В. И. ИГНАТОВ

# ОРГАНИЗАЦИЯ И ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА В БУРЕНИИ

В. И. ИГНАТОВ

# ОРГАНИЗАЦИЯ И ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА В БУРЕНИИ



МОСКВА «НЕДРА» 1978

УДК (001.5 + 65.012.2):622.143

**Игнатов В. И.** Организация и проведение эксперимента в бурении. М., «Недра», 1978. 94 с.

В работе рассматриваются вопросы определения объема экспериментов и оценки результатов проведенных экспериментов при испытаниях буровой техники и установлении трудовых нормативов; особое внимание уделяется обоснованию требуемой точности и надежности получаемых результатов. Излагаются также способы планирования экспериментов для определения оптимальных режимов бурения методами крутого восхождения и ротатабельного планирования. Заключительная глава V посвящена изложению основных положений по отбраковке непредставительных данных экспериментов, а также вопросам обоснования требуемой точности замера наблюдаемых величин. Все теоретические положения работы иллюстрированы примерами.

Работа предназначена для научных и практических работников, организующих и проводящих экспериментальные работы в геологоразведочном бурении, для работников, занимающихся нормированием труда в бурении; может быть полезной студентам и аспирантам геологических вузов и факультетов.

Табл. 27, ил. 9, список лит. — 21 назв.

И $\frac{20804-079}{043(01)-78}$ 188—78



## ПРЕДИСЛОВИЕ

Научно-техническая революция, проходящая в настоящее время, требует проведения большого количества экспериментов. Эксперименты необходимы при испытаниях новых технических средств, предназначенных для внедрения в производство, при разработке и усовершенствовании технологических процессов, нормативов и т. д.

Такая потребность в организации и проведении экспериментальных работ обусловила появление в последние годы большого количества исследований, посвященных теории и практике проведения эксперимента как в общетеоретическом плане, так и в приложении к отдельным отраслям промышленности.

Это направление исследований не осталось без внимания и в геологии. Научно-исследовательские учреждения Министерства геологии СССР совместно разработали инструкции по проведению испытаний новых технических средств [7, 17]. Значительная часть докторской диссертации Е. А. Козловского посвящена вопросам оптимизации режимов бурения, достигаемой в результате проведения экспериментальных работ [12, 13].

К сожалению, до настоящего времени не публиковались работы, предназначенные для широкого круга инженерно-технических работников геологоразведочных организаций, которые могли бы послужить методическим и практическим руководством при организации и проведении экспериментов на буровых и горных работах, на которые затрачивается почти половина ассигнований, предназначенных на полевые работы в геологии.

Целью данной работы является рассмотрение основных положений, которые необходимы при планировании проведения экспериментов и обработке их результатов.

В данной работе будут рассматриваться эксперименты, требующие статистических методов обработки получаемых материалов. Такие эксперименты, которые однозначно дают ответ после проведения одного или нескольких опытов, например испытание грузоподъемного сооружения на паспортную нагрузку, определение пригодности стального каната к дальнейшему использованию (по количеству оборванных проволок на 1 м), определение наличия электрического тока в магистрали и другие, не требуют применения методов статистической обработки материалов и поэтому они не описываются нами.

Основное количество экспериментов, которое проводится с производственной и научной целью, имеет характер исследования случайных величин. При этом в одном случае в относительно постоянных условиях определяются параметры и их статистические характеристики, которые чаще всего нужны при испытании каких-либо технических средств.

В другом случае исследуется процесс, имеющий несколько факторов, причем колебание каждого фактора оказывает определенное влияние на результат процесса, и перед исследователем стоит задача найти такое сочетание факторов, чтобы результат процесса оказался оптимальным.

В третьем случае при техническом нормировании в бурении большинство нормативов выработки определяется на основании статистической обработки хронометражных наблюдений за проведением процесса в нормализованных условиях. В этом случае возникает задача определения оптимального объема хронометражных наблюдений с целью получения минимальных потерь при нормировании.

Для различных видов исследований применяются соответствующие методы планирования эксперимента и обработки материалов, охарактеризованные в отдельных главах.

## Глава I
## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Курс теории вероятностей и математической статистики введен в геологоразведочных вузах страны относительно недавно, поэтому основная масса производственников с ним незнакома.

В то же время излагаемый в данной работе материал базируется на выводах теории вероятностей. В связи с этим кратко остановимся на определениях основных положений теории вероятности и статистических величин [3], которые будут использованы ниже.

При проведении экспериментов часто приходится определять значение того или иного признака для весьма большой совокупности индивидуумов, образующих статистический коллектив. Данный признак является *случайной величиной*, значение которой от индивидуума к индивидууму меняется.

Для того чтобы составить представление о важнейших характеристиках этой случайной величины, нет необходимости исследовать каждый индивидуум обширной совокупности, можно обследовать некоторую *выборку* достаточного объема для того, чтобы по ней были выявлены черты изучаемой совокупности величин. Настоящая работа посвящена вопросам, как спланировать постановку эксперимента и какова должна быть выборка.

Та обширная совокупность, из которой проводится выборка, в статистике называется *генеральной совокупностью*. При этом предполагается, что число членов $N$ в генеральной совокупности весьма велико, а число членов $n$ в выборке ограниченно (такое условие характерно для постановки эксперимента в бурении). При достаточно большом $N$ оказывается, что свойства выборочных характеристик практически не зависят от $N$, поэтому в формулах по определению выборочных характеристик $N$ не используется.

В теории вероятностей точные характеристики (математическое ожидание, дисперсия и др.), относящиеся к генеральной совокупности, отличаются от аналогичных им «выборочных» характеристик, получивших название оценок. Такую характеристику принято обозначать соответствующей буквой с прямой черточкой сверху (например, $\overline{X}$), а ее оценку — той же буквой с тильдой сверху ($\widetilde{X}$).

Рассмотрим некоторые основные характеристики случайных величин.

### Математическое ожидание

Математическим ожиданием, или средним значением, случайной величины называется сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятности этих значений, т. е.

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{n} X_i P_i, \tag{I.1}$$

где $X_i$ — возможное значение случайной величины; $P_i$ — вероятность данного значения случайной величины.

При определении оценки математического ожидания принимается среднее арифметическое полученных в процессе наблюдения значений, т. е.

$$\widetilde{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}. \tag{I.2}$$

Необходимо отметить, что при количественном исследовании показателя мы в основном имеем дело со случайными величинами, имеющими какую-то физическую размерность (скорость, время, путь и др.) и изменяющимися практически бесступенчато (в пределах точности измерительных приборов). При качественном исследовании работу механизма или процесса характеризует вероятность. Здесь вероятность тоже имеет случайный характер и, как случайная величина, математическое ожидание.



### Вероятность события

Вероятность события $P$ есть численная мера степени объективной возможности этого события. Введение такого понятия связано с определенным практическим смыслом: на основании опыта мы считаем те события более вероятными, которые случаются чаще; менее вероятными те, которые происходят реже.

Таким образом, понятие вероятности связано с опытом, практическим понятием частоты события.

Математическое ожидание вероятности и его оценка определяются по тем же формулам (I.1) и (I.2), в которых величина $\overline{X}$ заменяется на $P$, а величина $X_i$ в каждом отдельном опыте принимает значение единицы, если событие произошло, или значение нуля, если событие не появилось.

### Дисперсия

Дисперсия случайной величины является характеристикой рассеивания, разбросанности значений случайной величины около ее математического ожидания. Дисперсией случайной величины называется математическое ожидание квадрата соответствующей центрированной величины

$$\overline{D} = \sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2 P_i. \tag{I.3}$$

Оценку дисперсии можно определять по следующим двум формулам:

$$\widetilde{D} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \widetilde{X})^2}{n-1} \tag{I.4}$$

и

$$\widetilde{D} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}{n}}{n-1}. \tag{I.5}$$

Приведенные формулы равносильны, но последнюю, т. е. (I.5), удобнее применять в процессе проведения наблюдений при постоянном пополняющемся статистическом материале.

Дисперсия вероятности (и ее оценка) определяется из формулы

$$D = Pq, \tag{I.6}$$

где $q=1-P$, т. е. вероятность того, что событие не произойдет.

Часто используются и другие показатели рассеивания случайной величины. Один из них — среднее квадратическое отклонение — определяется путем извлечения квадратного корня из значения дисперсии

$$\sigma = \sqrt{D}, \tag{I.7}$$

другой — коэффициент вариации, показывающий относительную степень рассеивания, — находится по формуле

$$V = \frac{\sigma}{X}. \tag{I.8}$$

### Точность определения оценки

При замене математического ожидания его оценкой естественно допускается какая-то погрешность, которая определяется как их разность

$$\xi = \tilde{X} - \overline{X}. \tag{I.9}$$

### Закон распределения

Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями. Закон распределения обычно выражается формулой, описывающей плотность распределения (иначе плотность вероятности) случайной величины. Кривая, построенная по этой формуле, называется кривой распределения.

В практике известны различные законы распределения случайных величин: закон равномерной плотности, закон Пуассона, нормальный закон распределения и др. Последний, часто называемый законом Гаусса, один из наиболее часто встречающихся



в практике. На этом законе построены основные положения теории ошибок измерений, он используется при исследованиях ошибок стрельбы. Доказано, что каким бы законам распределения ни были подчинены отдельные элементарные ошибки, особенности этих распределений в сумме большого числа слагаемых нивелируются и сумма оказывается подчиненной закону, близкому к нормальному.

Исходя из этого, многие авторы, рассматривая распределения механических скоростей бурения, длины рейса и прочие технико-экономические показатели в бурении, относят их к нормальному закону без специальных, обосновывающих такое положение, исследований. Однако такое отнесение всех технико-экономических показателей на бурении к нормальному закону распределения ошибочно. Попытаемся это доказать.

Кривая распределения по нормальному закону имеет симметричный вид (рис 1), на которой максимальная ордината кривой равна математическому ожиданию случайной величины.

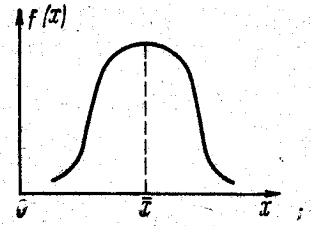


Рис. 1. Кривая распределения по нормальному закону

Рассмотрим возможное распределение одного из технико-экономических показателей, например величину бурения скважин за рейс при бурении по одной из категорий горных пород по буримости при постоянной технологии бурения.

Случайная величина бурения скважин за рейс будет зависеть от свойств горных пород, качества породоразрушающего инструмента и некоторых других второстепенных факторов, влияющих на процесс бурения в данном рейсе, и может принимать различные значения. Однако, если ее возможные величины вправо от математического ожидания теоретически не ограничены, то влево они имеют ограничение: величина бурения скважин за рейс не может быть меньше нуля. Отсюда следует, что кривая распределения исследуемой случайной величины будет иметь эксцентриситет с крутостью влево и покатостью вправо. Очевидно, что чем меньшее значение имеет наблюдений при постоянном пополняющемся статистическом материале.

Дисперсия вероятности (и ее оценка) определяется из формулы

$$D = Pq, \tag{I.6}$$

где $q = 1 - P$, т. е. вероятность того, что событие не произойдет.

Часто используются и другие показатели рассеивания случайной величины. Один из них — среднее квадратическое отклонение — определяется путем извлечения квадратного корня из значения дисперсии

$$\sigma = \sqrt{D}, \tag{I.7}$$

другой — коэффициент вариации, показывающий относительную степень рассеивания, — находится по формуле

$$V = \frac{\sigma}{X}. \tag{I.8}$$

### Точность определения оценки

При замене математического ожидания его оценкой естественно допускается какая-то погрешность, которая определяется как их разность

$$\xi = \tilde{X} - \overline{X}. \tag{I.9}$$

### Закон распределения

Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями. Закон распределения обычно выражается формулой, описывающей плотность распределения (иначе плотность вероятности) случайной величины. Кривая, построенная по этой формуле, называется кривой распределения.

В практике известны различные законы распределения случайных величин: закон равномерной плотности, закон Пуассона, нормальный закон распределения и др. Последний, часто называемый законом Гаусса, один из наиболее часто встречающихся



в практике. На этом законе построены основные положения теории ошибок измерений, он используется при исследованиях ошибок стрельбы. Доказано, что каким бы законам распределения ни были подчинены отдельные элементарные ошибки, особенности этих распределений в сумме большого числа слагаемых нивелируются и сумма оказывается подчиненной закону, близкому к нормальному.

Исходя из этого, многие авторы, рассматривая распределения механических скоростей бурения, длины рейса и прочие технико-экономические показатели в бурении, относят их к нормальному закону без специальных, обосновывающих такое положение, исследований. Однако такое отнесение всех технико-экономических показателей на бурении к нормальному закону распределения ошибочно. Попытаемся это доказать.

Кривая распределения по нормальному закону имеет симметричный вид (рис 1), на которой максимальная ордината кривой равна математическому ожиданию случайной величины.

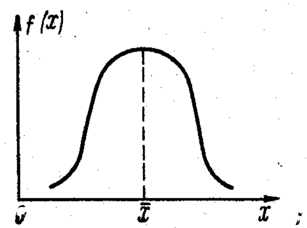


Рис. 1. Кривая распределения по нормальному закону

Рассмотрим возможное распределение одного из технико-экономических показателей, например величину бурения скважин за рейс при бурении по одной из категорий горных пород по буримости при постоянной технологии бурения.

Случайная величина бурения скважин за рейс будет зависеть от свойств горных пород, качества породоразрушающего инструмента и некоторых других второстепенных факторов, влияющих на процесс бурения в данном рейсе, и может принимать различные значения. Однако, если ее возможные величины вправо от математического ожидания теоретически не ограничены, то влево они имеют ограничение: величина бурения скважин за рейс не может быть меньше нуля. Отсюда следует, что кривая распределения исследуемой случайной величины будет иметь эксцентриситет с крутостью влево и покатостью вправо. Очевидно, что чем меньшее значение имеет математическое ожидание, тем ближе к ней оказывается нулевой предел слева и тем большую крутизну будет иметь левая ветвь кривой. Итак, нами доказано, что кривая распределения величины бурения скважины за рейс имеет эксцентриситет, а следовательно, она не является кривой нрмального распределения, так как последняя является симметричной.

Из приведенных рассуждений следует, что чем меньше математическое ожидание исследуемой случайной величины, тем больший эксцентриситет будет иметь ее кривая распределения.

Аналогичные кривые распределения характерны и для других технико-экономических показателей, если они ограничены справа или слева. Необходимо отметить, что характер кривых распределения ряда технико-экономических показателей, построенных на основании большого количества статистических материалов, подтверждает сделанный выше теоретический вывод.

Однако дать математическую формулу (или математические формулы) закона распределения технико-экономических показателей в бурении пока не удалось, и эта задача ждет своего исследователя. В то же время отсутствие формулы закона распределения не создает непреодолимых трудностей при работе с исследуемыми случайными величинами. Центральная предельная теорема дает возможность переходить к нормальному закону распределения сумм случайных величин, независимо от характера закона распределения случайной величины.

## Глава II

## ПЛАНИРОВАНИЕ ОБЪЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ИСПЫТАНИЙ

Для удобства дальнейшего изложения рассмотрим схематическую классификацию различного вида экспериментов (испытаний) в зависимости от их целевого назначения.

Испытания могут проводиться с целью получения качественной характеристики или количественного значения определенного показателя.

Эксперименты, поставленные для получения качественного показателя (да или нет), можно иллюстрировать следующими примерами.

Наиболее распространенный в литературе пример — это бросание монеты с целью определения вероятности выпадения «орла» или его невыпадения.

В бурении к таким экспериментам можно отнести проверку срабатывания (или несрабатывания) противоаварийного переходника, удержания (или неудержания) керна определенной конструкцией кернорвателя и др. В этом виде эксперимента задачей является определение вероятности срабатывания механизма с заданной степенью надежности.

Другой вид эксперимента — это определение количественного значения показателя. Наиболее распространенным примером такого вида эксперимента является измерение мерной лентой расстояния между двумя точками. При измерении расстояния мы даем его количественную оценку в единицах длины, а также определяем возможную ошибку измерения.

Для нашего вида исследований примерами такого вида эксперимента могут служить: 1) определение мощности, затрачиваемой на бурение при заданных (постоянных) условиях; 2) определение механической скорости бурения определенным видом породоразрушающего инструмента при заданных условиях; 3) определение выхода керна при бурении в заданных условиях и др.

При таком виде экспериментов мы определяем количественное среднее значение показателя, а также должны дать оценку возможного отклонения от среднего значения с определенной степенью вероятности (надежности).

При определении качественного и количественного значения показателя мы сравниваем его с эталонным значением, после чего можем говорить о положительных или отрицательных результатах эксперимента.

Эталонным значением показателя может быть постоянная, заранее известная величина, например требуемый минимальный выход керна в определенных условиях, мощность привода данного вида бурового станка, вероятность безотказной работы противоаварийного переходника и др.

Может оказаться, что эталонным значением показателя мы не располагаем и поэтому вынуждены проводить эксперимент параллельно на двух видах механизмов или оборудования: на том, работоспособность которого мы желаем проверить, и на эталонном — с целью получения эталонного значения показателя.

Иногда эксперимент проводится не для сравнения какого-либо показателя с его эталонным значением, а для получения значения одного из параметров, который потребуется для дальнейшей работы. Примером такого эксперимента может служить определение мощности бурового станка, который предполагается создать для какого-то нового вида бурения. В данном случае нам безразлично, какая мощность затрачивается на других видах бурения, необходимо лишь не ошибиться в подборе мощности вновь конструируемого станка. Здесь мы должны дать оценку потребляемой мощности на бурение новым способом и определить возможные колебания ее с заданной вероятностью (надежностью).

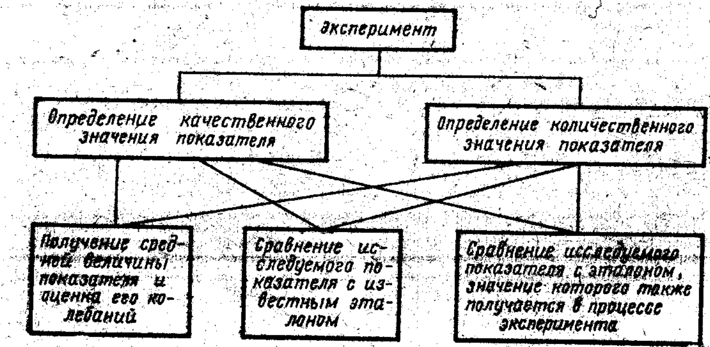



Рис. 2. Классификация экспериментов по их назначению



На основании изложенного материала можно дать схематическую классификацию различного вида экспериментов (рис. 2), которая обеспечит определенную систему при рассмотрении различных подходов к определению объема эксперимента.

## Вывод формул для определения объема эксперимента

Прежде чем переходить к изложению подходов к расчету объема экспериментов, подробнее остановимся на том положении, что оценка математического ожидания отличается от собственно математического ожидания на какую-то величину $\xi$ (I.9). Теория вероятностей позволяет нам установить эту величину в зависимости от выбранной степени вероятности. В дальнейшем с тем, чтобы не путать искомую вероятность при качественном исследовании показателя со степенью вероятности, последнюю мы будем называть степенью надежности.

