



**С.В.Шипунов**

**ОСНОВЫ  
ПАЛЕОМАГНИТНОГО  
АНАЛИЗА**

**Теория и практика**



• НАУКА •

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ГЕОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

С.В. Шипунов

ОСНОВЫ  
ПАЛЕОМАГНИТНОГО  
АНАЛИЗА

Теория и практика

*Труды, вып. 487*

Основаны в 1932 году



МОСКВА "НАУКА"  
1993

*Научное издание*

**Ш и п у н о в** Станислав Валерьевич

**ОСНОВЫ ПАЛЕОМАГНИТНОГО АНАЛИЗА**  
**Теория и практика**

*Труды, вып. 487*

*Утверждено к печати*  
*Геологическим институтом РАН*

Редактор *Г.В. Киреева*  
Художественный редактор *И.Ю. Нестерова*  
Технический редактор *Т.А. Резникова*  
Корректор *Л.А. Агеева*

Набор выполнен в издательстве  
на наборно-печатающих автоматах

ЛР № 020297 от 27.11.91

ИБ № 308

Подписано к печати 27.10.93. Формат 60 × 90 1/16  
Гарнитура Пресс-Роман. Печать офсетная  
Усл.печ.л. 10,0, Усл.кр.-отт. 10,3, Уч.-изд.л. 10,6  
Тираж 400 экз. Тип.зак. 441.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство "Наука"  
117864 ГСП-7, Москва В-485, Профсоюзная ул., 90

Санкт-Петербургская типография № 1 ВО "Наука"  
199034, Санкт-Петербург, В-34 9 линия, 12

RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES

*S. V. Shipunov*

PRINCIPLES OF PALEOMAGNETIC ANALYSIS

Theory and practice

*Transactions, vol. 487*

---

Основы палеомагнитного анализа: Теория и практика / С.В. Шипунов — М.: Наука, 1993. — 159 с. (Труды ГИН; Вып. 487). ISBN 5-02-002342-6

В книге описываются методы анализа палеомагнитных векторов, предназначенные для выделения и датирования разновозрастных компонент естественной остаточной намагниченности. Приводятся конкретные примеры применения этих методов для сложной намагниченности верхнепротерозойских отложений Кольского полуострова и Южного Урала. Определены кинематические параметры перемещения Восточно-Европейской платформы для периода времени 800–560 млн лет.

Приведены тексты процедур на языке программирования Turbo Pascal для IBM PC XT/AT, реализующие методы анализа векторов намагниченности.

Табл. 20. Ил. 38. Библиогр.: 98 назв.

Ответственный редактор

кандидат геолого-минералогических наук

*М.Л. Баженов*

Редакционная коллегия:

академик РАН *А.Л. Книппер* (главный редактор),

*В.Г. Гербова, Ю.Б. Гладенков, Б.П. Золотарев*

Рецензенты:

*Г.З. Гурарий, А.Н. Хромов*

The methods of analysis of paleomagnetic vectors used for separation and dating of paleomagnetic components are described in the book. The examples of application of this methods for complex magnetization of Riphean and Vendian rocks from the Kola peninsula and South Ural are presented. The apparent polar wander path for East-European platform (800–560 My) is determined.

Listings of the Turbo Pascal procedures are presented.

Responsible editor

Doctor of Geology and Mineralogy

*M.L. Bazhenov*

Editorial board:

Academician *A.L. Knipper* (Editor-in-Chief),

*V.G. Gerbova, Yu.B. Gladenkov, B.P. Zolotarev*

1803020000-334

Ш 042 (02)-93 176-93, I полугодие

042 (02)-93

ISBN 5-02-002342-6

© С.В. Шипунов, 1993

© Российская академия наук, 1993



## ПРЕДИСЛОВИЕ

Я написал эту книгу потому, что три года назад искал подобную и не нашел ее.

*Алан Тревеннор*

"Операционные системы малых ЭВМ"

Мысль о написании этой книги возникла во время проведения IV Всесоюзной палеомагнитной школы в г. Звенигороде (ноябрь 1988 г.), где мне довелось прочесть небольшую лекцию "Статистические методы анализа палеомагнитных данных". Переработанные и расширенные материалы этой лекции составили основной объем книги.

Основные задачи, решаемые при палеомагнитных исследованиях, состоят в выделении и датировании компонент намагниченности, сравнении получаемых направлений и анализе их достоверности. Именно статистика приходит здесь на помощь как инструмент обработки палеомагнитных данных и принятия решений. Палеомагнитология во многом зависит от сбора данных, что часто является одним из дорогостоящих этапов исследования. Поэтому важнейшее значение имеет повышение эффективности и точности выводов путем установления связи между объемом коллекций и поставленными задачами, или, наоборот, извлечение большей информации из уже имеющихся данных.

Эти обстоятельства и побудили меня написать предлагаемую читателю книгу. В ней преследуется цель представить основные идеи и методы анализа палеомагнитных данных, прибегая к формулам не чаще, чем это необходимо.

Естественно, что эта книга отражает мои научные интересы, которые направлены главным образом на анализ палеомагнитных векторов, разделение компонент сложной намагниченности, определение надежности получаемых палеомагнитных направлений и применение этих методов при изучении палеомагнетизма верхнерифейских отложений.

Я попытался написать такую книгу, которую мне бы хотелось иметь под рукой, когда несколько лет назад впервые заинтересовался проблемами палеомагнетизма. И мне кажется, эта книга станет скорее учебником, чем научной монографией.

Предполагается, что читатель знаком с двумя главами из "Палеомагнитологии" [50], касающимися распределения направлений естественной остаточной намагниченности и статистического анализа палеомагнитных направлений и полюсов, и с одной из книг по статистике (например, [2, 12, 23, 54, 59, 65]).

Книга состоит из четырех глав и приложения. В первой главе сделана попытка изложить вводный материал по статистике, важный для анализа

и интерпретации палеомагнитных данных. Многие вопросы излагаются на элементарном уровне, а другие, которые должны были бы рассматриваться в обычном связном курсе, опущены полностью. Основное внимание уделяется методологии тестирования различных выдвигаемых в палеомагнитном анализе гипотез, интерпретации возникающих в процессе проведения тестирования ошибок, формулированию проверяемых гипотез и влиянию объемов используемых выборок на величину мощности критерия. Использование описанного в конце главы численного моделирования, или метода Монте-Карло, позволяет в ряде случаев обосновать алгоритмы, которые применяются в исследовании проблем, связанных с распределением векторов на сфере.

Вторая глава посвящена рассмотрению методических вопросов статистического анализа палеомагнитных направлений, нашедшего применение в моей практике. Я осознаю, что многие хорошо себя зарекомендовавшие за рубежом методы анализа результатов чистки палеомагнитных коллекций не попали в поле рассмотрения этой книги. Это связано с тем, что эти методы (в частности компонентный анализ Киршвинка и программа Торсвика для персонального компьютера [83, 95]) требуют "хороших" данных, полученных при малых лабораторных подмагничиваниях на большом интервале размагничивающих воздействий с частым шагом. Наши же данные вплоть до недавнего времени не удовлетворяли таким требованиям. Поэтому использовались более грубые, но менее чувствительные к качеству данных методы для разделения сложных распределений мультikomпонентной намагниченности (например, кластерный анализ). Однако для определения надежности выделенных палеомагнитных направлений применялись более чувствительные и мощные модификации тестов.

В третьей и четвертой главах приведены результаты использования описанных во второй главе методов при палеомагнитном изучении верхнерифейских отложений Южного Урала и Кольского полуострова. Особо обсуждаются вопросы, связанные с выделением древних компонент многокомпонентной намагниченности и их временная привязка.

В приложении представлены процедуры статистического анализа палеомагнитных данных, которые разработаны и откомпилированы в среде Turbo Pascal 5.0 фирмы Borland International. Хотя все предлагаемые процедуры тщательно проверены, я не могу, однако, дать никаких гарантий и снимаю с себя ответственность за любой случайный ущерб, понесенный вследствие их использования.

В написание этой книги, а также в предшествующие исследования внесли свой вклад многие мои друзья и коллеги. Сотрудничество с М.Л. Баженовым очевидно. Его опыт, основанный на решении практических палеомагнитных задач в тектонике, определил всю направленность этой книги. Некоторые методы анализа палеомагнитных векторов, изложенные во второй главе, разработаны совместно с М.Л. Баженовым. Наконец, без его помощи эта книга никогда не была бы написана.

В высшей степени неоценимый вклад был сделан Г.З. Гурарием и Н.М. Чумаковым, общение с которыми способствовало моему становлению как палеомагнитолога и геолога.

Г.З. Гурарий, А.Н. Храмов и А.Ю. Гужиков прочитали рукопись и сделали много ценных замечаний, добавлений и исправлений, способствовавших значительному улучшению качества книги. И.С. Шиганов прочитал первые две главы. Сделанные им 142 замечания вселили в меня уверенность в правильности избранной формы изложения.

На различных стадиях работы мне помогали К.Х. Авакян, Н. Буткевичус, Н.Я. Дворова, В.Н. Ефремов, И.К. Кацура, О.А. Крежовских, И.А. Кудашева, С.Ю. Лапина, Е.А. Малеева, Г.А. Титков, В.М. Трубихин, Н.В. Хропова и И.В. Цыганова. Всем им я выражаю свою искреннюю признательность.

Я также благодарен своему персональному компьютеру и текстовому редактору ChiWriter фирмы Horstmann Software Design Corporation за помощь при написании и перепечатывании первых вариантов рукописи.

Я не считаю, что полностью исчерпал всю проблематику, затронутую в книге, и буду благодарен за любую критику, направленную на улучшение содержания и стиля изложения.

Эта книга посвящается моей жене Алле, которая проявила большое терпение в течение многих вечеров, когда я был занят этой работой.

# Часть первая

## АНАЛИЗ ПАЛЕОМАГНИТНЫХ ДАННЫХ

### Глава 1

#### НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Статистика наша имеет в виду приведение в ясность современное настроение умов. Кто об чем думает, кто с кем и об чем говорит, чего желает.

*М.Е. Салтыков-Щедрин*  
"Современная идиллия"

Изложение этой главы базируется на следующих книгах по математической статистике [1, 2, 12, 16, 18, 23, 54, 59].

Основной целью статистического анализа является выяснение некоторых свойств изучаемой генеральной совокупности. Генеральную совокупность можно рассматривать как полный набор объектов, с которым связана изучаемая проблема. Каждый объект генеральной совокупности называется ее элементом, а соответствующее измерение, произведенное на каждом элементе, — наблюдением. Если генеральная совокупность бесконечна или содержит много элементов, то процедура статистического анализа состоит в том, чтобы отобрать из генеральной совокупности подмножество из  $N$  элементов (называемое выборкой объема  $N$ ), исследовать его свойства, а затем обобщить их на всю генеральную совокупность. Иными словами, задача статистического анализа состоит в получении наилучших в некотором смысле выводов по ограниченному числу наблюдений. Такое обобщение результатов на генеральную совокупность называется статистическим выводом.

Статистический вывод можно рассматривать как метод получения утверждений относительно неизвестных параметров изучаемой генеральной совокупности. Эти утверждения можно подразделить на оценивание и проверку гипотез. Оценивание параметров имеет дело с вычислением по выборке точечных и интервальных (доверительных интервалов, включающих истинное значение параметра) оценок. Проверка гипотез заключается в установлении справедливости утверждений (статистических гипотез) относительно параметров генеральной совокупности. Эти два раздела теории статистических выводов — оценивание и проверка гипотез — можно трактовать как частные случаи общей задачи принятия решений.

Рассматривая задачу статистических выводов, подразумеваем, что имеется полученная каким-либо образом выборка (совокупность). Основное требование, предъявляемое к выборке, — хорошо представлять генеральную совокупность (быть репрезентативной). Обычно это случайная выборка.

Формально выборка объема  $N$  есть набор реализаций  $N$  независимых, одинаково распределенных случайных величин. Простая случайная выборка объема  $N$  — это выборка, извлеченная таким образом, что любая воз-

можная выборка такого объема имеет одинаковую вероятность быть извлеченной из генеральной совокупности.

Практически не существует стандартного метода получения простой случайной выборки из бесконечной генеральной совокупности. Поэтому исследователь вынужден ограничиться конечным подмножеством генеральной совокупности.

### ТОЧНОЕ И ИНТЕРВАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ

Пусть имеется случайная выборка  $x_1, \dots, x_N$  реализаций случайных величин из генеральной совокупности с плотностью (или законом) распределения вида  $f(x, \theta_1, \dots, \theta_k)$ , зависящей от  $k$  параметров. Например, в случае распределения Фишера (для векторов на единичной сфере) функция  $\Phi[\lambda, K]$  зависит от двух параметров —  $\lambda$  (средний вектор) и  $K$  (кучность).

Требуется оценить один или несколько параметров  $\theta_j$  по выборке. Каждая однозначно определенная функция  $g(x_1, \dots, x_N)$ , зависящая от наблюдений и не зависящая от неизвестных параметров, которая выбрана для оценки какого-либо параметра распределения, называется значением точечной оценки. Для одного и того же параметра можно построить различные оценки. Например, для среднего направления суммы нескольких распределений Фишера в качестве оценок можно рассматривать либо центр тяжести проекций на единичную сферу векторов всех совокупностей, либо центр тяжести только тех точек, которые попадают в общую область для всех выборочных распределений [6], либо какую-нибудь другую функцию результатов наблюдений.

Различают следующие свойства оценок параметров распределений. Оценка неизвестного параметра может быть несмещенной, когда математическое ожидание оценки равно точному значению параметра. Так, оценка среднего направления совокупности векторов, распределенных в соответствии с законом Фишера, является несмещенной. Оценка кучности того же распределения, применяемая обычно в настоящее время ( $K = (N - 1)/(N - R)$ ), смещена [88]. Несмещенной оценкой кучности является  $K = (N - 2)/(N - R)$ . Смещенными также будут оценки направления пересечения больших кругов (в различных вариантах метода пересечения кругов перемангничивания) [8, 93].

Несмещенные оценки обладают следующими желательными свойствами [16]: если имеется серия независимых несмещенных оценок, то их среднее арифметическое — также несмещенная оценка. Однако среднее смещенных оценок является, вообще говоря, смещенной оценкой независимо от того, как много оценок осреднялось. Иными словами, требование несмещенности гарантирует отсутствие систематических ошибок при оценке параметров. Это очень важное свойство, которое следует учитывать в палеомагнетизме, где остро стоит вопрос о разделении компонент намагниченности и получении для них несмещенных оценок. Примером тому может служить среднее направление намагниченности, полученное для осадочных пород, в которых нередко наблюдается занижение наклоения. В этом случае наклонение среднего вектора  $J_n$  также будет занижено по сравнению с истинным значением наклоения магнитного поля.

Оценка, кроме того, должна быть состоятельной. Состоятельность характеризует поведение точечной оценки при неограниченном росте числа наблюдений. Состоятельная оценка при увеличении размера выборки до бесконечности сходится по вероятности к истинному значению параметра, т.е. если  $\epsilon$  — сколь угодно малая величина  $> 0$ , то вероятность того, что величина оценки отличается от истинного значения параметров меньше, чем на  $\epsilon$ , стремится к единице. Поэтому для состоятельной оценки, построенной на основе большого числа наблюдений, вероятность получить значение оценки, отличающееся от истинного, достаточно мала.

Так как оценка вычислена по случайной выборке, то она сама также есть случайная величина, имеющая разброс возле истинного значения параметра. Поэтому истинный параметр несколько отличается от вычисленной по результатам наблюдений оценки. И, следовательно, было бы ошибкой приравнивать истинное значение параметра численному значению оценки.

После того как получена точечная оценка параметра, желательно также иметь данные относительно ее надежности. Существует понятие доверительного интервала, внутри которого с определенной вероятностью находится истинное значение параметра. Эта вероятность является мерой доверия к тому, что интервал содержит истинное значение параметра. Обычно пользуются доверительной вероятностью 95%. В палеомагнитологии вычисляют, например, радиус доверительного круга  $\alpha_{95}$  для среднего направления совокупности векторов или максимальный и минимальный радиусы овала доверия для оценки положения виртуального геомагнитного полюса и для пересечения кругов перемагничивания. Если говорят, что круг радиуса  $\alpha_{95}$  накрывает истинное значение, то это означает, что это утверждение имеет место в среднем в 95% случаев.

## ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ

Статистическая гипотеза — это утверждение относительно значений одного или более параметров данного распределения генеральной совокупности или о самой форме распределения. Под проверкой статистической гипотезы понимается процедура, с помощью которой пытаются установить, следует ли принять это утверждение, называемое нулевой гипотезой  $H_0$ , или отвергнуть его. Обычно под нулевой гипотезой рассматривается некоторое выдвигаемое в ходе исследований высказывание (рабочая гипотеза), которым исследователь дорожит и не хочет, чтобы слишком часто оно отвергалось. Справедливость нулевой гипотезы проверяется по имеющейся выборке. Если нулевая гипотеза и имеющиеся данные согласуются с большой степенью правдоподобия, то считается, что  $H_0$  не противоречит им. В противном случае нулевая гипотеза отклоняется.

При выполнении процедуры проверки статистической гипотезы используют некоторую числовую величину (статистику критерия), для которой известна функция распределения вероятностей при условии выполнения нулевой гипотезы  $H_0$ . Это распределение, называемое нулевым, унимодально: область, близкая к моде распределения, имеет высокую вероятность,

тогда как хвосты распределения — это области малых вероятностей. Если величина критериальной статистики попадает в область нулевого распределения, имеющую большую вероятность, то можно сделать вывод о том, что выборка не противоречит проверяемой нулевой гипотезе (она согласуется с  $H_0$ ). Напротив, если наблюдается крайнее, почти невероятное при выполнении  $H_0$  значение величины критерия, то это следует рассматривать как явное расхождение с  $H_0$ .

Такая интерпретация результатов тестирования основана на общем принципе, гласящем, что предположение должно быть отвергнуто, если имеется противоречащий пример, но не обязательно должно быть принято, если такого примера найти не удалось. Представленное рассуждение является использованием закона контрапозиции в логике [59], в соответствии с которым для произвольных событий или высказываний  $A$  и  $B$ , если из  $A$  вытекает  $B$ , и не выполняется  $B$ , то несправедливо и  $A$ . В то же время, предположение "если из  $A$  следует  $B$ , и  $B$  выполняется, то также справедливо и  $A$ " является ложным, так как справедливость  $B$  может быть следствием не только выполнения  $A$ , но и результатом наступления другого события (например,  $C$ ).

**Пример 1.** Тест складки для двух крыльев. Если намагниченность пород складки доскладчатая (событие  $A$ ), то средние направления векторов  $J_n$  для крыльев складки совпадут между собой (событие  $B$ ). Если в результате проведения теста направления  $J_n$  окажутся различающимися (событие  $B$  не выполняется), то из этого следует, что намагниченность нельзя признать доскладчатой (отрицание  $A$ )<sup>1</sup>. Если же в результате проведения теста складки направления  $J_n$  будут признаны неразличающимися, то это еще не означает доскладчатости намагниченности. Например, это может быть связано с малым различием в элементах залегания пластов для крыльев складки. В связи с этим такой результат теста обычно интерпретируется как согласие с выдвинутой гипотезой, так как отсутствуют достаточные основания для ее опровержения.

Применительно к статистике этот принцип можно сформулировать следующим образом: если событие  $B$  есть вероятностное следствие  $A$ , то отрицание  $A$  будет являться вероятностным следствием отрицания  $B$ . Если в качестве события  $A$  взять высказывание " $H_0$  верна", а в качестве суждения  $B$  — "наблюденное значение критериальной статистики, вероятно, близко к моде нулевого распределения", то нулевая гипотеза, вероятно, не будет верна, если наблюдаемое значение статистики критерия сильно удалено от моды нулевого распределения.

**Пример 2.** Сформулируем в качестве примера (немного искусственного) задачу проверки гипотезы о параметре распределения (кучности) по выборке, состоящей из двух векторов намагниченности на сфере. Пусть эта выборка получена по двум галькам и мы хотим провести тест галек, т.е. проверить нулевую гипотезу  $H_0$ : эти два вектора  $J_n$  взяты из равномерного распределения на сфере (или, что то же самое, из распределения Фишера с кучностью  $K = 0$ ). Конкурирующая (альтернативная) гипотеза  $H_1$  пусть будет  $K > 0$ . Необходимо сделать выбор между этими гипотезами на основании имеющейся выборки — двух независимо наблюдаемых векторов  $J_n$ . Выберем в качестве статистики критерия величину угла  $\varphi$  между этими двумя векторами. На рис. 1, а приведено нулевое распределение критериальной статистики, т.е. распределение величины  $\varphi$  при условии выполнения  $H_0$ . В зависимости от того, в какую область на кривой распределения попадет выборочное значение угла  $\varphi$ , будет принята или отвергнута проверяемая гипотеза  $H_0$ . Подмножество возможных значений  $\varphi$ ,

<sup>1</sup> Далее в главе 2 будет показано, что под событием  $A$  в тесте складки следует рассматривать событие, связанное с выполнением более сложного условия.

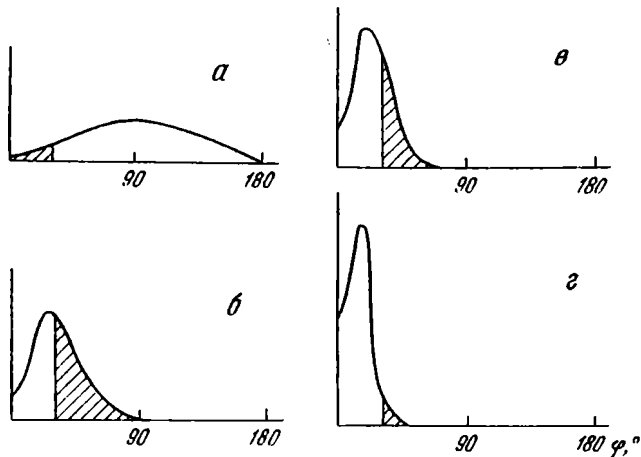


Рис. 1. Нулевое (а) и альтернативные (б–г) распределения вероятностей для угла  $\varphi$  между двумя векторами (пример 1) при значениях  $K$ : 0 (а), 10 (б), 20 (в), 50 (г)  
Заштрихованы области вероятности ошибок 1-го (а) и 2-го (б–г) рода

при попадании в которое будет принята нулевая гипотеза, называется областью принятия нулевой гипотезы. Дополнительная к ней область, при попадании в которую выборочного значения  $\varphi$  нулевая гипотеза отклоняется, называется критической областью, а ее граничное значение – критическим.

Критическая область (множество исходов, приводящих к отклонению нулевой гипотезы  $H_0$ ) выбирается таким образом, чтобы была мала вероятность ошибки  $\alpha$  отклонить  $H_0$  в случае, когда она верна (эта ошибка называется ошибкой 1-го рода). Эта вероятность  $\alpha$ , также называемая уровнем значимости критерия, обычно выбирается равной 0,05 или 0,01 (5 или 1% соответственно).

**Пример 2 (продолжение).** Для рассматриваемого примера критической областью с 5%-ным уровнем значимости будет множество значений  $\varphi < \varphi_{кр} \approx 27^\circ$  (заштрихованная область на графике, см. рис. 1, а). Если измеренное значение  $\varphi$  окажется меньше критического, нулевая гипотеза о равномерном распределении отвергается. Вероятность ошибочности этого вывода составляет 5%.

Принять нулевую гипотезу  $H_0$ , когда она ложна, значит совершить ошибку, которую называют ошибкой 2-го рода (вероятность этой ошибки  $\beta$ ). Вероятность дополнительного события, т.е. правильного отклонения  $H_0$ , называется мощностью критерия  $\pi = 1 - \beta$ .

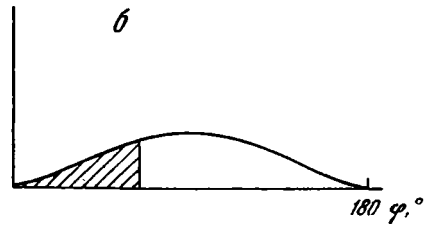
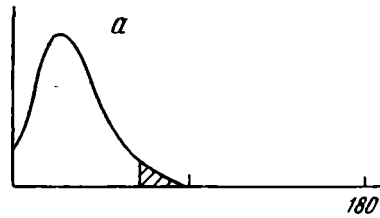
**Пример 2 (продолжение).** Оценим мощность критерия и вероятность ошибки 2-го рода для рассматриваемого примера проверки гипотезы о параметре кучности. Пусть на самом деле  $K = 10$ , а величина вычисленной статистики критерия  $\varphi$  больше критического значения  $\varphi_{кр} \approx 27^\circ$ . На рис. 1, б представлено распределение угла  $\varphi$  при  $K = 10$ , из которого видно, что  $\varphi < \varphi_{кр}$  может наблюдаться приблизительно в 50% случаев (заштрихованная область на графике). Мощность критерия для этого случая ( $\alpha = 5\%$ ,  $K = 10$ ) также примерно равна 50%. В случае, когда  $K = 20$  и  $K = 50$ , мощность критерия будет соответственно принимать значения 74 и 97% (рис. 1, в, г).

Из рассмотренного параметра можно сделать вывод, что при использовании этого критерия: 1) в 5% случаев нулевая гипотеза о равномер-



Рис. 2. Нулевое (а) и альтернативное (б) распределения вероятностей для угла между двумя векторами  $J_n$  (пример 3) при следующих значениях  $K$ : 10 (а), 0 (б)

Заштрихованы области вероятности ошибок 1-го (а) и 2-го (б) рода



ности распределения будет отклонена ошибочно; 2) в 50 и 26% случаев нулевая гипотеза будет ошибочно принята, если кучность распределения Фишера на самом деле составляет 10 и 20 соответственно. И только при  $K = 50$  нулевая гипотеза будет принята ошибочно лишь в 3% случаев.

Следует заметить, что в данном примере увеличения мощности критерия при выбранном уровне значимости  $\alpha$  можно добиться увеличением объема рассматриваемой выборки. Так, при  $N = 10$  и  $K = 10$  мощность критерия  $\pi$  близка к 100% (при  $N > 2$  в качестве критериальной статистики используется нормализованная длина суммарного вектора  $\bar{R} = R/N$ ).

Пример 3. Рассмотрим те же данные, что и в примере 2, но в качестве нулевой гипотезы  $H_0$  возьмем следующее высказывание: два вектора  $J_n$  взяты из распределения Фишера с кучностью  $K > 10$ . Альтернативная гипотеза  $H_1$  пусть будет:  $K = 0$  (векторы  $J_n$  равномерно распределены на сфере). Проверку такой нулевой гипотезы можно производить, например, в случае, когда эти два направления  $J_n$  получены по двум образцам из одного пласта и необходимо проверить, есть ли регулярное направление намагниченности. Заметим, что в этом примере по сравнению с примером 2, нулевая и альтернативная гипотезы поменялись местами.

Как это скажется на результатах тестирования? Нулевое распределение для этого случая представлено на рис. 2, а. Критическое множество значений  $\varphi$  будет расположено в области больших величин. Критическое значение, при превышении которого нулевая гипотеза будет отклонена,  $\varphi_{кр} \approx 65^\circ$ . При отклонении  $H_0$  вероятность ошибочности сделанного вывода составляет 5%. Мощность критерия (при  $K = 0$ ) составляет 72% (рис. 2, б).

В табл. 1 представлены критические значения статистик и величины ошибок 2-го рода для проверки гипотез в примерах 2 и 3 (выбранный уровень значимости в обоих случаях  $\alpha = 5\%$ ).

Рассмотренные примеры иллюстрируют возможность различной формулировки нулевой гипотезы в зависимости от того, какой гипотезой исследователь дорожит. Различным отношением исследователя к выдвигаемому при тестировании нулевым гипотезам объясняется различие в величинах критических значений  $\varphi_{кр}$ , используемых для опровержения  $H_0$ .

Таблица 1. Критические значения статистик и величины ошибок 2-го рода для проверки гипотез в примерах 2 и 3

$H_0$	$\varphi_{кр}$	$H_1$	$\beta$	$\pi$	$H_0$	$\varphi_{кр}$	$H_1$	$\beta$	$\pi$
$K = 0$	27	$K = 10$	50	50	$K > 10$	65	$K = 0$	28	72
$K = 0$	27	$K = 20$	26	74	$K > 20$	45	$K = 0$	16	84
$K = 0$	27	$K = 50$	3	97	$K > 50$	26	$K = 0$	6	94

В [54] предупреждается об опасности, связанной с применением статистических критериев при анализе одних и тех же данных. Если к одной выборке применить несколько разных критериев для проверки одной и той же  $H_0$  (или сходных) и в каждом случае использовать уровень значимости, равный, к примеру 5%, то вероятность ошибочного отклонения  $H_0$  хотя бы одним из критериев превзойдет 5%. Поэтому следует использовать один из критериев, желательнее более мощный.

Если возникает необходимость проверки двух различающихся гипотез по одной выборке (например, о кучности и среднем направлении совокупности векторов) и для обоих критериев используется 5%-ный уровень значимости, то вероятность ошибочного отклонения хотя бы одной из нулевых гипотез значительно превосходит 5% и может быть близкой к 10%.

В тех случаях, когда неизвестен закон, по которому распределены наблюдения выборки, либо когда значения величин являются ранговыми (в этом случае между значениями величин можно установить лишь соотношения меньше-больше), применяются непараметрические или порядковые критерии. При использовании непараметрических критериев рассматриваемые значения сортируют по величине и вычисляют их ранги, т.е. их порядковые номера в отсортированном списке.

Порядковые статистики (критерий Куипера [43]) использовались, например, для определения соответствия экспериментальных данных распределению Фишера [5]. В методах, описываемых в следующей главе, применяется непараметрическая корреляция Спирмена для установления зависимости между компонентами векторов. Векторы  $J_n$  не подчиняются нормальному распределению; а в случае выборочных векторов-нормалей к пластикам вообще трудно говорить о соответствии какому-либо из известных распределений. Кроме того, предполагаемые зависимости между этими двумя совокупностями векторов в общем случае носят нелинейный характер. Поэтому для выявления таких зависимостей нельзя использовать обыкновенный коэффициент корреляции, предназначенный для исследования линейных связей между нормально распределенными величинами.

Непараметрические методы по мощности, вообще говоря, уступают параметрическим, основанным на известном виде распределения. Преимуществом непараметрических методов являются их независимость от вида распределения величин изучаемых выборок (т.е. они могут применяться при различных распределениях) и простота при вычислениях.

Если при выполнении непараметрических критериев нулевая гипотеза отвергается или проверка гипотезы показывает соответствие фактических

данных нулевой гипотезе, то применение более мощных параметрических методов излишне и нецелесообразно. Если же проверка  $H_0$  не дает определенных выводов, следует (если это возможно) использовать параметрические критерии.

В том случае, когда интересуются как положительными, так и отрицательными отклонениями изучаемых величин, используются двухсторонние критерии. Например, если необходимо установить связь между числовыми характеристиками двух выборок, то вычисляют выборочный коэффициент корреляции  $r$  и тестируют нулевую гипотезу  $H_0: r = 0$  при альтернативе  $H_1: r \neq 0$ . Предполагаемая здесь связь может носить как положительный, так и отрицательный характер (в зависимости от знака вычисленного коэффициента корреляции). В этом случае учитывают вероятность попадания вычисленного значения  $r$  (при условии выполнения  $H_0$ ) в оба конца кривой распределения, которому подчиняется коэффициент корреляции  $r$ . Например, если исследователь использует уровень значимости  $\alpha = 0,05$ , достаточный, по его мнению, для проверки значимости корреляции между двумя взаимосвязанными выборками, то верхнее критическое значение ( $r^*$ ) будет соответствовать  $(1 - \alpha/2) = 0,975$ . Нижнее критическое значение ( $-r^*$ ) соответствует  $\alpha/2 = 0,025$ .

**Пример 4.** Вернемся к рассматриваемому выше примеру. Пусть по-прежнему имеются два вектора  $J_n$  и нулевая гипотеза  $H_0: K = 0$ . Заметим, что слишком малые и слишком большие углы  $\varphi$  между этими двумя векторами маловероятны. Причем углы, близкие к  $180^\circ$ , могут наблюдаться при присутствии в породе обратной полярности. Поэтому имеет смысл рассмотреть в качестве альтернативной гипотезы  $H_1$  наличие регулярной компоненты (возможно, обеих полярностей). В этом случае критерий двухсторонний, а критической областью, при попадании в которую измеренного угла  $\varphi$  нулевая гипотеза отвергается, являются хвосты нулевого распределения (см. рис. 1, а). Тогда нижнее критическое значение  $\varphi_1 \approx 17^\circ$ ; вероятность того, что измеренное значение  $\varphi$  будет меньше  $\varphi_1$  равна 2,5%. Верхнее критическое значение  $\varphi_2 \approx 163^\circ$ ; вероятность того, что  $\varphi > \varphi_2$  также равна 2,5%. Нулевая гипотеза  $H_0: K = 0$  отвергается, если  $\varphi$  либо меньше  $\varphi_1$ , либо больше  $\varphi_2$ . Уровень значимости в этом случае 5%.

Рассмотрим типичную процедуру проверки гипотез [54] на примере проверки гипотезы  $H_0$  о равенстве средних направлений  $m$  выборок из распределений Фишера.

1. Выбирается уровень значимости:  $\alpha = 0,05$ .

2. Описывается статистическая модель: распределения  $m$  выборок векторов соответствуют распределению Фишера с одинаковой кучностью. Это означает, что перед проверкой гипотезы о равенстве средних, необходимо провести проверку гипотезы о соответствии каждой из  $m$  выборок распределению Фишера [50] и проверку гипотезы о гомогенности этих выборок (т.е. равенстве их кучностей) [90]. В случае удовлетворительных результатов этих двух тестов для  $m$  выборок выборочные распределения будут соответствовать принимаемой статистической модели.

3. Формулируются нулевая гипотеза  $H_0$ : средние направления  $m$  выборок векторов равны и альтернативная гипотеза  $H_1$ : средние направления различаются.

4. Выбирается критериальная статистика, распределение которой известно (т.е. численная величина, вычисляемая по некоторой формуле, распределение которой известно в случае выполнения  $H_0$ ). Критериальная ста-

Таблица 2. Интерпретация результатов и возможные ошибки при проверке гипотезы о равенстве средних

Принятое решение	В действительности	
	Средние равны	Средние не равны
Средние равны	Правильное решение Вероятность $1 - \alpha$	Ошибка 2-го рода Вероятность ошибки $\beta$
Средние не равны	Ошибка 1-го рода Вероятность ошибки $\alpha$	Правильное решение Вероятность $1 - \beta = \pi$

статистика [90]

$$F_m = \left[ \frac{N - m}{m - 1} \right] \cdot \frac{\sum R_i - R^2 / \sum R_i}{2(N - \sum R_i)}$$

распределена в соответствии с распределением отношения дисперсий (F-распределением)  $F[\nu_1, \nu_2, \alpha]$ , где  $N$  – общее количество векторов в  $m$  выборках,  $R_i$  – длина суммарного вектора  $i$ -той совокупности,  $R$  – длина суммарного вектора объединенной выборки,  $\nu_1 = 2(m - 1)$  и  $\nu_2 = 2(N - m)$  – степени свободы F-распределения.

5. Определяется критическая область по таблицам процентных точек (критических значений) F-распределения с числом степеней свободы  $\nu_1 = 2(m - 1)$ ,  $\nu_2 = 2(N - m)$  и уровнем значимости  $\alpha$ .

6. Вычисляется значение статистического критерия по наблюдаемым выборкам и делается вывод. Если полученное значение критерия лежит в критической области, то следует отклонить нулевую гипотезу и принять альтернативную. В противном случае принять нулевую гипотезу.

Величина  $\alpha$  равна вероятности отвергнуть  $H_0$  при условии, что  $H_0$  верна. Величина  $\beta$  равна вероятности принять  $H_0$  при условии, что  $H_0$  ложна. В табл. 2 иллюстрируются возможные выводы и вероятности ошибок 1-го и 2-го рода для этого примера.

Опыт обычно не доказывает того, что та или иная нулевая гипотеза  $H_0$  справедлива, возможно лишь доказать ее неправильность. Чаще всего дается уклончивый ответ на вопрос о том, совместима ли  $H_0$  с наблюдениями или нет, и если результат вычислений величины критерия имеет очень малую вероятность и попадает в критическую область, то это является более или менее определенным указанием на то, что  $H_0$  необходимо отвергнуть. Неотрицательный ответ по  $H_0$  не означает, что она лучшая или единственная. Она представляет собой одно из правдоподобных утверждений, а факты могут лишь опровергнуть выдвинутую  $H_0$ , но не могут ее подтвердить. Использование нулевой гипотезы напоминает [16] принцип презумпции невиновности в юриспруденции, в соответствии с которым обвиняемый считается невиновным до тех пор, пока его вина не доказана.

Обычно применяемые критерии с уровнем значимости  $\alpha$  контролируют лишь ошибки 1-го рода и не определяют степень риска, связанного с ошибками второго рода. Для определения вероятности  $\beta$  ошибки 2-го рода необходимо сформулировать альтернативную гипотезу таким образом,

чтобы можно было определить вероятность принятия  $H_0$  в том случае, если верна  $H_1$ , т.е. полностью определить функцию распределения вероятности при выполнении  $H_1$ . Вероятность  $\beta$  может оказаться довольно большой (см. примеры 2 и 3).

Тем не менее, если вычисленная критериальная статистика попала в область принятия гипотезы  $H_0$ , то нулевую гипотезу принимают и верят в нее до тех пор, пока последующие наблюдения не заставят изменить мнение. Таким образом, если наблюдения не противоречат  $H_0$ , то нулевая гипотеза остается открытой, так как результаты наблюдений иногда столь же убедительно можно согласовать с множеством других, не выдвинутых гипотез.

Такая процедура проверки гипотез является стандартной и не свободна от недостатков, связанных с несимметричностью влияния ошибок 1-го и 2-го рода. Часто более удобно производить другую процедуру проверки гипотез, являющуюся в некотором смысле обратной к стандартной. Вместо того чтобы работать с фиксированным уровнем значимости  $\alpha$  и только соглашаться с отклонением или принятием  $H_0$ , можно, пользуясь вычисленной критериальной статистикой, определить вероятность  $\alpha$ , которой она соответствует. Число  $\alpha$ , полученное таким образом, называется  $P$ -значением. При такой процедуре проверки гипотезы, когда отвергается (принимается) гипотеза  $H_0$ , известен точный уровень значимости  $\alpha = P$ , на котором происходит отклонение (принятие) нулевой гипотезы. Такое объяснение результатов тестирования предлагается в статье [5] при проверке соответствия совокупности векторов распределению Фишера.

Мощность критерия ( $\pi = 1 - \beta$ ) при выбранном уровне значимости зависит от объема выборки  $N$ , и, увеличивая его, для некоторых распределений можно добиться увеличения мощности критерия и уменьшения вероятности ошибочного принятия нулевой гипотезы  $\beta$ .

Рассмотрим влияние объемов выборок на величину мощности критерия на примере проверки равенства кучностей двух совокупностей векторов. Нулевая гипотеза  $H_0 : K_1 = K_2$  ( $\alpha = 0,05$ ). Пусть вычисленные значения  $K_1 > K_2$ . Критериальная статистика  $K_1/K_2$  распределена в соответствии с  $F$ -распределением  $F[\nu_1, \nu_2, \alpha]$ , где степени свободы  $\nu_1 = 2(N_1 - 1)$  и  $\nu_2 = 2(N_2 - 1)$ . Для альтернативной гипотезы  $K_1/K_2 = \varphi$  получаем, что мощность критерия  $\pi(\varphi)$  равна вероятности [12, 96]

$$P \{ F[\nu_1, \nu_2, \alpha] > (1/\varphi) F[\nu_1, \nu_2, 1 - \alpha] \}. \quad (*)$$

Например, если  $N_1 = 16$  и  $N_2 = 6$ , то  $F[30, 10, 0, 95] = 2,7$ , и если альтернативная гипотеза  $\varphi = 5 \leftarrow K_1/K_2$ , то мощность критерия

$$\pi = P \{ F[30, 10] > 2,7/5 \} = P \{ F[10, 30] < 5/2,7 \} \cong 0,90.$$

Здесь используется следующее свойство процентных точек  $F$ -распределения:  $1/F[\nu_1, \nu_2, \alpha] = F[\nu_2, \nu_1, 1 - \alpha]$ .

Если же альтернативная гипотеза  $K_1/K_2 = \varphi = 1,5$ , то мощность критерия

$$\pi = P \{ F[30, 10] > 2,7/1,5 \} = P \{ F[10, 30] < 1,5/2,7 \} \cong 1 - 0,90 = 0,10.$$

Таким образом, можно получить представление о том, как влияет выбор величины отношения кучностей  $\varphi$  в формулировке альтернативной гипотезы на величину мощности критерия.

Для того чтобы определить необходимые объемы выборок, для которых критерий будет иметь заранее заданную мощность  $\pi = 1 - \beta$ , приравняем правую часть формулы (\*)  $(1 - \beta)$ . Но так как

$$P\{F[\nu_1, \nu_2] > F[\nu_1, \nu_2, \beta]\} = 1 - \beta,$$

то получается уравнение относительно  $\nu_1$  и  $\nu_2$

$$\varphi = F[\nu_1, \nu_2, 1 - \alpha] / F[\nu_1, \nu_2, \beta] = F[\nu_1, \nu_2, 1 - \alpha] F[\nu_2, \nu_1, 1 - \beta],$$

решая которое численно, например, с помощью таблиц процентных точек F-распределения, получим следующее. Если  $\alpha = 0,05$  и  $\pi = 1 - \beta = 0,90$ , то  $F[80, 80, 0, 95] = 1,45$  и  $F[80, 80, 0, 90] = 1,33$ , а их произведение 1,93. Поэтому для  $\varphi = 2$  необходимо взять объемы выборок (при равенстве объемов)  $N_1 = N_2 = 39$ .

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Численное моделирование, или метод Монте-Карло, представляет собой способ решения разнообразных задач путем моделирования на ЭВМ соответствующих процессов, включая вероятностные. Полученные с помощью этого метода оценки носят, вообще говоря, вероятностный характер. Вместе с тем при большом числе циклов моделирования расхождениями между моделью и моделируемым объектом в вероятностном плане часто можно пренебречь.

Достоинство метода Монте-Карло — простота вычислительных алгоритмов, моделирующих реальные процессы при решении различного рода задач. Эффективное использование численного моделирования возможно только на ЭВМ; при этом обычно требуется большое число реализаций случайных величин.

В программном обеспечении большинства ЭВМ имеются так называемые датчики случайных чисел — подпрограммы, которые вычисляют последовательность псевдослучайных чисел, равномерно распределенных на интервале  $(0, 1)$ . Некоторые алгоритмы получения таких случайных чисел имеют существенные недостатки. Это свойственно, например программе RANDU, входящий в пакет научных подпрограмм (SSP) для машин IBM-360. Было показано [63], что между любыми тремя последовательными числами, генерируемыми этой программой, существует высокая корреляция. Если, пользуясь этой программой, приравнивать декартовым трехмерным координатам  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно каждое  $(3i - 2)$ -е,  $(3i - 1)$ -е и  $(3i)$ -е значение случайного числа, то получаемые в трехмерном пространстве точки не будут равномерно распределены в кубе с единичным ребром, а будут строго расположены на нескольких наклонных параллельных плоскостях.

В [63] предлагается программа URAND (см. Приложение), составленная по рекомендациям Кнута и свободная от указанных недостатков. В общем случае необходимы специальные тестовые исследования для определения свойств используемого датчика случайных чисел [18].

Наиболее употребляемые в настоящее время датчики случайных чисел вычисляют целое случайное число  $\gamma$  по некоторому рекуррентному соот-

ношению

$$\gamma_{i+1} = f(\gamma_i).$$

Так как количество целых чисел на ЭВМ ограничено, то получаемые последовательности случайных чисел периодичны. Использовать при решении задачи длину последовательности псевдослучайных чисел большую, чем длина отрезка аперiodичности, не имеет смысла — точность решения задачи при этом не возрастает.

Способы образования последовательностей случайных чисел с заданным законом распределения состоят в преобразовании равномерно распределенных чисел в необходимую последовательность.

Общий способ получения случайных чисел, функция распределения которых  $F(x)$ , заключается в следующем. Пусть  $\gamma$  — случайное число, равномерно распределенное на интервале  $(0, 1)$ . Тогда, пользуясь обратной функцией, вычисляют  $\delta = F^{-1}(\gamma)$ . Величина  $\delta$  будет распределена в соответствии с требуемым законом. Проблема сводится к достаточно быстрому и точному вычислению функции  $F^{-1}(x)$ . В тех случаях, когда функция  $F^{-1}(x)$  не представима аналитически, приходится для каждого  $\gamma$  численно решать некоторое уравнение.

Другой способ получения случайного числа  $x$ , для которого известна плотность вероятности  $f(x)$ , сводится к следующему. Пусть  $\gamma$  — случайная величина, равномерно распределенная на интервале  $(0, 1)$ . Определим функцию  $x(\gamma)$  так, чтобы

$$\gamma = \int_{-\infty}^{x(\gamma)} f(t) dt.$$

Тогда  $x(\gamma)$  подчиняется требуемому распределению и ее можно вычислить, решая относительно  $x$  методом итераций это уравнение для каждой реализации случайной величины  $\gamma$ .

Рассмотрим простой пример получения случайно числа, распределенного равномерно на интервале  $(a, b)$ . Функция распределения вероятностей имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ (x - a)/(b - a) & \text{при } a \leq x \leq b. \\ 1 & \text{при } x > b \end{cases}$$

Обратная функция  $F^{-1} = a + (b - a)x$ . Поэтому если  $\gamma$  — случайное число, равномерно распределенное на интервале  $(0, 1)$ , то

$$\delta = a + (b - a)\gamma$$

равномерно распределена на интервале  $(a, b)$ .

Одним из естественных способов проверки используемого датчика случайных чисел состоит в применении его к модельной задаче (из области приложений, в которой собираются выполнять моделирование), ответ которой известен. Примером может служить задача определения разброса выборочных оценок, например определение  $\alpha_9$ , для среднего направления выборки векторов из фишеровского распределения [79]. Пусть имеются выборочные оценки  $D_{ср}$ ,  $I_{ср}$ ,  $K$  для распределе-

ния Фишера  $\Phi [D_0, I_0, K_0, n]$ . Моделируя  $N$  раз это распределение по выборочным значениям  $D_{ср}$ ,  $I_{ср}$ ,  $K$  и  $n$  получим  $N$  оценок среднего  $D_{ср}^i, I_{ср}^i, K^i, n^i$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Величина  $N$  должна быть достаточно большой, например  $N = 1000$ . Круговая область вокруг центра тяжести для всех выборок, в которой располагается 95% полученных таким образом оценок среднего направления, есть оценка  $\alpha_{95}$ , определенная с помощью численного моделирования.

Длинные последовательности случайных чисел необходимы также при нахождении процентных точек распределений методом Барнарда, значения которых трудно или невозможно получить аналитически [45]. Предположим, что необходимо проверить некоторую выборочную статистику  $\tilde{z}$  на значимость на  $\alpha\%$ -ном уровне (пусть для определенности большие значения величины  $z$  ведут к отклонению нулевой гипотезы  $H_0$ ), а таблица критических значений  $z$  не доступна. Проведя  $N - 1$  испытание по методу Монте-Карло при условии выполнения гипотезы  $H_0$ , получим значения статистики критерия

$$z_1, z_2, \dots, z_{N-1}.$$

Добавив к ним  $\tilde{z}$  и упорядочив все эти величины по возрастанию, имеем в результате

$$z_{(1)} \leq z_{(2)} \leq \dots \leq z_{(N)}.$$

Для определенности в случае равенства поставим  $\tilde{z}$  на первое место. Тогда согласно  $H_0$  вероятность того, что  $\tilde{z}$  попадет в число  $m$  наибольших величин в последовательности равна  $m/N$ . Вероятность ошибки 1-го рода для критерия, отклоняющего нулевую гипотезу  $H_0$ , если  $\tilde{z}$  находится среди  $m$  наибольших величин, будет, таким образом,  $\alpha = m/N$ .



## СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПАЛЕОМАГНИТНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ

Если кучность расположения пробойн будет признана нормальной, то командир определяет точку попадания и ее положение относительно контрольной точки

“Наставление по стрелковому делу”

### СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К КЛАССИФИКАЦИИ ЗАДАЧ ПАЛЕОМАГНИТНОГО АНАЛИЗА

С учетом задач, решаемых в палеомагнитологии, и в соответствии с изложенным в предыдущей главе разделим рассматриваемые нами статистические методы на три группы: точечное и интервальное оценивание, проверка гипотез и численное моделирование по методу Монте-Карло.

Приведем перечень задач (может быть, и не полный), где применяется точечное и интервальное оценивание с указанием доступных литературных источников.

1. Нахождение среднего направления и кучности  $K$  совокупности векторов  $J_n$  и радиуса круга доверия  $\alpha_{0,5}$ : а)  $K > 3$  [50], б)  $K < 3$  [55], в) вычисление среднего направления для предварительно осредненных данных (настоящая работа), г) вычисление среднего направления для неравноточных данных (осреднение с весами) (настоящая работа).

2. Нахождение положения виртуального геомагнитного полюса по среднему направлению  $J_n$  и полуосей овала доверия  $\Theta_1$  и  $\Theta_2$  [50].

3. Определение пересечения плоскостей перемагничивания (больших кругов) и полуосей овала доверия для этого пересечения: а) осреднение точек пересечения всех плоскостей [50, 64], б) метод Холлса [82], в) оценка систематической ошибки (смещенность оценки) метода пересечения больших кругов [8, 93], г) овал доверия [65, 88].

4. Метод пересечения больших кругов для многокомпонентной намагниченности (число компонент более двух) [71, 73].

5. Разбиение на кластеры для сложной совокупности векторов  $J_n$  (многокомпонентной намагниченности) [69].

Применяемые в палеомагнитологии тесты (например, тесты складок и галек) используются для проверки в общем случае нескольких геологических и геофизических предположений  $P_0$ . На основании этих предположений формулируется некоторая нулевая гипотеза  $H_0$ , которая может быть проверена с помощью процедуры проверки статистических гипотез. Формулируемая нулевая гипотеза должна выполняться при совместном выполнении всех предположений, лежащих в основе теста. Так, в одном из вариантов теста складки выполнение первоначальных предположений (см. ниже) производится с помощью процедуры сравнения средних направлений для моноклиальных разрезов с различающимися элементами залеганий.

Используемые в палеомагнитных тестах предположения  $P_0$  и формулируемая на их основании нулевая гипотеза  $H_0$  должны быть взаимосвя-

заны следующим образом (см. выше в главе 1): 1) если выполняется  $P_0$ , то выполняется  $H_0$ ; 2) если не справедливо хотя бы одно из предположений, входящих в  $P_0$ ,  $H_0$  не выполняется; 3) если  $H_0$  отвергается статистическим тестом, то не справедливо хотя бы одно из предположений, входящих в  $P_0$ . Выполнение этих трех условий назовем физическим (или логическим) обоснованием теста. К сожалению, не все тесты, используемые в палеомагнетизме, логически обоснованы. Примером тому может служить тест выравнивания (один из вариантов теста складки, рассматривающий отношение кучностей в древней и современной координатных системах). Если выполняются предположения  $P_0$ , лежащие в основе теста складки (см. ниже), тогда для доскладчатой  $J_n$  кучность векторов в древней системе координат должна быть больше, чем в современной, т.е.  $H_0$  должна быть сформулирована в виде  $K_d \geq \varphi K_c$ , где  $\varphi$  некоторая константа, определяемая по каким-нибудь соображениям, например из опыта. Альтернативная гипотеза в этом случае  $H_1: K_d < \varphi K_c$ .

Обычно используемая нулевая гипотеза  $K_d = K_c$ . Поэтому только принятие проверяемой тестом выравнивания гипотезы информативно — оно ведет либо к отклонению предположения  $P_0$ , либо к признанию недостаточным различия в залеганиях пластов для получения более определенного результата. Но при такой формулировке  $H_0$  ничего нельзя сказать о вероятности делаемого в этом случае вывода.

Ниже приведен перечень задач, для которых используется проверка статистических гипотез (не все из них будут рассматриваться в этой главе).

1. Соответствие выборочного распределения векторов фишеровскому распределению [5, 43, 50].

2. Соответствие выборочного распределения векторов равномерному распределению векторов на сфере [23, 65, 88].

3. Равенство выборочного среднего направления совокупности векторов какому-либо направлению [23, 65, 88].

4. Равенство выборочных средних направлений нескольких совокупностей векторов [7, 90].

5. Равенство кучностей нескольких выборок (гомогенность распределений) [7, 90].

6. Двухъярусный статистический анализ [25, 50, 97].

7. Наличие корреляции между двумя совокупностями векторов [7, 10, 31, 76].

8. Значимость объема выделенного кластера (представительность выборки) — см. ниже.

9. Равенство двух собственных значений распределения векторов [1, 31].

К этим девяти задачам проверки статистических гипотез можно свеести следующие проблемы, которые возникают при интерпретации палеомагнитных данных.

1. Тест складки: а) совпадение средних направлений  $J_n$  для двух крыльев складки (задачи 4 и 5) [90]; б) совпадение средних направлений  $J_n$  для нескольких разрезов с разными элементами залегания пород (задачи 4 и 5) [90]; в) тест выравнивания (задача 5) [50, 90]; г) группирование (задачи 4 и 5) [7, 76]; д) корреляционный тест (задача 7) [7, 76].

2. Тест галек (задача 2) [50, 94].

3. Тест обращения (задачи 4 и 5) [50].

4. Определение формы выборочного распределения векторов  $J_n$  (круговая симметрия, полосовое распределение) (задачи 1 и 9).

5. Определение значимости межпластового разброса (задача 6).

6. Совпадение средних направлений  $J_n$  для нескольких разрезов (задачи 4 и 5) [90].

Применение численного моделирования методом Монте-Карло многогранно. В дополнении к примерам из предыдущей главы перечислим случаи, в которых нам приходилось использовать метод Монте-Карло.

1. Изучение чувствительности различных вариантов теста складки [7]. Создавались две выборки из фишеровского распределения (до- и послескладчатой  $J_n$ ). Доскладчатая намагниченность постепенно "загрязнялась" послескладчатой компонентой с увеличением доли послескладчатой  $J_n$ . Полученные таким образом выборки тестировались с помощью различных вариантов теста складки.

2. Моделирование процесса магнитной чистки трехкомпонентной намагниченности, состоящей из одной доскладчатой и двух послескладчатых компонент  $J_n$ . На каждом этапе чистки задавалось уменьшение величин компонент. Для одной случайно выбранной компоненты на каждом этапе чистки коэффициент уменьшения случайным образом изменялся от 0,4 до 0,5, для двух других — от 0,95 до 1,0. Таким образом обеспечивалось условие о предпочтительности разрушения только одной компоненты на каждом шаге магнитной чистки — необходимое условие разделения компонент [69].

3. Определение величины и свойств систематической ошибки в методе пересечения больших кругов. Моделировались две выборки из фишеровского распределения разных кучностей, точки которых попарно соединялись "плоскостями перемагничивания" [8].

4. Определение максимальных оценок величин угловых погрешностей измеренных и разностных векторов на основании паспортных данных магнитометра JR-4 для величин абсолютной и относительной ошибок декартовых компонент измеряемого вектора  $J_n$  [9].

5. Моделирование суммы антипараллельных (или близких к антипараллельности) компонент  $J_n$  для определения изменения формы и кучности получаемых распределений [9, 72].

6. Определение критических значений максимального коэффициента ранговой корреляции Спирмена для проекций на главные компоненты двух совокупностей векторов (корреляционный вариант теста складки) [76].

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕКТОРОВ НАМАГНИЧЕННОСТИ НА СФЕРЕ

Для описания векторов в трехмерном пространстве принято использовать тройку декартовых координат  $x$ ,  $y$  и  $z$ . При рассмотрении векторов на единичной сфере (сфере единичного радиуса), как это принято в палеомагнитологии, декартовы координаты вектора не являются независимыми; они связаны соотношением  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ . Между декартовыми координатами и аналогом сферических координат (склонение  $D$

и наклонение  $I$  вектора намагниченности  $J_n$ ) существует следующее соответствие:

$$x = R \cos(I) \cos(D),$$

$$y = R \cos(I) \sin(D),$$

$$z = R \sin(I).$$

где  $R$  — длина вектора (при рассмотрении векторов на единичной сфере  $R \equiv 1$ ). Обратное соотношение для определения склонения и наклона по декартовым координатам вектора

$$R = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)},$$

$$D = \arccos(x/p) \operatorname{sign}(y),$$

$$I = \arcsin(z/R),$$

где  $p = \sqrt{(x^2 + y^2)}$ , а  $\operatorname{sign}$  — функция, вычисляющая знак числа.

### Виды векторов $J_n$ — измеренные, разностные, их точность

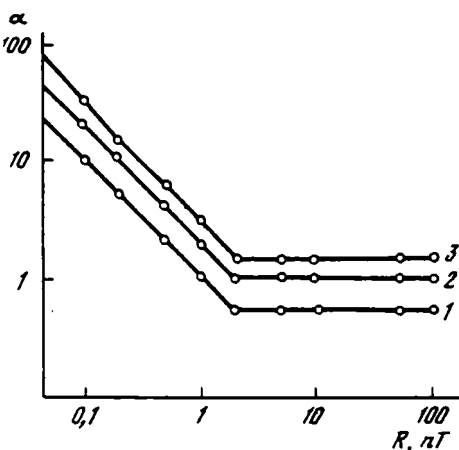
По отношению к размагничивающим воздействиям (магнитной чистки нагревами или переменным магнитным полем) векторы  $J_n$ , с которыми оперируют при палеомагнитных исследованиях, можно разделить на "измеренные" и "разностные". Измеренными векторами  $J_n$  будем называть векторы намагниченности, измеренные после каждого этапа (шага) магнитной чистки; другими словами — это та часть первоначального вектора намагниченности, которая не разрушилась после очередного размагничивающего воздействия — характерная намагниченность [50]. Разностным вектором  $J_n$  будем называть ту часть первоначального вектора намагниченности, которая была уничтожена на соответствующем шаге магнитной чистки.

При методически правильной работе погрешности ориентировки образцов, их распиловки, математической обработки результатов для отдельного образца в сумме не превышают  $5^\circ$  [33]. Рассмотрим вопрос о влиянии погрешностей измерения на примере спин-магнитометра JR-4 с паспортными данными для абсолютной и относительной ошибок  $d = 0,003$  нТ и  $\epsilon = 1\%$  соответственно. Наша практика показала, что реальные значения ближе к  $0,02$  нТ и  $2\%$ , которые и были использованы для моделирования (результаты моделирования можно использовать для приборов с другими паспортными данными о погрешностях при  $d/R = \text{const}$  и  $\epsilon = \text{const}$ , где  $R$  — величина намагниченности).

Отметим, что ошибки измерения скорее всего случайны с нулевым средним, так что полученные ниже оценки следует рассматривать как максимальные. При моделировании по методу Монте-Карло в декартовы координаты некоторого точного направления различной длины случайным образом вводилась ошибка, равная максимуму из двух величин ( $d$  или  $\epsilon R$ ), после чего вычислялось угловое расстояние  $\alpha$  в сферических координатах между точным и "загрязненным" век-

Рис. 3. Зависимость характерной угловой ошибки  $\alpha$  измеряемого вектора от его длины  $R$

Абсолютная и относительная погрешности измерения прибора  $d$  (в нТ) и  $\epsilon$  соответственно равны 0,01 и 1% (1), 0,02 и 2% (2), 0,03 и 3% (3)



торами. При многократном повторении этой процедуры находилось максимальное значение  $\alpha$ , которое и считалось оценкой погрешности измеряемого вектора (рис. 3). Из рисунка видно, что достаточно точно определяются направления векторов, величина которых более чем в 3 раза превышает абсолютные погрешности измерения компонент вектора.

Эти результаты были использованы для оценки угловой погрешности разностных векторов — векторов, разрушенных в ходе чисток. Кроме самой величины намагниченности  $J_i$  на погрешность влияет скорость ее разрушения ( $J_i/J_{i+1}$ ) и угловое расстояние ( $\varphi$ ) между векторами  $J_i$  и  $J_{i+1}$ . По результатам моделирования построены номограммы возможных угловых ошибок при  $d = 0,02$  нТ и  $\epsilon = 2\%$  (рис. 4). Как и следовало ожидать, четко выражен рост угловой ошибки при уменьшении  $J_i$  и уменьшении угла  $\varphi$  между двумя последовательно измеренными векторами  $J_i$  и  $J_{i+1}$ . Отбраковке подлежат разностные векторы, если их величина меньше  $10d$  ( $d$  — абсолютная погрешность) и (или) углы между двумя последовательными измерениями меньше  $10-15^\circ$ .

Приведем пример результатов, полученных при девяти последовательных нагрехах от  $200$  до  $560^\circ$  образца нижнемеловых пород Ферганы [9]. В ходе чистки палеомагнитный вектор сместился вдоль дуги большого круга на  $40^\circ$ , причем отклонения отдельных замеров от этой дуги не превышают  $1,5^\circ$  (рис. 5, а). Величина намагниченности измеряется совершенно уверенно: от  $8,33$  нТ при  $200^\circ$  до  $0,44$  нТ при  $560^\circ$ ; скорость изменения величины намагниченности — отношение  $(J_i - J_{i+1})/J_i$  — также достаточно велика (рис. 5, б). Таким образом, по всем параметрам эти данные, казалось бы, можно использовать для вычисления разностных векторов. Реально это не так: разброс разностных векторов очень велик ( $K = 14,6$ ) и вычисление среднего нецелесообразно. Для проведения круга перемагничивания эти разностные векторы также не следует использовать: по измеренным значениям нормаль к кругу перемагничивания определяется точнее (ошибка  $\pm 1,5^\circ$ ), чем при использовании также и разностных векторов (ошибка  $\pm 5,2^\circ$ ).

Сформулируем некоторые выводы. 1. Максимальная угловая погрешность определения разностного вектора даже в самых благоприят-

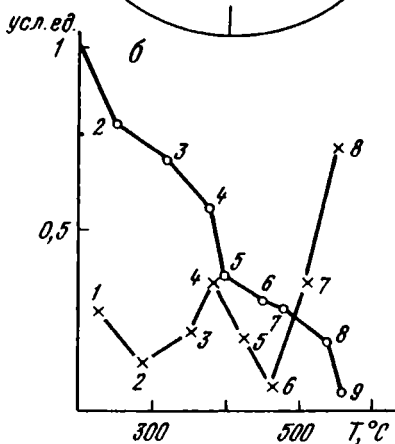
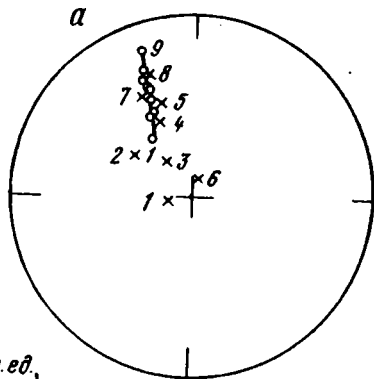
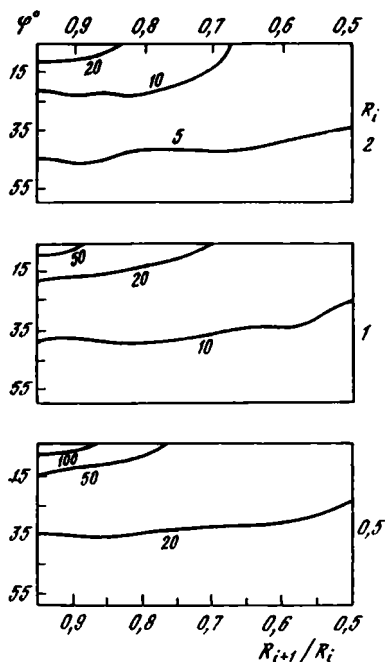


Рис. 4. Номограммы возможных угловых ошибок разностных векторов в зависимости от отношения величин измеренных векторов после и до каждого этапа чистки ( $R_{i+1}/R_i$ ) и углового расстояния  $\varphi$  между ними

Абсолютная и относительная ошибки  $d$  и  $\epsilon$  соответственно равны  $0,02 \text{ мТ}$  и  $2\%$

Рис. 5. Изменение направления (а) и величины (б) вектора намагниченности в процессе температурной чистки

Точками и крестиками обозначены измеренные и разностные векторы соответственно

ных случаях как минимум вдвое больше погрешности измеренного вектора. 2. При величинах разностных векторов менее  $10d$  и  $\varphi < 10-15^\circ$  вычисленные разностные векторы могут быть определены с большой угловой ошибкой и их использование нецелесообразно. 3. Использование разностных векторов для проведения крутов перемагничивания, как правило, не приводит к увеличению точности и надежности результатов (см. рис. 5).

### Вращение векторов

Вращение векторов в трехмерном евклидовом векторном пространстве описывается с помощью специального вида матрицы вращения  $A$ . Между координатами вектора до вращения  $x$  ( $x_1, x_2, x_3$ ) и координата-

ми вектора после вращения у  $(y_1, y_2, y_3)$  устанавливается соответствие

$$y = Ax, \quad x = A^{-1} y,$$

где  $A^{-1}$  – обратная матрица. Вращение сохраняет относительную ориентацию любых трех базисных векторов. Элементы матрицы вращения  $A$  определяются через декартовы координаты оси, вокруг которой происходит вращение  $(c_1, c_2, c_3)$ , и угол  $(\delta)$ , на который поворачивается вектор [39],

$$A \equiv \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \cos(\delta) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (1 - \cos(\delta)) \begin{bmatrix} c_1^2 & c_1 c_2 & c_1 c_3 \\ c_2 c_1 & c_2^2 & c_2 c_3 \\ c_3 c_1 & c_3 c_2 & c_3^2 \end{bmatrix} + \sin(\delta) \begin{bmatrix} 0 & -c_3 & c_2 \\ c_3 & 0 & -c_1 \\ -c_2 & c_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Рассмотрим формулы для некоторых вращений, наиболее часто используемых в палеомагнетизме.

1. Пересчет вектора из системы координат образца в современную систему координат.

$$x_2 = x_1 \cos \alpha \cos \delta - y_1 \sin \alpha - z_1 \cos \alpha \sin \delta,$$

$$y_2 = x_1 \sin \alpha \cos \delta + y_1 \cos \alpha - z_1 \sin \alpha \sin \delta,$$

$$z_2 = x_1 \sin \delta + z_1 \cos \delta.$$

Здесь  $\alpha$  и  $\delta$  – азимут и угол падения маркировки на образце.

2. Пересчет вектора из современной системы координат в древнюю систему координат.

$$x_2 = x_1 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cos \delta) - y_1 \sin \alpha \cos \alpha (1 - \cos \delta) + z_1 \cos \alpha \sin \delta,$$

$$y_2 = -x_1 \sin \alpha \cos \alpha (1 - \cos \delta) + y_1 (\sin^2 \alpha \cos \delta + \cos^2 \alpha) + z_1 \sin \alpha \sin \delta,$$

$$z_2 = -x_1 \cos \alpha \sin \delta - y_1 \sin \alpha \sin \delta + z_1 \cos \delta.$$

Здесь  $\alpha$  и  $\delta$  – азимут и угол падения пласта.

3. Пересчет вектора из древней системы координат в современную систему координат, используются формулы пункта 2 с изменением знака угла  $\delta$ .

4. Перевод совокупности векторов в центр палетки, используются формулы пункта 2. Здесь  $\alpha$  равно склонению  $D$  среднего направления совокупности векторов, а

$$\delta = \begin{cases} I + 90, & \text{если } I < 0 \\ I - 90, & \text{если } I > 0 \end{cases},$$

где  $I$  – склонение среднего направления совокупности векторов.

5. При моделировании совокупности векторов, распределенной в соответствии с законом Фишера  $\Phi[D, I, K]$ , применяется обратная операция для пункта 4 – перевод от централизованного на палетке распределения

векторов к нецентрированному. Используются формулы, применяемые в пункте 4 с изменением знака угла  $\delta$ .

6. Пересчет координат при наклонной оси складки. В этом случае происходит два последовательных вращения и следует учитывать их очередность.

### Распределение Фишера

При анализе совокупностей векторов намагниченности  $J_n$  принято использовать распределение Фишера на сфере [80]. Плотность этого распределения

$$p(\psi, \varphi) = p_\psi(\psi) p_\varphi(\varphi) = (K/(4\pi \operatorname{sh}(K))) \exp(K \cos(\psi)),$$

где  $\varphi, \psi$  - азимутальная и радиальная составляющие ( $0 \leq \varphi < 2\pi$ ,  $-\pi \leq \psi \leq \pi$ );  $K$  - кучность векторов (параметр этого распределения);  $\operatorname{sh}$  - гиперболический синус ( $\operatorname{sh}(K) = (\exp(K) - \exp(-K))/2$ ). Другим параметром распределения Фишера является его генеральное среднее направление  $(D_0, I_0)$ . Формулу плотности вероятности, содержащую генеральное среднее направление, можно записать используя формулы для решения сферических треугольников [13], например

$$p(D, I) = C \exp[K_0 (\sin I \sin I_0 + \cos I \cos I_0 \cos(D - D_0))],$$

где  $C = K_0/(4\pi \operatorname{sh}(K_0))$  - нормировочный множитель, а  $D_0, I_0, K_0$  - параметры (среднее направление и кучность) распределения Фишера. В отличие от распределения отношения дисперсий, называемого также "распределением Фишера", или "F-распределением", в дальнейшем будем обозначать распределение Фишера для векторов на сфере  $\Phi [D_0, I_0, K_0]$ . Распределение Фишера обладает осевой симметрией относительно его генерального среднего направления. Плотность распределения векторов в зависимости от углового расстояния от генерального среднего направления уменьшается в соответствии с экспонентой  $\exp(K \cos(\psi))$ . Чем больше кучность распределения, тем большая концентрация векторов наблюдается вокруг среднего направления. В случае  $K = \infty$  распределение Фишера переходит в точечное распределение [79] - все векторы в точности совпадают со средним; при  $K = 0$  распределение Фишера переходит в равномерное распределение на сфере.

В последнее время появились работы (например, [62]), в которых показано, что при распределении магнитных моментов ферромагнитных зерен (при выполнении условий их независимости и одинаковой величины магнитного момента) в соответствии с законом Фишера суммарный магнитный момент образцов будет распределен по некоторому закону, строго говоря, не фишеровскому. Отличие от распределения Фишера очень мало, особенно для величин кучностей, которые реально возникают при палеомагнитных исследованиях.

Нарушение распределения Фишера для межпластовой выборки также возможно в случае наложения гармонических палеомагнитных вариаций одного периода [14].

Условия, на которых базируются такие построения, чаще всего не вы-



полняются. И, кроме того, отличить практически такие распределения от распределения Фишера для выборок реальных объемов существующими статистическими методами проверки гипотез о соответствии распределению Фишера [5, 50] не представляется возможным в подавляющем числе случаев.

В некоторых работах (например, [26]) рассматриваются "аналогии распределения Фишера и кругового рассеяния Гаусса", в результате чего делаются выводы о том, что "приведенные следствия позволяют использовать при анализе направленных величин *весь арсенал теории вероятностей и математической статистики*". Заметим по этому поводу, что, на наш взгляд, такие аналогии могут рассматриваться только как теоретические выкладки. Методы точечного и интервального оценивания и проверки статистических гипотез, основанные на распределении Фишера, оперируют с привычными реально существующими измеряемыми величинами (углами на сфере) и позволяют решать подавляющее большинство возникающих при палеомагнитных исследованиях задач (см. перечень решаемых задач, приводимый в начале этой главы).

Использование при палеомагнитном анализе распределений нормалей к плоскостям, которые не подчиняются закону Фишера, приводит к необходимости применения непараметрических методов (например, непараметрическую корреляцию Спирмена в корреляционном варианте теста складки). Из приводимого перечня решаемых задач видно, что лишь единичные из них возможно решить с помощью использования двумерного нормального распределения.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что распределение Фишера в настоящее время полностью удовлетворяет практическим нуждам при описании совокупностей векторов с осевой симметрией.

### Равномерное распределение

Как уже отмечалось выше, равномерное распределение на сфере является частным случаем распределения Фишера для кучности  $K = 0$ . Равномерное распределение не имеет параметров. Плотность вероятности этого распределения  $p(\psi, \varphi) = 1/4\pi$ .

Необходимость использования этого распределения возникает в следующих случаях. Во-первых, для каждой изучаемой выборки векторов  $J_n$  необходимо в первую очередь доказать наличие регулярной составляющей (иными словами, подвергнуть тестированию нулевую гипотезу  $K = 0$  против альтернативной гипотезы  $K \neq 0$ ). Во-вторых, при выполнении теста галек, в котором доказывается непротиворечивость имеющихся данных гипотезе о равномерности распределения векторов  $J_n$  галек.

### Распределение Бингхема

Распределение Бингхема является обобщением предыдущих распределений. В общем случае оно не осесимметрично. Распределение Бингхема обладает тремя взаимно перпендикулярными плоскостями симметрии, пересекающимися по трем взаимно перпендикулярным осям,

называемым главными осями. Любая выборка, извлеченная из распределения Бингема, может быть описана шестью числовыми характеристиками, представляющими собой элементы симметрической матрицы

$$T = \begin{bmatrix} \Sigma x_i^2 & \Sigma x_i y_i & \Sigma x_i z_i \\ \Sigma x_i y_i & \Sigma y_i^2 & \Sigma y_i z_i \\ \Sigma x_i z_i & \Sigma y_i z_i & \Sigma z_i^2 \end{bmatrix}.$$

где  $x_i, y_i, z_i$  — декартовы координаты векторов.

С матрицей  $T$  связаны три собственных значения  $0 \leq \tau_1 \leq \tau_2 \leq \tau_3$  ( $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = N$ ) и три собственных вектора, являющихся главными осями. Собственные векторы представляют собой линейно-независимые векторы — они не коррелированы между собой. Собственные числа равны сумме квадратов евклидовых расстояний относительно начала координат проекций исходных точек на соответствующий собственный вектор. Собственный вектор, соответствующий максимальному собственному значению  $\tau_3$ , совпадает с выборочным средним направлением, вычисленным по формулам  $x_{cp} = \Sigma x_i, y_{cp} = \Sigma y_i, z_{cp} = \Sigma z_i$ . Собственный вектор, соответствующий минимальному собственному значению  $\tau_1$ , представляет собой нормаль к плоскости, наилучшим образом приближенную к исходным точкам на сфере.

Иногда используют нормализованные (приведенные) собственные значения  $\lambda_i = \tau_i/N$ . Тогда  $\Sigma \lambda_i = 1$ . Относительные величины собственных чисел  $\lambda_i$  используют для классификации формы распределений [23, 65, 79, 88]. Возможны следующие частные случаи: 1)  $\lambda_1 \cong \lambda_2 \cong \lambda_3 \cong 1/3$  — равномерное распределение; 2)  $\lambda_1 \cong \lambda_2 \ll \lambda_3$  — распределение фишеровского типа (одно- или двухполярное); 3)  $\lambda_1 \ll \lambda_2 < \lambda_3$  — полосовое распределение; 4)  $\lambda_1 \ll \lambda_2 \cong \lambda_3$  — полосовое распределение (более вытянутое, чем предыдущее); 5)  $0 = \lambda_1 < \lambda_2, \lambda_3$  — большой круг; 6)  $0 = \lambda_1 = \lambda_2 < \lambda_3$  — точечное распределение (все векторы в точности совпадают с собственным вектором, соответствующим  $\lambda_3$ ).

Иногда для классификации формы распределения используется отношение  $\ln(\lambda_3/\lambda_2)/\ln(\lambda_2/\lambda_1)$  [23].

## МЕТОДЫ ТОЧЕЧНОГО И ИНТЕРВАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ДЛЯ ВЕКТОРОВ

### Точечное и интервальное оценивание для распределения Фишера

Точечное и интервальное оценивание — наиболее часто употребляемые в палеомагнитологии операции. Это, например, определение среднего направления для совокупности единичных векторов ( $D_{cp}, I_{cp}$ ), радиуса круга доверия для этого среднего ( $\alpha_{0.5}$ ) и меры концентрации векторов рассматриваемой выборки вокруг среднего — кучности ( $K$ ).

Существуют два алгоритма для вычисления  $K$  и  $\alpha_{0.5}$ , применяемые в зависимости от степени рассеяния векторов. Для  $K > 3$  применяют хорошо известный алгоритм, описанный, например в [50]; при  $K < 3$  — ал-

горитм из [55, 88]. Последний применяется, в частности, при исследованиях моренных отложений, направления намагниченности которых обладают сильным разбросом. В этом разделе мы рассмотрим способы определения среднего направления, кучности и  $\alpha_{95}$  для предварительно осредненных данных. Естественно, что в этом случае желательно учесть точность этих определений.

Пусть имеются  $m$  разрезов по  $N_j$  образцов в каждом, для которых получены средние направления  $(D_j, I_j)$ , кучность  $K_j$ ,  $R_j = R_{срj} N_j$  и  $\alpha_{95}$  ( $j = 1, \dots, m$ ). Требуется по этим данным вычислить среднее направление и статистики с учетом длин векторов  $R_j$ . Это выполняется следующим образом.

1.  $D_j, I_j, R_j$  переводятся в декартовы координаты с учетом длин векторов  $(x_j, y_j, z_j)$ .
2. Вычисляется среднее направление в декартовых  $(X = \Sigma x_j, Y = \Sigma y_j, Z = \Sigma z_j)$  и сферических координатах  $(D_{ср}, J_{ср}, R = NR_{ср})$ . Здесь  $N = \Sigma N_j$ .
3. Кучность и  $\alpha_{95}$  вычисляются тогда по формулам [50]:

$$K = (N - 1)/(N - R), \quad \alpha_{95} = 140/\sqrt{NK}.$$

Как видно из приведенных здесь формул, оценки среднего направления, кучности и радиуса круга доверия совпадают с оценками, полученными при простом осреднении направлений всех  $N$  единичных векторов  $m$  коллекций (т.е. при осреднении на уровне образцов). Необходимость в применении этих формул возникает при использовании данных, опубликованных в таблицах палеомагнитных определений (в них обычно приводятся значения  $D_j, I_j, K_j$  и  $N_j$ ).

Для оценки среднего направления по неполным таблицам палеомагнитных определений, или же при необходимости учета неравноточности отдельных определений, без использования величины  $R_j$  (например, при количестве образцов для одного разреза, сильно превосходящем количество образцов для остальных разрезов), возможно применение алгоритма получения такого рода оценок, в котором в качестве весов используются величины  $R_{срj}$  вместо  $R_j$ , как в предыдущем случае. Пусть имеются  $m$  разрезов, для которых известны  $D_j, I_j, R_{срj} < 1$  ( $j = 1, \dots, m$ ).

1.  $D_j, I_j, R_{срj}$  переводятся в декартовы координаты  $(x_j, y_j, z_j)$  с учетом длин векторов  $R_{срj}$ .
2. Вычисляется среднее направление в декартовых  $(X = \Sigma x_j, Y = \Sigma y_j, Z = \Sigma z_j)$  и сферических координатах  $(D_{ср}, J_{ср}, R = mR_{ср})$ .
3. Вычисляются кучность и радиус круга доверия по формуле

$$K = (m - 1)/(m - R), \quad \alpha_{95} = 140/\sqrt{mK}.$$

Обычно в таблицах палеомагнитных определений не приводится величина  $R_{срj}$ . Тогда ее можно определить через  $K_j$  или  $\alpha_{95j}$  по формулам

$$R = (KN - N + 1)/K \text{ или}$$

$$R = N(\beta - N + 1) / \beta, \text{ где } \beta = (140/\alpha_{95})^2.$$

В приводимых здесь способах осреднения данных производится попытка учесть точность используемых при осреднении направлений. В первом

случае это делается с учетом весов в виде длин векторов-результантов  $R_j$  предварительно осредненных коллекций, что приводит к оценкам, эквивалентным осреднению направлений намагниченности нескольких разрезов на уровне образцов. Во втором случае весами отдельных определений являются нормированные длины векторов-результантов ( $R_{срj} = R_j/N_j$ ). Так как  $R_{срj} \leq 1$ , результат осреднения будет иметь меньшую кучность и большую величину  $\alpha_{9,5}$ , чем для осреднения на уровне разрезов, когда предварительно осредненные определения имеют единичную длину.

### Точечное и интервальное оценивание для распределения Бингхема

Математический аппарат, используемый при точечном и интервальном оценивании для распределений Бингхема [79, 82, 88], используется при аппроксимации вытянутой совокупности точек на сфере плоскостью и при выполнении метода пересечения кругов перемагничивания (МПКП) [64]. Другим его названием является метод пересечения больших кругов (МПБК) [82].

В основе этих методов лежит тот факт, что два вектора — слагаемые и их сумма всегда лежат в одной плоскости, которая пересекает единичную сферу по дуге большого круга, проходящей через стереопроекции этих векторов. Обязательное дополнительное предположение: доскладчатая компонента имеет меньший разброс в древней, а послескладчатая — в современной системах координат. Тогда точка пересечения отдельных кругов задает направление соответствующей компоненты. Кроме того, также необходимо, чтобы искомое направление  $J_n$  было однородным по направлению (например, не должно быть более одной доскладчатой и одной послескладчатой компоненты — двухкомпонентная система).

Для применения МПКП необходимо иметь набор различно ориентированных плоскостей (кругов) перемагничивания или, что математически эквивалентно, набор нормалей к этим плоскостям. Тогда для набора нормалей методом наименьших квадратов ищется аппроксимирующая плоскость, нормаль к которой и дает оптимальную оценку "точки пересечения отдельных плоскостей".

В случае, если одна из компонент в рассматриваемой системе координат имеет нулевой разброс, т.е. кучность этой компоненты равна бесконечности, все круги перемагничивания пересекутся в одной точке, являющейся направлением этой компоненты. Нормали к кругам перемагничивания будут расположены строго на дуге некоторого большого круга. Если рассеяние этой компоненты не нулевое, будет наблюдаться сгущение кругов перемагничивания в области вокруг направления этой компоненты. Нормали к кругам перемагничивания будут тяготеть (находиться вблизи) к некоторому большому кругу, образуя вытянутое вдоль этого круга облако точек (нормалей к кругам перемагничивания).

Тогда задача отыскания "точки пересечения" кругов перемагничивания (правильнее: точки, наиболее приближенной в некотором смысле к этим кругам) аналогична задаче отыскания аппроксимирующей пло-

скости для вытянутого облака точек на сфере, которое можно рассматривать распределенным в соответствии с законом Бингхема.

Пусть имеются  $M$  плоскостей (больших кругов), заданных своими нормальными  $x_i, y_i, z_i$  ( $i = 1, \dots, M; x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 = 1$ ). Необходимо найти положение точки  $(a, b, c)$  на сфере, сумма квадратов расстояний от которой до заданных плоскостей минимальна. Расстояние от точки  $(a, b, c)$  до плоскости  $(x_i, y_i, z_i)$  выражается формулой  $r = ax_i + by_i + cz_i$ , следовательно, задача сводится к минимизации функции  $f = \sum r^2 = \sum (ax_i + by_i + cz_i)^2$  при условии  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ . Эта задача минимизации с ограничением сводится к безусловной минимизации функции Лагранжа [28]  $\Phi = f - \lambda F$ , где  $F = a^2 + b^2 + c^2 - 1$  определяется налагаемым на решение условием, а  $\lambda$  — неизвестные множители Лагранжа. Так как сходная задача неоднократно возникает в палеомагнитной практике, остановимся на ней подробнее. В силу необходимого условия существования безусловного экстремума получаем систему:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a} = 2 \sum (ax_i + by_i + cz_i) x_i - 2 \lambda x_i = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b} = 2 \sum (ax_i + by_i + cz_i) y_i - 2 \lambda y_i = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial c} = 2 \sum (ax_i + by_i + cz_i) z_i - 2 \lambda z_i = 0,$$

или в кратком виде  $\mathbf{T} = \lambda \mathbf{I}$ , где  $\mathbf{T}$  — матрица (см. ниже), а  $\mathbf{I}(a, b, c)$  — искомое решение.

Рассмотрим алгоритм нахождения решения МПКП [82]. Пусть большие круги заданы своими нормальными  $N_i$ . Вычисляется симметрическая матрица сумм квадратов

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i z_i \\ \sum x_i y_i & \sum y_i^2 & \sum y_i z_i \\ \sum x_i z_i & \sum y_i z_i & \sum z_i^2 \end{bmatrix},$$

где  $x_i, y_i, z_i$  — декартовы координаты нормалей к кругам перемангнитивания. Для этой матрицы решается задача на собственные значения [24] для уравнения  $\mathbf{T} = \lambda \mathbf{I}$ , или, что тоже самое,  $(\mathbf{T} - \lambda) \mathbf{I} = 0$ . Это уравнение является однородным и, следовательно имеет ненулевые решения, если определитель  $\det(\mathbf{T} - \lambda) = 0$

$$\det(\mathbf{T} - \lambda) = \begin{vmatrix} \sum x_i^2 - \lambda & \sum x_i y_i & \sum x_i z_i \\ \sum x_i y_i & \sum y_i^2 - \lambda & \sum y_i z_i \\ \sum x_i z_i & \sum y_i z_i & \sum z_i^2 - \lambda \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a - \lambda & d & e \\ & b - \lambda & f \\ & & c - \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрыв определитель, получаем характеристический полином

$$f(\lambda) = a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0,$$

$$\text{где } a_0 = a f^2 + b e^2 + c d^2 - abc - 2def,$$

$$a_1 = ab + bc + ac - d^2 - e^2 - f^2,$$

$$a_2 = -(a + b + c),$$

$$a_3 = 1.$$

Один из корней этого уравнения находим методом Ньютона с помощью последовательных приближений по формуле (нулевое приближение  $\lambda_0 \approx 1$ ):

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k - f(\lambda_k)/f'(\lambda_k),$$

где  $f(\lambda_k)$  и  $f'(\lambda_k)$  вычисляются по формулам Горнера

$$f(\lambda_k) = a_0 + \lambda_k (a_1 + \lambda_k (a_2 + a_3 \lambda_k)),$$

$$f'(\lambda_k) = 3a_3 \lambda_k^2 + 2a_2 \lambda_k + a_1 = a_1 + \lambda_k (2a_2 + 3a_3 \lambda_k).$$

При задаваемой точности вычисления корня  $\epsilon = 10^{-4}$  алгоритм Ньютона сходится к искомому решению менее чем за 10 итераций. Окончание счета при  $|\lambda_{k+1} - \lambda_k| < \epsilon$ .

После вычисления методом Ньютона первого корня  $\lambda^*$ , характеристический многочлен  $f(\lambda)$  преобразуется к виду

$$f(\lambda) = a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = (\lambda - \lambda^*) (b_2 \lambda^2 + b_1 \lambda + b_0).$$

$$\text{где } b_0 = -a_0 / \lambda^*,$$

$$b_1 = a_2 + \lambda^* a_3,$$

$$b_2 = a_3.$$

Определив из квадратного уравнения  $b_2 \lambda^2 + b_1 \lambda + b_0 = 0$  остальные два корня, после сортировки получаем три собственных числа решаемой задачи на собственные значения  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$ . Для увеличения относительной точности в определении наименьшего собственного числа и соответствующего ему собственного вектора еще раз решается характеристическое уравнение с  $\epsilon = 10^{-8}$ , используя в качестве начального приближения вычисленное значение  $\lambda_1$ .

Для вычисления каждого из трех собственных векторов подставляем соответствующее собственное число в уравнение  $(T - \lambda)I = 0$  и получаем систему из трех однородных уравнений с тремя неизвестными  $l_1, l_2, l_3$

$$\begin{cases} (\Sigma x_i^2 - \lambda) l_1 + (\Sigma x_i y_i) l_2 + (\Sigma x_i z_i) l_3 = 0 \\ (\Sigma x_i y_i) l_1 + (\Sigma y_i^2 - \lambda) l_2 + \Sigma (\Sigma y_i z_i) l_3 = 0 \\ (\Sigma x_i z_i) l_1 + (\Sigma y_i z_i) l_2 + (\Sigma z_i^2 - \lambda) l_3 = 0 \end{cases},$$

которая имеет бесконечное множество решений. Положив  $l_3 \equiv 1$  два

первых уравнения можно переписать в виде

$$\begin{cases} (\sum x_i^2 - \lambda) l_1 + (\sum x_i y_i) l_2 = -(\sum x_i z_i) \\ (\sum x_i y_i) l_1 + (\sum y_i^2 - \lambda) l_2 = -(\sum y_i^2 z_i). \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений получаем  $j$ -тый собственный вектор ( $j = 1, 2, 3$ ), который переводится в сферические координаты по соответствующим формулам (см. выше в данной главе).

Таким образом определяются все три собственных вектора.

В [50] описан следующий способ получения оценки для пересечения  $N$  кругов перемагничивания. Определяются  $N(N-1)/2$  точек взаимного пересечения по следующим формулам для векторного произведения векторов:

$$x = y_1 z_2 - y_2 z_1,$$

$$y = x_2 z_1 - x_1 z_2,$$

$$z = x_1 y_2 - x_2 y_1,$$

где  $(x_1, y_1, z_1)$  и  $(x_2, y_2, z_2)$  — декартовы координаты нормали для любых двух плоскостей;  $(x, y, z)$  — декартовы координаты точки пересечения этих плоскостей на сфере. Координаты всех полученных взаимных пересечений осредняются по известным формулам осреднения совокупности векторов на сфере, таким образом получается среднее направление, которое является оценкой для точки пересечения кругов перемагничивания.

Проанализируем этот подход. Два круга перемагничивания (больших круга на сфере) пересекаются в двух точках, отстоящих друг от друга на расстоянии  $180^\circ$ . Для  $N$  кругов получаем всего  $N(N-1)$  точек. Поэтому при выборе из каждой такой пары точек тех, которые затем будут осреднены, в некоторых случаях возникают определенные трудности. Особенно это заметно при малых углах подхода кругов перемагничивания к области сгущения. В этом случае распределение на сфере точек пересечения кругов перемагничивания будет настолько вытянутым, что подчас невозможно определить, какую из двух точек пересечения использовать для осреднения.

В общем случае распределение  $N(N-1)$  точек пересечения является: а) вытянутым вдоль некоторого большого круга; б) бимодальным со сгущением в двух областях (отстоящих на  $180^\circ$ ), содержащих искомые решения; в) симметричным относительно начала координат. Поэтому использование для оценок рассеяния и точности определения направления среднего величин  $K$  и  $\alpha_g$  представляется неправильным (эти оценки предназначены для осесимметричного распределения Фишера). Кроме того, оценка  $\alpha_g$  будет занижена. Это связано с использованием  $N(N-1)/2$  точек пересечения, тогда как количество независимых кругов —  $N$ .

Более строгая процедура определения точки пересечения больших кругов сводится к задаче на собственные значения для  $N(N-1)$  точек (см. вышеописанный алгоритм). Собственный вектор  $l_3$ , соответствующий наибольшему собственному числу  $\lambda_3$ , будет являться искомым решением.

Для полученных двумя разными способами оценок пересечения кругов перемагничивания можно определить овал доверия для этого пересечения

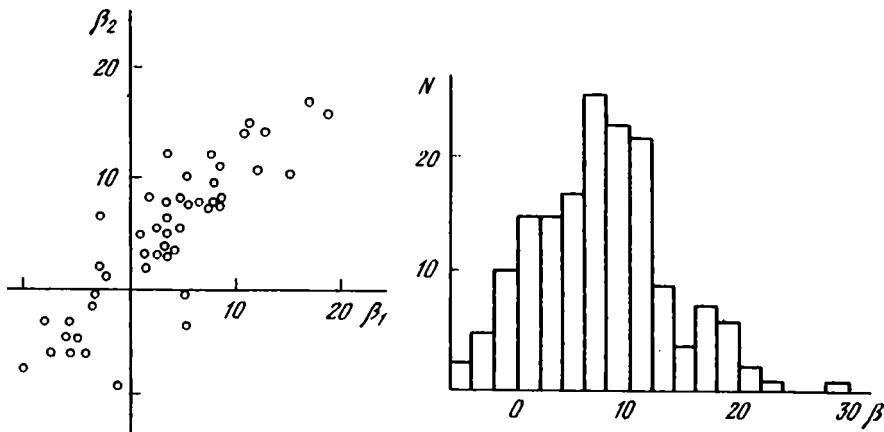


Рис. 6. Соотношение систематических ошибок МПКП, полученных разными способами ( $\beta_1$  — с использованием математического аппарата [82],  $\beta_2$  — модификация метода осреднения точек пересечения плоскостей)

Рис. 7. Гистограмма значений систематической погрешности МПКП

[65, 88]. Для оценки, полученной способом [82],

$$\sin^2 \alpha = \lambda_1 (a^{-2/(N/2)} - 1) / (\lambda_2 \cos^2 \varphi + \lambda_3 \sin^2 \varphi - \lambda_1),$$

где  $\alpha$  — половина угла при вершине доверительного конуса (зависит от меридианального угла  $\varphi$ , который измеряется от вектора  $I_2$  к вектору  $I_3$ ),  $(1 - a)$  — требуемый доверительный уровень.

Для оценки, основанной на рассмотрении  $N(N - 1)$  точек пересечения кругов перемагничивания, овал доверия определяется следующим образом:

$$\sin^2 \alpha = -\lambda_3 (a^{-2/(N(N - 1) - 2)} - 1) / (\lambda_1 \cos^2 \varphi + \lambda_2 \sin^2 \varphi - \lambda_3),$$

Угол  $\varphi$  измеряется от вектора  $I_2$  к вектору  $I_1$ . Овал доверия в этом случае будет иметь заниженные значения радиуса, так как используемые  $N(N - 1)$  точек не являются независимыми (число независимых входов  $N$ ).

Полученные таким образом оценки в некотором смысле близки к среднему направлению наиболее рассеянной в рассматриваемой системе координат компоненты намагниченности. Однако, как было показано в [93], оценка [82] является смещенной. Смещенными являются также и другие оценки пересечения кругов перемагничивания. Величины смещения  $\beta$  для различных методов получения оценки пересечения кругов перемагничивания коррелированы и в среднем равны между собой [8] (рис. 6).

Напомним технику и выводы математического моделирования, проведенного в [93]. С помощью случайных чисел составлялись две выборки векторов, распределенных по закону Фишера  $\Phi [D_i, I_i, K_i, N]$ ,  $i = 1, 2$ . Изменяемыми входными параметрами были кучности первой и второй выборки ( $K_1$  и  $K_2$ ) и угловое расстояние между генеральными средними выборок  $\alpha$ . Более кучная совокупность векторов связывалась с первичной доскладчатой компонентой. Другая, более рассеянная, совокупность опре-



деляла вторичную, послескладчатую компоненту. Каждая из  $N$  точек первой выборки соединялась дугой большого круга с соответствующей точкой второй выборки, задавая таким образом круги перемангничивания. Пересечение  $N$  дуг большого круга определялось с использованием математического аппарата [82].

С помощью математического моделирования было показано [8, 93] следующее.

1. Систематическая ошибка  $\beta$  убывает с ростом отношения дисперсий компонент в двухкомпонентной намагниченности ( $K_1/K_2$ ), а также зависит от абсолютных величин кучностей.

2. Систематическая ошибка отсутствует, если генеральные средние двух выборок совпадают или различаются на  $180^\circ$ .

3. Величина  $\beta$  прямо пропорциональна угловому расстоянию  $\alpha$  при изменении последнего от 0 до  $90^\circ$ .

4. Полуоси овала доверия вокруг получаемого решения не коррелированы с систематической погрешностью  $\beta$ .

Там также было высказано предположение, что в случае равных кучностей ( $K_1 = K_2$ ) математическое ожидание систематической ошибки равно  $\alpha/2$ . При  $K_1 \neq K_2$  получаемая оценка МПКП будет смещена в сторону генерального среднего более кучной компоненты, достигая его при  $K_1/K_2 \rightarrow \infty$ . Иными словами, полученное направление будет всегда лежать на дуге большого круга, соединяющего два средних направления моделируемых выборок.

