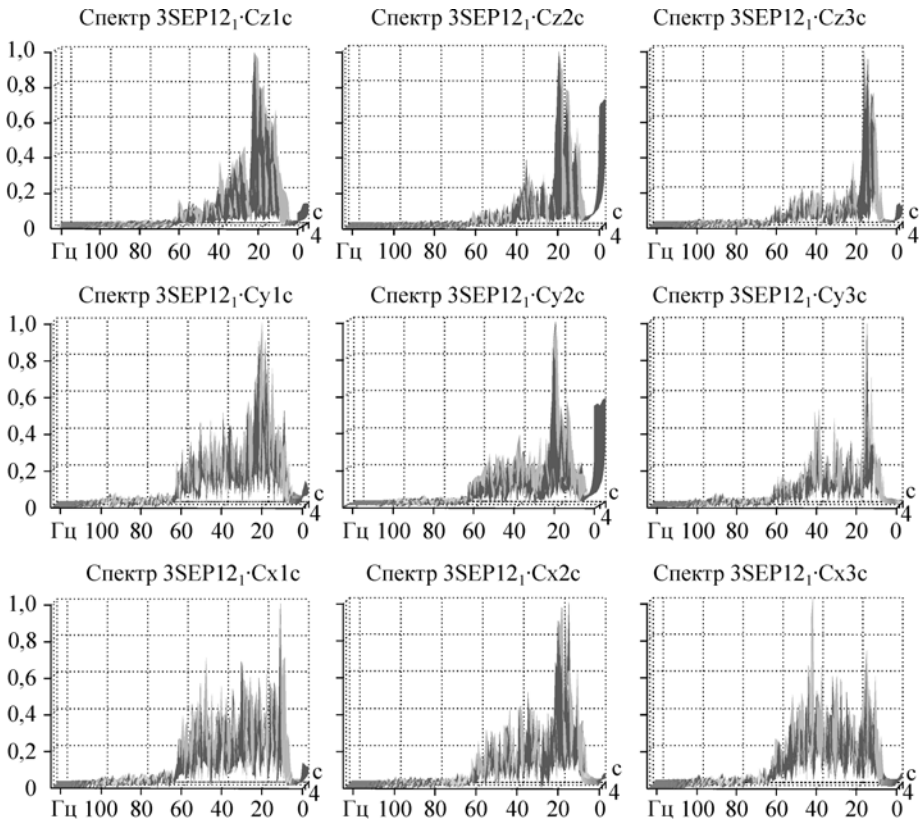


Рис. 2.7.24. Точка зондирования Т6, различные компоненты, профиль регистрации 2 (за вулканом), расстояние 2659 м.

Спектры сейсмограмм непосредственно в области вулкана характеризуются двумя особенностями — с одной стороны со смещением узкополосных пиков в область более высоких частот (в район 40 Гц) на компонентах Z , Y (рис. 2.7.22, б, 2.7.23, б), а также расширением непрерывной части спектров колебаний в область высоких частот. Последнее особенно проявляется по компонентам Y (см. рис. 2.7.23). Такое явление связано с трансформацией спектра на трещиноватых и флюидонасыщенных структурах тела вулкана, обусловленной нелинейными процессами распространения волн в таких сложнопостроенных средах.

По мере удаления от источника (в области за вулканом) происходит затухание высоких частот, и спектр, включая его резонансные компоненты, смещается в область низких частот (см. рис. 2.7.24).

2.2.8. Спектрально-временной анализ вибрационных коррелограмм на профиле, проходящем через зону вулкана Гора Карabetова

Рассмотрим спектрально-временные характеристики волнового поля, полученного на профиле регистрации длиной 3,2 км, пересекающего вулкан (рис. 2.7.25).

T1—T8 — точки излучения. Суммарный профиль регистрации состоял из двух частей: профиля II, начинающегося в T8, протяженностью 1700 м и проходящего через вулкан, и профиля III, протяженностью 1300 м и заканчивающегося в T1. Шаг между датчиками составлял около 50 м, регистрировалась вертикальная компонента сейсмического поля.

На рис. 2.7.26 приведены коррелограммы, полученные от источника в точке T8. Диапазон частот, занимаемый зондирующим сигналом, составляет 10—64 Гц.

Временная структура волнового поля характеризуется усложнением по мере приближения к телу вулкана. Одиночные волновые формы на начальном участке зондирования разрастаются до нескольких цугов волн в районе вулкана и далее за ним. Соответственно их длительность при этом возрастает примерно на порядок. Усложнение структуры волнового поля во временной области сопровождается изменениями в спектральной области.

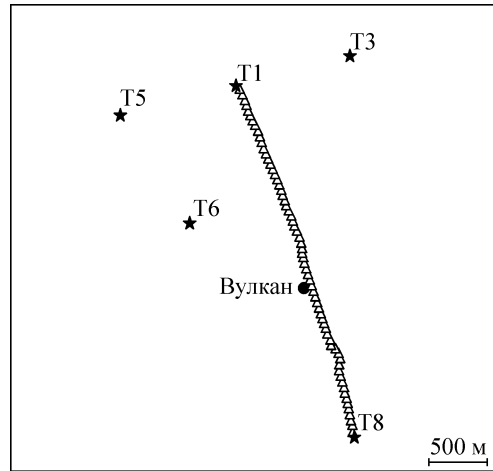


Рис. 2.7.25. Схема регистрации вибросигналов системой REFTEK на профиле II—III.

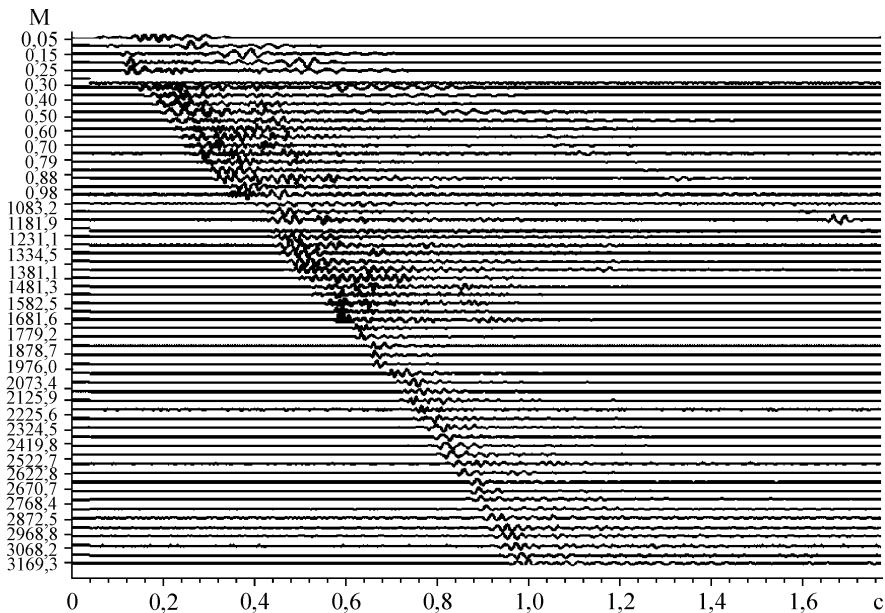


Рис. 2.7.26. Коррелограммы сигнала от источника в T8. Профиль II—III.

Спектральный анализ вибрационных сейсмограмм (вибрационных коррелограмм) на этом профиле показывает довольно сложную картину прохождения сейсмических волн через тело вулкана.

На расстояниях до 1800 м от источника отчетливо просматривается поверхностная волна со скоростью 300—370 м/с, имеющая спектральные пики на частотах 12—15 Гц. В качестве примера на рис. 2.7.27—2.7.29 приведены проекции спектрально-временных функций (СВФ) вибрационных сейсмограмм на плоскость частота—время. В частности, на рис. 2.7.30 это зарегистрировано на расстоянии 103 м от источника.

По мере приближения к центру вулкана (центр находится ориентировочно на расстоянии 1450 м от источника) спектральная картина начинает меняться. Появляются более высокие частоты, одновременно низкочастотный пик смещается на более поздние времена, например, на расстоянии 350 м скорость составляет $V = 358$ м/с (см. рис. 2.7.28). Вероятнее всего, этот пик связан с распространением акустической волны, имеющей тенденцию к затуханию.

По мере приближения к центральной части вулкана возрастает доля высоких частот в СВФ (см., например, рис. 2.7.29). Характерно, что низкочастотный пик сместился на еще более позднее время (2 с). Наличие высоких частот свидетельствует о сложном дилатантном строении тела вулкана.

В предполагаемой центральной части вулкана спектральная картина меняется, появляется пик в районе 25 Гц (расстояние 1480 м от источника, см. рис. 2.7.30).

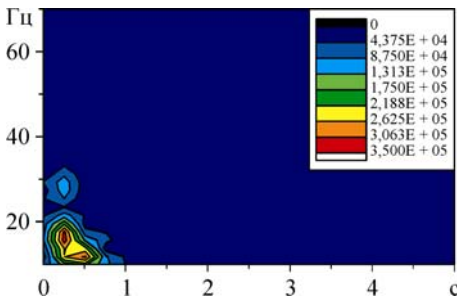


Рис. 2.7.27. Проекция СВФ на удалении 103 м от источника.

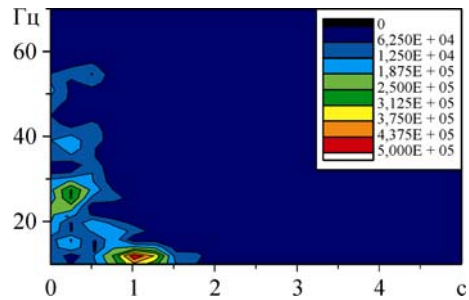


Рис. 2.7.28. Проекция СВФ на удалении 350 м от источника.

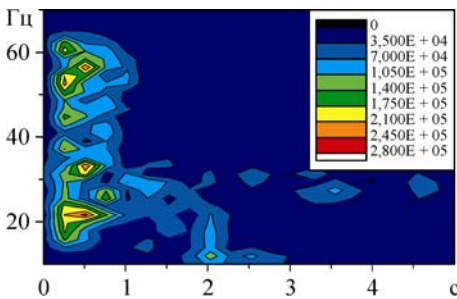


Рис. 2.7.29. Проекция СВФ на удалении 740 м от источника.

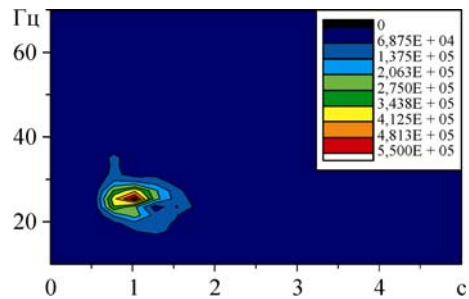


Рис. 2.7.30. Проекция СВФ на удалении 1480 м от источника.

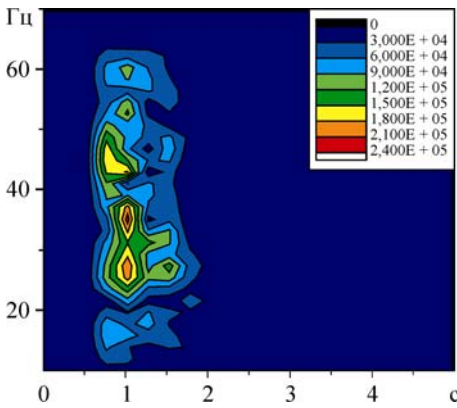


Рис. 2.7.31. Проекция СВФ на удалении 1680 м от источника.

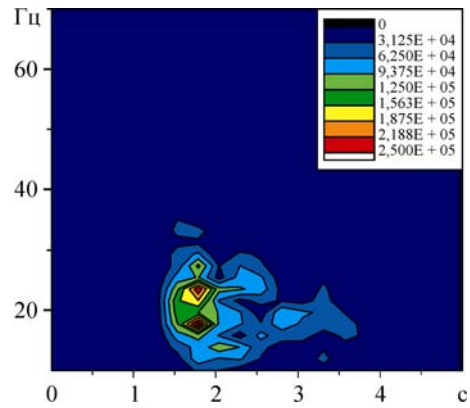


Рис. 2.7.32. Проекция СВФ на удалении 3170 м от источника.

Далее после вулкана спектр расширяется в сторону как низких, так и высоких частот и становится похожим на спектры, наблюдаемые вблизи вулкана (рис. 2.7.31). По мере дальнейшего удаления от центра вулкана высокие частоты постепенно затухают, и спектр становится похожим на тот, который мы наблюдаем до вулкана (см. рис. 2.7.32).

По аналогии с вышеприведенным анализом рассмотрим проекции СВФ, полученные от источника Т1, расположенного на противоположном конце профиля III—II. Вибрационные сейсмограммы (коррелограммы), зарегистрированные от этого источника, приведены на рис. 2.7.33.

Аналогично записям от источника Т8 видно, что на начальном участке (120—1600 м) преобладает мощная поверхностная волна, хорошо определяющаяся как на сейсмограммах, так и по спектрально-временным характеристикам вибрационных сейсмограмм (низкочастотный пик в районе 8—15 Гц).

Высокочастотная часть спектра излучения источника (частоты 12—55 Гц) начинает просматриваться на расстояниях около 770 м и далее с вариациями вплоть до 2160 м (см. рис. 2.7.32).

Наиболее яркий спектр по всем частотам наблюдается в районе 1100 м. По мере удаления от центра вулкана высокочастотная часть спектра постепенно затухает и также формируется пик в области низких частот (см. рис. 2.7.32—2.7.35).

Проведенный спектрально-временной анализ профиля, пересекающего вулкан, показывает следующее:

По спектральному составу вибр Сейсмическое поле в районе вулкана Гора Карabetова имеет чрезвычайно сложное строение, определяемое протяженной дилатансной структурой грязевого вулкана.

1. В волновом поле выделяется поверхностная волна, распространяющаяся со скоростью 300—400 м/с. Вероятнее всего, эта волна имеет акустическое происхождение.

2. Общая тенденция изменения спектрального состава волновых форм в зависимости от расстояния от источника по профилю II—III заключается в том, что по мере приближения к центру вулкана наблюдается расширение спектра в сторону

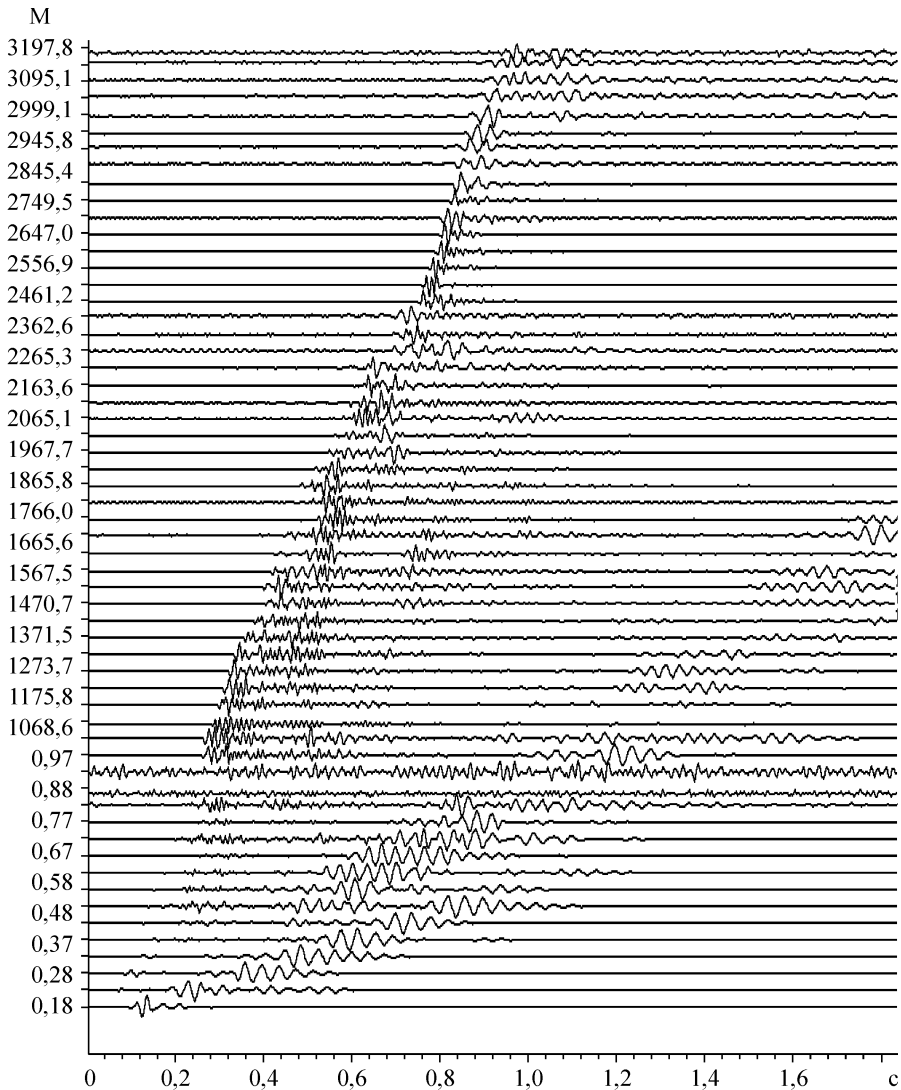


Рис. 2.7.31. Вибрационные сейсмограммы от источника в Т1. Профиль III—II.

высоких частот с последующим затуханием высокочастотной части спектра по мере удаления от центра вулкана. Однако встречаются точки на профиле, где наблюдаются локальные спектральные максимумы, возможно, связанные с резонансными свойствами изучаемого вулкана. Например, на расстоянии 875 м от источника Т1 наблюдается такой максимум на частоте 40 Гц; на расстоянии 1480 м от источника Т8 — максимум на частоте 28 Гц.

Таким образом, одна из основных целей исследований в проблеме активного вибросейсмического мониторинга зон природных катастроф связана с определением набора информативных признаков сейсмических волновых полей, выбирае-

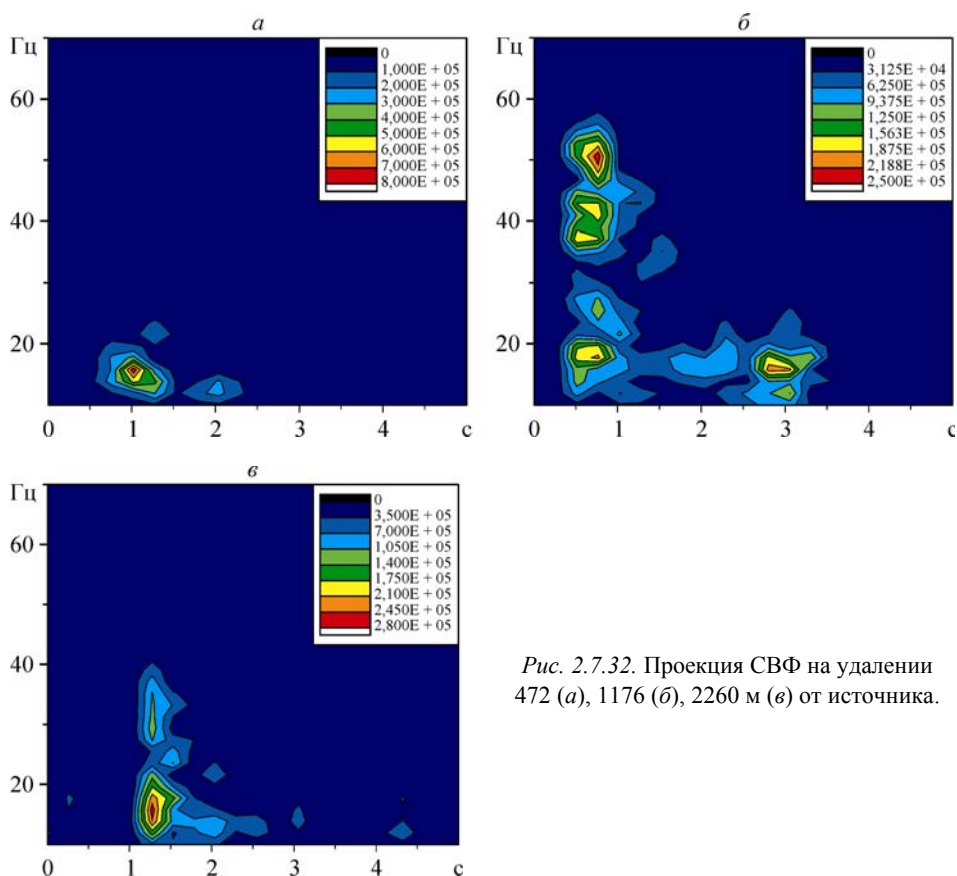


Рис. 2.7.32. Проекция СВФ на удалении 472 (*a*), 1176 (*б*), 2260 м (*в*) от источника.

мых в качестве контролируемых прогнозных параметров. Известно, что процессы подготовки землетрясений, извержений вулканов, тектонические процессы сопровождаются трещинообразованием горных пород. В частности, такие процессы характерны для областей грязевых вулканов, зон тектонических разломов. В связи с этим изучение характеристик сейсмических волновых полей в таких зонах методом вибрационного просвечивания Земли (ВПЗ) [Алексеев и др., 2004; Глинский и др., 2007; Алексеев и др., 2008а, б] несомненно значимо в интересах решения задачи, сформулированной в п. 1.3. Объектами исследований явились грязевые вулканы Шуго, Ахтанизовский, Гора Карабетова Таманской грязевулканической провинции, а также тектонические разломы в Алтае-Саянском регионе. Выбранные объекты являются представительными физическими моделями зон разрушений, по которым возможно изучение характерных особенностей сейсмических волновых полей, связанных с развивающимися геодинамическими процессами. В качестве источника в методе вибрационного просвечивания грязевых вулканов (ВПГВ) использовался передвижной вибратор с возмущающей силой 10 тс в диапазоне частот 10—100 Гц — вибратор СВ-10/100, при зондировании зон тектонических разломов — низкочастотный центробежный вибромодуль ЦВ-40.

На выбранных объектах в ходе экспериментальных работ накоплен файловый архив из около 10000 трасс волновых форм. Проведена статистическая обработка полученных данных во временной, частотной и пространственной областях.

1. В результате анализа полученных вибрационных сейсмограмм были выявлены следующие особенности волновых полей во временной области:

выделены разного типа волны: головные волны в виде прямых продольных и поперечных, поверхностные и рассеянные волны. Например, среда в районе вулкана Гора Карабетова характеризуется наличием продольных волн со скоростями 1500—1670 м/с, поверхностных — в диапазоне 150—240 м/с. Скорость 1500 м/с вычислена по отношению к области среды до вулкана, за вулканом она составляет 1670 м/с. Дополнительно к ним при соответствующих метеоусловиях [Глинский и др., 2008] зарегистрированы акустические волны со средней скоростью распространения 340 м/с. В районе вулкана Шуго оценки кажущихся скоростей продольных волн составляют 1740 м/с в области среды до вулкана и 3400 м/с за вулканом;

сложность строения среды в районах грязевых вулканов и тектонических разломов обуславливает значительно выраженные вариации волновых форм в первых вступлениях вдоль регистрирующего профиля, охватывающего зону вулкана и прилегающие к нему области. Указанные вариации проявляются в уширении длительности волнового отклика и его формы до 100 % и более. После прохождения области вулкана (для Горы Карабетова свыше 2500 м) волновые формы стабилизируются и характеризуются возрастающей коррелированностью. Кроме этого явления имеют место выраженные различия волновых форм на прямом и обратном годографах, а также в зависимости от азимутального положения источник—приемник. Это еще раз свидетельствует о резко выраженной гетерогенности среды в районе вулкана;

большую часть информации о гетерогенности несет в себе поле рассеянных волн, случайно распределенных во времени и пространстве. Есть основание выделять их особо высокую чувствительность к тонким структурным перестройкам сложнопостроенной среды в очаговых зонах и, тем самым, получать дополнительную информацию о геодинамических процессах. Проявление рассеянных волн на вибрационных сейсмограммах вслед за головными волнами уверенно зарегистрировано на сейсмограммах в области грязевых вулканов Шуго, Гора Карабетова, в районах тектонических разломов. Очевидно, что такое усложнение структуры вызвано прохождением вибросейсмических колебаний через зоны разрушения горных пород, обусловленные процессами трещинообразования;

фоновая активность действующих грифонов в районе вулкана Гора Карабетова проявляется в виде регулярных во времени акустических импульсов, образуемых поднимающимися газовыми пузырями. Изучение влияния вибрационного воздействия на статистические характеристики фоновой активности грифонов продолжается.

2. Особенности спектральных характеристик волновых полей:

в спектрах вибрационных сейсмограмм на фоне их широкополосной части преобладают узкополосные составляющие, характеризующие селективные свойства сред с выраженной неоднородностью. В районах различных вулканов они выражены индивидуально. Так, в области, предшествующей вулкану Гора Карабетова, они наиболее выражены по компонентам Z , Y на частотах вблизи 30 Гц.

В аналогичной области по отношению к вулкану Шуго преобладающие резонансы наблюдаются на частотах 20 Гц (на удалении от источника 290 м), 40 Гц (на удалении 1460 м);

спектры сейсмограмм непосредственно в области вулкана характеризуются двумя особенностями — с одной стороны смещением узкополосных пиков в область более высоких частот (в район 40 Гц) на компонентах Z , Y , а также многократным расширением непрерывной части спектров колебаний в область высоких частот. Последнее особенно проявляется по компонентам Y , Z . Такие явления связаны с трансформацией спектра на трещиноватых и флюидонасыщенных структурах тела вулкана, обусловленной нелинейными процессами распространения волн в зонах разрушения горных пород. Аналогичные свойства спектров проявляются на структурах тектонических разломов, что подтверждается данными экспериментов, полученных авторами на тектонических разломах Алтае-Саянского региона;

по отношению к грязевым вулканам общая тенденция по изменению спектрального состава волновых форм в зависимости от расстояния от источника заключается в том, что по мере приближения к центру вулкана наблюдается расширение спектра в сторону высоких частот с последующим затуханием высокочастотной части спектра по мере удаления от центра вулкана. Однако встречаются точки на профиле, где наблюдаются локальные спектральные максимумы, возможно связанные с резонансными свойствами изучаемого вулкана.

На основе результатов экспериментальных исследований изучены некоторые общие закономерности изменения динамики спектрально-временных характеристик сейсмических волновых полей в областях разрушения горных пород. За основу выбраны естественные физические модели сред, составляющие основу грязевых вулканов Таманской грязевулканической провинции, тектонических разломов.

Глава 3

ПОСТРОЕНИЕ ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И ПЬЕЗОМАГНИТНОЙ МОДЕЛЕЙ И ИЗУЧЕНИЕ ВРЕМЕННОЙ ДИНАМИКИ ПАРАМЕТРОВ СРЕДЫ В ОБЛАСТИ ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

3.1. ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ СТРОЕНИЕ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРОЦЕССА КОНСОЛИДАЦИИ СРЕДЫ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ КОМПЛЕКСА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ДАННЫХ В ЭПИЦЕНТРАЛЬНОЙ ЗОНЕ АЛТАЙСКОГО ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

Проблемы прогнозирования напряженного состояния вещества остаются актуальными в связи с природными явлениями землетрясений и оползней, а также с аналогичными проявлениями техногенных процессов.

В настоящее время для решения подобных проблем применяют различные геофизические методы, среди которых электромагнитный комплекс занимает не последнее место. Один из фундаментальных принципов электромагнитного мониторинга геодинамических процессов состоит в том, что под действием тектонических процессов меняются электрические свойства геологической среды [Светов, 1982].

Согласно новой концепции подхода к решению проблемы прогноза землетрясений, предложенной академиком С. В. Гольдиным [Гольдин и др., 2001], процесс подготовки крупного сейсмического события является результатом движений в области гораздо более обширной, чем область очага, причем само явление неустойчивости проявляется локально. Предположительно можно говорить о движении системы блоков, в которых пространственное положение концентраторов напряжений изменяется со временем. В такой системе могут возникать всплески локальных напряжений, приводящие к процессу разрушения. В рамках такого сценария совершенно естественна потребность оценивать величины тех физических характеристик, которые непосредственно отражают состояние вещества как перед началом процесса разрушения, так и после завершения этого процесса.

В настоящее время в основном опираются на две известные концепции разрушения. Первая — это кинетическая теория разрушения, предложенная С. Н. Журковым и др. [1980]. Ее суть — в том, что процесс разрушения является стадийным процессом трещинообразования, в котором каждой стадии соответствует характерный размер трещин, образующихся в результате объединения трещин предыдущей стадии. Процесс продолжается до тех пор, пока не образуется магистральная трещина, снимающая напряжения в зоне концентрации напряжений. Другая концепция, развиваемая академиком В. Е. Паниным [1998], заключается в том, что в состоянии предразрушения в материале образуется мезоструктура, состоящая из

полос течения и более прочных доменов, испытывающих вращение в процессе продолжающегося нагружения.

Трещиноватость является такой характеристикой горных пород, отражающейся в большом числе физических полей: сейсмических, электрических и гравитационных, а также влияет на гидрогеологические и геохимические показатели. Изменение электрических свойств, во-первых, связано с дилатансией и может быть оценено по формуле Арчи [Archie, 1942]. Кроме того, трещиноватость вызывает изменение скоростей сейсмических волн, а также обуславливает возникновение сейсмической анизотропии.

Анализ литературных данных показывает, что при проведении исследований, связанных с электромагнитным мониторингом сейсмотектонических процессов, большинство исследователей изучают временные вариации величин, регистрируемых непосредственно на дневной поверхности. Для метода нестационарного электромагнитного поля рассматривают сигналы в приемной петле, для методов постоянного тока — величины кажущегося удельного сопротивления. Такой подход позволяет провести лишь корреляцию вариаций измеренных сигналов с сейсмическими процессами. При этом отсутствует возможность выявлять области геологического пространства, электрические характеристики которых максимально чувствительны к сейсмическому воздействию, учитывать при анализе геологическое строение района мониторинга, оценивать, в конечном итоге, параметры трещиноватости.

Сегодня существует настоятельная потребность отойти от простого сопоставления временной динамики электромагнитных и сейсмотектонических событий на уровне регистрируемых сигналов. Необходимо использовать результаты активного электромагнитного мониторинга для косвенного слежения за очаговой зоной путем изучения динамики истинного электрического параметра той части геологического массива, которая обладает высокой интегральной тензоэлектрической чувствительностью по отношению к геодинамическим процессам.

Таким образом, речь идет о принципиально новом подходе к активному электромагнитному мониторингу сейсмотектонических процессов. Предлагается осуществлять поиск и последующий мониторинг таких тензочувствительных (индикаторных) участков земной коры, электрические свойства которых особенно восприимчивы к вариациям напряженного состояния в очаговых зонах. Принципиально важно, что такие элементы геологического пространства могут находиться и вне собственно очаговой зоны, поскольку зоны дилатансии в процессе своего развития имеют тенденцию к перемещению в пространстве [Гольдин и др., 2001].

Предлагаемый подход успешно применен для анализа результатов электромагнитного мониторинга на Южно-Байкальском прогностическом полигоне. Установлено, что в геоэлектрическом разрезе полигона в качестве тензочувствительного элемента можно рассматривать практически однородную по сопротивлению осадочную толщу значительной мощности, залегающую на высокоомном фундаменте и ограниченную разломными структурами. Важнейшей характеристикой этого геологического массива осадочных пород является суммарная продольная электропроводимость разреза, полученная в результате инверсии полевых данных. Увеличение электропроводности сопровождается ростом чувствительности элемента к подготовке сейсмотектонических событий [Дашевский и др., 2000].

В настоящее время одна из фундаментальных проблем геофизики связана с проведением комплексных исследований опасных природных явлений на поверхности суши и их катастрофических последствий, определяющих состояние и эволюцию верхних частей земной коры. При этом изучение различных фаз эволюции верхней части земной коры, подверженной интенсивным геодинамическим процессам, и путей консолидации среды, разрушенной в результате катастрофического землетрясения, составляет основное направление исследований в рамках проблемы.

3.1.1. Геоэлектрическое исследование эпицентральной зоны Чуйского землетрясения

27 сентября 2003 г. в 11 ч 33 мин. 23,3 с по Гринвичу на территории Горного Алтая произошло землетрясение с магнитудой по шкале Рихтера $M = 7,5$. Очаговая зона этого землетрясения захватывает западную часть Чуйской депрессии, Северо-Чуйский хребет и территорию Курайской впадины. За инструментальный период сейсмологических наблюдений это самое крупное землетрясение на территории Алтае-Саянской складчатой области, получившее название «Чуйское землетрясение» [Алтайское (Чуйское) землетрясение..., 2004].

Одним из последствий этого землетрясения являлись выбросы и разливы разжиженных песка и грязи в виде грифонов и грязевых вулканчиков, приуроченных в основном к низменным, заболоченным участкам. Горные породы этих участков, представленные водонасыщенными тонкодисперсными глинами, суглинками, песками, при сильных динамических воздействиях разжижались до текучего состояния и изливались на поверхность. Из населенных пунктов более всего пострадал пос. Бельгир, расположенный в устье р. Чаган. В верховьях этой реки на поверхности долины образовалась система локальных трещин, имеющих простираание с северо-запада на юго-восток. В этом же направлении в ближнем горном хребте обнаружены оползни.

Описанные явления свидетельствуют о масштабном перераспределении внутрипластовой и поровой влаги, что обычно приводит к значительным изменениям удельного электрического сопротивления и является предпосылкой использования электромагнитных методов для задач мониторинга сейсмотектонических процессов.

К настоящему времени на этой территории различными организациями выполнен большой объем геолого-геофизических и сейсмологических работ, изучается динамика сейсмической активизации эпицентральной области, исследуется структура афтершокового процесса [Гольдин и др., 2004]. Геофизические исследования проводятся комплексом методов с целью изучения процесса консолидации геологической среды, нарушенной сильным сейсмическим воздействием.

В Институте нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН в 2004 г. начаты исследования, предполагающие теоретическое обоснование и проведение в эпицентральной зоне катастрофического Чуйского землетрясения полевых работ методами электрических и электромагнитных зондирований. Цели исследований — изучение временной динамики электрических параметров, определение параметров электрической анизотропии верхних слоев земной коры и описание на этой

основе процессов консолидации среды. В поддержку исследований существует значительный объем фондовых материалов по электрометрии, полученных на территории Алтайских впадин во второй половине прошлого века, по которым можно определить геоэлектрические параметры среды до разрушительного землетрясения, когда они были стабильны.

Предполагается, что анизотропия среды связана с развитием трещиноватости в верхних частях земной коры под действием катастрофического землетрясения. Если среда уже разрушена под действием землетрясения, то темп последующей временной динамики параметров, характеризующих трещиноватость, может служить индикатором протекания процессов консолидации среды. Действительно, установлено, что разрыв сплошности горных пород и образование в них трещин приводит к значительному изменению эффективной электропроводности, коэффициента анизотропии, даже если доля трещин в среде ничтожна [Губатенко и др., 2000].

Было выполнено геолого-геофизическое обоснование работ по изучению анизотропии среды в разломной зоне Чуйского землетрясения, а также получены первые результаты рекогносцировочных полевых работ по оценке в этом районе электрической анизотропии разреза.

В качестве основы для построения системы наблюдений по оценке электрической анизотропии была использована предварительная сдвиговая модель Чуйского землетрясения, относящаяся к классу Finite Fault Model (FFM), построенная специалистами Калифорнийского технологического института (www.usgs.gov). Согласно этим данным, плоскость разрыва имеет северо-западное простирание и наклонена под углом 85° . Методика оценки параметров анизотропии строилась также с учетом современной геоэлектрической модели Чуйской впадины, созданной на основе значительного по объему электроразведочного материала, полученного на территории депрессии в 70—80-е годы прошлого века [Неведрова, 2001].

Следуя [Губатенко и др., 2000], для описания электрической анизотропии в разломной зоне Чуйского землетрясения будем рассматривать следующую модель. Изотропная вмещающая среда электропроводности σ_v испещрена системой ориентированных в некотором направлении трещин, заполненных флюидом электропроводности σ_ϕ . Пусть объемная доля трещин во вмещающей среде составляет α . Хотя по локальным свойствам такая среда является изотропной, в среднем она ведет себя подобно одноосной анизотропной среде, характеризуемой тензором эффективной электропроводности с компонентами σ_n и σ_t и коэффициентом анизотропии Λ , удовлетворяющим неравенству $\Lambda \geq 1$. Эти компоненты определяют, соответственно, эффективную электропроводность среды поперек и вдоль направления трещин и имеют вид

$$\sigma_n = \frac{\sigma_v \sigma_\phi}{(1 - \alpha)\sigma_\phi + \alpha\sigma_v}, \quad \sigma_t = \alpha\sigma_\phi + (1 - \alpha)\sigma_v, \quad \Lambda = \sqrt{\frac{\sigma_t}{\sigma_n}}. \quad (3.1.1)$$

3.1.2. Оценка электрической анизотропии для методов постоянного тока

Вначале рассмотрим возможности скважинных и наземных методов постоянного тока при изучении анизотропных сред, которые в настоящее время достаточ-

но хорошо известны [Kunz, Moran, 1958; Семенов, 1975; Бреднев, Сысков, 1976; Большаков, 1996; Kaufman, Dashevsky et al., 2003]. В изотропных средах напряженность электрического поля и вектор плотности тока совпадают по направлению. В анизотропных средах, в общем случае, эти векторы не совпадают. Совпадение наблюдается только по направлению главных осей тензора анизотропии. Для оценки параметра анизотропии применяют азимутальное профилирование и азимутальное зондирование. Определяемыми параметрами являются азимут простираания анизотропной толщи и отношение осей эллипса. При вертикальном залегании это отношение равно истинному коэффициенту анизотропии, при наклонном залегании имеет смысл кажущегося параметра.