На числовой оси $X$ отложим оценку математического ожидания $\bar{X}$.

Мы можем утверждать, что имеется какой-то доверительный интервал от $\bar{X}-\xi$ до $\bar{X}+\xi$, в котором с надежностью $\beta$ находится математическое ожидание совокупности случайных величин (рис. 3, *а*).

Аналогичные рассуждения можно привести и для вероятности $P$ (рис. 3, *б*).

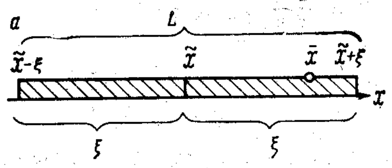
Известно, что

$$\xi = t\sigma, \tag{II.1}$$

где $t$ — табулированная величина, зависящая от функции распределения совокупности случайных величин и выбранной степени надежности $\beta$; $\sigma$ — среднеквадратическое отклонение суммы случайных величин $\sigma = \sqrt{\frac{D}{n}}$. Итак, анализ формулы

$$\xi = t\sqrt{\frac{\widetilde{D}}{n}} \qquad \text{(II.2)}$$

дает возможность сделать следующие выводы: как правило, величина $t$ растет с увеличением надежности, поэтому и доверительный интервал будет увеличиваться; поскольку $\sigma$ уменьшается с увеличением объема экспериментов (число $n$), то и доверительный интервал будет уменьшаться.



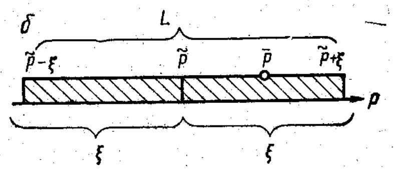




Рис. 3. Доверительный интервал оценки математического ожидания:
*а* — случайной величины $X$, *б* — вероятности $P$

Перейдем к выводу формул расчета объема эксперимента.

1. Получение средней величины показателя и оценка его колебаний.

Рассмотрим случай, когда мы проводим эксперимент с целью получения значения показателя, которое не сравнивается с эталонным, причем должна быть уверенность с надежностью $\beta$, что математическое ожидание этого показателя будет в интервале

$$\widetilde{X} + \xi > \overline{X} > \widetilde{X} - \varepsilon.$$

Для этого случая достаточно решить формулу (II.2) относительно $n$, т. е.

$$n = \frac{t^2\widetilde{D}}{\xi^2}. \qquad \text{(II.3)}$$



Для расчета количества экспериментов при определении вероятности заменим в выражении (II.2) значение $D$ на равное ему для этого случая [см. выражение (I.8)]

$$n = \frac{t^2\widetilde{P}\widetilde{q}}{\xi^2}. \qquad \text{(II.4)}$$

Итак, мы получили формулы для подсчета объема эксперимента, который необходим и достаточен для определения $X$ и $P$ с требуемой нам точностью. Расчет объема эксперимента проводится по довольно простым формулам; единственные трудности могут встретиться при определении величин, входящих в правую часть формул (II.3) и (II.4).

**2. Сравнение исследуемого показателя с известным эталоном.**

Для этого случая применимы формулы (II.3) и (II.4). Единственным отличием является определение точности получения результатов $\xi$, поэтому заменим в формулах (II.3) и (II.4) $\xi$ на $E$, т. е.

$$n = \frac{t^2\widetilde{D}}{E^2}, \qquad \text{(II.5)}$$

$$n = \frac{t^2\widetilde{P}\widetilde{q}}{E^2}. \qquad \text{(II.6)}$$

**3. Сравнение исследуемого показателя с эталоном, значение которого получается при эксперименте.**

В теории вероятностей выведена зависимость, связывающая между собой значение дисперсий сравниваемых величин, необходимой точности получения результатов и значение $t$, о котором уже упоминалось выше. Кстати, заметим, что $t = \arg\Phi\left(\frac{1+\beta}{2}\right)$, т. е. такое значение аргумента, при котором функция распределения равна $\frac{1+\beta}{2}$.

Эта зависимость имеет следующий вид:

$$\frac{E^2}{\frac{\widetilde{D}_и}{n_и} + \frac{\widetilde{D}_э}{n_э}} = t^2, \qquad \text{(II.7)}$$

где $E$ — требуемая точность получения разности показателей испытываемой и эталонной техники;

$\tilde{D}$ — оценка дисперсии; индексы: и — испытываемая техника, э — эталонная техника.

Однозначного определения объема эксперимента для испытываемой и эталонной техники из этой формулы получить нельзя, поскольку в нее входят два неизвестных $n_и$ и $n_э$. Поэтому введем дополнительное условие — суммарный объем эксперимента должен быть минимальным, т. е.

$$N = n_и + n_э = \min.$$

Тогда $n_и = N - n_э$.

Следовательно, из выражения (II.7):

$$\frac{\tilde{D}_и}{n_и} + \frac{\tilde{D}_э}{n_э} = \frac{\tilde{D}_и}{N - n_э} + \frac{\tilde{D}_э}{n_э},$$

$$\frac{\dfrac{\tilde{D}_и}{n_и} + \dfrac{\tilde{D}_э}{n_э}}{\tilde{D}_э} = \frac{\tilde{D}_и}{\tilde{D}_э (N - n_э)} + \frac{1}{n_э}.$$

Введем дополнительные обозначения:

$$\frac{\dfrac{\tilde{D}_и}{n_и} + \dfrac{\tilde{D}_э}{n_э}}{\tilde{D}_э} = Z, \quad \frac{\tilde{D}_и}{\tilde{D}_э} = U,$$

тогда

$$Z = \frac{U}{N - n_э} + \frac{1}{n_э}.$$

Для определения минимального значения $N$ продифференцируем это выражение по $n_э$ и приравняем нулю

$$Z' = \frac{U}{(N - n_э)^2} - \frac{1}{n_э^2} = 0.$$

Отсюда

$$n_э^2 (U - 1) + 2Nn_э - N^2 = 0,$$

$$(n_э)_{1,2} = \frac{-N \pm \sqrt{N^2 + N^2 (U - 1)}}{U - 1} = \frac{-N \pm \sqrt{N^2 U}}{U - 1} = \frac{N(1 \pm \sqrt{U})}{(1 + \sqrt{U})(1 - \sqrt{U})},$$

$$n_{э_1} = \frac{N}{1 - \sqrt{U}}, \quad n_{э_2} = \frac{N}{1 + \sqrt{U}}.$$



Определим значения $n_и$:

$$n_{и_1} = N - \frac{N}{1 - \sqrt{U}} = N \frac{\sqrt{U}}{\sqrt{U} - 1},$$

$$n_{и_2} = N - \frac{N}{1 + \sqrt{U}} = N \frac{\sqrt{U}}{\sqrt{U} + 1}.$$

Найдем отношения $n_э/n_и$:

$$\frac{n_{э_1}}{n_{и_1}} = -\frac{1}{\sqrt{U}} \quad и \quad \frac{n_{э_2}}{n_{и_2}} = \frac{1}{\sqrt{U}}.$$

Поскольку $n_и > 0$ и $n_э > 0$, то и $\dfrac{n_э}{n_и} > 0$, следовательно,

$$\frac{n_э}{n_и} = -\frac{1}{\sqrt{U}}$$

не удовлетворяет условиям уравнения.

Итак,

$$\frac{n_э}{n_и} = \frac{1}{\sqrt{U}}.$$

Поскольку

$$U = \frac{\tilde{D}_и}{\tilde{D}_э},$$

имеем:

$$\frac{n_э^2}{n_и^2} = \frac{\tilde{D}_э}{\tilde{D}_и}$$

и

$$n_и = n_э \sqrt{\frac{\tilde{D}_и}{\tilde{D}_э}}, \quad n_э = n_и \sqrt{\frac{\tilde{D}_э}{\tilde{D}_и}}.$$

Подставив в уравнение (II.7) значения $n_и$ и $n_э$, получаем:

$$n_и = \frac{t^2 \left(\tilde{D}_и + \sqrt{\tilde{D}_и \tilde{D}_э}\right)}{E^2}, \qquad \text{(II.8)}$$

$$n_э = \frac{t^2 \left(\tilde{D}_э + \sqrt{\tilde{D}_и \tilde{D}_э}\right)}{E^2}. \qquad \text{(II.9)}$$

Формулы (II.8) и (II.9) пригодны для определения объемов экспериментов для получения $\tilde{X}$. Заменив значения $\tilde{D}_и$ и $\tilde{D}_э$, как это делали выше, на $\tilde{P}_и\tilde{q}_и$ и $\tilde{P}_э\tilde{q}_э$, получим формулы количества экспериментов для вычисления вероятности $P$:

$$n_и = \frac{t^2\left(\tilde{P}_и\tilde{q}_и + \sqrt{\tilde{P}_и\tilde{q}_и \cdot \tilde{P}_э\tilde{q}_э}\right)}{E^2}, \qquad (II.10)$$

$$n_э = \frac{t^2\left(\tilde{P}_э\tilde{q}_э + \sqrt{\tilde{P}_и\tilde{q}_и \cdot \tilde{P}_э\tilde{q}_э}\right)}{E^2}. \qquad (II.11)$$

Итак, все формулы для определения объема экспериментов выведены. Используя приведенную выше классификацию экспериментов по их назначению, можно составить таблицу формул определения объема экспериментов (табл. 1) и перейти к рассмотрению прогнозирования величин, входящих в правую часть этих формул.

## Прогнозирование величин, необходимых для расчета объема эксперимента

### Прогнозирование величины $t$

Как уже указывалось выше, $t$ — есть такое значение аргумента, при котором функция распределения равна $\frac{1+\beta}{2}$.

Значения $t$ для всех наиболее распространенных законов распределения табулированы, поэтому нахождение $t$ прежде всего сводится к определению закона распределения случайной величины $X$ (или $P$), которую мы исследуем.

В некоторых случаях может быть заранее известен закон распределения исследуемой случайной величины. Например, доказано, что ошибки при измерении длины распределяются по нормальному закону, количество вызовов в телефонной сети подчиняется закону Пуассона и т. д.

Необходимо отметить, что для заранее известного закона распределения объем экспериментов для определения результатов с заданной точностью будет меньше, чем для неизвестного закона.



**Формулы для определения объема экспериментов**

| Назначение эксперимента | Характер исследуемого показателя: количественный | Характер исследуемого показателя: качественный |
|---|---|---|
| Получение средней величины показателя и оценка колебаний | $n = \frac{t^2\tilde{D}}{\xi^2}$ | $n = \frac{t^2\tilde{P}\tilde{q}}{\xi^2}$ |
| Сравнение исследуемого показателя с известным эталоном | $n = \frac{t^2\tilde{D}}{E^2}$ | $n = \frac{t^2\tilde{P}\tilde{q}}{E^2}$ |
| Сравнение исследуемого показателя с эталоном, значение которого также получается в процессе эксперимента | $n_и = \frac{t^2\left(\tilde{D}_и + \sqrt{\tilde{D}_и\tilde{D}_э}\right)}{E^2}$, $n_э = \frac{t^2\left(\tilde{D}_э + \sqrt{\tilde{D}_и D_э}\right)}{E^2}$ | $n_и = \frac{t^2\left(\tilde{P}_и\tilde{q}_и + \sqrt{\tilde{P}_и\tilde{q}_и \cdot \tilde{P}_э\tilde{q}_э}\right)}{E^2}$, $n_э = \frac{t^2\left(\tilde{P}_э\tilde{q}_э + \sqrt{\tilde{P}_и\tilde{q}_и \cdot \tilde{P}_э q_э}\right)}{E^2}$ |

Тем не менее, часто может оказаться, что закон распределения исследуемой величины заранее неизвестен.

В этом случае предлагается использовать центральную предельную теорему, которая позволяет переходить от любого закона распределения к нормальному.

Вывод центральной предельной теоремы может быть сформулирован следующим образом: распределение среднеарифметических значений случайной величины стремится к нормальному закону при увеличении числа слагаемых, по которым проводится расчет среднеарифметических, независимо от закона распределения случайной величины.

Поясним это положение на примере. Известно, что интервал движения поездов метро постоянен и равен 2 мин. Мы проводим серию опытов с целью выяснения времени ожидания поезда пассажиром метро, если он случайно прибывает на станцию. Для этого примера время ожидания будет подчиняться закону равномерной плотности, т. е. равновероятно, что пассажир будет ожидать поезд от нуля до 2 мин.

Подсчитаем среднее значение времени ожидания поезда по серии опытов. Наверное, оно окажется около 1 (математическое ожидание равно $\frac{0+2}{2}$).

Приведем еще ряд серий с такими наблюдениями, для каждой серии получим среднеарифметическое значение, которое распределяется возле их математического ожидания по нормальному закону, причем будут следовать ему тем точнее, чем число опытов в серии окажется больше.

Е. С. Вентцель в курсе «Теория вероятностей» указывает, что при числе опытов в серии более 20 можно с достаточной точностью судить о законе нормального распределения сумм $X$. Для вероятности $P$ достаточно четырех слагаемых, чтобы считать, что суммы $P$ распределены по нормальному закону.

Поскольку при расчете объема испытаний мы пользуемся дисперсией суммы случайных величин $\left(\frac{D}{n}\right)$, то вполне можем (на основании центральной



предельной теоремы) пользоваться $t$-критерием нормального закона распределения.

Необходимо иметь в виду, что когда мы, пользуясь центральной предельной теоремой, переходим к закону нормального распределения и по нему проводим расчет объема эксперимента, его величина не должна быть менее 20 опытов. Если по расчету окажется $n<20$, необходимо принять $n=20$ с тем, чтобы не получить недостоверных результатов.

Если же расчет проводится на основании известного закона распределения, то корректировка рассчитанной величины объема экспериментов не требуется.

Для определения $t$-критерия нужно знать не только закон распределения случайной величины, но и надежность β, с которой можно гарантировать попадание математического ожидания в доверительный интервал (табл. 2).

Таблица 2

Зависимость $t$-критерия от вероятности β

| $t$ | β | $t$ | β | $t$ | β | $t$ | β |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,01 | 0,01 | 0,33 | 0,26 | 0,69 | 0,51 | 1,17 | 0,76 |
| 0,02 | 0,02 | 0,35 | 0,27 | 0,71 | 0,52 | 1,20 | 0,77 |
| 0,04 | 0,03 | 0,36 | 0,28 | 0,72 | 0,53 | 1,23 | 0,78 |
| 0,05 | 0,04 | 0,37 | 0,29 | 0,74 | 0,54 | 1,25 | 0,79 |
| 0,06 | 0,05 | 0,39 | 0,30 | 0,76 | 0,55 | 1,28 | 0,80 |
| 0,08 | 0,06 | 0,40 | 0,31 | 0,77 | 0,56 | 1,31 | 0,81 |
| 0,09 | 0,07 | 0,41 | 0,32 | 0,79 | 0,57 | 1,34 | 0,82 |
| 0,10 | 0,08 | 0,43 | 0,33 | 0,81 | 0,58 | 1,37 | 0,83 |
| 0,11 | 0,09 | 0,44 | 0,34 | 0,82 | 0,59 | 1,41 | 0,84 |
| 0,13 | 0,10 | 0,45 | 0,35 | 0,84 | 0,60 | 1,44 | 0,85 |
| 0,14 | 0,11 | 0,47 | 0,36 | 0,86 | 0,61 | 1,48 | 0,86 |
| 0,15 | 0,12 | 0,48 | 0,37 | 0,88 | 0,62 | 1,51 | 0,87 |
| 0,16 | 0,13 | 0,50 | 0,38 | 0,90 | 0,63 | 1,56 | 0,88 |
| 0,18 | 0,14 | 0,51 | 0,39 | 0,92 | 0,64 | 1,60 | 0,89 |
| 0,19 | 0,15 | 0,52 | 0,40 | 0,93 | 0,65 | 1,64 | 0,90 |
| 0,20 | 0,16 | 0,54 | 0,41 | 0,95 | 0,66 | 1,70 | 0,91 |
| 0,21 | 0,17 | 0,55 | 0,42 | 0,97 | 0,67 | 1,75 | 0,92 |
| 0,23 | 0,18 | 0,57 | 0,43 | 0,99 | 0,68 | 1,81 | 0,93 |
| 0,24 | 0,19 | 0,58 | 0,44 | 1,02 | 0,69 | 1,88 | 0,94 |
| 0,25 | 0,20 | 0,60 | 0,45 | 1,04 | 0,70 | 1,96 | 0,95 |
| 0,27 | 0,21 | 0,61 | 0,46 | 1,06 | 0,71 | 2,10 | 0,96 |
| 0,28 | 0,22 | 0,63 | 0,47 | 1,08 | 0,72 | 2,20 | 0,97 |
| 0,29 | 0,23 | 0,64 | 0,48 | 1,10 | 0,73 | 2,30 | 0,98 |
| 0,31 | 0,24 | 0,66 | 0,49 | 1,13 | 0,74 | 2,60 | 0,99 |
| 0,32 | 0,25 | 0,67 | 0,50 | 1,15 | 0,75 | 3,00 | 0,997 |

К сожалению, пока не существует методики, по которой на основании математических средств или экономических требований было бы возможно определить необходимую для исследуемого случая величину $\beta$.

До настоящего времени величина надежности определяется практической необходимостью и принимается по аналогии с другими видами исследований.

Пусть необходимо проверить качество изготовления взрывателей для ручных гранат. Выберем для этого вероятность 0,95. Это будет означать, что у нас существует уверенность взрыва 95% гранат и только 5% могут не взорваться. Очевидно, что такая вероятность нас вполне устраивает.

Если же потребуется проводить испытания парашютов, то вероятность того, что 5 человек из 100, пользующихся ими, могут погибнуть, нас категорически не устраивает. Надежность безотказности действия парашютов безусловно должна быть значительно больше 0,95.

Можно привести ряд данных, характеризующих надежность, принимаемую в некоторых отраслях промышленности:

| | |
|---|---|
| металлообрабатывающая промышленность . . . . . . | 0,95 |
| испытания сельскохозяйственных машин . . . . . . . | 0,95 |
| испытания тракторов . . . . . . . . . . . . . . | 0,997 |
| испытание буровой техники при бурении на нефть и газ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 0,8—0,95 |

В работе [17] указывается, что на приемочных испытаниях надежность должна быть равна 0,85, а на предварительных — 0,8.

### Прогнозирование величины дисперсии

Прежде всего остановимся на уже разработанной методике прогнозирования дисперсии при создании новой техники. Как известно, процесс создания новых технических средств сопровождается целой серией испытаний, которые, как правило, проводятся в следующей последовательности: стендовые, доводочные, предварительные, приемочные. Вполне логично, что дисперсию на приемочных испытаниях можно прогнозировать по результатам предварительных, на



предварительных — по результатам доводочных и т. д. Эта цепь замыкается на самой первой стадии эксперимента, в данном случае на стендовых испытаниях. Ориентировочную оценку дисперсии на этом этапе можно получить следующим образом.