Проще всего возникновение систематической ошибки объяснить на следующем примере [8]. Представим себе на сфере одну совокупность точек, заполняющих по какому-либо закону (например, равномерно) круг радиуса  $\theta_1$ ; и пусть другая совокупность точек на расстоянии  $\alpha < 90^\circ$  заполняет круг радиуса  $\theta_2 = 0$  (все точки совпадают – точечное распределение на сфере). Ясно, что в этом случае все дуги большого круга, проведенные описанным выше способом, пересекутся в центре точечного распределения, и систематическая погрешность  $\beta \equiv 0$ . Рассмотрим другой крайний случай, когда  $\theta_1 = \theta_2$ . Большие круги все равно будут пересекаться, значит, есть и центр тяжести всех пересечений, который в силу полной симметрии наблюдаемой картины будет лежать точно посередине между центрами двух выборок (систематическая ошибка  $\beta = \alpha/2$ ). Все остальные случаи ( $\theta_1 > \theta_2 > 0$ ) представляют собой постепенные переходы между крайними случаями, т.е.  $\alpha/2 > \beta > 0$ .

Особо подчеркнем одно очень важное обстоятельство. Систематическая ошибка  $\beta$  смещает оценку направления менее рассеянной компоненты в сторону более рассеянной, если расстояние  $\alpha$  между их средними менее  $90^\circ$ , и, наоборот, уводит ее дальше, если угловое расстояние больше  $90^\circ$ . Это связано с геометрией расположения этих двух совокупностей векторов на сфере – при расстоянии  $\alpha$  более  $90^\circ$  вместо одной из совокупностей можно рассмотреть обратную ей (обращенную на  $180^\circ$ ).

В [8] предложен способ оценки величины систематической ошибки по результатам применения метода пересечения кругов перемангничивания. Для решения этой задачи применялась та же схема моделирования, что и в [93]. Для анализа были использованы нормализованные собственные

Таблица 3. Результаты моделирования систематических ошибок МПКП

$\lambda_2$	$\lambda_1$				
	0-0,02	0,02-0,04	0,04-0,06	0,06-0,08	0,08-0,1
0-0,1	290	91	37	7	
	12,4	13,8	10,9	17,2	
	14,1	16,5	22,7	52,2	
0,1-0,2	165	114	123	43	15
	7,4	12,1	20,0	25,6	23,8
	5,9	9,5	11,4	11,9	12,8
0,2-0,3	88	98	87	60	32
	5,9	7,3	14,8	16,1	14,3
	3,4	6,8	10,0	8,3	8,6
0,3-0,4	45	73	32	74	92
	4,5	5,2	7,9	6,0	2,9
	3,2	4,0	6,3	6,5	5,6
0,4-0,5	18	45	32	52	40
	0,9	2,4	4,2	3,6	0,7
	2,2	3,2	4,3	3,6	3,2

Примечание. Пояснения см. в тексте.

значения  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$  ( $\sum \lambda_i = 1$ ), следовательно, любые два собственных числа являются независимыми, например  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ ; тогда  $\lambda_3$  функционально связано с остальными. Вся информация о распределении нормалей к большим кругам содержится в величинах  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , реально получаемым на практике. Из общих соображений ясно, что  $\lambda_1$  в основном определяется величиной  $K_1$  ( $\lambda_1$  убывает с ростом  $K_1$ ),  $\lambda_2$  — разбросом второй компоненты ( $\lambda_2$  растет при уменьшении  $K_2$ ). Для одних и тех же значений  $K_1$ ,  $K_2$  и  $\alpha$  получается довольно заметный разброс в величинах  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  и  $\beta$ . Таким образом, вопрос стоит о выявлении только статистических связей между  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , с одной стороны, и  $\beta$  — с другой, причем для выборок, сравнимых по объему с реальными палеомагнитными коллекциями (обычно несколько десятков образцов). На рис. 7 в качестве примера приведена гистограмма распределения величины систематической ошибки  $\beta$  для  $0 < \lambda_1 < 0,02$  и  $0,3 < \lambda_2 < 0,4$ . Для этих интервалов изменения собственных значений средняя величина  $\beta$  составляет  $7,4^\circ$ , а среднеквадратическое отклонение этой величины —  $5,9^\circ$ . Распределение  $\beta$  в первом приближении можно считать нормальным [8] и, следовательно, 95% всех значений  $\beta$  лежит в интервале  $(\beta_{ср} - 2\sigma, \beta_{ср} + 2\sigma)$ , что важно для оценки возможного разброса получаемых на практике оценок точки пересечения плоскостей.

Основные результаты моделирования сведены в табл. 3. В каждой ее клетке, определяемой соответствующими интервалами изменения  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , приведено число реализаций, для которых вычислена средняя величина  $\beta_{ср}$  и среднеквадратическое отклонение  $\sigma$ . В секторе, соответствующем  $0 < \lambda_1 < 0,02$  и  $0 < \lambda_2 < 0,1$ , наблюдаются очень большие величины  $\beta_{ср}$  и  $\sigma$ , что связано с большим разбросом отношения  $\lambda_2/\lambda_1$ , которое может принимать в этой клетке значения от 0 до  $\infty$ . В связи с этим этот сектор рассмотрен более детально в табл. 4.

Таблица 4. Результаты моделирования систематических ошибок МПКП

$\lambda_2$	$\lambda_1$									
	0-0,002	0,002-0,004	0,004-0,006	0,006-0,008	0,008-0,010	0,010-0,012	0,012-0,014	0,014-0,016	0,016-0,018	0,018-0,020
0-0,02	119	65	87	62	20	15	3	3		
	3,7	12,4	20,5	22,1	20,6	9,2	8,7	3,7		
	3,6	6,7	9,2	10,1	11,3	32,7	60,1	50,5		
0,02-0,06	62	62	155	150	122	74	35	22	13	9
	1,7	7,2	15,9	18,9	23,4	20,5	16,0	23,1	21,5	25,3
	4,0	5,6	10,8	10,1	9,5	10,9	15,8	10,3	13,5	8,6
0,04-0,06	106	86	88	82	97	79	72	52	30	28
	0,9	2,5	4,6	6,8	10,2	13,8	17,9	20,1	22,9	19,7
	1,5	2,3	4,9	4,7	7,8	10,4	10,8	10,0	8,5	9,2
0,06-0,08	77	100	87	81	74	53	43	22	23	11
	0,6	1,6	3,4	5,5	7,2	8,4	13,1	12,0	16,7	7,0
	1,2	2,0	3,3	4,9	5,6	6,6	8,8	8,2	11,7	5,5
0,08-0,10	36	59	48	29	50	48	26	22	19	14
	0,9	1,4	2,8	4,6	5,4	5,0	5,2	6,3	9,0	7,2
	1,2	2,3	3,5	5,0	4,3	4,2	6,0	6,3	5,4	3,2

Примечания. Пояснения см. в тексте.

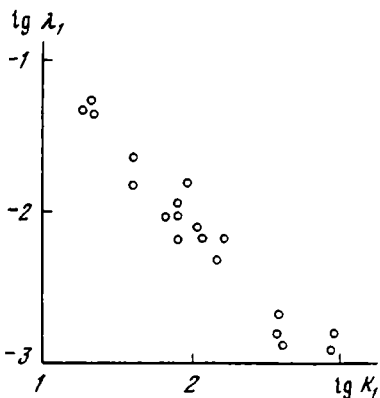


Рис. 8. Зависимость наименьшего собственного числа от кучности менее рассеянной намагниченности

Специфика работы с этими таблицами состоит в том, что на практике имеется лишь одна реализация, по которой нужно оценить систематическую погрешность МПКП. В силу этого по этим таблицам можно, разумеется, определить лишь среднее значение  $\beta$  и интервал, в котором сосредоточено 95% возможных значений  $\beta$ , и таким образом оценить надежность палеомагнитного результата, полученного методом пересечения кругов перемагничивания. Из анализа этих таблиц видно, что сравнительно благоприятна ( $\beta_{\text{ср}} \pm 2 \sigma \leq 10^\circ$ ) лишь весьма малая область возможных значений  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Несмотря на это практически всегда имеется отличная от нуля вероятность получить результат: с  $\beta \cong 0$ , который попадает в 95%-ный интервал возможных значений  $\beta$ .

По получаемым при применении МПКП параметрам можно также судить в первом приближении о величине кучности  $K_1$  (если она больше 10). Так, на рис. 8 приведен график зависимости  $\lambda_1$  от  $K_1$ . Величина собственного числа  $\lambda_2$  определяется тогда в основном значениями  $K_2$  и  $\alpha$ . Так, при одновременном уменьшении углового расстояния между выборками  $\alpha$  и увеличении  $K_2$  величина  $\lambda_2$  может не измениться.

Как показал опыт работы с таблицами, частота их сетки явно недостаточна и, следовательно, по ним можно получить лишь приближенные, оценочные значения для систематической ошибки  $\beta$ . В действительности при практической работе приходилось задавать малыми интервалами изменения полученных при применении метода пересечения кругов перемагничивания величин  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  (основываясь на ошибках определения собственных чисел или из других соображений), подбирать моделированием на ЭВМ значения  $K_1$  и  $K_2$  ( $\alpha$  полагалось постоянным, например  $\alpha = 70^\circ$ ), обеспечивающие достаточное количество попаданий в избранные интервалы. Затем многократным моделированием фишеровских выборок с определенными таким образом кучностями  $K_1$  и  $K_2$  (объемы выборок брались равными объему реальных коллекций) вычислялось среднее значение смещения  $\beta_{\text{ср}}$  и  $\sigma$  для выбранного интервала. Если из каких-либо соображений известно угловое расстояние  $\alpha$ , хотя бы приближенное, то при моделировании можно использовать это значение.

Доверительные интервалы для собственных значений можно определить следующим образом [1, 54]. Величина собственного числа представляет собой дисперсию нормалей к плоскостям перемагничивания вдоль

выделенных собственных векторов. Поэтому, полагая в первом приближении этот разброс подчиненным нормальному распределению, можно определить доверительный интервал для каждого  $\lambda_i$  по формулам

$$\lambda_{i, \text{мин}} = \lambda_i (N-1) / \chi^2 [(N-1), p/2],$$

$$\lambda_{i, \text{макс}} = \lambda_i (N-1) / \chi^2 [(N-1), (1-p/2)],$$

где  $p$  – вероятность попадания в доверительный интервал;  $\lambda_{\text{мин}}$  и  $\lambda_{\text{макс}}$  – нижняя и верхняя границы интервала соответственно;  $N$  – число плоскостей перемагничивания, а  $\chi^2[(N-1), p]$  – верхние 100 $p$  %-ные точки распределения  $\chi^2$  с  $(N-1)$  степенью свободы.

При получении окончательного результата МПКП желательно учесть случайную ошибку, задаваемую овалом доверия, и систематическое смещение с его доверительным интервалом. Можно просто сместить результат МПКП на величину смещения вдоль большого круга, соединяющего собственные векторы, соответствующие  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , оставив овал доверия неизменным. Можно учесть и доверительный интервал для  $\beta$ , который скажется только на длинной оси овала доверия, например так:

$$\alpha'_{\text{макс}} = \sqrt{\alpha_{\text{макс}}^2 + (2\sigma)^2}.$$

Плоскости перемагничивания могут задаваться следующими разными способами [7].

1. Распределения палеомагнитных векторов для отдельных моноклинально залегающих разрезов могут быть планарными (полосовыми). В этом случае описанным выше способом сначала находят нормаль к аппроксимирующей плоскости для каждого такого распределения. Оценка направления этой нормали является несмещенной. А затем для всех полученных плоскостей определяется точка пересечения (эта оценка смещена).

2. В других случаях в ходе магнитных чисток палеомагнитные направления отдельных образцов могут смещаться вдоль дуги большого круга. И в этом случае дважды применяя математический аппарат [82] сначала определяется плоскость перемагничивания для каждого образца, а затем оценивается пересечение совокупности всех этих плоскостей. Здесь также несмещенной является только оценка для нормали плоскости перемагничивания.

3. Если в каждом из разрезов с различными залеганиями пород имеются неантипараллельные направления разной полярности, то для соответствующих пар средних  $R$ - и  $N$ -векторов определяется проходящая через них дуга большого круга. Далее опять определяется оценка пересечения этих дуг (она также смещена).

4. В наиболее употребительном варианте МПКМ [64] направление после складчатой перемагничивающей компоненты полагается известным и круг перемагничивания проводится через ее направление в древней системе координат и среднее направление намагниченности коллекции для моноклинального разреза.

В первых трех вариантах кроме гипотезы о двухкомпонентности  $J_n$  не делается никаких дополнительных предположений о направлениях этих компонент. Они применимы и в тех случаях, когда после складчатая компо-

нента различна по направлению для разных разрезов. В последнем варианте необходимо знать из дополнительных независимых источников направление перемагничивания. В некоторых случаях можно [50] пересчитать кривую блуждания полюса плиты в последовательность направлений для района работ, и каждое из них использовать в качестве направления после складчатой компоненты. То из них, которое приводит к наиболее компактной области пересечений (наименьший радиус доверительного конуса), принимается за искомое направление пересечения для оценки доскладчатой намагниченности. Этот подход корректен, если не было относительных движений плиты и изучаемого района.

Возможны три варианта результатов, получаемых методом пересечения плоскостей перемагничивания.

1. Все круги пересекаются в малой области на сфере (нормали к плоскостям перемагничивания лежат близко к аппроксимирующей плоскости). Это, как правило, означает, что все использованные предположения верны, и сам результат скорее всего имеет геологическое и геофизическое значения.

2. Все пересечения сильно разбросаны (нормали к плоскостям перемагничивания сильно рассеяны относительно аппроксимирующей плоскости). Здесь скорее всего что-то неверно в выбранных предположениях: намагниченность не двухкомпонентна, неверно выбрано направление перемагничивания и др. Поэтому формально определенное направление может и не иметь реального смысла.

3. Большинство кругов пересекаются в пределах компактной области, а "аномалий" немного. Здесь, скорее всего, что-то неверно для конкретных разрезов или образцов, а с исходными предпосылками все в порядке. Причиной аномалий могут быть, например, тектонические движения.

В [82] указано, что в древней системе координат метод дает оценку доскладчатой компоненты намагниченности, а в современной — соответственно после складчатой. На практике это не всегда так: одна из компонент может быть менее рассеяной в обеих координатных системах. Тогда этим методом будет получено направление только этой компоненты, но в разных системах координат. Чаще всего это вызвано недостаточными вариациями в элементах залегания изученных толщ. Проверить это легко: если, например, в современной системе координат результат близок к направлению в древней, но без введения поправок за наклоны, то вероятнее всего, имеет место именно такой случай. Для датирования таких компонент необходимо использовать дополнительную информацию.

Остановимся еще на нескольких моментах применения МПБК, которые, как нам кажется, имеют значение для понимания получаемых результатов.

1. Матрица  $T$ , вычисляемая при решении проблемы собственных значений, инвариантна по отношению к полярности векторов, по которым вычисляется круг перемагничивания, и нормалей к этим кругам. Иными словами, независимо от того, какие векторы используются для получения больших кругов (прямой или обратной полярности), какую использовать нормаль к этим кругам (они также могут различаться на  $180^\circ$ ) — собственные значения и собственные векторы будут одни и те же.

2. Если совокупность точек на сфере образуют компактную область, то направление собственного вектора, соответствующего наибольшему

собственному значению, совпадает с точностью до ошибок округления со средним направлением (центром тяжести) этой совокупности точек. Если такой компактной области не образуется, то среднее направление может совпадать с направлением второго собственного вектора. Например, если совокупность состоит из двух точек:  $D_1 = 0, I_1 = 20, D_2 = 0, I_2 = -20$ , то среднее направление  $D_{cp} = 0, I_{cp} = 0$ , а второй и третий собственные векторы соответственно равны  $(0, 90)$  и  $(0, 0)$ . Если вторую точку заменить на  $D_2 = 180, I_2 = 20$ , среднее направление  $D_{cp} = 0, I_{cp} = 90$ . Направления собственных векторов не изменятся.

3. Если две компоненты (совокупности векторов) совпадают по направлению или отличаются на  $180^\circ$ , то картина расположения кругов перемангничивания будет выглядеть таким образом, как будто одна из этих компонент имеет конечную дисперсию, а другая равномерно распределена на сфере (хаотична).

### Комбинированный анализ кругов перемангничивания и измеренных векторов

В двух предыдущих разделах рассматривались случаи нахождения оценок направлений намагниченности, в которых используются совокупности измеренных векторов для однокомпонентной намагниченности или совокупности кругов перемангничивания для двухкомпонентной намагниченности. В статье [83] описан алгоритм, позволяющий находить решение в том случае, когда в результате магнитной чистки палеомагнитной коллекции имеются "дочищенные" и "недочищенные" образцы. Направления намагниченности первых из них образуют стационарные или конечные точки. Вторые из них позволяют определить круги перемангничивания.

Опишем алгоритм получения оценки направления намагниченности, наиболее приближенного к совокупностям конечных точек и плоскостей перемангничивания. Пусть имеется  $M$  плоскостей перемангничивания, заданных своими нормальными  $x_i, y_i, z_i$  ( $i = 1, \dots, M$ ) и  $L$  стационарных точек  $x_j, y_j, z_j$  ( $j = 1, \dots, L$ ). Предполагается, что стационарные точки расположены на единичной сфере, а нормали к плоскостям перемангничивания единичной длины.

Расстояние от некоторой точки на единичной сфере  $(a, b, c)$  до плоскости  $x_i, y_i, z_i$  определяется формулой

$$r_i = ax_i + by_i + cz_i.$$

Расстояние  $r_j$  от конечной точки  $x_j, y_j, z_j$  до некоторого искомого направления  $(a, b, c)$  равно [23]

$$\sqrt{1 - (ax_j + by_j + cz_j)^2}.$$

Следовательно, минимизирующий функционал с учетом ограничения, налагаемого на искомое решение, выглядит следующим образом (сравните с соответствующей формулой предыдущего раздела:

$$S = \sum_1^M r_i^2 + \sum_1^L r_j^2 + \lambda(a^2 + b^2 + c^2 - 1).$$

Взяв частные производные по искомым параметрам  $(a, b, c)$ , получим уравнение

$$(T_i - T_j - \lambda I)l = 0,$$

где  $T_i$  — матрица сумм квадратов для декартовых координат нормалей к плоскостям перемagnetизации;  $T_j$  — матрица сумм квадратов для декартовых координат конечных точек;  $\lambda$  — неизвестные собственные значения;  $I$  — единичная матрица:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$al = (a, b, c)$  — искомое решение.

Алгоритм решения полученной таким образом задачи на собственные значения аналогичен алгоритму, изложенному в предыдущем разделе. К сожалению, в настоящее время не известен способ получения овала доверия для полученного решения.

### Точечное и интервальное оценивание сложных распределений направлений намагнитченности

*Кластерный анализ измеренных и разностных векторов коллекции.* Все применяемые в настоящее время способы разделения компонент  $J_n$  основаны на различиях стабильности компонент намагнитченности к размагничивающим воздействиям (чаще всего нагревы и переменное магнитное поле). Для выделения какой-либо компоненты  $J_n$  необходимо, чтобы в спектре размагничивания этой компоненты имелся участок, на котором разрушается только эта компонента. В этом случае на диаграмме Зийдervельда (ДЗ) будет присутствовать прямолинейный участок [98]. Для его уверенного выделения необходимо, чтобы этот участок был обеспечен статистически достаточным количеством точек, которое, в свою очередь, определяется частотой используемых размагничивающих воздействий и длиной интервала спектра размагничивания, на котором разрушается только одна компонента [95].

В общем случае лишь небольшая часть всего интервала размагничивающих воздействий может быть использована для разделения компонент. Причем эти используемые интервалы могут не совпадать по величине размагничивающих воздействий для различных образцов коллекции вплоть до отсутствия их для той или иной части образцов. Поэтому в идеале методика лабораторных палеомагнитных исследований должна включать в себя полнообъемную с частым шагом магнитную чистку для всех образцов коллекции, что далеко не всегда осуществляется на практике по тем или иным причинам. В связи с этим перспективными представляются такие способы выделения компонент  $J_n$ , которые используют всю имеющуюся информацию о результатах магнитных чисток для всех образцов обрабатываемой коллекции одновременно.

Сложность выделения прямолинейных участков на ДЗ обусловлена следующими причинами. Интервалы размагничивающих воздействий в



случае разрушения только одной из компонент могут быть недостаточными по величине для обоснованного проведения прямой. Кроме того, направления компонент  $J_n$  распределены в соответствии с законом Фишера и следовательно, на различных этапах магнитных чисток могут быть отклонения от прямолинейности даже для случая однокомпонентной намагниченности только в результате ее статистической природы.

К такому же "дребезгу" приведут и ошибки в измерении величин  $J_n$  и результат лабораторного подмагничивания, связанного с несовершенством применяемых установок размагничивания и (или) новообразованием ферромагнитного материала при нагревах образцов. Лабораторное подмагничивание можно в известной степени контролировать, устанавливая образцы из одного штуфа соответствующим образом в пространстве печи. Но учесть его должным образом, вероятно, не представляется возможным. Поэтому сильно подмагниченные образцы следует исключать из рассмотрения.

Таким образом, во всей совокупности данных могут присутствовать как случайные, так и систематические ошибки и задача разделения компонент многокомпонентной  $J_n$  есть задача статистической обработки результатов магнитных чисток.

Ниже приводится описание способа разделения компонент  $J_n$ , свободного, как нам кажется, от некоторых из отмеченных выше ограничений. Единственным остающимся необходимым условием является наличие в совокупности рассматриваемых данных направлений  $J_n$  (измеренных или разностных), соответствующих направлениям искомым компонент намагниченности. Такие участки могут быть представлены на ДЗ отдельными точками на кривых участках или прямыми линиями, построенными только по двум точкам. Такие ситуации, обычно пропускаемые при анализе диаграмм Зийдерверльда (АДЗ), возможно выявить только в результате совместной обработки результатов магнитной чистки всей коллекции целиком.

Исходными данными для рассматриваемого здесь способа являются координаты измеренных после  $i$ -го размагничивающего воздействия векторов намагниченности  $J_{ni}$  и разностные (т.е. разрушенные на каждом этапе магнитной чистки) векторы  $(J_{ni} - J_{ni})$ . Для каждого образца таким образом имеется  $2K-1$  векторов намагниченности, где  $K$  — количество размагничивающих воздействий. Эта совокупность векторов рассматривается сначала в древней, затем в современной системах координат. Причем в древней системе координат в благоприятном случае возможно выделение одной или нескольких компонент доскладчатой намагниченности. В современной системе координат возможно выделение одной или нескольких компонент послескладчатой намагниченности.

Так как способ разделения компонент  $J_n$  не зависит от выбранной системы координат, то дальнейшее описание алгоритма разделения компонент по результатам магнитных чисток производится для векторов намагниченности в древней системе координат. Пусть имеется  $\sum_1^N (2K_j - 1)$  векто-

ров намагниченности, включая измеренные и разностные векторы, где  $K_j$  — количество размагничивающих воздействий для  $j$ -го образца, а  $N$  — количество образцов.

Таблица 5. Радиус области, содержащей 95% точек выборки, в зависимости от кучности распределения

$K$	5	10	15	20	30	50
$R$	66	45	37	32	26	20

Вся совокупность рассматриваемых векторов разбивается на некоторое количество кластеров (таксонов) с радиусом  $R$ . Начальный радиус кластеров выбирается исходя из величин минимально возможных кучностей выделяемых компонент  $J_n$  (табл. 5). Иными словами, это радиус такой области, внутри которой содержится 95% точек фишеровской выборки с кучностью  $K$ . В табл. 5 приводятся приближенные значения такого радиуса для некоторых значений кучности. Алгоритм таксономии, применяемый для разделения компонент  $J_n$ , есть видоизмененный для сферических данных алгоритм, заимствованный из работы [27].

Направления  $J_n$ , включенные в один таксон, попадают в круговую область на сфере с определенным центром  $C$  и радиусом  $R$ . Изменяя радиус, можно получить разное количество таксонов (кластеров). При фиксированном радиусе  $R$  алгоритм работает следующим образом. Центр круговой области  $C_1$  радиуса  $R$  помещается в любую точку исследуемой совокупности точек. Определяются точки, которые оказались внутри этой области. Для этого вычисляются угловые расстояния  $\varphi$  от точки  $C_1$  до всех точек исследуемой совокупности, и те из них, для которых  $\varphi < R$ , считаются внутренними. Вычисляется центр тяжести внутренних точек (среднее направление фишеровской выборки), и центр новой круговой области помещается в этот центр тяжести  $C_2$ . Для нового положения области находятся внутренние точки и их центр тяжести. Процедура смещения круговой области на сфере продолжается до тех пор, пока не перестанут изменяться координаты центра тяжести  $C_i$ . При этом круговая область будет находиться в одном из сгустков точек исходной рассматриваемой совокупности. Небольшие отклонения круговой области от центра тяжести сместили бы ее обратно в сторону этого центра, так что положение этой круговой области является устойчивым [27].

Назовем эту устойчивую область с ее внутренними точками таксоном  $S_1$ . Внутренние точки этого таксона из дальнейшего рассмотрения исключаются. Затем центр следующей такой же области совмещается с любой из оставшихся точек, и процедура выделения следующих таксонов повторяется до тех пор, пока исходное множество не будет разделено между таксонами.

Результаты разделения всего множества точек могут оказаться зависящими от выбора первой точки, в которую помещается центр круговой области. Кроме того, каждый очередной таксон получается в условиях, когда точки всех ранее выделенных таксонов были исключены из рассмотрения. Может случиться, что некоторый таксон обнаружил бы в качестве своих внутренних точек те, которые были включены в состав ранее выделенных таксонов, если рассматривать всю совокупность точек. Центр тяжести такого таксона (при рассмотрении всего множества точек) начнет

смещаться, и может оказаться, что эта область сдвинется к центру сгустка точек одного из таксонов-предшественников. В связи с этим, после разбиения всей совокупности точек на таксоны производится проверка каждого таксона на устойчивость; для этого таксоны определяются заново на полном множестве точек, а в качестве начальных точек принимаются поочередно центры полученных ранее таксонов. В результате применения этой процедуры одни таксоны остаются на месте, другие – смещаются к центрам ранее определенных таксонов.

Таким образом, при рассмотрении векторов намагниченности в древней системе координат получаем компактные устойчивые группы векторов намагниченности, характеризующие в основном всю рассматриваемую совокупность имеющихся данных. Векторы  $J_n$ , составляющие одну группу (таксон), взаимосвязаны в том смысле, что это наиболее близкие по свойствам (в том числе и по направлению) объекты рассматриваемой совокупности данных.

Некоторые таксоны могут оказаться достаточно близкими по направлению. В этом случае нужно применить тест на равенство средних направлений этих таксонов. Если в результате применения теста эти таксоны окажутся неотличимыми, то необходимо оставить только один из них (например, с большим количеством точек, попавших в таксон).

В одну группу могут попасть образцы в следующих случаях. Если выполняется упомянутое выше условие о наличии в спектрах размагничивания участков, на которых разрушается только одна единственная компонента  $J_n$ , то могут сгруппироваться в один таксон направления с доскладчатой намагниченностью образцов. То же самое может произойти и для послескладчатой намагниченности, но если разброс элементов залегания пластов небольшой и послескладчатая компонента образует устойчивый таксон и в древней системе координат. Также одну группу могут составлять образцы, намагниченность которых является суммой нескольких компонент (в том числе до- и послескладчатой), например, при приблизительно равных по стабильности к размагничивающим воздействиям.

Векторы  $J_n$ , величина которых меньше или близка к точности используемой аппаратуры, в общем случае будут иметь хаотичное распределение на сфере. Кроме того, в коллекции могут присутствовать реальные хаотичные (или близкие к таковым) компоненты. В частном случае они могут попадать в один из устойчивых таксонов или образовывать отдельный кластер. В связи с этим немаловажное значение имеют: а) предварительная отбраковка используемых векторов, основанная на величинах векторов, углов между векторами на смежных этапах магнитной чистки и погрешностях измерительных приборов; б) определение необходимого минимального количества точек, которое должно составлять кластер, чтобы с определенной степенью вероятности отличить получаемый кластер от случайно образованного.

Последняя задача формулируется следующим образом. Пусть  $N$  точек распределены на единичной сфере в соответствии с равномерным законом, т.е. хаотично разбросаны на сфере. В соответствии с предполагаемой величиной кучности  $K$  задается радиус круговой области  $R$ . Определяется вероятность попадания одной точки в эту область. Эта вероятность равна отношению площади этой круговой области радиуса  $R$  к суммарной пло-

Таблица 6. Минимальное количество векторов, определяющее кластер

Радиус кластера, град	Объем коллекции					Радиус кластера, град	Объем коллекции				
	100	200	300	400	500		100	200	300	400	500
30	11	19	27	35	43	40	17	31	44	57	70

щади сферы  $4\pi$ , или  $p(R) = (1 - \cos R)/2$ . Так, при  $R$  равном  $30^\circ$  и  $40^\circ$  вероятности попадания одной точки в круговую область на сфере составит около 7 и 12% соответственно.

Далее по приближенной формуле интегральной теоремы Лапласа для больших  $N$  [17]

$$m = x_\alpha \sqrt{Np(1-p)} + Np,$$

где  $x_\alpha$  —  $\alpha$ -процентиль нормального распределения ( $x_{0,05} = 1,645$ ), определяется пороговое значение количества точек  $m$  такое, что вероятность образования кластера с количеством точек в нем более  $m$  равна  $\alpha$ . В табл. 6 приводятся пороговые значения количества точек в кластере для круговой области на сфере с радиусом  $30$  и  $40^\circ$ .

Таким образом, для выделенных в результате применения описанного алгоритма кластеров остается определить, какой по возрасту намагниченности (до- или послескладчатой, или сумме и той и другой) соответствует тот или иной кластер. Это осуществляется с помощью варианта теста складки [7, 70, 76], исследующего корреляцию векторов намагниченности с направлениями нормалей к пластам (тест корреляций) — см. выше.

Проверка алгоритма производилась на модельных выборках. Моделировалась трехкомпонентная намагниченность, состоящая из одной до- складчатой компоненты намагниченности ( $D = 240^\circ$ ,  $I = -40^\circ$ ,  $K = 40$ ) и двух компонент послескладчатой намагниченности ( $D_1 = 60^\circ$ ,  $I_1 = 50^\circ$ ,  $K_1 = 80$ ;  $D_2 = 0^\circ$ ,  $I_2 = 50^\circ$ ,  $K_2 = 80$ ). Образцы этого модельного примера распределялись в трех разрезах по 10 образцов в каждом. Средние элементы залегания пород этих трех разрезов равны,  $^\circ$ :  $A_1 = 150$ ;  $B_1 = 60$ ,  $A_2 = 280$ ,  $B_2 = 40$ ;  $A_3 = 30$ ,  $B_3 = 30$ , где  $A_i$  и  $B_i$  — азимут и угол падения пластов  $i$ -того разреза. Первоначальные величины компонент случайно выбирались в интервале  $0,3 - 1,0$  (все величины в условных единицах). Затем моделировалась магнитная чистка. Для этого на каждом этапе чистки задавалось уменьшение намагниченности. Для одной случайно выбранной на каждом этапе чистки компоненты коэффициент уменьшения случайным образом варьировал от  $0,4$  до  $0,5$ ; для двух других от  $0,95$  до  $1,00$ .

Таким образом, было обеспечено выполнение условия о предпочтительном разрушении только одной компоненты для каждого образца на каждом этапе магнитной чистки. Число этапов магнитной чистки для этого модельного примера составило 4. Величина суммарной намагниченности изменилась от  $0,35 - 1,30$  (первоначальные величины) до  $0,15 - 0,90$  в конце чистки. Суммарное число рассматриваемых векторов (включая разности) составило 210.

На рис. 9 представлены стереограммы векторов намагниченности мо-

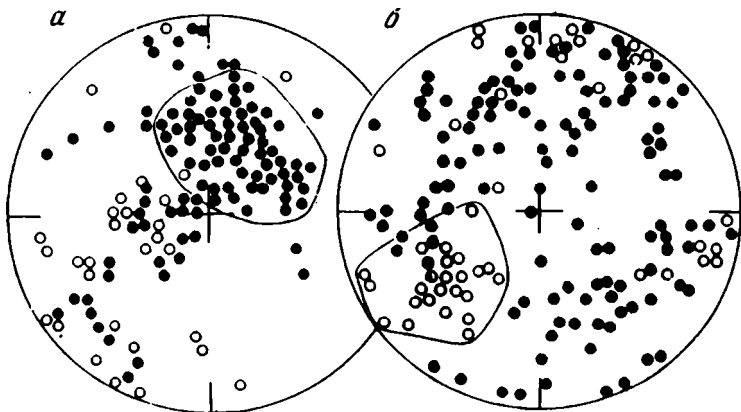


Рис. 9. Стереогаммы распределения векторов модельного примера разделения компонент с помощью палеомагнитного кластерного анализа

дельного примера в современной (а) и древней (б) системах координат. Радиус выделяемых круговых таксонов был равен  $30^\circ$ . В результате применения кластерного анализа для разделения компонент  $J_n$  в древней системе координат было выделено 13 таксонов, 7 из них оказались устойчивыми. Три пары из устойчивых таксонов были близки попарно между собой. В табл. 7 приведены средние направления векторов в древней системе координат, количество векторов, попавших в кластеры, и результаты применения теста складки (корреляционного теста).

Для первых двух таксонов из табл. 7 корреляционный тест складки свидетельствует о наличии только послескладчатой компоненты намагниченности. Средние направления намагниченности ( $v^\circ$ ) этих двух кластеров в современной системе координат соответственно равны  $D_1 = 31^\circ$ ,  $I_1 = 67^\circ$ ,  $D_2 = 23^\circ$ ,  $I_2 = 50^\circ$ . Среднее направление намагниченности для кластера, содержащего только доскладчатую компоненту, отличается от заданного моделью направления ( $D = 240^\circ$ ,  $I = -40^\circ$ ) на  $6^\circ$  дуги большого круга при  $\alpha_9$ , для среднего этого кластера  $5^\circ$ .

При рассмотрении векторов модельного примера в современной системе координат было выделено 20 кластеров, пять из которых оказались устойчивыми. Корреляционный тест выделил однокомпонентную послескладчатую намагниченность ( $D = 37^\circ$ ,  $I = 50^\circ$ ), что на  $4^\circ$  отличается от среднего двух послескладчатых компонент ( $D = 30^\circ$ ,  $I = 50^\circ$ ). Не удалось разделить между собой две послескладчатые компоненты, так как радиус для выделения таксонов был выбран  $30^\circ$ , что, по-видимому, слишком много для разделения двух близко расположенных друг к другу компонент.

Заканчивая рассмотрение применения кластерного анализа для разделения компонент намагниченности модельного примера следует отметить, что доскладчатая намагниченность была выделена на 36 векторах, а послескладчатая — на 68 при общем количестве изученных векторов равном 210.

Рассмотрим палеомагнитный кластерный анализ (ПКА) в сравнении со стандартным АДЗ.

Таблица 7. Результаты применения алгоритма разделения компонент для модельного примера

Номер таксона	$D_{др}$	$I_{др}$	Количество векторов	Результат теста
1	127	40	35	2
2	20	22	59	2
3	342	34	57	3
4	243	-34	36	1

Результаты применения корреляционного теста складки: 1) выделяется только доскладчатая намагниченность; 2) выделяется только послескладчатая намагниченность; 3)  $J_n$  является суммой до- и послескладчатой намагниченности.

1. При АДЗ разрушаемый (разностный) вектор определяется на некотором прямолинейном участке. При ПКА разностный вектор вычисляется между векторами на каждом шаге размагничивающих воздействий, т.е. менее точно (см. выше).

2. Если применить оба метода для одного образца с частым шагом размагничивающих воздействий, то результат будет сходен: точечные оценки будут совпадать, но  $\alpha_{95}$  для ПКА будут больше из-за использования менее точных разностных векторов.

3. ПКА предполагает возможным совместный анализ результатов чистки для всей коллекции. Поэтому возникает возможность определить те компоненты намагниченности, выделение которых при АДЗ невозможно из-за малой длины интервала размагничивающих воздействий, на котором разрушается только одна компонента.

4. При ПКА в один кластер могут попадать несколько точек для одного образца (для нескольких шагов размагничивающих воздействий и разностных векторов). Поэтому оценка  $\alpha_{95}$  будет заниженной. Вероятно, можно в результирующих кластерах оставлять только по одной точке, выбирая из конкурирующих точек для одного образца ту, которая ближе расположена к центру распределения кластера.

5. До тех пор, пока в процессе чистки кривая на ДЗ не вышла на последний прямолинейный участок (т.е. тот, который проходит к началу координат в результате полного размагничивания), направления измеренных векторов  $J_n$  в общем случае представляют сумму нескольких компонент и не несут полезной информации (здесь не затрагивается возможность использования таких векторов методом пересечения кругов перемгничивания). Поэтому на начальных этапах чистки следует рассматривать только разностные векторы – лишь они могут содержать не фиктивные, а истинные направления, совпадающие с какой-либо искомой компонентой намагниченности. На последнем этапе чистки полезная информация может содержаться и в измеренных, и в разностных векторах.

6. Один из выводов из анализа причин рассеяния на сфере палеомагнитных векторов [9]: для кучностей меньше 10 и даже 15 велика вероятность мультикомпонентности  $J_n$ . Такой вывод сделан на основании анализа различных источников рассеяния измеренных палеомагнитных векторов. Так как величина угловой погрешности разностных векторов в 2 раза и

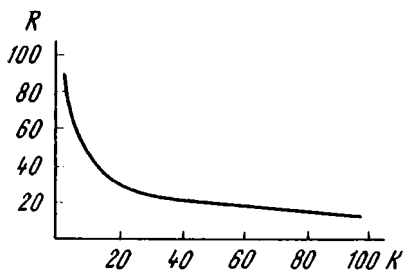


Рис. 10. Зависимость радиуса круга, содержащего 95% точек из распределения Фишера, от кучности выборки

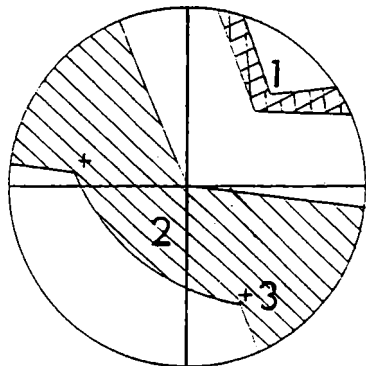


Рис. 11. Пример расположения облака нормалей к единичным кругам перемагничивания (1), области нахождения возможных решений (2) и направлений двух наиболее кучных компонент (3) для трехкомпонентной намагниченности

более превосходит таковую для измеренных векторов, то порог приемлемых значений кучности опустится. Так, для кучности измеренных векторов  $K = 15$ , кучность разностных векторов при увеличении погрешности в 2 раза будет составлять менее 5 (см. рис. 10).

*Метод пересечения кругов перемагничивания для мультикомпонентной намагниченности.* Как было отмечено выше при применении метода пересечения кругов перемагничивания (МПКП) точки пересечения отдельных кругов могут не образовывать компактную область, иметь сильный разброс или сложное распределение на сфере. Такая картина может наблюдаться, в частности, при числе компонент намагниченности более двух.

Рассмотрим способ, являющийся обобщением метода пересечения кругов перемагничивания на случай многокомпонентной  $J_n$ . Применение этого способа позволяет получить направления наиболее кучных компонент при числе последних две и более.

Основными данными для работы алгоритма служат нормали к единичным кругам перемагничивания, полученным, например по результатам магнитных чисток. Для каждой совокупности рассматриваемых нормалей может быть поставлена в соответствие область нахождения возможных решений. Точка на сфере не принадлежит к области нахождения возможных решений, если: 1) все угловые расстояния от этой точки до каждой нормали меньше  $90^\circ$ ; 2) все угловые расстояния от этой точки до каждой нормали больше  $90^\circ$ . На рис. 11 в качестве примера изображено облако нормалей к единичным кругам перемагничивания, область нахождения возможных решений и направления двух наиболее кучных компонент для трехкомпонентной намагниченности.

Далее, используя метод Хука—Дживса в сочетании с методом случайного поиска подбираются такие склонения ( $D_j$ ) и наклонения ( $I_j$ ) для  $K$  компонент намагниченности ( $j = 1, \dots, K$ ), которые бы минимизировали некоторую невязку  $S$  [71, 73]. Невязка  $S$  вычисляется следующим образом. задается некоторое количество искомым плоскостей ( $K$ ). Из области

нахождения возможных решений выбираются  $K$  направлений и все исходные нормали к единичным кругам перематрицирования делятся на  $K$  групп в зависимости от того, к какому из направлений они тяготеют. Для каждой из  $K$  групп вычисляется невязка по формуле

$$s_j = \sum_1^{n_j} (\varphi_i^2),$$

где  $\varphi_i$  — декартово расстояние от  $i$ -той нормали единичного круга до  $j$ -той плоскости, заданной своей нормалью ( $D_j, I_j$ );  $n_j$  — количество точек, отнесенных к  $j$ -той группе. Суммарная невязка определяется как сумма невязок для  $K$  групп  $S = \sum_1^K (s_j)$ .

Если при выполнении этого алгоритма задать число искомым пересечений больше, чем есть на самом деле, то в результате получатся близкие друг к другу или совпадающие плоскости. Наличие такого случая можно установить при помощи теста о равенстве главных компонент двух распределений Бингхема [88] или же качественно по пересечению овалов доверия для рассматриваемых главных компонент.

## КРИТЕРИИ И КРИТЕРИАЛЬНЫЕ СТАТИСТИКИ

### Критерии согласия для различных распределений векторов

Критерии согласия в палеомагнитологии используются для проверки соответствия выборочных распределений векторов распределению Фишера [5,50]. Еще одно применение критериев согласия — проверка соответствия выборочного распределения равномерному распределению на сфере (нулевая гипотеза  $H_0$ : кучность фишеровской выборки  $K = 0$ ) [23, 88]. Статистикой критерия в этом случае является величина  $R_{ср} = R/N$ , где  $N$  — количество единичных векторов, для которых вычисляется суммарный вектор. Если величина статистики превосходит некоторое критическое значение  $R^* [N, \alpha]$ , где  $\alpha$  — уровень значимости, то нулевая гипотеза отклоняется и делается вывод, что в наблюдаемой совокупности векторов присутствует регулярная компонента ( $K \neq 0$ ). Таблицы критических значений  $R^*$  приводятся в [23, 88].

Критерии согласия для распределения Бингхема можно построить, основываясь на вычислениях доверительных конусов для направлений главных компонент и доверительных интервалов для собственных значений [1,88]. В настоящее время такого рода критерии в палеомагнитологии не применяются.

### Одновыборочные критерии

Одновыборочные критерии ставят своей целью ответ на вопрос — близки ли выборочные оценки к некоторым константам. Для параметра концентрации — кучности  $K$  нулевая гипотеза и конкурирующая с ней  $H_1$  могут



быть сформулированы одним из следующих образов [12, 54, 90]:

- 1)  $H_0: K = K_0, H_1: K \neq K_0;$
- 2)  $H_0: K \leq K_0, H_1: K > K_0;$
- 3)  $H_0: K \geq K_0, H_1: K < K_0.$

Критерии для оценки величины кучности в настоящее время не имеют большого значения в палеомагнетизме. Возможно в перспективе (при развитии представления о возможности использования параметра рассеяния для выяснения кондиционности палеомагнитного определения [9]) возникнет необходимость проверки  $H_0$  в виде неравенства:  $K \geq K_0$ .

Для среднего направления совокупности векторов нулевая гипотеза формулируется так [88]:  $(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0)$  или в сферических координатах  $(D, I) = (D_0, I_0)$ . Обычно проверку этого утверждения проводят, используя значения доверительного радиуса  $\alpha_s$  для выборочного среднего направления  $(D, I)$ . Тогда проверка нулевой гипотезы проводится следующим образом. Если доверительный круг радиуса  $\alpha_s$  для выборочного среднего направления  $(D, I)$  накрывает (включает в себя) точку  $(D_0, I_0)$ , то нулевая гипотеза принимается: в противном случае — отклоняется.

### Многовыборочные критерии

*Равенство кучностей двух совокупностей векторов.* Пусть имеются две выборки объемами  $N_1$  и  $N_2$ . Проверяемая гипотеза  $K_1 = K_2$ . Предполагается, что выборочные значения  $K_1 > K_2$ . Если это условие не выполняется, то выборки меняются местами. В качестве критерия используется величина  $\varphi = K_1/K_2 > 1$ . Если величина  $\varphi$  больше, чем  $F [2(N_1 - 1), 2(N_2 - 1), p]$ , то проверяемая гипотеза отклоняется на уровне значимости  $p$  [88, 90]. Здесь и далее  $F [\mu_1, \mu_2, p]$  — процентиля распределения отношения дисперсий (F-распределение Фишера) со степенями свободы  $\mu_1$  и  $\mu_2$ .

*Гомогенность  $m$  совокупностей векторов ( $m > 2$ ).* Проверяемая гипотеза: кучности  $m$  выборок равны. Вычисляемая статистика (при кучности объединенной выборки  $K_\Sigma > 3$ ) [88]:

$$U = [\nu \ln((N - \Sigma R_i)/\nu) - \Sigma(v_i \ln((n_i - R_i)/v_i))]/(1 + d),$$

где  $v_i = 2(n_i - 1)$ ;  $\nu = 2(N - m)$ ;  $d = (\Sigma(1/v_i) - 1/\nu)/[3(m - 1)]$ . Если величина критерия больше  $\chi^2 [2(m - 1), p]$ , то проверяемая гипотеза отклоняется на уровне значимости  $p$ ;  $\chi^2 [\mu, p]$  — критические значения распределения  $\chi^2$  с  $\mu$  степенью свободы. Для кучности объединенной выборки  $K_\Sigma < 3$  используются более сложные формулы [88].

*Равенство средних направлений двух распределений векторов.* Проверяемая гипотеза — средние двух выборок векторов равны. Используемая статистика

$$F_2 = \frac{R_1 + R_2 - R^2/(R_1 + R_2)}{2(N - R_1 - R_2)},$$

где  $R_1, R_2$  — длины суммарных векторов первой и второй совокупности векторов соответственно;  $R, N$  — длина суммарного вектора и количество

образцов объединенной выборки. Если величина критерия больше

$$(1/p)^{1/(N-2)} - 1$$

( $p$  — уровень значимости), то проверяемая гипотеза отклоняется [90].

*Равенство нескольких средних* ( $m > 2$ ). Проверяемая гипотеза — средние равны. Вычисляемая критерияльная статистика

$$F_m = \frac{(N - m)}{(m - 1)} \cdot \frac{\sum R_i - R^2/\sum R_i}{2(N - \sum R_i)},$$

где  $R_i$  — длина суммарного вектора  $i$ -той совокупности. Если величина критерия ( $F_m$ ) больше, чем  $F[2(m - 1), 2(N - m), p]$ , то проверяемая гипотеза отклоняется.

Критерии, рассматривающие равенство средних двух и более выборок, применяются только в случае равенства кучностей этих выборок. Поэтому предварительно необходимо производить проверку на выполнение этого условия. В противном случае эти критерии являются приближенными и тогда можно лишь качественно оценивать равенство средних по перекрытию кругов доверия для средних направлений выборок.

### Тест складки

*Формулировка теста.* В тесте складки проверяемая гипотеза включает следующие предположения [7]: 1) первичное положение смятых в складки слоев известно; 2) при деформациях слои поворачивались как твердые тела вокруг горизонтальной оси вращения; 3) намагниченность пород однокомпонентна и образовалась целиком либо до, либо после деформации; 4) намагниченность однородна по направлению. В случае выполнения всех этих предположений палеомагнитные направления в одной из систем координат будут совпадать для любых залеганий слоев: в древней системе намагниченность доскладчатая, в современной — послескладчатая, т.е. тест положительный. Если тест отрицательный, то это не обязательно означает, что намагниченность является суммой разных по направлению и возрасту компонент, а свидетельствует о нарушении одного или нескольких исходных предположений.

В современной системе координат отрицательный тест может быть следствием, например, относительных движений между разрезами после складчатости, или появления некоторой дополнительной компоненты  $J_n$  в части из них (нарушается четвертое предположение). В древней системе координат варианты объяснения отрицательного результата теста еще больше, чем в современной системе. Редко учитываемые при обработке результатов первичные наклоны слоистых толщ могут достигать  $10^\circ$  для многих континентальных образований и даже  $15-20^\circ$  для лав и туфов. Влияние первичных наклонов можно выяснить, изучив складку размером в десятки и первые сотни метров (на таких расстояниях наклоны, скорее всего, были одни и те же).

