Г. С. ВАХРОМЕЕВ
А. Ю. ДАВЫДЕНКО

МОДЕЛИРОВАНИЕ В РАЗВЕДОЧНОЙ ГЕОФИЗИКЕ

Г.С.ВАХРОМЕЕВ
А.Ю.ДАВЫДЕНКО

МОДЕЛИРОВАНИЕ
В РАЗВЕДОЧНОЙ ГЕОФИЗИКЕ

Москва "Недра" 1987

УДК 550.8.013

Вахромеев Г. С., Давыденко А. Ю. Моделирование в разведочной геофизике. — М.: Недра, 1987. — 192 с., ил.

Рассмотрены сущность физико-геологической модели объекта геофизического изучения (ФГМ), классификация ФГМ, способы и особенности формирования моделей, их использование при планировании полевого эксперимента и интерпретации геофизических данных. Применение детерминированных, вероятностно-статистических и динамических ФГМ иллюстрируется примерами из региональной, нефтяной, рудной и инженерной геофизики.

Для научных работников — геофизиков и геологов, занимающихся комплексированием, математической обработкой и интерпретацией данных геофизических методов. Полезна студентам геологических специальностей вузов.

Табл. 36, ил. 66, список лит.— 48 назв.

Рецензент: *А. А. Никитин*, д-р физ.-мат. наук (Московский геологоразведочный ин-т им. С. Орджоникидзе).

МОНОГРАФИЯ

Гелий Сергеевич Вахромеев
Александр Юрьевич Давыденко

МОДЕЛИРОВАНИЕ В РАЗВЕДОЧНОЙ ГЕОФИЗИКЕ

Редактор издательства *И. П. Иночкина*
Обложка художника *Е. Г. Капустянского*
Художественный редактор *В. В. Шутько*
Технический редактор *Н. В. Жидкова*
Корректор *Р. Т. Баканова*

ИБ № 6216

Сдано в набор 30.12.86. Подписано в печать 24.03.87. Т-01622. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага офсетная № 2. Гарнитура Литературная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 12,0. Усл. кр.-отт. 12,38. Уч.-изд. л. 13,29. Тираж 3160 экз. Заказ 1931/605-3. Цена 2 р. 10 к.

Ордена «Знак Почета» издательство «Недра», 125047, Москва, пл. Белорусского вокзала, 3.

Московская типография № 6 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
109088, Москва, Ж-88, Южнопортовая ул., 24 .

В 1903010000—232 / 043(01)—87 — 27—87

Издательство «Недра», 1987

ПРЕДИСЛОВИЕ

Прогрессивно возрастающее значение моделирования как одного из эффективных средств познания строения и закономерностей развития предметов и явлений материального мира обусловлено по крайней мере двумя его особенностями. С одной стороны, принципы моделирования предопределяют необходимость общеметодологического подхода к раскрытию сущности изучаемого объекта. С другой стороны, конкретные средства и разновидности моделирования (физическое, аналоговое, предметное, имитационное, математическое и др.) настолько гибки, разнообразны и разветвлены, что допускают детальное и достаточно глубокое раскрытие отдельных частных сторон моделируемого объекта либо процесса.

В настоящее время трудно найти отрасль науки или техники, в которой не использовались бы принципы моделирования для исследования общих закономерностей изучаемых процессов и решения прикладных задач технического характера [2, 8, 41]. В геологии приоритет в этой области принадлежит геофизикам, которые стали использовать модельные представления с момента зарождения геофизических методов исследований в 20-х гг. текущего столетия. Примером таких представлений может служить ставшее классическим понятие возмущающего объекта, под которым понимается объем геологического пространства, ответственный за формирование аномальной составляющей того или иного физического поля. Это понятие положено в основу расчета ожидаемых аномальных эффектов, оно помогает корректировать представления о реальных причинах наблюдаемых геофизических полей, формировать хотя бы на качественном уровне представления о форме, структуре, условиях залегания и петрофизических характеристиках аномалиеобразующих геологических тел.

В случаях, когда расчеты физических полей особенно сложны или исключаются из-за невозможности учета и корректного описания уравнениями математической физики всего многообразия исходных данных и граничных условий ввиду их сложности, используют физическое моделирование на предметных, сеточных моделях, в электролитической ванне, на электропроводной бумаге и т. п.

Появление в 60-х гг. машинных способов обработки и анализа геофизической информации существенно расширило возможности численных методов решения прямых и обратных задач геофизической разведки. Тем не менее освоение принципиально новых автоматизированных приемов математического моделирования, как это не парадоксально, не смогло заметно ослабить нужду в использовании физического моделирования, постоянно совершенствующего свои технические возможности. Это особенно ярко проявляется в электроразведке и сейсморазведке при решении задач,

связанных с изучением неоднородных сред сложного геологического строения.

Предлагаемая вниманию читателей книга касается практически всех аспектов моделирования в разведочной геофизике, однако большее внимание в ней уделено общеметодологическим основам моделирования геологических объектов в физических полях. Объясняется это двумя причинами. Успехи в развитии физических способов моделирования, прямо связанные с техническим прогрессом в создании электронной измерительной аппаратуры, достаточно подробно освещены в литературе [1, 7, 8]. Проблеме математического моделирования геофизических полей, включая методологию и технологию создания автоматизированных систем обработки геофизической информации и их алгоритмически-программное обеспечение, посвящена серия фундаментальных работ [24, 27, 35, 46].

В значительно меньшей степени в научной геофизической литературе обсуждаются общие принципы моделирования, хотя именно они нуждаются в опережающем развитии ввиду активного внедрения системного подхода в разведочной геофизике. Широкое использование комплексных геофизических исследований и автоматизация процессов сбора, обработки и интерпретации геолого-геофизических данных обусловливают необходимость разработки новых приемов формализации исходной и оперативно получаемой информации, базирующихся на нестандартных модельных представлениях об изучаемом геологическом пространстве. Принципы моделирования геологических тел в геофизических полях целесообразно модернизировать в направлении универсализации подходов как к формированию самих моделей изучаемых объектов, так и к описанию разных физических полей независимо от их природы [6].

Выработке отвечающего этим требованиям нового подхода к моделированию существенно способствовало представление о физико-геологической модели объекта геофизического изучения (ФГМ), впервые сформулированное в конце 60-х гг. [6]. В настоящее время оно широко используется на производстве, вошло в специальную и справочную литературу [4, 5, 24], в учебники для вузов [36], принято за рубежом [47]. ФГМ относится к классу общих моделей. Она отражает диалектическую связь и различие всех возмущающих тел, которыми можно аппроксимировать моделируемый геологический объект в разных физических полях.

За прошедшие годы определение, классификация и способы формирования физико-геологических моделей выкристаллизовались и усовершенствовались в такой степени, что вполне оправдано говорить о физико-геологическом моделировании как о самостоятельном научном направлении в разведочной геофизике. Именно этой проблеме посвящена настоящая монография.

Построение ФГМ неразрывно связано с использованием разнообразных способов обработки и комплексной интерпретации геофизических данных. Поэтому тесная связь между физико-геоло-

гическими и математическими моделями естественна. ФГМ, формируемая обычно методом последовательных приближений, служит не только основой для последующего построения широкого класса как детерминированных, так и вероятностно-статистических математических моделей, но и сама является продуктом математического и физического моделирования. Именно поэтому после рассмотрения основ физико-геологического моделирования (см. разд. 1) и способов построения петрофизических моделей (см. разд. 2) в разд. 3—5 подробно излагаются и иллюстрируются приемы формирования соответственно детерминированных, статистических и стохастических ФГМ.

Математическое моделирование рассматривается в книге в основном как средство создания физико-геологических моделей. По этой причине обсуждается весьма ограниченное число новых и оригинальных приемов и способов математического описания геолого-геофизических явлений. С современным разветвленным математическим обеспечением разведочной геофизики читатель может познакомиться по обширной специальной литературе.

Разработанные принципы и методика физико-геологического моделирования иллюстрируются многочисленными и разнообразными практическими примерами. Для различных стадий и видов геологоразведочных работ сформированы: динамическая модель сейсмоактивного блока земной коры в условиях Байкальской рифтовой зоны, статическая модель глубинного геологического разреза Сибирской платформы в одном из районов кимберлитового магматизма, физико-геологические модели месторождений нефти и газа, редкометалльных и слюдоносных пегматитов железорудного узла, поля и месторождения магнетитовых руд ангаро-илимского типа, динамическая ФГМ процесса образования месторождений медно-порфировых руд, физико-геологические модели верхней части геологического разреза в условиях развития островной мерзлоты, используемые при геофизических работах с целью мелиорации земель, изучения дражных полигонов, погребенных и современных речных долин, при инженерно-геологическом картировании. Кроме перечисленных приведены ФГМ рудных зон сложного строения, привлекаемые для решения задач экспрессного геофизического опробования и корреляции рудных подсечений в разных горных выработках на стадии разведки.

1. ПОНЯТИЕ ФИЗИКО-ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Оценки современного состояния и перспектив развития разведочной геофизики достаточно противоречивы. Наряду с существующим мнением об отсутствии сколько-нибудь заметного прогресса в научно-организационной базе геофизических методов исследований [10] некоторые специалисты склонны считать в основном законченным формирование в этой отрасли геологоразведки новой парадигмы, формула которой (по В. М. Страхову) выглядит следующим образом: формализация + системный подход + критерии оптимальности + автоматизация. При этом квинтэссенцией формализации является учение о моделях геологических тел. Присоединяясь ко второй точке зрения, обратим внимание на качественные сдвиги, которые произошли в принципах моделирования в геологии и представлениях о моделях объектов, изучаемых геофизическими методами.

До 60-х гг. в разведочной геофизике с успехом пользовались понятием «возмущающий объект», с помощью которого формализованно описывали источник какого-то одного физического поля (магнитного, гравитационного, радиоактивного и т. п.), создаваемого изучаемым геологическим телом. Представление о возмущающем объекте использовали почти исключительно для целей интерпретации геофизических данных.

В связи с развитием теории и методологии комплексирования геофизических методов исследований при решении геологических задач [4—6, 24, 31, 36] было разработано понятие физико-геологической модели, одновременно характеризующей изучаемый объект с разных сторон, обобщающей все аппроксимирующие его возмущающие тела в широком диапазоне потенциально возможных петрофизических характеристик и частных геометрических форм. ФГМ используют не только для формирования интерпретационных математических моделей, но и для количественного обоснования рациональных поисковых комплексов и методики комплексных геофизических исследований. Последняя операция относится к сложному классу задач планирования эксперимента в условиях неопределенности. Диалектически обобщая в количественной мере разные стороны исследуемого геологического объекта, ФГМ непосредственно способствует реализации системного подхода в разведочной геофизике, выработке и использованию критериев оптимальности и фактической автоматизации процессов сбора, обработки и интерпретации комплексной геолого-геофизической информации.

1.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Физико-геологическая модель объекта геофизического изучения — это система абстрактных возмущающих тел и вызы-

ваемых ими аномальных эффектов, которые аппроксимируют геологический объект и с необходимой для моделирования детальностью обобщенно отражают его структуру, размеры, форму, петрофизические свойства и соответствующее им объемное распределение физических полей.

Приведенное определение является общим, в одинаковой степени пригодным для аппроксимации любого геологического объекта, будь то блок земной коры, нефтегазоперспективная или любая иная геологическая структура, рудное поле, месторождение полезного ископаемого, отдельное рудное тело, комплекс либо разновидность горных пород, представляющие интерес при геологическом картировании.

Таким образом, физико-геологическая модель отражает взаимосвязи существенных свойств моделируемого геологического объекта с регистрируемыми в его окрестностях либо ожидаемыми полями.

Основой для формирования ФГМ служит петрофизическая модель (ПФМ), под которой понимают объемное распределение в геологическом пространстве различных физических параметров, характеризующих главные структурно-вещественные комплексы изучаемого рудного поля, месторождения полезного ископаемого либо другого геологического объекта.

Под термином структурно-вещественный комплекс (СВК) будем понимать объединенную по одному или нескольким физическим свойствам совокупность геологических образований, наделенную соответствующими «эффективными» физическими характеристиками. Именно СВК являются реальными объектами геофизического изучения. Из определения СВК следует их относительный характер, так как критерии объединения пород и руд в те или иные СВК существенно зависят от задач работ, условий залегания изучаемых объектов и разрешающей способности геофизических методов. Например, если объединяемые в какой-то СВК горные породы имеют неразличимые в статистическом смысле распределения физических характеристик, то они принципиально не могут быть разделены по данным соответствующих геофизических измерений и, следовательно, такие СВК характеризуют предельную разрешающую способность геофизического метода. В частном, благоприятном для разведочной геофизики случае поверхности, ограничивающие СВК, могут быть связаны с границами стратиграфических подразделений или с контактами смены пород разного литолого-петрографического состава. К сожалению, это бывает не всегда, и, как правило, число СВК в пределах конкретного рудного поля меньше, чем суммарное количество выделяемых групп горных пород и рудных генераций. Это тем более характерно для тех случаев, когда в качестве критерия для объединения пород в СВК используется разрешающая способность дистанционных геофизических методов.

Таким образом, физико-геологическая модель — это обобщенная ПФМ плюс полученные для нее любым способом (аналити-

ческим, моделированием, в том числе натурным) физические поля. Последовательность физико-геологического моделирования в самом общем виде выглядит следующим образом: выделение структурно-вещественных комплексов в пределах исследуемого геологического пространства; построение петрофизической модели, создание самой ФГМ исследуемого геологического объекта в целом.

Понятие о ФГМ является дальнейшим развитием представлений о возмущающем объекте. ФГМ — общая модель геологического объекта, изучаемого геофизическими методами. Она характеризует этот объект с разных сторон, отражая диалектическую связь и различие всех частных моделей (возмущающих тел), которыми можно описать исследуемые геологическую структуру, месторождение или рудное тело.

Формализованно отражая обобщенное типизированное представление о целой группе подобных геологических объектов, например о месторождениях определенного генотипа, потенциально нефтеносных структурах одного класса и т. п., ФГМ относится к логико-математическим структурным моделям типа «описание—обобщение» или «модель—отклик».

В зависимости от степени и полноты формализации ФГМ могут быть чисто концептуальными либо математическими, сводящими решение геофизической задачи к некоторой строгой, условно экстремальной. Сказанное не дает оснований для противопоставлений физико-геологической и математической моделей, поскольку первая всегда лежит в основе формирования второй и даже в простейших геологических ситуациях математическая модель не может быть сконструирована без опоры на корректные физико-геологические представления, адекватно отражающие действительность.

Таким образом, концептуальный в своей основе характер ФГМ не исключает, а, наоборот, предполагает широкое привлечение математического, физического, натурного, аналогового, имитационного и любых других видов моделирования для создания ФГМ и уточнения отдельных ее сторон.

Формирование ФГМ неизбежно предполагает одновременное и параллельное конструирование и непрерывную коррекцию по существу двух различных моделей: модели изучаемого геологического объекта, роль которой играет ПФМ, и модели ансамбля создаваемых ею геофизических полей, которые в общем случае могут быть получены аналитически путем решения прямых задач геофизики, а в частных реализациях — по данным натурного или физического моделирования.

Характерные черты ФГМ — степень различия физических свойств модели и несущей ее среды, обобщенная форма моделируемого объекта, полиморфность и управляемость.

Поскольку статистически значимое различие петрофизических параметров изучаемых геологических тел и вмещающих их пород — обязательное условие возникновения геофизических анома-

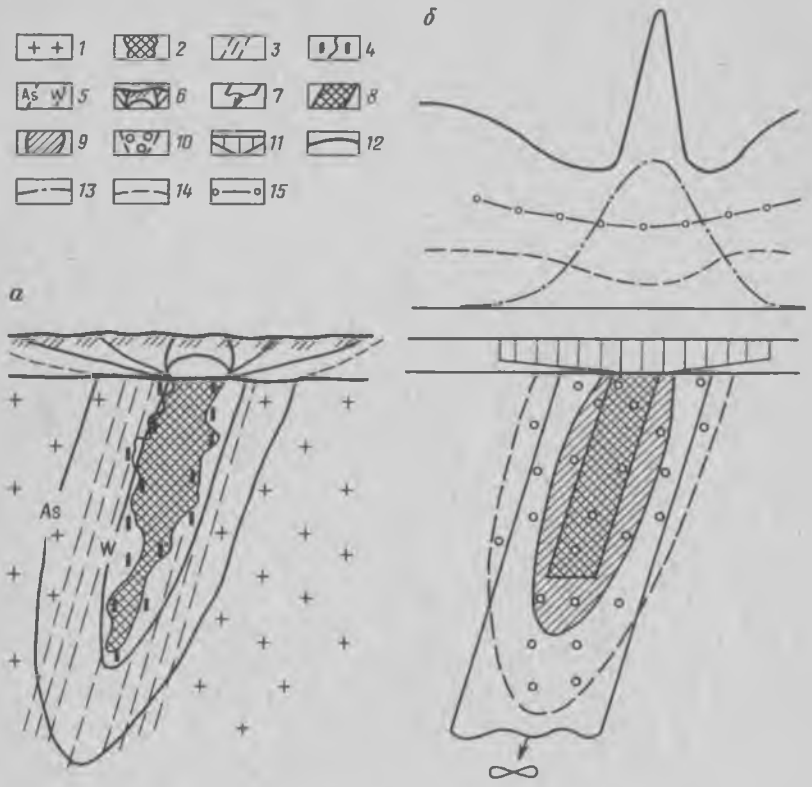


Рис. 1. Схематический геологический разрез *(а)* и ФГМ *(б)* кварц-вольфрамитовой жилы:

1 — граниты; *2* — кварц-вольфрамитовая жила; *3* — зона дробления; *4* — ореол грейзенизации с сульфидной вкрапленностью; *5* — первичные ореолы рассеяния W и As; *6* — вторичный ореол рассеяния W, As, Zn, Cu, Pb; *7* — пласт повышенной электропроводности; *8* — наклонный пласт—диамагнетик, изолятор, пьезоэлектрик; *9* — эллиптический цилиндр аномальной поляризуемости; *10* — зональный полиэлементный первичный ореол; *11* — горизонтальный пласт, отвечающий вторичному ореолу рассеяния; графики: *12* — кажущегося электрического сопротивления $\rho_к$; *13* — кажущейся поляризуемости $\eta_к$; *14* — напряженности магнитного поля ΔZ; *15* — пьезоэлектрический годограф

лий, выделение и разделение СВК представляет самостоятельную методическую задачу, рассматриваемую в разд. 2.

Возможность расчетов физических полей на ЭВМ в принципе не накладывает никаких ограничений на морфологию модели и степень сложности ее конструкции. Однако для более простого дальнейшего оперирования с ФГМ и обеспечения ее устойчивости геологические объекты выгоднее аппроксимировать сочетанием минимального числа правильных геометрических тел, так как при прочих равных условиях это сужает многозначность решения обратной задачи геофизики. Наряду с оправданным стремлением правильно геометризовать моделируемое геологическое или руд-

ное тело следует учитывать его условия залегания, помня, что при погружении любых трехмерных, двумерных или вертикально протяженных аномалиеобразующих объектов на значительную глубину либо при проведении геофизических измерений на достаточно большой высоте их физические поля будут приближаться соответственно к аномалиям от шара, полюсной линии и штока.

Главное свойство ФГМ — ее физико-геометрическая полиморфность, проявляющаяся в единстве и различии частных моделей, характеризующих объект поисков. При этом каждая из них имеет свои форму, размеры и физические параметры. Действительно, даже такой сравнительно простой геологический объект, как кварц-вольфрамитовая жила в гранитах, с точки зрения геофизических поисков может быть описан совокупностью многих возмущающих объектов (частных моделей) (рис. 1). Во-первых, это субвертикальный, неограниченный на глубину пласт относительно повышенной электрической проводимости, отвечающий рудовмещающей тектонически ослабленной зоне дробления. Во-вторых, это крутопадающий пласт меньших размеров, ограниченный по падению, представляющий собой изолятор, диамагнетик и источник пьезоэлектрической поляризации, аппроксимирующий кварцевую жилу. В-третьих, это горизонтальный эллиптический цилиндр с аномальной кажущейся поляризуемостью, адекватный по объему зоне сульфидных вкрапленников (арсенопирит, пирротин, висмутин и др.) в контуре ореола грейзенизации. В-четвертых, это зональные первичные ореолы рассеяния вольфрама и элементов-спутников, существенно превышающие по объему кварцевую жилу. В-пятых, это вторичные ореолы рассеяния элементов-индикаторов в элювиально-делювиальных отложениях, форма которых может быть описана горизонтальными полосами ограниченной вертикальной мощности.

К важным особенностям физико-геологических моделей относятся возможность расчетов ожидаемых физических полей с помощью математического моделирования, а также управляемость, проявляющаяся в реализации различных комбинаций частных моделей, отображающих изменения морфологии, размеров, уровня эрозионного среза и других характеристик реальных геологических объектов.

Формирование ФГМ подчинено иерархической последовательности решения геологических задач. Фактическое внедрение принципов системного подхода в геолого-поисковую службу возможно только на основе развития и конкретизации модельных представлений об объектах исследований на каждом этапе геологоразведочных работ. В наиболее полном виде эта идея воплощается и пропагандируется в работах В. В. Бродового [5]. На примере поисков полиметаллического оруденения в Горном Алтае им предложена классификация и разработаны следующие ФГМ последовательного ряда геологических объектов, порядок которых непрерывно укрупняется: ФГМ рудной провинции, отождествляемой с

крупным блоком земной коры на всю ее мощность, и ФГМ рудного пояса, исследуемые на стадии региональных геолого-геофизических работ, модели рудного района и рудного поля, являющиеся главной целью крупномасштабного геологического картирования и общих поисков, ФГМ собственно полиметаллического месторождения и ФГМ отдельного рудного тела, изучаемые соответственно на подстадиях детальных поисков и поисково-оценочных работ и разведки. Учет геологических, морфологических и петрофизических характеристик каждой из перечисленных ФГМ позволил корректно сформулировать задачи и обоснованно выбрать рациональный комплекс геофизических методов для каждой стадии геологоразведочного процесса.

На каждом из иерархических уровней последовательных стадий официального геологоразведочного процесса допустимо считать ФГМ относительно элементарной и условно неделимой.

Следует отчетливо представлять, что в ходе решения одной геолого-поисковой задачи (поиски нефтяных либо рудных месторождений определенного класса и т. п.) ФГМ геологических объектов, изучаемых на разных стадиях геологоразведочных работ, могут принципиально различаться между собой из-за полной несхожести самих этих объектов. Например, для поисков редкометальных карбонатитовых месторождений интерес представляют массивы ультраосновных — щелочных пород и карбонатитов центрального типа, которые аппроксимируются соосными вертикальными цилиндрами с аномальными магнитными и радиоактивными свойствами, что и учитывают в широко используемых при этом аэрогеофизических съемках. На стадии детального геологического картирования карбонатитовых массивов и поисков в их пределах рудных зон, обогащенных редкими элементами, приходится иметь дело с моделями, совершенно иными с морфологической и физической точки зрения. В частности, рудные зоны чаще всего слагают крутопадающие пласты либо изометричные в плане столбы, вертикальные цилиндры, характеризующиеся аномальными радиоактивными свойствами и повышенными содержаниями редких элементов в элювии—делювии.

Количественные характеристики ФГМ можно разделить на три категории: физические параметры, размеры и форма. Физические свойства и размеры ФГМ могут быть получены в результате обобщения большого числа отдельных измерений статистическими методами.

Формирование ФГМ какого-либо геологического объекта предусматривает последовательные операции: 1) формирование геологической задачи геофизических работ; 2) выбор объекта моделирования (блока земной коры, нефтегазоперспективной структуры, месторождения полезного ископаемого, отдельного рудного тела и т. п.) и изучение его геологических особенностей и характеристик; 3) расчет аномальных петрофизических параметров моделируемого объекта и вмещающей его среды, выделение значимо различающихся структурно-вещественных комплексов;

4) создание петрофизической модели объекта в виде пространственного сочетания частных возмущающих объектов, объединяющих отдельные СВК с учетом их наиболее вероятных размеров; 5) выбор, расчет и оценка количественных критериев подобия; 6) конструирование математической модели и решение прямых задач геофизики по каждому проектируемому методу; 7) сравнение результатов расчета с фактическими данными натурного моделирования на эталонных геологических объектах с целью оценки степени адекватности сформированной ФГМ.

Физико-геологическую модель создают методом последовательных приближений по мере накопления знаний об объектах геофизических поисков. При малом объеме информации модель груба и, следовательно, доля неопределенности при принятии решений о месте отдельных методов в комплексе и их методике относительно велика. В дальнейшем с увеличением количества информации о моделируемом объекте появляется возможность, используя механизм обратных связей, увеличивать гомоморфность модели объекту поисков, а это, в свою очередь, позволяет совершенствовать применяемую методику комплексных геофизических и геохимических поисков.

В развитии представлений о физико-геологической модели и вытекающих отсюда возможностях выбора рациональной комплексной методики геофизических поисков можно выделить по крайней мере три фазы.

Фаза I характерна для начала геофизических исследований в новом рудном районе, когда отсутствует опыт их проведения. В этом случае приходится пользоваться методом аналогии и опираться на результаты геофизических работ в районах со сходным геологическим строением. Формирование ФГМ и выбор рационального комплекса методов для выполнения на первых порах небольшого объема работ опытного характера производятся априорно на основе справочных и литературных данных. Опытно-методические исследования, играющие роль натурного моделирования, планируют на эталонных объектах, т. е. на хорошо изученных геологических разрезах разведанных месторождений тех генетических типов, поиск которых составляет главную цель проектируемых работ. При этом допускается предусматривать заведомо большее число разнообразных методов, чтобы объективно отобрать в оптимальном сочетании наиболее эффективные.

В фазе II формирования физико-геологической модели появляется возможность учитывать данные опытно-методических исследований и на их основе совершенствовать рациональный комплекс геофизических методов, исключая те, которые дают дублирующие результаты, и оставляя наиболее информативные, обеспечивающие достаточную надежность опоискования.

Фаза III относится к тому времени, когда анализируют значительный по объему фактический материал, накопленный при производственных работах.

Заключения об эффективности того или иного метода и целесо-

образности включения его в общий комплекс поисковых работ делают не только эмпирически, но и путем строгих количественных расчетов с применением статистического аппарата теории информации и стратегических игр.

Требования, предъявляемые к физико-геологической модели, меняются на разных стадиях поисково-оценочных работ, отражая степень усложнения ее структуры. Так, поисковая задача сводится к выявлению перспективных аномалий с определенной гарантийной вероятностью минимальным числом точек наблюдений, густоту которых рассчитывают по моделям полей, полученным для наименее благоприятных условий залегания моделируемого объекта. На стадии детализации перспективных аномалий, наоборот, подробно изучают факторы, обусловливающие максимальную изменчивость физического поля. Здесь приходится анализировать те стороны ФГМ, которые являются атрибутивными для данного генетического типа месторождений и позволяют по типичным значениям параметров модели отличить его от месторождений других полезных ископаемых.

Как показывает практика, физико-геологическая модель, разработанная на примере месторождения определенного класса крупности по запасам (например, среднего), в первом приближении может быть справедлива для аналогичных месторождений иных классов крупности (мелких и крупных) при условии кратного изменения размеров, формы и свойств модели и сохранении общих условий залегания месторождений (открытые, закрытые, одного порядка глубинности и т. д.).

Физико-геологическое моделирование позволяет решать на строгой количественной основе многие методические вопросы разведочной геофизики, в том числе: оценивать меру сходства любого вновь открытого месторождения (геологической структуры) с известными геологическими объектами данного класса; обоснованно выбирать корректные условия физического и других видов моделирования; вести расчеты ожидаемых аномалий в любом диапазоне условий средствами математического моделирования; рассчитывать параметры $ФГМ_{min}$, т. е. модели месторождения, минимального по промышленным запасам, в конкретных геолого-экономических условиях; обоснованно выбирать форму и размеры сети геофизических наблюдений; планировать оптимальную точность измерений физических полей; формировать рациональный комплекс геофизических методов на основе количественных оценок конкурентоспособности каждого из них; планировать методику комплексной интерпретации геофизических данных и проводить оценку ее надежности.

1.2. КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ

Развитие принципов физико-геологического моделирования неизбежно ведет к увеличению числа типов моделей, которыми можно оперировать для количественного обоснования методики ком-

плексных геофизических исследований и разработки новых приемов интерпретации геофизических данных [18, 47, 48].

По степени учета характеристик ФГМ, включая размеры, форму и петрофизические свойства, моделирование может быть полным, неполным и приближенным. В зависимости от характера геологических задач, предъявленных к решению геофизическими методами, ФГМ логично классифицировать на много- и двуальтернативные.

Многоальтернативную ФГМ создают и используют на стадиях средне- и крупномасштабных геолого-геофизических съемок широкого поискового спектра действия для параллельного решения нескольких геологических задач одного ранга (структурно-тектоническое районирование, геологическое картирование, прогнозирование и многоцелевые поиски разных видов минерального сырья и т. п.). Такие модели применяют также на стадиях прогнозирования, общих поисков и разведки месторождений. В последнем случае роль комплекса геофизических методов широкого спектра действия играют методы ГИС и подземной геофизики, позволяющие одновременно решать довольно широкий круг задач: выделение и корреляция рудных подсечений, выявление водонефтяного контакта, литологическое расчленение геологического разреза, определение гидрогеологических и инженерно-геологических свойств пород, экспрессное опробование продуктивных интервалов и др.

Двуальтернативная ФГМ обобщает информацию для решения одной конкретной геологической задачи в рамках поисковой системы узконаправленного спектра действия. При этом сигналы от аномалиеобразующих объектов любой другой природы условно рассматриваются как помехи. Двуальтернативные ФГМ предназначены для решения задач типа «руда—неруда», «нефтегазоперспективная — пустая структура», их используют преимущественно на подстадиях детальных специализированных поисков минерального сырья определенного вида и поисково-оценочных геофизических работ.

Степень влияния много- и двуальтернативных ФГМ на совершенствование методики геофизических работ различна. Возможности многоальтернативных ФГМ для оптимизации комплекса методов более ограничены, чем возможности альтернативных ФГМ, и сводятся в основном к уточнению частных методических вопросов (расчету оптимальных размеров сети наблюдений, точности измерений поля и т. п.). Многоальтернативные ФГМ широко используются при обосновании методики комплексной интерпретации геолого-геофизических данных (при комплексном анализе с использованием программ распознавания, кластер-анализа и т. д.). Двуальтернативные ФГМ, наоборот, помогают существенно влиять как на состав комплекса методов, так и на методику полевых работ и комплексной интерпретации геофизических материалов.

По отношению к полевому геофизическому эксперименту вы-

Таблица 1

Обобщенные характеристики физико-геологических моделей стадий проектирования и интерпретации

Характеристика	Априорные ФГМ	Апостериорные ФГМ
Назначение	1. Обоснование и совершенствование рациональной методики геофизического решения заданной геологической задачи 2. Планирование методики комплексной интерпретации геофизических данных	1. Решение задач выделения, упорядочения, разделения (классификации) геофизических аномалий 2. Оценка параметров искомого объекта в изученном геологическом пространстве
Основные требования	Адекватность: а) поставленной геологической задаче и стадии работ; б) априорной геолого-геофизической информации о моделируемом объекте	Соответствие точности расчета параметров моделей стадии работ и детальности (масштабу) геофизических исследований
Способы определения параметров моделей	1. Системный анализ и способ аналогий с использованием параметров апостериорных моделей работ предшествующих стадий 2. Решение прямых задач геофизики 3. Расчеты на основе теории подобия по статистикам физических и геометрических параметров эталонных объектов	Комплексная интерпретация геофизических данных: а) фильтрация и разделение полей; б) комплексный анализ многомерных данных по алгоритмам самообучения и обучения; в) количественные расчеты параметров искомых объектов
Способы оценки надежности параметров моделей	1. По данным статистического анализа физико-геометрических параметров эталонных объектов	1. Оценка вероятностей ошибок первого и второго рода при решении задач выделения и разделения аномалий
	2. Стохастическое моделирование, использование аппарата функций случайных величин 3. Экспертные оценки	

деляют априорные ФГМ стадии проектирования, используемые для выбора и обоснования рационального комплекса и технических условий производства геофизических работ, и апостериорные ФГМ стадии интерпретации, обобщающие итог комплексной интерпретации, выраженный в конкретных геолого-геофизических характеристиках изученного объема геологического пространства. При формировании апостериорной ФГМ опираются на априорную данного этапа исследований, а каждая апостериорная модель используется для уточнения, коррективов и развития представлений об априорной ФГМ последующего этапа работ и т. д.

Из характеристики априорных и апостериорных ФГМ (табл.

1) следует, что априорная модель является основой планирования геофизического эксперимента, включающего обоснование методики не только полевых работ, но и комплексной интерпретации их результатов. Характерной чертой такой модели должна быть высокая степень обобщения геологических, геометрических, петрофизических параметров, допускающая возможность расчета ожидаемых аномальных эффектов, охватывающих все основные классы их вероятных реализаций.

В отличие от априорной апостериорная ФГМ ставит в соответствие каждому выделенному объекту конкретные значения его параметров, рассчитанных в результате решения обратных задач геофизики. Иными словами, апостериорная ФГМ — это результат комплексной интерпретации, выраженный в числовых геолого-геофизических характеристиках изученной части геологического пространства.

В зависимости от способов формирования и описания параметров ФГМ подразделяют на детерминированные и вероятностно-статистические.

Детерминированные ФГМ получают путем расчета ожидаемых аномальных эффектов с помощью уравнений математической физики при жестко ограниченных, наперед заданных значениях исходных петрофизических и морфологических параметров моделей. Этот подход традиционен. К сожалению, при всей фундаментальности и строгости он требует точного знания граничных условий и однородного распределения петрофизических свойств в пределах каждого СВК.

Вероятностно-статистические ФГМ в свою очередь подразделяются на статистические и стохастические (вероятностные).

Статистические ФГМ носят ярко выраженный эмпирический характер. При их построении широко используют приемы анализа экспериментальных данных: статистическое оценивание и проверку гипотез, регрессионный и факторный анализы, способы фильтрации и распознавания и др. Статистические модели особенно эффективны для характеристики слабоконтрастных геологических объектов, незначительно отличающихся по средним значениям, дисперсиям или другим статистикам физических полей от вмещающих их пород.

Стохастические ФГМ формируют путем вероятностного описания моделируемых объектов. Решение прямых задач геофизики при этом также имеет вероятностную трактовку и заключается в расчете математических ожиданий, дисперсий или корреляционных функций аномальных эффектов. Это позволяет охарактеризовать весь возможный диапазон изменения физических полей для бесконечного в общем случае, множества состояний модели объекта. В частности, такими моделями удобно аппроксимировать геологические тела сложного строения с неравномерным распределением физических свойств: жильные зоны, пачки рудных тел разного качества и т. п.

С точки зрения решаемых задач, используемых моделей и способов анализа данных в вероятностно-статистическом подходе наметилось два направления.

Первое направление базируется на модели экспериментального материала, учитывающей случайный характер помех, обусловленных неконтролируемыми флуктуациями параметров реальных источников и приемников физических полей. Неоднородности зоны малых скоростей, неглубоко залегающие источники гравитационных и магнитных полей, гетерогенность излучающих и экранирующих радиоактивное излучение сред и другие неоднородности, не учитываемые моделью изучаемого объекта, также формируют случайное поле помех. В статистической теории интерпретации при выделении слабых аномалий на фоне помех и в количественных способах интерпретации помеху аппроксимируют некоторыми моделями случайных процессов. Характеристики последних (математические ожидания, дисперсии, автокорреляционные функции или спектральные плотности) могут быть заданы на основе теоретических соображений с учетом имеющейся априорной информации, определяться на эталонах или оцениваться совместно с параметрами модели изучаемого объекта [15, 17, 31, 44].

Второе направление основывается на стохастических моделях объектов, характерная особенность которых — использование вероятностного описания случайных параметров самих моделей. Это направление предполагает установление, исследование и использование количественных зависимостей между вероятностным описанием источников и характеристиками генерируемых ими случайных физических полей [14, 18, 23, 37, 48]. Способы стохастического моделирования являются эффективным инструментом для исследования влияния тех или иных параметров ФГМ на ожидаемые аномальные эффекты и помогают устанавливать особенности проявления структуры сложных неоднородных объектов в физических полях.

Вероятностный подход к построению ФГМ природных геологических систем — достаточно общий, хотя и не всегда самый простой. В частности, стохастические модели на уровне математических ожиданий включают в себя детерминированные.

Учитывая широкое проявление принципа историзма в геологии, различают статические и динамические ФГМ. Статические ФГМ месторождений полезных ископаемых, рудных тел и других геологических объектов фиксируют их состояние в определенный момент времени. Динамические ФГМ отражают специфику сочетания геофизических полей и их числовых характеристик на разных стадиях геологических процессов в зависимости от глубины и полноты развития рудогенеза, зон окисления и вторичного сульфидного обогащения, тектогенеза и др. Успехи в области палеомагнетизма, изучения движения литосферных плит, геофизических предвестников землетрясений, широкое внедрение геофизического мониторинга окружающей среды, режимных наблюдений за многолетней мерзлотой, естественными фильтрационно-

диффузионными и другими нестационарными электрическими полями, гидрогеохимическими параметрами подземных вод определяют насущную необходимость в развитии идеи, разработке методики формирования и использовании динамических ФГМ.

А. С. Барышевым (1985 г.) предложен следующий вариант системных соотношений стадий геологоразведочных работ, отвечающих им ФГМ объектов поисков и стандартизованных комплексов геофизических методов. На стадиях регионального геологического изучения и геологосъемочных работ масштаба 1 : 50 000 применяют типовые комплексы методов, создают обобщенные ФГМ, формируемые по структурно-формационным признакам и интегрально отражающие особенности геологической обстановки вне зависимости от ранга моделируемого объекта (рудный район, зона, узел, поле). На стадиях поисков и поисково-оценочных работ используют рациональный комплекс геофизических методов, в основе разработки которого лежат типовые ФГМ, являющиеся общими для формационного типа или генетического класса месторождений. На стадиях предварительной и детальной разведки разрабатывают рациональный оптимизированный комплекс и частные ФГМ, создаваемые на основе типовой модели в качестве ее элементов для отдельных рудных тел либо группы тел.

Рассмотренные классификации касаются методики и технологии собственно геофизических исследований. В то же время понятие о ФГМ может быть положено в основу разработки поисковой геофизической классификации месторождений полезных ископаемых, объективно регламентирующей разрешающую способность геофизических методов при поисках минерального сырья различных генетических типов.

По характеру и степени контрастности отражения в физических полях все месторождения твердых полезных ископаемых можно подразделить на две группы. В первую группу можно включить минеральные скопления полезных ископаемых, состав и массы которых непосредственно проявляются в аномальных физических полях. Это месторождения урана, тория, калия, железа, титана, хрома, меди, свинца, цинка, алюминия, никеля. Объектом геофизических поисков в этом случае является собственно месторождение. Ко второй группе относятся месторождения, руды которых вследствие малых количеств полезного компонента в рудной массе или слабых отличий их физических параметров от вмещающей среды прямо не фиксируются геофизическими методами. Это месторождения золота, серебра, ртути, олова, вольфрама, молибдена, тантала, ниобия, бериллия, слюды и т. д. Объектом геофизических поисков при этом может служить рудовмещающий структурно-вещественный комплекс.

Принятые генетические классификации минеральных месторождений В. И. Смирнова (1976 г.), С. А. Вахромеева (1979 г.), В. М. Григорьева и А. И. Кривцова (1981 г.) построены на неоднородных признаках. Серии месторождений в них соответствуют трем процессам породообразования (эндогенные, экзогенные, ме-

Таблица 2

Пример геофизической классификации ФГМ некоторых типов эндогенных месторождений полезных ископаемых

Месторождение	Генетическая группа	Класс, субформация	Геофизический класс ФГМ
Железа	Гидротермальные	Магномагнетитовые, связанные с траппами (Коршуновское)	Скарново-магнетитовые в вулкано - тектонических структурах
	Контактово-метасоматические	Магнетитовые известково-скарновые (Магнитогорское)	
		Магнетитовые магнезиально-скарновые, магнезиально-известково-скарновые (Тейское)	
		Скаполит-альбитовые и скаполит-альбит-скарновые магнетитовые (Сарбайское, Соколовское)	
	Магматические	Магнетитовые малотитанистые в интрузивах габбро-пироксенит-дунитовой формации (Качканарское, Гусевогорское)	Титаномагнетитовые в интрузиях основного состава
		Титаномагнетит-ильменитовые в габбровых и габбро-амфиболитовых интрузивах (Кусинское)	
		Титаномагнетитовые высокотитанистые в габбровых и габбро-диабазовых интрузиях (Пудожгорское)	
Титана	Магматические	Ильменит-магнетитовые и ильменит-титаномагнетитовые в габбро (Кусинское, Медведевское)	
		Ильменит-магнетитовые в габбро-анортозитах (Теговус, Телнесс)	
Ванадия	Магматические	Титаномагнетитовые в анортозитах, пироксенитах и норитах (Бушвельд)	
Золота	Золото-кварцевая	Золото-кварцевая без теллуридов	
		Золото-кварцевая с теллуридами (Крипл-Крик)	Золоторудные в гидротермально - метасоматически измененных зонах
	Золото-серебряная	Серебряная с золотом (Кометок)	
		Золотая с серебром (Эль-Оро)	
		Золотая с серебром (Голдфилд)	
	Золото-кварц-сульфидная	Золото-кварц-сульфидная с сульфосолями и теллуридами	
	Золото-кварц-сульфидная в углеродистых породах	Золото-кварц-сульфидные прожилково-вкрапленные в углеродистых алевролитах и сланцах	Золоторудные в углеродистых породах

таморфогенные). Группы месторождений формируются как по процессам рудообразования (например, гидротермальные), так и по составу рудно-петрографических сообществ (карбонатитовые, скарновые, грейзеновые). Классы месторождений в одних случаях учитывают механизм рудонакопления (ликвационные, инфильтрационные), в других — состав рудонесущей среды (известковистые скарны, магнезиальные скарны), в третьих — общие генетические связи (вулканогенные, вулканогенно-осадочные).

Исходя из положения, что геологические, геохимические и геофизические признаки существования месторождений должны быть наблюдаемы и измеряемы, на основе типологического анализа разработана классификация ФГМ месторождений твердых полезных ископаемых. В основу этой классификации положены главные характеристики месторождений: форма, структура и минеральный состав. Особенностью этой классификации является выделение геофизических классов месторождений, число которых существенно меньше, чем геологических, вследствие того, что последние частично объединены из-за сходства их проявления в физических полях (табл. 2). Каждому геофизическому классу месторождений соответствует типовая ФГМ. Например, магматические месторождения железа по геологической классификации относятся к формациям магнетитовой малотитанистой в интрузивах габбро-пироксенит-дунитового состава и титаномагнетит-ильменитовой в габбро; месторождения титана — к ильменит-магнетитовой в габбро-анортозитах, а ванадия — к титаномагнетитовой в пироксенитах, перидотитах, оливинитах, горнблендитах и габбро, ильменит-магнетитовой и ильменит-титаномагнетитовой в габбро, титаномагнетитовой в анортозитах, пироксенитах и норитах. Согласно геофизической классификации все они объединяются в один класс — магнетитовые, титаномагнетитовые, титаномагнетитоильменитовые месторождения в базитовых интрузиях (см. табл. 2).

2. ПЕТРОФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Изучение физических свойств пород и руд всегда относилось к числу фундаментальных проблем прикладной геофизики. При решении задач планирования геофизического эксперимента и комплексной интерпретации данных на основе физико-геологических моделей способы получения и анализа петрофизической информации приобретают особое значение.

2.1. НАПРАВЛЕНИЯ ПЕТРОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Классическим направлением петрофизических иследований является изучение зависимостей физических свойств пород и руд от их минерального состава, структурно-текстурных особенностей, степени метаморфизма, термодинамических условий их формиро-

вания и ряда других факторов физической и геологической природы. По существу это направление дополняет применяемые в геологии методы исследования вещества, а выполняемые петрофизические обобщения носят фактографический характер, т. е. отображают информацию в виде различных таблиц, петрофизических карт, разрезов, блок-диаграмм [39]. На основе этих материалов получают выводы, содержательные как в геологическом отношении, так и в отношении физико-геологических предпосылок применения тех или иных геофизических методов. Кроме того, петрофизические данные используют для расшифровки природы геофизических аномалий, изучения петрофизической зональности месторождений полезных ископаемых [33].

На наш взгляд, петрофизическое направление в разведочной геофизике имеет существенные резервы перспективного развития. Актуальным, в частности, является расширение числа исследуемых физических свойств, включая упругие, ядерно-физические, электромагнитные, теплофизические, частотные, пьезоэлектрические, реологические свойства, термоЭДС и др. Соответствующее метрологическое обеспечение возможно лишь при выпуске современной серийной аппаратуры для измерения физических свойств горных пород.

При решении методических и интерпретационных задач разведочной геофизики первичные сведения о физических свойствах, представленные фактографическими моделями, как правило, нуждаются в дополнительном анализе и обобщении с целью построения петрофизической модели, являющейся основой ФГМ изучаемого объекта. По существу петрофизические модели служат связующим звеном между собственно петрофизическими и геофизическими исследованиями. Формирование петрофизических моделей предусматривает последовательное решение ряда задач: 1) лабораторные измерения комплекса физических свойств на образцах эталонных выборок; 2) анализ данных и выделение СВК, расчеты их обобщенных физических характеристик; 3) получение массовой петрофизической информации по данным ГИС и выделение СВК в геологическом разрезе; 4) построение объемной петрофизической модели по результатам корреляции выделенных СВК между скважинами.

Как правило, в результате анализа петрофизической информации устанавливают доминантное физическое свойство, наиболее контрастно выделяющее заданный класс геологических объектов. Обычно это количественная характеристика (магнитная восприимчивость магнетитовых, радиоактивность урановых, плотность сплошных колчеданных руд и т. п.), но не исключена и качественная природа доминанты. Например, природа радиоактивного начала рудных зон в карбонатитах позволяет прогнозировать тип редкометальной минерализации: для танталового оруденения типична урановая, для ниобиевого — ториевая, а для редкоземельного — смешанная радиоактивность. Роль доминантного может играть и комплексный петрофизический параметр.

Построение петрофизических моделей открывает возможность решения многих сложных геологических задач принципиального характера. Вот некоторые из них: формирование ФГМ изучаемых геологических объектов; объемное геологическое картирование рудных полей, поиски скрытого оруденения на основе выявления осевой, продольной и поперечной зональности в распределении петрофизических характеристик; установление статистического сходства либо различия горных пород, руд и других геологических образований, петрофизических портретов надрудной и подрудной зон месторождений полезных ископаемых; увязка геологических разрезов в межвыработочном пространстве на основе формирования корреляционных петрофизических моделей типа «рудный прослой», «безрудный маркер», «чередование интервалов промышленных и забалансовых руд»; выявление благоприятных и запрещенных диагностических петрофизических ассоциаций разных типов месторождений, рудных тел и несущих оруденение сред.

На принципиальную возможность практического решения перечисленных задач средствами петрофизики до сих пор обращается слишком мало внимания.

Как правило, обобщение и интерпретация результатов петрофизических измерений проводятся для выяснения физико-геологических особенностей строения того или иного объема земной коры на данный момент, т. е. для изучения статических закономерностей. Во многих случаях с помощью петрофизических данных можно расшифровывать и динамику формирования любого геологического объекта, включая месторождения полезных ископаемых. Вследствие казуального характера тренда любого петрофизического параметра последний всегда несет информацию о временных изменениях литологических, структурно-текстурных, тектонических особенностей геологической среды, степени ее подготовленности к рудоотложению и процентном содержании полезных компонентов. Некоторые иллюстрации использования петрофизической информации для изучения динамики геологических процессов рассмотрены в разд. 6.

Обсуждаемые аспекты анализа и использования петрофизической информации достаточно обширны и составляют предмет специальных исследований. Поэтому в следующих разделах рассмотрены только методические вопросы, непосредственно связанные с формированием собственно петрофизических моделей как основы ФГМ.

2.2. ВЫДЕЛЕНИЕ СТРУКТУРНО-ВЕЩЕСТВЕННЫХ КОМПЛЕКСОВ

При изучении физических свойств основой объединения образцов в группы являются существующие геологические классификации по петрографическим (литологическим) признакам, стратиграфической принадлежности, степени метаморфизма и другим признакам. Естественная эквивалентность различных групп пород по одному или нескольким физическим свойствам приводит к необ-

Таблица 3

Петрофизическая характеристика пород и руд Октябрьского железорудного месторождения

Группа	Порода или руда; C_{Fe}, %	δ, г/см³ / S, г/см³	$\varkappa$, ед. СИ / ε	k_{II}, % / ε	ρ, Ом·м / ε	v_p, м/с / S, м/с
1	Руда; 45	4,05	2,425	4,8	6,3	4900
		0,25	1,5	2,4	2,2	1000
2	Руда; 25—45	3,68	1,709	4,1	14,0	4600
		0,28	1,7	3,9	3,0	1000
3	Руда; 18—25	3,25	1,181	5,5	20,0	4500
		0,25	1,9	2,3	2,3	900
4	Интенсивно оруденелый скарн; ±10—18	2,95	0,4055	5,7	50,0	4550
		0,19	1,9	2,3	5,0	850
5	Оруденелый скарн; 5—10	2,76	0,0402	4,0	60,0	4500
		0,2	3,5	3,5	3,5	1000
6	Скарн; 5	2,45	0,0037	8,4	55,0	4300
		0,29	8,7	1,8	2,5	700
7	Туфы, туффиты, туфобрекчии	2,27	0,00163	12,0	40,0	4150
		0,25	5,7	1,8	2,5	1100
8	Траппы	2,84	0,0276	2,1	1500	4800
		0,19	3,3	1,2	1,4	400
9	Вмещающие осадочные породы	2,36	0,001	10,8	45,0	3900
		0,18	2,1	1,5	2,5	600

Примечание. 1. Объем выборки по каждой разновидности пород 30—50 образцов; 2. S — стандартное отклонение; ε — безразмерный стандартный множитель.

ходимости их объединения в структурно-вещественные комплексы (СВК), являющиеся основой петрофизических моделей. Понятия СВК и петрофизическая группа [39] различны, так как СВК может быть гетерогенным в геологическом отношении.

Объединение разновидностей горных пород в единый СВК проводят с использованием различных способов кластеризации данных массовых измерений физических свойств образцов пород и руд. Рассмотрим способы, позволяющие анализировать не только массивы физических характеристик образцов эталонных выборок, но и результаты обобщения этой информации, получаемые после первичной статистической обработки данных по исходным петрофизическим группам.

В качестве примера ниже приводятся результаты петрофизических исследований на Октябрьском скарново-магнетитовом месторождении Ангарской железорудной провинции, полученные

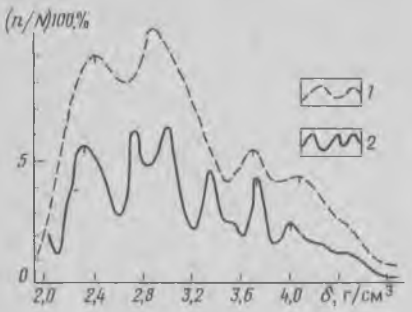


Рис. 2. Вариационные кривые плотности горных пород и руд Октябрьского железорудного месторождения, построенные по 15 *(1)* и 30 *(2)* интервалам группирования

авторами совместно с В. С. Канайкиным. Достаточно подробное геологическое описание этого месторождения дано в [20]. Измерения плотности δ, магнитной восприимчивости $\varkappa$, коэффициента пористости $k_п$, удельного электрического сопротивления ρ, скорости распространения продольных волн v_P образцов горных пород и руд выполнены по общепринятым методикам [39, 43]. Кроме того, по порошковым пробам этих же образцов рентгенорадиометрическим методом определялось содержание общего железа C_{Fe}. Результаты статистической обработки данных для девяти основных групп пород и руд, выделяемых на месторождении, приведены в табл. 3.

Для выделения структурно-вещественных комплексов по несгруппированным данным можно использовать различные способы автоматической классификации данных, из которых рассмотрим два: способ построения и анализа вариационных кривых, применяемый для выделения СВК по частным физическим характеристикам, и метод главных компонент, предназначенный для обработки данных комплексных петрофизических определений.

Если для анализируемого физического свойства по всей совокупности исследованных образцов построить вариационную кривую, то можно будет предположить, что каждому максимуму этой кривой соответствует определенный СВК. Например, полимодальный характер вариационной кривой значений плотности пород и руд Октябрьского железорудного месторождения (рис. 2), построенной по 300 образцам, представляющим примерно равным количеством каждую петрографическую разновидность (см. табл. 3), объективно указывает на статистическую неоднородность в распределении этой физической характеристики. К сожалению, дифференцированность вариационной кривой существенна и в слабоконтролируемой степени зависит от объема исходных данных и выбранного числа интервалов их группирования. Так, при 30 интервалах группирования отчетливо проявлены шесть максимумов, а при 15 — всего четыре (см. рис. 2). Каждому из этих максимумов можно поставить в соответствие одну или несколько групп пород и руд, приведенных в табл. 3.

Таким образом, изменение числа интервалов группирования в сильной степени отражается на форме вариационных кривых. Этот их недостаток можно обратить в противоположность, если полагать, что стабильность отдельных максимумов при различном числе интервалов косвенно подтверждает выделение соответствующих им СВК. В нашем примере только левый и два крайних пра-

вых максимума (см. рис. 2) выделяются достаточно надежно. Правые максимумы соответствуют структурно-вещественным комплексам богатых руд ($C_{Fe} > 45\ \%$) и руд со средними содержаниями железа (25—45 %), а по левому максимуму в один общий СВК объединяются скарны, вулканогенные и осадочные породы (соответственно группы 6, 7 и 9, см. табл. 3).

Поскольку детальность построения вариационных кривых существенно зависит от числа интервалов группирования, а оно, в свою очередь, от объема выборки, достаточно надежное выделение СВК этим способом возможно лишь при малых различиях средних и дисперсий изучаемой физической характеристики отдельных разновидностей пород, объединяемых в единый СВК, при одновременном значительном контрасте средних значений этой характеристики двух соседних СВК. Немаловажным фактором, влияющим на эффективность обсуждаемого способа, является также представительность образцов различных пород в выборке. Ясно, что чем меньше число образцов какой-либо группы пород, тем труднее выявить ее присутствие в данной выборке.

Сказанное определяет вспомогательный характер способа построения дифференциальных кривых частот, который целесообразно использовать на начальном этапе обработки и анализа петрофизической информации. Помимо анализа вариационных кривых, полученных при различной величине интервалов группирования, для выделения СВК можно привлекать более формализованные и одновременно более сложные алгоритмы разделения смеси случайных величин на отдельные составляющие.

Для одновременного учета изменчивости отдельных петрофизических характеристик и связи между ними классифицируемые образцы необходимо рассматривать в многомерном пространстве признаков (измеренных физических свойств). При этом удобно использовать способы полуавтоматической классификации, основанные на визуальном выделении компактных групп объектов по изображению исходной выборки в одно-, двух-, трехмерном пространстве, образованном некоторыми обобщенными признаками объектов. Одним из таких способов является метод главных компонент (МГК).

Суть МГК [19, 27] заключается в определении относительно небольшого числа главных компонент, исчерпывающих основную долю суммарной дисперсии первоначально измеренных переменных. Именно это свойство главных компонент, являющихся линейными комбинациями исходных признаков, и позволяет наглядно отображать классифицируемые объекты. Если последние представить в виде облака точек в многомерном пространстве признаков, то первая главная компонента будет направлена вдоль оси максимального разброса (дисперсии) объектов, вторая — будет обладать аналогичным свойством, но в направлении, ортогональном первому, и т. д. Поэтому главные компоненты некоррелированны, а максимальное их число в общем случае не превышает числа исходных признаков.

Стандартная процедура МГК предусматривает определение собственных значений и соответствующих им собственных векторов корреляционной матрицы. В этом случае главная компонента определяется выражением

$$t_{ik} = \sum_{j=1}^{m} v_{jk} (A_{ij} - \bar{A}_j)/S_j, \tag{2.1}$$

где A_{ij} — j-й признак i-го объекта; $\bar{A}_j$ и S_j — оценки соответственно среднего и стандарта признака; v_{jk} — j-я составляющая k-го собственного вектора ($\vec{v}_k = [v_{1k}, \ldots, v_{mk}]$), или иначе нагрузка на j-й признак; m — число исходных признаков (порядок корреляционной матрицы). Собственное значение λ_k ($k = 1, \ldots, m$) является дисперсией k-й главной компоненты.

Для нахождения главных компонент можно использовать другой алгоритм, позволяющий получить искомое решение путем непосредственного анализа таблицы исходных данных. Пусть A — прямоугольная матрица размером $n \times m$, где n — число строк (в нашем случае образцов); m — число столбцов (физических свойств). Тогда известная теорема о базисной структуре произвольной прямоугольной матрицы позволяет представить ее сингулярным разложением [40]

$$A = U \sum V^T, \tag{2.2}$$

где U — матрица с ортонормированными столбцами ($n \times m$); V^T — транспонированная ортогональная матрица ($m \times m$); Σ — диагональная матрица ($m \times m$) с диагональными элементами $\sigma_1, \ldots, \sigma_m$, являющимися сингулярными числами матрицы A. Выражение (2.1) можно записать в виде

$$A \cdot \vec{v}_k = \sigma_k \vec{u}_k = \vec{t}_k, \quad k = 1, \ldots, m, \tag{2.3}$$

где $\vec{v}_k$, $\vec{u}_k$ — столбцы матриц V и U, соответствующие сингулярному числу σ_k; $\vec{t}_k = [t_{1k}, \ldots, t_{nk}]$ — проекции исходной выборки на ось k-й главной компоненты.

Действительно, если столбцы матрицы A центрированы по средним значениям и нормированы по стандартам признаков, то индексная форма записи выражений (2.3) и (2.1) совпадает. Отсюда следует, что V является матрицей собственных векторов, а k-е собственное значение корреляционной матрицы

$$\lambda_k = \sigma_k^2/n. \tag{2.4}$$

Приведенные выражения показывают, что алгоритм сингулярного разложения позволяет получить все необходимые для МГК элементы, в том числе и нормированные значения главных компонент:

$$\vec{t}_k = \vec{t}_k \cdot \lambda^{-1/2} = \vec{u}_k \cdot n^{-1/2}. \tag{2.5}$$

Таблица 4

Сингулярные числа, соответствующие им собственные векторы и вклад главных компонент d_k в общую дисперсию матрицы стандартизованных петрофизических признаков

Признаки γ и вклады d_k	Сингулярные числа						
	30,07	24,61	13,64	13,25	7,90	5,59	3,00
γ_h	0,13	—0,45	0,87	—0,14	0,02	—0,02	—0,01
γ_{Fe}	0,46	0,33	0,06	—0,27	0,02	—0,46	—0,62
γ_δ	0,54	0,14	0,00	—0,07	—0,14	0,34	0,75
γ_k	—0,37	0,39	0,18	—0,41	0,66	0,11	0,24
γ_v	0,35	—0,42	—0,23	0,34	0,72	0,09	—0,05
γ_ρ	0,04	—0,49	—0,38	—0,78	—0,06	—0,07	0,01
$\gamma_\varkappa$	0,47	0,31	0,04	—0,14	0,13	—0,80	—0,02
d_k, %	45,80	30,69	9,42	8,89	3,16	1,58	0,46

Весьма эффективная фортрановская программа *SVD*, реализующая вычисление сингулярного разложения, приведена в [40]. Эта программа и была использована для анализа петрофизической информации методом главных компонент.

Для анализа была взята выборка из 283 образцов ($n=283$), каждый из которых охарактеризован семью признаками ($m=7$): физическими свойствами (δ, $k_п$, v_P, ρ, $\varkappa$), содержанием железа C_{Fe} и глубиной отбора образца h. Последний параметр введен для учета возможных изменений физических свойств геологического разреза по вертикали. Данные выборки были приведены к стандартному виду, т. е. значения каждого признака центрированы относительно среднего и нормированы по стандартному отклонению. В дальнейшем стандартизованные значения признаков h, C_{Fe}, δ, $k_п$, v_P, ρ и $\varkappa$ обозначены соответственно γ_h, γ_{Fe}, γ_δ, γ_k, γ_v, γ_P и $\gamma_\varkappa$.

В результате сингулярного разложения получены (табл. 4) нагрузки на признаки (элементы собственных векторов) и сингулярные числа, по которым определен относительный вклад k-й компоненты в общую дисперсию выборки (%),

$$d_k = \left(\sigma_k^2 \Big/ \sum_{i=1}^{m} \sigma_i^2 \right) \cdot 100. \qquad (2.6)$$

Больше 75 % суммарной дисперсии исчерпывают две первые компоненты:

$$t_1 = 0{,}13\gamma_n + 0{,}46\gamma_{Fe} + 0{,}54\gamma_\delta - 0{,}37\gamma_k + 0{,}35\gamma_v + 0{,}04\gamma_\rho + 0{,}47\gamma_\varkappa,$$

$$t_2 = -0{,}45\gamma_n + 0{,}33\gamma_{Fe} + 0{,}14\gamma_\delta + 0{,}39\gamma_k - 0{,}42\gamma_v - 0{,}49\gamma_\rho + 0{,}31\gamma_\varkappa.$$

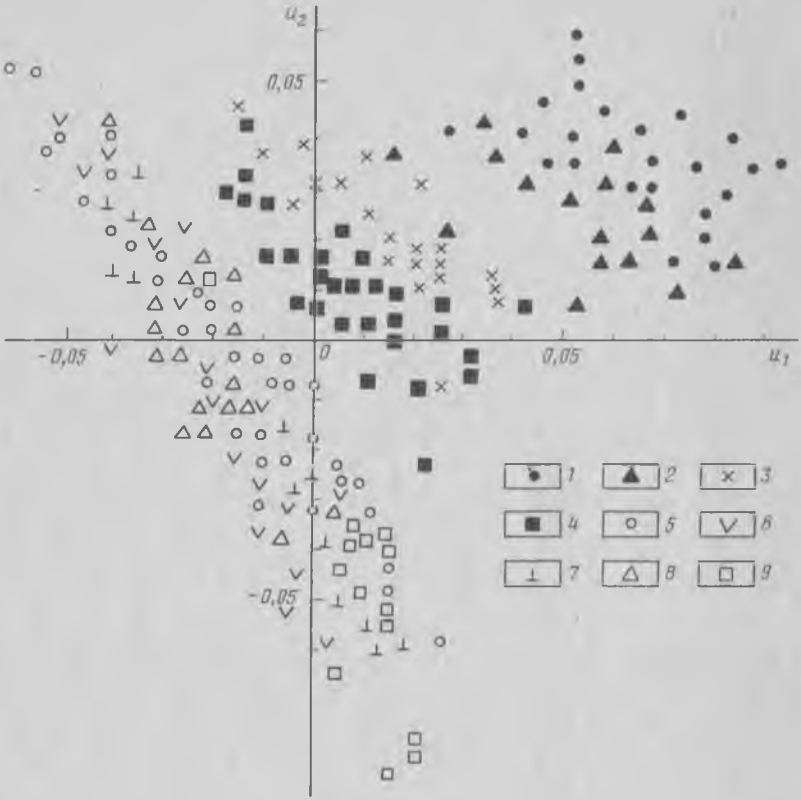


Рис. 3. Изображение образцов горных пород и руд Октябрьского железорудного месторождения в плоскости двух первых главных компонент u_1 и u_2.

1—9 — группы пород по табл 3

Нагрузки на признаки для первой компоненты показывают, что она отражает ожидаемые зависимости физических свойств от интенсивности магнитного оруденения. Компонента l_2 существенно зависит от глубины и, судя по величине и знакам коэффициентов при признаках, скорее всего, связана с развитием трещиноватых и пористых руд, причем с увеличением глубины влияние этого фактора убывает. Третья и четвертая компоненты в основном объясняются значительной дисперсией соответственно глубины отбора и удельного сопротивления образцов. На три последние компоненты приходится лишь 5,2 % общей дисперсии выборки. Поэтому для классификации исходной выборки наиболее целесообразно использовать две первые компоненты.

На рис. 3 показана проекция исходной выборки на плоскость двух первых компонент: $\vec{u}_1 = \vec{l}' n^{-1/2}$ и $\vec{u}_2 = \vec{l}' n_2^{-1/2}$. Отметим, что эти компоненты, так же как и остальные пять, — элементы матрицы U, являющейся результатом сингулярного разложения матрицы

Таблица 5

Характеристика основных структурно-вещественных комплексов, выделенных методом главных компонент по совокупности петрофизических признаков

СВК	$\frac{\delta,\ г/см^3}{S,\ г/см^3}$	$\frac{\varkappa,\ ед.\ СИ}{\varepsilon}$	$\frac{k_п,\ \%}{\varepsilon}$	$\frac{v_p,\ м/с}{S,\ м/с}$	$\frac{\rho,\ Ом{\cdot}м}{\varepsilon}$
Рудный	3,87 / 0,27	2,0678 / 1,7	4,5 / 3,0	4750 / 1000	9,2 / 3,2
Рудонесущий	3,09 / 0,27	0,6926 / 2,3	5,6 / 2,2	4500 / 900	28,0 / 3,3
Рудовмещающий	2,58 / 0,31	0,0078 / 10,0	5,3 / 2,9	4400 / 1050	120,0 / 5,4

Примечание. S — стандарт, ε — стандартный множитель.

данных A. Анализ расположения точек в плоскости первых двух главных компонент позволяет выделить три компактные группы объектов (см. рис. 3), каждую из которых логично считать самостоятельным СВК. По составу объектов, входящих в эти группы, структурно-вещественные комплексы можно назвать: I — рудным (руды с содержанием железа $>25\ \%$); II — рудонесущим (бедные руды и интенсивно оруденелые скарны — $C_{Fe}=10\div25\ \%$); III — рудовмещающим (слабооруденелые и безрудные скарны, траппы, вулканогенные и осадочные породы — $C_{Fe}<10\ \%$). Обобщенные параметры выделенных структурно-вещественных комплексов приведены в табл. 5, и в дальнейшем их целесообразно использовать при построении априорных ФГМ на стадии поисков скарново-магнетитовых месторождений.

Траппы, несмотря на весьма контрастные физические свойства из-за относительно малого числа образцов в выборке, отражающего их незначительную распространенность в геологическом разрезе Октябрьского магнетитового месторождения, слабо влияют на суммарную дисперсию и попадают в рудовмещающий СВК.

Рассмотренные приемы анализа данных (способ вариационных кривых, МГК) отличаются значительной степенью обобщения физических свойств выделяемых СВК и могут быть рекомендованы для применения в условиях недостатка априорной информации, что особенно типично для стадии поисковых работ.