Для разрабатываемого технического средства выбирается аналогия — ближайшее по конструкции и технической характеристике имеющееся средство, для которого известны как средние значения, так и дисперсия показателя, исследовать которую мы собираемся. Пусть это будет $\bar{X}_э$ и $\tilde{D}_э$.

Каждое новое техническое средство разрабатывается с определенной целью, поэтому разработчик может прогнозировать значение исследуемого показателя для новой техники. Пусть его значение будет $\bar{X}_и$.

Для стендовых испытаний значение дисперсии определяется по следующей формуле:

$$\tilde{D}_и = \tilde{D}_э \frac{\bar{X}_и^2}{\bar{X}_э^2}. \qquad (II.12)$$

В том случае, если не представляется возможности дать прогноз значения $\bar{X}_и$, значения дисперсии показателя для новой и существующей техники принимаются равными.

Рассмотренная методика прогнозирования значения дисперсии показателя для технических средств может быть рекомендована и для других видов экспериментов, поскольку этот принцип — определение дисперсии для последующего этапа по предыдущему, а на первом этапе по аналогии с имеющейся техникой — может использоваться в любом случае.

### Прогнозирование точности результатов эксперимента

Определение требуемой точности проведения эксперимента весьма важный вопрос, решение которого необходимо не только для определения объема опытов, но и для выводов о его результатах.

В некоторых случаях количественный показатель точности диктуется характером самого эксперимента. Например, при определении мощности привода бурового станка или какого-либо другого механизма мощность должна определяться с точностью, не превышающей значения коэффициента перегрузки приводного двигателя. Действительно, если на практике окажется, что потребная мощность двигателя значительно больше полученной по результатам эксперимента, то использование созданного технического средства окажется невозможным.

Для данного случая точность может быть определена по формуле

$$\xi = K\tilde{X} - \tilde{X}, \qquad (II.13)$$

где $K$ — коэффициент перегрузки двигателя.

Указанный подход характерен для определения объема эксперимента с целью получения среднего значения показателя и оценки его колебаний.

В этом же случае для определения точности эксперимента при получении показателя, имеющего значение вероятности $P$, можно пользоваться следующими рассуждениями.

Эксперимент проводится с целью получения какой-то вероятности $\tilde{P}$, значение которой характеризует работоспособность данной конструкции. Очевидно, что в пределе, если будет получена вероятность, равная 1, работоспособность конструкции (или результат эксперимента) будет очевидна. Можно также назвать нижнюю границу вероятности, ниже которой конструкцию следует признать неработоспособной. Любое значение $P$ в этом интервале нас будет устраивать.

Следовательно,

$$L = 1 - P_{min},$$

где $L$ — доверительный интервал; $P_{min}$ — граница вероятности, ниже которой конструкция неработоспособна.

Так как $L = 2\xi$ (см. рис. 3, *б*), то

$$\xi = \frac{1 - P_{min}}{2}. \qquad (II.14)$$

Перейдем к рассмотрению точности эксперимента для определения величины показателя в сравнении с эталонным. Здесь практически нас будет интересовать собственно не значение определенного показателя, а то, насколько математическое ожидание показателя превосходит эталонное значение и превосходит ли его вообще, т. е. мы определяем существенность разности $\tilde{X}_и - X_э > 0$ с какой-то надежностью $\beta$.

Как уже отмечалось, оценка математического ожидания случайной величины характеризуется доверительным интервалом, в котором с определенной надежностью может находиться математическое ожидание этой величины.

Рассмотрим три варианта расположения доверительных интервалов показателя и его эталонного значения: 1) эталонное значение находится внутри доверительного интервала (рис. 4, *а*), 2) эталонное значение располагается на границе доверительного интервала (рис. 4, *б*), 3) эталонное значение находится вне доверительного интервала (рис. 4, *в*).

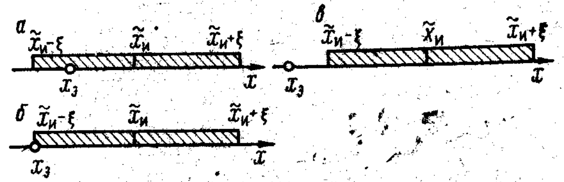



Рис. 4. Взаимное расположение доверительного интервала показателя $X_и$ и его эталонного значения $X_э$

Эталонное значение находится: *а* — внутри доверительного интервала, *б* — на границе доверительного интервала, *в* — вне доверительного интервала

Первый вариант явно не устраивает экспериментатора, поскольку здесь $X_э > \tilde{X}_и - \xi$, и может оказаться, что $\tilde{X}_и - X_э < 0$, причем это событие находится внутри избранной нами надежности $\beta$, т. е. уменьшает выбранную нами надежность.

Второй вариант взаимного расположения доверительного интервала $X_и$ и $X_э$ на оси $X$ приводит к предельному значению выбранного условия, т. е. с вероятностью $\beta$ можно констатировать, что разность $\tilde{X}_и - X_э$ существует и больше нуля. Значение этой разности будет лежать в интервале от нуля до $2\xi$.

В некоторых случаях такая точность может удовлетворять экспериментатора, но чаще результаты эксперимента требуется получать с большей точностью, т. е. математическое ожидание исследуемого параметра должно превосходить эталонное на отличный от нуля коэффициент $m$, причем $m>0$. Тогда

$$\overline{X}_и - X_э \geqslant m, \qquad (II.15)$$

причем $m$ задают в долях от $X_э$

$$m = KX_э. \qquad (II.16)$$

Подставив в выражение (II.15) выражение (II.16), будем иметь:

$$\overline{X}_и - (K+1)\,X_э \geqslant 0.$$

Именно этот случай и рассмотрен в третьем варианте взаимного расположения доверительного интервала $X_и$ и $X_э$, причем расстояние от $\overline{X}-\xi$ до $X_э$ равно $KX_э$.

Значение $K$ в некоторых случаях может быть регламентировано. Например, в техническом задании на проектирование предусматривалось, что разрабатываемая коронка должна обеспечить рост механической скорости бурения по сравнению с имеющимися лучшими образцами минимум на 10%.

Очевидно, что производство испытаний должно доказать выполнение этого условия, т. е. в данном случае $K=0{,}1$.

Рассмотрим вариант, когда получаемое среднее значение показателя сравнивается с эталоном, среднее значение которого получается в процессе эксперимента. Нетрудно заметить, что мы должны определить также существенность разницы между испытываемым и эталонным показателями, но уже будем сравнивать два доверительных интервала (рис. 5).

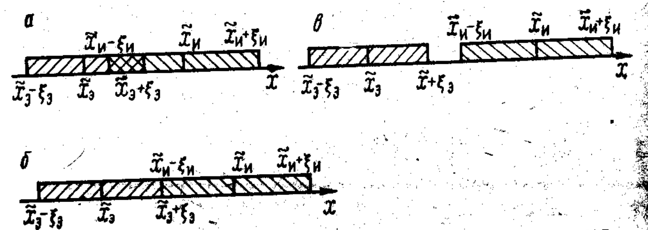



Рис. 5. Взаимное расположение доверительных интервалов испытываемого и эталонного показателей

Доверительные интервалы: *а* — накладываются друг на друга, *б* — касаются друг друга, *в* — находятся на расстоянии друг от друга



Докажем, что разность $\tilde{X}_и - \tilde{X}_э$ существенна.

Как и ранее, рассмотрим три варианта взаимного расположения доверительных интервалов: 1) доверительные интервалы накладываются друг на друга; этот вариант непригоден, поскольку внутри вероятности $\beta$ может оказаться, что $\overline{X}_э > \overline{X}_и$, т. е. $\overline{X}_и - \overline{X}_э < 0$; 2) доверительные интервалы касаются друг друга; этот вариант позволяет доказать существование положительной разности $\overline{X}_и - \overline{X}_э$ в пределах от нуля до $2\xi_э + 2\xi_и$; 3) доверительные интервалы находятся на каком-то расстоянии друг от друга; как и ранее, это расстояние равно $K\overline{X}_э$, и, следовательно, эксперимент доказывает, что с вероятностью $\beta$

$$\overline{X}_и - (K+1)\,\overline{X}_э > 0.$$

Уже указывалось, что $K$ может быть известно из технического задания или каких-либо инструктивных источников. Однако такое получение значения точности результатов испытаний не может окончательно удовлетворить исследователя, поскольку оно назначается волевым, директивным порядком.

Наиболее совершенным представляется расчетный метод, основанный на выполнении какого-то критерия. Рассмотрим один из способов определения точности с помощью расчета.

Пусть нам необходимо испытать какой-то новый породоразрушающий инструмент и оценить его работоспособность в сравнении с существующей конструкцией. Известно, что испытания новой техники проводятся в первую очередь для установления улучшения качества буровых работ и подсчета экономического эффекта, который может получить геологоразведочная служба от ее применения.

Критерием определения величины точности подсчета отдельных технико-экономических показателей должна служить требуемая точность получения экономического эффекта.

Для подсчета стоимости бурения 1 м скважин можно воспользоваться известной формулой

$$B = \frac{c\left(\dfrac{t}{l} + \dfrac{1}{l}T_1 + T_2\right)}{T} + \frac{G}{L}, \qquad (II.17)$$

где $B$ — стоимость 1 м бурения, руб.; $c$ — стоимость

1 станко-смены (без учета стоимости истирающих материалов), руб.; $t$ — время чистого бурения в рейсе, ч; $l$ — бурение скважины за рейс, м; $T_1$ — время вспомогательных работ, кратных 1 рейсу (спуско-подъемные операции, заклинивание керна, промывка скважины и др.), ч; $T_2$ — время вспомогательных операций, кратных 1 м углубки (перехват шпинделя бурового станка, наращивание бурового снаряда и др.), ч; $T$ — время, затрачиваемое на производство буровых работ (общее время работы в течение 1 станко-смены за вычетом времени, затрачиваемого на ежесменный уход за оборудованием), ч; $G$ — стоимость одного образца данного вида техники, руб.; $L$ — бурение скважин на 1 образец данного вида техники, м.

Определим экономический эффект, получаемый от бурения 1 м скважины, исходя из условий изменения только времени чистого бурения в рейсе:

$$\Delta B_t = \frac{c\left(\frac{t_э}{l_э} + \frac{1}{l_э}T_1 + T_2\right)}{T} + \frac{G_э}{L_э} - \frac{c\left(\frac{t_н}{l_э} + \frac{1}{l_э}T_1 + T_2\right)}{T} - \frac{G_э}{L_э} = \frac{c}{T}\left(\frac{t_э}{l_э} - \frac{t_н}{l_э}\right),$$

где $\Delta B_t$ — экономический эффект при бурении 1 м скважины от изменения $t$; индекс н соответствует показателям испытываемой техники; э — показателям эталонной техники.

Величиной экономии по капитальным вложениям за счет повышения производительности пренебрегаем, так как она составляет 5—6% от суммарного эффекта.

Обозначим приращение времени чистого бурения через $\Delta t$ и примем, что $t_н = t_э + \Delta t$, тогда

$$\Delta B_t = \frac{c}{T}\left(\frac{t_э}{l_э} - \frac{t_э + \Delta t}{l_э}\right) = -\frac{c}{T}\frac{\Delta t}{l_э}. \quad \text{(II.18)}$$

Имея $l_н = l_э + \Delta l$, найдем экономию от изменения только бурения скважины за рейс

$$\Delta B_l = \frac{c}{T}\frac{\Delta l\,(t_э + T_1)}{l_э\,(l_э + \Delta l)}. \quad \text{(II.19)}$$



Экономия от изменения только бурения скважины на 1 образец техники будет равна

$$\Delta B_L = \frac{G_э \Delta L}{L_э\,(L_э + \Delta L)}, \quad \text{(II.20)}$$

а от изменения только стоимости изготовления 1 образца техники будет составлять

$$\Delta B_G = -\frac{\Delta G}{L_э}. \quad \text{(II.21)}$$

Просуммировав все $\Delta B_i$, получим общий экономический эффект от бурения 1 м скважины при изменении всех технико-экономических показателей:

$$\Delta B = -\frac{c}{T}\frac{\Delta t}{l_э} + \frac{c}{T}\frac{\Delta l\,(t_э + T_1)}{l_э\,(l_э + \Delta l)} + \frac{G_э \Delta L}{L_э\,(L_э + \Delta L)} - \frac{\Delta G}{L_э}. \quad \text{(II.22)}$$

В теории ошибок измерений и метода наименьших квадратов доказано, что квадрат среднеквадратической ошибки функции равен сумме квадратов произведений частных производных этой функции на среднеквадратическую ошибку определения данного аргумента, т. е.

$$\sigma_B^2 = \left(\frac{\partial \Delta B}{\partial \Delta t}\sigma_t\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta B}{\partial \Delta l}\sigma_l\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta B}{\partial \Delta L}\sigma_L\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta B}{\partial \Delta G}\sigma_G\right)^2, \quad \text{(II.23)}$$

где $\sigma$ — среднеквадратическая ошибка определения величин $\Delta B$, $\Delta t$, $\Delta l$ и др.

Частные производные функции $\Delta B$ (II.22) будут равны:

$$\frac{\partial \Delta B}{\partial \Delta t} = -\frac{c}{T}\frac{1}{l_э} = K_t,$$

$$\frac{\partial \Delta B}{\partial \Delta l} = \frac{c}{t}\frac{t_э + T_1}{(l_э + \Delta l)^2} = K_l,$$

$$\frac{\partial \Delta B}{\partial \Delta L} = \frac{G_э}{(L_э + \Delta L)^2} = K_L, \quad \text{(II.24)}$$

$$\frac{\partial \Delta B}{\partial \Delta G} = -\frac{1}{L_э} = K_G.$$

Просуммировав частные производные функции $\Delta B$, получим:

$$\sigma_B^2 = \left(\frac{c\sigma_t}{Tl_э}\right)^2 + \left[\frac{c\sigma_l}{T}\,\frac{t_э + T_1}{(l_э + \Delta l)^2}\right]^2 + \left[\frac{G_э\sigma_L}{(L_э + \Delta L)^2}\right]^2 + \left(\frac{\sigma_G}{L_э}\right)^2, \qquad (II.25)$$

или

$$\sigma_B^2 = K_t^2\sigma_t^2 + K_l^2\sigma_l^2 + K_L^2\sigma_L^2 + K_G^2\sigma_G^2.$$

Применим принцип равных влияний, т. е. потребуем, чтобы влияние ошибок определения величин $\Delta t$, $\Delta l$, $\Delta L$, $\Delta G$ на среднеквадратическую ошибку подсчета экономического эффекта были одного порядка. Тогда

$$K_t^2\sigma_t^2 = K_l^2\sigma_l^2 = K_L^2\sigma_L^2 = K_G^2\sigma_G^2 = \frac{\sigma_B^2}{4},$$

откуда

$$\sigma_t = \frac{\sigma_B}{2K_t}, \quad \sigma_l = \frac{\sigma_B}{2K_l}, \quad \sigma_L = \frac{\sigma_B}{2K_L}, \quad \sigma_G = \frac{\sigma_B}{2K_G}.$$

В общем случае

$$\sigma_A = \frac{\sigma_B}{K_A\sqrt{m}}, \qquad (II.26)$$

где $m$ — количество изменяющихся технико-экономических показателей; индекс $A$ — один из технико-экономических показателей ($t$, $l$ и т. д.).

Нам уже известно, что $E = t\sigma$. В процессе испытаний величины технико-экономических показателей и экономического эффекта необходимо получать с одинаковой надежностью, при этом $t = \text{const}$. Тогда

$$E_A = \frac{E_B}{K_A\sqrt{m}}. \qquad (II.27)$$

Задавшись точностью определения экономического эффекта по выражению (II.27), можно подсчитать $E_t$, $E_l$, $E_L$, $E_G$.



Внедрение новых видов породоразрушающего инструмента всегда должно приносить экономический эффект, но так как расчетами мы находим только оценку экономического эффекта, то, очевидно, что его математическое ожидание будет находиться в пределах $\Delta B \pm E_B$, где $E_B$ — ошибка в определении экономического эффекта от бурения 1 м скважин.

Очевидно, что нас больше интересует нижняя граница значения математического ожидания экономического эффекта и что его значение не может быть меньше нуля. В крайнем случае в пределе можно принять, что $\Delta B = E_B$, тогда, очевидно (с выбранной надежностью!), что новая техника не принесет убытков. В некоторых случаях можно ужесточить принятый предел $E_B$, но необходимо иметь в виду, что это повлечет за собой рост объема испытаний.

При расчете величины точности следует руководствоваться следующими положениями: 1) величины $t_э$, $l_э$, $L_э$, $\Delta t$, $\Delta l$, $\Delta L'$ на первом этапе испытаний принимаются из технического задания на проектирование. На последующих этапах эти величины корректируются по результатам предыдущего; 2) величины $c$ и $T$ следует принимать нормативными (сметными) для тех условий, в которых будут проходить испытания; 3) величина $T_1$ на первом этапе испытаний принимается нормативной, на последующих этапах эта величина уточняется по результатам предыдущих; 4) величины $G$ и $\Delta G$ с точностью $E_G$ определяются разработчиком или изготовителем новой техники.

### Оценка результатов эксперимента

Как уже было показано выше, эксперимент проводится для того, чтобы определить значение интересующего нас показателя (или показателей) с выбранной точностью и требующейся надежностью. Вернемся к выражению (II.2), на основании которого выведены формулы для определения объема испытаний

$$\xi = t\sqrt{\frac{D}{n}}.$$

Подставив в правую часть этой формулы значения, полученные из эксперимента, получим фактическое значение точности определяемого показателя. Если это значение $\xi_ф$ окажется меньше, чем выбранное нами ранее при определении объема эксперимента ($\xi_ф < \xi_р$), то эксперимент можно считать завершенным, а его результаты положительными.

Указанный способ оценки результатов эксперимента прост и не нуждается в дополнениях для случая, когда точность получения результатов эксперимента задается.

В том же случае, когда точность показателя рассчитана в зависимости от доли экономического эффекта, которую вносит данный показатель в суммарный экономический эффект, создаваемый изменением всех показателей, оценка результатов эксперимента несколько усложняется и сводится к следующей схеме.

1. Определяются средние величины показателей по формуле (I.2).
2. Определяются значения дисперсии рассчитанных средних величин (I.3).
3. Подсчитывается фактическая величина среднеквадратического отклонения приращения каждого показателя

$$\sigma_\Delta = \sqrt{\frac{\bar{D}_и}{n_и} + \frac{\bar{D}_э}{n_э}}$$

(так как дисперсия суммы или разности случайных величин равна сумме их дисперсий).

4. По формуле (II.22) определяется экономическая эффективность $\Delta B$.
5. По формуле (II.23) вычисляется среднеквадратическое отклонение $\sigma_B$ величины экономического эффекта.
6. Определяется максимальная величина ошибки получения экономического эффекта

$$E_B = t\sigma_B.$$

7. Проверяется справедливость соотношения

$$\Delta B > E_B.$$

**В том случае, если это соотношение подтверждается, эксперимент можно считать законченным с положительными результатами.**

В процессе проведения эксперимента необходимо иметь в виду, что мы рассчитывали его объем, исходя из прогноза тех величин показателей и их дисперсий, которые ожидали получить во время эксперимента.

