

Е.К. ЮНИН В.К. ХЕГАЙ



ОСНОВЫ
МЕХАНИКИ
ГЛУБОКОГО БУРЕНИЯ



Е.К. ЮНИН В.К. ХЕГАЙ

**ОСНОВЫ
МЕХАНИКИ
ГЛУБОКОГО БУРЕНИЯ**



МОСКВА
НЕДРА
2010

УДК 622.24.026.3:534
ББК 33.131
Ю52

Юнин Е.К., Хегай В.К.
Ю52 **Основы механики глубокого бурения. Курс лекций. –**
М.: ООО «Издательский дом Недра», 2010. – 163 с.: ил.
ISBN 978-5-8365-0352-9

В книге, написанной в виде конспекта лекций, на элементарном уровне представлены и проанализированы математические модели, описывающие поведение бурильной колонны при бурении вертикальных и наклонно-направленных скважин, а также влияние этого поведения на корректность используемых зависимостей углубления забоя от режимных параметров в целях прогнозирования и оптимизации процесса бурения. Рассмотрены возможные пути отработки породоразрушающего инструмента, позволяющие наиболее эффективно использовать энергию, подводимую к забою с целью его углубления.

Книга посвящена первоначальному ознакомлению с проблемами, связанными с влиянием механических характеристик бурильной колонны на эффективность углубления забоя при проводке глубоких скважин и предназначена студентам, аспирантам и специалистам, занимающимся бурением.

ISBN 978-5-8365-0352-9

© Юнин Е.К., Хегай В.К., 2010
© Оформление.
ООО «Издательский дом Недра»,
2010

ВВЕДЕНИЕ

Из всех существующих в настоящее время областей техники глубокое бурение выделяется тем, что между долотом, разрушающим горную породу на забое скважины, и источником энергии, расположенным на дневной поверхности, находится бурильная колонна. Отличительной чертой последней является большая протяжённость при малом поперечном размере, что во многом определяет кинематику и динамику взаимодействия долота с забоем. И хотя опыт бурения исчисляется десятилетиями и многими миллионами метров пробуренных скважин, проблемы, связанные с влиянием бурильной колонны на эффективность разрушения горных пород, не теряют своей актуальности. Так, по мере накопления материалов наблюдений в промышленных условиях, выяснилась слишком уж ощутимая в ряде случаев разница между показателями отработки долот в лабораторных и в промышленных условиях, а также частое несоответствие параметров режимов бурения, получаемых из математических моделей, созданных для целей оптимизации проводки скважин, реальному положению вещей.

Необходимо особо отметить, что при создании методов выбора параметров режимов бурения (осевая нагрузка, скорость вращения долота и т.д.) глубоких скважин имеется существенный пробел – игнорирование, в подавляющем числе случаев, бурильной колонны, механика которой может существенно влиять на закономерности взаимодействия породоразрушающего инструмента с забоем. Обычно предлагаются рекомендации либо полумпирического, либо чисто эмпирического характера вне какой-либо связи с фундаментальными законами механики. Это замечание относится, в первую очередь, к области, непосредственно связанной с разрушением горных пород на забое скважины. И действительно, если фундаментальные законы природы имеют чёткую математическую формулировку, то, например, процесс углубления забоя, характеризуемый механической скоростью бурения, имеет целый «букет» зависимостей, предложенных различными авторами как в эмпирическом, так и в теоретическом плане, причём эти зависимости весьма часто не «стыкуются» друг с другом. Следовательно, актуальность проблем наиболее рационального описания механики углубления забоя скважины с

учетом воздействия механических свойств бурильной колонны, как системы с распределенными параметрами, и параметров режима бурения, формирующих волновые процессы в колонне, на характер взаимодействия долота с забоем – очевидна. Это тем более важно в том плане, что отмеченные факты практически не освещаются при подготовке специалистов в области бурения глубоких скважин. Объяснить это можно, по-видимому, тем, что в традиционных общеобразовательных курсах теоретической механики, читаемых в технических вузах страны, более или менее подробно рассматривается поведение только механических систем, обладающих конечным числом степеней свободы, а в курсе сопротивления материалов, хотя и изучается поведение систем с бесконечным числом степеней свободы (стержневые системы, балки и т.д.), но излагаемые материалы связаны, в основном, с деформациями исследуемых объектов при приложении к ним статических нагрузок. Специальные же курсы, читаемые будущим инженерам-буровикам и включающие механику горных пород и технологию бурения, не отражают весьма важного явления: подведение энергии к породоразрушающему инструменту посредством такого привода, каковым является бурильная колонна, может существенно исказить картину разрушения породы, наблюдаемую, например, в лабораторных условиях. Более того, подведение энергии к долоту посредством такого привода, каковым является бурильная колонна (упругое тело весьма большой протяженности и малого поперечного размера), может самым непредсказуемым образом влиять на процесс углубления забоя скважины.

Данная книга, представляющая собой конспект лекций, предназначена для первоначального ознакомления с проблемами, связанными с влиянием механических характеристик бурильной колонны на эффективность углубления забоя при проводке глубоких скважин. Следует отметить, что исследования математических моделей, описывающих процесс углубления забоя скважины, предполагают использование довольно сложного математического аппарата. Однако уровень сложности излагаемого материала не требует дополнительных сведений, превышающих объемы вузовских программ курсов высшей математики, теоретической механики и сопротивления материалов.

Лекция 1

О СПОСОБАХ БУРЕНИЯ НЕФТЯНЫХ И ГАЗОВЫХ СКВАЖИН

При вращательном бурении (а именно оно является в настоящее время основным) разрушение горной породы происходит в результате одновременного воздействия на долото осевой нагрузки и крутящего момента. Под действием нагрузки долото внедряется в породу, а под влиянием крутящего момента скалывает её.

Существуют два способа вращательного бурения – роторный и с применением забойных двигателей.

А. РОТОРНЫЙ СПОСОБ

Основная цель в роторном способе бурения нефтяной или газовой скважины состоит в том, чтобы передать вращательное движение буровому долоту 11, прикрепленному к нижнему торцу бурильной колонны. Долото разрушает горную породу и тем самым углубляет скважину. Типичная буровая установка, схематически изображённая на рис. 1.1, исполняет три главных функции: обеспечивает вертикальное движение бурильной колонны (БК), вращает БК и обеспечивает циркуляцию бурового раствора. Необходимое оборудование для этих действий включает буровую вышку и систему подъема, ротор буровой установки 17 и ведущую бурильную трубу 18, буровые насосы. Кроме этого, буровая установка включает двигатели (источник энергии), а также оборудование, имеющее отношение к дополнительным функциям.

Процесс бурения роторным способом показан на рис. 1.1 [2]. Вращение ведущей бурильной трубы 18 квадратного или же шестигранного поперечного сечения длиной приблизительно 12 м производится ротором 17. Ротор установлен на полу буровой установки 6 и обычно вращается в диапазоне 60–120 мин⁻¹, хотя скорости вращения могут быть как большими, так и меньшими. При роторном способе ведущая труба, передающая вращение БК, в процессе углубления скважины скользит через отверстие, соответствующее её поперечному сечению, вращающе-

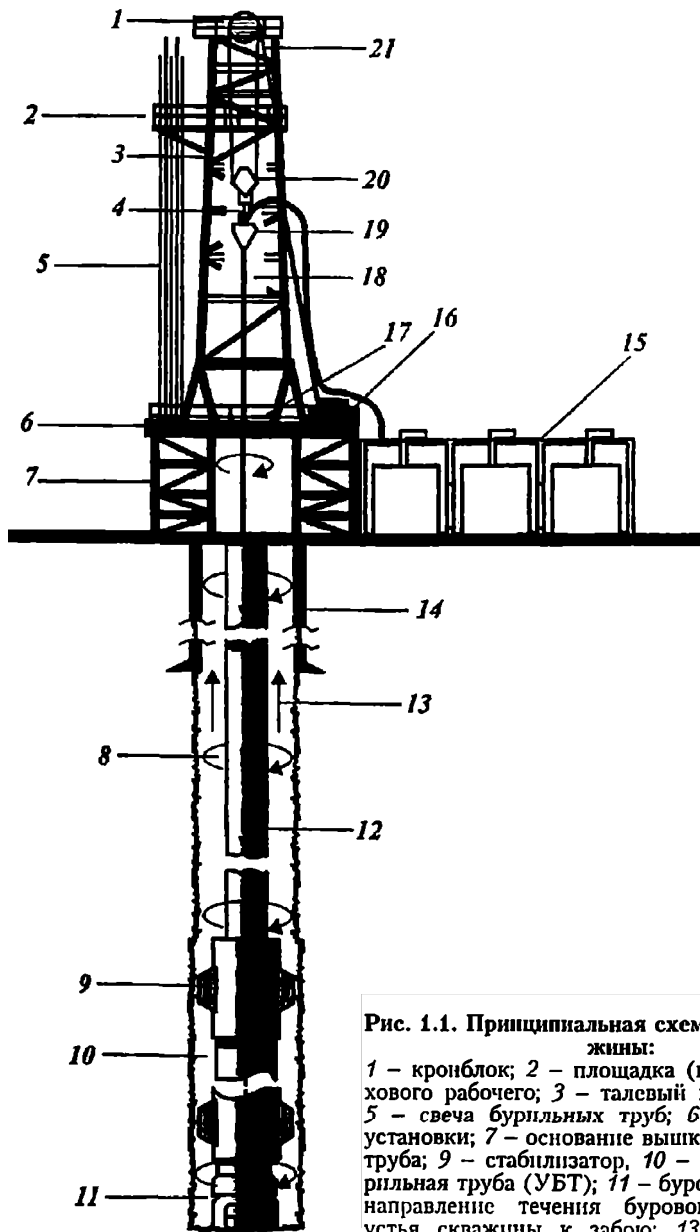


Рис. 1.1. Принципиальная схема бурения скважины:

1 – кронблок; 2 – площадка (полатн) для верхового рабочего; 3 – талевый канат; 4 – крюк; 5 – свеча бурильных труб; 6 – пол буровой установки; 7 – основание вышки; 8 – бурильная труба; 9 – стабилизатор; 10 – утяжеленная бурильная труба (УБТ); 11 – буровое долото; 12 – направление течения бурового раствора от устья скважины к забоя; 13 – направление течения бурового раствора от забоя к устью скважины; 14 – обсадная колонна; 15 – оборудование для удаления твёрдой фазы из бурового раствора; 16 – буровая лебёдка; 17 – ротор буровой установки; 18 – ведущая бурильная труба; 19 – вертлюг; 20 – талевый блок; 21 – неподвижный конец талевого каната

гося стола ротора, пока не опустится на всю свою длину. После этого для продолжения бурения к БК должна быть присоединена дополнительная секция (свеча бурильных труб) 5. Вначале ведущая бурильная труба с помощью буровой лебёдки 16 полностью поднимается через отверстие стола ротора вверх (посредством системы тросов 3, 21 и блоков 1, 20, установленных на буровой вышке, буровой лебёдкой 16 можно опускать в скважину и поднимать из неё БК (спуско-подъёмные работы при проведении монтажных мероприятий). Затем вокруг верхней секции бурильных труб 8 устанавливают клинья для захвата БК чтобы удерживать её в столе ротора 17. После этого ведущая бурильная труба отсоединяется (отвинчивается) от остальной части БК и прикрепляется к новой секции 5. Наконец, ведущая труба и новая секция бурильных труб свинчивается с остальной частью, подвешенной посредством клиньев к столу ротора и бурение может быть возобновлено. Поскольку в процессе бурения глубина скважины возрастает, то новые секции БК добавляются аналогичным способом.

Буровой раствор, также именуемый как глинистый раствор или же промывочная жидкость, представляет собой жидкость на основе воды или же нефти, удовлетворяющий специфическим требованиям бурения. Буровой раствор, циркулирующий от устья скважины к забой и обратно, должен выполнять следующие функции:

- полностью очищать забой от частиц разбуриваемых пород и выносить их на дневную поверхность;
- создавать давление, достаточное для предотвращения притока пластовых жидкостей и газов в скважину как при бурении, так и при длительном прекращении промывки;
- удерживать частицы горной породы во взвешенном состоянии при прекращении промывки и предотвращать осаждение их на забой;
- интенсивно охлаждать БК, долото и другие узлы оборудования;
- предотвращать неустойчивость пород стенок скважины.

Циркуляционная система жидкости включает нагнетательный шланг, идущий от буровых насосов к вертлюгу 19, соединённому с БК. Промывочная жидкость проходит по внутренней полости БК 12 и через промывочные каналы долота к забой и поднимается от забоя к устью скважины через затрубное пространство (область между внешней поверхностью БК и стенками скважины) 13 унося с собой выбуренные на забое частицы горной породы (см. рис. 1.1). Буровой раствор затем попадает в систему очистки 15, где частицы породы (шлам) удаляются, и поступает в

резервуары временного хранения раствора. После этого очищенный буровой раствор посредством буровых насосов (обычно два, реже – три) вновь закачивается в БК. Полный кругооборот называется системой обращения. Полный цикл именуется циркуляционной системой.

Бурильная колонна (БК) – полый стержень весьма большой протяжённости и малого поперечного размера, составленный из участков различной площади поперечного сечения. Бурильная колонна включает ведущую бурильную трубу 18, участок бурильных труб (БТ) 8, участок утяжелённых бурильных труб (УБТ) 10, буровое долото (породоразрушающий инструмент) 11. Бурильная колонна передаёт крутящий момент от ротора к долоту и обеспечивает осевую нагрузку на долото для углубления забоя скважины. Участки БТ и УБТ состоят из свинченных труб; каждая труба длиной приблизительно 10 м, причём погонный вес УБТ (вес 1 м трубы) существенно больше погонного веса БТ. Бурильная колонна может простираться на несколько тысяч метров.

Бурильные трубы. Участок БТ 8 составляет большую часть длины бурильной колонны и располагается над УБТ 10. Бурильные трубы – прямолинейные, полые, в большинстве своём это стальные трубы с внешним диаметром порядка 9–15 см и толщиной стенок около 1 см.

Утяжелённые бурильные трубы. Утяжелённые бурильные трубы (УБТ) 10 расположены над долотом 11. Их первичная цель состоит в том, чтобы обеспечить необходимую нагрузку на долото. УБТ – весьма тяжёлые стальные трубы с внешним диаметром порядка 10–25 см и толщиной стенки 6–16 см. Относительно большая толщина стенки УБТ обеспечивает повышенную устойчивость на изгиб нижней части БК, что способствует стабилизации направления бурения и тем самым минимизации отклонения оси скважины от вертикали.

Буровые долота. Буровые долота по назначению классифицируются следующим образом:

- долота для сплошного бурения, разрушающие всю поверхность забоя;
- колонковые долота, разрушающие кольцевую часть забоя с образованием керна (столбика породы) в его центральной части, который затем извлекается на поверхность;
- долота специального назначения, применяемые для различных вспомогательных работ.

Буровое долото 11 присоединяется к нижнему торцу секции УБТ и предназначено для разрушения горной породы на забое скважины. Существует несколько типов буровых долот. Тип до-

лота определяется характером разбуриваемой породы – мягкие породы, породы средней твёрдости, твёрдые, крепкие и очень крепкие породы. Наиболее распространены шарошечные буровые долота, особенно трёхшарошечные. Этот тип долота показан на рис. 1.2. Шарошечное долото состоит из конических тел с породоразрушающими элементами (фрезерованными или же вставными твёрдосплавными зубцами), называемые вооружением долота. Эти конические тела, именуемые шарошками, насажены на цапфы и могут вращаться относительно их собственной оси и оси долота. В процессе взаимодействия с забоем вооружение внедряется в породу и выбуренные частицы её (шлам) выносятся с забоя в затрубное пространство потоком бурового раствора, поступающего через промывочные отверстия долота. И хотя в практике бурения нефтяных и газовых скважин применяются также долота с одной, двумя и четырьмя шарошками, самыми распространёнными являются трёхшарошечные долота.

На рис. 1.3 показано твёрдосплавное буровое долото, в тело которого вставлены твёрдосплавные породоразрушающие элементы. Эти долота относятся к типу режуще-истирающего действия: под действием осевой нагрузки зубцы внедряются в породу и при вращении долота вместе с БК действуют как резцы. Частицы разрушенной породы удаляются с забоя буровым раствором, поступающим через промывочные каналы.

Обратимся теперь к колонковым долотам.

Этот тип долот состоит из породоразрушающего инструмента – бурильной головки, предназначенной для разбуривания горной породы кольцевым забоем с образованием керна, и кernoприёмного устройства, в корпусе которого расположен кernoприёмник, служащий для приёма и сохранения керна во время его отбора и подъёма на поверхность. Бурильные головки колонковых долот могут быть лопастными, шарошечными, твёрдосплавными и алмазными.

На рис. 1.4, поз. 1 изображена бурильная головка, оснащённая твёрдосплавными породоразрушающими элементами. В процессе углубления скважины забой образуется в виде кольцевой поверхности внутри которой формируется столбик породы (кern), показанный на рис. 1.4, поз. 2. Kern входит в кernoприёмник и после завершения процесса выбуривания керна специальное устройство (кernoнратель), расположенное в нижней части кernoприёмника, отделяет kern от массива горной породы и в кernoприёмном устройстве поднимется на дневную поверхность.

По способу установки кernoприёмника в корпусе кernoприёмного устройства и в бурильной головке колонковые долота

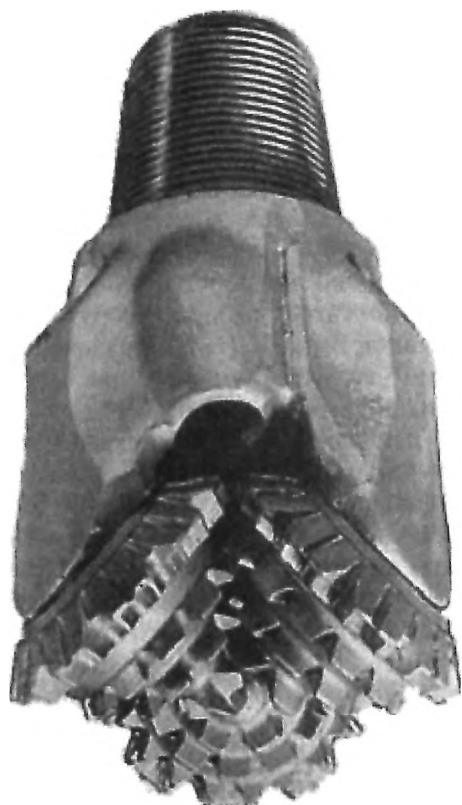


Рис. 1.2. Трёхшарошечное буровое долото



Рис. 1.3. Твёрдосплавное буровое долото

делятся на долота со съёмным и несъёмным керноприёмниками. Колонковые долота со съёмным керноприёмником позволяют поднимать керн из скважины без подъёма БК. В этом случае керноприёмник, содержащий керн, извлекается из скважины лопателем, спускаемым внутри БК на стальном канате и поднимаемым специальной лебёдкой. В случае же колонковых долот с несъёмным керноприёмником после проходки интервала, соответствующего длине керноприёмника, поднимается вся колонна буровых труб.

Для замены изношенного долота из скважины поднимают всю БК, а затем после замены вновь спускают её. При подъёме БК развинчивают на секции, длина которых определяется высотой вышки (например, около 25 м при высоте вышки 41 м). Отвинченные секции, называемые свечами, устанавливают на спе-

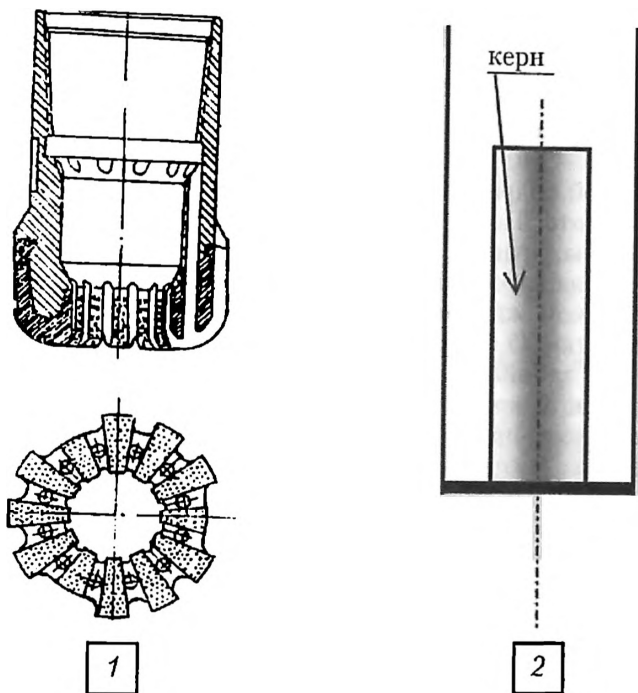


Рис. 1.4. Бурильная головка для бурения кольцевым забоем

циальном подсвечнике, смонтированном на полу буровой вышки. Спускают БК в скважину в обратном порядке.

Калибраторы, центраторы и стабилизаторы 9 (см. рис. 1.1) устанавливаются в нижней части БК для уменьшения темпов самопроизвольного искривления вертикальных скважин, а также для увеличения или уменьшения темпов искривления наклонных скважин. Они имеют различное число тупых лопастей, а поперечный размер их соответствует диаметру долота.

Обсадные трубы 14 предназначены для укрепления стенок скважины (предотвращение осыпания и выпучивания пород), создания герметичного канала для транспортировки жидкости от эксплуатационных горизонтов к дневной поверхности или в противоположном направлении, защиты эксплуатационного канала от коррозии пластовыми жидкостями. Наиболее распространённым способом крепления скважин является спуск колонн, составленных из обсадных труб, и последующим цементированием пространства между колонной труб и стенками скважины.

Б. БУРЕНИЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЗАБОЙНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

В настоящее время применяются три вида забойных двигателей – турбобур, винтовой двигатель и электробур [1].

Турбобур – гидравлический забойный двигатель, представляющий собой гидравлическую турбину, к валу которой присоединяется долото. Поток промывочной жидкости, попадая на лопатки турбины, вращает вал вместе с долотом, которое и разрушает породу на забое скважины. Выбуренные частицы затем выносятся потоком жидкости в затрубное пространство и далее в систему очистки 15 (рис. 1.1).

Винтовой забойный двигатель – гидравлический двигатель, рабочим органом которого является винтовая пара: статор и ротор, к которому присоединено буровое долото. Ротор относительно статора расположен эксцентрично. Подобранным соответствующим образом кинематическое соотношение винтовой пары и применение надлежащего профилирования её зубьев обеспечивают при движении промывочной жидкости обкатывание ротора по зубьям статора и сохранение при этом непрерывного контакта пары по всей её длине. Вращение от ротора передаётся на долото, разрушающее породу.

Электробур – забойный двигатель, состоящий из электродвигателя, шпинделя, к которому крепится долото, и системы защиты от проникновения в механизм промывочной жидкости. Электроэнергия подводится к двигателю по кабелю, смонтированному внутри БК.

При бурении с применением забойных двигателей БК, в отличие от роторного способа, остаётся неподвижной, что облегчает условия её работы с точки зрения силовых нагрузок, а потому БТ могут быть изготовлены из менее стойких в отношении нагрузок материалов.

На рис. 1.5 изображена схема установки для бурения скважин вращательным способом с применением забойных двигателей [1]. При бурении скважины с применением забойного двигателя долото 1 привинчивается к валу, а бурильная колонна – к корпусу двигателя. В процессе бурения вращается вал двигателя с присоединённым к нему долотом, а БК, как правило, ротором во вращение не приводится. Если же на приведенной схеме вместо забойного двигателя поместить УБТ и придать вращение бурильной колонне ротором, то рис. 1.5 представит собой и схему роторного способа, описанного выше (см. рис. 1.1). Добавим только следующее: обычно верхние участки разреза скважины сложены породами, легко размываемыми циркулирующим буровым раствором. Поэтому вначале сооружают шурф до устой-

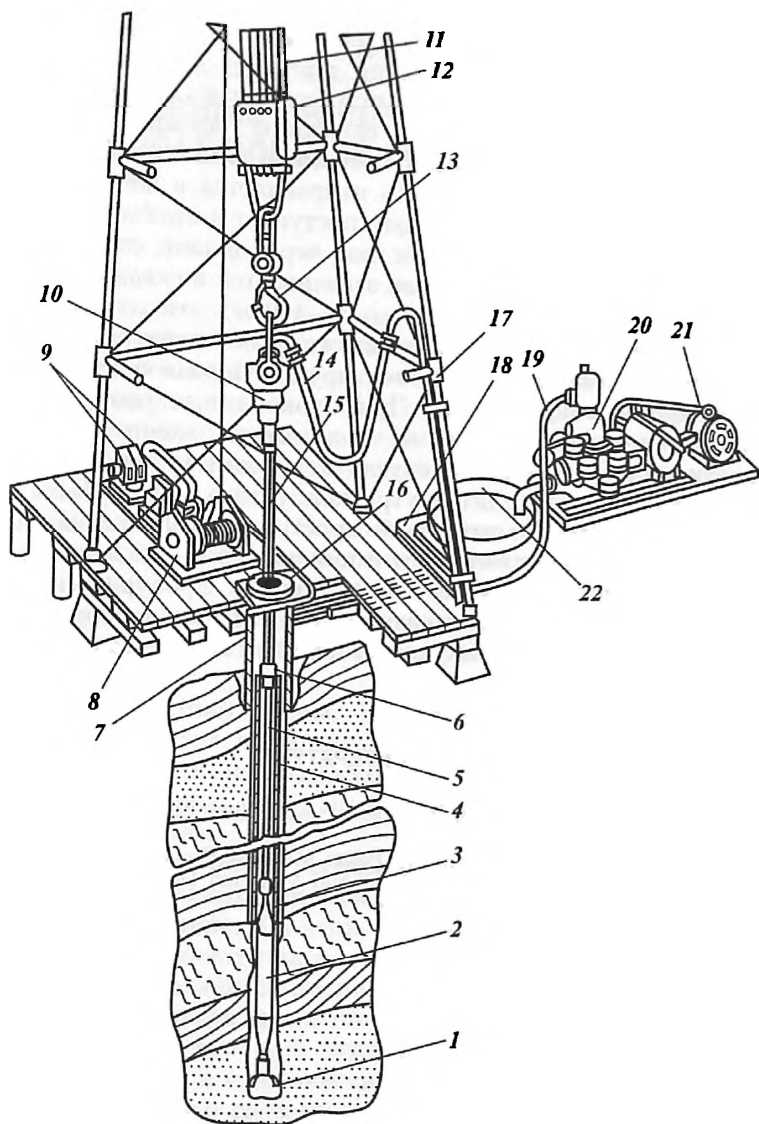


Рис. 1.5. Схема установки для бурения скважины вращательным способом:
 1 – долото; 2 – забойный двигатель; 3 – обсадная колонна; 4 – затрубное пространство (его цементируют); 5 – бурильные трубы; 6 – специальный переходник; 7 – направление (колонна из труб в шурфе примерно глубиной 30–40 м до устойчивых пород); 8 – лебёдка; 9 – двигатель; 10 – вертлюг; 11 – талевый канат; 12 – талевый блок; 13 – крюк; 14 – гибкий буровой шланг; 15 – ведущая бурильная труба; 16 – ротор; 17 – стояк (через него нагнетается буровой раствор); 18 – желобчатая система; 19 – трубопровод к стояку; 17, 20 – буровые насосы; 21 – двигатели буровых насосов; 22 – приёмные ёмкости от буровых насосов откуда раствор вновь закачивается в скважину

чивых пород (4–30 м) и в него спускают трубу 7 или несколько свинченных труб с вырезанным в верхней части окном (**направление**), а затрубное пространство заполняют цементным раствором, в результате чего устье скважины надёжно укрепляется. К окну приваривают короткий металлический жёлоб, по которому в процессе бурения жидкость направляется в жёлоб 18 и далее, пройдя через систему очистки, поступает в приёмную ёмкость 22 буровых насосов, откуда раствор через шланг, **стояк 17, гибкий шланг 14 и вертлюг 10** вновь закачивается в скважину. Пробуриив неустойчивые породы (обычно 50–400 м), эти горизонты изолируют посредством спуска в скважину обсадную колонну 3, а её затрубное пространство цементируют. Первая обсадная колонна называется **кондуктором**. При прохождении новых осложняющих горизонтов или же не подлежащих эксплуатации данной скважиной, опускают следующую (**промежуточную**) обсадную колонну (она проходит **внутри кондуктора**, как трубы в телескопе) и цементируют затрубное пространство. При необходимости подобным образом опускают и цементируют ещё несколько (иногда до четырёх) промежуточных колонн. Пробуриив скважину до проектной глубины, опускают и цементируют **эксплуатационную колонну**, предназначенную для подъёма нефти или газа от забоя к устью скважины.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сергеев Н.Г., Соловьев Е.М.* Бурение нефтяных и газовых скважин. – М.: Недра, 1988.
2. *Spanos P.D., Chevallier A.M., Politis N.P. and Payne M.L.* Oil Well Drilling: A Vibrations Perspective. – The Shock and Vibration Digest. – Vol. 35. – № 2. – March 2003, 81–99.

Лекция 2

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ МЕХАНИКИ СТЕРЖНЕЙ БОЛЬШОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ

Прежде чем переходить к изложению дальнейшего материала, заметим, что любое исследование в области технических наук – будь то, например, расчет наиболее выгодных режимов работы уже известных конструкций или же выявление особенностей поведения вновь создаваемой механической системы – состоит из следующих трех ступеней:

1. **Идеализация объекта.** На этой ступени в рассматриваемой механической системе выявляются особенности, наиболее существенно влияющие на тот конечный процесс, который должен реализоваться данной системой согласно замыслу конструктора. Отбрасывая «несущественные особенности», мы приходим к расчетной схеме.

2. **Анализ расчетной схемы.** На этой ступени посредством теоретических расчетов выявляются те соотношения между основными параметрами механической системы, при выполнении которых данная система будет наиболее удовлетворять заложенным в неё требованиям.

3. **Переход от расчетной схемы к реальной конструкции с учетом тех практических рекомендаций, ради которых и было проведено исследование.** На этой ступени изготовленная с учетом рекомендаций конструкция подвергается эксперименту, посредством чего уточняются соотношения между её основными расчетными параметрами, поскольку нюансы, не учтенные в расчетной схеме, в определенной мере влияют на расчетные соотношения, заложенные в изготовленной конструкции.

Конечно, чем точнее расчетная схема соответствует реальной конструкции, тем меньше влияние будут оказывать неучтенные факторы. Однако при создании расчетных схем сложных технических конструкций довольно часто возникают весьма трудные математические задачи, которые не дают возможности получить аналитические решения, представляющие в явном виде взаимосвязь между параметрами исследуемого процесса. В таких случаях обычно прибегают к помощи ЭВМ. Тем не менее этот способ анализа не всегда позволяет получить всю информацию о пове-

дении изучаемого механизма. В то же самое время, если удаётся разработать математическую модель анализируемого объекта, допускающую получение конечного результата в виде аналитических зависимостей, ценность такого исследования резко возрастает, поскольку в данном случае появляется возможность непосредственно «увидеть» влияние интересующих нас параметров на поведение изучаемой механической системы.

В свете отмеченного представляется целесообразным в первую очередь подвергнуть исследованию простейшую компоновку бурильной колонны – однородную бурильную колонну. В этом случае она может быть принята эквивалентной однородному прямолинейному стержню с неизменными по его длине характеристиками материала (плотность, упругие свойства) и постоянным по площади поперечным сечением. Такой подход позволяет получить необходимые соотношения между параметрами, характеризующими БК (механические свойства материала колонны, её геометрические размеры), и параметрами, характеризующими процесс углубления скважины (осевая нагрузка, скорость вращения породоразрушающего инструмента), в наиболее простых формах, но без искажения сущности исследуемых явлений. Это важно как для первоначального ознакомления с рассматриваемыми ниже проблемами, так и для развития интуиции исследователя в условиях малого объёма экспериментальной информации. Более того, приёмы и методы исследования процесса углубления забоя в случае более сложных компоновок БК имеют тот же самый «идеологический» фундамент, что и в простейшем случае конструкции БК, эквивалентной однородному стержню.

Бурильная колонна с точки зрения механических объектов относится к стержням весьма большой протяженности и малого поперечного размера, с круговым поперечным сечением. Поэтому для разработки математической модели углубления забоя скважины с учетом бурильной колонны, расположенной между источником энергии (дневная поверхность) и породоразрушающим инструментом (забой скважины), необходимо рассмотреть некоторые положения механики стержневых систем.

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ОСЕВЫМИ УСИЛИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ В СЛУЧАЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО СТЕРЖНЯ

Описание процессов в стержне при воздействии на него силовых факторов зиждется на экспериментальных законах. Одна из основных зависимостей – экспериментальная диаграмма «напря-

Рис. 2.1. Схема эксперимента для построения зависимости
« σ - ϵ »

жение – деформация». На рис. 2.1 приведена схема эксперимента для определения зависимости нормальных (направленных вдоль оси стержня) напряжений σ от деформации ϵ (диаграмма « σ - ϵ »). Зная первоначальную длину l_0 заделанного одним торцом стержня, измеряют ряд значений его удлинения Δl при приложении различных нагрузок P к другому торцу. Считая площади поперечных сечений неизменными (в действительности из-за поперечных деформаций эти площади изменяются, но вплоть до появления пластических деформаций эти изменения малы), строят зависимость « σ - ϵ », которую обозначим через $\sigma = f(\epsilon)$, где $\sigma = \frac{P}{F}$ – нормальное напряжение, действующее в поперечном сечении площадью F , а $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ – относительная де-



формация стержня, равная отношению его удлинения к первоначальной длине при отсутствии нагрузки. Характер зависимости « σ - ϵ » изображен на рис. 2.2, причем положительные значения напряжения и деформации соответствуют растяжению стержня, а отрицательные – сжатию. В общем случае зависимости « σ - ϵ » нелинейны (характерными материалами здесь являются, например, чугун и ряд полимеров), но существуют материалы (в первую очередь это конструкционные стали), где в пределах некоторых границ зависимость $\sigma = f(\epsilon)$ линейна (на рис. 2.2 эта зона выделена прямоугольником). В этом случае говорят, что выполняется закон Гука, который записывается как

$$\sigma = E\epsilon, \quad (2.1)$$

где E – постоянная для данного материала величина (модуль Юнга).

Построенная подобным образом диаграмма « σ - ϵ » характеризует поведение стержня в условиях статики. Однако при динамических процессах для ряда материалов (в частности для сталей) закон Гука также справедлив. На рис. 2.3 приведен пример диаграмм «напряжение – деформация» при статическом (кривая 1) и динамическом (кривая 2) режимах нагружения стали,

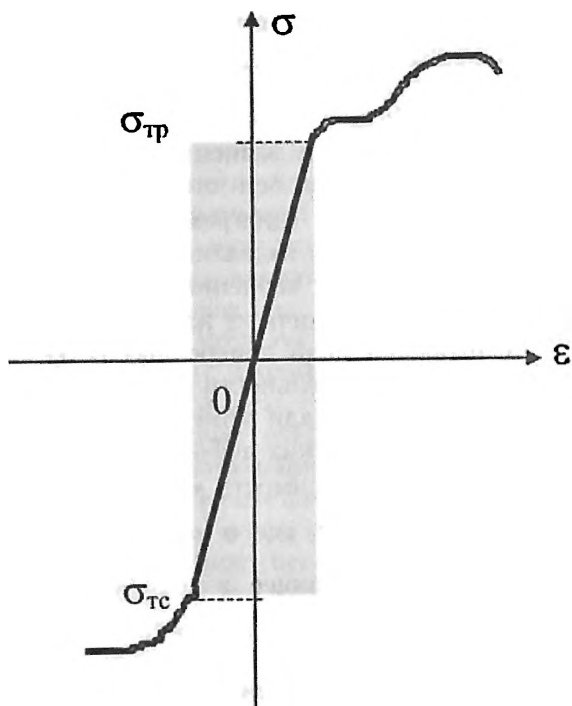


Рис. 2.2. Характер диаграммы «σ-ε»:
 $\sigma_{тр}$ – предел текучести на растяжение, $\sigma_{тс}$ – предел текучести на сжатие.

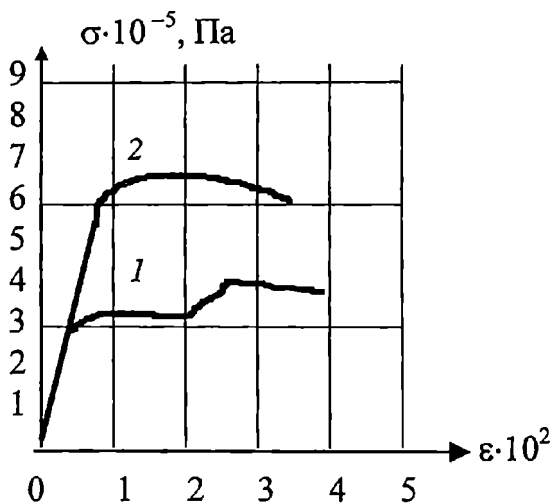


Рис. 2.3. Статическая 1 и динамическая 2 диаграммы «σ-ε» для мягкой стали

откуда видно, что при динамическом процессе область выполнения закона Гука даже расширяется [1]. В дальнейшем рассматривается поведение стержней, материал которых подчиняется закону Гука. Выясним, как в этом случае взаимосвязаны деформационные и силовые величины.

На рис. 2.4 дана расчетная схема осевого нагружения малого элемента стержня длиной Δx осевой нагрузкой, которая в общем случае является переменной по длине стержня (вдоль изменения координаты x) и вызывает появление усилий $N(x)$ и $N(x + \Delta x)$ в торцах элемента. Запишем осевую деформацию $\epsilon(x)$ для случая, когда его поперечные сечения под воздействием усилий смещены из начального (ненагруженного) состояния на величину $u(x)$, для чего воспользуемся гипотезой плоских сечений (гипотезой Бернулли), которая говорит о том, что поперечные сечения стержня в процессе его нагружения не меняют своей геометрии (то есть если были плоскими до нагружения, то остаются таковыми и после приложения нагрузки к стержню) [2]. Тогда (см. рис. 2.4) при нагружении стержня все точки сечения с координатой x сдвинутся на одинаковую величину $u(x)$, а точки сечения с координатой $(x + \Delta x)$ – на величину $u(x + \Delta x)$. Очевидно, что начальная длина ненагруженного элемента $l_0 = \Delta x$, а удлинение $\Delta l = u(x + \Delta x) - u(x)$. Тогда относительную деформацию элемента стержня приближенно можно записать так:

$$\epsilon(x) = \frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x}.$$

Переходя в последнем равенстве к пределу при $\Delta x \rightarrow 0$, получаем запись относительной деформации стержня в сечении с координатой x как

$$\epsilon(x) = \frac{du}{dx}. \quad (2.2)$$

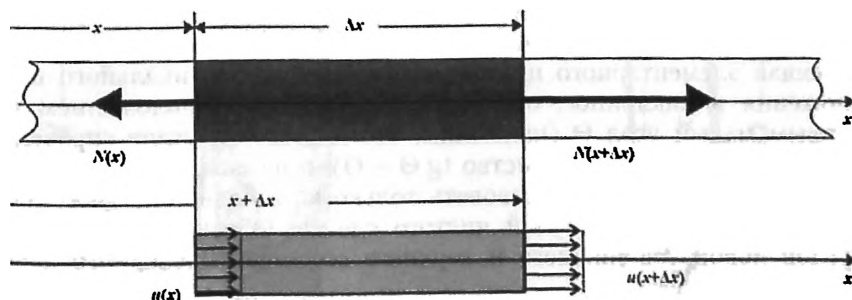


Рис. 2.4. Расчётная схема осевой нагрузки малого элемента стержня длиной Δx

Тогда согласно закону Гука нормальное напряжение в этом сечении

$$\sigma(x) = E \frac{du}{dx}, \quad (2.3)$$

а нормальное усилие $N(x)$, равное произведению напряжения σ и площади поперечного сечения F , запишется:

$$N(x) = EF \frac{du}{dx}. \quad (2.4)$$

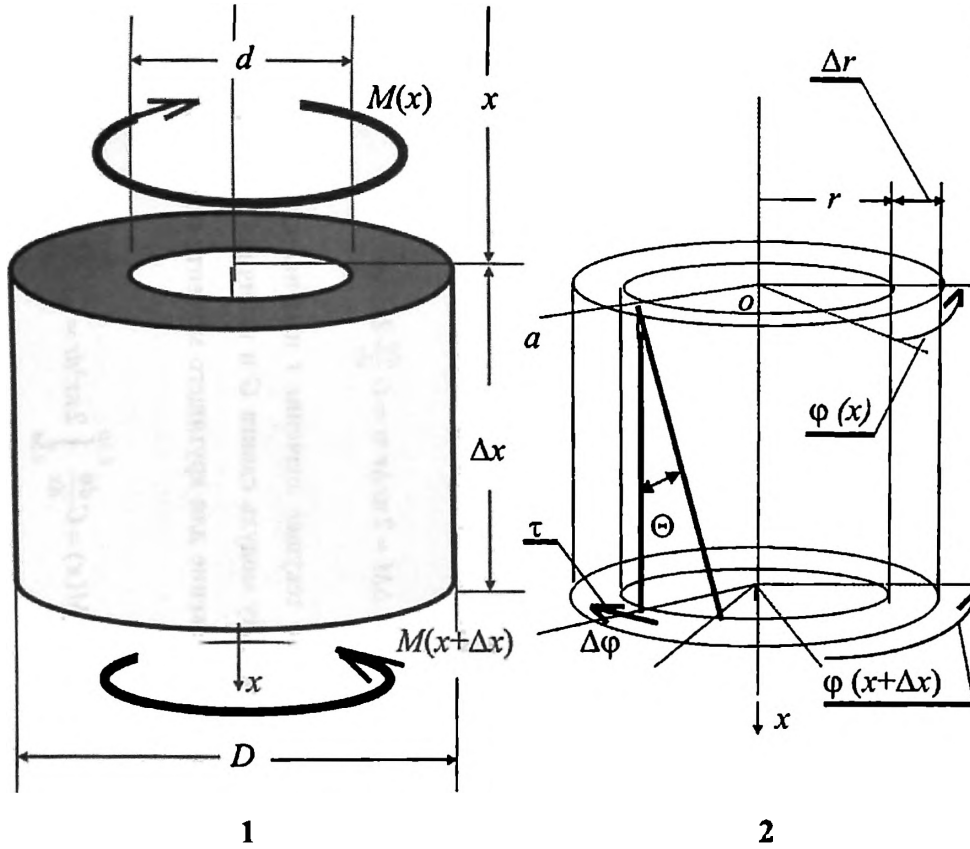
Итак, соотношения (2.2)–(2.4) дают взаимосвязь осевых силовых факторов и продольных деформаций стержня.