Основные свойства установок постоянного тока при исследовании анизотропии могут быть сформулированы следующим образом [Семенов, 1975; Большаков и др., 1996]:

1. Все установки с ориентацией электродов по одной прямой на поверхности земли дают равнозначную информацию, т. е. идентичные эллипсы кругового профилирования.

2. При заземлении питающих и приемных электродов на поверхности земли нельзя определить направление и угол падения, а только азимут простираания анизотропной толщи.

3. Заземление на глубине дает возможность определить все параметры анизотропии.

4. Дипольная экваториальная установка (ДЭУ) обладает существенно большей чувствительностью к анизотропии. Отношение осей эллипса для вертикального залегания анизотропной толщи пропорционально пятой степени коэффициента анизотропии вместо первой степени для линейных установок.

Обсудим возможности применения перечисленных выше свойств для оценки электрической анизотропии в разломной зоне. Прежде всего, следует подчеркнуть, что решение этой задачи чрезвычайно усложняется вследствие эквивалентности анизотропных сред анизотропным моделям. Так, например, при проведении работ по методу ВЭЗ в двухслойной среде с анизотропным основанием необходимо учитывать, что графики зондирования, выполненного перпендикулярно простираанию трещиноватости, имеют вид трехслойных кривых типа K [Бреднев, Сысоев, 1976].

Отметим любопытное свойство коэффициента анизотропии Λ , описанное в [Губатенко и др., 2000]. Пусть $\beta = \sigma_v / \sigma_f$ определяет контраст электропроводностей вмещающей среды и флюида. Тогда из (3.1.1) следует симметрия коэффициента анизотропии трещиноватой толщи: $\Lambda(\alpha, \beta) = \Lambda(\alpha, 1/\beta)$. Понятно, что наличие такой симметрии свидетельствует еще об одном мощном проявлении эквивалентности при исследовании анизотропных разрезов.

Таким образом, выбор анизотропной среды в качестве модельной базы для исследований может быть сделан только на основе обширной априорной информации о разрезе. Заметим, что полевыми геолого-структурными наблюдениями в долине р. Чаган на участке работ были откартированы как зоны основного разрыва, так и второстепенные сейсморазрывы, выходящие на дневную поверхность и ориентированные под некоторым углом к направлению основного разлома. Учитывались также предоставленные специалистами ОАО «Алтайгео» (г. Горно-Алтайск) данные по гидрогеологическим скважинам, расположенным в районе работ.

Геологический разрез одной из таких скважин, пробуренной в 1999 г. в центре с. Бельтир, представлен в табл. 3.1.1.

Представленные материалы подтверждают правомерность применения анизотропной модели. Действительно, слой глинистых трещиноватых сланцев, залегающий на глубине более 100 м, может являться носителем первичной электрической анизотропии, возможно, существовавшей в разрезе еще до момента землетрясения.

Можно предположить, что мощное сейсмоструктурное воздействие на среду в разломной зоне нарушило водоупорный слой плотных глин, изменило гидродинамическую обстановку и запустило механизм формирования дополнительной, вторичной анизотропии, обязанной своим происхождением появлению системы трещин, заполненных флюидом.

Для проведения полевых экспериментов по комплексному изучению анизотропии среды в 2004 г. был выбран полигон, расположенный в долине р. Чаган, южнее пос. Бельтир, непосредственно примыкающий к зоне основного разрыва и захватывающий область видимых на поверхности трещин. Пункты вертикальных электрических зондирований сгруппированы в виде профиля в правобережье р. Чаган, ориентированного практически перпендикулярно плоскости разрыва. Положение точек зондирования в 2004 г. и ориентация линий ВЭЗ представлены на рис. 3.1.1. Там, где это позволяли условия работы, были выполнены крестовые и круговые зондирования. Следует отметить, что круговой пункт ВЭЗ 13—16 и крестовый 17—18 размещены в зоне развития трещин, а пункты крестовых ВЭЗ 1—4, 19—20 вне этой зоны.

При помощи метрологически аттестованного стандартного комплекта полевой аппаратуры АНЧ-3 в 2004 г. было выполнено 20 пунктов ВЭЗ в диапазоне разносов АВ/2 от 1,5 до 480 м. Для большинства пунктов шаг съемки составлял 500 м. Условия заземления и параметры геоэлектрического разреза обеспечили во всем диапазоне разносов уровень измеряемого сигнала не менее 0,5 мВ. В условиях низкого уровня помех относительная точность измерений составляла ~5 %.

Таблица 3.1.1

Геологический разрез скважины 6/99

Номер слоя	Возраст	Генезис	Глубина, м		Мощность, м	Литологический разрез	Водоносный горизонт
			кровли	подошвы			
1	Q ₃₋₄	fg	0	10	10	Гравий с суглинистым заполнителем	Первый водоносный горизонт
2	Q _F — Q ₃	sa	10	50	40	Галечник крупный с песчаным заполнителем	
3	»	sa	50	60	10	Пески с гравием	
4	»	sa	60	80	20	Пески желтые с гравием	
5	N _{1 tr}	l	80	100	20	Глины плотные с включениями гравия	Водоупор
6	D ₂₋₃		100	200	100	Глинистые сланцы трещиноватые	Второй водоносный горизонт

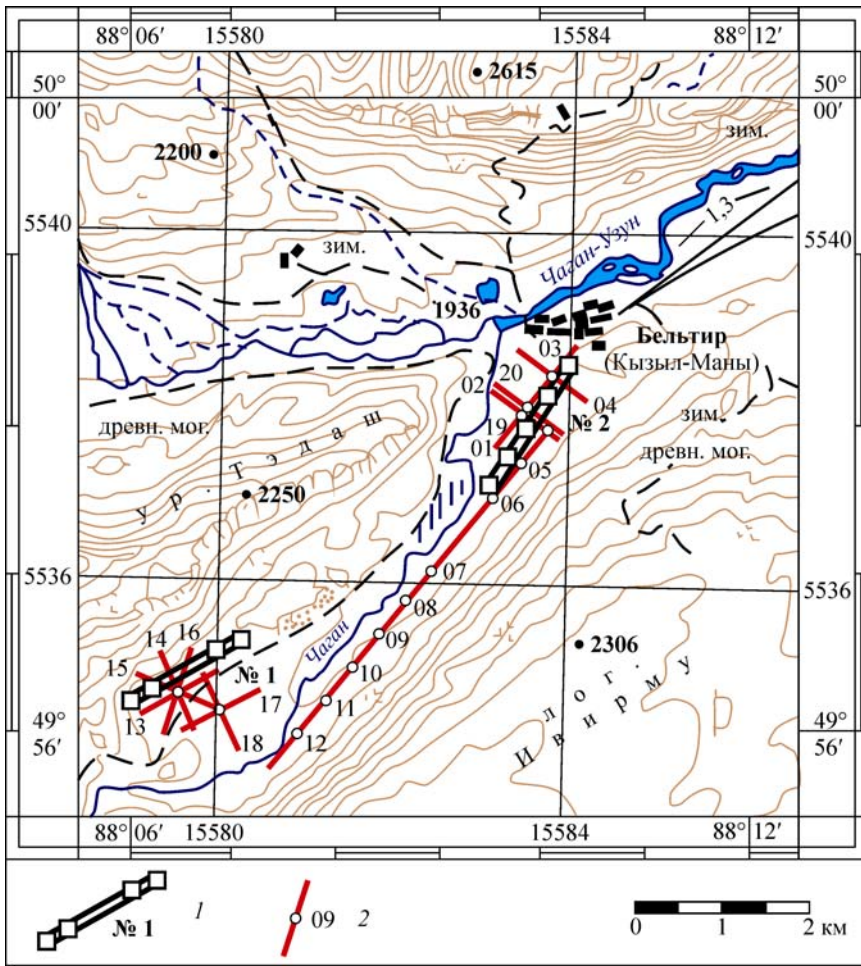


Рис. 3.1.1. Схема размещения пунктов ВЭЗ и сейсмических наблюдений в 2004 г.
 1 — сейсмический профиль с указанием номера и выносных пунктов взрыва; 2 — профиль ВЭЗ с указанием номера и направления разрывов АВ, МН.

Анализ полевых материалов показал, что правые ветви большинства кривых зондирований искажены по целому ряду причин, например за счет влияния рельефа, фундамента, и требуют углубленного анализа. Поэтому для предварительных оценок были выбраны азимутальные ВЭЗ 17 и ВЭЗ 18, в силу их расположения наименее подверженные искажающему влиянию бортов речной долины (см. рис. 3.1.1, 3.1.2).

Известно, что в общем случае достоверное определение величины и направления главных осей анизотропии способом круговых зондирований возможно только путем проведения измерений не менее чем в четырех азимутах. Анализ размещения сейсморазрывов, выходящих на поверхность в районе пунктов ВЭЗ 17, 18, позволил высказать предположение о преимущественной ориентации главных осей вторичной анизотропии в направлениях, параллельном и перпендикулярном вертикальной плоскости разрыва.

По данным зондирований, представленным на рис. 3.1.2, была построена зависимость отношения осей эллипса (кажущийся коэффициент анизотропии Λ_k) от длины питающей линии (рис. 3.1.3). Этот коэффициент для каждого значения $AB/2$ определяется как отношение соответствующих значений кажущихся удельных сопротивлений для ВЭЗ 18 и ВЭЗ 17.

Рассмотрим поведение параметра Λ_k . При $AB/2 < 20$ м значение $\Lambda_k \sim 0,8—0,9$. Выход за пределы допустимых значений ($\Lambda_k \geq 1$) может быть связан с неоднородностью верхней части разреза. При $20 < AB/2 < 80$ м $\Lambda_k \approx 1$, что свидетельствует об отсутствии на соответствующих глубинах электрической анизотропии. При возрастании $AB/2$ значения Λ_k увеличиваются, отражая чувствительность измеряемого сигнала к характеристикам слоев анизотропных сланцев. В целом, для значения коэффициента анизотропии сланцев, залегающих на глубинах ~ 150 м, может быть предложена следующая оценка: $\Lambda \approx 2,5—3$.

Таким образом, по результатам интерпретации данных ВЭЗ за 2004 г. были выявлены анизотропные свойства осадочных пород в зоне трещиноватости и количественно оценен коэффициент анизотропии.

В течение полевых сезонов 2005—2008 гг. сеть наблюдений методом ВЭЗ в долине р. Чаган была существенно расширена (рис. 3.1.4). В южной части участка была сформирована площадная система измерений, что позволяет далее использовать для обработки полевых данных двумерные и трехмерные программы. Кроме метода ВЭЗ были выполнены профильные зондирования становления электромагнитного поля (ЗС), которые обладают большей глубиной и позволяют значительно уточнить геоэлектрические характеристики нижней части разреза. На рис. 3.1.4 представлены схематически тектонические разрывы Чуйского землетрясения на участке исследования по результатам геолого-структурной съемки [Лунина и др., 2006]. Для ряда пунктов, включая круговые и крестовые зондирования, измерения повторяются каждый год, показано, что круговой и крестовой ВЭЗ № 17 расположены в зоне главных сейсморазрывов. По данным регулярных пунктов изучаются изменения электрических параметров с течением времени.

Далее обратимся к некоторым результатам режимных наблюдений, связанных с исследованием анизотропных свойств геологического массива. Были обработаны полевые данные ВЭЗ, накопленные в течение пяти лет (2004—2008 гг.) [Дашевский и др., 2006; Неведрова и др., 2008].

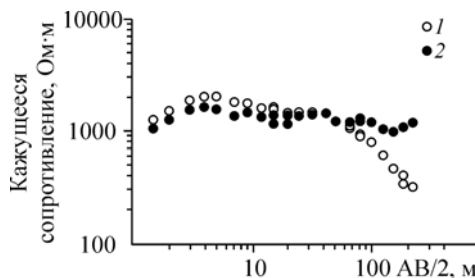


Рис. 3.1.2. Кривые круговых зондирований, ориентированных параллельно (ВЭЗ 18, 1, Аз 150°) и перпендикулярно (ВЭЗ 17, 2, Аз 60°) плоскости разрыва.

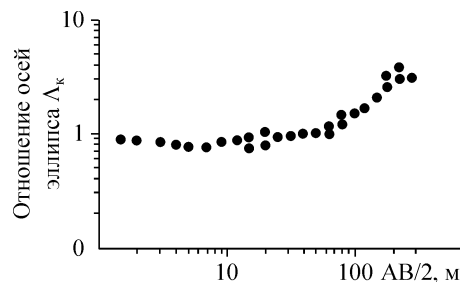


Рис. 3.1.3. Зависимость отношений осей эллипса для ВЭЗ 17, ВЭЗ 18 от длины питающей линии.

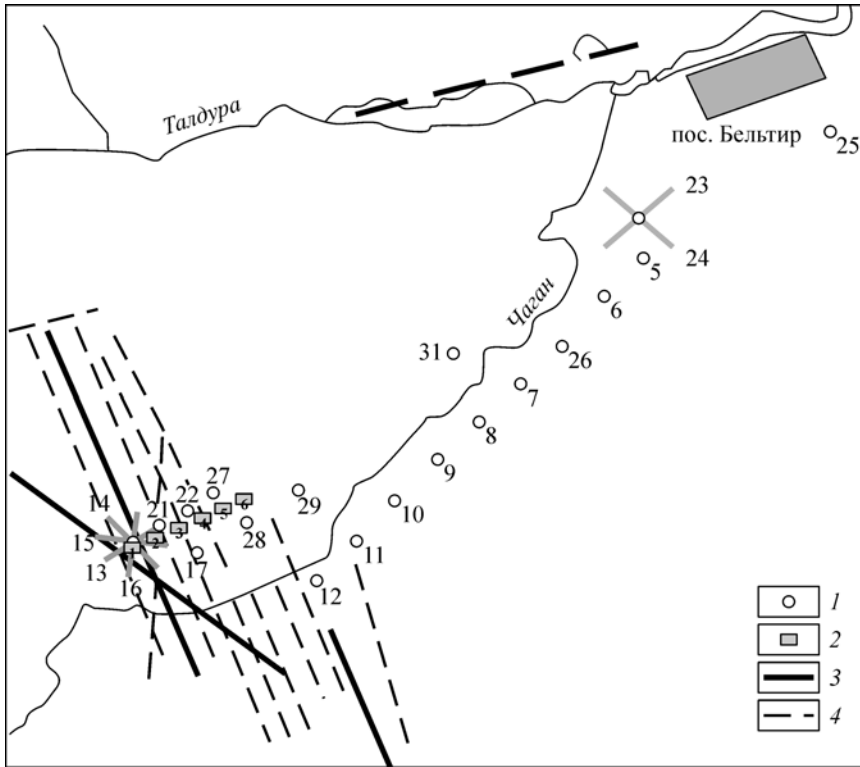


Рис. 3.1.4. Схема размещения пунктов электрических и электромагнитных зондирований в 2008 г. в долине р. Чаган и схема разломной тектоники.

1 — пункты ВЭЗ; 2 — пункты ЗС; 3 — главные сейсморазрывы; 4 — второстепенные сейсморазрывы (трещины растяжения).

Вначале рассмотрим еще один способ представления данных крестовых и круговых ВЭЗ — контурные диаграммы кажущегося сопротивления. Эти диаграммы были построены следующим образом: все значения кажущегося удельного сопротивления снесены на выбранное направление координатной сетки. Затем с применением метода интерполяции построены изолинии с одинаковыми значениями кажущегося сопротивления.

Был выполнен анализ контурных диаграмм ρ_k за пять лет наблюдений, построенных для крестового зондирования ВЭЗ 19, 20, выполненного вне трещиноватой зоны. Из этих данных сделан вывод, что характер поведения изолиний удельных сопротивлений подтверждает предположение о симметрии среды на этом участке, соответствующей изотропному разрезу. Изолинии ρ_k по форме приближаются к окружностям, и эта форма практически не меняется с течением времени.

На рис. 3.1.5 показаны диаграммы ρ_k , построенные по данным кругового ВЭЗ 13—16, расположенного в зоне развития трещин. Диаграмма за 2004 г. представляет эллипс, большая ось которого вытянута в направлении, перпендикулярном относительно простирания трещин. Как видно из рисунка, изолинии ρ_k в общем случае образуют эллипс, оси которого меняют свое положение с течением времени, кроме

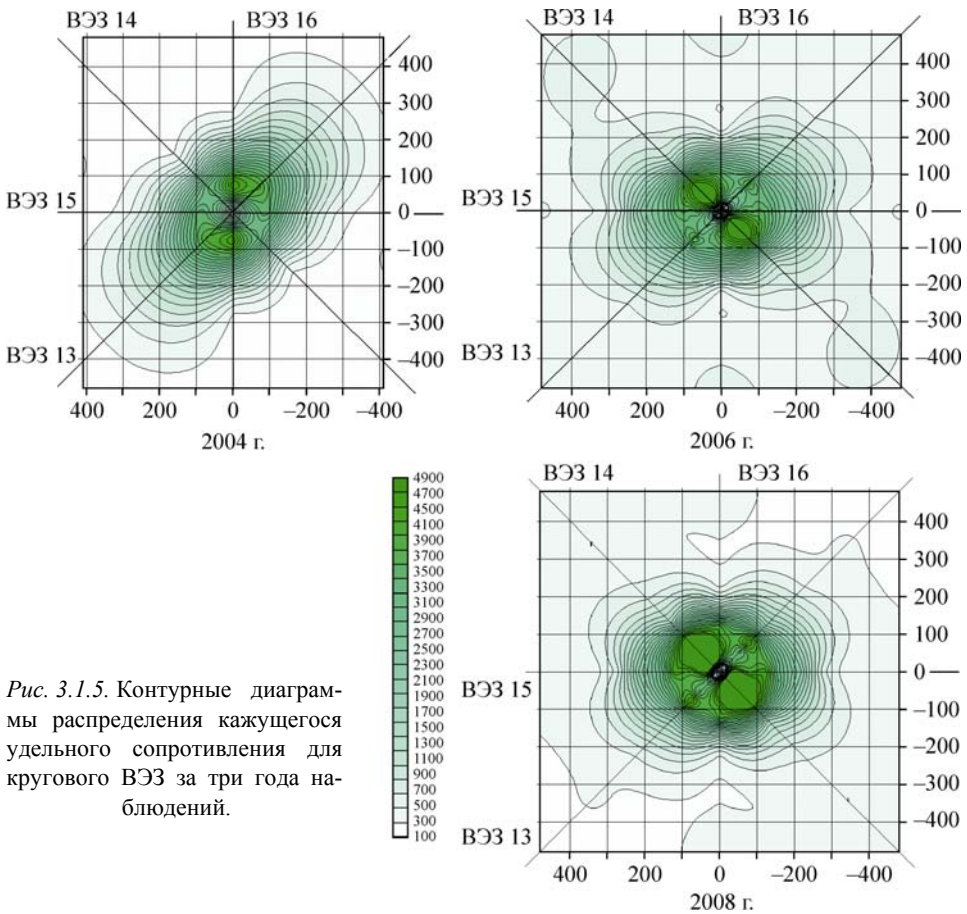


Рис. 3.1.5. Контурные диаграммы распределения кажущегося удельного сопротивления для кругового ВЭЗ за три года наблюдений.

того, изменяется величина отношения этих осей, т. е. анизотропные свойства среды. Начиная с 2006 г. отношения осей эллипса приближаются к единице, что отражает процесс консолидации массива горных пород в области трещин, приповерхностные трещины залечиваются, и среда становится однородной.

Далее электрическая анизотропия разреза была оценена на основе решения обратной задачи. Были рассчитаны коэффициенты электрической анизотропии (Λ) за все годы наблюдений после сильного сейсмического события для крестовых ВЭЗ (табл. 3.1.2) как отношения суммарных продольных проводимостей вдоль и поперек выбранного направления:

$$\Lambda = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n S_i^{\parallel}}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n S_i^{\perp}}},$$

где $S_i = \frac{h_i}{\rho_i}$, n — количество слоев.

Таблица 3.1.2

Временная динамика коэффициентов анизотропии

Коэффициент	Год измерения				
	2004	2005	2006	2007	2008
Λ_{13-14}	4,87	1,19	0,79	0,74	0,78
Λ_{15-16}	2,04	1,05	0,9	0,94	1,06
Λ_{17-18}	2,04	1,36	1,14	–	0,9

В результате пятилетних исследований установлено уменьшение со временем коэффициента электрической анизотропии. Начиная с 2006 г. этот коэффициент становится близким к единице, что подтверждает происходящий процесс консолидации нарушенной среды. Значения коэффициента анизотропии Λ меньше единицы свидетельствуют о присутствии поверхностных неоднородностей.

3.1.3. Применение индукционных электромагнитных зондирований становлением поля для исследований в эпицентральной зоне

На территории Чуйской и Курайской впадин получен значительный объем полевых данных методом становления электромагнитного поля (ЗС) с установкой «соосные петли», наблюдения выполнены до Чуйского землетрясения (рис. 3.1.6).

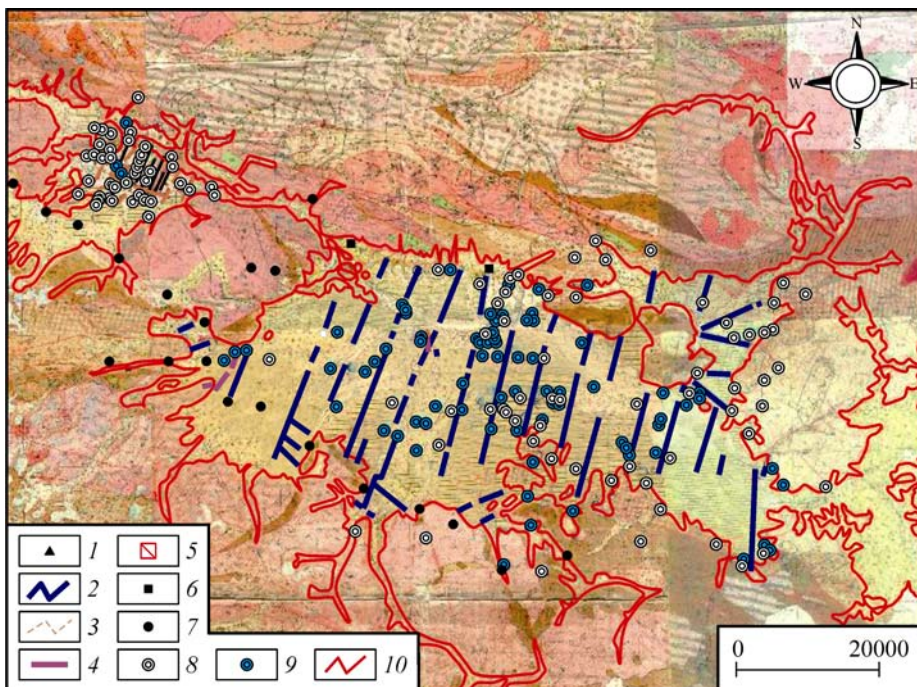


Рис. 3.1.6. Карта района исследований с профилями и пунктами геоэлектрических наблюдений. 1, 2 — пункты и профили ЗС; 3 — профили ВЭЗ; 4 — генераторная линия; 5 — приемная линия и рамка; 7 — пункты МТЗ; 8 — скважина; 9 — гидрогеологическая скважина; 10 — горное обрамление.

Эти полевые данные ЗС были проинтерпретированы в компьютерных комплексах моделирования и инверсии для горизонтально-слоистых и сложнопостроенных сред, что позволило построить геоэлектрическую модель осадочного чехла Чуйской депрессии.

Полученная модель характеризует блоковое строение осадочного чехла и верхней части фундамента. Были также получены количественные оценки геоэлектрических параметров осадочной толщи, характеристики разломных нарушений. После Чуйского землетрясения эти сведения позволили выбрать пункты измерений для контроля за динамикой геоэлектрических параметров.

Повторные измерения ЗС были начаты в 2004 г. после разрушительного землетрясения в западной части Чуйской впадины с сохранением размеров установки предшествующих индукционных зондирований. В течение последнего столетия в области Чуйской впадины значимых сейсмических событий не происходило, поэтому можно было считать, что геоэлектрические характеристики разреза оставались стабильными, а измерения ЗС, проведенные после разрушительного землетрясения, позволяют выявить динамику параметров геологического массива, нарушенного крупным сейсмическим событием.

На рис. 3.1.7 представлена схема полевых наблюдений методом ЗС с индукционным возбуждением, повторяемых ежегодно в течение 2004—2008 гг. в пределах Чуйской впадины.

Обработка экспериментальных материалов ЗС осуществлена на основе решения обратной задачи с целью выяснения процесса релаксации среды после сильного сейсмического события. Интерпретация проводилась в программных комплексах «Эра». Рассмотрим некоторые результаты.

Обратимся к рис. 3.1.8, отражающему динамику геоэлектрических параметров для пункта ЗС № 106 за несколько лет. Пункт находится в разломной зоне на берегу р. Елангаш. Если сравнить геоэлектрические модели для пункта 106 до и сразу после Чуйского зем-

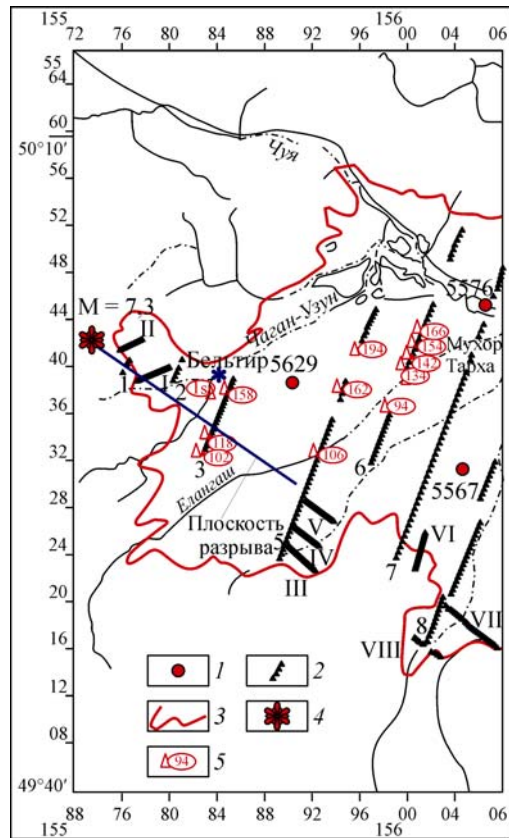


Рис. 3.1.7. Схема наблюдений ЗС (установка «соосные петли») в западной части Чуйской впадины.

1 — скважины; 2 — профили электромагнитных зондирований 1980 г.; 3 — граница горного обрамления; 4 — эпицентр Алтайского землетрясения 2003 г.; 5 — пункты измерений ЗС 2004—2006 гг.

летрясения, то можно отметить, что вариации значений УЭС после события для всех слоев разреза были значительны и достигали в 2004 г. 100 % и более.

В этом же пункте зафиксированы изменения геоэлектрических характеристик во время локального землетрясения, произошедшего в ближайшем горном обрамлении Чуйской впадины 10 августа 2005 г., в 22 ч по Гринвичу. Координаты эпицентра: 49,9° с. ш., 87,9° в. д., $M = 4,2$. Кривые до и после события этого события также показаны на рис. 3.1.8. Как следует из представленных материалов, реакция среды на локальное землетрясение заключается в общем понижении УЭС. Полевые данные были подвергнуты инверсии с целью оценки количественных измене-

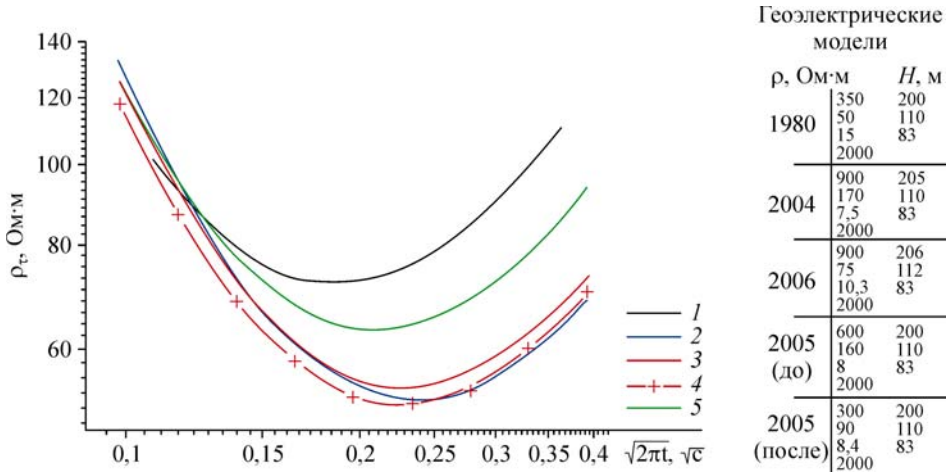


Рис. 3.1.8. Полевые кривые и геоэлектрические модели за несколько лет измерений (1 — 1980, 2 — 2004, 3 — 2006, 4 — 2005 (до события), 5 — 2005 (после события)) в пункте ЗС № 106, профиль 5. Реакция полевых данных на локальное сейсмическое событие 10.08.2005.

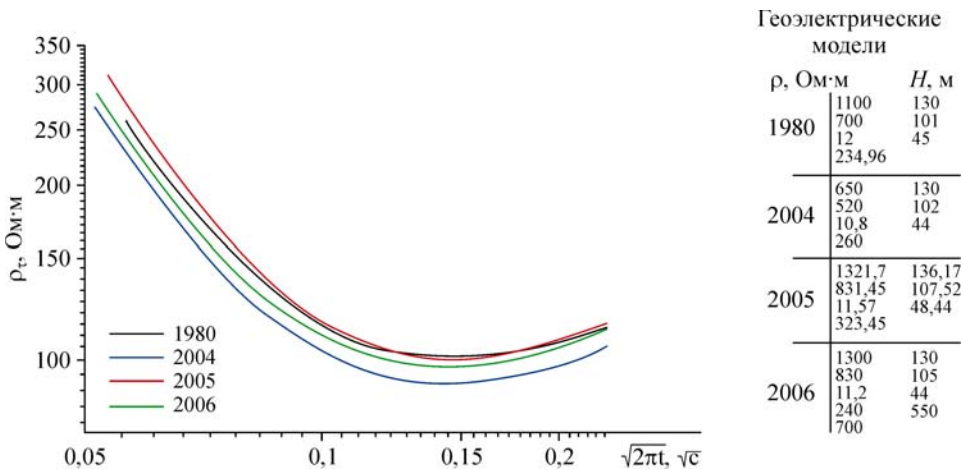


Рис. 3.1.9. Полевые данные и геоэлектрические модели для пункта ЗС № 158, профиль 3.

ний УЭС разреза. Решение обратной задачи показало, что вариации этого параметра под воздействием относительно слабого сейсмического события достигают 50 %. Причем в данном случае наиболее сильно изменились сопротивления двух верхних слоев разреза.

Рассмотрим также рис. 3.1.9, на котором приведены полевые кривые и результаты интерпретации (геоэлектрические модели) за несколько лет для пункта № 158. Можно отметить, что наиболее значимые изменения геоэлектрических параметров разреза наблюдались также на следующий год после разрушительного землетрясения. Значения УЭС для геоэлектрических моделей за 2005 и 2006 гг. различаются в пределах погрешности измерений (5 %).

Таким образом, на основании интерпретации данных электромагнитных зондирований за 2004—2006 гг. были выявлены особенности релаксации среды, нарушенной катастрофическим землетрясением. Показано, что наблюдается процесс консолидации среды, который выражается в закономерных изменениях электрических параметров разреза, направленных на восстановление значений, характерных для стабильного состояния среды.

Приведенные примеры свидетельствуют, что реакция геологической среды на сейсмическое воздействие, при наблюдениях за динамикой геоэлектрических параметров, зависит по крайней мере от нескольких причин:

- 1) энергетического класса сейсмических событий;
- 2) геологических особенностей разреза;
- 3) геоэлектрических характеристик массива горных пород.

В частности можно отметить, что в пункте ЗС № 106 общая мощность осадков в два раза выше, чем в пункте ЗС № 158 и значения УЭС всех слоев разреза имеют более низкие значения, поэтому и реакция на сейсмическое воздействие наблюдалась более значимая.

3.1.4. Результаты интерпретации электромагнитных зондирований с гальваническими и индукционными установками с учетом параметра анизотропии геологического массива

В 2005—2006 гг. в Чуйской и Курайской впадинах были начаты работы методом становления электромагнитного поля с гальваническим источником. Приемные установки — несколько заземленных линий, размещенных под различными углами к генераторной линии, и незаземленные петли. В качестве заземления для генераторной линии было предложено использовать имеющиеся обсаженные скважины.

На рис. 3.1.10 представлена схема измерений методами геоэлектрики в Курайской впадине. Протяженность генераторной линии ЗС (расстояние между скважинами) на севере впадины равнялась 950 м, на юго-западе — 1200 м.

Выполненные в Курайской впадине измерения показали эффективность использованных заземлений и позволили выбрать оптимальные размеры приемных установок: для квадратной петли размеры сторон равнялись 200×200 м и размер линии $MN = 200$ м.

Измерения с выбранными размерами приемных установок были выполнены далее в Чуйской впадине в районе пос. Мухор-Тархата, где размер генераторной линии равнялся 900 м (рис. 3.1.11).

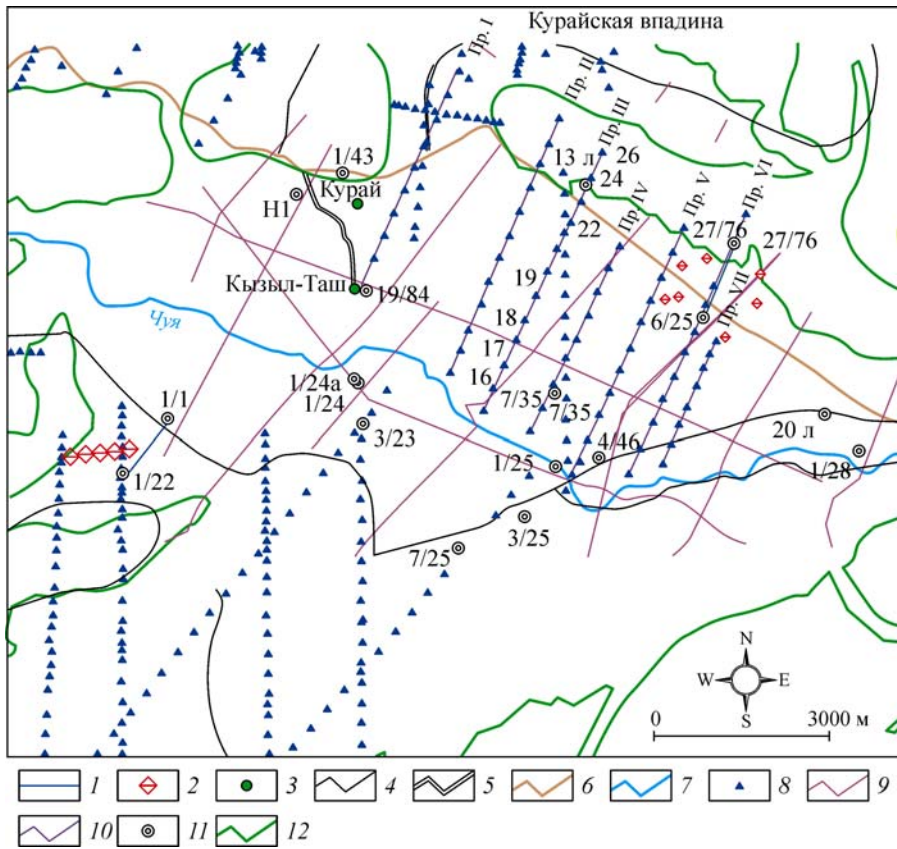


Рис. 3.1.10. Схема измерений методами электроразведки в Курайской впадине.

1 — генераторная линия ЗС; 2 — приемные линии и рамка ЗС; 3 — населенные пункты; 4—6 — дороги (4 — полевые и лесные, 5 — улучшенные грунтовые, 6 — усовершенствованные шоссе); 7 — река; 8 — точки ВЭЗ; 9, 10 — профили ВЭЗ, выполненные разными партиями; 11 — скважины; 12 — горное обрамление.

На рис. 3.1.11, а показан фрагмент геологической карты с участком работ в Мухор-Тархате. Заземление генераторной линии выполнено на обсадку самоизливающихся скважин. Приемные установки были расположены по профилю с азимутом 45° относительно центра генераторной линии, несколько установок ориентированы под углами 90 и 135° .

При интерпретации этих данных впервые была введена в рассмотрение анизотропная модель геологического разреза применительно к методу ЗС с гальваническим источником. С помощью разработанных программно-алгоритмических средств для анизотропных моделей геологической среды была выполнена комплексная обработка полевых данных гальванических и индукционных электромагнитных зондирований. Используемый для обработки программно-интерпретационный комплекс Rubai подробно описан в главе 4.