Нет сомнений в том, что фактические величины, получаемые из эксперимента, будут отличаться от того прогноза, который мы составляем до его проведения. В связи с этим целесообразно, не ожидая завершения всего запланированного объема экспериментальных работ, периодически оценивать уже полученные результаты, в первую очередь определяя $\bar{X}$ и $\bar{D}$. Если они будут значительно отличаться от прогноза, то очевидно, что объем эксперимента потребует корректировки.

Именно для удобства ведения расчетов в процессе эксперимента и предлагается при определении $\bar{D}$ пользоваться формулой (I.5).

### Пример расчета объема эксперимента и оценки его результатов

Рассмотрим сравнительные испытания новых твердосплавных коронок «И» и эталонных «Э», которые были проведены в полевых условиях.

В соответствии с техническим заданием на проектирование коронки «И» должны были превосходить коронки «Э» в 1,15 раза по бурению скважины одной коронкой и в 1,2 раза по механической скорости. Остальные показатели прежние.

В соответствии с требованиями геологической службы выход керна для тех условий, где проводились испытания, должен составлять не менее 50%. Ожидаемый выход керна при бурении коронками «И» — 60%. Следовательно, точность определения выхода керна должна быть $E_{fр} = 60 - 50 = 10\%$.

На основании длительной эксплуатации эталонных коронок «Э» в тех геолого-технических условиях, где намечено проводить эксперимент, были получены следующие средние показатели: $L_э = l_э = 3{,}3$ м, $t_э = 1{,}0$ ч; стоимость одной коронки 1,3 руб.; дисперсии $D_{L_э} = D_{l_э} = 2{,}90$; $D_{t_э} = 0{,}181$; дисперсия выхода керна $D_f = 150$.

В соответствии с техническим заданием новые коронки должны иметь следующие величины основных показателей: $l_и = l_э = 3,3$ м; $t_и = \frac{t_э}{1,2} = 0,833$ ч; $L_и = 1,1$[illegible] $L_э = 3,8$ м; $G_и = G_э = 1,3$ руб.

Однако, как показала калькуляция затрат на изготовление коронок «И», их стоимость в серийном производстве будет составлять 1,0 руб. за штуку. Эта величина и будет приниматься в дальнейших расчетах.

Итак, следует ожидать следующих значений приращений технико-экономических показателей: $\Delta t = -0,167$ ч; $\Delta l = 0$ м; $\Delta L = 0,5$ м; $\Delta G = -0,30$ руб.

Средняя глубина бурящихся скважин составляет около 50 м, бурение производится станками ЗИФ-300м. В этом случае $T = 6,72$ ч, $T_1 = 0,431$ ч [5].

Сметная стоимость одной станко-смены составляет $c = 27,08$ руб. (из сметы затрат на производство буровых разведочных работ в геолого-технических условиях проведения эксперимента).

В процессе испытаний определяются три основных технико-экономических показателя $(m = 3)$: $t$, $l$ и $L$.

С использованием приведенных выше исходных данных определяем следующие значения.

1. Дисперсия основных показателей для коронок «И» [из выражения (II.12)]

$$D_{l_и} = D_{l_э} = 2,9; \quad D_{L_и} = D_{L_э} \frac{L_и^2}{L_э^2} = \frac{2,90 \cdot 3,8^2}{3,3^2} = 3,84.$$

2. Ожидаемый экономический эффект от бурения 1 м скважин [см. выражение (II.22)]

$$\Delta B = \frac{27,08 \cdot 0,167}{6,72 \cdot 3,3} + \frac{1,30 \cdot 0,50}{3,3 \cdot 3,80} + \frac{0,3}{3,3} = 0,344.$$

3. Требуемая точность определения показателей:

а) времени чистого бурения (ч)

$$E_t = -\frac{Tl_э}{c\sqrt{m}} \Delta B = -\frac{6,72 \cdot 3,3 \cdot 0,344}{27,08\sqrt{3}} = -0,168.$$

б) бурения скважин за рейс (м)

$$E_l = \frac{T(l_э + \Delta l)^2 \Delta B}{c(t_э + T_1)\sqrt{m}} = \frac{6,72 \cdot 3,3^2 \cdot 0,344}{27,08 \cdot 1,0\sqrt{3}} = 0,380,$$



в) бурения скважин на одну коронку (м)

$$E_L = \frac{(L_э + \Delta L)^2 \Delta B}{G_э\sqrt{m}} = \frac{3,8^2 \cdot 0,344}{1,3\sqrt{3}} = 2,22,$$

г) выхода керна (%)

$$E_f = f_и - f_э = 60 - 50 = 10.$$

4. Поскольку проводятся предварительные испытания, то надежность получения результатов испытаний принимается равной $\beta = 0,8$.

Нам неизвестны законы распределений исследуемых величин, поэтому, используя центральную предельную теорему, находим $t = 1,23$ (для нормального закона распределения).

5. Объем испытаний вычисляется по формулам (II.5), (II.8) и (II.9):

$$n = \frac{t^2 \tilde{D}_f}{E_f^2},$$

$$n_и = \frac{t^2\left(\tilde{D}_и + \sqrt{\tilde{D}_и \tilde{D}_э}\right)}{E^2}, \quad n_э = \frac{t^2\left(\tilde{D}_э + \sqrt{\tilde{D}_и \tilde{D}_э}\right)}{E^2}.$$

Объем испытаний для определения:

а) $\Delta t$ (рейс)

$$n_{и_t} = \frac{1,23^2(0,16 + \sqrt{0,126 \cdot 0,181})}{0,165^2} = 17,$$

$$n_{э_t} = \frac{1,23^2(0,181 + \sqrt{0,126 \cdot 0,181})}{0,165^2} = 18;$$

б) $\Delta l$ (рейс)

$$n_{и_l} = n_{э_l} = \frac{1,23^2(2,90 + \sqrt{2,90 \cdot 2,90})}{0,380^2} = 56;$$

в) $\Delta L$ (коронка)

$$n_{и_L} = 2, \quad n_{э_L} = 2;$$

г) $\Delta f$ (рейс)

$$n_{и_f} = \frac{1,23^2 \cdot 1,50}{10^2} = 2.$$

Таким образом, в процессе предварительных испытаний необходимо пробурить по 56 рейсов коронками «И» и «Э».

Необходимо отметить, что длина рейса определяется без хронометража, а время чистого бурения — по хронометражу. Поэтому будет достаточно хронометрирования 20 рейсов бурения как коронками «И», так и «Э» для определения $\Delta t$ с достаточной точностью.

Результаты проведенных испытаний представлены в табл. 3.

При оценке результатов испытаний будет использована величина $T_1 = 0{,}63$ ч, полученная в процессе хронометражных наблюдений; величины $T$ и $C$ принимаются, как и прежде, равными соответственно 6,72 ч и 27,08 руб.

1. Подсчитываем величины среднеквадратического отклонения каждого показателя по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{D_и}{n_и} + \frac{D_э}{n_э}}:$$

а) времени чистого бурения в рейсе (ч)

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{0{,}251}{20} + \frac{0{,}292}{20}} = 0{,}167,$$

б) бурения скважины за рейс (м)

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{2{,}94}{56} + \frac{3{,}64}{56}} = 0{,}342,$$

в) бурения скважины на 1 коронку (м)

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{16{,}45}{34} + \frac{3{,}64}{56}} = 0{,}74,$$

2. Подсчитываем экономическую эффективность от бурения 1 м скважины по формуле (II.22)

$$\Delta B = -\frac{c}{T}\frac{\Delta t}{l_э} + \frac{c}{T}\frac{\Delta l\,(t_э + T_1)}{l_э\,(l_э + \Delta l)} + \frac{G_э \Delta L}{L_э\,(L_э + \Delta L)} - \frac{\Delta G}{L_э} =$$

$$= \frac{27{,}08 \cdot 0{,}098}{6{,}72 \cdot 3{,}31} + \frac{27{,}08 \cdot 0{,}69\,(0{,}998 + 0{,}63)}{3{,}31 \cdot 4{,}0 \cdot 6{,}72} +$$

$$+ \frac{1{,}3 \cdot 3{,}27}{6{,}58 \cdot 3{,}31} + \frac{0{,}30}{3{,}31} = 0{,}745.$$

3. Подсчитываем среднеквадратическое отклонение величины экономического эффекта по формуле (II.23)

$$\sigma_B^2 = \left(\frac{c\sigma_t}{T l_э}\right)^2 + \left[\frac{c\sigma_l}{T}\;\frac{t_э + T_1}{(l_э + \Delta l)^2}\right]^2 + \left[\frac{G_э \sigma_L}{(L_э + \Delta L)^2}\right]^2 =$$

$$= \left(\frac{27{,}08 \cdot 0{,}167}{6{,}72 \cdot 3{,}31}\right)^2 + \left(\frac{27{,}08 \cdot 0{,}342 \cdot 1{,}628}{6{,}72 \cdot 4{,}00^2}\right)^2 +$$

$$+ \left(\frac{1{,}30 \cdot 0{,}74}{6{,}58^2}\right)^2 = 0{,}060.$$

$$\sigma_B = 0{,}246.$$

4. Определяем максимальную величину ошибки получения экономического эффекта

$$E_B = t\sigma_B,$$

$$E_B = 1{,}23 \cdot 0{,}246 = 0{,}302.$$

5. Проверяем справедливость соотношения

$$\Delta B > E_B,\quad 0{,}565 > 0{,}302.$$

6. Определяем максимальную величину ошибки выхода керна

$$E_f = t\sigma_f = 1{,}23 \cdot 1{,}40 = 1{,}72.$$

Таблица 3

**Средние величины основных показателей и их дисперсий, полученных по результатам предварительных испытаний**

| Тип коронки и разность показателей | Время чистого бурения, ч | | | Бурение скважины за рейс, м | | | Бурение скважин на 1 коронку, м | | | Стоимость коронки, руб. | | Выход керна, % | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\tilde{t}$ | $D_t$ | $n$ | $l$ | $\tilde{D}_l$ | $n$ | $\tilde{L}$ | $\tilde{D}_L$ | $n$ | $G$ | $n$ | $\tilde{f}$ | $\tilde{D}_f$ | $n$ |
| «И» | 0,900 | 0,251 | 20 | 4,00 | 2,94 | 56 | 6,58 | 16,45 | 34 | 1,00 | 34 | 60 | 121 | 56 |
| «Э» | 0,998 | 0,292 | 20 | 3,31 | 3,64 | 56 | 3,31 | 3,64 | 56 | 1,30 | 56 | — | — | — |
| Δ | —0,098 | — | — | +0,69 | — | — | +3,27 | — | — | —0,30 | — | — | — | — |

7. Проверяем справедливость соотношения

$$E_f < E_p, \quad 1{,}72 < 10.$$

Подводя итоги, можно сделать следующие выводы.

1. Объем испытаний был принят в соответствии с проведенным расчетом и не корректировался в процессе проведения эксперимента.

2. Результаты испытаний превысили необходимую точность, причиной чему послужил более высокий рост показателей у коронок «И», чем это ожидалось (например, ожидалось, что $\Delta l = 0$, фактически оказалось $\Delta l = 0{,}69$).

3. При своевременной оценке результатов эксперимента в процессе его ведения можно было бы добиться снижения объема испытаний для получения значений показателей с достаточной точностью.

# Глава III

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА НАБЛЮДЕНИЙ ДЛЯ УСТАНОВЛЕНИЯ НОРМ ВРЕМЕНИ

В настоящее время при бурении геологоразведочных скважин применяется техническое нормирование трудовых затрат, которое требует проведения хронометражных и фотохронометражных работ, учета передового производственного опыта и достижений науки и техники. Определение объема хронометражных наблюдений для установления трудовых норм, к сожалению, четко не регламентировано.

В последнем методическом пособии по техническому нормированию в бурении [15] указывается: «В изданной литературе по техническому нормированию вопрос определения количества проводимых наблюдений до сего времени решался неоднозначно, некоторые авторы считают, что определение достаточного количества наблюдений должно регламентироваться ведомственными инструкциями... или устанавливаться руководителем исследований».

Очевидно, что субъективный подход в данном случае нельзя считать правильным. Определение необходимого объема статистических материалов должно быть научно обоснованным.

Рассмотрим один из возможных путей определения объема наблюдений, исходя из рекомендаций теории вероятностей.

## Вывод формулы для определения объема наблюдений

Нормирование труда прежде всего предназначено для определения заработной платы рабочим за выполненный объем работ. В практике нормирования принято различать два вида норм — в целом на рабочие процессы (нормы) и на отдельные операции, входящие в рабочий процесс (нормативы).

Заработная плата рабочим на практике, как правило, рассчитывается на основании норм, а не нормативов, что облегчает процесс расчета. Однако теоретически заработную плату можно рассчитывать и по отдельным нормативам, что не исказит окончательного результата (но более трудоемко).

Для вывода требуемого объема наблюдений будем исходить из положения, что исходной базой для определения заработной платы (и нормы) является норматив.

Если для расчета заработной платы пользоваться математическим ожиданием норматива, то ошибок в ее определении не будет.

Заработная плата может быть рассчитана по формуле

$$З = Q\overline{X}c, \qquad (III.1)$$

где З — заработная плата в рублях за весь объем нормируемых работ; $Q$ — объем выполняемых работ в физических единицах; $\overline{X}$ — математическое ожидание затрат времени в часах на одну физическую единицу выполненных работ; $c$ — заработная плата рабочему (бригаде рабочих) за 1 ч работы.

Как показано выше, для получения значения математического ожидания норматива необходимо провести исследование всей генеральной совокупности, т. е. всего объема работ, для которого разрабатывается норматив, но при этом пропадает основная цель разработки норматива — инструмента для исчисления заработной платы. Поэтому математическое ожидание норматива не определяется, а для расчета заработной платы рабочим пользуются оценкой математического ожидания норматива.

Оценка математического ожидания рассчитывается по какой-то выборке большего или меньшего объема. При этом, чем больше объем выборки, тем точнее (в среднем) оценка, т. е. тем меньше она отличается от своего математического ожидания.

Пусть на основании какого-то объема наблюдений $n$ получена оценка норматива $\widetilde{X}$. Тогда заработная плата рабочим будет составлять

$$З' = Q\widetilde{X}c, \qquad (III.2)$$

Величина заработной платы, исчисленной по



формуле (III.2), будет отличаться от величины, рассчитанной по формуле (III.1), в большую или меньшую стороны. При этом, если $З' > З$, то образуются переплаты рабочим за выполненный объем работ, если $З' < З$, то будет происходить недоплата.

Переплата заработной платы рабочим приводит к прямым убыткам, недоплата порождает убытки косвенные — недовольство рабочих, их нежелание работать на данных работах и др. В дальнейшем принимается, что недоплата и переплата заработной платы равнозначно нежелательны.

Итак, при использовании оценки норматива в месте его математического ожидания возникает разница в рассчитанной заработной плате, которую можно назвать потерями от нормирования и которая определяется путем вычитания формулы (III.1) из формулы (III.2)

$$П_1 = Q\widetilde{X}c - Q\overline{X}c = Qc(\widetilde{X} - \overline{X})$$

и из формулы (I.9)

$$П_1 = Qc\xi. \qquad (III.3)$$

Из формул (II.1) и (II.2) следует, что

$$\xi = t\frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

поэтому

$$П_1 = Qc\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Обозначив $Qc$ через $A$, получим

$$П_1 = A\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}. \qquad (III.4)$$

Проведение наблюдений требует затраты каких-то средств, которые будут являться второй составляющей потерь от нормирования

$$П_2 = an, \qquad (III.5)$$

где $a$ — стоимость одного хронометражного наблюдения.

Общие потери от нормирования составят

$$П = A\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} + an. \qquad (III.6)$$

Анализ формулы (III.6) показывает, что первая составляющая потерь от нормирования уменьшается с увеличением $n$, а вторая увеличивается. Поэтому должно существовать какое-то оптимальное значение объема наблюдений $n_{опт}$, при котором общие потери от нормирования будут минимальными (рис. 6).

Минимальное значение левой части выражения (III.6) можно получить, найдя его первую производную по $n$, и, приравняв нулю, решить относительно $n$. Проведя указанные действия, получим

$$n_{опт} = \left(\frac{At\sigma}{2a}\right)^{2/3}. \qquad (III.7)$$

## Прогнозирование величин, необходимых для расчета оптимального объема наблюдений

### Прогнозирование величины $t$

Уже указывалось, что для определения испытаний технических средств не существует методики, по которой на основании математических средств или экономических требований было бы гозможно определить необходимую степень надежности $\beta$, а следовательно, и величину $t$.

В рассматриваемом случае имеется возможность предложить метод обоснования выбираемой величины $t$. Для этого вернемся к более подробному рассмотрению точности определения оценки математического ожидания [см. выражение (I.9)].

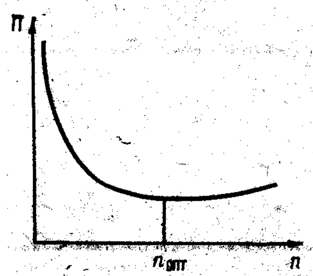



Рис. 6. Зависимость общих потерь П при нормировании от количества наблюдений $n$

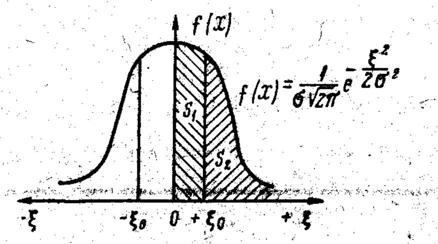



Рис. 7. Распределение оценки точности математического ожидания



Оценка математического ожидания, подсчитанная по этой формуле, является точечной. Фактически $\bar{X}$ — случайная величина, распределенная на основании центральной предельной теоремы по нормальному закону, а следовательно, и $\xi$ распределена по этому же закону. Очевидно, что существует такое значение $+\xi_0$ (или $-\xi_0$), которое обеспечивает равенство площадей $S_1$ и $S_2$ (рис. 7) и имеет название срединного отклонения, при этом $t=0{,}674$.

Равенство $S_1=S_2$ означает, что вероятности отклонения случайной величины $\xi$ от $\xi_0$ как вправо, так и влево одинаковы. Из этого следует, что при объединении ряда нормативов в норму времени отклонения значений отдельных нормативов вправо и влево от их среднего значения будут нивелироваться и среднее значение нормы будет близким к определенной нами точности.

Итак одну из величин, входящих в формулу (III.7), мы определили.

Определение остальных величин, входящих в это выражение, рассмотрим на примере расчета норматива «углубка скважины» при колонковом бурении для одной из категорий горных пород по буримости.

1. Для установления величины $A$ необходимо: а) определить среднегодовой объем бурения в м по данной категории ($Q_1$); б) определить время действия разрабатываемого норматива ($T_g$); по сложившейся практике Единые нормы времени в среднем пересматриваются раз в пять лет, следовательно, при отсутствии других источников для определения срока действия норматива следует принимать $T_g=5$; общий объем буровых работ, на который распространяется действие определяемого норматива, составит: $Q=Q_1T_g$; в) определить стоимость заработной платы рабочих буровой бригады за 1 ч работы ($c$).

