МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СИБИРСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ»
(ФГБОУ ВПО «СГГА»)

Б. Т. Мазуров

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ И ГРАВИТАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Монография

Новосибирск
СГГА
2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Для многих наук о Земле (геологии, геофизики, геодезии, горной механики и др.) общепризнана актуальность проблем «Геодинамика» и «Современные движения земной коры». Важная роль в решении указанных проблем принадлежит геодезии. Как отмечал известный ученый-геолог В. Е. Хаин [1], «…геодезические методы являются основными при изучении современных тектонических движений и деформаций». Л. П. Пеллинен [2] основной научной задачей геодезии назвал «… определение фигуры и внешнего гравитационного поля Земли и их изменений во времени». Методами геодезии и гравиметрии [3] изучаются изменения во времени параметров гравитационного поля и фигуры Земли, ее поверхности, а при изучении глубинных геодинамических процессов большое значение имеет не только геодезическая гравиметрия, но и прикладная, в том числе, разведочная.

Информация о движениях и напряженно-деформированном состоянии (НДС) земной поверхности и земной коры, обусловленных эндогенными и экзогенными факторами, является важнейшей в аспекте прогноза катастрофических геодинамических процессов (землетрясений, извержений вулканов, оползней, сходов ледников, горных ударов и проседания грунтов в области разработки полезных ископаемых и т. п.) [4, 5]. Аномальные техногенные геодинамические процессы вызывают горизонтальные сдвиги земной коры, разломообразование, подземные аварии, наводнения; при этом страдают не только промышленные объекты, инженерные конструкции, жилые здания, но и население.

Исследования по изучению геодинамических процессов соответствуют приоритетным направлениям развития науки и техники РФ, в частности, направлению «Экология и рациональное природопользование», имеют научное и практическое значение. Научное значение таких исследований заключается в получении новых знаний о Земле, ее строении, эволюции, разнообразных физических полях (гравитационных, магнитных и др.), пространственно-временной структуре физической поверхности.

Важнейшим практическим значением изучения геодинамических процессов является решение задач прогноза, снижения риска и уменьшения последствий геодинамических катастроф природного и техногенного характера, мониторинга окружающей среды. Эти задачи включены в перечень критических технологий РФ.

Здесь будут рассмотрены вопросы изучения геодинамических процессов на основе моделирования [6] меняющихся во времени геодезических (смещения, закономерности движений, поля деформаций) и гравитационных (аномальные массы, их расположение, закономерности изменения масс) параметров.

Геодинамические объекты, процессы, явления по охвату территории бывают глобальные (планетарные), региональные и локальные [7]. В последние могут включаться объекты инженерной геодинамики, состоящие из двух подсистем – инженерные сооружения и геофизическая (физико-геологическая) среда. Важнейшей характеристикой геодинамических объектов является их напряженно-деформированное состояние, так как при достижении некоторого критического значения напряжений может произойти резкое изменение структуры объекта, свойств и т. п., вызывающее нежелательные и даже катастрофические для людей последствия.

Изучение геодинамических процессов должно выполняться с привлечением разнородных данных – геодезических, геолого-геофизических, гидрологических, метеорологических и др. В работе [8] даны ориентиры развития наук о Земле в XXI в. В частности, говорится о ведущей роли эксперимента и о необходимости одновременного наблюдения полей различной геофизической природы, глобализации систем наблюдений, изучения тонкой пространственно-временной структуры исследуемых процессов.

Изменения различных геофизических полей во времени взаимосвязаны. В. Н. Страхов в работе [9] критикует развитие теории интерпретации геополей: «В этой теории интерпретации, которая развивается в настоящее время, когда данные … геофизических методов используются в пассивной форме априорной информации, а строение изучаемой среды восстанавливается по одному полю (гравитационному или магнитному) с

учетом этой априорной информации, третьей парадигмы не будет. Последняя возникает только в рамках общей теории комплексной интерпретации геофизических данных как составной элемент этой теории. Становление общей теории комплексной интерпретации геофизических данных сейчас по существу только начинается…».

Взаимообусловленность изменений различных геофизических полей определяет необходимость совместной обработки и интерпретации разнородных комплексных наблюдений, в частности, геодезических и геофизических наблюдений. В работе [10] обращается внимание еще и на необходимость различать собственно вертикальные смещения точек земной поверхности и смещения уровенных поверхностей, горизонтальные смещения этих точек и изменения направления отвеса во времени. Эта задача является примером многодисциплинарной обратной задачи в многомерных сложных средах – найти свойства среды при заданной информации о полях. В работе [11] говорится о важности постановки и исследования корректности многодисциплинарных обратных задач (разрешимости, единственности, коллективной устойчивости решений), их методов решения. Многодисциплинарные задачи имеют следующие положительные свойства:

расширительность – в многодисциплинарной постановке задач нескольких индивидуальных методов возможно получить результат более содержательный, чем простая сумма результатов отдельных методов;

дополнительность – имеется возможность получить надежный и полный результат даже в том случае, когда какая-либо совокупность или все индивидуальные методы не дают определенных результатов.

Поэтому, решая обратные задачи как многодисциплинарные, по комплексным геодезическим и геофизическим наблюдениям можно получить новые качественные результаты. В работе [11] говорится, что эффект может быть достигнут при использовании сетевой информационно-вычислительной технологии совмещенного вычислительного эксперимента и процесса его интерпретации.

Одним из важнейших открытий наук о Земле XX в. является установление блочно-иерархической структуры земных недр [12, 13]. Важной константой является примерное отношение средних размеров блоков

соседних уровней (3,5 ± 0,9). Также установлено, что геологическая среда в большом диапазоне размеров геометрически самоподобна, например, структура системы сбросов-разломов [14, 15]. Моделирование такой среды должно выполняться с позиций фрактального и непараметрического подходов. Таким образом, геодинамические процессы и объекты в общем случае являются сложными в структурном отношении и при решении задачи моделирования это необходимо учитывать.

Специфической сложностью при изучении геодинамических процессов является необходимость корректного учета пространственно-временных масштабов происходящих явлений. В работе [16] говорится: «различные части Земли находятся в состоянии движения одна относительно другой, и это движение с очевидностью связано с перемещениями на глубине. При этом движения осуществляются на всех пространственных и временных масштабах. Механические перемещения обусловлены сложными физическими процессами, происходящими во всем масштабе глубин Земли, которые, в свою очередь, имеют широчайший спектр характерных времен…».

Геодезия, как наука в приложении к геодинамическим исследованиям, была востребована всегда и в настоящее время активно и успешно развивается. Весомый вклад в решение задач изучения геодинамических объектов и процессов по геодезическим и гравиметрическим данным внесли как российские ученые: В. В. Бровар, В. В. Бузук, Ю. Д. Буланже, М. Д. Герасименко, И. П. Герасимов, В. И. Кафтан, В. Г. Колмогоров, П. П. Колмогорова, Ю. О. Кузьмин, А. А. Изотов, Е. М. Мазурова, М. С. Молоденский, В. К. Панкрушин, Л. П. Пеллинен, Л. И. Серебрякова, В. Н. Страхов, С. К. Татевян, Э. Э. Фотиади, М. И. Юркина и др., так и зарубежные ученые.

Вместе с тем, существует необходимость совершенствования теоретических положений и методов, методик, алгоритмов и технологий изучения геодинамических процессов на основе моделирования меняющихся во времени геодезических (смещения, закономерности движений, поля деформаций) и гравитационных (аномальные массы, их расположение, закономерности изменения масс) параметров. При этом

возникает потребность в строгом подходе к совместной математической обработке разнородных геодезических и геофизических наблюдений на земной поверхности (обратная задача геофизики). Важной является разработка новых технологических решений по информативной и наглядной визуализации результатов математической обработки.

Автор выражает благодарность коллективу кафедры физической геодезии и дистанционного зондирования СГГА и признательность рецензентам: доктору физико-математических наук В. Ю. Тимофееву и доктору технических наук В. Г. Колмогорову.

1. ИЗУЧЕНИЕ ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ И ПРОЦЕССОВ

1.1. Проблематика темы

Изучение геодинамических объектов и процессов должно опираться на серьезные теоретические исследования, основным содержанием которых является моделирование движений и полей деформаций и напряжений с учетом разрывов и неоднородностей в земной коре [17–28]. При изучении механизма развития геодинамических явлений должны учитываться как трендовые, так и циклические (в том числе, короткопериодные) движения в верхних частях литосферы и на земной поверхности [29]. В то же время необходимо учитывать возможные пульсации Земли, объем которой то увеличивается, то уменьшается с периодом 40–50 млн. лет, по мнению автора работы [30].

Известно [31, 32], что период активизации землетрясений на Земле совпадает с периодом солнечной активности. Поэтому в настоящее время исследуются изменения поля напряжений в земной коре в привязке к 11-летнему циклу солнечной активности. В работах [31, 32] обсуждаются данные об изменении абсолютных значений горизонтальных напряжений в земной коре уральского региона в привязке к циклу солнечной активности. В годы минимума солнечной активности Земля максимально сжата, геодинамические явления имеют максимальную энергетику. При нарастании солнечной активности (4–6 лет – в нечетном и четном циклах соответственно) напряженное состояние Земной коры уменьшается и наблюдается максимальное число геодинамических явлений, но с меньшей энергетикой. В годы максимума солнечной активности напряжения в земной коре минимальны, геодинамических явлений мало и энергетика их тоже минимальна. В фазе спада солнечной активности напряжения растут, частота геодинамических явлений со средней энергетикой увеличивается, и число их составляет 60 % от средней частоты за цикл солнечной активности, а в фазе подъема солнечной активности – 40 %.

Важные результаты и открытия ряда наук о Земле, полученные в последние десятилетия [33–37], свидетельствуют о большой роли нелинейности в поведении геодинамических объектов. Для решения ряда задач нелинейной геомеханики, геофизики, сейсмологии большое

распространение получили модели механики сплошных сред в рамках динамической или статической теории упругости. В частности, это является основой существующих систем мониторинга природных и техногенных катастроф, а также используется при создании систем наблюдений и компьютерной обработки результатов лабораторных и натурных наблюдений. «Именно с изучением нелинейных физических и геомеханических процессов связаны большие перспективы наук о Земле…» [19, 38]. Этими же авторами приведен перечень проблем нелинейной геомеханики, среди которых отдельно отметим «создание опытных геомеханических полигонов, изучение связей между глобальными геодинамическими процессами и техногенными катастрофами, измерение и контроль полей напряжений и деформаций в верхней оболочке Земли, создание геоинформационных систем горной механики».

Данные проблемы отражают необходимость в комплексном подходе к исследованию природных и техногенных геодинамических объектов и процессов различного масштабного уровня на экспериментальной основе – «как постановочном и ограничивающем начале для теоретических исследований» [39]. Это, в частности, относится и к проблеме математического моделирования и идентификации геодинамических процессов по геодезическим и гравиметрическим наблюдениям [40–48].

Важнейшей характеристикой земной коры в геодинамическом аспекте является ее напряженно-деформированное состояние. НДС земной коры может быть определено по количественным оценками скорости тектонических смещений по геодезическим данным; по непосредственным измерениям в массивах горных пород (такие измерения производятся по методу разгрузки напряжений в кернах, выбуренных в рудниках, шахтах и туннелях, и по методу гидроразрыва в скважинах на глубине до нескольких километров); по геологическим данным о формировании неотектонических структур сжатия (складки, надвиги), растяжения (рифты, сбросовые структуры) и различных разломов, в частности сдвигов. Эти три подхода позволяют оценить НДС в верхней части земной коры. Их дополняет четвертый подход исследований, который позволяет охарактеризовать напряжения в более глубоких частях земной коры и в верхней мантии [49, 17]. Он состоит в

обобщении геофизических данных – сейсмологических (которые дают возможность определить ориентировку осей наибольших и наименьших сжимающих напряжений и характер смещения в очаге землетрясений путем изучения особенностей распространения сейсмических волн) и гравиметрических (основанных на геодинамической интерпретации сведений о величине и ориентировке сопряженных зон положительных и отрицательных аномалий силы тяжести). Такие нарушения возникают в основном под действием тектонического сжатия и позволяют количественно определить величину действующих в коре напряжений [21, 50]. Использование методов определения параметров движений, деформаций, напряжений по натурным наблюдениям позволяет повысить адекватность аналитических моделей и точность оценивания параметров НДС геодинамических объектов.

Параметры геодинамических объектов (координаты и отметки пунктов, параметры движений, деформаций и напряжений) во многих случаях недоступны для непосредственного измерения и могут определяться косвенным путем по результатам наблюдений некоторых других величин (направлений, длины линий, зенитных расстояний, превышений и др.). Это приводит к проблеме физической интерпретации результатов непосредственных наблюдений. Принципиальным моментом является то, что интерпретация результатов непосредственных наблюдений не должна отрываться от обработки (уравнивания или фильтрации) наблюдений, не должна нарушаться закономерность целостности систем наблюдений, обработки их результатов и интерпретации [7, 51–53]. Необходимо также учитывать блоковую и фрактальную структуру литосферы. Возможности использования для этого непараметрических методов даны, например, в работах [42, 54–57].

Новейшие спутниковые технологии позволили на новом качественном уровне изучать геодинамические процессы и явления самых разных масштабов. В настоящее время GPS-наблюдения во всем мире активно применяются, в частности, при определении деформаций земной поверхности и для изучения деформационных предвестников землетрясений [58–70]. В работе [62] дан обзор геодинамических полигонов России и рекомендации по использованию различных видов

геодезических сетей и геодезических измерений для задач геодинамики разных масштабов (табл. 1).

Таблица 1

Рекомендации по использованию различных видов геодезических сетей и геодезических измерений для задач геодинамики разных масштабов

Класс задач	Класс государственной геодезической сети (ГГС)	Виды геодезических измерений
Глобальная геодинамика	IGS, фундаментальная астрономо-геодезическая сеть (ФАГС)	GPS/ГЛОНАСС, радиоинтерферометрия со сверхдлинными базами (РСДБ), баллистические гравиметры, DORIS, геометрическое нивелирование
Региональная геодинамика	ВГС+ФАГС, СГС-1, сети региональных геодинамических полигонов (ГДП)	GPS/ГЛОНАСС, геометрическое нивелирование, гравиметрическая сеть 1-го класса, нивелирование I класса
Локальная геодинамика	СГС-1, специальные геодезические сети на ГДП	GPS/ГЛОНАСС, геометрическое нивелирование I и II класса, гравиметрические измерения, дальномерные измерения

Для локальных геодинамических объектов на стыках плит, блоков можно выполнять угловые и линейные измерения (с расстояниями между пунктами до 8 км) с использованием тахеометров, дающих погрешность измерения углов 0,5″, расстояний 1-2 ppm.

Очень много GPS-проектов по геодинамике, в том числе международных [67–70], уже выполнены или выполняются. Накоплен огромный экспериментальный материал. Актуальными для прогноза землетрясений являются анализ и интерпретация этих результатов наблюдений, так как считается, что упругий изгиб горных пород в готовящемся очаге землетрясения является прямым деформационным предвестником [23]. Международная GPS-сеть для геодинамики (IGS) насчитывает около 300 пунктов [68, 69], из них 16 находятся в России, 10 – в СНГ. По наблюдениям этой сети определено, в частности, вращение Евро-Азиатского континента вокруг района Гималаи – Тибет. В направлении запад – восток происходит изменение направления горизонтальных смещений этого региона по часовой стрелке на 30 градусов. А зоной

резкого изменения направлений тектонических движений является Алтае-Саяно-Байкальский регион. Это подтверждается полями вращения, определенными авторами работы [67] для Австралийской, Евразийской и Тихоокеанской литосферных плит после анализа глобальных GPS-наблюдений 1991–2001 гг. В работе [70] приведены некоторые результаты определения поля деформаций в юго-западной части Байкальской рифтовой зоны по измерениям методами GPS, светодальнометрии и деформографии. Использовались также кварцевые наклономеры. Измерения деформаций в подземной галерее станции Талая проводились с помощью штанговых и лазерных деформографов с базами от 1,5 до 25 м и чувствительностью до 10^{-10}. Глобальные смещения, региональные смещения, деформации в периоды сильных землетрясений – изменения до $3 \cdot 10^{-5}$ в год, обычный фон деформации приразломной области – от $5 \cdot 10^{-8}$ до $2 \cdot 10^{-6}$ в год, сезонные деформации, вызванные барическими эффектами, – до $6 \cdot 10^{-8}$. Алтае-Саянский регион очень интересен в смысле геодинамики [16, 63–66, 70–73]. Подтверждением этому является ряд сильных землетрясений за последние 35 лет – Урег-Нурское –16.05.1970 г. (M = 7,0), Зайсанское – 14.06.1990 г. (M = 6,9), Бусингольское – 27.12.1991 г. (M = 6,5) и Чуйское – 27.09.2003 г. (M = 7,5).

Известны своей геодинамической активностью районы Киргизии и Казахстана, соответствующие территории Тянь-Шаньского сейсмогена – современной мобильной макротрещиноватой структурной неоднородности литосферы [17]. На основе геологических, геофизических и сейсмологических материалов на территории сейсмогена выделено 12 мегаблоков с мощностью коры 45–60 км. Структурная неоднородность литосферы вызывает неоднородность напряженно-деформированного состояния. При исследовании структурированных геодинамических объектов необходимо учитывать самоподобное фрактальное строение земной коры [17, 74–79].

С 1992 г. действует сеть GPS-наблюдений, которая охватывает территорию Тянь-Шаня, Казахского щита, горных систем Джунгарии, Тарбатагая, Юго-Западной части Алтая [68]. По данным 1992–2001 гг.,

800 пунктов сети имели ошибки определения смещений по горизонтали 2 мм, по вертикали – 4 мм. Общее сжатие поперек Киргизской части Тянь-Шаня происходит со скоростью 13 мм в год. Особенно быстрое накопление напряжений (деформаций) наблюдалось вдоль восточного края бассейна Иссык-Куля, где перепады скоростей достигали 7 мм/год на расстояниях менее 20 км.

В региональных геодинамических исследованиях также используются спутниковые наблюдения. Например, результаты исследования геодинамики Краснодарского края методами спутниковой геодезии изложены в работе [80]. Исследование деформаций земной поверхности Центральной Европы по результатам GPS-наблюдений перманентных станций в 1992–2000 гг. описано в работе [69]. Авторами найдены усредненные параметры горизонтальных деформаций земной поверхности Центральной Европы, приведены картосхемы их распределения. Выполнен статистический анализ деформаций земной поверхности по разным схемам обработки результатов GPS-измерений. Оценка параметров вариации поля упругих напряжений в земной коре Урала приведена в работе [31]. Данные получены на основе периодических в течение 5 лет замеров деформаций реперных линий на подземных рудниках Урала, а также на поверхности с использованием GPS-технологий. Расчет деформаций поверхности Земли по гравитационным данным дан в работе [81].

В работе [82] на примере Карпато-Динарского региона рассматривается связь изостатических аномалий и аномалий силы тяжести с современными вертикальными движениями земной коры.

Изучение геодинамических объектов и процессов является не только актуальной научной, но и практической проблемой. Важнейшими являются вопросы изучения локальных геодинамических объектов. Это относится, например, к районам добычи полезных ископаемых, крупным гидроузлам, инженерным сооружениям и т. д. На государственном уровне приняты документы как, например [83], регламентирующие порядок обеспечения контроля за соблюдением требований промышленной безопасности и охраны недр геолого-маркшейдерскими службами

организаций по добыче полезных ископаемых и использования недр в целях, не связанных с этим. Контроль должен обеспечиваться, в частности, путем построения и развития опорных и съемочных сетей, производства съемок земной поверхности и горных выработок, инструментального контроля геофизических параметров.

Комплексное изучение геодинамической обстановки необходимо, например, при инженерно-геологическом обосновании проектирования, строительства и эксплуатации сооружений и территорий, защитных инженерных мероприятий и охраны среды [84]. В строительном деле объектами, деформации которых необходимо наблюдать и контролировать, являются автомобильные и железные дороги, мосты, аэродромы, жилые и промышленные здания [84–87], подземные сооружения, трубопроводы [88–95], каналы (судоходные, ирригационные и водоводные), подземные промышленные объекты, резервуары для хранения нефти и нефтепродуктов. В горном деле такими объектами являются шахтные разработки [96], открытые разработки (карьеры), места извлечения (откачки) жидких полезных ископаемых.

В книге [19] экспериментальные способы определения и контроля движений и напряженно-деформированного состояния массивов горных пород разделены на две группы: механические и геофизические. Геодезические методы включены в группу механических, достоинством которых является то, что они позволяют количественно оценить поля напряжений.

Актуальным является изучение техногенной геодинамики в районах строящихся и уже эксплуатируемых ГЭС. Пример комплексных исследований геодинамики в районе строящейся Богучанской ГЭС дан в работе [97]. Выполнялись линейно-угловые измерения, высокоточное нивелирование специального назначения, инженерно-гравиметрическая съемка. Интерпретация наблюдений велась с привлечением геологических и гидро-геологических данных.

Широкое распространение для регистрации тектонических движений и измерений деформаций земной коры получили деформографические измерения [98]. В работах [99–101] показана возможность оценки изменения напряженного состояния в береговых примыканиях плотины

Саяно-Шушенской ГЭС. Деформации скального массива приконтурной части выработки определяют по относительным смещениям марок, закрепленных на контуре по выбранной схеме измерений. Для определения относительных смещений марок специальной конструкции используют инварные и кварцевые жезлы со стандартными измерительными устройствами: микрометрами типа МК и индикаторами часового типа ИЧ10 (ИЧ50) с ценой деления 0,01 мм. База измерений 2–3,5 м. Погрешность измерений инварным жезлом (база 3 м) – 0,015 мм ($5 \cdot 10^{-6}$); раздвижным кварцевым жезлом (база 2–3,5 м) – 0,018 мм; инварным жезлом (база 1 м) – $7 \cdot 10^{-6}$.

В работе [102] обсуждаются результаты анализа деформаций поверхности породного массива, вмещающего подземные сооружения Красноярского горно-химического комбината в местах, ослабленных тектоническими нарушениями. Была создана линейно-угловая сеть из 12 пунктов. Погрешность измерения геометрического нивелирования характеризуется величиной ±0,2 мм, плановых координат ±1,0 мм, крепомерных $\pm 0{,}29 \cdot 10^{-2}$ мм. Длины линий измерялись двумя высокоточными светодальномерами СП-2. Угловые измерения выполнялись точными теодолитами Theo 010 и 3Т2КА. СКО измерений длин линий составила ±0,7мм, углов – ±1,6 с.

В работе [103] приведены результаты инструментальных наблюдений за развитием процесса сдвижения больших участков массива по станциям контурных реперов в горных выработках Таштагольского рудника в периоды горных ударов. Прогностическим признаком формирования очагов горных ударов являются аномальные сдвижения реперов (поднятия и обратные смещения), отражающие перераспределение тектонических напряжений при взаимодействии блоков в процессе передачи упругой энергии в район горных работ. Поднятия являются признаком возрастания в блоковых породах напряжений сжатия, действующих по простиранию, при этом положение максимума поднятий, как правило, совпадает с положением максимума существующей или формирующейся зоны опорного давления. Поднятие реперов на величину 15–20 мм на участках боковых пород протяженностью 100 и более метров свидетельствует о возможности динамических проявлений горного давления.

В последнее время для наблюдений за деформациями породных массивов активно используются спутниковые методы [104]. В работе [105] приводится пример, как спутниковыми наблюдениями охватываются площади более 100 кв. км. Геодезическая сеть на карьере Киембаевского горно-обогатительного комбината включает 10 пунктов ГГС и 17 пунктов опорной сети на бортах карьера. Сеть на шахте Сарановская-Рудная содержит более 100 реперов. Частота наблюдений до 4 раз в год.

В работе [106] представлены результаты контроля напряженно-деформированного состояния промплощадки шахты, подрабатываемой очистной выемкой. Геодезическими измерениями (GPS в том числе) выявлено наличие трех зон проявления поверхностных деформаций, существование которых обусловлено, главным образом, дизъюнктивными нарушениями в пределах контрольной площади. Примеры использования спутниковых систем на техногенных геодинамических полигонах также приведены в работе [107] – ГДП на Верхнекамском месторождении калийно-магниевых солей и в работе [94] – ГДП вокруг Загорской гидроаккамулирующей электростанции. В работе [95] описывается опыт проведения GPS-наблюдений на геодинамических полигонах на Калининской и Нововоронежской АЭС. Сеть включает два уровня – локальный и региональный – и состоит из 20 реперных пунктов. Локальная сеть необходима для определения в непосредственной близости от АЭС участков с аномально высокими значениями современных движений земной коры. Радиус сети – 20 км. Она включает 7 реперов. Еще 3 репера планируется добавить. Региональная сеть создана для контроля возможных перемещений по системе близко лежащих к АЭС и наиболее активных (по прогнозу) глубинных разломов, состоит из 7 реперов и 3 репера планируется добавить. Выполнена привязка этих сетей к IGS-сети международной системы координат ITRF.

1.2. Комплексное изучение геодинамических процессов по разнородным геодезическим и геофизическим данным

Многодисциплинарность (комплексность) проблемы «Геодинамика» обусловило множество попыток ученых во всем мире анализировать и прогнозировать поведение геодинамических систем по разнородным

данным (геодезическим и геофизическим), интерпретируя изменения различных физических полей [107–138].

При изучении глубинного строения земной коры необходима комплексная интерпретация геофизических полей, прежде всего, гравитационного, магнитного и сейсмического [130, 131]. Отметим работы сибирских ученых под руководством Э. Э. Фотиади [132–134] как пример комплексного изучения геодинамических явлений по геоморфологическим, геологическим, сейсмологическим, геодезическим, гравиметрическим и геомагнитным данным.

Пример совместного анализа временных рядов гравиметрических данных, атмосферного давления и уровня моря показан в работе [135]. В работе рассмотрены проявления эффектов пространственно когерентных процессов (вариаций уровня моря), а также процессов некогерентных (вариаций атмосферного давления). Для эффективного использования гравиметрических данных в геодинамических исследованиях авторы намерены совершенствовать методику расчетов притяжения атмосферы и обеспечивать ее верификацию на материалах наблюдений. В работе [136] говорится, что переменная атмосферная нагрузка 1 гПа может приводить к вертикальным перемещениям земной поверхности на 0,7 мм. Это соответствует изменению ускорения силы тяжести на 0,12 мкГал. Но необходимо также учитывать эффект притяжения атмосферы. В работе [137] вариация ускорения силы тяжести на 0,36 мкГал на 1 гПа объясняется эффектом притяжения атмосферы. Для того, чтобы учесть характер пространственно-временных вариаций регионального барического поля, необходимо иметь данные об атмосферном давлении в радиусе 300–400 км от гравиметра.

В изучении геодинамических явлений наиболее информативными являются результаты наблюдений гравитационного, геомагнитного полей и движений земной коры [138]: «аномалии неприливных вариаций силы тяжести и векового хода геомагнитного поля можно рассматривать как "пьезогравитационный" и пьезомагнитный эффекты пород, деформируемых в локальном объеме земной коры. В результате деформаций образуются зоны сжатий и растяжений. Это, в свою очередь, приводит к изменению плотности и намагниченности пород в указанных

зонах, что и проявляется в виде изменений наблюдаемых значений рассматриваемых полей».

Гравиметрические наблюдения используются при изучении геодинамических объектов различных масштабов. В работе [139] гравиметрия классифицирована как планетарная, региональная, детальная и камерная. Планетарная гравиметрия занимается изучением глобальных особенностей фигуры и внутреннего строения планет и их спутников. Назначение региональной гравиметрии – решение круга задач, связанных с уточнением местного геоида, поля уклонений отвеса для части материков и океанов, для тектонического районирования, выделения областей, перспективных для поиска полезных ископаемых, в частности нефтегазоносных районов. Детальная гравиметрическая съемка производится до и после землетрясений [108, 109], извержений вулканов [110, 126, 140] для выяснения процессов, сопровождающих эти явления природы. Детальная гравиметрия занимается изучением геологических структур, к которым приурочены газонефтеносные или рудные месторождения, либо отдельных рудных месторождений [141, 142]. Камерная гравиметрия изучает неоднородность гравитационного поля в помещениях, которая обусловлена гравитационным эффектом от столбов, постаментов, стен и т. д. В работах [143, 144] говорится о перспективах гравиметрии в изучении техногенной геодинамики зданий и сооружений. Многоцикловые гравиметрические наблюдения могут быть использованы для построения прогнозных динамических моделей. В настоящее время перед гравиметрией стоит задача выявления малоинтенсивных локальных изменений ускорений силы тяжести. Причинами изменений ускорения силы тяжести могут быть проявления микротектоники и изменения во времени оснований сооружений.

Точность современных гравиметров позволяет решать многие задачи, связанные с геодинамикой. В работе [145] приводятся результаты измерений абсолютным баллистическим гравиметром FG5-108, изготовленным фирмой «Micro-g Solutions» (США) и принадлежащим Международному бюро мер и весов (МБМВ). Средняя квадратическая ошибка для серий в 100–150 бросков пробного тела, производимых каждые 10 или 20 с, находится в пределах от 7 до 13 мкГал. При

усреднении результатов по 24 сериям, выполняемым в течение 24 часов, средняя квадратическая ошибка находится в пределах от 1 до 2 мкГал.

Когда изменения ускорения силы тяжести сопоставимы с точностями гравиметров, важно помнить о строгом подходе к интерпретации вертикальных смещений и изменений ускорения силы тяжести. Этот вопрос, в частности, затронут в работе [146]. В этой работе говорится, что строгий подход требует отделять вертикальные смещения от кажущихся изменений по высоте за счет изменения гравитационного поля. Например, в каком-либо месте возникло изменение гравитационного поля. Благодаря некоторому запасу прочности возникшие напряжения не вызвали немедленного движения земной коры. Но если выполнить геометрическое нивелирование, можно сделать ложный вывод об изменениях превышений и движении реперов. Спустя некоторое время напряжение в земной коре приведет к изменению наклона поверхности – и снова равновесие. Традиционная интерпретация говорит об отсутствии движений, хотя вертикальное движение произошло, поэтому является очень актуальным вопрос строгой математической обработки и интерпретации нивелирных и гравиметрических наблюдений.

Примеры анализа гравитационного влияния изменения массы водохранилища на результаты геодезических наблюдений даны в работах [147–153]. Рассчитано, что вариации силы тяжести вблизи береговой линии при изменении уровня воды могут достигать 1 мГал, а вариации уклонений отвесных линий могут составить 0,2″. При высокоточных измерениях этим пренебрегать нельзя.

Примерами перемещений больших масс являются также извержение вулкана и процесс подготовки извержения, горные разработки. В этих случаях также необходимы строгая математическая обработка и интерпретация разнородных наблюдений.

1.3. Математическая обработка пространственно-временных рядов геодезических и геофизических наблюдений

Методологические основы решения проблемы моделирования и идентификации сложных систем широко представлены в научной литературе [154, 155]. В работах В. К. Панкрушина и Е. А. Васильева [7,

42, 158–175] описано приложение оптимальной фильтрации Калмана к задачам математической обработки пространственно-временных рядов геодезических наблюдений. Идентификация напряженно-деформированного состояния геодинамических систем (ГДС) является частной задачей исследования геодинамических систем по натурным наблюдениям. Функциональную схему решения этой задачи в результате обработки и интерпретации многомерных временных рядов комплексных разнородных геодезических и геофизических наблюдений можно представить рис. 1.

Структурная схема идентификации (в широком смысле) движений и напряженно-деформированного состояния геодинамических систем по пространственно-временным рядам геодезических и геофизических наблюдений представлена на рис. 2.

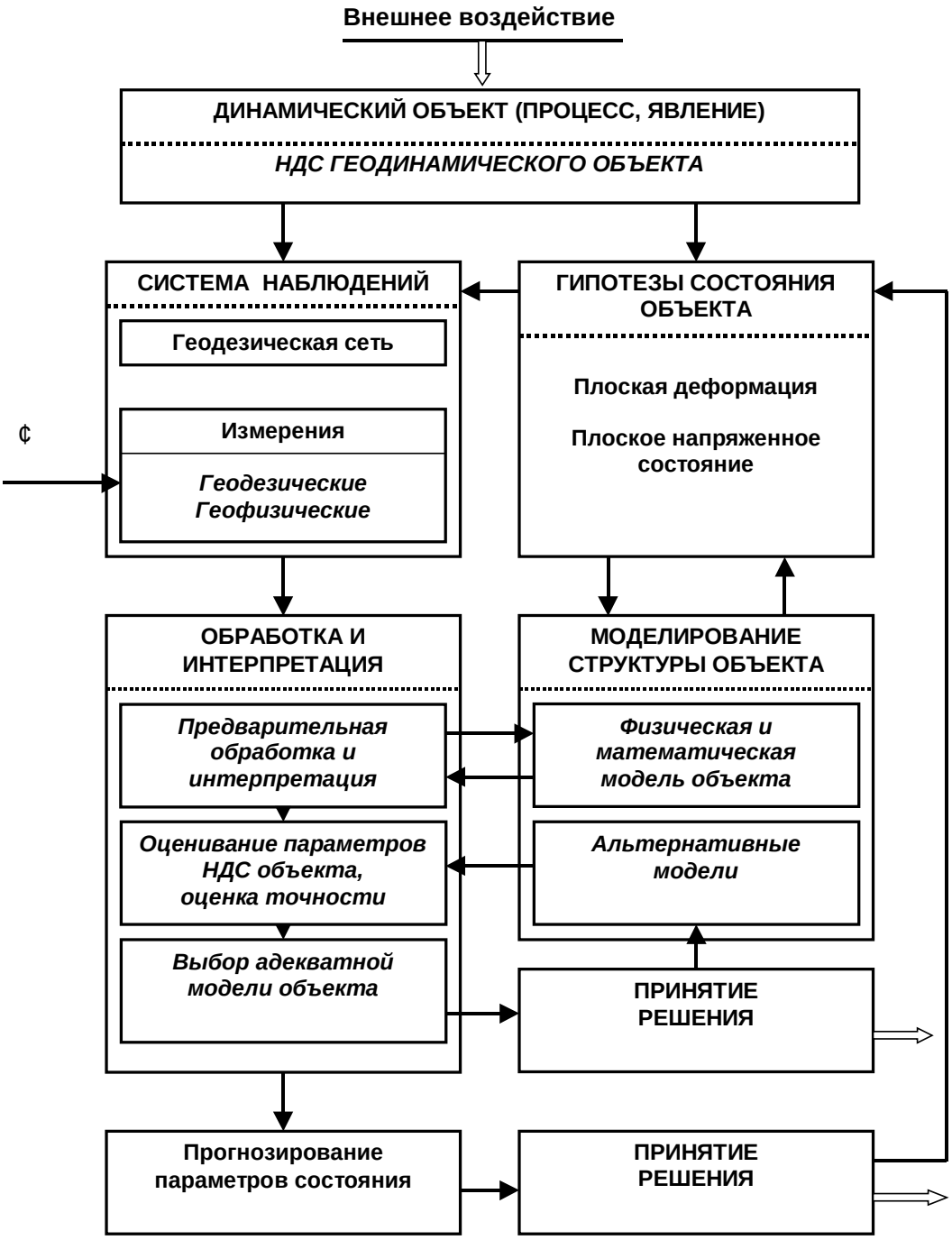


Рис. 1. Функциональная схема решения задачи идентификации НДС геодинамических объектов

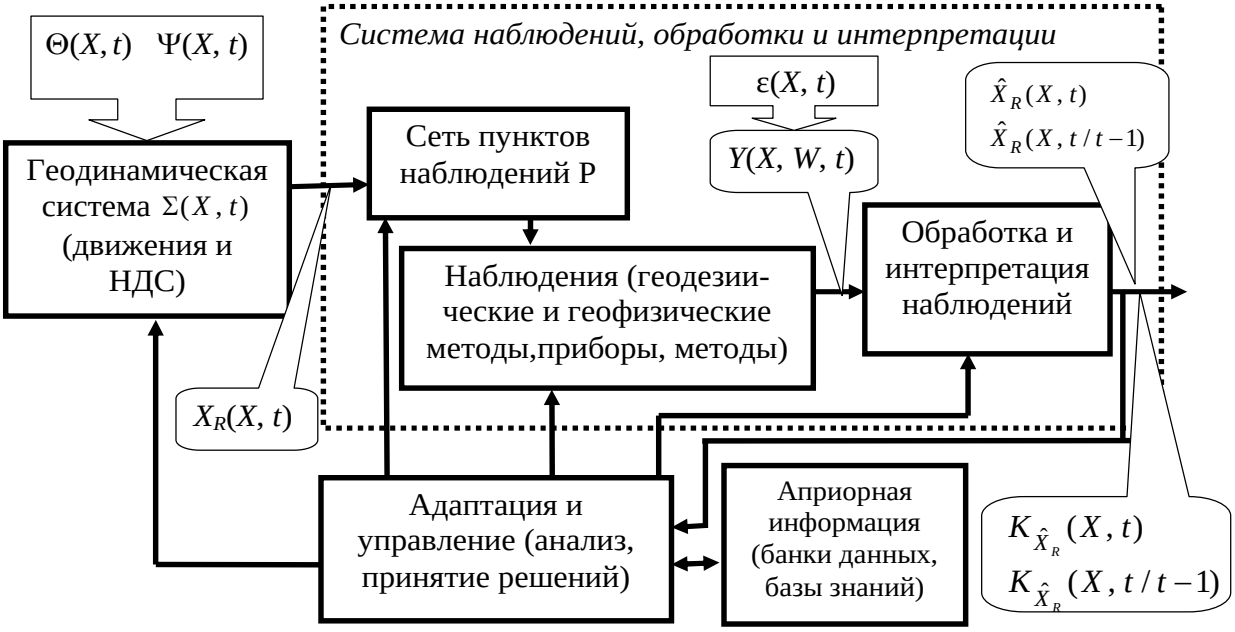


Рис. 2. Структурная схема идентификации геодинамических объектов по пространственно-временным рядам комплексных геодезических и геофизических наблюдений

Концептуальная модель геодинамических объектов строится в виде двух уравнений состояний [7]. При этом ГДС $\Sigma(X, t)$ представлена дискретными пунктами геодезических и геофизических наблюдений.

Первое нелинейное уравнение состояний, моделирующее закономерности движений в широком смысле (траектории) геодинамических объектов, запишем в следующей векторно-разностной форме:

$$X_R(X,t) = F(X,t)\{X_R^T(X,t-1), C_\Sigma^T(X,t), I^T(X,t), \Theta^T(X,t)\}^T + B_\Psi(X,t)\Psi(X,t). \quad (1)$$

В (1) $F(X, t)$ – эволюционный оператор геодинамических объектов; $C_\Sigma(X, t)$ – вектор заданных параметров (коэффициентов) модели; $I(X, t)$ – величина в комплексной области (при моделировании комплексных геодинамических объектов с позиций фрактального подхода); $\Theta(X, t)$ и $\psi(X, t)$ – векторы соответственно детерминированных и стохастических воздействий внешней среды на объект (процесс); $B_\psi(X, t)$ – матрица, отражающая влияние на объект внешних стохастических воздействий, верхний индекс T – символ транспонирования. Заметим, что

$\left\{ X_R^T(X,t), C_\Sigma^T(X,t) \right\}^T = X_\Sigma(X,t)$; $\Theta(X,t) \in \Theta_\Sigma$, где Θ_Σ – множество известных (наблюдаемых) входных детерминированных возмущающих воздействий внешней среды на детерминированную динамическую систему Σ_d в целом, то есть как на объект (процесс, явление), так и на подсистему наблюдений *Y*.

Входящий в (1) расширенный вектор определяемых параметров состояний геодинамических объектов формируется в виде $X_R(X,t) = \left[X_i^T \{P_i(t)\}, W_i^T \{P_i(X,t)\}, X_D^T(X,t) \right]^T \in X_\Sigma$, или, при задании нормального потенциала $U_i\{P_i(X,t)\}$, – $X_R(X,t) = \left[X_i^T \{P_i(t)\}, T_i^T \{P_i(X,t)\}, X_D^T(X,t) \right]^T$. Здесь W – потенциал силы тяжести, $T = W - U$ – возмущающий потенциал. Вектор параметров движений геодинамических объектов $X_D(X,t)$ формируется в виде $X_D(X,t) = \left\{ X_{D(\text{ФПЗ})}^T(X,t), X_{D(\text{ГПЗ})}^T(X,t) \right\}^T$, где $X_{D(\text{ФПЗ})}(X,t)$ – вектор параметров движений и деформаций физической поверхности или, в общем случае для сплошной среды, вектор напряженно-деформированного состояния земной коры (горной породы); $X_{D(\text{ГПЗ})}(X,t)$ – вектор изменений (вариаций) гравитационного поля.

Второе нелинейное уравнение состояний, моделирующее результаты разнородных комплексных наблюдений в пространстве и времени (множество выходных величин геодинамических объектов), представляющих собой геодезические функционалы на потенциале силы тяжести *W*, запишем в следующем виде:

$$Y(X,W,t) = f(X,t)\{X_R^T(X,t), C_Y^T(X,t), \Theta_Y^T(X,t)\}^T + \delta_Y(X,W,t), \qquad (2)$$

где $\Theta_Y(X,t)$ – вектор внешних детерминированных воздействий на систему наблюдений; $C(X,t)$ – известные коэффициенты системы наблюдений; $\delta_Y(X,W,t)$ – в общем случае коррелированная последовательность случайных ошибок наблюдений с ковариационной матрицей $K_\delta(X,t) = K_Y(X,t)$. Включение вектора координат $X = X(x, y, z)$ в

качестве аргумента в функционал (2) указывает на то, что ряды наблюдений являются не только временными, но и пространственными; при этом на каждом пункте сети наблюдений может производиться измерение нескольких величин (выходных сигналов геодинамических объектов).

Включение в расширенный вектор параметров состояний $X_R(X,t)$ (1) потенциала силы тяжести $W(X,t)$ обусловливает построение бесконечномерных моделей геодинамических систем, описываемых уравнениями состояния (1) и (2). Бесконечномерность моделей вызывает необходимость их аппроксимации конечномерными моделями и, соответственно, усложнение вычислительной реализуемости решения задачи. С целью построения конечномерных моделей геодинамических объектов в пространстве состояний мы с помощью основных операторов физической геодезии переходим от возмущающего потенциала T к его основным трансформантам: аномалии высоты ζ, смешанной аномалии силы тяжести Δg и компонентам гравиметрического уклонения отвеса ξ, η [7].

Многомерные пространственно-временные ряды наблюдений $Y(X,W,t)$ формируются из разнородных комплексных геодезических и геофизических наблюдений, отражающих пространственно-временную структуру НДС геодинамических объектов.

В работе [7] для решения задач структурной и параметрической идентификации геодинамических объектов используется адаптивный рекуррентный алгоритм фильтра Калмана – Бьюси (ФКБ). Уравнения состояний (1) и (2) линеаризуются с целью их оптимального решения по рекуррентному алгоритму линейного фильтра Калмана – Бьюси [178].

Алгоритм ФКБ позволяет определять оптимальные в смысле критерия $\min tr\, K_{X_R}(X,t)$ (минимума обобщенной дисперсии) текущие оценки расширенного вектора параметров состояний $\hat{X}_R(X,t)$, а также одношаговые прогнозные фоновые оценки (условное математическое ожидание) этого вектора

$$\hat{X}_R^F(X,t/t-1) = F(X,t)\{X_R(X,t-1), C_\Sigma(X,t), \Theta(X,t)\} \qquad (3)$$

с соответствующими ковариационными матрицами $K_{X_R}(X, t)$, $K_{X_R}(X, t/t-1)$.

Здесь строчный индекс $t/t-1$ обозначает одношаговый прогноз на эпоху t по всем наблюдениям до эпохи $t-1$ включительно.

Текущие и одношаговые прогнозные фоновые оценки вектора параметров связаны уравнением:

$$\hat{X}_R(X, t) = \hat{X}_R^F(\hat{X}^F, t/t-1) + \delta X_R^B(\hat{X}^F, t/t-1), \qquad (4)$$

где $\delta X_R^B(*)$ – вариации или аномалии $\hat{X}_R(X, t)$ на фоне $\hat{X}_R^F(*)$.

В дальнейшем для сокращения записи уравнений используются обозначения работы [179]. Так, для величин, полученных по данным только какой-либо одной эпохи t, приняты обозначения с индексом «t» (например, $Y(X, W, t)$. Для прогнозных фоновых оценок величин, полученных на эпоху t по наблюдениям до эпохи $t-1$ включительно, используется индекс «t^-», то есть принимаются обозначения вида $\hat{X}_R^F(\hat{X}^F, t^-) = \hat{X}_R^F(\hat{X}^F, t/t-1)$. Для оценок, которые будут получены в результате рекуррентной фильтрации наблюдений всех эпох 1, 2 ... $t-1$, t, используется индекс «t^+», то есть примем обозначения вида $\hat{X}_R(X, t^+)$.

Рекуррентный алгоритм ФКБ совместного решения систем уравнений состояний (1) и (2) после их линеаризации при таких обозначениях (опуская для простоты записи все аргументы, кроме t, t^-, t^+) имеет следующий вид [179]:

$$\left.\begin{aligned}
&\hat{X}_R(t^+) = \hat{X}_R(t^-) + G(t^-)\Delta Y(t^-);\\
&\hat{X}_R(t^-) = F_{X_R}^F \hat{X}_R(t-1);\\
&\Delta Y(t^-) = Y(t) - \hat{Y}^F(t^-);\\
&G(t^-) = K_{X_R}(t^-)A^T(t^-)K_V^{-1}(t^-);\\
&K_{\Delta Y}(t^-) = A(t^-)K_{X_R}(t^-)A^T(t^-) + K_Y(t);\\
&K_{X_R}(t^-) = \Phi(t, t-1)K_{X_R}(t-1)\Phi^T(t, t-1) + \Gamma(t)K_{\varpi}(t)\Gamma^T(t);\\
&K_{X_R}(t^+) = [E - G(t^-)A(t^-)]K_{X_R}(t^-),
\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

где $\Delta Y(t^-)=Y(t)-f\hat{X}_R^F(t^-)=Y(t)-\hat{Y}^F(t^-)$ – невязки наблюдений или аномалии геодезических функционалов $Y(t)$ в пространстве состояний; $K_{\Delta Y}(t^-)$,

$K_{X_R}(t^-)$ и $K_{X_R}(t^+)$ – ковариационные матрицы оценок соответственно вектора невязок наблюдений, прогнозного расширенного вектора параметров состояний и текущего расширенного вектора параметров состояний; Φ и A – переходные матрицы, полученные при линеаризации соответственно (1) и (2); E – единичная матрица.

Использование алгоритма ФКБ для рекуррентной обработки результатов наблюдений в виде пространственно-временных моделей состояния снимает такие ограничения на систему наблюдений, как равновременность циклов наблюдений и неизменность конструкции сети пунктов наблюдений. Рекуррентный характер ФКБ делает его оперативным и удобным математическим аппаратом при создании автоматизированных систем обработки и интерпретации результатов наблюдений с использованием современных вычислительных средств. Алгоритм ФКБ, являясь динамической системой, обеспечивает накопление информации о динамике объекта, и как следствие этого, повышает точность оценивания параметров состояния.

Оценивание $\{\hat{\mu}(*)\}^2$ при последовательной обработке наблюдений нескольких эпох выполняется с использованием всех измерений до последней эпохи включительно по рекуррентной формуле, позволяющей в ходе обработки накапливать информацию:

$$\{\mu_{\sum}(t)\}^2=\frac{\{\mu_{\sum}(t)\}^2\nu_{\sum}(t-1)+\{\hat{V}(t/t-1)\}^T\{Q_{X_R}(t/t-1)\}^{-1}\hat{V}(t/t-1)}{\nu_{\sum}(t)}, \quad (6)$$

где $v_\Sigma(t)=v_\Sigma(t-1)+v(t)$, $v_\Sigma(t)$ и $v_\Sigma(t-1)$ – числа степеней свободы, равные общему числу избыточных измерений соответственно до эпох t и $t-1$ включительно; $\neg(t)$ – число избыточных измерений эпохи t.

Использование алгоритма ФКБ также позволяет оптимизировать систему наблюдений за геодинамическими объектами с учетом модели движения [180–183].

1.4. Технологии мониторинга движений и напряженно-деформированного состояния геодинамических объектов

Идентификация геодинамических процессов и объектов (природно-технических систем) должна выполняться в мониторинговом режиме. В этом направлении ведутся активные исследования [184–189]. В работах [185, 186] говорится, что геодезический мониторинг должен охватывать геодезические, инженерно-гравиметрические, картографические и другие натурные наблюдения за пространственно-временными изменениями поведения и состояния исследуемых природно-технических систем. В работе [187] сформулированы рекомендации по построению системы деформационного мониторинга, обеспечивающей непрерывное наблюдение за процессами движений породного массива при отработке месторождений. Приведена структурная схема системы деформационного мониторинга (ДЕМОН). Система ДЕМОН включает подсистему регистрации развивающихся в массиве деформаций и связанных с ними изменений геофизических полей; подсистему интерпретации геофизических данных; подсистему принятия решений и выработки мероприятий по управлению горным давлением.

Процедуру интерпретации геофизических данных предлагается строить на базе комбинированного использования методов моделирования и прогнозирования геомеханических процессов, вероятностно-статистических методов анализа данных, экспертного оценивания геомеханической обстановки. В этом случае возможно получение достоверных прогностических оценок НДС геодинамических объектов.

В работе [188] описана система контроля безопасности горных объектов, содержащих экологически опасные производства. Приведем из этой работы схему непрерывного контроля удароопасности для угольных и рудных месторождений (рис. 3) и схему прогноза опасных состояний в природно-технических системах (рис. 4).

Рис. 3. Схема непрерывного контроля удароопасности (СНКУ) для угольных и рудных месторождений [188]

Рис. 4. Схема прогноза опасных состояний в природно-технических системах [188]

Примеры мониторинга НДС и описание аппаратно-измерительных комплексов для этих целей даны, например, в работах [96, 187–191]. Методы картографирования, визуализации данных о различных опасных для человека явлениях, в том числе геодинамических, описаны в книге [192], а обзор геоинформационных систем (ГИС) для горной промышленности дан в работе [193]. Зарубежные ГИС: DATAMINE, VULKAN, MINESCAPE, GEMCOM, TECHBASE, SURPAC – позволяют выполнять обработку геологических данных, планирование и проектирование открытых и подземных горных работ, геолого-маркшейдерское обслуживание. Из российских разработок отмечается ВНИМИ – маркшейдерско-геологическая аналитическая информационная система для горного предприятия (МГАИС). Для контроля геодинамических процессов в массиве горных пород разработан аппаратурно-программный комплекс GITS. В качестве оболочки выбрано ПО фирмы Autodesk: RastrArts – программы работы с растровыми изображениями; Softdesk – программа построения поверхностей; Vtchanical Desktop – программа твердотельного моделирования. В Институте проблем комплексного освоения недр на основе Arc View 3.0 разработана «Методика автоматизированного расчета деформаций земной поверхности при эксплуатации и ликвидации угольных шахт».

В работе [194] описана система наблюдений за горизонтальными и вертикальными смещениями в разломной зоне в районе объекта хранения жидких радиоактивных отходов, подверженной техногенным воздействиям. Некоторые результаты исследований ученых Уральского и Сибирского отделений РАН в 2003–2005 гг. по механике массива горных работ рассмотрены в работе [195]. Геомеханический мониторинг выполняется на железорудных месторождениях юга Западной Сибири [196, 197].

Высокоточные геодезические методы активно используют для мониторинга деформационных процессов в зонах ведения крупномасштабных горных работ. В работе [96] сформулирована концепция мониторинга как комплекса мероприятий, включающего натурные измерения, математическое моделирование НДС массива и разработку технических мер по обеспечению безопасности горных работ.

Приведены конструктивные особенности подземных полигонов высокоточного нивелирования и светодальномерной трилатерации, являющихся частью системы контроля деформационных процессов в стыковочных зонах между подземными рудниками и карьерами. Приведены примеры мониторинга на Хибинских апатитовых месторождениях. Средняя квадратическая ошибка определения отметок реперов составляла ±0,17 мм. Точность определения относительных смещений методом светодальномерной трилатерации характеризуется среднеквадратической ошибкой ±0,4 мм.

В работах [198, 199] подробно описаны базовые технологические решения современных геоинформационных процессов, включая мониторинговые возможности спутникового метода определения координат для геодинамических исследований различного масштаба.

1.5. Выводы

Выполненный в разделе обзор публикаций на тему изучения геодинамических объектов и процессов подтверждает актуальность данной проблемы.

Являясь сложными, геодинамические процессы и объекты должны изучаться комплексно. При их идентификации должны учитываться разрывы и неоднородности в земной коре, ее блоковая структура, иерархичность и фрактальность ее строения. Ведутся исследования о влиянии на поля напряжений возможных пульсаций Земли, циклов солнечной активности. Нелинейность поведения геодинамических объектов также определяет сложность решения проблемы изучения природных и техногенных геодинамических объектов различного масштабного уровня.

С бурным развитием новейших средств измерений, прежде всего, спутниковых, связывают надежды на повышение эффективности экспериментальных исследований. В настоящее время GPS-наблюдения во всем мире активно применяются, в частности, при определении деформаций и для изучения деформационных предвестников землетрясений. Для локальных геодинамических объектов, на стыках плит, блоков можно выполнять угловые и линейные измерения (с

расстояниями между пунктами до 8 км) с использованием тахеометров, обеспечивающих точность измерения углов не грубее 0,5″, расстояний – 1-2 ppm. Незаменимыми остаются геометрическое нивелирование и гравиметрические наблюдения. И в связи с этим актуален вопрос комплексного и корректного анализа разнородных наблюдений, их совместной математической обработки.

Комплексное изучение геодинамических процессов необходимо при инженерно-геологическом обосновании проектирования, строительства и эксплуатации сооружений и территорий, защитных инженерных мероприятий и охраны среды. В строительном деле объектами, деформации которых необходимо наблюдать и контролировать, являются автомобильные и железные дороги, мосты, аэродромы, жилые и промышленные здания, подземные сооружения, трубопроводы, каналы (судоходные, ирригационные и водоводные), подземные промышленные объекты, резервуары для хранения нефти и нефтепродуктов. В горном деле такими объектами являются шахтные разработки, открытые разработки (карьеры), места извлечения (откачки) жидких полезных ископаемых, газа.

Приводятся примеры комплексного анализа временных рядов разнородных наблюдений. При изучении глубинной геодинамики признаны наиболее информативными результаты наблюдений гравитационного, геомагнитного полей и движений земной коры.

Когда изменения ускорения силы тяжести сопоставимы с точностями гравиметров, важно помнить о строгом подходе к интерпретации вертикальных смещений и изменений ускорения силы тяжести. Такие ситуации возникают в районах плотин ГЭС, при изменения уровня водохранилища. Примерами перемещений больших масс являются также извержение вулкана и процесс подготовки извержения, горные разработки. В этих случаях также необходима строгая математическая обработка и интерпретация разнородных наблюдений.

Изучение геодинамических объектов и процессов должно выполняться в мониторинговом режиме. В настоящее время создаются системы деформационного мониторинга, обеспечивающие непрерывное наблюдение за процессами движений породного массива при отработке месторождений, для непрерывного контроля удароопасности угольных и

рудных месторождений. Активно используются различные геоинформационные системы. Признаются высокие мониторинговые возможности спутникового метода определения координат для геодинамических исследований различного масштаба.

2. ИЗУЧЕНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЛОЖНЫХ ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ

2.1. Теоретические и математические основы расчета напряженно-деформированного состояния

В настоящее время как в России, так и за рубежом при решении многих задач геомеханики, геофизики, сейсмологии используются модели механики сплошных сред [111] в рамках теории упругости [200, 201]. Теория упругости – теоретическая основа расчетов на прочность, деформируемость и устойчивость. Объектами исследования методами теории упругости являются, в частности, горные массивы, плотины, геологические структуры, находящиеся под действием эндогенных и экзогенных сил, температурных полей и других воздействий. В результате расчетов методами теории упругости определяются допустимые нагрузки, при которых в рассчитываемом объекте не возникают напряжения или перемещения, опасные в смысле потери данным объектом устойчивости.

Теорию упругости подразделяют на классическую, линейную и нелинейную. Более общий характер имеет нелинейная теория упругости.

Физические законы упругости материалов, надежно проверенные экспериментально и имеющие место для большинства материалов, по крайней мере, при малых (а иногда и очень больших) деформациях, отражают взаимно однозначные зависимости между текущими (мгновенными) значениями напряжений σ и деформаций ε. В этом физические законы упругости отличаются от законов пластичности, в которых напряжения зависят от процесса изменения деформаций (при

одних и тех же деформациях, достигнутых путем различных процессов, напряжения различны).

Например, согласно физическим законам упругости при растяжении цилиндрического образца длины l, радиуса r, с площадью поперечного сечения S имеет место пропорциональность между растягивающей силой F, продольным удлинением образца Δl и поперечным удлинением Δr. Эта пропорциональность выражается равенствами: $\sigma_1 = E\varepsilon_1$, $\varepsilon_2 = -\nu\varepsilon_1$, где $\sigma_1 = S/F$ – нормальное напряжение в поперечном сечении; $\varepsilon_1 = \Delta l / l$ – относительное удлинение образца; $\varepsilon_2 = \Delta r / r$ – относительное изменение поперечного размера; E – модуль Юнга (модуль продольной упругости), ¬ – коэффициент Пуассона.

Напряжение в любой точке тела характеризуется шестью величинами – компонентами напряжений: нормальными напряжениями $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ и касательными напряжениями $\sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}$. При этом $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$ и т.д. Деформация в любой точке тела также характеризуется шестью величинами – компонентами деформаций: относительными удлинениями $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$ и сдвигами $\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zx}$. При этом $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}$ и т. д.

Основным физическим законом теории упругости является обобщенный закон Гука, согласно которому нормальные напряжения линейно зависят от деформаций. Для изотропных материалов эти уравнения имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_{xx} = 3\lambda\varepsilon + 2\mu\varepsilon_{xx}; \quad \sigma_{yy} = 3\lambda\varepsilon + 2\mu\varepsilon_{yy}; \quad \sigma_{zz} = 3\lambda\varepsilon + 2\mu\varepsilon_{zz}; \\ &\sigma_{xy} = 2\mu\varepsilon_{xy}; \quad \sigma_{yz} = 2\mu\varepsilon_{yz}; \quad \sigma_{zx} = 2\mu\varepsilon_{zx}, \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

где $\varepsilon = \frac{1}{3}(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz})$ – средняя (гидростатическая) деформация; λ и μ – постоянные Ламе (величины, характеризующие упругие свойства изотропного материала). Значения этих параметров для различных материалов известны.

Математическая задача теории упругости при равновесии состоит в том, чтобы, зная действующие внешние силы (нагрузки) и граничные условия, определить значения в любой точке тела компоненты напряжений и деформаций, а также компоненты u_x, u_y, u_z вектора перемещения каждой

частицы тела в виде функций от декартовых прямоугольных координат x, y, z точек тела. Исходными для решения этой задачи являются следующие дифференциальные уравнения равновесия:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z}+\rho F_x=0;\\
&\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z}+\rho F_y=0;\\
&\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}+\rho F_z=0,
\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

где ρ – плотность материала, F_x, F_y, F_z – проекции на координатные оси действующей на каждую частицу тела массовой силы F (например, силы тяжести).

К трем уравнениям равновесия (8) присоединяются 6 равенств (7) в случае изотропного тела и еще 6 равенств вида:

$$\left.\begin{aligned}
&\varepsilon_{xx}=\frac{\partial u_x}{\partial x};\quad \varepsilon_{yy}=\frac{\partial u_y}{\partial y};\quad \varepsilon_{zz}=\frac{\partial u_z}{\partial z};\\
&2\varepsilon_{xy}=\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial x};\quad 2\varepsilon_{yz}=\frac{\partial u_y}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial y};\quad 2\varepsilon_{xz}=\frac{\partial u_x}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial x},
\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

устанавливающих зависимости между компонентами деформаций и перемещений.

Когда на часть S_1 граничной поверхности тела действуют заданные поверхностные силы (например, силы контактного взаимодействия), проекции которых, отнесенные к единице площади, равны F_x, F_y, F_z, а для части S_2 этой поверхности заданы перемещения ее точек u_x, u_y, u_z, граничные условия имеют вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_{xx}\cos(n,x)+\sigma_{xy}\cos(n,y)+\sigma_{xz}\cos(n,z)=F_x;\\
&\sigma_{yx}\cos(n,x)+\sigma_{yy}\cos(n,y)+\sigma_{yz}\cos(n,z)=F_y;\\
&\sigma_{zx}\cos(n,x)+\sigma_{zy}\cos(n,y)+\sigma_{zz}\cos(n,z)=F_z,
\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

на части граничной поверхности тела S_1.

И для части граничной поверхности тела S_2 граничные условия имеют вид:

$$u_x = \varphi_x; \quad u_y = \varphi_y; \quad u_z = \varphi_z. \tag{11}$$

В уравнениях (10) cos(*n*, *x*), cos(*n*, *y*), cos(*n*, *z*) – косинусы углов соответственно между нормалью к поверхности *n* и координатными осями *x*, *y*, *z*. Первые условия означают, что искомые напряжения должны удовлетворять на границе S_1 трем равенствам (10), а вторые – что искомые перемещения должны удовлетворять на границе S_2 равенствам (11). В частном случае может быть $\varphi_x = \varphi_y = \varphi_z = 0$ (часть поверхности S_2 жестко закреплена). Например, в задаче о равновесии плотины массовой силой считается сила тяжести, поверхность S_2 подошвы плотины неподвижна, на остальной поверхности S_1 действуют такие силы, как напор воды, давление различных надстроек, транспортных средств и т. д.