В случаях, когда данные о физических свойствах представлены статистическими параметрами, рассчитанными для определенных групп геологических объектов, объединенных на основе некоторой геологической классификации по петрофизическим, стратиграфи-

ческим или другим признакам, выделение структурно-вещественных комплексов целесообразно проводить приемами, базирующимися на проверке статистических гипотез о сходстве или различии тех или иных статистических характеристик. Такими характеристиками петрофизических групп чаще всего являются оценки средних значений и стандартов измеренных физических свойств. Данные первичной статистической обработки обычно представляются в виде таблиц, аналогичных табл. 3.

Естественным способом анализа подобных таблиц с целью выделения СВК является иерархическая группировка классов пород и руд по величине того или иного статистического критерия. Учитывая, что основной предпосылкой для изучения разреза по геофизическим данным является дифференциация пород по средним значениям физических свойств, в качестве такого критерия целесообразно принять t-статистику Стьюдента, правила вычисления которой в общем случае зависят от результатов проверки гипотезы о равенстве дисперсий сравниваемых генеральных совокупностей [22]. Если эта гипотеза справедлива, т. е. $S_1 = S_2$, вычисления проводят по формуле

$$t^* = |\bar{A}_1 - \bar{A}_2| \Big/ \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2} \left[\frac{(n_1 - 1) S_1^2 + (n_2 - 1) S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \right]} \qquad (2.7)$$

при $\nu = n_1 + n_2 - 2$ степенях свободы. Если же $S_1^2 \neq S_2^2$,

$$t^* = |\bar{A}_1 - \bar{A}_2| \Big/ \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \qquad (2.8)$$

при

$$\nu = \frac{\left(S_1^2/n_1 + S_2^2/n\right)^2 (n_1 + 1)(n_2 + 1)}{\left(S_1^2/n_1\right)^2 (n_2 + 1) + \left(S_2^2/n_2\right)^2 (n_1 + 1)} - 2.$$

Здесь $\bar{A}_1$, $\bar{A}_2$ и S_1, S_2 — оценки соответственно средних и стандартов для сравниваемых выборок с объемами n_1 и n_2.

Проверку гипотезы о равенстве средних значений для сравниваемых петрофизических групп проводят в два этапа. На первом по статистике Фишера [22]

$$F^* = S_1^2/S_2^2 \qquad (2.9)$$

с числом степеней свободы числителя $\nu_1 = n - 1$ и знаменателя $\nu_2 = n_2 - 1$ проверяют гипотезу о равенстве дисперсий генеральных совокупностей. Затем в зависимости от исхода проверки для вычисления t^*-статистики выбирают формулу (2.7) или (2.8). Обычно при проверке гипотез в подобных задачах выбирают 5 %-ный уровень значимости, который и использован в дальнейшем.

Таким образом, процедура объединения отдельных петрофизических групп в СВК представлена следующими операциями: 1) проверка гипотез о равенстве средних значений анализируемой физической характеристики для всех возможных попарных сочетаний петрофизических групп (классов): 2) объединение групп с

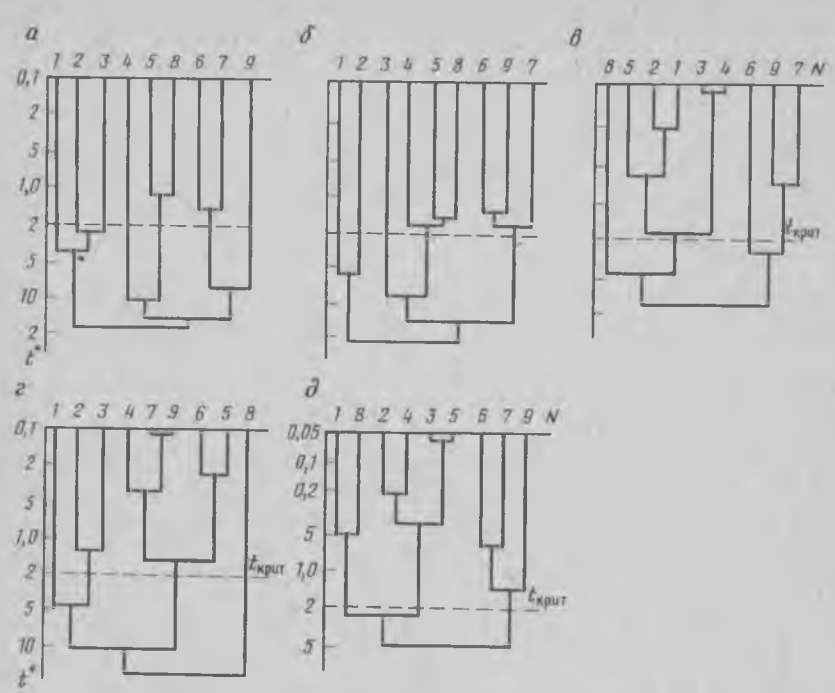


Рис. 4. Дендрограммы иерархической группировки при объединении групп пород и руд в СВК:

а — по магнитной восприимчивости; *б* — по плотности; *в* — по коэффициенту пористости; *г* — по удельному электрическому сопротивлению; *д* — по скорости распространения продольных упругих волн: $t_{крит}$ — уровень выделения СВК; *N* — номер группы по табл. 3

незначимыми различиями средних значений и вычисление для них новых генеральных значений средних и стандартов; 3) повторение первых двух операций уже с укрупненными группами до тех пор, пока между всеми группами не будет статистически значимых различий в средних значениях.

Статистические параметры (среднее и дисперсия) укрупненной группы вычисляются по вполне очевидным формулам:

$$\bar{A}_{kl} = p_k \bar{A}_k + p_l \bar{A}_l; \tag{2.10}$$

$$S^2_{kl} = p_k S^2_k + p_l S^2_k + p_k p_l (\bar{A}_k - \bar{A}_l)^2, \tag{2.11}$$

где k, l — порядковые индексы объединяемых групп; $p_k = n_k/(n_k + n_l)$ и $p_l = n_l/(n_k + n_l)$ — относительные частоты встречи объектов каждой группы в укрупненной группе.

Процесс последовательного слияния отдельных разновидностей пород и руд, приведенных в табл. 3, наглядно отражен на диаграммах их иерархической группировки по величине t^*-статистики (рис. 4). Заметим, что в данном случае критическое значение этой статистики $t_{крит} = 2$ практически совпадает с соответствующим квантилем нормального распределения, так как число степеней

свободы $\nu > 30$. На уровне, соответствующем значению $t_{крит}$, по магнитной восприимчивости выделяется семь самостоятельных СВК, что объективно характеризует высокую дифференциацию геологического разреза по этому физическому свойству, зависящему практически только от содержания магнитного железа. Неразличимы по магнитной восприимчивости лишь оруденелые скарны и траппы, а также безрудные скарны и туфовые образования (см. табл. 3, рис. 4, *а*). Число СВК, выделяемых по плотности, меньше пяти, так как плотность достаточно тесно связана не только с содержанием железа, но и с пористостью, по значениям которой выделяются всего четыре СВК (см. рис. 4, *б* и *в*). Очевидно, это и приводит к сокращению числа СВК, выделяемых по плотности. Увеличение значений пористости от руд к рудовмещающим образованиям (см. табл. 3) приводит к снижению информативности удельного электрического сопротивления и скорости распространения продольных волн. По этим характеристикам выделяется соответственно четыре и три СВК (см. рис. 4 *г, д*).

Полезность такого анализа, позволяющего выделять реальные объекты геофизического изучения и устанавливать возможности того или иного геофизического метода, безусловно очевидна. Естественно, что судить об информативности того или иного метода или комплекса методов только по количеству СВК, в отрыве от конкретных задач исследований, бессмысленно. Но в тех случаях, когда такие задачи сформулированы, выделенные СВК значительно облегчают и конкретизируют оценку геологической информативности геофизических методов даже на уровне экспертных оценок.

2.3. ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ОБЪЕМНЫХ ПЕТРОФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Использование СВК, выделенных в результате анализа данных лабораторных измерений физических свойств, при построении объемных петрофизических моделей зависит от целей физико-геологического моделирования.

На стадии проектирования геофизических работ при формировании априорных ФГМ структурно-вещественные комплексы регламентируют детальность геометризации модели, так как именно они являются теми элементами разреза, выделение которых принципиально возможно по данным геофизических исследований. Основными информативными характеристиками в данном случае являются средние значения физических свойств структурно-вещественных комплексов. Принципы и примеры построения объемных петрофизических моделей в связи с формированием априорных ФГМ достаточно подробно рассмотрены в разд. 3.

При решении интерпретационных задач петрофизической информации, полученной только по эталонным выборкам образцов, как правило, уже недостаточно. Для уменьшения неоднозначности, типичной для обратных задач геофизики, необходим макси-

мально точный учет распределения физических свойств в пространстве, изученном с помощью скважин и горных выработок. Результаты лабораторных определений физических свойств образцов в этом случае, как правило, недостаточно представительны, так как возможности таких исследований ограничены, во-первых, экономическими соображениями и, во-вторых, наличием участков с низким выходом керна или вообще пройденных без его отбора. Существенным фактором является влияние текстурно-структурных особенностей геологического разреза, определяющих обычное несоответствие физических свойств, измеренных на образцах и в естественном залегании. О степени влияния этих факторов можно судить по приводимому ниже примеру.

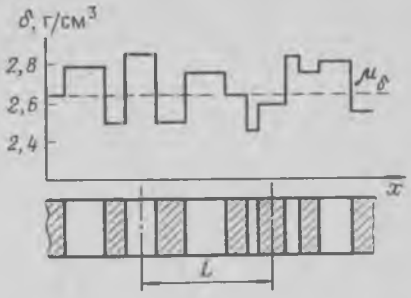


Рис. 5. Характер изменения плотности в керне слоистой породы

Допустим, что изучается плотность образцов керна, представленного породой сложной текстуры, причем распределение плотности прослоев в колонке керна имеет характер стационарного пуассоновского процесса (рис. 5) с математическим ожиданием μ_δ и экспоненциальной корреляционной функцией

$$K_\delta(\Delta x) = \sigma_\delta^2 e^{-\alpha|\Delta x|}, \qquad (2.12)$$

где σ_δ — стандарт плотности; α — частота смены состава пород (среднее количество прослоев на единицу длины керна).

Очевидно, что реальный образец обладает некоторой длиной L (см. рис. 5) и по нему определяется усредненное значение плотности $\bar{\delta}$, являющееся случайной величиной, так как образец этой же породы, но взятый в другом месте, будет иметь плотность, отличающуюся от плотности первого. Нетрудно показать [9], что для усредненной характеристики

$$\bar{\delta} = \frac{1}{L}\int_0^L \delta(x)\,dx$$

математическое ожидание

$$\mu_{\bar{\delta}} = \mu_\delta, \qquad (2.13)$$

а дисперсия

$$\sigma_{\bar{\delta}}^2 = \frac{2\sigma_\delta^2}{\alpha^2 L^2}(\alpha L - 1 + e^{-\alpha L}). \qquad (2.14)$$

Из (2.12)—(2.14) следует, что в описание физических свойств пород многокомпонентного состава помимо среднего значения и стандарта необходимо также вводить параметры (для данной

модели α), учитывающие особенности распределения физических свойств в объеме горных пород. Зависимость дисперсии интегральной характеристики от размера отбираемого образца (2.14) показывает, что в отличие от математического ожидания (2.13) оценка дисперсии является смещенной. Поэтому увеличение объема выборки улучшает оценку не истинной дисперсии плотности σ_δ^2, а дисперсии усредненной характеристики $\sigma_{\bar{\delta}}^2$. Пусть истинное значение $\sigma_\delta = 0{,}2$ г/см^3, а параметр $\alpha = 50$ прослоев/м. Тогда, если значения плотностей $\bar{\delta}_1$ и $\bar{\delta}_2$ определялись по образцам длиной соответственно $L_1 = 0{,}02$ и $L_2 = 0{,}1$ м по (2.14), получим $\sigma_{\bar{\delta}_1}^2 = 0{,}73\sigma_\delta^2$ и $\sigma_{\bar{\delta}_2}^2 = 0{,}32\sigma_\delta^2$.

Можно показать, что для выражения (2.14) $\lim\limits_{L \to 0} \sigma_{\bar{\delta}}^2 = \sigma_\delta^2$. Отсюда следует нетривиальный вывод, что для оценки истинной дисперсии физического свойства необходимо отбирать образцы возможно меньшего размера.

Из рассмотренного числового примера следует, что при $\alpha L < 1$ дисперсия усредненной характеристики незначительно отличается от дисперсии истинной. Естественно, что размеры образцов должны выбираться с таким расчетом, чтобы они существенно превышали размеры неоднородностей более высокого порядка (например, минералов). Несмещенность оценки среднего значения, следующая из (2.13), позволяет утверждать, что надежность ее определения может быть повышена двумя способами: увеличением либо числа образцов, либо их размеров.

В качественном отношении отмеченные выше закономерности справедливы и для объектов с неоднородностями других типов. Более подробно этот вопрос рассмотрен в разд. 5 в связи со стохастическими моделями неоднородных геологических объектов.

Таким образом, при существующей методике петрофизических исследований практически единственным способом изучения и последующего учета текстурно-структурных особенностей объекта является его детальное петрофизическое опробование в нескольких пересечениях.

Практическая реализация массового петрофизического опробования геологических разрезов, необходимого для построения достаточно представительной петрофизической модели изучаемого объекта, возможна при прогнозировании физических свойств разреза по данным геофизических методов исследований скважин. Подобный способ получения петрофизической информации достаточно широко используется при работах на нефть и газ [12], но относительно мало распространен при изучении месторождений твердых полезных ископаемых. Такое положение объясняется значительным количеством каменного материала для изучения физических свойств пород и руд лабораторными методами, хотя, как уже подчеркивалось выше, необходимые детальность и массовость исследований эти методы не обеспечивают. Возможности прогнозирования физических свойств по данным комплекса ГИС

Таблица 6

Верхний треугольник корреляционной матрицы петрофизических характеристик и данных ГИС

	Петрофизические характеристики							Данные ГИС			
	h	C_{Fe}	δ	$k_п$	v_P	$\varkappa$	ρ	I_γ	d_c	$\varkappa_к$	$\rho_к$
h	1	0,30	0,43	—0,35	0,22	0,28	0,08	0,22	0,13	0,44	—0,29
C_{Fe}		1	0,88	—0,39	0,02	0,83	—0,40	0,02	0,38	0,78	0,16
δ			1	—0,68	0,29	0,85	—0,19	0,19	0,21	0,80	0,05
$k_п$				1	—0,67	—0,49	—0,22	—0,30	0,12	—0,37	0,22
v_P					1	0,00	0,61	0,13	—0,53	—0,16	—0,33
$\varkappa$						1	—0,30	0,20	0,50	0,82	0,13
ρ							1	—0,05	—0,48	—0,34	0,30
I_γ								1	0,38	0,09	—0,03
d_c									1	—0,25	—0,20
$\varkappa_к$										1	—0,11
$\rho_к$											1

рассмотрим на примере Октябрьского скарново-магнетитового месторождения.

По интервалам, соответствующим местам отбора образцов керна, с каротажных диаграмм были сняты значения магнитной восприимчивости $\varkappa_к$, кажущегося электрического сопротивления $\rho_к$, интенсивности естественного гамма-излучения I_γ и диаметра скважины d_c.

Таким образом, были сформированы две цифровые модели: первая—по результатам лабораторных измерений петрофизических свойств на образцах (объем 150 образцов) и вторая — по комплексу каротажных данных. Дальнейшая обработка проводилась на ЭВМ ЕС-1022 с использованием подпрограмм пакета *SSP* с целью выяснения уравнений множественной регрессии. В результате получены: а) статистические оценки измеряемых в лабораторных условиях и прогнозируемых значений петрофизических свойств; б) матрица парных коэффициентов корреляции (табл. 6); в) коэффициенты уравнений регрессии для оценки значений прогнозируемых петрофизических параметров.

Величины коэффициентов корреляции указывают на наличие объективных предпосылок для прогнозирования петрофизического разреза скважины по комплексным каротажным данным. Для того чтобы установить предельно возможную точность прогноза, сначала были рассчитаны уравнения множественной линейной регрессии плотности и магнитной восприимчивости на другие петрофизические характеристики, полученные по лабораторным измерениям. В этом случае погрешности сведены к минимуму, так как значения физических свойств измерены на одних и тех же образцах.

Результаты расчетов показали, что точность прогноза значений δ по данным лабораторных измерений $k_п$, v_P, $\varkappa$ и ρ для единичного предсказания составляет 5 %, для среднего из серии 5—10 однородных образцов 2 %. Коэффициент корреляции между результатами прямых лабораторных измерений плотности и прогнозируемыми значениями этого параметра равен 0,94. Уравнение регрессии в этом случае

$$\widehat{\delta} = 3{,}369 - 0{,}012k_п + 0{,}0002v_P + 0{,}013 \ln \varkappa - 0{,}159 \ln \rho.$$

Погрешность предсказания логарифма магнитной восприимчивости по уравнению

$$\widehat{\ln \varkappa} = -14{,}82 + 4{,}041\delta - 0{,}1161k_{\text{п}} - 0{,}0005v_{\text{р}} + 0{,}2108 \ln \rho$$

практически такая же.

Влияние неточности привязки образцов к каротажным кривым, погрешности регистрации при измерении физических полей в скважинах, искажающие влияния, связанные с техническим состоянием скважин и неучтенными геологическими помехами, естественно, снижают точность прогноза петрофизических параметров по данным ГИС. Для плотности в этом случае погрешность единичного предсказания возрастает до 10—12 %, а для среднего по интервалу 10 м — до 5 %, однако зависимости остаются достаточно устойчивыми. Коэффициент корреляции между измеренной и прогнозируемой величинами плотности достаточно высок —0,85. Уравнение регрессии в этом случае

$$\widehat{\delta} = 4{,}526 - 0{,}009I_{\gamma} - 0{,}003d_{\text{с}} + 0{,}124 \ln \varkappa_{\text{к}} - 0{,}06 \ln \rho_{\text{к}}.$$

Естественно, что наибольший вес в этом уравнении имеет магнитная восприимчивость, хотя и другие характеристики вносят определенный положительный вклад в повышение точности предсказания. В этом можно убедиться, сравнив величину коэффициента корреляции $r=0{,}80$ между плотностью и $\varkappa_{\text{к}}$ и $r=0{,}85$ между истинными и прогнозируемыми значениями плотности.

Уравнение для прогнозирования магнитной восприимчивости по данным ГИС

$$\widehat{\ln \varkappa} = 0{,}4365 + 0{,}025I_{\gamma} - 0{,}003d_{\text{с}} + 0{,}124 \ln \varkappa_{\text{к}} - 0{,}06 \ln \rho_{\text{к}}.$$

Найденные уравнения связи позволяют прогнозировать значение плотности и магнитной восприимчивости пород и руд по стволу скважины с достаточной для практических целей точностью.

Таким образом, прогноз физических свойств пород по данным ГИС позволяет получить характеристику петрофизического разреза с детальностью, соответствующей фактической степени его геолого-геофизической изученности. Классификация объектов с рассчитанными в результате количественного прогнозирования значениями физических свойств проводится по правилам обобщения их в СВК, установленным на первом этапе анализа петрофизической информации. При этом следует иметь в виду, что в общем случае число СВК, выделяемых по данным лабораторных определений, обычно больше, чем по результатам прогнозирования с использованием данных ГИС, из-за естественного увеличения ошибки прогноза по сравнению с ошибкой эталонных лабораторных измерений. Поэтому при построении пространственных петрофизических моделей целесообразно использовать СВК, полученные по результатам прогнозирования физических свойств на эталонных образцах. По данным В. С. Канайкина, полученным на Байкальском месторождении железистых кварцитов, лабораторными измерениями плотности на образцах выделяется шесть СВК, объединяющих 14 разновидностей пород и руд (рис. 6, *а*), а при прогнозировании значений плотности по ГИС в интервалах отбора этих образцов — только четыре СВК (рис. 6, *б*), положение которых в разрезе показано на рис. 7.

Следующим этапом построения объемной петрофизической модели является межскважинная увязка структурно-вещественных

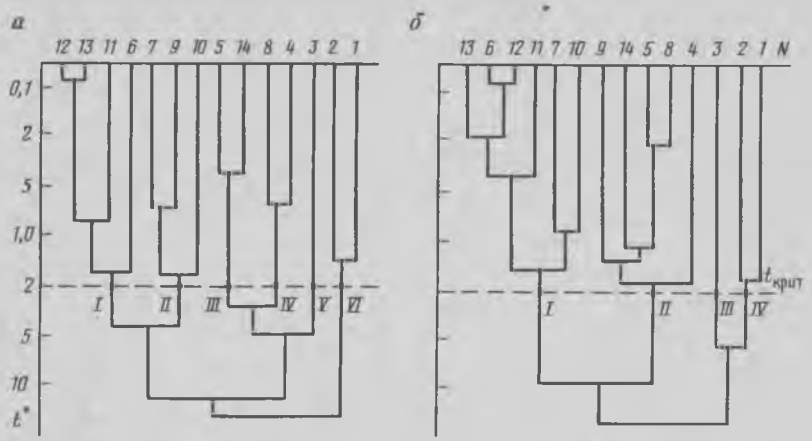


Рис. 6. Дендрограммы иерархической группировки пород и руд Байкальского железорудного месторождения по лабораторным (*а*) и прогнозируемым по данным ГИС (*б*) значения плотности:

N — номера объединяемых групп пород: *1—4* — руды в порядке убывания содержания железа; *5* — кристаллосланцы; *6* — гнейсы; *7* — чарнокиты; *8* — метаультрабазиты; *9* — эндербиты; *10* — катаклазиты; *11* — биотитовые граниты; *12* — кварциты; *13* —гнейсограниты; *14* — долериты; I—VI — СВК, выделяемые на уровне $t_{крит}$

комплексов. Эта достаточно сложная интерпретационно-методическая задача решается с привлечением всей имеющейся геолого-геофизической информации, а нередко требует постановки и дополнительных специальных методов скважинной геофизики. В общей совокупности эвристических и формальных приемов идентификации рудных подсечений по данным ГИС и результатам выделения СВК может быть использован следующий статистический способ увязки рудных зон сложного строения [34].

На рудных месторождениях увязка продуктивных подсечений часто осложнена пространственной изменчивостью оруденения, отсутствием четких факторов локального рудоконтроля, разнообразием морфогенетических типов руд и разбросом их физических свойств. В таких условиях целесообразна корреляция не отдельных рудных тел, а их совокупностей, объединяемых в рудные зоны или СВК. При значительной изменчивости оруденения использование традиционных формальных способов, например вычисления взаимной корреляционной функции, малоэффективно. Обсуждаемый способ увязки базируется на предположении, что в коррелируемых подсечениях рудных зон должны сохраняться тенденции в распределении рудных и безрудных интервалов. Для выявления таких тенденций осуществляется: 1) кодирование информации вдоль ствола скважины по определенным правилам; 2) сравнение кодированных последовательностей непараметрическим способом Дэвиса [19]; 3) анализ вероятных направлений увязки, выявленных на предыдущем этапе. Не нарушая общности дальнейших выводов, рассмотрим указанный способ на примере

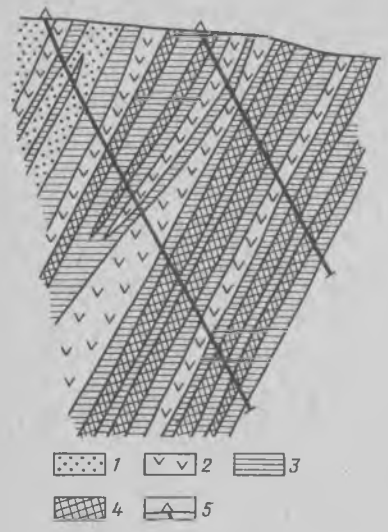


Рис. 7. Распределение СВК в разрезе Байкальского железорудного месторождения:
1 — СВК I; *2* — СВК II; *3* — СВК III; *4* — СВК IV (см. рис. 6); *5* — скважины

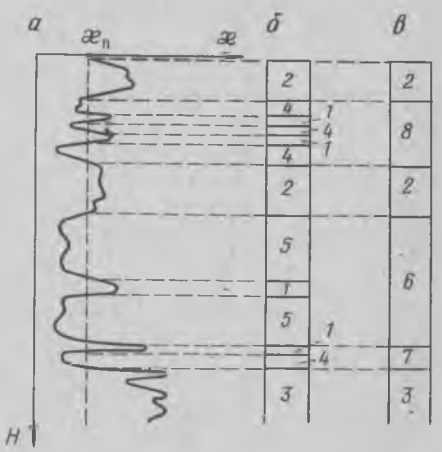


Рис 8. Преобразование диаграммы КМВ *(а)* по правилам первичного *(б)* и вторичного *(в)* кодирований

увязки разрезов по данным каротажа магнитной восприимчивости (КМВ).

Первоначальная обработка заключается в выделении «рудных» и «безрудных» интервалов на пороговом уровне значения магнитной восприимчивости $\varkappa_п$ (рис. 8, *а*). В соответствии с заранее обусловленными правилами кодирования (табл. 7) каждому интервалу присваивается определенный код (рис. 8, *б*).

В общем случае пороговые значения кодируемого признака выбирают исходя из его граничных значений, принятых для разделения структурно-вещественных комплексов. В рассматриваемом примере порог был выбран равным значению магнитной восприимчивости, соответствующему минимальному промышленному содержанию железа.

Кодированная таким образом последовательность отражает основные закономерности распределения мощностей интервалов в подсечении, но ее главным недостатком является одинаковый вес классов различной мощности и недоучет участков чередования маломощных прослоев, хотя такие участки обычно более выдержаны по падению и простиранию, нежели отдельные слои малой мощности. Поэтому вторичное кодирование предусматривает обозначение участков переслаивания маломощных пластов определенными кодами, и, кроме того, оно проводится для устранения одиночных прослоев малой мощности внутри пластов большой мощности (рис. 8, *в* и табл. 8).

Отметим, что косвенной проверкой правильности вторичного

Таблица 7

Первичное кодирование интервалов, принятое для железорудных месторождений ангаро-илимского типа

Мощность интервала, м	Код интервала	
	«рудного»	«безрудного»
>2	1	4
2—5	2	5
>5	3	6

Таблица 8

Правила вторичного кодирования

Вторичный код	Перекодируемые последовательности первичных кодов
2	2
3	3, 242, 243, 342, 343
5	5
6	6, 515, 516, 616, 615
7	14, 41, . . ., 1414
8	14141, . . ., 1414141
9	14141414

кодирования является отсутствие запрещенного соседства некоторых кодов, а именно классы 2 и 3, 5 и 6, 7 и 8, 7 и 9, 8 и 9 не могут находиться рядом.

Для сопоставления последовательностей, полученных кодированием данных по сравниваемым подсечениям при различных сдвигах последовательностей по скважинам, подсчитывается число совпадений одноименных классов. Очевидно, что в общем случае число совпадений является случайной величиной и зависит от длины сравниваемых последовательностей, количества классов и, самое существенное, от степени случайности в их расположении. При совершенно случайном расположении классов число совпадений будет распределено по статистике χ^2 [19]:

$$\chi^2 = (O - E - 0{,}5)^2 E + (O' - E' - 0{,}5)^2/E. \qquad (2.15)$$

где O — наблюдаемое число совпадений; O′ — наблюдаемое число несовпадений ($O' = N - O$, N — число перекрывающихся позиций); E — среднее ожидаемое число совпадений; E′ — среднее ожидаемое число несовпадений ($E' = N - E$).

Критическое значение статистики χ^2 берется при одной степени свободы и при 5 %-ном уровне значимости ($\chi^2_{крит} = 3{,}84$). Превышение этого значения позволяет принять гипотезу о неслучайном характере совпадений, а следовательно, и о возможных направлениях увязки рудных подсечений.

Для расчетов по (2.15) необходимо знать значение E:

$$E = NP, \qquad (2.16)$$

где

$$P = \left(\sum_{k=1}^{m} n_{1k} n_{2k} \right) \Big/ (N_1 + N_2).$$

Здесь N_1 и N_2 — число объектов соответственно в первой и второй последовательностях; m — число классов; k — индекс класса (в нашем случае $k = 2, 3, 5, \ldots, 9$; $m = 7$); n_{1k} и n_{2k} — число объектов k-го класса соответственно в первой и второй последовательностях.

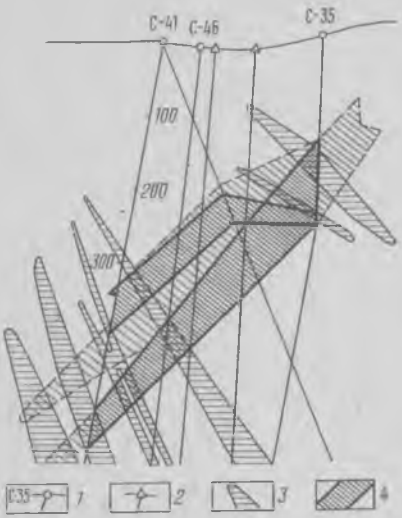


Рис. 9. Увязка рудных подсечений по разведанному профилю на Октябрьском железорудном месторождении:

1 и *2* — скважины, пробуренные соответственно до и после применения способа увязки; *3* и *4* — рисовка рудных зон соответственно первоначальная и в результате применения статистического способа увязки

В сложных геолого-геофизических условиях результаты сравнения данных по увязываемым скважинам часто приводят к выделению нескольких приблизительно равноценных вариантов увязки. Поэтому для отбраковки вариантов и локализации коррелируемых интервалов внутри увязываемых подсечений целесообразно применять дополнительный анализ сравниваемых последовательностей. Основная задача — выявить внутри всего коррелируемого интервала участки, характеризующиеся максимальным числом совпадений классов. Для этого по последовательностям, совмещенным в анализируемом направлении увязки, проводится обработка с помощью скользящего окна, включающего определенное число кодов (бралось 10) вдоль ствола скважины. В каждом положении окна рассчитывается число совпадений. По графику числа совпадений возможно выделение участков, характеризующихся максимальной корреляцией «рудных» или «нерудных» интервалов. Окончательный вариант увязки определяется с учетом «рудной» или «нерудной» природы выделенных коррелируемых интервалов, расстояния между подсечениями, силы связи между ними.

Рассмотренный способ апробирован на Капаевском, Октябрьском, Рудногорском и Коршуновском железорудных месторождениях. Применение способа на Октябрьском железорудном месторождении позволило по данным КМВ трех скважин (С-41, С-46 и С-35) установить направление увязки рудных зон, принципиально отличающиеся от ранее принятого и подтвержденное последующим бурением (рис. 9).

3. ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ

Понятие о детерминированных ФГМ по принципам, положенным в основу их формирования и математического описания, довольно тесно смыкается с традиционным представлением о возмущающем объекте, которое начиная с 20-х гг. текущего столетия широко применяют для решения прямых задач геофизики с целью расчета ожидаемых аномалий и интерпретации геофизических данных способами подбора. Различие в этих понятиях заключается лишь

в том, что возмущающий объект привлекают для моделирования какого-то одного физического поля, а ФГМ является общей и позволяет анализировать изучаемое геологическое тело одновременно с разных сторон, синтезированно обобщая его проявления в различных физических полях.

Особенностью детерминированных моделей является то, что для их построений используются средние либо экстремальные значения эффективных петрофизических характеристик и геометрических параметров, а также жесткие граничные условия, устанавливаемые для источников физических полей. Подобные допущения упрощают модель, поскольку физические свойства всех геологических образований даже в самых благоприятных случаях характеризуются значительной дисперсией, а размеры объектов рассчитываются как средние по многим частным реализациям. Однако именно эти условия определяют принципиальную возможность детерминированной аппроксимации реальных геологических структур, месторождений, рудных тел и широкого привлечения для этой цели хорошо разработанного аппарата уравнений математической физики для расчета и интерпретации создаваемых ими геофизических полей.

Несомненными достоинствами детерминированных ФГМ являются традиционные способы их формирования, наглядность, относительная простота логико-математических конструкций, привычные приемы анализа свойств моделей, а также возможность их использования в качестве первого приближения при создании стохастических ФГМ сложных геологических объектов. К недостаткам следует отнести ограниченный круг аппроксимируемых ими ситуаций и, как следствие, необходимость построения большого числа вариантов моделей.

Ниже обсуждаются разнообразные примеры построения и практического использования детерминированных ФГМ при решении задач рудной, инженерной, структурной (нефтяной) и региональной геофизики.

3.1. МОДЕЛИ ЖЕЛЕЗОРУДНОГО УЗЛА, ПОЛЯ И МЕСТОРОЖДЕНИЯ АНГАРО-ИЛИМСКОГО ТИПА

Выбор скарново-магнетитовых месторождений ангаро-илимского типа, известных только на юге Сибирской платформы, в качестве объекта физико-геологического моделирования не случаен. Своеобразие и уникальность этого вида минерального сырья определяются его пространственно-генетической связью с трапповым магматизмом, приуроченностью к жерлам древних вулканических аппаратов, обратной намагниченностью руд и высокими промышленными перспективами. Только в пределах Ангарской железорудной провинции известно более 150 месторождений, прогнозные запасы которых составляют 15 млрд. т.

Схема формирования модели

Геологические условия образования скарново-магнетитовых месторождений ангаро-илимского типа освещены во многих работах [13, 20]. В строении Ангарской железорудной провинции участвуют разновозрастные — от кембрия до юры — геологические образования осадочного чехла Сибирской платформы, а также породы трапповой формации. Условия образования и локализации магнетитового оруденения определяются сочетанием магматического, литологического и структурного факторов рудоконтроля. Связь железных руд с траппами парагенетическая. Рудные тела размещаются в карбонатно-галогенных, карбонатных, терригенных и вулканогенных породах по всему разрезу палеозоя и мезозоя осадочного платформенного комплекса, а также в брекчированных траппах.

Месторождения пространственно приурочены к периферии куполов и локализуются в вулканотектонических структурах, рудный процесс в которых накладывается на вмещающие породы, брекчированные в предрудный этап. Природа купольных поднятий окончательно не выяснена. А. С. Барышев считает их гранитогнейсовыми куполами. А. Б. Семенченко утверждает, что они возникли в результате внедрения в верхнюю толщу земной коры глубинных промежуточных магматических очагов базитового состава. Объем отлагавшихся рудных масс определялся степенью предрудного дробления пород рудовмещающих структур и интенсивностью гидротермально-метасоматических процессов. Морфологически оруденение представлено крутопадающими рудными телами стволообразной и жильной формы, субгоризонтальными и чашеобразными рудными залежами, которым отвечают определенные структуры локализации: чашеобразным — овалы оседания, кратеры палеовулканов; стволообразным — вулканические трубки взрыва, узлы пересечения разломов различных направлений; жильным — крутопадающие тектонические зоны; пологим пластообразным — субгоризонтальные зоны дробления, экранированные траппами или другими непроницаемыми литологическими экранами.

Преимущественное развитие в пределах месторождений рудных тел тех или других геометрических форм и их соотношения обусловливаются строением рудовмещающей структуры и уровнем эрозионного среза. Стволообразные рудные тела, в которых сосредоточены основные запасы железных руд, как правило, имеют крутое падение (75—85°), мощность 300—500 м и вертикальную протяженность 2,5—3 км. Скважинами оруденение прослежено до глубины 1200 м без тенденции к затуханию. Жильные тела имеют протяженность от 0,8 до 3 км и мощность от 5 до 100 м. Субгоризонтальные рудные залежи имеют в плане размеры до 2,5×1,5 км при мощности 40 м.

Главными рудными минералами являются магнетит и магномагнетит. Повсеместно руды локализуются в скарново-рудных зо-

нах, которые сопровождаются ореолами гидротермально измененных хлоритизированных, кальцитизированных и окварцованных вмещающих пород. Выделяются как минимум два этапа рудообразования. С первым из них связаны руды с нормальной намагниченностью, со вторым — с обратной намагниченностью.

Физические параметры вмещающих пород и руд в совокупности создают благоприятные предпосылки для эффективного применения геофизических методов [13]. Различия в магнитной восприимчивости весьма существенны: вмещающие породы $(250 \div 750) \cdot 10^{-6}$ ед. СИ, скарново-рудный комплекс 0,1—50 ед. СИ.

Специальными исследованиями установлено сложное распределение векторов остаточной намагниченности как в объеме месторождения в целом, так и в пределах отдельных рудных тел, что усложняет интерпретацию магнитометрических данных. Породы и руды контрастно различаются по поляризуемости $\eta_к$: вмещающие породы — 1—3 %, сплошные и жильные руды — 25—60 %; вкрапленные руды — 15 %. Возможности гравиметрии ограничены, так как средняя плотность скарново-рудных комплексов ($\sigma = 3$ г/см^3) соизмерима с плотностью траппов ($\sigma = 2{,}9 \div 3$ г/см^3) и лишь богатые магнетитовые руды характеризуются положительной избыточной плотностью до 0,5 г/см^3. Значения электрических сопротивлений вмещающих осадочно-вулканогенных пород и скарново-рудного комплекса в целом близки и изменяются в пределах 20—100 Ом·м.

Учитывая иерархическую соподчиненность стадий геологоразведочных работ вполне определенным прогнозно-металлогеническим категориям, в рассматриваемом примере в качестве главного объекта подстадии общих поисков логично принять железорудные узлы, подстадии детальных поисков — рудные поля, подстадии поисково-оценочных работ — собственно скарново-магнетитовые месторождения, стадии разведки — отдельные рудные тела.

Для построения ФГМ выбраны следующие системные соотношения геологических структур и их элементов с железорудными узлами, полями и месторождениями: купольная структура отвечает рудному узлу; вулканотектоническая структура — рудному полю; трубка взрыва — системе стволообразных метасоматических рудных залежей; субвертикальные разрывные нарушения — жильным телам; пологие разрывные нарушения, межструктурные плоскости отслоения — субгоризонтальным линзообразным рудным залежам; овалы оседания, кратеры палеовулканов, маары — чашеобразным рудным телам.

В зависимости от морфологии рудные залежи при построении ФГМ аппроксимировались следующими геометрическими фигурами: стволообразные — эллиптическими цилиндрами, усеченными конусами; жильные — пластинами и параллелепипедами; субгоризонтальные — дисками; чашеобразные — шаровыми сегментами.

Для описания ФГМ из всего разнообразия геологических образований геофизически надежно обосновываются лишь следую-

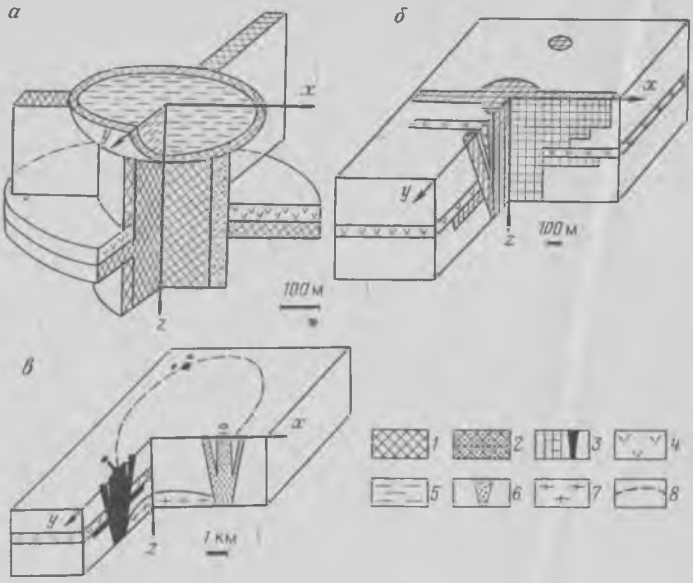


Рис. 10. Обобщенные физико-геологические модели магнетитового месторождения (*а*), рудного поля (*б*) и рудного узла (*в*) ангаро-илимского типа:

1 — руды (*I* = —70, $\varkappa$ = 0,5027, δ = 3, $\eta_к$ = 20); *2* — скарны ($\varkappa$ = 0,0188, δ = 2,8, $\eta_к$ = 5); *3* — скарново-рудный комплекс (*I* = —50, $\varkappa$ = 0,2513, δ = 2,9, $\eta_к$ = 20); *4* — траппы ($\varkappa$ = 0,01257, δ = 2,9, $\eta_к$ = 2); *5* — отложения мааров ($\varkappa = 25 \cdot 10^{-5}$, δ = 2,11, $\eta_к$ = 2); *6* — туфы ($\varkappa = 38 \cdot 10^{-5}$, δ = 2,11, $\eta_к$ = 2); *7* — гранитогнейсы; *8* — геоморфологический контур купола. Для вмещающих пород осадочного чехла платформы $\varkappa = 38 \cdot 10^{-5}$, δ = 2,3, $\eta_к$ = 2.

I — намагниченность, А/м, $\varkappa$ — магнитная восприимчивость, ед. СИ, δ — плотность, г/см³, $\eta_к$ — поляризуемость, %

щие структурно-вещественные комплексы: рудный (собственно рудные залежи), скарново-рудный (рудные тела, вмещающие их скарны и скарнированные породы), трапповый (покровы, силлы, штоки и дайки траппов); тектонически нарушенных гидротермально измененных пород в зонах разломов.

Для реальных условий Ангарской железорудной провинции построена серия ФГМ (рис. 10). Типовая ФГМ железорудного месторождения может быть представлена как полное сочетание четырех частных моделей (рис. 10, *а*). Физико-геологическая модель железорудного поля иллюстрируется рис. 10, *б*, на котором показано абстрагированное, но приближенное к реальному расположение месторождений и рудных тел. По сравнению с моделью месторождения в качестве главного вещественного элемента в ФГМ рудного поля выступает скарново-рудный комплекс. В этом случае для прогнозной оценки рудной массы необходимо знать коэффициент рудоносности.

На основе анализа теоретических предпосылок, синтеза эмпирических данных и геологической интерпретации комплексных

геофизических исследований сформирована обобщенная трехмерная физико-геологическая модель железорудного узла (рис. 10, *в*), включающая не только рудные поля, но и безрудные вулканотектонические структуры. В качестве вещественного элемента здесь также выступает скарново-рудный СВК.

Рассмотрим подробнее процедуру построения ФГМ месторождения ангаро-илимского типа. Она сводится к генерализации информации по отдельным конкретным эталонным рудным объектам с целью устранения несущественных узколокальных особенностей и выявления наиболее типичных структурно-вещественных и петрофизических характеристик. Созданию петрофизической и физико-геологической моделей предшествует изучение серии однотипных натурных объектов, геологически и геофизически изученных с детальностью, обеспечивающей их использование в качестве эталонов.

Наряду с крутопадающими жилами и рудными столбами сплошных магнетитовых руд, неправильными по форме метасоматическими магнетитовыми залежами брекчиевидных руд, зонами прожилково-вкрапленного оруденения и рудоносных скарнов, которые, находясь в сложных пространственных взаимоотношениях, нередко занимают значительный объем жерла древней вулканической структуры и вскрыты эрозионным срезом, доказано существование иных типов рудных тел, которые с геологической и особенно с геофизической точек зрения правомерно относить к разряду скрытых или трудноотрываемых. Они значительно расширяют промышленные перспективы магнетитовых месторождений ангаро-илимского типа.

Трудноотрываемыми месторождениями и рудными залежами на юге Сибирской платформы являются месторождения в полях развития траппов (тип. А.1); месторождения, перекрытые траппами (А.2); месторождения, скрытые под отражениями мааров (Б.1); субгоризонтальные рудные тела, сформировавшиеся под трапповыми силлами и другими литологическими экранами (Б.2); слепые рудные тела нижних горизонтов месторождений, залегающие кулисообразно под известными рудными зонами (Б.3).

При дальнейшем изучении железорудных месторождений юга Сибирской платформы не исключено обнаружение новых типов руд и скрытых рудных залежей.

По геофизическим данным к трудноотрываемым можно отнести железорудные месторождения в траппах, А.1. В случаях, когда вмещающая оруденение среда представлена комплексом магматических пород основного состава, контрастность полезного аномального сигнала от месторождений резко падает. Особенно ярко это проявляется для таких физических полей, как магнитное и гравитационное, так как траппы характеризуются аномально высокими магнитными свойствами, а средняя плотность (2,9 г/см^3) их близка к плотности скарново-рудных зон (3,05 г/см^3).

Наряду с железооруденением в траппах нельзя исключать

Таблица 9

Обобщенная характеристика ФГМ железорудных месторождений ангаро-илимского типа

Геологические образования	Геометрические формы частных моделей (моделируемые объекты)	$\varkappa$, ед. СИ	Физические параметры			
			J, А/м	$\overline{\delta} \pm S$, г/см^3	$\overline{\rho_K}^{\pm 1}$, Ом·м	$\overline{\eta_K} \pm S$, %
Главные промышленные объекты	Вертикальный эллиптический цилиндр (трубка взрыва, заполненная брекчиями, туфами, скарнами и рудами разных типов)	$0{,}05 \cdot 3{,}5^{\pm 1}$	$200 \cdot 1{,}7^{\pm 1}$	$2{,}60 \pm 0{,}15$	$150 \cdot 1{,}7^{\pm 1}$	10 ± 5
	Пласты сплошных магнетитовых руд крутого падения	$0{,}75 \cdot 1{,}5^{\pm 1}$	$1000 \cdot 1{,}6^{\pm 1}$	$4{,}00 \pm 0{,}10$	$40 \cdot 1{,}3^{\pm 1}$	40 ± 7
	Четырехслойная горизонтально-слоистая модель (сверху вниз): 1) туфогенно-осадочные породы; 2) траппы; 3) субгоризонтальные рудные тела; 4) туфогенно-осадочные породы	$\varkappa_1 < \varkappa_2 \ll \varkappa_3 > \varkappa_4$, $\varkappa_1 = \varkappa_4 \approx 0$	Нет данных	$\delta_1 < \delta_2 < \delta_3 > \delta_4$, $\delta_1 = \delta_4$	$\rho_1 < \rho_2 < \rho_3 > \rho_4$, $\rho_1 = \rho_4$	$\eta_{K_1} < \eta_{K_2} < \eta_{K_3} > \eta_{K_4}$, $\eta_{K_1} = \eta_{K_4} \approx 0$
Экраны	Горизонтальный пласт (покров траппов)	$0{,}05 \cdot 3^{\pm 1}$	$20 \cdot 2^{\pm 1}$	$2{,}90 \pm 0{,}10$	$2000 \cdot 1{,}5^{\pm 1}$	10 ± 2
	Шаровой сегмент (отложения маара)	$0{,}0016 \cdot 1{,}5^{\pm 1}$	Нет данных	$2{,}11 \pm 0{,}22$	$200 \cdot 2^{\pm 1}$	2 ± 1
Вмещающие породы	Туфогенно-осадочные породы чехла платформы	0	0	$2{,}30 \pm 0{,}07$	$200 \cdot 5^{\pm 1}$	2 ± 1
	Траппы	$0{,}05 \cdot 3^{\pm 1}$	$20 \cdot 2^{\pm 1}$	$2{,}90 \pm 0{,}10$	$2000 \cdot 1{,}5^{\pm 1}$	10 ± 2

Примечание. ε — стандартный множитель; S — стандарт.

возможность обнаружения месторождений, скрытых под покровами траппов А.2.

Как уже отмечалось, вулканические трубки взрыва логично аппроксимировать вертикальными эллиптическими или круговыми цилиндрами, не ограниченными на глубину, а жильные рудные зоны, выполняющие разрывные тектонические нарушения, — пластами кругого падения. И те и другие выходят на современный эрозионный срез, т. е. являются рудоносными структурами открытого типа. Размеры и взаимные сочетания этих морфологических форм могут быть самыми различными в соответствии с фактическими размерами моделируемых месторождений и рудных тел [13]. Пласты сплошных магнетитовых руд обычно имеют мощность 10—30 м, в раздувах — до 100 м и более, длину по простиранию — от сотен метров до нескольких километров. По падению они прослеживаются на глубины 500—900 м. Вулканические трубки взрыва характеризуются изометричным или вытянутым сечением в плане с размерами от 200×500 (Змеиный участок Коршуновского месторождения) до 500×1500 м (Рудногорское месторождение). В некоторых случаях оруденение вместе с несущей его трубкой взрыва может быть перекрыто вулканомиктовыми отложениями древних кратерных озер-мааров, размеры которых в плане достигают 1000 м в поперечнике, а вертикальная мощность заполняющих их осадков — 400—600 м. Нельзя исключать также возможность обнаружения скарново-магнетитовых месторождений типа А.2 под покровами траппов.

Описанное многообразие частных моделей сведено в табл. 9 в единую ФГМ, отличающуюся значительной полиморфностью. По методике, изложенной в разд. 2, для нее рассчитаны обобщенные петрофизические характеристики.

На примере разработанной ФГМ рассмотрим ряд практических задач, которые можно решать, используя принципы физико-геологического моделирования.

Оценка аналогии геологических объектов

Как известно, у подобных геолого-геофизических образований одни характеристики совпадают (инварианты), другие изменяются согласованно (ковариаты), третьи не совпадают и изменяются несогласованно (моноварианты). Равенство (сходство) критериев геолого-геофизического подобия, под которыми понимают безразмерные комбинации величин, представляющих собой инварианты и ковариаты, означает подобие самих геологических образований.

На основании анализа размерностей физических и геометрических характеристик целесообразно выделить следующие количественные критерии подобия, свойственные магнетитовым месторождениям ангаро-илимского типа: 1) $\pi_1 = Q/HkS\delta$ — критерий геодинамического подобия, характеризующий запасы месторождения; 2) π_2 S/H^2 — критерий геометрического подобия, описывающий форму месторождения; 3) $\pi_3 = \delta/(aC+b)$ — критерий

Таблица 10

Значения параметров и рассчитанных показателей подобия для месторождений Рудногорского и Нерюндинского

	Параметры, показатели подобия	Объект	Месторождения	
			Рудногорское (эталон)	Нерюндинское
Параметры	Запасы Q, т	Рудная зона	$4 \cdot 10^8$	$7 \cdot 10^8$
	Содержание железа C, %	То же	39,4	34,0
	Плотность δ, г/см^3	»	3,3	3,0
	Коэффициент рудоносности k	»	0,8	0,75
	Глубина H, м	»	600	800
	Длина L, м	»	3500	2000
		Трубка взрыва	1100	1200
	Мощность M, м	Рудная зона	100	250
		Трубка взрыва	520	800
	Площадь S, м^2	Рудная зона	$35 \cdot 10^4$	$50 \cdot 10^4$
		Трубка взрыва	$57 \cdot 10^4$	$96 \cdot 10^4$
Показатели подобия	π_1	Рудная зона	0,73	0,78
	π_2	То же	0,97	0,78
		Трубка взрыва	1,59	1,50
	π_3	Рудная зона	1,0	1,0
	π_4	То же	1,37	1,31
		Трубка взрыва	0,95	0,91
	π_5	Рудная зона	3300	2200
		Трубка взрыва	2	2
	π_6	Рудная зона	5000	5000
		Трубка взрыва	50	50

физико-химического подобия, отражающий кондиционность руд; 4) $\pi_4 = \delta_{об}/\delta_{вм}$; 5) $\pi_5 = \varkappa_{об}/\varkappa_{вм}$; 6) $\pi_6 = I_{об}/I_{вм}$ и т. п. — критерии физического подобия, характеризующие физические свойства руд. Здесь Q — запасы месторождения, т; H — глубина промышленного оруденения, м; S — площадь оруденения в плане, м^2; k — коэффициент рудоносности; δ — плотность, г/см^3; $\varkappa$ — магнитная восприимчивость, ед. СИ; I — намагниченность пород, ед. СИ; a и b — коэффициенты уравнения регрессии плотности руд на содержание общего железа ($a = 0{,}33$; $b = 1{,}92$); индексы «об», «вм» соответствуют параметрам моделируемого объекта и вмещающей среды.

Следующим этапом анализа физико-геологического подобия является расчет величин критериев подобия для эталона, в качестве которого выберем давно открытое и достаточно полно разведанное Рудногорское месторождение. Параметры этого месторождения и значения рассчитанных для него показателей подобия приведены в табл. 10. Располагая этой информацией, можно достаточно строго установить наличие либо отсутствие аналогии этого месторождения-эталона с любым другим того же генетического типа.

Выберем в качестве сравниваемого объекта Нерюндинское месторождение, открытое с помощью аэромагнитной съемки и в настоящее время также разведанное. Так называемые атрибутивные признаки подобия, такие, как вещественный состав, основные типы и текстурно-структурные особенности магнетитовых руд, минерально-парагенетические ассоциации гидротермально измененных и вмещающих пород, общая структурно-тектоническая позиция и другие качественные характеристики обоих месторождений, во многом схожи, хотя большинство параметров (см. табл. 10) различается. Для окончательного суждения о степени аналогии этих объектов необходимо рассчитать значения показателей подобия для Нерюндинского месторождения и сопоставить их с соответствующими критериями для Рудногорского, выбранного в качестве эталона. Сравнение показывает их практическую тождественность (см. табл. 10), что позволяет считать доказанным тезис об аналогии Нерюндинского и Рудногорского магнетитовых месторождений.

Расчет модели минимально промышленного месторождения

Модель указанного месторождения, назовем ее сокращенно $ФГМ_{min}$, необходима для решения многих методических вопросов: обоснования оптимальной точности геофизических съемок, выбора формы и размеров сети геофизических измерений на поисковой и разведочной стадиях, сравнительной оценки разрешающей способности конкурирующих геофизических методов, определения вклада в наблюдаемую аномалию рудных тел разных типов и др.

В случае отсутствия реального природного объекта данного класса параметры $ФГМ_{min}$ можно рассчитать по аналогии с помощью математического аппарата теории подобия, опираясь на известные характеристики одного из разведанных месторождений иных классов крупности.

В качестве примера рассмотрим методику расчетов значений параметров $ФГМ_{min}$ гипотетического объекта, представляющего собой типичное ангаро-илимское магнетитовое месторождение, но перекрытое траппами. Вероятность его обнаружения на юге Сибирской платформы достаточно высока. Схематически ФГМ такого месторождения можно представить как сочетание трех частных моделей. Трубку взрыва допустимо аппроксимировать вертикальным эллиптическим цилиндром с коэффициентом сжатия 0,5; крутопадающую скарново-рудную зону — вертикальным пластом с соотношением мощности M к длине по простиранию L равным 1 : 10; трапповый перекрывающий экран можно уподобить горизонтальному диску с радиусом, значительно превышающим размеры оруденения в плане. За эталон для расчета параметров интересующей нас $ФГМ_{min}$ примем Рудногорское магнетитовое месторождение, которое имеет сходное геологическое строение, хотя у него нет покрывающего экрана траппов.

Последовательность операций при формировании $ФГМ_{min}$ и расчете ее параметров такова.

1. Уточняют так называемые атрибутивные или качественные геологические критерии подобия, т. е. описывают механизм геологического процесса, характеризуют тип, генезис месторождения, его структуру, вещественный состав руд и другие подобные признаки.

2. После хотя бы схематического представления ФГМ моделируемого месторождения выбирают и рассчитывают критерии подобия, характерные для

Таблица 11

Расчет параметров ФГМ минимального по промышленным запасам месторождения железных руд, аналогичного Рудногорскому, но скрытого под покровом траппов

Граничные условия, критерии подобия, расчетные параметры		Тип объекта	Значения граничных условий, расчетных параметров
Граничные условия	Глубина до верхней кромки h, м	Рудная зона	100
	Запасы Q, т	То же	10^8
	Коэффициент рудоносности k	»	0,7
	Содержание железа C, %	»	25
Критерии подобия	π_3	Рудная зона	1
	π_1	То же	0,73
	π_2	»	0,97
		Трубка взрыва	1,59
Расчетные параметры ФГМ	Плотность δ, г/см^3	Рудная зона	2,75
		Трубка взрыва	2,12
	Глубина оруденения H, м	Рудная зона	420
	Площадь S, м^2	То же	$17{,}0 \cdot 10^4$
		Трубка взрыва	$27{,}8 \cdot 10^4$
	Длина L, м	Рудная зона	1300
		Трубка взрыва	750
	Мощность M, м	Рудная зона	130
	π_4	Трубка взрыва	370
	π_5	Рудная зона	1,20
	π_6	То же	3300
		»	5000

изучаемого класса геологических объектов. Для нашего случая можно воспользоваться значениями показателей подобия, вычисленных в 3.1 для Рудногорского месторождения (см. табл. 10).

3. Задают граничные условия, характерные для минимально промышленного месторождения в конкретных геолого-экономических условиях региона. В рассматриваемом примере с учетом промышленных кондиций и результатов технико-экономических расчетов приняты следующие граничные условия (табл. 11): мощность покрывающего траппового экрана 100 м, минимальные запасы скрытого месторождения 100 млн. т, среднее содержание железа общего 25 %, коэффициент рудоносности 0,7.

4. Исходя из граничных условий и принятых значений критериев подобия рассчитывают искомые параметры $ФГМ_{min}$. Поясним кратко порядок вычислений. Зная среднее содержание железа общего $C=25$ %, через критерий подобия $\pi_3=\delta(0{,}33\,C+1{,}92)=1$, решая его относительно δ, определяем среднюю плотность руд $\delta=2{,}75$ г/см^3. Далее из системы двух уравнений критериев подобия π_1 и π_2 с двумя неизвестными H и S находим их значения: $H=418{,}5$ м, $S=16{,}99 \cdot 10^4$ м. Подставляя $L=10$ м в уравнение $S=16{,}99 \cdot 10^4$, находим $M=130$ м и $L=1690$ м. Значение показателя подобия для рудной зоны $\pi_4=2{,}75/2{,}3=1{,}2$. Показатели подобия π_4 для трубки взрыва, а также значения π_5 и π_6 логично принять равными таковым для Рудногорского месторождения (см. табл. 11), так как о физических свойствах руд месторождения, перекрытого траппами, нам заранее ничего не известно.

Выбор корректных условий физического моделирования

Учет критериев подобия изучаемого геологического объекта и параметров аппроксимирующей его ФГМ необходимы для выбора корректных условий физического моделирования. Особенно часто его применяют в электроразведке, используя при этом электролитические ванны, электропроводную бумагу, предметные модели и т. п. Это обусловлено тем, что прямой расчет электромагнитных и электрохимических полей, как правило, весьма сложен, а в некоторых случаях не является строгим из-за невозможности учета отдельных параметров, например скачка потенциала на границе рудное тело — электролит.

Для того чтобы результаты моделирования можно было распространить на изучаемую природную или теоретически ожидаемую обстановку, эксперимент и обработка его результатов должны проводиться при строгом соблюдении основного критерия подобия электромагнитных полей в проводящих средах:

$$(\mu_n/\mu_m)\,(f_n/f_m)\,(l_n/l_m)^2\,(\rho_m/\rho_n) = 1, \qquad (3.1)$$

где μ — магнитная проницаемость; f — частота электромагнитного поля; l — геометрический параметр; ρ — удельное электрическое сопротивление; индексы n и m характеризуют соответственно параметры природных объектов и модели.

Магнитная проницаемость разных горных пород обычно изменяется от 1 до 1,3. Поэтому соотношение $\mu_n/\mu_m \approx 1$ и формула (3.1) упрощается.

Зная соотношение удельных электрических сопротивлений горных пород и моделирующего эти породы электролита ρ_m/ρ_n, размеры геологических образований l_n, тип и рабочую частоту измерительной аппаратуры f_n, а также задаваясь масштабом моделирования l_n/l_m, можно рассчитать необходимую частоту f_m электрического тока моделирующей установки.

При работах на постоянном токе дело еще более упрощается. Критерии подобия из-за автомодельности уравнения Лапласа требуют обеспечения только геометрического подобия размеров и подобия соотношения удельных электрических сопротивлений модели и оригинала.

С целью внедрения новых для Ангарской железорудной провинции электроразведочных методов, таких, как частотные электрозондирования (ЧЭЗ), зондирование становлением электромагнитного поля в ближней зоне (ЗСБ), метод измерения электрической проводимости с погружением электродов (МИЭП), а также оценки их разрешающей способности при выделении и прослеживании глубинных пологозалегающих магнетитовых рудных тел был произведен расчет параметров модели субгоризонтальной рудной залежи Нерюндинского месторождения.

При моделировании в масштабе 1 : 1000 геометрические размеры модели имеют следующие значения (сверху вниз): вмещающие туфогенно-осадочные породы вертикальной мощностью 40 см; горизонтальная пластина толщиной

10 см, аппроксимирующая трапповый силл; проводящий горизонтальный рудный пласт толщиной 2—3 см, подстилаемый теми же туфогенно-осадочными породами. Выдерживая фактически наблюдаемое в природе соотношение удельных электрических сопротивлений, можно сконструировать предметную модель из чередующихся сверху вниз горизонтальных плоскопараллельных пластин свинца ($\rho = 20 \cdot 10^8$ Ом·м), нихрома ($\rho = 200 \cdot 10^{-8}$ Ом·м), железа ($\rho = 10 \times 10^{-8}$ Ом·м) и снова свинца указанной выше толщины. Однако технически удобнее проводить моделирование в электролитической ванне. Для этого в качестве модели вмещающей среды (эффузивно-осадочные породы) была взята вода с удельным электрическим сопротивлением 70—75 Ом·м. Таким образом, соотношение удельных электрических сопротивлений пород и модели было принято равным $\rho_n/\rho_m = 150/75 = 2$. Техническая реализация этого условия представляла известные затруднения. Модель субгоризонтальной магнетитовой залежи была изготовлена в виде кюветы толщиной 3 см, заполненной электролитом с сопротивлением 35 Ом·м. Такое сопротивление имеет вода с концентрацией NaCl 0,1 г/л. Стенки кюветы, ограничивающие области с различными значениями удельных электрических сопротивлений, должны быть водонепроницаемые, но обеспечивать хороший электрический контакт. Это было достигнуто с помощью специальных контактных решеток в виде листов пластмассы, в которые через просверленные насквозь отверстия вклепывались металлические электроды. Такая решетка обеспечивала непрерывность потенциала на границах раздела областей и нормальность составляющей плотности тока к поверхности раздела модели и несущей ее среды. Трапповый силл моделировался горизонтальной пластиной из изолятора с $\rho = 1000$ Ом·м толщиной 10 см.

Частоту тока f_m при модельных исследованиях методом ЧЗЗ можно рассчитать из соотношения (3.1):

$$f_m = (l_n/l_m)^2 f_n/(\rho_n/\rho_m) = (1000)^2 f_n/2 = 5 \cdot 10^5 f_n.$$

При использовании станции НЧЗ-64, частотный диапазон которой 60—22 000 Гц, частота тока модельных исследований должна быть в пределах от $f_{min} = 30$ до $f_{max} = 11\,000$ МГц. При таком изменении частоты тока модельных исследований и заданном соотношении геометрических размеров геологических образований и параметров установки все эффекты скин-поглощения переменного тока на моделях будут полностью идентичны таковым в природной обстановке.

Метод ЗСБ, как известно, первоначально разрабатывался в нефтяной геологии для условий горизонтально-слоистого полупространства. В связи с существенными трудностями расчета неустановившихся электромагнитных полей рудоносных вулканических аппаратов трубочного типа единственным решением проблемы является физическое моделирование достаточно типичных ситуаций. С целью расширения временного диапазона регистрации переходных процессов и повышения точности моделирования Н. О. Кожевниковым была разработана специальная аппаратура; быстродействующий коммутатор тока и регистратор. Длительность среза импульсов тока с амплитудой 1 А в рамке диаметром 40 мм и числом витков 60 не превышала нескольких микросекунд. Начальное время измерений, обеспечиваемое регистратором, составляет 50 мкс.

Выбор материалов для моделей рудных тел и вмещающих сред при слабых различиях по удельной проводимости связан с большими трудностями. Для их преодоления была использована идея кольцевого интегратора Л. М. Альпина, в соответствии с которой модели изготовлялись из стеклотекстолита толщиной 2 мм, оклеенного с обеих сторон медной фольгой толщиной 0,5 мм

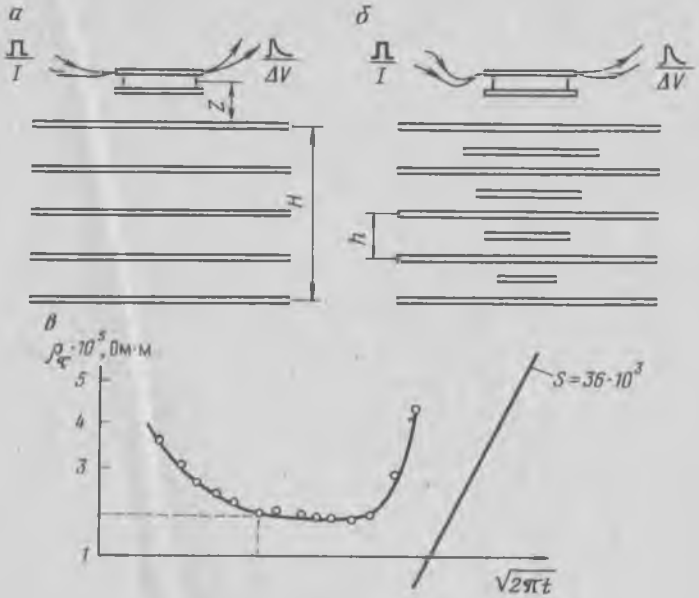


Рис. 11. Модели электропроводящего пласта *(а)*, конусообразного тела в проводящей среде *(б)* для измерений методом ЗСБ и экспериментальная кривая ρ_τ над моделью проводящего пласта большой мощности *(в)*

[7]. Продольная проводимость листа фольги $3\cdot10^3$ См, т. е. каждый лист фольгированного текстолита является носителем проводимости $S=6\cdot10^3$ См. Если несколько таких листов расположить друг над другом параллельно (рис. 11, *а*), то в переменном электромагнитном поле такая пачка будет подобна однородному пласту с суммарными параметрами:

$$H=(n-1)h, \quad \rho_l=H/nS=(n-1)h/nS\approx h/S,$$

где n — число листов стеклотекстолита в пачке; h — расстояние между листами; H — суммарная мощность пачки; S — проводимость одного листа; ρ_l — удельное продольное сопротивление пачки.

Меняя h в пределах от 0,2 до 2 см, можно достигать десятикратного изменения ρ_l. Модель конусообразной рудоносной трубки взрыва можно составить из близко расположенных друг к другу кружков фольгированного стеклотекстолита среди удаленных друг от друга проводящих пластин большего размера (рис. 11, *б*). Суммарная проводимость пачки $S=36\cdot10^3$ См. Отход кривой ρ_τ вверх под углом, превышающим 63°20′, обусловлен ограниченными горизонтальными размерами модели. Расчетное среднее продольное сопротивление модели $1{,}38\cdot10^{-6}$ Ом·м, сопротивление, определенное по данным ЗСБ (рис. 11, *в*), составило $1{,}39\cdot10^{-6}$ Ом·м, что свидетельствует о высокой точности моделирования.

Моделирование и последующее внедрение метода ЗСБ доказали его высокую эффективность при изучении структуры скарново-магнетитовых месторождений ангаро-илимского типа, особенно в условиях осложняющего влияния высокоомных траппов [7].

Оценка разрешающей способности геофизических методов

ФГМ широко используют для аналитического расчета ожидаемых физических полей и сравнения объективных поисковых возможностей разных геофизических методов разведочной геофизики.