Сами деформации могли быть более сложными, чем предполагается. При образовании складок, сопровождаемом развитием кливажа и сланцеватости, может иметь место переориентация зерен магнитных минералов

и, как следствие, палеомагнитных векторов. Сами вращения слоев могут быть сложнее, чем простой поворот вокруг горизонтальной оси, и палеомагнитные векторы будут непараллельны даже при выполнении остальных предположений. В литературе известны случаи достаточно надежного обнаружения сложных вращений [3, 52, 87], но гораздо интереснее другое: в огромном числе работ даже для сравнительно сильно дислоцированных толщ тест складки положителен. Иными словами, простая модель деформации справедлива по крайней мере в пределах ошибок данных.

Третье предположение об однокомпонентности намагниченности и является тем проверяемым положением, ради которого проводится тест. Именно его нарушение чаще всего приводит к отрицательным результатам.

Последнее предположение, о параллельности палеомагнитных векторов, во-первых, выполняется только тогда, когда путем осреднения резко уменьшено влияние внутри- и межпластового разброса, например вековых вариаций. В противном случае тест может быть отрицательным даже при выполнении остальных предположений. Во-вторых, за счет занижения наклонений в осадках палеомагнитные векторы еще до деформаций могут быть не параллельными. Чем однороднее коллекция по литологии, тем менее вероятно влияние этого эффекта. И, в-третьих, до- и послескладчатость не гарантирует того, что всюду намагниченность возникла одновременно в поле одного направления; и до, и после деформаций могло пройти достаточно времени для образования различных по направлению компонент  $J_n$ . Чем ближе по возрасту и по составу пород коллекция и чем меньше расстояния между точками отбора, тем менее вероятно появление таких различий.

Положительный тест означает лишь, что нет оснований считать намагниченность данной коллекции мультикомпонентной. Иными словами, в ней может присутствовать и компонента иного возраста, но с помощью примененной процедуры проверки на выбранном уровне значимости в данной коллекции ее нельзя обнаружить статистически достоверно. Изменив что-то, взяв более чувствительную процедуру, увеличив коллекцию и т.п., в тех же породах возможно будет обнаружить мультикомпонентность  $J_n$  или же вновь, с большей точностью, получить положительный результат.

Таким образом, положительный тест дает исследователю формальное основание считать намагниченность однокомпонентной, но не гарантирует от ошибок, связанных с подмагничиванием. Естественно, что их величина будет тем меньше, чем выше надежность результатов теста (см. ниже). Тест складки также дает датировку намагниченности относительно геологического события — деформаций, но ценность этой информации сильно зависит от ситуации.

Для складок оползания, возникших до литификации осадка, доскладчатость — практически синоним первичности  $J_n$ , а для деформаций, связанных с современными оползнями, она почти безинформативна. В целом точность датировки тем выше, чем меньше времени прошло между образованием породы и деформациями (для теста в древней системе координат). Изучаемые породы могли испытать несколько фаз движений. Надежный положительный результат теста в древней системе координат здесь означает, что намагниченность возникла до самой древней эпохи складкообразования.

*Сравнение средних для нескольких крыльев.* В корректной процедуре выполнения теста складки сравниваются средние векторы намагниченности по разрезам (двум и более) с моноклиральными залеганиями в каждом [90]. Проверка проводится в одной из систем координат с помощью F-критерия для всей совокупности средних по разрезам (см. выше). Положительный тест означает, что данная совокупность на некотором уровне значимости (обычно 5%) неотличима от выборки из чисто однокомпонентной  $J_n$ . Это максимум того, что можно утверждать по имеющимся данным; окончательный результат находится как общее среднее всей совокупности. В целом чувствительность этого теста возрастает пропорционально различиям в залеганиях и точности вычисления каждого среднего, т.е. увеличивается с ростом объема коллекции. Для выполнения теста надо доказать сначала, что все кучности статистически однородны по  $\chi^2$ -критерию, а затем при помощи F-критерия провести анализ палеомагнитных направлений.

У теста есть ограничения. Первое — требование приблизительного равенства кучностей — при отборе одних и тех же пород, скорее всего, будет выполняться. Если кучности различаются, то можно выполнять тест качественно: считать его положительным, если все круги доверия средних по разрезам перекрываются, и отрицательным — в противном случае. Такой подход более или менее оправдан при малом числе крыльев (три-пять), так как при большем их числе уже вполне вероятно, что какие-либо два круга не перекроются просто за счет выборочных флуктуаций. Более строгие подходы [88] пока на практике не применяются.

Второе ограничение — моноклиральность залеганий в каждом разрезе — более существенно, так как не всегда можно найти подходящие объекты. Если залегания изменчивы или обнажения малы для отбора больших коллекций, приходится отбирать малое число образцов в большом числе точек ("точка" примерно эквивалентна "site" в англоязычной литературе). При таком отборе средние векторы могут различаться только за счет недостаточного осреднения разброса (см. выше). Сказать же, нарушением какого предположения, лежащего в основании теста складки, вызван отрицательный результат, очень часто нельзя.

*Метод группирования.* В [7] была предложена разновидность теста для крыльев складки, в которой размытое распределение нормалей к пластам для всей коллекции разбивается на группы, достаточно большие для приемлемого осреднения разброса палеомагнитных векторов в каждой и достаточно малые, чтобы залегания пластов можно было считать одинаковыми. При этом можно не обращать внимания на реальное расположение мест отбора. Обычно при группировании группы должны быть выпуклыми и неперекрывающимися. Сама процедура и интерпретация результатов идентичны описанному выше тесту средних по разрезам — здесь вместо них средние по группам. В разбиении на группы есть определенный произвол и некоторая потеря информации, но ничуть не большие, чем при выборе моноклиальных пачек из всех имеющихся обнажений.

*Метод выравнивания.* Наиболее распространенный вариант теста складки — "метод (или тест) выравнивания" — сводится к сравнению кучностей палеомагнитных направлений в современной ( $K_c$ ) и древней ( $K_d$ ) системах координат [50, 89]. Если отношение  $K_d/K_c$  много больше единицы,

то намагниченность доскладчатая, если много меньше, то послескладчатая, если близка к единице, то определенного вывода сделать нельзя: либо малы вариации залеганий по сравнению с разбросом палеомагнитных векторов, либо вклады до- и послескладчатой компонент в суммарную намагниченность соизмеримы. При выполнении процедуры тестирования выполняется проверка значимости отличия этого отношения от единицы с помощью статистического  $F$ -теста по специальным статистическим таблицам (например, [12, 13, 39, 46, 48, 54]).

Несмотря на простоту и распространенность, тест выравнивания неверен (некорректен) сразу по многим причинам [7]. При формулировке предположений, лежащих в основе этого теста, и в выводе, который делается на их основании, не определена величина отношения  $K_d/K_c$ , при превышении которой намагниченность можно считать доскладчатой. А в процедуре статистического критерия проверяется значимость отличия этого отношения от единицы — нулевая гипотеза  $H_0: K_d/K_c = 1$ . Ее проверяют (см. выше) и, допустим, отвергают. Из этого не следует ничего, кроме того, что нулевая гипотеза не выполняется.

Такое соотношение действительно должно выполняться в некоторых случаях, однако оно не является как необходимым, так и достаточным. Во-первых, отношение кучностей может быть отличным от единицы только при достаточной величине вариаций залегания пластов. Во-вторых, ниоткуда не вытекает, что в реальной коллекции намагниченность действительно однокомпонентна. И максимум того, что можно сказать, — одна из компонент преобладает. Несколько именно, определить нельзя (см. также первый раздел главы 2).

Из общих соображений ясно, что величина отношения кучностей зависит не только от соотношения компонент, но и от различия элементов залегания между пунктами отбора образцов; в формулах это никак не учитывается. Была сделана попытка учесть в тесте кучность распределения нормалей к опробованным пластам [50], но использованные для этого формулы получены эмпирически и их корректность не обоснована. Конечно, если отношение кучностей порядка сотни, то в коллекции действительно имеется, по-видимому, только одна компонента  $J_n$ . Но ведь на практике различия гораздо скромнее — в 3–5 раз, а такие значения, как было показано в [7], статистически значимо отличаются от единицы, а вывод, делаемый на основании этого, физически не верен.

Конечно, если бы была возможность, исходя из практического опыта или других соображений, определить величину отношения кучностей ( $\varphi^*$ ), достаточную для вывода об однокомпонентности намагниченности, то можно было бы переформулировать нулевую гипотезу ( $H_0: \varphi = K_d/K_c \geq \varphi^*$ ;  $H_1: \varphi < \varphi^*$ ). Тогда тест выравнивания был бы корректен с физической точки зрения (см. также первый раздел главы 2).

Есть еще одна веская причина считать тест выравнивания некорректным. Из самого характера статистического  $F$ -критерия следует, что с увеличением коллекции все более близкие к единице значения отношения  $K_d/K_c$  должны считаться статистически значимыми, т.е. при все более соизмеримых вкладах компонент в суммарную намагниченность будет формальное основание говорить об однокомпонентности  $J_n$ . Парадокс: с ростом выборки чувствительность теста падает. Причина этого ясна — все дело в подмене понятий, неверной интерпретации нулевой гипотезы.

*Корреляционный тест.* В [7] был предложен вариант теста складки, не требующий разбиения на группы векторов намагниченности всей коллекции.

Изменим формулировку нулевой гипотезы теста. При выполнении всех исходных предположений теста складки не должно быть зависимости между элементами залегания слоев и палеомагнитными векторами в современной системе координат (если намагниченность послескладчатая) и в древней координатной системе (если намагниченность доскладчатая). Для проверки на наличие такой зависимости используются коэффициенты корреляции между проекциями на главные оси двух совокупностей векторов: направлений намагниченности  $J_n$  и нормалей к пластам  $N$  [76].

Так как эти совокупности распределены не по нормальному закону, а выявляемые зависимости нелинейны, то применяется ранговая корреляция, а критериальными статистиками являются девять коэффициентов корреляции Спирмена [54]. Если абсолютная величина хотя бы одного из девяти вычисленных значений коэффициентов корреляции Спирмена больше некоторого критического, то гипотеза о независимости двух совокупностей векторов отклоняется. Критические значения для коэффициента ранговой корреляции Спирмена (уровни значимости 5, 2 и 1%) для двух одномерных выборок приведены в табл. 8, составленной на основании работ [48, 54, 81].

Опишем алгоритм тестирования с помощью корреляционного теста складки в одной из координатных систем, например в древней. Первоначально имеются две совокупности векторов: направления намагниченности и нормали к пластам.

1. С помощью процедуры, используемой в методе пересечения кругов перемагничивания, определяются направления трех главных компонент для каждой из двух совокупностей.

2. Вычисляются проекции на главные оси исходных декартовых координат векторов:  $(x_J, y_J, z_J) \Rightarrow (J_1, J_2, J_3)$  и  $(x_N, y_N, z_N) \Rightarrow (N_1, N_2, N_3)$ . Здесь  $(x_J, y_J, z_J)$  и  $(x_N, y_N, z_N)$  — совокупности векторов намагниченности и нормалей к пластам в декартовых координатах,  $(J_1, J_2, J_3)$  и  $(N_1, N_2, N_3)$  — проекции векторов намагниченности и нормалей к пластам соответственно на первую, вторую и третью главные оси. Проекция вектора  $(x, y, z)$  на какое-либо направление  $(a, b, c)$  определяется (если эти векторы единичной длины) по формуле

$$p = ax + by + cz.$$

3. Вычисляется матрица из девяти коэффициентов ранговой корреляции Спирмена между совокупностями  $(J_1, J_2, J_3)$  и  $(N_1, N_2, N_3)$

$$R_S = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix},$$

где  $r_{ij}$  — коэффициент корреляции, вычисляемый между проекциями на  $i$ -тую главную ось для совокупности векторов  $J_n$  и проекциями на  $j$ -тую главную ось для совокупности нормалей к пластам. Коэффициент ранговой корреляции  $r_S$  для выборки  $(u_i, v_j)$  объема  $n$  определяется как

Таблица 8. Критические значения коэффициентов корреляции Спирмена для двухстороннего критерия

N	A	Б	В	Г	Д	N	A	Б	В	Г	Д
	5%	2%	1%	5%	5%		5%	2%	1%	5%	5%
7	0,785	0,892	0,928	0,928	0,964	29	0,369	0,432	0,474		0,533
8	0,738	0,833	0,880	0,922	0,904	30	0,362	0,425	0,466	0,484	0,525
9	0,683	0,783	0,833	0,866	0,866	31	0,355	0,416	0,456		0,517
10	0,648	0,733	0,793	0,815	0,830	32	0,349	0,409	0,440		0,510
11	0,609	0,700	0,754		0,790	33	0,344	0,403	0,442		0,503
12	0,580	0,671	0,727		0,767	34	0,338	0,397	0,436		0,496
13	0,555	0,643	0,697		0,745	35	0,333	0,392	0,430	0,459	0,489
14	0,534	0,622	0,674		0,724	36	0,329	0,386	0,424		0,483
15	0,518	0,600	0,653	0,692	0,704	37	0,324	0,381	0,418	0,453	0,476
16	0,500	0,582	0,632		0,696	38	0,320	0,376	0,413		0,470
17	0,485	0,564	0,615		0,670	39	0,316	0,371	0,408		0,465
18	0,472	0,548	0,597		0,655	40	0,312	0,367	0,403	0,442	0,459
19	0,458	0,533	0,582		0,640	41	0,308	0,362	0,398		0,454
20	0,445	0,520	0,568	0,609	0,626	42	0,304	0,358	0,393		0,449
21	0,435	0,508	0,554		0,616	43	0,300	0,354	0,389		0,444
22	0,424	0,496	0,542		0,600	44	0,297	0,350	0,384		0,439
23	0,415	0,485	0,530		0,590	45	0,294	0,346	0,380		0,434
24	0,406	0,475	0,520		0,579	46	0,290	0,342	0,376		0,430
25	0,398	0,465	0,510	0,539	0,567	47	0,287	0,338	0,372		0,425
26	0,383	0,456	0,500		0,559	48	0,284	0,335	0,368		0,421
27	0,382	0,448	0,491		0,550	49	0,281	0,331	0,365		0,417
28	0,375	0,440	0,482		0,540	50	0,278	0,328	0,361		0,413

*Примечание.* А, Б, В – критические значения для рангового коэффициента корреляции Спирмена для двух одномерных выборок. Критические значения для наибольшего значения из девяти коэффициентов ранговой корреляции Спирмена между проекциями на главные оси для двух фишеровских выборок векторов (результаты моделирования методом Барнара – Г) и при условии попарной независимости между коэффициентами (Д).

обыкновенный коэффициент корреляции ранговых переменных [54]. Для этого ранжируются значения  $u$  по возрастанию, приписывая им ранги от 1 до  $N$ . Аналогичная операция производится и с  $v$ . Величина коэффициента ранговой корреляции Спирмена вычисляется по формуле

$$r_S = 1 - 6(d_1^2 + \dots + d_n^2) / (n^3 - n),$$

где  $d_i$  – разность между значениями рангов  $i$ -го значения  $u$  и соответствующего значения  $v$ . Для  $n > 30$  кроме того вычисляется матрица величин

$$t_S = r_S \sqrt{(n-2)/(1-r_S^2)}.$$

4. Если величина хотя бы одного из девяти коэффициентов  $r_{ij}$  превосходит по абсолютной величине некоторое критическое значение (о применении таблиц критических значений и уровнях значимости см. далее), то гипотеза о независимости рассматриваемых двух совокупностей векторов отвергается. Для  $n > 30$  в качестве критерия может использоваться величина  $t_S$  – гипотеза отклоняется, если  $t_S > t[n-2, p]$ , где  $t[\mu, p]$  – крити-

ческие значения  $t$ -распределения Стьюдента с  $\mu$  степенями свободы (об уровне значимости см. ниже).

В [7] было отмечено, что корреляционный тест складки обладает большой чувствительностью к обнаружению второй компоненты намагниченности, и поэтому необходимо пользоваться 1%-ным уровнем значимости (см. табл. 8, столбец В). Если предположить независимость между любой парой из девяти вычисляемых коэффициентов ранговой корреляции, то при выполнении нулевой гипотезы ( $H_0$ : корреляция между двумя совокупностями векторов отсутствует) вероятность  $\gamma$  того, что хотя бы один из девяти коэффициентов случайно превзойдет критическое значение на уровне значимости  $\alpha$  будет равна  $\gamma = 1 - (1 - \alpha)^9$ . Тогда для  $\alpha$ , равного 1 и 5%, величина  $\gamma$  принимает значения 8,6 и 37% соответственно. Следовательно для получения  $\gamma = 5\%$  необходимо использовать таблицы критических значений коэффициента ранговой корреляции Спирмена для двух одномерных выборок с уровнем значимости  $\alpha = 0,63\%$ . Такие таблицы отсутствуют.

Можно воспользоваться опубликованными таблицами для уровня значимости 1% или рассчитать критические значения при  $\alpha = 0,63\%$  для  $n < 14$ , используя таблицы распределения сумм квадратов рангов [30] (для  $n > 30$  можно воспользоваться приближением величины  $t_S$  распределением Стьюдента) (см. табл. 8). Но, к сожалению, путем численного моделирования было доказано, что девять вычисляемых коэффициентов не являются попарно независимыми (это является следствием зависимости между декартовыми координатами векторов единичной длины), и поэтому это будет неправомерным.

В табл. 8 (столбец Г) приведены также критические значения для наибольшего по абсолютной величине из девяти вычисленных коэффициентов  $r_S$ , полученные методом Барнарда, основанном на применении метода Монте-Карло (см. соответствующие разделы в первой и второй главах). Для объемов коллекций, для которых не вычислены критические значения коэффициентов корреляции, можно использовать приближенную формулу  $r_S = 2,37 n^{-0,46}$ .

Этими критическими значениями и необходимо пользоваться при выполнении корреляционного варианта теста складки. Если в результате применения этих критических значений нулевая гипотеза теста будет отклонена, вероятность правильности делаемого вывода составляет 95% (вероятность ошибочного отклонения нулевой гипотезы 5%). Уровень значимости при использовании критических значений коэффициента корреляции Спирмена для двух одномерных выборок (при  $\alpha = 1\%$ ) составляет около 9%.

*Сравнение вариантов теста складки.* Было проведено сравнение чувствительности, т.е. способности обнаруживать слабую компоненту другого возраста и направления, трех процедур выполнения теста складки: 1) по отношению кучностей (тест выравнивания); 2) способом группирования; 3) используя корреляционный тест, с помощью численного моделирования и на реальных коллекциях [7,76].

Для моделирования были взяты три распределения нормалей к пластам, одна выборка распределения послескладчатой компоненты ( $D = 0, I = 60, K = 100$ ) и три случайные выборки доскладчатой компоненты из генераль-



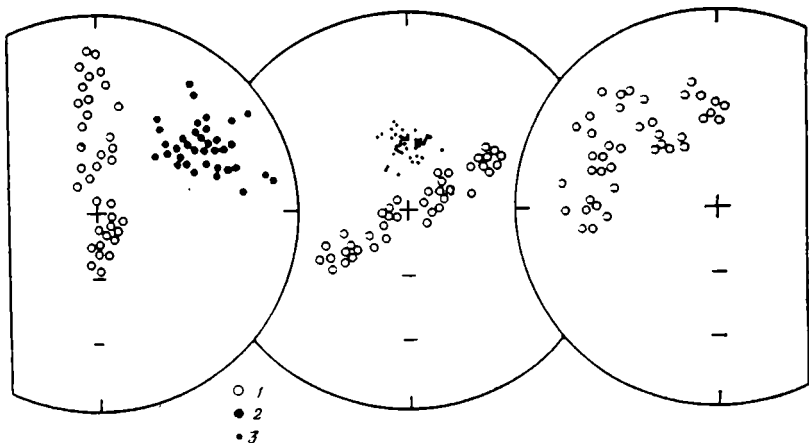


Рис. 12. Модельные примеры распределения нормалей к пластам (1), направлений доскладчатой (2) и послескладчатой (3) компонент намагниченности

ной совокупности с параметрами  $D = 60$ ,  $I = 30$ ,  $K = 30$  (рис. 12). Каждая выборка постепенно "загрязнялась" другой компонентой, причем значения  $J_n$  (в долях  $J_a$ ) случайно варьировались в интервале  $\pm 0,05$ , и далее проводилась проверка каждым из трех тестов. Расчеты были сделаны для трех распределений нормалей и каждой выборки  $J_a$  (всего девять вариантов) при различных величинах подмагничивания.

На гистограммах показано (рис. 13), при какой величине подмагничивания в девяти рассмотренных вариантах оно было обнаружено каждым тестом, а также показано изменение величин критериальных статистик для одного из вариантов.

Чувствительности тестов 2 и 3 вполне соизмеримы (у корреляционного несколько выше). Чувствительность обоих намного превосходит чувствительность теста 1. В модельных примерах слабое подмагничивание ( $J_n/J_a = 10-20\%$ ) не всегда обнаруживалось тестами 2 и 3, но при этом различия между истинными и измеренными векторами составляли в среднем  $5-6^\circ$ , только в одном варианте достигнув  $9^\circ$ . Для сравнения: тест 1 давал положительный результат при различиях до  $12-30^\circ$ .

В одном варианте моделирования кучность доскладчатой компоненты была увеличена с 30 до 140. Для отношения  $K_d/K_c$ , равных 7,2 и 3,6, различия между истинными и расчетными направлениями достигали 11 и  $17^\circ$  соответственно.

Этот пример говорит о невозможности дать какое-либо ограничение на величину отношения кучностей, выше которой тест выравнивания был бы всегда верен.

Таким образом, при анализе чувствительности трех вариантов теста складки можно сделать вывод о непригодности теста выравнивания для строгого анализа палеомагнитных данных. Для решения этой задачи следует, порознь или совместно, применять три описанных выше корректных теста: сравнение средних для разных крыльев моноклинально залегающих

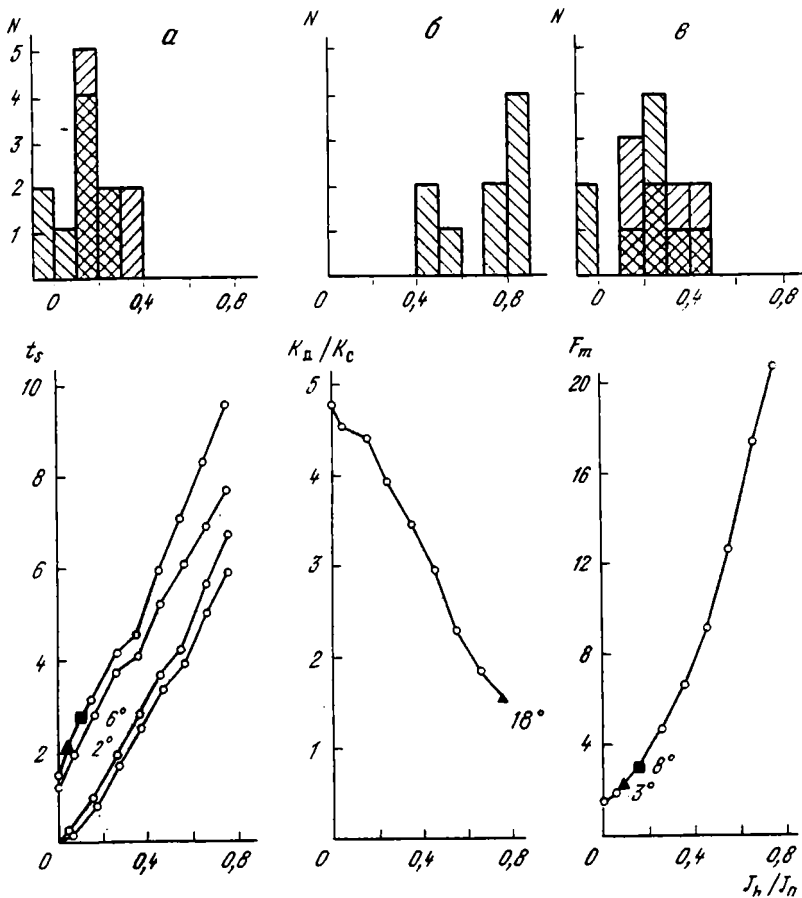


Рис. 13. Гистограммы, характеризующие порог обнаружения подмагничивания для различных вариантов теста складки, и примеры изменения величин вычисляемых при этом критериев (все в зависимости от отношения послескладчатой и доскладчатой компонент)

На гистограммах: левый и правый наклоны штриховки — для уровня значимости 5 и 1% соответственно. На графиках цифры обозначают различие в градусах между средними векторами исходного и подмагниченного распределений для значений  $J_h/J_a$ , при которых обнаруживается двухкомпонентность (треугольник и квадрат — для уровней значимости 5 и 1% соответственно); а, б, в — тесты 3, 1, 2 соответственно

пород, тест группирования и корреляционный тест. Возможны следующие варианты результата применения теста.

1. Выделяется (видна) только доскладчатая компонента намагниченности — корреляция между элементами залегания пластов и направлениями намагниченности наблюдается только в современной системе координат; средние для групп образцов с разными элементами залегания различаются только в современной системе координат.
2. Выделяется только послескладчатая намагниченность — корреляция

и различия в средних по группам заметны только в древней системе координат.

3. Намагниченность является суммой до- и послескладчатой компонент намагниченности — корреляция и различия заметны и в той, и в другой системах координат.

4. Ни до-, ни послескладчатой компонент не заметно — в обеих системах координат коэффициенты корреляции и различия в средних не значимы. В этом случае для определенного вывода необходимо либо большее количество образцов, либо большие вариации в элементах залегания пластов.

Выше везде предполагалось, что различия в залеганиях достаточно велики для получения определенных выводов. Это не всегда так, и четвертый вариант интерпретации результатов теста складки является критерием достаточности: если в обеих системах координат тест положителен, то различий в залеганиях для данной коллекции не хватает для однозначного ответа. Необходим дополнительный отбор либо большего числа образцов, либо сильнее различающихся в залегании слоев. Отсюда следует очень важный вывод [7]: тест складки необходимо проводить в обеих системах координат.

Добавим, что эти два теста применимы и при значительном разбросе палеомагнитных направлений по сравнению с разбросом нормалей к пластам. При применении корреляционного теста складки принципиально существуют трудности, связанные с наличием ошибок в определении элементов залегания пород горным компасом. Предположим, что залегание пород в строгом смысле моноклиальное, а все вариации связаны с ошибками измерений горным компасом. Тогда пересчет векторов  $J_n$  из произвольной системы координат образца в современную и древнюю системы координат будет производиться по формулам, в которые входят значения элементов залегания, определенных с ошибками. Это приведет к тому, что будет наблюдаться зависимость между векторами намагниченности в обеих системах координат и ошибками в элементах залегания пластов (или связанными с ними элементами залегания). Проведенное численное моделирование на ЭВМ показало, что несмотря на принципиальное наличие такого рода зависимостей, при реально наблюдаемых численных палеомагнитных характеристиках (кучности векторов намагниченности и нормалей к пластам) ошибки в измерении горным компасом не дадут такого эффекта. Кроме того, такой эффект, возникающий при применении корреляционного теста складки для моноклиально залегающих пород, может привести только к отбраковке "хорошей" коллекции, а не к использованию непригодной. В этом случае корреляция должна наблюдаться в обеих системах координат.

### Тест галек

Одним из методов, позволяющих датировать изучаемую намагниченность относительно некоторого события — времени переотложения породы в виде конгломератов — является тест галек [50].

*Формулировка теста.* Условимся о терминологии. Будем называть додеформационной намагниченность, образовавшуюся до размыва коренных пород и переотложения их в виде конгломератов. Вторичную намагничен-

ность, возникшую во время или после переотложения конгломератов, будем соответственно называть последеформационной.

В основе теста лежат следующие предположения.

1. Гальки конгломератов представляют собой именно те породы, вывод о времени намагниченности которых предполагается сделать.
2. Последеформационная намагниченность однородна по направлению.
3. Намагниченность галек образовалась до переотложения пород в виде галечников.
4. Положение осей галек в современной системе координат равновероятно в пространстве.

Выполнение первого предположения необходимо для обеспечения правильности перенесения делающихся в результате тестирования выводов на породы в коренном залегании. Проверка выполнения этого предположения собственно не относится к тесту галек. Какие существуют способы для проверки выполнения этого предположения? Вероятно, это могут быть кроме визуального обследования при проведении полевых работ химические анализы, микроскопические исследования шпифов, магнитоминералогические исследования. С помощью этого набора методов, по-видимому, можно установить идентичность галек и изучаемых пород в коренном их залегании. К сожалению, не всегда такого рода исследования проводятся.

Во втором предположении выдвигается требование однородности по направлению последеформационной намагниченности. Если направление предполагаемой вторичной компоненты не единственно и, особенно, если эта компонента разнополярная, то наложение компонент может привести к хаотизации суммарной картины [9]. Возможный результат – принятие в качестве додеформационной намагниченности – намагниченности явно перемагниченных пород.

Третье предположение и есть именно то утверждение, ради которого проводится тест галек. При совместном выполнении третьего и четвертого предположений распределение векторов  $J_n$  галек в современной системе координат должно быть хаотичным (равномерным) на сфере. Нулевая гипотеза, которая проверяется математически при помощи теста Рэлея [23, 55, 88],  $H_0: K = 0$ . Конкурирующая с ней альтернативная гипотеза  $H_1: K = K_1 > 0$ . Статистикой критерия является величина  $R_{cp} = R/N$ , где  $N$  – количество галек, для которых вычисляется суммарный вектор. Если величина статистики превосходит некоторое критическое значение  $R_{кр}[N, \alpha]$ , где  $\alpha$  – уровень значимости, то нулевая гипотеза отклоняется и делается вывод, что в наблюдаемой совокупности векторов присутствует регулярная компонента ( $K > 0$ ). Вероятность ошибки такого вывода равна уровню значимости  $\alpha$ . Таблицы критических значений  $R_{кр}$  приводятся в [23, 88].

Четвертое предположение скорее всего выполняется для галек, близких по форме к изометричным. Для галек осадочных слоистых пород, образующих плоские по форме гальки, это предположение может не выполняться. Плоские гальки будут стараться расположиться при переотложении конгломератов горизонтально. Если оси галек закономерным образом расположены по отношению к плоскости напластования пород в коренном залегании, вектор  $J_n$  первичен, т.е. также закономерно расположен по отношению к плоскости напластования и оси галек не хаотично распределены в прост-

ранстве в переотложенных конгломератах, то распределение векторов  $J_n$  в пространстве должно быть неравномерным.

Естественный фишеровский разброс векторов на сфере, наложенный на рассеяние в ориентировке осей галек (последний фактор имеет регулярную, но малую составляющую), может завуалировать наличие малой вторичной компоненты. Поэтому если результат теста Рэлея свидетельствует о неравномерности распределения векторов  $J_n$ , то это может быть обусловлено невыполнением предположения 4. В связи с этим в случае отрицательного результата теста Рэлея (т.е. выводе о неравномерности распределения векторов  $J_n$ ) для таких пород тест галек следует проводить по другому. Но об этом следует позаботиться во время полевых работ и при отборе галек при наличии в них признаков слоистости производить замеры компасом расположения слоистости в пространстве. Тогда после приведения  $J_n$  к "древней" системе координат (совмещения слоистости в гальках с горизонтальной плоскостью) векторы стабильной намагниченности образуют на сфере два кольца с приблизительно постоянным наклоном двух полярностей. Склонение векторов  $J_n$  должно быть равномерным на круге. Для установления этого факта можно применить вариант теста Рэлея для круга [23, 43, 88]. Проверяемая нулевая гипотеза  $H_0$ : распределение склонений равномерно на круге (параметр концентрации распределения фон Мизеса  $K = 0$ ). Критериальная статистика – нормированная величина вектора–результанта, вычисляемая по формуле

$$R = \frac{1}{N} \sqrt{(\sum \cos D_i)^2 + (\sum \sin D_i)^2}.$$

Если величина статистики превосходит критическое значение  $R_{кр} [N, \alpha]$ , где  $\alpha$  – уровень значимости, то нулевая гипотеза отклоняется ( $R > 0$ ). Таблицы критических значений  $R_{кр}$  для критерия Рэлея на круге приводятся в [23, 43, 88].

Таким образом при отклонении тестом Рэлея нулевой гипотезы о равномерном расположении на сфере векторов  $J_n$  галек необходимо проводить этот же тест для осей галек, а затем тест Рэлея для склонений векторов.

В связи с вышеизложенным опишем стандартную процедуру выполнения теста галек (рис. 14).

1. Доказывается идентичность составов галек, для которых проводится тест, и пород в коренном залегании, на которые хотят перенести вывод теста. Если результат положителен (состав идентичен) перейти к пункту 2, в противном случае делается вывод 1 (см. ниже).

2. Производится тестирование на наличие сгруппированности векторов на сфере (проверка предположения 2). Если векторы не образуют групп на сфере, перейти к пункту 3; в противном случае делается вывод 2 (см. ниже).

3. Проводится тестирование на равномерность распределения векторов  $J_n$  на сфере в современной системе координат. Если результат тестирования положителен, перейти к пункту 7. В противном случае перейти к пункту 4.

4. Если гальки неизометричны и имеются замеры расположения осей галек в пространстве, перейти к пункту 5. В противном случае делается вывод 3а (см. ниже).

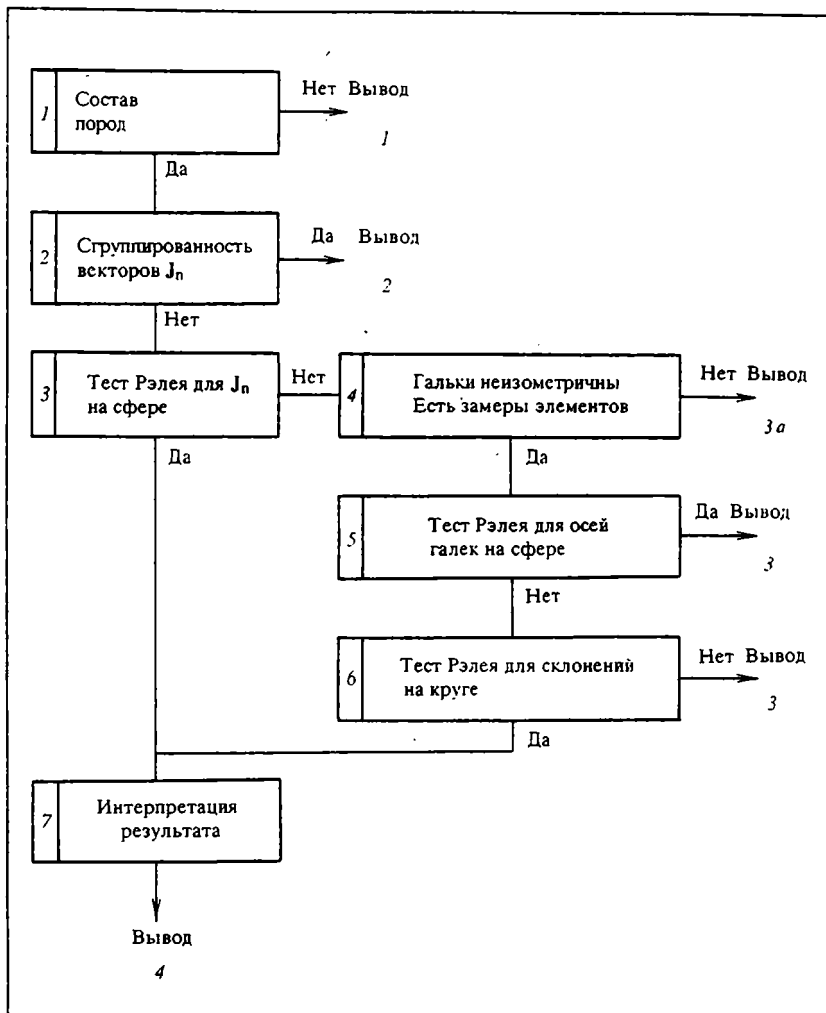


Рис. 14. Схема выполнения стандартной модификации теста галек

5. Проводится тестирование распределения осей галек на равномерность. В случае если результат тестирования положителен (оси галек распределены равномерно на сфере), делается вывод 3 (см. ниже). Если результаты тестирования отрицательны, перейти к пункту 6.

6. Проводится тестирование на равномерность распределения склонений векторов  $J_n$  на круге (в "древней" системе координат). Если результат тестирования положителен, перейти к пункту 7. В противном случае делается вывод 3 (см. ниже).

7. Производится интерпретация положительного результата теста галек и делается вывод 4.

Таблица 9. Возможные угловые ошибки стандартной модификации теста галек при мощности теста 80%

$N$	$R_{кр}$	$J_h/J_a$	$\varphi_{max}$	$N$	$R_{кр}$	$J_h/J_a$	$\varphi_{max}$
10	0,503	0,85	60	30	0,290	0,50	30
20	0,358	0,60	40	50	0,230	0,45	25

В результате применения описанной последовательности проведения теста галек делаются следующие выводы.

Вывод 1. Если не доказана идентичность состава пород галек и пород в коренном залегании, делается вывод о невозможности применения теста галек к рассматриваемой коллекции – не найден подходящий объект.

Вывод 2. Векторы на сфере сгруппированы. Проводить тест галек нельзя. Возможно, нарушено предположение об однокомпонентности последеформационной намагниченности (предположение 2).

Вывод 3. Изучаемая намагниченность не стабильна, имеется последеформационная компонента.

Вывод 3а. Если породы не слоисты, то делается вывод 3. Если породы слоисты, но нет замеров осей галек – не возможно дальнейшее тестирование.

Вывод 4. Изучаемая намагниченность образовалась до переотложения пород в виде конгломератов. Исходя из количества использованных образцов галек определяется величина отношения  $J_h/J_a$ , которая может быть не замечена тестом (рис. 15, а), и величина возможной угловой ошибки при интерпретации рассматриваемой намагниченности как первичной (см. табл. 9 и рис. 15, б). Более подробно интерпретация положительного результата тестирования будет рассмотрена ниже.

Кратко опишем процедуру тестирования на сгруппированность векторов на сфере, использующую метод ближайшего соседа [23, 54]. Согласно этому методу ожидаемое расстояние между близлежащими точками на сфере (пуассоновское распределение)

$$\delta = 1/2 \sqrt{S/N} = 2\sqrt{\pi/N},$$

$S = 4\pi$  – площадь единичной сферы, а  $N$  – количество векторов в коллекции. Выборочное стандартное отклонение

$$\sigma = 1/N \sqrt{4 - \pi}.$$

Распределение для  $\delta$  – нормально при  $N > 6$  и, следовательно, можно использовать  $z$ -критерий для проверки гипотезы о том, что наблюдаемое расстояние между ближайшими соседними точками  $d$  рассматриваемой совокупности точек на сфере равно ожидаемому значению  $\delta$  для случайной равномерной схемы точек той же плотности. Значение критериальной статистики  $z = (d - \delta)/\sigma$ . Возможны следующие соотношения величин  $d$  и  $\delta$  ( $R = d/\delta$ ). Если все точки совпадают, либо образуют на сфере несколько групп, в которых точки совпадают, то  $R = 0$ . Если точки равномерно распределены на сфере, то  $R = 1$ . Промежуточное между этими двумя распределениями (например, если точки на сфере сгруппированы в несколь-

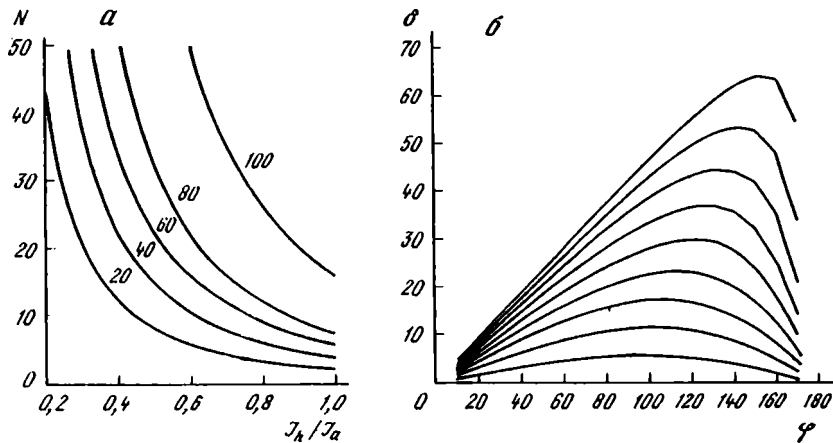


Рис. 15. Надежность теста галек

*a* – зависимость процента обнаружения вторичной компоненты стандартной модификацией теста галек (мощности теста) от объема выборки  $N$  и степени подмагничивания  $J_h/J_a$ ; *б* – зависимость угловой ошибки ( $\delta$ ) в определении вектора  $J_a$  от степени подмагничивания  $J_h/J_a$  (параметр кривых) и угла  $\varphi$  между векторами  $J_a$  и  $J_h$

ко кластеров, в каждом из которых распределены по закону, близкому к фишеровскому) даст значение  $0 < R < 1$ . Возможна также величина  $R > 1$ : например, в случае закономерного расположения точек в вершинах вписанного в сферу додекаэдра.

*Чувствительность теста галек.* Принимая в результате выполнения тестирования нулевую гипотезу, мы не знаем величину вероятности возможно допускаемой при этом ошибки 2-го рода (вероятности принять  $H_0$  когда на самом деле выполняется альтернативная гипотеза [23, 54]), которая может быть и довольно большой. Мощность критерия зависит от количества используемых векторов и величины подмагничивания вторичной компонентой намагниченности.

Рассмотрим подробнее вопрос о мощности теста Релея, т.е. об ошибках в случае принятия нулевой гипотезы. В работе [94] приведены результаты моделирования для совокупности случайных равномерно распределенных на сфере единичных векторов, на которые накладывается регулярная компонента разной величины (эта компонента имитирует подмагничивание). Вывод, сделанный в результате моделирования, – при разумных объемах (20–30 образцов галек) чувствительность теста Релея невысока; особенно при отношениях  $J_h/J_a$  0,5 и менее. Наличие подмагничивания при указанных соотношениях  $J_h/J_a$  устанавливается лишь в 50–80% случаев. Ошибка в определении среднего направления при этом может достигать 20–30° (см. рис. 15,б).

Приведем для наглядности результаты моделирования, аналогичного проделанному в статье [94]. На рис. 16,а в качестве примера представлена кривая плотности вероятности вычисленных критериальных статистик теста галек для выборки объема 10. Двухкомпонентная намагниченность моделировалась при помощи метода Монте-Карло [9]. Одна из компонент ( $J_a$ ) имела равномерное распределение на сфере, вторая ( $J_h$ ) – была



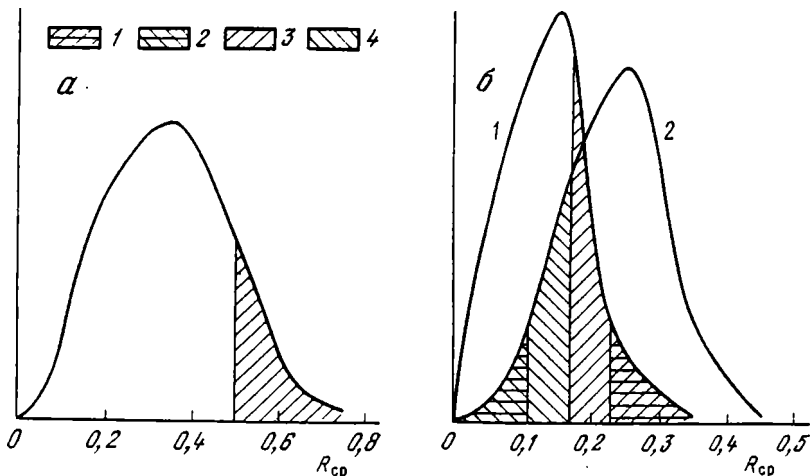


Рис. 16. Кривые распределения вероятностей критериальных статистик  $R_{cp}$  для объемов выборок 10 (а) и 50 (б)

а — кучность вторичной компоненты  $K = 30$ , отношение величин компонент  $J_h/J_a = 0,3-0,4$ , заштрихованная область — значения критериальных статистик, превысивших критическое значение (0,503); б — при выполнении гипотез  $H_1: K = 0, J_h = 0$  (кривая 1) и  $H_2: K > 0, J_h/J_a > 0,3$  (кривая 2)

1, 2 — критические области для гипотез  $H_1$  и  $H_2$  соответственно (вероятность ошибок 1-го рода 5%); 3, 4 — критические области для гипотез  $H_1$  и  $H_2$  соответственно (вероятности ошибок  $\alpha$  и  $\beta$  равны 20%)

распределена в соответствии с законом Фишера с кучностью  $K = 30$ . (Заметим, что величина кучности второй компоненты в пределах 10–100 практически не сказывается на приводимых ниже результатах.) Отношение величин  $J_h/J_a$  равно 0,3–0,4. Из кривой на рис. 16,а видно, что лишь в 20% случаев тест обнаружит вторичную компоненту, хотя величина подмагничивания достаточно большая. При такой величине подмагничивания (0,3–0,4) величина угловой ошибки в определении направления первичной компоненты может достигать 15–20° (см. рис. 15,б). Таким образом, мощность критерия для данного случая ( $N = 10, J_h/J_a = 0,3-0,4$ ) составляет только 20%, а вероятность ошибочно считать намагниченность галек додеформационной (вероятность ошибки 2-го рода) составляет соответственно 80%. Напомним, что вероятность ошибки 1-го рода, т.е. вероятность ошибочно полагать присутствие последеформационной компоненты намагниченности, составляет 5% (выбираемый уровень значимости теста).

На рис. 15,а приведены приближенные значения мощности теста галек, полученные при подобном моделировании для различных рассматриваемых объемов и разных величин подмагничивания. Гарантированно наличие подмагничивания (т.е. приблизительно в 100% случаев) можно установить лишь при величине подмагничивания  $J_h/J_a = 0,8-1,0$  для  $N = 10-20$  и при  $J_h/J_a = 0,5 - 0,7$  для  $N = 30-50$ . Если ограничиться также достаточно большой мощностью критерия около 80%, то обнаруживаемая величина подмагничивания составит 0,6–0,8 для  $N = 10-20$  и 0,4–0,5 для  $N = 30-50$ . Угловые ошибки в определении направления  $J_a$  даже для последнего слу-

чая могут достигать  $30^\circ$ . Все это говорит о малой чувствительности теста галек к обнаружению вторичной компоненты. И следовательно чаще всего получаемый результат – “намагниченность додеформационная” – имеет малую надежность.

*Тест галек повышенной надежности.* Рассмотрим новую модификацию теста галек, обладающую повышенной надежностью. Для этого поменяем местами нулевую и альтернативную гипотезы в формулировке теста. Нулевая гипотеза  $H_0$ : имеется регулярная нехаотичная компонента. Процедура тестирования тогда сведется к следующему.

1. Задается величина максимально допустимой угловой ошибки в определении первичного вектора. Например,  $\varphi_{\max} = 15^\circ$ .

2. На основании этого задается допустимое процентное содержание вторичной последеформационной компоненты (см. рис. 15, б)  $t = J_h/J_a < 0,25$ .

3. Задается величина кучности вторичной компоненты (например,  $K_2 = 30$ ). Результаты тестирования мало чувствительны к изменениям  $K_2$  от 10 до 100 при  $t = J_h/J_a < 0,5$ .

4. Формулируется нулевая гипотеза  $H_0: J_h/J_a \geq t$ . Альтернативная гипотеза  $H_1: J_h/J_a < t$ . Критерияльной статистикой теста галек в этой модификации как и обычно является величина  $R_{cp}$ . Если величина  $R_{cp}$  меньше некоторого критического значения, то нулевая гипотеза отклоняется.

В случае выполнения нулевой гипотезы результат тестирования интерпретируется следующим образом. Намагниченность содержит последеформационную компоненту  $J_h$ , причем величина ее в отношении к первичной  $J_h/J_a \geq t$ .

В случае отклонения  $H_0$  и принятия альтернативной результат теста интерпретируется следующим образом. Намагниченность содержит последеформационную компоненту (это входит в формулировку статистической модели), причем величина ее в отношении к первичной компоненте не превышает  $t$ . В этом случае возможные угловые ошибки в определении первичного вектора не превышают наперед заданного значения  $\varphi_{\max}$ . Вероятность ошибочности этого вывода не превышает заданного уровня значимости (например, 5%). Вероятность правильности сделанного в этом случае вывода соответственно равна 95%.