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ КРУТЯЩИМИ УСИЛИЯМИ И УГЛОВЫМИ ДЕФОРМАЦИЯМИ В ПРЯМОЛИНЕЙНОМ СТЕРЖНЕ

Рассмотрим теперь механику кручения стержня. На рис. 2.5 показан элемент стержня длиной Δx при нагружении стержня в общем случае переменным по координате x крутящим моментом $M(x)$. Стержень имеет круговое поперечное сечение с внешним диаметром D и внутренним диаметром d . Схема нагружения стержня крутящим моментом и размеры малого элемента показаны на рис. 2.5, поз. 1. Необходимо отметить, что при кручении стержня с круглым поперечным сечением его сечение остается плоским (что неверно для сечения произвольной формы). В рассматриваемом случае применима гипотеза плоских сечений [2]. Согласно гипотезе в поперечных сечениях стержня возникают только касательные напряжения τ (см. рис. 2.5, поз. 2). Выделим на расстоянии r от оси цилиндра элементарный цилиндр с малой толщиной стенки Δr . Пусть верхнее сечение элемента повернулось на угол $\varphi(x)$ относительно ненагруженного состояния, нижнее сечение – на угол $\varphi(x + \Delta x)$ (рис. 2.5, поз. 2). Тогда образующая элементарного цилиндра перейдет из вертикального положения в наклонное, образовав между старым положением и новым малый угол Θ (напомним, что для малых углов справедливо приближенное равенство $\text{tg } \Theta \approx \Theta$), и на каждой элементарной площадке будет действовать только касательное напряжение τ , то есть имеется случай чистого сдвига. Обозначим разность углов поворотов нижнего и верхнего сечений выделенного элемента через $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi = \varphi(x + \Delta x) - \varphi(x).$$

Рис. 2.5. Расчётная схема нагрузки малого элемента стержня крутящим моментом



Из рис. 2.5, поз. 2 очевидно, что приращение угла φ есть разность между положением прямой oa , проведенной в направлении радиуса из центра o верхнего сечения элемента, и ее новым положением, которое она заняла бы в нижнем сечении при непрерывном перемещении вдоль оси цилиндра ox , отслеживая при этом текущий угол поворота поперечного сечения. В случае выполнения закона упругости Гука касательное напряжение τ связано с угловой деформацией Θ соотношением

$$\tau = G\Theta, \quad (2.5)$$

где G – постоянная для данного материала величина, именуемая модулем сдвига. Она связана с модулем Юнга E , как $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$, где μ – коэффициент Пуассона (отношение поперечной деформации к продольной).

В силу малости угла Θ очевидно, что длина проекции деформированной образующей (наклонная прямая на рис. 2.5, поз. 2) на нижнее сечение будет равна $\Delta x \operatorname{tg} \Theta \approx \Theta \Delta x$. С другой стороны длина дуги радиусом r , заключенной в секторе с углом $\Delta\varphi$, практически равна указанной проекции: $r \Delta\varphi \approx \Theta \Delta x$. Поделив левую и правую части полученного равенства на Δx и устремив $\Delta x \rightarrow 0$, получим:

$$\Theta = r \frac{d\varphi}{dx}. \quad (2.6)$$

Воспользовавшись (2.5) и (2.6), запишем элементарный момент ΔM относительно оси стержня, как

$$\Delta M \approx 2\pi r \Delta r \tau r = G \frac{d\varphi}{dx} 2\pi r^3 dr.$$

Очевидно, что текущее значение r изменяется от $d/2$ до $D/2$. А тогда, поскольку модуль сдвига G и величина $\frac{d\varphi}{dx}$ от радиуса r не зависят, выражение для крутящего момента может быть записано:

$$M(x) = G \frac{d\varphi}{dx} \int_{0,5d}^{0,5D} 2\pi r^3 dr = G J_p \frac{d\varphi}{dx}.$$

Окончательно получаем:

$$M(x) = GJ_p \frac{d\varphi}{dx}, \quad (2.7)$$

где J_p – полярный момент инерции поперечного сечения стержня. Он вычисляется по следующей формуле:

$$J_p = 2\pi \int_{0.5d}^{0.5D} r^3 dr = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4). \quad (2.8)$$

Итак, нами получены все необходимые соотношения, позволяющие построить математическую модель, описывающую состояние буровой колонны в процессе углубления скважины. В следующих лекциях мы изучим некоторые важные стороны протекания волновых процессов в однородных и составных стержнях с привлечением элементарного математического аппарата, что позволит «прочувствовать» механизм распространения волновых возмущений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ионов В.Н., Огибалов П.М.* Напряжения в телах при импульсивном нагружении. – М.: Высшая школа, 1975.
2. *Феодосьев В.И.* Сопротивление материалов. – М.: ФМ, 1963.

Лекция 3

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В СТЕРЖНЕ (ПРОДОЛЬНЫЕ ВОЛНЫ)

Данная лекция предназначена для выявления некоторых важных сторон протекания волновых процессов в однородных и составных стержнях с привлечением элементарного математического аппарата, что позволяет «прочувствовать» механизм распространения волновых возмущений, являющийся основой материалов, представленных в настоящих лекциях [1, 2, 3].

Получим некоторые соотношения, характеризующие распространение волновых возмущений вдоль стержня. Для этого обратимся к рис. 3.1, на котором изображен полуограниченный однородный стержень, в торец которого помещено начало координатной оси x . В момент времени $t = 0$ к торцу стержня прикладывается постоянная по величине и направлению сила P , в результате чего торец начинает поджиматься и двигаться с некоторой постоянной скоростью v_n . Через некоторое время t на некотором участке стержня все сечения начинают двигаться со скоростью v_n . Обозначим длину этого участка через l_0 . Очевидно, что к моменту времени t длина участка с движущимися поперечными сечениями $l_0 = \kappa t$, где κ – скорость распространения возмущения по стержню в результате движения торца стержня ($x = 0$). Зафиксируем полученную картину (рис. 3.1, поз. 1) в момент времени t и рассмотрим механику процесса (на рис. 3.1, поз. 1 участок с движущимися сечениями затенен). При этом заметим, что в случае идеально твердого стержня все его поперечные сечения начали бы двигаться одновременно со скоростью v_n , в то время как при упругом стержне более удаленные сечения начинают приходить в движение в более поздний момент времени. С точки зрения энергетического баланса очевидно, что работа силы P , приложенной к торцу, за время t на участке поджатия Δl пошла, с одной стороны, на создание кинетической энергии участка l_0 со скоростью v_n , поскольку все сечения этого участка движутся с одинаковой скоростью v_n , с другой стороны – на создание потенциальной энергии участка l_0 в результате его сжатия на величину $\Delta l = v_n t$.

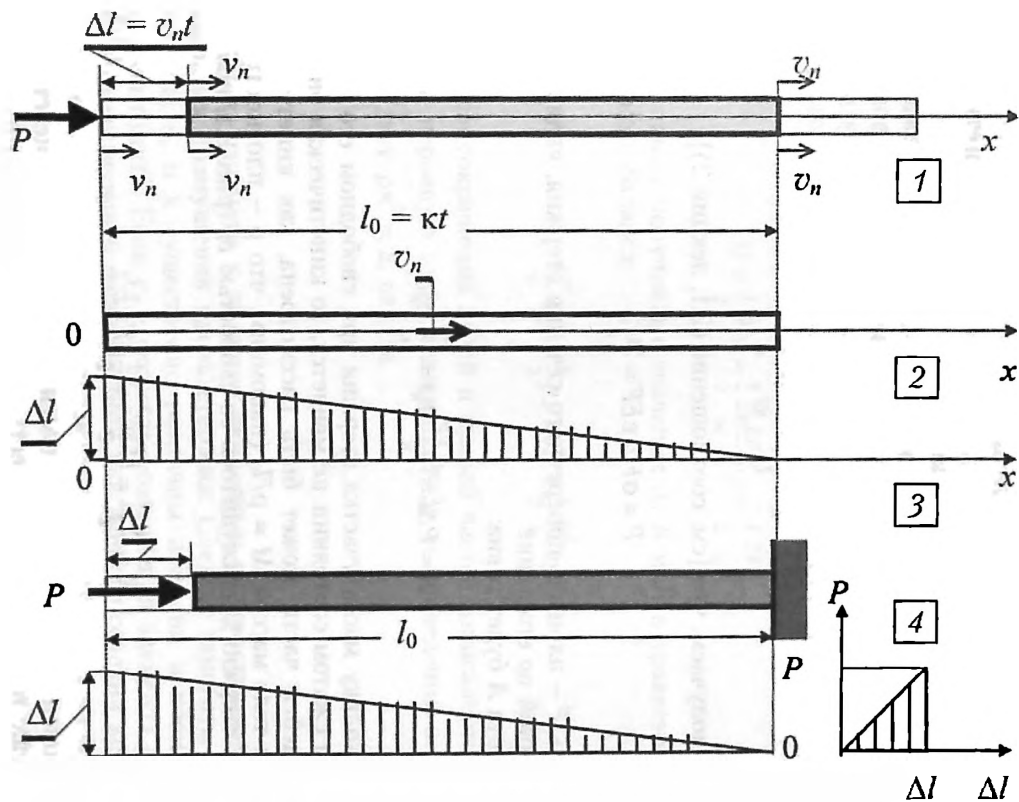


Рис. 3.1. Расчётная схема для определения энергетических параметров бегущей вдоль стержня волны

Это можно записать так (уравнение энергетического баланса):

$$A = K + \Pi,$$

где A – работа силы P на пути Δl за время t ; K – кинетическая энергия движущегося участка стержня; Π – потенциальная энергия движущегося участка стержня.

Определим величины, входящие в уравнение энергетического баланса. Начнем с вычисления силы P .

Очевидно, что за время t участок величиной l_0 поджался силой P на величину Δl . Тогда согласно закону Гука деформация ϵ этого участка запишется, как

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{v_n t}{\kappa t} = \frac{v_n}{\kappa},$$

откуда получаем, что [см. соотношение (2.1, лекция 2)]

$$P = \sigma F = \epsilon E F = \frac{v_n E F}{\kappa}. \quad (3.1)$$

Здесь F – площадь поперечного сечения стержня, являющаяся постоянной по его длине.

Работа A будет равна:

$$A = P \Delta l = \frac{v_n E F}{\kappa} v_n t = \frac{E F}{\kappa} v_n^2 t. \quad (3.2)$$

Поскольку масса участка стержня при свободном его состоянии и в сжатом состоянии не меняется, то кинетическая энергия движущейся части может быть рассмотрена, как кинетическая энергия тела массой $M = \rho F l_0$ (напомним, что ρ – плотность материала стержня), движущегося со скоростью v_n (рис. 3.1, поз. 2), откуда

$$K = \frac{M v_n^2}{2} = \frac{\rho F l_0 v_n^2}{2} = \frac{1}{2} \rho F \kappa v_n^2 t. \quad (3.3)$$

Наконец очевидно, что в момент времени t сечение стержня $x = l_0$ еще не сдвинулось, то есть его смещение равно нулю. Сечение же с любой другой координатой $x \in [0, l_0]$ в силу равномерного движения со скоростью v_n сдвинется пропорционально координате x , а потому график смещений сечений в зависимости от x описывается линейной функцией (рис. 3.1, поз. 3). Вычислим теперь потенциальную энергию сжатия участка длиной l_0 .

Для этого рассмотрим стержень длиной l_0 , один торец которого жестко заделан, а второй торец статически поджимается (то есть очень медленно во времени) на величину от нуля до Δl (рис. 3.1, поз. 4). При этом очевидно, что графики смещений сечений как в движущейся части стержня (рис. 3.1, поз. 3), так и у стержня, нагруженного статически (рис. 3.1, поз. 4), совершенно идентичны, в силу чего и потенциальная энергия Π у этих стержней одна и та же. В случае статического нагружения при изменении величины поджатия свободного торца от нуля до Δl сжимающая сила согласно закону Гука возрастает от нуля до P . Потенциальная энергия сжатия при этом будет равна работе сжимающей силы на пути величиной Δl , то есть площади заштрихованного прямоугольного треугольника на графике $(P, \Delta l)$ (рис. 3.1, поз. 4):

$$\Pi = \frac{1}{2} P \Delta l = \frac{1}{2} \frac{v_n E F}{\kappa} v_n t = \frac{1}{2} \frac{T F}{\kappa} v_n^2 t. \quad (3.4)$$

Подставим полученные значения A , K и Π в уравнение энергетического баланса:

$$\frac{E F}{\kappa} v_n^2 t = \frac{1}{2} \rho F \kappa v_n^2 t + \frac{1}{2} \frac{E F}{\kappa} v_n^2 t,$$

что после сокращения левой и правой частей записанного равенства на неравную нулю величину $F v_n^2 t$ и приведения подобных членов дает: $\rho \kappa^2 = E$, откуда

$$\kappa = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (3.5)$$

Итак, параметр κ является **скоростью распространения продольных возмущений вдоль стержня**. Следует заметить, что величины v_n и κ существенно различны и их ни в коем случае нельзя путать. Если v_n – скорость возмущения элемента стержня в соответствующей и неизменной для данного сечения координате x , то κ – скорость распространения возмущения вдоль оси x (то есть скорость передачи движения от сечения к сечению; ее иногда именуют скоростью звука в стержне; в случае стального стержня параметр $\kappa = 5130$ м/с). Эту разницу можно проиллюстрировать следующим примером, который, вероятно, наблюдался в природе каждым.

Пусть на невозмущенной поверхности (глади) водоёма плавает лёгкое тело и пусть в момент времени $t = 0$ на некотором рас-

стоянии l от плавающего предмета в воду упал камень. По поверхности водоёма начинает двигаться волна возмущения со скоростью c_0 во все стороны от участка возмущения. Данная ситуация схематически изображена на рис. 3.2, где точкой O обозначено место падения камня, а плавающее тело изображено в виде затённого квадрата на расстоянии l от точки O (рис. 3.2, *a* и 3.2, *б*).

Проведём через точку O и плавающее тело ось Ox . Сечение возмущённой камнем волны, полученное пересечением её тела плоскостью, проходящей через ось Ox и перпендикулярной поверхности водоёма, показано на рис. 3.2, *a*, где волна длиной L движется со скоростью c_0 вдоль оси Ox . На рис. 3.2, *б* показан вид сверху движения гребня волны со скоростью c_0 . Очевидно, что в момент $t_1 = \frac{l}{c_0}$ волна достигает плавающего тела и в про-

межутке времени от t_1 до $t_2 = \frac{l+L}{c_0}$ тело вначале поднимется

вверх, а затем вниз и после прохождения волны в момент t_2 снова наступает покой (на рис. 3.2, *a* перемещение тела в процессе прохождения волны даётся высотой его подъёма S над поверхностью водоёма, а направление движения до прихода и после прохождения гребня волны указано стрелками). На рис. 3.2, *в* изображён характер зависимости перемещения тела $S(t)$, которая

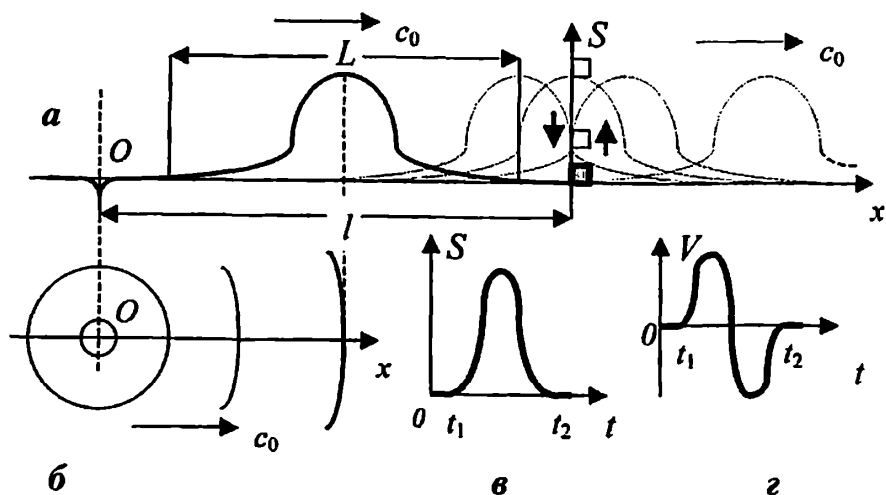


Рис. 3.2. Схема распространения волны возмущения по глади водоёма

повторяет, в некоторой мере, профиль волны, а на рис. 3.2, z показано изменение скорости перемещения тела $V = \frac{dS}{dt}$ во времени t . Если же теперь вновь вернёмся к рис. 3.1, поз. 1, то, очевидно, аналогом скорости k будет скорость c_0 , а аналогом скорости v_n — скорость V . Нужно только помнить, что в случае рис. 3.1, поз. 1 скорость v_n направлена вдоль оси x , поскольку это же направление имеет и скорость движения торца стержня при $x = 0$.

Сейчас нами был рассмотрен случай распространения продольного волнового возмущения в прямолинейном однородном стержне с постоянными по его длине параметрами (площадь поперечного сечения, материал стержня). Разберем процесс отражения продольного волнового возмущения в составном стержне, состоящем из двух участков с разными механическими и геометрическими характеристиками (рис. 3.3).

Пусть по первому участку стержня, характеризуемому площадью поперечного сечения F_1 , модулем Юнга E_1 и плотностью материала ρ_1 (скорость звука κ_1), движется волновое возмущение (длина волны l_1 , скорость движения сечений v_n) в направлении второго участка с соответствующими характеристиками F_2 , E_2 , ρ_2 и κ_2 (рис. 3.3, поз. 1; волновое возмущение выделено жирным прямоугольником). В некоторый момент времени оно достигает

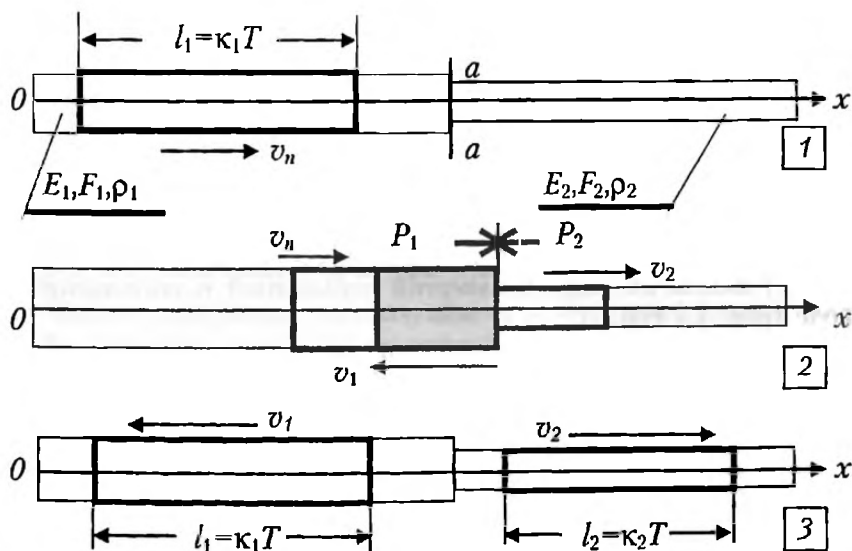


Рис. 3.3. К анализу процесса отражения продольного волнового возмущения в составном стержне

границы $a-a$ раздела двух сред (место состыковки стержней), и мы наблюдаем процесс, изображенный на рис. 3.3, поз. 2: **прямая волна** (скорость v_n) направлена к сечению $a-a$ в сторону возрастания координаты x ; **отраженная волна** (скорость v_1) направлена от сечения $a-a$ противоположно направлению Ox ; **поглощенная волна** (скорость v_2) направлена от сечения $a-a$ в направлении оси Ox . Очевидно, что процесс отражения будет длиться на отрезке времени $t = T$, где T – время действия граничного возмущения, вызвавшего волну длиной $l_1 = \kappa_1 T$ (см. рис. 3.3, поз. 1). Поскольку согласно третьему закону Ньютона, сила P_1 , действующая со стороны первого участка в сечении $a-a$, равна силе P_2 , действующей со стороны второго участка в этом же сечении, а выражения для этих сил с учетом знаков скоростей перемещений поперечных сечений v_n , v_1 и v_2 , как видно из рис. 3.3, поз. 2, записываются, как

$$P_1 = \frac{E_1 F_1 v_n}{\kappa_1} - \frac{E_1 F_1 v_1}{\kappa_1} = \frac{E_1 F_1}{\kappa_1} (v_n - v_1),$$

$$P_2 = \frac{E_2 F_2 v_2}{\kappa_2},$$

то после приравнивания этих сил с учетом противоположности их направлений действия и несложных преобразований получим:

$$v_n - v_1 = -\frac{\kappa_1 E_2 F_2}{\kappa_2 E_1 F_1} v_2. \quad (3.6)$$

После завершения процесса отражения по первому участку будет распространяться отраженная волна (скорость v_1), а по второму – поглощенная (скорость v_2). Эта картина показана на рис. 3.3, поз. 3. Очевидно, что энергия прямой волны (рис. 3.3, поз. 1) пошла на создание энергий отраженной и поглощенной волн (рис. 3.3, поз. 3).

Полная энергия волны состоит из суммы ее кинетической и потенциальной энергий. Выражения для этих составляющих получены выше [см. формулы (3.3) и (3.4)]. С учетом того, что $t = T$, сумму кинетической и потенциальной энергий (то есть полную энергию бегущей волны) легко преобразовать к следующему виду:

$$K + \Pi = \frac{1}{2} \rho F \kappa v_n^2 T + \frac{1}{2} \frac{EF}{\kappa} v_n^2 T = \frac{(\rho F \kappa^2 + EF) v_n^2 T}{2\kappa},$$

откуда после замены $\kappa^2 = E/\rho$ получаем, что

$$K + \Pi = \frac{EF}{\kappa} v_n^2 T. \quad (3.7)$$

Воспользуемся полученным выражением энергии волны (3.7) и запишем баланс энергии прямой, отраженной и поглощенной волн:

$$\frac{E_1 F_1}{\kappa_1} v_n^2 T = \frac{E_1 F_1}{\kappa_1} v_1^2 T + \frac{E_2 F_2}{\kappa_2} v_2^2 T.$$

После несложных преобразований полученное равенство запишется:

$$v_n^2 - v_1^2 = \frac{\kappa_1 E_2 F_2}{\kappa_2 E_1 F_1} v_2^2. \quad (3.8)$$

С учетом (3.6) соотношение (3.8) можно привести к следующему виду:

$$v_n^2 - v_1^2 = (v_n - v_1)(v_n + v_1) = (v_n + v_1) \left(-\frac{\kappa_1 E_2 F_2}{\kappa_2 E_1 F_1} v_2 \right),$$

или же

$$(v_n + v_1) \left(-\frac{\kappa_1 E_2 F_2}{\kappa_2 E_1 F_1} v_2 \right) = \frac{\kappa_1 E_2 F_2}{\kappa_2 E_1 F_1} v_2^2.$$

Произведя сокращение левой и правой части на одинаковый множитель, получим:

$$v_n + v_1 = -v_2. \quad (3.9)$$

Уравнения (3.6) и (3.9) позволяют найти скорости v_1 и v_2 через v_n и механические параметры участков составного стержня.

Введем следующие обозначения: $k_n = \frac{v_1}{v_n}$ – коэффициент отражения, $r_n = \frac{v_2}{v_n}$ – коэффициент поглощения. Тогда поделив левые и правые части (3.6) и (3.9) на v_n , получим систему линейных уравнений для нахождения k_n и r_n :

$$\begin{cases} k_n + r_n = -1, \\ k_n - \frac{\kappa_1 E_2 F_2}{\kappa_2 E_1 F_1} r_n = 1. \end{cases} \quad (3.10)$$

Из этой системы легко найдем, что

$$r_n = -\frac{2 \kappa_2 E_1 F_1}{\kappa_2 E_1 F_1 + \kappa_1 E_2 F_2}, \quad (3.11)$$

$$k_n = \frac{\kappa_2 E_1 F_1 - \kappa_1 E_2 F_2}{\kappa_2 E_1 F_1 + \kappa_1 E_2 F_2}. \quad (3.12)$$

Поскольку усилие в поперечном сечении стержня выражается соотношением (3.1), то можно записать:

$$\frac{P_{отр}}{P_{пр}} = \left(-\frac{v_1 E_1 F_1}{\kappa_1} \right) : \left(\frac{v_n E_1 F_1}{\kappa_1} \right) = -\frac{v_1}{v_n} = -k_n.$$

Полученное соотношение показывает, что

$$P_{отр} = -k_n P_{пр}. \quad (3.13)$$

Здесь $P_{пр} = \frac{v_n E_1 F_1}{\kappa_1}$ – продольное усилие в прямой волне; $P_{отр} = \frac{v_1 E_1 F_1}{\kappa_1}$ – продольное усилие в отраженной волне.

Формула (3.13) позволяет судить о величине отраженного от границы раздела двух сред усилия по величине прямого усилия. Так, например, пусть площадь второго участка $F_2 = 0$, то есть он просто отсутствует, а значит прямая волна будет отражаться от свободного торца стержня. В этом случае согласно соотношению (3.12) коэффициент отражения $k_n = 1$ и согласно формуле (3.13) получаем, что $P_{отр} = -P_{пр}$, что говорит о смене знака в отражённой волне: если прямая волна характеризовалась сжатием, то отражённая – растяжением, и наоборот, что показано на рис. 3.4.

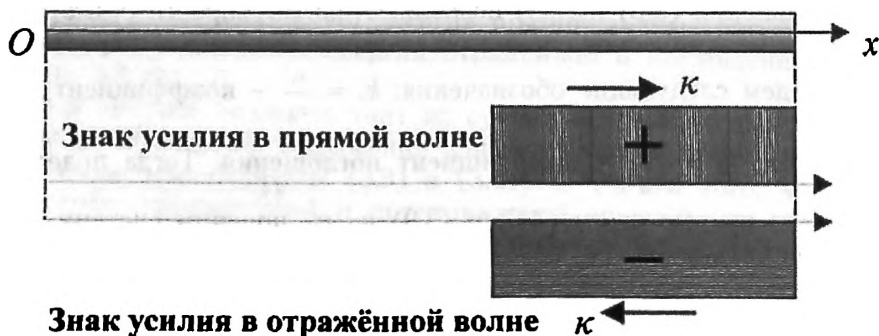


Рис. 3.4. Знак усилия в отражённой волне от свободного торца стержня

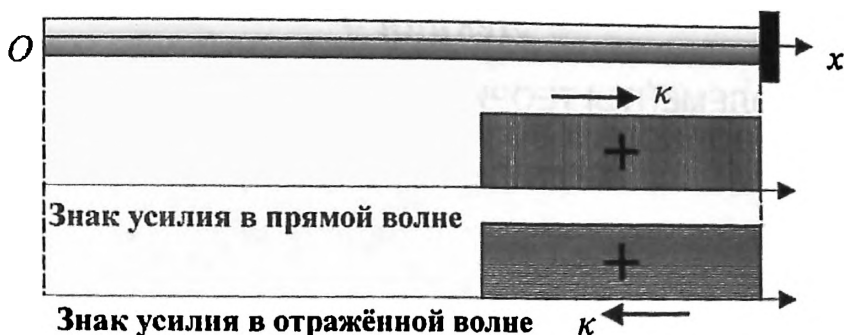


Рис. 3.5. Знак усилия в отражённой волне от торца стержня, закреплённого абсолютно жёстко

Если же торец первого участка закреплён абсолютно жёстко (этому случаю соответствует, например, бесконечно большой модуль Юнга $E_2 = \infty$), то $k_n = -1$, откуда $P_{отр} = P_{пр}$ и усилия в прямой и отражённой волне имеют одинаковый знак: если прямая волна характеризовалась сжатием, то и отражённая – сжатием (аналогичный вывод верен и для волны растяжения). Подобная ситуация изображена на рис. 3.5.

Из соотношения (3.12) следует, что коэффициент отражения k_n изменяется в пределах от -1 до 1 . А теперь рассмотрим следующую ситуацию. Пусть выполнено следующее равенство:

$$\frac{E_1 F_1}{\kappa_1} = \frac{E_2 F_2}{\kappa_2}. \quad (3.14)$$

В этом случае $k_n = 0$, $r_n = -1$, и отраженная волна отсутствует ($P_{отр} = 0$), то есть волновое возмущение беспрепятственно проходит границу раздела двух сред и в этом смысле стержень может рассматриваться, как однородный. В подобных случаях говорят о равенстве волновых сопротивлений участков стержня.

ЛИТЕРАТУРА

1. Симонов В.В., Юшин Е.К. Волновые процессы в бурильной колонне. – М.: МИНХ и ГП имени И.М.Губкина, 1979.
2. Юшин Е.К., Хезай В.К. Динамика глубокого бурения. – М.: Недра, 2004.
3. Юшин Е.К. Введение в динамику глубокого бурения. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.

Лекция 4

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В СТЕРЖНЕ (КРУТИЛЬНЫЕ ВОЛНЫ)

В предыдущей лекции был проанализирован случай распространения продольных возмущений (волн) вдоль бурильной колонны. Рассмотрим теперь процесс распространения крутильных возмущений [1].

Как и в рассмотренном выше случае мы примем БК эквивалентной однородному, упругому (выполняется закон Гука), прямолинейному стержню весьма большой протяженности и рассмотрим расчетную схему исследуемого процесса, представленную на рис. 4.1. На этой схеме стержень расположен горизонтально, а силы сопротивления вращению отсутствуют; начало координатной оси x помещено в торец.

Пусть в момент времени $t = 0$ к торцу стержня прикладывается постоянный по величине и направлению вращающий момент M , в результате чего торец начинает вращаться с некоторой постоянной угловой скоростью ω (рис. 4.1, поз. 1). Через некоторое время t на некотором участке стержня все сечения начинают двигаться со скоростью ω . Обозначим длину этого участка через l_0 . Очевидно, что к моменту времени t длина участка с движущимися поперечными сечениями $l_0 = \lambda t$, где λ – скорость распространения возмущения по стержню в результате вращения торца стержня ($x = 0$). Зафиксируем полученную картину (рис. 4.1, поз. 1) в момент времени t и рассмотрим механику процесса (на рис. 4.1, поз. 1 участок с вращающимися сечениями затенен). При этом заметим, что в случае идеально твердого стержня все его поперечные сечения начали бы вращаться одновременно со скоростью ω , в то время как при упругом стержне более удаленные сечения начинают приходить в движение в более поздний момент времени. С точки зрения энергетического баланса очевидно, что работа момента M , приложенного к торцу, за время t при повороте торца на угол φ пошла, с одной стороны, на создание кинетической энергии участка l_0 со скоростью ω , поскольку все сечения этого участка вращаются с одинаковой скоростью ω , с другой стороны – на создание потенциальной энергии участка l_0 в результате

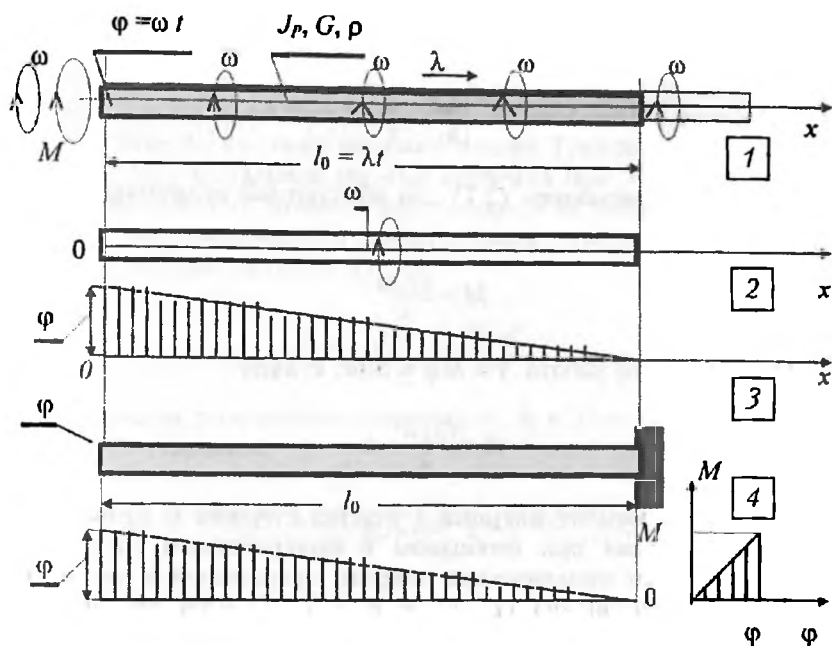


Рис. 4.1. Расчётная схема для определения энергетических параметров бегущего вдоль стержня крутильного возмущения

его закручивания на величину $\varphi = \omega t$. Это можно записать так (уравнение энергетического баланса):

$$A = K + \Pi,$$

где A – работа момента M при повороте торца на угол φ за время t , K – кинетическая энергия вращающегося участка стержня (рис. 4.1, поз. 2), Π – потенциальная энергия этого участка стержня.

Определим величины, входящие в уравнение энергетического баланса. Начнем с вычисления момента M . Очевидно, что за время t поперечные сечения участка величиной l_0 повернулись на углы от значения φ (торец) до нуля (крайнее сечения с координатой $x = l_0$), причем в силу того, что все сечения вращаются с одинаковыми скоростями зависимость $\varphi(x)$ будет линейной:

$$\varphi = \omega t \cdot \left(1 - \frac{x}{l_0}\right) = \omega \cdot \left(t - \frac{x}{\lambda}\right). \quad (4.1)$$

Отсюда абсолютная величина производной $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ запишется как

$$\left| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right| = \frac{\omega}{\lambda},$$

и согласно соотношению (2.7) для абсолютной величины момента M получаем:

$$M = \frac{GJ_P \omega}{\lambda}. \quad (4.2)$$

Очевидно, что работа $A = M\varphi = M\omega t$, откуда

$$A = \frac{GJ_P \omega^2}{\lambda} \cdot t. \quad (4.3)$$

Поскольку момент инерции I участка стержня l_0 относительно оси вращения при свободном и подкрученном состояниях не меняется, то кинетическая энергия вращающейся части может быть представлена как кинетическая энергия цилиндрического стержня, вращающегося с угловой скоростью ω (рис. 4.1, поз. 2):

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2.$$

Легко показать, что $I = \rho J_P l_0 = \rho J_P \lambda t$, откуда

$$K = \frac{\rho J_P \lambda \omega^2}{2} \cdot t. \quad (4.4)$$

Наконец, очевидно, что в момент времени t сечение стержня $x = l_0$ еще не повернулось, то есть его смещение равно нулю (рис. 4.1, поз. 3). Сечение же с любой другой координатой $x \in [0, l_0]$ в силу равномерного вращения со скоростью ω повернется на угол пропорционально координате x , а потому график поворота сечений описывается линейной функцией в зависимости от расстояния текущего сечения до торца (4.1) (рис. 4.1, поз. 3). Вычислим теперь потенциальную энергию участка длиной l_0 . Для этого рассмотрим стержень длиной l_0 , один торец которого жестко заделан, а второй торец статически подкручивается (то есть очень медленно во времени) на величину от нуля до φ (рис. 4.1, поз. 4). При этом очевидно, что графики поворотов сечений как во вращающейся части стержня (рис. 4.1, поз. 3),

так и у стержня, нагруженного статически (рис. 4.1, поз. 4), совершенно идентичны, в силу чего и потенциальная энергия Π у этих стержней одна и та же. В случае статического нагружения при изменении величины закручивания свободного торца от нуля до φ момент на торце согласно закону Гука возрастает от нуля до M . Потенциальная энергия кручения при этом будет равна работе вращающего момента при повороте на величину φ , то есть площади заштрихованного прямоугольного треугольника на графике (M, φ) (рис. 4.1, поз. 4):

$$\Pi = \frac{1}{2} M \varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{G J_P \omega^2}{\lambda} \cdot t. \quad (4.5)$$

Подставим полученные значения A , K и Π в уравнение энергетического баланса:

$$\frac{G J_P \omega^2}{\lambda} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot \rho J_P \lambda \omega^2 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \frac{G J_P \omega^2}{\lambda} \cdot t.$$

Отсюда найдем, что

$$\lambda = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (4.6)$$

И хотя изложенный вывод скорости распространения крутильных возмущений не вполне строгий, однако мы пришли к верному результату (в частности, для стального стержня параметр $\lambda = 3200$ м/с).

Заметим, что полная энергия бегущего вдоль стержня крутильного возмущения $\mathcal{E} = K + \Pi$ записывается как

$$\mathcal{E} = \frac{G J_P \omega^2}{\lambda} \cdot t. \quad (4.7)$$

Данное соотношение понадобится нам в дальнейшем.

Сейчас нами был рассмотрен случай распространения крутильного волнового возмущения в прямолинейном однородном стержне с постоянными по его длине параметрами (площадь поперечного сечения, материал стержня). Разберем процесс отражения крутильного волнового возмущения в составном стержне, состоящем из двух участков с разными механическими и геометрическими характеристиками (рис. 4.2).

Пусть по первому участку стержня, характеризуемому полярным моментом инерции поперечного сечения J_{P1} , модулем сдвига

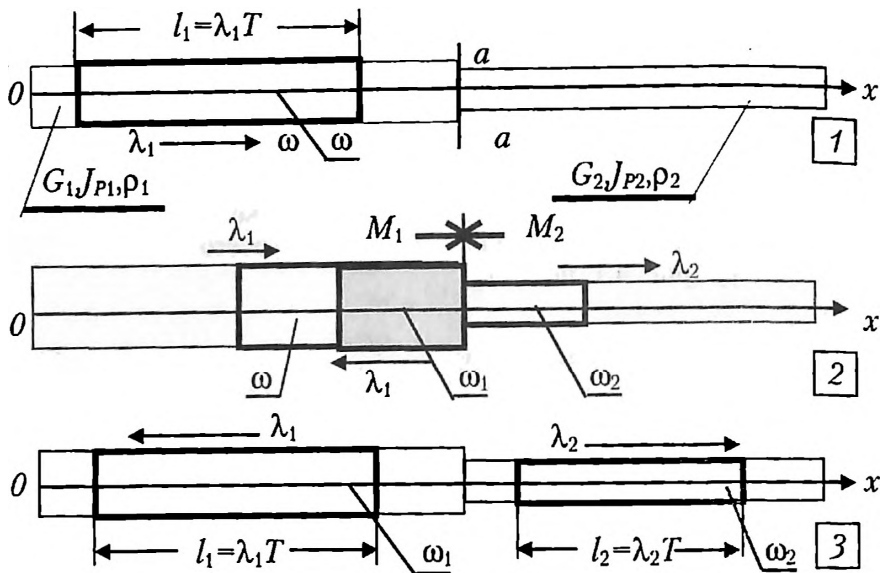


Рис. 4.2. К анализу процесса отражения крутильного волнового возмущения в составном стержне

G_1 и плотностью материала ρ_1 (скорость λ_1), движется волновое возмущение (длина крутильной волны l_1 , скорость вращения сечений ω) в направлении второго участка с соответствующими характеристиками J_{P2} , G_2 , ρ_2 и λ_2 (рис. 4.2, поз. 1; волновое возмущение выделено жирным прямоугольником). В некоторый момент времени оно достигает границы $a-a$ раздела двух сред (место состыковки стержней), и мы наблюдаем процесс, изображенный на рис. 4.2, поз. 2: **прямая волна** (скорость вращения ω) направлена к сечению $a-a$ в сторону возрастания координаты x ; **отраженная волна** (скорость ω_1) направлена от сечения $a-a$ противоположно направлению Ox ; **поглощенная волна** (скорость ω_2) направлена от сечения $a-a$ в направлении оси Ox . Очевидно, что процесс отражения будет длиться на отрезке времени $t = T$, где T — время действия граничного возмущения, вызвавшего волну длиной $l_1 = \lambda_1 T$ (см. рис. 4.2, поз. 1). Поскольку, согласно третьему закону Ньютона, момент M_1 , действующий со стороны первого участка в сечении $a-a$, равен моменту M_2 , действующему со стороны второго участка в этом же сечении, а выражения для этих моментов с учетом знаков скоростей вращения поперечных сечений ω , ω_1 и ω_2 , как видно из рис. 4.2, поз. 2, записываются согласно (4.2) как

$$M_1 = \frac{G_1 J_{P1} \omega}{\lambda_1} - \frac{G_1 J_{P1} \omega_1}{\lambda_1} = (\omega - \omega_1) \cdot \frac{G_1 J_{P1}}{\lambda_1}, \quad M_2 = \frac{G_2 J_{P2} \omega_2}{\lambda_2},$$

то после приравнивания этих моментов с учетом противоположности их направлений действия ($M_1 = -M_2$) и несложных преобразований получим:

$$\omega - \omega_1 = -\frac{G_2 J_{P2} \lambda_1}{G_1 J_{P1} \lambda_2} \omega_2. \quad (4.8)$$

После завершения процесса отражения по первому участку будет распространяться отраженная волна (скорость ω_1), а по второму – поглощенная (скорость ω_2). Эта картина показана на рис. 4.2, поз. 3. Очевидно, что энергия прямой волны (рис. 4.2, поз. 1) пошла на создание энергий отраженной и поглощенной волн (рис. 4.2, поз. 3).

Полная энергия прямой волны дается соотношением (4.7) при $t = T$ и она равна сумме полных энергий отражённой и поглощённой волн:

$$\frac{G_1 J_{P1} \omega^2}{\lambda_1} \cdot T = \frac{G_1 J_{P1} \omega_1^2}{\lambda_1} \cdot T + \frac{G_2 J_{P2} \omega_2^2}{\lambda_2} \cdot T,$$

откуда

$$(\omega^2 - \omega_1^2) \cdot \frac{G_1 J_{P1}}{\lambda_1} = \omega_2^2 \cdot \frac{G_2 J_{P2}}{\lambda_2}.$$

Приведём данное выражение к следующему виду:

$$(\omega - \omega_1) (\omega + \omega_1) = \frac{G_2 J_{P2} \lambda_1}{G_1 J_{P1} \lambda_2} \cdot \omega_2^2.$$

После подстановки в левую часть равенства вместо первого сомножителя его выражение (4.8) и несложных преобразований получаем:

$$\omega + \omega_1 = -\omega_2.$$

Полученное равенство и равенство (4.8) запишем в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} \omega_1 + \omega_2 = -\omega \\ \omega_1 - \frac{G_2 J_{P2} \lambda_1}{G_1 J_{P1} \lambda_2} \cdot \omega_2 = \omega \end{cases}$$

Введем теперь следующие обозначения, аналогичные k_n и r_n :

$$k_\omega = \frac{\omega_1}{\omega} - \text{коэффициент отражения}, \quad (4.9)$$

$$k_\omega = \frac{\omega_2}{\omega} - \text{коэффициент поглощения}. \quad (4.10)$$

Тогда записанная система преобразуется к виду:

$$\begin{cases} k_\omega + r_\omega = -1, \\ k_\omega - \frac{G_2 J_{P2} \lambda_1}{G_1 J_{P1} \lambda_2} \cdot r_\omega = 1. \end{cases} \quad (4.11)$$

Данная система легко решается

$$r_\omega = -\frac{2\lambda_2 G_1 J_{P1}}{\lambda_2 G_1 J_{P1} + \lambda_1 G_2 J_{P2}}, \quad (4.12)$$

$$k_\omega = \frac{\lambda_2 G_1 J_{P1} - \lambda_1 G_2 J_{P2}}{\lambda_2 G_1 J_{P1} + \lambda_1 G_2 J_{P2}}. \quad (4.13)$$

Итак, (4.12) и (4.13) дают выражения для коэффициентов поглощения и отражения соответственно для случая крутильных возмущений.