В качестве примера попробуем оценить разрешающую способность геофизических методов при поисках скрытых железорудных месторождений ангаро-илимского типа, не имеющих природных аналогов, которые можно было бы использовать как эталоны. Вначале выполним математическое моделирование гравитационного и магнитного полей над трудноотрываемыми месторождениями, в частности, перекрытыми покровом траппов типа А (рис. 12) и скрытыми под отложениями маара типа Б.1.

Отсутствие строгих аналитических выражений для производных гравитационного потенциала от таких моделей, как круговой диск, вертикальный круговой и эллиптический цилиндры, а также значительные затраты труда и времени на подготовку исходных данных в программах, основанных на аппроксимации ФГМ призмами, цилиндрами, шарами и другими правильными геометрическими телами, обусловили необходимость создания специализированных алгоритмов «Сектор» и «Треугольник», обеспечивающих автоматическое разбиение модели на элементарные объемы с заданной детальностью [13].

Месторождение типа А.2 находится под покровом траппов. Для учета влияния траппов на правые ветви теоретических графиков Δg и ΔZ были наложены случайные, нормально распределенные помехи (см. рис. 12). Стандартное отклонение помех S взято в соответствии с фактическим средним уровнем изрезанности гравитационных и магнитных полей над траппами. Анализ полученных теоретических графиков (см. рис. 12) позволяет сделать следующие выводы методического характера.

1. Для обоих типов месторождений амплитуды гравитационных аномалий соизмеримы со средним уровнем помех. Магнитные аномалии значительно превышают уровень помех.

2. Основной вклад в интегральные гравитационные эффекты от рассмотренных моделей дают пластовые интрузии траппов. Это положение хорошо иллюстрируется сравнением рис. 12, *а* и *б*. В магнитном поле, наоборот, отражается в основном влияние субвертикальных скарново-рудных зон.

3. Отложения маара создают на поверхности значительные отрицательные гравитационные аномалии, которые могут с избытком компенсировать аномальные эффекты от нижележащих субвертикальных рудных зон.

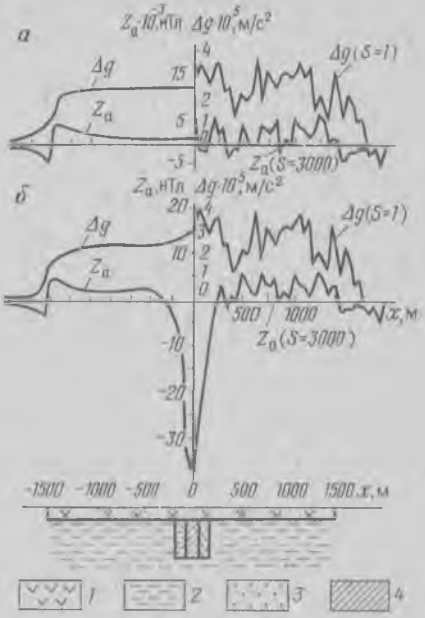


Рис. 12. Гравитационные и магнитные поля:

а — над моделью покрова траппов; *б* — над ФГМ скрытого месторождения типа А.2; *1* — траппы, *2* — эффузивно-осадочные породы; *3* — туфы жерловой фации; *4* — магнетитовые руды. Слева от вертикальных осей показаны расчетные графики, не искаженные помехами, справа — с наложенной случайной помехой

Осложняющим фактором применения гравиразведки является повышенная плотность изверженных пород трапповой формации, способных создавать аномалии-помехи разнообразной формы, размеров и амплитуды. Поэтому поисковые возможности гравиразведки в районах широкого развития траппов весьма ограничены.

Чтобы пояснить, каким образом, опираясь на ФГМ, можно прогнозировать объективные возможности и разрешающую способность геофизических методов при решении конкретной геологической задачи, попробуем проанализировать надежность и информативность гравиразведки, магниторазведки и электроразведки при поисках магнетитовых месторождений в областях широкого развития траппового магматизма. Высокая эффективность этого комплекса при поисках ангаро-илимских железорудных месторождений открытого типа доказана многолетним успешным опытом геофизических исследований на юге Сибирской платформы.

Отсутствие месторождений-эталонов в траппах (тип А.1) и перекрытых траппами (тип А.2) делает эту оценку схематизированной, однако не исключает полностью. Для расчетов средние значения полей Δg (остаточное), ΔZ, ΔU и $\eta_к$ над траппами приняты равными соответственно $3 \cdot 10^{-5}$ м/с², 10 000 нТл — 18 мВ и 4 %, а стандартные отклонения $\pm 1 \cdot 10^{-5}$ м/с², ±3000 нТл, ±12 мВ, ±2,5 %. Эти цифры намеренно несколько завышены против реальных с таким расчетом, чтобы действительные статистики нормальных полей в областях развития траппового магматизма заведомо не превышали принятых нами величин. Сравнение результатов расчетов параметров аномалий магнетитового месторождения в траппах со средними значениями параметров геофизических аномалий, характерных для промышленных объектов открытого типа, приведены в табл. 12. В ней для каждого из обсуждаемых типов месторождений приведены длина l и ширина m отвечающих ему аномалий, а также показатель контрастности аномалии γ и так называемый информационный вклад c_i соответствующего геофизического метода в общий поисковый комплекс.

Таблица 12

Конкурентоспособность геофизических методов поисков железорудных месторождений ангаро-илимского типа

Геофизический метод, измеряемый параметр	Типы месторождений											
	Открытые				В траппах А.1				Перекрытые траппами А.2			
	Параметры аномалий и критерии сравнения поисковых методов											
	Размеры аномалий на уровне A_a		γ	c_j	Размеры аномалий на уровне A_a		γ	c_j	Размеры аномалий на уровне A_a		Экстремальное значение A_{max}	γ
	l, км	m, км			l, км	m, км			l, км	m, км		
Гравиразведка, Δg	2,9	1,7	6,0	0,07	—	—	1,9	0,08	—	—	$3 \cdot 10^{-5}$ м/с^2	0,6
Магниторазведка, ΔZ	1,9	0,6	—89,0	0,93	1,5	0,5	—13,2	0,59	0,8	0,2	—3700 нТл	—12,7
Метод ЕП, ΔU	2,5	0,9	—21,0	0,23	2,2	0,8	—12,6	0,56	—	—	—	—
Метод ВП—СГ, $\eta_к$	2,2	0,3	18,0	0,24	2,0	0,3	12,9	0,58	—	—	—	—
Аэромагнитная съемка, ΔT_a	2,3	0,8	—120,0	—	1,9	0,6	—12,0	—	1,0	0,3	—10 000 нТл	—11,0

Показатель контрастности рассчитывают по формуле [6] $\gamma = (A_{max} - A_{ф})/S$, где A_{max}, $A_{ф}$ и S — соответственно экстремальное, среднее и стандарт поля А.

Параметр γ служит критерием сравнительной эффективности двух или более конкурирующих методов, так как характеризует надежность выделения полезного сигнала на фоне помех. Информационный вес c_j любого j-го метода в составе комплекса из n методов определяется его относительным вкладом γ_j в надежность, характеризующую поисковый комплекс в целом [13]:

$$c_j = |\gamma_j| \Big/ \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \gamma_i^2}.$$

Из полученных результатов (см. табл. 12) следует, что эффективность геофизических методов в областях интенсивного развития траппового магматизма снижается. Это уменьшение для различных геофизических методов неодинаково. Наиболее значительно падает надежность гравиметрической съемки, так как аномалии Δg становятся соизмеримыми с уровнем флуктуаций фоновых значений ($\gamma = 1{,}9$). Резко снижается контрастность магнитных аномалий, однако надежность магнитной съемки достаточно высокая. Над железорудными месторождениями, вскрытыми эрозией, магнитные аномалии по крайней мере на порядок должны превышать уровень помех от траппов. Показатели контрастности аномалий естественного электрического поля и кажущейся поляризуемости уменьшаются незначительно, что объясняется низкими значениями поляризуемости траппов. Заметим, что контрастность аномалий в методе сопротивлений должна возрастать, поскольку разница в удельном электрическом сопротивлении магнетитовых рудных тел заметно увеличивается по сравнению с таковой для эффузивно-осадочных пород.

Информационные веса геофизических методов c_j также изменяются. При незначительном сокращении вклада гравиразведки в надежность общего комплекса относительные эффективности магниторазведки, методов ЕП и ВП—СГ становятся практически одинаковыми.

Сделаем аналогичные прикидки для аэромагнитных аномалий ΔT_a. Примем оценку стандарта поля ΔT_a над областями развития траппов 1000 нТл, т. е. заведомо несколько завышенной. Тогда для месторождения типа А.1 в траппах получим $\gamma = -12$, размер аэромагнитной аномалии 1,9×0,6 км (см. табл. 12). Таким образом, для аэромагниторазведки остаются в силе выводы, полученные для наземной магнитной съемки.

Итак, для поисков скарново-магнетитовых месторождений в областях развития траппового магматизма возможно применение магниторазведки как в наземном, так и в аэроварианте, электроразведочных методов ЕП и ВП—СГ.

Амплитуда ожидаемых гравитационных аномалий над месторождениями магнетитовых руд типа А.2, перекрытыми трапповы-

ми покровами, меньше уровня помех ($\gamma=0{,}6$). Эффективность поисков таких месторождений магниторазведкой остается достаточно высокой (см. табл. 12). Перспективным для поисков и оценки магнетитовых месторождений типа А.2 является метод ЗСБ, что подтверждается опытом его внедрения в Ангарской железорудной провинции [6].

С рассмотренными примерами тесно смыкаются задачи аппроксимации возмущающих объектов сложного строения условно однородными моделями, характеризующимися средневзвешенными значениями эффективных физических параметров. В подразд. 5.3 приведена схема расчетов, доказывающих допустимость подобной аппроксимации на определенном расстоянии от возмущающего объекта.

3.2. МОДЕЛИ КРИОЛИТОЗОНЫ ЮЖНОГО ПРИАНГАРЬЯ

Специфика объекта и подход к моделированию

Первый этап обоснования технического проекта строительства мелиоративных систем — инженерно-геологические съемки, проведение которых предусматривает широкое использование геофизических методов исследований. При инженерно-геологических работах для целей мелиорации в Южном Приангарье потенциальные возможности методов разведочной геофизики, в первую очередь сейсморазведки, реализованы не в полной мере, что объясняется специфическими геокриологическими условиями региона. При частой смене литологического состава пород, изменчивости их физических свойств, наличии экранов островной многолетней и долгоживущей сезонной мерзлоты, отсутствии резких физических границ повышение эффективности геофизических исследований может быть достигнуто за счет комплексирования методов с опорой на корректные физико-геологические модели верхней части разреза (ВЧР).

Исходя из задач, поставленных перед геофизическими исследованиями, на первом этапе формирования ФГМ определяют атрибутивные критерии геологического подобия, описывающие стратиграфические, структурно-тектонические, гидрогеологические и мерзлотные особенности территории, физические свойства и литологию пород. Исходную геолого-геофизическую информацию для этого получают путем анализа и обобщения результатов предшествующих работ, выполненных на площади исследований и на участках с аналогичными геолого-геофизическими характеристиками, которые по совокупности возможно большего числа признаков можно рассматривать как эталонные.

Анализ геологических условий на эталонных участках, характера и законов распределений физических полей и водно-физических свойств пород позволяет методом аналогий прогнозировать распределение этих параметров на площади исследований.

Второй этап формирования ФГМ предусматривает типизацию

Таблица 13

Средние значения физических характеристик коренных пород ВЧР Южного Приангарья

Горные породы	v_P, м/с	v_S, м/с	δ, г/см³	n, %	ρ, Ом·м	λ
Известняки, доломиты, мергели ленского яруса	4000	—	2,7	4,7	600	—
Алевролиты, песчаники верхоленской свиты	3000	—	2,47	5,09	120	1,4
Песчаники, алевролиты, аргиллиты юрского возраста	1600	—	1,88	12	250	1,27
Породы коры выветривания	600	400	—	—	300	—

Примечание. v_P и v_S — скорости продольных и поперечных волн соответственно; δ — плотность, n — пористость; ρ — удельное электрическое сопротивление; λ — коэффициент анизотропии.

геологических разрезов по комплексу признаков, отражающих особенности их геологического строения, выбор моделируемых объектов, в качестве которых фигурируют однородные классы геолого-геофизических комплексов либо явлений; создание характерного для каждого класса обобщенного геометрического образа в виде сочетания частных моделей и оценку их наиболее вероятных характеристик; наделение частных моделей обобщенными физическими свойствами, полученными на основе статистической обработки результатов предшествующих работ на исследуемом и эталонных участках, и формирование априорных ФГМ. Решение прямых и обратных задач геофизики от этих моделей, физическое моделирование на корректных, рассчитанных на основе теории подобия физических моделях позволяет оценить возможности различных, в том числе нетрадиционных, геофизических методов при решении частных задач, апробировать и адаптировать новые способы обработки и интерпретации геофизических данных с конечной целью совершенствования и оптимизации рационального комплекса геофизических исследований.

Гидромелиоративная модель Южного Приангарья, подобная по некоторым чертам существующей в натуре геологической ситуации, может быть описана определенными стратиграфическими, структурными, геоморфологическими, мерзлотными, гидрогеологическими и тектоническими признаками качественного характера, выступающими как носители избирательного подобия.

В условиях Южного Приангарья стратификационные атрибутивные критерии подобия определяют коренные породы, слагающие самую верхнюю часть разреза, и перекрывающие их рыхлые отложения. Наиболее древние коренные образования ленского яруса представлены известняками и доломитами бельской, булайской и ангарской свит нижнекембрийского возраста. По данным региональных геофизических исследований отложения этих свит

характеризуются повышенными значениями удельного электрического сопротивления, плотности и скорости распространения упругих колебаний. При изучении ВЧР отложения ленского яруса играют роль маркирующего горизонта (табл. 13). Со стратиграфическим несогласием на них залегает однообразная толща пород верхоленской свиты, представленная пестроцветными песчаниками, алевролитами и аргиллитами с прослоями мергелей, доломитов и гипса. Электрическое сопротивление этих пород невысокое. На участках экзогенной трещиноватости и развития коры выветривания оно увеличивается, и это затрудняет отделение пород верхоленской свиты от рыхлых отложений (см. табл. 13). Осадки юрской системы, представленные черемховской и присаянской свитами, с резким стратиграфическим несогласием залегают на отложениях нижнего палеозоя. Выше по разрезу на кембрийских . юрских породах либо на корах выветривания этих пород, мощность которых достигает 10—15 м, залегают палеоген-неогеновые терригенные осадки.

Четвертичные отложения отличаются широким многообразием генетических типов и пестротой литологического состава.

По условиям обводнения пород и характеру движения в них подземных вод в Южном Приангарье выделены следующие водоносные комплексы:

1) водоносный комплекс современных аллювиальных отложений. Распространен в долинах рек Манзурки, Куды, Мурина и их крупных притоков. Аллювиальные отложения нередко промерзжены на значительную глубину, отчего меняется мощность обводненной части. Глубина залегания водоносных горизонтов в современном аллювии рек от 1—2 до 4—5 м;

2) безнапорные воды четвертичных отложений спорадического распространения на глубинах 20—38 м. Отложения в значительной степени промерзжены и содержат слабопроницаемые глинистые слои;

3) водоносный комплекс манзурской свиты, представленный валунно-галечным материалом, на глубине 20—34 м;

4) порово-пластовые воды спорадического распространения в неогеновых песках и галечниках. Глубина вскрытия 20—110 м.

В геокриологическом отношении Южное Приангарье относится к области островного распространения многолетнемерзлых пород в долинах рек, на заболоченных участках и северных склонах. Для района характерны высокотемпературный тип мерзлоты (0,1—0,8 °С) и значительные контрасты мерзлотных условий. На небольших расстояниях в речных долинах и на склонах гор наблюдаются большие градиенты мощности мерзлоты и резкие переходы от мерзлых пород к талым. Глубина сезонного промерзания изменяется от 2 м в суглинках до 3 м в песках, в то время как глубина летнего протаивания колеблется от 0,6 м в торфах до 3,5 м в песчано-гравийных отложениях. В связи с этим между сезонномерзлыми и многолетнемерзлыми породами зачастую отмечается слой талых пород мощностью от 0,3 до 2 м.

Таблица 14

Физические свойства рыхлых отложений Южного Прибайкалья

Горные породы	δ, г/см³	n, %	$k_ф$, м/сут	Состояние породы	T, °С	v_P, м/с	v_S, м/с	ρ, Ом·м
Гравийно-галечные отложения	2,11	33—72	3,2—30	Водонасыщенная	>0	1500—2100	100—600	20—500
					<0	3500—4800	2000—2600	150—5000
				Естественная влажность	>0	300—800	200—500	10—2700
					<0	300—1200	200—1000	800—5000
Песчано-глинистые делювиально-пролювиальные отложения	1,6—1,83	37—55	1,5—8,6	Водонасыщенная	>0	1500—2200	100—600	30—130
					<0	2600—3800	1000—1400	400—1600
				Естественная влажность	>0	250—800	100—500	100—300
					<0	1100—2000	600—1100	400—1600
Покровные глины неогенового возраста	—	—	—	Естественная влажность	>0	400—650	100—1100	20—300
					<0	2100—3000	1000—1400	100—600

Примечание. $k_ф$ — коэффициент фильтрации.

В целом Южное Приангарье характеризуется развитием двух гидромелиоративных зон. Склоны гор и водоразделы относятся к зоне отсутствия мерзлоты, недостаточного увлажнения и глубокого (более 40 м) залегания грунтовых вод. Долины же рек, по которым развита островная мерзлота, наоборот, переувлажнены и заболочены.

Влажность и температурный режим оказывает основное влияние на электрические, упругие и плотностные свойства рыхлых образований. Из табл. 14 видно, что литологические разности грунтов по совокупности различных физических свойств дифференцируются достаточно уверенно.

Анализ критериев подобия и задач, решаемых при инженерно-геологических съемках с целью мелиорации земель, позволяет с учетом требуемой глубинности исследований выделить комплекс атрибутивных моделируемых признаков, которые отражают принципиальные особенности геологического строения Южного Приангарья. К ним относятся: литологический состав, строение, водопроницаемость и условия залегания рыхлых отложений; глубина залегания, рельеф и состояние коренных пород; положение уровня грунтовых вод; глубина залегания, мощность и строение мерзлоты. В соответствии с выделенными признаками синтезированы обобщенные геометрические образы ВЧР в виде сочетания частных объектов, аппроксимирующих наиболее типичные и часто встречающиеся геологические ситуации. Статистическая обработка большого числа значений геометрических размеров и физических свойств горных пород позволила наделить эти синтезированные объекты наиболее вероятными параметрами и сформировать пять частных априорных ФГМ верхней части геологического разреза.

Первый тип ФГМ — трех-четырехслойная среда (рис. 13) — характерен для водораздельных частей и склонов южной экспозиции. Модель соответствует элювиальным отложениям небольшой мощности, залегающим на дезинтегрированных породах юры и кембрия либо на корах выветривания этих пород. Отложения целиком находятся в талом состоянии. Для этой модели характерны трещинно-грунтовые и трещинно-карстовые воды зоны выветривания. Глубина залегания грунтовых вод колеблется от 40 до 100 м и в основном определяется дренирующим влиянием бассейнов рек Ангары и Лены, а также интенсивностью пополнения ресурсов — преимущественно за счет снегового питания.

Закон изменения скоростей упругих колебаний в разрезах такого типа определяется литологическим составом и состоянием пород. Покрывающие рыхлые отложения и дезинтегрированные коренные породы характеризуются увеличением скорости до глубины залегания неизмененных терригенно-карбонатных пород, поверхность которых аппроксимируется границей раздела первого (скачок скоростей) или второго (стабилизация скоростей) рода.

Удельное электрическое сопротивление, которое в общем случае увеличивается с глубиной, зависит от литологического состава

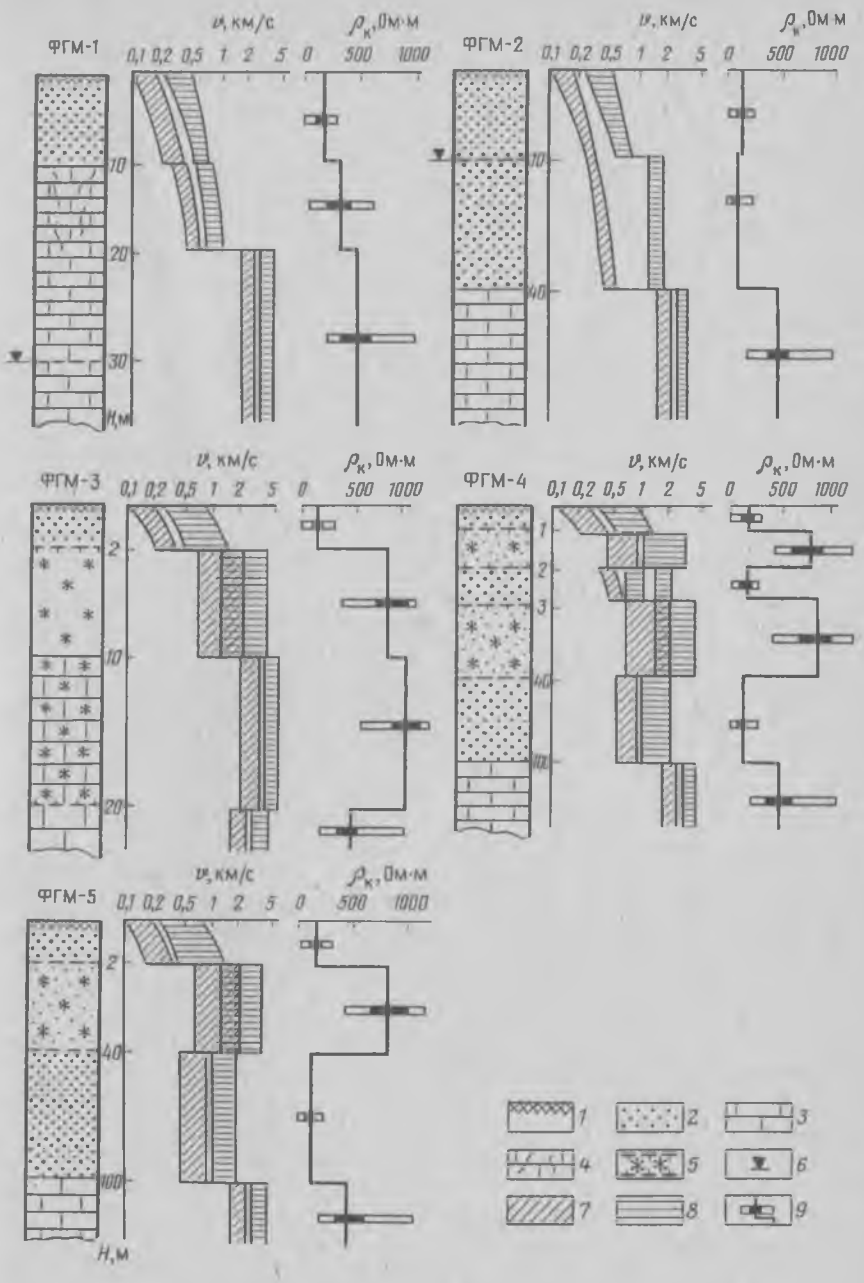


Рис. 13. Частные ФГМ криолитозоны Южного Приангарья:

1 — почвенно-растительный слой; *2* — рыхлые отложения; *3* — коренные породы; *4* — кора выветривания; *5* — мерзлота; *6* — уровень грунтовых вод; *7* — диапазон изменения скорости поперечных волн; *8* — диапазон изменения скорости продольных волн; *9* — изменение удельного электрического сопротивления в диапазоне двух стандартов

и влажности пород. Разрез слабо дифференцирован вследствие близких и перекрывающихся в широких пределах значений сопротивлений, характеризующих различные литологические разности. Водоносные горизонты выделяются пониженными значениями удельных электрических сопротивлений только в случае минерализованных грунтовых вод в доломитах и известняках ленского яруса.

Второй тип ФГМ — трехслойная среда (см. рис. 13) — аппроксимирует геологические разрезы, широко развитые в нижних частях склонов и приуроченные к речным террасам второго и третьего ярусов. ФГМ характеризуется положительным геотермическим полем. Уровень грунтовых вод залегает на глубине от 3 до 20 м в отложениях делювиального и пролювиального генезисов. Региональным водоупором служит поверхность неизмененных заглинизированных коренных пород.

Скорость распространения продольных сейсмических волн скачкообразно увеличивается с глубиной. Скорость поперечных волн и удельное электрическое сопротивление в водонасыщенных грунтах изменяются незначительно, а на поверхности коренных пород увеличиваются в 1,5—2 раза.

Для обоих типов моделей характерно увеличение плотности с глубиной. Причем в интервале деятельного слоя на плотность больше сказывается естественное уплотнение грунтов с глубиной, а не литологический состав. Наибольшая плотность наблюдается у грубых, плохо отсортированных грунтов, а самая низкая — у тонкодисперсных глинистых отложений.

Третий тип ФГМ — четырехслойная среда (см. рис. 13) — распространен в центральных частях долин, на пойменных террасах, заболоченных участках и склонах северной экспозиции в областях развития карбонатных и терригенно-карбонатных пород кембрийского возраста. Нижняя граница мерзлоты обычно локализирована в рыхлых отложениях. Это обусловлено оттаиванием карбонатных и прилегающих к ним рыхлых пород за счет протекающих в них физико-химических процессов и интенсивного конвекционного обмена с нижележащей толщей. Для моделей такого типа характерны инверсия физических свойств в нижнем талом слое, экранирующее влияние мерзлоты и значительная глубина залегания монолитных коренных пород. Водонасыщенными являются подмерзлотные рыхлые отложения, воды в которых зачастую напорные.

В верхней части разреза, в интервале деятельного слоя плотность песчано-глинистых отложений постепенно возрастает с глубиной. Однако у подошвы сезонномерзлого слоя, на глубине от 2 до 3 м отмечается понижение плотности и повышение пористости.

Четвертый тип ФГМ — шестислойная среда (см. рис. 13) — характерен для участков, где в верхней части разреза наблюдаются песчаные и супесчаные грунты с повышенными фильтрационными свойствами, а глубже — глинистые отложения. В этом случае верхняя поверхность многолетней мерзлоты залегает на глуби-

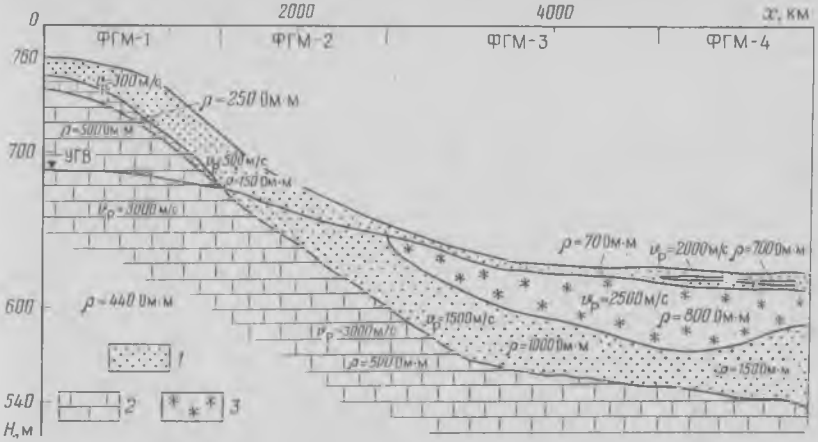


Рис. 14. Обобщенная петрофизическая модель ВЧР мелиоративного массива Южного Приангарья (поперечный разрез):
1 — рыхлые отложения; *2* — коренные породы; *3* — мерзлота

не 3—6 м и не захватывается сезонномерзлым слоем. Ее пространственная разобщенность с залегающим выше слоем сезонного промерзания — оттаивания обусловливает двойную инверсию скоростных и электрических свойств пород по вертикали.

Пятый тип ФГМ — четырехслойная среда (см. рис. 13) — характерен для северо-восточных районов Южного Приангарья, пойменных террас верхнего течения рек и склонов северной экспозиции, где мощность рыхлых отложений и выветрелых коренных пород не превышает 10—15 м. Мерзлыми являются как рыхлые породы, так и верхняя зона терригенных кембрийских пород. Причем на участках, где рыхлые отложения подстилаются алевролитами и аргиллитами, наблюдаются более суровые мерзлотные условия. В этих местах промерзлены и верхние горизонты неизмененных песчано-глинистых пород. Мощность мерзлоты колеблется от 10 до 20 м, достигая иногда 30—40 м, причем мерзлота имеет высокотемпературный характер (как правило, не ниже —1 °С).

Наиболее характерны для Южного Приангарья первые четыре типа ФГМ. Для них с учетом гипсометрических уровней и рельефа речных долин составлен сводный априорный модельный разрез (рис. 14), обобщенно характеризующий типичный мелиоративный массив Южного Приангарья.

Регламентация методик ВЭЗ и ЗСБ

Рассмотрим примеры использования разработанной ФГМ криолитозоны для обоснования внедрения нетрадиционных для инженерной геофизики методов исследования геологического разреза.

Начнем с анализа возможностей электроразведки. Поскольку степень однозначности решения инженерно-геологических задач

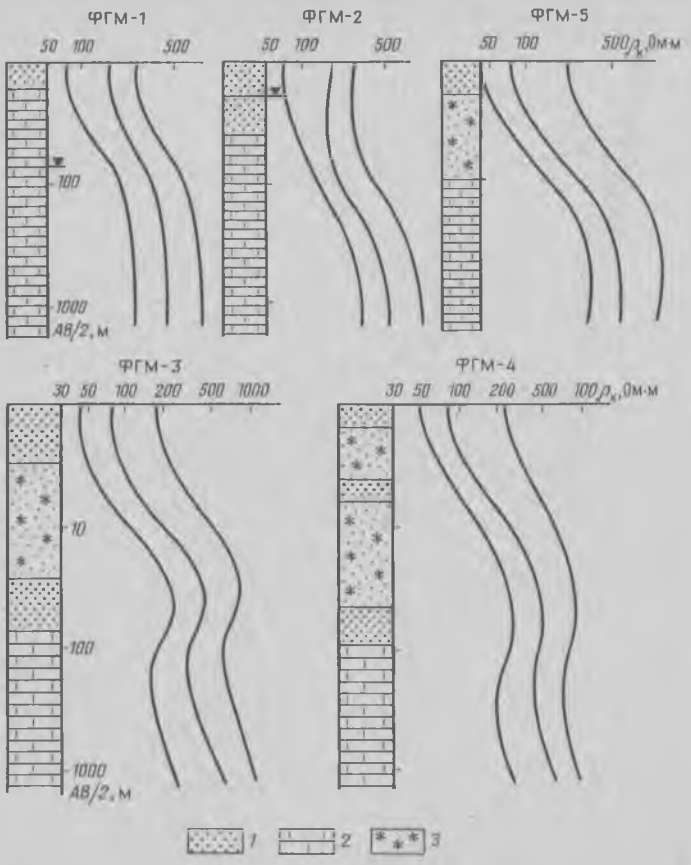


Рис. 15. Теоретические кривые ВЭЗ от частных ФГМ криолитозоны при средних, минимальных и максимальных (на уровне двух стандартов) значениях удельных электрических сопротивлений слагающих каждую модель слоев.

Условные обозначения см. рис. 14

методом ВЭЗ прямо зависит от конкретной физико-геологической обстановки, его эффективность можно оценить с помощью математического моделирования путем расчета теоретических кривых ВЭЗ от типичного для изучаемого района модельного разреза. Решение прямой задачи ВЭЗ с помощью пакета программ французской фирмы CGG на ЭВМ «Сайбер» выполнено для каждой частной ФГМ криолитозоны Южного Приангарья. Синтетические многослойные теоретические кривые $\rho_к$ рассчитаны при различных сочетаниях значений электрических сопротивлений слагающих разрез слоев (рис. 15).

Анализ полученных результатов показывает, что практически для всех типов ФГМ кривые $\rho_к$ с 5 %-ной погрешностью выходят на асимптоту при $AB/2 = 1200 \div 1600$ м. Исключение составляет первый тип моделей, для которых значения $\rho_к$, соответствующие

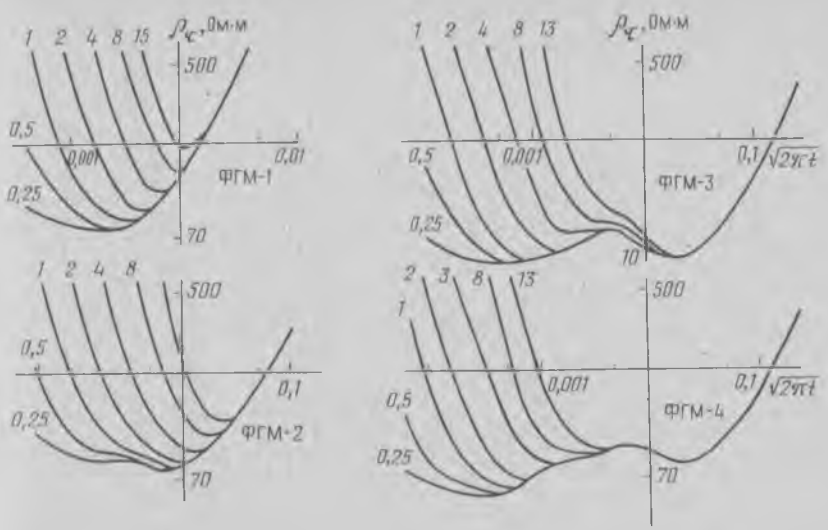


Рис. 16. Теоретические кривые ρ_τ метода ЗСБ, рассчитанные для геологических разрезов, аппроксимируемых ФГМ-1—ФГМ-4 .

Параметры кривых — отношение размера установки к глубине залегания опорного горизонта

асимптоте, фиксируются при $AB/2$ более 400 м. Это обусловлено залеганием на опорном горизонте слоя повышенного сопротивления, отвечающего необводненным дезинтегрированным породам коры выветривания. Повышенными значениями $\rho_к$ уверенно выделяются интервалы развития островной многолетней мерзлоты. Все кривые $\rho_к$ имеют неявный тип, что существенно затрудняет интерпретацию и усиливает проявление принципа эквивалентности. Экспертные оценки с последующей проверкой правильности интерпретации показали значительные расхождения между полученными расчетными геоэлектрическими разрезами и исходными моделями. Единственными параметрами, определяемыми с высокой точностью, являются мощность и сопротивление первого слоя, а в некоторых случаях и положение опорного горизонта. Остальные параметры разреза (мощность зоны аэрации, глубина залегания УГВ, нижняя кромка мерзлоты, мощность и глубина залегания коры выветривания) определяются с высокой (до 70 %) погрешностью либо не выделяются совсем. Положение уровня грунтовых вод в рыхлых отложениях фиксируется только в благоприятных условиях, а глубина залегания подземных вод (ФГМ-1) определяется лишь в случае карбонатного состава коренных пород.

В условиях сильной изменчивости электрических параметров ВЧР по латерали, повышенной анизотропии и присутствия экранов с высоким сопротивлением формирование опорных натурных моделей на эталонных участках только по данным ВЭЗ практически невозможно. Возникает необходимость в привлечении до-

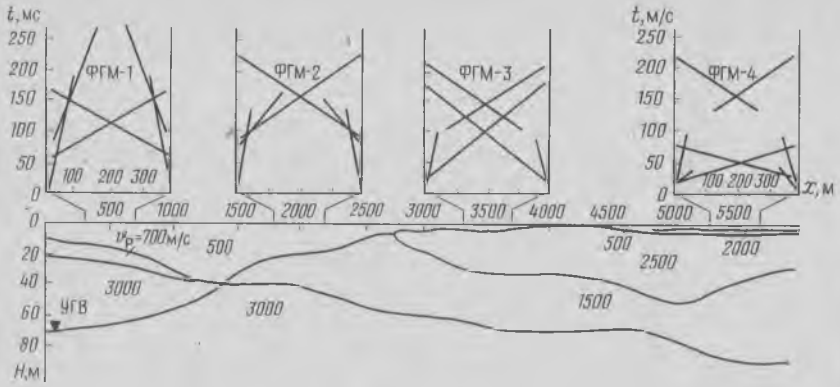


Рис. 17. Теоретические годографы преломленных волн, рассчитанные для условий обобщенной петрофизической модели ВЧР мелиоративного массива Южного Приангарья (УГВ — уровень грунтовых вод)

полнительных электроразведочных методов, в частности зондирований становлением электрического поля в ближней зоне. В отличие от ВЭЗ метод ЗСБ характеризуется более однозначной беспалеточной интерпретацией, позволяющей достаточно надежно определять глубины залегания и мощности слоев горных пород, возможностью изучать разрез на глубину при наличии экранов с высоким сопротивлением в его верхней части, а также отсутствием гальванических заземлений, что позволяет вести работы на окультуренных площадях в зимнее время, когда нет посадок.

Теоретические кривые ρ_τ от сформированных частных ФГМ (рис. 16), рассчитанные по программам, разработанным в СНИИГГиМСе под руководством Б. И. Рабиновича, позволяют уточнить возможности и определить круг задач, решаемых методом ЗСБ при изучении верхней части разреза. В случае регистрации переходных процессов во временном диапазоне десятки микросекунд — сотни миллисекунд с помощью аппаратуры «Импульс-Ц» метод ЗСБ при изучении ФГМ третьего и четвертого типов может быть нацелен на определение положения опорного геоэлектрического горизонта высокого сопротивления и нижней кромки островной мерзлоты при глубине ее залегания 20—25 м и более. Указанный временной диапазон (см. рис. 16, ФГМ-3 и 4) обеспечивает уверенную регистрацию участка кривой ρ_τ, характеризующего горизонт повышенной проводимости и перекрываемого многолетнемерзлыми породами высокого сопротивления.

При изучении ФГМ первого и второго типов аппаратура «Импульс-Ц» позволяет регистрировать только правые восходящие ветви кривых ρ_τ (см. рис. 16), несущие информацию о суммарных параметрах разреза. В случае применения аппаратуры «Каскад» возможности метода ЗСБ при решении инженерно-геологических задач существенно расширяются. Обеспечиваемая этим аппаратурным комплексом регистрация переходных процессов, начиная с

первых микросекунд, позволяет изучать разрез с первых метров, т. е. обеспечивает определение мощности зоны аэрации и отдельных водоносных горизонтов.

Обоснование сейсмических систем наблюдений с многократным перекрытием

Сейсмические методы в общем комплексе геофизических исследований при инженерно-геологических изысканиях занимают важное место. Однако при гидромелиоративных съемках этот метод обычно используют только для определения положения уровня грунтовых вод. Столь скромная роль явно не соответствует потенциальным возможностям сейсморазведки и обусловливает необходимость совершенствования методики сейсмических наблюдений при изучении верхней части разреза для целей мелиоративного строительства.

Для установления объективных возможностей сейсморазведки при решении литолого-структурных задач в условиях развития многолетней мерзлоты для каждого типа частных ФГМ в пределах модельного разреза ВЧР (см. рис. 14) были рассчитаны теоретические годографы преломленно-рефрагированных волн (рис. 17). Анализ теоретических годографов показывает, что для изучения ФГМ первого и второго типов, характеризующихся увеличением скорости с глубиной, сейсморазведка в модификации КМПВ достаточно эффективна при решении таких задач, как определение мощности деятельного слоя и рыхлых отложений, глубины залегания уровня грунтовых вод и поверхности мерзлоты. В благоприятных условиях, при хорошей дифференциации разреза, возможно разделение зоны аэрации на отдельные литологические разности.

При изучении разрезов, аппроксимируемых ФГМ третьего и четвертого типов, характеризующихся ярко выраженной анизотропией по вертикали и латерали, обусловленной развитием мерзлоты, эффективность и возможности КМПВ существенно ограничены. Присутствие слоев с высокими скоростями распространения волн и инверсия этих скоростей с глубиной затрудняют регистрацию целевых преломлений от более глубоких горизонтов, увеличивают погрешности в определении эффективных скоростей. Вследствие этого снижается точность сейсмических построений КМПВ, а увеличение базы приема до 300—400 м для регистрации в первых вступлениях волн от горизонтов, залегающих под экранами, требует применения мощных источников возбуждения упругих колебаний.

Потенциальные возможности сейсмического метода в этих условиях в полной мере могут быть реализованы лишь при переходе на регистрацию преломленных волн по методике многократных перекрытий. Наиболее эффективным путем реализации этой идеи является метод Д. Рокуэла, основанный на накоплении целевых преломленных волн по принципу общей глубинной площадки (ОГП). Расчеты теоретических годографов и моделирование на

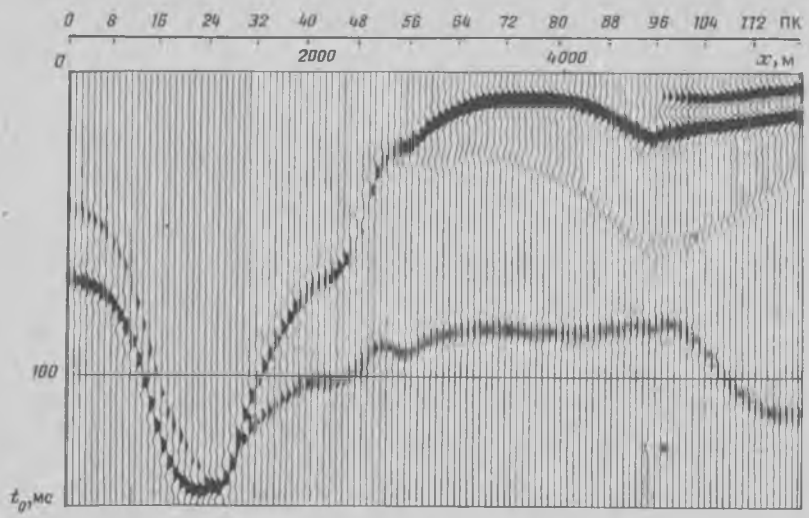


Рис. 18. Теоретический временной разрез над обобщенной петрофизической моделью ВЧР мелиоративного массива Южного Приангарья

ЭВМ двумерных волновых полей позволяют сделать вывод, что при достижении соответствующего отношения сигнал/помеха в интервале целевых преломленных волн при правильно подобранной форме зондирующего импульса метод ОГП позволяет формировать высококачественные временные разрезы, отражающие основные особенности геологического строения ВЧР.

Теоретический временной разрез, приведенный на рис. 18, синтезирован с помощью программы MODIN из сейсмического пакета фирмы CGG от модельного сейсмогеологического разреза ВЧР. В качестве зондирующего использовался прямоугольный импульс длительностью 10 мс, имеющий номинальную полосу частот 20—120 Гц с интервалами сглаживания 10 Гц на нижнем и 60 Гц на верхнем концах спектра, что соответствует реальному частотному диапазону современных сейсмических станций. Зачерненными фазами уверенно выделяются оси синфазности, соответствующие границам, на которых имеет место увеличение скорости (поверхность коренных пород, положение УГВ в районе ПК 30—54, верхняя кромка многолетней мерзлоты на ПК 56—120 и т. п.)

Математическое моделирование позволяет также сформулировать основные требования к методике полевых наблюдений. Как показал опыт, работы методом ОГП можно вести с применением аналоговых сейсмостанций с промежуточной магнитной записью типа СМП-24, а также специализированных цифровых регистрирующих систем. Поскольку динамический диапазон сейсмических волн за время регистрации полезных сигналов, не превышающее 200—300 мс, изменяется незначительно, при правильно выбранных параметрах записи волновая картина может быть зарегист-

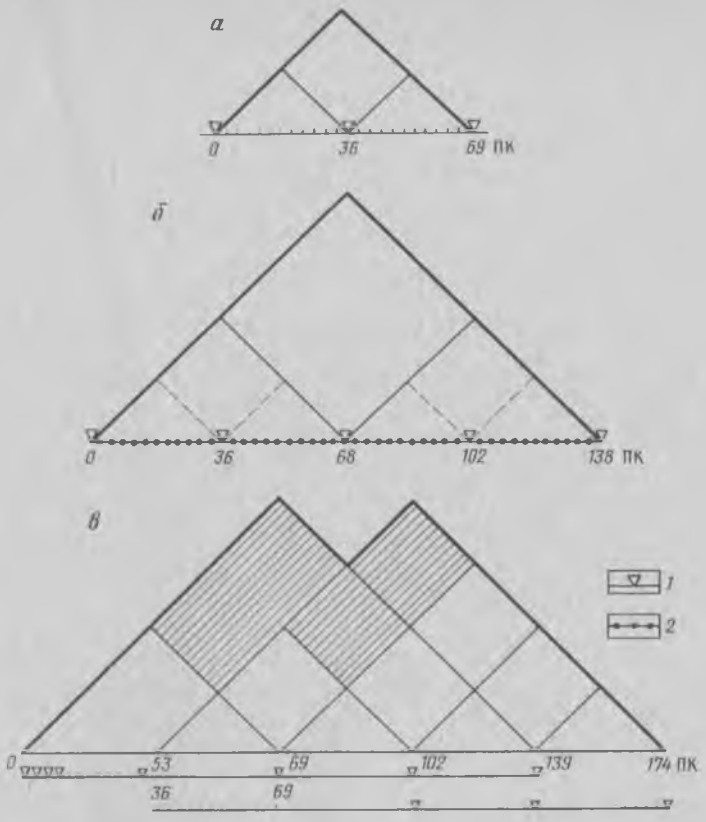


Рис. 19. Системы наблюдений КМПВ и ОГП для изучения мелиоративных массивов в условиях многолетней мерзлоты:

а — КМПВ при трех пунктах возбуждения; *б* — КМПВ при шести пунктах возбуждения; *в* — 12-кратная система ОГП. *1* — пункты возбуждения; *2* — пункты приема

рирована без ПРУ и АРУ с минимальными искажениями и достаточно высоким отношением сигнал/помеха. Геометрия систем наблюдений в методе ОГП аналогична таковой в методе ОГТ. Наиболее простыми в реализации и экономически выгодными являются системы нагоняющих годографов с несколькими пунктами возбуждения, вынесенными за пределы расстановки сейсмоприемников при одной базе приема. С учетом параметров ФГМ третьего и четвертого типов осуществлен синтез систем наблюдений, оптимальных для условий Южного Приангарья (рис. 19). Наиболее эффективной является 12-кратная фланговая система с несколькими ПВ при одной базе приема. Расстояния между сейсмоприемниками в зависимости от требуемых глубинности исследований и детальности расчленения верхней части разреза равны 3 или 5 м. Вынос пункта возбуждения в этом случае изменяется от 69 до 36 м для шага 3 м и от 115 до 60 м для шага 5 м между

сейсмоприемниками. В центральной части профиля целесообразно проведение КМПВ при трех пунктах возбуждения (см. рис. 19, *а*). Для улучшения разделения волн от наиболее глубоких границ раздела желательно смещение спектра возбуждаемых колебаний в область высоких (60—90 Гц) частот.

Успешное внедрение методов ЗСБ и сейсморазведки ОГП в производство доказало целесообразность привлечения принципов физико-геологического моделирования для обоснования новых геофизических комплексов при инженерно-геологических работах в районах развития островной мерзлоты.

3.3. МОДЕЛЬ НЕФТЕГАЗОВОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

Как известно, большая часть затрат, отпускаемых на разведочную геофизику, вкладывается в нефтяную геологию. Причина этого не только определяющая роль энергетического минерального сырья в современной экономике, но и традиционно высокая эффективность геофизических, в первую очередь сейсмических, методов глубинных поисков структур, благоприятных для локализации нефти и газа. В последние годы параллельно с комплексными геофизическими поисками потенциально нефтеносных купольных диапировых структур, рифовых поднятий, ловушек неантиклинального типа в терригенных отложениях в пределах геосинклинальных и эпигеоплатформенных областей подвижных поясов достигнуты определенные успехи в решении проблемы прямых поисков промышленных скоплений углеводородов.

Непосредственное проявление залежей нефти и газа в различных физических полях обусловлено несколькими объективными факторами, к числу которых, в частности, относятся: 1) собственно залежи, локальное скопление самих флюидов; 2) зона вторичного минералообразования в подстилающем залежь запечатывающем слое; 3) ореол вторжения углеводородов и зона аномально высокого пластового давления (АВПД) над залежью; 4) зона разуплотнения в своде структуры; 5) кольцеобразные зоны разнонапряженного состояния пород в надконтурных частях залежи; 6) оторванные неоднородности-сателлиты в верхней части разреза, в зоне смены окислительного и восстановительного режимов (в частности, ореол пиритизации).

Перечисленные факторы обусловливают закономерную эволюцию физических свойств горных пород, вмещающих газонефтяную залежь, а это, в свою очередь, находит отражение в структуре наблюдаемых геофизических полей. Сложность измерения и выделения чистых аномальных эффектов от промышленных скоплений углеводородов обусловлена их слабой контрастностью. Тем не менее главные закономерности формирования геофизических аномалий от залежей нефти и газа в настоящее время изучены и в значительной степени объяснены. Этому вопросу посвящены специальные работы В. М. Березкина, М. А. Киричек, А. А. Кунарева [3] и др. В основу сформированной ими на концептуальном

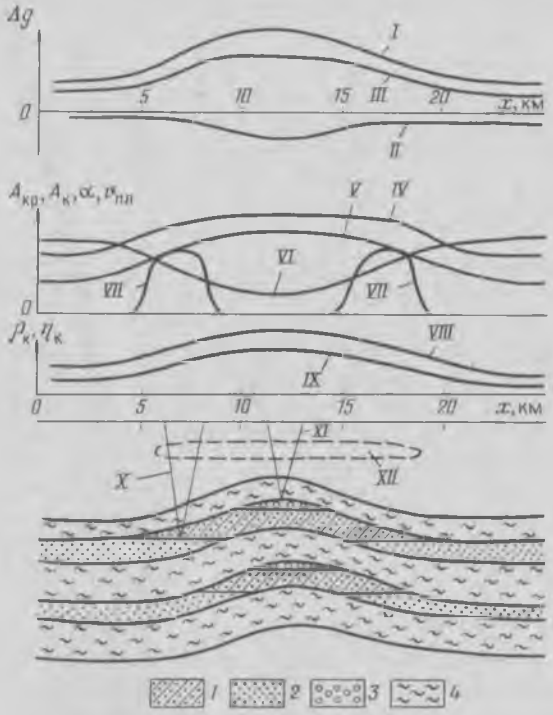


Рис. 20. Обобщенная физико-геологическая модель нефтегазовой залежи антиклинального типа [3]:

1 — нефтегазовая залежь; *2* — песчаник; *3* — газ; *4* — вмещающие породы; *I* — аномалия силы тяжести Δg_c от структуры с постоянной плотностью слоев при отсутствии залежи; *II* — аномалия силы тяжести $\Delta g_з$ от залежи; *III* — суммарная аномалия $\Delta g_{с+з}$ от структуры и залежи; *IV* — кривая амплитуд отраженных волн $A_{кр}$ от кровли залежи; *V* — кривая эффективного коэффициента поглощения сейсмических волн α нефтегазовой залежью; *VI* — кривая распределения пластовых скоростей $v_{пл}$ в области залежи и за ее контуром; *VII* — возможные кривые амплитуд отраженных волн от контактов нефть—вода, газ—вода $A_к$; *VIII* — кривая кажущегося сопротивления $\rho_к$ над залежью и ее контурами; *IX* — кривая поляризуемости $\eta_к$ горных пород в области залежи и за ее контурами; *X* — схема отражений от контактов; *XI* — схема отражений от кровли залежи; *XII* — область повышенной пиритизации горных пород под воздействием мигрирующих углеводородов

уровне обобщенной ФГМ нефтегазовой залежи антиклинального типа (рис. 20) положены следующие достаточно надежно установленные закономерности изменения петрофизических параметров вмещающей среды.

Для терригенных коллекторов нефти и газа типично возрастание средней пористости до 15—25 % и проницаемости до 10^{-9} м²; пористость карбонатных коллекторов обычно не более 15 %.

За счет пониженной плотности залежей нефти на 0,05—0,10 г/см³ и газа на 0,05—0,15 г/см³ по сравнению с законтурной частью водоносного коллектора скопления углеводородов обусловливают появление отрицательных аномалий гравитационного

поля от $-0{,}05 \cdot 10^{-5}$ до $-0{,}5 \cdot 10^{-5}$ м/с². В отдельных случаях этот аномальный эффект может быть подчеркнут разуплотнением глинистых пород в зоне аномально высокого пластового давления (АВПД) ореола вторжения, а также понижением плотности осадочных горных пород в сводовых частях купольных структур. Отрицательная аномалия силы тяжести может быть скомпенсирована вплоть до инверсии знака за счет влияния запечатывающего слоя, положительный гравитационный эффект от которого достигает $(0{,}2 \div 1{,}0) \cdot 10^{-5}$ м/с².

Для нефтегазоносных пластов характерно повышение удельного электрического сопротивления. В среднем значения этого параметра для нефтяных залежей в 3—4 раза, а для газовых в 10—15 раз больше, чем для вмещающих горных пород. Иногда, как, например, на нефтяных месторождениях Западной Туркмении, эта тенденция подчеркивается уменьшением минерализации пластовых вод с 80—120 за контуром до 10—90 г/л в контуре нефтеносности. Закономерное увеличение сопротивления в области нефтегазовых залежей проявляется на кривых электромагнитных зондирований методом ЗСБ. Этот факт установлен на месторождениях Котур-Тепе в Туркмении, Кумсай и Кенкияк в Прикаспии, Газли в Узбекистане, Марковском, Ярактинском в Восточной Сибири.

Оторванный ореол пиритизации в верхних частях разреза нефтегазовых месторождений служит причиной появления аномалий кажущейся поляризуемости амплитудой от 4—7 до 15 % при фоновых значениях за контуром газонефтеносности 1—2 % (см. рис. 20).

Скорость продольных сейсмических волн в пределах нефтегазовых отложений понижается на 200—500 м/с, т. е. на 15—25 %. Коэффициент поглощения упругих колебаний увеличивается на порядок: с $(1 \div 5) \cdot 10^{-3}$ в водоносной части до $10 \cdot 10^{-3}$ м$^{-1}$ и более в пределах нефтегазовой залежи.

Указанные изменения упругих и поглощающих характеристик среды приводят к появлению различных аномалий в сейсмическом волновом поле, в том числе: отражений от газоводяного и нефтяного контактов, аномалий «яркого» и «темного» пятен, приуроченных к поверхности залежей, к уменьшению амплитуд в 2 раза и более и др. (см. рис. 20).

Иногда, в особо благоприятной обстановке, над месторождениями нефти и газа наблюдаются слабые отрицательные аномалии магнитного поля, амплитуда которых изменяется от единиц до первых сотен нанотесл.

Тепловое поле газонефтяных месторождений формируется под влиянием двух основных факторов: за счет фокусирования глубинного теплового потока антиклинальными поднятиями и в результате спонтанно-протекающих физико-химических реакций в объеме самой залежи. Положительные аномалии температуры составляют 1—5 °С на глубине 3—5 км и 5—10 °С на глубине 1—1,5 км.

Для некоторых нефтяных месторождений в сейсмическом волновом, электромагнитном, радиоактивном, гравитационном, магнитном и тепловом полях проявляются субвертикальные кольцеобразные неоднородности в породах осадочного чехла над контуром залежей неантиклинального типа и в пределах куполовидных поднятий.

Такова общая идеализированная схема формирования петрофизической модели газонефтяной залежи и закономерностей ее проявления в физических полях. Нет сомнения в том, что в конкретных физико-геологических условиях каждого отдельного региона эта модель может существенно меняться главным образом за счет превалирующего специфического влияния общей структурно-тектонической обстановки. Однако это не исключает, а, наоборот, предполагает целесообразность скрупулезного корректного учета и последующего снятия всего многообразия доминирующих мешающих факторов для выделения полезных аномальных сигналов от самой залежи углеводородов в различных геофизических полях.

3.4. МОДЕЛЬ ГЛУБИННОГО РАЗРЕЗА ЗЕМНОЙ КОРЫ

Геолого-геофизические исследования последних десятилетий убедительно доказали, что успех решения проблемы установления закономерностей размещения и формирования месторождений полезных ископаемых прямо зависит от корректности наших представлений о глубинном строении земной коры и верхней мантии Земли.

Новые данные о динамике литосферных плит, строении срединных океанических хребтов, рифтовых впадин, а также изучение морфологии глубинных региональных разломов и блоковых структур не изменили принципиально классическую субгоризонтально-слоистую модель строения земной коры. Тем не менее установление любых не известных ранее осложнений в ее структуре требует внесения определенных коррективов в сложившиеся модельные представления.

Глубинные магнитотеллурические и сейсмические зондирования, проведенные на континентах, позволили выявить наряду с астеносферным проводящим «термическим» слоем в верхней мантии крупные по размерам, преимущественно субгоризонтальные неоднородности в разрезе земной коры, характеризующиеся аномально высокой электропроводностью и пониженной скоростью распространения упругих колебаний. Этот промежуточный слой разные авторы именуют по-разному: коровым проводящим, двухфазным (кристаллы плюс жидкость) или гидротермальным [25]. Поскольку терминология не устоялась, будем пользоваться первым из приведенных названий. Коровый проводящий слой в настоящее время зафиксирован в районе Байкальской рифтовой зоны, в Патомском нагорье и Якутской алмазоносной провинции Восточной Сибири, на Камчатке, Сахалине, в Армении, Исландии,

на западе Северной Америки, на юге Канады, Австралии и в других регионах земного шара.

Существуют различные точки зрения на природу промежуточного проводящего слоя. А. С. Семенов связывает коровые аномалии электропроводности в древнем кристаллическом фундаменте с сульфидно-углеродистыми образованиями глубокометаморфизованных осадочно-вулканогенных комплексов. Согласно гипотезе Л. Л. Ваньяна и В. И. Поспеева, аномальная электропроводность корового проводящего слоя обусловлена наличием в нем надкритических водных растворов силикатов и окислов железа, натрия и калия, выделяющихся при температурах 400—800 °С за счет дегидратации пород амфиболовой фации, обогащенных кристаллизационно связанной водой. Таким образом, коровый проводящий слой ограничен в разрезе сверху и снизу геоизотермами 400 и 800 °С и в соответствии со степенью магматической активизации и термическим режимом того или иного региона, определяемым погружением астеносферного слоя, может залегать на разных глубинах. В пользу этой гипотезы говорит пространственная корреляция корового проводящего слоя с внутрикоровым волноводом, обнаруженным по данным ГСЗ на Сибирской платформе, в Байкальской рифтовой зоне и мезозойских депрессиях Забайкалья. Снижение скорости сейсмических волн обусловлено увеличением объема пор, заполненных проводящим флюидом.

Прикладное значение исследований коровых проводников определяется возможностью прогнозирования рудных полезных ископаемых, нефти, алмазов.

Приведем некоторые фактические данные о морфологии и параметрах корового проводящего слоя.

На рис. 21 показаны результаты комплексных геофизических работ в составе профильных МТЗ, ГСЗ, среднемасштабных гравиметровой и аэромагнитной съемок, выполненных на севере Иркутской области. В соответствии с установленными термодинамическими и геоэлектрическими характеристиками глубинный разрез Бодайбинского региона сверху вниз представляется следующим: 1) толща терригенно-осадочных пород зеленосланцевой фации метаморфизма мощностью 1—2 км с удельным электрическим сопротивлением десятки — сотни ом-метров; 2) «гранитогнейсовый» слой мощностью 5—10 км с $\rho = 100 \div 5000$ Ом·м; 3) коровый проводящий слой мощностью 7—20 км, расчетное сопротивление которого 0,2—3,0 Ом·м; 4) «гранулит-базитовый» слой с сопротивлением 1000 Ом·м, подошва которого залегает на глубине 35—37 км; 5) верхняя разуплотненная мантия; 6) «термический», или астеносферный, слой с отметкой кровли 60 км. Последние два слоя выделены по данным ГСЗ. Приведенный разрез осложняется наличием локальных крутопадающих электропроводящих зон, отождествляемых с глубинными разломами, которые могут достигать корового проводящего слоя и служить путями транспортировки минерализованных растворов к поверхности [25].

Рис. 21. Геоэлектрический разрез Бодайбинского синклинория по данным МТЗ (по В. М. Фадееву, В. И. Поспееву):

1 — геоэлектрический горизонт с ρ = 2,7 ÷ 2000 Ом · м, отождествляемый с зеленосланцевыми осадочными образованиями; *2* — «гранито-гнейсовый» слой (ρ = 100 ÷ 5000 Ом · м); *3* — коровый проводящий слой (ρ = 0,23 ÷ ÷ 3 Ом · м); *4* — «гранулит-базитовый» слой; *5* и *6* — соответственно кровля и подошва корового проводящего слоя

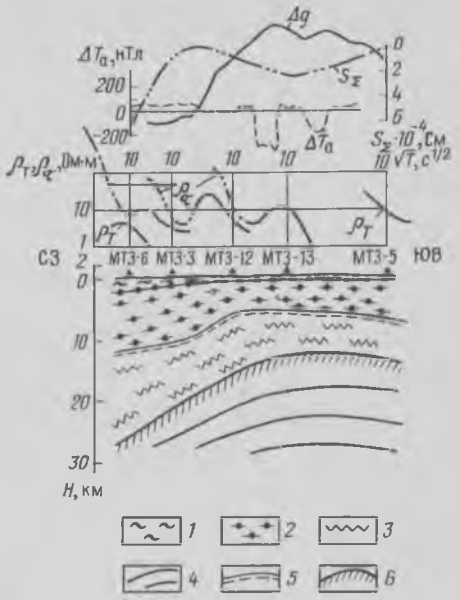
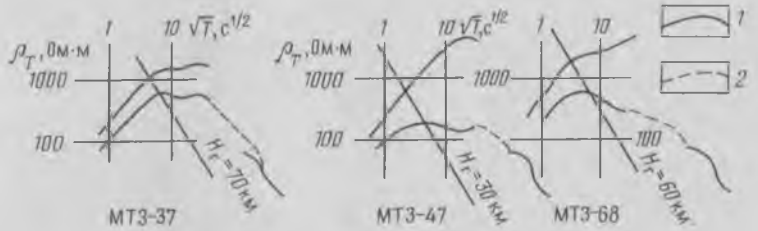
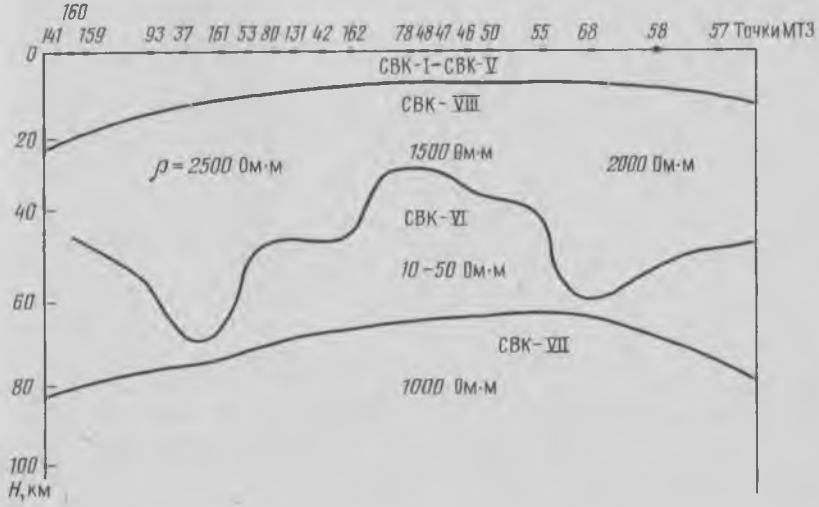


Рис. 22. Кривые МТЗ и глубинный геоэлектрический разрез земной коры и верхней мантии Южной Якутии (по В. И. Поспееву).

Состав и петрофизические параметры СВК см. в табл. 15





По данным Д. Ранкина и Ф. Паскаля (1984 г.), коровый проводящий слой обнаружен в ходе магнитотеллурических зондирований докембрийского кристаллического фундамента и покрывающего его осадочного чехла в Южной Канаде. При средней глубине залегания поверхности фундамента 1,5 км кровля корового слоя высокой электрической проводимости закартирована на глубине около 10 км и характеризуется резко расчлененным рельефом с амплитудой +4 км.

Глубинные электромагнитные зондирования, ГСЗ, ТСЗ, выполненные на территории Якутии, показали, что нормальный разрез земной коры в этом районе Сибирской платформы осложнен наличием крупных промежуточных магматических очагов, характеризующихся высоким электрическим сопротивлением, и подстилающего их корового проводящего слоя (рис. 22). Согласно гипотетическим представлениям В. И. Поспеева, промежуточный очаг основного вулканизма формируется в ходе плавления субстрата верхней мантии и его последующего отторжения от мантийного диапира. Логично предположить, что пути миграции легкого и пластичного мантийного вещества к промежуточному очагу совпадали с тектонически ослабленными подводящими зонами, отвечающими максимальному подъему кровли корового проводящего слоя, его самым апикальным частям. Последующая раскристаллизация всплывшей мантийной линзы в ходе образования, консолидации и развития промежуточного магматического очага могла быть причиной проявлений ультраосновного кимберлитового взрывного магматизма.

Коровый проводящий слой в рассматриваемом районе залегает ближе к поверхности Мохо, в интервале глубин от 30 до 75—80 км, отделяя породы промежуточного магматического очага от вещества верхней мантии (см. рис. 22). Нижняя кромка корового проводящего слоя представляется субгоризонтальной, хотя надежность ее картирования невысока. Морфология его кровли более сложная, ее апикальные части в районе подводящих зон поднимаются до глубин около 20 км.

Интересные данные о глубинном разрезе земной коры западной части Байкало-Амурского региона получены А. В. Поспеевым, Н. Ф. Зыковой и др. (1982, 1984 гг.). По данным МТЗ в нем повсеместно выделен внутрикоровый слой с проводимостью от 500 до 10 000 См и выше. Его кровля залегает в среднем на глубине 11—13 км. В северо-восточной части Байкальской рифтовой зоны она приближается к поверхности земли до глубин 4—5 км, а на Сибирской платформе погружается до 20—30 км. Отмечена тенденция убывания проводимости при погружении корового проводящего слоя и возрастания при его воздымании. Под рифтовыми впадинами фиксируется волновод, для которого характерна инверсия сейсмической скорости на глубинах 10—15 км. Комплексная интерпретация данных электромагнитных зондирований, сейсморазведки и геотермии позволила оценить параметры корового проводящего слоя. Согласно расчетам значения температуры на

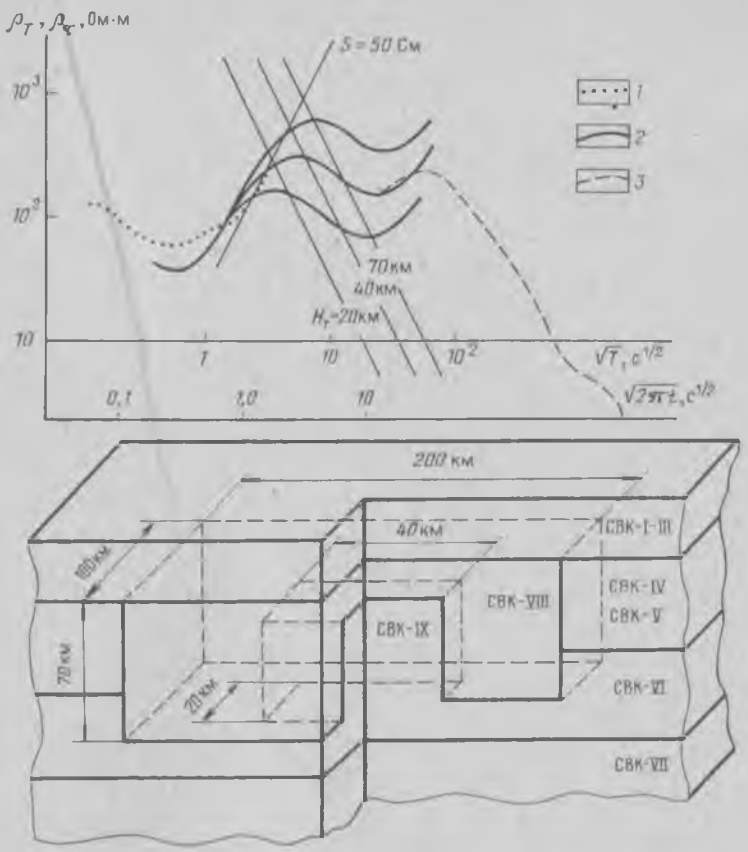


Рис. 23. Физико-геологическая модель аномального глубинного разреза земной коры Якутии.