Эту вероятность (95%) можно интерпретировать в терминах старой модификации теста галек как мощность теста. Однако чтобы не путать ее с действительной мощностью теста в данной формулировке (т.е. с вероятностью принятия нулевой гипотезы при ее выполнении), будем называть эту вероятность надежностью. Тогда новую модификацию можно назвать тестом галек повышенной надежности ТГПН).

Для определения критических значений для ТГПН воспользуемся моделированием по методу Барнарда [45], заключающееся в следующем. Пусть в результате выполнения теста галек получена критерияльная статистика  $R_{cp}$ . Естественно, что малые значения  $R_{cp}$  ведут к отклонению нулевой гипотезы. Необходимо оценить ее значимость. Задаем, как и раньше, величины  $t = J_h/J_a$ ,  $K_2$  и выбираем уровень значимости  $\alpha$ .

Моделируем численно на компьютере достаточно большое количество раз (для практического использования достаточно количество итераций  $M = 1000-5000$ ) сложную намагниченность, состоящую из хаотичной на

Таблица 10. Критические значения статистики  $R_{cp}$  для новой модификации теста для уровня значимости  $\alpha = 20\%$

N	$J_h/J_a$								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
10	0,19	0,20	0,23	0,26	0,30	0,34	0,41	0,47	0,54
20	0,13	0,16	0,18	0,23	0,28	0,35	0,40	0,47	0,55
30	0,11	0,13	0,18	0,22	0,28	0,35	0,40	0,48	0,54
50	0,09	0,12	0,17	0,22	0,28	0,35	0,42	—	—

сфере компоненты единичной длины и регулярной компоненты с кучностью  $K_2$  длиной  $t$ . Направление регулярной компоненты произвольно и фиксируется для всего этапа моделирования. Получив  $N$  таких векторов ( $N$  – число галек в исследуемой коллекции), определяем обычным способом нормирования величину суммарного вектора  $R$ . Повторяя эту процедуру  $M$  раз ( $M$  – количество итераций) имеем массив значений  $R$  длиной  $M$ . Добавим к этому массиву величину  $R_{cp}$ , полученную в результате тестирования, и отсортируем по возрастанию значений. Если величина  $R_{cp}$  окажется среди  $\alpha$  100% наименьших значений, нулевая гипотеза отклоняется

Результаты такого моделирования можно использовать также для определения мощности старой модификации теста галек для различных значений параметров.

Используя метод Барнарда можно составить таблицы критических значений  $R$  для различных величин подмагничивания  $t$  и объемов коллекций  $N$ . В этом случае для повышения точности желательно увеличить число итераций  $M$  до 10000.  $\alpha M$  – е минимальное значение в отсортированном списке является критическим значением для заданных  $t$  и  $N$ . В табл. 10 приведены некоторые критические значения, полученные таким образом.

*Сравнение модификаций теста.* В случае желательного для исследователя результата при выполнении стандартной модификации теста галек (СМТГ) – признание намагниченности додеформационной – нет способа определения вероятности правильности делаемого в этом случае вывода. Можно определить приближенно возможные величины пропущенной вторичной компоненты (см. рис. 15, а и табл. 9). В случае желательного результата при проведении ТГПН вероятность надежности делаемого вывода составляет  $1 - \alpha$ , где  $\alpha$  – используемый уровень значимости. При этом максимальные величины  $t = J_h/J_a$  и  $\varphi_{max}$  задаются исследователем при выполнении теста. Таким образом, строгость теста возрастает. ТГПН "пропускает" меньшее количество коллекций, но надежность этих данных будет высока. Кроме того, степень надежности задается самим исследователем (исследователь выбирает уровень значимости теста  $\alpha$ , максимальную величину угловой ошибки  $\varphi_{max}$  для  $J_n$  и процентное содержание вторичной компоненты).

Обычно применяемые в математической статистике критерии с задаваемым уровнем значимости  $\alpha$  контролируют лишь ошибки 1-го рода (т.е. ошибки при отклонении нулевой гипотезы) и не определяют степень риска, связанного с ошибками 2-го рода  $\beta$ . Для определения вероятности

$\beta$  необходимо сформулировать альтернативную гипотезу таким образом, чтобы можно было определить вероятность принятия  $H_0$  в том случае, если верна альтернативная гипотеза, т.е. полностью определить распределение вероятности критериальной статистики при условии выполнения  $H_1$ . Такая процедура проверки гипотез является стандартной и не свободна от недостатков, связанных с несимметричностью влияния ошибок 1-го и 2-го рода.

В связи с этим можно рассмотреть две конкурирующие гипотезы —  $H_1: K = 0, J_h = 0$  и  $H_2: K > 0, J_h/J_a \geq t$ , ни одной из них не отдавая предпочтения. На рис. 16,б представлены кривые распределения вероятности критериальной статистики при выполнении каждой из конкурирующих гипотез (объемы выборок  $N = 50$ ). Эти кривые сильно перекрываются, хотя вершина распределения для  $H_1$  (кривая 1 на рис. 16,б) достигается при меньших значениях  $R_{ср}$ . Если значение вычисленной в результате тестирования величины  $R_{ср}$  попадает в правый хвост кривой 1, то скорее всего данные не соответствуют гипотезе  $H_1$ . Если же значение  $R_{ср}$  располагается в левом хвосте кривой 2, то можно сделать вывод о том, что данные не соответствуют гипотезе  $H_2$ . Можно поставить задачу выбора такого критического значения, чтобы величины ошибок 1-го и 2-го рода ( $\alpha$  и  $\beta$  соответственно) были равны между собой. Для выборок объемом 50 галек величина такого критического значения  $R_{кр} = 0,17$ . В этом случае  $\alpha = \beta = 20\%$ . По-видимому, для выборки такого объема эта величина  $R_{кр}$  будет оптимальной.

При уменьшении объема коллекции распределения вероятностей для  $H_1$  и  $H_2$  перекрываются в большей степени и построить оптимальный критерий (с малыми величинами вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода) не удастся. Поэтому остается выбирать между применением старой и новой модификациями теста галек в зависимости от того, какую цель ставит перед собой исследователь. Как уже отмечалось выше, при использовании стандартной модификации теста галек в случае принятия гипотезы о равномерности распределения ( $K = 0$ ) ничего не известно о вероятности правильности делаемого вывода. При применении новой модификации теста галек надежность определяется заранее перед проведением тестирования.

Рассмотрим пример применения двух модификаций теста для двух коллекций галек. Пусть объем каждой коллекции  $N = 50$ .

*Стандартная модификация теста галек.* Критическое значение для 5%-ного уровня значимости  $R_{кр} = 0,23$  [23, 88]. Нулевая гипотеза  $H_0: K = 0$ .

**К о л л е к ц и я 1.** Полученное значение критерия  $R_{ср} = 0,26$ . Так как  $R_{ср}$  превосходит  $R_{кр}$ , то делается вывод о наличии последеформационной компоненты намагниченности. Вероятность ошибочности этого вывода составляет 5%; вероятность правильности сделанного вывода соответственно равна 95%.

**К о л л е к ц и я 2.** Критериальная статистика  $R_{ср} = 0,16$ . Величина критерия не попадает в критическую область ( $R_{ср} < R_{кр}$ ). Поэтому нулевая гипотеза принимается (делается вывод о стабильности намагниченности). Вероятность ошибочности этого вывода можно оценить, если сформулировать точно альтернативную гипотезу. Предположим, что в действительности  $J_h/J_a \approx 0,3$ ; вероятность ошибки составляет в этом случае 50%. Если же  $J_h/J_a \geq 0,5$ , вероятность ошибки менее 10%.

Таблица 11. Сравнительная характеристика различных модификаций теста галек

В действительности	Принятое решение	Модификация теста галек		
		Стандартная	Новая ( $\alpha = 5\%$ )	Новая ( $\alpha = 20\%$ )
Коллекция плохая	Коллекция плохая	Редко $1 - \beta = 50\%$	Очень часто $1 - \alpha = 95\%$	Часто $1 - \alpha = 80\%$
	Коллекция хорошая	Часто $\beta = 50\%$	Очень редко $1 - \alpha = 50\%$	Редко $\alpha = 20\%$
Коллекция хорошая	Коллекция плохая	Очень редко $\alpha = 5\%$	Часто $\beta = 60\%$	Редко $\beta = 20\%$
	Коллекция хорошая	Очень часто $1 - \alpha = 95\%$	Редко $1 - \beta = 40\%$	Часто $1 - \beta = 80\%$

Новая модификация теста галек (ТГПН). Критическое значение для выбираемого нами 20%-ного уровня значимости  $K_{кр} = 0,17$ . Нулевая гипотеза  $H_0: \varphi_{max} = 15^\circ$ ,  $t = J_h/J_a \geq 0,3$ . Напомним, что малые значения  $R_{ср}$  приводят к отклонению нулевой гипотезы.

К о л л е к ц и я 1.  $R_{ср} = 0,26$ . Так как  $R_{ср}$  не попадает в критическую область, то нулевая гипотеза принимается и делается вывод о наличии последеформационной намагниченности. Если предположить ошибочность сделанного вывода и в качестве альтернативы сформулировать  $K = 0$ , то вероятность такой ошибки составляет около 20% (т.е. в 20% случаев величина  $R_{ср}$  превосходит  $R_{кр} = 0,17$  при условии выполнения  $H_1$  и будет ошибочно принята нулевая гипотеза). Мощность критерия соответственно равна 80%.

К о л л е к ц и я 2.  $R_{ср} = 0,16$  попадает в критическую область и нулевая гипотеза отклоняется, т.е. делается желательный для исследователя вывод о додеформационном возрасте намагниченности (величина последеформационной компоненты не превышает наперед заданного значения  $J_h/J_a = 0,3$ ). Вероятность ошибочности этого вывода составляет 20% (используемый уровень значимости).

Если использовать уровень значимости 5% ( $R_{кр} = 0,11$ ), то вывод для обеих коллекций: намагниченность не стабильна. Вероятность ошибки для этого вывода велика и составляет около 60%.

Результаты интерпретации этих примеров и сравнительного анализа рассматриваемых модификаций теста галек сведены в табл. 11. Уровень значимости  $\alpha = 20\%$  для ТГПН является более приемлемым. Вероятность правильности любого из делаемых при тестировании выводов приблизительно равна 80%. Следует отметить, что значения приводимых в рассмотренных примерах возможных ошибок получены с использованием метода Монте-Карло именно для рассматриваемого случая ( $N = 50$ ,  $K_2 = 30$ ,  $J_h/J_a = 0,3$ ,  $\varphi_{max} = 15^\circ$ ). Уменьшение объема коллекций и величины отношения  $J_h/J_a$  будет приводить к увеличению вероятности ошибки  $\beta$  в каждом случае (см. рис. 15). Качественно наблюдаемая картина будет сохраняться.

**Численное моделирование векторов на сфере**

Рассмотрим два наиболее часто употребляемых распределения на сфере – равномерное и распределение Фишера.

*Равномерное распределение* [18, 58]. Вероятность того, что случайная точка окажется в любом элементе поверхности  $dS$ , равна  $dS/4\pi$ . В сферических координатах, используемых в палеомагнетизме,

$$dS = \cos\varphi d\varphi d\psi, \text{ где } -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2, \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi.$$

Следовательно, из соотношения

$$p(\psi, \varphi) d\varphi d\psi = dS/4\pi$$

вытекает  $p(\psi, \varphi) = \cos\varphi/4\pi$ . Плотность вероятностей для каждой из координат

$$p_\varphi(\varphi) = \int_0^{2\pi} p(\psi, \varphi) d\psi = \cos\varphi/2,$$

$$p_\psi(\psi) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p(\psi, \varphi) d\varphi = 1/2\pi.$$

На отрезке  $(0, 2\pi)$   $\psi$  распределено равномерно и, следовательно,  $\psi = 2\pi\gamma_1$ . Для  $\varphi$ , используя формулу

$$\frac{1}{2} \int_0^\varphi \sin x dx = \gamma_2,$$

получаем  $\cos\varphi = 1 - 2\gamma_2$ . Здесь  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – две реализации случайной равномерно распределенной на  $(0, 1)$  величины.

*Распределение Фишера.* Пусть необходимо извлечь  $N$  векторов из распределения Фишера  $\Phi[D_0, I_0, K]$  и  $\gamma_1, \gamma_2$  – две последовательные реализации случайного равномерно распределенного на  $(0, 1)$  числа. Функции распределения для  $\psi$  и  $\varphi$ :

$$F(\psi) = \psi/360,$$

$$F(\varphi) = (e^K - e^{K\cos\varphi})/(e^K - e^{-K}) = [1 + e^{K(\cos\varphi-1)}]/(1 - e^{-2K}).$$

Тогда, используя обратные функции, получаем

$$\psi = 360\gamma_1,$$

$$\varphi = \arccos [1 + \ln(1 - \gamma_2(1 - e^{-2K}))/K];$$

которые распределены в соответствии с законом  $\Phi[0, 90, K]$ . Произведя вращение  $(\varphi, \psi)$  к  $(D_0, I_0)$ , получим требуемый результат.

## Применение численного моделирования векторов для решения практических задач

К сожалению та область статистики (статистика направлений), с которой приходится сталкиваться в палеомагнетизме, в настоящее время еще недостаточно развита. Это связано, во-первых, со сложностью этой области, и, во-вторых, с малой распространенностью в общем объеме научных исследований проблем, связанных с распределениями направленных величин на сфере.

В связи с этим часто приходится применять эвристические приемы без строгого их обоснования. Примерами из нашей практики могут служить алгоритмы корреляционного теста складки и получения систематической ошибки в методе пересечения кругов перемагничивания. Для иллюстрации содержательности этих и других такого рода алгоритмов мы использовали численное моделирование методом Монте-Карло. Алгоритмы численного моделирования, использующие распределения на сфере, сравнительно просты и могут быть осуществлены с помощью небольшого пакета прикладных подпрограмм (см. Приложение).

Рассмотрим подробнее следующие примеры. I. Моделирование распределения векторов для суммы антипараллельных (или близких к антипараллельности) компонент  $J_i$  для определения изменения формы и кучности получаемых распределений и выводы, вытекающие из результатов моделирования [9, 72]. II. Вычисление таблицы критических значений максимального коэффициента корреляции для корреляционного теста складки [76].

I. Изучаемая при палеомагнитных исследованиях  $J_n$  многокомпонентна. Если компоненты  $J_n$  разного направления, то суммарная намагниченность в общем случае будет иметь большее рассеяние, чем каждая компонента в отдельности. Если компонент две, то разброс возрастает по мере увеличения угла между ними и может быть весьма большим. При этом может возникать планарность распределения единичных векторов.

Проанализируем случай, когда направления двух компонент приблизительно антипараллельны. Из соображений симметрии ясно, что планарного распределения возникать не будет. Путем моделирования было показано [86], что при суммировании таких компонент единичные векторы группируются в две антимодальные группы, а промежуточных направлений, в основном и определяющих разброс, мало. Однако этот результат нельзя полностью считать корректным, так как при моделировании практически не учитывался собственный разброс компонент.

В [9] проведено численное моделирование этого процесса при разных соотношениях величин и дисперсий компонент и различных углах между их генеральными средними направлениями. Кучность "первичной" компоненты ( $K_1$ ) выбиралась 25 и 50, кучность "вторичной" в обоих случаях была  $K_2 = 2K_1$ . Расстояние  $\alpha$  между генеральными средними направлениями двух совокупностей, получаемых по методу Монте-Карло, изменялось от 180 до 0° с шагом 10°. Из выборок из этих двух совокупностей составлялась двухкомпонентная намагниченность  $J_\Sigma$ , выборочная кучность которой  $K_\Sigma$ , причем величина первичной компоненты  $J_1 = \text{const}$ , а величина вто-

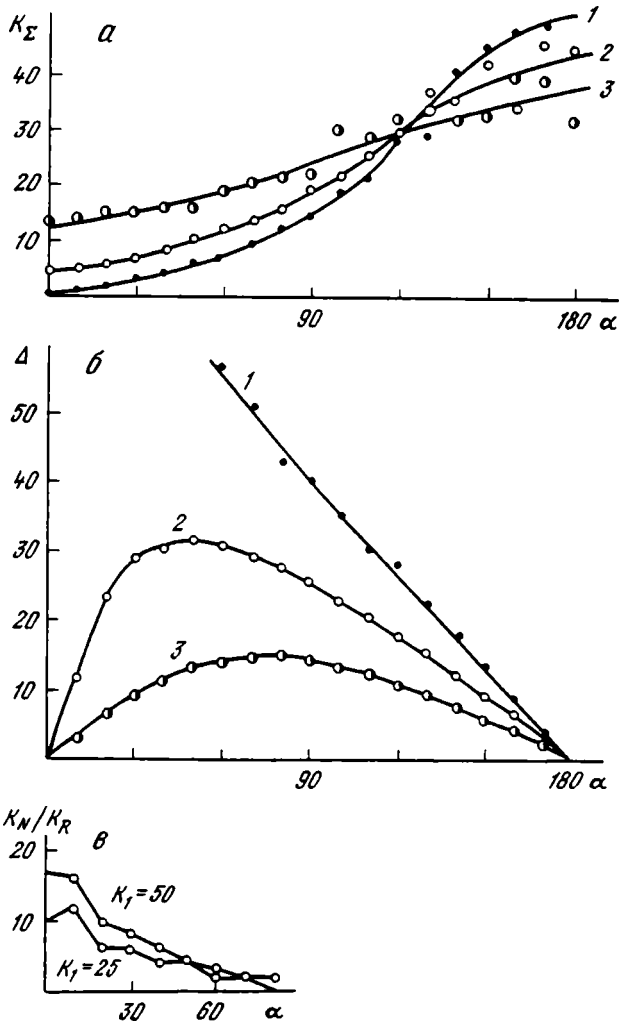


Рис. 17. Результаты моделирования двухкомпонентной разнополярной намагниченности

*a* – зависимость суммарной кучности ( $K_{\Sigma}$ ) от углового отклонения от антипараллельности ( $\alpha$ ); *б* – зависимость отклонения суммарного вектора от направления прямой полярности; *в* – зависимость отношения кучностей прямой и обратной полярности при подмагничивании полем обратной полярности

Величины вторичной ( $J_2$ ) обратной полярности равномерно распределены на интервалах  $0 - 0,5 J_1$  (1);  $0 - J_1$  (2);  $0 - 2 J_1$  (3)



ричной компоненты была равномерно распределена на интервале  $(0 - 0,25nJ_1)$ , где  $n = 2, 4, 8$ .

На рис. 17,а показана зависимость кучности суммарной выборки  $K_{\Sigma}$  от углового расстояния между двумя компонентами  $\alpha$  для разных интервалов распределения величины  $J_2$ . Общий вид графиков схож для разных значений  $K_1$  и практически не зависит от  $K_2$ .

На рис. 17,б приведены зависимости ошибки в определении направления  $J_1$  от угла между двумя компонентами.

Наконец, на рис. 17,в проиллюстрирована несколько иная ситуация: на первичную биполярную компоненту была наложена вторичная компонента одной полярности, и на графике показано, как меняется отношение измеренных значений кучности для "прямо" и "обратно" намагниченных образцов в зависимости от угла  $\alpha$ .

Анализ результатов моделирования позволяет сделать следующие выводы.

1. Суммирование резко различных по направлению компонент намагниченности приводит к заметному увеличению разброса; сами компоненты могут быть весьма далеки от антипараллельности.

2. Сколько-нибудь заметная планарность распределений возникает при значениях  $\alpha$ , далеких от 0 и от  $180^\circ$ , и непременное условие этого — большой разброс отношения  $J_1/J_2$ . Следовательно, отсутствие планарности не является диагностическим признаком однокомпонентности  $J_n$ .

3. Даже сравнительно малое вторичное подмагничивание приводит к заметным различиям в кучности первичной компоненты для прямо и обратно намагниченных пород.

Такой механизм формирования разброса кажется вероятным в тех случаях, когда процесс образования намагниченности растянут во времени и охватывает несколько палеомагнитных зон.

II. Рассмотрим определение критического значения для максимального коэффициента ранговой корреляции Спирмена между двумя фишеровскими выборками объема  $N$ . Нулевая гипотеза, для которой вычисляются критические значения, формулируется следующим образом: две выборки векторов из фишеровского распределения независимы.

1. Выбирается некоторое значение  $r_0$ , достаточно большое, чтобы не накапливать в оперативной памяти ЭВМ лишних значений  $r_S$  в процессе моделирования, а затем не использовать их при сортировке. Кроме того,  $r_0$  должно быть меньше предполагаемого критического значения  $r_S^*$  при заданном  $N$ . Например, при  $N = 20$  мы использовали  $r_0 = 0,568$  (см. табл. 8 критических значений  $r_S$ ).

2. Создаются две фишеровские выборки объема  $N$  (направления генеральных средних и значения кучностей выборок выбираются произвольно).

3. Вычисляется матрица ранговых корреляций между этими двумя выборками (см. выше). Наибольший по абсолютной величине коэффициент корреляции из девяти имеющихся сравнивается с  $r_0$ , если он оказывается больше ( $r_S > r_0$ ), то его модуль запоминается в некотором массиве  $R$ .

4. Пункты 2 и 3 повторяются  $K$  раз ( $K$  — достаточно большое число, скажем, 1000). После завершения цикла в результирующем массиве  $R$  окажутся те значения коэффициента ранговой корреляции Спирмена  $r_S$ , которые превышают  $r_0$ .

5. Массив  $R$  сортируется по убыванию находящихся в нем значений коэффициентов ранговой корреляции. Тогда  $0,01 K$ -тое значение в отсортированном массиве – критическое значение для уровня значимости 1%, а  $0,05K$ -е значение – критическое для уровня значимости 5%.

В табл. 8 (колонка  $\Gamma$ ) приведены вычисленные таким образом критические значения  $r_{\alpha}^*$  для уровня значимости 5%, которые используются в корреляционном варианте теста складки. Моделирование повторялось 1000 раз для каждого объема выборки.

Из рассмотрения последнего примера видно, как могут быть определены критические значения для статистик неизвестных критериев. Таким образом, использование метода Барнарда позволяет достаточно просто строить новые тесты.

Часть вторая  
ПАЛЕОМАГНИТНОЕ ИЗУЧЕНИЕ  
ВЕРХНЕПРОТЕРОЗОЙСКИХ ОТЛОЖЕНИЙ

Глава 3

ПАЛЕОМАГНЕТИЗМ ВЕРХНЕПРОТЕРОЗОЙСКИХ ОТЛОЖЕНИЙ  
ЮЖНОГО УРАЛА  
(НА ПРИМЕРЕ КАТАВСКОЙ СВИТЫ)

Однако наряду с достигнутыми достижениями, вредоносное действие Второго закона термодинамики, а также закона больших чисел все еще продолжает иметь место, несколько снижая общие высокие показатели

*Аркадий и Борис Стругацкие*  
"Улитка на склоне"

Кем первоначально заведен был этот порядок — не знаю; знаю только, что настоящего порядка в этом не было никакого...

*Ф.М. Достоевский*  
"Записки из мертвого дома"

Образования катавской свиты верхнего рифея, представленные пестрой и красноцветными карбонатными породами, являются отложениями миогеосинклинального типа с относительно слабым метаморфизмом и расположены на западном крыле Башкирского мегантиклинория Южного Урала [29, 61]. Палеомагнитное изучение пород катавской свиты началось в конце 60-х годов [34—36]. Они изучались в 13 разрезах [22, 34—37, 49], и начиная с первых работ отмечалась сложность этих отложений как объекта палеомагнитных исследований и неоднозначность в интерпретации полученных результатов.

Нами было изучено шесть разрезов катавской свиты, расположенных во внутренней и внешней фациальных зонах (рис. 18) [72, 74]. К разрезам внутренней зоны относятся разрез, расположенный непосредственно у г. Катав-Ивановский, и разрез у пос. Инзер по правому берегу р. Малый Инзер. К разрезам внешней фациальной зоны относятся разрез у г. Миньяр на правом берегу р. Сим, разрез у дер. Волково в 6 км выше устья р. Черная и два разреза у дер. Толпарово на р. Зилим. Расстояния между максимально удаленными разрезами достигают 120 км.

Изменения естественной остаточной намагниченности  $J_n$  проводились на рок-генераторе JR-4, измерения остаточной намагниченности насыщения — на астатическом магнитометре Долгинова. В ходе лабораторных исследований с целью разделения компонент образцы подвергались ступенчатому размагничиванию нагревами до 380—450°C (выборочно до 600°C). С целью определения состава ферромагнитной фракции прово-

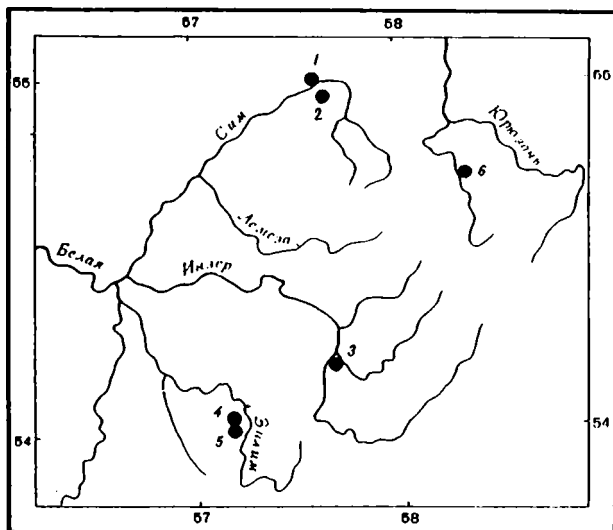


Рис. 18. Схема расположения мест палеомагнитного опробования катавской свиты  
 1 – Миньяр, 2 – Волково, 3 – Инзер, 4 – Толпарово-1, 5 – Толпарово-2, 6 – Катав-Ивановский

дидлись магнетоминералогические исследования образцов, которые включали в себя получение зависимости  $J_r(H)$  до  $H = 8000$  Э; определение величины разрушающего поля  $H_{cr}$  намагниченности  $J_r$  (8000 Э) – в дальнейшем будем называть ее  $J_{rs}$ ; определение температуры Кюри и фазовых превращений, зависимостей  $J_{rs}$  и  $H_{cr}$  от предварительного ступенчатого нагрева образцов.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ПАЛЕОМАГНИТНОГО ИЗУЧЕНИЯ КАТАВСКОЙ СВИТЫ

Рассмотрение результатов начнем с двух разрезов (Миньяр и Волково), расстояние между которыми около 6 км. Основные палеомагнитные характеристики для них (средние направления  $J_n$ , кучности  $K$ , круги доверия  $\alpha_{95}$  в современной и древней системах координат и др.) приводятся в табл. 12. Результаты применения корреляционного теста складки для разрезов Миньяр и Волково (табл. 12) свидетельствуют о том, что намагниченность  $J_n$  возникла до образования вариаций в элементах залегания пластов в этих разрезах (на 10 и 5%-ном уровнях значимости соответственно). И, следовательно, эти вариации имеют тектоническую природу. Таким образом, можно датировать (в смысле до – после) время образования  $J_n$  и время возникновения разброса в элементах залегания пластов каждого из разрезов.

Для образцов каждого из этих разрезов имеются две полярности  $J_n$ . Средние направления  $J_n$  по образцам разной полярности незначимо различаются между собой (при обращении  $J_n$  образцов одной из полярностей); круги доверия перекрываются (рис. 19). В табл. 12 приведены резуль-

Таблица 12. Результаты палеомагнитного анализа отложений катавской свиты

Разрез	N	Система координат										$K_0$	$K_D/K_C$	$R_S^*$	A	B	Полярность
		древняя					современная										
		D	I	K	$\alpha_{p,s}$	$R_S$	D	I	K	$\alpha_{p,s}$	$R_S$						
Миньяр	41	51	33	51	3,1	0,25	59	44	50	3,1	0,27	524	1,02	0,30/0,26	10	15	NR
Волково	42	57	29	43	3,3	0,20	40	24	42	3,4	0,32	443	1,04	0,30/0,25	148	39	NR
Инзер	17	38	10	72	4,0	0,36	39	26	70	4,1	0,40	124	1,03	0,48/0,41	30	16	N
Толпарово-1	18	63	36	34	5,6	0,20	66	-31	30	6,1	0,49	170	1,15	0,47/0,39	288	84	N
Толпарово-2	11	192	-30	32	7,5	0,48	176	-16	24	8,6	0,61	79	1,30	0,60/0,52	114	37	R
Катав-Ивановский	13	254	-31	99	3,9	0,26	222	-22	56	5,2	0,78	80	1,76	0,55/0,47	156	59	R

Примечание. N – количество уровней отбора, вошедшее в статистику; D, I – склонение и наклонение векторов  $J_n$ ; K,  $\alpha_{p,s}$  – кучность и радиус круга доверия;  $R_S$  – коэффициент корреляции Спирмена;  $R_S^*$  – критические значения для  $R_S$  (числитель и знаменатель для 5- и 10%-ного уровня значимости соответственно);  $K_0$  – кучность нормалей к пластам; A, B – азимут и угол падения пластов.

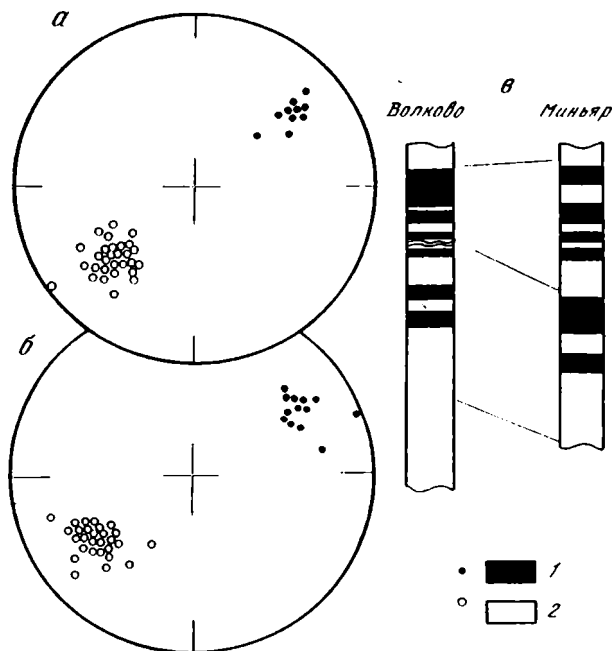


Рис. 19. Распределение векторов  $J_n$  для разрезов Миньяр (а) и Волково (б) и палеомагнитная корреляция этих разрезов (в)

1 — прямая полярность  $J_n$ ; 2 — обратная полярность  $J_n$

таты (средние величины склонения и наклонения) после суммирования N- и R-образцов для каждого разреза.

Средние направления  $J_n$  разрезов Миньяр и Волково различаются в древней системе координат незначимо на уровне значимости 5% и значимо на уровне значимости 10% [90]. Отношение кучностей при совместном рассмотрении этих двух коллекций  $K_d/K_c = 2,01$ . Угловое расстояние между средними направлениями в древней системе координат составляет  $7^\circ$ , а в современной системе координат —  $21^\circ$  дуги большого круга. Такое различие средних направлений в древней системе координат по разрезам, вероятно, можно считать незначительным, а намагничённость  $J_n$  полагать доскладчатой. Кроме того, различие средних направлений в древней системе координат можно связать с нарушением предположения о том, что известен тип вращения при образовании складки (разрез Волково находится на периклинали складки, см. элементы залегания пластов в табл. 12).

Таким образом, для этих двух разрезов можно говорить о доскладчатости намагничённости  $J_n$  и ее антипараллельности для N- и R-пород.

Результаты термочистки до  $380^\circ\text{C}$  (и выборочно до  $600^\circ\text{C}$ ) показывают стабильность направления намагничённости  $J_n$  на всем интервале температур после уничтожения нестабильной, вероятно, вязкой компоненты (см. диаграмму Зийдервельда на рис. 20). Например, отклонения направления вектора  $J_n$  для образцов, диаграммы Зийдервельда которых приведены на рис. 20, не превышают  $2-3^\circ$  от среднего направления на всем

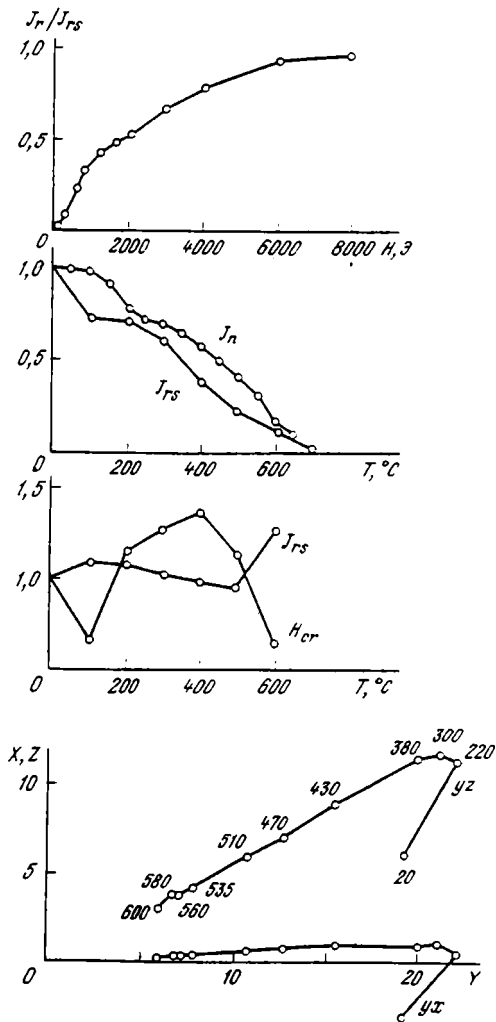


Рис. 20. Магнитоминералогические исследования пород катавской свиты и диаграмма Зийдervельда

интервале температур чистки (220–600°C); на интервале температур 380–600°C эти отклонения не превышают 1° дуги большого круга. Проведенные магнитоминералогические исследования выявляют жесткий ферромагнетик с  $H_{cr} = 1500\text{--}2500$  Э (см. рис. 20). При этом нет различия в поведении магнитных параметров для N- и R-пород. Встречающиеся среди красноцветных пород сероцветные (или более сероцветные) прослои имеют аналогичное направление  $J_n$ . Исследование шлифов в проходящем и отраженном свете также не устанавливают различия N- и R-пород.

Наличие зон разной полярности в разрезах Миньяр и Волково позволяет провести корреляцию этих разрезов между собой (см. рис. 19). Реперные

одновозрастные уровни (подошва и кровля красноцветных пластов) подтверждают довольно хорошую корреляцию 13 палеомагнитных зон разреза Миньяр с 13 зонами разреза Волково. Это "совпадение" зон следует рассматривать как сравнительно хорошее, так как при полученном количестве палеомагнитных зон частота отбора образцов в разрезах явно недостаточна (на одну палеомагнитную зону приходится от 1 до 15 уровней отбора, в среднем 3 уровня). Во всяком случае можно быть уверенным в корреляции довольно мощных зон обратной полярности в низах и верхах разрезов и зоны переменной полярности в средней части разрезов.

Обычно перечисленных выше доводов (однокомпонентность, доскладчатость, наличие прямо- и обратномагнитных пород, различающихся по направлению  $J_n$  на  $180^\circ$ , корреляция палеомагнитных зон в двух разрезах на расстоянии 6 км) вполне достаточно для того, чтобы считать полученную намагниченность  $J_n$  первичной или близкой к таковой. Однако в ранее опубликованных работах [34—36] возраст намагниченности считался раннекарбонным на основании близости карбоновых полюсов полюсам, полученным для катавской свиты. Хотя для этих пород не исключалась первичность намагниченности известняков катавской свиты, в более поздних работах [22, 37, 49] эта возможность уже не обсуждалась.

Не останавливаясь на вопросе о возрасте полученной намагниченности, следует все же подчеркнуть, что все рассмотренные здесь результаты являются доводами в пользу первичности  $J_n$ . К сожалению, эти признаки первичности  $J_n$  недостаточны; в настоящее время в палеомагнитологии не существует комплекса признаков, который гарантировал бы ответ на вопрос о первичности  $J_n$  осадочных пород. Единственный факт, ставящий под сомнение возможный вывод о первичности намагниченности, — это близость ее направления к направлениям карбонового поля. Но, несмотря на возможность объяснения полученных данных как результат перемагничивания, насколько нам известно, не имеется сведений о доказанном примере вторичности намагниченности при наличии перечисленных выше признаков первичности  $J_n$ .

Теперь кратко рассмотрим остальные изученные разрезы катавской свиты. Основные палеомагнитные и статистические характеристики для них приведены в табл. 12. Для разрезов Толпарово-1, Толпарово-2 и Катав-Ивановский отмечается доскладчатость намагниченности  $J_n$  на уро. ле значимости 5%. Если рассмотреть средние направления  $J_n$  для всех шести разрезов вместе, то они, безусловно, будут различаться как в современной, так и в древней системе координат. Средние направления  $J_n$  двух разрезов Толпарово различаются только по склонению. Это могло бы быть следствием поворота одного разреза относительно другого, но такое объяснение не проходит, так как породы этих разрезов образуют линейную складку (см. элементы залегания пластов в табл. 12).

Рассмотрим как возможную причину различия средних направлений  $J_n$  изученных шести разрезов частичное перемагничивание после складкообразования. Был проведен следующий численный эксперимент. Из данных о полюсах Северо-Европейской плиты и Урала [50] выбиралось направление перемагничивания той эпохи (полюсы пересчитывались в направления для точки с координатами  $\lambda = 58^\circ$  в.д.,  $\varphi = 55^\circ$  с.ш.), для которой после



Таблица 13. Результаты применения МПКП для катавской свиты

Разрез	$D_{др}$	$I_{др}$	$D_{нп}$	$I_{нп}$	$D_{н}$	$I_{н}$	Полярность $J_n$	Полярность НП
Миньяр	51	33	44	39	167	34	NR	- 171.0 36
Волково	57	29	90	42	113	-45	NR	- 166.9 31
Инзер	38	10	228	-36	125	-17	N	R 192.0 31
Толпарово-1	63	36	323	26	202	46	N	- 158.4 3
Толпарово-2	192	-30	76	26	216	58	R	N 219.9 51
Катав-Ивановский	254	-31	14	21	65	-59	R	N 151.2 21

Примечание.  $D_{др}$ ,  $I_{др}$  — склонение и наклонение векторов  $J_n$  в древней системе координат;  $D_{нп}$ ,  $I_{нп}$  — склонение и наклонение направления перемангничивания в древней системе координат;  $D_{н}$ ,  $I_{н}$  — координаты нормали плоскости перемангничивания; НП — направление перемангничивания.

Таблица 14. Интерпретация результатов применения МПКП для катавской свиты

Номер варианта интерпретации	Возраст доскладчатой намагниченности	Возраст послескладчатой намагниченности	Время складкообразования
1	$D_{2-3}$	$C_1$	$D_3 - C_1$
2	$C_2 - P_1$	$P_2$	$P_1 - P_2$

пересчета в древнюю систему координат для каждого разреза была наилучшая сходимость кругов перемангничивания в древней системе координат, т.е. после применения метода пересечения кругов перемангничивания [82, 88] направление пересечения плоскостей перемангничивания было бы определено с наименьшей ошибкой.

Оказалось, что такому критерию удовлетворяют полюсы  $C_1$  и  $P_2$  Северо-Европейской плиты, дающие приблизительно совпадающие по точности результаты (полученное направление перемангничивания в современной системе координат составляет  $D = 53$ ,  $I = 51$ ). В табл. 13 и на рис. 21 приведены результаты применения метода Холлса. Намагниченность  $J_n$  разрезов Миньяр, Волково и Толпарово-1 с точностью до ошибки получения среднего доскладчатого направления совпадает с доскладчатой намагниченностью ( $D = 53$ ,  $I = 33$ ), т.е. породы этих разрезов практически не подмагничены. Полученная оценка направления доскладчатой намагниченности является несмещенной [8]. Это направление ближе всего расположено к направлениям  $D_{2-3}$  (полюсы Урала, группа В) и к полюсам  $C_2 - P_1$  (полюсы Северо-Европейской плиты) [50].

Таким образом, если считать, что намагниченность известняков катав-

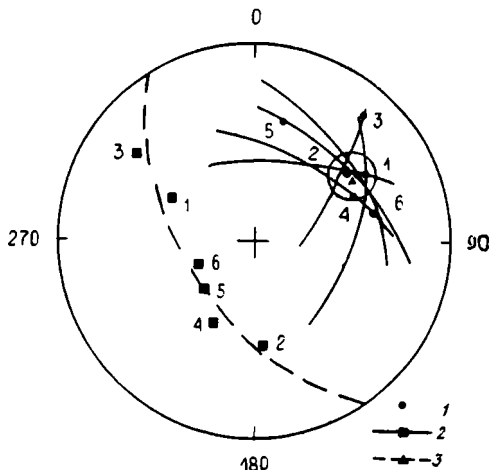


Рис. 21. Получение несмещенной оценки методом пересечения кругов перемагничивания для доскладчатой намагниченности

Разрезы: 1 – Волково, 2 – Миньяр, 3 – Инзер, 4 – Толпарово-1, 5 – Толпарово-2, 6 – Катав-Ивановский

1 – средние направления  $J_n$  для разрезов; 2 – плоскости перемагничивания и нормали к ним; 3 – плоскость, наиболее близкая к нормалям, и направление доскладчатой намагниченности, определенное МПКП

ской свиты палеозойская, то имеется два возможных варианта возраста доскладчатой и послескладчатой намагниченностей. Соответственно из этого следуют и два возможных времени складкообразования (табл. 14). Образцы трех разрезов оказались неподмагниченными, т.е. содержащими только доскладчатую намагниченность, а образцы других трех разрезов подмагничены в послескладчатое время. Полярность подмагничивающего поля для разрезов Толпарово-2 и Катав-Ивановский прямая, а для разреза Инзер обратная.

Выводы о возрасте складчатости верны только при выполнении предположения о палеозойском возрасте до- и послескладчатой намагниченности. Если же доскладчатую намагниченность считать древнее (вплоть до первичной), то для времени складчатости можно дать лишь крайнюю оценку – не позднее  $S_1$  и  $P_2$  (см. табл. 14).

В связи с неоднозначностью в определении возраста до- и послескладчатой компонент намагниченности в дальнейшем в этой главе будем называть  $J_n$  "рифейской" или "синхронной", если ее направление соответствует, как считается в [22, 37], рифейскому полю (в изученных нами разрезах катавской свиты таких направлений не обнаружено), и "палеозойской" или "метахронной", если она соответствует по направлению палеозойскому полю.

Как уже отмечалось ранее [22, 34–37, 49], для рифейских пород Южного Урала характерно присутствие наряду с "синхронной" намагниченностью также "метахронной" намагниченности. Причем часто эта "метахронная" намагниченность преобладает, а нередко и полностью замещает "синхронную". Так, для пород катавской свиты "синхронная"  $J_n$  содержится лишь в 21% общего количества образцов, тогда как "метахронная" – в 50% [22]. Намагниченность оставшейся неучтенной части образцов имеет аномальные направления, не соответствующие первым двум намагниченностям. Из 19 анализируемых здесь коллекций (табл. 15, см. табл. 12) только для 90 образцов (около 20% общего их количества) отмечается наличие "синхронной"  $J_n$ . В пяти разрезах наблюдается чередование зон прямой и обратной полярностей; направление намагниченности соответствует палеозойскому полю. Направление перемагничивания ( $L = 53, I = 51$ ) также соответствует палеозойскому полю; полярность перемагничивающего поля как прямая, так и обратная.

Анализируя величины кучностей для этих совокупностей векторов, можно заметить следующие особенности. Кучность "рифейской" намагниченности колеблется от 6 до 25; среднее ее значение 13. Кучность "палеозойской" компоненты намагниченности варьирует от 4 до 99; среднее ее значение равно 34. Если рассматривать только данные, полученные после термочистки, то увеличению подвергнутся кучности лишь "палеозойской" намагниченности (вариации от 32 до 99; средняя величина 54).

В связи с тем, что в имеющихся литературных данных [22, 34–37] в основном не приведены стереограммы суммарного распределения векторов  $J_n$ , для того, чтобы представить общее распределение векторов для всех коллекций, было проведено следующее численное моделирование на ЭВМ. Моделировались выборки из фишеровского распределения по выборочным значениям  $D_{cp}, I_{cp}, K, N$  для каждой коллекции. Общее количество векторов по всем коллекциям превысило 400, что слишком много удобочитаемости стереограммы. Поэтому количество точек было пропорционально уменьшено так, чтобы суммарное их количество равнялось 100. На рис. 22,а приведена стереограмма общего распределения векторов  $J_n$  всех анализируемых коллекций катавской свиты, построенная по результатам численного моделирования. Эта стереограмма наглядно показывает те трудности, с которыми приходится сталкиваться при анализе реальных коллекций для рифейских пород Южного Урала. Следует отметить, что сюда не вошли предварительно отбракованные аномальные направления  $J_n$ .

Применяемая методика селекции (отбраковки) данных [22] использует тот факт, что направление региональной "метахронной" намагниченности на Южном Урале соответствует положению геомагнитного полюса в позднем палеозое. Средние значения склонения и наклона "метахронной" намагниченности для рассматриваемого региона равны  $D = 20–70, I = 20–40$ , или, учитывая средние величины кучности распределения для единичных векторов ( $K = 34$ ), получаем следующие пределы изменения:  $D$  от  $-5$  до 105,  $I$  от  $-5$  до 65 (для прямионамагнитных пород). Для "синхронной"

Таблица 15. Палеомагнитные данные по катавской свите

Разрез	$D$	$I$	$K$	$N$	Полярность $J_n$	Возраст $J_n$	Примечание
Зилим	227	-41	24	10	R	$m$	13-03 [49] $\tau_{30}$
Сим	56	32	33	24	NR	$m$	13-03 [49] $\tau_{30}$
Сим	55	36	30	60	NR	$m$	13-03 [49] $\tau_{30}$
Большой Шишеняк	229	-36	57	55	R	$m$	13-03 [49] $\tau_{30}$
Большой Шишеняк	193	34	25	16	R	$s$	[37] $\tau_{15}$
Кужа	60	0	10	19	N	$s$	13-24 [49] $\tau_{40}, h_{350}$
Большой Нугуш	225	27	9	17	R	$s$	13-25 [49] $\tau_{40}, h_{300}$
Кужа	179	29	11	11	R	$s$	13-26 [49] $\tau_{40}$
Большой Нугуш	57	42	6	15	N	$m$	13-27 [49] $\tau_{40}$
Большой Нугуш	27	22	8	57	NR	$m$	13-27 [49] $\tau_{40}, h_{300}$
Кужа	51	18	4	15	N	$m$	13-27 [49] $\tau_{40}$
Малый Инзер	225	27	9,2	17	R	$s$	[22] $t_{250}$
Большой Нугуш	62	-40	6,3	10	N	$s$	[22]

*Примечание.*  $D, I, K, N$  – склонение, наклонение, кучность векторов  $J_n$  и количество образцов, для которых вычислялось среднее. В Примечании указаны индекс палеомагнитного определения, литературный источник, режим чистки ( $\tau$  – временная,  $t$  – температурная,  $h$  – переменным магнитным полем) и величина размагничивающего воздействия. Возраст намагниченности по данным [22, 37, 49]:  $s$  – синхронная,  $m$  – метасинхронная.

$J_n$  средние значения склонения и наклонения соответственно равны [22]  $D = 210-260, I = 10-40$ , что для единичных векторов при средней кучности 13 дает  $D = 170-300, I = -30-80$ . При этом ранее отмечалось [49], что "синхронность  $J_n$  определяется условно, по наличию одной стабильной древней намагниченности, направление которой соответствует, предположительно, положению геомагнитного полюса в рифее".

Таким образом, следствием применения к анализируемому распределению векторов  $J_n$  описанной выше методики селекции данных (см. рис. 22, б, в), основанной на предположениях об известном положении геомагнитного полюса в рифее и направлении "метасинхронной" намагниченности, обязательно будет выделение предполагаемых направлений (даже в том случае, когда первоначально рассматриваемое распределение неотличимо от хаотичного). Так, в результате такой селекции средние направления для "палеозойской" намагниченности составляют  $D = 52, I = 31$  и  $D = 233, I = -35$  для прямой и обратной намагниченности, а для "рифейской"  $D = 54, I = -29$  и  $D = 214, I = 30$  соответственно.

С чем тогда можно связать наблюдаемый сильный разброс распределения векторов  $J_n$  на стереограмме? В [86] отмечено, что при сложении двух противоположно направленных, распределенных в соответствии с законом Фишера совокупностей векторов может наблюдаться довольно хаотичная картина.