В динамических задачах теории упругости искомые величины являются функциями координат и времени. Исходными для математического решения динамических задач являются дифференциальные уравнения движения Коши, отличающиеся от уравнений (8) тем, что правые части вместо нуля содержат инерционные члены: $\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}$ для первого уравнения, $\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}$ для второго уравнения и $\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}$ для третьего уравнения системы (8) [200]. К этим исходным уравнениям движения должны также присоединяться уравнения (7), (9) и, кроме граничных условий (10), (11), еще задаваться начальные условия, определяющие, например, распределение перемещений и скоростей частиц тела в начальный момент времени. К динамическим задачам теории упругости относятся задачи о распространении упругих волн (сейсмические волны и их воздействие на конструкции и сооружения, волны, возникающие при взрывах и ударах, термоупругие волны), задачи о колебаниях конструкций и сооружений, в которых могут определяться формы колебаний и их возможные смены, амплитуды колебаний и их нарастание или убывание во времени,

резонансные режимы, динамические напряжения, методы возбуждения и гашения колебаний.

При решении плоских задач теории упругости принимается, что один из компонентов перемещения равен нулю, а два других зависят только от двух координат – $u_x = u_x(x, y)$, $u_y = u_y(x, y)$, $u_z = 0$.

При таком допущении часть уравнений в системах (7)–(11) исчезнет, а оставшиеся в них уравнения будут соответственно упрощены.

2.2. Метод конечных элементов как математический аппарат расчета напряженно-деформированного состояния

Здесь излагается подход к использованию метода конечных элементов для расчета деформаций и напряжений по перемещениям без претензии на первенство его использования. Для исследования геодинамики этот метод был предложен в 1929 г. в работе [202]. Затем были работы многих авторов, использующих данный подход, например, работы [26, 162].

В данном разделе предлагается алгоритм расчета деформаций и напряжений, который используют строители-проектировщики, когда решение задач теории упругости трудно осуществимо аналитически. Для решения уравнений (7)–(11) в последнее время интенсивно разрабатываются численные методы решения, примером которых является метод конечных элементов [203].

Для выполнения расчета исследуемой системы устанавливают ее расчетную схему (модель). С этой целью из реальной системы мысленно удаляют элементы, воспринимающие только местные нагрузки и практически не участвующие в работе системы в целом, и получают идеализированную, упрощенную схему (как бы скелет) системы.

При составлении расчетных схем нагрузку, приложенную к небольшим участкам поверхности, заменяют сосредоточенной силой, т. е. силой, приложенной к некоторой точке поверхности. Саму континуальную систему разделяют на так называемые конечные элементы (КЭ), которые соединяются между собой жесткими или упругими связями. При расчете систем с разделением их на конечные элементы применяется как метод сил, так и метод перемещений, причем, если выбор метода при расчете

традиционными способами связывался с количеством совместно решаемых уравнений, то с появлением ЭВМ предпочтение, как правило, отдается методу перемещений, позволяющему проще определять коэффициенты при неизвестных [204].

Основное понятие метода конечных элементов, применяемого к структурным исследованиям деформации и напряжений, заключается в том, что непрерывное поле деформируемой системы (объекта) заменяется совокупностью индивидуальных малых компонент конечных размеров, которые соприкасаются только в узловых точках компонент.

Для двумерных динамических систем наиболее часто применяют треугольные или прямоугольные КЭ. Соответственно моделью двумерных систем будет двумерная расчетная схема, т. е. все характеристики двумерной расчетной схемы для системы Ω зависят от двух координат (рис. 5).

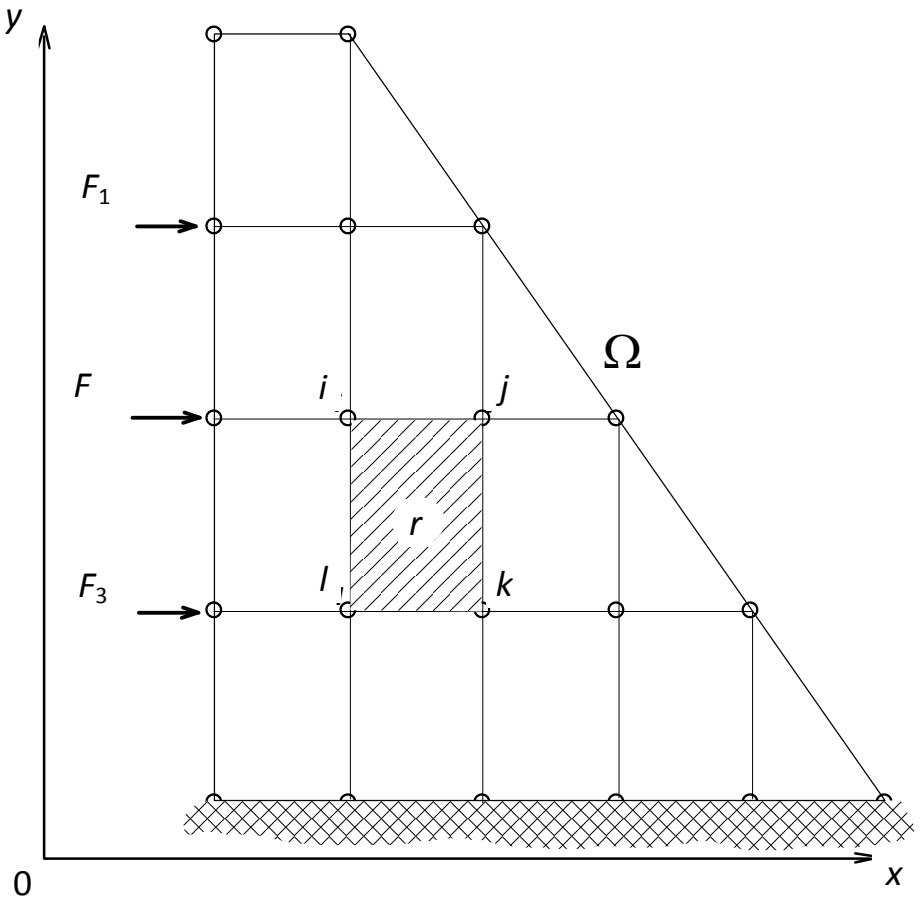
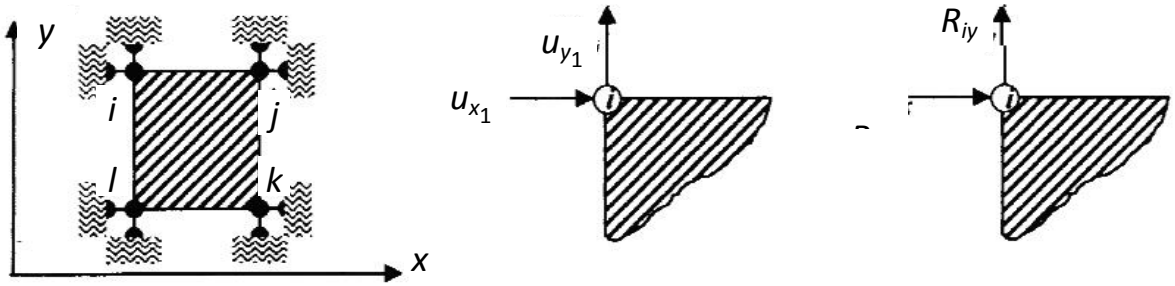


Рис. 5. Расчетная схема системы Ω

КЭ соединены в общих точках – узлах. Узел расчетной схемы может быть общим для нескольких КЭ системы Ω. Выделенный КЭ *r* имеет форму прямоугольника, вершины которого совпадают с узлами *i, j, k, l*.

Каждому отдельному КЭ системы Ω придаются по две связи в каждом узле (рис. 6, *а*).



а *б* *в*

Рис. 6. Связи (*а*), перемещения (*б*), реакции (*в*) в узлах прямоугольного КЭ

В узле ***i*** вследствие его перемещений u_{x_i} и u_{y_i} (рис. 6, *б*) возникают реакции в дополнительных связях R_{ix} и R_{iy} (рис. 6, *в*), выраженные следующими уравнениями:

$$\left.\begin{aligned} R_{ix} &= k_{11}u_{x_i} + k_{12}u_{y_i} + k_{13}u_{x_j} + k_{14}u_{y_j} + k_{15}u_{x_k} + k_{16}u_{y_k} + k_{17}u_{x_l} + k_{18}u_{y_l} \\ R_{iy} &= k_{21}u_{x_i} + k_{22}u_{y_i} + k_{23}u_{x_j} + k_{24}u_{y_j} + k_{25}u_{x_k} + k_{26}u_{y_k} + k_{27}u_{x_l} + k_{28}u_{y_l} \end{aligned}\right\}, \quad (12)$$

где k_{ij} – коэффициенты жесткости. Физический смысл этих коэффициентов понимается как усилие в узле *i*, возникающее от единичного перемещения по направлению, которое определено индексом *j*, если все остальные перемещения равны нулю [204].

Для узлов *j, k, l* реакции в дополнительных связях могут быть записаны аналогично (12).

Представим выражения для всех четырех узлов *i, j, k, l* (восемь компонентов узловых сил) КЭ *r* в матричной форме:

$$R_r = K_r U_r, \qquad (13)$$

где вектор узловых реакций (сил) КЭ *r*

$$R_r = \begin{pmatrix} R_{ix} \\ R_{iy} \\ ..... \\ R_{ly} \end{pmatrix}, \qquad (14)$$

матрица коэффициентов жесткости КЭ *r*

$$K_r = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & k_{17} & k_{18} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & k_{27} & k_{28} \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ k_{81} & k_{82} & k_{83} & k_{84} & k_{85} & k_{86} & k_{87} & k_{88} \end{pmatrix}, \qquad (15)$$

вектор перемещений узлов КЭ *r*

$$U_r = \begin{pmatrix} u_{x_i} \\ u_{y_i} \\ .... \\ u_{y_l} \end{pmatrix}. \qquad (16)$$

Определение значений коэффициентов матрицы жесткости (15) прямоугольного КЭ начинают с задания вида аппроксимирующих функций перемещений по области КЭ. Это могут быть полиномы из четырех членов:

$$\left.\begin{aligned} u_x(x,y) &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy; \\ u_y(x,y) &= \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 xy. \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

Система уравнений перемещений для четырех узлов *i*, *j*, *k*, *l* с известными координатами $x_i, y_i, x_j, y_j, x_k, y_k, x_l, y_l$ и известными или измеренными перемещениями $u_{x_i}, u_{y_i}, u_{x_j}, u_{y_j}, u_{x_k}, u_{y_k}, u_{x_l}, u_{y_l}$ будет состоять из 4 пар линейных уравнений вида (17). Из решения этой системы из восьми уравнений однозначно находятся коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_8$. Это позволяет найти конкретный вид координатных функций $u_x(x, y)$, $u_y(x, y)$ в (17). Как только узловые смещения для каждого элемента определены,

напряжения соответствующего КЭ в отсутствии начальных деформаций рассчитываются следующим образом:

$$\varepsilon_i = LU_i, \qquad (18)$$

где

$$L = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial}{\partial y} \\ \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix}. \qquad (19)$$

Связь между напряжениями и деформациями, учитывая свойства материала, можно определить в соответствии с законом Гука следующим образом:

$$\sigma_i = D\varepsilon_i, \qquad (20)$$

где D – матрица адаптационной способности (упругости), соответствующая свойствам материала. Для случая плоского напряженного состояния матрица D определяется выражением

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1-\nu}{2} \end{pmatrix}. \qquad (21)$$

Затем можно получить коэффициенты жесткости. Для плоского напряженного состояния они вычисляются так:

$$k_{ij} = h \int_0^a \int_0^b (D\varepsilon_i)^T \varepsilon_j dxdy, \qquad (22)$$

где h – толщина пластины; a, b – размеры прямоугольного КЭ, ε_i – (i = 1, 2, …, 8) – вектор деформаций (18) по области КЭ в случае, когда узловое перемещение под номером i равно единице, а все остальные степени свободы равны нулю; ε_j – (j = 1, 2, …, 8) – вектор деформаций (18) по

области КЭ в случае, когда узловое перемещение под номером *j* равно единице, а все остальные степени свободы равны нулю.

Аналогично может быть выполнен расчет коэффициентов матрицы жесткости треугольного КЭ. Аппроксимирующие функции перемещений по области треугольного КЭ имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} u_x(x,y) &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y; \\ u_y(x,y) &= \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y. \end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

Соответственно размерность матрицы жесткости треугольного КЭ будет 6×6.

Удобные для практического применения формулы для вычисления коэффициентов матриц жесткости прямоугольных и треугольных КЭ приведены в работе [205].

Когда матрицы жесткости для всех КЭ деформируемого тела будут рассчитаны, общая матрица жесткости области Ω определяется суперпозицией матриц жесткости всех КЭ:

$$K_\Omega = \sum_{r=1}^{n_r} T_r^T K_r T_r, \qquad (24)$$

где

$$T_r = \begin{pmatrix} 0... & 0 & 1 & 0... & 0 & 0 & 0... & 0 \\ 0... & 0 & 0 & 1... & 0 & 0 & 0... & 0 \\ 0... & 0 & 0 & 0... & 0 & 0 & 0... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0... & 0 & 0 & 0... & 1 & 0 & 0... & 0 \\ 0... & 0 & 0 & 0... & 0 & 1 & 0... & 0 \end{pmatrix}. \qquad (25)$$

В выражениях (24), (25): n_r – количество компонент; n – количество узловых точек; T_r – матрица, которая преобразовывает матрицу жесткости КЭ r в соответствующую этому КЭ часть в общей матрице. T_r имеет размерность $8 \times 2n$ для прямоугольного КЭ и $6 \times 2n$ для треугольного КЭ матрица. Компоненты T_r – нулевые, если не соблюдается тождество в

$(2i - 1, 2n_i - 1)$ и $(2i, 2n_i)$ в позициях с n_i (i = 1, 2, 3, 4). Для прямоугольного КЭ n_i (i = 1, 2, 3, 4) являются нумерацией четырех узлов, а для треугольного КЭ n_i (i = 1, 2, 3) являются нумерацией трех узлов.

Например, для прямоугольных элементов расчетной схемы системы Ω (см. рис. 5) матрица T_r имеет размерность 8 × 28, а для треугольных элементов 6 × 28. Общая матрица жесткости K_Ω будет иметь размерность 28 × 28. В ее формировании участвует 10 локальных матриц жесткости прямоугольных КЭ и 4 локальные матрицы жесткости треугольных КЭ.

Узловые компоненты внешней нагрузки F на поверхность системы t и уравнения равновесия узловых сил будут связаны как линейные алгебраические уравнения относительно перемещений узлов расчетной схемы U:

$$F = K_\Omega U \ . \qquad (26)$$

В уравнении (26) F – вектор-столбец узловых нагрузок, к которым сведены местные нагрузки, распределенные по системе Ω

$$F = \begin{pmatrix} F_{x_1} \\ F_{y_1} \\ ..... \\ F_{y_n} \end{pmatrix}; \qquad (27)$$

K_Ω – матрица жесткости для всей системы Ω

$$K_\Omega = \begin{pmatrix} k(u_{x_1}, u_{x_1}) & k(u_{x_1}, u_{y_1}), & ... & , k(u_{x_1}, u_{y_n}) \\ k(u_{y_1}, u_{x_1}) & k(u_{y_1}, u_{y_1}), & ... & , k(u_{y_1}, u_{y_n}) \\ ..... & ..... & ... & ..... \\ k(u_{y_n}, u_{x_1}) & k(u_{y_n}, u_{y_1}), & ... & , k(u_{y_n}, u_{y_n}) \end{pmatrix}; \qquad (28)$$

U – вектор перемещений n узлов расчетной схемы по системе Ω

$$U = \begin{pmatrix} u_{x_1} \\ u_{y_1} \\ ..... \\ u_{y_n} \end{pmatrix}. \qquad (29)$$

После вычисления обратной матрицы K_Ω^{-1} находим решение системы линейных уравнений (26):

$$U = K_\Omega^{-1} F. \qquad (30)$$

2.3. Алгоритм определения параметров напряженно-деформированного состояния по расчетным значениям перемещений

Вся поверхность геодинамической системы разбивается на треугольные КЭ (рис. 7).

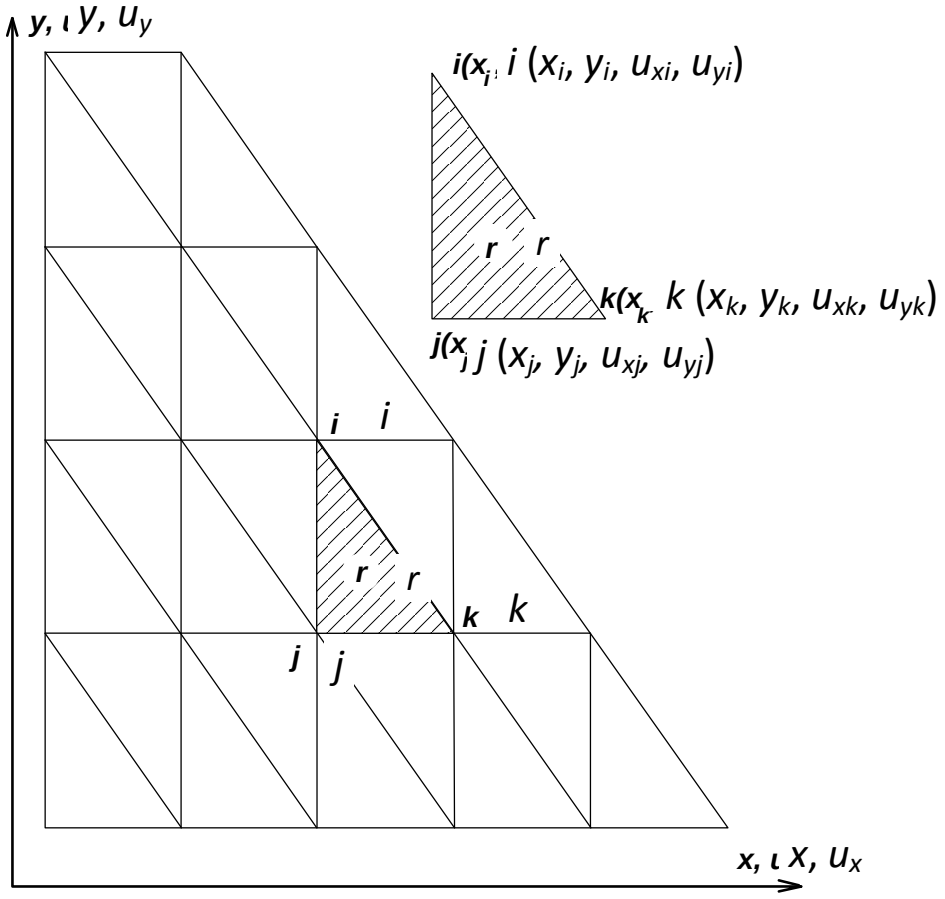


Рис. 7. Разбиение поверхности ГДС на треугольные КЭ

Для каждого КЭ может быть записана своя модель локально-однородной деформации для плоского объекта. Координаты вершин *i*, *j*, *k* треугольного КЭ *r* известны – $x_i, y_i, x_j, y_j, x_k, y_k$. Вектор перемещений узлов U рассчитан по уравнению (30). Для всех трех вершин закон деформирования одинаков. Поэтому можно записать:

$$\left.\begin{aligned}
u_{x_i} &= e_{10} + e_{11}x_i + e_{12}y_i,\\
u_{y_i} &= e_{20} + e_{21}x_i + e_{22}y_i,\\
u_{x_j} &= e_{10} + e_{11}x_j + e_{12}y_j,\\
u_{y_j} &= e_{20} + e_{21}x_j + e_{22}y_j,\\
u_{x_k} &= e_{10} + e_{11}x_k + e_{12}y_k,\\
u_{y_k} &= e_{20} + e_{21}x_k + e_{22}y_k.
\end{aligned}\right\} \qquad (31)$$

Система (31) состоит из шести линейных уравнений с шестью неизвестными – коэффициентами линейной модели перемещений:

$$e = \begin{bmatrix} e_{10} & e_{11} & e_{12} & e_{20} & e_{21} & e_{22} \end{bmatrix}^T. \qquad (32)$$

Из решения системы (31) эти коэффициенты определяются однозначно:

$$\left.\begin{aligned}
e_{11} &= \frac{1}{2S_r}((u_{x_i} - u_{x_j})(y_i - y_k) - (u_{x_i} - u_{x_k})(y_i - y_j));\\
e_{12} &= -\frac{1}{2S_r}((u_{x_i} - u_{x_j})(x_i - x_k) - (u_{x_i} - u_{x_k})(x_i - x_j));\\
e_{21} &= \frac{1}{2S_r}((u_{y_i} - u_{y_j})(y_i - y_k) - (u_{y_i} - u_{y_k})(y_i - y_j));\\
e_{12} &= -\frac{1}{2S_r}((u_{y_i} - u_{y_j})(x_i - x_k) - (u_{y_i} - u_{y_k})(x_i - x_j));
\end{aligned}\right\} \qquad (33)$$

$$\left.\begin{aligned}
e_{10} &= u_{x_i} - e_{11}x_i - e_{12}y_i;\\
e_{20} &= u_{y_i} - e_{21}x_i - e_{22}y_i,
\end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

где S_r – площадь треугольного КЭ *r*:

$$S_r = \frac{1}{2}((x_1 - x_2)(y_1 - y_3) - (x_1 - x_3)(y_1 - y_2)). \qquad (35)$$

Однако нужно помнить, что значения коэффициентов e_{10}, e_{20}, отвечающих за параллельный перенос КЭ, будут зависеть от выбранной системы координат. При расчете напряженно-деформированного состояния эти коэффициенты участия не принимают. Важны другие четыре коэффициента, которые обычно записывают в виде квадратной матрицы – тензора деформации:

$$T = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{pmatrix}. \qquad (36)$$

В тензоре T выделяются симметричная часть T_ε, отражающая чистую деформацию КЭ r, и кососимметричная часть T_ω, отражающая вращение КЭ r как абсолютно твердого тела:

$$T = T_\varepsilon + T_\omega; \qquad (37)$$

$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} e_{11} & \frac{e_{12} + e_{21}}{2} \\ \frac{e_{21} + e_{12}}{2} & e_{22} \end{pmatrix}; \qquad (38)$$

$$T_\omega = \begin{pmatrix} 0 & \frac{e_{12} - e_{21}}{2} \\ \frac{e_{21} - e_{12}}{2} & 0 \end{pmatrix}. \qquad (39)$$

Компоненты тензора деформаций T_ε выделяются в отдельный вектор:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} e_{xx} & e_{yy} & e_{xy} \end{pmatrix}^T, \qquad (40)$$

где

$$\varepsilon_{xx} = e_{11}, \varepsilon_{yy} = e_{22}, \varepsilon_{xy} = \frac{e_{12} + e_{21}}{2}. \qquad (41)$$

Затем выполняется расчет параметров, характеризующих напряженное состояние объекта. Параметры, характеризующие напряженное состояние объекта, определяются на основе модели теории упругости [200].

Тензор напряжений в отдельном треугольном элементе r вычисляется в соответствии с формулами закона Гука (7) и формулами Коши (8) по формуле (20) с учетом (21):

$$\sigma = D\varepsilon. \qquad (42)$$

Для оценки НДС для остальных КЭ области Ω вычисления повторяют с координатами и смещениями узловых точек, соответствующих каждому конкретному КЭ.

2.4. Пример изучения напряженно-деформированного состояния сложного инженерного сооружения по геодезическим наблюдениям

В качестве сложного инженерного сооружения выбрана модель плотины, работающая в условиях плоской деформации. Задача сводится к расчету НДС пластины в форме прямоугольной трапеции толщиной 1 м, как реакции на воздействие давления воды и напора льда. Для аналитического (модельного) расчета смещений узлов вся поверхность пластины Ω была разбита на 10 прямоугольных конечных элементов размерами 5,6 м (вдоль оси x) и 8 м (вдоль оси y) и четыре треугольных конечных элемента с катетами 8 м и 5,6 м (рис. 8). Граничное условие задачи – точки 15–20 пластины считаются неподвижными.

Направления векторов сил возмущающих внешних воздействий составляют 90 градусов к боковой стороне и лежат в плоскости пластины. Значения этих сил в период между первым и вторым циклами следующие: F_3 = 0,3067 МН, F_6 = 0,64 МН, F_{10} = 1,28 МН. В период между вторым и третьим циклами по прогнозу ожидается увеличение значений сил на 25 %. Упругие свойства материала при малых деформациях выражены через модуль Юнга $E = 0{,}2 \cdot 10^{11}$ Па и коэффициент Пуассона ν = 0,293. При моделировании структуры ГДС нами была введена трещина в средней части пластины. Штриховыми линиями на рис. 8 показано (в

условном масштабе) перемещение пластины после воздействия сил F_3, F_6, F_{10}.

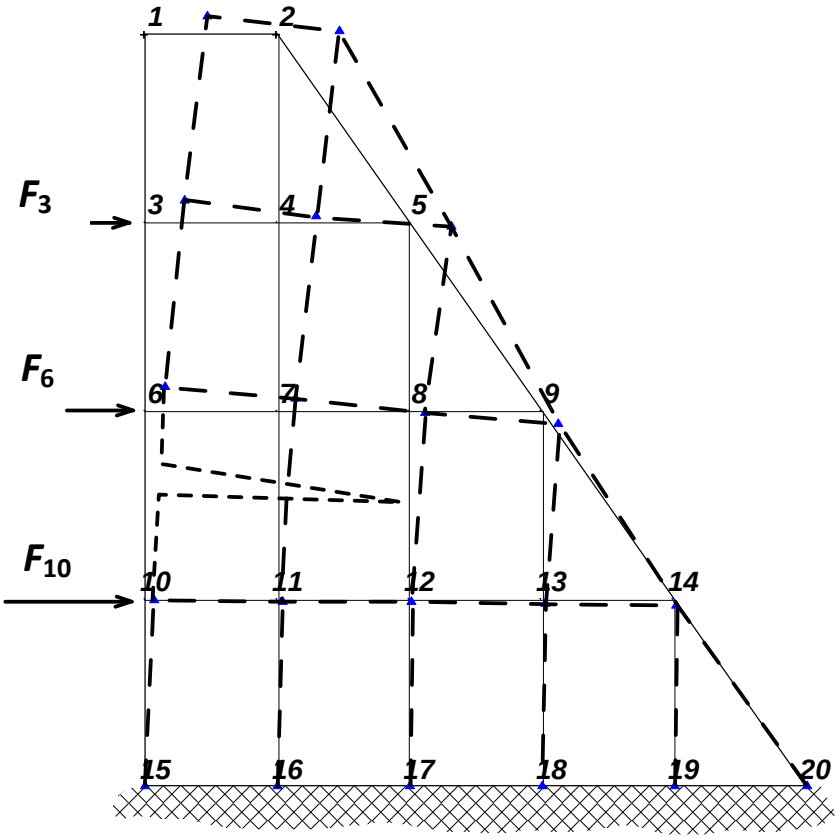


Рис. 8. Модель геодинамического объекта – плоская пластина

Для вычисления элементов матриц жесткости использованы формулы (22), (24). Общая матрица жесткости K_Ω (прил. 1) определяется суперпозицией матриц жесткости для всех КЭ. Но так как мы предположили при моделировании НДС данной ГДС наличие трещины (см. рис. 8), при составлении общей матрицы жесткости всей ГДС не были учтены матрицы жесткости двух прямоугольных КЭ, которые перекрывают зону трещины.

Модельные смещения узловых точек определяются из соотношения (30). В соответствии со вторым уравнением состояния (2) была смоделирована сеть геодезических наблюдений (рис. 9). Моделирование пространственно-временных рядов геодезических наблюдений заключалось в моделировании трех циклов наблюдений длин линий

между узловыми точками ГДС 1–2, 1–3, …. 15–11, 15–12 и т. д. Число измеренных длин линий в каждом из циклов наблюдений равно 38; общее число измерений в трех циклах – 114. Затем по координатам пунктов каждого цикла были определены «идеальные» значения длин линий. Исказив их псевдослучайными нормально распределенными ошибками, получили смоделированные результаты измерений. Средняя квадратическая ошибка модельных результатов измерений длин линий была задана $m_S = 0,2$ мм. Заметим, что в настоящее время такая точность измерений в инженерной геодезии является вполне достижимой [206].

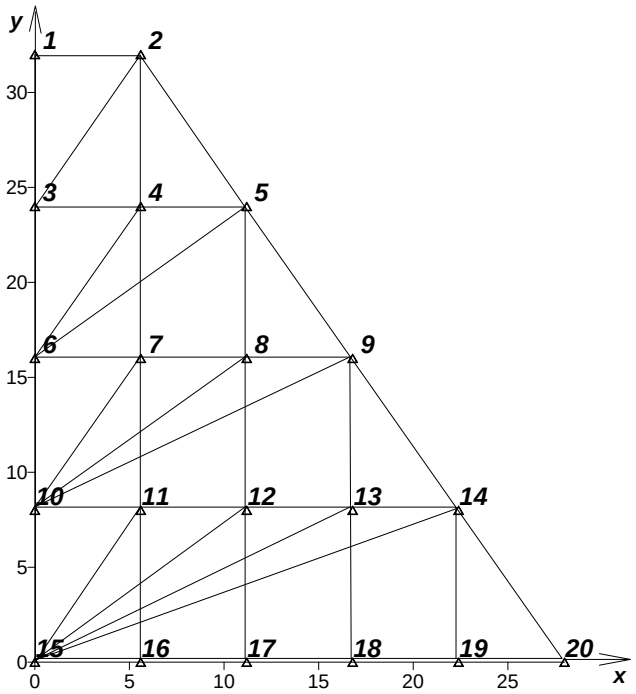


Рис. 9. Сеть геодезических наблюдений

Система идентификации (моделирования) движений и НДС включает подсистему математической обработки и интерпретации пространственно-временных рядов наблюдений за динамическим объектом по алгоритму адаптивного рекуррентного фильтра Калмана – Бьюси – формулы (5). Этот алгоритм оптимален по критерию минимума обобщенной дисперсии, т. е. минимума следа ковариационной матрицы

оценок определяемых параметров $\min tr\, K_{XR}(X, t) = \mu^2 Q_{XR}(X, t)$, где μ^2 – дисперсия единицы веса.

Начальную оценку $\hat{X}(t = 0)$ вектора состояния в виде прямоугольных координат пунктов

$$\hat{X}(t = 0) = \left[\hat{x}_1(t = 0),\ \hat{y}_1(t = 0),\ ...,\ \hat{x}_{14}(t = 0),\ \hat{y}_{14}(t = 0)\right]^T \qquad (43)$$

и ковариационную матрицу этой оценки $K_{\hat{X}}(t = 0)$ получим по 28 необходимым измерениям 1-го цикла $y_1(t = 1) = s_1$, (1 = 1, 2, …, 28), где 1 – номер измерения в данном цикле $t = 1$; T – символ транспонирования.

Оценка вектора состояния $\hat{X}(t = 1)$ выполняется путем обработки оставшихся избыточных измерений 1-го цикла (1 = 29, 30, …, 38). Используемая в алгоритме ФКБ переходная матрица $\Phi(t, t-1)$, имеет вид $\Phi(t = 1, t = 0) = E$, где E – единичная матрица размерностью 28 × 28.

В результате обработки и интерпретации по алгоритму ФКБ смоделированных результатов измерений длин линий получаем оценку вектора состояния 1-го цикла наблюдений $\hat{X}(t = 1)$ и ковариационную матрицу оценки этого вектора состояния $K_{\hat{X}}(t = 1)$.

При отсутствии априорной информации о характере движения пунктов между циклами наблюдений выполняем обработку наблюдений 2-го цикла в предположении, что определяемые пункты произвольным образом перемещаются на интервале времени от t =1 до t =2. В этом случае для точек пластины 1, 2, …, 14 справедливы выражения

$$\left.\begin{aligned} x_i(t = 2) &= x_i(t = 1) + u_{xi}(t = 2); \\ y_i(t = 2) &= y_i(t = 1) + u_{yi}(t = 2). \end{aligned}\right\} \qquad (44)$$

Здесь u_{x_i}, u_{y_i} – перемещения пунктов по осям абсцисс и ординат; i = 1, 2, …, 14. Формулы (44) определяют вид эволюционного оператора ГДС $\Phi(t, t-1)$ в первом уравнении состояний (1):

$$\Phi(t, t-1) = E.$$

Вводим расширенный вектор состояния

$$X_R(t=2)=[X(t=2)^T, U(t=2)^T]^T, \qquad (45)$$

в котором вектор перемещений определяемых пунктов $U(t = 2)$ имеет вид

$$U(t=2)=[u_{x1}(t=2), u_{y1}(t=2), \cdots, u_{x14}(t=2), u_{y14}(t=2)]^T. \qquad (46)$$

Так как априорная информация об оценках малых перемещений пунктов отсутствует, то начальное приближение к оценке компонент вектора $U(t = 2)$ (46) можно принять равным нулю с ковариационной матрицей $K_U(t=1) = \mu^2 10^7 E$. Таким образом, перед обработкой наблюдений второго цикла имеем расширенный вектор состояния и его ковариационную матрицу в виде

$$\hat{X}_R(t=1)=\begin{bmatrix}\hat{X}(t=1)\\ 0\end{bmatrix}, \quad K_{\hat{X}_R}(t=1)=\begin{bmatrix}K_{\hat{X}}(t=1) & 0\\ 0 & \mu^2 10^7 E\end{bmatrix}. \qquad (47)$$

Оценка дисперсии единицы веса, полученная по невязкам наблюдений, составила $\hat{\mu}(t=1) = 0{,}184$ мм.

Для обработки наблюдений 2-го цикла $Y_1(t=2)$, (1, 2, …, 38) применяем алгоритм ФКБ с моделью объекта $X_R(t=2) = \Phi(t=2, t=1)\, X_R(t=1)$. При формировании переходной матрицы $\Phi(t=2, t=1)$ учтем (44), тогда

$$\Phi(t=2,\ t=1)=\begin{bmatrix}E & E\\ 0 & E\end{bmatrix}.$$

По алгоритму ФКБ получаем оценку расширенного вектора состояния $\hat{X}_R(t = 2)$. Ковариационная матрица оценки этого вектора имеет вид

$$K_{\hat{X}_R}(t=2)=\begin{bmatrix}K_{\hat{X}}(t=2) & K_{\hat{X}\hat{U}}(t=2)\\ K_{\hat{X}\hat{U}}(t=2) & K_{\hat{U}}(t=2)\end{bmatrix}. \qquad (48)$$

При этом оценка стандарта или средней квадратической ошибки единицы веса по совокупности измерений двух циклов (56 необходимым и 20 избыточным измерениям) оказалась равной $\hat{\mu}(t = 2) = 0{,}232$ мм.

Переходим к определению параметров НДС. Вычисление значений параметров НДС в рамках модели плоской локально-однородной деформации возможно однозначно выполнить по трем точкам с известными координатами и смещениями. Учитывая это, разбиваем поверхность ГДС на 24 треугольных КЭ (рис. 10).

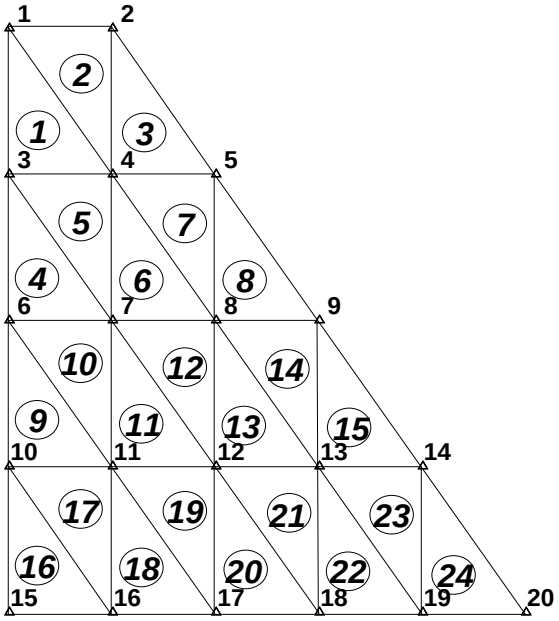


Рис. 10. Разбиение геодинамического объекта на треугольные КЭ

В нашей задаче расширенный вектор параметров состояния $\hat{X}_R(t=2)$, кроме координат, включает и оценки перемещений 14 узлов разбиения на КЭ – $\hat{U}(t=2)$. Так как точки с 15 по 20 предполагаются в модели неподвижными (граничное условие), векторы их смещений имеют нулевые компоненты и не входят, таким образом, в число определяемых параметров.

Выбирая из $\hat{X}_R(t=2)$ соответствующие вершинам каждого *r*-го КЭ оценки координат и смещений, определяем оценки коэффициентов линейной модели перемещений в пределах каждого конечного элемента $\hat{e}(r)=\left[\hat{e}_{10}(r),\hat{e}_{11}(r),\hat{e}_{12}(r),\hat{e}_{20}(r),\hat{e}_{21}(r),\hat{e}_{22}(r)\right]^T$, ($r$ = 1, 2, …, 24). По этим оценкам коэффициентов находим оценки компонентов вектора деформации:

$$\hat{\varepsilon}(r)=[\hat{\varepsilon}_{xx}(r),\hat{\varepsilon}_{yy}(r),\hat{\varepsilon}_{xy}(r)]^T; \qquad (49)$$

где

$$\hat{\varepsilon}_{xx}(r) = \hat{e}_{11}(r);\ \hat{\varepsilon}_{yy}(r) = \hat{e}_{22}(r);\ \hat{\varepsilon}_{xy}(r) = \frac{\hat{e}_{12}(r) + \hat{e}_{21}(r)}{2}.$$

Ранее говорилось, что после публикации в 1929 г. о применении метода конечных элементов в геодинамике [202] появилось множество работ, использующий этот подход. В частности, в работе [162] изложен метод обработки и интерпретации геодезических наблюдений с использованием теории упругости и метода конечных элементов. Даны уравнения наблюдений относительных перемещений и наблюдений, получаемых с помощью тензометра, и приводятся формулы для оценки точности получаемых характеристик напряжений. Описываемый в данном разделе монографии алгоритм определения и оценивания точности параметров напряженно-деформированного состояния локального геодинамического объекта по значениям перемещений, полученных в результате рекуррентной математической обработки геодезических наблюдений во времени, повторяет в основном идеи автора работы [162].

Ковариационную матрицу оценки вектора деформаций $\hat{\varepsilon}(r)$ получаем с учетом функциональной зависимости компонентов этого вектора от оценок вектора перемещений треугольного КЭ r с вершинами i, j, k: $\hat{\varepsilon}(r) = F_{\varepsilon(r)}(\hat{U}_r(t=2))$.

Ковариационная матрица $K_{\hat{\varepsilon}(r)}(t=2)$ оценки вектора деформаций находится как

$$K_{\hat{\varepsilon}(r)}(t=2) = f_{\varepsilon(r)} K_{\hat{U}_r}(t=2)\, f^T_{\varepsilon(r)}, \qquad (50)$$

где $K_{\hat{U}_r}(t=2)$ – ковариационная матрица оценки вектора смещений треугольного КЭ – $\hat{U}_r(t=2)$, элементы которой выбираются из общей матрицы (48). Элементы матрицы $f_{\varepsilon(r)}$ являются частными производными функции $\hat{\varepsilon}(r) = F_{\varepsilon_{(r)}}(\hat{U}_r(t=2))$ по компонентам вектора $\hat{U}_r(t=2)$.

Параметры, характеризующие плоское напряженное состояние объекта, определяются на основе модели теории упругости. Вектор напряжений $\hat{\sigma}(r) = [\hat{\sigma}_{xx}(r), \hat{\sigma}_{yy}(r), \hat{\sigma}_{xy}(r)]^T$ в отдельном треугольном элементе r вычислим в

соответствии с формулой (42). Для получения ковариационной матрицы оценки компонентов вектора напряжений конечного элемента r используем ковариационную матрицу (50):

$$K_{\hat{\sigma}(r)}(t=2) = DK_{\hat{\varepsilon}(r)}(t=2)D^T, \qquad (51)$$

где D – матрица адаптационной способности (упругости), в которой для плоской деформации используются условные величины модуля упругости и коэффициента Пуассона.

В соответствии с моделью ГДС (см. рис. 8) и моделью системы наблюдений в сети по результатам двух циклов наблюдений для каждого КЭ были получены оценки элементов вектора деформаций $\hat{\varepsilon}(r)$ и оценки вектора напряжений $\hat{\sigma}(r)$. Оценки $\hat{\varepsilon}(r)$ находятся в интервале от $-1{,}84 \cdot 10^{-4}$ до $2{,}42 \cdot 10^{-4}$ и характеризуются точностью порядка $9 \cdot 10^{-6}$. Оценки $\hat{\sigma}(r)$ находятся в интервале от $-1{,}25 \cdot 10^{7}$ Па до $5{,}18 \cdot 10^{7}$ Па с точностью их определения порядка $2 \cdot 10^{5}$ Па.

Результаты идентификации НДС ГДС представляем в удобном для анализа экспертом виде – визуализируем с помощью компьютера и соответствующих компьютерных программ.

Если смещения узлов получены по формуле (30) с вектором приложенных сил F, то поля напряжений будут представлены рис. 11. Вид этих полей, локализация максимальных и минимальных напряжений не позволяют сделать вывод о какой-либо неоднородности, аномалии в структуре исследуемого динамического объекта, например, пустоте или трещине.

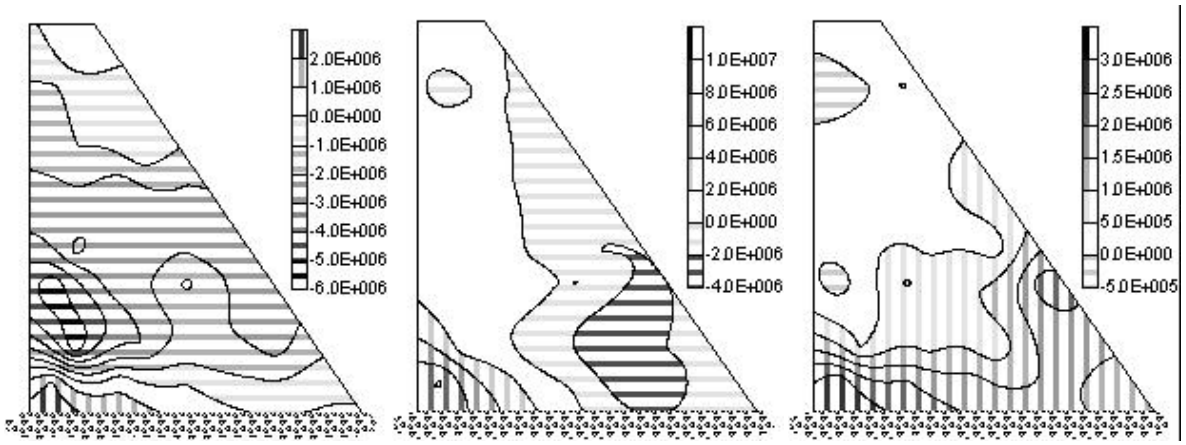


Рис. 11. Поля напряжений ГДС по расчетным значениям перемещений (слева направо – σ_{xx}, σ_{yy}, σ_{xy})

Иначе будут изображаться поля напряжений по оценкам компонентов тензоров $\hat{\sigma}$ (рис. 12), которые получены в результате идентификации напряженно-деформированного состояния пластины по наблюдениям в смоделированной геодезической сети. По этим изображениям экспертно определяется введенная в модель ГДС трещина, ее расположение, протяженность и степень раскрытия берегов, то есть уточняется структура исследуемого объекта.

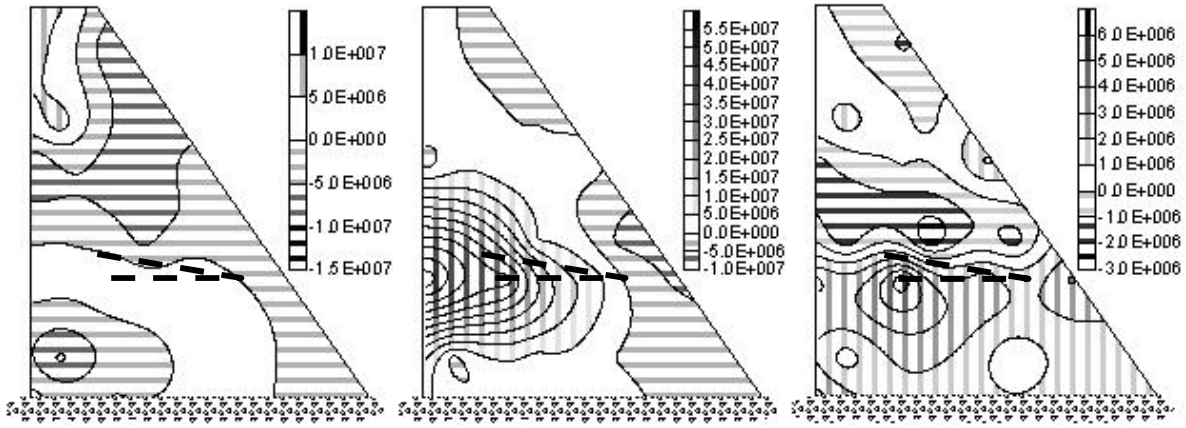


Рис. 12. Поля напряжений ГДС по геодезическим наблюдениям (слева направо – σ_{xx}, σ_{yy}, σ_{xy}). Штриховой линией показана локализация трещины

Такая визуализация параметров НДС, выполненная в результате обработки и интерпретации натурных геодезических наблюдений на реальных динамических объектах, позволит эксперту существенно уточнять структуру ГДС по сравнению с проектными аналитическими расчетами, в частности, наличие трещин и пустот.

Были найдены прогнозные одношаговые оценки координат узлов и их смещений на цикл $t=3$ по всем наблюдениям до цикла $t=2$ включительно $\hat{X}_R(X, t=3/t=2)$ с ковариационной матрицей $K_{\hat{X}_R}(X, t=3/t=2)$ для ожидаемого по метеорологическим данным в

период со 2-го по 3-й цикл увеличения сил на 25 %. При этих расчетах использовалась переходная матрица $\Phi(t=3,\ t=2)=\begin{bmatrix} E & 0,25E \\ 0 & 0,25E \end{bmatrix}$. После этого с учетом формул (49)–(51) были рассчитаны прогнозные оценки компонентов вектора деформаций $\hat{\varepsilon}(r, t=3/t=2)$, прогнозные оценки компонентов вектора напряжений $\hat{\sigma}(r, t=3/t=2)$ для каждого конечного элемента r и выполнена оценка точности этих параметров НДС. В табл. 2 приведены прогнозные оценки параметров НДС на 3-й цикл для треугольного КЭ r = 13 с узлами 8, 12 и 13 (см. рис. 10) для ожидаемого увеличения сил на 25 %.

Затем была выполнена обработка геодезических наблюдений 3-го цикла. При этом по критерию $\min trK_{XR}(X, t=3)$ для совокупности измерений трех циклов была выполнена адаптация (настройка) модели с использованием фильтра Калмана – Бьюси. В результате было установлено, что в период со 2-й по 3-й цикл произошло увеличение сил воздействия не на 25 %, как прогнозировалось, а на 20 % (табл. 3).

В табл. 2 приведены полученные по алгоритму ФКБ (5) прогнозные и текущие оценки параметров НДС и их точностные характеристики на 3-й цикл для треугольного КЭ r =13 с узлами 8, 12 и 13 (см. рис. 10).

Таблица 2

Прогнозные и текущие оценки параметров НДС в 3-м цикле

Оценки	$\hat{\varepsilon}_{xx}$	$\hat{\varepsilon}_{yy}$	$\hat{\varepsilon}_{xy}$	$\hat{\sigma}_{xx}$ (Па)	$\hat{\sigma}_{yy}$ (Па)	$\hat{\sigma}_{xy}$ (Па)
Прогнозные (25 %)	$3,80 \cdot 10^{-4}$	$3,57 \cdot 10^{-5}$	$2,93 \cdot 10^{-4}$	$1,30 \cdot 10^{7}$	$4,36 \cdot 10^{6}$	$3,66 \cdot 10^{6}$
Точность	$1,21 \cdot 10^{-5}$	$8,39 \cdot 10^{-6}$	$1,16 \cdot 10^{-5}$	$4,15 \cdot 10^{5}$	$3,04 \cdot 10^{5}$	$1,46 \cdot 10^{5}$
Прогнозные (20 %)	$3,66 \cdot 10^{-4}$	$3,58 \cdot 10^{-5}$	$2,81 \cdot 10^{-4}$	$1,25 \cdot 10^{7}$	$4,25 \cdot 10^{6}$	$3,51 \cdot 10^{6}$
Точность	$9,70 \cdot 10^{-6}$	$6,71 \cdot 10^{-6}$	$9,31 \cdot 10^{-6}$	$3,32 \cdot 10^{5}$	$2,43 \cdot 10^{5}$	$1,16 \cdot 10^{5}$
Текущие	$3,64 \cdot 10^{-4}$	$3,33 \cdot 10^{-5}$	$2,79 \cdot 10^{-4}$	$1,24 \cdot 10^{7}$	$4,14 \cdot 10^{6}$	$3,49 \cdot 10^{6}$
Точность	$7,08 \cdot 10^{-6}$	$5,22 \cdot 10^{-6}$	$6,83 \cdot 10^{-6}$	$2,43 \cdot 10^{5}$	$1,88 \cdot 10^{5}$	$8,54 \cdot 10^{4}$

Таблица 3

Прогнозное увеличение сил воздействия
и соответствующие значения $\hat{\mu}$ и trK_{XR}

Увеличение сил	10 %	12,5 %	15 %	17,5 %	**20 %**	22,5 %	25 %
$\hat{\mu}(t = 3)$ (мм)	0,264	0,232	0,207	0,190	**0,184**	0,188	0,203
$trK_{XR}(X,\ t = 3)$ (мм2)	2,205	1,795	1,497	1,326	**1,298**	1,432	1,745

2.5. Выводы

Были описаны теория метода и алгоритм математического моделирования и идентификации движений и напряженно-деформированного состояния сооружений и объектов инженерной геодинамики по пространственно-временным рядам комплексных геодезических и геофизических наблюдений. В основе алгоритма лежат методы теории упругости и идентификации динамических систем с пространством состояний по многомерным временным рядам наблюдений. Методами теории упругости определяются напряженно-деформированное состояние идеализированных моделей сплошной среды и простейших конфигураций изучаемых областей, горных массивов, плотин, геологических структур, испытывающих силовые, температурные, кинематические и другие воздействия, а также допустимые нагрузки, при которых в рассчитываемом объекте не возникают напряжения или перемещения, опасные с эксплуатационной точки зрения.

Как правило, при усложнении структуры и состава ГДС выполняют дискретизацию континуальной модели на базе метода конечных элементов (МКЭ). Изучаемое тело разбивают на совокупность конечных элементов, например треугольников. Для каждого элемента поле перемещений описывается линейной интерполяционной моделью. Для упругой стадии деформирования возможно описание, линейно связывающее компоненты нагрузки и перемещения узлов расчетной схемы.

В качестве адекватного математического аппарата для решения задачи математического моделирования и идентификации движений и НДС сооружений выбран адаптивный рекуррентный фильтр Калмана – Бьюси, оптимальный по критерию минимума обобщенной дисперсии оцениваемых параметров. Этот математический аппарат позволяет разработать современную информационную технологию оптимальной математической обработки и интерпретации пространственно-временных рядов комплексных геодезических и геофизических наблюдений за динамическими объектами.

В процессе рекуррентной математической обработки и интерпретации наблюдений по ФКБ определяются текущие и одношаговые прогнозные оценки параметров движений и НДС и их характеристики точности в форме ковариационных матриц. Это позволяет не только иметь информацию о надежности оценок определяемых динамических параметров, но и объективно выбирать адекватную структуру модели динамики объекта. Предлагаемый подход позволяет выполнять управление системой наблюдений, моделированием и идентификацией динамического процесса. Информация о состоянии динамического объекта может быть использована и для управления объектом в аспекте снижения степени риска и последствий природных и техногенных катастроф.

Предлагаемый подход позволяет выполнять моделирование геодинамических объектов не только по однородным геодезическим наблюдениям, но и по разнородным комплексным геодезическим и геофизическим наблюдениям как в двумерном, так и в трехмерном пространстве.

Описана методика и вычислительный эксперимент определения по трем циклам (эпохам) пространственно-временных рядов геодезических наблюдений параметров движений и напряженно-деформированного состояния локального геодинамического объекта (ГО) с оценкой точности их определения. В качестве локального ГО выбрана модель плотины, работающая в условиях плоской деформации. Выполненный сравнительный анализ методов определения НДС по действующим силам (аналитические, проектные расчеты НДС) и геодезическим наблюдениям в пространстве и времени приводит к выводу о необходимости совместного использования этих методов. При этом аналитические (проектные) расчеты НДС, выполненные по информации о возмущающих силах и априорных физических свойствах объекта, контролируются и настраиваются (корректируются) в процессе строительства и эксплуатации инженерных сооружений по натурным геодезическим наблюдениям в пространстве и во времени.

3. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ И ВАРИАЦИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

3.1. Построение физико-математической модели динамики земной поверхности и гравитационного поля в вулканической области

В книге [7] в аспекте проблемы идентификации геодинамических систем приведены теория метода и математическое обеспечение решения задачи совместной математической обработки и интерпретации пространственно-временных рядов комплексных нивелирных и гравиметрических наблюдений; при этом для сокращения размерности задачи в определяемые параметры вектора состояний вводятся масконы (mass concentration) – аномалиеобразующие тела (АОТ) [207–210] как функции пространственных координат и времени. С помощью таких масконов выполняется аппроксимация гравитационного поля в пространстве и времени.

Для разработки методики решения задачи совместной математической обработки и пространственно-временной интерпретации результатов разнородных комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений была построена модель вертикальных движений и временных вариаций гравитационного поля, аномалии которого аппроксимируются в пространстве и во времени двумя масконами – глубинным и поверхностным.

В качестве физической модели геодинамического объекта был выбран локальный участок на земной поверхности, расположенный в области действующего вулкана (рис. 13) [211, 212]. Система наблюдений за геодинамическим объектом включает нивелирные и гравиметрические наблюдения в пространстве и времени [213, 214].

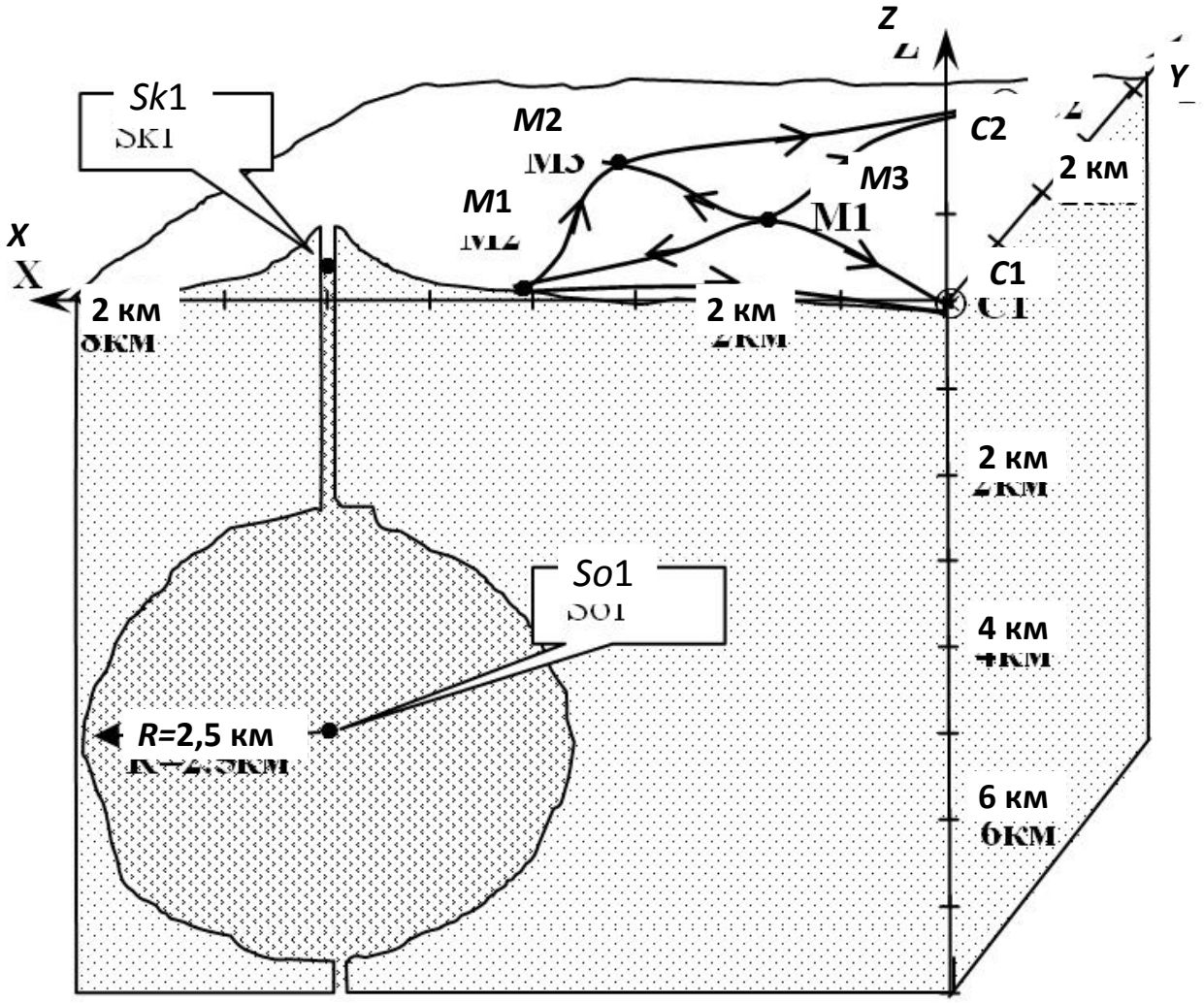


Рис. 13. Физическая модель геодинамического объекта и системы наблюдений

Исследуемую поверхность вулканической области и сеть нивелирования для наблюдения за вертикальными движениями можно также представить псевдофотографией вулкана (рис. 14).

Нивелирная сеть состоит из двух условностабильных пунктов (реперов) C_1 и C_2 (их взаимное положение со временем не меняется) и трех мобильных пунктов M_1, M_2 и M_3.

При моделировании движений физической поверхности и изменения гравитационного поля Земли из множеств параметров состояний выделим следующие множества (векторы параметров состояний), которые необходимо будет определить в процессе математической обработки:

$X_i\{P_i(t)\}$ – вектор пространственных координат пунктов $P_i(t)$ сети наблюдений в дискретные моменты времени (эпохи) $t = 1, 2, \ldots,$ $i = 1, 2, \ldots, N$;

$W_i\{P_i(X, t)\}$ – вектор внешнего потенциала силы тяжести в тех же пунктах или, при задании нормального потенциала $U_i\{P_i(X, t)\}$, вектор возмущающего потенциала $T_i\{P_i(X, t)\}$;

$X_D(X, t)$ – вектор параметров движений в широком смысле (изменений как геометрических, так и физических параметров).

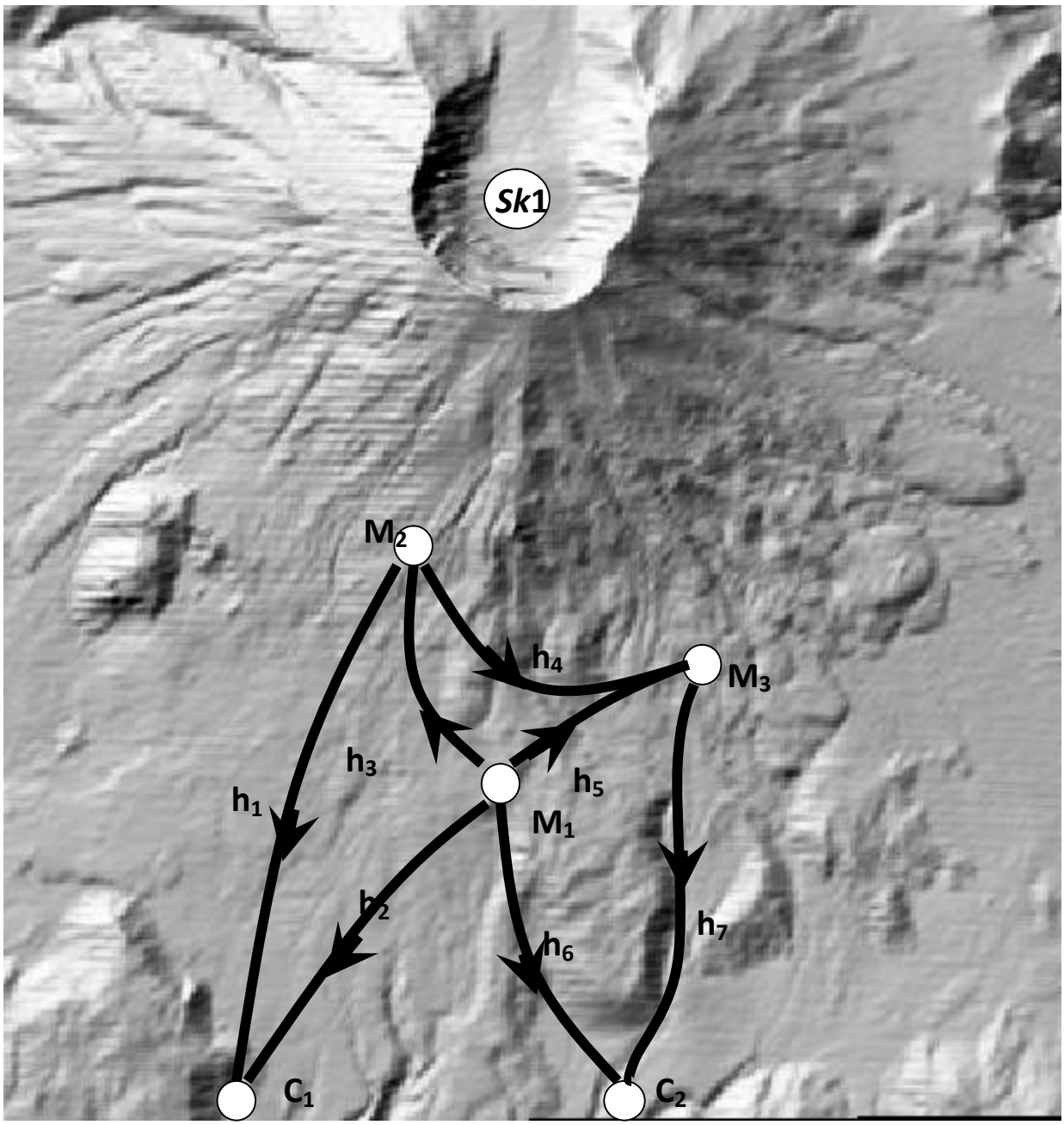


Рис. 14. Схема сети геодезических наблюдений в вулканической области

Из перечисленных выше векторов формируется так называемый расширенный вектор определяемых параметров состояний геодинамического объекта:

$$X_R(X,t)=[X_i^T\{P_i(t)\},W_i^T\{P_i(X,t)\},X_D^T(X,t)]^T\in X_\Sigma \qquad (52)$$

или, при задании нормального потенциала $U_i\{P_i(X,t)\}$, –

$$X_R(X,t)=[X_i^T\{P_i(t)\},T_i^T\{P_i(X,t)\},X_D^T(X,t)]^T, \qquad (53)$$

где $T_i\{P_i(X,t)\}$ – возмущающий потенциал; верхний индекс T – символ транспонирования.