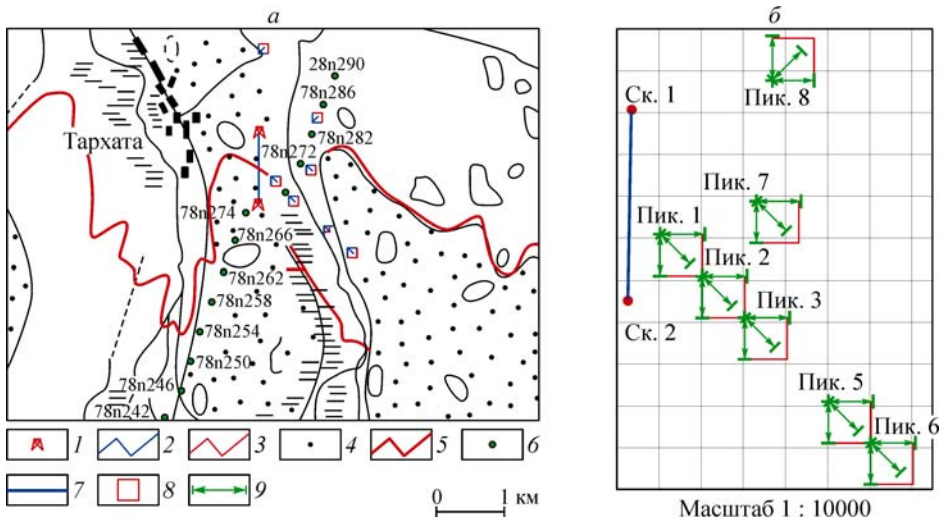


Рис. 3.1.11. Система многокомпонентных измерений ЗС.

a — фрагмент геологической карты со схемой измерений ЗС с гальваническим возбуждением в Чуйской впадине (пос. Мухор-Тархата), *б* — геоэлектрический разрез по профилю ЗС. 1 — скважины (Мухор-Тархата), 2 — диполи (Мухор-Тархата), 3 — приемная рамка (Мухор-Тархата), 4 — пункты МТЗ, 5 — Чуйская впадина, 6 — пункты ЗС, 7 — генераторная ЗС, 8 — приемный контур 200 × 200 м, 9 — приемная линия 200 м.

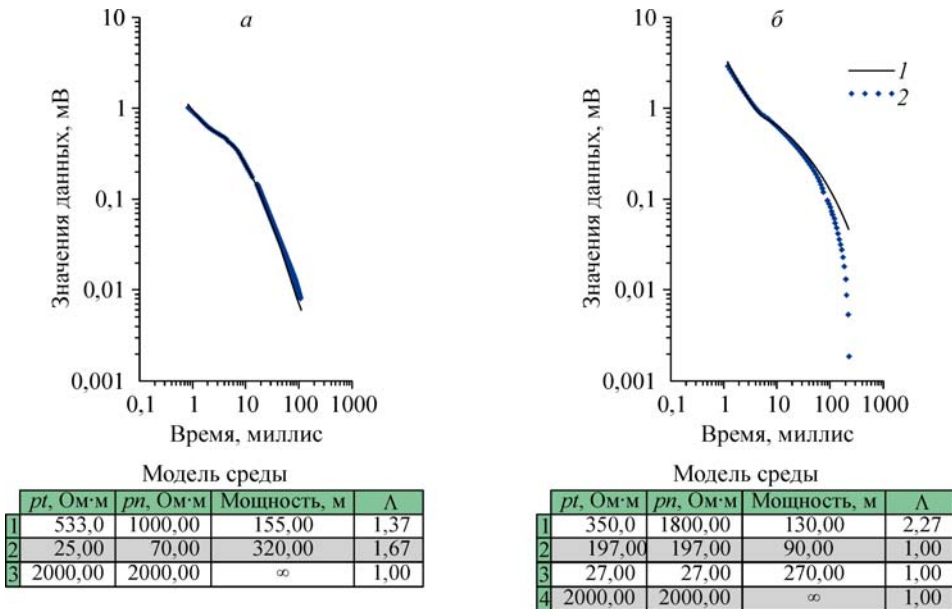


Рис. 3.1.12. Результат интерпретации электромагнитного зондирования с гальваническим возбуждением, ЗС 5 (*a*) и 6 (*б*) (установка АВ MN) и анизотропные модели на участке Мухор-Тархата (программа Rubai).

1 — синтетическая кривая, 2 — полевые данные.

Обратимся к рис. 3.1.12, на котором показаны примеры интерпретации полевых данных электромагнитных зондирований, полученных в Чуйской впадине (пос. Мухор-Тархата) с учетом анизотропии верхней части осадочного чехла. Некоторые пункты измерений с гальваническим источником были совмещены с пунктами предшествующих индукционных измерений, в частности пункт ЗС 5 расположен рядом с пунктом ЗС 278, а ЗС 6 по координатам соответствует размещению пункта ЗС 286. Индукционные зондирования были выполнены до Чуйского землетрясения. Синтетические кривые для анизотропной модели очень хорошо согласуются с полевыми данными. В результате интерпретации выделен участок профиля с выраженными анизотропными свойствами горных пород, расположенный в разломной зоне.

Таким образом, впервые количественно оценен параметр электрической анизотропии для полевых данных электромагнитных зондирований с гальваническими установками. На полевых примерах обработки данных электрических и электромагнитных зондирований наглядно показано, что этот параметр можно использовать для характеристики напряженно-деформированного состояния геологических пород в зонах тектонических проявлений разрушительных землетрясений.

Результаты получены на основе комплексной геолого-геофизической интерпретации полевых данных с использованием многокомпонентных измерений для электромагнитных зондирований становлением поля. Интерпретация выполнена с помощью развитых программно-алгоритмических средств с использованием численного решения прямых и обратных задач математической физики для анизотропных сред.

3.2. МЕТОДОЛОГИЯ ПОСТРОЕНИЯ 3D ПЬЕЗОМАГНИТНОЙ МОДЕЛИ УЧАСТКА ЗЕМНОЙ КОРЫ С НЕОДНОРОДНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ МАГНИТНЫХ И ПЬЕЗОМАГНИТНЫХ СВОЙСТВ ГОРНЫХ ПОРОД

3.2.1. Способы решения обратной задачи пьезомагнетизма

Наиболее важным стимулом как постановки тектономагнитных исследований, так и их дальнейшего развития является потенциальная возможность получения информации об изменениях напряженного состояния в земной коре. Однако локальные изменения аномального магнитного поля во времени могут быть обусловлены не только пьезомагнетизмом, источником которого являются пьезомагнитные (магнитоупругие) эффекты. Физическая природа этих эффектов обусловлена изменениями магнитных свойств горных пород под действием меняющихся тектонических напряжений. В середине 70-х годов прошлого столетия для объяснения ряда наблюдаемых локальных геомагнитных эффектов предложены другие физические механизмы, например, электрокинетические явления [Mizutani et al., 1976]. При этом магнитные эффекты электрокинетической природы наблюдались при лабораторных экспериментах. Хотя значимое проявление электрокинетических эффектов в магнитном поле в природных условиях подвергается сомнению [Кормильцев, 1997], тем не менее, на данном этапе нельзя полностью отвергать возможность их присутствия. Наличие источников различной физической природы заставляет искать новые алго-

ритмы интерпретации и способы разделения наблюдаемых в природе эффектов по их принадлежности к источнику той или иной природы.

К настоящему времени как в России, так и за рубежом накоплен достаточно большой фактический материал об изменениях аномального магнитного поля во времени. При этом пространственный и временной спектры этих вариаций достаточно широки. В ряде случаев либо интерпретация этих эффектов носит качественный характер, либо выбор природы источника, на котором основываются количественные расчеты, недостаточно обоснован. Поэтому одной из наиболее актуальных задач при исследовании локальных изменений аномального магнитного поля во времени является развитие способов распознавания природы источников и способов интерпретации наблюдаемых эффектов, что позволит внести существенный вклад как в изучение динамики процессов, происходящих в земной коре, так и в решение ряда практических проблем, например, в проблему прогноза готовящихся землетрясений.

Известен ряд решений прямых задач [Stacey, 1964; Sasay, 1983], в которых в слое с заданными однородными и изотропными магнитными свойствами задавалось распределение напряженного состояния и рассчитывалось аномальное магнитное поле на поверхности Земли. На решении прямых задач основывалась, как правило, и количественная интерпретация тектономагнитных эффектов.

Другой подход как в методике поиска, так и в количественной интерпретации тектономагнитных эффектов впервые предложен в работе [Фотиади и др., 1969] и заключается в изучении реакции магнитовозмущающих тел на изменения напряжений в земной коре. Отметим положительные моменты такого подхода. Во-первых, поскольку амплитуда тектономагнитного эффекта, как правило, находится в прямой зависимости от величины намагниченности породы, то над аномальными телами существенно возрастает вероятность обнаружения эффекта. Во-вторых, как будет показано и в данной работе, использование аномальных магнитных тел в качестве индикаторов изменений напряженного состояния значительно облегчает решение обратной задачи тектономагнетизма. Кроме того, проводя исследования над телами с различной глубиной залегания, мы получаем возможность изучения изменений напряженного состояния на различных глубинах [Фотиади и др., 1969]. Рассматриваемый подход как в теоретическом [Фотиади и др., 1969; Ларионов, 1980; Дядьков, 1987; Дядьков и др., 1999], так и в экспериментальном плане (на Байкальском геодинимическом полигоне) получил развитие в ИНГГ СО РАН (тогда ИГиГ СО АН) начиная с 1966—1968 гг. За рубежом такой подход обратил на себя внимание лишь спустя 20 лет [Zlotnicki, Cornet, 1986]. В этой работе, как и в работе [Фотиади и др., 1969], убедительно показаны преимущества использования наблюдений над локальными аномальными телами по сравнению с наблюдениями над однородно намагниченным полупространством, даже если распределение напряжений в обоих случаях идентично и величина намагниченности аномального тела в немагнитном полупространстве (первый случай), и намагниченность полупространства (второй случай) одинаковы. При этом тектономагнитный эффект в районе готовящегося разрывного нарушения в первом случае может значительно (в несколько раз) превышать амплитуду эффекта во втором случае.

Весьма актуальным положительным моментом рассматриваемого подхода является возможность классификации наблюдаемых эффектов по природе источни-

ка. Поскольку эффекты пьезомагнитной природы в отличие от электрокинетических должны быть пространственно связаны с магнитовозмущающими объектами в земной коре, то соответствующая система тектономагнитных наблюдений с пунктами, расположенными и в аномальных, и в нормальных магнитных полях, может позволить ответить на вопрос о природе корового источника регистрируемых временных изменений в магнитном поле.

Изменение намагниченности горных пород при пьезомагнитном эффекте.

Экспериментальными исследованиями пьезомагнитного эффекта на образцах горных пород установлено, что изменения как индуктивной, так и остаточной намагниченности имеют нелинейный и необратимый характер только при первых циклах приложения и снятия напряженного состояния, а после примерно 5—10 циклов приобретают линейный и обратимый характер [Капица, 1955]. При этом добавочные нагрузки не должны превышать по своей абсолютной величине тех, которым порода подвергалась в прошлом. Поскольку за свою историю горные породы, по-видимому, многократно подвергались подобным циклическим изменениям напряженного состояния, то имеем основание предполагать, что зависимость намагниченности от изменений напряжений у пород *in situ* будет также иметь линейный и обратимый характер, по крайней мере, на интервалах изменений напряжений порядка до 10 МПа. Этот интервал, в основном, включает в себя значения снятых в очаге напряжений, полученных по сейсмологическим данным. Следует также отметить, что пьезомагнитные коэффициенты, характеризующие чувствительность намагниченности к изменению механических напряжений, могут зависеть от размеров зерен в горной породе и содержания в ней титаномагнетита [Kean et al., 1976].

Изменение намагниченности некоторого тела за счет пьезомагнитного эффекта представим в виде вектора $\Delta \mathbf{I}$, который обусловлен однородным изменением напряженного состояния в объеме этого тела. Подобное изменение представляет собой тензор σ_{ml} ($m = 1, 2, 3; l = 1, 2, 3$), где каждое из значений 1, 2, 3, принимаемых индексами m и l , означает принадлежность к определенной оси декартовой системы координат. Вектор $\Delta \mathbf{I}$ есть сумма векторов $\Delta \mathbf{I}^i$ и $\Delta \mathbf{I}^n$, первый из которых является следствием изменения под действием σ_{ml} вектора индуктивной намагниченности $\Delta \mathbf{I}^i$, а второй — вектора остаточной намагниченности $\Delta \mathbf{I}^n$. На основании этого, а также учитывая линейность и обратимость пьезомагнитных изменений индуктивной и остаточной намагниченности, зависимость между составляющими вектора $\Delta \mathbf{I}$, составляющими векторов $\Delta \mathbf{I}^i$, $\Delta \mathbf{I}^n$ и компонентами тензора σ_{ml} в декартовой системе координат может быть записана в самом общем случае в виде

$$\Delta I_k = \Delta I_k^i + \Delta I_k^n = D_{kjml} I_j^i \sigma_{ml} + P_{kjml} I_j^n \sigma_{ml}. \quad (3.2.1)$$

Здесь индексы k, j, m, l независимо друг друга принимают значения 1, 2, 3, и принимается соглашение о суммировании, т. е. по каждому индексу, повторяющемуся дважды в каждом из одночленов правой части, производится суммирование одночленов подобного вида с изменением повторяемого индекса в пределах от 1 до 3, причем к индексам i, n это замечание не относится, так как они введены для обозначения природы намагниченности, соответственно индуктивной и остаточной. D_{kjml} — тензор четвертого порядка, компонентами которого являются пьезомагнитные коэффициенты, характеризующие зависимость составляющих вектора $\Delta \mathbf{I}^i$

от составляющих вектора \mathbf{I}^i и компонент тензора σ_{ml} ; P_{kjml} — тензор четвертого порядка, компонентами которого являются пьезомагнитные коэффициенты, характеризующие зависимость составляющих вектора $\Delta\mathbf{I}^n$ от составляющих вектора \mathbf{n} и компонент тензора σ_{ml} . Подобным образом для изменений только индуктивной намагниченности описана связь между $\Delta\mathbf{I}^i$, \mathbf{I}^i , σ_{ml} в работе [Zlotnicki, Cornet, 1986]. Использование для описания изменений \mathbf{I}^n под действием σ_{ml} тензорной величины P_{kjml} носит не столь ясный физический смысл, как описание изменений индуктивной намагниченности, где анизотропия магнитной восприимчивости описывается тензором 2-го порядка χ_{ij} , однако, природа физических механизмов, ответственных за появление $\Delta\mathbf{I}^n$, и имеющиеся экспериментальные данные дают основание полагать, что такое тензорное описание представляет собой достаточно общий и близкий к реальному случай. Отметим также, что выражение (3.2.1) справедливо лишь в интервале слабых, порядка земного, намагничивающих полей.

О решении обратной задачи пьезомагнитного эффекта горных пород. В работе [Дядьков, 1987] показано, что в случае однородных изменений напряженного состояния в пределах аномально и однородно намагниченного изотропного тела произвольной формы необходимым условием получения единственного решения обратной задачи пьезомагнетизма, т. е. нахождения σ_{ml} , является определение параметров $\Delta I_k, I_j^i, I_j^n$ из (3.2.1) как минимум при трех различных направлениях поляризации намагничивающего поля. Это позволяет получать на основе (3.2.1) систему, достаточную по числу линейно-независимых уравнений для определения шести независимых компонент тензора σ_{ml} . Значения пьезомагнитных коэффициентов из D_{kjml} и P_{kjml} могут быть определены для соответствующих типов горных пород из экспериментальных лабораторных исследований.

Осуществить изменение направления поляризации намагничивающего поля в больших объемах горных пород в естественном залегании на современном этапе технически достаточно сложно.

Другой подход к решению обратной задачи развит в этом исследовании и связан с использованием дополнительных данных о некоторых характеристиках напряженного состояния в исследуемом массиве горных пород, которые позволили бы уменьшить число неизвестных искомым компонент тензора σ_{ml} . Например, информация об ориентации осей главных напряжений, которая может быть получена из определений механизмов очагов землетрясений, позволяет уменьшить число неизвестных компонент тензора напряжений до трех. Эта информация позволяет в случае малых изменений напряженного состояния, не отклоняющих существенно направления осей главных напряжений, получать на основе тектономагнитного метода количественные данные о характере изменений главных напряжений в земной коре.

3.2.2. Программное обеспечение для расчетов тектономагнитных аномалий пьезомагнитной природы на 3D модели участка земной коры

Повышение быстродействия современной вычислительной техники позволяет обеспечить детальную аппроксимацию неоднородно намагниченной земной коры (до поверхности Кюри) набором объемных однотипных элементов.

Разработана программа расчета компонент магнитного поля над неоднородно намагниченной земной корой, модель которой состоит из объемных элементов в

виде прямоугольных призм. На такие призмы разбивается вся исследуемая область. Особенность данной программы — удобный интерфейс для быстрого задания магнитных свойств элементов каждого слоя. Для этого генерируется цветовая палитра магнитных свойств (каждому цвету ставится в соответствие конкретное численное значение). Таким образом, весь процесс создания трехмерных матриц магнитных свойств сводится к закрашиванию ячеек таблицы нажатием кнопки мышки, что делает его наглядным и простым.

На первом этапе путем решения прямых задач методом подбора и сопоставления получаемых результатов с имеющимися экспериментальными данными программный пакет позволяет получить трехмерную магнитную модель исследуемого участка земной коры с неоднородным распределением намагниченности.

Следующий этап состоит в задании распределения для этой модели магнитоупругих свойств горных пород в соответствии с их типом по имеющимся данным лабораторных определений.

Сведения о магнитных и магнитоупругих свойствах и данные о шести независимых компонентах тензора, характеризующего изменение напряженного состояния, заданные в каждой из элементарных призм модели, позволяют рассчитать тектономагнитные аномалии.

Сопоставление рассчитанных и наблюдаемых тектономагнитных аномалий посредством минимизации значений разности для соответствующих компонент полного вектора магнитного поля способствует решению обратной задачи магнитоупругого эффекта — определению изменений напряжений в земной коре по данным об изменении магнитного поля на поверхности Земли.

3.2.3. Построение 3D пьезомагнитных моделей земной коры с неоднородным распределением магнитных и пьезомагнитных свойств горных пород и алгоритмов решения с помощью этой модели обратной задачи пьезомагнетизма

В этом разделе приведены два примера разработки 3D пьезомагнитных моделей земной коры — для локального и регионального участков земной коры Алтая. В первом случае модель была построена для северо-западного участка афтершоковой области Алтайского землетрясения 27.09.2003 г. с $M = 7,5$ (район пос. Акташ) и с помощью этой модели решена обратная задача — сделаны оценки изменений напряжений в земной коре этого участка, обусловленных подготовкой и реализацией крупного афтершока с $M = 4,5$, произошедшего 31 мая 2004 г. Второй пример демонстрирует методологию разработки региональной пьезомагнитной модели земной коры, охватывающей южную часть Русского Алтая.

Построение 3D пьезомагнитной модели земной коры северо-западного участка афтершоковой области Алтайского землетрясения 27.09.2003 г. с $M = 7,5$ и оценка изменений напряжений в земной коре этого участка, обусловленных подготовкой и реализацией крупного афтершока 31 мая 2004 г. с $M = 4,5$. Тектономагнитные наблюдения были выполнены в эпицентральной зоне сильного Алтайского землетрясения с магнитудой $M_s = 7,5$, случившегося 27 сентября 2003 г. в горах Алтая. Здесь рассмотрены результаты первых трех серий наблюдений, которые были выполнены в начале октября 2003 г., во второй половине

ноября 2003 г. и в конце мая—начале июня 2004 г. Изменения магнитного поля, зарегистрированные на сети пунктов повторных наблюдений, имели, в основном, региональный характер с амплитудами до 1—1,5 нТл. Перед афтершоком 31 мая 2004 г. с $M = 4,5$ наблюдалась тектономагнитная аномалия интенсивностью до 2 нТл. Ее приуроченность к массиву пород с повышенной намагниченностью может указывать на пьезомагнитную природу этой аномалии.

Параметры землетрясения и характеристика афтершокового процесса. Хотя в последние два десятилетия в этом районе были обнаружены палеосейсмодислокации сильных землетрясений, Алтайское землетрясение 27 сентября 2003 г. с $M = 7,5$ было неожиданным для сейсмологов. Последнее сильное землетрясение, подобное этому, произошло почти 250 лет назад, в 1761 г. Оно случилось южнее, в Монголии, и было названо Монгольским. Механизм очага Алтайского землетрясения имеет правосторонний сдвиговый тип смещения. Плоскость сейсмодислокации характеризуется северо-западным простиранием и прослеживается на поверхности Земли на расстоянии до 60 км. Глубина очага главного события оценивается в 15—18 км. Два сильных афтершока с $M_s = 6,5$ и $6,9$ произошли в первые 4 дня после главного толчка. Длина области афтершоков составляет около 80 км (рис. 3.2.1).

Сеть пунктов тектономагнитных наблюдений и методика проведения измерений. Сеть тектономагнитных наблюдений была заложена спустя 5—8 дней после главного события, т. е. в период со 2 по 5 октября 2003 г. Сеть включала в себя 15 пунктов повторных наблюдений и базовую стационарную станцию Акташ для непрерывных наблюдений модуля полного вектора магнитного поля Земли.

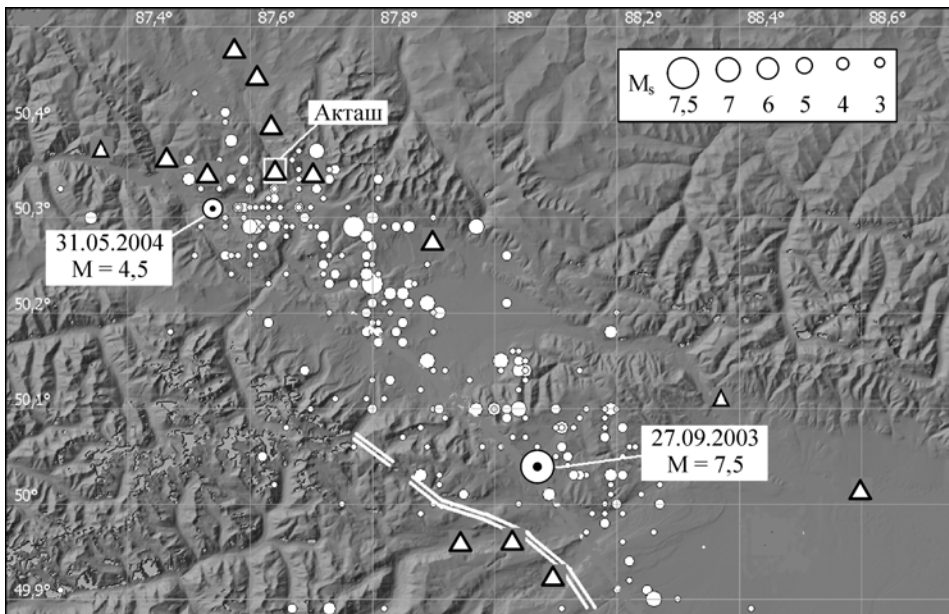


Рис. 3.2.1. Сеть пунктов тектономагнитных наблюдений (треугольники) и эпицентры афтершоков с $M > 3$ Алтайского землетрясения 27.09.2003 г. с $M = 7,5$ (кружки). Треугольник в прямоугольном обрамлении — базовая магнитовариационная станция Акташ.

Для проведения наблюдений на рядовых пунктах использовались протонные магнитометры ММ-61 с чувствительностью 0,1 нТл и долговременной стабильностью около 0,1—0,2 нТл. На каждом из пунктов сети выполнялась серия наблюдений из 10 замеров. Эти замеры проводились синхронно с измерениями на стационарной станции, как правило, в вечернее время, когда солнечно-суточная вариация магнитного поля мала.

Непрерывные измерения на стационарной станции выполнялись с помощью протонных магнитометров МВ-04 и МВ-08 с чувствительностью 0,01 нТл и долговременной стабильностью 0,1—0,2 нТл.

До лета 2004 г. было выполнено три серии наблюдений на всех 15 пунктах сети: со 2 по 5 октября 2003 г., с 18 по 22 ноября 2003 г., с 25 по 28 мая 2004 г. В связи с произошедшим 31 мая 2004 г. афтершоком с $M_s = 4,5$ измерения были повторены на пунктах, расположенных вблизи эпицентра этого афтершока.

Результаты наблюдений. Изменения магнитного поля за октябрь—ноябрь 2003 г. На рис. 3.2.2, *a* показаны изменения магнитного поля за период между второй и первой сериями наблюдений. Амплитуда изменений относительно станции Акташ находится в пределах от -1 до $+0,6$ нТл. Наиболее интенсивная отрицательная аномалия приурочена к району эпицентра главного толчка. Положительные значения наблюдаются у северо-западного окончания области афтершоков.

Изменения магнитного поля за ноябрь—май 2004 г. Этот период характеризуется возникновением тектономагнитной аномалии в северо-западной части афтершоковой области с амплитудой до 2 нТл (см. рис. 3.2, *z, d*). Максимум аномалии приурочен к району пункта Рудник. После проведения наблюдений 25—28 мая 2004 г. и обнаружения этой аномалии было принято решение о повторении измерений в пункте Рудник и соседних с ним пунктах. Однако еще до повторения измерений в этом районе 31 мая 2004 г. произошел афтершок с $M = 4,5$.

Изменения магнитного поля, связанные с подготовкой афтершока 31 мая 2004 г. Чтобы выявить изменения магнитного поля, связанные с афтершоком 31 мая 2004 г., в районе эпицентра афтершока 2—3 июня 2004 г. были выполнены повторные измерения. Эти измерения позволили получить изменения магнитного поля за короткий интервал времени — с конца мая по начало июня 2004 г. (рис. 3.2.3, *a*). Достаточно четко выделяется тектономагнитная аномалия с амплитудой до 2 нТл, расположенная в нескольких километрах на северо-восток от эпицентра этого афтершока.

Обсуждение результатов и выводы. Тектономагнитные аномалии пьезомагнитной природы должны иметь некоторую пространственную корреляцию со статическими аномалиями магнитного поля, т. е. с пространственным положением массивов горных пород с повышенными значениями намагниченности. Именно это мы наблюдали в случае тектономагнитной аномалии, связанной с подготовкой и реализацией афтершока 31 мая 2004 г. с $M = 4,5$ (см. рис. 3.2.2). Пункты наблюдений Рудник, Бадан и Турбаза находятся на краю статической магнитной аномалии F_a , вызванной массивом горных пород с повышенной намагниченностью. Аномальное магнитное поле F_a показано на рис. 3.2.3, *б*. Таким образом, вероятность того, что тектономагнитная аномалия, сопровождающая этот афтершок, имеет пьезомагнитную природу, является высокой.

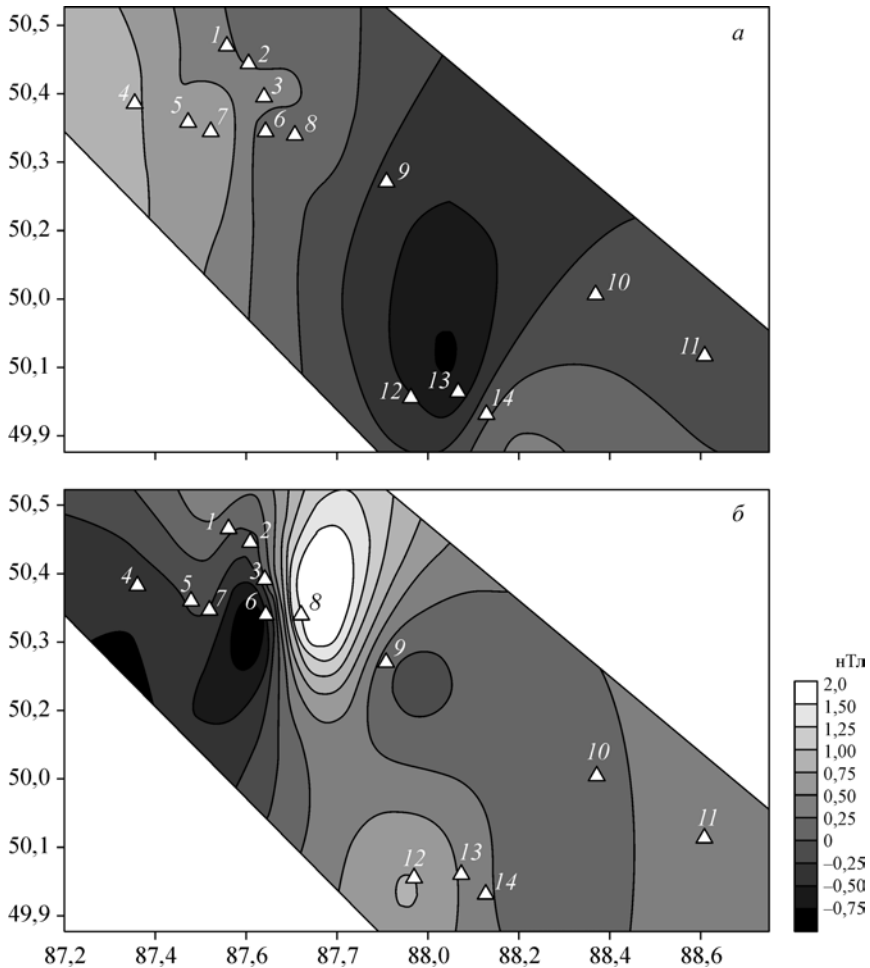


Рис. 3.2.2. Изменение модуля полного вектора геомагнитного поля в эпицентральной области Алтайского землетрясения 27.09.2003 с октября по ноябрь 2003 (а) и с конца ноября 2003 по май 2004 г. (б).

1 — Stoyanka, 2 — Listv, 3 — Badan, 4 — Chuya, 5 — Most, 6 — Aktash, 7 — Chibit, 8 — Rudnik, 9 — Kurai, 10 — Chagan-Uzun, 11 — Kosh-Agach, 12 — Taldura-1, 13 — Taldura-2, 14 — Tresina.

Для оценки возможных изменений напряженного состояния в земной коре, которые могли генерировать зарегистрированные нами тектономагнитные аномалии, были выполнены расчеты пьезомагнитных аномалий путем решения прямой задачи. Для этого использовался пакет программ, позволяющий создавать трехмерную модель земной коры с неоднородной намагниченностью и неоднородными пьезомагнитными свойствами. Пьезомагнитные аномалии рассчитывались на основе метода конечных элементов с использованием выражений из работы [Нао et al., 1982] для расчета изменений намагниченности, вызванных пьезомагнитным эффектом.

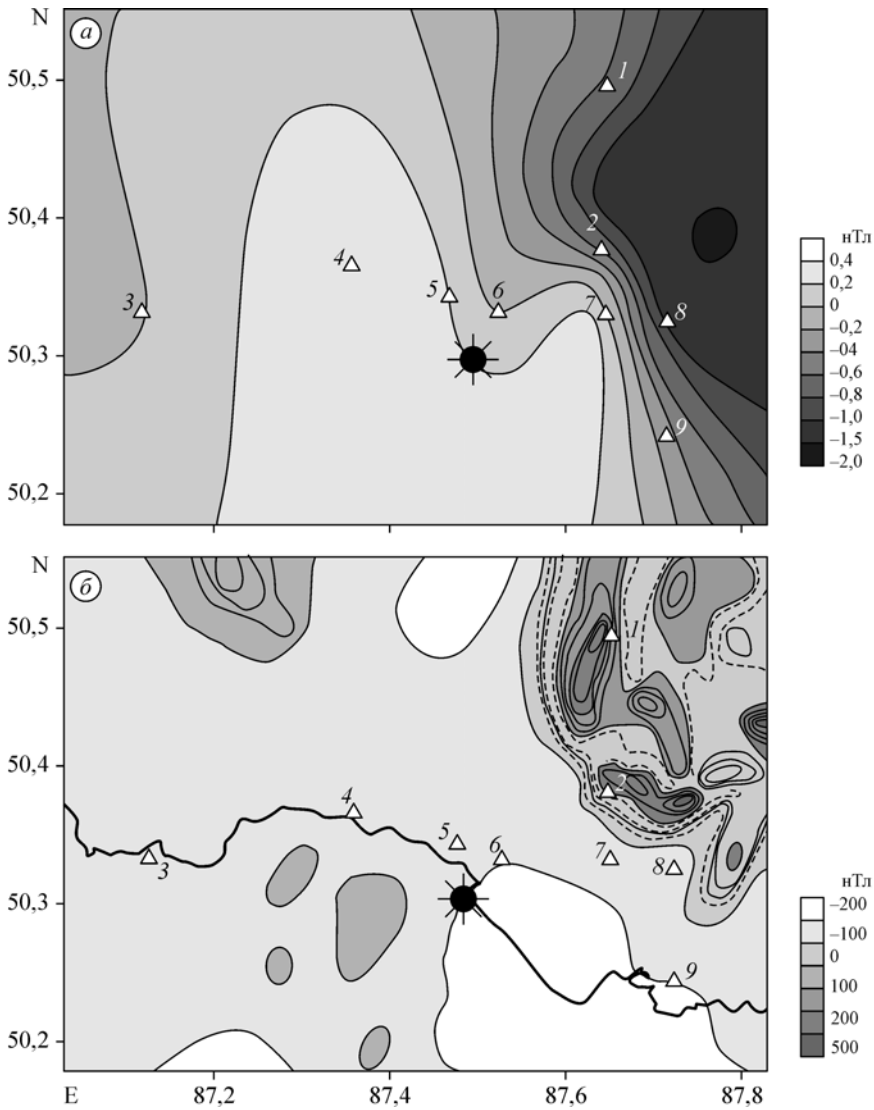


Рис. 3.2.3. Изменение модуля вектора магнитного поля за период 25.05—3.06.2004 г. в эпицентральной области афтершока 31 мая 2004 г. с $M = 4,5$ (а) и аномальное магнитное поле по данным аэромагнитной съемки для этого же участка (б).

1 — Turbaza, 2 — Badan, 3 — Medved', 4 — Chuya, 5 — Most, 6 — Chibit, 7 — Aktash, 8 — Rudnik, 9 — Kuk_slez.

Для расчетов пьезомагнитных аномалий, связанных с афтершоком 31.05.2004 г., были приняты следующие условия и значения параметров. Действие близгоризонтальных напряжений считалось преобладающим, что следует из фокальных механизмов главного события и основных афтершоков. Магнитная восприимчивость земной коры в районе массива горных пород с повышенной намагниченностью

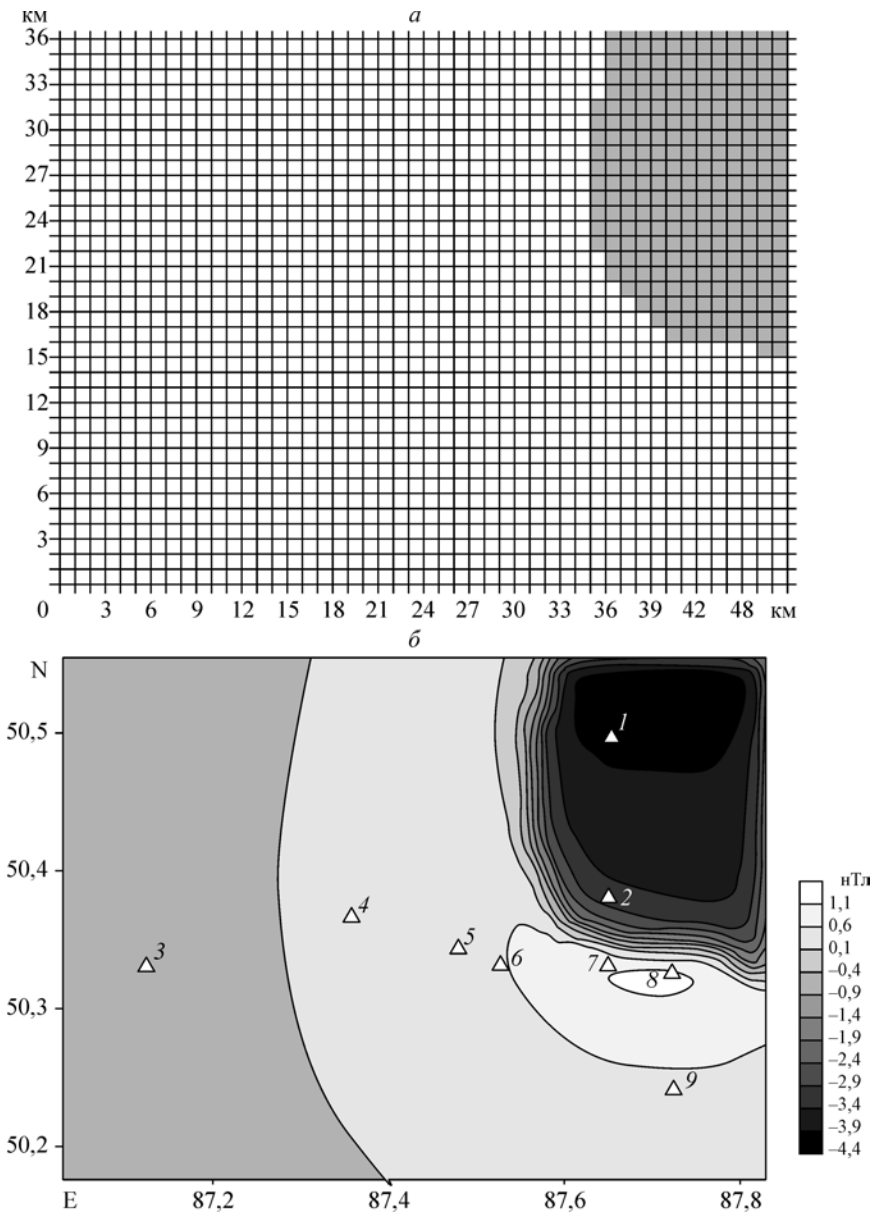


Рис. 3.2.4. Пьезомагнитная модель участка земной коры для территории, показанной на рис. 3.2.3, б. Конечно-элементная сетка с аномально намагниченным телом (показано темным) (а) и рассчитанная пьезомагнитная аномалия, связанная с афтершоком 31 мая 2004 г., $M = 4,5$ (б).