Нами было проведено численное моделирование методом Монте-Карло для двух антипараллельных намагниченностей [9]. На основании результатов моделирования можно сделать некоторые выводы о суммарном

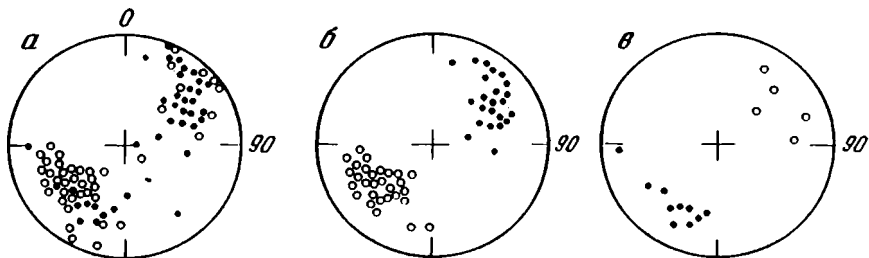


Рис. 22. Результаты численного моделирования по реальным средним для разрезов катавской свиты (а) и результаты селекции полученных данных по методике из [22]: (б, в): выделение "палеозойских" (б) и "рифейских" (в) направлений

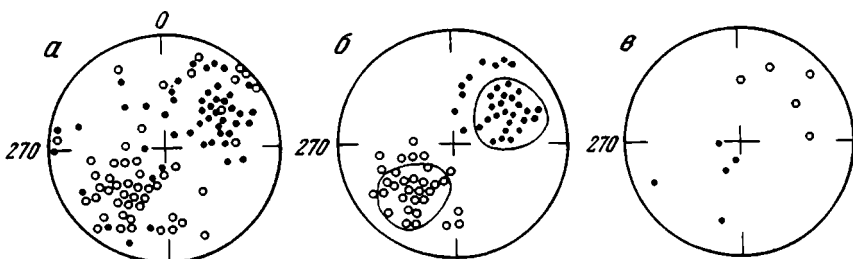


Рис. 23. Результаты численного моделирования двух противоположно направленных намагниченностей с направлением, соответствующим "палеозойскому" полю (а), и результаты селекции полученных данных по методике из [22] (б, в): выделение "палеозойских" (б) и "рифейских" (в) направлений

Обведенные контуры на стереограмме б — результат применения палеомагнитного кластерного анализа ПКА (кластеры с центрами  $D = 61, I = 31$  и  $D = 222, I = -28$  для прямой и обратной намагниченности) для данных стереограммы а

распределении векторов. Сгущения векторов, степень которых зависит от кучности используемых распределений и соотношения величин намагниченности, возможны лишь в областях средних этих двух противоположно направленных совокупностей векторов. Если кучность распределений достаточно высока (выше некоторой критической), суммарная намагниченность будет иметь знак той компоненты, величина которой больше. При изменении вклада разнополярных компонент разрез будет знакопеременным. Если кучность используемых распределений ниже некоторого критического значения, то в суммарном распределении векторов  $J_n$  появятся аномальные промежуточные направления, часть которых при методике селекции из [22] будут интерпретироваться как "рифейские". В случае одинаковой стабильности для разнополярных компонент  $J_n$  (высокая степень идентичности свойств N- и R-пород была показана при магнитоминералогических исследованиях) все направления, включая аномальные, должны обладать стабильностью при магнитных чистках. Именно такая картина и наблюдается в действительности. Все анализируемые здесь совокупности (см. табл. 12 и 15) можно отнести к одной из этих групп по

направлениям  $J_n$ : "палеозойские" (N-, R- или NR-породы) и аномальные ("рифейские").

На рис. 23,а приведены результаты численного моделирования для этого случая. Среднее направление моделируемых выборок ( $D = 48, I = 31$  и противоположное ему) соответствует среднему направлению палеозойского поля анализируемых реальных выборок для изученных разрезов, кучность моделируемых выборок равнялась 50. Величина намагниченности для обеих полярностей принималась равномерно распределенной от 2 до 10 в условных единицах намагниченности.

Во второй главе рассматривался способ выделения какой-либо компоненты намагниченности для распределений векторов сложного вида, основанный на методах кластерного анализа. Необходимым условием, при выполнении которого возможно выделение какой-либо компоненты  $J_n$  этим способом, является наличие в спектрах размагничивания образцов участков, на которых разрушается только одна эта компонента. В этом случае на диаграмме Зийдервельда будет выделяться прямая, а на стереограмме при анализе измеренных и разностных векторов (при наличии таких участков в спектрах размагничивания нескольких образцов) – сгущение векторов вокруг этого направления. Применение этого способа позволяет выделить из всей совокупности векторов компактные группы (кластеры), обладающие свойством устойчивости на сфере (см. рис. 23,б), т.е. некоторым свойством колоколообразности (по аналогии с фишеровским распределением). Неустойчивые кластеры будут представлять собой лишь "хвосты" фишеровских распределений устойчивых кластеров либо результат подмагничиваний.

Такое сгущение векторов заметно для "палеозойской" намагниченности (см. рис. 23,а) и его без труда можно выделить на глаз. Результат применения кластерного анализа – выделение только "палеозойского" направления обеих полярностей.

На рис. 23,б, в приведены также результаты селекции по методике, описанной в [22] для совокупностей векторов, смоделированных по двум противоположно направленным намагниченностям. При сравнении этих результатов с результатами селекции для модельных выборок по средним направлениям реальных коллекций катавской свиты (см. выше) видно сходство получаемых результатов. Средние направления  $J_n$ , выделенные в результате селекции групп, равны:  $D = 51, I = 32$  и  $D = 217, I = -30$  для прямой и обратной "палеозойской" намагниченности и  $D = 40, I = -24$  и  $D = 210, I = 41$  для "рифейской" намагниченности соответственно. Характерно, что распределение векторов  $J_n$  для "рифейского" направления значительно менее кучное (в 1,5–2 раза) по сравнению с распределением векторов для "палеозойского" направления. Количество образцов с "рифейскими" направлениями  $J_n$  составляет около 18% от количества образцов с "палеозойскими" направлениями намагниченности (13% от общего их количества). Такая же ситуация (соотношение и величины кучностей и процентное отношение количества образцов для "рифейской" и "палеозойской" намагниченностей) наблюдается и для реальных данных (см. табл. 15).

Таким образом, можно сделать вывод о необоснованности выделения направления "рифейской" намагниченности. Во-первых, из-за порочности

применяемой методики селекции данных, во-вторых, из-за недоказанности соответствия выделенного "рифейского" направления  $J_n$  реально существовавшему направлению геомагнитного поля. А для объяснения полученных распределений векторов  $J_n$  достаточно наличия лишь одного направления геомагнитного поля двух полярностей, возраст которого может быть как палеозойским, так и более древним, вплоть до действительно рифейского.

Вопрос о возрасте  $J_n$  пород катавской свиты, направление которой близко к направлениям палеозойского возраста, остается открытым. Этот вывод повторяет вывод работ [34—36].

В предположении частичного палеозойского перемагничивания определены вероятные возрасты до- и послескладчатой компонент и время складкообразования (см. табл. 14). Так как  $J_n$  пород некоторых разрезов возникла до образования вариаций в элементах залегания пород, то также можно судить о времени и этих явлений. Другие более ранние фазы тектонической активности, отмечаемые для Южного Урала, для пород изученных разрезов не проявились.

Наличие других, отличных от "палеозойского" направлений намагниченности для рифейских пород Южного Урала нигде ранее не было установлено корректным образом. Результаты численного моделирования показывают, что для объяснения наблюдаемых распределений  $J_n$  не нужно присутствия других компонент, кроме разнополярной "палеозойской" намагниченности.

Во Введении к работе [60, с. 5] отмечено, что "выделенная намагниченность... может быть отчасти вендской, отчасти палеозойской", а наблюдаемую картину "проще всего объяснить тем, что в действительности синхронную намагниченность отделить от метахронной не удалось; в исследовании синхронной намагниченности рифейских пород на Урале еще предстоит большая работа". Действительно, вероятно, имеет смысл пересмотреть в связи с изложенным выше интерпретацию палеомагнитных данных и для других свит докембрия Южного Урала. А что касается "рифейской" намагниченности пород катавской свиты, то со всей определенностью можно утверждать, что ее существование в настоящее время проблематично. На основании этого можно, следовательно, поставить под сомнение палеомагнитную шкалу рифея Южного Урала [22] и делающиеся на основании ее рассмотрения выводы [44].

## ПАЛЕОМАГНЕТИЗМ ВЕРХНЕПРОТЕРОЗОЙСКИХ ОТЛОЖЕНИЙ КОЛЬСКОГО ПОЛУОСТРОВА

Компасы, бедные, бьются в истерике  
Северный полюс в Южной Америке

*Б. Заходер*  
"География всмятку"

А там, где полюс был — там тропики,  
А где Нью-Йорк — Нахичевань...

*Владимир Высоцкий*

Палеомагнитное изучение верхнепротерозойских отложений Кольского п-ова началось в 1978 г. [56, 67, 61, 75]. Объектом палеомагнитных исследований служили два района: п-ова Средний и Рыбачий (рис. 24, а, в) и о-в Кильдин (рис. 24, а, б). Расстояние между ними составляет около 100 км. Оба района относятся к северо-восточному склону Балтийского щита и сложены полого наклоненными на северо-восток неметаморфизованными терригенными отложениями кильдинской серии.

На п-ове Средний кильдинская серия перекрывается волоковой серией, а их суммарная мощность составляет около 2 км. Южнее из-под кильдинской серии выходят кристаллические породы Балтийского щита. С северо-востока на обе упомянутые серии по крупному разлому северо-западного простирания надвинуты мощные верхнепротерозойские терригенные отложения рыбачинского комплекса, слагающие окраину Тиманской складчатой зоны (см. рис. 24, в). Вблизи разлома отложения кильдинской и волоковой серий смяты в узкие асимметричные приразломные складки. В пределах п-ова Средний в кильдинской серии выделено пять свит (снизу вверх): пряярвинская, палвинская, поропелонская, землехагинская и каруярвинская. В составе волоковой серии, породы которой с небольшим размывом залегают на отложениях нижележащей кильдинской серии, выделяются две свиты: нижняя — куяканская и верхняя — пуманская [47] (рис. 25).

На о-ве Кильдин развиты только отложения кильдинской серии, для которых предлагаются различные схемы расчленения [11, 38, 41, 42, 47]. Вслед за В.В. Любцовым [41, 42] будем подразделять кильдинскую серию на пять свит (снизу вверх): коровинскую, пригонную, чернореченскую, южно-кильдинскую и лихринскую.

Свиты этих двух разрезов следующим образом сопоставляются между собой (снизу вверх): 1) пряярвинская — коровинская; 2) палвинская — пригонная; 3) низы и верхи поропелонской — чернореченская и южно-кильдинская свиты соответственно; 4) землехагинская — лихринская [41, 42, 47, 68] (см. рис. 25).

Для палеомагнитных исследований было отобрано около 700 ориентированных штурфов, которые характеризовали все типы пород кильдинской серии на п-ове Средний и о-ве Кильдин, пуманскую свиту волоковой серии



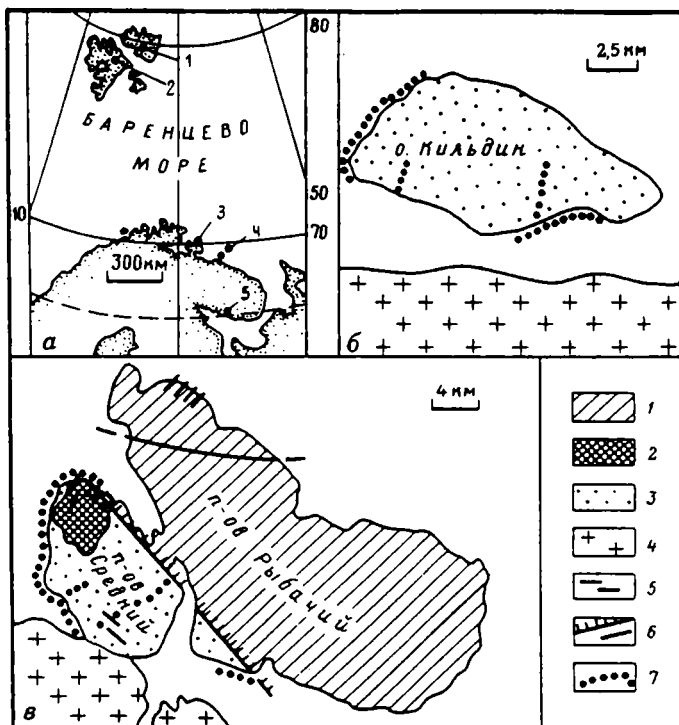


Рис. 24. Обзорная карта региона (а) (1 – Мурчисон Бей, Северо-Восточная Земля; 2 – Нью-Фрисланд, Западный Шпицберген; 3 – полуострова Средний и Рыбачий; 4 – о-в Кильдин; 5 – Терский берег Кольского полуострова) и геологические схемы о-ва Кильдин (б), полуострова Средний и Рыбачий (в)

1 – рыбачийский комплекс; 2 – волоковая серия; 3 – кильдинская серия; 4 – кристаллические породы Балтийского щита; 5 – дайки габбро-диабазов; 6 – надвиги и другие разломы; 7 – места отбора палеомагнитных образцов

и секущие их дайки (рис. 24, б, в). Из каждого штуфа выпиливалось от двух до четырех образцов кубической или цилиндрической формы. Измерения естественной остаточной намагниченности ( $J_n$ ) проводились на рок-генераторах JR-3 и JR-4, измерения остаточной намагниченности насыщения – на астаическом магнитометре Долгинова.

В ходе лабораторных исследований с целью разделения компонент образцы подвергались ступенчатому размагничиванию нагревами до 380–450°С и переменным магнитным полем с амплитудой до 300–400 Э. Магнитное поле лаборатории компенсировалось при термочистке с помощью трех пар колец Гельмгольца и двух пермаллоевых экранов, а при h-чистке с помощью трех пар колец Гельмгольца.

Термочистке подвергалось минимум по два образца из штуфа с целью контроля за лабораторным подмагничиванием. Во избежание приобретения образцами вязкой намагниченности они переносились к измерительному прибору в пермаллоевом контейнере, в котором находились до измерения остаточной намагниченности. В установке размагничивания перемен-

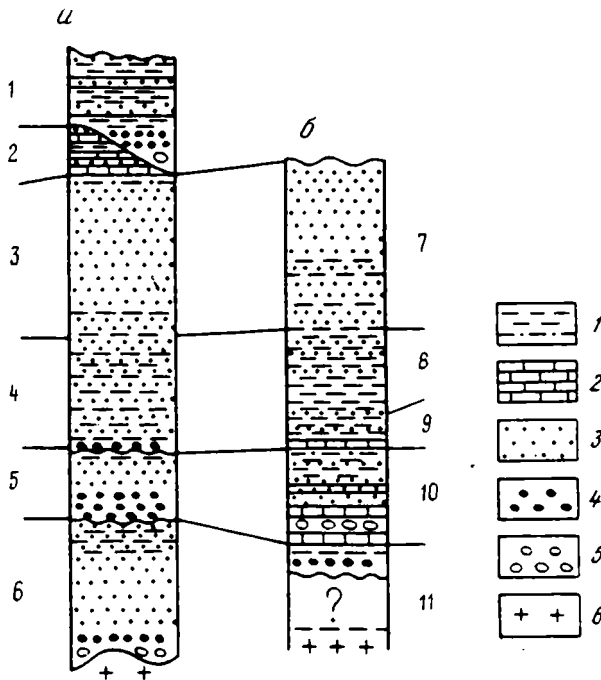


Рис. 25. Геологическая корреляция верхнепротерозойских отложений п-ова Среднего (а) и о-ва Кильдин (б)

1 — алевриты, аргиллиты; 2 — карбонатные породы; 3 — песчаники средне- и мелкозернистые; 4 — песчаники крупно- и грубозернистые; 5 — конгломераты; 6 — граниты фундамента. Свиты: 1 — пуманская, 2 — каруярвинская, 3 — земляпахтинская, 4 — поропелонская, 5 — палвинская, 6 — пярярвинская, 7 — лихринская, 8 — южно-кильдинская, 9 — чернореченская, 10 — пригонная, 11 — коровинская

ным полем последнее создавалось вдоль вектора  $J_n$  образца, который для проверки лабораторного подмагничивания устанавливался при каждом значении поля в двух противоположных направлениях и соответственно дважды измерялся. Ряд контрольных образцов, благодаря любезности доктора У. Фарига (Геологическая служба Канады, Оттава), доктора Г. Билунда (Лундский университет, Швеция) и доктора Д. Элстона (Геологическая служба США, Флагстафф), был подвергнут ступенчатому размагничиванию нагревами до  $680^{\circ}\text{C}$  на установке Шунстед и на сконструированных двумя последними исследователями установках.

Ступенчатый нагрев показал большую эффективность термочистки по сравнению с чисткой переменным магнитным полем. Основная масса образцов прогревалась до  $380^{\circ}\text{C}$ . Выбор температуры чистки был обусловлен следующими соображениями: 1) для значительной части образцов вектор  $J_n$  при этой температуре выходит на стабильное направление; 2) результаты магнитоминералогических исследований свидетельствуют об образовании большого количества сильномагнитного ферромагнетика (магнетита) при температурах свыше  $400^{\circ}\text{C}$ ; 3) для части образцов при прогревах

свыше 400°С наблюдается возникновение лабораторной намагниченности, препятствующей определению вектора  $J_n$ ; 4) для значительной части образцов величина намагниченности становится меньше предела чувствительности прибора.

С целью определения состава ферромагнитной фракции на образцах проводились магнитоминералогические исследования, которые включали в себя получение зависимости  $J_r(H)$  до  $H = 8000$  Э, определение величины разрушающего поля  $H_{cr}$  намагниченности  $J_{rs} = J_r$  (8000 Э), определение температуры Кюри и фазовых превращений (дважды для каждого образца) и зависимости  $J_{rs}$  и  $H_{cr}$  от предварительного ступенчатого прогрева образца.

Из дальнейшего рассмотрения были исключены штуфы, для которых направления намагниченности образцов различались более чем на 30° или же изменения направления  $J_n$  в процессе чистки были велики и бессистемны.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ПАЛЕОМАГНИТНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

*Полуострова Средний и Рыбачий. Поропелонская свита.* Объектом исследований служили: 1) небольшая складка, расположенная южнее устья ручья Эйна на по-ве Рыбачий; 2) пологозалегающие отложения поропелонской свиты п-ова Средний; 3) одна из субвертикальных даек диабазов, секущих отложения этой свиты в юго-восточной части п-ова Средний (дайка 1 в табл. 16). Породы поропелонской свиты представлены чередующимися тонкослоистыми мелкозернистыми темно-серыми полевошпатовыми песчаниками, слюдястыми алевролитами и аргиллитами. В разрезе свиты на п-ове Средний также выделяются две пачки красноцветных пород, соответствующие низам и верхам поропелонской свиты (ручей около оз. Палви и ручей Корабельный соответственно).

В результате термочистки по сероцветным породам складки было выделено послескладчатое направление  $J_n$  (рис. 26). Отношение кучностей  $K_c/K_d = 5,53$ . Направления  $J_n$  двух крыльев складки совпадают в современной системе координат на уровне значимости  $\alpha > 10\%$  и различаются в древней системе координат на уровне значимости  $\alpha < 1\%$  [7,90]. Под уровнем значимости  $\alpha$  здесь понимается вероятность ошибки в случае, когда направления  $J_n$  признаны различающимися, а они на самом деле совпадают; тогда приводится максимальное значение вероятности такой ошибки. Если мы полагаем, что направления  $J_n$  совпадают, то приводится минимальная величина уровня значимости. Последнее означает, что при использовании чуть большего уровня значимости направления  $J_n$  будут признаны различающимися.

В других разрезах, где обнажаются сероцветные породы поропелонской свиты, выделено аналогичное направление  $J_n$ . В красноцветных пологозалегающих породах п-ова Средний выделяются два направления  $J_n$ : одно в нижней, другое в верхней части поропелонской свиты. Они значимо различаются как между собой на уровне значимости  $\alpha = 0,5\%$ , так и от направления  $J_n$  сероцветных пород ( $\alpha < 0,5\%$ ) — см. рис. 27, табл. 16.

Выделенное по результатам термочистки однокомпонентное направ-

Таблица 16. Результаты палеомагнитных исследований

Серия, свита, дайка	$N$	$D$	$I$	$K$	$\alpha_{95}$	$\Lambda$	$\Phi$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\varphi_m$	$s$
П-ов Средний, о-в Кильдин Габбро-диабазы, 580 млн. лет <sup>1</sup>											
Дайка 1	16	69	83	45	5	73	70	10	10	76	<i>m</i>
Дайка 2	12	236	25	33	7	158	-1	7	4	-13	<i>m</i>
Сероцветные породы, 650 млн. лет <sup>2</sup>											
Пуманская	39	125	83	6	9	55	60	18	17	76	<i>m</i>
Каруярвинская	50	98	71	16	5	89	48	9	8	55	<i>m</i>
Землепахтинская	23	137	69	14	8	63	36	14	12	52	<i>m</i>
Поропелонская	81	100	73	22	3	85	50	5	5	59	<i>m</i>
Палвинская	7	53	78	4	26	104	71	49	46	48	<i>m</i>
Пярярвинская	9	88	79	14	13	81	61	25	23	69	<i>m</i>
Лизринская	6	143	63	10	18	63	27	28	22	44	<i>m</i>
Южно-кильдинская	21	109	69	26	6	85	42	10	9	52	<i>m</i>
Чернореченская	17	77	70	14	9	108	53	16	13	53	<i>m</i>
Пригонная	23	74	71	11	9	109	56	16	14	55	<i>m</i>
Среднее	10	103	74	63	6	81	51	10	9	61	<i>m</i>
Красноцветные породы, 700–790 млн. лет <sup>3</sup>											
Каруярвинская	42	10	4	25	4	201	22	4	2	2	<i>a</i>
Поропелонская											
верхи	8	11	34	19	11	199	39	13	7	19	<i>a</i>
низы	10	12	10	18	11	199	25	11	6	5	<i>a</i>
Южно-кильдинская	15	19	34	13	10	191	38	11	6	19	<i>a</i>
Чернореченская	40	22	19	25	4	189	29	4	2	10	<i>a</i>
Среднее	5	15	20	31	11	195	31	12	6	10	<i>a</i>
Архипелаг Шпицберген											
Серии Готия и Полярисберген	14	98	78	11	11	77	64	16	14	67	<i>m</i>
Терский берег											
Терская	31	12	59	10	3	195	61	4	3	39	<i>a</i>

<sup>1</sup> Возраст намагнитченности для дайки 2.

<sup>2</sup> То же для сероцветных пород.

<sup>3</sup> То же для красноцветных пород.

*Примечание.* Координаты палеомагнитных векторов  $J_n$  приводятся в системе координат (современной или древней), для которой доказана тестом складки однокомпонентность намагнитченности (либо полагается однокомпонентность исходя из других соображений — см. текст).  $D, I, K, \alpha_{95}$  — склонение, наклонение, кучность и радиус доверительного круга среднего направления намагнитченности  $J_n$ .  $N$  — количество штудфов, по которым вычислено среднее направление;  $\Lambda, \Phi, \theta_1, \theta_2$  — долгота, широта и радиусы овала доверия палеомагнитного полюса;  $\varphi_m$  — палеоширота места отбора;  $s$  — системы координат: *a* — древняя, *m* — современная.

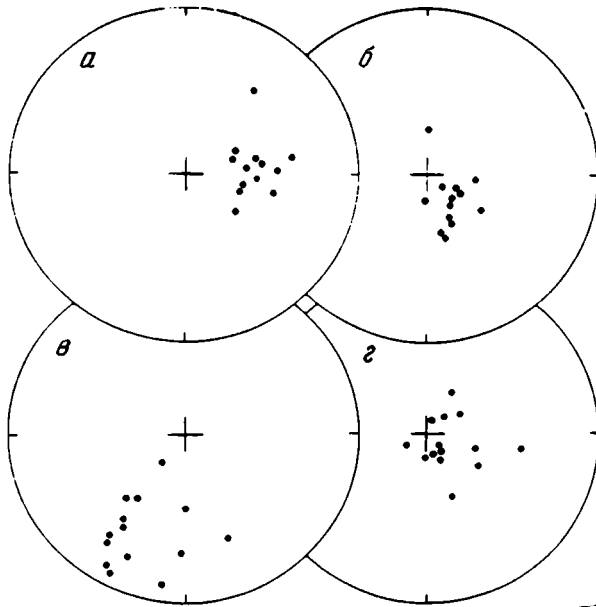
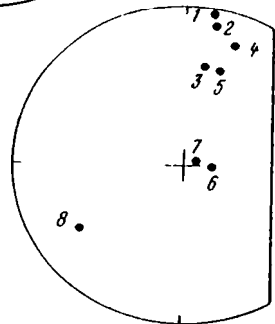


Рис. 26. Распределение векторов  $J_n$  на сфере для поропелонской свиты

*a, v* и *б, z* — древняя и современная системы координат соответственно; *a, б* и *v, z* — пологое и крутое крылья складки соответственно.

Рис. 27. Стереограмма распределения средних направлений для свит п-ова Среднего и о-ва Кильдин

*1-5* — красноцветные породы каруярвинской, низов и верхов поропелонской, чернореченской и южнокильдинской свит соответственно; *б* — среднее направление для сероцветных пород; *7, 8* — дайки диабазов, секущие породы поропелонской и пуманской свит соответственно



ление  $J_n$  для дайки диабазов совпадает с послескладчатым направлением намагниченности вмещающих ее сероцветных пород поропелонской свиты на уровне значимости 1% (рис. 28 и 29, табл. 16). Как показали магнитоминералогические и микроскопические исследования, носителем намагниченности в диабазах является практически неизменный магнетит (температура Кюри 540–570°).

*Каруярвинская свита.* Штуфы для палеомагнитных исследований этой свиты были отобраны из крыльев небольшой асимметричной складки, расположенной в зоне отлива на северо-восточном берегу п-ова Средний в 4 км северо-западнее мыса Земляной. В складке обнажаются самые верхние из наблюдаемых горизонтов каруярвинской свиты. Как и вся свита, они представлены частым чередованием красно-бурых, зеленовато-серых и пятнистых плитчатых алевролитов, песчаников, мергелей и глинистых доломитов.

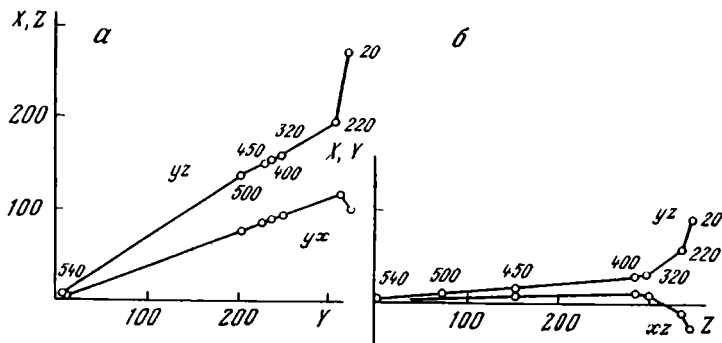


Рис. 28. Диаграммы Зийдверelda для образцов диабазов даек, секущих отложения пуманской (а) и поропелонской (б) свит

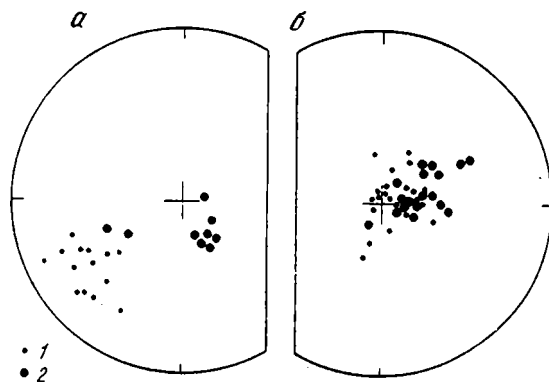


Рис. 29. Распределение векторов  $J_n$  на сфере для диабазов (1) и вмещающих пород (2) даек, секущих породы пуманской (а) и поропелонской (б) свит

Наличие складки позволило выделить два направления  $J_n$ : 1) доскладчатая намагниченность, направления которой на обоих крыльях складки менее значимо различаются в древней системе координат, отношение кучностей  $K_d/K_c = 3,70$  (рис. 30); 2) послескладчатая намагниченность, направления которой для обоих крыльев складки различаются менее значительно в современной системе координат, чем в древней, отношение кучностей  $K_c/K_d = 2,81$  (рис. 31). Температурная чистка до  $680^\circ\text{C}$  выборочных коллекций образцов этой свиты приводила к подмагничиванию. Однако довольно большое количество образцов на интервале температур  $220\text{--}380^\circ\text{C}$  не изменяло направления  $J_n$  при изменении ее величины, т.е. на этом интервале температур проявлялся кажущаяся однокомпонентность (хотя, возможно, это объясняется и одинаковой стабильностью разных компонент  $J_n$  к нагревам).

Доскладчатая компонента намагниченности сохранилась в красноцветных породах, основным ферромагнитным минералом которых является гематит (рис. 32, табл. 17). Основным ферромагнетиком в сероцветных

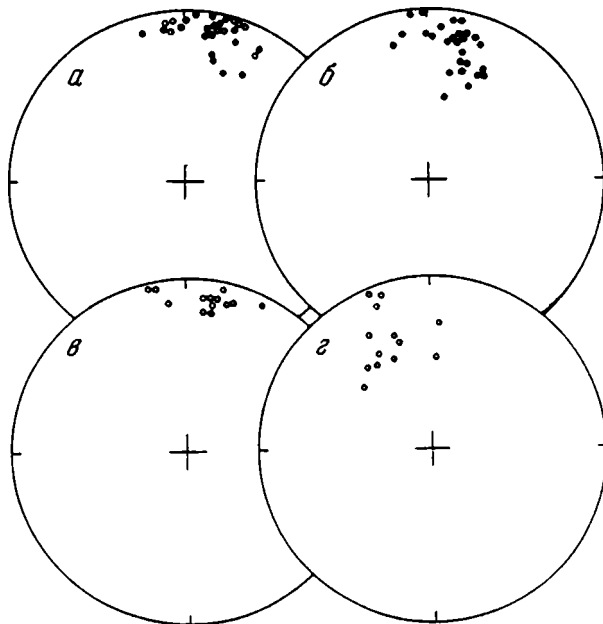


Рис. 30. Распределение векторов  $J_n$  на сфере для красноцветных пород каруярвинской свиты

*a, в и б, г* — древняя и современная системы координат соответственно; *a, б и в, г* — пологое и крутое крылья складки соответственно

породах, намагниченность которых послескладчатая, является магнетит (рис. 32, табл. 17).

У нескольких образцов, в которых имеются прослой красных и серых оттенков, направление  $J_n$  в процессе термочистки изменилось от некоторого промежуточного к направлению доскладчатой  $J_n$ . Эти образцы содержат как гематит, так и магнетит (образец 10, рис. 32).

Естественная остаточная намагниченность  $J_n$  и намагниченность насыщения  $J_{rs}$  образцов с доскладчатой намагниченностью на порядок выше, чем для образцов с послескладчатой намагниченностью. Это указывает на крайне малую концентрацию магнетита в изученных породах. Следует отметить также, что стабильность красноцветных пород к температурным воздействиям значительно выше, чем стабильность сероцветных.

При нагревании на воздухе при температурах 400–500°С в породах каруярвинской свиты начинает образовываться новый ферромагнетик — магнетит (см. рис. 32). Этот процесс свойственен как красноцветным, так и сероцветным породам. Магнетит образуется в значительном количестве, намагниченность насыщения увеличивается в 10–500 раз, причем для сероцветов это увеличение значительно больше, что связано с малой величиной их первоначальной намагниченности и, следовательно, при одинаковых масштабах образования магнетита отношение величин намагниченности после и до нагрева для сероцветных пород будет больше, чем для красноцветных.

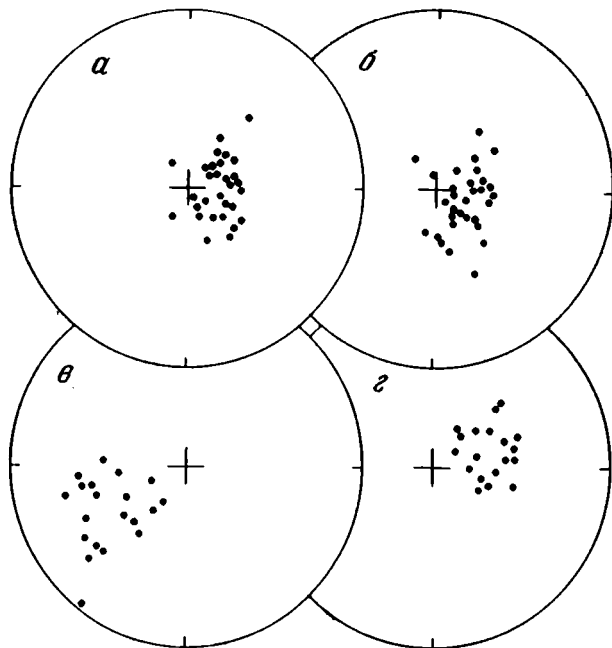


Рис. 31. Распределение векторов  $J_n$  на сфере для сероцветных пород каруярвинской свиты

$a, v$  и  $b, z$  — древняя и современная системы координат соответственно;  $a, b$  и  $v, z$  — пологое и кругое крылья складки соответственно

При изучении красноцветных пород в шлифах под микроскопом в проходящем и отраженном свете наблюдается заметное количество хорошо окатанных зерен гематита и меньшее количество мелких зерен магнетита. Вся порода пропитана карбонатно-глинистым цементом с железистым материалом, изобилие которого обуславливает окраску красноцветных пород. Кроме того, в породах содержится большое количество пирита, на крупных зернах которого иногда заметно окисление до магнетита.

Таблица 17. Результаты магнитоминералогических исследований пород кильдинской серии

Местонахождение, тип пород	Основной ферромагнетик	$J_n (380) \times 10^{+6}$	$J_n (380)$	$J_{rs} \times 10^{+4}$	$H_{cr} \text{ Э}$
			$J_n (20)$		
П-ов Средний					
Красноцветы	Гематит	2–20	0,40–0,99	20–80	3000–4500
Сероцветы	Магнетит	0,05–0,4	0,05–0,25	1–3	400–800
О-в Кильдин					
Красноцветы	Гематит + магнетит	1–75	0,60–0,99	2–25	600–1800
Сероцветы	Магнетит	0,15–0,6	0,05–0,30	0,5–1	350–600



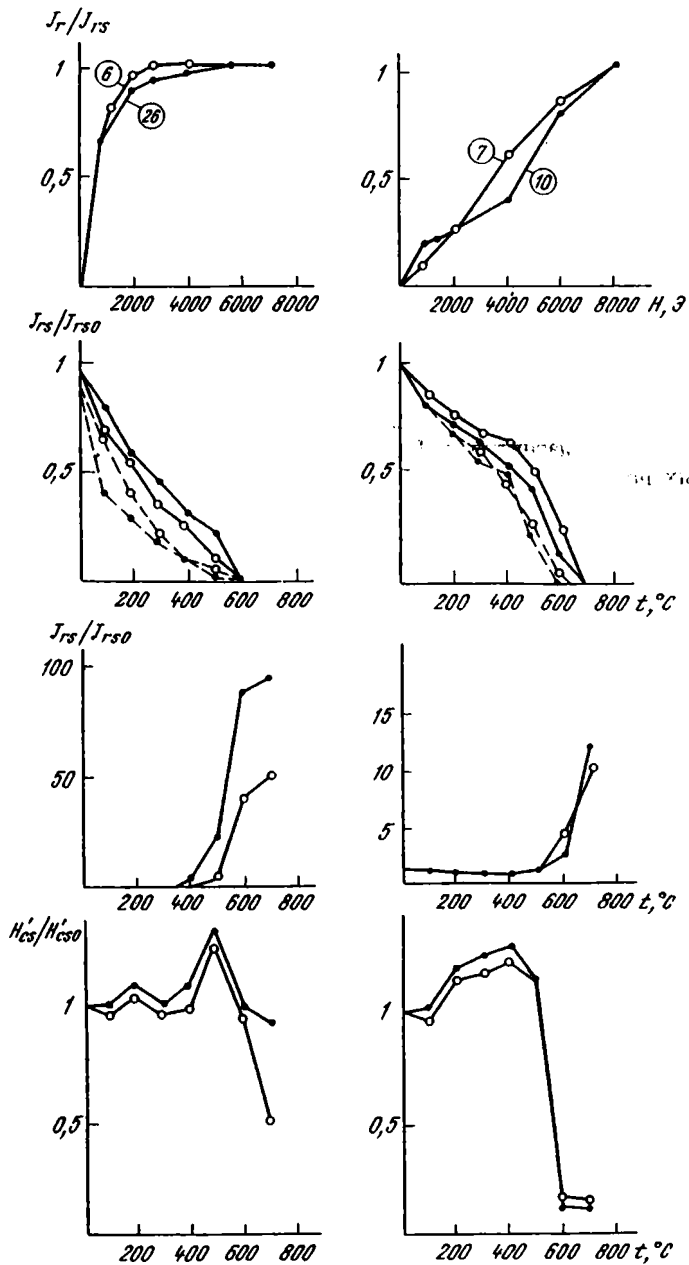


Рис. 32. Магнитоминералогические исследования пород каряурвинской свиты п-ова Среднего

Штриховая линия — повторный нагрев; цифры — номера образцов (6, 26 и 7, 10 — сероцветные и красноцветные породы соответственно); абсолютные значения магнитных параметров приведены в табл. 17

В сероцветных породах гематит отсутствует. В шлифах тех же пород, предварительно прогретых до  $700^{\circ}\text{C}$ , мелкие зерна пирита уже отсутствуют, крупные зерна в целом не изменились, изменению вплоть до магнетита и гематита подверглись приповерхностные участки зерен.

Учитывая изложенное выше, можно предположить, что послескладчатая намагниченность связана с магнетитом, возникшим в процессе окисления пирита и, возможно, содержащегося в цементе сидерита при недостатке кислорода в "запечатанных" осадках. На наличие таких условий указывает сохранность в породах каруярвинской свиты пирита до настоящего времени.

Таким образом, на основании применения теста складки для пород каруярвинской свиты, а также того, что именно выделенные в результате лабораторных исследований минералы считаются носителями  $J_n$ , можно предположить, что магнетит, присутствующий в образцах с послескладчатым направлением, возник после складкообразования или практически полностью перемагнитился. Гематит, являющийся носителем  $J_n$  в красноцветных породах, для которых характерно направление доскладчатой намагниченности, присутствовал в породах и приобрел намагниченность во всяком случае до складкообразования. Учитывая результаты микроскопических исследований и характер распределения в породе гематитового пигмента (красная окраска распределена в соответствии с первичными, иногда очень тонкими, осадочными текстурами), можно сделать вывод о том, что гематит красноцветных пород или осадочного происхождения, или образовался на ранних стадиях диагенеза.

Процесс образования магнетита затронул и красноцветные породы, это подтверждается результатами магнитоминералогических исследований. В силу того, что величина намагниченности для сероцветных пород на порядок меньше величины намагниченности для красноцветных пород (а первая из них есть возможная величина вторичной намагниченности для красно- и сероцветных пород), то вероятнее всего отклонение вектора  $J_n$  от истинного доскладчатого первичного направления для красноцветных пород должно быть незначительным, что и подтверждается близостью средних направлений  $J_n$  для двух крыльев складки между собой, а также к направлению пересечения кругов перемагничивания (за направление перемагничивания бралось послескладчатое направление  $J_n$  в породах поропелонской свиты).

**Пуманская свита.** Породы пуманской свиты, представленные чередующимися между собой песчаниками и глинистыми сланцами, изучались в складке, расположенной на северо-восточном берегу п-ова Средний.

Намагниченность пород пуманской свиты послескладчатая (в древней системе координат направления  $J_n$  для крыльев складки различаются на уровне значимости  $\alpha < 1\%$ ; в современной системе координат совпадают,  $\alpha > 10\%$ ). Отношение кучностей  $K_c/K_d = 1,79$  (рис. 33, см. табл. 16).

Кучность векторов  $J_n$  в современной координатной системе ( $K = 6$ ) крайне мала, хотя можно предположить, что вторичной послескладчатой намагниченности должна быть присуща кучность с значительно большими значениями. Из анализа причин больших рассеяний палеомагнитных векторов в [9] сделан вывод, что к этому может приводить только неоднородность  $J_n$ . Но по результатам теста складки намагниченность

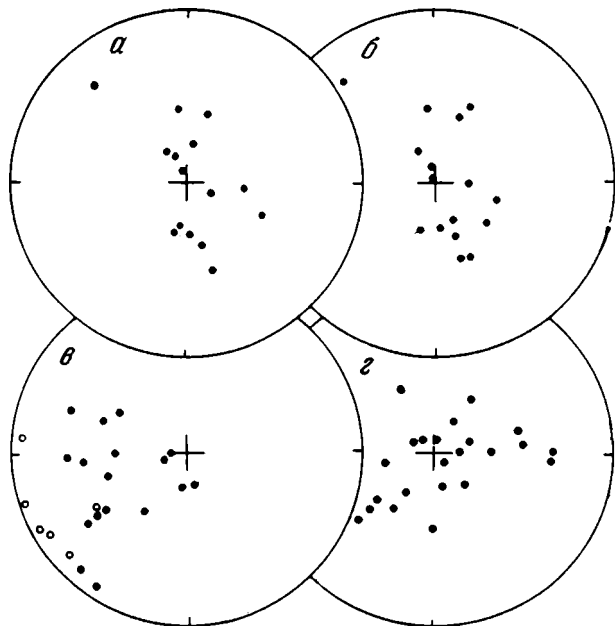


Рис. 33. Распределение векторов  $J_n$  на сфере для пуманской свиты  
*а, в* и *б, г* — древняя и современная системы координат соответственно; *а, б* и *в, г* — пологое и крутое крылья складки соответственно

пород этой свиты однокомпонентна (послескладчатая). И, следовательно, такая величина кучности может быть вызвана наличием намагниченности другой полярности (см. результаты моделирования суммы антипараллельных компонент в [9] и в главе 2).

Направление однокомпонентной  $J_n$  для субвертикальной диабазовой дайки, секущей отложения пуманской свиты, значительно отличается от направления намагниченности вмещающих пород (см. рис. 28, 29, дайку 2 в табл. 16). Однако для двух образцов вмещающих пород направление  $J_n$  очень близко к направлению  $J_n$  для диабазов. Эти образцы являются наиболее близкорасположенными к контакту (расстояние до контакта около 7 см), и, по-видимому, перемагничены во время внедрения дайки. Такое взаимное расположение направлений намагниченности диабазов и вмещающих пород свидетельствует о более молодом возрасте намагниченности внедрившихся диабазов. Носителем  $J_n$  дайки диабазов является магнетит, судя по микроскопическим данным практически неизменный. Температура Кюри магнитного минерала диабазов 540–570°С.

Другие свиты кильдинской серии по ва Средний. Для сероцветных пород прярярвинской, палвинской и землепахтинской свит получены направления  $J_n$ , сходные с послескладчатыми направлениями сероцветных пород поропелонской, каруярвинской и пуманской свит (рис. 27, табл. 16). Проведенные магнитоминералогические исследования этих пород дают результаты, сходные с таковыми для сероцветных пород каруярвинской свиты (см. табл. 17).

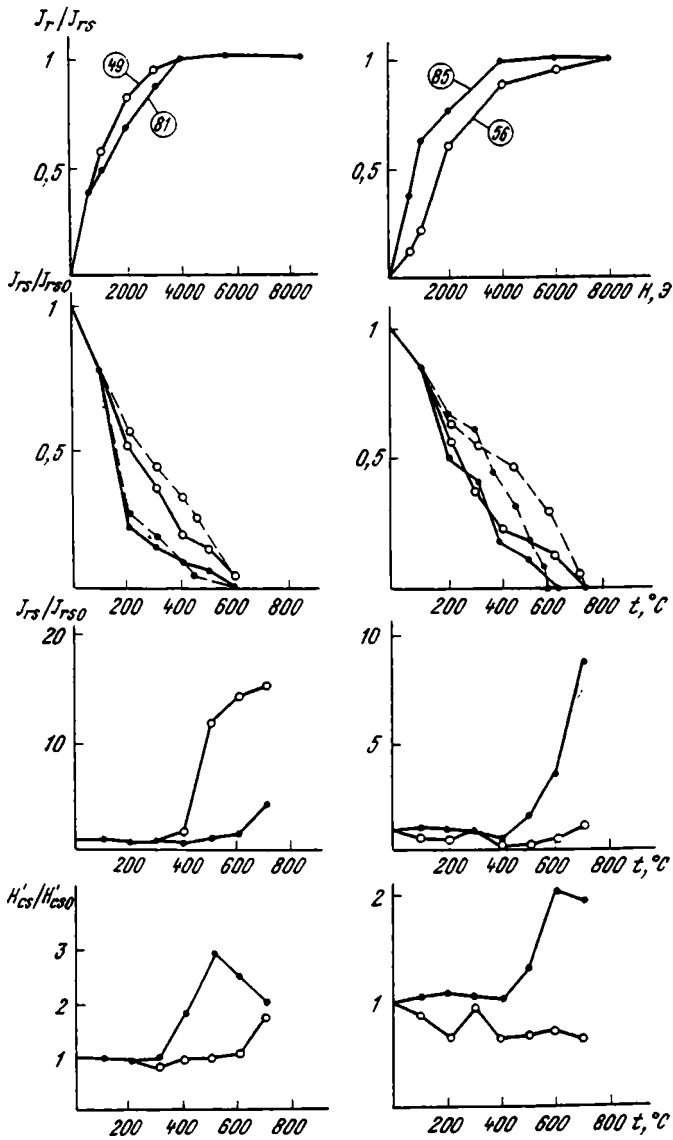


Рис. 34. Магнитоминералогические исследования пород о-ва Кильдин

Штриховая линия — повторный нагрев; цифры — номера образцов (49, 81 и 56, 85 — сероцветные и красноцветные породы соответственно); абсолютные значения магнитных параметров приведены в табл. 17

Отложения кильдинской серии о-ва Кильдин. Сходные результаты получены по обнаженной части разреза кильдинской серии о-ва Кильдин. Породы чернореченской и южно-кильдинской свит также разделяются на сероцветные и красноцветные, причем последних на о-ве Кильдин больше. Направления  $J_n$  сероцветных пород кильдинской серии о-ва Кильдин (см. рис. 27, табл. 16) аналогичны послескладчатым направлениям сероцветов п-ова Средний. Направления намагниченности красноцветных пород чернореченской и южно-кильдинской свит расположены в той же области стереограммы, что и направления красноцветов поропелонской свиты п-ва Средний (рис. 27, табл. 16). Эти два направления для красноцветных пород чернореченской и южно-кильдинской свит о-ва Кильдин значимо различаются между собой (уровень значимости 0,5%). Результаты лабораторных исследований пород о-ва Кильдин приведены на рис. 34. Основными ферромагнитными минералами для красноцветных пород являются магнетит и гематит, а для сероцветных пород — магнетит. Красноцветы о-ва Кильдин, так же как и красноцветы п-ова Средний, характеризуются значительно более высокой стабильностью к температурным воздействиям по сравнению с сероцветными породами. При температурах, больших  $400^{\circ}\text{C}$ , на воздухе происходит образование магнетита, но  $J_{rs}$  растет не так сильно, как для пород п-ова Средний. Магнетит образуется в основном в породах с послескладчатыми направлениями  $J_n$ .

### О КРИТЕРИИ ВНЕШНЕЙ СХОДИМОСТИ

В этом разделе мы остановимся на некоторых результатах палеомагнитных исследований сероцветных пород и диабазов п-ова Средний и о-ва Кильдин с точки зрения критерия внешней сходимости. Критерий внешней сходимости позволяет оценить надежность палеомагнитных данных, используя факт их сходимости для различных разрезов [19, 20, 51]. В табл. 18 приведены средние направления векторов  $J_{nt}$  для свит, полученные по 275 штуфам из изученных разрезов. Из таблицы видно, что средние по свитам направления  $J_n$  довольно кучно группируются вокруг среднего для всех пород направления:  $D = 88^{\circ}$ ,  $I = 76^{\circ}$  ( $K = 120$ ,  $\alpha_{95} = 4^{\circ}$ , осреднение на уровне свит). Средние направления для свит различаются незначимо, соответствующие им круги доверия сильно перекрываются (см. рис. 35). Распределение единичных векторов  $J_n$  для различных свит соответствует распределению Фишера [5]. По всей видимости, имеются все основания считать средние направления  $J_n$  для свит вариациями одного и того же направления магнитного поля и, следовательно, можно их осреднить на уровне штуфов.