Входящий в формулы (52), (53) вектор $X_D(X,t)$ формируется в следующем виде:

$$X_D(X,t)=\{X^T_{D(ФПЗ)},\ X^T_{D(ВГПЗ)}(X,t)\}^T, \qquad (54)$$

где $X_{D(ФПЗ)}(X,t)$ – вектор параметров движений и деформаций физической поверхности Земли или, в общем случае, вектор параметров напряженно-деформированного состояния земной коры (горных пород);

$X_{D(ВГПЗ)}$ – вектор параметров изменений (вариаций) во времени внешнего гравитационного поля Земли.

Для построения конечномерных моделей с пространством состояний переходим от возмущающего потенциала $T_i\{P_i(X,t)\}$ к его основным трансформантам в пространстве и времени:

$$q_i\{P_i(X,t)\}=[\Delta g_i^T\{P_i(X,t)\},\xi_i^T\{P_i(X,t)\},\eta_i^T\{P_i(X,t)\},\zeta_i^T\{P_i(X,t)\}]^T, \qquad (55)$$

где Δg, ξ, η, ζ – соответственно, аномалии силы тяжести, компоненты уклонения отвесной линии, аномалии высот.

Пусть в состав разнородных комплексных наблюдений $Y(X,W,t)$ за геодинамической системой (объектом, процессом, явлением) входят измерения превышений $h_{ij}(X,W,t)$ методом геометрического нивелирования в моменты времени (эпохи) t = 1, 2, … между пунктами (реперами) сети наблюдений на ФПЗ $P_i(X_j,W_j,t)\in$ ФПЗ и $P_j(X_j,W_j,t)\in$ ФПЗ, i, j = 1, 2, …, N.

Наблюдаемые превышения $h_{ij}(X,W,t)$ могут быть представлены пространственно-временными геодезическими функционалами высот (геодезических, нормальных, ортометрических) и соответствующих основных трансформант $q\{P(T,X,t)\}$ возмущающего потенциала $T\{P(X,t)\}$.

Линейную модель пространственно-временных рядов результатов измерений превышений в гравитационном поле Земли представим в следующем виде [7]:

$$h_{ij}(X, W, t) = H_j(X, t) - H_i(X, t) + [\xi_{ij}^m(X, t) + \Delta\xi_{ij}^m(X, t)]\Delta x_{ij}(X, t) +$$
$$+[\eta_{ij}^m(X, t) + \Delta\eta_{ij}^m(X, t)]\Delta y_{ij}(X, t) + \varepsilon_h(X, W, t),\ i,\ j = 1, 2, ..., \qquad (56)$$

где $\varepsilon_h(X, W, t)$ – ошибки наблюдений превышений;

$\Delta x_{ij}(X, t) = x_j(t) - x_i(t);\ \Delta y_{ij}(X, t) = y_j(t) - y_i(t)$ – приращения координат.

При моделировании абсолютных наблюдений силы тяжести принимается, что в вектор параметров состояния геодинамического объекта, включены ускорения силы тяжести $g_i\{P_i(X_i, W_i, t)\}$ на пунктах сети наблюдений $P_i(X_i, W_i, t)$, где $X = (x, y, H)$, $i = 1, 2, \ldots, N$, $t = 1, 2, \ldots$

Модель пространственно-временных рядов абсолютных наблюдений силы тяжести строится в следующем виде:

$$g_i\{P_i(X, W, t)\} = \hat{g}_i^F\{P_i^F(\hat{X}_i^F, \hat{W}_i^F, t^-)\} -$$
$$- \frac{\partial\gamma_i}{\partial H}\{P_i^F(\hat{X}_i^F, \hat{U}_i^F, t^-)\}\delta H_i^B\{P_i^F(\hat{X}_i^F, t^-)\} + \delta g_i^B\{P_i^F(\hat{X}_i^F, \hat{W}_i^F, t^-)\}_{\delta W} + \varepsilon_g(X, W, t). \qquad (57)$$

В формуле (57) $\hat{g}_i^F\{P_i^F(\hat{X}_i^F, \hat{W}_i^F, t^-)\}$ – счислимая одношаговая прогнозная оценка фона наблюдаемой силы тяжести на эпоху t по всем наблюдениям до эпохи t –1 включительно; $\frac{\partial\gamma_i^F}{\partial H}\{P_i^F(\hat{X}_i^F, \hat{U}_i^F, t^-)\}$ – вертикальный градиент нормальной силы тяжести; $\varepsilon_g(X, W, t)$ – ошибки наблюдений силы тяжести.

Для составления общей системы уравнений разнородных комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений, которые были бы связаны общими параметрами, принят подход, который заключается в использовании понятий аномалиеобразующих тел, масконов и точечных масс при аппроксимации аномального гравитационного поля.

Сущность его состоит в следующем: аномальное гравитационное поле в пространстве и во времени, представленное возмущающим потенциалом $T\{P(X, t)\}$ или его основными трансформантами $q\{P(X, W, t)\} =$

$= q\{P(X, T, t)\}$ и их вариациями $\delta q\{P(X, T, t)\}$, аппроксимируется комбинациями простых распределений масконов (АОТ) и их вариаций $M_K\{O_K(X, t)\}, k = 1, 2, ..., S$, $\delta M_K\{O_K(X, t)\}$ [7].

Для составления общей системы разнородных наблюдений $Y(X, W, t)$ и аппроксимации гравитационного поля Земли (ГПЗ) совокупностью аномальных масс (масконов) $M(X, t)$ переходят к представлению расширенного вектора параметров геодинамического объекта $X_R(X, t)$ в следующем виде:

$$X_R(X, t) = [X_i^T\{P_i(t)\}, M_k^T\{O_k(X, t)\}, X_D^T(X, t)]^T. \qquad (58)$$

Вектор координированных масконов, входящий в определяемые параметры расширенного вектора ГДС, позволяет существенно сократить размерность задачи, так как размерность вектора параметров M_k, k = 1, 2, …, S существенно меньше, чем, если бы в определяемые параметры входил вектор основных трансформант возмущающего потенциала силы тяжести q_i, i = 1, 2, …, N, у которого размерность намного больше.

В нашем примере изменение гравитационного поля на локальном участке местности характеризуется деятельностью ближайшего вулкана, иначе говоря, перемещением аномальных масс вдоль подводящего канала от зоны образования магмы до магматической камеры, заполнением камеры и выходом магмы на поверхность при извержении вулкана (формирование его конуса). Значения составляющих уклонений отвесных линий можно выразить через аномальные массы и координаты центров масс.

С учетом этого математическую модель состояний геодинамической системы (см. рис. 13) без учета детерминированных и стохастических воздействий внешней среды [7] представим уравнением

$$X_R(t) = \Phi(t, t-1) X_R(t-1), \qquad (59)$$

где $X_R(t)$ – расширенный вектор определяемых параметров состояния геодинамической системы, в который входят: геодезические отметки мобильных пунктов H_{M1}, H_{M2}, H_{M3}, параметры вертикальных смещений мобильных пунктов u_{M1}, u_{M2}, u_{M3}, масса MK маскона, аппроксимирующего

аномальное гравитационное поле, и масса δMK, аппроксимирующая изменение (вариацию) аномального гравитационного поля. Масса маскона *MK* аппроксимирует влияние конуса вулкана, а через эту массу может быть определена масса маскона *MO*, аппроксимирущего влияние пустого шарового маскона в верхней части магматической камеры, $\Phi(t, t-1)$ – переходная матрица, показывающая закономерность изменений значений параметров от эпохи $t-1$ к эпохе t.

Интервал времени между эпохами Δt постоянный, $\Delta t = 2$ месяца (61 сутки). Выполняются четыре эпохи нивелирных и гравиметрических наблюдений в течение шести месяцев. В соответствии с работой [114] нами была смоделирована следующая хронология событий эксперимента. Первая эпоха наблюдений была сделана 7 мая. Ровно через сутки – 8 мая – началось извержение вулкана. Вторая, третья и четвертая эпохи наблюдений выполнялись соответственно 7 июля, 6 сентября и 6 ноября.

На протяжении всего периода наблюдений (с 1-й по 4-ю эпоху) происходят вертикальные движения физической поверхности вблизи вулкана. Модель вертикальных движений задана нами как равномерное вращение одного жесткого блока (плиты), на котором находятся пункты *M*1, *M*2, *M*3. Ось вращения параллельна линии *M*2–*M*3 и находится на расстоянии 0,95 км от нее и на расстоянии 0,50 км от пункта *M*1. Угловая скорость вращения плиты ω является постоянной и равна $\omega = 1{,}95 \cdot 10^{-5}$ рад/год. При таком расположении оси и значении угловой скорости модельные смещения пунктов *M*1, *M*2, *M*3 за шесть месяцев составили $u_{M_1} = -48{,}70$ мм, $u_{M_2} = 92{,}53$ мм, $u_{M_3} = 92{,}53$ мм. Модельные значения отметок пунктов в четыре эпохи представлены в табл. 4.

Таблица 4

Модельные значения отметок пунктов *M*1, *M*2 и *M*3

Пункт	$H(t = 1)$ (мм)	$H(t = 2)$ (мм)	$H(t = 3)$ (мм)	$H(t = 4)$ (мм)
*M*1	1 151 060,00	1 151 044,00	1 151 028,00	1 151 011,00
*M*2	1 365 190,00	1 365 221,00	1 365 252,00	1 365 283,00
*M*3	1 280 610,00	1 280 641,00	1 280 672,00	1 280 703,00

Гравитационное поле в первую эпоху наблюдений характеризуется значением силы тяжести, вызванной притяжением Земли (нормальной), некоторого назначенного значения при моделировании плоского слоя и шара, аппроксимирующего конус вулкана. Плотность масс $\delta = 2{,}63$ г/см^3.

Для вычисления влияния конуса вулкана в 1-ю эпоху необходимо знать массу шара МК ($t = 1$), аппроксимирующего этот конус. Для радиуса шара RK ($t = 1$) = 500 м и плотности $\delta = 2{,}63$ г/см^3, получим массу

$$MK(t=1) = \frac{4}{3}\pi\left[RK(t=1)\right]^3 \delta = 1{,}37\,706 \cdot 10^{15} \text{ г.} \qquad (60)$$

Масса шара, аппроксимирующего магматическую камеру (магматический очаг) вулкана:

$$MO(t=1) = \frac{4}{3}\pi R^3 \delta = 1{,}72\,133 \cdot 10^{17} \text{ г,} \qquad (61)$$

где R = 2 500 м – радиус шара, аппроксимирующего магматический очаг вулкана в 1-ю эпоху.

Аномалия силы тяжести для 2, 3 и 4-й эпох будет вызвана излиянием вещества из магматической камеры и увеличившейся массой конуса вулкана. Для построения модельных значений соответствующих этим массам шаровых масконов необходимо задать закон расхода магмы. Моделирование расхода магмы $W(t)$ в моменты времени t выполнялось в соответствии с экспоненциальным законом [114]

$$W(t) = W_0 e^{-W_0 t/\Delta B}, \qquad (62)$$

где W_0 – начальный расход магмы; ΔB – избыток магмы в очаге; t – время от начала извержения.

Были выбраны следующие параметры для закона расхода магмы. Начальный расход магмы W_0 = 1 042 т/с. Избыток магмы в очаге $\Delta B = 1{,}12 \cdot 10^7$ т.

Следствием закона (62) будет формула расчета количества магмы, извергнутой ко времени t с начала извержения $M_{\text{изл.}}(t) = \Delta B(1 - e^{-W_0 t/\Delta B})$.

Время с начала извержения составляет 60 суток для 2-й эпохи, 121 и 182 суток для 3-й и 4-й эпох соответственно. Получаем с учетом заданных

нами параметров и их размерностей следующие значения массы излившейся из резервуара магмы:

$$M_{\text{изл.}}(t=2) = 1{,}12 \cdot 10^7 \cdot (1 - e^{-1\,000 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 / 1{,}16 \cdot 10^7}) = 4{,}28 \cdot 10^9 \text{ т};$$

$$M_{\text{изл.}}(t=3) = 1{,}12 \cdot 10^7 \cdot (1 - e^{-1\,000 \cdot 121 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 / 1{,}16 \cdot 10^7}) = 6{,}96 \cdot 10^9 \text{ т};$$

$$M_{\text{изл.}}(t=4) = 1{,}12 \cdot 10^7 \cdot (1 - e^{-1\,000 \cdot 182 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 / 1{,}16 \cdot 10^7}) = 8{,}61 \cdot 10^9 \text{ т}.$$

Этим значениям с учетом плотности δ = 2,63 г/см^3 соответствуют радиусы пустых шаровых масконов в верхней части магматического очага для 2, 3 и 4-й эпох. Применяя формулу связи радиуса и объема шара, получаем:

$$RO(t = 2) = 724 \text{ м}; \; RO(t = 3) = 855 \text{ м}; \; RO(t = 4) = 921 \text{ м}.$$

При извержении вулкана не все вещество остается в конусе вулкана и на его поверхности, так как его часть выбрасывается в атмосферу. Поэтому примем, что в конусе остается 70 % от излившегося из магматического резервуара вещества во 2-ю и 3-ю эпохи и 90 % – в 4-ю эпоху. Таким образом, получаем массу конуса вулкана во 2, 3 и 4-ю эпохи:

$$MK(t=2) = MK(t=1) + M_{\text{изл.}}(t=2) \cdot 0{,}7 = 4{,}305 \cdot 10^9 \text{ т};$$

$$MK(t=3) = MK(t=1) + M_{\text{изл.}}(t=3) \cdot 0{,}7 = 6{,}200 \cdot 10^9 \text{ т};$$

$$MK(t=4) = MK(t=1) + M_{\text{изл.}}(t=4) \cdot 0{,}9 = 7{,}746 \cdot 10^9 \text{ т}.$$

Этим значениям соответствуют радиусы шаровых масконов, аппроксимирующих конус для 2, 3 и 4-й эпох:

$$RK(t=2) = 731 \text{ м}; \; RK(t=3) = 826 \text{ м}; \; RK(t=4) = 889 \text{ м}.$$

Смоделированные массы масконов, как функции пространства и времени, позволили описать дискретно гравитационное поле в каждую эпоху – через вычисленные значения компонент уклонений отвесной линии ξ, η и силы тяжести g для всех пяти пунктов геодезической сети.

Таким образом, построена физико-математическая модель вертикальных движений земной поверхности и изменений гравитационного поля в вулканической области, для корректной идентификации которой необходима совместная математическая обработка пространственно-временных рядов разнородных комплексных нивелирных и гравиметрических наблюдений.

3.2. Моделирование системы наблюдений за динамикой земной поверхности и гравитационного поля в вулканической области

В подразделе 3.1 была построена физико-математическая модель динамики вертикальных движений земной поверхности и гравитационного поля в вулканической области. В настоящем подразделе описывается пример моделирования системы наблюдений за вертикальными движениями и изменением гравитационного поля. Система наблюдений включает в себя пространственно-временные ряды комплексных наблюдений нивелирных превышений и абсолютных значений ускорения силы тяжести [213, 214].

Введение в вектор параметров аномальных масс позволяет компактно описывать локальное гравитационное поле. По значениям и координатам этих масс могут быть вычислены компоненты уклонений отвесной линии ξ, η и аномалия силы тяжести Δg для любой точки геодинамической системы.

С учетом этого подхода система наблюдений моделируется линейным уравнением

$$Y(t) = A(t)\, X_R(t) + \delta(t), \qquad (63)$$

где $A(t)$ – матрица коэффициентов уравнений наблюдений; $Y(t)$ – вектор измеренных величин; $X_R(t)$ – расширенный вектор определяемых параметров состояния геодинамической системы, в который входят: отметки H_i пунктов сети наблюдений, аномальные массы, параметры движений пунктов сети наблюдений; $\delta(t)$ – вектор ошибок наблюдений.

Для 1-й эпохи (до извержения) расширенный вектор параметров будет состоять только из отметок мобильных пунктов H_{M1}, H_{M2}, H_{M3} и массы конуса вулкана MK:

$$X_R(t=1) = (H_{M1}, H_{M2}, H_{M3}, MK)^T. \qquad (64)$$

Для 2, 3 и 4-й эпох расширенный вектор параметров будет состоять из отметок мобильных пунктов H_{M1}, H_{M2}, H_{M3}, характеристик вертикальных движений этих пунктов, массы конуса вулкана MK и массы δMK, аппроксимирующей изменение (вариацию) аномального гравитационного поля. Например, если принимается гипотеза равномерного произвольного вертикального движения каждого мобильного пункта, то расширенный вектор параметров для 2, 3, 4-й эпох будет:

$$X_R = (H_{M1}, H_{M2}, H_{M3}, u_{M1}, u_{M2}, u_{M3}, MK, \delta MK)^T, \qquad (65)$$

где u_{M_1}, u_{M_2}, u_{M_3} – вертикальные смещения мобильных пунктов между соседними эпохами.

Были смоделированы нивелирные превышения для всех четырех эпох. Найдены составляющие аномалий силы тяжести в пунктах нивелирной сети по осям *x*, *y* и *z*. Аномалии силы тяжести вызваны влиянием шарового маскона, моделирующего конус вулкана и пустого шарового маскона в верхней части магматической камеры вулкана.

При моделировании учитывался вид уравнений наблюдений (56), (57).

Модельные превышения между пунктами (без поправок за влияние аномальных масс) для четырех эпох наблюдений по данным отметкам пунктов представлены в табл. 5.

Таблица 5

Модельные превышения между пунктами сети для четырех эпох наблюдений и длины ходов нивелирования

Ход (конец–начало)	Длина хода (км)	$h_{ij}(t = 1)$ (мм)	$h_{ij}(t = 2)$ (мм)	$h_{ij}(t = 3)$ (мм)	$h_{ij}(t = 4)$ (мм)

*C*1-*M*2	4,2	–180 170,0	–180 200,8	–180 231,7	–180 262,5
*C*1-*M*1	3,2	33 960,0	33 976,2	33 992,5	34 008,7
*M*2-*M*1	2,0	214 130,0	214 177,1	214 224,2	214 271,2
*M*3-*M*2	2,8	–84 580,0	–84 580,0	–84 580,0	–84 580,0
*M*3-*M*1	2,0	129 550,0	129 597,1	129 644,2	129 691,2
*C*2-*M*1	3,0	52 710,0	52 726,2	52 742,5	52 758,7
*C*2-*M*3	3,6	–76 840,0	–76 870,8	–76 901,7	–76 932,5

Далее вычислялись поправки в превышения, вызванные излиянием вещества из магматической камеры и увеличившейся массой конуса вулкана (табл. 6), по формуле:

$$\delta h_{ij}(t) = (\Delta g_{ix}\ \Delta x_{ij} + \Delta g_{iy} \Delta y_{ij})/980\,882. \qquad (66)$$

Таблица 6

Поправки в превышения, вызванные влиянием массы шара, аппроксимирующего массу конуса в 1-ю эпоху

Ход	Δx_{ij} (м)	Δy_{ij} (м)	Δg_{ix} (мкГал)	Δg_{iy} (мкГал)	δh_{ij} (мм)
*M*2-*C*1	4 199,95	0	–1 479,72	0,00	6,3 416
*M*1-*C*1	2 842,73	1 468,92	–458,08	154,36	1,0 974
*M*1-*M*2	–1 357,22	1 468,92	–1 685,18	154,36	–2,5 652
*M*2-*M*3	–127,01	–2 792,05	–1 571,25	363,55	0,8 321
*M*1-*M*3	–1 484,23	–1 323,13	–549,61	517,90	–0,1 332
*M*1-*C*2	1 997,81	–2 243,86	–423,36	220,32	1,3 675
*M*3-*C*2	3 482,04	–920,73	–309,43	429,51	1,5 030

Аналогично вычисляются поправки в превышения, вызванные влиянием массы шара, аппроксимирующего массу конуса для 2, 3 и 4-й эпох. Вычисленные поправки вводим в модельные превышения (см. табл. 5). В превышения 2, 3 и 4-й эпох вводятся также поправки, вызванные появлением пустого шарового маскона в верхней части магматического очага. Вычисляются они так же, как и поправки за влияние конуса по формуле, аналогичной формуле (66). Затем с помощью датчика случайных чисел вводим ошибки измерений, соответствующие точности нивелирования

μ = 0,5 мм/км. При этом учтем длины линий нивелирования. Стандарт случайной ошибки, вводимой в каждое превышение, будет равен $\sigma_{\delta h}$ = 0,5 мм $\sqrt{L}$, где L – длина хода (в км).

Ряды сгенерированных псевдослучайных нормально распределенных чисел проверялись на соответствие нормальному закону распределения с использованием пакета прикладных программ Matrixer.

Результаты вычислений значений составляющих аномалии силы тяжести по осям координат в мкГалах, вызванных массой конуса вулкана для всех четырех эпох, представлены в табл. 7.

Результаты вычислений значений составляющих аномалии силы тяжести по осям координат, вызванных появлением пустого шарового маскона в верхней части магматической камеры в мкГалах, даны в табл. 8.

Таблица 7

Составляющие аномалий силы тяжести, вызванных массой конуса вулкана

Пункт	1-я эпоха			2-я эпоха		
	Δg_{ix}	Δg_{iy}	Δg_{iz}	Δg_{ix}	Δg_{iy}	Δg_{iz}
*C*1	–252,62	0,00	–21,05	–780,54	0,00	–95,11
*C*2	–183,17	131,92	–17,10	–566,86	408,26	–78,33
*M*1	–663,54	308,71	–112,22	–2 001,34	931,12	–484,96
*M*2	–2 706,81	0,00	–480,94	–7 751,71	0,00	–2 372,52
*M*3	–435,69	727,10	–105,32	–1 317,67	2 198,99	–500,52
Пункт	3-я эпоха			4-я эпоха		
	Δg_{ix}	Δg_{iy}	Δg_{iz}	Δg_{ix}	Δg_{iy}	Δg_{iz}
*C*1	–1 117,43	0,00	–153,77	–1 389,77	0,00	–205,97
*C*2	–812,14	584,92	–127,12	–1 010,64	727,88	–170,65
*M*1	–2 830,99	1 317,12	–770,77	–3 490,44	1 623,93	–1 020,60
*M*2	–10 650,54	0,00	–3 819,13	–12 848,84	0,00	–5 061,25
*M*3	–1 864,86	3 112,17	–813,76	–2 299,62	3 837,72	–1 090,86

Измеренные в каждую эпоху на каждом пункте i нивелирной сети значения силы тяжести g_i моделируем с учетом влияния фоновой (без влияния конуса) составляющей поля силы тяжести в данном пункте g_i^F, влияния конуса вулкана $\Delta g^{\text{конуса}}$, пустого шарового маскона в верхней части магматической камеры $\Delta g^{\text{магм. кам.}}$ и вертикального смещения пунктов $u_i - \Delta g_i^{\text{смещ.}}$.

$$g_i = g_i^F + \Delta g_i^{\text{конуса}} + \Delta g_i^{\text{магм. кам.}} + \Delta g_i^{\text{смещ.}}. \qquad (67)$$

Таблица 8

Составляющие аномалий силы тяжести, вызванных появлением пустого шарового маскона в верхней части магматической камеры

Пункт	1-я эпоха			2-я эпоха		
	Δg_{ix}	Δg_{iy}	Δg_{iz}	Δg_{ix}	Δg_{iy}	Δg_{iz}
*C*1	0	0	0	529,95	0,00	–284,77
*C*2	0	0	0	396,52	–285,58	–249,43
*M*1	0	0	0	836,67	–389,26	–845,38
*M*2	0	0	0	879,82	0,00	–1 663,93
*M*3	0	0	0	464,69	–775,50	–922,06
Пункт	3-я эпоха			4-я эпоха		
	Δg_{ix}	Δg_{iy}	Δg_{iz}	Δg_{ix}	Δg_{iy}	Δg_{iz}
*C*1	849,22	0,00	–474,88	1 046,28	0,00	–596,57
*C*2	636,84	–458,66	–416,80	785,51	–565,74	–524,16
*M*1	1 302,77	–606,11	–1 370,43	1 582,34	–736,18	–1 697,56
*M*2	1 325,53	0,00	–2 603,39	1 584,74	0,00	–3 170,53
*M*3	720,66	–1 202,67	–1 486,42	873,62	–1 457,94	–1 836,35

В (67) $\Delta g_i^{\text{смещ.}}$ вычисляется с учетом вертикального градиента силы тяжести: $\Delta g_i^{\text{смещ.}} = -0{,}3086 u_i$.

Также учитываем, что

$$\Delta g_i = \sqrt{\Delta g_{ix}^2 + \Delta g_{iy}^2 + \Delta g_{iz}^2}\ . \qquad (68)$$

В эти значения g_i вводятся ошибки измерений δg с учетом точности 5 мкГал. В совокупности с нивелирными измерениями мы получаем вектор измеренных величин $Y(t)$ системы наблюдений (63).

В табл. 9 приводятся значения псевдослучайных нормально распределенных чисел, которые использовались как ошибки измерений нивелирных превышений и абсолютных значений силы тяжести для 1, 2, 3 и 4-й эпох.

Таблица 9

Смоделированные псевдослучайные ошибки измерений

Измерение	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$
δh_1 (мм)	–0,428	–0,380	–0,359	–0,132
δh_2 (мм)	0,592	–0,456	–0,014	0,186
δh_3 (мм)	–0,815	–0,308	–0,192	0,089

δh_4 (мм)	–0,774	–0,557	–0,286	0,946
δh_5 (мм)	0,792	–0,345	–0,021	0,014
δh_6 (мм)	0,007	0,788	–1,289	0,339
δh_7 (мм)	–0,525	0,003	–0,419	–0,718
δg_{C_1}(мкГал)	–0,638	–1,276	0,959	–1,699
δg_{C_2}(мкГал)	–6,571	9,388	–2,389	2,687
δg_{M_1}(мкГал)	2,892	–9,401	–2,115	–6,965
δg_{M_2}(мкГал)	8,906	–0,580	6,049	3,207
δg_{M_3}(мкГал)	0,474	3,484	–4,717	4,512

Приведем результаты моделирования нивелирных и гравиметрических наблюдений за вертикальными движениями и гравитационным полем в вулканической области для всех четырех эпох с уже введенными случайными ошибками.

Таким образом, предложена модель системы наблюдений за вертикальными движениями земной поверхности и изменениями гравитационного поля в вулканической области. Смоделированные пространственно-временные ряды разнородных комплексных наблюдений нивелирных превышений и абсолютных значений силы тяжести (табл. 10) должны обрабатываться совместно в ходе выполнения вычислительного идентификационного эксперимента.

Таблица 10

Смоделированные измерения превышений и абсолютных значений силы тяжести в 1, 2, 3, 4-ю эпохи

Измерение	$Y(t = 1)$	$Y(t = 2)$	$Y(t = 3)$	$Y(t = 4)$
h_1 (мм)	–180 164,54	–180 186,12	–180 211,88	–180 237,93
h_2 (мм)	33 962,16	33 977,08	33 994,51	34 011,63
h_3 (мм)	214 126,28	214 170,58	214 215,84	214 261,57
h_4 (мм)	–84 580,46	–84 579,38	–84 578,44	–84 575,85
h_5 (мм)	129 550,99	129 596,39	129 643,87	129 690,93
h_6 (мм)	52 711,38	52 729,74	52 742,93	52 762,67
h_7 (мм)	–76 839,49	–76 868,26	–76 899,18	–76 929,76
g_{C_1}(мкГал)	980 882 137,0	980 881 766,7	980 881 531,5	980 881 354,7
g_{C_2}(мкГал)	980 882 135,0	980 881 830,9	980 881 612,8	980 881 466,8
g_{M_1}(мкГал)	980 882 049,4	980 880 788,2	980 880 027,0	980 879 449,3
g_{M_2}(мкГал)	980 881 686,7	980 878 007,0	980 875 727,8	980 873 902,7
g_{M_3}(мкГал)	980 882 053,9	980 880 691,4	980 879 836,5	980 879 208,2

3.3. Комплексная математическая обработка и интерпретация нивелирных и гравиметрических наблюдений за динамикой земной поверхности и гравитационного поля в вулканической области

Настоящий подраздел описывает вычислительный эксперимент по совместной математической обработке и интерпретации смоделированных в подразделе 3.2 пространственно-временных рядов комплексных наблюдений нивелирных превышений и абсолютных значений ускорения силы тяжести. Исследуемым геодинамическим объектом являются вертикальные движения земной поверхности и гравитационное поле в районе действующего вулкана.

Математическая обработка выполнялась с использованием алгоритма рекуррентного фильтра Калмана – Бьюси формулы (5) аналогично тому, как это описано в разделе 2 и в работах [215–217].

Для 1-й эпохи (до извержения) расширенный вектор параметров будет состоять только из отметок мобильных пунктов H_{M1}, H_{M2}, H_{M3} и массы конуса вулкана MK:

$$X_R(t=1) = (H_{M1}, H_{M2}, H_{M3}, MK)^T.$$

Матрица $A(t)$ коэффициентов уравнений наблюдений формируется известным образом: каждое измерение $y_i(t)$ выражается как функция от параметров $X_R(t)$. Частные производные этих функций будут коэффициентами матрицы $A(t)$.

Пример уравнения наблюдений абсолютного значения силы тяжести g – уравнение наблюдений g на пункте C_1 в эпоху $t = 1$:

$$g_{C1}(t=1) = g_i^F + k_{g_{C1}}^{MK}(t=1)MK(t=1) + \delta_{g_{C1}}(t=1). \qquad (69)$$

В этом уравнении g_i^F – фоновая (без влияния конуса) составляющая поля силы тяжести в данном пункте, $\delta_{g_{C1}}(t=1)$ – ошибка измерения силы тяжести в 1-ю эпоху на пункте C_1. Коэффициент $k_{g_{C1}}^{MK}(t=1)$ при $MK(t=1)$

вычисляем по известным координатам пункта C_1 линии нивелирования и координатам центра шарового маскона $Sk1$:

$$k^{MK}_{g_{C1}}(t=1)=\frac{G\cdot\Delta Z_{C1,Sk1}(t=1)}{r^3_{C1,\,Sk1}(t=1)}, \qquad (70)$$

где

$$r_{C1,\,Sk1}(t=1)=\sqrt{\Delta X^2_{C1,\,Sk1}(t=1)+\Delta Y^2_{C1,\,Sk1}(t=1)+\Delta Z^2_{C1,\,Sk1}(t=1)}; \qquad (71)$$

G – гравитационная постоянная.

В формулах (70) и (71) учтено возможное изменение от эпохи к эпохи как координат пункта, так и координат центра шарового маскона:

$$\Delta X_{C1,\,Sk1}(t=1)=X_{C1}(t=1)-X_{Sk1}(t=1);$$

$$\Delta Y_{C1,\,Sk1}(t=1)=Y_{C1}(t=1)-Y_{Sk1}(t=1);,$$

$$\Delta Z_{C1,\,Sk1}(t=1)=Z_{C1}(t=1)-Z_{Sk1}(t=1).$$

Приведем пример уравнения наблюдения нивелирного превышения $h_1(t=1)$. С учетом схемы сети (см. рис. 14) это превышение выражаем как функцию от вектора параметров:

$$h_1(t=1)=H_{M2}(t=1)-H_{C1}+k^{MK}_{h_1}(t=1)MK(t=1)+\delta_{h_1}(t=1), \qquad (72)$$

где $H_{M2}(t=1)$ – отметка пункта M_2 в 1-ю эпоху; H_{C1} – отметка исходного (стабильного) пункта C_1; $MK(t=1)$ – масса маскона, моделирующего конус вулкана в 1-ю эпоху; $\delta_{h_1}(t=1)$ – ошибка измерения превышения между пунктами C_1 и M_2; $k^{MK}_{h_1}(t=1)$ – коэффициент, учитывающий влияние этого маскона на превышение $h_1(t=1)$. Величина $k^{MK}_{h_1}(t=1)$ вычисляется по известным координатам начального пункта линии нивелирования M_2, конечного пункта линии нивелирования C_1 и координатам центра шарового маскона $Sk1$:

$$k_{h_1}^{MK}(t=1) = -\frac{G}{2\gamma}\left[\begin{array}{l}\left(\dfrac{\Delta X_{C1,\,Sk1}(t=1)}{r^3_{C1,\,Sk1}(t=1)} + \dfrac{\Delta X_{M2,\,Sk1}(t=1)}{r^3_{M2,\,Sk1}(t=1)}\right)\Delta X_{C1,\,M2}(t=1) + \\ + \left(\dfrac{\Delta Y_{C1,\,Sk1}(t=1)}{r^3_{C1,\,Sk1}(t=1)} + \dfrac{\Delta Y_{M2,\,Sk1}(t=1)}{r^3_{M2,\,Sk1}(t=1)}\right)\Delta Y_{C1,\,M2}(t=1)\end{array}\right]. \qquad (73)$$

Во 2, 3 и 4-ю эпохи в уравнениях наблюдений присутствуют слагаемые, учитывающие влияние не только увеличивающейся массы конуса вулкана (маскон *МК*) но и уменьшение массы в магматическом очаге (маскон *МО*), а также изменение высоты мобильных пунктов (через вертикальный градиент силы тяжести $\frac{\partial\gamma}{\partial H} = -0{,}3086\frac{\text{мкГал}}{\text{мм}}$).

Координаты центра шарового маскона *Sk*1 достаточно знать приближенно (не грубее 50 м). Для их определения используем результаты геодезических измерений размеров и формы конуса вулкана. Например, в работе [114] описана методика и результаты определения расхода магмы и размеров конуса при извержении Толбачинского вулкана.

Соотношение весов превышений и измерений силы тяжести устанавливалось с учетом точности измерений: $\mu_h = 0{,}5$ мм/км, $\mu_g = 5$ мкГал. Веса превышений $p_{h_i} = \frac{1}{L_i}$, где L_i – длина хода, в км. Вес измерения абсолютного значения силы тяжести для всех пунктов сети $p_{g_i} = 0{,}01$.

Через сутки после наблюдений первой эпохи началось извержение вулкана. При этом происходят одновременно вертикальные движения мобильных пунктов M_1, M_2, M_3, уменьшение массы магматической камеры на величину *МО* и увеличение массы конуса *МК* на величину δMK. Соответственно меняется и гравитационное поле.

Для создания модели вертикальных движений мобильных пунктов и изменения гравитационного поля на протяжении всего периода наблюдений воспользуемся понятием ступенчатой функции [218] – функции, которая меняет свои значения только в дискретной последовательности точек разрыва. Это означает, что для каждого интервала времени между соседними эпохами принимается свое значение

смещения или изменения массы, не зависимое от смещения или изменения массы в другие интервалы времени.

Расширенный вектор параметров для 2-й эпохи будет:

$$X_{R1} = (H_{M1}, H_{M2}, H_{M3}, u_{M1}, u_{M2}, u_{M3}, MK, \delta MK, MO)^T,$$

где u_{M1}, u_{M2}, u_{M3} – вертикальные смещения мобильных пунктов между 1-й и 2-й эпохами.

Масса конуса увеличивается в результате излияния части вещества из магматической камеры. Определение характеристик процесса излияния является одной из важнейших задач при изучении вулканизма. Заметим, что адекватная математическая модель этого процесса будет работать на уточнение параметров, которые оцениваем по геодезическим и гравиметрическим наблюдениям. Однако, параметры экспоненциального закона можно определить только после нескольких эпох наблюдений, причем приближениями – модель должна настраиваться. Одновременно должна настраиваться еще одна важнейшая величина – процент оставшегося в конусе вулкана и на его поверхности вещества, так как его часть выбрасывается в атмосферу.

Примем, что в конусе остается 70 % от излившегося из магматического резервуара вещества. Неточность априорного задания этой величины выявится в процессе осуществления идентификации – отразится на поправках в результаты измерений после математической обработки (они резко возрастут).

В качестве начальных оценок H_{M1}, H_{M2}, H_{M3} и массы конуса вулкана MK и их ковариаций используем оценки, полученные при обработке наблюдений первой эпохи. Начальные оценки u_{M1}, u_{M2}, u_{M3} и MO найдем по четырем необходимым измерениям второй эпохи h_1, h_2, h_7, gC_1. Используем при этом уравнения наблюдений, аналогичные (69) и (72).

Затем обрабатываем результаты наблюдений 3-й и 4-й эпох. Заметим, что при обработке третьей эпохи вектор параметров расширится за счет включения параметра gMO, который останется и в составе вектора параметров 4-й эпохи:

$$X_{R1} = (H_{M1}, H_{M2}, H_{M3}, u_{M1}, u_{M2}, u_{M3}, MK, \delta MK, MO, \delta MO)^T.$$

Напомним, что моделируются изменения отметок и масс масконов с использованием ступенчатых функций, – допускаем независимость этих величин в разные интервалы времени. Поэтому и в 3-ю, и в 4-ю эпоху вычисляем вначале по необходимым измерениям начальные оценки u_{M1}, u_{M2}, u_{M3}, δMK, δMO. За исходные оценки параметров $H_{M1}, H_{M2}, H_{M3}, MK, MO$ берутся оценки, полученные по наблюдениям предыдущей эпохи.

Полученные оценки отметок мобильных пунктов, их вертикальных смещений, масс масконов и их изменений от эпохи к эпохе позволяют выдвигать конкурирующие гипотезы закономерностей движений и изменений масс. Замечаем, что оценки смещений u_{M1}, u_{M2}, u_{M3} примерно равны в разные эпохи – отметки мобильных пунктов меняются с постоянной скоростью. Сложнее подобрать закон изменения во времени масс MK, MO. Увеличение массы конуса δMK от эпохи к эпохе будет снижаться. Причиной этому является падение со временем избыточного давления в магматическом очаге, и как следствие, уменьшение излияния магмы, пропорционального этому давлению. Закон расхода магмы при извержении близок к экспоненциальному [114]. Для определения закона расхода магмы воспользуемся оценками параметров, вычисленных по модели со ступенчатыми функциями. Расчет количества магмы, извергнутой ко времени τ с начала извержения выполняется по формуле: $M_{\text{изл.}}(\tau) = \Delta B(1 - e^{-W_0 \tau / \Delta B})$, где W_0 – начальный расход магмы; ΔB – избыток магмы в очаге. Для трех эпох будем иметь три таких нелинейных уравнения с двумя неизвестными ΔB и W_0. Эти неизвестные определили графическим способом. Избыток магмы в очаге $\Delta\hat{B} = 1{,}12 \cdot 10^7$ т. Начальный расход магмы $\hat{W}_0 = 0{,}90 \cdot 10^7$ т/сутки $= 1\,042$ т/секунду.

Экспоненциальный закон излияния магмы с этими параметрами использован для составления переходных матриц при обработке наблюдений с другими тремя моделями (произвольного смещения, движений жестких блоков и вращения жесткой плиты). Необходимо учесть, что в общем случае закон изменения параметров от эпохи к эпохе

может быть различным. В рассматриваемом примере это касается масс масконов – увеличение этих масс от эпохи к эпохе неодинаково для разных пар соседних эпох. Сложно определить δMK по оценке MO – необходимо знать процент оставшегося на конусе вещества в каждую эпоху. Эти величины могут быть определены по оценкам параметров модели 1. Поэтому была выполнена адаптация (настройка) этих величин по критерию $\min trK_{XR}(X,t)$ с использованием фильтра Калмана – Бьюси. В результате установлено, что во 2-ю и 3-ю эпохи доля оставшегося на конусе вещества составляла 70 %, а в 4-ю эпоху – 90 %.

Эта модель перераспределения масс масконов, аппроксимирующая динамику изменения гравитационного поля, сочеталась с тремя моделями вертикальных движений земной поверхности. Если принимать гипотезу произвольного смещения пунктов (модель 2), то расширенный вектор параметров будет:

$$X_{R1} = (H_{M1}, H_{M2}, H_{M3}, u_{M1}, u_{M2}, u_{M3}, MK, \delta MK)^T,$$

где u_{M1}, u_{M2}, u_{M3} – вертикальные смещения мобильных пунктов между соседними эпохами.

Третья модель соответствует ситуации, когда пункты C_1 и C_2 расположены на неподвижном жестком блоке, пункт M_1 расположен на подвижном жестком блоке A, а пункты M_2 и M_3 расположены на другом подвижном жестком блоке B. Расширенный вектор параметров будет:

$$X_{R2} = (H_{M1}, H_{M2}, H_{M3}, u_A, u_B, MK, \delta MK)^T,$$

где u_A, u_B – вертикальные смещения блоков между соседними эпохами.

Согласно гипотезе 4 вертикальные движения мобильных пунктов M_1, M_2, M_3 можно объяснить вращением жесткой плиты вокруг оси параллельной линии M_2M_3. Соотношение полученных по предыдущим моделям оценок смещений пункта M_1 и пунктов M_2, M_3 позволяет принять при моделировании расположение оси вращения на расстоянии 0,50 км от M_1 и 0,95 км от линии M_2M_3.

Учитывая малость угла поворота $\omega\Delta t$, связь отметок пунктов двух эпох обеспечивается введением угловой скорости вращения плиты ω (в рад/год). Расширенный вектор параметров в этом случае будет:

$$X_{R3} = (H_{M1}, H_{M2}, H_{M3}, \omega, MK, \delta MK)^T.$$

При обработке наблюдений по всем конкурирующим моделям получены оценки параметров состояния и их точностные характеристики. Приведем в табл. 11 те из них, которые отражают динамику земной поверхности и гравитационного поля, – скорости вертикальных движений, массы масконов и их изменения для четырех эпох наблюдений по трем конкурирующим моделям.

Используя *F*-критерий аналогично тому, как это описано в [215], была выбрана адекватной модель 4. Согласно этой модели, динамика земной поверхности описывается равномерным вращением блока с мобильными пунктами, а динамика гравитационного поля – изменениями масс поверхностного и глубинного масконов в соответствии с экспоненциальным законом излияния магмы и значениями доли остающегося на поверхности конуса излившегося вещества во 2-ю и 3-ю эпохи – 70 %, в 4-ю эпоху – 90 %.

По оценкам масс этих масконов и ковариационным матрицам векторов параметров в каждую эпоху для каждого пункта нами были вычислены оценки силы тяжести g, компонент уклонений отвесной линии ξ, η и аномалия высоты ζ на пунктах геодезической сети с оценкой их точности (табл. 12).

Результатом совместной математической обработки и интерпретации смоделированных пространственно-временных рядов комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений по алгоритму ФКБ явились оценки отметок мобильных пунктов, оценки вертикальных смещений этих пунктов, оценки аномалий силы тяжести, компонент уклонений отвесной линии и аномалия высоты на пунктах геодезической сети с оценкой их точности в четырех эпохах. Совместная обработка нивелирных и гравиметрических наблюдений позволила при адекватных моделях закономерностей движений земной поверхности и изменений

масс поверхностного и глубинного масконов в соответствии с экспоненциальным законом и высокой точностью наблюдений нивелирных превышений значительно повысить точность оценивания.

Влияние излившейся магмы, имеющей массу $M_{\text{изл.}}(t=4)=8,61\cdot10^{9}$ т, на изменение значений силы тяжести в пунктах сети составило до 7,8 мГал, а на нивелирные превышения – до 25 мм. Это указывает на возможность уверенного комплексного выявления аномальных геодезических и гравитационных параметров геодинамических процессов.

Таблица 11

Модельные значения параметров, их оценки и точность

X_R	t = 2			t = 3			t = 4		
	Модельные	Оценки	Точность	Модельные	Оценки	Точность	Модельные	Оценки	Точность
Модель произвольного смещения пунктов и экспоненциального закона излияния магмы									
u_{M1}	–16,23 мм	–16,09 мм	0,89 мм	–16,23 мм	–16,09 мм	0,39 мм	–16,23 мм	–16,13 мм	0,89 мм
u_{M2}	30,84 мм	30,86 мм	1,07 мм	30,84 мм	30,86 мм	0,47 мм	30,84 мм	30,82 мм	1,07 мм
u_{M3}	30,84 мм	30,05 мм	1,05 мм	30,84 мм	30,05 мм	0,46 мм	30,84 мм	31,09 мм	1,05 мм
MK	$4{,}39 \cdot 10^9$ т	$4{,}38 \cdot 10^9$ т	$4{,}90 \cdot 10^6$ т	$6{,}20 \cdot 10^9$ т	$6{,}19 \cdot 10^9$ т	$3{,}55 \cdot 10^6$ т	$4{,}39 \cdot 10^9$ т	$7{,}74 \cdot 10^9$ т	$2{,}94 \cdot 10^6$ т
δMK	$3{,}01 \cdot 10^9$ т	$3{,}02 \cdot 10^9$ т	$4{,}90 \cdot 10^6$ т	$1{,}81 \cdot 10^9$ т	$1{,}81 \cdot 10^9$ т	$1{,}33 \cdot 10^6$ т	$3{,}01 \cdot 10^9$ т	$1{,}55 \cdot 10^9$ т	$0{,}72 \cdot 10^6$ т
Модель движения жестких блоков и экспоненциального закона излияния магмы									
u_{M1}	–16,23 мм	–16,12 мм	0,85 мм	–16,23 мм	–15,66 мм	0,38	–16,23 мм	–16,13 мм	0,23 мм
$u_{M2}=u_{M3}$	30,84 мм	30,43 мм	0,89 мм	30,84 мм	31,16 мм	0,39	30,84 мм	30,96 мм	0,24 мм
MK	$4{,}39 \cdot 10^9$ т	$4{,}38 \cdot 10^9$ т	$4{,}71 \cdot 10^6$ т	$6{,}20 \cdot 10^9$ т	$6{,}19 \cdot 10^9$ т	$3{,}47 \cdot 10^6$ т	$4{,}39 \cdot 10^9$ т	$7{,}74 \cdot 10^9$ т	$2{,}92 \cdot 10^6$ т
δMK	$3{,}01 \cdot 10^9$ т	$3{,}02 \cdot 10^9$ т	$4{,}71 \cdot 10^6$ т	$1{,}81 \cdot 10^9$ т	$1{,}81 \cdot 10^9$ т	$1{,}30 \cdot 10^6$ т	$3{,}01 \cdot 10^9$ т	$1{,}55 \cdot 10^9$ т	$0{,}71 \cdot 10^6$ т
Модель вращения жесткой плиты и экспоненциального закона излияния магмы									
ω	$1{,}95 \cdot 10^{-5}$ рад/год	$1{,}92 \cdot 10^{-5}$ рад/год	$3{,}05 \cdot 10^{-7}$ рад/год	$1{,}95 \cdot 10^{-5}$ рад/год	$1{,}94 \cdot 10^{-5}$ рад/год	$1{,}38 \cdot 10^{-7}$ рад/год	$1{,}95 \cdot 10^{-5}$ рад/год	$1{,}95 \cdot 10^{-5}$ рад/год	$0{,}82 \cdot 10^{-7}$ рад/год
u_{M1}	–16,23 мм	–16,04 мм	0,25 мм	–16,23 мм	–16,16 мм	0,12 мм	–16,23 мм	–16,24 мм	0,07 мм
$u_{M2}=u_{M3}$	30,84 мм	30,48 мм	0,48 мм	30,84 мм	30,70 мм	0,22 мм	30,84 мм	30,86 мм	0,13 мм
MK	$4{,}39 \cdot 10^9$ т	$4{,}38 \cdot 10^9$ т	$4{,}60 \cdot 10^6$ т	$6{,}20 \cdot 10^9$ т	$6{,}18 \cdot 10^9$ т	$3{,}50 \cdot 10^6$ т	$4{,}39 \cdot 10^9$ т	$7{,}74 \cdot 10^9$ т	$2{,}92 \cdot 10^6$т
δMK	$3{,}01 \cdot 10^9$ т	$3{,}02 \cdot 10^9$ т	$4{,}60 \cdot 10^6$ т	$1{,}81 \cdot 10^9$ т	$1{,}81 \cdot 10^9$ т	$1{,}31 \cdot 10^6$ т	$3{,}01 \cdot 10^9$ т	$1{,}55 \cdot 10^9$ т	$0{,}71 \cdot 10^6$ т

Таблица 12

Значения основных трансформант гравитационного поля
(модельные и полученные в результате обработки по ФКБ)

Пункт		g_z (мкГал)	ξ"	η"	ζ(см)	g_z (мкГал)	ξ"	η"	ζ(см)	g_z (мкГал)	ξ"	η"	ζ(см)
		t = 2				t = 3				t = 4			
C_1	Модель	980881768	0,05	0,00	0,92	980881531	0,06	0,00	1,38	980881355	0,07	0,00	1,72
	Оценка	980881767	0,05	0,00	0,92	980881530	0,06	0,00	1,38	980881355	0,07	0,00	1,72
	Точность	0,37	0,0004	0,00	0,001	0,70	0,0003	0,0001	0,001	0,72	0,0003	0,0001	0,001
C_2	Модель	980881821	0,04	–0,03	0,88	980881613	0,04	–0,03	1,31	980881467	0,05	–0,03	1,63
	Оценка	980881821	0,04	–0,03	0,88	980881614	0,04	–0,03	1,31	980881463	0,05	–0,03	1,64
	Точность	0,33	0,0003	0,0002	0,001	0,61	0,0003	0,0002	0,001	0,63	0,0002	0,0002	0,001
M_1	Модель	980880797	0,25	–0,12	1,46	980880027	0,32	–0,15	2,15	980879449	0,40	–0,19	2,67
	Оценка	980880796	0,25	–0,12	1,46	980880027	0,32	–0,15	2,15	980879453	0,40	–0,19	2,67
	Точность	0,86	0,0008	0,0004	0,002	2,00	0,0006	0,0003	0,002	2,05	0,0005	0,0002	0,002
M_2	Модель	980878007	1,5	0,0	2,35	980875727	2,0	0,0	3,39	980873903	2,4	0,0	4,18
	Оценка	980878008	1,5	0,0	2,35	980875723	2,0	0,0	3,39	980873897	2,4	0,0	4,18
	Точность	0,31	0,0022	0,0000	0,003	4,00	0,0014	0,0001	0,002	1,55	0,0011	0,0001	0,001
M_3	Модель	980880687	0,18	–0,30	1,53	980879836	0,24	–0,40	2,25	980879208	0,30	0,50	2,80
	Оценка	980880686	0,18	–0,30	1,53	980879839	0,24	–0,40	2,25	980879201	0,30	0,50	2,80
	Точность	0,98	0,0048	0,0080	0,002	2,16	0,0036	0,0060	0,002	2,21	0,0031	0,0051	0,002

3.4. Настройка дополнительных параметров процесса вулканического извержения и систем наблюдений за ним

Переход от статических задач геодезии к динамическим вызывает значительное увеличение размерности последних. Оцениваемый расширенный вектор $X_R(X,t)$ параметров состояний содержит параметры движений и деформаций физической поверхности Земли или, в общем случае, вектор параметров напряженно-деформированного состояния земной коры (горных пород) и параметры изменений (вариаций) во времени внешнего гравитационного поля Земли [7].

Включение в $X_R(X,t)$ дополнительных параметров – коэффициентов, характеризующих физические свойства ГО, – упругость, вязкость и т. д., приводит к еще большему увеличению размерности задачи. Для уменьшения размерности задачи нами используется адаптивный фильтр Калмана – Бьюси. Адаптация заключается не только в том, что в процессе обработки наблюдений решается задача выбора адекватной модели, но и в том, что выполняется настройка (уточнение) некоторых параметров (коэффициентов) модели, которые не включаются в определяемый расширенный вектор $X_R(X,t)$ [219]. Более общая цель адаптации – преодоление априорной неопределенности (в структуре модели закономерностей и задании ее коэффициентов) при решении задач интерпретации наблюдений и оптимального управления как системой наблюдений, так и объектом наблюдений [7].

Развиваемый нами способ настройки параметров по критерию минимума суммы дисперсий оценок параметров, определяемых по адаптивному рекуррентному фильтру Калмана – Бьюси, проиллюстрируем вычислительным экспериментом на модели из подраздела 3.1 – участок земной поверхности, расположенный вблизи действующего вулкана (рис. 20).

Результатом математической обработки и интерпретации по алгоритму ФКБ (см. подраздел 3.3) смоделированных пространственно-временных рядов комплексных наблюдений (см. подраздел 3.2) явились оценки геодезических высот мобильных пунктов, оценки вертикальных смещений этих пунктов, оценки характеристик гравитационного поля на пунктах

геодезической сети в четырех эпохах с оценкой точности (см. табл. 11, 12).

Часть значений параметров ГО и системы наблюдений была настроена [219–221]. Для геодинамического объекта, которым являлась вулканическая область, была выполнена настройка параметров экспоненциального закона излияния магмы и процент оставшегося в конусе вулкана и на его поверхности вещества при извержении, так как его часть выбрасывается в атмосферу.

По оценкам параметров определим процент оставшегося в конусе вулкана и на его поверхности вещества при извержении для 2, 3 и 4-й эпох:

$$\lambda(t=2)=\frac{\Delta MK(t=2)}{MO(t=2)}100\ \%=69\ \%;$$

$$\lambda(t=3)=\frac{\Delta MK(t=3)}{\Delta MO(t=3)}100\ \%=70\ \%;$$

$$\lambda(t=4)=\frac{\Delta MK(t=4)}{\Delta MO(t=4)}100\ \%=89\ \%.$$

Теперь найдем параметры экспоненциального закона излияния магмы. Расчет количества магмы, извергнутой ко времени τ с начала извержения, выполняется по формуле

$$M_{\text{изл.}}(\tau)=\Delta B(1-e^{-W_0\tau/\Delta B}). \qquad (74)$$

Для трех эпох будем иметь три таких нелинейных уравнения с двумя неизвестными ΔB и W_0. Определим эти неизвестные графическим способом. Для этого прологарифмируем (74) и выразим W_0 через ΔB :

$$W_0=\Delta B(\ln\Delta B-\ln(\Delta B-M_{\text{изл.}}(\tau))/\tau, \qquad (75)$$

где W_0 – начальный расход магмы; ΔB – избыток магмы в очаге; τ – время от начала извержения.

Значения τ и оценки $M_{\text{изл.}} = MO$, полученные после математической обработки с учетом модели произвольного смещения пунктов, показаны в табл. 13.

Таблица 13

Значения τ и оценки $M_{\text{изл.}} = MO$

Событие	Дата	Время (в днях)	τ (в днях)	$M_{\text{изл.}}(10^9$ т)
Эпоха t = 1	7 мая	0		0
Начало извержения	8 мая	1	0	0
Эпоха t = 2	7 июля	61	60	4,316
Эпоха t = 3	6 сентября	122	121	6,911
Эпоха t = 4	6 ноября	183	182	8,646

Подставляя данные для 2, 3 и 4-й эпох в (75), имеем систему нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} W_0 = \Delta B(\ln \Delta B - \ln(\Delta B - 4,316) / 60; \\ W_0 = \Delta B(\ln \Delta B - \ln(\Delta B - 6,911) / 121; \\ W_0 = \Delta B(\ln \Delta B - \ln(\Delta B - 8,646) / 182. \end{cases} \qquad (76)$$

Построив график для каждого уравнения этой системы (рис. 15), найдем приближенные значения ΔB и W_0 как абсциссу и ординату центра треугольника, возникшего при пересечении трех графиков. После учета размерностей величин, получаем следующие значения: избыток магмы в очаге $\Delta\hat{B} = 1,11 \cdot 10^7$ тонн, начальный расход магмы $\hat{W}_0 = 0,90 \cdot 10^7$ т/сутки $= 1\,043$ т/секунду.

Использование адаптивного ФКБ позволило выполнить настройку массы конуса вулкана в 1-ю эпоху (табл. 14), координат центра глубинного маскона, аппроксимирующего изменения массы в верхней части магматического очага (табл. 15) и установить оптимальные характеристики системы наблюдений. Для оптимизации системы наблюдений настраивался вес гравиметрических наблюдений (вес нивелирных превышений был принят обратно пропорциональным длине

хода нивелирования – $p_{h_i} = 1/L_i$, где L_i – длина хода в (км) и точность измерений превышений и абсолютных значений силы тяжести. В качестве критерия оптимизации использовался критерий ФКБ (минимум обобщенной суммы дисперсий $trK_{XR}(X,t)$). Обобщенная сумма дисперсий $trK_{XR}(X,t)$ минимизировалась подбором коэффициентов модели таким же образом, как и в работах [90, 92].
В табл. 14, 15, 17 и 19 приведены настроенные значения параметров и соответствующие им значения $\min trK_{XR}(X,t)$.

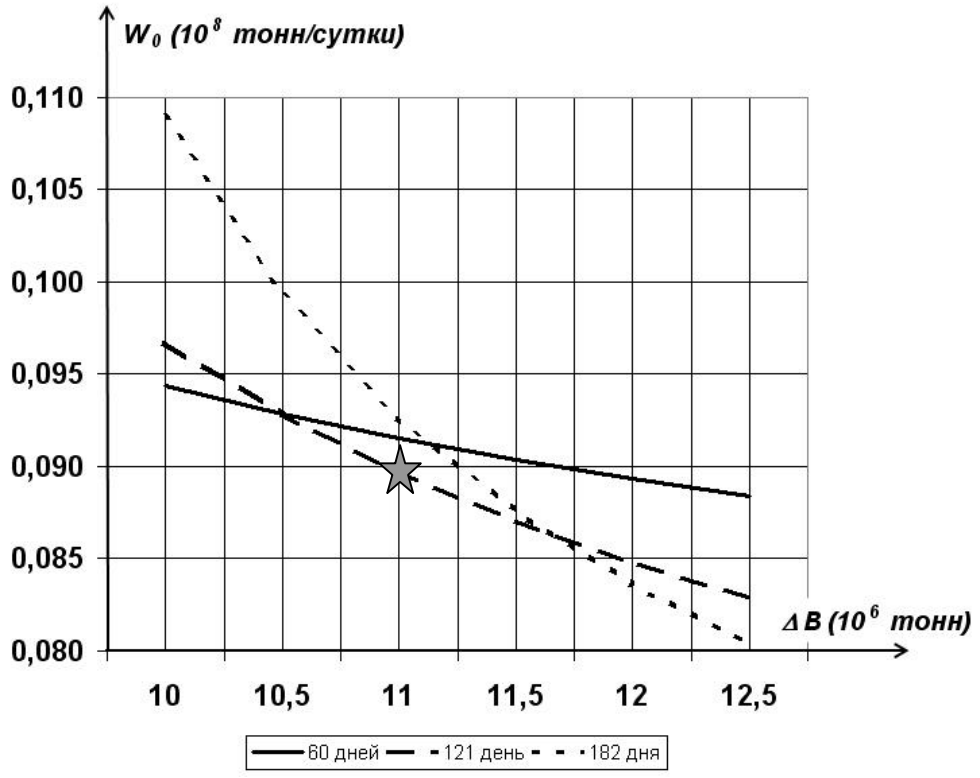


Рис. 15. Графики зависимостей W_0 от ΔB для 2, 3, 4-й эпох

Таблица 14

Настройка радиуса маскона RK (конуса) и его массы MK в 1-ю эпоху

RK (t = 1) (в м	488,0	489,0	489,5	**490,0**	490,5	491,0	492,0
MK (t = 1) (в 10^9т)	1,280	1,288	1,292	**1,296**	1,300	1,304	1,312

$trK_{XR}(X,t)$	1,48 646	1,48 375	1,48 305	**1,48 277**	1,48 292	1,48 349	1,48 588

В табл. 16 приведены результаты настройки параметров ГО (см. рис. 13) при использовании ФКБ в сравнении с их модельными значениями.