Пусть выполнено равенство:

$$\frac{G_1 J_{P1}}{\lambda_1} = \frac{G_2 J_{P2}}{\lambda_2}. \quad (4.14)$$

В этом случае $k_\omega = 0$, $r_\omega = -1$, и отраженная волна отсутствует, то есть волновое возмущение беспрепятственно проходит границу раздела двух сред и в этом смысле стержень может рассматриваться как однородный. В подобных случаях говорят о равенстве волновых сопротивлений участков стержня.

В заключение данной лекции отметим, что все полученные выше соотношения для случая продольного волнового возмущения после замены параметров E , F , κ , ν на параметры G , J_P , λ , ω автоматически переходят в соответствующие им выражения для крутильного волнового возмущения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Юнин Е.К. Введение в механику глубокого бурения. – Ухта: УГТУ, 2003.

Лекция 5

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВРАЩЕНИЯ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ

На рис. 5.1 представлена расчетная схема для анализа вращательного движения механической системы «долото–бурильная колонна» при проводке вертикальной скважины роторным способом в случае простейшей компоновки (бурильная колонна эквивалентна прямолинейному стержню с постоянными параметрами по его длине) [2, 3, 4, 5]. Координатная ось Ox направлена от устья скважины к ее забою.

На рис. 5.1 $\varphi(x, t)$ – угол поворота текущего поперечного сечения БК с координатой x в момент времени t ; J_p – полярный момент инерции поперечного сечения колонны (круговое сечение с внешним диаметром D и внутренним диаметром d); G – модуль сдвига материала колонны; n_0 – скорость вращения верхнего торца колонны ($n_0 = \text{const}$); $M_H(P, n_H)$ – момент сопротивления вращению долота со стороны забоя; P – осевая нагрузка на долото; n_H – скорость вращения долота (при равномерном вращении БК $n_H = n_0$); H – глубина скважины (длина БК).

В правой нижней части рис. 5.1 показаны типичные зависимости момента сопротивления вращению долота M_H со стороны забоя от скорости вращения долота n_H при постоянной осевой нагрузке (каждая кривая M_H соответствует осевой нагрузке на долото P_i , где $i = 1, 2$) от угловой скорости вращения долота. Указанные зависимости получают, как правило, в стендовых условиях. Остановимся более подробно на моментной характеристике M_H . Важной чертой этой зависимости является экспериментально установленный факт уменьшения момента сопротивления вращению долота M_H по мере увеличения скорости его вращения при постоянной осевой нагрузке. Возрастание же осевой нагрузки увеличивает момент сопротивления вращению.

Указанные свойства изменения M_H характерны для всех без исключения типов породоразрушающего инструмента. Так на рис. 5.2 показаны закономерности изменения момента сопротивления вращению долота со стороны забоя M_H от скорости его вращения n_H при постоянной осевой нагрузке при разбуривании

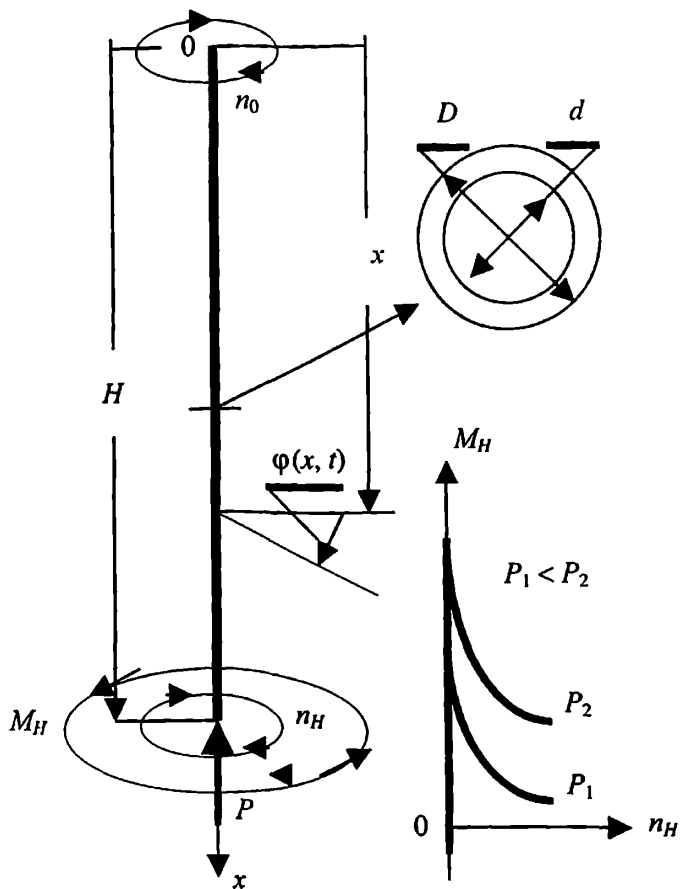


Рис. 5.1. Расчётная схема для изучения процесса вращения бурильной колонны

известняка согласно эмпирическим данным публикации [1]. На рис. 5.2, а показана зависимость для трёхшарошечного долота 4В-140С (это долото по своей конструкции относится к виду, изображённому на рис. 1.2), откуда можно установить, что при увеличении скорости вращения долота вплоть до значения 42 рад/с момент на долоте падает. На рис. 5.2, б изображена аналогичная зависимость для долота режущего типа ДФТ-140 (это долото по своей конструкции относится к виду, изображённому на рис. 1.3), где также наблюдается падение момента с увеличением скорости вращения породоразрушающего инструмента.

Выделим на расстоянии x от верхнего торца малый элемент стержня длиной Δx и обозначим через f_t величину момента со-

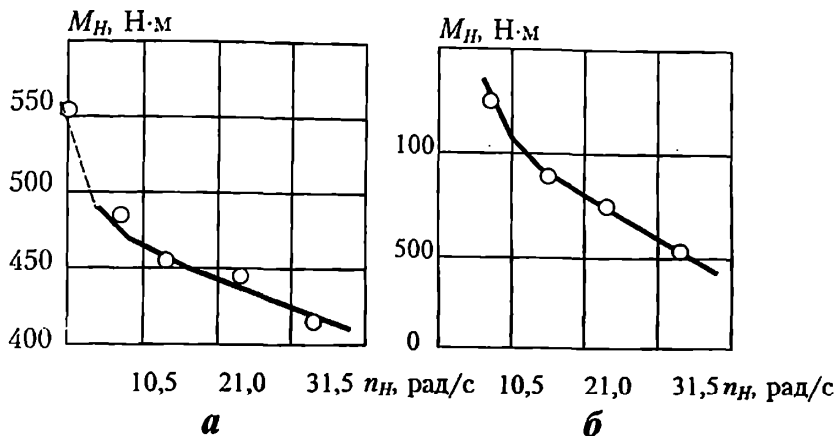


Рис. 5.2. Пример зависимостей момента сопротивления вращению долота со стороны забоя от скорости вращения

противления вращению буровой колонны из-за ее трения о стенки скважины и взаимодействия с буровым раствором, приходящейся на единицу длины колонны (рис. 5.3). Тогда на выделенный элемент действует момент сопротивления вращению $f_r \Delta x$. Составим уравнение равновесия элемента при его равномерном вращении. В этом случае $n(x) = n_0$ при изменении x в пределах $[0, H]$. Поскольку разность действующих в противоположных торцах крутящих моментов $M(x + \Delta x)$ и $M(x)$ должна уравновешиваться моментом $f_r \Delta x$, то имеем, что

$$M(x + \Delta x) - M(x) \approx f_r \Delta x.$$

Поделив левую и правую части полученного равенства на длину элемента Δx и устремив его к нулю, найдем:

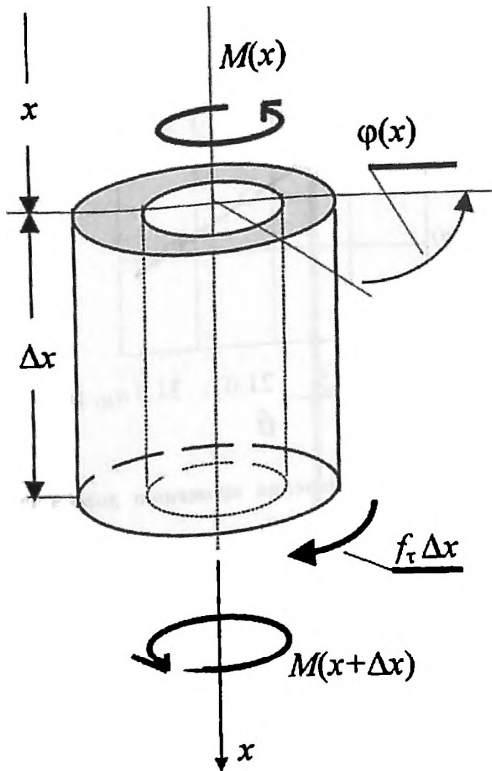
$$\frac{dM}{dx} = f_r. \tag{5.1}$$

Подставив сюда значение $M(x)$ согласно выражению (2.7), получим:

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = \frac{f_r}{GJ_p}. \tag{5.2}$$

Уравнение (5.2) описывает изменение угла поворота текущего поперечного сечения буровой колонны в зависимости от его координаты x при равномерном вращении.

Рис. 5.3. К выводу уравнения для нахождения углов поворота поперечных сечений стержня



Рассмотрим равномерное установившееся вращение буровой колонны с угловой скоростью n_0 (осевую нагрузку P считаем постоянной во времени). Очевидно, что в данном случае угол поворота произвольного сечения буровой колонны имеет вид:

$$\varphi = n_0 t + \varphi_0(x).$$

Записанное равенство означает, что произвольное поперечное сечение вращается с постоянной угловой скоростью n_0 , но сами сечения повернуты относительно сечения в начале координат ($x = 0$) из-за подкручивания колонны силами сопротивления вращению на некоторые углы $\varphi_0(x)$, зависящие от текущей координаты поперечного сечения x . Подставив теперь записанное значение φ в уравнение (5.2) (с учётом того, что время t от координаты x не зависит), получим:

$$\frac{d^2 \varphi_0(x)}{dx^2} = \frac{f_\tau}{GJ_p}. \quad (5.3)$$

Граничные условия:

$$1. x = 0: \varphi_0 = 0;$$

$$2. x = H: GJ_p \frac{d\varphi}{dx} = -M_H(P, n_0).$$

Первое граничное условие говорит о равенстве нулю относительного поворота верхнего сечения (этот факт очевиден), а второе – о равенстве момента в нижнем сечении стержня моменту сопротивления вращению долота со стороны забоя (знак «минус» указывает на противоположные направления действий этих моментов).

Пусть параметр f_τ постоянен по длине бурильной колонны. В этом случае записанная задача (5.3) легко решается, и для величины $\varphi_0(x)$ получаем:

$$\varphi_0(x) = \frac{1}{GJ_p} \left(\frac{1}{2} f_\tau x^2 - (f_\tau H + M_H(P, n_0)) x \right). \quad (5.4)$$

Крутящий же момент, действующий в произвольном сечении колонны, запишется согласно (2.7) после подстановки $\varphi = \varphi_0(x)$:

$$M(x) = f_\tau \cdot (x - H) - M_H(P, n_0). \quad (5.5)$$

Подставив теперь в соотношение (5.4) значение $x = H$, получим угол закручивания нижнего торца бурильной колонны (забой) относительно верхнего (устье скважины):

$$\varphi_0(H) = -\frac{H}{GJ_p} \left(\frac{f_\tau H}{2} + M_H(P, n_0) \right). \quad (5.6)$$

Знак «минус» указывает на отставание угла закручивания нижнего торца по отношению к верхнему.

При $x = 0$ соотношение (5.5) дает значение крутящего момента $M(0)$, который необходим для вращения колонны в скважине. Его абсолютная величина $M_{H0} = |M(0)|$ равна:

$$M_{H0} = f_\tau \cdot H + M_H(P, n_0). \quad (5.7)$$

При отсутствии контакта породоразрушающего инструмента с забоем (бурильная колонна находится в подвешенном состоянии)

момент $M_H(P = 0, n) = 0$, а тогда при известном значении M_0 в верхнем сечении (ротор) и известной глубине скважины формула (5.7) позволяет оценить величину параметра f_τ :

$$f_\tau = \frac{M_{H0}}{H}. \quad (5.8)$$

Следует отметить ещё один нюанс, связанный с изменением момента M_H при страгивании породоразрушающего инструмента из состояния покоя ($n = 0$), когда инструмент контактирует с забоем при отличной от нуля осевой нагрузке. Как правило зависимость $M_H(n)$ при $P = \text{const}$ выбирается таким образом, чтобы соблюдалось равенство $M_H(n = 0) = 0$. Это, видимо, связано с тем, что при решении соответствующих задач гораздо приятнее иметь дело с непрерывными функциями (тем более соответствующее число раз дифференцируемыми), чем имеющими разрыв в некоторой точке (в данном случае при $n = 0$). Однако такое допущение противоречит физике процесса, поскольку долото не может быть приведено во вращение из состояния покоя при его контакте с забоем сколь угодно малым моментом.

В качестве примера рассмотрим оценку величины момента страгивания трёхшарошечного долота, как наиболее распространённого породоразрушающего инструмента, из состояния покоя M_0 .

На рис. 5.4 показано трёхшарошечное долото, на шарошках которого через Z_1 , Z_2 и Z_3 обозначено соответственно количество зубцов на каждом из периферийных венцов. Для оценки M_0 воспользуемся расчётной схемой, представленной на рис. 5.5, где схематично изображён один из периферийных венцов. В модели для простоты принято, что осевое усилие P приложено к периферийным зубцам (по $P/3$ на каждую из шарошек).

Рассмотрим периферийные венцы одной из шарошек в момент страгивания породоразрушающего инструмента из состояния покоя. В этот момент все усилие $P/3$ сосредоточено в точке Q . Количество венцов Z_i в шарошке и ее радиус нам известны, отсюда мы просто можем оценить угловое расстояние между соседними венцами.

Силу тяги N_i для i -го венца радиуса r_i можно просто оценить из условия равенства моментов относительно точки Q :

$$\frac{P}{3} r_i \sin \frac{\Psi_i}{2} = N r_i \cos \frac{\Psi_i}{2},$$

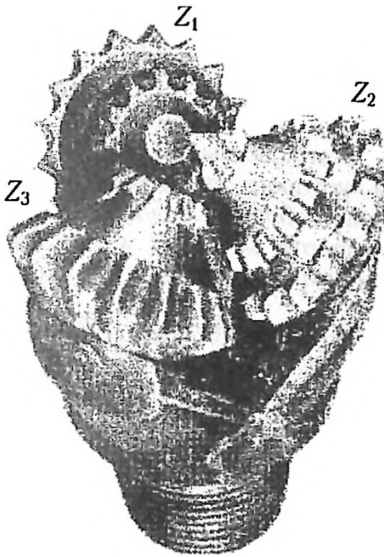


Рис. 5.4. Трехшарошечное долото с периферийными венцами

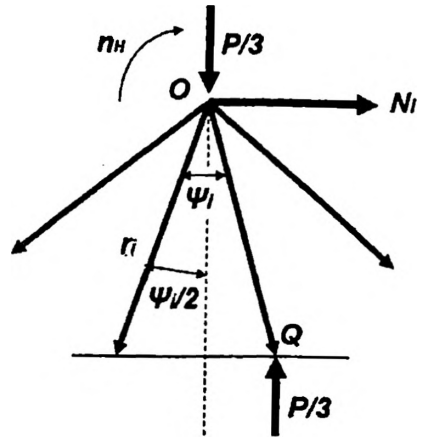


Рис. 5.5. Схема усилий, действующих на периферийный венец

откуда получаем:

$$N_i = \frac{P}{3} \operatorname{tg} \frac{\Psi_i}{2}, \quad \Psi_i = \frac{2\pi}{Z_i}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Момент, создаваемый одной шарошкой

$$M_{0i} = \frac{Pd_0}{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{Z_i},$$

где d_0 – диаметр долота.

Полный же момент, создаваемый тремя шарошками, будет равен сумме моментов, создаваемых каждой шарошкой:

$$M_0 = \frac{Pd_0}{6} \sum_{i=1}^3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{Z_i}.$$

Поскольку угол, стоящий под знаком тангенса, мал по величине, то данную формулу можно представить как

$$M_0 = \frac{\pi P d_0}{6} \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right). \quad (5.9)$$

Оценим значение момента сопротивления M_0 в момент страгивания из состояния покоя. Для этого возьмем долото, зависимость момента сопротивления которого представлена на рис. 5.2, а. Исходные данные для долота будут следующие: осевая нагрузка $P = 50000$ Н, диаметр долота $d_0 = 0,14$ м, все шарошки имеют одинаковое число периферийных зубцов: $Z_1 = Z_2 = Z_3 = 20$.

Тогда согласно выведенной выше формуле получаем:

$$M_0 = \frac{\pi \cdot 0,14 \cdot 50000}{6} \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} \right) = 553 \text{ Нм.}$$

Данный результат отмечен точкой на оси ординат рис. 5.2, а. Прерывистой линией показан участок, экстраполирующий данную зависимость на малые частоты вращения вплоть до момента страгивания долота из состояния покоя.

Итак, теперь у нас имеются в наличии необходимые данные, чтобы рассмотреть состояние БК при её вращательном движении.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Одношарошечные долота*/А.В. Зубарев, Г.И. Матвеев, Ю.В. Рыжиков и др. – М.: Недра, 1971.
2. *Юнин Е.К.* Низкочастотные колебания бурильного инструмента. – М.: Недра, 1983.
3. *Юнин Е.К.* Устойчивость равномерного вращения бурильной колонны//Фундаментальный базис новых технологий нефтяной и газовой промышленности. Сб. статей, вып. 2. – ИПНГ РАН и Минобразования РФ. – М.: ГЕОС, 2002. – С. 296–302.
4. *Юнин Е.К., Хегай В.К.* Динамика глубокого бурения. – М.: Недра, 2004.
5. *Юнин Е.К.* Введение в динамику глубокого бурения. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.

Лекция 6

АНАЛИЗ ВРАЩЕНИЯ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ

В предыдущей лекции была отмечена весьма важная деталь математической модели вращения БК – падение момента сопротивления вращению долота со стороны забоя с возрастанием скорости его вращения при постоянной осевой нагрузке. А теперь, исходя из элементарных соображений, покажем, как уменьшение момента сопротивления вращению долота со стороны разрушаемого забоя с возрастанием скорости вращения вызывает формирование незатухающих крутильных колебаний бурильной колонны, а следовательно, и долота, – **крутильных автоколебаний** (этот вид колебаний возникает при подведении энергии к колеблющейся системе от источника неколебательного характера) [1, 2]. Для этого обратимся к рис. 6.1.

Пусть в некоторый момент времени скорость вращения долота n_H (которая при равномерном вращении бурильной колонны равна n_0) в силу некоторой причины (например, из-за изменения осевой нагрузки или же подклинки) уменьшилась и стала равной n_{\min} (рис. 6.1, поз. 1). В результате этого момент на долоте M_H возрос до значения M_{\max} и от забоя к устью скважины начало распространяться крутильное волновое возмущение со скоростью λ , уменьшающее угловую скорость вращения поперечных сечений колонны на величину $\delta n = n_0 - n_{\min}$. Через время $t_1 = \frac{H}{\lambda}$ возмущение достигнет верхнего сечения колонны. Отразившись от него [см. формулу (4.13)], волновое возмущение начнет распространяться к забою в виде обратной волны, которая, встретившись с прямой волной, гасит ее (рис. 6.1, поз. 2). В результате этого в верхней части колонны сечения начинают вращаться с угловой скоростью, соответствующей номинальному значению n_0 (ротор), а сечения нижней части, до которой обратная волна не дошла, продолжают еще подкручиваться. В момент $t_2 = \frac{2H}{\lambda}$ обратная волна полностью гасит прямую, колонна закручивается на максимальную величину, и в момент прихода обратной волны к

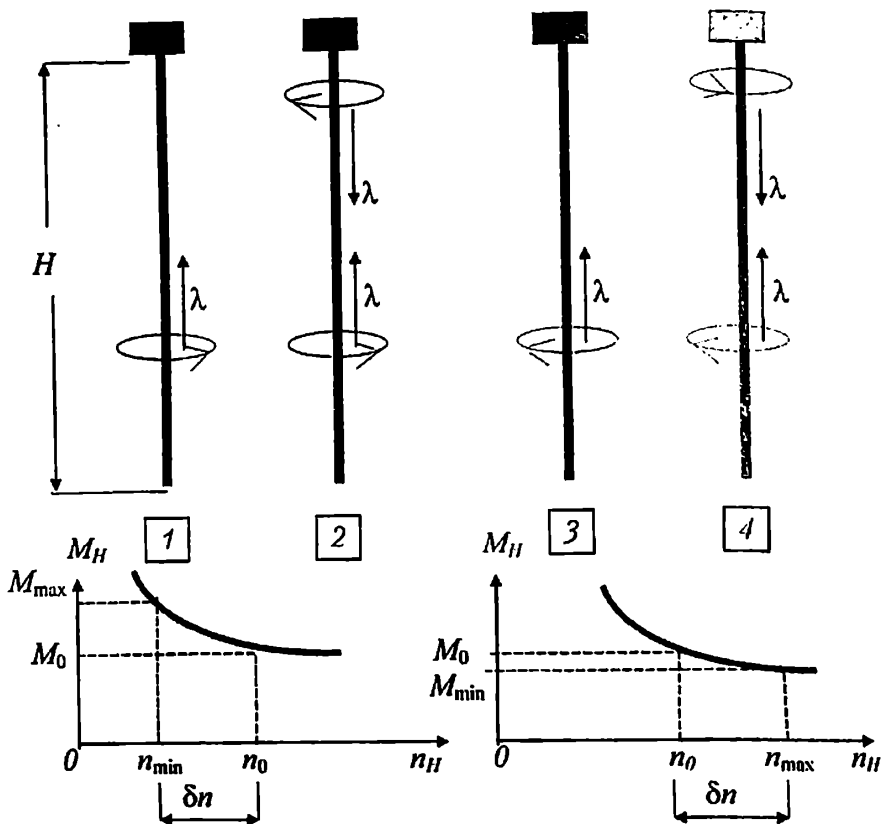


Рис. 6.1. К пояснению вращения буровой колонны в режиме крутильных автоколебаний

забой долота резко увеличивает угловую скорость вращения. Скорость вращения долота становится максимальной n_{\max} , момент M_H падает до минимального значения M_{\min} , колонна начинает раскручиваться (переход потенциальной энергии закручивания в кинетическую энергию вращения) и, аналогично сказанному выше, от забоя к устью скважины начинает распространяться со скоростью λ крутильное возмущение, увеличивающее угловую скорость вращения сечений (рис. 6.1, поз. 3). В момент времени $t_3 = \frac{3H}{\lambda}$ оно достигает верхнего торца. Отразившись от него, вниз начинает распространяться обратная волна (рис. 6.1, поз. 4), и в момент времени $t_4 = \frac{4H}{\lambda}$ достигает забоя, полностью погасив

прямую волну. Раскручивание колонны заканчивается, скорость вращения долота уменьшается, а момент сопротивления вращению со стороны забоя M_H увеличивается, и описанный цикл повторяется вновь. Очевидно, что время этого цикла $T = t_4$ равно периоду крутильных автоколебаний бурильной колонны:

$$T = \frac{4H}{\lambda}. \quad (6.1)$$

Заметим, что в установившемся режиме крутильных автоколебаний должно выполняться равенство $\delta n = n_0 - n_{\min} = n_{\max} - n_0$, поскольку угол поворота за период T верхнего сечения бурильной колонны (ротор) должен равняться углу поворота нижнего сечения (долото) за этот же период времени. В противном случае колонна из-за разности угловых скоростей закрутится на недопустимый угол и произойдет ее слом.

Итак, характерное изменение момента сопротивления вращению долота со стороны забоя может вызывать появление крутильных автоколебаний бурильной колонны. Следует сразу же оговориться, что изложенная качественная картина этого процесса представляет простейший вариант этого явления. В действительности дело обстоит гораздо сложнее. Более тщательный анализ показывает, что крутильные автоколебания могут иметь гораздо более сложную структуру, вплоть до колебаний, носящих случайный характер [3, 4]. Однако следует отметить, что в большинстве случаев возникновения крутильных автоколебаний БК, встречающихся на практике, механизм их протекания соответствует рассмотренному, а потому в дальнейшем мы будем опираться именно на этот случай (см. рис. 6.1). Более того, рассмотренная ситуация протекания крутильных автоколебаний БК позволяет наглядно продемонстрировать механизм явлений, возникающих в процессе углубления скважины роторным способом бурения.

Проанализируем влияние неравномерности вращения БК на её состояние в процессе углубления забоя скважины и, в первую очередь, на механическую скорость бурения, поскольку при проектировании режимов бурения механическая скорость рассматривается, как правило, при постоянной угловой скорости вращения БК.

Обратимся к рис. 6.2, на котором изображен характер вращения долота на забое скважины при установившемся режиме крутильных автоколебаний бурильной колонны. Очевидно, что в установившемся режиме автоколебаний амплитуда изменения скорости вращения долота δn будет, вообще говоря, постоянной

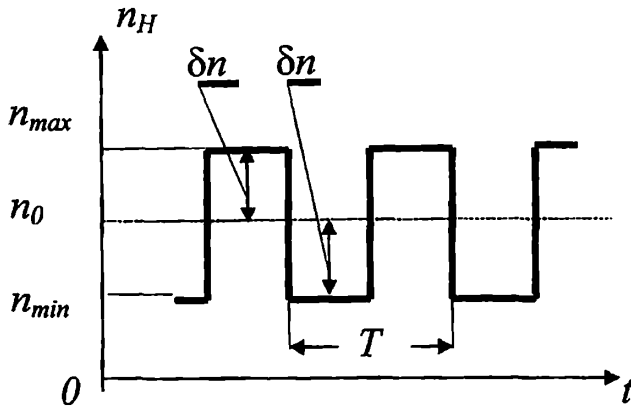


Рис. 6.2. Характер вращения долота на забое скважины при установившемся режиме крутильных автоколебаний бурильной колонны

величиной, а закон вращения долота на забое может быть представлен следующей зависимостью:

$$n_H(t) = \begin{cases} n_0 - \delta n, & \text{при } j \cdot T \leq t \leq \left(j + \frac{1}{2}\right) \cdot T, \\ n_0 + \delta n, & \text{при } \left(j + \frac{1}{2}\right) \cdot T \leq t \leq (j + 1) \cdot T, \end{cases} \quad (6.2)$$

$$j = 0, 1, 2, \dots$$

Средняя скорость механического бурения за один период крутильных автоколебаний v_c определяется как

$$v_c = \frac{1}{T} \int_0^T v(n_H(t)) dt, \quad (6.3)$$

что после подстановки в нее зависимости (6.2) дает

$$v_c = \frac{1}{2} \cdot (v(n_0 - \delta n) + v(n_0 + \delta n)). \quad (6.4)$$

Рис. 6.3 поясняет процесс изменения механической скорости бурения при наличии крутильных автоколебаний [зависимость (6.2)]. Очевидно, что v_c легко определяется графически при известной функции $v(n_H)$, найденной из эксперимента, проведенного, например, в стендовых условиях. Из рис. 6.3 видно, что ми-

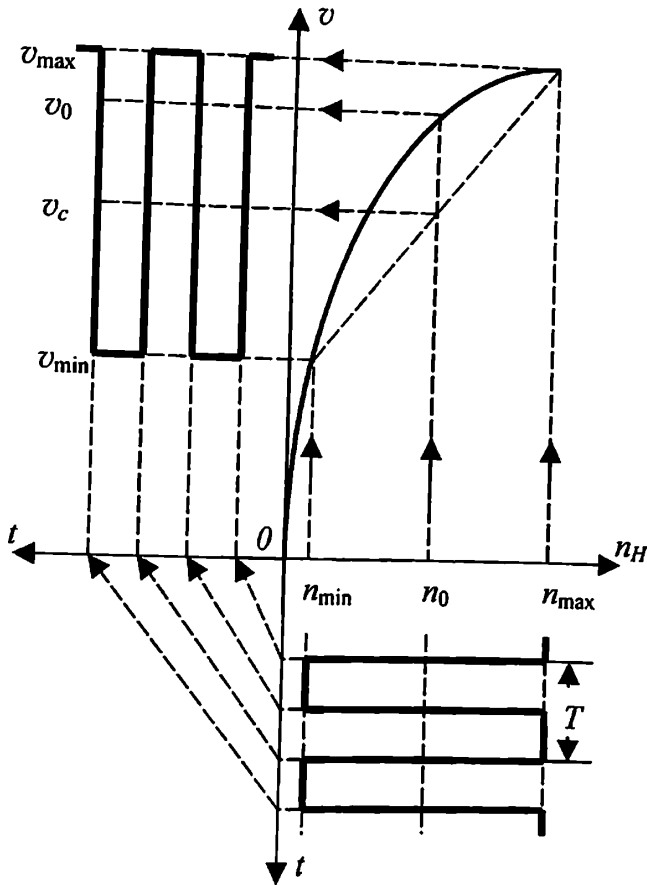


Рис. 6.3. Изменение механической скорости бурения при наличии крутильных автоколебаний

нимальная скорость бурения $v_{\min} = v(n_0 - \delta n)$, а максимальная – $v_{\max} = v(n_0 + \delta n)$. Следовательно, скорость v_c является средним арифметическим скоростей v_{\min} и v_{\max} и она меньше номинальной $v_0 = v(n_0)$ (при равномерном вращении долота со скоростью, равной скорости вращения ротора). Очевидно также, что уменьшение величины v_c соответствует увеличению амплитудного значения δn неравномерного вращения долота и ее минимум реализуется при $\delta n = n_0$ (рис. 6.4). Поэтому формула (6.4) (с учетом, что $v(0) = 0$) дает:

$$v_{c\min} = \frac{1}{2} \cdot v(2n_0). \quad (6.5)$$

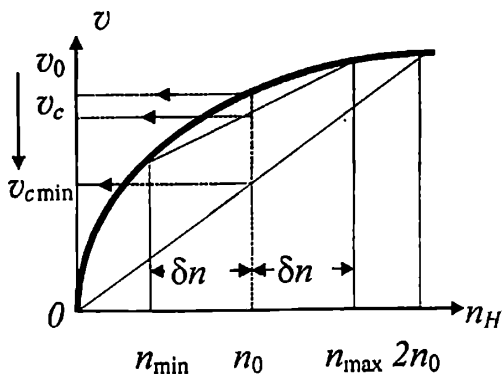


Рис. 6.4. К пояснению уменьшения механической скорости в режиме крутильных автоколебаний

Полученная зависимость позволяет оценить пределы изменения механической скорости бурения в случае развития крутильных автоколебаний буровой колонны (рис. 6.5). Действительно, если при постоянной осевой нагрузке на долото и при постоянном расходе промывочной жидкости известна зависимость $v(n_H)$, то, проведя из начала координат прямую линию до пересечения ее с графиком зависимости $v(n_H)$ и взяв среднюю точку полученной хорды (на рис. 6.5 она отмечена чёрным прямоугольником), мы найдем согласно зависимости (6.5), что координаты этой точки дают пару значений величин (n_0, v_{cmin}) . Проведя теперь из начала координат пучок прямых до пересечения с зависимостью $v(n_H)$ и соединив середины полученных хорд

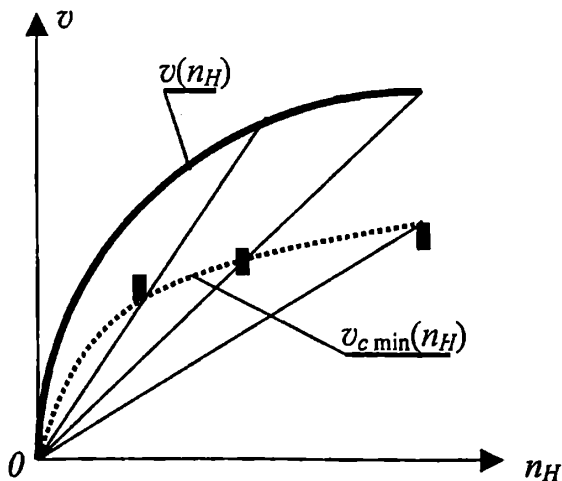


Рис. 6.5. Пределы изменения механической скорости бурения при крутильных автоколебаниях буровой колонны

плавной линией, получаем искомую кривую минимально возможных механических скоростей бурения при наличии автоколебательного процесса бурильной колонны. Область, расположенная между кривыми $v(n_H)$ и $v_{c,min}(n_H)$ является областью возможных значений механических скоростей бурения. Отметим, что в случае идеальной промывки забоя (практически вся выбуренная порода удаляется с забоя скважины) кривые $v_{c,min}$ и $v(n_H)$ совпадают, так как в этом случае имеет место линейная зависимость между механической скоростью бурения и скоростью вращения долота, а потому номинальное значение механической скорости и значение ее при крутильных автоколебаниях совпадают. Это легко устанавливается с помощью зависимости (6.5). Напомним ещё раз, что здесь рассматривается наиболее часто встречаемый случай крутильных автоколебаний БК. В ряде случаев могут встречаться зависимости изменения скорости вращения долота $n_H(t)$, протекание которых во времени имеют гораздо более сложный характер [3, 4].

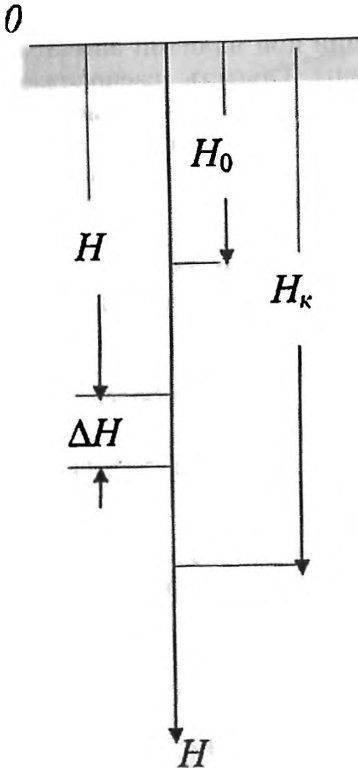
Итак, крутильные автоколебания бурильной колонны уменьшают механическую скорость бурения. Указанный факт подтверждается экспериментально. Кроме этого представленные выше результаты опираются на зависимость (6.2), имеющей разрывы первого рода при переходах с меньшей скорости вращения на большую и наоборот. Такому характеру вращения должен соответствовать ударный характер изменения момента на долоте (периодическое резкое изменение момента). Указанный факт так же отмечается многочисленными промысловыми наблюдениями (поэтому данное явление часто именуют «крутильными ударами»).

А теперь коснемся ещё одной стороны проблемы крутильных автоколебаний бурильной колонны. Пусть в механической системе «долото–бурильная колонна» возникли крутильные автоколебания. В простейшем случае одномерной бурильной колонны их период T определяется согласно (6.1). Пусть необходимо пробурить интервал скважины $[H_0, H_K]$, где H_0 и H_K – соответственно начальная и конечная глубины скважины (рис. 6.6). Найдем количество циклов N крутильных автоколебаний при прохождении данного интервала. Если интервал бурится с некоторой механической скоростью v_c (согласно 6.4), то элементарный интервал ΔH , пробуренный за малый промежуток времени Δt , запишется как

$$\Delta H \approx v_c(H) \cdot \Delta t.$$

Очевидно, что период крутильных автоколебаний T является функцией текущей глубины скважины H . При этом $H \in [H_0, H_K]$.

Рис. 6.6. К определению числа циклов крутильных автоколебаний



Если обозначить через ΔN число циклов на элементарном участке ΔH , то оно может быть записано:

$$\Delta N \approx \frac{\Delta t}{T(H)},$$

где $T(H)$ – текущий период крутильных автоколебаний. Отсюда получаем:

$$\Delta H \approx v_c(H) \cdot T(H) \cdot \Delta N.$$

Преобразовав данное соотношение и устремив ΔH к нулю, имеем:

$$\frac{dN}{dH} = \frac{1}{v_c(H) \cdot T(H)}. \quad (6.6)$$

Уравнение (6.6) – основное дифференциальное уравнение для нахождения числа циклов N . Воспользуемся теперь зависимостью (6.1). В этом случае согласно (6.6) получаем:

$$\frac{dN}{dH} = \frac{\lambda}{4} \frac{1}{v_c(H) \cdot H},$$

откуда

$$N(H_0, H_K) = \frac{\lambda}{4} \int_{H_0}^{H_K} \frac{dH}{v_c(H) \cdot H}. \quad (6.7)$$

В частности, если скорость бурения в процессе автоколебаний весь интервал остается примерно постоянной $v_c = v_{0c}$, то согласно (6.7) для этого случая имеем, что

$$N(H_0, H_K) = \frac{\lambda}{4v_{0c}} \ln \frac{H_K}{H_0}. \quad (6.8)$$

Если, например, в соотношении (6.8) принять согласно (6.5) $v_{0c} = v_{c\min}$, то количество циклов крутильных автоколебаний можно оценить как

$$N(H_0, H_K) = \frac{\lambda}{2 \cdot v(2\pi\theta_0)} \ln \frac{H_K}{H_0}. \quad (6.9)$$

Знание числа циклов крутильных автоколебаний полезно для оценки вероятности поломки бурильного инструмента из-за накопления усталостных напряжений: чем больше число циклов при прохождении заданного интервала, тем больше вероятность поломки. Это необходимо твердо усвоить и стараться подбирать параметры режима бурения и компоновку бурильной колонны таким образом, чтобы свести к минимуму вредные последствия данного явления.

Теперь сделаем следующее замечание. Как было показано выше, крутильные автоколебания бурильной колонны снижают механическую скорость бурения. Очевидно, что это происходит в силу уменьшения мощности, подводимой к забою с целью разрушения горной породы. Оценим минимально возможное уменьшение подводимой мощности при возникновении крутильных автоколебаний бурильной колонны, для чего обратимся к рис. 6.7, на котором изображен характер изменения скорости вращения долота во времени в установившемся режиме крутиль-

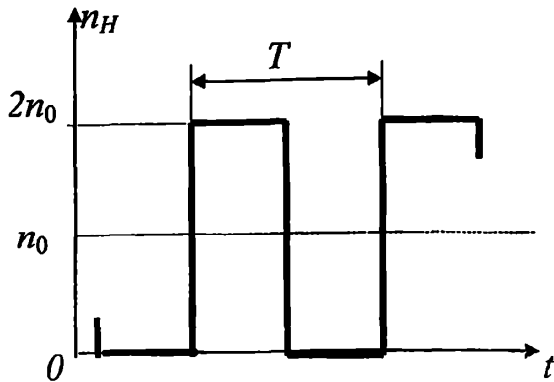


Рис. 6.7. Характер вращения долота, при котором механическая скорость бурения минимальна

ных автоколебаний БК, при котором механическая скорость бурения минимальна.

При равномерном вращении долота со скоростью n_0 мощность Q_0 , подводимая к забою при постоянной осевой нагрузке, записывается как

$$Q_0 = M_H(n_0) \cdot n_0.$$

В случае развития крутильных автоколебаний половину периода скорость вращения долота равна нулю, а половину периода она равна $2n_0$ (см. рис. 6.7). Следовательно, подводимая к забою мощность Q_K при наличии автоколебаний найдется, как работа за период T , произведенная в единицу времени:

$$Q_K = \frac{1}{T} \cdot \left(M_H(0) \cdot \frac{0 \cdot T}{2} + M_H(2n_0) \cdot \frac{2n_0 \cdot T}{2} \right) = M_H(2n_0) \cdot n_0.$$

Следовательно, потерю мощности η в процентах можно оценить в виде

$$\eta \% = \frac{Q_0 - Q_K}{Q_0} \cdot 100 \%,$$

откуда

$$\eta \% = \left(1 - \frac{M_H(2n_0)}{M_H(n_0)} \right) \cdot 100 \%. \quad (6.10)$$

Рассмотрим пример. Е.М. Соловьевым предложена следующая эмпирическая зависимость

$$M_H = 0,4 a_0 d_0^2 P \left(1 + \frac{7,25}{n_0} \right), \quad (6.11)$$

где d_0 – диаметр долота, м; n_0 – скорость вращения долота, рад/с; P – осевая нагрузка на долото, Н; a_0 – эмпирический коэффициент, причем $a_0 = 1$ для мягких пород; $a_0 = 0,7-0,8$ для средних пород и $a_0 = 0,5-0,6$ для твердых пород.

Формула (6.11) справедлива для трехшарошечных буровых долот; в случае иных типов породоразрушающего инструмента эмпирические коэффициенты в ней должны быть изменены. Очевидно, что при $n = 0$ правая часть обращается в бесконечность, чего быть не может. Поэтому будем считать, что в нуле функция $M_H(0)$ ограничена. В данном предположении после подстановки (6.11) в (6.10) и несложных преобразований получаем, что

$$\eta \% = \frac{362,5}{7,25 + n_0} \%. \quad (6.12)$$

Например, при $n_0 = 3,14$ рад/с при возникновении крутильных автоколебаний бурильной колонны потери подводимой к забою мощности могут составить до 35 %, что представляет собой довольно значительную величину.

Итак, подводя итог изложенному в настоящей лекции следует отметить резко негативное влияние крутильных автоколебаний бурильной колонны на процесс проводки скважины. Крутильные автоколебания вызывают снижение механической скорости бурения и, как следствие, проходки на долото, а также уменьшение мощности, подводимой к забою с целью его углубления; возникающие при этом резкие, периодические изменения крутящего момента (так называемые «крутильные удары») формируют циклические нагрузки ударного характера, способствующие увеличению вероятности выхода из строя рабочих элементов как долота, так и бурильной колонны из-за повышения динамических усилий и интенсификации процессов разрушения бурильного инструмента, носящих усталостный характер.

Все сказанное подтверждается и экспериментальными данными. Так в работе [5] отмечается, что в режиме крутильных автоколебаний бурильная колонна подвергается воздействию высоких значений момента вращения, иногда превосходящих предел

упругости материала труб. В результате крутильных колебаний возможно возникновение нагрузок, соответствующих разрушающим. Высокий уровень момента вращения при этом создает скручивающие усилия на резьбовых соединениях, являющихся причиной их затяжки, в три-четыре раза превышающей номинальный уровень. Одновременно ускоряется старение колонны и забойных компоновок, а также отмечается увеличение износа вооружения и опор долот. Работа в этом режиме снижает эффективность бурения, приводя к снижению производительности более чем на 35 %.