Общее среднее направление  $J_n$  рассматриваемых пород значимо отличается от направления как современного, так и более древних фанерозойских направлений дипольного магнитного поля (см. данные по Северо-Европейской плите в [50]). Так, отличие среднего направления по этим свитам (см. табл. 18) от современного поля составляет  $17^{\circ}$ , тогда как радиус круга доверия  $\alpha_{95} = 4^{\circ}$  (осреднение на уровне свит). Кроме того, имеются близкие по направлениям  $J_n$  результаты палеомагнитного изучения даек диабазов п-ова Варангер (Северная Норвегия; K-Ar возраст

Таблица 18. Средние направления  $J_n$  в верхнепротерозойских сероцветных породах п-ва Средний и о-ва Кильдин

Среднее	П-в Средний					Среднее	О-в Кильдин				
	$D$	$I$	$K$	$\alpha_{p,s}$	$N$		$D$	$I$	$K$	$\alpha_{p,s}$	$N$
Для свит						Для свит					
пуманской	125	83	6	9	39						
каруярвинской	98	71	16	5	50						
поропелонской	100	73	22	3	81	южно-кильдинской	109	69	26	6	21
палвинской	53	78	4	26	7	чернореченской	77	70	14	9	17
пяряярвинской	88	79	14	13	9	пригонной	74	71	11	9	23
Для дайки	66	82	29	5	28						
По разрезам	92	78	134	5	5	По разрезам	87	71	147	7	3
По всем сероцветным породам и дайке на уровне свит	88	76	120	4	9						
штуфов	95	75	12	2	275						

Примечание. Координаты векторов  $J_n$  ( $D$  и  $I$ ) даны в современной системе координат.

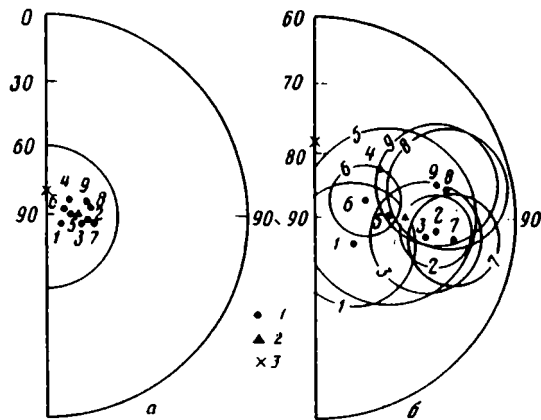


Рис. 35. Средние направления  $J_n$  сероцветных верхнепротерозойских пород п-ова Среднего и о-ва Кильдин

*a* – средние по свитам (1), общее среднее по обоим разрезам (2) и современное направление дипольного геомагнитного поля (3), цифры соответствуют номерам в табл. 18; *б* – увеличенное изображение части *a*, оцифрованные окружности – круги доверия для средних направлений свит

650 млн лет) ( $D = 84^\circ$ ,  $I = 61^\circ$ ) [84]. Вероятно, полученное направление  $J_n$  сероцветных пород и дайки можно считать дофанерозойским.

Верхнепротерозойские изученные разрезы сложены разнофациальными образованиями, в основном терригенными породами (от крунозернистых толстослоистых песчаников до тонкослоистых аргиллитов), а также в разной степени карбонатными (рис. 25), причем существенные изменения фаций наблюдаются и по стратиграфическому разрезу, и по простиранию. Межпластовые кучности векторов  $J_n$  в разных свитах сильно различаются между собой на уровне значимости 0,5% (см. табл. 18) [50]. Наблюдается довольно четкая корреляция кучностей векторов  $J_n$  с гранулометрическим составом пород. Так, для алевролитов, аргиллитов, мергелей, известняков и доломитов поропелонской, южно-кильдинской и каруярвинской свит кучность колеблется от 16 до 26, тогда как для песчаников ее изменения составляют от 4 до 14. Исключением являются лишь алевролиты и аргиллиты пуманской свиты (см. замечание о возможности присутствия намагниченности обратной полярности в породах пуманской свиты).

Магнитоминералогические исследования выявили, что, по всей видимости, носителем  $J_n$  для сероцветных пород п-ова Средний и о-ва Кильдин является магнетит. Носителем намагниченности диабазов дайки также является магнетит, судя по микроскопическим данным, практически неизменный.

Для сероцветных осадочных пород поропелонской, каруярвинской и пуманской свит был проведен двухъярусный статистический анализ [96], из которого следует значимость межпластового разброса (уровень значимости 0,5%) (табл. 19) [68]. Значимость межпластового разброса обычно интерпретируется как свидетельство того, что процесс приобретения

**Таблица 19. Результаты применения  
двухърусного статистического анализа**

Свита	Число пластов/число штUFFов	Степени свободы	Величина критерия	Критическое значение
Пуманская	38/76	74; 76	12,82	1,84
Каруярвинская	50/100	98; 100	4,27	1,68
Поропелонская	30/60	58; 60	3,24	1,98

**Таблица 20. Результаты применения теста складки**

Свита	A	B	Древняя система координат				Современная система координат				$\varphi_{кр}$	$K_c/K_d$
			D	I	K	$\varphi$	D	I	K	$\varphi$		
Пуманская	210	2	126	85	15,0	0,513	111	83	14,5	0,001	0,084	1,79
	244	58	247	33	13,6		135	83	12,3		(0,132)	
Каруярвинская	80	11	94	74	5,8	2,148	124	75	6,3	0,228	0,064	2,81
	247	76	240	42	8,2		78	64	6,8		(0,101)	
Поропелонская	50	30	86	53	8,7	2,976	139	72	8,1	0,045	0,127	5,53
	210	60	204	32	11,1		116	77	9,2		(0,202)	

*Примечание.* A, B – средние азимут и угол падения пластов,  $\varphi$  – критериальная статистика [90],  $\varphi_{кр}$  – критическое значение на уровнях значимости 5% (1%).

$J_n$  в породе контролировался последовательностью напластования [50], т.е. синхронности  $J_n$  осадконакопления.

Просуммируем изложенное. В двух фациально различающихся удаленных друг от друга разрезах разновозрастных верхнепротерозойских пород установлены близкие средние направления векторов  $J_n$  (средние направления различаются незначимо; см. табл. 18 и рис. 35). Эти полученные направления древние, дофанерозойские. Установлена сильная значимость межпластового разброса; кучности векторов  $J_n$  для свит значимо различаются между собой и коррелируются с гранулометрическим составом пород.

Казалось бы можно говорить, что природа естественной остаточной намагниченности осадочных пород ориентационная, а диабазов – термоостаточная. Однако одно очень важное обстоятельство протеворечит такому заключению. Тест складки, примененный для пород поропелонской, каруярвинской и пуманской свит (табл. 20), показал, что намагниченность пород поропелонской и пуманской свит однокомпонентная после-складчатая. Для пород каруярвинской свиты тест складки не дает вывода об однокомпонентности намагниченности (присутствует как до-, так и после-складчатая компоненты). Кроме того, отношение кучности в современной системе координат к кучности в древней системе координат сильно значимо, что говорит о явном преобладании после-складчатой компоненты намагниченности. Таким образом, результаты теста складки для



пород этих свит свидетельствуют о вторичности  $J_n$ . Этот вывод, по-видимому, можно распространить и на все остальные сероцветные породы изученных разрезов, так как в имеющихся в каруярвинской свите красноцветных породах выделена доскладчатая компонента намагниченности, сильно отличающаяся по направлению от  $J_n$  рассматриваемых здесь сероцветных пород. Время образования древней послескладчатой намагниченности сероцветных пород, вероятно, соответствует времени внедрения дайки диабазов, намагниченность которой можно рассматривать как первичную.

На основании этого следует сделать вывод о том, что применение критерия внешней сходимости требует осторожности в интерпретации. При этом не существует достаточного набора признаков, который обеспечивал бы надежность палеомагнитных данных.

### НАДЕЖНОСТЬ ПОЛУЧЕННЫХ НАПРАВЛЕНИЙ $J_n$ И ИХ ВРЕМЕННАЯ ПРИВЯЗКА

В верхнепротерозойских породах п-ов Средний, Рыбачий и о-ва Кильдин выделяются три различающихся между собой группы древних направлений  $J_n$ . Это доскладчатая намагниченность красноцветных пород каруярвинской свиты, послескладчатая намагниченность сероцветных пород поропелонской, каруярвинской и пуманской свит и намагниченность дайки, секущей отложения пуманской свиты.

Доскладчатая намагниченность возникла до того, как отложения кильдинской и волоковой серий были смяты в складки вблизи надвига, ограничивающего п-ов Средний с северо-востока. Надвиг и другие деформации отложений рыбачинского комплекса являются результатом байкальской складчатости, завершившей развитие Тиманской зоны. Возраст этой складчатости дают изотопные K-Ar датировки (650 млн лет<sup>1</sup>) синтетектонических даек долеритов п-ова Варангер [84, 85].

Хотя в строгом смысле доскладчатость  $J_n$  для пород каруярвинской свиты не доказана (об этом свидетельствует малый уровень значимости, на котором принимается утверждение об однокомпонентности, см. выше), имеются основания полагать, что полученное осреднением векторов  $J_n$  для двух крыльев складки направление намагниченности не сильно отличается от истинного направления доскладчатой компоненты. Эта уверенность связана, во-первых, с малым угловым расстоянием между средними направлениями  $J_n$  для крыльев складки (около 14°), и во-вторых, с известным расположением кругов перемангничивания (за направление перемангничивания принимается направление послескладчатой намагниченности сероцветных пород кильдинской серии; других направлений намагниченности, включая направление современного магнитного поля, при лабораторных исследованиях не выделено). Направление  $J_n$ , полученное пересечением кругов перемангничивания ( $D = 7, I = -4$ ) мало отличается от направления, полученного в результате простого осреднения ( $D = 10, I = 4$ ).

Из-за невозможности применить тест складки нельзя сказать, является

<sup>1</sup> Здесь и далее приведены датировки, пересчитанные на новые константы распада K, принятые в 1976 г.

ли доскладчатой (и тем более первичной) намагниченность красноцветных пород поропелонской свиты и ее аналогов на о-ве Кильдин. Доводом в пользу первичности выделенных направлений  $J_n$  этих пород служат близость этих направлений доскладчатому направлению, полученному для красноцветных пород каруярвинской свиты, а также корреляция палеомагнитных данных между разрезами о-ва Кильдин и п-ова Средний. Так, направления  $J_n$  низов поропелонской и чернореченской свит неразличимы на уровне значимости 1%, а направления  $J_n$  верхов поропелонской и южно-кильдинской свит на уровне значимости 10%; различие между этими двумя парами направлений сильно значимо.

Послескладчатая намагниченность сероцветных пород п-ова Средний ( $D = 106, I = 75, K = 12, \alpha_{95} = 3, N = 192$ ) незначимо отличается от  $J_n$  сероцветных пород о-ва Кильдин ( $D = 93, I = 71, K = 12, \alpha_{95} = 5, N = 67$ ) на уровне значимости 5% при осреднении на уровне штурфов (при осреднении на уровне свит отличие еще меньше). Поэтому их можно рассматривать, вероятно, как одно направление  $J_n$ .

Общее среднее направление  $J_n$  всех изученных здесь сероцветных пород значимо отличается от направлений как современного, так и более древних фанерозойских направлений дипольного магнитного поля (см. данные по Северо-Европейской плите в [50]). Так, среднее направление по сероцветам ( $D = 103, I = 74, K = 63$ , осреднение на уровне свит) отличается от направления современного поля на  $22^\circ$  дуги большого круга при радиусе круга доверия среднего  $5,6^\circ$ . Близость в наклонениях при различающихся приблизительно на  $90^\circ$  склонениях нельзя в данном случае интерпретировать как результат возможных вращений района, так как это противоречит имеющимся геологическим данным [47].

Намагниченность  $J_n$  дайки диабазов секущей отложения поропелонской свиты, имеет приблизительно такое же направление (см. табл. 16, рис. 27). Возраст намагниченности этих диабазов, вероятно, совпадает с возрастом намагниченности сероцветных пород. Возраст диабазов этой дайки не определяется.

Результаты палеомагнитного изучения даек диабазов п-ова Варангер [84] (К-Аг возраст 650 млн лет) дают близкие направления  $J_n$  ( $D = 84, I = 61$ ). Близость направлений, вероятно, можно объяснить близостью времени образования намагниченности сероцветных пород дайки, секущей породы поропелонской свиты, и даек п-ова Варангер.

Возраст намагниченности дайки диабазов, секущих породы пуманской свиты, моложе возраста послескладчатой намагниченности сероцветных пород, так как направления  $J_n$  для этой дайки и сероцветных пород сильно различаются, а среди вмещающих близлежащих пород есть перемагнитненные по направлению дайки образцы.

Анализируя имеющиеся биостратиграфические данные [38, 42, 47], можно сделать следующие выводы о возрасте пород интересующей нас верхней части кильдинской серии. Присутствие в пригонной свите строматолитов [40, 42], для верхней границы распространения которых имеются К-Аг абсолютные датировки, дает возможность определить нижнюю границу возраста вышележащей части кильдинской серии как 790 млн лет. Учитывая, что волоковая серия по микрофоссилиям также отнесена к верхнему рифею [42] (а граница рифея и венда датируется 650 млн лет), можно

предположить, что верхняя часть кильдинской серии не моложе 700 млн лет.

Имеющиеся К-Аг датировки по глаукониту этих пород [11, 38, 47] дают возраст 750–600 млн лет (восемь датировок, среднее значение 715 млн лет) без заметной зависимости по разрезу. Учитывая все эти оценки возраста и обычное некоторое омоложение глауконитовых датировок, будем придерживаться наибольшей из них как наиболее вероятной и отвечающей среднему возрасту, следующему из стратиграфических данных.

Возраст послескладчатой намагниченности сероцветных пород и дайки диабазов, секущей отложения поропелонской свиты кильдинской серии, следует полагать, видимо, равным возрасту даек п-ова Варангер (650 млн лет), так как направления  $J_n$  тех и других близки между собой.

Возраст намагниченности дайки диабазов, секущей отложения пуманской свиты волоковой серии, 580 млн лет [11].

Таким образом, полученные направления  $J_n$  можно расположить в следующем хронологическом порядке (от древних к более молодым): 1) низы поропелонской свиты п-ова Средний и соответствующие отложения о-ва Кильдин (700–790 млн лет); 2) верхи поропелонской свиты и соответствующие отложения о-ва Кильдин (700–790 млн лет); 3) каруарвинская свита п-ова Средний (700–790 млн лет); 4) сероцветные породы кильдинской и волоковой серий обоих разрезов и дайка диабазов, секущая отложения поропелонской свиты (650 млн лет); 5) дайка диабазов, секущей породы пуманской свиты (580 млн лет). Возраст намагниченности первых трех перечисленных групп может и совпадать, если выделенная в этих отложениях намагниченность не синхронна образованию этих красноцветных пород (принимаемая условно оценка возраста в этом случае 750 млн лет).

#### НЕКОТОРЫЕ ПАЛЕОМАГНИТНЫЕ ДАННЫЕ ПО СМЕЖНЫМ РЕГИОНАМ

Терская свита Кольского п-ова. В пологозалегающих отложениях терской свиты (ручей Сальница) был отобран 31 штуф из красноцветных алевролитов и песчаников. Возраст этой свиты, возможно, среднерифейский (имеются две К-Аг датировки алевролитов терской свиты — 1080 и 1263 млн лет [42]).

Для образцов этой свиты наблюдается сильный межштуфовый разброс векторов  $J_n$  на стереограмме (кучность  $K < 4$ ) на любой стадии ступенчатого терморазмагничивания от 20 до 380°С (выборочно до 550°С). Внутрипластовый разброс крайне мал; направление намагниченности для каждого образца в процессе чистки практически не изменяются, т.е. намагниченность однокомпонентна.

При совместном анализе измеренных и разностных векторов  $J_n$  способом, предложенным в [4], наблюдается сгущение основной части векторов (около 62%) в кластере со средним направлением  $D = 12$ ,  $I = 59$  в древней системе координат. Еще один малочисленный кластер (в него попало лишь четыре точки) имеет направление  $J_n$  обратной полярности ( $D = 268$ ,  $I = -76$ ). Остальные направления  $J_n$  не образуют устойчивых кластеров.

Из-за невозможности применить тест складки (моноклинальное залегание пород) нельзя сказать ничего определенного о возрасте выделенной намагниченности. В табл. 16 приведено положение палеомагнитного полюса для выделенного направления  $J_n$ . Наиболее близкое к полученному положению занимает нижнемеловой полюс для Северной Евразии [4, 6] (различие составляет около  $15^\circ$ ). Надежность полученных данных по терской свите, вероятно, низка.

Архипелаг Шпицберген. На двух островах (Северо-Восточная Земля и Западный Шпицберген) в разновозрастных отложениях верх-

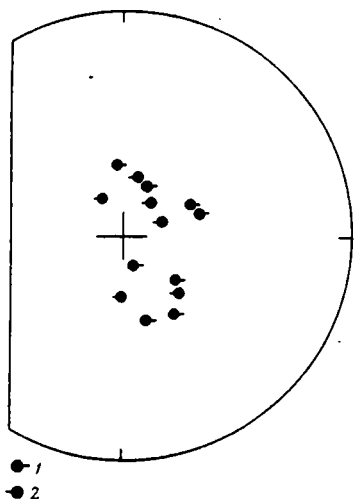


Рис. 36. Распределение на сфере векторов  $J_n$  верхнепротерозойских пород архипелага Шпицберген для пологого (1) и круглого (2) крыльев складки

него рифея–венда (в сериях Готия и Поларисбреен соответственно) было отобрано 14 образцов с разным залеганием. Результаты применения теста складки свидетельствуют о послескладчатости, выделенной в результате термочистки намагниченности. В современной системе координат средние направления намагниченности  $J_n$  для крыльев складки не различаются на уровне значимости  $> 10\%$ , в древней системе координат средние направления  $J_n$  различаются на уровне значимости  $< 1\%$  (рис. 36).

Положение палеомагнитного полюса, вычисленное по направлению  $J_n$  в современной системе координат ( $\Lambda = 77$ ,  $\Phi = 64$ ; см. табл. 16), близко к положению полюсов для послескладчатой  $J_n$  п-вов Средний и Рыбачий и о-ва Кильдин Кольского п-ова (средний полюс  $\Lambda = 82$ ,  $\Phi = 52$ ,  $K = 22$ ,  $\alpha_{95} = 10$ ); их овалы доверия перекрываются. Близость положения этих полюсов, а также значимое отличие их от полюсов для более молодых пород о-ва Шпицберген [21, 32, 53], можно, вероятно интерпретировать как близость по времени образования послескладчатой  $J_n$  кильдинской и волоковой серий Кольского п-ова и изученных отложений о-ва Шпицберген.

По результатам палеомагнитных исследований была построена кривая миграции палеомагнитного полюса Балтийского щита для интервала времени от 1000–850 до 130 млн лет (рис. 37). Палеомагнитные полюса интервала 1000–850 млн лет для Балтийского щита (вне пределов СССР) приводятся по данным [77, 78, 85, 92]. Координаты позднепермского и раннемелового палеомагнитных полюсов Восточно-Европейской платформы заимствованы из работ [4, 6]. На рис. 38 приведена также кривая изменения палеошироты современного северного окончания Кольского п-ова для того же интервала времени. Палеошироты вычислены путем пересчета палеомагнитных полюсов в точку с координатами 32° в.д., 69° с.ш. Фанерозойская часть кривой вычислена по данным о палеомагнитных полюсах Северо-Европейской платформы [50].

Анализ палеоширот показывает, что Балтийский щит испытал сильные перемещения на протяжении позднего рифея–венда (рис. 38). На ранней стадии позднего рифея (1000–850 млн лет) Балтийский щит был расположен в южном полушарии в пределах палеоширот 60–40° ю.ш. при примерно современной ориентировке по отношению к полюсу. Это самое южное положение Балтийского щита за последние 2,5 млрд лет (см. кривую изменения палеоширот в [92]). Затем последовало перемещение на север, которое приобрело максимальную скорость (около 2 см в год) около 750 млн лет назад. После того как Балтийский щит, повернувшись приблизительно на 90° против часовой стрелки, достигает 45–55° с.ш., вновь начинается его движение на юг с поворотом в обратную сторону. На рубеже венда–кембрия он находился в приэкваториальных широтах (10–20° с.ш.) и был развернут относительно современного положения на 55° против часовой стрелки.

Максимальная скорость дрейфа (определенная только по изменению палеошироты) за рассматриваемый интервал времени (1000–600 млн лет) в 2–2,5 раза больше средней скорости перемещения Балтийского щита в фанерозойское время, но не превосходит максимальной скорости движения более раннего периода времени (2,5–1,0 млрд лет) [92] и близка к скорости движения Восточно-Европейской платформы в интервале времени от перми до юры.

Данные по палеоширотам Балтийского щита в позднем рифее–венде не противоречат имеющимся материалам по стратиграфии, литологии и палеогеографии отложений кильдинской и волоковской серий Кольского п-ова и их аналогам на п-ове Варангер. Так, кильдинская серия, вероятно, отлагалась в низких широтах, о чем свидетельствуют присутствие в ней красноцветных разностей и строматолитов [40]. Карбонатная седиментация в конце кильдинского времени происходила, видимо, в прибрежно-морских условиях с повышенной соленостью (псевдоморфозы по кристаллам каменной соли и ангидриту). В основании вендских отложений Северной Европы широко распространен лапландский ледниковый горизонт, возраст которого составляет приблизительно 650 млн лет. Этот ледниковый горизонт известен на п-ове Варангер в непосредственной близости от п-вов Средний и Рыбачий [66].



Рис. 37. Кривая миграции полосов Балтийского щита (1000–130 млн лет)

1, 2 – данные по Балтийскому щиту (1000–850 млн лет) [77, 78]; 3, 4 – красноцветные и сероцветные породы п-ова Средний (3) и о-ва Кильдин (4); 5 – дайка диабазов в породах волоковой серии (пуманская свита); 6 – пермский пояс для Восточно-Европейской платформы [4]; 7 – раннемеловой пояс для Северной Евразии [6]; 8 – дайка диабазов в породах кильдинской серии (поропелонская свита); 9 – породы архипелага Шпицберген; 10 – дайки п-ова Варангер [84, 85]

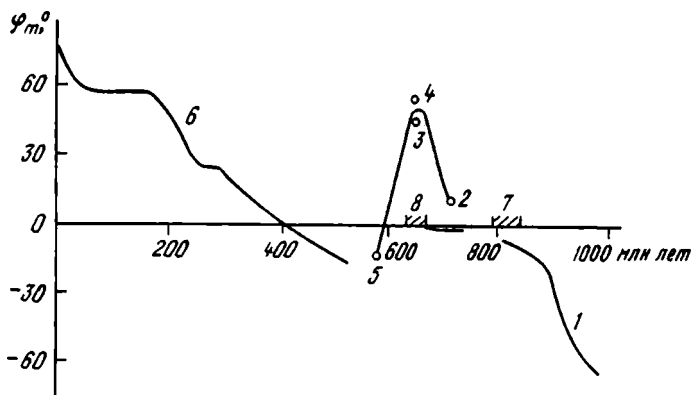


Рис. 38. Изменение палеошироты северного окончания Балтийского щита в интервале времени 1000–130 млн лет

1 – по данным для Балтийского щита [77, 78]; 2 – по красноцветным породам кильдинской серии п-ова Среднего и о-ва Кильдин; 3 – по сероцветным породам кильдинской и волоковой серий полуостровов Среднего, Рыбачьего и о-ва Кильдин; 4 – по дайке диабазов, секущей отложения кильдинской серии; 5 – по дайке диабазов, секущей отложения волоковой серии; 6 – по данным для Восточно-Европейской платформы [50]; 7, 8 – временные интервалы, в которых наблюдаются строматолиты (7) и ледниковые отложения (лапландский ледниковый горизонт) (8)

В заключение остановимся на имеющихся палеомагнитных данных по п-ову Варангер. Палеомагнитный полюс по результатам изучения даек п-ова Варангер ( $\Lambda = 108$ ,  $\Phi = 41$ ; К-Аг возраст 650 млн лет) [84, 85], расположенных в складчатой зоне, близок к палеомагнитным полюсам послескладчатой намагниченности изученных нами сероцветных пород ( $\Lambda = 82$ ,  $\Phi = 52$ ).

Предполагается, что это положение полюса соответствует направлению поля в момент внедрения даек. В пользу первичности говорит отсутствие сходных полюсов в фанерозое. Отличие данного палеополюса от более древних полюсов Балтийского щита (на рис. 37 это полюсы для интервала 1000–850 млн лет) авторы определения объясняют латеральным смещением складчатого блока на 500–1000 км к юго-востоку вдоль разлома, который ограничивает с северо-востока платформенную зону. Так как близкие положения палеополюса (сравните данные [85] и наши на рис. 37) получены по дайкам, расположенным по разную сторону от этого разлома, по которому предполагается смещение, то возможность такой интерпретации представляется маловероятной. Кроме того, возраст пород, палеомагнитные полюсы которых авторы данной гипотезы [85] пытались сопоставить, различаются на 200–350 млн лет (дайки диабазов п-ова Варангер имеют возраст 650 млн лет [84, 85]; возраст пород, полюсы которых используются для сопоставления, 850–1000 млн лет [77, 78, 92]).

Приведем некоторые выводы.

1. По верхнепротерозойским породам, слагающим северо-восточную окраину Балтийского щита, получены три группы палеомагнитных направлений с возрастными 750, 650 и 580 млн лет.

2. Образование намагниченности первой группы направлений предшествовало надвиганию рыбачинского комплекса тиманской складчатой зоны на окраину Балтийского щита, а намагниченность второй группы направлений возникла, по-видимому, в процессе или после формирования надвига.

3. Полученные палеомагнитные полюсы восполняют пробел в траектории кажущегося перемещения полюсов для Балтийского щита и позволяют предполагать значительные движения последнего в рифее и венде.

4. Установлено, что диабазовая дайка на северо-восточной окраине Балтийского щита имеет направление намагниченности, близкое к направлению для ранневендских даек Тиманской складчатой зоны на севере п-ова Варангер. Этот факт ставит под сомнение выводы некоторых исследователей о значительном горизонтальном перемещении складчатого блока в венде–кембрии относительно Балтийского щита вдоль краевого надвига.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По крайней мере я пишу о том, что сам видел и испытал неоднократно и во многих местах, и не имею оснований думать, чтоб в других местах слишком часто поступалось иначе

*Ф.М. Достоевский*

"Записки из мертвого дома"

В Заключении остановимся на следующих моментах. Часто в нашей практике удавалось выделить некоторые регулярные направления намагниченности, для которых имелся целый набор признаков, являющихся доводами в пользу древности или первичности намагниченности. Это относится, например, к намагниченности сероцветных верхнерифейских пород кильдинской серии п-ов Средний, Рыбачий и о-ва Кильдин или красноцветных карбонатных пород катавской свиты Южного Урала. При этом оказалось, что намагниченность первых послескладчатая (это доказано различными вариантами теста складок), намагниченность вторых – как до-, так и послескладчатая (остается возможность интерпретировать эту намагниченность как первичную или близкую к таковой). Но направление  $J_n$  красноцветных пород катавской свиты близко к направлению позднепалеозойского поля. Таким образом, имеется также вероятность объяснения этой  $J_n$  как результата позднепалеозойского перемагничивания через 600 млн лет после образования пород.

По-видимому, очень часто так и не удастся полностью доказать синхронность  $J_n$  времени образования пород. А тех доводов, которые приводятся в доказательство первичности, оказывается явно недостаточно (как в случае сероцветных пород кильдинской серии). Хотя в некоторых случаях и удается установить возраст намагниченности рассматриваемых пород относительно времени складкообразования, точнее датировать эту намагниченность оказывается трудно. Это вызвано сложностью в определении времени складкообразования, которое может характеризовать лишь нижний предел возраста для послескладчатой намагниченности и верхний предел возраста для доскладчатой.

Такие трудности возникают при интерпретации выделенных регулярных направлений  $J_n$ . Еще больше проблем возникает в тех случаях, когда изучаемые совокупности векторов имеют большой разброс или их распределения на сфере имеют сложный характер. Это относится к направлениям  $J_n$  пород катавской и других свит верхнего рифея и венда Южного Урала, не относящимся к областям на сфере, где располагаются регулярные близкие к палеозойским направления, к породам Терского берега Кольского п-ова и породам некоторых свит кильдинской серии. Анализ таких распределений с разных точек зрения позволяет объяснить их только как результат наложения нескольких компонент  $J_n$  (как близких, так и значительно разнесенных по времени их образования).

Какие могут быть способы решения затронутых проблем? Их несколько, они не новы и регулярно отражаются в решениях семинаров, конференций и съездов, посвященных вопросам палеомагнетизма.



1. Совершенствование и внедрение ныне существующей аппаратуры, позволяющей при малых подмагничивающих полях проводить высокотемпературные чистки и высокоточные измерения компонент вектора  $J_n$ .

2. Внедрение в отечественную практику уже существующих и новых методов и способов обработки результатов магнитных чисток, разделения разнонаправленных компонент  $J_n$  и их датирования (доказательства доскладчатости и пр.).

3. Признание существующих в настоящее время ограничений в выделении компонент  $J_n$ . Установление необходимого минимума формальных критериев кондиционности палеомагнитных определений. Так как за последние годы заметно выросли требования, предъявляемые к палеомагнитным определениям, то значительная часть определений прошлых лет уже не отвечает этим требованиям. В связи с этим необходима переинтерпретация (вплоть до повторных отборов палеомагнитных коллекций) результатов прошлых лет.

4. Признание необходимым условием для возможности в дальнейшем использовать магнитостратиграфические шкалы и координаты виртуальных геомагнитных полюсов в геологическом применении опубликовывать следующие палеомагнитные данные:

1) стереограммы векторов  $J_n$  по свитам, разрезам. В случае, если доказана однокомпонентность и соответствие распределению Фишера, возможно приводить только обычные табличные данные для среднего направления  $J_n$  для свит, разрезов ( $D_{cp}$ ,  $I_{cp}$ ,  $K$ ,  $\alpha_{95}$ );

2) результаты чистки, диаграммы Зийдервельда;

3) результаты применения корректных вариантов теста складки и теста галек;

4) описание способа получения направлений  $J_n$ , которые используются для выделения палеомагнитного результата, на уровне, достаточном для оценки его надежности.

# Приложение

## ПРОЦЕДУРЫ ПАЛЕОМАГНИТНОГО АНАЛИЗА

– Давай умножать, – сказал Ким, и Перец сел за свой стол, нашел наспех сделанную розетку и включил "мерседес".  
– Семьсот девяносто три пятьсот двадцать два на двести шестьдесят шесть ноль одиннадцать...

*Аркадий и Борис Стругацкие*  
*"Улитка на склоне"*

UNIT PALEO;

{ Процедуры обработки векторов на сфере }

INTERFACE

const

max = 300;

type

RMmax = array[1..max] of real;

function sign(x:real):real;

function grade(x:real):real;

function radian(x:real):real;

function arcos(x:real):real;

function arsin(x:real):real;

function Tan(x:real):real;

procedure xyzdjr(var x,y,z,d,j,r : real);

procedure djrxyz(var d,j,r,x,y,z : real);

function dreg(d:real):real;

procedure DjrM(d,j,r:RMmax; var dm,jm,rs,k,a95,rm : real;

var n: integer; ipar : integer);

procedure rot1(var x1,y1,z1,a,b,x2,y2,z2 : real);

procedure rot2(var x1,y1,z1,a,b,x2,y2,z2 : real);

procedure angle(d1,j1,d2,J2 : real; var fi : real);

procedure ProjToPlane(d,j,r:RMmax; var dm,jm: real;

var x:RMmax; n,ir : integer);

```

procedure ProjToAxis(d,j,dm,jm: real; var d1,j1:real);
procedure Pole(d,j,fi,las:real; var fi,la,fm:real);
procedure Apole(la,fi,lap,fip:real; var d,j,fi:real);
procedure CenPol(d,j:RMmax;n:integer;dm,jm:real;
                var d1,j1:RMmax);
procedure Arcen(d1,j1:real;fi,psi:RMmax;n:integer;
                var d,j:RMmax);
procedure rot01(d0,j0,a,b:real; var d1,j1:real);
procedure rot12(d1,j1,a,b:real; var d2,j2:real);
procedure rot21(d2,j2,a,b:real; var d1,j1:real);
procedure Randj(dm,jm,k: real; var d,j:RMmax;n:integer);
procedure BMECTO(d1,j1,d2,j2,x:real; var dx,jx:real);
function fd(d:real):real;
function fj(j,k:real):real;

```

#### IMPLEMENTATION

```
{-----}
```

```
function sign(x:real):real;
begin
  if x>=0 then sign:=1 else sign:=-1;
end;
```

```
{-----}
{           перевод углов из радиан в градусы           }
```

```
function grade(x:real):real;
begin
  grade:=(x/pi) * 180;
end;
```

```
{-----}
{           перевод углов из градусов в радианы           }
```

```
function radian(x:real):real;
begin
  radian:=(x/180) * pi;
```

end;

```
-----}  
{                               'Вычисление аркосинуса'                               }
```

function arcos(x:real):real;

var

  a : real;

begin

  if x = 0 then a:= pi/2;

  if x >= 1 then a:= 0;

  if x <=-1 then a:= pi;

  if (x < 1) and (x > -1) and (x <> 0)

    then a:=arctan(sqrt(1-x\*x)/x);

  if a<0 then a:=a+pi;

  arcos:=a;

end;

```
-----}  
{                               Вычисление арксинуса                               }
```

function arsin(x:real):real;

begin

  if x >= 1 then arsin:= pi/2;

  if x <=-1 then arsin:=-pi/2;

  if (x < 1) and (x > -1) then arsin:=arctan(x/sqrt(1-x\*x));

end;

```
-----}  
{                               Вычисление тангенса                               }
```

function Tan(x:real):real;

var

  cx : real;

begin

  cx:=cos(x);

  if (abs(cx)<1.0e-6) then cx:=1.0e-6\*sign(cx);

  Tan:=sin(x)/cx;

end;

{-----}  
{       Вычисление сферических координат вектора намагниченности       }

```
procedure xyzdjr(var x,y,z,d,j,r : real);  
  { x,y,z - декартови координаты вектора }  
  { d,j,r - склонение, наклонение и длина вектора }
```

var

  p     : real;

begin

```
  p:=x*x+y*y;  
  r:=sqrt(p+z*z);  
  p:=sqrt(p);  
  d:=Grade(arcos(x/p));  
  if y<0 then d:=-d;  
  d:=Dreg(d);  
  j:=Grade(arsin(z/r));
```

end;

{-----}  
{       Вычисление декартовых координат вектора намагниченности       }

```
procedure djrxyz(var d,j,r,x,y,z : real);  
  
  { d,j,r - склонение, наклонение и длина вектора* }  
  { x,y,z - декартови координаты вектора }
```

var

  rd,rj : real;

begin

```
  rd:=Radian(d);  
  rj:=Radian(j);  
  z:=r*cos(rj);  
  x:=z*cos(rd);  
  y:=z*sin(rd);  
  z:=r*sin(rj);
```

end;

{-----}

{ Приведение склонения к интервалу от 0 до 360 градусов

function dreg(d:real):real;

var dr: real;

begin

dr:= d-360\*int(d/360);

if dr < 0 then dr:=dr+360;

dreg:=dr;

end;

{-----}

{ Вычисление среднего направления, кучности и радиуса круга доверия }

{ совокупности векторов }

procedure DjrM(d,j,r : RMmax;

var dm,jm,rs,k,a95,rm : real;

var n : integer;

ipar : integer);

{ d,j,r - массивы склонений, наклонений и длин векторов }

{ dm,jm,rs - склонение, наклонение, длина среднего вектора }

{ k,a95,rm - кучность, радиус круга доверия и нормированная }

{ длина среднего вектора }

{ ipar - параметр }

{ ipar = 0 для r[i] < 1 }

{ ipar = 1 для r[i] = 1 }

{ ipar = 2 для r[i] > 1 }

label

50,52,60;

var

rj,rd,cj,ri,cth,kl : real;

x,y,z : real;

i : integer;

```

begin
  x:=0;
  y:=0;
  z:=0;
  for i:=1 to n do
    begin
      rj:=Radian(j[i]);
      rd:=Radian(d[i]);
      ri:=1.0;
      if (ipar<>1) then ri:=r[i];
      cj:=ri*cos(rj);
      x:=x+cj*cos(rd);
      y:=y+cj*sin(rd);
      z:=z+ri*sin(rj);
    end;
  XyzDjr(x,y,z,dm,ja,rs);
  if (ipar<=1) then
    begin
      rm:=rs/n;
      k:=(n-1)/(n-rs);
      if (k<4) then goto 50;
      a95:=Grade(Arcos(1.0-2.9957/(n*k)));
      goto 60;
    end;
  n:=ipar;
  rm:=rs/n;
  k:=(n-1)/(n-rs);
  if (k<4) then goto 50;
  a95:=Grade(Arcos(1.0-2.9957/(n*k)));
  goto 60;
50:
  if (rm<=0.001) then
    begin
      k:=3*rm;
      a95:=180;
      goto 60;
    end;
  k:=20;

```

```

52:
cth:=(1.0+exp(-2.0*k))/(1.0-exp(-2.0*k));
k1:=1.0/(cth-rm);
if (abs(k-k1)>0.01) then
  begin
    k:=k1;
    goto 52;
  end;
k:=k1;
a95:=Grade(Arcos(1.0+ln(1.0-0.95*(1.0-exp(-2.0*k1)))/K1));
60:
end;

{-----}
{  Перевод из произвольной системы координат в современную [15]  }

procedure rot1(var x1,y1,z1,a,b,x2,y2,z2 : real);

{      x1,y1,z1 - декартовы координаты вектора в системе      }
{      координат образца      }
{      x2,y2,z2 - декартовы координаты вектора в современной }
{      системе координат      }
{      a,b      - азимут и угол маркировки образца      }

var
  ra,rb,sb,sa,cb,ca : real;
begin
  ra:=radian(a);
  rb:=radian(b);
  sa:=sin(ra);
  sb:=sin(rb);
  ca:=cos(ra);
  cb:=cos(rb);
  x2:=x1*ca*cb-y1*sa-z1*ca*sb;
  y2:=x1*sa*cb+y1*ca-z1*sa*sb;
  z2:=x1*sb+z1*cb;
end;
{-----}

```



procedure rot2(var x1,y1,z1,a,b,x2,y2,z2 : real);

{ x1,y1,z1 - декартовы координаты вектора в современной  
{ системе координат  
{ x2,y2,z2 - декартовы координаты вектора в древней  
{ системе координат  
{ a,b - азимут и угол падения пласта

var

ra,rb,sa,cb,ca,xx,yy : real;

begin

ra:=radian(a);  
rb:=radian(b);  
sa:=sin(ra);  
sb:=sin(rb);  
ca:=cos(ra);  
cb:=cos(rb);  
xx:=x1\*ca\*cb+y1\*sa\*cb+z1\*sb;  
yy:=-x1\*sa+y1\*ca;  
z2:=-x1\*ca\*sb-y1\*sa\*sb+z1\*cb;  
x2:=xx\*ca-yy\*sa;  
y2:=xx\*sa+yy\*ca;

end;

-----

{ Вычисление угла между двумя векторами

procedure angle(d1,j1,d2,j2 : real; var fi : real);

{ d1,j1 - склонение и наклонение первого вектора  
{ d2,j2 - склонение и наклонение второго вектора  
{ fi - угол между векторами

var

rd1,rd2,rj1,rj2,cf : real;

```

label
    10;
begin
    d1:=Dreg(d1);
    d2:=Dreg(d2);
    if (d1=d2) and (j1=j2) then fi:=0;
    if (d1=d2) and (j1=j2) then goto 10;
    if ((d1=d2+180.0) or (d1+180.0=d2)) and (j1=-j2) then fi:=180;
    if ((d1=d2+180.0) or (d1+180.0=d2)) and (j1=-j2) then goto 10;
    rd1:=Radian(d1);
    rd2:=Radian(d2);
    rj1:=Radian(j1);
    rj2:=Radian(j2);
    cf:=sin(rj1)*sin(rj2)+cos(rj1)*cos(rj2)*cos(rd2-rd1);
    fi:=Grade(arccos(cf));
10:
end; (Angle)

```

```

(-----)
(           Определение проекций совокупности векторов на ось           )

```

```

procedure ProjToPlane(d,j,r:RMmax; var dm,jm: real;
    var x:RMmax; n,ir : integer);

```

```

(           d,j,r - массивы длиной n склонений, наклонений и           )
(           длин векторов                                           )
(           dm,jm - склонение и наклонение оси, на которую         )
(           определяются проекции                                   )
(           x       - массив проекций на ось                         )
(           ir      - параметр                                       )
(           ir = 1  длина векторов полагается 1                     )
(           ir ≠ 1  учитывается длина векторов                       )

```

```

var
    i : integer;
    fi,rfi : real;
begin
    for i:=1 to n do
        begin

```

```

angle(d[i],j[i],dm,jm,fi);
rfi:=radian(fi);
if ir=1
then x[i]:=cos(rfi)
else x[i]:=r[i]*cos(rfi);
end;
end;

```

```

{-----}
{
        Определение проекции вектора на плоскость

```

```

procedure ProjToAxis(d,j,dm,jm: real; var dl,jl:real);

```

```

{
    d,j   - склонение и наклонение вектора
{
    dm,jm - склонение и наклонение нормали к плоскости
{
    dl,jl - склонение и наклонение проекции вектора

```

```

var

```

```

    x,y,z,a,b,c,t,r : real;

```

```

begin

```

```

    r:=1;

```

```

    djrxyz(d,j,r,x,y,z);

```

```

    djrxyz(dm,jm,r,a,b,c);

```

```

    t:=-(a*x+b*y+c*z);

```

```

    x:=(a*t+x)/t;

```

```

    y:=(b*t+y)/t;

```

```

    z:=(c*t+z)/t;

```

```

    xyzdjr(x,y,z,dl,jl,r);

```

```

end; {ProjToPlane}

```

```

{-----}
{
        Определение координат полюса
}

```

```

procedure Pole(d,j,fis,las:real; var fi,la,fm:real);

```

```

{
    d,j   - склонение и наклонение вектора намагнитченности .}

```

```

{
    fis,las - широта и долгота места отбора
}

```

```

{
    fi,la   - широта и долгота полюса
}

```

```

{
    fm      - палеоширота места отбора
}

```

```

var

```

```

rd,rj,rf,rl,cj : real;
r,ru,rfi,ria : real;
begin
d:=dreg(d);
rd:=radian(d);
rj:=radian(j);
rf:=radian(fis);
rl:=radian(las);
cj:=cos(rj);
if cj<1.0e-5
then _
begin
r:=sign(j);
fi:=fis*r;
la:=(1-r)*90+las;
fm:=90*r;
end
else
begin
ru:=ArcTan(0.5*Tan(rj));
fm:=grade(ru);
r:=sin(rf)*sin(ru)+cos(rf)*cos(ru)*cos(rd);
rfi:=arsin(r);
r:=(sin(ru)-r*sin(rf))/(cos(rf)*cos(rfi));
ria:=arccos(r);
la:=grade(ria);
fi:=grade(rfi);
if (sin(rd)<0) then la:=-la;
la:=las+la;
end;
la:=dreg(la);
end; {Pole}

{-----}
{ Определе́ние вектора намагниченности по координатам полюса }

procedure Apole(la,fi,lap,fip:real; var d,j,fi:real);

```

```

(      fi,la  - широта и долгота места отбора      )
(      fip,lap - широта и долгота полиса          )
(      d,j    - склонение и наклонение вектора намагниченности )
(      fim    - палеоширота места отбора          )

```

```
var
```

```
  rf,rl,rfp,rip,sfim,rfim,cd,rd,rj : real;
```

```
begin
```

```

  rf:=radian(fi);
  rl:=radian(la);
  rfp:=radian(fip);
  rip:=radian(lap);
  sfim:=sin(rfp)*sin(rf)+cos(rfp)*cos(rf)*cos(rip-rl);
  rfim:=arsin(sfim);
  cd:=(sin(rfp)-sfim*sin(rf))/(cos(rf)*cos(rfim));
  rd:=arccos(cd)*sign(sin(rip-rl));
  rj:=ArcTan(2*tan(rfim));
  d:=grade(rd);
  j:=grade(rj);
  fim:=grade(rfim);

```

```
end;
```

```

(-----)
(      Приведение совокупности векторов в центр палетки      )

```

```
procedure CenPol(d,j:RMmax;n:integer;dm,jm:real;
```

```
  var d1,j1:RMmax);
```

```

(      d,j    - массивы склонений и наклонений длиной n      )
(      dm,jm  - центр распределения                          )
(      d1,j1  - вычисленные координаты векторов              )

```

```
var
```

```
  jml,x,y,z,a,b,c,r,rr : real;
```

```
  i : integer;
```

```
begin
```

```
  r:=1;
```

```
  jml:=jm-90;
```

```
  if jm<0 then jml:=jm+90;
```

```
  for i:=1 to n do
```

```

begin
  djrxyz(d[i],j[i],r,x,y,z);
  Rot2(x,y,z,dm,jml,a,b,c);
  xyzdjr(a,b,c,d1[i],j1[i],rr);
end;
end;

```

```

{-----}
{          Обратная операция для CenPol          }

```

```

procedure Arcen(d1,j1:real;fi,psi:RMmax;n:integer;

```

```

          var d,j:RMmax);

```

```

{          d1,j1   - среднее направление вектора          }
{          fi,psi  - массивы (длиной n) склонений и наклонений }
{                  относительно центра палетки              }
{          d,j     - вычисленная совокупность векторов с центром }
{                  в d1,j1                                  }

```

```

var

```

```

  rj1,rf,rp,cj,rj,cd,dd : real;

```

```

  i : integer;

```

```

begin

```

```

  rj1:=radian(j1);

```

```

  for i:=1 to n do

```

```

    begin

```

```

      rf:=radian(fi[i]);

```

```

      rp:=radian(psi[i]);

```

```

      cj:=sin(rj1)*cos(rp)+cos(rj1)*sin(rp)*cos(rf);

```

```

      rj:=arsin(cj);

```

```

      cd:=(cos(rp)-cj*sin(rj1))/(cos(rj1)*cos(rj));

```

```

      j[i]:=grade(rj);

```

```

      dd:=grade(arccos(cd));

```

```

      if (fi[i]<180) then dd:=-dd;

```

```

      d[i]:=d1+dd;

```

```

    end;

```

```

end;

```

```

(-----)
{   Перевод вектора из системы координат образца в современную   }

procedure rot01(d0,j0,a,b:real; var d1,j1:real);

{   d0,j0 - склонение и наклонение вектора в системе           }
{   координат образца                                         }
{   a,b   - азимут и угол падения маркировки образца         }
{   d1,j1 - склонение и наклонение вектора в современной     }
{   системе координат                                         }

var
  r,rr,x,y,z : real;
begin
  r:=1;
  djrxyz(d0,j0,r,x,y,z);
  rot1(x,y,z,a,b,x,y,z);
  xyzdjr(x,y,z,d1,j1,rr);
end;

```

```

(-----)
{   Перевод вектора из современной системы координат в древнюю   }

procedure rot12(d1,j1,a,b:real; var d2,j2:real);

{   d1,j1 - склонение и наклонение вектора в современной     }
{   системе координат                                         }
{   a,b   - азимут и угол падения пласта                       }
{   d2,j2 - склонение и наклонение вектора в древней         }
{   системе координат                                         }

var
  r,rr,x,y,z : real;
begin
  r:=1;
  djrxyz(d1,j1,r,x,y,z);
  rot1(x,y,z,a,b,x,y,z);
  xyzdjr(x,y,z,d2,j2,rr);
end;

```

-----  
{           Перевод вектора из древней системы координат в современную

procedure rot21(d2,j2,a,b:real; var d1,j1:real);