Таблица 15

Настройка координат *X*, *Y*, *Z* центра глубинного маскона

Эпоха	Параметры координат и геодезического объекта									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2-я	*X* (м)	5 920	5 930	**5 940**	5 950	5 960	5 970	5 980	5 990	6 000
	$trK_{XR}(X,t)$	4,274	4,205	**4,174**	4,179	4,220	4,296	4,407	4,552	4,730
	Y (м)	–40	–30	–20	**–10**	0	10	20	30	40
	$trK_{XR}(X,t)$	5,381	4,856	4,529	**4,402**	4,480	4,764	5,258	5,965	6,889
	Z (м)	–4 960	–4 970	–4 980	**–4 990**	–5 000	–5 010	–5 020	–5 030	–5 040
	$trK_{XR}(X,t)$	5,094	4,907	4,786	**4,730**	4,738	4,809	4,940	5,131	5,380
3-я	*X* (м)	5 920	5 930	5 940	5 950	**5 960**	5 970	5 980	5 990	6 000
	$trK_{XR}(X,t)$	4,062	3,857	3,708	3,615	**3,578**	3,595	3,666	3,791	3,968
	Y (м)	–40	–30	–20	–10	**0**	10	20	30	40
	$trK_{XR}(X,t)$	5,765	4,850	4,200	3,820	**3,713**	3,883	4,334	5,070	6,094
	Z (м)	–4 960	–4 970	–4 980	–4 990	**–5 000**	–5 010	–5 020	–5 030	–5 040
	$trK_{XR}(X,t)$	4,571	4,287	4,087	3,968	**3,928**	3,967	4,083	4,273	4,538
4-я	*X* (м)	5 920	5 930	5 940	5 950	5 960	5 970	**5 980**	5 990	6 000
	$trK_{XR}(X,t)$	4,312	3,973	3,701	3,497	3,359	3,288	**3,282**	3,340	3,462
	Y (м)	–40	–30	–20	–10	**0**	10	20	30	40
	$trK_{XR}(X,t)$	5,370	4,427	3,775	3,416	**3,356**	3,596	4,143	4,999	6,169
	Z (м)	–4 960	–4 970	–4 980	–4 990	**–5 000**	–5 010	–5 020	–5 030	–5 040
	$trK_{XR}(X,t)$	4,014	3,745	3,561	3,462	**3,445**	3,509	3,652	3,873	4,171

Таблица 16

Настроенные и модельные параметры геодинамического объекта

Параметры модели геодинамического объекта	Значения	Эпоха		
		2	3	4
Координата *X* центра глубинного маскона (м)	Модельные	6 000	6 000	6 000
	Настроенные	5 940	5 960	5 980
Координата *Y* центра глубинного маскона (м)	Модельные	0	0	0
	Настроенные	–10	0	0
Координата *Z* центра глубинного маскона (м)	Модельные	–5 000	–5 000	–5 000
	Настроенные	–4 990	–5 000	–5 000
Часть оставшегося на конусе вещества (%)	Модельные	70	70	90
	Настроенные	69	70	89

Масса конуса вулкана в 1-ю эпоху (10^9т)	Модельные	1,377
	Настроенные	1,296

Окончание табл. 16

Параметры модели геодинамического объекта	Значения	Эпоха		
		2	3	4
Начальный расход магмы W_0 (т/секунда)	Модельные	1 042		
	Настроенные	1 043		
Избыток магмы в очаге ΔB (т)	Модельные	$1{,}12 \cdot 10^7$		
	Настроенные	$1{,}11 \cdot 10^7$		

Интенсивность геодинамических процессов предъявляет требования к системе наблюдений. В рассматриваемом случае учтено, что вектор параметров геодинамического объекта включает в себя характеристики вертикальных движений и изменений гравитационного поля, а система наблюдений состоит из геодезических (нивелирование) и гравиметрических (определение абсолютных значений силы тяжести) наблюдений в пространстве и во времени. Веса для 2, 3 и 4-й эпох гравиметрических наблюдений p_g (табл. 17, 18) и оптимальные соотношения точности разнородных наблюдений для смоделированного геодинамического объекта (табл. 19, 20) настраивались.

Таблица 17

Процесс настройки веса гравиметрических наблюдений p_g

в каждую эпоху

2-я эпоха	p_g	0,0 020	0,0 021	0,0 023	**0,0 025**	0,0 027	0,003	0,004
	$trK_{XR}(X,t)$	3,7 016	3,6 941	3,6 858	**3,6 848**	3,6 893	3,7 042	3,7 975
3-я эпоха	p_g	0,0 100	0,0 110	0,0 115	**0,0 120**	0,0 130	0,0 140	0,0 160
	$trK_{XR}(X,t)$	7,5 475	7,5 453	7,5 448	**7,5 446**	7,5 451	7,5 464	7,5 512
4-я эпоха	p_g	0,0 260	0,0 280	0,0 290	**0,0 300**	0,0 310	0,0 320	0,0 400
	$trK_{XR}(X,t)$	7,0 383	7,0 377	7,0 376	**7,0 375**	7,0 376	7,0 378	7,0 414

Таблица 18

Настроенные веса гравиметрических наблюдений p_g

Эпохи	2-я	3-я	4-я
Веса гравиметрических наблюдений	0,0 025	0,0 120	0,0 300

Таблица 19

Значения $trK_{XR}(X, t)$, соответствующие разным парам m_g (характеризующим точность гравиметрических наблюдений) и m_h (характеризующим точность нивелирования)

Точность превышений	m_g = 1 мкГал	m_g = 3 мкГал	m_g = 5 мкГал	m_g = 10 мкГал	m_g = 15 мкГал
m_h = 0,25 мм	1,121	**0,734**	2,203	6,505	17,581
m_h = 0,50 мм	4,472	**1,931**	2,111	6,539	11,646
m_h = 0,75 мм	8,961	4,138	**3,859**	7,087	16,825
m_h = 1,00 мм	15,400	6,465	**5,455**	8,962	11,525

Результаты настройки этих пар погрешностей m_g и m_h представлены в табл. 20.

Таблица 20

Взаимно соответствующие погрешности гравиметрических наблюдений m_g и нивелирования m_h

m_h (мм)	0,25	0,50	0,75	1,00
m_g (мкГал)	3	3	5	5

В результате вычислительного эксперимента показана эффективность предлагаемого способа моделирования геодинамических объектов и настройки (адаптации) его коэффициентов и начальных оценок параметров по критерию оптимальности рекуррентного фильтра Калмана – Бьюси – обобщенной дисперсии (суммы дисперсий) оцениваемых параметров. Блок настройки входит в общий алгоритм совместной математической обработки и интерпретации (в форме адекватной модели закономерностей движений и деформаций ГО) многомерных пространственно-временных рядов результатов геодезических и гравиметрических наблюдений (см. рис. 2).

3.5. Изучение глубинного строения земной коры на основе анализа вариаций силы тяжести

При изучении глубинного строения земной коры необходима комплексная интерпретация геофизических полей, прежде всего, гравитационного, магнитного и сейсмического [9, 130–134]. При этом используются сложные физические модели земной коры и верхней мантии – плотностные, магнитные, скоростные и др.

Большое применение для геологического картирования, поисков и разведки месторождений различных полезных ископаемых имеет гравиметрия, как прикладной геофизический метод [141, 142]. При изучении геодинамических процессов методом высокоточной гравиметрии интерпретация должна выполняться через измеряемое поле силы тяжести и его аномальные характеристики. Сглаживание поля силы тяжести через вычисление потенциала снижает разрешающую способность гравиметрического метода улавливать глубинные сейсмо-тектонические проявления, следствия которых на поверхности могут запаздывать на 2–7 лет. Здесь мы рассмотрим пример визуализации вариаций силы тяжести как элемент описываемых в монографии методов изучения геодинамических объектов и процессов.

Результаты оценивания параметров моделей движений пунктов нивелирной сети и характеристик гравитационного поля в этих пунктах даны в табл. 11 и 12. Вычисленные вариации силы тяжести для 2, 3 и 4-й эпох по сравнению с 1-й эпохой даны в табл. 21.

Таблица 21

Вариации силы тяжести (мкГал)

Пункт	$g(t = 2) - g(t = 1)$	$g(t = 3) - g(t = 1)$	$g(t = 4) - g(t = 1)$
*C*1	–370	–238	–174
*C*2	–316	–153	–67
*M*1	–1341	–1740	–2076
*M*2	–4129	–6044	–7633
*M*3	–1450	–1928	–2329

Для визуализации вариаций силы тяжести (см. табл. 21) использовался крайгинг, описываемый, например, в работах [222, 223] и реализуемый программой Surfer. Этот метод основан на некоторых предположениях о вероятностной структуре картируемого поля. Наблюдения рассматриваются как реализация случайного процесса со стационарными приращениями, т. е. процесса, у которого математическое ожидание разности наблюдений в любых двух точках постоянное и равно нулю, а дисперсия разностей зависит только от расстояния между точками наблюдений.

На рис. 16–18 видно, что характер изменения вариаций силы тяжести на территории размещения пунктов геодезической сети носит плавный характер. Это соответствует смоделированной в подразделе 3.1 модели ГДС с двумя аномальными массами (см. рис. 13). В реальных условиях число таких масс может быть большим, причем аномальные массы могут быть разной формы, плотности, глубины нахождения. Полнота и точность интерпретации в таком случае может быть достигнута уплотнением гравиметрической сети, детализацией гравиразведки, экспертным анализом других геофизических полей [141, 142].

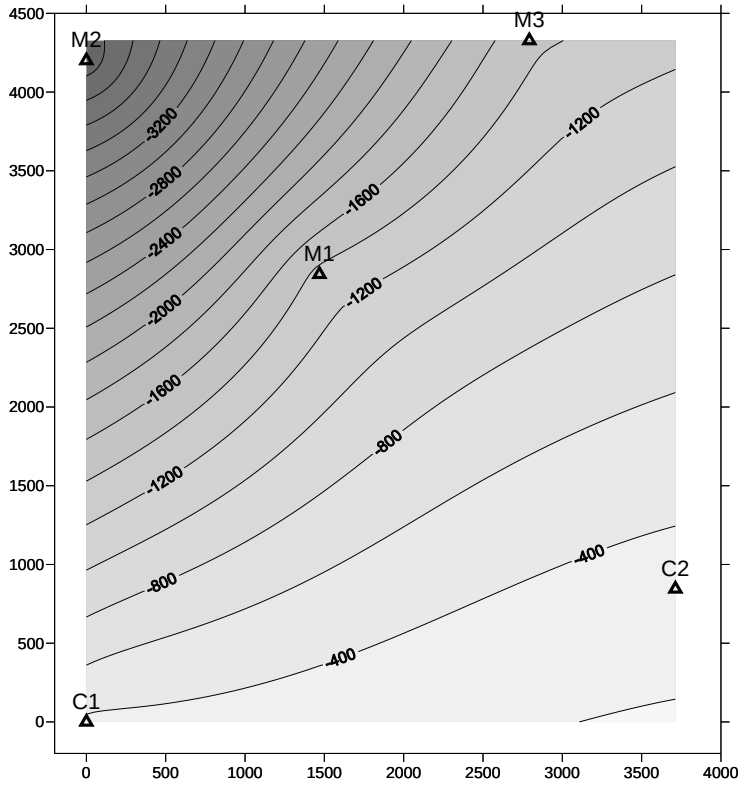


Рис. 16. Визуализация вариаций силы тяжести за время между 1-й и 2-й эпохами

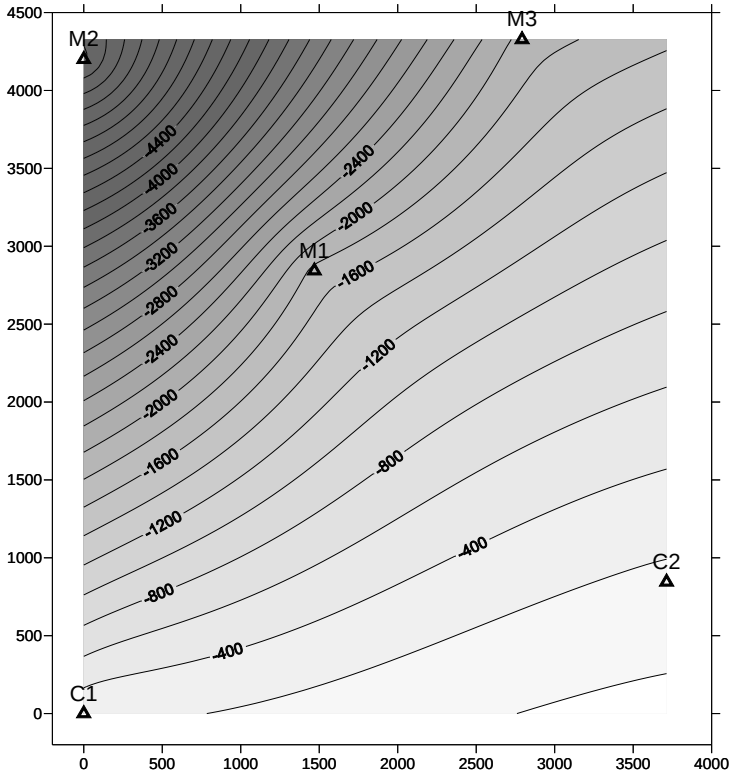


Рис. 17. Визуализация вариаций силы тяжести за время между 1-й и 3-й эпохами

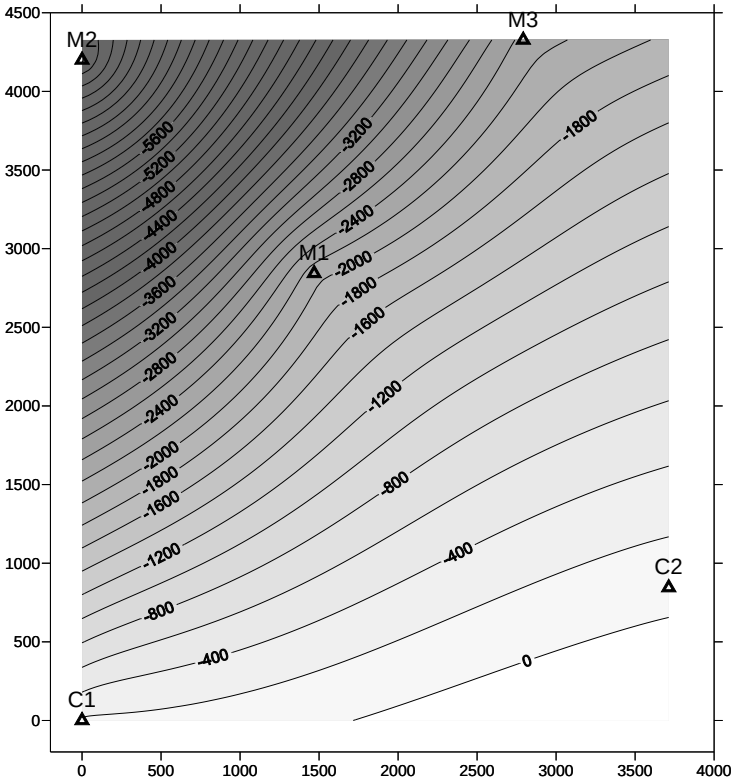


Рис. 18. Визуализация вариаций силы тяжести за время между 1-й и 4-й эпохами

3.6. Необходимость совместного учета нивелирных и гравиметрических наблюдений в условиях ведения крупномасштабных горных работ

Значимые вертикальные смещения точек земной поверхности и смещения уровенных поверхностей во времени могут возникать, в частности, при разработке крупных месторождений полезных ископаемых. В России имеется ряд месторождений, для которых характерно перемещение больших масс руд и пород. Например, более чем за 60 лет извлечено и перемещено более 1 млрд. $м^3$ фосфатных руд в Хибинском массиве [95], причем ежегодно извлекается и перемещается 160 млн. т руд и пород. Глубина работ достигает 600–700 м. Откосы стен рудника около 35–40 градусов. В таких условиях ведения крупномасштабных горных работ геомеханическая ситуация значительно усложняется. Для своевременного прогноза и профилактики катастрофических явлений выполняется комплексный мониторинг массива горных пород. В частности, для мониторинга деформационных процессов применяют высокоточные геодезические наблюдения.

Для определения вертикальных движений земной поверхности в районах добычи полезных ископаемых используется геометрическое нивелирование. Поле силы тяжести в конкретном районе зависит от распределения масс внутри Земли. Перераспределение больших объемов пород и руды вызовет соответственно значительное изменение поля силы тяжести, а недоучет влияния перемещенных масс на результаты нивелирования может быть причиной неверного представления о картине вертикальных движений [224].

Для того, чтобы оценить степень влияния перемещенных масс на результаты нивелирования, нами была смоделирована ситуация, соответствующая добыче и перемещению руды с наличием одновременно вертикальных движений в районе месторождения (рис. 19). Возникающее

при перемещении руды аномальное гравитационное поле было аппроксимировано как система двух масконов.

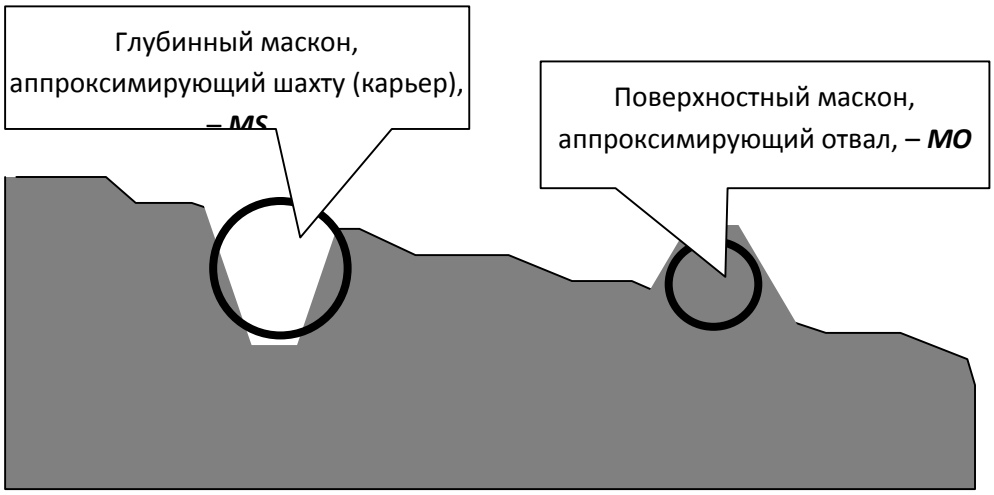


Рис. 19. Аппроксимация масконами шахты (карьера) и отвала пород

Система наблюдений за геодинамическим объектом была выбрана та же, что и в подразделе 3.2. Она включает нивелирные наблюдения (семь линий) и гравиметрические наблюдения (определение абсолютных значений силы тяжести на пяти пунктах этой сети) (рис. 20). Нивелирная сеть состоит из двух взаимностабильных пунктов C_1 и C_2 (их взаимное положение со временем не меняется) и трех мобильных пунктов M_1, M_2 и M_3.

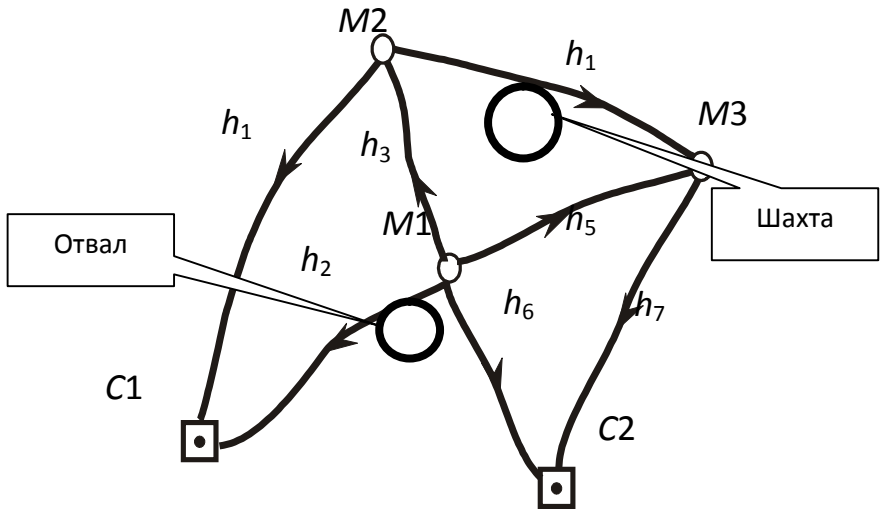


Рис. 20. Сеть нивелирования

Вектор параметров динамической системы включает отметки мобильных пунктов H_{M1}, H_{M2}, H_{M3}, их вертикальные смещения u_{M1}, u_{M2}, u_{M3} и, в качестве характеристик аномального гравитационного поля, значения масс глубинного маскона *MS* (шахта) и поверхностного маскона *MO* (отвал).

При расчетах принята пространственная топоцентрическая астрономическая горизонтная система координат (ПТАГСК), которая определяется следующим образом. Начало координат совпадает с точкой наблюдения на Земле, ось *Z* направлена по отвесной линии в сторону увеличения высот, ось *X* лежит на пересечении плоскостей астрономического горизонта и астрономического меридиана точки и направлена на север, а ось *Y* лежит в плоскости астрономического горизонта и дополняет левую декартову систему координат.

Начало системы координат в пункте C_1. Модельные пространственные координаты пунктов сети и центров аномальных масс отвала *So* и шахты *Ss* представлены в табл. 22.

Таблица 22

Пространственные координаты пунктов сети и центров аномальных масс

Пункты сети	*X* (м)	*Y* (м)	*H* (м)	*Z* (м)
C_1	0	0	1 185,02	0
C_2	844,92	3 712,78	1 203,77	18,75
M_1	2 842,73	1 468,92	1 151,06	–33,96
M_2	4 199,95	0	1 365,19	180,17
M_3	4 326,96	2 792,05	1 280,61	95,59
So	2 300	1 500	1 400	214,98
Sk	3 500	1 500	980	–205,02

Математическую модель состояний геодинамического объекта представим уравнением

$$X_R(t) = \Phi(t, t-1) X_R(t-1), \qquad (77)$$

где $X_R(t)$ – расширенный вектор определяемых параметров состояния геодинамической системы, в который входят: отметки H_i пунктов сети наблюдений, параметры гравитационного поля в виде влияния аномальных масс и параметры движений и деформаций физической поверхности; $\Phi(t, t-1)$ – переходная матрица, показывающая закономерность изменений значений параметров от эпохи $t-1$ к эпохе t.

Интервал времени между эпохами постоянный, $\Delta t = 1$ год. Выполняются четыре эпохи нивелирных и гравиметрических наблюдений в течение трех лет. Модель вертикальных движений соответствует равномерному вращению одного жесткого блока (плиты), на котором находятся пункты M_1, M_2, M_3. При моделировании ось вращения была выбрана как параллельная линии, соединяющей пункты M_2 и M_3. Расстояние от оси вращения до M_1 составляет 0,50 км и 0,95 км до линии M_2M_3. Угловая скорость вращения плиты μ является постоянной и равна $\omega = 3{,}25 \cdot 10^{-5}$ рад/год. В результате вращения плиты смещения пунктов M_1, M_2, M_3 за три года составили $u_{M1} = -48{,}70$ мм, $u_{M2} = 92{,}53$ мм, $u_{M3} = 92{,}53$ мм.

Модельные значения отметок пунктов M_1, M_2 и M_3 в четыре эпохи представлены в табл. 23.

Таблица 23

Модельные значения отметок пунктов *M*1, *M*2 и *M*3

Пункт	*H* (*t* = 1) (мм)	*H* (*t* = 2) (мм)	*H* (*t* = 3) (мм)	*H* (*t* = 4) (мм)
M_1	1 151 060,00	1 151 044,00	1 151 028,00	1 151 011,00
M_2	1 365 190,00	1 365 221,00	1 365 252,00	1 365 283,00
M_3	1 280 610,00	1 280 641,00	1 280 672,00	1 280 703,00

Перемещение масс от эпохи к эпохе происходит с постоянной скоростью. Расчеты показали, что за 3 года влияние этого перемещения масс на результаты наблюдений силы тяжести достигло 2 мГал, а на нивелирные превышения – нескольких миллиметров. Пусть плотность пород составляет δ = 2,63 г/см^3. Для радиуса шара, аппроксимирующего шахту $RS = 300$ м, получим массу $MS = \frac{4}{3}\pi RS^3\delta = 2{,}97 \cdot 10^8$ т. Для радиуса шара, аппроксимирующего отвал $\mathrm{RO} = 260$ м, получим массу

$MO = 4/3\,\pi RS^3\delta = 1{,}94 \cdot 10^8$ т. Для случая расположения пунктов сети и центров аномальных масс, соответствующего рис. 19 и табл. 22, влияние этого перемещения масс на нивелирные превышения δh в мм отражено в табл. 24.

Таблица 24

Влияние перемещенных масс на нивелирные превышения

Ход (конец – начало)	Длина хода (км)	δh_s (влияние шахты) (мм)	δh_o (влияние отвала) (мм)	δh (влияние итоговое) (мм)
*C*1-*M*2	4,2	0,08	–0,07	0,01
*C*1-*M*1	3,2	7,77	–3,91	3,86
*M*2-*M*1	2,0	–4,61	2,41	–2,20
*M*3-*M*2	2,8	0,00	0,00	0,00
*M*3-*M*1	2,0	–4,52	2,36	–2,16
*C*2-*M*1	3,0	5,89	–2,95	2,94
*C*2-*M*3	3,6	0,03	–0,03	0,01

Таким образом, нами был смоделирован геодинамический объект – район разработки рудного месторождения, в пределах которого происходят одновременно движения физической поверхности Земли и изменения гравитационного поля. Показано, что за три года влияние перемещения масс $MS = 4/3\,\pi RS^3\delta = 2{,}97 \cdot 10^8$ т и $MO = 4/3\,\pi RO^3\delta = 1{,}94 \cdot 10^8$ т на результаты наблюдений нивелирных превышений достигло 4 мм – величин, сопоставимых с величинами естественных вертикальных смещений реперов. Изменение силы тяжести составило 2 мГал, что существенно превышает разрешительные возможности метода и обеспечивает уверенную оценку аномальных явлений. Для изучения этого геодинамического объекта необходима совместная математическая обработка пространственно-временных рядов разнородных комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений по методике, описанной в подразделе 3.3.

3.7. Выводы

Таким образом, приведены примеры совместной математической обработки и интерпретации смоделированных пространственно-временных рядов нивелирных и гравиметрических наблюдений в районе действующего вулкана и в условиях перемещения больших объемов руды и пород. Эти примеры соответствуют задаче разделения собственно движений физической поверхности и вариаций во времени внешнего гравитационного поля Земли (смещений уровенных поверхностей потенциала силы тяжести и изменений положений отвесных линий во времени).

Построена модель вертикальных движений и временных вариаций гравитационного поля в районе действующего вулкана. Аномалии гравитационного поля аппроксимируются в пространстве и во времени двумя аномалиеобразующими телами – глубинным и поверхностным масконами. Созданная модель позволяет, в свою очередь, моделировать пространственно-временные ряды разнородных комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений в четырех эпохах, которые можно использовать для отработки методики и технологии совместной математической обработки и пространственно-временной интерпретации результатов разнородных наблюдений.

Предложена модель системы наблюдений за вертикальными движениями земной поверхности и изменениями гравитационного поля в районе действующего вулкана. Смоделированные пространственно-временные ряды наблюдений нивелирных превышений и абсолютных значений ускорений силы тяжести в четырех эпохах можно использовать для отработки методики и технологии совместной математической обработки и интерпретации разнородных комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений.

Описывается вычислительный эксперимент по совместной математической обработке и интерпретации смоделированных пространственно-временных рядов комплексных наблюдений нивелирных превышений и абсолютных значений ускорений силы тяжести. Результатом явились оценки отметок мобильных пунктов, оценки вертикальных смещений этих пунктов, оценки аномалий силы тяжести, компонент уклонений отвесной линии и аномалий высоты на пунктах

геодезической сети с оценкой их точности в четырех эпохах. Совместная обработка нивелирных и гравиметрических наблюдений позволила при адекватных моделях закономерностей движений земной поверхности и изменений масс поверхностного и глубинного масконов повысить точность оценивания параметров геодинамического объекта.

В результате вычислительного эксперимента показана эффективность предлагаемого способа настройки (адаптации) коэффициентов и начальных оценок параметров геодезического объекта по критерию оптимальности рекуррентного фильтра Калмана – Бьюси – обобщенной дисперсии (суммы дисперсий) оцениваемых параметров. Блок настройки входит в общий алгоритм совместной математической обработки и интерпретации (в форме адекватной модели закономерностей движений и деформаций ГО) многомерных пространственно-временных рядов результатов разнородных комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений. Рассмотрен пример визуализации по методу крайгинга вариаций силы тяжести.

4. ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЙ И НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ РАЙОНА ГОТОВЯЩЕГОСЯ ВУЛКАНИЧЕСКОГО ИЗВЕРЖЕНИЯ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ И ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

4.1. Модель геодинамического объекта

Выше были описаны вычислительные идентификационные эксперименты по совместной математической обработке и интерпретации пространственно-временных рядов нивелирных и гравиметрических наблюдений в условиях перемещения больших объемов пород и руды. Эти примеры соответствует задаче разделения собственно движений физической поверхности и вариаций во времени внешнего гравитационного поля Земли (смещений уровенных поверхностей потенциала силы тяжести и изменений положений отвесных линий во времени). Результатом математической обработки наблюдений являются как оценки отметок мобильных пунктов, вертикальных смещений этих пунктов, так и оценки параметров меняющегося гравитационного поля с оценкой точности всех определяемых параметров. Введение в вектор параметров масконов (аномальных масс) позволило компактно описывать локальное гравитационное поле.

В данном разделе представлено развитие теории и методов изучения объектов геодинамики по комплексным геодезическим и гравиметрическим наблюдениям [211–214, 216, 217, 219–221], дающим возможность получать характеристики как вертикальных, так и горизонтальных движений земной поверхности и изменений аномальных масс. Значительно расширен состав разнородных наблюдений. Это гравиметрические, угловые, линейные измерения, нивелирование и GPS-наблюдения.

В качестве геодинамического объекта выбрана вулканическая область, испытывающая напряженно-деформированное состояние [225]. Одной из важных проблем в вулканологии и геодинамике является исследование накопления магмы в магматических очагах и ее подъем к поверхности. В

механическом аспекте эта проблема может решаться с привлечением методов геодезии и геофизики. Геодезические методы (нивелирование, угловые, линейные измерения, GPS-наблюдения) позволяют определить перемещения земной поверхности, которые являются следствием меняющегося напряженно-деформированного состояния в окрестности вулканического очага. Но это изменение НДС является, в свою очередь, следствием увеличения внутриочагового давления при накапливании магмы в верхнем магматическом очаге вулкана [110]. Таким образом, мы имеем дело с перемещением масс (наполнение верхнего магматического очага). Следовательно, наблюдения геодезическими приборами, которые устанавливаются в рабочее положение с помощью уровня, должны обрабатываться совместно с гравиметрическими наблюдениями. Обычно для оценки параметров верхнего магматического очага (глубина образования до 50 км) по смещениям поверхности ведутся наблюдения в районе радиусом около 10 км от кратера вулкана [226]. Выделить смещения от деформации глубинного очага (глубина 50–300 км) на фоне современных движений обычно не удается.

С целью уточнения теории, методики, отработки алгоритмов совместной математической обработки и интерпретации геодезических и гравиметрических наблюдений были смоделированы картина подготовки вулканического извержения и сопутствующие этой подготовке изменения напряженно-деформированного состояния приповерхностного слоя земной коры. Полученная физико-математическая модель использовалась для статистического моделирования пространственно-временных рядов геодезических и гравиметрических наблюдений и последующего уточнения алгоритмов их совместной математической обработки.

Глубина центра верхнего шарообразного магматического очага была принята равной 5 000 м, величина радиуса очага – 2 500 м – как в подразделе 3.1 (рис. 21).

Меняющееся во времени локальное гравитационное поле и смещения (горизонтальные и вертикальные) земной поверхности в районе готовящегося вулканического извержения связывались с увеличением аномальной массы в магматическом очаге и происходящим по этой причине нарастании внутриочагового давления [226]. Но эти изменения

по результатам геодезических и гравиметрических измерений возможно определить только дискретно – в точках наблюдений и через какие-то интервалы времени между эпохами наблюдений. Поэтому создание модели геодинамического объекта заключалось в вычислении вертикальных и горизонтальных смещений заложенных в окрестности вулкана 10 геодезических пунктов, а также в вычислении характеристик гравитационного поля на этих пунктах для трех эпох наблюдений, выполненных через $\Delta t = 2$ года.

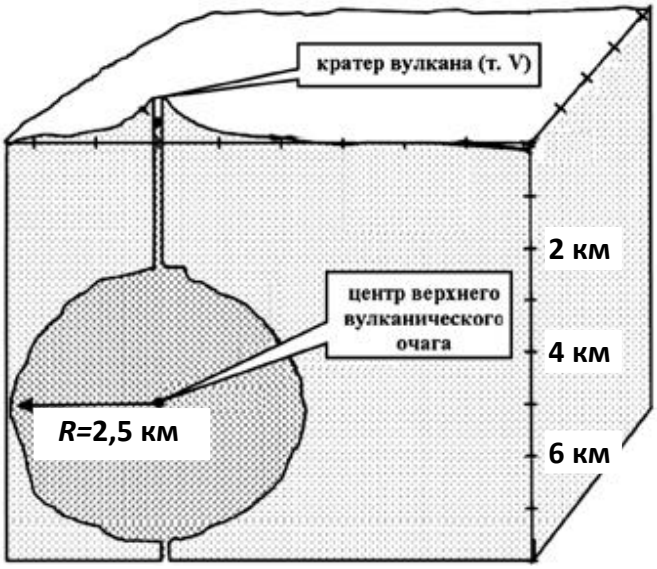


Рис. 21. Модель вулканической области с верхним магматическим очагом

Исходные геофизические предпосылки создания модели соответствуют работе [226]. Литосфера принимается вязкоупругой с коэффициентом вязкости $\eta_{\text{лит.}} = 10^{17}\,\text{Па} \cdot c$ и модулем упругости $E = 10^{10}\,\text{Па}$, коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}3$, магматический очаг сферическим, скорость увеличения объема в очаге $v_V = 5 \cdot 10^7\,\text{м}^3/\text{год}$. Для вязкоупругой среды Максвелла (полупространства с шаровой полостью) при постоянной скорости увеличения объема давление в камере $P_{\text{очага}}(t)$ со временем изменяется по экспоненте:

$$P_{\text{очага}}(t) = P_{\infty}(1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}}); \qquad (78)$$

$$P_{\infty} = \frac{\nu_V \eta_{\text{лит.}}}{2\pi R^3_{\text{очага}}(1+\nu)}. \qquad (79)$$

В формулах (78) и (79) P_{∞} – асимптотическое значение давления, соответствующее чисто вязкой среде с вязкостью $\eta_{\text{лит.}}$, $\tau_0 = \eta_{\text{лит.}} / E$ – время релаксации среды.

Для принятых нами характеристик литосферы и магматического очага вычисляем:

$P_{\infty} = 1{,}27 \cdot 10^8 \text{Па}$, $\tau_0 = 31{,}7$ года, (80)

давление в очаге для первой эпохи (t = 0 лет)

$P_{\text{очага}}(t = 1) = 0$ Па, (81)

давление в очаге для второй эпохи (t=2 года)

$P_{\text{очага}}(t = 2) = 7{,}78 \cdot 10^6$ Па, (82)

давление в очаге для третьей эпохи (t=4 года)

$P_{\text{очага}}(t = 3) = 1{,}51 \cdot 10^7$ Па. (83)

Давление в шаровом очаге вызывает напряженно-деформированное состояние упругого полупространства. Следствием являются смещения поверхности полупространства по вертикали u_z и в горизонтальной плоскости u_r в цилиндрической системе координат с началом на поверхности (точке O – проекция на поверхность центра сферы) и осью z, проходящей через центр сферы z_0 и направленной вниз (рис. 22).

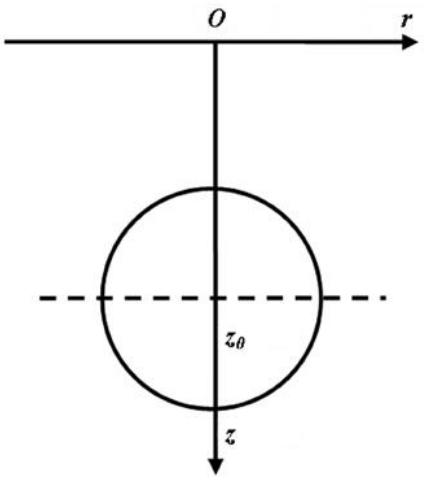


Рис. 22. Схема положения сферы в полупространстве

Для вычисления перемещений на поверхности u_z и u_r используем формулы из работы [226]:

$$u_r = 2P_{\text{очага}} R^3_{\text{очага}} \frac{1-\nu^2}{E} \frac{r}{(r^2+z_0^2)^{3/2}}; \qquad (84)$$

$$u_z = -2P_{\text{очага}} R^3_{\text{очага}} \frac{1-\nu^2}{E} \frac{z_0}{(r^2+z_0^2)^{3/2}}. \qquad (85)$$

Для принятой модели с радиусом очага $R_{\text{очага}} = 2\,500$ м, заглублением центра $z_0 = 5\,000$ м и значениями давления (82) и (83) для 2-й и 3-й эпохи были вычислены модельные u_r и u_z для разных расстояний r с шагом в 1 км (табл. 25).

Таблица 25

Горизонтальные и вертикальные смещения (в м) для разных r

r (км)	Эпоха t = 2 (2 года после 1-й эпохи)		Эпоха t = 3 (4 года после 1-й эпохи)	
	Ur (t = 2)	*Uz* (t = 2)	*Ur* (t = 3)	*Uz* (t = 3)
0	0,000	0,886	0,000	1,717
1	0,167	0,835	0,324	1,619
2	0,284	0,709	0,550	1,374
3	0,335	0,558	0,650	1,083
4	0,337	0,422	0,654	0,818
5	0,313	0,313	0,607	0,607
6	0,279	0,232	0,541	0,450

7	0,243	0,174	0,472	0,337
8	0,211	0,132	0,409	0,256
9	0,183	0,101	0,354	0,197
10	0,158	0,079	0,307	0,154
11	0,138	0,063	0,268	0,122
12	0,121	0,050	0,234	0,098
13	0,107	0,041	0,207	0,079
14	0,094	0,034	0,183	0,065
15	0,084	0,028	0,163	0,054
16	0,075	0,024	0,146	0,046
17	0,068	0,020	0,131	0,039
18	0,061	0,017	0,119	0,033
19	0,055	0,015	0,108	0,028
20	0,051	0,013	0,098	0,024

Тенденции их изменения по мере удаления от кратера иллюстрирует рис. 23. По горизонтальной оси – удаление от кратера r в километрах, по вертикальной оси – модельные u_r и u_z в метрах для 2-й и 3-й эпохи.

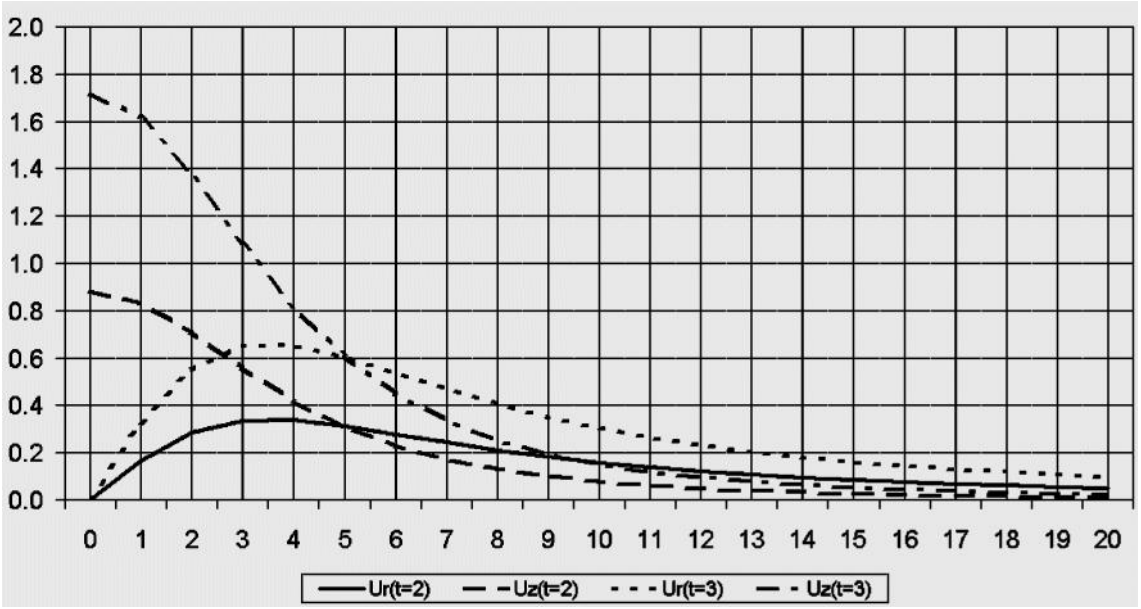


Рис. 23. Зависимости модельных горизонтальных и вертикальных смещений от расстояния до кратера

Обратим внимание, что точка пересечения графиков для u_z и u_r в обеих эпохах соответствует расстоянию $r = 5\,\text{км}$, т. е. принятому нами заглублению центра магматического очага z_0.

В окрестности вулкана была смоделирована геодезическая сеть на основе 10 закрепленных пунктов. Их координаты меняются по мере развития геодинамического процесса – происходят горизонтальные и вертикальные смещения пунктов в соответствии с модельными формулами (84) и (85). Для 10 пунктов смоделированной геодезической сети с заданными на эпоху $t = 1$ координатами в условной топоцентрической пространственной горизонтной геодезической системе координат (табл. 26) после преобразования из цилиндрической (см. рис. 22) получим u_x, u_y, u_H, представленные в табл. 27. Отметка точки *O* на рис. 22 в этой системе выбрана как средняя в вулканической области и равна 1 200 м.

Таблица 26

Пространственные координаты пунктов сети на эпоху $t = 1$

Пункт	*X* (м)	*Y* (м)	*H* (м)	*Z* (м)
*C*1	3 215,338	6 121,663	1 167,543	–32,457
*C*2	3 344,698	15 348,903	1 159,988	–40,012
1	5 312,652	8 014,358	1 180,055	–19,945
2	5 219,147	13 722,68	1 168,332	–31,668
3	6 516,634	11 106,317	1 222,877	22,877
4	8 545,442	7 978,366	1 249,394	49,394
5	8 402,655	11 008,24	1 406,231	206,231
6	8 714,887	13 976,512	1 250,538	50,538
7	11 485,532	8 848,614	1 342,351	142,351
8	11 502,566	13 155,112	1 338,652	138,652

Таблица 27

Теоретические смещения пунктов сети в горизонтной топоцентрической геодезической пространственной системе координат в эпохи $t = 2$ и $t = 3$ (в м)

Пункт	Эпоха $t = 2$ (2 года после 1-й эпохи)			Эпоха $t = 3$ (4 года после 1-й эпохи)		
	u_x	u_y	u_H	u_x	u_y	u_H
*C*1	–0,163	–0,117	0,120	–0,315	–0,227	0,232
*C*2	–0,178	0,116	0,134	–0,345	0,225	0,259
1	–0,248	–0,158	0,265	–0,482	–0,307	0,514
2	–0,258	0,147	0,269	–0,499	0,284	0,522
3	–0,341	0,010	0,489	–0,660	0,020	0,948
4	–0,148	–0,307	0,507	–0,286	–0,594	0,984

5	–0,245	0,001	0,765	–0,474	0,002	1,484
6	–0,134	0,311	0,523	–0,261	0,604	1,014
7	0,183	–0,265	0,616	0,355	–0,514	1,195
8	0,185	0,265	0,614	0,358	0,513	1,191

Обратим внимание на то, что теоретические смещения пунктов между эпохами t = 3 и t = 2 будут меньше, чем между эпохами t = 2 и t = 1, так как прирост давления в очаге $P_{\text{очага}}(t)$ замедляется в соответствии с экспоненциальным законом (78). Это замедление $\psi(t = 2,3)$ для равных интервалов времени 2 года между эпохами t = 3 и t = 2 и эпохами t = 2 и t = 1 вычислим по расчетным значениям $P_{\text{очага}}(t)$ в эпохи t = 1, t = 2 и t = 3 (формулы (81)–(83).

$$\psi(t = 2,3) = \frac{P_{\text{очага}}(t = 3) - P_{\text{очага}}(t = 2)}{P_{\text{очага}}(t = 2) - P_{\text{очага}}(t = 1)} = 0,939\,. \qquad (86)$$

Так как в формулах расчета смещений (84) и (85) $P_{\text{очага}}(t)$ присутствует линейно, то и теоретические смещения u_z и u_r в цилиндрической системе координат между эпохами t = 3 и t = 2 и эпохами t = 2 и t = 1 будут отличаться в том же соотношении $\psi(t = 2,3)$. После перехода к прямоугольной пространственной горизонтной топоцентрической системе координат в таком же соотношении окажутся соответственно значения смещений u_x, u_y, u_H.

С учетом смещений пунктов u_x, u_y, u_H (см. табл. 27) координаты пунктов сети (в м) в эпохи t = 2 и t = 3 будут представлены значениями, помещенными в табл. 28.

При последующем статистическом моделировании геодезических и гравиметрических измерений должно также учитываться меняющееся по мере накопления магмы в очаге локальное гравитационное поле на поверхности, а точнее в пунктах геодезической сети. Воспользуемся подходом, который заключается в использовании понятий аномалиеобразующих тел, масконов и точечных масс при аппроксимации аномального гравитационного поля, уже применяемом в разделе 3. Так же, как и в разделе 3, имеем два маскона – глубинный (верхний

магматический очаг) и поверхностный (конус вулкана). Влияние на ускорение силы тяжести массы Земли в этом районе примем как некоторую константу g_E.

Таблица 28

Пространственные координаты (в м) пунктов сети на эпоху $t = 2$ и $t = 3$

Пункт	Эпоха $t = 2$ (2 года после 1-й эпохи)			Эпоха $t = 3$ (4 года после 1-й эпохи)		
	x	y	H	x	y	H
*C*1	3215,175	6121,546	1167,663	3215,023	6121,436	1167,775
*C*2	3344,520	15349,019	1160,122	3344,353	15349,128	1160,247
1	5312,404	8014,200	1180,320	5312,170	8014,051	1180,569

Окончание табл. 28

Пункт	Эпоха $t = 2$ (2 года после 1-й эпохи)			Эпоха $t = 3$ (4 года после 1-й эпохи)		
	x	y	H	x	y	H
2	5218,889	13722,827	1168,601	5218,648	13722,964	1168,854
3	6516,293	11106,327	1223,366	6515,974	11106,337	1223,825
4	8545,294	7978,059	1219,901	8545,156	7977,772	1220,378
5	8402,410	11008,241	1406,996	8402,181	11008,242	1407,715
6	8714,753	13976,823	1231,061	8714,626	13977,116	1231,552
7	11485,715	8848,349	1392,967	11485,887	8848,100	1393,546
8	11502,751	13155,377	1389,266	11502,924	13155,625	1389,843

Масса поверхностного маскона-конуса не меняется и принята в нашей модели равной

$$M_к = 1{,}55 \cdot 10^8 \text{ т}. \qquad (87)$$

Масса глубинного маскона меняется со временем – увеличивается по мере поступления магмы в очаг. Аномальная масса глубинного маскона при скорости увеличения объема в очаге $v_V = 5 \cdot 10^7 \, \text{м}^3/\text{год}$ и плотности пород (пироксенит, перидотит, дунит) $\delta = 3{,}25 \, \text{г}/\text{см}^3$ согласно [111] для эпохи $t = 2$ составит

$$M_o(t = 2) = 3{,}25 \cdot 10^8 \text{ т} \qquad (88)$$

и для эпохи $t = 3$

$$M_o(t=3) = 6{,}50 \cdot 10^8 \text{ т.} \qquad (89)$$

С учетом влияний массы Земли, конуса вулкана (87) и аномальной массы вулканического очага (88) и (89) для всех пунктов сети были вычислены характеристики гравитационного поля (сила тяжести g, уклонения отвесной линии ξ'', η'' и аномалия высоты ζ) для всех трех эпох. Результаты вычислений представлены в табл. 29.

Таблица 29

Характеристики гравитационного поля на пунктах сети в эпохи $t = 1$, $t = 2$ и $t = 3$

Пункт	Эпоха $t = 1$				Эпоха $t = 2$ (2 года после 1-й эпохи)				Эпоха $t = 3$ (4 года после 1-й эпохи)			
	g (мкГал)	ξ''	η''	ζ (см)	g (мкГал)	ξ''	η''	ζ (см)	g (мкГал)	ξ''	η''	ζ (см)
*C*1	980 500 049,41	0,003	0,002	0,011	980 500 061,14	0,006	0,004	0,011	980 500 072,86	0,009	0,007	0,011
*C*2	980 500 049,30	0,003	–0,002	0,011	980 500 062,37	0,007	–0,004	0,011	980 500 075,44	0,010	–0,007	0,011
1	980 500 048,08	0,006	0,004	0,014	980 500 074,07	0,011	0,007	0,014	980 500 100,05	0,016	0,010	0,014
2	980 500 047,95	0,006	–0,004	0,014	980 500 074,40	0,012	–0,007	0,014	980 500 100,84	0,017	–0,010	0,014
3	980 500 043,28	0,018	–0,001	0,017	980 500 090,95	0,025	–0,001	0,017	980 500 138,62	0,032	–0,001	0,017
4	980 500 043,17	0,008	0,017	0,017	980 500 092,34	0,011	0,024	0,017	980 500 141,50	0,014	0,030	0,017
5	980 500 026,28	0,085	0,000	0,019	980 500 096,20	0,089	0,000	0,019	980 500 166,12	0,094	0,000	0,019
6	980 500 042,48	0,008	–0,019	0,018	980 500 093,15	0,011	–0,025	0,018	980 500 143,81	0,014	–0,031	0,018
7	980 500 040,91	–0,018	0,026	0,018	980 500 099,00	–0,022	0,031	0,018	980 500 157,08	–0,025	0,036	0,018
8	980 500 040,83	–0,018	–0,026	0,018	980 500 098,80	–0,022	–0,031	0,018	980 500 156,77	–0,025	–0,036	0,018

4.2. Система наблюдений за геодинамическим объектом

Следующим этапом вычислительного идентификационного эксперимента было моделирование системы геодезических и гравиметрических наблюдений, необходимой для натурного слежения (мониторинга) горизонтальных и вертикальных движений приповерхностного слоя земной коры вокруг кратера вулкана (точка *V* на рис. 21). Опорной основой системы наблюдений являются заложенные в окрестности вулкана десять геодезических пунктов. На рис. 24 показаны эти пункты модельной геодезической сети с привязкой к реально существующей вулканической области в районе вулкана Святой Елены (США, штат Вашингтон).

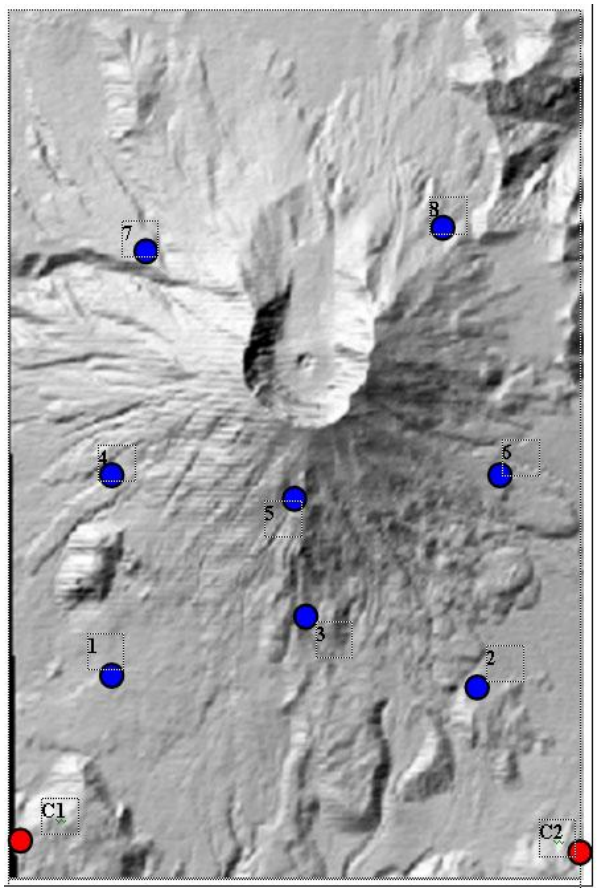


Рис. 24. Сеть геодезических пунктов в вулканической области

Из этих десяти пунктов два (*C*1 и *C*2), как наиболее удаленные от конуса вулкана, приняты условностабильными, но их пространственное положение в идеальном случае должно определяться методами GPS/ГЛОНАСС-наблюдений с привязкой к постоянно действующим пунктам международной

GPS-службы (IGS). Для определения координат мобильных пунктов с номерами 1, 2, …, 8 с привязкой к пунктам *C*1 и *C*2 были организованы высокоточные геодезические наблюдения: GPS-сеть (рис. 25), нивелирная сеть (рис. 26) и линейно-угловая сеть (рис. 27).

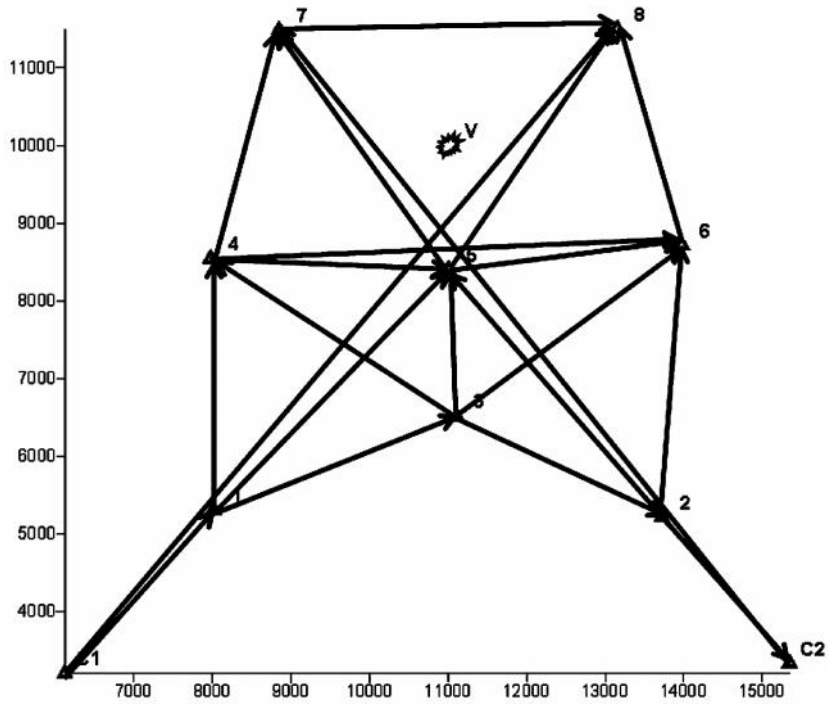


Рис. 25. Схема GPS-сети в вулканической области

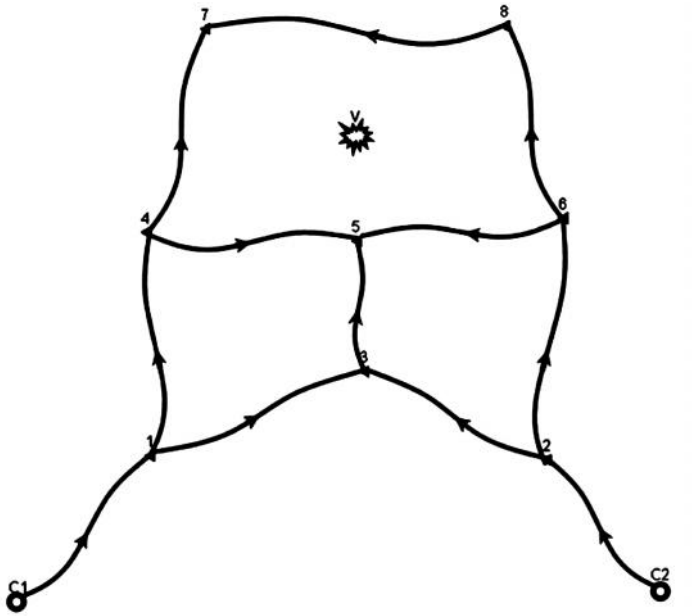


Рис. 26. Схема сети нивелирования в вулканической области

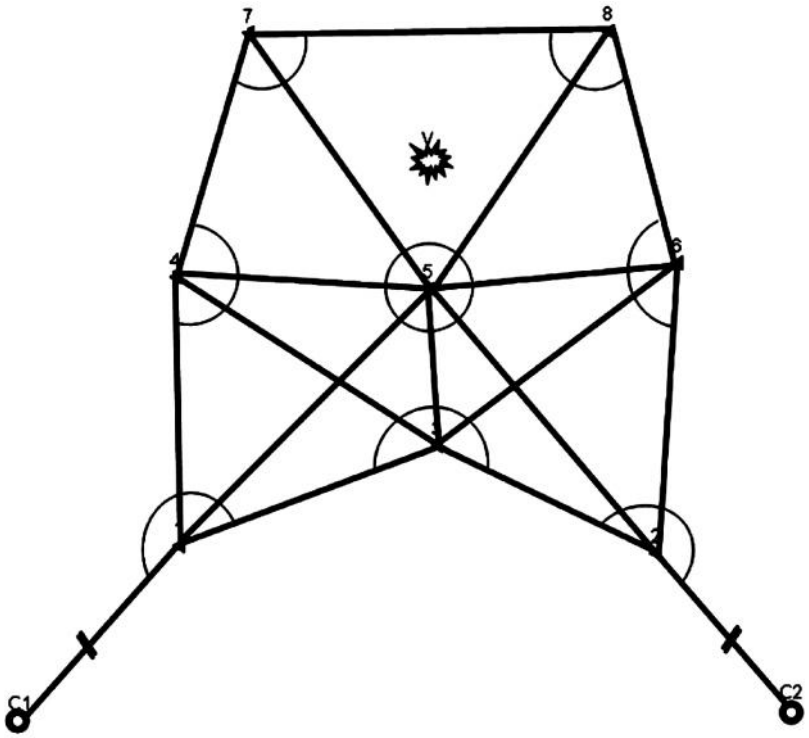


Рис. 27. Схема линейно-угловой сети в вулканической области

Для 1-й эпохи расширенный вектор параметров будет состоять только из координат восьми мобильных пунктов и массы конуса вулкана MK:

$$X_R(t=1) = (X_1, Y_1, H_1, ..., X_8, Y_8, H_8, MK)^T. \qquad (90)$$

Для 2-й, 3-й эпох расширенный вектор параметров будет состоять из характеристик горизонтальных и вертикальных движений этих пунктов, массы конуса вулкана MK и прироста массы вулканического очага

δMO, аппроксимирующего изменение (вариацию) аномального гравитационного поля. Например, если принимается гипотеза равномерного произвольного движения каждого мобильного пункта, то расширенный вектор параметров для 2-й и 3-й эпох будет:

$$X_R(t=2) = X_R(t=3) =$$
$$= (X_1, Y_1, H_1, ..., X_8, Y_8, H_8, MK, u_{X_1}, u_{Y_1}, u_{H_1}, ..., u_{X_8}, u_{Y_8}, u_{H_8}, \delta MO)^T, \qquad (91)$$

где $u_{X_1}, u_{Y_1}, u_{H_1}, ..., u_{X_8}, u_{Y_8}, u_{H_8}$ – горизонтальные и вертикальные смещения мобильных пунктов с номерами 1, 2, …, 8 между соседними эпохами.

Уравнения наблюдений составлялись с учетом входящих в векторы параметров (90) и (91) аномальных масс MK и прироста δMO. В уравнениях для нивелирных превышений h, горизонтальных углов β и измерений силы тяжести g коэффициенты k_h^{MK}, k_β^{MK}, k_g^{MK} перед параметром MK и $k_h^{\delta MO}$, $k_\beta^{\delta MO}$, $k_g^{\delta MO}$ перед параметром δMO необходимы для учета влияния на наблюдения аномальных масс – поверхностного маскона MK, аппроксимирующего конус вулкана и прироста массы шарового глубинного маскона δMO, аппроксимирующего вулканический очаг (см. рис. 24). Примеры формул вычисления коэффициентов для уравнений наблюдений силы тяжести и нивелирных превышений даны в подразделе 3.3 – формулы (70) и (73).

Для вывода формул вычисления коэффициентов k_β^{MK} перед параметром MK и $k_\beta^{\delta MO}$ перед параметром δMO для уравнений наблюдений измеренных горизонтальных углов воспользуемся известными формулами поправок в ориентированное направление [227]. Для небольших расстояний между пунктами (наземная триангуляция) поправка за уклонение отвесной линии вычисляется по формуле:

$$\delta A_{12} = (\eta_1 \cos A_{12} - \xi_1 \sin A_{12})\text{ctg}\ z_{12} - \eta_1 \text{tg} B_1 . \qquad (92)$$

В формуле (92) η_1, ξ_1 – составляющие уклонения отвесной линии в плоскости меридиана и первого вертикала, A_{12}, z_{12} – азимут и зенитное расстояние направления 12, B_1 – геодезическая широта пункта 1.