Установив все перечисленные величины, можно найти $A$ (м·руб/ч), которое будет равно

$$A = Qc.$$

2. Установление величины $\sigma$.

Для прогнозирования величины $\sigma$ необходимо: а) провести несколько хронометражных наблюдений (порядка двадцати) и рассчитать $\sigma$ по формулам (I.5) и (I.7); б) использовать материалы предыдущих исследований (накопленный статистический материал); например, нами установлено, что коэффициент вариации норматива «углубка скважины в породах VIII категории по буримости можно принять равным 0,6. Зная $V$, можно по формуле (I...) определить $\sigma$.

3. Для установления величины $a$ необходимо: а) знать стоимость одной станко-смены хронометражных наблюдений ($c_н$); б) знать продолжительность одного наблюдения.

Продолжительность одного наблюдения — это разрабатываемый норматив времени, поэтому необходимо дать прогноз самой величины норматива. Для расчетов объема наблюдений можно с достаточной точностью принять величину разрабатываемого норматива, равной действующему, или так же, как в п. 2, провести порядка двадцати наблюдений и по формуле (I.2) определить $\tilde{X}$*.

Величина $a$ определяется по формуле

$$a = \frac{c_н \tilde{X}}{8}. \qquad (III.8)$$

## Пример расчета объема наблюдений

Исходные и расчетные данные.

Наблюдения проводятся для установления норматива «углубка скважины» коронками малых диаметров по VII категории горных пород по буримости.

Стоимость одной станко-смены хронометражных наблюдений $C_н$=29 руб.

Объем буровых работ малыми диаметрами по VII категории 505,8 тыс. м/год.

Заработная плата буровой вахте за 1 ч работы — 2 руб.

Срок действия норм — 5 лет.

Ожидаемые нормативы времени (ч/м) приведены в табл. 4.

Принимается, что в интервале 0—600 м бурится 80% всего объема; объемы бурения станками новых марок составят в сумме за 5 лет 50% всего объема.

* Расчет величин $\tilde{\sigma}$ и $\tilde{X}$ проводится из одних и тех же наблюдений.



Таблица 4

**Нормативы времени по маркам станков и интервалам глубин**

| Марка станков | Интервал глубин, м | |
|---|---|---|
| | 0—600 | свыше 600 |
| СБА-500, ЗИФ-1200МР, ЗИФ-650М (новые) | $\tilde{X}_1=0,65$ | $\tilde{X}_2=1,20$ |
| Прочие (старые) | $\tilde{X}_3=0,80$ | $\tilde{X}_4=1,40$ |

В этом случае распределение объемов по глубинам и маркам станков за пятилетие будет следующим (табл. 5).

Таблица 5

**Объемы бурения**

| Марка станков | Объем бурения (тыс. м) по интервалам глубин, м | |
|---|---|---|
| | 0—600 | свыше 600 |
| Новые | 1011,6 | 252,9 |
| Старые | 1011,6 | 252,9 |

Величина $A=Qc$ приводится (по маркам станков и интервалам) в табл. 6.

Таблица 6

**Значения величины $A=Qc$**

| Марка станков | Интервал глубин, м | |
|---|---|---|
| | 0—600 | свыше 600 |
| Новые | $A_1=2023200$ | $A_2=505800$ |
| Старые | $A_3=2023200$ | $A_4=505800$ |

Величины среднего квадратического отклонения норматива времени, определенные нами на основании имеющихся статистических материалов, приведены в табл. 7.

Таблица 7

**Среднее квадратическое отклонение норматива**

| Марка станков | Интервал глубин, м | |
|---|---|---|
| | 0—600 | свыше 600 |
| Новые | $\sigma_1 = 0,387$ | $\sigma_2 = 0,708$ |
| Старые | $\sigma_3 = 0,592$ | $\sigma_4 = 0,511$ |

Стоимость одного наблюдения определяется по формуле (III.8) и представлена в табл. 8.

Таблица 8

**Стоимость наблюдений**

| Марка станков | Интервал глубин, м | |
|---|---|---|
| | 0—600 | свыше 600 |
| Новые | $a_1 = 2,35$ | $a_2 = 4,35$ |
| Старые | $a_3 = 2,90$ | $a_4 = 5,10$ |

Используя формулу (III.7), рассчитаем объем наблюдений для каждой группы станков по каждому интервалу:

1) для новых станков в интервале 0—600 м

$$n_1 = \sqrt[3]{\left(\frac{0,674\ \sigma\ A}{2a}\right)^2} = \sqrt[3]{\left(\frac{0,674 \cdot 0,387 \cdot 2\,023\,200}{2 \cdot 2,35}\right)^2} = 2315,$$

2) для новых станков в интервале свыше 600 м

$$n_2 = \sqrt[3]{\left(\frac{0,674 \cdot 0,708 \cdot 505\,800}{2 \cdot 4,35}\right)^2} = 900,$$



3) для старых станков в интервале 0—600 м

$$n_3 = \sqrt[3]{\left(\frac{0,674 \cdot 0,592 \cdot 2\,023\,200}{2 \cdot 2,9}\right)^2} = 2660,$$

4) для старых станков в интервале свыше 600 м

$$n_4 = \sqrt[3]{\left(\frac{0,674 \cdot 0,511 \cdot 505\,800}{2 \cdot 5,1}\right)^2} = 665.$$

Приведенный пример расчета необходимого количества наблюдений проводился после того, как нормативы для этих условий были определены, причем их объем определялся без применения предлагаемой здесь методики.

Фактически при определении данных нормативов времени было проведено другое количество наблюдений. В табл. 9 представлен фактически проведенный объем наблюдений (в числителе) и рассчитанный нами (в знаменателе).

Таблица 9

**Объем рассчитанных и фактически проверенных наблюдений**

| Марка станков | Интервал глубин, м | |
|---|---|---|
| | 0—600 | свыше 600 |
| Новые | 2058/2315 | 339/900 |
| Старые | 922/2660 | 490/665 |

Определим возможные потери при установлении нормативов по фактически проведенному объему наблюдений и по расчетному, для чего воспользуемся формулой (III.6). Результаты расчетов сведем в табл. 10.

Общая сумма снижения потерь при нормировании, которую можно было бы получить, проводя оптимальное количество наблюдений, составляет 7,6 тыс. руб. Эта величина получена только для одной из категорий пород по буримости. Распространяя полученный результат на все категории горных пород, получим, что только при установлении норматива «углубка скважины» можно снизить потери при нормировании на 7,6·12=91,2 тыс. руб.

Таблица 10

**Результаты проведенных наблюдений и расчетов**

| Марка станков | Объем наблюдений и экономия | Интервал глубин: 0—600 м — Первая составляющая потерь, руб. $\frac{0{,}674A\sigma}{\sqrt{n}}$ | 0—600 м — Вторая составляющая потерь, руб. $an$ | 0—600 м — Общие потери, руб. (графа 3+ +графа 4) | свыше 600 м — Первая составляющая потерь, руб. $\frac{0{,}674A\sigma}{\sqrt{n}}$ | свыше 600 м — Вторая составляющая потерь, руб. $an$ | свыше 600 м — Общие потери, руб. (графа 6+ +графа 7) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Новые | Фактический | 11 700 | 4820 | 16 520 | 13 200 | 1475 | 14 675 |
| | Расчетный | 11 000 | 5460 | 16 460 | 8 060 | 3920 | 11 920 |
| | Экономия | +700 | —640 | +60 | +5 140 | —2445 | +2 695 |
| Старые | Фактический | 25 200 | 2670 | 27 870 | 7 840 | 2500 | 10 340 |
| | Расчетный | 15 520 | 7710 | 23 230 | 6 740 | 3340 | 10 080 |
| | Экономия | +9 680 | —5040 | +4 650 | +1 100 | —840 | 260 |



Как можно заметить, для расчета оптимального объема наблюдений используются две величины ($X$ и $\sigma$), для определения которых и проводятся данные наблюдения. При прогнозировании требуемого объема наблюдений были использованы приближенные значения $X$ и $\sigma$, причем заранее неизвестно, приняты они с занижением или с завышением относительно их фактических значений.

Вследствие этого возникает необходимость периодически повторять расчет требуемого объема наблюдений в процессе их проведения.

Первую проверку предлагается проводить при достижении 50% запланированного объема наблюдений и затем повторять их регулярно через каждые 10%.

Так, если требуется по предварительным расчетам провести 2000 наблюдений, то первая проверка должна быть проведена при 1000 наблюдениях и затем через каждые 200 наблюдений.

Как только рассчитанная величина $n$ совпадет с фактической, наблюдения можно закончить.

## Глава IV

# ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА В МНОГОФАКТОРНЫХ ПРОЦЕССАХ

### Постановка задачи

Выше рассматривалось планирование эксперимента для получения отдельных показателей, характеризующих какое-то техническое средство в определенных условиях, полагая, что эти условия выбраны и что они являются оптимальными для работы данного механизма или инструмента.

Однако экспериментатор решает не только такие задачи. Очень часто перед ученым или производственником встает задача подбора наиболее благоприятных факторов, условий для оптимизации процесса. Наиболее типичной задачей, относящейся к этому классу, является выбор оптимальных режимов бурения для конкретных геологических условий. Современная техника, применяемая в разведочном бурении, такова, что мы можем менять режимные параметры процесса бурения в очень широких пределах. Следовательно, это упрощает задачу, поскольку где-то внутри этого диапазона можно найти оптимальный режим, и одновременно усложняет ее, поскольку выбрать нужное значение режимного параметра при его большой вариации очень сложно.

Рассмотрим основные параметры режимов бурения с этой точки зрения.

1. Число оборотов снаряда.

Современные станки имеют диапазон чисел оборотов от нуля до 1000 об/мин и более, причем, хотя числа оборотов и фиксированы, но ступенчато за счет коробки скоростей они могут изменяться. Коробка скоростей станка может обеспечить пять и более скоростей вращения.

2. Осевая нагрузка.



Применяемая в настоящее время гидравлическая система подачи в буровых станках позволяет бесступенчато изменять осевую нагрузку при достижении ее значения 1500 кгс и более.

Современная аппаратура позволяет регистрировать это давление с точностью до 100 кгс, следовательно, практически можно иметь 15 различных значений осевой нагрузки.

3. Количество промывочной жидкости, подаваемой насосами, также может изменяться в широких пределах — от нуля до 250 л/мин и более. Если применять уровнемеры высокой точности, то можно получить (зарегистрировать) более 20 различных объемов подаваемой в скважину жидкости.

Остановимся на этих трех режимных параметрах и не будем перечислять пока другие: качество промывочной жидкости, диаметр бурильных труб, наличие антивибрационной смазки и др.

Изменения всех возможных значений рассмотренных трех режимных параметров позволят получить уже $5 \cdot 15 \cdot 20 = 1500$ их различных сочетаний, испытать эффективность которых практически невозможно да и нет необходимости.

В последние годы в математической статистике разработаны различные способы планирования экспериментов в многофакторных процессах с целью сокращения объема эксперимента при условии получения представительных результатов.

Прежде чем перейти к изложению наиболее применимых для наших условий методов планирования эксперимента в многофакторных процессах, рассмотрим выбор критерия оптимизации процесса бурения.

Ряд исследований, посвященных данному вопросу в разведочном бурении, показывают, что в качестве критерия оптимизации следует выбирать максимум механической скорости или максимум механической скорости при минимальных затратах мощности на бурение.

С указанными рекомендациями трудно согласиться. Известно, что можно создать такой набор режимных параметров, когда (при бурении мелкоалмазными коронками) достигается очень высокая механическая скорость бурения — до 50 см/мин и более. Однако в этих условиях срок службы алмазной коронки значительно сокращается, что влечет за собой большой расход алмазных коронок на 1 м бурения и, естественно, рост стоимости буровых работ.

Такой режим бурения мы не можем назвать оптимальным, хотя и добились максимального значения механической скорости бурения.

Очевидно, что по этим же причинам нельзя в качестве оптимизирующего критерия выбирать и рейсовую скорость бурения или какую-то другую скорость бурения.

Выше уже указывалось, что новая техника, создаваемая для буровых работ, направлена либо на повышение их качества, либо на снижение стоимости буровых работ. Вполне естественно, что критерием оптимизации процесса бурения должны быть именно эти показатели.

Поскольку к настоящему времени в общем качестве буровых работ удовлетворяет геологическую службу, то, очевидно, что критерий повышения качества буровых работ может быть применен для специфических условий в тех местах, где по каким-то причинам низок выход керна, велико искривление скважин и где эти недостатки не удается исправить внедрением новых технических средств.

Наиболее распространенным критерием оптимизации процесса бурения, по нашему мнению, явится минимизация расходов на бурение.

К сожалению, мы не располагаем каким-то интегрирующим прибором, который на буровой скважине показал бы нам стоимость 1 м бурения в зависимости от изменения режимных параметров бурения. Тем не менее имеется аналитический метод, позволяющий подойти к решению указанной задачи.

Известно, что изменение параметров режима бурения изменяет такие показатели, как механическая скорость бурения, бурение скважин за рейс, бурение скважин на коронку, которые, в свою очередь, определяют стоимость 1 м бурения скважины.

Выше уже приводилась формула (II.17), описывающая зависимость стоимости бурения скважины от этих показателей



$$B = \frac{c\left(\frac{t}{l} + \frac{1}{l}T_1 + T_2\right)}{T} + \frac{G}{L}.$$

Придавая различные значения режимным параметрам, мы можем рассчитать $B$ для каждого их сочетания, а затем найти функциональную зависимость $B$ от всех режимных параметров. Найдя экстремальное минимальное значение этой функции, мы найдем то сочетание режимных параметров, которое можно назвать оптимальным.

На математическом языке задача формулируется следующим образом: нужно получить представление о функции отклика

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_k),$$

где $Y$ — параметр процесса, подлежащий оптимизации; $X_1, X_2, .., X_k$ — независимые переменные, которые можно варьировать при постановке экспериментов.

Принято называть переменные $X_1, X_2, .., X_k$ факторами; координатное пространство с координатами $X_1, X_2, .., X_k$ — факторным пространством; геометрический образ, соответствующий функции отклика, — поверхностью отклика.

Зависимость стоимости бурения от одного из факторов может быть представлена кривой на плоскости (рис. 8); зависимость от двух факторов $Y = f(X_1, X_2)$ — поверхностью в трехмерном пространстве (рис. 9); зависимость от трех и более факторов — в гиперпространстве в $k+1$ измерениях.

Назовем область, в которой наблюдается минимальная стоимость, околооптимальной.

Очевидно, что исследователя больше всего интересует околооптимальная область поверхности отклика, положение которой может быть известно иногда априори. В этом случае проведение эксперимента облегчается, поскольку оказывается достаточным в этой околооптимальной области провести несколько экспериментов, определенным образом спланированных, с тем чтобы написать функцию $Y = f(X_1, X_2, .., X_k)$ и аналитически найти ее экстремальное значение.

Однако чаще положение околооптимальной об-

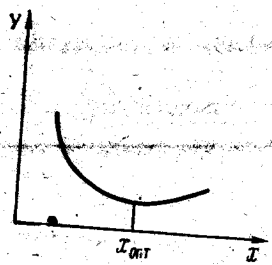



Рис. 8. Характер зависимости стоимости бурения ($Y$) от одного из режимных параметров ($X$)

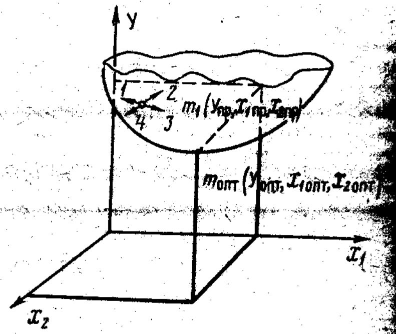



Рис. 9. Характер зависимости стоимости бурения ($Y$) от двух режимных параметров ($X_1$ и $X_2$)

ласти неизвестно, поэтому первой задачей исследователя будет поиск этой области.

Перейдем к рассмотрению способов решения первой задачи. Здесь будет рассматриваться задача нахождения минимальной стоимости бурения в зависимости от трех факторов: $X_1$ — числа оборотов бурового снаряда, $X_2$ — осевой нагрузки, $X_3$ — количества промывочной жидкости.

Более общее решение задачи и исследование влияния другого множества факторов рассматривается в специальных пособиях [16].

## Крутое восхождение к околооптимальной области

Наиболее наглядно сущность этого метода можно представить в трехмерном пространстве, т. е. для поверхности отклика $Y=f(X_1, X_2)$ (рис. 9). Предположим, что характер поверхности отклика нам неизвестен, принятая технология бурения характеризуется двумя показателями: число оборотов снаряда $X_{1пр}$; осевая нагрузка $X_{2пр}$; для данных значений факторов стоимость бурения равна $Y_{пр}$.

Очевидно, что при желании оптимизировать $Y$ мы можем изменять $X_1$ и $X_2$ в любых направлениях (1, 2, 3, 4 и др.), но, не зная характера поверхности отклика, определить правильность направления невозможно. Поставленную задачу можно сравнить



с задачей человека на незнакомой местности, которому завязали глаза и предложили найти самую низкую точку в округе.

В статистике разработан ряд методов, позволяющих найти пути по кратчайшему направлению к околооптимальной области.

Наиболее широкое распространение для решения указанной задачи получил метод Бокса. По этому методу в любом небольшом интервале (если априори неизвестно положение околооптимальной области или хотя бы направление к ней) ставится специальным образом спланированная серия опытов, в которой одновременно варьируются все изучаемые факторы, каждый на двух уровнях — верхнем и нижнем.

При этом важно, чтобы все варианты были различными и чтобы в них примерно одинаковое число раз встречались верхние и нижние уровни каждого фактора. Для упрощения расчетов и более точного определения направления к оптимальному значению опыты ставятся по ортогональным матрицам, планирование эксперимента по которым удовлетворяет поставленным условиям.

Планы ортогональных матриц разработаны для различного числа факторов $K$ и разного числа вариантов планирования.

Для трех факторов и двух уровней варьирования ортогональная матрица представлена в табл. 11 для других условий — в приложении 1.

Таблица 11

**Ортогональная матрица для трех факторов**

| Номер опыта | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ |
|---|---|---|---|
| 1 | −1 | −1 | −1 |
| 2 | +1 | −1 | −1 |
| 3 | −1 | +1 | −1 |
| 4 | +1 | +1 | −1 |
| 5 | −1 | −1 | +1 |
| 6 | +1 | −1 | +1 |
| 7 | −1 | +1 | +1 |
| 8 | +1 | +1 | +1 |

Принято знаком плюс означать верхний уровень варьирования фактора, знаком минус нижний.

После выбора матрицы и интервалов варьирования ставятся опыты, по результатам которых необходимо рассчитать уравнение линейной регрессии вида.

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3, \qquad (IV.1)$$

где $b_1$, $b_2$, $b_3$ — коэффициенты регрессии, показывающие степень влияния факторов на стоимость 1 м бурения; $b_0$ — остаточный член в уравнении регрессии, характеризующий среднюю стоимость бурения 1 м скважины.

Остаточный член уравнения регрессии определяется по формуле

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} Y_i}{N}, \qquad \text{(IV.2)}$$

т. е. как сумма значений стоимости 1 м скважины по всем опытам, деленная на число опытов.