Результаты изложенных в данной лекции материалов позволяют перейти к ответу на один из важнейших вопросов механики бурения: почему имеет место разница между показателями отработки долот в лабораторных и в промышленных условиях, а также частое несоответствие параметров режимов бурения, получаемых из математических моделей (кстати весьма многочисленных), создаваемых для целей оптимизации проводки скважин, реальному положению вещей? Однако, прежде чем переходить к решению данной проблемы, проанализируем некоторые математические модели углубления забоя, предложенные различными авторами [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Симонов В.В., Юнин Е.К.* Волновые процессы в бурильной колонне. – М.: МИИХ и ГП имени И.М. Губкина, 1979.
2. *Юнин Е.К.* Введение в механику глубокого бурения. – Ухта: УГТУ, 2003.
3. *Юнин Е.К.* Динамика бурения нефтяных и газовых скважин. – Ухта: УГТУ, 2004.
4. *Юнин Е.К., Хезай В.К.* Динамика глубокого бурения. – М.: Недра, 2004.
5. *Rapold K.* Drilling vibration measurement detect bit stick-slip//Oil and Gas Journal. – 1993. – Vol. 91. – N 9. – P. 66–70.

Лекция 7

О МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ УГЛУБЛЕНИЯ ЗАБОЯ

Пусть механическая скорость бурения $v = \frac{dH}{dt}$ (здесь H – текущая глубина скважины, t – время) есть некоторая функция $v = f(v_0, t)$, где v_0 – начальная механическая скорость бурения при совершенно новом (неизношенном) долоте, а время нахождения t долота на забое показывает, что величина v изменяется по мере изменения состояния долота (износ его вооружения и опоры).

Начальная скорость бурения v_0 , как правило, при проектировании режимов бурения представляется в виде эмпирической зависимости от параметров P (осевая нагрузка на долото) и n (скорость вращения долота) и соответствующего им набора экспериментально определяемых констант.

Наиболее простой и вполне удовлетворительно подтверждаемой стендовыми экспериментами зависимостью является следующая [5]:

$$v_0 = AP^\alpha n^\beta, \quad (7.1)$$

где A , α и β – константы, определяемые экспериментально, причем $\alpha > 1$, $\beta \in [0, 1]$.

Тем не менее существует значительное количество функциональных зависимостей, полученных, как правило, экспериментальным путем как в стендовых, так и в промышленных условиях, описывающих взаимосвязь между механической скоростью бурения v_0 в начале бурения скважины (долото не изношено) и соответствующими параметрами. Приведем некоторые из них.

В работе [1] изучение с помощью промысловых исследований, проведенных в ряде регионов СССР и ГДР, закономерностей изменения начальной механической скорости проходки v_0 позволило предложить все виды функций v_0 от n и P аппроксимировать формулой

$$v_0 = \frac{AP^\alpha n^\beta}{1 + (bP)^k}. \quad (7.2)$$

Здесь A, α, β, b, k – коэффициенты, отражающие влияние на закономерности разрушения горной породы ее механических свойств, типа и состояния долота, а также условий очистки забоя от шлама.

Зависимость, полученная Г.М. Эффендиевым, имеет вид [4]:

$$v_0 = \Psi \frac{q}{P_{ш}^{\mu}} \left(1 - \frac{A^2}{\epsilon} \right)^{\kappa} \left(\frac{P}{D} \right)^{\alpha} n^{\beta} \exp \left(-\theta \frac{P}{D} \right), \quad (7.3)$$

где $P_{ш}$ – твердость пород, мПа; A – абразивность, в категориях; P – осевая нагрузка, кН; D – диаметр долота, см; n – частота вращения, c^{-1} ; Q – расход бурового раствора, л/с; ϵ – показатель износостойкости долота, для трехшарошечных долот $\epsilon = 1,3$; q – показатель разрушающей способности долота, для трехшарошечных долот $q = 730$; $\Psi, \mu, \kappa, \beta, \theta$ – искомые параметры модели.

Параметры $\alpha = 0,04P_{ш} + 0,14Q - 1,22$, $\theta = \frac{100}{Q^{1,04}}$ для трехшаро-

шечных долот получены на основе промысловых данных.

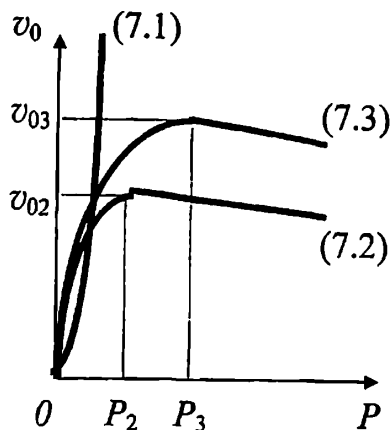
Можно было бы привести еще довольно большое количество подобных зависимостей, однако в этом нет необходимости. Важно отметить другое: сопоставление функций (7.1), (7.2) и (7.3), описывающих начальную скорость бурения, показывает ощутимую разницу как в их структуре, так и в наборах независимых переменных, определяющих эти зависимости. Однако на вопрос, какая из приведенных выше зависимостей даёт наиболее правдоподобное описание углубления забоя, в публикациях, посвящённых данной проблеме, вряд ли можно найти аргументированный ответ.

Присмотримся более внимательно к написанным соотношениям. Во-первых, необходимо отметить, что все константы, входящие в (7.1)–(7.3), – неотрицательны. Во-вторых, если при всех прочих фиксированных параметрах зависимость (7.1) монотонно возрастает с увеличением осевой нагрузки P , то зависимости (7.2) и (7.3) могут иметь максимальные значения v_{02} и v_{03} при соответствующих значениях осевой нагрузки P_2 и P_3 , которые найдутся из условий равенства нулю производных от функций (7.2) и (7.3) (рис. 7.1):

в случае (7.2)

$$P_2 = \frac{1}{b} \cdot \left(\frac{\alpha}{k - \alpha} \right)^{\frac{1}{k}}, \quad k > \alpha$$

Рис. 7.1. Примеры зависимостей механической скорости от осевой нагрузки



в случае (7.3)

$$P_3 = \frac{\alpha D}{\theta}.$$

Заметим, что зависимость (7.1) в большей мере характерна при отработке долот в стендовых условиях, в то время как зависимости (7.2) и (7.3) получены согласно промышленным данным (на рис. 7.1 около каждой кривой стоит соответствующий ей номер зависимости).

Обратимся теперь к закономерностям, описывающим механическую скорость бурения в форме $v = f(v_0, t)$, то есть с учетом износа долота в процессе бурения скважины.

Довольно часто процесс эволюции скорости во времени описывается зависимостью

$$v = v_0 - a \cdot t, \quad (7.4)$$

или же

$$v = v_0 e^{-rt}, \quad (7.5)$$

где a и r — опытные коэффициенты.

Очевидно, что формула (7.5) при малых значениях показателя экспоненты rt путем разложения в ряд Тейлора и пренебрежения членами разложения выше первого порядка, принимает вид:

$$v = v_0 e^{-rt} \approx v_0 \cdot (1 - rt) = v_0 - a \cdot t,$$

(здесь введено обозначение $a = rv_0$), и мы приходим к формуле (7.4).

Теперь отметим следующее. Поскольку (7.4) и (7.5) не всегда адекватно описывают эволюцию изменения механической скорости бурения во времени, то Р.А. Бадаловым было предложено дифференциальное уравнение, которое дает более общую зависимость механической скорости бурения $v = f(v_0, t)$:

$$\frac{dv}{dt} = -\mu \cdot v^\eta, \quad (7.6)$$

где μ и η – некоторые постоянные (причем $\mu \geq 0$; η может принимать и положительные, и отрицательные значения, а также может быть равным нулю), $v(0) = v_0$ [3].

Решение этого уравнения записывается как

$$v = v_0 \cdot \left[1 + \mu \cdot (\eta - 1) \cdot v_0^{\eta-1} \cdot t \right]^{\frac{1}{1-\eta}}. \quad (7.7)$$

В частности, при $\eta = 0$ из (7.7) (с точностью до обозначений) получается зависимость (7.4), а при $\eta = 1$ – зависимость (7.5).

А теперь рассмотрим ряд зависимостей изменения механической скорости бурения в процессе проводки скважины, которые были предложены в последние годы.

$$1. \quad v = \Psi \frac{q}{p_w^\mu} \left(1 - \frac{A^2}{b} \right)^k \left(\frac{P}{D} \right)^\alpha n^\beta \exp \left(-\theta \frac{P}{D} - \lambda H(\rho - \eta) \right). \quad (7.8)$$

Эта зависимость предложена Г.М. Эффендиевым [4]. Введя обозначение (см. (7.3))

$$v_0 = \Psi \frac{q}{p_w^\mu} \left(1 - \frac{A^2}{b} \right)^k \left(\frac{P}{D} \right)^\alpha n^\beta \exp \left(-\theta \frac{P}{D} \right), \quad k = \lambda(\rho - \eta),$$

где ρ – плотность бурового раствора, кг/м³; η – градиент порового (пластового) давления в эквивалентных плотности единицах; H – текущая глубина скважины, м; λ – эмпирический коэффициент, запишем данное соотношение как

$$v = v_0 e^{-kH}. \quad (7.9)$$

$$2. \quad v = aH^2 + bH + c. \quad (7.10)$$

Эта зависимость предложена С.А. Ширин-Заде и была использована в работе [2]. Здесь H – текущая глубина разбуриваемого интервала, а коэффициенты a , b , c характеризуют техноло-

гические параметры и горно-геологические условия проводки скважины. При этом утверждается, что если $b^2 - 4ac > 0$, то обеспечивается динамическая устойчивость углубления скважины, а при $b^2 - 4ac < 0$ процесс углубления неустойчивый, что приводит к искривлению ствола скважины и отклонению забоя от заданного азимута.

$$3. v = v_0 - at - bt^2. \quad (7.11)$$

Эта эмпирическая зависимость, полученная по данным обработки долот на месторождениях Урало-Поволжья, приведена в книге [5]. Здесь a и b – эмпирические коэффициенты, зависящие от параметров режима бурения и конструкции долота (для названного района $1,8 \leq a \leq 2,9$ и $0,2 \leq b \leq 0,6$).

$$4. v = v_0 - at^m, \quad (7.12)$$

где $a = \frac{\Delta v}{t_0^m}$, Δv – темп снижения механической скорости бурения

в начальный период времени (величина постоянная); m – показатель степени, зависящий от типа долота, абразивности породы и ряда других параметров; t_0 – продолжительность периода, принятого в качестве базового. Эта зависимость предложена Г.М. Меджидовым [4].

На первый взгляд приведенные зависимости, полученные различными авторами, не имеют ничего общего как между собой, так и с дифференциальным уравнением (7.6). Однако рассмотрим их внимательнее.

1. Рассмотрим формулу (7.9). Прологарифмируем ее левую и правую части а затем продифференцируем по времени:

$$H = \frac{1}{k} \cdot (\ln v_0 - \ln v),$$

$$v = \frac{dH}{dt} = -\frac{1}{k} \cdot \frac{1}{v} \cdot \frac{dv}{dt}.$$

Отсюда

$$\frac{dv}{dt} = -kv^2, v(0) = v_0.$$

Итак, мы видим, что зависимость (7.9) является решением уравнения (7.6) при значении его параметров $\mu = k$, $\eta = 2$.

2. Обратимся к соотношению (7.10) и будем рассуждать следующим образом.

Из уравнения (7.10) видно, что при $H = 0$ параметр $c = v_0$. Далее очевидно, что максимальная проходка H_{\max} будет при значении $v = 0$, поскольку наличие экстремума предполагает равенство $\frac{dH}{dt} = v = 0$ (суть данного равенства вытекает также из того, что максимальная проходка будет при полном износе долота, то есть когда $v = 0$). Следовательно, максимальная проходка H_{\max} найдется из уравнения

$$aH_{\max}^2 + bH_{\max} + v_0 = 0,$$

откуда

$$H_{\max} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4av_0}}{2a}.$$

Очевидно, что требованием вещественности H_{\max} является не отрицательность подкоренного выражения: $b^2 - 4av_0 \geq 0$. Далее, поскольку H_{\max} — величина положительная, то наряду с требованием $b^2 - 4av_0 \geq 0$ должны выполняться и некоторые ограничения на коэффициенты a и b . Условие же минимума скорости механического бурения в зависимости от величины проходки H согласно (7.10) имеет вид:

$$\frac{dv}{dH} = 2aH + b = 0, \quad \frac{d^2v}{dH^2} = 2a > 0.$$

Следовательно, коэффициент a должен быть положительным, а экстремальные значения v^* и H^* запишутся:

$$\begin{cases} H^* = -\frac{b}{2a}, \\ v^* = v_0 - \frac{b^2}{4a}. \end{cases}$$

Далее, в силу изложенного выше справедливы равенства $v^* = 0$ и $H^* = H_{\max}$, что даёт

$$H_{\max} = -\frac{b}{2a}, \quad a = \frac{b^2}{4v_0} > 0.$$

Отсюда видно, что коэффициент a действительно положителен, а из требования положительности H_{\max} вытекает отрицатель-

ность коэффициента b . Обозначив $b = -d$, где $d > 0$, перепишем (7.10) так:

$$v = v_0 - d \cdot H + \frac{d^2}{4v_0} \cdot H^2 = \frac{d^2}{4v_0} \cdot \left(\frac{2v_0}{d} - H \right)^2.$$

Характер изменения скорости бурения v от проходки H изображен на рис. 7.2. Определим теперь из полученного уравнения параметр H в виде функции от параметра v

$$H = \frac{2v_0}{d} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{v}{v_0}} \right)$$

и продифференцируем данное равенство по времени t :

$$\frac{dH}{dt} = v = -\frac{\sqrt{v_0}}{d} \cdot v^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{dv}{dt}.$$

После несложных преобразований получаем:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{d}{\sqrt{v_0}} \cdot v^{\frac{3}{2}}.$$

Итак, мы вновь приходим к дифференциальному уравнению (7.6). Следовательно, при разумно подобранных коэффициентах, отражающих физическую суть процесса углубления скважины, зависимость (7.10) является тоже решением уравнения (7.6) при значении входящих в него параметров $\mu = \frac{d}{\sqrt{v_0}}$, $\eta = \frac{3}{2}$.

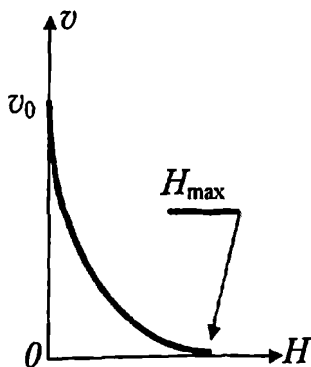


Рис. 7.2. Характер изменения скорости бурения от проходки

3. Рассмотрим зависимость (7.11). Перепишем её в виде

$$bt^2 + at - (v_0 - v) = 0$$

и решим полученное уравнение относительно t :

$$t = \sqrt{\frac{a^2}{4b^2} + \frac{v_0 - v}{b}} - \frac{a}{2b}.$$

Сделаем в полученном уравнении замену переменной:

$$v = v_0 + \frac{a^2}{4b} - \frac{b}{z}.$$

После этого получаем, что исходное уравнение преобразуется к виду

$$t = z^{-\frac{1}{2}} - \frac{a}{2b}.$$

Продифференцируем данное уравнение по переменной t :

$$1 = -\frac{1}{2} z^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{dz}{dt}.$$

После несложных преобразований мы снова получаем дифференциальное уравнение (7.6):

$$\frac{dz}{dt} = -2 \cdot z^{\frac{3}{2}}.$$

Значения входящих в уравнение параметров суть $\mu = 2$, $\eta = \frac{3}{2}$.

4. Наконец, обратимся к соотношению (7.12) и выразим из него текущее время бурения t :

$$t = \left(\frac{v_0 - v}{a} \right)^{\frac{1}{m}}.$$

После введения вместо v новой переменной z

$$v = v_0 - \frac{a}{z}$$

уравнение преобразуется к виду

$$t = z \frac{1}{m}.$$

Продифференцируем полученное выражение по t :

$$1 = -\frac{1}{m} z^{-(1+\frac{1}{m})} \cdot \frac{dz}{dt}.$$

После несложных преобразований мы опять получаем дифференциальное уравнение (7.6)

$$\frac{dz}{dt} = -m \cdot z^{1+\frac{1}{m}}$$

при значениях параметров $\mu = m$, $\eta = 1 + \frac{1}{m}$.

Теперь необходимо отметить следующее.

Если в первых двух примерах полученные уравнения сводились непосредственно к (7.6) (в них неизвестной функцией является также механическая скорость бурения v), то в двух последних фигурируют новые функции z , связанные с v зависимостями:

$$z = \frac{4b^2}{a^2 + 4b \cdot (v_0 - v)}, \quad z = \frac{a}{v_0 - v}$$

для случаев 3 и 4 соответственно. Очевидно, что с течением времени t в силу износа долота величина v убывает. Легко установить, что при этом убывают и функции z из-за увеличения знаменателя. В случае 3:

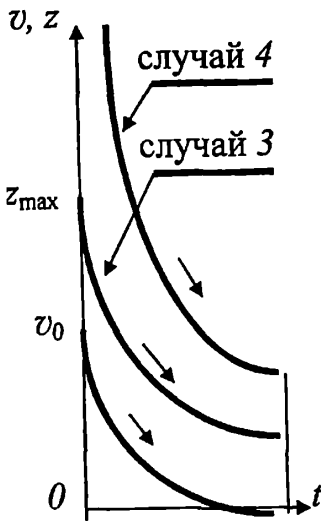
$$z_{\max} = z(v = v_0) = \frac{4b^2}{a^2},$$
$$z_{\min} = z(v = 0) = \frac{4b^2}{a^2 + 4bv_0}.$$

В случае 4:

$$z_{\max} = z(v = v_0) = \infty, \quad z_{\min} = z(v = 0) = \frac{a}{v_0}.$$

Графически характер изменения функций z и v во времени t изображен на рис. 7.3: при увеличении t все функции убывают.

Рис. 7.3. Характер изменения функций z и v во времени t



Следовательно, тенденции поведения данных функций во времени одинаковы.

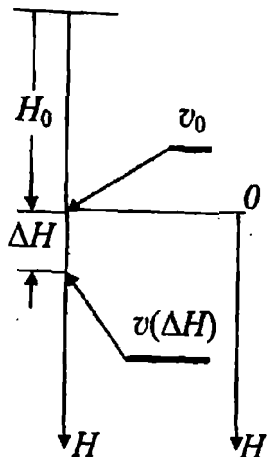
Итак, мы установили, что рассмотренные в п.п. 1–4 математические модели углубления забоя скважины, предложенные различными авторами, посредством некоторых преобразований могут быть сведены к модели, описываемой уравнением (7.6). Поэтому можно говорить о некоторой хорошо «замаскированной» взаимосвязи между зависимостями (7.9)–(7.12), которая, в конечном счете, заключена в уравнении (7.6).

И действительно, почему соотношения, выражающие фундаментальные законы природы, имеют вполне определенную форму записи, в то время как зависимостей типа $v = f(v_0, t)$ можно указать превеликое множество? Однако двинемся дальше и на примере уравнения (7.6) рассмотрим еще одну проблему.

Пусть бурение некоторого интервала скважины начинается совершенно новым (неизношенным) долотом с некоторой глубины H_0 и пусть малый интервал ΔH разбуривается без заметного износа долота (в этом смысле и необходимо понимать термин «малый интервал»: для легко разрушаемых пород он будет больше, чем для трудно разбуриваемых). Скорость бурения в начале интервала равна v_0 , а в конце его $v = v(\Delta H)$. Данная ситуация показана на рис. 7.4. Пусть изменение механической скорости бурения описывается задачей (7.6):

$$\frac{dv}{dt} = -\mu \cdot v^n.$$

Рис. 7.4. К выявлению зависимости скорости бурения от проходки 0



Начальное условие: $v(0) = v_0$. Решение этого уравнения (7.7) найдено выше.

Рассмотрим уравнение (7.6) несколько с иных позиций. Представим его левую часть в виде

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dH}{dt} \cdot \frac{dv}{dH} = v \frac{dv}{dH},$$

что после подстановки в (7.6) дает:

$$\frac{dv}{dH} = -\mu \cdot v^{\eta-1}. \quad (7.13)$$

Здесь H – текущая глубина скважины, а через H_0 обозначим начальную глубину бурения. Тогда начальные условия для уравнения (7.13) при $t = 0$ запишутся: $H = H_0$, $v = v_0$.

Поместим новое начало координатной оси в точку $H = H_0$ (см. рис. 7.4). Тогда начальные условия примут следующий вид: $H = 0$, $v = v_0$. Уравнение (7.13) – уравнение с разделяющимися переменными и его решение после несложных преобразований можно представить так:

$$v(H) = v_0 \cdot \left[1 - \frac{\mu \cdot (2 - \eta)}{v_0^{2-\eta}} \cdot H \right]^{\frac{1}{2-\eta}}. \quad (7.14)$$

Значение же механической скорости бурения $v(\Delta H)$ в конце интервала ΔH согласно (7.14) запишется:

$$v(\Delta H) = v_0 \cdot \left[1 - \frac{\mu \cdot (2 - \eta) \cdot \Delta H}{v_0^{2-\eta}} \right]^{\frac{1}{2-\eta}}. \quad (7.15)$$

Рассмотрим теперь несколько частных случаев зависимости (7.15).

Очевидно, что при $\mu = 0$ имеем $v(\Delta H) = v_0$, то есть, как и следовало ожидать в данном случае, износ долота отсутствует и значение $v = v_0$ сохраняется на всем интервале ΔH .

Пусть теперь $\mu \neq 0$. Рассмотрим решение (7.15) для ряда значений параметра η :

$$\eta = -1, \quad v(\Delta H) = v_0 \cdot \left(1 - \frac{3\mu}{v_0^3} \cdot \Delta H \right)^{\frac{1}{3}};$$

$$\eta = 0, \quad v(\Delta H) = v_0 \cdot \left(1 - \frac{2\mu}{v_0^2} \cdot \Delta H \right)^{\frac{1}{2}};$$

$$\eta = 1, \quad v(\Delta H) = v_0 \cdot \left(1 - \frac{\mu}{v_0} \cdot \Delta H \right);$$

$$\eta = 2, \quad v(\Delta H) = v_0 \cdot e^{-\mu \Delta H};$$

$$\eta = 3, \quad v(\Delta H) = v_0 \cdot \frac{1}{1 + \mu v_0 \Delta H}.$$

А теперь проанализируем полученные зависимости.

При значениях $\eta = -1, 0, 1$ (три верхние зависимости), видно, что в случае больших значений скоростей v_0 (и малых интервалах ΔH), как и следовало ожидать (после пренебрежения вторыми членами в скобках при $v_0 \rightarrow \infty$), скорость на нижней границе интервала $v(\Delta H) = v_0$. В случае значения $\eta = 2$ при больших значениях v_0 скорость $v(\Delta H)$ на нижней границе интервала будет также возрастать, однако всегда будет меньше скорости v_0 в $e^{\mu \Delta H}$ (сказывается износ долота при прохождении интервала ΔH). Наконец, для случая $\eta = 3$ имеем:

$$\lim_{v_0 \rightarrow \infty} v(\Delta H) = \lim_{v_0 \rightarrow \infty} \frac{v_0}{1 + \mu v_0 \Delta H} = \frac{1}{\mu \Delta H}.$$

Мы видим, что в двух последних случаях, несмотря на весьма большую начальную скорость бурения, на нижней границе интервала ΔH скорость бурения отличается от начальной, причем, по логике вещей, и в последнем случае ($\eta = 3$) она должна быть меньше значения механической скорости бурения v_0 в силу износа долота на данном интервале: $v(\Delta H) < v_0$.

Рассмотрим теперь изменение глубины интервала H в зависимости от времени. С этой целью проинтегрируем выражение (7.7):

$$H(t) = \frac{v_0^{2-\eta}}{\mu \cdot (2-\eta)} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\mu \cdot (1-\eta)}{v_0^{1-\eta}} \cdot t \right)^{\frac{2-\eta}{1-\eta}} \right]. \quad (7.16)$$

Очевидно, что при $\mu = 0$ износ долота отсутствует, скорость механического бурения $v = v_0$, потому углубление интервала запишется как

$$H(t) = v_0 \cdot t.$$

Следовательно, в данном случае теоретически одним долотом можно пробурить интервал сколь угодно большой величины.

Рассмотрим решение (7.16) при $\mu \neq 0$ для ряда значений параметра η :

$$\eta = -1, H(t) = \frac{v_0^3}{3\mu} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{2\mu}{v_0^2} \cdot t \right)^{\frac{3}{2}} \right];$$

$$\eta = 0, H(t) = \frac{v_0^2}{2\mu} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\mu}{v_0} \cdot t \right)^2 \right];$$

$$\eta = 1, H(t) = \frac{v_0}{\mu} \cdot (1 - e^{-\mu t});$$

$$\eta = 2, H(t) = \frac{1}{\mu} \cdot \ln(1 + \mu v_0 \cdot t);$$

$$\eta = 3, H(t) = \frac{1}{\mu v_0} \cdot (\sqrt{1 + 2\mu v_0 \cdot t} - 1).$$

Из данных выражений следует, что при $\eta = -1$ максимально возможное время бурения t_{\max} найдется при обращении в нуль

разности в круглых скобках (при ее отрицательном значении под знаком квадратного корня глубина интервала будет комплексным числом, что в данном случае не имеет физического смысла), и, естественно, при этом значении времени найдется и максимально возможная глубина интервала H_{\max} :

$$t_{\max} = \frac{v_0^2}{2\mu}, \quad H_{\max} = \frac{v_0^3}{3\mu}.$$

Рассмотрим теперь случай $\eta = 0$. Здесь так же очевидно, что H_{\max} будет достигаться при обращении в нуль разности в круглых скобках (при дальнейшем возрастании времени бурения глубина интервала вместо увеличения будет уменьшаться, что лишено физического смысла). Отсюда

$$t_{\max} = \frac{v_0}{\mu}, \quad H_{\max} = \frac{v_0^2}{2\mu}.$$

Случай $\eta = 1$ дает нам теоретическое время бурения, равным бесконечности, но при этом величина интервала имеет конечное значение:

$$H_{\max} = \frac{v_0}{\mu}.$$

И, наконец, при значениях параметра $\eta = 2$ и $\eta = 3$ согласно математической модели углубления забоя (7.6) время бурения и глубина пройденного интервала могут быть сколь угодно большими. Но вернемся к скоростям механического бурения. В случаях значений параметра $\eta = -1, 0, 1$, как было установлено выше, падение механической скорости из-за износа долота меньше, чем в случаях значений $\eta = 2, 3$. Однако, проходки на долото в первых трех случаях ограничены, в то время как в последних двух бурение, теоретически, может вестись одним долотом неограниченное время на неограниченную глубину. Отсюда следует парадоксальный вывод: при менее изнашиваемом долоте проходка меньше, чем при более изнашиваемом.

Итак, проведенный анализ показал, что в области математического моделирования процессов углубления забоя царит, вообще говоря, изрядная неразбериха. Следствием этого является тот факт, что математических моделей углубления забоя к настоящему времени опубликовано уже несколько десятков. И что еще необходимо заметить: в подавляющем большинстве предлагаемые зависимости игнорируют механические свойства буриль-

ной колонны (это можно увидеть из продемонстрированных в настоящей лекции примеров). К чему приводит игнорирование механических свойств БК мы и попытаемся разобраться в следующей лекции.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Брево Г.Д.* Проектирование режима бурения. – М.: Недра, 1988.
2. *Бу Тхьен Лыонг.* Исследование динамической устойчивости процесса углубления скважины в породах кристаллического фундамента месторождений Большой Тигр и Дракон Вьетнама (синергетический подход): Автореф. дис. канд-та техн. наук. – М., 1999.
3. *Григулецкий В.Г.* Оптимальное управление при бурении скважин. – М.: Недра, 1988.
4. *Меджидов Г.Н.* Повышение эффективности процесса бурения скважин с учётом закономерностей разрушения горных пород в осложнённых условиях: Автореф. дис. канд-та техн. наук. – Баку, 1999.
5. *Серёда Н.Г., Соловьёв Е.М.* Бурение нефтяных и газовых скважин. – М.: Недра, 1988.

Лекция 8

ТРАНСФОРМАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ УГЛУБЛЕНИЯ ЗАБОЯ ПРИ НАЛИЧИИ КРУТИЛЬНЫХ АВТОКОЛЕБАНИЙ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ

При создании методов прогнозирования эффективности работы породоразрушающего инструмента на забое скважины и оптимизации режимов бурения, как правило, используются эмпирические зависимости, связывающие показатели отработки долот с режимными параметрами, без учета механических свойств БК. Подобный подход, как мы увидели в предыдущей лекции, породил большое количество указанных зависимостей, довольно часто не согласующихся друг с другом. Отмеченные факты, при прочих равных условиях, имеют место из-за пренебрежения взаимным влиянием долота и колонны друг на друга, что приводит к ложной трактовке результатов исследований закономерностей процесса бурения нефтяных и газовых скважин со всеми вытекающими отсюда последствиями для теории и практики этой области техники. Рассмотрению указанных проблем и посвящен излагаемый ниже материал.

Многие из зависимостей, подобных приведенным выше, получаются в лабораторных условиях по схеме, изображенной на рис. 8.1 (учет осевой нагрузки на долото P , скорости его вращения n , и иногда расхода промывочной жидкости Q_p при полном игнорировании остальных факторов, которые «загоняются» в эмпирические коэффициенты). Тем не менее сильное влияние механических характеристик БК на процесс разрушения горной породы отмечается во многих исследованиях. Однако, ни в одной из приведенных в предыдущей лекции зависимостей, используемых при проектировании режимов бурения скважин, не нашли отражения геометрические и механические характеристики компоновок бурильных колонн, которыми в каждом конкретном случае ведется бурение скважины. Короче говоря, представленные выше математические зависимости процесса углубления забоя не отражают влияния на него такого важнейшего элемента, как бурильная колонна, осуществляющая связь между забоем скважины и дневной поверхностью.

Рис. 8.1. Схема обработки долота в стено-
вых условиях

Пусть в стендовых условиях (отсутствие БК, см. рис. 8.1) в результате обработки породоразрушающего инструмента для механической скорости бурения получено соотношение (7.1) из лекции 7:

$$v = AP^\alpha n^\beta,$$

где A , α и β – константы, определяемые экспериментально, причем $\alpha > 1$, $\beta \in [0, 1]$.

Рассмотрим случай развития крутильных автоколебаний БК, при котором закон изменения скорости вращения долота показан на рис. 6.7. В этом случае приведенная закономерность, которая выполнялась бы при прочих равных условиях (тип породы, расход бурового раствора и т.п.), при равномерном вращении БК, трансформируется согласно (6.5) в следующую:

$$v_{\text{с.ин}} = \frac{1}{2} \cdot v(2n_0) = \frac{1}{2} \cdot AP^\alpha (2n_0)^\beta = \frac{1}{2^{1-\beta}} \cdot AP^\alpha n_0^\beta = \frac{1}{2^{1-\beta}} \cdot v(n_0).$$

Итак, механическая скорость бурения запишется как при равномерном вращении БК

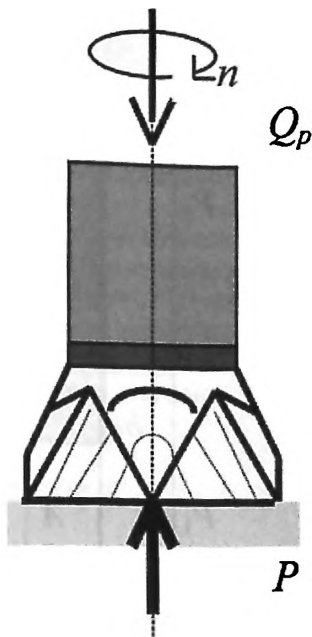
$$v(n_0) = AP^\alpha n_0^\beta, \quad (8.1)$$

при крутильных автоколебаниях БК

$$v^*(n_0) = \frac{1}{2^{1-\beta}} \cdot v(n_0) = \frac{1}{2^{1-\beta}} \cdot AP^\alpha n_0^\beta. \quad (8.2)$$

В формулах (8.1) и (8.2) скорость вращения верхнего торца БК (ротор) n_0 и осевая нагрузка P – постоянные величины.

Обратимся к рис. 8.2, на котором в координатах (n_0, P) изображена область изменения режимных параметров – прямоугольник $abcd$ [2, 3, 4]. Пусть в нём определена зона крутильных автоколебаний бурильной колонны **НВ** (зона неравномерного



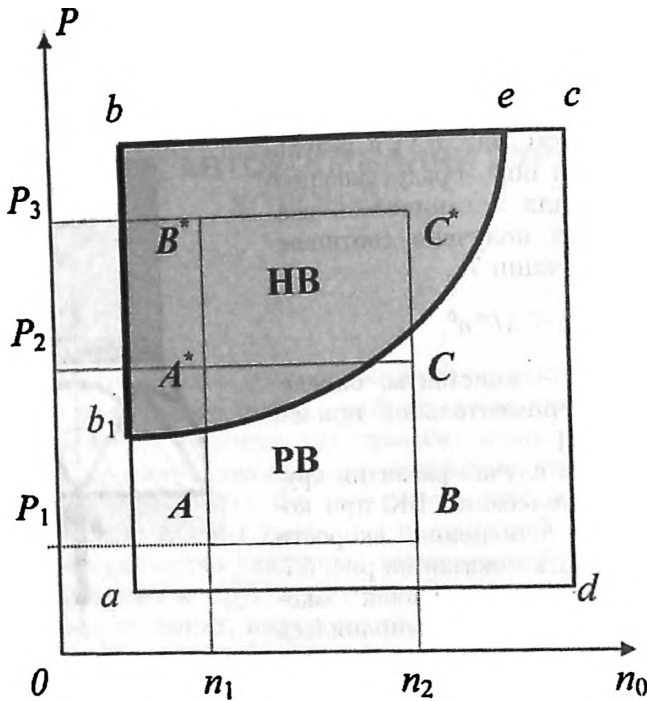


Рис. 8.2. Область изменения режимных параметров «осевая нагрузка – частота вращения»

вращения БК затенена) и зона её равномерного вращения **РВ**. В зоне **НВ** (фигура b_1be) механическая скорость определяется согласно формуле (8.2), а в зоне **РВ** (фигура ab_1ecd) – формуле (8.1).

Пусть бурение некоторой конкретной породы ведется на заданной глубине скважины H . Если сочетания режимных параметров (P, n_0) лежат в зоне **РВ** (точки A, B, C), то инструмент вращается равномерно, то есть $n_H = n_0$. Если же они лежат в зоне **НВ** (точки A^*, B^*, C^*), то бурение ведется в режиме крутильных автоколебаний. Пусть n_1 и n_2 – некоторые фиксированные скорости вращения ротора. Тогда при выборе осевых нагрузок согласно схеме, показанной на рис. 8.2, для нахождения опытных коэффициентов A, α и β могут представиться следующие случаи.

Случай 1. Опытные точки A, B и C , соответствующие сочетаниям параметров (P_1, n_1) , (P_1, n_2) и (P_2, n_2) , лежат в зоне **РВ**.

Случай 2. Точка A находится в зоне **РВ**, а точки B^* и C^* – в зоне **НВ**; сочетания параметров (P_1, n_1) , (P_3, n_1) , (P_3, n_2) .

Случай 3. Все три опытные точки A^* , B^* , C^* лежат в зоне **НВ**, что дает сочетания (P_2, n_1) , (P_3, n_1) , (P_3, n_2) .

Случай 4. Две точки – точка A и точка C – находятся в зоне **РВ**, а точка A^* – в зоне **НВ**; соответствующие сочетания здесь (P_1, n_1) , (P_2, n_1) , (P_2, n_2) .

Представленные случаи описывают основные сочетания параметров (P_i, n_j) при проведении эксперимента в процессе бурения вертикальной скважины на заданной глубине H . Пусть проводится отработка долот. Тогда для определения в формуле (8.1) неизвестных постоянных A , α , β необходимы три уравнения. Получить их можно опытным путем, замерив три значения v при различных комбинациях параметров P и n :

$$v_1 = AP_1^\alpha n_1^\beta, v_2 = AP_2^\alpha n_2^\beta, v_3 = AP_3^\alpha n_3^\beta. \quad (8.3)$$

Прологарифмировав эти три соотношения, получаем:

$$\begin{cases} \ln A + \alpha \ln P_1 + \beta \ln n_1 = \ln v_1, \\ \ln A + \alpha \ln P_2 + \beta \ln n_2 = \ln v_2, \\ \ln A + \alpha \ln P_3 + \beta \ln n_3 = \ln v_3. \end{cases} \quad (8.4)$$

Система уравнений (8.4) является линейной системой с неизвестными величинами $\ln A$, α и β . Согласно схеме значений параметров P и n , представленной на рис. 8.2, мы будем использовать следующие сочетания (P_i, n_j) :

$$(P_i, n_i), (P_i, n_j), (P_j, n_i) \quad \forall i, j = 1, 2 \text{ при условии } i \neq j.$$

В этом случае решение системы (8.4) принимает наиболее простую форму:

$$\alpha = \frac{\ln \frac{v_{ij}}{v_{ji}}}{\ln \frac{P_i}{P_j}}, \quad \beta = \frac{\ln \frac{v_{ii}}{v_{ij}}}{\ln \frac{n_i}{n_j}}, \quad A = \frac{v_{ij}}{P_i^\alpha n_j^\beta}, \quad \forall i = 1, 2, j = 1, 2, i \neq j. \quad (8.5)$$

Записанные соотношения нужно понимать следующим образом.

Если в первом опыте (из серии трех экспериментов) берется пара значений (P_1, n_1) , то во втором – (P_1, n_2) (то есть осевая

нагрузка остается прежней, а изменяется скорость вращения долота со значения n_1 на значение n_2), а в третьем опыте – (P_2, n_2) (здесь остается без изменения скорость вращения породоразрушающего инструмента, но изменяется осевая нагрузка с P_1 на P_2). Подобный способ выбора изменения параметров P и n_0 при проведении экспериментов гарантирует выполнение условия неравенства нулю главного определителя системы (8.4) и существенно упрощает процедуру вычисления опытных констант A, α и β . А теперь будем рассуждать следующим образом.

Пусть результаты стендовых экспериментов для некоторой пары «долото – горная порода» представлены формулой (8.1). В случае 1 разница между механической скоростью в стендовых (равномерное вращение) и механической скоростью в промышленных условиях для сходных типов долота и разбуриваемой породы будет минимальной, а потому примем в виде стендовой зависимости (8.1) механическую скорость бурения при равномерном вращении бурильной колонны. Соотношения (8.3) в случае 1 запишутся как

$$v_{11} = AP_1^\alpha n_1^\beta, v_{12} = AP_1^\alpha n_2^\beta, v_{22} = AP_2^\alpha n_2^\beta,$$

и экспериментальные параметры α, β и A согласно соотношений (8.5) суть:

$$\alpha = \frac{\ln \frac{v_{12}}{v_{22}}}{\ln \frac{P_1}{P_2}}, \quad \beta = \frac{\ln \frac{v_{11}}{v_{12}}}{\ln \frac{n_1}{n_2}}, \quad A = \frac{v_{12}}{P_1^\alpha n_2^\beta}. \quad (8.6)$$

Поставим теперь следующий вопрос: как изменятся параметры α, β, A в случаях 2, 3 и 4 сочетаний (P_i, n_j)? Вспомним, что при автоколебаниях БК механическая скорость бурения v уменьшается, а ее значение в зоне НВ оценивается согласно (8.2).

Рассмотрим случай 2. Если бы здесь имело место равномерное вращение БК при всех сочетаниях (P_i, n_j), то соотношения (8.3) записались бы как

$$v_{11} = AP_1^\alpha n_1^\beta, v_{31} = AP_3^\alpha n_1^\beta, v_{32} = AP_3^\alpha n_2^\beta,$$

причем числовые значения α, β, A , определенные из данных уравнений, должны были бы совпадать с параметрами (8.6). Однако в этом случае при сочетаниях (P_3, n_1) и (P_3, n_2) возникают

крутильные автоколебания. Оценим уменьшение механической скорости бурения согласно (8.2):

$$\begin{cases} v_{11}^* = v_{11} = A_2 P_1^{\alpha_2} n_1^{\beta_2}, \\ v_{31}^* = \frac{1}{2^{1-\beta}} v_{31} = A_2 P_3^{\alpha_2} n_1^{\beta_2}, \\ v_{32}^* = \frac{1}{2^{1-\beta}} v_{32} = A_2 P_3^{\alpha_2} n_2^{\beta_2}. \end{cases}$$

Здесь через α_2, β_2, A_2 (индекс показывает номер рассматриваемого случая) обозначены новые значения величин α, β, A .

Поделив первое уравнение на второе, получаем:

$$\frac{v_{11}^*}{v_{31}^*} = 2^{1-\beta} \frac{v_{11}}{v_{31}} = \left(\frac{P_1}{P_3} \right)^{\alpha_2}, \text{ откуда } \alpha_2 = \frac{\ln \frac{v_{11}}{v_{31}}}{\ln \frac{P_1}{P_3}} + (1-\beta) \frac{\ln 2}{\ln \frac{P_1}{P_3}}.$$

Очевидно, что первое слагаемое суть значение α , соответствующее случаю равномерного вращения инструмента, и оно должно совпадать со значением α , полученным согласно (8.6):

$$\alpha_2 = \alpha + (1-\beta) \frac{\ln 2}{\ln \frac{P_1}{P_3}}.$$

Разделив второе равенство на третье и рассуждая аналогичным образом, найдем, что $\beta_2 = \beta$, то есть совпадает со случаем равномерного вращения. Наконец, после несложных преобразований из первого уравнения легко находится значение A_2 (для этой цели можно использовать и любое другое уравнение системы). Окончательно для случая 2 получаем:

$$\alpha_2 = \alpha + (1-\beta) \frac{\ln 2}{\ln \frac{P_3}{P_1}}, \quad \beta_2 = \beta, \quad A_2 = A P_1^{\alpha - \alpha_2}. \quad (8.7)$$

Параметры α, β, A находятся согласно (8.6) при равномерном вращении БК.