1 — Turbaza, 2 — Badan, 3 — Medved', 4 — Chuya, 5 — Most, 6 — Chibit, 7 — Aktash, 8 — Rudnik, 9 — Kuk_slez.

(рис. 3.2.4, а) принималась равной $0,02$ СИ, а пьезомагнитные коэффициенты — 1×10^{-3} МПа $^{-1}$.

В результате получилось, что изменения близгоризонтальных напряжений, которые могли генерировать наблюдаемые тектономагнитные аномалии, должны быть порядка 2—4 МПа.

Пространственная приуроченность этой тектономагнитной аномалии к массиву горных пород с повышенной намагнитченностью указывает на ее пьезомагнитную природу, которая вероятнее всего, обусловлена подготовкой и реализацией афтершока 31 мая 2004 г.

3.2.4. Построение 3D региональной пьезомагнитной модели земной коры южной части Русского Алтая

Дальнейшее развитие методологии построения 3D пьезомагнитных моделей участков земной коры связано с использованием разработанного программного обеспечения [Sobolev, Djadkov, 2003] для регионального участка, включающего несколько anomalно намагнитченных тел.

В отличие от первого этапа объектом исследования был не локальный участок, включающий одно anomalно намагнитченное тело, а обширная область

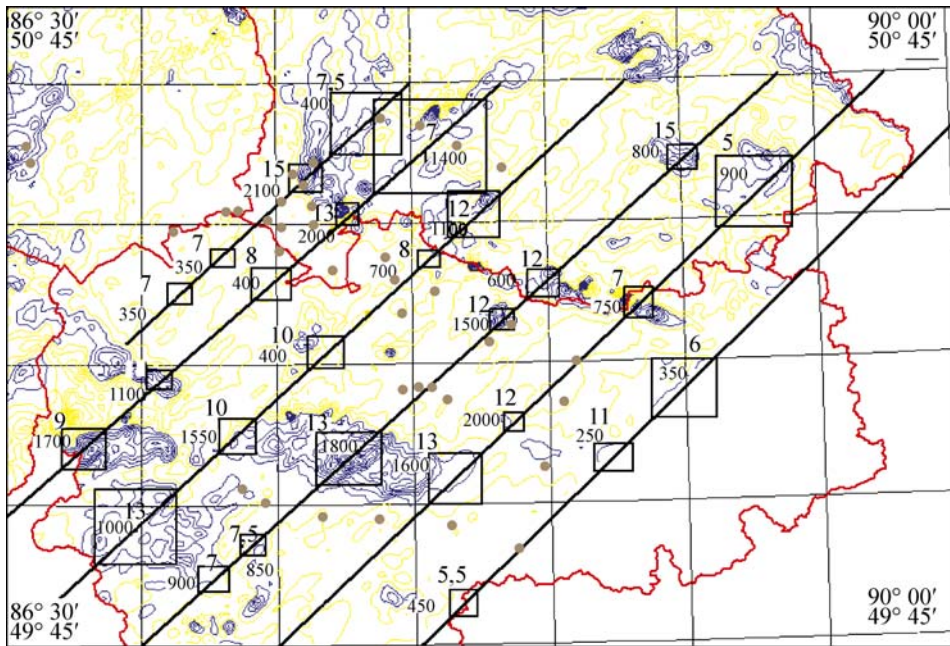


Рис. 3.2.5. Схематическое изображение результатов определения глубин залегания нижней кромки и намагнитченности по профилям (черные линии). Положительные аномалии обозначены синими изолиниями, отрицательные — желтыми. Коричневые точки — пункты тектономагнитных наблюдений. Прямоугольники — окна, в пределах которых на профиле спектральным методом определялись глубины залегания нижних кромок anomalных тел в километрах (верхняя цифра) и значения намагнитченности в единицах 10^{-5} СИ (нижняя цифра). Красная линия — административные границы районов.

(~250 × 150 км), в пределах которой расположен ряд магнитных аномалий. В этой области в 2003—2004 гг. была заложена сеть пунктов тектономагнитных наблюдений, и в настоящее время лабораторией естественных геофизических полей ИНГГ СО РАН проводятся ежегодные измерения на сети из 40 пунктов.

Используя данные аэромагнитной съемки, на основе применения спектральных способов интерпретации [Серкеров, 1999] и обоснования методов их реализации были определены глубины верхних и нижних кромок магнитных тел и оценены значения их намагниченностей. Это позволило создать магнитную модель земной коры этого региона, которая учитывала расположение и параметры около 20 основных магнитных аномалий (рис. 3.2.5).

На основе магнитной модели была разработана пьезомагнитная модель, учитывающая пространственные неоднородности распределения магнитных и пьезомагнитных свойств земной коры. В зависимости от преобладающего типа пород, слагающих аномально намагниченные массивы, этим породам были присвоены усредненные значения пьезомагнитных коэффициентов, взятые из известных по литературным данным лабораторных экспериментов (рис. 3.2.6).

Таким образом, разработаны магнитная и пьезомагнитная модели участка земной коры Горного Алтая, включающие ряд основных аномально намагниченных тел. Такие тела фактически являются пьезомагнитными датчиками, тектономагнитные наблюдения над которыми позволяют отслеживать изменения напряженного состояния земной коры.

Важно отметить, сведения о глубинах залегания нижних кромок магнитовозмущающих тел (см. рис. 3.2.5) дают принципиальную возможность изуче-

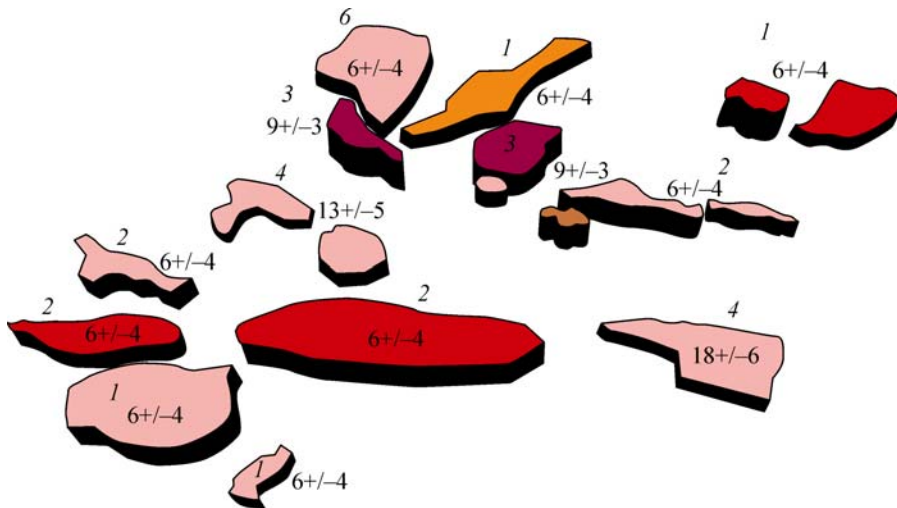


Рис. 3.2.6. Схема расположения магнитных тел и значений пьезомагнитных коэффициентов (нижние цифры) в единицах 10^{-5} бар $^{-1}$ (+/- пределы изменения) для пьезомагнитной модели с указанием типа пород (верхние цифры), слагающих аномалии:

1 — биотитовые граниты; 2 — гранодиориты и граниты амфиболитовой фации метаморфизма; 3 — кварцевые порфириты и амфиболиты; 4 — кварцевые амфиболиты и их туфы; 5 — диориты; 6 — микроклиновые лейкократовые граниты.

ния особенностей изменений напряжений на разных глубинах, что может иметь важное значение для проверки модели с «пограничными» зонами дилатансии (см. раздел 1.1 главы 1).

3.3. ИЗУЧЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ ВИБРОИЗЛУЧЕНИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЯ СЕЙСМОАКУСТИЧЕСКИХ И СЕЙСМОГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ И ИХ СВЯЗЬ С ОЧАГОВЫМИ ПРОЦЕССАМИ

Информативность исследований в области активного сейсмического мониторинга очаговых зон может быть значительно повышена на основе изучения нелинейных волновых явлений, развивающихся на этапах излучения и распространения сейсмических волн. Изучение природы этих процессов и получение численных оценок результатов их проявлений не только представляют чисто научный интерес, но и имеют практическое приложение к решению задач активного сейсмического мониторинга сред с целью слежения за развивающимися геодинамическими процессами, предшествующими природным и техногенным катастрофам. Данный раздел представляет результаты анализа нелинейных процессов излучения, распространения и обработки сейсмических колебаний, порождаемых мощными вибрационными источниками, с целью их использования для повышения чувствительности вибросейсмического метода мониторинга геодинамических процессов, развивающихся на этапах подготовки мощных природных катастроф — землетрясений, извержений вулканов и др. По результатам исследований предложен метод мониторинга, связанный с учетом таких процессов при обработке данных. Высокая чувствительность метода иллюстрируется по отношению к результатам экспериментов по обнаружению лунно-солнечного прилива на основе использования сейсмических колебаний от мощного вибрационного источника типа ЦВ-100.

3.3.1. Нелинейные процессы излучения и обработки вибросейсмических колебаний

Вибрационное зондирование Земли сопровождается проявлением двух типов нелинейных процессов — излучения и распространения. Нелинейные физические эффекты излучения сейсмических колебаний, развивающихся в зоне вибратора, приводят к появлению низших и высших гармоник в излучаемом сейсмическом поле.

Такие эффекты обуславливаются рядом причин: нарушением условия неразрывности возбудителя с подстилающим грунтом, характеристиками жесткости последнего, особенностями конструкции конкретного типа источника и т. д. [Ковалевский, Пушной, 1992; Юшин, 1994; Khairtdinov, 2003].

Проявление первого из указанных эффектов может быть обосновано с помощью уравнения, описывающего колебания сейсмического вибратора в монохроматическом режиме излучения:

$$m\ddot{u} + R_n\dot{u} + k(u)u = F \sin \omega t + P_0. \quad (3.3.1)$$

Здесь m — масса вибратора; F — возбуждающая сила воздействия вибратора на грунт; $P_0 = mg$ — вес вибратора; $k(u)$ — жесткость среды; R_n — активное сопро-

тивление излучения; u — смещение платформы вибратора. В случае, когда $F > P$, происходит отрыв излучающей платформы вибратора от грунта. В момент отрыва смещение вибратора $u = 0$. При $u < 0$ источник совершает свободный полет. Условие неразрывности источника и среды определяется условием: $u \geq 0$. Отрыв вибратора от среды обычно возникает в области резонанса системы вибратор—грунт и является причиной возникновения гармоник в излучаемых сейсмических колебаниях. Нелинейность проявляется и в случае, когда условие неразрывности источника и среды соблюдено, но жесткость подстилающей среды является нелинейной функцией смещения.

Экспериментально эффекты нелинейности излучения по отношению к основным типам мощных вибраторов оценивались с помощью спектрально-временных функций свип-сигналов, которые регистрировались в земле вблизи источника. Так, центробежным вибратором типа ЦВ-100 [Алексеев и др., 2004] такого типа сигнал формировался в полосе частот 6,25—9,5 Гц с длительностью развертки во времени 600 с и его спектрально-временная функция представлена на рис. 3.3.1, *а*. Расчет такой функции осуществляется в скользящем по времени окне длительностью 10 с. Того же типа функция по отношению к другому типу источника — гидрорезонансному вибратору ГРВ-50 [Алексеев и др., 2004] — представлена на рис. 3.3.1, *б*. Здесь функция получена для свип-сигнала с полосой частот 5—7 Гц и длительностью 1400 с. В обоих случаях, хотя и в разной мере, хорошо видны кратные вторые и даже третьи гармоники в спектре излучаемых колебаний.

Для оценивания уровней нелинейных искажений по отношению к обоим типам источников на рис. 3.3.2 соответственно представлены гистограммы отношений амплитуд вторых и основных гармоник (коэффициенты нелинейности) на дискретных частотах излучения 6, 6,4, 6,5, 7,0, 7,5 Гц. Данные отношения вычислялись по пространственным компонентам X , Y , Z зарегистрированного волнового поля вблизи обоих источников, причем компоненты X , Y являются горизонтальными, Z — вертикальной. Соответствие гистограмм типам источников и компонент указано на рисунках. Как видно из гистограмм, уровень нелинейности на некоторых частотах может достигать 100 %.

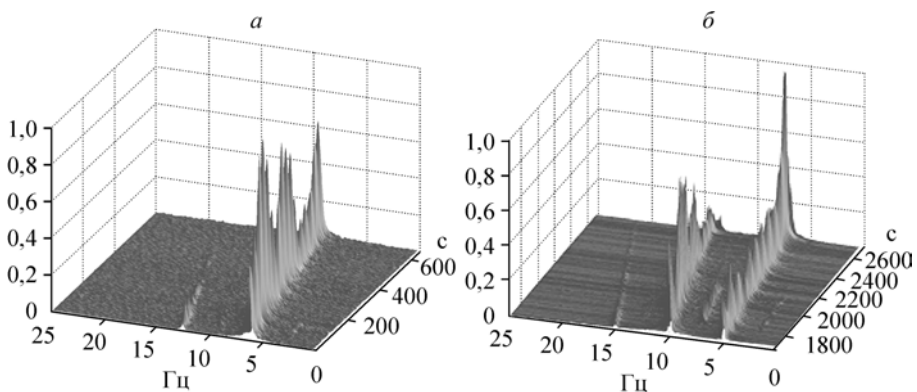


Рис. 3.3.1. Спектрально-временные функции свип-сигналов.

Поясн. см. в тексте.

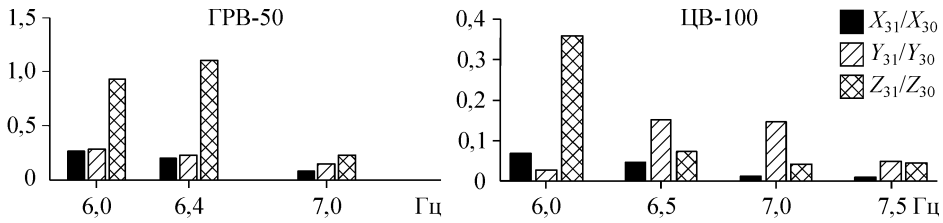


Рис. 3.3.2. Гистограммы отношений амплитуд вторых и основных гармоник.

Поясн. см. в тексте.

Проблема анализа нелинейных процессов распространения сейсмических волн в сложнопостроенных средах в связи с задачами мониторинга очаговых зон на сегодня является весьма актуальной и в то же время трудной. Использование вибросейсмического метода зондирования среды благодаря его высокой разрешающей способности позволяет получить численные оценки нелинейности в условиях натурного эксперимента. Полученные здесь авторами настоящей работы результаты были опубликованы ранее [Glinsky et al., 2006; Khairtdinov et al., 2008; Woskoboynikova, 2008; Khairtdinov, Sedukina, 2008; Khairtdinov, Woskoboynikova, 2010]. Для некоторых частных случаев получены численные оценки и данные экспериментов, отражающие зависимость эффектов нелинейности от модуля упругости среды, характера ее трещиноватости, определяемой интегральным параметром, зависящим от размеров трещин и плотности их распределения, а также внешней статической нагрузки на среду, числа Маха, длины пробега волны. С учетом такой зависимости и имея в виду современное представление о развитии очага землетрясения в виде процесса развития системы трещин, представляется, что динамические параметры нелинейности волнового поля могут быть успешно использованы в качестве одного из прогностических параметров, характеризующих процесс развития очага. Ниже приводятся результаты анализа вибрационных сейсмограмм, полученных с учетом нелинейных эффектов волнового поля для случаев зондирования широкополосными колебаниями. Алгоритм вычисления вибрационных сейсмограмм основан на корреляционной свертке зарегистрированных сейсмических сигналов с опорными сигналами, которые по форме повторяют зондирующий сигнал, вырабатываемый сейсмическим источником:

$$R(m) = \sum_{i=0}^N u(t_i)v(t_{i-m}), \quad m = 1, \dots, M.$$

Здесь $u(t_i)$ является регистрируемым сейсмическим сигналом; $v(t_i)$ — опорные сигналы вида $v_1(t_i) = A \cos(\omega_0 t_i + \beta t_i^2/2)$ в основной полосе частот и вида $v_2(t_i) = A \cos(2\omega_0 t_i + \beta t_i^2/2)$ в полосе вторых гармоник свип-сигнала; β — параметр, задающий скорость развертки по частоте. С помощью этого алгоритма одновременно вычислялись вибрационные сейсмограммы в полосах частот основных и вторых гармоник. В качестве примера на рис. 3.3.3, а представлены результаты свертки в полосе частот 5,5—8,5 Гц (основные частоты), рис. 3.3.3, б — 11,0—17,0 Гц (вторые гармоники). Данные результаты получены при зондировании на удалении 0,3 км от источника. На рис. 3.3.4 представлены аналогичные свертки, связанные с

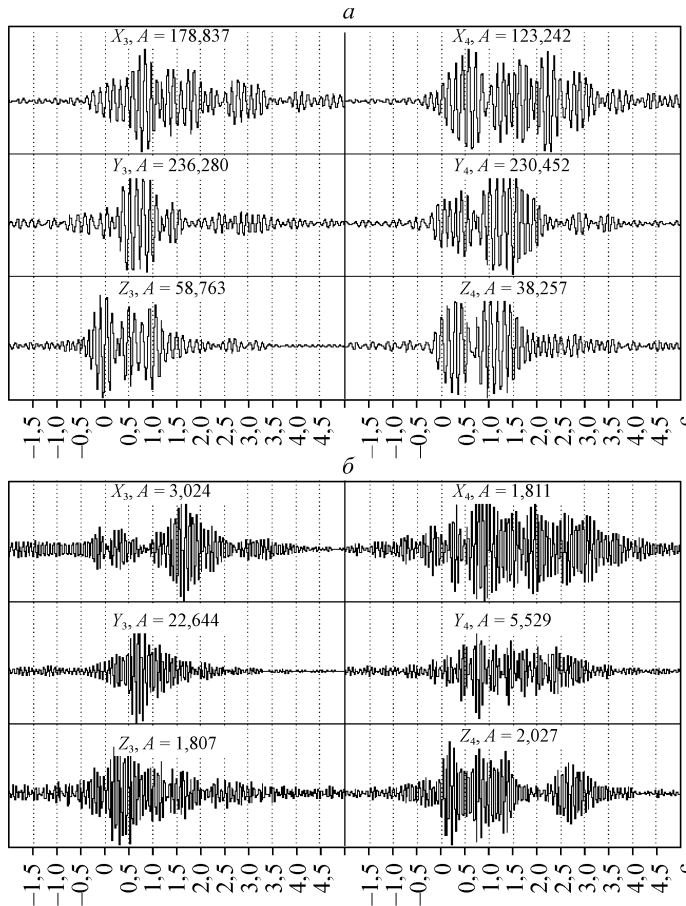


Рис. 3.3.3. Вибрационные сейсмограммы для основных (а) и вторых (б) гармоник на дальности 0,3 км.

дальностями 20 и 50 км. Из рисунка очевидно, что первичные волны вторых гармоник с временами прихода 4,9 с на 20 км и 7,5 с на 50 км отличаются более высокой контрастностью вступления в сравнении с волнами основных частот, что способствует повышению точности оценивания их времен прихода. Уровень нелинейных эффектов, определяемый отношением максимумов первичных и вторичных сейсмограмм, составляет около 3 %.

Повышение точности определения времен вступлений волн на вибрационной сейсмограмме на основе нелинейной обработки. В технологии виброГСЗ известны трудности определения времен вступлений волн на вибрационных сейсмограммах, получаемых от источника, удаленного на сотни километров. Это связано с более низкой помехоустойчивостью вибрационных сейсмограмм в сравнении с традиционными взрывными. Один из классических путей преодоления их — синхронное суммирование виброграмм вдоль осей синфазности и по множеству повторяющихся сеансов зондирования [Glinskii et al., 2000]. При этом зависимость амплитуды суммарной волны от направления суммирования создает эффект на-

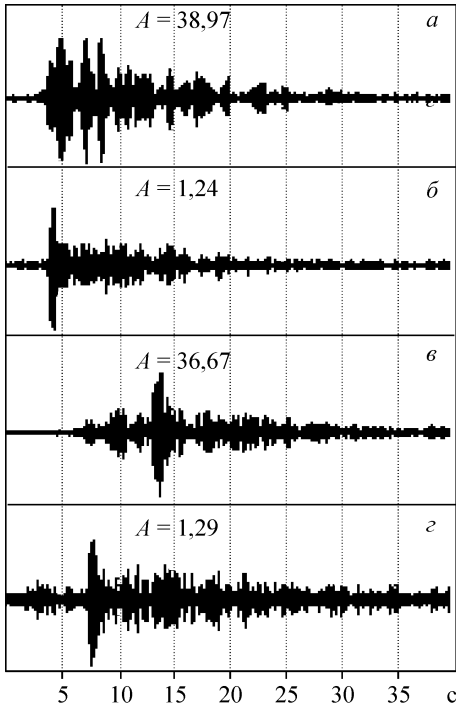


Рис. 3.3.4. Вибрационные сейсмограммы для основных (а, в) и вторых (б, г) гармоник на дальностях 20 (а, б), 50 км (в, г).

правленной чувствительности, который по аналогии с антеннами можно назвать характеристикой направленности (ХН). Стремление повысить точность определения момента вступления волны на вибрационной сейсмограмме при ограниченном числе сейсмоприемников ($n \approx 5$) приводит к идее использования принципа нелинейной обработки, лежащего в основе мультипликативной антенны [Антенны, 1979]. В отличие от антенн с линейной обработкой в этом случае достигается возможность более острого разрешения по направлению распространения волны при одном и том же числе элементов антенны.

В случае n датчиков интегральные сигналы с них, отнесенные к нелинейной и линейной обработке, соответственно составят:

$$u_{\Pi} = \overline{u_1 \cdot u_2 \cdot \dots \cdot u_n} \approx F_3^n \Psi_1(k, \theta, d), \quad (3.3.2)$$

$$u_{\Sigma} = \overline{u_1 + u_2 + \dots + u_n} \approx nF_3 \Psi_2(k, \theta, d). \quad (3.3.3)$$

Здесь F_3 — характеристика чувствительности по направлению одного датчика; θ — угол между направлением прихода волны и перпендикуляром к линии расположения сейсмоприемников; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, $\Psi_1(k, \theta, d)$, $\Psi_2(k, \theta, d)$ — медленно меняющиеся и существенно ограниченные по амплитуде в сравнении с F_3 функции. Таким образом, максимальный выигрыш по чувствительности при нелинейной обработке определяется степенью F_3^n , что определяет соответственно точность измерения моментов вступления волн. Действительно, по отношению к вибрационным сейсмограммам, получаемым в результате зондирования среды свип-сигналами, форма волны соответствует нуль-фазовому сигналу, и, соответственно, время ее вступления определяется максимумом амплитуды волны. Дисперсия оценки вступления волны по направлению распространения θ определяется второй производной [Тихонов, 1983] в виде $D_{\theta} = -1/(d^2u(\theta)/(d\theta^2))_{\theta_0}$, где θ_0 соответствует наибольшей чувствительности регистрирующей линейкой сейсмоприемников, достигаемой в направлении распространения фронта волны. Алгоритм поиска такого направления основан на вычислении $u_n^* = \max u_n$ на множестве линейных годографов, угловое положение которых заключено в пределах углового окна, выбираемого изначально с учетом ожидаемой скорости волны. Вычисление при этом осуществляется методом последовательного перебора.

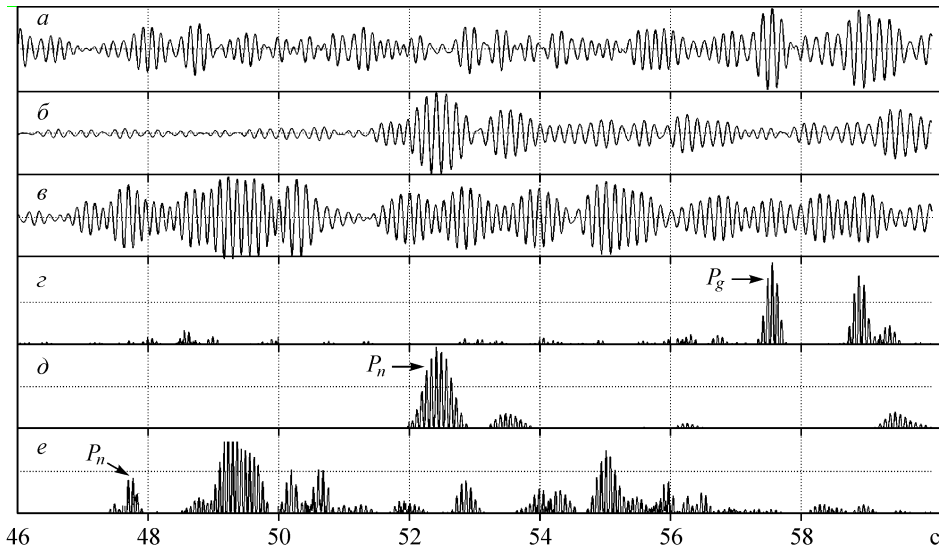


Рис. 3.3.5. Сравнение линейной и нелинейной обработки сейсмограмм.

Удаление, км: 371 (а, с), 342 (б, д), 304 (е, е). Ост. поясн. см. в тексте.

Для частного случая, когда $\theta_0 = 0$ (случай перпендикулярного падения фронта волны), $F(\theta_0) = 1$ и при $n \gg 1$ по отношению к случаю нелинейной обработки $D_{\theta 1}$ имеет порядок $\sim -1/n^2$, к случаю линейной обработки $D_{\theta 2} \sim -1/n$. Таким образом, погрешность определения направления распространения волны, задаваемая направлением годографа вибрационных сейсмограмм, в случае нелинейной обработки (3.3.2) в n раз меньше, чем в случае линейной (3.3.3).

Эффективность нелинейного подхода иллюстрируется по отношению к обработке вибрационных сейсмограмм, полученных от вибратора ЦВ-100 при виброГСЗ на направлении Быстровка (Новосибирская обл.)—пол. Дегелен (Казахстан). Пункты регистрации располагались на удалениях 304, 342, 371 км от источника. Зондирование осуществлялось свип-сигналами в диапазоне частот 5,85—8,0 Гц при длительности развертки по частоте 31 мин. 29 с.

Сравнивались сейсмограммы, полученные путем линейного суммирования сейсмограмм вдоль годографов, соответствующих преломленным волнам от границы Мохо ($V_p = 8,1$ км/с) (рис. 3.3.5, а—в) и путем нелинейной обработки тех же вибрационных сейсмограмм, что и в случае линейной обработки (рис. 3.3.5, с—е). Во втором случае контрастность вступления волн P_n и острота их максимумов выше, чем в первом. Для приведенных расстояний времена вступлений t_p соответственно составляют 57,5, 52,5, 47,6 с, что хорошо согласуется с годографами волн для данного региона.

О роли нелинейных процессов в сейсмическом мониторинге очаговых зон. Современные представления о подготовке очага землетрясений, базирующиеся на кинетической теории разрушения С. Н. Журкова [1968], многодисциплинарном подходе А. С. Алексеева [Алексеев, Белоносов, 1998], связаны с процессами развития системы трещин в результате роста объемной плотности числа микро-

трещин в очаговой зоне. С учетом этого в [Алексеев, Белоносов, 1998] было предложено использовать некоторую пространственно-временную функцию $\theta(x, y, z, t)$, с помощью которой можно пытаться приближенно описать плотность трещин в среде (см. главу 1, пункт 1.2).

Наиболее детальные данные о структуре областей среды с изменяющейся во времени трещиноватостью способен дать сейсмический метод наблюдения продольных и поперечных волн (рис. 3.3.6) от мощных вибросейсмических источников, обеспечивающих высокие метрологические характеристики по амплитуде, частоте и фазе генерируемых в среде колебаний. По отношению к регистрируемому волновому полю в дальней зоне было доказано [Glinsky et al., 1999], что наиболее чувствительны к изменению характеристик упругости среды динамические характеристики волнового поля. Дополнительным аргументом для использования таких характеристик служит следующая предпосылка: трещиноватость среды является физической основой развития нелинейных процессов распространения сейсмических колебаний в очаговых зонах. Это обстоятельство дает основание для учета параметров нелинейности волнового поля, приводящего к появлению высших гармоник, которыми обогащается первоначальное зондирующее монохроматическое колебание. С учетом этого важно установить связь между характеристиками нелинейности волнового поля и параметрами трещиноватости среды.

В [Вербицкий, 1987] такая зависимость получена по отношению к модели трещиноватости, развивающейся в однородной и изотропной среде с модулями упругости K_1, μ_1 и плотностью ρ_1 . В качестве исходной модели трещиноватости принимаются равномерно рассеянные и хаотически ориентированные пустоты сфероидальной формы. Форма пустот определяется параметром α , равным отношению длины оси вращения сфероида к длине его второй оси. Распределение относительного объема пустот по параметру формы между его минимальным α_{\min} и максимальным α_{\max} значениями описывается функцией $\varphi(\alpha)$.

Предполагается, что длина наиболее высокочастотной упругой волны, распространяющейся в моделируемой среде, значительно превышает линейные размеры наибольших пустот.

Если моделируемая среда находится под воздействием статического p_0 и динамического p давления, создаваемого распространяющейся в ней упругой волной, то минимальное значение формы открытых микротрещин определяется уравнением

$$\alpha_{\min} = \frac{4(1 - \nu_1^2)\mathbf{p}}{3(1 - 2\nu_1)K_1} \approx \frac{a}{K_1}(p_0 - K_0 u_{\parallel}) = \alpha_0 - a \frac{K_0}{K_1} u_{\parallel},$$

где ν_1 — коэффициент Пуассона матрицы; $\mathbf{p} = p_0 + p \approx p_0 - K_0 u_{\parallel}$; $a = 4(1 - \nu_1^2)/(3\pi(1 - 2\nu_1))$, K_0 — эффективный модуль всестороннего сжатия невозмущенной микротрещиноватой среды, u_{\parallel} — сумма диагональных компонентов тензора динамической деформации.

Получены соотношения для эффективных модулей упругости среды со сфероидальными пустотами:

$$K_{(1)} \approx K_0 \left[1 - \varphi_{\text{от}} a \frac{K_0^2}{\rho_0 K_1} f(\alpha_0) u_{\parallel} \right], \quad \mu_{(1)} \approx \mu_0 \left[1 - \varphi_{\text{от}} b \frac{K_0 \mu_0}{\rho_0 \mu_1} f(\alpha_0) u_{\parallel} \right].$$

Здесь $K_0 \approx K_1(1 + \varphi_{от} a F)^{-1}$, $\mu_0 \approx \mu_1(1 + \varphi_{от} b F)^{-1}$, $b = \frac{8(1 - \nu_1)(5 - \nu_1)}{15\pi(2 - \nu_1)}$, $f(\alpha_0) =$

$$= \frac{\varphi(\alpha)}{\varphi_{от}}, \quad \varphi_{от} = \int_{\alpha_0}^{\alpha_{max}} \varphi(\alpha) d\alpha \text{ — начальное значение трещинной пористости среды;}$$

$F = \int_{\alpha_0}^{\alpha_{max}} f(\alpha)/\alpha d\alpha$; ν_1 — коэффициент Пуассона, K_0 — эффективный модуль всестороннего сжатия микротрещиноватой среды, u_{II} — сумма диагональных компонент тензора динамической деформации.

Для случая распространения в моделируемой среде плоских монохроматических упругих волн вдоль оси OX при наличии только продольных движений в среде ($u_x \neq 0$, $u_z = u_y = 0$) уравнение распространения имеет вид

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} - M_0 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = B \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}. \quad (3.3.5)$$

При граничном условии $u_x(0, t) = U_x \sin \omega t$ решение уравнения во втором приближении примет вид

$$u_x = U_x \sin \omega \left(t \mp \frac{x}{c_P} \right) - \left(\frac{U_x}{2} \right)^2 \frac{B}{M_0} k_P^2 x \cos 2(\omega t \mp k_P x), \quad (3.3.6)$$

где $k_P = \omega/c_P$, $B = -3\varphi_{от} \frac{k_0}{\rho_0} \left(a \frac{k_0^2}{k_1} + \frac{4}{3} b \frac{\mu_0^2}{\mu_1} \right) f(\alpha_0)$, $M_0 = k_0 + \frac{4}{3} \mu_0$.

Из выражения (3.3.6) следует, что в трещиноватой среде появляются гармоники удвоенной частоты, уровень которых определяется коэффициентом B , зависящим от характера трещиноватости среды, числом Маха $M = U_x \omega/c_P$ и длиной пути пробега волны x . В последнем случае уровень второй гармоники растет пропорционально x . Это явление было отмечено еще ранее как накапливающаяся нелинейность в нелинейно-упругой среде. С учетом (3.3.10) коэффициент нелинейности формы монохроматической волны, определяемый отношением амплитуды первой гармоники ко второй, составит

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{8} \frac{U_x B k_P^2 x}{M_0}. \quad (3.3.7)$$

Уравнение (3.3.7) связывает параметры нелинейности волнового поля в очаговой зоне с характером трещиноватости среды, определяемым параметром B , зависящим от размеров трещин и плотности их распределения, модуля упругости среды. На рис. 3.3.6 приведены зависимости коэффициента нелинейности формы монохроматического колебания в зависимости от линейных размеров трещин, определяемых соотношением большой и малой осей сфероида. Коэффициент нелинейности $u = 2/u_1$ определяется соотношением амплитуд второй и первой гармоник гармонического колебания на выходе трещиноватой среды. Графики рассчитаны для следующих параметров сплошной среды — гранита — и колебаний: модуль Юнга $E = 1,5 \cdot 10^{10}$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,42$, статическое давление $p_0 =$

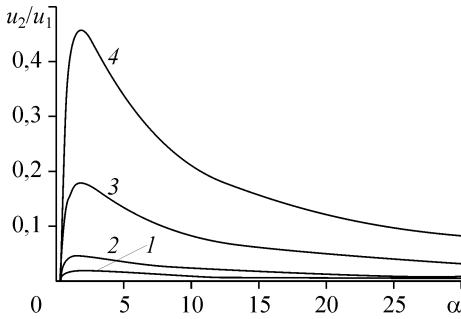


Рис. 3.3.6. Зависимость коэффициента нелинейности формы монохроматической волны от соотношения осей сфероида α , моделирующего трещины в граните.

Поясн. см. в тексте.

Эффекта нелинейности от расстояния, обусловленная поглощением энергии колебаний в среде на основной частоте (6,3 Гц) и второй гармонике (12,6 Гц). Такая зависимость определяется выражением (3.3.8).

Как следует из приведенных графиков, эффекты нелинейности в трещиноватой среде, оцениваемые коэффициентом нелинейности, могут оказываться достаточно большими.

Имея в виду современное представление о развитии очага землетрясения в виде процесса развития системы трещин и учитывая (3.3.7), представляется, что динамические параметры нелинейности волнового поля могут быть успешно использованы в качестве одного из прогностических параметров, характеризующих процесс развития очага. Эффективность использования таких параметров иллюстрируется ниже по отношению к геодинамическим процессам, развивающимся в земной коре в связи с лунно-солнечными приливами.

Результаты экспериментальных исследований. «Накопление» нелинейного эффекта в средах с диссипацией энергии и неоднородностями, определяемого (3.3.6), было обнаружено в ряде экспериментов по вибрационному зондированию Земли на дальностях источник—приемник в сотни километров [Khairtdinov, 2003].

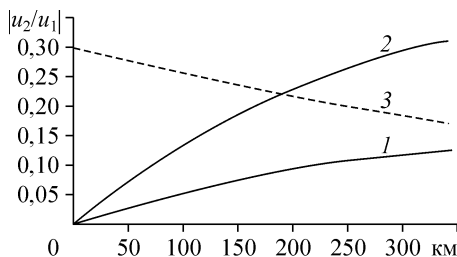


Рис. 3.3.7. Зависимость коэффициента нелинейности от расстояния для двух волн: продольной и поперечной.

Поясн. см. в тексте.

$= 10^3$ Па, частота колебаний $f = 7$ Гц, скорость продольной волны $C_p = 5500$ м/с. Приведенные зависимости получены при следующих параметрах: пути пробега волны — кривые 1 и 2 — $x = 10$ км; кривые 3 и 4 — $x = 100$ км; колебательная скорость U_x : $2,7 \cdot 10^8$, $70 \cdot 10^8$ м/с (2, 4).

На рис. 3.3.7 приведена зависимость коэффициента нелинейности от расстояния по отношению к двум типам волн — продольной ($c_p = 5500$ м/с, 1) и поперечной ($c_s = 3500$ м/с, 2). Зависимость получена для тех же характеристик упругости среды, что и для рис. 3.3.6. Линией 3 обозначена зависимость ко-

эффициента нелинейности от расстояния, обусловленная поглощением энергии колебаний в среде на основной частоте (6,3 Гц) и второй гармонике (12,6 Гц). Такая зависимость определяется выражением (3.3.8).

Как следует из приведенных графиков, эффекты нелинейности в трещиноватой среде, оцениваемые коэффициентом нелинейности, могут оказываться достаточно большими.