{           d1,j1 - склонение и наклонение вектора в современной  
{                           системе координат  
{           a,b   - азимут и угол падения пласта  
{           d2,j2 - склонение и наклонение вектора в древней  
{                           системе координат

var

  r,rr,x,y,z,b1 : real;

begin

  r:=1;

  b1:=-b;

  djrxyz(d1,j1,r,x,y,z);

  rot1(x,y,z,a,b1,x,y,z);

  xyzdjr(x,y,z,d2,j2,rr);

end;

-----  
{           Получение выборки из фишеровского распределения

procedure Randj(dm,jm,k: real; var d,j:RMmax;n:integer);

{           dm,jm   - средние наклонение и склонение выборки  
{           k       - кучность векторов  
{           d,j     - вычисленные массивы склонений и наклонений  
{           n       - объем фишеровской выборки

var

  i : integer;

  cp : real;

  fi,psi : RMmax;

begin

  randomize;

  for i:=1 to n do

    begin



```

    fi[i]:=360*Random;
    cp:=1+ln(1-Random*(1-exp(-2*k)))/k;
    psi[i]:=grade(acos(cp));
end;
Arcen(dm, jm, fi, psi, n, d, j);
end;

{-----}
{  Определение координат точки (Dx, Jx), расположенной на большом  }
{  круге между (D1, J1) и (D2, J2) на расстоянии X от первой из них  }

procedure ВМЕСТО(d1, j1, d2, j2, x: real; var dx, jx: real);

var
    fi, r1, r2, rf, cfi : real;
    aa, bb, cc, dd : RMmax;
    nl : integer;

begin
    nl:=1;
    Angle(d1, j1, d2, j2, fi);
    r1:=radian(j1);
    r2:=radian(j2);
    rf:=radian(fi);
    cfi:=(sin(r2)-sin(r1)*cos(rf))/(cos(r1)*sin(rf));
    cfi:=grade(acos(cfi));
    if x>0 then cfi:=cfi+180;
    x:=abs(x);
    aa[1]:=cfi;
    bb[1]:=x;
    arcen(d1, j1, aa, bb, nl, cc, dd);_
    dx:=cc[1];
    jx:=dd[1];
end;

{-----}
{  Вычисление интегральной функции распределения для азимутальной  }
{  составляющей фишеровского распределения  }

```

```

function fd(d:real):real;
begin
  fd:=d/2/pi;
end;

{-----}
{  Вычисление интегральной функции распределения для радиальной  }
{      составляющей фишеровского распределения с кучностью K      }
{-----}

function fj(j,k:real):real;
var
  j1 : real;
begin
  j1:=radian(90-j);
  fj:=(1-exp(k*(cos(j1)-1)))/(1-exp(-2*k));
end;

end. {Unit Paleo}
UNIT FoldTest;

{      Процедуры корреляционного теста складки      }

INTERFACE

uses Paleo, HallsU;

procedure rank(a : RMmax; var r : RMmax; n : integer);
procedure tie(r : RMmax; n : integer; var t : real);
procedure srank(a,b : RMmax; var ra,rb : RMmax;
  n : integer; var rs,ts : real);
procedure Correlation(d,j,a,b : RMmax; n : integer;
  var rmax,tmax : real);

IMPLEMENTATION

{-----}
{      Ранжирование вектора величин [57]      }
{-----}

```

```
procedure rank(a : RMmax; var r : RMmax; n : integer);
```

```
{      a - вводимый вектор n величин
```

```
{      r - выводимый вектор рангов
```

```
label 10,20,30,40,50,60,70,80,90,100;
```

```
var
```

```
  i,j : integer;
```

```
  small,equal,x,p : real;
```

```
begin
```

```
  for i:=1 to n do r[i]:=0;
```

```
10:
```

```
  for i:=1 to n do {100}
```

```
  begin
```

```
    if r[i]<=0 then goto 20;
```

```
    if r[i]>0 then goto 100;
```

```
20: small:=0;
```

```
  equal:=0;
```

```
  x:=a[i];
```

```
  for j:=1 to n do {50}
```

```
  begin
```

```
    if a[j]<x then goto 30;
```

```
    if a[j]=x then goto 40;
```

```
    if a[j]>x then goto 50;
```

```
30:  small:=small+1;
```

```
  goto 50;
```

```
40:  equal:=equal+1;
```

```
  r[j]:=-1;
```

```
50: end;
```

```
  if equal<=1 then goto 60;
```

```
  if equal>1 then goto 70;
```

```
60: r[i]:=small+1;
```

```
  goto 100;
```

```
70: p:=small+(equal+1)/2;
```

```
  for j:=1 to n do {90}
```

```
  begin
```

```
    if r[j]=-1 then goto 80;
```

```
    if r[j]<>-1 then goto 90;
```

```
80:   r[j]:=p;
90: end;
100:
    end;
end; {Rank}
```

```
(-----)
{ Вычисление корректирующего множителя, обусловленного связями [57] }
```

```
procedure tie(r : RMmax; n : integer; var t : real);
```

```
(           r - вводимый вектор рангов длиной n           )
(           t - корректирующий множитель                   )
```

```
var
```

```
  x,y,ct : real;
  i,ind : integer;
```

```
begin
```

```
  t:=0; y:=0;
```

```
  while true do
```

```
    begin
```

```
      x:=1.0E38;
```

```
      ind:=0;
```

```
      for i:=1 to n do
```

```
        begin
```

```
          if (r[i]>y) and (r[i]<x) then
```

```
            begin
```

```
              x:=r[i];
```

```
              ind:=ind+1;
```

```
            end;
```

```
          end; {30}
```

```
          if ind<=0 then exit;
```

```
          y:=x;
```

```
          ct:=0;
```

```
          for i:=1 to n do
```

```
            begin
```

```
              if r[i]=x then ct:=ct+1;
```

```
            end; {60}
```

```

    if ct<>0 then
    begin
        t:=t+(ct*ct*ct-ct)/12;
    end;
end; {while}
end;

```

```

(-----)
(    Вычисление коэффициента ранговой корреляции Спирмена [57]    )

```

```

procedure srank(a,b : RМmax; var ra,rb : RМmax;
                n : integer; var rs,ts : real);

```

```

(      a,b      - вводимые вектора длиной n                               )
(      ra,rb    - выводимые вектора рангов                               )
(      rs       - коэффициент ранговой корреляции Спирмена              )
(      ts       - статистика Стьюдента для rs                            )

```

```

var

```

```

    tsa,tsb,fnnn,d,x,y : real;

```

```

    i : integer;

```

```

begin

```

```

    tsa:=0; tsb:=0; rs:=0; ts:=0;

```

```

    fnnn:=n;

```

```

    fnnn:=fnnn*(fnnn-1)*(fnnn+1);

```

```

    rank(a,ra,n);

```

```

    rank(b,rb,n);

```

```

    d:=0;

```

```

    for i:=1 to n do

```

```

        d:=d+sq(r(ra[i]-rb[i]));

```

```

    tie(ra,n,tsa);

```

```

    tie(rb,n,tsb);

```

```

    if (tsa=0) and (tsb=0)

```

```

    then

```

```

        rs:=1-6*d/fnnn

```

```

    else

```

```

    begin

```

```

        x:=fnnn/12-tsa;

```

```

y:=x+tsa-tsb;
rs:=(x+y-d)/(2*sqrt(x*y));
end;
ts:=rs*sqrt((n-2)/(1-rs*rs));
end;

```

```

{-----}

```

```

{   Определение корреляции между двумя совокупностями векторов   }

```

```

procedure Correlation(d,j,a,b : RMmax; n : integer;
                     var rmax,tmax : real);

```

```

{   d,j - склонения и наклонения для 1-й совокупности векторов   }
{   a,b - склонения и наклонения для 2-й совокупности векторов   }
{   n   - объем выборок                                           }
{   rmax - максимальный коэффициент корреляции                     }
{   tmax - статистика Стьюдента для rmax                            }

```

```

type

```

```

  RMD33 = array[1..3,1..3] of real;
  RM11 = array[1..11] of real;

```

```

var

```

```

  r,x,x1,r1,r2 : RMmax;
  sr,ts : RMD33;
  dd,jj,aa,cc,rtr : RM3;
  r11,r12,r95 : RM2;
  i,l : integer;

```

```

begin

```

```

  Halls(d,j,r,dd,jj,rtr,r11,r12,r95,n);
  Halls(a,b,r,aa,cc,rtr,r11,r12,r95,n);

```

```

  for i:=1 to 3 do

```

```

  begin

```

```

    ProjToPlane(d,j,r,dd[i],jj[i],x,n,1);

```

```

    for l:=1 to 3 do

```

```

    begin

```

```

      ProjToPlane(a,b,r,aa[l],cc[l],x1,n,1);

```

```

      srank(x,x1,r1,r2,n,sr[i,l],ts[i,l]);

```

```

    end;

```

```

  end;

```

```

rmax:=0; tmax:=0;
for i:=1 to 3 do
begin
  for l:=1 to 3 do
  begin
    if abs(sr[i,l])>rmax then
    begin
      rmax:=abs(sr[i,l]);
      tmax:=abs(ts[i,l]);
    end;
  end;
end;
end; (Correlation)

end.

```

UNIT HallsU;

{ Процедура метода пересечения кругов переметрирования }

INTERFACE

uses Paleo;

type

RM3 = array[1..3] of real;

RM2 = array[1..2] of real;

```

procedure Halls(d,j,rd : RMmax;
  var dm,jm,rtr :RM3; var r11,r12,a95 : RM2;
  N : integer);

```

IMPLEMENTATION

```

(-----)
{   Определение собственных векторов для совокупности векторов   }

```

```

procedure Halls(d,j,rd : RMmax;

```

```

var dm, jm, rtr : RM3; var r11, r12, a95 : RM2;
N : integer);

{
  d, j, rd - массивы склонений, наклонений и длин векторов
{
  dm, jm - массивы длиной 3 склонений и наклонений
{
  собственные векторы
{
  rtr - массив длиной 3 собственных чисел
{
  r11, r12 - доверительные интервалы для 1 и 2 собственного
{
  чисел
{
  a95 - полуоси овала доверия для наименьшего
{
  собственного вектора
{
  n - объем входных данных
const
  hi1 : array[3..30] of real = (0.215795, 0.484419, 0.831211,
    1.237347, 1.68987, 2.17973, 2.70039, 3.24697, 3.81575,
    4.40379, 5.00874, 5.62872, 6.26214, 6.90766, 7.56418,
    8.23075, 8.90655, 9.59083, 10.28293, 10.9823, 11.6885,
    12.4011, 13.1197, 13.8439, 14.5733, 15.3079, 16.0471,
    16.7908);
  hi2 : array[3..30] of real = (9.3484, 11.1433, 12.8325,
    14.4494, 16.0128, 17.5346, 19.0228, 20.4831, 21.92,
    23.3367, 24.7356, 26.119, 27.4884, 28.8454, 30.191,
    31.5264, 32.8523, 34.1696, 35.4789, 36.7807, 38.0757,
    39.3641, 40.6465, 41.9232, 46.1944, 44.4607, 45.7222,
    46.9792);
type
  rm4 = array [1..4] of real;
var
  i, n1 : integer;
  r1_0 : real;
  a1, b1, c1, d1, e1, f1 : real;
  x, y, z : real;
  f2, d2, e2 : real;
  a : rm4;
  bp, ap, de, tt, z1, z2, v1, v2, h1, h2 : real;
  rr : real;

function fnew(x, a, b, c : real) : real;

```



```

begin
  fnew:=x-(a+x*(b+x*(c+x)))/(b+x*(2*c+3*x));
end;

procedure Newton(var root: real; eps,a,b,c : real;
                 kmax : integer; var ierr : integer);

label
  1;
var
  x,y : real;
  i,k : integer;
begin
  x:=root;
  for i:=1 to kmax do
    begin
      k:=i;
      y:=fnew(x,a,b,c);
      if (abs(x-y)<=eps) then goto 1;
      x:=y;
    end;
  1:
    root:=y;
    ierr:=k;
end;

procedure root3(var rtr : rm3; a : rm4);
const
  kmax=20;
var
  x,r1,p0,p1,p2,p,q,d,r2,r3,rr : real;
  ierr : integer;
begin
  p0:=a[1]; p1:=a[2]; p2:=a[3];
  x:=1;
  Newton(x,1.E-5,p0,p1,p2,kmax,ierr);
  r1:=x;
  p:=a[3]+x;

```

```

q:=a[2]+x*p;
d:=p*p-4*q;
d:=sqrt(d);
x:=(-p+d)/2;
Newton(x,1.E-5,p0,p1,p2,kmax,ierr);
r2:=x;
x:=-(p+d)/2;
Newton(x,1.E-5,p0,p1,p2,kmax,ierr);
r3:=x;
rtr[1]:=r1;
rtr[2]:=r2;
rtr[3]:=r3;
if rtr[1]>rtr[2] then
begin
rr:=rtr[1];
rtr[1]:=rtr[2];
rtr[2]:=rr
end;
if rtr[2]>rtr[3] then
begin
rr:=rtr[2];
rtr[2]:=rtr[3];
rtr[3]:=rr;
end;
if rtr[1]>rtr[2] then
begin
rr:=rtr[1];
rtr[1]:=rtr[2];
rtr[2]:=rr
end;
x:=rtr[1];
Newton(x,1.E-8,p0,p1,p2,kmax,ierr);
rtr[1]:=x;

end;

begin {Halls}
a1:=0;b1:=0;c1:=0;d1:=0;e1:=0;f1:=0;

```

```

r1_0:=1;
for i:=1 to n do
begin
  djrxyz(d[i],j[i],r1_0,x,y,z);
  a1:=a1+x*x;
  b1:=b1+y*y;
  c1:=c1+z*z;
  d1:=d1+x*y;
  e1:=e1+x*z;
  f1:=f1+y*z;
end;
f2:=f1*f1;
e2:=e1*e1;
d2:=d1*d1;
a[4]:=1;    {x**3}
a[3]:=-(a1+b1+c1);    {x**2}
a[2]:=a1*b1+b1*c1+a1*c1-d2-e2-f2;    {x**1}
a[1]:=a1*f2+b1*e2+c1*d2-a1*b1*c1-2*d1*e1*f1;    {x**0}
root3(rtr,a);
for i:=1 to 3 do
begin
  ap:=a1-rtr[i];
  bp:=b1-rtr[i];
  de:=d1*f1-bp*e1;
  y:=(d1*e1-ap*f1)/de;
  z:=(ap*bp-d2)/de;
  xyzdjr(r1_0,y,z,dm[i],jm[i],rr);
end;
tt:=rtr[1]*(exp(2.0/(n-2)*ln(20.0)-1));
z1:=tt/(rtr[2]-rtr[1]);
z2:=tt/(rtr[3]-rtr[1]);
if z1<=0 then z1:=0;
if z1>0.9999 then a95[1]:=999;
if (z1>0) and (z1<=0.9999) then
  a95[1]:=grade(arsin(sqrt(z1)));
if z2<=0 then z2:=0;
if z2>0.9999 then a95[1]:=999;
if (z2>0) and (z2<=0.9999) then

```

```

      a95[2]:=grade(arsin(sqrt(z2)));
    for i:=1 to 3 do rtr[i]:=rtr[i]/n;
    n1:=n-1;
    if (n<30) and (n>3) then
begin
      v1:=n1/h11[n1];
      v2:=n1/h12[n1];
end
else
begin
  if (n>=30) then
begin
      h2:=9.487077+n1*(1.2745089-7.435119E-4*n1);
      h1:=-5.7301695+n1*(7.2603827E-1+7.40625E-4*n1);
      v1:=n1/h1;
      v2:=n1/h2;
    end;
end;

  if n>3 then
begin
      r11[1]:=rtr[1]/v1;
      r11[2]:=rtr[1]/v2;
      r12[1]:=rtr[2]/v1;
      r12[2]:=rtr[2]/v2;
end
else
begin
      r11[1]:=0;
      r11[2]:=0;
      r12[1]:=0;
      r12[2]:=0;
end;

end; {Halls}

end. {Unit}

```

UNIT Group;

{ Разбиение совокупности векторов на кластеры }

interface

uses Paleo;

const

large=300;

small=30;

type vr\_large = array [1..large] of real;

vi\_large = array [1..large] of integer;

vr\_small = array [1..small] of real;

vi\_small = array [1..small] of integer;

```
procedure tax(var d,j           : vr_large;
              var n             : integer;
              var kt,ipar      : integer;
              var dp,jp        : vr_small;
              var r             : real;
              var t             : vi_large;
              var nk           : vi_small );

procedure keep(var d,j         : vr_large;
              var n            : integer;
              var nk          : vi_small;
              var ktax        : integer;
              var dp,jp       : vr_small;
              var r           : real );

procedure taxon(var d,j       : vr_large;
               var n          : integer;
               var ktax       : integer;
               var t          : vi_large;
               var dp,jp      : vr_small;
               var r          : real );
```

implementation

{-----}

```

procedure tax(var d,j                : vr_large;
              var n                  : integer;
              var kt,ipar           : integer;
              var dp,jp             : vr_small;
              var r                  : real;
              var t                  : vi_large;
              var nk                 : vi_small.);

```

```
var
```

```
  jm,dm,rm,fi,sx,sy,sz : real;
```

```
  x,y,z,r1              : real;
```

```
  i,ik                  : integer;
```

```
label
```

```
  10,12,20,30,40,50;
```

```
begin
```

```
  ik:=0; r1:=1.0;
```

```
  for i:=1 to n do
```

```
    begin
```

```
      if (t[i]<>0) then goto 10;
```

```
      dp[kt]:=d[i];
```

```
      jp[kt]:=j[i];
```

```
      ik:=1;
```

```
      goto 12;
```

```
10:
```

```
  end;
```

```
  if (ik=0) then goto 40;
```

```
12:
```

```
  sx:=0; sy:=0; sz:=0;
```

```
  ik:=0;
```

```
  for i:=1 to n do
```

```
    begin
```

```
      if (t[i]<>0) then goto 20;
```

```
      angle(d[i],j[i],dp[kt],jp[kt],r1);
```

```
      if (fi>r) then goto 20;
```

```
      DjrXyz(d[i],j[i],r1,x,y,z);
```

```
      sx:=sx+x;
```

```
      sy:=sy+y;
```

```
      sz:=sz+z;
```

```

        ik:=ik+1;
20:
    end;
    XyzDjr(sx,sy,sz,dm,jm,rm);
    Angle(dm,jm,dp[kt],jp[kt],fi);
    dp[kt]:=dm;
    jp[kt]:=jm;
    if(fi>0.0001) then goto 12;
    ik:=0;
    for i:=1 to n do
        begin
            if(t[i]<>0) then goto 30;
            angle(d[i],j[i],dp[kt],jp[kt],fi);
            if(fi>r) then goto 30;
            ik:=ik+1;t[i]:=kt;
30:
        end;
        ipar:=ik;
        nk[kt]:=ik;
        goto 50;
40:
        ipar:=0;
50:
    end;
    (-----)

    procedure keep(var d,j                : vr_large;
                   var n                  : integer;
                   var nk                  : vi_small;
                   var ktax                : integer;
                   var dp,jp              : vr_small;
                   var r                    : real    );

    label
        15,20,30,50;
    var
        dp1,jp1        : vr_small;
        dm,jm,rm        : real;

```

```
kt,i,ik      : integer;
sx,sy,sz,x,y,z : real;
fi,rl       : real;
```

```
begin
```

```
  for kt:=1 to ktax do
```

```
    begin
```

```
15:
```

```
    sx:=0; sy:=0; sz:=0;
```

```
    ik:=0;
```

```
    for i:=1 to n do
```

```
      begin
```

```
        angle(d[i],j[i],dp[kt],jp[kt],fi);
```

```
        if (fi>r) then goto 20;
```

```
          DjrXYZ(d[i],j[i],rl,x,y,z);
```

```
          sx:=sx+x;
```

```
          sy:=sy+y;
```

```
          sz:=sz+z;
```

```
          ik:=ik+1;
```

```
20:
```

```
    end;
```

```
    XYZDjr(sx,sy,sz,dm,jm,rm);
```

```
    Angle(dm,jm,dp[kt],jp[kt],fi);
```

```
    dp[kt]:=dm;
```

```
    jp[kt]:=jm;
```

```
    if (fi>0.0001) then goto 15;
```

```
    nk[kt]:=ik;
```

```
30:
```

```
  end;
```

```
50:
```

```
end;
```

```
{-----}
```

```
procedure taxon(var d,j           : vr_large;
                var n             : integer;
                var ktax         : integer;
                var t             : vi_large;
```



```

var dp, jp          : vr_small;
var r               : real );

```

```

label
    25,60;
var
    nk           : vi_small;
    i,kt,ik,ktml,ii : integer;
    fi           : real;
    ipar         : integer;

begin
    for i:=1 to n do t[i]:=0;
    for kt:=1 to 20 do
        begin
            tax(d,j,n,kt,ipar,dp,jp,r,t,nk);
            if (ipar=0) then goto 25;
        end;
25:
        ktax:=kt-1;
        keep(d,j,n,nk,ktax,dp,jp,r);
        ik:=1;
        for kt:=2 to ktax do
            begin
                ktml:=kt-1;
                for ii:=1 to ktml do
                    begin
                        Angle(dp[kt],jp[kt],dp[ii],jp[ii],fi);
                        if (fi<0.001) then goto 60;
                    end;
                ik:=ik+1;
                nk[ik]:=nk[kt];
                dp[ik]:=dp[kt];
                jp[ik]:=jp[kt];
60:
            end;
            ktax:=ik;
        end;
end;

```

end.

UNIT PPD;

INTERFACE

procedure ppnd(pp: real; m: integer; var g: real);

procedure pptd(p: real; n, m: integer; var x: real);

IMPLEMENTATION

-----  
|                   Вычисление процентилей нормального распределения [45]                   |

procedure ppnd(pp: real; m: integer; var g: real);

const       a0=2.5066282; a1=-18.6150006; a2=41.3911977; a3=-25.4410605;

            b1=-8.4735109; b2=23.0833674; b3=-21.0622410; b4=3.1308291;

            c0=-2.7871893; c1=-2.2979648; c2=4.8501413; c3=2.3212128;

            d1=3.5438892; d2=1.6370678;

var

    p, q, r, x : real;

begin

    p:=pp;

    if (m=2) then p:=(1+pp)/2;

    q:=p-0.5;

    if (abs(q)<0.42) then

        begin

            r:=q\*q;

            x:=q\*(((a3\*r+a2)\*r+a1)\*r+a0);

            g:=x/(((b4\*r+b3)\*r+b2)\*r+b1)\*r+1);

        end

    else

```

begin
  r:=p;
  if (q>0) then r:=1-p;
  r:=sqrt(-ln(r));
  x:=(((c3*r+c2)*r+c1)*r+c0);
  g:=x/((d2*r+d1)*r+1);
  if (q<0) then g:=-g;
end;
end;

```

```

{-----}
{          Вычисление процентилей распределения Стьюдента [45]          }

```

```

procedure pptd(p:real; n,m: integer; var x: real);
var
  x2,g1,g2,g3,g4,v1,v2,v3,v4 : real;

begin
  pptd(p,m,x);
  x2:=x*x;
  g1:=x*(x2+1)/4;
  g2:=x*(x2*(5*x2+16)+3)/96;
  g3:=x*(x2*(x2*(3*x2+19)+17)-15)/384;
  g4:=x*(x2*(x2*(x2*(79*x2+776)+1482)-1920)-945)/92160;
  v1:=n;
  v2:=v1*v1;
  v3:=v1*v2;
  v4:=v2*v2;
  x:=x+g1/v1+g2/v2+g3/v3+g4/v4;
end;
end.

```

Представленный в Приложении пакет процедур анализа палеомагнитных данных позволяет решать достаточно большой спектр задач, возникающих при выполнении палеомагнитных исследований. Первоначально этот пакет был написан на языке программирования FORTRAN для малых электронно-вычислительных машин типа СМ-4. Впоследствии, при появлении персональных компьютеров, он был адаптирован для IBM-совместимых компьютеров (IBM PC/AT). Подпрограммы были переписаны в среде программирования Turbo Pascal 5.0 фирмы Borland International. В связи с этим, как это может увидеть искушенный программист, стиль программирования в целом не выдержан.

В основном предлагаемые процедуры оригинальны, но некоторая небольшая их часть заимствована из разных источников. В последнем случае в описании подпрограмм приведены соответствующие ссылки.

Рассмотрим кратко предлагаемые модули.

**Модуль Paleo.** Процедуры, выполняющие разнообразные операции на сфере. К ним относятся:

- пересчеты углов из градусов в радианы и обратная операция;
- обычные тригонометрические функции, отсутствующие в *Turbo Pascal*'e;
- пересчет векторов из произвольной системы координат образца в современную и из современной в древнюю систему координат;
- приведенные склонения палеомагнитных векторов в диапазон от 0 до 360°;
- вычисление среднего направления и соответствующих статистик для совокупности векторов намагниченности;
- вычисление палеомагнитного полюса по известным направлению намагниченности и координатам района исследований и обратная операция по вычислению направления намагниченности в заданной точке земной поверхности по координатам палеомагнитного полюса;
- вычисление проекций векторов на ось и на плоскость;
- создание случайной выборки из фишеровского распределения с заданными значениями среднего направления и кучности;
- приведение совокупности векторов намагниченности в центр стереограммы и обратная операция – приведение отцентрированной выборки к заданному среднему направлению;
- вычисление радиальной и азимутальной функций распределения для соответствующего распределения Фишера.

**Модуль Hallsu.** Содержит процедуры, наиболее часто применяющиеся при выполнении метода пересечения кругов перемагничивания. Кроме того, они также используются для определения характеристик (собственных значений и собственных направлений) любого неизометричного распределения векторов намагниченности на сфере, в частности, при выполнении корреляционного варианта теста складки.

**Модуль FoldTest.** Содержит процедуры корреляционного варианта теста складки и некоторые вспомогательные процедуры, выполняющие вычисление коэффициентов ранговой корреляции Спирмена.

*Модуль Group.* Предусмотрен для разделения сложной совокупности векторов намагниченности на компактные кластеры.

*Модуль PPD,* процедуры которого вычисляют квантили некоторых известных статистических распределений (нормальное распределение и распределение Стьюдента), используемые при проверке различных гипотез в палеомагнитном анализе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности. М.: Финансы и статистика, 1989. 608 с.
2. Афифи А., Эйзен С. Статистический анализ. Подход с использованием ЭВМ. М.: Мир, 1982. 488 с.
3. Баженов М.Л. Исследование локальных тектонических деформаций палеомагнитным методом // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1979. № 11. С. 53–59.
4. Баженов М.Л., Моссаковский А.А. Горизонтальные перемещения Сибирской платформы в триасе, по палеомагнитным и геологическим данным. // Геотектоника. 1986. № 4. С. 59–69.
5. Баженов М.Л., Рябушкин П.К. Применение статистических критериев согласия в палеомагнитных исследованиях // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1978. № 7. С. 100–104.
6. Баженов М.Л., Шипунов С.В. Палеомагнетизм меловых пород Северной Евразии: новые результаты и анализ // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. № 6. С. 88–100.
7. Баженов М.Л., Шипунов С.В. Метод складки в палеомагнетизме // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1988. № 7. С. 89–101.
8. Баженов М.Л., Шипунов С.В. Метод пересечения дуг большого круга: анализ и приложения в палеомагнетизме и тектонике плит // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1990. № 1. С. 96–103.
9. Баженов М.Л., Шипунов С.В. Рассеяние палеомагнитных данных // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1991. № 5. С. 59–70.
10. Барра Ж.-Р. Основные понятия математической статистики. М.: Финансы и статистика, 1982. 344 с.
11. Беккер Ю.Р., Негруца В.З., Полевая Н.И. Возраст глауконитовых горизонтов и верхней границы гиперборей восточной части Балтийского щита // Докл. АН СССР. Т. 193. № 5. С. 1123–1126.
12. Браунли К.А. Статистическая теория и методология в науке и технике. М.: Наука, 1977. 408 с.
13. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Наука, 1980. 976 с.
14. Варданян А.А., Нечаева Т.Б., Фишман В.М. Выявление элементов тонкой структуры геомагнитного поля на разрезах молодых осадков Армении // III Всесоюзный съезд по геомагнетизму: Тез. докл. ИГ АН УССР. Киев. 1986. С. 114–115.
15. Веденков В.С. Обработка палеомагнитных данных на ЭЦВМ. Вып. 2. Часть 1. Красноярск. Институт Физики СО АН СССР. 1974. 72 с.
16. Венецкий И.Г., Венецкая В.И. Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе. М.: Статистика, 1979. 448 с.
17. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Высшая школа, 1979. 400 с.
18. Гришин В.К., Живописцев Ф.А., Иванов В.А. Математическая обработка и интерпретация физического эксперимента. М.: Изд-во МГУ, 1988. 320 с.
19. Гуаррий Г.З. Геомагнитная инверсия Матузья–Харамилья на территории Западной Туркмении // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1981. № 3. С. 73–82.
20. Гуаррий Г.З., Дьяконова В.Ф., Рябушкин П.К., Трубихин В.М. Происхождение естественной остаточной намагниченности и палеомагнетизм верхнеплиоценовых отложений Западной Туркмении // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1977. № 6. С. 84–94.
21. Гуревич Е.Л., Слауцитайс И.П. Палеомагнетизм мезозойских осадочных и интрузивных пород Западного Шпицбергена // Палеомагнетизм и аккреционная тектоника. М.: ВНИГРИ, 1988. С. 18–30.
22. Данукалов Н.Ф., Комиссарова Р.А., Михайлов П.Н. Палеомагнетизм рифея и венда Южного Урала // Стратотип рифея. Палеонтология. Палеомагнетизм. М.: Наука, 1982. С. 121–161. (Тр. ГИН АН СССР; Вып. 368).
23. Девис Дж. Статистический анализ данных в геологии. М.: Недра, 1990. Кн. 1, 320 с. Кн. 2, 428 с.

24. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1970. 664 с.
25. Донченко В.В., Гнибиденко З.Н. К методике оценки амплитуд палеогеомагнитных вариаций геомагнитного поля. // Геология и геофизика, 1989. № 10. С. 117–123.
26. Житков А.Н. Аналогии распределения Фишера и кругового рассеяния Гаусса // Магнетизм горных пород Востока СССР. Магадан: СВКНИИ ДВНЦ АН СССР, 1984. С. 28–29.
27. Загоруйко Н.Т., Елкина В.Н., Емельянов С.В., Лбов Г.С. Пакет прикладных программ ОТЭКС (для анализа данных). М.: Финансы и статистика, 1986. 160 с.
28. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Часть 1. М.: Наука, 1971. 600 с.
29. Камалетдинов М.А. Тектоника верхнего докембрия в районе рифейского стратотипа // Корреляция докембрия. Т. 2. М.: Наука, 1977. С. 224–235.
30. Кендалл М.Дж. Ранговые корреляции. М.: Статистика, 1975. 214 с.
31. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. М.: Наука, 1976. 736 с.
32. Колесов Е.В. Магнитостратиграфия среднепалеозойских пород серии мимердален на о-ве Зап. Шпицберген // Палеомагнетизм и проблемы стратиграфической корреляции. Магадан: СВКНИИ ДВНЦ АН СССР, 1985. С. 11–24.
33. Комиссарова Р.А. Статистический анализ при палеомагнитных исследованиях // Палеомагнитные стратиграфические исследования. Вып. 204. Л.: ВНИГРИ 1963. С. 38–49.
34. Комиссарова Р.А. О возрасте и происхождении древней намагнитченности известняков катавской свиты Южного Урала. // Магнетизм горных пород и палеомагнетизм. М.: ИФЗ АН СССР, 1969. С. 149–152.
35. Комиссарова Р.А. Древняя вторичная намагнитченность осадочных пород на примере докембрия Южного Урала // Матер. VIII конф. по постоянному геомагнитному полю и палеомагнетизму. Ч. II Киев: Наук. думка, 1970. С. 63–66.
36. Комиссарова Р.А. Исследование древней намагнитченности некоторых осадочных толщ Южного Урала в связи с проблемой метакристаллической намагнитченности: Автореф. дис. ... канд. Физ.-мат. наук. М.: ИФЗ АН СССР, 1970. 15 с.
37. Комиссарова Р.А., Михайлов П.Н. Палеомагнетизм осадочных толщ рифея и венда западного склона Южного Урала // Палеомагнетизм и вопросы палеогеографии. Л.: ВНИГРИ, 1981. С. 35–45.
38. Коноплева Н.Г. Расчленение и корреляция верхнепротерозойских и вендских отложений Кольского полуострова // Изв. АН СССР. Сер. геол. 1976. № 11. С. 50–61.
39. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1968. 720 с.
40. Крылов И.Н. Столбчатые ветвящиеся строматолиты рифейских отложений Южного Урала и их значение для стратиграфии верхнего докембрия. М.: Изд-во АН, 1963. 133 с. (Тр. ГИН АН СССР; Вып. 69).
41. Любцов В.В. К стратиграфии верхнего протерозоя северо-западной части Кольского полуострова // Стратиграфия верхнего протерозоя СССР (рифей и венд). Л.: Наука, 1979. С. 133–136.
42. Любцов В.В., Михайлова Н.С., Предовский А.А. Литостратиграфия и микрофоссилии позднего докембрия Кольского полуострова. Апатиты: ГИ КНЦ АН СССР, 1988. 132 с.
43. Мардиа К. Статистический анализ угловых наблюдений. М.: Наука, 1978. 240 с.
44. Молоствовский Э.А. Новые данные по палеомагнитной шкале СССР и некоторые общие вопросы магнитостратиграфии. // Современное состояние исследований в области геомагнетизма. М.: ИФЗ АН СССР, 1984. С. 143–162.
45. Мэйндоналд Дж. Вычислительные алгоритмы в прикладной статистике. М.: Финансы и статистика, 1988. 352 с.
46. Мюллер П., Нойман П., Штурм Р. Таблицы по математической статистике. М.: Финансы и статистика, 1982. 272 с.
47. Негруца В.З. Стратиграфия гиперборейских отложений полуостровов Среднего и Рыбачьего и о-ва Кильдин. Л.: ВСЕГЕИ, 1971. Т. 175. С. 153–186.
48. Оуэн Д.Б. Сборник статистических таблиц. М.: ВЦ АН СССР, 1973. 586 с.
49. Палеомагнитные направления и палеомагнитные полюса. Данные по СССР. Л.:

1971. Вып. 1. 124 с.; М.: 1975. Вып. 3. 43 с.; М.: 1979. Вып. 4. 51 с.; М.: 1982. Вып. 5. 48 с.
50. Палеомагнитология. Л.: Недра, 1982. 312 с.
51. Печерский Д.М. Петромагнетизм и палеомагнетизм. М.: Наука, 1985. 128 с.
52. Печерский Д.М., Нгуен Тхи Ким Тхоа. Палеомагнетизм вулканитов офиолитовых серий и позднемеловых эффузивов Армении // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1978. № 3. С. 48–63.
53. Погарская И.А., Гуревич Е.Л. Палеомагнетизм девонских пород Шпицбергена // Палеомагнетизм и аккреционная тектоника. Л.: ВНИГРИ, 1988, С. 6–18.
54. Поллард Дж. Справочник по вычислительным методам статистики. М.: Финансы и статистика, 1982. 346 с.
55. Рябушкин П.К., Певзнер М.А. Статистика сильноорассеянных направлений при изучении естественной остаточной намагниченности морен // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1978. № 12. С. 103–106.
56. Рябушкин П.К., Чумаков Н.М. Предварительные результаты палеомагнитного изучения рифейских отложений полуострова Средний (Мурманская область) // 11 Всесоюзный съезд "Постоянное геомагнитное поле, магнетизм горных пород и палеомагнетизм". Ч. 11 Тбилиси: Тбилисский ун-т. 1981. 175 с.
57. Сборник научных программ на фортране. Вып. 1. М.: Статистика, 1974. 316 с.
58. Соболь И.М. Метод Монте-Карло. М.: Наука, 1978. 64 с.
59. Справочник по прикладной статистике. Т. 1. М.: Финансы и статистика, 1989. 510 с.
60. Стратотип рифея. Палеонтология. Палеомагнетизм. М.: Наука, 1982. 176 с. (Тр. ГИН АН СССР; Вып. 368).
61. Стратотип рифея. Стратиграфия. Геохронология. М.: Наука, 1983. 184 с. (Тр. ГИН НА СССР; Вып. 377).
62. Федотова М.А. Функция распределения невзаимодействующих магнитных зерен // IV Всесоюзный съезд по геомагнетизму. Тезисы докладов. Часть III. Владимир–Суздаль. М.: ИФЗ АН СССР, 1991. С. 45–46.
63. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 280 с.
64. Храмов А.Н. Палеомагнитная корреляция осадочных толщ. Л.: ВНИГРИ. 1958. Вып. 116. 219 с.
65. Чини Р.Ф. Статистические методы в геологии. М.: Мир, 1986. 192 с.
66. Чумаков Н.М. Докембрийские тиллиты и тиллоиды. М.: Наука, 1978. 204 с.
67. Чумаков Н.М., Шипунов С.В. Новые результаты палеомагнетизма верхнерифейской кильдинской серии (Мурманская область) // III Всесоюзный съезд по геомагнетизму. Киев: ИГ АН УССР, 1986. С. 305.
68. Шипунов С.В. О применении критерия внешней схожести в палеомагнетизме // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1988. № 5. С. 120–125.
69. Шипунов С.В. Выделение компонент многокомпонентной естественной остаточной намагниченности при палеомагнитных исследованиях // Палеомагнетизм и аккреционная тектоника. Л.: ВНИГРИ, 1988. С. 173–185.
70. Шипунов С.В. Обработка палеомагнитных коллекций на ЭВМ (тест и метод складки) // Проблемы палеомагнетизма в геологии. Саратов: Изд-во Саратовского ун-та. 1989. С. 128–130. (Деп. в ВИНТИ 21.12.89. № 7579–В89).
71. Шипунов С.В. Метод пересечения кругов перематчивания для мультикомпонентной намагниченности // IV Всесоюзный съезд по геомагнетизму. Владимир–Суздаль. ИФЗ АН СССР, 1991. С. 166–167.
72. Шипунов С.В. О палеомагнетизме катавской свиты Южного Урала // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1991. № 3. С. 97–109.
73. Шипунов С.В. Выделение компонент многокомпонентной намагниченности горных пород // Магнитные свойства минералов и проблемы палеомагнетизма и петромагнетизма. Магадан: Изд-во СВКНИИ ДВО АН СССР. 1991. С. 120–125.
74. Шипунов С.В., Баженов М.Л. Есть ли первичная намагниченность в рифейских породах Южного Урала? // IV Всесоюзный съезд по геомагнетизму. Владимир–Суздаль: ИФЗ АН СССР, 1991. С. 168–169.
75. Шипунов С.В., Чумаков Н.М. Палеомагнетизм верхнепротерозойских отложений Кольского полуострова // Геотектоника. 1991. № 5. С. 38–50.
76. Bazhenov M.L., Shipunov S.V. Fold test in paleomagnetism: new approaches and reappraisal of data. // Earth and Planetary Science Letters. Vol. 104. N 1. 1991. P. 16–24.



77. *Briden J.C., Duff B.A.* Pre-Carboniferous palaeomagnetism of the Alpine orogenic belt. In: *Paleoreconstruction of the continents* / Eds McElhinny M.W., Valencio D.A. Wash.: D.C., 1981. P. 137–149.
78. *Bylund G., Pesonen L.J.* Paleomagnetism of mafic dykes of the fennoscandian shield. In: *Mafic dyke swarms*. / Edited by Halls H.C., Fahrig W.F. 1987. Ottawa. P. 201–220.
79. *Fisher N.I., Lewis T., Embleton B.J.J.* Statistical analysis of spherical data. Cambridge University Press. Cambridge. 1987. 330 p.
80. *Fisher R.A.* Dispersion on a sphere // *Proc. Roy. Soc. L.* 1953. A217. P. 295–305.
81. *Glasser G.J., Winter R.F.* Critical values of the coefficient of rank correlation for testing the hypothesis of independence // *Biometrika*. 1961. Vol. 48. P. 444–448.
82. *Halls H.C.* A least-squares method to find a remanence direction from converging remagnetization circles // *Geophys. J. R. astr. Soc.* 1976. Vol. 45. P. 297–304.
83. *Kirschvink J.L.* The least-squares line and plane and the analysis of palaeomagnetic data. // *Geophys. J. R. astr. Soc.* 1980. Vol. 62. P. 699–718.
84. *Kjode J.* Palaeomagnetism of late Precambrian dolerite dykes from Varanger peninsula, North Norway // *Phys. Earth. and Planet. Inter.* 1980. Vol. 21. N 1. P. 39–49.
85. *Kjode J., Storedvedt K.M., Roberts D., Gidskehaug A.* Palaeomagnetic evidence for large-scale dextral movement along the Trollfjord–Komagelv Fault, Finnmark, north Norway. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 16, 1978. P. 132–144.
86. *Larson E.E., Walker T.R.* Development of chemical remanent magnetization during early stages of red-bed formation in late cenozoic sediments, Baja California // *Geol. Soc. Amer. Bull.* 1975. Vol. 86. N 5. P. 639–650.
87. *MacDonald W.D.* Net tectonic rotation, apparent tectonic rotation and the structural tilt correction in paleomagnetic studies // *J. Geophys. Res.* 1980. Vol. 85. N B7. P. 3659–2669.
88. *Mardia K.V.* Statistics of directional data. London. Academic Press. 1972. 357 p.
89. *McElhinny M.W.* Statistical significance of the fold test in palaeomagnetism. // *Geophys. J. Roy. astr. Soc.* 1964. Vol. 8. P. 338–340.
90. *McFadden P.L., Jones D.L.* The fold tests in palaeomagnetism // *Geophys. J. R. astr. Soc.* 1981. Vol. 67. P. 53–58.
91. *McFadden P.L.* The combined analysis of remagnetization circles and direct observations in palaeomagnetism // *Earth and Planetary Science Letters*. 1988. Vol. 87. P. 161–172.
92. *Pesonen L.J., Leino M.A.H., Lammi A.* Paleomagnetism of the Baltic Shield. In: *The development of the deep geoelectric model of the Baltic Shield. Part 2. Proceedings of the 1st project symposium, Oulu, 15–18.11.1983.* (Ed. Hjelt S.E.) 1983. Department of Geophysics, University of Oulu, Report No. 8. P. 355–370.
93. *Schmidt P.W.* Bias in converging great circle methods // *Earth and Planet. Sci. Lett.* 1985. Vol. 72. P. 427–432.
94. *Starkey J., Palmer H.C.* The sensitivity of the conglomerate test in paleomagnetism // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* Vol. 22. 1970. P. 235–240.
95. *Torsvik T.V.* Interactive analysis of palaeomagnetic data. User guide. Bergen. 1987. 74 p.
96. *Watson G.S.* Analysis of dispersion on a sphere. *Mon. Not. R. astr. Soc. geophys. Suppl.* Vol. 7. 1956. P. 153–159.
97. *Watson G.S., Irving E.* Statistical methods in rock magnetism // *Monthly Not. Roy. astron. Soc. Geophys. Suppl.* 1957. Vol. 7. P. 289–299.
98. *Zijderveld J.D.A.* A.c. demagnetization of rocks: analysis of results // *Methods in palaeomagnetism* / Ed. D.W. Collinson, K.M. Creer. Amsterdam, a.o., Elsevier Publ. Co. 1967. P. 254–286.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	3
-----------------------	---

### Часть первая Анализ палеомагнитных данных

Глава 1. Некоторые сведения по математической статистике . . . . .	6
Точечное и интервальное оценивание . . . . .	7
Проверка гипотез . . . . .	8
Численное моделирование . . . . .	16
Глава 2. Статистический анализ палеомагнитных направлений . . . . .	19
Статистический подход к классификации задач палеомагнитного анализа . . . . .	19
Распределение векторов намагниченности на сфере . . . . .	21
Виды векторов $J_n$ – измеренные, разностные, их точность . . . . .	22
Вращение векторов . . . . .	24
Распределение Фишера . . . . .	26
Равномерное распределение . . . . .	27
Распределение Бингхема . . . . .	27
Методы точечного и интервального оценивания для векторов . . . . .	28
Точечное и интервальное оценивание для распределения Фишера . . . . .	28
Точечное и интервальное оценивание для распределения Бингхема . . . . .	30
Комбинированный анализ кругов перематывания и измеренных векторов . . . . .	41
Точечное и интервальное оценивание сложных распределений направлений намагниченности . . . . .	42
Критерии и критериальные статистики . . . . .	50
Критерии согласия для различных распределений векторов . . . . .	50
Одновыборочные критерии . . . . .	50
Многовыборочные критерии . . . . .	51
Тест складки . . . . .	52
Тест галек . . . . .	61
Применение численного моделирования при решении задач палеомагнитного анализа . . . . .	72
Численное моделирование векторов на сфере . . . . .	72
Применение численного моделирования векторов для решения практических задач . . . . .	73

### Часть вторая Палеомагнитное изучение верхнепротерозойских отложений

Глава 3. Палеомагнетизм верхнепротерозойских отложений Южного Урала (на примере катавской свиты) . . . . .	77
Результаты палеомагнитного изучения катавской свиты . . . . .	78
Анализ палеомагнитных данных по катавской свите . . . . .	85

<b>Г л а в а 4. Палеомагнетизм верхнепротерозойских отложений Кольского полуострова . . . . .</b>	<b>90</b>
Результаты палеомагнитного исследования . . . . .	93
О критерии внешней сходимости . . . . .	103
Надежность полученных направлений $J_d$ и их временная привязка . . . . .	107
Некоторые палеомагнитные данные по смежным регионам . . . . .	109
Геологическая интерпретация палеомагнитных результатов . . . . .	111
<b>Заключение. . . . .</b>	<b>114</b>
<b>Приложение. Процедуры палеомагнитного анализа . . . . .</b>	<b>116</b>
<b>Литература . . . . .</b>	<b>152</b>

## CONTENTS

Preface . . . . .	3
<b>Part One.</b> <b>Analysis of paleomagnetic data</b>	
Chapter 1. Some information on the theory of statistics . . . . .	6
Point and interval estimation . . . . .	7
Testing of hypotheses . . . . .	8
The Monte-Carlo method . . . . .	16
Chapter 2. Statistical analysis of the paleomagnetic directions. . . . .	19
Statistical approach to classification of paleomagnetic problems . . . . .	19
Spherical distributions of paleomagnetic vectors . . . . .	21
Measured and subtracted vectors and their precision . . . . .	22
Rotation of paleomagnetic vectors . . . . .	24
The Fisher distribution . . . . .	26
Uniform distribution . . . . .	27
The Bingham distribution . . . . .	27
Point and interval estimation for vectors on spheres . . . . .	28
Point and interval estimation for the Fisher distribution . . . . .	28
Point and interval estimation for the Bingham distribution . . . . .	30
The combined analysis of remagnetization circles and direct observations. . . . .	41
Point and interval estimation for complex spherical distributions. . . . .	42
Tests . . . . .	50
Tests of goodness of fit for various vector distributions . . . . .	50
Single sample tests . . . . .	50
Multi-sample tests . . . . .	51
The fold test . . . . .	52
The conglomerate test . . . . .	61
The Application of Monte-Carlo simulation to paleomagnetism . . . . .	72
Numerical simulation of vectors on sphere. . . . .	72
The Application of numerical simulation of vectors (examples from paleomag- netic studies) . . . . .	73
<b>Part Two.</b> <b>Paleomagnetism of Riphean and Vendian rocks</b>	
Chapter 3. Paleomagnetism of Riphean rocks in the South Ural: an example of the Katav formation . . . . .	77
Paleomagnetic results on the Katav formation. . . . .	78
The analysis of paleomagnetic data from the Katav formation . . . . .	85

<b>Chapter 4. Paleomagnetism of Riphean and Vendian rocks of the Kola peninsula</b> . . . . .	<b>90</b>
Results of paleomagnetic study . . . . .	93
Stratigraphic consistency criterion . . . . .	103
Reliability of paleomagnetic directions and their timing . . . . .	107
Some paleomagnetic data from adjacent regions . . . . .	109
Geological interpretation of paleomagnetic results . . . . .	111
Conclusions . . . . .	114
<b>Appendix. Procedures of paleomagnetic analysis</b> . . . . .	<b>116</b>
<b>References</b> . . . . .	<b>152</b>