Петрологический состав, размеры и физические параметры СВК см. в табл. 15; *1* — расчетная кривая ρ_T над осадочным чехлом; *2* — кривые ρ_T над промежуточным магматическим очагом (СВК-VIII) и подводящей зоной (СВК-IX), рассчитанные для условий одномерной модели при глубине залегания кровли корового проводящего слоя $H_г$= =20, 40 и 70 км соответственно; *3* — глобальная кривая МТЗ

его кровле и подошве близки соответственно к 350 и 700 °С, среднее содержание гидротермального флюида составляет 0,5—2 % при минерализации до 400—600 г/л.

Таким образом, практика магнитотеллурических исследований показала, что коровый проводящий слой, так же как и астеносферный, имеет глобальное распространение. Во всяком случае, его обнаруживают во всех регионах с повышенным тепловым потоком и так называемым «горячим» геоэлектрическим разрезом [25].

Накопленные к настоящему времени фактические данные о форме, условиях локализации и петрофизических параметрах коровых проводящих линз позволяют предложить вариант ФГМ

Таблица 15

Характеристика структурно-вещественных комплексов (СВК) нормального разреза земной коры района кимберлитовых проявлений на Сибирской платформе

Глубина, км	Мощность, км	СВК		ρ_l, Ом·м	δ, т/см³	v_p, км/с
		Номер	Наименование			
0,2—0,8	0,2—0,8	I	Терригенно-карбонатные отложения и траппы	10—100	2,55	4,5—4,7
1,4—2,5	1,2—1,7	II	Карбонатно-галогенные отложения	100—200		
1,7—3,0	0,35—0,5	III	Терригенные и терригенно-карбонатные отложения	30—50		
0—0,2	1,7—3,0	—	Осадочный чехол	10—100	2,55	4,5—4,7
10—17	8—14	IV	Гранито-гнейсовый слой	600—1000	2,7	6,2—6,3
35—40	2,3—2,5	V	Гранулит-базитовый слой		3,0	6,5
40—45	5,0—6,5	VI	Коровый проводящий слой	50—100	2,9	5—6
Около 80	40—50					8,0—8,2
80	—	VII	Верхняя мантия	Около 1000	3,3—3,4	8,0—8,9

глубинного строения земной коры одного из районов проявления кимберлитового магматизма Сибирской платформы (рис. 23). За основу для ее построения принимаются петрологические представления Б. Г. Лутца и др. (1974 г.) о горизонтально-слоистом нормальном разрезе земной коры, в состав которого дополнительно включаются магматические образования промежуточного базитового очага и коровый проводящий слой (см. рис. 23). В обобщенном виде ФГМ земной коры представляет собой чередование следующих СВК, параметры которых приведены в табл. 15.

Геологические образования осадочного чехла суммарной мощностью около 2 км расчленяются на три структурно-вещественных комплекса (сверху вниз). СВК-I представлен карбонатно-терригенными отложениями палеозойско-мезозойского возраста мощностью до 800 м с низкими, порядка 10—100 Ом·м, значениями среднего продольного электрического сопротивления. Гетерогенность этой части разреза обусловлена силами траппов, играющими роль экранов высокого сопротивления. Карбонатно-галогенные образования повышенного сопротивления ($\rho_l = 100 \div 200$ Ом·м) объединены в СВК-II. Они подстилаются осадками СВК-III преимущественно терригенного состава с сопротивлением около 40 Ом·м. Средняя плотность пород осадочного платформенного чехла составляет 2,55 г/см³, скорость сопротивления продольных сейсмических волн 4,6 км/с.

СВК-IV и СВК-V отвечают соответственно «гранито-гнейсовому» и «гранулит-базитовому» слоям консолидированной коры. Их суммарная мощность достигает 39 км. По величине продольного электрического сопротивления они практически не различаются (см. табл. 15). Средняя плотность геологичесих образований СВК-IV 2,7 г/см³, скорость продольных сейсмических волн 6,2—6,3 км/с, для СВК-V эти параметры равны соответственно 3 г/см³ и 6,5 км/с.

Ниже располагается коровый проводящий слой мощностью 40—45 км (см. рис. 23 и табл. 15). Он характеризуется продольным сопротивлением не выше десятков ом-метров и недостатком плотности $\Delta\delta = -0{,}1$ г/см³. По данным ГСЗ верхняя часть этого слоя мощностью около 5 км между его кровлей и поверхностью Мохо проявляет свойства корового волновода и имеет пониженную до 6 км/с скорость продольных упругих колебаний.

На глубинах около 80 км породы корового проводящего слоя переходят в мантийный субстрат высокого электрического сопротивления ($\rho_l = 1000$ Ом·м) и повышенной до 3,3 г/см³ плотности.

В районах кимберлитовых проявлений описанный стандартный разрез земной коры осложнен наличием базитовых образований промежуточного магматического очага СВК-VIII, обладающих высоким сопротивлением, и субвертикальных подводящих зон аномальной электропроводности (СВК-IX). Вертикальная мощность промежуточной магматической камеры достигает 70 км при ширине 200 км, среднее продольное сопротивление $(2—5) \times \times 10^3$ Ом·м, избыточная плотность 0,2 г/см³, $v_p = 8{,}5 \div 8{,}8$ км/с (на границе М). Нижние части подводящих зон, судя по близким значениям сопротивлений, смыкаются с коровым проводящим слоем (см. рис. 23, табл. 15). Глубина залегания подводящих зон 20—82 км, граничная скорость на подошве земной коры 8,2 км/с, $\rho_l = 10 \div 50$ Ом·м, избыточная плотность —0,1 г/см³.

Изложенные закономерности отражает обобщенная схематизированная ФГМ (см. рис. 23), для конкретных значений параметров которой построены теоретические кривые электромагнитных зондирований ЗСБ и МТЗ. Близость теоретических кривых и эк-

спериментально наблюдаемых в этом районе свидетельствует об удовлетворительном описании реального разреза земной коры принятой ФГМ. Дальнейшие коррективы модельных построений разреза земной коры должны касаться не только уточнения параметров и деталей морфологии ФГМ, но и выяснения хотя бы на качественном концептуальном уровне пространственных взаимоотношений субгоризонтальных и крутопадающих неоднородностей, в частности геоэлектрических. Этот вопрос представляется наименее изученным.

4. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Статистические модели и методы широко используются в геолого-геофизических приложениях и являются основой способов выделения слабых геофизических аномалий, приемов комплексного анализа данных и решения обратных задач геофизики [11, 15, 16, 31, 44]. Статистические модели получают в результате статистической обработки данных геолого-геофизического эксперимента, при этом в зависимости от задач и этапов исследований имеет смысл различать модели описательные и интерпретационные.

К описательным относятся собственно статистические ФГМ, используемые при моделировании объектов сложного геологического строения в условиях, когда решение прямых задач затруднено или ненадежно из-за отсутствия достаточного объема информации о параметрах моделируемого объекта. В таких ситуациях по результатам геофизических работ на объектах, аналогичных моделируемым, формируются эталонные выборки, характеризующие распределения полей над самими объектами и вмещающими породами. Результаты статистической обработки, анализа одномерных и многомерных статистик и проверки статистических гипотез о различиях тех или иных свойств объекта и вмещающей среды образуют совокупность данных, являющихся основой для обоснования рациональной методики изучения объекта, а также проектирования графа обработки геофизической информации.

Интерпретационные статистические модели положены в основу алгоритмов обработки, анализа и интерпретации геофизических полей — это регрессионные модели, модели фильтрации и распознавания, количественной интерпретации данных. Особенностью этих моделей является их универсальность, так как они могут применяться к объектам, характеризующимся не только статистическими, но и детерминированными или стохастическими ФГМ. Например, детерминированная ФГМ, дополненная статистической моделью помехи, служит основой для выделения аномального эффекта искомого объекта способом обратных вероятностей.

Необходимо отметить, что разделение статистических моделей на описательные и интерпретационные не означает их противопоставления, так как первые являются результатом, а вторые — средством статистического анализа геофизической информации. Поэтому приводимые ниже статистические ФГМ уча-

стков сосредоточения редкометалльных и слюдоносных пегматитов описывают итог анализа данных с применением способов, суть которых достаточно подробно изложена в специальной литературе [22, 32] или в подразд. 4.1, 4.2, посвященных особенностям использования регрессионного анализа, автоматизированной фильтрации и параметрического алгоритма распознавания применительно к обработке геофизической информации.

4.1. ФИЗИКО-ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УЧАСТКОВ СОСРЕДОТОЧЕНИЯ ПЕГМАТИТОВЫХ ТЕЛ

С геофизической точки зрения особенность месторождений полезных ископаемых, связанных с пегматитами, — сочетание слабой дифференциации физических свойств пегматитов и вмещающих пород с небольшими размерами отдельных пегматитовых тел. Кроме того, для поисков месторождений редкометалльных и слюдоносных пегматитов серьезной помехой является существование по соседству аналогичных, но непродуктивных образований. Тенденции к концентрации пегматитового материала в виде кустов, серий, участков скопления пегматитовых тел, а также опыт геофизических работ [11] показывают, что главным объектом поисков должны быть участки сосредоточения или серии пегматитовых тел. Как правило, именно для таких участков достаточно надежно установлены специфические структурные, литологические магматические факторы контроля пегматитоносности и продуктивности слагающих их пегматитовых жил.

Редкометалльные пегматиты

Статистическую ФГМ участка сосредоточения редкометалльных пегматитов рассмотрим на примере одного рудного поля, входящего в пояс редкометалльных пегматитов [11]. Рудное поле находится в юго-восточной части пегматитового пояса, в зоне влияния регионального разлома. Оно расположено в грабене, выполненном протерозойскими метаморфическими породами: конгломератами, кварц-биотитовыми, двуслюдяными и биотит-амфиболовыми сланцами, а также пластообразными телами ортоамфиболитов, дайками диабазов, гранитоидами и др. Осадочно-метаморфизованные породы залегают моноклинально с углами падения 50—70°. Оперяющие региональный разлом взбросо-сдвиги северо-западного простирания определяют блоковое строение рудного поля. Рудоконтролирующими являются внутриблоковые нарушения сбросо-сдвигового типа того же простирания. Структуру рудного поля осложняют тектонически ослабленные зоны повышенной трещиноватости северо-восточного и субширотного простирания.

Из пегматитов различных типов, распространенных в пределах рудного поля повсеместно, наибольшее промышленное значение имеют микроклин-альбитовые пегматиты с комплексным редкометалльным оруденением (Ta, Li, Cs, Be, Nb, Sn, Rb).

Таблица 16

Физические свойства и геохимическая характеристика редкометалльных пегматитов и вмещающих пород

Физические и геохимические параметры	Пегматиты	Амфиболиты	Кварц-биотитовые сланцы
δ, г/см^3	2,6±0,11	2,95±0,05	2,73±0,07
$\varkappa \cdot 10^{-6}$, ед. СИ	<10	630·1,4	240·1,6
ρ, Ом·м	50 000·1,3	20 000·1,5	20 000·1,5
Концентрации:			
$C_U \cdot 10^4$, %	7,2·1,5	4,1·1,2	5,8·1,3
$C_{Th} \cdot 10^4$, %	8,0·1,5	9,9·1,2	16,8·1,1
C_K, %	2,4·1,4	1,6·1,2	2,7·1,2
редких элементов-индикаторов	Аномальные	Фоновые	Фоновые

В экзоконтактах пегматитовых жил развиты цезиевые метасоматиты. Большинство редкометалльных пегматитовых тел имеет небольшую мощность и группируется в крутопадающие жильные серии, содержащие до 30—40 % пегматитового материала на общий объем породы.

Картирование интрузий гранитоидов и пород основного состава, а также выделение наиболее крупных разрывных нарушений эффективно проводятся по результатам традиционного комплекса крупномасштабных аэрогеофизических и гравиметрических съемок. В сочетании с данными литогеохимических съемок это позволяет выбирать площади, перспективные для проведения поисковых работ.

Задача прогнозирования собственно месторождений редкометалльных пегматитов и выделения в их пределах участков сосредоточения пегматитовых тел значительно более сложная.

Несмотря на существующие различия в физических свойствах основных структурно-вещественных комплексов (табл. 16), малые размеры отдельных пегматитовых тел, наличие большого числа аномалий-помех, опыт проведения работ обусловливает целесообразность ориентировки поисков не на отдельные пегматитовые жилы, а на участки их сосредоточения в виде жильных серий пегматитов микроклин-альбитового типа. Подобные участки являются самостоятельными геологическими объектами, имеющими промышленное значение.

Результаты комплексных геофизических работ, проведенных на рудном поле по сети 100×20 м комплексом методов в составе магниторазведки (ΔZ), дипольного электропрофилирования ($\rho_к$), метода естественного электрического поля ($U_{ЕП}$), позволили получить характеристику ФГМ серии редкометалльных пегматитовых жил (табл. 17). При этом были использованы эталонные выборки объемом 80—130 эталонных объектов каждого класса.

Статистический анализ параметров модели показал, что, не-

Таблица 17

Параметры статистической ФГМ серии редкометалльных пегматитовых жил

Моделируемые геологические объекты (геометрическая аппроксимация)	Физические поля	Статистики				
		Средние значения	Стандарты	Корреляционные матрицы		
				$\rho_к$	ΔZ	$U_{ЕП}$
Жильные серии редкометалльных пегматитов (система параллельных тонких крутопадающих пластов)	$\rho_к$	4200	1,70	1,00	0,06	0,14
	ΔZ	94	70	0,06	1,00	—0,02
	$U_{ЕП}$	—144	72	0,14	—0,02	1,00
Рудонесущие ортоамфиболиты (мощный пласт крутого падения)	$\rho_к$	3500	2,24	1,00	—0,10	—0,18
	ΔZ	61	61	—0,10	1,00	—0,38
	$U_{ЕП}$	—214	145	—0,18	—0,38	1,00
Вмещающие кварц-биотитовые породы (полупространство)	$\rho_к$	4900	2,63	1,00	0,19	0,08
	ΔZ	36	21	0,19	1,00	0,34
	$U_{ЕП}$	—154	63	0,08	0,34	1,00

Примечание. Для $\rho_к$ даны средние геометрические значения и стандартные множители. Единицы измерений: $\rho_к$, Ом·м, ΔZ, нТл, $U_{ЕП}$, мВ.

смотря на существенные перекрытия диапазонов изменений физических полей над всеми тремя разновидностями выделенных объектов, между ними существуют статистически значимые различия одномерных (средние, дисперсии) и многомерных (корреляционные матрицы) статистик. Например, если рассматривать средние значения физических полей над сериями редкометалльных пегматитов и вмещающих их пород основного состава, то только по магнитному полю наблюдаются незначимые различия этой характеристики по t-критерию Стьюдента. В то же время дисперсия магнитного поля над этими же образованиями существенно различна, что устанавливается в результате проверки гипотезы о равенстве дисперсий по F-критерию Фишера. Результаты попарного сравнения корреляционных матриц по M-статистике, аппроксимированной χ^2-распределением [19], указывают на различия в характере корреляционных связей между физическими полями. Минимальное $\chi^2 = 14{,}6$ отмечено при сравнении матриц для серий редкометалльных пегматитов и ортоамфиболитов при критической величине $\chi^2_{0{,}05;6} = 12{,}6$.

Таким образом, статистический анализ параметров ФГМ показывает существование благоприятных предпосылок для применения способов комплексного анализа данных с целью выделения участков локализации редкометалльных пегматитовых тел. Объективные возможности решения такой задачи можно проил-

Таблица 18

Корреляционная матрица геофизических и геохимических признаков

Признак	$\rho_к$	ΔZ	$U_{ЕП}$	C_{Li}	C_{Rb}	C_{Cs}	C_{Sn}
$\rho_к$	1,000	—0,100	—0,240	—0,076	0,046	—0,067	—0,001
ΔZ	—0,100	1,000	—0,174	—0,072	—0,082	—0,069	—0,010
$U_{ЕП}$	0,240	—0,174	1,000	0,172	0,270	0,179	0,060
C_{Li}	—0,076	—0,072	0,172	1,000	0,385	0,619	0,353
C_{Rb}	0,046	—0,082	0,270	0,385	1,000	0,475	0,095
C_{Cs}	—0,067	—0,069	0,179	0,619	0,475	1,000	0,245
C_{Sn}	—0,001	—0,010	0,060	0,353	0,095	0,245	1,000

люстрировать результатами факторного анализа геофизических и геохимических данных. Как известно, этот способ относится к методам классификации многомерных данных на основе принципов самообучения. Его применение требует только наличия многомерных векторов, характеризующих свойства классифицируемых объектов (точек регистрации полей), и качественных предположений об особенностях проявления искомого объекта в геофизических и геохимических полях. Последнее необходимо для интерпретации результатов факторного анализа, т. е. выделения факторов, наиболее тесно связанных с искомыми геологическими объектами. Вычислительные аспекты факторного анализа приведены во многих работах [19, 27 и др.], поэтому рассмотрим только основные результаты, полученные при обработке данных по полю редкометалльных пегматитов, проведенной с помощью пакета программ СОД «Комплексный анализ» [27].

Исходной для факторного анализа была корреляционная матрица (табл. 18), по которой выделено три фактора — F_1, F_2, F_3, учитывающих соответственно 24,8; 14,2 и 13,0 % суммарной дисперсии анализируемой выборки.

После вращения полученных факторов по методу «варимакс» исходные признаки выражаются через факторы следующим образом:

$$\rho_к = -0{,}204F_1 + 0{,}734F_2 + 0{,}075F_3 + E_1,$$
$$\Delta Z = 0{,}095F_1 - 0{,}259F_2 + 0{,}019F_3 + E_2,$$
$$U_{ЕП} = 0{,}256F_1 + 0{,}570F_2 - 0{,}017F_3 + E_3,$$
$$C_{Li} = 0{,}732F_1 + 0{,}019F_2 + 0{,}295F_3 + E_4,$$
$$C_{Rb} = 0{,}642F_1 + 0{,}248F_2 - 0{,}063F_3 + E_5,$$
$$C_{Cs} = 0{,}798F_1 + 0{,}045F_2 + 0{,}137F_3 + E_6,$$
$$C_{Sn} = 0{,}175F_1 + 0{,}004F_2 + 0{,}893F_3 + E_7,$$

Рис. 24. План изолиний факторов F_1 и F_3 — для редкометалльного пегматитового поля:

1—4 — соответственно значения $F_1>0{,}25$, $F_3>0{,}75$, $F_2>0{,}75$, $F_3>1{,}25$; *5* — контур известного участка сосредоточения редкометалльных пегматитов *(а)* и рекомендуемого к детальным поискам *(б)*

где E_1—E_7 — характерные факторы, аппроксимирующие случайную компоненту при заданном числе факторов.

Анализ нагрузок на факторы показывает, что F_1 и F_3 имеют существенно геохимическую, а F_2 — геофизическую природу. Выявление двух геохимических факторов можно объяснить, исходя из существующих представлений о закономерностях редкометалльного оруденения рассматриваемого типа: в редкометалльных пегматитах и экзоконтактовых метасоматитах. Для пегматитов типичен весь комплекс из семи редких элементов, включая редкие щелочи и олово, а для экзоконтактовых метасоматитов — только редкие щелочные металлы. Поэтому вполне естественно, что за счет вторичных ореолов лития, рубидия и цезия, развиваю-

щихся как над пегматитами, так и над метасоматитами и имеющих значительно бо́льшие размеры, чем ореолы рассеяния олова, первый фактор проявлен более весомо (в смысле вклада в суммарную дисперсию), чем третий, объясняющий распределение концентраций олова во вторичных ореолах, которые формируются только над участками сосредоточения редкометалльных пегматитов. Для прогноза площадей развития редкометалльных пегматитов по геохимическим данным необходимо выбирать области пересечения повышенных значений первого и третьего факторов. На совмещенном плане изолиний F_1 и F_3 (рис. 24) видно, что подобным областям соответствует как известный ранее, так и новый участок, перспективный на редкие элементы.

Для второго — «геофизического» фактора характерны нагрузки одного знака для полей кажущихся сопротивлений и потенциала ЕП и противоположного знака — для магнитного поля. Фактор F_2 имеет тектоническую природу и отражает развитие на площади поля сульфидизированных зон разрывных нарушений.

Таким образом, результаты факторного анализа показывают определенную независимость между геофизическими и геохимическими данными. Для исследования особенностей отражения продуктивных участков в структуре двухмерных геофизических полей необходим дополнительный анализ, который может быть выполнен с привлечением двухмерных автокорреляционных функций [31] или с использованием роз-диаграмм [11].

Изучение макроанизотропии геофизических полей способом построения роз-диаграмм направлений изолиний проведено на двух площадках размером 1×1 км: первая находится в контуре известного месторождения редкометалльных пегматитов, вторая — на безрудном участке. В целом над участком сосредоточения редкометалльных пегматитов более ярко, чем над безрудными, выражено северо-восточное и относительно слабо северо-западное простирание изолиний полей ΔZ и $\rho_к$ (рис. 25). Это свидетельствует об особенностях тектонической обстановки, способствовавшей формированию промышленного редкометалльного оруденения, в частности, о рудоконтролирующем характере северо-восточных разрывных нарушений [11].

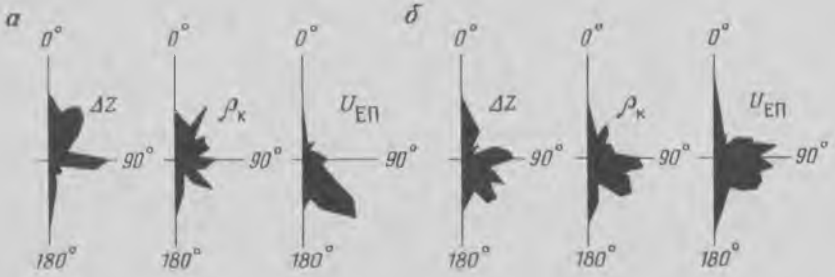


Рис. 25. Розы-диаграммы направлений изолиний физических полей над участками сосредоточения редкометалльных пегматитов (*а*) и «безрудным» (*б*)

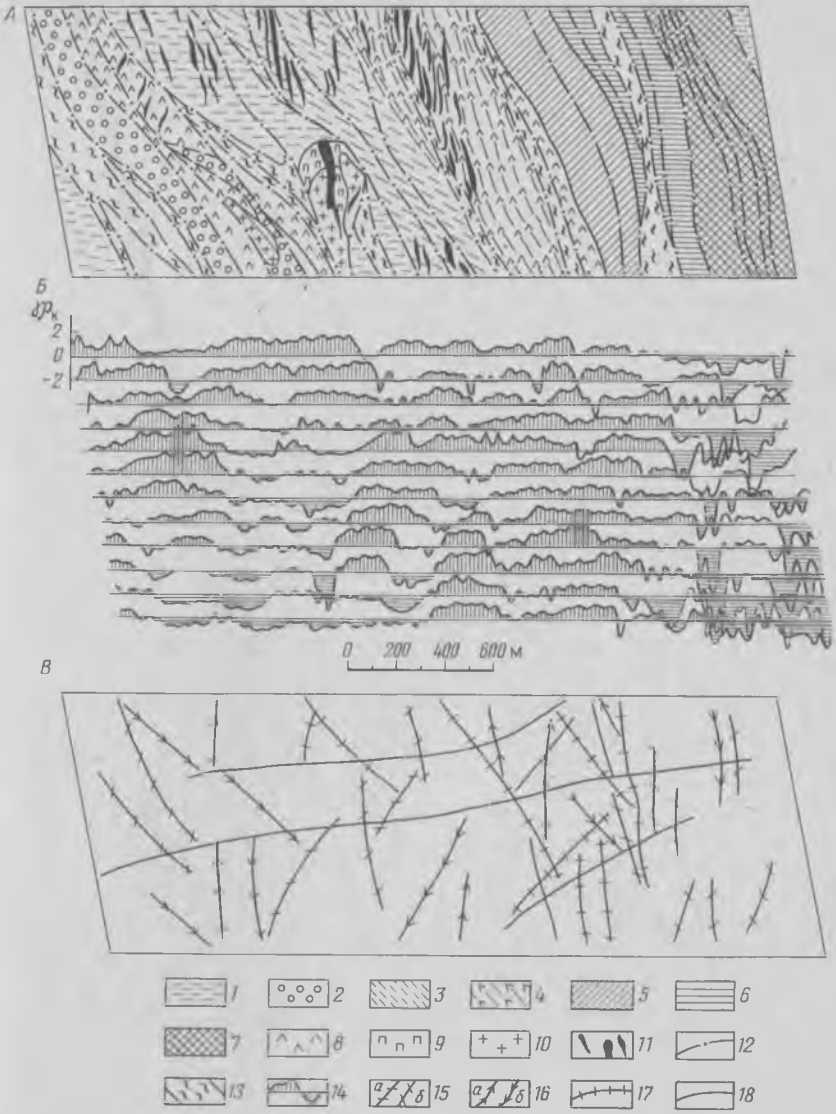


Рис. 26. Результаты автоматизированной фильтрации данных метода симметричного электропрофилирования:

а — геологическая карта (по И. А. Полетаеву и Г. Г. Несмелову); *б* — план графиков $\gamma\rho_н$; *в* — результаты фильтрации; *1* — двуслюдяные и кварц-биотитовые сланцы; *2* — конгломераты первой пачки; *3* — кварц-биотитовые сланцы второй пачки; *4* — существенно амфиболитовые породы третьей пачки; *5* — кварц-биотитовые сланцы четвертой пачки; *6* — карбонатизированные биотитовые сланцы пятой пачки; *7* — катаклазиты по биотитовым сланцам свиты *3*; *8* — ортоамфиболиты; *9* — ультраосновные породы; *10* — гранитоиды; *11* — редкометалльные пегматиты; *12* — разрывные нарушения; *13* — зоны милонитов; *14* — графики кажущихся сопротивлений, центрированные относительно фона и нормированные по его стандарту; оси, выделенные по программе самонастраивающейся фильтрации с блоком распознавания формы аномалий: *15* — положительных (*а*) и «отрицательных» (*б*) градиентов, *16* — положительных (*а*) и «отрицательных» (*б*) аномалий, *17* — аномалии нераспознанной формы, *18* — аномалий, выделенных по программе фильтрации методом главных компонент

Построение статистической ФГМ позволяет не только установить возможности тех или иных поисковых методов и выявить особенности отражения участков локализации редкометалльных пегматитов в физических и геохимических полях, но и обосновать методику автоматизированной комплексной интерпретации [11]. В данном случае она предусматривает: выделение слабых геофизических аномалий с целью картирования рудоконтролирующей разрывной тектоники; автоматизированный комплексный анализ поисковой информации для выявления участков локализации редкометалльных пегматитов; составление сводной схемы интерпретации геолого-геофизических данных.

В качестве примера реализации первого этапа на рис. 26 показаны результаты обработки данных дипольного электропрофилирования по части площади, включающей известный участок сосредоточения редкометалльных пегматитов. Применение алгоритма самонастраивающейся фильтрации [31] в сочетании с распознаванием формы выделенных аномалий и фильтрацией методом главных компонент [11] позволило выделить в поле кажущихся сопротивлений слабые геофизические аномалии северо-восточного и субширотного направлений, совершенно непроявленные визуально на исходном плане графиков $\rho_к$. Участки сосредоточения редкометалльных пегматитов тяготеют преимущественно к узлам пересечения этих разрывных нарушений с дизъюнктивами северо-западного направления.

Второй этап обработки комплексной геофизической информации предусматривает использование программ классификации, основанных на принципах как обучения (программы распознавания), так и самообучения (факторный анализ) [11].

Слюдоносные пегматиты

Физико-геологическая модель рассматривается для мамской слюдоносной полосы.

На площади района развиты метаморфические толщи верхнего протерозоя патомской серии мамской подсерии. В составе мамской подсерии выделяют три свиты: витимскую, слюдянкинскую и согдиондонскую. Наиболее продуктивными считаются слюдянкинская и согдиондонская. Пегматиты в районе делятся на две группы: ранние — существенно плагиоклазовые и более поздние — плагиоклаз-микроклиновые. Основным фактором контроля размещения пегматитов является тектонический — наложенные деформации и разрывные нарушения северо-западной и субмеридиональной ориентировок. Наряду с тектоническим важное значение имеет литологический фактор. Наиболее благоприятным для формирования пегматитов является контакт жестких пород с пластичными. Замечено также, что наибольшим количеством пегматитового материала отличаются пачки с частым и тонким переслаиванием пород различного петрографического состава.

Пегматитовые поля представлены широким разнообразием по

Таблица 19

Физические свойства слюдоносных пегматитов и вмещающих пород

Параметр	Пегматиты	Вмещающие породы (гнейсы)	
		дистен-гранат-биотитовые	гранат-биотитовые
δ, г/см^3	2,61±0,03	2,79±0,06	2,77±0,06
$\varkappa \cdot 10^6$, ед. Си	25·1,1	300·1,5	390·1,6
ρ, Ом·м	22 000·1,5	13 000·1,3	16 000·1,3

Примечание. Здесь, а также в табл. 20—22 даны средние значения параметров и стандарты (стандартные множители).

форме и размерам пегматитовых тел. В основном это сложные по форме тела с многочисленными апофизами. По условиям залегания встречаются согласные, секущие и пластово-секущие тела с углом падения от 20 до 70°. Длина тел от 20 до 500 м, мощность 2—100 м. Скопления пегматитовых тел могут занимать площадь до 1—2 км^2, в разрезе от 40 до 70 %. Из двух типов пегматитов — плагиоклазовых и плагиоклаз-микроклиновых — основными промышленными объектами являются последние. Кристаллы мусковита в отдельных пегматитовых телах распределены неравномерно, образуя слюдоносные участки, зоны и гнезда различной величины. Зоны промышленного ослюденения имеют мощность 2—20 м при протяженности от 5 до 100 м.

По физическим свойствам на фоне вмещающих пород пегматиты отмечаются пониженными значениями плотности и магнитной восприимчивости и повышенным удельным электрическим сопротивлением (табл. 19).

При геофизических поисках слюдоносных пегматитов важной задачей является не только выделение участков скопления пегматитового материала, но и разделение их на потенциально слюдоносные и непромышленные. Поэтому при формировании статистической ФГМ целесообразно рассматривать и характеризовать три основных структурно-вещественных комплекса: вмещающие породы, непромышленные и слюдоносные пегматиты. В качестве примера рассмотрим результаты статистической обработки геофизических полей по четырем эталонным площадкам одного из участков Витимского поля слюдоносных пегматитов. По двум площадкам над вмещающими породами и по одной над скоплениями промышленных и непромышленных пегматитов были сформированы выборки значений физических полей, причем минимальный объем выборки составил 110 точек. На эталонных площадках пегматиты занимают 40—70 % площади в разрезах. Результаты обработки сведены в табл. 20.

По данным табл. 20 видно, что для всех геофизических методов

Таблица 20

Статистические параметры ФГМ при поисках слюдоносных пегматитов

Физические поля	Структурно-вещественные комплексы			Различия средних значений физических полей по t-статистике для пегматитов		
	Промышленные пегматиты	Непромышленные пегматиты	Вмещающие породы	непромышленных на фоне вмещающих пород	промышленных на фоне вмещающих пород	промышленных и непромышленных
$\Delta g \cdot 10^5$ м/с^2	$-4,7 \pm 0,2$	$-4,1 \pm 0,1$	$-4,2 \pm 0,2$	3,6	11,0	22,2
ΔZ, нТл	-25 ± 82	80 ± 67	55 ± 47	5,4	13,2	15,0
$U_{ЕП}$, мВ	-17 ± 25	-36 ± 28	-5 ± 17	10,2	4,5	5,6
$\rho_к$, Ом·м	33 000·1,7	63 000·1,9	22 000·2,0	12,2	5,6	8,6

Примечание. Значения $\rho_к$ приведены по данным метода СГ.

наблюдаются значимые различия между средними значениями физических полей над рассматриваемыми СВК (при 5 %-ном уровне значимости $t_{крит} \approx 2$). Безусловно, значительный объем выборок на отдельных эталонных площадках не может компенсировать слабой представительности модели, вызванной малым числом самих площадок. В целом это общий недостаток статистических моделей в геолого-геофизических приложениях, так как опыт показывает, что механический перенос каких-либо характеристик изученного объекта на новый без учета специфики геологической обстановки сопровождается, как правило, существенными ошибками. Поэтому основной практический выход статистических ФГМ, формируемых по относительно небольшому числу эталонных объектов и сопровождающих их геологических ситуаций, заключается в оценке принципиальных возможностей поисковых методов, их информативности (в данном случае по величине t-статистики) при решении поисковых задач. Так, в рассматриваемом примере устанавливаются пониженные средние значения полей Δg, ΔZ, $\rho_к$ над промышленными слюдоносными пегматитами по сравнению с непромышленными. Этот факт является основой для предположения о залегании пегматитов в тектонически ослабленных зонах, возможно, определяющих их промышленную слюдоносность.

Зависимость геофизических полей от множества трудноконтролируемых факторов и наличие значительного числа аномалий-помех обусловливают важность признаков, непосредственно связанных с вещественным составом пегматитов. К таким признакам можно отнести радиохимические поля, регистрируемые в гамма-спектрометрическом методе. Предпосылки для применения этого метода имеются (рис. 27, табл. 21).

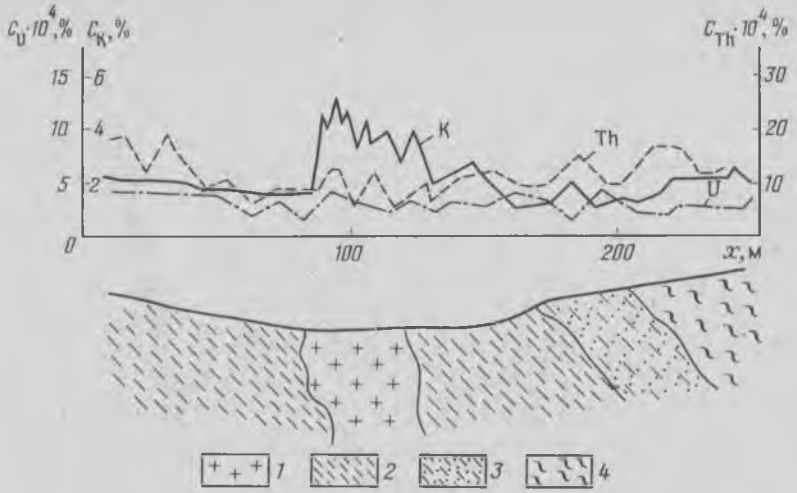


Рис. 27. Гамма-спектрометрическая аномалия над пегматитовым телом (по Н. В. Иванюшину, 1981 г.):

1 — пегматит плагиоклаз-микроклиновый; гнейсы: *2* — скаполит-биотитовые, *3* — дистен-гранат-биотитовые, *4* — биотитовые

Для выяснения возможностей выделения пегматитов на фоне вмещающих пород и разделения их по степени перспективности по эталонным участкам были сформированы выборки объемом 60 точек каждая по данным наземной площадной гамма-спектрометрической съемки. Сравнение данных табл. 22 и 21 показывает, что разрешающая способность метода при изучении концентраций радиоактивных элементов в рыхлых отложениях резко падает, особенно для урана и тория (рис. 28). Однако информативность калиевого канала остается высокой и подтверждает тенденции, наблюдающиеся на рис. 27.

Существенную информацию о распределении радиоактивных элементов несут корреляционные связи между их содержаниями (табл. 23).

Таблица 21

Концентрация (в %) урана, тория и калия для слюдоносных пегматитов и вмещающих пород в коренном залегании

Концентрация элемента	Пегматиты		Гранит-биотитовые и дистен-гранат-биотитовые гнейсы
	промышленные	непромышленные	
$C_U \cdot 10^4$	4,1±1,2	3,5±0,8	2,2±0,6
$C_{Th} \cdot 10^4$	11,6±3,5	9.8±2,0	5,6±2,2
C_K	2,2±0,7	1,9±0,4	1,2±0,4

Таблица 22

Статистическая характеристика слюдоносных пегматитов и вмещающих пород по данным гамма-спектрометрической съемки по вторичным ореолам рассеяния

Концентрация элементов	Пегматиты		Вмещающие породы	Различия средних значений по t-статистике для пегматитов		
	промышленные	непромышленные		непромышленных на фоне вмещающих пород	промышленных на фоне вмещающих пород	промышленных и непромышленных
$C_U \cdot 10^4$, %	3,8±1,0	3,8±1,8	3,0±1,1	3,37	4,43	0,37
$C_{Th} \cdot 10^4$, %	11,5±10,0	10,1±9,4	9,7±18,8	0,57	2,54	1,40
C_K, %	2,23±0,54	1,98±0,13	1,36±0,15	9,09	11,35	3,85

По данным табл. 23 хорошо видно значительное сходство корреляционных матриц, рассчитанных по содержаниям радиоактивных элементов над пегматитами непромышленного типа и вмещающими породами. Значение M-статистики, аппроксимированной χ^2-распределением [19], в данном случае равно 2,9 при критическом значении 12,6. Слюдоносные пегматиты промышленного типа резко отличаются от объединенной корреляционной матрицы этих двух СВК; $\chi^2=23$ при том же критическом значении. Очевидно, это свидетельствует о своеобразии геохимических процессов, ведущих к образованию промышленного ослюденения.

Итак, формирование статистических ФГМ таких сложных объектов геофизических поисков, как редкометальные и слюдо-

Таблица 23

Корреляционные матрицы для основных СВК по данным гамма-спектрометрии

Структурно-вещественный комплекс	Элементы	U	Th	K
Слюдоносные пегматиты промышленного типа	U	1,0	0,40	0,12
	Th	0,40	1,0	0,01
	K	0,12	0,01	1,0
Пегматиты непромышленного типа	U	1,0	0,65	0,45
	Th	0,65	1,0	0,45
	K	0,45	0,45	1,0
Вмещающие породы	U	1,0	0,55	0,55
	Th	0,55	1,0	0,48
	K	0,55	0,48	1,0

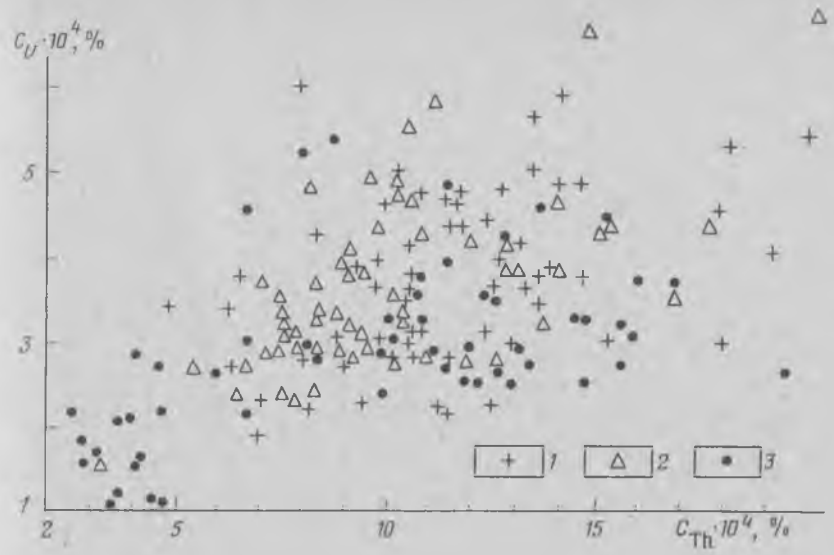


Рис. 28. Распределение точек гамма-спектрометрических наблюдений в плоскости концентраций урана и тория:

1 — над промышленными слюдоносными пегматитами; *2* — над непромышленными пегматитами; *3* — над вмещающими породами

носные пегматиты, позволяет установить возможности поисковых методов и обосновать необходимость применения статистических способов обработки и анализа информации. Основные элементы методики комплексного анализа геофизических данных при поисках слюдоносных пегматитов имеют, несмотря на своеобразие геологической обстановки, много общего с рассмотренными выше для редкометальных пегматитов.

4.2. СПОСОБЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Для обработки и анализа массовой геофизической информации используются разнообразные статистические способы [27, 31, 42], которые предназначены для решения трех основных задач: 1) прогноза некоторых характеристик объекта по результатам измерений косвенных геофизических признаков; 2) выделения слабых геофизических аномалий на фоне помех; 3) классификации объектов по комплексу геофизических признаков. Математическое обеспечение этих задач основывается соответственно на регрессионных моделях, моделях фильтрации и распознавания. Решение конкретных геологических задач обычно требует определенной адаптации статистических моделей, положенных в основу применяемых способов анализа информации, а также реализующих их алгоритмов. Далее рассмотрены способы анализа геофизических данных, разработанные с учетом специфики решаемых задач.

Регрессионные модели

При решении геофизических задач часто используется приближение изучаемого признака $y(x)$ линейной математической моделью:

$$y(x) \approx \hat{y}(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j \varphi_j(x), \tag{4.1}$$

где c_j — коэффициенты при j-й, в общем случае нелинейной базисной функции $\varphi_j(x)$.

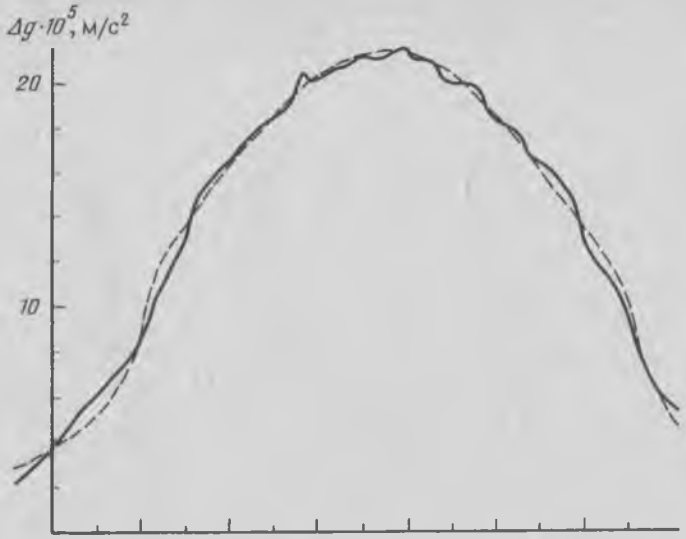
Оценка $\hat{y}(x)$ случайной величины $y(x)$ называется регрессией y на x. Важность регрессионной модели (4.1) заключается в оптимальности прогноза величины $y(x)$ по заданному значению аргумента [32]. Это свойство регрессионных моделей используется в корреляционных методах интерпретации геофизических данных [42], при прогнозировании физических свойств горных пород и содержаний полезных элементов по данным ГИС [24]. Регрессионная модель может быть применена для решения линейных обратных задач. В этом случае основная цель — определение коэффициентов, которые характеризуют амплитудные множители при координатных базисных функциях, аппроксимирующих геометрию изучаемого геологического разреза [44].

Для определения параметров регрессионной модели необходимо задать систему базисных функций для m точек, на которых известны значения выходной переменной y. Если $m > n$, то коэффициенты в уравнении (4.1) могут быть определены по методу наименьших квадратов, гарантирующему минимальную величину средней квадратической невязки между регрессией $\hat{y}(x)$ и аппроксимируемой переменной $y(x)$. Обычный способ определения коэффициентов на основе формируемой системы нормальных уравнений требует обращения матрицы размером $n \times n$. Как известно, эта процедура весьма чувствительна к ошибкам вычислений и измерений входных и выходных переменных. В [40] приведен наиболее надежный алгоритм вычисления коэффициентов, основанный на применении сингулярного разложения матрицы плана A. Элементами этой матрицы a_{ij} являются значения базисных функций: $a_{ij} = \varphi_j(x_i)$; $i = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, n$. Согласно (4.1) данные измерений на m точках можно записать в виде

$$Y \approx A\vec{c}, \tag{4.2}$$

где $\vec{c} = [c_1, \ldots, c_n]$ — вектор-столбец определяемых коэффициентов.

Представление матрицы A в виде сингулярного разложения [см. (2.2)] позволяет преобразовать (4.2) в эквивалентную диагональную систему, решения которой следует выбирать с учетом реальной точности вычислений и исходных данных, отбрасывая элементы разложения, соответствующие сингулярным числам σ_j, меньшим заданной точности τ. Эта операция дает возможность определения коэффициентов благодаря уменьшению числа обус-



0,35	0,23	0,3	0,35
0,08	0,44	0,41	0,08
0,08	0,36	0,33	0,07
0,11	0,28	0,26	0,08
0,12	0,22	0,21	0,08

1
2
3
0,36 4

Рис. 29. Решение линейной обратной задачи гравиразведки для массива ортоамфиболитов:

1 — наблюденная кривая Δg; *2* — кривая Δg, подобранная по алгоритму сингулярного разложения для $\tau_{\sigma_1}=0{,}03$; *3* — ортоамфиболиты; *4* — избыточные плотности призм в г/см³

ловленности матрицы A от σ_1/σ_n до σ_1/τ. При этом, как правило, невязка возрастает, но надежность получающегося регуляризованного решения с избытком оправдывает эту потерю.

В качестве примера рассмотрим результаты решения линейной обратной задачи гравиразведки с целью определения морфологии массива ортоамфиболитов, контролирующих размещение редкометальных пегматитов. Массив вытянут в горизонтальном направлении, и положение его в плане надежно определено по данным магниторазведки. Для решения линейной обратной задачи аппроксимируем разрез набором из 20 горизонтальных прямоугольных призм (рис. 29). Для 80 точек на профиле ($m=80$) и 21 базисной функции ($n=21$) была рассчитана матрица плана A. Очевидно, что элемент a_{ij} этой матрицы выражает эффект j-й прямоугольной призмы ($j=1, \ldots, 20$) в i-й точке ($i=1, \ldots, 80$), причем плотность такой призмы принята равной 1. Элемент $a_{i21}=1$, что позволяет включить в число определяемых элементов неизвестный уровень нормального поля.

Расчеты выполнены с использованием подпрограммы сингулярного разложения матриц *SVD* [40]. Матрица плана характеризуется большим числом

обусловленности; $\sigma_1 = 125{,}01$, $\sigma_2 = 0{,}000346$. Приемлемое решение получено при значении $\tau/\sigma_1 = 0{,}03$, что соответствует использованию первых восьми сингулярных чисел. В этом случае избыточные плотности (коэффициенты при 1—20-й базисных функциях) близки к избыточной плотности ортоамфиболитов, равной 0,3 г/см³ (см. рис. 29). Коэффициент при 21-й базисной функции равен фоновому значению, $\Delta g_\Phi = 0{,}05 \cdot 10^{-5}$ м/с². Величина средней квадратической невязки $\Delta = 0{,}48 \cdot 10^{-5}$ м/с². Уменьшение границы относительной точности до $\tau/\sigma_1 = 0{,}001$ приводит к использованию 13 первых сингулярных чисел. При этом невязка уменьшается, $\Delta = 0{,}23 \cdot 10^{-5}$ м/с², но значения избыточных плотностей становятся совершенно нереальными, изменяясь от —6,37 до 7,8 г/см³ при $\Delta g_\Phi = 4{,}15 \times 10^{-5}$ м/с².

Таким образом, для получения надежных регрессионных моделей на основе сингулярного разложения необходимо задавать реальную погрешность исходных данных, которая в общем случае складывается из ошибки измерения физического поля и его дисперсии, вызванной неоднородностью строения изучаемого объекта. В большинстве случаев эта дисперсия преобладает над ошибками измерений, и ее оценка по исходному материалу не всегда проста. В связи с этим была разработана подпрограмма *LSQSVD*, предусматривающая определение коэффициентов уравнения регрессии на основе алгоритма сингулярного разложения с выбором устойчивого решения по результатам прогноза на контрольных выборках, формируемых из основной выборки случайным образом.

При решении задач прогноза и интерполяции в качестве регрессионной модели наиболее часто используется степенной многочлен. Такая полиномиальная аппроксимация не всегда оправдана физическими соображениями, и более эффективными оказываются базисные функции, выбранные с учетом специфики решаемых задач [2]. В качестве иллюстрации целенаправленного формирования регрессионной модели рассмотрим задачу прогнозирования содержаний железа по данным каротажа магнитной восприимчивости (КМВ).

Методика опробования по данным КМВ успешно применяется при разведке месторождений железистых кварцитов [12]. Для скарново-магнетитовых месторождений ангаро-илимского типа, отличающихся разнообразием структурно-текстурных типов руд и значительной кавернозностью скважин, вопросы надежности опробования рудных интервалов по данным КМВ стоят достаточно остро, так как известно [29], что измеренное в точке значение магнитной восприимчивости $\varkappa$ является сложной функцией, зависящей не только от содержания магнитного железа, но и от ряда других факторов: текстурно-структурных особенностей оруденения, геометрии измерений, электропроводности руд и др.

Запишем для i-й точки значение магнитной восприимчивости в виде

$$\varkappa_i = \varphi(\mathrm{Fe}_i,\ d_i,\ p_i), \tag{4.3}$$

где Fe_i — содержание железа; d_i — диаметр скважины; p_i — вектор параметров, характеризующих геометрию измерений, тек-

стурно-структурные особенности руд и другие трудно контролируемые факторы.

Задача прогноза состоит в определении содержания Fe по измеренным значениям $\varkappa$, т. е. для этой же точки решение уравнения (4.3) относительно содержания железа можно записать в виде функции ψ, обратной по отношению к (4.3): $\mathrm{Fe}_i = \psi(\varkappa_i, d_i, p_i)$. Практически вид этой функции точно не известен. Поэтому представим ее в виде разложения в ряд Тейлора по степеням $\varkappa_i$ и d_i в окрестности точки с координатами $\varkappa_0$ и d_0. При разложении в ряд ограничимся членами второй степени:

$$\mathrm{Fe}_i \approx \psi(\varkappa_0, d_0) + \psi'_{\varkappa}(\varkappa_i - \varkappa_0) + \psi'_{d}(d_i - d_0) + \frac{1}{2}\psi''_{\varkappa}(\varkappa_i - \varkappa_0)^2 + \\ + \psi''_{\varkappa d}(\varkappa_i - \varkappa_0)(d_i - d_0) + \frac{1}{2}\psi''_{d}(d_i - d_0)^2. \qquad (4.4)$$

где $\psi(\varkappa_0, d_0)$, ψ', ψ'' — соответственно значения функции, ее первых и вторых частных производных в точке $(\varkappa_0, d_0)$.

Ясно, что значения производных зависят также от неизвестных параметров p, входящих в формулу (4.3) и в свою очередь влияющих на измеренные значения магнитной восприимчивости. Поэтому можно ожидать, что изменчивость магнитной восприимчивости на интервале опробования отражает влияние этих параметров, косвенно связанных также с величиной и изменчивостью диаметра скважины.

Пусть на интервале опробования с некоторым шагом дискретизации снято n значений магнитной восприимчивости. Для этого же интервала по керну определяется содержание железа. Оценку этого содержания можно записать

$$\overline{\mathrm{Fe}} \approx \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mathrm{Fe}_i,$$

где Fe_i определяется выражением (4.4), после подстановки которого формулу среднего содержания железа можно записать

$$\overline{\mathrm{Fe}} = c_0 + \sum_{i=1}^{5} c_i M_i, \qquad (4.5)$$

где $c_0 = \bar{\psi}(\varkappa_0, d_0)$; $c_1 = \bar{\psi}'_{\varkappa}$; $c_2 = \bar{\psi}_d'$; $c_3 = (1/2)\bar{\psi}''_{\varkappa}$; $c_4 = \bar{\psi}''_{\varkappa d}$; $c_5 = (1/2)\psi_d''$ — средние значения коэффициентов разложения на интервале опробования; M_1—M_5 — статистические моменты случайных величин $\varkappa$ и d, вычисленные относительно точки $\varkappa_0$, d_0:

$$M_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\varkappa_i - \varkappa_0); \quad M_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(d_i - d_0);$$

$$M_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\varkappa_i - \varkappa_0)^2; \quad M_4 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\varkappa_i - \varkappa_0)(d_i - d_0);$$

$$M_5 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(d_i - d_0)^2. \qquad (4.6)$$

Очевидно, что моменты M_1 и M_2 характеризуют смещение средних значений $\varkappa$ и d относительно выбранных уровней $\varkappa_0$ и d_0; M_3 и M_5 отражают дисперсию признаков, а M_4 — связь между ними на интервале опробования.

Таким образом, формула (4.5) — регрессионная модель, в которой базисными функциями являются статистические моменты, вычисляемые для каждого интервала опробования по формулам (4.6). Частный случай (4.5) — линейная модель: $Fe = a + b\bar{\varkappa} + c\bar{d}$, где $\bar{\varkappa}$ и $\bar{d}$ — средние значения соответствующих характеристик по интервалу опробования.

Из (4.5) и (4.6) следует, что регрессионная модель учитывает изменчивость и корреляцию на интервалах опробования как магнитной восприимчивости, так и диаметра скважин. Из (4.4) также очевидно, что в модель входит определенная часть нелинейности неизвестной функции $\psi(\varkappa, d)$. Кроме того, в формуле (4.5) существенная доля поправки за диаметр скважины заложена в коэффициенты c_2 и c_5 при степенях d.

Рассмотрим основные результаты расчетов, проведенных совместно с Г. М. Дехнич, для Рудногорского скарново-магнетитового месторождения. Были использованы результаты КМВ с аппаратурой ТСМК-30, данные кавернометрии и эталонная выборка из 120 рудных интервалов средней длиной 4 м с 90—100 %-ным выходом керна. Для каждого интервала по диаграммам с масштабом глубин 1 : 200 были сняты значения $\varkappa$ и d с шагом 1 мм. Анализировалась возможность прогнозирования содержаний общего железа, причем для проб по эталонным интервалам концентрация железа изменялась от первых процентов до 59 %. Расчеты проводились по пакету фортрановских программ, включающему подпрограммы для расчета статистических моментов и уже упоминавшуюся подпрограмму регрессионного анализа *LSQSVD*.

Уравнение регрессии содержаний железа на магнитную восприимчивость имеет вид $Fe = 21{,}4 + 12{,}8\varkappa$ при величине невязки 5,13 % содержания железа. При использовании пяти статистических моментов, рассчитанных относительно средних значений $\varkappa_0$ и d_0 для эталонной выборки, уравнение регрессии выглядит так: $Fe = 21{,}4 + 12{,}6\ M_1 + 1{,}83\ M_2 - 0{,}238\ M_3 + 2{,}10\ M_4 + 1{,}12\ M_5$, а величина среднего квадратического отклонения содержаний относительно линии регрессии составляет 3,7 % и значимо отличается от величины невязки при использовании уравнения, зависящего только от значений магнитной восприимчивости. Необходимо отметить, что матрица плана, составленная из пяти статистических моментов и столбца единиц (для определения постоянного члена) в данном случае имеет очень небольшое число обусловленности $\sigma_1 = 14{,}8$, $\sigma_6 = 5{,}1$, что свидетельствует о высокой надежности коэффициентов регрессионной модели.

Самонастраивающаяся фильтрация

В настоящее время в рудной геофизике способ самонастраивающейся фильтрации (СНФ) является, пожалуй, одним из самых мощных средств для выделения слабых геофизических аномалий

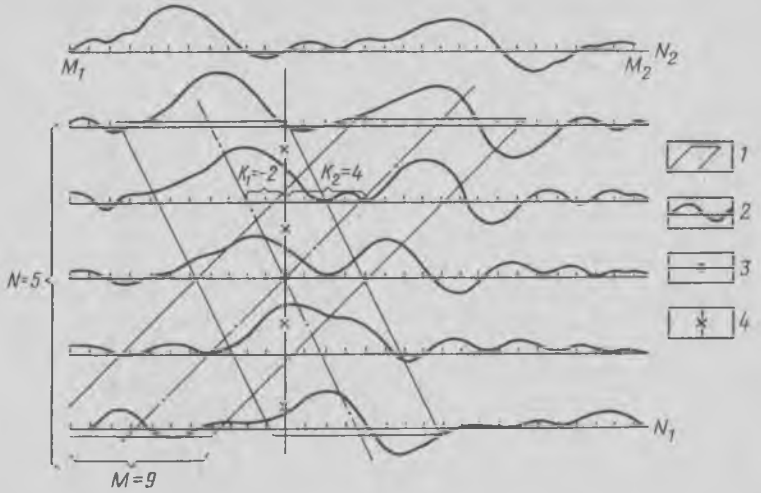


Рис. 30. Передвижение окна при самонастраивающейся фильтрации:
1 — контур скользящего окна; *2* — графики поля; *3* — центр вращения окна; *4* — направление, перпендикулярное к профилям; N_1, N_2 и M_1, M_2 — границы участка обработки, выраженные соответственно номерами крайних профилей и пикетов; N и M — размеры окна; K_1, K_2 — пределы изменения наклона окна

на фоне интенсивных помех. Подробное изложение принципов самонастраивающейся фильтрации приведено в [31]. Наиболее важные достоинства алгоритма: минимум априорной информации, необходимой для проведения фильтрации; возможность выделения слабых аномалий неизвестной формы и простирания; высокая степень автоматизации, обеспечиваемая алгоритмом; возможность статистической оценки надежности выделенных аномалий. Самонастраивающаяся фильтрация геофизических полей сложной структуры, практически не расшифровываемой традиционными методами визуального анализа изображений полей, позволяет радикально повысить геологическую эффективность геофизических методов при решении задач поисков и геологического картирования за счет возможности выделения слабых геофизических аномалий и составления детальных корреляционных схем. Эффективность реализации способа СНФ в описываемой ниже модификации подтверждена опытом обработки значительных объемов геофизической информации по полям редкометальных и слюдоносных пегматитов, а также при поисках других полезных ископаемых и решении задач детального геологического картирования.

Рассматриваемая модификация алгоритма СНФ позволяет выделять слабые аномалии, распознавать их форму и проводить линейную адаптивную фильтрацию исходного поля. Оптимальность обработки достигается при выполнении следующих условий: 1) аддитивная модель — аномалия + независимая нормально распределенная случайная помеха; 2) линейность в плане аномальных осей, попадающих в контур окна фильтрации; 3) отсутствие

Таблица 24

Массив значений поля в контуре скользящего окна

Номер профиля в пределах окна	Номер точки в пределах окна				
	1	. . .	j	. . .	M
1	f_{11}	. . .	f_{1j}	. . .	f_{1M}
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
i	f_{i1}	. . .	f_{ij}	. . .	f_{iM}
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
N	f_{N_1}	. . .	f_{Nj}	. . .	f_{NM}
Средние значения	$\bar{f}_1$	. . .	$\bar{f}_j$	. . .	$\bar{f}_M$
Стандартные отклонения	S_1	. . .	S_j	. . .	S_M

существенной изменчивости формы, размеров и амплитуды аномалии в пределах того же контура; 4) выделение аномалий с простиранием осей, отличающимся от направления профилей съемочной сети; 5) относительно плавное в пределах окна изменение региональной составляющей поля. Опыт обработки показывает, что незначительные нарушения этих условий не сказываются существенно на эффективности фильтрации.

Самонастраивающийся фильтр нелинеен, и на его выходе определяют энергетическое отношение аномалия/помеха — μ, являющееся функцией значений поля, попавших в контур скользящего двухмерного окна. Схема передвижения окна по площади показана на рис. 30. Изменение координат центра и наклона окна позволяет по максимальным значениям μ настраиваться на выделение аномалий, а следовательно, определять их местоположение и простирание. В частности, на рис. 30 одно положение окна соответствует попаданию в его контур аномалии с простиранием, совпадающим с наклоном окна. Очевидно, что по сравнению с μ для других углов наклона вычисленное для данного положения окна значение μ должно быть максимальным.

При каждом новом положении окна (т. е. при изменении положения центра окна или наклона его оси) по значениям поля на точках, попавших в его контур, вычисляется энергетическое отношение

$$\mu = \bar{a}^2/S^2, \tag{4.7}$$

где $\bar{a}^2$ — оценка среднего квадрата амплитуды аномалии; S^2 — оценка дисперсии помехи.

Допустим, что в некотором положении центр окна расположен в пределах контура аномалии, а направление оси окна совпадает

с ее простиранием. Представим значения поля в окне в виде двухмерного массива (табл. 24). Очевидно, в данном случае суммирование значений в столбцах табл. 24 (т. е. в направлении простирания аномалии) ведет к накоплению полезного сигнала. Следовательно, строка средних значений поля есть усредненная по N профилям аномалия, энергию которой характеризует средний квадрат аномальных значений

$$\bar{a}^2 = \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M}\bar{f}_j^2 = \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M}\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}f_{ij}\right)^2.$$

Если из значений поля в каждом столбце вычесть соответствующее ему среднее значение, то остаточное поле будет представлено помехой, оценка дисперсии которой

$$S^2 = \frac{1}{NM}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}(f_{ij}-\bar{f}_j)^2 = \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M}S_j^2,$$

где S_j^2 — оценка дисперсии помехи для j-го столбца табл. 24,

$$S_j^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(f_{ij}-\bar{f}_j)^2.$$

В области нормального поля значение $\mu/(N+1)$ распределено по закону Фишера с M и MN степенями свободы, что при заданном уровне значимости позволяет выбирать пороговое значение $\mu_{крит}$, превышение которого свидетельствует об аномальном характере распределения поля в пределах окна. Используя нецентральное F-распределение, можно оценивать надежность выделенной аномалии [31].

Данные табл. 24 можно рассматривать также с позиций дисперсионного анализа, вычисляя для проверки гипотезы о равенстве средних значений в столбцах табл. 24 статистику [26]

$$F = \left[\frac{1}{M-1}\sum_{j=1}^{M}n_j(\bar{f}_j-\bar{\bar{f}})^2\right] \Big/ \left[\frac{1}{n-M}\sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{N}(f_{ij}-\bar{f}_j)^2\right], \quad (4.8)$$

где $\bar{\bar{f}}$ — среднее значение поля в окне,

$$\bar{\bar{f}} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f_k,$$

а n — число значений поля в окне (часть значений может отсутствовать либо по техническим причинам, либо за счет выхода на краях площади части точек окна за контур обрабатываемого участка); n_j — число значений поля в j-м столбце ($n_j \leqslant N$).

Смысл формул (4.7) и (4.8) аналогичен, так как и в том и в другом случае числитель характеризует энергию аномалии, а знаменатель — дисперсию помехи, но формула (4.8) реализует

алгоритм вычисления энергетического отношения с одновременным исключением региональной составляющей.

В области нормального поля значения F-статистики распределены также по закону Фишера, но с $(M-1)$ и $(n-M)$ степенями свободы соответственно числителя и знаменателя. Это позволяет определять пороговое значение F для выделения аномалий. Так как в общем случае число значений поля в окне — величина переменная, для автоматического изменения порога целесообразно использовать аппроксимацию F-статистики нормально распределенной стандартизованной величиной

$$Z = [(1 + 2/9\nu_2) F^{1/3} - (1 - 2/9\nu_1)] \Big/ \sqrt{(2/9\nu_2) F^{2/3} + 2/9\nu_1}\,, \quad (4.9)$$

где $\nu_1 = M-1$, а $\nu_2 = n-M$ — число степеней свободы соответственно числителя и знаменателя для F-статистики [см. (4.8)]. Использование аппроксимации (4.9) позволяет принимать в качестве порогового значения $Z_{крит}$, соответствующее квантилю нормального распределения при заданном одностороннем уровне значимости.

Нелинейный выход самонастраивающегося фильтра с определенной вероятностью позволяет установить факт наличия или отсутствия аномалии, но само по себе значение μ и Z информации о форме выделенной аномалии в явном виде не дает, так как сигналам различной формы, но одинаковой энергии соответствуют одни и те же значения энергетического отношения. При геологической интерпретации результатов самонастраивающейся фильтрации важно знать хотя бы форму выделенной аномалии, что позволяет судить о геологических причинах, вызвавших ее появление. Например, аномалии типа «градиент» могут быть связаны либо с контактами горных пород, либо с боковыми градиентами аномалий значительных размеров. Аномалии пониженных значений кажущегося сопротивления (отрицательные аномалии) часто увязываются с зонами разрывных нарушений и т. д. Формулируя требования к алгоритму распознавания формы аномалии (РФА), следует иметь в виду, что само назначение СНФ — выделение аномалий на фоне значительных помех — не позволяет надеяться на очень дробную классификацию форм сигналов, значительно осложненных помехами. Поэтому вполне правомерно качественное распознавание, позволяющее разделять аномалии на довольно грубые классы: «положительные» и «отрицательные» аномалии, «градиенты» поля и др.

Объектом классификации в алгоритме РФА [11] является вектор средних значений $\bar{f}_1, \ldots, \bar{f}_M$ (см. табл. 24), отражающий форму выделенной аномалии. В процессе распознавания аномалия может быть отнесена к одному из классов (рис. 31).