Имея в виду современное представление о развитии очага землетрясения в виде процесса развития системы трещин и учитывая (3.3.7), представляется, что динамические параметры нелинейности волнового поля могут быть успешно использованы в качестве одного из прогностических параметров, характеризующих процесс развития очага. Эффективность использования таких параметров иллюстрируется ниже по отношению к геодинамическим процессам, развивающимся в земной коре в связи с лунно-солнечными приливами.

Результаты экспериментальных исследований. «Накопление» нелинейного эффекта в средах с диссипацией энергии и неоднородностями, определяемого (3.3.6), было обнаружено в ряде экспериментов по вибрационному зондированию Земли на дальностях источник—приемник в сотни километров [Khairtdinov, 2003].

В качестве иллюстрации представлены спектрограммы, отражающие выделение на фоне многократно превышающих помех монохроматического сигнала, соответствующего основной частоте зондирования 6,3 Гц (рис. 3.3.87, а) и его второй гармонике 12,6 Гц (рис. 3.3.87, б) на дальности источник—приемник 355 км. Уровень последней по отношению к основной частоте составляет 0,48. В то же время, как будет показано ниже на рис. 3.3.9, такое соотношение по отношению к

частоте зондирования 6,3 Гц в зоне излучения составляет в среднем 0,25. При этом следует заметить, что уменьшение первоначальных соотношений вторых и основных гармоник a_{02}/a_{01} , наблюдаемое в зоне источника, в зависимости от расстояния уменьшается по закону

$$\frac{a_{f_2}(r)}{a_{f_1}(r)} = \frac{a_{02}}{a_{01}} \exp[-(\alpha_2 - \alpha_1)(r - r_0)], \quad (3.3.8)$$

где a_{01} , a_{02} — амплитуды обоих колебаний вблизи источника на границе сферы радиуса r_0 ; a_{f_1} , a_{f_2} — амплитуды основной и второй гармоник на удалении r от границы сферы радиуса r_0 ; $\alpha_{1,2} \approx 2,5 \cdot 10^{-4} f_{1,2}$ (1/км) — коэффициенты поглощения среды по отношению к колебаниям частот f_1, f_2 .

Так, например, на расстоянии 355 км рассматриваемое соотношение для частоты зондирования $f_1 = 6,3$ Гц и второй гармоники f_2 , равной 12,6 Гц, составит $a_{12,6}(355)/a_{6,3}(355) \approx 0,57 a_{02}/a_{01}$. Это означает, что доля вторых гармоник уменьшится в 1,75 раза и соответственно вклад эффекта нелинейности излучения в волновое поле в дальней зоне составит около 0,14. Это значительно меньше вклада, вносимого средой распространения волн. Имея в виду это, представляется естественным учесть вклад высших гармоник в информативный показатель, характеризующий динамику развития геодинамических процессов в среде и в первую очередь в зонах назревания природных катастроф (в сейсмовулканоопасных зонах и др.).

Типичным тестом, связанным с изучением деформационных процессов в земной коре и верхней мантии, являются лунно-солнечные приливы. Как известно, последние характеризуются суточными и полусуточными периодичностями. В связи с этим были построены временные ряды наблюдений параметров сейсмического волнового поля, полученные в результате регулярного вибрационного зон-

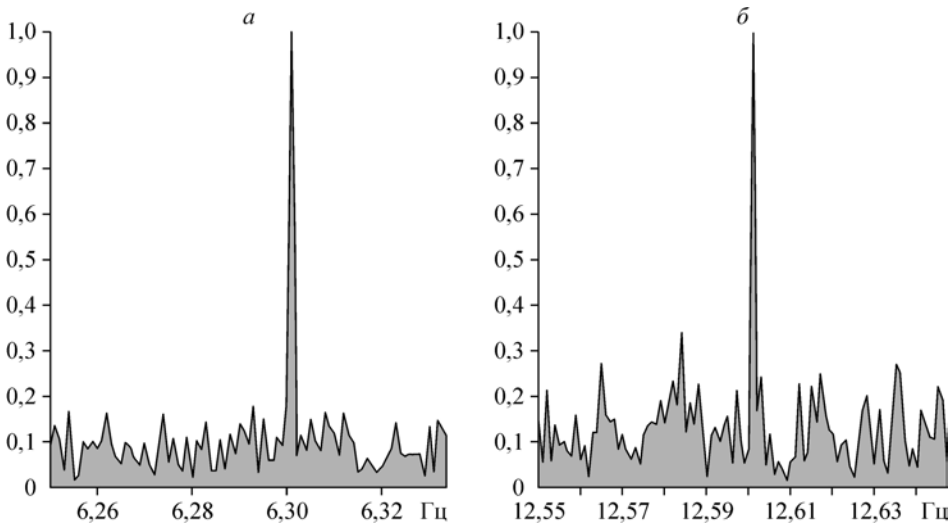


Рис. 3.3.8. Спектрограммы первых (а) и вторых (б) гармоник на расстоянии 355 км.

Поясн. см. в тексте.

дирования среды на трассе вибратор ЦВ-100—приемник протяженностью 355 км. Зондирования осуществлялись с помощью периодически повторяющихся (с периодом 3 ч) сеансов излучения монохроматических колебаний. Каждый сеанс состоял из последовательно излучаемых 20-минутных колебаний на частотах 6,3, 7,0 Гц. Такие сеансы непрерывно повторялись в течение 96 ч, достаточных для выделения периодичностей в рассматриваемых рядах. По результатам первичной обработки записей сейсмических сигналов, состоявшей в применении квадратурного алгоритма измерений амплитуд и начальных фаз установившихся колебаний, были построены временные ряды в виде оценок этих параметров. Последние были получены на частотах основных и вторых гармоник колебаний. Дополнительно были построены ряды в виде отношений вторичных и первичных оценок. Такие ряды были построены по отношению к данным одновременной регистрации по компонентам X , Y , Z сейсмических полей в пунктах излучения и приема. В качестве примера ряды значений полученных отношений соответственно для источника и приемника представлены в виде графиков (см. рис. 3.3.9—3.3.11). Соответствие их основным частотам, гармоникам и компонентам помечено специальными линиями, указанными на графиках. По оси абсцисс отложены номера сеансов, по оси ординат — значения отношений амплитуд на указанных частотах. Как следует из графиков, относящихся к источнику (см. рис. 3.3.9), наибольшие значения отношений проявляются на частоте зондирования 6,3 Гц.

Здесь они колеблются в пределах 15—30 %, на частоте зондирования 7,0 Гц они лежат в пределах 5—10 %. Полученные оценки характеризуют коэффициент нелинейности формы колебаний.

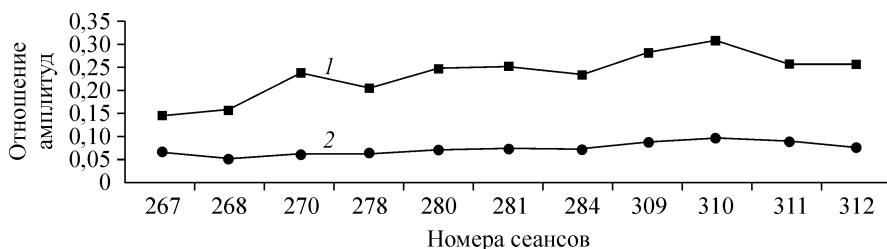


Рис. 3.3.9. Отношение вторых гармоник к основным на источнике, сеансы 267—312.
1 — 12,6 Гц, 2 — 14 Гц/7 Гц.

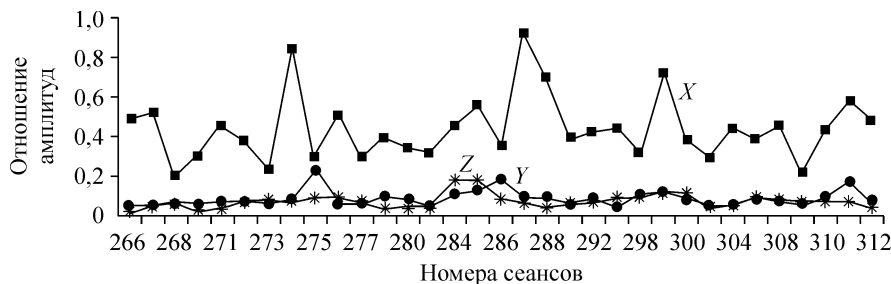


Рис. 3.3.10. Отношение вторых гармоник (12,6 Гц) к основным (6,3 Гц) на удалении 355 км, сеансы 266—312.

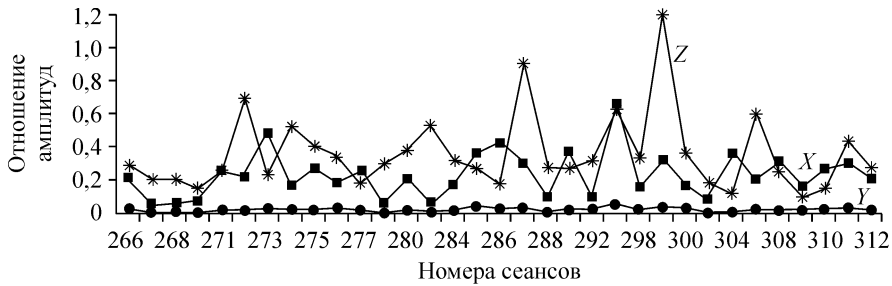


Рис. 3.3.11. Отношение вторых гармоник (14 Гц) к основным (7 Гц) на расстоянии 355 км, сеансы 266—312.

На рис. 3.3.10, 3.3.11 приведены аналогичные соотношения, полученные в точке приема на удалении 355 км от источника и соответствующие компонентам X , Y , Z и частотам зондирования 6,3, 7,0 Гц соответственно. Наибольшие значения отношений амплитуд проявляются по компоненте X , ориентированной на источник.

Выделение скрытых периодичностей в рядах, отнесенных к пункту приема, производилось с помощью дискретного преобразования Фурье с использованием весовой функции, сглаживающей края рядов наблюдений с ограниченной выборкой. Результат такого выделения в виде амплитудного спектра, отнесенного к рядам наблюдений, соответствующим частоте зондирования 6,3 Гц, представлен на рис. 3.3.12 (кривая II). График относится к рядам наблюдений, соответствующим компоненте Z . Одновременно на данный график накладывается другой график (кривая I) — амплитудный спектр приливных вариаций силы тяжести, которые были зарегистрированы с помощью лазерного гравиметра в периоды лунно-солнечных приливов.

Суточная периодичность уверенно выделяется на обоих графиках. Полусуточная периодичность на графике II менее заметна. Достоинством приведенной схемы выделения периодичностей в многодневных рядах наблюдений является ее инвариантность по отношению к флуктуациям вибровозбуждающей силы F на источнике. В подтверждение этого вывода на рис. 3.3.13 представлены абсолютные значения амплитуды основной гармоники колебаний на частоте 6,3 Гц, зарегистрированные в указанных выше сеансах многосуточного зондирования. Наблюдаются пятикратные флуктуации амплитуд, обусловленные в данном случае аппаратной нестабильностью работы источника. В то же время соотношение амплитуд упругих колебаний вторичных и основных частот, порождаемых в зоне источника, отличается намного большей устойчивостью (см. рис. 3.3.9). В связи с этим необходимо отметить, что в проблеме активного сейсмического мониторинга, когда анализируется временная динамика параметров геодинамических процессов в области зарождающегося очага природной катастрофы, принципиально важно выбрать в качестве исходных параметры просвечивающего волнового поля, устойчивые к неизбежным сезонным и аппаратным флуктуациям силовых характеристик поля излучения при сохранении их высокой чувствительности к малым вариациям напряжений в земной коре. Это обстоятельство определяет перспективность учета характеристик нелинейности волнового поля в проблеме активного вибро-сейсмического мониторинга.

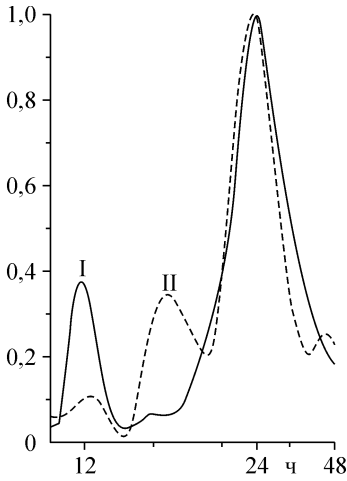


Рис. 3.3.12. Амплитудные спектры вариаций силы тяжести в период земных приливов (I) и ряда, полученного из отношений оценок вторых и основных гармоник сейсмического сигнала в периоды земных приливов (II).

Поясн. см. в тексте.

Проверка чувствительности предложенного метода мониторинга в описанном выше эксперименте, основанная на учете нелинейных параметров волнового поля, показала возможность обнаружения относительных приливных деформаций на уровне 10^{-5} — 10^{-6} , что на два порядка лучше достигнутых ранее другими исследователями.

Итак, предложен и проанализирован метод увеличения информативности и точности результатов обработки данных сейсмического мониторинга на основе учета нелинейных эффектов излучения, распространения и обработки сейсмических колебаний от мощных вибрационных источников.

Количественные оценки эффектов нелинейности и важность их учета демонстрируются по отношению к данным вибросейсмического мониторинга, проведенного в периоды лунно-солнечных приливов на расстоянии источник—приемник 355 км. Измеренные при этом относительные приливные деформации находятся на уровне 10^{-5} — 10^{-6} .

Показано, что при учете параметров нелинейности волновых полей обеспечивается инвариантность положительных результатов мониторинга по отношению к неизбежным сезонным и аппаратным флуктуациям силовых характеристик поля излучения при сохранении их высокой чувствительности к малым вариациям напряжений в земной коре. Это особенно важно в условиях долговременного мониторинга.

Имея в виду современное представление о развитии очага землетрясения в виде процесса развития системы трещин, обосновано, что динамические параметры нелинейности волнового поля могут быть успешно использованы в качестве комплекса прогностических параметров, характеризующих процесс развития очага.

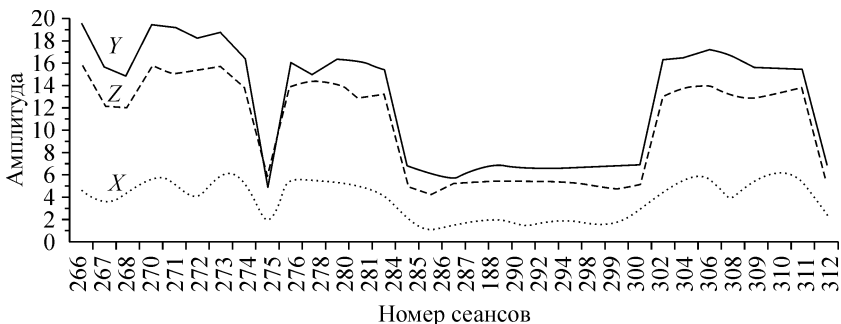


Рис. 3.3.13. Первая гармоника 6,3 Гц на 5-м датчике, сеансы 266—312.

Глава 4

МЕТОДИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНО-АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В КОРЕ И ВЕРХНЕЙ МАНТИИ ЗЕМЛИ

4.1. ПРОГРАММНО-АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ ГАЛЬВАНИЧЕСКИХ И ИНДУКЦИОННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЗОНДИРОВАНИЙ В АНИЗОТРОПНЫХ МОДЕЛЯХ СРЕД

4.4.1. Параметры макроанизотропии неоднородных проводящих тел

Рассмотрим вначале процесс описания тонкослоистого геологического разреза при помощи однородной анизотропной модели [Kaufman, Dashevsky, 2003]. Пусть геологическое пространство представлено бесконечным чередованием песчаных и глинистых прослоев различной мощности с удельными электрическими проводимостями σ_1 , σ_2 соответственно. Выберем в качестве источника однородное электрическое поле \mathbf{E}_1 , заданное в плоскости x, z декартовой системы координат x, y, z .

Рассмотрим элементарный пропласток с проводимостью σ_1 . Плотность тока внутри этого объекта описывается выражением $\mathbf{j}_1 = \sigma_1 \mathbf{E}_1$. Известно, что в рассматриваемой задаче на границе между первым и вторым прослоями непрерывны касательная к границе раздела компонента электрического поля E_x и нормальная к границе компонента вектора плотности тока j_z . Поскольку поле предполагается однородным, то и во втором слое

$$\begin{aligned} j_{2x} &= \frac{\sigma_2}{\sigma_1} j_{1x}, & j_{2z} &= j_{1z}, \\ E_{2x} &= \frac{j_{2x}}{\sigma_2} = \frac{j_{1x}}{\sigma_1}, & E_{2z} &= \frac{j_{2z}}{\sigma_2}. \end{aligned} \quad (4.1.1)$$

Перейдем к следующему по счету, третьему слою. Поскольку $\sigma_3 = \sigma_1$, мы имеем $\mathbf{j}_3 = \mathbf{j}_1$, $\mathbf{E}_3 = \mathbf{E}_1$ и т. д. В случае однородного электрического поля плотность тока и электрическое поле в любом из пропластков можно выразить через векторы \mathbf{j}_1 , \mathbf{E}_1 соответственно.

В основе перехода к однородной анизотропной модели лежит усреднение электрического поля и плотности тока по всей тонкослоистой толще. С этой целью выделим в бесконечном тонкослоистом пространстве пласт такой мощности H , что $H > h_{\max}$. Здесь через h_{\max} обозначена максимальная мощность всех пропластков, находящихся внутри пласта мощностью H . Обозначим через H_2 суммарную мощность пропластков с проводимостью σ_2 , находящихся внутри пласта. Тогда в пре-

делах пласта мощностью H относительная мощность слоев с проводимостью σ_2 будет равна $\nu = H_2 / H$.

Обозначим средние значения электрического поля и плотности тока в пределах пласта через $\langle E_x \rangle, \langle j_x \rangle, \langle E_z \rangle, \langle j_z \rangle$. Можно показать, что для этих средних значений поля и плотности тока на интервале H справедливы следующие представления:

$$\begin{aligned} \langle j_x \rangle &= \left(1 - \nu + \nu \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) j_{1x}, & \langle j_z \rangle &= j_{1z}, \\ \langle E_x \rangle &= \frac{j_x}{\sigma_1}, & \langle E_z \rangle &= \left(1 - \nu + \nu \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) \frac{j_z}{\sigma_1}. \end{aligned} \quad (4.1.2)$$

Определим продольную и поперечную проводимости σ_t, σ_n однородного анизотропного пласта мощностью H следующим образом:

$$\sigma_t = \frac{\langle j_x \rangle}{\langle E_x \rangle}, \quad \sigma_n = \frac{\langle j_z \rangle}{\langle E_z \rangle}. \quad (4.1.3)$$

Тогда, воспользовавшись соотношениями (4.1.2), можно записать выражения для проводимостей σ_t, σ_n и коэффициента анизотропии $\Lambda = \sqrt{\sigma_t / \sigma_n}$ однородного анизотропного пласта мощностью H

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \sigma_1 \left(1 - \nu + \nu \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right), & \sigma_n &= \frac{\sigma_1}{1 - \nu + \nu \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}, \\ \Lambda &= \left[\left(1 - \nu + \nu \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \left(1 - \nu + \nu \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

В результате анализа геоэлектрической ситуации в разломной зоне Чуйского землетрясения было принято решение использовать следующую модель электрической анизотропии разреза. Пусть изотропная вмещающая среда электропроводности σ_v испещрена системой ориентированных в некотором направлении трещин, заполненных флюидом электропроводности σ_f .

Предположим, что объемная доля трещин во вмещающей среде составляет α . Можно показать, что хотя локальные свойства такой среды являются изотропными, в среднем она ведет себя подобно одноосной анизотропной среде, характеризуемой тензором эффективной электропроводности с компонентами σ_n и σ_t и коэффициентом анизотропии Λ , удовлетворяющим неравенству $\Lambda \geq 1$. Компоненты тензора соответствуют эффективной электропроводности среды поперек и вдоль направления трещин и могут быть вычислены по формуле, приведенной на с. 233; коэффициент анизотропии определяется отношением этих компонент.

Возможности наземных методов электротметрии при изучении анизотропных сред в настоящее время хорошо известны. Для решения задач оценки электрической анизотропии разреза используют методы профилирования и зондирования среды установками постоянного тока, а также методы зондирования нестационарным полем с гальваническими источниками поля.

4.1.2. Прямая задача установления электромагнитного поля электрической линии, расположенной на поверхности горизонтально-слоистого анизотропного полупространства

Изучение геоэлектрической ситуации позволило предложить единую модель анизотропной среды для установок постоянного и нестационарного поля (рис. 4.1.1):

В каждом из слоев разреза, включая верхнее полупространство, для компонент электромагнитного поля \mathbf{E} , \mathbf{H} решается система уравнений Максвелла:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \hat{\sigma}_i \mathbf{E} + \mathbf{J}^{st}(t, x, y, z), \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \\ \operatorname{div} \mathbf{H} = 0, \end{cases}$$

где $\mathbf{J}^{st}(t, x, y, z)$ — сторонний ток, $\hat{\sigma}_i$ — тензор проводимости:

$$\hat{\sigma}_i = \begin{pmatrix} \sigma_{t_i} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{t_i} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{t_i} \end{pmatrix}.$$

Вектор \vec{J}^{st} можно представить в виде

$$\mathbf{J}^{st}(t, x, y, z) = j^{st}(t) \mathbf{j}^{st}(x, y, z).$$

В качестве стороннего источника электромагнитного поля рассматривается горизонтальная электрическая линия длиной L , расположенная на дневной поверхности симметрично относительно начала координат и ориентированная по оси x . Предполагается, что ток $j^{st}(t)$ в линии изменяется по закону ступенчатой функции Хевисайда.

Алгоритм численного решения подобных прямых задач для широкого класса функций \mathbf{J}^{st} разработан В. С. Могилатовым и опубликован в [Могилатов, 2002]. Авторы численно реализовали этот алгоритм на языке C++ для источника типа горизонтальной электрической линии. Отдельные подпрограммы на языке ФОРТРАН написаны А. Мосиным. Результаты тестирования программы показали,

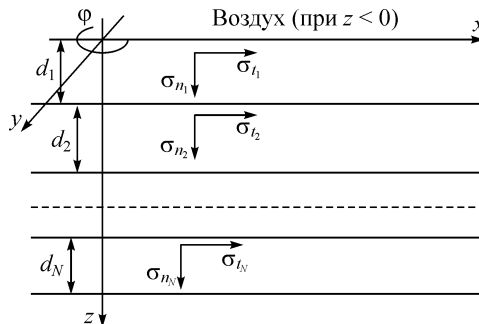


Рис. 4.1.1. Геоэлектрическая модель разреза.

что в диапазоне параметров задачи, представляющем практический интерес, точность расчетов составляла $\sim 1\%$.

4.1.3. Обратная задача нестационарных электромагнитных зондирований с электрической линией, расположенной на поверхности горизонтально-слоистого анизотропного полупространства

Для решения обратной задачи было разработано программное обеспечение — программа Rubai. Программа обеспечивает ввод и редактирование данных эксперимента и параметров модели с использованием графического интерфейса, позволяет моделировать электромагнитное поле электрической линии (прямая задача) и решать обратную задачу с помощью алгоритмов нелинейной минимизации.

Программа имеет три основных режима работы, которым соответствуют три вкладки в главном окне:

- задание системы наблюдения (вкладка «Система наблюдения»);
- ввод и редактирование экспериментальных данных (вкладка «Экспериментальные данные»);

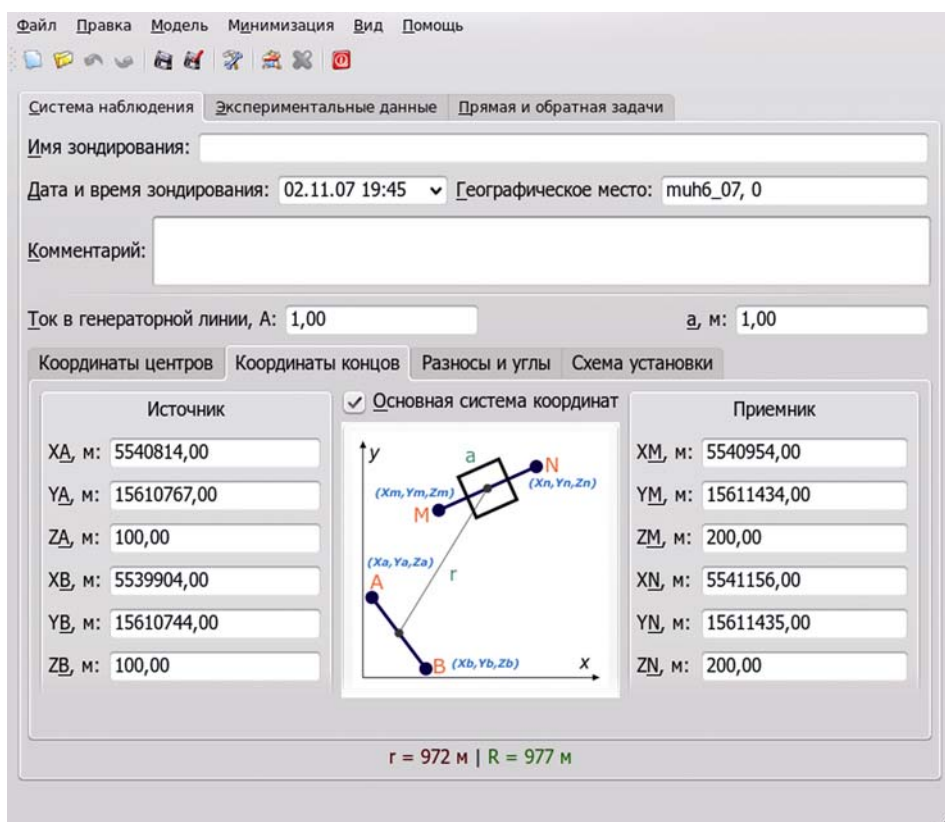


Рис. 4.1.2. Вкладка «Система наблюдения».

ввод и редактирование параметров модели среды, расчет прямой задачи, решение обратной задачи с помощью алгоритмов нелинейной минимизации (вкладка «Прямая и обратная задачи»).

Работа с программой начинается с задания параметров системы наблюдения (рис. 4.1.2):

- координат концов генераторной и приемной линий АВ, MN;
- силы тока в генераторной линии АВ;
- даты, времени и географического места зондирования.

На следующем этапе вводятся экспериментальные данные (рис. 4.1.3), полученные в результате зондирования. Указываются время после выключения тока, соответствующее этому времени значение измеряемого сигнала ΔU в милливольт-тах и погрешность измерения сигнала в процентах.

После того как все данные введены, пользователь может приступить к решению обратной задачи (рис. 4.1.4). Центральную часть соответствующей вкладки занимает график, на котором представлены экспериментальные данные (зависимость ΔU от времени) с погрешностями (на рис. 4.1.4 — небольшие вертикальные линии), а также теоретическая кривая (на рис. 4.1.4 — сплошная линия на графике). Сопоставление последней с данными эксперимента позволяет определить, насколько удачно выбраны параметры модели.

Время, микросек.	ΔU , мВ	$\delta \Delta U$, %	ЭДС, мВ	$\delta \text{ЭДС}$, %	
1	0,805031	1,00577	5,00	0	0,00
2	0,833031	0,985415	5,00	0	0,00
3	0,862476	0,972306	5,00	0	0,00
4	0,892931	0,951276	5,00	0	0,00
5	0,924613	0,934139	5,00	0	0,00
6	0,957088	0,916026	5,00	0	0,00
7	0,991007	0,895039	5,00	0	0,00
8	1,02615	0,88029	5,00	0	0,00
9	1,0618	0,860329	5,00	0	0,00
10	1,09969	0,848221	5,00	0	0,00
11	1,13859	0,82857	5,00	0	0,00
12	1,17843	0,813639	5,00	0	0,00
13	1,22007	0,797999	5,00	0	0,00
14	1,26286	0,786326	5,00	0	0,00
15	1,30818	0,771408	5,00	0	0,00
16	1,35401	0,753675	5,00	0	0,00
17	1.40157	0.743692	5.00	0	0.00

Рис. 4.1.3. Вкладка «Экспериментальные данные».

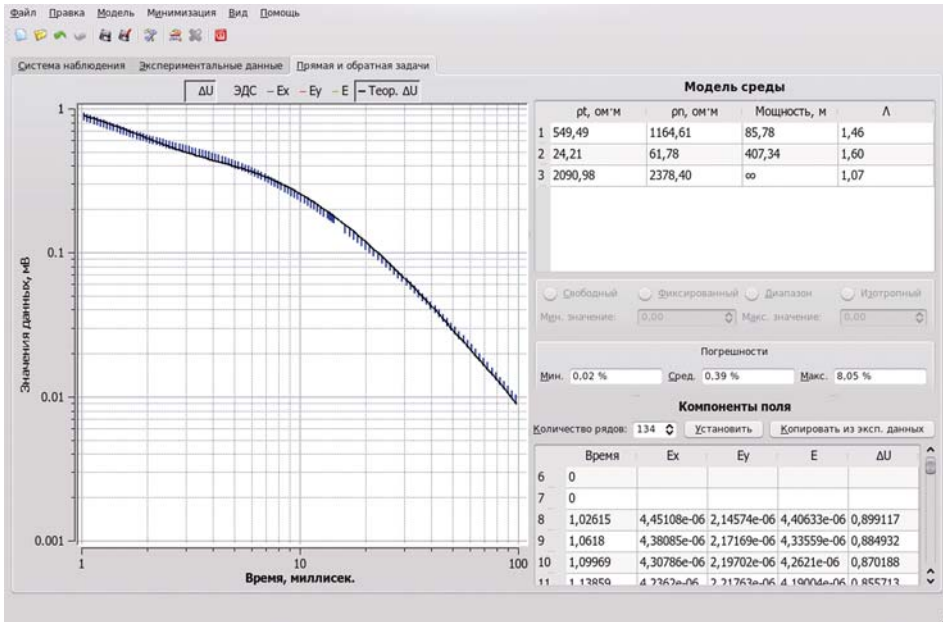


Рис. 4.1.4. Вкладка «Прямая и обратная задачи».

Для расчета прямой задачи и отображения теоретической кривой необходимо задать модель среды в соответствующей таблице (рис. 4.1.4,верху справа). Свойства среды внутри каждого из слоев геоэлектрического разреза описываются тремя параметрами:

- мощностью слоя h (мощность последнего слоя принята равной бесконечности);
- продольным удельным электрическим сопротивлением ρ_l ;
- поперечным удельным электрическим сопротивлением ρ_t .

Расчет производится при выборе соответствующего пункта меню или кнопки на панели инструментов (или по нажатию горячей клавиши). В процессе решения обратной задачи вычисляется среднеквадратичное отклонение между экспериментальной и теоретической кривыми зондирования. Этот параметр отображается в правой части окна (рис. 4.1.4, справа по центру). Кроме того, данные расчетной теоретической кривой отображаются в таблице «Компоненты поля» (рис. 4.1.4, снизу справа).

Программа Rubai содержит в себе мощный и эффективный механизм решения обратной задачи — с помощью алгоритмов Нелдера—Мида и Хука—Дживса нелинейной минимизации функционала невязки, существенно превосходящих по качеству, удобству и скорости метод ручного подбора параметров.

Указанные алгоритмы позволяют решать задачу нахождения такого набора параметров, при котором значение функционала достигает минимума. При этом для работы алгоритмов не требуется знания частных производных функционала по параметрам (требование знания производных характерно для других алгоритмов, например, для алгоритма Левенберга—Марквардта).

В Rubai в качестве минимизируемого функционала рассматривается среднеквадратичное отклонение теоретической кривой от экспериментальных данных. Параметрами функционала являются $3N - 1$ параметров модели (N — число слоев).

Режим минимизации включается выбором соответствующего пункта меню или по нажатию горячей клавиши. На каждом шаге выбранный алгоритм (один из двух) вычисляет новые значения параметров, рассчитывается прямая задача, давая значение среднеквадратичному отклонению, которое алгоритм минимизации использует для вычисления следующего набора значений параметров модели и т. д.

Процесс минимизации останавливается либо по указанию пользователя, либо при завершении работы алгоритма (выполнены критерии достижения минимума, исчерпано максимальное количество шагов и проч.). В процессе минимизации на графике отображается теоретическая кривая, соответствующая последнему набору параметров модели.

Пользователь имеет возможность управлять процессом минимизации. Во-первых, предоставляется возможность делать слои изотропными ($\rho_n = \rho_l$). Уменьшение количества параметров убыстряет процесс минимизации. Одна из стратегий решения обратной задачи состоит в том, чтобы сначала сделать все слои изотропными, запустить процесс минимизации и получить первые результаты (т. е. решить обратную задачу в изотропном приближении), после снять это ограничение и продолжить решение уже в анизотропном классе моделей.

Во-вторых, значения отдельных параметров (любое подмножество из всех $3N - 1$ параметров) можно зафиксировать, т.е. полностью исключить эти параметры из процесса минимизации, сохраняя их первоначальные значения неизменными.

В-третьих, для любого из параметров можно задавать его априорные граничные значения, что позволяет в процессе минимизации удерживать значения параметра внутри некоторого интервала.

Программа Rubai является хорошо конфигурируемой, позволяя задавать режимы отображения (цвета, шрифты), различные параметры алгоритмов минимизации Нелдера—Мида и Хука—Дживса, а также другие опции. Данные сохраняются в файлах с расширением .rub в формате XML.

Программа Rubai решения обратной задачи нестационарных электромагнитных зондирований с электрической линией реализована на языке C++ с использованием переносимой библиотеки графического интерфейса Qt и может работать под управлением ОС семейства Windows, Linux и других реализаций UNIX, а также Mac OS X.

4.2. МАТРИЧНЫЙ ИМПЕДАНС В ЗАДАЧЕ РАСЧЕТА СИНТЕТИЧЕСКИХ СЕЙСМОГРАММ В СЛОИСТО-ОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ УПРУГОЙ СРЕДЕ

Обратимся к актуальной задаче расчета синтетических сейсмограмм. При решении этой задачи в частотной области часто используется представление смещений в виде разложения по горизонтальным волновым функциям, включающее интегралы по волновому числу [Аки, Ричардс, 1983; Kennett, 1983]. Это представление является следствием разделения переменных в цилиндрической системе координат. Аналогичное представление справедливо для напряжения на горизонтальной площадке. Неизвестные функции глубины, входящие в указанные представле-

ния, зависят от частоты и волнового числа как параметров. Из этих функций составляется вектор, который принято называть вектором движения—напряжения; первая половина компонент этого вектора — вектор движения — относится к представлению для смещений, вторая половина — вектор напряжения — к представлению для напряжений. Компоненты вектора движения—напряжения будем также называть вертикальными функциями. Вертикальные функции удовлетворяют системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и подлежат определению на основе заданных граничных условий.

Традиционный метод решения этой системы — метод матричного пропагатора — обладает известным недостатком, связанным с наличием экспонент с большими положительными показателями, что приводит к неустойчивости численного решения. Было предложено несколько методов преодоления этого недостатка (см., например, [Аки, Ричардс, 1983; Chapman, 2003] и ссылки там). В данной публикации предлагается новый метод расчета вертикальных функций, полностью лишенный недостатков метода матричного пропагатора, так как не содержит экспонент, абсолютные величины которых больше единицы.

Предлагаемый метод расчета вертикальных функций является развитием метода Фатьянова [Фатьянов, 1990], в основе которого лежит использование потенциалов смещений волн и так называемых вспомогательных функций. Метод Фатьянова был усовершенствован в нашей заметке [Pavlov, 2002] за счет отказа от использования потенциалов. Вспомогательные функции (импедансы) были введены непосредственно для векторов движения—напряжения; импеданс — это матрица, на которую нужно умножить вектор движения, чтобы получить вектор напряжения. Это, с одной стороны, упростило логику алгоритма, а с другой улучшило его численную эффективность. В работах [Павлов, 2004, 2006] подобный подход применен к статической задаче. Аналогичный подход применен в [Карчевский, 2005] для общего случая анизотропной среды, хотя импеданс явно не вводился (см. также работу [Caviglia, Moggi, 2002]). Подход, основанный на использовании матричного импеданса, применен в работах [Haines et al., 2004; Hulme et al., 2004] для случая неоднородной среды.

После того как введен импеданс, система дифференциальных уравнений для вектора движения—напряжения преобразуется в два (векторных) уравнения: нелинейное уравнение для импеданса и линейное уравнение для вектора движения; коэффициенты этого уравнения выражаются через компоненты импеданса. Сначала рассчитывается матричный импеданс, а затем с его помощью строится пропагатор для вектора движения, который и решает задачу расчета вектора движения. Вектор напряжения, если он нужен, получается умножением импеданса на вектор движения.

Импеданс полностью определяется средой, граничными условиями и глубиной источника, но не его типом (сила, диполь). В данной статье метод излагается на примере расчета сейсмограмм от источника типа «сила». Методику расчета сейсмограмм от дипольного источника с произвольным тензором сейсмического момента предполагается изложить в отдельной статье.

В статье приводится пример расчета сейсмограмм от силы для среды в виде двух полупространств, разделенных слоем. Источник и приемник находятся в верхнем полупространстве. Такой пример выбран потому, что имеется возмож-

ность сравнения с аналитическим решением для безграничной среды (на временах до прихода отраженной от слоя продольной волны). Схема решения остается той же, что и для случая слоистого полупространства со свободной поверхностью; меняется только начальное значение для импеданса. Это значение получается из условия излучения: отсутствие волн, приходящих из верхнего полупространства.

Расчет сейсмограмм включает: (для каждой частоты) вычисление векторов движения для набора волновых чисел; вычисление интегралов по волновому числу; вычисление спектра для данной частоты в соответствии с представлением для смещения; переход во временную область с помощью дискретного преобразования Фурье.