Для случая 3 соотношения (8.3) запишутся при равномерном вращении как

$$v_{21} = A P_2^\alpha n_1^\beta, \quad v_{31} = A P_3^\alpha n_1^\beta, \quad v_{32} = A P_3^\alpha n_2^\beta,$$

а с учетом крутильных автоколебаний имеем:

$$\begin{cases} v_{21}^* = \frac{1}{2^{1-\beta}} v_{21} = A_3 P_2^{\alpha_3} n_1^{\beta_3}, \\ v_{31}^* = \frac{1}{2^{1-\beta}} v_{31} = A_3 P_3^{\alpha_3} n_1^{\beta_3}, \\ v_{32}^* = \frac{1}{2^{1-\beta}} v_{32} = A_3 P_3^{\alpha_3} n_2^{\beta_3}. \end{cases}$$

Из записанных уравнений посредством рассуждений, идентичных рассуждениям в случае 2, получаем следующие значения параметров α_3 , β_3 , A_3 :

$$\alpha_3 = \alpha, \beta_3 = \beta, A_3 = \frac{1}{2^{1-\beta}} A. \quad (8.8)$$

Наконец, для случая 4 имеем при равномерном вращении

$$v_{11} = AP_1^\alpha n_1^\beta, v_{21} = AP_2^\alpha n_1^\beta, v_{22} = AP_2^\alpha n_2^\beta,$$

а при крутильных автоколебаниях БК – систему уравнений

$$\begin{cases} v_{11}^* = v_{11} = A_4 P_1^{\alpha_4} n_1^{\beta_4}, \\ v_{21}^* = \frac{1}{2^{1-\beta}} v_{21} = A_4 P_2^{\alpha_4} n_1^{\beta_4}, \\ v_{22}^* = v_{22} = A_4 P_2^{\alpha_4} n_2^{\beta_4}. \end{cases}$$

Записанные уравнения позволяют получить для случая 4 следующие значения параметров α_4 , β_4 , A_4 :

$$\alpha_4 = \alpha - (1-\beta) \frac{\ln 2}{\ln \frac{P_2}{P_1}}, \beta_4 = \beta + (1-\beta) \frac{\ln 2}{\ln \frac{n_2}{n_1}}, A_4 = AP_1^{\alpha-\alpha_4} n_1^{\beta-\beta_4}. \quad (8.9)$$

Итак, изложенное выше показывает, что экспериментальные параметры, полученные в стендовых условиях, в общем случае могут существенно отличаться от аналогичных параметров, полученных без учета влияния динамики бурильной колонны.

Числовой пример. При проведении эксперимента в стендовых условиях приняты значения осевых нагрузок $P_1 = 40$ кН, $P_2 = 80$ кН, $P_3 = 120$ кН, а значения скоростей вращения – $n_1 =$

= 40 об/мин, $n_2 = 80$ об/мин; при этом были получены соответствующие значения механической скорости бурения $v_{11} = 2,2$ м/ч, $v_{12} = 3,2$ м/ч, $v_{22} = 15,1$ м/ч. Найдем аналитические выражения механических скоростей для рассматриваемых случаев сочетаний режимных параметров [2, 3, 4].

Случай 1. Согласно (8.6) получаем $\alpha = 2,24$, $\beta = 0,54$, $A = 7,73 \cdot 10^{-5}$, откуда $v = 7,73 \cdot 10^{-5} P^{2,24} n^{0,54}$.

Напомним, что здесь P берется в кН, n – в об/мин, а v получается в м/ч.

Случай 2. Согласно (8.7) имеем $\alpha_2 = 1,95$, $\beta_2 = 0,54$, $A_2 = 2,25 \cdot 10^{-4}$, и для механической скорости бурения v_2 получаем: $v_2 = 2,25 \cdot 10^{-4} P^{1,95} n^{0,54}$.

Случай 3. Соотношения (8.8) дают $\alpha_3 = 2,24$, $\beta_3 = 0,54$, $A_3 = 5,62 \cdot 10^{-5}$, откуда $v_3 = 5,62 \cdot 10^{-5} P^{2,24} n^{0,54}$.

Случай 4. Соотношения (8.9) дают $\alpha_4 = 1,78$, $\beta_4 = 1,00$, $A_4 = 7,73 \cdot 10^{-5}$, и для v_4 имеем: $v_4 = 7,73 \cdot 10^{-5} P^{1,78} n$.

Напомним, что во всех полученных формулах $n = n_0$ является скоростью вращения верхнего торца бурильной колонны (ротора).

Примем в полученных зависимостях нагрузку на долото $P = 100$ кН. При этом значении P соответствующие выражения для механических скоростей бурения принимают следующий вид:

$$v = 2,33n^{0,54},$$

$$v_2 = 1,79n^{0,54},$$

$$v_3 = 1,70n^{0,54},$$

$$v_4 = 0,28n.$$

Полученные зависимости графически изображены на рис. 8.3 (здесь нумерация зависимостей $v(n_H)$ соответствует номеру рассматриваемого случая). Сразу же бросается в глаза, что кривая 1, отображающая случай механической скорости, наиболее близкой к стендовой зависимости, лежит выше всех кривых, описывающих остальные случаи. Этого и следовало ожидать, поскольку, при равных прочих условиях, отсутствие крутильных автоколебаний не требует расхода энергии на их поддержание, что благотворно сказывается на процессе углубления забоя скважины.

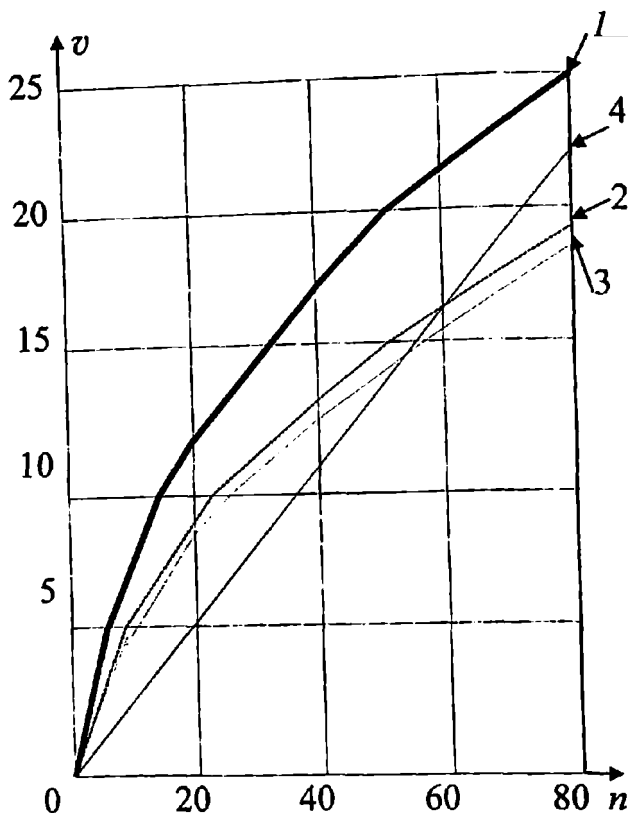


Рис. 8.3. Примеры зависимостей скорости бурения от частоты вращения буровой колонны

Отметим, что в случае 4 изменение механической скорости бурения от скорости вращения при постоянной осевой нагрузке описывается прямо пропорциональной зависимостью, что, вообще говоря, характерно при условии идеальной промывки забоя. Однако действительная зависимость (случай 1) не является прямолинейной. Данный факт лишний раз указывает на то, какую путаницу может внести пренебрежение влиянием динамики буровой колонны при обработке экспериментальных данных.

Теперь разберём иную ситуацию: скорость вращения n_0 остаётся неизменной, а осевая нагрузка на долото P возрастает. Рассмотрим конкретный пример. Пусть $n_0 = 6,28$ рад/с, а P изменяется от нуля до 100 кН, причём при значении $P < 80$ кН ин-

струмент вращается равномерно (механическая скорость определяется согласно формуле (8.1)), а при $P > 80$ кН имеет место режим крутильных автоколебаний БК (механическая скорость определяется согласно формуле (8.2)) и пусть механическая скорость бурения при равномерном вращении БК даётся закономерностью

$$v = 0,01 P^{1,1} n_0^{0,5}, \quad (8.10)$$

где размерности входящих в (8.10) величин следующие: $[P] = \text{кН}$, $[n_0] = \text{рад/с}$, $[v] = \text{м/ч}$. При $n_0 = 6,28$ рад/с соотношение (8.10) запишется как

$$v = 0,025 P^{1,1}.$$

Числовые значения данного соотношения – следующие:

$P, \text{кН}$	0	20	40	60	80	100
$v, \text{м/ч}$	0	0,7	1,5	2,3	3,1	2,8

Напомним, что значения v при изменении P от 0 до 80 кН вычислены согласно (8.1), а при $P = 100$ кН – согласно (8.2).

График данной зависимости в координатах (P, n_0) показан на рис. 8.4. А теперь обратимся к экспериментальным данным [1], представленным на рис. 8.5, где изображена зависимость механической скорости бурения v от осевой нагрузки P при неизменной скорости вращения ротора n_0 , представляющая экспериментальные данные бурения скважин на месторождениях нефти Белый тигр и Дракон шельфа Вьетнама. Не правда ли, что она схожа с графиком, изображенным на рис. 8.4?

А теперь вернёмся к лекции 7, где на рис. 7.1 изображены зависимости (7.2) и (7.3), полученные в промышленных условиях, на которые, в отличие от стендовых испытаний, оказывает своё влияние бурильная колонна. Они также при определённых условиях могут иметь максимум механической скорости бурения в зависимости от осевой нагрузки при неизменной скорости вращения ротора.

Итак, изложенный материал позволяет сделать вывод, что динамические процессы, имеющие место в бурильной колонне, способны вызывать весьма существенную трансформацию математических моделей углубления забоя скважины. Следствием этого и является множественность указанных моделей, некоторые из которых были рассмотрены в лекции 7. Однако не только этот «сюрприз» могут преподнести крутильные автоколебания.

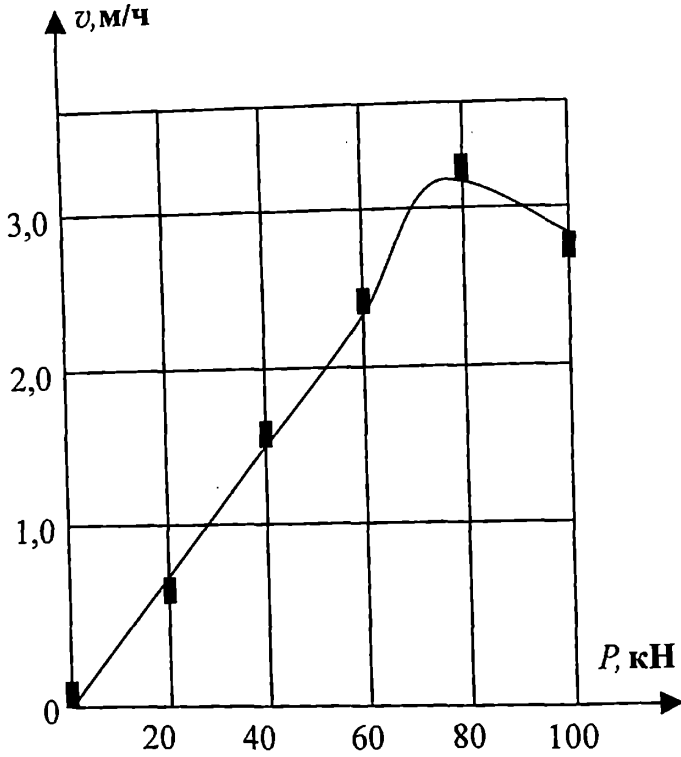


Рис. 8.4. Пример зависимости скорости бурения от осевой нагрузки

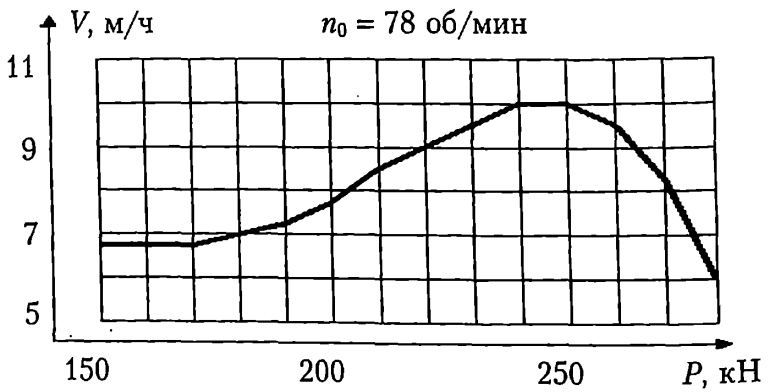


Рис. 8.5. Зависимость скорости бурения от осевой нагрузки согласно экспериментальным данным публикации [1]

В ряду случаев они способны вызывать интенсивные продольные колебания БК, что, как будет показано ниже, также весьма негативно сказывается на эффективности бурения скважин.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Белокопъ С.В.* Оперативное управление процессом бурения скважин по данным геолого-технологических исследований: Автореф. канд-та техн. наук. – М., 2001.
2. *Волик Д.А., Надикта С.В., Юнин Е.К.* О влиянии неравномерности вращения породоразрушающего инструмента на экспериментальные зависимости углубления забоя скважины. – М.: ООО «ИРЦ Газпром», 2000.
3. *Юнин Е.К.* Динамика бурения нефтяных и газовых скважин. – Ухта: УГТУ, 2004.
4. *Юнин Е.К.* Введение в динамику глубокого бурения. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.

Лекция 9

ПРОДОЛЬНЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ

Рассмотрим математическую модель, описывающую продольные перемещения поперечных сечений бурильной колонны в вертикальной скважине. Вначале выявим граничные условия на забое и на устье скважины.

На рис. 9.1 показана расчетная схема продольного перемещения $u(x)$ произвольного поперечного сечения БК. Координатная ось Ox направлена от устья скважины к забою. Глубина скважины равна H . К нижнему торцу со стороны забоя приложена сила P (осевая нагрузка на долото). Очевидно, что согласно соотношению (2.4) граничное условие на забое скважины может быть представлено в виде

$$x = H: EF \frac{du}{dx} = -P. \quad (9.1)$$

Знак «минус» перед силой P взят потому, что ее направление противоположно направлению координатной оси Ox . Верхний же торец БК (координата $x = 0$) считаем закрепленным упруго: талевую систему с буровой вышкой заменяем условной пружиной с коэффициентом упругости c [1, 2]. Очевидно, что коэффициент c определяется упругостью талевой системы и буровой вышки.

Теперь запишем граничное условие на устье. Для этого обратимся к рис. 9.2, где схематически изображено крепление верха БК. При $x = 0$ имеем, что со стороны условной пружины (буровая вышка и талевая система) действует сила $N_2 = c \cdot u(0)$, где $u(0)$ – перемещение верхнего сечения бурильной колонны; сила N_1 , действующая в сечении, согласно закону Гука представляется как

$$N_1 = EF \left. \frac{du}{dx} \right|_{x=0}.$$

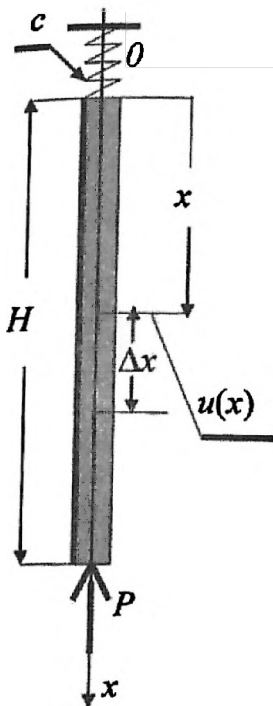


Рис. 9.1. Расчётная схема для исследования продольных перемещений поперечных сечений буровой колонны

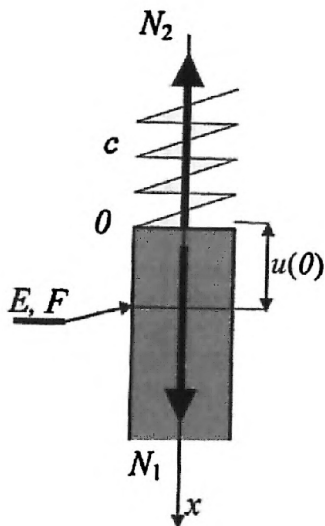


Рис. 9.2. К определению граничного условия в верхнем сечении буровой колонны

Приравняв силы N_1 и N_2 (по третьему закону Ньютона они равны между собой), получаем граничное условие на устье скважины:

$$x = 0 : EF \frac{du}{dx} = cu. \quad (9.2)$$

Выделим на расстоянии x от верхнего торца малый элемент стержня длиной Δx и составим уравнение его равновесия. Для этого обратимся к рис. 9.3, на котором показан данный элемент массой $\Delta m = \rho F \Delta x$, где ρ , F и Δx – соответственно плотность материала, площадь поперечного сечения и длина элемента стержня (поскольку рассматривается однородный стержень с неизменным поперечным сечением, то ρ и F в данном случае постоянные величины).

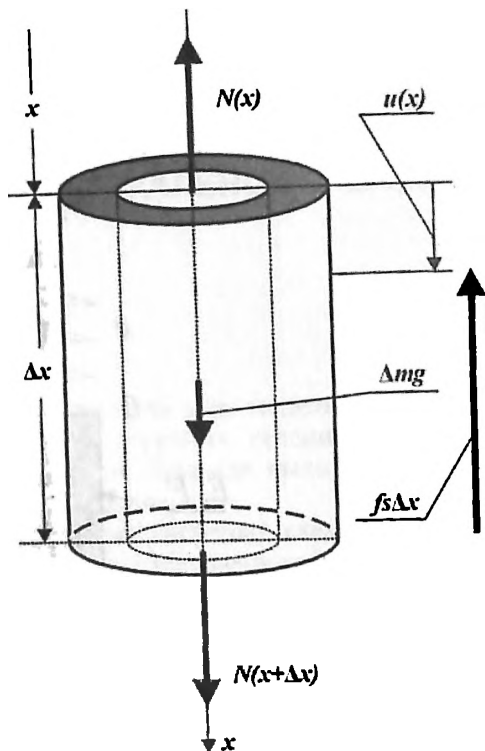


Рис. 9.3. Схема приложения усилий к малому элементу стержня

Предположим, что на единицу длины стержня действует сила сопротивления вертикальному перемещению стержня f_s , вид которой на данном этапе для нас не принципиален. Кроме этого к элементу приложена сила его веса Δmg , где g – ускорение свободного падения. Проектируя силы, действующие на элемент стержня, на ось x , запишем уравнение равновесия:

$$N(x + \Delta x) - N(x) - f_s \Delta x + \Delta mg = 0,$$

где $N(x)$ и $N(x + \Delta x)$ – нормальные усилия соответственно в верхнем и нижнем сечениях элемента. Воспользовавшись теперь соотношением (2.4), поделив левую и правую части полученного равенства на $\Delta m = \rho F \Delta x$ и устремив $\Delta x \rightarrow 0$, после несложных преобразований получаем искомое уравнение:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{f_s - \rho g F}{EF}. \quad (9.3)$$

Очевидно, что $\rho g F$ является погонным весом БК (весом единицы ее длины). Обозначив этот параметр через $q = \rho g F$, окончательно имеем:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{f_s - q}{EF}. \quad (9.4)$$

Граничные условия:

$$1. \quad x = 0 : EF \frac{du}{dx} = cu.$$

$$2. \quad x = H : EF \frac{du}{dx} = -P.$$

В предположении постоянства по длине буровой колонны сил сопротивления (параметр $f_s = \text{const}$) задача (9.4) легко решается, а ее решение записывается как

$$u(x) = \frac{(q - f_s)H - P}{EF} \cdot \left(\frac{EF}{c} + x \right) - \frac{q - f_s}{2EF} \cdot x^2. \quad (9.5)$$

Согласно соотношению (2.4) осевое усилие в произвольном поперечном сечении колонны с учетом соотношения (9.5) будет

$$N(x) = (q - f_s) \cdot (H - x) - P. \quad (9.6)$$

Обратимся к формуле (9.6) и изобразим изменение осевого усилия в текущем сечении БК $N(x)$ (рис. 9.4). Найдем координату x_0 сечения, в котором осевое усилие $N(x_0) = 0$. Это сечение называется **нейтральным сечением**. Выше этого сечения колонна испытывает растягивающие напряжения (на рис. 9.4 эта часть эпюры $N(x)$ обозначена символом «+»), а ниже – сжимающие (эта часть эпюры обозначена символом «-»). Длина сжатой части БК обозначена буквой L . Согласно (9.6) имеем, что

$$N(x_0) = (q - f_s) \cdot (H - x_0) - P = 0,$$

откуда

$$x_0 = H - \frac{P}{q - f_s}. \quad (9.7)$$

Далее имеем, что

$$P = (q - f_s) \cdot (H - x_0). \quad (9.8)$$

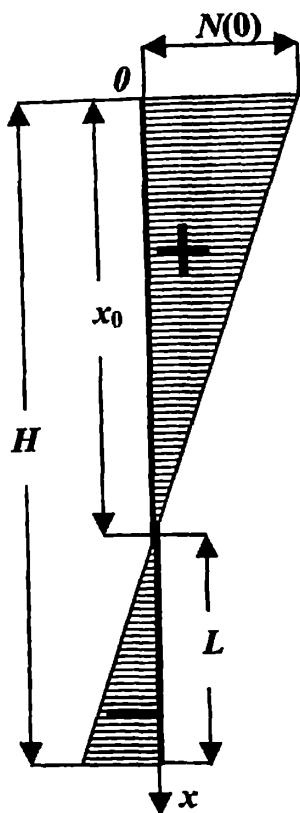


Рис. 9.4. Изменение продольных усилий по длине буровой колонны

Но разность $H - x_0 = L$ есть не что иное, как длина сжатого участка БК. Следовательно, формула (9.8) говорит о том, что величина осевой нагрузки на долото численно равна весу сжатого участка буровой колонны за вычетом силы сопротивления, действующей на этот участок. Если сила сопротивления движению участка в вертикальном направлении мала ($f_s \approx 0$, что, например, может иметь место при бурении с продувкой воздухом), то осевая нагрузка создается фактически весом сжатого участка колонны. Если же учитывать согласно закону Архимеда выталкивающее действие бурового раствора, то с учетом равенств $q = \rho g F$ и $f_s = \rho_{ж} g F$, где ρ и $\rho_{ж}$ соответственно плотности материала БК и бурового раствора, то из (9.8) получим:

$$P = \left(1 - \frac{\rho_{ж}}{\rho}\right) \cdot qL. \quad (9.9)$$

Заметим, что при учёте только трения БК о стенки скважины параметр f_s имеет знак, противоположный знаку скорости движения контактирующего участка колонны (в наиболее общем случае он может описываться весьма сложными функциональными зависимостями).

Рассмотренный сейчас случай соответствует состоянию БК, находящейся в вертикальной скважине, в случае равномерного вращения любого ее поперечного сечения по всей глубине скважины (здесь можно говорить об устойчивости вращения буровой колонны). Предполагается, что осевая нагрузка на долото P является постоянной во времени величиной. В действительности из-за взаимодействия породоразрушающих элементов долота с забоем она не будет постоянной, однако при нормальных режимах бурения (отсутствие разного рода интенсивных вибраций, которые будут рассмотрены ниже) можно считать, что отклонения значений осевой нагрузки от номинального значения

во времени незначительны и при оценочных расчётах их можно во внимание не принимать.

Теперь рассмотрим задачу определения глубины, на которой произошел прихват БК (вид осложнения, когда в процессе проходки скважины на некотором ее участке происходит обвал горной породы и колонна в этом месте заклинивается). Расчетная схема этой задачи показана на рис. 9.5.

Пусть в скважине глубиной H произошел прихват БК на некоторой глубине x_n . Необходимо определить глубину прихвата при условии, что на устье скважины ($x = 0$) имеется возможность замера перемещения верхнего торца колонны Δu и вертикального усилия N . В условиях прихвата считаем, что сечение колонны с координатой x_n закреплено неподвижно.

Вычислим теперь абсолютную деформацию БК при нахождении ее в вертикальной скважине. Из формулы (9.5) следует, что

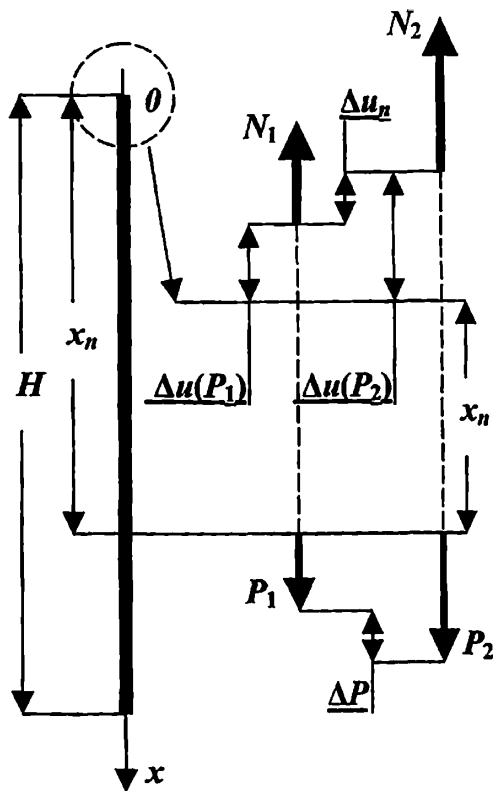


Рис. 9.5. К определению глубины прихвата буровой колонны

значения $u(x)$ соответственно на устье скважины и на забое имеют вид:

$$u(0) = \frac{(q - f_s)H - P}{c}, \quad u(H) = \frac{(q - f_s)H - P}{c} + \frac{(q - f_s)H^2}{2EF} - \frac{PH}{EF}.$$

Абсолютная деформация $\Delta u(H, P) = u(H) - u(0)$, откуда

$$\Delta u(H, P) = \left(\frac{(q - f_s)H}{2} - P \right) \cdot \frac{H}{EF}. \quad (9.10)$$

В нашем случае согласно (9.10) при приложении растягивающего усилия N_1 к верхнему торцу он переместится в вертикальном направлении на величину

$$\Delta u(P_1) = \left(\frac{(q - f_s)x_n}{2} - P_1 \right) \cdot \frac{x_n}{EF}.$$

Здесь P_1 – сила реакции, приложенной к поперечному сечению в зоне прихвата (см. рис. 9.5).

Аналогично в случае значения силы $N = N_2$ получим, что перемещение верхнего торца будет

$$\Delta u(P_2) = \left(\frac{(q - f_s)x_n}{2} - P_2 \right) \cdot \frac{x_n}{EF}.$$

Очевидно, что разность Δu_n этих перемещений будет

$$\Delta u_n = \Delta u(P_2) - \Delta u(P_1).$$

Подставив сюда полученные значения перемещений, получим:

$$\Delta u_n = \frac{x_n \Delta P}{EF},$$

где $\Delta P = P_1 - P_2$.

Теперь обратимся к формуле (9.6). Поскольку усилия N_1 и N_2 (так же, как и величину Δu_n) на устье скважины можно замерять, то положив в (9.6) $H - x = x_n$, имеем:

$$N_1 = (q - f_s) \cdot x_n - P_1, \quad N_2 = (q - f_s) \cdot x_n - P_2.$$

Отсюда легко получить, что

$$\Delta P = P_1 - P_2 = N_2 - N_1 = \Delta N,$$

после чего

$$\Delta u_n = \frac{x_n \Delta N}{EF}.$$

Из полученного равенства и определяется глубина прихвата бурильной колонны:

$$x_n = EF \frac{\Delta u_n}{\Delta N}. \quad (9.11)$$

В заключение данной лекции необходимо отметить, что полученные в данной лекции и лекции 5 соотношения, определяющие силовые нагрузки, возникающие в БК в процессе проводки скважины, позволяют произвести оценочный прочностной расчёт колонны, на чём, однако, мы здесь не останавливаемся.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ютин Е.К. Введение в механику глубокого бурения. – Ухта: УГТУ, 2003.
2. Ютин Е.К., Хезай В.К. Динамика глубокого бурения. – М.: Недра, 2004.

Лекция 10

ПОНЯТИЕ О МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ И РАСПРЕДЕЛЁННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Сейчас мы приступаем к рассмотрению «патологических» ситуаций, возникающих (и причём довольно часто) в ходе бурения скважин. Одна из таких ситуаций, а именно крутильные автоколебания БК, была рассмотрена выше в лекции 6, а влияние этого вида колебаний на процесс углубления забоя – в лекции 8. В дальнейшем нами будут рассмотрены случаи возникновения интенсивных продольных вибраций БК и последствия, ими вызываемые. Однако для того, чтобы глубже постигнуть суть данных явлений, необходимо проанализировать некоторые свойства механических систем, которые понадобятся в дальнейшем.

Обратимся к рис. 10.1, в верхней части которого изображено абсолютно жесткое тело массой m , лежащее на основании и соединённое с неподвижной преградой посредством пружины, имеющей коэффициент упругости k . В нижней части рисунка показан стержень длиной l с постоянной по длине площадью поперечного сечения F , материал которого имеет модуль Юнга E . Стержень также лежит на аналогичном основании, причём один его торец соединён с преградой абсолютно жёстко, а второй свободен. Пусть к телу массой m и к свободному торцу стержня приложена сила Q в направлении координатной оси Ox , начало которой связано с неподвижной преградой. Рассмотрим перемещения тел в том и другом случаях в предположении, что между основаниями и контактирующими с ними поверхностями тел трение отсутствует.

В первом случае из условия равновесия находим величину перемещения тела x_0 как

$$x_0 = \frac{Q}{k}.$$

Поскольку любая точка абсолютно жёсткого тела переместится на одинаковую величину x_0 , то для описания перемещения тела (любой его точки) необходима в данном случае только одна

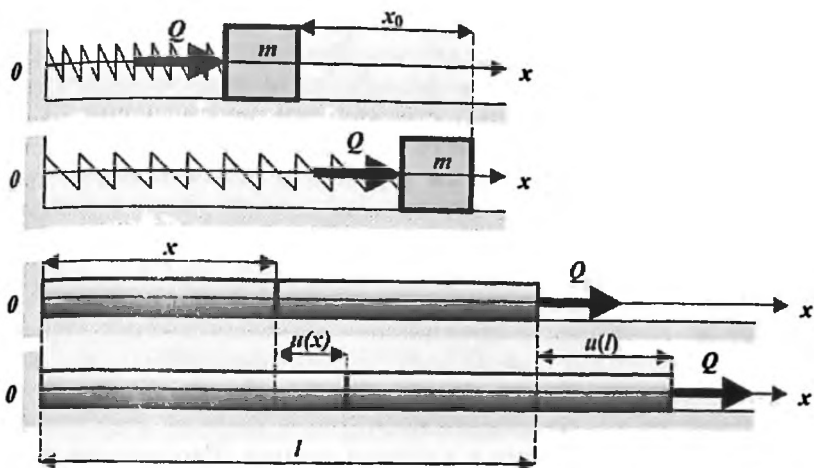


Рис. 10.1. Примеры систем с сосредоточенными и распределёнными параметрами

координата, а именно $x = x_0$. Подобная механическая система является примером системы с сосредоточенными параметрами. Эти параметры – масса тела m и упругость пружины, характеризуемая коэффициентом k (пружину считаем невесомой, что допустимо, когда её масса много меньше массы тела m).

Во втором случае обратимся к соотношению (2.4) (лекция 2):

$$N(x) = EF \frac{du}{dx}.$$

Поскольку стержень находится в состоянии покоя, то в каждом его сечении действует усилие $N(x) = Q$, откуда

$$\frac{du}{dx} = \frac{Q}{EF},$$

причём $u(x = 0) = 0$, что следует из неподвижности закреплённого торца. Отсюда перемещение любого торца стержня относительно его первоначального положения найдётся как

$$u(x) = \frac{Q}{EF} x, \quad x \in [0, l].$$

Очевидно, что перемещение любого сечения стержня зависит от его местоположения, то есть от координаты x : нулевое пере-

мещение закреплённого торца и максимальное – свободного торца при $x = l$. Очевидно также, что абсолютные значения $u(x)$ будут зависеть, при прочих равных условиях, от упругости стержня – у более упругого стержня эти перемещения будут большими, чем у менее упругого. Подобная механическая система является примером системы с распределёнными параметрами. Эти параметры – плотность материала стержня, геометрия поперечного сечения и его упругие характеристики в зависимости от координаты x .

А теперь обратимся к рис. 10.2, на котором изображены тела массами m_i , соединённые пружинами с коэффициентами упругости k_i , где $i = 1, 2, 3$. Массы могут перемещаться в обе стороны только вдоль оси x . К массам m_1, m_2 и m_3 , как показано на рис. 10.2, вдоль оси x приложена сила $Q(t) = Q_0 \sin \omega t$, где Q_0 и ω соответственно её амплитуда и круговая частота. Рассмотрим поведение изображённых механических систем под действием гармонической силы $Q(t)$. Однако перед этим обратимся к рис. 10.3, в верхней части которого изображена система из трёх масс, а в нижней – лежащий на основании стержень [1].

Очевидно, что массы могут перемещаться независимо друг от друга в двух направлениях вдоль горизонтальной оси. Закрепим теперь массу m_1 посредством «гвоздя». В этом случае масса m_1 будет неподвижна, но массы m_2 и m_3 по-прежнему можно пере-

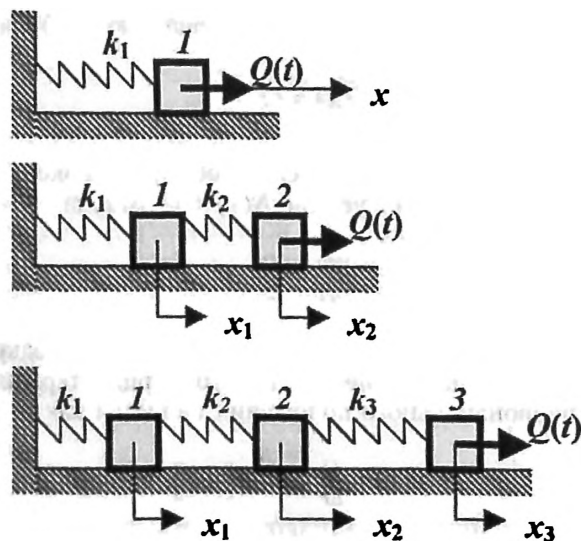


Рис. 10.2. Механические системы с различными числами степеней свободы

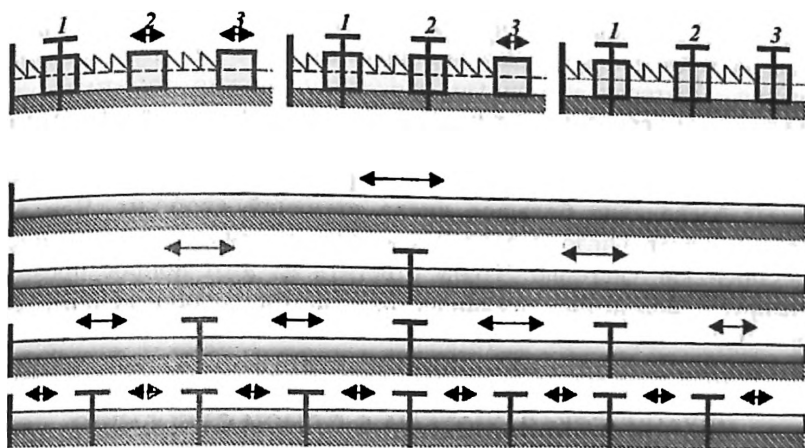


Рис. 10.3. К определению числа степеней свободы механической системы с распределёнными параметрами

мещать вдоль оси независимо друг от друга. Далее аналогичным способом закрепим массу m_2 . Теперь массы m_1 и m_2 неподвижны, но массу m_3 можно перемещать вдоль оси. Наконец, зафиксировав «гвоздём» массу m_3 , мы получаем неподвижную систему. Число «гвоздей», которое необходимо для того, чтобы сделать систему неподвижной, в данном случае равно трём. Соответственно этому данная система обладает тремя степенями свободы. Если обратиться к механическим системам, изображённым на рис. 10.2, то очевидно, что верхняя система обладает одной степенью свободы, средняя – двумя, а нижняя – тремя степенями свободы. Но поскольку эти системы имеют соответственно одну, две и три независимых координаты (координаты x_i , относящиеся к массам m_i , где $i = 1, 2, 3$), то **число степеней свободы механической системы равно числу её независимых координат.**

Теперь перейдём к рассмотрению упругого стержня конечной длины, который может растягиваться и сжиматься только в продольном направлении (нижняя часть рис. 10.3). Стержень представляет собой систему с уже распределёнными параметрами. Вобъём теперь в каком-либо сечении стержня «гвоздь». Полученные две части стержня можно вновь перемещать независимо друг от друга. Вбив теперь ещё парочку «гвоздей», мы получим четыре участка стержня, которые можно перемещать независимо друг от друга (естественно, что сечения стержня, зафиксированные «гвоздями», неподвижны, а перемещаются сечения стержней, заключённые между двумя соседними неподвижными сече-

ниями). Далее, вбив ещё четыре «гвоздя», получим восемь участков, которые вновь имеют независимые друг от друга перемещения. Повторяя указанную процедуру, можно заметить, что число «гвоздей» будет стремиться к бесконечности (теоретически «гвозди» имеют бесконечно малый диаметр). Следовательно, механическая система с распределёнными параметрами имеет бесконечно большое число степеней свободы. Чем же характеризует число степеней свободы рассматриваемые нами механические системы? Чтобы ответить на этот вопрос проанализируем поведение механических систем, изображённых на рис. 10.2.

МЕХАНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

В этом случае уравнение движения массы m_1 запишется как

$$m_1 \ddot{x} = -k_1 x + Q_0 \sin \omega t,$$

что можно представить в виде

$$\ddot{x} + \omega_1^2 x = q_0 \sin \omega t, \quad (10.1)$$

где $\omega = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$, $q_0 = \frac{Q_0}{m_1}$; точка над x означает производную по времени t .

Установившееся решение уравнения (10.1) ищем в виде

$$x = A \sin \omega t.$$

Подставив это выражение в исходное уравнение найдём амплитуду колебаний массы m_1 :

$$A = \frac{q_0}{\omega_1^2 - \omega^2}. \quad (10.2)$$

Очевидно, что при $\omega = \omega_1$ мы имеем случай резонанса (знак \leftrightarrow или $\leftarrow\rightarrow$ перед значением частоты роли не играет). Отсюда следует, что механическая система с одной степенью свободы имеет одно значение резонансной частоты.

МЕХАНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

В этом случае система дифференциальных уравнений, описывающая движения масс m_1 и m_2 , будет:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = -k_1 x_1 - k_2 (x_1 - x_2), \\ m_2 \ddot{x}_2 = -k_2 (x_2 - x_1) + Q_0 \sin \omega t. \end{cases}$$

Эту систему представим в виде:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + (\omega_1^2 + \omega_{12}^2)x_1 - \omega_{12}^2 x_2 = 0, \\ \ddot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 - \omega_2^2 x_1 = q_0 \sin \omega t, \end{cases} \quad (10.3)$$

где $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$, $\omega_{12} = \sqrt{\frac{k_2}{m_1}}$, $\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$, $q_0 = \frac{Q_0}{m_2}$.

Установившееся решение системы (10.3) ищем в виде

$$x_1 = A_1 \sin \omega t, \quad x_2 = A_2 \sin \omega t.$$

После подстановки данных выражений в систему дифференциальных уравнений (10.3), сокращения на $\sin \omega t$ и приведения подобных членов, получаем:

$$\begin{cases} (\omega_1^2 + \omega_{12}^2 - \omega^2)A_1 - \omega_{12}^2 A_2 = 0, \\ -\omega_2^2 A_1 + (\omega_2^2 - \omega^2)A_2 = q_0. \end{cases}$$

Отсюда найдём искомые амплитуды колебаний масс m_1 и m_2 :

$$A_1 = \frac{\omega_{12}^2 q_0}{\omega^4 - (\omega_1^2 + \omega_{12}^2 + \omega_2^2)\omega^2 + \omega_1^2 \omega_2^2}, \quad (10.4)$$

$$A_2 = \frac{(\omega_1^2 + \omega_{12}^2 - \omega^2)q_0}{\omega^4 - (\omega_1^2 + \omega_{12}^2 + \omega_2^2)\omega^2 + \omega_1^2 \omega_2^2}.$$

Из (10.4) видно, что при значениях квадратов частот возмущающей силы

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left(\omega_1^2 + \omega_{12}^2 + \omega_2^2 \pm \sqrt{(\omega_1^2 + \omega_{12}^2 + \omega_2^2)^2 - 4 \omega_1^2 \omega_2^2} \right)$$

знаменатели в выражениях для амплитуд A_1 и A_2 обращаются в нуль, и мы имеем случай резонанса. Легко показать, что подкоренное выражение всегда положительно, а так как

$$\omega_1^2 + \omega_{12}^2 + \omega_2^2 > \sqrt{(\omega_1^2 + \omega_{12}^2 + \omega_2^2)^2 - 4\omega_1^2\omega_2^2},$$

то с точностью до знака, что, как указывалось выше, принципиально, значения $\omega_{1,2}$ будут вещественны, а это значит, что в системе с двумя степенями свободы могут представиться два случая резонанса при гармонической возмущающей силе.

МЕХАНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА С ТРЕМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

В этом случае можно показать, что квадраты резонансных частот возмущающей силы могут быть найдены из уравнения

$$\begin{aligned} (\omega^2)^3 - (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_{12}^2 + \omega_{23}^2)(\omega^2)^2 + (\omega_1^2\omega_2^2 + \omega_1^2\omega_3^2 + \omega_2^2\omega_3^2 + \\ + \omega_1^2\omega_{23}^2 + \omega_2^2\omega_{12}^2 + \omega_{12}^2\omega_{23}^2)\omega^2 - \omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2 = 0, \end{aligned} \quad (10.5)$$

где $\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}}$, $\omega_{ij} = \sqrt{\frac{k_j}{m_i}}$, $i, j = 1, 2, 3$.

Здесь, с точностью до знака, существуют три резонансных частоты.

Можно показать (а это проиллюстрировано рассмотренными примерами), что при числе степеней свободы N существует N резонансных частот возмущающей силы. Поскольку же упругий стержень, как система с распределёнными параметрами, обладает бесконечным числом степеней свободы, то существует бесконечное число частот возмущающей силы, способной ввести его в резонансное состояние.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Симонов В.В., Юшин Е.К.* Волновые процессы в бурильной колонне. — М.: МИНХ и ГП имени И.М.Губкина, 1979.

Лекция 11

ПРОДОЛЬНЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ

В лекции 6 были рассмотрены крутильные автоколебания БК, которые, как было показано в лекции 8, весьма негативно сказываются на процессе бурения, поскольку снижают механическую скорость бурения и способствуют накоплению усталостных напряжений в силу возникновения знакопеременных нагрузок в колонне. Однако, в ряде случаев крутильные автоколебания могут вызывать интенсивные продольные вибрации БК как при разбуривании неоднородных, так и однородных горных пород. Поскольку этот вид вибраций вызывается именно крутильными автоколебаниями, то в дальнейшем мы будем именовать их продольными автоколебаниями бурильной колонны. Настоящая лекция посвящена выявлению механизма возникновения данного явления.

Проанализируем процесс взаимодействия шарошечного долота с забоем бурящейся скважины [5, 6]. Для этого обратимся к рис. 11.1, на котором схематически изображен процесс взаимодействия зубчатого венца шарошки долота с горной породой. Через R на этом рисунке обозначен радиус венца, через Ψ – угол между радиусами, проведенными из центра венца O к вершинам двух соседних зубцов.