Естественно, что любой из рассматриваемых классов подразумевает множество аномалий с различными нюансами поля, но общей чертой каждого множества должна являться некоторая обобщенная характеристика формы аномалий, которую можно

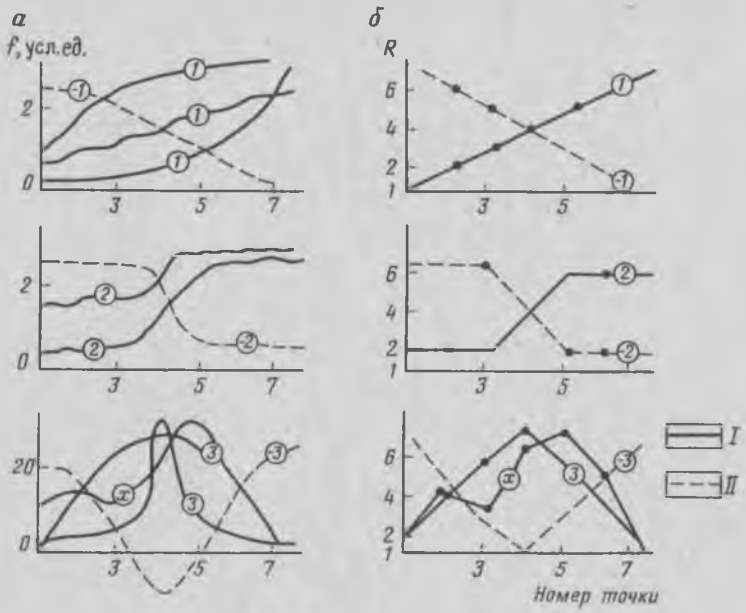


Рис. 31. Преобразование аномалий *(а)* в их непараметрические аналоги в виде рангов *R (б)*:

I и *II* — графики аномалий соответственно с положительным и отрицательным кодами. Классы аномалий (шифры кривых) соответственно: *—1, 1* — отрицательный и положительный градиент, *—2, 2* — отрицательная и положительная ступени, *—3, 3* — отрицательная

получить заменой значений поля $\bar{f}_1, \ldots, \bar{f}_M$ (рис. 31, *а*) их рангами R (рис. 31, *б*), являющимися номерами значений поля в вариационном ряду. Такое преобразование различных аномалий приблизительно одной и той же формы должно приводить к близости их непараметрических аналогов. Очевидно, процесс распознавания формы аномалии можно свести к оценке меры сходства, ее непараметрического аналога с эталонами, представленными рангами «идеальных» аномалий (табл. 25, см. рис. 31, *б*).

Построение формальных правил для вычисления рангов эталонных аномалий указанных классов при различных размерах окна вполне очевидно. В качестве меры сходства распознаваемой и эталонной аномалий выбран коэффициент ранговой корреляции Спирмена [22]

$$r_{xk} = 1 - 6 \sum_{j=1}^{M} d_j^2 / M (M^2 - 1),$$

где

$$\sum_{j=1}^{M} d_j^2 = \sum_{j=1}^{M} (R_{jx} - R_{jk})^2;$$

Таблица 25

Представление эталонных аномалий в виде рангов R для окна, включающего семь пикетов вдоль профиля

Код формы аномалии	Номер точки в окне вдоль профиля						
	1	2	3	4	5	6	7
0	4	4	4	4	4	4	4
—1	7	6	5	4	3	2	1
1	1	2	3	4	5	6	7
—2	6	6	6	4	2	2	2
2	2	2	2	4	6	5	6
—3	6,5	4,5	2,5	1	2,5	4,5	6,5
3	1,5	3,5	5,5	7	5,5	3,5	1,5

M — длина интервала, на котором задана распознаваемая аномалия (ширина окна в пикетах); R_{jx} — ранг значения для j-й точки окна ($j=1, \ldots, M$); R_{jk} — ранг j-й точки эталонной аномалии k-го распознаваемого класса; r_k — коэффициент ранговой корреляции между распознаваемой аномалией и эталоном k-го класса ($k=\pm1, \pm2, \pm3$). Очевидно, что сумма квадратов отклонений рангов распознаваемой и эталонной аномалий будет тем меньше, а, следовательно, величина r_{xk} тем больше, чем ближе друг к другу формы распознаваемой и k-й эталонной аномалий. При полном совпадении форм $r_{xk}=1$. Для коэффициента ранговой корреляции возможна статистическая оценка силы корреляционной связи. Например, для коэффициента, вычисленного по девяти точкам, значение, превышающее 0,583, с вероятностью 95 % можно считать статистически значимым.

Использование принципа адаптации, реализуемого алгоритмом СНФ, позволяет предложить способ линейной двумерной фильтрации, основанный на изменении параметров фильтра в зависимости от величины энергетического отношения. Рассмотрим эвристический алгоритм, заключающийся в вычислении значения поля на выходе двумерного фильтра по одному из следующих правил: за результат фильтрации принимается среднее значение поля для центральной продольной линии окна (среднее значение для центрального столбца табл. 24); вычисляется среднее арифметическое значение поля для всех точек, попавших в двумерное окно фильтрации, используемое для СНФ.

Обратная связь с результатами СНФ на этой же точке организована по следующим правилам: если самонастраивающимся фильтром на данной точке выделена аномалия, т. е. значение Z-статистики (4.9) превышает критическое, используют первое правило; в противном случае вычисление среднего проводят по второму правилу, но для такого положения окна, при котором общая дисперсия поля в окне минимальна.

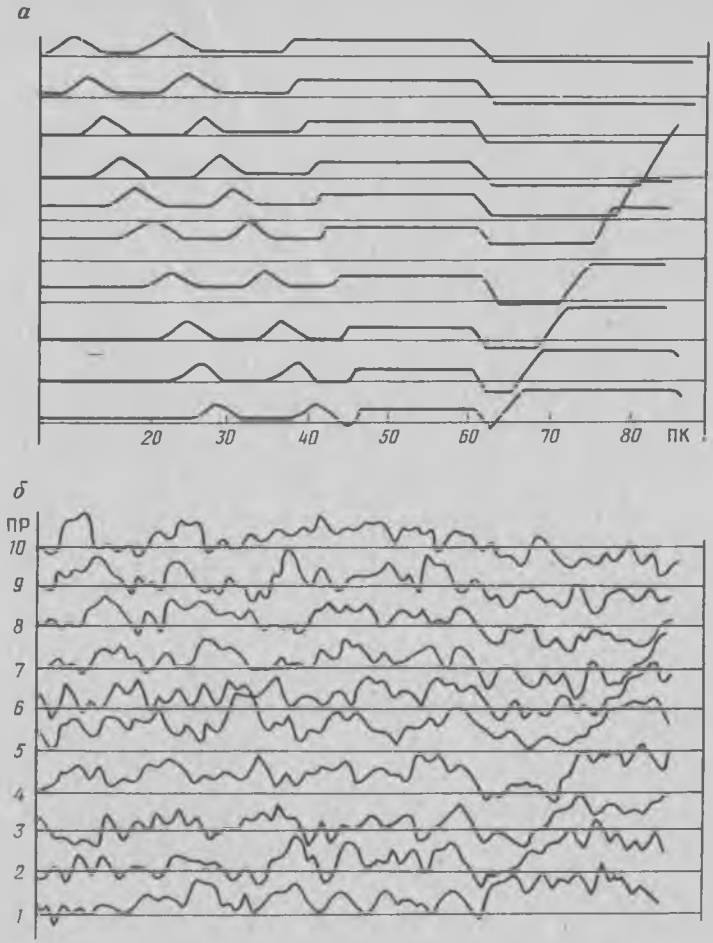


Рис. 32. Модельный пример:
а — заданное распределение аномалий, *б* — то же, но с наложением случайной помехи

Очевидно, что такое сглаживание вполне правомерно, так как процесс самонастраивающейся фильтрации нацелен на выделение вытянутых в плане аномалий, которые и должны подчеркиваться в результате использования предлагаемого способа. Действительно, на аномальных участках сглаженное значение поля вычисляется по данным на точках, расположенных по простиранию аномалии, что приводит к накоплению полезного сигнала. На участках отсутствия линейных аномалий подавление помех весьма значительно, во-первых, за счет вычисления среднего по большому числу точек ($N \times M$), а во-вторых, из-за значительного снижения искажающих эффектов, связанных с локальной анизотропией поля и влиянием ураганных значений поля на периферии окна, так как вычисления проводят для положения окна, соответствую-

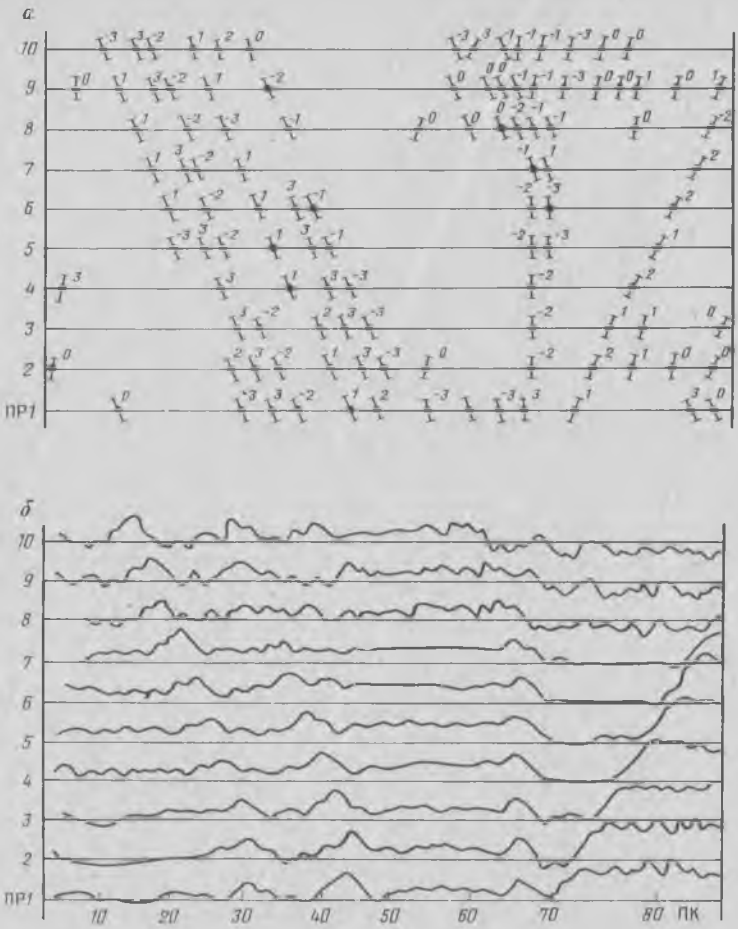


Рис. 33. Результаты фильтрации модельного поля, показанного на рис. 32, *б*: *а* — оси аномалий с указанием кода формы; *б* — поле после адаптивной линейной фильтрации

щего минимуму общей дисперсии поля. Следует отметить, что реализация этого алгоритма в рамках СНФ требует минимума дополнительных вычислений.

Изложенные выше алгоритмы реализованы в пакете фортрановских программ, предусматривающем возможность обработки значительных объемов геофизической информации. Тексты трех основных подпрограмм этого пакета приведены в прилож. 1.

Возможности пакета иллюстрируют данные обработки модельного примера, для которого на 10 профилях (по 85 пикетов каждый) было задано распределение гипотетических аномалий различной формы, размеров и простираний (рис. 32, *а*). Для осложнения моделируемой ситуации на ПР4-ПР6 была задана положительная аномалия, простирание которой совпадает с направлени-

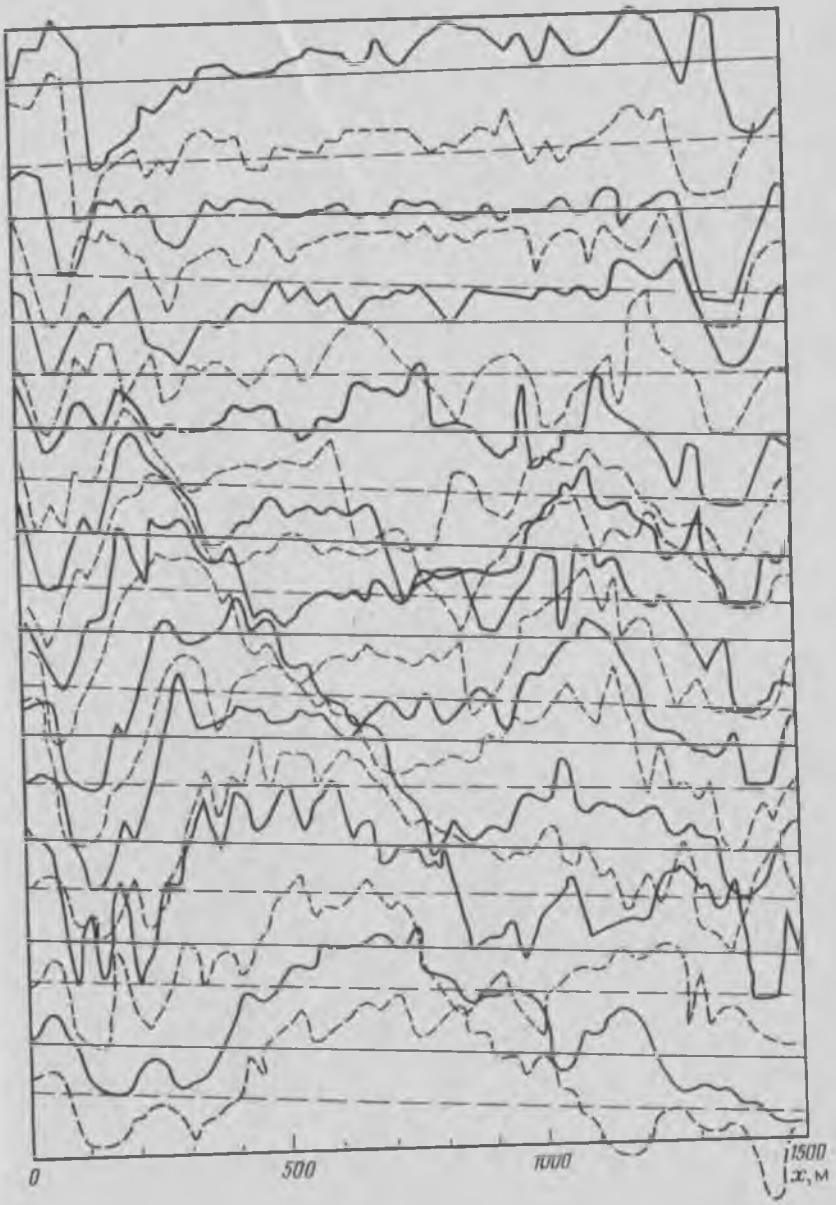


Рис. 34. Фрагмент плана графиков поля $\rho_к$ по Витимскому полю слюдоносных пегматитов.

Для наглядности смежные профили и соответствующие им графики нанесены сплошными и штриховыми линиями

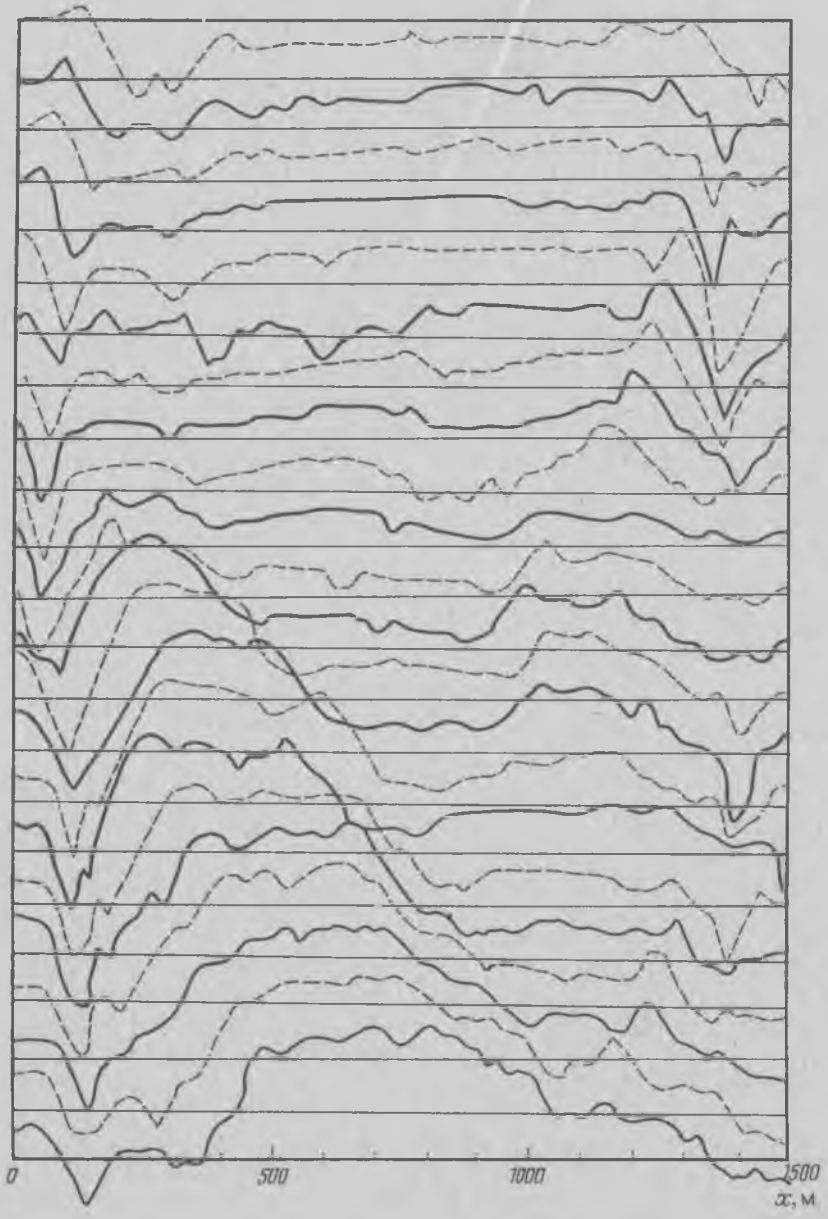


Рис. 35. Результат адаптивной линейной фильтрации поля $\rho_к$, показанного на рис. 34

ем профилей. Амплитуда сигнала треугольной формы принята равной 1 усл. ед. На полезные сигналы была наложена случайная некоррелированная помеха, распределенная по нормальному закону с нулевым средним и стандартным отклонением 0,5 усл. ед. Суммарное поле показано на рис. 32, *б*, по которому видно, что выделение исходных сигналов на фоне помех крайне затруднено.

Результаты обработки модельного примера показаны на рис. 33. Оси выделенных аномалий изображены отрезками, длина которых пропорциональна максимальной величине Z-статистики (4.9), а наклон соответствует наклону окна для этого максимального значения. В сочетании с кодом формы аномалии результаты самонастраивающейся фильтрации (рис. 33, *а*) являются основой для построения детальных корреляционных схем. Данные линейной адаптивной фильтрации (рис. 33, *б*) позволяют получить поле, в значительной степени очищенное от случайных помех. Особенно полезна линейная адаптивная фильтрация при анализе интенсивных полей, изображение которых отличается плохой наглядностью. На рис. 34 приведен небольшой фрагмент плана графиков $\rho_к$ дипольного электрического профилирования на Витимском поле слюдоносных пегматитов. Результаты линейной адаптивной фильтрации для этого же участка (рис. 35) выгодно отличаются наглядностью и усилением полезных сигналов, и, безусловно, их значительно удобнее использовать для решения задач картирования, в данном случае разрывной тектоники.

Параметрический алгоритм распознавания для решения задач локального прогнозирования

Наиболее распространенные способы решения задач прогнозирования с привлечением ЭВМ предусматривают классификацию объектов с помощью универсальных программ распознавания [27, 31]. Для этого используется большое число качественных и (или) количественных признаков, описывающих характер поля в окрестностях классифицируемых точек. Этими признаками являются различные трансформации полей (средние, стандарты, характеристики анизотропии и др.), вычисляемые по значениям полей в контуре скользящего одно- или двумерного окна. Существенными недостатками такого подхода являются, во-первых, трудность доказательства полноты описания поля выбранной системой признаков, которых в общем случае можно предложить сколько угодно, и, во-вторых, отсутствие изначальной подстройки системы признаков под свойства распознаваемых классов — объекты каждого класса на фоне других могут наилучшим образом выделяться признаками, расчет которых надо проводить по различным правилам. Обычный выход из этих ситуаций — формирование возможно большего числа признаков и селекция их на этапе обучения. Так как надежное вычисление признаков требует достаточно большого числа значений поля в окне, прогноз, осно-

Таблица 26

Эталонная матрица k-го класса, сформированная с помощью окна, включающего m точек

Номер эталона	Номер точек в пределах окна			
	1	. . . .	. . . .	m
1	f_{11}	. . . .	. . . .	f_{1m}
. . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
n	f_{n1}	. . . .	. . . .	f_{nm}

ванный на таком подходе, трудно сделать детальным из-за сглаживающего действия скользящего окна. Излагаемый ниже способ основан на несколько ином подходе к формированию признаков и является развитием алгоритма ОРТ, успешно использовавшегося при решении задач локального прогнозирования редкометальных пегматитов [11].

В разработанном алгоритме в качестве признаков используются значения поля f в точках скользящего окна. Это окно может быть одномерным, двумерным или же иметь большую размерность, включая данные различных методов. Для наглядности, сущность алгоритма иллюстрируется примером распознавания геофизических аномалий над кварцевыми золотосодержащими жилами на фоне полей вмещающих пород. При этом использованы данные детальных наземных съемок масштаба 1 : 2000 методами магниторазведки (ΔT), естественного электрического поля ($U_{\text{ЕП}}$,) срединного градиента ($\rho_{\text{к}}$), проведенными на золоторудном месторождении. Основные этапы алгоритма следующие.

Формирование эталонных матриц. Проводится по заданным множествам эталонных точек распознаваемых классов. В результате каждый класс характеризуется матрицей, подобной приведенной в табл. 26.

Размер такой матрицы $n \times m$, где n — объем эталонной выборки k-го класса; m — число точек, попадающих в окно.

В рассматриваемом примере использовано одномерное окно из девяти подряд расположенных на профиле точек ($m=9$). Объемы выборок: $n_{\text{ф}}=34$ — для вмещающих пород, $n_{\text{Q}}=35$ — для кварцевых жил. По заданным эталонным точкам на начальном этапе было сформировано шесть выборок — по две для каждого метода.

Определение статистик эталонных выборок. Такими статистиками для каждого класса являются векторы средних и стандартов, а также корреляционные матрицы. На рис. 36 наглядно изображены результаты расчета средних и стандартов для анализируемых физических полей. Хорошо видно, что все три поля над вмещающими породами и кварцевыми жилами перекрываются либо полностью (поля ΔT и $\rho_{\text{к}}$), либо частично в широком диапазоне значений $U_{\text{ЕП}}$. Необходимо отметить, что вычисление и анализ статистик по эталонам позволяют получить ценную информацию о свойствах исследуемых объектов. Так, в рассматриваемом примере установлены неочевидные при объемном визуальном анализе изображений полей факты, а именно: пониженные зна-

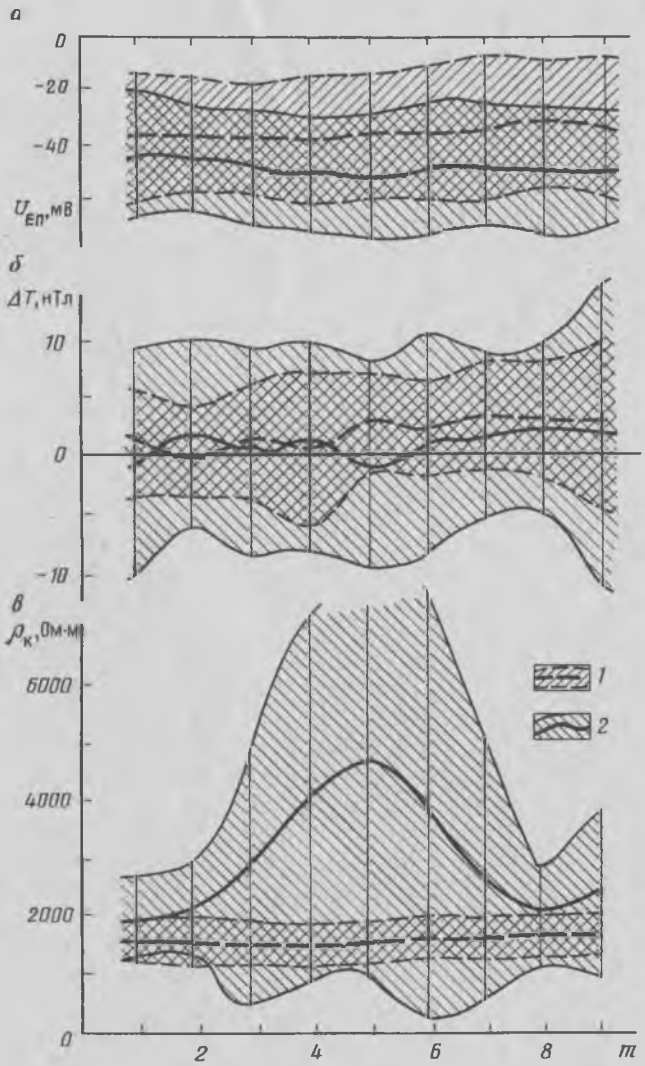


Рис. 36. Распределение физических полей для эталонных выборок над вмещающими породами и кварцевыми жилами, полученных для окна из девяти точек ($m=9$):

1—2 — размах значений поля в пределах стандартного отклонения от средних значений для выборок соответственно над вмещающими породами и кварцевыми жилами

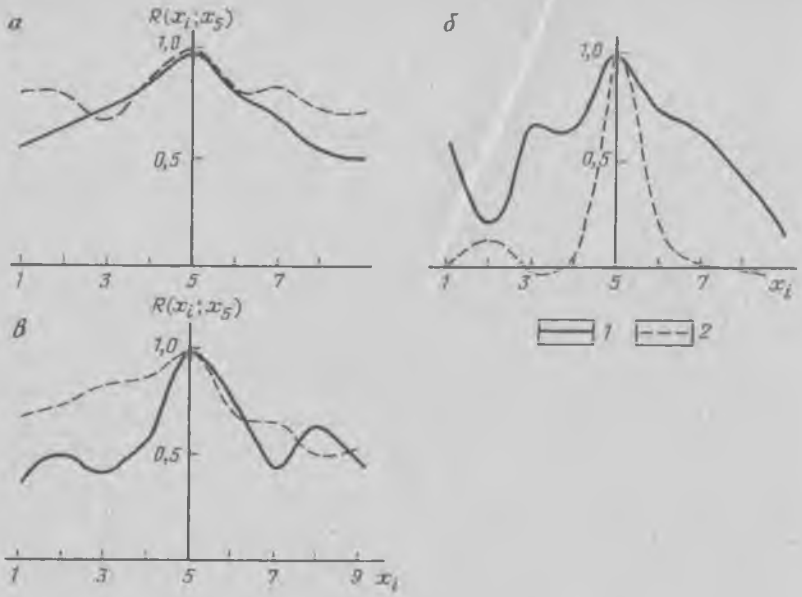


Рис. 37. Нормированные корреляционные функции полей $U_{ЕП}$ *(а)*, ΔT *(б)* и $\rho_к$ *(в)* для выборок над кварцевыми жилами *(1)* и вмещающими породами *(2)*

чения естественного электрического поля и повышенная дисперсия магнитного поля над кварцевыми жилами. Вектор средних для поля $\rho_к$ (см. рис. 36) дает типичную аномалию над усредненной кварцевой жилой, причем диапазон изменения этой аномалии, судя по дисперсии поля $\rho_к$, весьма значителен. Вычисления корреляционных матриц позволяют получить характеристики корреляционных свойств исследуемых полей над эталонными объектами, оцениваемые по множеству эталонных реализаций геофизических полей. При таком подходе значения полей являются реализациями нестационарного случайного процесса, поэтому на рис. 37 приведены значения нормированной корреляционной функции $R(x_5, x_i)$, отражающей корреляцию значений поля в точках окна со значениями поля в его центральной точке. Видно, что корреляционные функции геофизических полей над кварцевыми жилами и вмещающими породами существенно различаются.

При дальнейших вычислениях предполагается справедливой гипотеза о нормальном законе распределения признаков. Поэтому для характеристики многомерных эталонных выборок достаточны знания средних дисперсий и корреляционных матриц.

После определения статистических характеристик эталонных выборок корреляционные матрицы анализируются по методу главных компонент с целью определения параметров линейных преобразований исходных признаков в ортогональные. Для этого определяются собственные значения и собственные векторы кор-

реляционных матриц, а значения главных компонент вычисляются по формуле

$$\vec{t}_{ki} = \vec{V}_k^{\mathrm{T}} \cdot \vec{\gamma}_{ki}, \tag{4.10}$$

где $\vec{t}_{ki}$ — вектор-столбец главных компонент для i-го вектора, спроектированного в новую систему координат k-го класса; $\vec{V}_k^{\mathrm{T}}$ — транспонированная матрица собственных векторов;

$$\vec{\gamma}_{ki} = S_k^{-1}(\vec{f}_i - \vec{\bar{f}}_k),$$

где γ_{ki} — вектор-столбец стандартизованных по правилу k-го класса значений вектора-столбца признаков i-го объекта — f_i; $\vec{\bar{f}}_k$ — вектор-столбец средних; S_k^{-1} — матрица $(m \times m)$, обратная к диагональной S. У последней на главной диагонали располагаются значения стандартных отклонений признаков.

Таким образом, на этапе обучения определяются параметры линейных преобразований исходных признаков каждого класса в ортогональные признаки, т. е. здесь реализуется принцип настройки трансформаций на свойства распознаваемых классов. Переход к системе некоррелированных признаков, т. е. к новой системе координат, осями которой являются главные компоненты, значительно упрощает дальнейшие вычислительные операции.

Распознавание объектов. Эта процедура заключается в проектировании вектора исходных признаков f_i на оси главных компонент заданных классов. По вектору главных компонент $\vec{t}_{ki}$, определенному в предположении принадлежности i-го объекта k-му классу, вычисляется мера сходства, являющаяся основой для принятия решения о классификации объекта. В качестве такой меры может быть использована логарифмическая функция правдоподобия.

Известно [32], что плотность вероятности $g_k(f_i)$ в случае многомерного нормального распределения записывается в виде

$$g_k(\vec{f}_i) = (2\pi)^{-m/2} \mid A_k \mid^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} (\vec{f}_i - \vec{\bar{f}}_k)^{\mathrm{T}} A_k^{-1} (\vec{f}_i - \vec{\bar{f}}_k) \right], \tag{4.11}$$

где A_k — ковариационная матрица k-го класса; $\vec{\bar{f}}_k$ — вектор-столбец средних; $\mid \mid$ — символ определителя. Проектирование вектора $\vec{f}_i$ на оси главных компонент k-го класса осуществляется по формуле (4.10) и приводит к получению нового вектора $\vec{t}_{ki}$. В ортогональных осях главных компонент выражение (4.11) существенно упрощается:

$$g_k(\vec{f}_i) = g_k(\vec{t}_i) = (2\pi)^{-m/2} \mid \Lambda_k \mid^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \vec{t}_{kl}^{\mathrm{T}} \Lambda_k^{-1} \vec{t}_{kl} \right),$$

где Λ_k — диагональная матрица собственных значений корреляционной матрицы. Логарифмируя это выражение и отбрасывая не-

существенные для классификации постоянные слагаемые и множители, получим

$$l_k(\vec{f}_i) = -\sum_{j=1}^{m} \lambda_{jk} - \sum_{j=1}^{m} t_{ijk}^2/\lambda_{jk}, \qquad (4.12)$$

где t_{ijk} — проекция i-го вектора на j-ю ось главных компонент k-го класса; λ_{jk}—j-е собственное значение корреляционной матрицы k-го класса. Выражение (4.12) с точностью до постоянных множителей и слагаемых определяет логарифмическую функцию правдоподобия, и поэтому принятие решения о классификации делают по $\max[g_i(\vec{f}_i), \ldots, g_k(\vec{f}_i), \ldots, g_c(\vec{f}_i)]$, где k — индекс класса; c — общее число классов.

Принятие решения о классификации i-го объекта по $\max[g_i(\vec{f}_i), \ldots, g_c(\vec{f}_i)]$ в алгоритме ОРТ не является окончательным. Свойства главных компонент позволяют проверять близость распознаваемой точки к центру класса, к которому она отнесена. Это особенно важно в случае неполного алфавита эталонных классов. Для отказа от классификации точки достаточно, чтобы второй член в (4.12) был больше некоторого критического значения. Действительно, так как в эталонных выборках величины t_{jk} независимы и распределены по закону $N(0, \lambda)$, это слагаемое представляет собой сумму квадратов стандартизованных нормальных независимых величин и, следовательно, распределено по закону χ^2 с m степенями свободы. Поэтому, если

$$\chi_{ik}^2 = \sum_{j=1}^{m} t_{ijk}^2/\lambda_{jk} > \chi_{\alpha;\, m}^2,$$

где $\chi_{\alpha;\, m}^2$ — критическое значение χ^2 для m степеней свободы, можно полагать, что i-я точка не принадлежит k-му классу и эту точку классифицировать нецелесообразно.

Описанный алгоритм реализован в виде отдельного пакета фортрановских программ, а также в системе *COD* [27]. Ниже анализируются результаты распознавания, проведенные с помощью пакета программ «Комплексный анализ» системы *COD*.

При окончательной обработке объекты, принадлежащие классу кварцевых жил ($n=35$) и классу вмещающих пород ($n=34$), характеризовались вектором, включающим 27 признаков (девять точек на профиле и три поля: ΔT, $U_{\text{ЕП}}$, $\rho_к$). На этапе обучения для каждого класса было выделено по пять факторов, которые для вмещающих пород и кварцевых жил исчерпывают соответственно 70 и 76 % общей дисперсии 27 признаков. Распознавание по этим факторам дало относительно высокую ошибку классификации точек над вмещающими породами: было правильно классифицировано только 15 объектов эталонной выборки. Для кварцевых жил таких объектов было 34.

Поэтому было проведено вторичное распознавание по этому же алгоритму, но в качестве признаков были использованы значения функций правдоподобия, вычисленные для каждого объекта

после распознавания по исходным признакам. Результаты распознавания значительно улучшились, что отразилось как в увеличении числа правильно распознанных объектов первого класса до 31, так и в значительном усилении контрастов средних значений функций правдоподобия. Получение улучшенного решения, скорее всего, объясняется значительными отклонениями распределений исходных признаков от нормального, так как в противном случае улучшения результатов при повторном распознавании по методу максимального правдоподобия ожидать нельзя.

5. СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Эффективность вероятностно-статистического подхода при решении задач разведочной геофизики во многом определяется уровнем используемых при этом модельных представлений. В настоящее время статистические методы ориентированы в основном на математические модели, характеризующие внешние признаки исследуемого объекта, что, в частности, типично для задач статистического оценивания, распознавания и аппроксимации. В значительно меньшей степени распространено использование стохастических (вероятностных) моделей, задающих описание внутреннего строения объекта исследования, хотя именно такие модели позволяют устанавливать особенности проявления его структуры во внешних признаках, например в физических полях.

Стохастическое моделирование основывается на представлении о множестве, возможно бесконечном, случайных состояний модели объекта. Такое множество может быть охарактеризовано относительно небольшим числом параметров вероятностных распределений случайных характеристик модели. Вероятностное описание определяет высокую степень параметризации, а следовательно, и устойчивость стохастических моделей. Построение таких моделей во многом опирается на информацию, получаемую при формировании детерминированных (см. разд. 3) или статистических (см. разд. 4) ФГМ. Потенциальная область применения стохастических моделей при планировании геофизических экспериментов и анализе данных достаточно обширна, так как во многих случаях они позволяют получать весьма строгие решения задач, формализация которых в рамках детерминированного подхода или эмпирической статистики крайне затруднена или вообще невозможна.

Приводимые ниже способы описания моделей неоднородных объектов и расчета стохастических эффектов для моделей со случайными параметрами основаны на систематическом применении методов анализа функций случайных величин. Сводка основных формул для числовых характеристик таких функций приведена в прилож. 2.

5.1. ОПИСАНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Существенной чертой реальных геологических тел является неоднородность их строения, которая в качественном отношении обычно отражается в описаниях структуры месторождений полезных ископаемых или в классификации пород и руд по их текстурно-структурным признакам. Естественно, что количественные оценки влияния неоднородности объекта на его свойства возможны только на основе построения его математической модели.

Многообразие возможных реализаций строения минерального вещества, обладающего одной и той же текстурно-структурной характеристикой, практическая невозможность задания огромного числа параметров для описания положения, геометрии и физических свойств каждой неоднородности определяют целесообразность привлечения стохастических моделей для описания сложных ситуаций. Основное преимущество таких моделей — относительно небольшое число параметров, достаточных для характеристики особенностей неоднородных сред. Это свойство стохастических моделей принципиально, поскольку их параметры содержат вероятностную информацию о всех возможных состояниях моделируемого объекта. Рассматриваемые ниже модели, как и любые другие, в той или иной степени идеализируют реальные объекты, но даже ограниченное число предлагаемых стохастических моделей удовлетворительно аппроксимирует достаточно большое число возможных ситуаций.

Модели случайных сред

Неоднородный геологический объект сложного строения можно аппроксимировать случайной средой, которая представлена неоднородностями малых (рис. 38, *а* и *б*) либо конечных (рис. 38, *в* и *г*) размеров. Очевидно, что в основу такого разделения положены соотношения между размерами самих неоднородностей и средним расстоянием между ними. Относительность понятия «однородность» и «неоднородность» позволяет в ряде случаев использовать однотипные описания для объектов, резко различающихся по характеру своего строения. Например, если на рис. 38, *а* за неоднородности принять зачерненные участки, а на рис. 38, *б* — светлые, то для аппроксимации этих объектов целесообразно использовать однотипные модели с неоднородностями малых размеров.

Вероятностный характер рассматриваемых моделей определяется двумя главными факторами: случайностью расположения неоднородностей в объеме объекта и вариациями свойств самих неоднородностей (их размеров, физических или химических свойств). В дальнейшем для краткости эти факторы неоднородности строения геологического тела будем называть соответственно «пространственным» и «амплитудным». Разделение моделей по

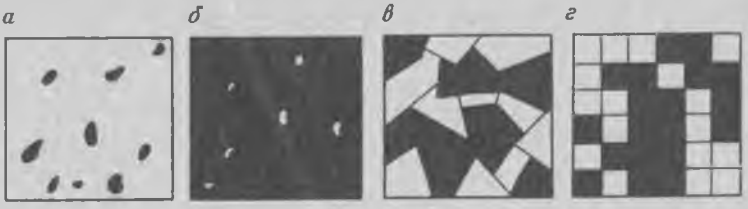


Рис. 38. Реализация двухкомпонентных случайных сред с неоднородностями малых (*а* и *б*) и конечных (*в* и *г*) размеров

размерам неоднородностей целесообразно именно с точки зрения количественного описания факторов неоднородности.

Модели сред с неоднородностями малых размеров. Учитывая точечный характер и случайность расположения неоднородностей в пространстве (на плоскости или вдоль линии), можно предположить выполнение следующих условий, определяющих справедливость модели Пуассона [32]: 1) для двух любых непересекающихся областей число точек, попавших в одну область, не зависит от числа точек, попавших в другую область; 2) вероятность попадания более чем одной точки в бесконечно малую область — бесконечно малая величина высшего порядка по сравнению с размером этой области.

Для пуассоновского поля точек необходимо задать функцию интенсивности $\nu(\rho)$, характеризующую среднее число неоднородностей на единицу объема (площади или длины) в точке $\rho=(\xi, \eta, \zeta)$. Здесь и далее ξ, η, ζ — координаты точки, принадлежащей объекту. Тогда число точек, попадающих в объем V, будет распределено по закону Пуассона с вероятностями

$$p_m = (\omega^m/m!)\, e^{-\omega},$$

где ω — математическое ожидание числа точек m,

$$\omega = \int_V \nu(\rho)\, dV. \qquad (5.1)$$

Это единственный параметр закона, и он численно равен дисперсии случайной величины m.

Выражение (5.1) показывает, что параметр распределения Пуассона является функционалом. Поэтому задание различных функций интенсивности позволяет аппроксимировать весьма широкий круг практически важных распределений неоднородностей в пространстве.

Дальнейшее уточнение моделей требует ввода параметров, определяющих вероятностные свойства самих неоднородностей, т. е. учета их амплитудного фактора, который для определенности дальнейшего изложения будем называть весом g, вкладывая в каждом конкретном случае в это понятие сущность интересующей нас характеристики. Например, под весом можно понимать массу частиц или их магнитный момент и т. п. В общем случае вес ча-

стиц является случайной величиной, распределенной по некоторому закону с плотностью вероятности $f(g)$. Для решения рассматриваемых ниже задач достаточно знания двух первых моментов распределения: математического ожидания μ_g и стандартного отклонения σ_g веса частиц.

Таким образом, для описания стохастической модели среды с неоднородностями малых размеров необходимо задать функцию интенсивности $\nu(\rho)$, а также параметры μ_g и σ_g.

Модели сред с неоднородностями конечных размеров. Для таких моделей измеряемую геофизическую или геохимическую характеристику представим случайным полем $U(\rho)$, полное описание которого дает его многомерная плотность вероятностей, определенная на множестве точек модели. Однако в подавляющем большинстве случаев задание многомерной плотности нереально, поэтому обычно для решения практических задач используют первые моментные функции случайных полей [9], т. е. математическое ожидание в точке ρ

$$\mu_U(\rho) = M[U(\rho)] \tag{5.2}$$

и корреляционную функцию

$$K_U(\rho_1, \rho_2) = M[U(\rho_1)\cdot U(\rho_2)] - \mu_U(\rho_1)\,\mu_U(\rho_2), \tag{5.3}$$

характеризующую момент связи между значениями поля U в точках ρ_1 и ρ_2. Здесь, и далее M [ ] означает оператор математического ожидания. Дисперсия поля может быть получена из (5.3) при значениях аргументов $\rho_1=\rho_2=\rho$:

$$\sigma_U^2(\rho) = K_U(\rho, \rho) = M[U^2(\rho)] - \mu_U^2(\rho). \tag{5.4}$$

Функция (5.4) обязательно должна быть задана, если вместо (5.3) определена нормированная корреляционная функция

$$R_U(\rho_1, \rho_2) = K_U(\rho_1, \rho_2)/\sigma_U(\rho_1)\,\sigma_U(\rho_2). \tag{5.5}$$

Более подробно рассмотрим описание стохастических моделей с использованием одномерных случайных процессов, позволяющих, в частности, характеризовать резко анизотропные объекты, неоднородность строения которых ярко проявляется в каком-то одном направлении (например, перпендикулярно к плоскости напластования). Обозначим через U моделируемое свойство случайной среды (плотность, магнитную восприимчивость, содержание химических элементов и др.). Закономерное изменение свойства задается функцией математического ожидания $\mu_U(\xi)$, а случайная составляющая характеризуется корреляционной функцией $K_U(\xi_1\xi_2)$, которая определяет момент связи (ковариацию) между значениями $U(\xi_1)$ и $U(\xi_2)$. Необходимо отметить, что одна и та же корреляционная функция может соответствовать различным случайным процессам (рис. 39). Для характеристики стационарных случайных процессов, используемых в качестве моделей распределения изучаемого свойства неоднородной среды, могут

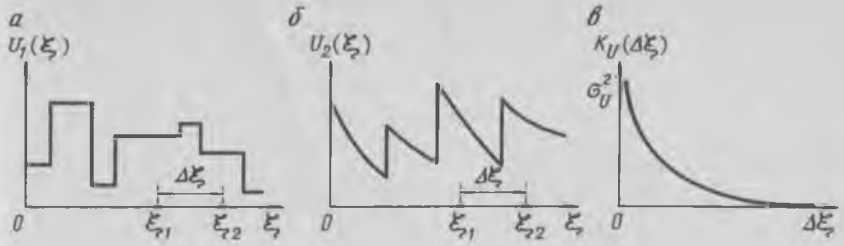


Рис. 39. Реализации различных случайных процессов (*а* и *б*), отвечающих одной и той же показательной корреляционной функции (*в*)

применяться различные корреляционные функции. Особенно часто используется показательная корреляционная функция

$$K(\Delta\xi) = K(\xi_2 - \xi_1) = \sigma_U^2 e^{-\alpha|\Delta\xi|}, \qquad (5.6)$$

где α — интенсивность потока событий, заключающаяся в переходе процесса U из одного состояния в другое.

Функция (5.6) позволяет описывать среду с распределением неоднородностей в виде стационарного случайного процесса. При этом параметр α является пространственным, а $\sigma_U{}^2$ — амплитудным фактором неоднородности.

Показательная корреляционная функция характеризует случайный пуассоновский процесс, представленный последовательностью различных состояний, например, «руда» и «неруда», причем длина интервалов между сменой состояний распределена по показательному закону с параметром α.

Использование известных правил для вычисления числовых характеристик при линейных преобразованиях случайных процессов в сочетании с выбором корреляционных функций различного вида [31, 38] позволяет аппроксимировать весьма широкий спектр случайных геологических сред с неоднородностями конечных размеров.

Модель ячеистого беспорядка. Описание двухкомпонентных сред с неоднородностями конечных размеров значительно упрощается и может быть выполнено без привлечения корреляционных функций, если использовать модель, предложенную Изингом [21]. Будем аппроксимировать среду совокупностью ячеек, каждая из которых может принимать два состояния, например «рудное» и «безрудное» (см. рис. 38, *г*). Индикатором каждого из этих состояний является переменная k_i, равная 1 для «рудного» состояния и —1 для «безрудного». Тогда амплитуда поля в i-й ячейке модели может быть задана формулой Изинга

$$X_i = \left[(1 + k_i) X_1 + \frac{1}{2}(1 - k_i) X_0\right] \Big/ 2, \qquad (5.7)$$

где $i = 1, \ldots, n$, X_1 и X_0 — значения моделируемой характеристики, соответствующие «рудному» и «безрудному» состояниям.

В общем случае амплитуды X_1 и X_0 являются случайными величинами, для которых как минимум должны быть определены математические ожидания μ_{X_1}, μ_{X_0} и дисперсии $\sigma^2_{X_1}$, $\sigma^2_{X_0}$. Очевидно, что фактор пространственной неоднородности такой модели полностью определяет функция распределения чисел k_i по ячейкам модели. Если через p_i обозначить вероятность появления индикатора $k_i=1$ — «рудное» состояние ячейки, то «безрудное» состояние характеризуется значением $k_i=-1$ с вероятностью $q=1-p_i$. Задавая на ячейках модели закон изменения ρ_i в зависимости от индекса i, можно моделировать разнообразные ситуации.

Найдем вероятностные характеристики модели Изинга для случая, когда в каждой ячейке определяются две физические характеристики X и Y. В качестве ячеек можно представить, например, образцы пород из рудной зоны, когда характеристиками X и Y могут быть удельное электрическое сопротивление ρ и плотность δ или ρ и магнитная восприимчивость и т. п. Если через X_0 и Y_0 обозначить физические характеристики «безрудных», а через X_1 и Y_1 «рудных» ячеек, то модель (5.7) запишется в виде системы уравнений

$$\begin{aligned} X_i &= [(1+k_i)X_1 + (1-k_i)X_0]/2, \\ Y_i &= [(1+k_i)Y_1 + (1-k_i)Y_0]/2. \end{aligned} \tag{5.8}$$

Найдем математические ожидания, дисперсии и ковариацию $\mathrm{cov}(XY)$ этой системы случайных величин. Учитывая, что для дискретной величины k_i

$$M[k_i] = 1p_i + (-1)q_i = p_i - q_i; \quad M[k_i^2] = 1^2 p_i + (-1)^2 q_i = 1$$

и применяя к правым частям уравнений (5.8) оператор математического ожидания, получим

$$\mu_{X_i} = p_i\mu_{X_1} + q_i\mu_{X_0}, \quad \mu_{Y_i} = p_i\mu_{Y_1} + q_i\mu_{Y_0}. \tag{5.9}$$

Для определения ковариации найдем начальный момент связи

$$M[X_iY_i] = p_iM[X_1Y_1] + q_iM[X_0Y_0],$$

где согласно (П.1.5)

$$\begin{aligned} M[X_1Y_1] &= \mathrm{cov}(X_1, Y_1) + \mu_{X_1}\mu_{Y_1}, \\ M[X_0Y_0] &= \mathrm{cov}(X_0, Y_0) + \mu_{X_0}\mu_{Y_0}. \end{aligned}$$

В результате получим

$$\begin{aligned} \mathrm{cov}(X_i, Y_i) = M[X_iY_i] - \mu_{X_i}\mu_{Y_i} &= p_i\,\mathrm{cov}(X_1, Y_1) + q_i\,\mathrm{cov}(X_0, Y_0) + \\ &+ p_iq_i(\mu_{X_1} - \mu_{X_0})(\mu_{Y_1} - \mu_{Y_0}). \end{aligned} \tag{5.10}$$

Дисперсии признаков могут быть найдены из (5.10):

$$\sigma^2_{X_j} = \operatorname{cov}(X_l,\ Y_l) = p_l\sigma^2_{X_1} + q_l\sigma^2_{X_0} + p_l q_l (\mu_{X_1} - \mu_{X_0})^2,$$
$$\sigma^2_{Y_j} = \operatorname{cov}(Y_l,\ Y_l) = p_l\sigma^2_{Y_1} + q_l\sigma^2_{Y_0} + p_l q_l (\mu_{Y_1} - \mu_{Y_0})^2. \qquad (5.11)$$

Формулы (5.10) и (5.11) позволяют вычислить также коэффициенты корреляции:

$$\rho_{X_l Y_l} = \operatorname{cov}(X_l.\ Y_l)/\sigma_{X_l}\sigma_{Y_l} \qquad (5.12)$$

Основное значение полученных формул заключается в возможности простых расчетов теоретических числовых характеристик случайных параметров двухкомпонентных стохастических моделей.

Примеры моделей неоднородных объектов

Рассматривая приводимые ниже конкретные модели, следует иметь в виду, что формализация их описания — один из первых этапов, совершенно необходимый для дальнейшего количественного анализа стохастических моделей.

Пример 5.1. Рассмотрим стохастическую модель рудной зоны, представленной серией субпараллельных маломощных пластов, отличающихся по плотности от вмещающей среды (рис. 40). В данном случае можно использовать одномерную пуассоновскую модель, если предположить, что координаты $\xi_1, \ldots, \xi_m$, характеризующие положение m пластов внутри зоны на интервале $(a, в)$, являются независимыми и одинаково распределенными случайными величинами с плотностью вероятности $f(\xi)$.

Интенсивность пуассоновского потока $\nu(\xi)$ связана с плотностью вероятности $f(\xi)$ соотношением

$$\nu(\xi) = \omega f(\xi), \qquad (5.13)$$

где $\omega = \mu_m$ — математическое ожидание числа пластов в серии.

В справедливости этого выражения можно убедиться, подставив его в (5.1) и интегрируя по области, представленной в данном случае интервалом $(a, в)$.

Выбор конкретного вида функции (5.13) зависит от количества априорной информации и целей исследования. Например, функции ν_1 и ν_2 (см. рис. 40) позволяют моделировать различное распределение рудных тел внутри зоны: первая указывает на убывание интенсивности оруденения в направлении к правой границе зоны, а вторая — на возрастание среднего числа пластов по мере приближения к центру серии. Тогда, когда явно выраженная зональность оруденения отсутствует либо ее моделирование не входит в задачи исследования, целесообразно распределение пластов внутри зоны считать равномерным. В этом случае функция интенсивности постоянна и отличается от нуля на интервале (a, b): $\nu = \nu(\xi) = \omega/(b-a)$.

По условиям примера вес неоднородности имеет смысл линейной массы $g = \delta_п c$, где $\delta_п$ — средняя избыточная плотность рудного пласта; c — его мощность. Обе эти величины могут быть случайны. Поэтому для вычисления математического ожидания и дисперсии массы, являющейся функцией случайных величин $\delta_п$ и c, следует воспользоваться точными или приближенными способами (см. прил. 1).

Когда же совместная плотность распределения $f_1(\delta_п c)$ случайных величин $\delta_п$ и c известна, применимы точные формулы (П.1.7) и (П.1.8).

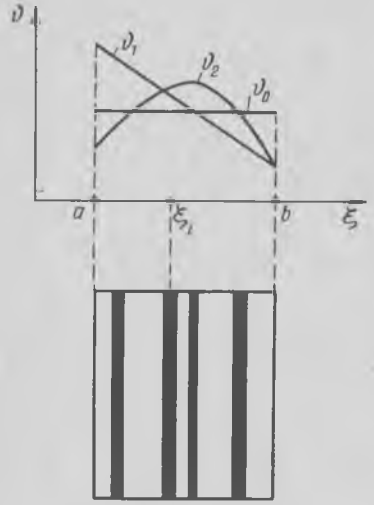


Рис. 40. Варианты функций интенсивности $\nu(\xi)$ для стохастической модели серии маломощных пластов

Если амплитудная $\delta_п$ и геометрическая c характеристики — независимые случайные величины, согласно (П.1.16) и (П.1.17)

$$\mu_g = \mu_{\delta_п}\mu_c,$$

$$\sigma_g^2 = \sigma_{\delta_п}^2\sigma_c^2 + \mu_{\delta_п}^2\sigma_c^2 + \mu_c^2\sigma_{\delta_п}^2.$$

Подчеркнем, что величина $\delta_п$ характеризует среднюю плотность рудных тел, а не образцов руды, т. е. математическое ожидание и стандарт плотности должны вычисляться с учетом пространственной неоднородности рудных тел.

Пример 5.2. Основные соотношения примера 5.1 можно использовать для описания стохастической модели геоэлектрического разреза, содержащего тонкие пластообразные залежи с удельным электрическим сопротивлением ρ_1, отличающимся от сопротивления однородной вмещающей среды ρ_0. Характеристика и обозначение параметров такой модели (табл. 27) сопоставлены с обозначениями предыдущего примера.

Пример 5.3. Трехмерную стохастическую модель можно наглядно представить в виде распределения каких-то минеральных частиц, например золотин, в горной породе. Пусть заданы следующие параметры: μ_c — среднее объемное содержание золота в рудном теле (россыпи); μ_g — средняя масса золотин и σ_g — стандарт массы. Последние две характеристики обычно определяют в результате специального эксперимента, например фракционного анализа. В про-

Таблица 27

Соотношение параметров плотностной и геоэлектрической моделей

Плотностная модель		Геоэлектрическая модель	
Параметр	Обозначение	Параметр	Обозначение
Границы зоны	a, b	Интервал глубин	h_1, h_2
Среднее число пластов в интервале (a, b)	ω	Среднее число пластов в интервале (h_1, h_2)	ω
Масса одиночного пласта	g	Продольная проводимость, поперечное сопротивление пласта	S, T
Средняя избыточная плотность одиночного пласта	$\delta_п$	Среднее удельное сопротивление одиночного пласта	ρ_1
Мощность одиночного пласта	c	Удельное сопротивление вмещающих пород	ρ_0
		Мощность одиночного пласта	c

Примечание. $S=c/\rho$; $T=\rho c$.

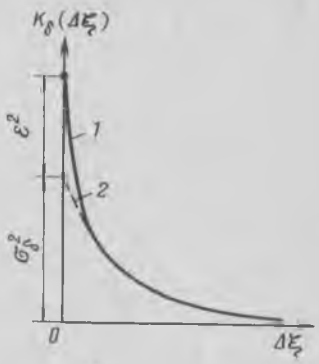


Рис. 41. Корреляционные функции распределения плотности в керне:

1 — реально наблюдаемая с учетом ошибок измерений и неоднородностей высшего порядка; *2* — теоретическая, характеризующая неоднородности изучаемого уровня строения вещества

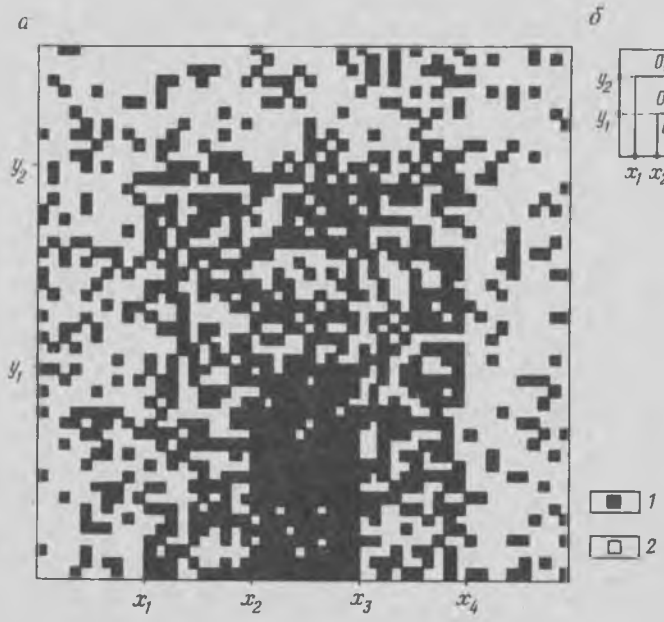


Рис. 42 Случайная реализация сечения рудного тела *(а)*, полученная при заданном распределении вероятностей в сечении модели *(б)*:

1 и *2* — соответственно «рудное» и «безрудное» состояния ячейки модели

стейшем случае можно считать, что золотины в рудном теле распределены случайно по трехмерному равномерному закону с плотностью вероятности $f(\rho) = 1/V_\tau$, где ρ — случайный вектор координат любой золотины; V_τ — объем рудного тела. Очевидно, что среднее число золотин $\upsilon = \mu_c V_\tau / \mu_g$. Поэтому с учетом (5.13) функция интенсивности $\nu(\rho) = \nu = \omega f(\rho) = \mu_c/\mu_g$.

Таким образом, параметры ω_c, μ_g и σ_g определяют параметры стохастической модели пуассоновской среды при равномерном случайном расположении частиц в объеме. Отличие закона распределения частиц от равномерного приводит к необходимости описания трехмерной функции интенсивности $\nu(\rho)$.

Пример 5.4. Во многих случаях можно предположить, что распределение плотности или какой-нибудь другой физической характеристики руд и нерудных прослоев вдоль некоторой линии (например, оси скважин) не противоречит

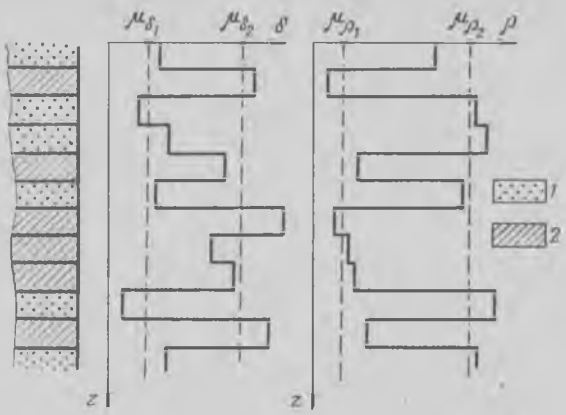


Рис. 43. Распределение плотности δ и удельного электрического сопротивления ρ в неоднородном пласте:
1 и *2* — разновидности пород

модели стационарного пуассоновского процесса с корреляционной функцией (5.6). Допустим, что проведено детальное изучение плотности вдоль ствола скважины. Если шаг отбора образцов или вычисления прогнозируемых значений плотности по данным ГИС (см. подразд. 2.2) больше радиуса корреляции ошибок измерений и неоднородностей высшего порядка и в то же время значительно меньше размеров изучаемых неоднородностей, то корреляционную функцию можно записать

$$K_\delta(\Delta\xi) = \begin{cases} \sigma_\delta^2 + \varepsilon^2, & \Delta\xi = 0, \\ \sigma_\delta^2 e^{-\nu|\Delta\xi|}, & \Delta\xi \neq 0, \end{cases}$$

где σ_δ^2 — дисперсия плотности изучаемых неоднородностей; ν — частота чередования рудного и нерудного вещества в руде; ε^2 — суммарная дисперсия, складывающаяся из ошибки определения плотности образцов и дисперсии плотности неоднородностей высшего порядка.

Приведенное выражение показывает, что параметры изменчивости σ_δ и ν следует определять по значениям $K_\delta(\Delta\xi)$ при $\Delta\xi \neq 0$ (рис. 41). Эта задача легко решается методом наименьших квадратов с использованием очевидной регрессионной модели:

$$\ln K_\delta(\Delta\xi) = \ln \sigma_\delta^2 - \nu\,|\,\Delta\xi\,|\,, \quad \Delta\xi \neq 0.$$

Из рассмотренного примера следует важный вывод о необходимости аппроксимации эмпирических корреляционных функций теоретическими с учетом случайных мешающих факторов — в данном случае это ошибки определения плотности и влияние неоднородностей высшего порядка.

Пример 5.5. Возможность использования модели ячеистого беспорядка для имитации зонального строения рудного тела иллюстрирует рис. 42. В данном случае для модели Изинга (5.7) были приняты следующие параметры: $\mu_{X_1} = 1$, $\sigma_{X_1} = 0$, $\mu_{X_0} = 0$, $\sigma_{X_0} = 0$ при ступенчатом характере распределения вероятностей p_i на ячейках модели.

Для получения случайной реализации была использована следующая фортрановская программа.

```
      INTEGER A(100), EMPTY/1H/, ORE/ 1H*/, INTEGER IJ (4,3)
     * /1,60, 1,50,11,60,11,40,31,60,21,30 /
      REAL PF ( 3 ) / 0.2,0.5,0.9 /
      LOGICAL LF
      LF (I,J,IA,IB,JA,JB)=I.GE.IA.AND.I.LE.IB.
     * AND.J.GE.JA.AND.J.LE.JB
      IY=1985
      NG=3
      NX=50
      NY=60
      WRITE (6,2000) ((I,I=1,9),J=1,10)
      DO 30 I=1,NY
      DO 20 J=1,NX
      A (J)=EMPTY
      DO 10 K=1,NG
   10 IF(LF(I,J,IJ(1,K),IJ(2,K),IJ(3,K),
      IJ(4,K))) P=PF (K)
      IF (URAND(IY).LE.P) A(J)=ORE
   20 CONTINUE
      WRITE (6,1000) I,(A(J),J=1,NX)
   30 CONTINUE
      STOP
 2000 FORMAT (1H0,5X,10(9I1,1X)
 1000 FORMAT (1X,I3,2X,100A1)
      END
```

Программа использует датчик равномерно распределенных случайных чисел URAND [40] и выводит результат моделирования в символьной форме. Масса *IJ* определяет контур зон, распределение вероятностей внутри которых задается массивом *PF*. Параметр *IY* является произвольным целым числом.

Пример 5.6. Рассмотрим комплексную стохастическую модель неоднородного горизонтально-слоистого пласта, представленного переслаивающимися породами двух разновидностей, отличающихся как по плотности δ, так и по удельному электрическому сопротивлению ρ (рис. 43). Пусть породы каждой разновидности характеризуются своими параметрами (табл. 28).

Предложим также, что известна доля мощности p пород первой разновидности в общей мощности пород. Она характеризует вероятность появления этих пород в неоднородном пласте. Тогда для второй разновидности доля мощности $q=1-p$. Вероятности p, q для всех ячеек примем постоянными. Используя эту информацию, а также формулы (5.8)—(5.11), получим параметры генеральной совокупности, характеризующие систему двух случайных величин δ и ρ для

Таблица 28

Вероятностные характеристики физических свойств комплексной модели

Характеристика	Разновидность пород			
	первая		вторая	
	δ	ρ	δ	ρ
Математическое ожидание	μ_{δ_1}	μ_{ρ_1}	μ_{δ_2}	μ_{ρ_2}
Стандартное отклонение	σ_{δ_1}	σ_{ρ_1}	σ_{δ_2}	σ_{ρ_2}
Ковариация	$\mathrm{cov}\,(\delta_1, \rho_1)$		$\mathrm{cov}\,(\delta_2, \rho_2)$	

модели Изинга:

$$\left.\begin{aligned}
&\mu_\delta = p\mu_{\delta_1} + q\mu_{\delta_2};\\
&\mu_\rho = p\mu_{\rho_1} + q\mu_{\rho_2};\\
&\sigma_\delta^2 = p\sigma_{\delta_1}^2 + q\sigma_{\delta_2}^2 + pq\,(\mu_{\delta_1} - \mu_{\delta_2})^2;\\
&\sigma_\rho^2 = p\sigma_{\rho_1}^2 + q\sigma_{\rho_2}^2 + pq\,(\mu_{\rho_1} - \mu_{\rho_2})^2;\\
&\operatorname{cov}(\delta, \rho) = p\operatorname{cov}(\delta_1, \rho_1) + q\operatorname{cov}(\delta_2, \rho_2) + pq\,(\mu_{\delta_1} - \mu_{\delta_2})(\mu_{\rho_1} - \mu_{\rho_2})
\end{aligned}\right\} \quad (5.14)$$

Формулы (5.14) показывают, в частности, что дисперсии и ковариации геофизических характеристик зависят не только от самих характеристик отдельных компонентов системы, но и от контрастов (разницы математических ожиданий), присущих неоднородным средам.

5.2. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОБЪЕКТОВ

Рассмотренные выше модели определяют (в вероятностном смысле) физические свойства или содержания химических элементов в любой точке объекта. Во многих случаях такие «точечные» характеристики не соответствуют реальным условиям эксперимента, осуществляемого физическим устройством, всегда определяющим с той или иной разрешающей способностью эффективное значение свойства для некоторой части объема объекта. Аналогичные ситуации возникают и при вычислении обобщенных физических свойств структурно-вещественных комплексов, составляющих основу петрофизических моделей, при геохимическом и геологическом опробовании неоднородных сред. Для определения вероятностных характеристик (математического ожидания, дисперсии, корреляционной функции) таких интегральных свойств можно использовать рассмотренные выше описания стохастических моделей неоднородных объектов.

Основные соотношения для сред с неоднородностями различных видов

Допустим, что в результате эксперимента определяется среднее значение физического параметра, характеризующее некоторый объем V. При геохимическом или геологическом опробовании, а также при измерениях петрофизических характеристик этот объем для каждой пробы либо образца имеет вполне определенное значение, которое может быть найдено достаточно точно. В других случаях, например при ядерно-геофизическом опробовании, это некоторый эффективный объем, величина которого зависит как от физических причин, так и от технических факторов. В общем случае объем V, который для краткости будем называть объемом пробы, является случайной величиной, для которой необходимо знать либо плотность вероятности, либо математическое ожидание μ_V и дисперсию σ_V^2. В большинстве ситуаций объем пробы целесообразно полагать величиной неслучайной из-за несуществен-

ности вариаций объемов различных проб. Используя приближенные формулы (П.1.16), (П.1.17), можно показать, что при $\sigma_V < < 0{,}3\,\mu_V$ приводимые ниже выражения, полученные в предположении неслучайности объема пробы, будут отличаться от истинных не более чем на 10 %.

Для случайных сред с неоднородностями малых размеров под средним значением физического свойства будем понимать величину

$$C = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{m} g_i = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{m} \delta_i v_i, \tag{5.15}$$

где V — эффективный объем пробы; m — число частиц, попавших в данный объем V; g_i, δ_i, v_i — соответственно вес (масса, магнитный момент, проводимость и т. п.), удельный вес (плотность, намагниченность, удельное электрическое сопротивление и т. п.) и объем i-й частицы. Заметим, что корректное использование пуассоновской модели возможно при выполнении условия: $v_i \ll V$. В дальнейших выводах предполагается, что δ и v являются независимыми с числовыми характеристиками соответственно μ_δ, σ_δ и μ_v, σ_v.

Естественно, что в силу случайного характера переменных, входящих в (5.15), величина C также является случайной или, если рассматривать ее как функцию координат $r = [x, y, z]$, случайным процессом $C(r)$. Задача состоит в определении математического ожидания и корреляционной функции $K_C(r_1, r_2)$ через известные параметры стохастической модели неоднородной среды.