Для вычисления интегралов по волновому числу применяется известная схема, впервые предложенная в [Алексеев, Михайленко, 1978] для случая вертикальной силы, а также в [Olson et al., 1984] для общего случая. В основе указанной схемы — замена исходной задачи на задачу с удаленной цилиндрической границей. Решения обеих задач совпадают до тех пор, пока не приходят отражения от этой границы. Введение цилиндрической границы позволяет перейти от интегралов к рядам по дискретным волновым числам, связанным с корнями функций Бесселя нулевого и первого порядков.

При проведении расчетов для частоты вводится мнимая добавка; это позволяет обойти сингулярности, связанные с полюсами вертикальных функций. Мнимая добавка вносит искажения в сейсмограмму, которые корректируются во временной области [Bouchon, Aki, 1977]. Одновременно, при коррекции за мнимую добавку к частоте подавляются нежелательные отражения от удаленной цилиндрической границы, попадающие на временной интервал сейсмограммы вследствие наложения времен из-за дискретности численного преобразования Фурье.

Хотя случаи SH и P/SV могут рассматриваться независимо, мы объединяем их и приводим формулы в матричном виде.

4.2.1. Постановка задачи

Рассмотрим горизонтально-слоистую среду, состоящую из полупространства (слой бесконечной толщины) и лежащей на нем пачки слоев. Слои считаются однородными и изотропными и изначально упругими; введение поглощения может быть осуществлено через фактор добротности. Введем декартову систему координат, поместив ее начало O на внешней поверхности, направив ось Oz вниз в среду перпендикулярно слоям, а оси Ox и Oy так, чтобы система координат $Oxyz$ была правой. Положим, что источник в виде импульсной сосредоточенной силы находится в точке $y = (\xi, \eta, \zeta) = (0, 0, z_s)$, внутри среды, но не на границе слоев. Проведем горизонтальную плоскость через точку, в которой действует источник, и также будем рассматривать ее как границу слоев. Перенумеруем все границы с помощью индекса i ($i = 1, 2, \dots, n$) сверху вниз. Обозначим глубины границ слоев через z_i , при этом $z_1=0$ — внешняя поверхность, $z = z_s$ — граница источника. Каждый слой характеризуется параметрами Ламе λ , μ и плотностью ρ . Смещения необходимо определить в точке $\mathbf{x} = (x, y, 0)$ — в приемнике на свободной поверхности.

Вектор смещения $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ удовлетворяет уравнению динамической теории упругости

$$\rho \partial_t^2 \mathbf{u} - \mu \Delta \mathbf{u} - (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) = \mathbf{f} \delta(t), \quad (4.2.1)$$

где $\mathbf{f} = \mathbf{F}\delta(x - \xi)\delta(y - \eta)\delta(z - z_s)$ — объемная плотность сил; $\delta(\cdot)$ — дельта-функция Дирака; \mathbf{F} — сила. Должны быть выполнены также следующие условия.

Внешняя граница свободна от напряжений:

$$\mathbf{T}(x, y, 0) = \mathbf{0}, \quad (4.2.2)$$

где $\mathbf{T} = (\sigma_{xz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz})$ — вектор напряжения на горизонтальной плоскости; $\sigma_{xz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz}$ — компоненты тензора напряжений

$$\sigma_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right), \quad \sigma_{yz} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right), \quad \sigma_{zz} = \lambda \nabla \cdot \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}.$$

На границах разрыва свойств среды смещения и напряжения остаются непрерывными:

$$[\mathbf{u}]_i = \mathbf{0}, \quad [\mathbf{T}]_i = \mathbf{0} \quad (i = 2, 3, \dots, n; i \neq s). \quad (4.2.3)$$

Квадратные скобки обозначают скачок соответствующей величины $[\mathbf{u}]_i \equiv \mathbf{u}(z_i + 0) - \mathbf{u}(z_i - 0)$.

В начальный момент времени (до включения источника) среда покоится:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{0}, \quad \partial_t \mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{0}.$$

Решение будет строиться в частотной области. Переход в частотную область осуществляется посредством преобразования Фурье:

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-i\omega t) dt.$$

Будем использовать одно и то же обозначение как для функции-оригинала, так и для ее преобразования Фурье, если это не приводит к неясности. Для того чтобы избежать сингулярностей, считаем, что частота имеет малую отрицательную мнимую добавку.

Для дальнейшего переформулируем неоднородное уравнение (4.2.1). Вне границы источника $z = z_s$, где это уравнение однородно, запишем его в виде системы относительно вектора смещения $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega)$ и вектора напряжения $\mathbf{T} = \mathbf{T}(\mathbf{x}, \omega)$ (см. например [Kennett, 1983]):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} &= \mathbf{A}_0 \mathbf{T} - \nabla_2 u_z - (2\eta - 1)(\nabla_2 \cdot \mathbf{u}) \mathbf{e}_z, \\ \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial z} &= -\omega^2 \rho \mathbf{u} - 4\mu\eta \nabla_2 (\nabla_2 \cdot \mathbf{u}) + \mu \nabla_2 \times \nabla_2 \times \mathbf{u}^{(2)} - (2\eta - 1) \nabla_2 T_z - (\nabla_2 \cdot \mathbf{T}) \mathbf{e}_z, \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

где $\mathbf{A}_0 = \mu^{-1} \text{diag}([1, 1, 1 - \eta])$ — диагональная матрица; $\nabla_2 = (\partial_x, \partial_y, 0)^T$; $\eta = \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu}$; $\mathbf{u}^{(2)} = (u_x, u_y, 0)^T$; $\mathbf{e}_z = (0, 0, 1)^T$; точка между векторами обозначает скалярное произведение, а крестик — векторное произведение. Первое уравнение в системе уравнений (4.2.4) выражает закон Гука, а второе — условие равновесия.

Действие объемной силы учтем, введя условия на скачки векторов смещения и напряжения на границе источника $z = z_s$ (см., например, [Аки, Ричардс, 1983]).

Условия на границе источника $z = z_s$ ($z_s > 0$):

$$[\mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega)]_s = \mathbf{0}, \quad [\mathbf{T}(\mathbf{x}, \omega)]_s = -\mathbf{F}\delta(x - \xi)\delta(y - \eta). \quad (4.2.5)$$

Здесь явно указаны аргументы, чтобы подчеркнуть преобразование временной компоненты силы при переходе в частотную область — временная дельта-функция переходит в единицу.

4.2.2. Представление решения в виде разложения по горизонтальным функциям

Введем цилиндрическую систему координат (r, φ, z) :

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}, \quad \varphi = \arctg\left(\frac{y - \eta}{x - \xi}\right),$$

с ортами осей $\mathbf{e}_r = \cos(\varphi)\mathbf{e}_1 + \sin(\varphi)\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_\varphi = -\sin(\varphi)\mathbf{e}_1 + \cos(\varphi)\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_3$, где \mathbf{e}_i — вектор-столбец с компонентами δ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) (δ_{ij} — символ Кронекера: $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$ и $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$). Смещения в частотной области могут быть представлены в виде (см., например, [Аки, Ричардс, 1983])

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \{l_1^{(m)}(z, k, \omega)\mathbf{T}_k^m(r, \varphi) + r_1^{(m)}(z, k, \omega)\mathbf{S}_k^m(r, \varphi) + r_2^{(m)}(z, k, \omega)\mathbf{R}_k^m(r, \varphi)\} k dk, \quad (4.2.6)$$

где

$$\mathbf{T}_k^m(r, \varphi) = k^{-1}\nabla \times (0, 0, Y^m), \quad \mathbf{S}_k^m(r, \varphi) = k^{-1}\nabla Y^m, \quad \mathbf{R}_k^m(r, \varphi) = -Y^m\mathbf{e}_z, \quad (4.2.7a)$$

$$Y^m = e^{im\varphi} J_m(kr) \quad (4.2.7b)$$

— горизонтальные волновые функции; J_m — функция Бесселя m -го порядка.

Для вектора напряжений с помощью закона Гука из формулы (4.2.6) получаем представление вектора напряжения на горизонтальной плоскости:

$$\mathbf{T}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (l_2^{(m)}(z, k, \omega)\mathbf{T}_k^m + r_3^{(m)}(z, k, \omega)\mathbf{S}_k^m + r_4^{(m)}(z, k, \omega)\mathbf{R}_k^m) k dk, \quad (4.2.8a)$$

где

$$l_2^{(m)} = \mu \frac{dl_1^{(m)}}{dz}, \quad r_3^{(m)} = \mu \left(\frac{dr_1^{(m)}}{dz} - kr_2^{(m)} \right), \quad r_4^{(m)} = (\lambda + 2\mu) \frac{dr_2^{(m)}}{dz} + \lambda kr_1^{(m)}. \quad (4.2.8b)$$

Горизонтальные функции ортогональны, вследствие чего коэффициенты представлений (4.2.6), (4.2.8a) выражаются по формулам

$$l_1^{(m)} = (\mathbf{u}, \mathbf{T}_k^m), \quad r_1^{(m)} = (\mathbf{u}, \mathbf{S}_k^m), \quad r_2^{(m)} = (\mathbf{u}, \mathbf{R}_k^m), \quad (4.2.9a)$$

$$l_2^{(m)} = (\mathbf{T}, \mathbf{T}_k^m), \quad r_3^{(m)} = (\mathbf{T}, \mathbf{S}_k^m), \quad r_4^{(m)} = (\mathbf{T}, \mathbf{R}_k^m), \quad (4.2.9б)$$

где круглые скобки обозначают скалярное произведение $(\mathbf{f}, \mathbf{g}) = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \mathbf{f} \cdot \mathbf{g}^* r dr d\varphi$;

звездочка — комплексное сопряжение.

Введем векторы $\mathbf{d} = (l_1, r_1, r_2)^T$ и $\mathbf{s} = (l_2, r_3, r_4)^T$, которые будем называть векторами движения и напряжения соответственно, а также вертикальными функциями (индекс m подразумевается). В каждом слое вертикальные функции удовлетворяют системе уравнений, которая получается из уравнений (4.2.4) с помощью проекций (4.2.9). Эта система сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (см. также [Аки, Ричардс, 1983])

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{s} \end{pmatrix}, \quad (4.2.10а)$$

где

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k \\ 0 & -k(2\eta-1) & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_{12} = \begin{pmatrix} \mu^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \mu^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & (1-\eta)\mu^{-1} \end{pmatrix}, \quad (4.2.10б)$$

$$\mathbf{A}_{21} = \begin{pmatrix} k^2\mu - \omega^2\rho & 0 & 0 \\ 0 & 4k^2\mu\eta - \omega^2\rho & 0 \\ 0 & 0 & -\omega^2\rho \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k(2\eta-1) \\ 0 & -k & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.2.10в)$$

Матрицы (4.2.10б, в) обладают свойствами: $\mathbf{A}_{11}^T = -\mathbf{A}_{22}$; \mathbf{A}_{12} и \mathbf{A}_{21} — диагональные.

Векторные функции $\mathbf{d} = \mathbf{d}(z, k, \omega)$ и $\mathbf{s} = \mathbf{s}(z, k, \omega)$ удовлетворяют следующим условиям, вытекающим из граничных условий для смещений и напряжений (4.2.2), (4.2.3), (4.2.5) и формул (4.2.9).

На внешней границе

$$\mathbf{s}(z_1 = 0; k, \omega) = \mathbf{0}. \quad (4.2.11а)$$

На границе источника (при $z = z_s$)

$$[\mathbf{d}]_s = \mathbf{0}, \quad [\mathbf{s}]_s = \mathbf{f}^{(m)}, \quad (4.2.11б)$$

где

$$\mathbf{f}^{(m)} = \frac{1}{2}(F_x - imF_y)(i|m|\mathbf{e}_1 - m\mathbf{e}_2) + F_z(1-|m|)\mathbf{e}_3 \quad (4.2.11в)$$

($m = 0, \pm 1$); при $m \neq 0, \pm 1$ все условия нулевые.

На границах раздела среды — условия непрерывности:

$$[\mathbf{d}]_i = \mathbf{0}, \quad [\mathbf{s}]_i = \mathbf{0}, \quad \text{при } z = z_i, \quad (i > 1, i \neq s). \quad (4.2.11г)$$

Условие излучения: отсутствуют приходящие из бесконечности волны.

Расчет вертикальных функций. Матричный импеданс. Для решения системы (4.2.10) используем подход, опирающийся на понятие импеданса. Импеданс — это матричная функция $\mathbf{H}(z)$, такая что

$$\mathbf{s}(z) = \mathbf{H}(z)\mathbf{d}(z), \quad (4.2.12)$$

т. е. импеданс переводит вектор движения в вектор напряжения. Поскольку SH - и P/SV -компоненты фактически независимы, то матрица \mathbf{H} имеет заведомо нулевые компоненты $H_{12}, H_{13}, H_{21}, H_{31}$. Из системы уравнений (4.2.10) и определения (4.2.12) следует уравнение для импеданса

$$\frac{d}{dz}\mathbf{H} + \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{H} + \mathbf{H}\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{22}\mathbf{H} - \mathbf{A}_{21} = \mathbf{0}. \quad (4.2.13)$$

При этом вектор движения удовлетворяет уравнению

$$\frac{d}{dz}\mathbf{d} = (\mathbf{A}_{11} + \mathbf{A}_{12}\mathbf{H})\mathbf{d}. \quad (4.2.14)$$

Как видим, импеданс удовлетворяет самостоятельному уравнению, в которое не входит вектор движения. Информация о векторах движения и напряжения используется лишь при формулировке граничных условий для \mathbf{H} . Приведем эти граничные условия.

На свободной поверхности, имея в виду условие (4.2.11а), потребуем

$$\mathbf{H}(z = 0; k, \omega) = \mathbf{0}. \quad (4.2.15)$$

Из условия отсутствия восходящих волн в подстилающем полупространстве следует условие на импеданс в виде (полагаем $\mathbf{W}_2 = 0$ в формуле (П1) Приложения)

$$\mathbf{H}(z) = \mathbf{H}_n \equiv \mathbf{L}_{21}\mathbf{L}_{11}^{-1} \text{ для } z \geq z_n. \quad (4.2.16а)$$

Значение матрицы \mathbf{H}_n в явном виде таково:

$$\mathbf{H}_n = \mu \begin{pmatrix} -\nu & 0 & 0 \\ 0 & -\omega^2 c \gamma & k(\omega^2 c - 2) \\ 0 & k(\omega^2 c - 2) & -\omega^2 c \nu \end{pmatrix}, \quad c = \frac{1}{\beta^2(k^2 - \gamma \nu)}, \quad (4.2.16б)$$

т. е. в полупространстве, включая его кровлю, матрица импеданса постоянна.

Каждое из условий (4.2.15), (4.2.16) определяет непрерывное решение. Импеданс, удовлетворяющий условию (4.2.15), обозначим $\mathbf{H}^\downarrow(z)$, имея в виду, что он определяется из уравнения (4.2.13) при интегрировании сверху вниз. А импеданс, определяемый условием (4.2.16) — $\mathbf{H}^\uparrow(z)$, так как уравнение (4.2.13) нужно интегрировать снизу вверх. Импеданс исходной задачи (4.2.10), (4.2.11) является комбинацией этих двух импедансов, а именно

$$\mathbf{H}(z) = \begin{cases} \mathbf{H}^\downarrow(z), & 0 \leq z < z_s, \\ \mathbf{H}^\uparrow(z), & z > z_s. \end{cases}$$

Этот импеданс не является непрерывной матричной функцией. На границе источника он претерпевает конечный скачок.

Импедансы $\mathbf{H}^\downarrow(z)$ и $\mathbf{H}^\uparrow(z)$ определяются средой и граничными условиями и не зависят от источника. Импеданс $\mathbf{H}(z)$ зависит от источника, но только от его положения (глубины), но не от его типа.

Заметим, что структура уравнения (4.2.13) сохраняется при транспонировании, в силу свойств матриц \mathbf{A} . А так как граничные условия (4.2.15), (4.2.16) содержат симметричные матрицы, то и матрица импеданса симметрична.

Матрица фундаментальных решений вектора движения. Из условия (4.2.11б) на вектор напряжения, с учетом определения (4.2.12) и непрерывности вектора движения на границе источника, получаем граничное условие для вектора движения

$$\mathbf{d}^{(m)}(z_s) = [\mathbf{H}]_s^{-1} \mathbf{f}^{(m)}. \quad (4.2.17)$$

Ниже вместо векторов \mathbf{d} и \mathbf{s} мы будем использовать квадратные матрицы третьего порядка \mathbf{D} и \mathbf{S} такие, что матрица $\begin{pmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{S} \end{pmatrix}$ является (матричным) решением системы (4.2.10а) при условии, что на границе источника выполнено требование

$$[\mathbf{D}]_s = 0, \quad [\mathbf{S}]_s = F_0 \mathbf{I}; \quad (F_0 = 1 \text{ Н})$$

(\mathbf{I} — единичная матрица третьего порядка). При этом внешняя граница свободна от напряжений: $\mathbf{S}(z_1) = \mathbf{0}$. Будем называть матрицу \mathbf{D} матрицей базисных решений системы (4.2.10а) для вектора движения. Это название оправдано тем, что вектор движения, для которого вектор напряжения удовлетворяет условиям (4.2.11), выражается через матрицу \mathbf{D} по формуле

$$\mathbf{d}^{(m)}(z) = \mathbf{D}(z) \frac{\mathbf{f}^{(m)}}{F_0}. \quad (4.2.18)$$

Матрица $\mathbf{D}(z)$ должна удовлетворять условиям непрерывности на границах разрыва механических параметров, а также условию отсутствия восходящих волн в полупространстве.

В силу первого условия (4.2.11б) матрица базисных решений является непрерывной матричной функцией. Кроме глубины она также зависит от значений частоты ω и волнового числа k . На границе источника

$$\mathbf{D}(z_s) = F_0 [\mathbf{H}]_s^{-1}. \quad (4.2.19)$$

Решение нелинейного уравнения (4.2.13) для слоисто-однородной среды конструируется на основе формул для общего решения системы (4.2.10) в однородном слое. Импедансы рассчитываются последовательно от слоя к слою сверху вниз от свободной поверхности и снизу вверх от границы полупространства к границе источника. (Если источник лежит в подстилающем полупространстве, то границей полупространства считаем границу источника.) Направление расчета матрицы фундаментальных решений (его мы также будем помечать стрелкой) противоположно таковому для импеданса: от границы источника вверх или вниз в зависимости от точки наблюдения.

Расчет импеданса в области над источником. На свободной поверхности по условию (4.2.15)

$$\mathbf{H}_1^\downarrow = \mathbf{0}. \quad (4.2.20)$$

Предположим, что определено значение импеданса $\mathbf{H}_i^\downarrow = \mathbf{H}^\downarrow(z_i)$ на i -й границе $z = z_i$, получим выражение для импеданса $\mathbf{H}^\downarrow(z)$ в i -м слое $z_i \leq z \leq z_{i+1} \leq z_s$ над источником. Воспользуемся формулами (П7), (П9), (П10) Приложения, которые могут быть приведены к виду

$$\mathbf{H}^\downarrow(z) = (\mathbf{L}_{21}\Lambda(z - z_i)\mathbf{E}_i\Lambda(z - z_i) + \mathbf{L}_{22})(\mathbf{L}_{11}\Lambda(z - z_i)\mathbf{E}_i\Lambda(z - z_i) + \mathbf{L}_{12})^{-1}, \quad (4.2.21a)$$

где

$$\mathbf{E}_i = (\mathbf{M}_{11} + \mathbf{M}_{12}\mathbf{H}^\downarrow(z_i))(\mathbf{M}_{21} + \mathbf{M}_{22}\mathbf{H}^\downarrow(z_i))^{-1}, \quad \Lambda(z) = \exp(-z\Gamma). \quad (4.2.21b)$$

Значения всех параметров матриц \mathbf{L} , \mathbf{M} , Γ относятся к i -му слою. Последовательно применяя формулы (4.2.21) для границ слоев, приходим к значению импеданса на верхней стороне границы источника:

$$\mathbf{H}_1^\downarrow = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{H}_2^\downarrow \Rightarrow \dots \Rightarrow \mathbf{H}_i^\downarrow \Rightarrow \mathbf{H}_{i+1}^\downarrow \Rightarrow \dots \Rightarrow \mathbf{H}_s^\downarrow = \mathbf{H}^\downarrow(z_s - 0). \quad (4.2.22)$$

Расчет импеданса в области под источником. Для импеданса в полупространстве (ниже источника) в соответствии с формулами (4.2.16) имеем

$$\mathbf{H}^\uparrow(z) = \mathbf{H}_n, \quad z \geq z_n. \quad (4.2.23)$$

Предположим, что определено значение импеданса $\mathbf{H}_{i+1}^\uparrow = \mathbf{H}^\uparrow(z_{i+1})$ на глубине $(i+1)$ -й границы z_{i+1} , получим выражение для импеданса $\mathbf{H}^\uparrow(z)$ в i -м слое $z_s \leq z_i \leq z \leq z_{i+1}$ ниже источника. Из формул (П11), (П13), (П14) Приложения получаем (после преобразования)

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^\uparrow(z) &= (\mathbf{L}_{21} + \mathbf{L}_{22}\Lambda(z_{i+1} - z)\mathbf{F}_{i+1}\Lambda(z_{i+1} - z)) \times \\ &\times (\mathbf{L}_{11} + \mathbf{L}_{12}\Lambda(z_{i+1} - z)\mathbf{F}_{i+1}\Lambda(z_{i+1} - z))^{-1}, \end{aligned} \quad (4.2.24a)$$

где

$$\mathbf{F}_{i+1} = (\mathbf{M}_{21} + \mathbf{M}_{22}\mathbf{H}^\uparrow(z_{i+1}))(\mathbf{M}_{11} + \mathbf{M}_{12}\mathbf{H}^\uparrow(z_{i+1}))^{-1}. \quad (4.2.24b)$$

Значения параметров матриц \mathbf{L} , \mathbf{M} , Λ относятся к i -му слою. Эти формулы позволяют вычислить импеданс на нижней стороне границы источника:

$$\mathbf{H}_n^\uparrow \Rightarrow \mathbf{H}_{n-1}^\uparrow \Rightarrow \dots \Rightarrow \mathbf{H}_{i+1}^\uparrow \Rightarrow \mathbf{H}_i^\uparrow \Rightarrow \dots \Rightarrow \mathbf{H}_s^\uparrow \Rightarrow \mathbf{H}^\uparrow(z_s + 0). \quad (4.2.25)$$

Расчет векторов движения в области над источником. Расчет будем проводить для матрицы базисных решений $\mathbf{D}(z)$. На границе источника матрица базисных решений $\mathbf{D}(z_s)$ определяется условием (4.2.19). Будем считать, что импедансы $\mathbf{H}^\uparrow(z_s + 0)$ и $\mathbf{H}^\downarrow(z_s - 0)$ вычислены (см. формулы (4.2.25), (4.2.22)), тем самым известны скачок импеданса и матрица базисных решений $\mathbf{D}(z_s)$ на границе источника. Предположим, что мы определили матрицу базисных решений $\mathbf{D}^\uparrow(z_{i+1})$ на нижней границе i -го слоя (подшве), расположенного выше источника, и пусть z принадлежит этому слою: $z_i \leq z \leq z_{i+1} \leq z_s$. Найдем выражение для матрицы $\mathbf{D}^\uparrow(z)$. Воспользуемся формулой (П8) Приложения. С учетом того, что $\mathbf{M}_{21}\mathbf{X}_1 + \mathbf{M}_{22}\mathbf{Y}_1 = \mathbf{I}$, и формул (П7), (П8) получаем

$$\mathbf{D}^\uparrow(z) = \mathbf{Q}^\uparrow(z, z_{i+1})\mathbf{D}^\uparrow(z_{i+1}), \quad (z_i \leq z \leq z_{i+1} \leq z_s), \quad (4.2.26a)$$

где

$$\mathbf{Q}^\uparrow(z, z_{i+1}) = (\mathbf{M}_{21} + \mathbf{M}_{22}\mathbf{H}^\downarrow(z))^{-1} \Lambda(z_{i+1} - z) (\mathbf{M}_{21} + \mathbf{M}_{22}\mathbf{H}^\downarrow(z_{i+1})). \quad (4.2.26b)$$

Матрица $\mathbf{Q}^\uparrow(z, z_{i+1})$, как видно из формулы (4.2.26a), является пропагатором для вектора движения в i -м слое над источником. Применяя формулы (4.2.26), получаем выражение для матрицы $\mathbf{D}^\uparrow(z)$ через матрицу $\mathbf{D}^\uparrow(z_s) = \mathbf{D}(z_s)$:

$$\mathbf{D}^\uparrow(z) = \mathbf{Q}^\uparrow(z, z_s) \mathbf{D}^\uparrow(z_s), \quad (4.2.27)$$

где $\mathbf{Q}^\uparrow(z, z_s)$ является произведением матриц $\mathbf{Q}^\uparrow(z_i, z_{i+1})$.

Матрица базисных решений на свободной поверхности определяется последовательным пересчетом снизу вверх от границы к границе, начиная с границы источника:

$$\mathbf{D}_s^\uparrow = \mathbf{D}(z_s) \Rightarrow \mathbf{D}_{s-1}^\uparrow \Rightarrow \dots \Rightarrow \mathbf{D}_{i+1}^\uparrow \Rightarrow \mathbf{D}_i^\uparrow \Rightarrow \dots \Rightarrow \mathbf{D}_1^\uparrow. \quad (4.2.28)$$

Расчет векторов движения в области под источником. На границе источника матрица базисных решений $\mathbf{D}(z_s)$ по-прежнему дается формулой (4.2.19). Пусть z принадлежит i -му слою, расположенному ниже источника: $z_s \leq z_i \leq z \leq z_{i+1}$, и пусть определена матрица $\mathbf{D}^\downarrow(z_i)$. Приведем формулу для матрицы базисных решений $\mathbf{D}^\downarrow(z)$ на глубине z . Воспользуемся формулой (П12) Приложения. С учетом того, что $\mathbf{M}_{11}\mathbf{X}_2 + \mathbf{M}_{12}\mathbf{Y}_2 = \mathbf{I}$, и формулы (П6) получаем

$$\mathbf{D}^\downarrow(z) = \mathbf{Q}^\downarrow(z, z_i) \mathbf{D}^\downarrow(z_i) \quad (z_s \leq z_i \leq z \leq z_{i+1}), \quad (4.2.29a)$$

где

$$\mathbf{Q}^\downarrow(z, z_i) = (\mathbf{M}_{11} + \mathbf{M}_{12}\mathbf{H}^\uparrow(z))^{-1} \Lambda(z - z_i) (\mathbf{M}_{11} + \mathbf{M}_{12}\mathbf{H}^\uparrow(z_i)). \quad (4.2.29b)$$

Матрица $\mathbf{Q}^\downarrow(z, z_i)$ является пропагатором для вектора движения в i -м слое под источником. Последовательно применяя формулы (4.2.29), получаем выражение для матрицы $\mathbf{D}^\downarrow(z)$ через матрицу $\mathbf{D}^\downarrow(z_s) = \mathbf{D}(z_s)$:

$$\mathbf{D}^\downarrow(z) = \mathbf{Q}^\downarrow(z, z_s) \mathbf{D}^\downarrow(z_s), \quad (4.2.30)$$

где $\mathbf{Q}^\downarrow(z, z_s)$ является произведением матриц типа $\mathbf{Q}^\downarrow(z_{i+1}, z_i)$. Последовательность пересчета матриц базисных решений от границы источника вниз до глубины z изобразим диаграммой

$$\mathbf{D}_s^\downarrow = \mathbf{D}(z_s) \Rightarrow \mathbf{D}_{s+1}^\downarrow \Rightarrow \dots \Rightarrow \mathbf{D}_i^\downarrow \Rightarrow \mathbf{D}_{i+1}^\downarrow \Rightarrow \dots \Rightarrow \mathbf{D}^\downarrow(z). \quad (4.2.31)$$

Приведенные формулы не содержат экспонент с положительными показателями, поэтому как импеданс, так и пропагатор рассчитываются устойчиво.

Выражение решения через функции Грина. Приведенные формулы позволяют рассчитать матрицу базисных решений $\mathbf{D}(z, k, \omega | z_s)$ системы (4.2.10) для каждого набора (m, k) . Сама матрица $\mathbf{D}(z, k, \omega | z_s)$ не зависит от m , однако, такая зависимость возникает при переходе к дискретным волновым числам, в случае, когда схема дискретизации, используемая при вычислении интегралов, зависит от m . В силу того, что SH - и P/SV -компоненты вектора движения рассчитываются независимо друг от друга, для матрицы базисных решений компоненты D_{12} , D_{13} , D_{21} , D_{23} равны нулю.

Согласно (4.2.11), ненулевой вклад в решение (4.2.6) дают лишь члены с $m = 0, \pm 1$. Запишем выражение для решения (4.2.6), используя формулу (4.2.18), выражающую вектор движения через матрицу базисных решений системы (4.2.10):

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{2\pi F_0} \sum_{m=-1}^1 e^{im\varphi} \int_0^\infty \mathbf{K}^{(m)}(r, \varphi, k) \mathbf{D}(z, \omega, k) \mathbf{f}^{(m)} k dk, \quad (4.2.32a)$$

где $\mathbf{K}^{(m)}(r, \varphi, k) = e^{-im\varphi} [\mathbf{T}_k^m(r, \varphi), \mathbf{S}_k^m(r, \varphi), \mathbf{R}_k^m(r, \varphi)]$, а выражение для «силы» $\mathbf{f}^{(m)}$ дается формулой (4.2.11в). Используя выражения для горизонтальных функций и переходя к ортам декартовой системы координат, запишем матрицу $\mathbf{K}^{(m)}$ в виде

$$\mathbf{K}^{(m)}(r, \varphi, k) = \mathbf{R}(\varphi)^T \begin{pmatrix} \frac{imJ_m(kr)}{kr} & J'_m(kr) & 0 \\ -J'_m(kr) & \frac{imJ_m(kr)}{kr} & 0 \\ 0 & 0 & -J_m(kr) \end{pmatrix} \quad (m = -1, 0, 1), \quad (4.2.32б)$$

где

$$\mathbf{R}(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) & 0 \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.2.32в)$$

— матрица вращения. С помощью формул (4.2.32б), (4.2.11в) и с учетом замечания относительно структуры матрицы базисных решений, приведенного в начале раздела, из формулы (4.2.32а) получаем выражение

$$\mathbf{u}(x, y, z, \omega | z_s) = \mathbf{R}^T(\varphi) \left\{ \left(e^{i\varphi} \mathbf{J} \frac{F_x - iF_y}{2} + e^{-i\varphi} \mathbf{J}^* \frac{F_x + iF_y}{2} \right) \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{a}^{(0)} F_z \right\}, \quad (4.2.33)$$

где $\mathbf{J} = \text{diag}([1, i, 1])$; звездочка обозначает комплексное сопряжение, а векторные функции $\mathbf{a}^{(m)}(r, z, \omega)$ ($m = 0, 1$) выражаются по формуле

$$\mathbf{a}^{(m)}(r, z, \omega | z_s) = \frac{1}{2\pi F_0} \int_0^\infty \mathbf{A}^{(m)}(kr) \mathbf{D}(z, \omega, k | z_s) (m(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) + (1-m)\mathbf{e}_3) k dk; \quad (4.2.34a)$$

для матриц $\mathbf{A}^{(m)}(x)$, ($m = 0, 1; x = kr$) имеем формулы

$$\mathbf{A}^{(0)}(x) = \begin{pmatrix} 0 & J'_0(x) & 0 \\ -J'_0(x) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -J_0(x) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}^{(1)}(x) = \begin{pmatrix} -\frac{J_1(x)}{x} & -J'_1(x) & 0 \\ -J'_1(x) & -\frac{J_1(x)}{x} & 0 \\ 0 & 0 & J_1(x) \end{pmatrix}. \quad (4.2.34б)$$

Для производных функций Бесселя имеем $J_0'(x) = -J_1(x)$, $J_1'(x) = J_0(x) - \frac{J_1(x)}{x}$.

Из формулы (4.2.33) получаем выражение решения через тензор Грина:

$$\mathbf{u}(x, y, z, \omega) = \mathbf{G}(x, y, z, \omega | z_s) \mathbf{F}, \quad (4.2.35a)$$

где $\mathbf{G}(x, y, z, \omega | z_s)$ — тензор Грина в частотной области; его структура такова:

$$\mathbf{G}(x, y, z, \omega | z_s) = \mathbf{R}(\varphi)^T \mathbf{G}_0(r, z, \omega | z_s) \mathbf{R}(\varphi), \quad \mathbf{G}_0 = \begin{pmatrix} a_1^{(1)} & 0 & a_1^{(0)} \\ 0 & a_2^{(1)} & 0 \\ a_3^{(1)} & 0 & a_3^{(0)} \end{pmatrix}, \quad (4.2.35b)$$

$a_i^{(m)}$ ($m = 0, 1; i = 1, 2, 3$) — компоненты векторной функции $\mathbf{a}^{(m)}$ (формула (4.2.34a)); выражение для матрицы $\mathbf{R}(\varphi)$ дано формулой (4.2.32в). Будем называть функции $\mathbf{a}^{(m)}(r, z, \omega)$ базисными. Матрица \mathbf{G}_0 является выражением тензора Грина в цилиндрической системе координат.

Пример расчета функций Грина. Приведем пример расчета базисных функций — функций Грина в цилиндрической системе координат. Среда — слой между двумя полупространствами; источник и приемник расположены в верхнем полупространстве (рис. 4.2.1).

Приведенная выше схема расчета должна быть изменена, а именно, для импеданса на границе приемника нужно принять значение, которое получается с учетом условия излучения. Условие отсутствия приходящих из верхнего полупространства волн приводит к следующему значению импеданса в среде выше источника:

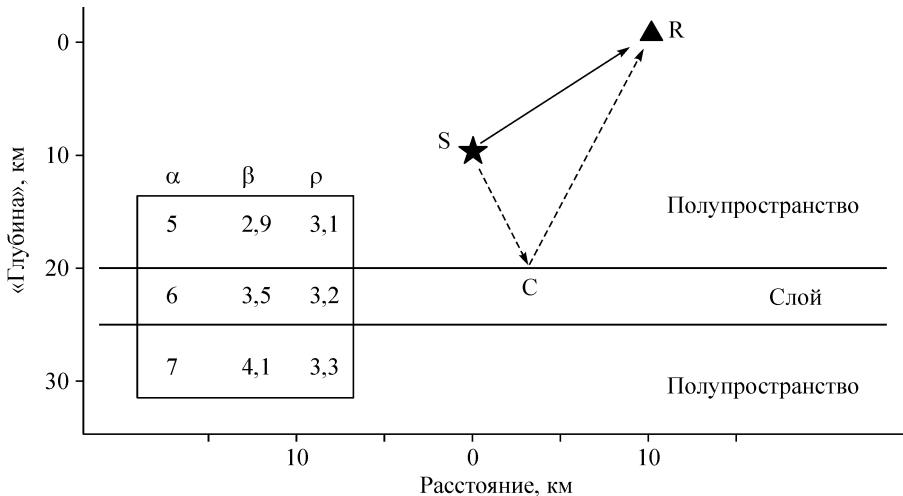


Рис. 4.2.1. Параметры среды и расположение источника S и приемника R. Приведены значения продольных α и поперечных β волн (в км/с) и плотности ρ (в г/см³). Сплошной стрелкой показан путь прямой волны, штриховой — путь P-волны, отраженной от слоя.

$$\mathbf{H}^\downarrow(z) = \mathbf{L}_{22} \mathbf{L}_{12}^{-1} \equiv \mathbf{H}_1, \quad (4.2.36a)$$

где

$$\mathbf{H}_1 = \mu \begin{pmatrix} \nu & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 c \gamma & k(\omega^2 c - 2) \\ 0 & k(\omega^2 c - 2) & \omega^2 c \nu \end{pmatrix}, \quad c = \frac{1}{\beta^2(k^2 - \gamma \nu)}. \quad (4.2.36b)$$

На рис. 4.2.2 приведены рассчитанные по аналитическим формулам и по предложенному алгоритму ненулевые компоненты тензора Грина. При расчетах приняты следующие значения входных параметров: «эпицентральное» расстояние 10 км, глубина источника 10 км, длительность сейсмограммы $T = 16$ с (на рис. 4.2.2 показан интервал 2—6 с), общее число отсчетов $N = 1024$, расстояние до цилиндрической границы 150 км. Для того чтобы избежать деления на нуль при

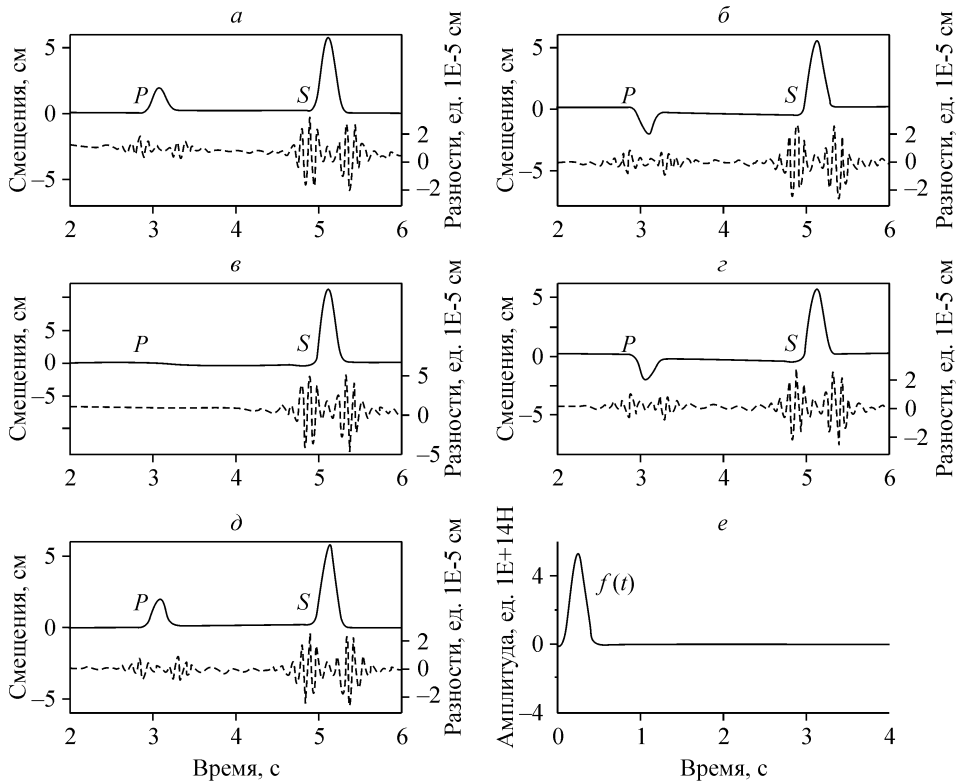


Рис. 4.2.2. Сравнение аналитических и расчетных функций Грина.