Коэффициенты регрессии определяются по формуле

$$b_i = \frac{\Sigma Y_{X_i}^{+} - \Sigma Y_{X_i}^{-}}{N}, \qquad \text{(IV.3)}$$

т. е. как сумма значений стоимостей 1 м бурения для всех вариантов, когда фактор $X_i$ находился на верхнем уровне, минус сумма стоимостей 1 м бурения, когда фактор находился на нижнем уровне, деленная на общее число вариантов матрицы планирования.

Знак перед коэффициентом регрессии (+ или —) зависит от того, увеличивает рост данного фактора стоимость бурения или уменьшает.

После расчета уравнения регрессии необходимо оценить достоверность полученных результатов.

Необходимо иметь в виду, что при постановке опытов для исследования только трех факторов, влияющих на оптимизацию процесса бурения, мы не можем полностью исключить влияние других, неучтенных факторов. Конечно, в процессе эксперимента надо стремиться, чтобы не допустить варьирования неучтенных факторов, но так как полностью избежать влияния неучтенных факторов на результат эксперимента практически невозможно, их влияние следует сглаживать путем усреднения.

С этой целью каждый вариант планирования повторяется несколько раз.

Получение представительных результатов для случая трех факторов можно иметь, если число повторений $\gamma$ будет не менее 2—4.

Для оценки воспроизводимости процесса пользу-



ются показателями дисперсии процесса, который может быть вычислен по формуле[1]

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{i=1}^{\gamma}(Y_i - \bar{Y}_i)^2}{(\gamma - 1)N}, \qquad \text{(IV.4)}$$

где $Y_i$ — наблюденное значение стоимости бурения в каждом повторении $i$-го варианта; $\bar{Y}_i$ — среднее значение стоимости бурения для $i$-го варианта; $N$ — число вариантов (строчек в матрице); $\gamma$ — число повторений каждого варианта.

Чем больше дисперсия, тем хуже воспроизводимость процесса и наоборот.

Для оценки значимости коэффициента регрессии рассчитывается его доверительный интервал $\xi$ по формуле

$$\xi = t\sqrt{\frac{D}{N\gamma}}, \qquad \text{(IV.5)}$$

где $t$ — критерий Стьюдента, определяемый по соответствующим таблицам в зависимости от выбранной степени надежности и числа степеней свободы (табл. 12). Степень свободы $f$ равна:

$$f = (\gamma - 1) N. \qquad \text{(IV.6)}$$

Таблица 12

**Критерий Стьюдента $t$ для надежности 0,95 при различных степенях свободы $f$**

| f | t | f | t | f | t |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 12,71 | 8 | 2,31 | 20 | 2,09 |
| 2 | 4,70 | 9 | 2,26 | 25 | 2,06 |
| 3 | 3,18 | 10 | 2,23 | 30 | 2,04 |
| 4 | 2,78 | 12 | 2,18 | 40 | 2,02 |
| 5 | 2,57 | 14 | 2,15 | 60 | 2,00 |
| 6 | 2,45 | 16 | 2,12 | 100 | 1,98 |
| 7 | 2,37 | 18 | 2,10 | — | — |

Если $|b| > |\xi|$, то коэффициент регрессии значим, и наоборот. Незначимость коэффициентов регрессии

[1] Формула пригодна для условия, когда число $\gamma$ одинаково для всех вариантов.

вызывают следующие причины: 1) малый интервал варьирования фактора; 2) плохая воспроизводимость процесса — все различия от изменения исследуемых факторов нивелируются влиянием колеблемости других, неучтенных факторов; 3) данный фактор находится на уровне, близком к оптимальному; 4) данный фактор не влияет на процесс вообще или его влияние очень мало.

Если коэффициенты регрессии для трех или двух факторов незначимы, то эксперимент повторяют, увеличив интервалы варьирования указанных факторов и число повторений. Если коэффициент регрессии незначим только у одного фактора, то можно провести крутое восхождение по остальным факторам и уже в новой матрице изменить интервалы варьирования.

После оценки значимости коэффициентов регрессии необходимо проверить адекватность линейного приближения процесса, т. е. убедиться в том, что ошибки математического описания соизмеримы с ошибками воспроизводимости процесса.

С этой целью необходимо рассчитать дисперсию адекватности

$$D_a = \frac{\sum_{1}^{N} (\widetilde{Y}_i - \widehat{Y}_i)^2}{N - \kappa - 1}, \qquad \text{(IV.7)}$$

где $\widehat{Y}_i$ — значение стоимости бурения по каждому из $N$ вариантов матрицы, рассчитанное по уравнению регрессии; $\kappa$ — количество изменяющихся факторов.

Адекватность уравнения устанавливается по критерию Фишера

$$F = \frac{D_a \gamma}{D}. \qquad \text{(IV.8)}$$

Рассчитанный критерий Фишера следует сравнивать с его табличным значением $F_T$ (см. приложение 2).

Таблицы критерия Фишера построены в зависимости от значений двух степеней свободы. Одну из них $f$ — число степеней свободы воспроизводимости процесса — мы уже определили, число степеней свободы адекватности вычисляется по формуле



$$f_a = N - \kappa - 1. \qquad \text{(IV.9)}$$

Если $F > F_T$, то адекватность отсутствует, что свидетельствует о близости исследуемых факторов к оптимальной области. В оптимальной области процесс необходимо описывать уравнением второго порядка.

Если $F < F_T$, то можно проводить следующий этап работы — крутое восхождение. Для расчета программы крутого восхождения находим для каждого фактора произведение его коэффициента регрессии на интервал варьирования $(b_i \lambda_i)$ и запас для движения по каждому фактору $\Delta_i$ от основного уровня в матрице планирования до практически целесообразной (возможной) величины в направлении «восхождения» по этому фактору.

Фактор, у которого отношение $\Delta_i / b_i \lambda_i$ окажется наименьшим, берется в качестве базового и для него выбирается длина шага крутого восхождения. Принимается

$$S = \frac{\Delta}{3} \div \frac{\Delta}{4},$$

где $S$ — длина шага; $\Delta$ — запас для движения по фактору; 3 и 4 — количество шагов крутого восхождения.

Количество шагов принимается равным 3—4, поскольку на большом удалении от исходного уровня уравнение линейного приближения вряд ли будет соответствовать экспериментальным данным.

Шаги для остальных факторов определяются по формуле

$$S_i = S \frac{b_i \lambda_i}{b \lambda}, \qquad \text{(IV.10)}$$

где $S$, $b$ и $\lambda$ — значения соответствующих параметров для базового фактора.

Если при оценке коэффициентов регрессии один из них оказался незначим, то для этого фактора крутое восхождение не приводится, его значение оставляется на основном уровне.

Программа крутого восхождения обычно позволяет улучшить показатели процесса и войти в околооптимальную область поверхности отклика, показателем чего будет критерий Фишера, т. е. $F > F_T$.

## Пример планирования эксперимента для производства крутого восхождения к околооптимальной области

Будем исходить из следующих условий: необходимо найти оптимальные режимы бурения в гранитах категорий X по буримости при использовании одного из видов импрегнированных коронок диаметром 59 мм. Средняя глубина скважины 100 м. Имеющиеся на месторождении станки позволяют получить различные скорости вращения от нуля до 1200 об/мин с интервалом 200 об/мин и обеспечивают осевую нагрузку от нуля до 2500 кгс. Материал и конструкция бурового снаряда позволяют использовать любое число оборотов и любую осевую нагрузку в указанном диапазоне. Для промывки скважины применяется вода, которая прокачивается насосом 250/50, т. е. производительность насоса может изменяться от нуля до 250 л/мин.

При бурении в указанных условиях применяются следующие режимы: число оборотов снаряда $X_1=400$ об/мин, осевая нагрузка $X_2=800$ кгс, количество промывочной жидкости $X_3=60$ л/мин.

Эксперимент по оптимизации параметров режима бурения целесообразнее начинать именно на этом уровне; принимаются следующие интервалы варьирования: $\lambda_1=200$ об/мин; $\lambda_2=200$ кгс; $\lambda_3=20$ л/мин.

Таким образом, режимные параметры будут исследованы на двух уровнях: $X_1$ — 200 и 600 об/мин, $X_2$ — 600 и 1000 кгс, $X_3$ — 40 и 80 л/мин.

Планирование эксперимента осуществляем по уже рассмотренной матрице для трехфакторного процесса. Каждый вариант эксперимента повторяем дважды ($\gamma=2$).

Для удобства все материалы по эксперименту и обработке сводятся в единую табл. 13.

В результате эксперимента на основании хронометражных данных получены значения длины рейса $l$, времени чистого бурения в рейсе $t$ и бурения скважины 1 коронкой $L$. В расчетах используются также следующие данные: время вспомогательных работ, кратное 1 рейсу, — $T_1=0,40$ ч; время вспомогательных работ, кратное 1 м бурения, — $T_2=0,40$ ч; время, затрачиваемое на производство буровых работ в смене, — $T=6,7$ ч; стоимость одной импрегнированной коронки — 35 руб.; стоимость станко-смены бурения — 30 руб.



При расчете стоимости бурения 1 м скважины условно принимается, что изменение энергоемкости бурового процесса существенного значения на нее не оказывает[1].

Проведем расчет коэффициентов регрессии.

Коэффициент регрессии $b_0$ будет равен сумме значений графы 16, деленной на число вариантов, т. е. на 8

$$b_0=\frac{68,24}{8}=8,53,$$

Коэффициенты регрессии $b_1$, $b_2$, $b_3$ рассчитываются по значениям графы 16. Коэффициент регрессии $b_1=-0,41$ определяется как сумма строк 2, 4, 6, 8 минус сумма строк 1, 3, 5, 7, деленная на 8. Коэффициент регрессии $b_2=-0,41$ находится как сумма строк 3, 4, 7, 8 минус сумма строк 1, 2, 5, 6, деленная на 8. Коэффициент регрессии $b_3=-0,09$ вычисляется как сумма строк 5, 6, 7, 8 минус сумма строк 1, 2, 3, 4, деленная на 8.

Уравнение регрессии будет иметь следующий вид:

$$Y=8,53-0,41X_1-0,41X_2-0,09X_3.$$

Далее находим дисперсию процесса

$$D=\frac{\Sigma(Y_i-\bar{Y})^2}{(\gamma-1)N}=\frac{0,4036}{8}=0,05.$$

Находим доверительный интервал коэффициентов регрессии

$$\xi=t\sqrt{\frac{D}{N\gamma}}.$$

[1] В том случае, если исследователю будет интересно проследить влияние и этого фактора, то планирование эксперимента необходимо провести по четырем факторам, а формулу определения стоимости бурения 1 м скважины несколько усложнить

$$B=\frac{c_1\left(\frac{t}{l}+\frac{1}{l}T_1+T_2\right)}{T}+\frac{C}{L}+c_2, \qquad (IV.11)$$

где $c_1$ — сметная стоимость 1 станко-смены без затрат на истирающие материалы и электроэнергию; $c_2$ — стоимость электроэнергии, затраченной на 1 м бурения.

Таблица 13

**Оптимизация процесса бурения методом крутого восхождения**

| Исходные данные и определяемые показатели | $X_1$, об/мин | $X_2$, кгс | $X_3$, л/мин | $\nu$ | Результат эксперимента: $l$ | $t$ | $L$ | $\frac{t}{l}$ | $\frac{T_1}{l}$ | $\frac{t}{l}+\frac{T_1}{l}+T_2$ | $\frac{C}{T}$ | $\frac{C}{T}\left(\frac{t}{l}+\frac{T_1}{l}+T_2\right)$ | $\frac{G}{L}$ | $Y_i$ | $\hat{Y}$ | $Y_i-\hat{Y}$ | $(Y_i-\hat{Y})^2$ | $\tilde{Y}$ | $\tilde{Y}-\hat{Y}$ | $(\tilde{Y}-\hat{Y})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| Основной уровень | 400 | 800 | 60 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Максимальный уровень | 200 | 2500 | 250 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Минимальный уровень | 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Интервал варьирования | 200 | 200 | 20 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Матрица планирования 1 | −1 (200) | −1 (600) | −1 (40) | 1 | 2,8 | 1,5 | 5,6 | 0,53 | 0,143 | 0,78 | 4,5 | 3,5 | 6,2 | 9,7 | 9,45 | 0,25 | 0,0625 | 9,44 | 0,01 | 0,0001 |
| | | | | 2 | 2,9 | 1,4 | 5,8 | 0,48 | 0,138 | 0,72 | 4,5 | 3,2 | 6,0 | 9,2 | | 0,25 | 0,0625 | | | |
| 2 | +1 (600) | −1 (600) | −1 (40) | 1 | 2,9 | 1,0 | 5,8 | 0,34 | 0,138 | 0,58 | 4,5 | 2,6 | 6,0 | 8,6 | 8,55 | 0,05 | 0,0025 | 8,52 | 0,07 | 0,0049 |
| | | | | 2 | 3,0 | 1,1 | 6,0 | 0,34 | 0,133 | 0,60 | 4,5 | 2,7 | 5,8 | 8,5 | | 0,05 | 0,0025 | | | |
| 3 | −1 (200) | +1 (1000) | −1 (40) | 1 | 2,9 | 1,1 | 5,8 | 0,38 | 0,138 | 0,62 | 4,5 | 2,8 | 6,0 | 8,8 | 8,72 | 0,08 | 0,0064 | 8,62 | 0,10 | 0,01 |
| | | | | 2 | 3,0 | 1,2 | 6,0 | 0,40 | 0,133 | 0,63 | 4,5 | 2,85 | 5,8 | 8,65 | | 0,08 | 0,0064 | | | |
| 4 | +1 (600) | +1 (1000) | −1 (40) | 1 | 3,0 | 0,8 | 6,0 | 0,27 | 0,133 | 0,50 | 4,5 | 2,2 | 5,8 | 8,0 | 7,75 | 0,25 | 0,0625 | 7,62 | 0,03 | 0,0009 |
| | | | | 2 | 3,1 | 0,6 | 6,2 | 0,19 | 0,129 | 0,42 | 4,5 | 1,9 | 5,6 | 7,5 | | 0,25 | 0,0625 | | | |
| 5 | −1 (200) | −1 (600) | +1 (80) | 1 | 2,9 | 1,4 | 5,8 | 0,48 | 0,138 | 0,72 | 4,5 | 3,2 | 6,0 | 9,2 | 9,15 | 0,05 | 0,0025 | 9,26 | 0,11 | 0,0121 |
| | | | | 2 | 3,0 | 1,5 | 6,0 | 0,50 | 0,133 | 0,73 | 4,5 | 3,3 | 5,8 | 9,1 | | 0,05 | 0,0025 | | | |
| 6 | +1 (600) | −1 (600) | +1 (80) | 1 | 2,9 | 1,0 | 5,8 | 0,34 | 0,138 | 0,58 | 4,5 | 2,6 | 6,0 | 8,6 | 8,62 | 0,02 | 0,0004 | 8,44 | 0,18 | 0,0324 |
| | | | | 2 | 3,0 | 1,2 | 6,0 | 0,40 | 0,133 | 0,63 | 4,5 | 2,85 | 5,8 | 8,65 | | 0,02 | 0,0004 | | | |
| 7 | −1 (200) | +1 (1000) | +1 (80) | 1 | 3,0 | 1,1 | 6,0 | 0,37 | 0,133 | 0,60 | 4,5 | 2,7 | 5,8 | 8,5 | 8,45 | 0,05 | 0,0025 | 8,44 | 0,01 | 0,0001 |
| | | | | 2 | 3,1 | 1,2 | 6,2 | 0,32 | 0,129 | 0,62 | 4,5 | 2,8 | 5,6 | 8,4 | | 0,05 | 0,0025 | | | |
| 8 | +1 (600) | +1 (1000) | +1 (80) | 1 | 3,1 | 0,8 | 6,2 | 0,26 | 0,129 | 0,45 | 4,5 | 2,2 | 5,6 | 7,8 | 7,55 | 0,25 | 0,0625 | 7,62 | 0,07 | 0,0049 |
| | | | | 2 | 3,2 | 0,6 | 6,4 | 0,18 | 0,125 | 0,41 | 4,5 | 1,8 | 5,5 | 7,3 | | 0,25 | 0,0625 | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | Σ68,24 | | Σ0,4036 | | | Σ0,0654 |
| Коэффициенты регрессии | $b_1=-0,41$, $b_2=-0,41$, $b_3=-0,09$, $b_0=8,53$, $D=$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Программа крутого восхождения 9 | 600 | 1050 | 60 | | | | | | | | | | | | 7,50 | | | | | |
| 10 | 800 | 1300 | 60 | | | | | | | | | | | | 7,00 | | | | | |
| 11 | 1000 | 1550 | 60 | | | | | | | | | | | | 8,00 | | | | | |
| 12 | 1200 | 1800 | 60 | | | | | | | | | | | | 9,80 | | | | | |
| 13 | 1400 | 2050 | 60 | | | | | | | | | | | | 12,00 | | | | | |

$$\frac{0,4036}{(2-1)\cdot 8}=0,05,\quad \xi=2,31\sqrt{\frac{0,05}{2\cdot 8}}=0,13$$

Для $f=8$ критерий Стьюдента равен 2,31, тогда

$$\varepsilon = 2{,}31\sqrt{\frac{0{,}05}{2\cdot 8}} = 0{,}13.$$

Сравнение абсолютных значений коэффициентов регрессии и их доверительных интервалов позволяет установить, что два коэффициента $b_1$ и $b_2$ значимы, а $b_3$ незначим.

Можно предположить, что при диаметре бурения 59 мм производительность насоса, равная около 60 л/мин, является близкой к оптимальной. Это предположение подтверждается также незначительностью коэффициента регрессии.

Оценим адекватность полученного уравнения регрессии экспериментальным данным, для чего прежде всего рассчитаем значение $\hat{Y}$ по данным уравнения для каждого варианта эксперимента.

Для этого в уравнение необходимо подставить значения $X_i$ по каждому варианту. Необходимо иметь в виду, что при подстановке используются не абсолютные значения параметров режима бурения, а их относительные величины — +1 или —1:

$$\hat{Y}_1 = 8{,}53 + 0{,}41 + 0{,}41 + 0{,}09 = 9{,}44,$$

$$\hat{Y}_2 = 8{,}43 - 0{,}41 + 0{,}41 + 0{,}09 = 8{,}52,$$

$$\hat{Y}_3 = 8{,}53 + 0{,}41 - 0{,}41 + 0{,}09 = 8{,}62,$$

$$\hat{Y}_4 = 8{,}53 - 0{,}41 - 0{,}41 + 0{,}09 = 7{,}80,$$

$$\hat{Y}_5 = 8{,}53 + 0{,}41 + 0{,}41 - 0{,}09 = 9{,}26,$$

$$\hat{Y}_6 = 8{,}53 - 0{,}41 + 0{,}41 - 0{,}09 = 8{,}44,$$

$$\hat{Y}_7 = 8{,}53 + 0{,}41 - 0{,}41 - 0{,}09 = 8{,}44,$$

$$\hat{Y}_8 = 8{,}53 - 0{,}41 - 0{,}41 - 0{,}09 = 7{,}62.$$

Затем находим значения $\bar{Y}_i - \hat{Y}_i$ и $(\bar{Y}_i - \hat{Y}_i)^2$, проставляя их в графы 20 и 21.