В дальнейшем при выводах часто используется формула полного математического ожидания функции двух случайных величин X и Y [32]:

$$M[\varphi(X, Y)] = M[M[\varphi(X, Y)/x]], \tag{5.16}$$

где $M[\varphi(X, Y)/x]$ — условное математическое ожидание функции $\varphi(x, Y)$ случайной величины Y при данном значении случайной величины x.

Используя известные теоремы о математических ожиданиях произведения независимых случайных величин, а также (5.16), найдем математическое ожидание среднего значения (5.15):

$$\mu_C(r) = \frac{1}{V} M\left[M\left[\left(\sum_{i=1}^{m} \delta_i v_i\right)\Big/ m\right]\right] = \frac{1}{V}\,\omega\mu_\delta\mu_v, \tag{5.17}$$

где $\omega = \mu_m$ — математическое ожидание числа точек, попавших в объем V с центром пробы в точке r. Этот параметр может быть определен по (5.1).

Согласно (5.3) корреляционную функцию средних значений, определяемых по пробам с объемами V_1 и V_2 и центрами проб в точках соответственно r_1 и r_2 (рис. 44), запишем так:

$$K_C(r_1, r_2) = \mu_C(r_1, r_2) - \mu_C(r_1)\mu_C(r_2), \tag{5.18}$$

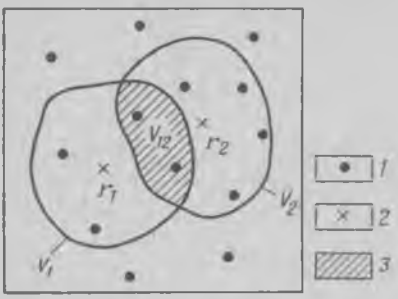


Рис. 44. Схематическое изображение перекрывающихся объемов проб:
1 — неоднороность; *2* — центр пробы; *3* — область пересечения объемов проб

где начальный момент связи

$$\mu_C(r_1, r_2) = M[C(r_1)C(r_2)] = \frac{1}{V_1V_2} M\left[\sum_{i=1}^{m_1} g_i \sum_{j=1}^{m_2} g_j\right].$$

Для определения математического ожидания произведения сумм запишем его в виде

$$M\left[\sum_{i=1}^{m_1} g_i \sum_{j=1}^{m_2} g_j\right] = M\left[\left(\sum_{i=1}^{n_1} g_i + \sum_{k=1}^{m_{12}} g_k\right)\left(\sum_{j=1}^{n_2} g_j + \sum_{l=1}^{m_{12}} g_l\right)\right],$$

где $n_1 = m_1 - m_{12}$; $n_2 = m_2 - m_{12}$ — соответственно количество точек, попавших в неперекрывающиеся области объемов V_1 и V_2; m_{12} — число точек в области пересечения объемов V_{12} (см. рис. 44). Учитывая свойство независимости функций независимых случайных величин, а в данном случае по принятым условиям и свойствам пуассоновской модели величины n_1, n_2, m_{12}, g_i, g_j $(i \neq j)$ взаимно независимы, получим

$$M\left[\sum^{m_1} g_i \sum^{m_2} g_j\right] = M\left[\sum^{n_1} g_i \sum^{n_2} g_j\right] + M\left[\sum^{n_1} g_j \sum^{m_{12}} g_l\right] + M\left[\sum^{n_2} g_j \sum^{m_{12}} g_k\right] + M\left[\sum^{m_{12}} g_k \sum^{m_{12}} g_l\right].$$

Применяя к слагаемым формулу полного математического ожидания (5.16) и учитывая, что $\mu_{n_1} = \mu_{m_1} - \mu_{m_{12}}$; $\mu_{n_2} = \mu_{m_2} - \mu_{m_{12}}$, найдем

$$M\left[\sum^{m_{12}} g_k \sum^{m_{12}} g_l\right] = M\left[\sum_{k=1}^{m_{12}} g_k^2 + \sum_{k,l=1}^{m_{12}} \sum_{k \neq l}^{m_{12}} g_k g_l\right] = \mu_m M[g^2] + M[m(m-1)]\mu_g^2.$$

Подстановка полученных формул и (5.17) в (5.18) приводит к выражению для искомой корреляционной функции

$$K_C(r_1, r_2) = \frac{1}{V_1V_2}(\mu_{m_{12}}\sigma_g^2 + \sigma_{m_{12}}^2\mu_g^2). \qquad (5.19)$$

Учитывая, что дисперсия веса частиц $\sigma_g^2 = \mu_v^2\sigma_\delta^2 + \mu_\delta^2\sigma_v^2$, математическое ожидание $\mu_g = \mu_\delta\mu_v$, а $\mu_{m_{12}} = \sigma^2_{m_{12}} = \omega$ для распределения Пуассона (5.19) можно преобразовать к виду

$$K_C(r_1, r_2) = (\omega_{12}/V_1V_2)\,\Gamma_{\delta v}, \tag{5.20}$$

где $\Gamma_{\delta v} = \mu_v^2\sigma_\delta^2 + \mu_\delta^2\sigma_v^2 + \mu_\delta^2\mu_v^2$, а ω_{12} — математическое ожидание числа точек в области V_{12} (см. рис. 44).

Из (5.20) следует выражение для дисперсии

$$\sigma_C^2(r) = (\omega/V^2)\,\Gamma_{\delta v}. \tag{5.21}$$

Необходимо подчеркнуть, что в (5.20) и (5.21) зависимость от аргументов r_1, r_2 и r выражена в неявном виде через характеристики ω_{12} и ω, вычисляемые по (5.1). Используя (5.21) и (5.17), для квадрата коэффициента вариации можно записать

$$\varepsilon_C^2(r) = \sigma_C^2(r)/\mu_C^2(r) = (1/\omega)\left(\varepsilon_\delta^2 + \varepsilon_v^2 + 1\right), \tag{5.22}$$

где ε_δ и ε_v — коэффициенты вариаций соответственно удельного веса и объема частиц. Отметим, что дисперсия и коэффициент вариации зависят как от объема пробы, так и от дисперсии и средних значений удельного веса и объема продуктивных частиц.

Из (5.20) и (5.21) следует выражение для нормированной корреляционной функции

$$R_C(r_1, r_2) = K_C(r_1, r_2)/\sigma_C(r_1)\,\sigma_C(r_2) = \omega_{12}/\sqrt{\omega_1\omega_2},$$

где ω_1 и ω_2 — параметры, входящие в формулу дисперсии (5.21), для проб соответственно в точках r_1 и r_2. Из этого выражения следует, что при равномерном распределении частиц в пространстве ($\nu = \nu(\rho) = \text{const}$, $\omega_{12} = \nu V_{12}$, $\omega_1 = \nu V_1$, $\omega_2 = \nu V_2$ нормированная корреляционная функция принимает вид

$$R_C(r_1, r_2) = V_{12}/\sqrt{V_1V_2},$$

т. е. зависит только от величины области перекрытия проб и в отличие от корреляционной функции (5.20) бессодержательна в отношении количественных характеристик пространственных и амплитудных факторов неоднородности опробуемого геологического тела.

В тех случаях, когда для среды, содержащей неоднородности конечных размеров, заданы математическое ожидание $\mu_U(\rho)$ и корреляционная функция $K_U(\rho_1, \rho_2)$ моделируемой характеристики $U(\rho)$, задача определения вероятностных параметров интегральных свойств модели в общем случае состоит в вычислении математического ожидания и корреляционной функции случайного поля

$$W(r) = \int_V \varphi(\rho;\ r)\,U(\rho;\ r)\,d\rho, \tag{5.23}$$

где $\varphi(r;\ \rho)$ — некоторая заданная неслучайная функция; V — область интегрирования случайного поля $U(\rho)$.

Для решения поставленной задачи воспользуемся известным приемом [9].

Учитывая возможность перестановки операций интегрирования и математического ожидания, из (5.23) находим математическое ожидание поля $W(r)$:

$$\mu_W(r) = \int_V \varphi(\rho;\ r)\,\mu_U(\rho;\ r)\,d\rho. \tag{5.24}$$

По определению

$$K_W(r_1,\ r_2) = M\{[W(r_1) - \mu_W(r_1)][W(r_2) - \mu_W(r_2)]\}.$$

Подставляя в это выражение (5.23) и (5.24), после преобразования произведения интегралов в двойной интеграл получим

$$K_W(r_1,\ r_2) = \int_V \int_V \varphi(\rho_1;\ r_1)\,\varphi(\rho_2;\ r_2)\,K_U(\rho_1,\ \rho_2)\,d\rho_1 d\rho_2. \tag{5.25}$$

Рассмотрим вычисление интегрального среднего значения характеристики $U(\rho)$, придав ей смысл значения концентрации химического элемента в точке ρ неоднородной среды. Если центр пробы объема V поместить в точку r, то, очевидно, среднее объемное содержание

$$C(r) = \frac{1}{V}\int_V U(\rho;\ r)\,d\rho,$$

где $d\rho$ — элемент объема среды. Из сравнения этого выражения с (5.23) видно, что весовая функция $\varphi(\rho;\ r) = 1/V$. Следовательно, в данном случае формулы (5.24) и (5.25) записываются так:

$$\mu_C(r) = \frac{1}{V}\int_V \mu_C(\rho;\ r)\,d\rho; \tag{5.26}$$

$$K_C(r_1,\ r_2) = \frac{1}{V^2}\int_V \int_V K_U(\rho_1,\ \rho_2)\,d\rho_1 d\rho_2. \tag{5.27}$$

Из (5.27) следует, что дисперсия среднего содержания $\sigma_C^2(r) = K_C(r,\ r)$ зависит от корреляционных свойств неоднородной среды, т. е. от пространственного и амплитудного факторов неоднородности.

Если среда аппроксимируется моделью ячеистого беспорядка, то для пробы, включающей m ячеек, среднее значение C анализируемого признака X будет

$$C = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} X_i, \tag{5.28}$$

где X_i — амплитуда признака в i-й ячейке, задаваемая моделью Изинга (5.7).

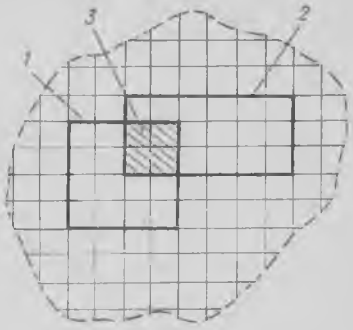


Рис. 45. Расположение проб на
1 и *2* — контуры проб, включающих соответственно m_1 и m_2 ячеек; *3* — область перекрытия объемов проб, включающая m_{12} ячеек

С учетом (5.9) математическое ожидание C можно записать в виде

$$\mu_C(m) = \frac{1}{m}\sum^{m}\mu_{X_i} = p_m\mu_{X_1} + q_m\mu_{X_0}, \qquad (5.29)$$

где $p_m = \frac{1}{m}\sum^{m} p_i$, $q_m = \frac{1}{m}\sum^{m} q_i$ — усредненные по объему пробы вероятности «рудного» и «безрудного» состояний.

Корреляционную функцию $K_C(m_1, m_2)$, характеризующую зависимость между средними значениями признака в пробах из m_1 и m_2 ячеек (рис. 45), можно определить по формуле (П.1.14), справедливой в силу независимости амплитуд X_i и X_j при $i \neq j$.

Действительно, так как ковариация $\operatorname{cov}(X_l, X_l) = \sigma^2_{X_l}$ при $l = 1, \ldots, m_{12}$, где m_{12} — количество ячеек в области перекрытия проб (см. рис. 45), то

$$K_C(m_1, m_2) = \operatorname{cov}(C_1, C_2) =$$

$$= \frac{1}{m_1 m_2}\operatorname{cov}\left(\sum_{i=1}^{m_1} X_i \sum_{j=1}^{m_2} X_j\right) = \frac{1}{m_1 m_2}\sum_{l=1}^{m_{12}}\sigma^2_{X_l}, \qquad (5.30)$$

где $\sigma^2_{x_l}$ — дисперсия признака в l-й ячейке определяется по (5.11). Используя (5.30), получим дисперсию среднего значения признака:

$$\sigma^2_C(m) = K_C(m, m) = \frac{1}{m^2}\sum^{m}\sigma^2_{X_i}. \qquad (5.31)$$

Формулы (5.29)—(5.31) значительно упрощаются для однородной модели Изинга, т. е. при постоянных значениях вероятности p для всех ячеек модели. В этом случае

$$\mu_C = \mu_C(m) = \mu_X = p\mu_{X_1} + q\mu_{X_0}; \qquad (5.32)$$

$$\sigma^2_C = \sigma^2_C(m) = (1/m)\,\sigma^2_X; \qquad (5.33)$$

$$K_C(m_1, m_2) = (m_{12}/m_1 m_2)\,\sigma^2_X, \qquad (5.34)$$

а нормированная корреляционная функция

$$R_C(m_1, m_2) = m_{12}/\sqrt{m_1 m_2}\,.$$

Отметим значительное сходство этих формул с полученными выше выражениями для интегральных характеристик пуассоновской модели.

Примеры моделей опробования и вычисления интегральных характеристик

Стохастические модели случайных сред и способы их анализа позволяют на достаточно строгой математической основе решать ряд практически важных задач геолого-геофизического опробования неоднородных геологических объектов, обосновать правила вычисления для них интегральных физических свойств. В рассматриваемых ниже примерах показано, что решения на основе стохастических моделей приводят, с одной стороны, к принципиальным интерпретационно-методическим выводам, а с другой — позволяют целенаправленно планировать экспериментальное изучение статистических характеристик случайных сред.

Пример 5.7. Обоснование объема пробы, достаточного для достижения заданной точности определения объемного содержания полезного компонента в пробе при заданном уровне значимости α, — важная задача геолого-геофизического опробования. Результат ее решения зависит от принятого критерия оценки качества опробования. Наиболее часто используется абсолютная или относительная ошибка определения содержания, характеризующиеся соответственно средним квадратичным отклонением σ и коэффициентом вариации $\varepsilon = \sigma/\mu_C$, где μ_C — математическое ожидание среднего содержания элемента в опробуемом геологическом объекте. В дальнейших выводах сделаны допущения об отсутствии систематических технических погрешностей, а также о распределении величины C по нормальному закону. Учитывая максимальную энтропию этого закона в классе распределений с заданной дисперсией [16], полученные оценки объемов следует считать верхними пределами, если в действительности содержания распределены по законам, отличающимся от нормального.

При заданной средней квадратической ошибке σ необходимая точность определения величины C может быть достигнута только в том случае, если ее значения будут находиться в интервале $\mu_C - \sigma t_\alpha - \mu_C + \sigma t_\alpha$, где t_α — квантиль нормального распределения. Если полагать, что содержание элемента в пробе и техническая ошибка его определения — величины независимые, это условие равносильно соблюдению следующего неравенства

$$\sigma_C^2 + \sigma_1^2 < t_\alpha^2 \sigma^2, \tag{5.35}$$

где $\sigma_C{}^2$ — дисперсия содержания элемента, вызванная неоднородностью строения опробуемого объекта; σ_1 — техническая ошибка определения содержания элемента.

Разделив обе части неравенства (5.35) на $\mu_C{}^2$, получим соотношение для критерия относительной точности

$$\varepsilon_C^2 + \varepsilon_1^2 < t_\alpha^2 \varepsilon^2, \tag{5.36}$$

где $\varepsilon_1 = \sigma^1/\mu_C$ — техническая относительная ошибка.

В (5.35) и (5.36) только $\sigma_C{}^2$ и $\varepsilon_C{}^2$ зависят от параметров неоднородной среды и объема проб. Поэтому дальнейшее использование этих выражений

определяется видом принятой стохастической модели среды, что позволяет решить неравенство относительно объема пробы.

В качестве примера рассмотрим среду с неоднородностями малых размеров, с которыми связан полезный элемент. Подстановка (5.21) в (5.35) и (5.22) в (5.23) с учетом (5.17) позволяет получить соотношения, определяющие необходимый объем пробы в точке r в зависимости от принятого критерия оценки точности

$$V_\sigma(r) > \frac{\mu_C(r)}{t_\alpha^2\sigma^2 - \sigma_1^2}\left(\frac{\mu_v}{\mu_\delta}\sigma_\delta^2 + \frac{\mu_\delta}{\mu_v}\sigma_v^2 + \mu_\delta\mu_v\right), \tag{5.37}$$

$$V_\varepsilon(r) > \frac{\mu_\delta\mu_v}{\mu_C(r)\left(t_\alpha^2\varepsilon^2 - \varepsilon_1^2\right)}\left(\varepsilon_\delta^2 + \varepsilon_v^2 + 1\right), \tag{5.38}$$

где $V_\sigma(r)$ и $V_\varepsilon(r)$ — объемы проб, удовлетворяющие соответственно заданным абсолютной и относительной точности определения содержаний.

Полученные выражения показывают, что решение вопроса о необходимом объеме проб прежде всего должно начинаться с выбора оценки качества опробования. Действительно, из (5.37) и (5.38) следует, что для обеспечения заданной абсолютной точности объем проб должен увеличиваться в области повышенных содержаний, а для удовлетворения допусков на относительную погрешность объем $V_\varepsilon(r)$ должен возрастать при уменьшении средних содержаний элемента $\mu_C(r)$.

Приведем числовой пример. Необходимо найти минимальный объем пробы для определения содержания золота. Ожидаемые средние содержания 2,5 и 5 г/м³, плотность золота постоянна: $\mu_\delta = 19$ г/см³, $(\sigma_\delta = 0)$, средний объем золотин $\mu_V = 5\cdot10^{-4}$ см³, стандарт $\sigma_V = 5\cdot10^{-4}$ см³, техническая ошибка определения содержания $\sigma_1 = 0{,}1$ г/м³. Определим объемы проб при заданной средней квадратической погрешности $\sigma = 0{,}5$ г/см³, а также относительной $\varepsilon = 0{,}2$. Приводя параметры к одной размерности и используя (5.37) и (5.38), получим для $\mu_C = 2{,}5$ г/м³ $V_\sigma \geqslant 0{,}05$ м³, $V_\varepsilon \geqslant 0{,}05$ м³; для $\mu_C = 5$ г/м³ $V_\sigma \geqslant 0{,}1$ м³, $V_\varepsilon \geqslant 0{,}025$ м³.

Пример 5.8. Прогноз содержаний полезного компонента (петрофизических свойств) по данным геофизического опробования *in situ* — широко распространенная задача, имеющая большое практическое значение. В математическом отношении эта задача решается обычно методами регрессионного анализа, причем выходной переменной является прогнозируемая характеристика, измеренная на эталонных образцах, а входом — значения физических полей, регистрируемых на интервалах отбора эталонных образцов. Различие в объемах областей относимости значений, измеренных на образцах и в естественном залегании, имеет для неоднородных сред принципиально важное значение и является одной из главных причин расхождений между эталонными и прогнозируемыми значениями. Аналогичные дефекты возникают и при оценке качества геолого-геофизического опробования по результатам контрольного пробоотбора или контрольных измерений. В дальнейшем будем различать две схемы повторного опробования (рис. 46). В первой схеме эталонные определения выходной характеристики проводятся на образцах, изъятых из места естественного залегания до проведения повторных, в частности геофизических, измерений. Условимся называть такую процедуру опробованием без перекрытия объемов проб или кратко — опробование без перекрытия (рис. 46, *а*). Такая ситуация типична для скважин, в частности, при каротажных

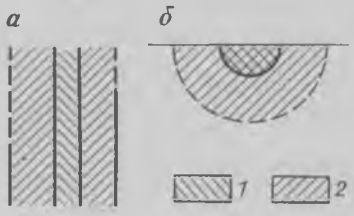


Рис. 46. Схемы повторного опробования без перекрытия (*а*) и с перекрытием (*б*) объемов проб: *1* — эталонная проба; *2* — объем изучения геофизическими методами

измерениях. Кроме того, к этой схеме относится контрольный пробоотбор при проведении литогеохимических съемок или опробования рудных тел.

При второй схеме повторного опробования эталонные пробы частично или полностью перекрывают первичные пробы (рис. 46, *б*). Такое опробование с перекрытием обычно реализуется при изучении поверхностей горных выработок ядерно-геофизическими методами, при проведении контрольных геофизических измерений. Условно к этой схеме можно отнести методы с переменной глубиной исследования, например метод ВЭЗ и др.

Очевидно, что анализ схем повторного опробования в первую очередь должен быть нацелен на выявление возможных причин систематических и случайных расхождений между значениями признака, измеряемого в сравниваемых пробах. Пусть C_1 и C_2 — значения признака соответственно для эталонной и рядовой проб. Расхождение между этими значениями $\Delta C = C_2 - C_1$ будем характеризовать математическим ожиданием $\mu_{\Delta C}$ и дисперсией $\sigma_{\Delta C}$

$$\mu_{\Delta C} = M[C_2 - C_1] = \mu_{C_2} - \mu_{C_1}; \tag{5.39}$$

$$\sigma^2_{\Delta C} = D[C_2 - C_1] = \sigma^2_{C_1} + \sigma^2_{C_2} - 2\,\mathrm{cov}\,(C_1, C_2). \tag{5.40}$$

Для однородной модели Изинга подстановка (5.32) в (5.39) приводит к значению $\mu_{\Delta C} = 0$, так как математические ожидания C_1 и C_2 в данном случае не зависят от объемов проб. Учитывая, что ковариация $\mathrm{cov}(C_1, C_2) = K_C(m_1, m_2)$, где m_1 и m_2 — объемы соответственно эталонной и рядовой проб, и подставляя (5.33) и (5.34) в (5.40), получим

$$\sigma^2_{\Delta C} = \frac{(m_2 + m_1 - 2m_{12})\,\sigma^2_X}{m_1 m_2}, \tag{5.41}$$

где $\sigma_X{}^2$ — дисперсия значения признака X для модели Изинга (5.7).

Из (5.41) следует, что при опробовании без перекрытия

$$\sigma^2_{\Delta C} = \frac{(m_2 + m_1)\,\sigma^2_X}{m_1 m_2}, \tag{5.42}$$

так как число ячеек в перекрывающихся объемах проб $m_{12} = 0$. Из (5.42) следует, что в тех случаях, когда объемы эталонных и рядовых проб значительно отличаются друг от друга, дисперсия расхождения признака C практически определяется пробой наименьшего объема. Действительно, при $m_1 \ll m_2$ выражение (5.68) выглядит так: $\sigma^2_{\Delta C} \approx \sigma^2_X / m_1$

Более устойчиво опробование с перекрытием, так как в этом случае параметр $m_{12} > 0$. В частности, из (5.67) следует, что при равных объемах проб ($m_1 = m_2 = m_{12}$) $\sigma^2_{\Delta C} = 0$. Поэтому для минимизации ошибки воспроизводимости при опробовании с перекрытием необходимо стремиться к минимальному различию в объемах эталонных и рядовых проб.

Пример 5.9. Рассмотрим зону, представленную чередованием рудных и безрудных прослоев. Мощность зоны H, средняя мощность рудных тел h, относительная доля мощности рудных тел в зоне p. Определим для такой зоны вероятностные характеристики следующей системы суммарных случайных параметров: массы Q_Σ, продольной проводимости S_Σ и поперечного сопротивления T_Σ. В примере 5.6 было рассмотрено описание аналогичной зоны с использованием однородной модели Изинга. Примем число ячеек в модели $m \approx H/h$, тогда обобщенные параметры можно записать в виде

$$S_\Sigma = \sum_i^m S_i; \quad T_\Sigma = \sum_i^m T_i; \quad Q_\Sigma = \sum_i^m Q_i,$$

где $S_i = h/\rho_i$, $T_i = h\rho_i$ и $Q = h\delta_i$ — соответственно продольная проводимость, поперечное сопротивление и линейная масса i-го пласта в зоне.

Согласно (5.8) стохастическую модель зоны в данном случае можно описать системой уравнений

$$\left.\begin{aligned} S_i &= (h/2)\,[(1+k_i)/\rho_1 + (1-k_i)/\rho_2],\\ T_i &= (h/2)\,[(1+k_i)\,\rho_1 + (1-k_i)\,\rho_2],\\ Q_i &= (h/2)\,[(1+k_i)\,\delta_1 + (1-k_i)\,\delta_2], \end{aligned}\right\} \qquad (5.43)$$

где ρ_1, δ_1 и ρ_2, δ_2 — удельное электрическое сопротивление и плотность соответственно рудных и безрудных прослоев.

Для определения вектора математических ожиданий μ и ковариационной матрицы A системы случайных величин используем (5.32)—(5.34) с учетом отсутствия в (5.43) множителя $1/m$. Тогда

$$\vec{\mu} = [\mu_{S_\Sigma},\ \mu_{T_\Sigma},\ \mu_{Q_\Sigma}] = m\,[\mu_S,\ \mu_T,\ \mu_Q];$$

$$A = \begin{bmatrix} \sigma^2_{S_\Sigma} & \operatorname{cov}(S_\Sigma, T_\Sigma) & \operatorname{cov}(S_\Sigma, Q_\Sigma) \\ \operatorname{cov}(S_\Sigma, T_\Sigma) & \sigma^2_{T_\Sigma} & \operatorname{cov}(T_\Sigma, Q_\Sigma) \\ \operatorname{cov}(S_\Sigma, Q_\Sigma) & \operatorname{cov}(T_\Sigma, Q_\Sigma) & \sigma^2_{Q_\Sigma} \end{bmatrix} =$$

$$= m \begin{bmatrix} \sigma^2_S & \operatorname{cov}(S, T) & \operatorname{cov}(S, Q) \\ \operatorname{cov}(S, T) & \sigma^2_T & \operatorname{cov}(T, Q) \\ \operatorname{cov}(S, Q) & \operatorname{cov}(T, Q) & \sigma^2_Q \end{bmatrix},$$

где через S, T, Q обозначены случайные переменные в системе (5.43). С учетом (5.9)—(5.11) вектор математических ожиданий и ковариационную матрицу можно представить в виде слагаемых:

$$\vec{\mu} = mh\,(p\vec{\mu}_1 + q\vec{\mu}_2), \qquad (5.44)$$

где

$$\vec{\mu}_1 = [\mu_{1/\rho_1},\ \mu_{\rho_1},\ \mu_{\delta_1}];\quad \vec{\mu}_2 = [\mu_{1/\rho_2},\ \mu_{\rho_2},\ \mu_{\delta_2}],$$

и

$$A = mh^2\,(pC_1 + qC_2 + pqC_{12}), \qquad (5.45)$$

где

$$C_1 = \begin{bmatrix} \sigma^2_{1/\rho_1} & \operatorname{cov}(1/\rho_1, \rho_2) & \operatorname{cov}(1/\rho_1, \delta_1) \\ \operatorname{cov}(1/\rho_1, \rho_1) & \sigma^2_{\rho_1} & \operatorname{cov}(\rho_1, \delta_1) \\ \operatorname{cov}(1/\rho_1, \delta_1) & \operatorname{cov}(\rho_1, \delta_1) & \sigma^2_{\delta_1} \end{bmatrix},$$

$$\operatorname{cov}(1/\rho_1, \rho_1) = M\,[(1/\rho_1, \rho_1)\,\rho_1] - \mu_{1/\rho_1}\mu_{\rho_1} = 1 - \mu_{1/\rho_1}\mu_{\rho_1};$$

C_2 — матрица, получаемая заменой в C_1 ρ_1 и δ_1 соответственно на ρ_2 и δ_2;

$C_{12} = (\vec{\mu}_1 - \vec{\mu}_2)^T (\vec{\mu}_1 - \vec{\mu}_2)$.

Формулы (5.44) и (5.45) позволяют рассчитать характеристики генеральной совокупности системы случайных величин S_Σ, T_Σ, Q_Σ, задавшись определенными значениями вероятностных параметров для субгоризонтальной залежи железных руд, аналогичной выявленным на месторождениях Ангарской железорудной провинции [13]. Примем мощность скарново-рудной зоны $H = 100$ м, среднюю мощность сплошных руд $h = 5$ м, коэффициент рудоносности $p = 0{,}7$.

Пределы изменения плотности и удельного сопротивления сплошных руд: $\delta_{1\min}=3{,}4$ г/см^3; $\delta_{1\max}=4$ г/см^3; $\rho_{1\min}=10$ Ом·м; $\rho_{1\max}=30$ Ом·м, а для скарнированных пород: $\delta_{2\min}=2{,}6$ г/см^3; $\delta_{2\max}=3$ г/см^3; $\rho_{2\min}=60$ Ом·м; $\rho_{2\max}=100$ Ом·м.

Будем полагать, что для руд и скарнов в отдельности значения плотности и удельного электрического сопротивления независимы, т. е.

$$\operatorname{cov}(\rho_1,\ \delta_1)=\operatorname{cov}(1/\rho_1,\ \delta_1)=\operatorname{cov}(\rho_2,\ \delta_2)=\operatorname{cov}(1/\rho_2,\ \delta_2)=0.$$

Для расчетов по (5.44) и (5.45) необходимо определить математические ожидания и дисперсии случайных величин ρ_1, ρ_2, $1/\rho_1$, $1/\rho_2$, δ_1 и δ_2. Учитывая, что для случайных величин ρ и δ известны только их крайние значения, целесообразно считать их распределенными по равномерному закону, обладающему в данной ситуации максимальной энтропией. Известно, что для случайной величины x, равномерно распределенной на интервале $x_{\min}$—$x_{\max}$, математическое ожидание и дисперсия определяются выражениями

$$\mu_x=(x_{\min}+x_{\max})/2;\quad \sigma_x^2=(x_{\max}-x_{\min})^2/12. \tag{5.46}$$

Вычисляя эти параметры для ρ и δ, получим

$$\mu_{\rho_1}=20\ \text{Ом·м};\qquad \mu_{\rho_2}=80\ \text{Ом·м};$$

$$\sigma^2_{\rho_1}=33{,}3\ \text{Ом·м}^2;\qquad \sigma^2_{\rho_2}=133{,}3\ \text{Ом·м}^2;$$

$$\mu_{\delta_1}=3{,}7\ \text{г/см}^3;\qquad \mu_{\delta_2}=2{,}8\ \text{г/см}^3;$$

$$\sigma^2_{\delta_1}=0{,}03\ \text{г}^2/\text{см}^6;\qquad \sigma^2_{\delta_2}=0{,}0133\ \text{г}^2/\text{см}^6.$$

Для определения математического ожидания и дисперсии $1/\rho$ воспользуемся формулами (П.1.3) и (П.1.4), тогда

$$\mu_{1/\rho}=\frac{1}{\rho_{\max}-\rho_{\min}}\int\limits_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}}\frac{d\rho}{\rho}=\frac{1}{\rho_{\max}-\rho_{\min}}\ln\frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}},$$

$$\sigma^2_{1/\rho}=\frac{1}{\rho_{\max}-\rho_{\min}}\int\limits_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}}\frac{d\rho}{\rho^2}-\mu^2_{1/\rho}=\frac{1}{\rho_{\max}-\rho_{\min}}-\mu^2_{1/\rho}.$$

Подставляя исходные данные, найдем:

$$\mu_{1/\rho_1}=0{,}0549\ \text{Ом·м}^{-1};\quad \mu_{1/\rho_2}=0{,}0128\ \text{Ом·м}^{-1};$$

$$\sigma^2_{1/\rho_1}=3{,}16\cdot10^{-4}\ \text{Ом·м}^{-2};\quad \sigma^2_{1/\rho_2}=3{,}58\cdot10^{-6}\ \text{Ом·м}^{-2}.$$

Подстановка в (5.44) и (5.45) приводит к следующим результатам:

$$\vec{\mu}=[4{,}23;\ \ 3800;\ \ 343];$$

$$A=\begin{bmatrix}0{,}297 & -302{,}7 & 3{,}980\\ -302{,}7 & 410\cdot10^3 & -5670\\ 3{,}980 & -5670 & 97{,}5\end{bmatrix}.$$

По ковариационной матрице A можно рассчитать корреляционную

$$B=\begin{bmatrix}1{,}00 & -0{,}87 & 0{,}74\\ -0{,}87 & 1{,}00 & -0{,}90\\ 0{,}74 & -0{,}90 & 1{,}00\end{bmatrix},$$

показывающую, что, несмотря на отсутствие корреляции между значениями

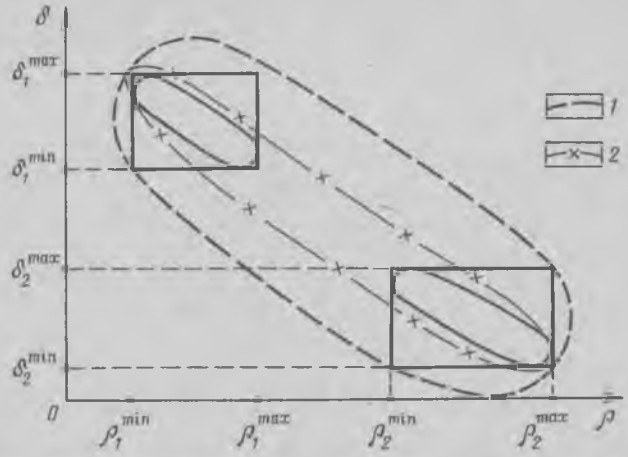


Рис. 47. Корреляционная связь между обобщенными параметрами неоднородных объектов.

Контуры областей рассеяния: *1* — при независимом и равномерном распределении δ и η в пределах прямоугольников, *2* — при отрицательной корреляции δ и ρ, распределенных внутри эллипсов

физических свойств пород каждой разновидности в отдельности, обобщенные параметры неоднородной зоны в целом тесно коррелированы, причем основной вклад в корреляцию дают расхождения между средними значениями параметров [матрица C_{12} с множителем pq в (5.45)]. Из этого следует, в частности, что при прочих равных условиях максимальная сила связи между параметрами S_Σ и Q_Σ, T_Σ и Q_Σ наблюдается при $p=q=0{,}5$. Заметим, что допущение независимости удельного электрического сопротивления и плотности внутри каждой разновидности пород зоны практически равносильно наиболее неблагоприятному — в смысле тесноты корреляционной связи между S_Σ и Q_Σ, T_Σ и Q_Σ — случаю, так как существование, например, отрицательных корреляций для каждой из разновидностей должно усиливать корреляцию обобщенных параметров (рис. 47). Приведенный пример и рис. 47 иллюстрируют характерную особенность природы корреляционных зависимостей, типичных для обобщенных параметров неоднородных объектов.

Результаты примера показывают возможность использования стохастических моделей для прямого расчета уравнения регрессии. Действительно, параметры генеральной совокупности системы случайных величин, рассчитываемые по (5.44) и (5.45), позволяют на основе известных в теории вероятностей формул для условных математических ожиданий и дисперсий [32] определить, например, регрессию массы на суммарную продольную проводимость — μ_{Q_Σ/S_Σ}, а также ошибку прогноза $\sigma_{Q_\Sigma/S_\Sigma}$

$$\mu_{Q_\Sigma/S_\Sigma} = \mu_{Q_\Sigma} + [\operatorname{cov}(S_\Sigma, Q_\Sigma)/\sigma^2_{S_\Sigma}]\,(S_\Sigma - \mu_{S_\Sigma});$$

$$\sigma_{Q_\Sigma/S_\Sigma} = \frac{1}{\sigma_{S_\Sigma}} \sqrt{\sigma^2_{S_\Sigma}\sigma^2_{Q_\Sigma} - \operatorname{cov}^2(S_\Sigma, Q_\Sigma)}\ .$$

Подставляя в эти формулы численные значения параметров, определенные ранее, получим

$$\mu_{Q_\Sigma/S_\Sigma} = (13{,}4S_\Sigma + 286)\ \text{г/см}^2;\quad \sigma_{Q_\Sigma/S_\Sigma} = 12{,}2\ \text{г/см}^2.$$

Это уравнение показывает возможность оценки прогнозных запасов железа по данным, в частности, метода ЗСБ, с успехом использующегося при изучении железорудных месторождений Восточной Сибири [7], а также несомненную пользу от комплексирования электромагнитных зондирований и гравиразведки.

5.3. МОДЕЛИ ПОЛЕЙ ДЛЯ ОБЪЕКТОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Эффективность вероятностно-статистического подхода к обработке, анализу и интерпретации геофизических данных доказана работами С. В. Гольдина, Ф. М. Гольцмана, Т. Б. Калининой, А. А. Никитина и других исследователей [15, 16, 31, 44]. Его реализация привела к разработке статистической теории интерпретации геофизических данных, включающей приемы выделения слабых геофизических аномалий, комплексного анализа и количественной интерпретации данных. Рассматриваемые ниже способы вычисления стохастических эффектов расширяют класс модельных представлений, используемых при вероятностно-статистическом подходе.

Связь между параметрами стохастических моделей объектов и создаваемыми ими аномальными эффектами устанавливается в результате решения прямых задач, сводящихся в данном случае к расчету некоторых вероятностных характеристик случайных геофизических полей. В дальнейшем полученные обобщенные характеристики, например математические ожидания, дисперсии или корреляционные функции, могут быть использованы для решения многих методических и интерпретационных задач. К числу последних относятся определение диапазона возможных вариаций аномальных эффектов априорных ФГМ, исследование разрешающей способности геофизических методов при изучении объектов сложного строения, оценка влияния условий регистрации физического поля на результаты геофизических измерений, определение параметров фильтров для обнаружения слабых геофизических аномалий и др.

Особенности стохастического моделирования геофизических полей

Теоретические расчеты вероятностных характеристик физических полей используют в различных геофизических методах. Например, для сейсмических полей проводят расчеты теоретических распределений амплитуд и времени пробега продольных волн от землетрясений, для электромагнитных — распределений фазы и амплитуды входного импеданса в методе МТЗ [44]. Большое значение стохастические модели имеют в ядерной геофизике. Для исследования влияния структурно-текстурных особенностей руд на результаты рентгенорадиометрического метода используется ячеистая модель гетерогенной среды со случайными рудными включениями кубической формы. На основе этой модели разра-

ботаны методики расчета потока квантов вторичного изучения от гетерогенной среды [26].

Наибольшее распространение получили расчеты вероятностных характеристик потенциальных полей, что связано с высокой степенью разработки аналитических способов решения прямых задач в грави- и магниторазведке. В качестве примеров можно привести способы вычислений математических ожиданий, дисперсий, корреляционных функций или спектральных плотностей физических полей над неоднородными объектами, аппроксимированными той или иной моделью случайной среды [14, 18, 23, 45, 46, 48]. Такие решения вероятностных прямых задач являются теоретической базой для обоснования статистических способов определения обобщенных параметров случайных сред по тем или иным статистикам физического поля, например по его автокорреляционной функции или спектральной плотности.

Ниже на базе математического аппарата, разработанного в теории вероятностей для анализа функций случайных величин, подробно рассматриваются вопросы расчета вероятностных характеристик (математическое ожидание, дисперсия и корреляционные функции) потенциальных полей для двух основных разновидностей стохастических моделей — одиночных объектов со случайными параметрами и неоднородных объектов сложного строения.

Расчеты физических полей для первой разновидности моделей обусловлены необходимостью учета в модели поля априорной неопределенности параметров источников при физико-геологическом моделировании объектов относительно простой правильной геометрической формы. Кроме того, расчет математических ожиданий и корреляционных функций позволяет эффективно использовать эти характеристики для оценки параметров фильтров обнаружения слабых аномалий. Свойство аддитивности эффектов источников потенциальных полей допускает привлечение относительно простых моделей для построения стохастических моделей объектов с более сложной морфологией. Например, моделирование изменчивости контура объекта (рис. 48) может быть выполнено с помощью элементарных источников. При условии независимости координат источников *1—3* (см. рис. 48) будут суммироваться не только математические ожидания, но и корреляционные функции их стохастических эффектов.

Стохастические модели полей сложных объектов неоднородного строения имеют большое значение, с одной стороны, для исследования закономерностей отражения структуры объекта в геофизических полях, а с другой — для решения весьма важного для статистической теории интерпретации вопроса о практической стационарности аддитивной случайной помехи. Рассмотрим последний вопрос более подробно.

Общепринятую в статистической теории интерпретации модель экспериментального поля $G(r)$ можно записать в виде [16, 31]

$$G(r) = U(r) + n(r), \qquad (5.47)$$

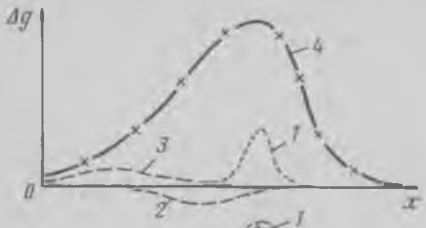
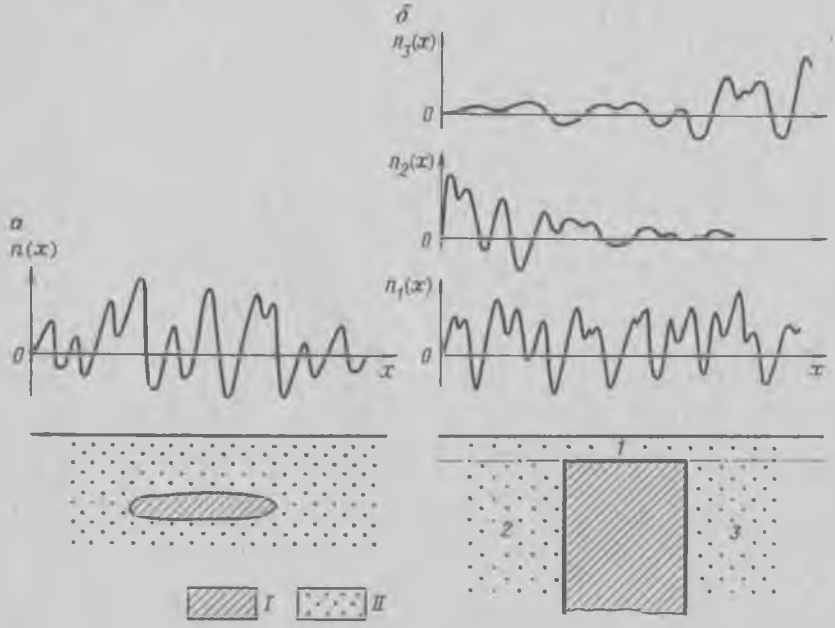


Рис. 48. Аппроксимация двумерного гравитирующего объекта набором моделей с положительными (+) и отрицательной (—) плотностями:

1—4 — контуры моделей и соответствующие этим моделям графики Δg; *5* — контур объекта

Рис. 49. Влияние объекта (*I*) на стационарность поля помех, вызванных неоднородностями вмещающей среды (*II*).

Объекты: *а* — небольшого размера, *б* — значительного размера, $n_1(x)$, $n_2(x)$, $n_3(x)$ — суммарные эффекты, неоднородностей, входящих соответственно в блоки *1*, *2* и *3*



где $U(r)$ — аномальный эффект объекта; $n(r)$ — случайная независимая помеха, обычно принимаемая стационарной.

Предположим, что случайное поле $n(r)$ создается неоднородностями среды, не учитываемыми моделью объекта. Тогда очевидно, что стационарность этого поля должна существенно зависеть от размеров объекта и глубины его залегания. Действительно, если объем, занимаемый объектом, невелик (рис. 49, *а*), исключение такого объема из неоднородной среды практически не скажется на характере поля помех $n(r)$. Если же объект имеет

значительные размеры, то пространство, заполненное вмещающими породами, можно разбить на ряд блоков, содержащих случайные неоднородности. Ясно, что в данной ситуации поле внешних помех будет существенно нестационарным, особенно при малой вертикальной мощности блока, покрывающего модель объектов (рис. 49, *б*). В данном случае нестационарность вызвана ограниченностью размеров боковых блоков вмещающих пород, хотя внутри самих блоков распределение неоднородностей может быть в вероятностном смысле равномерным. В общем случае нестационарность полей усиливается различием формы, размеров и физических свойств неоднородностей в разных блоках вмещающих пород.

Будем полагать распределение неоднородностей в отдельном блоке независимым по отношению к соответствующим распределениям в других блоках. Тогда поля, создаваемые неоднородностями отдельных блоков, также будут независимы. Если исследуемое поле помех потенциально, то

$$n(r) = \sum_{i=1}^{m} n_i(r),$$

где m — число блоков. Математическое ожидание и корреляционная функция поля внешних помех запишутся в виде

$$\mu_n(r) = \sum_{i=1}^{m} \mu_{n_i}(r);$$

$$K_n(r_1, r_2) = \sum_{i=1}^{m} K_{n_i}(r_1, r_2).$$

Следовательно, для задания математической модели помехи $n(r)$ необходимо иметь математический аппарат, позволяющий определять основные параметры случайного поля: математическое ожидание и корреляционную функцию. В связи с этим следует отметить, что способы расчета вероятностных характеристик потенциальных полей от областей, бесконечных по простиранию во всех направлениях (стационарные модели), разработаны весьма детально и для различных видов неоднородных сред [14, 15]. Для нестационарных стохастических моделей способы расчета предложены относительно недавно [18, 48] и базируются на рассмотренных выше вероятностных описаниях неоднородных объектов.

Стохастические эффекты одиночных объектов

Анализ априорных ФГМ обычно связан с необходимостью решения прямых стохастических задач, в том числе и для одиночных объектов однородного внутреннего строения. Это объясняется естественной неопределенностью исхода планируемого геофизического эксперимента, так как до проведения полевых работ

истинное положение объекта в пространстве и его размещение относительно точек съемочной сети остаются в определенной степени неизвестными величинами, для которых возможно указать лишь диапазон допустимых значений. В большинстве случаев неопределенность характерна и для параметров моделей самих объектов, т. е. их глубины залегания, размеров, элементов залегания и др. Поэтому ожидаемые аномальные эффекты естественно рассматривать как реализации случайных процессов, характеристики которых (плотность вероятности, математические ожидания и корреляционные функции) необходимо определить по вероятностному описанию параметров моделируемых объектов.

Для того чтобы рассмотреть решение задачи в общем виде, представим в аддитивной модели (5.47) поле $U(r)$ зависящим от вектора случайных параметров $\vec{p}$. Тогда имеет смысл рассматривать поле $G(r)$ как функцию случайных величин $\vec{p}$ и $n(r)$. Полное решение задачи стохастического моделирования состоит в определении m-мерной плотности случайного вектора $\vec{G}(r) = [G(r_1), \ldots, G(r_m)]$, где $G(r_i)$ — значение случайного поля в i-й точке. Такое решение часто оказывается весьма сложной математической проблемой, так как зависимость аномального эффекта от случайных геометрических параметров объекта, как правило, нелинейная. Поэтому для решения практических задач достаточно знать основные характеристики стохастических моделей полей, а именно математические ожидания и корреляционные функции. Хотя такие решения являются полными только для гауссовских случайных процессов, использование этих характеристик оправдано удобствами их получения и последующего анализа, а также свойством максимальной энтропии гауссовских процессов в классе случайных функций с заданными математическими ожиданиями и корреляционными функциями.

Предполагая независимость помехи и полезного сигнала, что допустимо в большинстве случаев, найдем математическое ожидание и корреляционную функцию суммарного поля (5.47):

$$\mu_G(r) = \mu_U(r) + \mu_n(r);$$

$$K_G(r_1, r_2) = K_U(r_1, r_2) + K_n(r_1, r_2),$$

где $\mu_U(r)$ и $K_U(r_1, r_2)$ — соответственно математическое ожидание и корреляционная функция поля стохастической модели; $\mu_n(r)$ и $K_n(r_1, r_2)$ — соответствующие характеристики помехи.

Математическое ожидание и корреляционную функцию аномального эффекта запишем в виде

$$\mu_U(r) = M[U(r; \vec{p})]; \tag{5.48}$$

$$K_U(r_1, r_2) = M\left[U\left(r_1; \vec{p}\right) U\left(r_2; \vec{p}\right)\right] \mu_U(r_1)\,\mu_U(r_2). \tag{5.49}$$

В этих выражениях случайным является вектор p. Поэтому для определения основных характеристик случайного поля U

достаточно найти его математическое ожидание при фиксированном значении координаты точки r, а также начальный момент связи между значениями поля в заданных точках r_1 и r_2. Таким образом, задача сводится к определению числовых характеристик случайной величины U, рассматриваемой в качестве функции случайного вектора $\vec{p}$. Для решения этой задачи можно применить известный в теории вероятностей математический аппарат (см. прилож. 2), неоднократно использованный в подразд. 5.2.

В приводимых ниже примерах рассмотрены две модели одиночных возмущающих объектов: гравитирующего горизонтального кругового цилиндра и вертикально намагниченного штока. С учетом известного соотношения Пуассона между производными гравитационного и магнитного потенциалов полученные результаты справедливы соответственно для намагниченных по падению тонких пластов и шаров, обладающих избыточной плотностью.

Пример 5.10. Априорная неопределенность положения точек регистрации поля относительно искомых объектов приводит к необходимости рассмотрения ожидаемых аномальных эффектов как случайных величин. Пусть объект имеет форму горизонтального кругового цилиндра, залегающего на глубине h и имеющего массу единицы длины m. Аномалия поля Δg регистрируется дискретной сетью точек, расположенных вдоль оси x с постоянным шагом Δx. Обозначим координаты точек наблюдений $x_i = i\Delta x$, где $i = 0 \pm 1 \ldots$, причем точкой x_0 будем считать ближайшую к центру цилиндра.

Положение точки x_0 и жестко связанных с ней остальных точек относительно центра объекта может изменяться в пределах от $-\Delta x/2$ до $\Delta x/2$, т. е. плотность вероятности смещения ξ имеет вид равномерного закона:

$$f_1(\xi) = 1/\Delta x \quad \text{при} \quad -\Delta x/2 < \xi < \Delta x/2. \tag{5.50}$$

Аномальный эффект горизонтального цилиндра запишем в виде

$$\Delta g = \varphi(\xi) = 2Gmh/[h^2 + (x_l - \xi)^2], \tag{5.51}$$

где G — универсальная гравитационная постоянная.

Определим аналитические выражения математического ожидания и корреляционной функции аномального эффекта, регистрируемого дискретной сетью наблюдений. Согласно (5.48) и (П.1.1) математическое ожидание аномального эффекта цилиндра (5.51) с учетом плотности вероятности (5.50) можно записать в виде

$$\mu_{\Delta g}(x) = \frac{2Gmh}{\Delta x} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \frac{dx}{h^2 + (x - \xi)^2} = \frac{2Gm}{\Delta x} A(x), \tag{5.52}$$

где

$$A(x) = \operatorname{arctg} \frac{x + \Delta x/2}{h} - \operatorname{arctg} \frac{x - \Delta x/2}{h}.$$

Полученное выражение показывает, что математическое ожидание аномального эффекта в данном случае совпадает с эффектом тонкой горизонтальной пластины, причем ее ширина и масса равны соответственно шагу наблюдений Δx и массе цилиндра m.

Для определения корреляционной функции (5.49) найдем начальный момент связи между значениями поля в точках x_1 и x_2, воспользовавшись формулой

(П.1.6):

$$M[\Delta g(x_1)\,\Delta g(x_2)] = \frac{(2Gmh)^2}{\Delta x}\int\limits_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \frac{d\xi}{[h^2+(x_1-\xi)^2]\,[h^2+(x_2-\xi)^2]}. \quad (5.53)$$

Для нахождения интеграла разложим известными приемами подынтегральное выражение на простейшие дроби:

$$\frac{d\xi}{(x_2-x_1)\,[4h^2+(x_2-x_1)^2]}\left[\frac{2\xi+x_2-3x_1}{h^2+(x_1-\xi)^2}-\frac{2\xi+x_1-3x_2}{h^2+(x_2-\xi)^2}\right].$$

Дальнейшее интегрирование с использованием табличных интегралов и подстановка результата и (5.52) в (5.49) приводит к выражению для искомой корреляционной функции

$$K_{\Delta g}(x_1, x_2) = \frac{(2Gm)^2}{\Delta x}\left\{\frac{h^2}{[4h^2+(x_2-x_1)^2}\left[\frac{1}{x_2-x_1}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\,(T(x_1)-T(x_2))+\frac{1}{h}\,(A(x_1)+A(x_2))\right]-\frac{1}{\Delta x}\,A(x_1)\,A(x_2)\right\}, \quad (5.54)$$

где $T(x)=\ln\{[h^2+(x-\Delta x/2)^2]/[h^2+(x+\Delta x/2)^2]\}$.

Полученная формула дает неопределенность при $x_1=x_2$, т. е. ее нельзя непосредственно использовать для вычисления дисперсии $\sigma^2_{\Delta g}(x)=K_{\Delta g}(x, x)$. Но выражение для дисперсии можно получить непосредственным интегрированием (5.53) при $x_1=x_2=x$ с использованием табличного интеграла и последующей подстановкой в (5.49). В результате получим

$$\sigma^2_{\Delta g}(x) = \frac{(2Gm)^2}{\Delta x}\left\{\frac{1}{2}\left[S(x)+\frac{1}{h}\,A(x)\right]-\frac{1}{\Delta x}\,A^2_{(x)}\right\}, \quad (5.55)$$

где $S(x)=(x+a)/[h^2+(x+a)^2]-(x-a)/[h^2+(x-a)^2[$.

Приведем результаты расчетов вероятностных характеристик для аномалии относительного вида, т. е. при $\Delta g_{max}=2\,Gm=1$ усл. ед. Отношение $\Delta x/h$ примем равным 1 и 2 со значениями абсцисс точек расчета x соответственно $-2\,h$, $-h$, 0, h, $2\,h$ и $-2\,h$, 0, $2\,h$. Очевидно, что в данном случае дискретные значения корреляционной функции образуют ковариационную матрицу C (табл. 29).

Данные, приведенные на рис. 50 и в табл. 29, показывают, что для объектов, залегающих на глубинах, сопоставимых с шагом наблюдений или больших него, искажения формы аномалий за счет эффектов дискретизации незначитель-

Таблица 29

Математические ожидания $\mu_{\Delta g}(x)$ и верхний треугольник ковариационной матрицы C для аномалии Δg над горизонтальным цилиндром при $\Delta x/h=1$

x/h	$\mu_{\Delta g}(x)$	Относительные абсциссы расчетных точек x/h				
		−2	−1	0	1	2
−2	0,2075	0,00234	0,00697	−0,00042	−0,00675	−0,00225
−1	0,5191		0,02083	−0,00098	−0,02025	−0,00675
0	0,9273			0,00376	−0,00098	−0,00042
1	0,5191				0,02083	0,00697
2	0,2075					0,00234

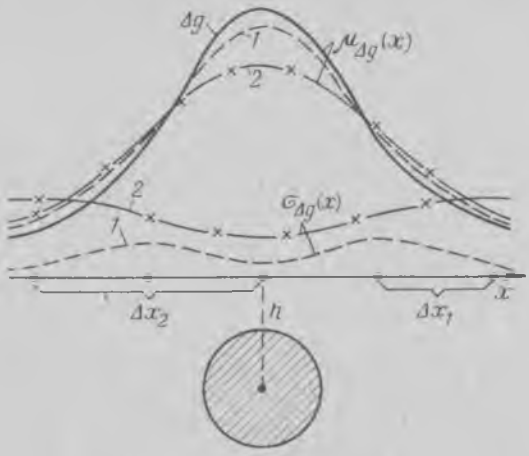


Рис. 50. Графики Δg, математических ожиданий $\mu_{\Delta g}(x)$ и стандартных отклонений $\sigma_{\Delta g}(x)$ над горизонтальным цилиндром.

Шифр кривых — значения $\Delta x/h$

ны. Так, $\mu_{\Delta g}(0)=0{,}9723$ при теоретическом значении $\Delta g_{max}=1$. Дисперсия поля за счет дискретизации также невелика: максимальное значение коэффициента вариации $\sigma_{\Delta g}/\mu_{\Delta g}=0{,}28$, а матрица коэффициентов корреляции R, рассчитанная по данным табл. 29

$$R=\begin{bmatrix} 1{,}0 & 0{,}998 & -0{,}141 & -0{,}966 & -0{,}960 \\ 0{.}998 & 1{,}0 & -0{,}111 & -0{,}973 & -0{,}966 \\ -0{,}141 & -0{,}111 & 1{,}0 & -0{,}111 & -0{,}141 \\ -0{,}966 & -0{,}973 & -0{,}111 & 1{,}0 & 0{,}998 \\ -0{,}960 & -0{,}966 & -0{,}141 & 0{,}998 & 1{,}0 \end{bmatrix},$$

указывает на хорошую коррелируемость регистрируемых значений. Если эти данные рассматривать с точки зрения выделения слабых аномалий, т. е. при низких значениях пикового отношения аномалия/помеха, то становится очевидным, что ковариационная матрица случайной помехи в аномальной зоне изменяется несущественно. Например, при $\sigma_n^2=0{,}09$ ($\sigma_n=0{,}3$; $\Delta g_{max}/\sigma_n=3$) диагональные члены ковариационной матрицы помехи C_n будут превосходить соответствующие элементы ковариационной матрицы случайной аномалии C (см. табл. 29) почти на два порядка. Поэтому в аномальной зоне $C_\Sigma=C_n+C\approx C_n$. При залегании объектов на глубинах $h<\Delta x$ положение изменяется (см. рис. 50 и табл. 30).

По сравнению с данными табл. 29 дисперсии в соответствующих точках возрастают на 1,5—2 порядка; максимальный коэффициент вариации $\sigma_{\Delta g}/\mu_{\Delta g}>1$, а корреляционная матрица

$$R=\begin{bmatrix} 1 & -0{,}096 & -0{,}417 \\ -0{,}096 & 1 & -0{,}096 \\ -0{,}417 & -0{,}096 & 1 \end{bmatrix}$$

имеет малые по абсолютной величине внедиагональные элементы.

Очевидно, что в данном случае для слабых аномалий суммарная ковариационная матрица C_Σ значительно зависит от искажений сигнала при регистра-

Таблица 30

Математические ожидания $\mu_{\Delta g}(x)$ и верхний треугольник ковариационной матрицы C для аномалии Δg над горизонтальным цилиндром при $\Delta x/h=2$

x/h	$\mu_{\Delta g}(x)$	Относительные абсциссы расчетных точек x/h		
		—2	0	2
—2	0,2318	0,08975	0,00460	—0,03747
0	0,7854		0,02585	—0,00460
2	0,2318			0,08975

ции дискретной сетью. При том же самом отношении аномалия/помеха, равном трем, диагональные элементы матрицы C (см. табл. 30) сопоставимы с величиной дисперсии помехи $\sigma_n^2=0{,}09$. Поэтому при небольших глубинах залегания объекта суммарная помеха в аномальной зоне имеет существенно нестационарный характер даже при стационарной случайной помехе, так как диагональные элементы (дисперсии) матрицы C существенно различаются по величине. Очевидно, что в таких ситуациях для выделения слабых аномалий, например способом обратных вероятностей, в качестве эталонного сигнала необходимо использовать не сам аномальный эффект Δg, а его математическое ожидание $(\mu_{\Delta g})$, ковариационную же матрицу помехи вычислять как сумму матриц C и C_n.

Пример 5.11. Рассмотрим стохастическую модель двумерного магнитного поля, создаваемого вертикальным штоком, намагниченным по падению. Известно [37], что для такого объекта вертикальная составляющая вектора индукции

$$Z_a = qh/[h^2 + (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]^{3/2}, \qquad (5.56)$$

где $q=IS$ — магнитная масса (I — намагниченность; S — площадь горизонтального сечения штока); h — глубина залегания; ξ и η — горизонтальные координаты штока соответственно по осям x и y; x и y — координаты точки расчета.

Типичной задачей проектирования является оценка ожидаемого аномального эффекта в условиях неопределенности, т. е. при задании интервалов значений или средних значений и дисперсий параметров. Пусть Δx и Δy — шаг наблюдений по соответствующим осям координат; h_1—h_2 — интервал возможных глубин залегания объекта; μ_q и σ_q — соответственно математическое ожидание и стандарт магнитной массы. Таким образом, в (5.56) фигурируют четыре случайные величины: ξ, η, h, q, причем первые три характеризуют случайность положения сети наблюдений относительно объекта, а последняя входит в это выражение линейно. Очевидно, что математическое ожидание поля $\mu_Z(r)$ и его корреляционная функция $K_Z(r_1, r_2)$, где $r=[x, y]$, позволяют достаточно полно охарактеризовать изменчивость ожидаемого аномального эффекта.

Запишем (5.56) в виде произведения множителя q на координатную функцию $\varphi(r;\ \vec{p}: Z_a(r)=q\varphi(r;\ \vec{p})$, где $\vec{p}=[\xi,\ \eta,\ h]$ — вектор случайных параметров, входящих в (5.56) нелинейно. Все случайные переменные будем полагать независимыми. Тогда, используя (5.48) и (5.49) и учитывая, что $M[q^2]=\sigma_q^2+\mu_q^2$, запишем

$$\mu_Z(r) = \mu_q \mu_\varphi(r); \qquad (5.57)$$

$$K_Z(r_1, r_2) = M[q^2\varphi(r_1;\ \vec{p})\,\varphi(r_2;\ \vec{p})] - \mu_Z(r_1)\,\mu_Z(r_2) =$$

$$= (\sigma_q^2 + \mu_q^2)\,M[\varphi(r_1;\ \vec{p})\,\varphi(r_2;\ \vec{p})] - \mu_q^2\,\mu_\varphi(r_1)\,\mu_\varphi(r_2). \qquad (5.58)$$

Определение математических ожиданий, фигурирующих в этих формулах, с использованием точных формул (П.1.3), (П.1.5) приводит к очень громоздким

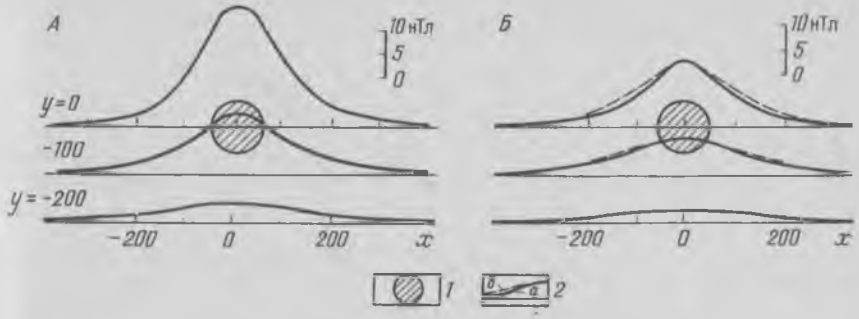


Рис. 51. Графики математического ожидания (*А*) и стандартного отклонения (*Б*) ожидаемого магнитного эффекта над моделью кимберлитовой трубки:

1 — проекция трубки на горизонтальную плоскость; *2* — графики стандартных отклонений при $\Delta x=50$ м (*а*) и $\Delta x=100$ м (*б*)

выражениям. Поэтому рассмотрим приближенное решение, представив координатную функцию в линеаризованном виде (П.1.15):

$$\varphi(r;\ \vec{p}) \approx a_0(r) + a_1(r)(\xi - \mu_\xi) + a_2(r)(\eta - \mu_\eta) + a_3(r)(h - \mu_h),$$

где $a_0(r)$, ..., $a_3(r)$ — коэффициент разложения координатной функции в ряд Тейлора по переменным ξ, η, h. Подставив это выражение в (5.57) и (5.58), получим

$$\mu_Z(r) = \mu_q a_0(r), \tag{5.59}$$

$$K_Z(r_1, r_2) \approx (\sigma_q^2 + \mu_q^2)\left[a_0(r_2) + a_1(r_1)\, a_1(r_2)\,\sigma_\xi^2 + \right.$$

$$\left. + a_2(r_1)\, a_2(r_2)\,\sigma_\eta^2 + a_3(r_1)\, a_3(r_2)\,\sigma_h^2\right] - \mu_q^2 a_0(r_1)\, a_0(r_2). \tag{5.60}$$

Из последнего выражения при $r_1=r_2=r$ можно получить дисперсию поля $\sigma^2_Z(r)$. Согласно (П.1.15) определим коэффициенты разложения, предварительно обозначив $r^2=x^2+y^2$; $\vec{\mu} = [\mu_\xi,\ \mu_\eta,\ \mu_h]$ и учитывая, что $\mu_\xi = \mu_h = 0$:

$$a_0(r) = \varphi(r,\ \vec{\mu}) = \mu_h/\left(\mu_h^2 + r^2\right)^{3/2};$$

$$a_1(r) = (\partial\varphi/\partial\xi)_{\vec{\mu}} = 3x a_0(r)/\left(\mu_h^2 + r^2\right);$$

$$a_2(r) = (\partial\varphi/\partial\eta)_{\vec{\mu}} = 3y a_0(r)/\left(\mu_h^2 + r^2\right);$$

$$a_3(r) = (\partial\varphi/\partial h)_{\vec{\mu}} = (r^2 - 2h^2)\, a_0(r)/\mu_h\left(\mu_h^2 + r^2\right).$$

Используем полученные выражения для расчета стохастической модели магнитного поля Z_a над кимберлитовой трубкой, возможная глубина залегания которой может изменяться от 100 до 150 м, а радиус R — от 30 до 70 м. При среднем значении магнитной восприимчивости кимберлитов $\varkappa=0{,}0126$ ед. СИ [28] примем намагниченность индуцированной и вертикальной: $I=\varkappa Z_0$, где Z_0 — вертикальная составляющая нормального геомагнитного поля. Определение математических ожиданий и дисперсии величин R, ξ, η, распределение которых принято равномерным, производилось по (5.46). Для магнитной массы $q=IS$ эти же параметры определялись по приближенным формулам метода линеаризации:

$$\mu_q = I\pi\mu_R^2; \quad \sigma_q^2 = (2I\pi)^2\,\sigma_R^2.$$

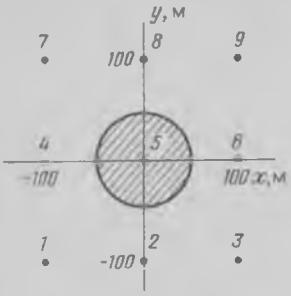


Рис. 52. Расположение и нумерация девяти точек квадратной сети наблюдений над центром модели кимберлитовой трубки

На рис. 51 показаны результаты расчета по формулам (5.59) и (5.60) математических ожиданий $\mu_Z(r)$ и стандартных отклонений σ^2_Z при фиксированном расстоянии между профилями $\Delta y = 100$ м и двух вариантах наблюдений по профилям: $\Delta x = 50$ и $\Delta x = 100$ м. Для обоих вариантов графики $\mu_Z(r)$ совпадают, так как в приближенной формуле (5.59) зависимость математических ожиданий от параметров Δx и Δy отсутствует. Дискретность сети наблюдений порождает дисперсию поля Z_a ожидаемых аномальных эффектов, особенно значительную вблизи эпицентра кимберлитовой трубки. При этом уменьшение шага по профилю от 100 до 50 м несущественно влияет на величину стандартного отклонения (см. рис. 51, *б*), так как основной вклад в дисперсию в данном случае обусловлен расстоянием между профилями Δy. О характере связи между ожидаемыми значениями можно судить по корреляционной матрице, составленной из значений нормированной корреляционной функции. В табл. 31 приведены результаты расчета такой матрицы для значений поля Z_a в девяти точках, расположенных симметрично относительно эпицентра модели (рис. 52).