Для угла β, образованного двумя направлениями: 12 (правое) и 13 (левое) – может быть найдена поправка за уклонение отвесной линии в угол β:

$$v_\beta = \delta A_{12} - \delta A_{13} = (\eta_1 \cos A_{12} - \xi_1 \sin A_{12})\text{ctg}\ z_{12} -$$
$$- (\eta_1 \cos A_{13} - \xi_1 \sin A_{13})\text{ctg}\ z_{13}. \qquad (93)$$

Перегруппируем слагаемые в формуле (93):

$$v_\beta = (\sin A_{12}\text{ctg}\ z_{12} - \sin A_{13}\text{ctg}\ z_{13})\xi_1 -$$
$$- (\cos A_{12}\text{ctg}\ z_{12} - \cos A_{13}\text{ctg}\ z_{13})\eta_1. \qquad (94)$$

Уклонения отвесной линии для нашего объекта возникают в результате влияния массы конуса вулкана *MK* и прироста массы магматической камеры: δMO, например, для пункта 1

$$\xi_1 = -\frac{\Delta g_{1x}}{g_1} = -G\frac{\Delta X_{1S\text{конуса}}}{g_1 r^3_{1S\text{конуса}}} MK - G\frac{\Delta X_{1S\text{камеры}}}{g_1 r^3_{1S\text{камеры}}}\delta MO; \qquad (95)$$

$$\eta_1 = -\frac{\Delta g_{1y}}{g_1} = -G\frac{\Delta Y_{1S\text{конуса}}}{g_1 r^3_{1S\text{конуса}}} MK - G\frac{\Delta Y_{1S\text{камеры}}}{g_1 r^3_{1S\text{камеры}}}\delta MO. \qquad (96)$$

В формулах (95) и (96) G – гравитационная постоянная, Δg_{1x}, Δg_{1y} – составляющие вектора силы тяжести g_1 в пункте 1 по оси X и Y соответственно в прямоугольной пространственной топоцентрической горизонтной системе координат (см. рис. 21). Ось X лежит в плоскости меридиана, ось Y – в плоскости первого вертикала. $\Delta X_{1S\text{конуса}}$, $\Delta Y_{1S\text{конуса}}$ – разность координат X и Y пункта 1 и центра маскона, аппроксимирующего конус вулкана, $\Delta X_{1S\text{камеры}}$, $\Delta Y_{1S\text{камеры}}$ – разность координат X и Y пункта 1 и центра маскона, аппроксимирующего магматический очаг вулкана, $r_{1S\text{конуса}}$, $r_{1S\text{камеры}}$ – расстояния от пункта 1 до центра маскона, аппроксимирующего конус вулкана и центра маскона, аппроксимирующего магматический очаг вулкана.
С учетом формул (95) и (96) формула (94) запишется так:

$$\nu_\beta = -\frac{G}{g_1 r_{1S\text{конуса}}^3}[(\sin A_{12}\operatorname{ctg}\ z_{12} - \sin A_{13}\operatorname{ctg}\ z_{13})\Delta X_{1S\text{конуса}} -$$
$$-(\cos A_{12}\operatorname{ctg}\ z_{12} - \cos A_{13}\operatorname{ctg}\ z_{13})\Delta Y_{1S\text{конуса}}]MK -$$
$$-\frac{G}{g_1 r_{1S\text{камеры}}^3}[(\sin A_{12}\operatorname{ctg}\ z_{12} - \sin A_{13}\operatorname{ctg}\ z_{13})\Delta X_{1S\text{камеры}} -$$
$$-(\cos A_{12}\operatorname{ctg}\ z_{12} - \cos A_{13}\operatorname{ctg}\ z_{13})\Delta Y_{1S\text{камеры}}]\delta MO. \qquad (97)$$

В формуле (97) выражения стоящие перед параметром MK и перед параметром δMO и есть коэффициенты k_β^{MK} и $k_\beta^{\delta MO}$:

$$k_\beta^{MK} = -\frac{G}{g_1 r_{1S\text{конуса}}^3}[(\sin A_{12} ctg\ z_{12} - \sin A_{13}\operatorname{ctg}\ z_{13})\Delta X_{1S\text{конуса}} -$$
$$-(\cos A_{12}\operatorname{ctg}\ z_{12} - \cos A_{13}\operatorname{ctg}\ z_{13})\Delta Y_{1S\text{конуса}}], \qquad (98)$$

$$k_{\beta}^{\delta MO} = -\frac{G}{g_1 r_{1S\text{камеры}}^3}[(\sin A_{12}\operatorname{ctg}\ z_{12} - \sin A_{13}\operatorname{ctg}\ z_{13})\Delta X_{1S\text{камеры}} -$$

$$-(\cos A_{12}\operatorname{ctg}\ z_{12} - \cos A_{13}\operatorname{ctg}\ z_{13})\Delta Y_{1S\text{камеры}}]. \qquad (99)$$

И с учетом формул (98) и (99) уравнение наблюдений горизонтального угла, образованного направлениями 13 и 12, будет

$$\beta(t=2) = \operatorname{arctg}\frac{Y_3(t=2) - Y_1(t=2)}{X_3(t=2) - X_1(t=2)} - \operatorname{arctg}\frac{Y_2(t=2) - Y_1(t=2)}{X_2(t=2) - X_1(t=2)} +$$

$$+ k_{\beta}^{MK}(t=2)MK(t=2) + k_{\beta}^{\delta MO}(t=2)\delta MO(t=2) + \delta_{\beta}\ . \qquad (100)$$

Заметим, что в приводимом вычислительном эксперименте не моделировались измерения зенитных расстояний *z*. Все же выведем соответствующие этому виду наблюдений формулы коэффициентов k_z^{MK} перед параметром *MK* и $k_z^{\delta MO}$ перед параметром δMO.

Поправка δz_{12} за уклонение отвесной линии в зенитное расстояние z_{12} согласно [227] вычисляется так:

$$\delta z_{12} = \xi_1 \cos A_{12} + \eta_1 \sin A_{12}. \qquad (101)$$

С учетом формул (95) и (96) выражение (101) запишется:

$$\delta z_{12} = -\frac{G}{g_1 r_{1S\text{конуса}}^3}(\Delta X_{1S\text{конуса}} \cos A_{12} + \Delta Y_{1S\text{конуса}} \sin A_{12})MK -$$

$$- \frac{G}{g_1 r_{1S\text{камеры}}^3}(\Delta X_{1S\text{камеры}} \cos A_{12} + \Delta Y_{1S\text{камеры}} \sin A_{12})\delta MO. \qquad (102)$$

Таким образом, для зенитного расстояния 12 уравнение наблюдений будет:

$$z(t=2) = \text{arcctg}\frac{Z_2(t=2) - Z_1(t=2)}{\sqrt{(X_2(t=2) - X_1(t=2))^2 + (Y_2(t=2) - Y_1(t=2))^2}} +$$

$$+ k_z^{MK} MK(t=2) + k_z^{\delta MO}\delta MO(t=2) + \delta_z, \qquad (103)$$

где коэффициенты k_z^{MK} перед параметром MK и $k_z^{\delta MO}$ перед параметром δMO вычисляются по формулам:

$$k_z^{MK} = -\frac{G}{g_1 r_{1S\text{конуса}}^3}(\Delta X_{1S\text{конуса}} \cos A_{12} + \Delta Y_{1S\text{конуса}} \sin A_{12}); \qquad (104)$$

$$k_z^{\delta MO} = -\frac{G}{g_1 r_{1S\text{камеры}}^3}(\Delta X_{1S\text{камеры}} \cos A_{12} + \Delta Y_{1S\text{камеры}} \sin A_{12}). \qquad (105)$$

Общий перечень систем наблюдений будет следующим. Уравнения наблюдений h на пунктах сети в эпоху t = 1 для вектора параметров (90) будут:

$$h_1(t=1) = H_1(t=1) - H_{C1}(t=1) + k_{h_1}^{MK}(t=1)MK(t=1) + \delta_{h_1};$$

$$h_2(t=1) = H_2(t=1) - H_{C2}(t=1) + k_{h_2}^{MK}(t=1)MK(t=1) + \delta_{h_2};$$

(106)

…

$$h_{12}(t=1) = H_8(t=1) - H_7(t=1) + k_{h_{12}}^{MK}(t=1)MK(t=1) + \delta_{h_{12}}.$$

Уравнения наблюдений горизонтальных углов на пунктах сети в эпоху t = 1 (всего 27 углов):

$$\beta_1(t=1) = \operatorname{arctg}\frac{Y_4(t=1) - Y(t=1)_1}{X_4(t=1) - X_1(t=1)} - \operatorname{arctg}\frac{Y_{C1}(t=1) - Y_1(t=1)}{X_{C1}(t=1) - X_1(t=1)} + k_{\beta_1}^{MK}(t=1)MK(t=1) + \delta_{\beta_1};$$

$$\beta_2(t=1) = \operatorname{arctg}\frac{Y_5(t=1) - Y_4(t=1)}{X_5(t=1) - X_4(t=1)} - \operatorname{arctg}\frac{Y(t=1)_1 - Y_4(t=1)}{X_1(t=1) - X_4(t=1)} +$$

$$+ k_{\beta_2}^{MK}(t=1)MK(t=1) + \delta_{\beta_2};$$

(107)

…

$$\beta_{27}(t=1) = \operatorname{arctg}\frac{Y_7(t=1) - Y_5(t=1)}{X_7(t=1) - X_5(t=1)} - \operatorname{arctg}\frac{Y_8(t=1) - Y_5(t=1)}{X_8(t=1) - X_5(t=1)} + k_{\beta_{27}}^{MK}(t=1)MK(t=1) + \delta_{\beta_{27}}.$$

Уравнения наблюдений светодальномерных дальностей в эпоху t = 1:

$$s_1(t=1) = \sqrt{(X_1(t=1) - X_{C1}(t=1))^2 + (Y_1(t=1) - Y_{C1}(t=1))^2 + (Z_1(t=1) - Z_{C1}(t=1))^2} + \delta_{s_1};$$

$$s_2(t=1) = \sqrt{(X_2(t=1) - X_{C2}(t=1))^2 + (Y_2(t=1) - Y_{C2}(t=1))^2 + (Z_2(t=1) - Z_{C2}(t=1))^2} + \delta_{s_2}.$$

Уравнения наблюдений GPS-векторов в эпоху $t = 1$:

$$b_1(t=1) = \begin{vmatrix} X_1(t=1) - X_{C1}(t=1) + \delta_{bx_1} \\ Y_1(t=1) - Y_{C1}(t=1) + \delta_{by_1} \\ Z_1(t=1) - Z_{C1}(t=1) + \delta_{bz_1} \end{vmatrix};$$

$$b_2(t=1) = \begin{vmatrix} X_4(t=1) - X_1(t=1) + \delta_{bx_2} \\ Y_4(t=1) - Y_1(t=1) + \delta_{by_2} \\ Z_4(t=1) - Z_1(t=1) + \delta_{bz_2} \end{vmatrix}; \qquad (109)$$

…

$$b_{21}(t=1) = \begin{vmatrix} X_6(t=1) - X_4(t=1) + \delta_{bx_{21}} \\ Y_6(t=1) - Y_4(t=1) + \delta_{by_{21}} \\ Z_6(t=1) - Z_4(t=1) + \delta_{bz_{21}} \end{vmatrix}.$$

Уравнения наблюдений g на пунктах сети в эпоху $t = 1$:

$$g_{C1}(t=1) = g_E + k_{g_{C1}}^{MK}(t=1)MK(t=1) + \delta_{g_{C1}};$$

$$g_{C2}(t=1) = g_E + k_{g_{C2}}^{MK}(t=1)MK(t=1) + \delta_{g_{C2}}; \qquad (110)$$

…

$$g_8(t=1) = g_E + k_{g_8}^{MK}(t=1)MK(t=1) + \delta_{g_8}.$$

Таким образом, система наблюдений в каждую эпоху включает:
- 12 нивелирных превышений;
- 27 горизонтальных углов;
- 2 светодальномерных дальности;
- 10 наблюдений абсолютных значений ускорений силы тяжести;
- 21 GPS-вектор (ΔX, ΔY, ΔZ).

Общее количество измерений в каждую эпоху – 114 (с учетом трех компонент каждого GPS-вектора).

Для 2-й $(t=2)$ и 3-й $(t=3)$ эпох наблюдений уравнения будут аналогичны, но для измеренных нивелирных превышений, горизонтальных углов и абсолютных значений силы тяжести в уравнениях будут присутствовать дополнительные слагаемые. Тем самым будет учтено влияние на результаты измерений прироста массы вулканического очага δMO.

Например, для превышения $h_1(t=2)$ уравнение будет выглядеть следующим образом:

$$h_1(t=2) = H_1(t=2) - H_{C1} + k_{h_1}^{MK}(t=2)MK(t=2) + k_{h_1}^{\delta MO}(t=2)\delta MO(t=2) + \delta_{h_1}. \quad (111)$$

Для горизонтального угла $\beta_1(t=2)$ –

$$\beta_1(t=2) = \operatorname{arctg}\frac{Y_4(t=2) - Y_1(t=2)}{X_4(t=2) - X_1(t=2)} - \operatorname{arctg}\frac{Y_{C1}(t=2) - Y_1(t=2)}{X_{C1}(t=2) - X_1(t=2)} +$$
$$+ k_{\beta_1}^{MK}(t=2)MK(t=2) + k_{\beta_1}^{\delta MO}(t=2)\delta MO(t=2) + \delta_{\beta_1}. \quad (112)$$

Для абсолютного значения силы тяжести $g_{C1}(t=2)$ –

$$g_{C1}(t=2) = g_E + k_{g_{C1}}^{MK}(t=2)MK(t=2) + k_{g_{C1}}^{\delta MO}(t=2)\delta MO(t=2) + \delta_{g_{C1}}. \quad (113)$$

Были получены модельные (безошибочные) значения для всех геодезических и геофизических наблюдений. Для этого использовались модельные значения координат пунктов сети и модельные значения массы конуса вулкана и прироста массы вулканического очага. Затем в безошибочные значения вводились сгенерированные на компьютере псевдослучайные ошибки наблюдений как подчиняющиеся нормальному закону распределения с учетом следующей точности наблюдений:

– нивелирные превышения – $0{,}5$ мм$\sqrt{L}$;

– горизонтальные углы – $0{,}25''$;

– светодальномерные дальности – 2 мм;

– GPS-наблюдения – 4 мм для ΔX и ΔY, 7 мм – тдля ΔZ;

– абсолютные значения силы тяжести – 5 мкГал.

Ряды сгенерированных псевдослучайных нормальнораспределенных чисел проверялись на соответствие нормальному закону распределения с использованием пакета прикладных программ *Matrixer*. Приведем результаты моделирования геодезических и гравиметрических наблюдений за горизонтальными и вертикальными движениями и гравитационным полем в вулканической области готовящегося извержения для всех трех эпох с уже введенными псевдослучайными ошибками (табл. 30–34).

Таблица 30

Модельные превышения между пунктами сети для трех эпох наблюдений и длины ходов нивелирования

Ход	Длина (м)	h_{ij} (t = 1) (мм)	h_{ij} (t = 2) (мм)	h_{ij} (t = 3) (мм)
*C*1-1	2 825,1	12 513,06	12 658,44	12 793,84
*C*2-2	2 481,6	8 343,79	8 479,86	8 607,37
1-3	3 318,1	42 820,73	43 046,46	43 255,21
2-3	2 920,4	54 544,21	54 764,27	54 970,54
1-4	3 233,0	39 338,06	39 581,80	39 808,76
3-5	1 888,6	183 353,81	183 632,42	183 890,74
2-6	3 504,9	62 206,52	62 459,88	62 698,23
4-5	3 033,2	186 836,91	187 096,13	187 338,05
6-5	2 984,6	175 693,04	175 936,09	176 163,46
4-7	3 066,2	172 957,25	173 066,16	173 168,39
6-8	2 906,2	158 113,48	158 204,90	158 290,94
8-7	4 306,5	3 699,07	3 702,56	3 690,69

Таблица 31

Модельные значения горизонтальных углов для трех эпох наблюдений

Номер угла	Эпоха t = 1			Эпоха t = 2			Эпоха t = 3		
	градусы	минуты	секунды	градусы	минуты	секунды	градусы	минуты	секунды
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	137	17	52,21	137	17	40,75	137	17	30,32
2	44	43	57,72	44	44	12,64	44	44	26,56

Окончание табл. 31

Номер угла	Эпоха t = 1			Эпоха t = 2			Эпоха t = 3		
	градусы	минуты	секунды	градусы	минуты	секунды	градусы	минуты	секунды
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	24	37	47,04	24	37	50,44	24	37	54,41
4	54	14	35,45	54	14	25,69	54	14	16,61
5	54	3	19,83	54	3	19,73	54	3	20,13

6	55	31	43,19	55	31	44,80	55	31	46,25
7	63	49	31,71	63	49	21,07	63	49	11,18
8	23	10	11,37	23	10	16,10	23	10	20,23
9	44	36	20,93	44	36	35,73	44	36	48,79
10	134	54	10,34	134	53	59,11	134	53	47,49
11	76	12	35,13	76	12	44,12	76	12	52,85
12	30	16	10,69	30	16	3,37	30	15	58,09
13	56	23	40,50	56	23	30,73	56	23	22,49
14	52	17	22,92	52	17	18,68	52	17	15,24
15	69	43	1,32	69	42	58,34	69	42	55,31
16	49	17	24,70	49	17	21,29	49	17	17,49
17	55	33	7,50	55	33	8,01	55	33	7,75
18	37	28	33,36	37	28	38,09	37	28	42,70
19	47	4	17,97	47	4	23,88	47	4	28,91
20	48	36	11,44	48	36	12,10	48	36	12,29
21	48	23	55,68	48	23	47,58	48	23	40,10
22	31	26	35,64	31	26	29,57	31	26	23,63
23	79	35	13,28	79	35	22,12	79	35	29,79
24	55	12	52,77	55	12	53,22	55	12	55,21
25	51	30	2,08	51	29	56,74	51	29	52,37
26	51	7	21,35	51	7	16,71	51	7	12,62
27	55	4	6,52	55	4	7,64	55	4	9,66

Таблица 32

Модельные значения светодальномерных дальностей (м)
для трех эпох наблюдений

Номер линии	Линия	Эпоха t = 1	Эпоха t = 2	Эпоха t = 3
1	*C*1-1	2 825,0973	2 825,0057	2 824,9182
2	*C*2-2	2 481,5762	2 481,4981	2 481,4228

Таблица 33

Модельные значения GPS-наблюдений для трех эпох наблюдений

Эпоха t = 1				
Номер линии	Линия	ΔX (м)	ΔY (м)	ΔZ (м)
1	2	3	4	5
1	*C*1-1	2 097,313 8	1 892,689 2	12,510 0
2	1-4	3 232,788 4	–35,989 7	39,322 6
3	1-5	3 090,001 1	2 993,888 9	226,167 9
4	1-3	1 203,979 9	3 091,957 9	42,823 9
5	3-4	2 028,805 9	–3 127,954 1	–3,481 3
6	3-5	1 886,020 3	–98,080 6	183,363 1
7	3-6	2 198,246 7	2 870,197 5	7,652 8
8	3-2	–1 297,491 4	2 616,358 6	–54,554 3
9	2-5	3 183,508 5	–2 714,440 3	237,905 5
10	2-6	3 495,740 1	253,836 0	62,204 7
11	2-*C*2	–1 874,452 8	1 626,216 2	–8,333 2
12	4-7	2 940,089 3	870,246 9	172,965 9
13	4-5	–142,782 7	3 029,867 9	186,837 4
14	5-7	3 082,877 9	–2 159,633 0	–13,883 9
15	5-8	3 099,915 0	2 146,874 8	–17,577 6

16	5-6	312,233 2	2 968,271 2	–175,695 8
17	6-8	2 787,679 3	–821,398 8	158,118 4
18	7-8	17,041 3	4 306,498 6	–3,701 9
19	*C*1-8	8 287,225 1	7 033,448 5	221,099 7
20	*C*2-7	8 140,833 8	–6 500,284 0	232,371 3
21	4-6	169,440 5	5 998,142 3	11,152 1
Эпоха t = 2				
Номер линии	Линия	ΔX (м)	ΔY (м)	ΔZ (м)
1	*C*1-1	2 097,223 2	1 892,656 9	12,657 9
2	1-4	3 232,886 2	–36,138 4	39,581 5
3	1-5	3 090,001 7	2 994,040 4	226,677 4
4	1-3	1 203,892 6	3 092,127 6	43,046 8
5	3-4	2 029,001 4	–3 128,262 9	–3,465 6
6	3-5	1 886,124 3	–98,092 3	183,640 1
7	3-6	2 198,453 0	2 870,495 7	7,684 9
8	3-2	–1 297,404 3	2 616,500 7	–54,764 7
9	2-5	3 183,522 2	–2 714,577 9	238,394 2
10	2-6	3 495,859 2	254,001 7	62,446 1
11	2-*C*2	–1 874,373 1	1 626,191 8	–8,475 9
12	4-7	2 940,428 1	870,296 0	173,067 2
13	4-5	–142,883 4	3 030,181 9	187,088 9
14	5-7	3 083,296 5	–2 159,891 7	–14,026 0

Окончание табл. 33

Эпоха t = 2				
Номер линии	Линия	ΔX (м)	ΔY (м)	ΔZ (м)
15	5-8	3 100,345 3	2 147,134 4	–17,732 5
16	5-6	312,344 7	2 968,574 5	–175,938 1
17	6-8	2 788,006 4	–821,443 6	158,209 8

18	7-8	17,029 8	4 307,022 2	–3,701 6
19	*C*1-8	8 287,572 6	7 033,831 3	221,589 1
20	*C*2-7	8 141,195 2	–6 500,672 8	232,849 7
21	4-6	169,460 6	5 998,766 9	11,167 4
Эпоха t = 3				
Номер линии	Линия	ΔX (м)	ΔY (м)	ΔZ (м)
1	*C*1-1	2 097,146 3	1 892,628 1	12,798 0
2	1-4	3 232,990 0	–36,282 0	39,814 2
3	1-5	3 090,006 4	2 994,200 3	227,149 3
4	1-3	1 203,801 3	3 092,285 0	43,260 5
5	3-4	2 029,180 9	–3 128,569 7	–3,438 6
6	3-5	1 886,211 9	–98,089 8	183,886 9
7	3-6	2 198,652 9	2 870,772 7	7,728 5
8	3-2	–1 297,334 4	2 616,630 6	–54,970 4
9	2-5	3 183,530 9	–2 714,723 9	238,851 8
10	2-6	3 495,984 2	254,147 7	62,707 3
11	2-*C*2	–1 874,300 4	1 626,160 0	–8,607 2
12	4-7	2 940,729 6	870,328 3	173,159 6
13	4-5	–142,976 0	3 030,470 9	187,334 6
14	5-7	3 083,708 9	–2 160,146 1	–14,165 2
15	5-8	3 100,743 4	2 147,379 7	–17,869 3
16	5-6	312,441 1	2 968,870 2	–176,142 6
17	6-8	2 788,297 6	–821,489 5	158,283 0
18	7-8	17,042 7	4 307,526 6	–3,701 8
19	*C*1-8	8 287,903 1	7 034,189 8	222,075 4
20	*C*2-7	8 141,532 0	–6 501,021 5	233,300 9
21	4-6	169,473 7	5 999,345 3	11,175 4

Таблица 34

Модельные значения наблюдений абсолютных значений силы тяжести для трех эпох наблюдений (мкГал)

Пункт	Эпоха $t = 1$	Эпоха $t = 2$	Эпоха $t = 3$
*C*1	980 500 043,6	980 500 057,3	980 500 062,6
*C*2	980 500 054,7	980 500 060,5	980 500 073,9
1	980 500 048,1	980 500 067,1	980 500 100,6

Окончание табл. 34

Пункт	Эпоха $t = 1$	Эпоха $t = 2$	Эпоха $t = 3$
2	980 500 062,3	980 500 077,7	980 500 095,6
3	980 500 046,2	980 500 085,0	980 500 133,4
4	980 500 041,9	980 500 094,0	980 500 138,9
5	980 500 017,3	980 500 092,3	980 500 171,1
6	980 500 044,7	980 500 094,3	980 500 140,9
7	980 500 041,2	980 500 096,2	980 500 155,7
8	980 500 045,2	980 500 101,8	980 500 151,2

4.3. Комплексная математическая обработка и интерпретация геодезических и гравиметрических наблюдений за динамикой земной поверхности и гравитационного поля в вулканической области

Следующим этапом вычислительного идентификационного эксперимента являлась совместная математическая обработка смоделированных пространственно-временных рядов разнородных комплексных геодезических и геофизических наблюдений. Математическая обработка выполнялась с использованием алгоритма рекуррентного фильтра Калмана – Бьюси аналогично тому, как это описано в работах [216, 217].
Для 1-й эпохи расширенный вектор параметров имеет вид выражения (90), а для 2-й и 3-й – выражения (91).

Матрица $A(t)$ коэффициентов уравнений наблюдений формируется известным образом: каждое измерение $y_i(t)$ выражается как функция от параметров $X_R(t)$. Частные производные этих функций будут коэффициентами матрицы $A(t)$. Уравнения наблюдений для задействованных в нашем эксперименте видов даны выше. В уравнениях нивелирных превышений, горизонтальных углов и абсолютных значений силы тяжести присутствуют слагаемые, учитывающие влияние аномальных масс *МК* и δ*МО*. Коэффициенты k_h^{MK}, k_β^{MK}, k_g^{MK} перед параметром *МК* и $k_h^{\delta MO}$, $k_\beta^{\delta MO}$, $k_g^{\delta MO}$ перед параметром δ*МО* вычисляются по известным координатам пунктов геодезической сети и приближенным координатам центра шарового поверхностного маскона, аппроксимирующего конус вулкана, и шарового глубинного маскона, аппроксимирующего вулканический очаг (см. рис. 24). Для вычисления коэффициентов используются формулы (70), (73), (98), (99).

Приближенные значения параметров вектора (90) первой эпохи определялись по компонентам GPS-векторов *С*1-1, 1-4, 1-5, 1-3, 2-6, 2-*С*2, *С*1-8, *С*2-7 и абсолютному значению силы тяжести в пункте 5 сети, измеренных в 1-ю эпоху. Полученные значения представлены в табл. 35.

Таблица 35

Приближенные значения параметров для первой эпохи

Номер пункта	*X* (м)	*Y* (м)	*H* (м)
*С*1	3 215,338	6 121,663	1 167,543
*С*2	3 344,698	15 348,903	1 159,988
1	5 312,652	8 014,352	1 180,053
2	5 219,151	13 722,687	1 168,321
3	6 516,632	11 106,310	1 222,877
4	8 545,440	7 978,363	1 219,376

5	8 402,653	11 008,241	1 406,221
6	8 714,891	13 976,523	1 230,526
7	11 485,532	8 848,619	1 392,359
8	11 502,563	13 155,111	1 388,643
МК	$21{,}44 \cdot 10^7$ тонн		

После обработки по алгоритму фильтра Калмана – Бьюси всех оставшихся (избыточных) измерений 1-й эпохи получены следующие оценки параметров и средние квадратические погрешности (СКП) их определения (табл. 36).

Таблица 36

Оценки параметров и СКП их определения для 1-й эпохи

Номер пункта	Параметр	Оценка параметра (мм)	СКП
1	*X* (м)	5 312 651,7	6,77 мм
	Y (м)	8 014 357,3	6,16 мм
	H (м)	1 180 057,7	4,17 мм
2	*X* (м)	5 219 144,1	5,66 мм
	Y (м)	13 722 681,3	5,00 мм
	H (м)	1 168 329,0	4,20 мм

Окончание табл. 36

Номер пункта	Параметр	Оценка параметра (мм)	СКП
3	*X* (м)	6 516 634,9	5,68 мм
	Y (м)	11 106 321,8	5,02 мм
	H (м)	1 222 880,2	4,21 мм
4	*X* (м)	8 545 439,9	5,69 мм
	Y (м)	7 978 370,4	5,04 мм
	H (м)	1 219 394,8	4,21 мм

5	*X* (м)	8 402 653,1	5,68 мм
	Y (м)	11 008 242,0	5,02 мм
	H (м)	1 406 237,3	4,21 мм
6	*X* (м)	8 714 884,0	5,70 мм
	Y (м)	13 976 514,8	5,04 мм
	H (м)	1 230 540,3	4,21 мм
7	*X* (м)	11 485 528,7	5,70 мм
	Y (м)	8 848 614,4	5,04 мм
	H (м)	1 392 358,0	4,22 мм
8	*X* (м)	11 502 567,1	5,70 мм
	Y (м)	13 155 115,3	5,05 мм
	H (м)	1 388 658,1	4,23 мм
	МК	$15{,}037 \cdot 10^7$ т	$0{,}61 \cdot 10^7$ т

При обработке наблюдений 2-й эпохи в качестве начальных оценок $X_1, Y_1, H_1, ..., X_8, Y_8, H_8, MK$ и их ковариаций мы использовали оценки и ковариации, полученные при обработке наблюдений 1-й эпохи. Начальные оценки горизонтальных и вертикальных смещений пунктов сети $u_{X_1}, u_{Y_1}, u_{H_1}, ..., u_{X_8}, u_{Y_8}, u_{H_8}$, а также прирост массы магматического очага δMO были найдены по компонентам GPS-векторов *C*1-1, 1-4, 1-5, 1-3, 2-6, 2-*C*2, *C*1-8, *C*2-7 и абсолютному значению силы тяжести в пункте 5 сети, измеренным во 2-й эпохе. Результаты обработки по алгоритму фильтра Калмана – Бьюси представлены в табл. 37.

Таблица 37

Оценки параметров и их СКП для 2-й эпохи

Номер пункта	Параметр	Оценка параметра (мм)	СКП
1	2	3	4
1	*X* (м)	5 312 400,4	2,85
	Y (м)	8 014 201,5	2,61

	H (м)	1 180 318,5	1,48

Продолжение табл. 37

Номер пункта	Параметр	Оценка параметра (мм)	СКП
1	2	3	4
2	X (м)	5 218 889,5	2,40
	Y (м)	13 722 825,6	2,13
	H (м)	1 168 598,8	1,42
3	X (м)	6 516 290,5	2,40
	Y (м)	11 106 328,5	2,14
	H (м)	1 223 364,6	1,42
4	X (м)	8 545 287,7	2,41
	Y (м)	7 978 061,5	2,15
	H (м)	1 219 899,1	1,42
5	X (м)	8 402 405,9	2,39
	Y (м)	11 008 243,2	2,13
	H (м)	1 406 995,5	1,41
6	X (м)	8 714 749,6	2,41
	Y (м)	13 976 824,8	2,15
	H (м)	1 231 050,7	1,43
7	X (м)	11 485 715,1	2,41
	Y (м)	8 848 350,9	2,15
	H (м)	1 392 968,0	1,42
8	X (м)	11 502 749,9	2,41
	Y (м)	13 155 377,3	2,15
	H (м)	1 389 258,7	1,42
	МК	15,034 · 107 т	$0{,}038 \cdot 10^7$ т
1	u_X (м)	–251,3	2,73
	u_Y (м)	–155,8	2,48
	u_H (м)	260,8	1,41
2	u_X (м)	–254,6	2,28

	u_Y (м)	144,3	2,00
	u_H (м)	269,9	1,35
3	u_X (м)	–344,3	2,28
	u_Y (м)	6,7	2,01
	u_H (м)	484,3	1,36
4	u_X (м)	–152,1	2,29
	u_Y (м)	–308,9	2,01
	u_H (м)	504,3	1,36
5	u_X (м)	–247,2	2,28
	u_Y (м)	1,2	2,01
	u_H (м)	758,2	1,35
6	u_X (м)	–134,4	2,29
	u_Y (м)	310,0	2,02
	u_H (м)	510,4	1,36
7	u_X (м)	186,4	2,29
	u_Y (м)	–263,4	2,02

Окончание табл. 37

Номер пункта	Параметр	Оценка параметра (мм)	СКП
1	2	3	4
	u_H (м)	610,0	1,36
8	u_X (м)	182,8	2,29
	u_Y (м)	262,1	2,02
	u_H (м)	600,6	1,36
	δМО	$30{,}704 \cdot 10^7$ т	$0{,}005 \cdot 10^7$ т

Зависимость массы магматического очага от времени для небольшого интервала (годы) вполне можно считать линейной. В нашем случае в 3-ю эпоху произойдет удвоение по сравнению со второй эпохой избыточной массы. Прирост давления со временем будет уменьшаться. Соответственно, зависимости движения пунктов сети от времени также не будут линейными. Это обстоятельство было учтено при

формировании $\Phi(3, 2)$ – переходной матрицы, показывающей закономерность изменений значений параметров от эпохи $t = 2$ к эпохе $t = 3$.

Таким образом, нужно было по результатам геодезических наблюдений приближенно установить соотношение между величинами смещений в разные эпохи. Воспользуемся для этого результатами наблюдений GPS-сети.

Компоненты ΔX, ΔY, ΔZ GPS-векторов от эпохи к эпохе увеличивались. За время между 2-й и 3-й эпохами это увеличение составило в среднем 0,94 от увеличения между 1-й и 2-й эпохами. Обращаем внимание на соответствие этого значения модельной величине $\psi(t = 2, 3)$ в формуле (86).

С учетом этого, была получена следующая переходная матрица:

$$\Phi(3, 2) = \begin{pmatrix} & & . & & & & \\ E & & . & 0 & & & \\ 25\times 25 & & . & 25\times 25 & & & \\ . & . & . & . & . & . & . \\ & & . & 0{,}94 & 0 & ... & 0 \\ E & & . & 0 & 0{,}94 & ... & 0 \\ 25\times 25 & & . & ... & ... & ... & 0 \\ & & . & 0 & 0 & ... & 2 \end{pmatrix}. \qquad (114)$$

С учетом сформированной переходной матрицы $\Phi(3, 2)$ по алгоритму фильтра Калмана – Бьюси получаем оценки параметров и их ошибки для 3-й эпохи (табл. 38).

Таблица 38

Оценки параметров и их СКП для эпохи 3

Номер пункта	Параметр	Оценка параметра (мм)	СКП (мм)
1	2	3	4
1	*X* (м)	5 312 163,4	2,41
	Y (м)	8 014 054,5	2,38
	H (м)	1 180 573,5	1,42
2	*X* (м)	5 218 645,1	2,33
	Y (м)	13 722 973,8	2,29
	H (м)	1 168 854,9	1,37
3	*X* (м)	6 515 964,8	2,40
	Y (м)	11 106 341,8	2,38
	H (м)	1 223 831,9	1,39
4	*X* (м)	8 545 148,6	2,40
	Y (м)	7 977 768,6	2,38
	H (м)	1 220 387,9	1,39
5	*X* (м)	8 402 171,8	2,23
	Y (м)	11 008 249,6	2,21
	H (м)	1 407 725,1	1,29
6	*X* (м)	8 714 625,1	2,41
	Y (м)	13 977 127,9	2,39
	H (м)	1 231 554,9	1,39
7	*X* (м)	11 485 893,4	2,30
	Y (м)	8 848 098,4	2,29
	H (м)	1 393 554,3	1,32
8	*X* (м)	11 502 929,5	2,30
	Y (м)	13 155 634,5	2,29
	H (м)	1 389 844,3	1,32

	МК	14,996	$0{,}096 \cdot 10^7$ т
1	u_X (м)	–232,1	1,42
	u_Y (м)	–142,8	1,38
	u_H (м)	243,7	0,90

Окончание табл. 38

Номер пункта	Параметр	Оценка параметра (мм)	СКП (мм)
1	2	3	4
2	u_X (м)	–234,4	1,28
	u_Y (м)	138,2	1,24
	u_H (м)	246,2	0,80
3	u_X (м)	–317,4	1,30
	u_Y (м)	9,6	1,26
	u_H (м)	448,7	0,80
4	u_X (м)	–139,8	1,30
	u_Y (м)	–283,8	1,27
	u_H (м)	468,0	0,80
5	u_X (м)	–230,2	1,25
	u_Y (м)	3,3	1,22
	u_H (м)	702,4	0,77
6	u_X (м)	–121,8	1,31
	u_Y (м)	291,4	1,28
	u_H (м)	472,7	0,80
7	u_X (м)	173,1	1,29
	u_Y (м)	–245,4	1,26
	u_H (м)	564,8	0,78

8	u_X (м)	170,5	1,29
	u_Y (м)	245,3	1,26
	u_H (м)	554,9	0,78
	δМО	$61{,}381 \cdot 10^7$ т	$0{,}015 \cdot 10^7$ т

Таким образом, в результате вычислительного эксперимента была получена модель динамики земной поверхности и гравитационного поля в вулканической области. Результатом совместной математической обработки и интерпретации смоделированных пространственно-временных рядов комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений явились оценки координат мобильных пунктов, оценки горизонтальных и вертикальных смещений этих пунктов, оценки масс конуса вулкана и оценки прироста массы магматического очага. Совместная обработка геодезических и гравиметрических наблюдений позволила при адекватной модели закономерностей движений земной поверхности и изменений масс глубинного маскона (верхний магматический очаг вулкана) достичь высокой точности оценивания.

Вулканическая область с аномальными массами и движениями земной поверхности – не единственный геодинамический объект, к исследованию которого применима описанная технология математической обработки. Подобными объектами могут быть геодинамические объекты различных масштабов (глобальные, региональные, локальные), как природные, так и техногенные (плотины ГЭС, шахты, рудники, месторождения нефти и газа, высотные сооружения и здания).

4.4. Расчет характеристик напряженно-деформированного состояния приповерхностного слоя земной коры вокруг кратера вулкана

Выше описан вычислительный эксперимент по изучению вертикальных, горизонтальных движений земной поверхности и изменений аномальных масс в вулканической области по комплексным геодезическим и гравиметрическим наблюдениям. Оценки движений могут быть использованы для определения характеристик полей напряжений и деформаций приповерхностного слоя земной коры вокруг кратера вулкана, которые помогут уяснить ход подготовки вулканического извержения.

Для описания НДС вулканической области (см. рис. 21) воспользуемся известной моделью шарового очага в упругом полупространстве [226] (см. рис. 22). Давление в шаровом очаге вызывает напряженно-деформированное состояние упругого полупространства. Следствием являются смещения поверхности полупространства по вертикали u_z и в горизонтальной плоскости u_r в цилиндрической системе координат с началом на поверхности (точка O – проекция на поверхность центра сферы) и осью z, проходящей через центр сферы z_0 и направленной вниз (см. рис. 22).

Смещения пунктов сети наблюдений (рис. 28) в горизонтальной плоскости u_r и по вертикали u_z найдем по оценкам смещений u_X, u_Y, u_H пунктов в прямоугольной пространственной горизонтной топоцентрической системе координат, полученных в результате вычислительного эксперимента, описанного в подразделе 4.3 (табл. 36–38). Их значения за время между 1-й и 2-й эпохой и 1-й и 3-й эпохой, а также расстояние r от центра кратера V до пунктов геодезической сети представлены в табл. 39.

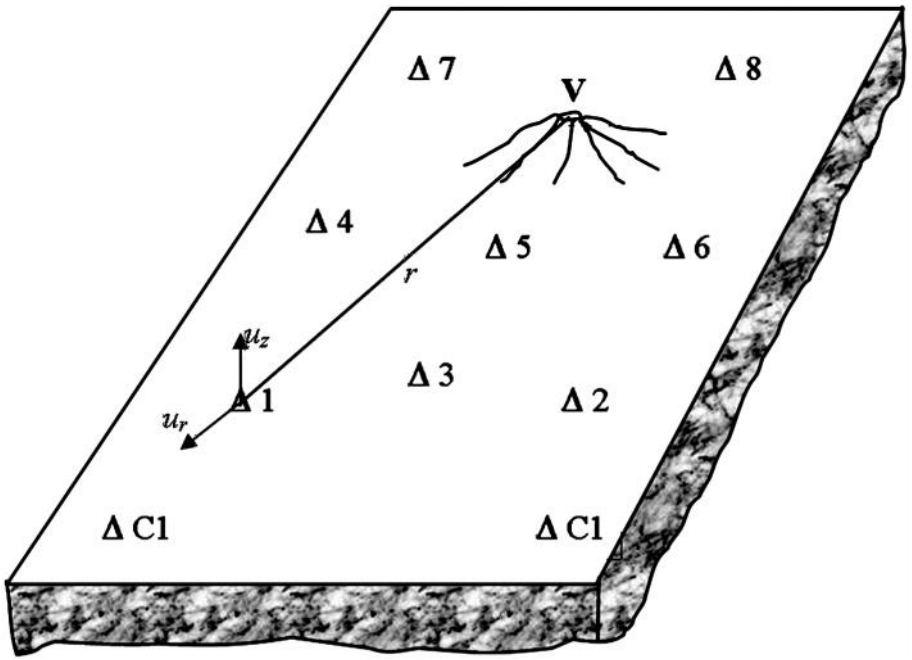


Рис. 28. Пункты сети наблюдений в вулканической области

Таблица 39

Радиальные смещения u_r и поднятия u_z, полученные в результате математической обработки наблюдений

Пункт сети	r (м)	Эпоха $t = 2$ (2 года после 1-й эпохи)		Эпоха $t = 3$ (4 года после 1-й эпохи)	
		$u_r\,(t = 2)$ (мм)	$u_z\,(t = 2)$ (мм)	$u_r\,(t = 3)$ (мм)	$u_z\,(t = 3)$ (мм)
*C*1	8 356	200,3	119,9	388,4	232,4
*C*2	7 950	212,5	133,6	412,0	259,1

1	5 557	295,6	260,8	574,5	515,7
2	5 501	292,7	269,9	578,4	526,0
3	3 485	344,4	484,3	670,4	951,7
4	3 354	344,3	504,3	668,6	993,1
5	1 597	247,2	758,2	481,3	1 487,8
6	3 242	337,9	510,4	665,5	1 014,6
7	2 614	322,7	610,0	631,9	1 196,3
8	2 627	319,5	600,6	633,2	1 186,2

Данные из табл. 39 отобразим в виде графиков (рис. 29).

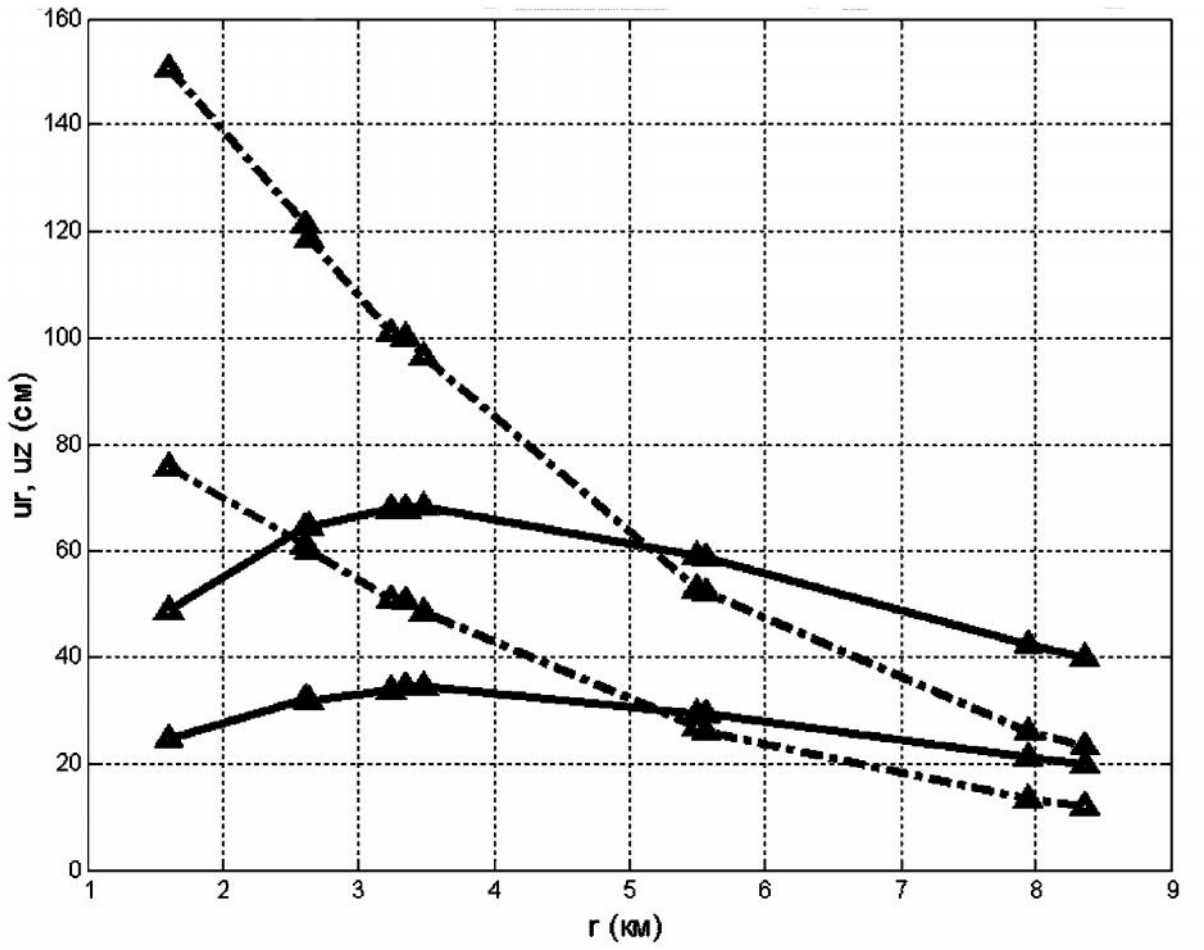


Рис. 29. Графики радиальных смещений u_r и поднятий u_z, полученных
в результате математической обработки геодезических и геофизических наблюдений

Заметим, что графики на рис. 29 соответствуют графикам модельных смещений (см. рис. 23). Для вычисления модельных смещений на поверхности u_z и u_r использовались формулы из работы [226].
По значениям радиального смещения u_r и поднятия u_z (табл. 39) и с учетом уравнений (84) и (85) могут быть вычислены значения глубины z_0 центра шаровой полости (очага вулкана):

$$z_0 = -r\frac{u_z}{u_r}. \qquad (115)$$

Найти значение внутриочагового давления $P_{\text{очага}}$ и радиуса очага $R_{\text{очага}}$ по оценкам u_r и u_z невозможно. Один из этих параметров для этого необходимо определять геофизическими методами. Но возможно вычислить величину $P_{\text{очага}}R^3_{\text{очага}}$, которая позволит рассчитать характеристики НДС вулканической области. Из формул (84) и (85) получаем формулы, позволяющие вычислить $P_{\text{очага}}R^3_{\text{очага}}$:

$$P_{\text{очага}}R^3_{\text{очага}} = \frac{E}{1-\nu^2}\frac{(r^2+z_0^2)^{3/2}}{2r}u_r, \qquad (116)$$

или

$$P_{\text{очага}}R^3_{\text{очага}} = -\frac{E}{1-\nu^2}\frac{(r^2+z_0^2)^{3/2}}{2z_0}u_z. \qquad (117)$$

Значение $P_{\text{очага}}R^3_{\text{очага}}$ вычислим для каждого пункта сети по оценкам смещений u_r и u_z за время между 1-й и 2-й эпохой и 1-й и 3-й эпохой (табл. 39). Параметры НДС (нормальные и касательные напряжения на поверхности) будем вычислять, используя формулы из работы [226]:

$$\sigma_r = \frac{P_{\text{очага}} R^3_{\text{очага}}}{2} \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{-2r^2 + (z - z_0)^2}{\left[r^2 + (z - z_0)^2 \right]^{5/2}} - \dfrac{2(3 - 2\nu)}{\left[r^2 + (z + z_0)^2 \right]^{3/2}} + \\ + \dfrac{3(11z^2 + 14zz_0 + 3z_0^2)}{\left[r^2 + (z + z_0)^2 \right]^{5/2}} - \dfrac{30z(z + z_0)^3}{\left[r^2 + (z + z_0)^2 \right]^{7/2}} \end{array} \right\}; \qquad (118)$$

$$\sigma_z = \frac{P_{\text{очага}} R^3_{\text{очага}}}{2} \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{r^2 - 2(z - z_0)^2}{\left[r^2 + (z - z_0)^2 \right]^{5/2}} - \dfrac{1}{\left[r^2 + (z + z_0)^2 \right]^{3/2}} - \\ - \dfrac{3(5z^2 + 4zz_0 - z_0^2)}{\left[r^2 + (z + z_0)^2 \right]^{5/2}} + \dfrac{30z(z + z_0)^3}{\left[r^2 + (z + z_0)^2 \right]^{7/2}} \end{array} \right\}; \qquad (119)$$

$$\sigma_\varphi = \frac{P_{\text{очага}} R^3_{\text{очага}}}{2} \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{1}{\left[r^2 + (z - z_0)^2 \right]^{3/2}} + \dfrac{3 - 8\nu}{\left[r^2 + (z + z_0)^2 \right]^{3/2}} + \\ + \dfrac{6(z + z_0)\left[(-1 + 2\nu)z + 2\nu z_0 \right]}{\left[r^2 + (z + z_0)^2 \right]^{5/2}} \end{array} \right\}; \qquad (120)$$

$$\sigma_{rz} = -\frac{3}{4} P_{\text{очага}} R^3_{\text{очага}} r \left\{ \frac{z - z_0}{\left[r^2 + (z - z_0)^2 \right]^{5/2}} + \frac{5z + z_0}{\left[r^2 + (z + z_0)^2 \right]^{5/2}} - \right.$$
$$\left. - \frac{20z(z + z_0)^2}{\left[r^2 + (z + z_0)^2 \right]^{7/2}} \right\}; \quad (121)$$

$$\sigma_{r\varphi} = \sigma_{z\varphi} = 0. \quad (122)$$

Приводим вычисленную по наблюдениям эпох t = 1, t = 2, t = 3 для каждого пункта сети глубину центра магматического очага z_0, величину $P_{\text{очага}} R^3_{\text{очага}}$ и значения параметров НДС – нормальные и касательные напряжения σ_r, σ_z, σ_φ, σ_{rz} (табл. 40, 41). При вычислениях было сделано допущение о плоской поверхности вулканической области, т. е. для всех пунктов сети $z = 0$.

Таблица 40

Параметры НДС, вычисленные в пунктах сети в эпоху t = 2

Пункт	z_0 (м)	$P_{\text{очага}} R^3_{\text{очага}}$ ($\text{Па} \cdot 10^5 \cdot \text{м}^3$)	σ_r ($\text{Па} \cdot 10^5$)	σ_z ($\text{Па} \cdot 10^5$)	σ_φ ($\text{Па} \cdot 10^5$)	σ_{rz} ($\text{Па} \cdot 10^5$)
*C*1	5 000	1,216 45E + 12	–2,40	–2,01	1,68	0,00
*C*2	5 000	1,216 45E + 12	–2,50	–2,30	1,92	0,00
1	4 902	1,189 46E + 12	–2,26	–5,48	4,64	0,00
2	5 073	1,224 99E + 12	–1,88	–5,61	4,76	0,00
3	4 901	1,180 87E + 12	3,18	–12,64	10,84	0,00
4	4 912	1,186 79E + 12	3,91	–13,34	11,44	0,00

5	4 900	1,163 81E + 12	17,21	–23,88	20,64	0,00
6	4 897	1,160 11E + 12	4,42	–13,69	11,75	0,00
7	4 942	1,185 32E + 12	8,74	–17,38	14,96	0,00
8	4 938	1,169 5E + 12	8,53	–17,10	14,72	0,00

Таблица 41

Параметры НДС, вычисленные в пунктах сети в эпоху $t = 3$

Пункт	z_0 (м)	$P_{\text{очага}} R^3_{\text{очага}}$ ($\text{Па} \cdot 10^5 \cdot \text{м}^3$)	σ_r ($\text{Па} \cdot 10^5$)	σ_z ($\text{Па} \cdot 10^5$)	σ_φ ($\text{Па} \cdot 10^5$)	σ_{rz} ($\text{Па} \cdot 10^5$)
*C*1	5 000	2,358 55E + 12	–4,64	–3,90	3,26	0,00
*C*2	5 000	2,358 55E + 12	–4,84	–4,46	3,73	0,00
1	4 989	2,365 78E + 12	–4,11	–10,75	9,11	0,00
2	5 003	2,375 31E + 12	–3,95	–11,01	9,33	0,00
3	4 948	2,342 47E + 12	6,45	–24,70	21,17	0,00
4	4 981	2,371 78E + 12	7,98	–26,03	22,33	0,00
5	4 938	2,314 03E + 12	33,63	–46,53	40,22	0,00
6	4 943	2,329 5E + 12	8,97	–27,05	23,22	0,00
7	4 949	2,329 06E + 12	17,15	–34,05	29,31	0,00
8	4 922	2,299 59E + 12	16,81	–33,85	29,14	0,00

Среднее из вычисленных по смещениям каждого пункта в эпохи t = 2, t = 3 значение глубины z_0 центра шаровой полости $z_0 = 4\,946$ м. Модельное значение $z_0 = 5\,000$ м. Несовпадение составляет 54 м – примерно 1 % от глубины z_0.

В работе [226] говорится, что критические значения напряжений, вызывающие разрушения камеры и прорыв магмы, имеют порядок 10–300 кГ/см^2, или 10^6–$30 \cdot 10^6$ Па. Рассчитанные нами напряжения на поверхности достигают величины $4{,}6 \cdot 10^6$ Па в районе самого близкого к кратеру геодезического пункта 5 (см. табл. 41). Таким образом, опасность прорыва магмы уже существует, и с каждым годом вероятность вулканического извержения будет возрастать.

Результаты определения параметров НДС вулканического очага в пунктах сети (см. табл. 40, 41) позволяют нарисовать поля напряжений в виде карт с изолиниями (рис. 30–35).

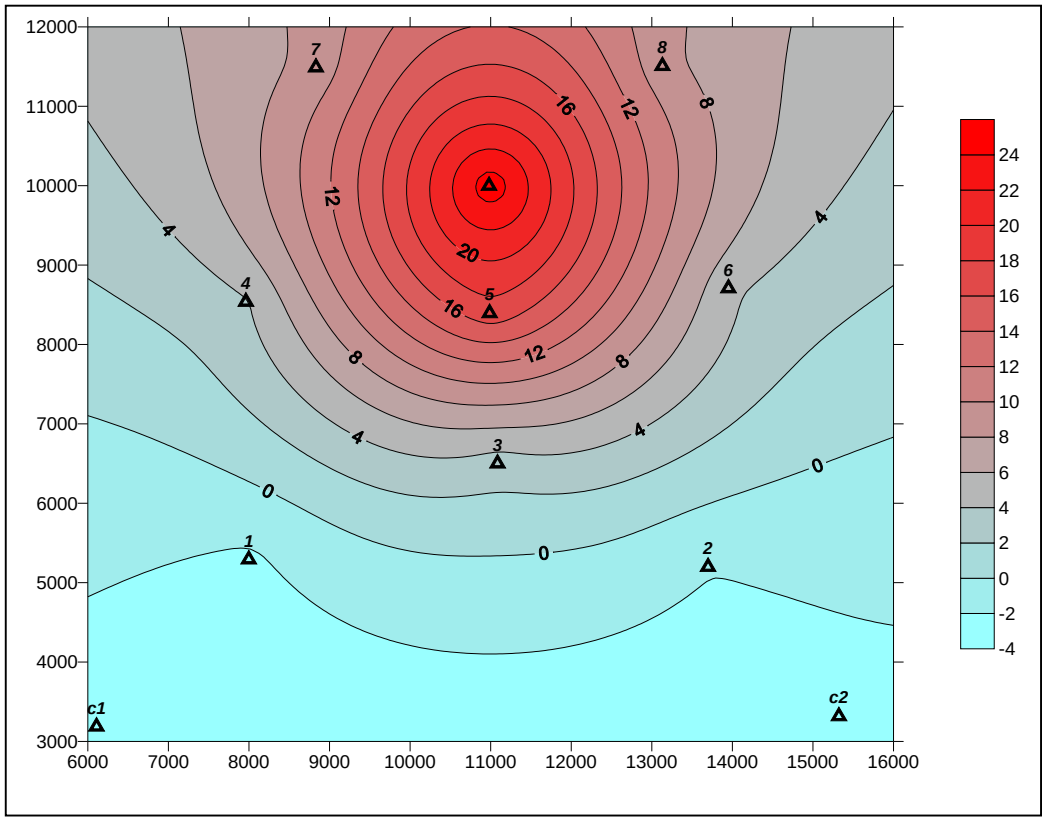


Рис. 30. Поле напряжений σ_r во 2-ю эпоху

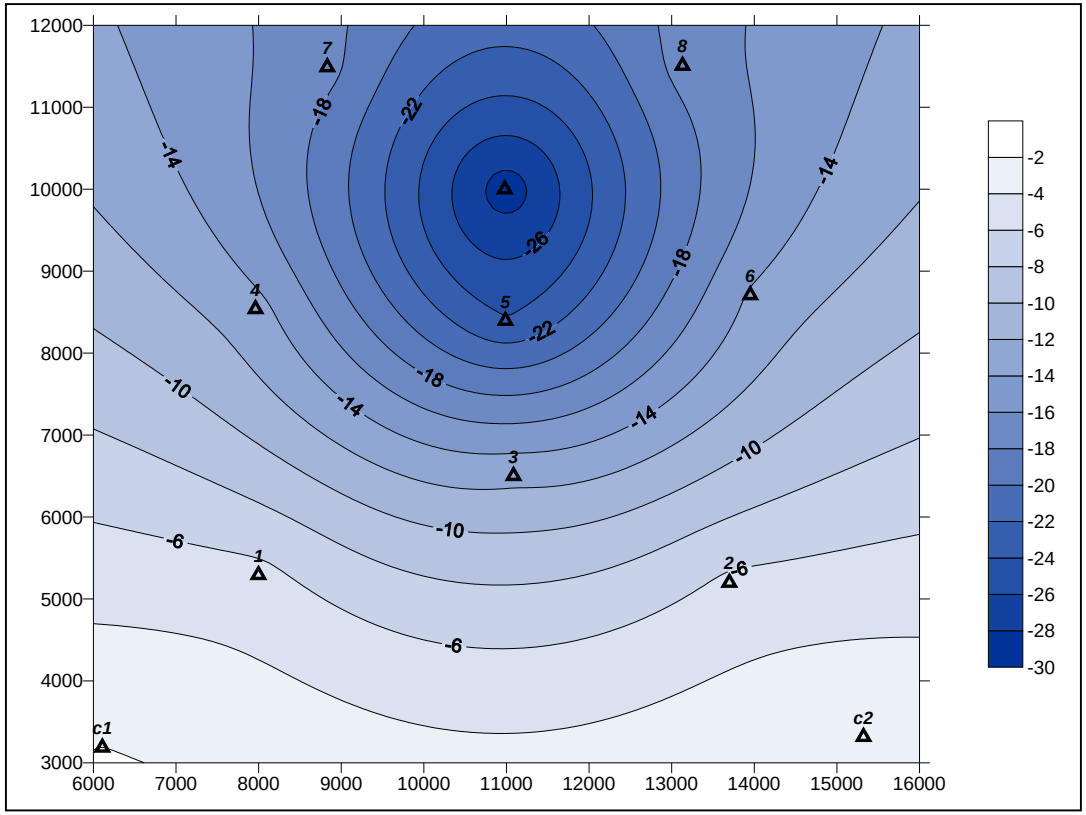


Рис. 31. Поле напряжений σ_z во 2-ю эпоху

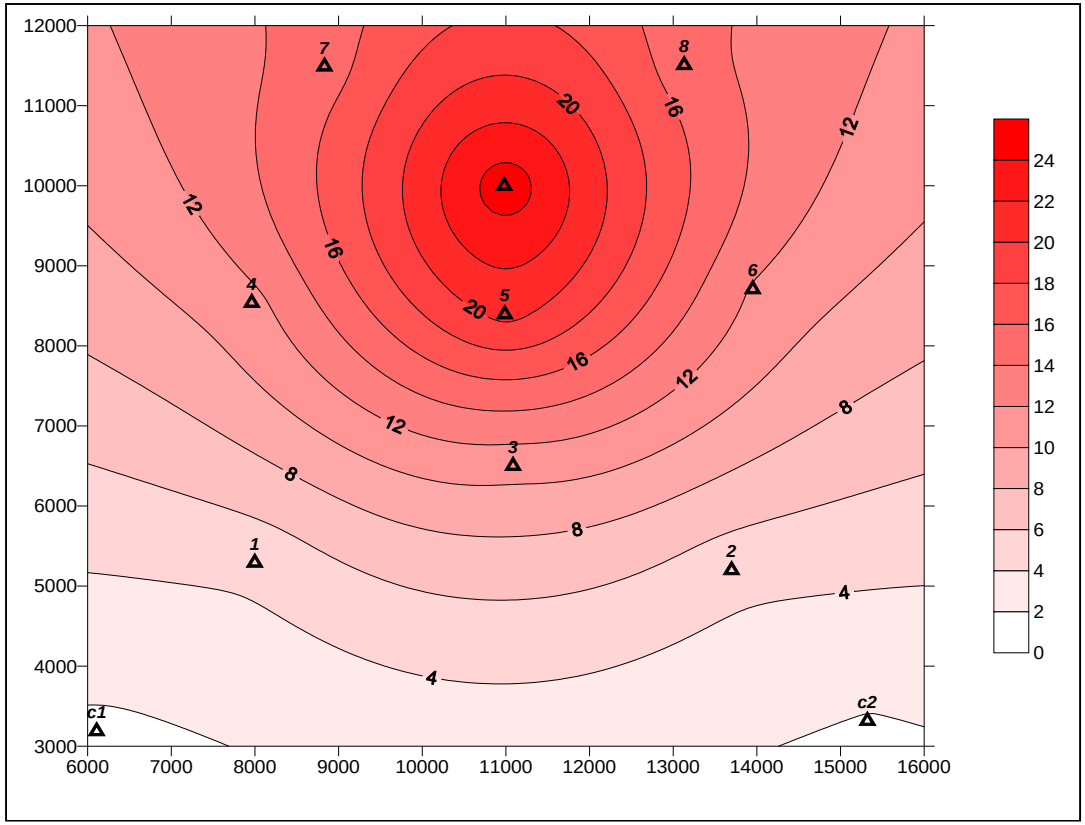


Рис. 32. Поле напряжений σ_φ во 2-ю эпоху

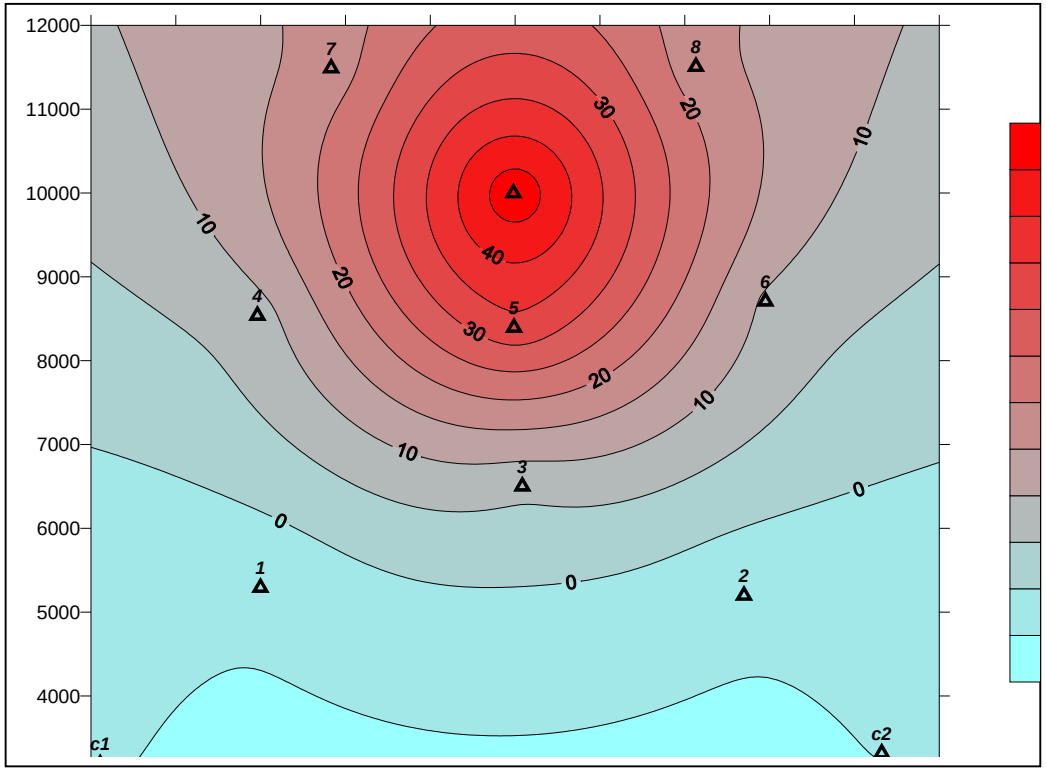


Рис. 33. Поле напряжений σ_r в 3-ю эпоху

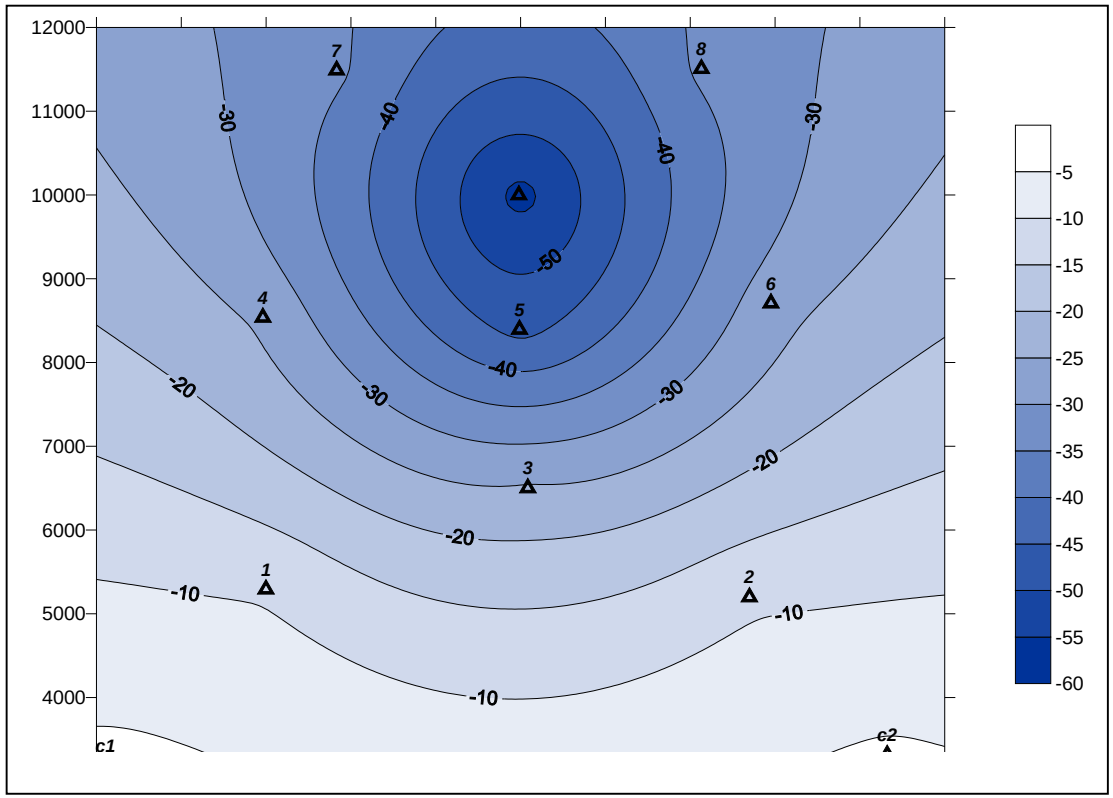


Рис. 34. Поле напряжений σ_z в 3-ю эпоху

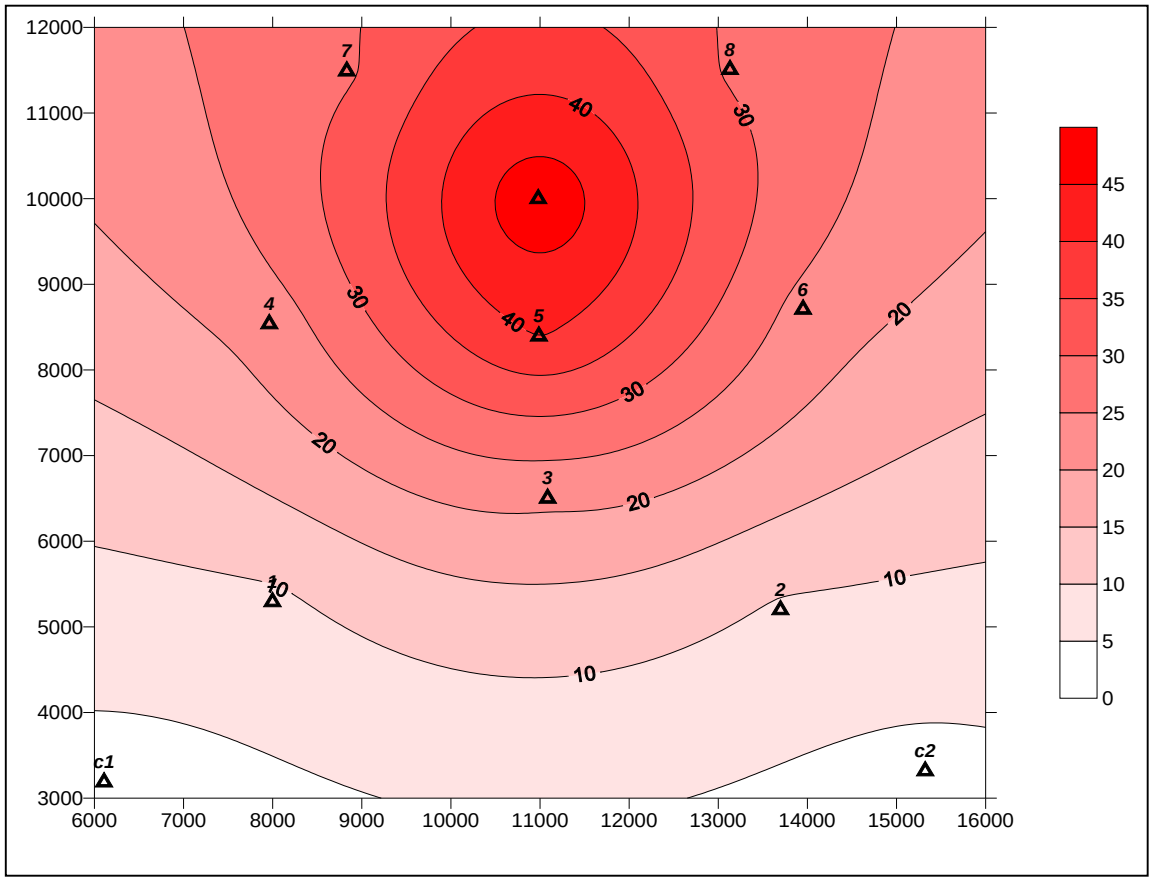


Рис. 35. Поле напряжений σ_φ в 3-ю эпоху

4.5. Выводы

Описано развитие теории и методов изучения геодинамических объектов и процессов по геодезическим и геофизическим наблюдениям, описанных в предыдущем разделе, но с учетом увеличения внутриочагового давления при накапливании магмы в верхнем магматическом очаге вулкана.