Рассмотрим, для простоты, случай недеформируемого забоя. Пусть в начальный момент времени опорным является зубец 1. Тогда центр венца O занимает наивысшее положение над забоем, а расстояние от центра венца до дна лунки равно радиусу венца R (положение $O1$). Из-за вращения венца (направление вращения венца показано на рис. 11.1 круговой стрелкой) фигура 102 переходит в положение $1O'2'$, и минимально возможное положение центра венца характеризуется прямой $O'B$. Очевидно, что расстояние по вертикали между точками O и O' будет равно разности длин прямых $O1$ и $O'B$. Так как угол $1O'2'$ равен Ψ , а $O'B$ является его биссектрисой, то угол $1O'B$ равен $0,5\Psi$. Отсюда получаем, что $O'B = R \cos 0,5\Psi$. Обозначив расстояние между O и O' через $2A$, где символ A является амплитудой высокочастотных

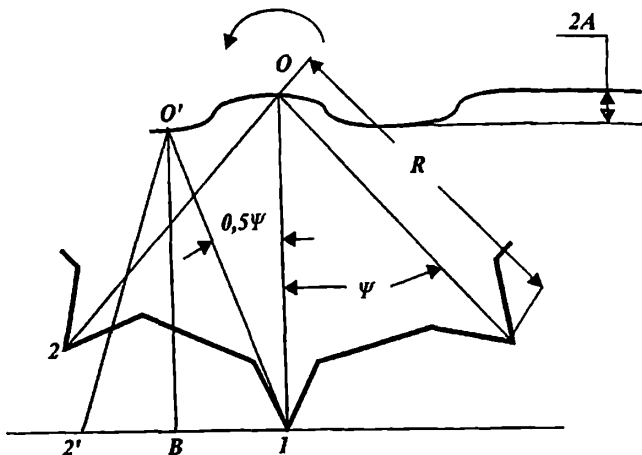


Рис. 11.1. Схема процесса взаимодействия зубчатого венца с горной породой

(так называемых «зубцовых») вертикальных колебаний, будем иметь, что

$$2A = OI - O'B = R - R \cdot \cos \frac{\Psi}{2},$$

откуда

$$A = \frac{R}{2} \cdot \left(1 - \cos \frac{\Psi}{2}\right). \quad (11.1)$$

Формула (11.1) позволяет оценить величину амплитуды высокочастотных забойных возмущений при взаимодействии зубчатых шарошечных долот с забоем скважины. Учитывая, что при малых углах α с достаточной степенью точности справедливо приближенное равенство

$$\cos \alpha \approx 1 - 0,5 \alpha^2,$$

выражение (11.1) при $\alpha = 0,5 \Psi$ запишется

$$A \approx \frac{1}{16} R \Psi^2. \quad (11.2)$$

Далее, если через Z обозначить число зубцов на периферийном венце шарошки, а через $d_{\text{ш}}$ — диаметр периферийного венца,

то с учетом того, что $\Psi = \frac{2\pi}{Z}$, $R = \frac{d_{ш}}{2}$, соотношение (11.2) примет вид:

$$A \approx \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{d_{ш}}{Z^2}. \quad (11.3)$$

Заметим, что выражение (11.3) есть оценка амплитуды по максимуму.

Круговая частота ω продольных колебаний долота равна

$$\omega = \frac{\pi i Z n_H}{30}, \quad (11.4)$$

где i – передаточное отношение шарошки (отношение скорости вращения долота к скорости вращения шарошки), причем в первом приближении его можно взять равным $i = \frac{D_d}{d_{ш}}$, где D_d – диаметр долота; n_H – скорость вращения долота, об/мин. Очевидно, что максимальная скорость вертикального перемещения долота может быть оценена произведением ωA .

При равномерном вращении долота $n_H = n_0$ высокочастотную составляющую вертикальных колебаний долота (нижнего торца БК) можно представить в виде

$$u_{0H}(t) = A \sin \omega_0 t, \quad (11.5)$$

где A и $\omega_0 = \omega(n_0)$ вычисляются согласно (11.3) и (11.4). Скорость же вертикального перемещения в этом случае будет равна

$$\dot{u}_{0H}(t) = \omega_0 A \cos \omega_0 t. \quad (11.6)$$

Пусть теперь имеет место режим крутильных автоколебаний БК (лекция 6) с периодом T , определяемом согласно (6.1). Тогда половину периода долото вращается с максимальной скоростью $n_H = n_{\min}$, а половину периода – с минимальной $n_H = n_{\max}$ (см. формулу (6.2)):

$$n_H(t) = \begin{cases} n_0 - \delta n = n_{\min}, & \text{при } j \cdot T \leq t \leq \left(j + \frac{1}{2}\right) \cdot T, \\ n_0 + \delta n = n_{\max}, & \text{при } \left(j + \frac{1}{2}\right) \cdot T \leq t \leq (j+1) \cdot T, \end{cases}$$

что вызывает, как легко установить (см. соотношение (11.4)), периодическое изменение частоты продольных колебаний долота и, следовательно, скорости его продольного перемещения. В этом случае скорость вертикального перемещения запишется как

$$\dot{u}_H(t) = \begin{cases} \omega_{\min} A \cos \omega_{\min} t, & \text{при } j \cdot T \leq t \leq \left(j + \frac{1}{2}\right) \cdot T, \\ \omega_{\max} A \cos \omega_{\max} t, & \text{при } \left(j + \frac{1}{2}\right) \cdot T \leq t \leq (j + 1) \cdot T. \end{cases} \quad (11.7)$$

При этом очевидно, что период изменения названных величин равен периоду T . С другой стороны, при развитии крутильных автоколебаний периодически изменяется механическая скорость бурения v . Оба отмеченных фактора вызывают периодическое изменение скорости вертикального перемещения нижнего сечения бурильной колонны. А тогда согласно (3.1) (см. лекцию 3) и изменение во времени t осевой нагрузки на долото $P(t)$ будет так же периодическим с периодом T . Всё изложенное показано на рис. 11.2.

Итак, при возникновении крутильных автоколебаний бурильной колонны осевая нагрузка на долото изменяется во

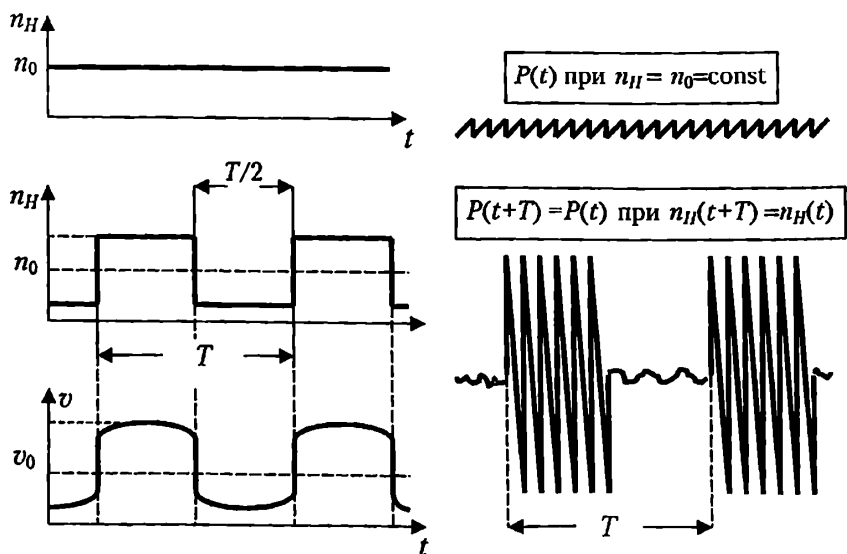


Рис. 11.2. Периодическое изменение осевой нагрузки, вызываемое крутильными автоколебаниями

времени периодически с периодом крутильных автоколебаний, что аналитически записывается следующим образом:

$$P(t + T) = P(t). \quad (11.8)$$

Сделаем еще одно очень существенное замечание. Поскольку крутильные автоколебания могут развиваться как в неоднородных, так и в однородных, изотропных породах, то в данном случае пульсация осевой нагрузки на долото происходит независимо от характера разбуриваемой породы (неоднородная, трещиноватая или же однородная, изотропная).

Это очень хорошо видно на рис. 11.3, где приведены экспериментальные данные замеров непосредственно на забое скважины изменения во времени скорости вращения долота $n_H(t)$ (нижний график), осевой нагрузки на долото $P(t)$ (средний график) и забойного момента $M_H(t)$ (верхний график) [9].

А теперь рассмотрим следующий пример. На рис. 11.4 изображено тело массой m , которое может передвигаться на катках в горизонтальном направлении. Тело посредством пружины с коэффициентом упругости k соединено с неподвижной преградой. К телу приложена сила $Q(t)$, закон изменения которой во времени показан в верхней части рисунка. Найдём закон движения тела при воздействии на него силы $Q(t)$.

Свяжем с центром масс тела координатную ось Ox . При движении тела кроме силы $Q(t)$ на него со стороны пружины действует сила kx , где x – смещение тела от начального положения. Тогда уравнение его движения запишется как

$$m\ddot{x} = -kx + Q(t),$$

что можно переписать в виде

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = q(t), \quad (11.9)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $q(t) = \frac{Q(t)}{m}$. Будем искать установившееся решение, а потому начальные условия нам не потребуются.

Поскольку $Q(t)$, а следовательно и $q(t)$, периодические функции с периодом T , то их можно представить в виде ряда Фурье. Разложение функции $q(t)$ в ряд Фурье суть [1]

$$q(t) = \frac{4Q_0}{\pi m} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{2j+1} \sin \frac{(2j+1)\pi t}{T}. \quad (11.10)$$

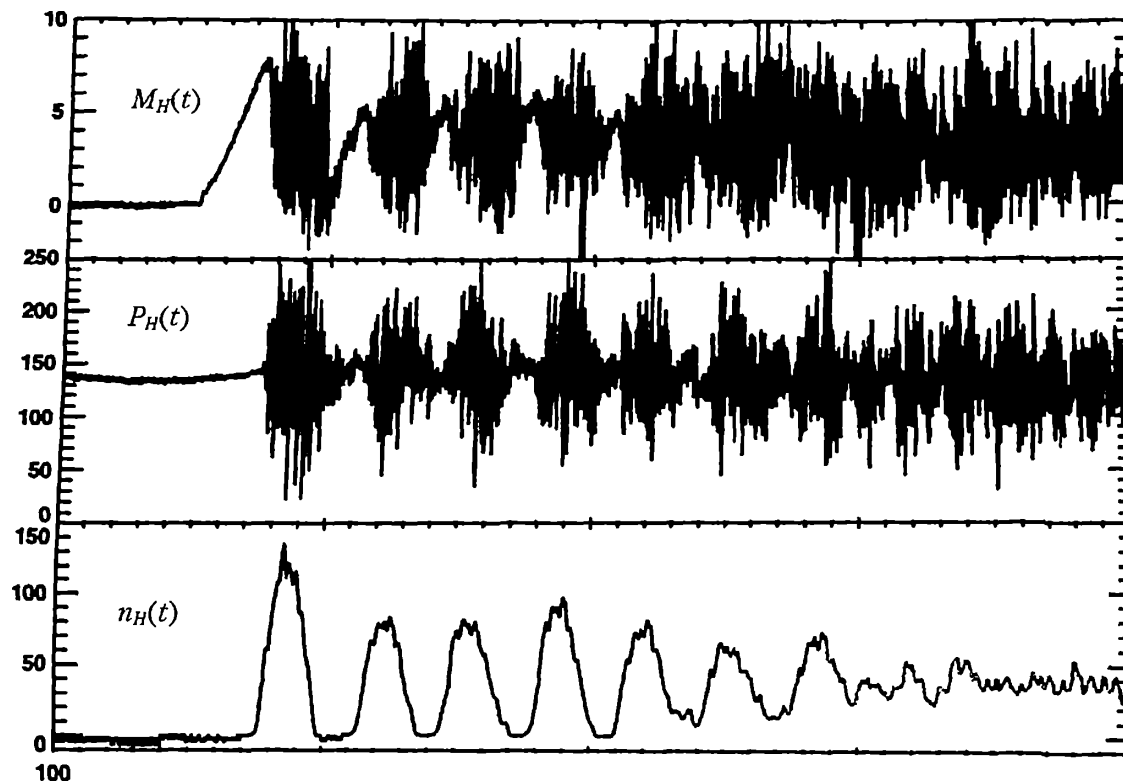


Рис. 11.3. Экспериментальные данные замеров непосредственно на забое скважины, приведенные в публикации [9]

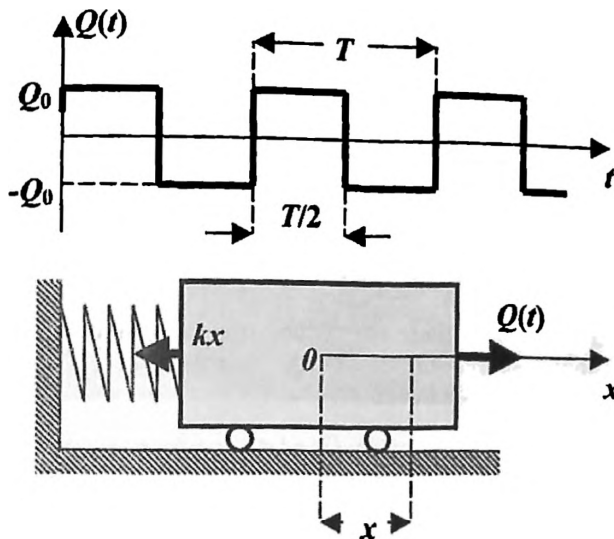


Рис. 11.4. Пример механической системы, на которую действует периодическая сила

Введём следующие обозначения:

$$a_j = \frac{4Q_0}{\pi m} \frac{1}{2j+1}, \quad \omega_j = \frac{(2j+1)\pi}{T}. \quad (11.11)$$

Тогда уравнение (11.9) запишется как

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \sum_{j=0}^{\infty} a_j \sin \omega_j t. \quad (11.12)$$

В силу линейности уравнения (11.12) к нему применим принцип суперпозиции, то есть его решение можно представить в виде

$$x(t) = \sum_{j=0}^{\infty} x_j(t), \quad (11.13)$$

где $x_j(t)$ – решение для j -го члена правой части уравнения (11.12):

$$\ddot{x}_j + \omega_0^2 x_j = a_j \sin \omega_j t.$$

Решение же этого уравнения записывается как (см. лекцию 10, формула (10.2))

$$x_j(t) = \frac{a_j}{\omega_0^2 - \omega_j^2} \sin \omega_j t. \quad (11.14)$$

Следовательно, с учётом (11.13) и принятых обозначений (11.11) решением исходного уравнения (11.9) будет

$$x(t) = \frac{4Q_0}{\pi m} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{2j+1} \frac{1}{\omega_0^2 - \left(\frac{(2j+1)\pi}{T}\right)^2} \sin \frac{(2j+1)\pi t}{T}. \quad (11.15)$$

Очевидно, что резонанс наступает при обращении в нуль знаменателя какого-либо члена суммы выражения (11.15), то есть когда выполняется равенство

$$\omega_0 = \frac{(2j+1)\pi}{T},$$

откуда

$$T = \frac{(2j+1)\pi}{\omega_0}, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (11.16)$$

Итак, мы видим, что под действием периодической возмущающей силы в рассмотренной механической системе возникает весьма сложное периодическое движение, состоящее из суммы гармонических колебаний, определяемых приложенной к системе силой. При этом амплитуда каждого члена суммы зависит от периода силы T , а резонансные условия возникают при ряде последовательных значений периода T , определяемых соотношением (11.16).

Поэтому даже в простейшем случае механической системы с сосредоточенными параметрами шансы войти в состояние резонанса довольно велики.

А теперь обратимся к рис. 11.2, на котором изображён характер изменения осевой нагрузки на долото в режиме крутильных автоколебаний. В данном случае осевая нагрузка так же, как и в рассмотренном сейчас примере, разлагается в ряд Фурье, и любая гармоника этого ряда может вызвать состояние продольного резонанса БК. Но, в отличие от систем с сосредоточенными параметрами, БК является механической системой с распределёнными параметрами, которая, как было показано в предыдущей лекции, обладает бесконечным числом собственных частот, при совпадении с любой из которых любая гармоника разложения осевой нагрузки в ряд Фурье может вызвать продольный резонанс колонны – её продольные автоколебания. И шансы возникновения этого явления, как показывают и промысловые ис-

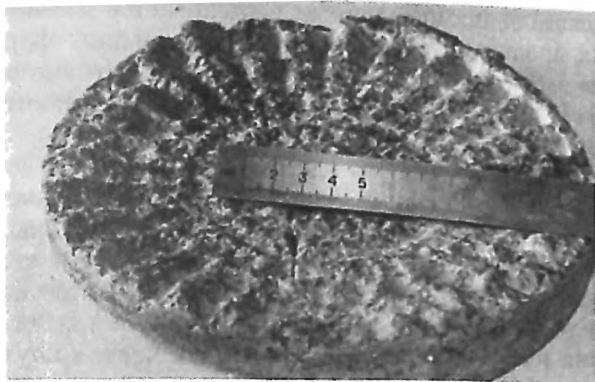


Рис. 11.5. Забой, полученный в стендовых условиях

следования [8, 9], весьма велики. Рассмотрим, как это явление отражается на взаимодействии породоразрушающего инструмента с забоем.

В лабораторных условиях при бурении (отсутствие БК) забой представляет собой плоскую поверхность, на которой имеется так называемая «рейка» – результат взаимодействия вооружения долота с породой. Подобный забой показан на рис. 11.5 (порода – гранит). Но в конце 50-х годов XX-го века в Техасе (США) с глубины 3000 м был поднят керн, вершина которого (забой) имела волнообразную форму [8]. Этот забой изображён на рис. 11.6.

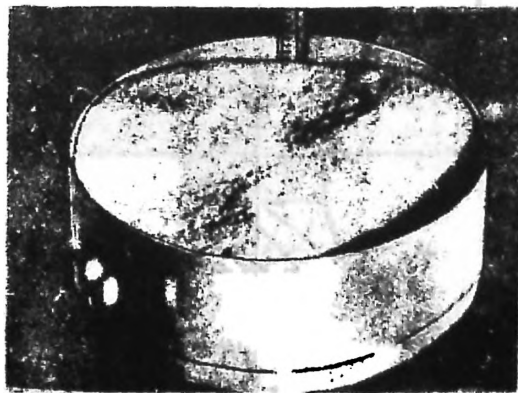


Рис. 11.6. Забой с волнистой поверхностью

Как показали промышленные исследования, именно при интенсивных продольных низкочастотных вибрациях формируются волнистые забои (см. рис. 11.6), что весьма негативно отражается на процессе бурения. Поэтому весьма важно поставить диагноз этой «болезни».

Выше было отмечено, что для возникновения продольных автоколебаний БК необходимо совпадение **некоторой частоты крутильных колебаний с некоторой частотой продольных колебаний колонны**. Данный же факт говорит о том, что изложенный принцип возникновения продольных автоколебаний можно проверить на установке с сосредоточенными параметрами: для этого она должна иметь равенство собственных частот крутильных и продольных колебаний.

Принципиальная схема опытного стенда изображена на рис. 11.7 [2, 3, 4, 6, 7]. Он состоит из массивного тела M (к нему непосредственно присоединяется долото), имеющего момент инерции I относительно оси вращения (ось x) и соединенного с пружиной, у которой коэффициенты упругости на кручение и продольное сжатие равны соответственно c и k . Пружина передает осевое усилие и крутящий момент непосредственно со шпин-

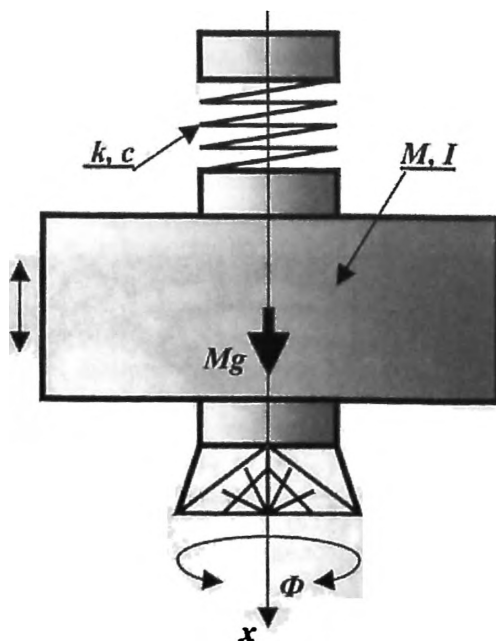


Рис. 11.7. Принципиальная схема опытного стенда

деля бурового агрегата, вращающегося со скоростью n_0 , а долото – со скоростью n_H (при равномерном вращении массы M скорости вращения n_0 и n_H равны между собой). Масса M , а следовательно и момент инерции I , в процессе экспериментов могут изменяться путём добавления или изъятия дополнительных масс. Для нахождения собственных частот уберём забой и рассмотрим нашу механическую систему в подвешенном состоянии [3, 4, 6, 7], а вертикальную координатную ось x направим от верхнего торца пружины к забой; угол крутильных колебаний массивного тела обозначим символом Φ . Уравнения свободных крутильных и продольных колебаний механической системы запишутся как

$$\begin{cases} I\ddot{\Phi} = -c\Phi, \\ M\ddot{x} = -kx + Mg, \end{cases}$$

где g – ускорение свободного падения.

После подстановки

$$x = \frac{Mg}{k} + \delta x,$$

где δx – продольное перемещение массы M относительно равновесного положения центра тяжести при статическом растяжении пружины, и несложных преобразований полученная система принимает вид:

$$\begin{cases} \ddot{\Phi} + \omega_1^2 \Phi = 0, \\ \ddot{\delta x} + \omega_2^2 \delta x = 0. \end{cases}$$

Здесь $\omega_1 = \sqrt{\frac{c}{I}}$ и $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{M}}$ соответственно частоты свободных крутильных и продольных колебаний системы.

В силу равенства крутильной и продольной частот $\omega_1 = \omega_2$ необходимо выполнение равенства между параметрами стэнда:

$$\sqrt{\frac{c}{I}} = \sqrt{\frac{k}{M}}. \quad (11.17)$$

Рассмотрим механизм формирования волнистого забоя при использовании наиболее распространённых трёхшарошечных буровых долот.

На рис. 11.8 изображен в плане забой с тремя волнами (1, 2, 3 – порядковые номера шарошек долота, находящиеся во впади-

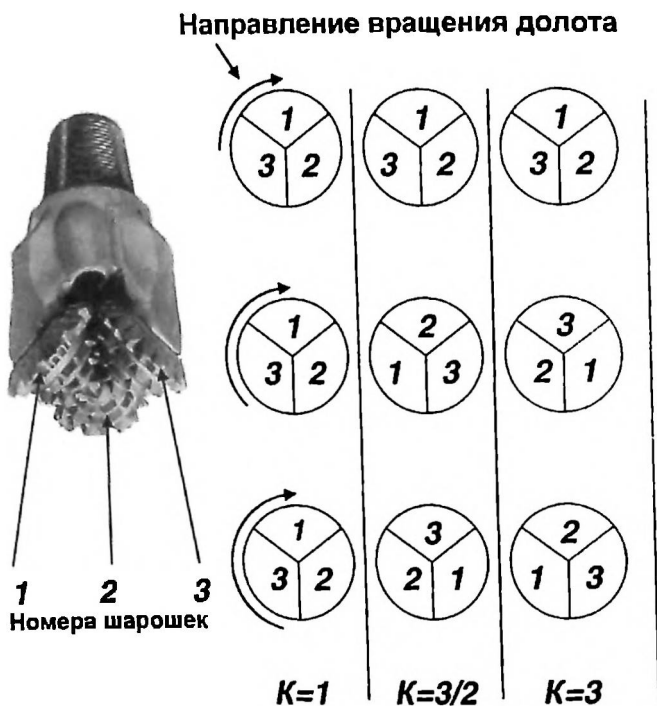


Рис. 11.8. Варианты контактов шарошек долота с впадинами волнистого забоя

нах между соседними гребнями волн на забое; направление вращения долота указано стрелкой). Рассмотрим возможные варианты контактов шарошек со впадинами. Обозначим через K число продольных колебаний долота за один его оборот. Тогда, как легко установить из рис. 11.8, при постоянном контакте одних и тех же шарошек с одними и теми же впадинами на забое число $K = 1$ (одно продольное колебание долота за оборот); при «перепрыгивании» шарошек через соседние впадины $K = 3/2$ (три колебания за два оборота); при последовательном контакте каждой шарошки с каждой впадиной $K = 3$ (три колебания долота за оборот). Если учесть, что согласно многочисленным наблюдениям в случае использования трехшарошечных долот число $K = 1$ является минимальным, то множество выявленных сейчас значений числа K исчерпывает все способы контакта между шарошками долота и впадинами забоя, поверхность которого содержит три волны.

Обозначим множество всех способов контакта шарошек с

волнистым забоем через $\{K\}$. Тогда в условиях рассмотренного выше примера искомое множество контактов запишется (см. рис. 11.8) [3, 4, 6, 7]:

$$\{K\} = \{1, 3/2, 3\}. \quad (11.18)$$

Поскольку время одного полного оборота долота должно быть равно времени одного оборота шпинделя бурового агрегата (при этом $n_0 = \text{const}$), то период продольных колебаний долота может быть записан как

$$T_n = \frac{2\pi}{Kn_0}, \quad (11.19)$$

где размерность скорости вращения $[n_0] = \text{рад/с}$, а величины периода — $[T_n] = \text{с}$.

Так как круговая частота колебаний ω и период T_n связаны соотношением $\omega = 2\pi/T_n$, то согласно формуле (11.19) имеем:

$$\omega = Kn_0. \quad (11.20)$$

Запишем для экспериментальной установки с учетом соотношения (11.20) условия (11.17): $\omega_1 = \omega_2 = \omega = Kn_0$, что можно переписать:

$$\sqrt{\frac{k_0}{I}} = \sqrt{\frac{c_0}{M}} = Kn_0.$$

Отсюда легко находятся зависимости между параметрами установки:

$$\begin{cases} I = \frac{k_0}{(Kn_0)^2}, \\ M = \frac{c_0}{(Kn_0)^2}, \\ K \in \{K\}. \end{cases} \quad (11.21)$$

Соотношения (11.21) дают взаимосвязь между величинами, характеризующими механические свойства опытного стенда для изучения взаимодействия породоразрушающего инструмента с горной породой при его работе в режиме продольных автоколебаний.

Мы не будем здесь приводить конструктивные особенности опытной установки, общий вид которой показан на рис. 11.9 (они подробно описаны в публикациях [2, 3, 4, 6, 7]), а предста-

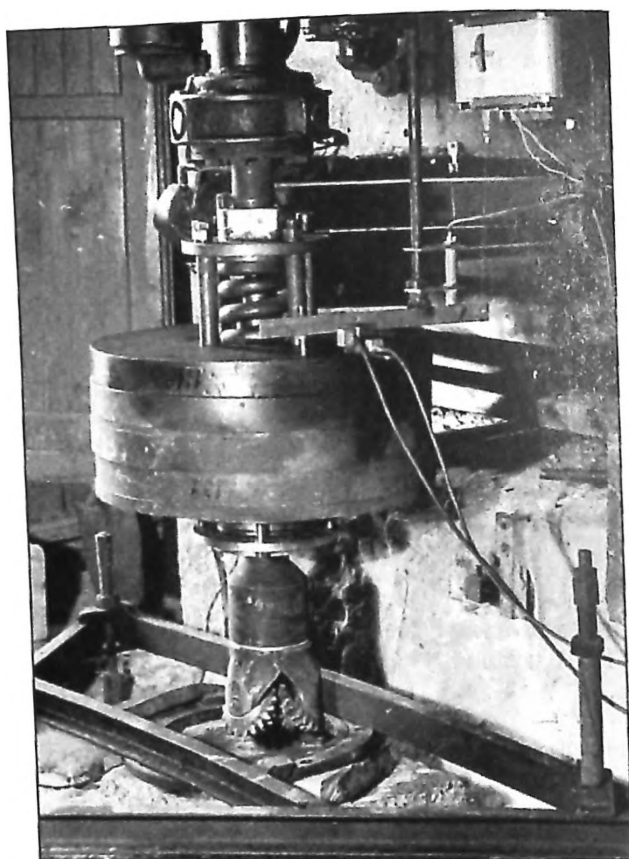


Рис. 11.9. Опытный стенд

вим результаты, полученные при обработке породоразрушающего инструмента.

Создание опытного стенда, позволившего воспроизвести процесс развития и установления продольных автоколебаний породоразрушающего инструмента, а также получить образцы волнистых забоев (рис. 11.10, 11.11) в лабораторных условиях, полностью подтвердило изложенные концепции развития автоколебаний БК и формирования волнистых забоев.

В проведенных экспериментах использовались, в основном, трехшарошечные буровые долота. При расчетных параметрах все испытываемые типы долот (штыревые, зубчатые, с вооружением в виде сплошных венцов) независимо от вида разбуриваемых

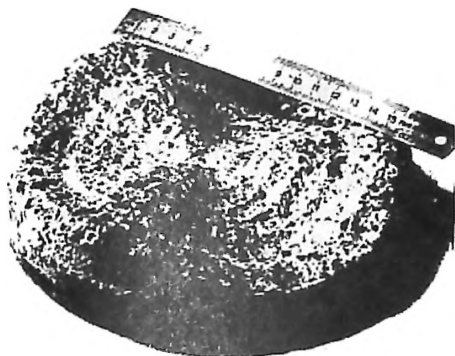


Рис. 11.10. Поверхность забоя, полученного при бурении гранита зубчатым долотом в режиме продольных автоколебаний



Рис. 11.11. Поверхность забоя, полученного при бурении мрамора дисковым долотом в режиме продольных автоколебаний

пород (гранит, мрамор, известняк) всегда входили в режим продольных автоколебаний с образованием волнистых забоев (рис. 11.10, 11.11). Проведенные эксперименты показывают, что мощность, расходуемая на поддержание колебаний установки, весьма значительна. В колеблющейся системе возникают значительные нагрузки, являющиеся причиной частых поломок установки. За сравнительно короткое время отработки долот происходит скол и выкрашивание их вооружения, наблюдается значительный люфт шарошек, а также снижение механической скорости бурения.

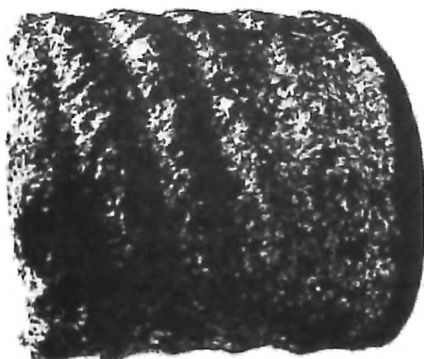


Рис. 11.12. Винтовая нарезка на поверхности керна (материал – гранит)

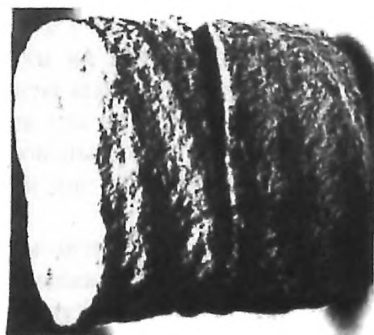


Рис. 11.13. Винтовая нарезка на поверхности керна (материал – мрамор)

Аналогичное замечание необходимо сделать и в отношении работы в режиме продольных автоколебаний бурильных головок при отборе керна: на поверхности керна формировалась винтовая нарезка, что приводило к уменьшению площади поперечного сечения керна и разрушению его при воздействии интенсивных циклических нагрузок (рис. 11.12, 11.13).

Однако существует ещё один вид низкочастотных колебаний БК, который мы рассмотрим в следующей лекции.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бронштейн И.Н., Семдяев К.А.* Справочник по математике. – М.: Физматгиз, 1962.
2. *Симонов В.В., Выскребцов В.Г.* Работа шарошечных долот и их совершенствование. – М.: Недра, 1975.
3. *Симонов В.В., Юнин Е.К.* Влияние колебательных процессов на работу бурильного инструмента. – М.: Недра, 1977.
4. *Юнин Е.К.* Низкочастотные колебания бурильного инструмента. – М.: Недра, 1983.
5. *Юнин Е.К.* Введение в механику глубокого бурения. – Ухта: УГТУ, 2003.
6. *Юнин Е.К., Хегай В.К.* Динамика глубокого бурения. – М.: Недра, 2004.
7. *Юнин Е.К.* Введение в динамику глубокого бурения. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.
8. *Garret W.R.* The effect of a down hole shock absorber on drill stem performance. – «Paper Amer. Soc. Mech. Eng-rs», 1962, № 21, p. 11.
9. *Rapold K.* Drilling vibration measurement detect bit stick-slip//Oil and Gas Journal. – 1993. – Vol. 91, № 9. – P. 66–70.

Лекция 12

ПРОДОЛЬНЫЕ РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ

Продольные автоколебания с образованием волнистого забоя возникают только в результате работы БК в режиме крутильных автоколебаний. При этом безразлично – однороден забой (рис. 12.1) или неоднороден (рис. 12.2). Однако в ряде случаев при неоднородном забое могут также возникать интенсивные продольные колебания БК. Рассмотрим эту ситуацию [5, 6, 8, 9, 11].

На рис. 12.2 неоднородность забоя представлена в виде нарушения характеристик сплошности породы некоторым включением инородного тела (на рис. 12.2 данный объем зачернен). Это может быть каверна, трещиноватый участок, куски металла (скрап) и т.д. Проанализируем теперь работу породоразрушающего инструмента при неоднородном забое. Для этого рассмотрим на примере трехшарошечного долота (что, однако, не умаляет общности выводов и при использовании других типов долот) простейшую схему его взаимодействия с неоднородным забоем, представленную на рис. 12.3.

Пусть в забое, состоящем из однородного материала, имеется, как показано на рис. 12.3, сектор нулевой твердости: порода из этого сектора изъята. Предположим, что на каждую шарошку в случае одновременного контакта их с забоем действует сила, в три раза меньшая осевой нагрузки на долото (см. рис. 12.3, поз. 1, $i = 1, 2, 3$ – порядковые номера шарошек). В этом случае области контакта всех трех шарошек (на рисунке они выделены утолщенными линиями и пронумерованы соответственно порядковым номерам шарошек) находятся вне сектора нулевой твердости.

По мере вращения в некоторый момент времени одна из шарошек (на рис. 12.3, поз. 2 – это шарошка 1) займет место в секторе, где порода отсутствует. В этом случае осевое усилие, действующее на нее, равно нулю, и нагрузка на каждую из двух оставшихся шарошек будет равна половине осевой нагрузки на долото P_0 (см. диаграмму (P_{0i}, i) на рис. 12.3, поз. 2). Увеличение нагрузки на шарошки повлечет за собой увеличение углубления

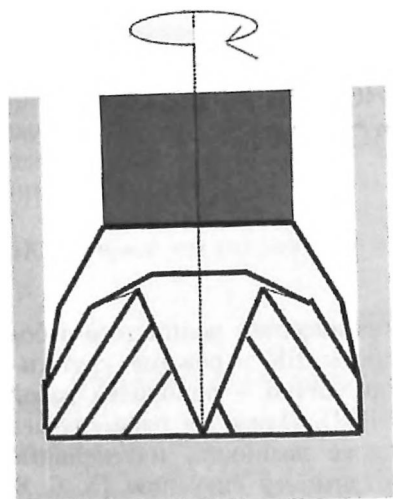


Рис. 12.1. Схема бурения забоя в случае однородной породы

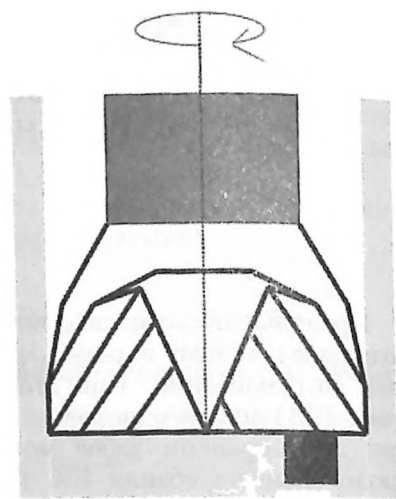


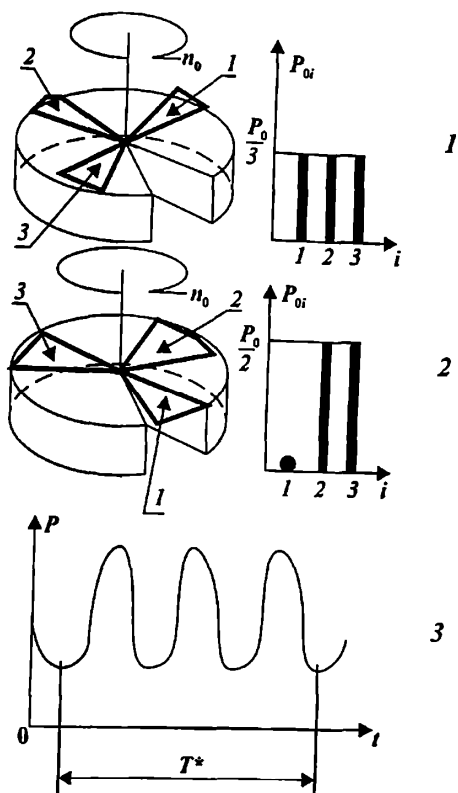
Рис. 12.2. Схема бурения забоя в случае неоднородной породы

долота на этих участках. Подобная картина будет повторяться трижды за один оборот долота. Последнее вызовет трехкратную пульсацию осевой нагрузки за оборот. Примерная картина изменения осевой нагрузки P во времени t изображена на рис. 12.3, поз. 3, где через $T^* = 2\pi/n_0$ обозначено время одного оборота долота. Если теперь заполнить сектор нулевой твердости каким-либо материалом, отличающимся по физико-механическим свойствам от остальной части забоя, то картина принципиально (в смысле пульсаций осевой нагрузки) не изменится. Следовательно, неоднородность забоя по физико-механическим свойствам (различные части забоя имеют различную твердость) также является причиной изменения осевой нагрузки на долото за один его оборот с периодом:

$$T_3 = \frac{T^*}{3} = \frac{2\pi}{3n_0}. \quad (12.1)$$

Очевидно, что совпадение частоты изменения осевой нагрузки из-за неоднородности забоя с какой-либо собственной частотой продольных колебаний бурильной колонны даст возникновение интенсивных низкочастотных продольных колебаний, которые, в отличие от продольных автоколебаний, будем именовать **резонансными продольными колебаниями бурильного инструмента**.

Рис. 12.3. К объяснению возникновения продольного резонанса буровой колонны



Обратимся к экспериментальной установке, описанной в предыдущей лекции. Поскольку в данном случае период T_3 изменения осевой нагрузки дается формулой (12.1), а требование развития резонанса есть не что иное, как совпадение частоты свободных продольных колебаний установки и частоты внешнего воздействия согласно (12.1), то в этом случае в (11.21) необходимо число K положить равным трем; связь же между частотами крутильных и продольных колебаний в этом случае несущественна. В силу сказанного получаем [4, 5, 9, 11]:

$$M = \frac{c_0}{9n_0^2}. \quad (12.2)$$

Все, что было установлено при изучении продольных автоколебаний в стендовых условиях (см. лекцию 11), в равной мере можно отнести и к резонансным колебаниям. Вид формирующе-

гося при этом забоя показан на рис. 12.4. Однако в данном случае необходимо отметить следующее. Если волнистый забой формируется при наличии возмущающего фактора (в данном случае отверстие, пробитое перфоратором в периферийной части забоя; это отверстие в процессе проведения экспериментов заполнялось любым другим материалом), то как только возмущающий фактор в результате разбуривания породы исчезает (то есть забой становится однородным; на рис. 12.2 этому соответствует исчезновение зачерненного объема), разрушаются и забойные волны. При этом забой принимает вид, как и в случае бурения с жёстким шпинделем (см. рис. 11.5). В этом состоит принципиальная разница между резонансными продольными колебаниями и продольными автоколебаниями, которые возникают и в случае однородной породы.

На рис. 12.5, *а* и 12.5, *б* показаны профилограммы волнистых забоев при бурении породы на опытном стенде долотом 1В-190Т (с зубчатым вооружением) соответственно в режиме продольных автоколебаний и резонансных продольных колебаний. Рис. 12.5, *а* относится к случаю бурения гранита (этот забой изображён на рис. 11.5), а рис. 12.5, *б* – к случаю бурения мрамора (забой на рис. 12.5, *а*) [4,5]. Сравнение профилограмм показывает существенную разницу профилей волнистых забоев. В первом случае отсутствие забойной рейки говорит о том, что долото работало с отскоками от забоя. Во втором случае долото непрерывно контактировало с забоем, о чём свидетельствует наличие забойной рейки; после прохождения возмущающего фактора (отверстие в забое) волнистость забоя исчезала, и долото работало в нормаль-

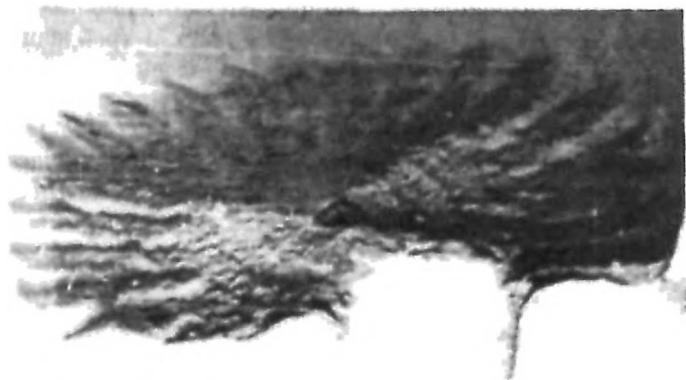


Рис. 12.4. Поверхность забоя, полученного при бурении мрамора в режиме продольных резонансных колебаний инструмента

ном режиме. Более подробный анализ кинематики долота в представленных на рис. 12.5, а и 12.5, б случаях будет проведен ниже.

А сейчас необходимо отметить следующее. В монографии [8] был разработан метод предотвращения интенсивных низкочастотных колебаний БК – автоколебаний и продольных резонансных колебаний, и затем создана программа с целью его численной реализации [3]. В усовершенствованном варианте подобная программа была опробована в промышленных условиях [7, 10].