Пример 5.12. Результаты расчетов стохастических моделей полей могут быть использованы для расширения возможностей способов выделения слабых аномалий [31] на основе учета нестационарности поля случайных помех и неопределенности параметров ФГМ некоторых объектов.

Рассмотрим обработку двумерного поля с помощью окна, включающего m точек, совокупность значений поля на которых образует случайный вектор $\vec{g} = \vec{u} + \vec{n}$, где $\vec{u}$ — случайный вектор аномальных значений; $\vec{n}$ — вектор значений случайной независимой помехи.

Можно вполне обоснованно предполагать, что для слабых аномалий суммарный вектор $\vec{g}$ будет распределен по m-мерному нормальному закону с плотностью вероятности [32]

$$f_{\Sigma}(\vec{g}) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \mid C_{\Sigma} \mid^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\vec{g}^{\mathrm{T}} - \vec{\mu}_g^{\mathrm{T}}\right) C_{\Sigma}^{-1} \left(\vec{g} - \vec{\mu}_g\right)\right],$$

Таблица 31

Координаты расчетных точек и верхний треугольник корреляционной матрицы ожидаемого аномального эффекта Z_a над кимберлитовой трубкой

Номер точки	Координаты, м		Номер точки								
	x	y	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	—100	—100	1	0,88	0,60	0,88	0,71	0,33	0,60	0,33	0,20
2	0	—100		1	0,88	0,62	0,76	0,62	0,33	0,24	0,33
3	100	—100			1	0,33	0,71	0,88	0,20	0,33	0,60
4	—100	0				1	0,76	0,24	0,88	0,62	0,33
5	0	0					1	0,76	0,71	0,76	0,71
6	100	0						1	0,33	0,62	0,88
7	—100	100							1	0,88	0,60
8	0	100								1	0,88
9	100	100									1

где $|\ |$ — символ определителя; $\vec{\mu}_g = \vec{\mu}_u + \vec{\mu}_n$ — суммарное математическое ожидание аномалии $\vec{\mu}_u$ и помехи $\vec{\mu}_n$; $C_\Sigma = C_u + C_n$ — суммарная ковариационная матрица сигнала C_u и помехи C_n.

Плотность вероятности помехи имеет вид

$$f_n(\vec{g}) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} |\ C_n\ |^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\vec{g}^{\mathrm{T}} - \vec{\mu}_n^{\mathrm{T}}\right) C_n^{-1} \left(\vec{g} - \vec{\mu}_n\right)\right].$$

Решение об отсутствии или наличии аномалии принимается по величине коэффициента правдоподобия [31]:

$$\lambda_n = \frac{f_\Sigma(\vec{g})}{f_n(\vec{g})} = \frac{|\ C_\Sigma\ |^{1/2}}{|\ C_n|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\vec{g}^{\mathrm{T}} - \vec{\mu}_g^{\mathrm{T}}\right) C_\Sigma^{-1} \left(\vec{g} - \vec{\mu}_g\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \left(\vec{g}^{\mathrm{T}} - \vec{\mu}_n^{\mathrm{T}}\right) C_n^{-1} \left(\vec{g} - \vec{\mu}_n\right)\right]\right\}. \qquad (5.61)$$

Входящие в это выражение математическое ожидание $\vec{\mu}_n$ и ковариационная матрица помехи C_n определяются по результатам статистической обработки нормального поля либо прямым расчетом на основе стохастических моделей неоднородных сред способами, изложенными ниже. Параметры случайного сигнала $\vec{\mu}_u$ и C_u могут быть определены соответственно по формулам (5.48) и (5.49) приемами, рассмотренными в предыдущих примерах. После этого, вычислив обратные матрицы $C_\Sigma^{-1} = (C_u + C_n)^{-1}$ и C_n^{-1}, можно произвести обработку исходного поля g с целью выделения искомых аномалий по максимуму коэффициента правдоподобия λ_n (5.61) или, что удобнее в вычислительном плане, по максимуму логарифмической решающей функции

$$l = 2 \ln \lambda_n = \ln |\ C_\Sigma\ | - \ln |\ C_n\ | -$$

$$- \left(\vec{g} - \vec{\mu}_g\right)^{\mathrm{T}} C_\Sigma^{-1} \left(\vec{g} - \vec{\mu}_g\right) - \left(\vec{g} - \vec{\mu}_n\right)^{\mathrm{T}} C_n^{-1} \left(\vec{g} - \vec{\mu}_n\right). \qquad (5.62)$$

В пакете фортрановских программ, предназначенном для обнаружения аномалий над объектами со случайными параметрами, предусмотрены следующие вычислительные этапы: расчеты математических ожиданий и корреляционных функций аномальных эффектов по (5.48) и (5.49) с использованием подпрограмм для стохастического моделирования геофизических полей; определение параметров фильтра — вычисление матрицы C_Σ и вектора $\vec{\mu}_g$ по заданным матрицам C_u, C_n и μ_u и μ_n и псевдообращение матриц с использованием подпрограммы *SVD* [40]; собственно фильтрация — выборка очередного вектора $\vec{g}$ с помощью подпрограммы *TWIND* (см. прилож. 1) и вычисление логарифмической решающей функции l по (5.62).

Возможности алгоритма иллюстрирует модельный пример (рис. 53), для которого с помощью датчиков случайных чисел были сгенерированы значения $\vec{g}$ и h пяти кимберлитовых трубок. При этом использованы условия примера 5.11. Затем для точек участка, расположенных по сети 100×20 м, было рассчитано суммарное магнитное поле, осложненное некоррелированной случайной нормально распределенной помехой с нулевым средним и стандартом 20 нТл (рис. 53, *а*). Для фильтрации было взято окно 200×200 м, включающее 33 точки (по 11 точек на трех профилях). Параметры фильтра определялись для окна, расположенного в эпицентре стохастической модели кимберлитовой трубки. Очевидно, что количество точек в окне обработки определяет 33-й порядок матриц C_Σ и C_n. Результаты расчетов показывают высокую эффективность фильтрации, так как, несмотря на значительный уровень помех, все трубки отмечаются четкими максимумами на плане графиков логарифмической решающей функции (рис. 53, *б*).

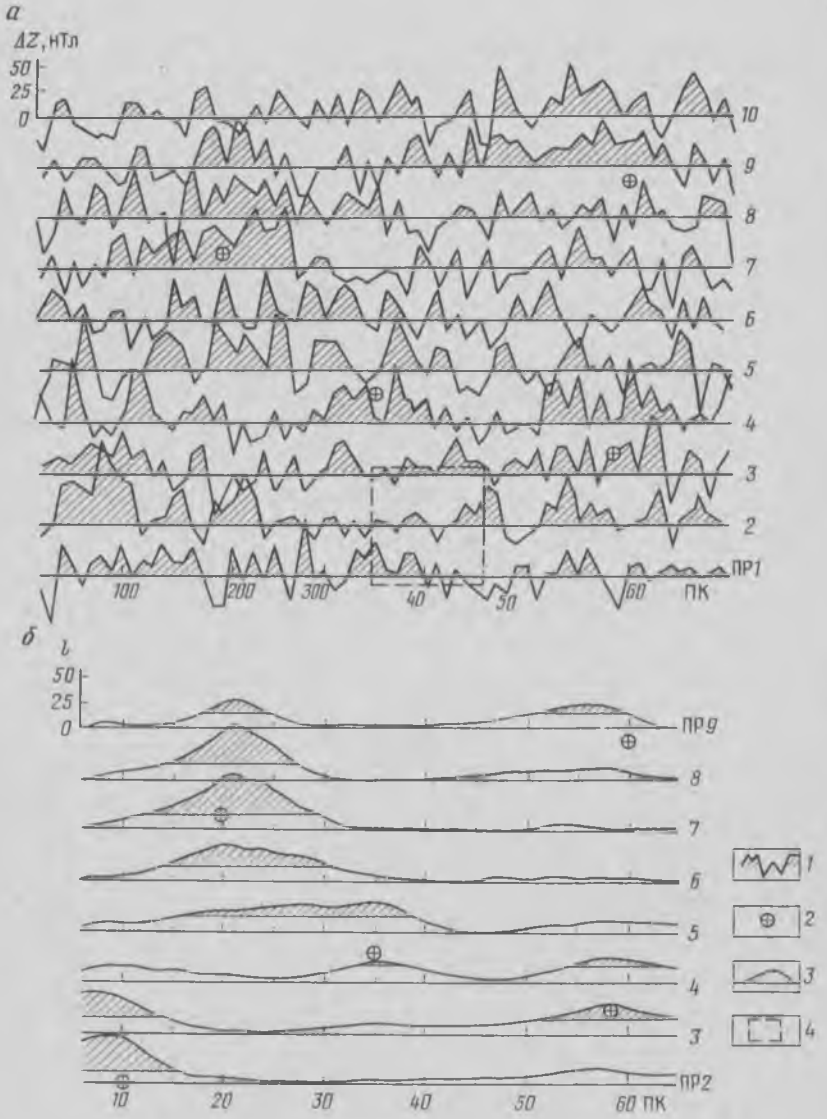


Рис. 53. Модельный пример обработки магнитного поля на участке распространения кимберлитовых трубок с использованием двумерного фильтра обнаружения:

а — модельное поле ΔZ с наложением случайной помехи; *б* — результат фильтрации; *1* — график ΔZ, заштрихованы положительные значения; *2* — эпицентры моделей кимберлитовых трубок со случайными параметрами; *3* — график логарифмической решающей функции *1*, заштрихованы повышенные значения; *4* — контур окна обработки

Стохастические модели полей для неоднородных объектов

Зависимость аномального эффекта объекта от распределения в его объеме физических свойств приводит к необходимости решения прямых стохастических задач для объектов со случайным характером физических неоднородностей. Принципы описания и анализа стохастических моделей неоднородных объектов были рассмотрены в подразд. 5.1. Очевидно, что множеству возможных состояний неоднородного объекта соответствует множество случайных реализаций физического поля. Характеристики этого случайного поля — математическое ожидание и корреляционную функцию — необходимо определить по заданным физическим и геометрическим параметрам стохастической модели объекта. Сходные задачи возникают и при рассмотрении случайных аномальных эффектов, вызванных стохастическим возбуждением поверхности (контура) аномалиеобразующих объектов. Поэтому под неоднородностью объекта в широком смысле будем понимать как случайный характер изменения физических свойств в его объеме, так и случайные изменения его геометрических параметров.

По отношению к размерам области пространства (участка плоскости или отрезка линии), в которой рассматривается случайное поле, объекты можно разделить на бесконечные и конечные (рис. 54). Необходимость такого разделения связана с тем, что даже при стационарном характере случайного распределения физических свойств внутри объекта геофизическое поле в его окрестностях может быть стационарным только при бесконечных размерах объекта. Это — необходимое условие, так как конечность размеров неоднородного объекта обусловливает зависимость вероятностных характеристик геофизического поля (математического ожидания, корреляционной функции, а в общем случае и плотности вероятности) от расстояния до объекта. Например, для разреза, представленного на рис. 54, *а*, поле на отрезке AB будет стационарно и по математическому ожиданию, и по корреляционной функции, а на отрезке CD стационарность нарушается: математическое ожидание постоянно, но корреляционная функция зависит не только от расстояния между точками на этом отрезке,

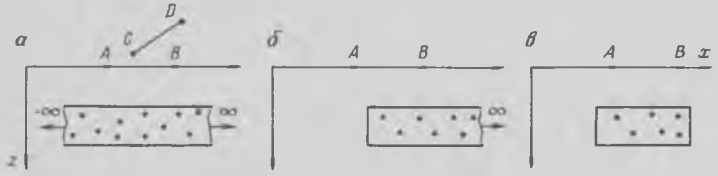


Рис. 54. Бесконечный (*а*) и конечные (*б* и *в*) по отношению к отрезку AB неоднородные объекты.

Для отрезка CD бесконечный слой (см. *а*) также является конечным

но и от расстояния до поверхности слоя. В частности, дисперсия поля будет убывать по мере увеличения глубины его залегания. Очевидно, что такая нестационарность связана с конечностью размеров неоднородностей, слагающих объект.

Для объектов бесконечных размеров способы решения прямых и обратных стохастических задач разработаны весьма детально применительно к потенциальным полям. Для описания объектов используют автокорреляционные функции (спектральные плотности) различных моделей стационарных случайных процессов. В качестве основной характеристики моделей полей также применяют их автокорреляционные функции (спектральные плотности). В основе расчета лежит, как правило, преобразование Хинчина—Винера, применимое к стационарным процессам [14, 23, 45].

Подобные модели широко используются при интерпретации данных региональных исследований. В этом случае по оценке автокорреляционной функции (спектральной плотности), вычисленной по достаточно длинной реализации процесса, возможно оценить параметры области источников поля [14, 45].

Конечные размеры области источников случайных полей приводят к нестационарности, осложняющей применение спектральных преобразований для расчета основных характеристик случайных процессов. Поэтому прямые стохастические задачи решают либо в пространственных координатах, либо в частотной области. А. Спектором и Ф. С. Грантом [46] разработан способ расчета средних энергетических спектров магнитного поля над ансамблем тонких пластов со случайными параметрами. Статистическая оценка двумерных энергетических спектров, получаемая расчетом по наблюдаемому магнитному полю, позволяет определять средние значения параметров области источников — ее глубину залегания, горизонтальные размеры. Ф. М. Гольцманом и Т. Б. Калининой [16] рассмотрена модель совокупности источников, координаты которых случайным образом распределены в объеме трехмерного эллипсоида.

На основе этой модели предложен способ определения первых статистических моментов такой области, т. е. центра тяжести, длины и ориентации осей эллипсоида.

Следует отметить отсутствие единства в описании стохастических моделей источников и способов прямого вычисления характеристик нестационарных случайных процессов. На устранение этого недостатка и нацелены излагаемые ниже способы стохастического моделирования геофизических полей над неоднородными объектами конечных размеров.

Рассмотрим весьма общий случай, когда неоднородный объект является источником двух геофизических полей U и V с аномальными эффектами в точках r_1 и r_2—$U(r_1; \vec{p}_U)$ и $V(r_2; \vec{p}_V)$, где $\vec{p}_U$ и $\vec{p}_V$ — векторы параметров стохастических моделей, входящих в выражения для аномальных эффектов соответствующих полей. По определению математическое ожидание и взаимокорреляцион-

ная функция могут быть записаны в виде

$$\left.\begin{aligned} &\mu_U(r_1) = M[U(r_1; \vec{p}_U)], \\ &\mu_V(r_2) = M[V(r_2; \vec{p}_V)], \\ &K_{UV}(r_1, r_2) = M[U(r_1; \vec{p}_U)\, V(r_2; \vec{p}_V)] - \mu_U(r_1)\, \mu_V(r_2). \end{aligned}\right| \qquad (5.63)$$

Заметим, что в частном случае области рассмотрения полей U и V могут совпадать. Тогда, если совпадают не только физическая природа полей, но и их источники, $K_{UV}(r_1, r_2) = K_{UU}(r_1, r_2)$ — автокорреляционная функция поля $U \equiv V$.

Формулы (5.63) показывают, что решение прямой стохастической задачи сводится к определению математических ожиданий функции случайных величин, причем описание последних задается векторами $\vec{p}_U$ и $\vec{p}_V$. Универсальный характер выражений (5.63) позволяет решать стохастические прямые задачи для любых полей и объектов, если имеются алгоритмы решения прямых задач для детерминированных моделей. Тогда, используя известные приемы (прилож. 2) или универсальный способ стохастического моделирования — метод Монте-Карло, можно определить требуемые вероятностные характеристики моделируемого поля. В общем случае решение прямых задач для объектов конечных размеров и к тому же неоднородного строения чрезвычайно сложно. Поэтому в дальнейшем рассматриваются потенциальные поля.

Модели с источниками малых размеров. Описание параметров таких моделей дано в подразд. 5.1. Под весом малой неоднородности в данном случае будем понимать амплитуду источника поля (магнитный момент, массу и т. д.). Пусть модель содержит случайное число неоднородностей, из которых m_1 — источники поля U, m_2 — поля V, а m_{12} — обоих полей (U и V). Примером такой весьма часто встречающейся ситуации является сочетание в разрезе геологических тел, часть которых обладает только избыточной плотностью, часть — избыточной намагниченностью, а некоторое число объектов отличается от вмещающей среды по обеим характеристикам. В этом случае аномальные эффекты ансамбля источников

$$U(r_1) = \sum_{i=1}^{m_1} u_i(r_1), \qquad V(r_2) = \sum_{j=1}^{m_2} v_j(r_2). \qquad (5.64)$$

В дальнейшем учтем сделанное в подразд. 5.1 вполне естественное допущение о независимости случайных параметров источников, следствием чего является независимость их аномальных эффектов $u_i(r_1)$ и $u_j(r_1)$, $v_i(r_2)$ и $v_j(r_2)$ при $i \neq j$; $i(j) = 1, \ldots, m_1(m_2)$. В связи с тем, что случайные параметры поля взяты из одной генеральной совокупности, статистическая неразличимость источников выражается в равенстве математических ожиданий, дисперсий и других вероятностных характеристик параметров и аномальных эффектов отдельных источников полей.

Сделанные замечания позволяют для определения характеристик случайного поля модели воспользоваться приемами, изложенными выше и справедливыми для рассматриваемых аддитивных моделей полей. Поэтому, подставляя (5.64) в (5.63), после преобразований получим

$$\left.\begin{aligned} &\mu_U(r_1) = \mu_{m_1}\mu_u(r_1), \\ &\mu_V(r_2) = \mu_{m_2}\mu_v(r_2), \\ &K_{UV}(r_1, r_2) = \mu_{m_{12}}K_{uv}(r_1, r_2) + \sigma^2_{m_{12}}\mu_u(r_1)\mu_v(r_2), \end{aligned}\right\} \qquad (5.65)$$

где $\mu_u(r_1)$, $\mu_v(r_2)$, $K_{uv}(r_1, r_2)$ — характеристики случайного аномального эффекта одной неоднородности.

Как правило, неоднородности малых размеров имеет смысл аппроксимировать моделями правильной формы (шаром, стержнем, тонким пластом и т. п.). В этом случае аномальный эффект источника поля можно представить как

$$u(r_1) = A\varphi(r_1; \vec{p}_u); \quad v(r_2) = B\psi(r_2; \vec{p}_v), \qquad (5.66)$$

где A и B — случайные амплитудные множители, не зависящие от координатных функций φ и ψ; $\vec{p}_u$ и $\vec{p}_v$ — векторы параметров случайных величин, входящих в выражения для координатных функций. Числовыми характеристиками этой системы случайных величин являются вектор математических ожиданий $\vec{\mu} = [\mu_u(r_1); \mu_v(r_2)]$ и ковариационная матрица

$$C(r_1, r_2) = \begin{bmatrix} \sigma^2_u(r_1) & K_{uv}(r_1, r_2) \\ K_{uv}(r_1, r_2) & \sigma^2_v(r_2) \end{bmatrix}.$$

В последнем выражении учтено известное свойство взаимной корреляционной функции: $K_{vu}(r_2, r_1) = K_{uv}(r_1, r_2)$. Применяя оператор математического ожидания к случайным величинам (5.66), получим

$$\vec{\mu} = [\mu_A\mu_\varphi(r_1); \quad \mu_B\mu_\psi(r_2)], \qquad (5.67)$$

где $\vec{\mu}_\varphi(r_1) = M[\varphi(r_1; \vec{p}_u)]$; $\vec{\mu}_\psi(r_2) = M[\psi(r_2; \vec{p}_v)]$.

Для определения элементов матрицы $C(r_1, r_2)$ найдем взаимную корреляционную функцию аномальных эффектов неоднородности, являющуюся ковариацией случайных величин $u(r_1)$ и $v(r_2)$:

$$K_{uv}(r_1, r_2) = M[u(r_1)v(r_2)] - \mu_u(r_1)\mu_v(r_2).$$

Учитывая, что начальный момент связи

$$M[u(r_1)v(r_2)] = \mu_{AB}\mu_{\varphi\psi}(r_1, r_2),$$

где

$$\mu_{AB} = M[AB] = \operatorname{cov}(A,\ B) + \mu_A \mu_B;$$

$$\mu_{\varphi\psi}(r_1,\ r_2) = M[\varphi(r_1;\ p_u)\,\psi(r_2;\ p_v)],$$

а также принимая во внимание (5.67), получим

$$K_{uv}(r_1,\ r_2) = \mu_{AB}\mu_{\varphi\psi}(r_1,\ r_2) - \mu_A\mu_B\mu_\varphi(r_1)\,\mu_\omega(r_2).$$

Из этого выражения можно найти недостающие элементы ковариационной матрицы $C(r_1, r_2)$:

$$\sigma_u^2(r_1) = \mu_{A^2}\mu_{\varphi^2}(r_1) - \mu_A^2\mu_\varphi^2(r_1),$$

$$\sigma_v^2(r_2) = \mu_{B^2}\mu_{\psi^2}(r_2) - \mu_B^2\mu_\psi^2(r_2),$$

где $\mu_{A^2} = \sigma_A^2 + \mu_A^2; \quad \mu_{B^2} = \sigma_B^2 + \mu_B^2;$

$$\mu_{\varphi^2}(r_1) = M[\varphi^2(r_1)]; \quad \mu_{\psi^2}(r_2) = M[\psi^2(r_2)].$$

Полученные выражения позволяют записать числовые характеристики полных аномальных эффектов (5.65) неоднородного объекта через вероятностные параметры элементарной неоднородности:

$$\left.\begin{aligned} \mu_U(r_1) &= \mu_{m_1}\mu_A\mu_\varphi(r_1), \\ \mu_V(r_2) &= \mu_{m_2}\mu_B\mu_\psi(r_2), \\ \Gamma(r_1,\ r_2) &= C(r_1,\ r_2) + S(r_1,\ r_2), \end{aligned}\right\} \tag{5.68}$$

где матрицы

$$C(r_1,\ r_2) = \begin{bmatrix} \mu_{m_1}\sigma_u^2(r_1) & \mu_{m_{12}}K_{uv}(r_1,\ r_2) \\ \mu_{m_{12}}K_{uv}(r_1,\ r_2) & \mu_{m_2}\sigma_v^2(r_2) \end{bmatrix},$$

$$S(r_1,\ r_2) = \begin{bmatrix} \sigma_{m_1}^2\mu_u^2(r_1) & \sigma_{m_{12}}^2\mu_u(r_1)\,\mu_v(r_2) \\ \sigma_{m_{12}}^2\mu_u(r_1)\,\mu_v(r_2) & \sigma_{m_2}^2\mu_v^2(r_2) \end{bmatrix}.$$

Из приведенных выражений следует, что для характеристики системы случайных полей, обусловленных ансамблями объектов малых размеров, необходимо вычисление математических ожиданий, дисперсий и корреляционных функций эффекта для одного объекта со случайными параметрами.

Модели с непрерывным и случайным изменением физических свойств. Запишем эффекты элементарного объема $d\rho$ в виде

$$du(r_1) = \varphi(r_1;\ \rho)\,A(\rho)\,d\rho; \quad dv(r_2) \quad \psi(r_2;\ \rho)\,B(\rho)\,d\rho,$$

где $A(\rho)$ и $B(\rho)$ — случайные значения физических свойств в точке ρ для объема $d\rho$; φ и ψ — координатные функции. Интегральный эффект модели объема D определяется выражениями

$$U(r_1) = \int_D \varphi(r_1;\ \rho)\,A(\rho)\,d\rho; \quad V(r_2) = \int_D \psi(r_2;\ \rho)\,B(\rho)\,d\rho. \tag{5.69}$$

Применяя к этим уравнениям оператор математического ожидания, получим

$$\mu_U(r_1) = \int_D \varphi(r_1,\ \rho)\,\mu_A(\rho)\,d\rho,$$

$$\mu_V(r_2) = \int_D \psi(r_2;\ \rho)\,\mu_B(\rho)\,d\rho, \tag{5.70}$$

где $\mu_A(\rho)$ и $\mu_B(\rho)$ — функции, определяющие характер изменения математических ожиданий соответствующих физических свойств в объеме модели.

По определению взаимная корреляционная функция

$$K_{UV}(r_1,\ r_2) = M\left[\left(U(r_1) - \mu_U(r_1)\right)\left(V(r_2) - \mu_V(r_2)\right)\right].$$

Подставляя в это выражение формулы (5.69) и (5.70) и учитывая возможность перестановки операций интегрирования и математического ожидания, а также то, что взаимная корреляционная функция физических свойств

$$K_{AB}(\rho_1,\ \rho_2) = M\left[\left(A(\rho_1) - \mu_A(\rho_1)\right)\left(B(\rho_2) - \mu_B(\rho_2)\right)\right],$$

получим

$$K_{UV}(r_1,\ r_2) = \int_D \int_D \varphi(r_1;\ \rho_1)\,\psi(r_2;\ \rho_2)\,K_{AB}(\rho_1,\ \rho_2)\,d\rho_1 d\rho_2. \tag{5.71}$$

В результате совокупность корреляционных и взаимокорреляционных функций может быть записана в виде матрицы

$$\Gamma(r_1,\ r_2) = \begin{bmatrix} \sigma_U^2(r_1) & K_{UV}(r_1,\ r_2) \\ K_{UV}(r_1,\ r_2) & \sigma_V^2(r_2) \end{bmatrix}, \tag{5.72}$$

где, согласно (5.71),

$$\sigma_U^2(r_1) = \int_D \int_D \varphi(r_1;\ \rho_1)\,\varphi(r_1;\ \rho_2)\,K_A(\rho_1,\ \rho_2)\,d\rho_1 d\rho_2,$$

$$\sigma_V^2(r_2) = \int_D \int_D \psi(r_2;\ \rho_1)\,\psi(r_2;\ \rho_2)\,K_B(\rho_1,\ \rho_2)\,d\rho_1 d\rho_2.$$

Здесь $K_A(\rho_1, \rho_2)$ и $K_B(\rho_1, \rho_2)$ — корреляционные функции соответствующих физических свойств.

Модели ячеистого беспорядка. Они характеризуются закрепленной (неслучайной) геометрией источников полей, стохастический характер которых обусловлен случайным полем физических свойств модели. Выше для описания поля физических свойств таких моделей была использована дискретная модель Изинга.

Для дискретной модели Изинга аномальный эффект i-й ячейки представим в виде (5.66), снабдив амплитудные множители и координатные функции индексом ячеек. Учитывая, что в данном случае A_i и B_i являются случайными значениями двух различных физических свойств i-й ячейки [например, плотностью и намагниченностью, задаваемых моделью (5.8)], запишем аномальные

эффекты этой ячейки:

$$u_i(r_1) = A_i\varphi_i(r_1) = \frac{1}{2}\left[(1+k_i)A_i' + (1-k_i)A_i''\right]\varphi_i(r_1),$$

$$v_i(r_2) = B_i\varphi_i(r_2) = \frac{1}{2}\left[(1+k_i)B_i' + (1-k_i)B_i''\right]\psi_i(r_2), \tag{5.73}$$

где A_i' и A_i'', B_i' и B_i'' — значения физических свойств, соответствующих с вероятностью, определяемой индикатором k_i, «рудному» и «безрудному» состоянию i-й ячейки. В (5.73) координатные функции неслучайны, так как геометрия ячеек и их положение в пространстве фиксированы. Поэтому для i-й ячейки математические ожидания и корреляционные матрицы ожидаемых эффектов можно записать

$$\mu_{u_i}(r_1) = \mu_{A_i}\varphi(r_1), \quad \mu_{v_i}(r_2) = \mu_{B_i}\psi_i(r_2),$$

$$C_i(r_1, r_2) = \begin{bmatrix} \sigma^2_{A_i}\varphi_i^2(r_1) & \operatorname{cov}(A_i, B_i)\varphi_i(r_1)\psi(r_2) \\ \operatorname{cov}(A_i, B_i)\varphi_i(r_1)\psi_i(r_1) & \sigma^2_{B_i}\psi_i^2(r_2) \end{bmatrix},$$

где μ_A, μ_B, $\sigma_A{}^2$, $\sigma_B{}^2$, $\operatorname{cov}(A, B)$ — определяются соответственно по (5.9), (5.11) и (5.10).

Так как для модели Изинга типична независимость значений физических свойств разных ячеек, числовые характеристики суммарного аномального эффекта модели, аппроксимированной набором из m ячеек, то

$$\mu_U(r_1) = \sum_{i=1}^{m}\mu_{A_i}\varphi_i(r_1); \quad \mu_V(r_2) = \sum_{i=1}^{m}\mu_{B_i}\psi_i(r_2),$$

$$\Gamma(r_1, r_2) = \sum_{i=1}^{m} C_i(r_1, r_2). \tag{5.74}$$

В стационарном случае, при равенстве математических ожиданий, дисперсии и ковариаций физических свойств различных ячеек из (5.74), получим

$$\mu_U(r_1) = \mu_A\sum_{i=1}^{m}\varphi_i(r_1), \quad \mu_V(r_2) = \mu_B\sum_{i=1}^{m}\psi_i(r_2), \tag{5.75}$$

$$\Gamma(r_1, r_2) = \begin{bmatrix} \sigma_A\sum_{i=1}^{m}\varphi_i^2(r_1) & \operatorname{cov}(A, B)\sum_{i=1}^{m}\varphi_i(r_1)\psi_i(r_2) \\ \operatorname{cov}(A, B)\sum_{i=1}^{m}\varphi_i(r_1)\psi_i(r_2); & \sigma_B^2\sum_{i=1}^{m}\psi_i^2(r_2) \end{bmatrix}.$$

Таким образом, полученные выражения (5.68), (5.70), (5.72) и (5.75) связывают параметры стохастических моделей объектов

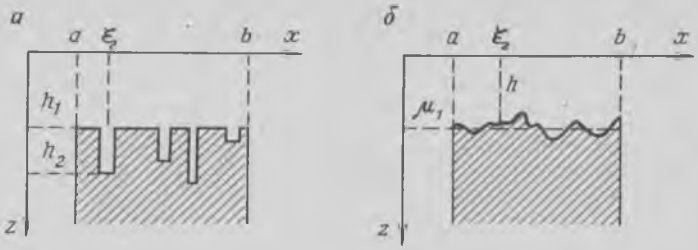


Рис. 55. Стохастическое возбуждение границ однородных по физическим свойствам объектов дискретными неоднородностями малых размеров *(а)* и непрерывным случайным изменением контура верхней кромки *(б)*

с неоднородностями различного вида и аналитические выражения эффектов элементарных источников полей с числовыми характеристиками моделируемых случайных геофизических полей. Выбор того или иного способа решения прямых задач зависит главным образом от характера информации об объекте и алгоритмической сложности нахождения математических ожиданий и корреляционных функций. Безусловно, интегральный характер этих формул существенно затрудняет способы решения прямых стохастических задач, поэтому важное значение приобретают численные способы их решения, в частности, с использованием метода линеаризации. Отметим отсутствие каких-либо принципиальных препятствий для расширения числа анализируемых геофизических полей. Например, если рассматривать четыре поля, то матрицы, входящие в перечисленные выше выражения, будут иметь четвертый порядок.

Для моделирования случайного эффекта, вызываемого стохастическим возбуждением контура (поверхности) однородного по физическим свойствам объекта, во многих случаях можно использовать аналогичные модели.

Например, если возмущения границы объекта имеют локальный характер (рис. 55, *а*), их можно аппроксимировать дискретными неоднородностями с неслучайными физическими свойствами, но случайными параметрами ξ и h_2, нелинейно входящими в выражения для координатных функций. Необходимые для расчета числовых характеристик аномального эффекта моменты координатных функций можно определить по формулам (П.1.7), (П.1.8) или (П.1.16), (П.1.17).

Непрерывный характер случайного рельефа поверхности объекта не позволяет непосредственно использовать выражения (5.70) и (5.72), полученные для корреляционной модели, из-за нелинейной зависимости координатных функций от геометрических параметров. В связи с тем, что существенные изменения контуров объекта, как правило, учитываются аппроксимацией моделями с геометрией, приближающейся к форме объекта, это затруднение можно преодолеть, используя линеаризацию координатных функций относительно случайных геометрических параметров.

Пусть для объекта, изображенного на рис. 55, *б*, моделируются поля U и V, нелинейно зависящие от случайного рельефа верхней кромки объекта. Объект однороден по физическим свойствам A и B. Тогда его аномальные эффекты

$$U(r_1) = A\int_a^b \varphi(r_1,\ \xi,\ h)\,d\xi, \quad V(r_2) = B\int_a^b \psi(r_2,\ \xi,\ h)\,d\xi,$$

где случайной величиной является только глубина h. Линеаризуя координатные функции в окрестности средней глубины залегания μ_h, запишем

$$\varphi(r_1,\ \xi) \approx \varphi(r_1,\ \xi,\ \mu_h) + \varphi'_h(r_1,\ \xi,\ \mu_h)(h - \mu_h),$$
$$\psi(r_2,\ \xi) \approx \psi(r_2,\ \xi,\ \mu_h) + \psi'_h(r_2,\ \xi,\ \mu_h)(h - \mu_h).$$

Подстановка в выражения для аномальных эффектов приводит к следующим выражениям для математических ожиданий, дисперсий и взаимных корреляционных функций:

$$\mu_U(r_1) \approx A\int_a^b \varphi(r_1,\ \xi,\ \mu_h)\,d\xi; \quad \mu_V(r_2) \approx B\int_a^b \psi(r_2,\ \xi,\ \mu_h)\,d\xi;$$

$$\sigma^2_U(r_1) \approx A^2\int_a^b\int_a^b \varphi'_h(r_1,\ \xi_1,\ \mu_h)\,\varphi'_h(r_1,\ \xi_2,\ \mu_h)\,K_h(\xi_1,\ \xi_2)\,d\xi_1 d\xi_2;$$

$$\sigma^2_V(r_2) \approx B^2\int_a^b\int_a^b \psi'_h(r_2,\ \xi_1,\ \mu_h)\,\psi'_h(r_2,\ \xi_2,\ \mu_h)\,K_h(\xi_1,\ \xi_2)\,d\xi_1 d\xi_2;$$

$$K_{UV}(r_1,\ r_2) = AB\int_a^b\int_a^b \varphi'_h(r_1,\ \xi_1,\ \mu_h)\,\psi'_h(r_2,\ \xi_2,\ \mu_h)\,K_h(\xi_1,\ \xi_2)\,d\xi_1 d\xi_2,$$

где $K(\xi_1, \xi_2)$ — корреляционная функция рельефа верхней кромки объекта.

Приведем несколько примеров, иллюстрирующих ход и результаты решения прямых стохастических задач для неоднородных объектов. Все расчеты проведены по специально разработанному пакету фортрановских программ для решения задач стохастического моделирования. Для вычисления одно- и двукратных интегралов в этом пакете используется подпрограмма адаптивного численного интегрирования *QUANC8* [40].

Пример 5.13. Рассмотрим стохастический эффект модели, имеющей вид двумерной горизонтальной прямоугольной призмы с различными по форме плотностными неоднородностями малых размеров, представленными горизонтальными цилиндрами, тонкими горизонтальными и вертикальными пластами (рис. 56).

В данном случае рассматривается только одно поле Δg, поэтому достаточно определить правила вычисления математического ожидания $\mu_{\Delta g}(r)$ и корреляционной функции $K_{\Delta g}(r_1,\ r_2)$. Согласно (5.68)

$$\mu_{\Delta g}(r) = \mu_m \mu_A \mu_\varphi(r),$$

$$K_{\Delta g}(r_1,\ r_2) = \mu_m\left(\mu_A^2 + \sigma_A^2\right) M\left[\varphi(r_1,\ \vec{p})\,\varphi(r_2,\ \vec{p})\right] + \left(\sigma_m^2 - \mu_m\right)\mu_A^2 \mu_\varphi(r_1)\,\mu_\varphi(r_2),$$

где $\mu_A^2+\sigma_A^2=\mu_{A^2}$; $\vec{p}$ — вектор случайных параметров координатной функции. Для цилиндра, вертикального и горизонтального пластов координатные функции и амплитудные множители, фигурирующие в (5.66), соответственно имеют вид [17]

$$\varphi_1(x,\ \xi,\ h)=2h/[h^2+(x-\xi)^2],\quad A_1=G\delta\pi R^2;$$

$$\varphi_2(x,\ \xi)=\ln\frac{(x-\xi)^2+h_2^2}{(x-\xi)^2+h_1^2},\quad A_2=G\delta\Delta l;$$

$$\varphi_3(x,\ h)=2\left(\operatorname{arctg}\frac{x+a}{h}-\operatorname{arctg}\frac{x-a}{h}\right),\quad A_3=G\delta\Delta h,$$

где δ — избыточная плотность; G — гравитационная постоянная; $2a$ и (h_2-h_1) — соответственно горизонтальные и вертикальные размеры призмы (см. рис. 56); R, Δl и Δh — соответственно радиус цилиндра, мощности вертикального и горизонтального пластов. Заметим, что для неоднородностей малых размеров должны соблюдаться условия

$$R\ll\min(2a,\ h_2-h_1);\quad \Delta l\ll 2a;\quad \Delta h\ll h_2-h_1.$$

Плотности вероятности при случайном равномерном распределении соответствующих неоднородностей в объеме призмы

$$f_1(\xi,\ h)=1/2a\,(h_2-h_1);\quad f_2(\xi)=1/2a;\quad f_3(h)=1/(h_2-h_1).$$

Согласно точным формулам (П.1.7), (П.1.8) математические ожидания координатных функций и их начальные смешанные моменты имеют вид

$$\mu_{\varphi_1}(x)=\frac{1}{2a\,(h_2-h_1)}\int_{-a}^{a}\int_{h_1}^{h_2}\varphi_1(x,\ \xi,\ h)\,d\xi\,dh;$$

$$\mu_{\varphi_2}(x)=\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}\varphi_2(x,\ \xi)\,d\xi;\qquad \mu_{\varphi_3}(x)=\frac{1}{h_2-h_1}\int_{h_1}^{h_2}\varphi_3(x,\ h)\,dh;$$

$$M[\varphi_1(x_1)\,\varphi_1(x_2)]=\frac{1}{2a\,(h_2-h_1)}\int_{-a}^{a}\varphi_1(x_1,\ \xi,\ h)\,\varphi_1(x_2,\ \xi,\ h)\,d\xi\,dh;$$

$$M[\varphi_2(x_1)\,\varphi_2(x_2)]=\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}\varphi_2(x_1,\ \xi)\,\varphi_2(x_2,\ \xi)\,d\xi;$$

$$M[\varphi_3(x_1)\,\varphi_3(x_2)]=\frac{1}{h_2-h_1}\int_{h_1}^{h_2}\varphi_3(x_1,\ h)\,\varphi_3(x_2,\ h)\,dh.$$

Первые три интеграла можно выразить в аналитическом виде, и вполне очевидно, что с точностью до постоянного множителя полученные выражения будут равны между собой и соответствовать известной формуле для гравитационного эффекта горизонтальной прямоугольной призмы [17]. Начальные смешанные моменты выражаются через специальные функции — интегральную показательную и др. Поэтому их проще вычислять способами численного интегрирования.

На рис. 56 показаны результаты расчетов с использованием подпрограммы адаптивного численного интегрирования *QUANC8* [40] при значениях параметров для всех моделей: $a=1$; $h_1=1$; $h_2=2$; $\mu_m=1$; $\sigma_m=0$; $\sigma_A=0$. Значения выбраны таким образом, чтобы математические ожидания всех трех моделей были одинаковы, т. е. $\mu_{A_1}=\mu_{A_2}$; $\mu_{A_3}=\mu_{A_1}/2$. По графикам стандартных отклонений видно, что особенно резко должны отличаться ожидаемые аномальные

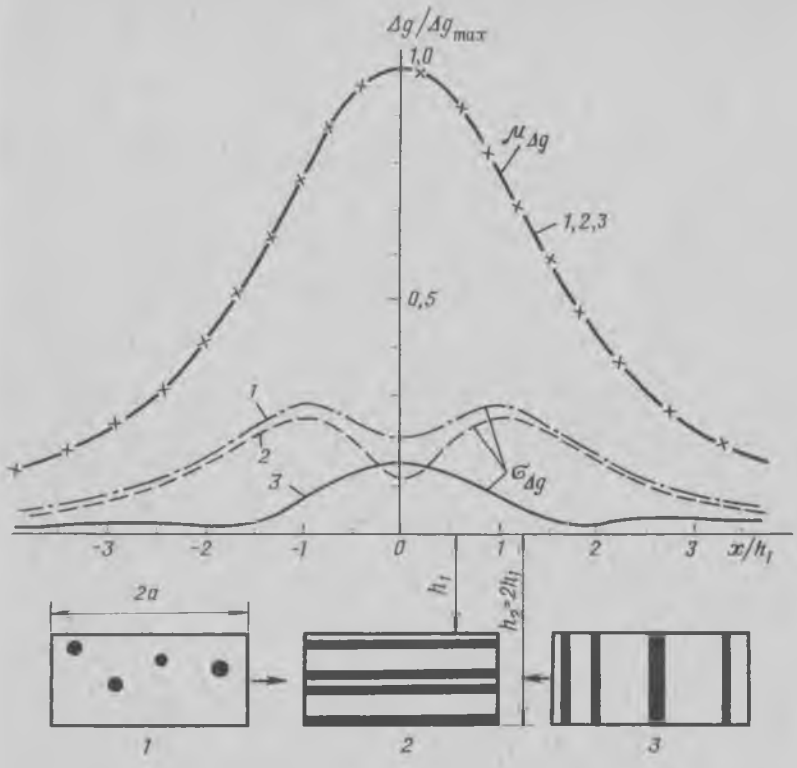


Рис. 56. Математическое ожидание $\mu_{\Delta g}$ и стандартные отклонения $\sigma_{\Delta g}$ ожидаемого гравитационного эффекта над прямоугольными призмами с различными неоднородностями малых размеров.

1—3 — модели. Шифры графиков соответствуют номерам моделей

эффекты объектов с горизонтально залегающими неоднородностями от эффектов моделей с точечными и вертикально залегающими неоднородностями, что может быть объяснено с привлечением известных особенностей аномальных эффектов элементарных объектов. Основное значение подобных расчетов состоит в возможности изучения практической эквивалентности неоднородных объектов однородным, а также выявления точек, значения поля в которых в большей или меньшей степени реагируют на изменение внутренней структуры объекта. Такие точки находятся вблизи экстремумов графиков стандартных отклонений (см. рис. 56).

Пример 5.14. Рассмотрим стохастический гравитационный Δg и магнитные Z_a, X_a, ΔT эффекты двумерного косонамагниченного объекта. Представим приращение ΔT модуля полного вектора T_0 при интенсивности магнитных аномалий, не превышающей $0{,}2\,T_0$, в виде [37]

$$\Delta T = Z_a \sin I_0 + X_a \cos I_0 \cos A_0,$$

где I_0 и A_0 — соответственно наклонение T_0 и магнитный азимут оси x, перпендикулярной к простиранию объекта.

Соотношения Пуассона между производными гравитационного и магнитного потенциалов $V(r)$ позволяют записать систему рассматриваемых аномаль-

ных эффектов одиночного объекта:

$$\left.\begin{aligned} \Delta g(r) &= ag(\vec{r}), \quad X_a(r) = -bv_{zz}(\vec{r}) + cv_{xz}(\vec{r}), \\ Z_a(r) &= -bv_{xz}(\vec{r}) + cv_{zz}(\vec{r}), \quad \Delta T(r) = dv_{xz}(\vec{r}) + ev_{zz}(\vec{r}), \end{aligned}\right\} \tag{5.76}$$

где $\vec{r}=[x, z]$ — вектор координат расчетной точки; $g(\vec{r})=V_z(\vec{r})/G\delta$, $v_{xz}(\vec{r})=V_{xz}(\vec{r})/G\delta$, $v_{zz}=V_{zz}/G\delta$ — координатные функции соответственно первой и вторых производных гравитационного потенциала $V(r)$; $a=G\delta$; $b=I_x$; $c=I_z$; $d=I_x \sin I_0+I_z \cos I_0 \cos A_0$, $e=I_z \sin I_0-I_x \cos I_0 \cos A_0$; δ — избыточная плотность I_x и I_z — проекции вектора намагниченности на соответствующие оси.

Используя (5.76) можно определить математические ожидания и корреляционные функции для различных сочетаний аномальных эффектов. Например, если рассматриваются поля $Z_a(\vec{r}_1)$ и $\Delta T(\vec{r}_2)$, то соответствующие математические ожидания

$$\begin{aligned} \mu_Z(\vec{r}_1) &= \mu_b \mu_{xz}(\vec{r}_1) + \mu_c \mu_{zz}(\vec{r}_1), \\ \mu_T(\vec{r}_1) &= \mu_d \mu_{xz}(\vec{r}_2) + \mu_e \mu_{zz}(\vec{r}_2), \end{aligned} \tag{5.77}$$

где для краткости обозначены:

$$\mu_Z = M[Z_a]; \quad \mu_T = M[\Delta T]; \quad \mu_{xz} = M[v_{xz}]; \quad \mu_{zz} = M[v_{zz}].$$

Используя аналогичные обозначения, найдем взаимную корреляционную функцию

$$\begin{aligned} K_{ZT}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= M[(bv_{xz}(\vec{r}_1) + cv_{zz}(\vec{r}_1))(dv_{xz}(\vec{r}_2) + ev_{zz}(\vec{r}_2))] - \\ &- \mu_Z(\vec{r}_1)\mu_T(\vec{r}_2) = \mu_{bd}\mu_{xzxz}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + \mu_{be}\mu_{xzzz}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + \mu_{cd}\mu_{zzxz}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + \\ &+ \mu_{ce}\mu_{zzzz}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) - \mu_b\mu_d\mu_{xz}(\vec{r}_1)\mu_{xz}(\vec{r}_2) - \mu_b\mu_e\mu_{xz}(\vec{r}_1)\mu_{zz}(\vec{r}_2) - \\ &- \mu_c\mu_d\mu_{zz}(\vec{r}_1)\mu_{xz}(\vec{r}_2) - \mu_c\mu_e\mu_{zz}(\vec{r}_1)\mu_{zz}(\vec{r}_2). \end{aligned} \tag{5.78}$$

Здесь введено сокращенное обозначение начальных взаимных корреляционных моментов координатных функций, например $\mu_{xzzz}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)=M[v_{1x}(\vec{r}_1)v_{zz}(\vec{r}_2)]$, $\mu_{be}=M[be]$...

Для определения суммарного стохастического эффекта ансамбля неоднородностей, принадлежащих одной генеральной совокупности, выражения для математических ожиданий и корреляционных функций (5.77) и (5.78) необходимо подставить в (5.68).

В разработанном пакете фортрановских программ моменты координатных функций рассчитываются способами численного интегрирования по заданным геометрическим параметрам стохастической модели и хранятся в файлах прямого доступа на магнитных дисках. Расчеты моментов коэффициентов, зависящих от физических свойств, реализуются отдельной подпрограммой, требующей существенно меньших затрат машинного времени. Это позволяет при фиксированной геометрии модели оперативно рассматривать различные варианты распределения ее случайных физических параметров.

Приведем результаты расчета стохастической модели для серии вертикальных магнетитовых пластов малой мощности с равновероятной намагниченностью либо по падению, либо по восстанию рудных тел, что характерно для железорудных месторождений ангаро-илимского типа [13]. Число пластов в серии распределено по закону Пуассона с математическим ожиданием $\omega=10$. Намагниченность I и мощность b пластов распределены по равномерному закону в интервалах: $I=-100 \div 100$ А/м, $b=2 \div 5$ м, тогда $\mu_A=M[Ib]=0$. $\sigma_A^2=D[Ib]=$

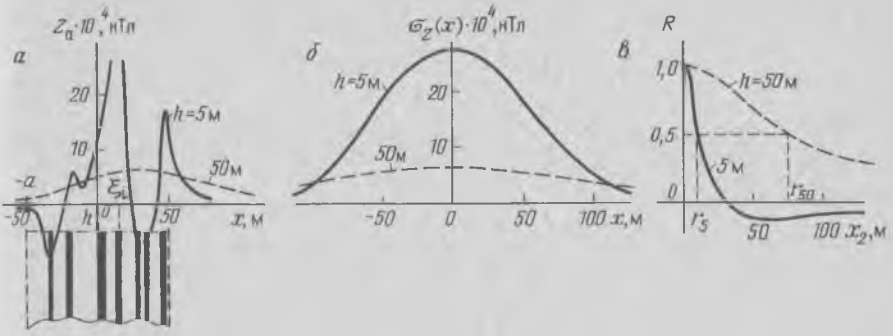


Рис. 57. Стохастическая модель магнитного поля Z_a для серии тонких магнитных пластов:

а — случайная реализация модели объекта и соответствующий ей аномальный эффект; *б* — графики стандартных отклонений; *в* — нормированные корреляционные функции при расположении точки x_1 над центром серии ($x_1=0$)

$=\mu_0^2\sigma_1^2=40\,833$ А²/м². Горизонтальная мощность серии $2a=100$ м. Расчеты приведены для двух глубин залегания $h_1=5$ м, $h_2=50$ м.

На рис. 57, *а* приведена случайная реализация поля для одной из возможных реализаций случайного разреза. Графики стандартных отклонений (рис. 57, *б*), рассчитанные на основе приведенных выше формул, показывают характер изменения амплитуды возможных аномальных эффектов в зависимости от глубины залегания серии. Видно, что случайные реализации укладываются в пределы двух стандартных отклонений аномального эффекта (математическое ожидание в данном случае равно нулю, так как $\mu_1=0$). Характер изменения поля вдоль оси x описывается корреляционной функцией (рис. 57, *в*), показывающей, что при глубинах залегания серии 5 и 50 м радиусы корреляции r соответственно равны 10 и 75 м. Оценка радиусов корреляции может быть использована для выбора шага наблюдений. Так, если задача состоит в детальном изучении характера магнитного поля, шаг наблюдения должен быть меньше радиуса корреляции.

Пример 5.15. В процессе разведки месторождений полезных ископаемых часто возникает необходимость интерпретации геофизических данных с учетом аномального эффекта изученной части геологического разреза. Большое значение при этом имеют способы аппроксимации петрофизического разреза с учетом реальной разрешающей способности геофизических методов, зависящей как от контрастов физических свойств среды, так и от расстояния до аппроксимируемого объема горных пород. Проиллюстрируем один из способов решения этой задачи с использованием данных о плотности пород и руд, полученных В. С. Канайкиным при исследованиях на Байкальском железорудном месторождении.

Рассмотрим возможность замены рудного подсечения (рис. 58, *а*, табл. 32) однородным объектом такой же мощности, но со средневзвешенной плотностью. Глубина залегания подсечения около 200 м, его видимая мощность 100 м, расстояние между разведочными скважинами по профилю также 100 м. Представим подсечение квадратной двумерной призмой со стороной 100 м. Допустим два варианта расположения рудных тел, принимая в обоих случаях видимые мощности пород за истинные (рис. 58, *б* и *в*). Явное завышение мощностей способствует надежности последующих выводов.

Если предположить случайный характер распределения неоднородностей в подсечении и оценить дисперсию поля Δg на поверхности при вертикальном $\sigma_в^2$ и горизонтальном $\sigma_г^2$ расположении неоднородностей, то замена неоднородного объекта однородным будет вполне правомерна, если $\varepsilon_Б^2 \gg \max(\sigma_в^2, \sigma_г^2)$, где $\varepsilon_Б$ —средняя квадратическая ошибка определения Δg в редукции Буге.

В данном случае размеры неоднородностей сопоставимы как между собой,

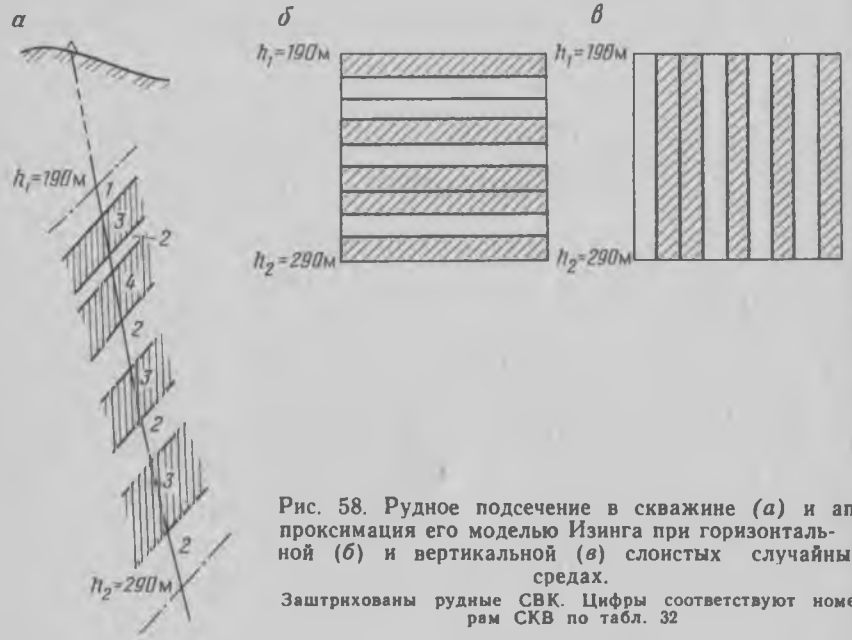


Рис. 58. Рудное подсечение в скважине (*а*) и аппроксимация его моделью Изинга при горизонтальной (*б*) и вертикальной (*в*) слоистых случайных средах.

Заштрихованы рудные СВК. Цифры соответствуют номерам СКВ по табл. 32

так и с мощностью объекта. Поэтому используем модель Изинга, предварительно укрупнив структурно-вещественные комплексы (табл. 33).

Вычисление средних значений и дисперсий проводилось по формулам для средневзвешенных значений

$$\bar{\delta}_{ij} = \frac{\delta_i a_i + \delta_j a_j}{a_i + a_j}; \quad \sigma^2_{ij} = \frac{(\delta_i - \bar{\delta})^2 a_i + (\delta_j - \bar{\delta})^2 a_j}{a_i + a_j},$$

где δ_i и δ_j, a_i и a_j — соответственно избыточные плотности и мощности i и j-го объединяемых СВК.

По числу различных интервалов в подсечении примем число ячеек модели Изинга $m=9$. Учитывая малую по сравнению с глубиной залегания модели

Таблица 32

Плотность и видимая мощность структурно-вещественных комплексов рудного подсечения в скважине

Структурно-вещественный комплекс		Средняя плотность, г/см³		Суммарная мощность в подсечении	
Номер	Геологическая характеристика	абсолютная	избыточная	абсолютная	относительная
1	Гнейсы, гнейсограниты	2,74	0,0	10	0,10
2	Кристаллические сланцы, метабазиты, долериты	2,94	0,20	40	0,40
3	Руды, $C_{Fe}=15\div20\%$	3,16	0,42	36	0,36
4	Руды, $C_{Fe}>20\%$	3,29	0,55	14	0,14

Таблица 33

Параметры объединяемых и укрупненных СВК

Объединяемые СВК			Укрупненные СВК			
Номер	δ, г/см³	Мощность, м	Наименование	Мощность, м	$\bar{\delta}$, г/см³	σ_δ, г/см³
1 2	0,00 0,20	10 40	Безрудный	50	0,160	0,080
3 4	0,42 0,55	36 14	Рудный	50	0,456	0,058

Примечание. δ—избыточная плотность; $\bar{\delta}$ и σ_δ—соответственно ее средневзвешенное значение и стандарт для укрупненных СВК.

мощность безрудных интервалов, будем аппроксимировать их тонкими вертикальными и горизонтальными пластинами (см. рис. 58, *б* и *в*). Суммарные эффекты для вертикально- и горизонтально-слоистых стохастических моделей:

$$\Delta g_{\text{в}}(x) = \sum_{i=1}^{m} \delta_i G \Delta_x \ln \frac{h_2^2 + (x-\xi_i)^2}{h_1^2 + (x-\xi_i)^2} = \sum_{i=1}^{m} \delta_i \varphi_{\text{в}i}(x),$$

$$\Delta g_{\text{г}}(x) = \sum_{i=1}^{m} \delta_i 2G\Delta_h \left(\operatorname{arctg} \frac{x+a}{h_i} - \operatorname{arctg} \frac{x-a}{h_i} \right) = \sum_{i=1}^{m} \delta_i \varphi_{\text{г}i}(x), \tag{5.79}$$

где δ_i — случайная избыточная плотность, задаваемая моделью Изинга (5.7):

$$\delta_i = (1/2)(1+k_i)\,\delta_{\text{р}} + (1/2)(1-k_i)\,\delta_{\text{б}};$$

$\delta_{\text{р}}$ и $\delta_{\text{б}}$ — избыточные плотности соответственно рудного и безрудного укрупненных СВК; k_i — индикатор с вероятностью $p=0{,}5$, принимающий значение, равное 1.

Математические ожидания и дисперсии аномального эффекта определяются по (5.75), т. е.

$$\mu_{\text{в}}(x) = \mu_\delta \sum_{i=1}^{m} \varphi_{\text{в}i}(x); \quad \mu_{\text{г}}(x) = \mu_\delta \sum_{i=1}^{m} \varphi_{\text{г}i}(x),$$

$$\sigma_{\text{в}}^2(x) = \sigma_\delta^2 \sum_{i=1}^{m} \varphi_{\text{в}i}^2(x); \quad \sigma_{\text{г}}^2(x) = \sigma_\delta^2 \sum_{i=1}^{m} \varphi_{\text{г}i}^2(x),$$

где индексы в и г идентифицируют эффекты, обусловленные соответственно вертикальной и горизонтальной слоистыми средами, а μ_δ и σ_δ^2 могут быть определены по формулам (5.9) и (5.11):

$$\mu_\delta = p\bar{\delta}_{\text{р}} + q\bar{\delta}_{\text{б}}; \quad \sigma_\delta^2 = p\sigma_{\text{р}}^2 + q\sigma_\delta^2 + pq\,(\bar{\delta}_{\text{р}} - \bar{\delta}_{\text{б}})^2.$$

Результаты расчета математических ожиданий и стандартных отклонений (рис. 59) позволяют сделать вывод о том, что для данной модели $\sigma_{\Delta g}^2 \approx \sigma_{\text{в}}^2 \approx \sigma_{\text{г}}^2$ и глубины залегания призмы более 50—100 м дисперсия ожидаемого

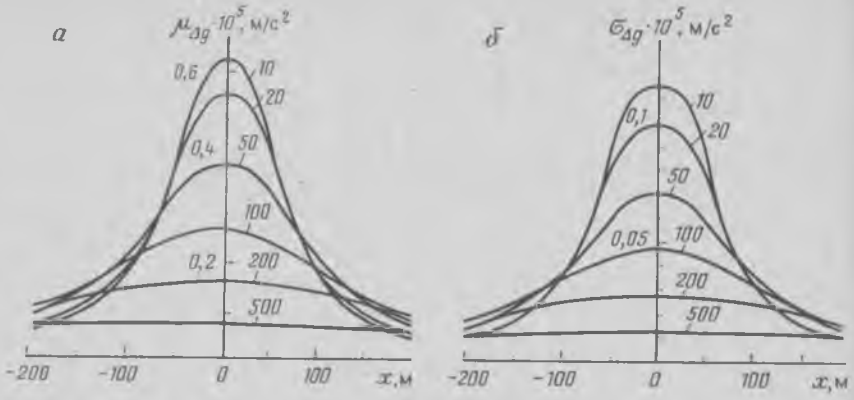


Рис. 59. Графики математических ожиданий (*а*) и стандартных отклонений (*б*) ожидаемых гравитационных аномалий над моделями, показанными на рис. 58, *б* и *в*.

Параметр кривых — глубина залегания верхней кромки неоднородной призмы в м

эффекта Δg, вызванная неоднородностью модели, становится пренебрежимо малой по сравнению с практически достижимой точностью определения аномалий Δg в редукции Буге. Следовательно, начиная с этих глубин, рудные подсечения с аналогичными параметрами могут быть аппроксимированы однородными объектами с соответствующей средней плотностью.

Пример 5.16. Используем условия предыдущего примера для определения дисперсии и корреляционной функции ожидаемого аномального эффекта в том случае, когда распределение плотности в разрезе непрерывно и может быть задано экспоненциальной корреляционной функцией вида (5.6).

Для элементарных неоднородностей вертикального и горизонтального залегания координатные функции $\varphi_в(x)$ и $\varphi_г(x)$ имеют такой же вид, как в (5.79). Поэтому согласно (5.72) корреляционные функции можно представить в виде

$$K_в(x_1, x_2) = \sigma_\delta^2 \int_{-a}^{a} \int_{-a}^{a} \varphi_в(x_1, \xi_1)\, \varphi_в(x_2, \xi_2)\, e^{-\alpha |\xi_1 - \xi_2|}\, d\xi_1\, d\xi_2, \qquad (5.80)$$

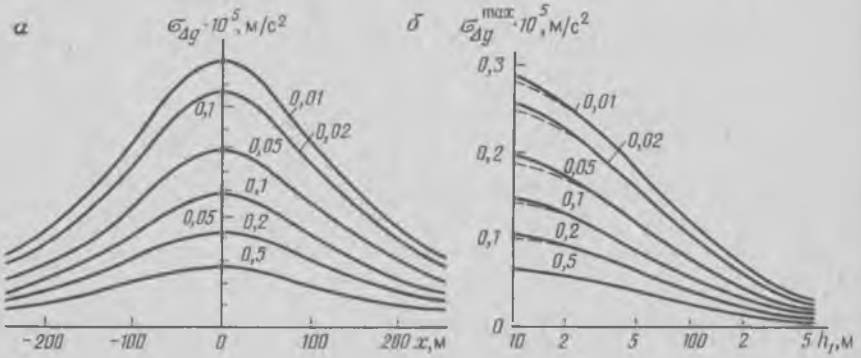


Рис. 60. Графики стандартных отклонений гравитационного поля для двумерной призмы с непрерывным характером изменения неоднородностей:

а — при глубине залегания верхней кромки призмы $h_1 = 100$ м; *б* — в точке $x = 0$ в зависимости от глубины залегания верхней кромки призмы h_1. Параметр кривых — коэффициент α показательной корреляционной функции

Таблица 34

Значения нормированных корреляционных функций при горизонтальном (верхние треугольники матриц) и вертикальном (нижние треугольники) залегании неоднородностей и различной глубине залегания верхней кромки неоднородной призмы h_1

h_1, м	Координаты точек, м	Координаты точек, м				
		—100	—50	0	50	100
10	—100	1	0,930	0,876	0,930	0,999
	—50	0,993	1	0,992	0,999	0,930
	0	0,896	0,842	1	0,992	0,876
	50	0,709	0,636	0,842	1	0,930
	100	0,778	0,709	0,896	0,993	1
100	—100	1	0,998	0,996	0,998	0,999
	—50	0,998	1	0,999	0,999	0,998
	0	0,986	0,994	1	0,999	0,996
	50	0,964	0,976	0,994	1	0,998
	100	0,949	0,964	0,986	0,998	1

$$K_{\Gamma}(x_1, x_2) = \sigma_{\delta}^2 \int_{h_1}^{h_2} \int_{h_1}^{h_2} \varphi_{\Gamma}(x_1, h') \varphi_{\Gamma}(x_2, h'') e^{-\alpha |h'-h''|} dh' dh'' , \quad (5.80)$$

а дисперсии $\sigma_{в}^2(x) = K_{в}(x, x)$ и $\sigma_{г}^2(x) = K_{г}(x, x)$.

Расчеты проводились при различных значениях параметра α, характеризующего среднее число скачков плотности на единицу длины. При вычислениях распределение избыточной плотности принято равномерным в интервале 0—0,55 г/см³, что соответствует $\mu_{\delta} = 0{,}275$ г/см³ и $\sigma_{\delta} = 0{,}159$ г/см³.

На рис. 60 видно, что увеличение параметра α показательной корреляционной функции (5.6) ведет к уменьшению дисперсии ожидаемого эффекта Δg. Это объясняется тем, что при увеличении числа прослоев различия между эффектами соседних неоднородностей уменьшаются и поэтому даже резко неоднородный объект на определенных глубинах может быть с большой точностью аппроксимирован однородным с соответствующей средней плотностью.

Необходимо отметить незначительные различия для данных моделей в дисперсиях $\sigma_{в}^2$ и $\sigma_{г}^2$: при глубине $h_1 = 100$ м они практически отсутствуют, а уменьшение глубины залегания приводит к незначительному их различию (рис. 60, *б*). Однако необходимо учитывать, что различия в характере неоднородностей, не проявляющиеся в графиках стандартных отклонений, выявляются при анализе корреляционных матриц, составленных по значениям корреляционных функций (5.80), что отражено в табл. 34.

Как и следовало ожидать, при горизонтальном залегании неоднородностей наблюдается существенно более сильная связь между регистрируемыми значениями поля в точках, чем при вертикальном залегании неоднородностей. Отметим, что при данных глубинах залеганий призмы для неоднородностей вертикального характера величины коэффициентов корреляции также весьма велики. При уменьшении глубины залегания корреляционные связи ослабевают.

Из сравнения графика стандартного отклонения, имеющего $\alpha = 0{,}1$ (рис. 60, *а*), с графиком $\sigma_{\Delta g}$ для глубин 100 м (см. рис. 59, *б*), т. е. при сопоставимых средних мощностях прослоев, видны их незначительные различия, что позволяет во многих случаях использовать более простую в вычислительном плане модель Изинга.

Характерными особенностями статистической теории интерпретации и изложенного выше аппарата стохастического моделирования являются экономная параметризация моделей сложных объектов, а также количественный учет помех и неопределенности сведений о свойствах изучаемого объекта. Это позволяет реализовать оптимальные алгоритмы решения обратных задач геофизики, обладающие регуляризирующими свойствами [16]. Подробный анализ возможностей использования стохастических моделей при количественной интерпретации геофизических данных выходит за рамки этой книги. Однако без рассмотрения примера решения обратной задачи геофизики иллюстрация возможностей практического использования аппарата стохастического моделирования была бы далеко не полной.

Пример 5.17. Как известно, линейная обратная задача гравимагниторазведки заключается в определении амплитуд (плотности, намагниченности) источников поля при закрепленных геометрических параметрах этих источников.

Пусть моделируемый разрез аппроксимирован m источниками, искомые амплитуды которых запишем в виде вектора $\vec{s}^t=[s_1, s_2, \ldots, s_m]$. Измерения интерпретируемого поля проведены в n точках и образуют вектор $\vec{u}^t=[u_1, u_2, \ldots, u_n]$, который аддитивно включает вектор помехи $\vec{w}^t=[w_1, w_2, \ldots, w_n]$, отражающий как ошибки регистрации поля, так и влияние источников-помех.