Геодезические методы (нивелирование, угловые, линейные измерения, GPS-наблюдения) позволяют определить перемещения земной поверхности, которые являются следствием меняющегося напряженно-деформированного состояния в окрестности очага землетрясения. Но это изменение НДС является, в свою очередь, следствием увеличения внутриочагового давления при накапливании магмы в верхнем магматическом очаге вулкана. Таким образом, мы имеем дело с перемещением масс (наполнение верхнего магматического очага). Следовательно, наблюдения геодезическими приборами, которые устанавливаются в рабочее положение с помощью уровня, должны обрабатываться совместно с гравиметрическими наблюдениями.

С целью уточнения теории, методики, отработки алгоритмов совместной математической обработки геодезических и гравиметрических наблюдений была смоделирована картина подготовки вулканического извержения и сопутствующие этой подготовке изменения напряженно-деформированного состояния приповерхностного слоя земной коры. Полученная физико-математическая модель использовалась для моделирования пространственно - временных рядов геодезических и гравиметрических наблюдений и последующего уточнения алгоритма их совместной математической обработки. Система наблюдений в каждую из трех эпох включает 12 нивелирных превышений; 27 горизонтальных углов; 2 светодальномерных дальности; 10 наблюдений абсолютных значений ускорений силы тяжести; 21 GPS-вектор (ΔX, ΔY, ΔZ). Общее количество измерений в каждую эпоху – 114 (с учетом трех компонент каждого GPS-вектора).

Результатом совместной математической обработки и интерпретации смоделированных пространственно-временных рядов геодезических и гравиметрических наблюдений явились оценки пространственных координат мобильных пунктов, оценки горизонтальных и вертикальных смещений этих пунктов, оценки

аномальных масс – поверхностного маскона, аппроксимирующего конус вулкана, и глубинного маскона, аппроксимирующего накопление избыточной массы в магматическом очаге. Совместная обработка разнородных комплексных геодезических и геофизических наблюдений позволила определить основные характеристики НДС вулканической области и глубину вулканического очага с последующей компьютерной визуализацией результатов. Выведены уравнения наблюдений измеренных горизонтальных углов и зенитных расстояний, содержащие слагаемые, учитывающие влияние аномальных масс.

5. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПО НАТУРНЫМ ДАННЫМ

5.1. Программное обеспечение изучения геодинамических объектов и процессов

Для проверки и уточнения алгоритмов и создания элементов информационной технологии изучения геодинамических объектов и процессов по пространственно-временным рядам геодезических и гравиметрических наблюдений были разработаны программы в различных средах программирования. Моделирование геодинамических объектов, моделирование пространственно-временных рядов комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений, их математическая обработка, статистический анализ и наглядное представление результатов идентификационных экспериментов выполнялись по авторским

программам в средах программирования Delphi и Matlab [228, 229]. Так же использовались электронные таблицы Excel и пакеты прикладных программ (Maple, Derive, Mathcad, Mathematica, StatGraphics, Matrixer, Surfer, Elcut, Microdem и др.) [228–234].

Решение прикладных задач пользователя в той или иной области приложений поддерживают пакеты прикладных программ узко-специального, специального или общего назначения. В ряде случаев для решения своих задач квалифицированный пользователь может самостоятельно разработать и отладить отдельную программу или комплекс программ, позволяющих реализовать на компьютере алгоритм его задачи. Причем в ряде случаев данный подход может быть более эффективным, чем использование для этих целей уже готового ПО, так как разработчик программного обеспечения одновременно хорошо владеет спецификой решаемой задачи и условиями ее практического использования. Но данный подход, как правило, требует серьезных трудозатрат, и поэтому при нынешнем обилии различного типа и назначения программного обеспечения становится нецелесообразным.

Тем не менее, для проверки и корректировки некоторых алгоритмов идентификации геодинамических объектов и процессов автором создавались компьютерные программы. Для проверки алгоритмов, описанных в разделах 2 и 3, были написаны программы для вычисления коэффициентов матрицы жесткости (рис. 36, прил. 4) и для обработки геодезических наблюдений трех эпох в вулканической области (прил. 5).

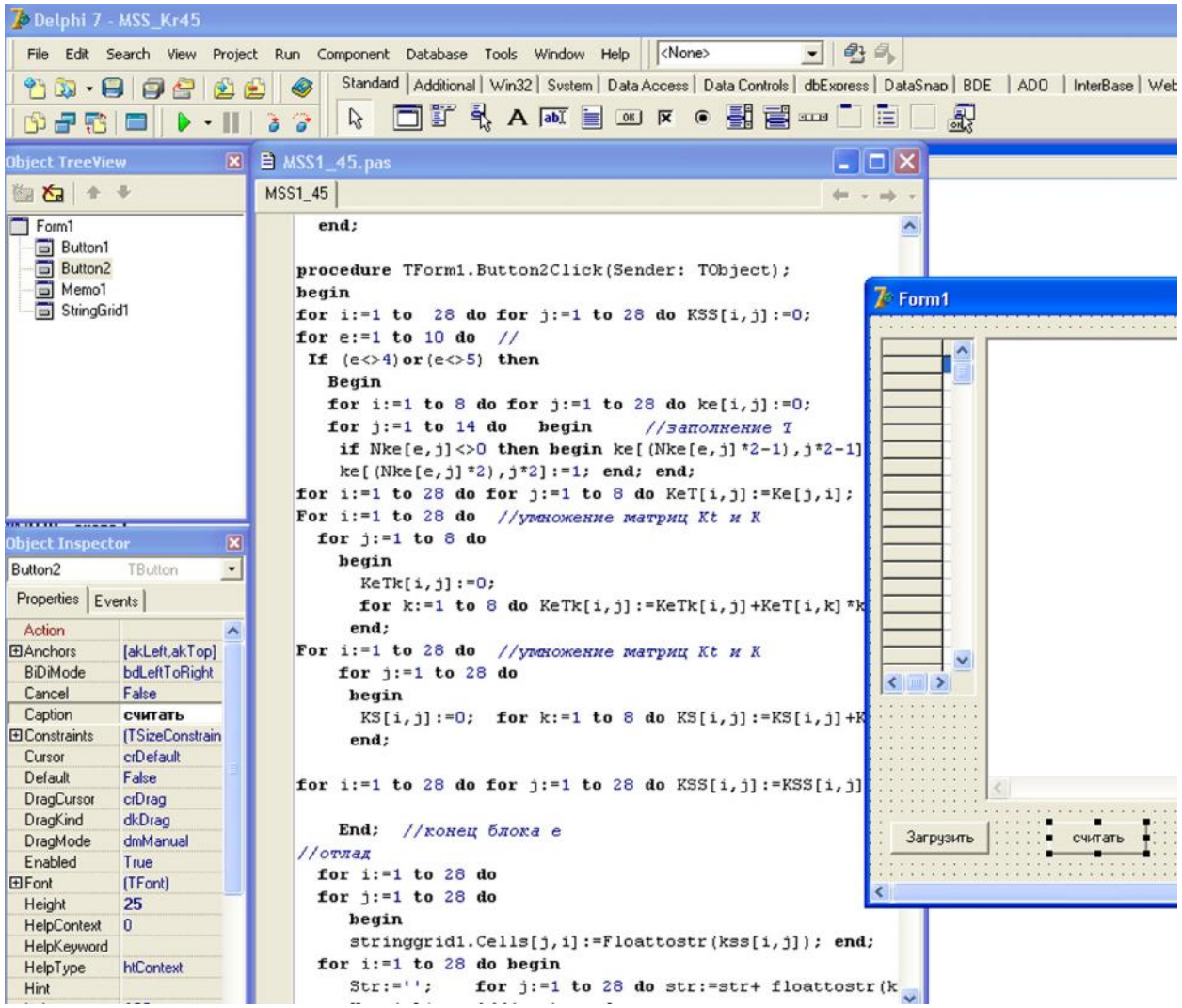


Рис. 36. Окна среды визуального программирования Delphi

Подготовка исходных данных для последующих расчетов коэффициентов жесткости, моделирования случайных чисел и вычисления параметров геодинамического объекта выполнялась с использованием электронных таблиц Excel (рис. 37). Для генерирования псевдослучайных ошибок измерений использовалась встроенная функция СЛЧИС() электронных таблиц Excel.

Ряд 1 =РЯД(;;ГСЧ!$N$3:$N$31;1)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Генерация нормально распределенных чисел (0, 1)					M_norm=	0	Sigm_norm	0.5	alfa=	0.25	n=	12	
2		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
3	1	0.194228	0.120705	0.044872	-0.20657	-0.13508	-0.01021	-0.18688	-0.2154	0.122214	-0.13522	0.152007	-0.0288	-0.28414
4	2	-0.11503	-0.06861	-0.22752	0.100753	0.102353	-0.18766	0.123451	0.020349	-0.04982	-0.1766	0.228202	-0.22063	-0.47076
5	3	-0.01033	0.192665	-0.23289	-0.0856	-0.0583	0.089003	0.205812	-0.11206	0.04646	-0.11509	-0.20294	0.077955	-0.2053
6	4	0.101141	-0.0837	0.095067	-0.23973	-0.23487	-0.08587	0.233927	0.004478	0.080108	-0.1561	0.034033	-0.15544	-0.40696
7	5	-0.06903	0.168386	-0.17113	-0.03421	0.098884	0.240895	-0.06198	-0.11308	0.00035	0.040588	0.219511	-0.08125	0.237932
8	6	0.072822	-0.21294	-0.17876	-0.03323	0.225092	0.236371	0.007565	-0.09844	-0.21786	-0.00102	0.085603	-0.19149	-0.3063
9	7	0.019073	-0.07627	0.090248	-0.06846	-0.21227	-0.05899	-0.18836	0.248839	-0.04687	-0.15708	-0.047	0.015133	-0.48198
10	8	0.238188	-0.14777	-0.18011	0.22111	0.125707	0.171033	-0.17573	0.22061	0.21668	0.121272	0.118573	0.114413	1.043967
11	9	0.032571	-0.01924	0.196882	0.179991	-0.20314	0.036566	0.222028	0.138519	0.005464	-0.23651	-0.16332	0.184923	0.374738
12	10	0.067121	-0.19445	-0.13677	-0.09959	0.011367	0.244007	-0.00052	-0.02982	0.222214	-0.0269	-0.05167	0.191375	0.196361
13	11	-0.16004	-0.10561	-0.08529	-0.007	-0.12115	-0.16064	0.001513	-0.03977	0.05759	0.200484	0.060661	-0.14534	-0.50457
14	12	-0.01853	0.095357	0.109764	0.102521	-0.0402	-0.15622	-0.12349	-0.15657	-0.08944	0.229397	0.009789	0.247896	0.21028
15	13	-0.18424	0.208579	0.061617	0.244836	0.140985	0.21883	0.236568	-0.05948	-0.01924	0.116394	0.211978	-0.05816	1.118674
16	14	0.013482	0.011133	-0.05892	-0.05666	0.18318	0.118225	0.193204	0.06632	-0.06602	0.23532	0.178902	0.104744	0.922914
17	15	-0.08603	0.226345	0.035133	0.151657	0.028626	0.245728	-0.09774	0.162355	0.096409	-0.06258	0.037407	-0.01603	0.721278
18	16	0.022271	-0.1742	-0.23685	-0.02092	0.17926	0.119033	0.130899	0.168818	0.067695	-0.06402	-0.13088	0.199478	0.260579
19	17	0.054653	-0.14327	0.019399	0.127334	0.155664	-0.11531	0.112421	0.196076	-0.23003	-0.01378	-0.22741	0.214471	0.150215
20	18	-0.2438	0.243564	0.142925	-0.22634	0.184919	0.198889	-0.10309	0.202123	0.15364	0.004505	-0.15016	-0.08893	0.318251
21	19	0.128204	0.194815	-0.11184	0.222241	0.231812	0.227702	-0.13611	-0.12824	0.142568	-0.2381	0.245664	-0.22831	0.550401
22	20	0.124095	-0.15677	-0.00626	0.085429	0.108046	0.226339	-0.02178	0.18961	-0.23375	-0.03497	0.191023	0.138576	0.60959
23	21	-0.09355	-0.1299	-0.11766	0.076145	-0.0754	0.086817	0.230734	0.14463	0.019718	-0.24465	-0.14711	-0.11465	-0.36487
24	22	0.077638	0.0928	-0.00436	-0.20106	-0.00591	0.070432	-0.17768	0.081227	-0.1639	-0.02222	-0.10224	0.004166	-0.3511
25	23	-0.23137	-0.19773	0.199004	0.022361	0.212646	0.001254	-0.07831	0.042907	-0.00321	0.096574	0.059021	-0.24621	-0.12306
26	24	0.031972	0.100896	0.002371	-0.10541	-0.15281	-0.15449	-0.158	-0.12033	-0.15335	0.063487	0.112271	0.215909	-0.31749
27	25	-0.10059	-0.24914	-0.19685	-0.12999	-0.04677	-0.22887	-0.16898	0.035552	-0.23821	0.155323	0.032253	-0.14245	-1.27872
28	26	-0.0672	0.104964	-0.04203	-0.15092	-0.07626	0.178455	0.209191	0.069962	0.202613	-0.03383	-0.1774	-0.10294	0.114605
29	27	-0.17862	-0.13503	0.011893	-0.0923	0.103725	-0.20782	0.114141	0.084184	-0.12283	-0.16065	-0.1102	-0.13185	-0.82535
30	28	0.144265	-0.06482	-0.00198	0.14094	-0.22644	0.238104	0.026271	0.110213	0.008643	-0.01091	-0.01616	-0.14088	0.20724
31	29	0.067253	0.100985	-0.12207	0.244678	0.092089	0.01273	0.127828	0.002828	-0.11913	0.085796	0.209804	0.090122	0.792908
32														0.065839
33														0.573149

Рис. 37. Генерирование нормальнораспределенных
псевдослучайных чисел

Нормальнораспределенные псевдослучайные числа получены как сумма 12 псевдослучайных равномернораспределенных чисел функции СЛЧИС() после их линейного преобразования согласно ожидаемым значениям математического ожидания и среднеквадратическому отклонению нормальнораспределенных чисел. Основанием для такого способа получения нормальнораспределенных псевдослучайных чисел является центральная предельная теорема теории вероятностей.

Выполнялась проверка на нормальность сгенерированных ошибок. Для этого использовалась программа Matrixer (рис. 38).

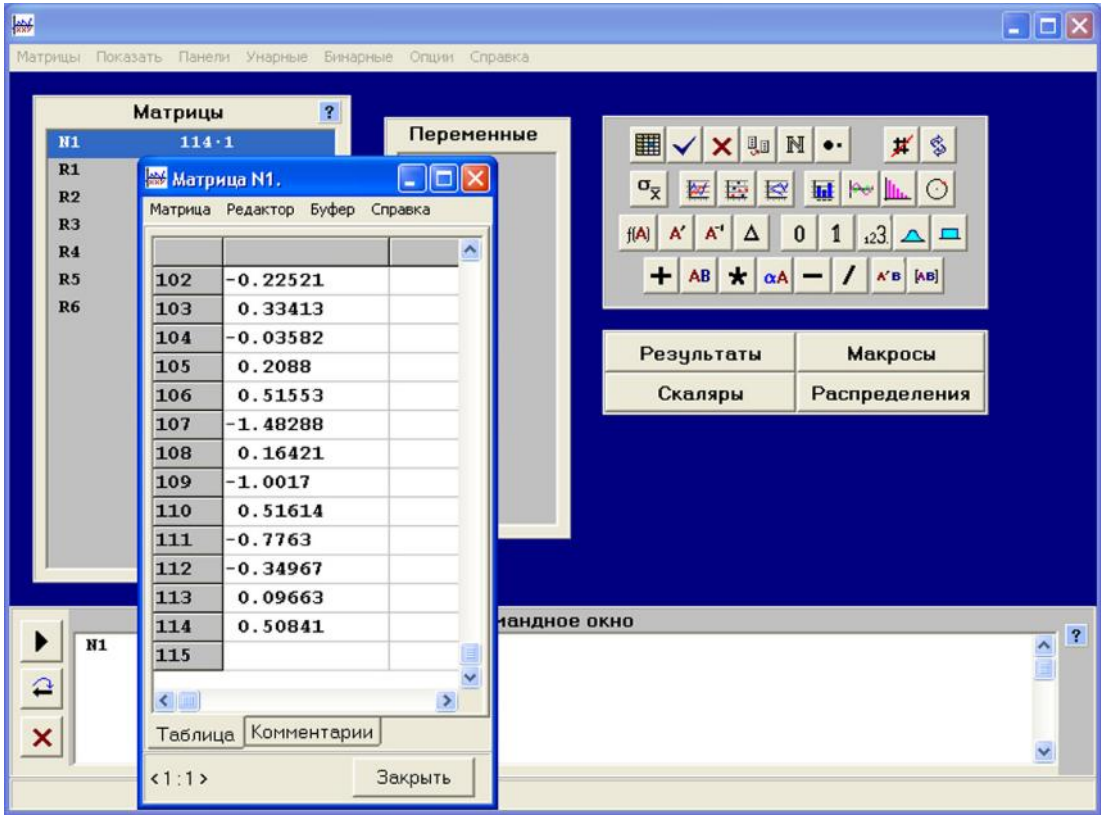


Рис. 38. Окна программы Matrixer

Для сгенерированных ошибок были получены характеристики распределения (рис. 39) и гистограмма (рис. 40).

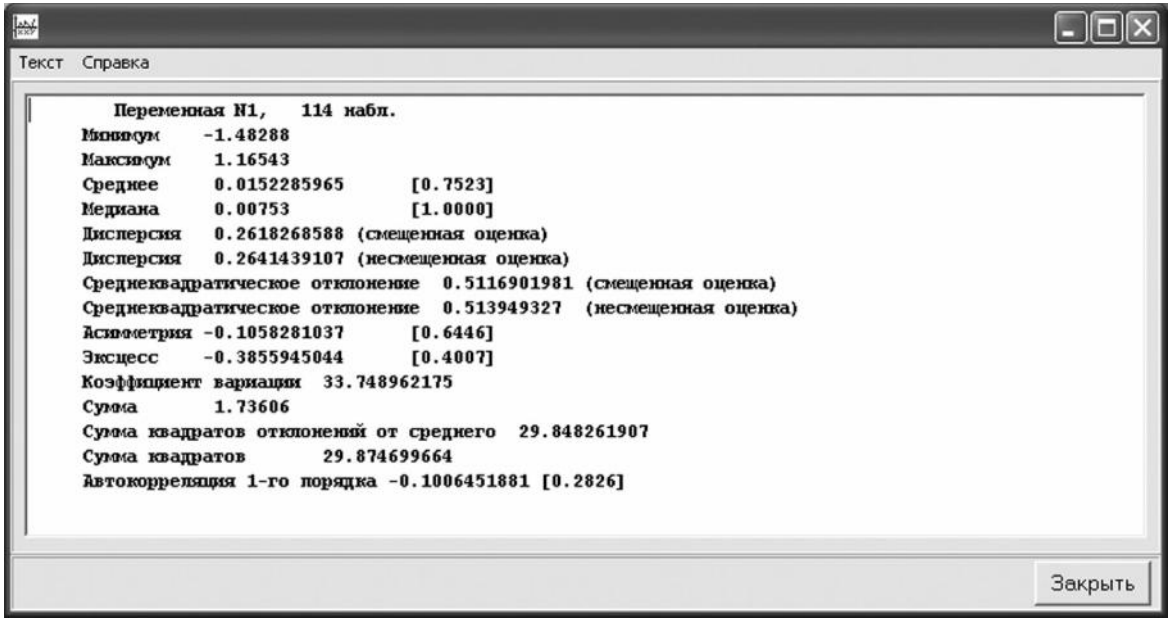


Рис. 39. Характеристики распределения

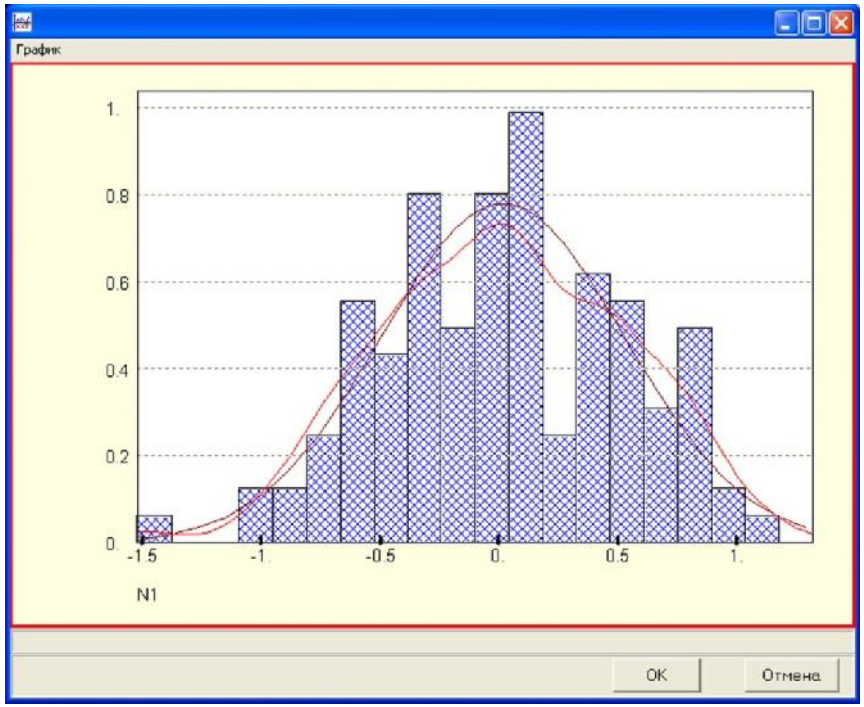


Рис. 40. Гистограмма распределения

Электронные таблицы Excel использовались также для некоторых промежуточных расчетов при отработке алгоритмов совместной математической обработки и пространственно-временной интерпретации результатов разнородных комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений (см. разд. 3, 4) (рис. 41, 42).

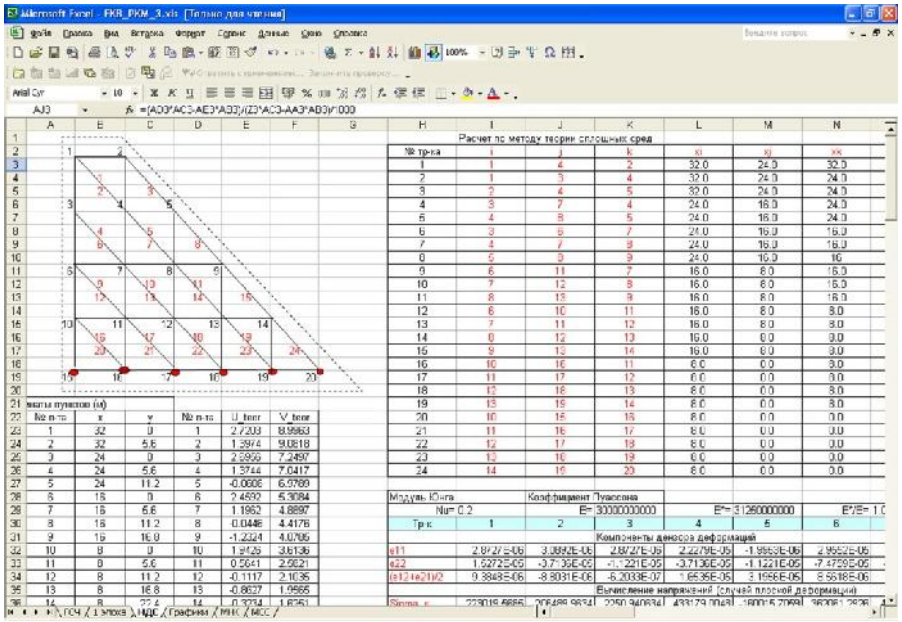


Рис. 41. Расчет деформаций в Excel

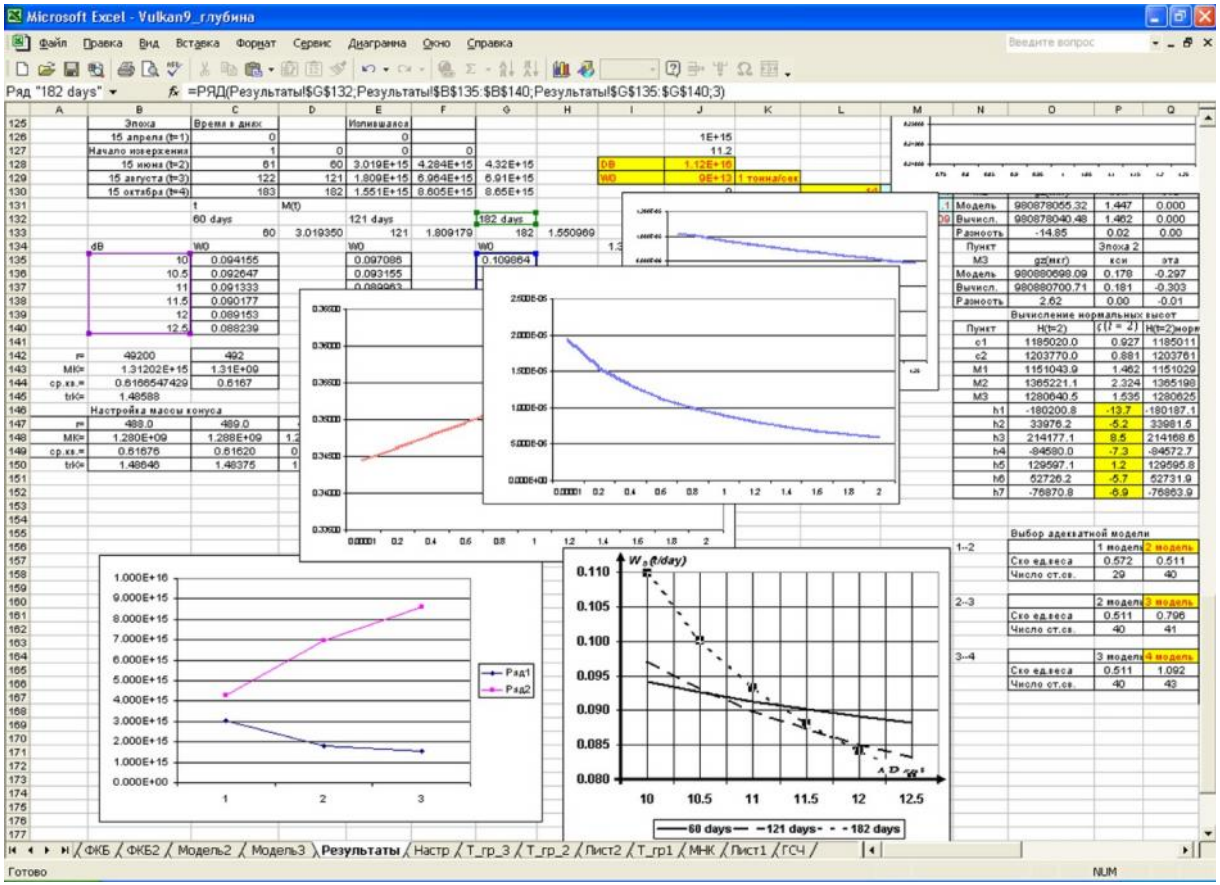
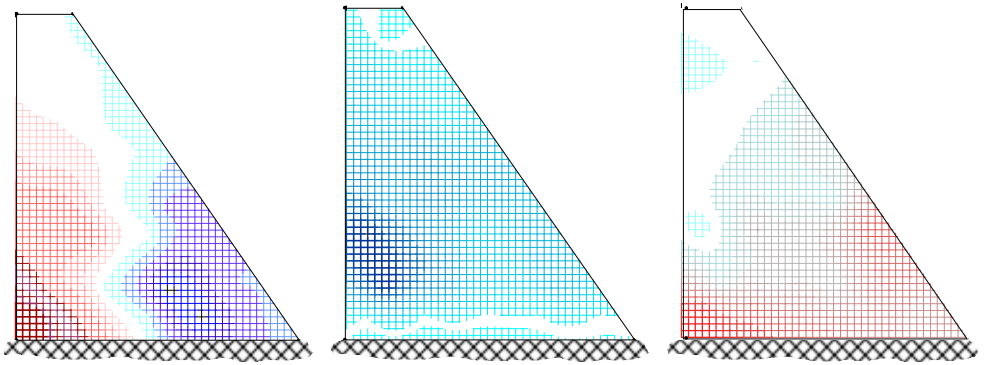


Рис. 42. Окно Excel для одного из этапов математической обработки разнородных комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений

Одним из важнейших элементов информационной технологии математического моделирования и идентификации движений и напряженно-деформированного состояния земной коры по многомерным пространственно-временным рядам разнородных комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений является этап визуализации вычисленных оценок параметров НДС геодинамического объекта. В работе [235] понятие визуализации увязано с возможностью сделать видимым для человека какие-либо невидимые данные. В работе [236] дано определение: «Визуализация (visualization, display, viewing) – преобразование невидимых человеческому глазу физических параметров или кодов объекта в удобное для зрительного восприятия черно-белое или цветное изображение».

Для визуализации полей деформаций и напряжений использовались графические функции математического пакета Matlab [228, 229] (рис. 43) и пакет Surfer.



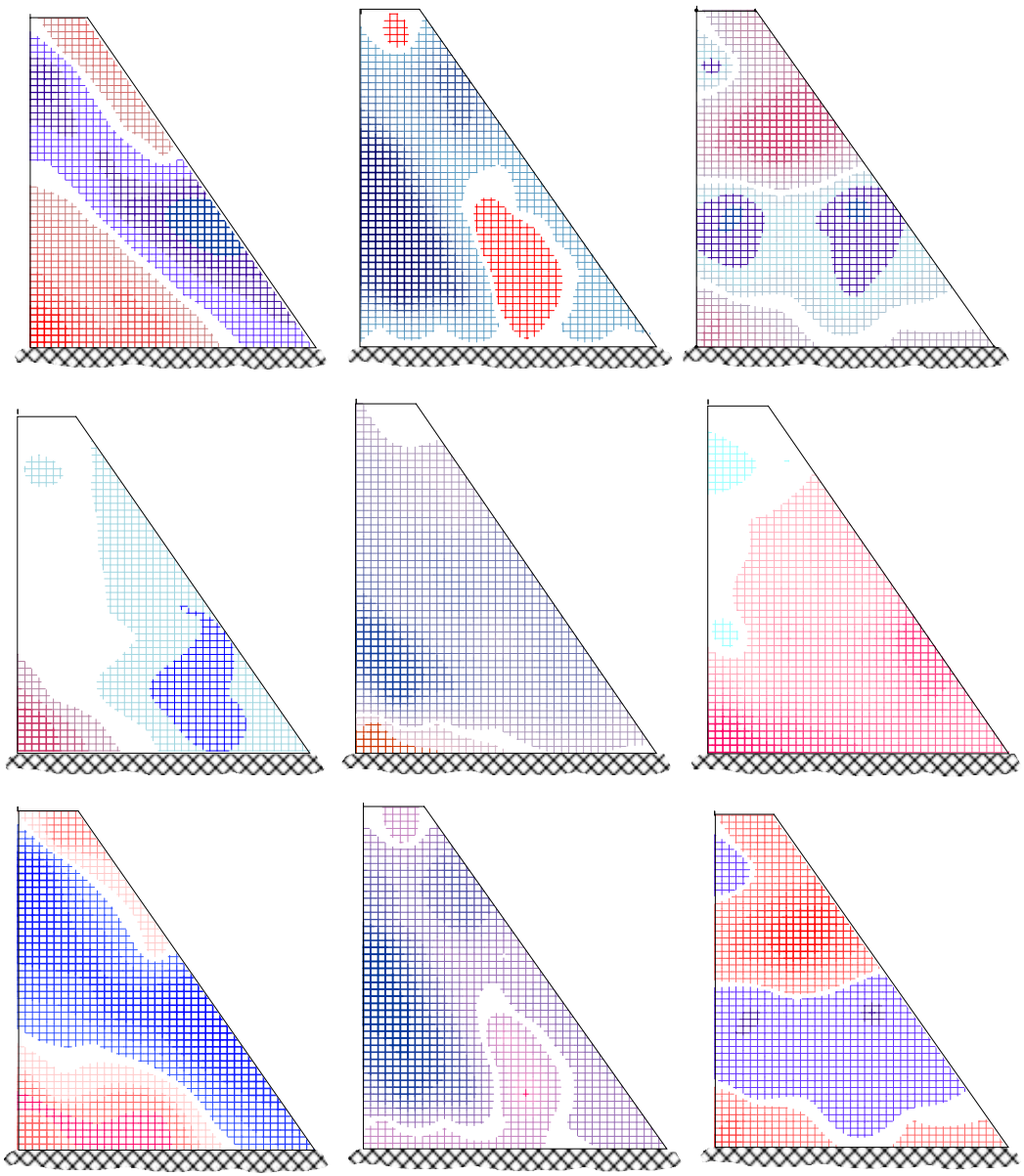


Рис. 43. Пример визуализации полей деформации и напряжений в Matlab

Система инженерных и научных расчетов Matlab (матричная лаборатория) широко распространена во всем мире и доказала свою эффективность в самых различных сферах науки и техники. Язык, используемый в системе Matlab, простой в применении и принципе непосредственного исполнения (интерпретации). Ориентация на работу с массивами делает его удобным и естественным инструментом обработки экспериментальных данных, в том числе очень больших объемов.

Поэтому, для отработки алгоритмов совместной математической обработки и пространственно-временной интерпретации результатов разнородных комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений больших объемов (см. раздел 4) была написана соответствующая программа, реализующая алгоритм фильтра Калмана – Бьюси в среде Matlab (рис. 44).

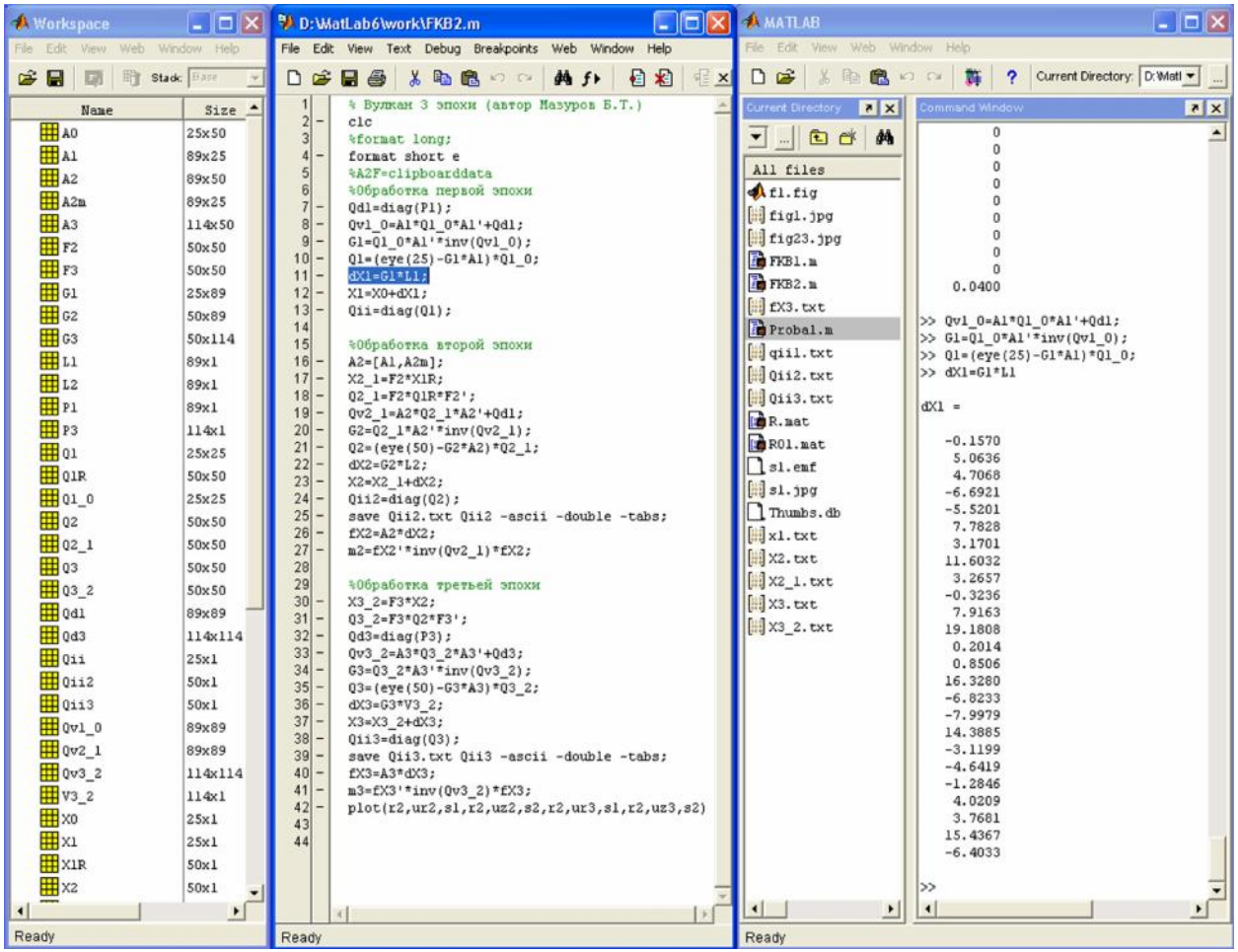


Рис. 44. Окна среды Matlab для математической обработки по алгоритму фильтра Калмана – Бьюси

Достоинством созданной программы является, то, что она применима к любому объему измерительной информации. Это тот случай, когда вся сложность решения задачи математической обработки сводится к подготовке исходных данных. Размерность решаемой задачи ограничивается только характеристиками

конкретного компьютера – размерами оперативной и дисковой памяти. И, конечно, на скорость решения влияет также тактовая частота процессора, разрядность его и шины и т. п.

5.2. Движения и поля деформаций Горного Алтая перед Чуйским землетрясением по спутниковым данным с условно стабильной станцией NVSK

В соответствии с работой [64] итогом наблюдений Алтайской GPS-сети являются значения скоростей горизонтальных движений 18 GPS-станций (прил. 2), территориально охватывающих структурные элементы Горного Алтая и его предгорий в пределах Российской Федерации (рис. 45). За базовую постоянную станцию была принята станция NVSK (г. Новосибирск).

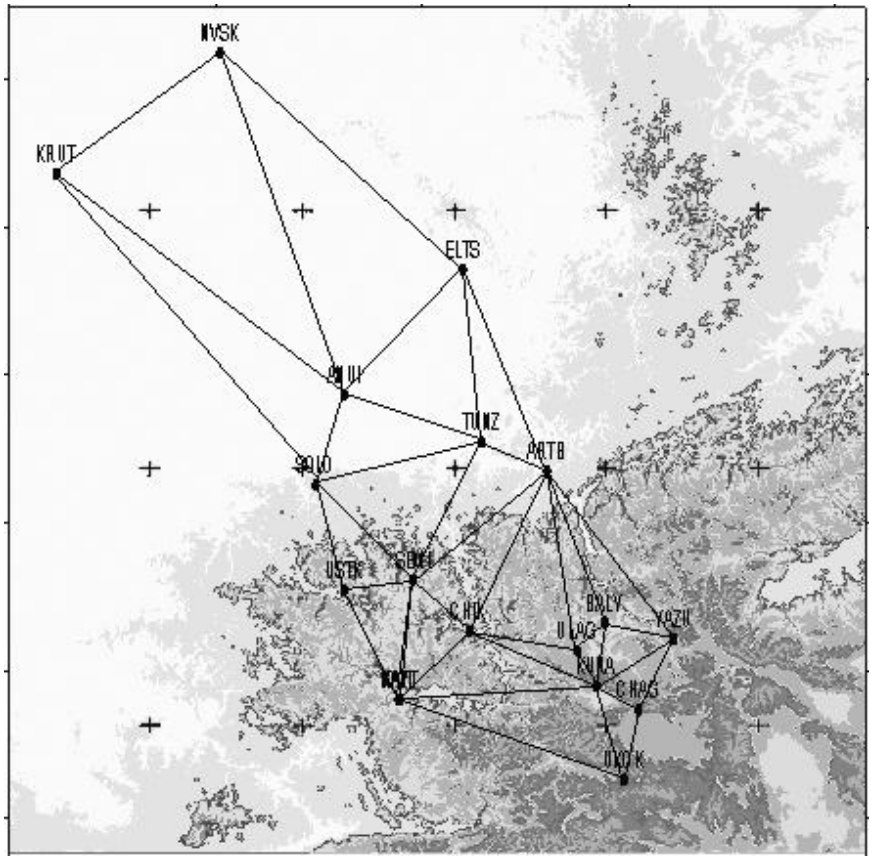


Рис. 45. Схема расположения станций Алтайской GPS-сети

Сплошными линиями показано разбиение ГДС на треугольные конечные элементы. Более темные области соответствуют более высокому рельефу.

Так как при изучении движений и деформаций исходными данными являются смещения $\hat{U}$ узлов расчетной схемы, был сделан их расчет по оценкам скоростей $\hat{V}$ за период длительностью $\Delta t = 2$ года согласно гипотезе равномерного и прямолинейного движения станций в этот период времени.

Площадь, занимаемая ГДС Горного Алтая, была разделена на 22 треугольных конечных элемента (рис. 46).

При выборе варианта разделения на КЭ старались избегать треугольников с очень острыми углами. Поэтому, в частности, не был включен в обработку треугольник SEMI-KAIT-KAYT. Пункты KAIT и KAYT расположены на расстоянии 1,8 км друг от друга. Объяснение значимых различий величины и ориентации смещений этих пунктов дано в работе [66].

Согласно (33)–(35), (40) были вычислены компоненты вектора деформации $\hat{\varepsilon}$ (прил. 3). Вычисление напряжений для больших по площади территорий, в общем случае, является сложной задачей. Необходимо учитывать реологическую неоднородность среды, наличие блоков разных масштабов, разломов, их ориентацию.

Оценки $\hat{\varepsilon}$ характеризуются погрешностью порядка от $4 \cdot 10^{-10}$ до $2 \cdot 10^{-8}$.

Для ГДС Горный Алтай НДС представлено полями деформаций (рис. 47) по оценкам компонентов векторов $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\sigma}$ для каждого КЭ принятого нами варианта разбиения (см. рис. 46). Заметим, что способ разделения на примерно одинаковые по площади конечные элементы не принес бы принципиально другие результаты по причине реального расположения пунктов деформационной сети. Именно реальная конфигурация и соответствующий набор данных о смещениях являются определяющими в получении результатов их графической интерпретации.

В работе [64] анализ результатов обработки GPS-определений включает описание горизонтальных движений в районе Горного Алтая. В частности, говорится о широтных смещениях в центральной части региона, движениях на северо-запад в южной части.

Заметим, что такой метод описания горизонтальных движений, несмотря на его широкое распространение, имеет существенные недостатки. Во-первых, неинвариантность – при выборе в качестве стабильного любого другого пункта сети (не NVSK) будет получена другая картина векторов горизонтальных движений. Во-вторых, описание движений с помощью векторов не позволяет анализировать деформационные процессы на территории исследуемого геодинамического объекта.

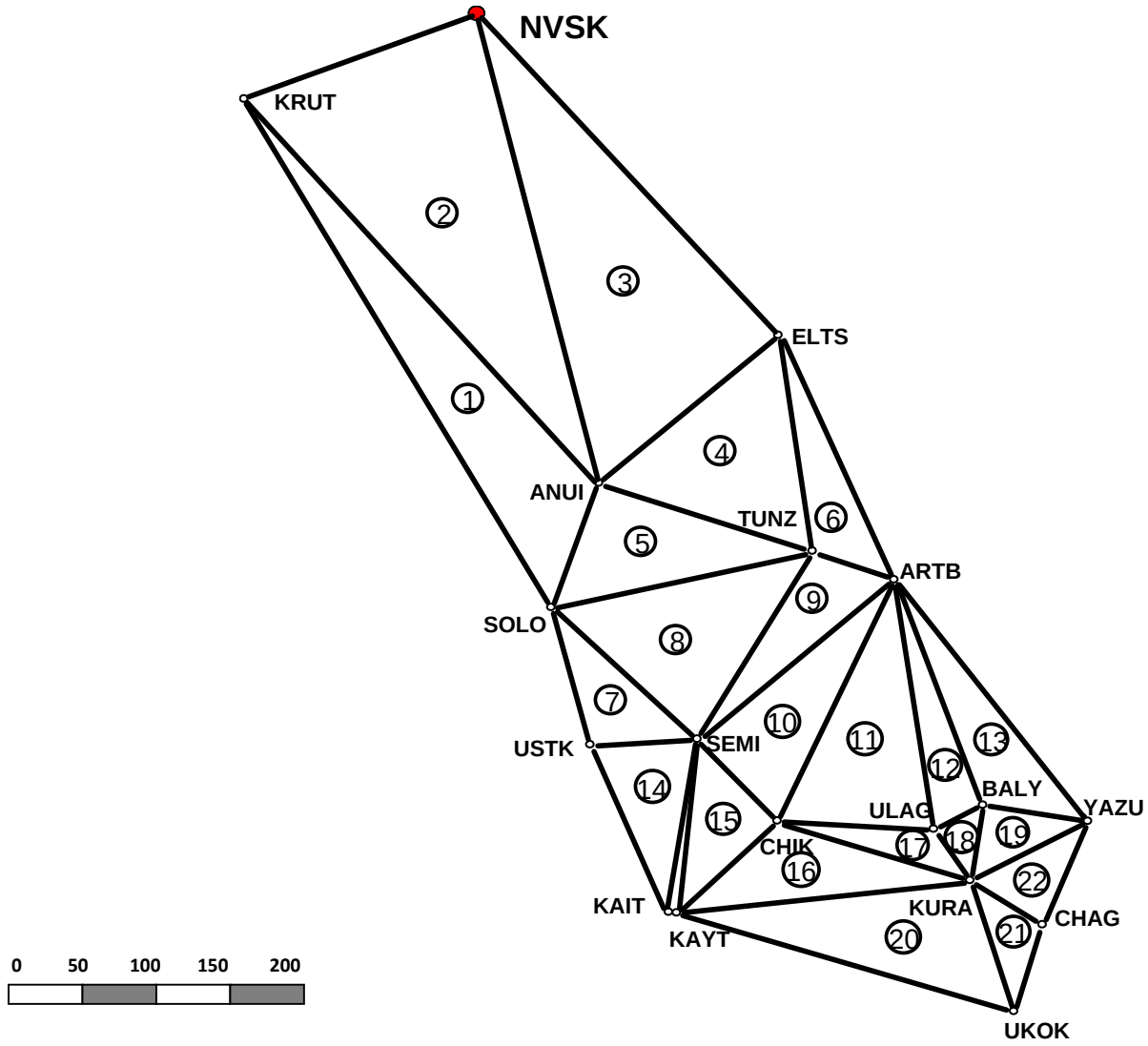

NVSK
KRUT
ELTS
ANUI
TUNZ
ARTB
SOLO
USTK
SEMI
BALY
YAZU
ULAG
CHIK
KAIT
KURA
CHAG
KAYT
UKOK
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
0
50
100
150
200

Рис. 46. Разбиение геодинамического объекта «Горный Алтай»
на треугольные конечные элементы (масштаб в километрах)

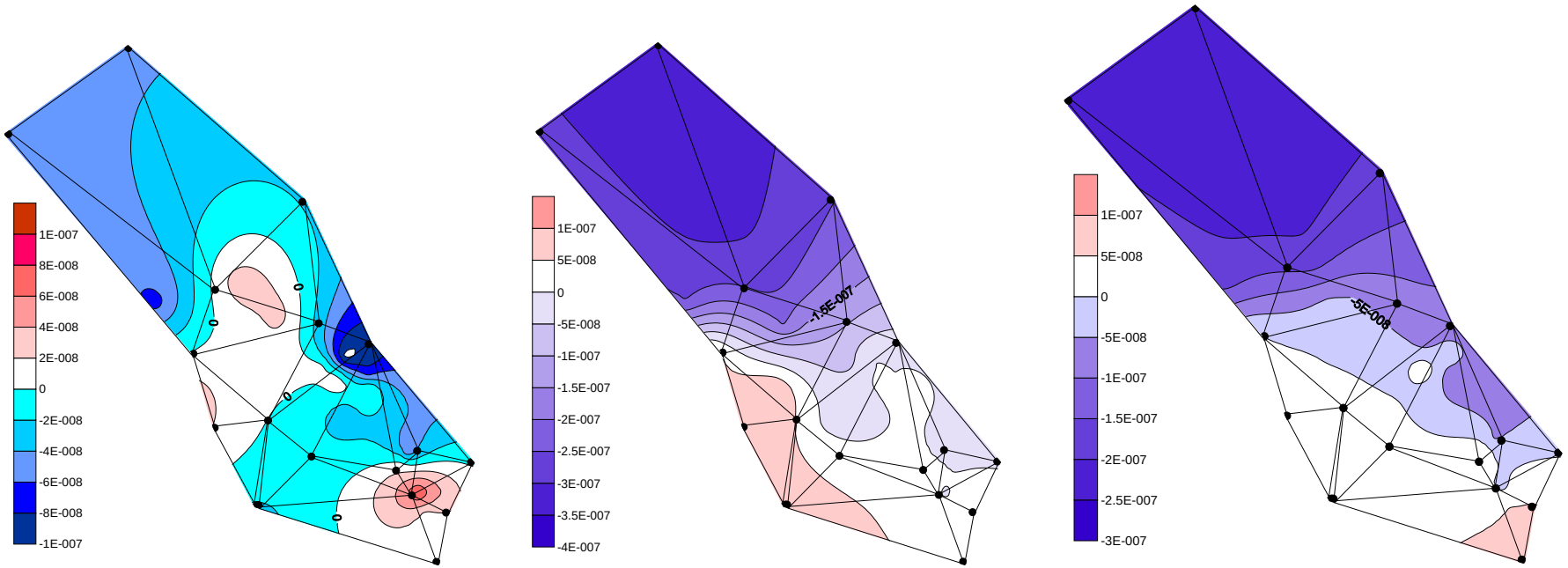


Рис. 47. Поля деформаций ГДС Горный Алтай
(слева направо – ε_{xx}, ε_{yy}, ε_{xy}). Подписи шкал – безразмерные величины

На рис. 47 заметны аномальные деформации в южной части ГДС Горный Алтай. Именно в этом районе на глубине около 16 км находился фокус Алтайского землетрясения 27 сентября 2003 г. На рис. 48 показаны

эпицентры главного толчка и последующих за ним на протяжении нескольких недель афтершоков в пределах южных конечных элементов в соответствии с рис. 45. Данные о координатах эпицентров взяты на сайте www.usgs.gov.

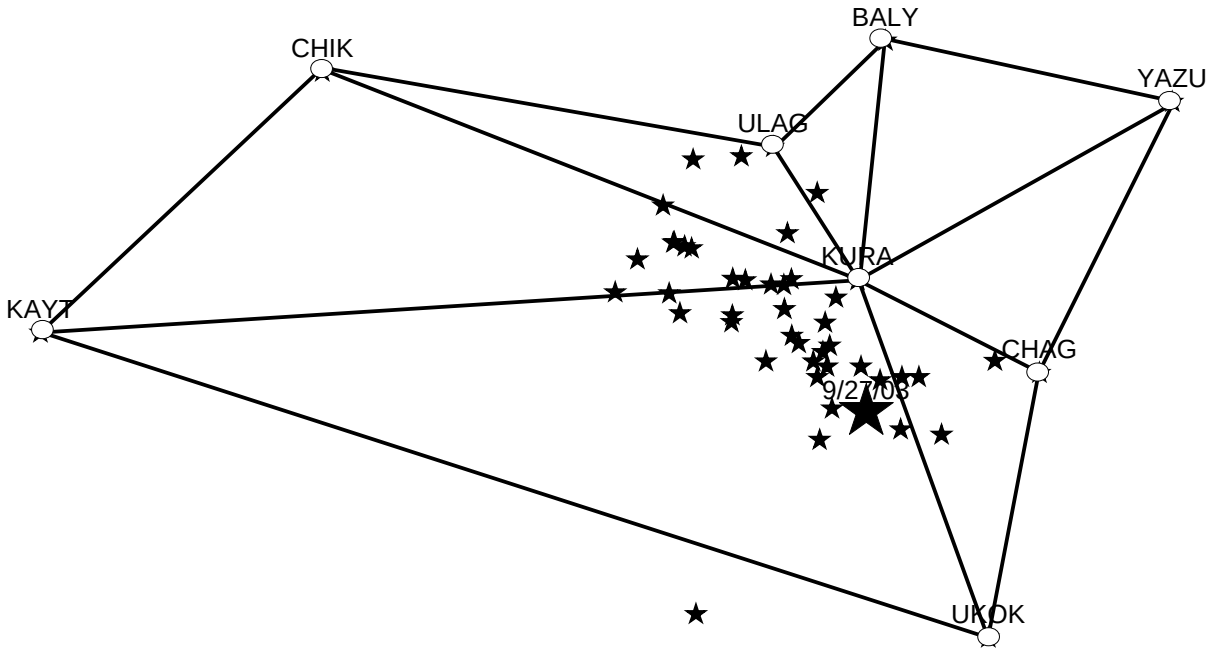


Рис. 48. Эпицентры землетрясения 27.09.03 и афтершоков (27.09.03 – 17.10.03) Горного Алтая относительно пунктов южной части GPS-полигона. Большая звезда – главный толчок (27.09.03, магнитуда – 7,3), малые звезды – афтершоки

Приведем также карту вертикальных движений ГДС Горный Алтай (рис. 49), построенную нами по результатам GPS-наблюдений [64]. Район землетрясения 27 сентября 2003 г. на этой карте совпадает с аномальными вертикальными движениями. Эти данные получены в результате наблюдений в 2000, 2001, 2002 гг.