$a-d$ — ненулевые компоненты тензора Грина \mathbf{G}_0 (формула (4.2.35б)) (сплошные линии, шкала слева) и разности аналитических и расчетных кривых (штриховые линии, шкала справа; значения приведены в ед. 10^{-5} см). Соответствие графиков компонентам: $a - G_{0rr} = a_1^{(1)}$; $б - G_{0rz} = a_1^{(0)}$; $в - G_{0\phi\phi} = a_2^{(1)}$; $г - G_{0zr} = a_3^{(1)}$; $д - G_{0zz} = a_3^{(0)}$. Аналитические и расчетные кривые неразличимы в принятом масштабе. Кривые профильтрованы косинусным фильтром с определяющими частотами 0, 0, 8, 16 Гц. e — зависимость силы от времени (в соответствии с формулой (4.2.37)).

попадании на полюса, вводится комплексная мнимая добавка к частоте ω_I ; в расчетах принято значение $\omega_I = -\frac{2\pi}{T}$.

Функции Грина свернуты с зависящей от времени силой

$$f(t) = \frac{F_0}{3\tau} \left(1 + \cos\left(4\pi\frac{t}{\tau}\right) - 4\cos\left(2\pi\frac{t}{\tau}\right) \right) \quad (0 \leq t \leq \tau), \quad (4.2.37)$$

где $F_0 = 10^{14}$ Н, $\tau = 0,5$ с; вне указанного интервала $f(t) = 0$.

Входные данные определили набор частот, в которых были рассчитаны спектры по приведенной выше схеме (с учетом модификации для значения импеданса, указанной выше). Перевод во временную область осуществлялся по формуле

$$u(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{dt} \text{ifft}\{u(\mathbf{x}, \omega)\} \exp(-\omega_I t), \quad (4.2.38)$$

где $\text{ifft}\{\}$ — операция обратного (быстрого) преобразования Фурье; dt — шаг дискретизации; ω_I — значение мнимой комплексной добавки к частоте; t — время. Экспоненциальный член в формуле (4.2.38) исправляет искажения, вносимые комплексной добавкой.

На рис. 4.2.2 показаны кривые в интервале времени до прихода отраженной от слоя волны PP (луч SCR на рис. 4.2.1). На этом интервале расчетные сейсмограммы соответствуют безграничному пространству с параметрами верхнего полупространства и должны совпадать с аналитическими. Фактические разности между аналитическими и рассчитанными по приведенному алгоритму кривыми оказываются ненулевыми, хотя и малыми (в области максимумов расхождение составляет меньше тысячной доли процента).

Итак, построение синтетических сейсмограмм от точечной импульсной силы (функции Грина) сводится к вычислению вектора движения—напряжения и интегрированию по волновому числу. Для решения системы дифференциальных уравнений применен новый метод, использующий матричный импеданс — матричную функцию глубины, переводящую вектор движения в вектор напряжения. Матричный импеданс зависит от глубины источника, но не от его типа. Импеданс для среды с источником является комбинацией двух типов импеданса — решений этого уравнения, которые полностью определяются средой и следующими граничными условиями: 1) значение матрицы импеданса равно нулю на внешней границе; 2) значение матрицы импеданса на границе с полупространством равно определенной матрице, выражение для которой получается из условия отсутствия восходящих волн. Эти решения являются непрерывными функциями глубины. Импеданс для среды с источником имеет разрыв на глубине источника. Поскольку имеется аналитическое решение для вектора движения—напряжения в однородном слое, то мы не решаем уравнение для импеданса непосредственно, а используем это решение для получения аналитического выражения для импеданса.

С помощью импеданса получается аналитическое выражение для пропагатора вектора движения, при этом вектор напряжения может быть получен умножением вектора движения на соответствующий импеданс. Полученные аналитические формулы не содержат экспонент с положительными вещественными показателя-

ми. На основе полученных формул формулируется алгоритм расчета вектора движения—напряжения. Алгоритм не имеет ограничений на число и толщину слоев и применим при любых частотах.

Приложение

Получим формулы для пересчета импеданса и векторов движения с одной границы однородного слоя на другую. Исходным пунктом является общее решение для однородного слоя, которое запишем в матричном виде (см., например, [Аки, Ричардс, 1983]):

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}(z) \\ \mathbf{S}(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{12} \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda(z) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda^{-1}(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{C}\mathbf{W}_1 \\ \mathbf{C}\mathbf{W}_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{П1})$$

Входящие в эту формулу величины являются матрицами 3×3 :

$$\mathbf{L}_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & k & v \\ 0 & \gamma & k \end{pmatrix}, \quad \mathbf{L}_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & k & v \\ 0 & -\gamma & -k \end{pmatrix}, \quad \mathbf{L}_{21} = \mu \begin{pmatrix} -v & 0 & 0 \\ 0 & -2k\gamma & -(k^2 + v^2) \\ 0 & -(k^2 + v^2) & -2kv \end{pmatrix}, \quad (\text{П2})$$

$$\mathbf{L}_{22} = \mu \begin{pmatrix} v & 0 & 0 \\ 0 & 2k\gamma & (k^2 + v^2) \\ 0 & -(k^2 + v^2) & -2kv \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} v & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & v \end{pmatrix}, \quad (\text{П3})$$

$$\Lambda(z) = \exp(-z\mathbf{\Gamma}) = \begin{pmatrix} \exp(-zv) & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-z\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(-zv) \end{pmatrix}, \quad (\text{П4})$$

$$\gamma = \left(k^2 - \frac{\omega^2}{\alpha^2}\right)^{1/2}, \quad v = \left(k^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2}\right)^{1/2};$$

ветвь радикалов выбрана так, что их действительная часть неотрицательна; \mathbf{C} — диагональная матрица: $\mathbf{C} = \text{diag}([1, \alpha\omega^{-1}, \beta\omega^{-1}])$; матрицы \mathbf{W}_1 и \mathbf{W}_2 постоянные.

Для однородного слоя $\zeta_1 \leq z \leq \zeta_2$ получим связь между импедансами на его границах. Одновременно получим связь между матрицами векторов движения на границах этого однородного слоя. Из формулы (П1) имеем

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}(\zeta_2) \\ \mathbf{H}(\zeta_2)\mathbf{D}(\zeta_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{12} \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda(\zeta_2 - \zeta_1) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda^{-1}(\zeta_2 - \zeta_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{D}(\zeta_1) \\ \mathbf{H}(\zeta_1)\mathbf{D}(\zeta_1) \end{pmatrix}, \quad (\text{П5})$$

где

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{12} \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_1^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_1^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{22}^T & -\mathbf{L}_{12}^T \\ -\mathbf{L}_{21}^T & \mathbf{L}_{11}^T \end{pmatrix}, \quad (\text{П6})$$

\mathbf{C}_1 — диагональная матрица: $\mathbf{C}_1 = \text{diag}([2\mu\nu, 2\gamma\rho\omega^2, -2\nu\rho\omega^2])$.

Из формулы (П5) получаем

$$\mathbf{H}(\zeta_2) = \mathbf{Y}_1 \mathbf{X}_1^{-1}, \quad (\text{П7})$$

$$\mathbf{D}(\zeta_1) = (\mathbf{M}_{21} + \mathbf{M}_{22} \mathbf{H}(\zeta_1))^{-1} \Lambda(\zeta_2 - \zeta_1) \mathbf{X}_1^{-1} \mathbf{D}(\zeta_2), \quad (\text{П8})$$

где

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{L}_{11} \Lambda(\zeta_2 - \zeta_1) (\mathbf{M}_{11} + \mathbf{M}_{12} \mathbf{H}(\zeta_1)) (\mathbf{M}_{21} + \mathbf{M}_{22} \mathbf{H}(\zeta_1))^{-1} \Lambda(\zeta_2 - \zeta_1) + \mathbf{L}_{12}, \quad (\text{П9})$$

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{L}_{21} \Lambda(\zeta_2 - \zeta_1) (\mathbf{M}_{11} + \mathbf{M}_{12} \mathbf{H}(\zeta_1)) (\mathbf{M}_{21} + \mathbf{M}_{22} \mathbf{H}(\zeta_1))^{-1} \Lambda(\zeta_2 - \zeta_1) + \mathbf{L}_{22}. \quad (\text{П10})$$

При получении этих формул было выполнено преобразование, исключающее матрицу $\Lambda^{-1}(\zeta_2 - \zeta_1)$, которая может содержать большие экспоненты, что является потенциальным источником численной неустойчивости. Это преобразование заключается в вынесении за скобки матрицы $\Lambda^{-1}(\zeta_2 - \zeta_1) (\mathbf{M}_{21} + \mathbf{M}_{22} \mathbf{H}(\zeta_1))$, после чего она либо превращается в обратную матрицу, либо входит в выражение в виде произведения на обратную к ней матрицу, которое является единичной матрицей. В результате формулы (П7)—(П10) не содержат экспонент с положительными показателями. Формула (П7) дает выражение для импеданса при $z = \zeta_2$ через импеданс при $z = \zeta_1$ (пересчет сверху вниз). При этом формула (П8) служит для пересчета матрицы векторов движения в противоположном направлении от $z = \zeta_2$ к $z = \zeta_1$ (снизу вверх).

Поменяем местами индексы при ζ . После преобразований, цель которых удалить экспоненты с положительными показателями, получим формулы для преобразования импеданса и матрицы векторов движения в противоположных направлениях:

$$\mathbf{H}(\zeta_1) = \mathbf{Y}_2 \mathbf{X}_2^{-1}, \quad (\text{П11})$$

$$\mathbf{D}(\zeta_2) = (\mathbf{M}_{11} + \mathbf{M}_{12} \mathbf{H}(\zeta_2))^{-1} \Lambda(\zeta_2 - \zeta_1) \mathbf{X}_2^{-1} \mathbf{D}(\zeta_1), \quad (\text{П12})$$

где

$$\mathbf{X}_2 = \mathbf{L}_{11} + \mathbf{L}_{12} \Lambda(\zeta_2 - \zeta_1) (\mathbf{M}_{21} + \mathbf{M}_{22} \mathbf{H}(\zeta_2)) (\mathbf{M}_{11} + \mathbf{M}_{12} \mathbf{H}(\zeta_2))^{-1} \Lambda(\zeta_2 - \zeta_1), \quad (\text{П13})$$

$$\mathbf{Y}_2 = \mathbf{L}_{21} + \mathbf{L}_{22} \Lambda(\zeta_2 - \zeta_1) (\mathbf{M}_{21} + \mathbf{M}_{22} \mathbf{H}(\zeta_2)) (\mathbf{M}_{11} + \mathbf{M}_{12} \mathbf{H}(\zeta_2))^{-1} \Lambda(\zeta_2 - \zeta_1). \quad (\text{П14})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аки К., Ричардс П.* Количественная сейсмология. М.: Мир, 1983. 880 с.
- Активная сейсмология с мощными вибрационными источниками / Отв. ред. Г. М. Цибульчик.* Новосибирск: Изд-во СО РАН; филиал «Гео», 2004. 387 с. (Гл. 12. И. С. Чичинин. Механизм формирования сейсмических волн при вибрационном воздействии на грунт).
- Алексеев А. С.* Некоторые обратные задачи теории распространения волн. I // Изв. АН СССР. Сер. геофизич. 1962. Вып. 11. С. 1515—1522.
- Алексеев А. С.* Обратные динамические задачи сейсмоки // Некоторые методы и алгоритмы интерпретации геофизических данных. М.: Наука, 1967. С. 9—48.
- Алексеев А. С., Гельчинский Б. Я.* Лучевой метод вычисления головных волн // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. 1961. № 5. С. 54—72.
- Алексеев А. С., Меграбов А. Г.* Прямая и обратная задачи рассеяния плоских волн на неоднородных слоях // Математические проблемы геофизики. Вып. 3 / ВЦ СО АН СССР. Новосибирск, 1972. С. 8—36.
- Алексеев А. С., Михайленко Б. Г.* Метод расчета теоретических сейсмограмм для сложнопостроенных моделей сред // Докл. АН СССР. 1978. Т. 240, № 5. С. 1062—1065.
- Алексеев А. С., Рябой В. З.* Новая модель строения верхней мантии Земли // Природа. 1976. № 7. С. 64—77.
- Алексеев А. С., Рябой В. З.* Астеносфера Земли // Земля и Вселенная. 1978. № 5. С. 36—42.
- Алексеев А. С., Цибульчик Г. М.* О связи обратных задач теории распространения волн с задачами визуализации волновых полей // Докл. АН СССР. 1978. Т. 242, № 5. С. 1030—1033.
- Алексеев А. С., Цибульчик Г. М.* Обратные динамические задачи дифракции волн в проблеме сейсмического мониторинга // Проблемы геотомографии. М.: Наука, 1997. С. 39—55.
- Алексеев А. С., Бабич В. М., Гельчинский Б. Я.* Лучевой метод вычисления интенсивности волновых фронтов // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. 1961. № 5. С. 3—24.
- Алексеев А. С., Лаврентьев М. М., Мухометов Р. Г. и др.* Численный метод определения структуры верхней мантии Земли по профилю Памир—Байкал // Математические проблемы геофизики. Вып. 2 / ВЦ СО АН СССР. Новосибирск, 1971. С. 143—165.
- Алексеев А. С., Ряшенцев Н. П., Чичинин И. С.* Как заглянуть в глубь планеты // Наука в СССР. 1982. № 3. С. 31—37.
- Алексеев А. С., Глинский Б. М., Селезнев В. С. и др.* Вибросейсмические исследования Алтае-Саянского региона // Геофизические методы изучения земной коры. Новосибирск: НИЦ ОИГМ СО РАН, 1998а. С. 33—40.
- Алексеев А. С., Белоносов А. С., Петренко В. Е.* Определение интегрального предвестника землетрясений с использованием многодисциплинарной модели и активного вибро-сейсмического мониторинга // Тр. ИВМиМГ СО РАН. Сер. Мат. моделирование в геофизике. Новосибирск, 1998б. Вып. 7. С. 3—36.
- Алексеев А. С., Глинский Б. М., Еманов А. Ф. и др.* Новые геотехнологии и комплексные геофизические методы изучения внутренней структуры и динамики геосфер. Вибрационные геотехнологии / Мин-во промышленности, науки и технологий РФ. М., 2002. 474 с.
- Алексеев А. С., Глинский Б. М., Геза Н. И. и др.* Активная сейсмология с мощными вибрационными источниками / Отв. ред. Г. М. Цибульчик. Новосибирск: Гео, 2004.
- Алексеев А. С., Глинский Б. М., Ковалевский В. В., Хайретдинов М. С.* Мониторинг дилатантных зон вибросейсмическими методами // Вестник НЯЦ РК. 2008. № 2. С. 90—98.

- Алексеев А. С., Глинский Б. М., Имомназаров Х. Х. и др.* Мониторинг геометрии и физических свойств «поверхностной» и «очаговой» дилатантных зон методом вибросейсмического просвечивания сейсмоопасных участков земной коры // Изменение окружающей среды и климата. Природные и связанные с ним техногенные катастрофы. Т. 1. Сейсмические процессы и катастрофы. Ч. 2. М.: ИФЗ РАН, 2008а. С. 179—223.
- Алтайское (Чуйское) землетрясение: прогнозы, характеристики, последствия.* Материалы научно-практической конференции. Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2004. 182 с.
- Антенны* / Под ред. Л. Д. Бахраха. М.: Сов. радио, 1979. 208 с.
- Бабаев Д. Х., Гамбаров Ю. Г., Шихалиев Ю. А., Чичинин И. С.* Теоретическая модель источника сейсмических волн для морской сейсморазведки и некоторые результаты экспериментальных исследований // Геология и геофизика. 1980. № 3. С. 100—117.
- Бабич В. М., Булдырев В. С., Молотков И. А.* Пространственно-временной лучевой метод. Л.: Изд-во ЛГУ, 1985. 271 с.
- Белюсов В. В.* Основные вопросы геотектоники. М.: Госгеолтехиздат, 1954. 606 с.
- Благовещенский А. С.* Об обратной задаче теории распространения сейсмических волн // Проблемы математической физики. Вып. 1. Л.: Изд-во ЛГУ, 1966. С. 68—81.
- Благовещенский А. С.* Одномерная обратная краевая задача для гиперболического уравнения второго порядка // Математические вопросы теории распространения волн. Т. 2. Л.: Изд-во ЛОМИ, 1969. С. 85—90.
- Белишев М. И., Благовещенский А. С.* Динамические обратные задачи теории волн. СПб.: Изд-во СПбГУ, 1999. 266 с.
- Блохин А. М., Доровский В. Н.* Проблемы математического моделирования в теории многоскоростного континуума. Новосибирск, 1994. 183 с.
- Блохина Л. В., Еришов Н. Е.* Численное решение интегральных уравнений пространственной задачи распространения и дифракции акустических волн // Докл. международной конференции по вычислительной математике. Новосибирск: ИМ СО РАН, 2004. С. 407—410.
- Большаков Д. К., Модин И. Н., Перваго Е. В. и др.* Изучение особенностей электрических зондирований над погребенной анизотропной средой // Вестн. МГУ. Сер. 4. Геология. 1996. № 2. С. 60—70.
- Бреднев И. И., Сысков С. С.* Поле точечного источника тока в присутствии анизотропной вертикально слоистой среды, перекрытой слоем изотропных образований // Геофизические методы поисков и разведки. Вып. 3. Свердловск, 1976. С. 26—34.
- Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957. 502 с.
- Бухгольц Г.* Сейсмические исследования трехмерной модели // Исследование Земли не взрывными сейсмическими источниками. М.: Наука, 1981. С. 280—295.
- Васильев Ю. И., Иванова Л. А., Щербо М. Н.* Измерение напряжений и деформаций в грунте при распространении взрывных волн // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1969. № 1. С. 21—37.
- Васильев В. И., Евчатов Г. П., Чичинин И. С. и др.* Экспериментальные исследования процесса возбуждения сейсмических волн вибрационным источником // Вопросы возбуждения сейсмических волн вибрационным источником / ИГиГ СО АН СССР. Новосибирск, 1976. С. 65—86.
- Вербицкий Т. З.* Особенности распространения упругих волн в нелинейно-упругих пористых средах // Проблемы нелинейной сейсмологии. М.: Наука, 1987. С. 94—103.
- Владимиров В. С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1991. 512 с.
- Воронин В. В.* Решение двумерной задачи дифракции акустической волны на упругом теле методом потенциалов // Математические проблемы геофизики / ВЦ СО АН СССР. Новосибирск, 1978а. Вып. 6, ч. 2. С. 120—129.
- Воронин В. В.* Численное решение двумерной задачи дифракции упругой волны на упругом теле методом потенциалов // Условно-корректные задачи математической физики в интерпретации геофизических наблюдений / ВЦ СО АН СССР. Новосибирск, 1978б. С. 5—22.

- Вотак О. А.* Структурные элементы Земли. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1979. 215 с.
- Геза Н. И., Юшин В. И.* О некоторых особенностях корреляционного накопления слабых виброрейсмических сигналов // Вопросы вибрационного сейсмического зондирования / ИГиГ СО АН СССР. Новосибирск, 1981. С. 99—111.
- Гервер М. Л.* Обратная задача для одномерного волнового уравнения с неизвестным источником колебаний. М.: Наука, 1974. 123 с.
- Глинский Б. М., Фатьянов А. Г.* Изучение и мониторинг грязевых вулканов активными сейсмическими методами // Активный геофизический мониторинг вулканов: матер. 2-го Межд. симпозиума 12—16 сент. 2005. Новосибирск, 2005. С. 58—64.
- Глинский Б. М., Фатьянов А. Г.* Проблемы виброрейсмического мониторинга вулкана Эльбрус // Мониторинг окружающей среды, геоэкология, дистанционные методы зондирования Земли и фотограмметрия // Сборник докл. Междунар. науч. конгресс «ГЕО-Сибирь-2006». Т. 3. Новосибирск: СГГА, 2006. С. 3—7.
- Глинский Б. М., Ковалевский В. В., Хайретдинов М. С.* Виброрейсмический мониторинг сейсмоопасных зон // Вулканология и сейсмология. 1999. № 6. С. 56—66.
- Глинский Б. М., Фатьянов А. Г., Хайретдинов М. С.* О возможности применения виброрейсмических методов для изучения флюидонасыщенных и трещиноватых зон // Вестник НЯЦ РК. 2006. Вып. 2. С. 155—160.
- Глинский Б. М., Собисевич А. Л., Хайретдинов М. С.* Опыт активного мониторинга сложно построенных геологических структур (на примере грязевого вулкана Шуго) // Докл. РАН. 2007. Т. 413, № 3. С. 398—402.
- Глинский Б. М., Собисевич А. Л., Фатьянов А. Г., Хайретдинов М. С.* Математическое моделирование и экспериментальные исследования грязевого вулкана Шуго // Вулканология и сейсмология. 2008. № 5. С. 1—9, 69—77.
- Гольдин С. В.* Сейсмические волны в анизотропных средах. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008. 372 с.
- Гольдин С. В., Пузырев Н. Н.* Сейсмические исследования земной коры // Сборник докл. Межд. науч. конф., 23—25 ноября 2004 г. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2004. С. 5—9.
- Гольдин С. В., Дядьков П. Г., Дашевский Ю. А.* Стратегия прогноза землетрясений на Южно-Байкальском геодинамическом полигоне // Геология и геофизика. 2001. Т. 42. № 10. С. 1484—1496.
- Гольдин С. В., Селезнев В. С., Еманов А. Ф. и др.* Чуйское землетрясение и его афтершоки // Докл. РАН. 2004. Т. 395, № 4. С. 1—4.
- Горюнов А. А., Сасковец А. В.* Обратные задачи рассеяния в акустике. М.: МГУ, 1989.
- Градиштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. 1100 с.
- Губатенко В. П., Огаджанов В. А., Назаров А. А.* Мониторинг динамики разуплотнения горных пород методами электроразведки // Изв. РАН. Физика земли. 2000. № 9. С. 103—109.
- Гуттенберг Б.* Физика земных недр. М.: ИЛ, 1963. 264 с.
- Дашевский Ю. А., Неведрова Н. Н., Жирова Н. В.* Интегральная проводимость разреза как индикатор напряженного состояния среды при активном электромагнитном мониторинге на Южно-Байкальском прогностическом полигоне // Докл. РАН. 2000. Т. 370, № 6. С. 807—809.
- Дашевский Ю. А., Куликов В. А., Неведрова Н. Н. и др.* Сейсмическая и электрическая анизотропия как индикатор напряженного состояния трещиноватого массива горных пород // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 2006. № 4. С. 31—46.
- Джеффрис Г.* Земля, ее происхождение, история и строение. М.: ИЛ, 1960. 485 с.
- Дзевонский А., Андерсон Д.* Сейсмическая томография // В мире науки. 1984. № 12. С. 16—25.
- Добрецов Н. Л., Кирдяшкин А. Г.* Глубинная геодинамика. Новосибирск: НИЦ ОИГТМ СО РАН, 1994. 297 с.

- Добровольский И. П.* Механизм подготовки тектонического землетрясения / ИФЗ АН СССР. М., 1984. 188 с.
- Доровский В. Н., Перепечко Ю. В., Роменский Е. И.* Волновые процессы в насыщенных пористых упругодеформируемых средах // Физика горения и взрыва. 1993. № 1. С. 100—111.
- Драгин В. П.* Исследование динамики вызванной акустической эмиссии для оценки характера насыщенности коллектора // Каротажник. 2001. № 98. С. 25—32.
- Дядьков П. Г.* О решении обратной задачи магнитоупругого эффекта горных пород // Геология и геофизика. 1987. Т. 28, № 2. С. 65—72.
- Дядьков П. Г., Мандельбаум М. М., Татьков Г. И. и др.* Особенности развития сейсмотектонического процесса и процессов подготовки землетрясений в центральной части Байкальской рифтовой зоны по результатам тектономагнитных исследований // Там же. 1999. Т. 40, № 3. С. 346—359.
- Еманов А. Ф., Селезнев В. С., Кузьменко А. П. и др.* Детальные инженерно-сейсмологические исследования зданий и сооружений // Методы изучения, строение и мониторинг литосферы: мат. междунар. конф. Новосибирск, 1998. С. 61—72.
- Еманов А. Ф., Селезнев В. С., Соловьев В. М. и др.* Исследование динамических особенностей сезонных изменений волновых полей при вибросейсмическом мониторинге среды // Геология и геофизика. 1999. Т. 40, № 3. С. 474—486.
- Еманов А. Ф., Еманов А. А., Филина А. Г., Лескова Е. В.* Пространственно-временные особенности сейсмичности Алтае-Саянской складчатой зоны // Физическая мезомеханика. 2005. Т. 8, № 1. С. 49—64.
- Ершов Н. Е., Илларионова Л. В.* Моделирование процессов распространения и дифракции упругих стационарных на трехмерном включении // Вычислительные и информационные технологии в науке, технике и образовании. Павлодар, Казахстан: ПГУ, 2006. С. 466—476.
- Ершов Н. Е., Смагин С. И.* Решение пространственных задач акустики и упругости методом потенциалов // Дифференц. уравнения. 1993. Т. 29, № 9. С. 1517—1525.
- Ершов Н. Е., Смагин С. И.* Приближенное решение пространственных задач акустики и упругости методом потенциалов // Математические модели, методы и приложения. Хабаровск: ХГПУ, 2002. С. 45—115.
- Журков С. Н.* Кинетическая концепция прочности твердых тел // Вестник АН СССР. 1968. № 3. С. 46—52.
- Журков С. Н., Куксенко В. С., Петров В. А.* К вопросу о прогнозировании разрушения горных пород // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1977. № 8. С. 11—18.
- Журков С. Н., Куксенко В. С., Петров В. А. и др.* Концентрационный критерий объемного разрушения твердых тел // Физические процессы в очагах землетрясений. М.: Наука, 1980. С. 78—85.
- Имомназаров Х. Х.* Несколько замечаний о системе уравнений Био // Докл. РАН. 2000. Т. 373, № 4. С. 536—537.
- Имомназаров Х. Х., Михайлов А. А.* Использование спектрального метода Лагерра для решения линейной двумерной динамической задачи для пористых сред // Сибирский журнал индустриальной математики. 2008а. Т. 11, № 2(35). С. 86—95.
- Имомназаров Х. Х., Михайлов А. А.* Моделирование сейсмических полей в пористых средах с использованием спектрального метода Лагерра // Сборник трудов междунар. конференции «Моделирование-2008». Киев, 2008б. С. 272—277.
- Ионе К. Г.* О роли водорода в техногенной эволюции Земли (является ли Земля каталитическим реактором?). Новосибирск, 2003. 68 с.
- Исакович М. А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.
- Катица С. П.* Магнитные свойства изверженных горных пород при механических напряжениях // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1955. № 6.

- Карчевский А. Л.* Метод численного решения системы упругости для горизонтально-слоистой анизотропной среды // Геология и геофизика. 2005. Т. 46, № 3. С. 339—351.
- Каширин А. А., Смагин С. И.* Обобщенные решения интегральных уравнений скалярной задачи дифракции // Дифференц. уравнения. 2006. Т. 42, № 1. С. 79—90.
- Кляцкин В. И.* Стохастические уравнения глазами физика. М.: Физматлит, 2001. 528 с.
- Ковалевский В. В.* Создание мощных сейсмических источников, основанных на использовании колебаний упругого объема в жидкости // Проблемы вибросейсмических методов исследований / ИГиГ СО АН СССР. Новосибирск, 1979. С. 25—31.
- Ковалевский В. В.* А. с. СССР № 915598 от 23.11.1981 Вибрационный источник сейсмических сигналов для акваторий.
- Ковалевский В. В., Конох Г. В.* Моделирование сверхмощного шахтного гидрорезонансного виброисточника // Тр. Междунар. конф. «Внутреннее ядро-2000». М., 2001.
- Ковалевский В. В., Пушиной Б. М.* Вибрационный гидрорезонансный источник сейсмических волн // Проблемно-ориентированные вычислительные комплексы. Новосибирск, 1992. С. 39—44.
- Колтон Д., Кресс Р.* Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. М.: Мир, 1987. 311 с.
- Кормильцев В. В., Ратушняк А. Н.* Электрическое и магнитное поле при течении жидкости в пористой среде с локальными неоднородностями фильтрационных и электрических свойств // Изв. РАН. Физика Земли. 1997. № 8. С. 81—87.
- Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973. 707 с.
- Крылов В. И.* Приближенное вычисление интегралов. М.: Наука, 1967. 324 с.
- Крылов В. И., Шульгина Л. Т.* Справочная книга по численному интегрированию. М.: Наука, 1966. 395 с.
- Купрадзе В. Д.* Граничные задачи теории колебаний и интегральные уравнения. М.; Л.: ГИТТЛ, 1950. 280 с.
- Купрадзе В. Д., Гегелия Т. Г., Башелейшвили М. О., Бурчуладзе Т. В.* Трехмерные задачи математической теории упругости и термоупругости. М.: Наука, 1976. 664 с.
- Ларионов В. А.* Теоретические модели пьезомагнитного эффекта и вопросы количественной интерпретации геомагнитных измерений на геодинамических полигонах // Теоретические вопросы исследования современных движений земной коры. М.: Сов. радио, 1980.
- Левитан Б. М.* Обратные задачи Штурма—Лиувилля. М.: Наука, 1984. 240 с.
- Левшин А. Л., Яновская Т. Б., Ландер А. В. и др.* Поверхностные сейсмические волны в горизонтально-неоднородной Земле. М.: Наука, 1987. 278 с.
- Лепендин Л. Ф.* Акустика. М.: Высш. шк., 1978. 448 с.
- Летников Ф. А., Дорогокупец П. И.* К вопросу о роли суперглубинных флюидных систем земного ядра в эндогенных геологических процессах // Докл. РАН. 2001. Т. 378, № 4. С. 535—537.
- Лунина О. В., Gladkov A. C., Новиков И. С. и др.* Сейсмогенные деформации и поля напряжений в разломной зоне Чуйского землетрясения 2003 г., $M_s = 7.5$ (Горный Алтай) // Геотектоника. 2006. № 3. С. 52—69.
- Ляховский В. А.* Применение разномодульной модели к анализу напряженно-деформированного состояния горных пород // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1990. № 2. С. 89—94.
- Мартынов В. Н., Михайленко Б. Г.* Численное моделирование распространения упругих волн в анизотропных неоднородных средах (случай полупространства и сферы) // Математические методы интерпретации геофизических наблюдений / ВЦ СО АН СССР. Новосибирск, 1979. С. 85—113.
- Марчук Г. И., Агошков В. И.* Введение в проекционно-сеточные методы. М.: Наука, 1981. 416 с.

- Мирошников В. В., Фатьянов А. Г.* Полуаналитический метод расчета волновых полей в слоистых пористых средах // Труды ВЦ СО РАН. Мат. модел. в геофизике, Новосибирск, 1993. Вып. 1. С. 27—57.
- Михайленко Б. Г.* Комплексирование неполного разделения переменных с конечно-разностными методами при решении пространственных задач теории распространения сейсмических волн // Математические методы решения прямых и обратных задач геофизики / ВЦ СО АН СССР. Новосибирск, 1981. С. 89—91.
- Могилатов В. С.* Импульсная электроразведка. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2002. 208 с.
- Морз Ф.* Колебания и звук. М.; Л.: ГИТТЛ, 1949. 496 с.
- Морс Ф., Фешбах Г.* Методы теоретической физики. Т. I. М.: ИЛ, 1958. 931 с.
- Морс Ф., Фешбах Г.* Методы теоретической физики. Т. II. М.: ИЛ, 1960. 897 с.
- Мясникова Г. П., Шпильман А. В.* Дегазация Земли и формирование месторождений нефти и газа // Вестник недропользователя. 2005. № 6. С. 12—17.
- Мячкин В. И., Костров Б. В., Соболев Г. А., Шамина О. Г.* Лабораторные и теоретические исследования процессов подготовки землетрясений // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1974. № 10. С. 107—112.
- Мячкин В. И., Костров Б. В., Соболев Г. А., Шамина О. Г.* Основы физики очага и предвестники землетрясений // Физика очага землетрясений. М.: Наука. 1975. С. 6—29.
- Наймарк М. А.* Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969.
- Неведрова Н. Н., Эпов М. И., Антонов Е. Ю. и др.* Реконструкция глубинного строения Чуйской впадины Горного Алтая по данным электромагнитных зондирований // Геология и геофизика. 2001. Т. 42, № 9. С. 1399—1416.
- Неведрова Н. Н., Санчаа А. М., Васильев Д. В., Суродина И. В.* Строение зоны тектонических деформаций Чуйского землетрясения в Горном Алтае по данным геоэлектрики с активным источником // V Международная конференция «Мониторинг ядерных испытаний и их последствий»: тез. докл. 4—8 авг. 2008. Боровое, Казахстан, 2008. С. 67—70.
- Недра Байкала (по сейсмическим данным) // С. В. Крылов, М. М. Мандельбаум, Б. П. Мишенькин и др.* Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1981. 105 с.
- Нерсесов И. Л., Семенов А. Н., Симбирева И. Г.* Пространственно-временное распределение времен пробега поперечных и продольных волн в Гармском районе // Экспериментальная сейсмология. М.: Наука, 1971. С. 334—345.
- Николаев А. В.* Сейсмика неоднородных и мутных сред. М.: Наука, 1972. 324 с.
- Николаев А. В.* Возможность вибрационного просвечивания Земли // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1975. № 4. С. 10—21.
- Николаев А. В.* Вибрационное просвечивание — метод исследования Земли // Проблемы вибрационного просвечивания Земли. М.: Наука, 1977. С. 5—14.
- Николаев А. В., Артюшков Е. В., Чичинин И. С. и др.* Вибрационное просвечивание Земли. М.: ВИНТИ, 1974. Деп. № 2549—74.
- Николаевский В. Н.* Обзор: земная кора, дилатансия и землетрясения // Успехи науки и техники. М.: Мир, 1982. С. 133—215.
- Николаевский В. Н.* Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984. 231 с.
- Павлов В. М.* Расчет статических смещений от силы в слоистом полупространстве // Комплексные сейсмологические и геофизические исследования Камчатки / Под ред. Е. И. Гордеева, В. Н. Чеброва. Петропавловск-Камчатский, 2004. С. 386—404.
- Павлов В. М.* Расчет статических смещений от силы в слоистом полупространстве // Вулканол. и сейсмол. 2006. № 4. С. 25—33.
- Панин В. Е.* Основы физической мезомеханики // Физическая мезомеханика. 1998. Т. 1, № 1. С. 78—85.
- Партон В. З., Перлин П. И.* Интегральные уравнения теории упругости. М.: Наука, 1977. 311 с.