Продольные резонансные колебания БК наблюдались при проводке (буровая установка «Уралмаш-3Д») одной из скважин на Восточно-Мастерьевском месторождении Республики Коми при бурении на глубинах 1918–1956 м [10]. Было установлено, что зафиксированные случаи колебаний, равно как и случаи их прекращения, а также уменьшения скорости углубления забоя, с высокой точностью совпадают с расчётными данными. На рис. 12.6 приведены результаты расшифровки записи нагрузки на долото P (средний график), скорости вращения ротора n_0 (верхний график) и текущей механической скорости бурения v (нижний график). В зоне резонанса нагрузка на долото P колебалась от нуля до 270 кН, а усреднённая механиче-

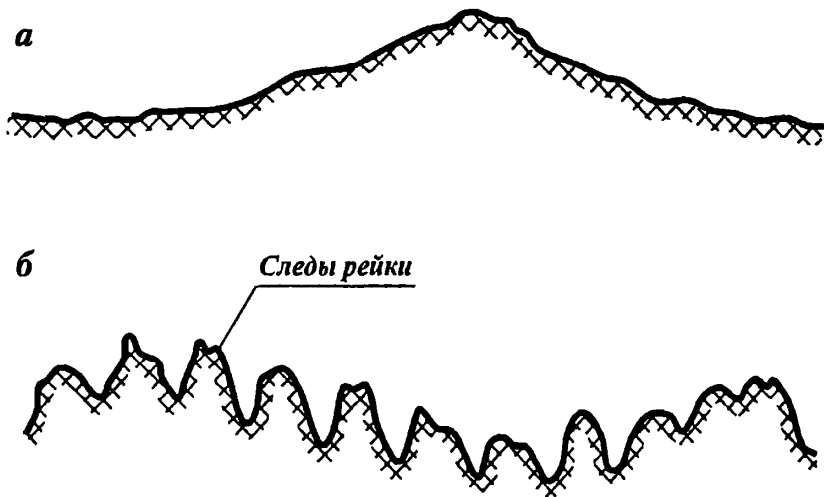


Рис. 12.5. Участки профилограммы забоя, полученного при разбуривании гранита зубчатым долотом в режиме продольных автоколебаний (а) и полученного при разбуривании мрамора зубчатым долотом в режиме продольного резонанса (б)

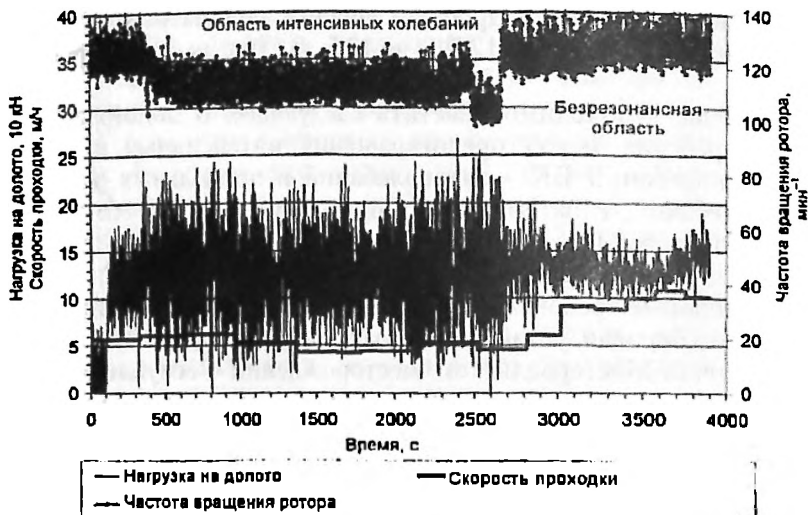


Рис. 12.6. Результаты бурения скважины, представленные в публикации [10]

ская скорость бурения при этом составила около 5 м/ч. При надлежащем выборе скорости вращения ротора n_0 интенсивные колебания прекратились, а механическая скорость возросла в 1,5–2 раза и превысила 10 м/ч.

Мы не приводим здесь сам метод предотвращения вибраций, а интересующиеся могут ознакомиться с ним по публикациям [8, 9, 11].

В заключение данной лекции необходимо отметить следующее [6].

Предположим, что нам некоторым образом удалось абсолютно жёстко закрепить поперечное сечение бурильной колонны на некотором расстоянии l от забоя скважины (рис. 12.7). Пусть шарошка поворачивается с некоторой угловой скоростью и при вертикальном положении опорного зубца вращение прекращается (см. рис. 12.7, а и б). При этом нижний торец БК подождётся на некоторую величину δ_1 . В процессе поджатия торца колонны вдоль неё начинает распространяться от забоя со скоростью k волна возмущения (см. рис. 12.7, б). Поскольку же абсолютно жёсткое закрепление поперечного сечения стержня не меняет знака в отражённой волне (см. рис. 3.5, лекция 3), так как согласно формуле (3.12) коэффициент отражения $k_n = -1$, то через время $t = 2l/k$ с момента начала поджатия торца колонны на зубец, стоящий вертикально, начинает действовать дополнительное сжимающее усилие, которое «добивает» опорный зубец в породу

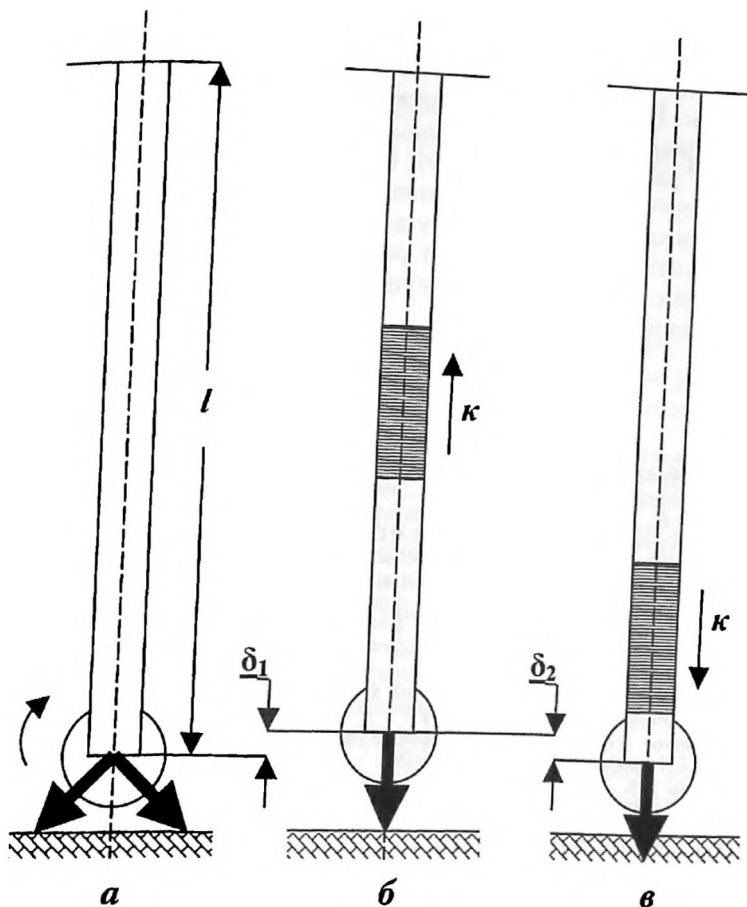


Рис. 12.7. Подвод дополнительной энергии к забою

на величину δ_2 (см. рис. 12.7, в). Очевидно, что чем твёрже порода, тем больше по величине будет усилие «добивания» зубца в породу, однако не это главное. Важно отметить, что в данном случае мы вместо того, чтобы рассеять энергию забойного возмущения по длине колонны, подвели её вновь к забою, получив тем самым дополнительное углубление зубца в породу совершенно «бесплатно». Следовательно, подбирая соответственно длину отражающего участка l и скорость вращения инструмента вне зон возникновения интенсивных низкочастотных колебаний БК, мы сможем подводить дополнительную энергию к забою и тем самым повышать к.п.д. процесса бурения.

Конечно, на практике нельзя осуществить абсолютно жёсткое закрепление некоторого сечения БК, так и сделать его абсолютно свободным. Но, компоуя, например, колонну из участков, материал которых обладает различными упругими свойствами, а сами участки – различной геометрией (например, различными площадями поперечных сечений и длинами этих участков), можно частично отражать забойные возмущения и подводить дополнительную энергию к забою с целью разрушения горной породы, и в этих случаях иногда удаётся существенно повысить эффективность бурения [1, 2].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Васильев Ю.С., Никитин Ю.Ю.* Регулирование осевой нагрузки на долото. – М.: НТС «Бурение». – № 9. – ВНИИОЭНГ, 1974.
2. *Мельников В.И., Жидовцев А.Н., Левченко А.Т., Старков В.Н., Демчук М.М., Ковальчук П.П., Подобаный И.Ф.* Результаты испытаний волнового отражателя. – М.: НТС «Бурение». – № 1. – ВНИИОЭНГ, 1973.
3. *Максименко М.Е., Симонов В.В., Юнин Е.К.* Низкочастотный продольный резонанс бурильной колонны в вертикальной скважине и способ его устранения (работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ). – М.: ГАНГ имени И.М. Губкина, 1993. – 43 с. Рус. – Деп. в ВИНТИ 2.08.1993. № 2189-В93.
4. *Симонов В.В., Выскребцов В.Г.* Работа шарошечных долот и их совершенствование. – М.: Недра, 1975.
5. *Симонов В.В., Юнин Е.К.* Влияние колебательных процессов на работу бурильного инструмента. – М.: Недра, 1977.
6. *Симонов В.В., Юнин Е.К.* Волновые процессы в бурильной колонне. – М.: МИНХ и ГП имени И.М. Губкина, 1979.
7. *Хегай В.К., Осипов П.Ф., Краснов С.А.* Анализ продольных колебаний бурильной колонны по данным станций геолого-технологических исследований//НТЖ «Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море». – М.: ОАО «ВНИИОЭНГ», 2004. – № 8.
8. *Юнин Е.К.* Низкочастотные колебания бурильного инструмента. – М.: Недра, 1983.
9. *Юнин Е.К.* Введение в динамику глубокого бурения. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.
10. *Юнин Е.К., Осипов П.Ф., Краснов С.А.* Опыт управления интенсивными колебаниями бурильной колонны//НТЖ «Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море». – М.: ОАО «ВНИИОЭНГ», 2004. – № 12.
11. *Юнин Е.К., Хегай В.К.* Динамика глубокого бурения. – М.: Недра, 2004.

Лекция 13

КИНЕМАТИКА ДОЛОТА ПРИ ЕГО ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ВОЛНИСТЫМ ЗАБОЕМ

Рассмотрим особенности кинематики шарошечного долота в процессе его взаимодействия с забоем скважины при работе БК в режиме низкочастотных продольных колебаний следуя публикации [1].

Очевидно, что в области развития продольных автоколебаний БК (для опытного стенда условие возникновения которых даётся формулой (11.11)), вертикальное перемещение долота определяется в большей степени резонирующей гармоникой ряда Фурье (лекция 11), а потому это перемещение по своему характеру будет весьма близким к чисто гармоническому движению. Аналогичное замечание относится и к крутильным колебаниям долота.

Рассмотрим развёртку периферийной части забоя, изображённую на рис. 13.1, где ось Oy параллельна оси скважины, а ось Ox направлена вдоль развёртки периферии забоя.

Проанализируем движение периферийного венца шарошки. Очевидно, что в силу отмеченных положений относительно перемещений долота центр периферийного венца будет перемещаться по гармоническому закону, который записывается как

$$\begin{cases} y = R + a \cos \omega_n t, \\ x = n_0 \frac{D}{2} t + \varphi_0 \frac{D}{2} \cos(\omega_x t - \beta). \end{cases} \quad (13.1)$$

Здесь R – радиус периферийного венца шарошки; D – диаметр долота; a – амплитуда продольных колебаний долота; φ_0 – угловая амплитуда крутильных колебаний долота; ω_n и ω_x – соответственно круговые частоты продольных и крутильных колебаний долота; n_0 – скорость равномерного вращения БК; β – разность фаз продольных и крутильных колебаний; t – время.

Система (13.1) суть уравнение траектории центра венца в параметрическом виде (параметр t). Выразив t из первого уравнения

$$t = \frac{1}{\omega_n} \arccos \frac{y-R}{a}$$

по забою, так и с отскоком от него (см. правую часть рис. 13.1, где показан этот вариант), причём в зависимости от перечисленных факторов изменяется и геометрия волнистого забоя. Анализом этого движения мы сейчас и займёмся и рассмотрим наиболее выгодные условия образования и сохранения волнистого забоя. Для этого обратимся к расчётной схеме, изображённой на рис. 13.2.

Свяжем с центром венца подвижную систему координат (v_y, v_x), оси которой параллельны соответственно осям y и x . Очевидно, что при изменении направления траектории изменяется и направление скорости v центра венца, а изменение составляющих скоростей по осям v_y и v_x , например, в нижнем положении венца, можно охарактеризовать следующими величинами:

$$\Delta v_y = v_{2y} - v_{1y}, \quad \Delta v_x = v_{2x} - v_{1x}. \quad (13.4)$$

Здесь индекс 1 принадлежит точке траектории в момент подхода венца к нижнему положению, а индекс 2 – точке траектории в момент выхода венца из нижнего положения.

В расчётной схеме принято равенство направлений скоростей центра венца по отношению к вертикали (угол α) до и после его самого низкого положения (нахождение шарошки во впадине волнистого забоя), то есть принята гипотеза равенства угла паде-

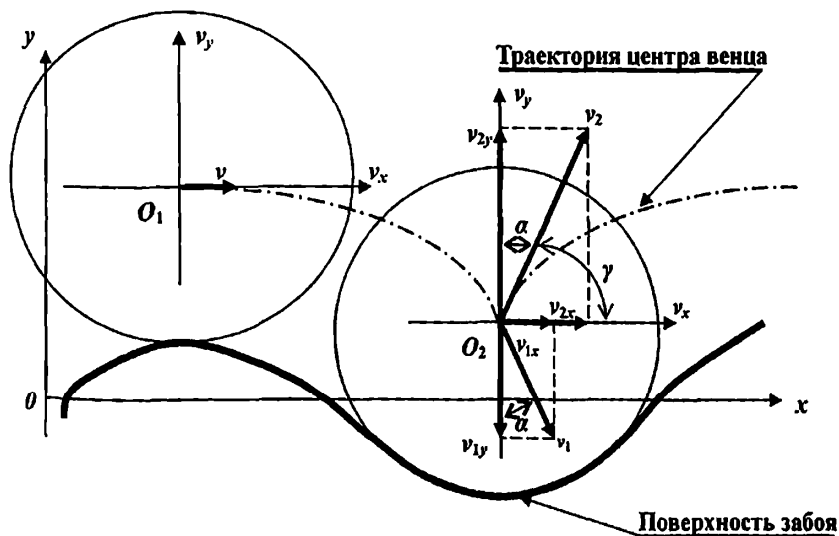


Рис. 13.2. К определению наиболее выгодных условий образования волнистого забоя

ния углу отражения. Однако скорости подхода к нижнему положению v_1 и выхода из него v_2 — различны (какая из них больше или меньше другой по абсолютной величине в данном случае принципиальной роли не играет).

Для оценки величин Δv_y и Δv_x вычислим производную x'_y . Воспользовавшись выражениями (13.2) и (13.3), после несложных преобразований получим:

$$x'_y(\xi) = \frac{D}{2a} \frac{k\varphi_0 \sin(k \cdot \arccos \xi - \beta) - \frac{n_0}{\omega_n}}{\sqrt{1 - \xi^2}}, \quad \xi \in [-1, 1]. \quad (13.5)$$

Из рис. 13.2 видно, что в нижнем положении венца проекции скоростей на оси подвижной системы координат запишутся как

$$v_{2y} = v_2 \sin \gamma, \quad v_{1y} = -v_1 \sin \gamma, \quad (13.6)$$

$$v_{2x} = v_2 \cos \gamma, \quad v_{1x} = v_1 \cos \gamma.$$

Здесь угол γ суть угол между направлениями скоростей v_1 и v_2 и горизонтальной осью. Очевидна справедливость равенства: $\gamma + \alpha = \pi/2$.

Поскольку (см. рис. 13.2) угол γ является углом между касательной к траектории центра венца и осью Ox , то справедливы следующие равенства:

$$\operatorname{tg} \gamma = y'_x(\xi) = \frac{1}{x'_y(\xi)} = \frac{\sin \gamma}{\sqrt{1 - \sin^2 \gamma}}, \quad \text{откуда} \quad \sin \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 + (x'_y(\xi))^2}}.$$

$$\text{Аналогично} \quad \cos \gamma = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} = \frac{x'_y(\xi)}{\sqrt{1 + (x'_y(\xi))^2}}.$$

Воспользовавшись соотношениями (13.4) и (13.6) после подстановки полученных значений $\cos \gamma$ и $\sin \gamma$, имеем:

$$\begin{cases} \Delta v_y = \frac{v_2 + v_1}{\sqrt{1 + (x'_y(\xi))^2}}, \\ \Delta v_x = \frac{(v_2 - v_1) x'_y(\xi)}{\sqrt{1 + (x'_y(\xi))^2}}. \end{cases} \quad (13.7)$$

Заметим, что условие $\Delta v_y \neq 0$ является не чем иным, как условием удара долота о породу вдоль оси y ; аналогичный смысл

имеет выражение $\Delta v_x \neq 0$ (удар долота о породу вдоль оси x). Рассмотрим теперь некоторые случаи.

Случай $k = 0$. В этом случае $\omega_x = 0$, что говорит об отсутствии крутильных колебаний. Согласно формуле (13.5) имеем, что

$$x'_y(\xi) = -\frac{Dn_0}{2a\omega_n} \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}},$$

а потому $\lim_{\xi \rightarrow \pm 1} x'_y(\xi) \rightarrow -\infty$, и, следовательно, соотношения (13.7)

дают:

$$\Delta v_y = 0, \quad \Delta v_x = v_1 - v_2.$$

Следовательно, как в верхнем ($\xi = 1$) так и в нижнем ($\xi = -1$) положениях венца вертикальный удар отсутствует, а удары в горизонтальном направлении ($\Delta v_x \neq 0$) при наличии волнистого забоя будут сбивать забойные волны.

Итак, при отсутствии крутильных колебаний волнистый забой будет разрушаться.

Случай $k = 1$. В этом случае $\omega_x = \omega_n$, что говорит о равенстве частот крутильных и продольных колебаний. Согласно (13.5) получаем

$$x'_y(\xi) = \frac{D}{2a} \frac{\varphi_0 \sin(\arccos \xi - \beta) - \frac{n_0}{\omega_n}}{\sqrt{1-\xi^2}}.$$

Полученное соотношение с учётом того, что

$$\begin{aligned} \sin(\arccos \xi - \beta) &= \sin \arccos \xi \cdot \cos \beta - \cos \arccos \xi \cdot \sin \beta = \\ &= \sqrt{1-\xi^2} \cdot \cos \beta - \xi \cdot \sin \beta, \end{aligned}$$

преобразовывается к виду:

$$x'_y(\xi) = \frac{D}{2a} \left(\varphi_0 \cos \beta - \frac{n_0}{\omega_n} \frac{1 + \varphi_0 \frac{\omega_n}{n_0} \sin \beta \cdot \xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \right).$$

Пусть между кинематическими параметрами выполнено соотношение

$$\varphi_0 \omega_n \sin \beta = n_0.$$

В этом случае

$$x'_y(\xi) = \frac{D}{2a} \left(\varphi_0 \cos \beta - \frac{n_0}{\omega_n} \sqrt{\frac{1+\xi}{1-\xi}} \right).$$

Рассмотрим нижнее положение венца. В этом случае $\xi = -1$ и $x'_y(-1)$ запишется

$$x'_y(-1) = \frac{D\varphi_0}{2a} \cos \beta,$$

откуда

$$\begin{cases} \Delta v_y = \frac{2a \cdot (v_2 + v_1)}{\sqrt{4a^2 + \varphi_0^2 D^2 \cos^2 \beta}}, \\ \Delta v_x = \frac{\varphi_0 D \cos \beta \cdot (v_2 - v_1)}{\sqrt{4a^2 + \varphi_0^2 D^2 \cos^2 \beta}}, \\ \varphi_0 = \frac{n_0}{\omega_n \sin \beta}. \end{cases} \quad (13.8)$$

Из соотношений (13.8) следует, что для устойчивости волнистого забоя наиболее выгодным значением разности фаз продольных и крутильных колебаний будет $\beta = \pi/2$. В этом случае $\Delta v_y = v_1 + v_2$, $\Delta v_x = 0$ и во впадинах удар будет производиться в строго вертикальном направлении (на рис. 13.2 угол $\alpha = 0$), а в горизонтальном направлении (вдоль оси x) составляющая удара равна нулю и забойные волны сбиваться не будут, в то время как впадины будут углубляться в силу вертикальных ударов. Величина же угловой амплитуды крутильных колебаний в данном случае запишется как

$$\varphi_0 = \frac{n_0}{\omega_n}. \quad (13.9)$$

В верхнем положении венца (долота) получаем, что $\lim_{\xi \rightarrow -1} x'_y(\xi) \rightarrow \infty$, откуда $\Delta v_y = 0$, $\Delta v_x = v_1 + v_2$, причём в силу плавности траектории разница Δv_x мала. Поэтому, как вертикальный, так и горизонтальный удары отсутствуют, то есть вершины забойных волн в данной ситуации будут наиболее устойчивы к разрушению.

Итак, кинематический анализ показал, что для формирования устойчивого волнистого забоя необходимо значение $k = 1$,

то есть совпадение крутильной и продольной частот: $\omega_k = \omega_n$. К такому же выводу мы пришли и в лекции 11 при анализе автоколебаний БК. Установленный факт позволяет с большой долей уверенности сказать, что рассмотренная картина работы долота в режиме автоколебаний БК соответствует действительному положению вещей.

Наконец, в заключение настоящей лекции необходимо коснуться вопроса взаимосвязи между геометрическими параметрами волнистого забоя и кинематики долота [1, 2, 3]. Дело в том, что довольно часто при исследованиях низкочастотных продольных (так называемых «грунтовых») колебаний бурильной колонны профиль развертки периферийного участка забоя, как правило, отождествляется с траекторией центра периферийного венца шарошки, что можно делать далеко не всегда.

Обратимся к рис. 13.3, где в верхней части показан процесс перемещения окружности радиуса R с центром в точке O по профилю, задаваемому функцией $y = F(x)$ (см. рис. 13.3, поз. 1). Угловая скорость вращения окружности обозначена через $n_{ш}$, а траектория движения центра O изображена прерывистой линией, уравнение которой дано некоторой зависимостью $Y = F_0(X)$. При этом оси координат xOy и XOY совпадают. Представленная расчетная схема отражает процесс перемещения периферийного венца шарошки по забою скважины; участок профиля забоя, соответствующего данному венцу, представлен в виде развертки. Очевидно, что зная закон движения этого венца, можно описать и движение долота. Для этого необходимо найти взаимосвязь между функциями $y = F(x)$ и $Y = F_0(X)$, поскольку тогда можно определить при известном законе движения шарошек долота профиль забойных волн, и наоборот – зная профиль забойных волн, оценить траекторию движения шарошек долота. Обозначим через C точку контакта венца с породой. Очевидно, что эта точка является мгновенным центром скоростей. Проведем из центра O в точку C прямую. Прямая OC будет перпендикулярна касательной к профилю $y = F(x)$ в точке C . Обозначим через α угол между этой касательной и горизонталью. Легко показать, что такой же угол образует с радиусом OC перпендикуляр, опущенный из точки O на ось Ox . Из рис. 13.3, поз. 1 легко установить связь между x и X , y и Y :

$$\begin{cases} x - X = R \sin \alpha = R \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}, \\ Y - y = R \cos \alpha = R \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}. \end{cases}$$

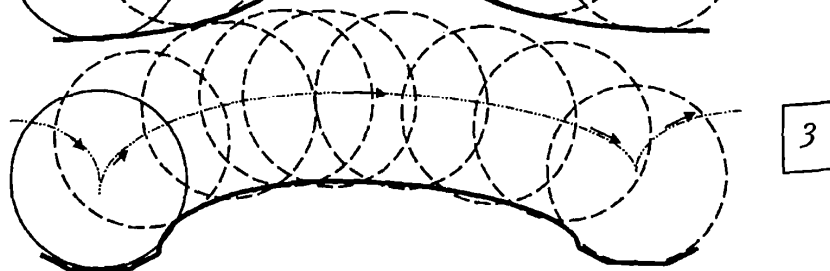
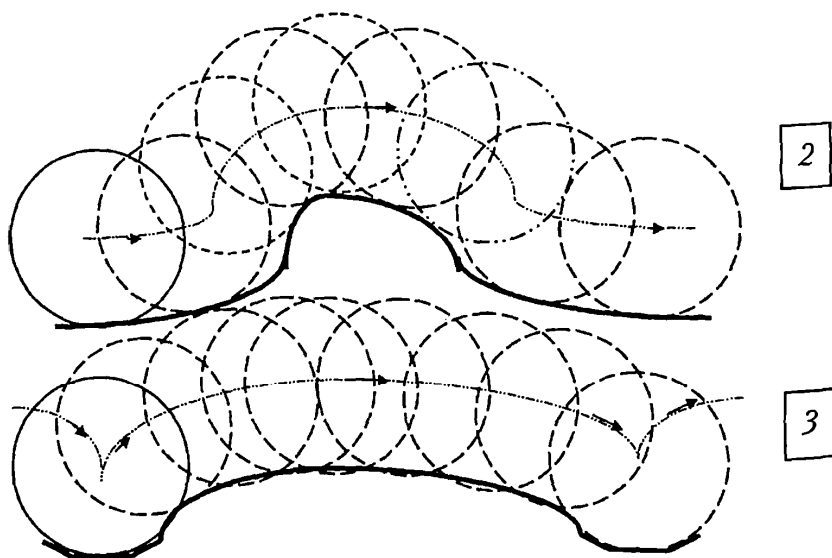
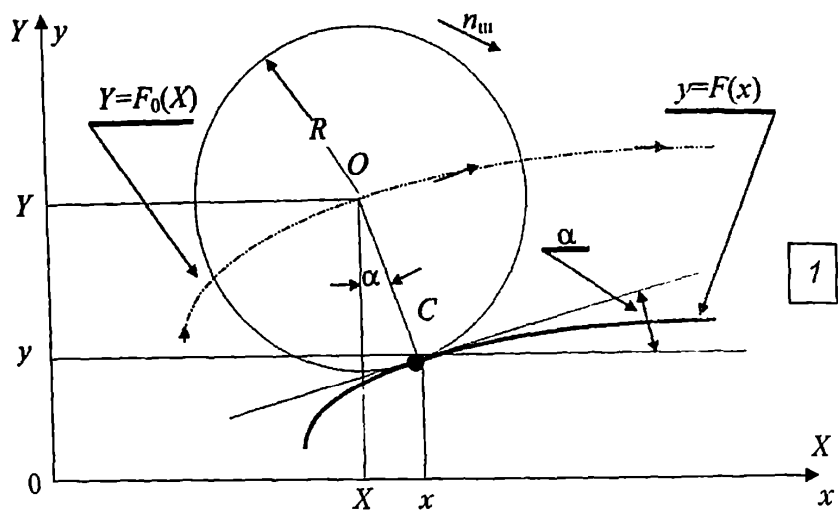


Рис. 13.3. Расчётная схема для определения траектории венца и профиля волнистого забоя

Памятуя, что производная $y' = F'(x) = \operatorname{tg} \alpha$, после несложных преобразований получаем:

$$\begin{cases} X = x - \frac{R \cdot F'(x)}{\sqrt{1 + F'(x)^2}}, \\ Y = F(x) + \frac{R}{\sqrt{1 + F'(x)^2}}. \end{cases} \quad (13.10)$$

Соотношения (13.10) дают запись траектории центра венца $Y = F_0(X)$ в параметрической форме (параметр x) и позволяют найти эту функцию при известном профиле забоя $y = F(x)$. Легко решается и обратная задача: при известной траектории центра венца $Y = F_0(X)$ определить профиль забоя $y = F(x)$.

Для этого необходимо построить касательную к функции $Y = F_0(X)$ в центре венца O , угол между которой и горизонталью будет равен α , и провести рассуждения, аналогичные изложенным выше:

$$\begin{cases} x = X + \frac{R \cdot F_0'(X)}{\sqrt{1 + F_0'(X)^2}}, \\ y = Y - \frac{R}{\sqrt{1 + F_0'(X)^2}}. \end{cases} \quad (13.11)$$

Эти формулы представляют в параметрической форме (параметр X) уравнение $y = F(x)$ профиля поверхности забоя скважины и позволяют найти его при известной траектории движения центра периферийного венца $Y = F_0(X)$.

На рис. 13.3, поз. 2 и 3 представлены примеры профилей забойных волн при продольных колебаниях долота (примеры, естественно, носят качественный характер). Очевидно, что при известной траектории центра венца профиль забоя является огибающей семейства окружностей радиусом R , центры которых расположены на кривой $Y = F_0(X)$; эта огибающая и находится согласно (13.11).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Симонов В.В., Юнин Е.К.* Влияние колебательных процессов на работу бурильного инструмента. – М.: Недра, 1977.
2. *Юнин Е.К.* Введение в динамику глубокого бурения. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.
3. *Юнин Е.К., Хегай В.К.* Динамика глубокого бурения. – М.: Недра, 2004.

Лекция 14

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ КОЛЕБАНИЙ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ

В настоящей лекции мы коснёмся некоторых сторон элементов теории низкочастотных продольных колебаний БК. Подробная теория этих явлений содержится в литературе, указанной в лекции 11, а здесь рассмотрим случай простейшей одномерной компоновки, которую можно принять эквивалентной прямолинейному однородному стержню.

Рассмотрим состояние стержня при воздействии на него осевых нагрузок с учетом инерционных сил. Перемещение поперечного сечения зависит от его местоположения (координата x) и текущего момента времени t , а потому оно является функцией двух независимых переменных величин: $u = u(x, t)$. На рис. 14.1 показан элемент стержня массой $\Delta m = \rho F \Delta x$, где ρ , F и Δx – соответственно плотность материала, площадь поперечного сечения и длина элемента стержня (ρ и F – постоянные величины). На единицу длины стержня действует сила сопротивления перемещению стержня f_s и сила его веса Δmg , где g – ускорение свободного падения. Направление движения элемента совпадает с направлением оси x , а потому проектируя силы, действующие на элемент стержня, на ось x согласно второму закону Ньютона имеем:

$$\Delta m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \approx N(x + \Delta x, t) - N(x, t) - f_s \Delta x + \Delta mg,$$

где $N(x, t)$ и $N(x + \Delta x, t)$ – нормальные усилия соответственно в верхнем и нижнем сечениях элемента.

Учитывая малость величины Δx , перепишем полученное равенство следующим образом:

$$\Delta m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \approx \frac{\partial N}{\partial x} \Delta x - f_s \Delta x + \Delta mg.$$

Воспользовавшись теперь соотношением (2.4) (лекция 2), поделив левую и правую части полученного данного равенства на

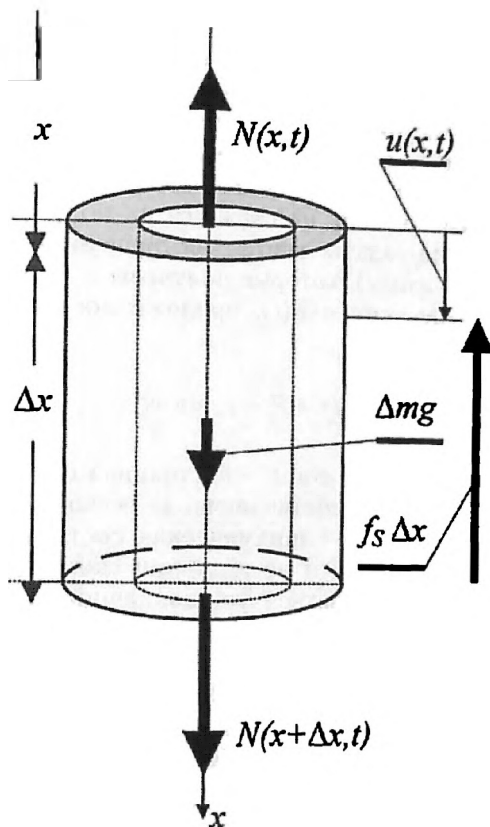


Рис. 14.1. К выводу уравнения продольных перемещений поперечных сечений стержня

$\Delta m = \rho F \Delta x$ и устремив $\Delta x \rightarrow 0$, после несложных преобразований окончательно имеем:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + f = \kappa^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + g. \quad (14.1)$$

Здесь через $f = \frac{f_s}{\rho F}$ обозначен диссипативный член, характеризующий сопротивление движению стержня из-за наличия внешних сил; параметр $\kappa = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ – скорость распространения продольных возмущений вдоль стержня (в частности, для стали $\kappa = 5130$ м/с).

Уравнение (14.1) – волновое уравнение, описывающее динамику продольных возмущений, распространяющихся вдоль стержня.

А теперь рассмотрим математическую модель продольных колебаний стержня, эквивалентного простейшей компоновке БК. Для простоты примем диссипативный член f в уравнении (14.1) равным нулю, что, однако, не скажется на полученных выводах. Граничные условия задачи даются соотношениями (9.1) (забой) и (9.2) (устье скважины), которые получены в лекции 9.

Запишем осевое усилие $P(t)$, приложенное к долоту, в виде суммы

$$P(t) = P_c + P_0 \sin \omega t, \quad (14.2)$$

где первое слагаемое $P_c = \text{const}$ – постоянная составляющая (так называемая статическая составляющая) осевой нагрузки на долото, а второе слагаемое – динамическая составляющая нагрузки, принятая изменяющейся по гармоническому закону. В дальнейшем будет рассматриваться установившийся режим колебаний бурильной колонны, а потому начальные условия не требуются.

Исходная задача записывается следующим образом:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \kappa^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + g. \quad (14.3)$$

Граничные условия:

$$1. \ x = 0 : EF \frac{\partial u}{\partial x} = cu;$$

$$2. \ x = H : EF \frac{\partial u}{\partial x} = -(P_c + P_0 \sin \omega t).$$

Рассмотрим состояние покоя БК, а на её нижний торец (долото) действует со стороны забоя осевая нагрузка $P = P_c$. В этом случае функция $u(x, t)$ не зависит от времени t и является функцией только x . Обозначив $u = u_0(x)$ и приняв во внимание, что $\frac{\partial u_0(x)}{\partial t} = 0$ и $\frac{\partial^2 u_0(x)}{\partial t^2} = 0$, перепишем (14.3) как

$$\frac{d^2 u_0(x)}{dx^2} = -\frac{g}{\kappa^2}. \quad (14.4)$$

Граничные условия:

$$1. x = 0: EF \frac{du_0}{dx} = cu_0;$$

$$2. x = H: EF \frac{du_0}{dx} = -P_c.$$

Решение задачи (14.3) легко находится:

$$u_0(x) = \left(\frac{gH}{\kappa^2} - \frac{P_c}{EF} \right) \left(\frac{EF}{c} + x \right) - \frac{gx^2}{2\kappa^2}. \quad (14.5)$$

Очевидно, что оно полностью совпадает (с точностью до обозначений) с уравнением (9.5) при $f_s = 0$ (лекция 9).

Представим искомую функцию перемещения текущего поперечного сечения бурильной колонны в произвольный момент времени t в виде суммы смещения $u_0(x)$ этого сечения в случае покоя колонны и некоторой функции $U(x, t)$, характеризующей степень отклонения сечения относительно его положения в состоянии покоя:

$$u(x, t) = \left(\frac{gH}{\kappa^2} - \frac{P_c}{EF} \right) \left(\frac{EF}{c} + x \right) - \frac{gx^2}{2\kappa^2} + U(x, t). \quad (14.6)$$

После подстановки этой функции в задачу (14.3) и несложных преобразований получаем:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \kappa^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}. \quad (14.7)$$

Граничные условия:

$$1. x = 0: \frac{\partial U}{\partial x} = hU, \text{ где } h = \frac{c}{EF};$$

$$2. x = H: \frac{\partial U}{\partial x} = -p_0 \sin \omega t, \text{ где } p_0 = \frac{P_0}{EF}.$$

Задача (14.7) описывает вибросостояние БК под действием динамической составляющей осевой нагрузки на долото.

Теперь сделаем замечание следующего рода. Коэффициент упругости крепления верха БК c , а следовательно и параметр h в граничном условии 1, изменяется от максимального значения в момент начала бурения после наращивания бурильной колонны до минимального значения, когда долото углубилось на величину ведущей трубы. Но изменение во времени этого коэффициента пренебрежимо мало по сравнению со скоростями протекания

волновых процессов в бурильной колонне, а потому принимаем его медленно изменяющимся параметром, что позволяет при проведении соответствующих исследований считать его постоянной величиной. Однако на практике определение коэффициента c затруднительно, а потому он принимается изменяющимся от нуля (верх колонны свободен) до бесконечности (абсолютно жесткое закрепление верха) [1, 2, 3, 4]. Подобный подход выбран с целью унификации: такое изменение коэффициента $c(t)$ охватывает с точки зрения упругих характеристик все конструкции, служащие для крепления верха бурильной колонны.

Установившееся решение задачи (14.7) ищется в виде

$$U(x, t) = A(x) \sin \omega t. \quad (14.8)$$

Здесь амплитуда колебаний текущего поперечного сечения БК зависит только от координаты x . Подставив (14.8) в (14.7) и сократив на $\sin \omega t$ полученные равенства, имеем:

$$A''(x) + \left(\frac{\omega}{\kappa}\right)^2 A(x) = 0. \quad (14.9)$$

Граничные условия:

$$1. \ x = 0: A' = hA;$$

$$2. \ x = H: A' = -p_0.$$

Решение задачи (14.9) легко находится:

$$A(x) = p_0 \frac{\kappa}{\omega} \frac{\cos \frac{\omega x}{\kappa} + \frac{\kappa h}{\omega} \sin \frac{\omega x}{\kappa}}{\sin \frac{\omega H}{\kappa} - \frac{\kappa h}{\omega} \cos \frac{\omega H}{\kappa}}, \quad (14.10)$$

что после подстановки в (14.8) и даст решение задачи (14.7).

Условие возникновения продольного резонанса требует равенства нулю знаменателя в выражении для амплитуды $A(x)$:

$$\sin \frac{\omega H}{\kappa} - \frac{\kappa h}{\omega} \cos \frac{\omega H}{\kappa} = 0,$$

что может быть записано как

$$\operatorname{tg} \frac{\omega H}{\kappa} = \frac{\kappa h}{\omega}. \quad (14.11)$$

Преобразуем условие продольного резонанса (14.11) к виду:

$$\frac{\omega H}{\kappa} = m\pi + \operatorname{arctg} \frac{\kappa h}{\omega},$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

Очевидно, что значений резонансных частот бесконечно много ($m = 0, 1, 2, \dots$). Этот факт является следствием того, что БК является системой с распределёнными параметрами (см. лекцию 10). Поскольку параметр h связан пропорциональной зависимостью с коэффициентом жесткости c , то он будет тоже изменяться от нуля до бесконечности. При изменении $h \in [0, \infty]$, в силу ограниченности величины κ/ω , левая часть записанного равенства при фиксированном значении порядкового номера m изменения периода для тангенса будет ограничена в пределах

$$m\pi < \frac{\omega H}{\kappa} < m\pi + 0,5\pi,$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

Меньшая граница неравенства определится значением $h = 0$, а бóльшая – при $h \rightarrow \infty$. Перепишем данное неравенство так [1, 2, 3, 4]:

$$\frac{m\pi\kappa}{\omega} < H < (m + 0,5) \frac{\pi\kappa}{\omega}, \quad (14.12)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

Записанные неравенства определяют интервалы, где находятся резонансные значения глубин скважины при соответствующих круговых частотах ω : если данная частота в случае развития крутильных автоколебаний БК совпадает с какой-либо частотой некоторой гармоники разложения осевой нагрузки, изменяющейся с периодом крутильных автоколебаний, и вдобавок выполнено условие (11.8) (см. рис. 11.8, лекция 11), то в интервалах скважины (14.12) возникают продольные автоколебания БК с формированием волнистых забоев; если же данная частота совпадает с условием (12.1) (то есть $\omega = 2\pi/T_3 = 3n_0$), то в этих интервалах возникает продольный резонанс. Напротив, для продольного резонанса БК с образованием волнистых

забоев (см. рис. 12.4) в случае трёхшарошечных долот неравенства (14.12) запишутся, как

$$\frac{m\pi k}{3n_0} < H < (m + 0,5) \frac{\pi k}{3n_0}, \quad (14.13)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

И ещё: в лекции 8 область управления режимными параметрами (см. рис. 8.2) была представлена двумя зонами – зоной равномерного вращения бурильной колонны **РВ** и зоной её крутильных автоколебаний **НВ**. Однако в самом общем случае область управления разбивается на три зоны: в дополнение к указанным двум прибавляется зона **ДО** – зона длительной остановки породоразрушающего инструмента, в которой из-за значительного момента сопротивления вращению долота со стороны забоя его вращение может затормозиться. Эта ситуация изображена на рис. 14.2, где в левой части (поз. 1) показано разбиение области управления режимными параметрами в самом общем случае, а в правой части (поз. 2) показаны результаты замеров изменения во времени t момента M_H (верхний график), осевой нагрузки P (средний график) и скорости вращения долота n_H (нижний график) непосредственно на забое бурящейся скважины [2, 5].

В первый отрезок времени при данной величине скорости вращения значение осевой нагрузки лежит в зоне **НВ** (что соответствует, например, точке p на рис. 14.2, поз. 1). Затем осевая нагрузка увеличивается, и точка p переходит в точку q , что соответствует зоне **ДО**. Создается критическая ситуация, поскольку верх бурильной колонны вращается в то время как долото прижато к забою и неподвижно, что грозит сломом колонны из-за сильного «подкручивания». Поэтому осевую нагрузку резко уменьшают (точка q переходит в положение l , что соответствует зоне **РВ** на рис. 14.2, поз. 1) в результате чего колонна входит в режим равномерного вращения. Весь этот процесс отражен в опытных кривых на рис. 14.2, поз. 2 [5].

На этом мы закончим рассмотрение механики бурения вертикальных нефтяных и газовых скважин, однако в конце данной лекции необходимо отметить следующее.

Нами выделено три различных типа низкочастотных вибраций БК.

Крутильные автоколебания. Этот тип колебаний имеет место как в неоднородных, так и в однородных горных породах только в зоне **НВ**.

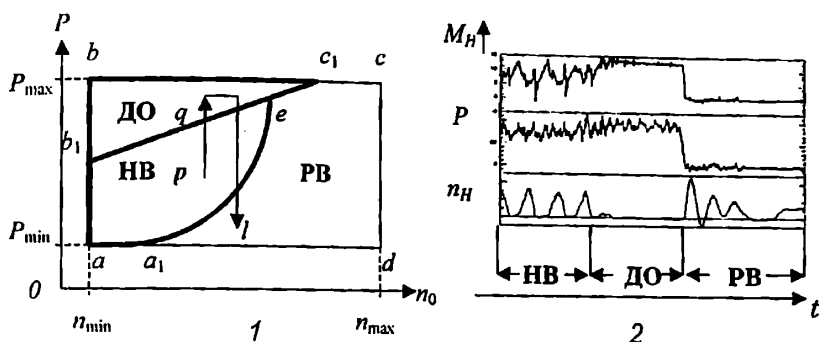


Рис. 14.2. Различные зоны динамики бурильной колонны в области управления режимными параметрами

Продольные автоколебания. Этот тип, при определенных условиях, является следствием крутильных автоколебаний бурильной колонны, а потому также может развиваться при разрушении и неоднородных, и однородных изотропных пород только в зоне НВ.