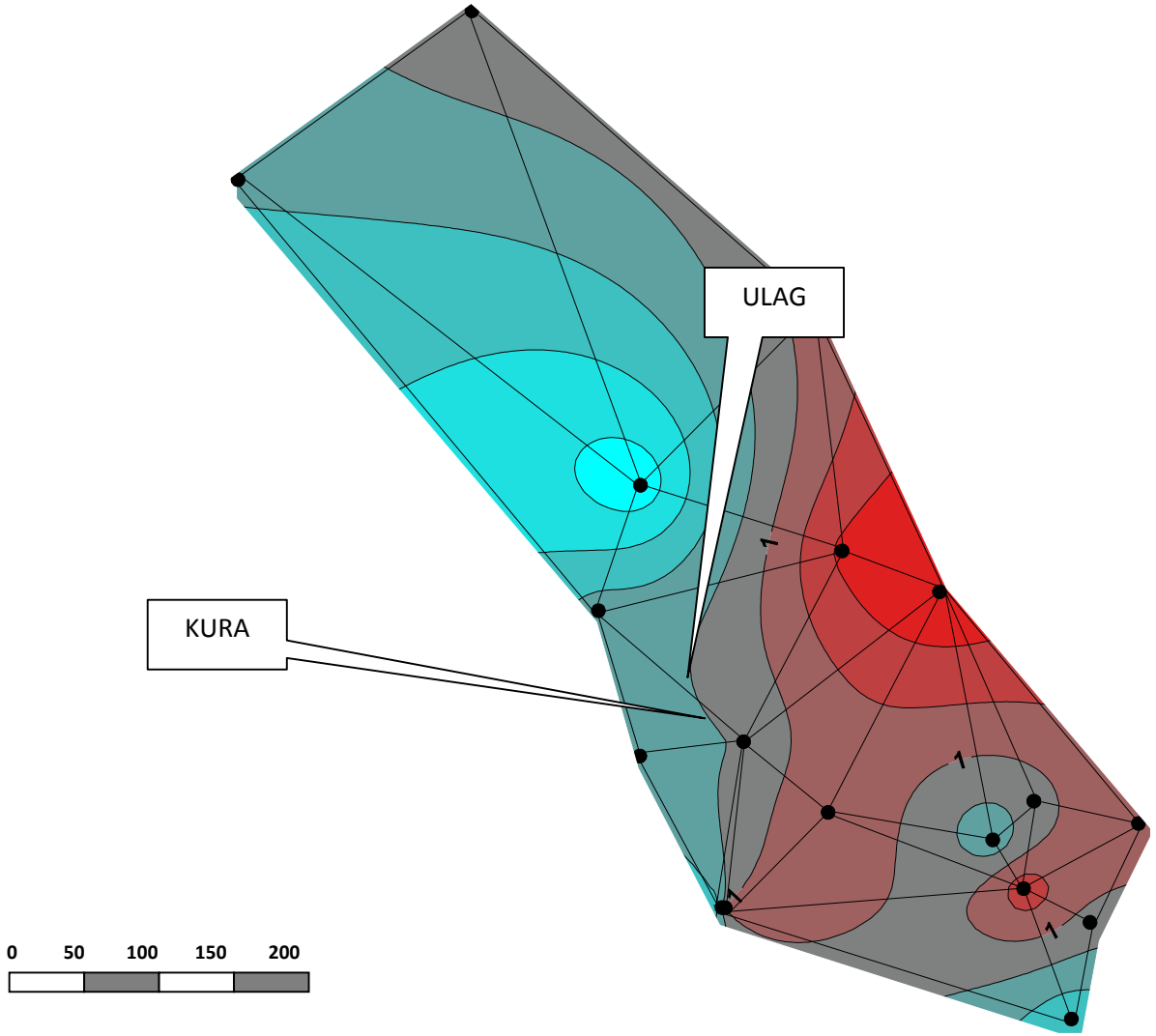


Рис. 49. Карта вертикальных движений ГДС Горный Алтай

Более точный прогноз места, а возможно, и мощности землетрясения, мог бы быть получен при усилении системы наблюдений за ГДС. Это, например:
добавление в сеть наблюдений пунктов более южных областей Алтая (Монгольский Алтай);
уплотнение сети в районе Северо-Чуйского и Южно-Чуйского хребтов Горного Алтая;
увеличение частоты наблюдений.

5.3. Движения и поля деформаций Горного Алтая перед Чуйским землетрясением по спутниковым данным с условно стабильной станцией ELTS

В работах [63–66] приведены результаты GPS-наблюдений за движениями земной поверхности Горного Алтая начиная с 2000 г. с частотой наблюдений раз в год. На рис. 50 красный многоугольник показывает границы этого уникального GPS-полигона Института геофизики СО РАН, наибольшее расстояние между пунктами которого составляет около 800 км (пункты KRUT – UKOK). При расчетах смещений GPS-пунктов авторами работы [65] как неподвижный был выбран пункт ELTS. Это ими было сделано на основании данных о горизонтальных движениях по профилю Lhasa (Тибет) – Urumchi (западный Китай) – Ukok Plateau и далее через Чуйскую долину в направлении на север.

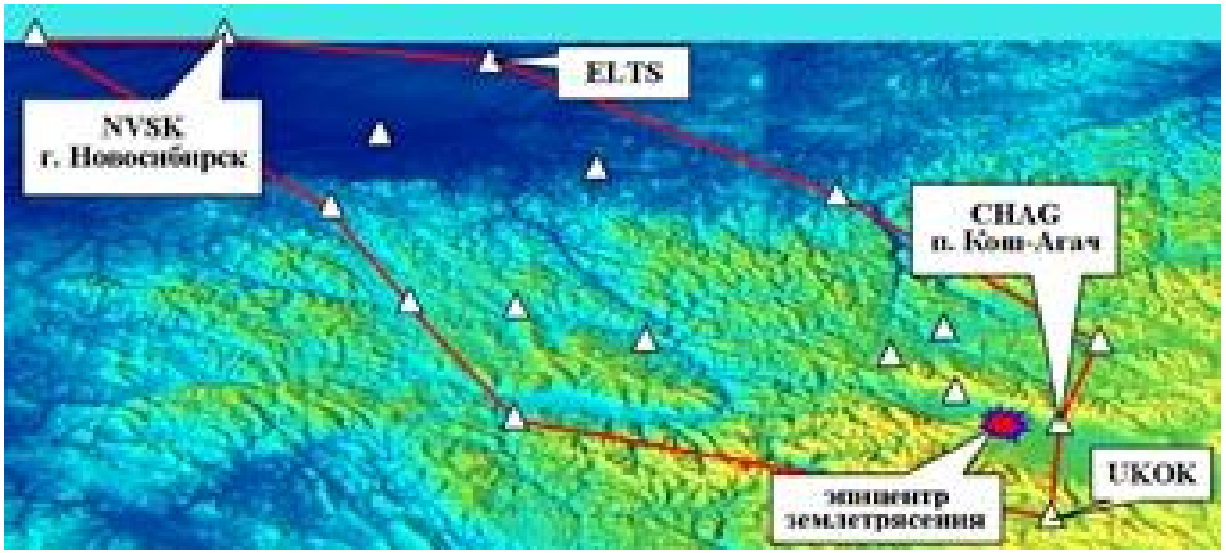


Рис. 50. Алтайская GPS-сеть

Наибольшие значения скоростей горизонтальных смещений GPS-пунктов за период с 2000 по 2003 г. составили 11 мм/год для UKOK и 5 мм/год для CHAG. Это самые южные пункты GPS-сети. У этих же пунктов наибольшие скорости вертикальных смещений –14 мм/год и –5 мм/год соответственно. Количественные характеристики площадных деформаций и напряжений для южных зон Алтайской GPS-сети приведены в работе [66].

В настоящем разделе делается графический анализ опубликованных в работе [64] данных о горизонтальных смещениях с целью определить наличие деформационного предвестника места землетрясения 27 сентября 2003 г. (магнитуда 7,5). Эпицентр землетрясения - горная перемычка между Чуйской и Курайской впадинами (см. рис. 50). Ближайший к эпицентру крупный населенный пункт – поселок Кош-Агач.

Основой анализа данных о горизонтальных смещениях являлись метод конечных элементов и современные компьютерные программы визуализации полей деформаций и напряжений, в частности Elcut.

Поле смещений однозначно определяется двумя компонентами вектора смещений δ в каждой точке:

$$\delta = \begin{Bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{Bmatrix}. \qquad (123)$$

Деформация связана с перемещением соотношением:

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial \delta_x}{\partial x} \\ \dfrac{\partial \delta_y}{\partial y} \\ \dfrac{\partial \delta_x}{\partial y} + \dfrac{\partial \delta_y}{\partial x} \end{Bmatrix}. \qquad (124)$$

Метод конечных элементов позволяет рассчитать (123) и (124) по дискретным в пространстве данным о смещениях, в нашем случае по данным о скоростях горизонтальных смещений GPS-пунктов из работы [64].

Приведем некоторые примеры компьютерной визуализации полей деформаций, позволяющие экспертно определять возможные места эпицентров землетрясений.

На рис. 51 изображено автоматическое (программное) разбиение GPS-полигона на конечные элементы. Как было выше отмечено, неравномерное разбиение логично объяснить фактом различной плотности размещения станций сети всего GPS-полигона. На рис. 52 дана картосхема векторов горизонтальных смещений. Интересными результатами этой визуализации являются видимое закручивание по часовой

стрелке центральной части GPS-полигона и относительно большое смещение в направлении северо-восток южной части.

Рис. 53 имеет подпись – «тензоры деформации». Поясним эту формулировку. Известно, что тензор – это матрица билинейного преобразования, по компонентам которой могут быть вычислены характеристики чистой деформации (растяжение/сжатие, сдвиг) и угол разворота. Поэтому будем помнить, что стрелки на рисунке представляют собой геометрическую интерпретацию ориентации главных осей деформации и их величин, которые получены по значениям компонентов тензора деформации. Стрелки внутрь говорят о сжатии района, стрелки наружу – о растяжении. Анализ этого рисунка дает интересный вывод – сильное сжатие южной части вдоль направления север-северо-восток.

Рис. 54–56 являются визуализацией полей деформации, а именно величин (124). На всех трех рисунках контрастом цвета четко выделяется зона на юге GPS-полигона. Особенно это видно на рис. 56. Если сопоставить эти рисунки с рис. 50, то четко видно совпадение северного угла аномальных по цвету зон с эпицентром землетрясения.

Анализ вертикальных движений в Горном Алтае [40] также подтверждает наличие деформационного предвестника в южной части GPS-полигона.

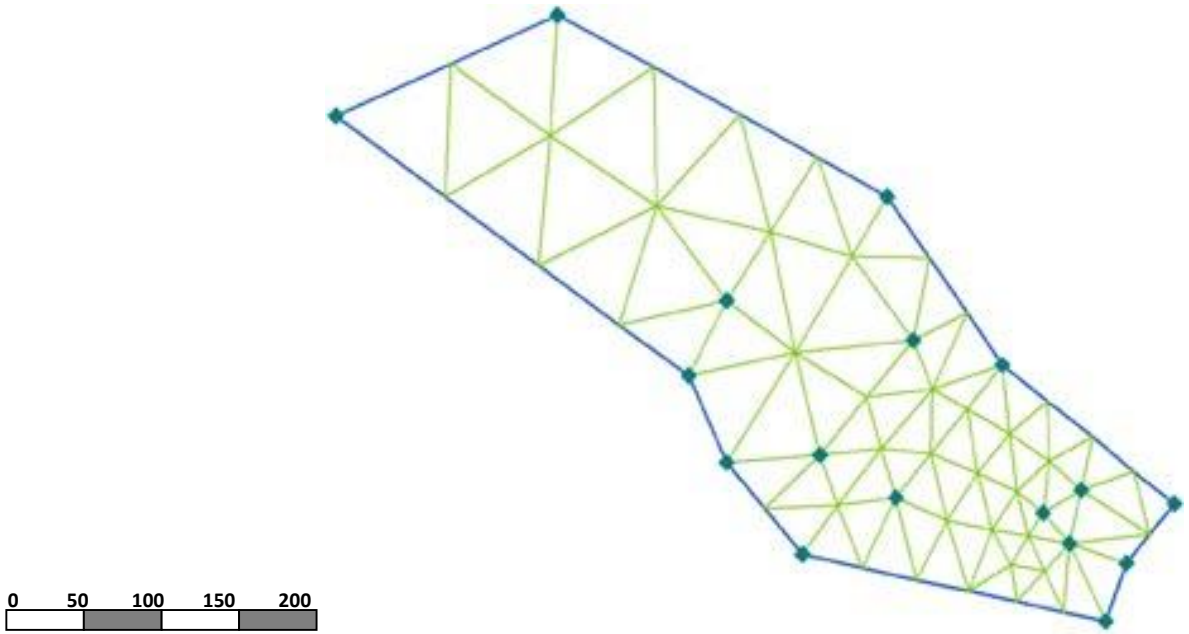


Рис. 51. Разбиение на конечные элементы

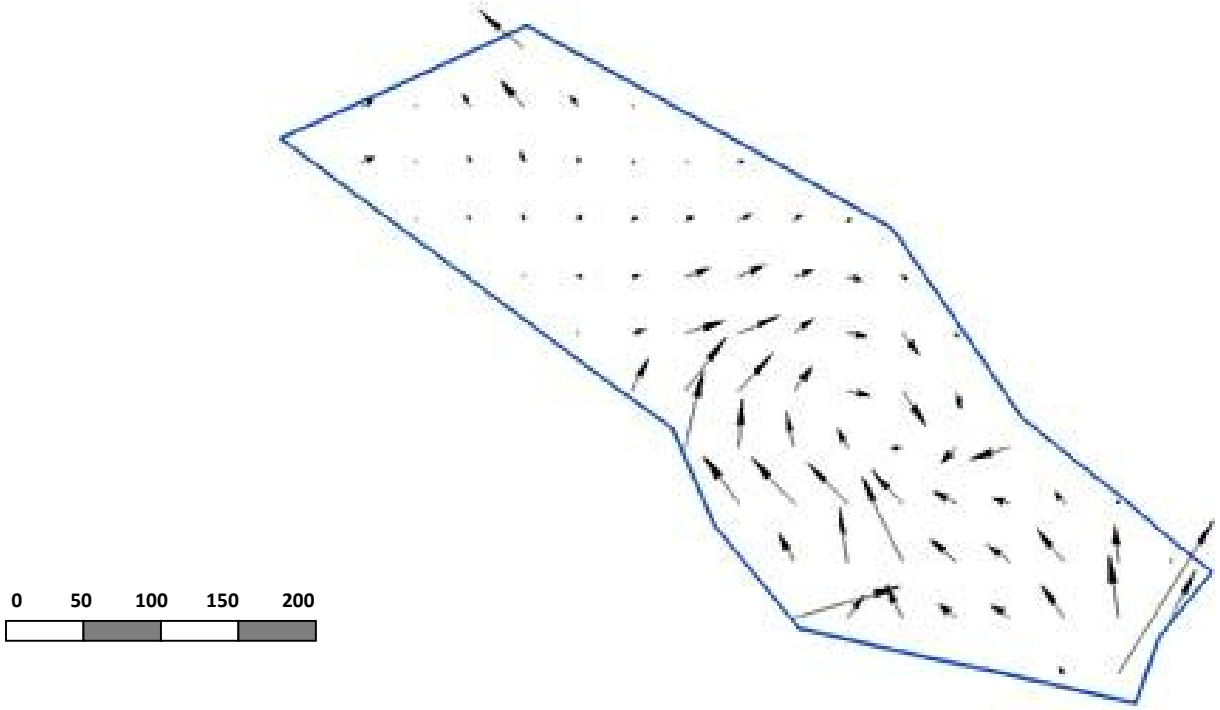


Рис. 52. Векторы смещений

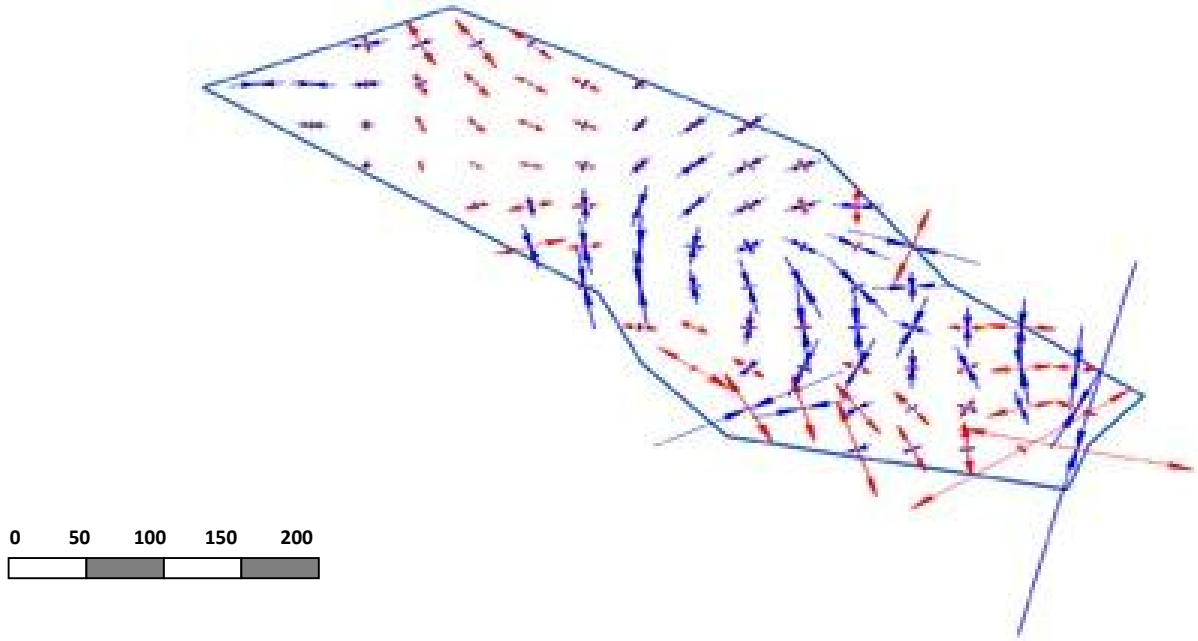


Рис. 53. Тензоры деформаций

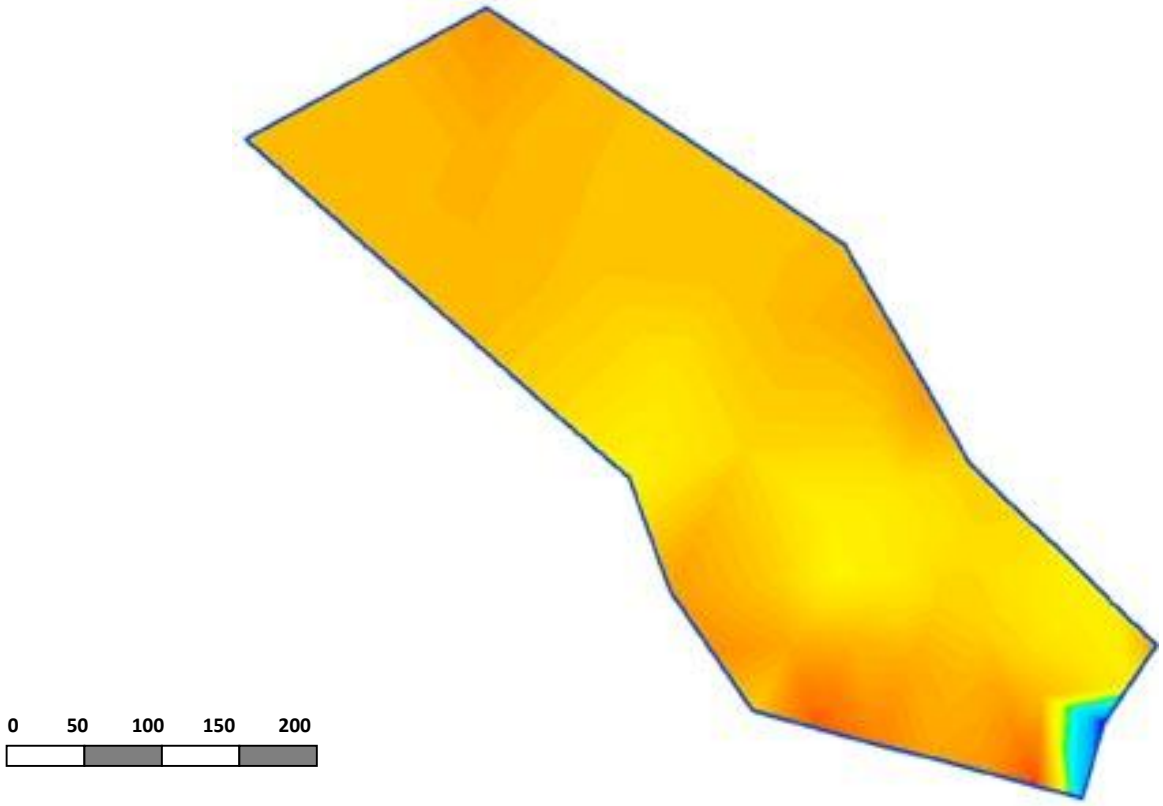


Рис. 54. Деформация ε_{xx}

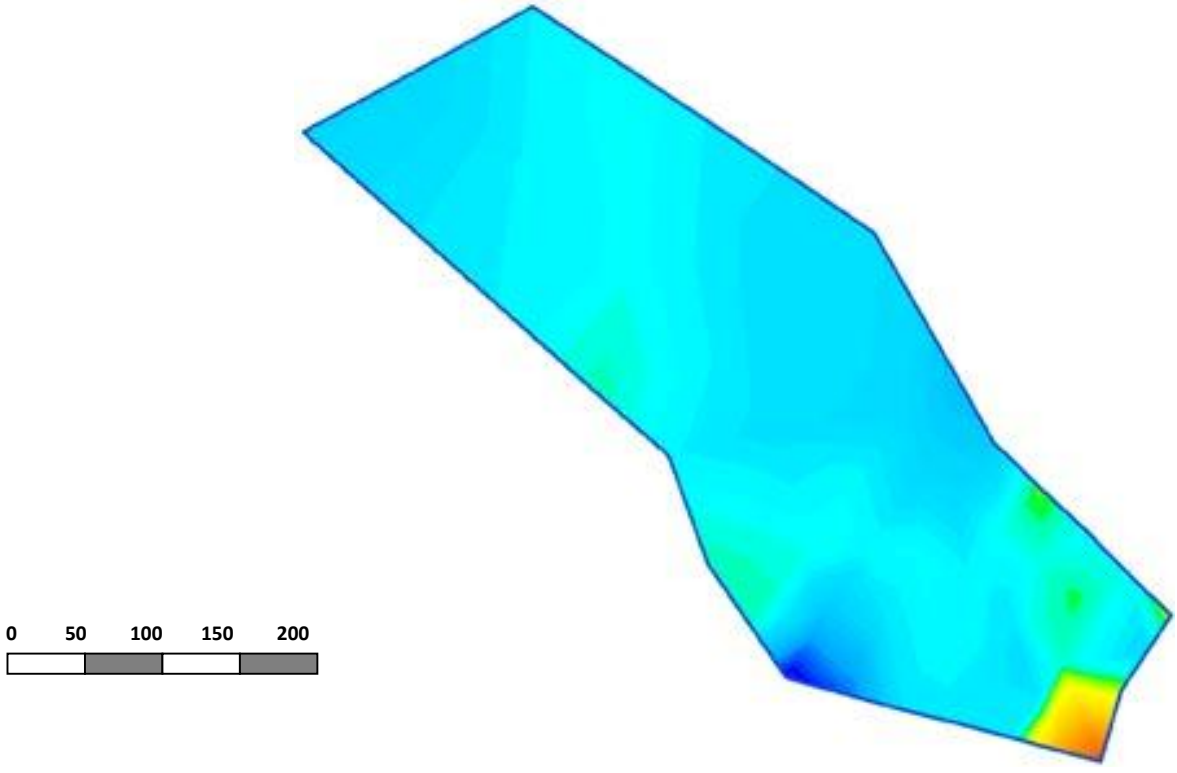


Рис. 55. Деформация ε_{yy}

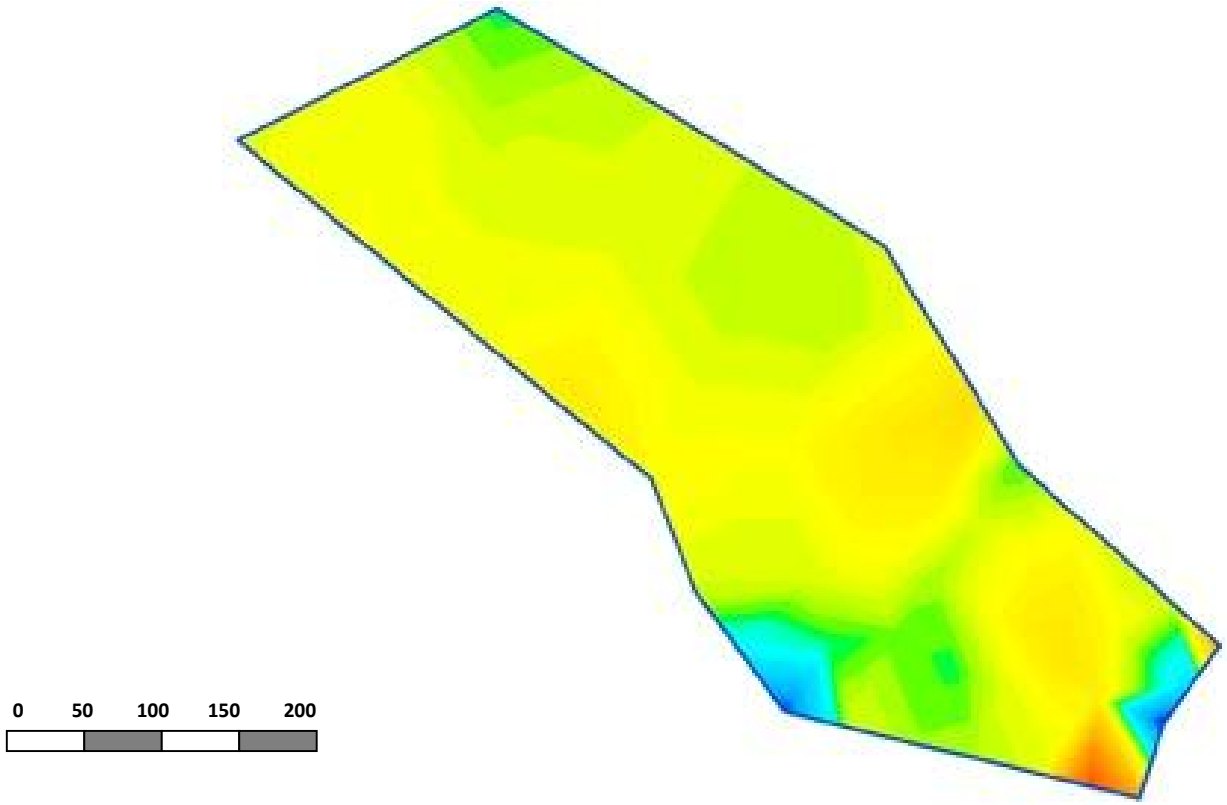


Рис. 56. Деформация γ_{xy}

Таким образом, делаем вывод, что в GPS-наблюдениях 2000–2003 гг. имелась информация о деформационном предвестнике Чуйского землетрясения. Это еще раз подтверждает важность геодезического метода наблюдений геодинамических процессов. Но выводов о месте готовящегося землетрясения в 2003 г. сделано не было.

В данном разделе на примере обработки данных Алтайской GPS-сети представлены некоторые возможности компьютерной визуализации полей деформаций, с помощью которой можно было бы экспертно определять место возможного эпицентра землетрясения.

5.4. Поля косейсмических смещений и деформаций земной поверхности Горного Алтая

Выше был сделан графический анализ опубликованных в работе [65] данных о скоростях горизонтальных смещений GPS-пунктов геодинамического полигона Института геофизики СО РАН до землетрясения 27 сентября 2003 г. (магнитуда 7,5). Одним из результатов этого анализа является вывод, что определение места готовящегося Чуйского землетрясения по результатам GPS-наблюдений было возможным.

Используя ту же информационную технологию, что и в работах [42, 239–243], проведем графический анализ полей косейсмических смещений и деформаций земной поверхности Горного Алтая, происшедших после землетрясения. Исследование полей косейсмических смещений и деформаций имеет важнейшее значение при разработке моделей землетрясений. Данные о смещениях в интервале 2003–2004 гг. были взяты из работы [66]. Графический анализ делался для южной части геодинамического полигона – район CHIK-ARTB-YAZU-UKOK-CHIK (рис. 57) с учетом предположения о стабильности (неподвижности) GPS-пункта NVSK (г. Новосибирск).

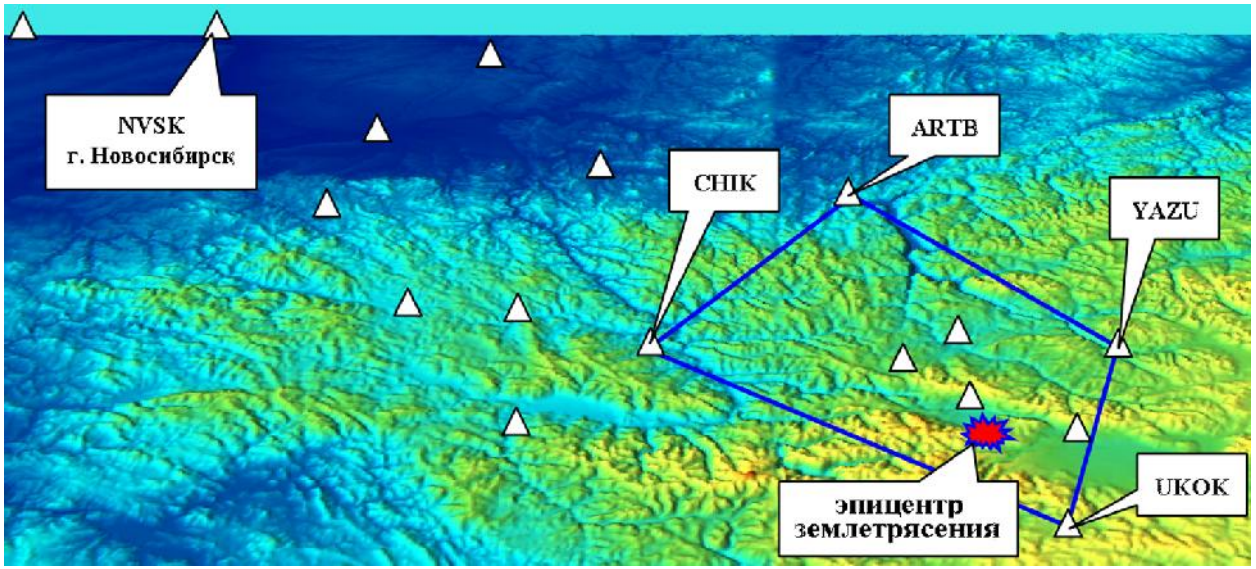


Рис. 57. Алтайская GPS-сеть

На рис. 58, кроме изображения исследуемого района (синий четырехугольник), показано положение нодальной плоскости (красная прерывистая линия), вдоль которой произошел разрыв. Вдоль этой линии располагаются эпицентры афтершоков [66].

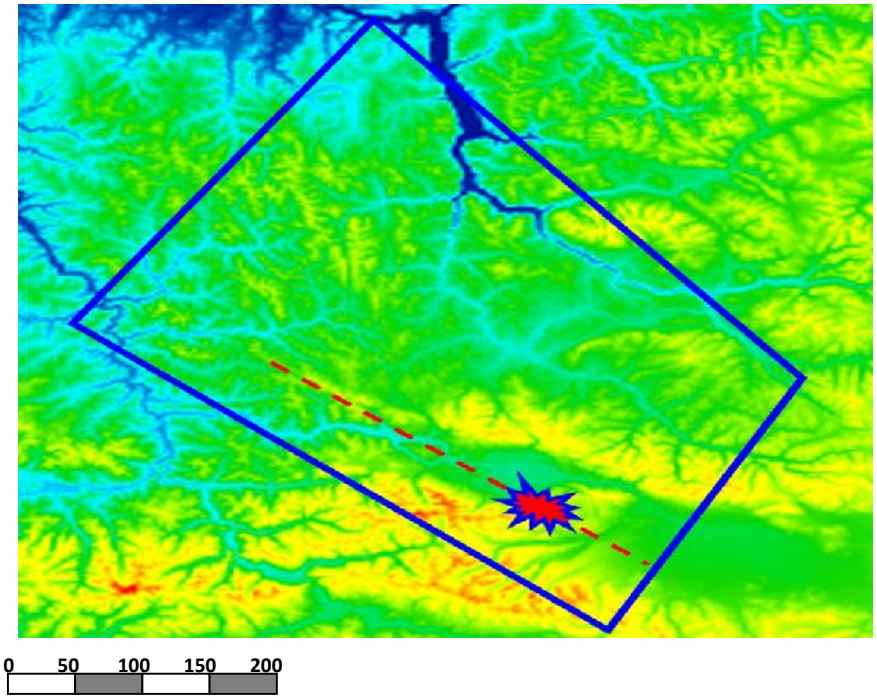


Рис. 58. Исследуемый район косейсмических деформаций

Приведем примеры компьютерной визуализации полей косейсмических смещений и деформаций в обозначенном нами районе. Поле смещений однозначно определяется двумя компонентами вектора смещений δ в каждой точке (см. формулу (122)). Деформация связана со смещениями соотношением (см. формулу (123)).

Используя метод конечных элементов, величины (122) и (123) могут быть рассчитаны для любой точки района. Исходными являются дискретные в пространстве данные о смещениях, в нашем случае – данные о

горизонтальных косейсмических смещениях GPS-пунктов из работы [66]. В формулах (122) и (123), а также далее в рисунках индекс *x* относится к оси координат «запад – восток», *y* – к оси «юг – север».

Поле горизонтальных смещений (122) иллюстрирует рис. 59. Изображение изменения формы и деформированной границы после землетрясения дано на рис. 60. Эти рисунки имеет два масштаба изображения – мелкий для контура района и крупный (утрированный) для векторов смещений.

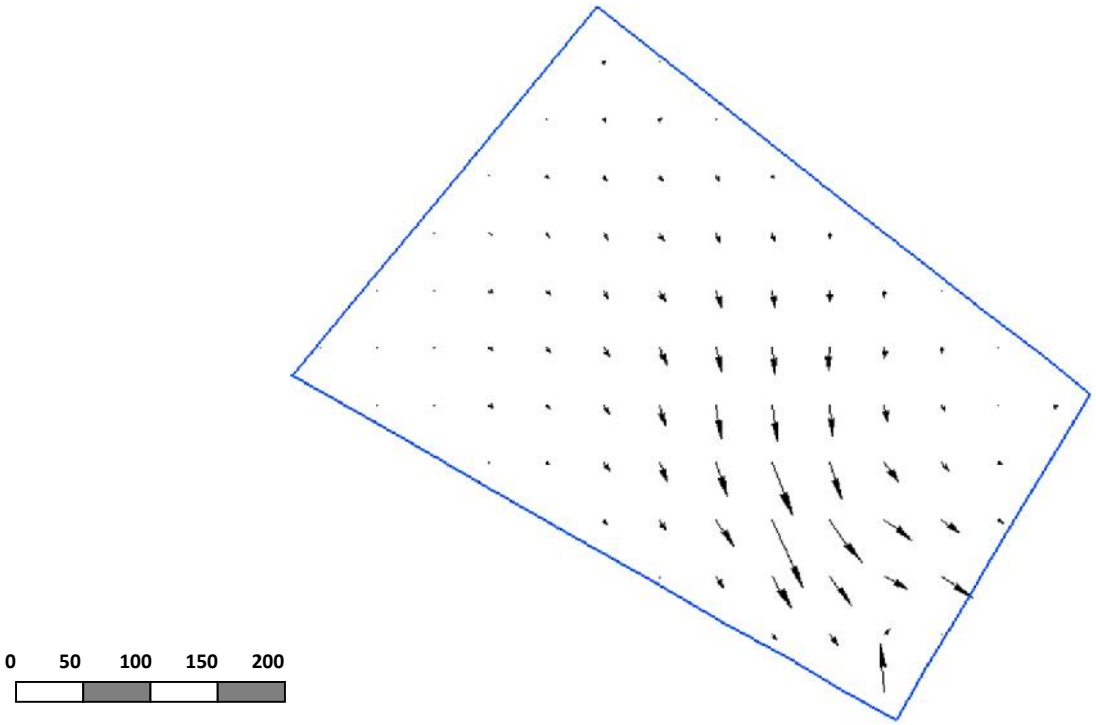


Рис. 59. Поле горизонтальных смещений

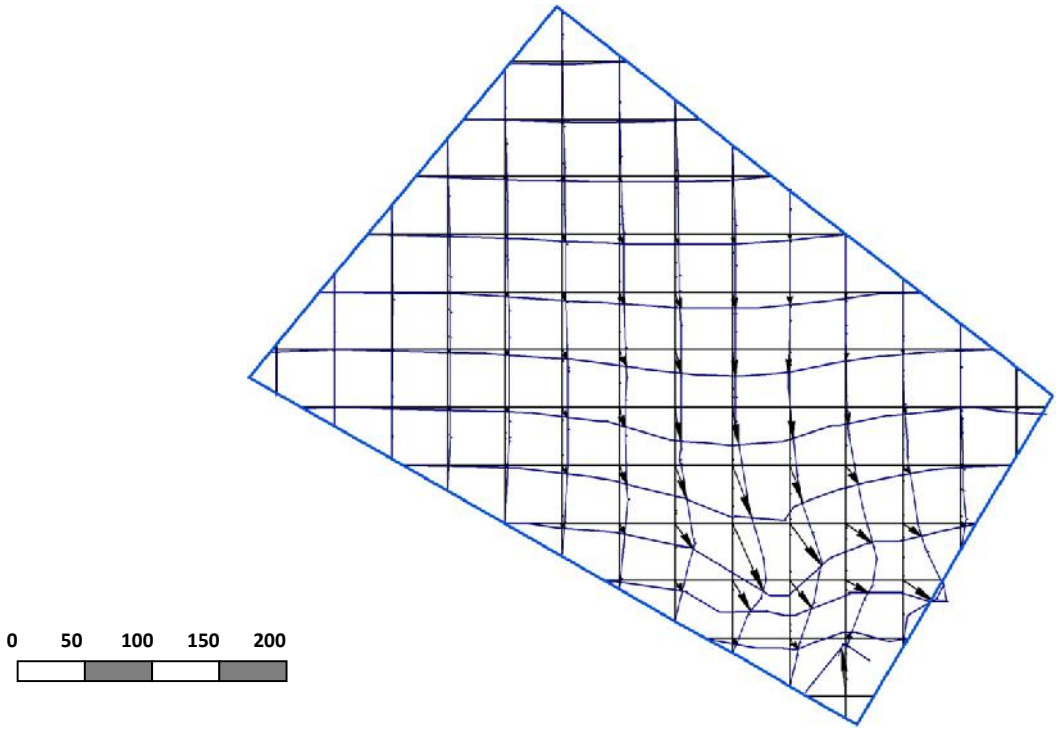


Рис. 60. Измененная форма и деформированная граница

Графическая интерпретация тензоров деформаций представлена рис. 61 (красные стрелки наружу – растяжение, синие стрелки внутрь – сжатие).

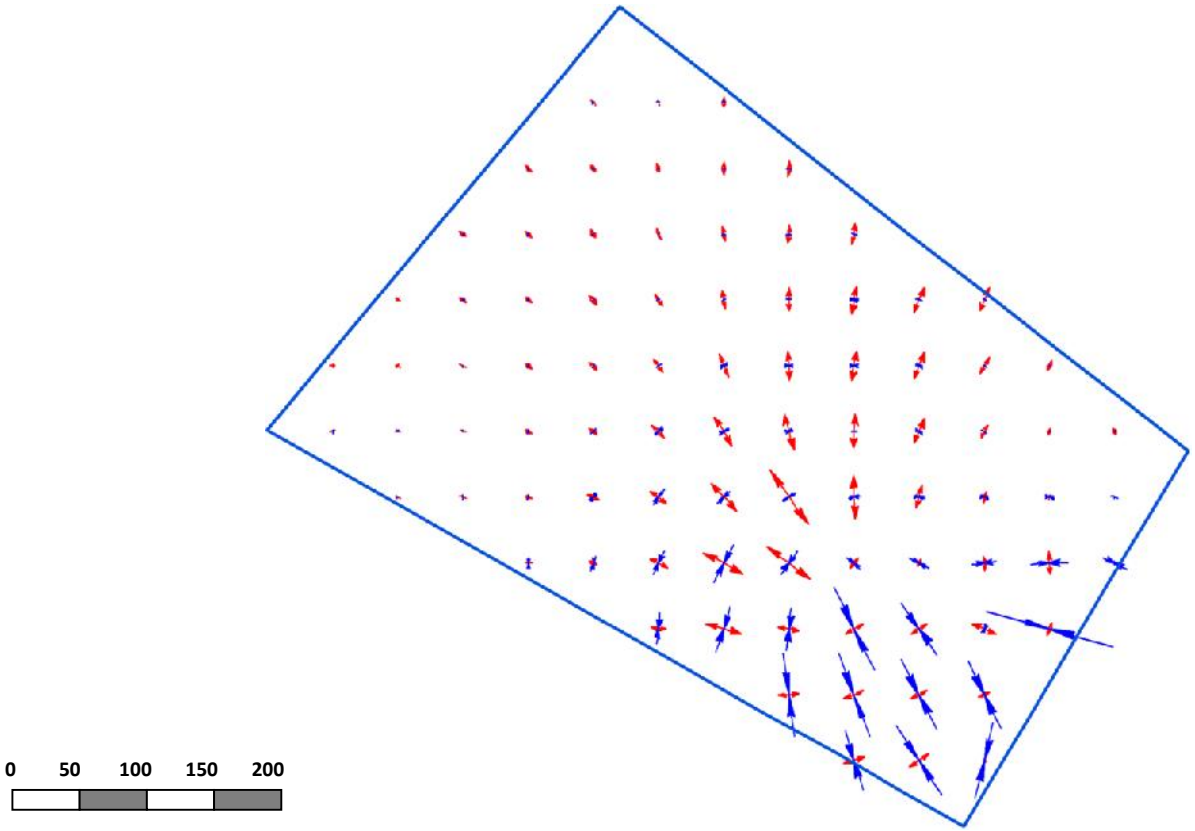


Рис. 61. Тензоры деформаций

На рис. 62 показано поле абсолютных значений векторов смещений $\delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2}$. Замечаем соответствие зоны самых больших значений смещений зоне эпицентров землетрясения и афтершоков вдоль нодальной плоскости (см. рис. 58). Рис. 63–65 иллюстрируют поля деформаций (формула (124)).

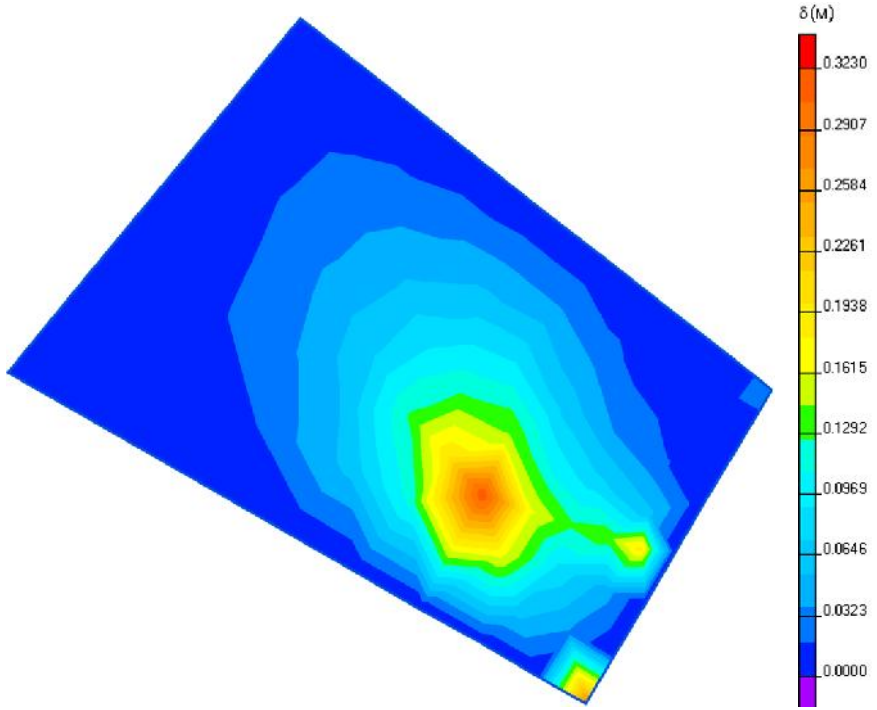


Рис. 62. Поле величин смещений δ

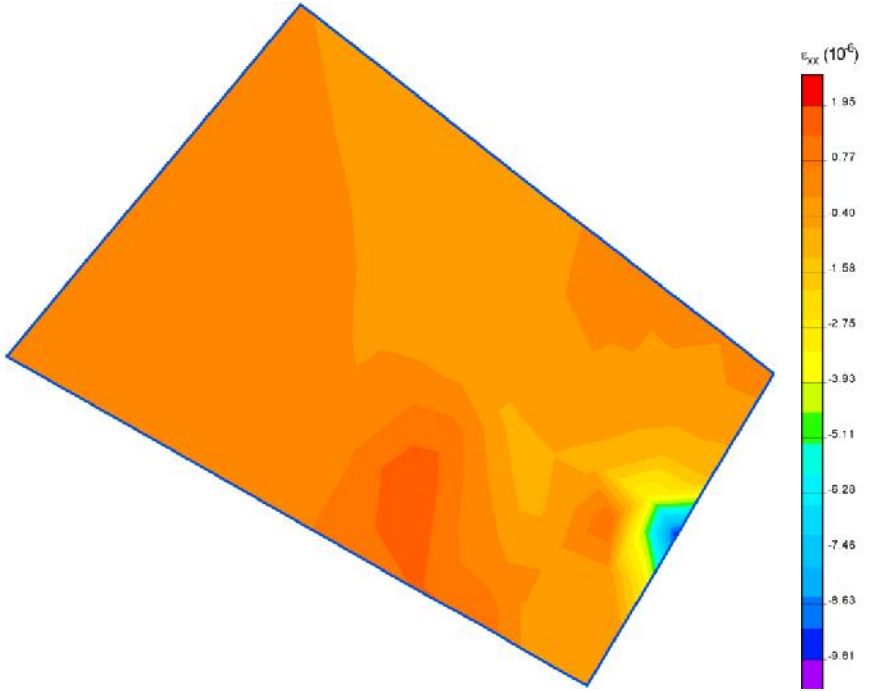


Рис. 63. Поле деформации ε_{xx}

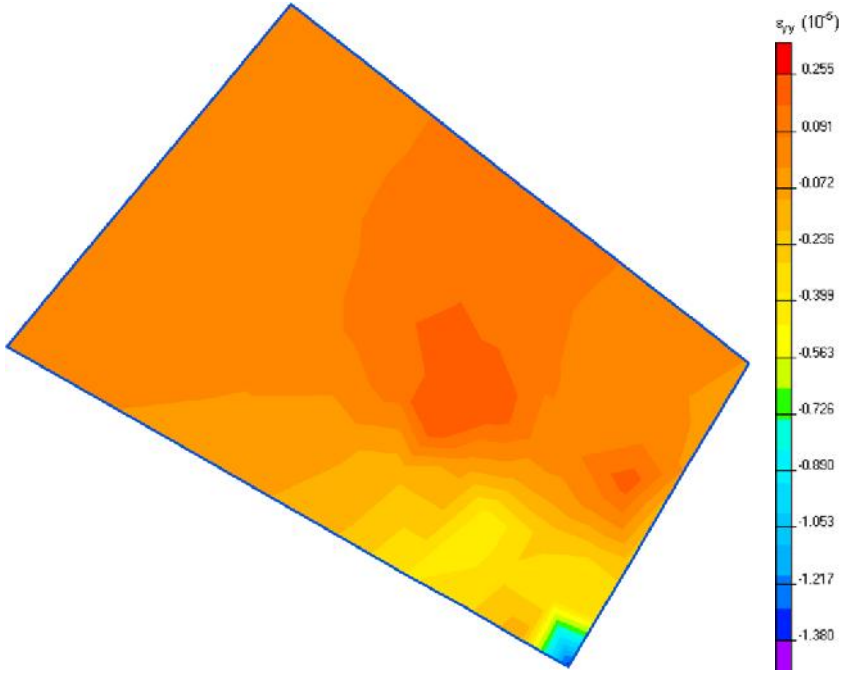


Рис. 64. Поле деформации ε_{yy}

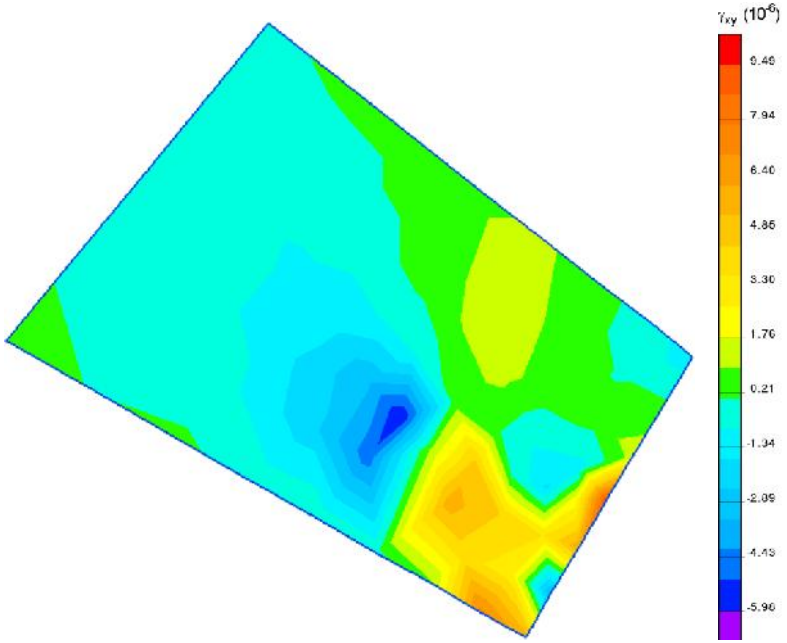


Рис. 65. Поле деформации γ_{xy}

В работе [66] выполнен анализ полей и моделей косейсмических смещений Горного Алтая. Основой анализа являлись векторы смещений GPS-пунктов. Здесь показаны некоторые элементы технологии компьютерной визуализации, позволяющей по тем же исходным данным более наглядно представить поля смещений и деформаций. А это, в свою очередь, позволит заметить новые интересные стороны сложного геодинамического явления, выполнить более точный и комплексный его анализ и моделирование.

5.5. Выводы

Для проверки и уточнения алгоритмов и создания элементов информационной технологии изучения геодинамических объектов и процессов по пространственно-временным рядам разнородных комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений были разработаны программы в различных средах программирования. Моделирование геодинамических объектов, моделирование пространственно-временных рядов комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений, их математическая обработка, статистический анализ и наглядное представление результатов вычислительных экспериментов выполнялись по этим программам в средах программирования Delphi и Matlab. Так же использовались электронные таблицы Excel и пакеты прикладных программ (Maple, Derive, Mathcad, Mathematica, StatGraphics, Matrixer, Surfer, Elcut, Microdem и др.).

Для проверки алгоритма, описанного в разделе 2.4, были написаны и отлажены программы по вычислению коэффициентов матрицы жесткости.

Для визуализации полей деформаций и напряжений использовались графические функции математического пакета Matlab и пакет Surfer. Для отработки алгоритмов совместной математической обработки и пространственно-временной интерпретации результатов разнородных комплексных геодезических и гравиметрических наблюдений больших объемов была написана соответствующая программа, реализующая алгоритм фильтра Калмана – Бьюси в среде Matlab.

Достоинством созданной программы является, то, что она применима к любому виду измерительной информации и любому ее объему. Это тот случай, когда вся сложность решения задачи математической обработки сводится к подготовке исходных данных. Размерность решаемой задачи ограничивается только характеристиками конкретного компьютера – размерами оперативной и дисковой памяти.

Приводятся примеры изучения геодинамических объектов по натурным измерениям. По спутниковым наблюдениям в Горном Алтае в период 2001–2002 гг., т. е. до катастрофического землетрясения 27 сентября 2003 г., выполнена оценка движений и деформаций состояния земной коры.

Изучаемый регион территориально охватывает структурные элементы Горного Алтая и его предгорий в пределах Российской Федерации. Полученные параметры поля деформаций с последующей компьютерной визуализацией этих полей позволили дать качественно новую информацию о геодинамических процессах в районе Горного Алтая, актуальную в связи с происшедшим землетрясением 27 сентября 2003 г.

На примере обработки натурных данных Алтайской GPS-сети 2001–2004 гг. представлены некоторые возможности технологии компьютерной визуализации полей деформаций, с помощью которой можно было бы экспертно определять место возможного эпицентра землетрясения. Показаны некоторые элементы технологии компьютерной визуализации, позволяющей по дискретным данным о горизонтальных движениях пунктов наглядно представить поля смещений и деформаций. А это, в свою очередь, позволит заметить новые интересные стороны сложного геодинамического явления, выполнить более точный и комплексный его анализ и моделирование.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В монографии описана реализация принципа совместной математической обработки геодезических и гравиметрических измерений с включением в состав оцениваемого вектора параметров переменных масс геодинамического объекта. При этом обеспечивается оптимальное решение задачи определения закономерностей движений, текущих и прогнозных оценок геодинамических объектов и характеристик их точности в виде ковариационных матриц. Предлагается использование полученных уравнений наблюдений.

Представлена разработанная методика настройки по критерию оптимальности (минимуму обобщенной дисперсии оценок определяемых параметров). Она позволяет объективно определять дополнительные геодезические и гравитационные параметры (коэффициенты) модели динамики объекта, которые расширяют возможности применения геодезии и гравиметрии при изучении геодинамических процессов.

Предложены технологические решения и программное обеспечение, позволяющие выполнять оперативную комплексную математическую обработку и пространственно-временную интерпретацию больших массивов геодезических и гравиметрических наблюдений. При этом обеспечиваются более наглядная и информативная, чем раньше, визуализация полей смещений и деформаций по дискретным данным о движениях пунктов, новые возможности для оперативного решения задач прогноза, снижения риска и уменьшения последствий геодинамических катастроф природного и техногенного характера.

Таким образом, расширены возможности поиска решений обратных некорректных задач геофизики по разнородным данным. Разработанные методики изучения геодинамических процессов на основе моделирования меняющихся во времени геодезических и гравитационных параметров позволяют решать

межотраслевые научно-технические проблемы исследований как на техногенных геодинамических полигонах в местах разработки полезных ископаемых, при строительстве и эксплуатации крупных инженерных сооружений, так и в районах с повышенной природной сейсмо-тектонической опасностью (вулканы, зоны сочленения синклинальных образований и платформ и др.).

Разработанные технологические решения позволяют принимать более обоснованные управленческие решения по обеспечению устойчивого развития территорий, в том числе экологического равновесия, снижению риска и уровня последствий катастроф природного и техногенного характера, что имеет огромное социальное и экономическое значение для многих регионов России.

Проведенные научные исследования позволяют обозначить перспективы дальнейшего совершенствования комплексных исследований по изучению геодинамических явлений природного и техногенного характера. В частности, необходимо специальное изучение вопросов включения в этап совместной математической обработки геодезических и геофизических наблюдений различного пространственно-временного масштаба. Их реализация потребует, по-видимому, выявления возможности автоматизированной идентификации структуры геодинамических объектов с учетом их прочностных, физических и механических характеристик для принятия решений по управлению геодинамической ситуацией. Математическая обработка и интерпретация результатов должны вестись в реальном времени с автоматической регистрацией развивающихся деформаций и связанных с ними изменений геофизических полей и пространственного положения опорных реперов. По-видимому, потребуется расширить класс математических моделей, описывающих структуру, меняющиеся гравитационное поле и напряженно-деформированное состояние геодинамических объектов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Хаин В. Е. Геодинамические процессы, эволюция взглядов и современные представления. Океанология, геофизика океана Т. 2: Геодинамика; отв. ред. О. Г. Сорохтин. – М.: Наука, 1979.
2. Пеллинен Л. П. Высшая геодезия (Теоретическая геодезия). – М.: Недра, 1978. – 264 с.
3. Юркина М. И. Исследования по совместному определению изменений земного гравитационного поля и вертикальных движений земной коры по повторным гравиметрическим и нивелирным наблюдениям // Повторные гравиметрические наблюдения. – М., 1988. – С. 6–22.
4. Зоненшайн Л. П., Савостин Л. А. Введение в геодинамику. – М.: Недра, 1979.
5. Океанология. Геофизика океана Т. 2: Геодинамика; отв. ред. О. Г. Сорохтин. - М.: Наука, 1979.
6. Хорофас Д. Н. Системы и моделирование. – М.: Мир, 1967.
7. Панкрушин В. К. Математическое моделирование и идентификация геодинамических систем: монография; отв. ред. В. А. Середович. – Новосибирск: СГГА, 2002. – 423 с.
8. Николаев А. В. Черты геофизики XXI века. Проблемы геофизики XXI века: В 2 кн. – М.: Наука, 2003.
9. Страхов В. Н. Две парадигмы в теории интерпретации гравитационных и магнитных аномалий // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1987. – № 1. – С. 46–61.
10. Молоденский М. С. Современные задачи изучения фигуры Земли // Геодезия и картография. – 1958. – № 7. – С. 3–5.
11. Алексеев А. С. К развитию концепции многодисциплинарного прогноза землетрясений. Проблемы геофизики XXI века: В 2 кн. Кн. 2; отв. ред. А. В. Николаев. – М.: Наука, 2003. – 333 с.

12. О свойстве дискретности горных пород / М. А. Садовский и др. // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1982. – № 12.
13. Садовский М. А., Писаренко В. Ф. Дискретные иерархические модели геофизической среды // Комплексные исследования по физике Земли. – М.: Наука, 1989. – С. 68–87.
14. Шерман С. И. Разломно-блоковая делимость литосферы: закономерности структурной организации и тектонической активности // Геодинамика и эволюция Земли: материалы к научной конференции РФФИ. – Новосибирск: изд-во СО РАН, НИЦ ОИГГМ, 1996. – С. 74–77.
15. Sherman S. I., Gladkov A. S. Fractals in studies of faulting and seisicity in the Baikal rift zone // Tectonophysics. – 1999. – Vol. 308. – P. 133–142.
16. Гольдин С. В. Физика «живой» Земли. Проблемы геофизики XXI века: В 2 кн.; отв. ред. А. В. Николаев. – М.: Наука, 2003.
17. Соболев Г. А., Пономарев А. В. Физика землетрясений и предвестники. – М.: Наука, 2003.
18. Бородзич Э. В., Галинский А. М., Яницкий И. Н. Перспективы развития прогностических исследований // Прогноз землетрясений (Душанбе). – 1988. – № 10. – С. 268–285.
19. Курленя М. В., Опарин В. Н. Скважинные геофизические методы диагностики и контроля напряженно-деформированного состояния массивов горных пород. – Новосибирск: Наука, 1999.
20. Шеменда А. И. Моделирование крупномасштабных деформаций литосферы. Экспериментальная тектоника: методы, результаты, перспективы. – М.: Наука, 1989.
21. Поля напряжений и деформаций в литосфере; под ред. А. С. Григорьева, Д. Н. Осокиной. – М.: Наука, 1979. – 256 с.
22. Бондаренко П. М. Моделирование тектонических полей напряжений элементарных деформационных структур. Экспериментальная тектоника: методы, результаты, перспективы. – М.: Наука, 1989.

23. Мовсесян Р. А., Багдоев А. Г., Саакян А. В. Теоретическое исследование предвестника землетрсений – деформационной кривой // Геодезия и картография. – 2002. – № 7. – С. 18–23.
24. Проблемы современных движений земной коры. Третий междунар. симпозиум, Ленинград, СССР, 1968 г.; отв. ред. Ю. Д. Буланже, Ю. А. Мещеряков. – М., 1969.
25. Сидоров В. А., Кузьмин Ю. О. Современные движения земной коры осадочных бассейнов. – М.: МГК при Президиуме АН СССР, 1989. – 181 с.
26. Есиков Н. П. Тектонофизические аспекты анализа современных движений земной поверхности. – Новосибирск: Наука, 1979. – 182 с.
27. Современные движения земной коры; отв. ред. И. П. Герасимов, Ю. Д. Буланже, Ю. А. Мещеряков. – М.: Изд-во АН СССР,1963. – 383 с.
28. Принципы выявления приоритетных направлений в геологических науках / А. И. Султанходжаев и др. – Ташкент: Фан, 1990.
29. Сашурин А. Д. Современная геодинамика и развитие катастроф на объектах недропользования // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2004. – С. 369–372.
30. Милановский Е. Е. Развитие и современное состояние проблемы расширения и пульсации Земли. Проблемы расширения и пульсации Земли. – М.: Наука, 1984.
31. К оценке параметров вариации поля упругих напряжений в земной коре Урала / А. В. Зубков и др. // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2004. – С. 267–270.
32. Зубков А. В. Напряженное состояние верхней части земной коры Урала // Докл. РАН. – 1997. – Т. 356, № 6.
33. Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: тр. междунар. конф. – Новосибирск: СО РАН, 1999. – 511 с.

34. Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2001. – 425 с.
35. Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2003. – 425 с.
36. Проблемы и перспективы развития горных наук: тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2004. – 456 с.
37. Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2005. – 530 с.
38. Курленя М. В., Опарин В. Н. Современные проблемы нелинейной геомеханики. Геодинамика и напряженное состояние недр Земли // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: СО РАН, 1999. – С. 5–20.
39. Опарин В. Н. Сибирская школа геомехаников академика М. В. Курлени: основные достижения и перспективы развития. Геодинамика и напряженное состояние недр Земли // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2001. – С. 7–18.
40. Середович В. А., Панкрушин В. К., Мазуров Б. Т. Идентификация напряженно-деформированного состояния и поворотных движений геодинамических систем по наземным и спутниковым наблюдениям // Сб. материалов VIII междунар. научно-практ. конф. Geoinfocad, Франция, Ницца, 12–19 марта 2004 г. – Новосибирск: СГГА, 2004. – С. 11–14.
41. Середович В. А., Панкрушин В. К., Мазуров Б. Т. Математическое моделирование и идентификация напряженно-деформированного состояния геодинамических систем по пространственно-временным рядам комплексных геодезических и геофизических наблюдений // Тр. междунар. конф. «Сучасні досягнення геодезической науки та виробництва», Збірник наукових праць Західного Геодезичного Товариства. – Львів: Ліга-Прес, 2004. – С. 409–416.

42. Идентификация движений и напряженно-деформированного состояния самоорганизующихся геодинамических систем по комплексным геодезическим и геофизическим наблюдениям: монография / В. А. Середович, В. К. Панкрушин, Ю. И. Кузнецов, Б. Т. Мазуров, В. Ф. Ловягин; под общ. ред. В. К. Панкрушина. – Новосибирск: СГГА, 2004. – 356 с.
43. Моделирование и исследование самоорганизующихся геодинамических систем по комплексным геодезическим наблюдениям во времени / В. А. Середович, В. К. Панкрушин, Ю. И. Кузнецов, Б. Т. Мазуров, В. Ф. Ловягин // Сб. материалов междунар. научно-техн. конф., посвящ. 225-летию МИИГАиК, Москва, 2004. – М., 2004. – С. 89–93.
44. Seredovich Vladimir A., Pankrushin Venyamin K. and Mazurov Boris T. Mathematical Modeling and Identification of the Stressed-deformed State of Geodynamic Systems by Spatio-temporal Series of Combined Geodetic and Geophysical Observations in the Light of Prediction of Natural and Technogenic Catastrophes. FIG Working Week 2004, Athens, Greece, May 22–27, 2004.
45. Мазуров Б. Т., Панкрушин В. К., Середович В. А. Математическое моделирование и идентификация напряженно-деформированного состояния геодинамических систем в аспекте прогноза природных и техногенных катастроф // Вестник СГГА. – 2004. – Вып. 9. – С. 30–35.
46. Мазуров Б. Т., Панкрушин В. К., Середович В. А. Идентификация напряженно-деформированного состояния геодинамических систем на основе комплексных геодезических и геофизических наблюдений // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2004. – С. 175–183.
47. Мазуров Б. Т. Математическая обработка комплексных геодезических и геофизических наблюдений в условиях извлечения и перемещения больших объемов руды и пород // Проблемы и перспективы развития горных наук: тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2005. – С. 184–193.

48. Интерпретация комплексных геодезических и геофизических наблюдений за напряженно-деформированным состоянием геодинамических систем / Ю. И. Кузнецов, Б. Т. Мазуров, В. К. Панкрушин, В. А. Середович // Проблемы и перспективы развития горных наук: тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2005. – С. 194–199.
49. Добрецов Н. Л., Кирдяшкин А. Г., Кирдяшкин А. А. Глубинная геодинамика. – 2-е изд., доп. и перераб. – Новосибирск: СО РАН, филиал «Гео», 2001.
50. Поле упругих напряжений Земли и механизм очагов землетрясений / Л. М. Балакина и др. – М.: Наука, 1972. – 192с.
51 Теория и методы математического моделирования напряженно-деформированного состояния земной коры по комплексным геодезическим и геофизическим наблюдениям в аспекте снижения риска геодинамических катастроф [Текст]: отчет о НИР (промежуточ.)/ Сиб. гос. геодез. акад.; рук. Панкрушин В. К. – Новосибирск, 2004. – № ГР 012004.09418. – Инв. № 022006.05301.
52. Теория и методы математического моделирования напряженно-деформированного состояния земной коры по комплексным геодезическим и геофизическим наблюдениям в аспекте снижения риска геодинамических катастроф [Текст]: отчет о НИР (промежуточ.) / Сиб. гос. геодез. акад.; рук. Панкрушин В. К. – Новосибирск, 2005. – № ГР 012004.09418.
53. Теория и методы математического моделирования напряженно-деформированного состояния земной коры по комплексным геодезическим и геофизическим наблюдениям в аспекте снижения риска геодинамических катастроф [Текст]: отчет о НИР (заключит.) / Сиб. гос. геодез. акад.; рук. Панкрушин В. К. – Новосибирск, 2006. – 114 с.
54. Мазуров Б. Т. Структурная идентификация движений мобильных блоков с помощью последовательной кластер-процедуры // Математ. обработка результатов геодез. наблюдений: межвуз. сб. науч. тр. / Новосибирск: НИИГАиК, 1993. – С. 75–81.

55. Мазуров Б. Т. Структурная идентификация движений земной коры с помощью последовательной кластер-процедуры // Итоги XLII научно-техн. конф: межвуз. сб. науч. тр. – Новосибирск: СГГА, 1994. – С. 15–16.
56. Мазуров Б. Т. О непараметрических методах обработки геодезических данных // Соврем. проблемы геодезии и оптики: сб. тезисов L научно-техн. конф. преподавателей СГГА. – Новосибирск, 2000. – С. 33.
57. Мазуров Б. Т. Фрактальный подход к идентификации геологически закрытых разноглубинных структур по аэрокосмическим съемкам / Б. Т. Мазуров, В. К. Панкрушин, В. А. Середович // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2006. – С. 161–165.
58. Прилепин М. Т. Некоторые результаты решения геодинамических задач геодезическими методами // Сб. материалов междунар. научно-техн. конф., посвящ. 225-летию МИИГАиК, Москва, 2004. – М., 2004. – С. 7–14.
59. Татевян С. К., Кузин С. П., Ораевская С. П. Испльзование спутниковых позиционных систем для геодинамических исследований // Геодезия и картография. – 2004. – № 6. – С. 33–44.
60. Татевян С. К. Использование спутниковых позиционных измерений для геодинамических исследований // Сб. материалов междунар. научно-техн. конф., посвящ. 225-летию МИИГАиК, Москва, 2004. – М., 2004. – С. 106–110.
61. Серебрякова Л. И., Ходаков П. А. О постановке работ на прогнозных геодинамических полигонах // Геодезия и картография. – 2006. – № 5. – С. 27–35.
62. Серебрякова Л. И., Кузнецов Ю. Г. Краткий итог геодезических исследований по прогнозу сильных землетрясений // Геодезия и картография. – 2005. – № 2. – С. 27–35.
63. Тимофеев В. Ю. Деформации в юго-западной части Байкальской рифтовой зоны по измерениям методами GPS, светодальнометрии и деформографии // Вестник СГГА. – 2004. – Вып. 9. – С. 21–26.

64. Тимофеев В. Ю., Запреева Е. А., Ардюков Д. Г. Мониторинг современных горизонтальных движений Алтая // Соврем. проблемы геодезии и оптики: сб. материалов LIII междунар. научно-техн. конф. СГГА. Ч. III. – Новосибирск: СГГА, 2003. – С. 217–219.
65. Goldin V., Timofeev V. Yu., Ardyukov D. G. Fields of the Earth's Surface Displacement in the Chuya Earthquake Zone in Gornyi Altai: doklady Earth Sciences. – Vol. 405A, No. 9. – 2005. – PP. 1408–1413.
66. Поля и модели смещений земной поверхности Горного Алтая / В. Ю. Тимофеев и др. // Геология и геофизика. – 2006. – Т. 47, № 8. – С. 923–937.
67. Crustal motion in Indonesia from Global Positioning System measurements / Y. Bock and al. // Journal of geophysical research, V. 108, № B8, 2367, doi:10.1029/2001JB000324, 2003.
68. Contemporary horizontal and vertical deformation in the Tien Shan / T. A. Herring and al. / Сб. тр. семинара «APGS-Иркутск, 2002». – М.: ГЕОС, 2002. – С. 75–84.
69. Третяк К. Исследование деформаций земной поверхности Центральной Европы по результатам GPS-наблюдений перманентных станций в 1992-2000 годах // Сучасні досягнення геодезичноі науки та виробництва. – Зб. Наук. Праць. – Львів: Ліга-Прес, 2004. – С. 41–49.
70. Савиных В. П., Ященко В. Р., Ямбаев Х. К. Геодезические исследования геодинамики рифтовой зоны озера Байкал // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2006. – № 5. – С. 3–10.
71. Колмогоров В. Г., Колмогорова П. П. Современная кинематика земной поверхности юга Сибири. – Новосибирск: Наука, 1990. – 153 с.
72. Колмогорова П. П., Колмогоров В. Г. Современные вертикальные движения Алтае-Саянской области и их связь с новейшими движениями и сейсмичностью // Геология и геофизика. – 2002. – Т. 43, № 6. – С. 563–574.
73. Колмогоров В. Г., Сапегина Е. Н. Деформационное состояние земной поверхности Алтае-Саянской области по геодезическим данным // Вестник СГГА. – 2004. – Вып. 9. – С. 27–30.
74. Turcotte D. L. A fractal model for crastal deformanion // Tectonophysics, 132, 1986. – P. 261–269.

75. Turcotte Donald L. Fractals and chaos in geology and geophysics // Second edition. Cambridge universite press, 1997. – 398 p.
76. International Conference «Ill – Posed and Inverse Problems» dedicated to Prof. M. M. Lavrent'ev on the occasion of his 70 th anniversary (August 5–9, 2002, Novosibirsk, Russia): Fractalness and recursiveness. Yu. I. Kuznetsov. – Novosibirsk, Sobolev Institute of Mathematics, 2002. – P. 101.
77. Исследование сложных самоорганизующихся объектов и информационных систем геодезии. Состояние вопроса задач геодезии с позиции концепции и методологии самоорганизации (синергетики) сложных систем: отчет о НИР (промежуточ.) / Сиб. гос. геодез. акад.; рук. Середович В. А.; отв. исполн. Панкрушин В. К. – Новосибирск, 2001. – № ГР 012001.15981.
78. Исследование сложных самоорганизующихся объектов и информационных систем геодезии. Разработка методов математического моделирования сложных самоорганизующихся систем с природными компонентами, наблюдаемых во времени геодезическими методами: отчет о НИР (промежуточ.) / Сиб. гос. геодез. акад.; рук. Середович В. А. – Новосибирск, 2002. – № ГР 012001.15981.
79. Исследование сложных самоорганизующихся объектов и информационных систем геодезии. Разработка теории и методов математического моделирования банков данных сложных самоорганизующихся систем геодезии: отчет о НИР (промежуточ.) / Сиб. гос. геодез. акад.; рук. Середович В. А. – Новосибирск, 2005. – № ГР 012001.15981.
80. Исследование геодинамики Краснодарского края методами спутниковой геодезии / В. П. Глумов и др. // Сб. материалов междунар. научно-техн. конф, посвящ. 225-летию МИИГАиК, Москва, 2004. – М., 2004. – С. 49–51.
81. Маслов А. А. Расчет деформаций поверхности Земли по гравитационным данным // Геология и геофизика. – 1983. – № 5. – С. 30–35.

82. Церклевич А., Дейнека Ю. Современные вертикальные движения земной поверхности и их связь с геофизическими полями //Сучасні досягнення геодезичноі науки та виробництва. – Зб. Наук. Праць. – Львів: Ліга-Прес, 2004. – С. 74–82.
83. РД 07-408-01. Положение о геологическом и маркшейдерском обеспечении промышленной безопасности и охраны недр. – М.: Госгортехнадзор России, 2001.
84. Золотарев Г. С. Инженерная геодинамика. – М.: МГУ, 1983. – 328 с.
85. Гуляев Ю. П. Элементы системного подхода при исследовании процесса деформации сооружения по геодезическим данным // Системные исследования в геодезии: межвуз. сб. – Новосибирск: НИИГАиК, 1984. – С. 108–115.
86. Гуляев Ю. П. Алгоритм оценивания параметров динамической модели и прогнозирования процесса перемещений наблюдаемых точек сооружения // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1984. – № 11. – С. 23–25.
87. Гуляев Ю. П. Классификация и взаимосвязь математических моделей для прогнозирования процессов деформации сооружений по геодезическим данным // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1985. – № 1. – С. 39–44.
88. Иофис М. А., Шмелев А. И. Инженерная геомеханика при подземных разработках. – М.: Недра, 1985. – 248 с.
89. Рекомендации по прогнозированию деформаций сооружений гидроузлов на основе результатов геодезических наблюдений; под ред. Ю. П. Гуляева. – Л.: ВНИИГ, 1991. – 60 с.
90. Крамаренко А. А., Мазуров Б. Т., Панкрушин В. К. Настройка модели движений и напряженно-деформированного состояния сооружений и объектов инженерной геодинамики по геодезическим наблюдениям // ГЕО-Сибирь-2005. Науч. конгр. : сб. материалов в 7 т. (Новосибирск, 25–29 апреля 2005 г.). – Новосибирск: СГГА, 2005. Т. 2. – С. 51–55.

91. Крамаренко А. А., Мазуров Б. Т., Панкрушин В. К. Математическое обеспечение идентификации движений и напряженно-деформированного состояния сооружений и объектов инженерной геодинамики по геодезическим наблюдениям // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2005. – № 5. – С. 3–13.
92. Крамаренко А. А., Мазуров Б. Т., Панкрушин В. К. Вычислительный эксперимент идентификации движений и напряженно-деформированного состояния сооружений и объектов инженерной геодинамики по геодезическим наблюдениям // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2005. – № 6. – С. 3–14.
93. Мазуров Б. Т. О возможностях геодезического метода определения напряженно-деформированного состояния геодинамических систем // Соврем. проблемы геодезии и оптики: сб. материалов LIII междунар. научно-техн. конф., посвящ. 70-летию СГГА, 11–21 марта 2003 г. Ч. II. – Новосибирск: СГГА, 2003. – С. 247–251.
94. Генике А. А., Черненко В. Н. Исследование деформационных процессов Загорской ГАЭС спутниковыми методами // Геодезия и картография. – 2003. – № 2. – С. 27–33.
95. Морозов В. Н., Родкин М. В., Татаринов В. Н. К вопросу о геодинамической безопасности района Ростовской АЭС // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2001. – С. 271–277.
96. Применение высокоточных геодезических методов для мониторинга деформационных процессов в зонах ведения крупномасштабных горных работ / А. А. Козырев и др. // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: тр. междунар. конф. – Новосибирск: СО РАН, 1999. – С. 356–362.
97. Гуляев Ю. П., Павлов А. П. Геодезические исследования техногенной геодинамики на строящейся Богучанской ГЭС // Гидротехн. стр-во. – 1993. – № 9.
98. Латынина Л. А., Кармалеева Р. М. Деформографические измерения. – М.: Наука, 1978. – 154 с.
99. Барышников В. Д., Болтенгаген И. Л., Гахова Л. Н. Определение напряженного состояния массива по деформациям контура выработки // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: тр. междунар. конф. – Новосибирск: СО РАН, 1999. – С. 139–146.

100. Брызгалов В. И., Затеев В. Б. Наведенная сейсмичность в районе водохранилища Саяно-Шушенской ГЭС // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: тр. междунар. конф. – Новосибирск: СО РАН. – 1999. – С. 139–146.
101. Марчук А. Н., Барышников В. Д. Влияние геодинамических процессов на характер взаимодействия в системе «плотина – основание – водохранилище» // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: тр. междунар. конф. – Новосибирск: СО РАН, 1999. – С. 408–414.
102. Исследование современных смещений и деформации горного отвода ГХК / Т. А. Гупало и др. //Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2004. – С. 326–328.
103. Лобанова Т. В., Квочин В. А., Климко В. К. Оценка геомеханического состояния породного массива по данным наблюдений за деформационными процессами в подземных выработках // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2004. – С. 297–302.
104. Панжин А. А. Диагностика геодинамической активности массива горных пород геодезическим методом // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2004. – С. 115–118.
105. Панжин А. А. Результаты наблюдений за деформациями породных массивов методами спутниковой геодезии // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2001. – С. 158–164.
106. Панжин А. А., Усанов С. В. Мониторинг напряженно-деформированного состояния подработанной территории //Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2004. – С. 526–529.
107. Кашников Ю. А., Гришко С. В., Гуляев Н. Ю. Исследования современных движений земной коры с помощью спутниковых систем // Геодезия и картография. – 2001. – № 2. – С. 12–18.
108. Рикитаке Т. Предсказание землетрясений. – М.: Мир, 1979. – 388 с.
109. Моги К. Предсказание землетрясений. – М.: Мир, 1988. – 382 с.
110. Mogi K. Relations of eruptions of various volcanoes and the deformation of the ground surface around them // Bull Earthquake Res. Inst., 1958, Tokyo Univ., 36, 99-134.

111. Теркот Д., Шуберт Дж. Геодинамика: Геологические приложения физики сплошных сред Ч. 2; пер.с англ. – Мир, 1985. – 360 с.
112. Артюшков Е. В. Геодинамика. – М.: Наука, 1979.
113. Методы прогноза землетрясений. Их применение в Японии / Т. Асада и др.; под ред. Т. Асада. – М.: Недра, 1984. – 312 с.
114. Большое трещинное Толбачинское извержение (1975 – 1976 гг., Камчатка); отв. ред. С. А.Федотов. – М.: Наука, 1984. – 637 с.
115. Бородзич Э. В., Галинский А. М., Яницкий И. Н. Перспективы развития прогностических исследований // Прогноз землетрясений (Душанбе). – 1988. – № 10. – С. 268–285.
116. Donellan A., Hager B. H., King R. W. Rapid north-south shortening jf the Ventura basis, southern Califotnia // Nature. – 1993. – V. 366. – P. 333.
117. Heck B. Time-dependent geodetic boundary value problems. Figure and dynamique Earth, Moon and Planets: Proc. Int. Symp.: Prague, Sept. 15–20, 1986. Pt. 1 – Prague, 1987 .– P. 195–225.
118. Heck B., Malzer H. On some problems connected with the determination of recent vertical crustal movemens fro repeated levellings and gravitymeasurments tectonophysics. 130 (1986). – P. 299–305.
119. Кафтан В. И., Серебрякова Л. И. Современные движения земной коры. – М., 1990. – 149 с. Т. 28 (Геодезия и аэросъемка. Итоги науки и техники. ВИНИТИ АН СССР).
120. Кейлис-Борок В. И. Динамика литосферы и прогнозирование сейсмической опасности // Комплексные исследования по физике Земли. – М.: Наука, 1989. – С. 9–26.
121. Магницкий В. А. Внутреннее строение и физика Земли. – М.: Недра, 1965. – 379 с.
122. Шейдеггер А. Е. Физические аспекты природных катастроф. – М.: Недра, 1981. – 232 с.
123. Машимов М. М. Согласование геодезических и геофизических параметров Земли на эпоху для решения геодинамических задач // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1990. – № 4. – С. 30–37.

124. Машимов, М. М. Геодинамика: современные проблемы и перспективы // Геодезия и картография. – 1995. – № 10. – С. 20–30.
125. Geodetic and geophysical effects associated with seismic and volcanic hazards. Edited by Jose Fernandez. – Birkhauser Verlag, 2004. P. 1301–1611.
126. Battaglia M., Segall P. The interpretation of gravity changes and crustal deformation in active volcanic areas / Geodetic and geophysical effects associated with seismic and volcanic hazards. Edited by Jose Fernandez. – Birkhauser Verlag, 2004. P. 1453–1467.
127. Intrusive Mechanisms at Mt. Etna Forerunning the July-August 2001 eruption from seismic and ground deformation data / A. Bonaccorso and al. // Geodetic and geophysical effects associated with seismic and volcanic hazards. Edited by Jose Fernandez. – Birkhauser Verlag, 2004. P. 1469–1487.
128. Bonaccorso A., Sansosti E., Berardino P. Comparison of integrated geodetic data models and satellite radar interferograms to infer magma storage during the 1991–1993 Mt. Etna eruption / Geodetic and geophysical effects associated with seismic and volcanic hazards. Edited by Jose Fernandez. – Birkhauser Verlag, 2004. P. 1345–1357.
129. Methods for evaluation of geodetic data and seismicity developed with numerical simulations: review and applications / K. F. Tiampo and al. // Geodetic and geophysical effects associated with seismic and volcanic hazards. Edited by Jose Fernandez. – Birkhauser Verlag, 2004. P. 1489-1507.
130. Страхов В. Н. Основные идеи и методы извлечения информации из данных гравитационных и магнитных наблюдений // Теория и методика интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. – М.: ИФЗ АН СССР, 1979. – С. 146–268.
131. Голиздра Г. Я. Комплексная интерпретация геофизических полей при изучении глубинного строения земной коры. – М.: Недра, 1988. – 212 с.
132. Байкальский геодинамический полигон. Методика исследований и первые результаты изучения современных движений земной коры; ред. Э. Э. Фотиади. – Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1970. – 180 с.

133. Фотиади Э. Э. Состояние, результаты и перспективы исследований современных движений земной коры на Байкальском геодинамическом полигоне // Соврем. движения зем. коры (исследования на геодинам. полигонах). – Новосибирск: Наука, 1978. – С. 8–13 с.
134. Каратаев Г. И., Панкрушин В. К., Щеглов В. И. Вопросы теории временных возмущений гравитационного и магнитного полей и движений земной поверхности в связи с современными тектонофизическими процессами в Земле // Регионал. геофиз. исследования в Сибири. – Новосибирск: Наука, 1967. – С. 194–215.
135. Совместный анализ временных рядов гравиметрических данных, атмосферного давления и уровня моря / Г. Сидоренко и др. // Сучасні досягнення геодезичноі науки та виробництва. – Зб. Наук. Праць. Львів, Ліга-Прес, 2004. – С. 144–148.
136. Kaniuth, K., Hafele, P., Effect of Atmospheric Pressure Loading on the EUREF Network. Simposium of the IAG Subcommission for Europe (EUREF) held in Dubrovnik, 16–18 May 2001[Текст] // EUREF Publication No 10, Mitteilungen des Bundesamtes fur Kartographie und Geodasie, Frankfurt am Main, 2002. – PP. 100–104.
137. Shi P., Segawa J., Fukuda Y. Effects of atmospheric pressure on the gravity changes measured by a superconducting gravimeter // J. Geod. Soc. Japan, 39, 1993. – PP. 293–311.
138. Оганисян Ш. С., Оганесян А. О., Оганесян Л. Б. Совместный анализ геофизических и геодезических данных при изучении современной динамики земной коры на территории Армении. Комплексные геодинамические полигоны. Методика и результаты исследований. – М.: Наука, 1984. – С. 71–74.
139. Сагитов М. У. Иерархия гравиметрий // Изучение земли как планеты методами геофизики, геодезии и астрономии: тр. II Орловской конф. / АН УССР. Гл. астроном. обсерватория. – Киев: Наукова думка, 1988. – С. 42–56.

140. GPS monitoring in the N-W part of the volcanic island of Tenerife, Canaries, Spain: Strategy and results / Geodetic and geophysical effects associated with seismic and volcanic hazards. Edited by Jose Fernandez. – Birkhauser Verlag, 2004. P. 1359–1377.
141. Рempель Г. Г., Исаев Г. А., Каленицкий А. И. Поиски глубокозалегающих рудных месторождений в Сибири // Поиски месторождений твердых полезных ископаемых геофизическими методами: материалы 8-й Всесоюз. науч. конф. – М., 1979. – С. 86–90.
142. Каленицкий А. И., Кузьмин В. И. Оценка плотности блоков верхней части земной коры по гравитационным аномалиям // Геология и геофизика. – 1991. – № 10. – С. 130–134.
143. Каленицкий А. И., Гуляев Ю. П. Перспективы гравиметрии в строительстве // Геодезия и картография. – 1993. – № 7. – С. 8–11.
144. Каленицкий А. И. Геодезическо-гравиметрический мониторинг техногенной геодинамики инженерных сооружений // Геодезия и картография. – 2000. – № 8. – С. 24–27.
145. Витушкин Л. Ф., Кривцов Е. П., Синельников А. Е. Развитие метрологии и предельные возможности геофизических измерений. Проблемы геофизики XXI века: В 2 кн. Кн. 2; отв. ред. А. В. Николаев. – М.: Наука, 2003. – 333 с.
146. Серебрякова Л. И., Юркина М. И. По поводу статьи С. В. Энман и А. А. Никонова в сборнике, посвященном памяти Ю. А. Мещерякова // Геодезия и картография. – 2004. – № 6. – С. 12–18.
147. Вовк И. Г., Канушин В. Ф., Ральченко В. Ф. Неприливные вариации силы тяжести в районе водохранилища // Повторные гравиметрические измерения. Вопросы теории и результаты: сб. науч. тр. – М., 1980. – С. 78–85.
148. Вовк И. Г. Вариации гравитационного поля при изменении уровня водохранилища // Геодезия и картография. – 1982. – № 9. – С. 12–15.

149. Вовк И. Г. Математическое моделирование результатов геометрического нивелирования в переменном поле силы тяжести // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1984. – № 3. – С. 72–75.
150. Вовк И. Г. Моделирование результатов угловых измерений в переменном поле силы тяжести // Геодезия и картография. – 1993. – № 2. – С. 8–10.
151. Вовк И. Г., Суздалев А. С. Влияние техногенных вариаций силы тяжести на положение отвесов плотин ГЭС // Геодезия и картография. – 1990. – № 2. – С. 14–16.
152. Каленицкий А. И., Канушин В. Ф., Кузьмин В. И. Многоцикловые гравиметровые измерения для выявления неприливных изменений силы тяжести в районе Саяно-Шушенской ГЭС // Вестник СГГА. – 2003. – № 8. – С. 36–39.
153. Оценка гравитационного влияния изменения массы водохранилища на результаты наблюдений за деформациями основных сооружений ГЭС / В. Ф. Канушин и др. // Вестник СГГА. – 2003. – № 8. – С. 44–46.
154. Перегудов Ф. И., Тарасенко Ф. П. Введение в системный анализ: учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1989. – 367 с.: ил.
155. Справочник по теории автоматического управления; под ред. А. А. Красовского. – М.: Наука, 1987. – 711 с.
156. Асташенков Г. Г., Воскобойников Ю. Е., Кисленко Н. П. Статистические рекуррентные алгоритмы определения оптимального положения осей инженерных объектов // Изв. вузов. Строительство. – 1997. – № 5. – С. 131–137.
157. Панкрушин В. К., Тетерин Г. Н. Проектирование сложных систем: учеб. пособие для студентов специальности «Астрономо-геодезия», 1302. – Новосибирск: НИИГАиК, 1983. – 93 с.
158. Васильев Е. А., Гиниятов И. А., Панкрушин В. К. Декомпозиция задач большой размерности обработки и интерпретации многомерных временных рядов геодезических наблюдений за движениями и деформациями // Системные исследования в геодезии: межвуз. сб. – Новосибирск: НИИГАиК, 1984. – С. 24–35.

159. Васильев Е. А., Панкрушин В. К. Настройка динамической модели симплексным методом при прогнозировании движений по геодезическим наблюдениям адаптивным фильтром Калмана – Бьюси // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1986. – № 1. – С. 5–13.
160. Васильев Е. А., Панкрушин В. К. Исследование и сравнительный анализ методов определения и прогнозирования параметров движений и деформаций по геодезическим наблюдениям // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1988. – № 1. – С. 3–11.
161. Панкрушин В. К. Кибернетический подход к исследованиям современных движений земной коры // Соврем. движения земной коры на геодинамических полигонах. – Ташкент: Фан, 1972. – С. 126–131.
162. Васильев Е. А. Обработка и интерпретация геодезических наблюдений с использованием моделей теории упругости // Математ. обработка и интерпретация многомерных временных рядов геодезических наблюдений: межвуз. сб. – Новосибирск: НИИГАиК, 1989. – С. 50–57.
163. Панкрушин В. К. Системные принципы геодезии // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1985. – № 3. – С. 34–41.
164. Панкрушин В. К., Васильев Е. А. Прогнозирование по геодезическим наблюдениям движений и деформаций систем с распределенными параметрами на основе пространственно-временных моделей состояния и адаптивного фильтра Калмана – Бьюси // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1985. – № 5. – С. 11–17.
165. Панкрушин В. К., Васильев Е. А. Оперативная обработка и интерпретация многомерных временных рядов геодезических наблюдений современных движений земной коры // Вулканология и сейсмология. – 1985. – № 6. – С. 80–90.
166. Панкрушин В. К., Мазуров Б. Т. Моделирование геодинамических систем на основе комбинации методов кластерного анализа, комитетов и фильтра Калмана – Бьюси // Тез. докл. XII Межведомств.

совещания по изучению современных движений земной коры на геодинамических полигонах. – Ташкент, 1991. – С. 83.
167. Панкрушин В. К. Моделирование геодинамической системы «Земная поверхность и гравитационное поле Земли» по результатам пространственно-временных рядов разнородных наблюдений // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1991. – № 4. – С. 54–68.
168. Панкрушин В. К. Проблема идентификации геодинамических систем «Физическая поверхность и гравитационное поле Земли» по комплексным астрономо-геодезическим и геофизическим пространственно-временным рядам наблюдений // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1992. – № 2. – С. 77–92.
169. Панкрушин В. К. Линеаризованные уравнения астрономо-геодезических, геофизических и спутниковых наблюдений во времени при моделировании геодинамических систем «Физическая поверхность и гравитационное поле Земли» // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1993. – № 1–2. – С. 82–104.
170. Панкрушин В. К. Алгоритмы адаптивной рекуррентной идентификации и управления при моделировании геодинамических систем «Физическая поверхность и гравитационное поле Земли» // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1994. – № 2–3. – С. 82–97.
171. Динамические геоинформационные системы / В. К. Панкрушин и др. // Материалы междунар. конф. Интеркарто 3. ГИС для устойчивого развития окружающей среды. – Новосибирск: Россия, 1997. – С. 261–271.
172. Панкрушин В. К., Ушаков С. Н. Геоинформационные системы и геоинформационное образование в строительстве // Изв. вузов. Строительство. – 1998. – № 1. – С. 106–111.
173. Панкрушин В. К. Совместная обработка и интерпретация геодезических и гравиметрических наблюдений в динамической и статической геодезии на основе моделирования состояний неоднородностей (масконов) геофизической среды // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1999. – № 3. – С. 26–43.

174. Панкрушин В. К. Математическое обеспечение совместной обработки и интерпретации разнородных комплексных наблюдений нивелирных превышений и силы тяжести при моделировании геодинамических систем с пространством состояний // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1999. – № 6. – С. 41–62.
175. Панкрушин В. К. Параметрические уравнения с краевыми условиями разнородных комплексных астрономических, гравиметрических и геодезических наблюдений во времени за геодинамическими системами с пространством состояний // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2000. – № 6. – С. 100–121.
176. Влох Н. П., Сашурин А. Д. Измерение напряжений в массивах крепких горных пород. – М.: Недра, 1970. – 124 с.
177. Лесных И. В., Устюгов М. Б., Ушаков О. К. Устройство оптического контроля напряжений в скважинных фотоупругих датчиках // Вестник СГГА. – 2003. – Вып. 8.– С. 143–147.
178. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах; под ред. К. Т. Леондеса. – М.: Мир, 1980. – 160 с.
179. Шмидт Дж. Линейные и нелинейные методы фильтрации // Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах. – М., 1980. – С. 49–73.
180. Мазуров Б. Т. Учет динамических свойств объекта при выборе схемы наблюдений // Математ. обработка и интерпретация многомер. временных рядов геодез. наблюдений: межвуз. сб. науч. тр. – Новосибирск, НИИГАиК, 1989. – Т. 39 (79). – С. 62–71.
181. Мазуров, Б. Т. Выбор избыточных измерений для анализа динамических объектов с принятой моделью движения // Тез. докл. IX-го съезда ВАГО, Новосибирск, 24–28 сент. 1990 г. – Новосибирск, 1990. – С. 25–26.
182. Мазуров Б. Т. Рекуррентные формулы для выбора наиболее информативных измерений // Математ. обработка результатов геодез. наблюдений: межвуз. сб. науч. тр. – Новосибирск: НИИГАиК, 1993. – Т. 51 (91). – С. 36–41.

183. Мазуров Б. Т. Критерий информативности геодезических наблюдений за динамическими объектами // Итоги XLIII научно-техн. конф. СГГА: межвуз. сб. научн. тр. Ч. 1. – Новосибирск: СГГА, 1995. – С. 28–31.
184. Материалы X Межотраслевого координационного совещания по проблемам геодинамической безопасности : сб. докл. АГН, Госгортехнадзор и др. – Екатеринбург, 6–9 окт. 1997. – Екатеринбург, 1997. – 298 с.
185. Гуляев Ю. П., Васильев Е. А. О геодезическом мониторинге природно-технических систем и оптимальном конструировании точности его топографо-геодезической основы // Геодезия и картография. – 2001. – № 4. – С. 5–9.
186. Гуляев Ю. П., Лесных И. В., Каленицкий А. И. Геоэкология и геодезический мониторинг // Сучасні досягнення геодезичноі науки та виробництва. – Зб. Наук. Праць. – Львів: Ліга-Прес, 2004. – С. 423–426.
187. Мирошниченко Н. А. О перспективах построения системы мониторинга движений породного массива // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2004. – С. 459–463.
188. Медведев В. Н., Попов В. Т. Некоторые принципы построения системы контроля геомеханической устойчивости комплекса подземных выработок // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2004. – С. 469–475.
189. Болтенгаген И. Л. Анализ системы датчиков информации // Тр. Междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2004. – С. 103–112.
190. Беспалько А. А., Хорсов Н. Н. Аппаратный комплекс для исследования напряженно-деформированного состояния горных пород в шахтах // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2004. – С. 210–213.
191. Родионов В. Н., Сизов И. А., Цветков В. М. Основы геомеханики. – М.: Недра, 1986. – 301 с.
192. Monmonier M. Cartographies of danger. – Chicago, 1997. – 363 p.

193. Рубцова Е. В. О создании геоинформационных систем сопровождения подземных горных работ // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2004. – С. 197–202.
194. О системе геодинамического мониторинга полигона «Северный» / В. В. Комиссаров и др. // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2005. – С. 125–129.
195. Леонтьев А. В. Некоторые особенности геодинамики массива горных пород в Урало-Сибирских регионах // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2005. – С. 125–129.
196. Геодинамические процессы в районе промышленных объектов юга Западной Сибири / В. А. Квочин и др. // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2005. – С. 203–218.
197. Мониторинг процессов формирования напряжений при горно-тектонических ударах / Т. В. Лобанова и др. // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2005. – С. 248–254.
198. Карпик А. П. Методологические и технологические основы геоинформационного обеспечения территорий: монография. – Новосибирск: СГГА, 2004. – 260 с.
199. Антонович К. М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии: монография. В 2 т. Т. 1. – М.: ФГУП «Картгеоцентр», 2005. – 334 с.
200. Демидов С. П. Теория упругости. – М.: Высш. шк., 1979. – 432 с.
201. Годунов С. К., Роменский Е. И. Элементы механики сплошных сред и законы сохранения. – Новосибирск: Науч. кн., 1998. – 314 с.
202. Terada T., Miyabe N. Deformation of the earth crust in Kwansai districts and its relation to the orographic feature // Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. Tokyo, 7, 223 (1929).
203. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. – М.: Мир, 1976. – 464 с.
204. Метод конечных элементов / П. М. Варвак и др.; под ред. П. М. Варвака. – Киев: Вища школа, 1981. – 176 с.

205. Себешев В. Г., Чаплинский И. А., Канышев Ю. И. Метод конечных элементов в расчетах сложных строительных конструкций: учеб. пособие. – Новосибирск: НИСИ, 1989.
206. Автоматизация измерений планового положения струны обратного отвеса / С. П. Буюкян и др. // Геодезия: междунар. научно-техн. конф., посвящ. 225-летию МИИГАиК. – М.: МИИГАиК, 2004. – С. 251–253.
207. Мещеряков Г. А. Задачи теории потенциала и обобщенная Земля. – М.: Наука, 1991. – 213 с.
208. Данилов В. Л. Методы установления в прикладных обратных задачах потенциала гравитационной разведки и теории фигуры Земли. – М.: Наука, 1996.
209. Бровар В. В. Гравитационное поле в задачах инженерной геодезии. – М.: Недра, 1983. – 112 с.
210. Еремеев В. Ф., Юркина М. И. Теория высот в гравитационном поле. – М.: Недра, 1972. – 145 с.
211. Мазуров Б. Т., Панкрушин В. К. Идентификационный эксперимент: построение физико-математической модели динамики земной поверхности и гравитационного поля в вулканической области // ГЕО-Сибирь-2005. Науч. конгр. : сб. материалов в 7 т. (Новосибирск, 25–29 апреля 2005 г.). – Новосибирск: СГГА, 2005. Т. 2. – С. 56 – 62.
212. Мазуров Б. Т. Модель вертикальных движений земной поверхности и изменений гравитационного поля в районе действующего вулкана // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2007. – № 2. – С. 97–106.
213. Мазуров Б.Т., Панкрушин В. К. Идентификационный эксперимент: моделирование системы наблюдений за динамикой земной поверхности и гравитационного поля в вулканической области // ГЕО-Сибирь-2005. Науч. конгр. : сб. материалов в 7 т. (Новосибирск, 25–29 апреля 2005 г.). – Новосибирск: СГГА, 2005. Т. 2. – С. 62–67.
214. Мазуров Б. Т. Модель системы наблюдений за вертикальными движениями земной поверхности и изменениями гравитационного поля в районе действующего вулкана // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2007. – № 3. – С. 93–101.

215. Панкрушин В. К., Губонин П. Н., Дементьев Ю. В. Автоматизация математической обработки и интерпретации геодезических наблюдений за движениями и деформациями: учеб. пособие; под ред. В. К. Панкрушина. – Новосибирск: НИИГАиК, 1989. – 89 с.
216. Мазуров Б. Т., Панкрушин В. К. Идентификационный эксперимент: совместная математическая обработка и интерпретация нивелирных и гравиметрических наблюдений за динамикой земной поверхности и гравитационного поля в вулканической области // ГЕО-Сибирь-2005. Науч. конгр. : сб. материалов в 7 т. (Новосибирск, 25–29 апреля 2005 г.). – Новосибирск: СГГА, 2005. Т. 2. – С. 67–74.
217. Мазуров Б. Т. Совместная математическая обработка и интерпретация нивелирных и гравиметрических наблюдений за вертикальными движениями земной поверхности и изменениями гравитационного поля в районе действующего вулкана // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2007. – № 4.
218. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 831 с.
219. Мазуров Б. Т., Панкрушин В. К. Использование фильтра Калмана – Бьюси при настройке параметров моделей геодинамических объектов и систем наблюдений // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2006. – С. 102–111.
220. Mazurov B. T., Pankrushin V. K. Models Parameter Adaptation of Geodynamic Objects and Observation Systems with a Kalman-Bucy Filter // Fifth International Symposium «Turkish-German Joint Geodetic Days», Berlin, Germany, March 29–31, 2006. – P. 62–66.
221. Мазуров Б. Т. Моделирование и идентификация геодинамического объекта в вулканической области по комплексным нивелирным и гравиметрическим наблюдениям // Вестник СГГА. – 2006. – Вып. 11. – С. 84–94.
222. Clayton V. Deuth. Geostatistical reservoir modeling. – Oxford, University press, 2002. – 376 p.

223. Кноринг Л. Д., Деч В. Н. Геологу о математике. Советы по практическому применению. – Л.: Недра, 1989. – 208 с.
224. Мазуров Б. Т. Совместная математическая обработка разнородных комплексных геодезических и геофизических наблюдений за движениями земной поверхности и изменениями аномальных масс // Изв. вузов. Горн. журн. – 2006. – № 4. – С. 99–104.
225. Мазуров Б. Т., Панкрушин В. К. Физико-математическое моделирование деформационных процессов готовящегося вулканического извержения по комплексным геодезическим и геофизическим наблюдениям // ГЕО-Сибирь-2005. Науч. конгр. : сб. материалов в 7 т. (Новосибирск, 25–29 апреля 2005 г.). – Новосибирск: СГГА, 2005. Т. 3, ч. 2. – С. 141–146.
226. Ефимов А. Б., Демин С. С. Исследование напряженно-деформированного состояния вблизи магматического очага // Вулканология и сейсмология. – 1979. – № 1. – С. 16–27.
227. Машимов М. М. Теоретическая геодезия: справ. пособие; под ред. В. П. Савиных и В. Р. Ященко. – М.: Недра, 1991. – 268 с.
228. Потемкин В. Г. Система MatLab: справ. пособие. – М.: ДИАЛОГ – МИФИ, 1998. – 350 с.
229. Дьяконов В. П. Matlab 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6 в математике и моделировании.– М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 576 с.
230. Манзон Б. М. Maple V Pover Edition. – М.: Филинъ, 1998. – 240 с.
231. Очков В. Ф. Mathcad 7 Pro для студентов и инженеров. – М.: Компьютер-Пресс, 1998. – 384 с.
232. Аладьев В. З., Шишаков М. Л. Введение в среду пакета Mathematica 2.2. – М.: Филинъ, 1997. – 368 с.
233. Дюк В. Обработка данных на ПК в примерах. – СПб.: Питер, 1997. – 240 с.
234. Статистические методы для ЭВМ; под ред. К. Экслейна, Э. Рэлстона, Г. С. Уилфа; пер. с англ. М. Б. Малютова. – М.: Наука, 1986, 464 с.

235. Берлянт А. М. Свойства визуализации как способа моделирования геоизображений // Геодезия и картография. – 2005. – № 12. – С. 43–52.
236. Берлянт А. М. Картографический словарь. – М.: Науч. мир., 2005. – 424 с.
237. Чуйское землетрясение 2003 года (M = 7,5) [Электронный ресурс] / С. В. Гольдин и др. // Вестн. отд-ния наук о Земле РАН. – 2003. – № 1 (21). – Режим доступа: http://www.scgis.ru/russian/cp 1251/hdgggms/1-2003/screp-7.pdf.
238. Мазуров Б. Т., Титов С. С. Анализ вертикальных движений по результатам нивелирования линии Кызыл–Кош-Агач // Геодезия и картография. – 2006. – № 4. – С. 53–57.
239. Мазуров, Б. Т. Интерпретация повторных геодезических наблюдений в Горном Алтае // Тр. междунар. конф. – Новосибирск: Ин-т горн. дела СО РАН, 2006.
240. Мазуров Б. Т. Деформационные предвестники Чуйского землетрясения 2003 года // Сб. материалов междунар. научно-техн. конф, посвящ. 225-летию МИИГАиК, Москва, 2004. – М., 2004. – С. 447–451.
241. Мазуров Б. Т. Визуализация результатов идентификации напряженно-деформированного состояния геодинамических систем // Фотограмметрические технологии в XXI веке: сб. материалов конф. – Новосибирск: СГГА, 2003. – С. 47–52.
242. Мазуров Б. Т. Поля деформаций Горного Алтая перед Чуйским землетрясением // Геодезия и картография. – 2007. – № 3. – С. 48–50.
243. Мазуров Б. Т. Компьютерная визуализация полей постсейсмических смещений и деформаций земной поверхности Горного Алтая // Геодезия и картография. – 2007. – № 4. – С. 51–53.

Приложение 1

Общая матрица жесткости

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0,626	–0,174	–0,480	0,035	0,167	–0,035	–0,313	0,174	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	–0,174	0,458	–0,035	–0,069	0,035	–0,160	0,174	–0,229	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	–0,480	–0,035	0,763	0,174	–0,313	–0,174	0,031	–0,161	0,000	0,195	0,000	0,000	0,000	0,000
4	0,035	–0,069	0,174	0,848	–0,174	–0,229	–0,202	–0,551	0,167	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
5	0,167	0,035	–0,313	–0,174	1,253	0,000	–0,961	0,000	0,000	0,000	0,167	–0,035	–0,313	0,174
6	–0,035	–0,160	–0,174	–0,229	0,000	0,915	0,000	–0,138	0,000	0,000	0,035	–0,160	0,174	–0,229
7	–0,313	0,174	0,031	–0,202	–0,961	0,000	2,813	0,189	–1,278	–0,161	–0,313	–0,174	0,335	0,000
8	0,174	–0,229	–0,161	–0,551	0,000	–0,138	0,189	2,043	–0,202	–0,348	–0,174	–0,229	0,000	–0,320
9	0,000	0,000	0,000	0,167	0,000	0,000	–1,278	–0,202	1,561	0,174	0,000	0,000	–0,313	–0,174
10	0,000	0,000	0,195	0,000	0,000	0,000	–0,161	–0,348	0,174	1,128	0,000	0,000	–0,174	–0,229
11	0,000	0,000	0,000	0,000	0,167	0,035	–0,313	–0,174	0,000	0,000	0,626	0,174	–0,480	–0,035
12	0,000	0,000	0,000	0,000	–0,035	–0,160	–0,174	–0,229	0,000	0,000	0,174	0,458	0,035	–0,069
13	0,000	0,000	0,000	0,000	–0,313	0,174	0,335	0,000	–0,313	–0,174	–0,480	0,035	1,253	0,000
14	0,000	0,000	0,000	0,000	0,174	–0,229	0,000	–0,320	–0,174	–0,229	–0,035	–0,069	0,000	0,915
15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	–0,313	0,174	0,031	–0,202	0,000	0,000	–0,480	0,035
16	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,174	–0,229	–0,161	–0,551	0,000	0,000	–0,035	–0,069
17	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,167	0,000	0,000	0,000	0,000
18	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,195	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
19	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
20	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
21	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
22	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
23	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
24	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
25	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
26	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
27	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
28	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
7	–0,313	0,174	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
8	0,174	–0,229	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9	0,031	–0,161	0,000	0,195	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	–0,202	–0,551	0,167	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
11	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
12	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
13	–0,480	–0,035	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
14	0,035	–0,069	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
15	2,187	0,016	–1,278	–0,161	0,000	0,000	0,000	0,000	0,167	–0,035	–0,313	0,174	0,000	0,000
16	0,016	1,585	–0,202	–0,348	0,000	0,000	0,000	0,000	0,035	–0,160	0,174	–0,229	0,000	0,000
17	–1,278	–0,202	1,561	0,174	0,000	0,000	0,000	0,000	–0,313	–0,174	0,031	–0,161	0,000	0,195
18	–0,161	–0,348	0,174	1,128	0,000	0,000	0,000	0,000	–0,174	–0,229	–0,202	–0,551	0,167	0,000
19	0,000	0,000	0,000	0,000	0,626	–0,174	–0,480	0,035	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
20	0,000	0,000	0,000	0,000	–0,174	0,458	–0,035	–0,069	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
21	0,000	0,000	0,000	0,000	–0,480	–0,035	1,253	0,000	–0,480	0,035	0,000	0,000	0,000	0,000
22	0,000	0,000	0,000	0,000	0,035	–0,069	0,000	0,915	–0,035	–0,069	0,000	0,000	0,000	0,000
23	0,167	0,035	–0,313	–0,174	0,000	0,000	–0,480	–0,035	1,879	0,174	–0,961	0,000	0,000	0,000
24	–0,035	–0,160	–0,174	–0,229	0,000	0,000	0,035	–0,069	0,174	1,373	0,000	–0,138	0,000	0,000
25	–0,313	0,174	0,031	–0,202	0,000	0,000	0,000	0,000	–0,961	0,000	2,813	0,536	–1,278	–0,230
26	0,174	–0,229	–0,161	–0,551	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	–0,138	0,536	2,043	–0,133	–0,348
27	0,000	0,000	0,000	0,167	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	–1,278	–0,133	1,561	–0,174
28	0,000	0,000	0,195	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	–0,230	–0,348	–0,174	1,128

Приложение 2

Значения координат станций GPS-сети, их смещений за два года и среднеквадратических ошибок смещений

Название станции	x (м)	y (м)	u_x (мм)	u_y (мм)	m_{u_x} (мм)	m_{u_y} (мм)
NVSK	595	–114	0,00	0,00	0,00	0,00
YAZU	122	273	–0,10	4,18	0,85	1,02
CHAG	64	245	3,14	2,76	0,97	1,08
UKOK	8	234	21,32	17,10	1,73	1,94
BALY	135	213	–0,96	4,22	1,07	1,24
KURA	84	207	–0,50	–0,96	0,89	1,03
ULAG	112	189	–0,08	1,20	1,76	2,08
ARTB	257	158	–7,38	–3,20	1,89	2,06
TUNZ	280	101	–9,82	2,50	1,99	2,07
CHIK	128	93	0,20	2,00	0,88	1,05
ELTS	419	83	–0,34	3,76	1,21	1,20
SEMI	169	44	–0,14	1,72	0,86	1,10
KAYT	73	33	–3,18	19,26	1,56	1,91
KAIT	73	31	–0,70	1,80	0,88	1,03
USTK	161	–16	0,44	–2,28	0,89	1,02
ANUI	319	–16	–8,40	–1,46	1,98	1,94
SOLO	246	–40	2,26	–0,26	1,78	1,74
KRUT	497	–249	–2,66	9,42	1,58	1,47

Примечание: прямоугольные координаты даны в условной системе

Приложение 3

Компоненты симметричного тензора чистой деформации T_ε, вычисленные для каждого треугольного конечного элемента ГДС Горный Алтай

Номер треугольника	Станции – вершины треугольных конечных элементов			$\varepsilon_{xx} = e_{11}$	$\varepsilon_{yy} = e_{22}$	$\varepsilon_{xy} = \frac{e_{12} + e_{21}}{2}$
1	KRUT	SOLO	ANUI	–1,08E-07	–6,89E-10	–7,85E-08
2	KRUT	ANUI	NVSK	–1,93E-09	–1,54E-08	–1,43E-08
3	NVSK	ANUI	ELTS	3,73E-08	1,77E-08	3,93E-08
4	ANUI	TUNZ	ELTS	1,07E-08	1,42E-08	5,41E-08
5	ANUI	SOLO	TUNZ	–5,39E-08	–2,50E-08	–5,12E-08
6	ELTS	TUNZ	ARTB	7,61E-08	–4,50E-09	–1,21E-08
7	SOLO	USTK	SEMI	–1,21E-08	4,11E-08	3,94E-08
8	SOLO	SEMI	TUNZ	–7,32E-08	–3,46E-09	–1,46E-08
9	TUNZ	SEMI	ARTB	5,33E-09	4,85E-08	–8,52E-08
10	SEMI	CHIK	ARTB	–2,99E-08	–3,05E-08	–3,19E-08
11	CHIK	ULAG	ARTB	–1,18E-08	–3,35E-08	–3,35E-08
12	ULAG	BALY	ARTB	9,10E-09	–2,76E-09	4,04E-08
13	BALY	YAZU	ARTB	3,18E-09	–6,77E-08	–3,32E-08
14	USTK	KAIT	SEMI	–1,06E-08	–9,65E-09	3,74E-08
15	SEMI	KAYT	CHIK	3,05E-08	–1,67E-07	–5,30E-08
16	CHIK	KAYT	KURA	1,24E-08	–1,99E-07	–2,82E-08
17	CHIK	KURA	ULAG	–5,01E-10	7,93E-08	9,71E-09
18	ULAG	KURA	BALY	–3,19E-08	9,78E-08	1,44E-08
19	BALY	KURA	YAZU	1,19E-08	9,94E-08	5,09E-09
20	KAYT	UKOK	KURA	3,31E-08	–2,74E-07	–1,87E-07
21	KURA	UKOK	CHAG	–6,42E-08	–2,49E-07	–1,71E-07
22	KURA	CHAG	YAZU	5,26E-08	–1,80E-08	2,64E-09

Программа для вычисления коэффициентов матрицы жесткости

```
unit MSS3;
interface
uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,
  Dialogs, StdCtrls;
type
  TForm1 = class(TForm)
    Memo1: TMemo;
    Button1: TButton;
    Button2: TButton;
    procedure Button1Click(Sender: TObject);
    procedure Button2Click(Sender: TObject);
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;
var
  Form1: TForm1;
  a : array [1..100] of integer;
  tr1 : array [1..100,1..60] of integer;
  ijk : array [1..100,1..3] of integer;
  kss, ks : array [1..60,1..60] of real;
  b : array [1..6,1..60] of integer;
  bt : array [1..60,1..6] of integer;
  xy : array [1..60,1..2] of real;
  ke : array [1..6,1..6] of real;
```

```
  kes : array [1..60,1..6] of real;
  i,j,k, l, m, c, t,d, ls: integer;
  str,str1,str2: string;
  xo1,xo2,xo3,yo1,yo2,yo3,x2,x3,y2,y3,x23,x32,y23,y32,s2,h,v,E,G : real;
  E2, VE : real;
  f : text; bo: boolean;
implementation
{$R *.dfm}
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
begin
 // Считать из файла
   AssignFile(F,'C:\BT\Diss2\Delphy\prim3.txt');
   Reset(f);
//  while not(Eof(f)) do begin
    readln(f,str); str:=str+' ';ls:=Length(str);
    str1:='';  j:=1;
    for i:=1 to ls do if str[i]<>' ' then str1:=str1+str[i]
    else begin a[j]:=Strtoint(str1); j:=j+1; str1:='';end;
    m:=a[1]; c:=a[2]; t:=a[3];  // число наблюд.пунктов, соседних пунктов,
треугольников
    Memo1.Lines.Add(str); d:=2*(m+c);
// массив вершин согласно нумерации КЭ
    for k:=1 to t do begin
    readln(f,str); str:=str+' ';ls:=Length(str);
    str1:='';  j:=1;
    for i:=1 to ls do begin
    bo:=(str[i]='1') or (str[i]='2') or (str[i]='3') or (str[i]='4') or (str[i]='5') or
    (str[i]='6') or (str[i]='7') or (str[i]='8') or (str[i]='9') or (str[i]='0') or (str[i]='.');
    if bo then  str1:=str1+str[i]
```

```
    else begin tr1[k,j]:=Strtoint(str1); j:=j+1; str1:='';end;
    end;     Memo1.Lines.Add(str); end;
//   Массив вершин тругольников сети
    for k:=1 to t do begin
    readln(f,str); str:=str+' ';ls:=Length(str);
    str1:='';  j:=1;
    for i:=1 to ls do begin
    bo:=(str[i]='1') or (str[i]='2') or (str[i]='3') or (str[i]='4') or (str[i]='5') or
    (str[i]='6') or (str[i]='7') or (str[i]='8') or (str[i]='9') or (str[i]='0') or (str[i]='.');
    if bo then  str1:=str1+str[i]
    else begin ijk[k,j]:=Strtoint(str1); j:=j+1; str1:='';end;
    end;     Memo1.Lines.Add(str); end;
//   Массив координат вершин тругольников сети
    for k:=1 to m+c do begin
    readln(f,str); str:=str+' ';ls:=Length(str);
    str1:='';  j:=1;
    for i:=1 to ls do begin
    bo:=(str[i]='1') or (str[i]='2') or (str[i]='3') or (str[i]='4') or (str[i]='5') or
    (str[i]='6') or (str[i]='7') or (str[i]='8') or (str[i]='9') or (str[i]='0') or (str[i]='.');
    if bo then  str1:=str1+str[i]
    else begin xy[k,j]:=Strtofloat(str1); j:=j+1; str1:='';end;
    end;     Memo1.Lines.Add(str); end;
    CloseFile(f);
end;
procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
begin
v:=0.3; E:=0.2; G:=E/2/(1+v);  h:=1;
E2:=E/(1-v*v); VE:=v*E/(1-v*v);
for k:=1 to d do for j:=1 to d do ks[k,j]:=0;
```

```
//Расчет одного КЭ
for i:=1 to t do begin //начало накопления матрицы жесткости
xo1:=xy[ijk[i,1],1]; yo1:= xy[ijk[i,1],2];
xo2:=xy[ijk[i,2],1]; yo2:= xy[ijk[i,2],2];
xo3:=xy[ijk[i,3],1]; yo3:= xy[ijk[i,3],2];
x2:=xo2-xo1; x3:=xo3-xo1; y2:=yo2-yo1; y3:=yo3-yo1;
x32:=x3-x2; x23:=-x32; y32:=y3-y2; y23:=y2-y3;
s2:=x2*y3-x3*y2; //Удвоенная площадь КЭ
ke[1,1]:= E2*y23*y23+G*x32*x32; ke[1,2]:=(VE+G)*x32*y23;
ke[1,3]:= E2*y23*y3-G*x32*x3; ke[1,4]:=VE*y32*x3+G*x32*y3;
ke[1,5]:= E2*y32*y2+G*x32*x2; ke[1,6]:=VE*y23*x2-G*x32*y2;
ke[2,2]:= E2*x32*x32+G*y23*y23; ke[2,3]:=VE*x32*y3-G*y23*x3;
ke[2,4]:= E2*x23*x3+G*y23*y3; ke[2,5]:=VE*x23*y2+G*y23*x2;
ke[2,6]:= E2*x32*x2-G*y23*y2;
ke[3,3]:= E2*y3*y3+G*x3*x3; ke[3,4]:=-(VE+G)*x3*y3;
ke[3,5]:= -E2*y2*y3-G*x2*x3; ke[3,6]:=VE*x2*y3+G*x3*y2;
ke[4,4]:= E2*x3*x3+G*y3*y3; ke[4,5]:=VE*x3*y2+G*x2*y3;
ke[4,6]:= -E2*x2*x3-G*y2*y3; ke[5,5]:=E2*y2*y2+G*x2*x2;
ke[5,6]:= -(VE+G)*x2*y2; ke[6,6]:=E2*x2*x2+G*y2*y2;
//Получение симметричной матрицы для КЭ
for  k:=2 to 6 do for j:=1 to k-1 do  ke[k,j]:=ke[j,k];
for  k:=1 to 6 do for j:=1 to 6 do  ke[k,j]:=h*ke[k,j]/s2;
// Получение матрицы B для каждого КЭ
for k:=1 to 6 do for j:=1 to d do b[k,j]:=0;
for k:=1 to m+c do begin
 if tr1[i,k]<>0 then begin b[(tr1[i,k]*2-1),k*2-1]:=1;
 b[(tr1[i,k]*2),k*2]:=1; end;  end;
for k:=1 to d do for j:=1 to 6 do bt[k,j]:=b[j,k];
For k:=1 to d do  //умножение матриц Bt и ke
```

```
  for j:=1 to 6 do
    begin
      Kes[k,j]:=0;
      for l:=1 to 6 do Kes[k,j]:=Kes[k,j]+bt[k,l]*ke[l,j];
     end;
For k:=1 to d do  //умножение матриц Kt и K
    for j:=1 to d do
     begin
      KS[k,j]:=0;  for l:=1 to 6 do KS[k,j]:=KS[k,j]+Kes[k,l]*b[l,j];
     end;
//Накопление общей матрицы жесткости
for k:=1 to d do for j:=1 to d do KSS[k,j]:=KSS[k,j]+KS[k,j];
end;// конец накопления
for  k:=1 to d do begin str:=”;for j:=1 to d do
  str:=str+Floattostr(kss[k,j])+’ ’;
 Memo1.Lines.Add(str); end;
end;
end.
```

Приложение 5

Программа для обработки геодезических наблюдений трех эпох в вулканической области

```
% Вулкан 3 эпохи (автор Мазуров Б. Т.)
clc
%format long;
format short e
%A2F=clipboarddata
%Обработка первой эпохи
Qd1=diag(P1);
Qv1_0=A1*Q1_0*A1'+Qd1;
G1=Q1_0*A1'*inv(Qv1_0);
Q1=(eye(25)-G1*A1)*Q1_0;
dX1=G1*L1;
X1=X0+dX1;
Qii=diag(Q1);
%Обработка второй эпохи
A2=[A1,A2m];
X2_1=F2*X1R;
Q2_1=F2*Q1R*F2';
Qv2_1=A2*Q2_1*A2'+Qd1;
G2=Q2_1*A2'*inv(Qv2_1);
Q2=(eye(50)-G2*A2)*Q2_1;
dX2=G2*L2;
X2=X2_1+dX2;
Qii2=diag(Q2);
save Qii2.txt Qii2 -ascii -double -tabs;
fX2=A2*dX2;
m2=fX2'*inv(Qv2_1)*fX2;
```

```
%Обработка третьей эпохи
X3_2=F3*X2;
Q3_2=F3*Q2*F3';
Qd3=diag(P3);
Qv3_2=A3*Q3_2*A3'+Qd3;
G3=Q3_2*A3'*inv(Qv3_2);
Q3=(eye(50)-G3*A3)*Q3_2;
dX3=G3*V3_2;
X3=X3_2+dX3;
Qii3=diag(Q3);
save Qii3.txt Qii3 -ascii -double -tabs;
fX3=A3*dX3;
m3=fX3'*inv(Qv3_2)*fX3;
```

Научное издание

Мазуров Борис Тимофеевич

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ И ГРАВИТАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Редактор *Е. К. Деханова*

Компьютерная верстка *К. В. Ионко*

Изд. лиц. ЛР № 020461 от 04.03.1997.
Подписано в печать 10.11.2014. Формат 60 × 84 1/16
Печать цифровая.
Усл. печ. л. 11,97. Тираж 500 экз.
Заказ . Цена договорная.

Гигиеническое заключение
№ 54.НК.05.953.П.000147.12.02. от 10.12.2002.

Редакционно-издательский отдел СГГА
630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 10.

Отпечатано в картопечатной лаборатории СГГА
630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 8.