Представим значения координатных функций m интерпретируемых источников в n точках наблюдений в виде $n\times m$-матрицы F. Запишем аддитивную модель экспериментального материала

$$\vec{u}=F\vec{s}+\vec{w}. \tag{5.81}$$

Известно, что при условии независимости случайных векторов $\vec{s}$ и $\vec{w}$ оптимальным регуляризированным решением уравнения (5.81) относительно неизвестного $\vec{s}$ является фильтр Калмана (А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков, 1986 г.). В геофизической литературе аналогичный прием решения этого уравнения известен также как метод стохастического обращения Дж. Франклина [44]. Искомый вектор

$$\vec{s}=\vec{\mu}_s+A(\vec{u}-\vec{\mu}_u), \tag{5.82}$$

где $\vec{\mu}_s$ и $\vec{\mu}_u$ — априорные математические ожидания случайных векторов $\vec{s}$ и $\vec{u}$; A — $m\times n$-матрица коэффициентов фильтра Калмана:

$$A=C_{su}(C_u+C_w)^{-1}. \tag{5.83}$$

Здесь C_{su} — $m\times n$-матрица взаимных ковариаций векторов $\vec{s}$ и $\vec{u}$; C_u и C_w — ковариационные матрицы соответственно регистрируемого поля и поля помех, имеющие размерность $n\times n$. Эти априорные характеристики могут быть вычислены на основе линейной стохастической модели приемами, рассмотренными выше. Так как описание стохастической модели сложного объекта включает задание вектора $\vec{\mu}_s$ и $m\times m$-матрицы ковариаций C_s, с учетом (5.81) для определения априорных характеристик можно использовать формулы

$$\left.\begin{aligned}
&\vec{\mu}_u=M[\vec{u}]=F\vec{\mu}_s+\vec{\mu}_w,\\
&C_{su}=M[\vec{s}\,\vec{u}^t]-\vec{\mu}_s\vec{\mu}_u^t=C_sF^t,\\
&C_u=M[\vec{u}\,\vec{u}^t]-\vec{\mu}_u\vec{\mu}_u^t=FC_sF^t=FC_{su}.
\end{aligned}\right\} \tag{5.84}$$

Параметры помех $\vec{\mu}_w$ и C_w могут быть заданы или, при необходимости

учета влияния объектов-помех, вычислены с помощью аппарата стохастического моделирования.

Фильтр Калмана позволяет также получить априорную оценку ковариационой матрицы ошибок определения вектора $\vec{s}$:

$$E_s = C_s - AC_{su}^t, \tag{5.85}$$

диагональные элементы которой являются квадратами ошибок прогноза соответствующих составляющих вектора $\vec{s}$, а внедиагональные элементы характеризуют связи между ошибками определения различных составляющих этого вектора.

Последовательность расчетов проиллюстрируем простым числовым примером интерпретации поля Z_a над двумя тонкими вертикальными пластами, намагниченными по падению. В данном случае под искомыми амплитудами источников будем понимать произведения намагниченности на мощность пласта. Для упрощения расчетов приводимые ниже единицы измерения физических и геометрических параметров приняты условными.

Зафиксируем геометрические параметры пластов. Абсциссы верхней кромки 0 и 0,5, глубины залегания соответственно 0,5 и 1. Рассмотрим три точки наблюдения ($n=3$) с абсциссами: —1, 0, 1. Относительно определяемых параметров s_1 и s_2 известно, что они независимы и оба имеют одинаковые пределы возможных значений — от 0,5 до 1,5. Предполагая равномерным закон распределения этих случайных величин, определяем

$$\vec{\mu}_s^t = [1 \quad 1]$$

и

$$C_s = \begin{bmatrix} 0{,}083 & 0 \\ 0 & 0{,}083 \end{bmatrix}.$$

По аналитическим выражениям поля Z_a для тонкого пласта рассчитываем матрицу координатных функций

$$F = \begin{bmatrix} 0{,}800 & 0{,}615 \\ 4{,}00 & 1{,}600 \\ 0{,}800 & 1{,}600 \end{bmatrix},$$

первый столбец которой соответствует (с точностью до амплитудного множителя) эффекту первого пласта, а второй столбец — эффекту второго пласта в n точках наблюдений.

Затем, используя формулы (5.84), вычисляем

$$\vec{\mu}_u^t = [1{,}415 \quad 5{,}6 \quad 2{,}4];$$

$$C_{su} = \begin{bmatrix} 0{,}067 & 0{,}333 & 0{,}067 \\ 0{,}051 & 0{,}133 & 0{,}133 \end{bmatrix};$$

$$C_u = \begin{bmatrix} 0{,}085 & 0{,}349 & 0{,}135 \\ 0{,}349 & 1{,}547 & 0{,}480 \\ 0{,}135 & 0{,}480 & 0{,}267 \end{bmatrix}.$$

Характеристики помехи примем следующими:

$$\vec{\mu}_w^t = [0 \quad 0 \quad 0];$$

$$C_w = \begin{bmatrix} 0{,}25 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}25 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}25 \end{bmatrix}.$$

Вычислив обратную матрицу

$$(C_u + C_w)^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}808 & -0{,}628 & -0{,}414 \\ -0{,}628 & 0{,}844 & -0{,}619 \\ -0{,}414 & -0{,}619 & 2{,}619 \end{bmatrix},$$

по (5.83) определяем матрицу коэффициентов фильтра Калмана

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}048 & 0{,}157 & 0{,}104 \\ 0{,}157 & 0{,}789 & 0{,}155 \\ 0{,}104 & 0{,}155 & 0{,}345 \end{bmatrix},$$

а по (5.85) — матрицу ошибок прогноза параметров

$$E_s = \begin{bmatrix} 0{,}020 & -0{,}019 \\ -0{,}019 & 0{,}048 \end{bmatrix}.$$

сравнение диагональных элементов которой с соответствующими элементами матрицы C_s указывает на возможность снятия в процессе интерпретации существенной доли априорной неопределенности знаний о параметрах источников.

Допустим, что в действительности амплитудные характеристики пластов $\vec{s_0}^t = [0{,}7\ \ 1{,}4]$, а фактическая реализация помехи $\vec{w}^t = [-0{,}8\ \ 0{,}4\ \ 1{,}2]$. Тогда вектор измеренных значений $\vec{u}^t = \vec{s_0}^t F^t + \vec{w}^t = [0{,}62\ \ 5{,}44\ \ 4{,}0]$. Подставляя этот вектор, а также вычисленные ранее характеристики $\vec{\mu}_s$, $\vec{\mu}_w$, A в (5.82), получим оценку $\vec{s}^t = [0{,}86\ \ 1{,}35]$. Последняя, несмотря на существенный уровень помех, близка к исходному вектору $\vec{s_0}^t$. В то же время нерегуляризованное решение по методу наименьших квадратов дает оценку вектора $\vec{s}^t = [0{,}35\ \ 2{,}11]$, резко отличающуюся от исходных значений.

6. ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Все рассмотренные ранее физико-геологические модели носят статический характер, поскольку они в традиционной для разведочной геофизики манере описывают не ход, а конечный итог геологических процессов и явлений. В то же время успехи и новые достижения, полученные геофизическими методами исследований в области глобальной тектоники, палеомагнетизма, изучения горного давления, предвестников землетрясений и решения многих других проблем, убедительно доказывают принципиальную возможность и практическую целесообразность более активного внедрения средств прикладной геофизики для изучения самих геологических процессов.

Для построения динамических ФГМ используют данные измерений физических параметров геологических образований, а также геофизический мониторинг. Тектонические, гидротермально-метасоматические и метаморфические преобразования горных пород в процессе рудогенеза и пострудных структурно-тектонических перестроек сопровождаются синхронной эволюцией их упругих физико-механических и других петрофизических свойств. Эти

изменения не проходят бесследно, под их воздействием формируется полигенная индикатриса петрофизических характеристик, изучение которой позволяет выявлять эволюцию палеотектонических и современных полей напряжений, петрофизические типы пород, благоприятные для рудозамещения, и т. п.

Тенденции в пространственном изменении модальных значений и дисперсий физических параметров нередко отражают временную последовательность геологических процессов либо отдельных их этапов, свидетельствуют, например, о режимах погружения—воздымания в седиментогенных бассейнах, позволяя фиксировать зоны ороговикования и другие, менее выраженные контактовые воздействия интрузивных образований на вмещающие породы, устанавливать последовательность развития зон гидротермально-метасоматической переработки боковых пород в ходе рудоотложения.

Динамические ФГМ формируют с прогнозными целями, они призваны отражать направленность, ход, глубину и степень развития процессов тектогенеза, рудообразования, гидротермально-метасоматических преобразований вмещающих пород, метаморфизма.

Рассмотрим принципы построения динамических моделей на примере медно-порфирового месторождения и сейсмоактивного блока земной коры.

6.1. МОДЕЛЬ МЕДНО-ПОРФИРОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ МОНГОЛЬСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

Молибденово-медные месторождения локализованы в МНР в пределах двух металлогенических зон: Орхон-Селенгинской на севере страны с Эрдэнэ-Туин-Обинским месторождением, на базе которого построен крупнейший в Азии горно-обогатительный комбинат Эрдэнэт, и Южно-Гобийской, включающей известное Цаган-Субургинское месторождение.

Геология месторождений медно-порфировой формации достаточно детально описана в работах А. Н. Кривцова, С. А. Мовсесяна, М. П. Исаенко, И. Лоуэлла, И. Джилберта и др. Высокая промышленная значимость этого генотипа определяется такими уникальными месторождениями, как Коунрад, Каджаран (СССР), Сан-Мануэл (США), Казино (Канада), Эрдэнэ-Туин-Обо (МНР). Рудоносные штокверки обычно располагаются в приконтактовых частях малых интрузий гранодиорит-порфиров, гранит-порфиров, диоритовых порфиров конечных стадий вулкано-плутонических ассоциаций с эффузивно-осадочными породами.

Молибденово-медное оруденение приурочено к гидротермально измененным горным породам. Внешняя зона пропилитизации сменяется промежуточной зоной аргиллитизации, которая затем через кварц-серицитовые породы переходит во внутреннюю зону калишпатовых метасоматитов. Эта классическая схема зональности, установленная советскими и зарубежными исследователями, до-

Таблица 35

Электрические свойства пород месторождения Эрдэнэ-Туин-Обо (по Э. Комэнэку)

Порода	Число измерений	$\eta_к$*, %	$\rho_к$*, Ом·м
Делювиальные отложения	130	1,5	100
Неизмененные гранодиориты	190	1,5—2,5	2000
Окварцованные гранодиориты в зоне:			
выщелачивания	25	1,5—2,5	>2000
цементации	41	15	500
первичных сульфидных руд	64	10	700

* Средние арифметические значения.

статочно отчетливо проявляется на крупных медно-порфировых месторождениях Монголии. В вещественно-минералогическом составе рудной минерализации также наблюдается зональность, отражаемая последовательной сменой от центра к периферии, равно как и от более глубоких к поверхностным зонам, молибденового, молибденово-медного, медного и в отдельных случаях свинцово-цинкового оруденения. Максимальная концентрация пирита отмечается в центральных частях рудоносных штокверков. За счет процессов выветривания в верхней части геологического разреза месторождений развивается вторичная зональность, проявленная тремя зонами (сверху вниз): окисления мощностью от 10 до 100 м и более (лимонит, малахит), выщелачивания вертикальной мощностью 5—30 м (пирит), вторичного сульфидного обогащения 40—200 м (халькозин, ковеллин). Ниже распространено первичное сульфидное оруденение (пирит, халькопирит, молибденит), вертикальный размах которого 1000—1300 м.

По степени различия физических свойств руд, гидротермально измененных и вмещающих пород медно-порфировые месторождения нельзя отнести к контрастным. Продуктивные рудные образования характеризуются незначительным понижением магнитной восприимчивости, кажущегося электрического сопротивления и аномальной индуцированной поляризуемостью (табл. 35 и 36). Последний параметр прямо связан с концентрацией пирита, отчего материалы метода ВП далеко не во всех случаях могут служить индикатором промышленного молибденово-медного оруденения. Изучение петрофизических параметров пород и руд медно-порфировых месторождений СССР, в частности А. Г. Хваловским в Алмалыкском рудном районе Средней Азии, дает сходные результаты.

Нечеткое проявление молибденово-медного оруденения в физических полях осложняет классификацию геофизических аномалий. Для решения этой важной задачи и отработки критериев прогнозной оценки комплексных геофизических аномалий на медь предпринята попытка создания динамической ФГМ медно-порфирового месторождения, отражающей проявление в физических полях

Таблица 36

Магнитная восприимчивость пород месторождения Эрдэнэ-Туин-Обо (по Э. Комэнэку)

Порода		Число измерений	$\varkappa \cdot 10^6/4\pi$, ед. СИ		
			Минимальное	Максимальное	Среднее арифметическое
Неизмененная порода	Андезит, андезитовый порфирит	171	40	6300	780
	Диорит	180	30	6900	700
	Гранодиорит	130	20	2050	360
	Гранодиорит-порфир	190	10	1100	250
	Диоритовый порфир	45	90	2300	450
	Сиенитовый порфир	31	12	1280	580
	Гранит	12	150	1300	400
Гидротермально измененная порода	Вторичный кварцит по гранодиориту	58	0	150	45
	Каолинизированный гранит	108	10	180	25
	Серицитизированный андезитовый порфирит	45	10	280	18
	Сильно окварцованный гранодиорит	23	5	85	15

глубины и интенсивности гидротермально-метасоматических процессов на различных стадиях рудогенеза. В первую очередь изучались последовательность образования и концентрации минералов, играющих главную роль в формировании физических полей.

На основании комплексного анализа имеющихся петрофизических данных, параметров физических полей, морфологии, размеров и условий залегания оруденения сформирована обобщенная физико-геологическая модель медно-порфирового месторождения, учитывающая динамику и глубину развития рудообразующих процессов (рис. 61 и 62).

Представления о петрофизической модели медно-порфирового месторождения базируются на следующем геометризованном скелете. Рудоносные штокверки облекают материнские штоки гранит-порфиров и геометрически могут быть представлены конформными по отношению к ним телами, внутренние и внешние поверхности которых аппроксимируются в верхней части геологического разреза разновысокими параболоидами вращения, в средней — соосными цилиндрами различного диаметра, а в нижней — опрокинутыми конусами с разными углами схождения образующих (см. рис. 61). В зависимости от конкретной тектонической обстановки и глубины эрозионного среза в каждом отдельном месторождении может быть проявлен неполный набор перечисленных структурных форм. Например, Эрдэнэ-Туин-Обинское месторождение может быть аппроксимировано верхней частью

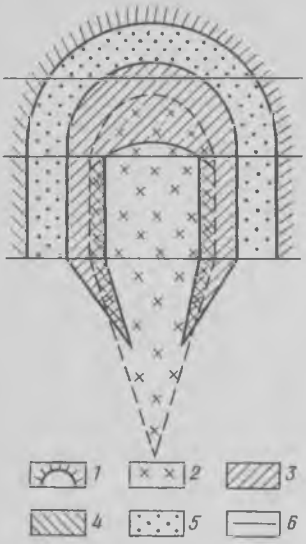


Рис. 61. Обобщенный геометрический образ ФГМ медно-порфирового месторождения:

1 — вмещающие породы рамы; *2* — продуктивные малые порфировидные интрузии конечных стадий вулканоплутонических ассоциаций; *3* — рудная пирит-халькопиритовая зона (пирит 10 %, Cu — 0,1—3,0 %, Mo — знаки); *4* — зона медно-молибденовой минерализации (пирит 1 %, Cu — 1,0—3,0 %, Mo — 0,03 %); *5* — зона непродуктивной сульфидной вкрапленности с содержанием пирита до 2 %; *6* — возможные уровни эрозионного среза

этой обобщенной ПФМ, а Цаган-Субургинское — нижней. Вертикальный размах оруденения достигает 1500 м и более. Для каждого отдельно взятого месторождения геометризация может быть выполнена более детально на основе морфогенетической классификации рудных тел медно-порфировых месторождений, разработанной А. И. Кривцовым и др.

С точки зрения геологической интерпретации комплексных геофизических данных особое значение имеет динамическая ФГМ медно-порфирового месторождения, отражающая специфику проявления в физических полях различных стадий рудогенеза (см. рис. 62). Фактический материал, накопленный к настоящему времени по этой проблеме, позволяет сделать следующие обобщения.

Предрудная стадия характеризуется незначительными масштабами процессов гидротермального изменения приконтактовых частей материнских интрузивов, выраженными пропилитизацией, альбитизацией, калишпатизацией, окварцеванием. Появляются небольшие содержания ферромагнитных минералов первой генерации, что обусловливает повышение магнитного поля ΔZ на первые сотни нанотесл по отношению к уровню фоновых значений. В связи с окварцеванием пород их удельное электрическое сопротивление растет (см. рис. 62). Рудные минералы меди и молибдена на этой стадии не образуются.

Начальная рудная стадия характеризуется дальнейшим выделением ферромагнитных минералов в связи с образованием биотит-хлорит-магнетитовых метасоматитов и появлением первой генерации сульфидов (пирит, халькопирит, молибденит). Значения ΔZ над такими участками достигают максимума — порядка 1000 нТл и более. Амплитуда аномалий кажущейся поляризуемости повышается до 4—6 % против фоновых значений, не превышающих 3 %. Гидротермальные изменения пород проявлены на ограниченных площадях и выражаются в дальнейшем развитии процессов окварцевания и калишпатизации пород. Степень окварцевания пород таких участков существенно превалирует над масштабами сульфидизации. Это приводит к дальнейшему возрастанию кажущегося электрического сопротивления до 1500—2000 Ом·м (см. рис. 62).

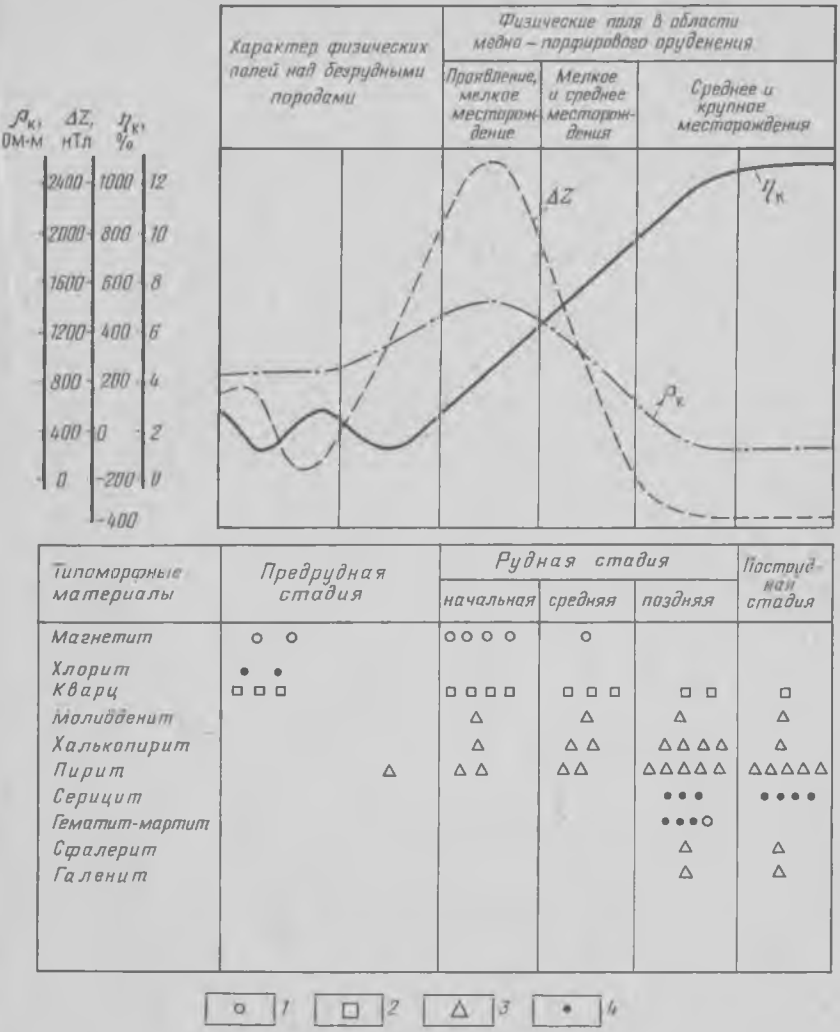


Рис. 62. Динамическая ФГМ медно-порфирового месторождения, отражающая характер физических полей ΔZ, $\eta_к$ и $\rho_к$ в зависимости от стадии рудообразования и масштаба проявления медно-молибденового оруденения.

Минералы: *1* — ферромагнитные, *2* — изоляторы, *3* — сульфидные электронно-проводящие, *4* — прочие

На этой стадии могут образовываться рудопроявления или месторождения меди. Примером могут служить небольшие месторождения Хунгут, Нарийн-Худук и проявление Оюут-Улан-Обо, расположенные в пределах Южно-Гобийской металлогенической зоны. Они приурочены к позднепалеозойскому комплексу интрузивных и эффузивных пород среднего состава. Гидротермальные изменения вмещающих пород развиты сравнительно слабо и пред-

ставлены типичными для фланговых частей рудных зон хлоритизацией и эпидотизацией. Содержание меди в описываемых объектах, по данным Х. Дагвадоржа и других, составляет соответственно 0,31; 0,58; 0,30 %. Над ними фиксируются аномалии кажущейся поляризуемости амплитудой около 6,5 %, положительное магнитное поле и возрастание значений кажущихся электрических сопротивлений до 300—1100 Ом·м. На рудопроявлении Оюут-Улан-Обо А. Е. Шабаловским отмечена вкрапленность магнетита в рудах пирит-халькопиритового состава. Отмеченные факторы позволяют предполагать, что генезис описываемых участков соответствует начальной стадии процесса рудообразования, это существенно снижает их промышленные перспективы.

В среднюю рудную стадию гидротермально-метасоматические процессы проявлены в виде интенсивного окварцевания, калишпатизации и частичной серицитизации рудовмещающих пород. Серицит, мусковит и кварц развиваются за счет замещения темноцветных минералов: биотита, плагиоклазов, хлорита. Параллельно протекает замещение магнетита с образованием новых генераций пирита и халькопирита. Поэтому магнитная восприимчивость оруденелых зон снижается, а поляризуемость продолжает возрастать, достигая 8—10 %. Накопление электронно-проводящих минералов приводит к уменьшению удельного электрического сопротивления пород по сравнению с начальной стадией. Описываемые закономерности характерны для мелких и средних по крупности месторождений.

Поздняя рудная стадия характеризуется почти полным замещением полевых шпатов серицитом и кварцем, практически исчезают темноцветные и магнитные минералы. Образуются пирит и халькопирит поздних генераций, формируются сфалерит, галенит и гематит. В физических полях эти изменения отражаются аномалиями поляризуемости с максимальными значениями $\eta_к$ порядка 12—14 %, совмещенными с отрицательными до —200 нТл значениями поля ΔZ и аномалиями электрической проводимости, в контуре которых $\rho_к$ падает до первых сотен ом-метров (рис. 63). Значения полей ΔZ и $\rho_к$ нередко опускаются ниже нормальных фоновых уровней, типичных для неизмененных вмещающих пород.

В позднюю рудную стадию формируются средние и крупные по масштабам медно-порфировые месторождения, такие, как Цаган-Субургинское и Эрдэнэ-Туин-Обинское.

Послерудная стадия, выделяемая по минералогическим признакам появлением ангидрида, гипса, кальцита и других новообразований, в физических полях не отображается.

Для получения объективных критериев оценки перспектив геофизических аномалий при поисках медно-порфировых месторождений предпринята попытка количественного анализа меры связи значений полей ΔZ, $\rho_к$ и $\eta_к$ в зависимости от продуктивности медного оруденения. Это исследование выполнено на примере Цаган-Субургинского месторождения. Его рудоносный штокверк в плане имеет размер 0,4×1,5 км и приурочен к приконтактовой

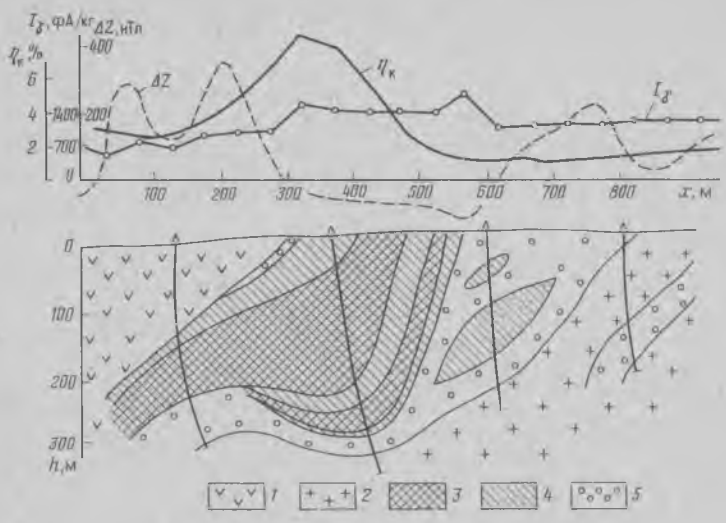


Рис. 63. Геолого-геофизический разрез Цаган-Субургинского медно-молибденового месторождения (по Б. И. Берману).

Вмещающие породы: *1* — алевролиты, песчаники, мергели, туфы андезитовых порфиритов; *2* — сиенито-диориты, сиениты, граносиениты, *3* — богатые медные руды; *4* — бедные медные руды; *5* — минерализованные породы

части интрузии граносиенитов и сиенит-диоритов. Рудовмещающие породы альбитизированы, серицитизированы, окварцованы и карбонатизированы. Главными рудными минералами являются халькопирит, молибденит, пирит, магнетит, борнит, галенит, сфалерит, халькозин и др. Проявлена вторичная зональность оруденения.

Соотношения между параметрами физических полей и качественными показателями оруденения получены путем построения вариационных кривых значений полей кажущихся сопротивлений, поляризуемости и магнитного над интервалами профилей с кондиционной концентрацией меди в рудах (рис. 64).

Расчеты показывают, что промышленному медному оруденению в пределах Цаган-Субургинского рудного поля отвечают области гидротермально измененных пород, характеризующиеся относительно низким модальным значением поля $\Delta Z = -50$ нТл, невысоким полем кажущихся электрических сопротивлений порядка 140—200 Ом·м, аномальными значениями индуцированной поляризуемости $\eta_к$ с амплитудой 7—12 %, а также вторичные ореолы рассеяния меди и элементов-спутников: свинца, цинка, молибдена. Сочетание тех же аномальных физических полей, но при отличающихся от указанных соотношений амплитуд, резко снижает перспективность участков. Например, проверка большого числа аномалий индуцированной поляризации, выявленных в пределах Южно-Гобийской металлогенической зоны и приуроченных к существенно отрицательным полям ΔZ [(—150)—(200) нТл], показала отсутствие их связи с промышленным медным оруденe-

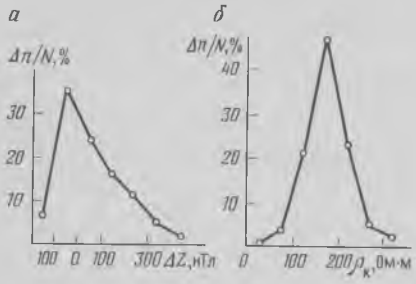


Рис. 64. Вариационные кривые распределения значений ΔZ *(а)* и $\rho_к$ *(б)* в контуре оруденения, ограниченного содержанием меди более 0,1 %

нием. Аномалии $\eta_к$ в контуре магнитных полей Z-составляющей положительного знака обычно связаны с мелкими рудопроявлениями. Уровень поля кажущихся сопротивлений в пределах аномалии $\eta_н$ также имеет принципиальное значение. Как правило, аномалии, полученные методом ВП, совпадающие со значениями $\rho_к$ ниже 80 и выше 300 Ом·м не отвечают участкам промышленной медной минерализации. Учитывая относительный характер величины ΔZ и ограниченность обобщений рамками одного рудного поля, приведенные цифры нельзя считать абсолютными, однако подмеченные тенденции, несомненно, должны носить универсальный характер для месторождений медно-порфировой формации.

Наиболее перспективные в отношении поисков медно-молибденового оруденения площади выделяются комплексными геофизическими и литогеохимическими аномалиями, для которых характерно пространственное совпадение аномалий магнитного поля, электрической проводимости и кажущейся поляризуемости в рамках указанных выше параметров.

6.2. МОДЕЛЬ СЕЙСМОАКТИВНОГО БЛОКА ЗЕМНОЙ КОРЫ

В основу обобщения положены стационарные режимные электроразведочные измерения, выполняемые объединением «Иркутскгеофизика» начиная с 1980 г. с целью изучения предвестников землетрясений в пределах сейсмоопасного участка Северо-Муйского тоннеля трассы БАМ. Территория прогностического полигона относится к Байкальской рифтовой зоне и характеризуется многочисленными разрывными тектоническими нарушениями, образующими довольно густую сеть. Особое место среди них занимают разломы, активизированные в кайнозойское время, с чертами сейсмического обновления в виде палеосейсмодислокаций. Именно таким разломам отводится главная роль при оценке сейсмотектонической обстановки, поскольку они ограничивают блоки земной коры, участвующие в сейсмическом процессе. На одном из таких блоков, ответственном за землетрясения с силой до 9 баллов и выше по шкале Рихтера, методами МТЗ, ЗСБ, ГСЗ был изучен геоэлектрический разрез в пределах прогностического полигона. Обобщенная характеристика разреза приведена на рис. 65.

Верхняя часть субгоризонтального слоистого разреза ρ_1—ρ_4 сложена кайнозойскими рыхлыми отложениями суммарной мощ-

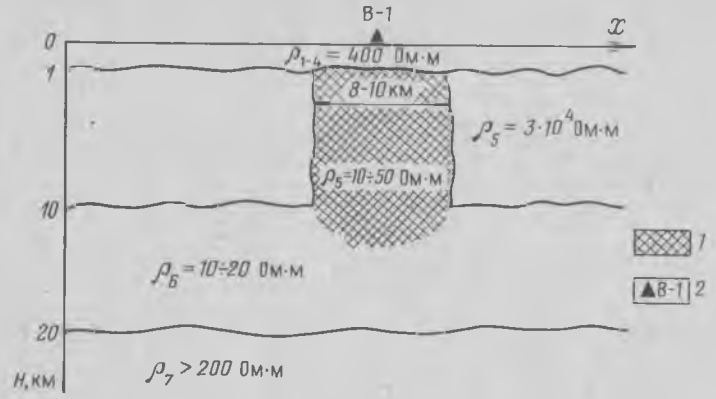


Рис. 65. Геоэлектрический разрез Муяканской рифтовой впадины в районе тектонически ослабленной проводящей зоны сейсмоопасного блока:

1 — тектонически ослабленная зона, выделенная по электроразведочным данным; *2* — местоположение восточного диполя режимных наблюдений

ностью 150—300 м, значения удельного электрического сопротивления которых изменяются в пределах сотен ом-метров. Второй геоэлектрический горизонт ρ_5 представлен монолитными породами земной коры вертикальной мощностью в среднем 9 км. Его сопротивление понижается от тысяч в верхней до сотен ом-метров в нижней частях разреза. Третий по счету глубинный горизонт ρ_6 мощностью до 10 км и более является относительно проводящим (10—20 Ом·м). Его высокая электропроводность, по В. И. Поспееву и В. И. Михалевскому, предположительно обусловлена дегидратацией водосодержащих минералов при температуре более 400 °С. Четвертый геоэлектрический слой ρ_7 — подстилающий. Он залегает на глубине более 20 км и характеризуется относительно высокими удельными электрическими сопротивлениями.

Наиболее информативным в отношении сейсмического прогнозирования, по-видимому, следует считать внутрикоровый проводящий слой с электрическим сопротивлением ρ_6, так как большинство гипоцентров известных землетрясений приурочено к глубинам его залегания. По результатам работ методом ГСЗ этот слой выделяется как волновод. Внутрикоровый проводящий слой ρ_6 прослеживается повсеместно, глубина его залегания изменяется в зависимости от геотермодинамических условий глубинного геологического разреза. В пределах рассматриваемой территории его подошва залегает на глубине 7—15 км, а суммарная продольная проводимость составляет 500—2000 см. Согласно гипотезе В. С. Поспеева и В. И. Михалевского, высокая проводимость этого горизонта обусловлена его насыщенностью электропроводящими флюидами, роль которых играют высокоминерализованные водные растворы, частично или полностью диссоциированные.

Режимные наблюдения вариаций кажущегося сопротивления в западной части трассы БАМ на Северо-Муйском полигоне ор-

ганизованы с целью изучения закономерностей их проявления в специфических условиях континентального рифтогенеза, а также для оценки статистической значимости изменения электрических параметров в периоды подготовки землетрясений. Прикладное значение подобных исследований для эксплуатации такого крупного инженерного сооружения, каким является БАМ, очевидно.

Исследования выполнялись модифицированным методом дипольных электрических зондирований, предложенным О. Б. Барсуковым. Как известно, этот метод, впервые апробированный на Гармском полигоне в 1968 г., позволил выявить тенденцию к понижению электрических сопротивлений горных пород за несколько месяцев до толчка. Интервал времени, в течение которого проявляется такая аномалия сопротивления, как правило, увеличивается с возрастанием энергии землетрясений. Закономерные понижения электрического сопротивления среды перед сейсмическими толчками зафиксированы на разломе Сан-Андреас в Калифорнии, в провинции Ганьсу (КНР), а также в районе Газли в Узбекистане.

Режимными наблюдениями методом ДЭЗ установлен бесспорный факт наличия вариаций кажущегося удельного сопротивления во времени. При этом даже слабым землетрясениям предшествуют заметные понижения значений $\rho_к$ изучаемого блока земной коры, достигающие 15—20% измеряемой величины. Помимо отмеченной тенденции к уменьшению $\rho_к$ в период подготовки землетрясений отчетливо наблюдается влияние метеорологических параметров на $\rho_к$. Метеорологический фактор четко проявлен в виде легко учитываемого линейного тренда.

Статистическая обработка данных показывает, что распределение $\rho_к$ в интервалы времени, свободные от влияния землетрясений, удовлетворительно аппроксимируется законом Гаусса. Модальное значение кажущихся сопротивлений на восточном прогностическом пункте равно 264 Ом·м, стандартное отклонение 8 Ом·м. Таким образом, $\rho_к$, меньшие 240 Ом·м, можно считать заведомо аномальными с гарантийной вероятностью 99,86 %, поскольку они находятся за пределами трех стандартов.

В районе западного прогностического пункта, сложенного горными породами высокого удельного электрического сопротивления, значения $\rho_к$, не искаженные влиянием землетрясений, также не противоречат нормальному закону. Среднее $\rho_к$ равно 3300 Ом·м при стандарте 80 Ом·м, т. е. нижний аномальный предел ограничен величиной $\rho_к = 3060$ Ом·м.

Сопротивления $\rho_к$, измеренные перед сейсмическими толчками силой 2—4 балла, падают на восточном прогностическом пункте до 230—220, а на западном — до 2500 Ом·м. Таким образом, понижения кажущихся удельных электрических сопротивлений, наблюдаемые перед землетрясениями, на Северо-Муйском полигоне достигали 20 % и более от средних значений.

Длительность аномальных вариаций $\rho_к$ перед сейсмическими толчками зависит от силы готовящегося землетрясения: перед

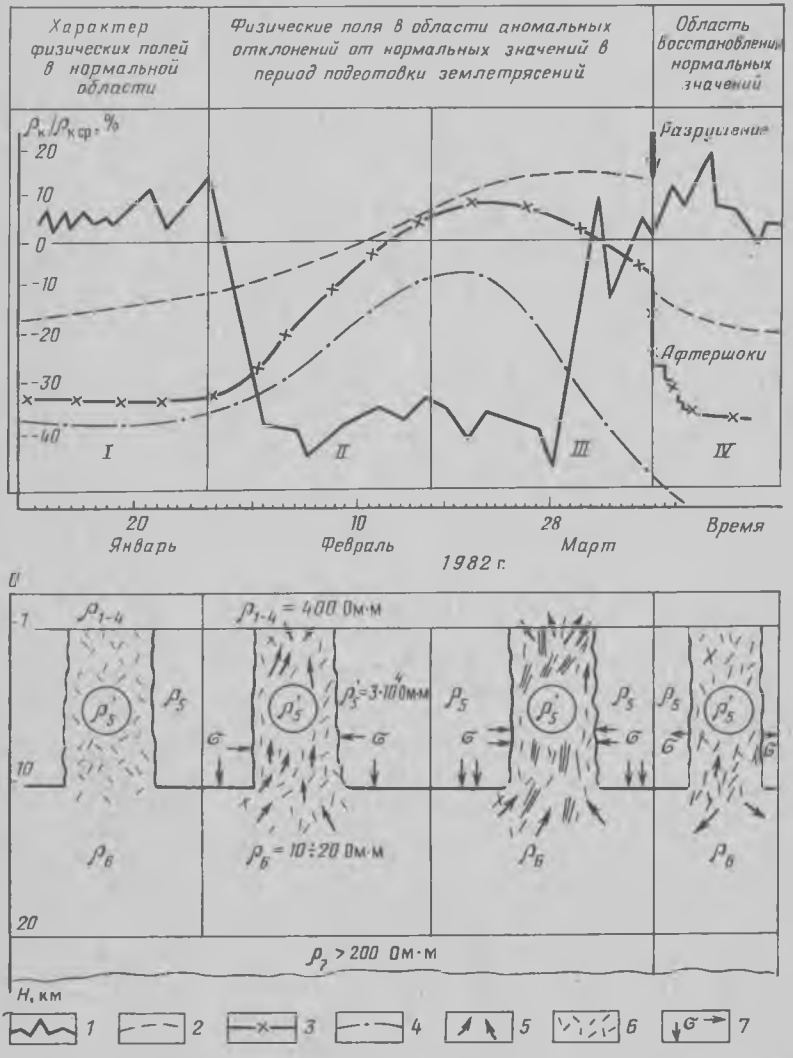


Рис. 66. Динамическая физико-геологическая модель тектонически ослабленной электропроводящей зоны сейсмоопасного блока.

График: *1* — относительных кажущихся электрических сопротивлений, *2* — средних значений суммарной площади поверхностей разрывов, *3* — упругой потенциальной энергии, *4* — скорости деформации (по В. И. Мячкину, 1978); *5* — направления движения поровой жидкости; *6* — тектонически ослабленная зона; *7* — направления действующих напряжений σ; *I—IV* — стадии подготовки землетрясений; ρ'_5 — сопротивление трещиноватых пород

двухбалльными толчками она обычно не превышает 10—15 дней, а перед трех-и четырехбалльными достигает 30—55 дней. По времени периоды аномальных изменений вариаций $\rho_к$ на западном пункте совпадали с таковыми на восточном, но были выражены более ярко, по-видимому, из-за того, что западный пункт находится ближе к областям растяжения магистральных разрывов.

Анализ закономерностей изменения значений кажущихся удельных сопротивлений в периоды подготовки землетрясений позволил построить динамическую физико-геологическую модель сейсмоактивного блока земной коры для условий электропроводящей зоны восточного прогностического пункта (рис. 66). Схема, отражающая тенденции изменения физико-механических предвестников землетрясений для сухих пород, разработана В. И. Мячкиным [30]. В пределах рассматриваемой территории аналогичные условия наблюдаются на западном режимном пункте.

По электроразведочным данным в районе восточного прогностического пункта выявлена тектонически ослабленная зона дробления, прослеживаемая на глубину до 10 км. Катаклаз и дезинтеграция пород в ее пределах обязаны активным тектоническим подвижкам. Трещиноватые породы описываемой зоны характеризуются повышенной пористостью, а высокая электропроводность зоны обусловлена насыщенностью порового пространства минерализованными термальными водами.

При формировании физико-геологической модели блока земной коры, ответственного за прогнозируемое землетрясение, использованы представления о лавинно-неустойчивом трещинообразовании пород в период подготовки землетрясения [30], а также некоторые положения дилатантно-диффузионной модели разрушения горных пород, насыщенных водой. Изменения кажущегося электрического сопротивления по стадиям подготовки и проявления землетрясений получены экспериментально на Северо-Муйском прогностическом полигоне. Закономерности временных вариаций других физико-механических параметров, в частности средней суммарной площади разрывов, скорости деформации и упругой потенциальной энергии, заимствованы у В. И. Мячкина.

Для физико-геологической модели тектонически ослабленной зоны сейсмоопасного блока земной коры характерны четыре стадии развития процесса подготовки и проявления землетрясений.

Первой является стадия регулярного состояния, характеризующаяся некоторой постоянной скоростью деформации, невысокой и стабильной упругой потенциальной энергией и небольшим значением суммарной площади поверхностей разрывов. Для этой стадии характерны фоновые значения нормального поля кажущихся сопротивлений пород тектонически ослабленной зоны, над которыми проводились режимные наблюдения. Нормальные значения поля $\rho_к$ пород этого блока составляют 264 Ом·м при весьма невысоком и стабильном стандартном отклонении 8 Ом·м.

По данным Б. Болта, значительная часть очагов землетрясе-

ний обычно располагается на глубинах, где сохраняются открытые породы и трещины, заполненные водой. В рассматриваемом примере обводненная зона разлома связана с глубинным электропроводящим слоем ρ_6, к которому приурочены очаги землетрясений, и имеет соизмеримое с ним удельное электрическое сопротивление.

На второй стадии подготовки землетрясения (стадия консолидации) наблюдается постепенное нарастание скорости деформации пород. В нашем случае это происходит со стороны пород геоэлектрического горизонта высокого сопротивления ρ_5 (см. рис. 65). Возрастает упругая потенциальная энергия. За счет деформации пород тектонически ослабленной зоны увеличивается суммарная площадь трещин, и подземные воды устремляются в проводящую ослабленную зону. Все это приводит к заметному понижению кажущихся электрических сопротивлений, достигающему 20 % измеряемой величины при абсолютных изменениях до 200 Ом·м (см. рис. 66).

Третья стадия (стадия неустойчивой деформации) характеризуется дальнейшим увеличением упругой потенциальной энергии, скорости деформации и ростом среднего значения суммарной площади поверхностей разрывов. Это влечет за собой дальнейшее снижение удельного электрического сопротивления горных пород за счет уменьшения подвижности токовых каналов, увеличения объема трещин, проникновения по трещинам флюидов, имеющих низкое сопротивление, из горизонта с ρ_6 в вышележащие слои. К концу третьей стадии наблюдается уменьшение скорости деформации и упругой потенциальной энергии, а также возвратный подъем значений $\rho_к$ почти до исходного нормального уровня за счет проявления форшоков, предвещающих землетрясения. Конец третьей стадии завершается землетрясением, т. е. моментом образования магистрального разрыва в области растяжения. Тем самым полностью снимается напряжение в зоне разлома. В момент землетрясения скорость деформации понижается до нуля, а упругая потенциальная энергия и суммарная площадь поверхностей разрывов падают до обычных значений. Кажущееся удельное сопротивление горных пород тектонически ослабленной зоны ρ_5 стремится к нормальным значениям за счет оттока жидкости из токопроводящих каналов, закрытия многих трещин и изменения строения токопроводящих каналов, связанного со снятием напряжения (см. рис. 66).

На четвертой стадии окончательно выравниваются физические поля. Она сопровождается афтершоками, понижающими упругую потенциальную энергию горных массивов до нормального состояния вплоть до момента начала подготовки очередного землетрясения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Авдеевич М. М., Фокин А. Ф.* Электромоделирование потенциальных геофизических полей/Под ред. С. М. Шейманна. — Л.: Недра, 1978.

2. *Аронов В. И.* Методы математической обработки геологических данных на ЭВМ. — М.: Недра, 1977.

3. *Березкин В. М., Киричек М. А., Кунарев А. А.* Применение геофизических методов разведки для прямых поисков месторождений нефти и газа. — М.: Недра, 1978.

4. *Боровко Н. Н.* Оптимизация геофизических исследований при поисках рудных месторождений. — Л.: Недра, 1979.

5. *Бродовой В. В.* Геофизические исследования в рудных провинциях. — М.: Недра, 1984.

6. *Вахромеев Г. С.* Основы методологии комплексирования геофизических исследований при поисках рудных месторождений. — М.: Недра, 1978.

7. *Вахромеев Г. С., Давыденко А. Ю., Кожевников Н. О.* Физическое моделирование нестационарных электромагнитных полей при изучении структуры магнетитовых месторождений юга Сибирской платформы. — В кн.: Математическое и физическое моделирование железорудных месторождений рудных полей. — Новосибирск: изд. СНИИГГиМС, 1983, с. 106—111.

8. *Веников В. А., Веников Г. В.* Теория подобия и моделирование. — М.: Высшая школа, 1984.

9. *Вентцель Е. С., Овчаров Л. А.* Прикладные задачи теории вероятностей. — М.: Радио и связь, 1983.

10. *Воронин Ю. А.* Современное состояние и перспективы развития поисково-разведочной геофизики: Препринт № 489. — Новосибирск, 1984.

11. *Геофизические* и геохимические методы поисков редкометалльных пегматитов/Г. С. Вахромеев, А. Ю. Давыденко, В. Е. Загорский, В. М. Макагон. — Новосибирск: Наука, 1983.

12. *Геофизические* методы исследования скважин: Справочник геофизика. Под ред. В. М. Запорожца. — М.: Недра, 1983.

13. *Геофизические* методы поисков железорудных месторождений на юге Восточной Сибири/А. С. Барышев, Г. С. Вахромеев, А. Н. Житков, В. Б. Ковалевич. — М.: Недра, 1980.

14. *Глазнев В. Н., Павловский В. И., Раевский А. Б.* Автокорреляционная функция потенциального поля, обусловленная горизонтальным слоем со случайным расположением источников. — Изв. АН СССР. Физ. Земли, 1978, № 8, с. 85—90.

15. *Гольдин С. В.* Интерпретация данных сейсмического метода отраженных волн. — М.: Недра, 1979.

16. *Гольцман Ф. М., Калинина Т. Б.* Статистическая интерпретация магнитных и гравитационных аномалий. — Л.: Недра, 1983.

17. *Гравиразведка:* Справочник геофизика — М.: Недра, 1981.

18. *Давыденко А. Ю.* Стохастический подход к интерпретации данных повысотных магнитных съемок над неоднородными объектами. — В кн.: Геофизические методы поисков и разведки. — Свердловск: СГИ, 1983, с. 105—110.

19. *Дэвис Дж.* Статистика и анализ геологических данных. — М.: Мир, 1977.

20. *Железорудные* месторождения Сибири/А. С. Калугин, Т. С. Калугина, В. Н. Иванов и др. — Новосибирск: Наука, 1981.

21. *Займан Дж.* Модели беспорядка. — М.: Мир, 1982.

22. *Закс Л.* Статистическое оценивание. — М.: Статистика, 1976.

23. *Клушин И. Г., Толстихин И. Н.* Статистическое определение глубины залегания источников аномалий магнитного поля. — Зап. ЛГИ, 1963, т. XVI, вып. 2, с. 63—70.

24. *Комплексирование* методов разведочной геофизики: Справочник геофизика/Под ред. В. В. Бродового, А. А. Никитина. — М.: Недра, 1984.

25. *Коровые* аномалии электропроводности/Под ред. А. А. Жамалетдинова. — Л.: Наука, 1984.

26. *Леман Е. П.* Рентгенорадиометрический метод опробования месторождений цветных и редких металлов. — Л.: Недра, 1978.
27. *Ломтадзе В. В.* Программное обеспечение обработки геофизических данных. — Л.: Недра, 1982.
28. *Магниторазведка*: Справочник геофизика/Под ред. В. Е. Никитского и Ю. С. Глебовского. — М.: Недра, 1980.
29. *Мейер В. А.* Геофизические исследования скважин. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1981.
30. *Мячкин В. И.* Процессы подготовки землетрясений. — М.: Наука, 1978.
31. *Никитин А. А.* Статистические методы выделения геофизических аномалий. — М.: Недра, 1979.
32. *Пугачев В. С.* Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Наука, 1979.
33. *Соловьев Г. А.* Петрофизическая характеристика эндогенных месторождений. — М.: Недра, 1984.
34. *Давыденко А. Ю., Голякова О. М., Дехнич Г. М., Добрынин Ю. Б.* Статистический способ межскважинной увязки рудных зон сложного строения по данным геофизических методов исследования скважин. — В кн.: Геология и разведка месторождений рудных полезных ископаемых.— Иркутск, ИПИ, 1984, с. 155—161.
35. *Страхов В. Н.* Математическое моделирование в теории интерпретации гравимагнитных полей. — В кн.: Математическое и физическое моделирование железорудных месторождений и рудных полей. — Новосибирск: изд. СНИИГГиМС, 1983.
36. *Тархов А. Г., Бондаренко В. М., Никитин А. А.* Комплексирование геофизических методов. — М.: Недра, 1982.
37. *Тафеев Г. П., Соколов К. П.* Геологическая интерпретация магнитных аномалий. — Л.: Недра, 1981.
38. *Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника. — М.: Радио и связь, 1982.
39. *Физические* свойства горных пород и полезных ископаемых: Справочник геофизика/Под ред. Н. Б. Дортман. — М.: Недра, 1976.
40. *Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.* Машинные методы математических вычислений. — М.: Мир, 1980.
41. *Четвериков И. Л.* Теоретические основы разведки недр. — М.: Недра, 1984.
42. *Шрайбман В. И., Жданов М. С., Витвицкий О. В.* Корреляционные методы преобразования и интерпретации геофизических аномалий.— М.: Недра, 1977.
43. *Электроразведка:* Справочник геофизика/Под ред. А. Г. Тархова. — М.: Недра, 1980.
44. *Яновская Т. Б., Порохова Л. Н.* Обратные задачи геофизики. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1983.
45. *Schwahn W.* Beziehungen zwischen den Autokovarianzfunktionen der Schwere und der Dichte und deren Anwendung bei der Tiefenbestimmung der Quellen, demonstriert anhand von zwei Profilen über Schweden.— Gerlands Beitrage zur Geophysic, 1975, b. 84, N 3—4, s. 281—296.
46. *Spector A., Grant F. S.* Statistical models for interpreting aeromagnetic data.— Geophysics, 1970, vol. 35, N 2, p. 293—302.
47. *Vakhromeyev G. S., Barishev A. S.* The Classification of Physico-Geological Models of Mineral Deposits.— Geophys. Prosp., 1984, 32, N 1, p. 63—78.
48. *Vakhromeyev G. S., Davidenko A. Y.* Calculation of potential fields for stochastic models of heterogeneous geological objects.— Abstracts of papers presented to 46th Meeting of EAEG, 1984, p. 105.

Формулы для определения числовых характеристик функций случайных величин

Рассмотрим функцию случайного аргумента $Y=\varphi(X)$. В общем случае это функция нескольких аргументов $X_1, \ldots, X_m$, образующих систему из m случайных величин. Задача состоит в том, чтобы по известному закону распределения аргумента X для случайной величины Y определить математическое ожидание $\mu_y=M[\varphi(x)]$ и дисперсию $\sigma_y{}^2=D[\varphi(x)]$. Рассмотрим точный и приближенный способы решения этой задачи.

Точные формулы. Пусть X — дискретная одномерная случайная величина с рядом распределения

$$X: \left|\begin{array}{c|c|c|c} x_1 & x_2 & \ldots & x_n \\ \hline P_1 & P_2 & \ldots & P_n \end{array}\right|, \quad \sum_{i=1}^{n} P_i = 1.$$

Тогда математическое ожидание и дисперсия функции случайной величины соответственно

$$\mu_y = \sum_{i=1}^{n} \varphi(x_i)\, P_i; \tag{П.1.1}$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^{n} \varphi^2(x_i)\, P_i - \mu_y^2. \tag{П.1.2}$$

Если X — m-мерная дискретная величина, то для нее должна быть определена m-мерная таблица вероятностей, а в (П.1.1) и (П.1.2) необходимо однократное суммирование заменить m-кратным.

Пусть X — непрерывная случайная величина с плотностью $f(x)$, тогда

$$\mu_y = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)\, f(x)\, dx; \tag{П.1.3}$$

$$\sigma_y^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi^2(x)\, f(x)\, dx - \mu_y^2. \tag{П.1.4}$$

Формулу (П.1.3) можно использовать для определения ковариации двух функций одного и того же случайного аргумента X. Так, если $Y=\varphi(X)$ и $Z=\psi(X)$, то по определению

$$\operatorname{cov}(Y, Z) = M[YZ] = \mu_y \mu_z, \tag{П.1.5}$$

где, согласно (П.1.3),

$$M[YZ] = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)\, \psi(x)\, f(x)\, dx. \tag{П.1.6}$$

При $\varphi(x)=\psi(x)$ частным случаем (П.1.5) является формула (П.1.4).

Если X — непрерывная m-мерная случайная величина с плотностью $f(x_1, \ldots, x_m)$, формулы для математического ожидания и дисперсии приобретают вид

$$\mu_y = \int_{-\infty}^{\infty} \overset{(m)}{\ldots} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1, \ldots, x_m)\, f(x_1, \ldots, x_m)\, dx_1, \ldots, dx_m, \tag{П.1.7}$$

$$\sigma_y^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \overset{(m)}{\ldots} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi^2(x_1, \ldots, x_m)\, f(x_1, \ldots, x_m)\, dx_1, \ldots, dx_m - \mu_y^2. \tag{П.1.8}$$

Для получения числовых характеристик часто используются формулы

$$M[cX] = c\mu_x, \quad D[cX] = c^2\sigma_x^2, \tag{П.1.9}$$

где c — неслучайная величина,

$$M\left[\sum_{i=1}^{m} a_i X_i + b_i\right] = \sum_{i=1}^{m} a_i \mu_{x_i} + b, \tag{П.1.10}$$

где X_i — случайные величины; $a_1, \ldots, a_m, b$ — неслучайные коэффициенты.

Для независимых величин $X_1, \ldots, X_m$

$$M\left[\prod_{i=1}^{m} X_i\right] = \prod_{i=1}^{m} \mu_{x_i}, \tag{П.1.11}$$

$$D\left[\sum_{i=1}^{m} X_i\right] = \sum_{i=1}^{m} \sigma_{x_i}^2. \tag{П.1.12}$$

Если $X_1, \ldots, X_m$ зависимы, то

$$D\left[\sum_{i=1}^{m} X_i\right] = \sum_{i=1}^{m} \sigma_{x_i}^2 + 2\sum_{i<j}^{m} \operatorname{cov}(X_i, X_0), \tag{П.1.13}$$

где $\operatorname{cov}(X_i, X_j)$ — ковариация случайных величин X_i и X_j.

При сложении некоррелированных случайных векторов их ковариации складываются, т. е. если $X = \sum_{i=1}^{m} X_i, \quad Y = \sum_{j=1}^{m} Y_j, \quad \operatorname{cov}(X_i, Y_j) = 0,$

при $i \neq j$, то

$$\operatorname{cov}(X, Y) = \sum_{i=1}^{m} \operatorname{cov}(X_i, Y_i). \tag{П.1.14}$$

Приближенные формулы. Если функция $Y = \varphi(X_1, \ldots, X_m)$ в области изменения случайных аргументов $X_1, \ldots, X_m$ с достаточной для практики точностью может быть приближена линейной функцией (линеаризована), то ее можно представить линейными членами разложения ряда Тейлора в окрестности точки, соответствующей вектору математических ожиданий $\mu = [\mu_{x_1}, \ldots, \mu_{x_m}]$,

$$\varphi(x_1, \ldots, x_m) = \varphi(\mu) + \sum_{i=1}^{m} (\partial\varphi/\partial x_i)_\mu (x - \mu_{x_i}), \tag{П.1.15}$$

где $(\partial\varphi/\partial x_i)_\mu$ — значение частной производной по i-му аргументу в точке μ.

Используя (П.1.9)—(П.1.14), находим

$$\mu_y \approx \varphi(\mu) = \varphi(\mu_{x_1}, \ldots, \mu_{x_m}); \tag{П.1.16}$$

$$\sigma_y^2 \approx \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}\right)_\mu^2 \sigma_{x_i}^2 + 2\sum_{i<j}^{m} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}\right)_\mu \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_j}\right) \operatorname{cov}(x_i, x_j), \tag{П.1.17}$$

а для независимых или некоррелированных аргументов

$$\sigma_y^2 \approx \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}\right)_\mu \sigma_{x_i}^2. \tag{П.1.18}$$

Таким образом, способ линеаризации позволяет определять числовые характеристики функций случайных величин по известным моментам случайных аргументов.

Основные подпрограммы пакета самонастраивающейся фильтрации

Подпрограмма SNFA организует обработку двухмерного массива данных по алгоритмам СНФ и линейной адаптивной фильтрации.

На входе: *A(NX, NY)* — массив значений поля по обрабатываемой площади; *NX* — количество пикетов на профиле; *NY* — количество профилей; *NPW* — число профилей в окне обработки; *MTW* — число пикетов в окне обработки; *LWL* — крайний наклон окна влево относительно линии, перпендикулярной к профилям, выраженный в количестве пикетов верхнего профиля, ближайшего к центральному (смещение левее центра окна считается отрицательным); *LWR* — крайний наклон окна вправо; *ZKR*—$Z_{крит}$ — критическое значение *Z*-статистики, определяющее порог принятия решения о наличии аномалий; *CODE* — код отсутствующих значений поля в массиве (обязательный параметр); *C(MTW, NPW)* — рабочий массив.

На выходе: католог выделенных аномалий — профиль, пикет, наклон окна, значение *Z*-статистики;

AF(NX, NY) — массив значений поля, полученного в результате линейной адаптивной фильтрации; выход этого массива в подпрограмме SNFA не предусмотрен.

Примечания. 1. Обработка проводится, начиная с первого пикета по последний и с первого профиля по последний. 2. Используются подпрограммы ZDS и TWIND. 3. В данном варианте подпрограммы распознавание формы аномалий не предусмотрено.

Подпрограмма TWIND предназначена для выбора значений поля, попавших в контур двухмерного окна.

На входе: *IX* — номер точки на профиле, соответствующий центру окна; *IY* — номер профиля, соответствующий центру окна; *INCL* — наклон окна; параметры *NX, NY, A, CODE, NPW, MTW,* имеющие тот же смысл, что и в подпрограмме SNFA.

На выходе: *C(MTW, NPW)* — массив значений поля, попавших в окно.

Примечание. Подпрограмма может быть использована для других алгоритмов обработки двумерных полей.

Подпрограмма ZDS реализует вычисления *F* и *Z*-статистик соответственно по (4.8) и (4.9), а также вычисляет общую дисперсию поля в окне и средние значения поля по всем точкам окна и его продольной центральной линии.

На входе: *C(MTW, NPW)* — массив значений поля, попавших в окно (подготавливается подпрограммой TWIND); параметры *NPW, MTW, CODE,* имеющие тот же смысл, что и в подпрограмме *SNFA.*

На выходе: *Z* — значение *Z*-статистики; *DC* — дисперсия значений поля в окне; *SNM* — среднее значение поля по всем точкам, попавшим в окно; *SN* — среднее значение поля по центральной продольной линии окна.

Ниже приводятся тексты этих трех подпрограмм на языке ФОРТРАН-IV.

```
      SUBROUTINE SNFA(A,NX,NY,NPW,MTW,C,CODE,LWL,LWR,ZKR,AF)
      REAL A(NX,NY),C(MTW,NPW)
     * ,STAT(20,4),AF(NX,NY)
      DO 5 J=1,4
      DO 5 I=1,20
    5 STAT (I,J)=0.
      NN=0
      DO 100 IY=1,NY
      DO 20 IX=1,NX
      DMIN=1.E30
      ZMAX=1.E30
      LMAX=LWL
      DO 10 L=LWL,LWR
      CALL TWIND (IY,IX,L,NX,NY,A,CODE,NPW,MTW,C)
```

```
      CALL ZDS (C,NPW,MTW,CODE,Z,DC,SNM,SN)
      IF(Z.LE.ZMAX) GO TO 40
      ZMAX=Z
      LMAX=L
      S=SN
 40   IF(DC.GT.DMIN) GO TO 10
      SS=SNM
      DMIN=DC
 10   CONTINUE
      AF(IX,IY)=S
      IF(ZMAX.GE.ZKR) GO TO 50
      AF(IX,IY)=SS
      IF(IX*IY.EQ.NX*NY) GO TO 70
      GO TO 20
 50   NN=NN+1
      STAT(NN,1)=IY
      STAT (NN,2)=IX
      STAT (NN,3)=LMAX
      STAT (NN,4)=ZMAX
      IF (IX*IY.EQ.NX*NY) GO TO 70
      IF (NN.LT.20) GO TO 20
 70   WRITE(6,2000) (STAT(I,J),I=1,20), J=1,4)
      NN=0
      DO 60 J=1,4
      DO 60 I=1,20
 60   STAT (I,J)=0.
 20   CONTINUE
100   CONTINUE
      RETURN
2000  FORMAT ('0', 8H PROFIL , 20F5,0/' ', 8H PIKET,
     * 20F5.0/' ',8H INCLIN , 20F5.0/' ',8H ZMAX ,
     * 20F5.1/)
      END
      SUBROUTINE TWIND(IY,IX, INCL,NX,NY,A,CODE,NPW,MTW,C)
      REAL A(NX,NY),C(MTW,NPW)
      LOGICAL LF
      LF (I,IA,IB)=I.GE.IA.AND.I.LE.IB
      NP=(NPW—1)/2
      NP1=NP+1
      MP=(MTW—1)/2
      DO 10 J=1,NPW
      DO 10 I=1,MTW
 10   C(I,J)=CODE
      JT=IY—NP
      JA=MAXO(1,JT)
      JB=MINO(NY,IY+NP)
      IF(JB.LT.JA) RETURN
      JT=JT—1
      DO 30 J=1, NPW
      JT=JT+1
      IF(.NOT.LF(JT,JA,JB)) GO TO 30
      IC=IX+(J—NP1)*INCL
      IT=IC—MP
      IA=MAXO(1,IT)
      IB=MINO (NX,IC+MP)
      IT=IT—1
      DO 20 I=1,MTW
      IT=IT+1
      IF(.NOT.LF(IT,IA,IB)) GO TO 20
      C(I,J)=A(IT,JT)
 20   CONTINUE
```

```
30      CONTINUE
        RETURN
        END

        SUBROUTINE ZDS (C,NPW,MTW,CODE,Z,DC,SNM,SN)
        REAL C(MTW,NPW)
        IC=(MTW+1)/2
        Z=0.
        DC=1.E20
        SNM=CODE
        SN=CODE
        SQ=0.
        SC=0.
        SD=0.
        NC=0
        NK=0
        DO 20 I=1, MTW
        SI=0.
        SIQ=0.
        NI=0
        DO 10 J=1, NPW
        IF (C(I,J). EQ.CODE) GO TO 10
        NI=NI+1
        SI=SI+C(I,J)
        SIQ=SIQ+C(I,J)**2
10      CONTINUE
        IF(NI.EQ.0) GO TO 20
        IF(I.EQ.IC) SN=SI/NI
        NC=NC+NI
        NK=NK+1
        SC=SC+SI
        SQ=SQ+SIQ
        SD=SD+SI**2/NI
20      CONTINUE
        NCNK=NC—NK
        IF (NK.LE.1.OR.NC.LE.1.OR.NCNK.LE.0) RETURN
        Z=100
        DC=(SQ*NC—SC**2)/(NC*(NC—1))
        SNM=SC/NC
        DI=(SQ—SD)/NCNK
        IF(DI.LT.1.E—30) RETURN
        Z=0
        IF(DI.GE.DC) RETURN
        NA=NK—1
        F=(SD—SC**2/NC)/(NA*DI)
        TA=0. 2222222/NA
        TB=0.2222222/NA
        FA=F**0. 3333333
        FB=FA**2
        Z=((1+TA)*FA+TB—1.)/SQRT(TA*FB+TB)
        RETURN
        END
```

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 3

1. Понятие физико-геологической модели 6

1.1. Общие положения 6
1.2. Классификация моделей 13

2. Петрофизические модели 20

2.1. Направления петрофизических исследований 20
2.2. Выделение структурно-вещественных комплексов 22
2.3. Особенности построения объемных петрофизических моделей . . 32

3. Детерминированные модели 40

3.1. Модели железорудного узла, поля и месторождения ангаро-илимского типа 41
3.2. Модели криолитозоны Южного Приангарья 58
3.3. Модель нефтегазового месторождения 72
3.4. Модель глубинного разреза земной коры 75

4. Статистические модели 82

4.1. Физико-геологические модели участков сосредоточения пегматитовых тел 83
4.2. Способы статистического анализа геофизической информации . . 95

5. Стохастические модели 117

5.1. Описание неоднородных геологических объектов 118
5.2. Интегральные характеристики стохастических моделей объектов . 128
5.3. Модели полей для объектов со случайными параметрами . . 140

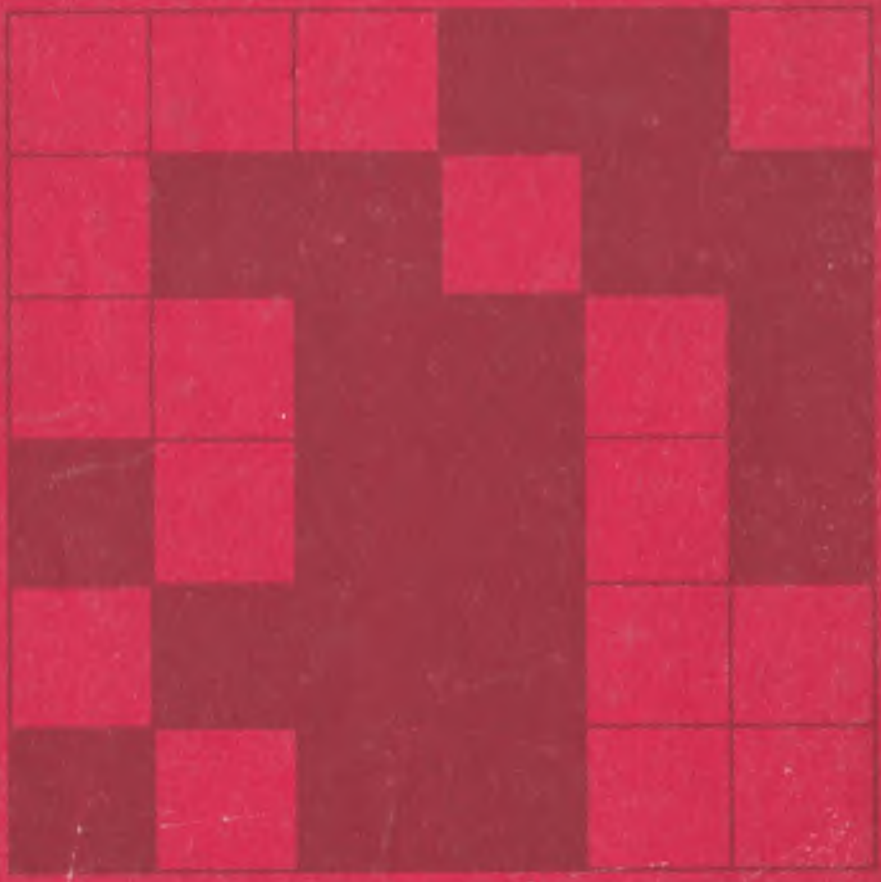
6. Динамические модели 172

6.1. Модель медно-порфировых месторождений Монгольской Народной Республики 173
6.2. Модель сейсмоактивного блока земной коры 180

Список литературы 186

Приложение 1 188

Приложение 2 190

2 р. 10 к.

НЕДРА