Резонансные продольные колебания. Данное явление может наблюдаться как в зоне НВ, так и в зоне РВ, но только в неоднородных, трещиноватых породах и вообще в тех случаях, когда различные части забоя скважины отличаются друг от друга своими механическими свойствами.

Необходимо отметить, что в подавляющем числе теоретических исследований продольные и крутильные колебания долота предполагаются наперед заданными и на этом основании проводится анализ колебательных процессов бурильного инструмента. Изложенные материалы показывают: первичны низкочастотные колебания, возникающие при определенных сочетаниях режимных параметров бурения и механических характеристик системы «бурильная колонна – долото – забой», а волнообразный забой является их следствием. В силу этого постановка соответствующих задач с введением в граничные условия на нижнем торце колонны (долото) заранее заданной волнообразной формы забоя не исключает варианты несоответствия образования забойных «волн» в исследуемой конкретной ситуации, а результаты исследований в подобных случаях могут не соответствовать действительному положению вещей, поскольку такая постановка задач противоречит законам механики. Данную мысль нужно твердо усвоить и формулировать задачи исследований крутильных и продольных низкочастотных колебаний БК в процессе проводки скважины с учетом их разновидностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Юнин Е.К. Низкочастотные колебания бурильного инструмента. – М.: Недра, 1983.
2. Юнин Е.К. Введение в динамику глубокого бурения. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.
3. Юнин Е.К., Симонов В.В. Влияние волновых процессов на эффективность разрушения горных пород (работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ). – Гос. акад. нефти и газа имени И.М. Губкина. – М., 1994 – 116 с. Рус. – Деп. в ВИНТИ 23.12.1994, № 3019-В94.
4. Юнин Е.К., Хезай В.К. Динамика глубокого бурения. – М.: Недра, 2004.
5. Robnett E.W., SPE, Hood J.A., Heising G., SPE, and Macphtrson J.D., SPE, Baker Hughes INTEQ. Analysis of the stick-slip phenomenon using downhole drillstring rotation data//SPE/IADC 52821, Copyright 1999, SPE/IADC Drilling Conference held in Amsterdam, Holland, 9–11 March 1999.

Лекция 15

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОСТОЯНИЯ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ В СКВАЖИНЕ ПРИ НАКЛОННО-НАПРАВЛЕННОМ БУРЕНИИ

При наклонно-направленном бурении из-за значительных по протяженности участков контакта БК со стенками скважины механизм поведения колонны по сравнению с вертикальным бурением кроме ряда общих черт должен иметь свои особенности. Это вызвано, очевидно, значительными силами сопротивления перемещению колонны в скважине.

Будем предполагать (что дает и эксперимент [3]), что между стенкой скважины и поверхностью бурильной колонны действует сила трения, подчиняющаяся закону Амонтона–Кулона: сила трения постоянна по величине, не зависит от скорости и действует в направлении, противоположном скорости их относительного движения. Математически данный закон записывается следующим образом:

$$F_T = -k N_c \operatorname{sgn} v. \quad (15.1)$$

Здесь F_T – сила трения между контактирующими поверхностями; N_c – сила сжатия этих поверхностей (действует по нормали); v – скорость их относительного движения; k – коэффициент трения. Функция $\operatorname{sgn} v$ (определяет знак аргумента v) равна 1 при $v > 0$, а при $v < 0$ величина $\operatorname{sgn} v = -1$. Ее еще иногда записывают так:

$$\operatorname{sgn} v = \frac{v}{|v|}, \quad v \neq 0. \quad (15.2)$$

Здесь v берется с учетом знака в выбранной системе координат, а $|v|$ есть абсолютная величина скорости v . Выражение (15.1) говорит о том, что сила трения всегда направлена противоположно скорости движения тела. При $v = 0$ она не определена (трение покоя) и, в зависимости от ситуации, может изменяться в промежутке $[-kN_c, kN_c]$. График этой функции показан на рис. 15.1. Рассмотрим следующую ситуацию (рис. 15.2).

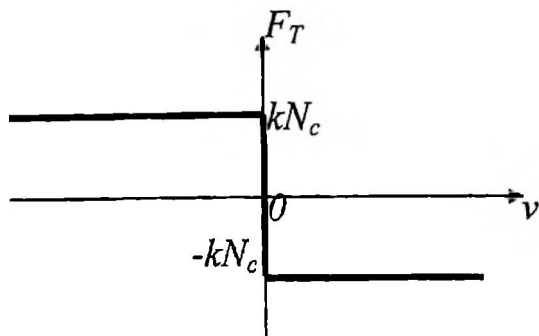


Рис. 15.1. Зависимость силы трения между контактирующими поверхностями от скорости скольжения

По вращающемуся с угловой скоростью $n = \text{const}$ круговому цилиндру с радиусом r поперечного кругового сечения вдоль его образующей движется тело, которое прижимается к цилиндру нормальной силой N_c . При скорости движения v в осевом направлении тело испытывает силу сопротивления движению F_c . Оценим величину этой силы в предположении, что между контактирующими поверхностями действует сила трения, подчиняющаяся закону Амонтона–Кулона.

Пусть точка O является центром приложения сил (пятно контакта между цилиндром и телом показано в правой части рис. 15.2). Скорость относительного скольжения между двумя поверхностями v_c легко вычисляется, если известны скорость поступательного движения v тела и окружная скорость поверхности цилиндра $v_\tau = nr$:

$$v_c = \sqrt{v_\tau^2 + v^2}.$$

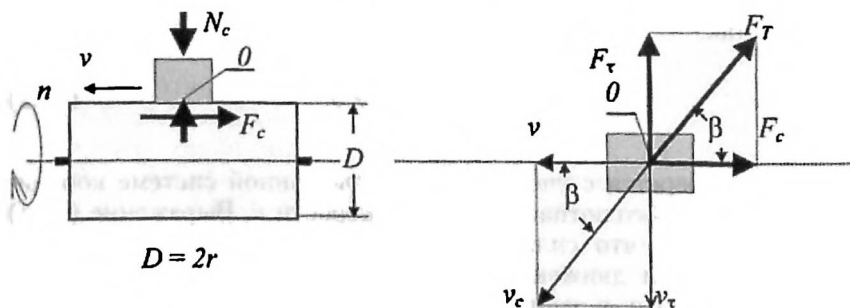


Рис. 15.2. К оценке силы трения между вращающимся цилиндром и движущимся по нему телом

Сила трения F_T , согласно закону Амонтона–Кулона, будет направлена противоположно v_c , а ее величина запишется, как $F_T = kN_c$.

Очевидно, что эта сила разлагается на силу окружного трения F_τ и силу трения вдоль образующей F_c : $F_\tau = F_T \sin \beta$, $F_c = F_T \cos \beta$. Углы между соответствующими составляющими трения равны углам между соответствующими составляющими скоростей относительного скольжения (см. рис. 15.2):

$$\sin \beta = \frac{v_\tau}{\sqrt{v_\tau^2 + v^2}}, \quad \cos \beta = \frac{v}{\sqrt{v_\tau^2 + v^2}}.$$

Следовательно, имеем, что

$$F_\tau = kN_c \frac{v_\tau}{\sqrt{v_\tau^2 + v^2}}, \quad F_c = kN_c \frac{v}{\sqrt{v_\tau^2 + v^2}}. \quad (15.3)$$

Вспомнивая, что $v_\tau = nr$, для силы сопротивления F_c получим:

$$F_c = kN_c \frac{v}{\sqrt{(nr)^2 + v^2}}. \quad (15.4)$$

Полученные соотношения пригодятся нам в дальнейшем.

Наклонные скважины бурятся в таких условиях как:

- необходимость пройти ниже дна водоёмов, под промышленными объектами и населёнными пунктами, болотистой местностью, при бурении скважин, заканчивающихся несколькими забоями, и т.д. [2];

- для увеличения притока нефти из продуктивного пласта, сложенного устойчивыми породами и характеризуемого низкой проницаемостью и невысокой нефтеотдачей, бурят скважины с горизонтальным или же с горизонтально разветвлённым расположением стволов в призабойной зоне (так называемые горизонтальные скважины). Подобные скважины изображены на рис. 15.3.

Наконец, в настоящее время технологии строительства эксплуатационных скважин (характерно, в основном, для бурения морских скважин) предусматривают бурение до нескольких десятков скважин с одной платформы, причём в основном это наклонно-направленные скважины. Так, на рис. 15.4 показан реализованный в Венесуэле «куст» эксплуатационных скважин глубиной 2500 м и более с горизонтальными участками до 4000 м [1].

Кустовое бурение месторождений существенно сокращает размеры площадей, занимаемых скважинами, а также проложенными к ним трубопроводами и дорогами.

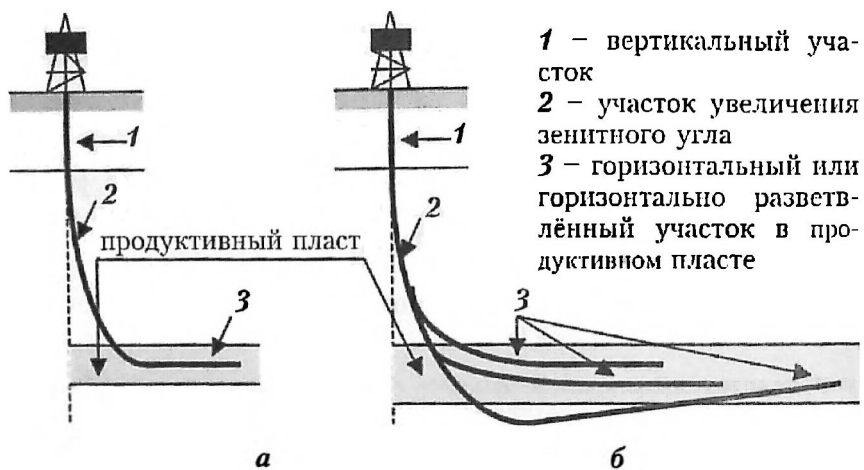


Рис. 15.3. Скважины с горизонтальным (а) и горизонтально разветвлённым (б) участками

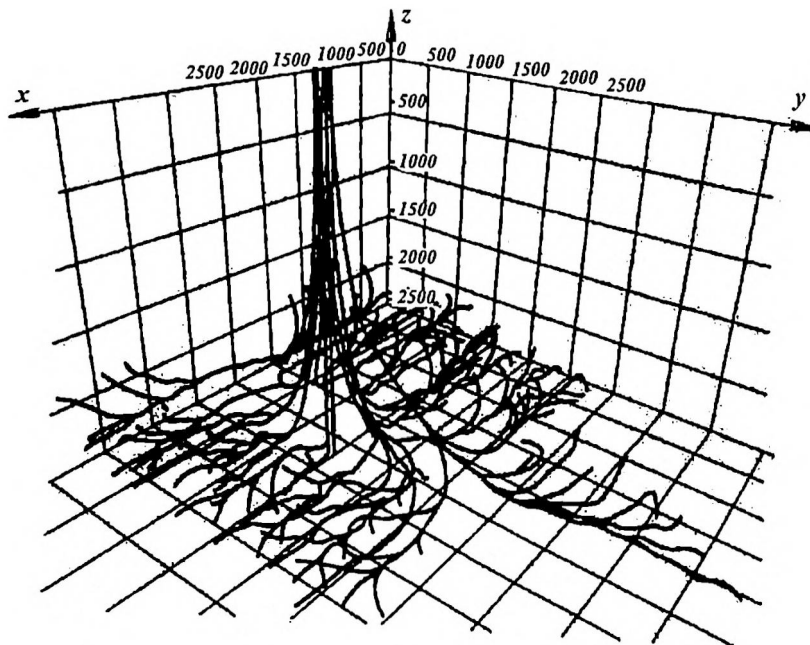


Рис. 15.4. Пример кустового бурения

В общем случае скважина состоит из вертикального, наклонного, искривленного и горизонтального участков. Однако уравнения, описывающие состояние бурильной колонны в наиболее общем случае, относятся к искривленному участку. Аналогичные уравнения для остальных участков, как это будет видно ниже, являются частными случаями уравнений для искривленного участка. Поэтому именно этим участком мы сейчас и займемся.

Расчетная схема бурильной колонны, находящейся в искривленной скважине, представлена на рис. 15.5 [4, 5, 6].

Все необходимые обозначения показаны на рис. 15.5, поз. 1, где $u(S, t)$ – осевое перемещение текущего поперечного участка БК, $\varphi(S, t)$ – угол его поворота вокруг оси вращения. Криволинейный участок имеет переменный радиус кривизны $R(S)$ и расположен после вертикального участка БК. Координата S есть расстояние текущего поперечного сечения бурильной колонны от устья скважины, а угол между вертикалью и касательной в некоторой точке криволинейного участка обозначен через $\alpha(S)$. Рассматривается случай равномерного вращения БК: угловая скорость её вращения $n = \text{const}$.

Выделим для некоторого текущего значения угла α элементарный участок бурильной колонны $\Delta S = R(S)\Delta\alpha$ и рассмотрим действующие на него силы. На рис. 15.5, поз. 2 показана часть элемента, непосредственно контактирующего со стенкой скважины. Если сравнить изображенную здесь картину с правой частью рис. 15.2, то можно увидеть, что с точностью до обозначений входящих в них параметров

$$v = \frac{du}{dt}, \quad v_\tau = \frac{Dn}{2}, \quad v_c = \sqrt{v^2 + \left(\frac{Dn}{2}\right)^2}.$$

Поэтому, согласно (15.3), имеем:

$$\Delta F_c = \frac{k\Delta N_c}{\sqrt{v^2 + \left(\frac{Dn}{2}\right)^2}} v, \quad \Delta F_\tau = \frac{k\Delta N_c}{\sqrt{v^2 + \left(\frac{Dn}{2}\right)^2}} \frac{Dn}{2}, \quad (15.5)$$

где ΔF_c – составляющая силы трения между элементом и стенкой скважины в осевом направлении; ΔF_τ – окружная составляющая силы трения, а ΔN_c – суммарная сила сжатия контактирующих поверхностей.

Чтобы можно было пользоваться соотношениями (15.5), необходимо определить силу ΔN_c . При этом заметим, что при выводе соответствующих уравнений, описывающих состояние бурильной

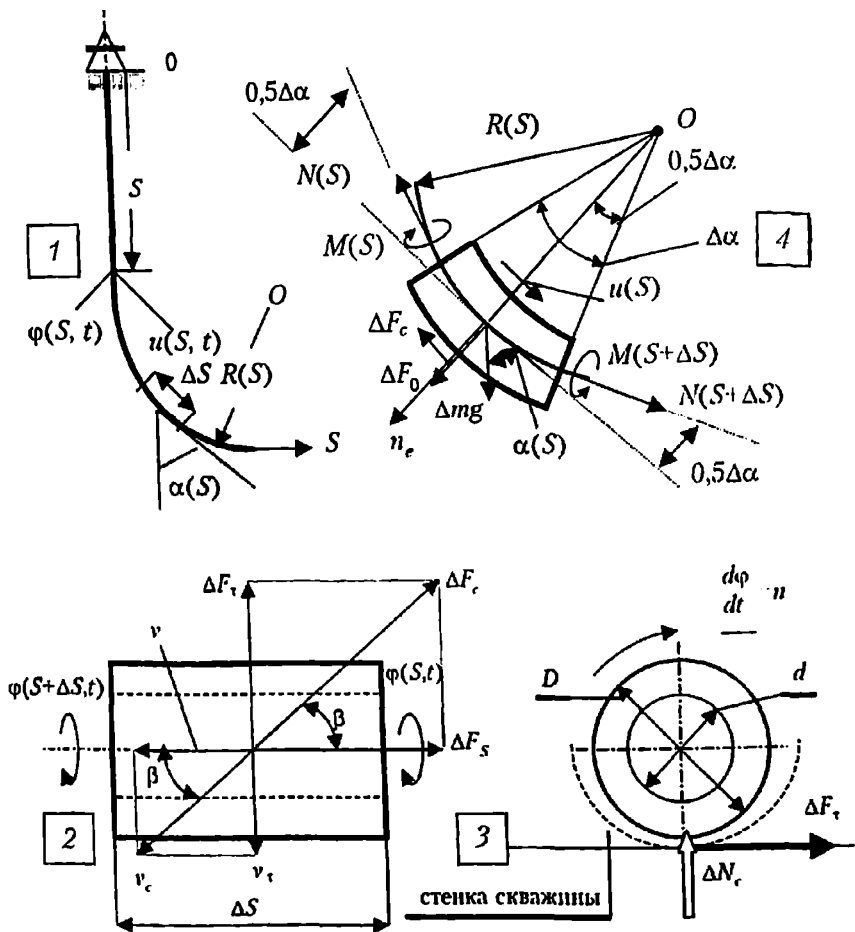


Рис. 15.5. Расчётная схема для вывода уравнений, описывающих состояние буровой колонны в криволинейной скважине

колонны при наклонно-направленном бурении, в силу того, что радиус кривизны скважины $R(S)$ по своей величине много больше диаметра D поперечного сечения буровой колонны, напряжения изгиба не учитываются.

Обратимся к рис. 15.5, поз. 3, где показан характер вращения элемента принятой нами модели. Элемент колонны вращается вокруг своей оси без «накатывания» на стенку скважины; одновременно с этим он может совершать движение в осевом направлении (все это происходит в предположении постоянства контак-

та элемента и стенки скважины). Сила ΔN_c при этом направлена по нормали к поверхностям контакта.

Проведем из точки 0 нормаль n_e , делящую пополам угол $\Delta\alpha$, и найдем уравнение движения выделенного элемента в осевом направлении (рис. 15.5, поз. 4). В силу малости угла $\Delta\alpha$ криволинейный участок осевой линии элемента можно принять прямолинейным, а массу элемента записать в виде $\Delta m = \rho F \Delta S$, где ρ и F – соответственно плотность материала и площадь поперечного сечения элемента. Получим уравнение равновесия элемента (так как рассматривается равномерное движение колонны, то силы инерции отсутствуют и её движение описывается уравнениями равновесия элемента с учетом направления его движения). Спроектировав все силы, действующие на элемент, на осевое направление (оно перпендикулярно нормали n_e), получаем:

$$N(S + \Delta S) \cos \frac{\Delta\alpha}{2} - N(S) \cos \frac{\Delta\alpha}{2} + \Delta mg \cos \alpha - \Delta F_c \approx 0. \quad (15.6)$$

Здесь $N(S + \Delta S)$ и $N(S)$ – осевые усилия, действующие в торцах элемента; g – ускорение свободного падения; $\alpha(S)$ – угол между осью элемента и вертикалью.

Раскроем теперь все силы, входящие в равенство (15.6).

Разность осевых сил может быть представлена как

$$N(S + \Delta S) \cos \frac{\Delta\alpha}{2} - N(S) \cos \frac{\Delta\alpha}{2} \approx \frac{dN}{dS} \Delta S \cos \frac{\Delta\alpha}{2}.$$

Абсолютная величина силы нормального давления между элементом и стенкой скважины ΔN_c равна сумме проекций на нормаль n_e всех действующих на элемент сил:

$$\Delta N_c = \Delta mg \sin \alpha(S) - N(S + \Delta S) \sin \frac{\Delta\alpha}{2} - N(S) \sin \frac{\Delta\alpha}{2}.$$

В силу малости угла $\Delta\alpha$ значение синуса можно заменить его углом, после чего имеем:

$$\Delta N_c = \Delta mg \sin \alpha(S) - 0,5(N(S + \Delta S) + N(S))\Delta\alpha.$$

Вспомним, что по закону Гука осевое усилие $N(S) = EF \frac{du}{dS}$, где E – модуль Юнга; элементарный же угол $\Delta\alpha = \frac{\Delta S}{R(S)}$. Подставив

эти значения в равенство (15.6), с учетом записанных соотношений и выражения (15.5) для ΔF_c после перехода к пределу при $\Delta S \rightarrow 0$ получаем уравнение для определения осевого перемещения $u(S)$ поперечного сечения буровой колонны на искривленном участке скважины:

$$kg \frac{\sin \alpha - \frac{E}{\rho g R} \frac{du}{dS}}{\sqrt{v^2 + \left(\frac{Dn}{2}\right)^2}} v = \frac{E}{\rho} \frac{d^2 u}{dS^2} + g \cos \alpha.$$

Переходим теперь к вращательному движению. Поскольку, как было отмечено выше, длина ΔS элемента мала, а потому его ось можно считать прямолинейной, то для равномерного вращательного движения можно записать (см. рис. 15.5, поз. 3 и 4):

$$M(S + \Delta S) - M(S) - 0,5D\Delta F_t \approx 0. \quad (15.7)$$

Здесь $M(S + \Delta S)$ и $M(S)$ – крутящие моменты, действующие в торцевых сечениях элемента, причем согласно закону Гука $M(S) = GJ_P \frac{d\varphi}{dS}$, где G и J_P – соответственно модуль сдвига материала буровой колонны и полярный момент инерции ее поперечного сечения; $\Delta I = \rho J_P \Delta S$ – момент инерции элемента относительно своей оси; $0,5D\Delta F_t$ – момент сопротивления вращению элемента со стороны стенки скважины, а сила ΔF_t определяется согласно (15.5). Разность моментов может быть представлена, как $M(S + \Delta S) - M(S) \approx \frac{dM}{dS} \Delta S$. Подставив записанные соотношения в (15.7) (с учетом (15.5) для ΔF_t) и переходя к пределу при $\Delta S \rightarrow 0$, получаем уравнение для определения угла закручивания $\varphi(S)$ поперечного сечения колонны на искривленном участке скважины:

$$\frac{2D^2}{d^2 + D^2} kg \frac{\sin \alpha - \frac{E}{\rho g R} \frac{du}{dS}}{\sqrt{v^2 + \left(\frac{Dn}{2}\right)^2}} n = \frac{G}{\rho} \frac{d^2 \varphi}{dS^2}.$$

Оба полученных уравнения описывают состояние буровой

колонны, расположенной в искривленной скважине. Поэтому запишем их в виде системы:

$$\begin{cases} \frac{d^2u}{dS^2} + \frac{\gamma \cos \alpha}{E} = \frac{k\gamma}{E} \frac{\sin \alpha - \frac{E}{\gamma R} \cdot \frac{du}{dS}}{\sqrt{v^2 + (0,5Dn)^2}} v, \\ \frac{d^2\varphi}{dS^2} = \frac{2D^2}{d^2 + D^2} \frac{k\gamma}{G} \frac{\sin \alpha - \frac{E}{\gamma R} \cdot \frac{du}{dS}}{\sqrt{v^2 + (0,5Dn)^2}} n. \end{cases} \quad (15.8)$$

Здесь $\gamma = \rho g$ – удельный вес материала буровой колонны.

Необходимо отметить, что в уравнениях (15.8) радиус кривизны $R(S)$ берётся с соответствующим знаком. Если криволинейный участок имеет выпуклость вниз (как на рис. 15.5), то радиус кривизны берётся со знаком «плюс» (случай *a* на рис. 15.6) и уравнения (15.8) не изменяются. Если же криволинейный участок имеет выпуклость вверх (случай *b* на рис. 15.6), то радиус кривизны берётся со знаком «минус» и в уравнениях (15.8) этот факт необходимо учитывать [6].

В силу отмеченного перепишем систему (15.8) следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{d^2u}{dS^2} + \frac{\gamma \cos \alpha}{E} = \frac{k\gamma}{E} \frac{\sin \alpha \mp \frac{E}{\gamma R} \cdot \frac{du}{dS}}{\sqrt{v^2 + (0,5Dn)^2}} v, \\ \frac{d^2\varphi}{dS^2} = \frac{2D^2}{d^2 + D^2} \frac{k\gamma}{G} \frac{\sin \alpha \mp \frac{E}{\gamma R} \cdot \frac{du}{dS}}{\sqrt{v^2 + (0,5Dn)^2}} n. \end{cases} \quad (15.9)$$

В системе (15.9) верхние знаки берутся в случае *a* (выпуклость вниз), а нижние знаки в случае *b* (выпуклость вверх) – см. рис. 15.6.

Введем понятие эффективного коэффициента трения:

$$k^* = \frac{v}{\sqrt{v^2 + (0,5Dn)^2}} k. \quad (15.10)$$

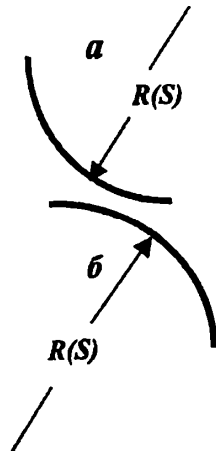


Рис. 15.6. Участки скважины с различными знаками кривизны

Памятуя, что осевое усилие и крутящий момент в поперечном сечении стержня записываются как

$$N = EF \frac{du}{ds}, \quad M = GJ_p \frac{d\varphi}{ds},$$

после несложных преобразований систему уравнений (15.9) можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dS} \pm \frac{k^*}{R(S)} N = (k^* \sin \alpha(S) - \cos \alpha(S)) \cdot q, \\ \frac{dM}{dS} \pm \frac{nD^2}{4v} \frac{k^*}{R(S)} N = \frac{nD^2}{4v} k^* \sin \alpha(S) \cdot q. \end{cases} \quad (15.11)$$

Здесь параметр $q = \gamma F$ — является погонным весом буровой колонны (вес ее единицы длины).

Система уравнений (15.11) эквивалентна системе (15.9) и предназначена для нахождения осевых усилий и крутящих моментов, действующих в поперечных сечениях колонны в процессе бурения искривленного ствола скважины. В частности, при прямолинейной скважине с постоянным углом наклона к вертикали $\alpha(S) = \alpha_0 = \text{const}$ (этот угол именуется **зенитным углом**) радиус кривизны ствола скважины $R(S) = \infty$ и уравнения (15.11) принимают следующую форму:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dS} = (k^* \sin \alpha_0 - \cos \alpha_0) q, \\ \frac{dM}{dS} = \frac{nD^2}{4v} k^* \sin \alpha_0 q. \end{cases} \quad (15.12)$$

Иногда удобнее пользоваться системой (15.11), когда аргументом является угол α . Так как $dS = R(S) d\alpha$, то в данном случае имеем:

$$\begin{cases} \frac{dN}{d\alpha} \pm k^* N = (k^* \sin \alpha - \cos \alpha) R(\alpha) q, \\ \frac{dM}{d\alpha} \pm \frac{nD^2}{4v} k^* N = \frac{nD^2}{4v} k^* \sin \alpha R(\alpha) q, \end{cases} \quad (15.13)$$

где S и α связаны соотношением: $\alpha = \int_{S_0}^S \frac{dS}{R(S)}$ (S_0 — начальное значение параметра S).

Итак, нами получены все необходимые уравнения, описывающие состояние БК в скважине криволинейного профиля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пындак В.И., Шербин А.В., Ефимченко С.И. Перспективные многослойные внутрискважинные герметизаторы для работы в осложнённых условиях//ИТЖ «Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море». – М.: ОАО «ВНИИОЭНГ», 2004. – № 12. – С. 13–17.
2. Серада Н.Г., Соловьёв Е.М. Бурение нефтяных и газовых скважин. – М.: Недра, 1988.
3. Юшин Е.К., Аксёнов В.Е., Симонов В.В., Шорина Е.И. Устройство для исследования процессов трения между горной породой и бурильными трубами. – А.С. 1432219 СССР. БИ № 39, 1988.
4. Юшин Е.К. Введение в механику глубокого бурения. – Ухта: УГТУ, 2003.
5. Юшин Е.К., Хегай В.К. Динамика глубокого бурения. – М.: Недра, 2004.
6. Юшин Е.К. Введение в динамику глубокого бурения. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.

Лекция 16

СОСТОЯНИЕ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ В СКВАЖИНЕ ПРИ НАКЛОННО-НАПРАВЛЕННОМ БУРЕНИИ

Обратимся к предыдущей лекции и рассмотрим систему дифференциальных уравнений (15.11). Если известен профиль искривленной скважины (известны $R(S)$ и $\alpha(S)$), осевое усилие $N(S=0) = N_0$ и вращающий момент $M(S=0) = M_0$ в верхнем сечении БК (устье скважины), то решение системы (15.11) имеет вид:

$$\begin{cases} N(S) = e^{\mp \int_0^S \frac{k^* ds}{R(S)}} \left(N_0 + q \int_0^S (k^* \sin \alpha(S) - \cos \alpha(S)) e^{\pm \int_0^S \frac{k^* ds}{R(S)}} ds \right), \\ M(S) = M_0 + k^* \frac{nD^2 q}{4v} \int_0^S \left(\sin \alpha(S) \mp \frac{N(S)}{qR(S)} \right) ds. \end{cases} \quad (16.1)$$

На рис. 16.1 изображена подобная ситуация, где через P и M_H обозначены соответственно осевая нагрузка на долото и момент сопротивления вращению долота со стороны забоя в процессе его углубления. Очевидно, что решения системы (15.11), представленные формулами (16.1), дают возможность вычислять значения осевого усилия и крутящего момента в текущем поперечном сечении БК (напомним, что в силу значительной величины радиуса искривления $R(S)$ напряжениями изгиба пренебрегаем). Однако необходимо отметить, что, как правило, участки искривления скважины имеют постоянную кривизну, то есть радиус искривления $R = \text{const}$. Указанный факт позволяет значительно упростить процесс нахождения параметров $N(S)$ и $M(S)$.

А сейчас рассмотрим случай передачи осевого усилия на горизонтальном участке скважины от его начала до забоя в случае вращения БК (ротаторный способ бурения) и при его отсутствии (бурение с применением забойного двигателя) [1, 2, 3]. Расчётная схема изображена на рис. 16.2.

Рис. 16.1. Пример профиля криволинейной скважины

Пусть в начальном сечении горизонтального участка БК действует усилие N , вызывающее со стороны забоя усилие P . Через L обозначена длина горизонтального участка скважины. Пусть при $L = L_{\max}$ в результате компенсации усилия N потерями на трение между поверхностью колонны и стенкой скважины осевое усилие $P = 0$. Оценим значение этой величины в случае вращения БК и при его отсутствии. Поскольку в рассматриваемой ситуации $R = \infty$, а угол $\alpha(S) = 0,5\pi$, то согласно (16.1) для осевого усилия имеем:

$$N(S) = N_0 + k^* q S.$$

Очевидно, что в данном случае $N(L) = -P$, а вместо силы N_0 необходимо подставить $-N$ (на рис. 16.1 усилие N_0 направлено противоположно усилию N):

$$N(L) = -P = -N + k^* q L,$$

откуда

$$P = N - k^* q L. \quad (16.2)$$

При $P = 0$ из (16.2) получаем, что

$$L_{\max} = \frac{N}{k^* q}. \quad (16.3)$$

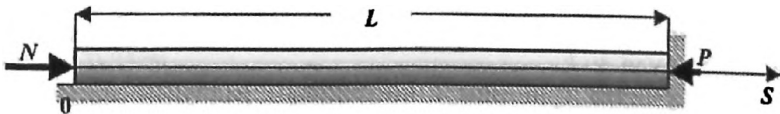
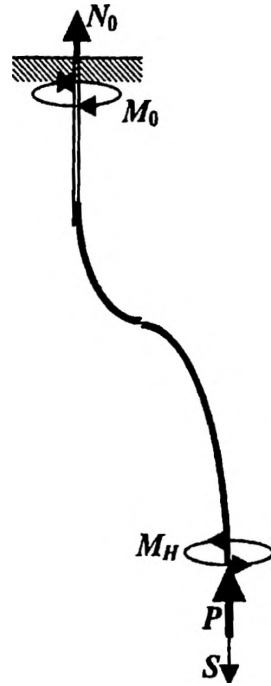


Рис. 16.2. К вопросу передачи осевого усилия на горизонтальном участке скважины от его начала до забоя



Обратимся к выражению (15.10). В случае $n = 0$ (вращение БК отсутствует) коэффициент трения $k^* = k$, а потому

$$L_{\max}^0 = \frac{N}{kq}, \quad (16.4)$$

где через L_{\max}^0 обозначена длина горизонтального участка, при котором осевое усилие $P = 0$ в случае $n = 0$ (бурение с применением забойного двигателя). Рассмотрим отношение длин, определяемых формулами (16.3) и (16.4). Легко установить, что это отношение суть

$$\frac{L_{\max}}{L_{\max}^0} = \frac{\sqrt{v^2 + (0,5Dn)^2}}{v}. \quad (16.5)$$

Соотношение (16.5) показывает, во сколько раз участок передачи осевой нагрузки на горизонтальном участке при роторном способе ($n \neq 0$) отличается от соответствующего участка при бурении с помощью забойных двигателей.

Пример. Пусть $v = 36$ м/ч = 0,01 м/с, $n = 6,28$ рад/с, $D = 127$ мм = 0,127 м.

В этом случае согласно (16.5) имеем, что $\frac{L_{\max}}{L_{\max}^0} = 40$.

Итак, при вращающейся БК осевая нагрузка передаётся на забой гораздо эффективнее, чем при невращающейся БК. Поэтому при проводке горизонтального участка скважины роторным способом особых проблем не возникает.

Рассмотрим теперь скважину, состоящую из трёх участков: вертикального длиной l , криволинейного выпуклого вниз с постоянным радиусом кривизны R_0 и изменением угла $\alpha \in [0, \pi/2]$ и горизонтального длиной L (рис. 16.3).

Пусть растягивающее усилие в верхнем торце БК (усилие на крюке) равно N_0 , а все участки БК состоят из труб одинакового диаметра и изготовлены из одного и того же материала. Усилие, приложенное к нижнему торцу (долото), обозначим через P и введём для каждого из участков свою систему координат, как это показано на рис. 16.3:

- для вертикального участка ось OS_1 , где координата S_1 изменяется от нуля до l ;
- для участка кривизны с постоянным радиусом R_0 угол α изменяется от нуля до $\pi/2$;
- для горизонтального участка ось OS_2 , где координата S_2 изменяется от нуля до L .

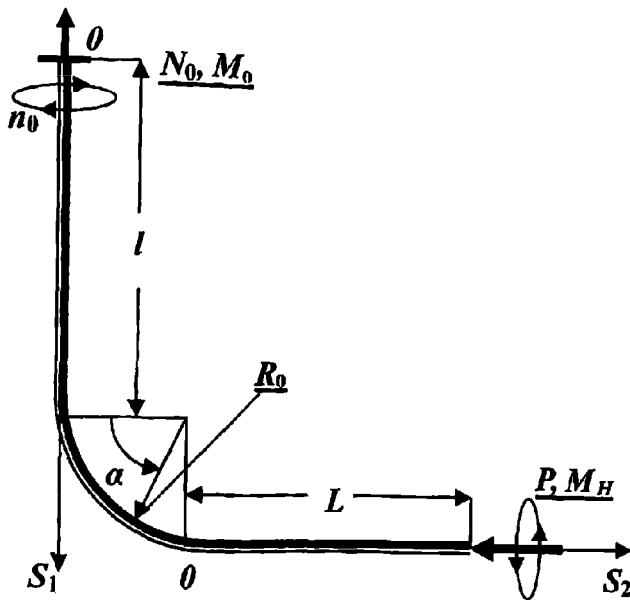


Рис. 16.3. Пример скважины, состоящей из трёх различных участков

А теперь воспользуемся верхним соотношением (16.1) для осевого усилия. Поскольку для вертикального участка радиус $R(S) = \infty$, угол $\alpha(S) = 0$, а коэффициент трения $k^* = \text{const}$, то для осевого усилия на этом участке получаем:

$$N(S_1) = N_0 - qS_1, \quad (16.6)$$

а усилие $N(l) = N(S_1 = l)$ в месте соединения вертикального и искривлённого участков БК запишется как

$$N(S_1 = l) = N_0 - ql. \quad (16.7)$$

На искривлённом участке радиус $R(S) = R_0$, угол α , а коэффициент трения $k^* = \text{const}$. Поскольку на этом участке справедливо равенство $dS = R_0 d\alpha$, то с учётом его выпуклости вниз (лекция 15, рис. 15.6, случай a) для осевого усилия на этом участке получаем

$$N(\alpha) = e^{-k^*\alpha} \left(N(l) + qR_0 \int_0^\alpha (k^* \sin \alpha - \cos \alpha) e^{k^*\alpha} d\alpha \right),$$

откуда с учётом значения $N(l)$ имеем

$$N(\alpha) = \left(N_0 - ql + \frac{2k^*}{1+k^{*2}} qR_0 \right) e^{-k^* \alpha} - \frac{qR_0}{1+k^{*2}} ((1-k^{*2}) \sin \alpha + 2k^* \cos \alpha). \quad (16.8)$$

Усилие $N(\alpha = \pi/2)$ в месте соединения искривлённого и горизонтального участков БК согласно (16.8) записывается как

$$N(\alpha = \pi/2) = \left(N_0 - ql + \frac{2k^*}{1+k^{*2}} qR_0 \right) e^{-0,5\pi k^*} - \frac{1-k^{*2}}{1+k^{*2}} qR_0. \quad (16.9)$$

Для осевого усилия на горизонтальном участке (здесь $R(S) = \infty$, угол $\alpha = \pi/2$) согласно (16.1) имеем

$$N(S_2) = N(\alpha = \pi/2) + k^* qS_2. \quad (16.10)$$

Очевидно, что осевое усилие со стороны забоя (см. рис. 16.3) $P = -N(S_2 = L)$:

$$N(S_2 = L) = -P = N(\alpha = \pi/2) + k^* qL.$$

Подставив в данное равенство значение $N(\alpha = \pi/2)$ после несложных преобразований получаем

$$P = \left(ql - \frac{2k^*}{1+k^{*2}} qR_0 - N_0 \right) e^{-0,5k^* \pi} + \frac{1-k^{*2}}{1+k^{*2}} qR_0 - k^* qL. \quad (16.11)$$

Очевидно, что максимально возможное значение осевой нагрузки на долото найдётся из (16.11) при $k^* = 0$:

$$P_{\max} = Q_b + \frac{2}{\pi} Q_k - N_0,$$

где $Q_b = ql$ – вес вертикального, а $Q_k = 0,5\pi qR_0$ – вес искривленного участка.

Зная закономерности (16.6), (16.8) и (16.10) изменения осевых усилий в поперечных сечениях БК, аналогичным способом найдём значения крутящих моментов в различных участках колонны согласно второму соотношению системы (16.1), что затем позволит определить момент M_0 на устье скважины, необходимый для вращения БК. Решение данной задачи особого труда не

составляет, а потому запишем сразу абсолютное значение величины вращающего момента на роторе [1, 2, 3]

$$M_0 = M_H(P, n) + \frac{\pi D^2}{4v} \left((Q_b - N_0) (1 - e^{-0.5k^* \pi}) + \right. \\ \left. + \frac{4}{\pi} \frac{k^* Q_k}{1 + k^{*2}} (k^* + e^{-0.5k^* \pi}) + k^* Q \right), \quad (16.12)$$

где $Q_b = ql$, $Q_k = 0,5\pi q R_0$ и $Q = qL$ – веса соответственно вертикального, искривлённого и горизонтального участков БК.

Аналогично рассмотренному на рис. 16.3 профилю скважины решаются задачи и для других профилей скважин при установившихся режимах бурения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Юшин Е.К. Введение в механику глубокого бурения. – Ухта: УГТУ, 2003.
2. Юшин Е.К., Хегай В.К. Динамика глубокого бурения. – М.: Недра, 2004.
3. Юшин Е.К. Введение в динамику глубокого бурения. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, из изложенного материала следует, что механические параметры бурильной колонны оказывают очень сильное влияние на эффективность разрушения горных пород. Это положение следует особо подчеркнуть в силу того, что при изучении процессов разрушения горных пород в лабораторных условиях (например, путём внедрения инденторов в подготовленные поверхности образцов горных пород на различного типа установках) нельзя добиться результатов, которые могут непосредственно применяться при проектировании режимов бурения. Очень важно отметить, что проблемы, связанные с воздействием динамики бурильной колонны на процесс углубления забоя скважины, актуальны как в случае разработки методов оптимизации, так и прогноза эффективности работы инструмента. Ведь оптимизация бурового процесса всегда опирается на функциональные зависимости (аналитические выражения механической скорости и долговечности инструмента в зависимости от параметров режима бурения, физико-механических свойств горных пород и т.п.), получаемые либо теоретически, либо с помощью лабораторных экспериментов. Однако пренебрежение учётом воздействия бурильной колонны на закономерности разрушения горных пород способно привести вместо повышения показателей бурения к прямо противоположным результатам. **Необходимо всегда помнить, что породоразрушающий инструмент (долото) расположен между забоем и бурильной колонной, а потому при проектировании режимов бурения учет механических характеристик бурильной колонны не менее важен учета соответствующих характеристик горных пород и породоразрушающего инструмента.**

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
<i>Лекция 1.</i> О способах бурения нефтяных и газовых скважин	5
<i>Лекция 2.</i> Элементарные сведения из механики стержней большой протяжённости	15
<i>Лекция 3.</i> Элементы теории распространения волновых возмущений в стержне (продольные волны)	24
<i>Лекция 4.</i> Элементы теории распространения волновых возмущений в стержне (крутильные волны)	34
<i>Лекция 5.</i> Математическая модель вращения бурильной колонны	41
<i>Лекция 6.</i> Анализ вращения бурильной колонны	49
<i>Лекция 7.</i> О математических моделях углубления забоя	61
<i>Лекция 8.</i> Трансформация математических моделей углубления забоя при наличии крутильных автоколебаний бурильной колонны	76
<i>Лекция 9.</i> Продольные перемещения поперечных сечений бурильной колонны в вертикальной скважине	88
<i>Лекция 10.</i> Понятие о механических системах с сосредоточенными и распределёнными параметрами	96
<i>Лекция 11.</i> Продольные автоколебания бурильной колонны	103
<i>Лекция 12.</i> Продольные резонансные колебания бурильной колонны	119
<i>Лекция 13.</i> Кинематика долота при его взаимодействии с волнистым забоем	127
<i>Лекция 14.</i> Элементы теории низкочастотных колебаний бурильной колонны	136
<i>Лекция 15.</i> Математическая модель состояния бурильной колонны в скважине при наклонно-направленном бурении	145
<i>Лекция 16.</i> Состояние бурильной колонны в скважине при наклонно-направленном бурении	156
Заключение	162

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Юнин Евгений Константинович
Хсгай Валерий Константинович

ОСНОВЫ МЕХАНИКИ ГЛУБОКОГО БУРЕНИЯ
Курс лекций

Редактор издательства *Т.К. Рубинская*
Технический редактор *Г.В. Лехова*
Корректор *Е.М. Федорова*
Компьютерная верстка *Ю.А. Титова*

Подписано в печать 18.10.10. Формат 60×88 ¹/₁₆. Гарнитура «Петербург». Печать
офсетная. Усл. печ. л. 10,29. Уч.-изд. л. 10,6. Тираж 500 экз. Заказ 1711/1216

ООО «Издательский дом Недра»
125047, Москва, пл. Тверская застава, 3
E-mail: biblioteka@gubkin.ru, biblioteka@nedrainform.ru
www.nedrainform.ru

ППП «Типография «Наука» Академиздатцентр РАН
121099, Москва, Шубинский пер., 6

ISBN 978-5-8365-0352-9