Дисперсия адекватности определяется по формуле

$$D_a = \frac{\Sigma(\bar{Y}_i - \hat{Y}_i)^2}{N - k - 1} = \frac{0{,}0654}{4} = 0{,}017,$$



Расчетный критерий Фишера равен

$$F = \frac{D_a \gamma}{D} = \frac{0{,}017\cdot 2}{0{,}05} = 0{,}68.$$

Табличное значение критерия Фишера при 95% надежности для степеней свободы $f=8$ и $f_a=4$ составляет 3,8, следовательно, $F < F_T$, т. е. уравнение адекватно.

Переходим к расчету программы крутого восхождения.

Определяем произведения $b_i\lambda_i$:

$$b_1\lambda_1 = -0{,}41\cdot 200 = -82,$$

$$b_2\lambda_2 = -0{,}41\cdot 250 = -102.$$

Запас по каждому фактору составит:

$$\Delta_1 = 1200 - 400 = 800,$$

$$\Delta_2 = 2500 - 800 = 1700.$$

Находим отношения:

$$\frac{\Delta_1}{b_1\lambda_1} = \frac{800}{82} = 10,$$

$$\frac{\Delta_2}{b_2\lambda_2} = \frac{1700}{102} = 17.$$

Поскольку наименьшим оказалось соотношение $\Delta_i/b_i\lambda_i$ для числа оборотов бурового снаряда, этот фактор выбираем для крутого восхождения. Шаг для $X_1$ принимаем равным

$$S_1 = \frac{\Delta_1}{4} = \frac{800}{4} = 200.$$

Рассчитываем шаг для крутого восхождения $X_2$

$$S_2 = S_1\frac{b_2\lambda_2}{b_1\lambda_1} = 200\cdot\frac{102}{82} = 250.$$

Уравнение регрессии показывает, что с ростом $X_1$ и $X_2$ стоимость бурения уменьшается. Вследствие этого программа крутого восхождения намечается в сторону роста этих факторов.

Итак, в соответствии с рассчитанной длиной шага для $X_1$ и $X_2$ программа крутого восхождения будет иметь вид, приведенный в табл. 14.

Реализация программы крутого восхождения приводится в табл. 13 (графа 16).

Таблица 14

Программа крутого восхождения

| Фактор | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ |
|---|---|---|---|
| Основной уровень | 400 | 800 | 60 |
| Шаг | 200 | 250 | — |
| Уровень факторов: | | | |
| в 9-м опыте | 600 | 1050 | 60 |
| в 10-м » | 800 | 1300 | 60 |
| в 11-м » | 1000 | 1550 | 60 |
| в 12-м » | 1200 | 1800 | 60 |
| в 13-м » | 1400 | 2050 | 60 |

Анализ данных графы 16 табл. 13 показывае[т], что до 10-го опыта стоимость бурения 1 м умен[ь]шается, затем до 12-го опыта она медленно расте[т], а в 13-м опыте очень резко возрастает.

На основании анализа данных реализации кр[у]того восхождения можно сделать следующие в[ы]воды:

1. Между 10 и 11-ым опытами находится ми[ни]мальная стоимость бурения.

2. Возможно, что в этом интервале имеют вли[я]ние эффекты взаимодействия факторов, т. е. степе[нь] влияния одного из факторов на стоимость бурен[ия] может быть различна от величины другого.

В связи с этим между $X_1=800$ об/мин и $X_2=1300$ кгс следует поставить серию опытов по [орто]гональной матрице, причем интервалы варьирова[ния] $X_1$ и $X_2$ оставить принятыми для крутого восхож[де]ния, т. е. $\lambda_1=200$, $\lambda_2=250$.

В связи с предположением, что в данном ин[тер]вале находится оптимальная область, зависимо[сть] стоимости бурения от $X_1$, $X_2$ и $X_3$ необходимо опи[сать] полным квадратным уравнением типа

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + b_{13}X_1X_3 + \ldots$$
$$+ b_{23}X_2X_3 + b_{11}X_1^2 + b_{22}X_2^2 + b_{33}X_3^2. \qquad \text{(IV.1[2])}$$



Для получения исходных данных к составлению уравнения (IV.12) используется другой метод планирования эксперимента, который рассматривается ниже.

## Ротатабельное планирование второго порядка

Здесь опыты ставятся по так называемым схемам ротатабельного планирования (см. приложение 3). В этих схемах кроме ортогональной матрицы планирования на двух уровнях (аналогичной уже рассмотренной) ставится некоторое количество опытов в центральной точке (все координаты которой обозначаются через нуль) — на основном уровне исследуемых факторов и в так называемых «звездных точках», т. е. в точках, где один из факторов отличается от основного уровня больше, чем интервал варьирования. Расстояние звездной точки от основного уровня неодинаково для разного количества факторов. Для трехфакторного процесса, рассматриваемого нами, каждый фактор в звездной точке равен 1,622 от основного уровня этого фактора.

Для трехфакторного процесса матрица ротатабельного планирования второго порядка приведена в табл. 15. В этой матрице имеются не только условные обозначения, но и фактические значения факторов, полученных из примера крутого восхождения.

В табл. 15 приведены рассчитанные значения $Y$ для каждого варианта опыта и, кроме того, проведены необходимые арифметические действия для расчета коэффициентов регрессии и оценки полученного уравнения.

В целях упрощения изложения и для лучшего восприятия формулы определения коэффициентов уравнения регрессии в этом виде планирования эксперимента будем сопровождать непосредственными расчетами, используя данные табл. 15.

При расчете коэффициентов регрессии надо иметь в виду, что при ротатабельном планировании они вычисляются по другим формулам, чем при ортогональном планировании, и что в их формулы входят некоторые постоянные величины, зависящие от количества исследуемых факторов, на физическом смысле которых в этой работе останавливаться не будем

Таблица 15

**Оптимизация процесса бурения методом ротатабельного планирования**

| Номер варианта | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $Y_n$ | $X_1^2 Y_n$ | $X_2^2 Y_n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | −1 (600) | −1 (1050) | −1 (30) | 8,50 | 8,50 | 8,50 |
| 2 | +1 (1000) | −1 (1050) | −1 (30) | 7,80 | 7,80 | 7,80 |
| 3 | −1 (600) | +1 (1550) | −1 (30) | 9,00 | 9,00 | 9,00 |
| 4 | +1 (1000) | +1 (1550) | −1 (30) | 8,20 | 8,20 | 8,20 |
| 5 | −1 (600) | −1 (1050) | +1 (90) | 8,30 | 8,30 | 8,30 |
| 6 | +1 (1000) | −1 (1050) | +1 (90) | 7,50 | 7,50 | 7,50 |
| 7 | −1 (600) | +1 (1550) | +1 (90) | 8,80 | 8,80 | 8,80 |
| 8 | +1 (1000) | +1 (1550) | +1 (90) | 8,00 | 8,00 | 8,00 |
| 9 | −1,682 (450) | 0 (1300) | 0 (60) | 8,50 | 24,047 | 0 |
| 10 | +1,682 (1150) | 0 (1300) | 0 (60) | 7,90 | 22,350 | 0 |
| 11 | 0 (800) | −1,682 (900) | 0 (60) | 9,00 | | 25,462 |
| 12 | 0 (800) | +1,682 (1700) | 0 (60) | 12,00 | | 33,950 |
| 13 | 0 (800) | 0 (1300) | −1,682 (15) | 10,00 | | |
| 14 | 0 (800) | 0 (1300) | +1,682 (105) | 7,20 | | |
| 15 | 0 (800) | 0 (1300) | 0 (60) | 6,50 | | |
| 16 | 0 (800) | 0 (1300) | 0 (60) | 5,20 | | |
| 17 | 0 (800) | 0 (1300) | 0 (60) | 8,50 | | |
| 18 | 0 (800) | 0 (1300) | 0 (60) | 7,10 | | |
| 19 | 0 (800) | 0 (1300) | 0 (60) | 6,50 | | |
| 20 | 0 (800) | 0 (1300) | 0 (60) | 7,90 | | |
| | | | Итого | 162,40 | 112,497 | [illegible] |



Продолжение табл. 15

| Номер варианта | $X_3^2 Y_n$ | $X_1 Y_n$ | $X_2 Y_n$ | $X_3 Y_n$ | $X_1 X_2 Y_n$ | $X_1 X_3 Y_n$ | $X_2 X_3 Y_n$ | $Y_{оп} - \tilde{Y}_0$ | $(Y_{оп} - \tilde{Y}_0)^2$ | $Y_n^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 1 | 8,50 | −8,50 | −8,50 | −8,50 | +8,50 | +8,50 | +8,50 | | | 72,25 |
| 2 | 7,80 | +7,80 | −7,80 | −7,80 | −7,80 | −7,80 | +7,80 | | | 60,84 |
| 3 | 9,00 | −9,00 | +9,00 | −9,00 | −9,00 | +9,00 | −9,00 | | | 81,00 |
| 4 | 8,20 | +8,20 | +8,20 | −8,20 | +8,20 | −8,20 | −8,20 | | | 67,24 |
| 5 | 8,30 | −8,30 | −8,30 | +8,30 | +8,30 | −8,30 | −8,30 | | | 68,89 |
| 6 | 7,50 | +7,50 | −7,50 | +7,50 | −7,50 | +7,50 | −7,50 | | | 56,25 |
| 7 | 8,80 | −8,80 | +8,80 | +8,80 | −8,80 | −8,80 | +8,80 | | | 77,44 |
| 8 | 8,00 | +8,00 | +8,00 | +8,00 | +8,00 | +8,00 | +8,00 | | | 64,00 |
| 9 | 0 | −14,297 | 0 | 0 | | | | | | 72,25 |
| 10 | 0 | +13,287 | 0 | 0 | | | | | | 62,41 |
| 11 | 0 | | −15,138 | 0 | | | | | | 81,00 |
| 12 | 0 | | +20,184 | 0 | | | | | | 144,00 |
| 13 | 28,291 | | | −16,820 | | | | | | 100,00 |
| 14 | 20,369 | | | +12,110 | | | | | | 51,84 |
| 15 | | | | | | | | 0,45 | 0,2025 | 42,25 |
| 16 | | | | | | | | 1,75 | 3,0625 | 27,04 |
| 17 | | | | | | | | 1,55 | 2,4025 | 72,25 |
| 18 | | | | | | | | 0,15 | 0,0225 | 50,41 |
| 19 | | | | | | | | 0,45 | 0,2025 | 42,25 |
| 20 | | | | | | | | 0,95 | 0,9025 | 62,41 |
| | 114,760 | −4,110 | +6,946 | −5,610 | −0,10 | −0,10 | +0,10 | 5,30 | 6,7950 | 1356,02 |

Для трехфакторного процесса эти величины следующие: $P=0{,}1663$; $Q=0{,}05679$; $R=0{,}07322$; $S=0{,}06$[illegible] $T=0{,}006889$; [illegible]

Перейдем к нахождению коэффициентов [illegible]

Свободный член уравнения регрессии [illegible] уравнения

$$b_0 = P\sum_{u=1}^{N} Y_u - Q\sum\sum X_{iu}^2 Y_u \quad \text{(IV.[illegible])}$$

где $\sum_{u=1}^{N} Y_u$ — сумма графы 3, $\sum\sum X_{iu}^2 Y_u$ — сумма граф 6, 7, 8.

$$b_0 = 0{,}1663 \cdot 162{,}40 - 0{,}0568 \cdot 352{,}768 = 6{,}973.$$

Коэффициент регрессии при $X_i$ определяется [illegible] уравнения

$$b_i = R\sum_{u=1}^{N} X_{iu} Y_u, \quad \text{(IV.1[illegible])}$$

где $\sum_{u=1}^{N} X_{iu} Y_u$ — сумма графы 9 (или 10, или 11).

Коэффициенты регрессии при $X_i$ равны:

$$b_1 = 0{,}07322 \cdot (-4{,}110) = -0{,}301,$$

$$b_2 = 0{,}07322 \cdot 6{,}948 = 0{,}5086,$$

$$b_3 = 0{,}7322 \cdot (-5{,}610) = -4{,}108.$$

Коэффициент регрессии при $X_i^2$ определяется [illegible] уравнения

$$b_{ii} = S\sum_{u=1}^{N} X_{iu}^2 Y_u + T\sum_{i=1}^{k}\sum_{u=1}^{N} X_{iu}^2 Y_u - V\sum_{u=1}^{N} Y_u, \quad \text{(IV.[illegible])}$$

где $\sum X_{iu}^2 Y_u$ — сумма графы 6 (или 7, или [illegible]), $\sum\sum X_{iu}^2 Y_u$ — сумма граф 6, 7 и 8, $\sum Y_u$ — сумма графы [illegible]

[illegible]

Коэффициенты регрессии при $X_i^2$ равны:

$$b_{11} = 0{,}0625 \cdot 112{,}497 + 0{,}006889 \cdot 352{,}768 - 0{,}05679 \cdot 162{,}40 = 0{,}2386,$$

$$b_{22} = 0{,}0625 \cdot 1[illegible] + 0{,}006889 \cdot 352{,}768 - 0{,}05679 \cdot 162{,}40 = 1{,}0520,$$

$$b_{33} = 0{,}0625 \cdot 114{,}760 + 0{,}006889 \cdot 352{,}768 - 0{,}05679 \cdot 162{,}40 = 0{,}3800.$$

Коэффициенты регрессии парного взаимодействия определяются по следующей формуле:

$$b_{ik} = W\sum_{u=1}^{N} Y_u X_{iu} X_{ku}, \quad \text{(IV.16)}$$

где $\sum_{u=1}^{N} Y_u X_{iu} X_{ku}$ — сумма графы 12 (или 13, или 14).

Коэффициенты регрессии парного взаимодействия равны:

$$b_{12} = 0{,}125 \cdot (-0{,}10) = -0{,}0125,$$

$$b_{13} = 0{,}125 \cdot (-0{,}10) = -0{,}0125,$$

$$b_{23} = 0{,}125 \cdot 0{,}10 = +0{,}0125.$$

Итак, уравнение регрессии будет иметь следующий вид:

$$Y = 6{,}973 - 0{,}301X_1 + 0{,}5086X_2 - 0{,}4108X_3 + 0{,}2386X_1^2 + 1{,}052X_2^2 + 0{,}3800X_3^2 - 0{,}0125X_1X_2 - 0{,}0125X_1X_3 + 0{,}0125X_2X_3.$$

Следующим этапом будет проверка значимости коэффициентов регрессии и проверка адекватности полученного уравнения.

[illegible] дисперсии, коэффициентов регрессии и дисперсию адекватности.

[illegible] ротатабельная схема планирования не [illegible]

сии адекватности также находятся способом, отли[чающимся от рассмотренного выше.]
чающимся от рассмотренного выше.

В общем виде дисперсия определяется из выра[жения]
жения

$$D = \frac{S}{f},$$

где $S$ — сумма квадратов некоторых величин, $f$ — число степеней свободы.

Таблица 16

Результаты расчета дисперсий и доверительных интервалов

| Параметры | Сумма квадратов $S$ | Число степеней свободы $f$ | Дисперсия $D = \frac{S}{f}$ | Доверительный интервал $t\sqrt{\frac{D}{f}}$ |
|---|---|---|---|---|
| Сумма квадратов результатов наблюдений $\Sigma Y^2$ | 1356,02 | 20 | — | — |
| Корректирующий фактор $S_0$ | 1318,69 | 1 | — | — |
| Сумма квадратов, связанная с $b_1$, $b_2$, $b_3$ | 7,07 | 3 | 2,358 | 1,708 |
| Сумма квадратов, связанная с $b_{11}$, $b_{22}$, $b_{33}$, $b_{12}$, $b_{13}$, $b_{23}$ | 16,27 | 6 | 2,712 | 0,904 |
| Остаточная сумма квадратов $S_R$ | 13,98 | 10 | — | — |
| Сумма квадратов, связанная с повторением нулевых точек $S_E$ | 6,79 | 5 | — | — |
| Сумма квадратов для проверки теории адекватности $S_a$ | 7,19 | 5 | — | — |



В целях наглядности изложения, облегчения понимания проводимых действий результаты расчетов будем сводить в табл. 16.

Вначале определим корректирующий фактор, который равен

$$S_0 = \frac{(\Sigma Y_n)^2}{N}, \qquad \text{(IV.17)}$$

где $\Sigma Y_n$ — сумма графы 5 табл. 15, $N$ — количество вариантов (графа 1)

$$S_0 = \frac{162{,}40^2}{20} = 1318{,}688.$$

Сумма квадратов, связанная с полиномом первой степени, определяется из формулы

$$S_{10} = \sum_{i=1}^{k} b_i \sum_{i=1}^{n} X_i Y_n, \qquad \text{(IV.18)}$$

где $\sum_{i=1}^{k} b_i$ — рассчитанные по формуле (IV.14) коэффициенты регрессии; $\sum_{i=1}^{n} X_i Y_n$ — сумма графы 9 (или 10, или 11) в табл. 15.

$$S_{10} = (-0{,}3009) \cdot (-4{,}110) + 0{,}5086 \cdot 6{,}946 + \\ + (-0{,}4108) \cdot (-5{,}610) = 7{,}075.$$

Число степеней свободы для данного случая $f_{10} = K = 3$.

Сумма квадратов, связанная с полиномом второй степени, равна

$$S_{2П} = b_0 \Sigma Y_n + \sum_{i=1}^{k} b_{ij} \Sigma X_i X_j Y_n - \frac{(\Sigma Y_n)^2}{N}, \qquad \text{(IV.19)}$$

где $\Sigma X_i X_j Y_n$ — сумма графы 6 (или 7, или 8, или 12, или 13, или 14); $b_{ij}$ — рассчитанные по формулам

(IV.15) и (IV.16) коэффициенты регрессии.

[illegible]

Число степеней свободы определяется из [illegible]

$$f_{un} = \frac{k(k+1)}{2} - \frac{3 \cdot 4}{2} = 6.$$

[illegible] равна

$$S_{un} = S_1 + S_{11} + S_{111}$$

$$S_{un} = 1516.068 + 7.076 + 18.2736 = 1542.037$$

Находим остаточную сумму уравнения регр[illegible]

$$S_R = \sum Y_u^2 - S_{un},$$

где $\sum Y_u^2$ — сумма графы 17.

$$S_R = 1556.02 - 1542.037 = 13.983.$$

Число степеней свободы для данного случая [illegible] из выражения

$$f_R = N - \frac{(k+2)(k+1)}{2} = 20 - \frac{5 \cdot 4}{2} = 10.$$

Пользуясь опытами, поставленными в [illegible]

[illegible]

с дисперсией, которая определяет адекватность результатов эксперимента:

$$S_L = S_R - S_E \qquad \text{(IV.29)}$$

$$S_L = 13.983 - 6.795 = 7.188.$$

[illegible]

Как уже отмечалось, результаты расчетов сведены в табл. 16. В ней же приведены величины дисперсий и доверительных интервалов для всех коэффициентов [illegible] регрессии [illegible] доверительными интервалами показывает значимость всех коэффициентов регрессии, кроме [illegible].