- Петрашень Г. И., Нахамкин С. А.* Продолжение волновых полей в задачах сейсморазведки. Л.: Наука, Ленингр. отд-ние, 1973. 170 с.
- Полозов С. С., Юшин В. И.* Экспериментальная оценка энергии и сейсмического кпд ударного поверхностного источника на мягком грунте // Геофизика. 2008. № 6. С. 21—26.
- Проблемы вибрационного просвечивания Земли /* Отв ред. А. В. Николаев, И. Н. Галкин. М.: Наука, 1977. 237 с.
- Пузырев Н. Н.* Методы и объекты сейсмических исследований. Введение в общую сейсмологию. Новосибирск: Гео, 1997. 301 с.
- Романов В. Г.* Некоторые обратные задачи для уравнений гиперболического типа. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1969. 196 с.
- Романов В. Г.* Обратные задачи математической физики. М.: Наука, 1984.
- Романов В. Г.* Вопросы корректности задачи определения скорости звука // Сиб. матем. журн. 1989. Т. 30, № 4. С. 125—134.
- Романов В. Г.* Об оценке устойчивости решения обратной задачи для гиперболического уравнения // Там же. 1998. Т. 39, № 2. С. 436—449.
- Романов В. Г.* Оценка устойчивости в обратной задаче определения скорости звука // Там же. 1999. Т. 40, № 6. С. 1323—1338.
- Романов В. Г.* Оценка устойчивости решения в двумерной обратной задаче электродинамики // Там же. 2003. Т. 44, № 4. С. 837—850.
- Романов В. Г.* Устойчивость в обратных задачах. М.: Научный мир, 2005.
- Романов В. Г.* Оценка устойчивости решения в двумерной обратной задаче для уравнений упругости // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2006. № 2. С. 152—161.
- Романов В. Г.* О задаче определения структуры слоистой среды и формы импульсного источника // Сибирский матем. журн. 2007а. Т. 48, № 4. С. 867—881.
- Романов В. Г.* Определение параметров слоистой кусочно-постоянной среды при неизвестной форме импульсного источника // Там же. 2007б. Т. 48, № 6. С. 1338—1350.
- Романов В. Г.* Обратная задача для уравнений упругости при неизвестной форме импульсного источника // Докл. РАН. 2007в. Т. 417, № 6. С. 746—752.
- Романов В. Г.* О задаче определения параметров упругой слоистой среды и импульсного источника // Сибирский матем. журн. 2008. Т. 49, № 5. С. 1157—1183.
- Саваренский Е. Ф.* Сейсмические волны. М.: Недра, 1972. 293 с.
- Савенкова А. С.* Мультипликативное управление в задаче рассеяния для уравнения Гельмгольца // Сиб. журн. индустр. матем. 2007. Т. 10, № 1. С. 128—139.
- Савченко А. В.* Скважинная система волнового воздействия на продуктивный пласт // Матер. междунар. науч. конгресса «ГЕО-Сибирь-2006» (24—28 апреля 2006 г., г. Новосибирск). Т. 5. Новосибирск: Изд-во СГГА, 2006. С. 215—219.
- Савченко А. В., Захаров Ю. С.* Гидроударные скважинные системы для интенсификации добычи нефти // Химия нефти и газа: Матер. VI Междунар. конф-ции (Томск, 5—9 сентября 2006 г.). Т. 1. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2006. С. 304—307.
- Самарский А. А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
- Светов Б. С.* Электромагнитный мониторинг сеймотектонических процессов // Изв. вузов. Геология и разведка. 1982. № 2. С. 9—115.
- Сейсмическая томография /* Ред. Г. Нолет. М.: Мир, 1990. 416 с.
- Селезнев В. С., Тибо Г., Перчук Э. и др.* Использование новой технологии глубинных сейсмических исследований при изучении глубинного строения юго-западного фланга Байкальской рифтовой зоны // Проблемы сейсмологии III тысячелетия: Матер. междунар. науч. конф-ции. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2003. С. 324—328.
- Семенов А. С.* Анизотропия горных пород и особенности электрических полей в анизотропных средах // Вестник ЛГУ. Сер. геол., география. 1975. № 24. С. 40—47.

- Сердюков С. В.* Механизм сейсмической стимуляции добычи нефти // Химия нефти и газа: Матер. VI Междунар. конф-ции (Томск, 5—9 сентября 2006 г.). Т. 1. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2006. С. 225—227.
- Сердюков С. В., Курленя М. В.* Механизм сейсмического воздействия на нефтепродуктивные пласты // Геология и геофизика. 2007. № 9.
- Серкеров С. А.* Гравиразведка и магниторазведка. М.: Недра, 1999. 437 с.
- Смагин С. И.* Об одной системе интегральных уравнений теории дифракции // Дифференц. уравнения. 1990. Т. 26, № 8. С. 1432—1437.
- Смагин С. И.* Интегральные уравнения задач дифракции. Владивосток: Дальнаука, 1995.
- Собисевич Л. Е., Собисевич А. Л.* Волновые процессы и резонансы в геофизике. М.: ОИФЗ РАН, 2001. 297 с.
- Собисевич Л. Е., Шумейко В. И., Селезнев М. Г. и др.* Локальные резонансы в слоистых средах. М.: ОИФЗ РАН, 2000. 178 с.
- Соколов Г. А.* Изучение образования и предвестников разрыва сдвигового типа в лабораторных условиях // Поиск предвестников землетрясений. М.: Наука, 1978. С. 86—99.
- Соловьев В. М., Селезнев В. С., Еманов А. Ф.* Результаты глубинных вибросейсмических исследований в Сибири // Сейсмология в Сибири на рубеже тысячелетий: Матер. междунар. геофиз. конф-ции. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. С. 228—233.
- Соловьев В. М., Селезнев В. С., Еманов А. Ф. и др.* Глубинное строение юго-западной части Охотско-Чукотского региона по результатам вибросейсмических исследований с мощными передвижными вибраторами // Проблемы сейсмологии III тысячелетия: Матер. междунар. геофиз. конф-ции. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2003. С. 374—382.
- Сурков В. С., Литлин А. В., Фельдман Л. Л. и др.* Рациональный комплекс сейсмических исследований на опорном геофизическом профиле 2ДВ (Северо-Восток России) // Сейсмические исследования земной коры. Сборник докладов международной научной конференции, посвященной 90-летию академика Н. Н. Пузырева. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2004. С. 269—274.
- Сурков В. С., Сальников А. С., Кузнецов В. Л. и др.* Строение земной коры Магаданского сектора Северо-Востока России по данным ГСЗ // Структура и строение земной коры Магаданского сектора России по геолого-геофизическим данным. Новосибирск: Наука, СИФ РАН, 2007. С. 13—21.
- Структура и строение земной коры Магаданского сектора России по геолого-геофизическим данным.* Новосибирск: Наука, СИФ РАН, 2007. 172 с.
- Татарский В. И.* Распространение света в среде со случайными неоднородностями показателя преломления в приближении марковского случайного процесса // ЖЭТФ. 1969. Т. 56, № 6. С. 2106—2117.
- Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966. 678 с.
- Тихонов В. И.* Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
- Треногин В. А.* Функциональный анализ. М.: Наука, 1980.
- Фатьянов А. Г.* Полуаналитический метод решения прямых динамических задач в слоистых средах // Докл. АН СССР. 1990. Т. 310, № 2. С. 323—327.
- Фатьянов А. Г.* Математическое моделирование волновых полей в средах с криволинейными границами // Докл. РАН. 2005. Т. 401, № 4. С. 529—532.
- Фотиади Э. Э., Каратаев Г. И., Ларионов В. А., Черемисин В. Г.* К изучению пьезомагнитного эффекта реакции магнитовозмущающих тел на изменения напряжений в земной коре // Докл. АН СССР. 1969. Т. 187, № 6.
- Френкель Я. И.* К теории сейсмических и сейсмoeлектрических явлений во влажной почве // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофизика. 1944. Т. 8, № 4. С. 133—146.
- Функциональный анализ /* Под ред. С. Г. Крейна. М.: Физматгиз, 1972. 544 с.

- Хайретдинов М. С., Воскобойникова Г. М., Седухина Г. Ф. Анализ структурных изменений сейсмических волновых полей в трещиноватых и флюидонасыщенных средах // Вестник НЯЦ РК. 2008а. Вып. 2. С. 99—105.
- Хайретдинов М. С., Воскобойникова Г. М., Седухина Г. Ф. Динамические характеристики волновых полей в трещиноватых и флюидонасыщенных средах // Сб. трудов Междунар. конф-ции. «Математические методы в геофизике (MMG-2008)». Новосибирск, 13—15 октября, 2008. Новосибирск, 2008б.
- Хелгасон С. Преобразование Радона. М.: Мир, 1983. 152 с.
- Цецохо В. А. Задача об излучении электромагнитных волн в слоистой среде с осевой симметрией // Вычислительные системы / ВЦ СО АН СССР. Новосибирск, 1964. Вып. 12. С. 52—78.
- Цецохо В. А., Воронин В. В., Смагин С. И. О решении задач дифракции простого слоя // Докл. АН СССР. 1988. Т. 302, № 2. С. 323—327.
- Цибульчик Г. М. Анализ решения краевой задачи, моделирующей процесс формирования изображения в сейсмологографии // Геология и геофизика. 1975а. № 12. С. 22—31.
- Цибульчик Г. М. О формировании сейсмического изображения на основе голографического принципа // Там же. 1975б. № 11. С. 97—106.
- Цибульчик Г. М. О решении некоторых обратных задач для волнового уравнения методом визуализации источников // Там же. 1981. № 2. С. 109—119.
- Цибульчик Г. М. Продолжение волновых полей в обратных задачах сейсмологии: дисс. док. физ.-мат. наук. Новосибирск, 1985. 302 с.
- Чередников Е. Н., Сердюков С. В. Структурные схемы скважинных систем гидроимпульсного воздействия на нефтепродуктивные пласты // Химия нефти и газа: Матер. VI Междунар. конф-ции (Томск, 5—9 сентября 2006 г.). Т. 1. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2006. С. 299—301.
- Чернов Л. А. Волны в случайно-неоднородных средах. М.: Наука, 1975. 172 с.
- Чичинин И. С. Вопросы теории сейсмического виброндирования // Методика сейсморазведки. М.: Наука, 1965. С. 147—164.
- Чичинин И. С. Вибрационное возбуждение сейсмических волн. М.: Недра, 1984. 224 с.
- Чичинин И. С., Кузьменко А. П. Теоретические модели сферических источников сейсмических волн // Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками. М.: Наука, 1981. С. 94—112.
- Юшин В. И. Об особенностях нелинейного взаимодействия поверхностного сейсмического виброисточника с грунтом // Геология и геофизика. 1994. Т. 33, № 5. С. 161—166.
- Юшин В. И., Велинский В. В., Геза Н. И. и др. Экспериментальная оценка тензочувствительности коры в районе Байкала по данным активного вибросейсмического мониторинга и упругого прилива // Там же. 1999. Т. 40, № 3. С. 395—408.
- Aki K., Richards P. G. Quantitative Seismology. Theory and Methods. V. 1, 2. Freeman and Co, 1980.
- Aki K., Fazio T. De., Reasenber P., Nur A. An active experiment with earthquake fault for an estimation of the in situ stress // Bull. Seism. Amer. 1970. V. 60. P. 1315—1335.
- Alekseev A. S. Complementary features of geophysical methods and the computational aspect of joint data inversion // Proc. 54th Meeting of European Association of Exploration Geophysicists. Paris, 1992. P. 750—751.
- Alekseev A. S. A multidisciplinary mathematical model of combined foreshock for earthquake prediction research // J. of Earthquake Prediction Research. 1993. V. 2, N 2. P. 137—150.
- Alekseev A. On the criteria of existence of eigenfrequencies corresponding to Love waves // Appl. Math. Lett. 2007. V. 20, N 2. P. 227—231.
- Alekseev A. S., Belonosov V. S. Direct and inverse problems associated with inclined passing of SH-waves through 1D inhomogeneous medium // Bulletin of the Novosibirsk Computing Center, Series: Numerical Analysis. 1994. Iss. 1. P. 1—25.

- Alekseev A. S., Belonosov V. S.* The scattering of plane waves in inhomogeneous half-space // *Appl. Math. Lett.* 1995. V. 8, N 2. P. 13—19.
- Alekseev A. S., Belonosov V. S.* Direct and inverse problems of wave propagation through a one-dimensional inhomogeneous medium // *Euro. J. of Appl. Math.* 1999. V. 10. P. 79—96.
- Alekseev A. S., Kovalevsky V. V.* Powerful vibrator for deep earth interior investigations // *LX Annu. Intern. Meeting Soc. of Exploration Geophysicists*. Sept. 23—27. San-Francisco, California, 1990. P. 956—957.
- Alekseev A. S., Glinsky B. M., Kovalevsky V. V., Mikhailenko B. G.* A multidisciplinary mathematical model for earthquake prediction studies and vibroseismic monitoring of seismic prone zones // *Proc. 2nd Int. Conf. on Seismology and Earthquake Engineering*, May 15—17. V. 1. Teheran, JJEES, 1995. P. 97—104.
- Alekseev A. S., Glinsky B. M., Kovalevsky V. V., Mikhailenko B. G.* The problems of active seismology // *Trans. of 2nd Intern. Conference «The Structure of Upper Mantle»*. M., 1997a. P. 1—8.
- Alekseev A. S., Glinsky B. M., Kovalevsky V. V., Mikhailenko B. G.* Problems of active seismology // *Upper Mantle Heterogeneities from Active and Passive Seismology*, NATO ASI Series. V. 17 / Editor K. Fuchs. 1997b. P. 123—130.
- Alekseev A. S., Belonosov A. S., Petrenko V. E.* Determination of an integral earthquake precursor with the use of a multidisciplinary model and active vibroseismic monitoring // *Proc. of ICM&MG SB RAS, Ser. Math. Modeling in Geophysics*. Novosibirsk, 1998a. N 7. P. 3—36.
- Alekseev A. S., Seleznev V. S., Soloviev V. M. et al.* Vibroseismic research of Altai-Sayan region // *Bull. NCC, Ser. Math. Mod. in Geoph.* 1998b. Iss. 3. P. 21—30.
- Alekseev A. S., Glinskii B. M., Kovalevskii V. V. et al.* Active Seismology with Powerful Vibrosources / Editor in Chief G. M. Tsibulchik. Novosibirsk: The Branch «Geo» SB RAS Publ., 2004. 387 p.
- Andreev P. R., Grigoryuk A. P., Shorokhov M. N.* System for reception and recording of vibroseismic signals // *Bull. NCC, Ser. Math. Mod. in Geoph.* 2002. Iss. 7. P. 1—11.
- Angell T. S., Kirsch A.* Optimization Methods in Electromagnetic Radiation. Springer, 2004. 331 p.
- Archie G. E.* The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics // *Trans. AIME*. 1942. V. 146. P. 54—62.
- Archuleta R. J.* A faulting model for the 1979 Imperial Valley Earthquake // *J. Geoph. Res.* 1984. V. 89, N B6. P. 4559—4585.
- Atkinson K.E.* The numerical solution of integral equations of second kind. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- Biot M. A.* Propagation of elastic waves in a cylindrical bore containing a fluid // *J. Appl. Phys.* 1952. V. 23, N 9. P. 997—1005.
- Biot M. A.* Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range // *J. Acoust. Soc. of America*. 1956. V. 28. P. 168—178.
- Bleistein N., Cohen J.* Nonuniqueness in the inverse source problem in acoustics and electromagnetics // *J. Mathem. Phys.* 1977. V. 18, N 2. P. 194—201.
- Blokhin A. M., Dorovsky V. N.* Mathematical Modelling in the Theory of Multivelocitity Continuum. N. Y.: Nova Science, 1995.
- Bouchon M., Aki K.* Discrete wave number representation of seismic source wave fields // *BSSA*. 1977. V. 67. P. 259—277.
- Brace W. F., Paulding B. W., Scholz C.* Dilatancy in the fracture of crystalline rocks // *J. Geophys. Res.* 1966. V. 71, N 16. P. 3939—3952.
- Breckovskick L. M., Goncharov W. W.* Introduction to a Mechanics of the Continuous Medium. M.: Nauka, 1982.
- Budiansky B., O'Connell R. J.* Elastic moduli of a cracked solid // *Int. J. Solids Structures*. 1976. N 12. P. 81—97.

- Bungum H., Risbo T., Hjortenberg E.* Precise continuous monitoring of seismic velocity variations and their possible connection to solid earth tides // *J. Geophys. Res.* 1977. V 82. P. 5365.
- Bykovtsev A. S.* Modelling of fracture processes occurring in the focal zone of tectonic earthquake // *Proc. of International Conference on Computational Mechanics*, May 25—29. V. 1. Tokyo, 1986. P. 221—226.
- Bykovtsev A. S., Kramarovskiy D. B.* About propagation of the complicated default square. Exact 3-D solution // *Prikladnaja Matematika i Mechanica*. 1987. V. 51, N 1. P. 117—129.
- Carroll R., Santosa F.* Scattering techniques for a one-dimensional inverse problem in geophysics // *Math. Meth. in the Appl. Sci.* 1981. V. 3. P. 145—171.
- Carroll R., Santosa F.* Impedance profile recovery from transmission data // *J. Acoust. Soc. Am.* 1984. V. 76, N 3. P. 935—941.
- Caviglia G., Morro A.* Wave reflection and transmission from anisotropic layers through Riccati equations // *Q. J. Mech. Appl. Math.* 2002. V. 55(1). P. 93—107.
- Chapman C. H.* Yet another elastic plane-wave, layer-matrix algorithm // *Geophys. J. Int.* 2003. V. 154. P. 212—223.
- Crampin S.* Seismic wave propagation through a cracked solid: polarization as a possible dilatancy diagnostic // *Geophys. J. of Roy. Astr. Soc.* 1978. N 53. P. 467—496.
- Crampin S.* Effective anisotropic elastic constants for wave propagation through cracked solids // *Ibid.* 1984. N 76. P. 135—145.
- Dai N., Vafidis A., Kanasevich E. R.* Wave propagation in heterogeneous, porous media: a velocity—stress, finite-difference method // *Geophysics*. 1995. V. 60. P. 327—340.
- Dorovsky V. N., Imomnazarov Kh. Kh.* A mathematical model for the movement of a conducting liquid through a conducting porous medium // *Mathl. Comput. Modelling*. 1994. V. 20, N 7. P. 91—97.
- Dziewonsky A. M.* Mapping of the lower mantle: determination of lateral heterogeneity in P velocity up to degree and order 6 // *J. Geophys. Res.* 1984. V. B89. P. 5929—5952.
- Eisler J. D.* Investigation of a method for determining stress accumulation at depth // *Bull. Seism. Amer.* 1967. V. 57. P. 891—911.
- Fazio T. De., Aki K., Alba I.* Solid earth tide and observed change in the in situ seismic velocity // *J. Geophys. Res.* 1973. V. 78. P. 1319—1322.
- Fokin M. V., Skazka V. V.* Surface waves and monitoring a deep cracking structure // *J. Inverse Ill-Posed Problems*. 1999. V. 7, N 4. P. 289—298.
- Gamburtsev A. G.* Seismic Monitoring of the Lithosphere. M.: Nauka, 1992.
- Garbin H., Knopoff L.* Elastic moduli of a medium with liquid-filled cracks // *Quart. Appl. Math.* 1975. N 33. P. 301—303.
- Gill P. E., Murrey W., Write M. H.* Practical Optimization. Academic Press, 1981.
- Glinsky B. M., Kovalevskiy V. V., Varlakhov A. V.* Distributed system for vibroseismic monitoring // *Proc. of the Vth International Seminar «Distributed Information Processing»*. Novosibirsk, 1995. P. 350—355.
- Glinsky B. M., Kovalevskiy V. V., Khairtdinov M. S.* Relationship of wave fields from powerful vibrators with atmospheric and geodynamic processes // *Russ. Geol. and Geophys.* 1999. V. 40, N 3. P. 422—431.
- Glinsky B. M., Khairtdinov M. S., Kovalevskiy V. V.* Interrelation of wave fields of powerful vibrators with atmospheric and geodynamic processes // *Geology and Geophysics*. 1999. V. 40, N 3. P. 431—441.
- Glinskii B. M., Kovalevskii V. V., Khairtdinov M. S.* Vibroseismic monitoring of earthquake prone areas // *Volcanology and Seismology*, 2000. V. 21. P. 723—730.
- Glinsky B. M.* Method and technology for large-scale vibroseismic experiments // *ICT 2000. Collection of Papers NSTU. Novosibirsk*, 2001. P. 52—56.

- Glinsky B. M., Khairtdinov M. S., Sedukhina G. F.* Geophysical data processing with for nonlinear effects of radiation and propagation of elastic waves // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. 2006. V. 42, N 5. P. 37—44.
- Glinskii B. M., Sobisevich A. L., Fatynov A. G., Khairtdinov M. S.* Mathematical simulation and experimental studies of the Shugo Mud Volcano // *J. Volcanology and Seismology*. 2008. V. 2, N 5. P. 364—371.
- Habbal A.* Nonsmooth shape optimization applied to linear acoustic // *SIAM Journal on Optimization*. 1998. V. 8, N 4. P. 989—1006.
- Haines A. J., Hulme T., Yu J.* General elastic wave scattering problems using an impedance operator approach I. Mathematical development // *Geophys. J. Int.* 2004. V. 159. P. 643—657.
- Hao J., Hastie L. M., Stacey F. D.* Theory of the seismomagnetic effect: a reassessment // *Phys. Earth. Planet. Inter.* 1982. V. 28, N 12. P. 129—140.
- Hartzell S. H., Heaton T. H.* Inversion of strong ground motion and teleseismic wave front data for the fault rupture history of the 1979 Imperial Valley, California, Earthquake // *Bull. Seism. Soc. Amer.* 1983. V. 73, N 6. P. 1553—1583.
- Haskell N. A.* Elastic displacement in the near-field of a propagating fault // *Ibid.* 1969. V. 59. N 2. P. 905—908.
- Hoening A.* Elastic moduli of a nonrandomly cracked body // *Int. J. Solids Structures*. 1979. N 15. P. 137—154.
- Hulme T., Haines A. J., Yu J.* General elastic wave scattering problems using an impedance operator approach II. Two-dimension isotropic validation and examples // *Geophys. J. Int.* 2004. V. 159. P. 658—666.
- Imomnazarov Kh. Kh.* A mathematical model for the movement of a conducting liquid through a conducting porous medium: I. Excitation of oscillations of the magnetic field by the surface rayleigh wave // *Mathl. Comput. Modelling*. 1996. V. 24, N 1. P. 79—84.
- Imomnazarov Kh. Kh.* Some remarks on the biot system of equations describing wave propagation in a porous medium // *Appl. Math. Lett.* 2000. V. 13, N 3. P. 33—35.
- Jordanovski L. R., Trifunac M. D., Lee V. W.* Investigation of numerical methods in inversion of earthquake source // *Dept. of Civil Eng. Report No 86—01, Univ. Southern California*. 1986.
- Kasahara K.* *Earthquake Mechanics*. Cambridge: University Press, 1981.
- Kaufman A. A., Dashevsky Yu. A.* *Principles of Induction Logging*. Amsterdam: Elsevier Science B. V., 2003. 659 p.
- Kean W. F., Day R., Fuller M., Schmidt V. A.* The effect of uniaxial compression on the initial susceptibility of rocks as a function of grain size and their constituent titanomagnetites // *J. Geophys. Res.* 1976. V. 81. P. 861—872.
- Kennett B. L. N.* *Seismic wave propagation in stratified media*. Cambridge: University Press, 1983. 342 p.
- Kerr R. A.* How does Earth's interior work? // *Science*. 2005. V. 309. P. 87.
- Khairtdinov M. S.* The nonlinear wave effects in vibroseismic // *Bull. Nov. Comp. Center, Math. Model. in Geophysics*. Novosibirsk, 2003. V. 80. P. 59—68.
- Khairtdinov M. S., Sedukhina G. F.* The interaction of elastic oscillations of different physical nature // *Proc. 1st IEEE Region 8 Intern. Conf. on «Computational Technologies in Electrical and Electronics Engineering» // SIBIRCON 2008/ Novosibirsk, July 21—25, 2008*. P. 310—312.
- Khairtdinov M. S., Voskoboynikova G. M.* The nonlinear processes in active monitoring // *Bull. Nov. Comp. Center, Math. Model. in Geophys.* 2008. V. 12.
- Khairtdinov M. S., Voskoboynikova G. M.* The nonlinear Processes in active monitoring // *Active Geophysical Monitoring*. CA, Cambell: Elsevier Science. 2010. V. 40. P. 273—290.
- Khairtdinov M. S., Omelthenko O. K., Sedukhina G. F.* Geoinformation technology of seismic monitoring of the environment // *Proc. the 3rd International Forum on Strategic Technologies (IFOST)*. Novosibirsk, 2008. P. 303—306.

- Kirsch A. A.* weak bang-bang principle for the control of an exterior robin problem // *Applicable Analysis*. 1982. V. 13. P. 65—75.
- Klauder J. R., Price A. C., Darlington S., Albersheim W. J.* The theory and design of Chirp radars // *The Bell System Tech. J.* 1960. V. 39, N 4. (Зарубежная радиоэлектроника. 1961. № 1).
- Konyukh G. V., Mikhailenko B. G.* Application of integral Laguerre transformation for solving dynamic seismic problem // *Bull. Nov. Com. Center: Math. Model. in Geophysics*. 1998a. V. 4. P. 79—91.
- Konyukh G. V., Mikhailenko B. G.* Forward seismic modeling based on combination of finite Fourier transforms with matrix decomposition method // *Ibid.* 1998b. P. 93—102.
- Konyukh G. V., Krivtsov Y. V., Mikhailenko B. G.* Numerical-analytical algorithm of seismic wave propagation in inhomogeneous media // *Appl. Math. Lett.* 1998. V. 11, N 1. P. 23—29.
- Kovalevsky V. V., Reshetova G. V.* Simulation of a superpower shaft hydroresonance vibrational source // *Bull. Nov. Com. Center: Math. Model. in Geophysics*. 2002. V. 7. P. 45—58.
- Kress R., Rundell W.* Inverse scattering for shape and impedance // *Inverse Problems*. 2001. N 17. P. 1075—1085.
- Kunz K. S., Moran J. H.* Some effects of formation anisotropy on resistivity measurements in boreholes // *Geophysics*. 1958. V. 23, N 4. P. 770—794.
- Lamb H.* On the velocity of sound in a tube as affected by the elasticity of the walls // *Mem. Proc. Manchester Lt. and Phil. Soc.* 1898. V. 13, N 9.
- Levander A. R.* Fourth order velocity-stress finite-difference scheme // *Proc. 57th SEG Annual Meeting*. New Orleans, 1987. P. 234—245.
- Ma Li, Chen Jianmin, Chen Qifu, Liu Guiping.* Features of precursor fields before and after the Datong-Yanggao Earthquake swarm // *J. of Earthquake Prediction Res.* 1995. V. 4. P. 1—30.
- Madariaga R.* The dynamic field of Haskell's rectangular dislocation fault model // *Bull. Seism. Soc. Amer.* 1978. V. 68, N 4. P. 869—887.
- Mei Shirong.* Progress in earthquake prediction in China during the 80ies // *J. of Earthquake Prediction Res.* 1992. V. 1, N 1. P. 43—57.
- Miao Liangtian.* Monitoring and prediction of the Datong earthquake // *Ibid.* 1993. V. 2, N 2. P. 299—310.
- Mikhailenko B. G.* Spectral Laguerre method for the approximate solution of time dependent problems // *Appl. Math. Lett.* 1999. N 12. P. 105—110.
- Mikhailenko B. G., Mikhailov A. A., Reshetova G. V.* Numerical modeling of transient seismic fields in viscoelastic media based on the Laguerre spectral method // *Pure Appl. Geophys.* 2003a. N 160. P. 1207—1224.
- Mikhailenko B. G., Mikhailov A. A., Reshetova G. V.* Numerical viscoelastic modeling by the spectral Laguerre method // *Geophys. Prosp.* 2003b. N 51. P. 37—48.
- Mizutani H., Ishido T., Yokokura T., Ohnishi S.* Electrokinetic phenomena associated with earthquakes // *Geophys. Res. Lett.* 1976. V. 6, N 3. P. 365—368.
- Muller G., Roth M., Korn M.* Seismic-wave traveltimes in random media // *Geophys. J. Int.* 1992. N 110. P. 29—41.
- Nelder J. A., Meed R.* Simplex method for functional minimization // *Comp. J.* 1964. V. 7. P. 308—313.
- Nur A.* Effects of stress on velocity anisotropy in rocks with cracks // *J. Geophys. Res.* 1971. V. 78, N 8. P. 2022—2034.
- Olson V. H., Apsel R. J.* Finite faults and inverse theory with applications to the 1979 Imperial Valley earthquake // *Bull. Seism. Soc. Amer.* 1982. V. 72, N 6. P. 1969—2001.
- Olson A. H., Orcutt J. A., Frazier G. A.* The discrete wavenumber/finite element method for synthetic seismograms // *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1984. V. 77. P. 421—460.
- Pavlov V. M.* A convenient technique for calculating synthetic seismograms in a layered half-space // *Proceedings of the International Conference «Problems of Geocosmos»*. St. Petersburg, 2002. P. 320—323.

- Philippacopoulos A. J.* Lamb's problem for fluid-saturated porous media // *Bull. Seism. Soc. Am.* 1988. V. 78. P. 908—923.
- Plona T. J.* Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies // *Appl. Phys. Lett.* 1980. V. 36, N 4. P. 259—261.
- Popandopulo G. A.* Influence of the Earth's tides on the seismic waves velocities // *Dokladi Akademii Nauk.* 1982. V. 262, N 3. P. 580—583.
- Romanov V. G., Yamamoto M.* Multidimensional inverse hyperbolic problem with impulse input and single boundary measurement // *J. Inv. Ill-Posed Problems.* 1999. V. 7, N 6. P. 573—588.
- Romanov V. G., Weng C. I., Chen T. C.* An inverse problem for a layered elastic plate // *Appl. Math. and Comput.* 2003. V. 137, N 2—3. P. 349—369.
- Saad Y., Schultz M.* GMRES: A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems // *SIAM J. Sci. Statist. Comput.* 1986. V. 7. P. 856—869.
- Sasay Y.* A surface integral representation of the tectonomagnetic field based on the linear piezomagnetic effect // *Bull. Earthquake Res.* 1983. V. 58. P. 763—785.
- Sobolev O. A., Djadkov P. G.* Software for calculation of tectonomagnetic anomalies induced by piezomagnetic effect // *Abstracts, Week A, XXIII General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics, Sapporo, Japan. June 30—July 11. 2003.* P. A22.
- Stacey F. D.* The seismomagnetic effect // *Pure Appl. Geophys.* 1964. V. 58, N 2. P. 5—22.
- Stakgold I.* Boundary value problems of mathematical physics. V. II. N. Y.—London: Macmillan, 1968.
- Trifunac M. D.* A three-dimensional dislocation model for the San Fernando, California, Earthquake of February 9, 1971 // *Bull. Seism. Soc. Amer.* 1974. V. 64, N 1. P. 511—533.
- Wang Chunhua, Liao Sugiong.* Experimental study of the preparation and occurrence of strong earthquakes // *J. of Earthquake Prediction Res.* 1996. N 5. P. 525.
- Woskoboynikova G. M.* Results of numerical modeling of seismic wave propagation in nonlinearly elastic fractured media // *Proc. 1st IEEE Region 8 Intern. Conf. on «Computational Technologies in Electrical and Electronics Engineering», SIBIRCON 2008, Novosibirsk, July 21—25, 2008a.* P. 288—290.
- Woskoboynikova G. M.* Seismic wave propagation in fractured media // *Proc. The 3rd International Forum on Strategic Technologies (IFOST). Novosibirsk, 2008b.* P. 307—309.
- Yanzhao Cao, Stanescu D.* Shape optimization for noise radiation problems // *Computers and Mathematics with Applications.* 2002. N 44. P. 1527—1537.
- Yushin V. I., Geza N. I., Velinsky V. V. et al.* Vibro-seismic monitoring in the Baikal Region // *J. of Earthquake Pred. Res.* 1994. N 3. P. 119—134.
- Zarembo L. K., Krasilnikov W. A.* Introduction to Nonlinear Acoustics. M.: Nauka, 1966.
- Zeng Y. Q., He J. Q., Liu Q. H.* The application of the perfectly matched layer in numerical modeling of wave propagation in poroelastic media // *Geophysics.* 2001. V. 66. P. 1258—1266.
- Zhang Guomin, Zhang Zhaocheng.* The study of multidisciplinary earthquake prediction in China // *J. of Earthquake Prediction Res.* 1992. V. 1, N 1. P. 71—85.
- Zhu X., McMechan G. A.* Numerical simulation of seismic responses of poroelastic reservoirs using Biot theory // *Geophysics.* 1991. V. 56. P. 328—339.
- Zlotnicki J., Cornet F. H.* A numerical model of earthquake-induced piezomagnetic anomalies // *J. Geophys. Res.* 1986. V. 91. P. 709—718.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
----------------	---

Глава 1

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ВИБРОСЕЙСМИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА В ИЗУЧЕНИИ ЗОН ПОДГОТОВКИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И ВУЛКАНИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ	11
1.1. Построение физико-математической модели и исследование законов формирования полей в поверхностной и очаговой зонах дилатансии сейсмоопасных районов (Алексеев А. С.)	—
1.2. Анализ механизма образования аномалий геофизических полей как возможных предвестников землетрясений с помощью активного геофизического мониторинга (Алексеев А. С.)	17
1.3. Схема вибросейсмического мониторинга сейсмоопасных зон (Алексеев А. С.)	19
1.4. Моделирование сейсмических полей в пористых средах с использованием спектрального метода Лагерра (Имомназаров Х. Х., Михайлов А. А.)	22
1.5. Динамические задачи теории сейсмических волн в проблеме активного сейсмического мониторинга очаговой зоны (Алексеев А. С., Цибульчик Г. М.)	31
1.6. Оценка чувствительности метода активного мониторинга с гармоническими сигналами (Ковалевский В. В.)	42
1.7. Определение геометрических и механических параметров разрыва, распространяющегося в упругой среде (Хайдуков В. Г., Чеверда В. А.)	50
1.8. Определение структуры верхней части мантии при помощи мощных вибраторов и взрывов на основе использования оптимизационных методов в сочетании с ранее развитыми способами решения локально-одномерных обратных задач теории распространения плоских волн, позволяющими найти структуру локальных включений на фоне вертикально-неоднородной изотропной среды (Белоносков В. С., Кабанихин С. И., Карчевский А. Л., Романов В. Г., Сказка В. В., Фокин М. В., Шишленин М. А.)	57
1.9. Моделирование волновых полей для модели разномасштабной неоднородности зон вулканической деятельности (Фатьянов А. Г.)	78

- 1.10. Численное решение трехмерной стационарной задачи дифракции акустических волн (Ершов Н. В., Илларионова Л. В., Каширин А. А., Смагин С. И.) 90
- 1.11. Численное решение трехмерной стационарной задачи дифракции упругих волн (Ершов Н. В., Илларионова Л. В., Смагин С. И.) 104
- 1.12. Задача оптимального управления для стационарных уравнений дифракции акустических волн (Смагин С. И.) 118

Глава 2

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ПРИМЕНЕНИЮ ВИБРОСЕЙСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ 135

- 2.1. Вибрационное зондирование коры и мантии Земли, принципы построения и моделирование мощных вибрационных источников (Алексеев А. С., Ковалевский В. В., Чичинин И. С.) –
- 2.2. Исследование процессов генерации, переноса и преобразования сейсмической энергии в ближней зоне мощных стационарных вибраторов. Поиск и выявление наиболее значимых физических параметров, влияющих на эффективность сейсмического излучения (Юшин В. И.) 150
- 2.3. Сравнительный анализ волновых полей от взрывов, землетрясений и мощных вибрационных источников при наблюдениях в «ближней» и «дальней» зонах (Еманов А. Ф., Соловьев В. М.) 164
- 2.4. Проведение непрерывных режимных вибросейсмических просвечиваний с мощным виброисточником в северо-западной части Алтае-Саянской складчатой области (Соловьев В. М.) 174
- 2.5. Разработка методов и средств возбуждения сейсмоакустического эмиссионного поля в глубокозалегающих пластах. Экспериментальные исследования эмиссионных полей (Сердюков С. В.) 184
- 2.6. Схемы и конструктивные решения разработки мощных виброисточников (Сердюков С. В.) 190
- 2.7. Анализ структурных изменений сейсмических волновых полей в неоднородных средах грязевых вулканов и тектонических разломов (Глинский Б. М., Хайретдинов М. С.) 201

Глава 3

ПОСТРОЕНИЕ ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И ПЬЕЗОМАГНИТНОЙ МОДЕЛЕЙ И ИЗУЧЕНИЕ ВРЕМЕННОЙ ДИНАМИКИ ПАРАМЕТРОВ СРЕДЫ В ОБЛАСТИ ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ 230

- 3.1. Геоэлектрическое строение и закономерности процесса консолидации среды на основе решения прямых и обратных задач для комплекса

электромагнитных данных в эпицентральной зоне Алтайского землетрясения (<i>Неведрова Н. Н., Дашевский Ю. А.</i>)	–
3.2. Методология построения 3D пьезомагнитной модели участка земной коры с неоднородным распределением магнитных и пьезомагнитных свойств горных пород (<i>Дядьков П. Г., Миненко М. И., Михеев О. А., Соболев О. А.</i>)	246
3.3. Изучение нелинейных эффектов виброизлучения и распространения сейсмоакустических и сейсмогеоэлектрических полей и их связь с очаговыми процессами (<i>Хайретдинов М. С.</i>)	258
Глава 4	
МЕТОДИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНО-АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В КОРЕ И ВЕРХНЕЙ МАНТИИ ЗЕМЛИ	271
4.1. Программно-алгоритмические средства интерпретации данных гальванических и индукционных электромагнитных зондирований в анизотропных моделях сред (<i>Неведрова Н. Н., Дашевский О. Ю.</i>)	–
4.2. Матричный импеданс в задаче расчета синтетических сейсмограмм в слоисто-однородной изотропной упругой среде (<i>Павлов В. М.</i>)	277
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	293

Научное издание

**МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ СЕЙСМОЛОГИИ,
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
В ПРОБЛЕМАХ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
В КОРЕ И ВЕРХНЕЙ МАНТИИ ЗЕМЛИ**

Интеграционные проекты СО РАН
Вып. 27

Редактор *Н. А. Лившиц*
Технический редактор *Н. В. Бутакова*
Корректор *Н. В. Счастлива*

Подписано в печать с оригинал-макета 17.12.2010
Уч.-изд. л. 31. Усл. печ. л. 25. Формат 70×100/16
Тираж 400 экз. Заказ № 485

Издательство со ран
630090, Новосибирск, Морской просп., 2
E-mail: psb@ad-sbras.nsc.ru
тел. (383) 330-80-50
Отпечатано в Издательстве СО РАН
Интернет-магазин Издательства СО РАН
<http://www.sibran.ru>