Проведем проверку адекватности полученного уравнения опытным данным:

$$F = \frac{S_L}{f_L} : \frac{S_E}{f_E} = \frac{7.188}{5} : \frac{6.795}{6} = 1.06.$$

Табличное значение критерия Фишера для степеней свободы $f_L = 5$ и $f_E = 6$ равно 5.1.

$F < F_T$, что означает адекватность полученного уравнения [illegible]

Исследователь, изучающий процесс ротатабельного планирования, [illegible], что при таком виде планирования опыты ставить без повторений. В таком случае [illegible] каждого варианта оценивается неточно, но [illegible] точно оценивается уравнение, описывающее процесс. Указанное положение подтверждается [illegible] примером: почти все коэффициенты [illegible] значимы, а адекватность полученного уравнения [illegible] высока.

[illegible] коэффициентов регрессии и адекватности уравнения [illegible] переходить [illegible] полученного уравнения.

[illegible]

ловиях эффект парного взаимодействия отдельн[illegible] факторов на стоимость бурения отсутствует.

Итак, уравнение регрессии будет иметь сле[illegible]щий вид:

$$Y = 6{,}973 - 0{,}301X_1 + 0{,}5086X_2 - 0{,}4108X_3 + [illegible]$$

$$+ 0{,}2[illegible]X_1 + 1{,}052X_2 + 0{,}3800X_3.$$

Для отыскания экстремума функции решае[illegible] система уравнений типа

$$\frac{\partial Y}{\partial X_1} = 0,$$

$$\frac{\partial Y}{\partial X_2} = 0,$$

$$\frac{\partial Y}{\partial X_3} = 0.$$

Найдем частные производные нашего уравнен[illegible]

$$\frac{\partial Y}{\partial X_1} = -0{,}301 + 0{,}2386X_1 = 0,$$

$$X_1 = +\frac{0{,}301}{0{,}2386} = 1{,}26;$$

$$\frac{\partial Y}{\partial X_2} = 0{,}5086 + 1{,}052X_2 = 0,$$

$$X_2 = -\frac{0{,}5086}{1{,}052} = -0{,}483;$$

$$\frac{\partial Y}{\partial X_3} = -0{,}4108 + 0{,}3800X_3 = 0,$$

$$X_3 = \frac{0{,}4108}{0{,}3800} = +1{,}080.$$

Поскольку в уравнении регрессии величин[illegible] $X_2$ и $X_3$ выражаются в интервалах варьирова[illegible] то оптимум находится в точке, где $X_1$ больше н[illegible] интервала варьирования, а $X_2$ — на 0,515 интер[illegible] меньше своего основного уровня, т. е.

$$X_{1\,опт} = 800 + 200 \cdot 1{,}26 = 1115 \approx 1100 \text{ об/мин}$$

$X_{2\,опт} = 1400 + 250 \cdot$ [illegible]

[illegible]

[illegible]



чаются в области, сильно удаленной от изучаемого диапазона факторов. Этот диапазон задается величиной плеча «звездных» точек. В этом случае вряд ли можно ожидать хорошего выхода в рассчитанной точке, т. е. уравнение справедливо для небольших пределов изменения факторов. Тогда необходимо вблизи этой точки поставить еще один эксперимент по [illegible] получения точного значения оптимальных параметров режима бурения.

В рассмотренном нами примере полученные оптимальные размеры режимных параметров не нуждаются в корректировке, поскольку их значения находятся внутри исследовавшейся области изменения параметров.

[illegible]

## [illegible] ПОЛУЧЕННОГО ПРИ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

В предыдущих главах [illegible] [illegible] гарантировать получение правильных выводов [illegible] для этого используется непредставительный [illegible] качественный статистический материал.

В связи с этим возникает необходимость выяснения каких-то правил, выполнение которых позволит повысить достоверность получаемого в процессе эксперимента материала, улучшит его качество.

### Отбраковка непредставительных данных

[illegible] в результате проведения эксперимента получают ряд (ряды) значений определяемой величины, на основании которых затем находятся средние величины, корреляционные зависимости и т.д.

При обработке экспериментальных данных [illegible] должны быть [illegible] [illegible] следующий [illegible] что [illegible] же [illegible] затем [illegible]

Для [illegible] необходимо [illegible] качес[illegible] прово[illegible] ные [illegible] этапах.

1. При [illegible]

На э[illegible]



должен совершенно четко представлять себе все ограничивающие условия при проведении эксперимента, и если при замере показатели одно или несколько условий не соблюдаются, то данный замер [illegible] в накопительную ведо[мость] [illegible]

[illegible] механической скорости [illegible] Очевидно, что наблюдателю должны быть заданы допустимые колебания остальных [illegible] (число оборотов бурового [illegible] жидкости и др.) [illegible] бурения в данном опыте не должна [illegible] для дальнейшей обработки.

Такой контроль за качеством получаемого статистического материала позволяет значительно увеличить его достоверность, однако полностью исключить [illegible] и в накопительную ведомость могут [попасть] отдельные дефектные замеры. Это может [иметь место] по ряду причин, основными из которых [можно] назвать следующие: невнимательность наблюдателя, не обнаружившего отклонения одного из [illegible] сверх допустимой нормы [illegible] [контро]лировать имеющееся отклонение того или иного [пара]метра, влияние на исследуемый показатель не[illegible] [illegible]

Для того чтобы из полученного ряда значений [illegible] параметра исключить дефектные [illegible] [illegible]

[illegible]

Одновременно можно предположить, что это зна[чение] вовсе не ошибочно, но принадлежит к иссле[дуемой] зависимости.

Наиболее часто для решения изложенной зада[чи] используют правило «трех сигм».

Это правило выводится на основании теоре[мы] [illegible] значения, уклоняющегося от математичес[кого] ожидания более чем на $3\sigma$, равно 0,003.

Однако обычно неизвестно истинное значе[ние] среднеквадратического отклонения и математическо[го] ожидания исследуемой величины.

В этом случае по выражениям (1.5) и (1.7) опре[деляется] значение $\sigma$ исследуемого ряда и по выра[жению] (1.2) — среднее значение $\bar X$.

Подозрительный член ряда $X$ отбрасывается е[сли]

$$|X_в - \bar X| \geq 3\sigma \quad \text{(V.1)}$$

и сохраняется для дальнейших исследований, если неравенство (V.1) не выполняется.

В рассматриваемом примере ($\sigma=3,1$, $\bar X=3,58$) подозреваемый член ряда $X_7=X_в=12,4$; $(X_в-\bar X)=$ $=(3,58-12,4)=-8,82$; $3\sigma=3\cdot 3,1=9,3$.

Поскольку неравенство (V.1) не выполняется ($8,82<9,3$), то седьмой член ряда можно считать принадлежащим к исследуемой зависимости и его не отбрасывают.

Если бы неравенство (V.1) было выполнено, то подозреваемый член ряда мы не учитывали бы. При этом необходимо учитывать следующее.

Вероятность появления значения, уклоняющегося от математического ожидания $\bar X$ более чем на $3\sigma$, равна 0,003, и все измерения, отличающиеся от $\bar X$ на эту или большую величину, отбрасываются как маловероятные. При этом мы считаем, что результаты, вероятность получения которых менее 0,003, являются следствием ошибок.

Однако, [illegible] мнить, что [illegible] нуля вероятность [illegible] ляется следствием [illegible] ным членом [illegible]



Следует также иметь в виду, что для совокупности измерений вероятность появления величины, отличающейся от среднего значения более чем на $3\sigma$, всегда больше 0,003.

Действительно, вероятность того, что каждое единичное измерение не отличается от истинного значения более чем на $3\sigma$, составляет $0,997=1-0,003$.

Вероятность того, что ни один из результатов $n$ измерений не будет отличаться от истинного более чем на $3\sigma$, равна

$$\beta=(1-0,003)^n. \quad \text{(V.2)}$$

Следовательно, вероятность отличия из 10 измерений одного измеряемого значения от среднего более чем на $3\sigma$ равна 3%, а из 100 измерений — уже около 30%.

Из изложенного следует, что чистка ряда при помощи традиционного правила «трех сигм» может привести к ошибке, потому что мы пользуемся при этом не значениями математического ожидания, а их оценками.

Современные исследователи, не отвергая изложенного выше способа отбраковки данных при помощи правила «трех сигм», рекомендуют пользоваться другими методами.

Одним из наиболее распространенных является метод, предложенный Ф. Грэббсом [20].

Ф. Грэббсом предложена табл. 17, для использования которой вычисляются оценка математического ожидания и оценка среднеквадратической ошибки.

Для определения используются все значения исследуемого ряда, включая подозреваемое. Затем вычисляется относительное уклонение этого измерения от оценки математического ожидания в долях средней квадратической ошибки.

$$V_{max}=\left|\frac{\bar X - X_в}{\sigma}\right| \quad \text{(V.3)}$$

[illegible]

Таблица [illegible]

Оценка максимальных значений

[illegible]

Таблица 18

Доверительные вероятности для доверительного интервала, выраженного в долях средней квадратической ошибки

| [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 0,05 | 0,04 | [illegible] | 0,80 | [illegible] | [illegible] |
| 0,1 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 0,2 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 0,4 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 0,5 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| [illegible] | 0,51 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| [illegible] | 0,57 | [illegible] | 0,972 | [illegible] | [illegible] |
| [illegible] | 0,63 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 1,0 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |

[illegible] $\beta$ используется формула из работы [1]

$$[illegible]$$ (V.[illegible])

[illegible] табл. 18 [illegible] [illegible] по формуле (V.[illegible]).

[illegible]

$D_{н.в}$ — собственно дисперсия наблюдаемой величин[illegible]
$D_з$ — дисперсия, возникающая в результате оши[illegible] замера.

[illegible] что чем выше точность [illegible] величины $X$, тем меньше $D_з$ и тем меньшее [illegible] [illegible] на $D$.

Однако беспредельно увеличивать точность [illegible] [illegible] как это, во-первых, значительно усложняет про[illegible] наблюдений и, во-вторых, удорожает эксперимент[illegible] ные работы в связи с необходимостью использов[illegible] более точных приборов, привлечения большего ко[illegible] чества наблюдателей и др. Следовательно, не[illegible] [illegible] мера, которая не будет оказывать влияния на о[illegible] деляемую точность $\xi$.

Рассчитано, что ошибка, получаемая в резуль[illegible] неточности измерений, должна быть (если это по[illegible] ляют технические средства) на порядок меньш[illegible]

Рассмотрим это положение на примере.

В табл. 3 указано, что на основании 42 изм[illegible] ний за работой коронки типа «И» получена сре[illegible] проходка за рейс 4,0 м при дисперсии $D_{н.в} = D_i = 2$[illegible]

Из выражения (II.2)

$$\xi = t\sqrt{\frac{D}{n}} = 1{,}23\sqrt{\frac{2{,}94}{42}} = 0{,}326.$$

Следовательно, точность замера проходки [illegible] рейс должна быть 0,0326 = 3 см.

Мерных приборов с такой шкалой, как прав[illegible] [illegible] нанесенными на них сантиметровыми делениями [illegible]

[illegible]

Однако иногда встречаются ленты с нанесенными на них делениями через 5 см, которые позволяют замерять длину с точностью ±2,5 см. Определим возможную ошибку при пользовании таким мерным инструментом. Для простоты расчетов будем считать, что [illegible] [illegible] в положительную и отрицательную стороны равновероятны.

В этом случае дисперсия ошибки измерения (м²) равна

$$D_з = \frac{\Sigma(X_i - X)^2}{n} = 0{,}025^2 = 0{,}0006,$$

поскольку мы приняли, что $|X_i - X| = \text{const} = 0{,}025$ м.

Определим, как повлияет на требуемую точность измерения $\xi = 0{,}326$ м получаемая ошибка измерения.

Из выражения (V.5)

$$D = D_{н.в} + D_з = 2{,}94 + 0{,}0006 = 2{,}9406 \text{ м}^2.$$

$$\xi = t\sqrt{\frac{D}{n}} = 1{,}23\sqrt{\frac{2{,}9406}{42}} = 0{,}326 \text{ м}.$$

Из приведенного примера следует, что ошибка измерения не влияет на точность определения показателя (в пределах точности расчетов).

Рассмотренный выше пример иллюстрирует прямое измерение. Однако в ряде экспериментов мы не можем замерять непосредственно искомую величину, а определяем одну или несколько других и по ним находим искомую. Так, в главах II и IV в качестве критерия экономической эффективности внедрения [illegible] процесса бурения при[illegible] [illegible]

[illegible] в настоящее время не [illegible] приборы, по которому [illegible] стоимость бурения, [illegible] [illegible]ду-

[illegible]н-
[illegible]ка-
[illegible]де-
[illegible]док

Таким образом, задача определения точности [illegible] как при прямых, так и при кос[illegible] [illegible]

[illegible] измерений [1, 14].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


[illegible] 1966 [illegible] с. [illegible]

[illegible] М., «Наука», 1968. 196 с. с ил.

3. Долинский Е. Ф. Обработка результатов измерений. М., Изд-во стандартов, 1973. 89 с. с ил.

4. Джонс Д. [illegible] и прикладная статистика. Пер. с [illegible]. М., «Наука», 1970. [illegible] с. с ил.

[illegible] на бурение разведочных [illegible] [illegible] М., [illegible] 1977. [illegible] с. с ил.

6. Зайдель А. Н. Элементарные оценки ошибок измерений. Л., «Наука», 1968. 128 с. с ил.

[illegible] Д. Типовая программа и методика испытаний опытных образцов буровых станков. М., Изд-во Мин-ва геол. СССР, 1966. 54 с.

[illegible] Оценка надежности технико-экономических показателей при испытаниях новой буровой техники. — «Разведка и охрана недр», 1967, № 3, с. [illegible]–42.

9. Ищенко В. И., Волков А. С., Зайонц О. Л. Выбор оптимальных режимов бурения в конкретных геолого-технических условиях. — «Информационное сообщение ОНТИ ВИЭМС», 1968, № 54, 8 с.

10. [illegible] — «Информационное сообщение ОНТИ ВИЭМС», 1968, № 54, 12 с.

11. [illegible] — «Разведка и охрана недр» [illegible]

12. [illegible] процесса разведочного бурения. М., [illegible]

[illegible] 1975, 38 с.

18. *Федоров В. С.* Проектирование режимов бурения. М., Гостоптехиздат, 1958. 21 [illegible] с. с ил.
19. *Bose R. C.* On the construction of balanced incomplete
block designs.— «Annals [illegible]ics», vol. 9, p. 353—399.
20. *Grubbs F. F.* Sa[illegible]a for testing outlying observa-
tions.— «Ann. Math. St[illegible]
21. *Stevens W.* [illegible] orthogonalized [illegible]
ates.— «Annals of Eu[illegible] 1952.

# ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

**Ортогональные матрицы планирования эксперимента для крутого восхождения к околооптимальной области по методу Бокса**

А. Матрица планирования для двух факторов

| Номер п/п | $x_1$ | $x_2$ |
|---|---|---|
| 1 | — | — |
| 2 | + | — |
| 3 | — | + |
| 4 | + | + |

Б. Матрица планирования для четырех факторов

| Номер п/п | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | — | — | — | — |
| 2 | + | — | — | + |
| 3 | — | + | — | + |
| 4 | + | + | — | — |
| 5 | — | — | — | — |
| 6 | + | — | + | — |
| 7 | — | + | + | — |
| 8 | + | + | + | + |

В. Матрица планирования для пяти факторов

| Номер п/п | [illegible] | [illegible] | [illegible] | $X_4$ | $X_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |

## Схема ротатабельного униформ-планирования эксперимента для описания многофакторного процесса в околооптимальной области

### А. Схема планирования для двух факторов

$P = 0,[illegible];\ Q = 0,[illegible];\ R = 0,1250;\ S = 0,1250;$
$T = 0,0187;\ V = 0,0997;\ W = 0,2500$

| Номер п/п | $X_1$ | $X_2$ | Номер п/п | $X_1$ | $X_2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | − | − | 7 | 0 | −1,414 |
| 2 | + | − | 8 | 0 | +1,414 |
| 3 | − | + | 9 | 0 | 0 |
| 4 | + | + | 10 | 0 | 0 |
| 5 | −1,414 | 0 | 11 | 0 | 0 |
| 6 | +1,414 | 0 | 12 | 0 | 0 |

### Б. Схема планирования для трех факторов

$P = 0,[illegible];\ Q = 0,[illegible];\ R = 0,[illegible];\ S = 0,06250;$
$T = 0,[illegible];\ V = 0,[illegible];\ W = 0,1250$

[illegible]

В. Схема планирования для четырех факторов [illegible]

$\Phi = 0{,}1080$; $Q = 0{,}02609$; [illegible]

| Номер п/п | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ |
|---|---|---|---|---|
| [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |



Г. Схема планирования для пяти факторов

$P = 0{,}1660$; $Q = 0{,}03612$; $R = 0{,}04166$; $S = 0{,}02985$;
$T =$ [illegible]; $V = 0{,}03$[illegible]; $W = 0{,}05970$

| Номер п/п | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $X_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | [illegible] | [illegible] | — | — | — |
| 2 | + | — | — | — | — |
| 3 | [illegible] | + | — | — | — |
| 4 | + | + | — | — | — |
| 5 | — | — | + | — | + |
| 6 | + | — | + | — | — |
| 7 | — | + | + | — | — |
| 8 | + | + | + | — | + |
| 9 | — | — | — | + | + |
| 10 | + | — | — | + | + |
| 11 | — | + | — | + | — |
| 12 | + | + | — | + | + |
| 13 | — | — | + | + | — |
| 14 | + | — | + | + | [illegible] |
| 15 | — | [illegible] | + | + | [illegible] |
| 16 | + | [illegible] | + | + | + |
| 17 | −2,00 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 18 | +2,00 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 19 | 0 | −2,00 | 0 | 0 | 0 |
| 20 | 0 | +2,00 | 0 | 0 | 0 |
| 21 | 0 | 0 | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 22 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 23 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 24 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 25 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 26 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 27 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 28 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 29 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |

ИБ № 2021

Владимир Иванович Игнатов

ОРГАНИЗАЦИЯ И ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА В БУРЕНИИ

Редактор издательства *Г. П. Ванторина*
Обложка художника *В. Д. Петухова*
Художественный редактор *В. В. Шутько*
Технический редактор *О. А. Болтунова*
Корректор *Н. И. Меренкова*

Сдано в набор 27/VI 1977 г. Подписано в печать 19/XII-1977 г. Т-20788. Формат 84×108[1]/32. Бумага № 2. Печ. л. 3,0. Усл. п. л. 5,04. Уч.-изд. л. 4,35. Тираж 2500 экз. Заказ 556/6808-7. Цена 20 коп.

Издательство «Недра», 103633, Москва, К-12, Третьяковский проезд, 1/19.

Московская типография № 6 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 109088, Москва, Ж-88, Южнопортовая ул., 24.

УВАЖАЕМЫЙ ТОВАРИЩ

[illegible]

ников [illegible]

[illegible]

20 коп.

20 коп.